



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA - CCEN
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

TESE DE DOUTORADO

**ESTUDO DE EFEITOS COERENTES E GERAÇÃO DE LUZ COM
MOMENTO ANGULAR ORBITAL VIA MISTURA DE ONDAS EM
ÁTOMOS DE CÉSIO FRIOS**

por

Sergio V. Barreiro Degiorgi

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Física.

Banca Examinadora:

Prof. José W. Rocha Tabosa (Orientador-UFPE)
Prof.^a Sandra Sampaio Vinna (UFPE)
Prof. Lúcio Hora Acioli (UFPE)
Prof. Paulo H. Souto Ribeiro (IF - UFRJ)
Prof. Luiz G. Marcassa (IF - USP/SC)

Recife - PE, Brasil
Março - 2005



Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Física - CCEN
Programa de Pós-Graduação em Física
Cidade Universitária - 50670-901 Recife PE Brasil
Fone (+ 55 81) 2126-8449/2126-8450 - Fax (+ 55 81) 3271-0359
<http://www.df.ufpe.br/pg> e-mail: posgrad@df.ufpe.br

Parecer da Banca Examinadora de Defesa de Tese de Doutorado

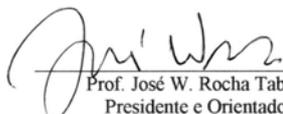
Sergio V. Barreiro Degiorgi

ESTUDO DE EFEITOS COERENTES E GERAÇÃO DE LUZ COM MOMENTO ANGULAR ORBITAL VIA MISTURA DE ONDAS EM ÁTOMOS DE CÉSIO FRIOS

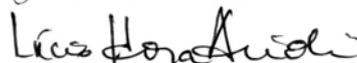
A Banca Examinadora composta pelos Professores José W. Rocha Tabosa (Presidente e Orientador), Sandra Sampaio Vianna, Lúcio Hora Acioli, todos da Universidade Federal de Pernambuco, Paulo H. Souto Ribeiro da Universidade Federal do Rio de Janeiro e Luiz G. Marcassa da Universidade de São Paulo – São Carlos, consideram o candidato:

Aprovado com Distinção () Aprovado () Reprovado

Secretaria do Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Pernambuco aos dez dias do mês de março de 2005.


Prof. José W. Rocha Tabosa
Presidente e Orientador


Prof. Sandra Sampaio Vianna


Prof. Lúcio Hora Acioli


Prof. Paulo H. Souto Ribeiro


Prof. Luiz G. Marcassa

Porque vivimos a golpes, porque apenas si nos dejan decir que somos quien somos, nuestros cantares no pueden ser sin pecado un adorno. Estamos tocando el fondo, estamos tocando el fondo. Maldigo la poesia concebida como un lujo cultural por los neutrales que, lavándose las manos, se desentienden y evaden. Maldigo la poesia de quien no toma partido, partido hasta mancharse.

Gabriel Celaya

Dedico esta tese a meus pais e a mia namorada que sempre me apoiaram.

Agradecimentos

Primeiramente quero agradecer ao prof. José Wellington Rocha Tabosa, pela orientação neste trabalho, e pelo estímulo e dedicação durante estes anos de trabalho.

Aos Professores do grupo de ótica pelas discussões e sugestões respeito ao trabalho.

Aos colegas do departamento com os quais compartilhe os cursos durante o doutorado.

Às pessoas que no decorrer de minha vida se fizeram meus verdadeiros amigos:

Edemilson e Lauresi e minhas cunhadas.

Garrido, el Flaco Vas, Elizabette, Carmen.

Nilton.

Susana Simone e Raul Montagne.

Roberto Lázaro e Claudia Braga.

Roberto Vasconselos.

Nega Baiana.

Tatiane.

Aos professores do departamento, pelo aprendizado durante estes anos.

Finalmente, agradeço a CNPq, pela bolsa, e aos funcionários do departamento de Física que sempre resolvem os nossos mais complicados problemas.

Resumo

Estudamos processos ópticos não lineares usando mistura de quatro ondas (MQO) com conjugação de fase em átomos frios de césio, obtidos numa armadilha magneto-óptica. Foram estudados a geração de feixes coerentes com momento angular orbital, processos de mistura de quatro ondas não degenerada num sistema de três níveis degenerado e o efeito de transferência de uma grade de coerência por emissão espontânea. Na geração de feixes com momento angular orbital foi usada a difração de Bragg numa grade de coerência, contendo a informação espacial de fase dos campos, induzida nos sub-níveis Zeeman de um sistema de dois níveis degenerado e foi demonstrada a conservação do momento angular orbital da luz dentro dos modos participantes neste processo paramétrico. Esta demonstração constitui um primeiro passo na direção de se armazenar informação quântica codificada num espaço de estados multidimensional. Na MQO não degenerada é observado um duplo pico de largura sub-natural, o qual evidencia que esta estrutura está associada a um desdobramento do nível fundamental induzido por feixes de bombeio fortes. É apresentado um modelo simples resolvendo as equações para a matriz densidade num sistema duplo- Λ , o qual explica qualitativamente a forma dos espectros observados. Na observação da transferência de coerência, nós reportamos a observação da transferência de uma grade de coerência entre diferentes pares de sub-níveis Zeeman pertencentes a diferentes estados hiperfinos. Foi usada a difração de Bragg como assinatura do mecanismo de transferência, cujo espectro com largura sub-natural e dependência com a polarização dos feixes incidentes, revelam a existência de uma coerência transferida para o estado fundamental. Apresentamos um modelo baseado no formalismo tensorial

da matriz densidade para descrever a interação entre a luz e dois sistemas de dois níveis degenerados acoplados pela emissão espontânea. Tal modelo reproduz satisfatoriamente os espectros observados. A possibilidade de transferir uma coerência atômica de vida curta para outra de tempo de vida longo é de muita importância no campo do processamento quântico da informação.

Abstract

We have investigated phase-conjugate four-wave mixing (FWM) processes in magneto-optically cooled cesium atoms. We studied the generation of a coherent beam of light carrying orbital angular momentum, nondegenerate four-wave-mixing process in a Zeeman degenerate three-level system and a spontaneous coherence grating transfer mechanism. In the generation of beams carrying orbital angular momentum, obtained by Bragg diffraction into an induced coherent grating in the Zeeman sublevels of the degenerate two-level system of cold Cesium atoms, the conservation of the angular momentum within the light modes was experimentally demonstrated. We consider that this results presents a first step towards the possibility of storage of quantum information encoded in a multidimensional state space. In the nondegenerate FWM in a degenerate three-level system a subnatural double-peak structure was observed, directly evidencing the light shift induced by the strong pumping beams to the ground state levels. A simple theoretical model is presented and the matrix density equations solved for the double- Λ system. This model accounts qualitatively for the lineshape of the observed spectrum. In the observation of coherent transfer, we report the direct observation of spontaneous coherent grating transfer between different pairs of Zeeman sublevels belonging to different cesium hyperfine state. Bragg diffraction is employed as a signature of this transfer mechanism, whose subnatural spectrum and the polarization dependence, confirm the existence of a transferred coherence into the ground state. A theoretical model is presented using a tensorial density matrix formalism to describe the light interaction with a pair of degenerate two-level

systems coupled by spontaneous emission. This model accounts reasonably for the main experimental observation of subnatural linewidth and polarization dependence of the generated signal. The possibility of transferring a short-lived atomic coherence to a long-lived one can be of considerable importance for the field of quantum information processing.

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Conceitos fundamentais	5
2.1	Susceptibilidades não lineares	5
2.1.1	Mistura de quatro ondas (MQO)	6
2.2	Resfriamento de átomos	7
2.2.1	Funcionamento de uma armadilha magneto-ótica	8
2.3	Revisão sobre ressonâncias coerentes	11
2.3.1	Descrição de um sistema atômico usando o formalismo da matriz densidade	12
2.3.2	Interação entre um átomo de dois níveis e um campo ótico monocromático	14
2.4	Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos .	18
2.4.1	Transparência eletromagneticamente induzida	19
2.4.1.1	Análise qualitativa	21
2.4.1.2	Equações de Bloch para o sistema Λ	22
2.4.1.3	Condições de coerência dos campos	25
2.4.1.4	Geração de campos correlacionados	26
2.4.1.5	Sistemas físicos onde foi observada EIT	26
2.4.1.6	Algumas aplicações de CPT/EIT	27
2.4.1.6.1	Estabilização de frequência	27
2.4.1.6.2	Aumento na eficiência em processos óticos não lineares	28
2.4.1.6.3	Magnetometria de precisão	28
2.4.1.6.4	Resfriamento sub-recuo	29

2.4.1.6.5	Luz lenta e armazenamento de luz	30
2.4.2	Absorção eletromagneticamente induzida	30
3	Geração de feixe com momento angular orbital via difração de Bragg numa grade de coerência em átomos frios	32
3.1	Revisão de MAO	34
3.1.1	Aproximação paraxial	35
3.1.2	Carga topológica de um campo com singularidades de fase	39
3.1.3	Geração de feixes de Laguerre-Gauss	40
3.1.3.1	Conversor de modos	40
3.1.3.2	Máscaras holográficas	42
3.1.4	Medição de carga topológica de um feixe de LG	43
3.1.5	Trabalhos recentes usando luz com momento angular orbital	44
3.2	Estrutura da linha D_2 do átomo de Césio	47
3.3	MQO num sistema de quatro níveis	51
3.4	Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios	63
3.5	MQO usando superposições coerentes de modos de LG em átomos frios	75
3.6	Conclusões	80
4	MQO não degenerada num sistema de três níveis com degenerescência Zeeman	81
4.1	Experimento de MQO não degenerada num sistema de três níveis com degenerescência Zeeman	81
4.2	MQO num sistema duplo- Λ	89
4.3	Conclusão	100
5	Observação da transferência de grades de coerência via difração de Bragg	101
5.1	Esquema experimental	102
5.2	Modelo teórico para a transferência de coerência	111
5.3	Modelo para transferência de oscilação de população	119
5.4	Conclusão	124

6 Conclusões e perspectivas futuras	126
6.0.1 Perspectivas futuras	128
Referências Bibliográficas	129

Lista de Figuras

2.1	Processo de mistura de quatro ondas num meio com não-linearidade de terceira ordem.	7
2.2	Átomo com velocidade \vec{v} em presença de dois campos ópticos. . .	9
2.3	Desdobramento dos níveis de energia do átomo pela aplicação de um campo magnético	10
2.4	Átomo de dois níveis em presença de um campo óptico	14
2.5	Absorção e índice de refração num sistema de dois níveis fechado.	18
2.6	Absorção para um sistema de dois níveis aberto.	20
2.7	Sistema em Λ acoplado com dois campos.	20
2.8	Absorção e índice de refração para o feixe de prova num sistema Λ .	23
2.9	Sistema em double- Λ	29
3.1	Distribuições espaciais de intensidade e fase para o modo LG_0^1 . . .	39
3.2	Conversor de modos.	41
3.3	Geração de feixes de LG usando uma máscara	43
3.4	Esquema para medição da carga topológica.	44
3.5	Estrutura hiperfina da linha D_2 do ^{133}Cs	50
3.6	Estrutura parcial do esquema de níveis do Césio e configuração para MQO quase degenerada	52
3.7	Sistema de quatro estados	53
3.8	Espectros calculados usando o modelo apresentado.	61
3.9	Arranjo experimental	64
3.10	Moduladores acusto-ópticos e seqüência temporal de chaveamento do experimento	66
3.11	Injeção do laser de diodo	67

LISTA DE FIGURAS

3.12	Máscaras usadas para gerar vórtices	68
3.13	Níveis de energia usados e espectro de MQO	69
3.14	Posições dos focos dos feixes de prova e da onda de referência	71
3.15	Distribuição espacial da luz observada e interferência para carga topológica +1	72
3.16	Distribuição espacial da luz observada e interferência para carga topológica +2	73
3.17	Distribuição espacial de intensidade e interferência com um feixe gaussiano para os modos de Laguerre-Gauss LG_0^1 e LG_0^2	74
3.18	Arranjo experimental para superposição de modos de LG	76
3.19	Distribuição espacial da luz observada para superposições de modos de LG	77
3.20	Distribuição espacial da luz observada para superposições de modos de LG	78
3.21	Estrutura espacial para diferentes superposições de modos de LG.	79
4.1	Esquema parcial dos níveis de energia da linha D_2 do átomo de Césio e configuração da MQO	82
4.2	Setup experimental	83
4.3	Espectro do sinal gerado de MQO não degenerada	87
4.4	Larguras de linha experimentais do sinal de MQO não degenerada em função da intensidade dos feixes de bombeio.	88
4.5	Modelo duplo- Λ	90
4.6	Espectros calculados de MQO usando o modelo, para diferentes frequências de Rabi dos feixes de bombeio, com estes em ressonância	96
4.7	Estados vestidos.	97
4.8	Espectros calculados de MQO, para diferentes dessintonias dos feixes de bombeio e frequências de Rabi fixas destes feixes	98
4.9	Espectros de MQO calculados para os campos de bombeio ressonantes e muito fortes	99
5.1	Esquema experimental e esquema de níveis para a observação de transferência de coerência via difração de Bragg	104
5.2	Espectro do feixe difratado na grade de coerência transferida.	105

5.3	(a) Espectro do sinal difratado com a configuração de polarizações indicada na figura. O degrau no nível de background no espectro está associado a um ruído eletrônico devido ao desligamento do quadrupolo magnético. (b) Espectro para as mesmas polarizações que (a), mas com o filtro de polarização escolhido para medir a polarização ortogonal ao estado de polarização de (a). (c) Os feixes de escrita têm polarizações paralelas, a polarização do sinal gerado é paralela à do feixe de leitura. (d) Espectro para as mesmas polarizações que (c), mas com o filtro de polarização escolhido para medir a polarização ortogonal ao estado de polarização de (c)	107
5.4	Espectros para diferentes configurações de polarização. As polarizações estão indicadas nas figuras.	109
5.5	Espectros para diferentes configurações de polarizações desligando o quadrupolo magnético e sem desligar este.	110
5.6	Um par de sistemas de dois níveis degenerados acoplados por emissão espontânea interagindo com três campos óticos W , W' e R , usado para modelar o mecanismo de transferência de coerência.	112
5.7	Comparação entre os espectros calculado e medido.	118
5.8	Modelo de transferência de oscilação de população.	120
5.9	Comparação entre os espectros calculado e medido para o caso de polarizações paralelas.	124

Capítulo 1

Introdução

Nas últimas décadas houve um avanço muito grande no campo do resfriamento e aprisionamento de átomos. Atualmente é possível obter amostras de átomos frios com temperaturas muito baixas, alcançando temperaturas muito inferiores às obtidas com as técnicas mais sofisticadas de criogenia.

Foi na década de 80 que surgiram as armadilhas magneto-ópticas, mais especificamente a primeira realização experimental foi feita por E. L. Raab *et al.* em 1987 (1). Estas armadilhas são a primeira etapa para a realização do condensado de Bose-Einstein que constitui um novo estado da matéria, onde uma fração significativa dos átomos (bósons) colapsa numa única função de onda, correspondendo ao estado quântico de mais baixa energia do conjunto. A primeira observação do condensado de Bose-Einstein foi feita em 1995 por E. A. Cornell, C. E. Wieman *et al.* (2).

O reconhecimento da importância da área do resfriamento de átomos usando luz foi reafirmado através da concessão do prêmio Nobel de física de 1997 para S. Chu, C. Cohen-Tannoudji e W. Phillips que foram pioneiros nestas técnicas. Também em 2001 foi concedido o prêmio Nobel para E. A. Cornell, W. Ketterle e C. E. Wieman, pela realização experimental do condensado de Bose-Einstein.

Os átomos frios não só têm aplicações em física básica, mas também tem aplicações como por exemplo, como base para a produção de relógios atômicos muito mais precisos (3; 4). A precisão está relacionada com o elevado tempo de trânsito que podemos ter nos átomos frios, assim como a eliminação de efeitos relativísticos.

A grande vantagem dos átomos frios advém de suas baixas temperaturas, ou seja, a velocidade dos átomos aprisionados é muito baixa, permitindo tempos característicos de observação bastante longos, o que aumenta a resolução das medidas.

Nos trabalhos apresentados nesta tese, utilizamos uma armadilha magneto-ótica para a obtenção de uma amostra de átomos frios de Césio.

Em vista de suas temperaturas extremamente baixas, os átomos frios, proporcionam um meio para fazer espectroscopia de muita alta resolução, onde o alargamento Doppler é menor que a largura de linha natural das transições.

Nos últimos anos cresceu o interesse pelo estudo da manifestação da coerência quântica em sistemas atômicos. Tal coerência é a base para fenômenos muito interessantes de espectroscopia não linear. Um exemplo destes fenômenos, é o aprisionamento coerente de populações (CPT- *coherent population trapping*) observado pela primeira vez por Alzetta *et al.* (5). Este fenômeno consiste na possibilidade de que um meio pode tornar-se transparente devido à interação não linear com os campos ópticos. A observação deste efeito foi feita numa amostra de vapor de Sódio, a qual quando é excitada por um laser multimodo e submetida a um campo magnético variável espacialmente, não se observa fluorescência ressonante em regiões da célula, mesmo estando os átomos na presença da luz. Sucede que nessas regiões é satisfeita a condição de ressonância Raman entre dois modos do laser, condição necessária para a existência de CPT como será visto no capítulo seguinte. Isto foi explicado por Arimondo *et al.* (6) que demonstraram que a população no estado excitado pode ser cancelada num sistema de três níveis em interação com dois campos ópticos. Uma consequência direta do fenômeno de CPT consiste no efeito de transparência eletromagneticamente induzida (EIT- *electromagnetically induced transparency*), cuja primeira observação foi feita por Boller *et al.* (7) em uma amostra de vapor de estrôncio. Para um campo de prova ressonante com a transição $5s5p^1P_1 \longrightarrow 4d5d^1D_2$ com $\lambda = 337.1nm$ foi observado uma mudança na transmitância por um fator de 10^9 devido ao acoplamento de um campo de bombeio na transição $4d5p^1D_2 \longrightarrow 4d5d^1D_2$ com $\lambda = 570.3nm$. Como a frequência de Rabi do feixe de bombeio era relativamente grande, a transparência foi interpretada como combinação de dois efeitos: por um lado o desdobramento do nível excitado causado pelo efeito de Autler-Townes e

por outro a interferência quântica destrutiva entre os dois possíveis caminhos de absorção através dos estados vestidos pelo feixe de bombeio. Em 1995 Li *et al.* (8) mostraram que a redução na absorção do campo de prova continua existindo no caso em que o efeito Stark produzido pelo campo de bombeio é desprezível. Assim o efeito foi atribuído à interferência quântica destrutiva causada pelos dois possíveis caminhos de absorção.

A transparência eletromagnética induzida tem sido bastante estudada nos últimos anos, se encontrando efeitos muito interessantes como o armazenamento de informação num meio atômico, a qual pode ser recuperada a posteriori pela aplicação de um feixe apropriado (9). Este experimento mostra que é possível transferir as características de feixes de luz para as coerências atômicas, podendo se recuperar mais tarde esta informação. O tempo de armazenamento é determinado apenas pelas taxas de decaimento das coerências atômicas, que podem ser muito pequenas se se trata de coerências entre sub-níveis do estado fundamental. Pesquisas recentes sugerem aplicações para memórias óticas (9; 10).

Nesta tese estudamos ressonâncias na resposta de um sistema atômico, as quais têm largura menor que a largura natural do estado excitado. Entretanto, no nosso caso estas ressonâncias têm natureza semelhante às ressonâncias associadas aos efeitos acima mencionados sendo originadas de coerências atômicas entre subníveis Zeeman do estado fundamental e são observadas usando difração de Bragg em grades de coerência via mistura de quatro ondas (MQO) em vapor de césio resfriado, numa armadilha magneto-óptica.

A tese está organizada da seguinte forma.

No capítulo 2 introduzimos alguns conceitos básicos sobre mistura de quatro ondas, armadilhas magneto óticas e fazemos uma revisão sobre ressonâncias coerentes.

No capítulo 3 mostramos dois experimentos onde geramos feixes coerentes que transportam momento angular orbital, via difração de Bragg numa grade de coerência induzida no estado fundamental, que contém a informação espacial dos campos incidentes. Os experimentos mostram claramente a conservação do momento angular orbital neste processo paramétrico. Estes experimentos mostram que é possível guardar a informação contida na luz numa coerência atômica de longa duração. Esta demonstração constitui um primeiro passo na direção de se

armazenar informação quântica codificada num espaço de estados multidimensional, o qual poderia ter aplicações para processamento quântico da informação conforme sugerido por G. Molina-Terriza *at al.* (11).

No capítulo 4 é apresentado um experimento de mistura de quatro ondas não degenerada num sistema de três níveis degenerados. Aqui é observado um duplo pico de largura sub-natural, o qual evidencia que esta estrutura está associada a um desdobramento do nível fundamental induzido pelos feixes de bombeio fortes e a estrutura sub-natural revela que o sinal é gerado pela difração numa grade de coerência induzida no estado fundamental. É apresentado aqui um modelo simples resolvendo as equações para a matriz densidade num sistema duplo- Λ , o qual explica qualitativamente a forma dos espectros observados, embora esse modelo apenas preveja ressonâncias mais largas que as obtidas experimentalmente.

No capítulo 5 apresentamos a primeira observação direta de transferência de uma grade de coerência via emissão espontânea entre diferentes pares de subníveis Zeeman pertencentes a diferentes estados hiperfinos. Para a observação desta transferência foi usada a difração de Bragg, cujo espectro com largura sub-natural e dependência com a polarização dos feixes incidentes revelam a existência de uma coerência transferida para o estado fundamental. Apresentamos um modelo baseado no formalismo tensorial da matriz densidade para descrever a interação entre a luz e o sistema atômico. Tal modelo reproduz satisfatoriamente os espectros observados. A possibilidade de transferir uma coerência atômica de vida curta para outra de tempo de vida longo é de muita importância no campo do processamento quântico da informação possibilitando por exemplo o desenvolvimento de memórias óticas.

Finalmente, no capítulo 6 apresentamos nossas conclusões.

Capítulo 2

Conceitos fundamentais

O objetivo deste capítulo é introduzir alguns conceitos fundamentais necessários para uma melhor compreensão dos vários fenômenos descritos nesta tese. Assim, revisaremos sucintamente os aspectos mais importantes de assuntos tais como armadilhas magneto-ópticas, processos óticos não lineares com ênfase na mistura de quatro ondas, além de fazer uma breve revisão sobre ressonâncias coerentes.

2.1 Susceptibilidades não lineares

A maior parte dos efeitos não-lineares conhecidos pode ser descrita usando teoria eletromagnética clássica com susceptibilidades não-lineares incluídas nas relações constitutivas que relacionam a polarização elétrica com as amplitudes do campo elétrico.

A polarização \vec{P} pode ser escrita como uma série de potências dos campos elétricos aplicados (12):

$$\begin{aligned}\vec{P} = & \chi_{\vec{k},\omega}^{(1)} : \vec{E}(\vec{k}, \omega) \\ & + \chi_{\vec{k}_i+\vec{k}_j,\omega_i+\omega_j}^{(2)} : \vec{E}(\vec{k}_i, \omega_i) : \vec{E}(\vec{k}_j, \omega_j) \\ & + \chi_{\vec{k}_i+\vec{k}_j+\vec{k}_l,\omega_i+\omega_j+\omega_l}^{(3)} : \vec{E}(\vec{k}_i, \omega_i) : \vec{E}(\vec{k}_j, \omega_j) : \vec{E}(\vec{k}_l, \omega_l) + \dots\end{aligned}\tag{2.1}$$

Onde $\chi^{(1)}$ é a susceptibilidade linear e $\chi^{(2)}$, $\chi^{(3)}$... são os tensores que definem o grau de não-linearidade da resposta do meio ao campo. As não linearidades au-

2.1 Susceptibilidades não lineares

mentam quando os campos incidentes se aproximam de uma ressonância própria do meio. Na maioria dos sólidos, são necessárias intensidades muito altas dos feixes incidentes para que se manifestem as não linearidades do material. Os vapores atômicos em geral têm não linearidades bastante grandes e são necessárias intensidades bastante baixas $\sim 1mW/cm^2$, quando são sintonizados perto de uma ressonância atômica. Os vapores atômicos têm a vantagem de serem isotrópicos apresentando simetria de inversão com o qual se simplificam muito os tensores de susceptibilidade.

Num meio com simetria de inversão, duas direções opostas são completamente equivalentes, então a polarização satisfaz $\vec{P}(\vec{r}) = \vec{P}(-\vec{r})$. Assim, as susceptibilidades de ordem par são identicamente nulas, então nestes meios o termo não linear de ordem mais baixa é $\chi^{(3)}$. Para meios interagindo com um único campo de frequência ω , $\chi^{(3)}$ é responsável pela geração do terceiro harmônico, que é um novo campo com frequência 3ω . Para um meio com não linearidade de terceira ordem interagindo com três campos de luz de frequências diferentes, vários processos diferentes são possíveis podendo ser gerada uma nova frequência $\omega_4 = |\pm \omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3|$. Nesta tese consideramos o caso particular onde três campos de luz com frequências em torno das ressonâncias atômicas incidem no meio, tendo aproximadamente a mesma frequência.

2.1.1 Mistura de quatro ondas (MQO)

A mistura de quatro ondas é um processo paramétrico onde três campos eletromagnéticos incidem num material e este gera um quarto campo. O termo paramétrico quer dizer que o meio age apenas como um mediador no processo, não ganhando nem perdendo energia. Na figura 2.1 é mostrado esquematicamente o processo de mistura de quatro ondas.

Os três campos envolvidos se misturam via a não linearidade de terceira ordem gerando, por exemplo a polarização:

$$P_{NL} = \chi^{(3)} E_F E_B E_P^* e^{i[(\omega_F + \omega_B - \omega_P)t - (\vec{k}_F + \vec{k}_B - \vec{k}_P) \cdot \vec{r}]} \quad (2.2)$$

a qual entra nas equações de Maxwell para gerar uma quarta onda. Em tal processo são conservadas a energia e o momento linear dos campos envolvidos

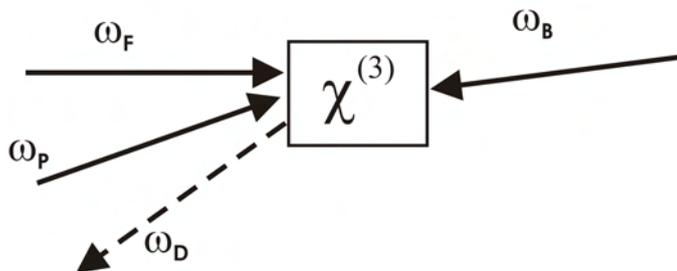


Figura 2.1: Processo de mistura de quatro ondas num meio com não-linearidade de terceira ordem.

no processo, obtendo-se assim a frequência do feixe gerado e sua direção de propagação:

$$\omega_D = \omega_F + \omega_B - \omega_P \quad (2.3)$$

$$\vec{k}_D = \vec{k}_F + \vec{k}_B - \vec{k}_P \quad (2.4)$$

Da equação 2.2 se pode observar que o processo de mistura de quatro ondas pode ser visto como a difração do feixe B na grade de difração formada pelos feixes F e P ou a difração de F na grade induzida por B e P.

2.2 Resfriamento de átomos

O desenvolvimento das técnicas de resfriamento e aprisionamento de átomos neutros, com as quais se conseguiu aprisionar átomos a baixíssima temperatura tem possibilitado grandes avanços no entendimento dos fenômenos que ocorrem na estrutura interna dos átomos e a observação de efeitos não observados anteriormente. Dentro das experiências com átomos frios temos:

1. **Espectroscopia de alta resolução:** É possível eliminar os principais efeitos de alargamento das linhas atômicas que são o efeito Doppler e o tempo de trânsito.
2. **Estudo de colisões frias**

3. Produção de relógios atômicos mas precisos

4. Efeitos coletivos como condensação de Bose-Einstein

Para aprisionar átomos em uma região do espaço com temperatura baixa, é necessário que atuem sobre os átomos dois tipos de forças, uma para reduzir sua velocidade (força viscosa) e outra para que este volte sempre para a posição de equilíbrio (força restauradora). Vamos ver na continuação o funcionamento de uma armadilha magneto-ótica (MOT- *magneto optical trap*), analisando o aparecimento de cada um dos termos da força. Este tipo de armadilha foi realizada pela primeira vez em 1987 por Raab *et al.* em átomos de Sódio (1).

2.2.1 Funcionamento de uma armadilha magneto-ótica

O princípio de funcionamento desta armadilha pode ser descrito usando um átomo hipotético de dois níveis e possuindo momento angular total $F = 0$ e $F' = 1$ para os estados fundamental e excitado, respectivamente.

Quando um átomo está na presença de um feixe de luz, este absorve um fóton sendo excitado e sofre um recuo na direção de propagação do feixe, devido ao momento linear do fóton ser transferido ao átomo. Quando o átomo excitado decai espontaneamente, emitindo um fóton numa direção arbitrária, sofre um recuo na direção contrária à emissão do fóton. Depois de muitos ciclos de absorção-emissão, os deslocamentos devido às emissões espontâneas têm media zero e então, a luz transfere momento líquido ao átomo na direção de propagação do feixe, resultando em uma força nesta direção. Se o feixe estiver propagando em direção contrária ao movimento do átomo, a troca sucessiva de fótons promove a desaceleração do átomo e eventualmente sua parada no espaço. Para que este efeito ocorra é necessário utilizar uma transição atômica cíclica para que o processo de absorção-emissão de luz possa ocorrer um numero grande de vezes para o mesmo átomo.

Ademais, devido ao efeito Doppler, se um átomo se move com velocidade \vec{v} numa região do espaço que tem um feixe de luz de frequência ω sua frequência no referencial do átomo é mudada e a nova frequência é $\omega' = \omega - \vec{k} \cdot \vec{v}$. Quando o feixe propaga em direção contrária ao movimento do átomo a frequência ω' no referencial do átomo aumenta e se o feixe propaga na mesma direção do movimento atômico a frequência ω' diminui.

2.2 Resfriamento de átomos

Consideraremos agora um átomo que se move com uma velocidade \vec{v} numa região onde existem dois feixes contrapropagantes de frequência ω como é mostrado na figura 2.2 e estes feixes estão sintonizados abaixo da frequência de ressonância da transição atômica. Neste caso, devido ao efeito Doppler o feixe que propaga em direção contrária ao movimento atômico fica mais ressonante que o outro e portanto são absorvidos mais fótons deste feixe. Isto significa que o átomo está sob a ação de uma força resultante sempre contrária ao seu movimento ou seja uma força viscosa que tende a anular sua velocidade. A força criada por estes dois feixes de luz, pode ser facilmente calculada mostrando ser da forma $-\alpha v_z$. Esta força de radiação serve somente para resfriar os átomos, removendo sua energia através desta viscosidade. Numa situação onde seis destes feixes de luz formam três pares de feixes contrapropagantes e mutuamente ortogonais entre si, temos um meio viscoso tridimensional para o átomo que é denominado melço ótico. Se quisermos uma força que confine o átomo numa determinada região do espaço precisamos criar uma força restauradora da posição. Isto é feito utilizando-se um campo magnético que varia linearmente no espaço. Devido ao efeito Zeeman ocorre um desdobramento da estrutura de níveis do átomo que depende da posição, levando a uma absorção dependente da posição em que se encontra o átomo.

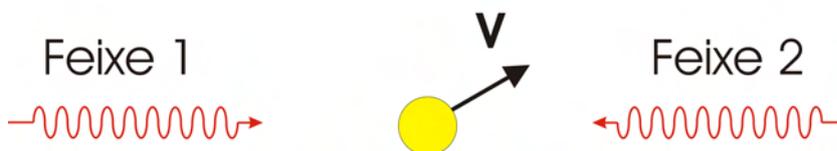


Figura 2.2: Átomo com velocidade \vec{v} em presença de dois campos ópticos.

Considera-se um átomo cujo estado fundamental tem momento angular total $F = 0$ e cujo estado excitado tem momento angular total $F' = 1$. Coloquemos este átomo na presença de um campo inhomogêneo da forma $B(z) = B_0 z$, como é mostrado na figura 2.3. Os feixes de luz contrapropagantes discutidos anteriormente terão agora polarizações circulares e opostas e são sintonizados para o vermelho, preservando a presença da força viscosa discutida anteriormente. Na presença do campo os níveis de energia do átomo se desdobram, mostrando

2.2 Resfriamento de átomos

três estados para o nível excitado e deixando o nível fundamental inalterado. A força que surge sobre o átomo nesta situação é dependente da posição e descreveremos o mecanismo para que isto suceda. Devido às regras de seleção, a transição $|F = 0, m = 0\rangle \rightarrow |F' = 1, m' = -1\rangle$ interage com o laser de polarização σ^- e a transição $|F = 0, m = 0\rangle \rightarrow |F' = 1, m' = +1\rangle$ interage com o laser de polarização σ^+ . Então quando o átomo desloca-se à direita de $z = 0$ a transição $|F = 0, m = 0\rangle \rightarrow |F' = 1, m' = -1\rangle$ é a que fica mais próxima da ressonância, então o átomo interage mais fortemente com o laser de polarização σ^- que se propaga para a esquerda, exercendo uma força que procura restaurar a posição de equilíbrio $z = 0$. Quando o átomo se desloca à esquerda o mesmo tipo de mecanismo aparece, só que privilegiando a transição $|F = 0, m = 0\rangle \rightarrow |F' = 1, m' = +1\rangle$ interagindo mais fortemente com o feixe de polarização σ^+ , gerando uma força de esquerda para direita, restaurando novamente a posição de equilíbrio ao redor do ponto $z = 0$.

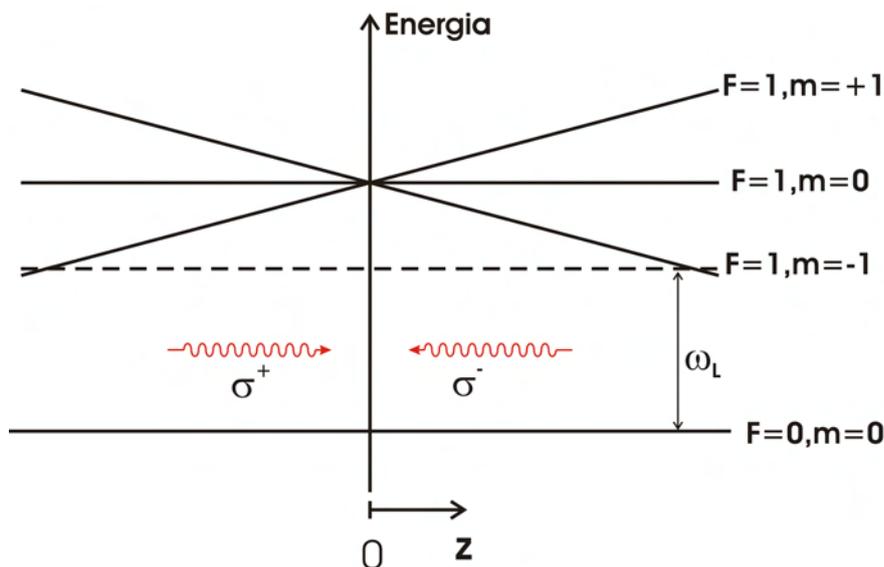


Figura 2.3: Desdobramento dos níveis de energia do átomo pela aplicação de um campo magnético

O resultado total da força dissipativa mais a força restauradora é que o átomo

2.3 Revisão sobre ressonâncias coerentes

obedece a uma equação de movimento tipo oscilador harmônico amortecido:

$$m \frac{dv_z}{dt} = -K_z z - \alpha v_z \quad (2.5)$$

Este esquema unidimensional é estendido facilmente ao caso de três dimensões com duas bobinas na configuração anti-Helmholtz formando um campo de quadrupolo magnético. Na presença de um vapor atômico este sistema captura e aprisiona átomos, reduzindo sua velocidade. Os processos de emissão espontânea geram uma dispersão no espaço de momentos ou seja um aquecimento. A competição entre esse aquecimento e o amortecimento por pressão de radiação da MOT resulta em uma energia cinética diferente de zero, a qual dá uma temperatura mínima aos átomos aprisionados (Limite Doppler).

Uma variação desta armadilha foi realizada por Chesman *et al.* (13) onde um par de feixes é focalizado gerando uma força transversal. Esta armadilha pode funcionar com dois ou quatro feixes. Esta é a armadilha usada nos trabalhos apresentados nesta tese.

2.3 Revisão sobre ressonâncias coerentes

Para fazer um tratamento rigoroso das interações entre a matéria e o campo eletromagnético, é necessário uma teoria onde se trate de forma quântica tanto a matéria como o campo. Mas, em experimentos onde um feixe de luz suficientemente intenso interage com uma amostra atômica, é possível tratar os átomos de forma quântica e o campo óptico como um campo clássico, isto é chamado aproximação semi-clássica (14).

Nesta seção introduzimos as equações de Bloch ópticas que são usadas para descrever as interações de um átomo com um campo clássico. Em seguida descrevemos a interação de um átomo de dois níveis com um campo monocromático. Discutimos então a aparição de ressonâncias estreitas em sistemas de dois níveis abertos na presença de dois campos ópticos e finalmente apresentamos os efeitos de transparência eletromagneticamente induzida (EIT- *Electromagnetically induced transparency*) e absorção eletromagneticamente induzida (EIA- *Electromagnetically induced absorption*).

2.3.1 Descrição de um sistema atômico usando o formalismo da matriz densidade

Num sistema de muitos átomos em geral não é possível conhecer com exatidão o estado do sistema, então não é possível fazer uma descrição do sistema usando uma função de onda. Neste caso é útil usar o formalismo da matriz densidade (15). A matriz densidade para um sistema se define como o operador:

$$\rho(t) = \sum_k p_k |\psi_k(t)\rangle \langle \psi_k(t)| \quad (2.6)$$

onde p_k é a probabilidade de encontrar o sistema no estado $|\psi_k(t)\rangle$ e a soma é sobre todos os estados possíveis do sistema. Nós podemos expressar os estados $|\psi_k(t)\rangle$ em alguma base de estados estacionários ortogonais:

$$|\psi_k(t)\rangle = \sum_n c_{n,k}(t) |u_n\rangle \quad (2.7)$$

e usando esta base, a matriz densidade fica:

$$\rho(t) = \sum_{k,m,n} p_k c_{m,k}(t) c_{n,k}^*(t) |u_m\rangle \langle u_n| \quad (2.8)$$

Os elementos diagonais da matriz densidade:

$$\rho_{nn}(t) = \sum_k p_k |c_{n,k}(t)|^2 \quad (2.9)$$

representam a probabilidade de encontrarmos o sistema no estado $|u_n\rangle$, sendo então proporcionais à quantidade de átomos neste estado, ou seja à população do estado.

Os elementos não diagonais:

$$\rho_{mn}(t) = \sum_k p_k c_{m,k}(t) c_{n,k}^*(t) \quad (2.10)$$

representam a interferência quântica entre os estados $|u_m\rangle$ e $|u_n\rangle$ e são chamados coerências. Quando estas coerências são diferentes de zero, observamos efeitos de interferência quântica.

2.3 Revisão sobre ressonâncias coerentes

Como a matriz densidade é um operador hermiteano, sempre é possível encontrar uma base de estados onde ρ seja diagonal, então o conceito de coerência é sempre relativo à base de estados escolhida.

Uma vez conhecida a matriz densidade ρ , é possível calcular o valor esperado de qualquer operador \mathcal{A} como:

$$\langle \mathcal{A} \rangle = \sum_k p_k \langle \psi_k | \mathcal{A} | \psi_k \rangle = \text{Tr}(\mathcal{A}\rho) \quad (2.11)$$

A evolução temporal da matriz densidade está dada por:

$$i\hbar\dot{\rho} = [H, \rho] \quad (2.12)$$

sendo H o hamiltoniano do sistema.

Usando a matriz densidade podemos tratar o problema da interação de um sistema atômico com seu entorno. Para fazer isto é necessário considerar a matriz densidade do sistema total e tomando o traço parcial sobre os estados do entorno (15) ficamos só com a parte atômica.

As interações do átomo com os modos de vácuo do campo eletromagnético são responsáveis pelos decaimentos radiativos e determinam a largura das linhas espectrais (16), impedindo que os estados excitados tenham tempo de vida infinito.

A equação de evolução temporal para a matriz densidade do átomo pode ser escrita:

$$i\hbar\dot{\rho} = [H_{AF}, \rho] + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{rel} \quad (2.13)$$

onde H_{AF} engloba o hamiltoniano atômico e as interações com campos externos, enquanto que $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{rel}$ representa as relaxações, que são conseqüência das interações do átomo com seu entorno. Esta equação é conhecida como equação de Bloch ótica.

2.3.2 Interação entre um átomo de dois níveis e um campo ótico monocromático

O problema de interação entre um átomo de dois níveis e um campo ótico clássico (14) é o problema de interação átomo-campo mais simples que pode ser tratado, mas é importante para introduzir alguns conceitos usados em modelos mais complexos.

Em frequências óticas o comprimento de onda do campo é bastante maior que as dimensões atômicas, tipicamente $\lambda \sim 10^{-7}m$, enquanto as dimensões do átomo são do ordem de $10^{-10}m$. Assim em geral, é possível desprezar as variações espaciais do campo elétrico durante o processo de interação. A interação do campo com o átomo é essencialmente de dipolo elétrico e a aproximação de comprimento de onda grande permite escrever o hamiltoniano de interação átomo-campo como:

$$V = -\vec{D} \cdot \vec{E} \quad (2.14)$$

onde \vec{D} é o momento dipolar do átomo.

