

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**PÓS-GRADUAÇÃO EM PSICOLOGIA COGNITIVA**

**Uma análise do sentido de número a partir  
do conhecimento sobre medidas**

**ROSITA MARINA FERREIRA BATISTA**

**Dissertação de Mestrado**

Recife

2009

ROSITA MARINA FERREIRA BATISTA

**Uma análise do sentido de número a partir  
do conhecimento sobre medidas**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva Da Universidade Federal de Pernambuco para obtenção do título de mestre em Psicologia.

Área de Concentração: Psicologia Cognitiva.  
Orientadora: Dra. Alina Galvão Spinillo

Recife  
2009

**Batista, Rosita Marina Ferreira**

**Uma análise do sentido de número a partir do conhecimento sobre medidas / Rosita Marina Ferreira Batista. - Recife: O Autor, 2009.**

**97 folhas.**

**Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CFCH. Psicologia, 2009.**

**Inclui: bibliografia e anexos.**

**1. Psicologia cognitiva. 2. Crianças. 3. Medidas. 4. Número – Sentido. I. Título.**

**159.9  
150**

**CDU (2.  
ed.)  
CDD (22. ed.)**

**UFPE  
BCFCH2009/28**

## FOLHA DE APROVAÇÃO

Rosita Marina Ferreira Batista

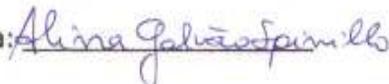
Uma Análise do Sentido de Número a Partir do Conhecimento sobre Medidas.

Dissertação apresentada ao  
Programa de Pós-Graduação em  
Psicologia Cognitiva da  
Universidade Federal de  
Pernambuco para obtenção do  
título de Mestre.  
Área de Concentração: Psicologia  
Cognitiva

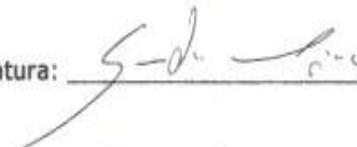
Aprovado em: 19 de fevereiro de 2009

### Banca Examinadora

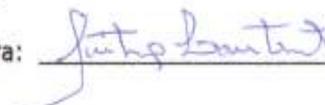
Profa. Dra. Alina Galvão Spínillo  
Instituição: U.F.PE

Assinatura: 

Profa. Dra. Sandra Maria Pinto Magina  
Instituição: PUC-SP

Assinatura: 

Profa. Dra. Síntria Labres Lautert  
Instituição: U.F.PE

Assinatura: 

## **AGRADECIMENTOS**

Foi um tempo de mudanças, grandes mudanças! (...) Chegar aqui não foi tarefa fácil, vários foram os momentos em que as forças não permitiam mais o prosseguimento e convocavam o esmorecimento. Apesar de toda relutância, consegui chegar ao final deste. A aprendizagem foi ampla, estendida para muito além dos registros das laudas aqui escritas. (...) E nesse tempo, muitos foram aqueles que me apoiaram, que ajudaram, impulsionaram forças, torceram, ampararam as angústias e compartilharam junto dessa mesma luta! Eis que chegou a hora de poder registrar os meus sinceros agradecimentos.

À minha orientadora Alina, professora de sempre, agradeço a oportunidade desde os tempos da disciplina de Trabalho Supervisionado, ainda na graduação, passando pela Iniciação Científica, o Apoio Técnico em Pesquisa e finalmente o Mestrado. Obrigada por todos os ensinamentos, pelo acolhimento, motivação e pela oportunidade de poder ter convivido com uma mulher admirável, de coragem, compromisso e dedicação ao trabalho.

Ao meu exemplo de força, luta, coragem, exemplo de mulher. Minha fortaleza, meu alicerce, a minha grande MESTRE, minha mãe, que mesmo distante, sempre se faz presente em todos os momentos.

Ao meu irmão e grande amigo, Carlos Augusto, obrigada pelo incentivo.

Aos meus familiares pelo apoio em todos os momentos.

Ao meu amor, João, companheiro de todas as horas, pelo apoio, compreensão e força nos momentos de aflição.

Aos meus primos Janaína, Karina e Tiago que acompanharam de perto os últimos momentos desse trabalho.

À Juliana Ferreira e Tatyane Veras pelas discussões e comentários sempre pertinentes e pela disponibilidade na análise dos dados.

À René Marcelino, fonte de aprendizagem constante, pela amizade descoberta, pelas risadas proporcionadas nos momentos difíceis, pelo ser humano admirável que é.

Marisa, Mari e Gaby companheiras de mesma trajetória.

À Fernanda, grande amiga, que compartilhou de perto dos vários momentos vividos neste período, sempre com uma colocação sábia para o alívio dos piores e melhores momentos.

Também não poderia deixar de mencionar e agradecer aqueles amigos que mesmo distante da academia acompanharam de perto essa caminhada.

Júlio César, que sempre trouxe a leveza de como encarar a vida, principalmente em seus momentos mais árduos.

Às amigas Carol, Maria Teresa e Cláudia pessoas especiais, presentes nesse e em tantos outros momentos.

Obrigada Deus!

*“... não é suficiente aprender procedimentos; é necessário  
transformar esses procedimentos  
em ferramentas de pensamento...” (Nunes e Bryant)*

## RESUMO

BATISTA, R. M. F. **Uma análise do sentido de número a partir do conhecimento sobre medidas.** 2009. 97f. Dissertação (Mestrado). Pós-graduação em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

A compreensão do conceito de medidas tem sido foco de interesse tanto de pesquisadores do desenvolvimento cognitivo como de educadores. Os significados atribuídos a este conceito nas suas diversas manifestações (situações variadas, tipos de medidas variados) e as formas de medir no cotidiano (instrumentos, unidades convencionais e não convencionais) tornam este conceito de grande importância para Psicologia da Educação Matemática. A literatura na área tem apontado alguns princípios como sendo os aspectos chaves para a compreensão deste conceito. Por outro lado, é recente o interesse de pesquisadores sobre o sentido de número, o qual pode ser definido como uma habilidade cognitiva que permite interagir com recursos da situação, gerando soluções bem sucedidas para realizar as atividades do cotidiano que envolve matemática. A maioria dos estudos sobre o desenvolvimento do conceito de medidas em crianças utiliza situações em que estas são solicitadas a realizar algum tipo de atividade envolvendo medidas. Por sua vez, pesquisas sobre sentido numérico, utilizam situações de investigação em que as crianças não precisam realizar algo, mas sim emitir julgamentos acerca de situações numéricas. A presente pesquisa teve por objetivo investigar o sentido de número em crianças em relação a diferentes tipos de medida (volume, tempo, massa, distância e comprimento) e aos diferentes princípios apontados na literatura como importantes na formação da noção de medida. Participaram da pesquisa 40 crianças, igualmente divididas em dois grupos: alunos da 1º ano (crianças com 6 anos) e alunos da 3º ano (crianças com 8 anos) de escolas públicas da cidade do Recife. O estudo consistiu na aplicação de três tarefas que têm como base os princípios considerados para compreensão de medidas e envolvem situações cotidianas que incluem o uso de medidas convencionais e não convencionais. Cada criança foi individualmente solicitada a responder questões em três tarefas. A Tarefa 1 investigou a capacidade de reconhecer a relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medida. A Tarefa 2 avaliou a compreensão da relação inversa entre o tamanho da unidade e o número de unidades para medir algo. E a Tarefa 3 examinou a capacidade em reconhecer o uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes. Os dados foram analisados em cada grupo com relação ao desempenho em cada tarefa, em cada tipo de medida e em relação aos tipos de respostas que variavam quanto ao grau de sofisticação que apresentavam. Verificou-se diferenças significativas com relação ao desempenho entre os grupos apenas na Tarefa 3. Nas Tarefa 1 e 2 observou-se que o desempenho não se altera em função do avanço da idade. Com relação ao desempenho entre os grupos em função do tipo de medida, diferenças significativas foram encontradas para as medidas de Massa, Distância e Comprimento. Em termos dos tipos de respostas, observou-se diferenças significativas entre os grupos com relação ao tipo de resposta mais elaborado para as Tarefas 1 e 3. Os resultados obtidos indicam que entre os princípios investigados, o que foi avaliado pela Tarefa 2 é um princípio geral especialmente para as medidas de Comprimento, Massa, Distância e Volume, os quais as crianças conseguem explicitar verbalmente as razões de suas justificativas, indicando um sentido numérico elaborado para esta capacidade. Já o princípio investigado na Tarefa 3 foi o que apresentou maior dificuldade entre os grupos investigados. Os dados derivados deste estudo geram implicações importantes para a educação matemática em crianças das séries iniciais do ensino fundamental.

**Palavras-chave:** sentido numérico, medidas, crianças.

## ABSTRACT

BATISTA, R. M. F. **An analysis of the sense of number of the knowledge on measures.** 2009. 97f. Dissertation (Master's degree). Postgraduation in Cognitive Psychology, Federal University of Pernambuco, Recife, 2009.

The understanding of the concept of measures has been a focus of interest so much of investigators of the cognitive development as of educators. The meanings attributed to this concept in his several demonstrations (varied situations, varied types of measures) and the forms of measuring in the daily life (instruments, conventional unities and you don't agree) they make this concept of great importance for Psychology of the Mathematical Education. The literature in the area has pointed some principles as being the aspects keys with respect to the understanding of this concept. On the other side, is interest of investigators about the sense of number, which can be defined as a cognitive skill that allows to interact with resources of the situation, producing solutions succeeded well to carry out the activities of the daily life that wraps mathematics. The most of the studies about the development of the concept measures in children uses situations in what these are requests to realize some type of activity wrapping measures. In turn, research about numerical sense, use situations of investigation in which the children don't need to realize something, but yes to give out judgments about numerical situations. The present research had for objective to investigate the sense of number in children in relation the different types of measure (bulk, time, mass, distance and length) and to the different beginnings pointed in the literature like important in the formation of the notion of measure. They announced of the inquiry 40 children equally divided in two groups: pupils of 1st year (children with 6 years) and pupils of 3rd year (children with 8 years) of public schools of the city of the Recife. The study it consisted of the application of three tasks that take as base the principles considered for understanding of measures and wrap daily situations that include the use of conventional measures and you don't agree. Each child was individually solicited to answer questions in three tasks. The Task 1 investigated the capacity of recognizing the relation between unity-object and appropriate unities of measure. The Task 2 evaluated the understanding of the reverse relation between the size of the unity and the number of unities to measure something. And the Task 3 examined the capacity in recognizing the use of the same unity to compare different objects. The data were analyzed in each group regarding the performance in each task, in each type of measure and regarding the types of answers that were varied how much the sophistication degree that they were presenting. One verified significant differences with regard to the performance enters the groups only in Task 3. In the Task 1 and 2 I was observed that the performance doesn't if modify in function of the advancement of the age. With relation the performance between the groups in function of the type of measure, significant differences they were found for the measures of Mass, Distance and Length. In terms of the types of answers, significant differences were observed between the groups regarding the type of answer most prepared for the Tasks 1 and 3. The obtained results indicate that between the investigated beginnings, which was valued by the Task 2 is a general beginning specially for the measures of Length, Mass, Distance and Bulk, which the children manage to set the reasons of his justifications out verbally, indicating a numerical sense prepared for this capacity. Already the principle investigated in the Task 3 was what he presented bigger difficulty between the investigated groups. The data derived from this study generate important implications for the mathematical education in children of the initial series of basic education.

**Keywords:** Numerical sense, Measures, Children.

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Percentual de acertos em cada tipo de medida em cada idade.....	56
Tabela 2: Número (percentual entre parênteses) dos tipos de resposta por idade na Tarefa 1.....	59
Tabela 3: Percentual de tipos de resposta em função dos tipos de medidas no Grupo 1 (6 anos) na Tarefa 1.....	60
Tabela 4: Percentual de tipos de resposta em função dos tipos de medidas no Grupo 2 (8 anos) na Tarefa 1.....	62
Tabela 5: Número de acertos para cada tipo de medida em cada idade na Tarefa 2 (máximo: 40 em cada medida e 200 no total).....	63
Tabela 6: Número (percentual entre parênteses) de tipos de resposta por idade na Tarefa 2.....	66
Tabela 7: Número (percentual entre parênteses) de tipos de respostas em função dos tipos de medidas no Grupo 1 (6 anos) na Tarefa 2.....	67
Tabela 8: Número (percentual entre parênteses) de tipos de respostas em função dos tipos de medidas no Grupo 2 (8 anos) na Tarefa 2.....	69
Tabela 9: Número de respostas Tipo II (percentual entre parênteses) para cada tipo de medida em cada idade na Tarefa 3 (máximo: 40 em cada medida e 200 no total).....	73

Tabela 10: Número (percentual entre parênteses) dos tipos de resposta por idade na Tarefa 3.....	74
Tabela 11: Número (percentual entre parênteses) de tipos de resposta em função dos tipos de medidas no Grupo 1 (6 anos) na Tarefa 3.....	75
Tabela 12: Número (percentual entre parênteses) de tipos de resposta em função dos tipos de medidas no Grupo 2 (8 anos) na Tarefa 3.....	76
Tabela 13: Número de acertos (percentual entre parênteses).....	78
Tabela 14: Número de acertos (percentual entre parênteses) por idade em cada tarefa.....	79
Tabela 15: Valores obtidos no Wilcoxon na comparação entre tarefas em cada idade.....	80
Tabela 16: Número de acertos (percentual entre parênteses) por idade em cada tipo de medida.....	81
Tabela 17: Valores obtidos no Wilcoxon na comparação dos cinco tipos de medida em cada grupo.....	82
Tabela 18: Número de acertos (percentual entre parênteses) por tipo de medida em cada tarefa.....	83

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1: Tarefas e princípios.....	49
Quadro 2: Ordem de apresentação das tarefas para o Grupo 1 (6 anos) e o Grupo 2 (8 anos).....	49

## SUMÁRIO

<b>Capítulo 1: Considerações Teóricas.....</b>	<b>17</b>
1.1. Sentido de Número.....	17
1.2. A teoria dos Campos Conceituais.....	20
1.3. Considerações acerca do conceito de medidas.....	24
1.3.1. Como medidas têm sido investigada.....	28
<b>Capítulo 2: Método.....</b>	<b>47</b>
2.1. Participantes.....	48
2.2. Planejamento experimental.....	49
2.3 As Tarefas.....	50
2.3.1. Tarefa 1: Relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medidas.....	50
2.3.2. Tarefa 2: Relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessárias para medir algo.....	52
2.3.3. Tarefa 3: Uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes.....	53
<b>Capítulo 3: Resultados.....</b>	<b>56</b>
3.1. Tarefa 1: Relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medidas.....	57
3.1.1. O desempenho na Tarefa 1.....	57
3.1.2. Os tipos de resposta na Tarefa 1.....	58
3.2. Tarefa 2: Relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessárias para medir algo.....	64
3.2.1. O desempenho na Tarefa 2.....	64
3.2.2. Os tipos de resposta na Tarefa 2.....	65

3.3. Tarefa 3: Uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes.....	72
3.3.1 Os tipos de respostas na Tarefa 3.....	72
3.4. Comparando o desempenho em função dos fatores idade, tarefas e tipos de medidas.....	77
3.4.1. Idade vs. Tarefa: O desempenho em cada tarefa melhora em função da idade? Qual a tarefa mais fácil em cada idade?...	80
3.4.2. Idade vs. Tipo de Medida: O desempenho em cada tipo de medida melhora em função da idade? Qual o tipo de medida mais fácil em cada idade? .....	82
3.4.3. Tarefa vs. Tipo de Medida: O desempenho em cada tipo de medida difere em função da tarefa? Qual o tipo de medida mais fácil em cada tarefa? .....	84
<b>Capítulo 4: Conclusões e discussão.....</b>	<b>85</b>
4.1.Principais conclusões.....	88
4.1.1 Tarefa 1 - Relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medida.....	88
4.1.2 Tarefa 2 - Relação inversa entre o tamanho da unidade e o número de unidades.....	90
4.1.3 Tarefa 3 - Uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes.....	92
4.2. Pesquisas Futuras e Implicações Educacionais.....	95
Referências Bibliográficas.....	98

Anexos

## APRESENTAÇÃO

O tema investigado se inclui no âmbito das pesquisas conduzidas na área de Psicologia da Educação Matemática, e teve como propósito pesquisar como ocorre o entendimento de atributos específicos das medidas em um dado período do desenvolvimento. Tal proposta tomou por base dois aspectos: o referencial de sentido numérico, perspectiva que aborda o conhecimento matemático e os seus significados, especialmente em situações informais; e os princípios apontados pela literatura para a compreensão do conceito de medidas (CURRY; MITCHELMORE; OUTHRED, 2006), os quais são relacionados ao que nos parece ser os invariantes do conceito de medidas.

Dessa forma, a presente pesquisa teve por objetivo investigar o sentido de número em crianças com relação a diferentes tipos de medida (volume, tempo, massa, distância e comprimento) e aos diferentes princípios apontados na literatura como importantes na formação da noção de medida. Para tal, os participantes da pesquisa, crianças com 6 e 8 anos de idade, foram solicitadas a emitir julgamentos acerca de situações do cotidiano que envolvem medidas de tipos variados.

Sendo assim, esta dissertação é constituída por quatro capítulos. O Capítulo 1 apresenta as considerações teóricas a respeito do sentido de número e seus indicadores; a Teoria dos Campos Conceituais; e, sobretudo os estudos no âmbito da Psicologia sobre medidas e os princípios ou invariantes do conceito de medidas.

O Capítulo 2 consiste no método, no qual são apresentados os objetivos do estudo, os participantes, o planejamento experimental e os procedimentos utilizados nas três tarefas que compõe a investigação.

O Capítulo 3 refere-se a descrição do sistema de análise para cada uma das tarefas aplicadas; e apresenta os resultados referentes ao desempenho e aos tipos de justificativas oferecidos pelas crianças. Os resultados para cada tarefa são apresentados separadamente.

O Capítulo 4 é destinado às conclusões e discussões dos resultados encontrados e relacionados ao objetivo da investigação. E para finalizar, também são assinaladas possíveis implicações educacionais e pesquisas futuras.

# CAPÍTULO 1

## CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

As considerações teóricas do presente estudo têm por base três aspectos: o sentido de número, a Teoria dos Campos Conceituais e as considerações sobre conceito de medida, sobretudo no que se refere aos estudos no âmbito da Psicologia sobre medidas e os princípios ou invariantes deste conceito.

### 1.1. Sentido de Número

O sentido de número tem sido um tópico recente no que concerne ao interesse ao ensino e pesquisa no campo psicologia cognitiva e do desenvolvimento e da matemática nos últimos anos (DEHAENE, 1997; GRENNO, 1991; GRIFFIN, 2004; HOWDEN, 1989; SPINILLO, 2006; YANG; REYS, 2002; YANG, 2003). A denominação sentido de número é derivada do termo *number sense*, originário da língua inglesa, e embora não haja um conceito preciso para aceção do termo o seu significado tem apresentado uma série de explicações entre os estudiosos.

Para Dehaene (1997) número é um parâmetro fundamental para o sentido que damos ao mundo que nos cerca, por exemplo, para tomarmos decisões a partir de intuições aritméticas como perceber que o número 9 é maior que 5, 12 acrescido de 15 não pode ser igual a 96. Na definição deste autor, sentido de número está relacionado às capacidades ou intuições sobre números. O termo intuição sobre números é também utilizado nas definições de Howder (1989) e também de Spinillo (2006), que definem sentido de número como uma boa intuição sobre números, suas propriedades e suas relações.

De acordo com Yang e Reys (2002) o sentido de número pode ser considerado como habilidades com números e suas operações ao julgar a adequação de resultados, desenvolver estratégias úteis e eficientes na realização de problemas numéricos ou ainda a uma habilidade cognitiva que permite ao indivíduo interagir com recursos da situação, gerando soluções bem sucedidas para realizar as atividades do cotidiano que envolvem matemática (GREENO, 1991; YANG, 2003).

Um importante aspecto a ser destacado diante das definições expostas são as habilidades ou indicadores do desenvolvimento do sentido de número propostas por alguns autores (e.g., SOWDER, 1995; YANG, 2003), como:

- Habilidade de compor e decompor números: relacionada à compreensão do conceito de valor de lugar.
- Habilidade de usar diferentes representações e reconhecer que uma representação é mais útil que outra.
- Habilidade de reconhecer a magnitude relativa dos números.
- Habilidade de usar ‘âncoras’ e pontos de referência.
- Habilidade de compreender os efeitos das operações sobre os números.
- Habilidade de realizar operações aritméticas mentalmente através de estratégias não convencionais.
- Habilidade de estimar resultados de operações aritméticas.
- Habilidade de atribuir significado a números e reconhecer o uso e funções dos números em situações do cotidiano.

Desse modo, o sentido numérico pode ser entendido como uma forma de pensar matematicamente, se caracterizando por uma intenção de construir significado para situações

numéricas. Essa acepção, logo, envolve todas as manifestações do uso dos números e permeia todos os conteúdos matemáticos tratados no contexto escolar, porém, não se limita às situações escolares e ao uso de algoritmos, estando, sobretudo, presente em situações informais que envolvem o conhecimento matemático. Pode-se dizer que o sentido de número é uma compreensão bem específica, o que quer dizer que este pode envolver um determinado campo conceitual, mas não outro, pode-se ter um bom sentido de número para números naturais, porém não ser tão habilidoso com números fracionários (SPINILLO, 2006).

Uma demonstração empírica desta habilidade são os cálculos mentais realizados por crianças, adolescentes e adultos pouco escolarizados, como mostrados por Carraher, Carraher e Schliemann (1995). Outros exemplos importantes do sentido de número revelam-se nos diversos conceitos presentes na educação matemática, e nas atividades extra-escolares como situações de compra e venda, o uso de estimativas, situações que envolvem o uso de medidas (distância, tamanho), etc.

Importante destacar ainda que as pesquisas que investigam o sentido de número, do ponto de vista metodológico, oferecem situações, no qual são requeridos julgamentos acerca de situações numéricas e não a realização de cálculos numéricos e medições precisas (e.g. RIBEIRO; SPINILLO, 2006; SPINILLO; ARAÚJO; BATISTA; FERREIRA, 2005; SPINILLO; QUEIROZ; CHAGAS; BATISTA; FERREIRA, 2006).

Assim, considerando a perspectiva de sentido de número e sabendo que a compreensão do conceito de medidas tem sido foco de interesse tanto de pesquisadores do desenvolvimento cognitivo, como de educadores. Sendo também esse construto de grande importância para Psicologia da Educação Matemática, como pode ser observado no número expressivo de investigações voltadas para esse conceito (e.g., BRAGG; OUTHRED, 2006; CURRY; MITCHELMORE; OUTHRED, 2006; NUNES; BRYANT, 1997; PIAGET; INHELDER; SZEMINSKA, 1960), para citar algumas delas.

O presente estudo tem como foco de investigação a compreensão de conceito de medida e os significados atribuídos a este conceito nas suas diversas manifestações (situações variadas, grandezas variadas) e as formas de medir no cotidiano (instrumentos, unidades convencionais e não convencionais).

## **1.2. A teoria dos Campos Conceituais**

As ciências cognitivas têm dado uma progressiva atenção aos estudos sobre questões referentes à aprendizagem, aos processos que dirigem a aquisição e utilização do conhecimento e às diferentes modalidades pela qual o indivíduo elabora as formas e sentidos para compreensão do mundo que o circunda. Essas investigações e análises têm-se dado tanto no eixo da psicologia, desde as remotas contribuições iniciadas por Thorndike, referentes aos princípios gerais de aprendizagem às elaborações de Piaget e Vygotsky; Como também no eixo da educação, sob a qual os interesses têm procedências específicas voltadas para qualidade e desenvolvimento dos processos de ensino aprendizagem (DA ROCHA FALCÃO, 2003; SPINILLO; LAUTERT, 2006, VERGNAUD, 1990; 2003).

