Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Física–CCEN
Programa de Pós-Graduação em Física

Dissertação de Mestrado

Yareni Aguilar Ayala

Formas de Linha da Mistura de Quatro Ondas em Átomos de Césio Frios.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Física.

Banca Examinadora
Prof. José W. Rocha Tabosa (Orientador DF-UFPE)
Profa. Sandra Sampaio Vianna (DF-UFPE)
Prof. Marcelo Martinelli (IFUSP-SP)

Recife-PE
Agosto de 2009

Ayala, Yareni Aguilar
Formas de linha da mistura de quatro ondas em átomos de césio frios / Yareni Aguilar Ayala. - Recife : O Autor, 2009.
vii, 78 folhas: il. fig.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco. CCEN. Física, 2009.

Inclui bibliografia.

1. Espectroscopia. 2. Óptica quântica. 3.Óptica não-linear. I. Título.

535.2 CDD (22.ed.) FQ 2010-008

Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Física – CCEN
Programa de Pós-Graduação em Física
Cidade Universitária - 50670-901 Recife PE Brasil
Fone (++ 55 81) 2126-8449/2126-8450 - Fax (++ 55 81) 3271-0359
http://www.df.ufpe.br/pg e-mail: posgrad@df.ufpe.br

Parecer da Banca Examinadora de Defesa de Dissertação de Mestrado

Yareni Aguilar Ayala

FORMAS DE LINHA DA MISTURA DE QUATRO ONDAS EM ÁTOMOS DE CÉSIO FRIOS

A Banca Examinadora composta pelos Professores José W. Rocha Tabosa (Presidente e Orientador), Sandra Sampaio Vianna, ambos da Universidade Federal de Pernambuco e Marcelo Martinelli, do Instituto de Física, da Universidade de São Paulo, consideram o candidato:

(V) Aprovado ( ) Reprovado ( ) Em exigência

Secretaria do Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Pernambuco em treze de agosto de 2009.

Prof. José W. Rocha Tabosa
Presidente e Orientador

Sandra S. Vianna
Profª. Sandra Sampaio Vianna

Prof. Marcelo Martinelli

Dedico este trabalho à minha familia que sempre confiaram e acreditaram em mim, especialmente aos meus avós, base fundamental da minha formação.

Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer a minha família pelo amor e apoio incondicional, por ter me dado a grande oportunidade de estudar e pela motivação que me dão para continuar. Ao professor Tabosa pela paciência e a orientação deste trabalho, ao Dani pela ajuda no laborátorio, ao Jefferson pelo companheirismo durante minha estadia em Recife e a todos os amigos que fiz durante este período. Finalmente agradeço ao CNPq e ao programa PEC-PG (Programa de Estudantes Convênio de Pós-graduação) pelo suporte financeiro.

(Yareni Aguilar Ayala)

Resumo

A interação entre a luz e a matéria pode dar origem a interessantes fenômenos não lineares. Entre eles, o processo da mistura de quatro ondas (MQO), que corresponde à geração de um quarto campo de luz quando três campos de luz incidem em um meio não linear, é um dos mais estudados na óptica não linear. Neste trabalho investigamos, experimental e teoricamente, o processo da MQO em uma amostra de átomos de césio esfriados e aprisionados em uma Armadilha Magneto-Óptica (AMO). Para realizar a experiência, preparamos uma nuvem densa de átomos no nível hiperfino $F = 3$ do estado fundamental do césio. Usamos a configuração de conjugação de fase óptica para os feixes da mistura, provenientes de um mesmo laser de diodo de cavidade externa (LDCE) e identificados por F (*Foward*), P (*Probe*) e B (*Backward*). Os feixes F e P têm polarizações circulares opostas e frequências iguais, que podem ser varridas simultaneamente usando um par de Moduladores Acusto-Ópticos (MAO). Estes dois feixes incidem no meio formando um pequeno ângulo de 4^o entre eles. Enquanto que o feixe B com polarização oposta à do feixe F e contrapropagante a ele, é sintonizado na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$ dentro da linha D_2 do césio. O sinal gerado C é monitorado em função da frequência comum de F e P, e detetado na direção oposta à do feixe P. Nestas condições, a forma de linha do sinal obtido da MQO apresenta ressonâncias largas e estreitas, evidenciando a contribuição da coerência Zeeman induzida no sistema. Em particular, medimos a dependência do sinal C como função da intensidade do feixe de bombeio F. Realizamos também uma análise teórica do problema, modelando nosso sistema atômico como um ensemble de átomos de três níveis efetuando um cálculo perturbativo para resolver as equações de matriz densidade do sistema. Finalmente mostramos que este modelo teórico descreve qualitativamente bem as observações experimentais.

Palavras Chave: Armadilha Magneto-Óptica, Mistura de Quatro Ondas, Átomos Frios, Zeeman, Césio, Grades de população, Grades de coêrencia, Estados Escuros.

Abstract

Light-matter interaction can give rise to several interesting nonlinear effects. Among them, the four-wave mixing (FWM) process, which corresponds to the generation of a fourth light field when three light fields are incident on a nonlinear medium. In this work we investigated, both experimentally and theoretically, the FWM process in a sample of laser cooled atoms obtained from a magneto-optical trap (MOT). For the experiment, we prepare a dense cloud of cold cesium atoms in the hyperfine F=3 lower ground state by optical pumping. We use the well-known backward FWM geometry where all the incident laser beams are provided by a external cavity diode laser. The incident forward pump and probe beams with opposite circular polarization have the same frequency which can be scanned through a pair of acousto-optical modulators (AOM). These two beams are incident on the sample making a small angle of approximately 4^o between them. The backward beam has a circular polarization opposite to the forward pumping beam and is counter propagating with it. The backward beam is locked to the closed transition $F = 3 - F' = 2$, used in the FWM experiment. The FWM generated signal (Conjugate beam), is detected in the opposite direction to that of the probe beam and is recorded as a function of the common frequency of the forward and probe beams. Under these conditions, the observed FWM spectral lineshape presents broad and narrow features revealing the contribution of Zeeman coherence to the generated signal. We have also performed a simple theoretical analysis by modeling our atomic system as an ensemble of three-level atoms and using perturbation theory to solve the corresponding density matrix equations. A comparison between theory and experiment is presented and discussed.

Keywords: Magneto-optical trap, Four Wave Mixing, Cooled Atoms, Zeeman, Cesium, Coherence grating, Population grating, Dark States.

Sumário

Lista de Figuras **iii**

1 Introdução **1**

2 Mistura de quatro ondas na configuração de conjugação de fase óptica **5**

2.1 Suceptibilidade não linear 6

2.2 Conjugação de fase óptica 8

2.3 Casamento de fase e conservação de momento e energia 12

3 Interação entre átomos e campos **15**

3.1 Meio atômico não linear: césio 15

3.1.1 Linha D_2 do césio 16

3.1.2 Momento angular e regras de seleção 19

3.2 Formalismo matriz densidade 21

3.2.1 Interação de um campo de luz monocromática com um sistema de dois níveis 25

3.3 Interação radiação-matéria em átomos de três níveis 29

4 Condições experimentais **33**

4.1 Armadilha magneto-óptica (AMO) 33

4.1.1 Principio de funcionamento 34

4.1.2 Esfriamento 34

4.1.3 Aprisionamento 36

4.2 Aparato experimental 39

4.2.1 Absorção saturada 41
4.2.2 Laser de diodo 43
4.3 Mistura de quatro ondas 44
4.3.1 Preparação dos átomos em $F = 3$ 44
4.3.2 Moduladores acusto-ópticos 46

5 Abordagem teórica da mistura de quatro ondas 52
5.1 Modelo teórico 52
5.1.1 Sistema Λ e mistura de quatro ondas 52
5.1.2 Solução perturbativa 56
5.2 Resultados 64
5.2.1 Interpretação do sinal conjugado em termos de grades de difração . 64
5.2.2 Carateristicas do sinal 67
5.3 Conclusão 74

Lista de Figuras

2.1 (a): Frente de Onda refletida por um espelho comum, a frente de onda é revertida com respeito à frente incidente. (b): Frente de onda refletida por um meio conjugador de fase, a frente de onda da onda conjugada é idéntica à frente da onda incidente mas propagando-se em sentido contrário. 10

2.2 (a): Direção de propagação da frente de onda quando refletida num espelho convencional, a frente de onda é refletida adquirindo um vetor de onda dependente do ângulo de incidência (lei de Snell $\mathbf{k_i}$-vetor da onda incidente, $\mathbf{k_r}$-vetor da onda refletida). (b): Direção de propagação que adquiere a frente de onda quando refletida num meio que é conjugador de fase óptica, a onda refletida se propaga na mesma direção da onda incidente $\mathbf{k_i}$ mas em sentido oposto $\mathbf{k_c} = -\mathbf{k_i}$. 10

2.3 Configuração dos feixes da MQO na configuração de CFO, quando $\omega_F \sim \omega_p$ existe casamento de fase. A nomenclatura dos feixes está referida ao nome que têm em inglês para esta configuração, isto é: F-Foward, B-Backward, P-Probe e C-Conjugate. . . . 11

2.4 A conservação de energia no processo da MQO pode ser esquematizada considerando um sistema de dois níveis $|a\rangle$ e $|b\rangle$, no qual o balanço energético vem dado pela absorção pelo meio não linear de dois fótons, um no modo F e outro no modo B e a emissão de dois fótons nos modos P e C. 13

2.5 Casamento de fase e conservação de momento linear e energia em termos dos vetores de onda dos feixes incidentes no meio. 14

3.1 Diagrama de níveis de energia da linha $D2$ do Césio, a figura mostra a estrutura hiperfina do ^{133}Cs, os valores do estado fundamental são exatos, são também mostrados os fatores g_F de Landè e os deslocamentos Zeeman dos níveis [18]. 20

3.2 Modelo atômico de dois níveis interagindo com um campo de luz monocromático de frequência ω. São mostrados os processos de relaxação para o sistema fechado. 27

3.3 Parte real e imaginaria da suceptibilidae χ em função da frequência óptica ω para vários valores do parâmetro de saturação $\Omega^2 T_1 T_2$, [8] 28

3.4 Sistema atômico de três níveis na configuração Λ, os estados acoplados via dipolo elétrico são $|b\rangle \leftrightarrow |a\rangle$ e $|c\rangle \leftrightarrow |a\rangle$, acoplado com os feixes ω_1 e ω_2 respectivamente. O átomo está num estado escuro quando há interferência quântica destrutiva entres as duas transições através das quais o átomo pode ser excitado para o estado $|a\rangle$. 29

4.1 Melaço Óptico. Processo de redução da velocidade dos átomos. Devido ao deslocamento Doppler, o feixe que se propaga em sentido oposto ao movimento do átomo é mais ressonante do que aquele que se propaga no mesmo sentido. Portanto o átomo absorve mais o feixe contraprogante a ele e o ve com frequência deslocada $\omega_L + kv$. Logo, a força resultante exercida sobre o átomo pelo laser é contrária ao seu movimento, ou seja $F = -\beta v$. 36

4.2 Esquema em uma dimensão do processo de aprisionamento do átomo, considerando uma transição com variação de momento agular total $F_g = 0 \longrightarrow F_e = 1$. Os feixes do melaço óptico possuem polarizações σ^+ e σ^-. A prescença do campo magnético $\mathbf{B}(z)$ causa um desdobramento Zeeman do nível de energía excitado, as transições $\Delta m_F = \pm 1$ serão deslocadas em função da posição z. 37

4.3 Linha D_2 do Césio. O feixe da armadilha está sintonizado próximo à transição cíclica $F = 4 \leftrightarrow F' = 5$, onde a condição $F' = F + 1$ é satisfeita, com uma dessintonia $\delta \sim 12MHz$ abaixo da ressonância. O laser de rebombeio pode ser sintonizado na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 4$ rebombeando os átomos para o nível $F' = 4$ e dai para o nível $F = 4$ participando de novo do ciclo de armadilhamento. A experiência da Mistura de Quatro Ondas é feita nos subníveis Zeeman da transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$. 40

4.4 A armadilha magneto-óptica (AMO) é composta por três pares de feixes contrapropagantes com polarizações circulares opostas, que formam os melaços ópticos nos eixos coordenados. O gradiente de campo magnético é formado por duas bobinas na configuração anti-Helmholtz com correntes opostas. As setas pequenas indicam o quadrupolo magnético produzido pelas bobinas. 41

4.5 Experiência de absorção saturada utilizada para sintonizar lasers em frequência específicas, de modo que fiquem ressonantes com a transição atômica desejada. 42

4.6 Espectro de absorção saturada do laser de diodo usado na experiência de MQO. A largura dos picos das ressonâncias está associada à largura de linha homogênea da transição. As transições mostradas neste espectro correspondem a $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$, $F = 3 \leftrightarrow F' = 3$, $F = 3 \leftrightarrow F' = 4$, as ressonâncias de crossovers estão denotadas por C. 43

4.7 Preparação do sistema no subnível Zeeman $F = 3$ para a realização da experiência da MQO. Através das mundanças no perfil de absorção de um feixe sonda, sintonizado na mesma transição da armadilha, monitoramos o desligamento do campo magnético e do laser de rembombeio (intervalo A-B), o que permite que o nível $F = 3$ seja populado e que a experiência de MQO seja realizada (intervalo B-C). Posteriormente o rebombeio é ligado novamente (intervalo C-D), recomeçando o ciclo da armadilha (a partir de D). 46

4.8 Funcionamento do modulador acusto-óptico MAO. A onda de luz incidente é difratada em uma grade gerada por uma onda acústica estacionária no cristal. Na saída, a onda de luz pode ter sua frequência aumentada ou diminuida da frequência de RF injetada. 47

4.9 Arranjo Experimetal usado para a obtenção do sinal da MQO. Os feixes da mistura de ondas são provenientes do mesmo laser de diodo que usa a técnica de absorção saturada para resolver a transição na qual a experiência é feita. O uso de dois Moduladores Acusto-Ópticos (MAO1 e MAO2) permite a varredura em torno da frequência do feixe B, para os feixes F e P de forma simultanea. Os feixes com as polarizações corretas incidem na configuração de conjugação de fase óptica, sobre uma célula contendo vapor de césio, esfriada através de uma Armadilha Magneto-Óptica (AMO), a qual não é mostrada nesta configuração. O sinal conjugado denotado por C é gerado na direção contraria do feixe P. 49

4.10 Forma de linha experimental do sinal de MQO, obtida a partir do arranjo mostrado na figura 4.9, para potências dos feixes $F \rightarrow 0.62$ mW , $P \rightarrow 9\mu$W e $B \rightarrow 7.2\mu$W, com $\Gamma \sim 5.2Mhz$ O espectro é obtido variando simultaneamente a frequência dos feixes F e P e mantendo fixa a frequência do feixe B na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$ do césio. . . . 50

4.11 (a)- Dependência da largura total do sinal e (b)- dependência da amplitude do sinal de MQO para vários valores da intensidade do feixe F. 50

5.1 A configuração Λ é criada nos subníveis magnéticos a partir do acoplamento dos feixes com polarizações circulares opostas, representados por F e B. O feixe F popula o subnível magnético mais positivo e o feixe P acopla fazendo transições para níveis com momento angular menor. 53

5.2 Arranjo experimental dos feixes da MQO na configuração de conjugação de fase óptica, incidindo sobre uma amostra de átomos de césio frios, aprisionados mediante uma AMO. 54

5.3 Os campos da Mistura de Quatro Ondas referidos como F-Foward, P-Probe e B-Backward são acoplados através da interação de dipolo elétrico com um sistema de níveis degenerados $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$. A escolha adequada das polarizações dos feixes permite a formação de um sistema do tipo Λ aberto para os níveis fundamentais. As taxas de decaimento estão representadas por Γ, γ_a, γ_c, γ_{ac} e o bombeamento incoerente para os estados fundamentais é descrito por λ_a e λ_c. 54

5.4 Forma de linha teórica obtida da expressão $|\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}|^2$ dada em 5.21 como solução perturbativa para o sistema Λ de três níveis interagindo com os campos da mistura na configuração de conjugação de fase óptica. A largura total do sinal é definida por A, a largura do "dip"por a, e a amplitude do sinal por I_C. 63

5.5 Difração de Bragg na grade de coêrencia criada (escrita) pela interação dos feixes F acoplado com a transição $|a\rangle - |b\rangle$ e o P acoplado com $|c\rangle - |b\rangle$ do sistema Λ, ambos como a mesma frequência $\omega_F = \omega_P$. A grade apresenta um periodo espacial dado por Λ calculado de acordo com a geómetria da configuração da MQO. A leitura é feita pelo feixe B ressonante com a transição $|b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ do sistema, o qual é difratado gerando o sinal conjugado C da mesma frequência e direção oposta a do feixe P. 65

5.6 Processo de formação da grade de população. A grade é formada pelos feixes P e B ambos acoplados na transição $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$ do sistema Λ e é lida pelo feixe F acoplado na transição $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$ gerando o feixe conjugado C. O periodo espacial desta grade de população representado pelas linhas grossas e é muito menor que o periodo espacial da grade de coêrencia pois o ângulo α entre os feixes de escrita é maior. 66

5.7 O dip apresenta uma dependência da taxa de descoêrencia entre os níveis fundamentais $|a\rangle$ e $|c\rangle$ manifestada no alargamento do dip conforme aumenta o valor de $\frac{\gamma_{ac}}{\Gamma}$ e as taxas de relaxação $\frac{\gamma_a}{\Gamma}$ e $\frac{\gamma_c}{\Gamma}$. A escolha dos parâmetros para reproduzir estes sinais foi feita de forma a evidenciar a mundança do "dip"para valores diferentes das taxas de relaxação, de modo que γ_{ac}=$\gamma_a = \gamma_c$, mantendo o restante dos parâmetros fixos. 67

5.8 Mudança do sinal conjugado C para diferentes valores de $|\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2$. O sinal apresenta uma mudança na amplitude do "dip"e um alargamento do sinal com respeito ao aumento da intensidade do feixe F. 68

5.9 Comparação das formas de linha obtidas experimentalmente da mistura de quatro ondas mostradas na coluna da direita para diferentes valores do feixe F, com as formas de linha obtidas teóricamente a partir da expressão para a coêrencia $|\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}|^2$ obtida da expressão 5.21 para diferentes valores de $|\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2$ correspondentes ao valor da intensidade do feixe F da experiencia. 70

5.10 Largura de linha do Sinal Conjugado C, (FWHM - Full Width at Half Maximum), para vários valores da intensidade do feixe F, os pontos pretos representam as larguras dos espectros experimentais e os pontos vermelhos seus correspondentes larguras obtidas a partir do modelo teórico. Para re-escalar a curva teórica foi usado um fator de ajuste dado por $\mathbf{a} \sim 0.35$. 71

5.11 Curva da intensidade do sinal Conjugado obtida teórica e experimentalmente para vários valores da intensidade do feixe F. O fator de ajuste da curva teórica é $\mathbf{a} \sim 0.35$. 72

Capítulo 1

Introdução

Numerosos avanços tecnológicos e problemas de grande interesse na óptica e em muitas outras áreas estão estreitamente relacionados com interações não lineares do campo eletromagnético com meios materiais que apresentam não linearidades de altas ordens. Como exemplos de efeitos não lineares podemos mencionar a geração do segundo e terceiro harmônico, rectificação óptica, mistura de ondas, efeito Pockels e o efeito Kerr, os dois últimos conhecidos desde o século XIX.

A partir da invenção do laser (Theodore Harold Maiman-1960) [1] foi possível atingir o regime de resposta não linear de certos materiais possibilitando a observação dos diferentes efeitos ópticos surgidos da interação com luz de altas intensidades. Logo após as primeiras observações, uma explicação teórica foi desenvolvida baseada na resposta não linear dos osciladores de elétrons num campo coulombiano, permitindo a inclusão de termos não lineares nas equações de Maxwell e consequentemente na equação de onda, as quais passaram a ser equações não lineares.

Em poucos anos, o estudo dos fenômenos não lineares levou ao surgirmento de novas áreas e linhas de pesquisa. Uma delas, relacionada diretamente com este trabalho, é a espectroscopia não linear de átomos frios. Entre as motivações no desenvolvimento de experimentos nesta área, está a possibilidade de explorar mediante o uso de luz coerente a estrutura atômica, e consequentemente, o estudo de fenômenos coerentes devidos a esta interação. A vantagem de trabalhar com um vapor de átomos frios é que neste tipo de

amostras o alargamento Doppler é muito menor que a largura de linha natural das transições atômicas e o efeito de colisões atômicas é desprezível, facilitando o desenvolvimento de modelos teóricos para o estudo das formas de linha espectrais dos processos induzidos no meio.

Nas décadas de 80 e 90 as técnicas ópticas para resfriar e aprisionar átomos tiveram um grande desolvolvimento, rendendo um prêmio Nobel de Física para Steven Chu, Claude Cohen e William D. Phillips, em 1997 [2], [3]. Posteriormente, em 2001, o prêmio Nobel foi concedido a Cornell, Ketterle e Wieman pela pesquisa baseada nas técnicas de resfriamento, que levou à obtenção de um condesado de Bose-Einstein.

Dentre os vários métodos para esfriar e aprisionar átomos [4], utilizamos no nosso experimento uma Armadilha Magneto-Óptica (AMO) para obter uma amostra de átomos frios, usada como meio não linear no estudo do processo de Mistura de Quantro Ondas (MQO). O estudo das formas de linha do sinal da mistura de quatro ondas dá informação espectroscópica acerca da estrutura e da dinâmica atômica do meio. A resposta do meio à presença da luz é dada pela forma de linha associada com o sinal como função da frequência dos feixes incidentes. Esta interação coerente entre o meio e os campos pode ser descrita como um processo envolvendo grades de população e coerência induzidas no meio pelos campos. Estas grades surgem como resposta aos bombeamentos ópticos utilizados no processo, a forma de linha que está relacionada com a dinâmica do processo pode apresentar uma combinação de ressonâncias estreitas e largas, isto é, com largura menor ou maior que a largura natural da transição atômica [5].

Neste trabalho estudamos as formas de linha do sinal da MQO na configuração de Conjugação de Fase Óptica (CFO), em átomos de césio esfriados e armadilhados por uma AMO. Uma configuração semelhante à usada aqui foi usada na AMO em trabalhos anteriores do nosso grupo [6]. A utilização da configuração de CFO para MQO em átomos frios foi usada pela primeira vez na década de 90 usando césio [7]. Nesta configuração os feixes da MQO são comumente denominados por F, P e B (*Foward, Probe e Backward*). O uso de um par de Moduladores Acusto-Ópticos (MAO) nos permite variar a frequência comum dos feixes F e P em torno da frequência do feixe B, que é ressonante com a transição atômica na qual é realizada a experiência da MQO.

A contribuição principal deste trabalho é na parte da abordagem teórica do problema: Modelamos o sistema atômico como um sistema de três níveis interagindo com os campos da mistura de ondas. Usamos o formalismo matemático da matriz densidade para resolvermos o sistema perturbativamente nos campos P e B e obter a forma de linha do sinal da MQO.

O trabalho está dividido da seguinte forma:
No capítulo 2 estudamos brevemente as principais características do processo da mistura de quatro ondas fazemos uma revisão dos conceitos de conservação de momento linear e energía no processo de MQO e discutimos o conceito de casamento de fase para a configuração usada.

No capítulo 3 revisamos a teoria da interação entre a radiação electromagnética e os átomos na aproximação semiclássica. Inicialmente, descrevemos as principais características da estrutura atômica do césio, usado como meio não linear para a obtenção do sinal estudado. Introduzimos o conceito físico da matriz densidade, formalismo matemático usado para o tratamento teórico do nosso problema. Aplicamos este formalismo para descrever a interação de um sistema de dois níveis com um campo monocromático de luz, de forma a relacionar a suceptibilidade não linear com a curva de absorção e o índice de refração do meio. Seguimos com uma revisão do fenômeno de armadilhamento coerente de população (CPT - Coherent Population Trapping), conceito importante para a interpretação dos resultados obtidos neste trabalho.

A descrição do experimento realizado é apresentada no capítulo 4. Revisamos os conceitos físicos nos quais se baseia a montagem experimental da AMO. Descrevemos a realização da experiência da MQO, explicando a preparação do sistema atômico e as principais características dos componentes experimentais.

Finalmente no capítulo 5, apresentamos o modelo teórico usado para calcular o espectro da mistura de ondas usando o formalismo de matriz densidade. Resolvemos as equações de matriz densidade para nosso sistema, usando a aproximação de dipolo elétrico e de

onda girante. Apresentamos os resultados teóricos obtidos, fazendo uma comparação qualitativa com os resultados experimentais e discutimos a interpretação dos mesmos.

Capítulo 2

Mistura de quatro ondas na configuração de conjugação de fase óptica

Neste capítulo revisamos os conceitos fundamentais do processo da mistura de quatro ondas, pois é através deste processo de interação não linear entre o campo de radiação e o átomo que é gerado o sinal estudado neste trabalho.

Nos fenômenos da óptica linear, as propriedades ópticas da matéria variam com a frequência da luz mas não com a intensidade e se considera que as ondas se propagam sem interagir entre elas. Porém a criação do laser (fonte de luz coerente de alta intesidade) permitiu estudar outras propriedades do meio, que anteriormente com o uso da luz térmica nao era possível explorar, pois as fontes de luz usadas tinham baixas intensidades, insuficientes para observar os efeitos não lineares. O laser viabilizou a observação de fenômenos que mostravam fatos fundamentais como por exemplo: que o índice de refração, e consequentemente a velocidade da luz num meio óptico mudam com a intesidade da luz que excita o meio, que o principio de superposição não é mais válido no campo da óptica não linear, etc. Desde então o campo da óptica não linear tem tido um crecimento contínuo tanto na parte pura como aplicada da ciência, cada vez mais abrangendo novas áreas de aplicação com o descobrimento de novos fenômenos e novas técnicas óp-

ticas. O processo MQO tem sido utilizado em um grande número de aplicações como: processamento óptico, conjugação de fase óptica, holografía em tempo real, medição das estructuras energéticas atômicas e taxas de decaimento, entre outros.