Consideremos um átomo de dois níveis em repouso, na presença de um campo ótico clássico monocromático de frequência ω como é mostrado na figura 2.4.

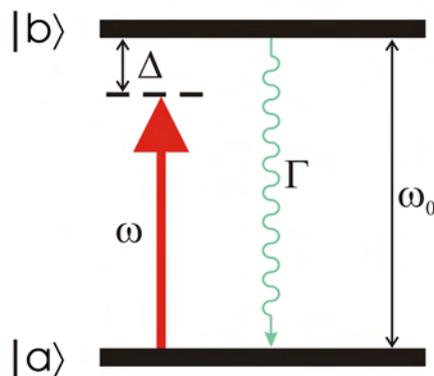


Figura 2.4: Átomo de dois níveis em presença de um campo ótico

O hamiltoniano do átomo livre é dado por:

$$H_A = \hbar\omega_0|b\rangle\langle b| \quad (2.15)$$

2.3 Revisão sobre ressonâncias coerentes

onde foi feita a escolha do nível zero de energia na energia do nível fundamental $|a\rangle$ e $\hbar\omega_0$ é a separação de energia entre o estado fundamental e o estado excitado. O átomo interage com um campo monocromático de frequência ω dado por:

$$\vec{E}(t) = \frac{1}{2} [Ee^{i\omega t} + E^*e^{-i\omega t}] \quad (2.16)$$

Como \vec{D} é um operador ímpar, para os estados atômicos com paridade definida, seus elementos diagonais são nulos, ou seja:

$$\vec{D} = \vec{D}_{ab}|a\rangle\langle b| + \vec{D}_{ba}|b\rangle\langle a| \quad (2.17)$$

Então o hamiltoniano de interação fica:

$$V = -\vec{D} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{2} \left[\vec{D}_{ab} \cdot \vec{E}|a\rangle\langle b| \exp(i\omega t) + \vec{D}_{ba} \cdot \vec{E}^*|b\rangle\langle a| \exp(-i\omega t) \right] \\ -\frac{1}{2} \left[\vec{D}_{ab} \cdot \vec{E}^*|a\rangle\langle b| \exp(-i\omega t) + \vec{D}_{ba} \cdot \vec{E}|b\rangle\langle a| \exp(i\omega t) \right] \quad (2.18)$$

O operador $|a\rangle\langle b|$ atua levando o átomo a seu estado fundamental, enquanto o operador $|b\rangle\langle a|$ leva o átomo a seu estado excitado. Estes operadores têm uma evolução livre da forma $e^{-i\omega_0 t}$ e $e^{i\omega_0 t}$ respectivamente. O primeiro e segundo termo da equação 2.18 oscilam com frequência $|\omega - \omega_0|$, enquanto o terceiro e o quarto termo têm frequência de evolução $\omega + \omega_0$. Se se consideram os campos óticos em torno da ressonância, os dois últimos termos oscilam em frequências do ordem de 2ω e podem ser desprezados em intervalos de detecção grandes comparados com os períodos óticos. Estes termos são conhecidos como termos anti-ressonantes. Então é introduzida a aproximação de onda girante (RWA-*Rotating Wave Approximation*) que consiste em desprezar os termos de evolução rápida ou termos anti-ressonantes.

Como só existem dois níveis, pode-se tomar D_{ab} como real (17), ou seja:

$$D_{ab} = D_{ba} = D$$

Definindo a frequência de Rabi como $\Omega = -\vec{D}_{ab} \cdot \vec{E}/2\hbar$, o hamiltoniano de interação átomo-campo na aproximação de onda girante fica:

$$V_{RWA} = \Omega|a\rangle\langle b| \exp(i\omega t) + \Omega^*|b\rangle\langle a| \exp(-i\omega t) \quad (2.19)$$

2.3 Revisão sobre ressonâncias coerentes

Então, o hamiltoniano total para o sistema na aproximação de onda girante fica $H = H_A + V_{RWA}$.

Esta aproximação será feita em todos os modelos considerados nesta tese.

Introduzimos agora os termos de relaxação. Consideramos somente a relaxação radiativa do estado excitado para o estado fundamental e que o sistema é fechado. Assim, se a taxa de decaimento do estado excitado for Γ , então a taxa de relaxação para a coerência é $\Gamma/2$ (16). Então as equações de Bloch para este sistema são:

$$\dot{\rho}_{bb} = i(\Omega^* e^{-i\omega t} \rho_{ab} - \Omega e^{i\omega t} \rho_{ba}) - \Gamma \rho_{bb} \quad (2.20a)$$

$$\dot{\rho}_{aa} = -i(\Omega^* e^{-i\omega t} \rho_{ab} - \Omega e^{i\omega t} \rho_{ba}) + \Gamma \rho_{bb} \quad (2.20b)$$

$$\dot{\rho}_{ab} = i\omega_0 \rho_{ab} - i\Omega e^{i\omega t} (\rho_{aa} - \rho_{bb}) - \frac{\Gamma}{2} \rho_{ab} \quad (2.20c)$$

$$\dot{\rho}_{ba} = -i\omega_0 \rho_{ba} + i\Omega^* e^{-i\omega t} (\rho_{aa} - \rho_{bb}) - \frac{\Gamma}{2} \rho_{ba} \quad (2.20d)$$

Agora é conveniente introduzir as variáveis de evolução lenta:

$$\begin{aligned} \rho_{aa} &= \sigma_{aa} \\ \rho_{bb} &= \sigma_{bb} \\ \rho_{ab} &= \sigma_{ab} e^{i\omega t} \\ \rho_{ba} &= \sigma_{ba} e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (2.21a)$$

Substituindo estas variáveis nas equações de Bloch obtemos:

$$\dot{\sigma}_{bb} = i(\Omega^* \sigma_{ab} - \Omega \sigma_{ba}) - \Gamma \sigma_{bb} \quad (2.22a)$$

$$\dot{\sigma}_{aa} = -i(\Omega^* \sigma_{ab} - \Omega \sigma_{ba}) + \Gamma \sigma_{bb} \quad (2.22b)$$

$$\dot{\sigma}_{ab} = \left[i\Delta - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{ab} - i\Omega (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) \quad (2.22c)$$

$$\dot{\sigma}_{ba} = - \left[i\Delta + \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{ba} + i\Omega^* (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) \quad (2.22d)$$

2.3 Revisão sobre ressonâncias coerentes

onde $\Delta = \omega_0 - \omega$, é importante notar que $\dot{\sigma}_{aa} + \dot{\sigma}_{bb} = 0$ que se verifica por ser o sistema fechado.

Agora usando a equação 2.11 é possível calcular a polarização macroscópica do meio:

$$\begin{aligned} P(t) &= N\text{Tr}(\vec{D}\rho) = ND (e^{i\omega t}\sigma_{ab} + e^{-i\omega t}\sigma_{ba}) \\ &= ND [(\sigma_{ab} + \sigma_{ba}) \cos \omega t + i(\sigma_{ab} - \sigma_{ba})\text{sen}\omega t] \\ &= ND [2\text{Re}(\sigma_{ab}) \cos \omega t - 2\text{Im}(\sigma_{ab})\text{sen}\omega t] \end{aligned} \quad (2.23)$$

sendo N a densidade de átomos.

Em muitos experimentos o que interessa é a absorção ou o índice de refração do meio atômico, para calcular estas quantidades observemos que a potência media dissipada no meio é (17):

$$P_D = E(t) \frac{\partial P(t)}{\partial t} \quad (2.24)$$

Desta forma, podemos observar que a componente em fase com o campo não dissipa energia, e portanto, a componente responsável pela absorção é a componente em quadratura com o campo. Segue de aqui que a absorção é proporcional a $\text{Im}[\sigma_{ba}]$, enquanto que a dispersão é proporcional a $\text{Re}[\sigma_{ba}]$.

Se o que interessa é a solução estacionaria do problema temos que impor que $\dot{\sigma}_{ij} = 0$ nas equações 2.22. Fazendo isto obtemos:

$$\sigma_{ab}^{st} = \frac{\Omega(\Delta - i\Gamma/2)}{\Delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2|\Omega|^2} \quad (2.25a)$$

$$\sigma_{bb}^{st} = \frac{|\Omega|^2}{\Delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2|\Omega|^2} \quad (2.25b)$$

$$\sigma_{aa}^{st} = 1 - \sigma_{bb}^{st} \quad (2.25c)$$

Para simplificar consideramos que $\Omega = \Omega^*$ que não torna o problema menos geral.

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

A absorção para este sistema tem uma única ressonância de largura Γ que alarga quando aumentamos a intensidade do campo, tomando o valor $\sqrt{\Gamma^2 + 16\Omega^2}$. Na figura 2.5 é mostrada a absorção e o índice de refração para o sistema de dois níveis em função da dessintonia $\delta = \omega - \omega_0$.

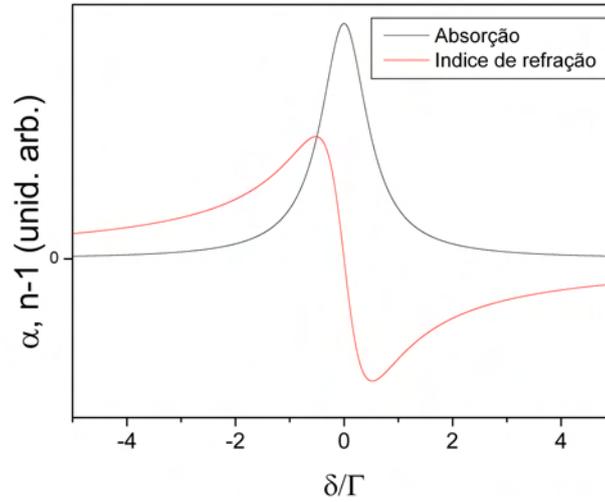


Figura 2.5: Absorção e índice de refração num sistema de dois níveis fechado.

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

Na seção anterior foi considerada a resposta de um sistema de dois níveis a um único campo. Ademais supusemos um sistema fechado onde o único mecanismo de relaxação era a emissão espontânea do estado excitado para o fundamental. Consideremos agora o caso de um sistema de dois níveis $|a\rangle$ e $|b\rangle$ acoplado com um campo de bombeio de frequência ω_1 fixa e um campo de prova de frequência ω_2 que pode variar e cuja absorção se deseja estudar. O sistema é bombeado incoerentemente no estado fundamental com uma taxa λ_a e ademais ambos níveis podem relaxar para níveis externos com taxas γ_a e γ_b respectivamente.

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

Na figura 2.6 é mostrada a absorção do feixe de prova como função da des-sintonia entre os dois feixes. A presença do campo de bombeio afeta bastante a resposta do sistema provocando uma diminuição da absorção pela saturação e, quando o sistema não é fechado e $\gamma_a < \gamma_b$, além de uma ressonância larga de largura $\Gamma + \gamma_b$, aparece uma ressonância estreita de largura γ_a . Este tipo de ressonâncias estreitas em sistemas de dois níveis abertos foi tratado por Steel *et al.* (18; 19; 20) analisando a mistura de quatro ondas. A origem física dessa ressonância estreita está associada à dinâmica da população do estado fundamental. Para um sistema fechado, a perturbação na população do estado excitado, relaxa com a taxa Γ de emissão espontânea. A excitação ao nível superior também produz uma perturbação no estado fundamental. Esta perturbação decai devido ao decaimento do estado excitado. Conseqüentemente a perturbação no estado fundamental decai com a mesma taxa Γ e a taxa de relaxamento líquida da diferença de população está dada por Γ como era esperado. Um argumento similar é usado se os estados fundamental e excitado podem decair a um reservatório com taxas γ_a e γ_b respectivamente, se $\gamma_a = \gamma_b$. Neste caso a taxa de decaimento é $\Gamma + \gamma_b$. Porém, no caso em que $\gamma_a < \gamma_b$, o estado $|b\rangle$ decai mais rápido que o estado $|a\rangle$, e uma perturbação residual fica no estado $|a\rangle$, a qual decai com taxa γ_a . Conseqüentemente em sistemas atômicos, onde γ_a é freqüentemente determinado pelo tempo de trânsito, esta contribuição pode ser extremamente estreita.

2.4.1 Transparência eletromagneticamente induzida

Nesta seção são resumidos os resultados encontrados na literatura para sistemas de três níveis em uma configuração tipo Λ , acoplado com dois campos óticos, o qual apresenta o efeito de transparência eletromagneticamente induzida (EIT).

A utilidade de considerar este sistema é que sua análise é muito simples e nele aparecem efeitos que põem em evidência a coerência quântica.

Considera-se um sistema em Λ fechado como é mostrado na figura 2.7 acoplado com dois campos clássicos monocromáticos de freqüências ω_1 e ω_2 . Se supõe que o campo de freqüência ω_1 acopla só os níveis $|a\rangle$ e $|b\rangle$ e o campo de freqüência ω_2 acopla os níveis $|c\rangle$ e $|b\rangle$ e que o nível $|b\rangle$ pode relaxar por emissão espontânea para os níveis $|a\rangle$ e $|c\rangle$ com taxas Γ_{ba} e Γ_{bc} respectivamente.

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

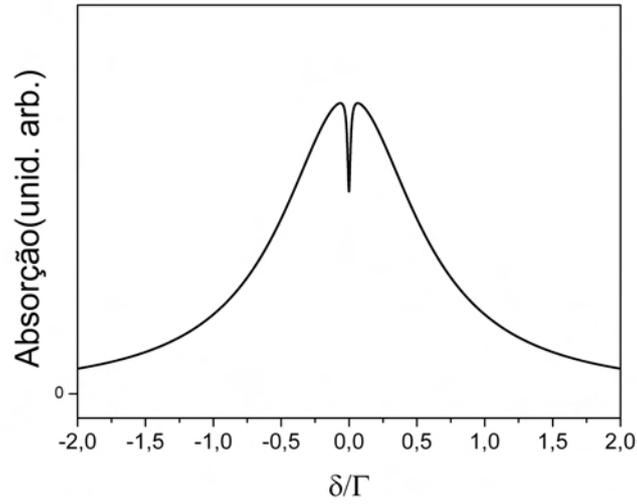


Figura 2.6: Absorção para um sistema de dois níveis aberto.

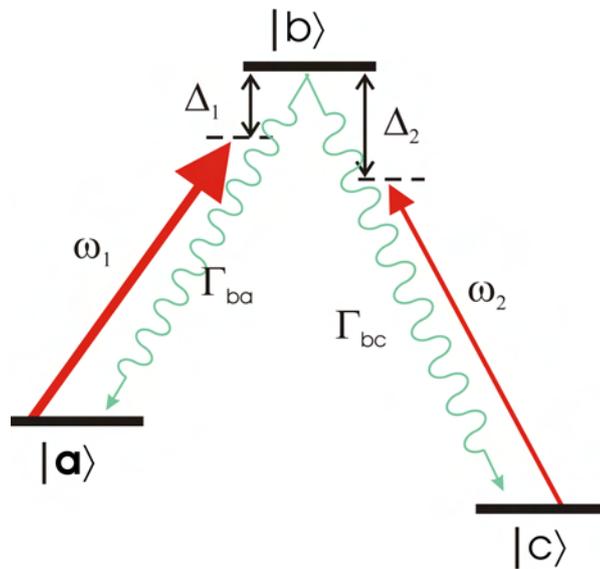


Figura 2.7: Sistema em Λ acoplado com dois campos.

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

2.4.1.1 Análise qualitativa

Para fazer uma análise simples (21) considera-se a evolução da função de onda do sistema em presença dos campos ignorando a relaxação. O estado do sistema é dado por:

$$|\psi\rangle = a(t)e^{-i\omega_a t}|a\rangle + b(t)e^{-i\omega_b t}|b\rangle + c(t)e^{-i\omega_c t}|c\rangle \quad (2.26)$$

onde $a(t)$, $b(t)$ e $c(t)$ são funções de variação lenta no tempo. Seja $|\bar{\psi}\rangle = a(t)|a\rangle + b(t)|b\rangle + c(t)|c\rangle$ o vetor de estado na representação de interação. Sua evolução é descrita por:

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\bar{\psi}\rangle = \bar{V}|\bar{\psi}\rangle \quad (2.27)$$

com

$$\bar{V} = - [\Omega_1 e^{-i\Delta_1 t}|a\rangle\langle b| + \Omega_1^* e^{i\Delta_1 t}|b\rangle\langle a| + \Omega_2 e^{-i\Delta_2 t}|c\rangle\langle b| + \Omega_2^* e^{i\Delta_2 t}|b\rangle\langle c|] \quad (2.28)$$

Onde $\Delta_1 = \omega_b - \omega_a - \omega_1$ e $\Delta_2 = \omega_b - \omega_c - \omega_2$. Considerando o caso particular onde os dois campos são ressonantes com suas respectivas transições ($\Delta_1 = \Delta_2 = 0$), então a representação matricial na base $|a\rangle$, $|b\rangle$, $|c\rangle$ é:

$$\bar{V} = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_1 & 0 \\ -\Omega_1^* & 0 & -\Omega_2^* \\ 0 & -\Omega_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

\bar{V} tem um autovalor nulo correspondente ao estado:

$$|\bar{\psi}_D\rangle = (|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)^{-1/2} (\Omega_2^*|a\rangle - \Omega_1^*|c\rangle) \quad (2.30)$$

Este estado é chamado "estado escuro" porque não evolui em presença dos campos. É uma superposição quântica dos dois estados inferiores do sistema Λ . Se o sistema é preparado no estado escuro não existe interação com os campos incidentes. A captura do sistema neste estado constitui o fenômeno de aprisionamento coerente de populações (CPT- *coherent population trapping*). CPT é um efeito puramente quântico, já que um estado como $|\bar{\psi}_D\rangle$ não tem análogo clássico.

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

A ausência de interação no estado escuro pode também ser vista como uma manifestação da interferência quântica destrutiva entre os canais de absorção que se originam nos estados $|a\rangle$ e $|c\rangle$.

2.4.1.2 Equações de Bloch para o sistema Λ

Consideramos agora com maior detalhe o sistema em Λ utilizando o formalismo da matriz densidade e considerando as relaxações para o estado $|b\rangle$ e consideramos ademais que existe uma taxa γ de relaxação para a coerência entre os níveis inferiores do sistema Λ . Para simplificar a análise, supomos que o feixe de frequência ω_2 que acopla os níveis $|c\rangle$ e $|b\rangle$ é muito fraco e que toda a população está no nível $|c\rangle$, ou seja $\sigma_{cc} \simeq 1$, $\sigma_{aa} \simeq \sigma_{bb} \simeq 0$, então as equações de Bloch na aproximação de onda girante para as variáveis lentas ficam:

$$\dot{\sigma}_{ab} = \left(i\Delta_1 - \frac{\Gamma}{2} \right) \sigma_{ab} - i\Omega_2 \sigma_{ac} \quad (2.31a)$$

$$\dot{\sigma}_{bc} = \left(-i\Delta_2 - \frac{\Gamma}{2} \right) \sigma_{bc} + i\Omega_1^* \sigma_{ac} + i\Omega_2^* \quad (2.31b)$$

$$\dot{\sigma}_{ac} = (i\delta - \gamma) \sigma_{ac} + i(\Omega_1 \sigma_{bc} - \Omega_2^* \sigma_{ab}) \quad (2.31c)$$

onde $\Delta_1 = \omega_{ab} - \omega_1$ e $\Delta_2 = \omega_{cb} - \omega_2$ são as dessintonias dos feixes com respeito às respectivas transições, $\Gamma = \Gamma_{ba} + \Gamma_{bc}$ é a taxa de decaimento do estado excitado e $\delta = \Delta_1 - \Delta_2$ é a diferença entre as dessintonias dos feixes e a separação dos níveis inferiores do sistema Λ .

Usando as equações 2.31 podemos determinar as soluções estacionarias em primeira ordem no feixe de prova:

$$\sigma_{bc} = \frac{-i\Omega_2^*(i\delta - \gamma)}{(-i\Delta_2 - \frac{\Gamma}{2})(i\delta - \gamma) + |\Omega_1|^2} \quad (2.32a)$$

$$\sigma_{ac} = \frac{-\Omega_2^* \Omega_1}{(-i\Delta_2 - \frac{\Gamma}{2})(i\delta - \gamma) + |\Omega_1|^2} \quad (2.32b)$$

Considerando agora Ω_2 real, para o feixe de prova a absorção e o índice de refração são proporcionais a $\text{Im}[\sigma_{bc}]$ e $\text{Re}[\sigma_{bc}]$ respectivamente.

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

Na figura 2.8 é mostrada a absorção e o índice de refração para o feixe de prova para o caso em que o feixe de bombeio é ressonante com a transição correspondente $\Delta_1 = 0$, observando-se uma diminuição da absorção em torno de $\delta = 0$. Esta ressonância de transparência constitui o efeito de transparência eletromagneticamente induzida (EIT- *electromagnetically induced transparency*). Em torno a $\delta = 0$ o sistema é levado pelos campos e a emissão espontânea a cair parcialmente no estado escuro, o qual resulta em uma diminuição da absorção para os dois campos. A largura desta ressonância estreita é determinada pela taxa γ de relaxação da coerência σ_{ac} .

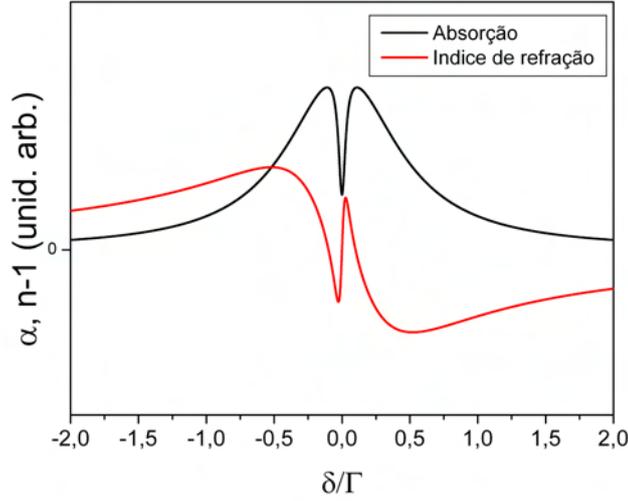


Figura 2.8: Absorção e índice de refração para o feixe de prova num sistema Λ .

Para o caso do feixe de bombeio ressonante e cuja potência não seja muito alta, $|\Omega_1|^2/\Gamma \ll 1$, e ademais $\gamma \ll \Gamma$ é possível encontrar uma expressão simples para a absorção (22):

$$\alpha \propto \frac{\Gamma/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} + \frac{-4 \left(\gamma + \frac{2|\Omega_1|^2}{\Gamma} \right) \frac{|\Omega_1|^2}{\Gamma^2}}{\delta^2 + \left(\gamma + \frac{2|\Omega_1|^2}{\Gamma} \right)^2} \quad (2.33)$$

na equação anterior se observam duas ressonâncias, uma larga, de largura Γ é outra estreita, de largura $2\gamma + 4|\Omega_1|^2/\Gamma$ com sinal oposto, o que indica que é

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

uma ressonância de transparência. Usando a equação 2.33 é possível encontrar uma expressão simples para o contraste da ressonância de EIT:

$$C \approx \frac{|\Omega_1|^2}{\frac{\gamma^{\Gamma}}{2} + |\Omega_1|^2} \quad (2.34)$$

Uma observação importante é que quando γ aumenta, além de alargar a ressonância de EIT, o contraste desta diminui.

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

2.4.1.3 Condições de coerência dos campos

Nos experimentos são usadas fontes de luz que não são perfeitamente monocromáticas. A seguir, veremos qual é o efeito que isto tem nas equações de Bloch para um sistema Λ acoplado com dos campos que não são monocromáticos. Supomos que cada campo tem uma forma:

$$E_i(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi_i(t)) \quad i = 1, 2 \quad (2.35)$$

Até agora foi considerado que os campos eram monocromáticos, ou seja $\varphi_i = cte$, mas na realidade os campos têm flutuações de amplitude e fase. Tomando o caso mais simples de flutuações de fase (23) que é considerar que as fases dos dois campos variam no tempo de forma aleatória, de forma que $\varphi_1(t)$ e $\varphi_2(t)$ são funções estocásticas Gaussianas e Markovianas, cujas derivadas satisfazem:

$$\langle \dot{\varphi}_i(t) \rangle = 0 \quad i = 1, 2 \quad (2.36a)$$

$$\langle \dot{\varphi}_i(t) \dot{\varphi}_i(t') \rangle = 2\beta_i \delta(t - t') \quad i = 1, 2 \quad (2.36b)$$

$$\langle \dot{\varphi}_1(t) \dot{\varphi}_2(t') \rangle = 2\nu \delta(t - t') \quad (2.36c)$$

Com estas hipóteses cada campo tem um espectro de potência, cuja largura a meia altura é $2\beta_i$ e o parâmetro ν representa a largura da correlação mútua entre os dois campos e verifica a relação $|\nu| \leq \sqrt{\beta_1 \beta_2}$.

As equações de Bloch com estes campos estocásticos são equações estocásticas, porém os observáveis físicos estarão determinados pelas médias sobre as fases estocásticas. Então, é necessário obter as equações de Bloch para as médias. Este cálculo está tratado nas referências (22; 24; 25). As equações para as médias têm a mesma forma que as equações 2.31 com as mudanças:

1. Na equação para $\dot{\sigma}_{ab}$, $\Gamma \longrightarrow \Gamma + 2\beta_1$
2. Na equação para $\dot{\sigma}_{cb}$, $\Gamma \longrightarrow \Gamma + 2\beta_2$
3. Na equação para $\dot{\sigma}_{ac}$, $\gamma \longrightarrow \gamma' = \gamma + (\beta_1 + \beta_2 - 2\nu)$

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

Observando a equação 2.34 é claro que as flutuações podem fazer que o sinal de EIT desapareça. Para que as flutuações dos campos tenham pouca influência sobre o sinal de EIT é necessário ter campos correlacionados de forma que $\beta_1 + \beta_1 - 2\nu \ll \gamma$.

2.4.1.4 Geração de campos correlacionados

Para gerar campos correlacionados são utilizados dois métodos:

1. **Uso de moduladores acusto-óticos:** Está é a técnica mais simples e consiste em usar moduladores acusto-óticos excitados com fontes de radio-freqüência estáveis. Com esta técnica é possível ter um deslocamento de freqüência sem introduzir flutuações apreciáveis na fase dos campos (26). As flutuações na fase estão determinadas pela estabilidade das fontes de radio freqüência que excitam os acusto-ópticos. A limitação deste método é a gama de diferenças de freqüência que podem ser obtidas entre os dois campos, devido a não existirem moduladores acusto-óticos de qualquer freqüência. Este método está limitado a diferencias de freqüência em torno de $1GHz$
2. **Travamento de fase:** Este método pode ser usado quando a diferença de freqüência requerida entre os campos é maior que $\sim 1GHz$ (27). A técnica consiste em comparar num *double balance mixer* (DBM) as fases de uma referência de radio-freqüência estável com o batimento entre os dois lasers gerado num fotodiodo rápido. A saída do DBM é utilizada como sinal de error para corrigir as flutuações de fase de um dos lasers com relação ao outro. Este método requer eletrônica muito rápida, com largura de banda de alguns GHz . Por este método foram obtidos campos com alto grau de correlação (28; 29).

2.4.1.5 Sistemas físicos onde foi observada EIT

Foram utilizados muitos sistemas físicos para a observação de EIT, incluindo amostras sólidas (30). Porém, dados os requerimentos muito exigentes com relação à conservação da coerência atômica, os sistemas preferidos foram átomos

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

tanto em vapor como em armadilhas, como também em feixes atômicos. O sistema preferido para a observação de EIT tem sido a configuração Λ devido à possibilidade de tempos de relaxação muito grandes. Na maioria dos casos foram usados átomos alcalinos de Na, Cs e Rb, porque é possível a realização de um sistema Λ fechado utilizando como níveis inferiores os dois níveis hiperfinos do nível fundamental $^2S_{1/2}$ e como nível superior um nível hiperfino do nível $^2P_{1/2}$ (linha D_1) ou $^2P_{3/2}$ (linha D_2). A condição de ressonância Raman requer que a diferença de frequência entre os campos usados seja igual à separação entre os níveis hiperfinos do estado fundamental.

2.4.1.6 Algumas aplicações de CPT/EIT

2.4.1.6.1 Estabilização de frequência A ressonância de EIT acontece quando a diferença de frequência entre o feixe de bombeio e o de prova é igual à separação entre os dois níveis de energia inferiores do sistema em Λ , desta forma se pode aproveitar isto para estabilizar uma diferença entre duas frequências óticas sobre uma transição hiperfina.

A resolução que se pode obter depende da largura da ressonância coerente, que no caso em que os campos de bombeio e de prova estão correlacionados depende exclusivamente da taxa de relaxação γ da coerência entre os dois níveis inferiores do sistema Λ , que geralmente é determinada pelo tempo de trânsito dos átomos pela região de interação. Em condições típicas de um experimento em vapor $\gamma/2\pi \sim 10Khz$. É possível melhorar esta resolução diminuindo a taxa γ . Para fazer isto existem basicamente três métodos:

1. **Utilização de zonas de Ramsey:** Este método consiste na utilização de duas zonas de interação da luz com os átomos.
2. **Utilização de gás buffer:** Este método consiste em que as colisões de um átomo alcalino com um gás nobre no estado fundamental são altamente elásticas. Então estas colisões mudam a velocidade atômica e afetam muito pouco os graus de liberdade internos do átomo. Numa atmosfera de alguns mBar de gás nobre o movimento dos átomos alcalinos se torna difusivo, então o tempo de permanência de um átomo na zona de interação aumenta

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

consideravelmente, diminuindo a taxa γ . Isto foi empregado por Bradt *et al.* (28) para obter ressonâncias de $42Hz$.

- 3. Utilização de recobrimento nas paredes das células:** Este método consiste em recobrir as paredes da célula que contém o vapor com parafina. Este recobrimento evita a mudança do spin atômico quando o átomo se choca contra as paredes. Desta forma um átomo pode se chocar muitas vezes contra as paredes e ter probabilidade alta de retornar à região de interação sem perder a coerência entre os níveis do estado fundamental. Este procedimento foi usado por Budker *et al.* (31) para o estudo de ressonâncias magneto-ólicas, obtendo ressonâncias de $\approx 1.3Hz$ de largura.

Utilizando um feixe atômico de Sódio, Hemmer *et al.* (32), estabilizaram um gerador de RF com uma precisão comprável à obtida nos relógios atômicos.

2.4.1.6.2 Aumento na eficiência em processos óticos não lineares

Esta possibilidade discutida inicialmente por Harris *et al.* (33) é baseado em que os processos óticos não lineares como a mistura de quatro ondas aumentam próximo da ressonância. Porém também aumentam os efeitos lineares como a absorção. A proposta de Harris é reduzir a absorção por meio de EIT e ao mesmo tempo obter um processo ressonante.

Uma configuração interessante para estudar estes efeitos é um sistema duplo- Λ mostrado na figura 2.9, esta configuração foi usada por Hemmer *et al.* (34). Eles observaram MQO, na configuração de conjugação de fase obtendo ganho > 50 em vapor de Sódio.

Este tipo de sistema é bastante útil para gerar luz em regiões do espectro inacessível por outros meios. Em 2000 foi gerado ultravioleta de vacuo usando uma configuração duplo- Λ (35).

2.4.1.6.3 Magnetometria de precisão

As ressonâncias de EIT acontecem quando é satisfeita a condição de ressonância Raman de dois fótons entre os dois níveis inferiores de um sistema em Λ para um fóton do feixe de bombeio e outro do feixe de prova. Experimentalmente são usadas transições entre níveis atômicos que tem degenerescência Zeeman. Quando um campo magnético

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

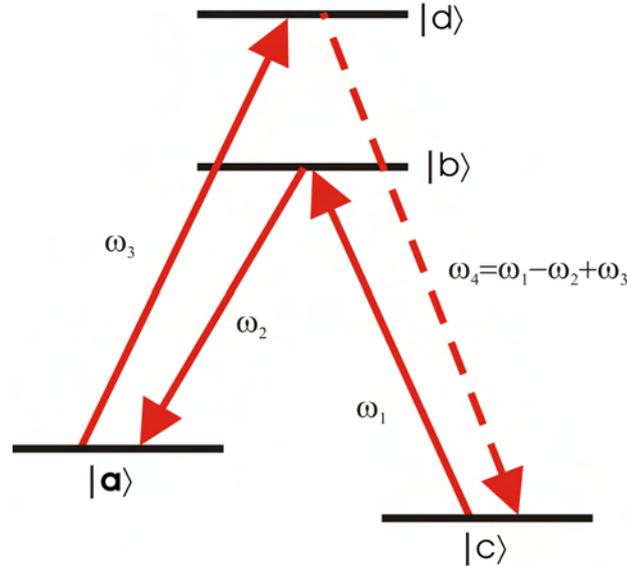


Figura 2.9: Sistema em double- Λ .

é aplicado, o efeito Zeeman separa os subníveis magnéticos dando origem a múltiplas ressonâncias de EIT para diferentes frequências. Como as posições destas ressonâncias dependem do campo magnético, então é possível medir o campo magnético medindo as posições destas ressonâncias. Esta ideia foi proposta por Scully e Fleischhauer em 1992 (36) e realizada experimentalmente por Nagel *et al.* (37; 38). Em 2000 Fleischhauer *et al.* em um trabalho teórico demonstram que um magnetometro que detecte por via interferométrica, as variações rápidas de índice de refração associadas às ressonâncias de EIT pode alcançar o limite quântico de sensibilidade e ultrapassar a sensibilidade dos magnetometros tradicionais (39).

2.4.1.6.4 Resfriamento sub-recuo Uma das aplicações mais interessantes de CPT está na possibilidade de resfriar átomos neutros a temperaturas mas baixas que a imposta pelo chamado limite de recuo. A ideia é fazer com que os átomos que alcançam uma velocidade nula, depois de trocar momento linear $\hbar k$ com o campo, caiam num estado escuro e então deixem de sentir o campo. Assim é evitado o movimento difusivo no espaço de momentos que determina a

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

temperatura ($k_B T = \hbar^2 k^2 / 2m$). Isto foi realizado pelo grupo de Cohen-Tannoudji em 1988 (40) em uma dimensão e em 1995 em três dimensões (41).

2.4.1.6.5 Luz lenta e armazenamento de luz Como pode ser visto na figura 2.8, em torno da ressonância de EIT, existe uma variação muito grande do índice de refração. A velocidade de grupo de um pacote de ondas está associada ao avanço do ponto de máxima amplitude do pacote. Num meio dispersivo a velocidade de grupo é dada por:

$$v_g = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}} \quad (2.37)$$

onde $D \equiv \frac{dn}{d\omega}$ é a dispersão do meio que pode ser normal ($D > 0$) ou anômala ($D < 0$). As ressonâncias de EIT correspondem a grandes valores de dispersão normal, porque o índice de refração muda rapidamente num intervalo pequeno de frequência. Ou seja, $D\omega \gg n$, portanto um pacote de ondas cuja largura espectral seja menor que a largura da ressonância de EIT, propaga no meio com $v_g \ll c$. É possível estimar a ordem de magnitude da dispersão máxima associada com uma ressonância de EIT:

$$D \sim \frac{n_L - 1}{\gamma}$$

onde supomos que o índice de refração cai a 1 desde o mesmo valor que o índice linear num intervalo γ . Considerando valores realistas $n_L - 1 \approx 0.1$ e $\gamma \approx 100 \text{ KHz}$, então $D\omega \approx 10^8$ obtendo $v_g \approx 1 \text{ m/s}$. Foi observado propagação de pulsos com velocidade de alguns dezenas de m/s. A primeira observação foi feita num condensado de Bose-Einstein de átomos de Sódio (42), a segunda observação foi realizada numa célula de vapor de Rubídio a temperatura superior à ambiente (43). Em 2001 foi demonstrado o armazenamento de informação ótica numa coerência atômica (9) detendo um pulso de luz no meio. Esta informação foi recuperada a posteriori pela aplicação de um segundo pulso.

2.4.2 Absorção eletromagneticamente induzida

Em sistemas de dois níveis degenerados acoplados com dois campos óticos foi observado o efeito oposto ao de EIT, ou seja um aumento da absorção de um

2.4 Sistema aberto de dois níveis em presença de dois campos óticos

campo pela presença do outro. Isto foi observado pela primeira vez por Akulshin *et al.* em 1998 (44). Este efeito ocorre quando a degenerescência do estado excitado é maior que a degenerescência do estado fundamental, ou seja $F_e > F_g > 0$, onde F_g e F_e são os momentos angulares do estado fundamental e estado excitado respectivamente. Diferentemente da EIT, este efeito não é previsto por modelos teóricos simples de três níveis. O modelo mais simples capaz já desenvolvido que explica este efeito, é um modelo na configuração N fechado de quatro níveis o qual foi desenvolvido por Taichenachev *et al.* (45) que explica o efeito como devido a uma transferência de coerência gerada nos estados superiores para os estados inferiores.

Nesta tese descreveremos um experimento onde demonstramos claramente este efeito e também a transferência de uma grade de coerência entre pares de subníveis Zeeman pertencentes a diferentes níveis hiperfinos em átomos frios de Césio.

Capítulo 3

Geração de feixe com momento angular orbital via difração de Bragg numa grade de coerência em átomos frios

Neste capítulo estudamos a geração de um feixe de luz coerente com momento angular orbital (MAO). Este feixe é gerado por difração de Bragg numa grade de coerência, induzida nos subníveis Zeeman de um sistema de dois níveis degenerados, que contém a informação de fase dos campos incidentes. Este processo coerente foi recentemente investigado teórica e experimentalmente usando uma configuração de mistura de quatro ondas quase degenerada em átomos frios de Césio (46) para o caso em que os feixes incidentes não possuem momento angular orbital. Aqui nos concentramos na análise do perfil espacial do feixe gerado quando um dos feixes da mistura tem MAO. O experimento é feito na transição $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$ da linha D_2 do átomo de ^{133}Cs , usando uma configuração padrão de conjugação de fase ótica por mistura de quatro ondas. As polarizações dos feixes da mistura são lineares, sendo as polarizações dos feixes de bombeio ortogonais à polarização do feixe de prova. Neste caso é observado um espectro com um único pico de largura subnatural. Aqui apresentamos um modelo simples, usando o formalismo da matriz densidade em um sistema de quatro níveis para entender as características físicas mais relevantes deste processo. Um cálculo mais detalhado é feito na referência (46) onde é considerado um sistema

de dois níveis degenerado com toda a estrutura de subníveis Zeeman. Iniciaremos este capítulo fazendo uma revisão sobre momento angular orbital da luz.

3.1 Revisão de MAO

A radiação eletromagnética transporta tanto energia quanto momento. Qualquer interação entre radiação e matéria inevitavelmente envolve troca de momento, que tem freqüentemente uma consequência mecânica. Tal troca pode ser de momento linear ou de momento angular.

Poynting em 1909 (47) deduz de uma analogia mecânica que luz circularmente polarizada deve exercer um torque por unidade de superfície igual a $E\lambda/2\pi$, onde E é a energia por unidade de volume e λ é o comprimento de onda da luz. Sendo a energia de cada fóton cruzando a superfície igual a $\hbar\omega$, obtemos o resultado que cada fóton circularmente polarizado carrega uma unidade de momento angular \hbar . Poynting propôs como consequência um experimento para medir esse torque por meio de placas de quarto de onda. Uma variação do experimento proposto por Poynting foi realizada por Beth em 1936 (48), no qual foi usada a ressonância de torção de uma fibra, para detectar o torque de uma única placa de meia onda suspensa.

Os trabalhos anteriormente descritos se referem ao momento angular intrínseco da luz o spin, que está associado com sua polarização. Um exame cuidadoso do termo $\vec{r} \times \varepsilon_0(\vec{E} \times \vec{B})$, mostra que na polarização não está contido todo o momento angular transportado por um campo eletromagnético. A parte associada com a polarização é conhecida como spin, mas além disso também há uma contribuição orbital, que está associada com a parte espacial do campo. O conceito de um campo com momento angular orbital tem uma extensa literatura (49; 50; 51), mas foi restringido durante muito tempo a livros de texto, sem especificar a forma explícita do campo eletromagnético.

A idéia de luz com momento angular orbital é bastante recente. Em 1992, um grupo da universidade de Leiden na Holanda reconheceu que um feixe de luz com uma dependência azimutal na fase da forma $\exp(-il\varphi)$ tem um momento angular que é independente do estado de polarização da luz (52). Aqui φ é a coordenada azimutal, na seção transversal de feixe e l é um número inteiro positivo ou negativo. Eles predisseram que este momento angular orbital tem um valor igual a $L = l\hbar$ por fóton.