Nesse contexto, pensar em conceitos matemáticos, especialmente, como estes se tornam mais complexos têm sido um dos tópicos do campo da Psicologia da Educação Matemática, que nessa perspectiva tem estado comprometida com os aspectos que possibilitam o desenvolvimento progressivo das estruturas operatórias do pensamento infantil (NUNES; BRYANT, 1997; RANGEL, 1992).

Nesse sentido, a teoria dos campos conceituais proposta pelo autor pós-piagetiano Gérard Vergnaud talvez seja aquela que mais contribuição tenha dado para o crescimento desta área do conhecimento, uma vez que essa tem buscado analisar as condições de compreensão do significado dos conceitos e suas relações (PAIS, 2002).

Esta sessão abordará em âmbito geral as contribuições oferecidas por esta teoria e especificamente a relação dos seus elementos com a presente pesquisa.

A teoria dos campos conceituais é uma teoria psicológica que têm se voltado a explorar o significado dos conceitos, mas não isoladamente, dado que um campo conceitual envolve vários conceitos concatenados numa situação problema qualquer. Tal proposta destaca a aquisição do conhecimento como um ajustamento das situações e problemas, colocadas aos sujeitos e das ações desses diante as situações (LESSA; DA ROCHA FALCÃO, 2005; VERGNAUD, 1997; 1990; 2003).

Dois aspectos merecem ser ressaltados em relação à teoria dos campos conceituais, são eles: a noção de esquema e teoremas em ação. A noção piagetiana de esquema é retomada na teoria dos campos conceituais, sendo esta definida como estruturas cognitivas, que se referem a uma classe de seqüências de ações semelhantes, no qual elementos comportamentais estão estreitamente inter-relacionados. Para a Teoria dos campos conceituais, a idéia de esquema dá-se como uma organização invariante de comportamento que serve como guia as ações do sujeito numa situação problema, estando na base tanto das competências conceituais como das competências práticas (FLAVELL, 1988; LESSA; DA ROCHA FALCÃO, 2005; SPINILLO e LAUTERT, 2006; VERGNAUD, 1997; 1990; 2003).

Os teoremas em ação, por sua vez, são os componentes essenciais dos esquemas, estes vinculam-se aos primeiros passos decorrentes do saber intuitivo do sujeito, compondo as competências práticas desenvolvidas por estes na resolução de problemas práticos, no entanto, sem o caráter teórico de um teorema convencional (LESSA; DA ROCHA FALCÃO, 2005; SPINILLO; LAUTERT, 2006; VERGNAUD, 2003).

Nesse contexto, e do ponto de vista de Vergnaud, um campo conceitual é formado por três elementos que delineiam bem como ocorre a construção do conhecimento, são eles: as *situações*, que fornecem significado ao conceito em questão; os *invariantes*, ou propriedades

ou procedimentos relacionadas a determinado conceito; e as *representações simbólicas* que permitem relacionar o conceito às suas propriedades (MAGINA; CAMPOS; NUNES; GITIRANA, 2001; FRANCHI, 2008; VERGNAUD, 2003).

Assim, pensar um determinado conceito e seu respectivo significado é o princípio da composição teórica dos campos conceituais, a análise recai sobre o conteúdo desse conceito, cuja descrição decorre em meio às situações em que é colocado. Dessa forma, o sentido que um conceito adquire dá-se por meio das situações e dos problemas que o envolve. Logo, a compreensão de um conceito, no geral, e de conceitos matemáticos, de modo particular, ocorre a partir de ações estabelecidas, com determinados conceitos, em contextos específicos e em parceria com outros conceitos.

Um campo conceitual, deste modo, quer dizer um conjunto de situações que progressivamente exige uma variedade de outros conceitos, procedimentos e representações simbólicas em estreita relação.

Assim, a ação com determinado conceito requer um grande número de situações expressas através de uma série de ações e esquemas, cujo sentido é angariado por seus invariantes operatórios. Estes possibilitam desde o reconhecimento dos elementos necessários a uma dada situação à diferenciação de diferentes esquemas pelo sujeito.

Em termos gerais, a proposta vergnausiana lança um olhar para o processo ativo de elaboração e construção do conhecimento tomando como base os significados e os sentidos que são atribuídos pelo sujeito a partir do saber oriundo de sua realidade prática, e somado ao conhecimento formalizado pela ciência e oferecido pela escola.

De acordo com o exposto, a construção do significado do conceito de medidas, foco dessa investigação, remete, por exemplo, ao esquema de ação relacionado à comparação. Outro ponto relacionado a esta teoria são os invariantes que envolvem o conceito de medidas,

que serão explorados na próxima sessão a partir dos estudos apresentados. Nesse sentido, na tentativa de relacionar o conceito de medidas com o aporte teórico vergnausiano, esta pesquisa tem como base os elementos propostos por este, tendo como ênfase os invariantes desse conceito.

Uma segunda tentativa de examinar o conceito de medidas à luz da teoria de Vergnaud é refletir acerca dos suportes de representação ou instrumentos que constituem a ação de medir.

O conhecimento matemático, em sua ampla dimensão, compreende aspectos abstratos, sendo também apoiado em aspectos pragmáticos, sobretudo em situações problemas, que são palcos para a utilização contextualizada desse conhecimento (ONRUBIA; ROCHERA; BARBERÀ, 2004). Em conceitos específicos, como no caso das medidas determinados instrumentos são utilizados como padrões de referência ou suportes de representação (régua, fita métrica, balança, relógio, termômetro, entre outros) permitindo ao indivíduo realizar operações entre o objeto a ser medido e o seu respectivo instrumento de medição.

A teoria dos campos conceituais chama a atenção para a importância do uso de diferentes suportes de representações no trabalho com conceitos matemáticos. Segundo Lins Lessa e Da Rocha Falcão (2005), os suportes de representação são aspectos chaves na aprendizagem matemática, uma vez que estes são elementos estabelecidos culturalmente, são ferramentas que estabelecem relação com o meio, possibilitando assim, o processo de construção conceitual. Nesse sentido, os suportes de representação são referenciais distintos que permitem significar e relacionar aspectos da realidade ao sistema formal matemático, sua escolha apropriada e o estabelecimento de relações, entre o objeto a ser medido e seu respectivo instrumento refletindo, deste modo, a compreensão e aplicação de determinado conceito.

### 1.3. Considerações acerca do conceito de Medidas

Medição é o conjunto de operações que tem por objetivo determinar o valor de uma determinada grandeza, que é o atributo de um fenômeno, corpo ou substância que pode ser qualitativamente distinguido e quantitativamente determinado. Nesse sentido, pode-se dizer que a capacidade de se medir um fenômeno, corpo ou substância é a propriedade fundamental de uma grandeza. As grandezas podem ser divididas em dois tipos distintos as grandezas fundamentais aquelas que se definem por si mesmo (comprimento, massa, tempo, etc.) e as grandezas derivadas que são expressas em função das fundamentais como é o caso, por exemplo, da velocidade (quociente entre comprimento e tempo) (INMETRO, 2007; SILVA; LOUZADA, 2001).

Medir é uma atividade presente nas circunstâncias mais corriqueiras. Ao procurar saber quanto tempo é gasto entre um deslocamento de um local para outro, o peso de determinado produto, a distância entre duas cidades, entre outras situações nos leva a pensar e realizar medições através de grandezas físicas variadas (tempo, massa, distância). Nesse sentido, medir é comparar uma grandeza à outra, tomada como padrão. Medição é de tal modo, o conjunto de operações cujo objetivo é determinar o valor de determinada grandeza (COUTINHO, 1967).

Desde os tempos pré-históricos, o homem teve a necessidade de comparar grandezas, de determinar padrões que pudessem, de alguma forma, regular e classificar os objetos que o cercavam; buscando definir convenções e categorias que lhe permitissem classificar aquilo que o rodeava e interpretar o mundo em que vivia.

As primeiras civilizações contaram com sistemas de medidas variados e que, em sua maioria, tinham como base o próprio corpo humano (pés, polegadas, braçadas, palmo, etc). A criação de tais sistemas apresentava como propósito criar formas padronizadas de medir e estabelecer determinados padrões de medidas, porém como ocorriam variações, em termos de

tamanho de um homem para outro, os padrões não eram determinados de maneira precisa e variavam de uma região para outra. Na Antigüidade, as trocas e o comércio entre os povos tornaram necessária a criação de unidades de medida para as mercadorias, gerando o aparecimento de uma grande diversidade de unidades de medida e suas denominações. Com o passar do tempo o homem foi percebendo que para que a medição fizesse sentido, a mesma deveria corresponder em exata semelhança às medições determinadas pelos outros homens (SILVA, 2003).

Surgem assim, historicamente, dois aspectos que além de caracterizar são fundamentais para a ação de medir: a ideia de uma unidade para se realizar uma medição e a noção de que esta unidade deve ser padronizada de modo que possa ser compartilhada por outras pessoas (DIAS, 1998). Nesse sentido, usando a perspectiva de verghausiana, é possível dizer que tais aspectos constituem os invariantes do conceito de medidas; sendo isso retomado adiante.

Este conjunto de fatores explica como a partir das invenções culturais emergentes das práticas diárias, determinados padrões de medidas foram sendo estabelecidos e a criação de instrumentos e artefatos acabaram, assim, formalizados em convenções adotadas mundialmente. Para além dessa construção, aportam outros aspectos que prescindem não apenas o uso destes padrões, mas sua apreensão, e como veremos, requerem a abrangência de certas regras lógicas.

Deste modo, medir compreende estabelecimento de comparações entre duas quantidades, de forma que para que se derive tal processo ocorre a exigência da realização de operações mentais complexas; a partir da compreensão de princípios e do estabelecimento de relações, que no caso, vão ser estabelecidas na matemática por meio das convenções, ou seja, as unidades utilizadas para representar as medidas são eventuais, formadas por meio de padrões estabelecidos em associação com princípios lógicos (NUNES; BRYANT, 1997).

As pesquisas realizadas na área de desenvolvimento e da educação matemática apontam para determinados componentes responsáveis para compreensão de medidas (CURRY; MITCHELMORE; OUTHRED, 2006; NUNES; BRYANT, 1997; PIAGET; INHELDER; SZEMINSKA, 1960).

De acordo com Nunes e Bryant (1997), a compreensão de medidas é constituída em ações anteriores ao próprio ato de medir, a contagem seria um exemplo de uma ação que conduziria espontaneamente a questão da medida, uma criança ao comparar dois conjuntos a partir da contagem estaria usando o número como uma medida. Para estes autores a ação de medir compreende dois componentes distintos e separáveis: o primeiro é a inferência transitiva, quer dizer que para realizar uma comparação entre duas quantidades é indispensável saber que essas só podem ser comparadas através de uma unidade comum; o segundo componente diz respeito à compreensão das unidades, como uma quantidade padronizada, tomada como termo de comparação entre grandezas de uma mesma espécie, as quais possibilitam atribuir um valor específico a esta quantidade. É importante ressaltar a distinção que é feita para esses dois componentes, o primeiro deles por estar relacionado com a lógica que envolve a medição e o segundo diferentemente por tratar-se da compreensão das convenções definidas e adotadas para uma grandeza específica, com a qual outras grandezas de mesma natureza são comparadas.

A compreensão das unidades tem sido assinalada como um importante fator no entendimento das medidas, por se tratarem de construtos estabelecidos pela cultura e utilizadas para constituir um modelo de referência fixo, que permite ser utilizado como uma unidade de comparação (BRAGG; OUTHRED, 2006; DUHALDE; CUBERES, 1998; NUNES; BRYANT, 1997).

Um outro fator igualmente importante na compreensão de medidas é a conservação de quantidades. Para Piaget a conservação é uma questão elementar, é o ponto de partida para

quantificação das qualidades físicas como peso, volume, densidade. Medir, assim, seria uma qualidade da quantificação, uma vez que se mede através do peso, do volume, da massa, etc. Sendo a quantificação, no caso, representada através dos instrumentos de medição formalizados pelos princípios organizados a partir de experiências (PIAGET; INHELDER, 1983).

Em outra vertente, a educacional, o ensino de medidas constitui uma margem de destaque nos currículos escolares. O foco está principalmente para as medidas de comprimento, área, volume e de tempo, sendo esperado que a maioria dos conceitos sejam dominados ainda na primeira etapa do ensino fundamental (BRASIL, 1997). Os objetivos para o ensino de medidas compreendem desde o reconhecimento de grandezas mensuráveis como comprimento e massa à utilização de instrumentos de medida, usuais ou não; também visam a construção dos seus significados através das situações problemas que expressem seu uso no contexto social; a representação de resultados de medições utilizando a terminologia convencional para as unidades mais usuais dos sistemas de medidas, “ comparar com estimativas prévias e estabelecer relações entre diferentes unidades de medidas” (BRASIL, 1997, p. 82).

Nesse sentido, medir é um tópico de grande importância tanto em termos psicológicos como educacionais. Enquanto o primeiro contribui para o raciocínio lógico-matemático, dado que ação de medir implica num empenho cognitivo ao impulsionar o sujeito a articular representações, situações e contextos às convenções matemáticas e o segundo por ser uma ação que favorece o desenvolvimento do sentido de número, ao estimular a realização de relações do mundo prático com a realidade matemática. Deste modo, a ação de medir e a compreensão de suas relações com as unidades e operações que permitem estimar ou determinar o valor de uma grandeza (massa, tempo, distância, comprimento, volume), fomentam as habilidades cognitivas do sujeito, permitindo que esse interaja de forma bem

sucedida com recursos da situação, gerando soluções apropriadas para realizar atividades cotidianas que envolvem esse conceito.

Os estudos realizados nessa área sugerem que a compreensão de medidas parece não ser clara, uma vez que envolve uma série de aspectos necessários para sua apreensão. Observa-se ainda que questões elementares incluídas na educação infantil como as habilidades básicas no uso de réguas e unidades de comprimento, parecem não ser evidentes para maioria dos estudantes no final da escolarização primária (BRAGG; OUTHRED, 2001). Esses aspectos serão vistos na sessão seguinte, bem como delinearão os objetivos da presente investigação.

### **1.3.1. Como medidas têm sido investigada**

A concepção inicial de medidas pelas crianças tem como origem a experiência cotidiana, o que possibilita a compreensão de alguns de seus aspectos, como a utilização de instrumentos de medidas e o uso de unidades não convencionais, estando fortemente associada às medidas de comprimento (NUNES; BRYANT, 1997; SPINILLO; ARAÚJO; BATISTA; FERREIRA, 2005).

Dentre as várias grandezas, comprimento é um dos primeiros tópicos a ser abordado no currículo das séries iniciais do ensino fundamental e um dos mais explorados em pesquisas (BRAGG; OUTHRED, 2001; 2006; NÜHRENBÖRGER, 2001; NUNES; BRYANT, 1997). Segundo Bragg e Outhred (2001), a compreensão desta grandeza fornece base para o desenvolvimento dos conceitos de área e volume, bem como a construção posterior do entendimento das escalas de medidas de massa, tempo e temperatura. Já a medida de área e de volume têm sido foco, especialmente, de estudos realizados em séries mais adiantadas com

crianças na faixa etária entre 9 e 11 anos, como mostram os estudos de Bragg e Outhred (2001), Civil (2001), Kidman (2001) e Ronning (2004).

Nesse sentido, algumas questões têm fundamentado as pesquisas com crianças voltadas para compreensão de como ocorre o desenvolvimento e a construção do conhecimento sobre medidas. Tais pesquisas, de modo geral, referem-se aos diferentes tipos de medidas, como: comprimento, distância, área, massa, tempo, volume. Analisando a literatura na área, foi possível agrupar alguns dos estudos na área, em função do tipo de medida que investigam como descrito a seguir.

### **Medida de comprimento e distância**

As primeiras investigações sobre esse conceito remontam os estudos realizados por Piaget, Inhelder e Szeminska (1960), sobre a medida espontânea e a compreensão de comprimento em crianças na faixa etária de 4 e 7 anos. Uma das tarefas realizadas suas investigações consistiu na apresentação de uma torre disposta sobre uma mesa, erguida a partir de blocos. Foi solicitado que as crianças construíssem uma torre de tamanho igual, sendo para isso disponibilizado diversos instrumentos, como: tiras de papel, bastões e réguas, porém, não houve nenhuma instrução de como utilizar tais instrumentos. Observou-se que ao realizarem estas atividades algumas crianças (com cerca de 4 anos e meio), estimavam a altura da torre realizando apenas uma comparação visual, já as crianças acima dessa idade percebiam a necessidade da utilização de um comprimento constante, utilizando para isso os instrumentos como mediadores na transposição da torre original (modelo) para cópia, enquanto outras crianças utilizaram como meio de comparação partes de seu corpo, como as mãos ou comprimento dos braços.

Um aspecto importante registrado pelos autores foi a construção de imagens simbólicas conferidas pelas crianças através da percepção visual dos objetos e das ações

realizadas na comparação do objeto com a cópia. Neste caso, as crianças utilizavam primeiramente o corpo como um padrão para medir, denominado por Piaget como transferência corporal, e depois tal percepção era estendida para outros objetos e instrumentos de medida.

Outro ponto levantado, é que algumas crianças utilizaram instrumentos como um padrão de medida. O tamanho de determinado instrumento, cuja dimensão fosse menor do que o objeto (torre) era tido como unidade de referência para mensuração e a partir de sua repetição constante as crianças conseguiam obter o tamanho do objeto.

Os autores destacam aqui o pensamento lógico como pressuposto para a compreensão do conceito de medida, uma vez que é preciso apreender uma série de princípios como a transferência de uma medida aplicada à outra extensão, a iteração das partes, ou seja, a repetição em toda extensão do objeto tomado como referência para realizar a medição, bem como a compreensão do todo formado por várias partes, ponto este que os autores relacionam como uma síntese da divisão, o que quer dizer da compreensão do todo formado por várias partes.

Dentre os vários aspectos que envolvem o conceito de medida de comprimento, em especial, chama a atenção: o princípio de conservação descrito nas pesquisas realizadas por Piaget considerado como pré-requisito para mensuração. Este princípio foi explorado em um dos seus estudos (PIAGET; INHELDER; SZEMINSKA, 1960), a qual foi investigada a compreensão da conservação de comprimento em crianças de 5 e 7 anos de idade. Foram apresentados bastões de mesmo comprimento dispostos em paralelo com as extremidades coincidentes, logo após serem apresentados um dos bastões era movido à frente e as crianças eram questionadas quanto a seu comprimento, se continuava o mesmo ou não. Foi observado que as crianças de 5 anos consideravam o bastão que tinha sido movido como mais extenso, já

aos 7 anos, elas compreendiam que o comprimento de um objeto permanecia o mesmo, independente da mudança de sua posição demonstrando, assim, o princípio de conservação.

Bragg e Outhred (2001) investigaram outro fator relacionado com a medida de comprimento, a compreensão de unidades medidas lineares, em crianças na faixa etária de 6 a 10 anos (estudantes de 1ª a 5ª série). As autoras realizaram entrevistas relacionadas à compreensão de medidas de comprimento, nas quais foram propostas tarefas em que se examinava a compreensão dos estudantes sobre a natureza linear destas unidades, tanto as convencionais como as unidades não convencionais, buscando também observar como estes representavam as unidades lineares que formalizam instrumentos de medida, como régua e fitas métricas.

Nesse estudo foram propostas cinco tarefas, a tarefa 1 requeria que os estudantes aplicassem seu conhecimento em termos de unidades não convencionais para construir uma régua, usando o comprimento de cliques de papel como unidade para essa construção, a régua deveria ser construída por iteração entre as unidades, no caso ter marcas de igual tamanho que indicassem suas unidades, as quais seriam usadas em associação a números. A tarefa 2 versava sobre o uso das unidades não convencionais (o uso de dois cliques para medir uma linha de 28 cm), neste caso, o tamanho da linha a ser medida deveria apresentar a iteração constante das unidades utilizadas sem lacunas entre elas. Nas demais tarefas (tarefas 3, 4 e 5) foi solicitado aos estudantes identificar e representar as unidades de medidas de comprimento de diversos modos. Na tarefa 3, foi apresentado um cartão com o desenho de cinco cavalos e explicado que este desenho representava uma única unidade (no caso um centímetro), depois com um régua era perguntado o que os cinco cavalos representavam e ainda o que cinco marcas na régua representava em cavalos. Na tarefa 4 foi pedido para desenhar o espaço compreendido por um centímetro a partir de um sinal ou gesto com os dedos (oposição entre o dedo polegar e o indicador). E na tarefa 5 foi apresentado um cubo e perguntado que parte

deste seria usada para saber a medição de seu comprimento (no caso para identificar que a medição do comprimento de um objeto ocorre a partir da medição de sua unidade, sendo irrelevantes sua área e seu volume).

Os resultados mostraram na primeira tarefa um aumento gradual, em termos de série, na construção correta da régua principalmente a partir da 2ª série e que, ainda que os estudantes demonstrassem habilidades em manipular unidades não convencionais de comprimento, estes não apresentavam a compreensão da natureza linear das unidades de medidas até a 5ª série. Enquanto estudantes de 3ª e 4ª série mostraram pouca habilidade para identificar a unidade centímetro em uma régua. Na tarefa 2 apenas um pequeno número de alunos da 1ª realizaram a medida de comprimento por iteração dos cliques, diferentemente dos estudantes de 5ª série que no seu total concluíram essa tarefa com sucesso. Os resultados das tarefas 3 e 5, que abordaram a representação das unidades, mostraram que até a 5ª série, para duas tarefas poucas crianças compreendiam o significado do centímetro em uma régua, suas respostas demonstravam o entendimento do centímetro apenas como um espaço ou uma marca da régua. Para a tarefa 4 os resultados identificaram quatro tipos de representações para a unidade de comprimento: alheio ao comprimento, representações de centímetro como área, desenho de régua para representar centímetro e representações lineares corretas, sendo os estudantes de 4ª e 5ª séries aqueles que apresentaram melhor desempenho nesta tarefa.

Em outro estudo, Bragg e Outhred (2004) avaliaram as habilidades que crianças (6 a 10 anos) de 1ª a 5ª séries apresentam com régua e unidades de comprimento comparando-as com estudantes da 6ª série (11 a 13 anos). No primeiro bloco que correspondia a tarefas envolvendo escalas foi pedido aos estudantes que medissem primeiro um espaço compreendido entre as marcas 3 e 8 cm em uma régua e depois uma linha de 11 cm que estava pintada sobre uma régua que não continha os números. No segundo bloco, as tarefas envolveram a representação de unidades lineares de medidas a partir de desenhos e a

identificação dessas unidades em escalas numéricas. Os resultados apontaram que vários estudantes no fim da escola primária (6 a 10 anos) não são capazes de identificar a unidade de medida para comprimento em uma régua. Quando solicitados a medir comprimento, por exemplo, estes não alinhavam a medida para ter início a partir do zero, diferentemente dos estudantes da 6ª série (11 a 13 anos) que apresentavam uma compreensão do uso da régua e realizavam um alinhamento correto a partir do zero.

