UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JOSÉ WARLYSON SANTOS DO NASCIMENTO

SITUAÇÕES DE ÁREA NA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLA PÚBLICAS: uma análise conceitual

Caruaru
2025

JOSÉ WARLYSON SANTOS DO NASCIMENTO

SITUAÇÕES DE ÁREA NA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS: uma análise conceitual

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática

Orientador (a): Profª Dr.ª Cristiane de Arimatéa Rocha

Caruaru

2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Nascimento, José Warlyson Santos do.
Situações de Área na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas: uma análise conceitual / José Warlyson Santos do Nascimento. - Caruaru, 2025.
59 : il., tab.

Orientador(a): Cristiane de Arimatéa Rocha
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura, 2025.
Inclui referências, apêndices, anexos.

1. OBMEP. 2. Educação Matemática. 3. Teoria dos Campos Conceituais. 4. Ensino de Área. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa. (Orientação). II. Título.

510 CDD (22.ed.)

JOSÉ WARLYSON SANTOS DO NASCIMENTO

SITUAÇÕES DE ÁREA NA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS: uma análise conceitual

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Aprovada em: 08/08/2025

BANCA EXAMINADORA

____

Profª. Drª. Cristiane de Arimatéa Rocha (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

____

Prof. Dr. Marcos Luiz Henrique (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

____

Profª. Ma. Lidiane Pereira de Carvalho (Examinadora Externa)
Escola Técnica Estadual Maria José Vasconcelos

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por sua infinita bondade e pelo cumprimento de mais uma de suas promessas em minha vida. Pois se não fosse sua misericórdia para com a minha vida, não teria a devida fé, paciência e conhecimento necessário para concluir este trabalho.

Agradeço a minha amada esposa Lauren Beatriz Paulo Narciso Nascimento, por todo companheirismo, ter confiado em mim, e por ter caminhado comigo em toda essa trajetória. Sem ela não teria conseguido, pois é sua existência em minha vida que me torna melhor a cada dia e que me dá forças para alcançar aquilo que está em meu coração. Em meus momentos mais difíceis em que pensei em desistir da graduação, você que estava lá para me ajudar a seguir, então obrigado por tudo, e saiba que serei eternamente teu companheiro. Amo você para sempre!

Agradeço ao meu pai José Ilton Silva do Nascimento que foi um exemplo de homem de Deus e de pessoa responsável, me ensinando a honrar a Deus e lutar diariamente pelo que almejo. Você é e sempre será um herói para mim, obrigado por todo amor e cuidado. Amo você, meu pai!

Agradeço à minha mãe Janaina Pedrosa dos Santos, que sempre foi um exemplo de persistência e força. Você me ofereceu possibilidades e um universo inteiro para sonhar. Obrigado por todos os conselhos, e saiba que os guardarei para sempre em meu coração. Amo você minha mãe!

Agradeço aos meus irmãos José Willy Santos do Nascimento e José Wesly Santos do Nascimento, por todas as noites de sono, me esperando chegar da universidade, mostrando todo companheirismo e empenho para me ajudar a realizar meu sonho.

Agradeço aos meus melhores amigos Rafael Arruda da Silva e Felipe Cardoso Souza da Silva, por estarem comigo todos esses anos, por todas as risadas que arrancaram de mim, tornando a vida mais leve e me ensinando a achar graça, otimismo e forças até mesmo nos momentos mais tristes da minha caminhada.

Agradeço a todos os meus professores da educação básica que tive a oportunidade de ver ensinar, e em especial ao Prof. Me. Reinaldo Manoel da Silva que me inspirou a seguir o caminho da docência. Foi ele quem me apresentou a matemática da forma mais magnífica possível, exercendo enorme influência sobre a minha paixão pela matemática e pela sala de aula.

Agradeço também à minha orientadora Prof. Drª Cristiane de Arimatéa Rocha por todo conhecimento compartilhado, por toda paciência e ajuda oferecida para que a conclusão deste trabalho pudesse ser possível.

Agradeço aos professores integrantes da banca examinadora, os professores Marcos Henrique e Lidiane Carvalho dos quais tive a honra de ser aluno. Com estes, aprendi muito na graduação, e são exemplos para mim no que diz respeito a ensinar e encantar.

Agradeço a todos meus colegas que compõem a turma de Matemática de 2021.1. Todos contribuíram de alguma forma nesta caminhada acadêmica, por mais árdua e cansativa que ela tenha sido, mas fomos companheiros, e acima de tudo, amigos. Lembrarei de todos os estudos em conjunto e de todas as vezes que compartilhamos conhecimento.

Em especial agradeço ao grupo “Alphavella”, que sempre foram meu grupo em todas as atividades que pudéssemos. Agradeço por todas as risadas, conversas aleatórias, confraternizações e noites de comida e jogos. Vocês foram primordiais para que esta caminhada fosse mais leve e suportável.

Agradeço a minha supervisora do PIBID, Professora Janaina por todo conhecimento compartilhado, experiências e ensinamentos acerca da vivência em sala de aula. Também agradeço a Caio Rennan, Maria Luiza, Isabella Carvalho e Malcolm Sedícias, que fizeram parte junto comigo do PIBID, que foi uma das mais importantes vivências que tive oportunidade de ter na graduação, me ajudando a encarar de forma descontraída e com coragem a sala de aula.

Agradeço a Malcolm e a Jaelson, amigos da graduação que se fizeram presentes nos momentos de dúvidas e confusão em minha mente. Agradeço por todos os momentos que estiveram disponíveis a me ouvir e me aconselhar para fazer a escolha certa e no momento certo.

E encerro agradecendo novamente ao meu eterno Deus, pois ele é digno de toda honra e toda glória, para todo o sempre. Amém.

“Não há conceito sem situação: o sentido nasce da ação sobre o mundo.” (Gérard Vergnaud, 1993.)

“A matemática deve ser útil, não nos esqueçamos, porém, de que essa ciência é, acima de tudo, uma mensagem de sabedoria e beleza” (O homem que calculava.)

RESUMO

A presente pesquisa investiga as situações relativas ao conceito de área priorizadas nas provas da primeira fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), nível 2, no intervalo de 2015 a 2024. O estudo se baseia na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud, que considera o conhecimento como mobilização coordenada de situações, invariantes operatórios e representações simbólicas, assim como nos quadros geométrico, numérico e de grandezas propostos por Douady e Perrin-Glorian para o conceito de área. Adotou-se a metodologia qualitativa, de caráter descritivo-documental: 15 questões foram coletadas no banco oficial da OBMEP, categorizadas segundo as classes de situações de Ferreira (2010) e organizadas em quatro blocos (medida exata com unidade convencional; medida exata com unidade não convencional; comparação estática sem unidade; mudança de unidade). Em seguida, analisou-se os quadros de representação acionados e, por fim, cada questão foi analisada à luz da TCC, evidenciando os elementos da teoria em cada questão. Os resultados revelam predominância de problemas que tratam a área como medida exata em unidades convencionais, embora haja exemplos que estimulam comparações, conversões de unidades e uso de unidades não convencionais, ampliando a compreensão conceitual. Observou-se que muitas questões transitam por dois ou três quadros, exigindo do aluno a articulação de diferentes registros e conhecimentos prévios, o que favorece o desenvolvimento de competências matemáticas ligadas à área. Conclui-se que as provas da OBMEP, além de instrumento avaliativo, servem de recurso didático rico para o ensino de área, pois oferecem situações variadas que podem ser exploradas em sala de aula sob a perspectiva da TCC.

Palavras-chave: OBMEP; Educação Matemática; Teoria dos Campos Conceituais; Ensino de Área.

ABSTRACT

This study investigates the situations related to the concept of area that are prioritized in the first-phase exams of the Brazilian Public School Mathematics Olympiad (OBMEP), level 2, from 2015 to 2024. The research is grounded in Gérard Vergnaud’s Theory of Conceptual Fields (TCF), which views knowledge as the coordinated mobilization of situations, operative invariants, and symbolic representations. It also draws on the geometric, numerical, and measurement frames proposed by Douady and Perrin-Glorian for the concept of area. A qualitative methodology with a descriptive-documentary approach was adopted: 15 questions were collected from OBMEP's official question bank, categorized according to the classes of situations proposed by Ferreira (2010), and organized into four blocks (exact measurement with conventional units; exact measurement with non-conventional units; static comparison without units; unit conversion). Subsequently, the representation frames activated in each question were analyzed, and finally, each one was examined through the lens of TCF, highlighting the theoretical elements within. The results reveal a predominance of problems that treat area as an exact measurement in conventional units, although there are examples that encourage comparisons, unit conversions, and the use of non-conventional units, enhancing conceptual understanding. It was observed that many questions involve two or even all three frames, requiring students to articulate different forms of representation and prior knowledge, which supports the development of mathematical competencies related to area. It is concluded that OBMEP exams, beyond their evaluative function, serve as a rich didactic resource for teaching area, offering varied situations that can be explored in the classroom through the lens of the Theory of Conceptual Fields.

Keywords: OBMEP; Mathematics Education; Theory of Conceptual Fields; Teaching Area.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
OBM	Olimpíada Brasileira de Matemática
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Pública
TCC	Teoria dos Campos Conceituais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento da tecnologia e a imersão cada vez maior de nossos jovens neste mundo conectado, muito tem se debatido acerca de como aproximar e promover o interesse dos alunos pela busca do conhecimento. Esta realidade se torna ainda pior quando falamos do conhecimento matemático devido à aversão e a falta de entusiasmo com a disciplina na sala de aula e fora dela.

Neste contexto, surge a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas que tem como objetivo promover a difusão do conhecimento matemático e um maior interesse pela matemática por parte dos alunos de diversas escolas do país, especialmente escolas públicas, assim como descobrir novos talentos para a matemática, e com isso tem se tornado desde 2005, uma importante ferramenta de imersão de crianças e jovens brasileiros na educação matemática.

A compreensão de um determinado conceito depende de diversas etapas que permeiam o processo de aprendizagem. Um dos principais métodos utilizados para a construção do conhecimento é o de resolução de questões. Como indicam Botin e Lupinacci (2004, p. 1)

> A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos.

Não diferentemente, o conteúdo de Área que por muitas vezes é negligenciado e pouco trabalhado em sala de aula, necessita de que haja metodologias diversificadas para o seu ensino como a resolução de questões. Entretanto, é necessário que questões sobre esse conteúdo não sejam simplesmente para aplicação da teoria ou de fórmulas, mas sim, que tenhamos questões bem elaboradas que exigem a investigação e que apresentem o conceito em diferentes contextos. Com isso, surge a necessidade de analisarmos questões de uma prova tão relevante para o ensino de matemática no país como a OBMEP.

Para isso, a teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud (1983a), que preocupa-se com o desenvolvimento cognitivo e com a construção de um conceito, e o conceito de área apresentado por Douady e Perrin-Glorian (1989), demonstram-se como favoráveis ferramentas para que seja feita a análise desejada.

O interesse por este tema surgiu a partir da minha vivência com a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Pública desde a educação básica. Enquanto aluno do ensino fundamental, fui motivado pelo meu professor de matemática deste período a participar da prova e, com isso, realizei a segunda fase da OBMEP onde fui em todas estas edições, premiado com Menção Honrosa e posteriormente com uma medalha de bronze já no segundo ano do ensino médio que me levou à oportunidade de participar do Programa de Iniciação Científica (PIC), voltado a alunos medalhistas.

Lembro que as questões que mais empolgaram o autor na prova foram as relacionadas à área de figuras planas, despertando o interesse pela Geometria e Grandezas e Medidas, em detrimento às demais áreas da matemática. A experiência com olimpíada foi a principal motivação para buscar o conhecimento matemático de forma mais aprofundada. Esta vivência contribuiu de forma significativa com a minha formação acadêmica enquanto aluno da educação básica, me aproximando da matemática e também da decisão de cursar licenciatura em matemática.

Ao chegar no ensino superior, foi possível perceber a ausência de licenciandos e professores que se interessavam pela OBMEP e que pesquisavam acerca do tema. Entretanto, no 4º período da licenciatura cursando a disciplina de Matemática 2 que trata da geometria plana, o professor que lecionava o componente curricular, citava a OBMEP de forma constante em suas aulas e apresentava aos licenciandos questões da competição.