2.1 Suceptibilidade não linear

Para descrever mais precisamente a não linearidade óptica, vejamos como a polarização $\mathbf{P}$ de um material (momento de dipolo por unidade de volume) depende da intensidade do campo aplicado $E(\mathbf{r}, t)$. Na óptica linear, a polarização induzida depende linearmente do campo elétrico $E(\mathbf{r}, t)$, de modo que podemos relacioná-los como:

$$\mathbf{P}(t) = \chi^{(1)}\mathbf{E}(t) \tag{2.1}$$

onde $\chi^{(1)}$ é a constante de proporcionalidade, conhecida como suceptibilidade linear. No caso da óptica não linear, a resposta do meio pode ser modelada mediante uma generalização da equação anterior 2.1, expandindo a polarização induzida $\mathbf{P}(t)$ como uma série de potências do campo $\mathbf{E}$(t),

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t) &= \chi^{(1)}\mathbf{E}(t) + \chi^{(2)}\mathbf{E}^2(t) + \chi^{(3)}\mathbf{E}^3(t) + ... \\ &= \mathbf{P}^1(t) + \mathbf{P}^2(t) + \mathbf{P}^3(t) + ... \end{aligned} \tag{2.2}$$

$\chi^{(2)}$ e $\chi^{(3)}$ representam as suceptibilidades ópticas não lineares de segunda e terceira ordem, respectivamente, as quais dependem das frequências dos campos aplicados. Assumindo que as não linearidades de alta ordem decrescem, a expansão em série converge a uma polarização finita [8].

Em geral as suceptibilidades que aparecem na expansão 2.2, são tensores que caracterizam o meio não linear [1].

[1] Na expansão 2.2, $\chi^{(1)}$ é um tensor de ordem 2 que caracteriza a polarização linear, a suceptibilidade não linear de mais baixa ordem seria então $\chi^{(2)}$, um tensor de ordem 3 com 27 elementos seguido de $\chi^{(3)}$, um tensor de ordem 4 com 81 elementos, o número de elementos não nulos é determinado pela simetria do meio óptico.

Levando em conta os termos não lineares nas equações de Maxwell, para um meio dielétrico homogêneo arbitrário a equação de onda pode ser escrita de forma muito geral como:

$$\nabla^2\mathbf{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = -\mu_0\frac{\partial^2\mathbf{P}_{NL}}{\partial t^2} \tag{2.3}$$

onde a velocidade de propagação no meio é $c = c_0/n$, sendo c_0 a velocidade da luz no vácuo e n é o índice de refração do meio. O termo da direita da equação age como um termo fonte que cria um campo elétrico como resposta dos átomos à polarização induzida no meio devido à presença da luz.

Os tratamentos teóricos dos efeitos não lineares foram feitos após as primeiras observações experimentais. Citamos entre alguns dos trabalhos pioneiros o trabalho realizado por Bloembergen e colaboradores nos quais discutem as interações de ondas eletromagnéticas com um meio dielétrico não linear [9], e posteriormente introduziram o formalismo da matriz densidade, com efeitos de saturação e tratamento perturbativo para o estudo dos processos não lineares que estavam começando a ser observados por diferentes grupos de trabalho [10].

Dos vários processos não lineares existentes, neste trabalho examinamos apenas o processo da mistura de quatro ondas, o qual chamaremos de forma abreviada como MQO, estudando o sinal obtido como resposta de um sistema atômico à presença dos quatro campos. A MQO é um processo óptico que acontece num meio que apresenta não linearidade de terceira ordem caracterizada por $\chi^{(3)}$, onde o meio age apenas como mediador no processo sem ganhar nem perder energia.

Este processo em particular surge da interação de quatro campos ópticos coerentes via a suceptibilidade não linear de $\chi^{(3)}$ do meio. De uma forma muito geral o processo de interação destes campos pode ser entendido fisicamente analisando a resposta do meio a uma superposição de três ondas, considerando as interações individuais dos campos da mistura com o meio dielétrico. O primeiro campo incidente provoca uma modulação na polarização do meio, o qual reradia o campo com uma diferença de fase determinada pela oscilação amortecida dos dipolos individuais (espalhamento Rayleigh, processo descrito na óptica linear). A prescença de um segundo campo terá um efeito similar sobre a

polarização, teremos um grande número de dipolos atômicos no material, oscilando com uma fase determinada pelos campos incidentes, e se a fase relativa destes dipolos é correta, o campo iradiado por cada dipolo interferirá construtivamente (soma de frequências) em uma certa direção. No caso contrário teremos uma interferência destrutiva das ondas. Um terceiro campo incidente interfere com os outros dois campos e com as somas e diferenças de frequências geradas por eles. Este batimento com a soma e a diferença de frequências é a origem do quarto campo da mistura, pois esta interação gera as frequências que agem como novas fontes de campos.

No processo da MQO podemos distinguir dois casos. Quando os feixes incidentes têm a mesma frequência e interagem no meio não linear gerando uma onda conjugada com a mesma frequência, o processo se denomina mistura degenerada de quantro ondas (MDQO). O caso quando os campos incidentes e a onda gerada possuem frequências diferentes se denomina mistura não degenerada de quatro ondas (MNDQO).

2.2 Conjugação de fase óptica

O sinal estudado neste trabalho é obtido a partir do processo da MQO na configuração de Conjugação de Fase Óptica (CFO). Nesta seção apresentamos as principais características da CFO, comentando algumas das suas aplicações em forma geral, e depois particularizando a configuração de CFO para a MQO.

O primeiro trabalho teórico de CFO por MQO foi feito por Hellwarth em 1977 [11], porém o cálculo é feito no limite de baixa eficiência, isto é, com refletividade $<< 1$. Um ano depois foi publicado o modelo de Yariv-Pepper descrevendo as características básicas do processo e prevendo amplificação (refletividade > 1) e oscilação [12]. A primeira observação experimental da conjugação de fase óptica por MQO foi conseguida por Bloom e Bjorklund em césio, usando um laser pulsado de Nd:YAG (2^o harmônico) [13].

Basicamente no processo de conjugação de fase óptica temos um campo incidente $\mathbf{E_i}(\mathbf{r}, t)$ num meio que gera (reflete) um campo $\mathbf{E_c}(\mathbf{r}, t)$, o qual é proporcional ao campo conjugado da onda incidente, isto é, o processo de conjugação de fase óptica reverte a fase do

feixe incidente (reversão do vetor de propagação), que é equivalente a reverter a evolução espacial e temporal da onda incidente [15] .

Para representarmos o processo de maneira geral definimos a onda incidente em um meio conjugador de fase como,

$$\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{i}}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_{\mathbf{i}}(\mathbf{r})\, e^{-i\omega t} + c.c. \tag{2.4}$$

O meio reflete uma onda descrita por,

$$\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{c}}(\mathbf{r},t) = r\mathbf{E}^{*}_{\mathbf{i}}(\mathbf{r})\, e^{-i\omega t} + c.c. \tag{2.5}$$

onde r representa a amplitude do coeficiente de reflexão do espelho. Para evidenciar o significado de substituir $\mathbf{E_i}(\mathbf{r})$ por $\mathbf{E}^{*}_{\mathbf{i}}(\mathbf{r})$ no processo de reflexão, é útil representar $\mathbf{E_i}(\mathbf{r})$ como o produto

$$\mathbf{E}_{\mathbf{i}}(\mathbf{r}) = \hat{\epsilon_{\mathbf{i}}} A_i(\mathbf{r})\, e^{i\mathbf{k_i}\cdot\mathbf{r}}, \tag{2.6}$$

onde $\hat{\epsilon_{\mathbf{i}}}$ representa o vetor unitário de polarização, $A_i(\mathbf{r})$ é a amplitude do campo que varia lentamente, e $\mathbf{k_i}$ é o vetor de onda da luz incidente. O complexo conjugado da equação 2.6 é dado por

$$\mathbf{E}^{*}_{\mathbf{i}}(\mathbf{r}) = \hat{\epsilon^{*}_{\mathbf{i}}} A^{*}_i(\mathbf{r})\, e^{-i\mathbf{k_i}\cdot\mathbf{r}}, \tag{2.7}$$

Vemos assim que a ação de um espelho conjugador de fase ideal implicaria em:

- O vetor unitário de polarização complexa da radiação incidente é substituido pelo seu complexo conjugado, de modo que a luz polarizada circularmente à direita permanece com a mesma polarização após a reflexão. Num espelho metálico, após a reflexão, teriamos luz polarizada circularmente à esquerda.

- $A_i(\mathbf{r})$ é substituída por $A^{*}_i(\mathbf{r})$, implicando na inversão do frente de onda como se mostra na figura 2.1.

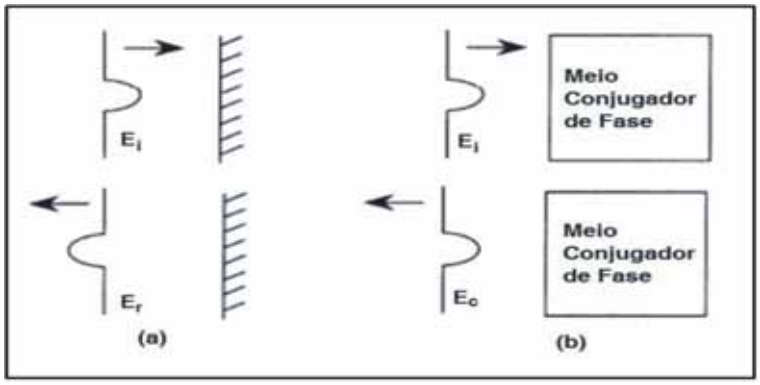

Figura 2.1: (a): Frente de Onda refletida por um espelho comum, a frente de onda é revertida com respeito à frente incidente. (b): Frente de onda refletida por um meio conjugador de fase, a frente de onda da onda conjugada é idéntica à frente da onda incidente mas propagando-se em sentido contrário.

- $\mathbf{k_i}$ é substituído por -$\mathbf{k_i}$, mostrando que a onda incidente é refletida na direção de incidência, diferentemente da reflexão que aconteceria num espelho comum. Esta situação é mostrada na figura 2.2.

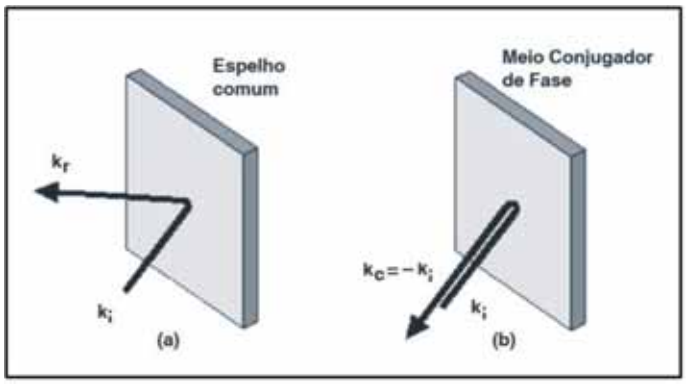

Figura 2.2: (a): Direção de propagação da frente de onda quando refletida num espelho convencional, a frente de onda é refletida adquirindo um vetor de onda dependente do ângulo de incidência (lei de Snell $\mathbf{k_i}$-vetor da onda incidente, $\mathbf{k_r}$-vetor da onda refletida). (b): Direção de propagação que adquiere a frente de onda quando refletida num meio que é conjugador de fase óptica, a onda refletida se propaga na mesma direção da onda incidente $\mathbf{k_i}$ mas em sentido oposto $\mathbf{k_c} = -\mathbf{k_i}$.

Pode se notar que a partir de 2.4 e de 2.7 podemos escrever $\tilde{\mathbf{E}}_\mathbf{c}(\mathbf{r}, t) = r\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}^*_\mathbf{i}(\mathbf{r}, -t)$.

A MQO é um dos processos usados para produzir CFO, e por ser um processo paramétrico, possibilita a CFO com amplificação (refletividade > 1). O arranjo experimental básico para implementar a MQO é mostrado na figura 2.3, o meio é bombeado por dois feixes de referência contraprogantes denominados F e B, de frequências ω_F e ω_B, respectivamente. Um terceiro feixe P de frequência ω_P incidente no meio fazendo um pequeno ângulo θ

respeito ao feixe F [2]. Como resultado do acoplamento não linear entre estas três ondas, uma quarta onda será gerada com a fase conjugada com respeito à fase do feixe P, propagando-se em sentido contrário à direção do feixe P. A susceptibilidade que gera o sinal conjugado observado é

$$\mathbf{P_{NL}} = \chi^{(3)} E_F E_B E_P^* \, exp\left\{i[(\omega_F + \omega_B - \omega_P)t - (\mathbf{k}_F + \mathbf{k}_B - \mathbf{k}_P) \cdot \mathbf{r}]\right\}. \tag{2.8}$$

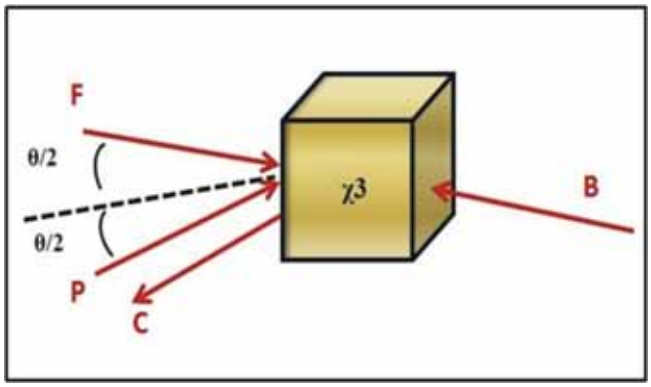

Figura 2.3: Configuração dos feixes da MQO na configuração de CFO, quando $\omega_F \sim \omega_p$ existe casamento de fase. A nomenclatura dos feixes está referida ao nome que têm em inglês para esta configuração, isto é: F-Foward, B-Backward, P-Probe e C-Conjugate.

As principais técnicas para produzir CFO além da MQO, são espalhamento Brillouin, Raman e Rayleigh. Algumas aplicações da CFO são eliminação de efeitos de aberrações em certos tipos de sistemas ópticos, dispositivos digitais ópticos, filtragem óptica selectiva em frequência, direcionalidade de feixes laser (fusão nuclear, localização de satélites), formação de imágenes sem lentes (fotolitografía, Fibras ópticas), ressonadores, memoria associativa, entre outros [14]. Porém, neste trabalho não estudamos especificamente o processo de CFO, apenas o mencionamos, pois é a configuração usada para estudar as características espectrais do sinal obtido. No processo da MQO os feixes de bombeamento F e B fornecem energia ao feixe conjugado C, através da interação com o meio com susceptibilidade não linear $\chi^{(3)}$, portanto uma vantagem desta configuração é que o feixe P não precisa ser forte, como no caso de CFO via espalhamento estimulado, no qual a energia

[2] São denotados como F, B e P, devido a sua equivalência em inglês com Foward, Backward e Probe, respectivamente.

da onda conjugada emitida estimuladamente é proveniente de modos acústicos induzidos pela luz (espalhamento Brillouin) ou ópticos (espalhamento Raman) do material [15].
Existe uma analogia entre o processo de MQO e a holografia. Na década de 70 era comum chamar a MQO de holografia em tempo real, porém o processo de MQO fisicamente tem características quânticas que não têm analogia na holografia. Podemos resumir algumas diferenças fundamentais entre ambos os processos por exemplo: o processo da holografia é feito em duas etapas distintas, primeiro se grava o holograma e depois a imagem é reconstruida, na MQO os dois processos ocorrem de forma simultânea. No caso da holografia convencional grades espaciais são gravadas numa emulsão fotográfica e no caso da MQO as grades são induzidas mudando o indice de refração e a absorção do meio. Estas grades induzidas decaem em tempos caracterizados pelos tempos de vida dos níveis atômicos, geralmente tempos curtos, isto provoca uma resposta rápida no caso da MQO, o que permite que o processo seja usado para correção de distorções rápidas, como espelhos para ressonadores.

2.3 Casamento de fase e conservação de momento e energia

Um acoplamento eficiente entre as ondas da mistura ocorre quando a energia e o momento linear são conservados nos modos do campo incidente. As ondas incidentes no meio, devem em principio manter a mesma fase relativa entre elas, evitando com isto a interferência destrutiva, pois os campos microscópicos gerados por cada átomo participante do processo devem ser somados em fase em todos os pontos do espaço na direção do sinal gerado, isto é conhecido como condição de casamento de fase.
Quando a condição de casamento de fase é satisfeita, as contribuções microscópicas contribuem para uma maximização do sinal observado, mesmo quando as não linearidades forem pequenas, um casamento de fase adequado faz possível observar efeitos coerentes nos sinais gerados. A conservação da energia é manifestada na relação existente entre as frequências dos feixes da mistura como:

$$\omega_C = \omega_F + \omega_B - \omega_P. \tag{2.9}$$

A direção do sinal conjugado C é dada pela relação de casamento de fase, a qual pode ser calculada a partir da figura 2.3, que mostra o arranjo vetorial do processo. Então a partir da escolha adequada das direções de propagação dada por,

$$\mathbf{k_C} = \mathbf{k_F} + \mathbf{k_B} - \mathbf{k_P} \tag{2.10}$$

o casamento de fase permite a maximização do sinal conjugado, resultante da interferência construtiva na direção de deteção. Esta relação pode ser entendida como a condição de conservação de momento linear no processo da MQO.

Por outro lado, interpretando o processo da MQO como uma interação entre fótons num sistema de dois níveis, temos a aniquilação de um fóton de frequência ω_F e um fóton de frequência ω_B durante o processo, compensatoriamente são criados um fóton de frequência ω_P e outro de frequência ω_C, este processo de criação-aniquilação de fótons pode ser esquematizado na figura 2.4.

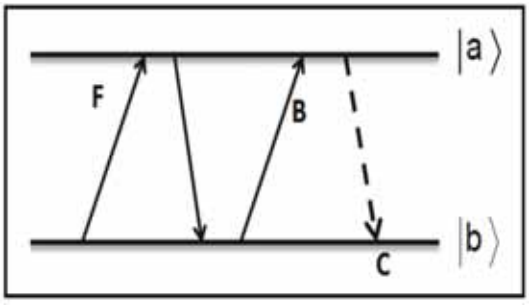

Figura 2.4: A conservação de energia no processo da MQO pode ser esquematizada considerando um sistema de dois níveis $|a\rangle$ e $|b\rangle$, no qual o balanço energético vem dado pela absorção pelo meio não linear de dois fótons, um no modo F e outro no modo B e a emissão de dois fótons nos modos P e C.

As restrições impostas pelo casamento de fase são a origem da alta direcionalidade do sinal produzido pela MQO, além de servir como um filtro, já que apenas uma banda fina de frequências pode satisfazer o casamento ao longo de uma direção em particular.

Na configuração típica da MQO temos, segundo a figura 2.5, para o casamento de fase o caso particular da mistura degenerada de quatro ondas (MDQO), quando $\beta = \theta/2$, com F

e B contrapropagantes e $\omega_F = \omega_B$, a condição do casamento de fase acontece é satisfeita, isto dá uma certa liberdade com respeito à direção de incidência do feixe P.

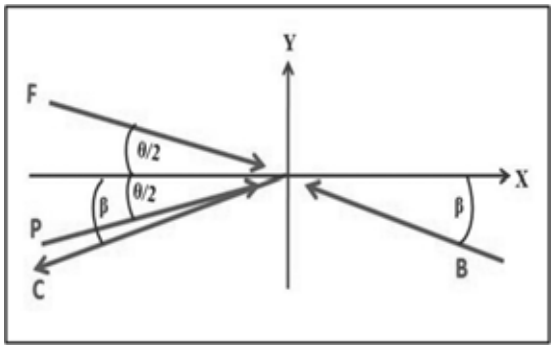

Figura 2.5: Casamento de fase e conservação de momento linear e energia em termos dos vetores de onda dos feixes incidentes no meio.

No caso estudado usamos a configuração da mistura de quatro ondas quase degenerada MQO-QD, isto é, quando no meio incidem os três campos tendo aproximadamente a mesma frequência, e pelo menos dois deles possuem frequências iguais. O feixe de bombeio ω_F e o feixe de prova ω_P têm a mesma frequência, formando um ângulo de incidência $\theta \sim 4^o$ entre eles. O feixe B tem uma frequência ω_B diferente de ω_F e incide em sentido contrário ao feixe F, a condição de casamento acontece quando,

$$sin\beta = \frac{\mid \mathbf{k_F} \mid}{\mid \mathbf{k_B} \mid} \, sin\frac{\theta}{2}. \tag{2.11}$$

A equação 2.11 indica a conservação de momento linear, pois é a condição para a qual teremos casamento de fase, permitindo a geração do feixe conjugado C quase co-propagante ao feixe P.

Capítulo 3

Interação entre átomos e campos

Neste capítulo descrevemos brevemente as principais características do meio atômico não linear usado na experiência da mistura de quatro ondas: um vapor atômico de césio. Revisamos de forma geral as principais propriedades do átomo de ^{133}Cs relevantes para a nossa experiência. Apresentamos a estrutura fina e hiperfina do átomo e as regras de seleção que determinam a interação do meio com a luz. Continuamos descrevendo os conceitos básicos da interação da radiação eletromagnética com a matéria como uma forma de introduzir o formalismo matemático usado para resolver teoricamente nosso sistema.

3.1 Meio atômico não linear: césio

Para o estudo da estrutura atômica através da interação radiação-matéria, os metais alcalinos em estado gasoso são excelentes candidatos. Uma das características atrativas dos metais alcalinos, é a existencia de transições ópticas permitidas cuja energia de excitação para ir do estado fundamental ao primeiro estado excitado está na região do visível e infravermelho próximo, o que facilita o estudo da estrutura atômica acoplando fortemente luz laser que opere nessa região. Alguns átomos deste grupo, comumente usados em experimentos de espectroscopia são o sódio (Na), rubídio (Rb) e césio (Cs), em particular este trabalho é realizado utilizando como meio não linear um vapor de césio.

Os requerimentos principais para o estudo de efeitos coerentes são encontrados nas linhas de ressonâncias ópticas $D1$ e $D2$ dos átomos alcalinos, onde é possível induzir uma coerência entre os níveis da estrutura hiperfina dos átomos.

3.1.1 Linha D_2 do césio

No estado fundamental os metais alcalinos têm uma camada fechada tendo apenas um elétron de valência na última camada eletrônica. Como os alcalinos são átomos de vários elétrons em princípio não é possível resolver o hamiltoniano de forma analítica. Porém, fazendo aproximações apropriadas podemos explicar sua estrutura atômica, podendo tratá-los como átomos de apenas um elétron. Como o núcleo é composto de camadas fechadas, ele não contribui ao momento angular orbital do átomo, e só permanece aquele do único elétron externo. O estado deste elétron é completamente determinado pelo seu momento angular orbital $\mathbf{l}$ e seu momento angular de spin $\mathbf{s}$, estes dois momentos se acoplam para formar o momento angular total do elétron $\mathbf{j}$ [1]:

$$|l - s| \leq j \leq l + s. \tag{3.1}$$

Como toda a contribução ao momento angular eletrônico total vem do átomo da última camada, os momentos angulares orbital e de spin totais estão dados por $\mathbf{L} = \mathbf{l}$ e $\mathbf{S} = \mathbf{s}$, e o momento angular total para todos os elétrons é dado por $\mathbf{J} = \mathbf{j}$. A orientação de $\mathbf{S}$ com respeito a $\mathbf{L}$ define a interação spin-orbita $V_{SO} = A\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ e os diferentes estados energéticos correspondem a diferentes valores de $\mathbf{J}$. Este deslocamento de estados causado pela interação spin-órbita dá origem à estrutura fina do átomo. O acoplamento **LS** é válido se a interação spin-órbita for pequena comparada com separação dos níveis energéticos [20].

Usando a notação de Russell Saunders, os estados eletrônicos dos átomos dos metais alcalinos ficam totalmente especificados como $n^{2S+1}\mathbf{L_J}$, onde n é o número quântico principal do elétron de valência.

[1] Para a camada de valência do Césio, o número quântico l pode assumir valores de $l = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

A estrutura dos metais alcalinos torna-se um pouco mais complicada quando levamos en conta a interação do spin nuclear denotado por **I** com o momento angular total do elétron **J** [2]. O acoplamento destes momentos angulares origina um novo deslocamento dos níveis formando o momento angular total do átomo $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{J}$, com valores $|J-I| \leq F \leq |J+I|$. Diferentes valores de **F** para os mesmos valores de **I** e **J** são deslocados pela interação $A\mathbf{I} \cdot \mathbf{J}$ entre o spin nuclear e o momento angular eletrônico. A estrutura energética resultante é conhecida como estrutura hiperfina (hfs), e geralmente é menor do que a estrutura fina devido a que o momento magnético nuclear é menor. O hamiltoniano que descreve a estrutura hiperfina é dado por [4] ,

$$H_{hfs} = A\mathbf{I} \cdot \mathbf{J} + B_{hfs} \frac{3(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J})^2 + 3/2\mathbf{I} \cdot \mathbf{J} - I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)J(2J-1)}, \tag{3.2}$$

e o deslocamento dos níveis de energia devido à interação hiperfina pode-se escrever como,

$$\triangle E_{(hfs)} = \frac{1}{2}hAK + hB \frac{\frac{3}{2}K(K+1) - 2I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)2J(2J-1)}, \tag{3.3}$$

onde $K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$ e A e B são dois parâmetros experimentais. O deslocamento energético entre dois níveis adjacentes fica determinado por,

$$\triangle E_{(hfs)}(F) - \triangle E_{(hfs)}(F-1) = hAF + 3hBF \frac{F^2 - I(I+1) - J(J+1) + \frac{1}{2}}{2I(2I-1)J(2J-1)} \tag{3.4}$$

onde F específica o valor mais alto do momento angular total. Cada um destes estados dos metais alcalinos ainda é desdobrado em $(2I+1)\times(2J+1)$ subníveis Zeeman. A interação da luz com todas as transições existentes entre o estado fundamental e os subníveis excitados é regida por certas regras de seleção que devem ser cumpridas, isto limita o número de transições, em princípio possíveis.