3.1.1 Aproximação paraxial

O momento angular orbital de feixes de luz realizáveis em laboratório foi pesquisado dentro da aproximação paraxial pelo grupo de Leiden em 1992 (52). Esta aproximação provê uma descrição satisfatória de algumas propriedades na propagação de feixes que surgem no estudo de lasers reais (53). A mudança no perfil transversal de um feixe bem colimado acontece lentamente com a variável z , ao longo da direção de propagação do feixe. Para uma distribuição de amplitude $u(x, y, z)$, a aproximação paraxial é feita ignorando $\partial^2 u / \partial z^2$, comparado com $k \partial u / \partial z$, onde k é o número de onda e ignorando $|\partial u / \partial z|$ comparado com u , na equação de onda escalar. Destas aproximações obtemos a equação de onda paraxial:

$$i \partial u / \partial z = -\frac{1}{2k} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \quad (3.1)$$

Considerar a equação paraxial traz algumas inconsistências. Lax, Louisell e McKnight (54), mostraram que a aproximação implica que pode existir uma onda plana cujo vetor campo elétrico depende das coordenadas transversais, porém eles mostram que este resultado é consistente com a solução das equações de Maxwell em ordem mais baixa e identificam os termos de correção para ordens mais altas.

Foi mostrado por Davis (55) que para um potencial vetor que tem uma única componente, esta componente obedece uma equação de onda escalar e produz a mesma ordem nas componentes transversa e longitudinal do campo para um campo gaussiano que o derivado em (54). Isto foi usado por Haus (56) e sua abordagem foi usado por Allen *et al.* (52) como segue:

Seja um potencial vetor \vec{A} polarizado na direção \hat{x} :

$$\vec{A} = \hat{x} u(x, y, z) \exp(-ikz) \quad (3.2)$$

na aproximação paraxial, usando o calibre de Lorentz, temos:

$$\vec{B} = ik \left[\left(-u + \frac{1}{ik} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \hat{y} + \frac{i}{k} \frac{\partial u}{\partial y} \hat{z} \right] \exp(-ikz) \quad (3.3a)$$

$$\vec{E} = i\omega \left[-u \hat{x} + \frac{i}{k} \frac{\partial u}{\partial x} \hat{z} \right] \exp(-ikz) \quad (3.3b)$$

Usando as expressões para os campos, calcula-se a média temporal da parte real de $\varepsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}$, que é a densidade de momento linear:

$$\vec{p} = \varepsilon_0 \langle \vec{E} \times \vec{B} \rangle = \frac{\varepsilon_0}{2} [(\vec{E}^* \times \vec{B}) + (\vec{E} \times \vec{B}^*)] = \frac{i\omega\varepsilon_0}{2} (u^* \nabla u - u \nabla u^*) + \omega k \varepsilon_0 |u|^2 \hat{z} \quad (3.4)$$

Considera-se agora um campo com uma dependência azimutal na fase:

$$u(r, \varphi, z) = u_0(r, z) \exp(-il\varphi) \quad (3.5)$$

Quando é usada a forma do campo dada pela expressão 3.5 a densidade de momento linear fica:

$$\begin{aligned} \vec{p} = & \frac{i\omega\varepsilon_0}{2} \left[\left(u_0^* \frac{\partial u_0}{\partial r} - u_0 \frac{\partial u_0^*}{\partial r} \right) \hat{r} + \left(u_0^* \frac{\partial u_0}{\partial z} - u_0 \frac{\partial u_0^*}{\partial z} \right) \hat{z} \right] \\ & + \frac{\omega\varepsilon_0 l}{r} |u_0|^2 \hat{\varphi} + \omega k \varepsilon_0 |u_0|^2 \hat{z} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Também é possível calcular $\varepsilon_0 \vec{r} \times \langle \vec{E} \times \vec{B} \rangle$, que é a densidade de momento angular do campo eletromagnético:

$$\begin{aligned} \vec{j} = & \varepsilon_0 \vec{r} \times \langle \vec{E} \times \vec{B} \rangle \\ = & \frac{i\omega\varepsilon_0}{2} \left[z \left(u_0^* \frac{\partial u_0}{\partial r} - u_0 \frac{\partial u_0^*}{\partial r} \right) - r \left(u_0^* \frac{\partial u_0}{\partial z} - u_0 \frac{\partial u_0^*}{\partial z} \right) \right] \hat{\varphi} \\ & - \omega k \varepsilon_0 |u_0|^2 r \hat{\varphi} - \frac{\omega\varepsilon_0 l}{r} |u_0|^2 z \hat{r} + \omega\varepsilon_0 l |u_0|^2 \hat{z} \end{aligned} \quad (3.7)$$

A componente da densidade de momento angular na direção de propagação é $j_z = \omega\varepsilon_0 l |u_0|^2$ e a energia transportada pelo campo é $w = cp_z = \varepsilon_0 \omega^2 |u_0|^2$, então:

$$\frac{j_z}{w} = \frac{l}{\omega} \quad (3.8)$$

Quando as densidades de momento angular e de energia são integrados em todo o volume é obtida a relação entre momento angular e energia do feixe. O momento angular total do feixe está na direção de propagação, isto pode ser

verificado facilmente integrando a equação 3.7 e observando que a integral dos outros termos é zero.

$$\frac{J_z}{W} = \frac{l}{\omega} \quad (3.9)$$

A razão entre as densidades de momento angular e momento linear na direção de propagação pode ser escrita $\omega l/\omega k = l\lambda/2\pi$, isto mostra que o feixe possui momento angular orbital de $l\hbar$ por fóton, mas o feixe não está polarizado circularmente, de modo que o momento angular não pode ser devido ao spin. Este momento angular surge do termo de fase azimutal.

Até agora o campo tinha polarização linear, mas o resultado pode ser generalizado a campos com qualquer polarização (57) o que agrega outro termo à expressão para a densidade de momento angular na direção de propagação:

$$j_z = \varepsilon_0 \omega l |u_0|^2 - \frac{\varepsilon_0}{2} \omega r \sigma \frac{\partial |u_0|^2}{\partial r} \quad (3.10)$$

O segundo termo representa a contribuição de spin, onde $\sigma = \pm 1$ representa luz circularmente polarizada direita e esquerda respectivamente e $-1 < \sigma < 1$ representa luz com polarização elíptica.

Recalculando agora a razão entre a densidade de momento angular na direção de propagação e a energia:

$$\frac{j_z}{w} = \frac{l}{\omega} - \sigma \frac{r}{2\omega} \frac{1}{|u_0|^2} \frac{\partial |u_0|^2}{\partial r} \quad (3.11)$$

Uma observação é que na razão j_z/w a parte dependente da polarização depende do gradiente local da amplitude u e a parte que não depende da polarização é constante e independente da posição sobre o feixe.

Integrando a densidade de momento angular e a energia em todo o volume obtemos a relação entre o momento angular total e a energia do feixe:

$$\frac{J_z}{W} = \frac{l + \sigma}{\omega} \quad (3.12)$$

É fácil ver que na ausência do termo azimutal, é obtido o resultado conhecido para a razão entre momento angular de spin e a energia que é $\hbar\sigma/\hbar\omega$, conseqüentemente o outro termo $l/\omega = \hbar l/\hbar\omega$ é também um momento angular dividido por energia e então o momento angular orbital no feixe é $l\hbar$.

A forma mais comum de campos com dependência azimutal na fase são os chamados modos de Laguerre-Gauss:

$$\begin{aligned}
 u_{pl}^{LG} = & C_{pl}^{LG} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{|l|} \exp \left[-\frac{r^2}{w^2(z)} \right] L_p^{|l|} \left(\frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \\
 & \times \exp \left[-i\frac{kr^2}{2R(z)} \right] \exp(-il\varphi) \exp[i\psi(z)]
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

onde $L_p^{|l|}$ são os polinômios de Laguerre generalizados (58), definidos como:

$$L_p^{|l|}(x) = \sum_{m=0}^p (-1)^m C_{p-m}^{p+|l|} x^m / m! \tag{3.14}$$

$R(z)$ é o rádio de curvatura das frentes de onda e $w(z)$ é o diâmetro do feixe dados por:

$$\begin{aligned}
 w^2(z) &= \frac{2(z^2 + z_R^2)}{kz_R} \\
 R(z) &= \frac{z^2 + z_R^2}{z}
 \end{aligned}$$

C_{pl}^{LG} é uma constante de normalização dada por:

$$C_{pl}^{LG} = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(|l| + p)!}} \sqrt{\frac{|l|}{w(z)}}$$

$\psi(z)$ é a fase de Gouy definida como:

$$\psi(z) = (2p + |l| + 1) \arctan \left(\frac{z}{z_R} \right)$$

z_R é o comprimento de Rayleigh e k é o número de onda.

Na figura 3.1 são mostradas as distribuições espaciais de intensidade e fase para o modo de Laguerre-Gauss LG_0^1 .

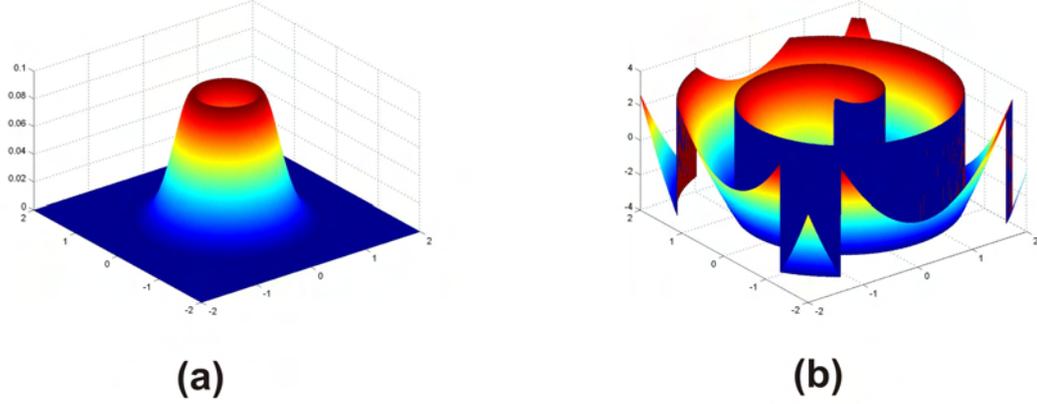


Figura 3.1: (a) Distribuição espacial de intensidade para o modo LG_0^1 . (b) Distribuição espacial de fase para o modo LG_0^1 .

3.1.2 Carga topológica de um campo com singularidades de fase

Uma singularidade de fase é definida como um ponto no qual a integral do gradiente da fase num contorno fechado rodeando o ponto, é um inteiro multiplicado por 2π (59):

$$\oint \nabla\phi \cdot d\vec{r} = 2\pi l \quad l = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (3.15)$$

Onde $\nabla\phi$ é o gradiente da fase e $d\vec{r}$ é o elemento de linha sobre um contorno fechado rodeando a singularidade. O inteiro l é chamado carga topológica da singularidade.

Numa singularidade a parte real e a parte imaginária do campo elétrico são nulas:

$$Re[\vec{E}(\vec{r}_0)] = Im[\vec{E}(\vec{r}_0)] = 0 \quad (3.16)$$

É fácil ver que no caso particular dos feixes de LG a carga topológica é o número l que dá a dependência azimutal na fase.

3.1.3 Geração de feixes de Laguerre-Gauss

Feixes com momento angular de spin são facilmente gerados usando placas de quarto de onda para converter luz linearmente polarizada em luz circularmente polarizada. O grupo da universidade de Leiden introduziu um truque análogo usando lentes cilíndricas para transformar um modo de Hermite-Gauss (HG) num modo de Laguerre-Gauss (LG). Apesar de este processo de conversão ser altamente eficiente, cada modo de LG requer um modo inicial específico de HG. Este requerimento limita a gama de modos de LG que podem ser produzidos usando este método. O método mais utilizado para gerar os modos de LG é o uso de hologramas gerados numericamente num computador. Tais hologramas podem gerar feixes com qualquer valor de momento angular desejado, a partir do mesmo feixe inicial. O holograma requerido pode ser feito, gravando, sobre um filme fotográfico o padrão de interferência entre uma onda plana e o feixe que deseja-se produzir. Iluminando agora o holograma resultante com uma onda plana é produzido na primeira ordem de difração o feixe desejado.

Resumindo, para gerar feixes de LG experimentalmente existem dois métodos:

1. Conversor de modos
2. Máscaras holográficas

3.1.3.1 Conversor de modos

Tanto os modos de Hermite Gauss como os modos de Laguerre-Gauss formam um conjunto completo de soluções para a equação de onda paraxial. Qualquer distribuição paraxial arbitrária pode ser descrita como uma superposição de termos de HG ou LG com uma escolha apropriada de amplitudes e fases.

Allen *et al.* (52) demonstram que a relação entre os modos de LG e de HG é relativamente simples. Eles mostraram que o modo $HG_{1,0}$ girado 45° no plano $x - y$ é equivalente à soma dos modos $HG_{1,0}$ e $HG_{0,1}$, ademais, o modo LG_0^1 pode ser formado por uma superposição dos modos $HG_{1,0}$ e $HG_{0,1}$ com uma diferença de fase de $\pi/2$. Então, para converter o modo $HG_{1,0}$ girado 45° no modo LG_0^1 é necessário introduzir uma diferença de fase de $\pi/2$ entre $HG_{1,0}$ e $HG_{0,1}$, isso se faz manipulando a fase de Gouy em um dos eixos, pondo duas lentes cilíndricas

separadas por uma distância $f\sqrt{2}$, sendo f o foco das lentes. O conversor de modos é mostrado na figura 3.2. O conversor funciona para qualquer LG_p^l , o factor limitante é a dificuldade em produzir o modo de HG necessário.

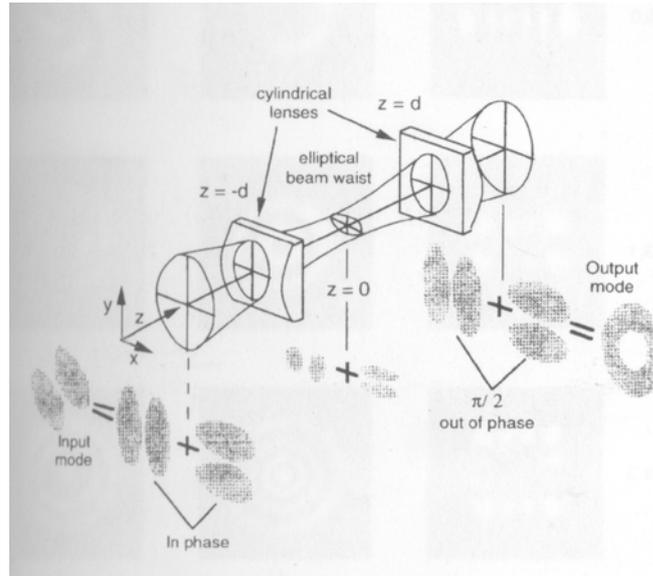


Figura 3.2: Conversor de modos com lentes cilíndricas. O modo $HG_{1,0}$ está orientado a 45° com respeito aos eixos das lentes cilíndricas. O modo é convertido no modo LG_0^1 . A distância entre as lentes cilíndricas é $2d = f\sqrt{2}$, sendo f a distância focal das lentes cilíndricas.

3.1.3.2 Máscaras holográficas

Outra forma de gerar os modos de Laguerre-Gauss é usando uma máscara holográfica (60) com transmissão dada por:

$$T(\vec{r}) = \frac{1}{2} \left(1 + \text{sgn} \left[\cos \left(\frac{kr^2}{2f} + l\varphi \right) \right] \right) \quad (3.17)$$

onde a expressão anterior para a transmissão representa uma máscara binária formada a partir do padrão de interferência entre um feixe de LG e uma onda plana, enchendo as regiões onde o termo de modulação é negativo.

Agora expandimos a função de transmissão dada pela equação 3.17 em série de Fourier:

$$T(\vec{r}) = \sum_N A_N e^{iN \left(\frac{kr^2}{2f} + l\varphi \right)} \quad (3.18)$$

com:

$$A_N = \frac{1}{N\pi} \text{sen} \left(\frac{N\pi}{2} \right) \quad (3.19)$$

Da equação 3.18 se pode ver que quando iluminamos a máscara com uma onda plana, são formados frentes de onda esféricas convergentes ($N > 0$) e divergentes ($N < 0$), onde o plano focal para a ordem N está posicionado em $f_N = f/N$ da máscara. Para obter um feixe de LG com carga topológica l , pomos uma lente de distância focal f_* , a uma distância $f_* + f$, obtendo depois da máscara o feixe desejado, que é o correspondente a $N = 1$.

Os coeficientes de fourier A_N representam a amplitude do campo correspondente a cada ordem, depois da máscara quando incide sobre esta uma onda plana de amplitude unitária. Deste modo, $|A_1|^2$ é a eficiência da máscara definida como a razão entre a intensidade correspondente à ordem $N = 1$ e a intensidade total incidente sobre a máscara. Então a eficiência teórica desta máscara para gerar um modo de LG de carga topológica l é dada por:

$$\eta = |A_1|^2 = \left[\frac{1}{2} \frac{2}{\pi} \text{sen} \left(\frac{\pi}{2} \right) \right]^2 = 0,101 \longrightarrow 10,1\% \quad (3.20)$$

Na figura 3.3 é mostrado o esquema para produzir um feixe de LG usando uma máscara com transmissão dada pela equação 3.17. A lente permite separar

o vórtice desejado da luz não difratada e das outras ordens de difração, enquanto o diafragma diminui a luz espalhada, devida às outras ordens.

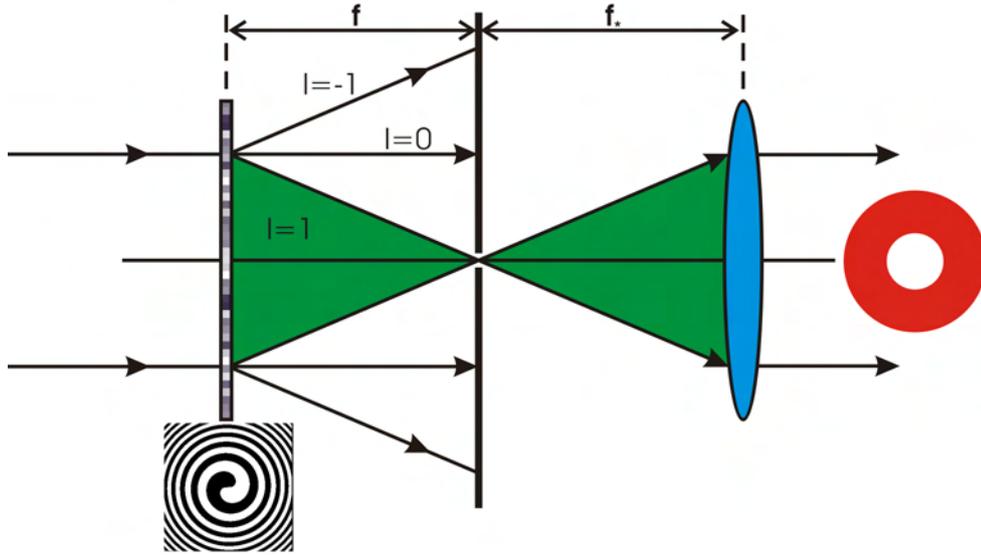


Figura 3.3: Geração de feixes de LG usando uma máscara

Existem outros tipos de máscaras com eficiência maior, na referência (61) se calcula a eficiência para vários tipos de máscaras.

3.1.4 Medição de carga topológica de um feixe de LG

Para medir a carga topológica de um feixe de LG, temos que medir a estrutura de fase do campo e para isso se usa um método interferométrico, fazendo interferir o feixe de LG com um feixe de referência, como é mostrado na figura 3.4(a). Na figura 3.4(b) são mostrados o perfil do feixe e o padrão de interferência com uma onda plana, para vários modos de Laguerre-Gauss.

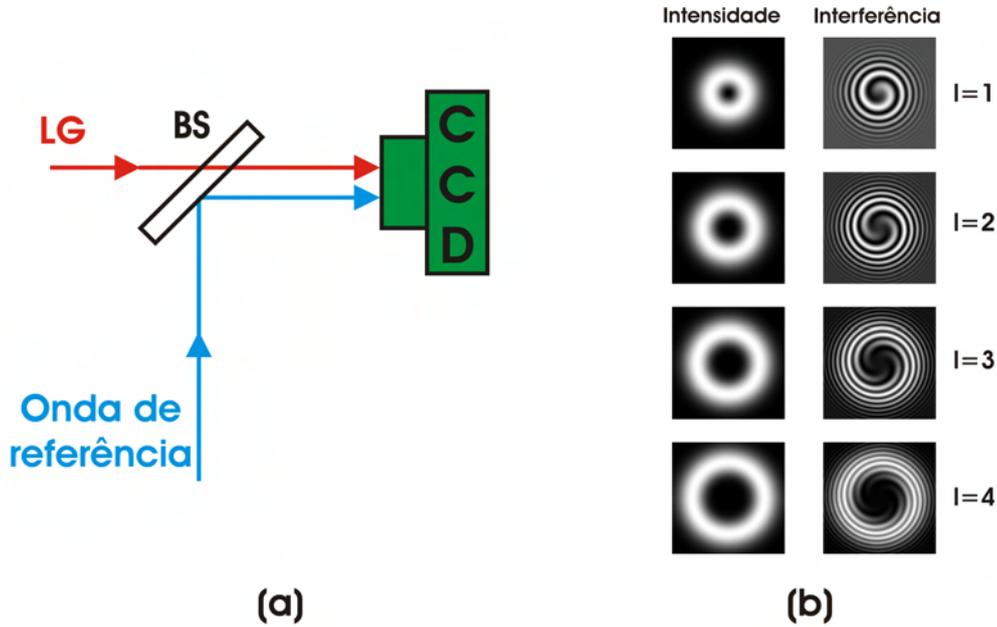


Figura 3.4: (a) Esquema para medir a carga topológica. (b) Perfil espacial de intensidade e interferência com uma onda plana para LG_0^1 , LG_0^2 , LG_0^3 e LG_0^4 .

3.1.5 Trabalhos recentes usando luz com momento angular orbital

Os efeitos mecânicos associados com feixes de LG foram observados através da transferência de MAO a partículas microscópicas. A primeira observação de transferência de MAO a uma partícula foi feita em 1995 por He *et al.* (62) usando um feixe de LG para aprisionar partículas cerâmicas. Eles observaram que quando um feixe de LG com $l = 3$ é fortemente focalizado sobre partículas cerâmicas de dimensões micrométricas, a absorção da luz e seu momento angular associado põe as partículas em rotação ao redor do eixo do modo de LG. Neste experimento as partículas foram confinadas em duas dimensões em torno do eixo do feixe de LG. Em 1996 o mesmo grupo repetiu o experimento usando feixes com polarização circular, adicionando ao momento angular orbital um momento angular de spin (63) e eles mostram que a frequência de rotação das partículas é maior quando o MAO tem o mesmo sentido que o spin e, menor quando o MAO tem sentido oposto ao spin. Em 1997 Simpson *et al.* aprisionaram partículas de teflon no

foco de um feixe de LG com índice azimutal $l = 1$ e com polarização circular. A polarização circular corresponde a um momento angular de spin de \hbar por fóton e o modo de LG com $l = 1$ possui um momento angular orbital de \hbar por fóton. As partículas foram confinadas em três dimensões e a absorção da luz é o mecanismo para a transferência tanto do MAO como do momento angular de spin. Inserindo uma placa $\lambda/2$ no feixe, o que muda a sinal do momento angular de spin, o momento angular de spin pode ser somado ou subtraído do momento angular orbital dando o momento angular total de $2\hbar$ ou 0 , respectivamente, por fóton. Eles observam a rotação das partículas e confirmam que quando os momentos angulares orbital e de spin são subtraídos as partículas detêm sua rotação. Desta forma, para $l = 1$ eles demonstram a equivalência mecânica entre o momento angular orbital e o momento angular de spin.

Allen *et al.* num trabalho de 1994 (64) prevê que átomos movendo-se num feixe de luz com momento angular orbital experimentam um deslocamento na sua frequência de ressonância, além do deslocamento Doppler axial usual. Para feixes de LG caracterizados por uma carga topológica l , este deslocamento é dado por lV_φ/r , onde r é a posição radial do átomo e V_φ é a velocidade azimutal. Em 1998 Coutial *et al.* geraram vários feixes de LG, na região de ondas milimétricas do espectro e passaram elas através de um conversor- π (baseado num prisma de Dove) que gira (este dispositivo não gira a polarização). Eles confirmaram um deslocamento de frequência igual a $l\Omega$, sendo Ω a frequência de rotação. Em 2002 Basisty *et al.* mediram o efeito Doppler rotacional na região ótica do espectro (65). Eles produziram um feixe de LG com índice azimutal l passando o feixe de um laser de He-Ne ($\lambda = 632nm$), por uma máscara de espiral correspondente. Eles então giram a máscara com uma velocidade de rotação Ω e medem um deslocamento na frequência do feixe de LG $\Delta\omega = l\Omega$. Para medir este deslocamento eles superpõem o feixe de LG, com uma onda de referência e medem a frequência de oscilação do padrão de interferência.

Alguns processos não lineares foram investigados usando feixes de LG. A conservação do MAO foi experimentalmente demonstrado em vários destes processos. O primeiro trabalho no qual o papel do MAO foi explicitamente considerado em processos não lineares foi feito por Dholakia *et al.* em 1996 (66). Eles demonstraram que quando a frequência de um feixe de LG é dobrada, isto dá origem a outro

feixe de LG com seu índice azimutal l dobrado. Eles explicam isto em termos de condições de casamento de fase no cristal, o que indica que o vetor de Poynting deve manter a mesma trajetória de espiral dentro do cristal. A correspondente duplicação do momento angular orbital por fóton indica que o momento angular foi conservado dentro dos feixes de luz participantes neste processo. O mesmo grupo em 1997 generalizou seu trabalho (67) para incluir modos de LG com diferentes índices azimutais e índices radiais $p \neq 0$. Para modos de LG com $p = 0$ e índice azimutal l , o feixe de frequência dobrada é outro feixe de LG com índices $2l$ e $p = 0$. Para $p \neq 0$, a distribuição de amplitude para o modo resultante não é um modo de LG, é uma superposição de modos de LG com diferentes índices radiais, mas o índice azimutal é sempre igual a $2l$ para todos eles. Assim eles demonstram que o momento angular por fóton é dobrado, conservando o momento angular orbital da luz neste processo. Também foi demonstrada a conservação do MAO em conversão descendente espontânea (68) e estimulado (69).

Tabosa e Petrov na Universidade Federal de Pernambuco mostraram a transferência de MAO da luz para um sistema de átomos frios de Césio. Eles usaram MQO não degenerada como uma ferramenta indireta para medir esta transferência. O experimento mostra que o momento angular orbital da luz, pode ser transferido, via bombeio óptico numa amostra de átomos frios, de um feixe a outro com frequência diferente (70).

Daisuke Akamatsu e Mikio Kozuma do Institute of Technology de Tokio (71) predizem teoricamente como gerar um feixe de LG através da interação entre os spins atômicos e um campo magnético. Eles também discutem como sucessivas aplicações de campos magnéticos homogêneos e de quadrupolo mudam a sinal do índice azimutal do feixe de LG e podem gerar superposições de feixes de LG com diferentes índices. Também apresentam resultados experimentais para a geração de feixes de LG, usando uma célula de vapor de Rubídio com ^4He como gas buffer. O controle do sinal do índice azimutal e a geração de superposições de modos de LG também foram experimentalmente observados. Finalmente eles discutem possíveis aplicações para manipular MAO de fótons individuais combinando o método apresentado por eles com a técnica recentemente desenvolvida para armazenamento de luz em meios atômicos (9; 72; 73; 74).

3.2 Estrutura da linha D_2 do átomo de Césio

Recentemente foi predito teoricamente que a conversão descendente espontânea paramétrica, produz pares de fótons gêmeos emaranhados em estados de MAO (75). Em 2001 isto foi demonstrado experimentalmente (68). Este experimento demonstra por um lado a conservação do momento angular orbital em eventos de conversão descendente individuais para um único fóton e que o par de fótons gerados forma uma superposição de estados de momento angular orbital emaranhados.

Em 2002 Leach *et al.* (76) propõem um método interferométrico para medida do momento angular orbital de fótons individuais. Eles demonstram sua viabilidade para escolher entre quatro diferentes estados de momento angular orbital.

Em 2002 Molina-Terriza *et al.* investigam teoricamente esquemas para preparar fótons num vetor multidimensional de estados de MAO (11).

3.2 Estrutura da linha D_2 do átomo de Césio

O átomo de Césio (^{133}Cs) é um metal alcalino e possui 55 elétrons distribuídos da forma:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^1$$

O átomo em seu estado fundamental só contém um elétron na sua camada mais externa, que é o responsável, para intensidades não muito altas, pelo comportamento do átomo frente a interações com campos externos. Então o átomo de Césio pode ser tratado como um átomo de um elétron (que é o elétron da última camada).

Um átomo na ausência de campos externos apresenta simetria de rotação, por essa razão o hamiltoniano comuta com o operador momento angular total, então os níveis de energia são níveis de momento angular total bem definido. Portanto os níveis hiperfinos podem ser caracterizados com o número quântico F , do momento angular total.

As transições $6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{1/2}$ e $6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}$ são as componentes de estrutura fina da linha D e cada uma delas, chamadas linha D_1 e D_2 respectivamente tem uma estrutura hiperfina correspondente.

3.2 Estrutura da linha D_2 do átomo de Césio

A estrutura fina é o resultado do acoplamento entre o momento angular orbital \vec{L} do elétron e o spin eletrônico \vec{S} . O momento angular total eletrônico é definido como:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

e o correspondente numero quântico J pode apenas ter os valores:

$$|L - S| \leq J \leq L + S$$

Para o estado fundamental do Césio $L = 0$ e $S = 1/2$, então $J = 1/2$; para o primeiro estado excitado $L = 1$ e $S = 1/2$, então $J = 1/2, 3/2$. Isto da origem às duas transições de estrutura fina mencionadas anteriormente:

$$6^2S_{1/2} \longrightarrow 6^2P_{1/2} \quad \text{Linha } D_1$$

$$6^2S_{1/2} \longrightarrow 6^2P_{3/2} \quad \text{Linha } D_2$$

A notação usada aqui para os estados de estrutura fina é $[n]^{[2S+1]}[L]_J$, sendo n o numero quântico principal, L o momento angular orbital, S o spin e J o momento angular total do elétron.

No átomo de Césio estas transições correspondem a fótons no espectro ótico de comprimentos de onda de aproximadamente $895nm$ para a linha D_1 e de $852nm$ para a linha D_2 . A linha D_2 é a única cuja estrutura hiperfina apresenta transições cíclicas (fechadas). Uma transição deste tipo é necessária para o funcionamento da armadilha magneto-ótica e é de interesse nesta tese.

Vejamos agora a estrutura hiperfina para a linha D_2 .

A estrutura hiperfina surge do acoplamento de \vec{J} com o spin do núcleo. O momento angular total do átomo é então dado por:

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$$

e o numero quântico F pode ter os valores:

$$|J - I| \leq F \leq J + I$$

3.2 Estrutura da linha D_2 do átomo de Césio

Para o átomo de Césio $I=7/2$, então usando a desigualdade anterior para o nível fundamental $6^2S_{1/2}$ temos que os valores possíveis são $F = 3, 4$ e para o nível excitado $6^2P_{3/2}$ são $F = 2, 3, 4, 5$.

O cálculo dos deslocamentos de energia devido a estrutura hiperfina está dado em (77). Na figura 3.5 é mostrada a estrutura hiperfina da linha D_2 do ^{133}Cs .

A interação do átomo com campos magnéticos leva a um desdobramento adicional para cada nível hiperfino em $2F + 1$ níveis diferentes, que para campos magnéticos não muito fortes, estão separados em energia por:

$$\Delta E = -\mu_B g_F m_F B_z$$

onde μ_B é o magneton de Bohr, g_F é o factor giromagnético, m_F são os números quânticos magnéticos que satisfazem $-F \leq m_F \leq F$ e B_z é o campo magnético. Os números quânticos magnéticos m_F são os números quânticos correspondentes ao operador F_z , que é a projeção do momento angular total na direção do campo magnético.

Uma observação relativa à figura 3.5 é que no desdobramento de energia hiperfino do estado fundamental, a frequência é exata. Isso acontece porque a unidade de medida do segundo é definida como 9192631770 ciclos de um campo de microondas ressonante com a transição $6^2S_{1/2}, F = 3 \longrightarrow 6^2S_{1/2}, F = 4$, ou seja, a frequência desta transição é o padrão primário para a medida do tempo.

3.2 Estrutura da linha D_2 do átomo de Césio

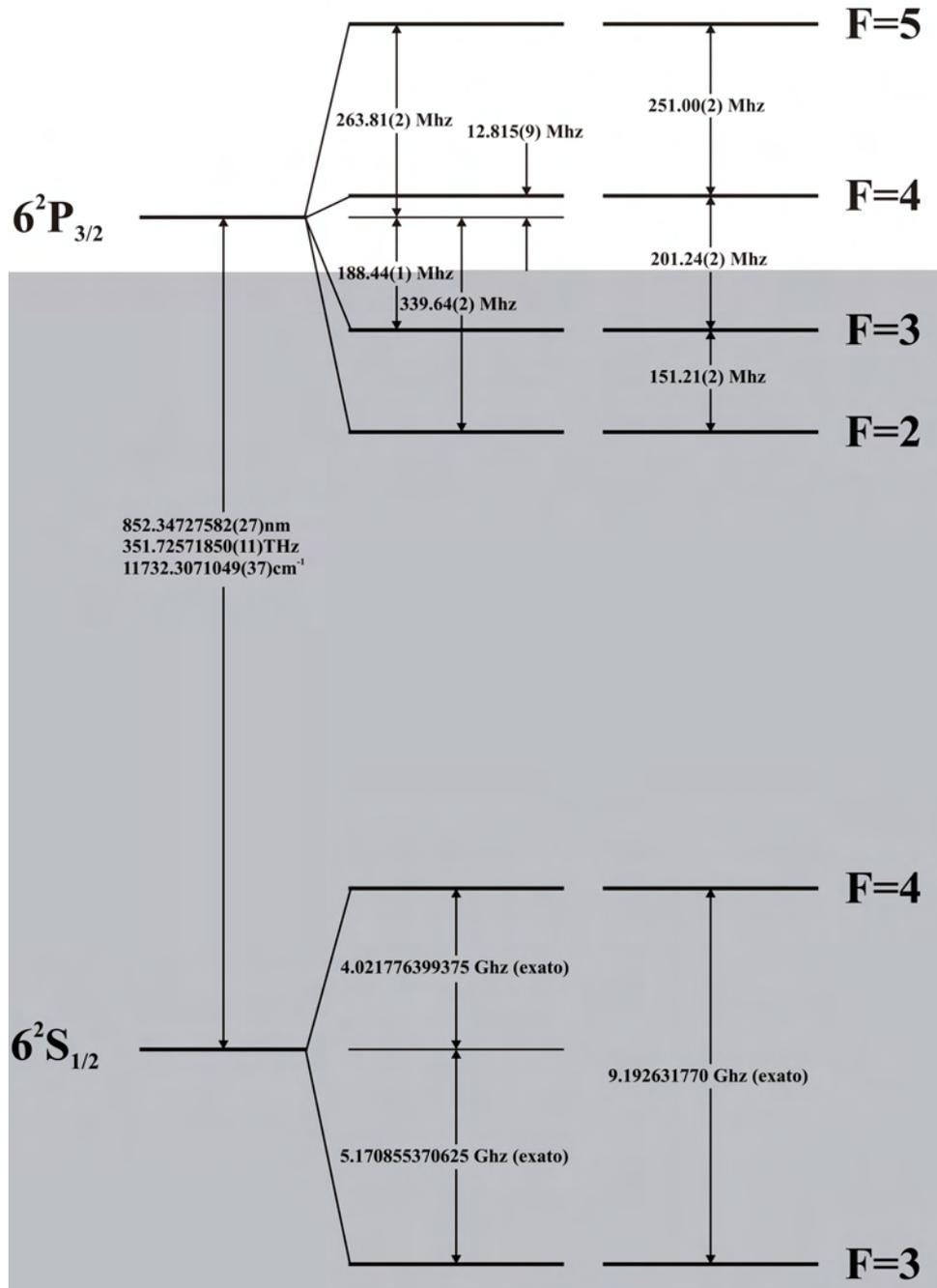


Figura 3.5: Estrutura hiperfina da linha D_2 do ^{133}Cs

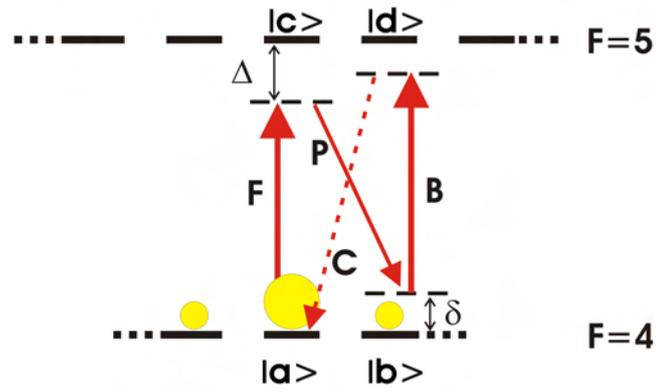
3.3 MQO num sistema de quatro níveis

O objetivo desta seção é apresentar o modelo mais simples que explique as principais características dos espectros experimentais observados na MQO quase-degenerada.

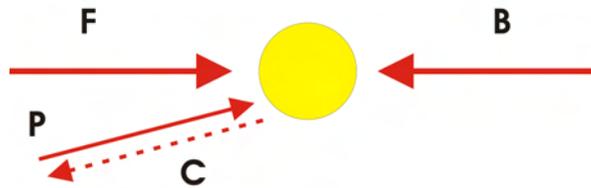
No experimento de MQO quase-degenerada os feixes de bombeio F e B são quase contra-propagantes, com polarizações lineares paralelas e mesma frequência ω . O feixe de prova P forma um pequeno ângulo com o feixe F e sua frequência pode ser varrida em torno da frequência dos feixes de bombeio. A polarização do feixe P é ortogonal à dos feixes de bombeio.

Para esta configuração de polarizações e definindo o eixo de quantização paralelo à polarização dos feixes de bombeio, podemos considerar que a população atômica será acumulada preferencialmente no estado $|F, m = 0\rangle$ (78; 79). Nestas condições podemos interpretar o espectro de MQO em termos de um sistema de quatro níveis como sugerem as setas na figura 3.6(a). Um tratamento mais geral deste problema foi abordado por Lezama *et. al.*(46), onde é levado em conta toda a degenerescência Zeeman dos estados hiperfinos.

Este tipo de sistema de quatro estados foi primeiramente proposto por Tai-chenachev *et. al.* (80) para obter uma explicação com o sistema mais simples possível, para o fenômeno de absorção induzida eletromagneticamente demonstrado experimentalmente por Akulshin *et. al.*(44).



(a)



(b)

Figura 3.6: (a) Estrutura parcial do esquema de níveis do átomo Césio mostrando os sub-níveis Zeeman relevantes no processo. Os círculos amarelos representam as populações correspondentes e as setas indicam as interações entre os campos e o sistema de dois níveis degenerado.(b) Configurações dos feixes na MQO quase degenerada

3.3 MQO num sistema de quatro níveis

O modelo para nosso sistema considera quatro estados como é mostrado na figura 3.7. Os estados $|a\rangle$ e $|b\rangle$ pertencentes ao nível fundamental com energia zero e os estados $|c\rangle$ e $|d\rangle$ pertencentes ao nível excitado com energia $\hbar\omega_0$ e taxa de relaxação radiativa Γ . Nós consideramos uma amostra de átomos em repouso. Porém, para simular o efeito do tempo finito de interação dos átomos com a luz, assumimos que os átomos escapam da região de interação a uma taxa γ ($\gamma \ll \Gamma$). Este escape é compensado no estado estacionário, pela chegada de átomos frescos no nível fundamental.

O sistema está acoplado com os feixes da MQO como é mostrado na figura 3.7. Nós podemos considerar que o feixe F e o feixe B acoplam com as transições $|a\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ e $|b\rangle \leftrightarrow |d\rangle$ respectivamente, enquanto o feixe P acopla com a transição $|b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$. As frequências de Rabi associadas com cada campo são Ω_F , Ω_B , Ω_P respectivamente.

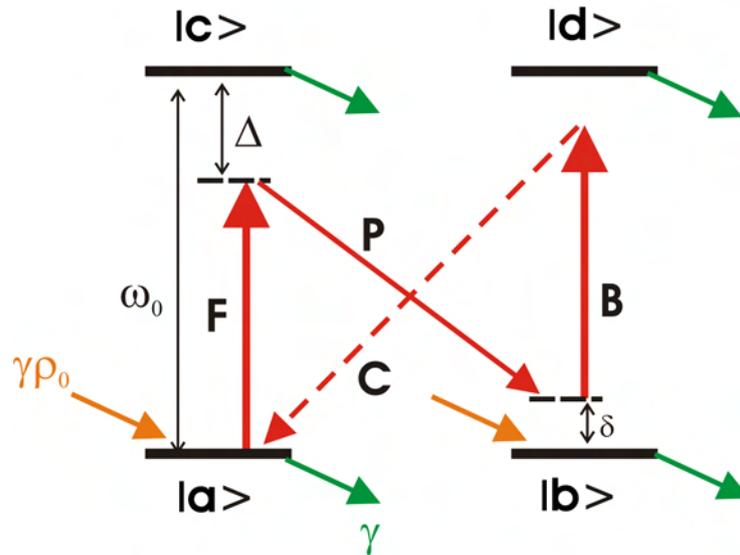


Figura 3.7: Sistema de quatro níveis usado no modelo para interpretar o espectro de MQO quase degenerada

O hamiltoniano do sistema pode ser escrito como:

$$H = H_0 + V(t) \quad (3.21)$$

3.3 MQO num sistema de quatro níveis

onde:

$$H_0 = \hbar\omega_0 P_e \quad (3.22)$$

sendo $P_e = |c\rangle\langle c| + |d\rangle\langle d|$ o projetor sobre o nível excitado e o hamiltoniano de interação está dado por:

$$\begin{aligned} V(t) = & \hbar\Omega_F A|a\rangle\langle c| \exp[i\omega t] + \hbar\Omega_B D|b\rangle\langle d| \exp[i\omega t] \\ & + \hbar\Omega_P B|b\rangle\langle c| \exp[i(\omega - \delta)t] + h.c \end{aligned} \quad (3.23)$$

Na equação 3.23 foi usada a aproximação de onda girante, que considera os campos incidentes com frequências próximas da ressonância atômica, desprezando os termos anti-ressonantes.