Nunes e Bryant (1994) investigaram unidades de medidas de comprimento em um estudo com crianças inglesas, entre 5 e 7 anos, que solicitavam inferências transitivas sobre os tamanhos relativos de duas fitas. Estas crianças estavam familiarizadas com dois sistemas de medidas diferentes para comprimento, o imperial (polegadas) e o métrico (centímetros), o que permitiu o uso de unidades de tamanhos diferentes. As tarefas consistiram na comparação das unidades, fossem elas dadas apenas em centímetros, requerendo da criança a compreensão de que sendo o número de unidades o mesmo, mas seu tamanho diferente a unidade maior relacionava-se a um objeto também maior; ou sendo dadas em centímetros e polegadas, o que exigia uma mudança de um tipo de unidade em outro e o entendimento que, sendo o número de unidades o mesmo e as unidades diferentes o tamanho total também seria diferente.

A investigação foi dividida em dois blocos. No primeiro todas as fitas haviam sido medidas em centímetros e tinham tamanhos diferentes. No segundo bloco as fitas além de possuírem tamanhos diferentes, eram medidas através de unidades diferentes: as da criança eram medidas em polegadas e as do experimentador em centímetros. Os resultados mostraram um ótimo desempenho nas tarefas nas quais foram utilizadas a mesma unidade, principalmente em crianças de 6 e 7 anos. No bloco no qual foram usadas unidades diferentes, foi observado um desempenho pouco acima da média, tendo as crianças de 5 e 6 anos um maior grau de dificuldade. Tal estudo demonstrou que uma habilidade não segue outra e, ao que parece, as crianças não apresentam uma idéia clara sobre medidas de comprimento.

Nuhrenborger (2004) realizou um estudo com 12 crianças (6 meninos e 6 meninas) da 2ª série, selecionadas de acordo com o desempenho em um pré-teste sobre o conhecimento de comprimento, esse processo levou à seleção de duas meninas e dois meninos, nas seguintes categorias: baixo, médio e alto desempenho. Foi avaliado o desenvolvimento de conceitos de medidas de comprimento a partir concepção de régua. A investigação ocorreu em dois momentos: no primeiro momento foi realizada uma pré-tarefa<sup>1</sup> referente a conhecimentos da medida de comprimento, antes da instrução formal deste conceito. Seis meses depois do ensino deste conceito foi realizada uma pós-tarefa, na qual os itens concebidas para a investigação incluíram uma variedade de componentes referentes à medida de comprimento (com foco para medição convencional a partir da utilização da régua) em diferentes contextos, a partir de testes práticos, sem a utilização de lápis e papel, em função de uma melhor correspondência com a medição na vida real.

As tarefas propostas incluíam duas categorias: a primeira demandava que as crianças desenhassem uma régua e explicassem a existência dos números e marcas na régua; a segunda tarefa relacionava-se ao uso da régua e requeria que as crianças desenhassem e medissem linhas com distâncias determinadas. De acordo com os resultados, foi observado que as crianças investigadas, antes da instrução formal, apresentam uma concepção subjetiva da escala de medida representada na régua e que suas experiências prévias com medidas promovia uma aproximação intuitiva do uso de régua, e mesmo apresentando habilidades em representar uma régua, as crianças investigadas não possuíam uma compreensão estruturada das suas unidades.

Após a instrução todas as crianças entrevistadas foram hábeis em desenhar uma régua. No entanto, foram observados quatro tipos de desenho resultantes da coordenação entre números e marcas, o tipo mais elementar constava de régua que apresentavam uma seqüência

---

<sup>1</sup>Tarefa de sondagem acerca dos conhecimentos sobre a medida de comprimento.

da esquerda para direita, mas desenhadas apenas com números sem as marcas que designam suas unidades e subunidades, tendo réguas iniciadas a partir do número um e réguas que começavam a partir do zero. A medida nesse tipo era concebida de acordo com a concepção de número, em termos de uma linha numérica.

No segundo tipo, os números se encontravam entre as marcas e apresentavam a subdivisão igual das unidades, as marcas, porém apareciam apenas como elemento decorativo sem conexão com as unidades convencionais. No terceiro tipo de desenho, os números e marcas estavam dispostos corretamente, alguns com unidades iniciadas a partir do número um, e outros partindo do zero. Finalmente, no quarto tipo mostrou-se a vinculação entre número e o conceito de espaço em direção a idéia de iteração e a subdivisão de unidades.

A análise da concepção de régua pelas crianças mostrou que estas estabelecem uma compreensão individual das medidas de comprimento e desenvolve conceitos próprios, cuja construção envolve desde a coordenação entre os componentes que constituem a unidade de medida como as marcas que delimitam as unidades, o espaço e os números. A concepção de régua implica, assim, em sua medida e habilidades de desenho e do conhecimento das relações entre medidas de comprimento, espaço, a linha numérica.

Ainda dentro das pesquisas sobre comprimento encontram-se pesquisas voltadas para exploração do conceito de distância. Importante esclarecer a distinção feita por Piaget, Inhelder e Szeminska (1960) entre os conceitos de comprimento e distância, ambas medidas lineares de uma dimensão, sendo a primeira relacionada ao espaço ocupado por determinado objeto (espaço preenchido) e a segunda sendo definida como a separação linear entre objetos (espaço 'vazio' entre objetos)

Piaget, Inhelder e Szeminska (1960) realizaram um experimento, com crianças de 5 a 7 anos, neste foram colocadas duas árvores em uma mesa com uma distância de cerca de 30 cm entre elas, as crianças foram indagadas se elas estavam próximas ou distantes uma da

outra. Em seguida foram feitas algumas variações, primeiro colocando um anteparo entre as árvores e feita a mesma pergunta e segundo introduzindo um cubo grande entre as árvores. Observou-se que as crianças que encontravam-se num estágio intermediário, antes dos sete anos, compreendiam distância como um espaço vazio não considerando o espaço preenchido pelos objetos e só a partir dos sete anos é que percebiam que os objetos inseridos não alteravam a distância.

A partir das pesquisas apresentadas, observa-se que a concepção da medida de comprimento requer a habilidade da integração de uma diversidade de conceitos como espaço, número (em termos de iteração), divisão das unidades. A maioria das pesquisas apresentadas confere especial atenção à maneira como as crianças usam instrumentos e sistemas de medidas convencionais (régua, fita métrica) e não convencionais (dedos, palmas, braços).

Em relação ao desenvolvimento desse conceito, as pesquisas indicam que tais concepções parecem não ser claras, principalmente na faixa etária entre 5 e 6 anos, sendo a partir dos 7 anos que tais idéias voltadas para as medidas de comprimento vão se tornando mais evidentes.

### **Medida de área**

A concepção de área diferentemente a de comprimento envolve outro aspecto, que é a compreensão de espaço em duas dimensões. Com fins de explorar esse conceito em crianças de 4 a 7 anos Piaget e cols. (1960) expôs duas folhas de papel, sendo uma delas apresentando uma mancha vermelha situada próxima à borda direita da folha, as crianças foram solicitadas a reproduzir a mancha na folha em branco, diversos materiais foram dispostos, como régua, cordões a fim de servirem como referência. As crianças antes dos sete anos realizavam apenas uma aproximação visual, dispensando os instrumentos apresentados. Já as crianças em um estágio posterior, após os sete anos, realizavam uma medida ou em termos da altura da mancha

em relação à borda superior da folha ou em termos da distância da mancha para um dos lados da folha, percebendo que apenas uma dessas medidas não lhes fornecia o lugar da mancha. Só a partir dos oito anos é que as crianças percebiam que para obter a posição correta era necessária a composição das duas medidas, tanto em termos da altura como em termos dos lados da folha.

Outro experimento bastante conhecido realizado por Piaget para estudar a conservação de área, foi o das vacas em um pasto. Este experimento foi baseado na sentença lógica euclidiana que afirma que se duas partes iguais são retiradas de todos iguais, o remanescente continua igual. Foram apresentados dois retângulos em papel verde, representando pastos. Cada um dos pastos recebeu uma vaquinha e as crianças foram perguntadas se a quantidade de pasto era igual para as duas. Após foi colocado um cubo em um dos pastos para simular uma casinha, as crianças então foram, questionadas se nos dois pastos havia a mesma quantidade de pasto, mesmo as crianças mais novas consideraram que o pasto que não possuía a casa dispunha de maior quantidade de pasto. Logo após foram acrescentadas mais casinhas em ambos os pastos, foram colocados cerca de quatorze pares de casinhas, porém, em um dos pastos elas eram dispostas em lado a lado, enquanto no outro encontravam-se espalhadas. As crianças com 5 e 6 anos não reconheciam o espaço dos dois campos como igual, considerando apenas a aparência perceptual dos pastos com as casinhas espalhadas. Já as crianças com idades entre 6 e 7 anos conseguiam fazer o reconhecimento até doze pares e as crianças com mais de 7 anos realizavam o reconhecimento da quantidade de espaço em termos lógicos.

Para Piaget o conceito de área, pressupõe a compreensão de princípios anteriores relacionados aos conceitos das medidas comprimento, como a compreensão do processo de medição linear, a idéia de iteração entre as unidades, a relação entre as unidades e os números. O que é observado principalmente a partir do 7 anos, quando então as crianças começam a operar a noção de área em termos lógico.

### **Medida de massa**

O experimento clássico de Piaget sobre a conservação de massa com bolas de argila nos oferece uma noção do desenvolvimento das idéias de massa. Nesse experimento, realizado com crianças no estágio pré-operacional (5 a 7 anos), foram apresentadas duas bolas de argila. Admitida a igualdade entre elas, foram apresentadas situações em que uma das bolas tinha sua forma transformada em uma salsicha, partida em vários pedaços, achatada. As crianças foram solicitadas a justificar as transformações ocorridas (no caso se a bola transformada continuava ou não com a mesma quantidade de argila). Observou-se que antes dos 7 anos as crianças voltavam-se para o aspecto perceptual imediato, ou seja, para a forma apresentada, por ser mais longa a salsinha teria mais massa. Só a partir dos 7 ou 8 anos é que reconheciam os aspectos lógicos, a idéia de reversibilidade da conservação de massa, admitindo que a quantidade de matéria permanecia a mesma independentemente da forma dada.

As pesquisas relacionadas com a medida de massa são tomadas, especialmente, para apreciação de determinados aspectos que são considerados no decorrer do desenvolvimento cognitivo, como o princípio de conservação. Nesse sentido, o estudo apresentado mostra que a partir dos 7 anos os aspectos lógicos dessa medida são reconhecidos. Em termos cognitivos, tal compreensão está envolvida, principalmente, com a capacidade da criança reconhecer que certos atributos de um objeto são constantes.

### **Medida de volume**

Entre os conceitos relacionados a medidas a concepção de volume é a mais sofisticada, considerando os conceitos que envolvem medidas lineares, a considerar a noção de volume envolve três dimensões. Piaget e cols. (1960) apresentaram a crianças, entre 5 e 9 anos, blocos que representavam uma casa, com base e altura de tamanhos diferentes, foi pedido as crianças que construíssem blocos semelhantes do modelo. Observou-se que entre 5 e 6 anos apenas uma dimensão do modelo era tida como foco na reprodução pelas crianças, já entre 6 e 7 anos ocorria uma tendência da construção do volume semelhante ao modelo apresentado, mas a maioria com altura maior que o modelo. Os autores apontaram que a compreensão inicial de volume é de caráter topológico, ou seja, a criança pensa inicialmente volume como forma e não do espaço ocupado, muito embora o domínio do conceito de volume em termos geométricos (espaço ocupado por um sólido) prepondere só a partir dos 12 anos. Assim, diferentemente das demais medidas apresentadas, a medida de volume, em termos de desenvolvimento sua compreensão ocorre mais tardiamente.

### **Medida de tempo**

A compreensão da noção de tempo envolve o encadeamento de relações com outros aspectos como: noções de espaço que inicialmente não são distintas das de tempo, idéias de sucessão, velocidade e de duração de um evento (PIAGET, 1979). Em seus trabalhos sobre o conceito de tempo, Piaget realizou estudos sobre a seqüência de eventos percebidos e a simultaneidade, vindo a sugerir que a noção de tempo em crianças pré operacionais é confusa, sendo sua aquisição influenciada a partir da noção de velocidade e com domínio já na fase operatória do desenvolvimento.

Um dos experimentos de Piaget (1979), com crianças de 6 a 9 anos, consistiu na apresentação de dois recipientes: um recipiente de vidro que possuía uma torneira em sua

extremidade e um copo com formato cilíndrico colocado na saída da torneira. O fluxo do líquido escoava com intervalos determinados, de modo que, enquanto o nível de um recipiente era diminuído, aumentava no outro. Eram distribuídas folhas de papel com desenhos dos dois recipientes para que as crianças marcassem a altura do líquido em ambos, de acordo com os intervalos apresentados.

A outra fase do experimento consistiu em embaralhar os desenhos com as marcas realizados pelas crianças e após pedir que estas os organizassem na ordem em que estes ocorriam. Crianças por volta de 5 e 6 anos apresentaram dificuldade em organizar a seqüência, diferentemente das crianças com mais idade. A última passagem do experimento tratou de separar o desenho dos dois recipientes para que as crianças arranjasse a seqüência de acontecimentos adequadamente. Para tanto, as crianças tinham que compreender a relação inversa da estabelecida, que quanto maior o nível de um recipiente, menor o do outro e vice-versa. Piaget observou que a maioria das crianças investigadas tiveram dificuldades em realizar essa etapa, de encadeamento dos eventos acontecendo ao mesmo tempo, tal exigência demanda idéias como a de reversibilidade, que no caso ocorre a partir dos 8 anos. De maneira geral Piaget concluiu que a noção de tempo semelhante às noções de espaço e velocidade são construídas pelas crianças a partir do estágio pré-operacional, quando essas três noções ainda não são distintas, vindo só posteriormente o domínio destes conceitos por partes das crianças.

As investigações apresentadas até aqui se concentram nos experimentos conduzidos por Piaget, que reconhecidamente foi pioneiro nas pesquisas sobre o desenvolvimento da noção de medidas. A partir da literatura revisada, observa-se que os diversos tipos de medidas têm sido investigados isoladamente e a medida de comprimento, entre outras, é a que tem sido mais investigada pelos pesquisadores; sendo ela a que dá início ao ensino formal de medição. Diferentemente, o estudo recente conduzido Curry, Mitchelmore e Outhred (2006) investigou a compreensão das grandezas comprimento, volume e área, buscando uma forma de avaliação

(tarefas) que permitisse comparações válidas para as três grandezas abordadas, assim, foram examinadas diferentes grandezas simultaneamente (comprimento, área e volume) a fim de comparar o desenvolvimento nesses três atributos e avaliar o entendimento de cinco princípios para medição. O estudo teve como base as seguintes questões: O estudo foi realizado com 96 crianças, estudantes de 1ª a 4ª série, com idades de 6 a 10 anos. Os princípios investigados foram: (1) a relação entre unidade de medida-objeto; (2) a seleção de uma unidade apropriada para medir; (3) o uso de uma mesma unidade ao comparar objetos; (4) a relação entre quantidade e unidade de medida – relação inversa; e (5) a estrutura da iteração da unidade.

Importante ressaltar que estes autores investigaram o desenvolvimento simultâneo da compreensão das grandezas de comprimento, área e volume a partir de princípios apontados pela literatura como fundamentais para o entendimento de medidas, como os observados nos estudos descritos anteriormente. Piaget, Inhelder e Szeminska (1960), por exemplo, destacam em seus primeiros estudos sobre medida espontânea em crianças, alguns preceitos utilizados por estas para compreensão de medidas, como o princípio 3 para comprimento e o princípio 5 para área e volume. Nührenbörger (2001) investigou esse mesmo princípio com medidas de comprimento e Nunes e Bryant (1994, citado por Nunes e Bryant, 1997) pesquisaram o princípio 3 também para medidas de comprimento. Piaget (1970) abordou o princípio 4 para medidas de volume. Bragg e Outhred (2001; 2004) realizaram investigações sobre a compreensão de medidas envolvendo os princípios 1 e 2 para medidas de comprimento.

No estudo realizado por Curry, Mitchelmore e Outhred (2006), foram apresentados três objetos (uma fita, uma região retangular e uma caixa retangular) e um número de unidades possíveis para essas medidas (bastões finos, azulejos quadrados ou blocos com formato de cubos).

O primeiro princípio, a relação entre unidade-objeto, alude à compreensão da utilização de unidades congruentes para medir um objeto, tais unidades devem possuir quantidades constantes e uma unidade específica para cada atributo de medida. No estudo, as crianças foram solicitadas a medir uma fita, uma região retangular, ou uma caixa retangular, estando disponíveis um número de possíveis unidades (palitos finos, quadrados, tijolos, blocos de forma cúbica). A instrução empregada para explorar este princípio foi para usar qualquer dos itens para medir o comprimento dos objetos (fita), a região compreendida por este (região retangular) ou seu interior (caixa). As respostas foram consideradas corretas se fosse usada uma unidade ou várias unidades relacionadas diretamente com os objetos oferecidos (comprimento, área e volume). Na maioria das respostas incorretas, foi observado que unidades de diferentes tamanhos foram usadas para medir os objetos.

O segundo princípio refere ao uso apropriado de unidades de medida e o uso adequado dessa unidade para medir determinadas grandezas. Nesse caso, é necessário reconhecer, por exemplo, que para medir comprimento é preciso utilizar uma unidade adequada para comprimento. Para avaliar a compreensão desse princípio os estudantes foram solicitados a medir determinados objetos (fita, retângulo, ou caixa). Foram entregues várias cópias de uma única unidade de medida (vara, um retângulo de papel, ou bloco) e pedido que os estudantes que mostrassem a unidade usada para medir cada objeto. As respostas consideradas corretas foram aquelas que forneceram indicação clara tanto verbal ou demonstradas através de movimentos que indicassem a parte linear, a área e a natureza volumétrica da unidade.

O terceiro princípio é examinado em relação à compreensão de que é necessário o uso de uma mesma unidade para comparação da medida entre dois ou mais objetos. Para cada atributo, foram fixados dois objetos a uma placa. Os objetos foram cobertos com cópias de unidades de medida, sendo as unidades diferentes para cada objeto. Aos estudantes foi dito: ‘ Maria mediu cada um dos objetos e após comparou o tamanho dos objetos subtraindo uma

medida da outra'. Foi-lhes perguntado, então, se esta seria uma boa maneira para comparar o tamanho, área ou o volume dos dois objetos. Uma resposta foi marcada como correta se o estudante indicasse que uma comparação válida poderia somente ser feita se as unidades utilizadas fossem iguais para ambos os objetos. Entre as unidades avaliadas a medida de comprimento apresentou o maior número de respostas incorretas, por colocarem na maioria das vezes seus dedos entre repetições sucessivas da unidade, mostrando não compreender esse princípio.

O quarto princípio consiste na compreensão da relação inversa que é estabelecida entre o tamanho de uma unidade de medida e o número de unidades que é preciso para medir algo, ou seja, se a criança consegue identificar, por exemplo, que quanto menor for a unidade de medida maior será a quantidade dessa medida, e vice-versa. Foi apresentada uma unidade de medida que tinha a metade ou o dobro de uma outra medida, para medida de comprimento, área e volume. Para comprimento foram utilizadas três fitas, que possuíam diversos tamanhos (uma das fitas foi considerada como unidade de referência, uma outra tinha metade do tamanho desta e a terceira o dobro do tamanho da primeira). Ao realizar a medida de uma linha com as fitas em diferentes tamanhos, era observado se as crianças compreendiam a relação inversa entre a medida e o tamanho de sua unidade.

O quinto princípio envolve a compreensão de que para se medir um dado objeto a medida deste precisa ser contemplada a partir da medição de suas partes, em toda sua extensão. Para tanto, as unidades de medida devem ser repetidas, considerando as posições sucessivas da unidade, iteradas, sem aberturas ou sobreposições. Para avaliar este princípio foi pedido as crianças que medissem objetos referentes a cada medida (linha, retângulo, caixa) utilizando como unidades para cada tipo de medida uma vara, retângulo de papel e uma caixa. As respostas foram consideradas corretas se as unidades estivessem precisamente iteradas sem

aberturas ou sobreposições gravando as posições sucessivas da unidade. Muitos estudantes repetiram a unidade sem tentar, entretanto, gravar posições sucessivas entre as unidades.

Para a o princípio 1, os resultados indicaram que as tarefas realizadas mostraram-se difíceis para as três grandezas, 25% dos estudantes realizaram corretamente a tarefa de volume e 23% a tarefa de área e apenas 6% completaram a tarefa de comprimento corretamente. Em consequência, foi decidido que as três tarefas não eram paralelas e, portanto, não permitiam comparações válida para compreensão do princípio 1 entre os atributos avaliados. Para o princípio 2, foram encontradas dificuldades na interpretação das respostas na tarefa de comprimento e volume. De modo que, semelhante ao princípio 1 foi decidido que as tarefas que avaliaram o princípio 2 para as três grandezas também não foram paralelas e as respostas não poderiam ser validamente usadas para comparar compreensão do princípio 2 nos três atributos.

Em termos gerais os resultados do estudo indicaram uma progressão em termos da série, com considerável crescimento entre a 2ª e a 3ª série, sendo a compreensão da medida de comprimento à frente da medida de área e esta da de volume. Comparações foram feitas através de três dos cinco princípios abordados, havendo diferenças entre eles. A ordem de dificuldade entre os três tipos de medida apareceu mais claramente para o princípio 5 (a estrutura da iteração da unidade), ocorrendo semelhanças nos resultados entre as medidas de área e comprimento, sendo mais distantes esses resultados entre as medidas de área e volume. O princípio 3 (o uso de uma mesma unidade ao comparar objetos) apresentou pouca diferença entre os três tipos de medida, o que indica ser este princípio geral para as medidas abordadas. O princípio 4 (a relação entre quantidade e unidade de medida – relação inversa), apresentou pequenas diferenças entre comprimento, área e volume, parecendo que esta relação é vista como um princípio geral.

Desse modo, a partir de uma revisão da literatura na área, observamos que as considerações de Curry, Mitchelmore e Outhred (2006) em relação ao que denominam os princípios que envolvem a compreensão de medidas, parecem ser, segundo nossa análise, os invariantes desse conceito. Estes princípios são apresentados pelos autores, como fruto do que as pesquisas têm apontado como sendo os aspectos chaves para a compreensão do conceito de medidas. No entanto, não são associados pelos autores à teoria de Vergnaud. Esta associação será aqui estabelecida, como produto de nossa compreensão a respeito do conceito de medidas. Outra associação teórica que é iniciada através deste estudo é a relação entre invariantes e um sentido de medida, associando o estudo de medidas a um campo relativamente novo na Psicologia da Educação Matemática que é sentido numérico. Outro ponto de destaque é a ampliação da investigação destes princípios para outros tipos de medida como massa, tempo e distância.

Assim sendo, serão foco desse estudo os princípios para compreensão do conceito de medidas apresentados por Curry, Mitchelmore e Outhred (2006), são eles:

1. A relação entre unidade de medida-objeto – reconhecer uma unidade como padrão constante;
2. A seleção de uma unidade apropriada para medir – relacionar unidades de medidas a tipos específicos de medidas;
3. O uso de uma mesma unidade ao comparar objetos – reconhecer que para comparar o tamanho de coisas diferentes é necessário o uso de uma mesma unidade de medida;
4. A relação entre quantidade e unidade de medida – relacionar quantidade a unidade de medida, quanto maior for o tamanho de uma unidade de medida menor será a quantidade dessa medida (relação inversa);

O presente estudo se propõe, assim, examinar o conhecimento de medidas a partir de quatro dos princípios listados acima, em crianças no início da escolarização formal através de três tarefas que contemplaram cada um desses princípios, tomando como base a perspectiva teórica de sentido numérico associada à idéia de invariantes.

