



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – CCEN
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

TESE DE DOUTORADO

ARMAZENAMENTO E MANIPULAÇÃO DE LUZ EM COERÊNCIAS ZEEMAN DE ÁTOMOS FRIOS

por

Danieverton Moretti

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Física.

Banca Examinadora:

Prof. José Wellington Rocha Tabosa (Orientador-UFPE)
Prof. Daniel Felinto Pires Barbosa (DF - UFPE)
Prof. Leonardo de Souza Menezes (DF-UFPE)
Prof. José Roberto Rios Leite (DF-UFPE)
Prof. Antonio Zelaquett Khoury (IF- UFF)
Prof. Stephen Patrick Walborn (IF - UFRJ)

Recife - PE, Brasil
Junho - 2009

Moretti, Danievertton

Armazenamento e manipulação de luz em
coerências zeeman de átomos frios / Danievertton
Moretti. - Recife : O Autor, 2009.

xiii, 158 folhas : il., fig.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de
Pernambuco. CCEN. Física, 2009.

Inclui bibliografia e apêndice.

1.Óptica não-linear. 2.Césio. 3.Espectroscopia de
Laser. 4.Absorção da Luz. I. Título.

535.2

CDD (22.ed.)

FQ2009-032



Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Física – CCEN
Programa de Pós-Graduação em Física
Cidade Universitária - 50670-901 Recife PE Brasil
Fone (++ 55 81) 2126-8449/2126-8450 - Fax (++ 55 81) 3271-0359
<http://www.df.ufpe.br/pg> e-mail: posgrad@df.ufpe.br

Parecer da Banca Examinadora de Defesa de Tese de Doutorado

Danieverton Moretti

ARMAZENAMENTO E MANIPULAÇÃO DE LUZ EM COERÊNCIAS ZEEMAN DE ÁTOMOS FRIOS

A Banca Examinadora composta pelos Professores José Wellington Rocha Tabosa (Presidente e Orientador), Daniel Felinto Pires Barbosa, Leonardo de Souza Menezes, José Roberto Rios Leite, todos do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco, Antonio Zelaquett Khoury, Instituto de Física da Universidade Federal Fluminense e Stephen Patrick Walborn, do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro, consideram o candidato:

☒ Aprovado

☐ Reprovado

☐ Em exigência

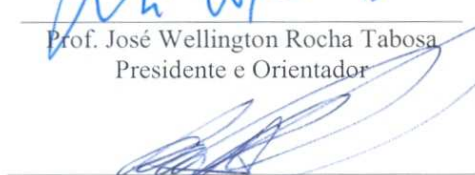
Secretaria do Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Pernambuco aos cinco dias do mês de junho de 2009.



Prof. José Wellington Rocha Tabosa
Presidente e Orientador



Prof. Daniel Felinto Pires Barbosa



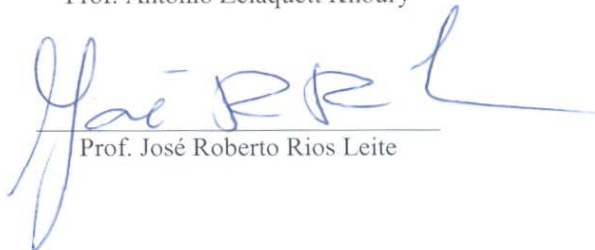
Prof. Leonardo de Souza Menezes



Prof. Antonio Zelaquett Khoury



Prof. Stephen Patrick Walborn



Prof. José Roberto Rios Leite

Aos meus pais Maria Carrara Moretti e Danilo Celso Moretti (na memória)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao Tabosa, por sua inesgotável dedicação e paciência como orientador.

Ao Daniel Felinto, pelas diversas discussões e principalmente pela sua contribuição teórica no capítulo 5.

Ao Arturo Lezama, por realizar algumas simulações computacionais extremamente úteis.

Ao Marcos, da eletrônica, por sanar TODOS os problemas dentro de seu alcance.

À banca examinadora, pois contribuiu muito em prol deste trabalho.

Ao público presente em minha defesa de tese, por estimular e dar aquela força antes e durante a apresentação.

À Rebeca, por suportar (com o velho “apoio moral” e “cositas más”) todo o período de finalização deste trabalho, o qual me encontrava muito “chato”.

Aos parceiros que trabalham no grupo de física atômica e átomos frios: Rafael Alves, Yareni Ayala, Florentino Gomes e Cledson Santana; bem como aqueles que “passaram” por lá: Hugo Cavalcante (pela enorme atenção que sempre lhe pertenceu), Thiago Sobral, Thiago Lemos, Thiago Soares (“braço”, quem me ensinou o truque dos moduladores acusto-ópticos), Plínio (quem me mostrou o segredo do universo, *Tex*) e a Noélia Rodriguez Gonzalez (ICFO, Espanha), por ter estudado e nos ajudado durante seu doutorado “sanduíche” aqui no Brasil.

Aos “velhos amigos” físicos, psicólogos, químicos, matemáticos e tudo mais de Rio Claro e Ribeirão Preto: Alexandre Mana, Acauã Brochado, Marcos “Tadashi”, Daniel Luis, Monica Campiteli, Pablo Diniz, Ernando Silva, Rondnelli Donizetti Herculano, Silvio, Alice Macedo, Ricardo Nozaki, Matheus Alegri, Vinícius Picirillo, Joyce, Juliana, Bia, Ademar Caldeira, Eric Brito, etc e por aí vai.

Aos meus irmãos, Douglas Moretti (Tubá), Danilo Augusto Moretti (Guto) e minha irmã Daniela Carrara Moretti (Fia), por aguentarem (e ainda terão de aguentar), durante vários anos, minhas “conversas de físico”.

De uma forma geral, pois cometeria vários esquecimentos, aos colegas, amigos, funcionários e mais uma infinidade de pessoas que conheci em Recife e no departamento de Física (UFPE) durante meu doutoramento.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

(Danievertton Moretti)

“Sonho que se sonha só é só um sonho, mas sonho que se sonha junto é realidade”

(Raul Santos Seixas)

Resumo

Nesta tese, realizamos experiências relacionadas com o armazenamento de informação óptica em um *ensemble* de átomos frios de césio. A configuração experimental utilizada foi semelhante à de mistura de quatro ondas degenerada resolvida no tempo, usando a geometria conhecida como conjugação de fase óptica.

Investigamos, tanto teórica quanto experimentalmente, diversos efeitos coerentes e mostramos explicitamente o armazenamento de uma grade de coerência entre os subníveis *Zeeman* pertencentes a um nível hiperfino do estado fundamental do césio. Analisamos o comportamento da energia dos pulsos gerados em função das intensidades dos campos envolvidos e observamos diferentes comportamentos de saturação.

Em outro experimento, estudamos as correlações de energia entre diferentes modos temporais e espaciais gerados coerentemente pelo meio, o qual permitiu observar que os efeitos de emissão espontânea são predominantes quando cada transição do sistema é acessada com mesma intensidade de leitura. As larguras temporais dos modos envolvidos no processo mostraram ser invariantes quando a intensidade total de leitura se mantém constante.

Realizamos também, usando um campo magnético externo, uma investigação sobre a evolução coerente do estado armazenado. Medimos a evolução temporal do sinal difratado em duas condições experimentais distintas: com o campo magnético externo aplicado paralelo e perpendicularmente à direção de propagação dos campos ópticos. Em ambos os casos, observamos uma série de “collapses and revivals” que estão intimamente relacionados com a precessão de *Larmor* da grade *Zeeman* armazenada em torno do campo magnético aplicado externamente.

Finalmente, realizamos experiências envolvendo modos do campo eletromagnético que possuem *momentum* angular orbital (MAO). Demonstramos o armazenamento de estados de MAO e de suas superposições coerentes, bem como sua manipulação com campos

magnéticos externos. Mostramos que o MAO óptico pode ser armazenado, manipulado e recuperado coerentemente a partir do sistema atômico.

Palavras Chave: Armazenamento de Luz, Grade de Luz, Transparência Eletromagneticamente Induzida, Luz Lenta, Aprisionamento Coerente de População, Coerência *Zeeman*, Césio, Precessão de *Larmor*, Efeitos Coerentes, *Momentum* Angular Orbital Óptico, Controle do Tempo de Coerência, “Colapsos e Revivals”, Correlações Clássicas, Mistura de Quatro Ondas, Átomos Frios, Tempo de Coerência.

Abstract

In this thesis, we performed several experiments related to the storage of optical information in an *ensemble* of cold cesium atoms. The used experimental configuration was similar to that of the time resolved nearly degenerated four wave-mixing, using the geometry known as optical phase conjugation.

We investigated, both theoretical as experimentally, several coherent effects, and show explicitly the storage of a coherence grating into the Zeeman sublevels of the lower hyperfine ground-state of cold cesium atoms. We analyzed the behavior of the retrieved pulse energy as a function of the intensity of the fields involved, and different saturation behaviors was observed.

In another experiment, we studied the energy correlations between different modes of the light generated coherently by the medium. This experiment allowed us to observe that the effects of spontaneous emission are predominant when each transition of the system is driven with the same reading intensities. The temporal width of the retrieved mode was shown to be invariant when the total reading intensity is kept constant.

We also performed, using a external magnetic field, an investigation on the coherent evolution of the stored state. We measured the temporal evolution of the diffracted signal intensity in order two different experimental conditions: when the magnetic field is parallel and perpendicular to the propagation direction of the optical fields. In both cases, we observed a serie of collapses and revivals, an effect closely related to Larmor precession of the induced Zeeman grating around the applied magnetic field.

Finally, we performed experiments involving the storage of superpositions of orbital angular *momentum* (OAM) states of light. We also report its manipulation through the use of an applied transverse magnetic field, as well as the reversible exchange of OAM between the light and the ensemble atomic.

Keywords: Light Storage, Light Grating, Electromagnetically Induced Transparency, Slow Light, Coherent Population Trapping, Zeeman Coherence, Cesium, Larmor

Precession, Coherent Effects, Optical Orbital Angular *Momentum*, Coherent Time Control, Collapses and Revivals, Classical Correlation, Four Wave-Mixing, Coherence Time, Cold Atoms, Dark state polariton.

Sumário

Lista de Figuras	v
1 Introdução	1
2 Fundamentos Gerais	6
2.1 Introdução	6
2.2 Estrutura de Níveis de Energia do Césio - Linha D_2	6
2.3 Armadilha Magneto-Óptica	8
2.3.1 Resfriamento	9
2.3.2 Armadilhamento	11
2.4 Óptica Não Linear e Mecânica Quântica	13
2.4.1 Polarização Não Linear	13
2.4.2 Mecânica Quântica: Revisão	15
2.4.3 Coerência Quântica	15
2.4.4 O Formalismo do Operador Densidade	15
2.4.5 Aprisionamento Coerente de População	17
3 Abordando a Situação Experimental	21
3.1 Introdução	21
3.1.1 Amostra Fria de Césio	21
3.2 Absorção Saturada	23
3.3 Estado Inicial do <i>Ensemble</i> : $F = 3$	24
3.4 Compensação de Campos Magnéticos	27

3.5	Pulsos de Escrita e Leitura	27
3.6	Moduladores Acusto-Ópticos	28
3.7	Bobinas de Manipulação	30
4	Dinâmica da Grade de Coerência Armazenada em Átomos Frios - Leitura	
	Simples	31
4.1	Introdução	31
4.2	Abordagem Teórica	32
4.2.1	Formação e Armazenamento da Grade de Coerência <i>Zeeman</i>	33
4.2.2	Leitura	36
4.2.3	Sinal	38
4.3	Resultados Experimentais e Discussões	41
4.3.1	Dinâmica e Saturação da Grade Armazenada: Medidas, Discussões e Confronto Teórico	41
4.3.2	Estudo da Largura do Pulso Difrato	45
4.3.3	Amplitude e Energia Difrada no Modo D: Estudo da Saturação .	48
4.3.4	Minimizando o Efeito de Emissão Espontânea	51
4.3.5	Conclusões	54
5	Correlações Entre Pulsos de Luz Gerados em um <i>Ensemble</i> Atômico -	
	Leitura Dupla	56
5.1	Introdução	56
5.2	Abordagem Teórica	58
5.3	Escrita e Armazenamento	60
5.3.1	Armazenamento	63
5.3.2	Leitura	64
5.4	Resultados Experimentais e Discussões	72
5.5	Correlações entre D_C e D_P	75
5.5.1	Conclusões	86

6	<i>Collapses and Revivals</i> da Grade de Coerência Armazenada	87
6.1	Introdução	87
6.2	Aspectos Teóricos	89
6.2.1	Dinâmica em Campo Magnético Transverso: Teoria	91
6.3	Experiências	94
6.3.1	Aparato Experimental	94
6.3.2	Dinâmica com Campo Magnético Transverso e Paralelo: Experiências	96
6.3.3	Conclusões	107
7	Armazenamento e Manipulação de <i>Momentum</i> Angular Orbital Óptico em um <i>Ensemble</i> de Átomos Frios	108
7.1	Introdução	108
7.2	<i>Momentum</i> Angular da Luz: uma Breve Revisão	109
7.3	Modos de Alta Ordem do Campo Eletromagnético	110
7.3.1	Modos que não Possuem MAO	110
7.3.2	A Equação de Onda Paraxial e os Modos de LG	111
7.4	Geração de MAO em Laboratórios	116
7.4.1	Conversor de Modos	116
7.4.2	Placa de Fase Tipo Espiral	118
7.4.3	Máscaras Holográficas	118
7.5	O “Panorama” dos Modos LG: de 1992 a 2008	120
7.6	A Experiência com MAO: o Armazenamento e os “Collapses and Revivals”	122
7.6.1	O Armazenamento de MAO	122
7.6.2	Os “Collapses and Revivals” do MAO	128
7.7	Conclusão	130
8	Conclusões e Perspectivas	132
8.0.1	Conclusões	132
8.0.2	Perspectivas	134

SUMÁRIO

A	Detalhes do Sistema 2 e o Filtro Espacial	135
A.1	Resolução do Sistema 2	135
A.1.1	Filtro Espacial	143
A.1.2	Equação de terceiro grau	146
B	Leitura com Campo R Dessintonizado	148
	Referências Bibliográficas	151

Lista de Figuras

- 2.1 Simplificação da linha D_2 do sistema real de níveis do césio. A direção vertical corresponde à energia e está fora de escala. Com um laser emitindo radiação com um comprimento de onda de aproximadamente 852 nm, é possível excitar o átomo. 8
- 2.2 Representação do efeito *Doppler*: na parte (a), temos o referencial do laboratório; na (b), o referencial do átomo, onde ele “vê” a frequência do laser vindo da direita maior do que a frequência daquele que vem da esquerda. (c) Diagramas de níveis mostrando que o laser de maior frequência está ressonante. 10
- 2.3 Representação de um átomo em uma região que há, além dos dois campos ópticos contrapropagantes, um gradiente linear de campo magnético. Na região onde $B > 0$, o estado $M_F = +1$ se desloca na direção de maior energia. Onde $B < 0$, o mesmo estado se desloca em sentido contrário. . . 12
- 2.4 Representação de um processo de mistura de quatro ondas. Há três campos incidentes, F, B e P e o quarto campo C gerado pelo meio, o qual é representado por $\chi^{(3)}$ 14
- 2.5 Sistema *Lambda*. Os estados $|1a\rangle$ e $|1b\rangle$ pertencem ao nível fundamental e são degenerados e o estado excitado $|2\rangle$ tem energia $\hbar\omega_e$. A figura também mostra os campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ com frequências ω_W e $\omega_{W'}$, respectivamente, conectando cada estado fundamental com o estado excitado em comum. . . 18
- 3.1 Representação dos feixes de resfriamento e rebombeio atuando em suas respectivas transições. As setas pontilhadas correspondem à emissão espontânea. 22

3.2	Curva de absorção saturada. Em cada “dip” está indicada a transição correspondente. Os “cross-overs” são indicados por “co”. A transição usada na experiência é a $3 \leftrightarrow 2$	24
3.3	Seqüência temporal que controla a experiência. (a) mostra os intervalos que o rebombeio e o campo quadrupolar são desligados. (b) é uma típica seqüência ($\Delta t_{exp} \approx 10 - 30 \mu s$) de escrita/leitura. A seqüência mostrada em (a) é controlada pela roda dentada (“chopper”) (c) que bloqueia o laser de rebombeio (por $\Delta t_1 \approx 2$ ms) e sincroniza o sistema.	25
3.4	Transmissão de um feixe sintonizado na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$. Aproximadamente 1,0 ms após desligado o rebombeio, o estado $F = 3$ já se encontra populado.	26
3.5	Configuração dos moduladores acusto-ópticos. O laser de frequência óptica f recebe um aumento de 200 MHz quando passa pelo primeiro modulador. No estágio de escrita, faz dupla passagem e retorna à frequência inicial. No de leitura, realiza passagem simples. Alguns componentes: LDCE, laser diodo de cavidade extendida; DF, divisor de feixe; DFP, divisor de feixe polarizador. Como veremos mais adiante, todo esse mecanismo encontra-se simplificado nas figuras 4.2, 5.2, 6.3 e 7.7, em que este estágio é representado apenas pelos moduladores e gerador/controlador, sem os detalhes descritos aqui.	29
4.1	Topo: Representação simplificada dos sub-níveis <i>Zeeman</i> mostrando o acoplamento de cada campo com sua respectiva transição. Meio: Direção de propagação dos pulsos de escrita (W e W') e leitura (R). Base: Seqüência temporal utilizada no processo escrita/leitura. A elipse pontilhada foi usada para representar a taxa γ (não radiativa) de descoerência dos estados fundamentais. Como explicado no texto, Γ_{22} representa o decaimento espontâneo do estado excitado.	32

4.2	Esquema simplificado da montagem experimental. Principais componentes: LDCE, laser de diodo de cavidade estendida; E, espelho; CP, cubo polarizador; $\lambda/2$, placa de meia onda; $\lambda/4$, placa de quarto de onda; DF, divisor de feixe 50/50. O sinal gerado passa através do DF e atinge o detetor (Thor-Labs, PDA55). Os acusto-ópticos estão desenhados de forma simplificada; ver detalhes nas seções 3.5 e 3.6.	42
4.3	Sinal difratado nos regimes contínuo e pulsado. Para tempos positivos, $t_s > 0$, vemos uma série de leituras em diferentes t_s . As intensidades dos campos são: $I_R = 8,0 \text{ mW/cm}^2$, $I_W = 5,0 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} = 1,5 \text{ mW/cm}^2$	43
4.4	Intensidade de pico (normalizada) em função de diferentes tempos de armazenamento. A curva contínua é um ajuste exponencial de primeira ordem, no qual se obtém o tempo de coerência $t_c = 2,9 \text{ } \mu\text{s}$. Aqui também temos as intensidades de $I_R = 8,0 \text{ mW/cm}^2$, $I_W = 5,0 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} = 1,5 \text{ mW/cm}^2$	44
4.5	Pulso gerado em função do tempo para diferentes intensidades de leitura; o tempo inicial, zero, é o instante em que o pulso de leitura é ligado: experimentais (a-c) e teóricas (d-e). O tempo de armazenamento foi fixado em $1 \text{ } \mu\text{s}$ e as intensidades de I_R estão indicadas na figura.	46
4.6	Dependência da largura temporal (à meia altura) em função da intensidade do campo de leitura (quadrados cheios). A curva contínua é um ajuste teórico. As intensidades de escrita são: $I_W = 5,0 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} = 1,5 \text{ mW/cm}^2$	48
4.7	Energia difratada em função da intensidade de leitura (quadrados cheios). O detalhe mostra a intensidade de pico do pulso. Em ambos os gráficos, a curva contínua é um ajuste teórico baseado no modelo desenvolvido anteriormente. As intensidades de escrita foram de: $I_W = 5,0 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} = 1,5 \text{ mW/cm}^2$	49
4.8	Dependência da energia difratada em relação à intensidade de W (quadrados cheios). Novamente, a curva sólida é um ajuste teórico. As intensidades de R e W' foram, respectivamente, $I_R = 9,0 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} = 1,0 \text{ mW/cm}^2$	50

- 4.9 Esquerda: Leitura da grade com alta e baixa intensidades do pulso R. Numa determinada região da cauda do pulso, foi realizado um ajuste exponencial e comparado com a figura da direita, a qual mostra o decaimento livre (semelhante à figura 4.4), em que os quadrados cheios representam os resultados experimentais enquanto que a curva contínua representa o respectivo ajuste teórico, dado por $\exp(-t/t_c)$ 52
- 4.10 Esquerda: Curva experimental do pulso gerado com dessintonia do campo $\vec{E}_R$ de $\delta \approx 7,9$ MHz. Direita: Curva teórica baseada na equação B.6 com uma dessintonia $\delta \approx 3\Gamma_{12}$, equivalente à experimental. Os detalhes mostram possíveis oscilações do tipo *Rabi*; observe que o detalhe da esquerda corresponde a um $\delta \approx -10$ MHz. As intensidades usadas foram de $I_W = 8,8$ mW/cm², $I_{W'} = 1,2$ mW/cm², $I_R = 31,5$ mW/cm² e $\gamma/\Gamma_{12} \approx 0,02$. 53
- 5.1 Base: representação simplificada dos sub-níveis *Zeeman* mostrando o acoplamento de cada campo com sua respectiva transição. Topo: Direção de propagação dos campos de escrita, $\vec{E}_{W_P}$ e $\vec{E}_{W_F}$, e leitura, $\vec{E}_{R_B}$ e $\vec{E}_{R_F}$. A taxa de decaimento natural do estado excitado é $\Gamma_{22} = 2\Gamma_{12}$. γ é o defasamento homogêneo entre os estados fundamentais. A sequência temporal utilizada no processo escrita/leitura é semelhante àquela do capítulo anterior, porém, neste caso, fixamos $t_s = 2 \mu s$ 59

- 5.2 Esquema simplificado para obter correlações entre os dois pulsos D_P e D_C . Principais componentes: LDCE, laser de diodo de cavidade estendida; E, espelho; CP, cubo polarizador; $\lambda/2$, placa retardadora de meia onda; $\lambda/4$, placa retardadora de quarto de onda; DF, divisor de feixe. O pulso D_C passa através do DF e atinge o detetor 1. Destacamos a $\lambda/2$, sombreada em cinza, que foi utilizada para controlar precisamente a relação entre as potências dos campos de leitura. A região destacada pela linha pontilhada representa a principal modificação em relação à experiência anterior. Ambos os pulsos são detetados (por dois foto-detetores idênticos; PDA36A-EC) e enviados simultaneamente para um osciloscópio (LeCroy, waveRunner, 44Xi) de 400 MHz de quatro canais. 73
- 5.3 Perfil do sinal difratado em função do tempo para diferentes relações de intensidades dos campos de leitura. Notemos que, para intensidades equalizadas, quadro (c), os perfis de D_P e D_C são muito próximos. As intensidades dos campos $\vec{E}_{W_F}$ e $\vec{E}_{W_P}$ são aproximadamente iguais a $1,8 \text{ mW/cm}^2$ e a intensidade total (que é mantida fixa) dos campos de leitura é de $4,5 \text{ mW/cm}^2$ 75
- 5.4 Energia difratada correspondente aos pulsos D_C (quadrados) e D_P (círculos) em função da intensidade normalizada do campo $\vec{E}_{R_F}$. As intensidades de $\vec{E}_{W_F}$ e $\vec{E}_{W_P}$ são aproximadamente iguais a $1,8 \text{ mW/cm}^2$. As curvas sólidas são ajustes teóricos (ver explicação no texto) e o detalhe corresponde à energia total difratada em ambos os modos. 77
- 5.5 Esquerda: Energia difratada (experimental) correspondente aos pulsos D_C (quadrados) e D_P (círculos) em função da intensidade do campo $\vec{E}_{R_F}$. Direita: idem, para as curvas teóricas (D_C : linhas pretas; D_P : linhas vermelhas). As intensidades de $\vec{E}_{W_F}$ e $\vec{E}_{W_P}$ foram 4 mW/cm^2 e 1 mW/cm^2 , respectivamente. A intensidade experimental máxima é $I_{R_F}^{m\acute{a}x.} = 2,1 \text{ mW/cm}^2$ e a correspondente frequência de *Rabi* (máxima) teórica é $|\Omega_{R_F}^{m\acute{a}x.}|^2 = 0,32\Gamma_{12}^2$. Todas as escalas verticais são idênticas. 81

- 5.6 Previsão teórica para a energia total dos modos D_P e D_C em função de $|\Omega_{RF}|$ para quatro valores distintos de $|\Omega_{RB}|^2$, ou seja, (a)=0,32, (b)=0,23, (c)=0,10 e (d)=0,06 unidades de Γ_{12}^2 . Notemos que o intervalo de valores da abscissa encontra-se notavelmente maior do que o realizado nas experiências. Especificamente, indicamos com uma seta o valor limite que equivale ao intervalo experimental, ou seja, $|\Omega_{RF}|^2 \approx 0,32\Gamma_{12}^2$ 83
- 5.7 Larguras temporais de D_C (quadrados) e D_P (círculos) em função da intensidade do campo $\vec{E}_{RF}$ (normalizada). As intensidades de $\vec{E}_{WF}$ e $\vec{E}_{WP}$ são aproximadamente iguais a 1,8 mW/cm². A intensidade total é I=4,5 mW/cm². No detalhe, a previsão teórica para a grandeza de interesse. . . . 85
- 6.1 Parte superior: ilustração do processo de escrita (a), armazenamento (b) e leitura (c). Durante o tempo de armazenamento, um campo magnético transversal $\vec{B} \perp \hat{z}$ é aplicado ao *ensemble* atômico. A parte inferior da figura mostra, como antes, os campos ópticos durante a escrita e leitura bem como a configuração das bobinas do tipo *Helmholtz* para aplicar o campo $\vec{B} \perp \hat{z}$. . . 90
- 6.2 Superior: Populações de cada estado fundamental. Inferior: Coerência $c_-c_+^*(t)$. A frequência de *Larmor* utilizada foi $\Omega_L/2\pi = 1$ e o estado inicial $|\psi(0)\rangle = \sqrt{6/10}|M_F = -1\rangle + \sqrt{4/10}|M_F = +1\rangle$ 93
- 6.3 Esquema experimental simplificado. Em relação às experiências anteriores, temos as seguintes modificações: laser de diodo amplificado da Toptica Photonics, TA 100, Amplified Tunable Single Mode Laser System (LDCE-Amplificado) acoplado do espaço livre para fibra pelo acoplador AC-1 e posteriormente da fibra para o espaço livre por AC-2. Na região da MOT, temos uma seta representando o campo magnético externo. As bobinas na configuração *Helmholtz* não são mostradas no desenho. 95

- 6.4 Sequência de pulsos difratados em função do tempo para vários t_s . Em (a), o campo magnético aplicado, $\vec{B} \perp \hat{z}$, tem valor de aproximadamente $0,6 \text{ G}$ ($6 \times 10^{-5} \text{ T}$). Um semi e um período de *Larmor* são indicados respectivamente por $T_L/2$ e T_L , onde o período medido foi $T_L \approx 4,9 \mu\text{s}$. Em relação aos campos ópticos, usamos polarização linear. As intensidades usadas foram: $I_R \approx 19,4 \text{ mW/cm}^2$, $I_W \approx 19,5 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} \approx 3,6 \text{ mW/cm}^2$. Como discutido no texto, o maior valor nas intensidades é devido à substituição do laser de diodo usado nas experiências do capítulo 4 e 5 por um outro laser de diodo amplificado. Em (b), não foi aplicado campo magnético. Discutiremos esta curva mais adiante. 97
- 6.5 Sistema de sub-níveis *Zeeman* do césio. Quando a leitura é realizada com o campo $\vec{E}_R$ linearmente polarizado, o acoplamento se dá com $\Delta M_F = \pm 1$, gerando o campo $\vec{E}_D$ de acordo com o esquema acima. Como descrito no texto, esta figura representa todos os instantes de tempo tal que $t = t_s + m T_L/2$ ($m = 0, 1, 2, \dots$). 99
- 6.6 Sequência de pulsos difratados em função do tempo para vários t_s . Em (a), aplicamos um campo magnético, $\vec{B} \perp \hat{z}$, que tem valor de aproximadamente $0,6 \text{ G}$ ($6 \times 10^{-5} \text{ T}$). Um semi e um período de *Larmor* são indicados respectivamente por $T_L/2$ e T_L , onde o período medido foi $T_L \approx 5,1 \mu\text{s}$. Na parte (b), temos o detalhe de uma sequência de medidas com $B = 0,0 \text{ G}$. Notemos que a escala de tempo é distinta nos dois casos (ver discussão no texto). Em relação aos campos ópticos, usamos polarização circular. As intensidades usadas são idênticas ao caso de polarização linear. 100
- 6.7 Sequência de pulsos difratados em função do tempo para vários t_s . Superior: polarização linear. Inferior: polarização circular. O módulo do campo magnético aplicado ($\vec{B} \parallel \hat{z}$) está indicado em cada gráfico. Novamente, as intensidades usadas são idênticas àquelas usadas nas curvas da figura 6.4. . 103

6.8	Seqüência de pulsos difratados em função do tempo para vários t_s . Superior: campo magnético nulo. Meio: campo na direção $\hat{x}$. Inferior: campo na direção $\hat{z}$. Todas as curvas são com polarização circular e o módulo do campo magnético é de aproximadamente $B = 0,7$ G.	104
6.9	Precessão do vetor momento magnético $\vec{\mu}$ (representado por uma seta preta) quando sujeito ao campo transverso (esquerda) e campo longitudinal (direita). No primeiro caso, a precessão acontece em torno de $B_x + B_{espúrio}$. Já no segundo, ao longo de z, ou seja, no plano x-y.	106
7.1	Figura mostrando a “trajetória” em espiral do vetor de <i>Poynting</i> , onde $\hat{\phi}$ e $\hat{r}$ são vetores unitários e $w(z)$ é a cintura do feixe.	114
7.2	Intensidade do modo Laguerre-Gauss (esquerda) e fase (direita) para $l = 1$	115
7.3	Ilustração que corresponde a um modo HG rotacionado de 45^0 no plano xy decomposto numa base não rotacionada.	117
7.4	Decomposição de um modo LG numa base não rotacionada de HG. Neste caso, a relação de fase entre cada “vetor” da base é $\pi/2$, pois $e^{i\pi/2} = i$	117
7.5	Esquema simplificado que mostra como obter um modo LG manipulando a fase de <i>Gouy</i> pelo uso de lentes cilíndricas. A distância entre elas é bem determinada.	118
7.6	Esquema mostrando como preparar um modo <i>LG</i> e também bloquear as ordens não convenientes usando um <i>pinhole</i>	119
7.7	Níveis relevantes mostrando o acoplamento entre os campos de escrita e leitura com suas respectivas transições atômicas (a). Em (b-c), temos a geometria dos feixes e a seqüência temporal utilizada. Lembremos que W' pode ou não conter MAO (ver discussão no texto).	123

7.8	Componentes relevantes que correspondem ao aparato experimental. CP, cubo polarizador; DF, divisor de feixes 50/50; E, espelho; $\lambda/4$, placa de quarto de onda; $\lambda/2$, placa de meia onda; AM, anteparo móvel; MH, máscara holográfica; L, lente; CCD, câmera (Electrim Corporation, EDC-2000NPIO-HD). Como no capítulo anterior, nestas experiências utilizamos o LDCE-amplificado e acoplado em fibra. A região em destaque (cinza) corresponde ao estágio de preparação dos modos LG e superposições. . . .	125
7.9	Parte superior: (a) modo transversal do feixe incidente, $W' = LG_0^1$; (b) $W' = LG_0^1 + LG_0^0$. Meio: (c) e (d) modo transversal do pulso extraído quando $W' = LG_0^1$ e $W' = LG_0^0$, respectivamente. Parte inferior: (e-g) correspondem ao modo transversal extraído quando a escrita está numa superposição coerente $W' = LG_0^1 + LG_0^0$	127
7.10	Parte superior: imagens associadas ao perfil transversal do pulso extraído referentes aos eventos de “collapses and revivals”. Novamente, temos como modo incidente $W' = LG_0^1 + LG_0^0$. Naturalmente, em (b) e (d) nenhum perfil é evidenciado.	130
B.1	Processo de leitura com o campo $\vec{E}_R$ não sintonizado ressonantemente. . .	148

Capítulo 1

Introdução

Coerência e interferência quântica são fenômenos que podem alterar a resposta óptica de meios atômicos de forma surpreendente, fazendo com que diversos efeitos possam surgir. No cenário que corresponde a superposições coerentes entre estados fundamentais, temos o aprisionamento coerente de população [1] (**CPT**, *Coherent Population Trapping*), em que toda a população de um sistema quântico pode ocupar um estado bem específico que não interage com campos externos atuando no sistema. Este estado é então denominado de “estado escuro” e foi observado pela primeira vez por Alzetta e colaboradores [2]. Posteriormente, várias outras observações e estudos teóricos relacionadas ao CPT também foram realizados [3–9]. Particularmente, este efeito também pode levar a um cancelamento total da absorção de luz pelo sistema atômico, mesmo que os campos estejam ressonantes, dando origem à ressonância de transparência eletromagneticamente induzida [10] (**EIT**, *Electromagnetically Induced Transparency*), observada pela primeira vez por Boller e colaboradores [11]. Além da observação em sistemas atômicos, a ressonância de EIT foi também observada em amostras do estado sólido [12, 13]. Embora o efeito por trás da ressonância de EIT tenha sido extensivamente explicado com a idéia de superposição coerente entre estados fundamentais, diversas outras interpretações surgiram, como por exemplo devido a uma interferência destrutiva entre dois caminhos possíveis de absorção, descrito no formalismo de átomos vestidos [14]. Uma revisão bem ampla sobre o assunto pode ser encontrada em [15].

Associadas às interferências destrutivas, que estão relacionadas aos efeitos ligados à absorção da luz pelo sistema atômico, há também interferências construtivas que afetam, neste caso, a parte real da susceptibilidade elétrica de terceira ordem, fazendo com que seu valor aumente algumas ordens de grandeza [16], permitindo se estudar óptica não linear no regime de baixíssimas intensidades [17]. Também, o fenômeno de EIT possibilitou reduzir a velocidade de propagação de um pulso de luz (efeito posteriormente denominado de “luz lenta”), atingindo valores da ordem de poucas dezenas de m/s [18] e, além disso, posteriormente este pulso pôde ser armazenado coerentemente em um meio atômico [19–21]. Basicamente, as experiências envolvendo “luz lenta” exploram o fato de o índice de refração, $n(\omega)$, possuir alta dispersão na região de EIT, fazendo com que a velocidade de grupo, $v_g = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}$, seja drasticamente reduzida.

Em uma linguagem mais fundamental, o armazenamento de luz em um meio atômico pode ser encarado como a possibilidade de restaurar inteiramente um estado quântico de um pulso luminoso que foi enviado a um meio material, onde foi coerentemente armazenado. Usando um meio que apresentava EIT, M. Fleischhauer e colaborador [22] mostraram que pode existir uma excitação mista entre luz e matéria denominada de “dark state polariton” que, em particular, pode ser desacelerada, parada e posteriormente re-acelerada, de modo que sua forma e seu estado quântico sejam preservados. No entanto, na linguagem do “dark state polariton” diversas condições são exigidas para que se possa recuperar a informação óptica armazenada no meio como, por exemplo, um desligamento adiabático do pulso de controle. Por outro lado, recentes demonstrações experimentais foram efetivamente estabelecidas deixando claro que as condições citadas por M. Fleischhauer [22] para o armazenamento de luz podem ser relaxadas de forma que ainda seja possível alcançar o “armazenamento de luz” [23, 24]. Desta forma, o fenômeno de “armazenamento de luz” pode ser descrito, alternativamente, como armazenamento coerente de informação óptica em coerências atômicas de longo tempo de vida [25].

Atualmente, a técnica de armazenamento de informação óptica em coerências atômicas se encontra num caminho muito acelerado, apresentando trabalhos envolvendo diversas condições experimentais. Por exemplo, utilizando átomos frios, Tabosa e colaborador [26] demonstraram experimentalmente que uma estrutura espacial relativamente simples pode

ser armazenada em coerências atômicas do nível fundamental. Posteriormente, estruturas espaciais contendo *momentum* angular orbital óptico (ou vortéx óptico) foram armazenadas em vapor de rubídio [27], e sua estabilidade demonstrada com relação a efeitos de difusão atômica. Ainda pelo mesmo grupo citado acima, a técnica de armazenamento coerente de informação óptica foi sofisticada de forma substancial, pois além de demonstrarem experimentalmente o armazenamento de imagens, foi desenvolvida uma técnica para diminuir a difração óptica no regime de “luz lenta” [28, 29].

Embora esta tese trate do armazenamento de informação óptica no regime clássico, vale mencionar que um grande esforço teórico e experimental vem sendo desenvolvido em busca de uma memória quântica para luz que mostre tanto seu potencial quanto suas limitações no armazenamento de um único fóton num meio tipo EIT [30].