A evolução temporal da matriz densidade para este sistema é determinada pela equação mestra (81; 82):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] - \frac{\Gamma}{2}\{P_e, \rho\} + \Gamma \sum_{q=1,2} Q_{ge}^q \rho Q_{eg}^q - \gamma(\rho - \rho_0) \quad (3.24)$$

Os operadores Q_{ge}^q estão definidos por:

$$Q_{ge}^1 = A|a\rangle\langle c| + B|b\rangle\langle c| \quad (3.25a)$$

$$Q_{ge}^2 = C|a\rangle\langle d| + D|b\rangle\langle d| \quad (3.25b)$$

Onde A^2 , B^2 , C^2 e D^2 são números que definem as probabilidades de transição entre as respectivas transições (análogos aos coeficientes de Clebsh-Gordan) e satisfazem as relações:

$$A^2 + B^2 = 1 \quad (3.26a)$$

$$C^2 + D^2 = 1 \quad (3.26b)$$

O primeiro termo do lado direito da equação 3.24 representa a evolução do sistema em presença dos campos óticos, os outros termos correspondem à relaxação

3.3 MQO num sistema de quatro níveis

atômica. O segundo termo representa a relaxação radiativa do nível excitado. O terceiro termo descreve a chegada de átomos ao nível fundamental provenientes do nível excitado. O último termo considera fenomenologicamente o tempo finito de interação entre o sistema atômico e a luz e assegura a relaxação do sistema na ausência dos campos óticos, ao equilíbrio térmico definido pela matriz densidade $\rho_0 = \frac{1}{2}(|a\rangle\langle a| + |b\rangle\langle b|)$ correspondente a uma distribuição isotrópica da população atômica no nível fundamental. Neste caso γ desempenha o papel de um coeficiente de relaxação do estado fundamental.

3.3 MQO num sistema de quatro níveis

Escrevendo as componentes para a equação 3.24 obtemos:

$$\frac{\partial \rho_{ab}}{\partial t} = -i\Omega_F A \rho_{cb} \exp[i\omega t] + i\Omega_B^* D \rho_{ad} \exp[-i\omega t] \quad (3.27a)$$

$$+ i\Omega_P^* B \rho_{ac} \exp[-i(\omega - \delta)t] + \Gamma A D \rho_{cd} - \gamma \rho_{ab}$$

$$\frac{\partial \rho_{ac}}{\partial t} = i\omega_0 \rho_{ac} + i\Omega_F A (\rho_{aa} - \rho_{cc}) \exp[i\omega t] \quad (3.27b)$$

$$+ i\Omega_P B \rho_{ab} \exp[i(\omega - \delta)t] - \left(\frac{\Gamma}{2} + \gamma\right) \rho_{ac}$$

$$\frac{\partial \rho_{ad}}{\partial t} = i\omega_0 \rho_{ad} - i\Omega_F A \rho_{cd} \exp[i\omega t] + i\Omega_B D \rho_{ab} \exp[i\omega t] \quad (3.27c)$$

$$- \left(\frac{\Gamma}{2} + \gamma\right) \rho_{ad}$$

$$\frac{\partial \rho_{bc}}{\partial t} = i\omega_0 \rho_{bc} - i\Omega_B D \rho_{dc} \exp[i\omega t] + i\Omega_F A \rho_{ba} \exp[i\omega t] \quad (3.27d)$$

$$+ i\Omega_P B (\rho_{bb} - \rho_{cc}) \exp[i(\omega - \delta)t] - \left(\frac{\Gamma}{2} + \gamma\right) \rho_{bc}$$

$$\frac{\partial \rho_{bd}}{\partial t} = i\omega_0 \rho_{bd} + i\Omega_B D (\rho_{bb} - \rho_{dd}) \exp[i\omega t] \quad (3.27e)$$

$$- i\Omega_P B \rho_{cd} \exp[i(\omega - \delta)t] - \left(\frac{\Gamma}{2} + \gamma\right) \rho_{bd}$$

$$\frac{\partial \rho_{cd}}{\partial t} = -i\Omega_F^* A \rho_{ad} \exp[-i\omega t] - i\Omega_P^* B \rho_{bd} \exp[-i\omega t] \quad (3.27f)$$

$$+ i\Omega_B D \rho_{cb} \exp[i\omega t] - \left(\frac{\Gamma}{2} + \gamma\right) \rho_{cd}$$

$$\frac{\partial \rho_{aa}}{\partial t} = -i\Omega_F A \rho_{ca} \exp[i\omega t] + i\Omega_F^* A \rho_{ac} \exp[-i\omega t] \quad (3.27g)$$

$$+ \Gamma(C^2 \rho_{dd} + A^2 \rho_{cc}) - \gamma \rho_{aa} + \frac{\gamma}{2}$$

$$\frac{\partial \rho_{bb}}{\partial t} = -i\Omega_B D \rho_{db} \exp[i\omega t] + i\Omega_B^* D \rho_{bd} \exp[-i\omega t] \quad (3.27h)$$

$$- i\Omega_P B \rho_{cb} \exp[i(\omega - \delta)t] + i\Omega_P^* B \rho_{bc} \exp[-i(\omega - \delta)t] \\ + \Gamma(D^2 \rho_{dd} + B^2 \rho_{cc}) - \gamma \rho_{bb} + \frac{\gamma}{2}$$

$$\frac{\partial \rho_{cc}}{\partial t} = -i\Omega_F^* A \rho_{ac} \exp[-i\omega t] + i\Omega_F A \rho_{ca} \exp[i\omega t] \quad (3.27i)$$

$$- i\Omega_P^* B \rho_{bc} \exp[-i(\omega - \delta)t] + i\Omega_P B \rho_{cb} \exp[i(\omega - \delta)t] \\ - (\Gamma + \gamma) \rho_{cc}$$

$$\frac{\partial \rho_{dd}}{\partial t} = -i\Omega_B^* D \rho_{bd} \exp[-i\omega t] + i\Omega_B D \rho_{db} \exp[i\omega t] \quad (3.27j)$$

$$- (\Gamma + \gamma) \rho_{dd}$$

3.3 MQO num sistema de quatro níveis

Agora é conveniente introduzir as variáveis de evolução lenta, definidas como:

$$\rho_{ac} = \sigma_{ac} \exp[i\omega t] \quad (3.28a)$$

$$\rho_{bd} = \sigma_{bd} \exp[i\omega t] \quad (3.28b)$$

$$\rho_{ab} = \sigma_{ab} \exp[i\delta t] \quad (3.28c)$$

$$\rho_{bc} = \sigma_{bc} \exp[i(\omega - \delta)t] \quad (3.28d)$$

$$\rho_{ad} = \sigma_{ad} \exp[i(\omega + \delta)t] \quad (3.28e)$$

$$\rho_{cd} = \sigma_{cd} \exp[i\delta t] \quad (3.28f)$$

$$\rho_{ii} = \sigma_{ii} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.28g)$$

3.3 MQO num sistema de quatro níveis

Definindo $\omega_0 - \omega = \Delta$, podemos escrever as equações para as variáveis lentas:

$$\frac{\partial \sigma_{ab}}{\partial t} = -[i\delta + \gamma]\sigma_{ab} - i\Omega_F A \sigma_{cb} + i\Omega_B^* D \sigma_{ad} \quad (3.29a)$$

$$+ i\Omega_P^* B \sigma_{ac} + \Gamma A D \sigma_{cd}$$

$$\frac{\partial \sigma_{ac}}{\partial t} = \left[i\Delta - \frac{\Gamma}{2} - \gamma \right] \sigma_{ac} + i\Omega_F A (\sigma_{aa} - \sigma_{cc}) + i\Omega_P B \sigma_{ab} \quad (3.29b)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ad}}{\partial t} = \left[i(\Delta - \delta) - \frac{\Gamma}{2} - \gamma \right] \sigma_{ad} - i\Omega_F A \sigma_{cd} + i\Omega_B D \sigma_{ab} \quad (3.29c)$$

$$\frac{\partial \sigma_{bc}}{\partial t} = \left[i(\Delta + \delta) - \frac{\Gamma}{2} - \gamma \right] \sigma_{bc} - i\Omega_B D \sigma_{dc} + i\Omega_F A \sigma_{ba} \quad (3.29d)$$

$$+ i\Omega_P B (\sigma_{bb} - \sigma_{cc})$$

$$\frac{\partial \sigma_{bd}}{\partial t} = \left[i\Delta - \frac{\Gamma}{2} - \gamma \right] \sigma_{bd} + i\Omega_B D (\sigma_{bb} - \sigma_{dd}) \quad (3.29e)$$

$$- i\Omega_P B \sigma_{cd}$$

$$\frac{\partial \sigma_{cd}}{\partial t} = -[i\delta + \Gamma + \gamma]\sigma_{cd} - i\Omega_F^* A \sigma_{ad} - i\Omega_P^* B \sigma_{bd} + i\Omega_B D \sigma_{cb} \quad (3.29f)$$

$$\frac{\partial \sigma_{aa}}{\partial t} = -\gamma \sigma_{aa} - i\Omega_F A \sigma_{ca} + i\Omega_F^* A \sigma_{ac} + \Gamma (C^2 \sigma_{dd} + A^2 \sigma_{cc}) + \frac{\gamma}{2} \quad (3.29g)$$

$$\frac{\partial \sigma_{bb}}{\partial t} = -\gamma \sigma_{bb} - i\Omega_B D \sigma_{db} + i\Omega_B^* D \sigma_{bd} - i\Omega_P B \sigma_{cb} + i\Omega_P^* B \sigma_{bc} \quad (3.29h)$$

$$+ \Gamma (D^2 \sigma_{dd} + B^2 \sigma_{cc}) + \frac{\gamma}{2}$$

$$\frac{\partial \sigma_{cc}}{\partial t} = -(\Gamma + \gamma)\sigma_{cc} - i\Omega_F^* A \sigma_{ac} + i\Omega_F A \sigma_{ca} - i\Omega_P^* B \sigma_{bc} + i\Omega_P B \sigma_{cb} \quad (3.29i)$$

$$\frac{\partial \sigma_{dd}}{\partial t} = -(\Gamma + \gamma)\sigma_{dd} - i\Omega_B^* D \sigma_{bd} + i\Omega_B D \sigma_{db} = 0 \quad (3.29j)$$

Para procurar as soluções estacionárias, temos que impor que $\dot{\sigma}_{ij} = 0$ nas equações 3.29.

Vamos resolver estas equações no regime estacionário, em primeira ordem no feixe P e em todas as ordens nos feixes F e B.

3.3 MQO num sistema de quatro níveis

Primeiramente calculamos σ_{ij} em ordem zero no feixe P:

$$- [\delta + \gamma] \sigma_{ab}^{(0)} - i\Omega_F A \sigma_{cb}^{(0)} + i\Omega_B^* D \sigma_{ad}^{(0)} + \Gamma A D \sigma_{cd}^{(0)} = 0 \quad (3.30a)$$

$$\left[i\Delta - \frac{\Gamma}{2} - \gamma \right] \sigma_{ac}^{(0)} + i\Omega_F A (\sigma_{aa}^{(0)} - \sigma_{cc}^{(0)}) = 0 \quad (3.30b)$$

$$\left[i(\Delta - \delta) - \frac{\Gamma}{2} - \gamma \right] \sigma_{ad}^{(0)} - i\Omega_F A \sigma_{cd}^{(0)} + i\Omega_B D \sigma_{ab}^{(0)} = 0 \quad (3.30c)$$

$$\left[i(\Delta + \delta) - \frac{\Gamma}{2} - \gamma \right] \sigma_{bc}^{(0)} - i\Omega_B D \sigma_{dc}^{(0)} + i\Omega_F A \sigma_{ba}^{(0)} = 0 \quad (3.30d)$$

$$\left[i\Delta - \frac{\Gamma}{2} - \gamma \right] \sigma_{bd}^{(0)} + i\Omega_B D (\sigma_{bb}^{(0)} - \sigma_{dd}^{(0)}) = 0 \quad (3.30e)$$

$$- [\delta + \Gamma + \gamma] \sigma_{cd}^{(0)} - i\Omega_F^* A \sigma_{ad}^{(0)} + i\Omega_B D \sigma_{cb}^{(0)} = 0 \quad (3.30f)$$

$$-\gamma \sigma_{aa}^{(0)} - i\Omega_F A \sigma_{ca}^{(0)} + i\Omega_F^* A \sigma_{ac}^{(0)} + \Gamma (C^2 \sigma_{dd}^{(0)} + A^2 \sigma_{cc}^{(0)}) + \frac{\gamma}{2} = 0 \quad (3.30g)$$

$$-\gamma \sigma_{bb}^{(0)} - i\Omega_B D \sigma_{db}^{(0)} + i\Omega_B^* D \sigma_{bd}^{(0)} + \Gamma (D^2 \sigma_{dd}^{(0)} + B^2 \sigma_{cc}^{(0)}) + \frac{\gamma}{2} = 0 \quad (3.30h)$$

$$-(\Gamma + \gamma) \sigma_{cc}^{(0)} - i\Omega_F^* A \sigma_{ac}^{(0)} + i\Omega_F A \sigma_{ca}^{(0)} = 0 \quad (3.30i)$$

$$-(\Gamma + \gamma) \sigma_{dd}^{(0)} - i\Omega_B^* D \sigma_{bd}^{(0)} + i\Omega_B D \sigma_{db}^{(0)} = 0 \quad (3.30j)$$

Usando as equações 3.30a, 3.30c, 3.30d e 3.30f obtemos:

$$\sigma_{ab}^{(0)} = \sigma_{ad}^{(0)} = \sigma_{cb}^{(0)} = \sigma_{cd}^{(0)} = 0 \quad (3.31)$$

usando agora as equações 3.30b e 3.30e obtemos:

$$\sigma_{ab}^{(0)} = - \frac{i\Omega_F A (\sigma_{aa}^{(0)} - \sigma_{cc}^{(0)})}{i\Delta - \Gamma/2 - \gamma} \quad (3.32a)$$

$$\sigma_{bd}^{(0)} = - \frac{i\Omega_B A (\sigma_{bb}^{(0)} - \sigma_{dd}^{(0)})}{i\Delta - \Gamma/2 - \gamma} \quad (3.32b)$$

operando com as equações 3.32, 3.30g, 3.30h, 3.30i e 3.30j é possível calcular $\sigma_{ac}^{(0)}$, $\sigma_{bd}^{(0)}$, $\sigma_{aa}^{(0)}$, $\sigma_{bb}^{(0)}$, $\sigma_{cc}^{(0)}$ e $\sigma_{dd}^{(0)}$.

3.3 MQO num sistema de quatro níveis

Em seguida calculamos a solução de ordem 1 no feixe P:

$$- [i\delta + \gamma]\sigma_{ab}^{(1)} - i\Omega_F A\sigma_{cb}^{(1)} + i\Omega_B^* D\sigma_{ad}^{(1)} + \Gamma AD\sigma_{cd}^{(1)} = -i\Omega_P^* B\sigma_{ac}^{(0)} \quad (3.33a)$$

$$\left[i\Delta - \frac{\Gamma}{2} - \gamma \right] \sigma_{ac}^{(1)} + i\Omega_F A(\sigma_{aa}^{(1)} - \sigma_{cc}^{(1)}) = 0 \quad (3.33b)$$

$$\left[i(\Delta - \delta) - \frac{\Gamma}{2} - \gamma \right] \sigma_{ad}^{(1)} - i\Omega_F A\sigma_{cd}^{(1)} + i\Omega_B D\sigma_{ab}^{(1)} = 0 \quad (3.33c)$$

$$- \left[i(\Delta + \delta) + \frac{\Gamma}{2} + \gamma \right] \sigma_{cb}^{(1)} + i\Omega_B^* D\sigma_{cd}^{(1)} - i\Omega_F^* A\sigma_{ab}^{(1)} = i\Omega_P^* B(\sigma_{bb}^{(0)} - \sigma_{cc}^{(0)}) \quad (3.33d)$$

$$\left[i\Delta - \frac{\Gamma}{2} - \gamma \right] \sigma_{bd}^{(1)} + i\Omega_B D(\sigma_{bb}^{(1)} - \sigma_{dd}^{(1)}) = 0 \quad (3.33e)$$

$$- [i\delta + \Gamma + \gamma]\sigma_{cd}^{(1)} - i\Omega_F^* A\sigma_{ad}^{(1)} + i\Omega_B D\sigma_{cb}^{(1)} = i\Omega_P^* B\sigma_{bd}^{(0)} \quad (3.33f)$$

$$- \gamma\sigma_{aa}^{(1)} - i\Omega_F A\sigma_{ca}^{(1)} + i\Omega_F^* A\sigma_{ac}^{(1)} + \Gamma(C^2\sigma_{dd}^{(1)} + A^2\sigma_{cc}^{(1)}) = 0 \quad (3.33g)$$

$$- \gamma\sigma_{bb}^{(1)} - i\Omega_B D\sigma_{db}^{(1)} + i\Omega_B^* D\sigma_{bd}^{(1)} + \Gamma(D^2\sigma_{dd}^{(1)} + B^2\sigma_{cc}^{(1)}) = 0 \quad (3.33h)$$

$$- (\Gamma + \gamma)\sigma_{cc}^{(1)} - i\Omega_F^* A\sigma_{ac}^{(1)} + i\Omega_F A\sigma_{ca}^{(1)} = 0 \quad (3.33i)$$

$$- (\Gamma + \gamma)\sigma_{dd}^{(1)} - i\Omega_B^* D\sigma_{bd}^{(1)} + i\Omega_B D\sigma_{db}^{(1)} = 0 \quad (3.33j)$$

das equações 3.33b, 3.33e, 3.33g, 3.33h, 3.33i e 3.33j obtemos:

$$\sigma_{aa}^{(1)} = \sigma_{bb}^{(1)} = \sigma_{cc}^{(1)} = \sigma_{dd}^{(1)} = \sigma_{ac}^{(1)} = \sigma_{bd}^{(1)} = 0 \quad (3.34)$$

agora usando 3.33a, 3.33c, 3.33d e 3.33f podemos encontrar $\sigma_{ad}^{(1)}$.

Não escrevemos aqui as expressões finais para $\sigma_{ad}^{(1)}$ porque são muito grandes.

Observando a figura 3.7 podemos ver que o termo responsável pela geração do sinal de MQO é o termo $\sigma_{ad}^{(1)}$, sendo sua intensidade proporcional a $|\sigma_{ad}^{(1)}|^2$.

Na figura 3.8 são mostrados espectros calculados usando o modelo apresentado nesta seção para diferentes valores das frequências de Rabi e dessintonias dos feixes de bombeio. Dos espectros é possível notar que quando as frequências de Rabi dos feixes de bombeio são baixas e estes estão em ressonância aparece um único pico de largura subnatural em δ , que é originado da coerência induzida entre os níveis $|a\rangle$ e $|b\rangle$. Quando aumentamos a frequência de Rabi dos feixes de bombeio, o pico começa a alargar e termina separando em três picos largos para

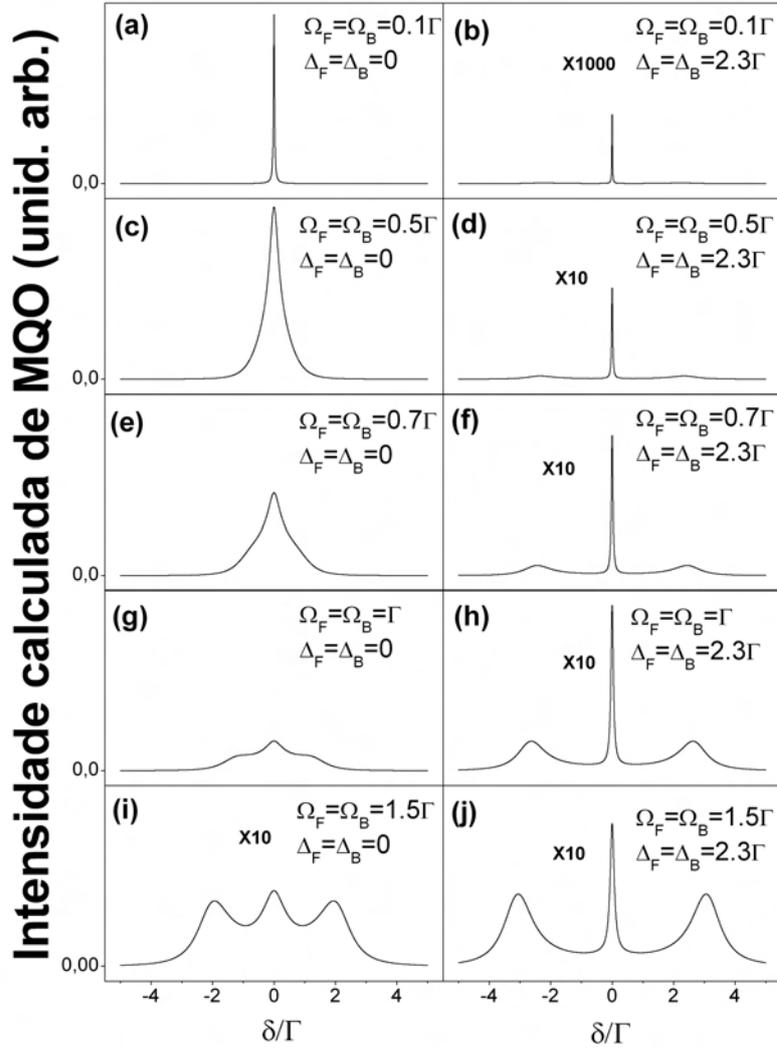


Figura 3.8: Espectros calculados usando o modelo apresentado, para diferentes valores das frequências de Rabi e da dessintonias dos feixes de bombeio. As dessintonias e frequências de Rabi respectivas estão indicadas.

3.3 MQO num sistema de quatro níveis

freqüências de Rabi grandes. Quando aumentamos a dessintonia o sinal como um todo diminui, mais os picos laterais diminuem muito mais que o pico central, e qual torna-se mais estreito e continua sendo subnatural ainda para frequências de Rabi grandes. O espectro 3.8f é para os parâmetros dados no experimento e está em concordância com o espectro medido experimentalmente.

3.4 Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios

Aqui consideramos uma configuração padrão de MQO onde os feixes de bombeio F e B, têm a mesma polarização linear e são quasi contra-propagantes com vetores de onda \vec{K}_F e \vec{K}_B e com a mesma frequência $\omega_F = \omega_B = \omega$, as quais são sintonizadas abaixo da ressonância por Δ , como é indicado na figura 3.13(a).

O feixe de prova P forma um pequeno ângulo com o feixe de bombeio F, tem um vetor de onda \vec{K}_P e uma frequência quase degenerada $\omega_P = \omega - \delta$ e tem uma polarização linear e ortogonal aos feixes de bombeio. Escolhendo o eixo de quantização ao longo da direção de polarização dos feixes de bombeio, os feixes de bombeio e o feixe de prova induzirão diferentes transições de dipólo-elétrico, correspondente às regras de seleção $\Delta m = 0$ e $\Delta m = \pm 1$ respectivamente. Nesta configuração o meio não linear gera um feixe C que é quase conjugado de fase com relação a P, o qual é originado exclusivamente de uma grade de coerência induzida entre pares de sub-níveis Zeeman nos estados fundamental e excitados. Nós assumimos que as amplitudes dos campos de bombeio \mathcal{A}_F e \mathcal{A}_B são gaussianas, enquanto o feixe P é descrito por um modo de LG propagando ao longo da direção z com amplitude de campo complexa dada no plano $z = 0$ por:

$$\mathcal{A}_P \propto [r\sqrt{2}/w_0]^{|l|} \exp[-r^2/w_0^2] L_p^{|l|}[2r^2/w_0^2] \exp[-il\varphi] \quad (3.35)$$

Para este processo não linear a amplitude do campo gerado é dada como:

$$\mathcal{A}_C \propto \chi^{(3)} \mathcal{A}_F \mathcal{A}_B \mathcal{A}_P^* \quad (3.36)$$

onde $\chi^{(3)}$ é a susceptibilidade não linear efetiva de terceira ordem do meio atômico para a correspondente configuração de polarizações. Em condições de casamento de fase, o feixe gerado tem uma frequência $\omega_C = \omega_F + \omega_B - \omega_P = \omega + \delta$ e vetor de onda $\vec{K}_C = \vec{K}_F + \vec{K}_B - \vec{K}_P \approx -\vec{K}_P$, o qual representa a conservação da energia e o momento linear dentro dos modos envolvidos neste processo paramétrico. Das equações 3.35 e 3.36 intuimos que o feixe gerado C deve também

3.4 Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios

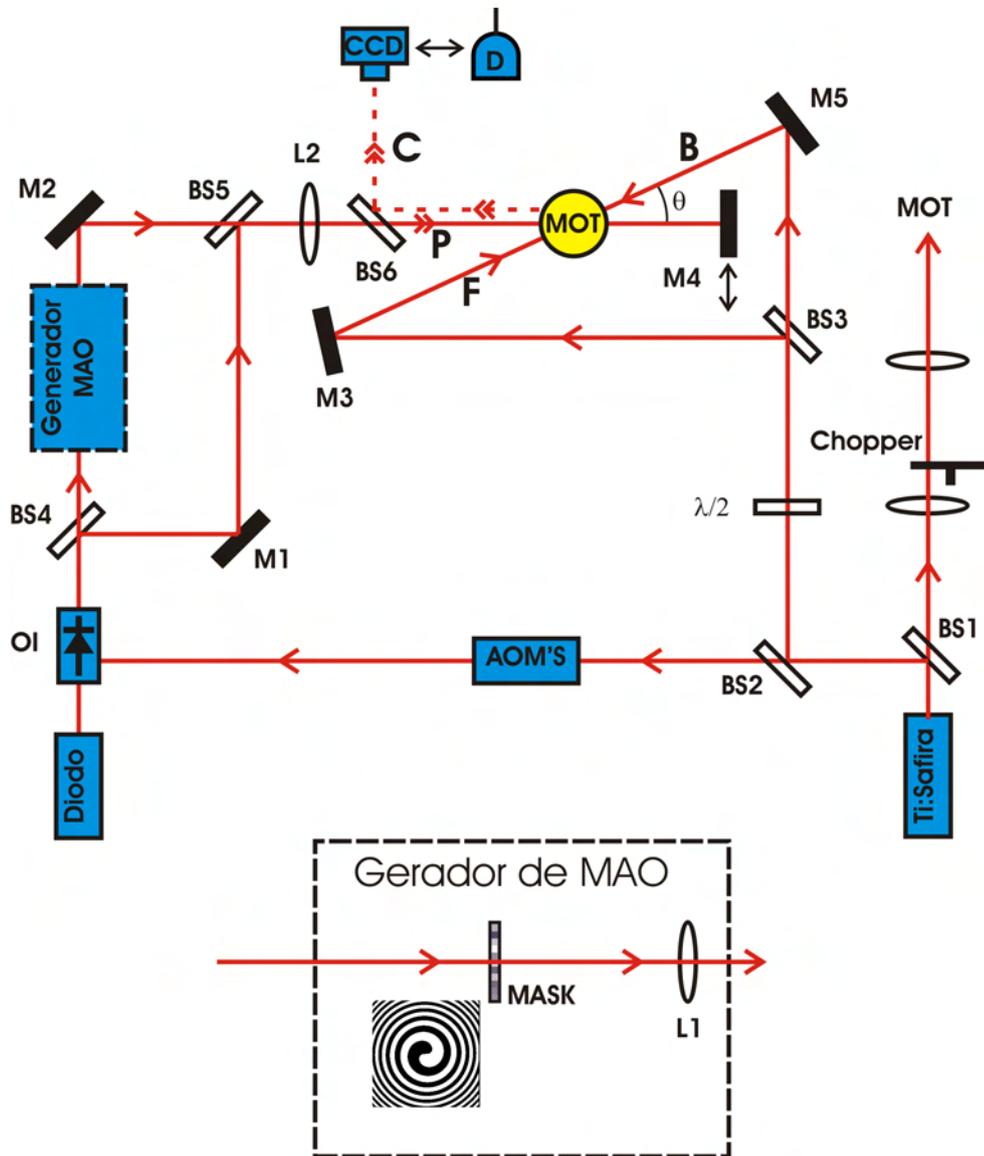


Figura 3.9: Arranjo experimental: OI é um isolador óptico; BS são divisores de feixes, M são espelhos; L são lentes; AOM's são moduladores acusto-ópticos e o detalhe esta em figura mais adiante.

3.4 Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios

incluir a singularidade na fase em sua frente de onda com a mesma carga topológica que o feixe P, e como os feixes C e P são contra-propagantes eles deverão ter MAO oposto ($\vec{L}_C = -\vec{L}_P = -l\hbar\hat{z}$) por foton. As leis de conservação da energia e do momento linear têm sido verificadas na literatura de MQO. Mas para o caso que os feixes incidentes têm MAO ainda é necessário demonstrar a conservação do MAO. Nós descrevemos um experimento o qual verifica a conservação do MAO da luz num processo paramétrico coerente de MQO.

O experimento foi realizado numa amostra de átomos frios de césio, obtidos de uma armadilha magneto óptica, e emprega uma configuração de MQO com conjugação de fase. Os feixes da armadilha são provenientes de um laser de Ti:Safira que está sintonizado aproximadamente $12MHz$ abaixo da frequência da transição cíclica $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$, em $\lambda = 852nm$. Um laser de diodo (Laser de rebombeo), está sintonizado em ressonância com a transição $6S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 3$, e recicla a população perdida para o estado hiperfino fundamental $6S_{1/2}, F = 3$, que não está acoplado com os feixes da armadilha. A densidade atômica típica de nossa armadilha é $n \simeq 10^{10} \text{atomos/cm}^3$ e sua dimensão é $d \simeq 2mm$.

O arranjo experimental é mostrado esquematicamente na figura 3.9. Os feixes **F** e **B** com a mesma polarização linear são também providos pelo mesmo laser de Ti:Safira e têm a mesma frequência ω dos feixes da armadilha.

São usados dois moduladores acusto-óticos, um dos quais opera com dupla passagem e é alimentado por um gerador de radio-freqüência controlado por uma rampa de voltagem. Produz-se assim, um feixe cuja frequência $\omega - \delta$ pode ser varrida em torno da frequência ω dos feixes **F** e **B** como é mostrado na figura 3.10.

Este feixe é injetado diretamente, pela porta lateral de um isolador óptico, num diodo laser monomodo, travando sua frequência e fazendo o diodo laser altamente correlacionado com o laser de Ti:Safira. Isto é importante porque como comentamos no capítulo 2, para a observação de ressonâncias estreitas associadas a uma coerência induzida entre subníveis do estado fundamental é importante que os campos que participam no processo estejam correlacionados para que o sinal tenha imunidade ao ruído de fase dos campos. Na figura 3.11 é mostrada a absorção do laser de diodo numa célula que contém vapor de césio enquanto

3.4 Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios

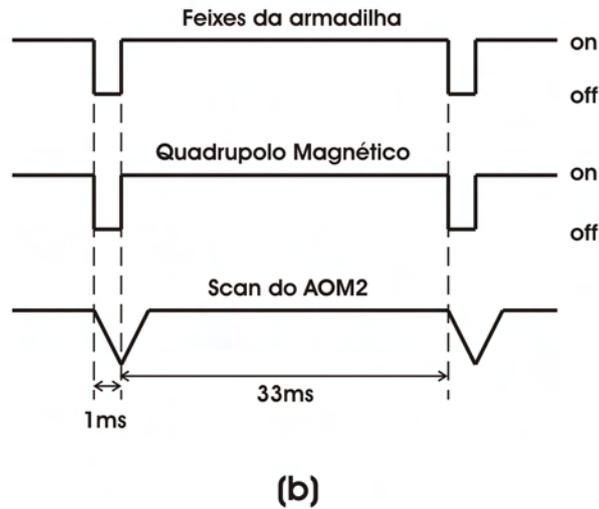
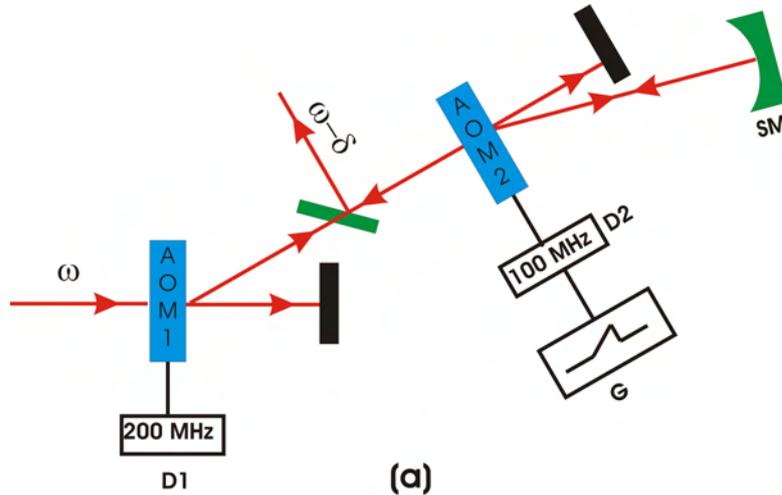


Figura 3.10: (a) Diagrama dos moduladores acusto-óticos: AOM1 e AOM2 são dois moduladores acusto-óticos de 200MHz e 110MHz respectivamente; D1 é uma fonte de radio-freqüência de 200MHz fixa que excita o AOM1 e D2 é uma fonte de radio-freqüência, com freqüência central 110MHz, cuja freqüência de saída é controlada por uma rampa de tensão gerada pelo gerador (G), esta fonte excita o AOM2; SM é um espelho esférico (b) Seqüência temporal de chaveamento dos feixes da armadilha, quadrupolo magnético e rampa de tensão para varredura de freqüência

3.4 Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios

é varrida a corrente deste. É observada na curva uma região plana na qual o laser tem sua corrente varrida, mas a absorção não varia, nesta região o laser tem sua frequência travada na frequência do laser de Ti:Safira $\omega - \delta$. Esta injeção é necessária porque o feixe depois dos moduladores tem potência muito baixa e não é suficiente para produzir o feixe com momento angular orbital.

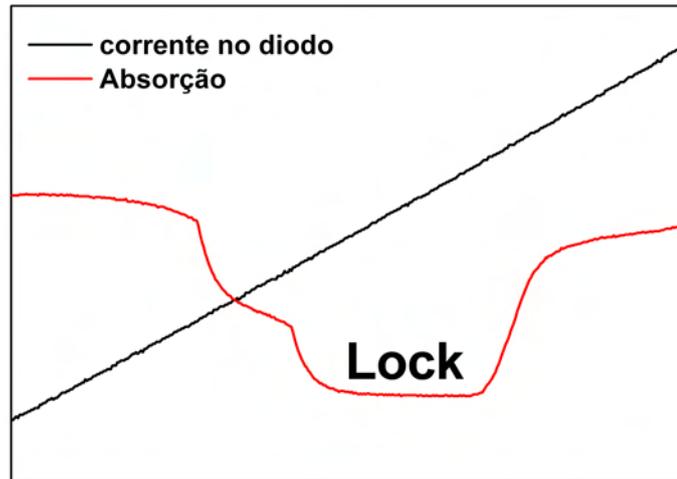


Figura 3.11: Injeção do laser de diodo: A curva preta é a rampa de varredura da corrente do laser de diodo e a curva vermelha é a absorção numa célula que contém vapor de césio.

São gerados feixes com vórtices de carga topológica +1 e +2, passando o feixe do diodo laser através de duas máscaras diferentes geradas por computador (60), seguido de uma lente L1, a qual permite separar o feixe com o vórtice desejado, da luz não difratada e das ordens mais altas de difração, como é indicado no detalhe da figura 3.9. As máscaras usadas são mostradas na figura 3.12.

Primeiramente produzimos um feixe com carga topológica +1, com uma potência de $10\mu W$, o qual foi focalizado na região da armadilha com uma cintura do feixe menor que as dimensões da armadilha ($\approx 2mm$). Os feixes de bombeio, com aproximadamente a mesma potência de $2mW$, são bem colimados e seus

3.4 Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios

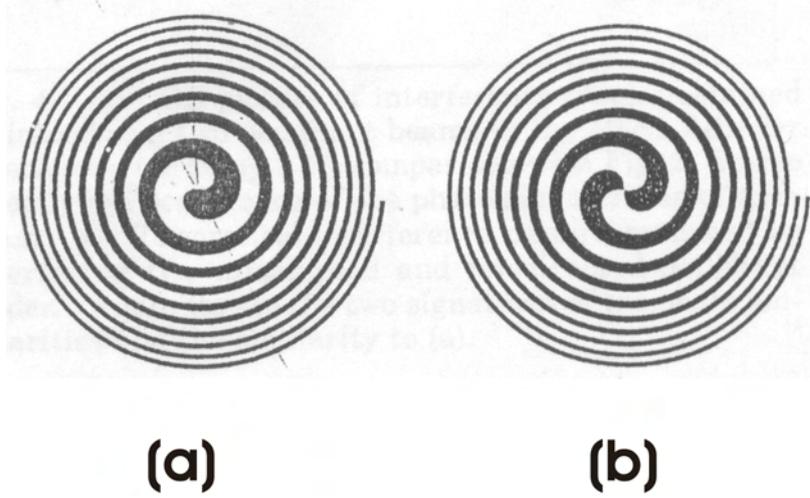


Figura 3.12: Mascaras geradas por computador usadas para gerar vórtices. (a) carga 1 (b) carga 2.

diâmetros são da ordem de 5mm e formam um ângulo $\theta \simeq 3^\circ$ com o feixe de prova P. A polarização do feixe de prova é feita ortogonal à polarização dos feixes de bombeio usando uma placa $\lambda/2$. Primeiramente obtemos o espectro de MQO para o feixe gerado C, o qual é refletido num beam-splitter 50/50 (BS6), e detectado por um fotodiodo rápido (D) em função da dessintonia δ entre os feixes de bombeio e o feixe de prova. O espectro de MQO é registrado dentro do intervalo de tempo ($\approx 1\text{ms}$) durante o qual os feixes da armadilha são bloqueados por um chopper mecânico (com duty-cycle de 95%), o qual dispara um dispositivo eletrônico que desliga o quadrupolo magnético e varre a frequência do feixe de prova P, como é mostrado na figura 3.10(b). Um espectro típico de MQO é mostrado na figura 3.13(b), a largura de linha medida para o sinal de MQO gerado é $\approx 200\text{KHz}$, a qual é muito menor que a largura natural do estado excitado ($\Gamma/2\pi = 5.2\text{MHz}$), o que indica que é originada de uma coerência Zeeman no estado fundamental, as quais têm vida longa. Na figura 3.13(c) é apresentado o espectro teórico calculado usando o modelo apresentado na seção anterior com as frequências de Rabi e dessintonias correspondentes ao experimento. As principais características do espectro experimental estão bem reproduzidas pelo cálculo. Observamos que nesse caso o espectro é dominado pela ressonância estreita em

3.4 Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios

torno a $\delta = 0$, cuja largura é subnatural. A largura dessa ressonância, para baixas intensidades dos feixes de bombeamento, é determinada por γ .

Uma medida de refletividade do sinal de MQO, medida em relação à potência do feixe de prova P, é da ordem do 10%.

