

Capítulo 4

Oscilador Eletrônico Não-Linear Forçado

4.1 Circuito Oscilador RLD

Em uma das primeiras pesquisas experimentais em sistemas caóticos, um circuito com um resistor, um indutor e um diodo em série foi usado para demonstrar a existência de caos em sistemas físicos (Linsay, 1981) e verificar as características universais de sistemas não-lineares, tais como a cascata de dobramento de período de Feigenbaum (Feigenbaum, 1978) e as estatísticas das intermitências tipo I (Jeffries e Perez, 1982) e tipo III (Fukushima e Yamada, 1988). O circuito é excitado por uma fonte de tensão oscilatória externa, como em um circuito RLC no qual se estudam propriedades de ressonância, mas com o diodo, apresenta diversas características não-lineares. Entre estas, possui uma capacitância diferencial altamente não-linear como função da tensão aplicada, além da característica retificação de corrente e de um tempo de condução direta após a reversão da polarização.

Estas não-linearidades causam uma forte deformação da tensão sobre o diodo vista como uma resposta do circuito à tensão de excitação. Além de ser não-linear, a deformação também apresenta efeitos de memória, causados pelo acúmulo de carga na junção. Em decorrência disto, a tensão no diodo não é função apenas do valor instantâneo da tensão de excitação, mas depende da história recente deste.

Na seção 4.2 apresentamos um modelo contínuo usando equações diferenciais empregado na literatura para descrever o sistema físico em questão (van Buskirk e Jeffries, 1985). Na seção 4.3 mostramos os resultados obtidos com este modelo. Construímos um destes circuitos osciladores para verificar os nossos cálculos das intermitências de Pomeau-Manneville em um sistema

físico real. Os resultados obtidos na montagem experimental são descritos na seção 4.4.

4.2 Modelo para o Oscilador RLD

Diversos modelos contínuos e discretos foram propostos para explicar o comportamento do diodo no oscilador RLD (Linsay, 1981; Rollins e Hunt, 1982; Hunt, 1982; Testa *et al.*, 1982). de Moraes e Anlage (2003) fizeram uma revisão recente de características dos modelos contínuos. Em diodos típicos como o 1N4007 a junção $p-n$ de silício gera um acúmulo de carga elétrica em uma região que compreende as zonas de depleção dos diferentes tipos de semicondutores. Este acúmulo de carga pode ser descrito como uma capacitância intrínseca, a qual varia não-linearmente com a tensão externa aplicada aos terminais do diodo, uma vez que as dimensões destas regiões dependem da tensão/corrente através do diodo. Além desta capacitância intrínseca, causada pelo equilíbrio difusivo de elétrons e buracos ao longo da junção, a injeção de corrente direta no sentido da condução gera um excesso de carga, limitado pelo tempo de vida dos portadores minoritários em cada tipo de semiconductor. Desta forma, para descrevermos o comportamento do diodo real, podemos usar um modelo com associação de três componentes ideais: uma fonte de corrente controlada por tensão, satisfazendo a lei de comportamento de um diodo Shockley ideal e dois capacitores com capacitância controlada por tensão, satisfazendo as equações para o acúmulo de carga nas regiões de depleção de uma junção de semicondutores (C_j) e o excesso de carga armazenada a partir da injeção de portadores por corrente direta (C_d).

A carga acumulada no diodo durante a condução é liberada progressivamente durante a fase de corte, o que dá origem a um tempo de recuperação do estado de polarização reversa τ_r . Simultaneamente, estes portadores minoritários são aniquilados, o que faz com que este tempo dependa, fundamentalmente, do tempo de vida dos portadores minoritários na junção.

O diagrama esquemático do circuito oscilador é mostrado na figura 4.1, onde mostramos o circuito real e o modelo com componentes ideais, conforme van Buskirk e Jeffries (1985). As resistências estão todas somadas no resistor equivalente R . A fonte de corrente obedece a

$$i_d(V_d) = i_0 \left[\exp \left(\frac{eV_d}{kT} \right) - 1 \right], \quad (4.1)$$

onde V_d é a diferença de potencial no diodo, i_0 é uma constante que depende das dimensões do componente, a carga elétrica elementar vale “ e ”, e kT é a constante de Boltzmann multiplicada pela temperatura.

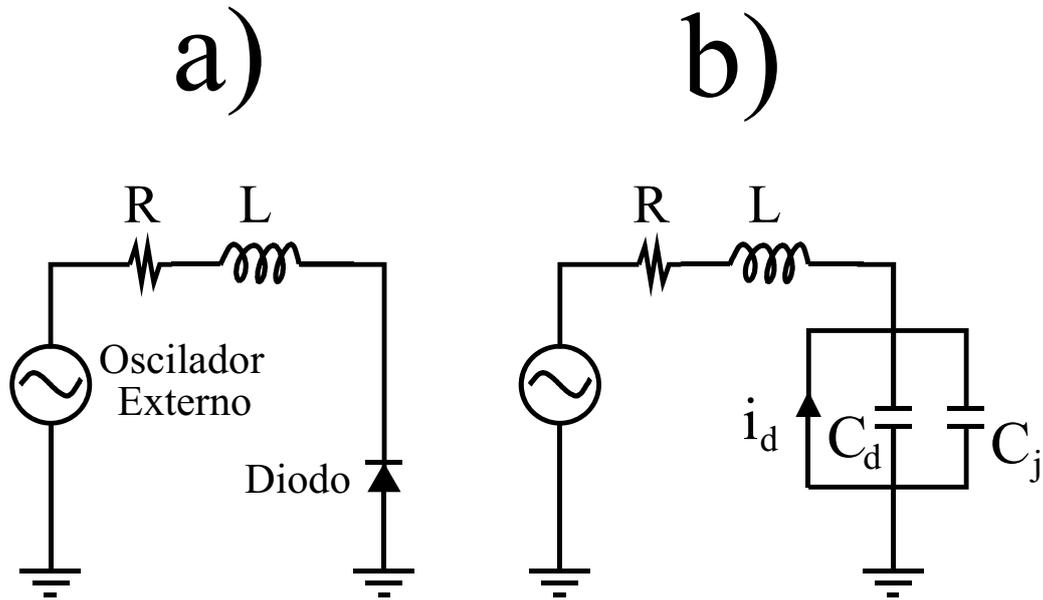


Figura 4.1: Diagrama esquemático do circuito oscilador RLD. a) circuito real b) modelo com componentes ideais.

As capacitâncias são

$$C_j(V_d) = C_{j0} (1 - V_d/\Phi)^{-1/2}, \quad (4.2)$$

onde Φ é a tensão reversa (intrínseca) da junção, C_{j0} depende das dimensões da junção e da constante de difusão dos portadores; e

$$C_d(V_d) = C_{d0} \exp\left(\frac{eV_d}{kT}\right), \quad (4.3)$$

com C_{d0} dependendo também das dimensões da junção e da constante de difusão dos portadores minoritários. Os valores de C_{j0} e de C_{d0} podem ser diferentes.

Na figura 4.2 representamos a soma destas capacitâncias para $\Phi = 0,6\text{V}$ (silício), $kT/e = 0,04\text{V}$, $C_{j0} = 6 \times 10^{-9}\text{F}$ e $C_{d0} = 6 \times 10^{-12}\text{F}$, conforme os valores utilizados por van Buskirk e Jeffries (1985). Observe que esta soma apresenta dois comportamentos qualitativamente distintos conforme $V_d \sim \Phi$ seja maior ou menor do que V^* , o menor valor para o qual $C_d = C_j$. Com $V_d \sim V^* \sim \Phi$ o valor de C_d é muito menor que o de C_j , de modo que a capacitância é essencialmente constante, C_j , que varia pouco com V_d . Para V_d maior que V^* , C_d cresce exponencialmente e domina a soma. Podemos fazer uma analogia entre a oscilação eletrônica e um oscilador mecânico massa-mola,

no qual a posição e velocidade são representados por carga acumulada no capacitor e corrente; a indutância faz o papel da massa; a resistência elétrica funciona como um atrito proporcional à velocidade e a força restauradora é a tensão sobre o capacitor. O comportamento do oscilador RLD é similar àquele de um oscilador com potencial restaurador tipo parede em uma direção e tipo “mola ultra-macia” na outra (van Buskirk e Jeffries, 1985, pág. 3333). Este tipo de não-linearidade é responsável por efeitos de memória na oscilação (Rollins e Hunt, 1982; de Moraes e Anlage, 2003). Além disso, o crescimento rápido da força restauradora (ou a condução do diodo) para $V_d \lesssim \Phi$ previne que o valor da tensão se torne igual a ou maior que Φ , mantendo a oscilação confinada à região de validade da equação 4.2, de maneira que a divergência em $V_d = \Phi$ não se manifesta.