Cada nível hiperfino contém $2F + 1$ subníveis magnéticos, os quais são degenerados na ausência de interação com campos magnéticos. Porém a presença de um campo magnético externo **B** causa um desdobramento em cada nível hiperfino, quebrando esta degenerescên-

[2] O Césio tem um momento angular de spin nuclear dado pelo número quântico $I = 7/2$.

cia. A interação do átomo com um campo magnético externo é descrita pelo hamiltoniano $H_{ZE} = -\mu \cdot \mathbf{B}$. Para baixas intensidades do campo os deslocamentos dos níveis de energia $\triangle E$ são proporcionais à magnitude do campo de acordo com $\triangle E = g\mu_B \mathbf{M} \cdot \mathbf{B}$, onde $\mu_B \equiv \frac{e\hbar}{2m_e c}$ é o magnetón de Bohr, m_e é a massa do elétron, $\mathbf{M}$ é a projeção do momento angular ao longo de $\mathbf{B}$ e g é o fator de Landé. A presença de spins nucleares muda o fator g de seu valor usual g_J para

$$g_F = 1 + \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}. \tag{3.5}$$

Particularmente, o átomo de césio (^{133}Cs) no seu estado fundamental é neutro e possui a seguinte estrutura eletrônica, que distribui segundo a regra de Pauli, os 55 elétrons que o átomo possui:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^1 04p^6 5s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^1. \tag{3.6}$$

O elétron opticamente ativo do ^{133}Cs se encontra no estado $6s$. No estado fundamental temos que $l = 0$, que juntamente com o momento angular de spin $s = 1/2$ de acordo com a adição de momento angular, dão origem ao número quântico $j = \frac{1}{2}$, que identifica o nível $6s^2 S_{1/2}$ escrito compactamente como $6^2 S_{1/2}$. Para o primeiro estado excitado temos $l = 1$ e $s = 1/2$, isto corresponde a ter $j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$, assim o primeiro estado excitado $6p$ do césio é constituido dos estados $6^2 P_{1/2}$ e $6^2 P_{3/2}$, formando duas linhas para excitação óptica que definem a estrutura fina do césio,

$$\textbf{Linha D1} \qquad 6^2 S_{1/2} \longrightarrow 6^2 P_{1/2} \tag{3.7}$$

$$\textbf{Linha D2} \qquad 6^2 S_{1/2} \longrightarrow 6^2 P_{3/2} \tag{3.8}$$

cada uma destas linhas tem sua propria estrutura hiperfina. No caso do césio a linha $D1$ é uma transição que correspondem a um comprimento de onda $\sim 895nm$ e para a linha $D2 \sim 852nm$ [18]. Os laseres de diodo operam nesta região, razão pela qual são comumente usados para interagir com átomos alcalinos. Neste trabalho, a experiência de

MQO é feita na linha $D2$, nesta linha existe uma transição cíclica que é utilizada para o funcionamento da armadilha magneto-óptica.

Conforme vimos, a estrutura hiperfina resulta do acoplamento do **J** com o momento angular total nuclear **I** (con valor $I = \frac{7}{2}$), originando um momento angular total **F**. Para o césio no estado fundamental $6^2P_{1/2}$, temos $J = \frac{1}{2}$ e como $I = \frac{7}{2}$ então $F = 3, 4$. E para o estado excitado $6^2P_{\frac{3}{2}}$, temos $j = \frac{3}{2}$ com o qual F pode assumir valores $2, 3, 4$ ou 5. Na figura 3.1 mostramos esquemáticamente a linha $D2$ do césio juntamente com sua correspondente estrutura hiperfina.

3.1.2 Momento angular e regras de seleção

O acoplamento entre transições atômicas e a luz é determinado pelas regras de seleção do operador de dipolo elétrico. Estas regras podem ser derivadas a partir das relações de comutação, para a componente z do momento angular orbital **L** do átomo. Denotando as autofunções do átomo por $|\alpha LM\rangle$[3], a partir de $[L_z, z] = 0$ obtemos,

$$\langle \alpha' L' M' | [L_z, z] | \alpha L M \rangle = (M' - M)\hbar \langle \alpha' L' M' | z | \alpha L M \rangle = 0 \tag{3.9}$$

O acoplamento entre dois estados por luz com polarização linear é proporcional aos elementos de matriz para z, de modo que luz linearmente polarizada pode acoplar dois estados somente se $\triangle M = 0$. Analogamente para as componentes x e y temos [4] :

$$\begin{aligned} \langle \alpha' L' M' | [L_z, x] | \alpha L M \rangle &= (M' - M)\hbar \langle \alpha' L' M' | x | \alpha L M \rangle = i\hbar \langle \alpha' L' M' | y | \alpha L M \rangle \\ \langle \alpha' L' M' | [L_z, y] | \alpha L M \rangle &= (M' - M)\hbar \langle \alpha' L' M' | y | \alpha L M \rangle = -i\hbar \langle \alpha' L' M' | x | \alpha L M \rangle \end{aligned} \tag{3.10}$$

A combinação destas duas relações implica em $\triangle M = \pm 1$, ou bem, que os elementos de matriz para x ou y sejam nulos. As regras de seleção para luz circularmente polarizada são tais que $\triangle M = \pm 1$, onde o sinal $(+)$ indica luz circularmente polarizada à direita

[3] onde α representa todas as outras propriedades dos estados junto com seu momento angular orbital.

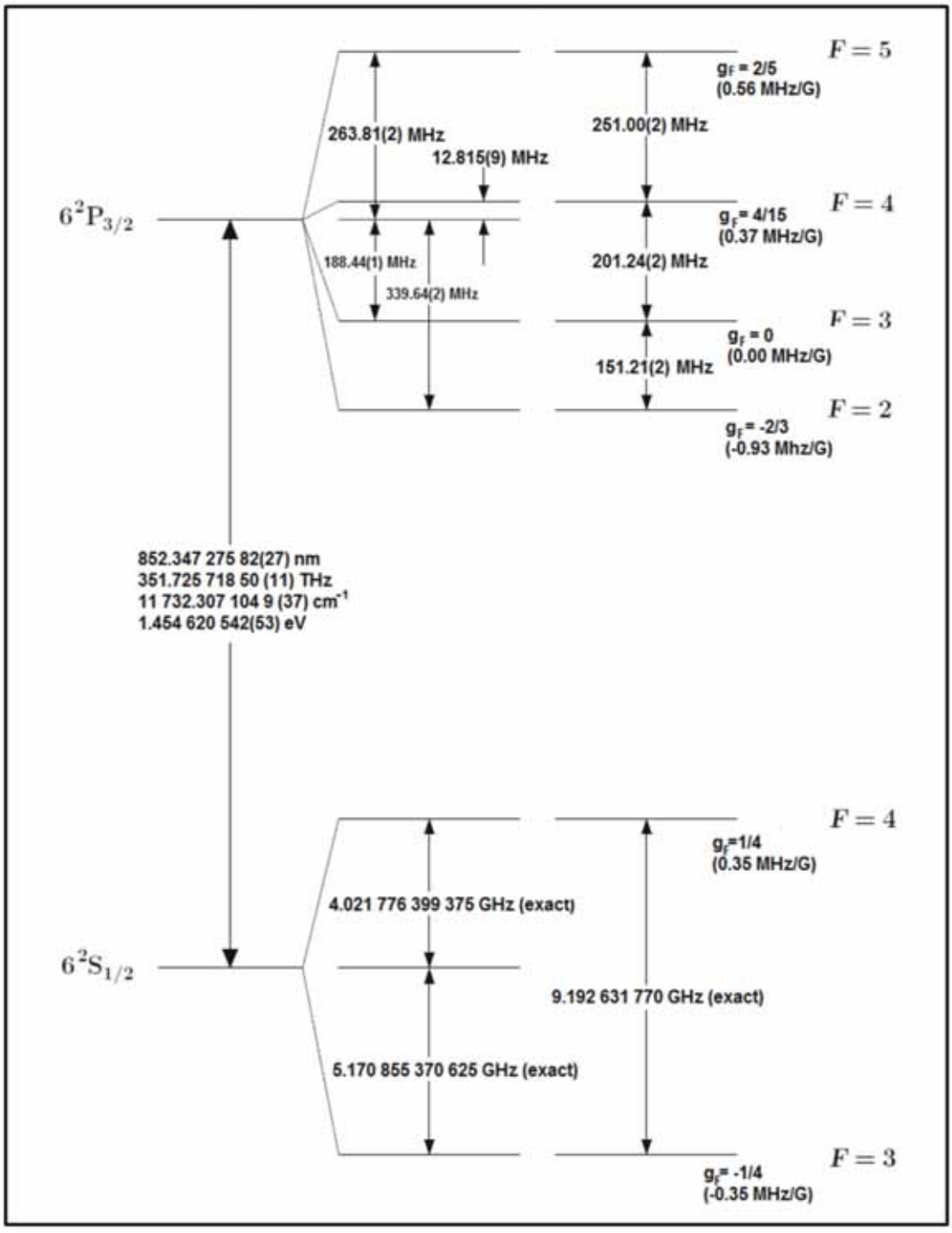

Figura 3.1: Diagrama de níveis de energia da linha $D2$ do Césio, a figura mostra a estrutura hiperfina do ^{133}Cs, os valores do estado fundamental são exatos, são também mostrados os fatores g_F de Landè e os deslocamentos Zeeman dos níveis [18].

e $(-)$ indica luz polarizada circulamente à esquerda. Estas regras de seleção manifestam a conservação do momento angular. Como cada fóton carrega um momento angular $\hbar$, a

projeção deste momento sobre o eixo de quantização z pode ser $0, \pm 1$. A conservação do momento angular requer que a absorção de um fóton seja acompanhada por uma mudança na projeção do momento angular do átomo. No caso da interação fina ou hiperfina, o momento angular orbital **L** pode ser substituído pelo momento angular total **J** do elétron ou **F** do átomo, respectivamente. As regras de seleção aplicam para M_J ou M_F.

As regras de seleção para **J** e **F** são $\triangle J = 0, \pm 1$ e $\triangle F = 0, \pm 1$. Diferentemente do caso do momento angular orbital **L**, onde $\triangle L \neq 0$, $\triangle J = 0$ é permitido pois L e S acoplam com J, de modo que $\triangle J = 0$ não implica em $\triangle L = 0$. Para $J = J' = 0$ temos como consequência necessária $\triangle L = 0$, e portanto transições com $J = 0 \rightarrow J' = 0$ são proibidas. A mesma regra aplica para F, isto é, $F = 0 \rightarrow F' = 0$ também é proibida.

No esfriamento laser as regras de seleção são importantes, pois para diminuir a velocidade dos átomos, um grande número de fótons deve ser espalhado, portanto o acoplamento entre os dois níveis deve ser suficientemente forte. Além disso, como os átomos devem passar por vários ciclos, o decaimento do estado excitado para o nível fundamental deve ser apenas para aquele subnível acoplado com a luz. Isto restringe o número de possíveis transições de esfriamento. Como as mesmas regras de seleção para excitação são válidas para emissão espontânea, a regra de seleção $\triangle F = 0, \pm 1$ permite o decaimento do átomo a partir de um estado excitado para vários estados fundamentais, muitos dos quais podem não estar acoplados pelo laser com algum estado excitado.

3.2 Formalismo matriz densidade

Nesta seção descreveremos a interação da radiação eletromagnética com a matéria considerando a aproximação semiclássica, onde tratamos o átomo quanticamente e a radiação eletromagnética de forma clássica. Começamos fazendo uma revisão do formalismo da matriz densidade usado como ferramenta matemática apropriada no cálculo do sinal da mistura de quatro ondas estudado. Aplicamos o formalismo para resolver um sistema de dois níveis interagindo com um campo monocromático.

Em um processo de medição a suposição de que o estado do sistema antes da medição está completamente preparado (função de onda do sistema $|\Psi\rangle$ definida), pode não ser

totalmente verdadeira, pois na prática temos sistemas mistos, onde apenas conhecemos a probabilidade do sistema estar em um determinado estado quântico. Assim, na prática, quando não conhecemos de forma precisa o estado quântico do sistema, é preciso tratá-lo do ponto de vista estatístico[4]. O uso de conceitos estatísticos é a forma mais geral de descrição do sistema, pois leva em conta as incertezas estatísticas além das incertezas que são inerentes à natureza quântica do sistema. Uma forma unificada de incluir estas duas incertezas é utilizando o formalismo da matriz densidade. Neste formalismo o estado do sistema pode ser descrito por um operador estatístico chamado operador densidade, definido por $\rho = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ para o estado puro, que pode ser escrito em termos de uma matriz $n \times n$, conhecida como matriz densidade, onde n é o número de funções de onda no espaço de Hilbert que descrevem os estados acessíveis para o sistema.

De acordo com a Mecânica Quântica toda a informação possível sobre um sistema puro está contida na função de onda $|\Psi\rangle$, porém numa experiência $|\Psi\rangle$ não pode ser medida diretamente e apenas podem ser determinados os valores esperados de um conjunto de operadores mecânico-quânticos A, dados por $\langle A\rangle = \langle\Psi|A|\Psi\rangle$, onde $\langle\Psi|\Psi\rangle = 1$ quando a função de onda $|\Psi\rangle$ é normalizada [19].

Em geral, as funções de onda Ψ podem ser expandidas numa base de estados de energia $\{\phi_n\}$ acessíveis do átomo, como na seguinte expressão

$$\Psi = \sum_{i}^{n} c_i \phi_i, \tag{3.11}$$

de modo que os elementos de matriz do operador ρ, podem ser expressados como

$$\rho_{ij} = \langle\phi_i|\rho|\phi_j\rangle = \langle\phi_i|\Psi\rangle\langle\Psi|\phi_j\rangle = c_i c_j{}^*. \tag{3.12}$$

A partir da normalização da função de onda obtemos $Tr(\rho) = \langle\Psi|\Psi\rangle = 1$. No caso de um sistema de dois níveis interagindo com um campo de radiação, teremos $n = 2$, de modo que ρ é uma matriz 2×2.

[4] introduzindo o conceito de *ensemble*, isto é tratar o sistema como um conjunto imaginário de sistemas acessíveis aos possíveis estados microscópicos que possuem macroscopicamente as mesmas propriedades do sistema estudado.

Os elementos matriciais ρ_{ij} dependem da base $\{\phi_n\}$, a probabilidade do átomo estar num determinado estado i, vem dada por $0 \leq |c_i|^2 \leq 1$, os elementos não diagonais $c_i c_j^*$ estão relacionados com as coerências associadas à interferência quântica, e dependem da diferença de fase entre c_i e c_j. Os termos diagonais c_i são denominados populações, e estão associados à probabilidade de encontrarmos o sistema num determinado estado, isto é, estão associados ao número de átomos do ensemble que se encontram nesse estado. O valor esperado de um operador representado por A pode ser expressado como:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= \langle \sum_i c_i \phi_i | A | \sum_j c_j \phi_J \rangle = \sum_{ij} c_i^* c_j \langle \phi_i | A | \phi_j \rangle \\ &= \sum_{ij} \rho_{ij} A_{i,j} = \sum_j (\rho A)_{ij} = Tr(\rho A). \end{aligned} \tag{3.13}$$

De acordo com a equação anterior, se a função de onda Ψ é multiplicada por um fator de fase $e^{i\alpha}$, ela não é alterada e continua descrevendo o mesmo estado quântico como pode ser observado na equação 3.13. O operador densidade ρ também permanece invariante neste caso, o qual é um requerimento indispensável para descrever uma observável. Como a matriz densidade contém n^2 elementos complexos, em principio teria $2n^2$ parâmetros reais e independentes, mas como o operador densidade ρ é Hermitiano, $\rho_{ij} = \rho_{ji}$, este número é reduzido apenas a n^2 elementos independentes. A função de onda Ψ é completamente especificada pelos coeficientes de expansão c_i, os quais contém $2n-1$ parâmetros indepedentes. No caso de um estado puro onde há uma relação fixa entre os elementos diagonais e os elementos fora da diagonal, a relação entre eles é $\rho_{ij}\rho_{ji} = \rho_{ii}\rho_{jj}$, encontrada a partir da equação 3.12.

Alternativamente a um estado puro, uma mistura estatística não pode ser especificada por apenas uma função de onda. É necessário levar em conta os vários possíveis estados $\{\Psi_n\}$ que o sistema pode ocupar, neste caso o estado do sistema é convenientemente representado pelo operador densidade definido por,

$$\rho = \sum_i P_i |\Psi_i\rangle\langle\Psi_i|. \tag{3.14}$$

O significado intuitivo desta relação é que o sistema pode estar num estado Ψ_i com uma certa propabilidade P_i. Podemos interpretar o sistema como um conjunto de n dipolos elétricos por unidade de volume, onde cada átomo está em um estado puro definido por Ψ_i, o conjunto de dipolos constitui uma mistura estatística desses estados individuais, cada um com um peso estatístico dado por P_i. Neste sentido o operador densidade representa uma média ponderada sobre os subestados que constituem a mistura. Em uma mistura estatística não temos mais uma relação fixa entre os elementos diagonais e os elementos não diagonais da matriz densidade, a relação entre eles é dada agora por $\rho_{ij}\rho_{ji} \leq \rho_{ii}\rho_{jj}$, e a informação completa do sistema requer n^2 elementos independentes da matriz.
Entre as principais vantagens do formalismo da matriz densidade sobre a abordagem da função de onda estão, que a matriz densidade elimina o fator de fase total, estabelece uma conexão mais direta com as quantidades observáveis e fornece um método matematicamente poderoso, podendo descrever tanto estados puros quanto estados mixtos.
A evolução temporal do operador ρ é dada pela equação de Liouville-von Neumann, que pode ser deduzida a partir da equação de Schrödinger, $i\hbar\frac{d}{dt}|\psi\rangle = H|\psi\rangle$, que descreve a evolução temporal do estado $|\Psi_i\rangle$:

$$i\hbar\frac{d\rho}{dt} = [H, \rho] \tag{3.15}$$

onde $H = H_0 + H_1$ é o Hamiltoniano total do sistema o qual inclui o Hamiltoniano do átomo não perturbado H_0 e o Hamiltoniano H_1, que descreve a perturbação induzida pelo campo que interage com o átomo.
A equação de Liouville escrita na forma 3.15 não leva em conta os efeitos da vizinhança com o sistema, os quais geralmente são pouco conhecidos, e portanto esta equação descreve apenas de forma parcial o sistema, pois as interações do átomo com os modos do vácuo do campo eletromagnético não estão sendo levadas em conta. Estas interações causam decaimentos radiativos que estão estreitamente relacionados com a largura das formas de linha espectrais características do sistema. Porém, podemos levar em conta fenomenologicamente os efeitos da vizinhança, adicionando operadores que descrevam a dissipação ou decoerencia do sistema, e obter as equações de movimento que melhor descrevam a

dinâmica do sistema completo, incluindo efeitos como emissão espontânea, decaimentos de população e coerência, entrada e perda de átomos do sistema, etc.

Assim, introduzindo fenomenologicamente os termos de relaxação na equação 3.15, através dos operadores $\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_{relax}$ e Λ_b, temos,

$$i\hbar\frac{d\rho}{dt} = [H,\rho] - \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_{relax} + \Lambda_b, \tag{3.16}$$

esta equação é conhecida como equação de Bloch óptica. Os elementos da matriz representada pelo segundo termo da equação 3.16, $\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_{relax}$, estão relacionados com os decaimentos de população e coerência do sistema. Os elementos da matriz representada pelo terceiro termo, Λ_b, estão associados à entrada de átomos externos no sistema.

3.2.1 Interação de um campo de luz monocromática com um sistema de dois níveis

Antes de descrever formalmente o cálculo feito para o processo da MQO, particularizemos o formalismo da matriz densidade, discutido anteriormente, para derivar a relação que existe entre a susceptibilidade e a curva de absorção do sistema. Um dos problemas mais simples para introduzir o formalismo da interação átomo-campo é considerar um sistema de dois níveis interagindo com um campo de luz monocromático. Muitos dos átomos reais que possuem vários níveis de energia podem ser aproximados ao modelo simples do átomo de dois níveis sempre que o campo incidente seja ressonante ou quase-ressonante com apenas dois níveis do átomo, e esteja desintonizado do resto dos níveis de modo que a probabilidade de interação com eles seja mínima [8].

Denotemos o nível fundamental por $|a\rangle$, e o nível excitado por $|b\rangle$, com energias $E_a = \hbar\omega_a$ e $E_b = \hbar\omega_b$, respectivamente. Supondo que a interação do átomo com a luz é do tipo dipolo elétrico, o Hamiltoniano de sistema é dado por $H' = H_0 + V(t)$, sendo H_0 o Hamiltoniano não perturbado do sistema, e $V(t) = -\mu\tilde{E}(t)$ denota o termo da interação do átomo com o campo de luz de frequência ω dado por $\tilde{E}(t) = Ee^{-i\omega t} + E^*e^{i\omega t}$. Supomos também que as funções de onda correspondentes aos estados $|a\rangle$ e $|b\rangle$, têm paridade definida, de modo

que os elementos de matriz diagonais $\mu_{aa} = \mu_{bb} = 0$, e por tanto $V_{aa} = V_{bb} = 0$. Então, os únicos elementos diferentes de zero são,

$$V_{ba} = V_{ab}^{*} = -\mu_{ba}\tilde{E}(t). \tag{3.17}$$

De acordo com o formalismo de matriz densidade, discutido anteriormente, a matriz densidade que descreve o estado deste sistema está dada por,

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{aa} & \rho_{ab} \\ \rho_{ba} & \rho_{bb} \end{pmatrix} \tag{3.18}$$

onde $\rho_{ab} = \rho_{ba}^{*}$. A evolução temporal da matriz densidade é dada por,

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho]. \tag{3.19}$$

Considerando que o atómo no nível excitado $|b\rangle$ decai ao nível inferior $|a\rangle$ com uma taxa Γ_{ba}, onde geralmente este dacaimento é devido à emissão espontánea. Também consideramos que o momento de dipolo induzido decai com um tempo característico T_2, relacionado com a largura de linha $\Gamma'_{ba} = \frac{1}{T_2}$, como mostrado na figura 3.2. Adicionando fenomenologicamente estes termos de relaxação, temos que as equações de movimento para os elementos da matriz densidade estão dadas como:

$$\dot{\rho_{ba}} = -(i\omega_{ba} + \frac{1}{T_2})\rho_{ba} + \frac{i}{\hbar}V_{ba}(\rho_{bb} - \rho_{aa}), \tag{3.20}$$

$$\dot{\rho_{bb}} = \frac{-\rho_{bb}}{T_1} - \frac{i}{\hbar}(V_{ba}\rho_{ab} - \rho_{ba}V_{ab}), \tag{3.21}$$

$$\dot{\rho_{aa}} = \frac{\rho_{bb}}{T_1} + \frac{i}{\hbar}(V_{ba}\rho_{ab} - \rho_{ba}V_{ab}). \tag{3.22}$$

Como a equação para a coerência $\dot{\rho_{ba}}$, depende da diferença de população entre ρ_{bb} e ρ_{aa}, é útil considerar a equação de movimento para esta diferença. Considerando a possibilidade de que a diferença em equilibro térmico, $(\rho_{bb} - \rho_{aa})^{e}$, possa ter algum valor diferente

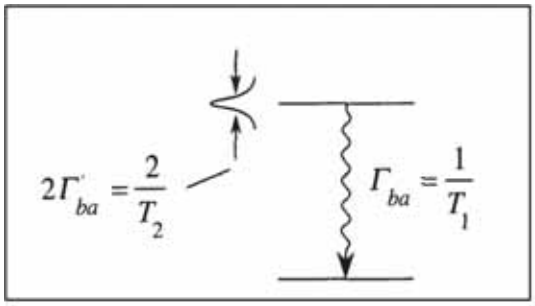

Figura 3.2: Modelo atômico de dois níveis interagindo com um campo de luz monocromático de frequência ω. São mostrados os processos de relaxação para o sistema fechado.

de -1 que corresponde ao caso em que apenas transições espontâneas possam ocorrer, escrevemos:

$$\frac{d(\rho_{bb}-\rho_{aa})}{dt} = -\frac{(\rho_{bb}-\rho_{aa})-(\rho_{bb}-\rho_{aa})^e}{T_1} + \frac{2i}{\hbar}(V_{ba}\rho_{ab}-\rho_{ba}V_{ab}). \tag{3.23}$$

Os elementos de matriz do hamiltoniano de interação são escritos na aproximação de onda girante, isto é, desprezando termos antiressonantes com a transição, $V_{ba} = -\mu_{ba}Ee^{-i\omega t}$. E introduzindo a variável lenta $\rho_{ba}(t) = \sigma_{ba}(t)e^{-i\omega t}$, podemos resolver o sistema formado pelas equações 3.20 e 3.23, cuja solução estacionária vem dada como,

$$(\rho_{bb}-\rho_{aa}) = -\frac{(\rho_{bb}-\rho_{aa})^e[1+(\omega-\omega_{ba}^2T_2^2)]}{1+(\omega-\omega_{ba})^2T_2^2+\frac{4}{\hbar^2}|\mu_{ba}|^2|E|^2T_1T_2} \tag{3.24}$$

$$\sigma_{ba} = -\frac{\mu_{ba}E(\rho_{bb}-\rho_{aa})}{\hbar(\omega-\omega_{ba}+\frac{i}{T_2})}. \tag{3.25}$$

A solução estacionária dada pelas equações anteriores pode ser relacionada com a polarização e consequentemente com a susceptibilidade χ, como:

$$\tilde{P}(t) = N(\mu_{ab}\rho_{ba}+\mu_{ba}\rho_{ab}) = Pe^{-i\omega t}+c.c. \tag{3.26}$$

onde N representa a densidade de átomos e P é a amplitude complexa da polarização. A suceptibilidade χ relaciona P e E como $P = \chi E$. Desta forma podemos escrever a susceptibilidade como:

$$\chi = \left[N(\rho_{bb} - \rho_{aa})^e |\mu_{ba}|^2 T_2/\hbar\right] \frac{\triangle T_2 - i}{1 + \triangle^2 T_2^2 + \Omega^2 T_1 T_2}, \tag{3.27}$$

onde temos definido a frequência de Rabi como $\Omega = 2|\mu_{ba}||E|/\hbar$, e $\triangle = \omega - \omega_{ba}$, onde ω_{ba} é a frequência da transição $a \leftrightarrow b$.

Para interpretar este resultado, expressamos a susceptibilidade como $\chi = \chi' + i\chi''$, onde χ'' é proporcional à absorção e χ' está associada ao índice de refração do meio [15].

Observamos na figura 3.3 que a curva associada com χ' têm uma forma de linha dispersiva, e χ'' tem uma forma de linha Lorentziana. Em particular, a largura da curva de absorção, associada à coerência σ_{ab} é definida como,

$$\Delta\omega_{FWHM} = \frac{2}{T_2}(1 + \Omega^2 T_1 T_2)^{1/2}, \tag{3.28}$$

A tendência de alargamento das linhas espectrais e a diminuição em amplitude da curva de absorção, quando o sistema é excitado usando campos intensos é conhecida como saturação por potência. Este comportamento é ilustrado na figura 3.3.