Neste trabalho, estudaremos principalmente a dinâmica de uma grade de coerência *Zeeman* armazenada em átomos de césio frios. Experiências em amostras frias apresentam diversas vantagens sobre aquelas realizadas em vapor atômico à temperatura ambiente. Por exemplo, o alargamento *Doppler* pode ser negligenciado, pois sua largura espectral é muito menor do que a largura natural dos estados excitados. Desta forma, as interpretações dos resultados são consideravelmente simplificadas e os cálculos teóricos não precisam levar em conta efeitos ligados a velocidade atômica. O domínio da área de resfriamento atômico já se encontra relativamente bem estabelecido, fazendo parte de um cenário onde as experiências vão desde as áreas de óptica não-linear [31] e óptica quântica [32], a experiências com condensados de *Bose-Einstein* [33].

Usando um *ensemble* de átomos de césio frios em conjunto com a técnica de mistura de quatro ondas (FWM, Four Wave-Mixing) resolvida no tempo, estudaremos teórica e experimentalmente a dinâmica de uma grade de coerência *Zeeman* armazenada sob diversas condições experimentais. Como veremos mais adiante¹, os campos usualmente envolvidos na FWM e denominados de F (*Forward*) e P (*Probe*) serão usados para imprimir e modular espacialmente a grade de coerência ao longo do *ensemble*. Durante um intervalo t_s , denominado de “intervalo escuro”, ou tempo de armazenamento, o sistema atômico evolui na ausência de quaisquer campos eletromagnéticos. O campo B (*Backward*) será então

¹ Os detalhes da nomenclatura dos campos envolvidos serão dados no capítulo 2.

ligado e utilizado para sondar a grade armazenada. O sinal gerado pode ser interpretado com a difração do tipo *Bragg* do campo B na grade armazenada, gerando, na nomenclatura usual, a quarta onda (conjugada). Este tipo de configuração foi utilizado recentemente por Tabosa e colaborador [26] para demonstrar, pela primeira vez, o armazenamento de uma grade de coerência com período espacial finito. Entretanto, nesta tese, faremos um estudo teórico e experimental mais detalhado, que será organizado da seguinte forma:

No capítulo 2, descreveremos basicamente conceitos relacionados ao resfriamento de átomos usando lasers e à estrutura eletrônica dos níveis do césio. Faremos uma breve revisão sobre óptica não linear e conceitos fundamentais da teoria quântica e, posteriormente, abordaremos de forma bem sucinta o fenômeno de CPT, oportunidade em que introduziremos de forma geral a notação que usaremos em nosso trabalho.

No capítulo 3, serão descritos os detalhes experimentais, com por exemplo, a absorção saturada e a preparação do *ensemble* no estado de *momentum* angular $F = 3$. Também comentaremos sobre como são produzidos os pulsos de escrita e/ou leitura, bem como as técnicas para minimizar os campos magnéticos espúrios provenientes do ambiente experimental.

Já a partir do capítulo 4, começaremos a mostrar os resultados experimentais e teóricos. Estudaremos a dinâmica da grade armazenada sob diversas condições experimentais. Por exemplo, investigaremos os efeitos de saturação associados às intensidades dos campos de escrita ou de leitura. Mostraremos as devidas comparações dos resultados experimentais com a teoria desenvolvida e, por fim, discutiremos medições preliminares, que correspondem a campos de leituras sintonizados não ressonantemente com a transição atômica.

No capítulo 5, estudaremos o caso em que a grade é sondada com dois campos de leitura distintos: $\vec{E}_{RB}$ e $\vec{E}_{RF}$. Desta forma, investigaremos correlações clássicas entre os dois pulsos (pulsos D_P e D_C), que são gerados coerentemente devido à interação do meio com os campos de leitura. Mostraremos em que condições a energia total contida em ambos os modos D_P e D_C é minimizada e que esse comportamento está intimamente relacionado com o efeito de emissão espontânea. Comparações entre a teoria e os experimentos também serão mostradas, nas quais, especificamente, demonstraremos que

a largura temporal de ambos os pulsos gerados se mantém aproximadamente invariável quando o sistema é lido com energia total (relativa ao campos $\vec{E}_{RB}$ e $\vec{E}_{RF}$) fixa.

No capítulo 6, passaremos a investigar o efeito da evolução coerente da grade armazenada frente a campos magnéticos externos. Abordaremos casos em que o campo magnético externo é paralelo ou perpendicular à direção de propagação dos campos ópticos. Em ambos os casos, mostraremos que a grade armazenada apresenta uma série de “collapses and revivals” correspondentes à precessão de *Larmor* da superposição coerente armazenada. Também demonstraremos que o tempo de coerência é consideravelmente afetado quando temos a situação de campo magnético transversal (perpendicular), mostrando ser possível, pelo menos em princípio, inferir qual é a direção predominante dos campos magnéticos espúrios. Desenvolveremos uma teoria simplificada para compararmos com as curvas experimentais de forma relativamente direta.

No capítulo 7, demonstraremos experimentalmente que é possível não somente armazenar *momentum* angular orbital (MAO) óptico no *ensemble*, mas também transferir a informação armazenada na coerência atômica de forma reversível para o campo óptico. Além disso, mostraremos que, mesmo após uma série de “collapses and revivals”, a informação mapeada na coerência *Zeeman* pode novamente ser trocada entre o *ensemble* e o campo óptico. Ou seja, demonstraremos que MAO pode ser manipulado externamente pela aplicação de campos magnéticos homogêneos.

Finalmente, no capítulo 8, apresentaremos as conclusões e as perspectivas em relação ao trabalho desenvolvido nesta tese frente à literatura atual.

Capítulo 2

Fundamentos Gerais

2.1 Introdução

Neste capítulo, apresentaremos fundamentos gerais, tais como a estrutura dos níveis de energia do césio, a armadilha magneto-óptica e o conceito de aprisionamento coerente de população (CPT). Nas penúltimas seções, faremos uma abordagem simples de óptica não-linear e alguns conceitos úteis da teoria quântica. Em relação ao nosso trabalho, descreveremos a idéia principal que possibilitou (e possibilita) o armazenamento de grades de coerências *Zeeman* via mistura de quatro ondas resolvida no tempo.

2.2 Estrutura de Níveis de Energia do Césio - Linha D_2

Com exceção de um único elétron, o átomo de césio possui camadas eletrônicas fechadas e seu estado fundamental corresponde à seguinte configuração eletrônica

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 \underbrace{6s^1}_{\text{elétron opticamente ativo}}.$$

O elétron no estado $6s$ possui número quântico $L = 0$, relativo ao *momentum* angular orbital, pois os subníveis s , p , d , f etc... correspondem aos valores $L = 0, 1, 2, 3, \dots$. Usando radiação eletromagnética com frequência adequada, podemos excitá-lo para o nível $6p$, que corresponde a $L = 1$. Portanto, no estado excitado, o elétron tem número

quântico orbital $L = 1$ e, naturalmente, *spin* $S = 1/2$. De acordo com as regras de adição de *momentum* angular [34], $\vec{L}$ e $\vec{S}$ serão acoplados e darão origem ao *momentum* angular total $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, com auto-valores $J = 1/2$ e $3/2$. Este acoplamento ocorre devido à interação do momento magnético eletrônico (que é proporcional ao seu *spin*) com o campo magnético gerado pelo núcleo¹ (este, por sua vez, é proporcional ao *momentum* angular orbital). O termo de interação que representa este acoplamento é $\hat{H}_{LS} = \alpha \vec{L} \cdot \vec{S}$, o qual gera um estado fundamental $6S_{1/2}$ e mais dois excitados, $6P_{1/2}$ e $6P_{3/2}$, dando origem à estrutura fina do césio. Entre os dois possíveis estados excitados, com $J = 1/2$ ou $3/2$, o segundo é aquele que corresponde à linha D_2 do césio². O *momentum* angular total $\vec{J}$ (orbital e de *spin*) também pode se acoplar ao *momentum* angular de *spin* nuclear (geralmente denominado por I) e isso resultará em um novo *momentum* $\vec{F}$ que, de acordo com as regras de adição de *momentum* angular, terá os seguintes valores: $F = J + I, J + I - 1, \dots, |J - I + 1|, |J - I|$. Logo, como o césio possui $I = 7/2$, os valores de F para o estado excitado serão: $F' = 2, 3, 4$ e 5 (correspondentes ao $J = 3/2$). Este último tipo de acoplamento é do tipo $\hat{H}_{JI} = \beta \vec{J} \cdot \vec{I}$ e corresponde à estrutura hiperfina. Portanto, em suma, o nível fundamental se divide em mais duas componentes ($F = 3$ e $F = 4$) e o excitado em cinco. A figura 2.1 representa os níveis de energia com uma parte que pertence à estrutura fina e seu desdobramento na hiperfina.

¹ No referencial do elétron. Estamos nos referindo ao campo magnético devido à contribuição orbital.

² Há, também, a linha D_1 . No mais, para uma consulta mais aprofundada, temos a referência [35].

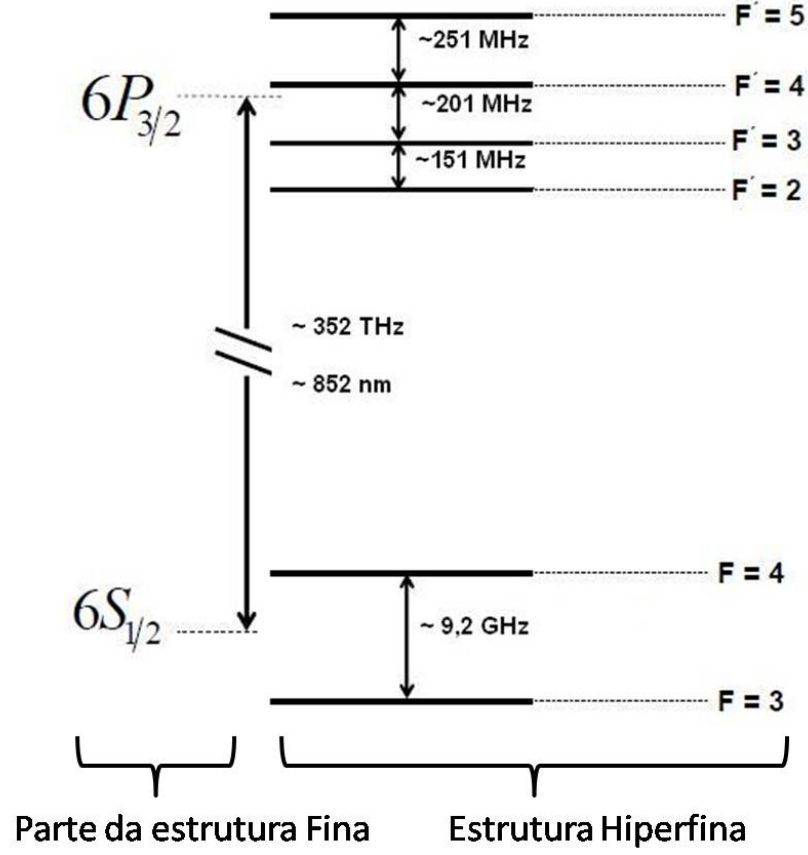


Figura 2.1: Simplificação da linha D_2 do sistema real de níveis do césio. A direção vertical corresponde à energia e está fora de escala. Com um laser emitindo radiação com um comprimento de onda de aproximadamente 852 nm, é possível excitar o átomo.

Vale mencionar que cada nível F possui uma variedade (degenerescência) *Zeeman* igual a $2F + 1$. Discutiremos, em seguida, baseado nos níveis hiperfinos, a idéia geral de resfriamento e aprisionamento de átomos.

2.3 Armadilha Magneto-Óptica

Em uma armadilha magneto-óptica (MOT, *Magneto-Optical Trap*), usam-se campos eletromagnéticos (lasers, por exemplo) e campos puramente magnéticos (indução magnética). Os detalhes de uma MOT serão descritos, de forma simplificada, a seguir.

Primeiramente, imaginemos um átomo de dois níveis no qual o nível com maior energia (excitado) possui *momentum* angular total $F' = 1$ e o fundamental, $F = 0$. Na discussão que prossegue, consideraremos ausência de campo magnético.

2.3.1 Resfriamento

Na presença de um laser, com frequência ω próxima à ressonância atômica ω_0 , um átomo pode absorver fótons do laser e, por exemplo, realizar uma transição do estado $F = 0$ para $F' = 1$. Em tal absorção, o resultado líquido é uma transferência de *momentum* do feixe do laser (*momentum* dos fótons) para o átomo; há também transferência de energia. No entanto, devido à emissão espontânea, o átomo não fica eternamente no estado excitado. Ele decai. Em cada processo deste tipo, o átomo sofre um recuo na mesma direção do fóton emitido, porém em sentido contrário. Como a emissão espontânea não é espacialmente privilegiada, após um grande número de eventos de absorções e emissões, o deslocamento atômico devido aos recuos oriundos das emissões será nulo. Efetivamente, durante um tempo suficientemente grande, o *momentum* líquido que o átomo ganhará será na direção dos fótons incidentes resultando em uma força líquida no sentido do feixe de laser.

Agora, suponhamos que a frequência do laser seja escolhida de tal forma que fique levemente abaixo da ressonância atômica. Se o átomo (em temperatura ambiente, por exemplo) tiver uma componente de velocidade na direção do feixe, sentirá, devido ao efeito *Doppler*, uma modificação na frequência ω do laser. Dependendo do sentido de sua velocidade, o átomo pode “ver” a frequência do laser maior ou menor, resultando numa probabilidade de transição diferente daquela que teria se estivesse em repouso. Com auxílio de um desenho e considerando o que foi descrito acima, podemos “visualizar” a situação de um átomo na presença, não de um feixe de laser, mas de dois, com sentidos opostos de propagação, ou seja, contrapropagantes. Como antes, os lasers têm frequência ω no referencial do laboratório. Também, para simplificar, os chamaremos de feixe “1” e feixe “2”. Suporemos, ainda, que o átomo possua uma componente de sua velocidade na direção dos feixes.

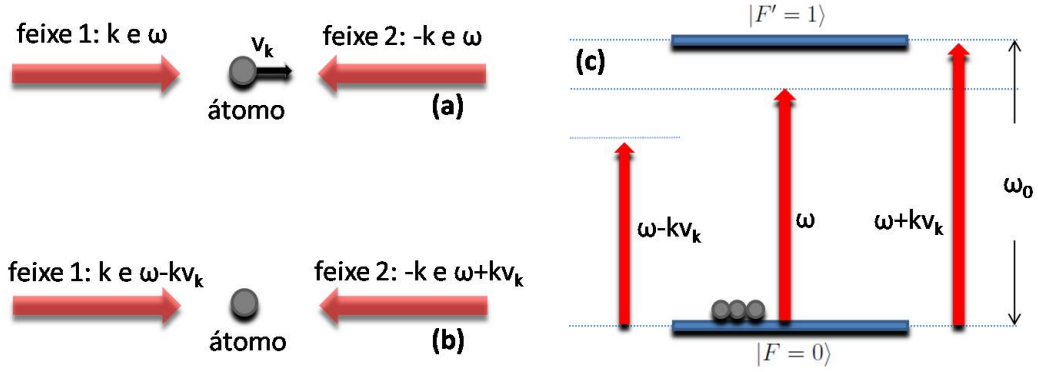


Figura 2.2: Representação do efeito *Doppler*: na parte (a), temos o referencial do laboratório; na (b), o referencial do átomo, onde ele “vê” a frequência do laser vindo da direita maior do que a frequência daquele que vem da esquerda. (c) Diagramas de níveis mostrando que o laser de maior frequência está ressonante.

De acordo com a figura 2.2, vemos que há uma componente da velocidade atômica no sentido oposto à direção do feixe “2”. Isso fará com que a frequência do laser fique mais próxima à frequência de ressonância atômica. Logo, absorverá com maior probabilidade fótons que propagam da direita para a esquerda. Com um raciocínio análogo ao anterior, podemos analisar o efeito do feixe “1” sobre o átomo. Neste caso, como o feixe “1” se propaga da esquerda para a direita, o sistema atômico “verá” sua frequência ficar mais distante da frequência de ressonância e, portanto, a interação com o átomo será menos forte. Efetivamente, a combinação de ambos os feixes, “1” e “2”, fará com que o átomo sinta uma força resultante na direção³ $-k$. Em outras palavras, dizemos que o átomo absorve um número de fótons muito maior do feixe “2” do que do “1” e a força resultante será sempre oposta a sua velocidade. Notemos que se a velocidade do átomo fosse $-v_k$, o efeito seria semelhante, porém, a força líquida que o átomo sentiria estaria no sentido de $+k$. Portanto, se, em vez de apenas um par houver três pares do tipo “1” e “2”, em direções ortogonais entre si, átomos que estiverem na região de intersecção desses pares sentirão uma força do tipo viscosa seja lá qual for a direção de sua velocidade, fazendo com que esta última seja reduzida. Esta configuração é conhecida como “melaço óptico” [36] e possibilita dissipar energia cinética.

³ Notemos que o sistema analisado é unidimensional.

2.3.2 Armadilhamento

O confinamento espacial pode ser obtido com auxílio de um campo magnético e lasers com polarizações bem definidas. O campo magnético modifica os graus de liberdade internos do átomo, de forma que ele absorverá mais eficientemente uma certa componente de polarização. Descreveremos os detalhes a seguir.

Lembremos aqui que estamos considerando um átomo com o nível excitado tendo $F' = 1$, logo há uma variedade (*Zeeman*) de estados a ser excitada, ou seja, $M_{F'} = -1, 0, +1$. No estado fundamental, $F = 0$ e não há degenerescência *Zeeman*. Consideraremos que o átomo se encontre em repouso e que o feixe “1” tenha polarização $\hat{\sigma}_+$ (circular à direita) e o feixe “2”, $\hat{\sigma}_-$ (circular à esquerda). Ainda temos frequência ω para ambos e direção de propagação de acordo com a descrição do resfriamento *Doppler*. Pelas regras de seleção, sabemos que uma polarização $\hat{\sigma}_+$ induz transições somente com $\Delta M_F = 1$. Quando temos $\hat{\sigma}_-$, ocorre $\Delta M_F = -1$. Imagine que o átomo possa estar em regiões onde há um campo magnético conhecido e que a direção de quantização seja definida pelo campo magnético (eixo z). Logo, de acordo com o desenho esquematizado abaixo, temos duas situações: um átomo na região $z > 0$ e outro na região $z < 0$. O campo magnético é nulo na origem e cresce no mesmo sentido que cresce a coordenada z . Esta dependência espacial do campo magnético pode ser conseguida com auxílio de bobinas dispostas na configuração anti-*Helmholtz*. De forma geral, quando uma corrente elétrica percorre as bobinas anti-*Helmholtz*, um campo magnético do tipo quadrupolar é criado e, basicamente, seu módulo cresce com a coordenada radial, sendo que na origem seu valor é, em teoria, nulo. Detalhes mais específicos desta configuração pode ser encontrada na referência [37].

2.3 Armadilha Magneto-Óptica

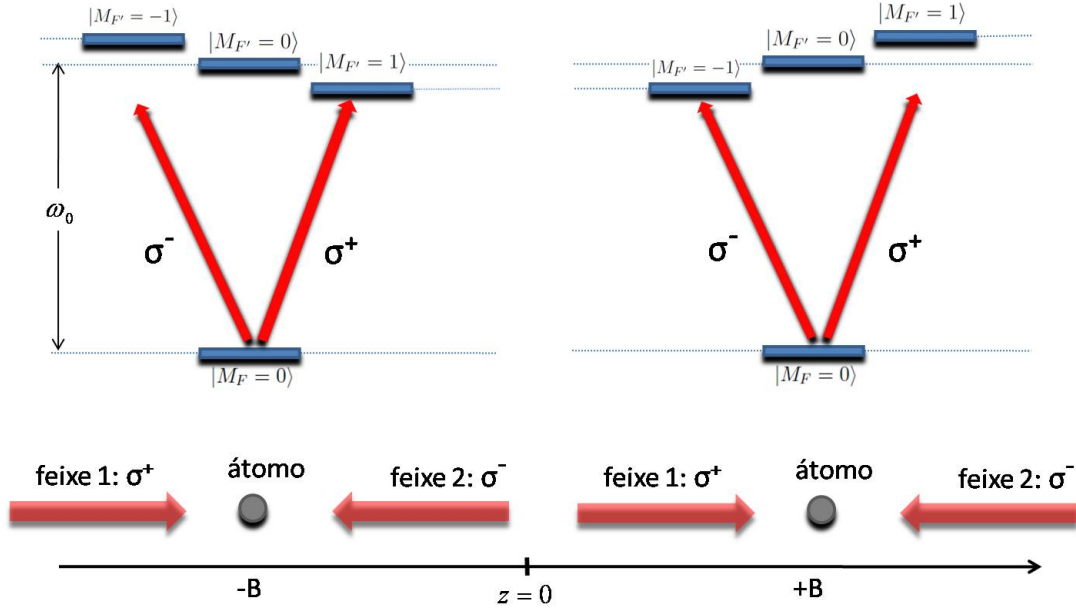


Figura 2.3: Representação de um átomo em uma região que há, além dos dois campos ópticos contrapropagantes, um gradiente linear de campo magnético. Na região onde $B > 0$, o estado $M_F = +1$ se desloca na direção de maior energia. Onde $B < 0$, o mesmo estado se desloca em sentido contrário.

Fixemos a atenção no lado direito da figura 2.3. Consideremos que o laser esteja ajustado, em frequência, pouco abaixo da ressonância ($\omega < \omega_0$). Vemos, devido aos deslocamentos dos estados *Zeeman*, que o estado com $M_F = +1$ ficará com menor probabilidade de transição. Logo, um átomo na posição mostrada fará um número maior de absorção-emissão do feixe com polarização $\hat{\sigma}_-$ do que do feixe com $\hat{\sigma}_+$. Como os feixes se propagam em sentidos opostos, o átomo sentirá uma força em direção à origem. Se fizermos uma discussão semelhante para o átomo que se encontra na posição simétrica (lado esquerdo), como resultado encontraremos que este também sentirá uma força apontando para a origem. Portanto, tal configuração atua como uma força restauradora. Naturalmente, na posição $z = 0$ (ausente de campos magnéticos) as transições ocorrem com igual probabilidade a partir de ambos os feixes, “1” e “2”. Logo, nenhuma força restauradora líquida é sentida ali.

Por fim, se estivermos num limite de pequeno deslocamento *Zeeman* bem como *Doppler* (comparados com a sintonização dos feixes “1” e “2”), haverá uma força do tipo $\vec{F} =$

$-k\vec{r}-\beta\vec{v}$, que contém os termos de restauração (tipo oscilador harmônico) e de viscosidade respectivamente. Se imaginarmos, em três dimensões, tudo que foi discutido, ou seja, três pares de feixes “1” e “2”, juntamente com o gradiente de campo gerado pela configuração anti-*Helmholtz*, temos a configuração desejada de uma armadilha magneto-óptica. Para mais detalhes, pode ser consultada a referência [36].

2.4 Óptica Não Linear e Mecânica Quântica

Nesta seção, trataremos de forma relativamente simplificada de alguns conceitos básicos de óptica não-linear e de mecânica quântica. Preocupamo-nos estritamente com os conceitos que serão utilizados ao longo da tese.

2.4.1 Polarização Não Linear

Quando radiação eletromagnética se propaga através de um meio óptico, o campo elétrico induz dipolos elétricos⁴ que produzem, macroscopicamente, uma polarização $\vec{P}$ dada por [38]

$$\begin{aligned}\vec{P} = & \chi_{\vec{k},\omega}^{(1)} : \vec{E}(\vec{k},\omega) \\ & + \chi_{\vec{k}_i+\vec{k}_j,\omega_i+\omega_j}^{(2)} : \vec{E}(\vec{k}_i,\omega_i) : \vec{E}(\vec{k}_j,\omega_j) \\ & + \chi_{\vec{k}_i+\vec{k}_j+\vec{k}_l,\omega_i+\omega_j+\omega_l}^{(3)} : \vec{E}(\vec{k}_i,\omega_i) : \vec{E}(\vec{k}_j,\omega_j) : \vec{E}(\vec{k}_l,\omega_l) + \dots\end{aligned}\tag{2.1}$$

onde $\chi_{\vec{k},\omega}^{(1)}$ é a susceptibilidade de ordem $n = 1$ (linear), predominantemente importante para campos de baixa intensidade. Em altas intensidades, as susceptibilidades de ordens superiores, $\chi^{(2)}$, $\chi^{(3)}$... começam a desempenhar um papel mais importante.

No caso de vapores atômicos, campos eletromagnéticos sintonizados próximos às ressonâncias induzem uma polarização não linear relativamente alta, mesmo que estes campos

⁴ Nesta abordagem, vamos considerar que o meio óptico seja neutro e não possua dipolos elétricos permanentes.

possuam intensidades relativamente baixas. Além disso, devido à isotropia dos vapores atômicos, as únicas susceptibilidades que contribuem para a polarização são somente as de ordem ímpar. Por exemplo, se tivermos somente um campo de radiação com frequência angular ω , o meio poderá gerar um outro campo que oscila com frequência 3ω , efeito conhecido como “geração de terceiro harmônico”, que é devido a $\chi^{(3)}$ [39, 40].

Explicitamente, no presente trabalho faremos o uso da mistura degenerada de quatro ondas (MDQO), que consiste de três campos ópticos de frequências idênticas interagindo ressonantemente⁵ com o meio atômico.

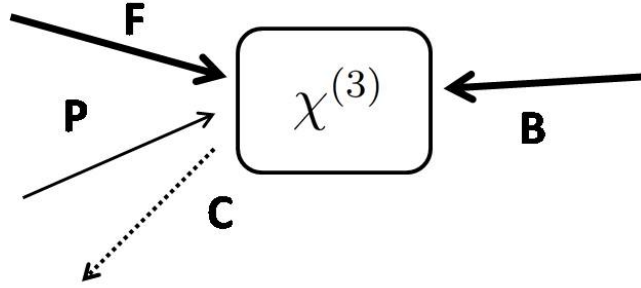


Figura 2.4: Representação de um processo de mistura de quatro ondas. Há três campos incidentes, F, B e P e o quarto campo C gerado pelo meio, o qual é representado por $\chi^{(3)}$.

A mistura de quatro ondas é um processo paramétrico no qual três campos eletromagnéticos (F, B e P) incidem em um material e este gera um quarto campo (C). O termo paramétrico corresponde a dizer que durante o processo o meio age apenas como um mediador, não acumulando energia para si próprio. Na figura 2.4, representamos os campos incidentes F (*Forward*), B (*Backward*) e P (*Probe*), de modo que o quarto campo gerado pelo meio seja o campo C (conjugado). O termo que rege este processo é dado por

$$P^{(3)} = \chi^{(3)} E_F E_B E_P^* e^{i[(\omega_F + \omega_B - \omega_P)t - (\vec{k}_F + \vec{k}_B - \vec{k}_P) \cdot \vec{r}]} \quad (2.2)$$

que entraria como fonte nas equações de *Maxwell* para gerar o quarto campo. Na verdade, a equação 2.2 representa apenas um dentre vários processos que podem existir e que são descritos na totalidade pela equação 2.1. Se, por exemplo, escolhermos $\vec{k}_B = -\vec{k}_F$, ele

⁵ No final do capítulo 4, teremos uma exceção. No entanto, não deixaremos de seguir o raciocínio por isto.

corresponde à configuração denominada de “MQO para trás”, em que o quarto campo é gerado no sentido contrário ao campo P, ou seja, $-\vec{k}_P$. O termo “conjugado” origina-se justamente devido ao fato de o campo C propagar no sentido contrário ao P e possuir a amplitude conjugada da amplitude incidente.

2.4.2 Mecânica Quântica: Revisão

Nesta seção, descreveremos alguns conceitos da teoria quântica e mostraremos as equações básicas do operador densidade, para formalizarmos o problema de um *ensemble* interagindo com campos externos e com o ambiente [34, 41, 42].

2.4.3 Coerência Quântica

O conceito de coerência quântica está intimamente ligado ao princípio da superposição. Por exemplo, se $|a\rangle$ e $|b\rangle$ são dois possíveis estados quânticos de um sistema em particular, existirá coerência quântica se o sistema for preparado no estado

$$|\psi\rangle = c_a|a\rangle + c_b|b\rangle \quad (2.3)$$

de forma que c_a e c_b apresentem uma relação de fase constante entre si⁶. No caso de um único sistema idealmente isolado, se isso ocorrer, ele estará necessariamente em uma superposição coerente de auto-estados.

2.4.4 O Formalismo do Operador Densidade

Geralmente, quando não conhecemos o estado quântico exato de um sistema, mas apenas a probabilidade clássica de o sistema ser encontrado naquele estado, é conveniente descrevê-lo através do formalismo do operador densidade. Neste formalismo, é possível calcular valores médios de observáveis, mesmo não se conhecendo com precisão o estado quântico do sistema. O operador densidade é definido como

⁶ Além disso, temos de ter, obrigatoriamente, $c_a \cdot c_b^* \neq 0$.

$$\rho(t) = \sum_k p_k |\psi_k(t)\rangle \langle \psi_k(t)|, \quad (2.4)$$

onde p_k é a probabilidade de encontrar o sistema no estado $|\psi_k(t)\rangle$. Escrevendo o estado mais geral em uma certa base, digamos $|u_n\rangle$, temos

$$|\psi_k(t)\rangle = \sum_n c_{n,k}(t) |u_n\rangle \quad (2.5)$$

e, usando a equação 2.4, podemos escrever os elementos ρ_{nn} e ρ_{nm} , ou seja,

$$\rho_{nn}(t) = \sum_k p_k |c_{n,k}(t)|^2 \quad (2.6)$$

e

$$\rho_{mn}(t) = \sum_k p_k c_{m,k}(t) c_{n,k}^*(t), \quad (2.7)$$

onde a equação 2.6 representa a probabilidade de encontrar o sistema no estado $|u_n\rangle$, enquanto que a equação 2.7 representa as coerências do sistema e está relacionada com as transições do estado $|u_m\rangle$ para o estado $|u_n\rangle$. Notemos que a soma na equação 2.7 possui os termos do tipo $c_{m,k}(t) c_{n,k}^*(t)$ que, na verdade, contêm informação de fase (pois são números complexos). Portanto, se o sistema apresentar flutuações locais, a coerência total do *ensemble* é facilmente perdida.

Se o operador densidade for conhecido, os valores esperados de observáveis podem ser calculados usando

$$\langle \mathcal{A} \rangle = \sum_k p_k \langle \psi_k | \mathcal{A} | \psi_k \rangle = \text{Tr}(\mathcal{A} \rho), \quad (2.8)$$

onde $\mathcal{A}$ é um observável. A evolução temporal do operador densidade é dada por

$$i\hbar \dot{\rho} = [H, \rho], \quad (2.9)$$

onde H é o hamiltoniano do sistema.

Considerando que, no caso real, o sistema interage com o ambiente, a equação 2.9 é modificada pela introdução fenomenológica dos termos de relaxação, ou seja,

$$i\hbar\dot{\rho} = [H, \rho] + \left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_{rel}, \quad (2.10)$$

onde $\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_{rel}$ representa as relaxações, que são consequência das interações do átomo com o ambiente externo. Por exemplo, este termo dá conta de não deixar que o sistema fique no estado excitado indefinidamente, decaindo por emissão espontânea⁷.

2.4.5 Aprisionamento Coerente de População

Nesta seção, descreveremos sucintamente o fenômeno de CPT em um sistema “lambda” (Λ). Embora este sistema seja o mais simples que apresente o fenômeno de CPT, ele representa, na maioria dos casos, nosso “átomo teórico” de césio. Diferentemente dos capítulos 4, 5, 6 e 7, a abordagem atual não incluirá efeitos de relaxação, visto que queremos apenas mostrar a idéia principal de podermos preparar um sistema do tipo Λ numa superposição coerente entre os auto-estados do nível fundamental. Um trabalho experimental particularmente interessante sobre CPT pode ser encontrado na referência [5].

Inicialmente, considere o esquema de níveis na figura 2.5.

⁷ Estritamente falando, o termo “emissão espontânea” é resultado da interação de todos os modos possíveis do vácuo eletromagnético com o sistema atômico.

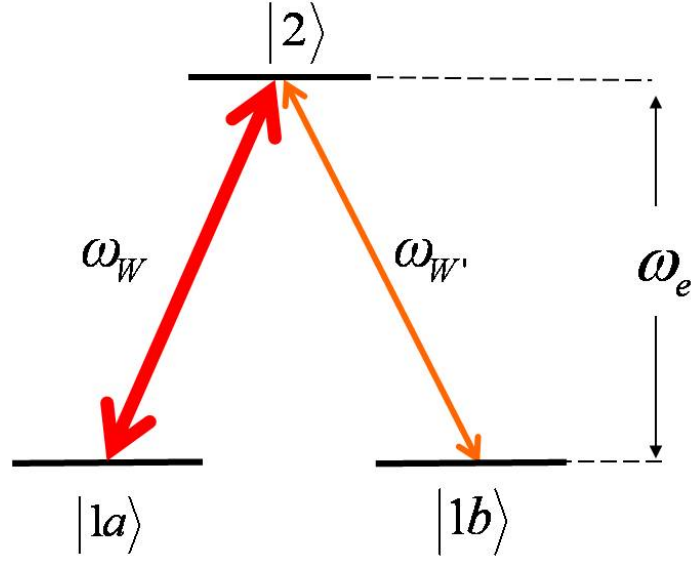


Figura 2.5: Sistema *Lambda*. Os estados $|1a\rangle$ e $|1b\rangle$ pertencem ao nível fundamental e são degenerados e o estado excitado $|2\rangle$ tem energia $\hbar\omega_e$. A figura também mostra os campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ com frequências ω_W e $\omega_{W'}$, respectivamente, conectando cada estado fundamental com o estado excitado em comum.

Antes de tudo, devemos mencionar que a nomenclatura usada nos níveis acima visa também estabelecer a notação que será usada nos capítulos 4 e 5 desta tese. Apesar de estarmos comprometidos com a MQO, que envolve três campos, não é só importante mas também imprescindível resolver o sistema Λ na presença de dois campos somente, pois, como veremos, o processo de escrita da coerência envolve explicitamente os campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ apenas.

Na introdução, tínhamos feito um breve relato da idéia por trás do fenômeno de CPT. Basicamente, o CPT é resultado de uma superposição coerente de estados atômicos fundamentais de forma que, mesmo na presença de interações com campos externos, o sistema continua “preso” na superposição quântica e nenhuma população é transferida ao estado excitado. A descrição que abordaremos será relativamente sucinta e considerará que há dois campos de radiação, $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$, de frequências ω_W e $\omega_{W'}$ respectivamente, interagindo com o sistema Λ mostrado na figura 2.5.

Admitamos que os estados fundamentais $|1a\rangle$ e $|1b\rangle$ tenham energia nula e o estado $|2\rangle$ possua energia $\hbar\omega_e$, de forma que a interação com os campos externos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ possa

ser escrita na seguinte forma⁸ (na representação de interação e na aproximação de onda girante [41, 43]):

$$\hat{H}_I = -\frac{\hbar\Omega_W}{2} [|2\rangle\langle 1a| + |1a\rangle\langle 2|] - \frac{\hbar\Omega_{W'}}{2} [|2\rangle\langle 1b| + |1b\rangle\langle 2|], \quad (2.11)$$

que descreve o caso específico de os campos serem ressonantes com o sistema Λ .

Procuraremos autoestados $|\mu\rangle$ de $\hat{H}_I$ que são combinações dos estados atômicos (na ausência de campos eletromagnéticos) $|2\rangle$, $|1a\rangle$ e $|1b\rangle$ de modo que

$$|\mu\rangle = \alpha_\mu|1a\rangle + \beta_\mu|2\rangle + \gamma_\mu|1b\rangle \quad \text{Base : } \mu = (+, - \text{ ou } c). \quad (2.12)$$

Então, com a ajuda das equações 2.11 e 2.12, e escrevendo a equação de *Schrödinger* na representação de interação

$$\hat{H}_I|\mu\rangle = \hbar\omega_\mu|\mu\rangle \quad (2.13)$$

podemos encontrar os autovalores ω_μ e os autovetores $|\mu\rangle$. Esse tratamento é um pouco longo e pode ser encontrado com todos os detalhes na referência [41]. Por isso, não o faremos aqui, haja visto que a idéia central é apenas discutir o fenômeno.