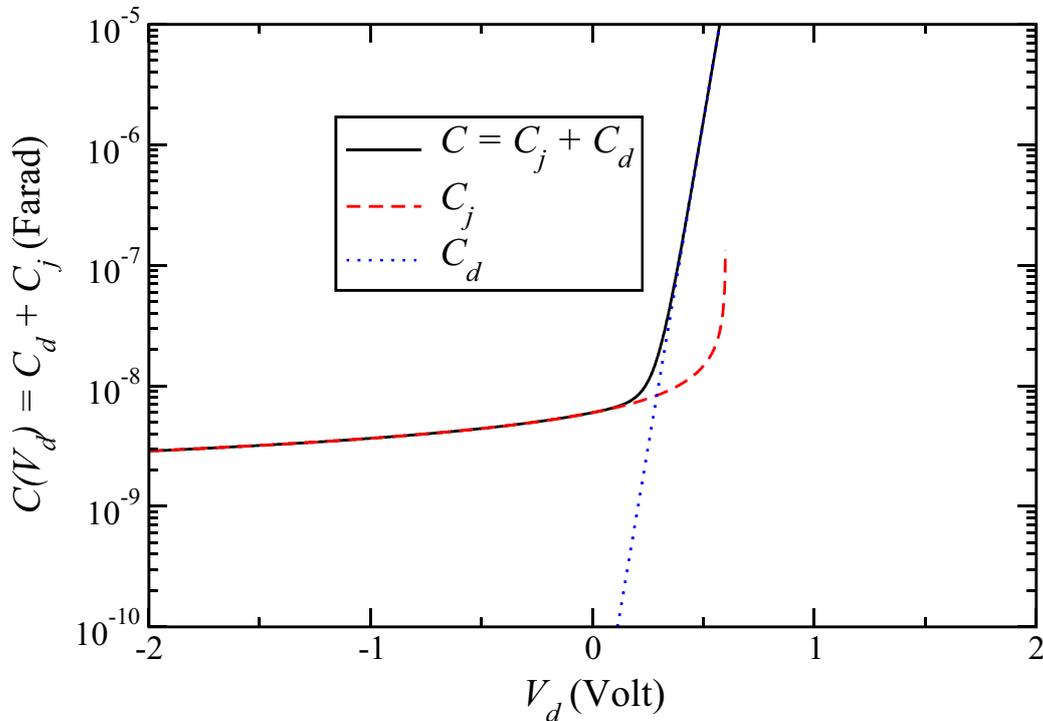


Figura 4.2: Capacitância equivalente imitando um diodo real. A curva cheia representa a soma C das capacitâncias C_j (tracejada) e C_d (pontilhada).

Aplicando a lei de Kirchoff para o circuito mostrado na figura 4.1b) e usando as equações 4.1, 4.2 e 4.3 chegamos a duas equações diferenciais para as variáveis $i(t)$ e $V(t) = V_d$, a corrente total no circuito e a diferença de

potencial elétrico sobre o diodo, respectivamente:

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_{os}(\theta) - Ri - V}{L}, \quad (4.4)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{i - i_d(V)}{C(V)}. \quad (4.5)$$

A terceira equação, necessária para completar três dimensões no espaço de fase e assim permitir a existência de trajetórias caóticas, é a evolução no tempo da fase da tensão (força) externa $V_{os}(\theta) = V_0 \text{sen}(\theta) + V_{\text{offset}}$:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega. \quad (4.6)$$

Escrito desta maneira, o sistema de EDOs não-autônomas (ou seja, com dependência explícita da variável independente, t) passa a ser autônomo, simplificando seu tratamento.

4.3 Análise Numérica

Utilizamos o método de Runge-Kutta de quarta ordem com passo de integração constante no tempo para resolver o sistema de equações diferenciais 4.4-4.6. Implementamos um programa em linguagem *C*, usando dupla precisão (13 dígitos decimais), em computadores com arquitetura i386 (PC-AT e ATX) executando o sistema operacional FreeBSD. Os tempos característicos, com valores de parâmetros como os utilizados por van Buskirk e Jeffries (1985), são da ordem de um décimo do inverso da frequência da excitação externa, o que nos leva a optar por um passo de tempo da ordem de 10^{-7} s para $\omega \cong 10^5 \text{rad/s}$.

Uma série temporal caótica típica é mostrada na figura 4.3. Foi calculada com os parâmetros mostrados na tabela 4.1 e $\nu = \omega/2\pi = 10\text{kHz}$, $V_0 = 2,1\text{V}$.

Mapas discretos podem ser construídos de diversas maneiras: usando amostragem estroboscópica no período da excitação externa, construindo uma seção de Poincaré no espaço de fase, ou um mapa de Lorenz com os máximos locais. Optamos por este último, pela facilidade de implementação experimental com o equipamento disponível em nosso laboratório ou pela facilidade de computação com séries temporais numéricas já calculadas, mesmo formadas por apenas uma variável. Todas estas diferentes maneiras de construir mapas discretos a partir da série temporal dão resultados similares qualitativa e quantitativamente.

Parâmetro	Valor
R	9Ω
L	10mH
C_{j0}	$6 \times 10^{-9}\text{F}$
C_{d0}	$6 \times 10^{-12}\text{F}$
$\phi = kT/e$	$0,0254\text{V}$
Φ	$0,6\text{V}$
i_0	$4,8 \times 10^{-9}\text{A}$
dt	10^{-7}s

Tabela 4.1: Parâmetros utilizados no cálculo numérico das soluções do oscilador RLD.

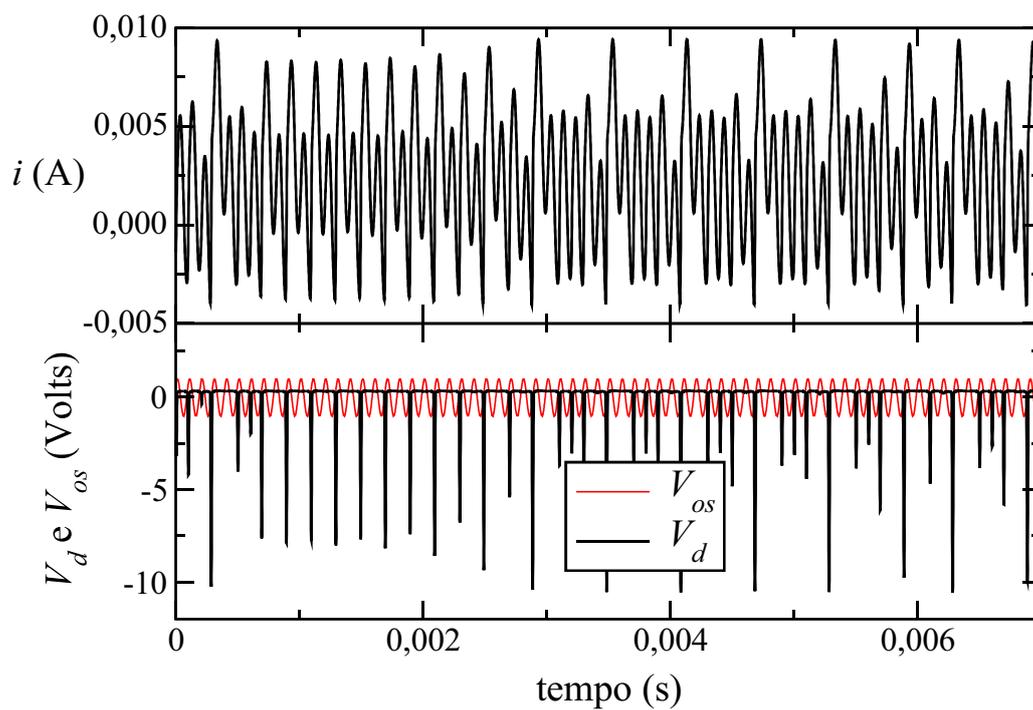


Figura 4.3: Série temporal típica do circuito oscilador RLD calculada numericamente. Em a) vemos a corrente i , em b) aparece a tensão sobre o diodo, V_d , e a tensão externa, V_{os} , aplicada ao circuito.