Apenas o princípio 5 (iteração entre as unidades) não foi abordado de forma exclusiva em uma única tarefa, como será visto no próximo capítulo (Capítulo 2).

## **Capítulo 2**

### **Método**

Considerando os princípios apresentados Curry, Mitchelmore e Outhred (2006) como sendo os invariantes do conceito de medidas (VERGNAUD, 1988; 1997, 2003) e a noção de sentido numérico (GREENO, 1991; HOWDER, 1989; SOWDER, 1995; RIBEIRO; SPINILLO, 2006; SPINILLO; ARAÚJO; BATISTA; FERREIRA, 2005; SPINILLO; QUEIROZ; CHAGAS; BATISTA; FERREIRA, 2006; SPINILLO, 2006), a presente pesquisa examina noções sobre medidas em crianças, procurando através das tarefas utilizadas nesta investigação, relacionar essas duas bases teóricas.

A maioria dos estudos sobre este tema utiliza situações em que as crianças são solicitadas a realizar ações de medir, usando algum tipo de instrumento e obtendo um valor preciso. O presente estudo, entretanto, investiga este tema a partir de situações típicas da área de estudo sobre sentido numérico que consiste em situações de julgamento em que não é necessário realizar cálculos ao fazer medições, mas sim emitir julgamentos sobre situações numéricas, no caso, sobre situações envolvendo medições. Além disso, as tarefas propostas também têm ligação com as situações em que o conceito de medida emerge, com as representações, com os instrumentos e as unidades de medidas, bem como foram elaboradas com base nos invariantes operatórios apontados pela literatura da área. Dessa forma, o estudo se fundamenta nesses dois referenciais, tendo por objetivo investigar o sentido de número em crianças em relação a diferentes tipos de medida (volume, tempo, massa, distância e comprimento) e em relação a diferentes princípios apontados na literatura como importantes na formação da noção de medida.

De maneira específica, o estudo pretende:

- (a) Examinar as relações entre os invariantes relativos ao conhecimento sobre medidas e diferentes tipos de medida (volume, tempo, massa, distância e comprimento). Na presente investigação, os invariantes correspondem aos princípios do conceito de medida que são examinados através de tarefas especificamente elaboradas para este fim, respeitando o paradigma metodológico adotado na investigação de sentido numérico. Considerando que cada tarefa proposta envolve um dos princípios invariantes relativos a medidas, pergunta-se: Seriam esses princípios igualmente compreendidos pelas crianças em relação a todos os tipos de medidas? Ou esta compreensão seria mais desenvolvida em relação a um tipo específico de medida do que em outro?
- (b) Examinar o conhecimento de crianças de diferentes idades em relação a diferentes tipos de medidas, procurando detectar e caracterizar uma possível progressão neste conhecimento.
- (c) Examinar o conhecimento de crianças de diferentes idades em relação a diferentes princípios invariantes, procurando detectar e caracterizar uma possível progressão neste conhecimento.

## 2.1. Participantes

Participaram do estudo 40 crianças, de ambos os sexos, alunas de escolas públicas da cidade do Recife, igualmente divididas em dois grupos:

**Grupo 1:** crianças de 6 anos (média: de 6 anos e 5 meses), alunas do 1º ano do ensino fundamental.

**Grupo 2:** crianças de 8 anos (média: 8 anos e 4 meses), alunas do 3º ano do ensino fundamental.

## 2.2. Planejamento experimental

O estudo consistiu em três tarefas que foram elaboradas com o objetivo de examinar o conhecimento das crianças a respeito dos princípios apontados por Curry, Mitchelmore e Outhred (2006), princípios esses considerados essenciais para compreensão de medidas associados aqui aos invariantes do conceito de medidas. As tarefas, com já mencionado, foram elaboradas seguindo o paradigma metodológico adotado pelas pesquisas sobre sentido numérico. Dos cinco princípios anteriormente citados, quatro deles serão diretamente focados no presente estudo<sup>2</sup>: (1) a relação entre unidade de medida e objeto (2) a identificação de uma unidade apropriada para medir; (3) o uso de uma mesma unidade ao comparar objetos; e (4) a relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e o número de unidades necessário para medir um objeto. Os itens em cada tarefa envolvem situações cotidianas que incluem o uso de medidas convencionais e não convencionais. O Quadro 1 apresenta a correspondência entre tarefas e princípios.

---

<sup>2</sup> Apenas o princípio 5 (iteração entre as unidades) não foi abordado de forma exclusiva em uma única tarefa. Este princípio refere-se à compreensão de que, ao se realizar toda e qualquer medição, deve-se considerar o todo do objeto medido em toda sua extensão, não se admitindo espaços ou sobreposições. Como exemplo, podemos citar a medida do volume de um recipiente qualquer. Nesse caso, o volume do recipiente só pode ser considerado se este for preenchido em toda sua dimensão. Para tanto, um líquido ilustra bem esse preenchimento, pois este completa o recipiente em sua totalidade, o que não aconteceria se em seu lugar fossem colocadas pedras, uma vez que, entre essas ocorreria a existência de espaços em meio a umas e outras. De modo semelhante aconteceria ao realizar a medida de um comprimento qualquer, este só seria obtido se todo seu alcance fosse verificado, sem a ocorrência de nenhum espaço ou sobreposição entre uma unidade e outra, caso contrário sua medida seria inexata, para mais ou para menos. Nesse sentido, entende-se que esse princípio pode perpassar, de forma indireta, as tarefas elaboradas para o presente estudo, dado que seus itens levam em consideração que nas medidas adotadas e na forma como são abordadas está inserido a idéia de repetição de unidades e espaço preenchido. No entanto, por cuidado metodológico, prefere-se afirmar que este quinto princípio não foi examinado nesta investigação.

**Quadro 1: Tarefas e princípios**

<b>Tarefas</b>	<b>Princípios</b>
Tarefa 1	Princípio 1 e 2 (Relação entre unidade-objeto e uso apropriado de medida)
Tarefa 2	Princípio 4 (Relação inversa entre o tamanho da unidade e o número da unidade)
Tarefa 3	Princípio 3 (Uso da mesma unidade para comparar objetos diferentes)

Todas as tarefas foram aplicadas individualmente por um mesmo examinador, em duas sessões, com intervalo de uma semana entre elas. O tempo de aplicação foi livre. A ordem de apresentação das tarefas em cada grupo de participantes é descrita no Quadro 2. A Tarefa 1 foi realizada em única sessão por ser mais longa que as demais tarefas.

**Quadro 2: Ordem de apresentação das tarefas para o Grupo 1 (6 anos) e o Grupo 2 (8 anos).**

<b>Número de participantes em cada grupo</b>	<b>Primeira sessão</b>	<b>Segunda sessão</b>
5 crianças	Tarefa 1	Tarefa 2 e 3
5 crianças	Tarefa 1	Tarefa 3 e 2
5 crianças	Tarefa 2 e 3	Tarefa 1
5 crianças	Tarefa 3 e 2	Tarefa 1

**2.3 As Tarefas****2.3.1. Tarefa 1 - Relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medida**

A estrutura da Tarefa 1 teve como base os princípios 1 e 2 (CURRY; MITCHELMORE; OUTHRED, 2006) que focalizam a relação entre unidade-objeto e o uso apropriado de unidades de medida. O objetivo foi examinar se a criança é capaz de identificar a unidade apropriada para medir diferentes objetos.

A tarefa foi composta por 25 itens, sendo cinco itens relativos a cada tipo de medida (Volume, Massa, Tempo, Distância e Comprimento). A aplicação consistiu em duas fases. Na

primeira fase, os primeiros cinco itens foram compostos por perguntas abertas, cada uma referente a cada um dos cinco tipos de medida investigado.

A segunda fase foi composta por 20 itens com perguntas fechadas de múltipla escolha, com duas alternativas para cada item: uma alternativa correta e outra incorreta. Em metade dos itens nesta tarefa, a alternativa correta era apresentada como primeira opção de escolha e na outra metade como segunda opção. Foram elaborados quatro itens para cada um dos tipos de medidas abordado. Os cinco tipos de medidas eram combinados entre si, de maneira que um tipo de medida era combinado com os outros quatro, por exemplo: em um item a medida de comprimento era combinada com a medida de massa, em outro item era combinada com a medida de volume, em outro com tempo e por fim, com a medida de distância. Assim, cada tipo de medida estava presente em quatro itens nesta tarefa.

A estrutura da tarefa consistiu em apresentar uma dada unidade de medida e perguntar à criança qual dentre dois objetos poderia ter sido medido coma unidade referida (Anexo A).

No planejamento experimental foram considerados os seguintes pontos: (1) os cinco primeiros itens referentes às perguntas abertas tiveram ordem fixa de apresentação; (2) a apresentação dos vinte itens seguintes foi definida por sorteio com cada criança com a seguinte restrição: (i) nunca dois itens consecutivos envolviam um mesmo tipo de medida; e (ii) cada tipo de medida foi combinado com os quatro tipos de medidas restantes.

## **Material**

Foi utilizado roteiro impresso com os itens da tarefa, *pen drive* com gravador de áudio, lápis e folha de papel para registro complementar.

### **Procedimento**

Cada item foi apresentado e lido em voz alta pela examinadora. Inicialmente foi dito à criança que ela iria participar de um jogo de adivinhação. Foi contada, então, a história de João, um menino que gostava muito de medir coisas e que media tudo que encontrava. Para as perguntas abertas a examinadora solicitava que a criança adivinhasse o que João teria medido, como exemplificado a seguir:

*“João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 3 quilos. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu?”*. Justificativas eram solicitadas após cada resposta, indagando-se: *“Como você sabe/ como você descobriu?”*.

Procedimento semelhante foi realizado para as perguntas fechadas (múltipla escolha).

*“João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 50 quilômetros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: (a) distância entre duas cidades; (b) o tempo que ele gastou pra ir à escola e voltar.”* *“Como você sabe/ como você descobriu?”*.

### **2.3.2. Tarefa 2 – Relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessária para medir algo**

A referência para elaboração da Tarefa 2 foi o princípio 4 (CURRY; MITCHELMORE; OUTHRED; 2006). O objetivo foi examinar se a criança é capaz de compreender a relação inversa entre o tamanho da unidade e o número de unidades ao medir algo, ou seja, reconhecer que quanto maior o tamanho de uma unidade de medida menor será a quantidade dessa medida.

A Tarefa foi constituída por dez itens, sendo dois itens para cada tipo de medida (Volume, Massa, Tempo, Distância e Comprimento) (Anexo B). Os itens elaborados envolvem o uso de unidades não convencionais de medida.

A ordem de apresentação dos dez itens foi definida por sorteio com cada criança, com a seguinte restrição: (i) nunca dois itens consecutivos envolviam um mesmo tipo de medida; (ii) como cada item apresentou situações que envolviam dois personagens (João e Ana), em metade dos itens da tarefa a resposta correta estava associada ao personagem *Ana* e a outra metade ao personagem *João*.

### **Material**

Foi utilizado roteiro impresso com os itens da tarefa, *pen drive* com gravador de áudio, cartelas com desenhos (Anexo D), lápis e folha de papel para registro complementar.

### **Procedimento**

Eram apresentadas situações em que dois personagens (João e Ana) mediam várias coisas, utilizando unidades (convencionais ou não convencionais) de tamanhos diferentes. Cada item foi lido em voz alta pela examinadora que simultaneamente mostrava uma cartela com o desenho das unidades de medida utilizadas pelos personagens, como exemplificado a seguir:

*“Ana mediu o comprimento de uma mesa com palitos de fósforos. João mediu esta mesma mesa com palitos de picolé. Quem vai precisar de mais palitos para medir o comprimento da mesa: Ana ou João?”*. Justificativas eram solicitadas após cada resposta, perguntando-se *“Por que/como descobriu/como sabe?”*.

#### **2.3.3. Tarefa 3 – Uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes**

A Tarefa 3 focalizou o princípio 3 (CURRY; MITCHELMORE; OUTHRED, 2006), que trata do uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes, e teve por objetivo

saber se a criança é capaz de reconhecer a necessidade de se usar uma mesma unidade de medida para comparar dois objetos ao invés de usar unidades de medida diferentes.

Essa tarefa foi composta por 10 itens (Anexo C), adotando-se os seguintes cuidados metodológicos: (1) a ordem de apresentação dos itens foi definida por sorteio com cada criança, com a seguinte restrição: nunca em dois itens consecutivos foram apresentados um mesmo tipo de medida; (2) cada da tarefa tinha correspondência a dois personagens (João e Ana) a resposta correta em cada item foi definida de forma que em metade dos itens a resposta correta esteve associada a personagem *Ana* e a outra metade ao personagem *João*.

### **Material**

Foi utilizado roteiro impresso com os itens da tarefa, *pen drive* com gravador de áudio, cartelas com desenhos (Anexo E), lápis e folha de papel para registro auxiliar.

### **Procedimento**

Inicialmente, as crianças recebiam a seguinte instrução:

*“João e Ana gostam de medir tudo. Só que cada um mede de jeito diferente. Eles gostam de brincar comparando as medidas. Às vezes um mede melhor do que o outro e consegue descobrir as coisas”.*

Em seguida, a examinadora lia cada um dos itens em voz alta, mostrando cartelas com desenhos das unidades de medida utilizadas pelos personagens, com exemplificado a seguir:

*“Em casa, as crianças queriam saber qual jarra cabia mais suco, se era a jarra de João ou a de Ana. Ana mediu as duas jarras de suco com copos pequenos. João mediu a jarra de suco de Ana com copos pequenos e depois mediu a sua jarra de suco com*

*copos grandes. João não conseguiu descobrir a jarra que cabia mais suco. Me explica por que será que ele não conseguiu e ela conseguiu.”*

Uma ressalva a ser feita em relação à Tarefa 3 é que as situações apresentadas não requeriam da criança a escolha de uma alternativa, como ocorria em relação às duas tarefas anteriores. A tarefa requeria apenas que as crianças fornecessem um julgamento acerca das situações apresentadas, explicando a razão de um dos personagens conseguir realizar a medição de forma correta, de acordo com os questionamentos realizados pela examinadora: *Porque que você acha que João/Ana conseguiu descobrir... (personagem que realizou ação correta). Me explica como você descobriu.*

### **CAPÍTULO 3**

#### **RESULTADOS**

Como descrito no Capítulo 2 referente ao método, foram realizadas três tarefas referentes aos princípios acerca da compreensão de cinco diferentes tipos de medida (Volume, Massa, Tempo, Distância e Comprimento). Nas três tarefas as crianças eram solicitadas a fornecer uma resposta à perguntas relativas a julgamentos acerca de situações de medida envolvendo unidades convencionais e não convencionais. Em cada um dos itens nas três tarefas as crianças eram solicitadas a justificar suas respostas. Combinando-se o desempenho da criança (resposta correta ou incorreta) com o tipo de justificativa dada, foi possível criar um sistema de análise baseado em tipos de respostas que variavam quanto ao grau de sofisticação que apresentavam, sendo, portanto, um sistema hierárquico de classificação. Os protocolos verbais das crianças em cada tarefa foram analisados por dois juizes independentes que classificava cada resposta em um dos tipos identificados, os quais serão descritos e exemplificados adiante. O percentual de concordância entre os juizes foi de 84,2% para Tarefa 1; 92,7% para a Tarefa 2 e 93,2% para Tarefa 3. Os casos de desacordo foram analisados por um terceiro juiz, também independente, cuja classificação foi considerada final.

Os resultados obtidos são inicialmente apresentados separadamente para cada tarefa, começando-se por tabelas relativas ao desempenho da criança (respostas corretas) e em seguida apresentam-se tabelas relativas à distribuição dos tipos de respostas entre as idades e entre os diferentes tipos de medida investigados neste estudo. Concluída a apresentação e discussão dos dados em cada tarefa, são feitas comparações entre as tarefas de maneira mais ampla, considerando-se o desempenho das crianças.

### 3.1. Tarefa 1: Relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medida

#### 3.1.1. O desempenho na Tarefa 1

A Tabela 1 apresenta o percentual de acertos em cada tipo de medida em cada grupo obtido para cada um dos itens relativos às medidas abordadas na Tarefa 1. Conforme pode ser visto, há um pequeno aumento no percentual de acertos para os dois grupos, no entanto, apenas para a medida de Distância ocorre considerável aumento no número de acertos do Grupo 1 (crianças com 6 anos: 36%) para o Grupo 2 (crianças com 8 anos: 66%).

Tabela 1: Percentual de acertos em cada tipo de medida em cada idade.

<b>Tipo de Medida</b>	<b>Grupo 1 (6 anos) (n=100)</b>	<b>Grupo 1 (6 anos) (n=100)</b>
<b>Volume</b>	49	61
<b>Massa</b>	49	56
<b>Tempo</b>	51	59
<b>Distância</b>	36	66
<b>Comprimento</b>	45	58
<b>Total</b>	46	60

Os percentuais de acerto em cada idade não foram muito altos, sobretudo entre as crianças de 6 anos (46%). Esses percentuais não se diferenciaram significativamente entre os grupos, como mostrado pelo Teste U de Mann-Whitney ( $Z=-1.753$ ,  $p=.080$ ). Portanto, em ambas as idades, as crianças tendiam a mostrar o mesmo nível de compreensão quanto à capacidade de identificar a unidade apropriada para medir diferentes objetos, compreensão esta ainda pouco expressiva aos 6 e 8 anos.

Considerando-se cada grupo separadamente, foram feitas comparações entre os tipos de medidas através do Teste Wilcoxon. Este teste não identificou qualquer diferença significativa entre os tipos de medidas no interior de cada idade. Isso indica que em cada idade as crianças apresentam um mesmo nível de desempenho em todos os cinco tipos de

medidas investigados, ou seja, apresentam uma mesma capacidade limitada em identificar a unidade apropriada para medir diferentes objetos.

Com o objetivo de comparar as idades em cada tipo de medida, foi aplicado o Teste de U de Mann-Whitney que não identificou diferenças significativas entre idades para as medidas de Volume ( $Z=-1.107$ ;  $p=.268$ ), Massa ( $Z=-.803$ ,  $p=.422$ ), Tempo ( $Z=-.781$ ,  $p=.435$ ) e Comprimento ( $Z=-1.330$ ,  $p=.184$ ). A única diferença entre as idades foi em relação à medida de Distância ( $Z= -2.911$ ,  $p= .004$ ), uma vez que as crianças de 8 anos tiveram um desempenho superior aos das crianças de 6 anos (66% e 36 % respectivamente). Pode-se concluir que tanto as crianças do Grupo 1 (6 anos) como as crianças do Grupo 2 (8 anos) mostraram um mesmo padrão de desempenho em relação a estas medidas na Tarefa 1, diferenciando-se unicamente quanto a medida de distância que foi particularmente mais difícil para as crianças de 6 anos. Parece que identificar a unidade apropriada para medir distância é habilidade difícil para as crianças de 6 anos.

### 3.1.2. Os tipos de resposta na Tarefa 1

Os tipos de resposta representam um sistema hierárquico de classificação em que as Tipo I são mais elementares que as demais e as Tipo IV a mais elaboradas. Cada tipo é descrito e exemplificado a seguir:

**Resposta Tipo I:** resposta incorreta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa. Exemplos<sup>3</sup>:

Reprodução do protocolo 2, sexo masculino, 6 anos Grupo 1.

**Item 1** - João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 5 litros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu?

**C:** *A mão. (E: Por que é a mão?). Porque a mão dele é muito grande.*

---

<sup>3</sup> Neste e nos demais exemplos do capítulo a fala da examinadora encontra-se entre parênteses.

Reprodução do protocolo 4, sexo feminino, 6 anos Grupo 1.

**Item 4** - João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 12 quilômetros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu?

**C:** *Uma televisão grande. (E: Como você descobriu?) Porque na casa da minha irmã tem.*

Reprodução do protocolo 2, sexo masculino, 6 anos Grupo 1.

**Item 10** - João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 3 litros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** a quantidade de água em um balde; **(b)** a distância entre duas casas na rua.

**C:** *Foi a distância entre duas casas. (E: Por quê?) Porque a casa é muito pesada.*

**Resposta Tipo II:** resposta incorreta acompanhada de justificativa equivocada. Exemplos:

Reprodução do protocolo 2, sexo masculino, 6 anos Grupo 1.

**Item 2** - João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 3 quilos. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu?

**C:** *A mão. (E: Como você descobriu?) Porque a mão dele é muito pesada.*

Reprodução do protocolo 5, sexo feminino, 6 anos Grupo 1.

**Item 3** - João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 4 horas. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu?

**C:** *Um teto do banheiro. (E: Por que você acha que foi o teto do banheiro?) Porque é muito fácil de medir e eu acho que ele mediu e umas quatro horas terminou.*

Reprodução do protocolo 36, sexo masculino, 8 anos Grupo 2.

**Item 4** - João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 12 quilômetros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu?

**C:** *Um carro ou uma moto. (E: Por quê?) Porque é de quilômetros.*

**Resposta Tipo III:** resposta correta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa. Exemplos:

Reprodução do protocolo 40, sexo feminino, 8 anos Grupo 2.

**Item 5** - João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 2 metros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu?

**C:** *Uma mesa. (E: Porque você acha que foi uma mesa?) Porque sim.*

Reprodução do protocolo 4, sexo feminino, 6 anos Grupo 1.

**Item 9** - João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 2 quilos. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu? **(a)** a quantidade de suco em uma jarra; **(b)** o peso de um pacote de açúcar.

**C:** *O pacote de açúcar. (E: Por que você acha que foi um pacote de açúcar?) Porque ele pesou.*

Reprodução do protocolo 21, sexo feminino, 8 anos Grupo 2.

**Item 19** - João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 20 litros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu? A quantidade de gasolina no carro. (E: Por quê?) Porque a gasolina é muito pesada.

**C:** *A quantidade de gasolina. (E: Por quê você acha que foi a quantidade de gasolina?) Porque no carro da minha mãe, minha mãe coloca.*

**Resposta Tipo V:** resposta correta acompanhada de justificativa apropriada que estabelece a relação entre a unidade de medida e o objeto medido. Exemplos:

Reprodução do protocolo 26, sexo feminino, 8 anos Grupo 2.

**Item 13** - João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 60 quilos. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu? **(a)** o peso de uma pessoa; **(b)** o tempo que ele gastou para ir da escola para casa;

**C:** *O peso de uma pessoa. (E: Por quê?) Porque uma pessoa pode pesar 60 quilos eu acho.*

Reprodução do protocolo 21, sexo feminino, 8 anos Grupo 2.

**Item 14** - João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 5 litros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu? **(a)** a quantidade de leite em um caldeirão; **(b)** o tamanho de uma porta;

**C:** *A quantidade de leite num caldeirão. (Por que você acha que foi um caldeirão?) Porque o caldeirão pode ter cinco litros ou mais.*

Reprodução do protocolo 40, sexo feminino, 8 anos Grupo 2.

**Item 15** - João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 6 metros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu? **(a)** a quantidade de óleo em uma lata; **(b)** a altura de um poste na rua.

**C:** *A altura de um poste na rua. (E: Por quê?) porque um poste é muito alto.*

A Tabela 2 apresenta a distribuição dos tipos de resposta em cada idade.

Tabela 2: Número (percentual entre parênteses) dos tipos de resposta por idade na Tarefa 1.