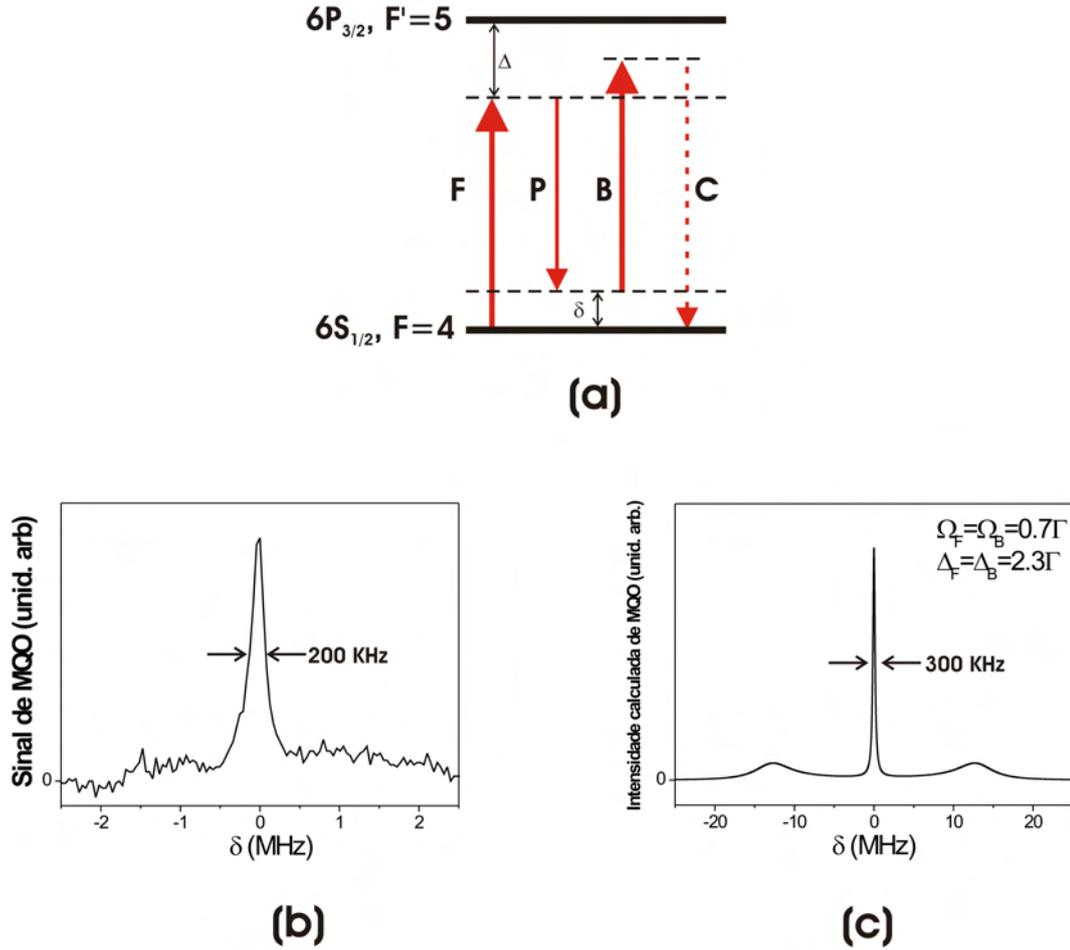


Figura 3.13: (a) Níveis de energia usados para investigar o processo de MQO quasi-degenerada. As setas indicam fótons absorvidos ou emitidos neste processo paramétrico. (b) Espectro de MQO observado para polarizações perpendiculares entre os feixes de bombeio e o feixe de prova. (c) Espectro teórico calculado usando o modelo apresentado. As frequências de Rabi e as dessintonias estão indicadas na figura.

Para analisar o perfil espacial do feixe gerado C, substituímos o fotodiodo por

3.4 Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios

uma câmara CCD. Retro-refletindo o feixe de prova P por meio de um espelho auxiliar removível (M4) podemos também registrar seu perfil espacial. Os perfis espaciais dos feixes de prova P e o feixe gerado C são mostrados na figura 3.15(a) e 3.15(c) respectivamente. Como o feixe gerado C só existe em uma pequena fração do tempo correspondente a $\delta \approx 0$, dentro da janela temporal onde os feixes da armadilha e o campo de quadrupolo magnético são desligados, para revelar sua estrutura de fase, é necessário usar uma onda de referencia perfeitamente sincronizada com o feixe gerado C e que tenha a mesma frequência que este. Esta onda de referência é gerada sobrepondo com o feixe de prova P no separador de feixe (BS5), um feixe gaussiano bem colimado provido pelo mesmo laser de diodo injetado, como é mostrada na figura 3.9. Este feixe gaussiano auxiliar é também focalizado na amostra de átomos frios e via o mesmo processo de MQO, gera uma onda de referencia sincronizada e co-propagando com o feixe gerado C. Os perfis espaciais do feixe de referencia gerado e seu padrão de interferência com o feixe gerado C, são mostrados na figura 3.15(e) e 3.15(d) respectivamente. A carga topológica do feixe de prova P é medida retro-refletindo simultaneamente este feixe e a onda de referencia incidente, usando o espelho (M4), o qual produz o padrão de interferência mostrado na figura 3.15(b).

Como pode ser observado o feixe gerado C tem a mesma carga topológica que o feixe incidente P. Para determinar a carga topológica e conseqüentemente o MAO é necessário proceder com cuidado, não basta olhar o sentido de rotação das espirais, é necessário considerar que este sentido de rotação muda quando qualquer um dos feixes que interferem passa por um foco e ademais é necessário considerar que a carga topológica muda de sinal após uma reflexão num espelho (83).

Na configuração experimental, o feixe de prova P e o feixe auxiliar de referência têm aproximadamente o mesmo comprimento de Rayleigh ($\approx 2cm$) com as posições de seus focos separados $12cm$ e a amostra de átomos frios esta localizada aproximadamente a meio caminho entre os dois focos como se mostra na figura 3.14. Nestas condições, tendo em conta as duas inversões da espiral associada à passagem pelos focos do feixe P e da onda referência e a inversão associada com a reflexão no espelho, concluímos que o feixe de prova P e o feixe

3.4 Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios

gerado C têm a mesma carga topológica. Além disso, como estes dois feixes propagam em direções opostas, eles têm MAO opostos. Isto claramente demonstra a conservação do momento angular orbital dentro dos modos participantes deste processo paramétrico coerente e mostra que a amostra atômica não ganha MAO.

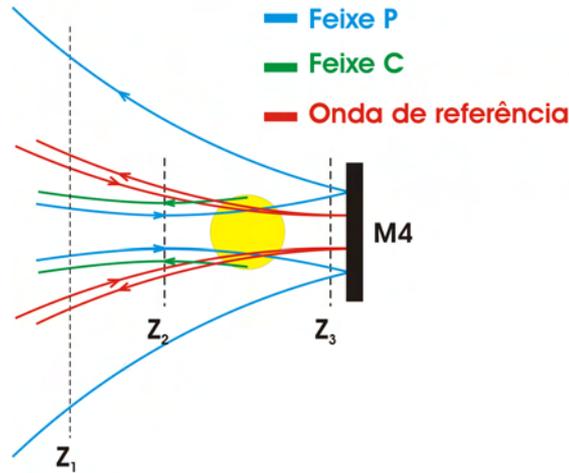


Figura 3.14: Posições dos focos dos feixes de prova e da onda de referência: Z_2 e Z_3 são as posições dos focos do feixe P e da onda de referência respectivamente; Z_1 é a posição onde se registra o padrão de interferência com a câmara CCD e M4 é o espelho auxiliar.

3.4 Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios

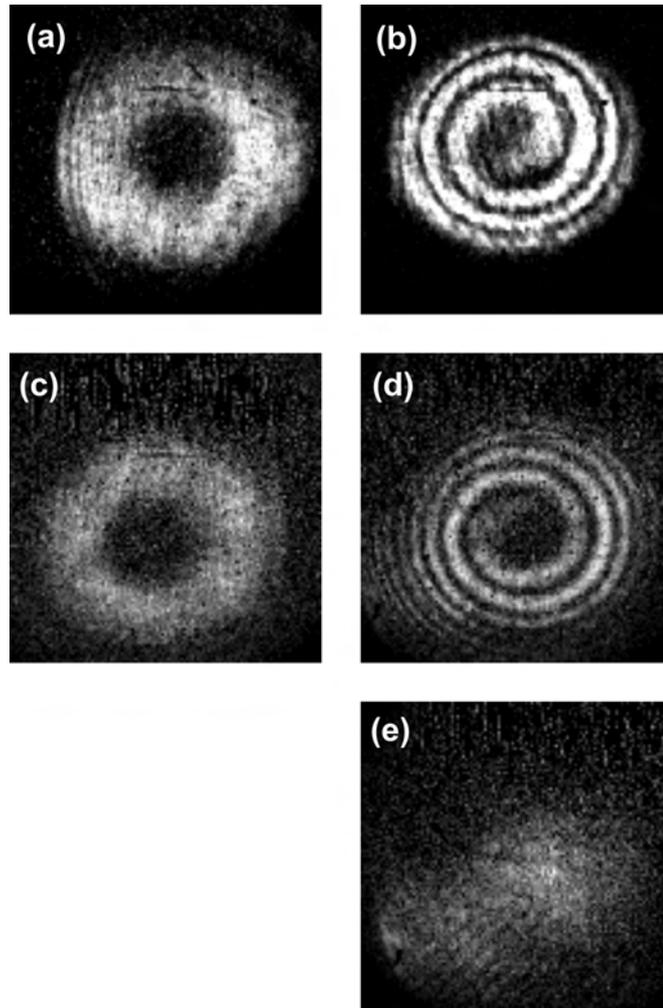


Figura 3.15: Distribuição espacial da luz observada e padrão de interferência para carga topológica +1 no feixe P ($l=+1$, $m=0$): (a) e (b); e para o feixe gerado: (c) e (d). Os interferogramas são obtidos usando respectivamente a onda de referência refletida no espelho M4 e a correspondente onda de referência gerada via o mesmo processo de MQO [Cujo perfil é mostrado em (e)]

3.4 Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios

Nós também usamos um feixe de prova com carga topológica +2 e os resultados correspondentes estão mostrados na figura 3.16. A onda de referência é a mesma usada no caso prévio. O feixe com carga topológica +2 também tem uma potência de $10\mu W$ aproximadamente, e a medida de refletividade é da mesma ordem do caso anterior.

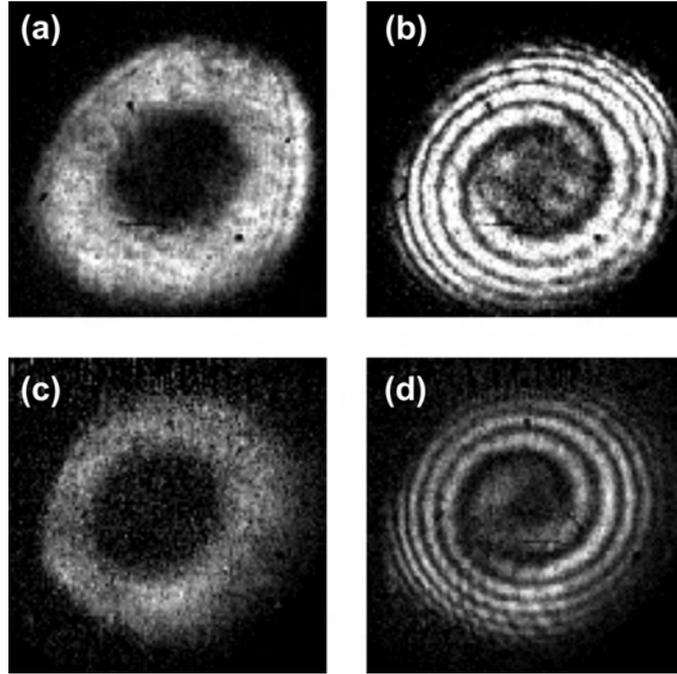


Figura 3.16: Distribuição espacial da luz observada e padrão de interferência para carga topológica +2 no feixe P ($l=+2$, $m=0$): (a) e (b); e para o feixe gerado: (c) e (d). Os interferogramas são obtidos usando respectivamente a onda de referência refletida no espelho M4 e a correspondente onda de referencia gerada via o mesmo processo de MQO

Na figura 3.17 são mostradas as distribuições espaciais de intensidade calculadas para os modos LG_0^1 e LG_0^2 e suas respectivas interferências com um feixe gaussiano de raio de curvatura diferente dos mesmos, o que corresponde às situações do experimento.

3.4 Geração de luz com momento angular orbital via uma grade de coerência induzida em átomos frios

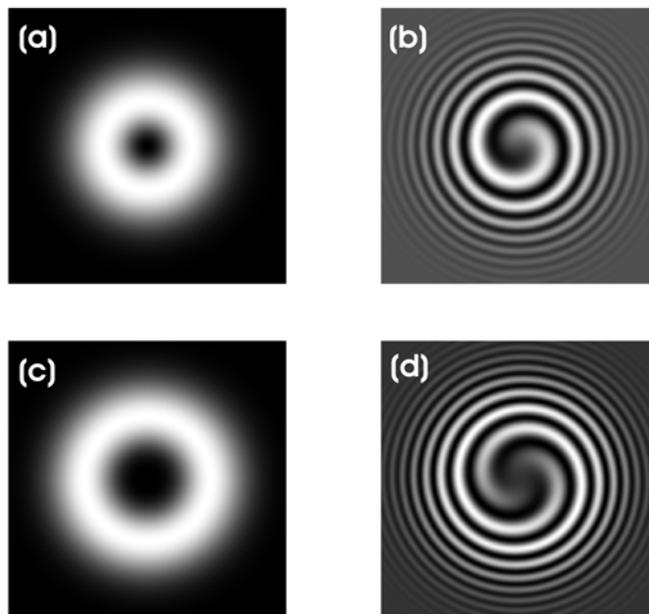


Figura 3.17: (a) Distribuição espacial de intensidade para o modo LG_0^1 . (b) Interferência entre o modo LG_0^1 e um feixe gaussiano de diferentes raios de curvatura. (c) Distribuição espacial de intensidade para o modo LG_0^2 . (d) Interferência entre o modo LG_0^2 e um feixe gaussiano de diferentes raios de curvatura.

3.5 MQO usando superposições coerentes de modos de LG em átomos frios

Aqui apresentamos a demonstração experimental de que a estrutura espacial transportada por uma superposição coerente de feixes de luz com momento angular orbital pode ser mapeada dentro de uma polarização não linear induzida numa amostra de átomos frios de Césio. A estrutura desta polarização foi analisada usando um processo de MQO quase degenerada, semelhante à situação discutida na seção 3.4.

O arranjo experimental é mostrado esquematicamente na figura 3.18. A configuração experimental é idêntica à anterior exceto que agora o feixe P é uma superposição de diferentes modos de LG.

Diferentes superposições de modos de LG com $l = 0, 1, 2$ foram gerados usando as máscaras descritas na seção anterior nos braços de um duplo interferômetro de Mach-Zehnder como é mostrado na figura 3.18. Cada uma das três componentes da superposição coerente têm aproximadamente a mesma potência de $10\mu W$. Os raios de curvatura para os feixes com $l = 1$ e $l = 2$ são aproximadamente iguais na saída do interferômetro, mas ligeiramente diferentes daquele do feixe gaussiano ($l = 0$). A superposição escolhida é focalizada dentro da região da armadilha com uma cintura menor que a dimensão da armadilha ($\approx 2mm$). Os feixes de bombeio, com aproximadamente a mesma potência de $2mW$, são colimados com um diâmetro de aproximadamente $5mm$ e formam um ângulo $\theta \approx 3^\circ$ com o feixe de prova P. Também aqui, primeiro registramos o espectro de MQO para o feixe gerado C como uma função da dessintonia δ entre os feixes de bombeio e o feixe de prova, para diferentes superposições de modos de LG. O espectro de MQO e o perfil espacial do feixe gerado foram registrados no tempo de $1ms$, no qual os feixes da armadilha e o quadrupolo magnético são desligados. O sinal gerado de MQO associado com diferentes superposições de modos de LG no feixe P, apresenta um pico em $\delta = 0$ com largura subnatural do ordem de $200kHz$, indicando como antes, que é originado de uma coerência Zeeman induzida no estado fundamental.

Na figura 3.19(a) mostramos o perfil espacial para uma superposição incidente correspondente a modos com $l = 1$ e $l = 2$. O perfil espacial da correspondente

3.5 MQO usando superposições coerentes de modos de LG em átomos frios

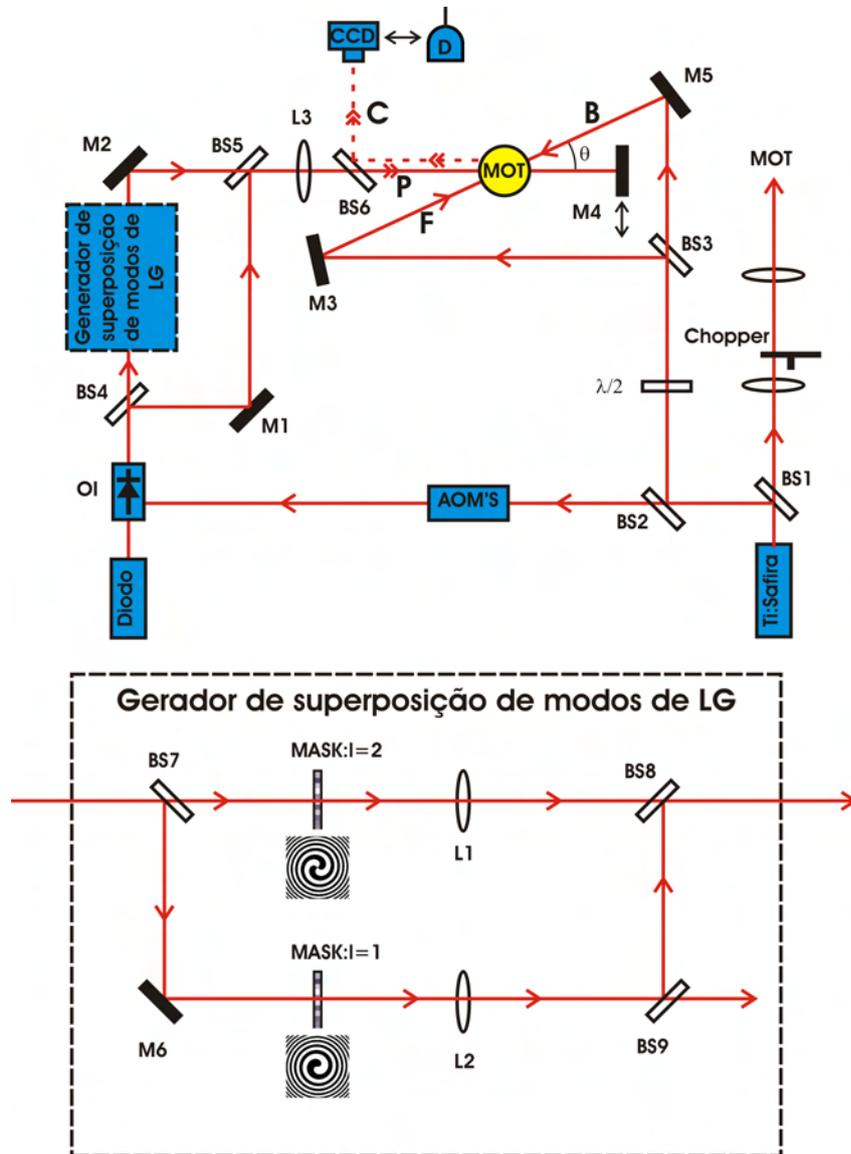


Figura 3.18: Arranjo experimental: OI é um isolador óptico; BS são divisores de feixes, M são espelhos; L são lentes; AOM's são moduladores acusto-ópticos e o detalhe está na figura 3.10(a).

3.5 MQO usando superposições coerentes de modos de LG em átomos frios

superposição gerada é mostrada na figura 3.19(b), vendo-se a mesma estrutura de garfo nos dois. Nós observamos resultados similares para uma superposição incidente contendo modos com $l = 0$, $l = 1$ e $l = 2$. Na figura 3.19(c) mostramos a distribuição de intensidade para uma superposição incidente contendo modos de LG com $l = 0$, $l = 1$ e $l = 2$, e na figura 3.19(d) a superposição correspondente gerada, onde se pode ver claramente que o feixe gerado também preserva a superposição incidente. Na figura 3.20 são apresentados resultados similares para as superposições de $l = 0$ e $l = 1$, e de $l = 0$ e $l = 2$. Em todas as medidas aqui apresentadas as componentes com $l = 1$ e $l = 2$ estão desalinhadas num pequeno ângulo e a componente com $l = 0$ está superposta com $l = 2$.

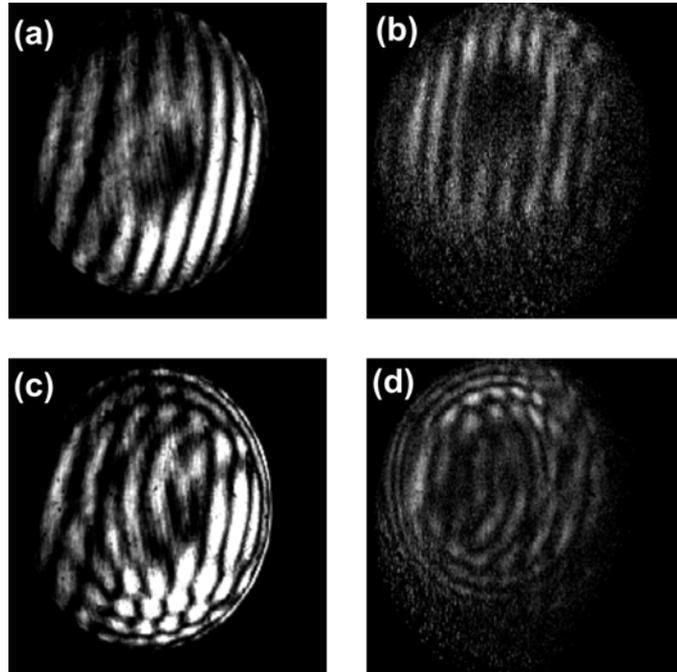


Figura 3.19: (a) Distribuição espacial da luz incidente correspondente a uma superposição não co-linear de dois modos de LG com $l=1$ e $l=2$; (b) Distribuição espacial da superposição gerada correspondente ao feixe observado em (a);(c) Distribuição espacial da luz incidente correspondente a uma superposição não co-linear de três modos de LG com $l=0$, $l=1$ e $l=2$;(d) Distribuição espacial da superposição gerada correspondente ao feixe observado em (c).

3.5 MQO usando superposições coerentes de modos de LG em átomos frios

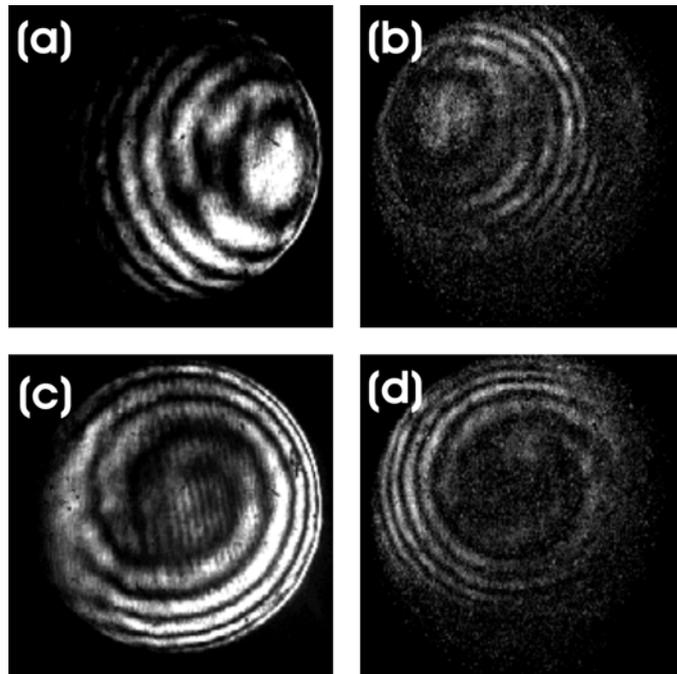


Figura 3.20: (a) Distribuição espacial da luz incidente correspondente a uma superposição não co-linear de dois modos de LG com $l=0$ e $l=1$; (b) Distribuição espacial da superposição gerada correspondente ao feixe observado em (a); (c) Distribuição espacial da luz incidente correspondente a uma superposição co-linear de modos de LG com $l=0$ e $l=2$; (d) Distribuição espacial da superposição gerada correspondente ao feixe observado em (c).

3.5 MQO usando superposições coerentes de modos de LG em átomos frios

Na figura 3.21 são mostrados os perfis espaciais de intensidade calculadas para as mesmas superposições medidas no experimento e nas mesmas condições.

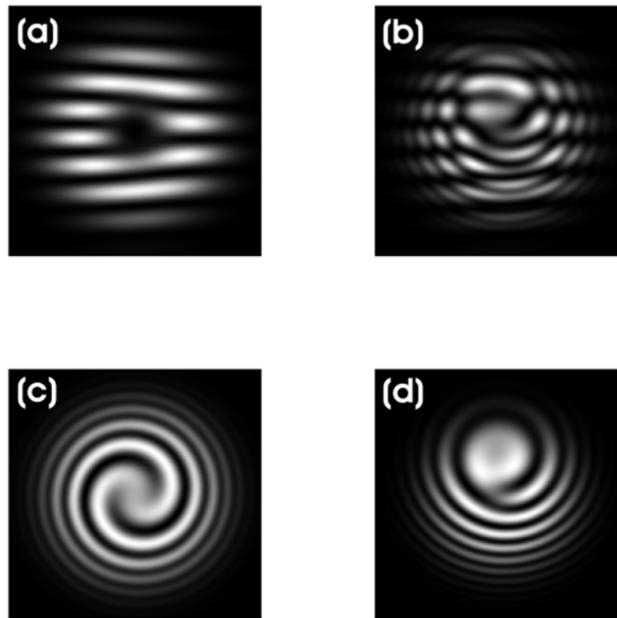


Figura 3.21: Estrutura espacial para diferentes superposições de modos de LG. (a) Superposição de $l=1$ e $l=2$. (b) Superposição de $l=0$, $l=1$ e $l=2$. (c) Superposição de $l=0$ e $l=2$. (d) Superposição de $l=0$ e $l=1$

3.6 Conclusões

Nós demonstramos experimentalmente a geração de um feixe de luz coerente com MAO via uma difração de Bragg numa grade de coerência, que contém a informação de fase dos feixes incidentes. Os resultados observados conduzem a uma clara demonstração da conservação do MAO da luz interagindo coerentemente com um sistema atômico. Nós consideramos que nossos resultados representam um primeiro passo em direção ao armazenamento de informação quântica codificada num espaço de estados multi-dimensional, o qual é de enorme interesse no campo do processamento quântico da informação.

Nós demonstramos experimentalmente a geração de diferentes superposições coerentes de feixes de luz com MAO num processo de MQO, via uma grade de coerência induzida nos sub-níveis Zeeman do estado fundamental em átomos frios de Césio.

A possibilidade de armazenar diferentes superposições de modos de LG numa coerência atômica de longa duração, abre a possibilidade de armazenar informação codificada num espaço de estados multidimensional como sugerem Lluís Torner *et al.* (11) e ademais enquanto está armazenada na coerência atômica, esta informação pode ser manipulada com a aplicação de campos magnéticos como é demonstrado por Akamatsu *et al.* (71).

Capítulo 4

MQO não degenerada num sistema de três níveis com degenerescência Zeeman

Neste capítulo são estudados experimentalmente processos de mistura de quatro ondas não degenerada na configuração de conjugação de fase num sistema de três níveis com degenerescência Zeeman, $6S_{1/2}, F = 4, 6P_{3/2}, F' = 4, 6P_{3/2}, F' = 5$ em átomos frios de Césio obtidos numa armadilha magneto-óptica. O espectro observado apresenta uma estrutura com um duplo pico que evidencia diretamente o deslocamento nos níveis de energia do estado fundamental, induzido pelos feixes de bombeio intensos. Um modelo simples usando o formalismo da matriz densidade para um sistema de quatro níveis tipo duplo- Λ é apresentado, o qual explica qualitativamente o espectro do sinal observado.

4.1 Experimento de MQO não degenerada num sistema de três níveis com degenerescência Zeeman

A configuração de feixes para observação do sinal de MQO não degenerada é descrita na figura 4.1(b). Embora a geometria dos feixes seja idêntica à situação descrita anteriormente, os feixes incidentes possuem agora frequências diferentes. Os três níveis hiperfinos degenerados $6S_{1/2}, F = 4-6P_{3/2}, F' = 4-6P_{3/2}, F' = 5$ são mostrados na figura 4.1(a), os quais são acoplados por dois feixes de bombeio F e

4.1 Experimento de MQO não degenerada num sistema de três níveis com degenerescência Zeeman

B contra-propagantes com polarizações lineares e com frequências ω_F e ω_B quase ressonantes com as transições $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$ e $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 4$ respectivamente, e por um feixe de prova P, com uma frequência $\omega_P = \omega_F - \delta$ que pode ser varrida em torno da frequência do feixe de bombeio F e que forma um pequeno ângulo $\theta \approx 5^\circ$ com ele. A polarização do feixe de prova é ortogonal à polarização dos feixes de bombeio.

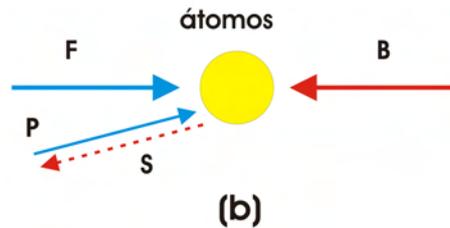
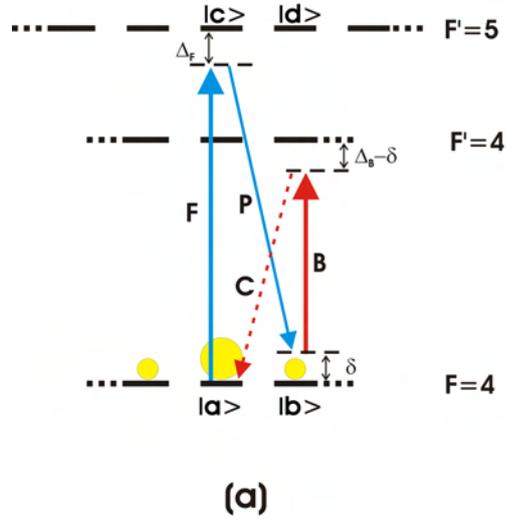


Figura 4.1: (a) Esquema parcial dos níveis de energia da linha D_2 do átomo de Césio mostrando os sub-níveis Zeeman relevantes no processo. Os círculos amarelos representam as populações correspondentes aos diferentes níveis e as setas indicam as interações com os campos. O eixo de quantização foi escolhido na direção dos feixes de bombeio F e B, que acoplam transições com $\Delta m = 0$. O feixe P, ortogonal aos feixes F e B, acopla transições com $\Delta m = \pm 1$. Os pontos indicam os outros sub-níveis Zeeman. (b) Configuração de MQO, as setas de cores diferentes indicam que as frequências dos feixes são diferentes

4.1 Experimento de MQO não degenerada num sistema de três níveis com degenerescência Zeeman

interpretar o espectro de MQO em termos de um sistema duplo- Λ como é sugerido pelas setas mostradas na figura 4.1(a). Diferentemente do caso degenerado estudado por Cardoso e Tabosa (84), onde a sinal de MQO era devido a diferentes tipos de grades, aqui o sinal observado é originado somente da difração do feixe B na grade de coerência Zeeman estacionária, induzida pelos feixes F e P. Obedecendo às condições de casamento de fase, o feixe gerado é quase contrapropagante ao feixe de prova P e tem a frequência $\omega_C = \omega_B + \delta$.

No experimento usamos uma amostra fria de átomos de Césio obtidos da armadilha magneto-óptica descrita no capítulo anterior. Um laser de Ti:Safira é usado para gerar os feixes da armadilha e para produzir os feixes da MQO, como é mostrado esquematicamente na figura 4.2. O feixe de bombeio F tem a mesma frequência que os feixes da armadilha, os quais são sintonizados $12MHz$ abaixo da frequência da transição cíclica $6S_{1/2}, F = 4 - 6P_{3/2}, F' = 5$ da linha D_2 do átomo de Césio, o feixe B é obtido usando um modulador acusto-ótico(AOM1) que abaixa a frequência de um feixe do laser de Ti:safira $241MHz$, deixando-a próxima da frequência de ressonância da transição $6S_{1/2}, F = 4 - 6P_{3/2}, F' = 4$ e sua polarização é paralela à do feixe F. O feixe de prova P tem sua frequência varrida em torno da frequência do feixe F com auxílio de dois moduladores acusto-óticos, um dos quais opera em passagem dupla como foi descrito na figura 3.10(a) do capítulo 3. Este feixe é altamente correlacionado com o feixe F e sua polarização é orientada ortogonalmente à polarização dos feixes de bombeio usando uma placa $\lambda/2$.

O sinal gerado de MQO é refletido num beam-splitter de 50% de transmissão e detectado por um fotodiodo rápido. O espectro de MQO é registrado dentro do intervalo de tempo ($\approx 1ms$) durante o qual os feixes da armadilha são bloqueados por um chopper mecânico (com Duty-cycle de 95%), o qual dispara um dispositivo eletrônico que desliga o quadrupolo magnético e varre a frequência do feixe de prova P, esta sequência temporal é mostrada na figura 3.10(b). Um espectro típico do sinal de MQO como função da dessintonia δ entre o feixe de bombeio F e o feixe de prova P é mostrado na figura 4.3. Este espectro apresenta uma estrutura com um pico duplo com largura global sub-natural, isto é menor que a largura natural do estado excitado é $\Gamma/2\pi = 5.2MHz$, o qual revela claramente a existência de uma grade de coerência Zeeman no estado fundamental induzida pelos feixes F

4.1 Experimento de MQO não degenerada num sistema de três níveis com degenerescência Zeeman

e P, que têm polarizações ortogonais. Nós verificamos que a polarização do sinal gerado C é paralela à do feixe de prova e isto está em concordância com as regras de seleção.

Durante a medida, o feixe de rebombeio, o qual é ressonante com a transição $6S_{1/2}, F = 3 - 6P_{3/2}, F' = 3$, é mantido para prevenir o bombeio óptico para o estado hiperfino fundamental $6S_{1/2}, F = 3$, que não interage com os feixes da armadilha. Este mecanismo de bombeio óptico é aumentado pelo feixe de bombeio B, o qual é quase ressonante com a transição aberta $6S_{1/2}, F = 4 - 6P_{3/2}, F' = 4$. Isto faz que o papel desempenhado pelos dois feixes de bombeio seja muito assimétrico com respeito à saturação do sinal de MQO gerado assim como em relação à força exercida pelos feixes sobre os átomos, o qual muda a posição de equilíbrio dos átomos frios.

No espectro mostrado na figura 4.3, as intensidades são $I_F = 6.4mW/cm^2$, $I_B = 1.3mW/cm^2$ e $I_P = 0.8nW/cm^2$, todos os feixes têm aproximadamente o mesmo diâmetro de $2mm$, o qual é igual à dimensão estimada da amostra de átomos frios. A refletividade medida do sinal de MQO é aproximadamente 0.1% e devido aos mecanismos de bombeio óptico mencionados anteriormente, é muito sensível à intensidade do feixe de bombeio B e do feixe de rebombeio. Este valor de refletividade é duas ordens de grandeza menor que o observado por Tabosa, Lezama e Cardoso (46) usando MQO quase degenerada na transição fechada $6S_{1/2}, F = 4 - 6P_{3/2}, F' = 5$. Nós atribuímos esta baixa eficiência ao efeito de bombeamento óptico induzido pelo feixe de bombeio B, o qual diminui o número de átomos que interagem com os feixes da mistura. Ainda assim, nós fomos capazes de medir o espectro de MQO para diferentes intensidades dos feixes de bombeio. Como o número de átomos na armadilha muda para diferentes intensidades dos feixes de bombeio, na figura 4.4 é mostrada somente a variação da largura de linha global do sinal como função das intensidades dos feixes de bombeio. Para estas medidas as dessintonias foram $\Delta_F = 12MHz$ e $\Delta_B = 2MHz$ aproximadamente. Os dados correspondentes à variação com a intensidade do feixe F foram tomados com $I_B = 2.8mW/cm^2$ e os dados correspondentes à variação com a intensidade do feixe B foram tomados com $I_F = 6.4mW/cm^2$. Para estes parâmetros, o espectro de MQO é assimétrico, por essa razão nós medimos a largura de linha à metade do valor máximo do maior dos dois picos. Nós podemos claramente observar

4.1 Experimento de MQO não degenerada num sistema de três níveis com degenerescência Zeeman

também o papel assimétrico desempenhado pelas intensidades dos feixes F e B na determinação da largura do espectro de MQO. Além da saturação esperada do sinal de MQO quando se aumenta a intensidade dos feixes de bombeio, uma maior intensidade do feixe B, remove mais átomos da região de interação do ciclo da armadilha, reduzindo o tempo de interação entre os átomos e a luz e introduzindo assim um alargamento extra no sinal. A limitação nos valores máximos das intensidades dos feixes de bombeio usados é principalmente devida à redução do número de átomos na armadilha e a correspondente diminuição da relação sinal ruído. O erro estimado associado com cada ponto experimental é de 10% da largura de linha medida.

4.1 Experimento de MQO não degenerada num sistema de três níveis com degenerescência Zeeman

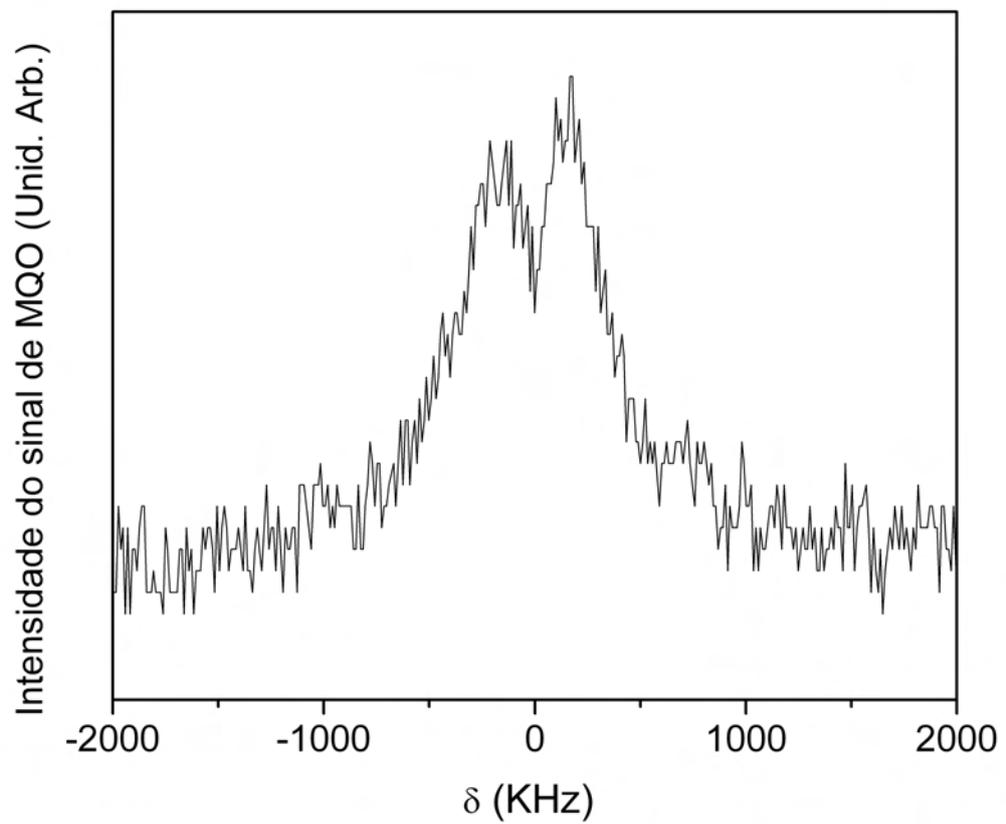


Figura 4.3: Espectro do sinal gerado de MQO não degenerada como uma função da dessintonia δ entre o feixe de bombeio F e o feixe de prova P

4.1 Experimento de MQO não degenerada num sistema de três níveis com degenerescência Zeeman

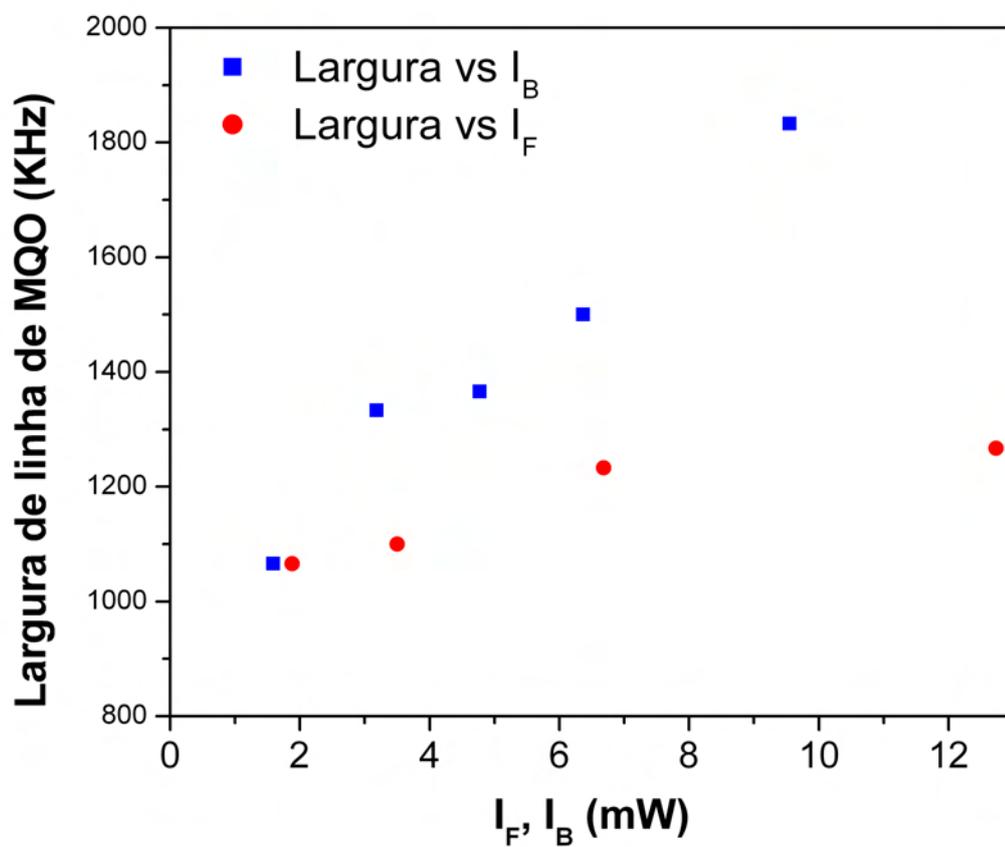


Figura 4.4: Largura de linha global medida à metade da altura do pico maior, para diferentes intensidades dos feixes de bombeio.