Dependendo dos parâmetros como indutância, resistência, amplitude e frequência da tensão de excitação, etc., os mapas de retorno associados a séries temporais do oscilador RLD podem ter formas variadas, desde mapas bidimensionais, que apresentam mais de um futuro possível para a variável discreta, até mapas com intermitência tipo I ou tipo III, passando por mapas polinomiais, inclusive com um formato parabólico, cuja dinâmica é homomórfica à do mapa logístico. Mostramos alguns destes mapas na figura 4.4. Em a) usamos como variável discreta os mínimos locais da tensão sobre o

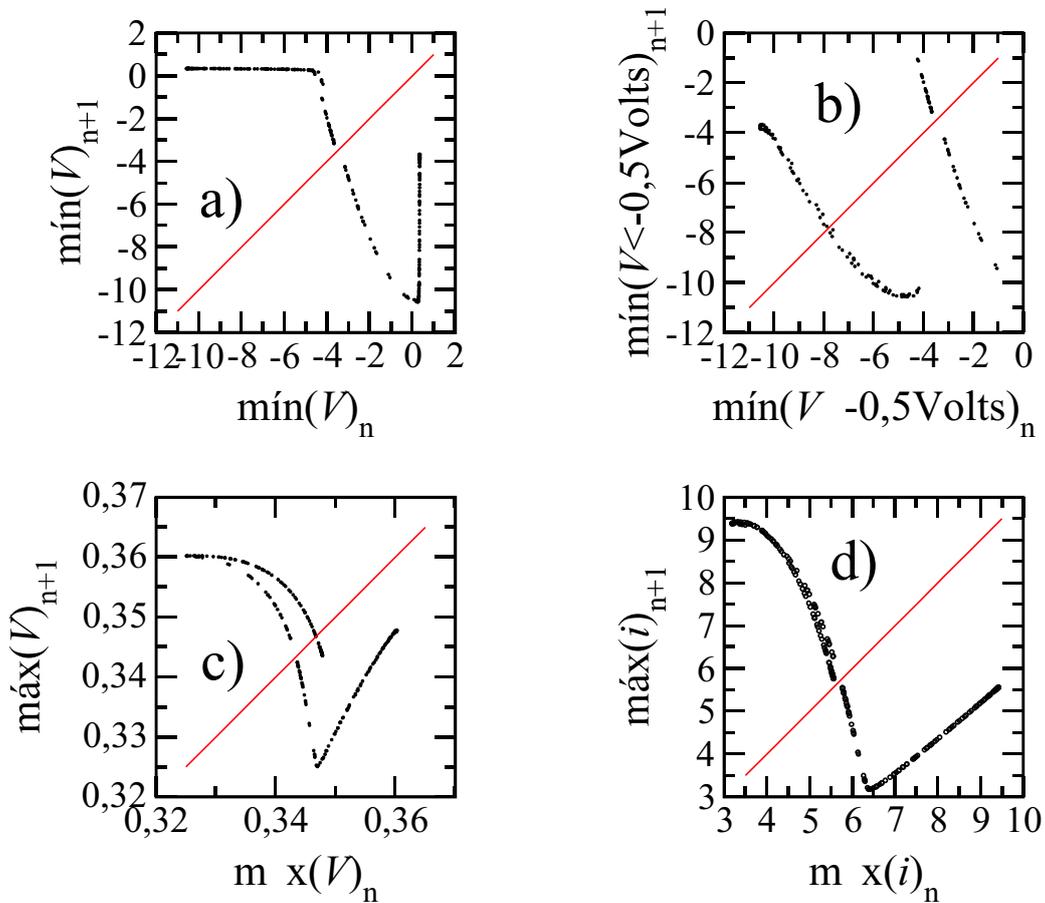


Figura 4.4: Mapas discretos construídos a partir da série temporal calculada numericamente para o modelo contínuo do circuito RLD.

diodo (por simplicidade, omitiremos o sub-índice d ao referirmo-nos a esta grandeza), observe a contração que ocorre para tensões próximas da tensão de retorno V^* (pouco menor que a tensão reversa $\Phi = 0,6$ Volts). Esta pode ser compreendida com base no modelo de oscilador mecânico com potencial tipo parede. A informação sobre a dinâmica dos mínimos anteriores a um

mínimo maior que 0 Volt fica comprimida em um intervalo muito pequeno. O caráter não-unidimensional deste mapa fica oculto. Com séries numéricas, este problema pode ser contornado fazendo-se uma transformação logarítmica para expandir pequenas diferenças conservando as grandes. Podemos fazer um mapa dos máximos de $y = \log(\Phi - V)$. Mas este método não é adequado para comparação com séries experimentais, nas quais o nível de ruído e flutuações nos fatores de amplificação tornam a transformação imprecisa. Em b) construímos o equivalente a um mapa de Lorenz usando mínimos da tensão sobre o diodo, mas aqui somente foram considerados os mínimos cujo valor é inferior a $-0,5$ Volt. Isto previne a formação de regiões comprimidas como as observadas em a). Como os mínimos próximos de V^* são descartados, os seus predecessores são mapeados nos máximos seguintes, de maneira que a dinâmica destas regiões comprimidas é transformada na dinâmica de um mapa de segundo retorno ou superior. A vantagem de se usar esta restrição é que a dinâmica dos mínimos de grande amplitude não é mascarada por ruídos aditivos na amostragem. Apesar disso o sistema permanece sensível a ruídos dinâmicos.

Em c) mostramos os máximos da tensão, estes também são de difícil obtenção experimental, pois ocorrem próximos ao valor da tensão reversa, na região de tensão que sofre extrema compressão. Finalmente, d) mostra máximos da corrente no circuito, em mili-Ampère. Estes reproduzem a estrutura dos máximos da tensão, porém com uma forte contração dos ramos duplos do lado esquerdo.

Na verdade, os ramos que aparecem em todos estes mapas não são curvas verdadeiras, pois com a taxa de contração de volume finita no espaço de fase tridimensional a seção do atrator por um plano gera um conjunto de Cantor cuja dimensão fractal é maior que 1, e esta propriedade reflete-se nos mapas de Lorenz construídos com máximos ou mínimos locais. Todos os mapas da figura 4.4 foram construídos a partir da série mostrada na figura 4.3.

A intermitência tipo I é caracterizada pela proximidade da tangência de um dos ramos do mapa discreto com a reta identidade. A intermitência do tipo III aparece quando um ramo do mapa cruza a reta identidade com inclinação levemente menor que -1 e correções não-lineares instabilizadoras, conforme descrito na seção 3.1. Uma vez que o atrator do circuito RLD não é bidimensional, o modelo de intermitências unidimensionais não é perfeito para descrever os mapas discretos obtidos a partir do fluxo. Apesar disso, conseguimos localizar no espaço de parâmetros soluções cujos mapas são quase unidimensionais, ou seja, mapas que podem ser aproximados por funções de valor único para cada abscissa, mas que ainda possuem ramos de pontos destacados formando uma estrutura fractal ao redor da curva aproximada.

4.3.1 Intermitência Tipo I

Um mapa que manifesta intermitência tipo I é mostrado na figura 4.5. Os parâmetros da tabela 4.1 com tensão externa de frequência 20kHz e amplitude 2,83V fazem com que uma órbita instável de período 12 atraia as trajetórias, estas afastam-se da órbita após algumas iterações. Dos doze mínimos que seriam observados, quatro ficam quase colapsados na região de tensão próxima de V^* , a restrição que usamos neste caso é considerar mínimos apenas os valores de tensão menores que $-0,5V$, o que deixa um período aparente de 6 para a órbita. Em a) mostramos o mapa de primeiro retorno para máximos da corrente i , este sugere erroneamente uma órbita de período 4, por conta dos quatro segmentos de curva. Na verdade trata-se de uma estrutura similar à cascata de dobramento de período de Feigenbaum com quatro faixas caóticas que são réplicas da órbita de período 3. b) mostra o mapa do 12^o máximo consecutivo da corrente. As tangências são visíveis em quatro segmentos de curvas que lembram polinômios. Em c) mostramos o mapa de próximo mínimo da tensão sobre o diodo, com a restrição $V < -0,5V$, em d) está o mapa $\min(V)_{n+6} \times \min(V)_n$ com a mesma restrição; e) e f) são ampliações de d). O ramos na extrema esquerda de a) e de c) curvam-se sobre si mesmos, levando a um desvio do modelo unidimensional. O efeito deste desvio pode ser visto no mapa em f), cujo lado esquerdo parece uma relação não-função com dois valores de ordenada para algumas abscissas.