Para Pereira (2016, p.1) “O uso das questões da OBMEP deve-se ao fato de serem questões bem elaboradas com enunciados claros e desafiadores do ponto de vista do pensar em matemática”. Por isso, sabendo da importância desta prova para a difusão de um conhecimento matemático de qualidade nas escolas públicas e da riqueza de conteúdos e questões relacionadas a diversos conteúdos matemáticos, além da ideia de área de figuras planas, surgiu o interesse de pesquisar e dar maior visibilidade à olimpíada na licenciatura de matemática, decidindo assim que o meu Trabalho de Conclusão de Curso seria relacionado à obmep e ao conceito de área.

Para Baturo e Nason (1996), citados por Ferreira (2010), às situações relacionadas ao conceito de área que são apresentadas durante a educação básica, podem ser as causadoras das dificuldades apresentadas por esses discentes devido a limitação do conceito apenas a um número e à utilização de fórmulas matemáticas, proporcionando ao aluno uma ideia conturbada da grandeza área, fazendo com que exista a necessidade de buscar diferentes recursos para o ensino deste tema.

Azevedo, Alves e Oliveiro (2018, p.3), ao falarem dos materiais disponibilizados no site da OBMEP, afirmam que "[...] entendemos que todos esses materiais precisam de uma metodologia de ensino mais específica para a resolução de problemas, a qual os professores possam utilizá-la para obterem um melhor resultado e atrair um maior público de alunos".

Os autores fizeram a utilização de questões da OBMEP para a realização de uma sequência didática com base na teoria das situações didáticas e concluíram que é possível utilizar-se de questões da avaliação para propiciar situações didáticas em sala de aula.

Assim, pesquisar sobre a competição a fim de entender a sua estrutura, os níveis de dificuldade exigidos e a forma como se dá o conhecimento nela, apresenta-se como uma forma de transformar a prova não apenas em uma competição, mas também de utilizá-la como recurso didático para a melhoria da aprendizagem dos conhecimentos que permeiam o conceito de área.

Com isso, a análise de questões da OBMEP se apresenta como uma importante oportunidade de compreendermos como o conceito de Área é trabalhado no cenário escolar brasileiro, identificando o nível de complexidade, lacunas e desafios no processo de aprendizagem desses conhecimentos, promovendo assim o debate sobre o desenvolvimento de novas abordagens no ensino dos conceitos que permeiam a ideia de Área de figuras planas.

Neste sentido, apresenta-se como problema de pesquisa a seguinte problemática: *Quais situações sobre o conceito de Área são priorizadas na primeira fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas?* Para encontrar as respostas deste questionamento, o presente trabalho tem como objetivo, analisar as situações sobre o conceito de Área que são priorizadas nas provas das edições de 2015 a 2024 na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.

Para isto, tem-se como objetivos específicos: Categorizar as situações de área propostas em provas da OBMEP; Identificar os invariantes operatórios presentes nas situações de Área; Classificar as Representações Simbólicas utilizadas nas situações de área retiradas da OBMEP.

A seção 2 apresenta uma breve discussão acerca da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud e algumas definições importantes desta teoria. A terceira seção aborda a OBMEP, sua estrutura e importância. A quarta seção traz uma discussão sobre o conceito de área e algumas teorias acerca deste conhecimento. Em seguida tem-se a seção cinco que traz a metodologia adotada para realização da presente pesquisa. A sexta seção traz a análise das questões da OBMEP selecionadas com base nas teorias apresentadas. E por fim, a sétima seção é a conclusão e considerações acerca dos resultados obtidos com este trabalho.

2 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A teoria dos campos conceituais trata-se de uma teoria psicológica que visa explicar como um conceito matemático é adquirido no processo de ensino aprendizagem. Em outras palavras, a teoria considera que a aprendizagem se dá por meio da evolução de estruturas cognitivas do indivíduo no momento da resolução de problemas.

Esta teoria desenvolvida por Gérard Vergnaud (1983a), visa explicar a construção do conhecimento, os aspectos cognitivos no processo de aprendizagem e como o indivíduo organiza o conhecimento. Segundo Vergnaud (1983a), um conceito não é aprendido de forma independente, mas diversos conhecimentos estão interligados sempre que o indivíduo se propõe a resolver um determinado problema que lhe foi apresentado.

Moreira (2002) afirma que Vergnaud (1998) reconhece igualmente que sua teoria dos campos conceituais foi desenvolvida também a partir do legado de Vygotsky. Isso se percebe, por exemplo, na importância atribuída à interação social, à linguagem e à simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos.

Moreira (2002) ainda afirma que cabe ao professor, a tarefa de criar situações para que seus alunos construam seus esquemas cognitivos para que alcancem a zona de desenvolvimento proximal (Moreira, 2002, p. 8). Ou seja, a formulação de um conceito parte da mediação do docente, que tem o compromisso de atribuir aos alunos problemas que instiguem a investigação, o senso crítico e seus conhecimentos prévios, para que a partir disso, se tenha a construção cognitiva de um conceito.

Isso se dá pelo fato de que, para Vergnaud (1994), é necessário que existam situações e problemas para que um conceito faça sentido para aquele que aprende. Segundo essa teoria, as ações realizadas pelo indivíduo perante a situação ou problema, e os conceitos e artifícios cognitivos que serão por ele utilizados, também influenciam na forma como será formado o conceito (Vergnaud, 1994, p. 43 *apud* Fávero *et al*., 2001).

Para Vergnaud (1990), citado por Pessoa (2009), o conhecimento está relacionado ao conceito de competência, que seria a ação considerada adequada para tratar uma situação. A TCC seria, portanto, uma forma de transformar o conceito matemático em um conhecimento escolar, se desprendendo da dimensão empírica e da ciência pura (Pessoa, 2009, p. 38).

Ainda segundo Vergnaud (1993), a Teoria dos Campos Conceituais seria uma teoria do desenvolvimento cognitivo. Pois, segundo o autor, o conhecimento é formado a partir do momento que o indivíduo se depara com uma nova situação que lhe foi apresentada, e acessa seus conhecimentos prévios, utilizando-os, reformulando-os e adaptando-os às novas situações propostas, até que sejam moldados para a aprendizagem do novo conceito.

Para Vergnaud (1983b), citado por Ody (2023), o conhecimento é organizado em o que chamamos de Campos Conceituais, que são conjuntos de ideias, conceitos e ações, interligados entre si e que servem para a solução de uma série de problemas. Sendo assim, quando o indivíduo busca a solução de um determinado problema, este aciona diversos campos conceituais que estão de alguma forma interligados, devido às diferentes habilidades e definições que o problema exige, a depender da dificuldade e complexidade da problemática apresentada.

Para compreendermos melhor como se dá a construção e compreensão de um conhecimento, é necessário entender que segundo a Teoria dos Campos Conceituais, o conceito é o formado pela união de três conjuntos: Situações, Invariantes Operatórios e Representações Simbólicas (Vergnaud, 1983b, p. 393 *apud* Moreira, 2016).

Se falarmos destas definições no âmbito da matemática, este primeiro se trata de tudo aquilo que dá sentido ao conceito. Um conceito não existe por si só, ele necessita de problemas e contextos que lhe dão vida e é onde este será empregado. Já os Invariantes Operatórios, é a forma de tratamento que é utilizado pelo indivíduo frente à situação apresentada, ou seja, são as regras, definições e utilizações de um conceito ou até mesmo a ligação realizada entre diferentes ideias (Ody, 2023, p. 7).

Por sua vez, para Ody (2023) as Representações Simbólicas são as formas de indicar os invariantes utilizados na solução de um problema ou até mesmo na formulação do conceito e de suas definições. Em outras palavras, as Representações podem ser palavras, números, gráficos, diagramas, etc. que são utilizados para comunicar uma ideia ou a forma como foi tratado um conceito. A ideia de representação simbólica será de extrema importância para a realização da análise que se objetiva realizar.

Para uma melhor compreensão sobre as definições que Vergnaud (1993) traz em sua teoria, imaginemos um problema apresentado por um suposto professor em uma suposta sala de aula para seus alunos, acerca do conteúdo de área de figuras planas: *Qual a área de um quadrado cujo lado mede 8 centímetros?*

De início, vemos que a situação seria o problema apresentado ao professor à sua turma, pelo fato de que é este problema que dá vida ao conceito abordado, e a forma pela qual está sendo apresentada ao aluno, que neste caso precisa ser interpretado e é a partir disto que o indivíduo decide como deve agir. Por sua vez, os invariantes operatórios são os conhecimentos prévios que guiam a ação do aluno e que orientam a escolha do esquema de resolução que será tomado.

Por sua vez, as representações simbólicas seriam as diferentes formas que o discente tentaria representar o conhecimento e o caminho escolhido para a solução do problema. Neste caso, poderia ser simplesmente uma multiplicação: $8 \times 8 = 64\ cm^2$. Ou poderia ser através de um desenho, ou até mesmo de forma linguística: *A área deste quadrado é de sessenta e quatro centímetros quadrados*.

Vemos com isso que um mesmo conceito pode ser representado de diferentes formas, e que todas estas estão interligadas. Vale ressaltar também, que saber transitar e compreender mais de uma forma de interpretação indica uma maior compreensão do conceito abordado.

Além disso, conseguimos enxergar neste simples problema, o que seria na prática um campo conceitual. Ao pensarmos como o indivíduo poderia resolver tal problema, percebemos que para resolvê-lo é necessário ter conhecimento de outros conceitos que os permeiam, como por exemplo saber de qual figura plana se trata quando falado de um retângulo, multiplicação, grandezas e medidas de comprimento e área etc.

Pois, mesmo que o aluno soubesse multiplicar, nada adiantaria se não soubesse previamente que um quadrado possui quatro lados congruentes. Ou até mesmo não seria suficiente ter o conhecimento que basta multiplicarmos a medida do lado do quadrado por ele mesmo, se não souber realizar a multiplicação. Outro problema seria saber multiplicar as medidas necessárias, mas não saber que a medida de área que surgiria seria *centímetro quadrado* e não apenas *centímetro*.

No problema citado, teríamos que o conceito de área estaria incluído em campo conceitual formado por inúmeros outros conceitos que o permeiam, e que de certa forma estão interligados. Enxergamos também a importância de que o indivíduo tenha noção destes outros conceitos que o acompanham, para que sejam acessados no momento da busca da resolução do problema.

Além disso, podemos perceber que este problema não seria suficiente para que o aluno compreendesse de forma efetiva a ideia de área de um quadrado e muito menos o conceito de área em sua totalidade. Deveríamos apresentar para o aluno um quadrado com diferentes valores, diferentes figuras, em diferentes contextos e situações, para que enfim o indivíduo compreendesse de fato o conceito. Validando, portanto, a ideia de que uma situação não é suficiente para a aprendizagem e definição de um conceito.

Isso se dá pelo fato de que para Vergnaud (1998 *apud* Greca; Moreira, 2001, p. 2) "[...] é praticamente impossível estudar as coisas separadamente, assim, defronte de determinadas situações nos articularmos de uma determinada maneira, regida por representações que fazemos dela". Em outras palavras, um conceito é formado e compreendido, quando se tem conhecimento também dos demais conhecimentos que o permeiam e que de certa forma dão sentido ao que se deseja aprender.

Pessoa (2009, p. 56) afirma: "Para que haja um pleno desenvolvimento dos conceitos, é importante trabalhar situações variadas dentro de um campo conceitual, ou seja, é necessário que se diversifiquem as situações". Ou seja, para a autora, a forma como é apresentado o conceito e o problema atribuído ao discente, é um importante variável no processo de aprendizagem, pois a depender do problema, o indivíduo utilizará mecanismos mentais diferentes, assim como invariantes operatórios e representações simbólicas diferentes, contribuindo diretamente na compreensão do conceito (Pessoa, 2009).

No que diz respeito a resolução de problemas, Pessoa (2009) afirma que são situações que geram conflito, fazendo com que o aluno busque seus conhecimentos já obtidos para resolver um problema que até então não possui solução. É a partir daí que o sujeito escolhe os invariantes operatórios que irá utilizar, mapeando o que será feito até chegar em sua representação simbólica que utilizará na resolução do problema apresentado (Pessoa, 2009).

A autora ainda afirma que segundo Vergnaud (1990), o conhecimento está relacionado ao que o autor chama de competência, que seria a capacidade de mobilizar conceitos, invariantes e representações perante uma determinada situação. Com isso, Vergnaud afirma que a TCC atribui aos conceitos um significado de natureza educacional, trazendo sentido ao conhecimento fazendo com que este fuja e não se resuma à ciência pura (Pessoa, 2009, p. 38).