Especificamente, é possível encontrar um estado $|-\rangle$ que possui auto-valor nulo, de forma que sua evolução na presença dos campos de interação não seja afetada, ou seja, $\hat{H}_I|-\rangle = |0\rangle$, onde $|0\rangle$ é o “vetor nulo”. Assim, $|-\rangle$ é denominado “estado escuro” e sua forma explícita é dada por

$$|-\rangle \equiv |\text{estado escuro}\rangle = \frac{1}{\sqrt{|\Omega_W|^2 + |\Omega_{W'}|^2}} [\Omega_W|1b\rangle - \Omega_{W'}|1a\rangle]. \quad (2.14)$$

Quando o sistema se encontrar no “estado escuro” e tentarmos calcular a probabilidade dele ser levado ao estado excitado, a qual é proporcional a $|\langle -|\hat{H}_I|2\rangle|^2$, notaremos que ela se anula, pois a amplitude de probabilidade contém as contribuições do sistema realizar tanto a transição $|1a\rangle \rightarrow |2\rangle$ quanto a $|1b\rangle \rightarrow |2\rangle$, acarretando numa interferência destru-

⁸ Basicamente, as frequências de *Rabi* são dadas por $\Omega_\nu = \frac{\vec{E}_\nu \cdot \vec{d}_\sigma}{\hbar}$, em que $\nu = W$ ou W' e $\vec{d}_\sigma$ é o momento de dipolo elétrico da transição correspondente, ou seja, $\sigma = 1a, 2$ (para W) ou $1b, 2$ (para W').

tiva. Finalmente, devemos mencionar que não é necessário que o átomo seja preparado nessa superposição, podendo ser levado a ocupar esse estado pela interação com os campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ combinada com o processo de emissão espontânea do estado excitado para o estado escuro.

Em nossas experiências, a ação dos campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$, denominados de campos de escrita, criam uma grade⁹ de coerência que tem período espacial definido e pode ser, *grosso modo*, interpretada com um estado semelhante ao que descrevemos acima¹⁰. Assim, como veremos mais adiante, usaremos a configuração de mistura de quatro ondas degenerada e resolvida no tempo, em que os campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ farão o papel dos campos usualmente denominados por F e P e o campo $\vec{E}_R$ fará o papel do campo B. Portanto, usando seqüências temporais bem específicas, mostraremos como “escrever” um estado de superposição e então acessá-lo sob diferentes condições experimentais para estudar as características do sistema atômico.

⁹ Um trabalho que envolve explicitamente grades de coerência pode ser visto na referência [44].

¹⁰ Não estamos afirmando que o estado seja exatamente aquele descrito pela equação 2.14, pois, como veremos, nosso sistema real não contém apenas três estados, mas doze.

Capítulo 3

Abordando a Situação Experimental

3.1 Introdução

Visto que todas as experiências desta tese foram realizadas em átomos frios de cé-
sio e que o sistema foi preparado de forma semelhante em cada experiência, usaremos
este capítulo para descrever, de forma geral, os seguintes temas: obtenção da amostra
fria de átomos, absorção saturada, preparação de *todos* os membros do *ensemble* no es-
tado de *momentum* angular $F = 3$, geração dos pulsos de escrita e leitura, moduladores
acusto-ópticos, aparato para compensação de campos magnéticos espúrios e as bobinas
de *Helmholtz* utilizadas para manipular a coerência armazenada.

Muito provavelmente, em uma ou outra descrição haverá razoável simplificação. En-
tretanto, para o entendimento geral das experiências, julgamos que tal abordagem seja
suficiente.

3.1.1 Amostra Fria de Césio

Os três pares de feixes usados para resfriar o vapor atômico têm origem em um laser
de Ti:Safira¹. Sua frequência é sintonizada² pouco abaixo (com uma dessintonia δ de
aproximadamente 12 MHz) da transição $F = 4 \leftrightarrow F' = 5$ da já discutida linha D_2
do césio. A transição usada no ciclo de resfriamento é fechada porém, na prática, o

¹ *Coherent, 899 Ring Laser*, bombeado por um laser de argônio, *Innova, 400*.

² Sobre sintonização de lasers, ver seção “absorção saturada”.

3.1 Introdução

estado $F' = 4$ tem probabilidade não nula (porém, pequena) de ser excitado pelo laser de resfriamento. Sendo assim, a população atômica se acumularia no estado $F = 3$ (pois $F' = 4$ pode decair para $F = 3$) e o ciclo de resfriamento seria interrompido. Logo, é necessário um laser que “recicle” átomos de $F = 3$ para $F = 4$ via bombeio óptico incoerente³. De fato, é usado um laser de diodo com uma cavidade estendida e então o sintonizamos na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 4$ (ou 3). Ambos estados $F' = 4, 3$ podem decair espontaneamente para $F = 4$. A figura 3.1 representa os lasers de resfriamento e rebombeio em suas respectivas transições.

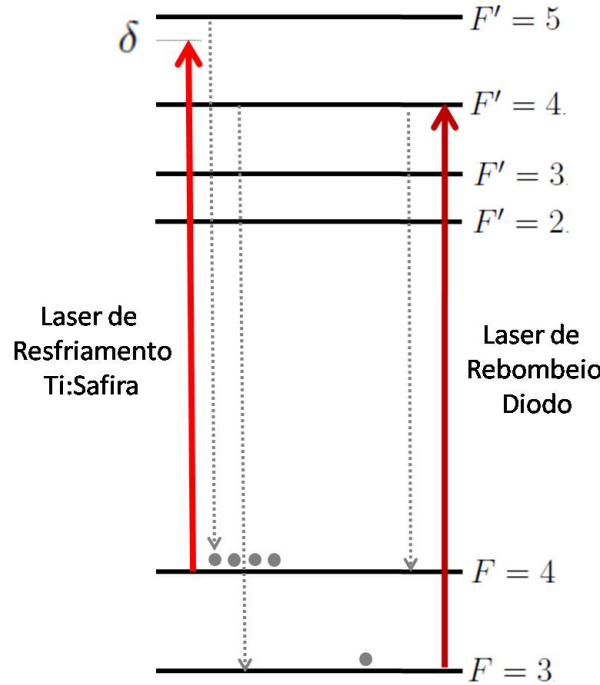


Figura 3.1: Representação dos feixes de resfriamento e rebombeio atuando em suas respectivas transições. As setas pontilhadas correspondem à emissão espontânea.

Tipicamente, a nuvem obtida tem 10^7 átomos e dimensão física de aproximadamente 2 mm. Medidas realizadas em experiências anteriores demonstram que a densidade óptica⁴ fica em torno de 3.

³ É dito incoerente, pois para sair de $F = 3$ e ir para $F = 4$ passará, obrigatoriamente, por processos de emissão espontânea, que não preservam a coerência.

⁴ Densidade Óptica (OD) é definida por $OD = \log(I_0/I)$, onde I_0 é a intensidade incidente na MOT e I a transmitida - em ressonância.

3.2 Absorção Saturada

Em geral, laboratórios de física atômica fazem uso corriqueiro da técnica de absorção saturada [45]. Esta técnica é relativamente simples e é utilizada para sintonizarmos frequências bem específicas de lasers. Vejamos como é seu funcionamento.

Inicialmente, é necessário saber que uma absorção linear (absorção de um único feixe prova) realizada em vapor de césio (temperatura ambiente) tem uma largura espectral devido ao efeito *Doppler* de aproximadamente 400 MHz. Logo, é impossível resolver a estrutura hiperfina. Para tal propósito, usa-se um outro feixe, mais intenso e contrapropagante ao feixe prova e então fazemos com que eles passem através de uma célula contendo césio à temperatura ambiente. Como ambos os feixes são oriundos de um mesmo laser, eles têm suas respectivas frequências idênticas e para que um átomo esteja perfeitamente ressonante com ambos os feixes (em uma determinada transição), é necessário que a componente de velocidade atômica seja nula ao longo da direção de propagação. Como na célula há uma distribuição de velocidade do tipo *Maxwell-Boltzmann*⁵, temos um grande número de átomos nesta condição, de forma que devido à saturação do feixe forte, uma certa quantidade desses átomos se encontra no nível excitado. Sendo assim, o espectro de absorção do feixe prova apresenta um “dip” (ou, grosseiramente falando, um “pico”) que corresponde a uma diminuição da absorção e a largura espectral desse “dip” corresponde à largura (considerando ausência de alargamento por potência⁶) de linha natural. O batismo “absorção saturada” é, então, resultado de o feixe forte saturar uma dada transição.

A técnica descrita acima é baseada em uma única transição. Entretanto, no caso em que temos mais do que uma transição (mais do que um nível excitado), é possível que um grupo de átomos que possua uma certa velocidade (diferente de zero) fique ressonante com ambos os feixes, mas cada um numa transição distinta. Por exemplo, o feixe forte se aproxima do nível mais energético e o fraco, do de menor energia. Neste caso, o espectro de absorção do feixe prova apresenta ressonâncias denominadas de “cross-over”

⁵ Esta distribuição é do tipo $f(v) = \pi^{-1/2} u^{-1} \exp(-v^2/u^2)$, onde $u = \sqrt{(2k_B T)/m}$, k_B é a constante de *Boltzmann*, T é a temperatura e m a massa.

⁶ Alargamento deste tipo pode ser estudado na referência [42].

e elas acontecem em uma frequência que é exatamente a média aritmética entre os níveis excitados [46]. A figura 3.2 mostra o espectro de absorção saturada.

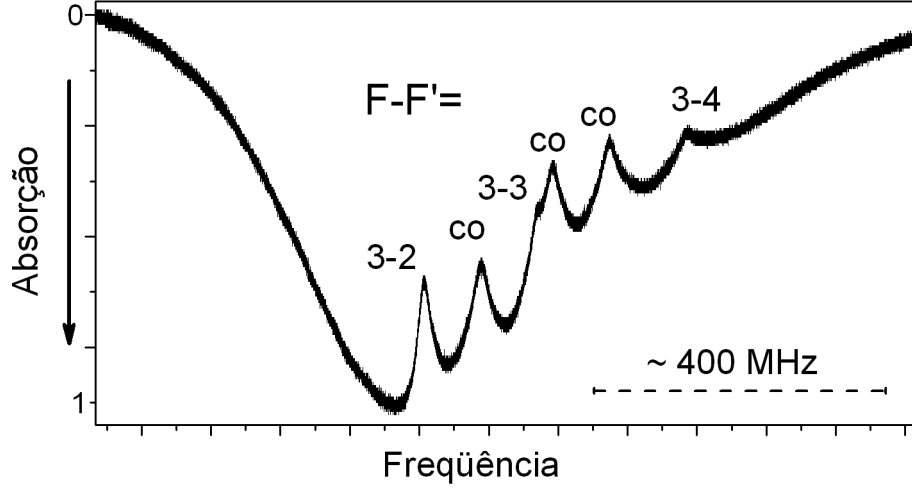


Figura 3.2: Curva de absorção saturada. Em cada “dip” está indicada a transição correspondente. Os “cross-overs” são indicados por “co”. A transição usada na experiência é a $3 \leftrightarrow 2$.

Vemos, além dos “cross-overs” (indicados por “co”), uma série de ressonâncias que correspondem a transições específicas e estão de acordo com o diagrama de níveis mostrado na figura 2.1. Portanto, com essa técnica, podemos escolher e travar a frequência (usando um circuito de travamento) desejada para realizar uma típica experiência. Na figura 3.2, o “dip” correspondente à transição usada em nossos experimentos é o relativo à transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$.

3.3 Estado Inicial do *Ensemble*: $F = 3$

Como mencionado anteriormente, a transição que usamos para realizar os experimentos foi a $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$. Entretanto, o ciclo da MOT mantém a população atômica no

3.3 Estado Inicial do *Ensemble*: $F = 3$

estado $F = 4$, de maneira que temos de preparar o *ensemble* no estado $F = 3$. Para isto, é necessário usar um sistema que bloqueie (por um determinado intervalo de tempo) o rebombeio. Vejamos a figura 3.3.

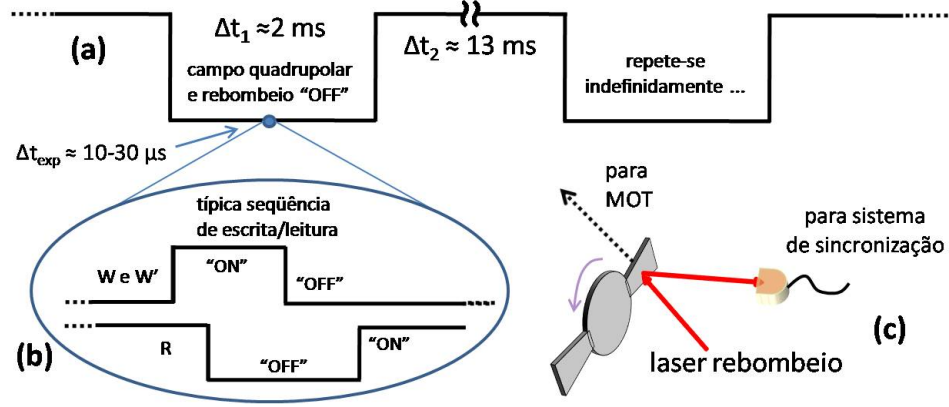


Figura 3.3: Sequência temporal que controla a experiência. (a) mostra os intervalos que o rebombeio e o campo quadrupolar são desligados. (b) é uma típica sequência ($\Delta t_{\text{exp}} \approx 10 - 30 \mu\text{s}$) de escrita/leitura. A sequência mostrada em (a) é controlada pela roda dentada ("chopper") (c) que bloqueia o laser de rebombeio (por $\Delta t_1 \approx 2 \text{ ms}$) e sincroniza o sistema.

A roda dentada (parte (c) da figura 3.3) exerce duas funções: bloquear o feixe de rebombeio e, simultaneamente, refletirá luz laser para um detector, que está ligado ao sistema de sincronização (que também desliga o campo magnético de armadilhamento) de toda a experiência. Quando o rebombeio está ausente, um bombeamento óptico incoerente para o nível $F = 3$ é realizado pelo laser de Ti:Safira.

Para verificarmos experimentalmente que a população é efetivamente bombeada para o estado $F = 3$, mostramos a figura 3.4.

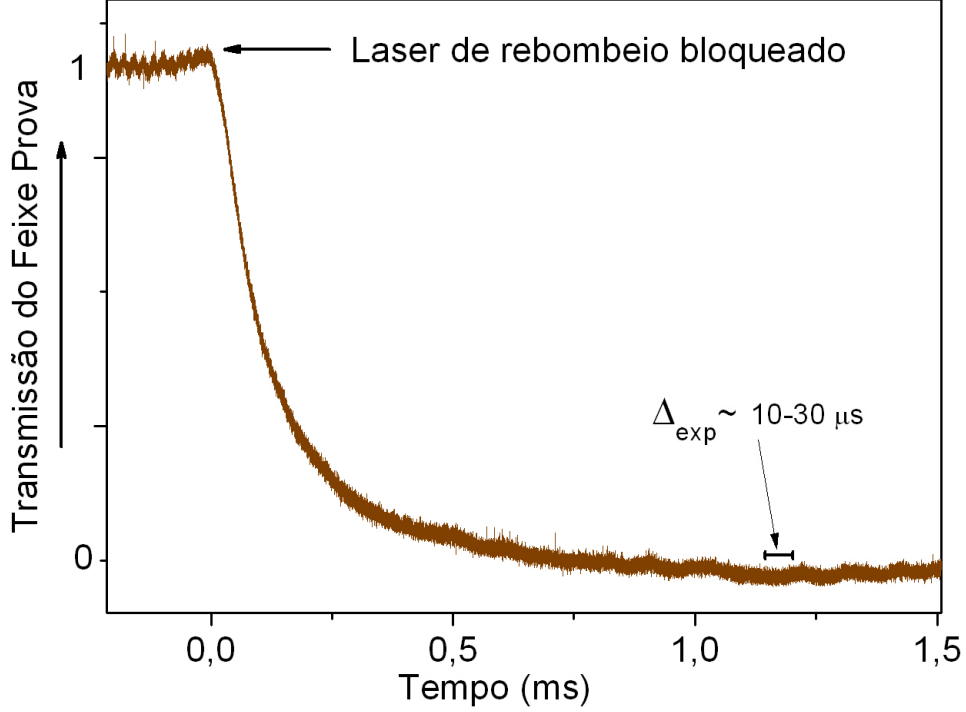


Figura 3.4: Transmissão de um feixe sintonizado na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$. Aproximadamente 1,0 ms após desligado o bombeio, o estado $F = 3$ já se encontra populado.

Ela traz uma curva de absorção (em função do tempo) de um feixe sonda que está sintonizado (frequência fixa) na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$ e atravessa a MOT. Indicamos o instante em que a roda dentada bloqueia o laser de bombeio. A partir daí, observa-se uma queda relativamente rápida da curva (que corresponde a um aumento na absorção do feixe sonda), evidenciando que o estado de *momentum* angular $F = 3$ está sendo populado. Após um intervalo de pouco mais do que 1,0 ms, conclui-se que o *ensemble* já se encontra em tal estado, haja visto que variações na absorção não são mais perceptíveis. Portanto, após esse tempo, já se pode realizar um típico processo de escrita e leitura com os campos $\vec{E}_W$, $\vec{E}_{W'}$ e $\vec{E}_R$, por exemplo.

3.4 Compensação de Campos Magnéticos

Na seção 3.3, vimos que a sequência de pulsos escrita/leitura é realizada um pouco mais do que 1,0 ms após o desligamento das bobinas de armadilhamento (anti-*Helmholtz*)⁷. Além de realizarmos a experiência num tempo relativamente longo após o desligamento das bobinas de armadilhamento, usamos também três pares de bobinas (aproximadamente quadradas) alimentadas independentemente. Elas estão dispostas de tal maneira que se forma um “cubo”, com a MOT localizada aproximadamente em seu centro. Assim, usando controladores de corrente, é possível aplicar campos magnéticos (estáticos e aproximadamente homogêneos) nas três direções espaciais, ou seja, x, y e z, “cancelando” possíveis campos magnéticos espúrios. Em geral, experiências típicas de física atômica necessitam de extremo cuidado em relação aos gradientes de campo magnético espúrios. Na maior parte das vezes, é “impossível” determinarmos a dependência do campo ao longo da MOT. Porém, podemos minimizá-los com base em ressonâncias coerentes (por exemplo, EIT), ajustando o aparato responsável pelos campos de compensação para reduzirmos substancialmente a largura das ressonâncias coerentes. A partir daí, podemos prosseguir e melhorar ainda mais a compensação realizando um ajuste mais fino já na experiência de “armazenamento de luz”, pois, como veremos, sua sensibilidade aos campos espúrios é muito maior. Por fim, vale mencionar que o sistema de compensação é passivo e temos de recalibrá-lo antes de cada experiência.

3.5 Pulsos de Escrita e Leitura

Em uma típica experiência, a sequência temporal de pulsos de luz de escrita/leitura é produzida por um conjunto de moduladores acusto-ópticos (e *drivers*)⁸ associado a um gerador eletrônico de pulsos. Como veremos mais adiante, os pulsos de escrita são gerados pelo mesmo modulador⁹ e o de leitura, por outro modulador¹⁰ independente. O gerador

⁷ Esse tempo é suficientemente grande para que a corrente nas bobinas seja consideravelmente baixa.

⁸ São o “cérebro” dos moduladores acusto-ópticos. Basicamente, são responsáveis pela geração da radio-freqüência a ser enviada aos moduladores.

⁹ ISOMET, 1206C.

¹⁰ Crystal Technology, 3200-124.

eletrônico foi projetado e construído no Departamento de Física da UFPE. Ele contém algumas características simples e é de fácil operação (nesta tese, não serão apresentados detalhes internos deste gerador). Por exemplo, é possível controlar o intervalo de tempo em que a escrita da grade é realizada, bem como o tempo em que a mesma é armazenada. Também podemos controlar o instante em que uma típica experiência será realizada, ou seja, o intervalo correspondente à sequência de pulsos escrita/leitura pode ser ajustado em relação ao sinal de sincronização (*trigger*) do *chopper* mostrado na figura 3.3. Em outras palavras, a escolha do atraso de 1,0 ms descrito na seção 3.3 é realizada desta forma. O que faz, então, o gerador de pulsos, é enviar aos *drivers* um sinal elétrico pré-ajustado pelo experimentador. Estes sinais controlam, então, a operação dos moduladores acusto-ópticos.

3.6 Moduladores Acusto-Ópticos

Moduladores acusto-ópticos são instrumentos extremamente úteis e capazes de modular a frequência e a amplitude de um feixe de luz. Operam satisfatoriamente bem, pois o ruído de fase introduzido é desprezível [47]. Em nossas experiências, usamos três moduladores acusto-ópticos. Lembremos, de acordo com a descrição acima, que temos um modulador para gerar os pulsos de escrita (denominado de modulador nº 2; 100 MHz) e um para gerar o pulso de leitura (denominado de modulador nº 3; 200 MHz). Um terceiro modulador também é utilizado na preparação dos pulsos ópticos e será descrito logo adiante. Vejamos a figura 3.5.

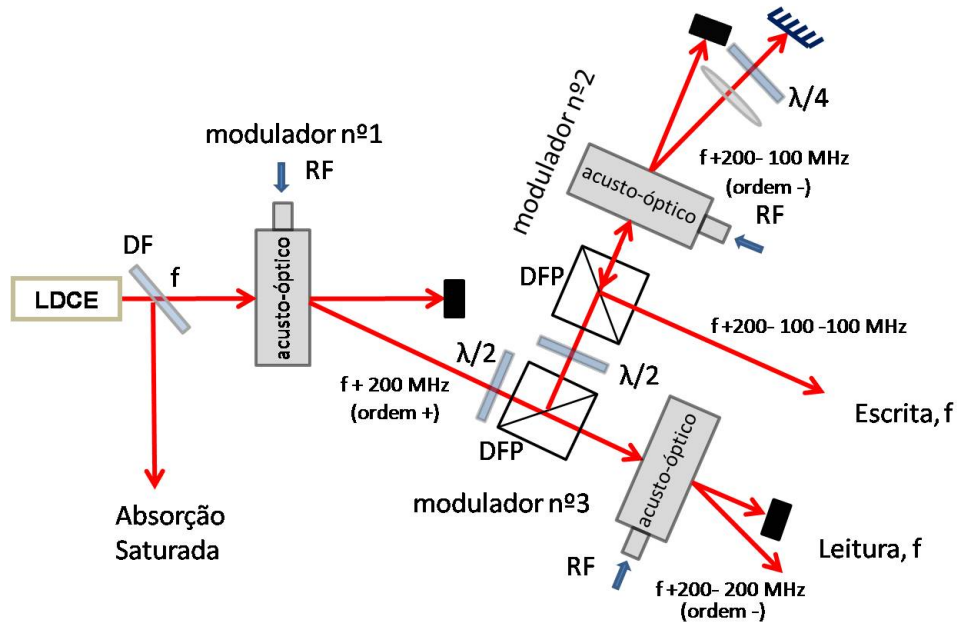


Figura 3.5: Configuração dos moduladores acusto-ópticos. O laser de frequência óptica f recebe um aumento de 200 MHz quando passa pelo primeiro modulador. No estágio de escrita, faz dupla passagem e retorna à frequência inicial. No de leitura, realiza passagem simples. Alguns componentes: LDCE, laser diodo de cavidade estendida; DF, divisor de feixe; DFP, divisor de feixe polarizador. Como veremos mais adiante, todo esse mecanismo encontra-se simplificado nas figuras 4.2, 5.2, 6.3 e 7.7, em que este estágio é representado apenas pelos moduladores e gerador/controlador, sem os detalhes descritos aqui.

Basicamente, um modulador acusto-óptico opera difratando um feixe de luz laser devido a uma onda acústica propagante, que faz o papel de uma grade de difração. Assim, ao escolhermos a ordem de difração desejada para a experiência, podemos, como citado acima, modular tanto a amplitude quanto a frequência do laser¹¹. É importante lembrar que, dependendo da ordem de difração escolhida, a frequência sofre um acréscimo (“ordem +”) ou decréscimo (“ordem -”). Na figura acima, um feixe com frequência f (que provém de um laser de diodo) é enviado ao primeiro modulador acusto-óptico (modulador nº 1). Este modulador fornece um acréscimo de 200 MHz na frequência pré-selecionada na absorção saturada¹², pois escolhemos a “ordem +”. Portanto, esta ordem possui uma nova

¹¹ Para mais detalhes, ver a seção 14.9 da referência [42].

¹² Notemos que há um divisor de feixe (DF), que envia uma parte da energia do feixe ao experimento de absorção saturada.

freqüência que corresponde a $f+200$ MHz. Em seqüência, o feixe é separado em duas partes por um cubo polarizador. Uma parcela é enviada ao modulador do feixe leitura (nº 3), onde usaremos a “ordem $-$ ” e, portanto, a freqüência voltará a ter o valor f . Finalmente, a outra parte é enviada ao modulador nº 2, onde fará dupla passagem, sendo que nas duas também escolhemos a “ordem $-$ ”. Desta forma, novamente o feixe de luz possuirá freqüência igual a f . Em suma, depois de preparados ambos os pulsos escrita/leitura, os enviamos em direção à MOT com o intuito de realizar uma típica experiência baseada na seqüência temporal descrita anteriormente.

3.7 Bobinas de Manipulação

Para a aplicação de campos magnéticos estáticos, utilizamos dois pares de bobinas na configuração de *Helmholtz*. Um par gera campos magnéticos na direção ortogonal à direção de propagação dos campos $\vec{E}_{W'}$ e $\vec{E}_W$. Com o outro, é possível aplicar campos paralelos. O campo magnético que essas bobinas geram foi previamente caracterizado utilizando um gaussímetro cedido pelo grupo de magnetismo deste mesmo departamento. Os dois pares de bobinas descritos aqui foram exaustivamente usados nas experiências que serão descritas nos capítulos 6 e 7.

Capítulo 4

Dinâmica da Grade de Coerência

Armazenada em Átomos Frios - Leitura Simples

4.1 Introdução

Apresentaremos, neste capítulo, estudos teóricos e experimentais sobre a dinâmica de uma grade de coerência armazenada em átomos frios. O sistema usado consiste de um *ensemble* de átomos frios de dois níveis e com degenerescência *Zeeman* nos estados fundamental e excitado. Estudamos o comportamento dinâmico da grade de coerência *Zeeman* em função das intensidades dos campos de escrita, $\vec{E}_W$, e do campo de leitura $\vec{E}_R$ ¹. Com exceção da última seção deste capítulo, todos os campos têm a mesma frequência e são ressonantes com a transição atômica.

Dividiremos este capítulo em duas partes principais: teoria e experiência. Na primeira, mostraremos os detalhes teóricos. Na segunda, serão mostradas as medições experimentais, bem como as respectivas comparações com a teoria. Embora mostraremos na íntegra todos os resultados, este estudo também pode ser encontrado na referência [48].

¹ O termo “leitura simples” é necessário, pois a leitura é realizada somente com o campo $\vec{E}_R$. No capítulo seguinte, esta nomenclatura tornar-se-á clara.

4.2 Abordagem Teórica

Na abordagem teórica, trataremos da formação e armazenamento da grade de coerência *Zeeman*, da leitura e, por fim, modelaremos o sinal detetado.

Antes de tudo, consideremos um *ensemble* de átomos que pode ser excitado por três campos distintos. Dois deles são os de escrita ($\vec{E}_W$ e $\vec{E}'_W$) e o outro é o de leitura ($\vec{E}_R$). No experimento, o *ensemble* é constituído por um conjunto de átomos de dois níveis com degenerescência *Zeeman* igual a 7 no nível fundamental e 5 no excitado, enquanto que na descrição teórica consideraremos átomos com dois estados fundamentais $|1a\rangle$ e $|1b\rangle$ e um estado excitado $|2\rangle$.

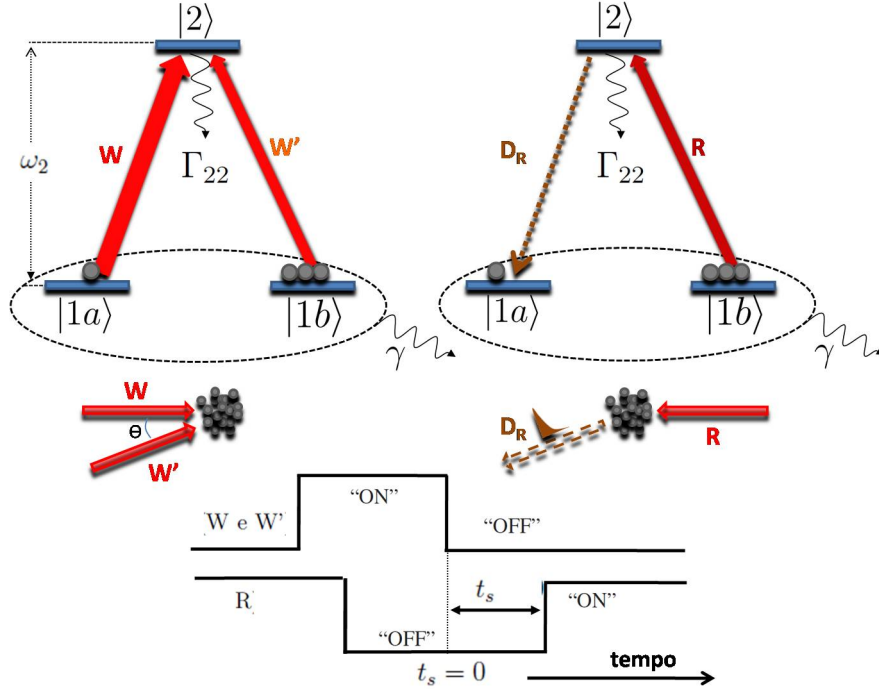


Figura 4.1: Topo: Representação simplificada dos sub-níveis *Zeeman* mostrando o acoplamento de cada campo com sua respectiva transição. Meio: Direção de propagação dos pulsos de escrita (W e W') e leitura (R). Base: Sequência temporal utilizada no processo escrita/leitura. A elipse pontilhada foi usada para representar a taxa γ (não radiativa) de descoerência dos estados fundamentais. Como explicado no texto, Γ_{22} representa o decaimento espontâneo do estado excitado.

Conforme indicado na figura 4.1, os estados fundamentais têm energia nula, e o estado excitado tem energia $\hbar\omega_2$. Os campos $\vec{E}_R$ e $\vec{E}_{W'}$ têm a mesma polarização² ($\hat{\sigma}^-$) e o campo $\vec{E}_W$ tem polarização oposta a $\vec{E}_R$ e $\vec{E}_{W'}$. Logo, de acordo com as regras de seleção, os campos $\vec{E}_R$ e $\vec{E}_{W'}$ conectam o estado $|1b\rangle$ ($= |M_F + 1\rangle$) ao $|2\rangle$ ($= |M_F\rangle$) e o campo $\vec{E}_W$ conecta $|1a\rangle$ ($= |M_F - 1\rangle$) ao $|2\rangle$.

A configuração espacial é tal que os vetores de onda dos campos $\vec{E}_R$ e $\vec{E}_W$ têm sentidos opostos, ou seja, são contrapropagantes e o vetor de onda do campo $\vec{E}_{W'}$ forma um pequeno ângulo θ em relação ao vetor de onda do campo $\vec{E}_W$. O sinal detectado é resultado da difração (tipo *Bragg*) do campo $\vec{E}_R$ na grade de coerência criada por $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ e a seqüência temporal utilizada para realizar as experiências é mostrada na figura 4.1. O *ensemble* é excitado com $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ por um tempo suficientemente longo, de modo a levar o sistema ao regime estacionário. Após esse intervalo, todos os campos são desligados e o experimentador aguarda um intervalo denominado por t_s (tempo de armazenamento) no qual o *ensemble* evolui “livremente”. Por fim, o campo $\vec{E}_R$ é ligado e permanece indefinidamente nesta condição, permitindo extrair toda excitação atômica armazenada nos subníveis *Zeeman*. Neste caso, o sistema evolui transientemente, gerando o campo $\vec{E}_D$.

4.2.1 Formação e Armazenamento da Grade de Coerência *Zeeman*

O sistema é inicialmente excitado pelos campos de escrita $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$, que têm polarizações $\hat{\sigma}^+$ e $\hat{\sigma}^-$ respectivamente. Escolheremos a direção de $\vec{E}_W$ como sendo a direção $\hat{z}$ e, como antes, o pequeno ângulo entre $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ nos permite descrever ambos na mesma base, em particular, na base de $\vec{E}_W$. Desta forma, as expressões para cada campo ficam

$$\vec{E}_W(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_W(\vec{r}, t)e^{i(k_W z - \omega_W t)}\hat{\sigma}^+ \quad (4.1)$$

$$\vec{E}_{W'}(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_{W'}(\vec{r}, t)e^{i(\vec{k}_{W'} \cdot \vec{r} - \omega_{W'} t)}\hat{\sigma}^-. \quad (4.2)$$

² Eles acoplam a mesma transição atômica, mas suas helicidades são diferentes. Para mais detalhes, consultar o apêndice III, página 256 do livro do Simmons e Guttman [49].

Nas equações 4.1 e 4.2, $\mathcal{E}_{W'}(\vec{r}, t)$ e $\mathcal{E}_W(\vec{r}, t)$ são amplitudes que representam tanto os modos transversais quanto o modo temporal de ambos os campos. As frequências angulares são ω_W e $\omega_{W'}$ e os vetores de onda $\vec{k}_{W'}$ e $k_W \hat{z}$. De posse das características dos campos, podemos escrever o operador hamiltoniano do problema

$$\hat{H}(\vec{r}, t) = \hat{H}_0 + \hat{V}(\vec{r}, t), \quad (4.3)$$

onde $\hat{H}_0$ é o hamiltoniano do átomo na ausência de qualquer interação externa, ou seja, ele é diagonal na base atômica ($|1a\rangle, |1b\rangle, |2\rangle$). O termo $\hat{V}(\vec{r}, t)$ corresponde à interação entre os campos ópticos e o átomo, de modo que, na aproximação de dipolo elétrico, ele tem a seguinte forma

$$\hat{V}(\vec{r}, t) = -\vec{d}_{2,1a} \cdot \vec{E}_W(\vec{r}, t) |2\rangle\langle 1a| - \vec{d}_{2,1b} \cdot \vec{E}_{W'}(\vec{r}, t) |2\rangle\langle 1b| + h.c., \quad (4.4)$$

onde $\vec{d}_{\mu,\nu}$ ($\mu, \nu = 1a, 1b$ e 2) é o momento de dipolo elétrico e h.c. abrevia “conjugado hermiteano”. Usando a equação de *Liouville* juntamente com 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4, obtemos o conjunto de equações de *Bloch* (assumindo a condição de ressonância, ou seja, $\omega_W = \omega_{W'} = \omega_2$)

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = [\Omega_W \sigma_{1a,2} + \Omega_{W'} \sigma_{1b,2} + c.c.] - 2\Gamma_{12}\rho_{22}, \quad (4.5a)$$

$$\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} = [-\Omega_W \sigma_{1a,2} + c.c.] + \Gamma_{12}\rho_{22}, \quad (4.5b)$$

$$\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} = [-\Omega_{W'} \sigma_{1b,2} + c.c.] + \Gamma_{12}\rho_{22}, \quad (4.5c)$$

$$\frac{d\sigma_{1a,2}}{dt} = -\Omega_W^*(\rho_{22} - \rho_{1a,1a}) + \Omega_{W'}^*\rho_{1a,1b} - \Gamma_{12}\sigma_{1a,2}, \quad (4.5d)$$

$$\frac{d\sigma_{1b,2}}{dt} = -\Omega_{W'}^*(\rho_{22} - \rho_{1b,1b}) + \Omega_W^*\rho_{1b,1a} - \Gamma_{12}\sigma_{1b,2}, \quad (4.5e)$$

$$\frac{d\rho_{1a,1b}}{dt} = -\Omega_W^*\sigma_{2,1b} - \Omega_{W'}\sigma_{1a,2} - \gamma\rho_{1a,1b}. \quad (4.5f)$$

Na obtenção das equações acima, usamos o fato de que as coerências ópticas decaem com metade da taxa de decaimento natural relativa à população do nível excitado, ou seja

$\Gamma_{12} = \Gamma_{22}/2$ e também usamos a aproximação de onda girante [43]. Também, fizemos uso das variáveis lentas, ou seja, $\rho_{i,j}(t) = \sigma_{i,j}(t)e^{-i\omega_2 t}$. As frequências de *Rabi* foram definidas de modo a incorporar o fator imaginário, ou seja,

$$\Omega_W(\vec{r}, t) = \frac{id_{2,1a}\mathcal{E}_W(\vec{r}, t)e^{ik_W z}}{\hbar} \quad (4.6)$$

e

$$\Omega_{W'}(\vec{r}, t) = \frac{id_{2,1b}\mathcal{E}_{W'}(\vec{r}, t)e^{i\vec{k}_{W'} \cdot \vec{r}}}{\hbar} . \quad (4.7)$$

Como estamos tratando de modelar o sinal gerado pelo *ensemble*, é de se esperar algum tipo de alargamento não-homogêneo, como, por exemplo, os ocasionados por gradientes de campos magnéticos residuais. Entretanto, admitiremos um alargamento homogêneo que será descrito pela taxa de descoerência γ . Em uma primeira vista, é uma aproximação grosseira, mas, como veremos adiante (nas comparações experiência e teoria), ela possibilita explicar relativamente bem o comportamento experimental³.