A figura 4.6a) mostra um diagrama de bifurcação dos mínimos de V sem a restrição de que eles sejam menores que $-0,5$ Volt e 4.6b) é uma média temporal da tensão elétrica sobre o diodo. Usamos como parâmetro de controle a amplitude da tensão do oscilador externo. Os demais parâmetros são aqueles da tabela 4.1. A órbita periódica aparenta ter período nove, porque os quatro mínimos superiores não podem ser distinguidos nesta escala. Uma inspeção do diagrama de bifurcação revela que a janela periódica a se formar é de período 12, ao invés de 6, os seis valores adicionais são maiores do que $-0,5$ Volt e não aparecem nos mapas da figura 4.5. Estes seis valores não seriam facilmente distinguidos em um experimento dada a sua proximidade e o grande intervalo de variação dos demais valores de mínimos. Na parte a) da figura mostramos uma linha horizontal passando por $-0,5V$, para facilitar a visualização do diagrama de bifurcação que seria formado caso a restrição costumeira fosse utilizada. Na parte b) fizemos um ajuste com a expressão empírica

$$\bar{V}(\epsilon) = A_1 [1 - \exp(-A_2 \epsilon^\nu)] + A_3 \epsilon + \bar{V}_{crit} \quad (4.7)$$

com $\epsilon = V_{os(crit)} - V_{os}$ a qual se reduz para uma lei de potência com expoente ν quando $\epsilon^\nu \ll 1/A_2$ e converge para uma reta de inclinação A_3 quando $\epsilon^\nu \gg 1/A_2$. Uma ampliação deste resultado é mostrada na figura 4.7. Os

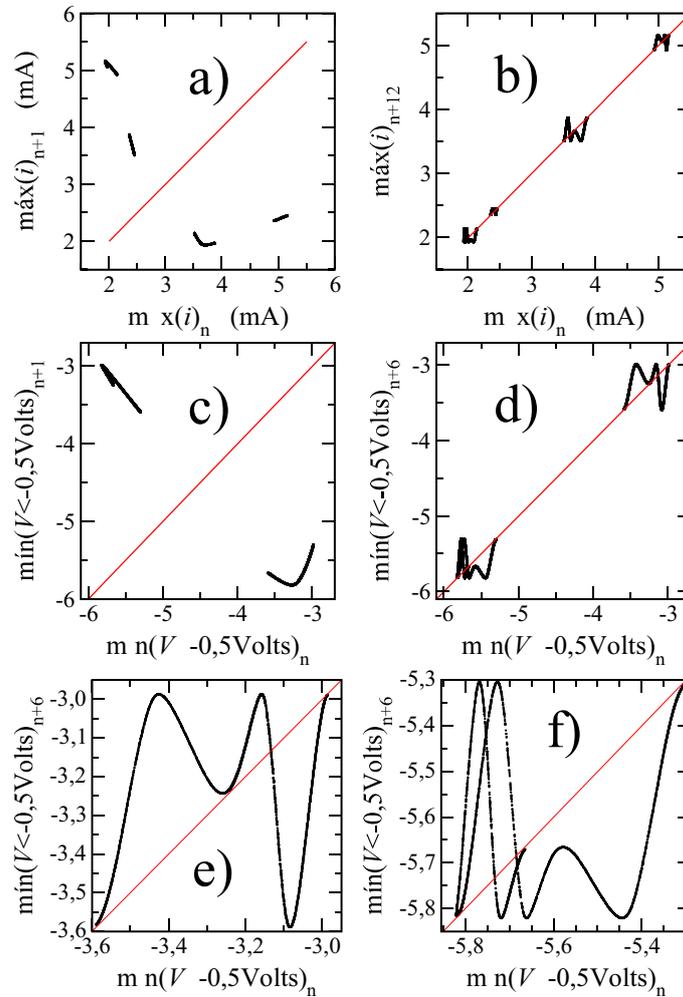


Figura 4.5: Mapas discretos construídos a partir de uma série temporal calculada numericamente com o modelo contínuo do circuito RLD. a) mapa do próximo máximo da corrente. b) mapa do 12^o máximo da corrente. c) mapa do próximo mínimo da tensão. d) mapa do sexto mínimo seguinte. e) ampliação da parte superior direita de d). f) ampliação da parte inferior esquerda de d). Observamos a aproximação de uma tangência quadrática e formação de um canal, características da intermitência tipo I.

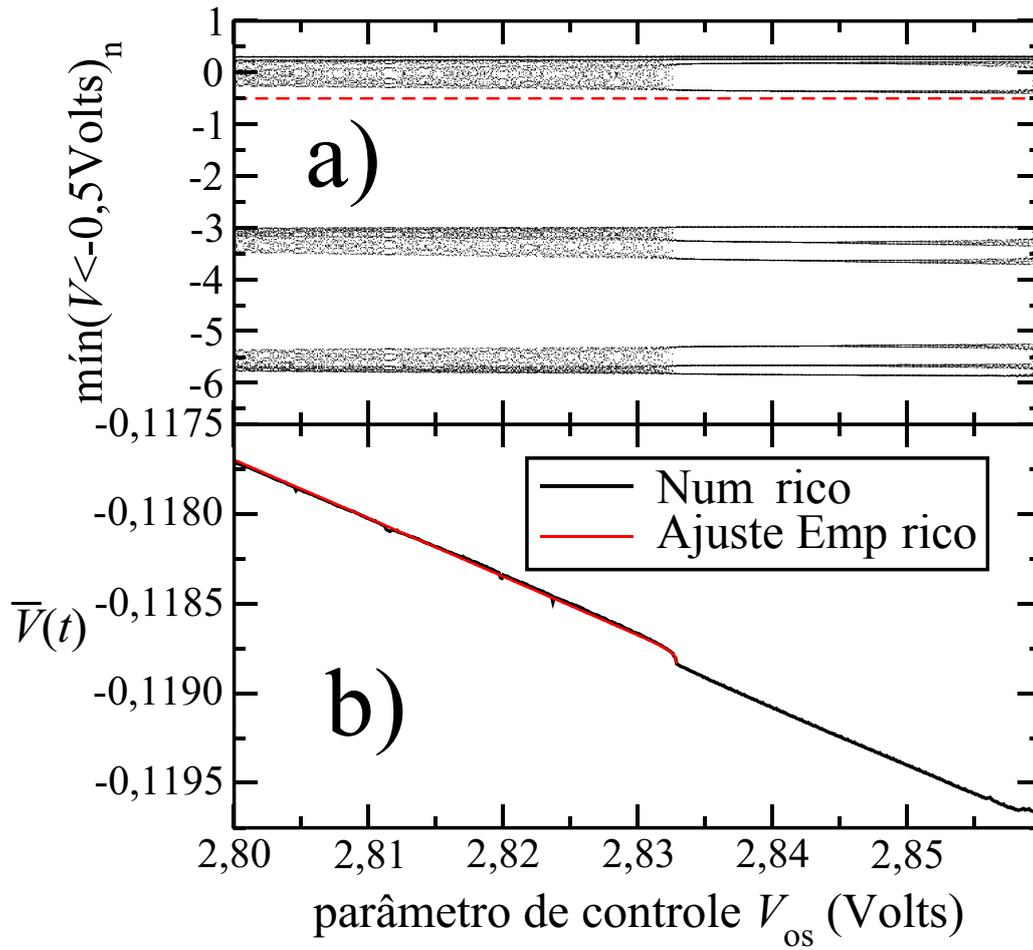


Figura 4.6: Diagrama de bifurcação de mínimos e média temporal da tensão elétrica no diodo, calculados com o modelo contínuo para o oscilador RLD no regime de intermitência tipo I.

Parâmetro	Valor
$V_{os(crit)}$	2,832875V
ν	0,5
\bar{V}_{crit}	-0,11883491V
A_1	$6,6 \times 10^{-5}$ V
A_2	$73 \text{ V}^{-\nu}$
A_3	0,036

Tabela 4.2: Parâmetros do ajuste empírico para a média temporal da tensão no diodo próxima a uma bifurcação com intermitência tipo I. Modelo numérico para o oscilador RLD

valores dos parâmetros ajustados numericamente para minimizar o desvio quadrático entre os pontos numéricos e a expressão empírica são mostrados na tabela 4.2.