4.2 MQO num sistema duplo- Λ

O objetivo desta seção é apresentar o modelo mais simples que possibilite explicar as principais características dos resultados experimentais observados. Como já foi mencionado, para o esquema de níveis hiperfinos usado e para as polarizações dos feixes escolhidas, a primeira aproximação a um tratamento geral que leve em conta toda a degenerescência Zeeman dos níveis hiperfinos, é considerar que para altas intensidades do feixe de bombeio B que é quase resonante com a transição $6S_{1/2}, F = 4 - 6P_{3/2}, F' = 4$ a maior quantidade dos átomos é acumulada no estado $6S_{1/2}, F = 4, m = 0$. Este fato nos permite modelar nosso sistema como um sistema duplo- Λ descrito pelos estados $|a\rangle$, $|b\rangle$, $|c\rangle$ e $|d\rangle$ e acoplado aos campos da mistura como mostrado na figura 4.5. Nós consideramos que os campos de bombeio F e B acoplam às transições $|a\rangle \rightleftharpoons |d\rangle$ e $|b\rangle \rightleftharpoons |c\rangle$ respectivamente, enquanto o feixe de prova P acopla com a transição $|b\rangle \rightleftharpoons |d\rangle$. As frequências de Rabi associadas com cada campo são denotadas por Ω_F , Ω_B e Ω_P e as correspondentes dessintonias por Δ_F e Δ_B como é indicado na figura 4.5. A taxa de decaimento dos dois estados excitados é a mesma e igual a Γ . Nós estamos considerando que o sistema duplo- Λ é fechado de modo que não existem decaimentos adicionais para as populações e coerências do nível fundamental.

O hamiltoniano do sistema pode ser escrito como:

$$H = H_0 + V(t) \quad (4.1)$$

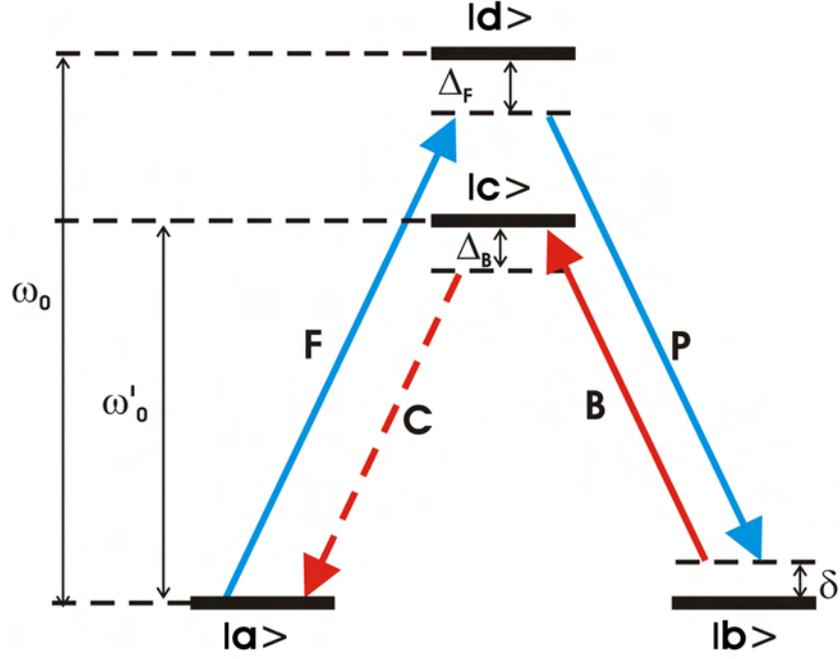
onde:

$$H_0 = \hbar\omega_0|c\rangle\langle c| + \hbar\omega'_0|d\rangle\langle d| \quad (4.2)$$

e o hamiltoniano de interação está dado por:

$$V(t) = \hbar\Omega_F|a\rangle\langle d| \exp[i\omega_F t] + \hbar\Omega_B|b\rangle\langle c| \exp[i\omega_B t] + \hbar\Omega_P|b\rangle\langle d| \exp[i(\omega_F - \delta)t] + h.c \quad (4.3)$$

Na equação 4.3 foi usada a aproximação de onda girante, que considera os campos incidentes em torno da ressonância, desprezando os termos anti-ressonantes como é discutido no capítulo 2.


 Figura 4.5: Modelo duplo- Λ

A evolução temporal da matriz densidade para este sistema é determinada pela equação (82):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] - \frac{\Gamma}{2}\{P_e, \rho\} + \Gamma \sum_{q=1,2} Q_{ge1}^q \rho Q_{eg1}^q + \Gamma \sum_{q=1,2} Q_{ge2}^q \rho Q_{eg2}^q \quad (4.4)$$

Os operadores Q_{ge1}^q e Q_{ge2}^q são definidos por:

$$\begin{aligned} Q_{eg1}^1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}|a\rangle\langle d| \\ Q_{eg1}^2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}|b\rangle\langle d| \\ Q_{eg2}^1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}|a\rangle\langle c| \\ Q_{eg2}^2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}|b\rangle\langle c| \end{aligned} \quad (4.5)$$

Como já mencionamos no capítulo 3, o primeiro termo do lado direito da equação 4.4 representa a evolução do sistema em presença dos campos óticos,

os outros correspondem à relaxação atômica. O segundo termo corresponde à relaxação radiativa do nível excitado. O terceiro e quarto termos descrevem a chegada de átomos ao nível fundamental provenientes dos níveis excitados $|d\rangle$ e $|c\rangle$ respectivamente. Escrevendo agora as componentes para a equação 4.4 temos:

$$\dot{\rho}_{ab} = \frac{i}{\sqrt{2}} \left[-\Omega_F \rho_{db} e^{i\omega_F t} + \Omega_B^* \rho_{ac} e^{-i\omega_B t} + \Omega_P^* \rho_{ad} e^{-i(\omega_F - \delta)t} \right] \quad (4.6a)$$

$$\dot{\rho}_{ac} = i\omega'_0 \rho_{ac} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[-\Omega_F \rho_{dc} e^{i\omega_F t} + \Omega_B \rho_{ab} e^{i\omega_B t} \right] - \frac{\Gamma}{2} \rho_{ac} \quad (4.6b)$$

$$\dot{\rho}_{ad} = i\omega_0 \rho_{ad} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[-\Omega_F (\rho_{dd} - \rho_{aa}) e^{i\omega_F t} + \Omega_P \rho_{ab} e^{i(\omega_F - \delta)t} \right] - \frac{\Gamma}{2} \rho_{ad} \quad (4.6c)$$

$$\dot{\rho}_{bc} = i\omega'_0 \rho_{bc} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_B (\rho_{bb} - \rho_{cc}) e^{i\omega_B t} - \Omega_P \rho_{dc} e^{i(\omega_F - \delta)t} \right] - \frac{\Gamma}{2} \rho_{bc} \quad (4.6d)$$

$$\dot{\rho}_{bd} = i\omega_0 \rho_{bd} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[-\Omega_B \rho_{cd} e^{i\omega_B t} + \Omega_F \rho_{ba} e^{i\omega_F t} \right] \quad (4.6e)$$

$$+ \frac{i}{\sqrt{2}} \Omega_P (\rho_{bb} - \rho_{dd}) e^{i(\omega_F - \delta)t} - \frac{\Gamma}{2} \rho_{bd}$$

$$\dot{\rho}_{cd} = i(\omega_0 - \omega'_0) \rho_{cd} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_F \rho_{ca} e^{i\omega_F t} - \Omega_B^* \rho_{bd} e^{-i\omega_B t} \right] \quad (4.6f)$$

$$+ \frac{i}{\sqrt{2}} \Omega_P \rho_{cb} e^{i(\omega_F - \delta)t} - \Gamma \rho_{cd}$$

$$\dot{\rho}_{aa} = \frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_F^* \rho_{ad} e^{-i\omega_F t} - \Omega_F \rho_{da} e^{i\omega_F t} \right] + \frac{\Gamma}{2} (\rho_{cc} + \rho_{dd}) \quad (4.6g)$$

$$\dot{\rho}_{bb} = \frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_B^* \rho_{bc} e^{-i\omega_B t} - \Omega_B \rho_{cb} e^{i\omega_B t} \right] \quad (4.6h)$$

$$+ \frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_P^* \rho_{bd} e^{-i(\omega_F - \delta)t} - \Omega_P \rho_{db} e^{i(\omega_B - \delta)t} \right] + \frac{\Gamma}{2} (\rho_{cc} + \rho_{dd})$$

$$\dot{\rho}_{cc} = \frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_B \rho_{cb} e^{i\omega_B t} - \Omega_B^* \rho_{bc} e^{-i\omega_B t} \right] - \Gamma \rho_{cc} \quad (4.6i)$$

$$\dot{\rho}_{dd} = \frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_F \rho_{da} e^{i\omega_F t} - \Omega_F^* \rho_{ad} e^{-i\omega_F t} \right] \quad (4.6j)$$

$$+ \frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_P \rho_{db} e^{i(\omega_F - \delta)t} - \Omega_P^* \rho_{bd} e^{-i(\omega_F - \delta)t} \right] - \Gamma \rho_{dd}$$

Agora é conveniente introduzir as variáveis de evolução lenta:

$$\rho_{ad} = \sigma_{ad} e^{i\omega_F t} \quad (4.7a)$$

$$\rho_{bd} = \sigma_{bd} e^{i(\omega_F - \delta)t} \quad (4.7b)$$

$$\rho_{bc} = \sigma_{bc} e^{i\omega_B t} \quad (4.7c)$$

$$\rho_{ab} = \sigma_{ab} e^{i\delta t} \quad (4.7d)$$

$$\rho_{ac} = \sigma_{ac} e^{i(\omega_B + \delta)t} \quad (4.7e)$$

$$\rho_{ii} = \sigma_{ii} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (4.7f)$$

Definindo as dessintonias $\Delta_F = \omega_0 - \omega_F$, $\Delta_B = \omega'_0 - \omega_B$ e $\delta = \omega_F - \omega_P$, podemos escrever as equações para as variáveis lentas na forma:

$$\dot{\sigma}_{ab} = -i\delta\sigma_{ab} + \frac{i}{\sqrt{2}} [-\Omega_F\sigma_{db} + \Omega_B^*\sigma_{ac} + \Omega_P^*\sigma_{ad}] \quad (4.8a)$$

$$\dot{\sigma}_{ac} = \left[i(\Delta_B - \delta) - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{ac} + \frac{i}{\sqrt{2}} [-\Omega_F\sigma_{dc} + \Omega_B\sigma_{ab}] \quad (4.8b)$$

$$\dot{\sigma}_{ad} = \left[i\Delta_F - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{ad} + \frac{i}{\sqrt{2}} [\Omega_F(\sigma_{aa} - \sigma_{dd}) + \Omega_P\sigma_{ab}] \quad (4.8c)$$

$$\dot{\sigma}_{bc} = \left[i\Delta_B - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{bc} + \frac{i}{\sqrt{2}} [\Omega_B(\sigma_{bb} - \sigma_{cc}) - \Omega_P\sigma_{dc}] \quad (4.8d)$$

$$\dot{\sigma}_{bd} = \left[i(\Delta_F + \delta) - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{bd} + \frac{i}{\sqrt{2}} [-\Omega_B\sigma_{cd} + \Omega_F\sigma_{ba} + \Omega_P(\sigma_{bb} - \sigma_{dd})] \quad (4.8e)$$

$$\dot{\sigma}_{cd} = [i(\Delta_F - \Delta_B + \delta) - \Gamma] \sigma_{cd} + \frac{i}{\sqrt{2}} [\Omega_F\sigma_{ca} - \Omega_B^*\sigma_{bd} + \Omega_P\sigma_{cb}] \quad (4.8f)$$

$$\dot{\sigma}_{aa} = \frac{i}{\sqrt{2}} [\Omega_F^*\sigma_{ad} - \Omega_F\sigma_{da}] + \frac{\Gamma}{2}(\sigma_{cc} + \sigma_{dd}) \quad (4.8g)$$

$$\dot{\sigma}_{bb} = \frac{i}{\sqrt{2}} [\Omega_B^*\sigma_{bc} - \Omega_B\sigma_{cb} + \Omega_P^*\sigma_{bd} - \Omega_P\sigma_{db}] + \frac{\Gamma}{2}(\sigma_{cc} + \sigma_{dd}) \quad (4.8h)$$

$$\dot{\sigma}_{cc} = \frac{i}{\sqrt{2}} [\Omega_B\sigma_{cb} - \Omega_B^*\sigma_{bc}] - \Gamma\sigma_{cc} \quad (4.8i)$$

$$\dot{\sigma}_{dd} = \frac{i}{\sqrt{2}} [\Omega_F\sigma_{da} - \Omega_F^*\sigma_{ad} + \Omega_P\sigma_{db} - \Omega_P^*\sigma_{bd}] - \Gamma\sigma_{dd} \quad (4.8j)$$

Para procurar as soluções estacionarias tenho que impor $\dot{\sigma}_{ij} = 0$ nas equações 4.8. Resolveremos estas equações em regime estacionário em primeira ordem no feixe P e em todas as ordens nos feixes F e B.

Primeiramente calcularemos σ_{ij} em ordem zero no feixe de prova P:

$$-i\delta\sigma_{ab}^{(0)} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[-\Omega_F\sigma_{db}^{(0)} + \Omega_B^*\sigma_{ac}^{(0)} \right] = 0 \quad (4.9a)$$

$$\left[i(\Delta_B - \delta) - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{ac}^{(0)} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[-\Omega_F\sigma_{dc}^{(0)} + \Omega_B\sigma_{ab}^{(0)} \right] = 0 \quad (4.9b)$$

$$\left[i\Delta_F - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{ad}^{(0)} + \frac{i}{\sqrt{2}} \Omega_F(\sigma_{aa}^{(0)} - \sigma_{dd}^{(0)}) = 0 \quad (4.9c)$$

$$\left[i\Delta_B - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{bc}^{(0)} + \frac{i}{\sqrt{2}} \Omega_B(\sigma_{bb}^{(0)} - \sigma_{cc}^{(0)}) = 0 \quad (4.9d)$$

$$\left[i(\Delta_F + \delta) - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{bd}^{(0)} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[-\Omega_B\sigma_{cd}^{(0)} + \Omega_F\sigma_{ba}^{(0)} \right] = 0 \quad (4.9e)$$

$$[i(\Delta_F - \Delta_B + \delta) - \Gamma] \sigma_{cd}^{(0)} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_F\sigma_{ca}^{(0)} - \Omega_B^*\sigma_{bd}^{(0)} \right] = 0 \quad (4.9f)$$

$$\frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_F^*\sigma_{ad}^{(0)} - \Omega_F\sigma_{da}^{(0)} \right] + \frac{\Gamma}{2}(\sigma_{cc}^{(0)} + \sigma_{dd}^{(0)}) = 0 \quad (4.9g)$$

$$\frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_B^*\sigma_{bc}^{(0)} - \Omega_B\sigma_{cb}^{(0)} \right] + \frac{\Gamma}{2}(\sigma_{cc}^{(0)} + \sigma_{dd}^{(0)}) = 0 \quad (4.9h)$$

$$\frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_B\sigma_{cb}^{(0)} - \Omega_B^*\sigma_{bc}^{(0)} \right] - \Gamma\sigma_{cc}^{(0)} = 0 \quad (4.9i)$$

$$\frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_F\sigma_{da}^{(0)} - \Omega_F^*\sigma_{ad}^{(0)} \right] - \Gamma\sigma_{dd}^{(0)} = 0 \quad (4.9j)$$

A partir das equações 4.9a, 4.9b, 4.9e e 4.9f obtemos:

$$\sigma_{ab}^{(0)} = \sigma_{db}^{(0)} = \sigma_{ac}^{(0)} = \sigma_{dc}^{(0)} = 0 \quad (4.10)$$

Usando agora as equações 4.9c e 4.9d obtemos:

$$\sigma_{bc}^{(0)} = -\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{\Omega_B(\sigma_{bb}^{(0)} - \sigma_{cc}^{(0)})}{i\Delta_B - \frac{\Gamma}{2}} \quad (4.11a)$$

$$\sigma_{ad}^{(0)} = -\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{\Omega_F(\sigma_{aa}^{(0)} - \sigma_{dd}^{(0)})}{i\Delta_F - \frac{\Gamma}{2}} \quad (4.11b)$$

Usando as equações 4.11, 4.9g, 4.9h, 4.9i e agregando a condição da conservação da população total $\sigma_{aa}^{(0)} + \sigma_{bb}^{(0)} + \sigma_{cc}^{(0)} + \sigma_{dd}^{(0)} = 1$ por estarmos considerando um sistema fechado, podemos facilmente obter $\sigma_{bc}^{(0)}$, $\sigma_{ad}^{(0)}$, $\sigma_{aa}^{(0)}$, $\sigma_{bb}^{(0)}$, $\sigma_{cc}^{(0)}$ e $\sigma_{dd}^{(0)}$.

Para a solução em primeira ordem no feixe de prova P, obtemos:

$$-i\delta\sigma_{ab}^{(1)} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[-\Omega_F\sigma_{db}^{(1)} + \Omega_B^*\sigma_{ac}^{(1)} \right] = -\frac{i}{\sqrt{2}}\Omega_P^*\sigma_{ad}^{(0)} \quad (4.12a)$$

$$\left[i(\Delta_B - \delta) - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{ac}^{(1)} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[-\Omega_F\sigma_{dc}^{(1)} + \Omega_B\sigma_{ab}^{(1)} \right] = 0 \quad (4.12b)$$

$$\left[i\Delta_F - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{ad}^{(1)} + \frac{i}{\sqrt{2}}\Omega_F(\sigma_{aa}^{(1)} - \sigma_{dd}^{(1)}) = 0 \quad (4.12c)$$

$$\left[i\Delta_B - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{bc}^{(1)} + \frac{i}{\sqrt{2}}\Omega_B(\sigma_{bb}^{(1)} - \sigma_{cc}^{(1)}) = 0 \quad (4.12d)$$

$$\left[i(\Delta_F + \delta) - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{bd}^{(1)} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[-\Omega_B\sigma_{cd}^{(1)} + \Omega_F\sigma_{ba}^{(1)} \right] = -\frac{i}{\sqrt{2}}\Omega_P(\sigma_{bb} - \sigma_{dd}) \quad (4.12e)$$

$$\left[i(\Delta_F - \Delta_B + \delta) - \Gamma \right] \sigma_{cd}^{(1)} + \frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_F\sigma_{ca}^{(1)} - \Omega_B^*\sigma_{bd}^{(1)} \right] = -\frac{i}{\sqrt{2}}\Omega_P\sigma_{cb}^{(0)} \quad (4.12f)$$

$$\frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_F^*\sigma_{ad}^{(1)} - \Omega_F\sigma_{da}^{(1)} \right] + \frac{\Gamma}{2}(\sigma_{cc}^{(1)} + \sigma_{dd}^{(1)}) = 0 \quad (4.12g)$$

$$\frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_B^*\sigma_{bc}^{(1)} - \Omega_B\sigma_{cb}^{(1)} \right] + \frac{\Gamma}{2}(\sigma_{cc}^{(1)} + \sigma_{dd}^{(1)}) = 0 \quad (4.12h)$$

$$\frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_B\sigma_{cb}^{(1)} - \Omega_B^*\sigma_{bc}^{(1)} \right] - \Gamma\sigma_{cc}^{(1)} = 0 \quad (4.12i)$$

$$\frac{i}{\sqrt{2}} \left[\Omega_F\sigma_{da}^{(1)} - \Omega_F^*\sigma_{ad}^{(1)} \right] - \Gamma\sigma_{dd}^{(1)} = 0 \quad (4.12j)$$

Das equações 4.12c, 4.12d, 4.12g, 4.12h, 4.12i e 4.12j, resulta que:

$$\sigma_{bc}^{(1)} = \sigma_{ad}^{(1)} = \sigma_{aa}^{(1)} = \sigma_{bb}^{(1)} = \sigma_{cc}^{(1)} = \sigma_{dd}^{(1)} = 0 \quad (4.13)$$

Agora usando as equações 4.12a, 4.12b, 4.12e e 4.12f determinamos $\sigma_{ab}^{(1)}$, $\sigma_{ac}^{(1)}$, $\sigma_{db}^{(1)}$ e $\sigma_{dc}^{(1)}$.

Aqui não mostramos a forma analítica para da solução porque são, igualmente ao modelo do capítulo 3, expressões muito extensas.

Olhando para a figura 3.7, vemos que o termo responsável pelo feixe gerado é $\sigma_{ac}^{(1)}$, podendo-se escrever diretamente a amplitude para o campo gerado:

$$E_C^{(1)} = \beta \sigma_{ac}^{(1)} e^{i(\omega_B + \delta)} \quad (4.14)$$

Agora podemos obter a intensidade do sinal de MQO:

$$I_D = |E_C^{(1)}|^2 \propto |\sigma_{ac}^{(1)}|^2 \quad (4.15)$$

Considerando o caso $\Delta_F = \Delta_B = 0$, na figura 4.6 são mostrados os espectros de MQO calculados como uma função da dessintonia δ entre os feixes F e P, para diferentes valores das frequências de Rabi dos feixes de bombeio. Nós podemos observar que para o regime de baixa intensidade, o sinal consiste em um único pico sub-natural centrado em $\delta = 0$, que corresponde à ressonância de dois fótons tipo Raman. A largura deste pico é determinada unicamente pela taxa de bombeio ótico associada com cada um dos feixes de bombeio, já que não supomos nenhum decaimento para os estados fundamentais. Para o caso em que a intensidade de um dos feixes de bombeio é aumentada, o sinal de MQO alarga e começa a apresentar um pico duplo, revelando uma estrutura de estado vestido da transição correspondente.

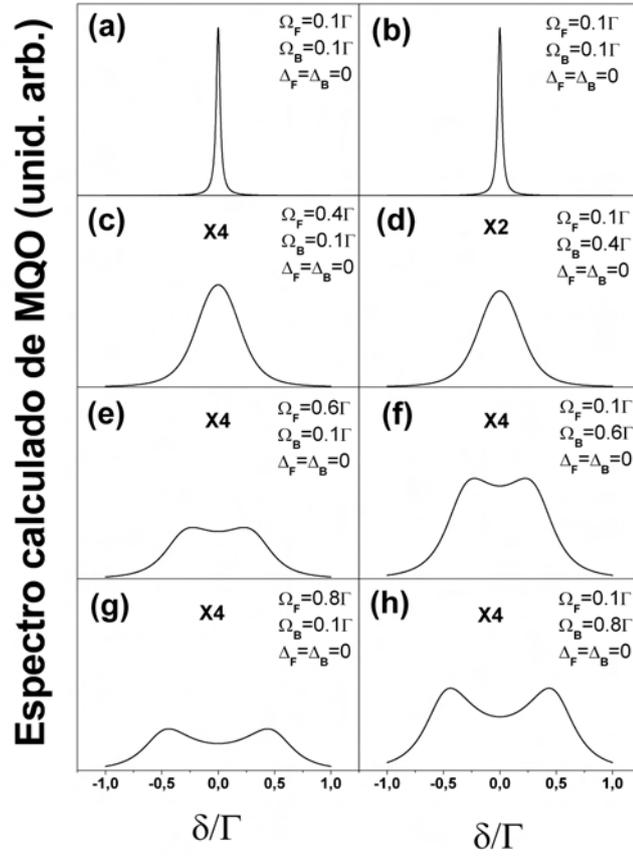


Figura 4.6: Espectros calculados de MQO usando o modelo, para diferentes frequências de Rabi dos feixes de bombeio ressonantes com as respectivas transições

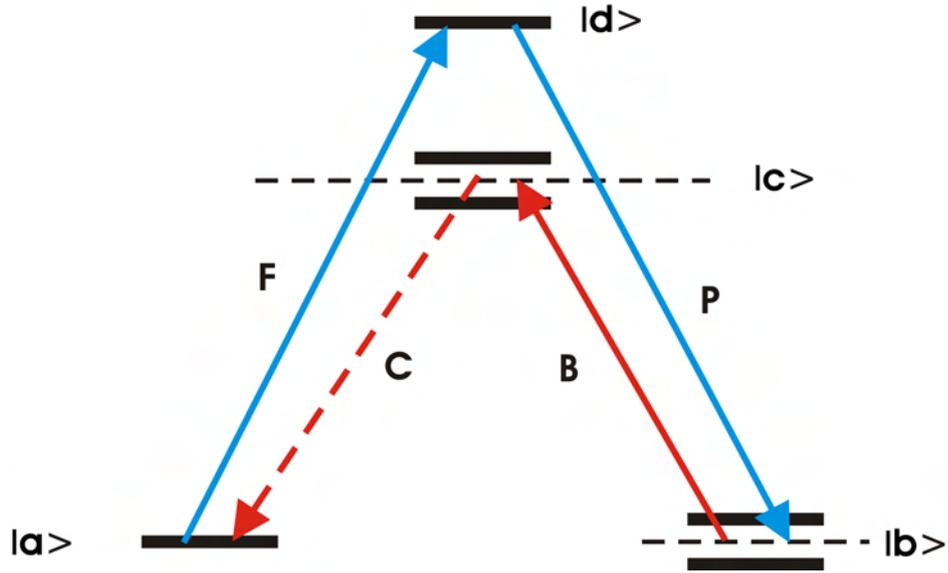


Figura 4.7: Estados vestidos produzidos por um campo de bombeio B forte.

Para explicar a estrutura de duplo pico consideramos que o campo B é suficientemente forte para gerar uma estrutura de estados vestidos nos níveis $|b\rangle$ e $|c\rangle$ como é mostrado na figura 4.7, então o feixe P passa por dois ressonâncias devidas aos dois estados vestidos gerados no nível $|b\rangle$, explicando o pico duplo no sinal de MQO.

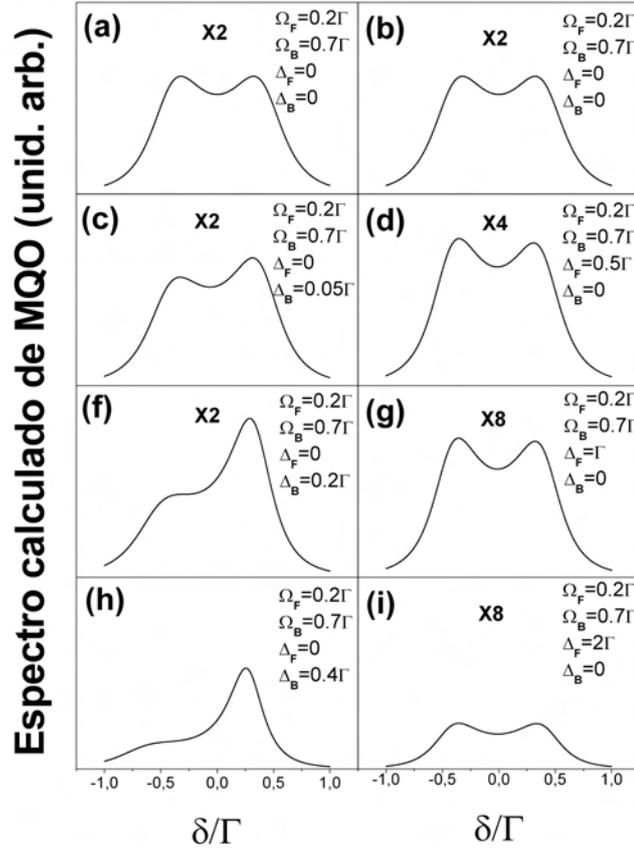


Figura 4.8: Espectros calculados de MQO, para diferentes dessintonias dos feixes de bombeio e frequências de Rabi fixas destes feixes

Na figura 4.8 são apresentados espectros calculados de MQO em função de δ , para diferentes dessintonias dos feixes de bombeio com respeito às respectivas transições para frequências de Rabi fixas destes feixes. Nós observamos que para os feixes de bombeio dessintonizados a forma de linha para o pico duplo torna-se assimétrica, a altura relativa de um pico com relação ao outro aumenta com a dessintonia do correspondente feixe intenso. Se um dos feixes de bombeio tem intensidade baixa, não se observa assimetria do pico duplo quando se aumenta a dessintonia deste feixe. Os valores estimados para as frequências de Rabi correspondentes ao espectro experimental mostrado na figura 4.3 são $\Omega_F = 0.6\Gamma$

e $\Omega_B = 0.2\Gamma$. Porém, para dessintonia dos feixes de bombeio comparáveis às usadas no experimento, nós só podemos obter formas de linha similares para o caso em que o único feixe forte é o feixe B. Além disso, os espectros calculados com estrutura de pico duplo possuem largura global sub-natural ($\sim 0.8\Gamma$), que é muito maior que a observada experimentalmente. Esta falha no modelo pode ser devido a que não é levado em conta a contribuição dos outros níveis Zeeman, podendo causar efeitos de interferência, reduzindo a largura.

Finalmente na figura 4.9 apresentamos espectros onde os campos são ressonantes e muito fortes, observando-se espectros com dois, três e quatro picos. Formas de linha similares foram observadas experimentalmente por Babin *et al.* em vapor de Sódio (85). Estas formas de linha são devidas a uma estrutura de estados vestidos que é gerada nos níveis excitados e fundamentais, gerando vários processos de MQO.

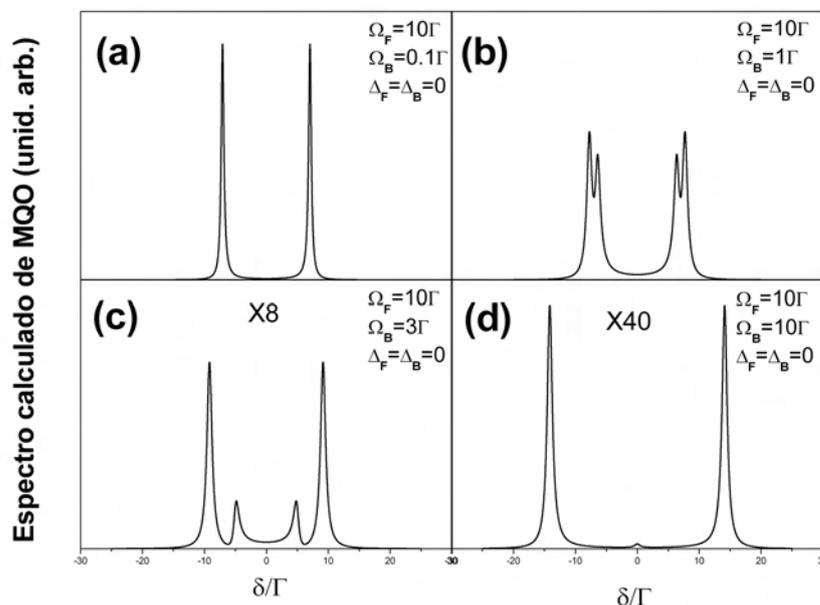


Figura 4.9: Espectros de MQO calculados para os campos de bombeio ressonantes e muito fortes

4.3 Conclusão

Nós observamos MQO não-degenerada em um sistema de três níveis com degenerescência Zeeman, que correspondem a níveis hiperfinos em átomos frios de Césio. O sinal observado tem largura sub-natural o que indica que o sinal é originado de uma grade na coerência atômica induzida nos sub-níveis Zeeman do estado fundamental, a qual tem tempo de vida longo.

Um modelo simples, baseado no formalismo da matriz densidade para um sistema duplo- Λ acoplado com três campos óticos permite obter espectros teóricos que estão em concordância qualitativa com os observados experimentalmente. Porém, este modelo teórico simples falha para prever as medidas de larguras de linha muito estreitas. Isto pode ser devido à simplificação do modelo, indicando a necessidade de considerar um tratamento mais completo, considerando as contribuições surgidas de outros sub-níveis Zeeman, podendo existir efeitos de interferência que estreitem as linhas.

Estes processos têm muita importância devido à possibilidade armazenar informação ótica numa coerência atômica de duração longa e poder recuperar esta informação, utilizando um feixe de diferente frequência, o qual pode ter aplicações para gerar algum tipo de memória ótica.

Capítulo 5

Observação da transferência de grades de coerência via difração de Bragg

Neste capítulo estudamos o processo de transferência de uma grade de coerência por emissão espontânea entre diferentes pares de sub-níveis Zeeman, pertencentes a diferentes sub-níveis hiperfinos da linha D_2 do átomo de Césio. A observação deste mecanismo de transferência é feita usando difração de Bragg, a qual mostra um espectro que tem largura sub-natural. Nós modelamos teoricamente este efeito usando o formalismo tensorial para descrever a interação entre os campos de luz e um par de sistemas de dois níveis degenerados acoplados por emissão espontânea. A possibilidade de transferir uma coerência atômica de tempo de vida curto para outra de tempo de vida longo pode ser de enorme importância para o campo do processamento quântico da informação. Este fenômeno já foi utilizado para entender fisicamente o efeito de absorção eletromagneticamente induzida (45).

5.1 Esquema experimental

O experimento foi realizado numa amostra de átomos frios de césio, produzida na armadilha magneto ótica, já descrita. Os feixes da armadilha são proporcionados por um laser de Ti:Safira estabilizado em uma cavidade de referencia e está sintonizado cerca de 12 MHz abaixo da frequência de ressonância da transição cíclica $6S_{1/2}, F = 4 - 6P_{3/2}, F' = 5$ do Césio. Um laser de diodo de cavidade estendida (Laser de rebombeio), está sintonizado em ressonância com a transição $6S_{1/2}, F = 3 - 6P_{3/2}, F' = 3$ e traz de volta para a transição cíclica, a população perdida para o estado fundamental $6S_{1/2}, F = 3$.

O esquema experimental utilizado para a observação do efeito de transferência de coerência é mostrado esquematicamente na figura 5.1(a). Um par de feixes de frequências correlacionadas ω e $\omega - \delta$ e polarizados ortogonalmente (Feixes de escrita W e W' respectivamente) incidem sobre a amostra de átomos frios formando um pequeno ângulo $\theta \simeq 5^\circ$. Estes feixes, como é mostrado na figura 5.1(b), são quase ressonantes com a transição $6S_{1/2}, F = 4 - 6P_{3/2}, F' = 4$ da linha D_2 do átomo de Césio e têm diferença de frequência δ variável entre eles a qual é controlada com ajuda de dois moduladores acusto-óticos. Sendo os feixes de escrita W e W' polarizados ortogonalmente, eles criam coerência entre pares de sub-níveis Zeeman tanto no nível fundamental como no nível excitado. Devido ao pequeno ângulo entre os feixes de escrita, esta coerência Zeeman é modulada espacialmente, formando uma grade na coerência atômica com período $\Lambda = \lambda/2\text{sen}(\theta/2)$. As polarizações dos feixes de escrita são controladas por meio de polarizadores e placas $\lambda/4$ ou $\lambda/2$. Deve ser notado que no caso de polarizações ortogonais dos feixes de escrita nenhuma modulação espacial na população dos sub-níveis Zeeman é induzida. Como é discutido por Ducloy e Dumont (86) os momentos multipolares induzidos no nível excitado podem ser transferidos para os níveis fundamentais $6S_{1/2}, F = 3, 4$. Além disso, como a coerência Zeeman no estado excitado está modulada espacialmente, esta modulação também será transferida a ambos os níveis fundamentais. Para observar esta transferência de coerência, nós usamos um terceiro feixe (Feixe de leitura R) provido por um laser de diodo de cavidade externa e independente dos feixes de escrita, o qual é ressonante com a transição $6S_{1/2}, F = 3 - 6P_{3/2}, F' = 3$, como também é mostrado

5.1 Esquema experimental

na figura 5.1(b). O feixe de leitura tem sua polarização controlada por uma placa de onda apropriada e é incidente na amostra satisfazendo a condição de Bragg expressa por:

$$\text{sen}\beta = \frac{\omega_{01}}{\omega_{02}}\text{sen}\theta/2 \quad (5.1)$$

Nestas condições, a coerência Zeeman transferida para o estado fundamental $6S_{1/2}, F = 3$ acopla com o feixe de leitura gerando uma coerência ótica que é a responsável pela emissão de um campo gerado (Feixe difratado D), este feixe é quase contrapropagante com o feixe de escrita W' . O feixe difratado é refletido num separador de feixe de 50% de transmissão e depois de passar pelo filtro de polarização é detetado num fotodiodo rápido. O filtro de polarização é formado por um polarizador e uma placa de onda apropriada ($\lambda/2$ ou $\lambda/4$) e é usado para identificar qual é a polarização do feixe difratado.

Na figura 5.2 é apresentado o espectro observado do sinal difratado como uma função da dessintonia δ entre os feixes de escrita, para o caso em que os feixes de escrita têm polarizações circulares opostas e o feixe de leitura tem a mesma polarização que o feixe W' . O espectro medido é claramente sub-natural com largura de linha $\approx 500\text{KHz}$, a qual é muito menor que a largura do estado excitado que é 5.2MHz , evidenciando que o sinal é originado de uma coerência de tempo de vida longo. As potências dos feixes W , W' e R são aproximadamente 0.2mW , 0.1mW e 0.3mW respectivamente e o diâmetro dos feixes é um pouco maior que as dimensões da armadilha ($\approx 2\text{mm}$). A potência medida do feixe difratado foi da ordem de $0.1\mu\text{W}$. Durante a medida do espectro os feixes da armadilha são desligados por um chopper mecânico, o qual comanda um circuito eletrônico que desliga o campo de quadrupolo magnético da armadilha e inicia a varredura do feixe W' , de forma semelhante à descrita nos experimentos dos capítulos anteriores. Porém, o feixe de rebombeio ressonante com a transição $6S_{1/2}, F = 3 - 6P_{3/2}, F' = 3$, foi mantido para evitar bombeio ótico dos átomos para o nível $6S_{1/2}, F = 3$, o que não permitiria se observar o sinal de forma contínua.

5.1 Esquema experimental

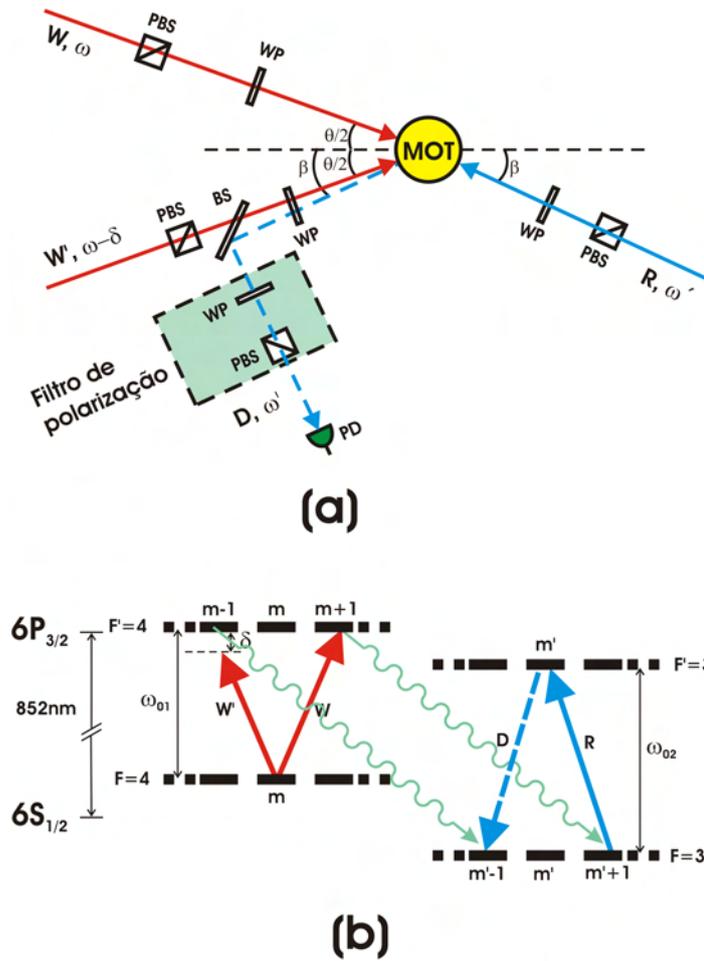


Figura 5.1: (a) Esquema experimental. WP: placas de meia onda ou quarto de onda; PBS: divisores de feixes polarizadores. A caixa pontilhada corresponde a um filtro de polarização. (b) Esquema parcial de níveis da linha D_2 do átomo de Césio, mostrando os sub-níveis Zeeman, as setas indicam uma interação particular do sistema atômico com os feixes incidentes para o caso de polarizações circulares, donde as regras de seleção para estas transições são $\Delta m = \pm 1$. Os pontos indicam os outros sub-níveis Zeeman.