O conjunto de equações de *Bloch* pode ser resolvido⁴ no regime estacionário, ou seja, $d\sigma_{\mu\nu}/dt = 0$, onde $\mu, \nu = 1a, 1b$ e 2, de forma que esta etapa corresponda, portanto, à escrita da grade de coerência *Zeeman* do sistema. Considerando que a taxa γ de defasamento da coerência *Zeeman* seja menor do que as demais frequências envolvidas no processo⁵ ($\gamma\Gamma_{12} \ll |\Omega_W|^2, |\Omega_{W'}|^2$), obtemos

$$\rho_{1a,1b}^e = -\frac{\Omega_W^* \Omega_{W'}}{|\Omega_W|^2 + |\Omega_{W'}|^2} \quad (4.8)$$

onde o supraíndice “e” denota “estacionário”. Note que podemos “visualizar” o termo responsável pela grade de coerência ao analisarmos o numerador da equação 4.8, ou seja⁶, $\Omega_W^* \Omega_{W'} \propto \exp[i(\vec{k}_{W'} - \vec{k}_W) \cdot \vec{r}]$. De posse da coerência entre os estados fundamen-

³ Um γ que dependesse da posição seria muito tedioso para o nosso caso. Apenas como informação, na referência [50] é estudado um problema de alargamento não-homogêneo em que γ possui **apenas** dois valores, ou seja, o gradiente é simplificado fortemente para que seja possível obter equações analíticas.

⁴ Ver detalhes no capítulo posterior e/ou apêndice A.

⁵ De fato, verifica-se que essa situação corresponde à nossa condição experimental, bem como em medidas já realizadas anteriormente [51].

⁶ Neste caso, devemos deixar claro que está subentendido que *todos* os átomos estão no mesmo estado [3]!

tais no regime estacionário, podemos desligar os campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ e deixar o sistema evoluir livremente. Quando esse procedimento é realizado, todas as coerências do sistema evoluem de forma muito simples (como era de se esperar, pois não há campo externo algum atuando no sistema), de modo que as coerências ópticas decaem muito mais rápido do que a coerência *Zeeman* do estado fundamental, pois elas têm taxas de decaimento de, no mínimo, Γ_{12} . Sendo assim, depois do tempo de armazenamento t_s os elementos da matriz densidade ficam

$$\rho_{1a,1b}^s(\vec{r}, t_s) = \rho_{1a,1b}^e(\vec{r}) \exp(-\gamma t_s) \quad (4.9)$$

$$\sigma_{1a,2}^s(\vec{r}, t_s) = 0 \quad (4.10)$$

$$\sigma_{1b,2}^s(\vec{r}, t_s) = 0 \quad (4.11)$$

onde a dependência em $\vec{r}$ está contida nas frequências de *Rabi*, ou seja, dentro do estado estacionário $\rho_{1a,1b}^e$, dado por 4.8. No presente caso, o supraíndice “s” denota “*stored*”.

4.2.2 Leitura

A leitura do estado armazenado pode ser realizada usando o campo $\vec{E}_R$, contra-propagante ao campo $\vec{E}_W$, que pode ser escrito como

$$\vec{E}_R(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_R(\vec{r}, t) e^{i(-k_R z - \omega_R t)} \hat{\sigma}^-, \quad (4.12)$$

onde $\mathcal{E}_R(\vec{r}, t)$ representa, como antes, o modo transversal e temporal, $\vec{k}_R$ o vetor de onda e $\omega_R (= \omega_2)$ a frequência.

Em analogia às equações 4.6 e 4.7, podemos definir a frequência de *Rabi* para o campo $\vec{E}_R$, ou seja,

$$\Omega_R(\vec{r}, t) = \frac{id_{2,1b} \mathcal{E}_R(\vec{r}, t) e^{-ik_R z}}{\hbar} \quad (4.13)$$

e assim obter um novo conjunto de equações de *Bloch*. Como temos somente um campo em questão, esse cálculo é muito simples. No entanto, vale mencionar que as duas equações que são relevantes para o nosso problema⁷ podem ser escritas como

$$\frac{d\sigma_{1a,2}}{dt} = \Omega_R^* \rho_{1a,1b} - \Gamma_{12} \sigma_{1a,2} \quad (4.14)$$

e

$$\frac{d\rho_{1a,1b}}{dt} = -\Omega_R \sigma_{1a,2} - \gamma \rho_{1a,1b}. \quad (4.15)$$

onde temos definido mais uma vez a variável lenta $\sigma_{1a,2} = \rho_{1a,2} e^{-i\omega_R t}$. Ambas equações acima podem ser facilmente desacopladas para fornecer

$$\frac{d^2 \sigma_{1a,2}}{dt^2} + (\gamma + \Gamma_{12}) \frac{d\sigma_{1a,2}}{dt} + (\gamma \Gamma_{12} + |\Omega_R|^2) \sigma_{1a,2} = 0. \quad (4.16)$$

Vemos que a equação 4.16 é formalmente idêntica àquela do oscilador harmônico clássico, onde temos o termo de amortecimento $(\gamma + \Gamma_{12})$ e o termo natural⁸ $|\Omega_R|^2$.

O campo $\vec{E}_D$ é gerado no meio devido ao transiente induzido pelo campo $\vec{E}_R$ durante o intervalo de leitura, em que a coerência $\sigma_{1a,2}$ gerará uma polarização atômica que originará o campo $\vec{E}_D$. A solução da equação anterior é

$$\sigma_{1a,2}(\vec{r}, t) = \Omega_R^*(\vec{r}) \rho_{1a,1b}^s(\vec{r}, t_s) \frac{e^{-\gamma_1 t} \sinh(\gamma_2 t)}{\gamma_2}, \quad (4.17)$$

onde

$$\gamma_1 = \frac{\Gamma_{12} + \gamma}{2} \quad (4.18)$$

e

$$\gamma_2 = \frac{\sqrt{(\Gamma_{12} - \gamma)^2 - 4|\Omega_R|^2}}{2}. \quad (4.19)$$

⁷ Além disso, ambas estão desacopladas do conjunto total de equações de *Bloch*.

⁸ Devido a este último, na ausência de amortecimento, o sistema oscilaria numa frequência $\Omega_R/2\pi$, no já conhecido caso de *Rabi* [36].

Na condição inicial, usamos o fato de $\gamma \ll \Gamma_{12}$ o que acarreta, como discutido, em $\sigma_{1a,2}^s(t_s) = 0$. Em outras palavras, no instante de leitura, t_s , a única coerência que sobrevive é a do estado fundamental, pois $t_s \gg \Gamma_{12}^{-1}$.

A coerência dada pela equação 4.17 pode ser usada para calcular a polarização (relativa à transição $|1a\rangle \leftrightarrow |2\rangle$) de um único átomo, que é proporcional ao momento de dipolo, ou seja,

$$\vec{p}_{2,1a}(\vec{r}, t) = \vec{d}_{2,1a} \sigma_{2,1a}(\vec{r}, t) e^{-i\omega_e t}. \quad (4.20)$$

4.2.3 Sinal

O sinal gerado pelo *ensemble* em um típico processo de leitura será tratado de forma bem detalhada, onde realizaremos um filtro espacial e mostraremos que o sentido de propagação do campo $\vec{E}_D$ é oposto ao do campo $\vec{E}_{W'}$. A abordagem que desenvolveremos aqui será muito útil para “generalizarmos” o processo de leitura quando dois campos atuarem simultaneamente no sistema atômico⁹. Em suma, o filtro espacial garante que o sinal teórico corresponderá somente àquele que medimos durante a experiência, ou seja, àquele que se propaga no sentido $-\vec{k}_{W'}$, que mostraremos ser o campo $\vec{E}_D$.

Uma interpretação geométrica do sinal gerado $\vec{E}_D$ é, como já mencionado, a difração do tipo *Bragg*. Em outras palavras, o campo $\vec{E}_D$ é produzido pela interferência construtiva entre os campos gerados por *todos* os membros do *ensemble*, resultando em um pulso com vetor de propagação $-\vec{k}_{W'}$. Para baixas densidades da MOT (que é o nosso caso nas experiências) e negligenciando efeitos de propagação, podemos superpor espacialmente todas as contribuições atômicas e obter o campo numa direção arbitrária $\vec{k}$. Para isso, introduziremos uma função, $\eta(\vec{r})$ que representa a densidade atômica na posição $\vec{r}$ e então escreveremos

$$\vec{E}_D(\vec{k}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0(2\pi)^{3/2}} \int \vec{p}_{2,1a} \eta(\vec{r}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3r \quad (4.21)$$

⁹ Daremos, naturalmente, os detalhes mais adiante.

onde ϵ_0 é a permissividade do vácuo e a integração é realizada de forma a abranger todo o volume do *ensemble*. Vale lembrar que o termo $\sigma_{2,1a}$ depende dos três campos, ou seja, $\vec{E}_W$, $\vec{E}_{W'}$ e $\vec{E}_R$. Aproximando todos os campos por onda plana, podemos escrever

$$\frac{\Omega_W}{\Gamma_{12}} = i\sqrt{\frac{I_W}{2I_{sa}}}e^{ik_W z}, \quad (4.22)$$

$$\frac{\Omega_{W'}}{\Gamma_{12}} = i\sqrt{\frac{I_{W'}}{2I_{sb}}}e^{i\vec{k}_{W'} \cdot \vec{r}}, \quad (4.23)$$

e

$$\frac{\Omega_R}{\Gamma_{12}} = i\sqrt{\frac{I_R}{2I_{sb}}}e^{-ik_R z}, \quad (4.24)$$

onde I_{sa} , I_{sb} são as intensidades de saturação das transições $|1a\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ e $|1b\rangle \leftrightarrow |2\rangle$, respectivamente e I_W , $I_{W'}$ e I_R são as intensidade dos campos $\vec{E}_W$, $\vec{E}_{W'}$ e $\vec{E}_R$. As expressões que relacionam a frequência de *Rabi* com as intensidades foram definidas de acordo com a referência [35].

A expressão 4.21 pode ser escrita como

$$\vec{E}_D(\vec{k}, t) = \frac{i\vec{d}_{2,1a}|\rho_{1a,1b}^s|f_R(t)e^{-i\omega_e t}}{4\pi\epsilon_0(2\pi)^{3/2}} \int \eta(\vec{r})e^{-i(\vec{k}+\vec{k}_{W'}) \cdot \vec{r}} d^3r \quad (4.25)$$

onde o termo

$$|\rho_{1a,1b}^s| = \frac{\sqrt{I_W I_{W'}}e^{-\gamma t_s}}{I_W \sqrt{\frac{I_{sb}}{I_{sa}}} + I_{W'} \sqrt{\frac{I_{sa}}{I_{sb}}}} \quad (4.26)$$

pode ser escrito com auxílio das equações 4.8, 4.9, 4.22 e 4.23, e

$$f_R(t) = \sqrt{\frac{I_R}{2I_{sb}}} \frac{e^{-\gamma_1 t} \sinh(\gamma_2 t)}{\gamma_2 / \Gamma_{12}} \quad (4.27)$$

é uma função que descreve o perfil temporal do pulso D gerado. Notemos que $f_R(t)$ contém apenas a intensidade do campo $\vec{E}_R$.

Suponhamos que a distribuição do *ensemble* seja espacialmente simétrica e corresponda a um perfil *Gaussiano*, ou seja,

$$\eta(\vec{r}) = \frac{N}{(2\pi L^2)^{3/2}} e^{-r^2/2L^2} \quad (4.28)$$

onde N é o número total de átomos na nuvem. Inserindo esta distribuição em 4.25 e integrando, obtemos

$$\vec{E}_D(\vec{k}, t) = \frac{i\vec{d}_{2,1a}|\rho_{1a,1b}^s|f_R(t)e^{-i\omega_e t}}{4\pi\epsilon_0(2\pi)^{3/2}} e^{-|\vec{k}+\vec{k}_{W'}|^2 L^2/2}. \quad (4.29)$$

Devemos chamar a atenção de que a expressão anterior mostra que a direção de emissão do campo $\vec{E}_D$ acontece mais fortemente no entorno de $-\vec{k}_{W'}$.

Agora, idealmente, podemos preparar o sistema de detecção para coletar todo o modo do campo $\vec{E}_D$ e considerar que o aparato seja rápido o suficiente para resolver toda variação temporal contida em $f_R(t)$. Desta forma, a intensidade do sinal, $S(t)$, será proporcional à intensidade de $\vec{E}_D$ integrada sobre todo o intervalo de vetores de onda $\vec{k}$, ou seja,

$$S(t) = A \int |\vec{E}_D(\vec{k}, t)|^2 d^3k \quad (4.30)$$

onde A é uma constante relacionada com o sistema de detecção. Integrando a última expressão, obtemos

$$S(t) = A' |\rho_{1a,1b}^s|^2 |f_R(t)|^2, \quad (4.31)$$

onde a constante A' não incorpora nenhum dos campos envolvidos.

Tendo em mãos a intensidade do sinal gerado, podemos facilmente calcular a energia difratada na grade de coerência, ou seja,

$$U_D(I_R) = \int_0^\infty S(t) dt = \frac{2A' |\rho_{1a,1b}^s|^2}{\Gamma_{12}} \frac{I_R/2I_{sb}}{(1 + \frac{\gamma}{\Gamma_{12}})(\frac{I_R}{2I_{sb}} + \frac{\gamma}{\Gamma_{12}})}. \quad (4.32)$$

Notemos que a expressão acima apresenta uma dependência relativamente simples em relação à intensidade do campo de leitura $\vec{E}_R$. Essa quantidade é muito importante, pois, em geral, em experiências de armazenamento de luz, busca-se otimizar tanto a informação quanto a energia extraída através da coerência [52].

Para finalizar a presente seção, mostraremos as três principais etapas desenvolvidas até aqui. Vejamos:

$$\rho_{1a,1b}^e = -\frac{\Omega_W^* \Omega_{W'}}{|\Omega_W|^2 + |\Omega_{W'}|^2} \quad (-\infty < t \leq 0) \quad (4.33)$$

$$\rho_{1a,1b}^s(\vec{r}, t) = \rho_{1a,1b}^e \exp(-\gamma t) \quad (0 < t \leq t_s) \quad (4.34)$$

$$S(t) = A' |\rho_{1a,1b}^s|^2 |f_R(t)|^2 \quad (t_s \leq t < \infty) \quad (4.35)$$

onde, na seqüência, temos o estado escrito, o armazenado e a respectiva leitura.

4.3 Resultados Experimentais e Discussões

4.3.1 Dinâmica e Saturação da Grade Armazenada: Medidas, Discussões e Confronto Teórico

O estudo do armazenamento da grade de coerência *Zeeman* desta seção se divide em duas partes: dependência do sinal difratado na grade em função do tempo de armazenamento e efeitos das intensidades dos pulsos de escrita (somente o W) e leitura R para um t_s fixo. Como mencionado no capítulo 3, os resultados que apresentaremos aqui foram realizados em átomos frios de césio e o *ensemble* é preparado em $F = 3$ via bombeio óptico não ressonante. De acordo com a figura 4.1, os campos acoplam a transição $6S_{1/2}(F = 3) \leftrightarrow 6P_{3/2}(F' = 2)$, que apresenta degenerescência *Zeeman* correspondente à estrutura hiperfina.

Abaixo, temos um esquema simples mostrando os detalhes relevantes do contexto experimental.

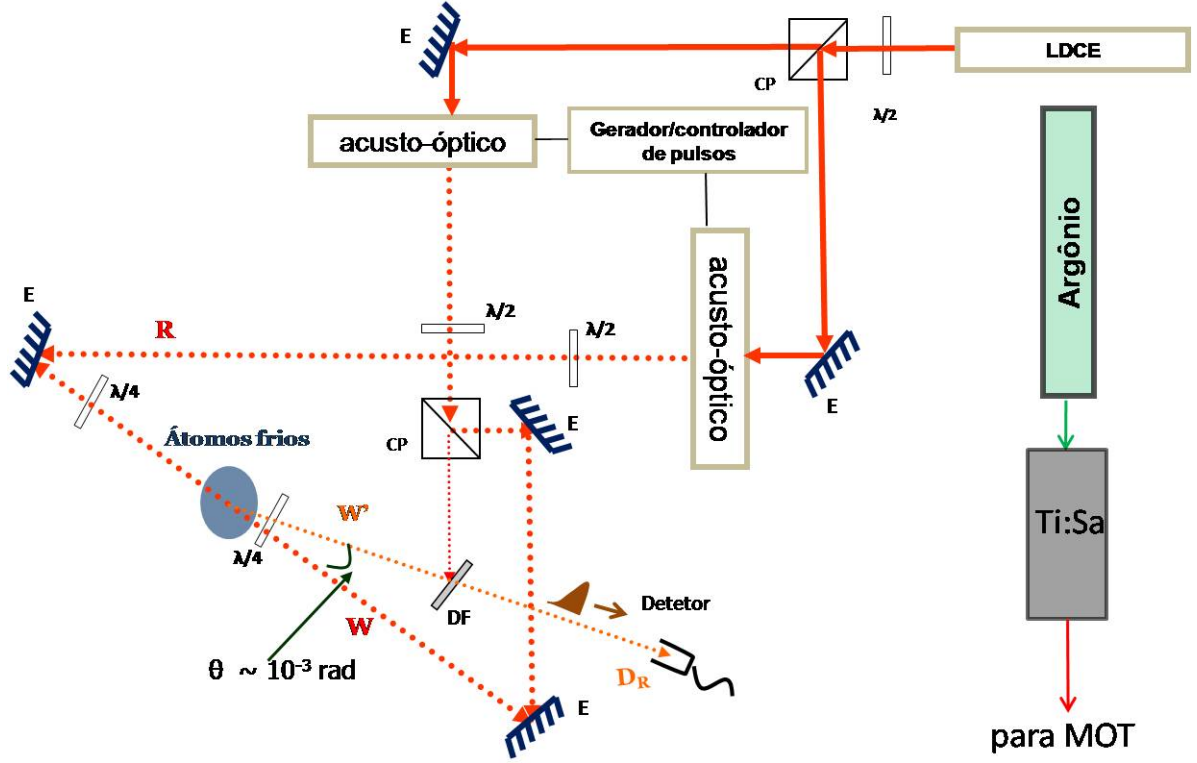


Figura 4.2: Esquema simplificado da montagem experimental. Principais componentes: LDCE, laser de diodo de cavidade estendida; E, espelho; CP, cubo polarizador; $\lambda/2$, placa de meia onda; $\lambda/4$, placa de quarto de onda; DF, divisor de feixe 50/50. O sinal gerado passa através do DF e atinge o detetor (ThorLabs, PDA55). Os acusto-ópticos estão desenhados de forma simplificada; ver detalhes nas seções 3.5 e 3.6.

Primeiramente, um laser de diodo de cavidade estendida¹⁰ é dividido em dois feixes por um cubo polarizador e cada parcela é enviada ao seu respectivo modulador acusto-óptico, que fará o papel de gerar e modular as amplitudes de acordo com a seqüência temporal pré-definida. Após passar pelo modulador responsável pelos campos de escrita, são novamente divididos por outro cubo polarizador e então se destinam à MOT. Observe que W e W' têm mesma frequência, pois são preparados a partir da divisão de um único feixe. Para tornarmos os pulsos W e W' circularmente polarizados, inserimos (muito próximo à MOT) uma placa de quarto de onda devidamente ajustada. Lembremos que W e W' formam um ângulo de aproximadamente 60 mrad, que é suficientemente pequeno

¹⁰ Laser da *Toptica Photonics*, DL 100 – 01030.

4.3 Resultados Experimentais e Discussões

para que possamos considerá-los como sendo circularmente polarizados, um à esquerda e outro à direita, e que também possamos separar espacialmente o campo $\vec{E}_D$. O feixe R é preparado por uma placa de quarto de onda num estado de polarização $\hat{\sigma}^-$. Portanto, W' e R têm mesma polarização e W tem polarização oposta aos dois anteriores.

Com base na seqüência temporal discutida na figura 4.1, mostramos o sinal correspondente ao regime contínuo (FWM) e ao pulso extraído para diferentes tempos de armazenamento. A figura 4.3 apresenta os resultados.

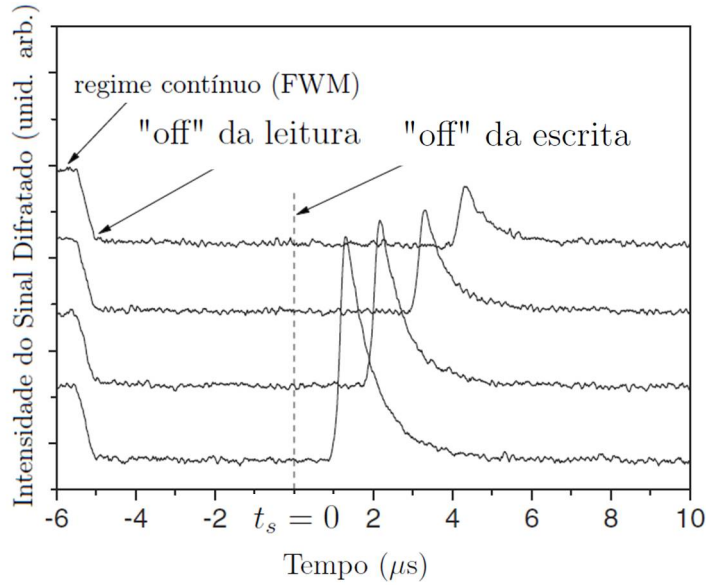


Figura 4.3: Sinal difratado nos regimes contínuo e pulsado. Para tempos positivos, $t_s > 0$, vemos uma série de leituras em diferentes t_s . As intensidades dos campos são: $I_R = 8,0$ mW/cm², $I_W = 5,0$ mW/cm² e $I_{W'} = 1,5$ mW/cm².

É interessante notar que, para tempos de armazenamento curtos, a intensidade máxima (pico do pulso) do sinal difratado é consideravelmente maior do que a região que corresponde ao regime contínuo. De fato, esse efeito está intimamente ligado à presença dos três campos no regime contínuo, pois o campo $\vec{E}_R$ reduz o contraste da grade de coerência criada pelos campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$. Vale mencionar que o pico do pulso depende muito fortemente da compensação de campos magnéticos espúrios e esses campos são minimizados com extremo cuidado antes de cada experiência. Também verificamos, experimentalmente, tanto no regime contínuo quanto para o pulso gerado, que a polarização

4.3 Resultados Experimentais e Discussões

do campo gerado é oposta à do campo de leitura, ou seja, $\hat{\sigma}^+$. Para tal propósito, é inserida, imediatamente antes do sistema de detecção, uma placa de meia onda em conjunto com um cubo polarizador que foram calibrados previamente baseada na polarização já conhecida do campo $\vec{E}_{W'}$.

Para caracterizarmos o defasamento da coerência *Zeeman*, faremos uma curva que corresponde à intensidade de pico em função do tempo de armazenamento t_s . Os resultados são mostrados na figura 4.4.

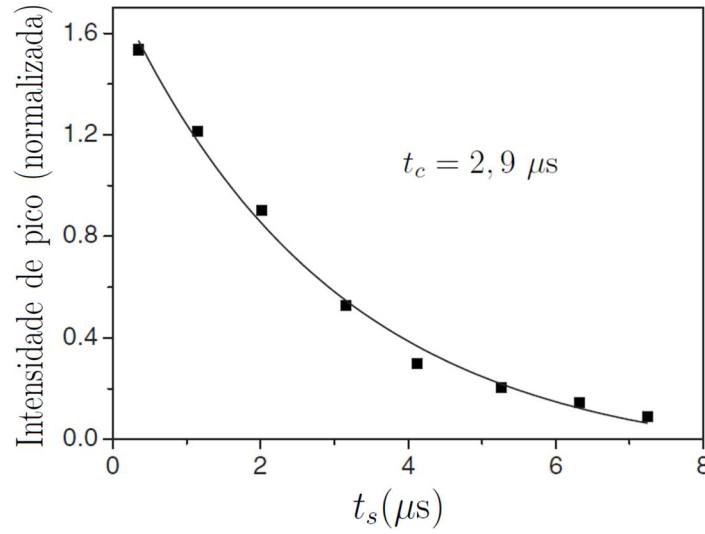


Figura 4.4: Intensidade de pico (normalizada) em função de diferentes tempos de armazenamento. A curva contínua é um ajuste exponencial de primeira ordem, no qual se obtém o tempo de coerência $t_c = 2,9 \mu s$. Aqui também temos as intensidade de $I_R = 8,0 \text{ mW/cm}^2$, $I_W = 5,0 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} = 1,5 \text{ mW/cm}^2$.

Na figura 4.4, mostramos o máximo do pico normalizado pelo valor do sinal que corresponde ao regime contínuo. A curva contínua é um ajuste exponencial de primeira ordem baseada no modelo teórico que descreve o decaimento da coerência *Zeeman*¹¹. O tempo de coerência correspondente ao ajuste exponencial foi de $2,9 \mu s$, que independe

¹¹ O modelo é descrito fenomenologicamente pela taxa de decaimento γ . Logo, a função usada para tal ajuste é, como descrita pela equação 4.34, $\exp(-\gamma t)$. A relação entre t_c e γ é $t_c^{-1} = \gamma$, onde γ é expresso em rad/s .

das intensidades dos campos envolvidos na escrita e/ou leitura, que neste caso foram de $I_R = 8,0 \text{ mW/cm}^2$, $I_W = 5,0 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} = 1,5 \text{ mW/cm}^2$.

Poderíamos pensar que o decaimento do sinal pudesse ser devido ao movimento atômico, “borrando” a grade de coerência. Mas não é. O defasamento da coerência *Zeeman* é, principalmente, devido a gradientes de campos magnéticos. A hipótese anterior se apóia ao considerarmos a distribuição de velocidade

$$f(v) = \pi^{-1/2} u^{-1} \exp(-v^2/u^2)$$

onde $u = \sqrt{(2k_B T)/m}$, k_B é a constante de Boltzmann, T é a temperatura e m a massa. Em nosso caso [51], a temperatura da MOT é tipicamente da ordem de centenas de μK , que corresponde a uma velocidade média da ordem de 10 cm/s . Logo, como o período da grade escrita pelos campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ é dado por

$$\Lambda = \frac{\lambda/2}{\sin(\theta/2)} \sim 10^{-5} m$$

para ângulos típicos que usamos na experiência, o tempo estimado para um átomo difundir por uma distância correspondente a um período da grade é da ordem de milissegundos. Portanto, baseado no fato de que a sequência temporal escrita/leitura acontece em intervalos de, no máximo, poucas dezenas de microssegundos, a difusão é desprezível¹².

4.3.2 Estudo da Largura do Pulso Difrato

Estudaremos, agora, o perfil temporal do sinal difratado em função da intensidade do feixe de leitura R . Particularmente, medimos a largura temporal do pulso em um tempo de armazenamento fixo; aproximadamente 1 microssegundo . Abaixo, mostramos as curvas experimentais e teóricas (colunas esquerda e direita, respectivamente), que correspondem à forma temporal do pulso gerado. Escolhemos, convenientemente, três valores distintos de intensidades experimentais do feixe de leitura R , como indicado na própria figura.

¹² Se estivéssemos, por exemplo, com átomos à $T \approx 300 \text{ K}$, a velocidade atômica teria um valor de aproximadamente três ordens de grandeza maior, resultando em um tempo de difusão muito menor, ou seja, $\lesssim 10^{-6} \text{ s}$.

4.3 Resultados Experimentais e Discussões

Usando a equação 4.35 e baseado na razão Ω_R/Γ_{12} , ajustamos a largura temporal teórica de forma que correspondesse àquela medida na experiência. A taxa de descoerência que melhor¹³ ajustou as curvas experimentais foi tal que $\gamma/\Gamma_{12} \approx 0,014$. Como podemos notar no gráfico abaixo, um aumento na intensidade de leitura acarreta em uma diminuição da largura do sinal difratado. Como sabemos, o pulso é gerado devido ao acoplamento da coerência *Zeeman* com o estado excitado via campo $\vec{E}_R$. Desta forma, maiores intensidades do feixe de leitura resultam em um acoplamento mais forte, fazendo com que o estado excitado participe ainda mais do processo transiente, aumentando a contribuição da emissão espontânea para a destruição da grade armazenada. Isso explica o decréscimo na largura do pulso quando sondamos a grade com feixe de leitura mais intenso.

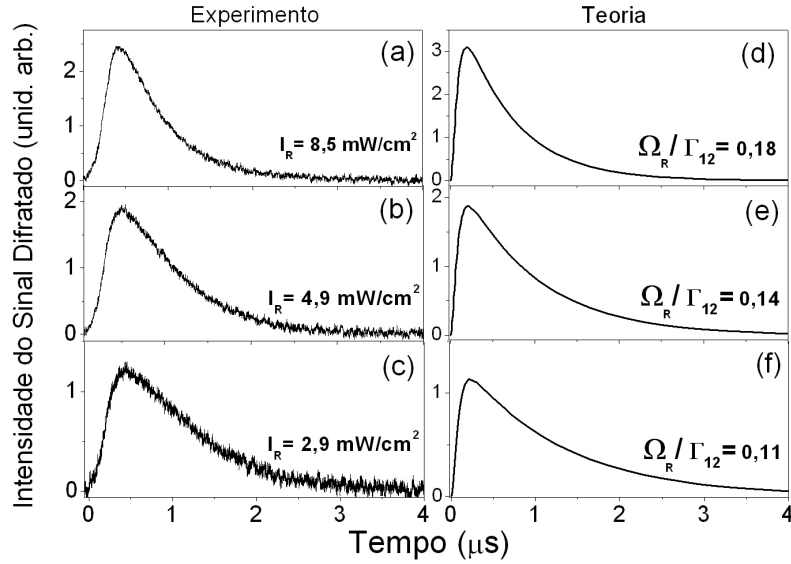


Figura 4.5: Pulso gerado em função do tempo para diferentes intensidades de leitura; o tempo inicial, zero, é o instante em que o pulso de leitura é ligado: experimentais (a-c) e teóricas (d-e). O tempo de armazenamento foi fixado em $1 \mu\text{s}$ e as intensidades de I_R estão indicadas na figura.

Algumas palavras sobre as intensidades teórica e experimental devem ser ditas. Evidentemente, a determinação experimental da frequência de *Rabi* (do feixe leitura) não é

¹³ Notemos que esse valor é da mesma ordem de grandeza do que medimos experimentalmente, ou seja, 0,02.

tão imediata, contendo, de forma geral, grande incerteza. De fato, na figura 4.5 foi usado um parâmetro de ajuste ($a \approx 0,02$) responsável por re-escalar as intensidades teóricas e experimentais, ou seja, $I_R \rightarrow aI_R$. Esse parâmetro leva em conta alguns fatores. O modelo desenvolvido descreve um sistema com três estados *Zeeman*, um excitado e dois fundamentais. Entretanto, a experiência real é realizada num sistema atômico composto por uma variedade de doze estados, cinco no excitado e sete no fundamental. Notavelmente, apesar de tal simplificação, os resultados são qualitativamente satisfatórios. Também, as intensidades de W e W' são tais que o sistema atômico não é efetivamente bombeado para o maior subnível magnético, ou seja, para $|F = 3, M_F = +3\rangle$, o qual possui menor intensidade de saturação [53]. Desta forma, outros pares de coerência *Zeeman* participam do processo transiente de geração do sinal e, como em nosso modelo estamos considerando que há este bombeio, tudo se passa como se a intensidade de leitura possuísse um menor valor, o qual é levado em conta pelo ajuste de “ a ”. Finalmente, devido à dimensão da nuvem atômica ser relativamente pequena (da ordem de 2 mm de diâmetro), provavelmente, uma outra fonte de desacordo está associada à dificuldade de otimizar o alinhamento do feixe de leitura com a mesma, acarretando, naturalmente, numa menor intensidade.

O comportamento da largura em função da intensidade do feixe de leitura pode ser visto na figura 4.6.

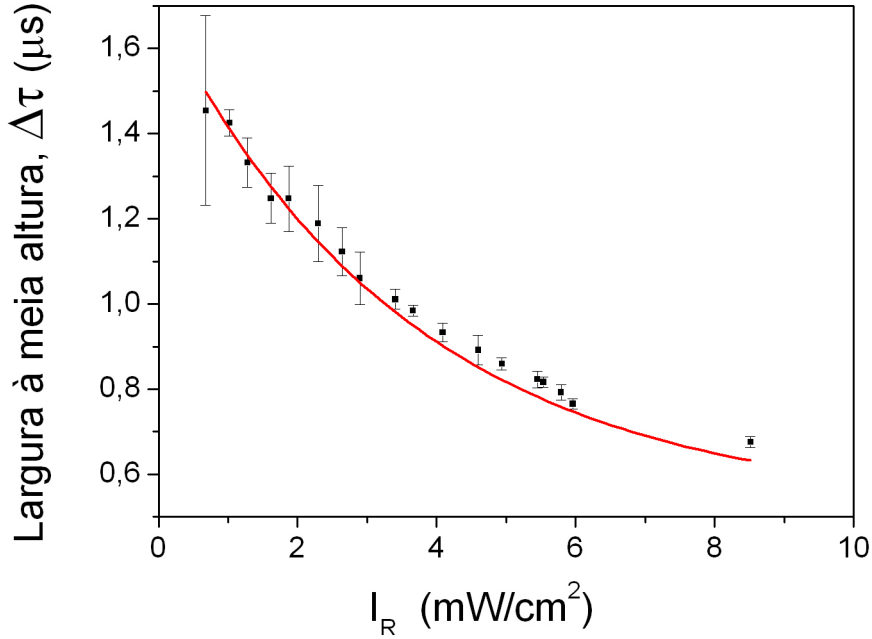


Figura 4.6: Dependência da largura temporal (à meia altura) em função da intensidade do campo de leitura (quadrados cheios). A curva contínua é um ajuste teórico. As intensidades de escrita são: $I_W = 5,0$ mW/cm² e $I_{W'} = 1,5$ mW/cm².

Vale mencionar que o tempo de subida do pulso está limitado, experimentalmente, pela constante de tempo do detector, que é de aproximadamente $0,5 \mu\text{s}$. Logo, em regiões de baixas intensidades de leitura, onde a “cauda” do pulso apresenta uma variação mais suave, há maior concordância. No gráfico acima, cada ponto experimental corresponde a um conjunto de três medidas, podendo, assim, ser estimadas as correspondentes barras de erro. Lembremos que essa largura é a “largura total à meia altura”, (FWHM, *full width at half-maximum*).

4.3.3 Amplitude e Energia Difrata no Modo D: Estudo da Saturação

Nesta seção, medimos a intensidade de pico do pulso D bem como sua energia em função das intensidades dos pulsos W ou R. Primeiramente, apresentaremos o gráfico que mostra a dependência com o feixe de leitura.

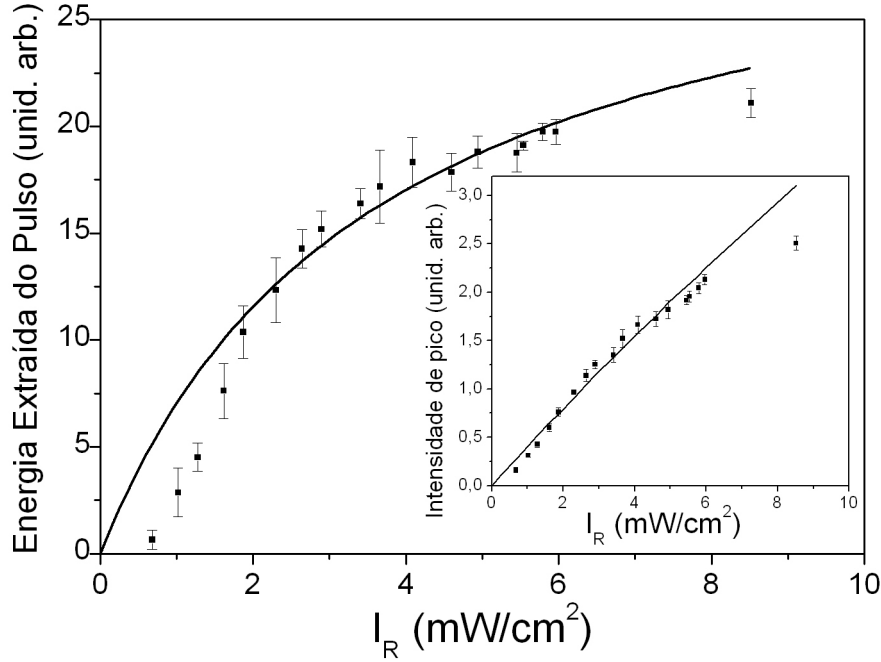


Figura 4.7: Energia difratada em função da intensidade de leitura (quadrados cheios). O detalhe mostra a intensidade de pico do pulso. Em ambos os gráficos, a curva contínua é um ajuste teórico baseado no modelo desenvolvido anteriormente. As intensidades de escrita foram de: $I_W = 5,0 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} = 1,5 \text{ mW/cm}^2$.