Para melhor compreender o que seria competência, necessita-se entender o que seria esquema. Segundo Santos (2022), citando Gitirana *et al*. (2003), para Vergnaud esquema são combinações de diferentes invariantes. Com isso, com diferentes situações, o indivíduo recombina seus esquemas para a formação de um novo esquema que o ajudará a compreender a situação-problemas que lhe foi apresentada.

O esquema seria portanto,

> [...] são unidades totalmente dinâmicas que podem ser sempre recombinadas pelo aluno com o intuito de encontrar um novo. Isso acontece porque, quando o estudante se defronta com uma nova situação, para a qual não possui esquemas disponíveis para solucioná-la, ele precisa se desdobrar e encontrar um novo esquema para poder resolver a situação (Santos, 2022, p. 37).

Esta definição nos indica que por muitas vezes, o aluno necessita de organizar os conhecimentos que já possui, combiná-los e utilizá-los para a formação de um novo conhecimento, que o ajudará a resolver a nova situação que lhe foi apresentada, com o intuito de aprimorar os mecanismos cognitivos que já possui e compreender os conceitos e campos conceituais que o envolvem.

Entretanto, para que se alcance esta competência citada pelo autor, se faz necessário que o conceito seja apresentado e testado a partir de variadas situações, pois diferentes situações dão oportunidade para novos mecanismos cognitivos e invariantes operatórios serem escolhidos pelo indivíduo, e consequentemente novas representações também poderão surgir.

Com isso, vemos que a variedade de invariantes e situações possibilitam que novos conceitos sejam compreendidos pelo aluno e com isso, compreende-se também os campos conceituais aos quais estes conhecimentos estão interligados.

3 OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICA

No contexto atual da educação brasileira, visando a melhoria da educação matemática e o engajamento de crianças e jovens no estudo da disciplina, muitas competições têm surgido em nosso país, envolvendo cada vez mais escolas, professores e alunos de escolas públicas e privadas de todo o Brasil como a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), e a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Esta primeira, a OBM, realizada pela primeira vez em 1979 com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), é destinada a alunos da educação básica e do ensino superior e visa selecionar os jovens brasileiros que representarão o país em competições internacionais, assim como interferir diretamente na melhoria da educação e ensino de matemática do país, incentivando discentes e docentes a aprimorarem seus conhecimentos em matemática (OBM, 2024, p. 1).

Entretanto, em seus anos iniciais, a OBM era destinada a alunos de escolas particulares e consideradas como escolas de alta excelência, e alunos que já estavam emergidos em estudos da matemática considerada avançada e olímpica, tornando assim elitizado o estudo da matemática avançada, dando nenhuma oportunidade a alunos provenientes de escolas públicas e em estado de vulnerabilidade social.

A partir disso, surge a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) como uma alternativa de democratizar o ensino de matemática de qualidade, e levar a matemática olímpica também para a escolas públicas, se apresentando para muitos alunos de escolas brasileiras, como o primeiro contato com esta vertente da matemática, e é tida atualmente, como uma forma de ingresso na OBM.

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, por sua vez, criada em 2005 pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), destinada a alunos do ensino fundamental e ensino médio especialmente de escolas públicas, apesar de a partir da edição de 2017, alcançar também escolas privadas.

A olimpíada envolve em suas provas conteúdos da educação como combinatória, probabilidade, trigonometria, geometria e etc. porém conteúdos estes emergidos em questões que envolvem raciocínio lógico. A avaliação é composta de duas etapas, sendo a primeira fase uma prova de múltipla escolha de 20 questões que é aplicada nas escolas inscritas, e a segunda uma prova formada por 6 questões dissertativas, que é destinada aos alunos com melhor desempenho na primeira prova.

A prova, inicialmente destinada apenas a alunos do sexto ano do ensino fundamental, como a primeira edição de 2005, atualmente possui diferentes níveis. São eles, o nível 1 que é destinado a alunos do 6º e 7º ano do ensino fundamental, o nível 2 direcionado a alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental, e por sua vez, o nível 3 realizado por alunos do ensino médio. Além disso, em 2018 foi realizada pela primeira vez o Nível A, que foi realizada por alunos do 4º e 5º do ensino fundamental, mas que posteriormente em 2022, foi substituída pela OBMEP Mirim, que atualmente é direcionada a alunos do 2º ao 5º ano dos anos iniciais (IMPA, 2024, p. 1).

A primeira fase da avaliação trata-se de vinte questões de múltipla escolha, envolvendo os diversos conteúdos e áreas da matemática, adaptadas para cada nível citado anteriormente, cada um com suas habilidades e níveis de dificuldade exigidos. Além disso, é realizada por todos os alunos das escolas ou universidades inscritas, pelo professor de matemática juntamente da equipe gestora, no caso das escolas, e para as universidades a inscrição é realizada pela equipe docente da mesma.

A correção desta prova é feita pela equipe pedagógica da própria instituição participante, e é a partir dela que são escolhidos os alunos que irão representá-las na segunda fase da avaliação com base nas maiores notas obtidas na primeira fase. Os alunos selecionados realizam a segunda fase da OBMEP que consiste em seis questões argumentativas, sendo elas de uma complexibilidade maior do que as questões presentes na primeira fase.

Os alunos que realizam esta segunda fase, concorrem a diferentes premiações que são entregues com base na pontuação dos alunos. Entre as premiações estão as medalhas de ouro, prata e bronze, além da Menção Honrosa que é a premiação entregue aos alunos que não alcançaram nenhuma medalha, mas tiveram uma participação e pontuação notória na avaliação.

Para os alunos medalhistas, são oferecidas vagas no Programa de Iniciação Científica (PIC) da OBMEP, que se trata de um programa realizada de forma presencial ou remota, e oferece estudos em matemática e o contato dos alunos com professores qualificados em instituições de ensino superior, e tem como objetivo fomentar o estudo da matemática básica e todos suas técnicas, por meio de metodologias adequadas e textos matemáticos (PIC, 2024).

A prova tem por objetivo estimular e promover o estudo da matemática entre os alunos de todo território nacional, descobrir novos talentos e incentivá-los ao ingresso em áreas científicas e tecnológicas e ao estudo da matemática pura, bem como promover a inclusão social a partir da amplificação do conhecimento e do acesso à uma educação matemática de qualidade a alunos de toda rede pública e privada do país (IMPA, 2024, p. 1).

Além disso, a OBMEP visa contribuir com a melhoria do ensino de matemática nas escolas brasileiras, disponibilizando em seu portal as provas de todas edições passadas contendo questões de diversos conteúdos como o de área, que serão objetos de estudo da presente pesquisa, além de materiais de apoio e vídeo aulas para alunos que se interessam em preparar-se para a olimpíada e aprofundar-se no estudo da matemática, e materiais didáticos destinados a professores da educação básica.

Assim como é dito por Maciel e Basso (2009),

> [...] Esse caráter inclusivo associado à OBMEP fica explícito na análise de sua estrutura de funcionamento, com suas Coordenações Regionais preocupadas em viabilizar a participação de alunos das mais diferentes regiões do país. Além disso, a sistemática de premiação segue o que tradicionalmente é utilizado nas competições olímpicas (medalhas e menções honrosas), mas proporcionou um avanço considerável na condução das atividades que dão sequência à premiação dos alunos [...]" (Maciel e Basso, 2009, p. 8).

Para os autores, a OBMEP promoveu um considerável aumento na busca por qualificação e qualidade no processo de ensino de muitos professores em toda rede pública escolar do Brasil (Maciel e Basso, 2009, p. 8).

Segundo a organização Interdisciplinaridade e Evidências no Debate Educacional (2024), escolas premiadas na OBMEP possuem melhores índices de proficiência na disciplina de matemática em avaliações diagnósticas como o SAEB, além de maior taxa de aprovação escolar ou até mesmo maiores índices de aprovação em vestibulares. Ainda segundo o IEDE (2024), escolas que possuem registros de alunos premiados com medalhas e menções honrosas, possuem resultados positivos em indicadores do Enem, e consequentemente maiores notas no exame e maiores probabilidades de seus alunos ingressarem no Ensino Superior (IEDE, 2024, p. 40).

Vemos que

> Reconhecer o fundamental valor da OBMEP no processo educacional é de grande importância, o que tem desmistificado o ensino da matemática por meio dos desafiadores problemas encontrados nas provas e uma maior contextualização dos conteúdos matemáticos (Silva *et al*. 2023, p. 282).

Segundo Schirlo e Meza (2013), a OBMEP é um projeto de inclusão social que visa garantir o direito a uma educação de qualidade a todos os alunos de escolas públicas brasileiras, pois a descoberta de talentos nas classes mais pobres e a sua imersão no mundo da educação de qualidade e da ciência, imersão essa que alcançava apenas alunos de escolas ditas de excelência, tem-se revelado o processo mais rápido de inclusão social conhecido (Schirlo e Meza, 2013, p. 11).

Nesse contexto, a OBMEP apresenta-se como uma importante ferramenta para o ensino de matemática, não diferentemente para o conceito de área, devido à grande riqueza de questões presentes na prova relacionadas a este conteúdo. E com isso, possibilita compreender como o desenvolvimento cognitivo se dá na resolução desses problemas e consequentemente, entender como acontece o processo de aprendizagem dos conceitos relacionados a estes conteúdos nas questões da olimpíada.

4 CONCEITO DE ÁREA

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, Brasil, 2017) a Área, um dos conceitos essenciais da unidade temática de Grandezas e Medidas, se trata da compreensão e quantificação da região ocupada por uma figura bidimensional. O documento realça a importância de o aluno fazer a associação da área e de seu cálculo tanto a partir de uma fórmula quanto da utilização de métodos de decomposição, enfatizando também a necessidade de trazer tais problemas sempre para a realidade do aluno.

Assim como é defendido por Vergnaud (1983b), uma única situação não é suficiente para a definição e compreensão de um conceito, assim como o conceito não se resume a um único tipo de situação. Para ter significado, o conceito deve passar por diversas situações dentro dos campos conceituais que o permeiam, fazendo com que o aluno transforme os conhecimentos prévios que já possui, relacionando-os com aqueles que ainda serão aprendidos (Ferreira, 2010).

No que diz respeito ao ensino de área, é notória a existências de metodologias ultrapassadas que ainda são utilizadas em muitas salas de aula brasileiras. Muitos docentes se limitam a ensinar a seus alunos apenas fórmulas de cálculo de área de figuras planas que serão utilizadas de forma mecanizada por seus discentes, se contrapondo com o que é defendido por Vergnaud (1983b).

Douady e Perrin Glorian (1989) dividiu as concepções relacionadas ao conceito de área em dois tipos: Concepções numéricas e concepções geométricas. Ao citar este trabalho realizado pelas autoras, Teles (2007) afirma que

> As concepções numéricas são freqüentemente fortalecidas pela abordagem do tema na escola, que privilegia o aspecto computacional relacionado à aplicação das fórmulas. Desse ponto de vista, a área é um número que se calcula e há pouca ênfase nos aspectos geométricos do conceito. Isso leva, por exemplo, a produzir fórmulas de área errôneas, uma vez que o significado das fórmulas necessita do suporte de conhecimentos geométricos e a atribuir pouca importância às unidades de medida utilizadas (Teles, 2007, p. 33).

A autora ainda diz que ao falarmos das concepções geométricas, por muitas vezes o sujeito confunde a área e a figura. De acordo com ela, em alguns casos, modificações em uma figura geométrica podem resultar em alterações também em sua área ou em seu perímetro, e são reforçadas nas práticas sociais, quando o conceito de área é relacionado com um determinado espaço ocupado (Teles, 2007, p. 33).

Ao levarmos em consideração as questões da primeira fase da OBMEP relacionadas ao conceito de área, percebemos a diversidade de problemas e formas pelas quais este conceito é cobrado envoltos de raciocínio lógico, que exigem dos alunos conceitos básicos e fundamentais do conteúdo de área de figuras planas além de oferecer aprofundamento nestes mesmos conceitos.

Se não é dada a devida atenção a estas concepções, forma-se não o conhecimento, mas sim alunos automatizados a fazerem questões que não ultrapassam de exigir apenas a habilidade de realizar a aplicação de uma formulação matemática.