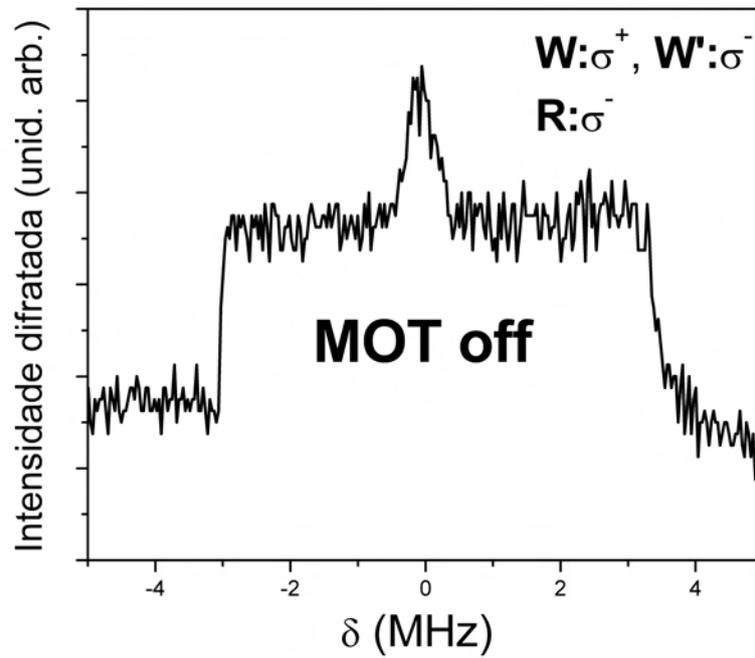


Figura 5.2: Espectro do feixe difratado na grade de coerência transferida para o caso em que as polarizações de W e W' são σ^+ e σ^- respectivamente e a polarização do feixe R é σ^- .

5.1 Esquema experimental

Nós analisamos a polarização do feixe gerado com ajuda do filtro de polarização descrito anteriormente. Para a configuração de polarizações dos feixes de escrita acima, verificamos que o feixe gerado tem polarização circular oposta à polarização do feixe de leitura. Quando o filtro de polarização é posto para transmitir a polarização circular oposta, nenhum sinal é detectado no fotodiodo como mostra o espectro da figura 5.3b. Este resultado confirma que o sinal gerado é originado exclusivamente da difração do feixe de leitura na grade de coerência Zeeman transferida ao nível hiperfino $6S_{1/2}, F = 3$.

Também medimos o espectro do sinal gerado para o caso onde os feixes de escrita têm polarizações lineares e ortogonais e os correspondentes espectros são mostrados na figura 5.4a,b. Neste caso o máximo sinal difratado é obtido quando o feixe de leitura tem polarização σ^+ ou σ^- e o correspondente feixe difratado tem sempre polarização circular oposta, isto é σ^- ou σ^+ respectivamente. Isto está em contraste com o caso de transferência de grades de população que foi estudado previamente por Cardoso, Carvalho, Vianna e Tabosa (87), onde a polarização do feixe difratado é sempre idêntica à do feixe de leitura. Nós também registramos o espectro do feixe difratado para o caso de polarizações dos feixes de escrita serem lineares e paralelas, observando que o espectro é também subnatural, e que a polarização é em todos os casos idêntica à do feixe de leitura. Larguras de linha sub-naturais neste caso estão associadas ao efeito de oscilação de população investigado previamente por Steel *et al.* (19), porém, no presente caso o efeito observado é a transferência da oscilação de população entre dois níveis hiperfinos devido à emissão espontânea. Este efeito é devido a que os feixes de escrita W e W' geram no nível F'=4 uma oscilação na população deste nível a frequência δ , a qual é transferida pela emissão espontânea ao nível F=3, esta oscilação acopla com o feixe de leitura R gerando outro campo.

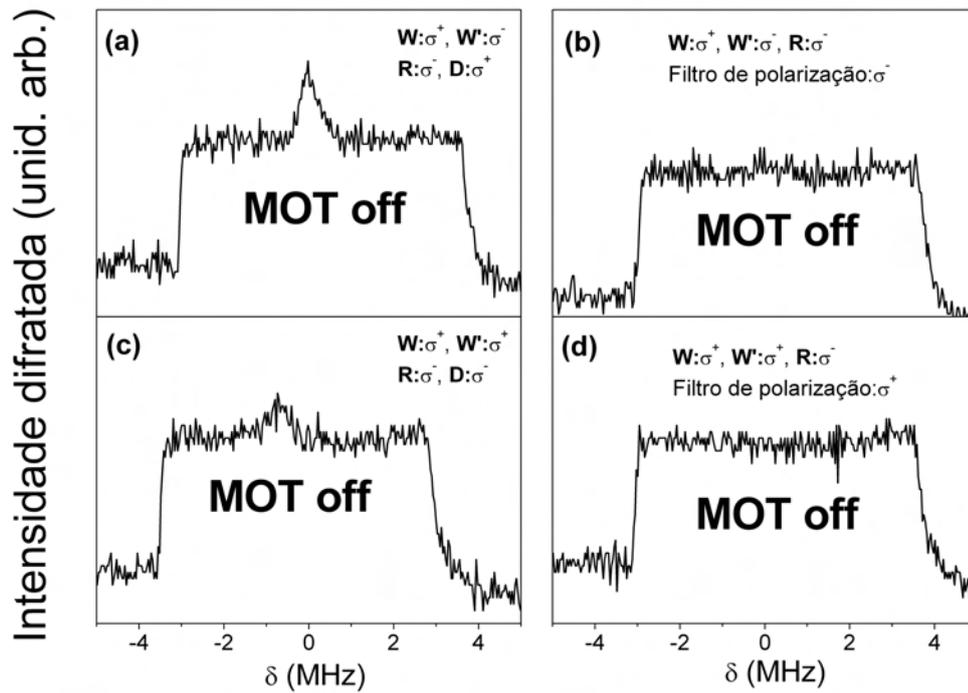


Figura 5.3: (a) Espectro do sinal difratado com a configuração de polarizações indicada na figura. O degrau no nível de background no espectro está associado a um ruído eletrônico devido ao desligamento do quadrupolo magnético. (b) Espectro para as mesmas polarizações que (a), mas com o filtro de polarização escolhido para medir a polarização ortogonal ao estado de polarização de (a). (c) Os feixes de escrita têm polarizações paralelas, a polarização do sinal gerado é paralela à do feixe de leitura. (d) Espectro para as mesmas polarizações que (c), mas com o filtro de polarização escolhido para medir a polarização ortogonal ao estado de polarização de (a)

5.1 Esquema experimental

Na tabela 5.1 está resumido o estudo da polarização do sinal gerado em função da polarização dos feixes W, W' e R.

Polarização W	Polarização W'	Polarização R	Polarização D
x	x	x	x
x	x	y	y
x	x	σ^-	σ^-
x	x	σ^+	σ^+
σ^+	σ^+	σ^-	σ^-
σ^-	σ^-	σ^+	σ^+
x	y	σ^-	σ^+
x	y	σ^+	σ^-
x	y	x	x
σ^+	σ^-	σ^-	σ^+

Tabela 5.1: Polarização do sinal gerado para diferentes polarizações dos feixes W, W' e R

Nós também registramos os espectros correspondentes quando o campo de quadrupolo magnético não é desligado, estes espectros estão mostrados na figura 5.5. Nestes espectros os feixes da armadilha são desligados. Nós verificamos que, diferentemente do caso onde o sinal é originado da transferência de uma grade de população, o sinal difratado em uma grade de coerência transferida é fortemente reduzido, devido ao aumento da taxa efetiva de decaimento da coerência Zeeman. Estas observações confirmam o mecanismo de transferência mencionado.

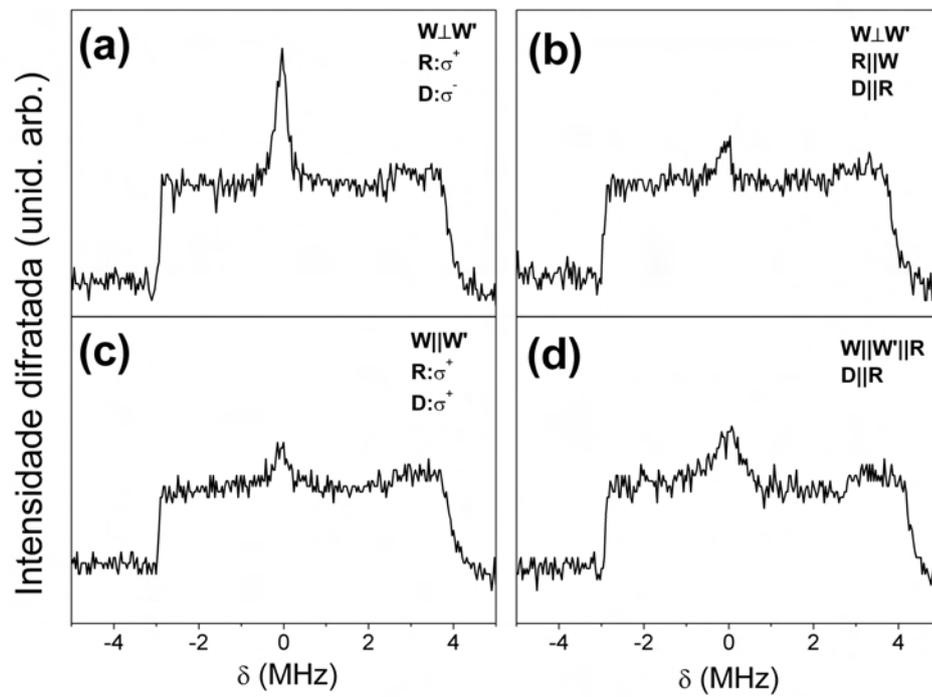


Figura 5.4: Espectros para diferentes configurações de polarização. As polarizações estão indicadas nas figuras.

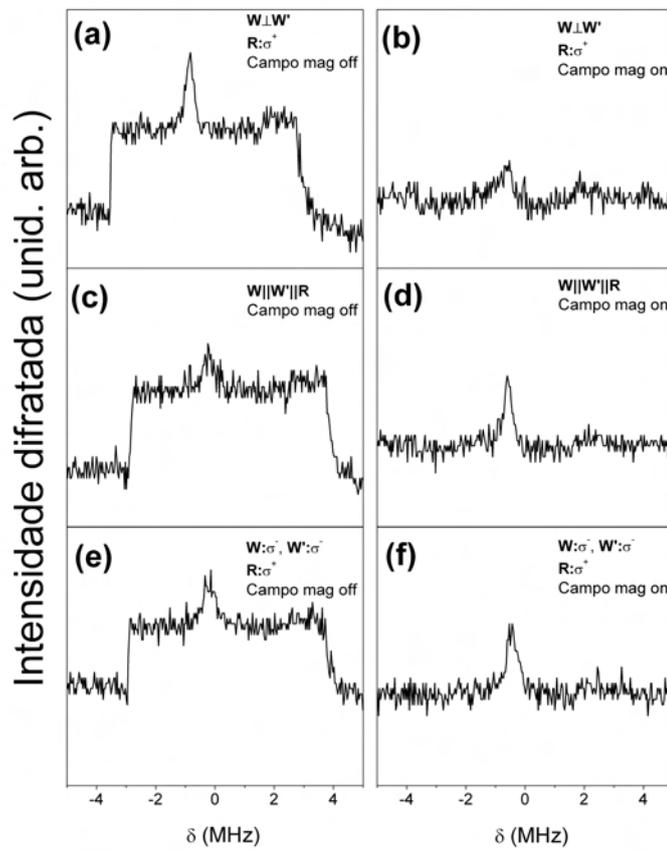


Figura 5.5: Espectros para diferentes configurações de polarizações, as polarizações estão indicadas nas figuras. (a), (c), (e) com quadrupolo magnético desligado. (b),(d),(f) espectros para as mesmas polarizações que (a), (c), (e), mas desligando o quadrupolo magnético

5.2 Modelo teórico para a transferência de coerência

Aqui apresentamos um modelo para explicar as principais características do mecanismo de transferência de coerência observado no experimento, baseado no formalismo tensorial da matriz densidade. Para isso consideramos um conjunto homogêneo de átomos em repouso contendo um par de sistemas de dois níveis degenerados, acoplados pela emissão espontânea. O cálculo é feito para o caso particular onde o momento angular total dos níveis fundamental e excitado para cada um dos sistemas degenerados são respectivamente $F_g = 0$, $F_e = 1$, $F_{g'} = 1$ e $F_{e'} = 0$ como é mostrado na figura 5.6. A separação de energia para cada um dos sistemas de dois níveis degenerados é $\hbar\omega_{01}$ e $\hbar\omega_{02}$ respectivamente e os dois níveis fundamentais são separados por $\hbar\Delta$. Assumimos que o primeiro sistema interage com duas ondas planas quase ressonantes de frequência ω e $\omega - \delta$ e vetores de onda correspondentes \vec{k}_W e $\vec{k}_{W'}$, enquanto o feixe de leitura é também uma onda plana de frequência ω' quase ressonante com o segundo sistema de dois níveis degenerados, e possui vetor de onda \vec{k}_R . Nós também assumimos o caso limite em que os feixes de escrita são quase colineares ($\theta \ll 1$), escolhendo assim o eixo de quantização na direção de propagação do feixe de escrita W. Neste limite, e considerando que $\omega_{02}/\omega_{01} \approx 1$, da condição de Bragg, o feixe de leitura R é quase colinear com os feixes W e W'. Nós consideramos só o caso onde os feixes incidentes têm polarizações circulares como é indicado na figura 5.6, isto é $W : \sigma^+$, $W' : \sigma^-$ e $R : \sigma^-$. A taxa de relaxação do estado excitado Γ é considerada igual para os dois sistemas de dois níveis degenerados. Entretanto, para simular o efeito de tempo finito de interação dos átomos com a luz, supõe-se que os átomos escapam da região de interação numa taxa γ ($\gamma \ll \Gamma$). Esse escape é compensado pela chegada de átomos frescos no estado fundamental.

A evolução temporal da matriz densidade é governada pela equação mestra (81; 82), e para o duplo sistema de dois níveis degenerados toma a forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} = & -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] - \frac{\Gamma}{2}\{P_e, \rho\} + \Gamma_1 \sum_{q=0,\pm 1} Q_{ge}^q \rho Q_{eg}^q \\ & + \Gamma_2 \sum_{q=0,\pm 1} Q_{g'e}^q \rho Q_{eg'}^q + \Gamma \sum_{q=0,\pm 1} Q_{g'e'}^q \rho Q_{e'g'}^q - \gamma(\rho - \rho_0) \end{aligned} \quad (5.2)$$

5.2 Modelo teórico para a transferência de coerência

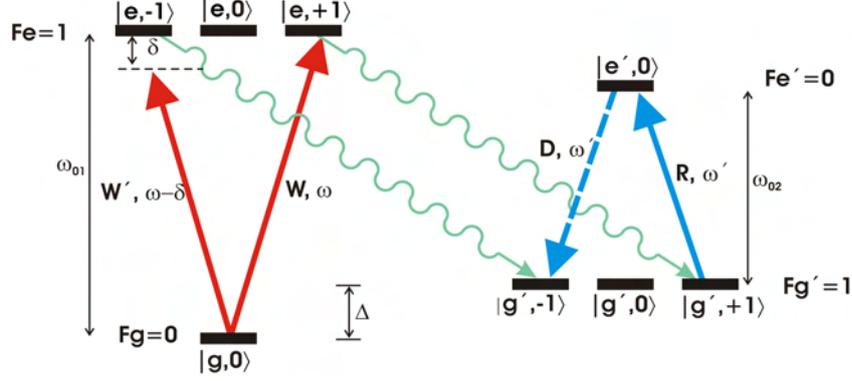


Figura 5.6: Um par de sistemas de dois níveis degenerados acoplados por emissão espontânea interagindo com três campos ópticos W , W' e R , onde W e W' têm polarizações circulares opostas e R tem a mesma polarização que W' , usado para modelar o mecanismo de transferência de coerência.

onde $H = H_0 + H_{AF}$, com $H_0 = \hbar\Delta P_{g'} + \hbar\omega_{01}P_e + \hbar\omega_{02}P_{e'}$ e

$$\begin{aligned}
 H_{AF} = & \hbar\Omega_W |g, 0\rangle \langle e, +1| e^{i[\omega t - \vec{k}_W \cdot \vec{r}]} + \hbar\Omega_{W'} |g, 0\rangle \langle e, -1| e^{i[(\omega - \delta)t - \vec{k}_{W'} \cdot \vec{r}]} \\
 & + \frac{1}{\sqrt{3}} \hbar\Omega_R |g', +1\rangle \langle e', 0| e^{i[\omega t - \vec{k}_R \cdot \vec{r}]} + h.c.
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

No hamiltoniano de interação dado pela equação 5.3 já foi usada a aproximação de onda girante ao desprezarmos os termos anti-ressonantes.

Os operadores P_e , $P_{e'}$, P_g e $P_{g'}$ são os projetores sobre os níveis excitados e fundamentais respectivamente. Ω_W , $\Omega_{W'}$ e Ω_R são as freqüências de Rabi dos feixes de escrita e de leitura respectivamente, as quais são definidas como $\Omega_i = \langle g || \vec{D} || e \rangle E_i / 2\hbar$, onde $\langle g || \vec{D} || e \rangle$ é o elemento de matriz reduzido do operador dipolo elétrico associado com a transição correspondente. Q_{ge}^q são as componentes tensoriais do operador adimensional:

$$Q_{ge}^q = \sqrt{2F_e + 1} \frac{\vec{D}_{ge}}{\langle g || \vec{D} || e \rangle} \tag{5.4}$$

Usando o teorema de Wigner-Eckart podemos expressar os elementos de matriz do operador Q_{ge} em função dos coeficientes de Clebsch-Gordon:

5.2 Modelo teórico para a transferência de coerência

$$Q_{ge}^q = \sum_{m_g, m_e} \langle F_g, 1; m_g, q | F_e, m_e \rangle | F_g, m_g \rangle \langle F_e, m_e |$$

O primeiro termo do lado direito da equação 5.2 representa a evolução atômica na presença dos campos ópticos. O segundo termo é a relaxação radiativa dos níveis excitados, o terceiro, quarto e quinto termos representam a distribuição entre os sub-níveis Zeeman dos níveis fundamentais do decaimento por emissão espontânea de átomos a partir dos estados excitados. O último termo representa o tempo finito de interação do sistema atômico com a luz, e garante a relaxação do sistema na ausência de campos óticos para um estado de equilíbrio que corresponde a uma distribuição isotrópica de população atômica no estado fundamental da forma:

$$\rho_0 = \frac{1}{2} \left[\frac{P_g}{2F_g + 1} + \frac{P_{g'}}{2F_{g'} + 1} \right]$$

Como não existe outro mecanismo de relaxação do nível fundamental e $\gamma \ll \Gamma$, a taxa γ desempenha efetivamente o papel de um coeficiente de relaxação do estado fundamental.

Além disso, no caso apresentado aqui o nível excitado $F_e = 1$ pode decair para os níveis fundamentais $F_g = 0$ o $F_{g'} = 1$, com taxas de decaimento $\Gamma_1 = \Gamma/3$ e $\Gamma_2 = 2\Gamma/3$, respectivamente.

Para calcular tais taxas de decaimento usamos a formula (77):

$$\Gamma_{F_e \rightarrow F_g} = \Gamma(2F_g + 1)(2J_e + 1) \begin{Bmatrix} J_g & J_e & 1 \\ F_e & F_g & I \end{Bmatrix}$$

5.2 Modelo teórico para a transferência de coerência

Escrevendo agora as componentes da equação 5.2 temos:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{g',-1;e',0} &= (i\omega_{02} - \Gamma/2 - \gamma)\rho_{g',-1;e',0} \\ &+ i\frac{\Omega_R}{\sqrt{3}}e^{i[-\vec{k}_R \cdot \vec{r} + \omega t]}\rho_{g',-1;g',+1} \end{aligned} \quad (5.5a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{g',-1;g',+1} &= -\gamma\rho_{g',-1;g',+1} - \frac{\Gamma_2}{2}\rho_{e,-1;e,+1} \\ &+ i\frac{\Omega_R^*}{\sqrt{3}}e^{-i[-\vec{k}_R \cdot \vec{r} + \omega t]}\rho_{g',-1;e',0} \end{aligned} \quad (5.5b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{e,-1;e,+1} &= -(\Gamma + \gamma)\rho_{e,-1;e,+1} + i\Omega_W e^{i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + \omega t]}\rho_{e,-1;g,0} \\ &- i\Omega_W^* e^{-i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + (\omega - \delta)t]}\rho_{g,0;e,+1} \end{aligned} \quad (5.5c)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{e,-1;g,0} &= -(i\omega_{01} + \Gamma/2 + \gamma)\rho_{e,-1;g,0} + i\Omega_W^* e^{-i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + \omega t]}\rho_{e,-1;e,+1} \\ &- i\Omega_W^* e^{-i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + (\omega - \delta)t]}(\rho_{g,0;g,0} - \rho_{e,-1;e,-1}) \end{aligned} \quad (5.5d)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{g,0;e,+1} &= (i\omega_{01} - \Gamma/2 - \gamma)\rho_{g,0;e,+1} - i\Omega_W e^{i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + (\omega - \delta)t]}\rho_{e,-1;e,+1} \\ &- i\Omega_W e^{i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + \omega t]}(\rho_{e,+1;e,+1} - \rho_{g,0;g,0}) \end{aligned} \quad (5.5e)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{e',0;g',+1} &= -(i\omega_{02} + \Gamma/2 + \gamma)\rho_{e',0;g',+1} \\ &- i\frac{\Omega_R^*}{\sqrt{3}}e^{-i[-\vec{k}_R \cdot \vec{r} + \omega t]}(\rho_{g',+1;g',+1} - \rho_{e',0;e',0}) \end{aligned} \quad (5.5f)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{g,0;g,0} &= -\gamma\rho_{g,0;g,0} + \Gamma_1(\rho_{e,-1;e,-1} + \rho_{e,+1;e,+1}) + \frac{1}{2}\gamma \\ &+ i\Omega_W^* e^{-i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + (\omega - \delta)t]}\rho_{g,0;e,-1} - i\Omega_W e^{i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + (\omega - \delta)t]}\rho_{e,-1;g,0} \\ &+ i\Omega_W^* e^{-i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + \omega t]}\rho_{g,0;e,+1} - i\Omega_W e^{i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + \omega t]}\rho_{e,+1;g,0} \end{aligned} \quad (5.5g)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{g',+1;g',+1} &= -\gamma\rho_{g',+1;g',+1} + \frac{\Gamma_2}{2}\rho_{e,+1;e,+1} + \frac{\Gamma}{3}\rho_{e',0;e',0} + \frac{1}{6}\gamma \\ &+ i\frac{\Omega_R^*}{\sqrt{3}}e^{-i[-\vec{k}_R \cdot \vec{r} + \omega t]}\rho_{g',+1;e',0} - i\frac{\Omega_R}{\sqrt{3}}e^{i[-\vec{k}_R \cdot \vec{r} + \omega t]}\rho_{e',0;g',+1} \end{aligned} \quad (5.5h)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{e',0;e',0} &= -(\gamma + \Gamma)\rho_{e',0;e',0} + i\frac{\Omega_R}{\sqrt{3}}e^{i[-\vec{k}_R \cdot \vec{r} + \omega t]}\rho_{e',0;g',+1} \\ &- i\frac{\Omega_R^*}{\sqrt{3}}e^{-i[-\vec{k}_R \cdot \vec{r} + \omega t]}\rho_{g',+1;e',0} \end{aligned} \quad (5.5i)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{e,-1;e,-1} &= -(\gamma + \Gamma)\rho_{e,-1;e,-1} + i\Omega_W e^{i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + (\omega - \delta)t]}\rho_{e,-1;g,0} \\ &- i\Omega_W^* e^{-i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + (\omega - \delta)t]}\rho_{g,0;e,-1} \end{aligned} \quad (5.5j)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{e,+1;e,+1} &= -(\gamma + \Gamma)\rho_{e,+1;e,+1} + i\Omega_W e^{i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + \omega t]}\rho_{e,+1;g,0} \\ &- i\Omega_W^* e^{-i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + \omega t]}\rho_{g,0;e,+1} \end{aligned} \quad (5.5k)$$

5.2 Modelo teórico para a transferência de coerência

Introduzindo agora as variáveis de evolução lentas:

$$\rho_{g,0;e,+1} = e^{i[-\vec{k}_W \cdot \vec{r} + \omega t]} \sigma_{g,0;e,+1} \quad (5.6a)$$

$$\rho_{g,0;e,-1} = e^{i[-\vec{k}_{W'} \cdot \vec{r} + (\omega - \delta)t]} \sigma_{g,0;e,-1} \quad (5.6b)$$

$$\rho_{g',-1;e',0} = e^{i[-\vec{k}_R \cdot \vec{r} + \omega' t]} \sigma_{g',-1;e',0} \quad (5.6c)$$

$$\rho_{g',-1;e',0} = e^{i[-(\vec{k}_W + \vec{k}_R - \vec{k}_{W'}) \cdot \vec{r} + (\omega' + \delta)t]} \sigma_{g',-1;e',0} \quad (5.6d)$$

$$\rho_{e,-1;e,+1} = e^{i[-(\vec{k}_W - \vec{k}_{W'}) \cdot \vec{r} + \delta t]} \sigma_{e,-1;e,+1} \quad (5.6e)$$

$$\rho_{g',-1;g',+1} = e^{i[-(\vec{k}_W - \vec{k}_{W'}) \cdot \vec{r} + \delta t]} \sigma_{g',-1;g',+1} \quad (5.6f)$$

$$\rho_{l,m;l,m} = \sigma_{l,m;l,m} \quad l = g, g', e, e'; m = 0, \pm 1 \quad (5.6g)$$

Definindo agora $\Delta_W = \omega_{01} - \omega$ e $\Delta_R = \omega_{02} - \omega'$, obtemos as equações para as

5.2 Modelo teórico para a transferência de coerência

variáveis lentas:

$$\dot{\sigma}_{g',-1;e',0} = [i(\Delta_R - \delta) - \Gamma/2 - \gamma]\sigma_{g',-1;e',0} + i\frac{\Omega_R}{\sqrt{3}}\sigma_{g',-1;g',+1} \quad (5.7a)$$

$$\dot{\sigma}_{g',-1;g',+1} = -[i\delta + \gamma]\sigma_{g',-1;g',+1} - \frac{\Gamma_2}{2}\sigma_{e,-1;e,+1} + i\frac{\Omega_R^*}{\sqrt{3}}\sigma_{g',-1;e',0} \quad (5.7b)$$

$$\dot{\sigma}_{e,-1;e,+1} = -[i\delta + \Gamma + \gamma]\sigma_{e,-1;e,+1} + i\Omega_W\sigma_{e,-1;g,0} - i\Omega_{W'}^*\sigma_{g,0;e,+1} \quad (5.7c)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{e,-1;g,0} &= -[i(\Delta_W + \delta) + \Gamma/2 + \gamma]\sigma_{e,-1;g,0} + i\Omega_W^*\sigma_{e,-1;e,+1} \\ &\quad - i\Omega_{W'}^*(\sigma_{g,0;g,0} - \sigma_{e,-1;e,-1}) \end{aligned} \quad (5.7d)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{g,0;e,+1} &= (i\Delta_W - \Gamma/2 - \gamma)\sigma_{g,0;e,+1} - i\Omega_{W'}\sigma_{e,-1;e,+1} \\ &\quad - i\Omega_W(\sigma_{e,+1;e,+1} - \sigma_{g,0;g,0}) \end{aligned} \quad (5.7e)$$

$$\dot{\sigma}_{e',0;g',+1} = -[i\Delta_R + \Gamma/2 + \gamma]\sigma_{e',0;g',+1} - i\frac{\Omega_R^*}{\sqrt{3}}(\sigma_{g',+1;g',+1} - \sigma_{e',0;e',0}) \quad (5.7f)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{g,0;g,0} &= -\gamma\sigma_{g,0;g,0} + \Gamma_1(\sigma_{e,-1;e,-1} + \sigma_{e,+1;e,+1}) + i\Omega_{W'}^*\sigma_{g,0;e,-1} \\ &\quad - i\Omega_{W'}\sigma_{e,-1;g,0} + i\Omega_W^*\sigma_{g,0;e,+1} - i\Omega_W\sigma_{e,+1;g,0} + \frac{1}{2}\gamma \end{aligned} \quad (5.7g)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{g',+1;g',+1} &= -\gamma\sigma_{g',+1;g',+1} + \frac{\Gamma_2}{2}\sigma_{e,+1;e,+1} + \frac{\Gamma}{3}\sigma_{e',0;e',0} \\ &\quad + i\frac{\Omega_R^*}{\sqrt{3}}\sigma_{g',+1;e',0} - i\frac{\Omega_R}{\sqrt{3}}\sigma_{e',0;g',+1} + \frac{1}{6}\gamma \end{aligned} \quad (5.7h)$$

$$\dot{\sigma}_{e',0;e',0} = -(\gamma + \Gamma)\sigma_{e',0;e',0} + i\frac{\Omega_R}{\sqrt{3}}\sigma_{e',0;g',+1} - i\frac{\Omega_R^*}{\sqrt{3}}\sigma_{g',+1;e',0} \quad (5.7i)$$

$$\dot{\sigma}_{e,-1;e,-1} = -(\gamma + \Gamma)\sigma_{e,-1;e,-1} + i\Omega_{W'}\sigma_{e,-1;g,0} - i\Omega_{W'}^*\sigma_{g,0;e,-1} \quad (5.7j)$$

$$\dot{\sigma}_{e,+1;e,+1} = -(\gamma + \Gamma)\sigma_{e,+1;e,+1} + i\Omega_W\sigma_{e,+1;g,0} - i\Omega_W^*\sigma_{g,0;e,+1} \quad (5.7k)$$

Para procurar as soluções estacionárias, temos que impor que $\dot{\sigma}_{l,m;l',m'} = 0$ nas equações 5.7.

Primeiramente resolvemos o sistema degenerado de dois níveis com $F_g = 0$ e $F_e = 1$ separadamente, em todas as ordens no feixe W e em primeira ordem no feixe W'. Isto corresponde a resolver as equações 5.7c, 5.7d, 5.7e, 5.7g, 5.7j e 5.7k. Aqui não fazemos este calculo porque é similar aos cálculos dos capítulos

5.2 Modelo teórico para a transferência de coerência

anteriores. Aqui só reproduzimos o resultado:

$$\sigma_{e,+1;e,+1}^{(0)} = \frac{1}{2} \frac{(\Gamma + 2\gamma)|\Omega_W|^2}{(\Gamma + \gamma)[(\Gamma/2 + \gamma)^2 + \Delta_W^2] + (\Gamma + 2\gamma)[2 + (\Gamma - \Gamma_1)/\gamma]|\Omega_W|^2} \quad (5.8a)$$

$$\sigma_{g,0;g,0}^{(0)} = \frac{1}{2} - [1 + (\Gamma - \Gamma_1)/\gamma]\sigma_{e,+1;e,+1}^{(0)} \quad (5.8b)$$

$$\sigma_{g,0;e,+1}^{(0)} = \frac{i\Omega_W(\sigma_{e,+1;e,+1}^{(0)} - \sigma_{g,0;g,0}^{(0)})}{i\Delta_W - \Gamma/2 - \gamma} \quad (5.8c)$$

$$\sigma_{e,-1;e,+1}^{(1)} = \frac{i\Omega_{W'}[i(\Delta_W + \delta) + \Gamma/2 + \gamma]\sigma_{g,0;e,+1}^{(0)} - \Omega_{W'}^*\Omega_W\sigma_{g,0;g,0}^{(0)}}{[i(\Delta_W + \delta) + \Gamma/2 + \gamma](-i\delta - \Gamma - \gamma) - |\Omega_W|^2} \quad (5.8d)$$

Observando a figura 5.6 vemos que o termo responsável pela geração do feixe difratado é $\rho_{g',-1;e',0}$. Usando agora as equações 5.7a e 5.7b calculamos a variável lenta correspondente $\sigma_{g',-1;e',0}$ em todas as ordens em Ω_R :

$$\sigma_{g',-1;e',0} = -i \frac{\Omega_R \Gamma_2}{2\sqrt{3}} \frac{\sigma_{e,-1;e,+1}^{(1)}}{(-i\delta - \gamma)[i(\Delta_R - \delta) - \Gamma/2 - \gamma] + |\Omega_R|^2/3} \quad (5.9)$$

Observando as equações 5.7a e 5.7b podemos notar que a coerência $\rho_{e,-1;e,+1}$ gerada pelos campos W e W' é transferida por emissão espontânea para a coerência $\rho_{g',-1;g',+1}$ que acoplando com o campo R gera a coerência $\rho_{g',-1;e',0}$ responsável pela emissão do campo difratado. Devido à modulação espacial da coerência $\rho_{e,-1;e,+1}$ o campo difratado propaga com vetor de onda $\vec{k}_D = \vec{k}_W + \vec{k}_R - \vec{k}_{W'}$.

Na figura 5.7(a) é mostrado o espectro medido para do feixe difratado na grade de coerência transferida para o caso em que as polarizações de W e W' são σ^+ e σ^- respectivamente e a polarização de R é σ^- . Na figura 5.7(b) é mostrado o espectro calculado do feixe difratado, que é proporcional a $|\sigma_{g',-1;e',0}|^2$, como uma função da des-sintonia δ entre W e W', para frequências de Rabi comparáveis às empregadas no experimento $\Omega_W = 0.2\Gamma$ e $\Omega_R = 0.3\Gamma$ e com os campos W e R em ressonância com as respectivas transições. Para estas potências o espectro é alargado por potência, tendo uma largura de linha do ordem de 0.14Γ , a qual é comprável à do experimento e muito maior que a taxa de escape estimada $\gamma \approx 10^{-5}\Gamma$.

5.2 Modelo teórico para a transferência de coerência

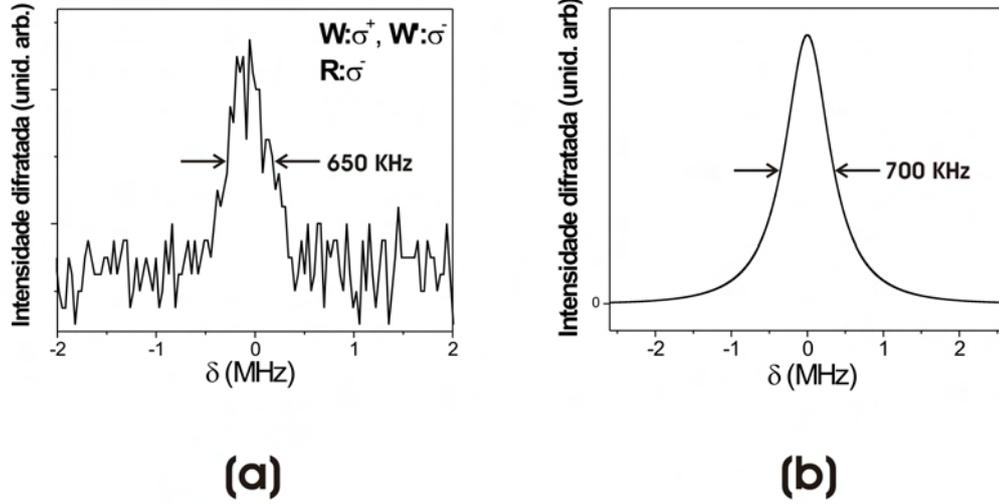


Figura 5.7: (a) Espectro experimental do feixe difratado na grade de coerência transferida para o caso em que as polarizações de W e W' são σ^+ e σ^- respectivamente e a polarização de R é σ^- . (b) Espectro calculado do feixe difratado usando o modelo descrito com $\gamma = 10^{-5}$, $\Omega_W = 0.2\Gamma$, $\Omega_R = 0.3\Gamma$ e $\Delta_W = \Delta_R = 0$.

Porém, no limite de intensidades muito baixas nosso modelo prediz que o espectro tem largura de linha determinada apenas pela taxa de relaxação do estado fundamental γ .

Para grandes intensidades o espectro começa a mostrar características associadas com os estados vestidos dos sub-níveis Zeeman. O efeito da transferência de coerência por emissão espontânea pode ser fisicamente entendido como devido às flutuações do vácuo, que são isotrópicas, as quais induzem o decaimento de todos os momentos multipolares do estado excitado, mas preservando sua natureza tensorial. O modelo aqui considerado explica razoavelmente o espectro sub-natural observado neste experimento e a dependência com a polarização do sinal gerado.

Transferências de estruturas espaciais mais complexas poderiam ser também transferidas por este mecanismo, como por exemplo estruturas que são superposições arbitrárias de feixes de Laguerre-Gauss, como as descritas no capítulo 3.

5.3 Modelo para transferência de oscilação de população

Nesta seção apresentamos um modelo simples para entender as larguras de linha sub-naturais para o caso em que as polarizações dos feixes de escrita são paralelas. Neste caso o sistema pode ser tratado como um conjunto de sistemas de dois níveis acoplados por emissão espontânea. Para isso consideramos um conjunto de átomos em repouso que possuindo um par de sistemas de dois níveis simples acoplados pela emissão espontânea como é mostrado na figura 5.8. A separação de energia para cada um dos sistemas de dois níveis é $\hbar\omega_{01}$ e $\hbar\omega_{02}$ respectivamente. Supomos que o primeiro sistema interage com dois campos que são ondas planas de frequências ω e $\omega - \delta$ e vetores de onda \vec{k}_W e $\vec{k}_{W'}$ respectivamente, enquanto o segundo interage com um campo que é uma onda plana de frequência ω' e vetor de onda \vec{k}_R . A taxa de relaxação radiativa γ_{sp} é considerada a mesma para os dois sistemas, consideramos também que cada estado tem um escape de população extra dado pelas taxas γ_a , γ_b , γ_c e γ_d e para compensar isto temos uma chegada de átomos frescos aos estados fundamentais, dado pelas taxas λ_a e λ_c . Consideramos ademais as taxas γ_{ph1} e γ_{ph2} que são taxas de perda de coerência adicionais causadas pela interação com o reservatório, mas sem produzir relaxação nas populações. A fração da população do nível $|b\rangle$ que é transferida ao nível $|c\rangle$ é $k\gamma_b\sigma_{bb}$.

Com estas suposições, a evolução temporal para os elementos da matriz den-

5.3 Modelo para transferência de oscilação de população

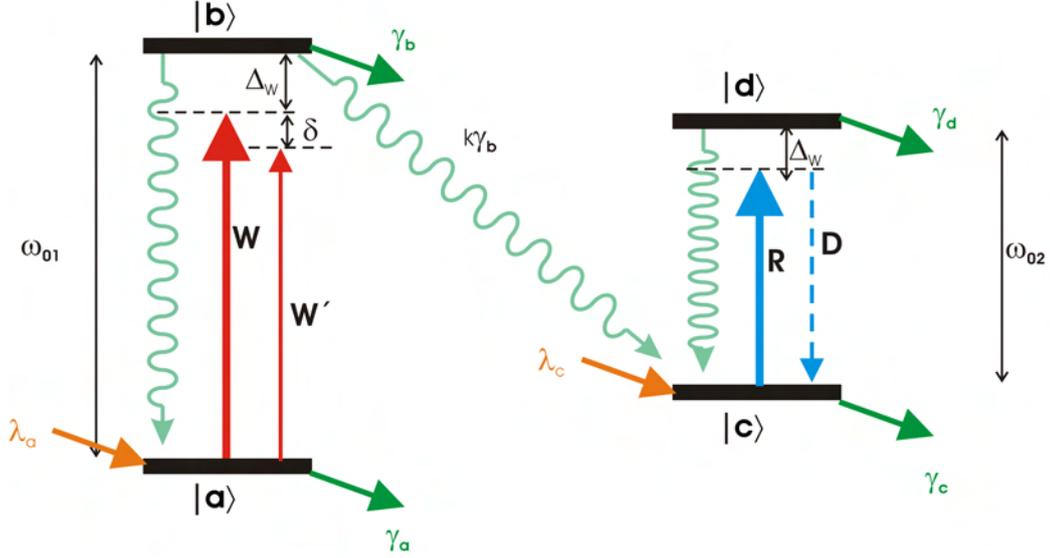


Figura 5.8: Modelo de transferência de oscilação de população.

side são dados por (19):

$$\dot{\rho}_{ab} = i\omega_{01}\rho_{ab} - i(\Omega_W e^{i\omega t} + \Omega_{W'} e^{i(\omega-\delta)t})(\rho_{bb} - \rho_{aa}) - \gamma_{ph1}^T \rho_{ab} \quad (5.10a)$$

$$\dot{\rho}_{aa} = i(\Omega_W^* e^{-i\omega t} + \Omega_{W'}^* e^{-i(\omega-\delta)t})\rho_{ab} - i(\Omega_W e^{i\omega t} + \Omega_{W'} e^{i(\omega-\delta)t})\rho_{ba} - \gamma_a \rho_{aa} + \gamma_{sp} \rho_{bb} + \lambda_a \quad (5.10b)$$

$$\dot{\rho}_{bb} = i(\Omega_W e^{i\omega t} + \Omega_{W'} e^{i(\omega-\delta)t})\rho_{ba} - i(\Omega_W^* e^{-i\omega t} + \Omega_{W'}^* e^{-i(\omega-\delta)t})\rho_{ab} - \gamma_b^T \rho_{bb} \quad (5.10c)$$

$$\dot{\rho}_{cd} = i\omega_{02}\rho_{cd} - i\Omega_R e^{i\omega' t}(\rho_{dd} - \rho_{cc}) - \gamma_{ph2}^T \rho_{cd} \quad (5.10d)$$

$$\dot{\rho}_{cc} = i\Omega_R^* e^{-i\omega' t}\rho_{cd} - i\Omega_R e^{i\omega' t}\rho_{dc} - \gamma_c \rho_{cc} + \gamma_{sp} \rho_{dd} + k\gamma_b \rho_{bb} + \lambda_c \quad (5.10e)$$

$$\dot{\rho}_{dd} = i\Omega_R e^{i\omega' t}\rho_{dc} - i\Omega_R^* e^{-i\omega' t}\rho_{cd} - \gamma_d^T \rho_{dd} \quad (5.10f)$$

5.3 Modelo para transferência de oscilação de população

onde:

$$\begin{aligned}
 \gamma_b^T &= \gamma_b + \gamma_{sp} \\
 \gamma_{ph1}^T &= \frac{1}{2} (\gamma_b^T + \gamma_a) + \gamma_{ph1} \\
 \gamma_d^T &= \gamma_d + \gamma_{sp} \\
 \gamma_{ph2}^T &= \frac{1}{2} (\gamma_d^T + \gamma_c) + \gamma_{ph2}
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Nas equações 5.10 já foi usada a aproximação de onda girante.

