
A DINÂMICA INFLACIONÁRIA BRASILEIRA:
RESULTADOS DE AUTO-REGRESSÃO QUANTÍLICA

ANDRÉ LUIS SANTIAGO MAIA

Orientador: Prof. Dr. Francisco Cribari Neto
Área de concentração: Estatística Aplicada

Dissertação submetida como requerimento parcial para obtenção do
grau de Mestre em Estatística pela Universidade Federal de Pernambuco

Recife, fevereiro de 2005

Universidade Federal de Pernambuco
Mestrado em Estatística

11 de fevereiro de 2005

(data)

Nós recomendamos que a dissertação de mestrado de autoria de

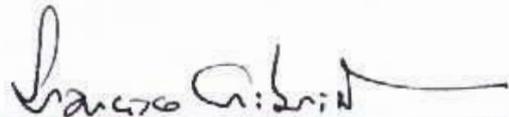
André Luis Santiago Maia

intitulada

A dinâmica inflacionária brasileira: resultados de auto-regressão

quantílica

seja aceita como cumprimento parcial dos requerimentos para o grau de Mestre em Estatística.



Coordenador da Pós-Graduação em Estatística

Banca Examinadora:



Francisco Cribari Neto



Prof. Francisco Cribari Neto
Coordenador de Mestrado
em Estatística da UFPE

orientador

Denise Aparecida Botter

Denise Aparecida Botter (USP)

Ana Katarina Campelo

Ana Katarina Campelo

Este documento será anexado à versão final da dissertação.

Aos meus pais,
pela formação pessoal.

Agradecimentos

Expresso toda minha sincera gratidão a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram e tornaram possível o desenvolvimento deste trabalho. Foram tantas as pessoas que é uma injustiça citar apenas alguns nomes. No entanto, agradeço aos que foram realmente imprescindíveis, especialmente:

- A Deus, por tudo que consegui.
- Aos meus pais, Luiz e Zirlene, e aos meus irmãos, Lucy e Caê, pelo que sou hoje e por terem sempre acreditado em meu potencial, dando-me o apoio necessário em todos os sentidos sem medir esforços.
- À minha namorada, Gecy, pelo companheirismo, colaboração e pelos momentos de alegria nas horas vagas indispensáveis para o meu sucesso.
- Ao meu orientador, Professor Francisco Cribari Neto, pelo apoio, orientação e compreensão necessários para a conclusão e para o êxito deste trabalho.
- Ao meu eterno amigo, Gauss Cordeiro, pelo crescimento profissional e pelo grande incentivo que me fez alcançar este objetivo.
- À grande família Santiago, por sempre estar do meu lado e por sempre me incentivar.
- À família de Gecy, pela amizade e divertidas conversas.
- Aos professores do Departamento de Estatística da UFBA, em particular à Professora Rosana, e aos professores do Programa de Mestrado em Estatística da UFPE, pelos conhecimentos transmitidos que foram fundamentais para elaboração deste trabalho. Também, aos demais funcionários dessas instituições, pela atenção e simpatia.
- Aos meus colegas de turma do mestrado, Andréa, Sandra Pinheiro, Sandra Rêgo, Lenaldo, Fernando, Renata, Silvia, Tatiane, Junior, Cherubino (em memória), por compartilharem os ensinamentos adquiridos, e aos colegas das turmas anterior e posterior à minha, pela ajuda e contribuição.
- À CAPES, pelo suporte financeiro.

Finalmente, agradeço a duas pessoas muito importantes na minha vida e que me passaram muitos ensinamentos: minha avó Terezinha, que deu o melhor de si afetivamente, e meu avô Lourival, que já não está entre nós, mas é o meu exemplo de vida. É para estas duas pessoas especiais que dedico o grau de mestre que almejo obter com este trabalho.

Resumo

O processo inflacionário brasileiro tornou-se um assunto amplamente debatido nos meios políticos e acadêmicos. Alguns pesquisadores, através de diversas técnicas, têm procurado obter informações a respeito da natureza do fenômeno inflacionário brasileiro, da magnitude da taxa de elevação dos preços, da dimensão do fator tempo, do comportamento dinâmico do processo, da abrangência do fenômeno, dos fatores exógenos e dos mecanismos repressores da inflação. O objetivo principal desta dissertação é estudar a dinâmica inflacionária brasileira no período pós-Plano Real. Com esta finalidade, foram avaliadas estratégias univariadas de modelagem e testes econométricos baseados em indicadores da inflação. Na modelagem das séries nós usamos a classe de modelos autorregressivos quantílicos (QAR) proposta por Koenker e Xiao (2004a) com o intuito de caracterizar a dinâmica inflacionária em diferentes quantis da distribuição condicional da taxa de inflação, examinando a existência de raiz unitária, ou seja, a existência de inércia inflacionária. Na investigação do comportamento inercial da taxa de inflação, usamos testes de raiz unitária derivados de QAR propostos por Koenker e Xiao (2004b). Nós mostramos que a dinâmica inflacionária não apresenta comportamento uniforme ao longo dos diferentes quantis condicionais. Em particular, os resultados revelam que a dinâmica é globalmente estacionária, mesmo com o processo alcançando não-estacionariedade na cauda superior da distribuição condicional. Apresentamos também evidências empíricas para as dinâmicas inflacionárias da Argentina e do Chile.

Abstract

The object of study of this thesis is the Brazilian inflationary dynamics after the implementation of the Real Plan in 1994. We use quantile autoregressive models and unit root tests derived from quantile autoregressive representations to characterize such dynamics. It is shown that the inflationary dynamics is not uniform across different conditional quantiles. In particular, the overall dynamics is stationary, even though the time series behavior of the process in the upper tail of the conditional distribution proves to be far from stationary. The experiences of Argentina and Chile are also analysed.

Índice

1. Introdução	1
1.1. O tema	1
1.2. Suporte computacional	3
1.3. Organização da dissertação	4
2. Regressão quantílica	5
2.1. Definições básicas	6
2.1.1. Modelo de regressão linear	6
2.1.2. Modelo de locação	7
2.1.3. Função quantil	7
2.2. Regressão quantílica	8
2.2.1. Propriedades da regressão quantílica	9
2.2.2. Uma ilustração	10
3. Auto-regressão quantílica	13
3.1. Definições básicas	14
3.1.1. Estacionariedade	14
3.1.2. Modelos auto-regressivos	14
3.2. Auto-regressão quantílica	15
3.2.1. Uma ilustração	17
4. Testes de raiz unitária	21
4.1. Teste Dickey-Fuller aumentado	22
4.2. Testes baseados em auto-regressão quantílica	23
4.2.1. Cálculo de valores críticos por bootstrap	24
5. Dinâmica inflacionária brasileira	27
5.1. Análise exploratória de dados	28
5.2. Modelagem da inflação brasileira	31
5.3. Outras taxas de inflação brasileira	35
5.4. Testes de raiz unitária	41
6. Dinâmicas inflacionárias de outros países	45
6.1. O caso da Argentina	45
6.2. O caso do Chile	51
7. Conclusão e discussão	59

◇ Apêndice A	62
◇ Apêndice B	65
◇ Referências	68

Capítulo 1

Introdução

1.1. O tema

O processo inflacionário brasileiro tornou-se um assunto amplamente debatido nos meios políticos e acadêmicos. A inflação, pelo menos ao nível do senso comum, não conduz a controvérsias ou a pontos de vista exageradamente diferentes em seu significado, porém, devido à sua complexidade e aos seus grandes e múltiplos reflexos sobre políticas sociais e econômicas, ela nos motiva a buscar definições mais precisas a seu respeito. Do ponto de vista econômico, existem várias definições do conceito de inflação, contudo a mais simples e clara define-a como a elevação contínua do nível de preços, isto é, uma taxa contínua de crescimento dos preços num período determinado, mesmo que esta não seja de igual magnitude ao longo do tempo. Embora amplamente aceitos, vários conceitos são passíveis de uma série de observações complementares destinadas a revelar, com maior exatidão, a essência, a natureza e outras características especiais dos processos inflacionários. Assim, as observações que parecem pertinentes dizem respeito à natureza do fenômeno inflacionário brasileiro, à magnitude da taxa de elevação dos preços, à dimensão do fator tempo, ao comportamento dinâmico do processo, à abrangência do fenômeno, aos fatores exógenos e a seus mecanismos de controle.

Além de se buscar uma definição mais acurada para a inflação, faz-se também necessário estudar os tipos de inflação existentes numa economia. Existem basicamente três tipos distintos de inflação. De modo geral, um desses três tipos se torna predominante em uma certa economia dependendo da estrutura do mercado onde está ocorrendo. Os tipos de inflação são: inflação de demanda, quando existe um excesso de moeda em relação aos bens e serviços disponíveis, acarretando na população, a curto prazo, a idéia de aumento do poder aquisitivo; inflação de custos, quando ocorre por uma elevação salarial, pela expansão dos custos de matéria prima e/ou pela elevação dos lucros, conseqüentemente, com uma significativa elevação dos custos de produção, os preços finais das mercadorias ficam fixados num patamar mais elevado, independentemente do nível de demanda no segmento de mercado; e inflação estruturalista, quando a inflação se apóia em fatores relacionados com a ineficiência de serviços fornecidos pela infra-estrutura de uma determinada economia. Ainda há a inflação inercial, que não é

mais um tipo de inflação e sim uma consequência do processo inflacionário. Esta inércia inflacionária pode ser entendida como um efeito de manutenção da taxa inflacionária, ou seja, os agentes econômicos são capazes de transferir para os preços os aumentos de custos efetivos e presumidos, reproduzindo no presente a inflação passada.

No Brasil, são notórias as tentativas de estabilização da inflação. A maioria dessas tentativas não obteve o sucesso desejado, dentre as quais se destacam o Plano Cruzado I, o Plano Cruzado II, o Plano Bresser, o Plano Verão, o Plano Collor I e o Plano Collor II. O último plano implementado na economia brasileira foi o Plano Real, iniciado em 1994. O Plano Real foi um plano de estabilização da inflação pré-anunciado em três etapas: a primeira etapa tratou do ajuste fiscal, procurando equilibrar o orçamento federal operacional; a segunda deu-se com a criação da Unidade Real de Valor (URV) em março de 1994, cujo objetivo foi alinhar os preços relativos mais importantes da economia por meio da introdução de uma unidade de conta estável; por fim, a terceira etapa consistiu da transformação da URV em Real, em julho de 1994. Após a liberalização financeira e comercial promovida no início dos anos 90, o Plano Real causou uma redução drástica da taxa inflacionária, fazendo com que a economia brasileira voltasse a um regime de baixa inflação. Com efeito, na ausência do imposto inflacionário, a renda real brasileira cresceu substancialmente, ao passo que a redução do nível de incerteza estimulou a revitalização da atividade econômica.

Os impactos de planos de estabilização sobre a inflação no Brasil têm sido amplamente discutidos em trabalhos empíricos e teóricos. Do ponto de vista da política econômica, é importante identificar estes impactos, bem como os efeitos produzidos por estes planos sobre a dinâmica inflacionária brasileira. Neste contexto, há um interesse particular em examinar detalhadamente o comportamento da inflação no Brasil após a implementação do Plano Real, dadas evidências empíricas de que o efeito produzido por este plano de estabilização sobre a dinâmica inflacionária brasileira tem sido positivo. Com relação à inércia inflacionária, após o Plano Real ela parece ter de fato sofrido uma mudança estrutural. Antes de julho de 1994, acreditava-se que a inércia inflacionária era alta e que a inflação havia tornado-se explosiva. A teoria de inflação inercial afirmava que, devido aos mecanismos de indexação de preços e salários presentes na economia brasileira, choques de oferta eram automaticamente transferidos para a taxa de inflação, criando um mecanismo de auto-reprodução inflacionária.

Nós estudamos a dinâmica inflacionária brasileira pós-Plano Real através de uma abordagem clássica de modelagem de séries temporais. Mais precisamente, usamos a classe de modelos auto-regressivos quantílicos, conhecidos como modelos QAR, proposta por Koenker e Xiao (2004a), com a finalidade de fornecer uma alternativa para o estudo

de dinâmicas assimétricas e de persistência nas de taxas de inflação brasileiras. Dizemos que há persistência quando o efeito de inovações no longo prazo é não-nulo. Por outro lado, quando esse efeito é nulo, dizemos que há reversão à média. Existe uma literatura considerável sobre métodos de auto-regressão quantílica em séries temporais, incluindo os trabalhos de Weiss (1991), Knight (1989) e Rogers (2001). Os modelos QAR vêm sendo bastante utilizados em estudo de séries temporais econômicas e podem ser facilmente estimados usando os métodos de regressão quantílica propostos por Koenker e Bassett (1978). A vantagem destes métodos é que, em vez de fornecer uma única medida de tendência central, eles permitem a análise de funções quantis condicionais, fornecendo, assim, uma descrição de toda a distribuição condicional da variável resposta. A motivação para o uso dos modelos QAR reside na caracterização da dinâmica inflacionária em diferentes quantis da distribuição condicional da taxa de inflação, examinando a existência de raiz unitária, ou seja, a existência de inércia inflacionária. Para investigar o comportamento inercial da taxa de inflação brasileira, usamos testes de raiz unitária baseados no enfoque de auto-regressão quantílica. Estes testes foram propostos por Koenker e Xiao (2004b).

1.2. Suporte computacional

O suporte computacional utilizado para o desenvolvimento desta dissertação é composto pelo programa R e pela linguagem de tipografia $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$.

R é um ambiente de programação para realização de análises estatísticas de dados e de análises gráficas. Trata-se de uma linguagem orientada a objetos que corresponde a uma versão ampliada e aprimorada da linguagem S. O uso deste programa em aplicações econométricas vem crescendo nos últimos anos. Dentre as diversas técnicas estatísticas disponíveis neste software podemos citar: análise exploratória de dados, métodos de regressão robusta, análise de séries temporais, etc. O R é um programa bastante flexível e encontra-se disponível em <http://www.r-project.org> para várias plataformas, incluindo Unix, Windows, Linux e Macintosh. Uma revisão com ênfase no uso do R para ensino de técnicas econométricas pode ser vista em Racine e Hyndman (2002) e um excelente livro sobre este ambiente de programação é Venables e Ripley (2002).

Na editoração desta dissertação foi utilizado o sistema (Plain) $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$, um sistema para processamento de textos criado por Donald E. Knuth e muito usado na produção de documentos científicos e matemáticos de alta qualidade tipográfica; ver Knuth (1984). O $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$, como nós usamos hoje, foi lançado em 1982, com alguns recursos adicionados em 1989. Este sistema é reconhecido por ser extremamente estável, por funcionar em muitos tipos diferentes de computadores e por ser virtualmente livre de erros. O sistema $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ é

extremamente portátil e gratuito e funciona em quase todas as plataformas disponíveis. Material de apoio referente ao T_EX pode ser encontrado no site do *Comprehensive T_EX Archive Network* (CTAN), <http://www.ctan.org>.

1.3. Organização da dissertação

A presente dissertação encontra-se organizada como descrito a seguir. O Capítulo 2 introduz o modelo e o método de estimação da regressão quantílica linear, fazendo uma revisão sobre o modelo clássico de regressão linear, sobre o modelo de locação e sobre a função quantil. Ainda neste capítulo são apresentadas algumas propriedades da regressão quantílica. Uma aplicação empírica é discutida. No Capítulo 3 nós apresentamos alguns conceitos básicos de séries temporais e introduzimos a classe de modelos auto-regressivos quantílicos e sua estimação, analisando, a título de ilustração, uma aplicação empírica com dados da taxa de desemprego em regiões metropolitanas brasileiras. O Capítulo 4 descreve brevemente o teste Dickey-Fuller aumentado e introduz os testes de raiz unitária baseados em auto-regressão quantílica. No Capítulo 5 nós estudamos a dinâmica inflacionária brasileira pós-Plano Real através da série da taxa de inflação medida pelo IGP-DI e mais outras duas, medidas pelo IPCA e pelo IPC-FIPE. Testes de raiz unitária são aplicados a estas séries com a finalidade de verificar a existência de inércia na inflação brasileira após a implementação do Plano Real. As dinâmicas inflacionárias da Argentina e do Chile são analisadas no Capítulo 6. Por fim, o Capítulo 7 resume os principais resultados empíricos desta dissertação.

Capítulo 2

Regressão quantílica

É muito comum, na prática, o uso de modelos de regressão com a finalidade de avaliar o efeito exercido por variáveis explicativas sobre uma variável resposta. Em particular, o modelo de regressão linear clássico é comumente usado em diversos campos de conhecimento. A análise de dados através desta classe de modelos é uma das técnicas mais usadas de estimação, existindo uma ampla literatura sobre o assunto. Entretanto, quando se pretende modelar dados através desta técnica, a fim de realizar inferências confiáveis, deve-se levar em consideração as pressuposições associadas aos modelos em uso. Num problema regular, ou seja, quando as suposições usuais estabelecidas para o modelo de regressão linear são verificadas, a estimação dos parâmetros é geralmente feita através do método de mínimos quadrados ordinários (MQO). Este método possui propriedades estatísticas atraentes, que fizeram dele um dos mais poderosos e, conseqüentemente, mais populares métodos de análise de regressão. Porém, a utilização das estimativas de mínimos quadrados vem sendo questionada por pesquisadores em virtude da violação das suposições do modelo clássico.

O avanço da computação tem possibilitado a disseminação de técnicas mais robustas, as quais possuem uma série de vantagens com relação ao método tradicional, no caso de violações das suposições do modelo clássico de regressão. A regressão quantílica faz parte desta classe de métodos robustos de estimação e sua eficácia pode ser comprovada nos casos em que os erros não são normalmente distribuídos ou, principalmente, quando a variável resposta apresenta valores atípicos (extremos). Esta técnica tem o poder de caracterizar toda a distribuição condicional em vez de apenas a média condicional como no modelo clássico.

O modelo de regressão quantílica proposto por Koenker e Bassett (1978) pode ser visto como uma extensão natural do modelo de estimação de mínimos quadrados clássico da média condicional para uma técnica de estimação de uma classe de modelos para funções dos quantis condicionais. Com isso, é possível caracterizar toda a distribuição condicional da variável de interesse, dado um conjunto de regressores. Um caso especial deste modelo é a estimação da regressão mediana, conhecida como regressão L1, que é obtida pela minimização da soma dos erros absolutos; ver Narula et al. (1999). Adicionalmente, como ressaltado por Buchinsky (1997), a regressão quantílica apresenta algumas características muito importantes que serão apresentadas mais adiante.

2.1. Definições básicas

Antes da descrição do modelo de regressão quantílica é útil rever algumas definições básicas importantes.

2.1.1. Modelo de regressão linear

O modelo clássico de regressão linear é uma das técnicas mais usadas quando se deseja estudar o comportamento de uma variável dependente, y , em relação a variáveis independentes. O modelo clássico de regressão linear assume a forma

$$y = X\beta + \epsilon$$

e é definido por:

(i) Respostas y_t independentes (ou pelo menos não-correlacionadas), para $t = 1, \dots, n$, cada y_t tendo uma distribuição especificada de média $\mu_t = E(y_t)$ e variância σ^2 , constante e finita ($0 < \sigma^2 < \infty$).

(ii) A média μ_t é expressa de forma linear como $\mu_t = x_t^\top \beta$, onde x_t^\top é um vetor $1 \times k$ com os valores de k variáveis explicativas relacionadas à t -ésima resposta y_t e β é um vetor $k \times 1$ de parâmetros desconhecidos.

A estrutura descrita por (i) e (ii) pode também ser expressa na forma matricial $\mu = E(y) = X\beta$, onde $y = (y_1, \dots, y_n)^\top$ é um vetor $n \times 1$ cuja t -ésima componente é y_t e X é uma matriz $n \times k$ de posto (k), com $k < n$, formada pelas linhas $x_1^\top, \dots, x_n^\top$. Os erros são considerados independentes ou pelo menos não-correlacionados. Na formação da matriz modelo, a primeira coluna geralmente consiste de um vetor de uns, sendo o parâmetro correspondente denominado *intercepto*.

O interesse reside em estimar o vetor de parâmetros β a partir do vetor y de dados e da matriz modelo X conhecida. A estimação pelo método de mínimos quadrados não requer qualquer suposição sobre a distribuição das componentes do vetor y . Um método particular que geralmente é usado para fazer estimação dos parâmetros do modelo sob as suposições básicas é aquele denominado de mínimos quadrados ordinários. Empregando o critério de MQO, o estimador do vetor β é obtido minimizando-se a soma de quadrados dos erros do modelo dada por

$$\epsilon^\top \epsilon = (y - X\beta)^\top (y - X\beta).$$

O estimador de MQO resultante é

$$\hat{\beta} = (X^\top X)^{-1} X^\top y.$$

Note que $\hat{\beta}$ é linear em y .

2.1.2. Modelo de locação

Seja $F(y, \lambda)$ a função de distribuição da variável aleatória unidimensional y , indexada pelo parâmetro λ . Dizemos que $F(y, \lambda)$ é uma família de parâmetros de locação se, para todo $y \in \mathbb{R}$ e para todo $\lambda \in \Omega$, temos

$$F(y, \lambda) = F_1(y - \lambda),$$

em que $F_1(y - \lambda)$ é uma função de $y - \lambda$. Num modelo de locação simples observa-se uma amostra aleatória de uma variável y que possui função de distribuição simétrica $F(y - \mu)$.

2.1.3. Função quantil

Consideremos uma variável aleatória Y caracterizada pela função de distribuição $F(y)$. A função quantil é definida como

$$Q(\tau) = F^{-1}(\tau) = \inf\{y \mid F(y) \geq \tau\},$$

em que $\tau \in (0, 1)$.

A propriedade fundamental da função quantil é que, para $-\infty \leq y \leq \infty$ e $0 \leq \tau \leq 1$, temos $F(y) \geq \tau$ se e somente se $Q(\tau) \leq y$. Como consequência, y é identicamente distribuída como $Q(\tau)$, onde τ é uniformemente distribuída com suporte em $[0, 1]$, uma vez que

$$P[Q(\tau) \leq y] = P[\tau \leq F(y)] = F(y).$$

Por fim, o τ -ésimo quantil de F é definido como o ponto y tal que

$$y = F^{-1}(\tau).$$

O quantil correspondente a $\tau = 0.50$ é chamado de mediana. Os quartis inferior e superior correspondem a $\tau = 0.25$ e $\tau = 0.75$, respectivamente.

2.2. Regressão quantílica

A técnica de regressão quantílica proposta por Koenker e Bassett (1978) pode ser vista como uma extensão dos quantis ordinários em um modelo de locação para uma classe mais geral, na qual os quantis condicionais têm a forma linear. Buchinsky (1997) listou algumas propriedades atrativas da regressão quantílica, tais como: o modelo de regressão quantílica pode ser usado para caracterizar toda a distribuição condicional da variável resposta dado um conjunto de regressores; o modelo tem representação na forma de programação linear, o que facilita a estimação de seus parâmetros; a função objetivo da regressão quantílica é uma soma ponderada de desvios absolutos, fornecendo uma medida de locação robusta, o vetor de coeficientes estimados não sendo sensível a observações extremas na variável dependente; quando os erros não são normalmente distribuídos os estimadores de regressão quantílica podem ser mais eficientes que estimadores de mínimos quadrados; e soluções diferentes para quantis distintos podem ser interpretadas como diferenças na resposta da variável dependente a mudanças nos regressores em vários pontos da distribuição condicional da variável dependente.

A partir da idéia de que o τ -ésimo quantil amostral de y no modelo de locação é de fato encontrado através de uma solução para o problema

$$\min_{b \in \mathbb{R}} \left\{ \sum_{t: y_t \geq b} \tau |y_t - b| + \sum_{t: y_t < b} (1 - \tau) |y_t - b| \right\},$$

Koenker e Bassett (1978) propuseram uma generalização direta deste problema para o modelo linear:

$$\min \frac{1}{n} \left\{ \sum_{t: y_t \geq x_t^\top \beta} \tau |y_t - x_t^\top \beta| + \sum_{t: y_t < x_t^\top \beta} (1 - \tau) |y_t - x_t^\top \beta| \right\} = \min \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \rho_\tau(y_t - x_t^\top \beta),$$

onde ρ_τ é a denominada função “check”, definida por

$$\rho_\tau(z) = \begin{cases} \tau z, & z \geq 0, \\ (\tau - 1)z, & z < 0. \end{cases}$$

As soluções de dimensão k , onde k representa o número de variáveis explicativas relacionadas à t -ésima resposta y_t , foram denominadas por Koenker e Bassett (1978) como quantis de regressão, denotados por $\hat{\beta}(\tau)$.