As intensidades usadas nos campos de escrita foram as mesmas da seção anterior, ou seja, $I_W = 5,0 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} = 1,5 \text{ mW/cm}^2$. Vale lembrar que o parâmetro de ajuste “a” também se mantém o mesmo. A linha sólida corresponde à curva de energia e foi baseada na equação 4.32. Em relação ao detalhe da figura 4.7, pode ser usada a equação 4.31 para o ajuste teórico (linha sólida). A característica principal deste resultado é o efeito de saturação da energia extraída no modo D, ou seja, para intensidades de escrita fixas, há uma quantidade máxima de energia que pode ser difratada pela coerência previamente armazenada. Em outras palavras, ao sondarmos a grade armazenada com altas intensidades, a coerência atômica é rapidamente “apagada”, afetando, como vimos anteriormente, a largura temporal do pulso. Desta forma, podemos considerar como se houvesse uma “competição” entre a largura temporal (relacionada à velocidade de extração

do pulso) e a intensidade de pico (“inset”), revelando um comportamento de saturação quando medimos a energia extraída do meio.

Em relação à escrita, nós também medimos a variação do sinal difratado em função da intensidade do campo $\vec{E}_W$. Essa medidas são mostradas na figura 4.8 e as intensidades usadas foram $I_R = 9,0 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} = 1,0 \text{ mW/cm}^2$.

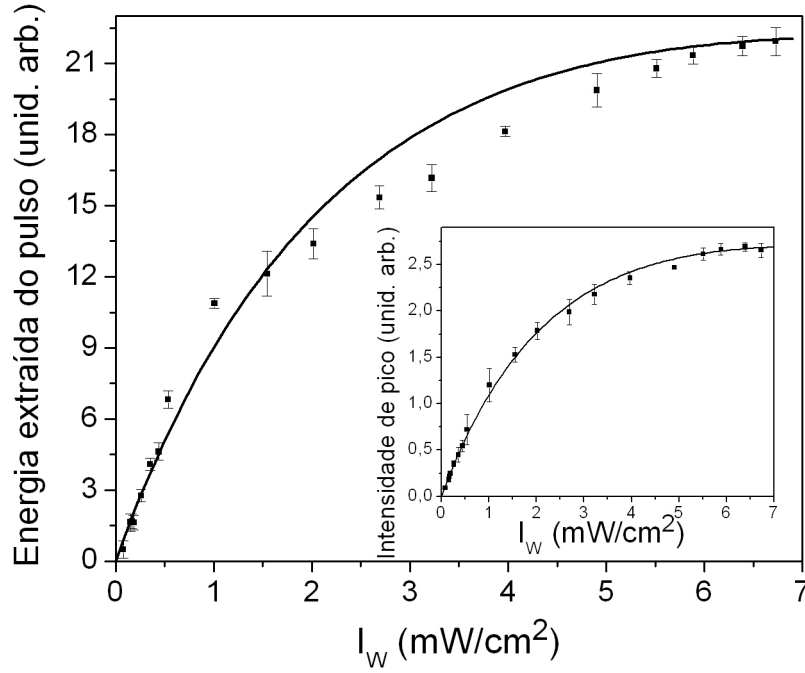


Figura 4.8: Dependência da energia difratada em relação à intensidade de W (quadrados cheios). Novamente, a curva sólida é um ajuste teórico. As intensidades de R e W’ foram, respectivamente, $I_R = 9,0 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} = 1,0 \text{ mW/cm}^2$.

A curva contínua corresponde ao ajuste teórico, no qual usamos a equação 4.32 (com I_R fixo), ou, equivalentemente, $|\rho_{1a,1b}|^2$, tirada da equação 4.8. Estamos admitindo que a transição $6S_{1/2}(F = 3, M_F = 1) \leftrightarrow 6P_{3/2}(F' = 2, M_{F'} = 2)$ tem intensidade de saturação $I_{sa} = 15I_{sb}$ obtida a partir da razão entre os coeficientes de *Clebsch-Gordan* [53]. Neste caso, o parâmetro que nos levou a um melhor ajuste foi de $a' \approx 1,9$, onde, novamente, este leva em conta a dificuldade de se obter o valor experimental da frequência de *Rabi* dos campos de escrita, ou seja, Ω_W e $\Omega_{W'}$. Logo, as intensidades são re-escaladas fazendo $I_W/I_{W'} \rightarrow a'I_W/I_{W'}$.

Notemos que, nas curvas acima, ambos, energia e intensidade de pico, saturam de forma semelhante. Isso mostra que quando temos uma intensidade de W relativamente alta, o processo de escrita satura a coerência *Zeeman*, reduzindo o contraste da grade de coerência. Por fim, uma comparação do detalhe da figura 4.7 com o respectivo da figura 4.8, evidencia claramente o comportamento distinto da saturação em relação às intensidades de W ou R .

4.3.4 Minimizando o Efeito de Emissão Espontânea

Nas seções anteriores, tratamos de aspectos gerais da dinâmica da grade de coerência *Zeeman* armazenada, ou seja, estudamos o tempo de decaimento, o comportamento da largura do pulso difratado com a intensidade de leitura R e, finalmente, estudamos a sua saturação em função das intensidades de W e R . Lembremos que houve uma grande preocupação em ajustar com a teoria desenvolvida “todas” as medições realizadas, onde explicitamos dois parâmetros de ajuste, “ a ” e “ a' ”. Aqui, não nos preocuparemos em obter novos parâmetros¹⁴. Basicamente, estudaremos o comportamento do pulso gerado quando a leitura é realizada com baixa intensidade e com R sintonizado não ressonantemente. De fato, o pulso gerado que mostraremos possui uma relação sinal/ruído muito reduzida, quando comparada com leituras em ressonância ou intensidades mais altas.

Para compararmos diretamente o resultado que corresponde ao decaimento livre da coerência com o “decaimento” de um pulso gerado a partir de uma leitura com baixa intensidade, faremos o seguinte: selecionaremos um intervalo que corresponde à região do decaimento do pulso e realizaremos um ajuste exponencial. Assim, poderemos obter o tempo de “decaimento efetivo” e comparar, como mencionado, com o decaimento livre¹⁵. A figura 4.9 mostra os resultados dessas medidas.

¹⁴ Apesar desta seção pertencer ao primeiro capítulo de resultados, estas medidas foram realizadas recentemente. Desta forma, estudos sistemáticos ainda estão em andamento com um sistema de detecção mais rápido; ThorLabs, *PDA36A – EC*.

¹⁵ Denominaremos de “decaimento efetivo” pois o campo de leitura também contribui para destruir a grade.

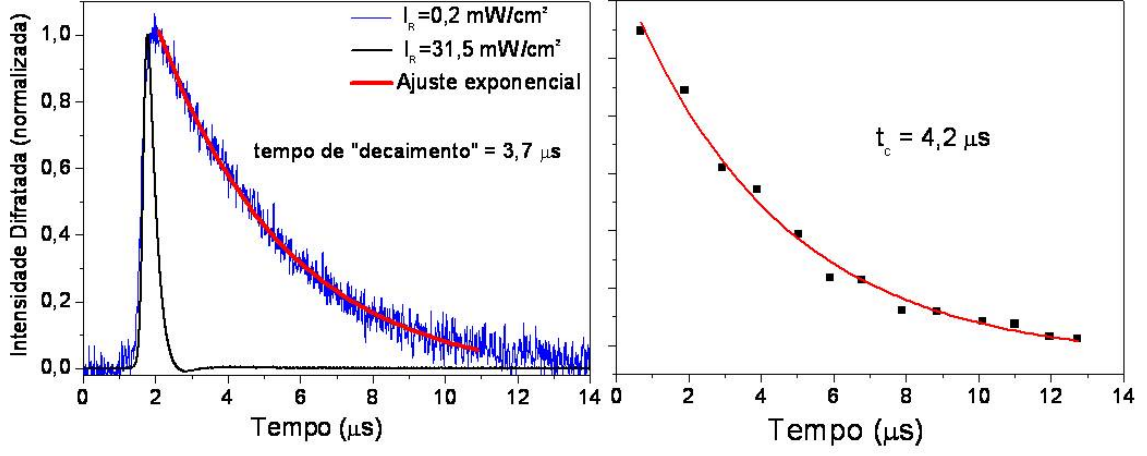


Figura 4.9: Esquerda: Leitura da grade com alta e baixa intensidades do pulso R. Numa determinada região da cauda do pulso, foi realizado um ajuste exponencial e comparado com a figura da direita, a qual mostra o decaimento livre (semelhante à figura 4.4), em que os quadrados cheios representam os resultados experimentais enquanto que a curva contínua representa o respectivo ajuste teórico, dado por $\exp(-t/t_c)$.

Primeiramente, à esquerda, temos duas curvas normalizadas pela intensidade de pico. Apesar do interesse em estudar baixas intensidades, a curva mais estreita, que corresponde à alta intensidade, encontra-se presente de propósito. Manteremos nossa atenção na curva de baixa intensidade. Seu comportamento revela que há um alargamento bem mais pronunciado do que os estudados nas seções anteriores. De fato, notamos que o ajuste exponencial realizado numa região selecionada da própria curva apresenta um tempo característico de aproximadamente $3,7 \mu\text{s}$. Com intuito de comparar com o decaimento livre, fizemos, também, um ajuste baseado na intensidade de pico (muito parecido com a figura 4.4). As intensidades usadas foram as seguintes: $I_W = 8,8 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} = 1,2 \text{ mW/cm}^2$. Claramente, o valor de t_c na curva à direita é muito próximo daquele obtido a partir do ajuste correspondente ao “decaimento efetivo” do pulso difratado, mostrando, portanto, que baixas intensidades I_R afetam mais fracamente a coerência atômica armazenada no estado fundamental. Logo, durante um processo de leitura com essas características,

acreditamos que o efeito de emissão espontânea esteja sendo fortemente reduzido, de forma que no limite $I_R \rightarrow 0$, o decaimento seja devido apenas aos gradientes espúrios de campos magnéticos, descritos fenomenologicamente por γ .

Oscilações de Rabi: Leitura com Campo $\vec{E}_R$ Dessintonizado

O comportamento relativo à leitura com o campo $\vec{E}_R$ não sintonizado ressonantemente é mostrado na figura 4.10. Ressaltemos aqui que estas são medidas preliminares.

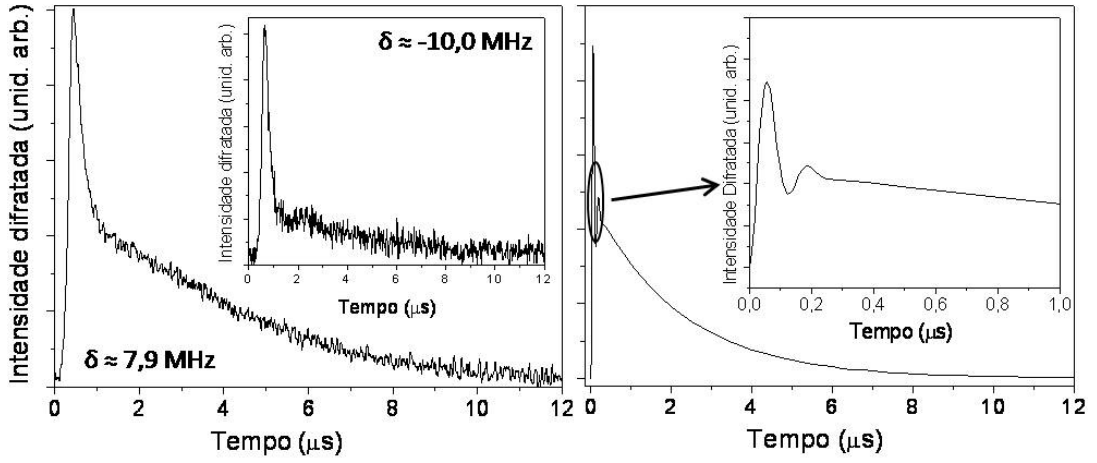


Figura 4.10: Esquerda: Curva experimental do pulso gerado com dessintonia do campo $\vec{E}_R$ de $\delta \approx 7,9$ MHz. Direita: Curva teórica baseada na equação B.6 com uma dessintonia $\delta \approx 3\Gamma_{12}$, equivalente à experimental. Os detalhes mostram possíveis oscilações do tipo *Rabi*; observe que o detalhe da esquerda corresponde a um $\delta \approx -10$ MHz. As intensidades usadas foram de $I_W = 8,8$ mW/cm², $I_{W'} = 1,2$ mW/cm², $I_R = 31,5$ mW/cm² e $\gamma/\Gamma_{12} \approx 0,02$.

Em relação à curva experimental (da esquerda), notemos que há dois regimes característicos. O primeiro está intimamente ligado à alta intensidade do campo $\vec{E}_R$, caracterizado pela subida extremamente acentuada do pulso. Entretanto, existe um instante onde a curva apresenta uma transição para um regime de decaimento “lento”. Neste caso, e com raciocínio semelhante aos parágrafos anteriores, a dessintonia no campo $\vec{E}_R$ resulta

num acoplamento entre os estados excitado e fundamental menos forte, fazendo com que durante a leitura a coerência *Zeeman* seja menos afetada. Além disso, como pode ser visto na figura 4.10 (em ambos detalhes), o sistema apresenta uma oscilação (pouco evidente na curva experimental provavelmente devido à velocidade do aparato de detecção). Embora estes resultados ainda estejam sendo investigados, acreditamos que esse tipo de comportamento esteja intimamente ligado a oscilações de *Rabi*¹⁶, dadas por

$$\tilde{\Omega}(\Omega_R, \delta) = \sqrt{(\Gamma_{12} - \gamma)^2 - 4|\Omega_R|^2 - \delta^2 + i2\delta(\gamma - \Gamma_{12})}/2.$$

Vale mencionar que o regime de decaimento lento mostrado na curva teórica não é muito afetado quando Ω_R é diminuído ainda mais. De fato, o regime em questão provavelmente corresponde a $\delta \gg \Omega_R$. Por fim, a possibilidade de um estudo mais sistemático deste efeito ainda está fortemente vinculado a um sistema de detecção que apresente maior velocidade, sem que haja consideráveis prejuízos na razão sinal/ruído. Também vale ressaltar que este efeito é objeto atual de estudo em nosso grupo.

4.3.5 Conclusões

Desenvolvemos, até aqui, estudos teóricos e experimentais sobre o armazenamento de uma grade de coerência escrita nos sub-níveis *Zeeman* de um *ensemble* de átomos frios de césio. Previmos (teoricamente) e medimos (experimentalmente) o perfil temporal do sinal extraído do meio, obtendo boa concordância entre ambos (tendo em vista a simplicidade da abordagem teórica). Estudamos efeitos de saturação do sinal em função das intensidades de leitura (R) e escrita (W), mostrando que, em cada caso, processos distintos de saturação estão presentes. Também verificamos experimentalmente que é possível sondar a grade armazenada com intensidades de leitura baixas; esta sondagem praticamente preserva o defasamento já existente. Em adição, temos observado indícios de oscilação do tipo *Rabi* que, de fato, ainda se encontra em fase de entendimento.

¹⁶ No apêndice B, são mostrados os detalhes matemáticos para se obter a equação diferencial a partir da qual obtivemos $\tilde{\Omega}$.

Vale mencionar que os resultados obtidos neste capítulo serão muito úteis para o entendimento geral do que virá adiante. Veremos, por exemplo, um processo de leitura bem mais geral e mostraremos que é possível manipular, com campos magnéticos, a coerência armazenada e, finalmente, armazenar estruturas espaciais bem mais complexas, particularmente, feixes contendo *momentum* angular orbital.

Capítulo 5

Correlações Entre Pulsos de Luz Gerados em um *Ensemble* Atômico - Leitura Dupla

5.1 Introdução

Este capítulo apresenta, num certo sentido, um estudo teórico e experimental semelhante ao anterior. Entretanto, não serão estudados efeitos de saturação. A dependência da largura do sinal com a intensidade do feixe de leitura será tratada de maneira mais sucinta. Usaremos dois pulsos para realizar a leitura do sistema, que chamaremos de pulsos R_F e R_B . O tema principal deste capítulo é o estudo de correlações clássicas entre os dois pulsos contrapropagantes que são gerados pelo *ensemble* preparado coerentemente. Denominaremos esses pulsos de D_C e D_P .

A literatura atual apresenta uma vasta lista de trabalhos envolvendo geração, propagação e/ou correlação entre campos em *ensembles* atômicos [54–61]. A primeira demonstração experimental de correlações na mistura de quatro ondas usando EIT foi realizada por Danielle A. Braje e colaboradores [59]. Usando a configuração *backward-wave*¹, foi demonstrado que o sistema atômico emite espontaneamente pares de fótons *Stokes* e

¹ Configuração onde há dois campos contra-propagantes, bombeio e de acoplamento, incidindo no *ensemble*.

anti-Stokes. A geometria não-colinear garante que os campos emitidos (pares de fótons) possam ser detetados diretamente sem nenhum tipo de filtro, ou seja, a emissão se dá em um *background* nulo. Especificamente, o campo *anti-Stokes* é tal que a largura de banda dos fótons correspondem a um comprimento de coerência de aproximadamente 60 m, apresentando enorme vantagem em relação a pares de fótons emitidos em experiências de conversão paramétrica descendente (neste caso, o comprimento de coerência possui valor reduzido em 5 ordens de grandeza [62]). Ainda, no grupo de Harris, Vlatko Balić e colaboradores [58] demonstraram que, ao se fazer o uso do fenômeno de “luz lenta”, é possível gerar e controlar a largura e a forma do pacote quântico dos fótons emitidos.

Embora haja um número relativamente grande de trabalhos explorando correlações entre campos gerados por *ensemble* atômicos, notemos que na maior parte das vezes a investigação se dá no regime quântico. Além disso, e na maioria dos casos, o *ensemble* é excitado por campos que operam no regime contínuo, ou seja, experiências neste cenário são, em geral, desprovidas de uma etapa explícita de escrita, diferentemente do que realizaremos nesta tese.

Como veremos, este capítulo será destinado ao estudo teórico e experimental de correlações no regime clássico². Entretanto, há uma diferença muito particular em relação aos trabalhos já reportados na literatura. Como discutido no capítulo anterior, em nosso caso, o *ensemble* atômico a ser excitado pelos campos de leitura já se encontra coerentemente preparado. Desta forma, a grade constituída pela superposição de auto estados atômicos possui a propriedade de se acoplar com os campos de leitura transferindo a memória relativa à direção de um dos campos de escrita, $\vec{E}_{WP}$, aos campos $\vec{E}_P$ e $\vec{E}_C$, que, como veremos, são contrapropagantes³. Com estreita analogia ao capítulo anterior, veremos, em suma, que os campos $\vec{E}_P$ e $\vec{E}_C$ são gerados *somente* na etapa de leitura, ou seja, no regime transiente.

A uma primeira vista, correlações em um regime clássico são menos interessantes. Entretanto, mostraremos resultados que, em nosso conhecimento, nunca foram explorados. Desta forma, acreditamos ter preenchido uma “lacuna” e, ao mesmo tempo, aberto uma

² Estamos dizendo clássico em relação aos campos emitidos. Em outras palavras, nenhum estudo das propriedades quânticas da luz é objetivo desta tese.

³ $\vec{E}_P$ e $\vec{E}_C$ serão definidos logo mais.

nova linha que investiga luz gerada a partir de sistemas atômicos preparados coerentemente.

Em analogia ao capítulo anterior, dividiremos este capítulo em seções teórica e experimental. Inicialmente, desenvolveremos toda abordagem matemática e, por fim, mostraremos as respectivas comparações entre as expressões obtidas e o resultado experimental. Nos processos de escrita e armazenamento há uma certa semelhança com o capítulo 4. Logo, serão omitidas algumas passagens matemáticas. Entretanto, é imprescindível calcular alguns elementos da matriz densidade que não foram calculados previamente, como, por exemplo, as populações dos estados fundamentais. Daremos maior ênfase na etapa correspondente à leitura, na qual realizaremos o filtro espacial. Este último elimina, como um todo, as contribuições indesejáveis do sinal. Na verdade, o filtro espacial pode ser encarado como uma “escolha” de um vetor de onda, tal que sua direção e seu sentido de propagação correspondam àquele medido experimentalmente. Uma outra “versão”, porém equivalente, de se realizar filtros análogos ao desenvolvido aqui, pode ser encontrada em [63].

O desenvolvimento é um pouco longo. Por isso, resolvemos mostrar algumas passagens matemáticas apenas no apêndice A, para que o texto fique mais conciso.

5.2 Abordagem Teórica

O sistema usado como modelo é um *ensemble* de átomos de dois níveis, sendo que o fundamental possui degenerescência *Zeeman* igual a dois e contém os estados $|1a\rangle$ e $|1b\rangle$. O nível excitado possui somente o estado $|2\rangle$. Novamente, a diferença de energia entre o nível excitado e o fundamental é $\hbar\omega_2$.

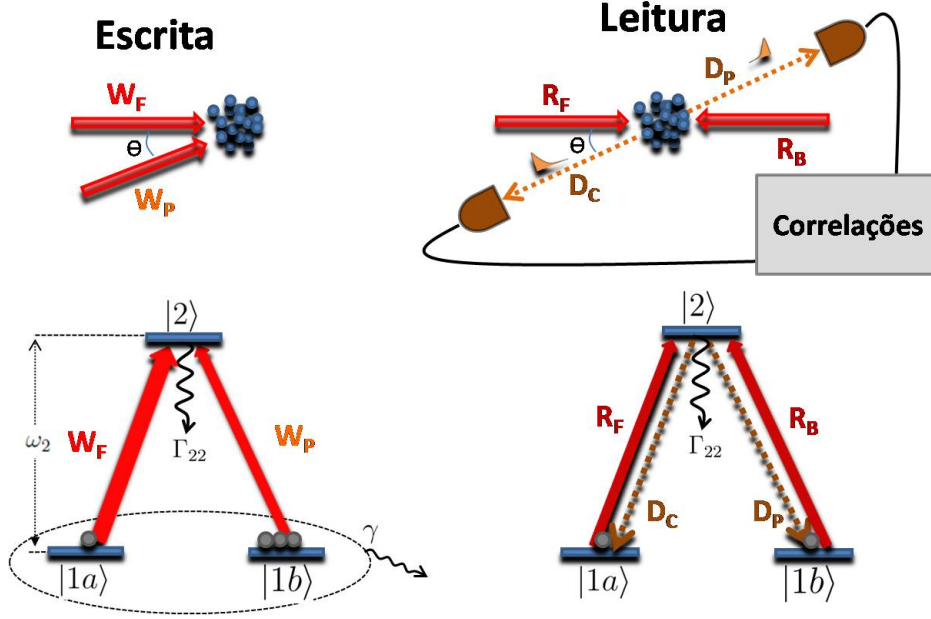


Figura 5.1: Base: representação simplificada dos sub-níveis *Zeemam* mostrando o acoplamento de cada campo com sua respectiva transição. Topo: Direção de propagação dos campos de escrita, $\vec{E}_{W_P}$ e $\vec{E}_{W_F}$, e leitura, $\vec{E}_{R_B}$ e $\vec{E}_{R_F}$. A taxa de decaimento natural do estado excitado é $\Gamma_{22} = 2\Gamma_{12}$. γ é o defasamento homogêneo entre os estados fundamentais. A sequência temporal utilizada no processo escrita/leitura é semelhante àquela do capítulo anterior, porém, neste caso, fixamos $t_s = 2 \mu s$.

Em relação aos campos de escrita, que denominaremos por $\vec{E}_{W_F}$ e $\vec{E}_{W_P}$, ainda temos características semelhantes ao capítulo anterior, ou seja, $\vec{E}_{W_F}$ conecta os estados $|1a\rangle$ e $|2\rangle$ e $\vec{E}_{W_P}$ conecta $|1b\rangle$ e $|2\rangle$ (vide figura 5.1). O vetor de onda de ambos são tais que há um pequeno ângulo θ entre eles. Um dos campos de leitura, $\vec{E}_{R_B}$, o qual conecta $|1b\rangle$ e $|2\rangle$ é equivalente ao campo $\vec{E}_R$ do capítulo anterior. No mais, também temos um outro campo de leitura, que denominaremos de $\vec{E}_{R_F}$. Este último é contrapropagante a $\vec{E}_{R_B}$ e possui polarização ortogonal a esse campo. Além disso, seu modo transversal, descrito por $\mathcal{E}_{R_F}(\vec{r}, t)$, é *exatamente* (e propositalmente) o mesmo de $\vec{E}_{R_B}$, como veremos na experiência.

5.3 Escrita e Armazenamento

Como antes, imagine que um átomo interaja com os dois campos de escrita, ou seja, $\vec{E}_{W_F}$ e $\vec{E}_{W_P}$, e que ambos possuam, entre si, um ângulo suficientemente pequeno para que sejam descritos na mesma base de polarização de $\vec{E}_{W_F}$. Assim, podemos simplesmente escrever⁴

$$\vec{E}_{W_F}(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_{W_F}(\vec{r}, t) e^{i(k_{W_F} z - \omega_{W_F} t)} \hat{\sigma}^+, \quad (5.1a)$$

$$\vec{E}_{W_P}(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_{W_P}(\vec{r}, t) e^{i(\vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r} - \omega_{W_P} t)} \hat{\sigma}^-, \quad (5.1b)$$

onde $\mathcal{E}_{W_F}(\vec{r}, t)$ e $\mathcal{E}_{W_P}(\vec{r}, t)$ representam tanto os modos transversais quanto temporais, ω_{W_F} e ω_{W_P} suas frequências e, por fim, $k_{W_F} \hat{z}$ e $\vec{k}_{W_P}$ são os vetores de onda.

O hamiltoniano total, $\hat{H}_0 + \hat{V}$, que descreverá o processo é semelhante ao descrito pela equação 4.3, diferindo apenas pela atual nomenclatura dos campos. Desta forma, se usarmos a equação de *Liouville* (descrita na teoria geral), considerarmos que os campos estejam ressonantes com a transição atômica, e realizarmos a aproximação de onda girante [43], obtemos

$$\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} = [-\Omega_{W_F} \sigma_{1a,2} + c.c.] + \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}), \quad (5.2a)$$

$$\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} = [-\Omega_{W_P} \sigma_{1b,2} + c.c.] + \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}), \quad (5.2b)$$

$$\frac{d\sigma_{1a,2}}{dt} = -\Omega_{W_F}^* (1 - 2\rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}) + \Omega_{W_P}^* \rho_{1a,1b} - \Gamma_{12} \sigma_{1a,2}, \quad (5.2c)$$

$$\frac{d\sigma_{1b,2}}{dt} = -\Omega_{W_P}^* (1 - 2\rho_{1b,1b} - \rho_{1a,1a}) + \Omega_{W_F}^* \rho_{1b,1a} - \Gamma_{12} \sigma_{1b,2}, \quad (5.2d)$$

$$\frac{d\rho_{1a,1b}}{dt} = -\Omega_{W_F}^* \sigma_{2,1b} - \Omega_{W_P} \sigma_{1a,2} - \gamma \rho_{1a,1b}. \quad (5.2e)$$

⁴ O ângulo é pequeno suficiente permitindo escrever o campo $\vec{E}_{W_P}$ com polarização $\hat{\sigma}^-$. Entretanto, mantivemos o produto $\vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r}$ ao invés de $k_{W_P} z$.

onde, na obtenção das equações acima, usamos o fato de que as coerências ópticas decaem com a metade da taxa de decaimento radiativo, ou seja, $\Gamma_{12} = \Gamma_{22}/2$, e também eliminamos a população do estado excitado com o auxílio de $\rho_{22} = 1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}$, pois o sistema é fechado. As frequências de *Rabi* são dadas por

$$\Omega_{W_F}(\vec{r}, t) = \frac{id_{2,1a}\mathcal{E}_{W_F}(\vec{r}, t)e^{ik_{W_F}z}}{\hbar}, \quad (5.3)$$

e

$$\Omega_{W_P}(\vec{r}, t) = \frac{id_{2,1b}\mathcal{E}_{W_P}(\vec{r}, t)e^{i\vec{k}_{W_P}\cdot\vec{r}}}{\hbar}. \quad (5.4)$$

Considerando que o sistema tenha alcançado o equilíbrio, teremos, neste caso, o seguinte conjunto de equações (denotando com um supra-índice “e” para indicar “estacionário”)

$$0 = [-\Omega_{W_F} \sigma_{1a,2}^e + c.c.] + \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a}^e - \rho_{1b,1b}^e), \quad (5.5a)$$

$$0 = [-\Omega_{W_P} \sigma_{1b,2}^e + c.c.] + \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a}^e - \rho_{1b,1b}^e), \quad (5.5b)$$

$$0 = -\Omega_{W_F}^*(1 - 2\rho_{1a,1a}^e - \rho_{1b,1b}^e) + \Omega_{W_P}^*\rho_{1a,1b}^e - \Gamma_{12}\sigma_{1a,2}^e, \quad (5.5c)$$

$$0 = -\Omega_{W_P}^*(1 - 2\rho_{1b,1b}^e - \rho_{1a,1a}^e) + \Omega_{W_F}^*\rho_{1b,1a}^e - \Gamma_{12}\sigma_{1b,2}^e, \quad (5.5d)$$

$$0 = -\Omega_{W_F}^* \sigma_{2,1b}^e - \Omega_{W_P} \sigma_{1a,2}^e - \gamma \rho_{1a,1b}^e. \quad (5.5e)$$

Trabalhando com as equações acima, podemos obter as populações dos estados fundamentais, ou seja

$$\rho_{1a,1a}^e = 1 - \frac{1}{\Omega_{W_P}^*} \left(\frac{2|\Omega_{W_P}|^2}{\Gamma_{12}} + \frac{|\Omega_{W_F}|^2}{\gamma} + \Gamma_{12} \right) \sigma_{1b,2}^e - \frac{2\Omega_{W_P}^*}{\Gamma_{12}} \sigma_{2,1b}^e - \frac{\Omega_{W_F}^*}{\gamma} \sigma_{2,1a}^e \quad (5.6)$$

e

$$\rho_{1b,1b}^e = 1 - \frac{1}{\Omega_{W_F}^*} \left(\frac{2|\Omega_{W_F}|^2}{\Gamma_{12}} + \frac{|\Omega_{W_P}|^2}{\gamma} + \Gamma_{12} \right) \sigma_{1b,2}^e - \frac{2\Omega_{W_F}^*}{\Gamma_{12}} \sigma_{2,1b}^e - \frac{\Omega_{W_P}^*}{\gamma} \sigma_{2,1a}^e. \quad (5.7)$$

As coerências ópticas serão dadas por

$$\sigma_{1a,2}^e = A \Omega_{W_F}^* |\Omega_{W_P}|^2 \quad (5.8)$$

e

$$\sigma_{1b,2}^e = A \Omega_{W_P}^* |\Omega_{W_F}|^2. \quad (5.9)$$

Vale lembrar que a dependência em relação aos vetores de onda encontra-se contida na frequência de *Rabi*. A constante de proporcionalidade A “guarda” nenhuma fase espacial e é dada por

$$A = \frac{(1/\Gamma_{12})}{6 \frac{|\Omega_{W_F}|^2 |\Omega_{W_P}|^2}{\Gamma_{12}^2} + \left(\frac{|\Omega_{W_F}|^2}{\Gamma_{12}} + \frac{|\Omega_{W_P}|^2}{\Gamma_{12}} \right) \left(\frac{|\Omega_{W_F}|^2}{\gamma} + \frac{|\Omega_{W_P}|^2}{\gamma} + \Gamma_{12} \right)} \quad (5.10)$$

Por fim, a coerência do estado fundamental fica

$$\rho_{1a,1b}^e = -\frac{A}{\gamma} \Omega_{W_F}^* \Omega_{W_P} (|\Omega_{W_P}|^2 + |\Omega_{W_F}|^2). \quad (5.11)$$

Como já tínhamos visto anteriormente, é relativamente fácil verificar que esta última equação é equivalente à equação 4.8, quando se realizam as devidas aproximações, ou seja, $\gamma \Gamma_{12} \ll |\Omega_{W_P}|^2, |\Omega_{W_F}|^2$.

5.3.1 Armazenamento

Quando ambos os campos de escrita são desligados, a evolução do sistema é descrita pelo seguinte conjunto de equações

$$\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} = \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}) , \quad (5.12a)$$

$$\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} = \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}) , \quad (5.12b)$$

$$\frac{d\sigma_{1a,2}}{dt} = -\Gamma_{12}\sigma_{1a,2} , \quad (5.12c)$$

$$\frac{d\sigma_{1b,2}}{dt} = -\Gamma_{12}\sigma_{1b,2} , \quad (5.12d)$$

$$\frac{d\rho_{1a,1b}}{dt} = -\gamma\rho_{1a,1b} . \quad (5.12e)$$

Notemos que somente as duas primeiras equações estão acopladas entre si. A solução do conjunto acima é

$$\rho_{1a,1a}(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(\rho_{1a,1a}^e - \rho_{1b,1b}^e) - \frac{1}{2}(1 - \rho_{1a,1a}^e - \rho_{1b,1b}^e)e^{-2\Gamma_{12}t} , \quad (5.13a)$$

$$\rho_{1b,1b}(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(\rho_{1a,1a}^e - \rho_{1b,1b}^e) - \frac{1}{2}(1 - \rho_{1a,1a}^e - \rho_{1b,1b}^e)e^{-2\Gamma_{12}t} , \quad (5.13b)$$

$$\sigma_{1a,2}(t) = \sigma_{1a,2}^e e^{-\Gamma_{12}t} , \quad (5.13c)$$

$$\sigma_{1b,2}(t) = \sigma_{1b,2}^e e^{-\Gamma_{12}t} , \quad (5.13d)$$

$$\rho_{1a,1b}(t) = \rho_{1a,1b}^e e^{-\gamma t} . \quad (5.13e)$$

em que usamos os elementos do estado estacionário obtidos anteriormente como condição inicial.

Após um tempo relativamente longo, ou seja, $1/\Gamma_{12} \ll t \ll 1/\gamma$, as populações e coerências ficarão

$$\rho_{1a,1a}^s(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(\rho_{1a,1a}^e - \rho_{1b,1b}^e) , \quad (5.14a)$$

$$\rho_{1b,1b}^s(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(\rho_{1a,1a}^e - \rho_{1b,1b}^e) , \quad (5.14b)$$

$$\sigma_{1a,2}^s(t) = 0 , \quad (5.14c)$$

$$\sigma_{1b,2}^s(t) = 0 , \quad (5.14d)$$

$$\rho_{1a,1b}^s(t) = \rho_{1a,1b}^e e^{-\gamma t} . \quad (5.14e)$$

Como descrito no capítulo 4, nesta escala de tempo as coerências ópticas são desprezíveis e a única coerência não nula é $\rho_{1a,1b}^s(t)$. Nas equações acima, o supra-índice “s” ($s=stored$) foi usado para indicar “armazenado”. Vale mencionar que *nenhum* membro do *ensemble* se encontra no estado $|2\rangle$, como pode ser verificado pelas equações 5.14a e 5.14b, pois $1 = \rho_{1a,1a}^s + \rho_{1b,1b}^s$.

5.3.2 Leitura

O regime transiente que calcularemos nesta parte é um pouco mais completo e extenso do que aquele do capítulo 4. Isto é natural, pois neste caso ambas transições estão conectadas por dois novos campos, $\vec{E}_{R_F}$ e $\vec{E}_{R_B}$, que são contrapropagantes e possuem polarizações ortogonais, ou seja,

$$\vec{E}_{R_F}(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_{R_F}(\vec{r}, t) e^{i(k_{R_F} z - \omega_{R_F} t)} \hat{\sigma}^+ , \quad (5.15a)$$

$$\vec{E}_{R_B}(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_{R_B}(\vec{r}, t) e^{i(-k_{R_B} z - \omega_{R_B} t)} \hat{\sigma}^- , \quad (5.15b)$$

em que $\mathcal{E}_{R_F}(\vec{r}, t)$ e $\mathcal{E}_{R_B}(\vec{r}, t)$ são os modos transversais (e temporais), ω_{R_B} e ω_{R_F} suas frequências, e seus vetores de onda são $k_{R_F} \hat{z}$ e $-k_{R_B} \hat{z}$.