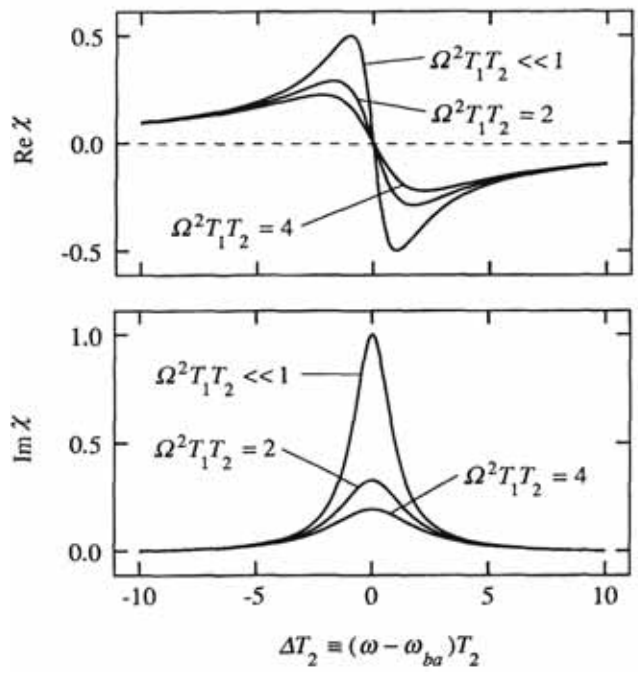

Figura 3.3: Parte real e imaginaria da suceptibilidae χ em função da frequência óptica ω para vários valores do parâmetro de saturação $\Omega^2 T_1 T_2$, [8] .

3.3 Interação radiação-matéria em átomos de três níveis

Nesta seção usaremos o formalismo de função de onda para descrever um importante efeito coerente que surge da interação de átomos de três níveis com dois campos de radiação, e que tem uma importante relação com o processo da mistura de ondas estudada neste trabalho.

O armazenamento coerente de população CPT [5] é um dos vários fenômenos interessantes cuja origem é uma superposição coerente de estados atômicos, no qual é possível fazer com que um meio opaco fique transparente para um campo de prova incidente mesmo na presença de transições ressonantes [21]. Consideremos uma superposição coerente de estados atômicos num sistema de três níveis na configuração Λ, interagindo com dois campos de frequência ω_1 e ω_2 como mostrado na figura 3.4. Representamos os níveis fundamentais por $|b\rangle$ e $|c\rangle$, e o nível excitado por $|a\rangle$. Os níveis $|b\rangle$ e $|c\rangle$ estão acoplados ao mesmo estado $|a\rangle$ através dos feixes de frequência ω_1 e ω_2 com fase ϕ_1 e ϕ_2, respectivamente.

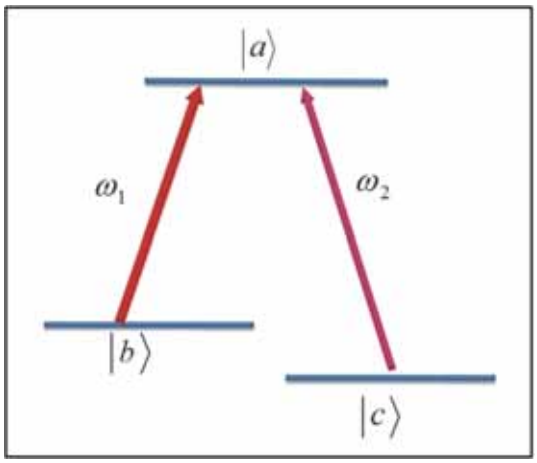

Figura 3.4: Sistema atômico de três níveis na configuração Λ, os estados acoplados via dipolo elétrico são $|b\rangle \leftrightarrow |a\rangle$ e $|c\rangle \leftrightarrow |a\rangle$, acoplado com os feixes ω_1 e ω_2 respectivamente. O átomo está num estado escuro quando há interferência quântica destrutiva entres as duas transições através das quais o átomo pode ser excitado para o estado $|a\rangle$.

O Hamiltoniano do sistema, na aproximação de onda girante é dado por $H = H_0 + H_1$ [23],

[5] CPT do inglês: Coherent Population Trapping.

$$H_0 = \hbar\omega_a|a\rangle\langle a| + \hbar\omega_b|b\rangle\langle b| + \hbar\omega_c|c\rangle\langle c|, \tag{3.29}$$

$$H_1 = -\frac{\hbar}{2}(\Omega_1 e^{-i\phi_1}e^{-i\omega_1 t}|a\rangle\langle b| + \Omega_2 e^{-i\phi_2}e^{-i\omega_2 t}|a\rangle\langle c|) + c.c. \tag{3.30}$$

onde $\Omega_1 e^{-i\phi_1}$ e $\Omega_2 e^{-i\phi_2}$ são as frequências complexas de Rabi associadas com o acoplamento dos modos dos campos ω_1 e ω_2 com as transições correspondentes, onde temos considerado que apenas as transições $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$ e $|c\rangle \leftrightarrow |b\rangle$ são permitidas por dipolo. Nestas condições a função de onda do átomo pode ser escrita como

$$|\Psi(t)\rangle = c_a(t)e^{-i\omega_a t}|a\rangle + c_b(t)e^{-i\omega_b t}|b\rangle + c_c(t)e^{-i\omega_c t}|c\rangle. \tag{3.31}$$

A partir da equação de Schrödinger $i\hbar|\dot{\Psi}\rangle = H|\Psi\rangle$, e da suposição de que os campos estão ressonantes com as transições nas quais estão acoplados, isto é, considerando que $\omega_{ba} = \omega_1$ e $\omega_{bc} = \omega_2$, derivamos as equações de movimento para as amplitudes de probabilidade $c_a(t)$, $c_b(t)$ e $c_c(t)$,

$$\dot{c_a} = \frac{i}{2}(\Omega_1 e^{-i\phi_1}c_b + \Omega_2 e^{-i\phi_2}c_c) \tag{3.32}$$

$$\dot{c_b} = \frac{i}{2}\Omega_1 e^{i\phi_1}c_a \tag{3.33}$$

$$\dot{c_c} = \frac{i}{2}\Omega_2 e^{i\phi_2}c_a \tag{3.34}$$

Consideramos que incialmente o sistema atômico se encontra preparado em uma superposição coerente dos estados fundamentais $|b\rangle$ e $|c\rangle$, com ausência de população no estado $|a\rangle$, $c_a(t=0) = 0$, de forma que o estado do sistema é dado pela função de onda $|\Psi\rangle = c_b|b\rangle + c_c|c\rangle$. Parametrizando este estado, considerando ângulos θ e φ e definindo as amplitudes de probabilidade como $c_b = cos(\theta/2)$ e $c_c = sin(\theta/2)e^{-i\varphi}$ [23], podemos escrever o estado atômico inicial como,

$$|\Psi(t=0)\rangle = cos(\theta/2)|b\rangle + sin(\theta/2)e^{-i\varphi}|c\rangle. \tag{3.35}$$

Usando a condição inicial anterior, uma solução do sistema de equações dado em 3.32 pode ser escrita como,

$$c_a(t) = i\frac{sin(\Omega t/2)}{\Omega}[\Omega_1 e^{-i\phi_1} cos(\theta/2) + \Omega_2 e^{-i(\phi_2+\varphi)} sin(\theta/2)] \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned} c_b(t) &= \frac{1}{\Omega^2}\{[\Omega_2^2 + \Omega_1^2 cos(\Omega t/2)]cos(\theta/2) \\ &\quad -2\Omega_1\Omega_2 e^{i(\phi_1-\phi_2-\varphi)} sin^2(\Omega t/4) sin(\theta/2)\} \end{aligned} \tag{3.37}$$

$$\begin{aligned} c_c(t) &= \frac{1}{\Omega^2}\{-2\Omega_1\Omega_2 e^{-i(\phi_1-\phi_2)} sin^2(\Omega t/4) cos(\theta/2) \\ &\quad +[\Omega_1^2 + \Omega_2^2 cos(\Omega t/2)] e^{-i\varphi} sin(\theta/2)\} \end{aligned} \tag{3.38}$$

onde as frequências de Rabi estão relacionadas por $\Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$.
Quando consideramos que a população está igualmente distribuida entre os estados fundamentais, o aprisionamento coerente ocorrerá quando $c_a(t) = 0$, $\Omega_1 = \Omega_2$, $\theta = \pi/2$ e $\phi_1 - \phi_2 - \varphi = \pm\pi$. Sob estas condições as equações para as amplitudes de probabilidade ficam reduzidas a,

$$c_a(t) = 0 \tag{3.39}$$

$$c_b(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{3.40}$$

$$c_c(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi} \tag{3.41}$$

podemos dizer que a população está armadilhada nos estados $|b\rangle$ e $|c\rangle$ e os átomos não podem ser mais excitados por uma transição de dipolo elétrico. Nestas condições o átomo é dito estar em um estado escuro. Quando os átomos estão no estado escuro existe uma relação de fase que relaciona os estados atômicos, tal que o meio é transparente para os feixes incidentes. Um caso mais geral é obtido considerando $\dot{c_a} = \dot{c_b} = \dot{c_c} = 0$ e $c_a(t) = 0$, esta condição é satisfeita para $c_b(t) = \Omega_1 e^{-i\phi_1}$ e $c_c(t) = -\Omega_2 e^{-i\phi_2}$. Podemos escrever o estado atômico como um estado escuro normalizado de forma geral como:

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{\Omega_2(t)e^{-i\varphi_2}e^{-i\omega_b t}|b\rangle - \Omega_1(t)e^{-i\varphi_1}e^{-i\omega_c t}|c\rangle}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}}. \tag{3.42}$$

O estado escuro representado pela expressão 3.42 é um estado que não está acoplado com o estado excitado $|a\rangle$ através do Hamiltoniano de interação. A amplitude de probabilidade de que o átomo inicialmente no estado escuro seja excitado é dada por $|\langle\Psi|H_1|a\rangle|^2$. Esta amplitude de probabilidade é constituída de duas partes correspondentes a dois possíveis caminhos de excitação, isto é, excitação através da transição $|b\rangle \leftrightarrow |a\rangle$ ou de $|c\rangle \leftrightarrow |a\rangle$. A probabilidade de transição possui um termo de interferência quântica entre os dois caminhos. Para o caso do estado escuro esta interferência é destrutiva e é a origem física da transparência do meio para o campo de luz. Quando levamos em conta um decaimento de coerência nos estados de menor energia do sistema lambda, o átomo não permanece armadilhado indefinidamente nestes estados, isto é, o estado escuro é destruído com o decaimento da coerência no tempo.

Capítulo 4

Condições experimentais

Neste capítulo descrevemos as principais características do aparato experimental usado para a obtenção do sinal da mistura de quatro ondas. Utilizamos como meio não linear uma célula contendo átomos de césio, que foram esfriados e aprisionados usando uma **Armadilha Magneto-Óptica** (AMO). Faremos uma revisão dos princípios físicos nos quais se baseia o funcionamento da AMO. Descremos as componentes principais do aparato experimental, que fazem parte da AMO e da experiência da mistura de quatro ondas, e finalmente detalhamos o processo de medida e a obtenção dos dados experimentais.

4.1 Armadilha magneto-óptica (AMO)

Desde o inicio do século, a partir dos conhecimentos sobre a interação da luz com a matéria, começaram a surgir as primeiras idéias que sugeriam a possibilidade de manipular com luz laser pequenas partículas com massa. Os mecanismos físicos de esfriamento e aprisionamento de átomos com laser começaram a ser tratados com a teoria quântica durante a década de 70, resultando nas primeiras aplicações práticas na década seguinte com a publicação do trabalho do grupo de Chu e Hollberg em 1985 sobre o confinamento viscoso de átomos [3], no qual se estimavam temperaturas de centenas de μk. Pouco depois os primeiros trabalhos experimentais de aprisionamento de um gás através de uma AMO foram conseguidos [24], [25].

Com a existência experimental da amostra esfriada e aprisionada, nesta época medidas revelaram que as temperaturas de esfriamento atingidas eram apenas poucos μk, temperaturas muito menores daquelas que no começo foram sugeridas. Um estudo mais detalhado sobre os trabalhos pioneiros se encontra nas referências [2] e [26]. Um trabalho relevante surgido a partir destas pesquisas foi a criação do condesado de Bose-Einstein usando o processo conhecido como resfriamento evaporativo [28–30], posteriormente em 2001 o condensado foi conseguido através de resfriamento por processos ópticos [31]. A obtenção de baixas temperaturas atingidas pelos átomos em um gás é uma característica que torna viável o estudo das propiedades quânticas dos átomos. Estas pesquisas têm implicações diretas em áreas como espectroscopia de alta resolução, metrologia (construção de relógios atômicos com precisção até de uma parte em 10^{16}), cosmologia, química, biologia, entre outras [26].

4.1.1 Principio de funcionamento

O funcionamento da armadilha magneto-óptica (AMO) está baseado em dois processos fisicamente diferentes: a absorção de luz modificada pelo efeito Doppler e o deslocamento Zeeman causado por campos magnéticos não homogêneos. A ação conjunta de ambos os processos cria uma força sobre o átomo que apresenta um termo dissipativo e um termo restaurador que levam ao esfriamento e o aprisionamento dos átomos, respectivamente. Para descrevermos o funcionamento da AMO consideremos um átomo de dois níveis possuindo um momento angular $F_g = 0$ no nível fundamental e $F_e = 1$ no nível excitado. Este esquema funciona para qualquer transição no esquema $F_g \leftrightarrow F_e = F_g + 1$.

4.1.2 Esfriamento

O processo de esfriamento dos átomos implica na redução da velocidade atômica quando o vapor interage com a luz. Tal processo usa a força de pressão de radiação da luz para manipular os graus de liberdade externos do átomo, de forma que quando interage com a luz, os processos de emissão e absorção de fótons resultam em uma transferência de momento linear entre a luz e o atómo. A força causada pela radiação, particularmente por

luz ressonante ou quase-ressonante com as transições atômicas, está associada ao momento linear da luz. Os fótons possuem energia dada por $E = \hbar\omega_L$, carregam um momento linear $\hbar\mathbf{k}$ e possuem um momento angular $\hbar$, onde ω_L é a frequência do laser, e $\mathbf{k}$ é o vetor de onda da propagação do laser. Quando um átomo absorve luz, devido à conservação da energia e do momento, ele armazena a energia absovida indo para um estado excitado. O armazenamento do momento angular manifesta-se em forma do movimento interno de seus elétrons, e a absorção de momento linear $\hbar\mathbf{k}$ causa um recuo do átomo no mesmo sentido da propagação da luz. Na absorção de um fóton, o átomo sofre uma mudança de velocidade dada por $v_r = \hbar k/M$ que é de poucos cm/s, sendo M a massa do átomo. Esta mudança é de grande interesse, mesmo sendo pequena comparada com a velocidade térmica, pois a partir de múltiplos ciclos de absorção e emissão pode-se produzir uma mudança considerável na velocidade atômica. O apropriado controle desta mudança na velocidade constitui a força radiativa usada para desacelerar (esfriar) os átomos.

Embora haja vários métodos para desacelerar e esfriar os átomos, a armadilha usada neste trabalho usa o chamado esfriamento Doppler, no qual a troca de momento é dependente da velocidade dos átomos [32]. Para explicar o processo, consideramos uma amostra de átomos de dois níveis , com distribuição de velocidades do tipo Maxwell-Boltzmann, interagindo com dois feixes de luz contrapropagantes ($\pm\mathbf{k}$), como se mostra no diagrama da figura 4.1. Os dois feixes de luz de intensidades e frequências iguais ω_L, são sintonizados abaixo da frequência natural da transição atômica ω_a, de forma que $\omega_L + \delta = \omega_a$. Consideremos um átomo da amostra, o qual tem uma componente v da sua velocidade na direção ao longo da propagação dos feixes. Nestas condições, a probabilidade de absorção de um fóton pelo átomo depende diretamente da sua velocidade, devido ao deslocamento na frequência do laser vista pelos átomos em movimento causada pelo efeito Doppler. Supondo que o átomo se movimenta em sentido contrário ao feixe da direita, ele verá este feixe com uma frequência deslocada em $\omega_L + kv$, ou seja, a interação será mais ressonante de acordo ao diagrama 4.1, e os fótons provenientes deste feixe terão uma probabilidade maior de serem absovidos do que os fótons provenientes do feixe contrapropagante a ele, o qual será visto pelo átomo com frequência menos ressonate dada por $\omega_L - kv$. Nesta situação, sobre o átomo age uma força de radiação sempre contrária ao seu movimento.

Esta força $\mathbf{F_d} = -\beta\mathbf{v}$ é do tipo viscosa, pois tende a reduzir a velocidade atômica. Devido à semelhança desta força com uma força de atrito viscoso, denominou-se à região de intersecção dos feixes $+\mathbf{k}$ e $-\mathbf{k}$ de **melaço óptico**. Para um átomo em repouso a probabilidade de absorção para qualquer um dos feixes será igual.

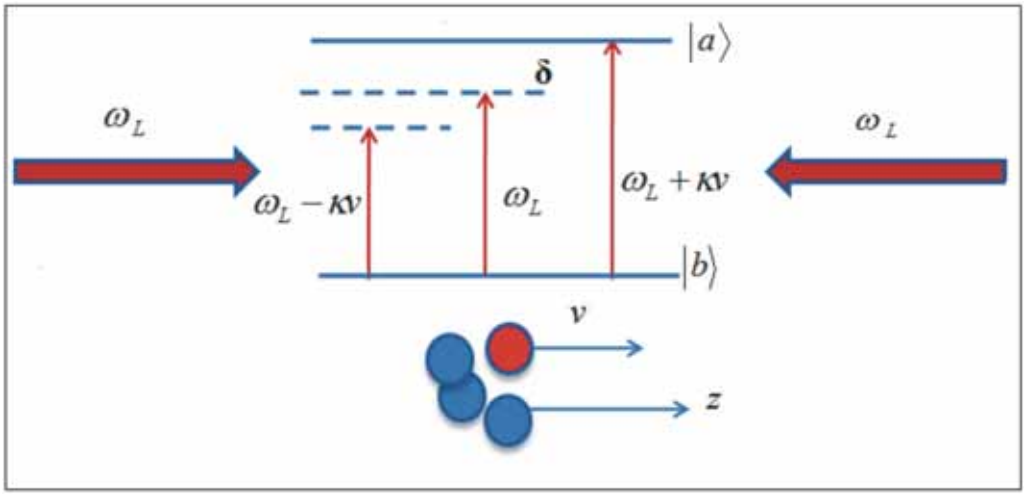

Figura 4.1: Melaço Óptico. Processo de redução da velocidade dos átomos. Devido ao deslocamento Doppler, o feixe que se propaga em sentido oposto ao movimento do átomo é mais ressonante do que aquele que se propaga no mesmo sentido. Portanto o átomo absorve mais o feixe contraprogante a ele e o ve com frequência deslocada $\omega_L + kv$. Logo, a força resultante exercida sobre o átomo pelo laser é contrária ao seu movimento, ou seja $F = -\beta v$.

Para ter um melaço óptico em três dimensões, basta aplicar o arranjo descrito anteriormente em cada eixo coordenado do espaço, de forma que o átomo experimentará uma força do tipo viscosa oposta à sua velocidade, em qualquer direção de deslocamento.

4.1.3 Aprisionamento

A configuração de melaço óptico descrita anteriormente é usada apenas para esfriar os átomos, gerando uma força dissipativa que diminui a velocidade. Porém, o teorema de Earnshaw óptico, mostrou que é impossível aprisionar átomos utilizando apenas forças de radiação [33]. Para conseguir o confinamento espacial é necessária a existência de um termo restaurador da força, pois após vários ciclos de absorção-emissão a velocidade do átomo pode ser tal que o átomo não veja mais nenhum dos feixes ressonantes. Para isto, precisamos de um efeito que faça a probabilidade de absorção ser dependente da

posição dos átomos. Uma forma de obter este efeito é usando o efeito Zeeman, de modo que a ação conjunta de um campo magnético inomogêneo e das polarizações circulares opostas adicionadas aos feixes do melaço óptico, resultem no aprisionamento dos átomos. A presença de um campo magnético estático $\mathbf{B}(z) = B_0 z$, onde $B_0(>0)$ é o gradiente do campo magnético, produz um deslocamento Zeeman nos níveis de energia do átomo. Com isto, as transições passam a depender da posição do átomo como mostrado na figura 4.2.

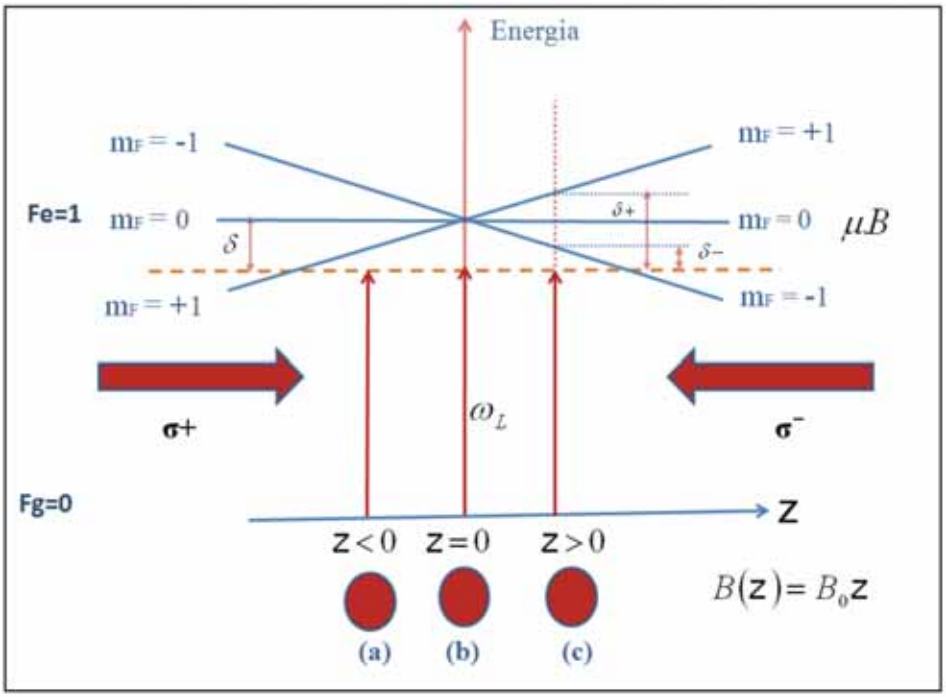

Figura 4.2: Esquema em uma dimensão do processo de aprisionamento do átomo, considerando uma transição com variação de momento agular total $F_g = 0 \longrightarrow F_e = 1$. Os feixes do melaço óptico possuem polarizações σ^+ e σ^-. A prescença do campo magnético $\mathbf{B}(z)$ causa um desdobramento Zeeman do nível de energía excitado, as transições $\Delta m_F = \pm 1$ serão deslocadas em função da posição z.

Os feixes contrapropagantes com polarizações circularmente opostas interagem com os subníveis Zeeman da seguinte maneira: o feixe com polarização σ^+ induz transições com $\Delta m_F = +1$, e o feixe com polarização σ^- transições com $\Delta m_F = -1$. Segundo a figura 4.2, um átomo situado em $z = 0$ (b), não sentirá a ação do campo magnético, e a taxa de absorção de um fóton independerá do momento angular intrínseco da luz $\pm\hbar$. Para átomos localizados em $z \neq 0$ a absorção dependerá do quanto foi deslocado o subnível Zeeman pela presença do campo $\mathbf{B}(z)$, de modo que para um átomo localizado em $z > 0$ como em (c) na mesma figura, a probabilidade de absorção de um fóton com momento

angular $-\hbar$ proveniente do feixe σ^- é maior do que a probabilidade de absorver um fóton com momento $+\hbar$ proveniente do feixe com σ^+, isto é, a presença do campo $\mathbf{B}(z)$ diminui a frequência da transição $\Delta m_F = -1$ fazendo-a mais proxima da ressonância com a luz, enquanto que a transição $\Delta m_F = +1$ tem sua frequência aumentada, afastando-se da ressonância. Uma análise similar, com os mesmos argumentos é feita para a absorção de fótons provenientes do feixe σ^+ para átomos localizados em $z < 0$, situação mostrada em (a) na figura 4.2. Desta forma o átomo sente uma força restauradora sempre em direção à origem, isto é, a pressão de radiação faz com que o átomo seja sempre impulsionado ao centro da armadilha, região onde o campo magnético é nulo. Átomos muito afastados do melaço óptico não estarão sujeitos à forca de aprisionamento, pois a intensidade de $\mathbf{B}(z)$ será tal que afasta as transições $\Delta m_F = \pm 1$ da ressonância da luz. Novamente, este esquema descrito de forma unidimensional é facilmente generalizado para três dimensões. De forma quantitativa temos que devido à interação átomo-luz é produzida uma força radiativa que age sobre o átomo, dada pela soma das forças provenientes de cada feixe contrapropagante $\mathbf{F} = \mathbf{F}_+ + \mathbf{F}_-$, onde [4]

$$\mathbf{F}_\pm = \pm \frac{\hbar \mathbf{k} \Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (\frac{2\delta_\pm}{\Gamma})^2} \tag{4.1}$$

onde $s_0 = 2\Omega_L^2/\Gamma^2 = fraII_s$ é o parâmetro de saturação na ressonância, Ω_L é a frequência de Rabi associada ao feixe incidente, I é intensidade, I_s é a intensidade de saturação do átomo e $\delta_\pm$ é a dessintonia para cada feixe contrapropagante, dada por

$$\delta_\pm = \delta \mp kv \pm \mu' B_0 z/\hbar, \tag{4.2}$$

onde $\mu' \equiv (g_e M_e - g_g M_g)\mu_B$ é o momento magnético efetivo para a transição usada [1]. Note que os deslocamentos Doppler $\omega_D = -kv$ e Zeeman $\omega_Z = \mu' B_0 z/\hbar$, têm sinais opostos para os feixes contrapropagantes. Quando os dois efeitos são pequenos comparados com a dessintonia δ, o denominador da força pode ser expandido, resultando em

[1] Os subíndices $_e$ e $_g$ referem-se ao estado excitado e fundamental respectivamente, $g_{e,g}$ é o fator de Landé, μ_B é o Magneton de Bohr, e $M_{g,e}$ é o número quântico magnético.

$$F = -\beta v - \kappa z, \tag{4.3}$$

O primeiro termo está associado à força dissipativa $F_d = -\beta v$, que causa o resfriamento dos átomos, e o segundo termo $F_r = -\kappa z$, corresponde ao aprisionamento espacial dos átomos. β representa o coeficiente de amortecimento da força, que será de resfriamento sempre que $\beta > 0$,

$$\beta = \frac{8\hbar k^2 \delta s_0}{\Gamma(1 + s_0 + (2\delta/\Gamma)^2)^2}. \tag{4.4}$$

Este coeficiente depende do perfil de absorção do átomo e das características espectrais da luz. A constante elástica κ da força restauradora F_r surge da dependência da força nos deslocamentos Zeeman e é dada por

$$\kappa = \frac{\mu' B_0}{\hbar k}\beta. \tag{4.5}$$

4.2 Aparato experimental

Nossa armadilha opera na transição cíclica $F = 4 \leftrightarrow F' = 5$ a qual está dentro da linha $D2$ do átomo ^{133}Cs ($6^2S_{1/2} \longrightarrow 6^2P_{3/2}$). A transição $F' = 5 \leftrightarrow F = 3$ é proibidda pois de acordo as regras de seleção de dipolo elétrico apenas são permitidas as transições com $\Delta F = 0, \pm 1$. No entanto, a potência do laser de armadilhamento pode induzir excitação de átomos para o nível $F' = 4$, de onde os átomos podem decair para o nível $F = 3$. Estando neste nível os átomos não podem mais participar do processo de armadilhamento. Portanto é preciso retornar os átomos para o ciclo da armadilha, para isto, sintonizamos um laser de rebombeio na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 4$ (pudendo ser também em $F = 3 \leftrightarrow F' = 3$), como se mostra na figura 4.3. A função deste laser, é bombear os átomos novamente para o nível $F' = 4$, podendo decair ao nível $F = 4$, com isto voltando a participar do processo de armadilhamento.