De acordo com Buchinsky (1997), a representação da regressão quantílica na forma de programação linear tem várias implicações importantes. Duas destas implicações são a garantia de que as estimativas dos parâmetros do modelo de regressão quantílica serão obtidas em um número finito de iterações simplex e a robustez do vetor de parâmetros estimados com relação a observações extremas na variável dependente.

2.2.1. Propriedades da regressão quantílica

Os estimadores dos quantis de regressão $\widehat{\beta}(\tau)$ possuem importantes propriedades de equivariância. Estas propriedades são interessantes para a análise de dados nos quais são feitas alterações na variável resposta durante o estudo e ainda facilitam o tratamento computacional. Denotaremos o τ -ésimo quantil de regressão baseado nas observações (y, X) por $\widehat{\beta}(\tau; y, X)$. Seja A uma matriz $k \times k$ não-singular, $\gamma \in \mathbb{R}^k$ e $a > 0$. Para qualquer $\tau \in (0, 1)$, as seguintes propriedades de equivariância são válidas:

- (i) $\widehat{\beta}(\tau; ay, X) = a \widehat{\beta}(\tau; y, X)$;
- (ii) $\widehat{\beta}(1 - \tau; -ay, X) = a \widehat{\beta}(\tau; y, X)$;
- (iii) $\widehat{\beta}(\tau; y + X\gamma, X) = \widehat{\beta}(\tau; y, X) + \gamma$;
- (iv) $\widehat{\beta}(\tau; y, XA) = A^{-1} \widehat{\beta}(\tau; y, X)$.

As propriedades (i) e (ii) implicam uma forma de equivariância em escala, (iii) é chamada equivariância de mudança ou de regressão e (iv) é a equivariância para a matriz de regressores.

Uma outra propriedade importante da regressão quantílica é a de invariância a transformações monotônicas. Seja g uma função não-decrescente na reta; segue da definição da função quantil que, para qualquer variável aleatória y ,

$$Q_{g(y)}(\tau) = g(Q_y(\tau)),$$

isto é, os quantis da variável aleatória transformada $g(y)$ são os quantis transformados da variável original y . Note que a esperança não goza desta propriedade, ou seja,

$$E[g(y)] \neq g[E(y)]$$

dada a desigualdade de Jensen.

Por fim, uma outra propriedade muito importante da regressão quantílica é a robustez. Sob a suposição de que os erros são normalmente distribuídos, sabe-se que a média amostral é a melhor estimativa para a esperança. Contudo, o afastamento de uma única observação das demais pode afetar significativamente a média, tornando assim a mediana uma medida mais indicada. Este fato já fora enfatizado por Laplace, em seus estudos sobre a elipticidade da terra. Segundo Birkes e Dodge (1993), o fato da regressão quantílica ter bom desempenho não somente quando os erros são normalmente distribuídos, como também ser insensível a desvios da suposição de normalidade, é o que determina a robustez desta técnica.

Além destas propriedades da regressão quantílica, no estudo do comportamento assintótico do estimador dos parâmetros deste modelo, Koenker e Bassett (1978) mostraram que, para erros independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), $\sqrt{n} (\widehat{\beta}(\tau) - \beta(\tau))$

converge em distribuição para a distribuição normal multivariada com vetor média zero e variância Λ_τ , onde

$$\Lambda_\tau = \frac{\tau(1-\tau)}{f_\epsilon^2(F_\epsilon^{-1}(\tau))} D^{-1},$$

em que a densidade dos erros f_ϵ é contínua e estritamente positiva na reta e

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} X^\top X.$$

A precisão assintótica da estimativa de regressão quantílica para erros i.i.d. depende fundamentalmente da quantidade $s(\tau) = [f_\epsilon(F_\epsilon^{-1}(\tau))]^{-1}$, usualmente chamada de função “sparsity”.

2.2.2. Uma ilustração

Apresentaremos nesta seção, apenas para ilustrar o método, uma aplicação empírica utilizando dados de uma pesquisa realizada no Canadá em meados da década de 60. Estes dados estão disponíveis no pacote `CAR` disponível para o programa R, sendo seu conjunto denominado `Prestige`. No modelo estudado, utilizaremos como variável dependente o logaritmo natural dos graus de prestígio de diferentes ocupações e as variáveis independentes serão o logaritmo natural do nível médio de escolaridade das pessoas ativas na profissão em 1971, o logaritmo natural da renda média das pessoas ocupadas na profissão em 1971 e o tipo da ocupação. A amostra em estudo consiste de 98 ocupações. O objetivo central desta aplicação é a estimação de um modelo de regressão quantílica visando analisar a distribuição condicional da variável de interesse, grau de prestígio. A seguir estão apresentadas variáveis que consideramos em nossa análise como explicativas do comportamento da variável resposta, y , *grau de prestígio*:

x_1 : *nível médio de escolaridade*,

x_2 : *renda média da ocupação*.

A variável *renda média da ocupação* foi reescalada por 10^{-4} . A fim de levar em conta os efeitos dos diferentes tipos de ocupação sobre o grau de prestígio, consideramos duas variáveis dummies, sendo o tipo “*white collar*” a categoria adotada como referência. Estas variáveis estão definidas como segue:

$$d_1 = \begin{cases} 1, & \text{se o tipo de ocupação for “} \textit{professional, managerial, technical} \textit{”}, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

$$d_2 = \begin{cases} 1, & \text{se o tipo de ocupação for “} \textit{blue collar} \textit{”}, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Os resultados numéricos apresentados e analisados a seguir são baseados no seguinte

modelo de regressão quantílica:

$$Q_{\log y_t}(\tau|X) = \beta_0(\tau) + \beta_1(\tau) \log x_{t1} + \beta_2(\tau) \log x_{t2} + \delta_1(\tau)d_{t1} + \delta_2(\tau)d_{t2},$$

para $t = 1, \dots, 98$. O modelo estimado através da regressão quantílica nos permite estudar a distribuição condicional do logaritmo natural do grau de prestígio da ocupação dado o conjunto de regressores. Nesta aplicação estudaremos o comportamento da variável resposta através da estimação de cinco quantis condicionais: 0.10, 0.25, 0.50, 0.75 e 0.90. A estimação foi feita através do pacote `quantreg` no programa R.

Na Tabela 2.1 estão apresentados os coeficientes estimados dos cinco quantis condicionais da variável dependente e, entre parênteses, os correspondentes erros-padrão. Através destes resultados podemos analisar a contribuição dos regressores nos diferentes quantis estimados. Observando os parâmetros estimados verificam-se diferenças substanciais ao longo da distribuição condicional da variável resposta.

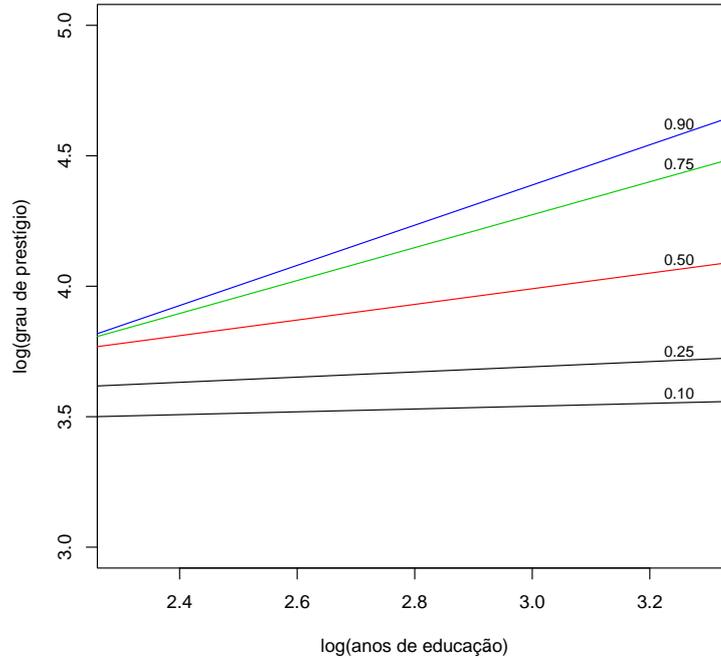
Tabela 2.1. Estimativas dos parâmetros do modelo de regressão quantílica.

Parâmetro	Quantil				
	0.10	0.25	0.50	0.75	0.90
$\beta_0(\tau)$	3.515 (0.441)	3.558 (0.364)	3.225 (0.995)	2.460 (1.066)	2.117 (0.877)
$\beta_1(\tau)$	0.054 (0.180)	0.099 (0.148)	0.300 (0.400)	0.631 (0.424)	0.770 (0.350)
$\beta_2(\tau)$	0.269 (0.090)	0.323 (0.076)	0.263 (0.094)	0.152 (0.096)	0.077 (0.078)
$\delta_1(\tau)$	0.414 (0.112)	0.335 (0.106)	0.186 (0.128)	0.143 (0.105)	0.170 (0.086)
$\delta_2(\tau)$	-0.264(0.109)	-0.123(0.093)	-0.111(0.151)	0.018 (0.161)	0.091 (0.133)

Podemos observar na Tabela 2.1, através das estimativas obtidas para $\beta_1(\tau)$, que o efeito do nível de escolaridade sobre a variável resposta torna-se maior à medida que passamos para os quantis condicionais mais elevados. Por exemplo, fixando o logaritmo da renda média da ocupação em seu valor médio, no quantil 0.10, o aumento de uma unidade no logaritmo do nível médio de escolaridade da ocupação proporciona um aumento de apenas 0.054 no logaritmo do grau de prestígio da ocupação. Já no quantil 0.90, este aumento é de 0.770 no logaritmo do grau de prestígio da ocupação, havendo assim maior influência da escolaridade para ocupações de maior prestígio. Com relação ao logaritmo da renda média da ocupação, observamos nas estimativas de $\beta_2(\tau)$ que, para quantis mais altos, a influência desta variável é menos acentuada quando comparada com a influência nos quantis mais baixos. No quantil 0.25, por exemplo, o aumento de uma unidade no logaritmo da renda média da ocupação, mantendo-se o logaritmo da variável nível médio de escolaridade em seu valor médio, produz um aumento de 0.323 no logaritmo do grau de prestígio da ocupação, enquanto que para o quantil 0.90 este aumento é de apenas

0.077. Isto mostra que o logaritmo da renda média da ocupação exerce efeito mais acentuado nos quantis condicionais inferiores. Com relação aos erros-padrão apresentados, não observamos diferenças substanciais nos diferentes quantis condicionais.

Figura 2.1. Grau de prestígio em função do nível médio de escolaridade: quantis condicionais estimados.



Com o objetivo de analisar o efeito do nível médio de escolaridade sobre o grau de prestígio da ocupação, a Figura 2.1 apresenta as retas estimadas para os quantis condicionais mantendo a renda média da ocupação em seu valor médio e fixando as dummies, d_1 e d_2 , em zero. Note que, considerando as dummies desta forma, as análises a seguir referem-se apenas às ocupações do tipo “white collar”. As linhas na Figura 2.1, de baixo para cima, representam ajustes lineares dos quantis condicionais 0.10, 0.25, 0.50, 0.75 e 0.90, respectivamente. Podemos notar, através da inclinação das diferentes linhas, que o nível médio de escolaridade exerce efeitos distintos nos cinco quantis condicionais considerados, sendo este efeito positivo no grau de prestígio da ocupação em todos esses quantis. No entanto, nas ocupações com graus de prestígio mais elevados, o efeito da escolaridade é mais acentuado. Vale salientar que para os quantis condicionais 0.10 e 0.25 a variação no crescimento do grau de prestígio é muito pequena. Estas afirmações nos levam a concluir que o efeito do nível de escolaridade, para as ocupações do tipo “white collar”, não é o mesmo ao longo da distribuição condicional do grau de prestígio.

Capítulo 3

Auto-regressão quantílica

Freqüentemente pesquisadores das mais diversas áreas do conhecimento têm interesse em analisar séries de medidas de um ou mais fenômenos observados em repetidas ocasiões, denominadas séries temporais. A idéia de que observações passadas contêm informações sobre o padrão de comportamento da série temporal motiva o estudo dos mecanismos geradores dessas séries com o propósito de elaborar um modelo que descreva adequadamente o passado com o propósito de prever o comportamento futuro de variáveis de interesse. Neste contexto, inúmeros modelos estatísticos de séries temporais têm surgido na literatura.

Modelos de séries temporais de coeficientes constantes vêm sendo usados com sucesso em muitas aplicações estatísticas, porém várias especificações de modelos de séries temporais de coeficientes aleatórios cada vez mais vêm sendo utilizados nestas aplicações. Um caso particular desta última classe de modelos é o modelo de séries temporais baseado em regressão quantílica linear. Atualmente, os modelos de regressão quantílica linear, como discutido no capítulo anterior, têm recebido considerável atenção, pois conduzem a uma análise estatística mais completa da relação estocástica entre variáveis aleatórias. Entretanto os trabalhos de séries temporais baseados nestes modelos, por exemplo, Knight (1989), Weiss (1991) e Rogers (2001), tendem a tratar do caso em que as inovações (erros) são independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.). Esta restrição faz com que os coeficientes auto-regressivos sejam independentes dos quantis especificados. Koenker e Xiao (2004a) consideraram modelos auto-regressivos quantílicos lineares em que os parâmetros auto-regressivos variam com o quantil $\tau \in (0, 1)$ na tentativa de obter uma outra opção de modelagem de séries temporais econômicas que apresentam dinâmica assimétrica ou persistência local.

Recentemente, inúmeras pesquisas estão sendo desenvolvidas com o objetivo de obter modificações dos modelos de raiz unitária tradicional a fim de desenvolver modelos que incorporem o efeito de vários tipos de choques na série temporal. Uma importante motivação para tais modificações é a introdução de assimetria em dinâmicas de séries temporais econômicas. Neste contexto, acredita-se que métodos de regressão quantílica podem fornecer uma forma alternativa para estudar dinâmicas assimétricas e persistências locais em séries temporais. Com este intuito, Koenker e Xiao (2004a) propuseram um novo modelo de auto-regressão quantílica (QAR) em que os coeficientes auto-regressivos

podem assumir diferentes valores ao longo de diferentes quantis do processo.

3.1. Definições básicas

Uma série temporal pode ser definida como um conjunto de observações geradas de maneira ordenada ao longo do tempo. Se a evolução do tempo se dá de forma contínua, tem-se uma série temporal contínua, ao passo que se o tempo evolui de forma discreta, a série é dita ser discreta. Outra definição importante é a de série determinística ou não-determinística. Uma série temporal é dita ser determinística se existe uma função matemática com poder de determinar com precisão arbitrária o seu valor futuro, enquanto que se este valor futuro é determinado por uma distribuição de probabilidade ela é dita ser não-determinística.

Os principais objetivos da análise de uma série temporal consistem da descrição do comportamento da série, da investigação de um mecanismo plausível que a tenha gerado e, por fim, da obtenção de previsões para seus valores futuros.

3.1.1. Estacionariedade

Uma das suposições mais comumente feitas é a de estacionariedade, que significa que a série evolui no tempo em torno de uma média constante, apresentando variância constante e, ainda, covariância entre dois valores da série dependendo somente da distância temporal entre eles, independentemente do instante de tempo. Quando uma série temporal possui estas propriedades dizemos que ela é (fracamente) estacionária. Na prática, esta característica nem sempre é constatada, o que muitas vezes nos leva a aplicar algum tipo de transformação nos dados a fim de obter uma série que satisfaça tal suposição. Em geral, as transformações mais empregadas são a logarítmica e as de diferenciação (Brockwell e Davis, 1996).

3.1.2. Modelos auto-regressivos

Box e Jenkins, em 1970, propuseram um procedimento iterativo que utiliza os próprios dados para a construção de modelos a serem usados na previsão de séries temporais, sendo este conhecido como método de Box-Jenkins. O método consiste em encontrar um modelo que represente, da melhor forma possível, o processo gerador da série. O método Box-Jenkins é uma modelagem paramétrica que envolve o ajuste de modelos auto-regressivos e/ou de médias móveis, $ARIMA(p, d, q)$, e suas variações, a um conjunto de dados. Esta modelagem considera a relação temporal como um conjunto de processos estocásticos chamados de modelos ARIMA. Estes modelos são caracterizados por três

componentes. O primeiro componente define a ordem da estrutura auto-regressiva do modelo (p), o segundo componente define a ordem de integração da série (d) e o terceiro componente define a ordem da estrutura de médias móveis (q).

Um caso particular dos modelos ARIMA é o modelo auto-regressivo de ordem p , denotado por $AR(p)$. Um modelo $AR(p)$ pode ser definido como

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + u_t,$$

onde u_t é ruído branco de média zero e variância σ^2 (finita e constante), que denotamos $u_t \sim RB(0, \sigma^2)$, $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ são parâmetros auto-regressivos e α_0 é um parâmetro incluído para permitir que a média de y_t seja não-nula. Uma notação alternativa é

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 B y_t + \alpha_2 B^2 y_t + \dots + \alpha_p B^p y_t + u_t$$

ou

$$(1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_p B^p) y_t = \alpha_0 + u_t$$

ou ainda

$$\alpha(B) y_t = \alpha_0 + u_t,$$

em que $\alpha(B) = (1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_p B^p)$ é um polinômio auto-regressivo. Uma questão relevante é definir sob que condições um processo $AR(p)$ é estacionário. É possível mostrar que um processo $AR(p)$ é estacionário quando todas as raízes da equação

$$1 - \alpha_1 z - \alpha_2 z^2 - \dots - \alpha_p z^p = 0$$

encontram-se fora do círculo unitário (no plano complexo). Sob esta condição, a média de y_t é

$$\mu = E(y_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p}$$

e a j -ésima autocovariância, para $j = 1, 2, \dots$, é dada por

$$\gamma_j = E[(y_t - \mu)(y_{t-j} - \mu)] = \alpha_1 \gamma_{j-1} + \alpha_2 \gamma_{j-2} + \dots + \alpha_p \gamma_{j-p}.$$

3.2. Auto-regressão quantílica

Existe uma literatura incipiente sobre o modelo de auto-regressão quantílica linear; ver, por exemplo, Knight (1989) e Hasan e Koenker (1997). Neste modelo, o τ -ésimo quantil condicional da variável resposta y_t é expresso como uma função linear dos valores

passados da resposta. Um aspecto fundamental da literatura que trata de modelos auto-regressivos quantílicos é o fato de que o foco reside quase exclusivamente no caso de inovações i.i.d.. Neste caso, as variáveis explicativas têm o papel clássico de deslocar a posição da densidade condicional de y_t , mas não têm nenhum efeito sobre a escala ou sobre a forma desta densidade.

Discutiremos, aqui, a classe mais geral de modelos auto-regressivos quantílicos proposta por Koenker e Xiao (2004a), em que todos os coeficientes auto-regressivos são admitidos ser τ -dependentes e onde, diferentemente do caso de inovações i.i.d., as variáveis são capazes de alterar não apenas a locação, mas também a escala e a forma da densidade condicional de y_t . Este modelo pode ser definido como segue. Seja $\{U_t\}$ uma seqüência de variáveis aleatórias i.i.d. com distribuição uniforme padrão e considere o processo auto-regressivo de ordem p , AR(p),

$$y_t = \alpha_0(U_t) + \alpha_1(U_t)y_{t-1} + \cdots + \alpha_p(U_t)y_{t-p},$$

onde os α 's são funções $[0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ desconhecidas a serem estimadas. Assim, como consequência imediata da propriedade da regressão quantílica de invariância a transformações monotônicas (ver Seção 2.2.1), a função quantil condicional de y_t pode ser escrita da forma

$$Q_{y_t}(\tau|y_{t-1}, \dots, y_{t-p}) = \alpha_0(\tau) + \alpha_1(\tau)y_{t-1} + \cdots + \alpha_p(\tau)y_{t-p},$$

ou, de maneira mais compacta, como

$$Q_{y_t}(\tau|y_{t-1}, \dots, y_{t-p}) = x_t^\top \alpha(\tau),$$

onde $x_t = (1, y_{t-1}, \dots, y_{t-p})^\top$ e $\alpha(\tau) = (\alpha_0(\tau), \dots, \alpha_p(\tau))^\top$, com $\tau \in (0, 1)$. Aqui, o τ -ésimo quantil condicional da resposta y_t é expresso como uma função linear dos valores passados da resposta. Neste modelo, os coeficientes auto-regressivos podem ser τ -dependentes e, assim, variar com os quantis. Ao longo da dissertação faremos referência a este modelo como o modelo QAR(p). Seu caso particular mais simples é a versão de primeira ordem, QAR(1):

$$Q_{y_t}(\tau|y_{t-1}, \dots, y_{t-p}) = \alpha_0(\tau) + \alpha_1(\tau)y_{t-1}.$$

Diferentemente da maioria dos modelos auto-regressivos de coeficientes aleatórios, em que os coeficientes são assumidos estocasticamente independentes uns dos outros, o modelo QAR(p) possui coeficientes que são funcionalmente dependentes. Este fato deve-se à exigência da monotonicidade das funções quantil que impõe alguma disciplina

nas formas permitidas para as funções α . Esta disciplina requer essencialmente que o vetor $\alpha(\tau)$, ou alguma transformação sua, seja monótono em cada coordenada.

O interesse de muitos pesquisadores recai na utilização do modelo QAR(p) para verificar o comportamento de raiz unitária em séries temporais econômicas.

Como na regressão quantílica, a estimação do modelo auto-regressivo quantílico linear envolve a resolução do problema

$$\min_{\alpha \in \mathbb{R}^{p+1}} \sum_{t=1}^n \rho_{\tau}(y_t - x_t^{\top} \alpha),$$

onde, de maneira análoga à regressão quantílica, a função “check” ρ_{τ} é definida por

$$\rho_{\tau}(u) = \begin{cases} \tau u, & u \geq 0, \\ (\tau - 1)u, & u < 0. \end{cases}$$

As soluções, $\hat{\alpha}(\tau)$, foram denominadas por Koenker e Xiao (2004a) de τ -ésimo quantis de auto-regressão. Dado $\hat{\alpha}(\tau)$, a função quantil condicional de y_t , condicional a informações passadas x_t , pode ser estimada por

$$\hat{Q}_{y_t}(\tau|x_t) = x_t^{\top} \hat{\alpha}(\tau)$$

e a densidade condicional de y_t pode ser estimada pelo quociente das diferenças

$$\hat{f}_{y_t}(\tau|x_t) = \frac{\tau_j - \tau_{j-1}}{\hat{Q}_{y_t}(\tau_j|x_t) - \hat{Q}_{y_t}(\tau_{j-1}|x_t)},$$

para alguma seqüência apropriadamente escolhida de τ 's.

Uma forma alternativa do modelo de auto-regressão quantílica baseia-se no modelo de regressão ADF, que será apresentado no Capítulo 4. Esta representação é freqüentemente usada em aplicações econômicas com a finalidade de testar a hipótese de raiz unitária.

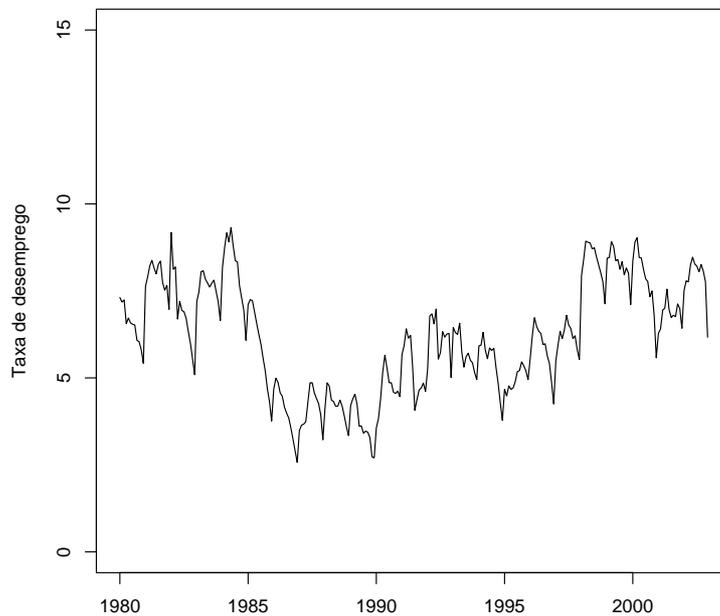
3.2.1. Uma ilustração

A aplicação empírica que apresentaremos nesta seção, a título de ilustração, baseia-se na série temporal da taxa de desemprego nas regiões metropolitanas brasileiras.¹ Os dados utilizados são de uma pesquisa mensal de empregos realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e estão disponíveis em <http://www.ipeadata.gov.br>.