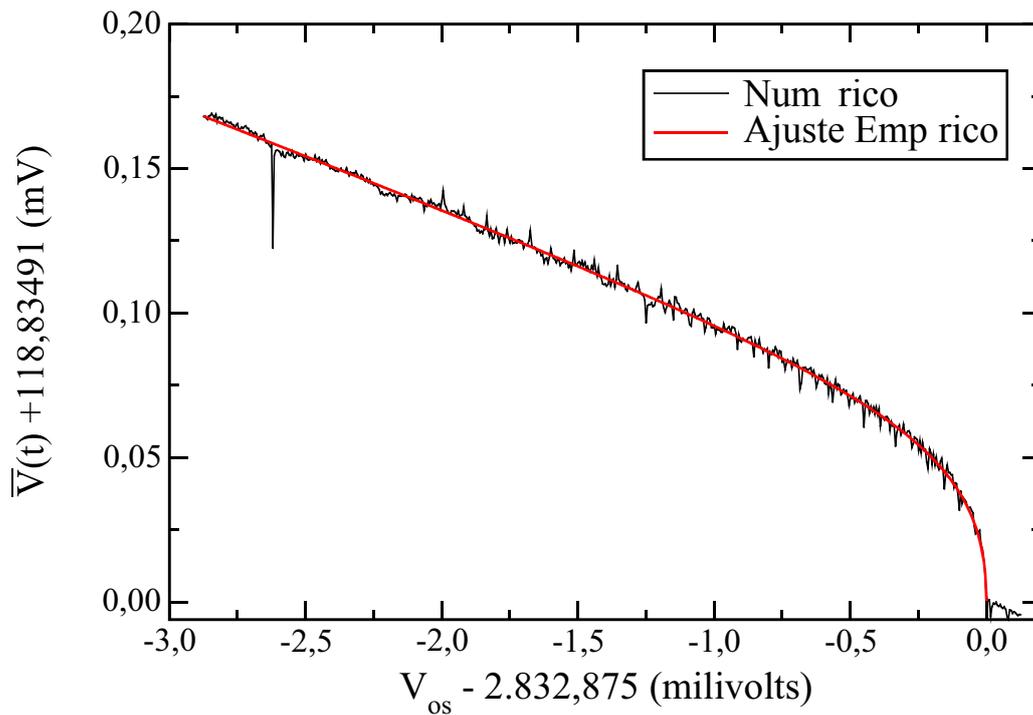


Figura 4.7: Média temporal da tensão no diodo, calculada com o modelo contínuo para o oscilador RLD no regime de intermitência tipo I. Os pontos calculados numericamente foram ajustados com a expressão empírica da equação 4.7.

4.4 Experimentos com o Oscilador RLD

Na nossa montagem utilizamos um indutor de 100mH, feito de fio de cobre esmaltado, com resistência em corrente contínua menor que 3Ω , enrolado ao redor de um toróide de material ferromagnético. A resistência equivalente total do circuito tem uma parcela devida a impedância interna do gerador de funções HP332A, a qual pode ser ajustada para 50Ω , e um resistor de filme metálico com 100 ou 330Ω . O diodo utilizado foi um 1N4007, cuja resistência é menor que 1Ω . No regime linear de operação, ou seja, para $V_0 \ll \Phi$ e $V_{\text{offset}} = 0$, obtivemos uma frequência de ressonância de aproximadamente 153kHz, o que implica uma capacitância próxima de 427pF. O diodo foi colocado na polarização oposta àquela tratada na exposição numérica, o único efeito disto é a inversão do eixo de tensão. Portanto, trabalharemos com máximos ao invés de mínimos.

O circuito foi excitado com uma onda senóide proveniente do gerador de funções. Tanto a frequência quanto a amplitude e o nível de corrente contínua (*DC offset*) podem ser ajustados e usados como parâmetros de controle para gerar um diagrama de bifurcação. As séries temporais foram adquiridas usando uma placa conversora analógico/digital CS8012A Gagescope, a qual permite a aquisição simultânea de dois canais em taxas de até 100MHz. Uma vez digitalizada, a série temporal pode passar por um programa de computador para localizar os máximos locais da oscilação, os quais são tomados como variável discreta cujo mapa exhibe intermitências tipo I e tipo III. Um cuidado teve ser tomado no algoritmo de identificação de máximos para que as flutuações de ruído não sejam detectadas como máximos falsos. Com o intuito de evitar este erro, usamos a característica de que o ruído possui alta frequência de oscilação para descartar máximos que não sejam os maiores valores de tensão dentro de uma janela de tempo correspondente a duas dezenas de intervalos de amostragem. Ou seja, um ponto da série temporal será considerado máximo local apenas se for o maior entre os seus 10 vizinhos anteriores e posteriores.

A amostragem da tensão $V(t)$ é feita através de um seguidor de tensão construído com um amplificador operacional LF351N. Este possui alta impedância de entrada ($> 10G\Omega$), graças a transistores de efeito de campo (FET); alta velocidade de resposta (taxa de subida $\cong 13V/\mu s$) e larga faixa de frequência de operação (20MHz). A faixa de operação da resposta deste amplificador é de -15V a +15V. Como o diodo pode exibir picos de tensão muito maiores do que a amplitude da tensão externa, pode ser observada saturação da tensão amostrada após o seguidor de tensão. Construímos também um integrador analógico com janela de tempo usando um amplificador operacional do mesmo modelo. A função de transferência ideal deste

integrador é

$$V_o(t) = \frac{-1}{RC} \int_{-\infty}^t V_i(t') e^{\frac{t'-t}{R_f C}} dt'$$

$$\approx \frac{-1}{RC} \int_{t-R_f C}^t V_i(t') dt',$$

e é, portanto, aproximadamente proporcional a média temporal de $V(t)$. O diagrama destes dispositivos acoplados ao circuito oscilador é mostrado na figura 4.8

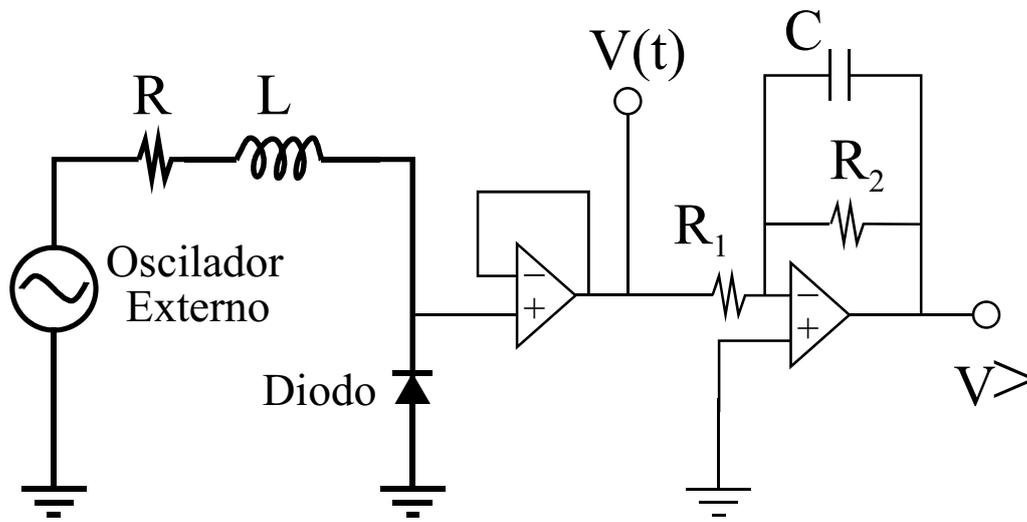


Figura 4.8: Diagrama esquemático do circuito oscilador RLD mostrando o seguidor de tensão para amostragem e o integrador analógico.

Para construir o diagrama de bifurcação o gerador de funções é controlado remotamente por um computador pessoal usando a interface GPIB, de maneira a fazer a varredura do parâmetro de controle. A cada passo do parâmetro um sinal de gatilho é enviado pela porta paralela do computador de controle para a placa de aquisição, em outro computador. O computador de aquisição guarda então, em um dos canais, uma série temporal com 10^4 a 10^5 pontos e uma taxa de amostragem de 10MHz. O intervalo entre as séries é de 1 a 20s e serve para eliminar transientes devidos a variação do parâmetro, permitindo que o sistema relaxe para o estado de equilíbrio e também para que o valor da média acumulada no integrador analógico abranja algumas dezenas de milhares de oscilações. O segundo canal é utilizado para guardar o valor da média temporal da variável dinâmica contínua $V(t)$. Para tanto, a constante de tempo de descarga do integrador analógico foi ajustada para um valor da ordem de 1s.