Introduzimos agora as variáveis de evolução lentas:

$$\rho_{ab} = e^{i\omega t} \sigma_{ab} \tag{5.12a}$$

$$\rho_{cd} = e^{i\omega' t} \sigma_{cd} \tag{5.12b}$$

$$\rho_{ii} = \sigma_{ii} \quad i = a, b, c, d \tag{5.12c}$$

Definindo $\Delta_W = \omega_{01} - \omega$ e $\Delta_R = \omega_{02} - \omega'$, podemos escrever as equações para as variáveis lentas como:

$$\dot{\sigma}_{ab} = [i\Delta_W - \gamma_{ph1}^T] \sigma_{ab} - i(\Omega_W + \Omega_{W'} e^{-i\delta t})(\sigma_{bb} - \sigma_{aa}) \tag{5.13a}$$

$$\dot{\sigma}_{aa} = i(\Omega_W^* + \Omega_{W'}^* e^{i\delta t}) \sigma_{ab} - i(\Omega_W + \Omega_{W'} e^{-i\delta t}) \sigma_{ba} \tag{5.13b}$$

$$- \gamma_a \sigma_{aa} + \gamma_{sp} \sigma_{bb} + \lambda_a$$

$$\dot{\sigma}_{bb} = i(\Omega_W + \Omega_{W'} e^{-i\delta t}) \sigma_{ba} - i(\Omega_W^* + \Omega_{W'}^* e^{i\delta t}) \sigma_{ab} - \gamma_b^T \sigma_{bb} \tag{5.13c}$$

$$\dot{\sigma}_{cd} = [i\Delta_R - \gamma_{ph2}^T] \sigma_{cd} - i\Omega_R(\sigma_{dd} - \sigma_{cc}) \tag{5.13d}$$

$$\dot{\sigma}_{cc} = i\Omega_R^* \sigma_{cd} - i\Omega_R \sigma_{dc} - \gamma_c \sigma_{cc} + \gamma_{sp} \sigma_{dd} + k\gamma_b \sigma_{bb} + \lambda_c \tag{5.13e}$$

$$\dot{\sigma}_{dd} = i\Omega_R \sigma_{dc} - i\Omega_R^* \sigma_{cd} - \gamma_d^T \sigma_{dd} \tag{5.13f}$$

Para começar buscamos a resposta do sistema de dois níveis formado por $|a\rangle$ e $|b\rangle$ aos campos W e W', considerando primeiro o efeito do campo W a todas as ordens e depois o efeito do campo W' em primeiro ordem.

5.3 Modelo para transferência de oscilação de população

Para obter a resposta em todas as ordens no campo W , fazemos $\Omega_{W'} = 0$ e buscamos a solução estacionária das equações 5.13a, 5.13b e 5.13c:

$$[i\Delta_W - \gamma_{ph1}^T] \sigma_{ab}^{(0)} - i\Omega_W(\sigma_{bb}^{(0)} - \sigma_{aa}^{(0)}) = 0 \quad (5.14a)$$

$$i\Omega_W^* \sigma_{ab}^{(0)} - i\Omega_W \sigma_{ba}^{(0)} - \gamma_a \sigma_{aa}^{(0)} + \gamma_{sp} \sigma_{bb}^{(0)} + \lambda_a = 0 \quad (5.14b)$$

$$i\Omega_W \sigma_{ba}^{(0)} - i\Omega_W^* \sigma_{ab}^{(0)} - \gamma_b^T \sigma_{bb}^{(0)} = 0 \quad (5.14c)$$

Resolvendo as equações 5.14 obtemos:

$$\sigma_{bb}^{(0)} = \frac{1}{\gamma_a \gamma_b^T [(\gamma_{ph1}^T)^2 + (\Delta_W)^2] + 2\gamma_{ph1}^T (1 + \gamma_b/\gamma_a) |\Omega_W|^2} 2\gamma_{ph1}^T |\Omega_W|^2 \lambda_a \quad (5.15a)$$

$$\sigma_{aa}^{(0)} = \frac{1}{\gamma_a} [\lambda_a - \gamma_b \sigma_{bb}^{(0)}] \quad (5.15b)$$

$$\sigma_{ab}^{(0)} = \frac{i\Omega_W(\sigma_{bb}^{(0)} - \sigma_{aa}^{(0)})}{i\Delta_W - \gamma_{ph1}^T} \quad (5.15c)$$

Para resolver as equações 5.13a, 5.13b e 5.13c em primeira ordem no campo W' , supomos soluções da forma:

$$\sigma_{aa} = \sigma_{aa}^{(0)} + \sigma_{aa}^+ e^{-i\delta t} + \sigma_{aa}^- e^{i\delta t} \quad (5.16a)$$

$$\sigma_{bb} = \sigma_{bb}^{(0)} + \sigma_{bb}^+ e^{-i\delta t} + \sigma_{bb}^- e^{i\delta t} \quad (5.16b)$$

$$\sigma_{ab} = \sigma_{ab}^{(0)} + \sigma_{ab}^+ e^{-i\delta t} + \sigma_{ab}^- e^{i\delta t} \quad (5.16c)$$

$$\sigma_{ba} = \sigma_{ba}^{(0)} + \sigma_{ba}^+ e^{-i\delta t} + \sigma_{ba}^- e^{i\delta t} \quad (5.16d)$$

Substituindo as soluções 5.16 nas equações 5.13a, 5.13b e 5.13c e mantendo só termos de primeiro ordem em $\Omega_{W'}$ obtemos:

$$[i(\Delta_W + \delta) - \gamma_{ph1}^T] \sigma_{ab}^+ - i\Omega_W(\sigma_{bb}^+ - \sigma_{aa}^+) = i\Omega_{W'}(\sigma_{bb}^{(0)} - \sigma_{aa}^{(0)}) \quad (5.17a)$$

$$[i(-\Delta_W + \delta) - \gamma_{ph1}^T] \sigma_{ba}^+ + i\Omega_W^*(\sigma_{bb}^+ - \sigma_{aa}^+) = 0 \quad (5.17b)$$

$$[i\delta - \gamma_a] \sigma_{aa}^+ + \gamma_{sp} \sigma_{bb}^+ + i\Omega_W^* \sigma_{ab}^+ - i\Omega_W \sigma_{ba}^+ = i\Omega_{W'} \sigma_{ba}^{(0)} \quad (5.17c)$$

$$[i\delta - \gamma_b^T] \sigma_{bb}^+ + i\Omega_W \sigma_{ba}^+ - i\Omega_W^* \sigma_{ab}^+ = -i\Omega_{W'} \sigma_{ba}^{(0)} \quad (5.17d)$$

5.3 Modelo para transferência de oscilação de população

Resolvendo as equações 5.17 obtemos σ_{ab}^+ , σ_{ba}^+ , σ_{aa}^+ e σ_{bb}^+ . É importante notar que σ_{ab}^- , σ_{ba}^- , σ_{aa}^- e σ_{bb}^- contém a mesma informação, ou seja não aportam informação nova.

Com σ_{bb}^+ calculado podemos resolver agora as equações 5.13d, 5.13e e 5.13f supondo uma solução da forma:

$$\sigma_{cc} = \sigma_{cc}^{(0)} + \sigma_{cc}^+ e^{-i\delta t} + \sigma_{cc}^- e^{i\delta t} \quad (5.18a)$$

$$\sigma_{dd} = \sigma_{dd}^{(0)} + \sigma_{dd}^+ e^{-i\delta t} + \sigma_{dd}^- e^{i\delta t} \quad (5.18b)$$

$$\sigma_{cd} = \sigma_{cd}^{(0)} + \sigma_{cd}^+ e^{-i\delta t} + \sigma_{cd}^- e^{i\delta t} \quad (5.18c)$$

$$\sigma_{dc} = \sigma_{dc}^{(0)} + \sigma_{dc}^+ e^{-i\delta t} + \sigma_{dc}^- e^{i\delta t} \quad (5.18d)$$

Substituindo as soluções 5.18 nas equações 5.13d, 5.13e, 5.13f obtemos um sistema de equações acopladas para σ_{cc}^+ , σ_{dd}^+ , σ_{cd}^+ e σ_{dc}^+ :

$$[i(\Delta_R + \delta) - \gamma_{ph2}^T] \sigma_{cd}^+ - i\Omega_R(\sigma_{dd}^+ - \sigma_{cc}^+) = i0 \quad (5.19a)$$

$$[i(-\Delta_R + \delta) - \gamma_{ph2}^T] \sigma_{dc}^+ + i\Omega_R^*(\sigma_{dd}^+ - \sigma_{cc}^+) = 0 \quad (5.19b)$$

$$[i\delta - \gamma_c] \sigma_{cc}^+ + \gamma_{sp} \sigma_{dd}^+ + i\Omega_R^* \sigma_{cd}^+ - i\Omega_R \sigma_{dc}^+ = -k\gamma_b \sigma_{bb}^+ \quad (5.19c)$$

$$[i\delta - \gamma_d^T] \sigma_{dd}^+ + i\Omega_R \sigma_{dc}^+ - i\Omega_R^* \sigma_{cd}^+ = 0 \quad (5.19d)$$

Resolvendo este sistema obtemos σ_{dc}^+ que é o termo responsável pela geração do feixe difratado.

Na figura 5.9(a) é mostrado o espectro medido para o caso de polarizações paralelas. Na figura 5.9(b) é mostrado o espectro calculado do feixe difratado, que é proporcional a $|\sigma_{dc}^+|^2$, como uma função da dessintonia δ entre W e W' , o qual tem largura sub-natural. Neste modelo a largura de linha está determinada pela taxa γ_c escape de átomos do estado $|c\rangle$.

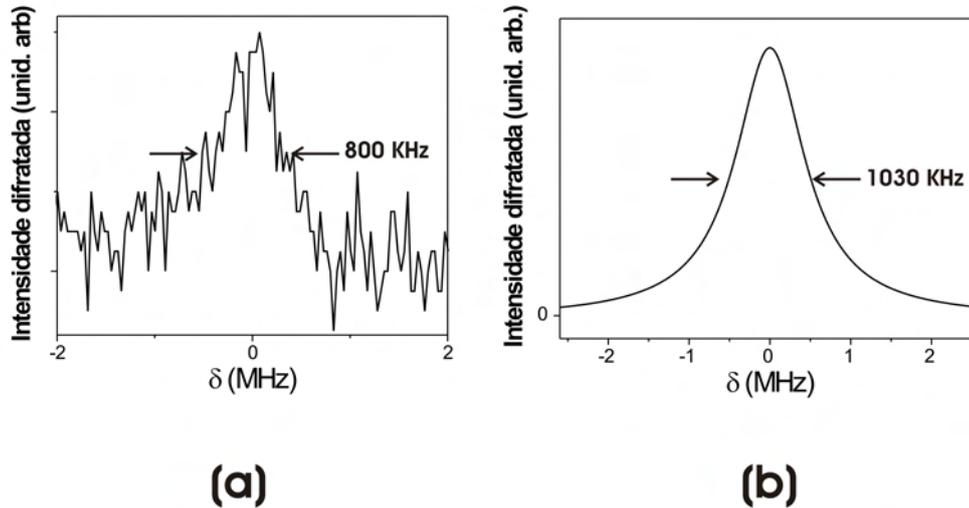


Figura 5.9: (a) Espectro experimental do feixe difratado na grade de população transferida para o caso em que as polarizações de W e W' e R são paralelas. (b) Espectro calculado do feixe difratado usando o modelo apresentado.

5.4 Conclusão

Neste experimento nós demonstramos pela primeira vez a transferência de uma grade de coerência Zeeman por emissão espontânea numa amostra de átomos frios.

Difração de Bragg coerente na grade transferida foi usada como assinatura deste efeito.

Foi apresentado um modelo usando o formalismo tensorial da matriz densidade para descrever a interação entre a luz e um par de sistemas de dois níveis degenerados acoplados por emissão espontânea, o qual descreve razoavelmente o espectro sub-natural observado assim como a polarização do sinal gerado para polarizações ortogonais dos feixes de escrita.

Apresentamos um modelo baseado no formalismo da matriz densidade para descrever a interação entre os campos de luz e um par de sistemas de dois níveis acoplados por emissão espontânea, para explicar a aparição de espectros sub-naturais no caso de polarizações paralelas dos feixes de escrita. Este modelo explica as larguras de linha sub-naturais observadas.

Nós acreditamos que a possibilidade de transferir a informação espacial impressa numa coerência atômica de tempo de vida curto, em outra de tempo de vida longo, pode ter importância em muitas áreas, em particular na área de processamento quântico da informação.

Capítulo 6

Conclusões e perspectivas futuras

Realizamos estudos de efeitos coerentes em átomos frios de Césio, usando a técnica de mistura de quatro ondas. Realizamos vários experimentos. Primeiramente realizamos um experimento de mistura de ondas quase degenerada na configuração de conjugação de fase usando luz com momento angular orbital (88; 89), observamos mistura de quatro ondas não degenerada num sistema de três níveis degenerado (90) e estudamos a transferência de coerência via emissão espontânea entre pares de subníveis Zeeman pertencentes a diferentes níveis hiperfinos (91). Em todos os experimentos foram observadas ressonâncias estreitas, com larguras de linha subnaturais associadas a relaxações das coerências do estado fundamental.

Nos experimentos descritos no capítulo 3, geramos um feixe coerente que transporta momento angular orbital via difração de Bragg numa grade de coerência Zeeman induzida no estado fundamental que contém a informação espacial de fase dos campos incidentes. Os experimentos demonstram pela primeira vez que neste processo paramétrico além da conservação da energia e momento linear, também é conservado o momento angular orbital dos feixes envolvidos no processo. Nós demonstramos ainda a geração de diferentes superposições coerentes de feixes de luz com MAO num processo de MQO, via uma grade de coerência induzida nos subníveis Zeeman do estado fundamental em átomos frios de Césio. Este experimento demonstra que é possível mapear a informação de fase de uma superposição arbitrária de diferentes feixes com momento angular orbital em coerências atômicas de tempos de vida longos. Isto representa um primeiro passo em direção ao

armazenamento de informação quântica codificada num espaço de estados multi-dimensional, como é sugerido por Torner *et al.* (11), o que é de enorme interesse no campo do processamento quântico da informação.

No experimento apresentado no capítulo 4 estudamos a mistura de quatro ondas não degenerada num sistema de três níveis, cada um possuindo degenerescência Zeeman. É observado um sinal com um duplo pico, interpretado como uma difração de Bragg de um dos feixes de bombeio na grade de coerência atômica induzida pelos outros feixes. Isto abre possibilidade de armazenar informação ótica numa coerência atômica de tempo de vida longo, que depois pode ser transferida para um campo de frequência diferente. Para modelar os resultados experimentais consideramos um sistema simples tipo duplo- Λ acoplado com três campos óticos e usamos o formalismo da matriz densidade. O modelo, embora explique qualitativamente os espectros medidos, não explica completamente os resultados experimentais, onde são observados espectros muito mais estreitos, o que sugere que é necessário se considerar as contribuições devidas aos outros níveis Zeeman e os correspondentes efeitos de interferência.

No experimento de transferência de grade de coerência foi demonstrado pela primeira vez a transferência de uma grade de coerência Zeeman por emissão espontânea numa amostra de átomos frios. A idéia de transferência de coerência foi sugerida anteriormente por Taichenachev *et al.* (80) para explicar o efeito de EIA. O trabalho aqui apresentado, no entanto, constitui uma medida direta desta transferência. A observação foi feita usando a difração de Bragg na grade de coerência transferida. Foi apresentado um modelo usando o formalismo tensorial da matriz densidade para descrever a interação entre a luz e um par de sistemas de dois níveis degenerado acoplados pela emissão espontânea, o qual descreve razoavelmente o espectro sub-natural observado e a polarização do sinal gerado para polarizações ortogonais dos feixes de escrita da grade.

Neste experimento também foi observado transferência de grades de população, obtendo-se também espectros sub-naturais. Apresentamos um modelo baseado no formalismo da matriz densidade para descrever a interação entre os campos de luz e um par de sistemas de dois níveis acoplados pela emissão espontânea, para explicar a aparição de espectros sub-naturais no caso de transferência de grades de população. Na referência (87) é observada a transferência de grades

de população, cujo espectro tem largura natural, entretanto, neste experimento não se observam transferência de grades de coerência. Nós acreditamos que isso é devido ao não-desligamento do campo de quadrupolo magnético da armadilha, o qual destrói a coerência a ser transferida. Nós acreditamos que a possibilidade de se transferir a informação espacial impressa numa coerência atômica de tempo de vida curto, em outra de tempo de vida longo, pode ter importância em muitas áreas, em particular na área de processamento quântico da informação.

6.0.1 Perspectivas futuras

- Armazenamento de MAO num meio atômico.
- Transferir MAO armazenado numa coerência atômica para outra por emissão espontânea.
- Manipulação de MAO armazenado no meio via aplicação de campos magnéticos como é sugerido na referência (71).
- Observação do efeito Doppler rotacional em átomos usando feixes com MAO.

Bibliografia

- [1] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cablo, S. Chu, and D. E. Pritchard. *Physical Review Letters*, 59:2631, 1987. [1](#), [2.2](#)
- [2] M. H Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. *Science*, 269:198, 1995. [1](#)
- [3] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W. D. Phillips. *Europhysics Letters*, 16:165, 1991. [1](#)
- [4] M. Kasevich, E. Riis, S. Chu, and R. de Voe. *Physical Review Letters*, 63:612, 1989. [1](#)
- [5] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols. Experimental-method for observation of rf transitions and laser beat resonances in oriented na vapor. *Nuovo Cimento della Societa Italiana di Fisica B*, 36(1):5, 1976. [1](#)
- [6] E. Arimondo and G. Orriols. Nonabsorbing atomic coherences by coherent two-photon excitations in a three-level optical pumping. *Letere al Nuovo Cimmento*, 17(10):333, 1976. [1](#)
- [7] K.-J. Boller, A. Imamoglu, and S. E. Harris. Observation of electromagnetically induced transparency. *Physical Review Letters*, 66(20):2593, May 1991. [1](#)
- [8] Y. Q. Li and M. Xiao. Observation of quntum interference between dressed states in an electromagnetically induced transparency. *Optics Letters*, 51(6):4959, 1995. [1](#)

- [9] Chien Liu, Zachary Dutton, Cyrus H. Behroozi, and Lene Vestergaard Hau. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses. *Nature*, 409:490, 2001. [1](#), [2.4.1.6.5](#), [3.1.5](#)
- [10] B. S. Ham M. S. Shahriar, M. K. Kim, and P. R. Hemmer. Frequency-selective time-domain optical data storage by electromagnetically induced transparency in a rare-earth-doped solid. *Optics Letters*, 22(24):1849, 197. [1](#)
- [11] Gabriel Molina-Terriza, Juan P. Torres, and Lluís Torner. Management of the angular momentum of light: Preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum. *Physical Review Letters*, 88(1):013601, 2002. [1](#), [3.1.5](#), [3.6](#), [6](#)
- [12] Y. Shen. *The principles of nonlinear optics*. John Wiley & Sons, New York, 1984. [2.1](#)
- [13] C. Chesman, E. G. Lima, F. A. M. Oliveira, S. S. Vianna, and J. W. R. Tabosa. *Optics Letters*, 19:1237, 1994. [2.2.1](#)
- [14] L. Allen and J. H. Eberly. *Optical resonance and two-level atoms*. Dover, 1975. [2.3](#), [2.3.2](#)
- [15] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë. *Quantum Mechanics*. John Wiley and Sons, 1977. [2.3.1](#), [2.3.1](#)
- [16] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg. *Atom-Photon interactions, Basic processes and applications*. John Wiley and Sons, 1992. [2.3.1](#), [2.3.2](#)
- [17] A. Yariv. *Quantum Electronics*. John Wiley and Sons, 1989. [2.3.2](#), [2.3.2](#)
- [18] Jing Liu, J. T. Remillard, and D. G. Steel. Decay-induced narrow resonances in backward nearly degenerate four-wave-mixing spectroscopy. *Physical Review Letters*, 59(7):779, 1987. [2.4](#)

-
- [19] D. G. Steel and J. T. Remillard. Resonant nearly degenerate backward four-wave mixing in open and closed systems. *Physical Review A*, 36(9):4330, 1987. [2.4](#), [5.1](#), [5.3](#)
- [20] D. G. Steel, J. Remillard, jing liu, and S. C. Rand. Effects of population pulsations on backward, nearly degenerate four-wave mixing spectroscopy and optical phase conjugation. *Journal of Optical Society of America B*, 36(9):4330, 1987. [2.4](#)
- [21] M. O. Scully and M. S. Zubairy. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1997. [2.4.1.1](#)
- [22] Sergio Barreiro. Estudio espectral de resonancias coherentes em sistemas de dois níveis degenerados. Master’s thesis, Facultad de Ingeniería, Noviembre 2000. [2.4.1.2](#), [2.4.1.3](#)
- [23] B. D. Agap’ev, M. B. Gornyi, B. G. Matisov, and Yu. V. Rozhdestvenskii. Coherent population trapping in quantum systems. *Physics-Uspekhi*, 36(9):763, 1993. [2.4.1.3](#)
- [24] G. S. Agarwal. Quantum statistical theory of optical-resonance phenomena in fluctuating laser fields. *Physical Review A*, 18(4):1490, 1978. [2.4.1.3](#)
- [25] B. J. Dalton and P. L. Knight. The effects of laser field fluctuations on coherent population trapping. *Journal of Physics B*, 15:3997, 1982. [2.4.1.3](#)
- [26] A. Lezama, S. Barreiro, A. Lipsich, and A. M. Akulshin. Coherent two-field spectroscopy of degenerate two-level systems. *Physical Review A*, 61(1):013801, 2000. [1](#)
- [27] M. Prevedelli, T. Freegarde, and T. W. H ansch. Phase locking of grating-tuned diode lasers. *Applied Physics B*, 60:S241, 1997. [2](#)
- [28] S. Brandt, A. Nagel, R. Wynands, and D. Meschede. *Physical Review A*, 56:1063, 1997. [2](#), [2](#)
- [29] G. Müller, A. Wicht, R.-H. Rinkleff, and K. Danzmann. [2](#)

-
- [30] B. S. Ham, P. R. Hemmer, and M. S. Shahriar. Electromagnetically induced transparency. *Optical Communication*, 144:227, 1997. [2.4.1.5](#)
- [31] D. Budker, V. Yaschuk, and M. Zolotrev. *Physical Review Letter*, 81:5788, 1998. [3](#)
- [32] P. R. Hemmer, G. P. Ontai, and S. Ezekiel et al. *Journal of Optical Society of America B*, 3:219, 1986. [2.4.1.6.1](#)
- [33] S. E. Harris, J. E. Field, and A. Imamoglu. *Physical Review Letter*, 64:1107, 1990. [2.4.1.6.2](#)
- [34] P. R. Hemmer, D. P. Katz, J. Donoghue, M. Cronin-Golomb, M. S. Shahriar, and P. Kumar. Efficient low-intensity optical phase conjugation based on coherent population trapping in sodium. *Optics Letters*, 20(9):982, May 1995. [2.4.1.6.2](#)
- [35] Andrew J. Merriam, S. J. Sharpe, M. Shverdin, D. Manuszak, G.Y. Yin, and S. E. Harris. Efficient nonlinear frequency conversion in an all-resonant double- Λ system. *Physical Review Letter*, 84(23):5308, 2000. [2.4.1.6.2](#)
- [36] M. O. Scully and M. Fleischhauer. *Physical Review Letters*, 69:1360, 1992. [2.4.1.6.3](#)
- [37] A. Nagel et al. *Europhysics Letter*, 44:31, 1998. [2.4.1.6.3](#)
- [38] A. Nagel et al. *Europhysics Letter*, 48:385, 1999. [2.4.1.6.3](#)
- [39] M. Fleischhauer, A. B. Matsko, and M. O. Scully. Quantum limit of optical magnetometry in the presence of ac stark shifts. *Physical Review A*, 62:013808, 2000. [2.4.1.6.3](#)
- [40] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji. *Physical Review Letter*, 61:826, 1988. [2.4.1.6.4](#)
- [41] J. Lawall, S. Kulin, B. Saubamea, N. Bigelow, M. Leduc, and C. Cohen-Tannoudji. *Physical Review Letter*, 75:4194, 1995. [2.4.1.6.4](#)

-
- [42] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, and C. H. Behroozi. Electromagnetically induced transparency. *Nature*, 397:594, 1999. [2.4.1.6.5](#)
- [43] M. M. Kash et al. *Physical Review Letters*, 82:5229, 1999. [2.4.1.6.5](#)
- [44] A. M. Akulshin, , S. Barreiro, and A. Lezama. Electromagnetically induced absorption and transparency due to resonant two-field excitation of quasidegenerate levels in rb vapor. *Physical Review A*, 57(4):2996, 1998. [2.4.2](#), [3.3](#)
- [45] A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin. Optical orientation of atoms in spontaneous raman scattering of elliptically polarized light. *JETP Letters*, 78(2):73, 2003. [2.4.2](#), [5](#)
- [46] A. Lezama, G. C. Cardoso, and J. W. R. Tabosa. Polarization dependence of four-wave mixing in a degenerate two-level system. *Physical Review A*, 63(1):013805, 2001. [3](#), [3.3](#), [4.1](#)
- [47] J. H Poynting. The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circularly polarised light. *Proc. Roy. Soc London Ser. A*, 82:560, 1909. [3.1](#)
- [48] Richard A. Beth. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light. *Physical Review*, 50:115–125, 1936. [3.1](#)
- [49] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. Wiley, New York, 1962. [3.1](#)
- [50] K. Gottfried. *Quantum Mechanics*. Benjamin, New York, 1966. [3.1](#)
- [51] J. W. Simmonds and M. J. Guttman. *Waves and photons*. Adison-Wesley, Reading, MA, 1970. [3.1](#)
- [52] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman. Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes. *Physical Review A*, 45(11):8185, 1992. [3.1](#), [3.1.1](#), [3.1.1](#), [3.1.3.1](#)

- [53] Anthony E. Siegman. *Lasers*. University Science Books, Mill Valley, California, 1986. [3.1.1](#)
- [54] M. Lax, W. H. Louisell, and W. B. McKnight. *Physical Review A*, 11:1365, 1975. [3.1.1](#)
- [55] L. W. Davis. *Physical Review A*, 19:1177, 1979. [3.1.1](#)
- [56] H. A. Haus. *Waves and fields in optoelectronics*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NY, 1984. [3.1.1](#)
- [57] L. Allen, M. P. Padgett, and M. Babiker. *Progress in Optics*, chapter The Orbital angular momentum of light, page 291. Elsevier Science, Amsterdam, 1999. [3.1.1](#)
- [58] M. Abramowitz and I. A. Stegun. *Handbook of mathematical functions*. Dover, New York, 1965. [3.1.1](#)
- [59] A. G. White, C. P. Smith, N. R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop, R. McDuff, C. O. Weiss, and CHR. Tamm. Interferometric measurements of phase singularities in the output of a visible laser. *Journal of Modern Optics*, 38(12):2531, 1991. [3.1.2](#)
- [60] N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith, and A. G. White. Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms. *Optics Letters*, 17(3):221, 1992. [3.1.3.2](#), [3.4](#)
- [61] H. He, , N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop. Optical particle trapping with higher-order doughnut beams produced using high efficiency computer generated holograms. *Physical Review Letters*, 42(1):217, 1995. [3.1.3.2](#)
- [62] H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop. Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity. *Physical Review Letters*, 75(5):826, 1995. [3.1.5](#)

- [63] M. E. J. Friese, J. Enger, H. Rubinsztein-Dunlop, and N. R. Heckenberg. Optical angular-momentum transfer to trapped absorbing particles. *Physical Review A*, 54:1593, 1996. [3.1.5](#)
- [64] L. Allen, M. Babiker, and W. L. Power. Azimutal doppler shift in light beams with orbital angular momentum. *Optics Communications*, 112:141, 1992. [3.1.5](#)
- [65] I. V. Basistiy, A. Ya. Bekshaev, M. V. Vasnetsov, V. V. Slyusar, and M. S. Soskin. Observation of the rotational doppler effect for optical beams with helical wave front using spiral zone plate. *JETP Letters*, 76(8):486–489, 2002. [3.1.5](#)
- [66] K. Dholakia, N. B. Simpson, M. J. Padgett, and L. Allen. Second-harmonic generation and the orbital angular momentum of light. *Physical Review A*, 54(5):R3742, 1996. [3.1.5](#)
- [67] J. Courtial, K. Dholakia, L. Allen, and M. J. Padgett. Second-harmonic generation and the conservation of orbital angular momentum with high-order laguerre-gaussian modes. *Physical Review A*, 56:4193, 1997. [3.1.5](#)
- [68] Alois Mair, Alipasha Vaziri, Gregor Weihs, and Anton Zeilinger. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons. *Nature*, 412:313, 2001. [3.1.5](#)
- [69] D. P. Caetano, M. P. Almeida, P. H. Souto Ribeiro, J. A. O. Huguenin, B. Coutinho dos Santos, and A. Z. Khoury. Conservation of orbital angular momentum in stimulated down-conversion. *Physical Review A*, 66:041801, 2002. [3.1.5](#)
- [70] J. R. W. Tabosa and D. V. Petrov. Optical pumping of orbital angular momentum of light in cold cesium atoms. *Physical Review Letters*, 83(24):4967, 1999. [3.1.5](#)
- [71] Daisuke Akamatsu and Mikio Kosuma. Coherent transfer of orbital angular momentum from an atomic system to a light field. *Physical Review A*, 67:023803, 2003. [3.1.5](#), [3.6](#), [6.0.1](#)

-
- [72] M. Fleischhauer and M. D. Lukin. *Physical Review Letters*, 84:5094, 2000. [3.1.5](#)
- [73] M. Fleischhauer and M. D. Lukin. *Physical Review A*, 65:022314, 2002. [3.1.5](#)
- [74] D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. L. Walsworth, and M. D. Lukin. Storage of light in atomic vapor. *Physical Review Letters*, 86(5):783, 2001. [3.1.5](#)
- [75] H. H. Arnaut and G. A. Barbosa. Orbital and intrinsic angular momentum of single photons and entangled pairs of photons generated by parametric down-conversion. *Physical Review Letters*, 85(2):286, 2000. [3.1.5](#)
- [76] Jonathan Leach, Miles J. Padgett, Stephen M. Barnett, Sonja Franke-Arnold, and Johannes Courtial. Measuring the orbital angular momentum of a single photon. *Physical Review Letters*, 88(25):257901, 2002. [3.1.5](#)
- [77] Daniel A. Steck. Cesium D line data. unpublished, available on-line at <http://www.ph.utexas.edu/~quantopt>, January 2002. [3.2](#), [5.2](#)
- [78] Bo Gao. Effects of zeeman degeneracy on the steady-state properties of an atom interacting with a near-resonant laser field: Analytic results. *Optics Letters*, 48(3):2443, 1993. [3.3](#)
- [79] H. Failache, P. Valente, G. Van, V. Lorent, and A. Lezama. Inhibition of electromagnetically induced absorption due to excited-state decoherence in rb vapor. *Physical Review A*, 67:043810, 2003. [3.3](#)
- [80] A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin. Electromagnetically induced absorption in a four-state system. *Physical Review A*, 61:011802(R), December 1999. [3.3](#), [6](#)
- [81] C. Cohen-Tannoudji. *Frontiers of Laser Spectroscopy*, chapter Atoms in strong resonant fields, page 5. Elsevier Science, Amsterdam, 1977. [3.3](#), [5.2](#)
- [82] A. Lezama, S. Barreiro, and A. M. Akulshin. Electromagnetically induced absorption. *Physical Review A*, 59(6):4996, 1999. [3.3](#), [4.2](#), [5.2](#)

- [83] I. V. Basistiy, M. S. Soskin, and M. V. Vasnetsov. Optical wavefront dislocations and their properties. *Optics Communications*, 119(5-6):604, 1995. 3.4
- [84] G. C. Cardoso and J. W. R. Tabosa. Electromagnetically induced gratings in a degenerate open two-level system. *Physical Review A*, 65(3):033803, 2002. 4.1
- [85] S. A. Babin and S. I. Kablukov. Level-splitting effects in resonant four-wave mixing. *Optics Letters*, 26(2):81, 2001. 4.2
- [86] M. Ducloy and M. Dummont. *Journal de Physique*, 31:419, 1970. 5.1
- [87] G. C. Cardoso, V. R. de Carvalho, S. S. Vianna, and J. W. R. Tabosa. *Physical Review A*, 59:1408, 1999. 5.1, 6
- [88] S. Barreiro and J. R. W. Tabosa. Generation of light carrying orbital angular momentum via induced coherence grating in cold atoms. *Physical Review Letters*, 90(13):133001, 2003. 6
- [89] S. Barreiro, J. R. W. Tabosa, Yana Deyanova, Juan P. Torres, and Lluís Torner. Four-wave-mixing of light beams with engineered orbital angular momentum in cold cesium atoms. *Optics Letters*, 29(3):1515, 2004. 6
- [90] S. Barreiro and J. W. R. Tabosa. Nondegenerate four-wave mixing in a zee-man degenerate three-level system of cold cesium. *Optics Communications*, 233:383, 2004. 6
- [91] S. Barreiro and J. W. R. Tabosa. Observation of spontaneous coherence grating transfer in cold cesium atoms. *Physical Review A*, 71(1):013405, 2005. 6
- [92] E. Arimondo. *Progress in Optics*, chapter Coherent population trapping in laser spectroscopy, page 257. Elsevier Science, Amsterdam, 1996.
- [93] H. Bechmann-Pasquinucci and W. Tittel. Quantum cryptography using larger alphabets. *Physical Review A*, 61(6):062308, 2000.

- [94] P. R. Berman, D. G. Steel, Galina Khitrova, and Jing Liu. Effects of radiative decay in four-wave-mixing spectroscopy: Narrow resonances produced by nonconservation of population, alignment, and orientation. *Physical Review A*, 38(1):252, 1988.
- [95] D. M. Bloom, P. F. Liao, and N. P. Economou. Observation of amplified reflection by degenerate 4-wave mixing in atomic sodium vapor. *Optics Letters*, 2:58, 1978.
- [96] C. Goren, A. D. Wilson-Gordon, M. Rosenbluh, and H. Friedmann. Electromagnetically induced absorption due to transfer of coherence and to transfer of population. *Physical Review A*, 67(3):033807, 2003.
- [97] Stephen E. Harris. Electromagnetically induced transparency. *Physics Today*, 50(7):36, 1997.
- [98] D. S. Hsiung, Xiao-Wei Xia, T. T. Grove, M. S. Shahriar, and P. R. Hemmer. Demonstration of a phase conjugate resonator using degenerate four-wave mixing via coherent population trapping in rubidium. *Optics Communications*, 154(1-3):79, 1998.
- [99] Y. Q. Li and M. Xiao. Enhancement of nondegenerate four-wave mixing based on electromagnetically induced transparency in rubidium atoms. *Optics Letters*, 21(14):1064, 1996.
- [100] J. P. Marangos. Topical review electromagnetically induced transparency. *Journal of Modern Optics*, 45(3):471, 1998.
- [101] Masaharu Mitsunaga and Nobuyuki Imoto. Observation of an electromagnetically induced grating in cold sodium atoms. *Physical Review A*, 59(6):4773, 1999.
- [102] M. O. Scully. *Physical Review Letters*, 67:1855, 1991.
- [103] C. H. van der Wal, M. D. Eisaman, A. André, R. L. Walsworth, D. F. Phillips, A. S. Zibrov, and M. D. Lukin. Atomic memory for correlated photon states. *Science*, 301:196, 2003.

- [104] S. Wang, D. G. Ducreay, R. Pina, Min Yan, and Yifu Zhu. Coherent population trapping and four-wave mixing via dark states in a doppler-broadened open rb system. *Physical Review A*, 61(3):033805, 2000.
- [105] M. Weissbluth. *Atoms and Molecules*. Academic Press, New York, 1978.
- [106] L. Allen and M. J. Padgett. The poynting vector in laguerre-gaussian beams and the interpretation of their angular momentum density. *Optics Communications*, 184:67, 2000.
- [107] J. Arlt, K. Dholakia, L. Allen, and M. J. Padgett. Parametric down-conversion for light beams possessing orbital angular momentum. *Physical Review A*, 59(5):3950, May 1999.
- [108] J. Courtial, K. Dholakia, D. A. Robertson, L. Allen, and M. J. Padgett. Measurement of the rotational frequency shift imparted to a rotating light beam possessing orbital angular momentum. *Physical Review Letters*, 80(15):3217, 1998.
- [109] J. Courtial, D. A. Robertson, K. Dholakia, L. Allen, and M. J. Padgett. Rotational frequency shift of a light beam. *Physical Review Letters*, 81(22):4828, 1998.
- [110] Sonja Franke-Arnold, Stephen M. Barnett, Miles J. Padgett, and L. Allen. Two-photon entanglement of orbital angular momentum states. *Physical Review A*, 65(3):033823, 2002.
- [111] I. G. Marienko, M. S. Soskin, and M. V. Vasnetsov. Phase reversal of light beams carrying optical vortices. *Asian Journal of Physics*, 7(3):495, 1998.
- [112] A. T. O'Neil, I. MacVicar, L. Allen, and M. J. Padgett. Intrinsic and extrinsic nature of the orbital angular momentum of a light beam. *Physical Review Letters*, 88(5):053601, 2002.
- [113] M. Padgett, J. Arlt, N. Simpson, and L. Allen. An experiment to observe the intensity and phase structure of laguerre-gaussian laser modes. *American Journal of Physics*, 64(1):77, 1996.

- [114] Miles Padgett, Johannes Courtial, L. Allen, Sonja Franke-Arnold, and Stephen M. Barnett. Entanglement of orbital angular momentum for the signal and idler beams in parametric down-conversion. *Journal of Modern Optics*, 49(5/6):777, 2002.
- [115] N. B. Simpson, K. Dholakia, L. Allen, and M. J. Padgett. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner. *Optics Letters*, 22(1):52, 1997.
- [116] Marek Zukowski, Anton Zeilinger, and Michael A. Horne. Realizable higher-dimensional two-particle entanglements via multiport beam splitters. *Physical Review A*, 55(4):2564, 1997.
- [117] S. A. Babin, D. V. Churkin, E. V. Podivilov, V. V. Potapov, and D. A. Shapiro. Splitting of the peak of electromagnetically induced transparency by the higher-order spatial harmonics of the atomic coherence. *Physical Review A*, 67:043808, 2003.
- [118] Baolong Lü, W. H. Burkett, and Min Xiao. Nondegenerate four-wave mixing in a double- Λ system under the influence of coherent population trapping. *Optics Letters*, 23(10):804, May 1998.
- [119] Hoonsoo Kang and Yifu Zhu. Observation of large kerr nonlinearity at low light intensities. *Physical Review Letters*, 91(9):093601, 2003.
- [120] M. D. Lukin, P. R. Hemmer, and M. O. Scully. Resonant nonlinear optics in phase-coherent media. *Advances in Atomic Molecular and Optical Physics*, 42:347, 2000.
- [121] M. Ducloy and D. Bloch. Polarization properties of phase-conjugate mirrors: Angular dependence and disorienting collision effects in resonant backward four-wave mixing for doppler-broadened degenerate transitions. *Physical Review A*, 30(6):3107, 1984.
- [122] Martial Ducloy, Fernando A. M. de Oliveira, and Daniel Bloch. Theory of resonant doppler-broadened backward four-wave mixing in the pump saturation regime. *Physical Review A*, 32(3):1614, 1985.

BIBLIOGRAFIA

- [123] V. M. Entin, I. I. Ryabtsev, A. E. Boguslavsky, and Yu. V. Brzhazovsky. Laser spectroscopy of spontaneous coherence transfer and optically induced polarization rotation in ^{87}Rb . *Optics Communications*, 207:201, 2002.

Nota: Os números vermelhos do lado de cada referencia são a seção na qual foram citados.