¹ Regiões metropolitanas brasileiras incluídas: Belo Horizonte, Porto Alegre, Recife, Rio de Janeiro, Salvador e São Paulo.

Estes dados referem-se à taxa mensal de desemprego, a série se estendendo de janeiro de 1980 até dezembro de 2002, totalizando 276 observações. Nesta seção, examinaremos a dinâmica desta taxa de desemprego usando auto-regressão tradicional, através do modelo AR(1), e auto-regressão quantílica, através do modelo QAR(1). Muitos estudos empíricos na literatura têm investigado dados de taxa de desemprego, como, por exemplo, Nelson e Plosser (1982), que estudaram propriedade de raiz unitária em séries da taxa anual de desemprego dos Estados Unidos. Koenker e Xiao (2004a) investigaram as taxas mensal e anual de desemprego nos Estados Unidos usando o modelo de auto-regressão quantílica; seus resultados indicaram a existência de comportamento assimétrico nas séries.

Figura 3.1. Taxa de desemprego nas regiões metropolitanas brasileiras, janeiro de 1980 a dezembro de 2002.



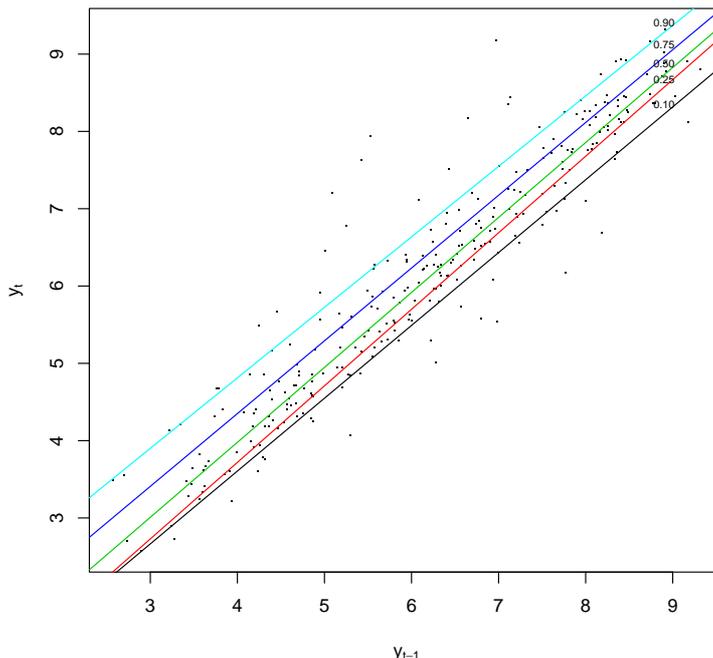
Através da Figura 3.1 podemos observar que a série da taxa de desemprego no Brasil apresenta uma tendência de queda iniciada no começo de 1984 indo até o final de 1986. A partir deste período há uma leve tendência de crescimento.

Aplicamos à série da taxa de desemprego do Brasil, como ilustração, o modelo AR(1) tradicional, com os parâmetros estimados por máxima verossimilhança (MV), e em seguida o caso mais simples de auto-regressão quantílica, o modelo QAR(1) apresentado na Seção 3.2. Para o modelo AR(1), a estimativa de MV do coeficiente auto-regressivo, α_1 , foi 0.939. No modelo QAR(1), os quantis de auto-regressão foram estimados para os

Tabela 3.1. Estimativas dos quantis condicionais do modelo QAR(1): taxa de desemprego.

Parâmetro	Quantil				
	0.10	0.25	0.50	0.75	0.90
$\alpha_0(\tau)$	-0.162 (0.170)	-0.242 (0.226)	0.099 (0.270)	0.585 (0.227)	1.164 (0.213)
$\alpha_1(\tau)$	0.942 (0.027)	0.990 (0.035)	0.970 (0.042)	0.941 (0.035)	0.912 (0.032)

Figura 3.2. Quantis condicionais estimados do modelo de auto-regressão quantílica: taxa de desemprego.



quantis condicionais 0.10, 0.25, 0.50, 0.75 e 0.90. As estimativas dos coeficientes auto-regressivos quantílicos $\alpha_0(\tau)$ e $\alpha_1(\tau)$ estão apresentadas na Tabela 3.1; entre parênteses encontram-se os erros-padrão correspondentes. Podemos notar que os valores estimados de $\alpha_1(\tau)$ apresentam pouca variabilidade nos diferentes quantis condicionais, sendo todos próximos de um. A maior estimativa de $\alpha_1(\tau)$, 0.990, é observada para o quantil condicional $\tau = 0.25$ e a menor foi 0.912 para o quantil $\tau = 0.90$. Para os quantis $\tau = 0.10$ e $\tau = 0.75$, as estimativas do coeficiente auto-regressivo foram 0.942 e 0.941, respectivamente, bastante próximas à estimativa de MV fornecida pelo modelo AR(1): 0.939. As linhas na Figura 3.2, de baixo para cima, representam ajustes lineares das funções quantis de auto-regressão para os quantis condicionais 0.10, 0.25, 0.50, 0.75 e 0.90, respectivamente. Notamos, através das inclinações das linhas estimadas para os diferentes quantis condicionais, mostradas na Figura 3.2, a evidência de pequena assimetria na dinâmica da taxa de desemprego do Brasil. Esta análise, baseada no modelo particu-

lar QAR(1), evidencia que a taxa de desemprego nas regiões metropolitanas brasileiras apresenta comportamento similar ao longo dos diferentes quantis condicionais considerados. Os erros-padrão não apresentam diferenças substanciais nos quantis condicionais em análise. Note, por fim, que há um elevado grau de persistência na taxa de desemprego em todos os quantis condicionais.

Capítulo 4

Testes de raiz unitária

A existência de uma raiz unitária em séries temporais surge quando o polinômio auto-regressivo de um modelo ARMA tem uma raiz sobre o círculo unitário. Uma raiz unitária nesse polinômio tem considerável interesse em aplicações, devido às suas importantes implicações para a modelagem subjacente. Por exemplo, uma raiz unitária no polinômio auto-regressivo sugere que a série segue um processo não-estacionário integrado de ordem um e, assim, transformações como diferenciação da série podem ser usadas para alcançar estacionariedade. Neste capítulo, nós consideramos procedimentos inferenciais para detectar a presença de raiz unitária em polinômios auto-regressivos. Modelos de séries temporais auto-regressivos com uma raiz unitária têm recebido bastante atenção na literatura, especialmente em aplicações econométricas.

A literatura sobre raiz unitária envolvendo dados de taxa de inflação brasileira é volumosa, incluindo os trabalhos de Cati et al. (1999) e Campêlo e Cribari-Neto (2003), entre outros. Um dos principais interesses no estudo empírico da evolução de séries de taxa de inflação é quanto à estacionariedade das mesmas. Um aspecto associado muito importante, do ponto de vista econômico, é a investigação da hipótese de inflação inercial. Estes assuntos têm gerado discussões e debates. Os resultados obtidos variam, naturalmente, de economia para economia, mas dependem também dos métodos estatísticos adotados. Um modelo econométrico para a taxa de inflação do Brasil antes do Plano Real, de acordo com a hipótese de inflação inercial, foi formulado por Novaes (1993), que encontrou que a taxa de inflação tem uma raiz unitária. A autora concluiu ainda que cerca de $1/3$ da inflação brasileira era de teor inercial. Evidências em favor da hipótese de inflação inercial, através de testes de hipótese de raiz unitária para a taxa de inflação, podem ser encontradas em Cardoso (1983). A existência de uma raiz unitária na taxa de inflação faz com que choques sejam incorporados de forma permanente na estrutura da inflação, impedindo reversão completa à média. De maneira geral, a presença de raiz unitária em uma série indica que os choques sofridos pela série têm efeitos prolongados. Persistência integral ocorre quando o processo inflacionário, além de conter uma raiz unitária, segue um passeio aleatório.

Com a implementação do Plano Real em 1994, foi removido das taxas de inflação do Brasil o componente de retroalimentação inflacionária correspondente a um coeficiente auto-regressivo igual a um (Vieira e Laurini, 2003). Neste contexto, nós realizaremos

testes para detectar a presença de raiz unitária em polinômios auto-regressivos para séries de taxas de inflação. Aplicaremos a estas séries o teste Dickey-Fuller aumentado e testes de raiz unitária baseados em auto-regressão quantílica.

4.1. Teste Dickey-Fuller aumentado

Existem vários testes desenvolvidos para detectar a presença de uma raiz unitária em processos auto-regressivos, dentre os quais destacam-se os testes Dickey-Fuller (DF) e Dickey-Fuller aumentado (ADF). Estes testes examinam a hipótese nula de que o processo auto-regressivo possui uma raiz unitária. Nesta seção faremos uma breve descrição do teste ADF.

Suponha que a série em estudo possa ser representada por um processo auto-regressivo $AR(p)$, ou seja,

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \cdots + \alpha_p y_{t-p} + u_t,$$

$t = 1, \dots, n$, onde $\{u_t\}$ é uma seqüência de variáveis i.i.d. $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$. O teste ADF consiste em examinar a hipótese nula de uma raiz unitária estimando por MQO uma auto-regressão de y_t em função de y_{t-1} e dos termos defasados de Δy_t , usando a especificação

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \alpha_{j+1} \Delta y_{t-j} + u_t,$$

conhecida como regressão ADF. Aqui, $\Delta y_{t-j} = y_{t-j} - y_{t-j-1}$, para $j = 1, \dots, k$. Neste modelo, o coeficiente auto-regressivo α_1 exerce um importante papel na medida de persistência de séries temporais econômicas e financeiras. Se $\alpha_1 = 1$, então y_t contém uma raiz unitária e inovações apresentam persistência; por outro lado, se $|\alpha_1| < 1$, então y_t é integrado de ordem zero. O teste ADF convencional é conduzido usando a estatística de teste

$$t_n = \frac{\hat{\alpha}_1 - 1}{\text{e.p.}(\hat{\alpha}_1)},$$

onde $\hat{\alpha}_1$ e $\text{e.p.}(\hat{\alpha}_1)$ são o estimador de MQO de α_1 e seu erro-padrão, respectivamente. A hipótese nula de uma raiz unitária é formulada como $\mathcal{H}_0: \alpha_1 = 1$. Os valores críticos para o teste ADF encontram-se tabelados em Fuller (1976, p. 373). Rejeita-se a hipótese nula de uma raiz unitária a um dado nível de significância se a estatística de teste for menor que o valor crítico. Para mais detalhes sobre o teste, ver Said e Dickey (1984). Embora o teste ADF seja útil para testar a hipótese nula de não-estacionariedade, ele pode não ser robusto quando os dados provêm de um processo com distribuição de caudas pesadas

e, com isso, pode sofrer de baixo poder. Testes alternativos baseados em representações QAR foram recentemente propostos por Koenker e Xiao (2004b). Uma motivação para o uso de testes de raiz unitária baseados em QAR é a propriedade de robustez que os testes tradicionais baseados em mínimos quadrados não têm.

4.2. Testes baseados em auto-regressão quantílica

Testes de raiz unitária podem ser construídos com base em métodos de auto-regressão quantílica para alguns quantis selecionados da resposta y_t . Estes testes proporcionam uma investigação mais detalhada da presença de uma raiz unitária. A principal motivação para o uso dos testes baseados em QAR, propostos por Koenker e Xiao (2004b), é que uma série temporal pode comportar-se como um processo de raiz unitária (não-estacionário) em certos períodos, podendo comportar-se como um processo estacionário em outros períodos. Sabe-se que muitas séries econômicas apresentam alguma forma particular de resposta a choques econômicos, embora muitas vezes tal resposta seja não duradoura. Ou seja, os efeitos de um choque podem ser notáveis por algum tempo, porém desaparecendo eventualmente. Neste sentido, as representações QAR fornecem um modelo alternativo para os testes de raiz unitária convencionais. Adicionalmente, métodos de regressão quantílica fornecem técnicas mais robustas para o exame da existência de uma raiz unitária não apenas para a mediana condicional, mas também para outros quantis do processo.

Nesta seção, consideramos um modelo de regressão quantílica, extensão do modelo de regressão ADF, que permite que α_1 assumam diferentes valores em diferentes quantis de y_t . Escreveremos o τ -ésimo quantil condicional de y_t como

$$Q_{y_t}(\tau|z_t) = \alpha_0(\tau) + \alpha_1(\tau)y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \alpha_{j+1}(\tau)\Delta y_{t-j},$$

com $z_t = (y_{t-1}, \Delta y_{t-1}, \dots, \Delta y_{t-k})^\top$. Nós expressamos a hipótese de raiz unitária em representações QAR como $\mathcal{H}_0: \alpha_1(\tau) = 1$. Assim, para testar esta hipótese deve-se testar \mathcal{H}_0 em quantis $\tau \in (0, 1)$ selecionados de y_t .

Em adição ao teste ADF convencional, nós podemos realizar testes de raiz unitária baseados em QAR usando a estatística de teste

$$U_n(\tau) = n(\hat{\alpha}_1(\tau) - 1),$$

em que n denota o número de observações. Para algum quantil τ fixado, a estatística $U_n(\tau)$ é obtida da estimativa do coeficiente $\alpha_1(\tau)$ do modelo de regressão ADF fornecida

por regressão quantílica. Koenker e Xiao (2004b) estudaram a distribuição limite desta estatística e mostraram que ela é não-padrão e depende de parâmetros de complicada estimação. Um outro enfoque estudado por eles foi usar valores críticos gerados por métodos de reamostragem e, assim, obter valores críticos da distribuição nula estimada de $U_n(\tau)$ (ver Seção 4.2.1). Nesta dissertação, nós exploramos apenas este último enfoque para testes de raiz unitária baseados em processos QAR.

4.2.1. Cálculo de valores críticos por bootstrap

Na literatura estatística, testes de hipótese baseados em valores críticos obtidos por métodos de reamostragem, como bootstrap, têm recebido bastante atenção. Tais testes vêm sendo bastante utilizados nas mais variadas aplicações econométricas. Numa comparação dos procedimentos baseados no modelo QAR, Koenker e Xiao (2004b) mostraram que, em amostras finitas, os testes realizados usando valores críticos bootstrap apresentam tamanhos mais próximos aos níveis nominais correspondentes do que testes que usam valores críticos baseados na distribuição nula assintótica.

Nós utilizamos o procedimento de reamostragem descrito a seguir; na notação usamos $*$ para denotar as amostras bootstrap e P^* para denotar a probabilidade condicional na amostra original:

- (1) Primeiro, com $w_t = \Delta y_t$ ($t = 2, \dots, n$), ajustamos a seguinte auto-regressão de ordem k por MQO:

$$w_t = \sum_{j=1}^k \widehat{\beta}_j w_{t-j} + \widehat{u}_t, \quad t = k+1, \dots, n,$$

e obtemos as estimativas $\widehat{\beta}_1, \dots, \widehat{\beta}_k$ e os resíduos \widehat{u}_t .

- (2) Formamos uma amostra i.i.d. $\{u_t^*\}_{t=k+1}^n$ dos resíduos centrados $\widehat{u}_t - \frac{1}{n-k} \sum_{j=k+1}^n \widehat{u}_j$ e geramos w_t^* a partir de u_t^* usando a auto-regressão ajustada:

$$w_t^* = \sum_{j=1}^k \widehat{\beta}_j w_{t-j}^* + u_t^*, \quad t = k+1, \dots, n,$$

com $w_t^* = \Delta y_t$ para $t = 1, \dots, k$.

- (3) Então, podemos gerar y_t^* sob a hipótese nula de uma raiz unitária: $y_t^* = y_{t-1}^* + w_t^*$, com $y_1^* = y_1$.
- (4) Por fim, nós estimamos a seguinte auto-regressão quantílica de ordem k :

$$y_t^* = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^* + \sum_{j=1}^k \alpha_{j+1} \Delta y_{t-j}^* + u_t.$$

Denotando o estimador de $\alpha_1(\tau)$ por $\hat{\alpha}_1^*(\tau)$ e a estatística de teste por $U_n^*(\tau)$, construímos

$$U_n^*(\tau) = n(\hat{\alpha}_1^*(\tau) - 1).$$

Neste procedimento de reamostragem, nós geramos y_t^* sob a hipótese nula de raiz unitária para assegurar a não-estacionariedade da amostra gerada $\{y_t^*\}$ e, assim, validar o teste bootstrap. A distribuição da estatística de teste sob a hipótese nula pode, então, ser aproximada repetindo os passos (2)–(4) um grande número de vezes. Seja $C_U^*(\tau, \theta)$ o θ -ésimo quantil, ou seja,

$$P^*[U_n^*(\tau) \leq C_U^*(\tau, \theta)] = \theta.$$

Então, a hipótese de raiz unitária é rejeitada, ao nível θ , se $U_n(\tau) < C_U^*(\tau, \theta)$, contra a hipótese alternativa de estacionariedade \mathcal{H}_{1A} : $|\alpha_1(\tau)| < 1$, ou se $U_n(\tau) > C_U^*(\tau, 1 - \theta)$, contra a hipótese alternativa de raiz explosiva \mathcal{H}_{1B} : $|\alpha_1(\tau)| > 1$. Em artigo recente, Ferreira (2004) checkou as propriedades estatísticas do teste de raiz unitária baseado em QAR, $U_n(\tau)$ através de experimentos Monte Carlo e mostrou que este teste tem bom tamanho, em pequenas e em grandes amostras. O Apêndice B desta dissertação contém o código fonte escrito em R desenvolvido para obtenção dos valores críticos via bootstrap do teste de raiz unitária baseado em QAR.

De maneira análoga, testes de raiz unitária baseados em processos de regressão quantílica do tipo Kolmogorov-Smirnov ou Cramer-von-Mises podem ser construídos para um grupo de quantis $\tau \in (0, 1)$, em vez de se examinar apenas um quantil selecionado por vez; ver Koenker e Xiao (2004b).

Nesta seção, como ilustração, nós aplicamos o teste ADF convencional e o teste baseado em QAR para investigar a presença de uma raiz unitária na série da taxa de desemprego nas regiões metropolitanas brasileiras. Na regressão ADF, para escolha do parâmetro do número de lags k , nós utilizamos o critério AIC; ver Agiakloglou e Newbold (1996). O lag selecionado para a série da taxa de desemprego foi $k = 10$ que apresentou o valor 442.30 para o AIC. Ao nível de 5% de significância, o teste ADF tradicional com $k = 10$ não rejeita a hipótese de raiz unitária (p -valor = 0.8217), conduzindo à conclusão de que a série da taxa de desemprego possui uma raiz unitária. Lembramos que as estimativas dos coeficientes auto-regressivos fornecidas pelo modelo QAR(1), Tabela 3.1, para todos os quantis condicionais considerados encontram-se próximas da unidade.

Nós reexaminamos a série da taxa de desemprego nas regiões metropolitanas brasileiras usando o teste de raiz unitária baseado em métodos QAR para 19 quantis condicionais igualmente espaçados em $[0.05, 0.95]$. Para obtenção dos valores críticos por método de reamostragem, o número de réplicas bootstrap foi 1000. Os resultados

Tabela 4.1. Teste de raiz unitária baseado em processo QAR: taxa de desemprego.

Quantil	$\hat{\alpha}_1(\tau)$	$U_n(\tau)$	Valor crítico	
			5%	95%
0.05	0.870	-35.88*	-41.72	11.27
0.10	0.914	-23.64*	-31.02	6.14
0.15	0.943	-15.63*	-26.93	4.20
0.20	0.960	-10.97*	-26.76	2.88
0.25	0.975	-6.90*	-28.36	3.07
0.30	0.980	-5.53*	-27.15	2.97
0.35	0.980	-5.49*	-26.86	3.08
0.40	0.978	-6.13*	-26.10	2.15
0.45	0.963	-10.19*	-25.04	2.03
0.50	0.970	-8.30*	-24.79	2.09
0.55	0.985	-4.12*	-26.97	1.69
0.60	0.987	-3.61*	-28.88	1.98
0.65	0.997	-0.96*	-31.63	2.08
0.70	0.999	-0.21*	-34.96	2.60
0.75	1.009	2.40*	-38.68	3.07
0.80	0.992	-2.12*	-41.33	3.68
0.85	0.970	-8.35*	-49.10	4.13
0.90	0.994	-1.57*	-61.69	5.64
0.95	0.997	-0.97*	-83.17	16.44

(*) indica não-rejeição de \mathcal{H}_0 .

do teste encontram-se na Tabela 4.1. A segunda coluna apresenta as estimativas do coeficiente auto-regressivo obtidas através da regressão ADF. Podemos verificar que a hipótese de raiz unitária não é rejeitada, ao nível de 5% de significância, em todos os quantis condicionais considerados, indicando que a série possui raiz unitária ao longo da distribuição condicional, concordando com a inferência decorrente do teste ADF tradicional. Finalmente, através do teste de raiz unitária baseado em QAR encontramos forte evidência de que a série da taxa de desemprego nas regiões metropolitanas brasileiras segue um processo raiz unitária constante, ou seja, esta propriedade é observada ao longo da distribuição condicional da taxa de desemprego.

Capítulo 5

Dinâmica inflacionária brasileira

Ao longo das últimas décadas, muitos países, tanto desenvolvidos quanto em desenvolvimento, atravessam processos inflacionários de diferentes intensidades e duração. Diversos países em desenvolvimento, em especial, enfrentaram hiperinflações ou inflações acentuadas por prolongados períodos de tempo. No caso do Brasil, particularmente, a economia apresentou alta e crescente taxa de inflação por muito tempo, atribuída ao alto grau de indexação e à existência de inércia inflacionária. Neste contexto, surgiram no Brasil diversas estratégias na tentativa de reduzir e estabilizar estas taxas de inflação. Algumas dessas estratégias foram de natureza ortodoxa e outras, de natureza heterodoxa. A partir de 1986, foram implementados vários planos de estabilização da inflação brasileira, quase todos de natureza heterodoxa, sendo que a maioria não obteve o sucesso desejado, apenas alívio imediato, não conseguindo reduzir a inflação de forma duradoura.

A estabilização da inflação brasileira só foi conseguida após várias tentativas. Somente o Plano Real, implementado em 1994, através de um sofisticado mecanismo de substituição da moeda, conseguiu eliminar o mecanismo de inflação alta presente na economia brasileira. Nesse sentido, o Plano Real tem sido um plano de estabilização bem sucedido, uma vez que conseguiu reduzir de maneira consistente a inflação, tendo como conseqüência uma mudança estrutural na dinâmica inflacionária, que adquiriu caráter quase estacionário (Cassiano, 2003). Embora ainda existam problemas a serem resolvidos, como a questão fiscal, eles não parecem colocar em risco essa estabilidade. No entanto, isso não implica que a política econômica possa ser relaxada, adotando-se políticas inconsistentes dinamicamente, que poderiam colocar em risco a estabilização da inflação e da inércia inflacionária.

O comportamento da inflação brasileira vem sendo estudado em vários trabalhos. Novaes (1993) realizou um estudo utilizando dados mensais para o período de janeiro de 1970 a dezembro de 1985 e estimou o grau de inércia na inflação brasileira em $1/3$. Durevall (1998), usando uma formulação de correção de erros, estimou o nível de inflação inercial no Brasil em 0.41. Cati et al. (1999) encontraram que a dinâmica inflacionária brasileira é quase inteiramente inercial, 0.97. Em contraste, Campêlo e Cribari-Neto (2003) encontraram que a componente inercial na dinâmica inflacionária brasileira é de segunda ordem, sendo, assim, negligível.