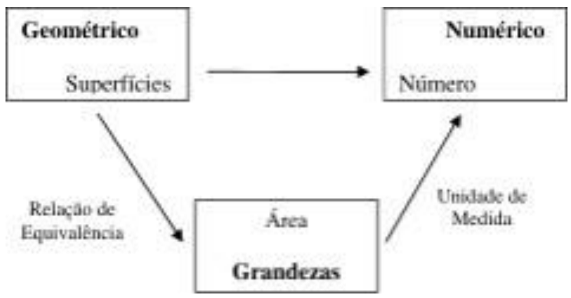
Por muitas vezes o docente esquece de que a ideia de área vai muito além de uma fórmula, mas é união de diversas situações, campos conceituais e conhecimentos como os de polígonos, comprimento, unidades de medida, decomposição de figuras geométricas, perímetro, etc. e que são indispensáveis para que este conceito seja compreendido em sua totalidade, e que negligenciar tudo aquilo que permeia este conceito certamente contribuirá de forma negativa com a o processo de aprendizagem do aluno.

Entretanto, segundo Douady e Perrin-Glorian (1989), citadas por Ferreira (2010), para que se tenha a efetivação da aprendizagem, o conceito de área deve ser trabalhado em diferentes quadros. São eles: Quadro geométrico, quadro numérico e quadro das grandezas. É importante ressaltar a necessidade do aluno reconhecer cada um destes quadros, assim como, ter o conhecimento de como transitar o conceito de área por cada um deles.

O quadro geométrico remete-se às figuras planas como já conhecemos (quadrado, triângulo, trapézio, etc.). Nesse contexto, espera-se do aluno que entenda as ideias de composição e recomposição e a habilidade de manipulação destas. Já o quadro numérico, trata-se da representação do conceito de área a partir da utilização do conjunto dos números reais positivos, estando, portanto, interligado com o uso de fórmulas, e por sua vez, o quadro de grandezas diz respeito às classes de equivalência de figuras de mesma área, ou até mesmo comparações entre diferentes figuras. (Ferreira, 2010).

Bellemain e Lima (2002), citados por Ferreira (2010), apresentam um diagrama que trata da relação dos três quadros citados na teoria de Douady e Perrin-Glorian (1989):

Figura 1: Diagrama de transposições entre quadros



Fonte: Ferreira (2010, p. 26)

A conversão de um quadro a outro trata-se de um processo cognitivo extremamente importante para a construção do conceito de Área, que não detêm apenas um destes conhecimentos, mas na verdade juntos, formam o campo conceitual relacionado à Área e todos os saberes que permeiam esta definição.

Além disso, o exercício de compreender o conceito de área nos diferentes quadros apresentados, assemelha-se com a Teoria dos Campos Conceituais, pelo fato de que segundo Vergnaud (1993), um conceito é formado pelos diversos conhecimentos e por todos os mecanismos cognitivos que o permeiam e que formam o que chamamos de campo conceitual.

Sendo assim, é necessário entendermos que quando apresentado ao discente, o conceito de área deve perpassar por cada um dos quadros, sendo apresentado em diferentes situações e problemas. Pois, tratar desta ideia limitando-a a um único dentre os citados anteriormente, certamente promoverá uma deficiência na aprendizagem deste conceito, implantando um sentido incompleto e conturbado no processo de compreensão por parte do aluno.

E com isso, podemos afirmar que seria inaceitável analisarmos a ideia de área levando em consideração um único quadro entre os citados anteriormente, mas na verdade devemos considerá-los simultaneamente sem sobrepor ou dar maior importância a algum deles do que aos demais, pois se feito isso, estaríamos reduzindo de forma equivocada a estrutura e construção do conhecimento promovendo mal entendimentos e distorção no conhecimento construído pelo aluno.

5 METODOLOGIA

Nossa pesquisa tem como principal aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gerard Vergnaud, que foi utilizada para a análise de situações envolvendo o conceito de área presentes em questões da primeira fase do nível 2 da OBMEP das edições da avaliação dos anos 2015 a 2024, com exceção dos anos de 2020 e 2021, pois nestes anos a avaliação não foi realizada. A escolha do nível 2 para a análise deu-se devido ao fato de que o conceito de área é geralmente trabalhado de forma mais aprofundada e maturado entre o 8º e 9º ano do Ensino Fundamental.

A escolha da TCC como base teórica para nossa pesquisa se deu pelo fato de considerarmos que a absorção de um conceito inicia no processo de enfrentamento do indivíduo frente a um problema ou situação a ele proposto. Uma questão, por exemplo, pode ser considerada como ponto de partida para a compreensão de um conceito e das situações que as envolvem, assim como dito por Vergnaud (1994).

Neste sentido, a presente investigação trata-se de uma pesquisa qualitativa, uma vez que tem como objetivo compreender as situações do conceito de área que estão presentes em questões da segunda fase da OBMEP. Para responder tal questionamento, foi atribuído como objetivo geral: Analisar as situações sobre o conceito de Área que são priorizadas nas provas das edições de 2015 a 2024 na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.

De acordo com Bogdan e Biklen (1982), esse tipo de investigação proporciona ao pesquisador dados mais ricos em descrição, permitindo uma análise mais detalhada. Para os autores, a abordagem qualitativa de pesquisa busca oferecer uma compreensão mais profunda do objeto de estudo, priorizando a representação da perspectiva dos participantes. (Bogdan e Biklen, 1982, p. 71)

No que diz respeito ao objetivo da presente pesquisa, esta se classifica como descritiva. Para Triviños (1987), citado por Gerhardt e Silveira (2009), a pesquisa descritiva requer do pesquisador um levantamento detalhado de informações relacionadas ao objeto de estudo. Seu principal objetivo é descrever, com precisão, o objeto de sua pesquisa.

Do ponto de vista dos procedimentos que foram realizados, a presente investigação se caracteriza como pesquisa documental, uma vez que foram buscadas e analisadas questões da OBMEP que estão disponíveis no banco da olimpíada, e que podem ser acessadas a partir do site da instituição. O quadro 1 apresenta as questões por edição que foram objetos de nossa investigação.

Quadro 1: Questões por edição da OBMEP

EDIÇÃO	2015	2016	2017	2018	2019	2022	2023	2024
QUESTÕES	7	10,14	12,14	11,17	12	7,19	7,9,20	4, 19

Fonte: Autor, 2025.

Para análise destas questões, estas foram divididas em blocos levando em consideração suas similaridades e padrões que a avaliação possui em suas questões. A divisão e distribuição destas questões em blocos terá como base a organização dos diferentes tipos de situações apresentada por Ferreira (2010). O quadro 2 mostra a organização sugerida pela autora.

Quadro 2: Classes de situações para a grandeza área

<table>
<tr><td rowspan="16">CLASSES DE SITUAÇÃO</td><td colspan="2"></td><td>ÁREA</td><td>COMPRIMENTO</td></tr>
<tr><td rowspan="5">COMPARAÇÃO</td><td rowspan="3">ESTÁTICAS</td><td colspan="2">Sem unidade de medida</td></tr>
<tr><td colspan="2">Com unidade de medida não convencional</td></tr>
<tr><td colspan="2">Com unidade de medida convencional</td></tr>
<tr><td rowspan="2">DINÂMICAS</td><td>Variação da área e do perímetro por deformação ou transformação geométrica</td><td rowspan="2">Variação do comprimento por deformação ou transformação geométrica</td></tr>
<tr><td>Otimização da área por invariância do perímetro e vice-versa</td></tr>
<tr><td rowspan="3">MEDIDA</td><td rowspan="2">EXATA</td><td colspan="2">Unidade de medida não-convencional</td></tr>
<tr><td colspan="2">Unidade de medida convencional</td></tr>
<tr><td>ENQUADRAMENTO</td><td colspan="2">Aproximações</td></tr>
<tr><td rowspan="2">MUDANÇA DE UNIDADE</td><td rowspan="2"></td><td colspan="2">Com unidade de medida não-convencional</td></tr>
<tr><td colspan="2">Com unidade de medida convencional</td></tr>
<tr><td rowspan="3">PRODUÇÃO</td><td rowspan="3"></td><td>Mesma área que a de uma figura dada</td><td>Mesmo comprimento que de uma linha dada</td></tr>
<tr><td>Área maior ou menor do que a de uma figura dada</td><td>Comprimento maior ou menor que de uma linha dada</td></tr>
<tr><td>Com área dada</td><td>Com comprimento dado</td></tr>
</table>

Fonte: Inspirado no quadro de situações de Ferreira (2010)

Feita esta categorização em blocos, as questões que compõem cada bloco foram analisadas de forma conjunta, onde escolheu-se uma dentre as questões que formam cada bloco, para ser resolvida e analisada. Com esta análise, foi observado por quais quadros, entre os citados por Douady e Perrin-Glorian (1989), que são Quadro Geométrico, Numérico e Grandezas, perpassam estas questões analisadas e quais conversões estão sendo feitas no momento de resolução destas questões.

Por fim, as questões foram analisadas do ponto de vista da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1990), onde buscou-se identificar quais as situações que foram apresentadas nestes problemas, bem como os invariantes operatórios, conhecimentos e ideias necessários para a resolução feita, e por fim identificar quais dentre os mais variados tipos de representações simbólicas foram utilizadas para expressar o pensamento matemática surgido com o enfrentamento dos problemas analisados.

6 LEVANTAMENTO E ANÁLISE DE QUESTÕES DA OBMEP RELACIONADAS AO CONCEITO DE ÁREA (2015–2024)

Para facilitar nossa análise, nomearemos as questões escolhidas em ordem crescente em relação a edição de cada questão. Com isso, foram nomeadas conforme apresentado no quadro 3.

Quadro 3: Questões da OBMEP selecionadas

EDIÇÃO	**QUESTÃO**	**CÓDIGO**
2015	7	Q1
2016	10	Q2
	14	Q3
2017	12	Q4
	14	Q5
2018	11	Q6
	17	Q7
2019	12	Q8
2022	7	Q9
	19	Q10
2023	7	Q11
	9	Q12
	20	Q13
2024	4	Q14
	19	Q15

Fonte: Autor, 2025.

6.1 ANÁLISE DAS QUESTÕES COM BASE NAS CLASSES DE SITUAÇÕES DE ÁREA APONTADAS POR FERREIRA (2010)

Com base em nossa análise levando em consideração as diferentes classes de situações que são apresentadas nas questões da OBMEP, os problemas selecionados foram divididos em blocos segundo as situações citadas pelo autor. A partir desse ponto da pesquisa, as questões citadas utilizam o código apresentado no quadro 3.

No quadro 4 estão apresentados os blocos que são caracterizados pelas classes de situação de área e indicam as questões que fazem parte das classes de situações.

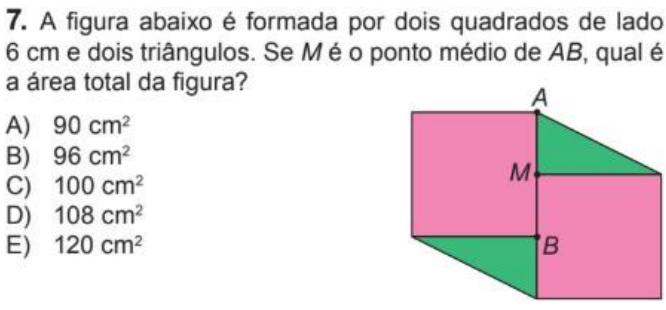
Quadro 4: Divisão das questões em blocos segundo classes de situação

BLOCOS	CLASSES DE SITUAÇÃO	QUESTÕES RELACIONADAS
BLOCO 1 (B1)	Medida exata com unidade de medida convencional	Q1, Q3, Q4, Q5 Q6, Q9, Q14 e Q15
BLOCO 2 (B2)	Medida exata com unidade de medida não-convencional	Q2 e Q8
BLOCO 3 (B3)	Comparação estática sem unidade de medida	Q7, Q10, Q11 e Q13
BLOCO 4 (B4)	Mudança de unidade com unidade convencional e não-convencional, e medida exata com unidade de medida convencional	Q12

Fonte: Autor, 2025.

Para chegarmos à divisão representada no quadro 4, foi feita a análise de forma crescente da Q1 à Q15. De início, analisamos a Q1:

Figura 2: Questão 7 da edição de 2015 (Q1)


7. A figura abaixo é formada por dois quadrados de lado 6 cm e dois triângulos. Se *M* é o ponto médio de *AB*, qual é a área total da figura?