<b>Tipo de resposta</b>	<b>Grupo 1 (6 anos)</b> <b>(n= 500)</b>	<b>Grupo 2 (8 anos)</b> <b>(n= 500)</b>
<b>I</b>	166 (33,2)	108 (21,6)
<b>II</b>	101 (20,2)	91 (18,2)
<b>III</b>	170 (34)	175 (35)
<b>IV</b>	63 (12,6)	126 (25,2)

Nota: Tipo I: resposta incorreta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem resposta; Tipo II: resposta incorreta acompanhada de justificativa equivocada; Tipo III: resposta correta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa; Tipo IV: resposta correta acompanhada de justificativa apropriada que estabelece a relação entre a unidade de medida e o objeto medido.

Os grupos foram comparados através do Teste de U de Mann-Whitney aplicado a cada tipo de resposta separadamente. O teste mostrou que os grupos se diferenciavam apenas em relação à resposta Tipo IV ( $Z = -2,505$ ,  $p = .012$ ) que era mais frequente entre as crianças de 8 anos do que entre as de 6 anos (25,2% e 12,6% respectivamente).

Com o objetivo de explorar diferenças entre as respostas no interior de cada grupo foi aplicado o Teste de Friedman que apontou diferenças significativas tanto em relação ao Grupo 1 ( $X^2 = 22,279$ ,  $p = .000$ ) como em relação ao Grupo 2 ( $X^2 = 16,121$ ,  $p = .001$ ). Como mostra a Tabela 2, isso ocorreu porque entre as crianças de 6 anos as respostas se concentravam no Tipo I e no Tipo III, sendo pouco frequentes na Tipo IV. Já entre as crianças de 8 anos, as respostas se concentravam na Tipo III.

Os dados sugerem que apesar das crianças dos dois grupos serem bastante semelhantes quanto à capacidade de identificar a unidade de medida apropriada para medir algo, tendo certa dificuldade nessa identificação; parece haver alguma progressão entre os 6 e 8 anos. Esta progressão se expressa no fato das crianças de 6 anos tendem a não oferecer justificativas apropriadas mesmo quando acertam o item, visto que respostas Tipo IV foram raras nesse grupo; enquanto as de 8 anos o fazem em maior frequência. Outro indicador de uma

progressão é o fato das crianças de 6 anos terem uma concentração maior de respostas Tipo I e Tipo III e as de 8 anos apenas no Tipo III, sendo raras as Tipo I que eram mais elementares.

Torna-se importante examinar como se distribuem os tipos de respostas nos cinco tipos de medida em cada idade, sendo isso ilustrado nas tabelas que se seguem.

Tabela 3: Percentual de tipos de resposta em função dos tipos de medidas no Grupo 1 (6 anos) na Tarefa 1.

Tipo de resposta	Tipos de medidas				
	Volume (n=100)	Massa (n=100)	Tempo (n=100)	Distância (n=100)	Comprimento (n=100)
<b>I</b>	33	25	33	38	37
<b>II</b>	18	25	15	26	17
<b>III</b>	41	34	33	28	34
<b>IV</b>	8	16	19	8	12

Nota: Tipo I: resposta incorreta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem resposta; Tipo II: resposta incorreta acompanhada de justificativa equivocada; Tipo III: resposta correta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa; Tipo IV: resposta correta acompanhada de justificativa apropriada que estabelece a relação entre a unidade de medida e o objeto medido.

Foi aplicado Teste de Friedman em cada tipo de resposta separadamente com o objetivo de examinar se haveriam diferenças entre as medidas. Diferenças significativas foram encontradas apenas em relação às respostas Tipo I ( $X^2= 10,677$ ,  $p= .030$ ) e Tipo IV ( $X^2= 10,774$ ,  $p= .029$ ).

Comparações duas a duas entre os cinco tipos de medidas foram exploradas através do Wilcoxon. Quanto às respostas Tipo I, diferenças significativas foram detectadas apenas em relação a medidas de Comprimento vs. Massa ( $Z= -2,326$ ,  $p= .020$ ) e Distância vs. Massa ( $Z= -2,970$ ,  $p= .003$ ). Isso ocorreu porque respostas Tipo I eram mais frequentes em medidas de Distância (38%) e de Comprimento (37%) do que em medidas de Massa (25%). Quanto às respostas Tipo IV, diferenças significativas eram em relação a medidas de Tempo vs. Volume ( $Z= -2,673$ ,  $p= .008$ ), Massa vs. Distância ( $Z= -1,999$ ,  $p= .046$ ) e Tempo vs. Distância ( $Z= -2,326$ ,  $p= .020$ ). Como mostra a Tabela 3, as respostas Tipo IV foram mais frequentes em medidas de Massa e de Tempo do que em Volume e Distância. Na realidade, respostas Tipo

IV foram pouco adotadas aos 6 anos em todos os cinco tipos de medidas, sobretudo em relação a Volume (8%) e Distância (8%).

Esses resultados mostram que aos 6 anos as crianças apresentam dificuldades em fornecer uma justificativa apropriada em qualquer um dos cinco tipos de medidas, ainda que possam até acertar a resposta. Essa dificuldade é acentuada em relação medidas de Volume e Distância que parecem ser particularmente difíceis nesta idade. Distância, é de fato, a medida mais difícil para essas crianças, como já mostrado na Tabela 1 (36% de acerto apenas). As razões para isso serão discutidas no capítulo final.

Na Tabela 4 constam os dados relativos às crianças do Grupo 2 (8 anos). Como indicado pelo Teste de Friedman aplicado em cada tipo de resposta separadamente, diferenças significativas entre as medidas foram encontradas apenas em relação às respostas Tipo III ( $X^2= 11,912$ ,  $p= .018$ ) e Tipo IV ( $X^2= 11,278$ ,  $p= .024$ ).

Tabela 4: Percentual de tipos de resposta em função dos tipos de medidas no Grupo 2 (8 anos) na Tarefa 1.

Tipo de resposta	Tipos de medidas				
	Volume (n=100)	Massa (n=100)	Tempo (n=100)	Distância (n=100)	Comprimento (n=100)
I	22	21	23	21	21
II	17	23	18	13	20
III	36	22	34	47	36
IV	25	34	25	19	23

Nota: Tipo I: resposta incorreta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem resposta; Tipo II: resposta incorreta acompanhada de justificativa equivocada; Tipo III: resposta correta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa; Tipo IV: resposta correta acompanhada de justificativa apropriada que estabelece a relação entre a unidade de medida e o objeto medido.

O Teste de Wilcoxon, explorando os tipos de medidas dois a dois, revelou que as respostas Tipo III diferiam apenas entre medidas de Volume vs. Massa<sup>4</sup> ( $Z=-2.184$ ,  $p= .029$ ),

<sup>4</sup> Importante ressaltar que, embora seja observado um considerável aumento do percentual de respostas Tipo III entre as medidas de Massa (22%) e Volume (%), o Teste de Wilcoxon não indicou diferenças significativas entre esses dois tipos de medidas.

porque massa 22% era menos que volume 36%; enquanto que nas respostas Tipo IV eram mais adotadas em medidas de Massa (34%) do que em medidas de Distância (19%) ( $Z = -2,635$ ,  $p = .008$ ).

### 3.2. Tarefa 2: Relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessária para medir algo

#### 3.2.1. O desempenho na Tarefa 2

O desempenho na Tarefa 2 é ilustrado na Tabela 5.

Tabela 5: Número de acertos (percentual entre parênteses) para cada tipo de medida em cada idade na Tarefa 2 (máximo: 40 em cada medida e 200 no total)

Tipo de Medida	Grupo	
	Grupo 1 (6 anos)	Grupo 2 (8 anos)
Volume	31 (77,5)	32 (80)
Massa	24 (60)	34 (85)
Tempo	24 (60)	15 (37,5)
Distância	29 (72,5)	36 (90)
Comprimento	25 (62,5)	34 (85)
<b>Total</b>	133 (66,5)	151 (75,5)

Ambos os grupos apresentaram um bom desempenho, sendo os percentuais bastante próximos (Grupo 1: 66,5% E Grupo 2: 75,5%), os quais, como revelou o Teste U de Mann-Whitney ( $Z = -.429$ ,  $p = .668$ ), não se diferenciaram significativamente. Portanto, em ambas as idades, as crianças tinham uma boa compreensão a respeito da relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessária para medir algo.

O Teste Wilcoxon, aplicado aos dados em cada grupo de idade separadamente, comparou as medidas entre si (duas a duas). No Grupo 1 (6 anos), não foram detectadas diferenças significativas entre as medidas, indicando que nesta idade as crianças apresentam o mesmo nível de desempenho em todos os cinco tipos de medidas, não sendo um mais difícil que o outro. No entanto, no Grupo 2 (8 anos), foram indicadas diferenças significativas quanto à medida de Tempo em relação a todas as demais medidas (Tempo vs. Volume  $Z=-2.807$ ,  $p= .005$ ; Tempo vs. Massa  $Z=-3.091$ ,  $p= .002$ ; Tempo vs. Distância  $Z=-3.274$ ,  $p= .001$  e Tempo vs. Comprimento  $Z=-3.091$ ,  $p= .002$ ), pois o percentual de acertos neste tipo de medida foi expressivamente mais baixo que nos demais (37,5%) que eram sempre igual ou superior a 80%.

Com o objetivo de comparar as idades em cada tipo de medida, foi aplicado o Teste de U de Mann-Whitney que mostrou haver diferenças significativas para as medidas de Massa ( $Z= -2.350$ ,  $p= .019$ ) e para a medida de Comprimento ( $Z= -1.999$ ,  $p= .046$ ). Isso ocorreu porque as crianças de 6 anos tiveram um percentual de acertos mais baixo em medida de Massa e em medida de Comprimento do que as crianças de 8 anos.

### 3.2.2. Os tipos de resposta na Tarefa 2

Como na Tarefa 1, os tipos de repostas representam um sistema hierárquico de repostas em que as Tipo I são mais elementares que as demais e as Tipo IV a mais elaboradas. Cada tipo é descrito e exemplificado a seguir:

**Resposta Tipo I:** resposta incorreta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa. Exemplos:

Reprodução do protocolo 25, sexo masculino, 8 anos Grupo 2.

**Item 1** - João pesou um saco de arroz em uma balança que tinha pesos pequenos. Ana pesou este mesmo saco de arroz em uma balança que tinha pesos grandes. Quem vai precisar de mais pesos para pesar o saco: João ou Ana?

**C:** João. (E: Por que você acha que foi João?) Não sei.

Reprodução do protocolo 37, sexo masculino, 8 anos Grupo 2.

**Item 2** - João mediu o tempo de uma partida de futebol em minutos. Ana mediu o tempo dessa mesma partida de futebol só que em segundos. Qual número vai ser maior o número de minutos ou o número de segundos?

**C:** Minutos. (E: Por quê?) Não sei.

Reprodução do protocolo 40, sexo feminino, 8 anos Grupo 2.

**Item 5** - João mediu o tempo gasto para fazer uma viagem de Recife a Fortaleza em horas. Ana também mediu o tempo dessa mesma viagem só que em minutos. Qual número vai ser maior: o número de horas ou o número de minutos?

**C:** Foi maior o número de horas. (E: Por quê?) Sei lá por que.

**Resposta Tipo II:** resposta incorreta acompanhada de justificativa equivocada. Exemplos:

Reprodução do protocolo 32, sexo masculino, 8 anos Grupo 2.

**Item 2** - João mediu o tempo de uma partida de futebol em minutos. Ana mediu o tempo dessa mesma partida de futebol só que em segundos. Qual número vai ser maior o número de minutos ou o número de segundos?

**C:** De João. (Por que você acha que foi João?) Porque foi de minutos, porque minutos é mais ligeiro do que segundos.

Reprodução do protocolo 33, sexo feminino, 8 anos Grupo 2.

**Item 5** - João mediu o tempo gasto para fazer uma viagem de Recife a Fortaleza em horas. Ana também mediu o tempo dessa mesma viagem só que em minutos. Qual número vai ser maior: o número de horas ou o número de minutos?

**C:** Horas. (E: Por quê?) Porque hora é mais rápido.

Reprodução do protocolo 40, sexo feminino, 8 anos Grupo 2.

**Item 6** - Ana mediu a distância entre a janela e a porta da sala usando uma régua grande. João mediu esta mesma distância usando uma régua pequena. Quem vai usar mais réguas para medir esta distância: Ana ou João?

**C:** Ana, porque a régua dela é maior.

**Resposta Tipo III:** resposta correta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa. Exemplos:

Reprodução do protocolo 2, sexo masculino, 6 anos Grupo 1.

**Item 2** - João mediu o tempo de uma partida de futebol em minutos. Ana mediu o tempo dessa mesma partida de futebol só que em segundos. Qual número vai ser maior o número de minutos ou o número de segundos?

*C: Segundos, porque segundos é muito mais alto.*

Reprodução do protocolo 2, sexo masculino, 6 anos Grupo 1.

**Item 5** - João mediu o tempo gasto para fazer uma viagem de Recife a Fortaleza em horas. Ana também mediu o tempo dessa mesma viagem só que em minutos. Qual número vai ser maior: o número de horas ou o número de minutos?

*C: Minutos, porque minutos é mais rápido.*

Reprodução do protocolo 14, sexo feminino, 8 anos Grupo 2.

**Item 7** - João mediu o comprimento de um poste com palitos de fósforos. Ana mediu este mesmo poste com palitos de picolé. Quem vai precisar de mais palitos para medir o comprimento do poste: João ou Ana?

*C: João. Porque ele vai pegar a tinta e vai pegar um palito e medir e vai pintar.*

**Resposta Tipo IV:** resposta correta acompanhada de justificativa apropriada que demonstra compreensão acerca da relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessárias para medir algo.

Exemplos:

Reprodução do protocolo 21, sexo feminino, 8 anos Grupo 2.

**Item 7** - João mediu o comprimento de um poste com palitos de fósforos. Ana mediu este mesmo poste com palitos de picolé. Quem vai precisar de mais palitos para medir o comprimento do poste: João ou Ana?

*C: João. Porque Ana tem o mais grande e o palito de fósforo é mais pequeno que um palito de picolé aí pega e ele é que precisa de mais.*

Reprodução do protocolo 29, sexo masculino, 8 anos Grupo 2.

**Item 10** - João mediu a distância entre a o guarda roupa e a cama de seu quarto usando o palmo de sua mão. Ana mediu esta mesma distância usando o palmo de sua mão. Quem vai usar mais palmos para medir esta distância: João ou Ana?

*C: Ana. Porque o dele é pequeno e o dele é grande.*

Reprodução do protocolo 26, sexo feminino, 8 anos Grupo 2.

**Item 9** - Ana mediu a quantidade de água da piscina usando baldes grandes. João mediu esta mesma piscina usando baldes pequenos. Quem vai precisar de mais baldes: Ana ou João?

*C: João. Porque o balde de João é pequeno e o balde de Ana é grande.*

A Tabela 6 apresenta o percentual dos Tipos de respostas em cada idade.

Tabela 6: Número (percentual entre parênteses) de tipos de resposta por idade na Tarefa 2.

Tipo de resposta	Grupo 1 (6 anos)	Grupo 2 (8 anos)
	(n=200)	(n=200)
I	28 (14)	8 (4)
II	31 (15,5)	39 (19,5)
III	39 (20)	30 (15)
IV	102 (50,5)	123 (61,5)

Nota: Tipo I: resposta incorreta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa; Tipo II: resposta incorreta acompanhada de justificativa equivocada; Tipo III: resposta correta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa; Tipo IV: resposta correta acompanhada de justificativa apropriada que demonstra compreensão acerca da relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessárias para medir algo.

O Teste U de Mann-Whitney aplicado a cada tipo de resposta separadamente, não detectou qualquer diferença significativa entre os grupos. Como mostra a Tabela 6, os percentuais entre os grupos são muito próximos em cada tipo de resposta. O que se nota é que em ambos os grupos, respostas Tipo IV são muito mais frequentes do que as demais. Isso foi confirmado pelo Teste de Friedman identificou diferenças significativas entre os tipos de respostas no Grupo 1 ( $X^2= 15,529$ ,  $p= .001$ ) e no Grupo 2 ( $X^2= 31,946$ ,  $p= .000$ ). Portanto, tanto para as crianças de 6 com para as crianças de 8 anos, as respostas se concentram no Tipo IV, o mais elaborado por caracterizar-se por respostas corretas acompanhadas de justificativa apropriada que expressava a compreensão acerca da relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessárias para medir algo.

A Tabela 7 e a Tabela 8 apresentam a distribuição dos tipos de respostas nos cinco tipos de medidas aos 6 e aos 8 anos, respectivamente.

Tabela 7: Número (percentual entre parênteses) de tipos de respostas em função dos tipos de medidas no Grupo 1 (6 anos) na Tarefa 2.

Tipo de resposta	Tipos de Medida				
	Volume (n=40)	Massa (n=40)	Tempo (n=40)	Distância (n=40)	Comprimento (n=40)
<b>I</b>	5 (12,5)	7 (17,5)	5 (12,5)	6 (15)	5 (12,5)
<b>II</b>	3 (7,5)	7 (17,5)	10 (25)	3 (7,5)	8 (20)
<b>III</b>	5 (12,5)	3 (7,5)	25 (62,5)	3 (7,5)	6 (15)
<b>IV</b>	27 (67,5)	23 (57,5)	0 (0)	28 (70)	21 (52,5)

Nota: Tipo I: resposta incorreta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa; Tipo II: resposta incorreta acompanhada de justificativa equivocada; Tipo III: resposta correta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa; Tipo IV: resposta correta acompanhada de justificativa apropriada que demonstra compreensão acerca da relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessárias para medir algo.

O Teste de Friedman aplicado a cada tipo de resposta separadamente, identificou diferenças significativas entre as medidas em relação às respostas Tipo III ( $X^2= 32,938$ ,  $p= .000$ ) e às respostas Tipo IV ( $X^2= 41,965$ ,  $p= .000$ ).

Em relação a resposta Tipo III, o Teste de Wilcoxon detectou diferenças significativas entre Tempo vs. Massa ( $Z= -3,274$ ,  $p= .001$ ); Tempo vs. Distância ( $Z= -3,358$ ,  $p= .001$ ); Tempo vs. Comprimento ( $Z= -3,091$ ,  $p= .002$ ) e Tempo vs. Volume ( $Z= -3,245$ ,  $p= .001$ ). Isso ocorreu porque resposta Tipo III era mais frequentemente adotada em relação à medida de Tempo do que em relação às demais medidas. Quanto às respostas Tipo IV, foram detectadas diferenças significativas entre Tempo vs. Massa ( $Z= -3,508$ ,  $p= .000$ ); Tempo vs. Distância ( $Z= -3,626$ ,  $p= .000$ ); Tempo vs. Comprimento ( $Z= -3,286$ ,  $p= .001$ ) e Tempo vs. Volume ( $Z= -3,626$ ,  $p= .000$ ). Tais diferenças decorreram do fato de que resposta Tipo IV estava ausente na medida de Tempo, sendo adotada nos demais tipos de medidas.

O que se nota é que as crianças de 6 anos fornecem muitas respostas Tipo IV em relação aos cinco tipos de medidas investigados, com exceção da medida de Tempo, em que este tipo de resposta não foi dado. Por outro lado, as respostas Tipo III se concentram mais na

medida de Tempo do que nas demais. Pode-se concluir que as crianças de 6 anos acertam a medida de Tempo, mas não conseguem justificar as relações inversas entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessárias para medir algo.

A Tabela 8 apresenta dados relativos às crianças de 8 anos. De acordo com o Teste de Friedman, aplicado em cada tipo de resposta separadamente, foram identificadas diferenças significativas entre todos os tipos de respostas: Tipo I ( $X^2= 11,467$ ,  $p= .022$ ), Tipo II ( $X^2= 25,505$ ,  $p= .000$ ), Tipo III ( $X^2= 19,300$ ,  $p= .001$ ) e Tipo IV ( $X^2= 49,202$ ,  $p= .000$ ).

Tabela 8: Número (percentual entre parênteses) de tipos de respostas em função dos tipos de medidas no Grupo 2 (8 anos) na Tarefa 2.

<b>Tipo de resposta</b>	<b>Volume (n=40)</b>	<b>Massa (n=40)</b>	<b>Tempo (n=40)</b>	<b>Distância (n=40)</b>	<b>Comprimento (n=40)</b>
<b>I</b>	2 (5)	0 (0)	5 (12,5)	0 (0)	1 (2,5)
<b>II</b>	6 (15)	5 (12,5)	20 (50)	4 (10)	4 (10)
<b>III</b>	3 (7,5)	6 (15)	15 (37,5)	2 (5)	4 (10)
<b>IV</b>	29 (72,5)	29 (72,5)	0 (0)	34 (85)	31 (77,5)

Nota: Tipo I: resposta incorreta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa; Tipo II: resposta incorreta acompanhada de justificativa equivocada; Tipo III: resposta correta acompanhada de justificativa vaga, confusa ou sem justificativa; Tipo IV: resposta correta acompanhada de justificativa apropriada que demonstra compreensão acerca da relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessárias para medir algo.

O Teste de Wilcoxon comparou dois a dois os cinco tipos de medidas quanto ao uso de cada tipo de resposta separadamente. Em relação às respostas Tipo I, o teste identificou diferenças significativas entre medidas de Tempo vs. Distância ( $Z= -2,236$ ,  $p= .025$ ) e Tempo vs. Massa ( $Z= -2,236$ ,  $p= .025$ ). Essa diferença foi porque 12,5% das respostas Tipo I foram dadas em relação à medida de Tempo, enquanto este tipo de resposta estava ausente em medidas de Distância e de Massa. De modo geral, como mostra a Tabela 8, respostas Tipo I foram raras entre as crianças de 8 anos.

Em relação às respostas Tipo II, o teste detectou diferenças significativas entre medidas de Tempo vs. Volume ( $Z = -2,362$ ,  $p = .018$ ); Tempo vs. Massa ( $Z = -2,588$ ,  $p = .010$ ); Distância vs. Tempo ( $Z = -2,893$ ,  $p = .004$ ); Comprimento vs. Tempo ( $Z = -2,893$ ,  $p = .004$ ). Resposta Tipo II era mais frequente em medida de Tempo (50%) do que nos demais tipos de medidas cujos percentuais não ultrapassavam 15%.

Em relação às respostas Tipo III, foram encontradas diferenças significativas entre medidas de Tempo vs. Distância ( $Z = -3,127$ ,  $p = .002$ ); Tempo vs. Comprimento ( $Z = -2,517$ ,  $p = .012$ ); e Tempo vs. Volume ( $Z = 2,676$ ;  $p = .007$ ). Este tipo de resposta foi mais frequente em medidas de Tempo do que em medidas de Distância, Comprimento e Volume.

Quanto às respostas Tipo IV, as mais elaboradas, o Wilcoxon revelou haver diferenças significativas entre medidas de Tempo vs. Volume ( $Z = -3,755$ ,  $p = .000$ ); Tempo vs. Massa ( $Z = -3,787$ ,  $p = .000$ ); Tempo vs. Distância ( $Z = -4,066$ ,  $p = .000$ ); Tempo vs. Comprimento ( $Z = -3,906$ ,  $p = .000$ ). Como pode ser visto na Tabela 8, estas diferenças foram ocasionadas pelo fato deste tipo de resposta estar ausente em medidas de Tempo.

O que se pode concluir em relação às crianças de 8 anos é que elas fornecem poucas respostas Tipo I (mais elementar) e tendem a dar respostas Tipo IV em todos os tipos de medidas, à exceção da medida de Tempo que está mais associada a respostas Tipo II e Tipo III. Este mesmo padrão de resultados é observado entre as crianças de 6 anos (Tabela 7).

Comparando-se os dois grupos de idade (Tabela 7 e Tabela 8), nota-se que respostas Tipo IV estavam ausentes em relação à medida de Tempo tanto aos 6 anos quanto aos 8 anos. Isso indica que para a faixa etária investigada, é difícil explicitar as relações inversas entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessárias para medir o tempo.