Em nosso trabalho, a fim de estudar a dinâmica inflacionária brasileira, nós usaremos inicialmente o Índice Geral de Preços - Disponibilidade Interna (IGP-DI) referente ao período após a implantação do Plano Real. O IGP-DI é calculado pelo Instituto Brasileiro de Economia (IBRE) da Fundação Getúlio Vargas e tem por finalidade mensurar a variação dos preços, do primeiro ao último dia do mês, que afetam diretamente unidades econômicas situadas no território brasileiro. Este índice é uma média ponderada de três outros índices: Índice de Preços no Atacado (IPA), que mede a variação de preços no mercado atacadista e recebe peso 60%; Índice de Preços ao Consumidor (IPC), que mede a variação de preços com base em famílias com renda mensal de 1 a 33 salários mínimos nas cidades de São Paulo e Rio de Janeiro e entra com peso 30%; Índice Nacional da Construção Civil (INCC), que mede a variação de preços no setor da construção civil, considerando tanto materiais como também mão-de-obra empregada no setor, recebendo peso 10%.

Nosso objetivo é estudar a dinâmica inflacionária brasileira analisando a série temporal do IGP-DI, após a implantação do Plano Real, usando a classe de auto-regressões quantílicas. Outras séries de inflação serão também analisadas.

5.1. Análise exploratória de dados

Nesta seção, nós apresentaremos uma análise descritiva do comportamento da série do IGP-DI. Os dados utilizados são mensais, cobrem o período que se estende de agosto de 1994 a abril de 2004 (117 observações) obtidos de <http://www.ipeadata.gov.br>. Os dados referentes à série do IGP-DI encontram-se disponíveis no Apêndice A. A trajetória do IGP-DI nestes 117 meses está apresentada na Figura 5.1. Notamos que esta série apresenta indícios de comportamento estacionário. A média amostral da série do IGP-DI é 0.99%, com desvio-padrão de 1.04% e o IGP-DI mediano é 0.76%. Através do ‘boxplot’ apresentado na Figura 5.2, notamos que há quatro observações extremas na série, três das quais superiores a 4%. Estas três observações são 4.44% (fevereiro/1999), reflexo da inesperada e acentuada desvalorização da moeda brasileira ocorrida no início de 1999, 4.21% (outubro/2002) e 5.84% (novembro/2002), estas últimas atreladas à expectativa gerada em torno da eleição do Presidente da República Luiz Inácio Lula da Silva.

Aplicamos à série do IGP-DI o método não-paramétrico de decomposição STL (Cleveland et al., 1990) para estimar três componentes não-observáveis, a saber: sazonalidade, tendência e componente irregular. Isto foi feito com o objetivo de avaliar separadamente os comportamentos dinâmicos destas componentes. Podemos notar, através da Figura 5.3, a presença estocástica de sazonalidade, porém não evidenciamos uma tendência de comportamento uniforme para toda a série. Do início do Plano Real até meados de 1998

Figura 5.1. Inflação no Brasil de acordo com o IGP-DI, agosto de 1994 a abril 2004.

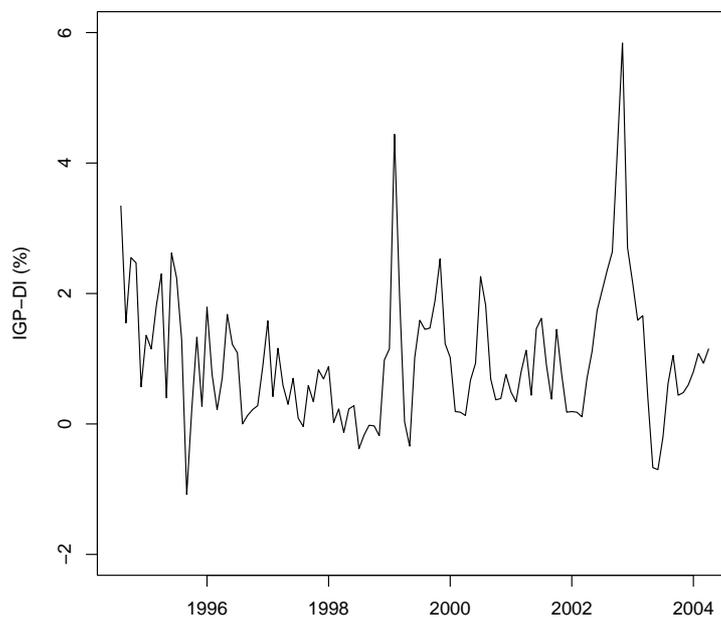
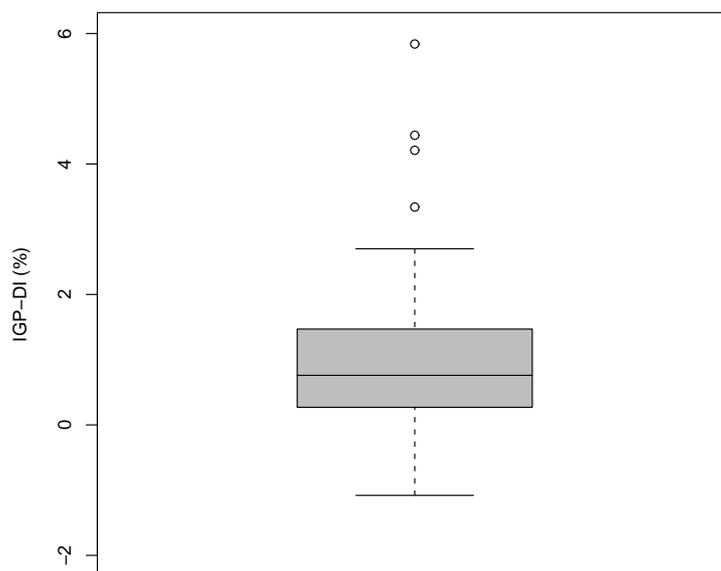
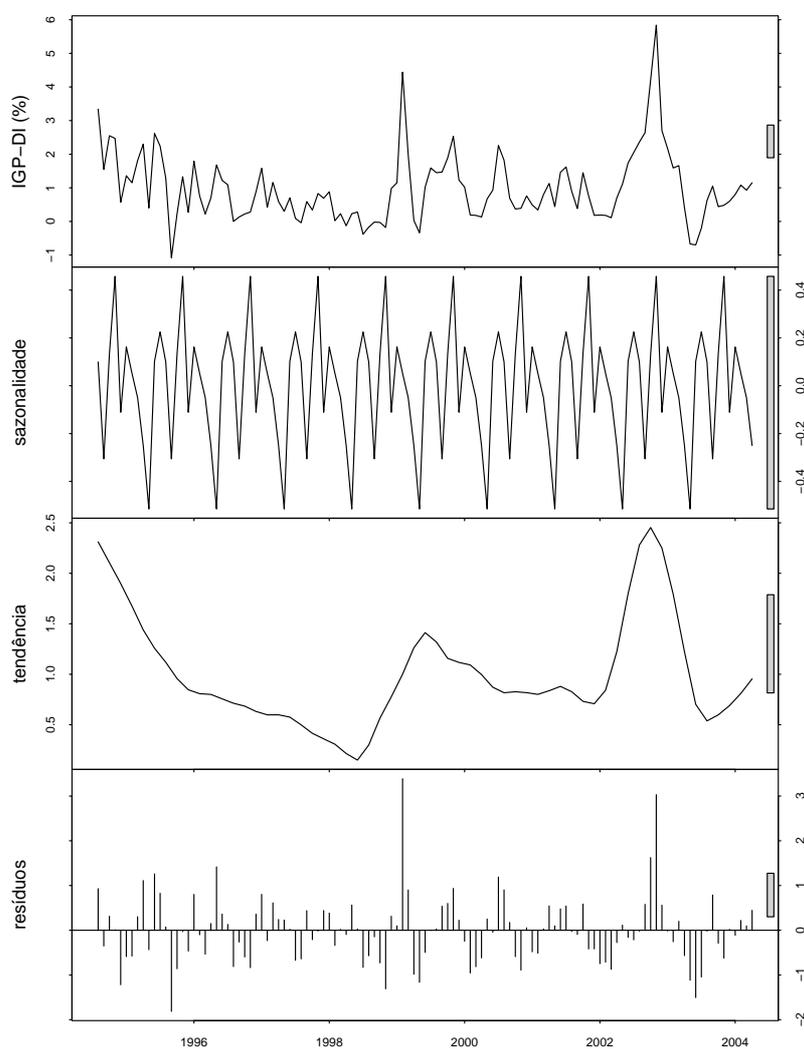


Figura 5.2. 'Boxplot' da taxa de inflação no Brasil de acordo com o IGP-DI, agosto de 1994 a abril 2004.



existe uma tendência estocástica decrescente. Há, então, clara reversão e a tendência passa a ser crescente e a evoluir de forma acelerada até meados de 1999, período que se segue de leve tendência decrescente até a ocorrência da bolha inflacionária eleitoral. Na curva da componente sazonal podemos notar que os maiores picos positivos ocorrem nos meses de novembro e os negativos, nos meses de maio. De modo geral, os resíduos encontram-se bem comportados em torno de zero, ocorrendo apenas dois valores relativamente grandes, referentes aos meses de fevereiro de 1999 e novembro de 2002, dois dos valores distoantes mencionados anteriormente.

Figura 5.3. Decomposição da série do IGP-DI em componentes de sazonalidade, tendência e resíduos ao longo do tempo.



5.2. Modelagem da inflação brasileira

Inicialmente, faz-se necessário definir o critério de estimação da dimensão do modelo de séries temporais denominado *Bayesian Information Criterion* (BIC). Este critério foi proposto por Schwarz (1978) usando um enfoque bayesiano. Selecionar a dimensão do modelo AR(p) utilizando o critério BIC equivale a selecionar o modelo que minimiza

$$\text{BIC} = -2 \log \hat{L} + p \log n,$$

onde n é o tamanho amostral, \hat{L} é a verossimilhança maximizada e p é o número de parâmetros auto-regressivos do modelo.

Nós estimamos modelos auto-regressivos tradicionais com o parâmetro p variando de 1 a 12 usando os dados da taxa de inflação brasileira, a partir da série do IGP-DI. O valor ótimo de p foi selecionado através da minimização do critério BIC e a estimação dos parâmetros auto-regressivos foi realizada por máxima verossimilhança (MV). Os valores do BIC encontram-se apresentados na Tabela 5.1. O modelo selecionado foi o modelo AR(1), que apresentou valor 297.87 para o BIC. A Figura 5.4 mostra as funções estimadas de autocorrelação residual do modelo AR(1). Observamos que todas as autocorrelações residuais da série do IGP-DI encontram-se dentro do intervalo de confiança assintótico de 95%, sugerindo assim que a representação auto-regressiva de primeira ordem é suficiente para filtrar toda a correlação serial. Realizamos ainda o teste Ljung-Box objetivando testar a hipótese nula de não-correlação da série residual. Este teste forneceu um p -valor de 0.9985; assim não rejeitamos a hipótese de que não há correlação serial nos resíduos mesmo a níveis elevados de significância. Desta forma, concluímos que o modelo AR(1) está bem especificado para representar a série do IGP-DI.

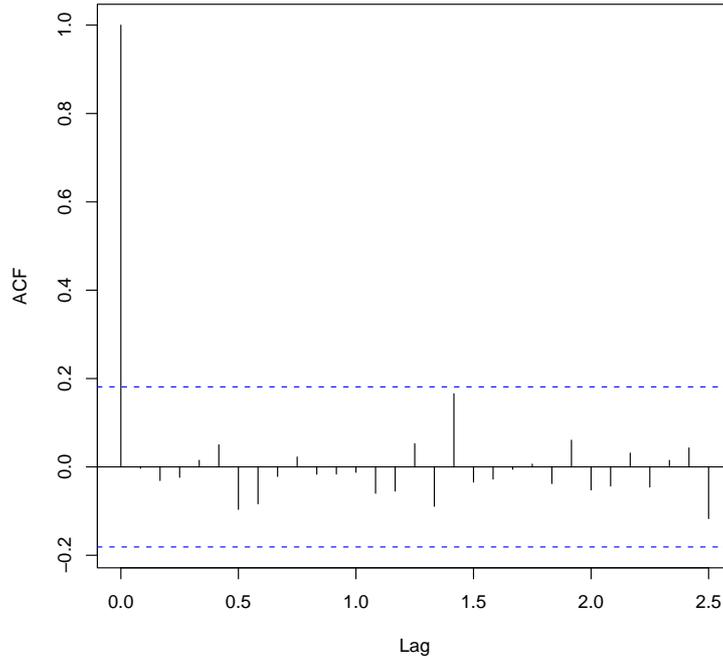
Tabela 5.1. Valores do BIC: IGP-DI.

	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$	$p = 4$	$p = 5$	$p = 6$	$p = 7$	$p = 8$	$p = 9$	$p = 10$	$p = 11$	$p = 12$
BIC	297.87	302.58	307.34	312.10	316.76	319.54	324.30	328.99	334.25	338.42	343.07	347.46

A estimativa de MV do coeficiente auto-regressivo obtida através do modelo AR(1) com base na série do IGP-DI foi 0.612. Para o modelo QAR(1), as auto-regressões foram estimadas para os quantis condicionais 0.10, 0.25, 0.50, 0.75 e 0.90. As estimativas dos coeficientes auto-regressivos quantílicos $\alpha_0(\tau)$ e $\alpha_1(\tau)$ estão apresentadas na Tabela 5.2; entre parênteses encontram-se os erros-padrão correspondentes. Os valores estimados são substancialmente diferentes para os diferentes quantis, revelando comportamento distinto ao longo da distribuição condicional da resposta. Note que as estimativas do coeficiente auto-regressivo $\alpha_1(\tau)$ aumentam à medida que avançamos para quantis condicionais mais altos. Ressaltamos que o valor estimado do coeficiente auto-regressivo foi

0.364 para o quantil condicional $\tau = 0.10$, enquanto que, para $\tau = 0.90$, o valor estimado foi 0.815. Note que para o quantil $\tau = 0.50$ (mediana da distribuição condicional) o valor estimado deste coeficiente, 0.606, foi bastante próximo do obtido no modelo AR(1). Através da Figura 5.5, podemos notar que a maior inclinação nos ajustes lineares ocorre no quantil $\tau = 0.90$, onde o valor do coeficiente auto-regressivo estimado foi máximo.

Figura 5.4. Função estimada de autocorrelação residual do modelo AR(1): IGP-DI.



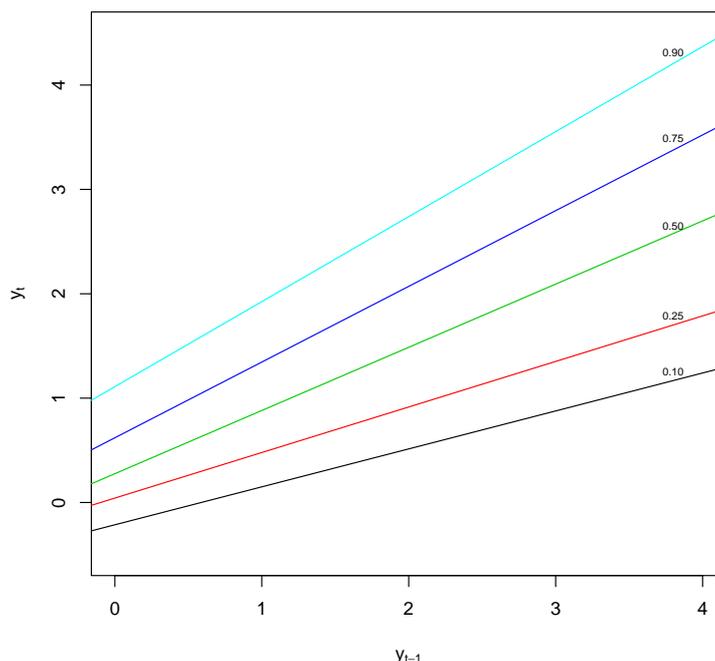
A Figura 5.6 mostra a evolução das estimativas dos coeficientes auto-regressivos, $\alpha_0(\tau)$ e $\alpha_1(\tau)$, fornecidas pelo modelo QAR(1) para 99 quantis condicionais igualmente espaçados em $[0.01, 0.99]$. Para o intercepto, nós observamos uma tendência crescente das estimativas com o aumento do quantil condicional. Observamos que, para os quantis condicionais mais baixos, os coeficientes auto-regressivos estimados, $\hat{\alpha}_1(\tau)$, apresentam valores baixos, indicando clara tendência de reversão à média. Já para os quantis condicionais mais altos, $\tau \geq 0.93$, os valores estimados $\hat{\alpha}_1(\tau)$ foram maiores que a unidade, revelando comportamento explosivo. Contudo, a maioria dos valores estimados é inferior à unidade, sugerindo estacionariedade global da série do IGP-DI pós-Plano Real. De modo geral, a taxa de inflação brasileira tende a apresentar persistência apenas nos quantis condicionais mais elevados.

Os resultados apresentados até aqui, obtidos para a série do IGP-DI, deixam evidente que a dinâmica inflacionária brasileira apresenta comportamento distinto nos diferentes quantis condicionais estudados, ou seja, seu comportamento depende da localização da

Tabela 5.2. Estimativas dos quantis condicionais do modelo QAR(1): IGP-DI.

Parâmetro	Quantil				
	0.10	0.25	0.50	0.75	0.90
$\alpha_0(\tau)$	-0.214 (0.125)	0.043 (0.158)	0.276 (0.201)	0.620 (0.184)	1.110 (0.162)
$\alpha_1(\tau)$	0.364 (0.102)	0.436 (0.120)	0.606 (0.172)	0.725 (0.194)	0.815 (0.179)

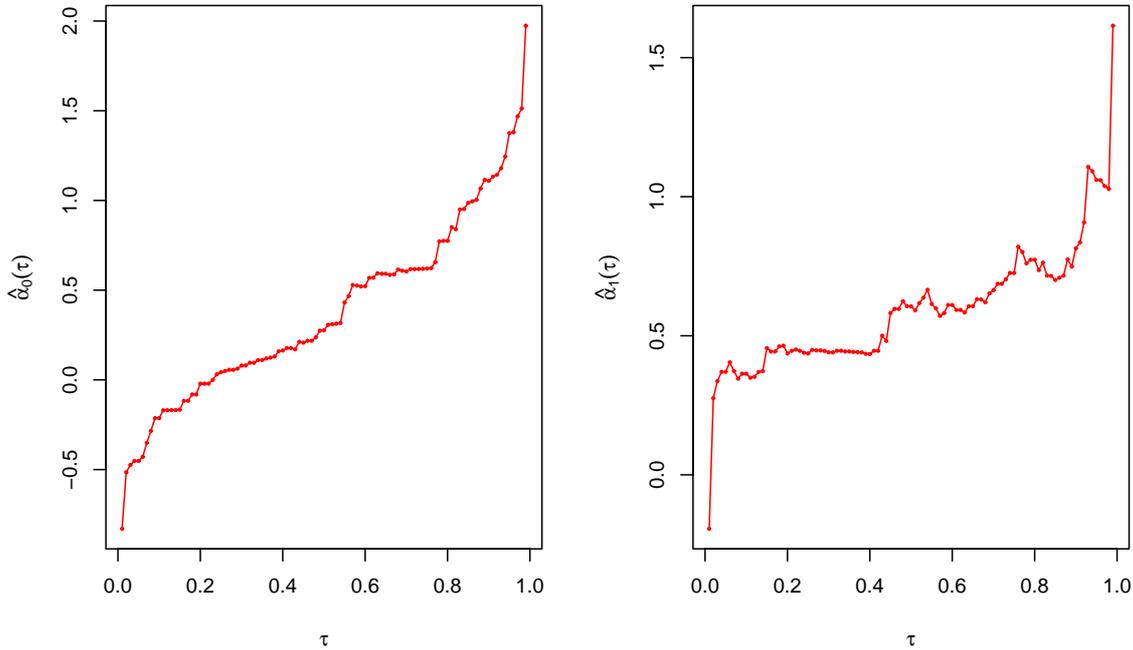
Figura 5.5. Quantis condicionais estimados do modelo de auto-regressão quantílica: IGP-DI.



taxa de inflação na distribuição condicional.

Com a finalidade de investigar a influência dos três valores do IGP-DI maiores que 4% citados anteriormente, nós modelamos uma nova série na qual estes valores foram substituídos pelos valores previstos pelo modelo AR(1). Estes valores foram previstos usando a série original truncada em cada observação extrema. Chamaremos esta nova série de IGP-DI*. Esta série apresenta média amostral 0.91% e desvio-padrão 0.85%. Assim como na série original, usamos o critério BIC com p variando de 1 a 12 e selecionamos a ordem de auto-regressão $p = 1$, sendo o valor deste critério 255.84. Desta forma, estimamos para a série IGP-DI* o modelo AR(1); a estimativa de MV do coeficiente auto-regressivo foi 0.591, menor que a obtida para a série original. As estimativas dos coeficientes de auto-regressão quantílica para os quantis condicionais 0.10, 0.25, 0.50, 0.75 e 0.90 estão apresentadas na Tabela 5.3; os erros-padrão encontram-se entre

Figura 5.6. Coeficientes auto-regressivos estimados por auto-regressão quantílica: IGP-DI.



parênteses.

Comparando os resultados fornecidos na Tabela 5.3 com os obtidos para a série original do IGP-DI (Tabela 5.2), notamos que o valor do coeficiente de auto-regressão quantílica estimado, $\hat{\alpha}_1(\tau)$, para a nova série, IGP-DI*, apresenta diferença considerável no quantil condicional $\tau = 0.90$, em que as estimativas $\hat{\alpha}_1(\tau)$ para as séries IGP-DI e IGP-DI* foram 0.815 e 0.615, respectivamente. Para os demais quantis condicionais as estimativas $\hat{\alpha}_1(\tau)$ foram bastante próximas das obtidas para a série original. Em particular, as estimativas deste coeficiente foram iguais para o quantil condicional $\tau = 0.75$.

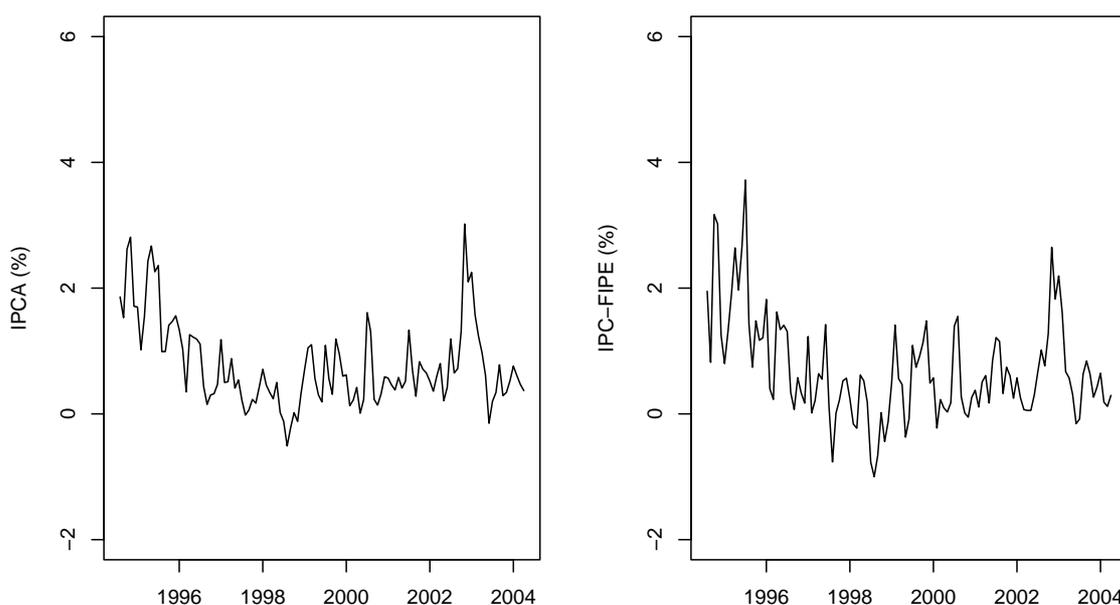
Tabela 5.3. Estimativas dos quantis condicionais do modelo QAR(1): IGP-DI*.