A) 90 cm²
B) 96 cm²
C) 100 cm²
D) 108 cm²
E) 120 cm²

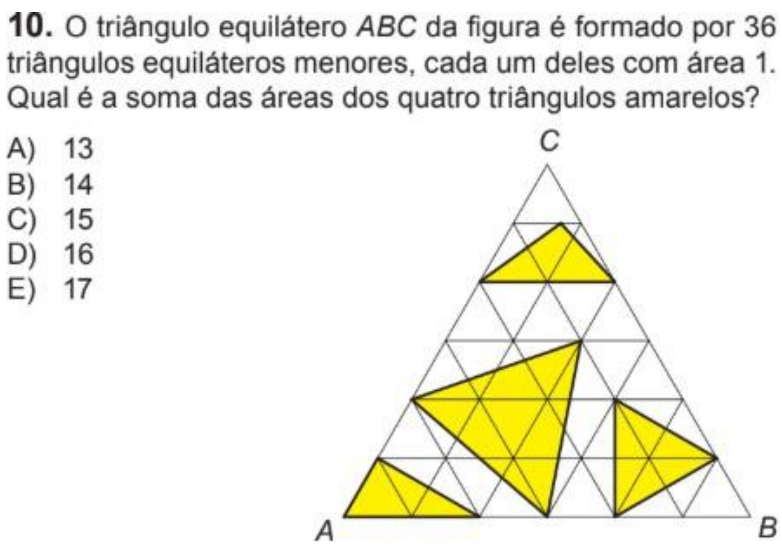
Fonte: OBMEP, 2015

Vemos que o problema dá ao aluno alguns dados como a medida do lado dos quadrados e que M é ponto médio de AB. Com estas informações, o comando principal da questão é que seja calculada a medida da área de toda a figura. Sendo assim, segundo Ferreira (2010), este problema apresenta uma situação de medida exata com unidade de medida convencional.

Semelhantes a esta, temos as questões Q3, Q4, Q5, Q6, Q9, Q14 e Q15 que não foram apresentadas nesta seção, mas estão em anexo e apresentam o mesmo tipo de situação que se baseia na representação numérica da área da figura geométrica plana que é apresentada. Sendo assim, as questões citadas anteriormente formarão o primeiro bloco de questões, que chamaremos de B1.

Prosseguindo nossa análise, vejamos a figura 3 com Q2:

Figura 3: Décima questão da segunda edição da OBMEP (Q2)



10. O triângulo equilátero *ABC* da figura é formado por 36 triângulos equiláteros menores, cada um deles com área 1. Qual é a soma das áreas dos quatro triângulos amarelos?

A) 13
B) 14
C) 15
D) 16
E) 17

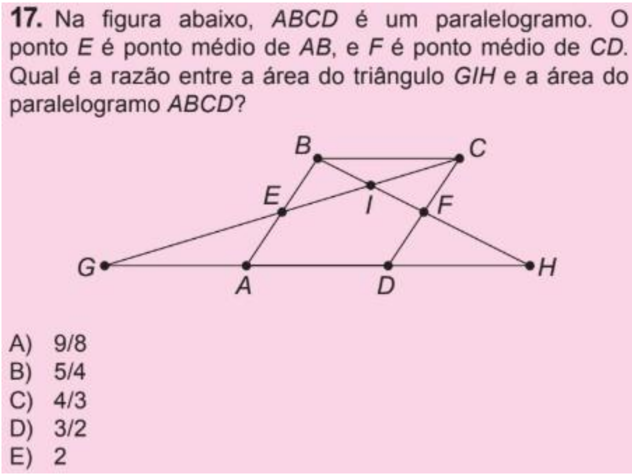
Fonte: OBMEP, 2016.

Esta questão, assim como as que compõem o primeiro quadro, atribui ao discente a tarefa de expressar de forma numérica a área desejada. Entretanto, diferentemente das anteriores, aqui não temos unidades de medidas convencionais, pois neste problema o aluno deve considerar como unidade de medida de área cada triângulo equilátero que estão sendo mostrados na figura. Portanto este problema apresenta a situação de medida exata com unidades de medidas não convencionais, assim como é atribuído por Ferreira (2010).

Outra questão que apresenta o mesmo tipo de situação é a questão Q8. Juntamente da Q2, estas questões formarão o segundo bloco de questões que chamaremos de B2.

Por sua vez, analisemos Q7, que é a questão 17 da edição de 2018:

Figura 4: Questão 17, da edição de 2018 da OBMEP


17. Na figura abaixo, *ABCD* é um paralelogramo. O ponto *E* é ponto médio de *AB*, e *F* é ponto médio de *CD*. Qual é a razão entre a área do triângulo *GIH* e a área do paralelogramo *ABCD*?

A) 9/8
B) 5/4
C) 4/3
D) 3/2
E) 2

Fonte: OBMEP, 2018.

O problema em questão não apresenta nenhuma unidade de medida convencional ou não, mas na verdade pede para que o discente compare a área de duas figuras que são representadas na figura que acompanha a questão. Sendo assim, esta questão apresenta a situação de comparação estatística sem unidades de medida, classificação sugerida por Ferreira (2010).

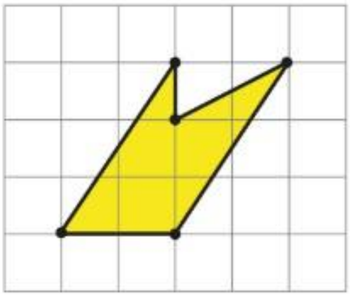
Analogamente, classificaremos as Q10, Q11 e Q13 como questões que apresentam o mesmo tipo de situação, e por isto, estes problemas formarão o terceiro bloco de questões que chamaremos de B3.

Diferentemente das questões citadas anteriormente, a Q12 foge do padrão se comparada às demais questões analisadas. Abaixo, vejamos este problema:

Figura 5: Questão 9 da prova da OBMEP de 2023

9. A área do polígono amarelo com vértices em pontos do quadriculado é 30 cm². Qual é a área, em cm², de cada quadradinho do quadriculado?

(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6



Fonte: OBMEP, 2023.

Desta vez, este problema envolve unidade de medida convencional e unidade de medida não convencional, pedindo que o indivíduo relate estes diferentes tipos de unidades, e depois pede para que o aluno mensure numericamente a área da determinada figura representada. Neste caso, dentre as situações apresentadas por Ferreira (2010), este problema apresenta não apenas uma, mas sim duas diferentes situações: a situação de mudança de unidade envolvendo tanto unidade convencional como unidade não convencional, além da situação de medida exata com unidade de medida convencional. Esta questão formou sozinha o quarto bloco de questões, que foi chamado de B4.

Com base neste recorte feito das questões da segunda fase da OBMEP do nível 2, nota-se que existem diferentes tipos de questões em relação ao tratamento do conceito de área, apesar de observamos padrões e semelhanças entre algumas delas no que diz respeito às classes de situações abordadas nestes problemas. Entretanto, entre os problemas observados é importante frisar a perceptível maioridade de questões que tratam o conceito de área como uma medida exata e representada como uma unidade de medida convencional em relação às demais, e a pouca quantidade de questões que tratam de mais de uma classe de situação.

6.2 ANÁLISE DAS QUESTÕES COM BASE NOS QUADROS GEOMÉTRICOS DE DOUADY E PERRIN-GLORIAN (1989)

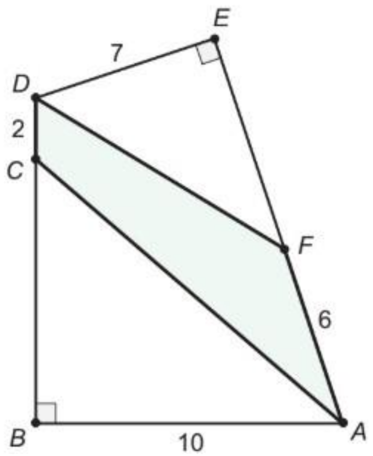
Seguiremos nossa análise, desta vez com base na teoria de Douady e Perrin-Glorian (1989), onde busca-se identificar por quais quadros as questões perpassam e quais conversões espera-se que o indivíduo realize no momento de resolução do problema. A partir deste momento da presente pesquisa, serão escolhidas uma questão de cada bloco construído anteriormente

Analisemos primeiramente o bloco B1. Como visto anteriormente, este bloco é composto por questões que partem de uma figura apresentada pelo problema, e exige do aluno que possua conhecimentos prévios para determinar numericamente a área da figura geométrica plana em questão. Como exemplo, vejamos uma forma de resolução da questão Q3:

Figura 6: Questão 14 da edição de 2016 da OBMEP

14. Na figura, os pontos *C* e *F* pertencem aos lados *BD* e *AE* do quadrilátero *ABDE*, respectivamente. Os ângulos $\hat{B}$ e $\hat{E}$ são retos e os segmentos *AB*, *CD*, *DE* e *FA* têm suas medidas indicadas na figura. Qual é a área do quadrilátero *ACDF*?

A) 16
B) 21
C) 31
D) 33
E) 40



Fonte: OBMEP, 2016.

De início, por construção, tracemos o segmento AD, de tal forma que o quadrilátero ACDF será dividido nos triângulos ΔADF e ΔACD. Sendo assim, a soma das áreas destes dois triângulos será a área do quadrilátero, que é pedida pelo problema. Para calcular a área destes triângulos, devemos lembrar que os ângulos nos vértices E e B são ambos retos, e com isso, teremos que o lado DE pode ser considerado como altura relativa do triângulo ΔADF, e que o lado AB será a altura relativa do triângulo ΔACD. Sendo 2 e 6 as medidas das bases dos triângulos ΔACD e ΔADF respectivamente, temos:

$$A_{\Delta ADF} = \frac{6 \cdot 7}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

$$A_{\Delta ACD} = \frac{2 \cdot 10}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

Portanto,

$$A_{ACDF} = 21 + 10 = 31$$

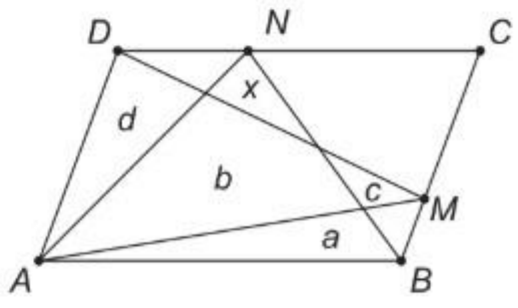
Analisando os dados do problema e sua resolução, é interessante analisarmos que este tipo de problema perpassa pelos três quadros definidos por Douady e Perrin-Glorian (1989), pelo fato de que o problema apresenta a representação geométrica do problema, e também a área desejada em forma de figura plana, assim como exige do indivíduo que expresse a área desta região geométrica de forma numérica levando em consideração uma grandeza, que neste problema se trata uma unidade de medida convencional. Com isso, vemos que as questões do bloco B1 tratam do conceito de área nos quadros Geométrico, Grandezas e Numérico (Douady; Perrin-Glorian, 1989).

Seguindo nossa análise, trataremos agora das questões do segundo bloco. Para isso, resolveremos a questão Q8:

Figura 7: Questão 12 da edição de 2019 da OBMEP

12. No paralelogramo *ABCD* da figura, os pontos *M* e *N* são pontos dos lados *BC* e *CD*, respectivamente. As áreas *a*, *b*, *c* e *d* são conhecidas. Qual é o valor da área *x*?

A) $c+d-a$
B) $a+c+d-b$
C) $a+c+d-2b$
D) $a+d-b$
E) $a+c-d$



Fonte: OBMEP, 2019.

O problema pede para que seja determinado o valor da área x em função das áreas a, b, c, d. Sendo assim, não possuímos unidades de medida convencionais, mas na verdade estas regiões servirão como referência e serão nossas unidades de medida, se caracterizando, portanto, como não convencionais. De início, percebe-se que o triângulo ΔABN é composto pelas regiões a, b e x, assim como o triângulo ΔADM é formado pelas regiões b, c e d. Sendo assim, temos que

$$A_{\Delta ABN} = a + b + x$$
$$A_{\Delta ADM} = b + c + d$$

Entretanto, lembremo-nos de que ABCD se trata de um paralelogramo, ou seja, seus lados opostos são congruentes. Isso permite afirmarmos que os lados AD e BC são congruentes, assim como os lados AB e CD. Portanto, teremos que os triângulos ΔABN e ΔADM possuem a mesma área. Com isso, teremos:

$$A_{\Delta ABN} = A_{\Delta ADM} \Rightarrow a + b + x = b + c + d$$
$$\Rightarrow x = b + c + d - a - b \Rightarrow x = c + d - a$$

Com esta resolução, percebemos que este tipo de problema se apresenta como menor complexidade no que diz respeito ao conceito de área, em relação às questões do bloco anterior. Diferentemente do B1, o B2 é constituído de questões que não trabalham o conceito de área em todos os quadros apresentados pelas autoras francesas. Os problemas em questão apresentam apenas os quadros Geométrico e Grandezas. (Douady; Perrin-Glorian, 1989.)