Definindo as frequências de *Rabi* em analogia aos campos de escrita e usando a equação de *Liouville*, escreveremos a seguir um novo conjunto de equações de *Bloch*. Entretanto,

para cada equação, explicitamos sua respectiva complexa conjugada (lembremos que $\sigma_{ij}^* = \sigma_{ji}$), ou seja,

$$\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} = [-\Omega_{R_F} \sigma_{1a,2} + c.c.] + \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}) , \quad (5.16a)$$

$$\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} = [-\Omega_{R_B} \sigma_{1b,2} + c.c.] + \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}) , \quad (5.16b)$$

$$\frac{d\sigma_{1a,2}}{dt} = -\Omega_{R_F}^* (1 - 2\rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}) + \Omega_{R_B}^* \rho_{1a,1b} - \Gamma_{12} \sigma_{1a,2} , \quad (5.16c)$$

$$\frac{d\sigma_{2,1a}}{dt} = -\Omega_{R_F} (1 - 2\rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}) + \Omega_{R_B} \rho_{1b,1a} - \Gamma_{12} \sigma_{2,1a} , \quad (5.16d)$$

$$\frac{d\sigma_{1b,2}}{dt} = -\Omega_{R_B}^* (1 - 2\rho_{1b,1b} - \rho_{1a,1a}) + \Omega_{R_F}^* \rho_{1b,1a} - \Gamma_{12} \sigma_{1b,2} , \quad (5.16e)$$

$$\frac{d\sigma_{2,1b}}{dt} = -\Omega_{R_B} (1 - 2\rho_{1b,1b} - \rho_{1a,1a}) + \Omega_{R_F} \rho_{1a,1b} - \Gamma_{12} \sigma_{2,1b} , \quad (5.16f)$$

$$\frac{d\rho_{1a,1b}}{dt} = -\Omega_{R_F}^* \sigma_{2,1b} - \Omega_{R_B} \sigma_{1a,2} , \quad (5.16g)$$

$$\frac{d\rho_{1b,1a}}{dt} = -\Omega_{R_F} \sigma_{1b,2} - \Omega_{R_B}^* \sigma_{2,1a} . \quad (5.16h)$$

Nas duas últimas equações, a aproximação $\gamma = 0$ foi feita. Isto significa que o processo de leitura do estado armazenado será rápido o suficiente para que a coerência seja extraída numa escala de tempo de pouco mais do que microssegundos⁵. Matematicamente, $\gamma = 0$ possibilitou desacoplarmos o conjunto de equações acima de forma razoavelmente simples. Para fazer isto, a idéia é definir novas variáveis e separar o sistema anterior em dois outros independentes. Definamos

$$S = \Omega_{R_F} \sigma_{1a,2} , \quad (5.17a)$$

$$R = \Omega_{R_B} \sigma_{1b,2} , \quad (5.17b)$$

$$T = \Omega_{R_F} \Omega_{R_B}^* \rho_{1a,1b} , \quad (5.17c)$$

⁵ De fato, as experiências foram realizadas nessas condições.

onde as novas variáveis⁶ são tais que $S = (S_r + iS_i)/2$, $R = (R_r + iR_i)/2$, e assim por diante. Desta forma, ficaremos com dois novos sistemas:

Sistema 1

$$\frac{dS_i}{dt} = T_i - \Gamma_{12}S_i, \quad (5.18a)$$

$$\frac{dR_i}{dt} = -T_i - \Gamma_{12}R_i, \quad (5.18b)$$

$$\frac{dT_i}{dt} = |\Omega_{R_F}|^2 R_i - |\Omega_{R_B}|^2 S_i. \quad (5.18c)$$

Sistema 2

$$\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} = -S_r + \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}), \quad (5.19a)$$

$$\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} = -R_r + \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}), \quad (5.19b)$$

$$\frac{dS_r}{dt} = -2|\Omega_{R_F}|^2(1 - 2\rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}) + T_r - \Gamma_{12}S_r, \quad (5.19c)$$

$$\frac{dR_r}{dt} = -2|\Omega_{R_B}|^2(1 - 2\rho_{1b,1b} - \rho_{1a,1a}) + T_r - \Gamma_{12}R_r, \quad (5.19d)$$

$$\frac{dT_r}{dt} = -|\Omega_{R_F}|^2 R_r - |\Omega_{R_B}|^2 S_r. \quad (5.19e)$$

O primeiro será resolvido nesta seção. O sistema 2 ficará para o apêndice A.

Usando o operador $(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12})$, as equações 5.18a e 5.18b ficam

$$\left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12}\right) S_i = T_i, \quad (5.20a)$$

$$\left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12}\right) R_i = -T_i, \quad (5.20b)$$

e aplicando o mesmo operador na equação 5.18c, obtemos

$$\frac{d^2 T_i}{dt^2} + \Gamma_{12} \frac{dT_i}{dt} + |\Omega|^2 T_i = 0, \quad (5.21)$$

⁶ A letra R da nova variável nada tem a ver com os campos de leitura.

onde $|\Omega|^2 = |\Omega_{RF}|^2 + |\Omega_{RB}|^2$ é o quadrado da frequência de *Rabi* total correspondente aos dois campos de leitura. Mais adiante, esse novo parâmetro será muito explorado. Por exemplo, veremos que ele representará, em alguns casos, um vínculo tanto teórico quanto experimental. Especificamente, haverá situações em que o mantivemos constante. Quando este regime for tratado, resultados bem interessantes podem ser obtidos.

A solução geral da equação 5.21 (nos casos em que $r_+ \neq r_-$) é

$$T_i(t) = Ae^{r_+t} + Be^{r_-t}, \quad (5.22)$$

com

$$r_{\pm} = -\frac{\Gamma_{12}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\Gamma_{12}^2 - 4|\Omega|^2}. \quad (5.23)$$

A solução particular é obtida levando em conta as condições iniciais⁷, ou seja,

$$T_i(0) = A + B, \quad (5.24a)$$

$$\frac{dT_i}{dt}(0) = r_+A + r_-B = 0, \quad (5.24b)$$

logo

$$T_i(t) = T_i(0) \left[\frac{r_-}{(r_- - r_+)} e^{r_+t} + \frac{r_+}{(r_+ - r_-)} e^{r_-t} \right] \quad (5.25)$$

A segunda condição inicial (equação 5.24b) provém da equação 5.18c e de as coerências ópticas no instante da leitura serem nulas. Finalmente, obtemos

$$S_i(t) = T_i(0)f_r(t), \quad (5.26a)$$

$$R_i(t) = -T_i(0)f_r(t), \quad (5.26b)$$

⁷ A constante $T_i(0)$ pode ser deixada em aberto. Entretanto, seu valor é $T_i(0) = \Im \left[\Omega_{RB}^* \Omega_{RF} \rho_{1a,1b}^e e^{-\gamma t_s} \right]$. Aqui, $\Im[a]$ significa parte imaginária de “a”.

em que

$$f_r(t) = \frac{e^{-\Gamma_{12}t/2} \sinh \left(\sqrt{\Gamma_{12}^2 - 4|\Omega|^2} t/2 \right)}{\sqrt{\Gamma_{12}^2 - 4|\Omega|^2}/2} . \quad (5.27)$$

Para obtermos esta última equação, fizemos uso das relações $r_{\pm} + \Gamma_{12} = -r_{\mp}$.

Vale notar que esta última equação possui uma semelhança muito estreita com a equação 4.27 desenvolvida no capítulo anterior. No entanto, no presente caso temos $|\Omega|^2$ (antes era somente $|\Omega_R|^2$) e a taxa de decaimento não radiativo γ foi desprezada.

Agora “voltemos” ao sistema 2. No apêndice A foram definidas algumas variáveis auxiliares para resolvê-lo. Dentre várias, definimos $N = S_r + R_r$ e $M = S_r - R_r$, que estão diretamente conectadas às equações 5.17a e 5.17b.

As soluções para N e M são, respectivamente

$$N(t) = -\frac{dN}{dt}(0)g_r(t) , \quad (5.28)$$

e

$$M(t) = \frac{dM}{dt}(0)f_r(t) + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \frac{dN}{dt}(0) [f_r(t) + g_r(t)] , \quad (5.29)$$

onde $\frac{dN}{dt}(0)$ e $\frac{dM}{dt}(0)$ dependem das populações e suas expressões completas se encontram no apêndice A.

A função $g_r(t)$ é dada por

$$g_r(t) = \frac{r_3 + r_1 + \Gamma_{12}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)} (e^{r_2t} - e^{r_1t}) + \frac{r_1 + r_2 + \Gamma_{12}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)} (e^{r_3t} - e^{r_1t}) . \quad (5.30)$$

de modo que r_1, r_2 e r_3 são raízes de uma equação cúbica, mostrada também no apêndice A, e $\delta|\Omega|^2 = |\Omega_{R_B}|^2 - |\Omega_{R_F}|^2$.

Tendo em mente as equações 5.17a, 5.17b, 5.26a e 5.26b, as coerências ficam

$$\begin{aligned}\sigma_{1a,2}(t) &= \frac{S(t)}{\Omega_{R_F}} \\ &= \frac{1}{4\Omega_{R_F}} \left[\frac{dM}{dt}(0) + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \frac{dN}{dt}(0) + 2T_i(0) \right] f_r(t) \\ &\quad - \frac{1}{4\Omega_{R_F}} \left[\left(1 - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \right) \frac{dN}{dt}(0) \right] g_r(t) ,\end{aligned}\tag{5.31a}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{1b,2}(t) &= \frac{R(t)}{\Omega_{R_B}} \\ &= -\frac{1}{4\Omega_{R_B}} \left[\frac{dM}{dt}(0) + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \frac{dN}{dt}(0) + 2T_i(0) \right] f_r(t) \\ &\quad - \frac{1}{4\Omega_{R_B}} \left[\left(1 + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \right) \frac{dN}{dt}(0) \right] g_r(t) .\end{aligned}\tag{5.31b}$$

No regime transiente, estas coerências dão origem a campos que se propagam em diversas direções do espaço⁸. Logo, teremos de analisar com cuidado os termos que as compõem e assim será possível selecionarmos as direções que contribuem para o sinal medido, ou seja, $\pm \vec{k}_{W_P}$. Este procedimento é realizado fazendo um filtro espacial⁹ semelhante ao que foi feito no capítulo 4, que está descrito no apêndice A.

O resultado é¹⁰

$$\tilde{\sigma}_{2,1a}(\vec{r}, t) = \frac{-i|\rho_{1a,1b}(0)|e^{-i\vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r}}}{|\Omega|^2} \left[|\Omega_{R_B}|^2 f_r(t) - |\Omega_{R_F}|^2 g_r(t) \right] |\Omega_{R_B}| ,\tag{5.32a}$$

$$\tilde{\sigma}_{2,1b}(\vec{r}, t) = \frac{-i|\rho_{1a,1b}(0)|e^{+i\vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r}}}{|\Omega|^2} \left[|\Omega_{R_F}|^2 f_r(t) - |\Omega_{R_B}|^2 g_r(t) \right] |\Omega_{R_F}| .\tag{5.32b}$$

⁸ Por exemplo, teremos campos gerados na direção de ambos os campos de leitura bem como combinações deles com a direção “guardada” na memória da grade, que preserva informação da direção dos campos de escrita.

⁹ No capítulo 4, tínhamos um caso mais simples, pois a única contribuição já era a que realmente nos interessava.

¹⁰ O *tilde* ($\sim$) usado nas coerências é necessário para distinguirmos a contribuição “filtrada” da “não filtrada”.

Finalmente, de posse das coerências ópticas, podemos calcular o perfil temporal de cada pulso¹¹, que é proporcional ao módulo ao quadrado da polarização macroscópica P , expressa por

$$P = N \langle \hat{d} \rangle = N \text{Tr}[\hat{\rho} \hat{d}],$$

em que N é o número de átomos na MOT, $\hat{d}$ é o operador dipólo elétrico e $\text{Tr}[\hat{O}]$ denota o traço de $\hat{O}$. Formalmente, a polarização macroscópica P entraria nas equações de *Maxwell* e faria o papel de fonte, gerando os campos $\vec{E}_{D_P}$ e $\vec{E}_{D_C}$. Entretanto, numa primeira aproximação, nosso desenvolvimento teórico não seguirá nesta linha, haja vista que os efeitos de propagação ao longo do *ensemble* podem ser desprezados¹². Desta forma, quando se negligenciam tais efeitos, as envoltórias dos campos são simplesmente dadas por

$$|\tilde{\sigma}_{2,1a}|^2 = \frac{1}{|\Omega|^4} [-a |\Omega_{R_F}|^6 + b |\Omega|^2 |\Omega_{R_F}|^4 - c |\Omega|^4 |\Omega_{R_F}|^2 + d |\Omega|^6] , \quad (5.33a)$$

$$|\tilde{\sigma}_{2,1b}|^2 = \frac{1}{|\Omega|^4} [+a |\Omega_{R_F}|^6 - e |\Omega|^2 |\Omega_{R_F}|^4 + f |\Omega|^4 |\Omega_{R_F}|^2] , \quad (5.33b)$$

onde usamos o vínculo $|\Omega|^2 = |\Omega_{R_F}|^2 + |\Omega_{R_B}|^2$ para eliminar $|\Omega_{R_B}|^2$. De fato, essa parametrização mostra que quando Ω_{R_F} é nulo, o pulso D_P não será gerado pelo sistema atômico, como mostrado pela equação 5.33b. Assim, pode ser verificado que a

¹¹ O que temos imediatamente antes do detetor é o campo $\vec{E}(\vec{r}, t)$. Porém, o processo ordinário de detecção corresponde, grosseiramente falando, a $|\vec{E}(\vec{r}, t)|^2$.

¹² Como temos uma densidade óptica relativamente baixa (ver seção 3.1.1), essa aproximação é, em primeira ordem, razoável. Além disto, veremos, mais adiante, que os resultados experimentais estão em bom acordo com a previsão teórica.

equação 5.33a recai no resultado do capítulo anterior¹³. Os coeficientes a , b , c , d , e e f dependem apenas de $f_r(t)$ e de $g_r(t)$ e são dados por

$$a = |f_r(t)|^2 + |g_r(t)|^2 + [f_r(t) g_r^*(t) + c.c.], \quad (5.34a)$$

$$b = 3|f_r(t)|^2 + |g_r(t)|^2 + 2[f_r(t) g_r^*(t) + c.c.], \quad (5.34b)$$

$$c = 3|f_r(t)|^2 + [f_r(t) g_r^*(t) + c.c.], \quad (5.34c)$$

$$d = |f_r(t)|^2, \quad (5.34d)$$

$$e = 2|g_r(t)|^2 + [f_r(t) g_r^*(t) + c.c.], \quad (5.34e)$$

$$f = |g_r(t)|^2. \quad (5.34f)$$

$$(5.34g)$$

Notemos que as constantes de proporcionalidade, $-i|\rho_{1a,1b}(0)|e^{\mp i\vec{k}_{WP} \cdot \vec{r}}$, diante de cada coerência, foram omitidas, pois só dependem dos campos de escrita.

Na verdade, ao escrever as equações 5.33a e 5.33b, deveríamos considerar os elementos de matriz de dipólo elétrico relativo a cada transição que corresponde ao campos $\vec{E}_{DC}$ e $\vec{E}_{DP}$. Em outras palavras, a equação 5.33a seria multiplicada por $|d_{2,1a}|^2$ e a equação 5.33b por $|d_{2,1b}|^2$ para levar em conta que ambas as coerências ópticas possuem intensidade de saturação distintas [35]. Entretanto, antecipamos que as condições experimentais que correspondem ao processo de escrita foram ajustadas de modo que toda variedade *Zeeman* fosse simetricamente populada. Desta forma, a omissão de cada elemento de matriz de dipólo nas equações 5.33a e 5.33b se traduz numa intensidade de saturação média relativa ao nível hiperfino $F = 3$.

Com essas considerações, podemos somar as equações 5.33a e 5.33b para fornecer

$$|\tilde{\sigma}_{2,1a}|^2 + |\tilde{\sigma}_{2,1b}|^2 = \frac{1}{|\Omega|^2} [\alpha|\Omega_{RF}|^4 + \beta|\Omega_{RF}|^2 + \xi], \quad (5.35)$$

¹³ No limite $\gamma = 0$.

de modo que

$$\alpha = 3|f_r(t)|^2 - |g_r(t)|^2 + [f_r(t) g_r^*(t) + c.c.] , \quad (5.36a)$$

$$\beta = -\alpha |\Omega|^2 , \quad (5.36b)$$

$$\xi = |f_r(t)|^2 |\Omega|^4 . \quad (5.36c)$$

Notemos que o termo $|\Omega_{R_F}|^6$, que é proporcional ao cubo da intensidade, foi cancelado. Desta forma, a contribuição ao sinal em relação à intensidade de leitura I_{R_F} é, no máximo, quadrática com a mesma¹⁴. Vale enfatizar que $f_r(t)$ e $g_r(t)$ dependem somente da frequência de *Rabi* total. Este é um dos resultados teóricos mais importantes deste capítulo.

Poderíamos, em vez de obter 5.33a e 5.33b, usar 5.32a e 5.32b e calcular a polarização atômica de maneira semelhante ao capítulo 4. No mais, este procedimento resultaria em expressões muito grandes. De fato, integrais das funções $|f_r(t)|^2$, $|g_r(t)|^2$ e combinações entre elas tornaria muito deslegante o resultado final. Justamente por isto, resolvemos enfatizar e explicitar somente as envoltórias temporais de cada pulso, que são dadas por 5.33a e 5.33b. Assim, poderemos integrá-las numericamente e ajustar os devidos parâmetros para um posterior confronto com os resultados das medições experimentais. De maneira semelhante ao que foi realizado no capítulo 4, a energia de cada modo, D_P e D_C , receberá, respectivamente, a nomenclatura U_P e U_C .

5.4 Resultados Experimentais e Discussões

Primeiramente, vamos estudar as correlações entre os pulsos D_P e D_C gerados quando a soma das intensidades de leitura é mantida constante¹⁵. Posteriormente, estudaremos

¹⁴ Estamos dizendo isto, inicialmente, pois consideraremos $|\Omega|^2$ fixo. Logo, nas funções $f_r(t)$ e $g_r(t)$, $|\Omega|^2$ aparecerá apenas como um parâmetro fixo, ou seja, elas não dependerão de $|\Omega_{R_F}|$ nem de $|\Omega_{R_B}|$.

¹⁵ Neste caso, uma leitura com soma constante pode ser encarada como uma excitação com energia constante, visto que o intervalo de leitura de ambos os campos, $\vec{E}_{R_F}$ e $\vec{E}_{R_B}$, é o mesmo.

5.4 Resultados Experimentais e Discussões

correlações em que I_{R_F} e I_{R_B} possam assumir “quaisquer” valores sem que haja algum tipo de vínculo.

O sistema de sub-níveis do átomo, campos ópticos, seus respectivos acoplamentos e direção de propagação podem ser vistos na figura 5.1. Vale mencionar que o tempo de armazenamento foi mantido fixo, ou seja, não estudamos a evolução livre. A figura 5.2 mostra um esquema simplificado da experiência.

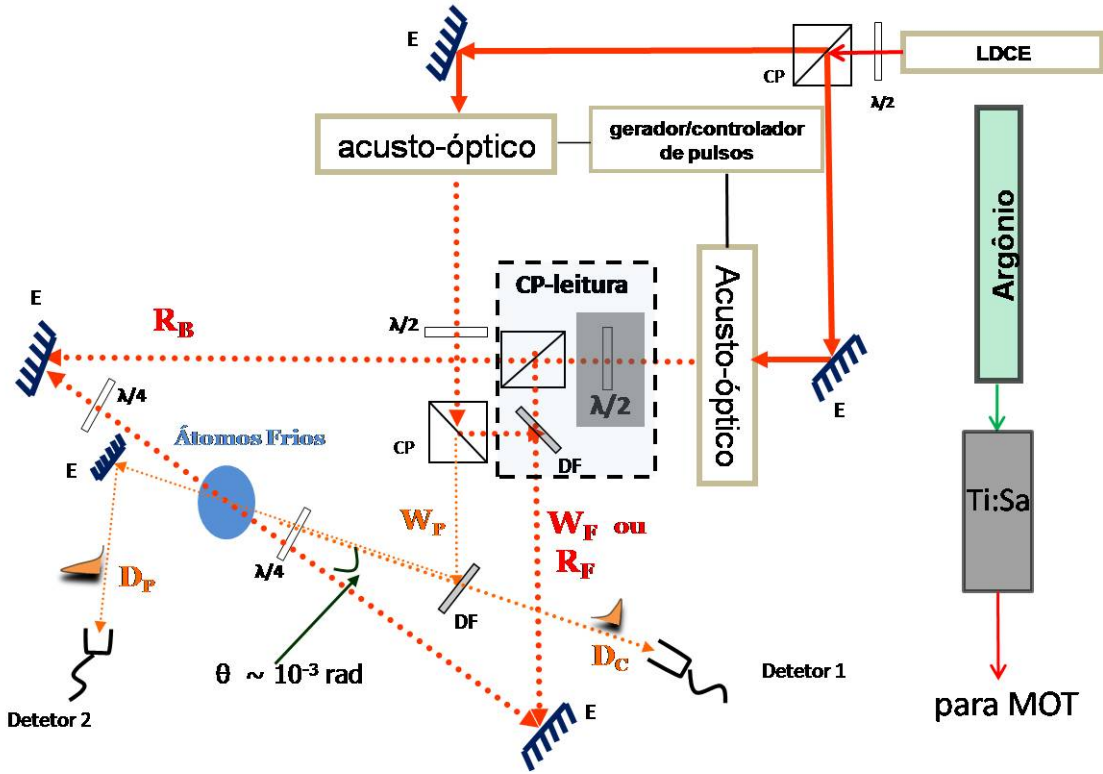


Figura 5.2: Esquema simplificado para obter correlações entre os dois pulsos D_P e D_C . Principais componentes: LDCE, laser de diodo de cavidade estendida; E, espelho; CP, cubo polarizador; $\lambda/2$, placa retardadora de meia onda; $\lambda/4$, placa retardadora de quarto de onda; DF, divisor de feixe. O pulso D_C passa através do DF e atinge o detetor 1. Destacamos a $\lambda/2$, sombreada em cinza, que foi utilizada para controlar precisamente a relação entre as potências dos campos de leitura. A região destacada pela linha pontilhada representa a principal modificação em relação à experiência anterior. Ambos os pulsos são detetados (por dois foto-detetores idênticos; PDA36A-EC) e enviados simultaneamente para um osciloscópio (LeCroy, waveRunner, 44Xi) de 400 MHz de quatro canais.

Um laser de diodo de cavidade estendida (LDCE), inicialmente travado na transição $F = 3 \leftrightarrow F' = 2$ pela absorção saturada, é dividido em dois feixes por um cubo polarizador. Uma parte é destinada aos campos de escrita e a outra para a leitura. Os campos de escrita são preparados de forma semelhante à experiência anterior, onde os separamos por um cubo polarizador e próximo à MOT inserimos uma placa retardadora de onda ($\lambda/4$) devidamente ajustada para torná-los circularmente polarizados com polarizações ortogonais entre si. Lembremos que ambos têm a mesma frequência, ou seja, $\omega_{W_F} = \omega_{W_P} = \omega_2$, e seus vetores de onda são tais que fazem um pequeno ângulo entre si (≈ 60 mrad).

Os campos de leitura merecem uma atenção maior, pois foi imprescindível prepará-los com muito cuidado para realizar as experiências que serão descritas a seguir. Antes de tudo, observemos que, na figura acima, há uma placa retardadora $\lambda/2$ que se encontra destacada (em cinza). O feixe que passa através dela pode ser dividido em dois por um cubo polarizador. Depois, cada parcela da divisão é destinada ao *ensemble* com direções e polarizações bem definidas. O ramo que segue diretamente tem vetor de onda $-k_{R_B}\hat{z}$ e polarização $\hat{\sigma}^-$. A outra parte tem polarização $\hat{\sigma}^+$ e vetor de onda $k_{R_F}\hat{z}$. Observemos que, logo após o cubo que os separa, há um divisor de feixe (DF) permitindo que um dos ramos siga na mesma direção e sentido do campo usado previamente no processo de escrita, ou seja, $\vec{E}_{W_F}$. Em suma, ambos os campos de leitura são destinados ao *ensemble* em direções contrapropagantes, com polarizações ortogonais entre si e suas intensidades relativas podem ser controladas de forma bem reprodutível. Um detalhe de extrema importância: o percurso que ambos os campos de leitura fazem foi projetado de forma a ser aproximadamente o mesmo. Isto garante que, na região da MOT, ambos tenham o mesmo modo transversal e temporal, ou seja, $\mathcal{E}_{R_F}(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_{R_B}(\vec{r}, t)$. Conseqüentemente, suas intensidades serão aproximadamente iguais quando as respectivas potências o forem.

Cabe mencionar algumas palavras sobre os pulsos D_C e D_P . Após gerados em uma experiência típica, ambos passam por uma série de elementos ópticos (por exemplo, espelhos) antes de atingirem seus respectivos aparatos de detecção. Determinamos, em cada elemento, a fração de energia que é perdida até que o pulso atinja o sistema de detecção e denominaremos de η a fração total. Este cuidado é imprescindível para levarmos em

conta a *verdadeira* intensidade que atinge os detetores 1 e 2. Para o pulso D_C , obtivemos $\eta \approx 0,47$ e para D_P , $\eta \approx 0,10^{16}$.

5.5 Correlações entre D_C e D_P

Usando um tempo de armazenamento fixo, $t_s = 2 \mu s$, medimos simultaneamente um conjunto de pares de pulsos em função do tempo para diferentes relações de intensidades dos campos de leitura $\vec{E}_{R_F}$ e $\vec{E}_{R_B}$. Um típico resultado é mostrado na figura 5.3.

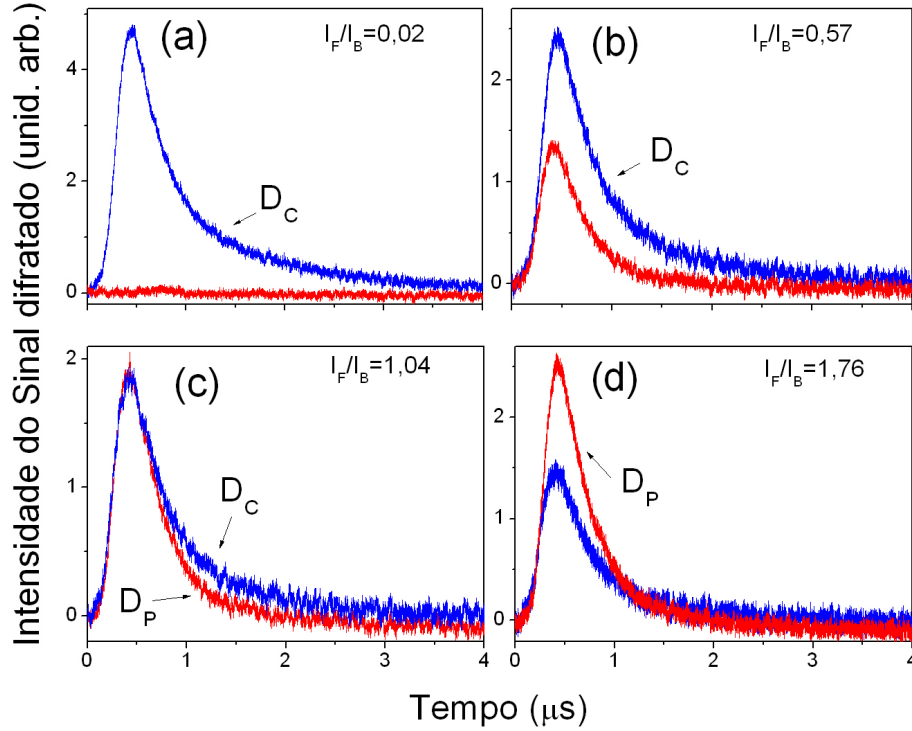


Figura 5.3: Perfil do sinal difratado em função do tempo para diferentes relações de intensidades dos campos de leitura. Notemos que, para intensidades equalizadas, quadro (c), os perfis de D_P e D_C são muito próximos. As intensidades dos campos $\vec{E}_{W_F}$ e $\vec{E}_{W_P}$ são aproximadamente iguais a $1,8 \text{ mW/cm}^2$ e a intensidade total (que é mantida fixa) dos campos de leitura é de $4,5 \text{ mW/cm}^2$.

¹⁶ Notemos que a fração de energia perdida pelo conjugado é maior devido ao fato de ele passar por um divisor de feixe.

Inicialmente, notemos que a largura temporal de todas as curvas acima é da ordem de $0,5 \mu\text{s}$ (o comportamento largura *versus* intensidade será discutido mais adiante). Desta forma, os perfis mostrados acima por si só justificam a aproximação $\gamma = 0$ realizada na teoria durante o processo de leitura. De fato, o tempo de coerência em experiências típicas¹⁷ fica em torno de $3 \mu\text{s}$, que é aproximadamente 6 vezes maior que o tempo gasto para extrair toda a coerência atômica no presente caso. Portanto, fazer $\gamma = 0$ durante o processo de leitura é razoável.

Na figura 5.3(a), o processo de leitura é tal que a razão $I_{R_F}/I_{R_B} \approx 0,02$. Lembrando que a intensidade total é mantida constante, o acoplamento entre os estados $|1a\rangle \leftrightarrow |2\rangle$, que é realizado pelo campo $\vec{E}_{R_F}$, é praticamente nulo. Logo, a coerência $\sigma_{1b,2}$ responsável por gerar o campo $\vec{E}_{D_P}$ é fracamente excitada e então a intensidade de pico do pulso D_C é máxima, quando comparada com as curvas 5.3(b-d). A dinâmica fica mais interessante quando comparamos as curvas contidas nas figuras *b* e *d*. Como podemos ver, elas correspondem, respectivamente, a intensidades de leituras onde inicialmente havia $I_{R_F} \approx I_{R_B}/2$ e posteriormente $I_{R_B} \approx I_{R_F}/2$. Notemos que os perfis de D_P e D_C mostram-se aproximadamente invertidos. Este resultado evidencia que uma dada relação de intensidades de leitura se reflete fortemente no modo temporal de cada pulso gerado pelo meio atômico. Em outras palavras, se a intensidade total I for mantida constante, os perfis temporais de cada pulso estão intimamente ligados à maneira com que os campos $\vec{E}_{R_F}$ e $\vec{E}_{R_B}$ atuam no processo de leitura. Já na curva (c) mostramos ambos os pulsos, D_P e D_C , correspondentes a um processo de leitura com $I_{R_F} \approx I_{R_B}$. Neste caso, vemos que ambos os modos encontram-se fortemente “casados”. Particularmente, esse resultado confirma ainda mais a correlação existente durante a geração de ambos os modos D_P e D_C quando o vínculo $I = I_{R_B} + I_{R_F} = \text{constante}$ é mantido.

De uma forma mais sistemática e em analogia ao capítulo anterior, medimos a energia de cada pulso (como mencionado anteriormente, U_P e U_C) em função da relação entre as intensidades de leitura. Cada ponto experimental corresponde a três medições, de forma que pudemos estimar as correspondentes barras de erro.

¹⁷ Demonstrado no capítulo 4.

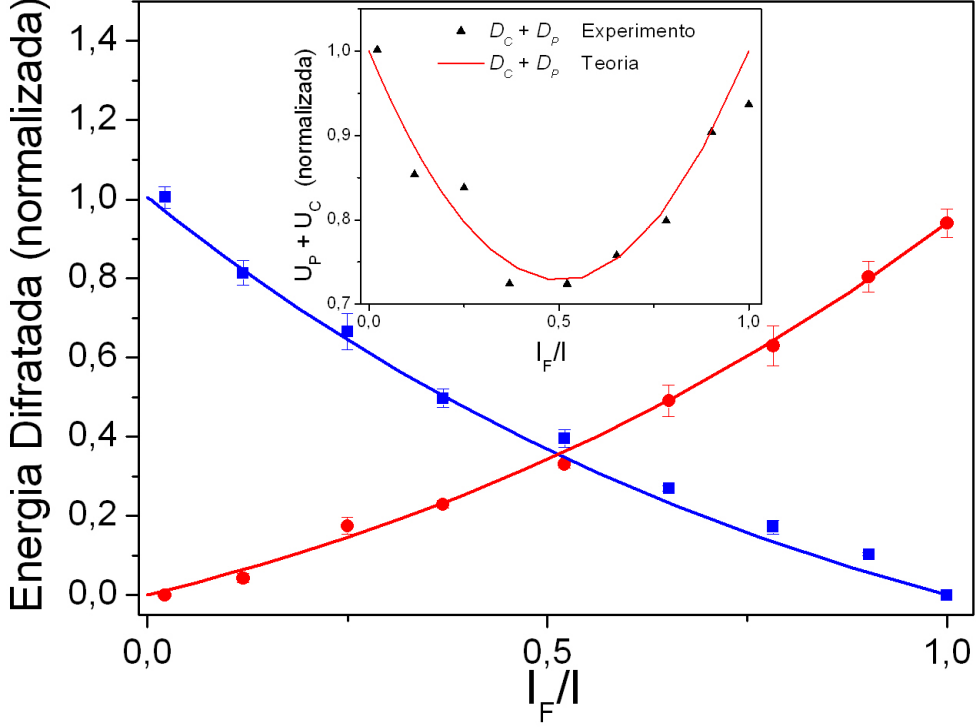


Figura 5.4: Energia difratada correspondente aos pulsos D_C (quadrados) e D_P (círculos) em função da intensidade normalizada do campo $\vec{E}_{R_F}$. As intensidades de $\vec{E}_{W_F}$ e $\vec{E}_{W_P}$ são aproximadamente iguais a $1,8 \text{ mW/cm}^2$. As curvas sólidas são ajustes teóricos (ver explicação no texto) e o detalhe corresponde à energia total difratada em ambos os modos.

A figura 5.4 mostra a energia difratada nos modos D_P e D_C em função de I_{R_F}/I , ou seja, normalizamos I_{R_F} pela intensidade total I , pois como temos o vínculo $I = I_{R_F} + I_{R_B} \approx 4,5 \text{ mW/cm}^2$, podemos usar tanto I_{R_F} quanto I_{R_B} . Porém, escolhemos a abscissa como sendo a razão I_{R_F}/I . Como esperado, vemos que a energia no modo D_P cresce quando aumentamos I_{R_F} , ao passo que a energia do modo D_C decresce com I_{R_F} . É fácil notar que, no caso específico de termos $I_{R_F} \approx I_{R_B}$, a energia de ambos os modos, D_P e D_C , são aproximadamente iguais. Mais ainda, com base no detalhe da figura acima, vemos que a energia total difratada nos modos D_P e D_C é minimizada nesta mesma região de intensidades. Este comportamento está diretamente relacionado

ao que denominaremos de “saturação cruzada” da grade armazenada, onde um dos campos gerados, por exemplo $\vec{E}_C$, é afetado também pelo campo de leitura que acopla a mesma transição de $\vec{E}_C$. Nesta situação, veremos que há uma máxima probabilidade de excitar o sistema ao nível de maior energia, ou seja, ao estado $|2\rangle$. Daremos os detalhes abaixo.

Suponha que *toda* energia envolvida na etapa de leitura possa ser separada em parcelas correspondentes a processos coerentes e incoerentes, ou seja

$$U = \overbrace{U_P + U_C}^{\text{processo coerente}} + \underbrace{U_{esp.}}_{\text{processo incoerente}}, \quad (5.37)$$

onde U_P e U_C já foram definidos anteriormente e contém contribuições exclusivamente coerentes. $U_{esp.}$ representa a contribuição devida aos processos de emissão espontânea, ou seja, processos incoerentes. Poderíamos incluir contribuições que correspondessem aos campos gerados coerentemente em outras direções, entretanto, nos manteremos somente com o resultado que nos interessa, visto que o filtro espacial foi realizado justamente para levar em conta somente os pulsos D_P e D_C . Além disso, a energia escrita na forma acima é suficiente para explicar o resultados experimentais.

Logo, é necessário mostrar que quando $I_{R_F} = I_{R_B}$, o sistema maximiza $U_{esp.}$, já que, por construção, U é constante. Em outras palavras, quando realizamos o processo de leitura com campos $\vec{E}_{R_F}$ e $\vec{E}_{R_B}$ de intensidades iguais, o efeito de emissão espontânea é fortemente aumentado. Desta forma, e baseado nas discussões anteriores, a energia dos campos gerados coerentemente são minimizadas.

Antes de prosseguirmos, faremos uma breve consideração. Lembremos que a escala de tempo envolvida na leitura, $\Delta t_{leitura}$, nos permite analisar a evolução das populações

$|1a\rangle$, $|1b\rangle$ e $|2\rangle$ numa situação estacionária, pois $\Gamma_{22}^{-1} \ll \Delta t_{leitura}$. Com isso em mente, podemos escrever¹⁸

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = \beta' I_{R_F}(\rho_{1a,1a} - \rho_{22}) + \beta I_{R_B}(\rho_{1b,1b} - \rho_{22}) - \Gamma_{22}\rho_{22}, \quad (5.38a)$$

$$\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} = -\beta' I_{R_F}(\rho_{1a,1a} - \rho_{22}) + \Gamma_{12}\rho_{22}, \quad (5.38b)$$

$$\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} = -\beta I_{R_B}(\rho_{1b,1b} - \rho_{22}) + \Gamma_{12}\rho_{22}. \quad (5.38c)$$

Estas equações podem ser obtidas do conjunto de equações de *Bloch* “convencional”, considerando que as coerências atinjam mais rapidamente o regime estacionário do que as populações. Embora esta condição não seja satisfeita no sistema que estamos considerando, esta análise simples nos permite obter uma expressão aproximada para a população do estado excitado. Logo, usando que $\rho_{22} + \rho_{1a,1a} + \rho_{1b,1b} = 1$, podemos facilmente encontrar a população estacionária do estado excitado, ou seja,

$$\rho_{22} = \frac{1}{3 + \frac{\Gamma_{12}}{\beta\beta'} \left(\frac{\beta I_{R_B} + \beta' I_{R_F}}{I_{R_B} I_{R_F}} \right)}, \quad (5.39)$$

onde usamos a condição $I_{R_F} + I_{R_B} = I = \text{constante}$ bem como $\Gamma_{12} = \Gamma_{22}/2$.