Parâmetro	Quantil				
	0.10	0.25	0.50	0.75	0.90
$\alpha_0(\tau)$	-0.170 (0.129)	0.032 (0.168)	0.250 (0.203)	0.620 (0.169)	1.190 (0.153)
$\alpha_1(\tau)$	0.331 (0.126)	0.455 (0.149)	0.643 (0.172)	0.725 (0.151)	0.615 (0.128)

5.3. Outras taxas de inflação brasileira

Com o propósito de checar as conclusões sobre a dinâmica inflacionária brasileira pós-Plano Real segundo o IGP-DI, nós analisamos outras duas séries mensais de taxa de inflação do Brasil. A primeira refere-se ao Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) calculado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). O IPCA reflete a variação dos preços das cestas de consumo das famílias com rendimento mensal de 1 a 40 salários mínimos. A segunda série analisada é a do Índice de Preços ao Consumidor do Município de São Paulo (IPC-FIPE). Este é o mais tradicional indicador da evolução do custo de vida das famílias paulistanas e um dos mais antigos do Brasil. Atualmente, o responsável pelo cálculo deste índice é a Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (FIPE). Ambas as séries se estendem de agosto de 1994 a abril de 2004, contendo 117 observações. A fonte dos dados, também disponíveis no Apêndice A, é <http://www.ipeadata.gov.br>. As séries estão apresentadas na Figura 5.7.

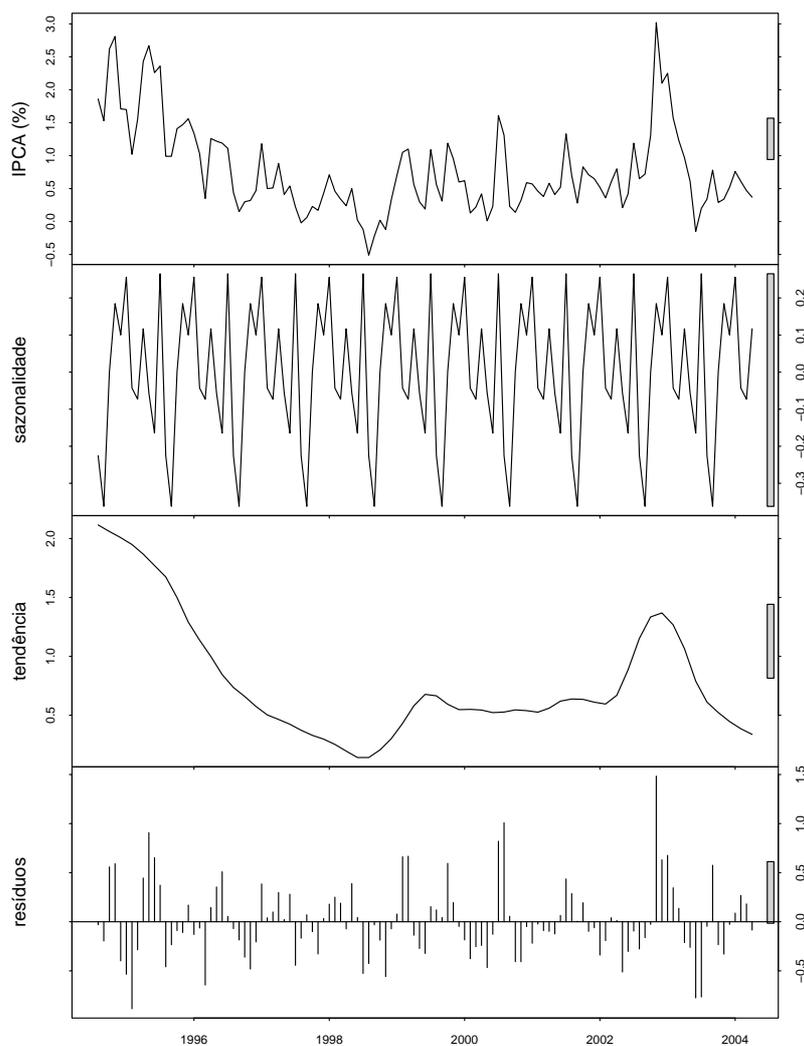
Figura 5.7. Taxa de inflação no Brasil de acordo com o IPCA e IPC-FIPE, agosto de 1994 a abril 2004.



Os valores observados da série do IPCA variam entre -0.51% e 3.02% , seu valor médio sendo 0.78% , com desvio-padrão 0.69% . Por sua vez, os valores do IPC-FIPE estão entre -1.00% e 3.72% , com taxa de inflação média 0.70% e desvio-padrão 0.83% . Note que as variabilidades destas duas séries são inferiores à variabilidade da série do

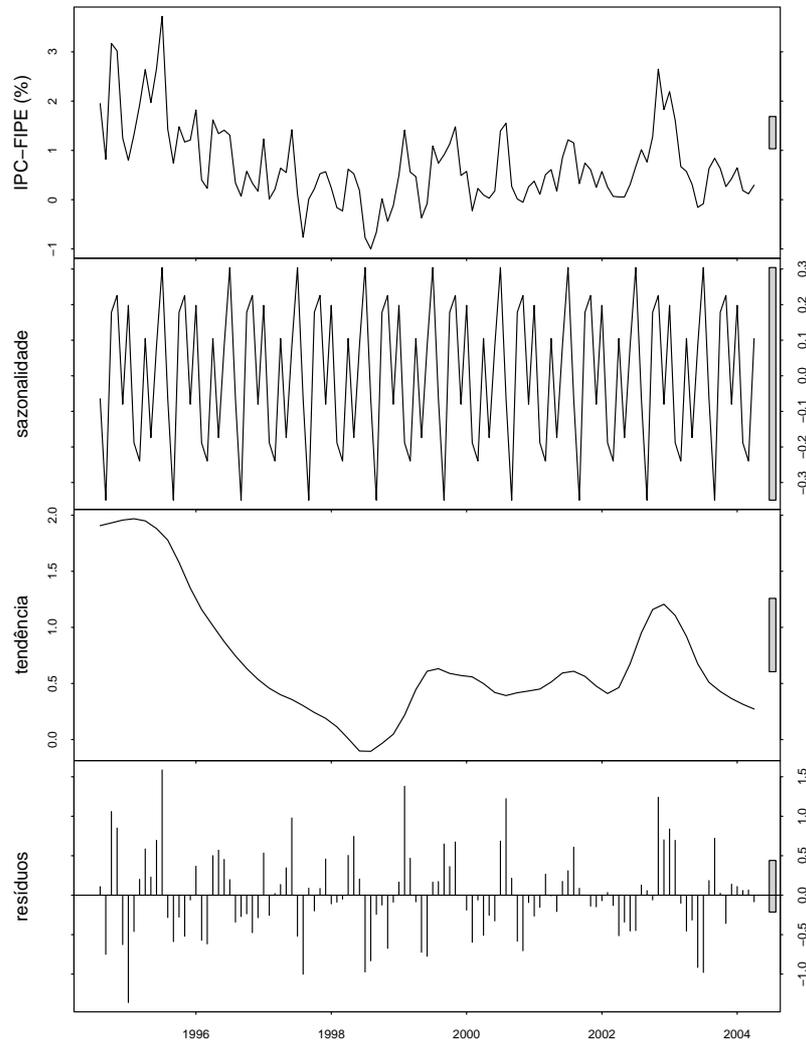
IGP-DI. As taxas de inflação medianas para as séries IPCA e IPC-FIPE foram 0.58% e 0.56%, respectivamente. Estas séries apresentam comportamento semelhante ao da série do IGP-DI quanto à tendência e sazonalidade, porém não apresentam picos tão elevados.

Figura 5.8. Decomposição da série do IPCA em componentes de sazonalidade, tendência e resíduos ao longo do tempo.



Os gráficos da decomposição STL para as séries IPCA e IPC-FIPE estão apresentados nas Figuras 5.8 e 5.9, respectivamente. Em ambas as séries notamos a presença de sazonalidade e, de forma semelhante à série IGP-DI, a tendência não apresenta comportamento uniforme para toda a série. Quanto aos resíduos, para ambas as séries,

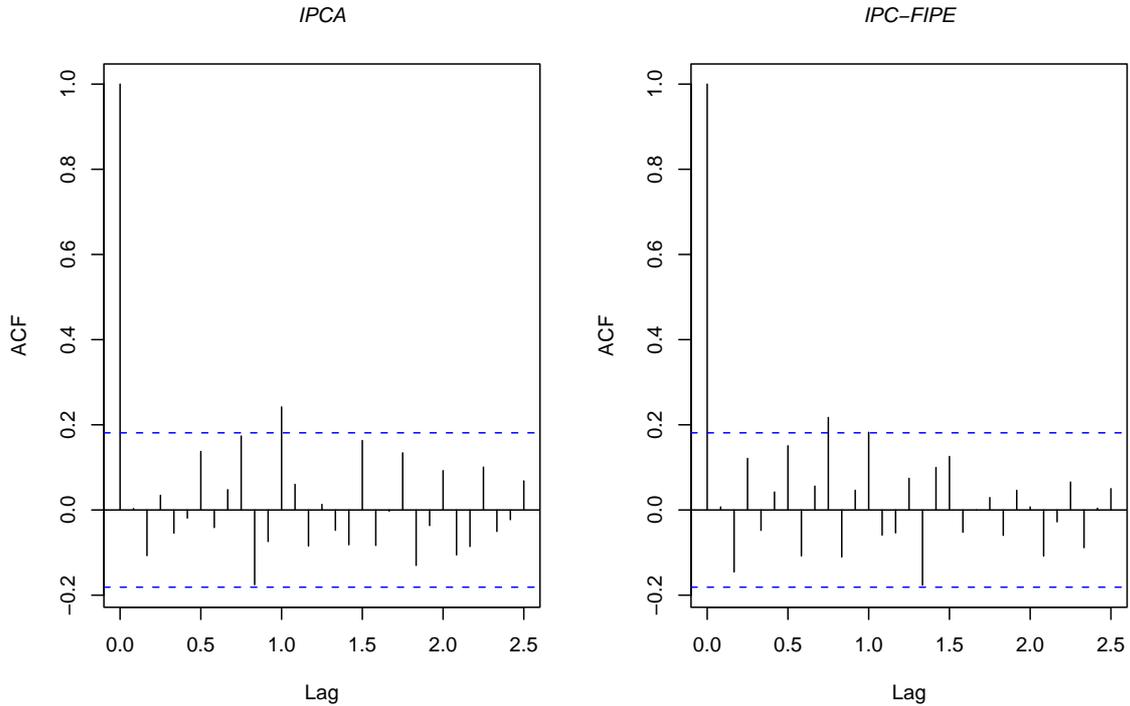
Figura 5.9. Decomposição da série do IPC-FIPE em componentes de sazonalidade, tendência e resíduos ao longo do tempo.



verificamos que estão bem comportados em torno de zero.

Assim como para a série do IGP-DI, a ordem de auto-regressão selecionada através da minimização do critério BIC para as séries do IPCA e IPC-FIPE foi $p = 1$, com valores do critério iguais a 155.97 e 229.10, respectivamente. Na Figura 5.10 estão apresentadas as funções de autocorrelação estimadas para as duas séries residuais; séries IPCA e IPC-FIPE, modelo AR(1). Em ambos os gráficos, notamos a presença de apenas uma autocorrelação estimada fora dos limites de 95% de confiança. O teste Ljung-Box não rejeita a hipótese nula de não-correlação serial dos resíduos ao nível de significância de 5%; p -valores 0.0837 e 0.1581, para as séries residuais do IPCA e IPC-FIPE, res-

Figura 5.10. Função estimada de autocorrelação residual do modelo AR(1): IPCA e IPC-FIPE.



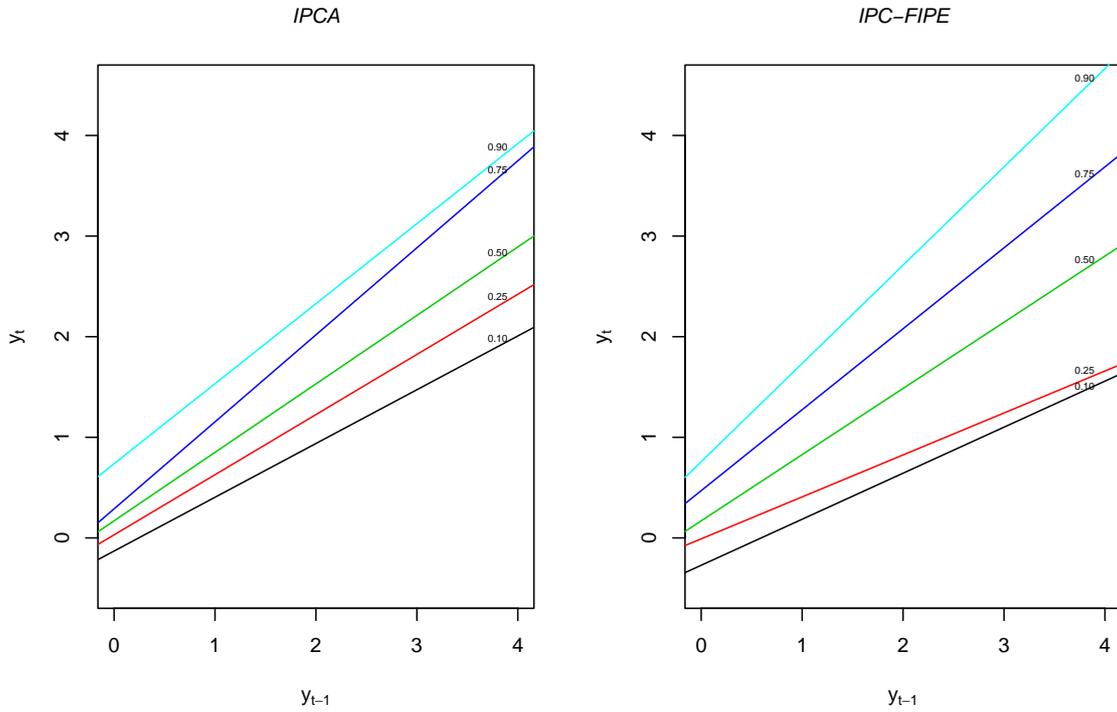
pectivamente. Isto sugere a boa especificação do modelo AR(1). Em tal modelo, os coeficientes auto-regressivos estimados por MV foram 0.756, para a série do IPCA, e 0.661, para a série do IPC-FIPE. Em seguida, analisamos as dinâmicas destas séries através da representação de auto-regressões quantílicas, sendo os modelos estimados para os quantis condicionais 0.10, 0.25, 0.50, 0.75 e 0.90. Os coeficientes auto-regressivos estimados com o modelo QAR(1) para estas séries encontram-se na Tabela 5.6; os erros-padrão estão entre parênteses.

Similarmente ao verificado para o IGP-DI, podemos observar, através dos valores estimados dos coeficientes auto-regressivos para os diferentes quantis condicionais (Tabela 5.6), que ambas as séries, IPCA e IPC-FIPE, apresentam distribuições condicionais distintas. Destacamos que, tanto na série do IPCA quanto na do IPC-FIPE, os coeficientes estimados $\hat{\alpha}_1(\tau)$ nos quantis mais baixos são relativamente pequenos. Por outro lado, para a série do IPC-FIPE, os coeficientes estimados $\hat{\alpha}_1(\tau)$ para os quantis mais elevados se aproximam da unidade; para $\tau = 0.90$ o valor estimado foi 0.977. Já para a série do IPCA, o maior valor estimado do parâmetro auto-regressivo $\alpha_1(\tau)$ foi 0.865 obtido para o quantil condicional $\tau = 0.75$. Observando as inclinações dos ajustes lineares dos quantis de auto-regressão, Figura 5.11, vemos que, para as séries do IPCA e do IPC-FIPE, com o aumento das taxas de inflação há um aumento na dispersão. Para ambas as séries, as

Tabela 5.6. Estimativas dos quantis condicionais do modelo de auto-regressão quantílica: IPCA e IPC-FIPE.

Parâmetro	Quantil				
	0.10	0.25	0.50	0.75	0.90
IPCA					
$\alpha_0(\tau)$	-0.131 (0.119)	0.030 (0.158)	0.170 (0.197)	0.289 (0.157)	0.737 (0.128)
$\alpha_1(\tau)$	0.534 (0.132)	0.598 (0.166)	0.681 (0.196)	0.865 (0.162)	0.795 (0.130)
IPC-FIPE					
$\alpha_0(\tau)$	-0.272 (0.109)	-0.010 (0.144)	0.170 (0.179)	0.470 (0.149)	0.757 (0.119)
$\alpha_1(\tau)$	0.458 (0.116)	0.417 (0.156)	0.658 (0.188)	0.805 (0.172)	0.977 (0.155)

Figura 5.11. Quantis condicionais estimados do modelo de auto-regressão quantílica: IPCA e IPC-FIPE.



diferenças nos erros-padrão nos diferentes quantis condicionais são irrelevantes.

Nas Figuras 5.12 e 5.13 estão apresentadas, de modo evolutivo, as estimativas dos coeficientes auto-regressivos, $\hat{\alpha}_0(\tau)$ e $\hat{\alpha}_1(\tau)$, fornecidas pelo modelo QAR(1) para as séries do IPCA e do IPC-FIPE. Para ambas as séries, nas estimativas do intercepto nós observamos tendência crescente à medida que evoluímos para a cauda superior da distribuição condicional. Nas estimativas do coeficiente auto-regressivo $\hat{\alpha}_1(\tau)$ observamos

Figura 5.12. Coeficientes auto-regressivos estimados por auto-regressão quantílica: IPCA.

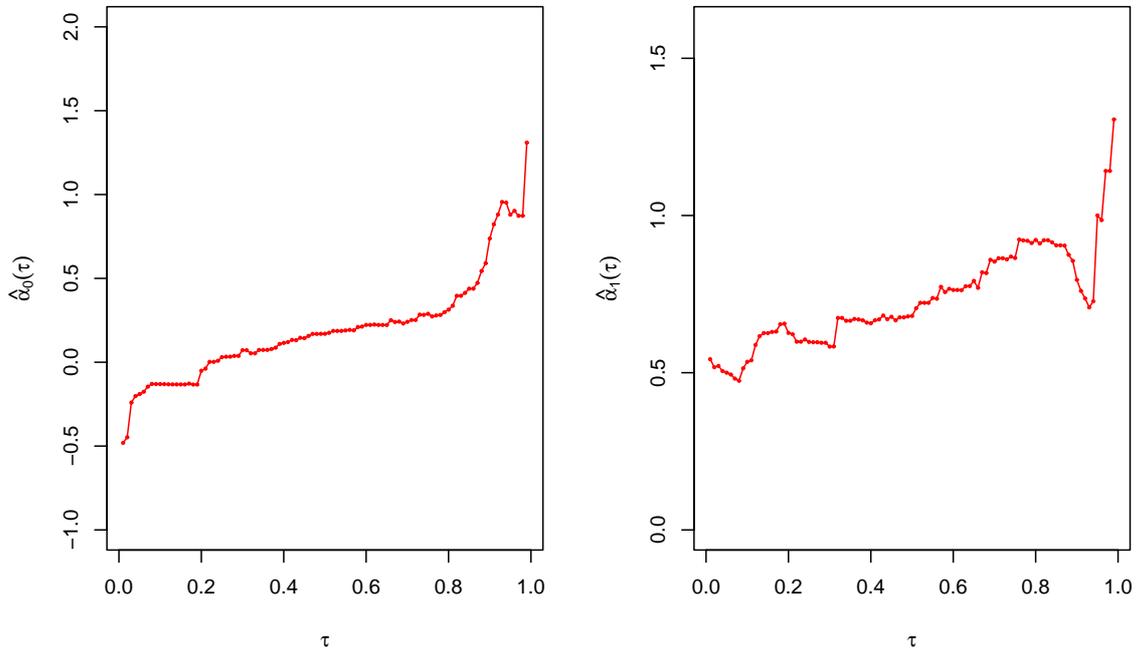
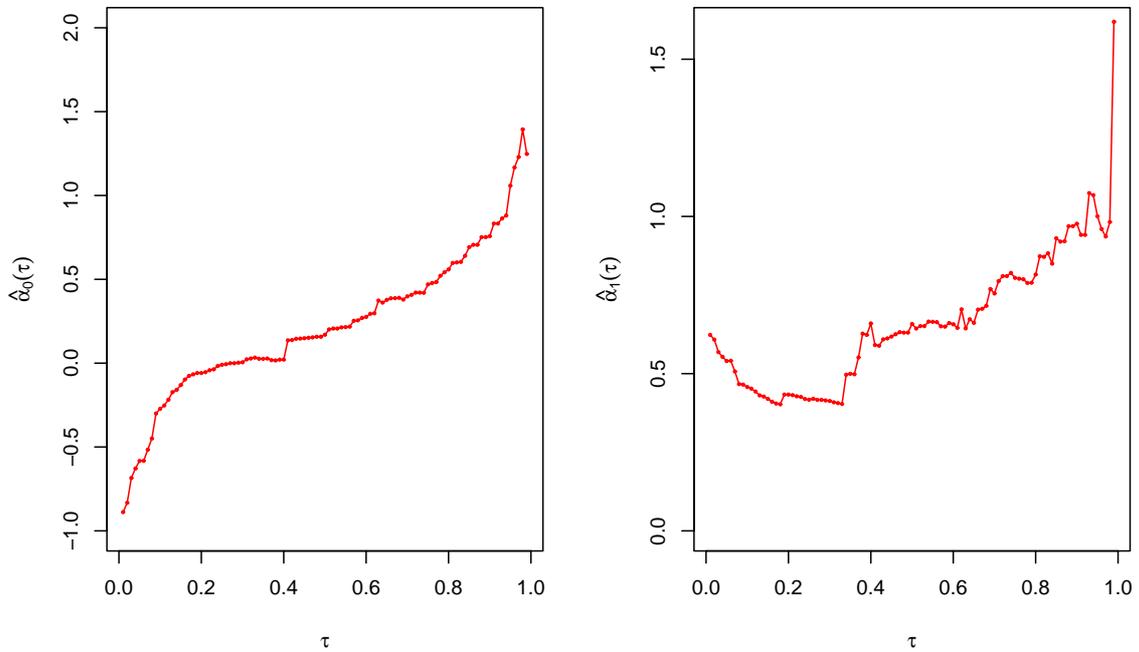


Figura 5.13. Coeficientes auto-regressivos estimados por auto-regressão quantílica: IPC-FIPE.



que para os quantis condicionais mais baixos os coeficientes auto-regressivos estimados apresentam valores baixos. Porém, em alguns quantis altos observamos que os valores estimados ultrapassam a unidade, revelando comportamento explosivo. Como na série do IGP-DI, entretanto, a maioria dos valores estimados é inferior à unidade, sugerindo estacionariedade global das séries do IPCA e do IPC-FIPE. De modo geral, confirmando os resultados obtidos com a série do IGP-DI, observamos que a taxa de inflação brasileira apresenta comportamento estacionário, mesmo apresentando elevado grau de persistência nos quantis condicionais mais elevados. Estas observações nos levam a concluir que o comportamento do processo inflacionário brasileiro durante períodos de baixa inflação é marcadamente distinto do comportamento durante períodos de alta inflação.

5.4. Testes de raiz unitária

A investigação da presença de uma raiz unitária em séries de taxa de inflação tem sido objeto de muitos trabalhos econométricos. Nesta seção, nós examinamos a presença de raiz unitária nas séries da taxa de inflação brasileira medida pelo IGP-DI, pelo IPCA e pelo IPC-FIPE.

Primeiro, aplicamos o teste de raiz unitária ADF convencional a estas séries. Na seleção do número de lags k para ajuste do modelo de regressão ADF apresentado na Seção 4.1 foi utilizado o enfoque de minimização do *Akaike Information Criterion* (AIC). Agiakloglou e Newbold (1996) recomendam o uso do critério AIC para seleção do número de defasagens em testes de raiz unitária do tipo ADF. As regressões ADF foram ajustadas com k variando de 1 a 10. Para as séries do IGP-DI e do IPCA a defasagem selecionada foi $k = 1$, conduzindo, respectivamente, aos valores 254.74 e 121.57 para o AIC. Ao nível de 5% de significância, o teste ADF tradicional, com $k = 1$, rejeita a hipótese de raiz unitária para estas duas séries, indicando p -valor menor que 0.0100 para a série do IGP-DI e 0.0109 para a série do IPCA. Estes resultados nos levam à conclusão que o processo inflacionário brasileiro pós-Plano Real não é um processo raiz unitária constante. Para a série do IPC-FIPE, cujo AIC apontou menor valor, 178.43, para $k = 2$, a hipótese de raiz unitária também é rejeitada ao nível de 5%; p -valor de 0.0188.