4.4.1 Intermitência Tipo I

Uma intermitência tipo I foi encontrada com $V_0 = 3,5V$ e $V_{\text{offset}} = 0,673V$ e frequência crítica próxima de 22,613kHz. Vale ressaltar, entretanto, que este sistema é bastante sensível a pequenas variações de parâmetros, os quais podem depender do valor da tensão de alimentação dos componentes, de suas temperaturas, etc. Assim pequenas flutuações destes valores podem existir, as quais podem ser corrigidas com uma busca pelo espaço de parâmetros acessíveis.

Para caracterizar a intermitência tipo I mostramos uma série temporal na qual os picos sucessivos aumentam de amplitude até passarem por uma irrupção caótica na figura 4.9. Estes picos correspondem aos máximos mais baixos de uma série com período dobrado. Os máximos superiores foram cortados pelo limite do aparato de aquisição. Mostramos também o mapa de retorno associado a esta série na figura 4.10. O diagrama de bifurcação está

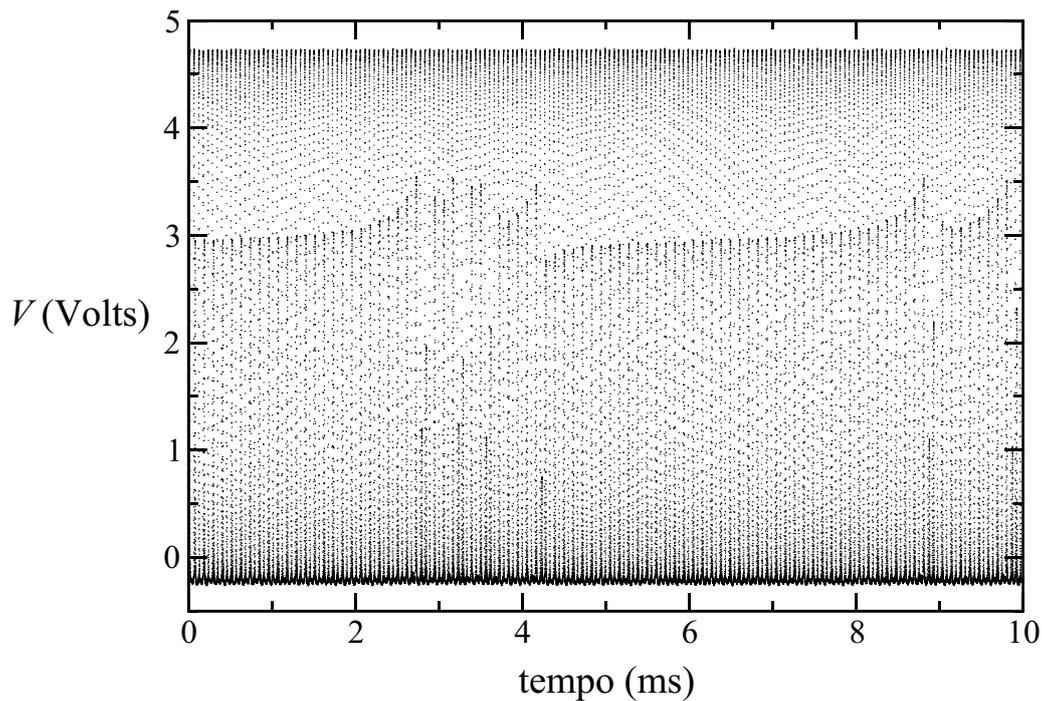


Figura 4.9: Série experimental do circuito oscilador RLD com intermitência tipo I.

na figura 4.11. Fizemos um ajuste empírico com uma expressão similar àquela que descreve a média de uma variável caótica passando por uma intermitência do tipo III:

$$\bar{V} = A_0 \epsilon^\nu \ln \epsilon + A_1, \quad (4.8)$$

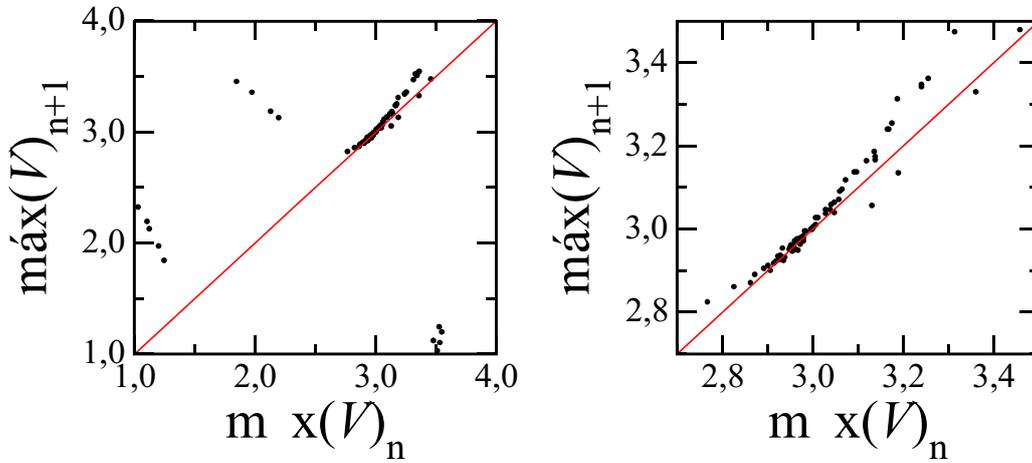


Figura 4.10: Mapa de próximo máximo experimental do circuito oscilador RLD com intermitência tipo I.

e obtivemos um bom ajuste usando método de mínimos quadrados com o expoente $\nu = 0,59$.

Apesar de não termos localizado as oscilações com periodicidade tipo lei de potência em nosso aparato experimental reproduzimos aqui uma figura (4.12) para \bar{l} publicada no trabalho experimental da referência (Cho *et al.*, 2002), na qual aparecem oscilações cuja frequência fica aproximadamente regular em escala logarítmica.

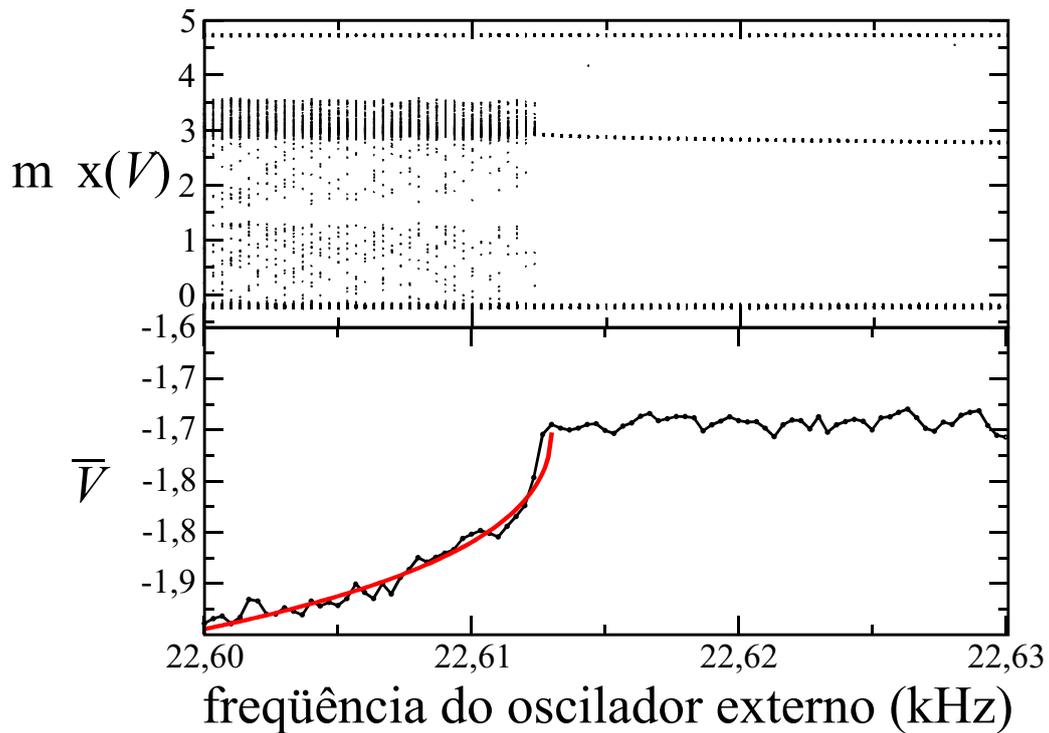


Figura 4.11: Diagrama de bifurcação e média experimentais do circuito oscilador RLD com intermitência tipo I. Inclui ajuste feito com a expressão $A_0 \epsilon^\nu \ln \epsilon + A_1$, na qual definimos $\epsilon = f_{crit} - f = 22,61301 - \omega/2\pi$ (kHz), $A_1 = \langle V \rangle_l = -1,70$, e o método de mínimos quadrados determinou $A_0 = 0,58$ e $\nu = 0,59$.