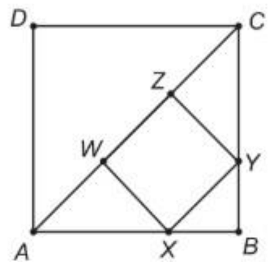
Este primeiro surge pelo fato de que, assim como as demais questões de geometria da OBMEP, a avaliação traz sempre a apresentação geométrica do problema, e o quadro de Grandezas surge quando o problema pede para que o aluno exprima a área de uma determinada região, com base na medida já determinada das demais regiões representadas, sem necessitar de uma unidade de medida convencional. Entretanto, é interessante pensarmos que mesmo não transitando por todos os quadros, a não utilização do quadro numérico pode contribuir com a desmistificação da ideia de que a área é apenas um número que apresenta uma determinada região plana, fugindo do tradicionalismo de apenas determinarmos a área de uma figura com base em fórmulas.

Seguindo nossa análise, escolhemos a questão Q11. Que está representada na figura 8.

Figura 8: Questão 7 de 2022 (Q11) da OBMEP

7. Qual é a razão entre as áreas dos quadrados *XYZW* e *ABCD* da figura?

(A) 2/9
(B) 1/8
(C) 3/4
(D) 5/9
(E) 2/3



Fonte: OBMEP, 2023.

De início, para comparar as áreas desses quadrados, se faz necessário que seja sabido a medida do lado de cada um deles. Para isso, suponhamos que a medida do lado de ABCD seja l. Sendo o segmento AC uma diagonal, temos que $\angle WAX$ e $\angle CAD$ são congruentes, ou seja, medem 45º, assim como os ângulos $\angle YCZ$ e $\angle ACD$. Além disso, sendo WXYZ quadrado, temos que $\angle CZY$ e $\angle AWX$ serão ângulos retos. Com isso, temos

$$\angle CYZ = 180 - 90 - 45 = 45°$$

$$\angle AXW = 180 - 90 - 45 = 45°$$

Temos, portanto, que os triângulos ΔAWX e ΔCYZ São retângulos isósceles, e isso implica CZ é congruente a ZY assim como XW é congruente a AW. Sendo WXYZ um quadrado, podemos afirmar também que $AW \approx WZ \approx ZC$. Sabendo que a medida do lado de ABCD é l, temos que

$$AC = l\sqrt{2} \Rightarrow WZ = \frac{l\sqrt{2}}{3}$$

Logo,

$$A_{ABCD} = l^2 \text{ e } A_{WXYZ} = \left(\frac{l\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{2l^2}{9}$$

E por fim,

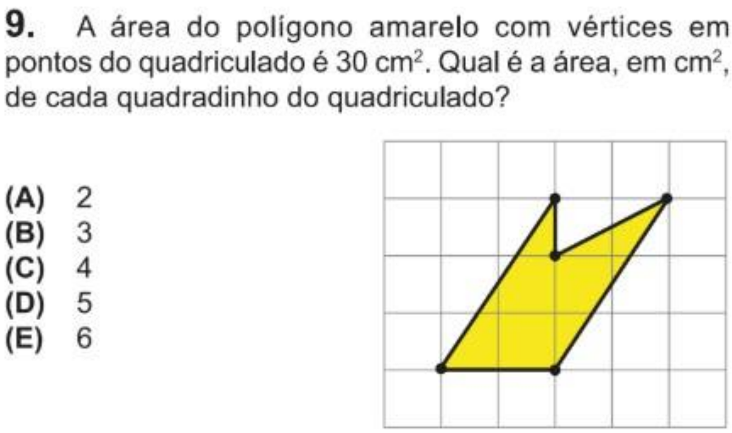
$$\frac{A_{WXYZ}}{A_{ABCD}} = \frac{\frac{2l^2}{9}}{l^2} = \frac{2l^2}{9} \cdot \frac{1}{l^2} = \frac{2}{9}$$

Com base nesta resolução, pode-se observar os quadros relacionados ao conceito de área que estão presentes no problema. De início, como nos demais problemas analisados tem-se uma representação geométrica do problema, caracterizando assim o quadro geométrico. Ao prosseguirmos, percebe-se que o problema trata o conceito de área com algo mensurável e ressalva que pode ser comparada enquanto grandeza contínua de duas figuras distintas, relacionando-se, portanto, com o quadro de Grandezas. (Douady; Perrin-Glorian, 1989.)

É interessante observar que apesar de nesta resolução necessitarmos de uma fórmula de área de uma figura plana, o problema vai muito além de aplicá-la substituindo valores que poderiam ser dados no enunciado do problema. Entretanto, a presente questão traz algo que instiga no indivíduo o ato de pensar e buscar um caminho que antecede o uso da fórmula de área de um quadrado, fugindo assim, do tradicionalismo das questões de área.

Por sua vez, trataremos da Q12, questão que compõem o B4. A figura 9 retrata tal problema.

Figura 9: questão 9 de 2023 (Q12) da OBMEP



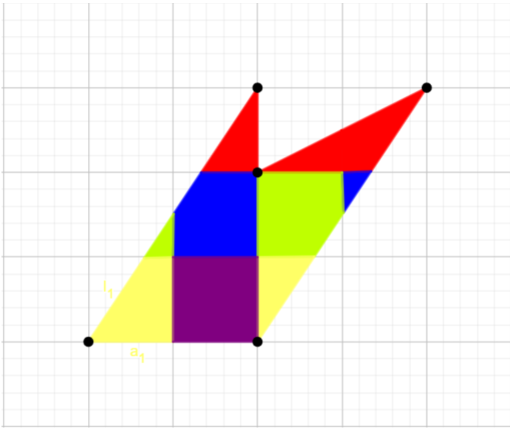
9. A área do polígono amarelo com vértices em pontos do quadriculado é 30 cm². Qual é a área, em cm², de cada quadradinho do quadriculado?

(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6

Fonte: OBMEP, 2023.

Neste problema, de início necessita-se saber quantos quadradinhos compõem o polígono destacado. Nenhum deste quadradinho está perfeitamente preenchido, entretanto, observa-se que que combinando algumas regiões obtemos quadrados completos. A figura 10 representa uma adaptação da figura representada no problema.

Figura 10: Adaptação da questão 9 de 2023 (Q12) da OBMEP



Fonte: Autor, 2025.

Na figura 9, as figuras de mesma cor formam juntas um quadradinho completo. Com isso, tem-se 5 quadradinhos que juntos somam 30 cm² assim como diz o problema. Portanto, temos que cada quadradinho tem 6 cm² de área.

Com base nesta resolução, identificamos que o conceito de área neste problema mais uma vez perpassa pelo quadro geométrico devido sua representação geométrica. Além disso, é presente também o quadro de Grandeza e o quadro Numérico, pois exige do indivíduo que exprima a área de cada quadradinho de forma numérica utilizando uma grandeza convencional.

Com isso, com base na análise das resoluções destas questões e com a análise dos quadros relacionados ao conceito de área, existe uma notável diferença entre os problemas trabalhados no cotidiano da sala de aula e os apresentados na olimpíada. Diferentemente dos problemas tradicionais, a OBMEP apresenta ao discente problemas que instigam o pensamento e a utilização de diferentes conceitos.

Além disso, é necessário ressaltar que as resoluções aqui apresentadas são apenas algumas das inúmeras possibilidades, ou seja, considera-se que é possível e provável que existam diferentes soluções e caminhos que podem ser percorridos pelo aluno até alcançar a resolução do problema, a depender dos conceitos prévios que cada indivíduo possua e sua individualidade. E isto abre, portanto, portas para a construção concreta e independente do conhecimento por parte do aluno.

6.3 ANÁLISE DAS QUESTÕES COM BASE NA TCC DE GÉRARD VERGNAUD (1983a)

Nesta seção, a análise das questões e suas resoluções apresentadas anteriormente foram feitas com base na TCC desenvolvida por Gérard Vergnaud (1983a). Esta teoria permite observar não apenas a representação do conceito de área feita através do resultado numérico, mas também todos os conceitos e estruturas que permeiam o conceito de área e todos os esquemas cognitivos que podem ser construídos no momento de enfrentamento e resolução da situação-problema.

Segundo Vergnaud (1983b), a construção do conhecimento baseia-se na união de três elementos: Situações, Invariantes Operatórios e Representações Simbólicas. Portanto, buscou-se identificar e compreender como estas estruturas estão presentes nos problemas selecionados, e como se dá a relação entre cada uma destas. Sendo assim, buscamos encontrar em cada questão aquilo que dá sentido ao conceito de área (situação), além das definições implícitas, conceitos e regras que são necessárias para resolução do problema (invariantes operatórios), além de tudo aquilo que é utilizado para expressar o pensamento matemático (representações simbólicas).

Objetiva-se com esta etapa da análise, realizar uma compreensão mais aprofundada de como é cobrado o conceito de área e o que se espera do indivíduo no momento de resolução, além de compreender como se dá a construção do conhecimento neste recorte feito das questões da OBMEP.

6.3.1 Medida exata com unidade de medida convencional (bloco 1)

Iniciamos esta seção com a análise da Q3, que tem como situação a representação de uma figura geométrica composta por um quadrilátero menor inserido em outro, solicitando a área desse quadrilátero menor. Esta é uma típica questão de mensuração da área de uma figura, com base em conhecimentos prévios de decomposição de figuras e propriedades de figuras planas, exigindo do aluno a aplicação do conceito de área como medida e análise geométrica de figuras planas.

Dando prosseguimento ao problema, uma das inúmeras formas de resolução seria levar em conta a definição de área como medida de uma superfície. Para isso, seria necessário conhecer o conceito de decomposição de um quadrilátero em partes menores (triângulos) e de altura relativa de um triângulo, assim como a fórmula para cálculo da área de um triângulo e a propriedade de que a área de uma figura plana é a soma das áreas das figuras planas que a compõem. Sendo assim, todos estes elementos citados seriam necessários para resolver a questão da forma que foi apresentada, e assim, se caracterizariam como invariantes operatórios desta situação problema.

E com base nestes conhecimentos preestabelecidos e obtidos, busca-se apresentar os mecanismos cognitivos para resolução da questão, que neste caso foram a representação geométrica, ao ser feita a decomposição da figura em dois triângulos, a representação algébrica que surge com a utilização da fórmula matemática, e junta a esta surge também a representação numérica que caracteriza-se com a aplicação desta fórmula e a realização dos cálculos com base nos dados fornecidos pelo problema, e além desta, a representação linguística que está presente no início do problema com a interpretação o que pede o problema, e no decorrer de toda resolução a cada momento em que são justificados e expressos os raciocínios utilizados na resolução do problema.

A articulação dos três elementos citados mostra a riqueza da questão que não se limita a utilização de uma fórmula como a maioria dos problemas de área, mas relaciona também a representação geométrica e a decomposição geométrica, promovendo, portanto, a construção do conceito de área de forma significativa.

Para as demais questões do B1, percebe-se que estas questões apresentam situações similares, já que todas estas apresentam sempre figuras geométricas e o comando da questão exige a mensuração dessa área de forma numérica. Além disso, apresentam também representações simbólicas similares, variando apenas os invariantes operatórios que dependem das etapas processuais tomadas em cada resolução, variando de acordo com o problema.

Com isso, vemos que os problemas que compõem o B1 não se resumem à uma única representação do conceito de área, nem mesmo a uma única representação, mas na verdade estão inseridos em um campo conceitual formado por diversos conceitos e ideias, e que o conceito de área depende diretamente de conhecimentos prévios que o indivíduo necessita ter.

6.3.2 Medida exata com unidade de medida não convencional (Bloco 2)

Por sua vez, na Q8 a situação apresentada para o discente é a de um quadrilátero dividido em figuras menores que possuem suas áreas já definidas. Sem a utilização de unidades de medida convencionais, o comando da questão pede para que seja determinada a área de uma das regiões em função das demais, que funcionam como unidades de medida não convencionais. Com esta configuração o problema foge da ideia do imediatismo do cálculo da área através de fórmula, proporcionando que o aluno tenha um raciocínio relacional entre as figuras representadas.

Ao analisar os dados apresentados e a situação apresentada pelo problema, percebe-se que os invariantes operatórios presentes na resolução descrita anteriormente seriam, por exemplo, o conhecimento de propriedades de quadriláteros (paralelogramo) e de triângulos, além de congruência entre triângulo que foram utilizadas em seguida, quando a noção de área foi utilizada como uma grandeza invariante sob figuras congruentes.