Com a finalidade de estudar o comportamento dinâmico da inflação brasileira ao longo de sua distribuição condicional, nós reexaminamos as séries do IGP-DI, do IPCA e do IPC-FIPE usando o teste de raiz unitária baseado em representações QAR. O teste foi realizado para 19 quantis condicionais da taxa de inflação igualmente espaçados em $[0.05, 0.95]$. Os valores críticos foram obtidos por bootstrap. O número de amostras bootstrap foi 1000. Os resultados estão apresentados nas Tabelas 5.4, 5.5 e 5.6. A

Tabela 5.4. Teste de raiz unitária baseado em processo QAR: IGP-DI.

Quantil	$\hat{\alpha}_1(\tau)$	$U_n(\tau)$	Valor crítico	
			5%	95%
0.05	0.242	-88.72	-39.00	8.60
0.10	0.363	-74.48	-28.73	2.71
0.15	0.303	-81.52	-21.65	1.99
0.20	0.323	-79.24	-19.66	1.70
0.25	0.388	-71.56	-18.75	1.27
0.30	0.413	-68.63	-16.91	1.35
0.35	0.402	-69.85	-16.27	1.20
0.40	0.448	-64.60	-14.48	1.01
0.45	0.507	-57.69	-14.31	1.12
0.50	0.505	-57.93	-14.13	1.09
0.55	0.601	-46.62	-14.34	1.27
0.60	0.543	-53.46	-14.34	1.31
0.65	0.616	-44.92	-14.20	1.40
0.70	0.661	-39.65	-15.10	1.41
0.75	0.741	-30.28	-15.88	1.66
0.80	0.807	-22.59	-17.90	1.96
0.85	0.773	-26.55	-19.58	2.20
0.90	0.781	-25.58	-24.51	3.95
0.95	1.141	16.53	-33.16	6.43

segunda coluna de cada uma destas tabelas apresenta o coeficiente auto-regressivo estimado, $\hat{\alpha}_1(\tau)$, através da regressão ADF para cada quantil considerado. Através destas estimativas, verificamos que, para as três séries analisadas, existe assimetria no padrão de persistência. De modo geral, para as três séries, $\hat{\alpha}_1(\tau)$ é incrementado quando passamos dos quantis mais baixos para os quantis mais altos. Esta característica é menos evidente para a série do IPCA. Note que, para as três séries analisadas, são poucos os quantis que apresentaram coeficiente estimado próximo da unidade. Na terceira coluna das Tabelas 5.4, 5.5 e 5.6 estão apresentados os valores da estatística $U_n(\tau)$ para as séries IGP-DI, IPCA e IPC-FIPE, respectivamente. Dada a possibilidade das séries apresentarem comportamento localmente estacionário ou localmente explosivo, nós realizamos testes contra as hipóteses alternativas de estacionariedade e de explosividade. A quarta e a quinta coluna destas tabelas apresentam os quantis 5% e 95% (valores críticos gerados via bootstrap) da distribuição nula de $U_n(\tau)$ obtidos sob a hipótese nula de raiz unitária usando o procedimento de reamostragem descrito na Seção 4.2.1.

Através do teste de raiz unitária baseado em representações QAR, para a série do

Tabela 5.5. Teste de raiz unitária baseado em processo QAR: IPCA.

Quantil	$\hat{\alpha}_1(\tau)$	$U_n(\tau)$	Valor crítico	
			5%	95%
0.05	0.515	-56.73	-28.19	6.46
0.10	0.458	-63.39	-21.12	3.77
0.15	0.424	-67.43	-17.57	2.33
0.20	0.483	-60.50	-16.83	2.05
0.25	0.475	-61.41	-16.72	1.52
0.30	0.560	-51.53	-17.25	1.51
0.35	0.592	-47.70	-17.06	0.95
0.40	0.620	-44.43	-15.56	1.06
0.45	0.639	-42.27	-15.13	1.24
0.50	0.629	-43.37	-15.65	1.20
0.55	0.637	-42.46	-16.04	1.22
0.60	0.717	-33.14	-16.32	1.24
0.65	0.687	-36.67	-15.87	1.15
0.70	0.710	-33.95	-16.28	1.09
0.75	0.714	-33.48	-17.82	1.35
0.80	0.789	-24.72	-19.96	1.85
0.85	0.839	-18.84*	-25.82	2.74
0.90	0.742	-30.13*	-32.76	4.75
0.95	0.591	-47.83	-42.79	7.21

(*) indica não-rejeição de \mathcal{H}_0 .

IGP-DI, Tabela 5.4, a hipótese de raiz unitária é rejeitada, ao nível de 5% de significância, para todos os quantis condicionais considerados. Porém, vale salientar que no quantil $\tau = 0.95$ a hipótese nula é rejeitada contra a hipótese alternativa de raiz explosiva. Assim, concluímos que neste quantil a série do IGP-DI exhibe comportamento explosivo. Para as séries do IPCA e do IPC-FIPE, Tabelas 5.5 e 5.6, a hipótese de raiz unitária não é rejeitada apenas para o grupo de quantis $\{0.85, 0.90\}$ e $\{0.80, 0.85, 0.90\}$, respectivamente, sugerindo que estas séries exibem uma raiz unitária nos quantis condicionais mais altos. No entanto, para as três séries da taxa de inflação brasileira, a hipótese de raiz unitária é rejeitada para a maioria dos quantis considerados. Estas considerações nos levam a concluir que a dinâmica inflacionária brasileira após a implementação do Plano Real não apresenta comportamento uniforme ao longo dos diferentes quantis condicionais do processo inflacionário. Em particular, a dinâmica inflacionária brasileira é globalmente estacionária, apesar do comportamento não-estacionário evidente na cauda superior da distribuição condicional. Esta importante característica da dinâmica infla-

Tabela 5.6. Teste de raiz unitária baseado em processo QAR: IPC-FIPE.

Quantil	$\hat{\alpha}_1(\tau)$	$U_n(\tau)$	Valor crítico	
			5%	95%
0.05	0.465	-62.59	-39.55	8.38
0.10	0.458	-63.46	-35.55	4.46
0.15	0.399	-70.32	-34.46	3.63
0.20	0.384	-72.11	-32.59	2.59
0.25	0.368	-74.00	-28.02	2.05
0.30	0.403	-69.84	-27.53	2.13
0.35	0.447	-64.68	-25.87	1.44
0.40	0.647	-41.29	-23.77	1.21
0.45	0.598	-47.02	-23.24	1.18
0.50	0.592	-47.78	-22.39	1.40
0.55	0.556	-51.91	-21.62	1.43
0.60	0.590	-47.98	-21.38	1.41
0.65	0.655	-40.38	-22.93	1.93
0.70	0.669	-38.73	-23.15	2.39
0.75	0.774	-26.39	-26.20	2.79
0.80	0.823	-20.66*	-28.34	3.10
0.85	0.950	-5.86*	-29.28	3.79
0.90	1.032	3.76*	-30.70	5.91
0.95	1.115	13.47	-33.03	8.49

(*) indica não-rejeição de \mathcal{H}_0 .

cionária brasileira não foi identificada pelos trabalhos até então publicados.

Capítulo 6

Dinâmicas inflacionárias de outros países

Com a finalidade de comparar os resultados obtidos para a dinâmica inflacionária brasileira pós-Plano Real com aqueles evidenciados por outras economias, nós analisaremos neste capítulo os comportamentos dinâmicos da inflação em outros países. Os dois países escolhidos são Argentina e Chile. Para análise da dinâmica inflacionária argentina, nós utilizamos a série envolvendo o período que se estende de janeiro de 1992 a março de 2004, composta de 147 variações mensais do Índice de Preços ao Consumidor (IPC) fornecidas pelo Instituto Nacional de Estadística y Censos de la República Argentina. A fonte dos dados é <http://www.indec.mecon.ar>. Na análise da dinâmica inflacionária do Chile nós consideramos a série do IPC mensal calculado pelo Instituto Nacional de Estadística referente ao período que se estende de janeiro de 1990 a julho de 2004, composta por 175 taxas mensais de inflação, disponível em <http://www.ine.cl>. Os dados referentes às séries da taxa de inflação de ambos os países podem ser vistos no Apêndice A.

6.1. O caso da Argentina

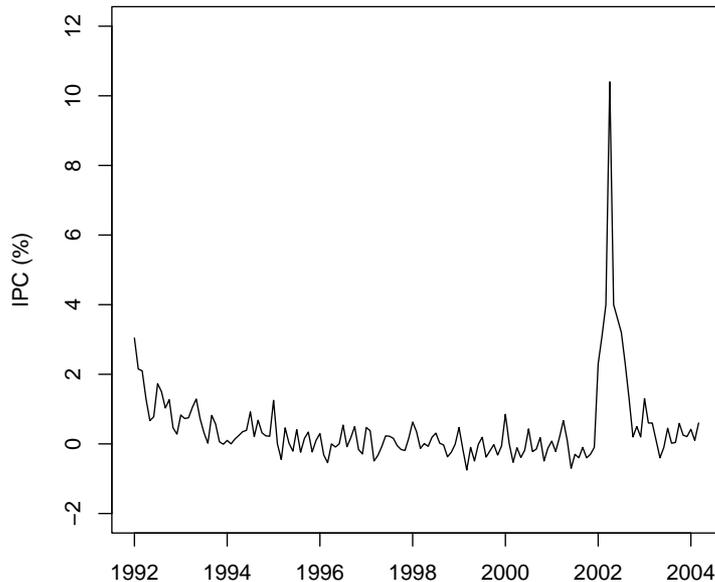
Durante as últimas décadas, a Argentina apresentou períodos de alta inflação seguidos por políticas de estabilização com resultados nem sempre satisfatórios. Em meados da década de 80, para debelar a hiperinflação, consequência da dissolução da ditadura militar ocorrida em 1983, o então presidente Raúl Alfonsín implementou no país o Plano Austral. Este plano, implementado cinco meses antes da adoção do Plano Cruzado no Brasil, consistia na redução dos gastos do governo, suspensão da emissão de dinheiro, aumento de impostos e congelamento de preços, salários e tarifas públicas. A nova moeda instalada com o plano de choque, o Austral, controlou a crise por nove meses, porém, posteriormente, provocou desemprego, diminuiu o poder aquisitivo dos trabalhadores, e logo a inflação ressurgiu. Em 1988, foi implementado o Plano Primavera, que consistia de providências semelhantes às aplicadas durante o Plano Austral, mas este também fracassou. No mês de agosto deste ano a Argentina registrou a maior variação mensal do ano: 27.6%. No ano seguinte, juntamente com a contínua depreciação da moeda local, a Argentina experimentou a hiperinflação com taxas que atingiram 114.4% e 196.6% em junho e julho, respectivamente.

Em 1991, com a implementação do plano “Plano de Convertibilidad”, a inflação

argentina despencou rapidamente, sendo a taxa de câmbio fixa, que foi mantida inalterada por mais de uma década, a principal âncora para manter os preços estáveis. Na década de 90 a inflação argentina manteve-se em queda, chegando-se mesmo à deflação. A economia argentina prosperou até 1995, quando o país entrou em recessão, reflexo da crise econômica mexicana conhecida como Efeito Tequila. Desde então, o país, afetado por outras crises, passa por forte recessão econômica. Com o final do câmbio fixo no início de 2002 e com a desvalorização da moeda local, os preços dispararam até meados do ano quando se estabilizaram e a inflação voltou a patamares alcançados antes.

Na Figura 6.1 encontra-se apresentada a série do IPC da Argentina. De modo geral, notamos que a taxa de inflação argentina mostra-se estável com uma tendência decrescente até o início de 1994. Observa-se um curto período de altas taxas de inflação, ocorrido na primeira metade de 2002, com valor máximo 10.4% em abril; a partir de então o processo inflacionário argentino retorna rapidamente ao patamar prévio. Assim como foi observado no processo inflacionário brasileiro, a série do IPC argentino apresenta indícios de comportamento estacionário. A média amostral desta série é de 0.45%, com desvio-padrão 1.19%.

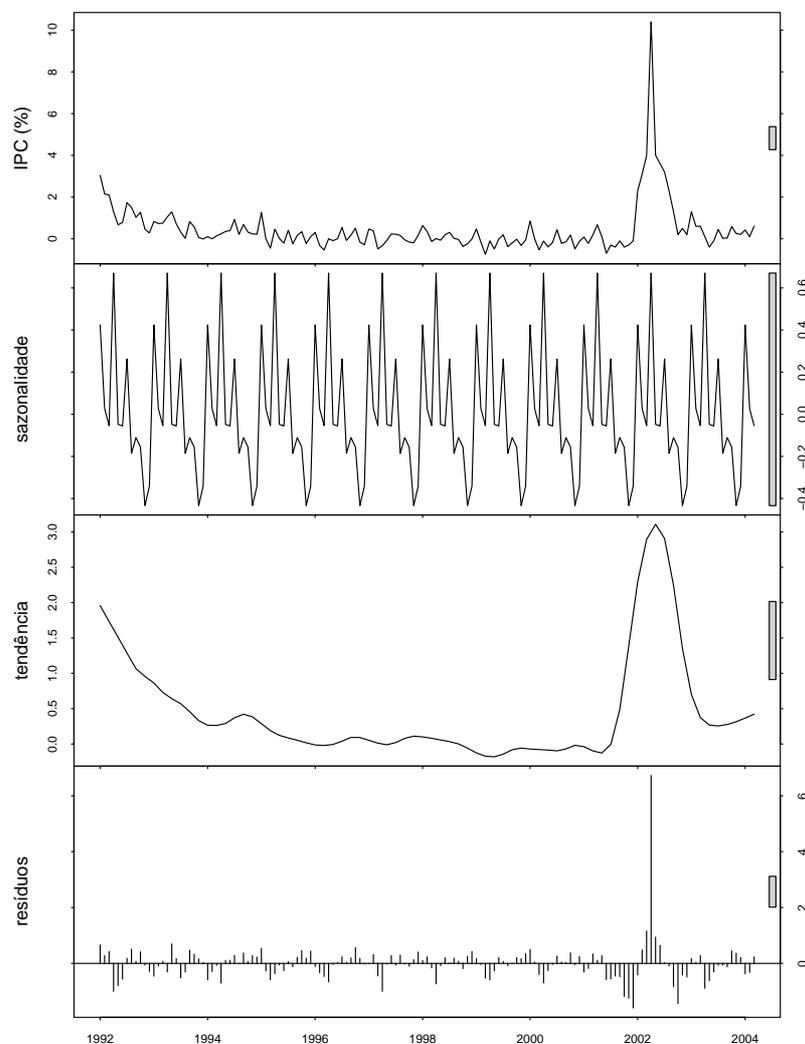
Figura 6.1. Inflação na Argentina de acordo com o IPC, janeiro de 1992 a março de 2004.



Na Figura 6.2 estão apresentados gráficos da decomposição STL para a série IPC argentino. Notamos a presença de sazonalidade e, quanto à tendência, o comportamento não é uniforme para todo o período analisado. Quanto aos resíduos, verificamos que

estão bem comportados em torno de zero, com um pico referente ao mês de abril de 2002, quando a inflação argentina atingiu o maior valor no período analisado.

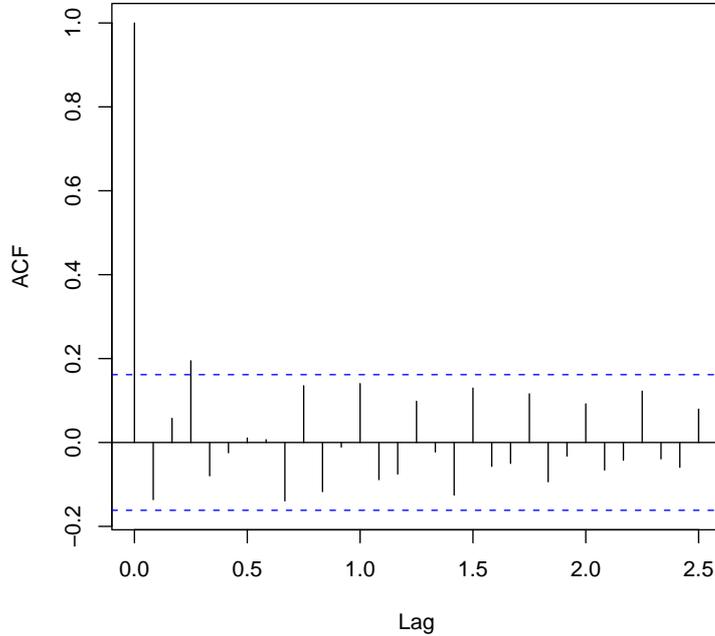
Figura 6.2. Decomposição da série do IPC argentino em componentes de sazonalidade, tendência e resíduos ao longo do tempo.



Através do critério BIC, a ordem de auto-regressão selecionada para a série da taxa de inflação argentina foi $p = 1$, para a qual o critério assumiu valor 378.13. As autocorrelações residuais estimadas a partir do modelo AR(1) estão dispostas na Figura 6.3. Verificamos que apenas uma autocorrelação estimada se encontra fora dos limites do intervalo de confiança assintótico de 95%. Realizamos o teste Ljung-Box e não rejeitamos a hipótese nula de não-correlação serial dos resíduos ao nível de 5% de significância;

p -valor de 0.0536. Estas considerações sugerem que o modelo AR(1) é apropriado para representar a série do IPC da Argentina.

Figura 6.3. Função estimada de autocorrelação residual do modelo AR(1): IPC/Argentina.



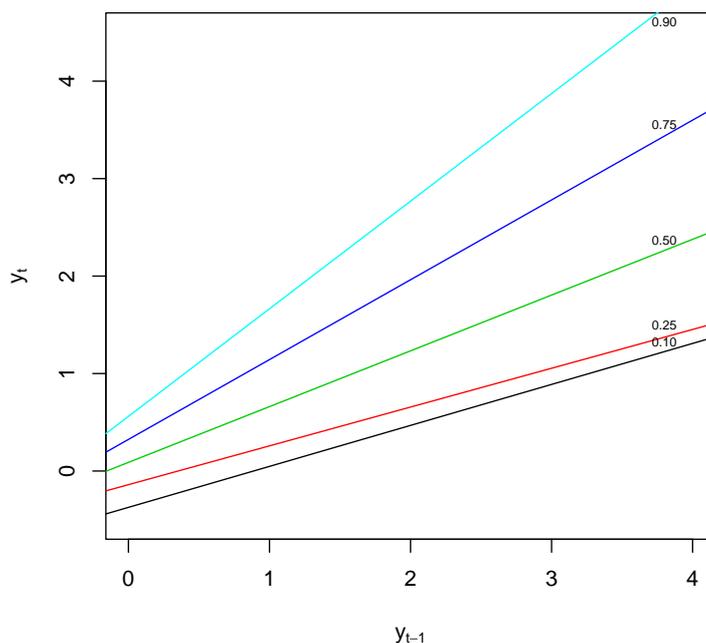
O modelo AR(1) ajustado para a taxa de inflação da Argentina forneceu estimativa de MV do coeficiente auto-regressivo igual a 0.710. Na Tabela 6.1 apresentamos os coeficientes de auto-regressão quantílica estimados, $\hat{\alpha}_0(\tau)$ e $\hat{\alpha}_1(\tau)$, para os quantis condicionais 0.10, 0.25, 0.50, 0.75 e 0.90 fornecidos pelo modelo QAR(1); os erros-padrão encontram-se entre parênteses. Notamos que as estimativas do coeficiente auto-regressivo $\hat{\alpha}_1(\tau)$ têm valores distintos nos diferentes quantis da taxa de inflação argentina considerados, sendo as estimativas menores para os quantis condicionais inferiores. Para o quantil $\tau = 0.90$, a estimativa fornecida pelo modelo QAR(1) para este coeficiente foi 1.104, havendo assim indícios de comportamento explosivo. Os erros-padrão são maiores para os quantis mais elevados. O valor estimado para a mediana condicional foi inferior ao valor estimado para a média condicional (modelo AR tradicional): 0.572 e 0.710, respectivamente. As retas dos ajustes lineares dos quantis de auto-regressão podem ser vistas na Figura 6.4, onde notamos maiores inclinações para os quantis superiores.

A Figura 6.5 mostra a evolução das estimativas dos coeficientes auto-regressivos, $\alpha_0(\tau)$ e $\alpha_1(\tau)$, fornecidas pelo modelo QAR(1) para 99 quantis condicionais igualmente espaçados em $[0.01, 0.99]$ para a série do IPC da Argentina. Assim como para a taxa de inflação brasileira, nós observamos uma tendência crescente nas estimativas do inter-

Tabela 6.1. Estimativas dos quantis condicionais do modelo QAR(1): IPC/Argentina.

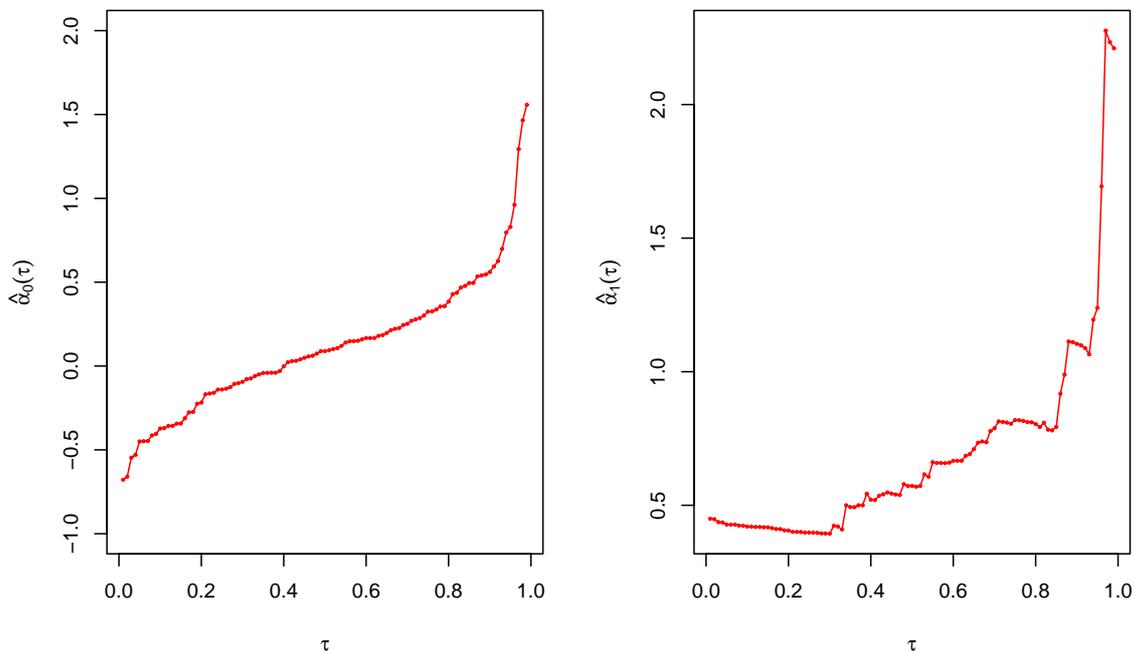
Parâmetro	Quantil				
	0.10	0.25	0.50	0.75	0.90
$\alpha_0(\tau)$	-0.373 (0.070)	-0.140 (0.093)	0.088 (0.123)	0.324 (0.101)	0.560 (0.078)
$\alpha_1(\tau)$	0.420 (0.067)	0.398 (0.093)	0.572 (0.222)	0.819 (0.175)	1.104 (0.214)

Figura 6.4. Quantis condicionais estimados do modelo de auto-regressão quantílica: IPC/Argentina.



cepto com o aumento do quantil condicional. Para o coeficiente auto-regressivo $\alpha_1(\tau)$, observamos nos quantis condicionais mais baixos que os valores estimados são baixos, indicando forte tendência de reversão à média. A partir do quantil $\tau = 0.88$, os valores estimados $\hat{\alpha}_1(\tau)$ ultrapassam a unidade, revelando comportamento explosivo; para os quantis $\tau = 0.97, 0.98$ e 0.99 as estimativas ultrapassam duas unidades. Todavia, a maioria dos valores estimados é inferior à unidade, havendo assim indícios de comportamento global estacionário no processo inflacionário argentino. O processo inflacionário da Argentina, como o brasileiro, apresenta comportamento não-uniforme ao longo da distribuição condicional. Com os resultados apresentados até este ponto, fica claro que o padrão da dinâmica inflacionária argentina depende da localização da taxa de inflação nesta distribuição condicional.