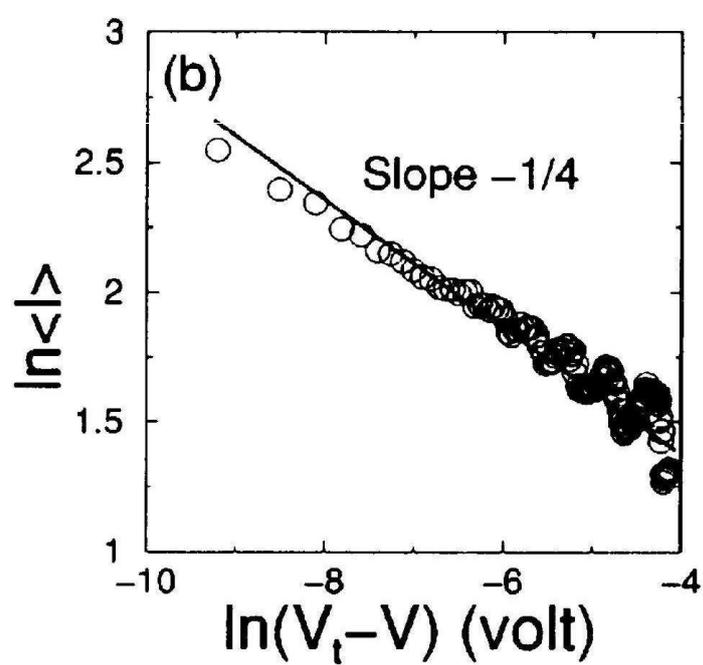


Figura 4.12: Comprimento médio experimental das fases laminares do circuito oscilador RLD com intermitência tipo I. Apresentado na referência (Cho *et al.*, 2002).

4.4.2 Intermitência Tipo III

Também encontramos intermitência tipo III, conforme relatado por Fukushima e Yamada (1988). Reproduzimos aqui as figuras da referência (de S. Cavalcante e Rios Leite, 2002). A série temporal do pulsos, $V(t)$ é mostrada na figura 4.13. O mapa de próximo máximo é mostrado na figura 4.14.

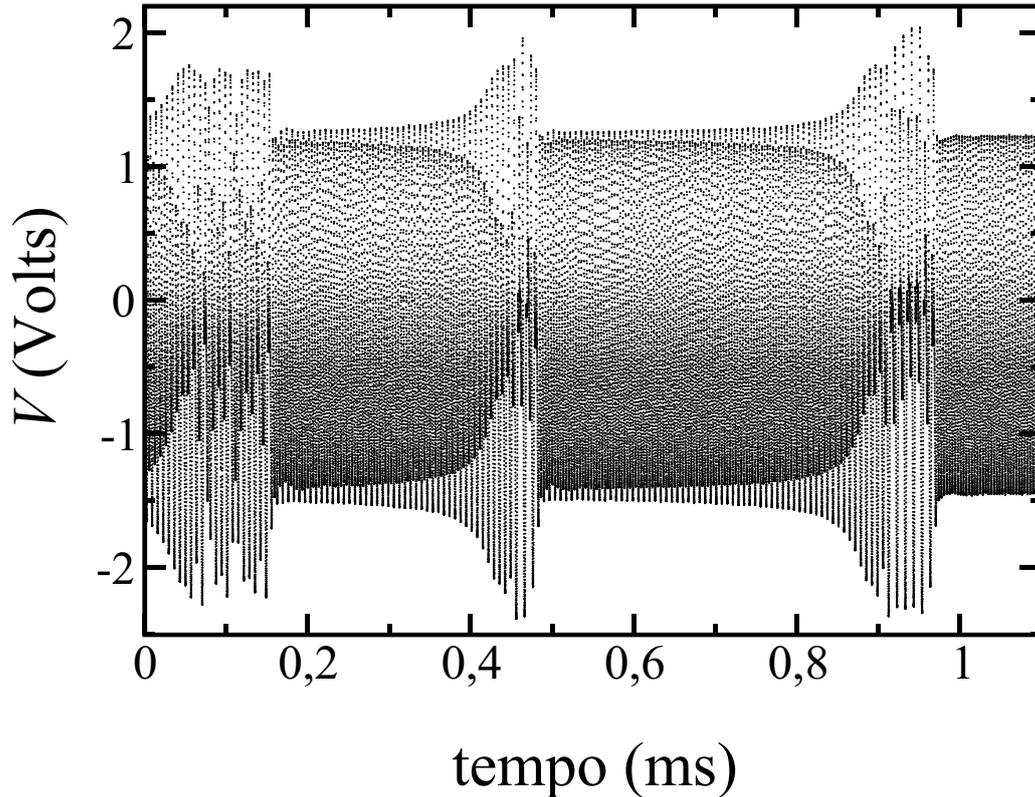


Figura 4.13: Série experimental do circuito oscilador RLD com intermitência tipo III. Esta é a mesma seqüência de pulso mostrada na referência (de S. Cavalcante e Rios Leite, 2002).

Ajustamos os pontos experimentais do mapa com um polinômio de quarta ordem

$$x_{n+1} = -(1 + \epsilon')x_n + \alpha'x_n^2 + \eta'x_n^3 + \gamma'x_n^4, \quad (4.9)$$

com $x_n = V_n - 1,225V$, e obtivemos coeficientes consistentes com as propriedades da equação 3.1 discutidas na seção 3.1, ou seja, $\epsilon' = 0,1 > 0$; $\alpha' = -0,7$ e $\eta' = -0,9$ satisfazem a relação necessária ao caos, $(\alpha')^2 > -\eta'$. O coeficiente $\gamma' = -0,9$ poderia causar uma divergência na dinâmica deste mapa, mas é superado por outras não-linearidades. Vale ressaltar que, devido às

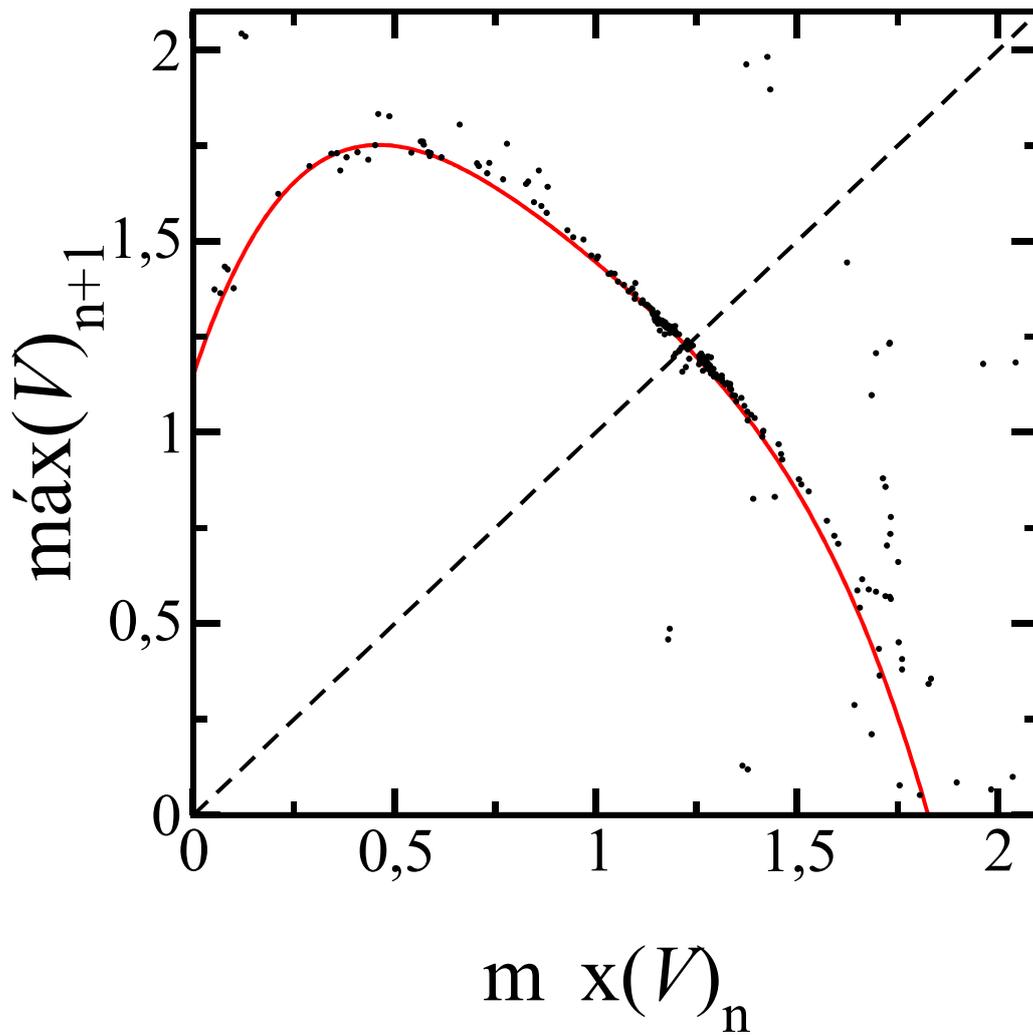


Figura 4.14: Mapa de próximo máximo experimental do circuito oscilador RLD com intermitência tipo III e ajuste com forma polinomial.