### 3.3. Tarefa 3: Uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes

Como na Tarefa 3 a criança tinha apenas que fornecer uma justificativa para uma dada situação apresentada, os dados nesta tarefa não foram analisados em função do número de acertos nos itens que a compunham, mas apenas em função da justificativa oferecida (ver os itens na Tarefa no Capítulo 2). Semelhante às demais tarefas, as respostas das crianças foram classificadas em tipos, conforme descrito a seguir.

#### 3.3.1 Os tipos de respostas na Tarefa 3

Diferentemente das Tarefas 1 e 2, na Tarefa 3 as respostas foram categorizadas em apenas dois tipos, como descrito e exemplificado a seguir:

**Resposta Tipo I:** resposta acompanhada de justificativa vaga, confusa, ou sem justificativa.

Exemplos:

Reprodução do protocolo 5, sexo feminino, 6 anos Grupo 1.

**Item 6** – João e Ana querem saber qual casa é mais distante da escola a de João ou a de Ana. João mediu a distância de sua casa e depois a distância da casa de Ana para escola usando passos. Ana mediu a distância de sua casa para escola usando pés e depois a da casa de João usando passos. Ana não conseguiu saber qual casa era mais distante? Por que será que ela não conseguiu e ele conseguiu?

*C: Porque ele conseguiu medir por alguma coisa.*

Reprodução do protocolo 4, sexo feminino, 6 anos Grupo 1.

**Item 7** - No cinema, as crianças querem saber qual o filme que demora mais: o filme do Batman ou o filme do Homem Aranha. Ana mediu o tempo dos dois filmes em minutos. João mediu o tempo do filme do Batman em minutos e mediu o tempo do filme do Homem Aranha em segundos. Ana conseguiu descobrir qual o filme que demorava mais. João não conseguiu. Por que será que ele não conseguiu e ela conseguiu?

*C: Porque ela mediu primeiro.*

Reprodução do protocolo 1, sexo feminino, 6 anos Grupo.

**Item 8** - Ana e João são vizinhos e cada um tem piscina de plástico em casa. Eles querem saber qual a piscina que cabia mais água.

Ana mediu a piscina da casa dela com balde pequeno e depois mediu a piscina da casa de João com balde grande. João mediu a água das duas piscinas com balde grande. João conseguiu descobrir qual a piscina que cabia mais água. Ana não conseguiu. Por que será que ela não conseguiu e ele conseguiu?

*C: Porque a dela cabia pouca. (E: como assim?) Porque eu já vi piscina como a dela.*

**Resposta Tipo II:** resposta acompanhada de justificativa apropriada que expressa compreensão acerca da necessidade de usar-se uma mesma unidade para comparar objetos diferentes. Exemplos:

Reprodução do protocolo 6, sexo masculino, 6 anos Grupo 1.

**Item 1** - João e Ana estavam na escola e queriam saber o comprimento de algumas coisas. Na sala de aula, eles queriam saber se duas estantes tinham a mesma altura.

Ana mediu a altura das duas estantes usando régua pequenas. Já João mediu a altura de uma das estantes usando uma régua grande e a altura de outra usando uma régua pequena. João não conseguiu saber se as duas estantes tinham a mesma altura. Por que será que ele não conseguiu e ela conseguiu?

*C: Porque ele tava com uma menor e ela mediu as duas com uma régua, João confundiu, duas com uma e ela não. (E: Como assim?) Porque em vez dele ver tudinho, ele mediu a outra estante com outra régua.*

Reprodução do protocolo 29, sexo masculino, 8 anos Grupo 2.

**Item 3** - Ana e João queriam saber qual era a menor distância: da escola para o mercado ou da escola para a farmácia.

Ana mediu a distância da escola para o mercado e da escola para a farmácia usando pés. João mediu a distância da escola para o supermercado usando passos e da escola para a farmácia usando pés. João não conseguiu saber qual distância era menor. Por que será que ele não conseguiu e ela conseguiu?

*C: Porque ela mediu certo. E como é medir certo? Porque ela mediu de pés e pés.*

Reprodução do protocolo 40, sexo feminino, 8 anos Grupo 2.

**Item 2** - João e Ana estavam numa festa e cada um ganhou um bolo. Eles queriam saber qual dos bolos pesava mais.

João pesou o bolo dele e o bolo de Ana usando uma balança com pesos grandes. Ana pesou do bolo dela usando pesos pequenos e depois mediu o bolo de João usando pesos grandes. Ana não conseguiu saber qual o bolo pesava mais. Porque será que ela não conseguiu e ele conseguiu?

*C: Porque ele usou só o grande e ela pesou com um pequeno e um grande aí ela não conseguiu.*

Nota-se que os tipos de respostas nesta tarefa correspondem a níveis distintos de compreensão, não havendo níveis intermediários, como as respostas do Tipo II e do Tipo III

nas tarefas anteriores. Na realidade, as respostas Tipo I nesta tarefa correspondem às respostas Tipo I nas duas tarefas anteriores e as respostas Tipo II correspondem às respostas Tipo IV nas duas tarefas anteriores. O que se nota é que há apenas respostas elementares ou sofisticadas. As elementares indicam a dificuldade da criança tanto em dar uma resposta correta com uma justificativa apropriada; enquanto as respostas sofisticadas demonstram a compreensão da criança quanto à necessidade de se usar uma mesma unidade para comparar objetos diferentes.

Como as respostas Tipo II foram aquelas consideradas mais sofisticadas, e na ausência de respostas corretas, foi elaborada a Tabela 9 em que constam os percentuais relativos apenas às respostas Tipo II.

Tabela 9: Número de respostas Tipo II (percentual entre parênteses) para cada tipo de medida em cada idade na Tarefa 3 (máximo: 40 em cada medida e 200 no total).

<b>Grupo</b>	<b>Grupo 1 (6 anos)</b>	<b>Grupo 2 (8 anos)</b>
<b>Volume</b>	4 (10)	24 (60)
<b>Massa</b>	6 (15)	18 (45)
<b>Tempo</b>	6 (15)	22 (55)
<b>Distância</b>	4 (10)	21 (52,5)
<b>Comprimento</b>	6 (15)	25 (62,5)
<b>Total</b>	26 (13)	110 (55)

Os percentuais de respostas Tipo II em cada idade foram baixos, especialmente aos 6 anos, sendo a diferença entre as idades significativa, conforme revelou o Teste U de Mann-Whitney ( $Z = -3,431$ ,  $p = .001$ ). Nota-se que as crianças de 8 anos (55% de respostas Tipo II) apresentaram justificativas mais elaboradas que as de 6 anos (13% de respostas Tipo II) que tiveram dificuldade em compreender a necessidade de usar uma mesma unidade para comparar objetos diferentes.

O Teste de Wilcoxon foi aplicado com o objetivo de examinar as possíveis diferenças entre os tipos de medida no interior de cada grupo de idade separadamente. Diferenças significativas não foram encontradas.

Comparando os dois grupos através de Teste U de Mann-Whitney, foram identificadas diferenças significativas para as cinco medidas (Volume:  $Z=-3.600$ ,  $p=.000$ ; Massa:  $Z=-2.469$ ,  $p=.014$ ; Tempo:  $Z=-2.884$ ,  $p=.004$ ; Distância:  $Z=-3.069$ ,  $p=.002$ ; Comprimento:  $Z=-3.461$ ,  $p=.001$ ). Isso ocorreu porque sempre o percentual de respostas Tipo II era maior aos 8 anos que aos 6 anos em todas as medidas.

Na Tabela 10 consta a distribuição dos dois tipos de resposta em cada idade.

Tabela 10: Número (percentual entre parênteses) dos tipos de resposta por idade na Tarefa 3.

<b>Tipo de resposta</b>	<b>Grupo 1 (6 anos)</b> <b>(n=200)</b>	<b>Grupo 2 (8 anos)</b> <b>(n=200)</b>
<b>I</b>	174 (87)	90 (45)
<b>II</b>	26 (13)	110 (55)

Nota: Tipo I: resposta incorreta acompanhada de justificativa vaga, confusa, ou sem justificativa; Tipo II: resposta correta acompanhada de justificativa apropriada que expressa compreensão acerca da necessidade de usar-se uma mesma unidade para comparar objetos diferentes.

O Teste U de Mann-Whitney detectou diferenças significativas entre os grupos tanto para respostas do Tipo I ( $Z=-3,410$ ,  $p=.001$ ) como para respostas do Tipo II ( $Z=-3,417$ ,  $p=.001$ ). A Tabela 10 mostra que respostas Tipo I foram mais frequentes entre as crianças de 6 anos do que entre as de 8 anos; observando-se o oposto em relação às respostas Tipo II.

O Teste de Friedman examinou se haveria diferença entre os tipos de respostas no interior de cada grupo de idade. Diferenças significativas foram encontradas apenas no Grupo 1 ( $X^2= 9,800$ ,  $p= .002$ ), pois a grande maioria das respostas das crianças de 6 anos era do Tipo I (87%) . As respostas das crianças de 8 anos mantinham-se entre Tipo I (45%) e Tipo II (55%).

O que se pode concluir é que as crianças dos dois grupos de idade se diferenciam de forma quanto à compreensão que apresentam acerca da necessidade de se usar uma mesma unidade de medida para medir objetos diferentes. As crianças de 6 anos não percebem absolutamente esta necessidade; e as de 8 anos se dividem entre esta compreensão e a ausência desta necessidade. Maiores discussões serão feitas a respeito deste resultado no capítulo final desta dissertação, comparando-se este dado com outros semelhantes identificados na literatura na área.

A Tabela 11 e a Tabela 12 apresentam a distribuição dos tipos de respostas em função dos tipos de medida em cada grupo de idade.

Tabela 11: Número (percentual entre parênteses) de tipos de resposta em função dos tipos de medidas no Grupo 1 (6 anos) na Tarefa 3.

<b>Tipo de resposta</b>	<b>Volume (n=40)</b>	<b>Massa (n=40)</b>	<b>Tempo (n=40)</b>	<b>Distância (n=40)</b>	<b>Comprimento (n=40)</b>
<b>I</b>	38 (95)	32 (80)	34 (85)	37 (92,5)	35 (87,5)
<b>II</b>	2 (5)	8 (20)	7 (17,5)	3 (7,5)	5 (12,5)

Nota: Tipo I: resposta incorreta acompanhada de justificativa vaga, confusa, ou sem justificativa; Tipo II: resposta correta acompanhada de justificativa apropriada que expressa compreensão acerca da necessidade de usar-se uma mesma unidade para comparar objetos diferentes.

O Teste de Friedman, aplicado a cada tipo de resposta separadamente, apontou diferenças significativas entre os tipos de medidas apenas em relação às respostas Tipo I ( $X^2=49,943$ ,  $p= .000$ ). De acordo com o Teste de Wilcoxon, que analisou os tipos de medidas dois a dois no interior das respostas do Tipo I, havia diferenças significativas entre as medidas de Volume vs. Massa ( $Z= -3,542$   $p= .000$ ); Volume vs. Tempo ( $Z= -3,666$ ,  $p= .000$ ); e Volume vs. Comprimento ( $Z= -3,704$ ,  $p= .000$ ). Essas diferenças decorreram do fato de que as respostas Tipo I foram muito mais frequentes em medida de Volume (95%) do que as medidas de Massa, Tempo e Comprimento. A medida de Distância também obteve um alto percentual de respostas Tipo I (92,5%).

Os dados relativos às crianças de 8 anos são apresentados na Tabela 12.

Tabela 12: Número (percentual entre parênteses) de tipos de resposta em função dos tipos de medidas no Grupo 2 (8 anos) na Tarefa 3.

<b>Tipo de resposta</b>	<b>Volume (n=40)</b>	<b>Massa (n=40)</b>	<b>Tempo (n=40)</b>	<b>Distância (n=40)</b>	<b>Comprimento (n=40)</b>
<b>I</b>	35 (87,5)	25 (62,5)	20 (50)	21 (52,5)	18 (45)
<b>II</b>	5 (12,5)	15 (37,5)	20 (50)	19 (47,5)	22 (55)

Nota: Tipo I: resposta incorreta acompanhada de justificativa vaga, confusa, ou sem justificativa; Tipo II: resposta correta acompanhada de justificativa apropriada que expressa compreensão acerca da necessidade de usar-se uma mesma unidade para comparar objetos diferentes.

Foi aplicado o Teste de Friedman a cada tipo de resposta separadamente, revelando que havia diferenças significativas entre os tipos de medidas em relação às respostas do Tipo I ( $X^2= 29,514$ ,  $p= .000$ ) e em relação às respostas do Tipo II ( $X^2= 13,600$ ,  $p= .009$ ).

O Teste de Wilcoxon mostrou que o uso de respostas Tipo I variava entre as medidas de Volume vs. Massa ( $Z= -3,624$ ,  $p= .000$ ); Volume vs. Tempo ( $Z= -3,176$ ,  $p= .001$ ); Volume vs. Distância ( $Z= -3,217$ ,  $p= .001$ ); e Volume vs. Comprimento ( $Z= -3,145$ ,  $p= .002$ ). Tais variações ocorreram porque respostas Tipo I eram mais frequentes em medidas de Volume do que nas demais medidas.

Em relação às respostas Tipo II, essas variavam significativamente entre medias de Volume vs. Massa ( $Z= -2,081$ ,  $p= .037$ ), Volume vs. Tempo ( $Z= -2,273$ ,  $p= .023$ ), Volume vs. Distância ( $Z= -2,126$ ,  $p= .033$ ) e Volume vs. Comprimento ( $Z= -2,634$ ,  $p= .008$ ), sendo o percentual deste tipo de resposta muito baixo na medida de Volume (12,5%).

Os dados, portanto, mostram que ambos os grupos de idade tiveram um desempenho muito limitado na Tarefa 3, indicando que as crianças dessa faixa etária têm dificuldade em compreender a necessidade de usar uma mesma unidade de medida para medir objetos diferentes. A razão para isso será discutida no próximo capítulo, dedicado às conclusões deste estudo. Esta dificuldade foi observada em todos os cinco tipos de medidas, parecendo ser uma

dificuldade geral que se estende a muitos tipos de medida. Esta capacidade indica ser complexa, não estando ao alcance das crianças na faixa etária investigada.

Analisados e discutidos os dados relativos a cada tarefa separadamente, torna-se necessário saber se as habilidades avaliadas por cada uma das três tarefas apresentam o mesmo nível de dificuldade ou se uma seria mais fácil que outra. Para tal, torna-se necessário comparar o desempenho em cada tarefa, considerando-se as idades e os tipos de medidas nessas comparações, como mostrado a seguir.

### **3.4. Comparando o desempenho em função dos fatores idade, tarefas e tipos de medidas**

As comparações feitas a seguir tomam por base o número de acertos apenas em função dos três fatores considerados neste estudo: a idade, as tarefas e os tipos de medidas. Os tipos de respostas não foram incluídos nesta análise porque os mesmos variavam de uma tarefa a outra (Tarefa 1 e Tarefa 2 tinham quatro tipos de respostas; Tarefa 3 apenas dois tipos), dificultando as comparações entre elas.

Importante lembrar que a Tarefa 3 não envolvia respostas corretas ou incorretas, uma vez que a tarefa solicitava apenas que a criança oferecesse uma justificativa para uma dada situação apresentada. No entanto, para não excluir a Tarefa 3 dessas comparações, optou-se por considerar as respostas Tipo II desta tarefa com sendo equivalentes a respostas corretas, indicativas, portanto, do desempenho das crianças.

Como mencionado, o objetivo destas comparações é saber o papel exercido por cada um desses fatores sobre o desempenho das crianças. A Tabela 13 fornece uma visão geral dos dados neste estudo.

Tabela 13: Número de acertos (percentual entre parênteses).

<b>Tipo de Medida</b>	<b>Grupo</b>	<b>Tarefa 1</b>	<b>Tarefa 2</b>	<b>Tarefa 3</b>
<b>Volume</b>	<b>Grupo 1</b>	49 (49)	31 (77,5)	4 (10)
	<b>Grupo 2</b>	61 (61)	32 (80)	24 (60)
<b>Massa</b>	<b>Grupo 1</b>	49 (49)	24 (60)	6 (15)
	<b>Grupo 2</b>	56 (56)	34 (85)	18 (45)
<b>Tempo</b>	<b>Grupo 1</b>	51 (51)	24 (60)	6 (15)
	<b>Grupo 2</b>	59 (59)	15 (37,5)	22 (55)
<b>Distância</b>	<b>Grupo 1</b>	36 (36)	29 (72,5)	4 (10)
	<b>Grupo 2</b>	66 (66)	36 (90)	21 (47,5)
<b>Comprimento</b>	<b>Grupo 1</b>	45 (45)	25 (62,5)	6 (15)
	<b>Grupo 2</b>	58 (58)	34 (85)	25 (62,5)

Nota: Tarefa 1 (máximo= 100): Relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medida; Tarefa 2 (máximo=40): Relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades para medir algo; Tarefa 3 (máximo=40): Uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes.

Comparações entre os grupos em cada tarefa relativas a cada tipo de medida foram realizadas anteriormente quando apresentados os dados referentes a cada tarefa neste capítulo. O que se deseja agora é tecer considerações acerca da influência de cada fator (idade, tarefa e tipo de medida) sobre o desempenho dos participantes como um todo. Para melhor explorar o papel exercido por cada um desses fatores sobre o desempenho, os dados da Tabela 15 acima apresentada serão distribuídos em três tabelas em que se colocam em interação os fatores combinados dois a dois: Idade vs. Tarefa; Idade vs. Tipo de Medida e Tarefa vs. Tipo de Medida. Cada uma dessas interações busca responder perguntas específicas como descrito a seguir.

### 3.4.1. Idade vs. Tarefa: O desempenho em cada tarefa melhora em função da idade?

#### Qual a tarefa mais fácil em cada idade?

A Tabela 14 ilustra o desempenho dos dois grupos nas três tarefas.

Tabela 14: Número de acertos (percentual entre parênteses) por idade em cada tarefa.

<b>Grupo</b>	<b>Tarefa 1 (máximo= 500)</b>	<b>Tarefa 2 (máximo= 200)</b>	<b>Tarefa 3 (máximo=200)</b>
<b>Grupo 1 (6 anos)</b>	230 (46)	133 (66,5)	24 (12)
<b>Grupo 2 (8 anos)</b>	300 (60)	151 (75,5)	99 (49,5)

Nota: Tarefa 1: Relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medida; Tarefa 2: Relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades para medir algo; Tarefa 3: Uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes.

O Teste U de Mann-Whitney revelou que a única diferença entre as idades ocorria em relação à Tarefa 3 ( $Z=-3,431$ ,  $p=.001$ ), pois as crianças de 8 anos (49,5%) tiveram um percentual de acertos bem maior do que aquele obtido pelas crianças de 6 anos (12%). Nas demais tarefas, o desempenho não se altera em função do avanço da idade. Isso indica que a habilidade de identificar a relação entre unidade e objeto (avaliada pela Tarefa 1) e a habilidade de reconhecer a relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessárias para medir algo (avaliada pela Tarefa 2) são conhecimentos que não apresentam qualquer progressão dos 6 aos 8 anos de idade. Assim, respondendo a primeira pergunta, é possível afirmar-se, com base nos dados obtidos neste estudo, que o desempenho melhora em função da idade apenas em relação à habilidade de reconhecer a necessidade de usar uma mesma unidade para comparar objetos diferentes (avaliada pela Tarefa 3).

Para responder a segunda pergunta (Qual a tarefa mais fácil em cada idade?), foi aplicado o Teste de Wilcoxon que comparou as tarefas entre si em cada grupo de idade. Considerando que foram muitas as diferenças significativas encontradas, optou-se e por apresentar os valores de significância em uma tabela à parte (Tabela 15).

Tabela 15: Valores obtidos no Wilcoxon na comparação entre tarefas em cada idade.

Cruzamentos	Grupo 1 (6 anos)		Grupo 2 (8 anos)	
	Z	P	Z	P
Tarefa 1 vs. Tarefa 2	-3,164	,002	gfv- 3,512	,000
Tarefa 1 vs. Tarefa 3	-3,937	,000	-2,553	,011
Tarefa 2 vs. Tarefa 3	-3,734	,000	-3,829	,000

De acordo com os valores acima, observa-se que em relação às crianças de 6 anos, o teste revelou que a Tarefa 3 foi significativamente mais difícil que a Tarefa 1 e do que a Tarefa 2; e que a Tarefa 2 foi mais fácil que as demais tarefas. Para essas crianças a tarefa mais fácil foi a Tarefa 2 (75,5% de acertos), seguida da Tarefa 1 (46% de acertos) e da Tarefa 1 (11% de acertos). Esse resultado indica que aos 6 anos é mais fácil compreender as relações inversas entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessária para medir algo (Tarefa 2) do que compreender o a necessidade de usar uma mesma unidade para comparar objetos diferentes (Tarefa 3). A capacidade de compreender a relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medida (Tarefa 1) foi uma habilidade intermediária.

De modo geral, os resultados apresentados indicam que e relação às crianças de 8 anos, semelhante ao que ocorreu entre as crianças de 6 anos, a Tarefa 2 foi a mais fácil; porém as duas outras tarefas foram igualmente mais difíceis, não havendo diferença entre elas. Para essas crianças, a Tarefa 3 passa a ser melhor compreendida do que para a de 6 anos, passando a ter percentual de acertos semelhante ao da Tarefa 1. Esses dados podem ser entendidos como indicadores de uma possível progressão no desenvolvimento de um sentido de medidas em crianças. Este dado será discutido em mais detalhes no capítulo que se segue.

### 3.4.2. Idade vs. Tipo de Medida: O desempenho em cada tipo de medida melhora em função da idade? Qual o tipo de medida mais fácil em cada idade?

A Tabela 16 ilustra o desempenho dos dois grupos nos cinco tipos de medidas.

Tabela 16: Número de acertos (percentual entre parênteses) por idade em cada tipo de medida.

<b>Tipo de medida</b>	<b>Grupo 1 (6 anos)</b>	<b>Grupo 2 (8 anos)</b>
<b>Volume</b> (máximo=180)	86 (47,7)	115 (63,3)
<b>Massa</b> (máximo=180)	79 (43,8)	108 (59)
<b>Tempo</b> (máximo=180)	81 (45)	96 (52,2)
<b>Distância</b> (máximo=180)	69 (38,3)	123 (68,3)
<b>Comprimento</b> (máximo=180)	76 (42,2)	117 (65)

O Teste U de Mann-Whitney identificou diferenças significativas entre as idades para as medidas de Massa ( $Z = -1,987$ ,  $p = .047$ ), Distância ( $Z = -3,760$ ,  $p = .000$ ) e Comprimento ( $Z = -2,663$ ,  $p = .008$ ). Em todos esses tipos de medidas, as crianças de 8 anos tiveram um desempenho superior ao das crianças de 6 anos, como mostra a Tabela 15. Isso indica uma progressão entre as idades investigadas, particularmente em relação à medida de Distância que foi aquela que mais progresso apresentou (38,3% de acertos aos 6 anos para 68,3% aos 8 anos). Essa progressão, entretanto, não foi observada em relação à medida de Tempo e de Volume.

Para responder a segunda pergunta (Qual o tipo de medida mais fácil em cada idade?), foi aplicado o Teste de Wilcoxon que comparou o desempenho nos tipos de medida entre si em cada grupo de idade. Considerando as diferenças significativas encontradas, optou-se e por apresentar os valores de significância em uma tabela à parte (Tabela 17).