Na seção anterior discutimos o processo de esfriamento e armadilhamento numa dimensão. Para montar uma AMO nas três dimensões generalizamos o arranjo experimental feito em

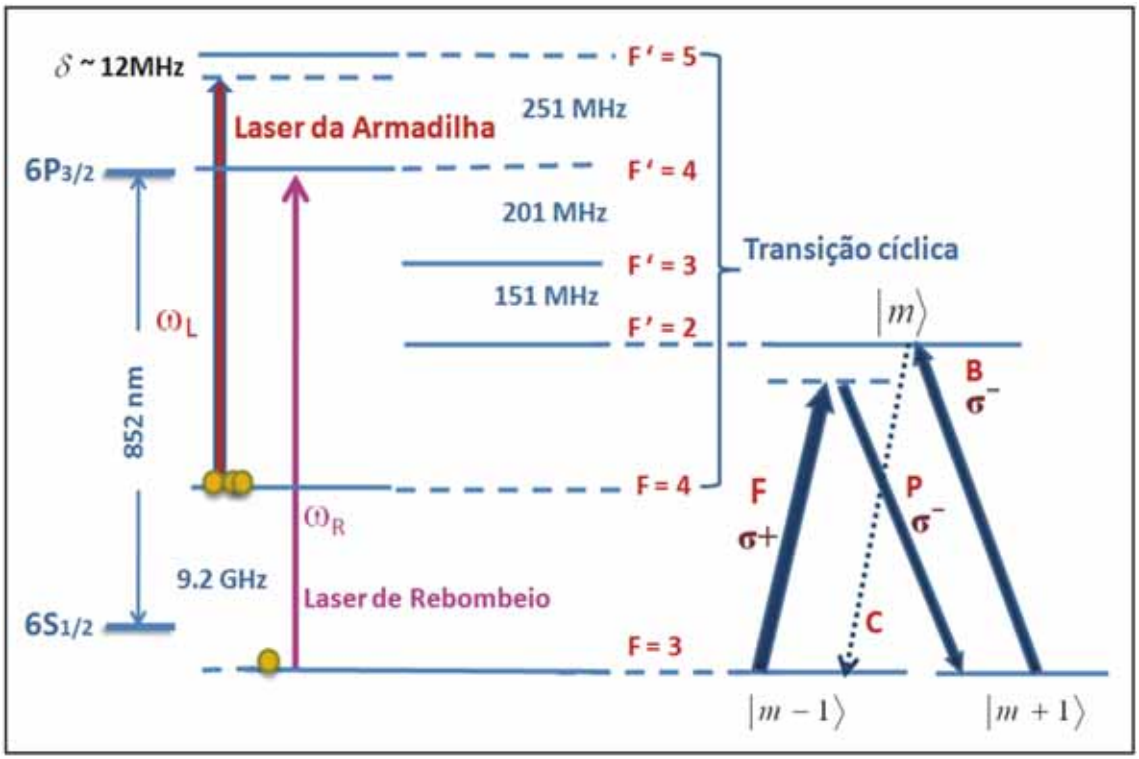

Figura 4.3: Linha D_2 do Césio. O feixe da armadilha está sintonizado próximo à transição cíclica $F = 4 \leftrightarrow F' = 5$, onde a condição $F' = F + 1$ é satisfeita, com uma dessintonia $\delta \sim 12MHz$ abaixo da ressonância. O laser de rebombeio pode ser sintonizado na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 4$ rebombeando os átomos para o nível $F' = 4$ e dai para o nível $F = 4$ participando de novo do ciclo de armadilhamento. A experiência da Mistura de Quatro Ondas é feita nos subníveis Zeeman da transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$.

uma dimensão para cada um dos eixos coordenados, de forma que os feixes laser coincidam no centro da armadilha, incidindo sobre uma célula de vidro contendo vapor de césio. Esta célula está ligada a uma bomba de vácuo iônica, a qual é responsável por manter a amostra com pressão em torno de 10^{-9} Torr [2]. Para gerar um campo magnético estático que cresça em magnitude a partir do centro da armadilha, usamos um sistema de duas bobinas na configuração anti-Helmholtz [34]: duas bobinas paralelas, sendo percorridas por correntes estáticas I que circulam em sentidos contrários. Estas correntes produzem um campo magnético nulo no centro da armadilha que cresce linearmente a partir deste ponto. Este campo aponta para dentro da armadilha ao longo dos eixos x e y e para fora do eixo z.

[2] É necessario que a célula seja mantida com pressão baixa, para que a taxa de colisão dos átomos seja pequena.

Nesta configuração, os feixes $+k_x$, $+k_y$ e $-k_z$ devem possuir polarização σ^-, e os feixes $-k_x$, $-k_y$ e $+k_z$ σ^+, como se mostra na figura 4.4 [3].

O número de átomos armadilhados é aproximadamente 10^7 átomos, este número é estimado pela medida da fluorescência ou pela absorção do feixe prova. A temperatura estimada é da ordem de centenas de microkelvin e a dimensão da nuvem atômica é aproximadamente de 2 mm [34].

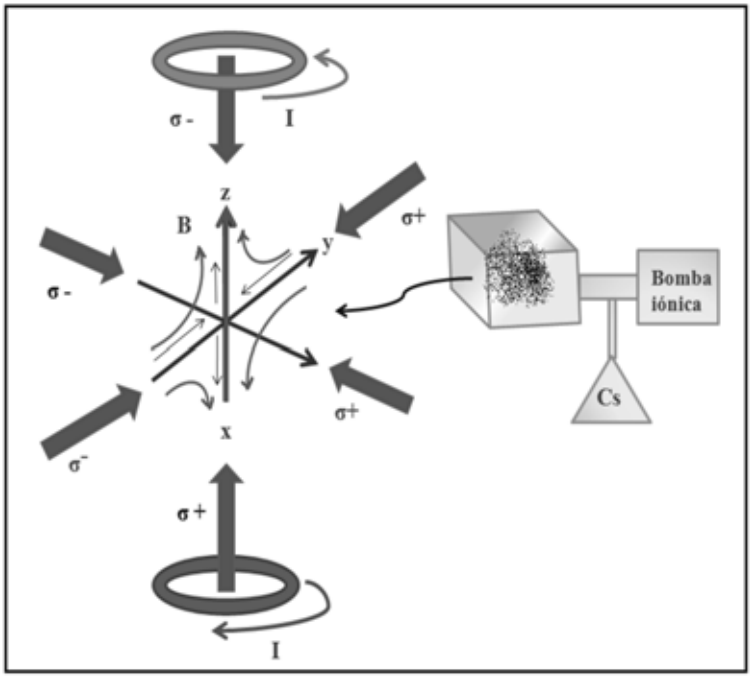

Figura 4.4: A armadilha magneto-óptica (AMO) é composta por três pares de feixes contrapropagantes com polarizações circulares opostas, que formam os melaços ópticos nos eixos coordenados. O gradiente de campo magnético é formado por duas bobinas na configuração anti-Helmholtz com correntes opostas. As setas pequenas indicam o quadrupolo magnético produzido pelas bobinas.

4.2.1 Absorção saturada

Os feixes de armadilhamento são proporcionados por um laser de Ti-Safira ($Ti : Al_2O_3$) [4], bombeado por um laser de Argônio, com comprimento de onda $\lambda = 852nm$ dessintonizado em torno de 12 MHz abaixo da frequência de ressonância da transição cíclica $F = 4 \leftrightarrow$

[3] A ideia principal da armadilha magneto-óptica AMO foi sugerida por Jean Dalibard e demostrada nos laboratórios Bell nos Estados Unidos em colaboração com o MIT.

[4] O laser de Ti-Safira é um modelo 899 ring laser da Coherent, emitindo de 700 - 1000 nm e gera em torno de 0.5 W c.w.

$F' = 5$ do césio, como se mostra na figura 4.3. Esta dessintonia δ é necessária para o resfriamento Doppler, discutido anteriormente. Para sintonizar o laser de Ti:Safira , assim como laser de diodo usado na experiência da MQO, usamos como referência um espectro de absorção saturada, técnica realizada em uma célula de césio a temperatura ambiente [20]. Nesta técnica é usado um feixe prova de baixa intensidade para sondar as mudanças na população dos níveis de uma transição atômica, induzidas por um feixe mais intenso contrapropagante ao primeiro.

O feixe prova e o feixe forte são gerados a partir do mesmo laser, de frequência ω_L e incidem sobre a célula com césio. Devido ao efeito de velocidade dos átomos, os feixes têm sua frequência deslocada de forma diferente para cada átomo. Para um átomo com componente de velocidade v ao longo da direção dos feixes, propagando-se em direção do feixe forte, a frequência para este feixe vista pelo átomo será $\omega_L + kv$, e para o feixe prova será $\omega_L - kv$. Com isto, os feixes estarão ressonantes simultaneamente com a mesma transição apenas para átomos parados ($v = 0$). Nesta condição o feixe forte satura a transição reduzindo a absorção do feixe prova, produzindo um pico no espectro da absorção na frequência de ressonância.

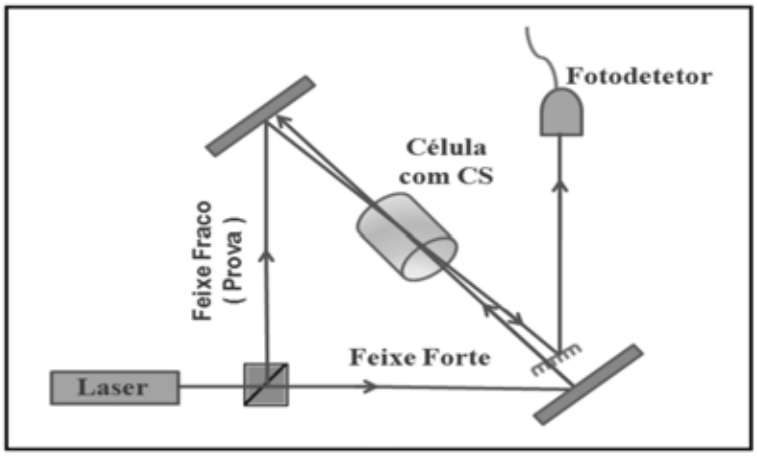

Figura 4.5: Experiência de absorção saturada utilizada para sintonizar lasers em frequência específicas, de modo que fiquem ressonantes com a transição atômica desejada.

Neste processo, devido ao fato de termos mais de um nível excitado, pode acontecer que um grupo de átomos com certa velocidade esteja ressonante com ambos os feixes para transições diferentes, aparecendo, além dos picos correspondentes às ressonâncias

verdadeiras, picos associados a ressonâncias "falsas", conhecidas como *ressonâncias de crossover*. Estas frequências correspondem à média aritmética das frequências de duas transições. A absorção do feixe de prova é detetada por um fotodetetor, que envia o sinal para um osciloscópio que mede o espectro de absorção saturada, como o mostrado na figura 4.6, correspondente à varredura espectral do laser de diodo, usado para realizar a experiência da MQO.

A partir deste espectro, a transição de interesse para realizar o processo de MQO $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$ é selecionada, permitindo travar o laser na frequência apropriada.

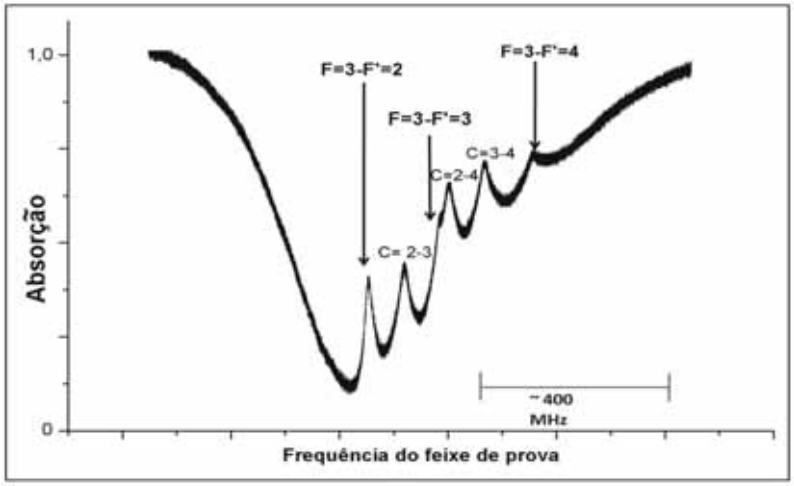

Figura 4.6: Espectro de absorção saturada do laser de diodo usado na experiência de MQO. A largura dos picos das ressonâncias está associada à largura de linha homogênea da transição. As transições mostradas neste espectro correspondem a $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$, $F = 3 \leftrightarrow F' = 3$, $F = 3 \leftrightarrow F' = 4$, as ressonâncias de crossovers estão denotadas por C.

De forma similar ao laser de diodo, um espectro de absorção saturada é usado para sintonizar o laser de Ti:Safira, usado para armadilhar os átomos na transição $F = 4 \leftrightarrow F' = 5$.

4.2.2 Laser de diodo

O laser de rebombeio, utilizado para retornar os átomos perdidos ao nível $F = 4$ e o laser usado para a experiência da MQO são lasers de diodo de cavidade estendida (LDCE), sintonizados na transições $F = 3 \leftrightarrow F' = 4$ e $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$, respectivamente. A seguir descrevemos de forma breve o funcionamento deste tipo de laser.

O laser de diodo, é um laser de semicondutor, constituido basicamente de um diodo (junção p-n), localizado no interior de uma cavidade ressonante, formada pelas própias faces do cristal. A emissão de luz acontece quando no meio ativo é injetada uma corrente elétrica, produzindo-se a inversão da população dos portadores de carga, responsáveis pela amplificação. A frequência de emissão deste tipo de laser é extremamente sensível às mundanças de temperatura e corrente às quais está submetido o semicondutor [5]. Portanto, é necessário estabilizar estas duas grandezas nas transições atômicas de interesse. A largura de linha dos lasers de diodo estabilizados em corrente e temperaturas é da ordem de algumas dezenas de MHz. Esta largura de emissão do laser é grande comparada com as larguras em frequências das transições atômicas que devemos resolver. No entanto, é possível estreitar esta largura a 1 MHz, através do acoplamento externo de uma grade de difração, formando uma cavidade estendida em configuração Littrow. Desta forma, além de dimunir a largura de linha da emissão, podemos ajustar a frequência ao variar a posição da grade que forma a cavidade externa. Mais detalhes sobre este tipo de laser podem ser encontrados na referência [35].

4.3 Mistura de quatro ondas

A experiência da Mistura de Quatro Ondas (MQO) na configuração de conjugação de fase óptica, é feita a partir de feixes provenientes de um laser de diodo, descrito na seção anterior, com uma largura de linha en torno de 1 MHz. O uso de um espectro de absorção saturada nos permite ajustar a frequência do laser de diodo para ser ressonante com a transição na qual é feita a experiência da MQO.

4.3.1 Preparação dos átomos em $F = 3$

Como explicado anteriormente, o funcionamento da AMO e o rebombeio mantém os átomos no estado $F = 4$. No entanto, nossa experiência de MQO é realizada na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$, o que nos leva à necessidade de desligar por um determinado intervalo

[5] As mudanças de temperatura afetam o tamanho da cavidade, e a corrente por sua vez muda a temperatura e o índice de refração do cristal.

de tempo o ciclo de funcionamento da AMO, para poder preparar nossso sistema no nível $F = 3$.

O sistema de bloqueio usado para modular o laser de rebombeio e o campo magnético da armadilha é feito usando um "chopper", formado por uma roda dentada que gira com um frequência em torno de $34Hz$ aproximadamente. Quando o feixe de rebombeio é bloqueado pelo chopper, um sinal é medido por um detetor que está ligado ao sistema de sincronização da experiência, que desliga o campo magnético simultaneamente ao bloqueio do feixe de rebombeio. Durante este periodo de tempo de aproximadamente 2 ms, sem a presença do rebombeio, um bombeamento incoerente devido à excitação não ressonante para o estado $F' = 4$ pelo laser da armadilha, transferirá a população para o estado fundamental $F = 3$, permitindo a realização da experiência da mistura de quatro ondas.

Na figura 4.7, mostramos o processo de preparação dos átomos no nível $F = 3$. Um feixe sonda sintonizado na mesma transição da armadilha, nos indica através da curva de absorção em função do tempo, as etapas em que o rebombeio e o quadrupolo magnético são desligados e ligados novamente. Inicialmente temos a nuvem densa de átomos armadilhados, portanto o feixe prova é absorvido, a partir do ponto A, o chopper bloqueia o rembombeio, impedindo a reciclagem da população para o nível $F = 4$, diminuindo o número de átomos neste nível e causando uma expansão da nuvem atômica. Esta diminuição na absorção indica que a população esta decaindo para o nível $F = 3$. No intervalo de tempo entre os pontos B e C, a absorção apresenta menos flutuações e a experiência da mistura de ondas é realizada. A partir do ponto C, o laser de rebombeio é religado e no intervalo entre C e D, os átomos ainda estáo sendo rebombeados para o nível $F = 4$. A partir do ponto D, a absorção do feixe prova começa a aumentar devido ao aumento da densidade de átomos na armadilha. A diferença de absorção antes do ponto A e depois do ponto D é uma manifestação da redução na densidade de átomos devido à expansão da nuvem.

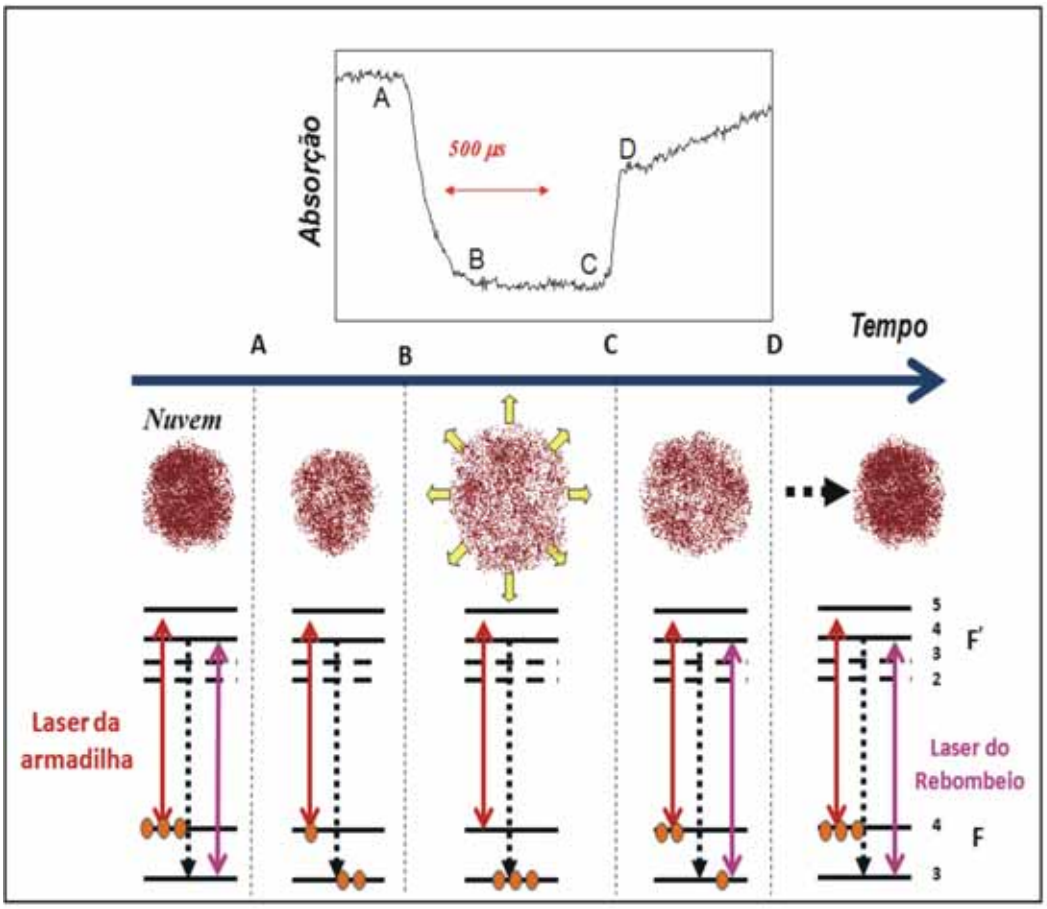

Figura 4.7: Preparação do sistema no subnível Zeeman $F = 3$ para a realização da experiência da MQO. Através das mundanças no perfil de absorção de um feixe sonda, sintonizado na mesma transição da armadilha, monitoramos o desligamento do campo magnético e do laser de rembombeio (intervalo A-B), o que permite que o nível $F = 3$ seja populado e que a experiência de MQO seja realizada (intervalo B-C). Posteriormente o rebombeio é ligado novamente (intervalo C-D), recomeçando o ciclo da armadilha (a partir de D).

4.3.2 Moduladores acusto-ópticos

O sinal estudado da MQO é obtido mantendo a frequência do feixe $B - Backward$ fixa na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$, e varrendo simultaneamente, em torno da frequência do feixe B, as frequências dos feixes $P - Probe$ e $F - Foward$. Para conseguir esta modulação em frequência usamos dois Moduladores Acusto-Ópticos (MAO) que descreveremos brevemente. O funcionamento de um MAO se baseia na geração de ondas acústicas estacionárias num cristal através de um campo de rádio-frequência RF conforme indicado na figura 4.8. A onda acústica gerada se propaga no cristal podendo difratar um feixe de

luz [6]. A escolha da ordem de difração desejada permite modular a frequência e amplitude do laser, podendo aumentá-la (escolha de uma ordem de difração +), ou diminuí-la (escolhendo a ordem −).

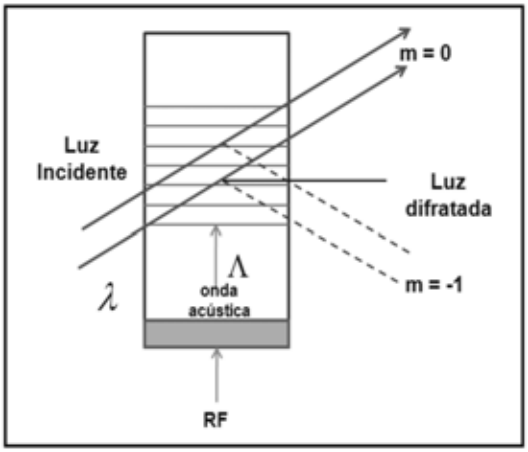

Figura 4.8: Funcionamento do modulador acusto-óptico MAO. A onda de luz incidente é difratada em uma grade gerada por uma onda acústica estacionária no cristal. Na saída, a onda de luz pode ter sua frequência aumentada ou diminuida da frequência de RF injetada.

O uso dos MAO's nos permitiu realizar a MQO variando simultaneamente a frequência dos feixes F e P em torno da transição com a qual B está ressonante a partir de um mesmo laser de diodo. Isto nos permite ter uma relação de fase bem definida entre os feixes.

Na figura 4.9 representamos o arranjo experimental utilizado para realizar a MQO. Inicialmente o laser de diodo é sintonizado usando a técnica de absorção saturada na frequência ω_B da transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$. Um cubo polarizador e uma uma placa de $\frac{\lambda}{2}$, permitem a separação do feixe em dois. Um dos feixes corresponde ao feixe B da mistura, que passa por uma placa de $\frac{\lambda}{4}$ e incide diretamente na célula de vapor de césio com polarização σ^-, enquanto o outro feixe produzirá aos feixes F e P. Este último feixe sofre uma passagem por dois MAO's, referenciados como MAO1 e MAO2 na figura 4.9. Estas passagens deslocam a frequência do feixe em δ com respeito à frequência inicial, permitindo fazer a varredura em frequência para F e P simultaneamente.

[6] Por conservação de momento o feixe difratado sofre um desvio espacial com um ângulo ligado à frequência de modulação, permitindo redirecionar um feixe ao variar a frequência do sinal RF

Na passagem pelo MAO1 escolhemos a ordem de difração Bragg $m = +1$, bloqueando a ordem $m = 0$. Portanto nesta passagem o feixe ganha um acrescimo de 200 MHz com respeito a sua frequência original, isto é, $\omega' = \omega_B + 200$ MHz. O feixe incide com frequência ω' no segundo modulador e na saída desta primeira passagem, é escolhida a ordem $m = -1$ de difração, diminuindo com isto sua frequência em $(100 + \delta)$ MHz, isto é, $\omega'' = \omega' - (100 + \delta)$ MHz. A seguir, esta ordem é retrorefletida num espelho e focalizada novamente por uma lente L no MAO2. Ao escolhermos outra vez a ordem $m = -1$, a frequência de saída do feixe fica diminuida em mais $(100 + \delta)$ MHz, de modo que a frequência na saída será $\omega''' = \omega'' - (100 + \delta)$ MHz. Após estas passagens pelos MAO's a frequência inicial do feixe ω_B foi mudada para $\omega''' = \omega_B - 2\delta$, o que nos permite fazer uma varredura em torno da frequência do feixe B.

O feixe de frequência ω''' passa por outra placa $\frac{\lambda}{2}$ e outro cubo, gerando o feixe forte F e o feixe fraco P até aqui com polarizações lineares ortogonais. Finalmente ambos os feixes passam por uma placa $\frac{\lambda}{4}$, adquirindo polarizações σ^+ e σ^-, respectivamente, e incidem juntamente com o B (σ^-) na AMO na configuração de conjugação de fase. Desta forma o sinal conjugado é gerado na direção oposta ao feixe P e detetado por um fotodetetor, mantendo as intensidades dos feixes de modo que, $I_F >> I_P, I_B$.