flutuações dos pontos experimentais, este acordo é apenas qualitativo. Além disso, a dinâmica não é perfeitamente unidimensional, conforme indicam os ramos e pontos que ficam longe da curva ajustada.

O diagrama de bifurcação de máximos é mostrado na figura 4.15a) e a média na figura 4.15b). A linha cheia é um ajuste feito com mínimos quadrados usando a expressão

$$\bar{x}(\epsilon) \propto -\epsilon^\nu \ln \epsilon, \quad (4.10)$$

e o melhor expoente encontrado foi $\nu = 0,55$. Também medimos o compri-

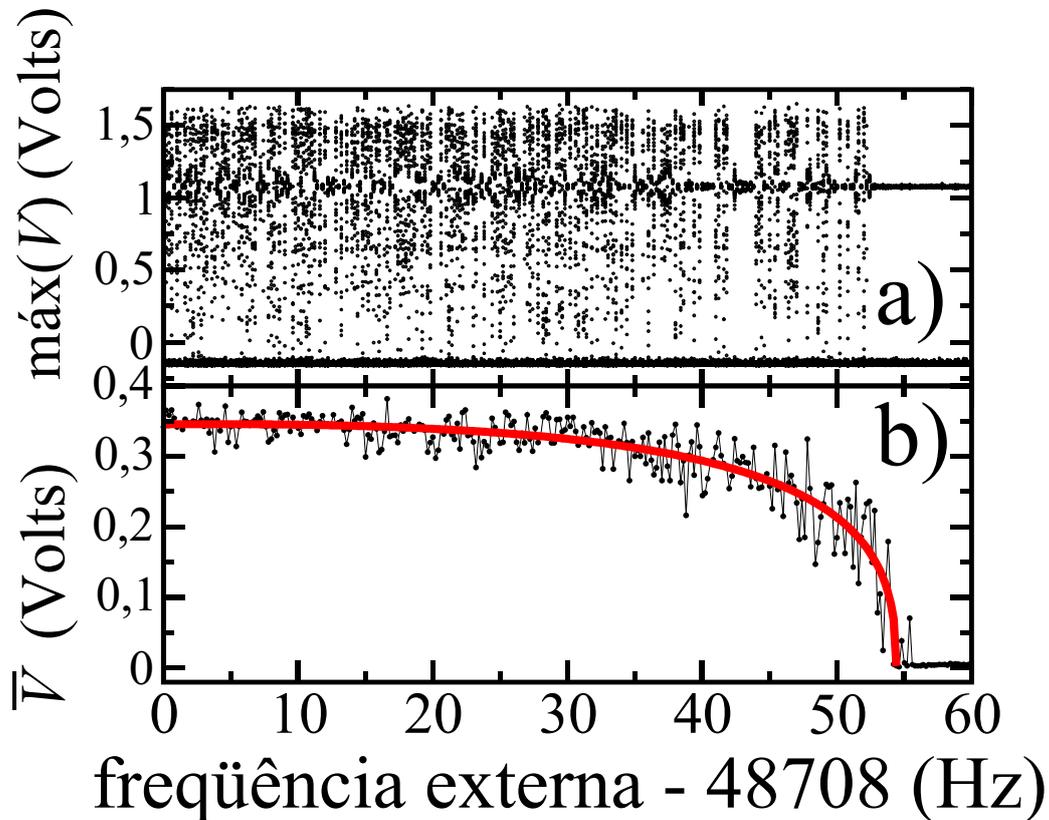


Figura 4.15: Diagrama de bifurcação e média experimentais do circuito oscilador RLD com intermitência tipo III. Apresentado na referência (de S. Cavalcante e Rios Leite, 2002).

mento médio das fases laminares, mas como o número de eventos laminares é pequeno dada a duração relativamente curta das séries temporais e o grande número de iterações na fase laminar, fizemos a medida do comprimento laminar médio em concatenações de séries com valor de parâmetro próximo. O

resultado está mostrado na figura 4.16. Ajustamos os pontos experimentais com a expressão

$$\bar{l} \propto \epsilon^{-\beta}, \quad (4.11)$$

e obtivemos $\beta = 0,62$. Há diversas razões que podem explicar porque o ex-

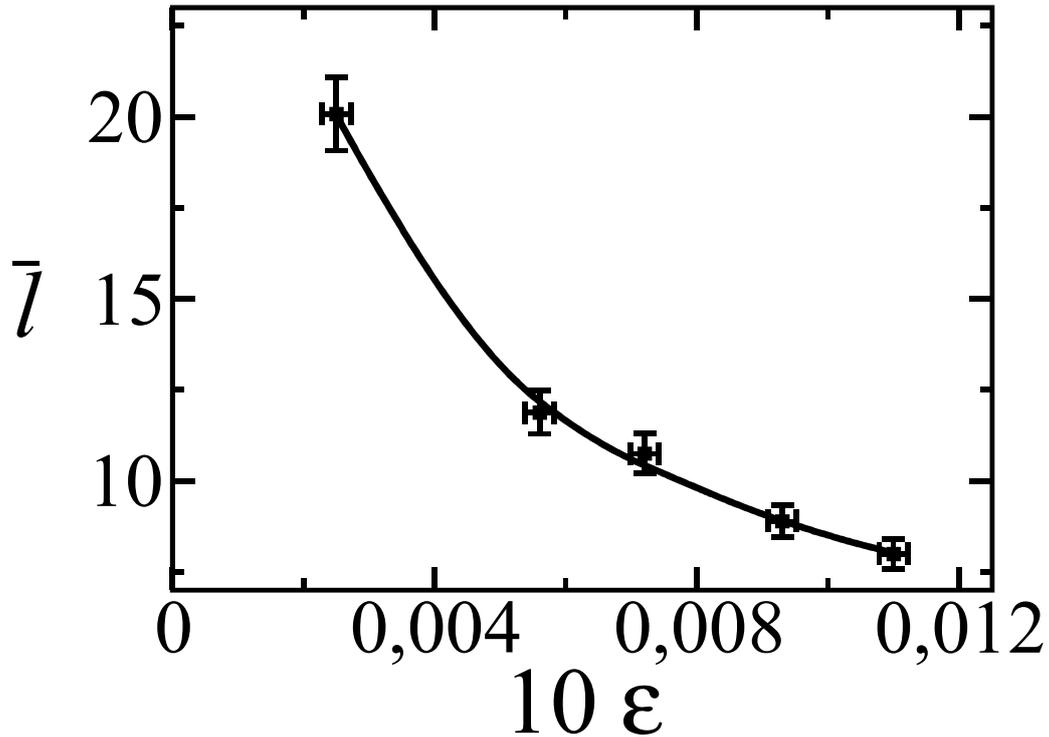


Figura 4.16: Comprimento médio experimental das fases laminares do circuito oscilador RLD com intermitência tipo III. Apresentado na referência (de S. Cavalcante e Rios Leite, 2002).

poente encontrado aqui não bate precisamente com a previsão teórica. As principais razões do desvio são: Efeito de tempo finito na amostragem aumenta o número de fases laminares de curta duração, especialmente para ϵ pequeno. Taxa de contração de volume (dissipação) finita no espaço de fase, causa um desvio do comportamento previsto para mapas unidimensionais. Distribuição de probabilidade de relaminarização não-uniforme também causa modificações na estatística de duração dos eventos laminares.