Tabela 17: Valores obtidos no Wilcoxon na comparação dos cinco tipos de medida em cada grupo

Cruzamentos	Grupo 1 (6 anos)		Grupo 2 (8 anos)	
	Z	P	Z	P
Volume vs. Massa	1,021	,307	-1,238	,216
Volume vs. Tempo	-,513	-,513	-1,768	,077
Volume vs. Distância	-1,544	,123	-1,056	,291
Volume vs. Comprimento	-1,339	,180	,000	1,000
Massa vs. Tempo	-,367	,714	-1,037	,300
Massa vs. Distância	-1,210	,226	-1,949	,051
Massa vs. Comprimento	-,402	,688	-1,147	,251
Tempo vs. Distância	-1,716	,086	-2,360	,018
Tempo vs. Comprimento	-,541	,588	-2,137	,033
Distância vs. Comprimento	-,835	,404	-1,267	,205

De acordo com os valores acima, observa-se que em relação às crianças de 6 anos, o desempenho foi o mesmo em todos os tipos de medidas. Em relação às crianças de 8 anos, o desempenho entre os tipos de medidas só varia de forma significativa quando se compara Tempo vs. Distância ( $Z = -2.360$ ;  $p = .018$ ) e Tempo vs. Comprimento ( $Z = -2.137$ ;  $p = .033$ ), pois o percentual de acertos em medida de Distância (68,3%) e Comprimento (65%) é maior do que na medida de Tempo (52,2%).

### 3.4.3. Tarefa vs. Tipo de Medida: O desempenho em cada tipo de medida difere em função da tarefa? Qual o tipo de medida mais fácil em cada tarefa?

Os dados apresentados na Tabela 18 não foram tratados estatisticamente. Isso não possível porque o número de itens na Tarefa 1 (n=500) variava expressivamente do número de itens na Tarefa 2 (n=200) e na Tarefa 3 (n=200). Assim, a discussão que se segue baseia-se apenas nos percentuais, indicando tendências.

Tabela 18: Número de acertos (percentual entre parênteses) por tipo de medida em cada tarefa.

<b>Tipos de medida</b>	<b>Tarefa 1</b>	<b>Tarefa 2</b>	<b>Tarefa 3</b>	<b>Total</b>
Volume	110 (54,73)	63 (31,34)	28 (13,93)	201 (71,7)
Massa	105 (56)	58 (31)	24 (13)	187 (66,7)
Tempo	110 (62,15)	39 (22,03)	28 (15,82)	177 (63,2)
Distância	102 (53,12)	65 (33,86)	25 (13,02)	192 (68,5)
Comprimento	103 (53,37)	59 (30,57)	31 (16,06)	193 (68,9)

Nota: Tarefa 1: Relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medida; Tarefa 2: Relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades para medir algo; Tarefa 3: Uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes.

Em relação a cada uma das medidas, a Tarefa 1 foi a mais fácil, seguida da Tarefa 2, sendo a Tarefa 3 a mais difícil. Apenas em relação à medida de tempo esse padrão parece diferir um pouco, visto que esse é um dado que sugere uma linha de desenvolvimento que parece se aplicar aos diversos tipos de medidas, em que a relação entre unidade-objeto e o uso apropriado de unidades de medida é uma noção mais facilmente compreendida do que noção relativa à relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades para medir algo. A noção mais difícil de ser compreendida pelas crianças da faixa etária investigada parece ser a capacidade de perceber a necessidade de usar uma mesma unidade para comparar objetos diferentes. As possíveis razões para isso serão discutidas no capítulo final.

## **CAPÍTULO 4**

### **CONCLUSÕES E DISCUSSÃO**

A proposta deste trabalho, de caráter exploratório, foi investigar a compreensão dos princípios ou invariantes do conceito de medidas em cinco tipos de medidas distintos (Volume, Massa, Tempo, Distância e Comprimento) a partir da perspectiva de sentido de número. O estudo consistiu na realização de três tarefas que contemplaram os princípios apresentados na literatura para compreensão de medidas (CURRY; MITCHELMORE; OUTHRED, 2006). Quatro foram os princípios investigados:

5. A relação entre unidade de medida-objeto
6. A seleção de uma unidade apropriada para medir
7. O uso de uma mesma unidade ao comparar objetos
8. A relação entre quantidade e unidade de medida

Os princípios apontados por Curry, Mitchelmore e Outhred (2006) são também os encontrados nos estudos conduzidos sobre medidas (BRAGG; OUTHRED, 2001; 2004; PIAGET; INHELDER; SZEMINSKA, 1960; NUHRENBORGER, 2001; NUNES; BRYANT 1994). A literatura na área se caracteriza por examinar a noção de medidas a partir de pesquisas que abordam e avaliam tipos de medidas e os aspectos que envolvem sua compreensão isoladamente. De maneira geral, observa-se uma consonância nos resultados desses estudos em relação aos aspectos básicos da compreensão de medidas, como o entendimento do que vem a ser uma unidade de medida e a escolha e uso dos instrumentos, aspectos esses cuja compreensão ainda mostra-se incipiente tanto para crianças no início da escolarização, como para aquelas que já passaram por um período maior de instrução.

A compreensão do conceito de medidas envolve uma variedade de conhecimentos, como, o entendimento de uma unidade de medida como um padrão único de comparação para todas as medidas de mesma espécie, a relação entre quantidades e as unidades, a seleção de unidades de medidas apropriadas para medição de determinadas grandezas são alguns dos conhecimentos demandados para a ação com todo e qualquer tipo de medição.

De acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, a avaliação de um conceito deve acontecer por meio de situações variadas que comportam uma multiplicidade de esquemas e fornecem suporte, do ponto de vista psicológico, ao conceito e que estas situações envolvem um conjunto de invariantes ou propriedades, relativos a este conceito (FRANCHI, 1999; 2008, VERGNAUD, 1997). Neste estudo, os princípios apresentados foram relacionados com o que consideramos ser os invariantes do conceito de medidas.

Assim, realizamos uma aproximação dos princípios mencionados aos invariantes vergnaudianos ao compreender estes princípios como elementos necessários à apreensão de uma compreensão geral do conhecimento sobre medidas. Outro ponto que destacamos no estudo é a relação entre o conhecimento sobre medidas com o que a literatura tem denominado, de maneira bastante ampla, *sentido de número*. Esta relação foi aqui estabelecida a partir do exame de noções gerais, porém relevantes, acerca de medidas que estão relacionadas a uma boa intuição e conhecimento sobre quantidades e suas relações. No caso das medidas, essa intuição e conhecimento podem ser observados através das diversas situações em que este conceito é tratado, seja nas diferentes formas de medir, seja na utilização de instrumentos convencionais ou não convencionais.

Considerando esses aspectos, o presente estudo buscou contribuir com dados que possibilitassem ver como ocorre a apreensão dos princípios apontados por Curry, Mitchelmore e Outhred (2006), então relacionados aos invariantes de Vergnaud, em tipos de

medidas distintos e a relação destes com o sentido de número. Para tanto foram aplicadas três tarefas para dois grupos de crianças.

A elaboração dos itens das tarefas propostas consideraram os princípios apresentados, os quais envolviam situações de medição de objetos, sua comparação e o reconhecimento de diferentes tipos de medidas.

A Tarefa 1 consistiu em avaliar os princípios 1 e 2: *a relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medida*. O objetivo da tarefa foi examinar a capacidade da criança em identificar tipos de medidas distintos (Volume, Massa, Tempo, Distância e Comprimento) a partir de unidades apropriadas aos diferentes objetos apresentados.

Na Tarefa 2 avaliou o princípio 4 procurou-se examinar *a relação inversa entre o tamanho da unidade e o número de unidades*. O objetivo foi avaliar se a criança é capaz de compreender a relação inversa entre o tamanho da unidade e o número de unidades necessárias ao medir algo (quanto maior o tamanho da unidade de medida menor será a quantidade dessa medida).

Na Tarefa 3 procurou-se investigar o princípio 3: *o uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes*. Essa tarefa tinha por objetivo investigar se a criança é capaz de reconhecer o uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes.

A presente investigação procurou responder as seguintes questões: (i) Seriam os princípios apresentados igualmente compreendidos pelas crianças em relação a todos os tipos de medidas? Ou esta compreensão seria mais desenvolvida em relação a um tipo específico de medida do que em outro?; (ii) Considerando o conhecimento de crianças de diferentes idades em relação a diferentes tipos de medidas, é possível detectar e caracterizar uma possível progressão neste conhecimento?; (iii) Examinando o conhecimento de crianças de diferentes idades em relação a diferentes princípios invariantes, é possível detectar e caracterizar uma possível progressão neste conhecimento.

Com base nessas questões são apresentadas a seguir as discussões e as principais conclusões derivadas dos dados de cada uma das três tarefas realizadas. Ao final serão feitas considerações quanto aos limites dessa pesquisa, a realização de pesquisas futuras e as possíveis implicações educacionais que podem ser derivadas desta investigação.

#### **4.1.Principais conclusões**

##### **4.1.1 Tarefa 1 - Relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medida**

De acordo com as análises realizadas sobre o desempenho na Tarefa 1, observa-se que o fato das crianças já terem passado por um período de instrução não foi aspecto que influenciasse no desempenho, visto que os percentuais de acerto em cada idade não serem muito altos para os dois grupos. Ao se analisar cada grupo separadamente, vê-se o mesmo nível de desempenho para os cinco tipos de medidas nos dois grupos. Identificar uma unidade apropriada para medir objetos diferentes é uma tarefa possível para as crianças das duas idades examinadas, porém ainda limitada. Quando se analisa o desempenho das crianças dos dois grupos em cada tipo de medida observa-se que o desempenho das crianças de 6 anos não diferencia-se do desempenho das crianças de 8 anos, exceto para a medida de Distância que mostrou-se mais complexa para as crianças de 6 anos.

A análise dos tipos de respostas em cada item mostrou que as crianças ofereceram respostas que variam desde respostas incorretas acompanhadas de justificativa vaga que não apresentavam clareza na identificação do uso apropriado das unidades de medidas (Resposta Tipo I); passando por respostas incorretas acompanhadas de justificativas equivocadas (Resposta Tipo II); respostas corretas, mas com justificativas vagas ou confusas (Resposta Tipo III); até respostas corretas acompanhadas de justificativas apropriadas que estabelecia a relação entre a unidade de medida e objeto medido (Resposta Tipo IV).

Comparando-se os grupos, em relação a cada tipo de resposta separadamente, observou-se que a principal diferença entre eles deveu-se à resposta Tipo IV que eram mais frequentes entre as crianças de 8 anos do que entre as de 6 anos. Esse dado indica que as crianças mais velhas têm mais facilidade em explicitar verbalmente a relação entre unidade objeto do que as crianças de 6 anos.

Analisando os tipos de respostas em cada grupo, observa-se que as respostas Tipo I e III foram as mais adotadas para as crianças de 6 anos, sendo as respostas Tipo IV, de caráter mais elaborado, as que obtiveram menor índice para esse grupo. Já para as crianças de 8 anos as respostas se concentraram no Tipo III, sendo menos frequentes para esse grupo respostas mais elementares como do Tipo I. Os resultados sugerem ocorrer uma pequena progressão entre as crianças de 6 anos e 8 anos, razão essa que pode ocorrer pelo fato das crianças de 8 anos conseguirem explicitar verbalmente as justificativas para suas respostas, o que é pouco expressivo para crianças de 6 anos.

Ao se examinar a distribuição dos tipos de respostas nos cinco tipos de medidas em cada idade, observa-se que para as crianças de 6 anos as respostas Tipo I foram mais frequentes para as medidas de Distância e Comprimento do que para medida de Massa. Enquanto para respostas Tipo IV, essa frequência evidenciou-se para as medidas de Massa e Tempo, sendo pouco adotadas para as medidas de Distância e Volume. Para as crianças de 8 anos as respostas Tipo IV eram mais adotadas para a medida de Massa do que em medida de Distância. Pode-se supor que a medida de Distância é aquela que apresenta maior dificuldade na explicitação verbal das respostas, quanto ao uso apropriado de unidades de medidas para os dois grupos investigados, acentuando-se para as crianças de 6 anos que também apresentam a mesma dificuldade para medida de Volume. Tal fato sugere que as crianças dos dois grupos tenham pouca experiência ou contato no uso e discriminação de unidades de medida de Distância, ocorrência também notável para a medida de Volume nas crianças de 6 anos.

No geral, os resultados mostraram que relacionar unidades de medidas a tipos específicos de medidas é tarefa ainda pouco desenvolvida para crianças de 6 e 8 anos sobretudo para a medida de distância nas crianças de 6 anos. Em estudos que tratam da compreensão de unidades de medida de comprimento como, por exemplo, os conduzidos por Bragg e Outhred (2001; 2004), mostram que crianças entre 6 e 10 anos apresentam dificuldades para essa compreensão em medidas de comprimento, que é das mais usadas no cotidiano e que serve de base para a compreensão dos demais tipos de medição, segundo os autores. Uma questão em aberto em relação a esses resultados é compreender a razão dessa compreensão ainda rudimentar em identificar unidades de medida e relacioná-las às grandezas apropriadas. Isso surpreende, em certo sentido, considerando que as crianças desde cedo têm contato com instrumentos de medidas tanto em casa como na escola.

#### **4.1.2 Tarefa 2 - Relação inversa entre o tamanho da unidade e o número de unidades**

Os resultados referentes ao desempenho da Tarefa 2 indicam boa compreensão para ambos os grupos em reconhecer a relação inversa entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessárias para medir algo.

Comparando-se as medidas entre si em cada grupo separadamente, detectou-se o mesmo nível de desempenho nos cinco tipos de medidas para as crianças do Grupo 1 (6 anos). Já para as crianças do Grupo 2 (8 anos) diferenças foram observadas para medida de Tempo em relação a todos os demais tipos de medidas, dado o percentual para este tipo de medida ter sido mais consideravelmente mais baixo que nos demais.

Comparando-se as idades em cada tipo de medida, observou-se diferenças para as medidas de Massa e Comprimento, este fato deveu-se ao menor percentual de acerto para essa medida no Grupo 1 (6 anos).

Comparando-se, de modo geral, o desempenho na Tarefa 1 e na Tarefa 2, verifica-se que é mais fácil para as crianças dos dois grupos reconhecer a relação inversa entre quantidade e unidade de medida (Tarefa 2) do que reconhecer a relação entre a unidade de medida e o objeto medido (Tarefa 1).

A análise dos tipos de respostas apresentadas na Tarefa 2 revelou que as crianças oferecem justificativas que variam desde respostas incorretas com ausência de justificativas ou justificativa vaga (Resposta Tipo I); respostas incorretas acompanhadas de justificativas equivocadas (Resposta Tipo II); respostas corretas com ausência de justificativas ou justificativas vagas; até respostas corretas com justificativas que indicavam a compreensão acerca da relação inversa entre o tamanho da unidade e quantidade de unidades necessárias para medir algo.

As respostas mais empregadas por ambos os grupos foi a resposta Tipo IV, que expressa um nível de resposta mais elaborada que as demais. Tal fato demonstra que mesmo as crianças mais novas (6 anos) além de obterem bom desempenho relacionado a relação inversa entre a quantidade e unidade de medida, conseguem explicitar essa relação adequadamente.

Analisando a distribuição do tipo de resposta nos cinco tipos de medidas para as duas idades, observa-se que as crianças do Grupo 1 (6 anos) fornecem respostas Tipo IV para todas as medidas investigadas, com exceção apenas para a medida de Tempo que não obteve nenhum Tipo de Resposta IV, as respostas para esse tipo de medida se concentraram no Tipo III. As crianças do Grupo II (8 anos) de forma semelhante as do Grupo I, também concentraram suas respostas no Tipo IV, à exceção também da medida de Tempo que não apresentou nenhuma resposta deste tipo, tendo as respostas para esse grupo se concentrado no Tipo II e III.

De modo geral, comparando-se os dois grupos observa-se que as repostas mais elaboradas foram adotadas para quatro dos tipos de medidas investigados, apenas a medida de Tempo não apresentou esse tipo de respostas. O que demonstra que as relações inversas entre o tamanho da unidade e a quantidade de unidades necessárias para medir algo não é explícita para medida de Tempo na faixa etária investigada. É possível que esse resultado deva-se ao fato de que a medida de Tempo desenvolva-se em estágios posteriores do desenvolvimento precisamente a partir dos 8 anos, como já documentado por de Piaget (1970). Ao que parece, a relação inversa é um princípio geral para as crianças das faixas etária investigada.

#### **4.1.3 Tarefa 3 - Uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes**

Na Tarefa 3 foi solicitado apenas o julgamento acerca de situações apresentadas, identificando-se apenas dois tipos de respostas: respostas com ausência de justificativa ou justificativa vaga (Tipo I) e respostas acompanhadas da compreensão acerca da necessidade do uso de uma mesma unidade de medida para comparar objetos diferentes (Tipo II). As crianças do Grupo 1 (6 anos) obtiveram índices baixos em relação ao tipo de resposta mais elaborado (Resposta Tipo II), cujo índice de respostas foi maior para as crianças do Grupo II (8 anos). Esse aspecto indica que as crianças do de 6 anos tiveram dificuldade em compreender o princípio de que é necessário a mesma unidade para medir grandezas de mesma espécie.

Analisando-se a distribuição do tipo de respostas em cada idade, verificou-se percentual muito baixo de respostas Tipo II para crianças de 6 anos, já para as crianças de 8 anos observou-se uma proximidade no percentual de respostas Tipo I e Tipo II. Os dados mostraram que aos 6 anos, as respostas Tipo I eram adotadas em medidas de Volume e Distância. Já para as crianças de 6 anos, as respostas Tipo I eram mais freqüentes na medida de Volume.

Os dados referentes a esta tarefa indicam que crianças na faixa etária investigada apresentam dificuldades na compreensão do uso de uma mesma unidade de medida para comparar objetos diferentes nos cinco tipos de medidas investigados. Esses resultados são semelhantes aos encontrados por Curry, Mitchelmore e Outhred (2006) para este princípio, ao se observar uma compreensão pouco desenvolvida em crianças dessa mesma faixa etária para as medidas de comprimento, área e volume que foram as medidas investigadas por estes autores, resultados satisfatórios só foram apresentados mais tardiamente a partir dos 10 anos.

Um ponto intrigante diante destes resultados remete ao próprio conceito de medida que incide na comparação de duas grandezas de mesma espécie. A compreensão de medição consiste em comparação, para tanto é necessário o uso de padrões (unidades) de comparação para grandezas de mesma espécie, essa compreensão parece ser ainda incipiente para crianças de 6 e de 8 anos de idade.

De maneira geral, comparando-se o desempenho em cada tarefa para os dois grupos, verifica-se diferenças ocorridas apenas para a Tarefa 3, cujo percentual de respostas Tipo II foi consideravelmente maior para o Grupo 2 (8 anos). Já nas Tarefas 1 e 2 não constatou-se alteração do desempenho em função da idade.

Comparando-se as tarefas entre si em cada grupo, verificou-se que a Tarefa 3 foi mais difícil que a Tarefa 1 e do que a Tarefa 2 para as crianças do Grupo 1 (6 anos). Para o Grupo 2 (8 anos) a Tarefa 2 foi a mais fácil e as outras duas tarefas foram igualmente mais difíceis, para esse grupo o princípio 3 é melhor compreendido do que para o grupo 2 (8 anos), embora os percentuais de desempenho para os dois grupos seja baixo.

Os resultados confirmam que as tarefas variam quanto ao grau de complexidade, sendo a Tarefa 3 a mais difícil para ambos os grupos. Em outras palavras, o reconhecimento de que para comparar o tamanho de objetos diferentes é necessário o uso de uma mesma unidade é noção mais complexa que as demais, avaliadas nas outras duas tarefas. Esses

resultados suportam os já registrados por Nunes e Bryant (1997) em crianças de 5 a 7 anos. Ao que parece, crianças nessa faixa etária ainda não possuem clareza acerca da noção de unidades.

Em relação ao tipo de medida foram identificadas diferenças entre as idades para as medidas de Massa, Distância e Comprimento. Os resultados indicam uma progressão entre as idades investigadas, sobretudo para a medida de Distância que apresentou maior avanço de um grupo para o outro. Para as medidas de Volume e Tempo, no entanto, não se verificou progresso no desempenho entre as idades. É possível que tal fato ocorra por esses dois tipos de medidas sejam mais complexas que os demais tipos de medidas para crianças dessa faixa etária.

De modo geral, considerando os resultados do presente estudo, pode-se concluir que:

- (a) Em relação à compreensão dos princípios nota-se que apenas para o princípio referente à relação entre quantidade e unidade de medida (Tarefa 2), apresenta uma compreensão geral para os grupos investigados (crianças de 6 e 8 anos). Essas crianças conseguem explicitar verbalmente as situações apresentadas para todos os tipos de medidas, com exceção a medida de Tempo. Esses resultados sugerem que as crianças possuem uma compreensão ainda elementar deste princípio, dado as crianças do Grupo 1 (6 anos) estarem iniciando a escolarização formal e apresentarem resultados semelhantes as do Grupo 2 (8 anos) que já passaram por um período de instrução formal. Ao que parece suas experiências diárias com medidas promovem uma aproximação intuitiva da relação inversa que ocorre entre a quantidade e unidade de medida, mesmo após o andamento da trajetória escolar, indicando um sentido numérico elaborado, principalmente para as medidas de Comprimento, Massa, Distância e Volume.

- (b) Os princípios que tratam da relação entre unidade de medida-objeto e seleção apropriada de uma unidade de medida (Tarefa 1), diferentemente indica uma compreensão pouco elaborada dessas relações entre as unidades para o Grupo 1 (6 anos), ainda que sejam hábeis em fornecer respostas corretas, estas crianças não realizam ligação entre essas respostas e aspectos que justifiquem essa escolha. As crianças do Grupo 2 (8 anos), por sua vez apresentam maior número de respostas com julgamentos mais elaborados que explicitam as relações avaliadas. Nesses princípios, portanto, as crianças apresentam um sentido numérico pouco elaborado nas crianças de 6 anos e melhor desenvolvido, porém, ainda incipiente nas crianças de 8 anos.
- (c) A Tarefa 3 que avaliou o princípio que trata de reconhecer que para efeito de comparação entre dois objetos ou quantidades é necessário que estes sejam comparados através de uma unidade comum, parece não ser uma atividade familiar para as crianças do Grupo 1 (6 anos). Já para as crianças do Grupo 2 (8 anos) é possível conferir essa compreensão, muito embora esta não seja muito acentuada. Os resultados obtidos mostraram ser esse princípio o que apresenta maior dificuldade para as crianças dos dois grupos investigados. Isto indica que em relação a este princípio as crianças investigadas apresentam dificuldades em explicitarem verbalmente justificativas acerca das situações apresentadas bem como um sentido de número ainda pouco elaborado.

#### **4.2 Pesquisas Futuras e Implicações Educacionais**

Este estudo confirmou a complexidade da compreensão de medidas em crianças de 6 e 8 anos, apesar deste ser um conceito que apresenta forte caráter prático, sua compreensão parece ainda não ser clara para crianças nessa faixa etária. As crianças diariamente tanto em casa como na escola tem contato com instrumentos de medidas realizam comparações entre

quantidades, mesmo adequando os elementos de suas experiências com às tarefas que foram aplicadas estas apresentaram dificuldades em relacionar unidades às medidas apropriadas e principalmente em reconhecer o uso de uma mesma unidade para medir objetos diferentes.