Figura 6.5. Coeficientes auto-regressivos estimados por auto-regressão quantílica: IPC/Argentina.



Nós investigamos a presença de raiz unitária na série do IPC da Argentina, inicialmente usando o teste ADF tradicional. Utilizando o enfoque de minimização do AIC, a ordem selecionada para a regressão ADF foi $k = 3$, com valor do AIC igual a 344.11. Neste caso, o teste ADF tradicional rejeita a hipótese de raiz unitária na série IPC da Argentina ao nível de 5% de significância; p -valor < 0.0100 . Este resultado indica que o processo inflacionário argentino não exibe comportamento raiz unitária constante. Examinamos também esta série usando o teste de raiz unitária baseado em métodos QAR para 19 quantis condicionais igualmente espaçados em $[0.05, 0.95]$ com os valores críticos obtidos com 1000 réplicas bootstrap. Os resultados encontram-se na Tabela 6.2. Através das estimativas do coeficiente $\alpha_1(\tau)$ da regressão ADF para cada quantil (segunda coluna), verificamos que a série exibe comportamento distinto nos diferentes quantis considerados. São poucos os quantis que apresentaram coeficiente estimado próximo da unidade. Através dos valores calculados da estatística $U_n(\tau)$ para a série do IPC argentino (terceira coluna) e dos valores críticos gerados a 5% de significância (quarta e quinta colunas) notamos que a hipótese de raiz unitária é rejeitada para todos os quantis condicionais considerados, exceto para $\tau = 0.80$. Como foi observado no processo inflacionário brasileiro, nós concluímos que o processo inflacionário da Argentina não exibe comportamento uniforme ao longo dos diferentes quantis condicionais da taxa

Tabela 6.2. Teste de raiz unitária baseado em processo QAR: IPC/Argentina.

Quantil	$\hat{\alpha}_1(\tau)$	$U_n(\tau)$	Valor crítico	
			5%	95%
0.05	0.375	-91.81	-44.23	9.48
0.10	0.422	-84.99	-24.63	4.18
0.15	0.489	-75.10	-16.62	2.71
0.20	0.564	-64.03	-15.30	2.47
0.25	0.547	-66.63	-15.56	2.47
0.30	0.528	-69.36	-14.77	2.68
0.35	0.519	-70.66	-14.04	2.20
0.40	0.530	-69.13	-13.16	1.83
0.45	0.498	-73.74	-12.36	1.86
0.50	0.572	-62.89	-11.98	1.79
0.55	0.585	-61.00	-11.35	1.94
0.60	0.652	-51.20	-10.78	1.72
0.65	0.692	-45.32	-10.98	1.51
0.70	0.711	-42.49	-12.12	1.76
0.75	0.700	-44.12	-12.79	1.69
0.80	0.915	-12.48*	-14.64	2.31
0.85	1.036	5.25	-17.19	2.68
0.90	1.090	13.24	-24.61	3.37
0.95	2.070	157.26	-55.10	9.26

(*) indica não-rejeição de \mathcal{H}_0 .

de inflação, apresentando dinâmica globalmente estacionária.

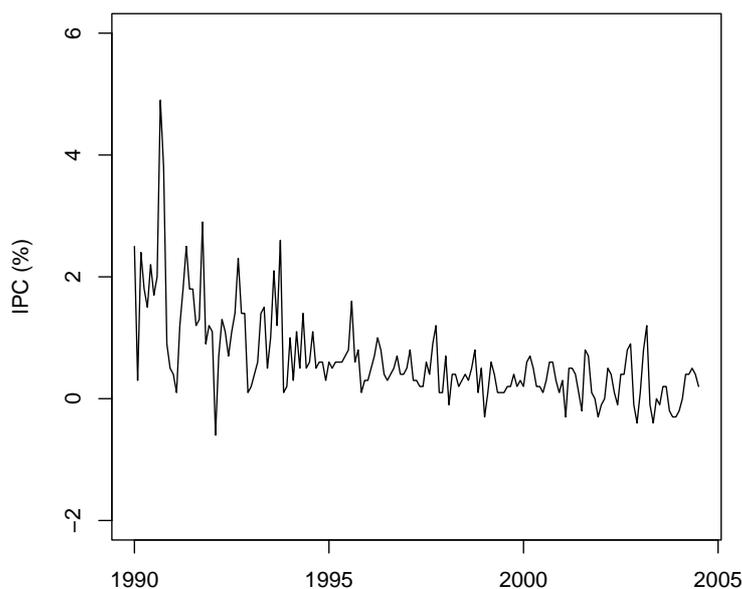
6.2. O caso do Chile

Alguns aspectos econômicos ocorridos no Chile tornaram este país muito interessante para especialistas de todo o mundo. A partir de meados da década de 70, durante o regime ditatorial tendo à frente o general Augusto Pinochet, a economia chilena se transformou profundamente. O Chile passou por uma reforma tributária radical e por uma profunda reforma financeira, dentre outras mudanças que envolveram a maioria das áreas econômicas do país.

Uma das conquistas mais importantes ocorridas na economia chilena nas últimas décadas foi a eliminação da inflação crônica. Desde 1980 a inflação não é um problema sério para o país. Há vários anos a taxa de inflação mensal chilena tem permanecido, de forma sustentada, em valores inferiores à unidade. Até alcançar tal estabilização, o Chile

passou por três planos anti-inflacionários distintos. O primeiro, aplicado no período de 1974 a 1977, consistiu de forte restrição da taxa de expansão monetária. Esta restrição ocorreu simultaneamente a uma política cujo objetivo era manter a taxa de câmbio real aproximadamente constante indexada pela inflação passada. O segundo plano, com vigência entre 1978 e 1982, apoiou-se no uso de uma taxa de câmbio pré-determinada como âncora, culminando na crise de 1982, quando se produziu a desvalorização da moeda local e o país enfrentou um período de recessão profunda. Por fim, o terceiro plano anti-inflacionário, aplicado em 1985, consistiu em fixar metas para taxas de juros. Esta política funcionou bem no período posterior à crise ocorrida nos anos 80. O maior salto para a recente estabilização do processo inflacionário do Chile se deu com a implementação de um regime de metas inflacionárias em 1990. Estas metas, anunciadas a cada ano, apresentam tendência decrescente ao longo do tempo fazendo com que as taxas anuais de inflação do Chile estejam próximas às de países desenvolvidos, entre 2% e 4%.

Figura 6.6. Inflação no Chile de acordo com o IPC, janeiro de 1990 a julho de 2004.



A série do IPC chileno analisada possui média amostral 0.65% e o menor desvio-padrão dentre os países analisados, 0.75%. As taxas de inflação mais altas foram 4.9% e 3.8%, observadas em setembro e outubro de 1990, respectivamente. A partir de então, a inflação chilena mensal não ultrapassou 3%. A série está apresentada na Figura 6.6. Diferentemente do processo inflacionário brasileiro, observamos uma ligeira tendência

decrecente com pequenas flutuações na taxa de inflação do Chile.

Na Figura 6.7 estão apresentados os gráficos da decomposição STL aplicada à série IPC do Chile. Do segundo gráfico pode-se comprovar a existência de sazonalidade estocástica, com picos ocorridos em setembro e outubro de cada ano. O terceiro gráfico mostra uma tendência estocástica decrescente quase uniforme para todo o período analisado com uma pequena reversão em 2004. O gráfico dos resíduos mostra que no início do período analisado, até pouco antes de 1995, os resíduos são maiores do que aqueles encontrados para os demais anos.

Figura 6.7. Decomposição da série do IPC chileno em componentes de sazonalidade, tendência e resíduos ao longo do tempo.

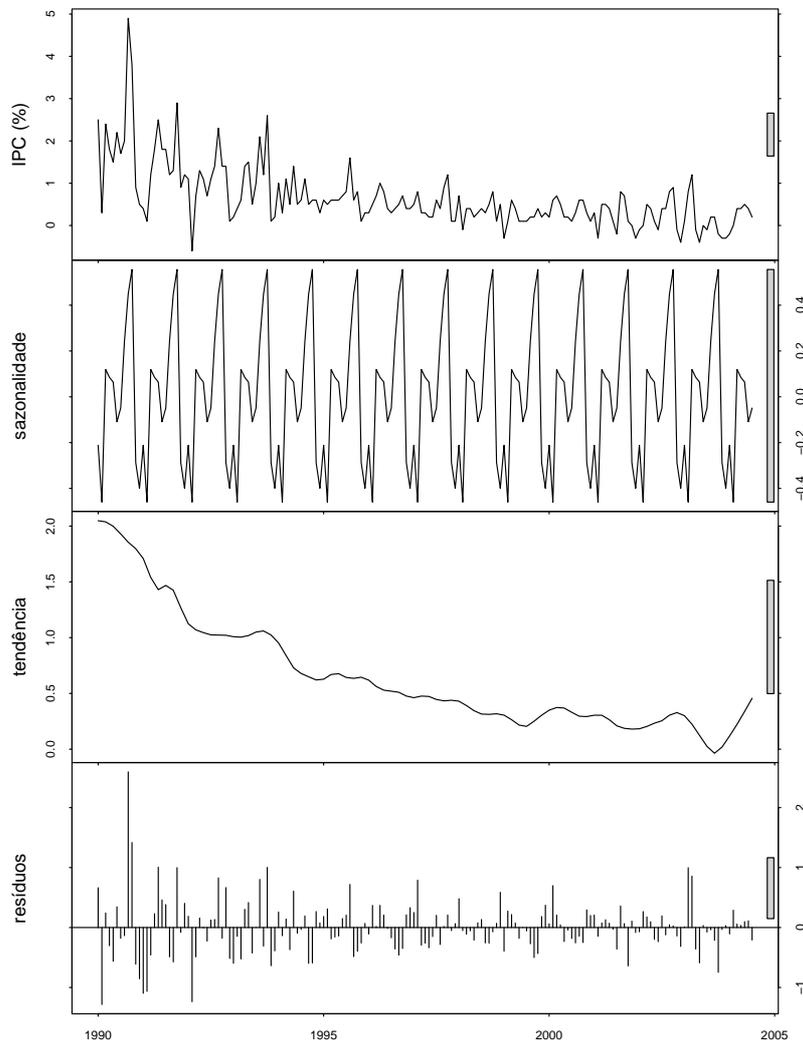
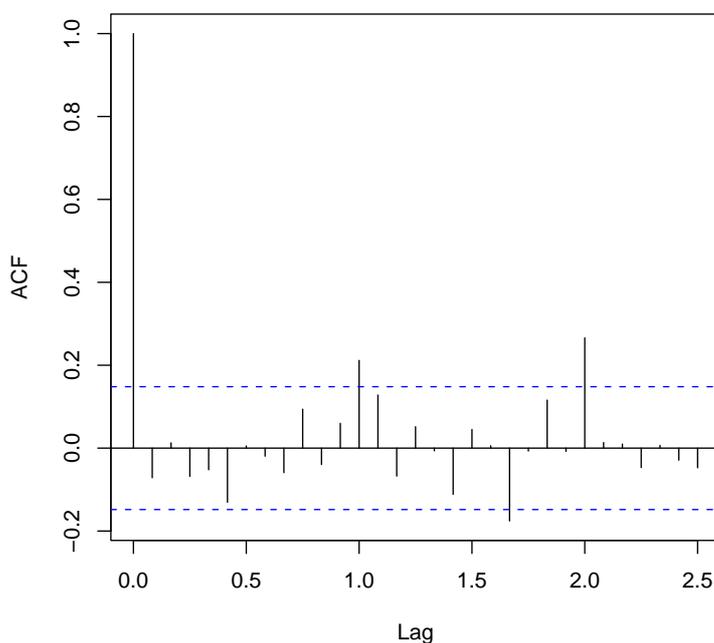


Figura 6.8. Função estimada de autocorrelação residual do modelo AR(5): IPC/Chile.

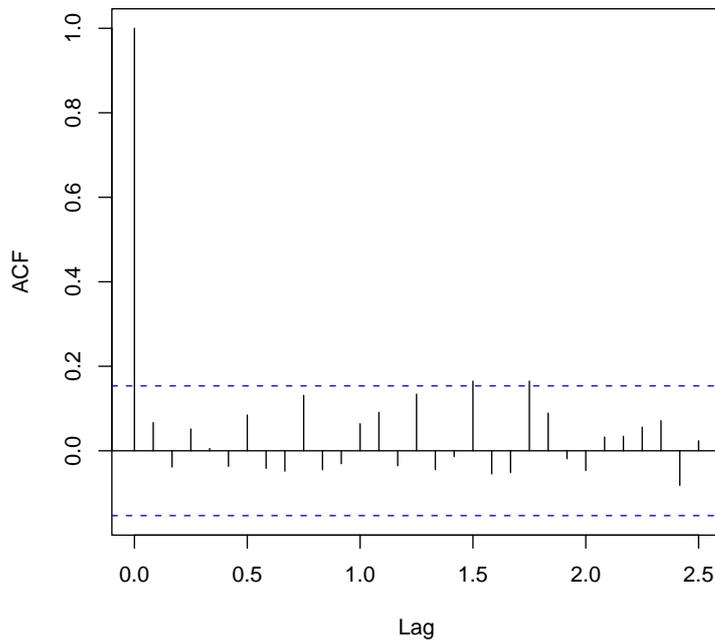


Na investigação do modelo adequado para representar a série do IPC do Chile, nós estimamos vários modelos auto-regressivos com p variando de 1 a 12. O valor ótimo de p foi selecionado usando o critério BIC. Diferentemente dos modelos ajustados para as séries da taxa de inflação dos outros dois países, o modelo selecionado para o IPC chileno foi AR(5), em que o modelo com $p = 5$ apresentou o valor 333.13 para o BIC. A função de autocorrelação residual estimada do modelo AR(5) está apresentada na Figura 6.8. Algumas das autocorrelações estimadas para a série residual fornecidas pelo modelo AR(5) encontram-se fora do intervalo assintótico de 95% de confiança, sugerindo, assim, que a auto-regressão selecionada não foi suficiente para filtrar toda a correlação serial dos resíduos. Notemos que duas destas estimativas são observadas nos lags 1 e 2 que correspondem, respectivamente, ao 12^o e ao 24^o meses, indicando haver sazonalidade na série. Realizamos o teste Ljung-Box para testar a hipótese nula de não-correlação da série residual e obtivemos p -valor igual a 0.0123; assim, rejeitamos a hipótese nula ao nível de 5% de significância. Desta forma, não parece adequado representar a série do IPC chileno através do modelo AR(5), fazendo-se, então, necessário usar alguma transformação na série a fim de obter uma melhor representação auto-regressiva. Optamos por remover a sazonalidade observada usando o operador diferença sazonal; em particular, tomamos $y_t - y_{t-12}$. Chamaremos esta nova série de IPC/Chile*.

Através da minimização do BIC, a ordem do auto-regressão selecionada para a série

IPC/Chile* foi $p = 12$, em que o critério assumiu valor 296.87. Na Figura 6.9 encontra-se a função de autocorrelação residual estimada do modelo AR(12) para esta nova série. Nesta figura podemos notar que a sazonalidade presente na série original não é observada para a série residual do modelo AR(12) ajustado para a série IPC/Chile*. Através do teste Ljung-Box, que forneceu p -valor igual a 0.4209 concluímos que não há correlação serial nos resíduos ao nível de 5% de significância. Desta forma, diferentemente do que aconteceu com o modelo AR(5) ajustado à série original, nós observamos que o modelo AR(12) parece adequado para representar a série IPC/Chile*.

Figura 6.9. Função estimada de autocorrelação residual do modelo AR(12): IPC/Chile*.



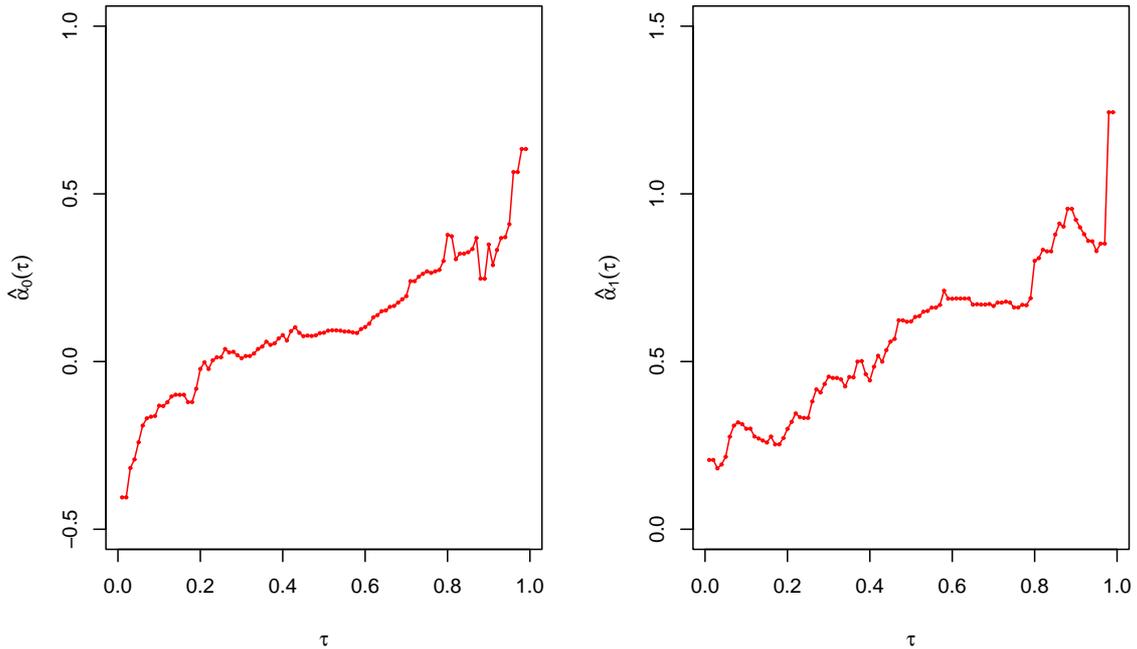
O modelo AR(12) ajustado para a série IPC/Chile* forneceu a estimativa para o coeficiente auto-regressivo α_1 igual a 0.160. Os valores estimados dos parâmetros do modelo auto-regressivo quantílico QAR(12) para os quantis condicionais 0.10, 0.25, 0.50, 0.75 e 0.90 estão apresentados na Tabela 6.3; entre parênteses encontram-se os erros-padrão correspondentes. Assim como para os demais países, o modelo auto-regressivo quantílico ajustado para a taxa de inflação do Chile apresenta estimativas distintas para os coeficientes auto-regressivos ao longo dos diferentes quantis condicionais considerados.

Para efeito de comparação com os demais países, na Figura 6.10 nós fornecemos apenas as estimativas do intercepto, $\hat{\alpha}_0(\tau)$, e do coeficiente auto-regressivo, $\hat{\alpha}_1(\tau)$, obtidas pelo modelo QAR(12) para 99 quantis condicionais igualmente espaçados em $[0.01, 0.99]$ a partir da série IPC/Chile*. Para o intercepto, nós observamos uma tendência crescente

Tabela 6.3. Estimativas dos quantis condicionais do modelo QAR(12): IPC/Chile*.

Parâmetro	Quantil				
	0.10	0.25	0.50	0.75	0.90
$\alpha_0(\tau)$	-0.651 (0.085)	-0.352 (0.106)	-0.083 (0.132)	0.159 (0.107)	0.361 (0.082)
$\alpha_1(\tau)$	0.049 (0.153)	0.089 (0.192)	0.043 (0.230)	0.127 (0.184)	0.113 (0.143)
$\alpha_2(\tau)$	0.352 (0.169)	0.137 (0.191)	-0.021 (0.219)	-0.013 (0.175)	-0.026 (0.138)
$\alpha_3(\tau)$	-0.156 (0.149)	-0.092 (0.183)	-0.001 (0.218)	-0.032 (0.175)	-0.116 (0.144)
$\alpha_4(\tau)$	-0.076 (0.135)	-0.014 (0.169)	-0.070 (0.205)	0.054 (0.166)	-0.133 (0.136)
$\alpha_5(\tau)$	0.265 (0.134)	0.177 (0.159)	0.032 (0.201)	0.124 (0.160)	0.086 (0.127)
$\alpha_6(\tau)$	0.052 (0.121)	-0.036 (0.160)	-0.030 (0.208)	-0.134 (0.194)	-0.152 (0.151)
$\alpha_7(\tau)$	-0.068 (0.121)	-0.018 (0.153)	0.092 (0.195)	0.043 (0.170)	-0.024 (0.149)
$\alpha_8(\tau)$	0.137 (0.132)	0.171 (0.168)	0.164 (0.204)	0.158 (0.172)	0.145 (0.139)
$\alpha_9(\tau)$	0.135 (0.123)	0.161 (0.157)	0.037 (0.208)	-0.055 (0.190)	-0.246 (0.175)
$\alpha_{10}(\tau)$	-0.057 (0.125)	-0.078 (0.155)	-0.020 (0.201)	-0.056 (0.165)	-0.167 (0.152)
$\alpha_{11}(\tau)$	0.125 (0.143)	0.060 (0.163)	0.063 (0.201)	0.177 (0.165)	0.216 (0.128)
$\alpha_{12}(\tau)$	-0.429 (0.113)	-0.354 (0.155)	-0.347 (0.205)	-0.418 (0.180)	-0.175 (0.136)

Figura 6.10. Coeficientes auto-regressivos estimados por auto-regressão quantílica: IPC/Chile*.



das estimativas com o aumento do quantil condicional. Nas estimativas do coeficiente auto-regressivo $\alpha_1(\tau)$, verificamos que a maioria dos valores são próximos de zero, dando indícios de comportamento de forte reversão à média, sendo a maior estimativa, 0.204,

Tabela 6.4. Teste de raiz unitária baseado em processo QAR: IPC/Chile.

Quantil	$\hat{\alpha}_1(\tau)$	$U_n(\tau)$	Valor crítico	
			5%	95%
0.05	0.115	-154.95	-77.20	17.09
0.10	0.213	-137.80	-58.09	7.06
0.15	0.438	-98.33	-44.96	4.87
0.20	0.483	-90.56	-37.74	3.56
0.25	0.441	-97.90	-33.45	2.88
0.30	0.598	-70.28	-27.90	2.59
0.35	0.575	-74.45	-24.19	2.33
0.40	0.617	-66.94	-22.45	2.25
0.45	0.674	-57.03	-21.93	2.22
0.50	0.733	-46.72	-22.15	1.95
0.55	0.782	-38.18	-21.13	2.04
0.60	0.753	-43.23	-21.59	1.95
0.65	0.732	-46.97	-24.12	2.24
0.70	0.872	-22.45*	-27.35	3.01
0.75	0.859	-24.66*	-32.62	3.96
0.80	0.973	-4.78*	-34.71	5.42
0.85	1.159	27.87	-41.13	5.69
0.90	1.410	71.75	-49.65	8.42
0.95	1.577	100.99	-61.60	14.71

(*) indica não-rejeição de \mathcal{H}_0 .

observada no quantil $\tau = 0.83$.

Na investigação da existência de raiz unitária, nós voltamos nossa atenção para a série original do IPC chileno (IPC/Chile). Usamos o teste de raiz unitária ADF tradicional e o teste baseado em representações QAR. Para a série IPC/Chile, através da minimização do AIC o número de defasagens selecionado para a regressão ADF foi $k = 4$, com valor correspondente 225.95 para o AIC. Com base no teste ADF tradicional com $k = 4$, concluímos que a série da taxa de inflação do Chile não possui raiz unitária ao nível de 5% de significância; o teste forneceu p -valor < 0.0100 . Os resultados do teste de raiz unitária baseado em representações QAR para 19 quantis condicionais igualmente espaçados em $[0.05, 0.95]$ para a série IPC/Chile estão apresentados na Tabela 6.4. Assim como para o caso do Brasil e da Argentina, os resultados obtidos a partir da série original mostram que a dinâmica inflacionária chilena tem padrão não-uniforme ao longo da distribuição condicional da taxa de inflação. Na segunda coluna desta tabela observamos que as estimativas do coeficiente auto-regressivo, $\hat{\alpha}_1(\tau)$, do modelo

de regressão ADF são incrementadas quando avançamos para quantis mais altos do IPC chileno. Em contraste à tendência de reversão à média no processo inflacionário do Chile notada para os quantis condicionais inferiores, tem-se o elevado grau de persistência e até mesmo indício de raiz unitária e/ou explosiva para a cauda superior da distribuição condicional. Comparando os valores calculados da estatística $U_n(\tau)$ (terceira coluna) com os valores críticos obtidos via bootstrap (quarta e quinta colunas), concluímos que a hipótese de raiz unitária não é rejeitada apenas para os quantis $\tau = 0.70, 0.75$ e 0.80 ao nível de 5% de significância. Ressaltamos que para os quantis $\tau = 0.85, 0.90$ e 0.95 rejeitamos a hipótese de raiz unitária contra a alternativa de raiz explosiva.