Agora, usando um pouco da linguagem de óptica quântica, a equação 5.37 pode ser reescrita como

$$U = U_P + U_C + \underbrace{\hbar\omega_2 N \rho_{22}}_{\propto \text{à energia dos fótons espontâneos}}, \quad (5.40)$$

de modo que a última parcela corresponde à energia dos fótons emitidos espontaneamente. Desta forma, com uma simples análise no denominador da equação 5.39, vemos que a população do estado $|2\rangle$ é máxima quando $I_{R_F} = I_{R_B}$ se os coeficientes β e β' também forem iguais. Portanto, de acordo com o que mencionamos anteriormente, a energia total,

¹⁸ Estas são simplesmente as equações de taxas que envolvem os coeficientes A e B de Einstein. Basicamente, βI corresponde à taxa de transição estimulada. Para maiores detalhes, consultar a referência [64].

$U_P + U_C$, que corresponde aos processos coerentes, é minimizada, ao passo que o efeito de emissão espontânea, relacionado à população ρ_{22} , é maximizado.

Neste ponto, devemos chamar a atenção e ressaltar a importância de termos realizado o processo de escrita com os campos $\vec{E}_{W_F}$ e $\vec{E}_{W_P}$ com intensidades aproximadamente iguais, de forma que o bombeamento óptico para o estado $|F = 3, M_F = +3\rangle$ não fosse alcançado. Nestas condições, várias coerências *Zeeman* são induzidas no estado fundamental e podemos considerar, diferentemente do caso tratado no capítulo 4, que a intensidade de saturação é a mesma para as duas transições do sistema de três níveis efetivo. Adiante-mos que, no próximo capítulo, mostraremos experiências (distintas destas) que permitem verificar, de forma alternativa, que o *ensemble* não é efetivamente bombeado para o sub-nível magnético $M_F = 3$, ou seja, para o estado $|F = 3, M_F = +3\rangle$. Por fim, em relação às comparações teoria e experiência, utilizamos, unicamente, o parâmetro $|\Omega|/\Gamma_{12} \approx 0,8$ (lembrando que, em nosso caso, $\Gamma_{22} = 2\Gamma_{12}$).

Agora, demonstraremos que a condição necessária para os pulsos D_P e D_C possuírem a mesma energia contida em seus respectivos modos está simplesmente ligada ao processo de leitura *equalizada*¹⁹. Em outras palavras, esse resultado é independente do vínculo $I = \text{constante}$, sendo fortemente verificado no intervalo de intensidades de leitura que estudamos na presente tese.

Para isto, medimos a energia de cada modo D_P e D_C em função de I_{R_F} para três valores distintos de I_{R_B} . Vejamos.

¹⁹ Vale lembrar que a escrita tem de ser realizada sem bombeio óptico para $M_F = F$, por exemplo.

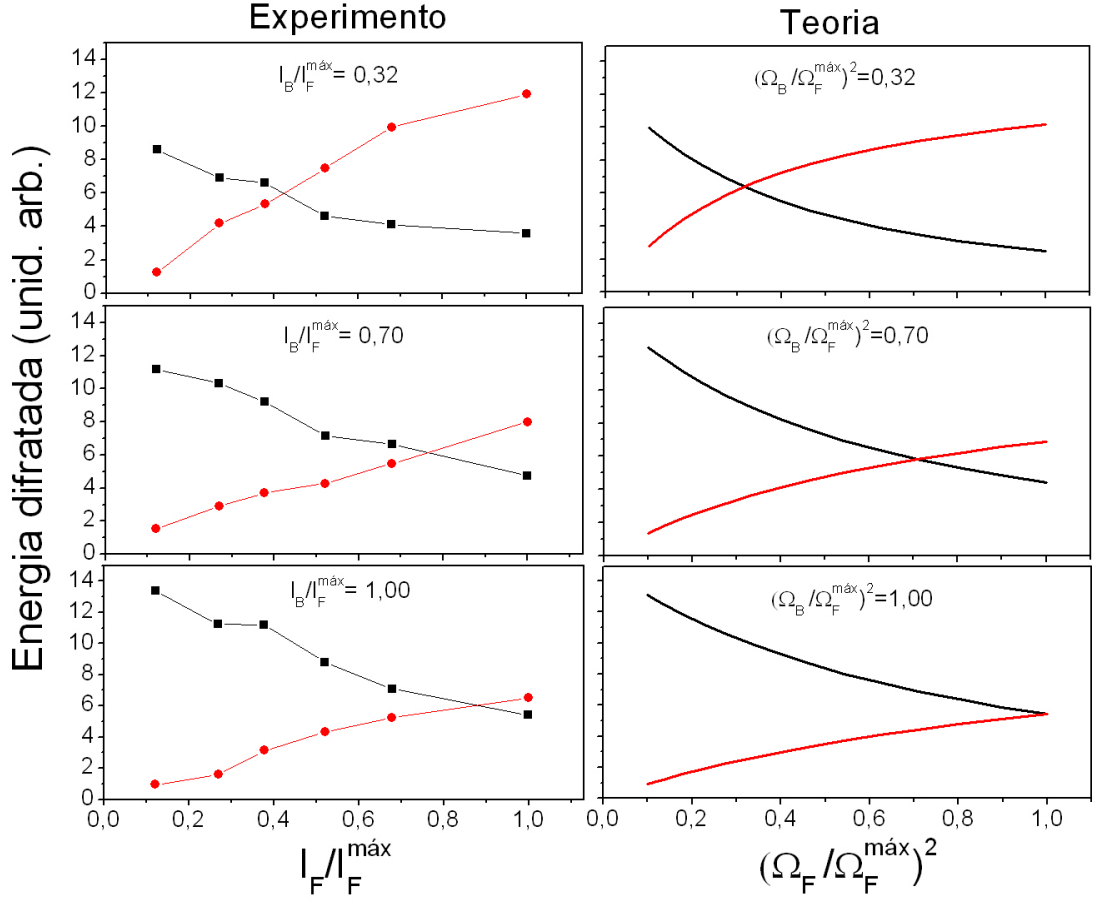


Figura 5.5: Esquerda: Energia difratada (experimental) correspondente aos pulsos D_C (quadrados) e D_P (círculos) em função da intensidade do campo $\vec{E}_{R_F}$. Direita: idem, para as curvas teóricas (D_C : linhas pretas; D_P : linhas vermelhas). As intensidades de $\vec{E}_{W_F}$ e $\vec{E}_{W_P}$ foram 4 mW/cm^2 e 1 mW/cm^2 , respectivamente. A intensidade experimental máxima é $I_{R_F}^{máx.} = 2,1 \text{ mW/cm}^2$ e a correspondente frequência de Rabi (máxima) teórica é $|\Omega_{R_F}^{máx.}|^2 = 0,32\Gamma_{12}^2$. Todas as escalas verticais são idênticas.

A coluna da esquerda (direita) da figura 5.5 corresponde à experiência (teoria). Note-mos que, em ambas, a abscissa foi normalizada pelo seu valor máximo. Em relação às experiências, temos $I_{R_F}^{máx.} = 2,1 \text{ mW/cm}^2$. Quanto à teoria, a frequência de Rabi utilizada foi de $|\Omega_{R_F}^{máx.}| = 0,57 \Gamma_{12}$.

Vemos que a energia contida no modo D_P (D_C) cresce (diminui) com I_{RF} , como deveria ser. No entanto, devido ao efeito de saturação cruzada, o modo D_C também é afetado por I_{RF} e apresenta um decréscimo em sua energia com o mesmo²⁰. Observe que a dependência com I_{RF} não é simplesmente cúbica²¹, possuindo uma complicada relação que envolve a intensidade total I , que varia “ponto a ponto”. Claramente, os resultados mostram que os modos D_C e D_P possuem aproximadamente a mesma energia quando $I_{RF} \approx I_{RB}$ - fato previsto também teoricamente. Para facilitar o entendimento, indicamos em cada curva a razão correspondente às intensidades de I_{RB} por $I_{RF}^{m\acute{a}x}$. (nas curvas experimentais), bem como as razões correspondentes às frequências de *Rabi* (nas curvas teóricas).

Não poderíamos deixar de mencionar que uma série de medidas análoga a estas, porém variando I_{RB} , também foi realizada. Como a julgamos “redundante”, resolvemos não apresentar o resultado. Entretanto, nunca é demais ressaltar que a correlação entre a energia de cada modo D_P e D_C ainda é observada.

Mostraremos, agora, a previsão teórica que corresponde à soma das energias dos modos D_P e D_C no caso em que a frequência de *Rabi* total Ω não é mantida constante. É interessante explicitarmos essas curvas (apesar de não termos estudado sistematicamente as correspondentes experiências) basicamente pelo fato de podermos compará-las com o caso $\Omega = \text{constante}$.

²⁰ Note que o campo que gera o pulso D_C é o campo $\vec{E}_{RB}$, que se encontra fixo em cada curva em separado.

²¹ Lembremos que as funções $f_r(t)$ e $g_r(t)$ não serão, neste caso, apenas “parâmetros”, pois a intensidade total I não está fixa.

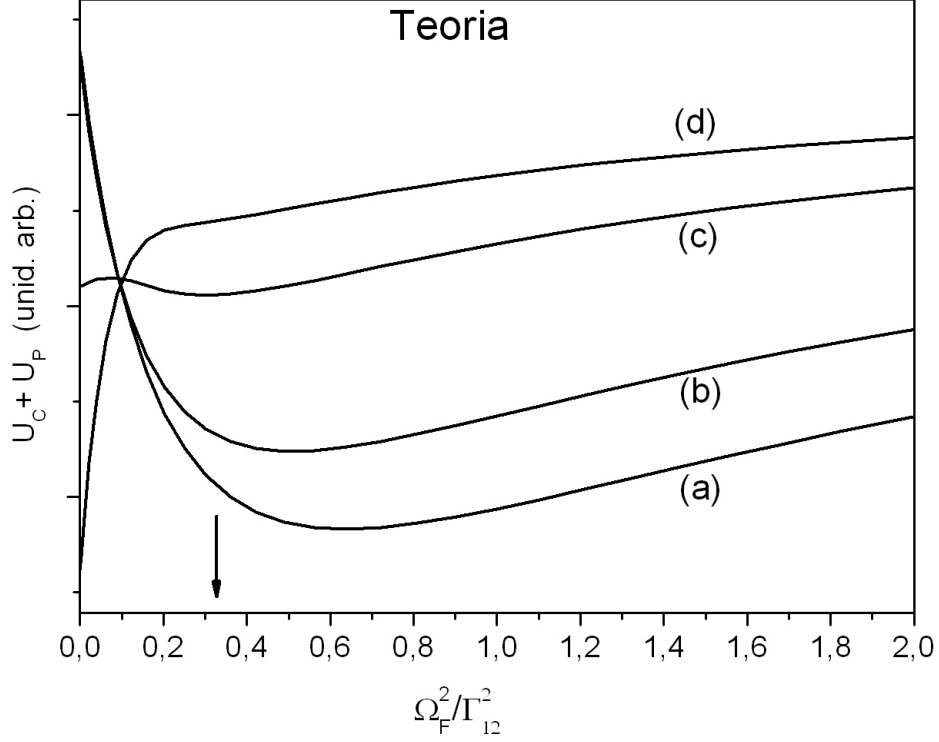


Figura 5.6: Previsão teórica para a energia total dos modos D_P e D_C em função de $|\Omega_{R_F}|$ para quatro valores distintos de $|\Omega_{R_B}|^2$, ou seja, (a)=0,32, (b)=0,23, (c)=0,10 e (d)=0,06 unidades de Γ_{12}^2 . Notemos que o intervalo de valores da abscissa encontra-se notavelmente maior do que o realizado nas experiências. Especificamente, indicamos com uma seta o valor limite que equivale ao intervalo experimental, ou seja, $|\Omega_{R_F}|^2 \approx 0,32\Gamma_{12}^2$.

Nunca é demais lembrar que, no caso de I fixa, a energia total passava por um mínimo. Não muito diferente, em processos onde I não se encontra fixa, há também um comportamento semelhante. Entretanto, como era de se esperar, a previsão teórica mostra que a simetria é quebrada e o mínimo da energia é deslocado para valores satisfazendo $I_{R_F} > I_{R_B}$. Podemos entender esse comportamento lembrando que a saturação cruzada afetará, por exemplo, mais fortemente a geração dos campos $\vec{E}_P$ e $\vec{E}_C$. Ademais, para

um valor fixo de I_{R_F} , a energia total aumenta quando I_{R_B} decresce²², além de revelar, mais uma vez²³, o comportamento de saturação com I_{R_F} quando $I_{R_B} \rightarrow 0$ (curva d). Em outras palavras, em casos onde $I_{R_B} \rightarrow 0$ a energia total é devida somente a contribuições do modo D_P , saturando de forma semelhante ao que foi estudado no capítulo anterior.

Por fim, notemos que há uma característica relativamente interessante: independente da frequência de *Rabi* do campo $\vec{E}_{R_B}$, a energia total difratada apresenta valores muito próximos quando $|\Omega_{R_F}|^2/\Gamma_{12}^2 \approx 0, 1$. Particularmente, essa previsão não foi sistematicamente investigada em nossos experimentos. No mais, apesar de não termos mostrado as curvas experimentais (soma de ambos os modos) relativa à figura 5.6, afirmamos, *grosso modo*, que o comportamento possivelmente vai em direção da teoria desenvolvida. Eventualmente, esse comportamento pode estar intimamente relacionado à intensidade de saturação média I_s . Vale mencionar que essas experiências serão brevemente retomadas e a Física por trás desses efeitos será também investigada em nosso grupo de pesquisa.

Para finalizar este capítulo, resolvemos discutir alguns pontos em relação à largura temporal dos pulsos D_P e D_C . Apenas para relatar, medimos as larguras no regime onde $I = \text{constante}$ e comparamos com a teoria desenvolvida previamente. Vejamos a figura 5.7:

²² Temos que mencionar que este comportamento está restrito às regiões de “altas intensidades”, ou seja, $|\Omega_{R_F}|^2/\Gamma_{12}^2 \gtrsim 0, 1$.

²³ Notemos que o sistema é um pouco distinto daquele discutido no capítulo 4, pois, no presente caso, estamos analisando a saturação da energia do pulso D_P .

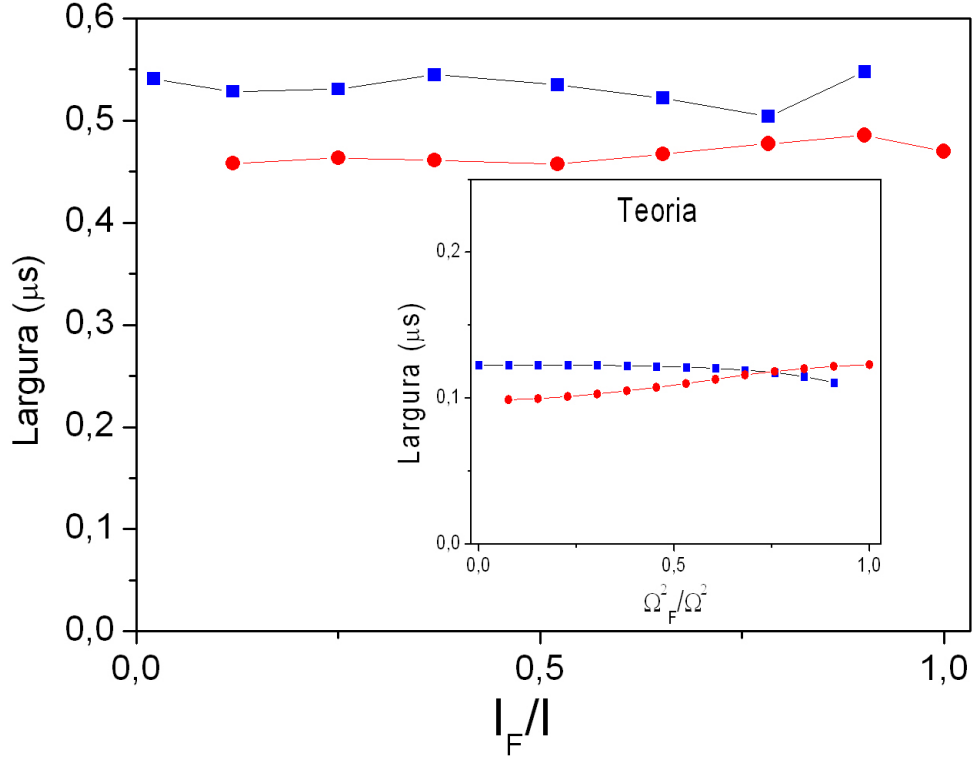


Figura 5.7: Larguras temporais de D_C (quadrados) e D_P (círculos) em função da intensidade do campo $\vec{E}_{R_F}$ (normalizada). As intensidades de $\vec{E}_{W_F}$ e $\vec{E}_{W_P}$ são aproximadamente iguais a $1,8 \text{ mW/cm}^2$. A intensidade total é $I=4,5 \text{ mW/cm}^2$. No detalhe, a previsão teórica para a grandeza de interesse.

Diferentemente do resultado do capítulo 4 (figura 4.6), na figura 5.7 podemos notar que ambas curvas apresentam um comportamento aproximadamente constante em função de I_{R_F}/I . De fato, esse resultado é previsto teoricamente, como pode ser confirmado pelo detalhe. Na verdade, as funções $f_R(t)$ e $g_R(t)$, que são as principais responsáveis pelo perfil temporal do pulso gerado, dependem apenas do parâmetro $|\Omega|^2 = |\Omega_{R_F}|^2 + |\Omega_{R_B}|^2$ que, enfatizando, é mantido constante. Olhando novamente para a curva teórica, notamos que a mesma apresenta comportamento qualitativamente satisfatório, mas há uma discrepância de aproximadamente 5 vezes no eixo das ordenadas. Acreditamos que esse desacordo esteja intimamente ligado ao sistema de detecção, pois variações mais rápidas que $0,5 \mu s$

fogem de seu regime de operação. Também, vale mencionar que devemos tomar alguns cuidados em relação à curva que corresponde ao pulso D_P . Lembremos que o processo de leitura é realizado com $t_s = 2 \mu s$. Mais ainda, o campo de escrita $\vec{E}_{WP}$ se propaga na mesma direção do campo gerado $\vec{E}_P$. Logo, no instante da leitura, o detetor responsável por coletar o sinal do pulso D_P , guarda alguma memória do pulso de luz relativo à escrita. Desta forma, sua resposta temporal possivelmente encontra-se afetada, podendo apresentar resultados menos confiáveis. Novamente, vale lembrar que o parâmetro usado para gerar a curva teórica é o mesmo que usamos para ajustar as curvas da figura 5.4, ou seja, $|\Omega|^2/\Gamma_{12} = 0,8$.

5.5.1 Conclusões

Este capítulo permitiu estudar e entender novos e mais gerais aspectos sobre o processo de leitura da grade armazenada no *ensemble* atômico. Foi possível demonstrar teórica e experimentalmente que as energias contidas nos modos D_P e D_C estão fortemente correlacionadas ao processo de leitura. Para $I = \text{constante}$, efeitos de emissão espontânea predominam quando $I_{R_F} = I_{R_B}$, ou seja, o número de fótons emitidos incoerentemente é maximizado, revelando um mínimo na energia total. Já no caso de I arbitrária, mostramos teórica e experimentalmente que as energias de D_P e D_C são *sempre* idênticas quando $I_{R_F} = I_{R_B}$. Ainda neste cenário, pudemos prever teoricamente que a simetria em relação ao mínimo é quebrada, onde, especificamente, processos incoerentes possivelmente são privilegiados para $I_{R_F} > I_{R_B}$. Por fim, em relação às larguras temporais (para I fixa), obtivemos um acordo qualitativo entre as medições experimentais e a teoria desenvolvida.

Capítulo 6

Collapses and Revivals da Grade de Coerência Armazenada

6.1 Introdução

Neste capítulo, estudaremos a teoria e os experimentos que governam a dinâmica da grade de coerência armazenada no *ensemble* atômico quando é aplicado um campo magnético externo. Investigaremos, principalmente, dois casos: campo magnético aplicado paralelo e perpendicular à direção de propagação¹ de $\vec{E}_W$, ou seja, $\vec{B} \parallel \hat{z}$, bem como $\vec{B} \perp \hat{z}$. Para cada um dos casos citados acima, usaremos campos de escrita e leitura com polarizações ora circular ora linear.

Mostraremos que a informação mapeada na coerência *Zeeman* apresenta uma “descoerência aparente” na presença do campo magnético externo, dando origem a eventos de “collapses and revivals”, correspondentes à precessão de *Larmor* do estado armazenado. Os resultados experimentais terão alicerce numa teoria relativamente simples. Resolveremos a equação de *Schrödinger* e mostraremos que a dinâmica do estado armazenado apresenta oscilações com a frequência de *Larmor*. Tanto na configuração “trivial”, ou seja, campo magnético externo paralelo à direção de propagação dos campos ópticos²

¹ Lembremos que há um ângulo entre os campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$. No entanto, isto não afeta fortemente a interpretação.

² Este é o caso mais simples, pois $\vec{B} \parallel \hat{z}$ e, portanto, o hamiltoniano de interação é diagonal.

quanto no caso de campos transversos, demonstraremos teórica e experimentalmente as oscilações de *Larmor*. No cenário de campo magnético transverso, os resultados experimentais evidenciarão claramente que o tempo de coerência é consideravelmente afetado. Especificamente, seu valor sofre acréscimo em relação ao caso em que temos campo magnético nulo e/ou paralelo à direção de propagação dos campos ópticos, ou seja, $\vec{B} \parallel \hat{z}$. Antes de abordarmos a teoria e os experimentos, faremos um breve relato sobre alguns pontos que já foram estudados na literatura.

Diversos trabalhos envolvendo sistemas atômicos e precessão de *Larmor* na presença de campos magnéticos podem ser encontrados na literatura. Apesar de não ser um trabalho que envolva explicitamente o estudo da dinâmica de uma coerência entre estados fundamentais, o efeito *Hanle* é, além de pioneiro, um dos mais conhecidos [65]. Ele mostra claramente a importância da coerência frente a campos magnéticos. Especificamente, um *ensemble* de átomos situa-se em um campo magnético fraco, $\vec{B} \parallel \hat{z}$, e é excitado por luz linearmente polarizada, digamos $\hat{x}$ que se propaga paralelamente ao eixo $\hat{y}$. O eixo de quantização é escolhido ao longo da direção do campo magnético. Se o sistema de detecção é posicionado de forma a coletar luz na direção $\hat{z}$, verifica-se que a polarização óptica apresenta componente $\hat{y}$. Basicamente, essa componente da polarização paralela ao eixo $\hat{y}$ é facilmente explicada calculando o momento de dipolo induzido pela radiação incidente, que corresponde a uma coerência criada entre os subníveis magnéticos³.

Já no cenário dinâmico, usando um feixe atômico de Li, M. Zielonkowski e colaboradores [67] investigaram a dinâmica de spin sob a influência de campos magnéticos real e fictício⁴. Eles demonstraram, por exemplo, que o momento magnético do estado fundamental efetua precessão de *Larmor* tanto na presença de um campo magnético real, bem como com luz circularmente polarizada não ressonante. Usando efeitos magneto-ópticos (efeito Faraday), G. A. Smith e colaboradores investigaram a evolução do spin de um *ensemble* de átomos frios na presença de um campo magnético e demonstraram, sob cer-

³ Para mais detalhes e enorme simplicidade, o leitor mais interessado pode consultar a referência [66].

⁴ Uma ótima revisão sobre este assunto pode ser encontrada em [68]. Entretanto, *grosso modo*, esse é um efeito onde um campo óptico, não ressonante com uma dada transição atômica, atua (nos sub-níveis *Zeeman*, se houver) como se fosse um campo magnético. Já em [69], por exemplo, podemos ver uma bela aplicação deste efeito.

tas condições, que a dinâmica também revela “collapses and revivals” [70, 71]. Também, A. Kumarakrishnan e colaboradores [72] observaram experimentalmente “ecos” de uma grade de coerência espacial envolvendo superposições de níveis *Zeeman* do estado fundamental em átomos frios. Além de outras observações, é relatada também a influência de um campo magnético externo e uniforme atuando na grade, onde a mesma apresenta uma modulação intimamente relacionada à frequência de *Larmor*. Num sentido mais fundamental, S. D. Jenkins e colaboradores [73] previram teoricamente que a já conhecida excitação mista denominada “dark-state polariton” [22] revelaria eventos de “collapses and revivals” quando sujeita a campos magnéticos. Em outras palavras, durante o processo de armazenamento, um campo magnético causaria rotação da coerência atômica armazenada. De fato, pouco mais tarde, praticamente o mesmo grupo de pesquisadores demonstrou experimentalmente o efeito citado acima [74]. Além de observarem os eventos de “collapses and revivals” de um campo coerente, realizam também experiências mostrando que o estado de um único fóton apresenta o mesmo comportamento. Mais ainda, dependendo da orientação do campo magnético aplicado (em relação ao vetor de onda do campo armazenado), foram observadas estruturas mais complexas que concordam razoavelmente bem com a teoria.

Para prosseguirmos, teremos de fazer algumas modificações na notação previamente estabelecida. Um “novo” estado atômico será introduzido para desenvolvermos a teoria⁵. Desta forma, o modelo que mostraremos será capaz de explicar aspectos simples do conjunto de medidas experimentais. Em relação aos campos de escrita e leitura, a notação continuará idêntica àquela que corresponde ao capítulo 4. A abordagem teórica e a experimental serão mostradas logo adiante.

6.2 Aspectos Teóricos

Um pouco distinto dos capítulos anteriores, nesta abordagem teórica não usaremos o formalismo “operador densidade”. A razão é simples e será justificada mais adiante. O processo como um todo (escrita, armazenamento e leitura), será dividido de forma muito

⁵ O mesmo sistema de níveis usado neste capítulo será também utilizado no posterior.

semelhante aos anteriores. Entretanto, durante o tempo de armazenamento, calcularemos a evolução temporal do sistema na presença de $\vec{B} \perp \hat{z}$. Explicitamente, resolveremos a equação de *Schrödinger* e encontraremos o vetor de estado $|\psi(t)\rangle$ quando sujeito ao campo magnético externo transversal. A figura 6.1 exemplifica e mostra as três etapas.

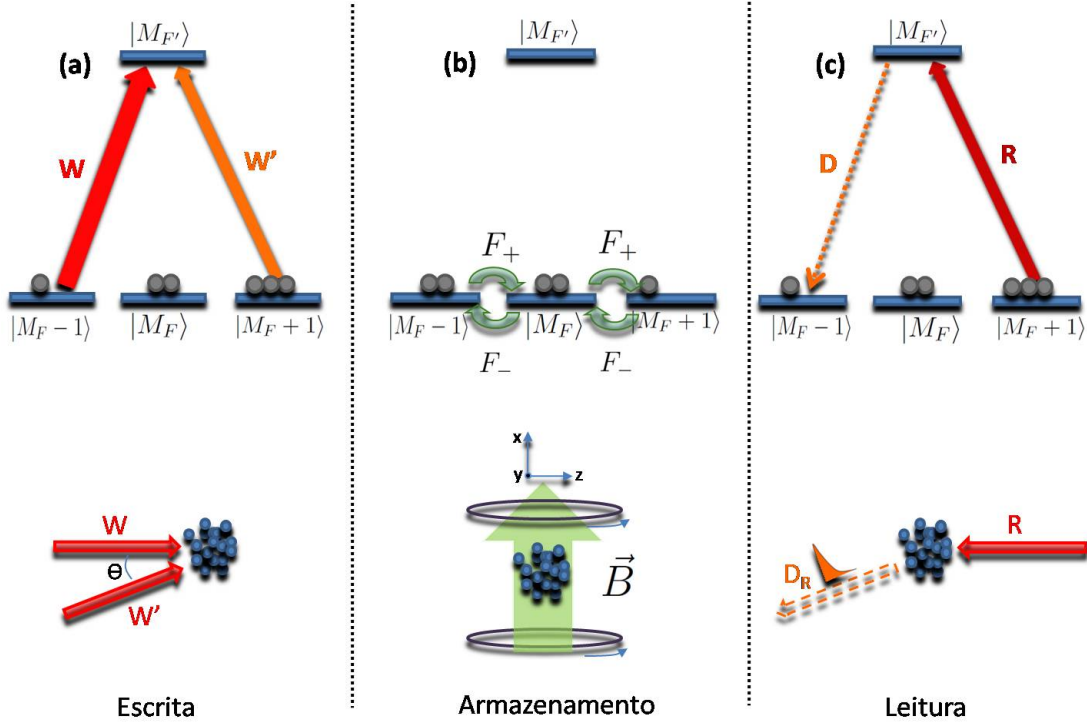


Figura 6.1: Parte superior: ilustração do processo de escrita (a), armazenamento (b) e leitura (c). Durante o tempo de armazenamento, um campo magnético transversal $\vec{B} \perp \hat{z}$ é aplicado ao *ensemble* atômico. A parte inferior da figura mostra, como antes, os campos ópticos durante a escrita e leitura bem como a configuração das bobinas do tipo *Helmholtz* para aplicar o campo $\vec{B} \perp \hat{z}$.

De acordo com o que foi mencionado anteriormente, na figura 6.1 introduzimos o estado $|M_F\rangle$ ⁶. A parte (a) ilustra a escrita e é semelhante àquela descrita nos capítulos anteriores, ou seja, temos os campos $\vec{E}_{W'}$ e $\vec{E}_W$ que conectam os estados de acordo com a figura. A extrema direita (c), mostra a leitura, a qual corresponde ao acoplamento

⁶ Teoricamente, esse estado participa do processo “apenas” para que o conjunto de equações a ser resolvido seja consistente, pois, neste caso, o campo gerado corresponde à transição $|M_{F'} = 0\rangle \leftrightarrow |M_F = -1\rangle$. Veremos os detalhes mais adiante.

do campo $\vec{E}_R$ aos estados $|M_F + 1\rangle$ e $|M_F\rangle$, gerando, como antes, o pulso D . Como a diferença crucial está na parte (b) da figura, nos concentraremos nela.

6.2.1 Dinâmica em Campo Magnético Transverso: Teoria

Consideremos um único átomo tal que seu estado fundamental possua *momentum* angular total $F = F' + 1$ onde F' é o *momentum* angular do nível excitado. Especificamente, para simplificarmos, temos $F' = 0$. Na presença de um campo magnético orientado na direção $\hat{x}$ (transverso), o hamiltoniano de interação entre o momento magnético total $\vec{\mu} \propto \vec{F}$, é dada por⁷ [75]

$$\hat{H} = -\hat{\vec{\mu}} \cdot \vec{B} = -\hat{\vec{\mu}} \cdot B_0 \hat{x} = -\frac{g_F \mu_B B_0}{\hbar} \hat{F}_x, \quad (6.1)$$

onde consideramos que o campo magnético transverso possa ser escrito na forma $\vec{B} = B_0 \hat{x}$, ou seja, com amplitude B_0 . μ_B é o magneton de *Bohr* e g_F é o fator de *Landé*. O operador $\hat{F}_x$ pode ser obtido usando a relação $\hat{F}_{\pm} = \hat{F}_x \pm i\hat{F}_y$. Logo, teremos

$$\hat{H} = -\Omega_L \frac{\hat{F}_+ + \hat{F}_-}{2}, \quad (6.2)$$

onde $\Omega_L = \frac{g_F \mu_B B_0}{\hbar}$ é a frequência (angular) de *Larmor*. Os operadores não hermiteanos, $\hat{F}_{\pm}$, muitas vezes denominados de levantamento (+) e abaixamento (-), são responsáveis por conectar estados que diferem de uma unidade (para mais ou para menos) de *momentum* angular. Em outras palavras, o sistema ganha (ou perde) uma unidade de $\hbar$ na presença do campo $\vec{B} \perp \hat{z}$. Logo, atuando em um estado $|F, M_F\rangle$, obtemos

$$\hat{F}_{\pm}|F, M_F\rangle = \hbar \sqrt{(F \mp M_F)(F \pm M_F + 1)}|F, M_F \pm 1\rangle \quad (6.3)$$

de forma que, usando a representação de *Schrödinger*, podemos escrever o estado geral da seguinte forma ($F = 1$)

$$|\psi(t)\rangle = c_-(t)|M_F = -1\rangle + c_0(t)|M_F = 0\rangle + c_+(t)|M_F = +1\rangle. \quad (6.4)$$

⁷ O eixo de quantização é ainda definido como antes, ou seja, pela direção do campo de escrita $\vec{E}_W$.

Para simplificar a notação, omitimos a letra F no lado direito da igualdade, ou seja, os estados da base $\{|M_F = -1\rangle, |M_F = 0\rangle, |M_F = +1\rangle\}$ são, na verdade, $\{|F = 1, M_F = -1\rangle, |F = 1, M_F = 0\rangle, |F = 1, M_F = +1\rangle\}$. Desta forma, usando as equações 6.2, 6.3, 6.4 e lembrando que $F = 1$, o conjunto de equações envolvendo as amplitudes de probabilidade relativas ao estado $|\psi(t)\rangle$ fica

$$\frac{dc_-(t)}{dt} = i \frac{1}{\sqrt{2}} \Omega_L c_0(t) , \quad (6.5a)$$

$$\frac{dc_0(t)}{dt} = i \frac{1}{\sqrt{2}} \Omega_L [c_-(t) + c_+(t)] , \quad (6.5b)$$

$$\frac{dc_+(t)}{dt} = i \frac{1}{\sqrt{2}} \Omega_L c_0(t). \quad (6.5c)$$

que pode ser resolvido facilmente. A solução geral é

$$c_-(t) = -\frac{i}{\sqrt{2}} A_2 \cos(\Omega_L t) + \frac{i}{\sqrt{2}} A_3 \sin(\Omega_L t) - A_1 , \quad (6.6a)$$

$$c_0(t) = A_2 \cos(\Omega_L t) + A_3 \sin(\Omega_L t) , \quad (6.6b)$$

$$c_+(t) = -\frac{i}{\sqrt{2}} A_2 \cos(\Omega_L t) + \frac{i}{\sqrt{2}} A_3 \sin(\Omega_L t) + A_1 . \quad (6.6c)$$

onde as constantes A 's dependem do estado inicial. Como estamos interessados na dinâmica da coerência $\rho_{-+}(t)$ frente ao campo magnético externo, temos de calcular $c_-(t)c_+^*(t) = \rho_{-+}(t)$. Consideraremos que o estado inicial $|\psi(0)\rangle$ possa ser escrito como

$$|\psi(0)\rangle = c_-(0)|M_F = -1\rangle + c_+(0)|M_F = +1\rangle \quad (6.7)$$

que é, em tese, resultado do processo prévio de escrita. Em outras palavras, esse tipo de simplificação é intencional, pois fornecerá o estado armazenado no instante de leitura⁸ ($t = t_s$), ou seja, quando religamos o campo $\vec{E}_R$.

⁸ Lembremos, neste caso, que a taxa de defasamento γ introduzida fenomenologicamente não se encontra presente. Logo, devemos ter em mente que o estado “degrada-se” com $\exp(-\gamma t)$, onde $0 < t \leq t_s$.

Explicitamente, teremos as seguintes amplitudes de probabilidade

$$c_-(t) = \frac{[c_-(0) + c_+(0)]}{2} \cos(\Omega_L t) + \frac{[c_-(0) - c_+(0)]}{2} , \quad (6.8a)$$

$$c_0(t) = i \frac{[c_-(0) + c_+(0)]}{\sqrt{2}} \sin(\Omega_L t) , \quad (6.8b)$$

$$c_+(t) = \frac{[c_-(0) + c_+(0)]}{2} \cos(\Omega_L t) - \frac{[c_-(0) - c_+(0)]}{2} . \quad (6.8c)$$

O comportamento correspondente às populações e à coerência é mostrado na figura 6.2, ou seja, $|c_-(t)|^2$, $|c_+(t)|^2$, $|c_0(t)|^2$ e $c_-(t)c_+^*(t)$. O estado inicial é tal que as amplitudes em $t = 0$ são $c_+(0) = \sqrt{4/10}$, $c_-(0) = \sqrt{6/10}$ e $c_0(0) = 0$.