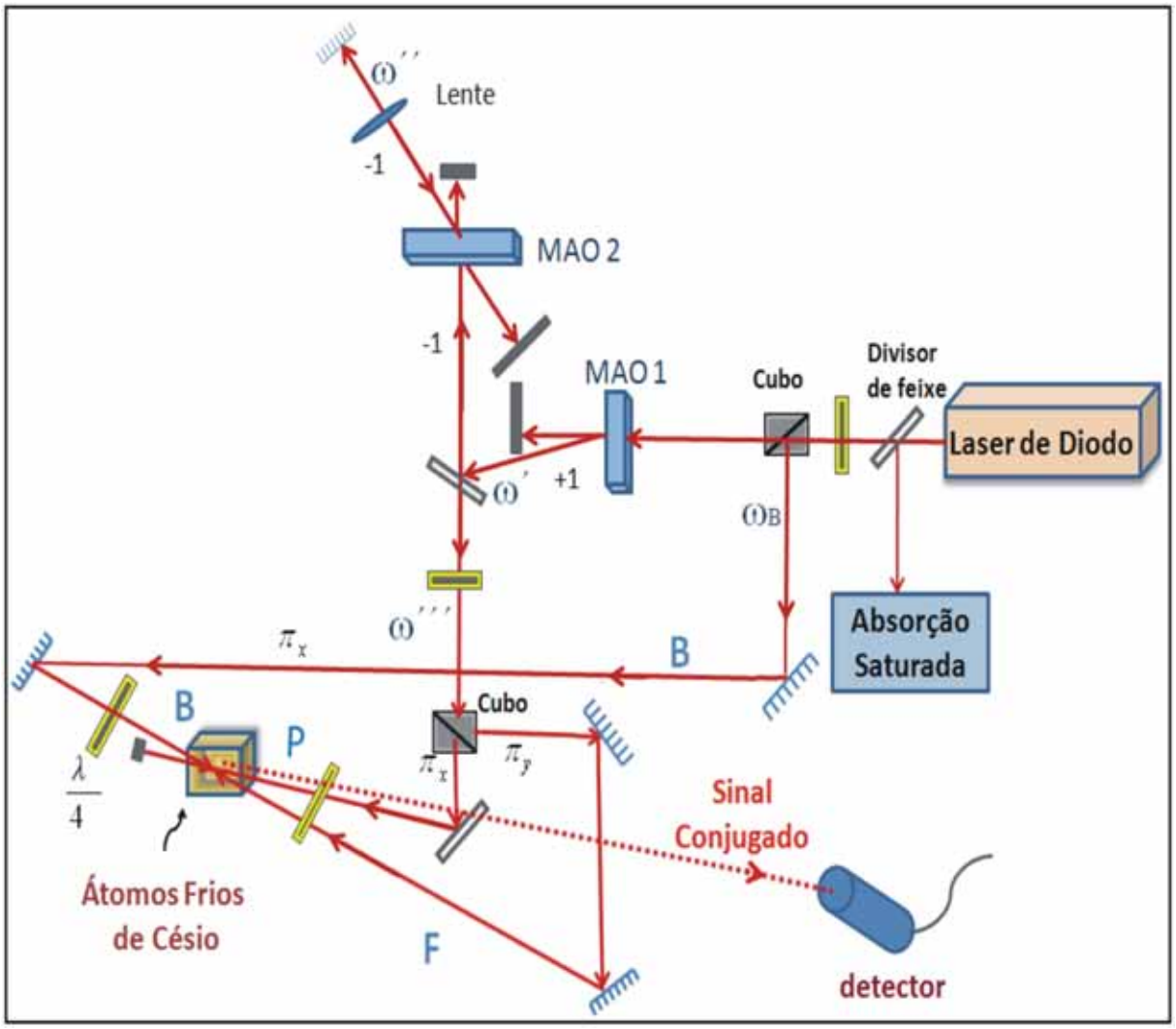

Figura 4.9: Arranjo Experimetal usado para a obtenção do sinal da MQO. Os feixes da mistura de ondas são provenientes do mesmo laser de diodo que usa a técnica de absorção saturada para resolver a transição na qual a experiência é feita. O uso de dois Moduladores Acusto-Ópticos (MAO1 e MAO2) permite a varredura em torno da frequência do feixe B, para os feixes F e P de forma simultanea. Os feixes com as polarizações corretas incidem na configuração de conjugação de fase óptica, sobre uma célula contendo vapor de césio, esfriada através de uma Armadilha Magneto-Óptica (AMO), a qual não é mostrada nesta configuração. O sinal conjugado denotado por C é gerado na direção contraria do feixe P.

A partir do arranjo experimental mostrado na figura 4.9 obtivemos as formas de linha do sinal de MQO para diferentes valores de potência do feixe F entre $[0.104 - 2.6]mW$, com uma reflectância de $R \sim 0.1$, mantendo os feixes P e B, com potências fixas de $9\mu W$ e $7.2\mu W$, respectivamente. Na figura 4.10 mostramos o espectro de MQO correspondente a uma potência de 0.62 mW do feixe F:

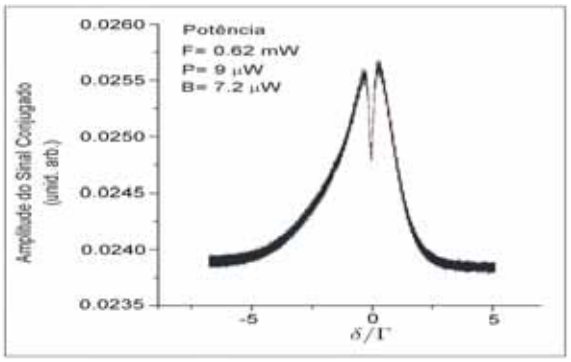

Figura 4.10: Forma de linha experimental do sinal de MQO, obtida a partir do arranjo mostrado na figura 4.9, para potências dos feixes $F \rightarrow 0.62$ mW , $P \rightarrow 9\mu$W e $B \rightarrow 7.2\mu$W, com $\Gamma \sim 5.2Mhz$ O espectro é obtido variando simultaneamente a frequência dos feixes F e P e mantendo fixa a frequência do feixe B na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$ do césio.

De inicio, observamos que o sinal apresenta uma forma de linha com ressonâncias largas associadas à largura natural da transição atômica e ressonâncias estreitas ("dip"), relacionadas à coerência existente entre os níveis fundamentais do átomo.
A dependência da amplitude do sinal e da largura total do sinal de MQO, para diferentes potências do feixe F é mostrada nas figuras 4.11-(a) e (b), respectivamente.

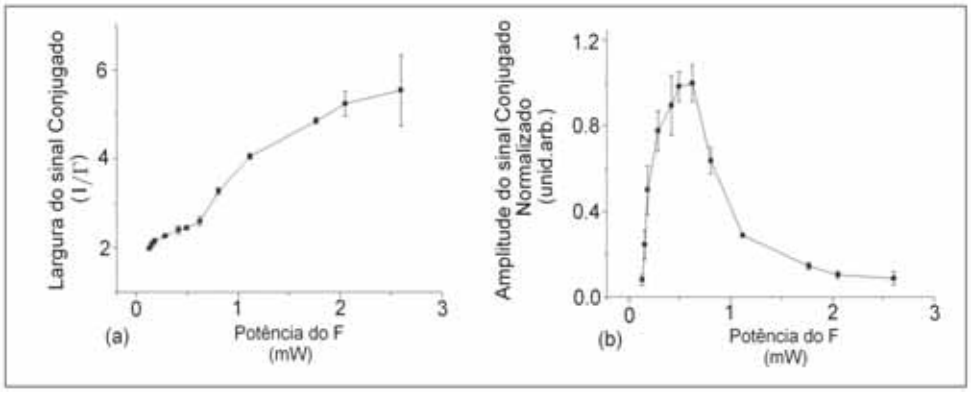

Figura 4.11: (a)- Dependência da largura total do sinal e (b)- dependência da amplitude do sinal de MQO para vários valores da intensidade do feixe F.

Observamos um aumento na largura do sinal em função da potência do feixe F. A amplitude do sinal também cresce atingindo um valor máximo correspondente à amplitude do espectro da figura 4.10, e depois tende a diminuir. Uma discussão mais detalhada sobre

estas características do sinal são feitas ao comparar os resultados experimentais obtidos aqui com os resultados obtidos a partir de um modelo teórico, o qual será descrito na próxima seção.

Capítulo 5

Abordagem teórica da mistura de quatro ondas

Neste capítulo apresentamos o modelo teórico usado para calcular a forma de linha do sinal da mistura de quatro ondas (MQO). Resolvemos as equações de Bloch ópticas a partir das quais obtemos a forma de linha teórica para o sinal da MQO e discutimos suas principais características. Por fim, fazemos uma comparação com os resultado obtidos experimentalmente.

5.1 Modelo teórico

5.1.1 Sistema Λ e mistura de quatro ondas

O modelo atômico usado para descrever o sinal da MQO é um sistema de três níveis degenerado na configuração Λ, formado a partir dos subníveis Zeeman do átomo de Césio. Quando os campos de luz interagem com um sistema atômico de três níveis degenerados como no nosso caso, podem-se formar configurações do tipo Λ ou V dependendo da transição escolhida, e das polarizações dos feixes incidentes que acoplam os níveis do sistema [36], [37].

Como visto no capítulo anterior, para cada um dos níveis hiperfinos F existem $2F + 1$ subníveis magnéticos denotados por m_F com valores entre $-F \leq m_F \leq F$. Para preparar

o sistema na configuração Λ, escolhemos as polarizações dos campos da mistura de acordo com as regras de seleção já discutidas. Na transição $6S_{1/2}(F=3) \longleftrightarrow 6P_{3/2}(F'=2)$, ao incidirmos um feixe com polarização σ^+, ele transfere uma unidade de momento angular ao átomo, isto é, são induzidas transições com $\Delta m_F = +1$, portanto o átomo passa de um estado de momento angular menor $|m_F - 1\rangle$, para um estado com momento angular uma unidade maior $|m_F\rangle$. Para completar o sistema Λ incidimos um feixe com polarização σ^-, ortogonal à do primeiro feixe, o qual irá tirar uma unidade de momento angular do átomo acoplando com transições que satisfazem à regra de seleção $\Delta m_F = -1$. A incidência destes dois feixes com suas respectivas polarizações formam várias configurações do tipo Λ nos subníveis Zeeman da transição $6S_{1/2}(F=3) \longleftrightarrow 6P_{3/2}(F'=2)$, como se mostra na figura 5.1.

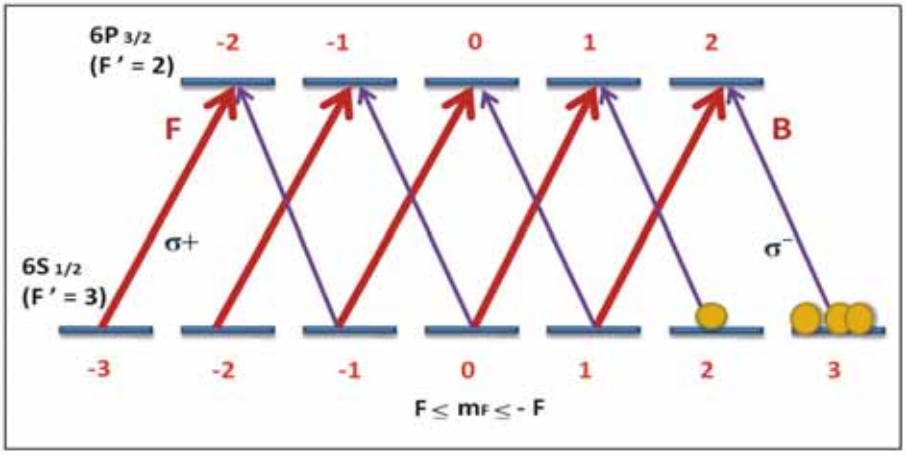

Figura 5.1: A configuração Λ é criada nos subníveis magnéticos a partir do acoplamento dos feixes com polarizações circulares opostas, representados por F e B. O feixe F popula o subnível magnético mais positivo e o feixe P acopla fazendo transições para níveis com momento angular menor.

Entretanto, no caso em que o campo com polarização σ^+ é muito mais intenso que o campo com polarização σ^-, a população é acumulada preferencialmente no nível com maior valor de m_F, devido ao bombeamento óptico. Nesta situação podemos considerar que temos apenas um sistema Λ.

O sinal estudado neste trabalho, como já discutido anteriormente, é obtido a partir da configuração da MQO na conjugação de fase óptica, mostrada na figura 5.2,

Assim, para obter teoricamente o sinal conjugado C, consideramos um sistema tipo Λ aberto, formado pelos estados $|a\rangle - |b\rangle - |c\rangle$, sendo $|a\rangle$ e $|c\rangle$ os estados fundamentais

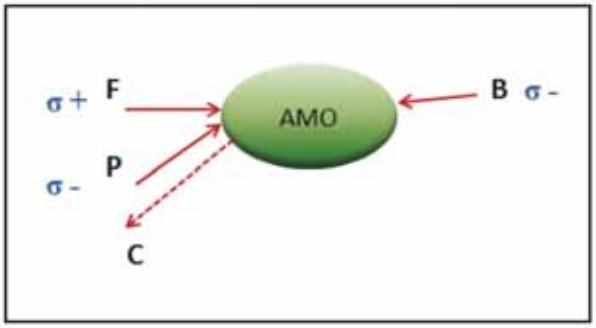

Figura 5.2: Arranjo experimental dos feixes da MQO na configuração de conjugação de fase óptica, incidindo sobre uma amostra de átomos de césio frios, aprisionados mediante uma AMO.

degenerados e $|b\rangle$ o estado excitado do sistema. Consideramos o feixe F intenso em relação ao feixes P e B, e acoplado à transição $|a\rangle - |b\rangle$, e os feixes P e B fracos, acoplados ambos à transição $|c\rangle - |b\rangle$. Portanto o sistema de níveis degenerado do tipo Λ interage com os campos da MQO conforme mostrado na figura 5.3, onde os campos F e P estão acoplados a diferentes transições do sistema e variam simultaneamente em torno da frequência do feixe B mantido sempre em ressonância com a transição $|c\rangle \leftrightarrow |b\rangle$ do sistema.

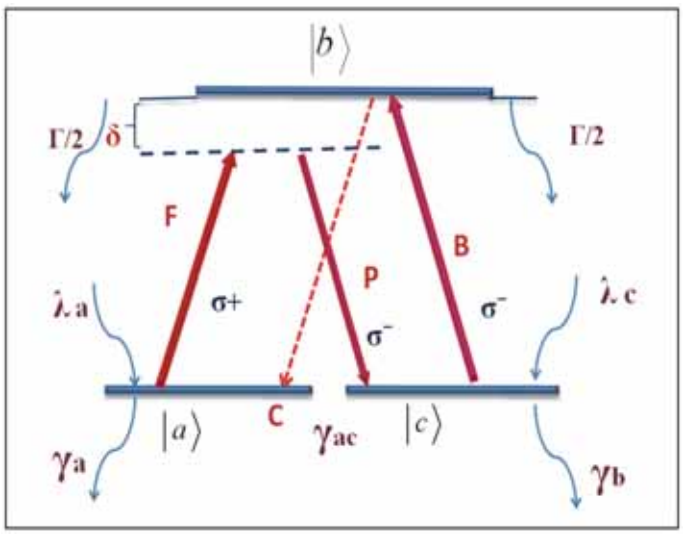

Figura 5.3: Os campos da Mistura de Quatro Ondas referidos como F-Foward, P-Probe e B-Backward são acoplados através da interação de dipolo elétrico com um sistema de níveis degenerados $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$. A escolha adequada das polarizações dos feixes permite a formação de um sistema do tipo Λ aberto para os níveis fundamentais. As taxas de decaimento estão representadas por Γ, γ_a, γ_c, γ_{ac} e o bombeamento incoerente para os estados fundamentais é descrito por λ_a e λ_c.

Representamos estes campos por campos monocromáticos que podem ser escritos como,

$$\mathbf{E_j} = \frac{1}{2}\,\hat{\mathrm{e}}_j\; E_{0j}\; e^{-i(\omega_j t+\varphi_j)} + c.c. \qquad \text{com} \qquad {}_{j=F,P,B}$$

No referencial do laboratório o Hamiltoniano de interação do sistema átomo-luz é dado por H, o qual engloba o Hamiltoniano do sistema atômico não perturbado H_0 e a parte da interação do tipo dipolo elétrico ($\mu_\mathbf{i} \cdot \mathbf{E_i}$) entre o átomo e os três campos incidentes, F, P e B, descrita por $V = V_F + V_P + V_B$,

$$H = H_0 + V \tag{5.1}$$

onde,

$$H_0 = \hbar\,(\,\omega_a|a\rangle\langle a| + \omega_b|b\rangle\langle b| + \omega_c|c\rangle\langle c|\,) \tag{5.2}$$

$$V = \begin{cases} V_F &= -\frac{\hbar}{2}\left(\Omega_F e^{i(\omega_F t - k_F\cdot r)}|a\rangle\langle b| + h.c.\right) \\ V_P &= -\frac{\hbar}{2}\left(\Omega_P e^{i(\omega_P t - k_P\cdot r)}|c\rangle\langle b| + h.c.\right) \\ V_B &= -\frac{\hbar}{2}\left(\Omega_B e^{i(\omega_B t - k_B\cdot r)}|c\rangle\langle b| + h.c.\right) \end{cases}$$

A intensidade do acoplamento dos diferentes campos com o átomo é representada pela frequência de Rabi em cada caso definida por:

$$\Omega_F = \frac{\mu_{ab}E_{0F}}{2\hbar} \qquad \Omega_P = \frac{\mu_{bc}E_{0P}}{2\hbar} \qquad \Omega_B = \frac{\mu_{bc}E_{0B}}{2\hbar}, \tag{5.3}$$

onde $\mu_{lm} = -e\langle l|\mathbf{x_i}|m\rangle$, com $l, m = a, b, c$ e $l \neq m$ são os elementos de matriz do operador de dipolo elétrico cujos elementos diagonais são nulos.

Consideramos que o sistema Λ é aberto nos níveis fundamentais. Vamos apenas considerar decaimentos de população do estado excitado $|b\rangle$ para os níveis $|c\rangle$ e $|a\rangle$, desprezando decaimentos para outros níveis que não tomam parte da nossa configuração Λ [22]. Consideramos que o estado excitado $|b\rangle$ decai com uma taxa de relaxação $\Gamma/2$ para cada um dos estados fundamentais, onde Γ é a largura natural do estado excitado. As taxas de relaxação dos níveis inferiores $|a\rangle$ e $|c\rangle$, são representadas por γ_a e γ_c, respectivamente. A taxa de decaimento da coerência entre os níveis fundamentais é representada

por γ_{ac}, onde $\gamma_{ac} << \Gamma$, e para as coerências ρ_{ab} e ρ_{bc} é dada por $\Gamma/2$. O bombeamento incoerente para os níveis fundamentais é representando por λ_a e λ_c.
Estas relaxações serão introduzidas fenomenologicamente mais adiante no cálculo do sinal, como uma forma empírica de descrever o efeito do entorno sobre nosso sistema.

5.1.2 Solução perturbativa

A equação de Liouville que descreve a evolução temporal do sistema é escrita incluindo uma expansão nos elementos da matriz densidade em potências dos campos P e B, considerados como campos fracos em relação ao campo F. Fazendo isto estamos introduzindo um cálculo perturbativo que nos permite resolver a equação para cada ordem de pertubação.
Para diferenciar os vários termos que aparecem na expansão, e identificar a ordem à qual correspondem definimos a seguinte notação, usada a partir de agora em todo o cálculo do sinal:

$\{\mathbf{F}PB\}$ $\longrightarrow$ Campo $\mathbf{F}$ em todas as ordens, campo B e P apenas em primeira ordem.

$\{\mathbf{F}0B\}$ $(\{\mathbf{F}P0\}) \longrightarrow$ Campo $\mathbf{F}$ em todas as ordens, campo B (P) em primeira ordem e campo P (B) em ordem 0

De acordo com 3.16, a equação de Liouville para nosso sistema é então dada por:

$$\dot{\rho}^{\{\mathbf{F}PB\}} = \frac{1}{i\hbar}\left[H_0, \rho^{\{\mathbf{F}PB\}}\right] + \frac{1}{i\hbar}\left[V_F, \rho^{\{\mathbf{F}PB\}}\right] + \frac{1}{i\hbar}\left[V_P, \rho^{\{\mathbf{F}0B\}}\right] + \frac{1}{i\hbar}\left[V_B, \rho^{\{\mathbf{F}P0\}}\right] + \Lambda_b - \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_{relax} \tag{5.4}$$

onde os termos Λ_b e $\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_{relax}$, introduzidos fenomenologicamente no modelo, representam os bombeamentos incoerentes e as relaxações, respectivamente.
Assim, a matriz que descreve as relaxações pode ser escrita como,

$$\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_{relax} = \begin{pmatrix} \gamma_a\rho_{aa} & \frac{\Gamma}{2}\rho_{ab} & \gamma_{ac}\rho_{ac} \\ \frac{\Gamma}{2}\rho_{ba} & \Gamma\rho_{bb} & \frac{\Gamma}{2}\rho_{bc} \\ \gamma_{ac}\rho_{ca} & \frac{\Gamma}{2}\rho_{cb} & \gamma_c\rho_{cc} \end{pmatrix}. \tag{5.5}$$

De forma compensatória à saída de átomos dos níveis fundamentais do sistema, consideramos também a entrada de átomos através do bombeamento incoerente apenas nos níveis inferiores, caraterizada por $\lambda_a = \gamma_a\rho^e_{aa}$ e $\lambda_c = \gamma_c\rho^e_{cc}$, onde ρ^e_{aa} e ρ^e_{cc} representam as populações estacionárias do sistema, isto é, são as populações existentes nos níveis $|a\rangle$ e $|c\rangle$ na ausência dos campos. O bombeamento para os níveis fundamentais do sistema é então descrito pela matriz Λ_b dada por,

$$\Lambda_b = \begin{pmatrix} \lambda_a + \frac{\Gamma}{2}\rho_{bb} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_c + \frac{\Gamma}{2}\rho_{bb} \end{pmatrix}. \tag{5.6}$$

A partir da equação 5.4 podemos escrever explicitamente as equações para as populações e as coerências do nosso sistema:

Populações

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}^{\{\mathbf{F}PB\}}_{aa} &= \tfrac{i}{2}\left(\rho^{\{\mathbf{F}PB\}}_{ab}\Omega^*_F e^{-i(\omega_F t - \mathbf{k_F}\cdot\mathbf{r})} - c.c.\right) + \frac{\Gamma}{2}\rho^{\{\mathbf{F}PB\}}_{bb} - \gamma_a\rho^{\{\mathbf{F}PB\}}_{aa} + \lambda_a \\
\dot{\rho}^{\{\mathbf{F}PB\}}_{bb} &= \tfrac{i}{2}\left(\rho^{\{\mathbf{F}PB\}}_{ab}\Omega^*_F e^{-i(\omega_F t - \mathbf{k_F}\cdot\mathbf{r})} + \rho^{\{\mathbf{F}P0\}}_{cb}\Omega^*_B e^{-i(\omega_B t - \mathbf{k_B}\cdot\mathbf{r})} + \rho^{\{\mathbf{F}0B\}}_{cb}\Omega^*_P e^{-i(\omega_P t - \mathbf{k_P}\cdot\mathbf{r})} - c.c.\right) \\
&\quad -\Gamma\rho^{\{\mathbf{F}PB\}}_{bb} \\
\dot{\rho}^{\{\mathbf{F}PB\}}_{cc} &= \tfrac{i}{2}\left(\rho^{\{\mathbf{F}P0\}}_{bc}\Omega_B e^{i(\omega_B t - \mathbf{k_B}\cdot\mathbf{r})} + \rho^{\{\mathbf{F}0B\}}_{bc}\Omega_P e^{i(\omega_P t - \mathbf{k_P}\cdot\mathbf{r})} - c.c.\right) + \frac{\Gamma}{2}\rho^{\{\mathbf{F}PB\}}_{bb} - \gamma_c\rho^{\{\mathbf{F}PB\}}_{cc} + \lambda_c
\end{aligned}$$

Coerências

$$
\begin{aligned}
\dot{\rho}_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \tfrac{i}{2}\left[\left(\rho_{bb}^{\{\mathbf{F}PB\}}-\rho_{aa}^{\{\mathbf{F}PB\}}\right)\Omega_F e^{i(\omega_F t-\mathbf{k_F}\cdot\mathbf{r})}-2\rho_{ab}^{\{\mathbf{F}P0\}}\omega_{ab}-\rho_{ac}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_B e^{i(\omega_B t-\mathbf{k_B}\cdot\mathbf{r})}\right] \\
&\quad -\tfrac{i}{2}\rho_{ac}^{\{\mathbf{F}0B\}}\Omega_P e^{i(\omega_P t-\mathbf{k_P}\cdot\mathbf{r})}-\tfrac{\Gamma}{2}\rho_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}} \\
\dot{\rho}_{bc}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \tfrac{i}{2}\left[\rho_{ac}^{\{\mathbf{F}PB\}}\Omega_F^* e^{-i(\omega_F t-\mathbf{k_F}\cdot\mathbf{r})}-2\rho_{bc}^{\{\mathbf{F}0B\}}\omega_{bc}+(\rho_{cc}^{\{\mathbf{F}P0\}}-\rho_{bb}^{\{\mathbf{F}P0\}})\Omega_B^* e^{-i(\omega_B t-\mathbf{k_B}\cdot\mathbf{r})}\right] \\
&\quad +\tfrac{i}{2}(\rho_{cc}^{\{\mathbf{F}0B\}}-\rho_{bb}^{\{\mathbf{F}0B\}})\Omega_P^* e^{-i(\omega_P t-\mathbf{k_P}\cdot\mathbf{r})}-\tfrac{\Gamma}{2}\rho_{bc}^{\{\mathbf{F}PB\}} \\
\dot{\rho}_{ac}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \tfrac{i}{2}\left[\rho_{bc}^{\{\mathbf{F}PB\}}\Omega_F e^{i(\omega_F t-\mathbf{k_F}\cdot\mathbf{r})}-\rho_{ab}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_B^* e^{-i(\omega_B t-\mathbf{k_B}\cdot\mathbf{r})}\right] \\
&\quad -\tfrac{i}{2}\left[\rho_{ab}^{\{\mathbf{F}0B\}}\Omega_P^* e^{-i(\omega_P t-\mathbf{k_P}\cdot\mathbf{r})}\right]-\gamma_{ac}\rho_{ac}^{\{\mathbf{F}PB\}}
\end{aligned}
\tag{5.7}
$$

Os termos ω_{ab} e ω_{bc} representam as frequências das transições $|a\rangle \leftrightarrow |b\rangle$ e $|b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$, respectivamente.