Capítulo 7

Conclusão e discussão

Nesta dissertação nós estudamos a dinâmica inflacionária brasileira pós-Plano Real ao longo da distribuição condicional da taxa de inflação, examinando a existência de raiz unitária, ou seja, a existência de inércia inflacionária. Usamos a classe de modelos auto-regressivos quantílicos com a finalidade de investigar assimetrias nas dinâmicas das taxas de inflação brasileiras. Os modelos QAR possuem vantagens sobre os modelos clássicos baseados em mínimos quadrados no estudo de séries temporais definidas por distribuições de caudas pesadas. Em adição, estes modelos fornecem um método mais robusto de estimação, propriedade muito importante na modelagem de séries que apresentam observações extremas, como é o caso da taxa de inflação brasileira.

Nós mostramos que as três séries da taxa mensal de inflação brasileira, IGP-DI, IPCA e IPC-FIPE, são adequadamente representadas pelo modelo auto-regressivo quantílico mais simples, QAR(1). Como resultado principal, obtivemos que estas séries exibem dinâmicas assimétricas. Os coeficientes auto-regressivos estimados $\hat{\alpha}_1(\tau)$ assumem diferentes valores ao longo da distribuição condicional da taxa de inflação. Em particular, os valores de $\hat{\alpha}_1(\tau)$ nos quantis inferiores são menores que os valores de $\hat{\alpha}_1(\tau)$ nos quantis superiores, indicando que o comportamento local da taxa de inflação brasileira durante períodos de baixa inflação apresenta menor sensibilidade a choques.

Nós aplicamos também um teste de raiz unitária baseado em representações QAR às séries da taxa de inflação brasileira. Muitos estudos empíricos têm investigado a existência de raiz unitária em séries de taxa de inflação, o que indica existência de inércia inflacionária. Os resultados a respeito de tal inércia no processo inflacionário brasileiro são distintos. Novaes (1993) estimou o grau de inércia na inflação brasileira em $1/3$. Durevall (1998) estimou o nível de inflação inercial no Brasil em 0.41. Cati et al. (1999) encontraram que a dinâmica inflacionária brasileira é quase inteiramente inercial, 0.97. Em contraste, Campêlo e Cribari-Neto (2003) encontraram que a inércia na dinâmica inflacionária brasileira é negligível.

Antes de aplicarmos os testes de raiz unitária baseados em QAR, nós aplicamos o teste ADF convencional. Através deste teste nós concluimos que as séries da taxa de inflação do Brasil após implementação do Plano Real não exibem raiz unitária, indicando que o processo inflacionário não é um processo raiz unitária constante. Os testes baseados em representações QAR fornecem uma análise mais detalhada destas séries, permitindo

a avaliação da propriedade de raiz unitária em vários quantis da distribuição condicional da taxa de inflação. As evidências baseadas nas estimativas do coeficiente auto-regressivo $\hat{\alpha}_1(\tau)$ em cada quantil sugerem que o processo inflacionário do Brasil, de fato, não é um processo raiz unitária constante. Em particular, os resultados revelam que a dinâmica inflacionária brasileira é globalmente estacionária, mesmo o processo alcançando não-estacionariedade na cauda superior da distribuição condicional.

A fim de descrever o resultado central da presente dissertação, considere a ilustração fornecida por Koenker e Xiao (2004a) de um processo que apresenta assimetrias ao longo da distribuição condicional. Tome o modelo QAR(1), em que

$$Q_{y_t}(\tau|y_{t-1}) = \alpha_0(\tau) + \alpha_1(\tau)y_{t-1},$$

com $\alpha_0(\tau) = \sigma\Phi^{-1}(\tau)$ e $\alpha_1(\tau) = \min\{\gamma_0 + \gamma_1\tau, 1\}$ para $\gamma_0 \in (0, 1)$ e $\gamma_1 > 0$. Aqui, $\Phi^{-1}(\tau)$ representa a função quantil da distribuição normal padrão, que acumula probabilidade τ , e $\{U_t\}$ é uma seqüência de variáveis aleatórias i.i.d. com distribuição uniforme padrão. Neste modelo, se $U_t > (1 - \gamma_0)/\gamma_1$, então y_t é gerado de acordo com o modelo gaussiano padrão de raiz unitária; porém, para realizações menores de U_t tem-se comportamento de reversão à média. Assim, o processo exibe uma forma de persistência assimétrica no sentido que seqüências de inovações fortemente positivas tendem a reforçar o comportamento de raiz unitária, enquanto que realizações de U_t inferiores a $(1 - \gamma_0)/\gamma_1$ induzem reversão à média. Note, todavia, que o processo é globalmente estacionário, ou seja, o comportamento do processo na cauda superior, que é não-estacionário, não domina a dinâmica global da série. Em suma, uma série globalmente estacionária pode apresentar comportamento não-estacionário em certas regiões de sua distribuição condicional, tipicamente na cauda superior desta distribuição. Nossos resultados sugerem que é exatamente este o comportamento dinâmico apresentado pelo processo inflacionário brasileiro: estacionariedade global, mas não-estacionariedade na cauda superior da distribuição condicional. Este mesmo comportamento é observado nos processos inflacionários da Argentina e do Chile.

Por fim, os resultados obtidos na presente dissertação revelam que o comportamento dinâmico do processo inflacionário brasileiro não é constante ao longo da distribuição condicional da taxa de inflação. Em particular, choques ocorridos quando o processo se encontra na cauda superior de tal distribuição, ou seja, em período de inflação elevada, possuem tempo de dissipação superior àqueles choques que ocorrem quando o processo está em outras regiões da distribuição condicional. Dado o caráter globalmente estacionário da série, todas as inovações possuem efeitos apenas de curto prazo, mas o tempo de dissipação de movimentos inesperados parece depender do comportamento local da dinâmica inflacionária. Essa dinâmica assimétrica não havia sido revelada por

trabalhos anteriores.

Apêndice A

Inflação no Brasil de acordo com o IGP-DI 08/1994 a 04/2004

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1994								3.34	1.55	2.55	2.47	0.57
1995	1.36	1.15	1.81	2.30	0.40	2.62	2.24	1.29	-1.08	0.23	1.33	0.27
1996	1.79	0.76	0.22	0.70	1.68	1.22	1.09	0.00	0.13	0.22	0.28	0.88
1997	1.58	0.42	1.16	0.59	0.30	0.70	0.09	-0.04	0.59	0.34	0.83	0.69
1998	0.88	0.02	0.23	-0.13	0.23	0.28	-0.38	-0.17	-0.02	-0.03	-0.18	0.98
1999	1.15	4.44	1.98	0.03	-0.34	1.02	1.59	1.45	1.47	1.89	2.53	1.23
2000	1.02	0.19	0.18	0.13	0.67	0.93	2.26	1.82	0.69	0.37	0.39	0.76
2001	0.49	0.34	0.80	1.13	0.44	1.46	1.62	0.90	0.38	1.45	0.76	0.18
2002	0.19	0.18	0.11	0.70	1.11	1.74	2.05	2.36	2.64	4.21	5.84	2.70
2003	2.17	1.59	1.66	0.41	-0.67	-0.70	-0.20	0.62	1.05	0.44	0.48	0.60
2004	0.80	1.08	0.93	1.15								

Inflação no Brasil de acordo com o IPCA 08/1994 a 04/2004

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1994								1.86	1.53	2.62	2.81	1.71
1995	1.70	1.02	1.55	2.43	2.67	2.26	2.36	0.99	0.99	1.41	1.47	1.56
1996	1.34	1.03	0.35	1.26	1.22	1.19	1.11	0.44	0.15	0.30	0.32	0.47
1997	1.18	0.50	0.51	0.88	0.41	0.54	0.22	-0.02	0.06	0.23	0.17	0.43
1998	0.71	0.46	0.34	0.24	0.50	0.02	-0.12	-0.51	-0.22	0.02	-0.12	0.33
1999	0.70	1.05	1.10	0.56	0.30	0.19	1.09	0.56	0.31	1.19	0.95	0.60
2000	0.62	0.13	0.22	0.42	0.01	0.23	1.61	1.31	0.23	0.14	0.32	0.59
2001	0.57	0.46	0.38	0.58	0.41	0.52	1.33	0.70	0.28	0.83	0.71	0.65
2002	0.52	0.36	0.60	0.80	0.21	0.42	1.19	0.65	0.72	1.31	3.02	2.10
2003	2.25	1.57	1.23	0.97	0.61	-0.15	0.20	0.34	0.78	0.29	0.34	0.52
2004	0.76	0.61	0.47	0.37								

Inflação no Brasil de acordo com o IPC-FIPE
08/1994 a 04/2004

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1994								1.95	0.82	3.17	3.02	1.25
1995	0.80	1.32	1.92	2.64	1.97	2.66	3.72	1.43	0.74	1.48	1.17	1.21
1996	1.82	0.40	0.23	1.62	1.34	1.41	1.31	0.34	0.07	0.58	0.34	0.17
1997	1.23	0.01	0.21	0.64	0.55	1.42	0.11	-0.76	0.01	0.22	0.53	0.57
1998	0.24	-0.16	-0.23	0.62	0.52	0.19	-0.77	-1.00	-0.66	0.02	-0.44	-0.12
1999	0.50	1.41	0.56	0.47	-0.37	-0.08	1.09	0.74	0.91	1.13	1.48	0.49
2000	0.57	-0.23	0.23	0.09	0.03	0.18	1.40	1.55	0.27	0.01	-0.05	0.26
2001	0.38	0.11	0.51	0.61	0.17	0.85	1.21	1.15	0.32	0.74	0.61	0.25
2002	0.57	0.26	0.07	0.06	0.06	0.31	0.67	1.01	0.76	1.28	2.65	1.83
2003	2.19	1.61	0.67	0.57	0.31	-0.16	-0.08	0.63	0.84	0.63	0.27	0.42
2004	0.65	0.19	0.12	0.29								

Inflação na Argentina de acordo com o IPC
01/1992 a 03/2004

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1992	3.04	2.15	2.10	1.29	0.67	0.78	1.73	1.50	1.03	1.27	0.46	0.28
1993	0.83	0.73	0.75	1.05	1.29	0.72	0.32	0.02	0.82	0.57	0.06	-0.01
1994	0.10	0.00	0.14	0.24	0.35	0.39	0.92	0.21	0.68	0.32	0.23	0.22
1995	1.25	0.00	-0.45	0.46	0.02	-0.21	0.41	-0.24	0.16	0.34	-0.23	0.10
1996	0.30	-0.32	-0.54	0.00	-0.09	0.00	0.54	-0.08	0.18	0.50	-0.16	-0.29
1997	0.47	0.38	-0.49	-0.33	-0.08	0.23	0.22	0.16	-0.05	-0.16	-0.19	0.17
1998	0.63	0.35	-0.13	0.01	-0.07	0.19	0.31	0.02	-0.03	-0.37	-0.24	-0.01
1999	0.47	-0.16	-0.75	-0.10	-0.49	-0.01	0.19	-0.38	-0.20	-0.02	-0.32	-0.06
2000	0.85	0.00	-0.53	-0.11	-0.39	-0.18	0.43	-0.22	-0.15	0.18	-0.49	-0.12
2001	0.08	-0.22	0.19	0.67	0.10	-0.70	-0.30	-0.40	-0.10	-0.40	-0.30	-0.10
2002	2.30	3.10	4.00	10.40	4.00	3.60	3.20	2.30	1.30	0.20	0.50	0.20
2003	1.30	0.60	0.60	0.10	-0.40	-0.10	0.45	0.02	0.04	0.59	0.25	0.21
2004	0.42	0.10	0.60									

Inflação no Chile de acordo com o IPC
01/1990 a 07/2004

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1990	2.50	0.30	2.40	1.80	1.50	2.20	1.70	2.00	4.90	3.80	0.90	0.50
1991	0.40	0.10	1.20	1.80	2.50	1.80	1.80	1.20	1.30	2.90	0.90	1.20
1992	1.10	-0.60	0.70	1.30	1.10	0.70	1.10	1.40	2.30	1.40	1.40	0.10
1993	0.20	0.40	0.60	1.40	1.50	0.50	1.00	2.10	1.20	2.60	0.10	0.20
1994	1.00	0.30	1.10	0.50	1.40	0.50	0.60	1.10	0.50	0.60	0.60	0.30
1995	0.60	0.50	0.60	0.60	0.60	0.70	0.80	1.60	0.60	0.80	0.10	0.30
1996	0.30	0.50	0.70	1.00	0.80	0.40	0.30	0.40	0.50	0.70	0.40	0.40
1997	0.50	0.80	0.30	0.30	0.20	0.20	0.60	0.40	0.90	1.20	0.10	0.10
1998	0.70	-0.10	0.40	0.40	0.20	0.30	0.40	0.30	0.50	0.80	0.10	0.50
1999	-0.30	0.10	0.60	0.40	0.10	0.10	0.10	0.20	0.20	0.40	0.20	0.30
2000	0.20	0.60	0.70	0.50	0.20	0.20	0.10	0.30	0.60	0.60	0.30	0.10
2001	0.30	-0.30	0.50	0.50	0.40	0.10	-0.20	0.80	0.70	0.10	0.00	-0.30
2002	-0.10	0.00	0.50	0.40	0.10	-0.10	0.40	0.40	0.80	0.90	-0.10	-0.40
2003	0.10	0.80	1.20	-0.10	-0.40	0.00	-0.10	0.20	0.20	-0.20	-0.30	-0.30
2004	-0.20	0.00	0.40	0.40	0.50	0.40	0.20					

Apêndice B

Apresentamos neste apêndice o código fonte escrito em R desenvolvido para obtenção dos valores críticos via bootstrap do teste de raiz unitária baseado em auto-regressão quantílica.

```
#####  
#                                                                 #  
#   Titulo:  TESTE DE RAIZ UNITARIA BASEADO EM QAR (em R)       #  
#   Autor:   Andre Luis Santiago Maia                          #  
#   Versao:  22.09.04                                          #  
#                                                                 #  
#####  
  
# Bibliotecas utilizadas  
library(ts)  
library(quantreg)  
library(nlme)  
#-----  
  
y = igpdi      # Serie analisada  
BB = 1000      # Numero de amostras bootstrap  
#-----  
  
# Quantis condicionais considerados  
tau = seq(0.05, 0.95, by=0.05)  
  
w = y - lag(y,-1)   # Primeira diferenca da serie  
  
# Matriz para regressao ADF  
Y = ts.intersect(y,lag(y,-1),lag(w,-1),lag(w,-2),lag(w,-3),lag(w,-4),  
  lag(w,-5),lag(w,-6),lag(w,-7),lag(w,-8),lag(w,-9),lag(w,-10))  
crit.AIC = matrix(nrow=(ncol(Y)-2), ncol=1)  
# Selecao da ordem k da regressao ADF atraves do AIC com k = 1,...,10  
  for (k in 1:(ncol(Y)-2))  
  {  
    ajuste=lm(Y[,1] ~ Y[,2:(k+2)])  
    # Calculo do criterio AIC  
    crit.AIC[k] = AIC(ajuste)  
  }  
M.AIC = cbind(1:10,crit.AIC)  
q = cbind(which(M.AIC == min(M.AIC[,2], na.rm = T), arr.ind = TRUE),  
  min(M.AIC[,2], na.rm = T))[1]  
#-----  
# Calculo da estatistica Un para a serie original
```

```

Un.o = matrix(nrow=length(tau), ncol=1)
alpha1.hat.o = matrix(nrow=length(tau), ncol=1)
# Ajuste do modelo QAR
  for (quantil in 1:length(tau))
  {
    fit.QAR=rq(Y[,1] ~ Y[,2:(q+2)], tau = tau[quantil])
    # Calculo da estatistica Un(tau)
    Un.o[quantil] = length(y) * (coefficients(fit.QAR)[2] - 1)
    alpha1.hat.o[quantil] = coefficients(fit.QAR)[2]
  }
#-----

# Construcao da matriz W
W = ts.intersect(w,lag(w,-1),lag(w,-2),lag(w,-3),lag(w,-4),lag(w,-5),lag(w,-6),
  lag(w,-7),lag(w,-8),lag(w,-9),lag(w,-10))
#-----
#                               INICIO DO BOOTSTRAP
#-----

Un.star = matrix(nrow=length(tau), ncol=BB)
C1.star = matrix(nrow=length(tau), ncol=1)
C2.star = matrix(nrow=length(tau), ncol=1)
w.star = as.matrix(1:(length(y)))

# Coeficientes estimados
beta.hat = solve(t(W[,2:(q+1)]))%*%W[,2:(q+1)]%*%t(W[,2:(q+1)])%*%W[,1]

resid = W[,1] - W[,2:(q+1)]%*%beta.hat      # Residuos
resid.center = resid - mean(resid)        # Residuos centrados

for (b in 1:BB)
{
  resid.center.star = sample(resid.center, replace=TRUE)  # Amostra bootstrap u*

# Gerando w*
w.star = W[,1]
  for(t in (q+1):length(W[,1]))
  {
    W.beta = 0
    for (c in 1:q)
    {
      W.beta = W.beta + beta.hat[c]*w.star[t-c]
    }
    w.star[t] = W.beta + resid.center.star[t]
  }

# Gerando y*
y.star = Y[,1]

```

```

    for(t in 2:length(Y[,1]))
    {
    y.star[t] = y.star[t-1] + w.star[t]
    }

w.y.star = y.star - lag(y.star,-1)    # Primeira diferenca

# Construcao da matriz Y.star
Y.star = ts.intersect(y.star,lag(y.star,-1),lag(w.y.star,-1),lag(w.y.star,-2),
    lag(w.y.star,-3),lag(w.y.star,-4),lag(w.y.star,-5),lag(w.y.star,-6),
    lag(w.y.star,-7),lag(w.y.star,-8),lag(w.y.star,-9),lag(w.y.star,-10))
#-----

# Calculo da estatistica Un*(tau) para a amostra bootstrap
for (quantil in 1:length(tau))
{
fit.QAR=rq(Y.star[,1] ~ Y.star[,2:(q+2)], tau = tau[quantil])
Un.star[quantil,b] = length(y) * (coefficients(fit.QAR)[2] - 1)
}
#-----
}
#-----
#
#                               FIM DO BOOTSTRAP
#-----

unit.root = as.character(length(tau))
# Obtencao do valor critico
for (e in 1:length(tau))
{
C1.star[e] = quantile(Un.star[e,], 0.05)    # Valor critico 1
C2.star[e] = quantile(Un.star[e,], 0.95)    # Valor critico 2
if (Un.o[e] < C1.star[e] || Un.o[e] > C2.star[e]) unit.root[e] = 'rejeita'
else
unit.root[e] = 'nao rejeita'
}

# Resultado do teste de raiz unitaria
cbind(tau, alpha1.hat.o, Un.o, C1.star, C2.star, unit.root)

```

Referências

- [1] Agiakloglou, C. e Newbold, P. (1996). The balance between size and power in Dickey-Fuller tests with data-dependent rules for the choice of the truncation lag. *Economics Letters*, **52**, 229–234.
- [2] Beran, R. (1988). Prepivoting test statistics: a bootstrap view of asymptotic refinements. *Journal of the American Statistical Association*, **83**, 687–697.
- [3] Birkes, D. e Dodge, Y. (1993). *Alternative Methods of Regression*. New York: Wiley.
- [4] Box, G. E. P. e Jenkins, G. M. (1970). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. San Francisco: Holden Day.
- [5] Brockwell, P. J. e Davis, R. A. (1996). *Introduction to Time Series and Forecasting*. New York: Springer-Verlag.
- [6] Buchinsky, M. (1997). Recent advances in quantile regression: a practical guideline for empirical research. *Journal of Human Resources*, **33**, 88–126.
- [7] Campêlo, A. K. e Cribari-Neto, F. (2003). Inflation inertia and inliers: the case of Brazil. *Revista Brasileira de Economia*, **57**, 713–739.
- [8] Cardoso, E. (1983). Indexação e acomodação monetária: um teste do processo inflacionário brasileiro. *Revista Brasileira de Economia*, **31**, 3–11.
- [9] Cassiano, K. M. (2003). *Uma Análise da Dinâmica Inflacionária Brasileira*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Estatística, Universidade Federal de Pernambuco.
- [10] Cati, R. C., Garcia, M. G. P. e Perron, P. (1999). Unit roots in the presence of abrupt governmental interventions with an application to Brazilian data. *Journal of Applied Econometrics*, **14**, 27–56.
- [11] Cleveland, R. B., Cleveland, W. S., McRae, J. E. e Terpenning, I. (1990). STL: a seasonal-trend decomposition procedure based on loess. *Journal of Official Statistics*, **6**, 3–73.
- [12] Durevall, D. (1998). The dynamics of chronic inflation in Brazil, 1968–1985. *Journal of Business and Economic Statistics*, **16**, 423–432.
- [13] Ferreira, M. S. (2004). Quantile unit root test with an application to purchasing power parity. XXV Encontro Brasileiro de Econometria/SBE. Disponível em <http://www.sbe.org.br/ebe25/059.pdf>.
- [14] Fuller, W. A. (1976). *Introduction to Statistical Time Series*. New York: Wiley.

- [15] Hasan, M. N. e Koenker, R. W. (1997). Robust rank tests of the unit root hypothesis. *Econometrica*, **65**, 133–161.
- [16] Knight, K. (1989). Limit theory for autoregressive parameter estimates in an infinite-variance random walk. *The Canadian Journal of Statistics*, **17**, 261–278.
- [17] Knuth, D. E. (1984). *The T_EXbook*, 2^a ed. New York: Addison–Wesley.
- [18] Koenker, R. e Bassett, G. (1978). Regression quantiles. *Econometrica*, **46**, 33–50.
- [19] Koenker, R. e Xiao, Z. (2004a). Quantile autoregression. Texto para discussão, University of Illinois. Disponível em <http://www.econ.uiuc.edu/~roger/research/qar/qar9.pdf>
- [20] Koenker, R. e Xiao, Z. (2004b). Unit root quantile autoregression inference. *Journal of the American Statistical Association*, **99**, 775–787.
- [21] Narula, S. C., Saldiva, P. H., Andre, C. D., Elian, S. N., Ferreira, A. F. e Capelozzi, V. (1999). The minimum sum of absolute errors regression: a robust alternative to least squares regression. *Statistics in Medicine*, **18**, 1404–1417.
- [22] Nelson, C. R. e Plosser, C. I. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, **10**, 139–162.
- [23] Novaes, A. D. (1993). Revisiting the inertial inflation hypothesis for Brazil. *Journal of Development Economics*, **42**, 89–110.
- [24] Racine, J. e Hyndman, R. (2002). Using R to teach econometrics. *Journal of Applied Econometrics*, **17**, 175–189.
- [25] Rogers, A. (2001). Least absolute deviations regression under nonstandard conditions. *Econometric Theory*, **17**, 820–852.
- [26] Said, S. E. e Dickey, D. A. (1984). Testing for unit roots in autoregressive moving average models of unknown order. *Biometrika*, **71**, 599–608.
- [27] Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, **6**, 461–464.
- [28] Venables, W. N. e Ripley, B. D. (2002). *Modern Applied Statistics with S*, 4^a ed. New York: Springer-Verlag.
- [29] Vieira, H. P. e Laurini, M. P. (2003). Inércia nas taxas de inflação: um modelo heterocedástico em espaço de estado. Texto para discussão, Ibmec Business School, São Paulo, Brasil.
- [30] Weiss, A. (1991). Estimating nonlinear dynamic models using least absolute error estimation. *Econometric Theory*, **7**, 46–68.