Com a utilização dos invariantes operatórios, cria-se a resolução utilizando-se da representação algébrica, já que as áreas das regiões apresentadas funcionam como representações abstratas de unidades de área. Como complementação para esta, utilizou-se também representações geométricas que foram utilizadas para identificar as congruências e simetrias entre as figuras. E por mais uma vez, está presente na resolução do problema a representação linguística, pois se apresenta como indispensável para compreensão da situação-problema e no decorrer da escrita da resolução, utilizando-se muitas vezes de símbolos e equações matemáticas.

Com esta análise, percebemos que as questões que compõem o B2, contribuem com a concepção de que a ideia de área não é apenas numérica, mas que pode ser também uma grandeza que surge da comparação entre diferentes superfícies, as colocando em um campo conceitual diferente das questões do B1. Entretanto, isto não quer dizer que estes campos conceituais não estejam interligados, já que há conceitos, ideias e invariantes que estão presentes em ambos os tipos de problemas.

6.3.3 Comparação estática sem unidade de medida (Bloco 3)

Tratando agora da Q11 esta questão tem como situação problema a comparação entre diferentes figuras geométricas planas, como o quadrado e o triângulo. A questão demanda que o indivíduo identifique as relações angulares e de medidas entre as figuras representadas, para que então o aluno realize a comparação indireta destas figuras através de uma razão.

Para chegar a este resultado, conhecimentos como propriedades de quadrados e triângulos, e soma dos ângulos internos de polígonos, seriam indispensáveis. Além disso, o aluno deveria também compreender como calcular a área de quadrado qualquer, para que então, com seus conhecimentos acerca de razão, pudesse concluir o comando da questão. Sendo assim, estes conhecimentos que serão utilizados podem ser considerados como os invariantes operatórios desta situação-problema.

Como representação simbólica, a resolução realizada utiliza variáveis como medidas desconhecidas, assim como notações matemáticas para justificar os dados utilizados, caracterizando, portanto, a representação algébrica. E por fim, utiliza-se a representação numérica para expressar a razão entre as figuras indicadas pelo problema.

Esta questão, diferentemente das demais analisadas, os dados fornecidos não são suficientes para chegar-se ao resultado, característica essa que está presente também nas demais questões do bloco B3. Com isso, o problema desafia o aluno a construir e estruturar argumentos que deem base para os cálculos que foram feitos, fazendo com que este desenvolva esquemas cognitivos mais complexos, propiciando assim uma maior assimilação do conceito e a construção independente do conhecimento, assemelhando-se portanto do conceito de competência apresentado por Vergnaud (1990).

6.3.4 Mudança estática de unidade e medida exata com unidade de medida convencional (Bloco 4)

Por fim, levando em conta a Q12 referente ao B4, a situação apresentada é a de um polígono inserido em uma malha quadriculada, em que os quadrados que formam a malha não estão totalmente preenchidos. O desafio inicial atribuído ao aluno é determinar a quantidade exata de quadrados que formam o polígono pintado que se apresenta como uma unidade de medida não convencional, e relacioná-la a uma unidade de medida não convencional. Apesar de uma certa complexidade apresentada, este é um clássico problema de decomposição de figuras geométricas e de conversão entre unidades, apesar de trabalhar com unidade convencional e também não convencional.

Como invariantes operatórios presentes nesta resolução, podemos citar a ideia da área como medida aditiva e que a área de figuras menores, compõem a área de uma figura maior, assim como a capacidade de transformar informações geométricas de forma visual, para a formação de figuras menores para a facilitação dos cálculos de área.

Para representação dos pensamentos construídos, foi utilizada uma representação geométrica que foi sugerida com o destaque de cores, para melhor compreensão da composição de quadrados. Além disso, também foi utilizada uma representação numérica, proposta para representar a área de cada quadrado que foi pedido pelo problema.

Este problema, em especial, relaciona observações visuais com o raciocínio matemático relacionado à grandeza área, promovendo principalmente a transição entre unidade de medida convencional e unidade não convencional. Com isso, vemos que o problema traz o conteúdo de área de forma investigativa e que instiga o pensamento e a criatividade do aluno.

6.3.5 Quadro comparativo dos elementos da TCC nas questões analisadas

No quadro 5 estão representadas de forma resumida os três elementos da teoria de Vergnaud (1983a) presentes em cada uma das questões analisadas organizadas por blocos, com o objetivo de facilitar a comparação entre cada um dos blocos.

Quadro 5: Elementos da TCC por blocos de questões

Elemento da TCC	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
Situação	Cálculo da área de um quadrilátero menor inserido em outro, por meio de	Determinação da área de uma região a partir de áreas de outras regiões com incógnitas (sem	Comparação indireta de áreas entre dois quadrados sobrepostos com relações angulares.	Determinação da área de um polígono pintado em uma malha quadriculada, com conversão

	decomposição em triângulos.	unidades convencionais).		entre unidades não convencional e convencional.
Invariantes Operatórios	Definição de área como medida de superfície; decomposição de figuras; fórmula do triângulo; soma de áreas parciais.	Noção de congruência; área como grandeza invariante em figuras de mesma área; comparação entre superfícies; paralelogramo e simetria.	Propriedades de quadrados e triângulos; soma de ângulos internos; noções de razão e proporcionalidade; dedução sem dados diretos	Área como medida aditiva; composição por frações de quadrados; conversão de unidades; estimativa visual com base em decomposição.
Representação Simbólica	Geométrica, algébrica, numérica e linguística	Geométrica, algébrica e linguística	Geométrica, algébrica, numérica e linguística	Geométrica, numérica e linguística

FONTE: Autor, 2025.

Com base na análise feita à luz da TCC de Gérard Vergnaud (1983a), é possível concluir que as questões da OBMEP relacionadas ao conceito de área possuem potencial para promover a aprendizagem deste conceito de forma ampla e completa, pois atende a todos os critérios estabelecidos pelo autor em sua teoria. Ao apresentarem ao aluno questões que relacionam diferentes invariantes e representações, se distanciam do tradicionalismo que por muito tempo tem limitado o processo de aprendizagem deste conceito.

E com isso, percebemos que o conceito de área está longe de ser a definição imediatista e rasa que por muitas vezes é trabalhada, mas na verdade se trata de um conhecimento que está inserido em um complexo campo conceitual composto também por outros conhecimentos como os relacionados a geometria plana, operações básicas, simetria, razão e proporção, dentre outros, que juntos, formam de maneira completa o conhecimento que se objetiva alcançar.

Além disso, o fato de algumas questões exigirem conversão entre diferentes unidades, uso de representações não convencionais e comparação entre áreas, reforça o caráter formativo da OBMEP. A avaliação, ao propor tais desafios, não apenas mede o desempenho dos alunos, mas também cria oportunidades para que eles ampliem sua compreensão matemática.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As análises realizadas ao longo deste trabalho permitiram alcançar o objetivo proposto de analisar as situações sobre o conceito de Área que são priorizadas nas provas das edições de 2015 a 2024 na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Com este presente trabalho, foi possível observar a articulação entre a teoria e prática, pois ao utilizarmos os elementos centrais da Teoria dos Campos Conceituais, estes conceitos não ficaram apenas no abstrato, mas na verdade foi possível identificá-los na resolução dos problemas, proporcionando um entendimento aprofundado dos mecanismos cognitivos, identificação do conteúdo e todas os invariantes e representações necessárias.

Com a análise realizada foi possível identificar quatro diferentes blocos com base nas classes de situações de Ferreira (2010). O primeiro bloco foi a das questões que apresenta a classe de situação de Medida exata com unidade de medida convencional, composta por oito questões, correspondendo a 53,3% das questões analisadas. Em seguida foi encontrado o bloco de questões com as situações de Medida exata com unidade de medida não convencional composto por duas questões que correspondem a 13,3% do total. Como terceiro bloco, foram identificadas 4 questões que podem ser atribuídas à classe de Comparação estática sem unidade de medida, correspondendo a 26,7% do total de problemas. E por sua vez, o último bloco composto por apenas um problema, ou seja, por 6,7% das questões, apresentava não apenas uma, mas duas classes de situações que foram a mudança de unidade com unidade convencional e não convencional,e medida exata com unidade de medida convencional.

Esta disposição encontrada nos mostrou a predominância de questões que tratam o conceito de área como medida utilizando uma unidade de medida convencional, ou seja, expressa através de um número. Porém, vale ressaltar que apesar do comando do problema a ser este, os mecanismos cognitivos necessários para a resolução do problema e os conhecimentos utilizados vão muito além da representação por um número.

Com a ajuda da teoria de disposição e transposição entre quadros de Douady e Perrin-Glorian (1989) pois foi possível identificar em quais quadros estavam sendo trabalhados o conceito de área em c56ada problema analisado, onde foi possível perceber que em sua grande maioria as questões apresentam mais de um quadro assim como a transposição entre eles.

E por sua vez, com a análise baseada na TCC de Gérard Vergnaud (1990) foi possível perceber a profundidade do conceito de área trabalhado nas questões da OBMEP, assim como a grande quantidade de invariantes operatórios e situações que o indivíduo mobiliza ao resolver problemas como os selecionados e analisados na presente pesquisa.

Todos esses elementos observados que estão presentes nos problemas da olimpíada mostraram a potencialidade que esta possui para o processo de ensino-aprendizagem bem como para o desenvolvimento do conhecimento autônomo e completo do aluno. Com isso a avaliação se apresenta não apenas como uma competição com fins de reconhecimento, mas também como recurso didático para o ensino de área na educação básica. A nossa pesquisa também nos ajudou a compreender a forma como o conceito de área é trabalhado na educação, e também a relevância desta avaliação para a educação brasileira.

Porém, ainda percebeu-se que as representações mais utilizadas ainda são a geométrica e numérica, mostrando a predominância de abordagens tradicionais e rotineiras, e a menor exploração de outros quadros e situações que poderiam surgir nestes problemas. Foi possível perceber também que problemas como o Q12 que exigia um maior raciocínio e esforço cognitivo ainda são maioria entre as questões da OBMEP.

A avaliação ainda há pontos a melhorar no que diz respeito a apresentação do conceito de área, através do surgimento de uma maior variedade de situações e transposições, além do aumento de recorrência de questões como a Q12 que desafiam o aluno com diversas situações diferentes assim como mais de uma classe de situação, enriquecendo ainda mais o conceito que se deseja obter.

Isso é necessário pelo fato de que, assim como diversos autores anteriormente citados afirmaram, a aprendizagem significativa do conceito de área depende da maior variedade possível de situações, invariantes e quadros, pois isto enriquece o repertório do aluno, favorecendo com que este reforce seus mecanismos cognitivos e conhecimentos, além de alcançar ainda mais conceitos e campos conceituais.

Vale ressaltar que a presente pesquisa se restringiu ao analisar apenas questões do nível 2 da primeira fase da OBMEP, podendo ser ampliada aos demais níveis (nível A, 1 e 3) e para a segunda fase, onde ao contrário dos problema analisados que eram de múltipla escolha, traz problemas discursivos dando ainda mais possibilidades a diversidade de pensamentos e resoluções.

Além disso, a pesquisa feita pode também ser ainda mais aprofundada, saindo apenas da análise deste problemas até o chão da sala de aula, onde estes problemas poderiam servir de intervenções didáticas. Com isso, nossa pesquisa sugere outras futuras pesquisas que possam utilizar estas questões como problemas propostos para que os alunos pudessem resolvê-los, com a finalidade de realizar uma análise de erros com as respostas dos alunos para melhor compreensão de como o discente da educação básica agiria perante estes problemas.

E por fim, apesar de limitar-se ao nível 2 da primeira fase, e de não conseguirmos analisarmos mais questões para uma melhor amostra, acreditamos que nosso objetivo foi alcançado. Neste sentido, esperamos que este trabalho sirva de inspiração para demais pesquisas possam surgir que desejem compreender como a Teoria dos Campos Conceituais pode contribuir para o entendimento do processo de ensino-aprendizagem do conceito de área, assim como entender como a OBMEP pode ser utilizada como recurso didático para o ensino de nossas crianças e adolescentes.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. Fundamentos da didática da matemática e metodologia de pesquisa. **CEMA** (Caderno de educação matemática), v. 3. São Paulo: PUC 1997.

AZEVEDO, I. F. DE; ALVES, F. R. V.; OLIVEIRA, J. C. DE. Obmep e teoria das situações didáticas: uma proposta para o professor de matemática. **Educação Matemática em Revista** - RS, v. 2, n. 19, 21 dez. 2018.