É conveniente introduzir agora as variáveis lentas para cada uma das ordens perturbativas do cálculo, as quais são definidas de forma seletiva, escolhendo apenas aqueles termos que contribuirão ao nosso sinal.

$$
\{\mathbf{F}PB\} \longrightarrow \begin{cases}
\rho_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}} e^{i[(\omega_F+\omega_B-\omega_P)t-(\mathbf{k_F}+\mathbf{k_B}-\mathbf{k_P})\cdot\mathbf{r}]} \\
\rho_{bc}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}PB\}} e^{-i[\omega_P t-\mathbf{k_P}\cdot\mathbf{r}]} \\
\rho_{ac}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}PB\}} e^{i[(\omega_F-\omega_P)t-(\mathbf{k_F}-\mathbf{k_P})\cdot\mathbf{r}]} \\
\rho_{jj}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \sigma_{jj}^{\{\mathbf{F}PB\}} e^{i[(\omega_B-\omega_P)t-(\mathbf{k_B}-\mathbf{k_P})\cdot\mathbf{r}]}
\end{cases}
\tag{5.8}
$$

$$
\{\mathbf{F}P0\} \longrightarrow \begin{cases}
\rho_{ab}^{\{\mathbf{F}P0\}} &= \sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}P0\}} e^{i[\omega_F t-\mathbf{k_F}\cdot\mathbf{r}]} \\
\rho_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}} &= \sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}} e^{-i[\omega_P t-\mathbf{k_P}\cdot\mathbf{r}]} \\
\rho_{ac}^{\{\mathbf{F}P0\}} &= \sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}P0\}} e^{i[(\omega_F-\omega_P)t-(\mathbf{k_F}-\mathbf{k_P})\cdot\mathbf{r}]} \\
\rho_{jj}^{\{\mathbf{F}P0\}} &= \sigma_{jj}^{\{\mathbf{F}P0\}}
\end{cases}
\tag{5.9}
$$

$$\{\mathbf{F}0B\} \longrightarrow \begin{cases} \rho_{ab}^{\{\mathbf{F}0B\}} &= \sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}0B\}} e^{-i[\omega_F t - \mathbf{k_F}\cdot\mathbf{r}]} \\ \rho_{bc}^{\{\mathbf{F}0B\}} &= \sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}0B\}} e^{-i[\omega_B t - \mathbf{k_B}\cdot\mathbf{r}]} \\ \rho_{ac}^{\{\mathbf{F}0B\}} &= \sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}0B\}} e^{i[(\omega_F-\omega_B)t - (\mathbf{k_F}-\mathbf{k_B})\cdot\mathbf{r}]} \\ \rho_{jj}^{\{\mathbf{F}0B\}} &= \sigma_{jj}^{\{\mathbf{F}0B\}} \end{cases}$$

$$\text{com } j = a, b, c \tag{5.10}$$

Nas expressões anteriores σ_{ab}, σ_{bc} e σ_{ac}, escritas em suas respectivas ordens de perturbação, são funções complexas que variam lentamente no tempo. Substituindo as variáveis dadas em 5.8, 5.9 e 5.10 e fazendo a **aproximação de onda girante**, na qual eliminamos os termos que possuem variações rápidas que oscilam com o dobro das frequências ópticas, obtemos as **Equações de Bloch Ópticas** para as variáveis lentas do nosso modelo:

Populações

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_{aa}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= -\tfrac{i}{2}\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}\Omega_F^* - i\delta\sigma_{aa}^{\{\mathbf{F}PB\}} + \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}PB\}} - \gamma_a\sigma_{aa}^{\{\mathbf{F}PB\}} + \lambda_a \\
\dot{\sigma}_{bb}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \tfrac{i}{2}\left(\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}\Omega_F^* - \sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_B + \sigma_{cb}^{\{\mathbf{F}0B\}}\Omega_P^*\right) - i\delta\sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}PB\}} - \Gamma\sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}PB\}} \\
\dot{\sigma}_{cc}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \tfrac{i}{2}\left(\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_B - \sigma_{cb}^{\{\mathbf{F}0B\}}\Omega_P^*\right) - i\delta\sigma_{cc}^{\{\mathbf{F}PB\}} + \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}PB\}} - \gamma_c\sigma_{cc}^{\{\mathbf{F}PB\}} + \lambda_c
\end{aligned}$$

Coerências

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \tfrac{i}{2}\left[\left(\sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}PB\}} - \sigma_{aa}^{\{\mathbf{F}PB\}}\right)\Omega_F - \sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_B\right] - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}} \\
\dot{\sigma}_{bc}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \tfrac{i}{2}\left[\sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}PB\}}\Omega_F^* + \left(\sigma_{cc}^{\{\mathbf{F}0B\}} - \sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}0B\}}\right)\Omega_P^*\right] - i\delta\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}PB\}} - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}PB\}} \\
\dot{\sigma}_{ac}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \tfrac{i}{2}\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}PB\}}\Omega_F - \gamma_{ac}\sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}PB\}}
\end{aligned} \tag{5.11}$$

onde $\delta = \omega_B - \omega_F = \omega_B - \omega_P$ é a dessintonia dos feixes F e P com respeito ao feixe B, que está ressonante na transição $|c\rangle \leftrightarrow |b\rangle$.

A solução estacionária do sistema de equações de Bloch para as variáveis lentas dado em 5.1.2 nos permite encontrar a expressão da coerência $\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}$ que descreve o sinal observado,

$$\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}} = \frac{\sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_B - \left[\dfrac{\sigma_{cb}^{\{\mathbf{F}0B\}}\Omega_P^* - \sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_B}{2(\delta - i\Gamma)} - \sigma_{aa}^{\{\mathbf{F}PB\}}\right]\Omega_F}{i\Gamma + \frac{|\Omega_F|^2}{2(\delta - i\Gamma)}}. \tag{5.12}$$

Vemos que para poder determinar a coerência $\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}$ é preciso conhecer os termos perturbativos $\sigma_{cb}^{\{\mathbf{F}0B\}}$, $\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}}$ e $\sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}P0\}}$ que aparecem na expressão 5.12 [1]. Para isto, consideramos a equação de Liouville para a evolução dos elementos das ordens $\{\mathbf{F}P0\}$ e $\{\mathbf{F}0B\}$, cuja solução proporcionará os termos perturbativos que contribuirão ao sinal observado.

Quando temos apenas a presença dos feixes F e B interagindo com o sistema descrito na figura 5.3, consideramos o hamiltoniano dado por $H = H_0 + V_F + V_B$ e escrevemos a equação de Liouville perturbativa para este caso dada por

$$i\hbar\dot{\rho}^{\{\mathbf{F}0B\}} = [H_0 + V_F, \rho^{\{\mathbf{F}0B\}}] + [V_B, \rho^{\{\mathbf{F}00\}}] - \frac{d\rho}{dt}\mid_{relax} + \Lambda_b. \tag{5.13}$$

As expressões para as coerências e populações desta ordem perturbativa após ter introduzido as variáveis lentas dadas em 5.10 e desprezando os termos que oscilam com o dobro da frequência óptica, obtemos

Populações

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_{aa}^{\{\mathbf{F}0B\}} &= \tfrac{\Gamma}{2}\sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}0B\}} - \gamma_a\sigma_{aa}^{\{\mathbf{F}0B\}} + \lambda_a \\
\dot{\sigma}_{bb}^{\{\mathbf{F}0B\}} &= \tfrac{i}{2}\left(\sigma_{cb}^{\{\mathbf{F}0B\}}\Omega_B^* - \sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}0B\}}\Omega_B\right) - \Gamma\sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}0B\}} \\
\dot{\sigma}_{cc}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \tfrac{i}{2}\left(\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}0B\}}\Omega_B - \sigma_{cb}^{\{\mathbf{F}0B\}}\Omega_B^*\right) + \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}0B\}} - \gamma_c\sigma_{cc}^{\{\mathbf{F}0B\}} + \lambda_c
\end{aligned}$$

Coerências

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_{ab}^{\{\mathbf{F}0B\}} &= -i\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}0B\}}\delta - \tfrac{\Gamma}{2}\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}0B\}} \\
\dot{\sigma}_{bc}^{\{\mathbf{F}PB\}} &= \tfrac{i}{2}\left(\sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}0B\}}\Omega_F^* + [\sigma_{cc}^{\{\mathbf{F}0B\}} - \sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}0B\}}]\Omega_B^*\right) - \tfrac{\Gamma}{2}\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}0B\}} \\
\dot{\sigma}_{ac}^{\{\mathbf{F}0B\}} &= \tfrac{i}{2}\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}0B\}}\Omega_F + i\sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}0B\}}\delta - \gamma_{ac}\sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}0B\}}
\end{aligned} \tag{5.14}$$

[1] O termo $\sigma_{aa}^{\{\mathbf{F}PB\}}$ também depende de $\sigma_{cb}^{\{\mathbf{F}0B\}}$ e $\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}}$.

Resolvendo em regime estacionário o sistema de equações para as populações e coerências dadas em 5.14, obtemos o termo da ordem $\{\mathbf{F}OB\}$ que contribui ao nosso sinal. Este termo é dado pela coerência $\sigma_{cb}^{\{\mathbf{F}0B\}}$:

$$\sigma_{cb}^{\{\mathbf{F}0B\}} = \mathbf{A}\Omega_B \tag{5.15}$$

com

$$\mathbf{A} \;=\; \frac{2\frac{\lambda_c}{\gamma_c}\{\delta - i\gamma_{ac}\}}{2\Gamma\{i\delta + \gamma_{ac}\} + |\Omega_F|^2}. \tag{5.16}$$

Similarmente, quando consideramos a perturbação na ordem $\{\mathbf{F}PO\}$, o Hamiltoniano agora é dado por $H = H_0 + V_F + V_P$ e a equação de Liouville escrita como,

$$i\hbar\dot{\rho}^{\{\mathbf{F}P0\}} = [H_0 + V_F, \rho^{\{\mathbf{F}P0\}}] + [V_P, \rho^{\{\mathbf{F}00\}}] - \frac{d\rho}{dt}\,|_{relax} + \Lambda_b. \tag{5.17}$$

As coerências e populações na ordem $\{\mathbf{F}P0\}$ para as variáveis lentas definidas em 5.9 estão dadas por:

Populações

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_{aa}^{\{\mathbf{F}P0\}} &= \tfrac{i}{2}\left(\sigma_{ba}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_F - \sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_F^*\right) + \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}P0\}} - \gamma_a\sigma_{aa}^{\{\mathbf{F}P0\}} + \lambda_a \\
\dot{\sigma}_{bb}^{\{\mathbf{F}P0\}} &= \tfrac{i}{2}\left(\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_F^* + \sigma_{cb}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_P^* - \sigma_{ba}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_F - \sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_P\right) - \Gamma\sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}P0\}} \\
\dot{\sigma}_{cc}^{\{\mathbf{F}P0\}} &= \tfrac{i}{2}\left(\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_P - \sigma_{cb}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_P^*\right) + \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}P0\}} - \gamma_c\sigma_{cc}^{\{\mathbf{F}P0\}} + \lambda_c
\end{aligned}$$

Coerências

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_{ab}^{\{\mathbf{F}P0\}} &= \tfrac{i}{2}\left([\sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}P0\}} - \sigma_{aa}^{\{\mathbf{F}P0\}}]\Omega_F - \sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_P\right) - i\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}P0\}}\delta - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}P0\}} \\
\dot{\sigma}_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}} &= \tfrac{i}{2}\left(\sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_F^* + [\sigma_{cc}^{\{\mathbf{F}P0\}} - \sigma_{bb}^{\{\mathbf{F}P0\}}]\Omega_P^*\right) - i\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}}\delta - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}} \\
\dot{\sigma}_{ac}^{\{\mathbf{F}P0\}} &= \tfrac{i}{2}\left(\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_F - \sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}P0\}}\Omega_P^*\right) - \gamma_{ac}\sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}P0\}}.
\end{aligned} \tag{5.18}$$

Resolvendo em regime estacionário as equações 5.18 e usando novamente a aproximação de onda girante, obtemos para esta ordem de perturbação duas coerências que contribuem ao sinal da MQO, a primeira delas vem dada por

$$\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}} = \Omega_P^*(\mathbf{BC} - \mathbf{D}) \tag{5.19}$$

com,

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} &= \frac{2i\lambda_a}{\{1+\frac{4\delta^2+\Gamma^2}{|\Omega_F|^2}\}\{\frac{2i\Gamma|\Omega_F|^2}{4\delta^2+\Gamma^2}+2i\gamma_a\}-\{\frac{2i\Gamma|\Omega_F|^2}{4\delta^2+\Gamma^2}+i\Gamma\}} \\
\mathbf{C} &= \frac{\frac{|\Omega_F|^2}{2\delta-i\Gamma}+2\delta-i\Gamma}{\frac{|\Omega_F|^2}{2\delta-i\Gamma}+2i\gamma_{ac}} - 1 - \frac{\Gamma}{2\gamma_c}\left(\frac{\frac{|\Omega_F|^2}{2\delta-i\Gamma}}{\frac{|\Omega_F|^2}{2\delta-i\Gamma}+2i\gamma_{ac}} - 1\right) \\
\mathbf{D} &= \frac{\frac{\lambda_c}{\gamma_c}\left(\frac{\frac{|\Omega_F|^2}{2\delta-i\Gamma}}{\frac{|\Omega_F|^2}{2\delta-i\Gamma}+2i\gamma_{ac}} - 1\right)}{2\delta-i\Gamma}
\end{aligned}$$

onde $\delta = \omega_{bc} - \omega_P = \omega_{bc} - \omega_F$. A segunda contribução perturbativa vem dada por

$$\sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}P0\}} = \Omega_P^*\Omega_F(\mathbf{BE} - \mathbf{F}) \tag{5.20}$$

onde,

$$\begin{aligned}
\mathbf{E} &= \frac{\frac{1}{\delta-i\Gamma} - \frac{i\Gamma-2\delta}{|\Omega_F|^2} - \frac{\Gamma}{2\gamma_c(2\delta-i\Gamma)}}{\frac{|\Omega_F|^2}{2\delta-i\Gamma}+2i\gamma_{ac}} \\
\mathbf{F} &= \frac{\frac{\lambda_c}{\gamma_c}(\frac{1}{2\delta-i\Gamma})}{\frac{|\Omega_F|^2}{2\delta-i\Gamma}+2i\gamma_{ac}}
\end{aligned}$$

Finalmente inserindo os termos das ordens perturbativas $\{\mathbf{F}0B\}$ e $\{\mathbf{F}P0\}$ na coerência $\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}$ calculada anteriormente em 5.12, obtemos a expressão para o sinal da MQO, descrito por:

$$\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}} = \Omega_F \Omega_P^* \Omega_B \frac{[\frac{\mathbf{A+D}}{2(\delta - i\Gamma)}][1 - \frac{\Gamma}{2(i\delta+\gamma_a)}] - \mathbf{B}[\frac{\mathbf{C}}{2(\delta - i\Gamma)}(1 - \frac{\Gamma}{2(i\delta+\gamma_a)}) + \mathbf{E}] + \mathbf{F}}{-i\Gamma - \frac{i|\Omega_F|^2}{2(i\delta+\gamma_a)} - \frac{|\Omega_F|^2}{2(\delta - i\Gamma)}(1 - \frac{\Gamma}{2(i\delta+\gamma_a)})}. \quad (5.21)$$

Esta expressão depende dos vários parâmetros envolvidos no cálculo: as taxas de relaxação das populações e coerências, os bombeamentos, etc., que serão escolhidos de tal forma que reproduzam o sinal observado experimentalmente.

Por enquanto escolhemos um grupo de parâmetros apenas para mostrar um espectro teórico obtido a partir da expressão $|\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}|^2$, mostrado na figura 5.4. Como a expressão 5.21 é proporcional às intensidades dos campos P e B, escolhemos $|\frac{\Omega_P^*}{\Gamma}|^2 = |\frac{\Omega_B}{\Gamma}|^2 = 1$. Representamos por A a largura total do sinal, que por definição é a largura completa a meia altura (FWHM - Full Width at Half Maximum), indicamos a largura do "dip" por a e a amplitude do sinal por I_C.

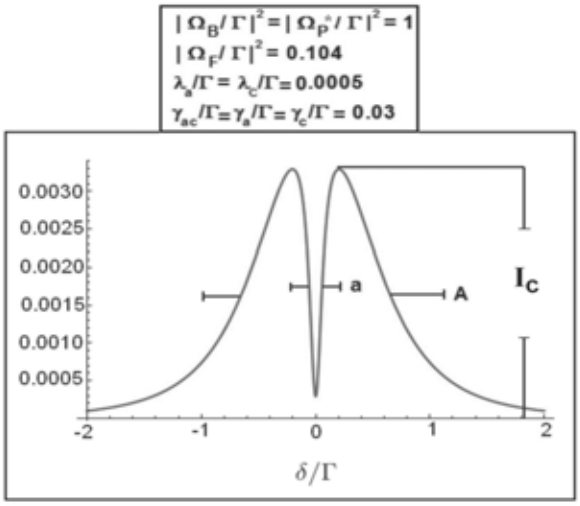

Figura 5.4: Forma de linha teórica obtida da expressão $|\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}|^2$ dada em 5.21 como solução perturbativa para o sistema Λ de três níveis interagindo com os campos da mistura na configuração de conjugação de fase óptica. A largura total do sinal é definida por A, a largura do "dip"por a, e a amplitude do sinal por I_C.

Na expressão final da coerência $\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}$ dada pela expressão 5.21, podemos observar termos do tipo $\delta \pm i\Gamma$ presentes nas contribuições $\sigma_{bc}^{\{\mathbf{F}P0\}}$ e $\sigma_{ac}^{\{\mathbf{F}P0\}}$ dadas em 5.19 e 5.20, que foram obtidas na presença de apenas dois campos, F e P. Estes termos como discutiremos mais adiante estão relacionados à ressonância larga do sinal denotada como A na figura 5.4.

Na expressão $\sigma_{cb}^{\{\mathbf{F}0B\}}$ dada em 5.15, pode-se observar a aparição dos termos $\delta \pm i\gamma_{ac}$, relacionados à uma ressonância estreita do sinal da mistura representada por a. Esta contribuição estreita é caraterizada por um "dip"em torno de $\delta \sim 0$. A origem destes termos é discutida com mais detalhe na proxima seção.

5.2 Resultados

Nesta parte passamos a discutir os resultados obtidos experimental e teoricamente. Interpretamos o sinal como um processo envolvendo grades induzidas pelos campos incidentes no meio, e a partir do cálculo teórico procuramos a combinação de parâmetros que melhor ajustaram o resultado teórico com o experimental.

5.2.1 Interpretação do sinal conjugado em termos de grades de difração

O sinal da MQO, obtido na seção anterior ao resolvermos perturbativamente um sistema Λ de três níveis interagindo com os campos da mistura, pode ser interpretado como sendo gerado por um processo de difração de Bragg em grades de coerência e população, induzidas no meio pelos campos incidentes. Estas grades surgem como resposta aos campos ópticos incidentes no processo da interação entre o meio e a luz, alterando as populações dos níveis atômicos. A dinâmica dessas grades fica evidenciada na forma de linha do sinal que apresenta ressonâncias estreitas e largas.

Assim, na configuração de conjugação de fase óptica utilizada, os feixes incidentes F e P com polarizações circulares opostas, acoplados a diferentes transições do sistema Λ, induzem uma grade de coerência entre os níveis fundamentais $|a\rangle$ e $|c\rangle$. Esta grade de coerência tem um período espacial dado por $\Lambda_g = \lambda/2sen\theta$. Portanto o sinal da MQO obtido, corresponde à difração de Bragg do feixe B nesta grade de coerência. A formação desta grade é mostrada na figura 5.5.

Como os feixes F e P têm a mesma frequência $\omega_F = \omega_P$, eles sempre estarão na condição de ressonância Raman, independentemente do valor da dessintonia $\delta = \omega_{ba} - \omega_F$, por

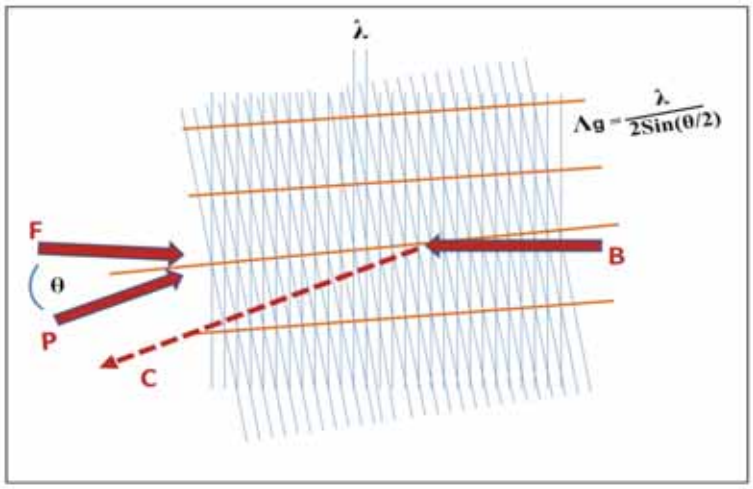

Figura 5.5: Difração de Bragg na grade de coêrencia criada (escrita) pela interação dos feixes F acoplado com a transição $|a\rangle - |b\rangle$ e o P acoplado com $|c\rangle - |b\rangle$ do sistema Λ, ambos como a mesma frequência $\omega_F = \omega_P$. A grade apresenta um periodo espacial dado por Λ calculado de acordo com a geómetria da configuração da MQO. A leitura é feita pelo feixe B ressonante com a transição $|b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ do sistema, o qual é difratado gerando o sinal conjugado C da mesma frequência e direção oposta a do feixe P.

tanto a coerência entre os níveis fundamentais $\rho_{ac}^{\{\mathbf{F}PB\}}$ sempre existe, sendo uma coerência estacionária pois os feixes que a induzem têm a mesma frequência para qualquer tempo. Porém, a modulação desta coerência depende da dessintonia δ existente entre a frequência dos feixes F e P e a ressonância atômica, sendo máxima na condição de ressonância quando $\delta = 0$. Desta forma, à medida que variamos a dessintonia, observamos o sinal difratado para valores de δ em torno da largura Γ do estado excitado $|b\rangle$. Isto explica a parte larga do espectro da MQO, associada aos termos $\delta \pm i\Gamma$ presentes nas contribuições perturbativas $\{\mathbf{F}P0\}$ obtidas em 5.19 e 5.20.

Por outro lado, quando todos os campos se encontram ressonantes com a transição atômica, isto é, quando $\delta = 0$, os campos F e B também satisfazem a condição de ressonância Raman, induzindo também uma coerência entre os estados fundamentais criando um estado escuro. Este processo interfere diretamente na geração do sinal da MQO, pois além da difração do feixe B na grade formada por F e P teremos um efeito a mais, que é a formação de um estado escuro induzido por F e B em ressonância com a transição atômica, o qual muda a absorção dos feixes F e B. Como a largura espectral desta coerência induzida por F e B é determinada por valores de δ em torno de γ_{ac}, temos que o espectro da MQO é fortemente modificado nesta região, dando origem à

contribuição estreita observada no espectro, associada aos termos $\delta \pm i\gamma_{ac}$ que aparecem no cálculo.

Simultaneamente à criação da grade de coerência, existe também a criação de uma grade de população. Uma grade de população é criada quando dois feixes estão acoplados na mesma transição (ou braço) do sistema Λ. Nestas condições e de acordo ao sistema considerado na figura 5.3 a interferência entre os feixes P e B é responsável pela criação de uma grade de população, que difrata o feixe F como é mostrado na figura 5.6.

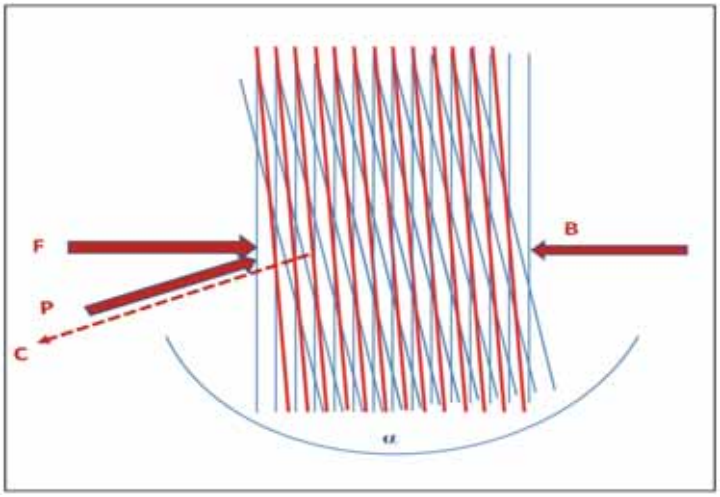

Figura 5.6: Processo de formação da grade de população. A grade é formada pelos feixes P e B ambos acoplados na transição $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$ do sistema Λ e é lida pelo feixe F acoplado na transição $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$ gerando o feixe conjugado C. O periodo espacial desta grade de população representado pelas linhas grossas e é muito menor que o periodo espacial da grade de coêrencia pois o ângulo α entre os feixes de escrita é maior.

Como o feixe B está sempre ressonante com a transição atômica $|b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ e os feixes B e P têm frequências diferentes, a grade de população criada é uma grade não estacionária, neste caso ressonâncias de oscilação de população com largura determinada pela taxa de relaxação do estado fundamental (γ_a, γ_c) podem ser observadas [5]. Esta grade de população tem um periodo muito menor que o da grade de coerência formada por F e P, isto sendo devido ao fato do ângulo de incidência α formado entre os feixes de escrita P e B ser muito maior que o ângulo θ formado por F e P. Isto implica na formação da grade de população com um periodo espacial menor, e portanto mais sensível ao movimento atômico.

5.2.2 Carateristicas do sinal

A partir dos espectros reproduzidos por $|\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}|^2$ dado na expressão 5.21, observamos que sinal da MQO apresenta uma forte dependência com o valor da taxa de descoerência γ_{ac} existente entre os níveis fundamentais e das taxas de relaxação γ_a e γ_c dos mesmos. A seguir, na figura 5.7, apresentamos o sinal obtido a partir da coerência $|\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}|^2$, para o conjunto de parâmetros [2]: $|\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2 = 0.05$, $\frac{\lambda_a}{\Gamma} = \frac{\lambda_c}{\Gamma} = 0.0005$ e para dois diferentes valores de $\frac{\gamma_{ac}}{\Gamma} = \frac{\gamma_a}{\Gamma} = \frac{\gamma_c}{\Gamma} = 0.01,\ 0.05$. Como já tínhamos mencionado, os parâmetros $(\frac{\Omega_B}{\Gamma})^2$ e $(\frac{\Omega_P^*}{\Gamma})^2$ são mantidos iguais a 1.