Por ser de caráter exploratório, o presente estudo deparou-se com alguns desafios. Um primeiro desafio foi em relação à elaboração dos itens das tarefas que implicou numas das principais dificuldades para constituição do instrumento ao buscar relacionar os princípios adotados às medidas investigadas de forma apropriada para a idade das crianças investigadas. Talvez este tenha sido ao mesmo tempo um dos pontos cruciais do estudo. Limitações podem ser apontadas, por exemplo, nos itens relacionados à medida de Tempo, notadamente na Tarefa 2 que demandou maior dificuldade na elaboração de itens que fossem condizentes aos objetivos requeridos (relação inversa). Outro desafio deu-se quanto à elaboração do sistema de análise, por se tratar de um estudo exploratório, a elaboração do sistema de análise requereu minúcia ao propor categorias que contemplassem o mais fielmente as respostas das crianças, para tanto este foi discutido e revisto até chegar na sua versão final.

Acredita-se que a presente investigação traga contribuições importantes para essa área de estudo, seja por avaliar tipos distintos de medidas em um mesmo grupo de participantes, como também pela novidade na elaboração das tarefas que requeriam das crianças julgamentos acerca de situações apresentadas. Os resultados aqui apresentados indicam que os princípios abordados precisam ser cuidadosamente considerados em relação ao que as crianças devem saber sobre medidas e suas relações. Pesquisas futuras precisam ser conduzidas, tomando por base esses princípios em outras faixas etárias para observar como ocorre o desenvolvimento destes e assim estender o corpo de literatura da área.

Os resultados do presente estudo sugerem possíveis implicações educacionais. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (MEC, 1997), espera-se que os alunos do 1º ciclo do ensino Fundamental (que corresponde a 1ª e 2ª séries) utilizem procedimentos para

identificar e comparar quantidades, em função da ordem de grandeza envolvida, bem como realizar medições fazendo uso de unidades de medidas não convencionais. De acordo com os dados desta investigação, observa-se a necessidade de estímulo a discussão e comunicação de estratégias e formas de pensar adotadas pelas crianças ao realizarem medições ou se depararem com situações que envolvam a mensuração, seja no uso de unidades convencionais ou não. Os resultados sugerem a necessidade de desenvolver a compreensão acerca dos princípios investigados, a partir de situações que lhes permitam fazer ligação entre as experiências prévias das crianças, com instrumentos convencionais de medidas. As respostas obtidas nas tarefas permitem explorar alguns 'pré-conceitos' relacionados à medidas como a não compreensão do que vem a ser uma unidade de medida. Para tanto, uma compreensão elaborada de medida requer atividades que envolvam a utilização dos mais diversos instrumentos (convencionais e não convencionais), e, sobretudo a estimulação de discussões e reflexão sobre aspectos chaves da compreensão de medida. Estudos de intervenção poderão examinar essas relações com mais propriedade. Ao que parece as crianças apresentam certa compreensão dos princípios investigados, no entanto, é necessário explorar as concepções equivocadas e desenvolver estratégias e competências acerca de situações que envolvam medidas e suas relações. Desse modo, pesquisas futuras precisam ser conduzidas com crianças mais velhas, com vistas a acompanhar o desenvolvimento da compreensão desses princípios e, ainda, examinar se a progressão ora identificada se manteria em outras faixas etárias.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRAGG, P; OUTHRED, L. So that's what a centimetre looks like: students understandings of linear units. In: **Proceedings of the 25th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Netherlands: PME, v. 2, p. 209 – 218, 2001.

BRAGG, P; OUTHRED, L. A measure of rulers: the importance of units in a Measure. In: **Proceedings of the 28th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Bergen, Norway: PME, v. 2, p. 159 – 165, 2004.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. MEC/SEF: Brasília, 1997.

CARRAHER, T., CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. D. **Na vida dez, na escola zero**. 10ª. ed. São Paulo. Cortez. 1995.

COUTINHO, C. A. **Metrologia atual**. Rio de Janeiro, 1967.

CURRY, M., MITCHELMORE, M.; OUTHRED, L. Development of children's understanding of Length, area, and volume measurement principles. In: **Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Prague: PME, v. 2, p. 377-384, 2006.

DIAS, J. L. M. **Medida, normalização e qualidade; aspectos da história da metrologia no Brasil**. Rio de Janeiro: Ilustrações, 1998.

DA ROCHA FALCÃO, J. T. A psicologia da educação matemática no contexto da psicologia. In: **Psicologia da educação matemática: Uma introdução**. Belo Horizonte: Autêntica, p. 15-45, 2003.

DEHAENE, S. **The number sense: How the mind creates mathematics**. New York, NY: Oxford University Press, 1997.

DUHALDE. M. E.; CUBERES, M. T. G. **Encontros iniciais com a matemática: contribuições à educação infantil**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

FLAVELL, J. H. **A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget**. 3º Ed. São Paulo: Pioneira, 1988.

FRANCHI, A. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. Em S. D. A. M (Org.), **Educação Matemática: uma (nova) introdução**, 3º Ed. São Paulo: EDUC, 2008.

GREENO, J. Number sense as situated knowing in a conceptual domain. **Journal for Research in Mathematics Education**, 22 (3), 170-218, 1991.

GRIFFIN, S. Teaching number sense. **Educational Leadership**, v. 61, n. 6, p. 39-42, 2004.

INMETRO. **Vocabulário internacional de termos fundamentais e gerais de Metrologia** : portaria INMETRO nº 029 de 1995 / INMETRO, SENAI - Departamento Nacional. 5. ed. -- Rio de Janeiro: Ed. SENAI, 2007. Disponível em:< <http://www.inmetro.gov.br/infotec/publicacoes/vim.pdf> >. Acesso em 06 de março de 2009.

HOWDEN, H. Teaching number sense. **Arithmetic Teacher**, 36 (6), 6-11, 1989.

LESSA, M. M. L.; DA ROCHA FALCÃO, J. T. Pensamento e linguagem: uma discussão no campo da Psicologia da Educação Matemática. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, vol.18, n.3, 2005.

KIDMAN, G. C. Links between intuitive thinking and classroom area tasks. **Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)** (Vol 3, pp. 233-240) Utrecht , Holland, 2001.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. G. **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 2. ed. São Paulo: PROEM, 2001.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

ONRUBIA, J., ROCHERA, M. J. ; BARBERÀ. O ensino e a aprendizagem da matemática: uma perspectiva psicológica In: C. Coll; A. Marchesi, A.; J. Palacios. **Desenvolvimento Psicológico e Educação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2004.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PIAGET, J. INHELDER, B. **O desenvolvimento das quantidades físicas na criança**. 3ª edição: Zahar Editores. Rio de Janeiro, 1983.

PIAGET, J, INHELDER, B.; SZEMINSKA, A. **The child's conception of geometry**. London: Routledge ; Kegan Paul, 1960.

PIAGET, J. **A construção do real na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1979.

RANGEL, A. C. S. **Educação matemática e a construção do número pela criança: uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

RIBEIRO, L. M.; SPINILLO, A. G. Preschool children's number sense. In: **Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Praga: PME v. 1. p. 417-417, 2006.

RONNING, F. Linguagem and concept development in geometry. In: **Proceedings of the 28th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Norway: PME, v. 4, p. 137-144, 2004.

SILVA, C. X; LOUZADA, F. M. **Medir é comparar**. São Paulo: Ática, 2001.

SILVA, P. P. A. (2003). **Metrologia Nas Normas, Normas Na Metrologia**. Dissertação de Mestrado não publicada, Programa de Pós-Graduação em Metrologia. Pontifca Universidade do Rio de Janeiro. Disponível em: <[http://www.maxwell.lambda.ele.puc-rio.br/cgi-bin/PRG\\_0599.EXE/7362\\_3.PDF?NrOcoSis=21083;CdLinPrg=pt](http://www.maxwell.lambda.ele.puc-rio.br/cgi-bin/PRG_0599.EXE/7362_3.PDF?NrOcoSis=21083;CdLinPrg=pt)>. Acesso em 20 de setembro de 2007.

SPINILLO, A. G. O sentido de número e sua importância na educação matemática. Em M.R.F. de Brito (Org.), **Solução de Problemas e a Matemática**, Campinas: Editora Alínea, p. 83-111, 2006.

SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. O diálogo entre a Psicologia do desenvolvimento cognitivo e a educação matemática. In: L. Meira ; A. G. Spinillo. **Psicologia**

**Cognitiva: cultura, desenvolvimento e aprendizagem.** Recife: Editora Universitária, 2006.

SPINILLO, A. G.; ARAÚJO, S.; BATISTA, R. M. F.; FERREIRA, J. As noções de crianças sobre medidas. **Anais do IV Congresso Norte Nordeste de Psicologia**, Salvador, Maio, 2005. Disponível em: <<http://www.ivconpsi.crp03.org.br>>

SPINILLO, A. G.; QUEIROZ, T. V.; CHAGAS, W. A. B.; BATISTA, R. M. F. ; FERREIRA, J. O significado atribuído aos números por crianças em diferentes níveis de escolaridade. **Anais da XXXVI Reunião Anual da Sociedade Brasileira de Psicologia**, Salvador, Outubro, 2006.

SWODER, J. T. A compreensão de número na escola de primeiro grau. In: L. Meira ; A. G. Spinillo (Orgs.), **Anais da I Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, p. 19-27, 1995.

VERGNAUD, G. Theoretical frameworks and empirical facts in the psychology of mathematics education. **Proceedings of the International Congress on Mathematical Education**, Budapest, pp. 39-41, 1988.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v.10, 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. The nature of mathematical concepts. Em T. NUNES.; P. BRYANT (Orgs.) **Learning and teaching mathematics. An International perspective.** (pp. 5-28). Hove: Psychology Press, 1997.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. Em E. P. GROSSI, (Org.). **Por que ainda há quem há não aprende? A teoria.** (pp 21-64), Rio de Janeiro: Vozes, 2003.

YANG, D-C.; REYS, R. E. Fractional number sense strategies possessed by sixth grade student in Taiwan. **Hiroshima journal of mathematics education**, n.10, p. 53-70, 2002.

YANG, D. C. Teaching and learning number sense – an intervention study of fifth grade students in Taiwan. **International Journal of Science an Mathematics Education**, v. 1, n. 1, p. 115-134, 2003.

## **ANEXOS**

## ANEXO A: TAREFA 1

### Relação entre unidade-objeto e uso apropriado de unidades de medida

#### Instrução de Aplicação:

**“Esse jogo é de adivinhação. João gosta muito de medir coisas. Ele mede tudo que ele encontra. Você tem que adivinhar o que foi que João mediu.”**

1. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 5 litros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu? Justificativa:
2. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 3 quilos. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu?Justificativa:
3. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 4 horas. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu?Justificativa:
4. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 12 quilômetros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu?Justificativa:
5. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 2 metros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu? Justificativa:

6. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 1 metro. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** o peso de um pedaço de queijo no supermercado; **(b)** o comprimento de um tecido para comprar na loja. Justificativa:
7. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 2 horas. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** a altura de um poste; **(d)** o tempo que ele gastou assistindo a um filme. Justificativa:
8. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 50 quilômetros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** distância entre duas cidades; **(b)** o tempo que ele gastou pra ir à escola e voltar. Justificativa:
9. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 2 quilos. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** a quantidade de suco em uma jarra; **(b)** o peso de um saco de açúcar. Justificativa:
10. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 3 litros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** a quantidade de água em um balde; **(b)** a distância entre duas casas na rua. Justificativa:
11. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 4 horas. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** a distância entre a escola e a farmácia; **(b)** o tempo que gastou para ir de Recife para São Paulo de avião; Justificativa:

12. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 2 quilômetro. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** o peso de um passarinho; **(b)** a distância da casa dele até zoológico; Justificativa:

13. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 60 quilos. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** o peso de uma pessoa; **(b)** o tempo que ele gastou para ir da escola para casa; Justificativa:

14. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 5 litros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** a quantidade de leite em uma caldeirão; **(b)** o tamanho de uma porta; Justificativa:

15. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 6 metros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** a quantidade de óleo em uma lata; **(b)** a altura de um poste na rua. Justificativa:

16. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 200 quilos. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** o peso de um caminhão; **(b)** a distância que ele andou da casa dele até a banca de revista. Justificativa:

17. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 1 hora. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** o tempo que ele gastou pra chegar ao cinema; **(b)** a quantidade de leite para fazer um bolo; Justificativa:

18. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 1 quilômetro. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** a distância entre a casa dele e a escola; **(b)** a quantidade de leite de um copo; Justificativa:

19. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 20 litros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** o tempo que ele gastou pra fazer a tarefa de casa; **(b)** a quantidade de gasolina no tanque do carro do pai dele; Justificativa:

20. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 2 metros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** o comprimento de uma mesa. **(b)** o tempo que ele gastou para encher um balão. Justificativa:

21. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 12 litros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** a quantidade de água em um balde; **(b)** o peso de uma pessoa; Justificativa:

22. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 20 minutos. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** o peso de um saco de farinha. **(b)** o tempo que ele esperou o ônibus para ir para a escola; Justificativa:

23. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 10 quilômetros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** a altura de uma escada; **(b)** a distância entre a Olinda e Recife. Justificativa:

24. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 2 quilos. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** o peso de uma caixa; **(b)** o comprimento de uma mesa; Justificativa:

25. João mediu uma coisa, e disse que essa coisa media 1 metro. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: **(a)** a altura de uma janela; **(b)** distância entre duas cidades; Justificativa:

## ANEXO B: TAREFA 2

### Relação inversa entre o tamanho da unidade e o número da unidade

1. João pesou um saco de arroz em uma balança que tinha pesos pequenos. Ana pesou este mesmo saco de arroz em uma balança que tinha pesos grandes. Quem vai precisar de mais pesos para pesar o saco: João ou Ana? Por que/como descobriu/como sabe?

Justificativa:

2. João mediu o tempo de uma partida de futebol em minutos. Ana mediu o tempo dessa mesma partida de futebol só que em segundos. Qual número vai ser maior o número de minutos ou o número de segundos? Justificativa:

3. Ana mediu o comprimento de uma mesa com palitos de fósforos. João mediu esta mesma mesa com palitos de picolé. Quem vai precisar de mais palitos para medir o comprimento da mesa: Ana ou João? Por que/como descobriu/como sabe?

Justificativa:

4. Ana mediu uma jarra com suco de laranja com copos grandes. João mediu esta mesma jarra de suco com copos pequenos. Quem vai precisar de mais copos: Ana ou João? Por que/como descobriu/como sabe? Justificativa:

5. João mediu o tempo gasto para fazer uma viagem de Recife a Fortaleza em horas. Ana também mediu o tempo dessa mesma viagem só que em minutos. Qual número vai ser maior: o número de horas ou o número de minutos? Justificativa:

6. Ana mediu a distância entre a janela e a porta da sala usando uma régua grande. João mediu esta mesma distância usando uma régua pequena. Quem vai usar mais réguas para medir esta distância: Ana ou João? Por que/como descobriu/como sabe? Justificativa:

7. João mediu o comprimento de um poste com palitos de fósforos. Ana mediu este mesmo poste com palitos de picolé. Quem vai precisar de mais palitos para medir o comprimento do poste: João ou Ana? Por que/como descobriu/como sabe? Justificativa:

8. Ana pesou uma caixa de doces em uma balança que tinha pesos pequenos. João pesou esta mesma caixa de doces em uma balança que tinha pesos grandes. Quem vai precisar de mais pesos para pesar a caixa: Ana ou João? Por que/como descobriu/como sabe? Justificativa:

9. Ana mediu a quantidade de água da piscina usando baldes grandes. João mediu esta mesma piscina usando baldes pequenos. Quem vai precisar de mais baldes: Ana ou João? Por que/como descobriu/como sabe? Justificativa:

**10.** João mediu a distância entre a o guarda roupa e a cama de seu quarto usando o palmo de sua mão. Ana mediu esta mesma distância usando o palmo de sua mão. Quem vai usar mais palmos para medir esta distância: João ou Ana? Por que/como descobriu/como sabe? Justificativa:

## ANEXO C: TAREFA 3

### Uso de uma mesma unidade para comparar objetos diferentes:

#### Instrução de Aplicação:

“João e Ana gostam de medir tudo. Só que cada um mede de jeito diferente. Eles gostam de brincar comparando as medidas. Aí às vezes um mede melhor do que o outro e consegue descobrir as coisas.”

1. João e Ana estavam na escola e queriam saber o comprimento de algumas coisas. Na sala de aula, eles queriam saber se **duas estantes tinham a mesma altura**.

*Ana mediu a altura das duas estantes usando **régua**s pequenas. Já João mediu a altura de uma das estantes usando **uma régua grande** e a altura de outra usando **uma régua pequena**. João não conseguiu saber se as duas estantes tinham a mesma altura. Por que será que ele não conseguiu e ela conseguiu? Justificativa:*

2. João e Ana estavam numa festa e **cada um ganhou um bolo**. Eles queriam saber qual dos bolos pesava mais.

*João pesou o bolo dele e o bolo de Ana usando uma balança com **pesos grandes**. Ana pesou do bolo dela usando **pesos pequenos** e depois mediu o bolo de João usando **pesos grandes**. Ana não conseguiu saber qual o bolo pesava mais. Porque será que ela não conseguiu e ele conseguiu? Justificativa:*

3. Ana e João queriam saber **qual era a menor distância: da escola para o mercado ou da escola para a farmácia.**

*Ana mediu a distância da **escola para o mercado** e da **escola para a farmácia** usando **pés**. João mediu a distância da escola para o supermercado usando **passos** e da escola para a farmácia usando **pés**. João não conseguiu saber qual distância era menor. Por que será que ele não conseguiu e ela conseguiu? Justificativa:*

4. Na escola, as crianças querem saber **qual a aula que demora mais: a aula de matemática ou a de português.**

*Ana mediu o tempo da aula de **matemática em minutos** e depois mediu o tempo da **aula de português em segundos**. João mediu o tempo das **duas aulas em minutos**. Ana não conseguiu descobrir qual a aula que demorava mais. Porque será que ela não conseguiu e ele conseguiu? Justificativa:*

5. No supermercado, as crianças queriam saber o peso de alguns produtos.

*Ana e João mediram o peso de **dois sacos de feijão** para saber se tinham o mesmo peso. Ana pesou os dois sacos usando **pesos pequenos**. João pesou um saco usando **pesos grandes** e o outro saco usando **pesos pequenos**. João não conseguiu saber qual o saco que pesava mais. Porque será que ele não conseguiu e ela conseguiu? Justificativa:*

6. João e Ana querem saber **qual casa é mais distante da escola** a de João ou a de Ana.

*João mediu a distância de sua casa e depois a distância da casa de Ana para escola usando **passos**. Ana mediu a distância de sua casa para escola **usando pés** e depois a da casa de João usando **passos**. Ana não conseguiu saber qual casa era mais distante? Por que será que ela não conseguiu e ele conseguiu? Justificativa:*

7. No cinema, as crianças querem saber qual **o filme que demora mais**: o filme do Batman ou o filme do Homem Aranha.

*Ana mediu o tempo dos **dois filmes em minutos**. João mediu o tempo do filme do Batman em **minutos** e mediu o tempo do filme do Homem Aranha em **segundos**. Ana conseguiu descobrir qual o filme que demorava mais. João não conseguiu. Por que será que ele não conseguiu e ela conseguiu? Justificativa:*

8. Ana e João são vizinhos e **cada um tem piscina de plástico em casa**. Eles querem saber qual a piscina que cabia mais água.

*Ana mediu a piscina da casa dela com **balde pequeno** e depois mediu a piscina da casa de João com **balde grande**. João mediu a água das duas piscinas com **balde grande**. João conseguiu descobrir qual a piscina que cabia mais água. Ana não conseguiu. Por que será que ela não conseguiu e ele conseguiu? Justificativa:*

9. Na escola, eles queriam saber **qual a mesa tinha o comprimento maior**, a mesa da professora ou da diretora.

*João mediu a mesa da professora e da diretora usando **palitos de picolé**. Ana mediu a mesa da diretora usando **palitos de fósforo** e a da professora usando **palitos de picolé**. João conseguiu saber qual mesa era maior. Por que será que ela não conseguiu e ele conseguiu? Justificativa:*

10. Em casa, as crianças queriam saber **qual jarra cabia mais suco**, se era a jarra de João ou a de Ana.

*Ana mediu as duas jarras de suco com **copos pequenos**. João mediu a jarra de suco de Ana com **copos pequenos** e depois mediu a sua jarra de suco com **copos grandes**. João não conseguiu descobrir a jarra que cabia mais suco. Por que será que ele não conseguiu e ela conseguiu? Justificativa:*

**ANEXO D: CARTELAS DE DESENHOS - TAREFA 2**

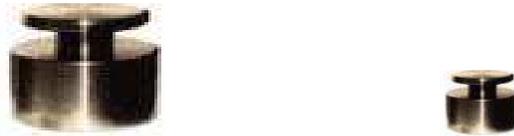


**JOÃO**



**ANA**

**Item 1:**



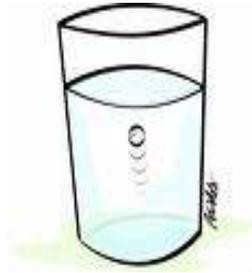
**Item 2:**



**Item 3:**



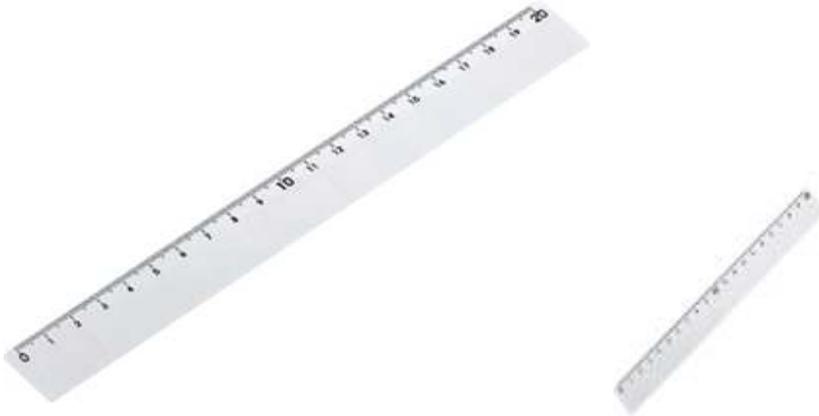
**Item 4:**



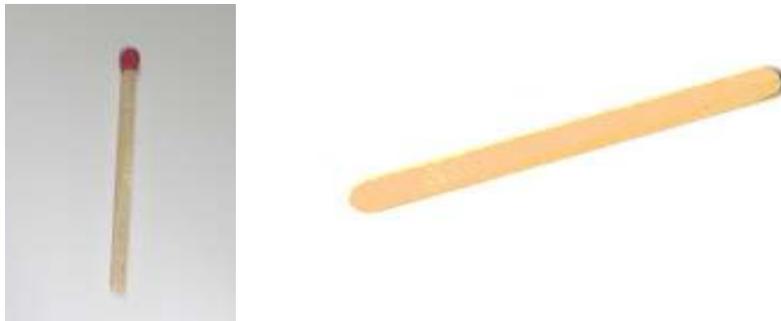
**Item 5:**



**Item 6:**



**Item 7:**



**Item 8:**



**Item 9:**



**Item 10:**



**ANEXO E: CARTELAS DE DESENHOS - TAREFA 3**



**JOÃO**



**ANA**

**Item 1:**



**Item 2:**



**Item 3:**



**Item 4:**



**Item 5:**



**Item 6:**



**Item 7:**



**Item 8:**



**Item 9:**



**Item 10:**