BATURO, A.; NASON, R. Student teatcher’s subject matter knowledge within the domain of area measurement. **Educational Studies in Mathematics** v. 31, p. 235-268, 1996.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental e médio.** Série Textos de História da Matemática, v. 8. Natal: SBHMata, 2002.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2017. Acesso em: 03 out. 2024.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M-J. Um processus d’apprentissage du concept d’aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**, v. 20, 1989, p. 387-424.

FACCO, S**. Conceito de área**: uma proposta de ensino-aprendizagem. 2003. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

FÁVERO, M. H; SOUSA, C. M. S. G. Análise de uma Situação de Resolução de Problemas de Física, em Situação de Interlocução entre um Especialista e um Novato, à Luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. **Investigação em Ensino de Ciências**, v.6, n.2, 2001.

FERREIRA, L. F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental**: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais. 2010. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010. GERHARDT, T.E; SILVEIRA, D.T. Métodos de Pesquisa . Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GRECA, I. G.; MOREIRA, M. A; Além da Detecção de Modelos Mentais dos Estudantes: Uma Proposta Representacional Integradora. **Investigação em Ensino de Ciências**. v.6, n.2. 2001.

INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA (IMPA). **Regulamento da OBMEP** – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Rio de Janeiro: IMPA, 2024. Disponível em: https://www.obmep.org.br/.

LUPINACCI, M. L. V.; BOTIN, M. L. M. Resolução de problemas no ensino de matemática. In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 8., 2004, Recife. *Anais...* Recife: SBEM, 2004. p. 1–5.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2016. Disponível em: https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/569. Acesso em: 13 set. 2024.

O cenário do ensino de matemática no Brasil: o que dizem os indicadores nacionais e internacionais. [S.l.: s.n.]. Disponível em: https://www.portaliede.com.br/wp-content/uploads/2023/12/Iede_O_cenario_do_ensino_matematica_no_Brasil.pdf. Acesso em: 04/04/2025.

ODY, Magnus Cesar; [demais autores]. Gérard Vergnaud: uma reflexão sobre sua teoria e as implicações para a educação em ciências e matemática. In: **Anais do IX ENALIC.** Campina Grande: Realize Editora, 2023.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. **Edital da Olimpíada Brasileira de Matemática** – OBM 2024. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2024. Disponível em: https://www.obm.org.br. Acesso em: 6 abr. 2025.

PEREIRA, L. A. Geometria dinâmica na resolução de questões da OBMEP. In: **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, Curitiba – PR, 12 a 14 de novembro de 2016. Disponível em: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd6_lais_pereira.pdf. Acesso em: 01 mai. 2018.

PESSOA, C. A S. **Quem dança com quem**: o desenvolvimento do raciocínio combinatório do 2º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio. 2009. 200 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

SILVA, J. J; RODRIGUES, V. I; NASCIMENTO, C. O.; OLIVEIRA JÚNIOR, J. S. A influência da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas no índice de desenvolvimento da educação básica: uma análise no município de Coruripe-Alagoas. **International Seven Journal of Multidisciplinary,** v. 2, n. 2, p. 267- 284, 2023. Disponível em: https://sevenpublicacoes.com.br/ISJM/article/view/1681. Acesso em: 3 out. 2024.

TELES, Alessandra da Silva. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas**. 2021. 189 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) –

Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2021.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

VERGNAUD, G. **Quelques problèmes théoriques de la didactique à propos d'un exemple**: les structures additives. In: Atelier International d'Été: Recherche en Didactique de la Physique. La Londe-les-Maures, França, 26 de junho a 13 de julho, 1983a.

VERGNAUD, G. L'algèbre et les modèles multiplicatifs. **Recherches en Didactique des Mathématiques,** v. 4, n. 3, p. 133-170, 1983b.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. **Teoria dos campos conceituais**. In Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, UFRJ, p. 1-26, 1993

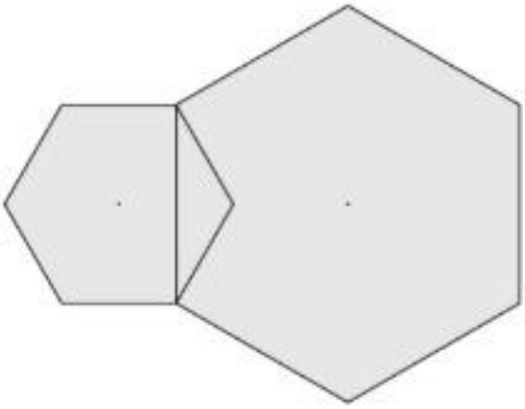
VERGNAUD, G. **Multiplicative conceptual field**: what and why? In. Guershon, H. e Confrey, J. (Eds.). The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics. Albany: State University of New York Press, 1994.

APÊNDICE A – QUESTÕES DA OBMEP ESCOLHIDAS DAS EDIÇÕES ENTRE 2015 E 2024

Questão 12 da edição da OBMEP de 2017 (Q4)

12. Na figura, dois vértices do hexágono regular maior coincidem com dois vértices do hexágono regular menor. O hexágono menor tem área igual a 10 cm². Qual é a área do hexágono maior?

A) 20 cm²
B) 30 cm²
C) 35 cm²
D) 36 cm²
E) 40 cm²



Fonte: OBMEP, 2017.

Questão 14 da edição de 2017 da OBMEP (Q5)

14. Pelo centro do quadrado da Figura 1 traçam-se duas retas perpendiculares, que o dividem em quatro quadriláteros iguais. Esses quadriláteros são rearranjados em outro quadrado maior, como na Figura 2. Qual é a área do quadrado *ABCD* da Figura 2?

A) 16 cm²
B) 25 cm²
C) 36 cm²
D) 49 cm²
E) 64 cm²

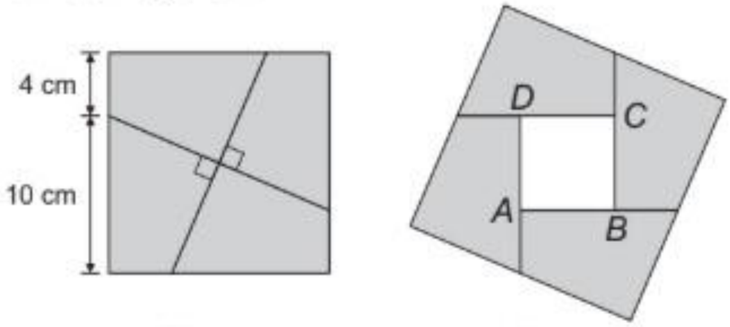


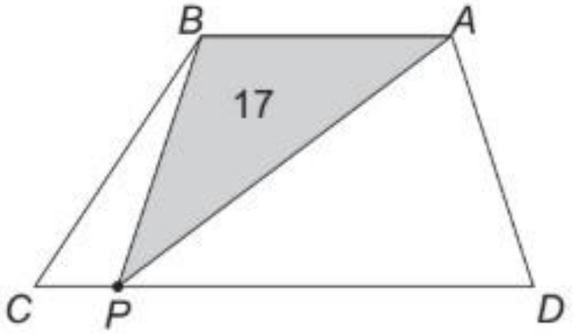
Figura 1 Figura 2

Fonte: OBMEP, 2017.

Questão 11 da edição de 2018 da OBMEP (Q6)

11. No trapézio *ABCD* da figura, os lados *AB* e *CD* são paralelos e o comprimento de *CD* é o dobro do comprimento de *AB*. O ponto *P* está sobre o lado *CD* e determina um triângulo *ABP* com área igual a 17. Qual é a área do trapézio *ABCD*?

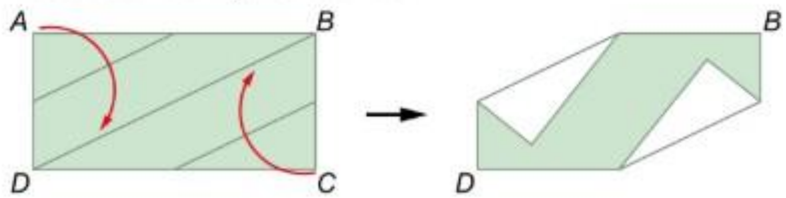
A) 32
B) 34
C) 45
D) 51
E) 68



Fonte: OBMEP, 2018.

Questão 7 da edição de 2022 da OBMEP (Q9)

7. Uma folha de papel retangular *ABCD*, de 10 cm por 20 cm, tem uma face colorida e o verso branco. Foram feitas duas dobras nessa folha, levando-se os pontos *A* e *C* sobre a diagonal *BD*, de modo que as dobras ficaram paralelas a essa diagonal, como mostrado na figura abaixo.



Qual é a área da região colorida que fica visível após as dobras?

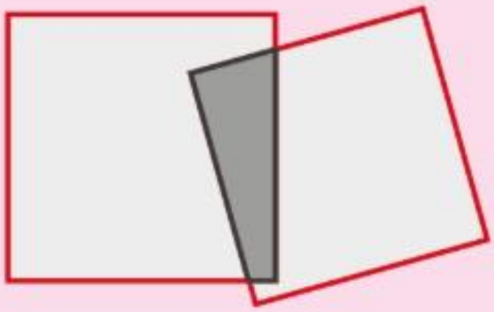
(A) 25 cm^2
(B) 50 cm^2
(C) 75 cm^2
(D) 100 cm^2
(E) 125 cm^2

Fonte: OBMEP, 2022.

Questão 19 da edição de 2022 da OBMEP (Q10)

19. A figura abaixo é formada por dois quadrados parcialmente sobrepostos. A interseção desses quadrados, com contorno preto, tem área 18 cm^2 e perímetro 20 cm. A união desses quadrados, com contorno vermelho, tem área 163 cm^2 e perímetro 56 cm. Qual é, em cm^2, a diferença entre as áreas dos dois quadrados?

(A) 1
(B) 4
(C) 10
(D) 15
(E) 19



Fonte: OBMEP, 2022.

Questão 20 da edição de 2023 da OBMEP (Q13)

20. A estrela de cinco pontas da figura é formada ligando vértices de um pentágono regular, sempre pulando um vértice. A área em azul dessa estrela representa qual fração da área total da estrela?

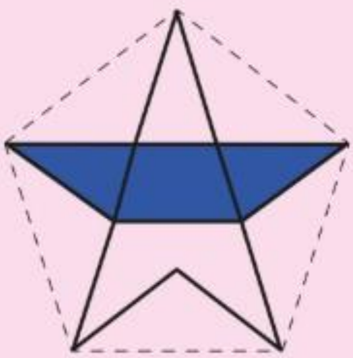
(A) $\frac{3}{7}$

(B) $\frac{3}{5}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{3}{4}$

(E) $\frac{5}{6}$

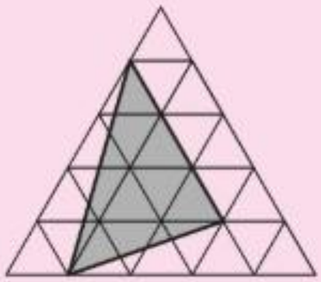


Fonte: OBMEP, 2023.

Questão 4 da edição de 2024 da OBMEP (Q14)

4. A figura apresenta uma malha triangular formada por triângulos equiláteros pequenos, cada um com área igual a 1 cm². Qual é a área, em centímetros quadrados, da região cinza?

(A) 11
(B) 7
(C) 10
(D) 8
(E) 9



Fonte: OBMEP, 2024.

Questão 19 da edição de 2024 da OBMEP (Q15)

19. A figura é formada por quatro quadrados, o primeiro com diagonal *AB* e os demais construídos sobre a diagonal do anterior. O segmento *AB* mede 1 cm. Qual é a área, em cm², do triângulo sombreado?

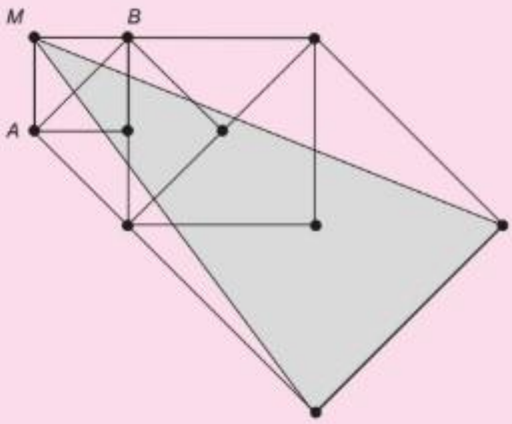
(A) $\frac{7}{2}$

(B) $\frac{3}{2}$

(C) $\frac{5}{2}$

(D) 4

(E) 3



Fonte: OBMEP, 2024.