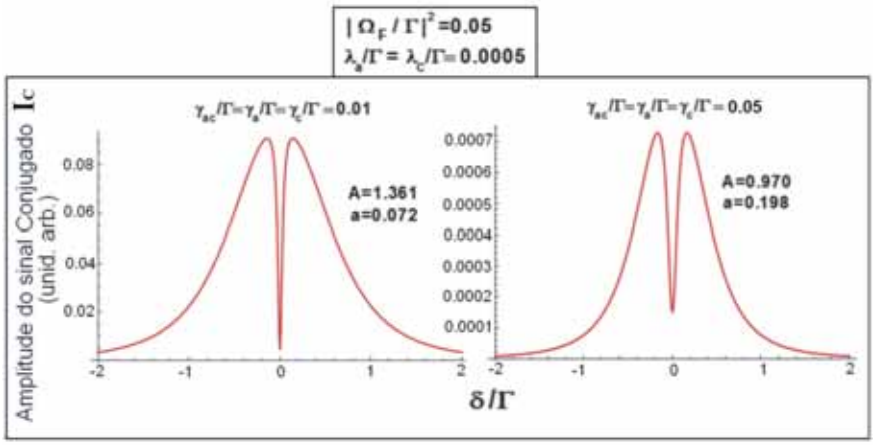

Figura 5.7: O dip apresenta uma dependência da taxa de descoêrencia entre os níveis fundamentais $|a\rangle$ e $|c\rangle$ manifestada no alargamento do dip conforme aumenta o valor de $\frac{\gamma_{ac}}{\Gamma}$ e as taxas de relaxação $\frac{\gamma_a}{\Gamma}$ e $\frac{\gamma_c}{\Gamma}$. A escolha dos parâmetros para reproduzir estes sinais foi feita de forma a evidenciar a mundança do "dip"para valores diferentes das taxas de relaxação, de modo que γ_{ac}=$\gamma_a = \gamma_c$, mantendo o restante dos parâmetros fixos.

Na figura 5.7, podemos observar que a largura a do "dip"associado às ressonâncias estreitas e formado no centro do sinal quando $\delta \sim 0$ tende a aumentar com o aumento do valor das taxas $\gamma_{ac} = \gamma_a = \gamma_c$. A largura A do sinal também é modificada para cada conjunto de parâmetros escolhidos, de forma que o sinal depende fortemente dos processos incoerentes que determinam a descoerência entre os estados fundamentais do sistema.

[2] Estes parâmetros foram escolhidos de forma a evidenciar a dependência do "dip"com os valores para $\gamma_{ac} = \gamma_a = \gamma_a$.

Agora vejamos na figura 5.8 o comportamento do sinal conjugado para diferentes valores da intensidade do feixe F. Isto é, para diferentes valores de $|\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2$, mantendo o restante dos parâmetros fixos: $\frac{\gamma_a}{\Gamma} = \frac{\gamma_c}{\Gamma} = 0.008$, $\frac{\gamma_{ac}}{\Gamma} = 0.03$ e $\frac{\lambda_a}{\Gamma} = \frac{\lambda_c}{\Gamma} = 0.0005$. Observamos que o aumento na intensidade do feixe F provoca um aumento na largura A do sinal e também na largura a e na amplitude do "dip". Neste caso, lembrando que a relação entre as taxas de relaxação dos níveis fundamentais é tal que $\gamma_{ac} \geq \gamma_a, \gamma_c$, escolhemos $\frac{\gamma_{ac}}{\Gamma} \neq \frac{\gamma_a}{\Gamma} = \frac{\gamma_c}{\Gamma}$, de forma a evidenciar também a mudança na amplitude do "dip", que com outros parâmetros não é tão evidente.

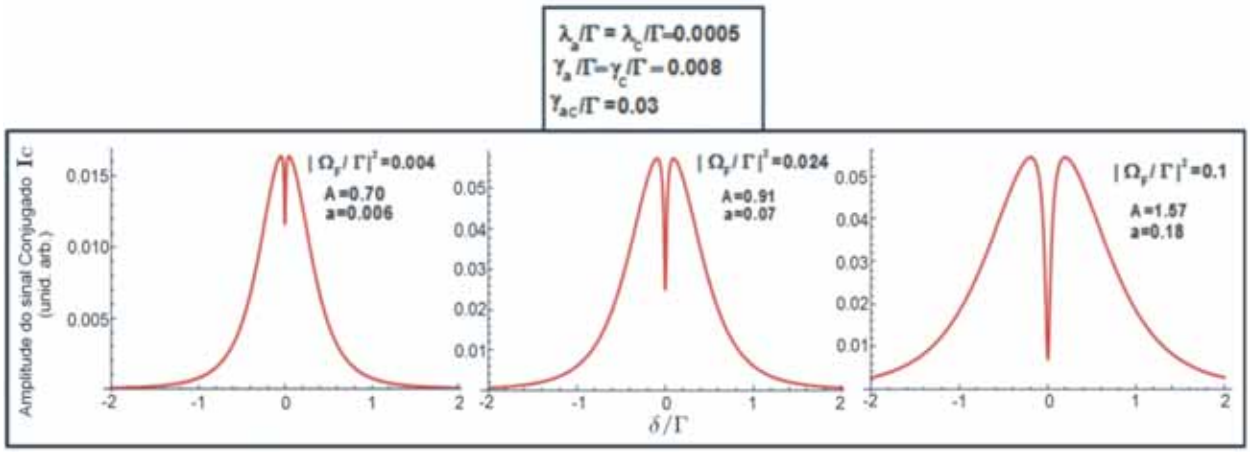

Figura 5.8: Mudança do sinal conjugado C para diferentes valores de $|\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2$. O sinal apresenta uma mudança na amplitude do "dip"e um alargamento do sinal com respeito ao aumento da intensidade do feixe F.

Como acabamos de ver, as características principais do nosso sinal téorico, tais como: amplitude I_C e largura A do sinal, largura a e amplitude do "dip", dependem fortemente da escolha dos parâmetros envolvidos no cálculo. Portanto teoricamente teremos que ajustar os valores destes parâmetros para conseguir reproduzir o espectro experimental. Com isto, apenas uma destas características foi tomada como referência para reproduzir as formas de linha obtidas experimentalmente, e estudamos como se comportam o resto das características da forma de linha para os parâmetros escolhidos.

Dos vários possíveis parâmetros que fazem parte do cálculo teórico, escolhemos aqueles que melhor ajustaram as largura A dos espectros experimentalmentais, tais parâmetros foram ajustados como:

$$\begin{aligned} &\frac{\gamma_{ac}}{\Gamma} = 0.03 \qquad \frac{\gamma_a}{\Gamma} = \frac{\gamma_c}{\Gamma} = 0.008 \qquad \frac{\lambda_a}{\Gamma} = \frac{\lambda_c}{\Gamma} = 0.0005 \\ &|\frac{\Omega_P^*}{\Gamma}|^2 = |\frac{\Omega_B}{\Gamma}|^2 = 1 \qquad |\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2 \rightarrow \text{varia.} \end{aligned} \tag{5.22}$$

A partir deles, calculamos para vários valores da intensidade do feixe F, representada no cálculo por $|\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2$, a forma de linha teórica que ajustasse uma das linhas obtidas experimentalmente. Esta linha teórica foi obtida para o parâmetro $|\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2 = 0.62$, reproduzindo uma forma de linha teórica com largura $A = 4.9/\Gamma$ e $a = 0.38/\Gamma$, comparável com a linha experimental correspondente a uma potência de 1.76mW do feixe F, a qual têm larguras $A = 4.8/\Gamma$ e $a = 0.30/\Gamma$ [3]. Portanto o fator de ajuste usado para reproduzir os espectros foi obtido a partir da relação $\frac{\Omega_F^2}{\Gamma^2} = \mathbf{a}\frac{I_F}{I_s}$, onde a intensidade de saturação é $I_s \sim 1\text{mW}/cm^2$, isto resulta em um fator de ajuste de $\mathbf{a} \sim 0.35$. A partir deste valor para $|\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2 = 0.62$, o resto dos espectros teóricos foram obtidos variando apenas o parâmetro $|\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2$, em intervalos equivalentes àqueles intervalos em que se mudou a intensidade do feixe F experimentalmente.

Desta forma reproduzimos o espectro teórico correspondente a cada um dos espectros experimentais, para diferentes valores de intensidade do feixe F. Na figura 5.9 na página seguinte, mostramos na coluna da esquerda alguns dos espectros obtidos experimentalmente, comparados com o correspondente espectro teórico mostrado na mesma figura na coluna da direita. Para ambos os casos, medimos o valor da largura de linha A, a largura a do "dip"e a amplitude I_C do sinal com unidades arbitrarias, este valor foi normalizado ao máximo valor de I_C, estes valores são mostrados para cada espectro na mesma figura.

[3] Onde $\Gamma \sim 5.2$ MHz.

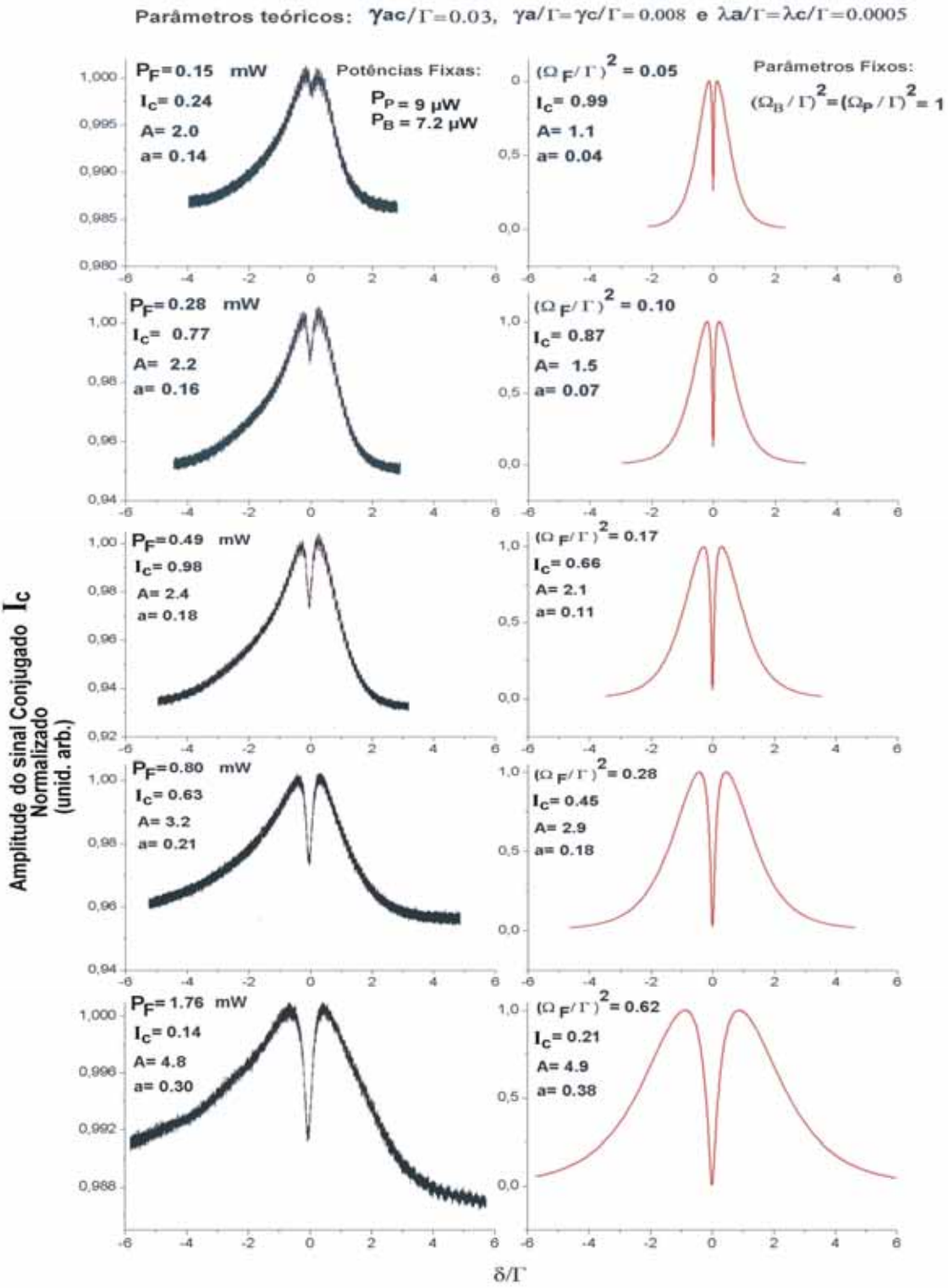

Figura 5.9: Comparação das formas de linha obtidas experimentalmente da mistura de quatro ondas mostradas na coluna da direita para diferentes valores do feixe F, com as formas de linha obtidas teóricamente a partir da expressão para a coêrencia $|\sigma_{ab}^{\{\mathbf{F}PB\}}|^2$ obtida da expressão 5.21 para diferentes valores de $|\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2$ correspondentes ao valor da intensidade do feixe F da experiencia.

O alargamento A para os diferentes valores da intensidade do feixe F é mostrado na figura 5.10. Como os parâmetros foram escolhidos de forma a reproduzir a largura A do espectro, esta foi a característica da forma de linha que melhor concordou com a experiência. Para reproduzirmos a curva teórica a partir dos parâmetros 5.22, variamos $|\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2$ entre 0.045 e 0.91, que corresponde ao intervalo experimental entre 0.135 mW e 2.6 mW da variação da potência do feixe F.

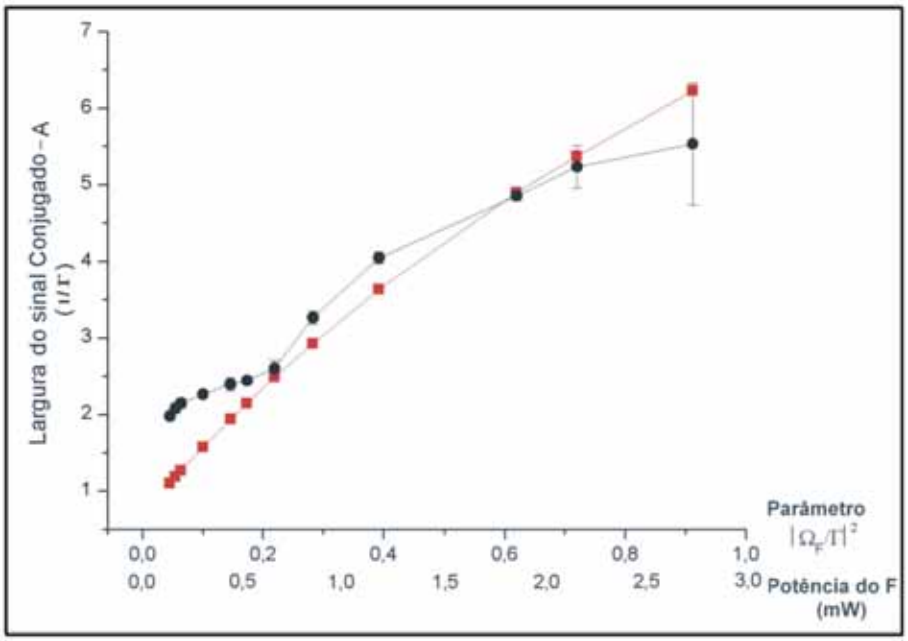

Figura 5.10: Largura de linha do Sinal Conjugado C, (FWHM - Full Width at Half Maximum), para vários valores da intensidade do feixe F, os pontos pretos representam as larguras dos espectros experimentais e os pontos vermelhos seus correspondentes larguras obtidas a partir do modelo teórico. Para re-escalar a curva teórica foi usado um fator de ajuste dado por $\mathbf{a} \sim 0.35$.

O comportamento da amplitude do sinal conjugado I_C para os mesmos parâmentros escolhidos dados em 5.22, com respeito ao aumento da intensidade do feixe F é mostrado na figura 5.11. Os pontos teóricos estão representados em vermelho e os experimentais correspondem aos pontos em preto. Podemos observar que a amplitude do sinal I_C no caso experimental apresenta um comportarmento qualitativamente reproduzido pelo modelo teórico considerado. Para os casos experimental e teórico, a amplitude do sinal I_C cresce rapidamente e atinge um valor de amplitude máxima, e posteriormente decresce.

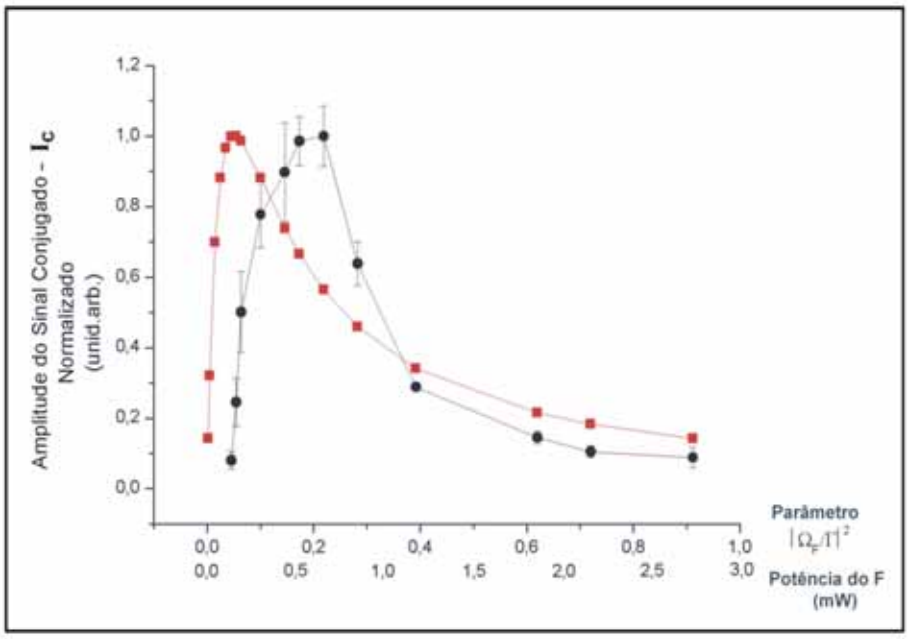

Figura 5.11: Curva da intensidade do sinal Conjugado obtida teórica e experimentalmente para vários valores da intensidade do feixe F. O fator de ajuste da curva teórica é $\mathbf{a} \sim 0.35$.

De acordo com os valores medidos para a larguras A, observamos que existe uma correspodência qualitativa entre ambos os resultados, havendo uma melhor concordância entre a teoria e a experiência para valores de $|\frac{\Omega_F}{\Gamma}|^2$ grandes. Isto pode ser atribuido ao fato de que para altas intensidades do feixe F, o sistema atômico é bombeado para o subnível Zeeman com máximo valor de m_F, e portanto podemos considerar que temos apenas um único sistema de três níveis conforme foi considerado no nosso modelo teórico.

Entretanto, com os parâmetros escolhidos para ajustar as larguras, não foi possível reproduzir em todo o intervalo de intensidade teórico corresponde ao intervalo experimental, a mudança da amplitude do sinal nem a amplitude e largura a do "dip". Porém, o modelo usado descreve de forma qualitativamente correta os resultados experimentais, pois de acordo com a figura 5.9, podemos observar nos espectros teóricos e experimentais que a amplitude do "dip"aumenta com a intensidade do F para ambos os casos. Com respeito à largura a, observamos que também aumenta com a intensidade do feixe F, apresentando uma melhor concordância apenas para valores de intensidade de F grandes. Acreditamos

que isto seja devido à simplicidade do modelo teórico utilizado para descrever o processo da MQO.

5.3 Conclusão

Neste trabalho foi estudado o processo de mistura de quatro ondas MQO em um vapor atómico frio de césio-133. O trabalho foi dividido basicamente em duas partes, a primeira correspondente à obtenção experimental do sinal de MQO, e a segunda correspondente à resolução de um modelo teórico para reproduzir o sinal observado experimentalmente. Realizamos uma comparação qualitativa entre as formas de linha do sinal da mistura, obtidas experimental e teóricamente.

A obtenção experimental dos espectros foi feita realizando a experiência de MQO em uma amostra de átomos de césio esfriados e confinados por uma Armadilha Magneto-Óptica (AMO), já implementada no laborátorio. Para gerar o sinal da mistura de ondas, usamos a configuração de conjugação de fase óptica via MQO para os feixes incidentes, variando simultaneamente a frequência comum de dois deles. Obtivemos as formas de linha do sinal para diferentes potências de um dos feixes de bombeio.

Os espectros teóricos foram obtidos usando um modelo atômico de três níveis interagindo com os campos da MQO, o qual foi abordado com o formalismo da matriz densidade e resolvido usando um cálculo perturbativo. A partir deste modelo e com os parâmetros adequados reproduzimos as formas de linha correspondentes a cada um dos espectros experimentais. Verificamos um bom acordo qualitativo entre os resultados teóricos e os experimentais.

Por fim, gostariamos de mencionar que o estudo realizado nesta dissertação foi de grande importância para as referências de armazenamento de luz que vêm sendo realizadas em nosso grupo e que têm como perspectiva a produção de pares de fótons quanticamente correlacionados a partir de ums sistema atômico coerentemente preparado [38].

Referências Bibliográficas

[1] **T.H. Maimen.**, *Nature*, 187, 493 (1960).

[2] **William D. Phillips.**, *Laser Cooling and Trapping of Neutral Atoms.* Reviews of Modern Physics, Vol. 70, No. 3, July (1998).

[3] **S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable e A. Ashkin.**, *Three-Dimensional Viscous Confinement an Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. 55, 48 (1985).

[4] **Harold J. Metcalf and Peter van der Straten.**, *Laser Cooling and Trapping.* Springer 1999.

[5] **George Cunha Cardoso.**, *Espectroscopia Não-Linear e Efeitos de Velocidade em Grades Induzidas Electromagneticamente em Átomos Frios.* Tese Doutorado, UFPE, (2002).

[6] **J.W.R. Tabosa, S.S.Vianna and F.A.M. de Oliveira.**, Phys. Rev. A55, 2968 (1997).

[7] **L. Hilico, Philippe Verkek et G. Grynberg.**, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 315, Série II, p. 285-291(1992).

[8] **Robert W. Boyd.**, *Nonlinear optics.* Academic Pres, New York, 2003.

[9] **J.A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, P. S. Pershan.**, *Interactions between light waves in a nonlinear dielectric*, Phys. Rev. Vol 127, 1918 (1962).

[10] **N. Bloembergen, Y. R. Shen.**, *Quantum-theoretical comparision of nonlinear susceptibilities in parametric media, laser, and raman lasers*, Phys. Rev. Vol. 133, 1A, A37 (1964).

[11] **Hellwarth, R.W.**, J.Opt. Soc. Am.,67,1, (1977).

[12] **Yariv, A. and Pepper, D.M.**, Opt. Lett.,1,16, (1977).

[13] **Bloom, D.M. and Bjorklund, G.E.**, Appl. Phys. Lett., 31 (1977), 592.

[14] **Giuliano, C.R.**, Phys. Today, April (1981), 27. **Giuliano, C.R. et al.**, Laser Focus, 19 n.2 (1983),55.

[15] **Annon Yariv.** *Quantum Electronics.* J. Wiley and Sons, New York, 1989.

[16] **Shen, Y.** *The principles of nonlinear optics.* J. Wiley and Sons, New York, 1984.

[17] **M. Ducloy, F.A.M. de Oliveira, D. Bloch.**, Phys. Rev. A **32**, 1614 (1985).

[18] **D. A. Steck.**, Cesium d line data, http://george.ph.utexas.edu/dsteck/alkalidata, 2003.

[19] **Cohen-Tanoudji C., Diu B. Laoe F.**,*Quantum Mechanics*, New York. Vol I.

[20] **Christopher J. Foot**, *Atomic Physics*, Oxford University Press (2005).

[21] **E. Arimondo and G. Orriols.**, Nuovo Cimento Lettere 17, 333 (1976).

[22] **Renzoni, F., and Arimondo, E**, Steep dispersion in CPT with losses. Opt. Commun. 178 (2000), 345.

[23] **Marlan O. Scully and M. Suhail Zubairy.**, *Quantum Optics*. Cambridge University Press, (1997).

[24] **E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu e D. E. Pritchard.**, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. 59, 2631 (1987).

[25] **A. Migdal, J. Prodan, W. Phillips, T. Bergeman and H. Metcalf.**, *First Observation of Magnetically Trapped Neutral Atoms*, Phys. Rev. Lett. 54, 2596 (1985)

[26] **C. Cohen-Tannoudji.**, *Manipulating Atoms with Photons*, Rev. Mod. Phys. 70, 707 (1998).

[27] **S. Chu.**, *The Manipulation of Neutral Particles*, Rev. Mod. Phys. 70, 685 (1998).

[28] **M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Weiman e E. A. Cornell.**, *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*, Science 269, 198 (1995).

[29] **K. B. Davis, M. -O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn e W. Ketterle.**, *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*, Phys. Rev. Lett. 75, 3969 (1995).

[30] **M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee e W. Ketterle.**, *Bose-Einstein Condensation in a Tightly Confining dc Magnetic Trap*, Phys. Rev. Lett. 77, 416 (1996).

[31] **M.D. Barret, J.A. Sauer, and M.S. Chapman.**, *All Optical Formation of an Atomic Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. 87, 010404 (2001).

[32] **T. Hansch and A. Schawlow.**, *Cooling of Gases by Laser Radiation*, Opt. Commun., 13, 68-71(1975).

[33] **A. Askin e J.P. Gordon.**, Opt. Lett. 8, 511 (1983).

[34] **C. Chesman de A. Feitosa.**, *Novas armadilhas para átomos neutros.*, Dissertação de Mestrado, Departamento de Física-UFPE, (1994).

[35] **C. Benevides.**, *Laser de diodo estabilizados: aplicação à espectroscopia de átomos frios de Césio*, Dissertação de Mestrado, Departamento de Física-UFPE, (1997).

[36] **Duncan G. Steel and J. T. Remillard.**, *Resonant nearly degenerate backward four-wave mixing in open and closed systems.*, Phys. Rev. A 36, 4330, (1987).

[37] **G. Khitrova, P.R. Berman and M.Sargent III.**, *Theory of pump-probe spectroscopy.*, J. Opt. Soc. Am. B 5, 160, (1988).

[38] **C. D. Moretti, N. Gonzalez, D. Felinto and J.W.R. Tabosa.**, *Dynamics of Bragg diffraction in a stored light grating in cold atoms.*, Phys. Rev. Lett. A 78, 023811, (2008).