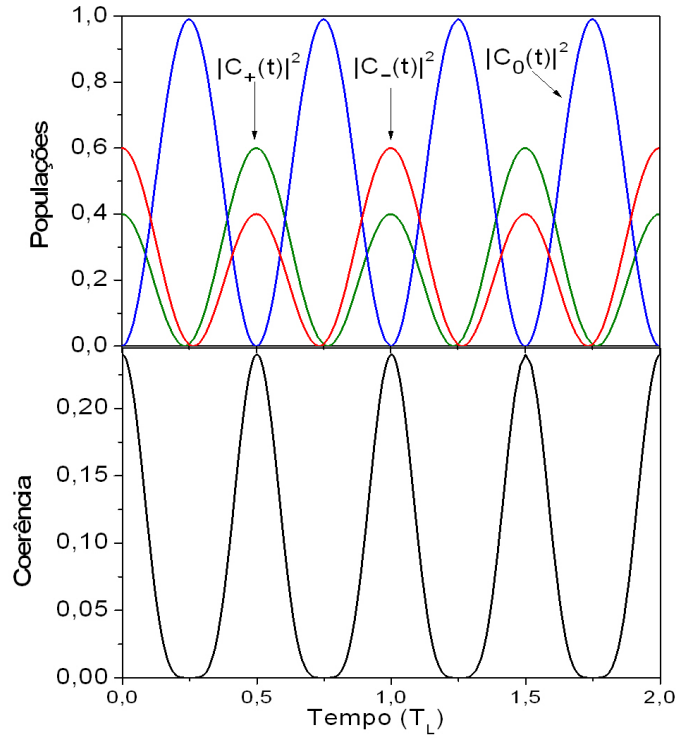


Figura 6.2: Superior: Populações de cada estado fundamental. Inferior: Coerência $c_-c_+^*(t)$. A frequência de *Larmor* utilizada foi $\Omega_L/2\pi = 1$ e o estado inicial $|\psi(0)\rangle = \sqrt{6/10}|M_F = -1\rangle + \sqrt{4/10}|M_F = +1\rangle$.

Notemos que, para $t = T_L/2$, a coerência apresenta um máximo e a população é revertida, ou seja, $|M_F\rangle \leftrightarrow |-M_F\rangle$. Para $t = T_L$, o sistema retorna ao estado inicial, como deveria ser.

Portanto, de posse das soluções acima, podemos investigar teoricamente a evolução temporal de $\rho_{-+}(t)$ quando sujeita ao campo magnético transversal. Especificamente, a menos do fator de defasamento discutido anteriormente, a coerência que desempenhará o papel de estado inicial no processo de leitura será, dentro das devidas simplificações, determinada pelas amplitudes de probabilidade calculadas acima. Portanto, o estado $|\psi(t_s)\rangle$ representará o estado armazenado imediatamente antes de ligarmos o campo $\vec{E}_R$.

Antes de continuarmos efetivamente em direção à seção experimental, “relembremos” uma simples analogia. Como sabemos, do eletromagnetismo clássico, a dinâmica descrita anteriormente pode ser interpretada como um momento magnético (por exemplo, $\vec{\mu} \propto \vec{F}$) na presença de um campo $\vec{B}$. No caso deste último ser estático e homogêneo, $\vec{\mu}$ evoluirá em um movimento de precessão, descrito por $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma \vec{\mu} \times \vec{B}$, onde γ é o fator giromagnético⁹ [76]. Usando uma linguagem geométrica, $\vec{\mu}$ “desenhará” um cone circular tendo $\vec{B}$ como eixo de simetria. Logo, seus tempos característicos serão determinados pela frequência angular Ω_L .

6.3 Experiências

6.3.1 Aparato Experimental

O aparato experimental que utilizamos neste capítulo é muito semelhante ao anterior. Basicamente, a principal modificação foi a instalação das bobinas na configuração de *Helmholtz*. Como descrito na seção 3.7, podemos aplicar campos em duas direções ortogonais do espaço. Além disso, o laser de diodo que utilizamos nesta experiência foi substituído por um outro, também de diodo, porém amplificado¹⁰. Vejamos a figura 6.3.

⁹ Devemos notar que o contexto diferencia o fator giromagnético da taxa de descoerência γ já utilizada.

¹⁰ Os “detalhes” deste laser serão descritos a seguir.

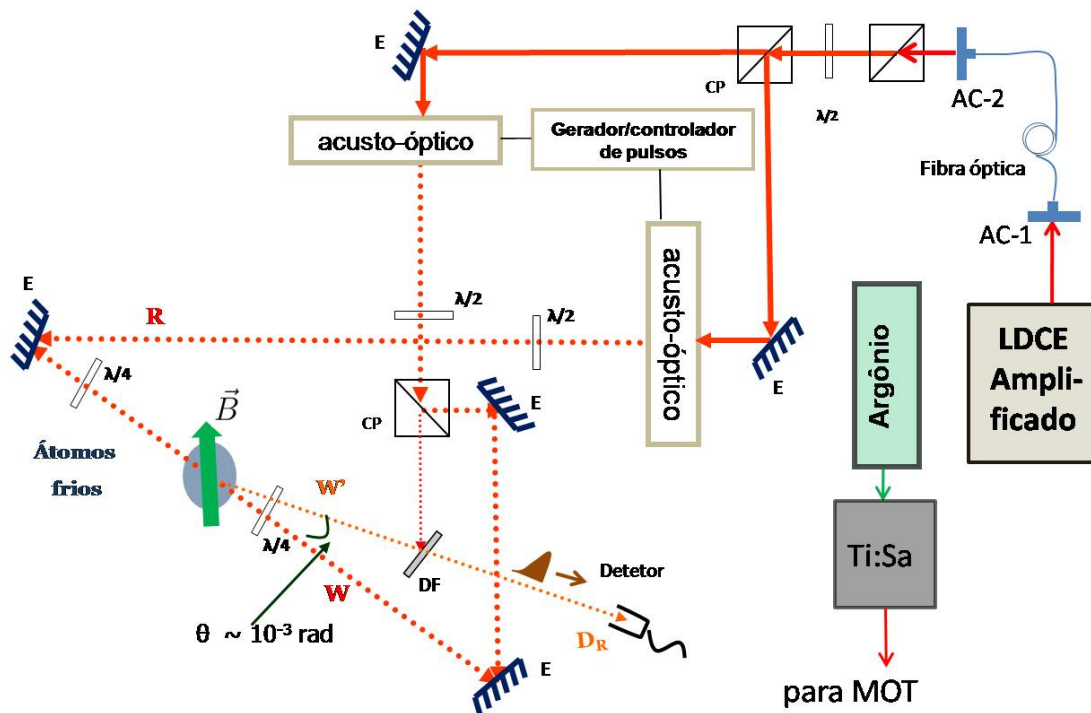


Figura 6.3: Esquema experimental simplificado. Em relação às experiências anteriores, temos as seguintes modificações: laser de diodo amplificado da Toptica Photonics, TA 100, Amplified Tunable Single Mode Laser System (LDCE-Amplificado) acoplado do espaço livre para fibra pelo acoplador AC-1 e posteriormente da fibra para o espaço livre por AC-2. Na região da MOT, temos uma seta representando o campo magnético externo. As bobinas na configuração *Helmholtz* não são mostradas no desenho.

Como podemos ver na figura 6.3, um laser de diodo amplificado, que emite aproximadamente 300 mW, é acoplado do espaço livre (usando o acoplador AC-1) para uma fibra óptica¹¹ e depois desacoplado pelo AC-2. Imediatamente após AC-2, temos um cubo polarizador que elimina pequenas flutuações de polarização devidas à imperfeições no acoplamento. Já em relação ao campo magnético externo, notemos que na figura acima não mostramos as bobinas de *Helmholtz*. Desta forma, representamos o campo magnético por uma seta passando pela região da MOT. Como mencionado anteriormente, ela pode apontar na direção de propagação de $\vec{E}_W$ ou perpendicular a esta direção. Convém mencionarmos alguns detalhes experimentais sobre o campo aplicado. Eventualmente,

¹¹ Esta fibra tem a característica de manter a polarização de saída “idêntica” à de entrada. Usamos fibras produzidas pela *OZ Optics*.

dependendo de seu valor, o campo é suficientemente grande para perturbar a MOT e deslocá-la para uma outra região¹². Quando isto acontece, a MOT, que em geral tem diâmetro da ordem de 2 mm, não se encontra convenientemente centralizada na região de intersecção dos campos de escrita/leitura. Desta forma, um leve ajuste nos feixes de armadilhamento é suficiente para obtermos a situação experimental desejada e também mais adequada. Por fim, para realizarmos as experiências com polarização linear, são removidas as placas retardadoras ($\lambda/4$) que se encontram nas proximidades da MOT.

Como já discutido anteriormente, devemos lembrar que o *ensemble* atômico é preparado no estado de *momentum* angular $F = 3$ pelo bombeio óptico incoerente e não ressonante¹³ por um período de aproximadamente 1,0 ms. No início deste mesmo intervalo de 1,0 ms, a corrente elétrica que gera o campo quadrupolar (campo de armadilhamento) é interrompida de forma que, numa típica experiência (em um intervalo típico de escrita/ leitura), seu valor se encontre consideravelmente reduzido.

As curvas experimentais serão mostradas na próxima seção. Tendo em vista a simplicidade da teoria previamente desenvolvida, a comparação com os experimentos será relativamente simples. Começaremos mostrando resultados com campo magnético transversal e posteriormente paralelo à $\hat{z}$.

6.3.2 Dinâmica com Campo Magnético Transverso e Paralelo: Experiências

Ajustando a corrente nas bobinas de *Helmholtz* convenientemente¹⁴, escolhemos o valor de aproximadamente 0,6 G e realizamos um conjunto de curvas que correspondem ao sinal difratado na grade de coerência para diferentes tempos de armazenamento. Mostraremos primeiro as medidas com polarização linear.

¹² Em uma armadilha magneto-óptica ideal, o ponto médio situado no eixo de simetria das bobinas anti-*Helmholtz* tem campo nulo.

¹³ Realizado pelo laser de resfriamento, ou seja, Ti:Sa.

¹⁴ As bobinas foram caracterizadas e calibradas previamente.

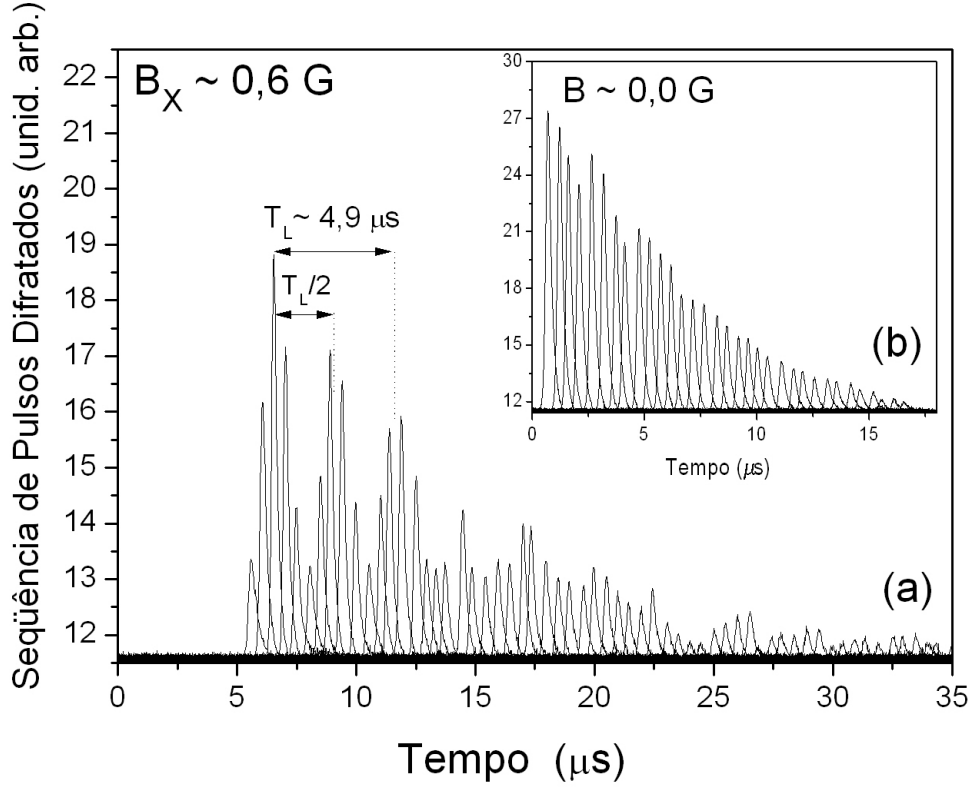


Figura 6.4: Sequência de pulsos difratados em função do tempo para vários t_s . Em (a), o campo magnético aplicado, $\vec{B} \perp \hat{z}$, tem valor de aproximadamente $0,6 \text{ G}$ ($6 \times 10^{-5} \text{ T}$). Um semi e um período de *Larmor* são indicados respectivamente por $T_L/2$ e T_L , onde o período medido foi $T_L \approx 4,9 \mu\text{s}$. Em relação aos campos ópticos, usamos polarização linear. As intensidades usadas foram: $I_R \approx 19,4 \text{ mW/cm}^2$, $I_W \approx 19,5 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{W'} \approx 3,6 \text{ mW/cm}^2$. Como discutido no texto, o maior valor nas intensidades é devido à substituição do laser de diodo usado nas experiências do capítulo 4 e 5 por um outro laser de diodo amplificado. Em (b), não foi aplicado campo magnético. Discutiremos esta curva mais adiante.

Na figura 6.4, tanto na parte (a) quanto na (b), são mostradas curvas¹⁵ que correspondem a vários tempos de armazenamento, ou seja, o eixo horizontal pode ser também

¹⁵ Na verdade, neste sistema de eixos estamos mostrando, em função do tempo, uma sequência de pulsos difratados para diferentes tempos de armazenamento, ou seja, t_s .

lido como t_s . Primeiramente, observemos em (a) o comportamento periódico do conjunto de curvas, ou seja, a cada $t = nT_L/2$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), o valor de pico (que corresponde aos máximos locais da intensidade do campo $\vec{E}_D$) se repete, como previsto pela teoria. Em outras palavras, há sinal difratado onde a coerência armazenada é não nula, ou seja, a intensidade do campo $\vec{E}_D$ é modulada pelas “envoltórias” mostradas na figura 6.2. De fato, usando os valores de $g_F = -1/4$, $\mu_B \approx 9,3 \times 10^{-24}$ J/T, $\hbar \approx 1,1 \times 10^{-34}$ Js e o campo magnético de 6×10^{-5} T, encontramos $T_L = 2\pi/|\Omega_L| \approx 4,8 \mu s$, que concorda relativamente bem com a experiência.

A observação do sinal difratado em $T_L, T_L/2, \dots$ pode ser facilmente entendida notando que os campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ podem escrever coerências *Zeeman* entre diversos estados¹⁶ (satisfazendo $\Delta M_F = 2$), de forma que a população no nível $F = 3$ seja distribuída de maneira aproximadamente simétrica¹⁷, ou seja, $\rho_{M_F, M_F} = \rho_{-M_F, -M_F}$ para todo M_F . Com o eixo de quantização ao longo de $\hat{z}$, o campo de leitura $\vec{E}_R$, que é linearmente polarizado, será descrito pela superposição coerente das componentes circulares de polarização, ou seja, $\hat{\sigma}^+$ e $\hat{\sigma}^-$. Desta forma, como o processo de leitura via campo $\vec{E}_R$ conecta *todos* os estados (sem violar a regra de seleção de dipólo elétrico), após qualquer intervalo correspondente a $T_L/2$ (ou T_L etc.) o sistema se encontrará exatamente como antes, pois a evolução na presença do campo magnético inverte a população a cada $T_L/2$. Para deixar mais clara a idéia, mostraremos a figura 6.5.

¹⁶ Há, por exemplo, $\rho_{3,1}, \rho_{2,0}, \rho_{1,-1}, \rho_{0,-2}$ e $\rho_{-1,-3}$.

¹⁷ Nada foi dito sobre distribuição homogênea da população. Por distribuição simétrica estamos querendo dizer que, como descrito no texto principal, $\rho_{i,i} = \rho_{-i,-i}$, onde i = qualquer M_F .

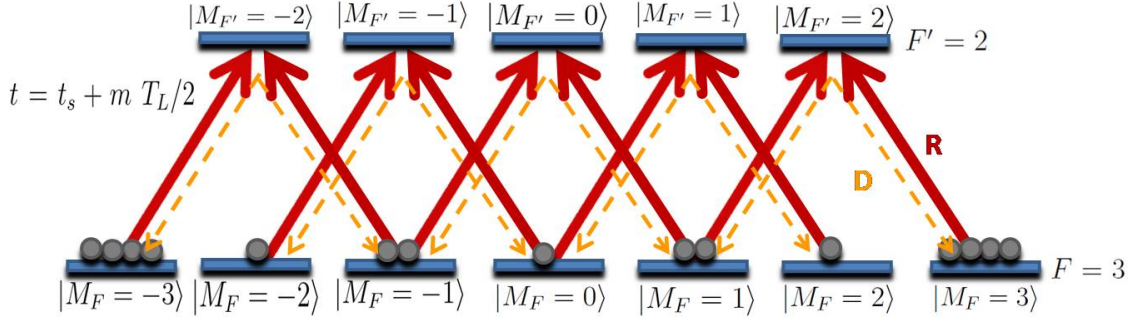


Figura 6.5: Sistema de sub-níveis *Zeeman* do césio. Quando a leitura é realizada com o campo $\vec{E}_R$ linearmente polarizado, o acoplamento se dá com $\Delta M_F = \pm 1$, gerando o campo $\vec{E}_D$ de acordo com o esquema acima. Como descrito no texto, esta figura representa todos os instantes de tempo tal que $t = t_s + m T_L/2$ ($m = 0, 1, 2, \dots$).

A figura 6.5 representa os instantes de tempo $t = t_s + m T_L/2$ em que o campo $\vec{E}_R$ atua. Como discutido há pouco, após cada intervalo correspondente a $T_L/2$ as populações se invertem e a coerência sofre a transformação $\rho_{i,j} \rightarrow \rho_{-j,-i}$, com $i, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ e $|i - j| = 2$, de maneira que o sistema evolui periodicamente, sempre retornando à situação inicial. Portanto, quando o campo de leitura $\vec{E}_R$ conectar o estado fundamental com o estado excitado, o meio sempre gerará coerentemente o pulso D. Embora tenhamos desenvolvido explicitamente a teoria para *momentum* angular $F = 1$ e mostrado a figura 6.5 com o sistema real do césio, que tem $F = 3$, vale mencionar que, recentemente, cálculos com $F = 2$ (este ainda não é o caso real, mas dá uma idéia mais realística) também foram concluídos [77] e mostram exatamente a mesma característica, ou seja, para $t = T_L/2$, $\rho_{i,j} \rightarrow \rho_{j,i}$, por exemplo¹⁸.

Mostraremos, agora, as curvas com polarização circular.

¹⁸ Naturalmente, não nos arriscaremos a resolver a etapa de escrita, pois os estados da base serão formados por toda variedade *Zeeman* de F e F' , ou seja, teremos um sistema com 12 estados!

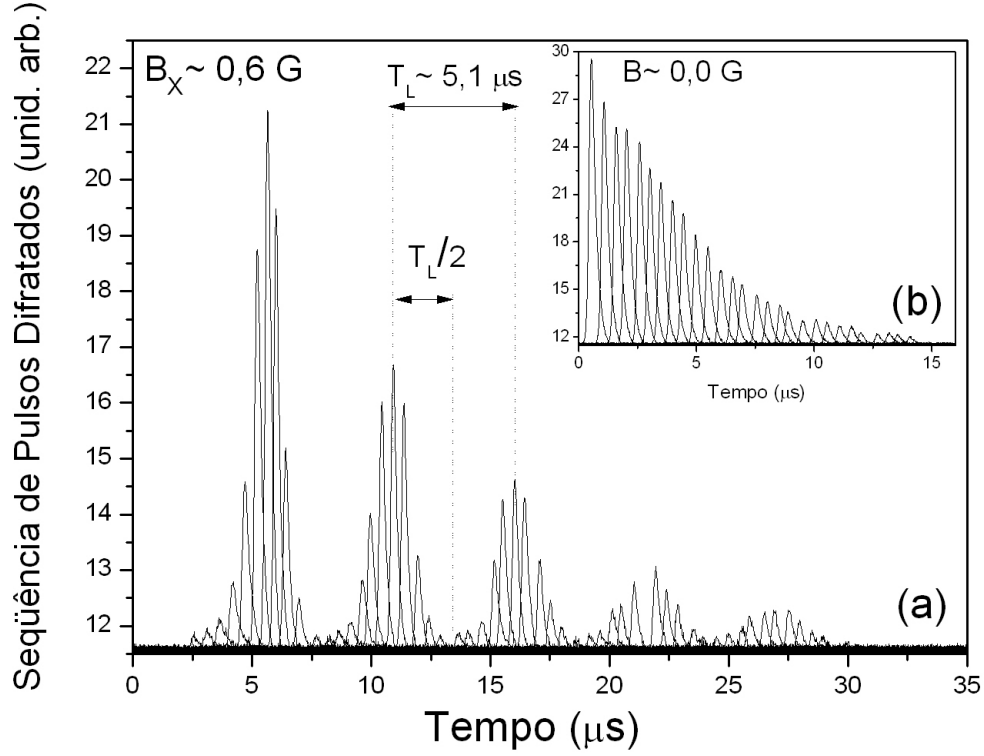


Figura 6.6: Sequência de pulsos difratados em função do tempo para vários t_s . Em (a), aplicamos um campo magnético, $\vec{B} \perp \hat{z}$, que tem valor de aproximadamente $0,6 \text{ G}$ ($6 \times 10^{-5} \text{ T}$). Um semi e um período de *Larmor* são indicados respectivamente por $T_L/2$ e T_L , onde o período medido foi $T_L \approx 5,1 \mu\text{s}$. Na parte (b), temos o detalhe de uma sequência de medidas com $B = 0,0 \text{ G}$. Notemos que a escala de tempo é distinta nos dois casos (ver discussão no texto). Em relação aos campos ópticos, usamos polarização circular. As intensidades usadas são idênticas ao caso de polarização linear.

Novamente, a parte (a) da figura 6.6 corresponde a medições realizadas com o campo magnético aplicado na direção perpendicular à direção de propagação dos campos de escrita e/ou leitura e a parte (b) corresponde ao caso onde não é aplicado campo magnético algum. Todas as curvas estão plotadas no mesmo sistema de eixos, sendo a abcissa o tempo de armazenamento. Primeiramente, os resultados são claros e mostram que o sinal difratado está modulado pela envoltória descrita na teoria. Porém, notemos que

a intensidade de pico ocorre somente em múltiplos inteiros do período *Larmor*, ou seja, para $t = t_s + nT_L$, onde $n = 0, 1, 2, \dots$. O valor da frequência de *Larmor* medido experimentalmente foi de $T_L \approx 5,1 \mu\text{s}$, que mais uma vez concorda razoavelmente bem com a teoria.

Diferentemente do caso de polarização linear, a observação do sinal difratado somente em múltiplos inteiros do período de *Larmor* está intimamente ligada, como discutido anteriormente, ao processo de escrita. No caso dos campos de escrita $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ serem polarizados circularmente (e com polarizações ortogonais entre si), o sistema apresenta orientação, ou seja, a população atômica está predominantemente ocupando o estado¹⁹ $|F = 3, M_F = +3\rangle$, pois $\vec{E}_W$ é consideravelmente mais intenso que $\vec{E}_{W'}$. Desta forma, a situação do sistema atômico em um instante de leitura, digamos, $t = T_L/2$ é claramente distinta de uma em $t = T_L$. Em outras palavras, embora a coerência $\rho_{1,3}(t = 0, T_L/2, T_L, \dots)$ possua mesma amplitude (descrita pela nossa teoria), provavelmente, após a evolução na presença do campo magnético, a coerência $\rho_{-1,-3}$ não “guarde” a mesma fase mapeada pelos campos de escrita, de forma que o acoplamento com o campo de leitura seja consideravelmente afetado, não gerando sinal algum. Devemos notar que essa hipótese tem alicerce fundamentalmente no caráter coletivo do sinal, ou seja, a mudança na fase quando $t \rightarrow t + T_L/2$ é tal que na direção de propagação do campo D haverá, possivelmente, uma interferência destrutiva entre os membros do *ensemble*. Devemos chamar atenção que esses resultados ainda serão investigados tanto teórica como experimentalmente, para que possamos entender na “totalidade” as principais características discutidas em relação aos processos de escrita/leitura com polarizações circulares. Por outro lado, se deixarmos de lado a interpretação de caráter coletivo entre os membros do *ensemble*, podemos explicar o comportamento descrito na figura 6.6 como sendo devido ao efeito de saturação do campo $\vec{E}_R$. Explicitamente, se $\vec{E}_R$ for muito intenso, é possível mostrar que o pulso D dependerá apenas dos coeficientes de *Clebsch-Gordan* correspondentes à

¹⁹ *Grosso modo*, alinhamento e orientação são, por exemplo, características que um *ensemble* pode apresentar. Quando temos uma distribuição simétrica da população entre os estados acessíveis, o sistema está “alinhado”. No outro extremo, se os membros do *ensemble* populam somente um único estado, dizemos que o sistema se encontra “orientado”. Para mais detalhes sobre alinhamento e orientação, pode ser consultada a referência [78].

coerência que o gera. Portanto, se lembrarmos das discussões do capítulo 4, a transição $M_F = 1 \leftrightarrow M_{F'} = 2$ é 15 vezes menos intensa que a transição $M_F = -3 \leftrightarrow M_{F'} = -2$.

Mantendo nosso enfoque ainda nas figuras 6.4 e 6.6, devemos esclarecer alguns pontos. Não muito diferente do que já estudamos no capítulo 4, o decaimento (defasagem da coerência) do sinal como um todo pode ser atribuído, por exemplo, a um gradiente de campo magnético que, inevitavelmente, se encontra presente em típicas experiências onde não há blindagem. Especificamente, no caso de campo magnético transversal, a taxa de descoerência, que denominaremos de $\gamma_{\perp}$, pode ser obtida de forma análoga à seção 4.3.1. Assim, medindo o máximo da intensidade do sinal difratado em função de t_s (múltiplos de T_L e/ou $T_L/2$, dependendo do caso de polarização circular ou linear) e ajustando os pontos experimentais com uma função exponencial de primeira ordem, obtivemos $\gamma_{\perp}^{-1} = t_c^{\perp} \approx 8,9 \mu\text{s}$ e $\gamma_{\perp}^{-1} = t_c^{\perp} \approx 9,7 \mu\text{s}$ para polarizações circular e linear, respectivamente. Por outro lado, os detalhes nas figuras 6.4 e 6.6, onde nenhum campo magnético é aplicado, mostram que o sinal vai a zero mais rapidamente do que o caso com campo aplicado. Ou seja, quando aplicamos o campo externo, os membros do *ensemble*, de alguma forma, “sentem” um efeito menor da inhomogeneidade de campo residual. De fato, com um ajuste exponencial de ambas as curvas, 6.4b e 6.6b, resulta em $t_c \approx 3,9 \mu\text{s}$ e $t_c \approx 5,2 \mu\text{s}$. Claramente, tanto para polarização circular quanto para linear, o tempo de coerência é consideravelmente maior quando aplicamos um campo magnético transversal²⁰.

Vejamos agora o que acontece quando o campo magnético é paralelo à direção de propagação dos campos ópticos²¹. Como antes, ajustamos a corrente do par de bobinas de *Helmholtz* (este é um outro par, que também foi caracterizado e calibrado previamente) de forma que o campo tivesse o valor aproximadamente igual ao caso transversal, ou seja, 0,6 G. Em seguida, medimos o sinal difratado para ambos os casos: polarização circular e linear. As curvas são mostradas na figura 6.7.

²⁰ Convém lembrarmos que, no capítulo 4, o tempo de coerência obtido é também menor do que este da presente discussão.

²¹ Vale ressaltar que o campo aplicado paralelamente à direção de propagação é apenas aproximadamente paralelo. Isso resulta tanto do fato de termos um ângulo entre os pulsos W e W' bem como da impossibilidade experimental, pelo menos a princípio, de instalarmos bobinas na direção “ideal”.

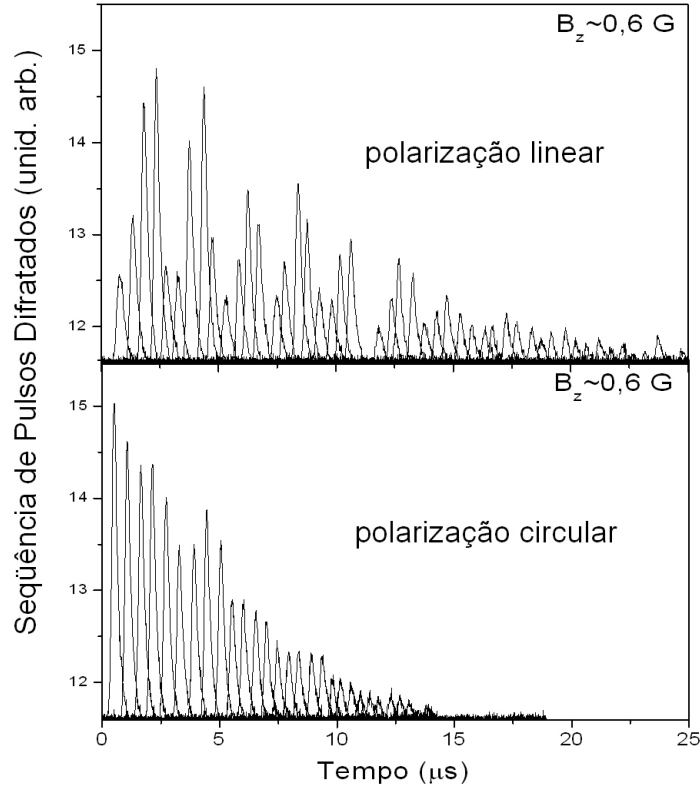


Figura 6.7: Seqüência de pulsos difratados em função do tempo para vários t_s . Superior: polarização linear. Inferior: polarização circular. O módulo do campo magnético aplicado ($\vec{B} \parallel \hat{z}$) está indicado em cada gráfico. Novamente, as intensidades usadas são idênticas àquelas usadas nas curvas da figura 6.4.

Neste conjunto de curvas é possível determinar o período de *Larmor*, ou seja, $(\Omega_L/2\pi)^{-1} \approx 4,8 \mu s$, que mais uma vez concorda razoavelmente bem com a previsão teórica. Note-mos que, neste caso, o campo aplicado está em $\hat{z}$. Logo, a evolução do estado armazenado será dada por $|\psi(t)\rangle \propto e^{-i\Omega_L t}|M_F = -1\rangle + e^{i\Omega_L t}|M_F = +1\rangle$ e, portanto, a coerência oscila com frequência angular $2\Omega_L$. Em relação à curva com polarização circular, devemos enfatizar que as oscilações de *Larmor* se apresentam bem menos evidentes do que aquelas que correspondem à polarização linear. Embora este “detalhe” possa parecer ruim, resolvemos mostrar este conjunto de curvas porque ele foi realizado nas mesmas condições experimentais que no caso de polarização linear, permitindo comparações diretas em relação

ao tempo de coerência. No entanto, um outro conjunto de medidas, também usando polarizações circulares, foi realizado com campo magnético levemente maior que 0,6 G (0,7 G). Na figura 6.8, temos as curvas do sinal difratado que correspondem à situação sem campo magnético aplicado, com o campo em $\hat{x}$ e também em $\hat{z}$. Resolvemos deixar este conjunto “deslocado” daquele que mostramos anteriormente, figura 6.6, pois as intensidades dos campos ópticos usadas neste caso são distintas das anteriores, sendo, neste caso, $I_W \approx 17,6 \text{ mW/cm}^2$, $I_{W'} \approx 1,1 \text{ mW/cm}^2$ e $I_R \approx 7,2 \text{ mW/cm}^2$.

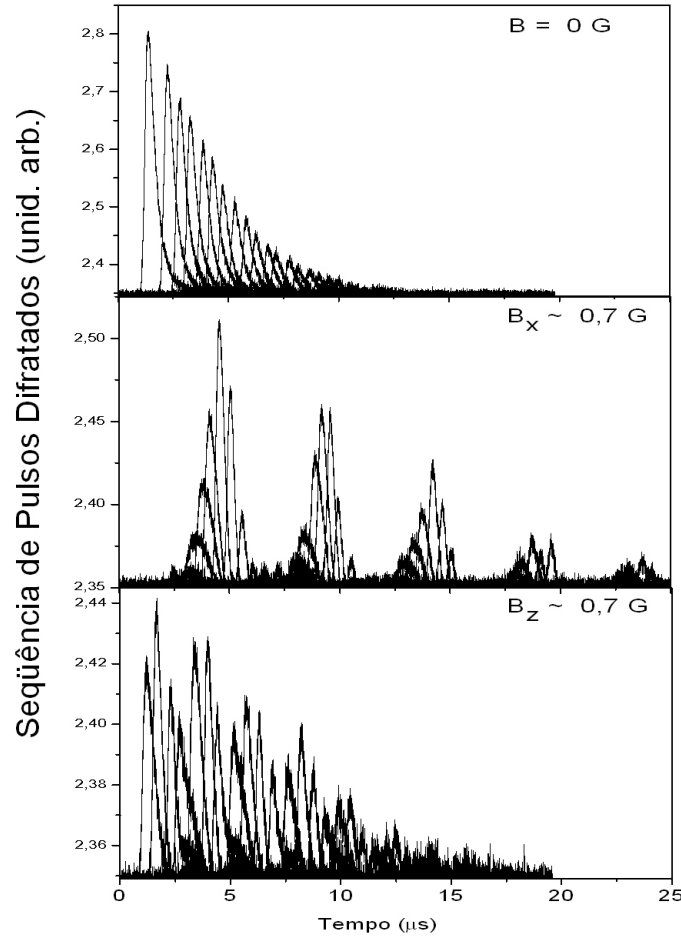


Figura 6.8: Seqüência de pulsos difratados em função do tempo para vários t_s . Superior: campo magnético nulo. Meio: campo na direção $\hat{x}$. Inferior: campo na direção $\hat{z}$. Todas as curvas são com polarização circular e o módulo do campo magnético é de aproximadamente $B = 0,7 \text{ G}$.

Como antes, mantivemos o mesmo intervalo de variação no eixo dos tempos, de forma que o comportamento em relação ao tempo de coerência pudesse ser comparado diretamente. A parte central da figura 6.8, para a qual o campo aplicado está na direção $\hat{x}$, não deixa dúvidas de que o decaimento é consideravelmente mais lento do que nas outras duas restantes. Além disso, de acordo com o que foi mencionado anteriormente, notemos que, no caso de campo aplicado na direção $\hat{z}$, a coerência armazenada oscila com frequência angular de $2\Omega_L$, que está de acordo com a teoria, a qual prevê $\Omega_L \approx 4,7 \mu\text{s}$. Notemos que esse valor é muito próximo daquele que obtivemos com campo magnético de $0,6 \text{ G}$, pois, neste caso, temos aproximadamente $0,7 \text{ G}$. Quando o campo aplicado está na direção $\hat{z}$, há um deslocamento entre os subníveis *Zeeman* e a coerência evolui na forma $|\psi(t)\rangle \propto |M_F = -1\rangle + e^{i2\Omega_L t} |M_F = +1\rangle$, preservando, idealmente, a população nos estados $|M_F = 1\rangle$ e $|M_F = +3\rangle$, por exemplo²². Portanto, embora na curva mostrada na parte inferior da figura 6.7 a oscilação não esteja tão evidente, estes últimos resultados (ver figura 6.8) deixam claro que a coerência oscila com $2\Omega_L$.

Para que o tempo de coerência fosse também caracterizado, realizamos ajustes de forma análoga aos casos anteriores, resultando em $\gamma_{\parallel}^{-1} = t_c^{\parallel} \approx 7,6 \mu\text{s}$ e $\gamma_{\parallel}^{-1} = t_c^{\parallel} \approx 6,8 \mu\text{s}$ para polarização linear e circular, respectivamente. Aqui, denominamos $\gamma_{\parallel}$ para diferenciar do caso transversal. Portanto, efetivamente, o que observamos é $t_c^{\perp} > t_c^{\parallel}$. De fato, argumentaremos que esse conjunto de medidas (com campo magnético paralelo ou transversal) nos permite inferir, *grosso modo*, em que eixo espacial se encontra o gradiente do campo magnético espúrio.

Para isso, por hipótese, consideremos que haja somente um gradiente do tipo $\vec{B}_{\text{espúrio}} \propto \frac{\partial B}{\partial z} \hat{z}$. Desta forma, um átomo na posição z poderá ser descrito pelo vetor de estado $|\psi(z, t)\rangle = c_-(0)e^{-i\Omega_L(z)t} |M_F = -1\rangle + c_+(0)e^{+i\Omega_L(z)t} |M_F = +1\rangle$, ou seja, a dinâmica quântica depende localmente da posição e a fase de $|\psi(z, t)\rangle$ evoluirá diferentemente para cada coordenada z . Também, por simetria, o momento magnético $\vec{\mu}$ deverá estar contido no plano x-y. Na ausência de campo externo aplicado, cada vetor $\vec{\mu}$ precessionará no plano x-y com frequência de *Larmor* associada ao campo residual, que depende da coordenada

²² Não poderíamos deixar de mencionar que a amplitude do sinal quando o campo magnético está na direção $\hat{z}$ é menor, pois os estados *Zeeman* se encontram deslocados e o campo $\vec{E}_R$, que antes era ressonante, já não é mais.

z . Logo, transcorrido um tempo t_c a relação de fase (coerência) do vetor de estado entre cada membro do *ensemble* estará decorrelacionada. Abaixo, fizemos uma figura representando a evolução do momento de dipolo magnético do *ensemble* sujeito ao campo espúrio nas duas condições estudadas: campo transverso e longitudinal.

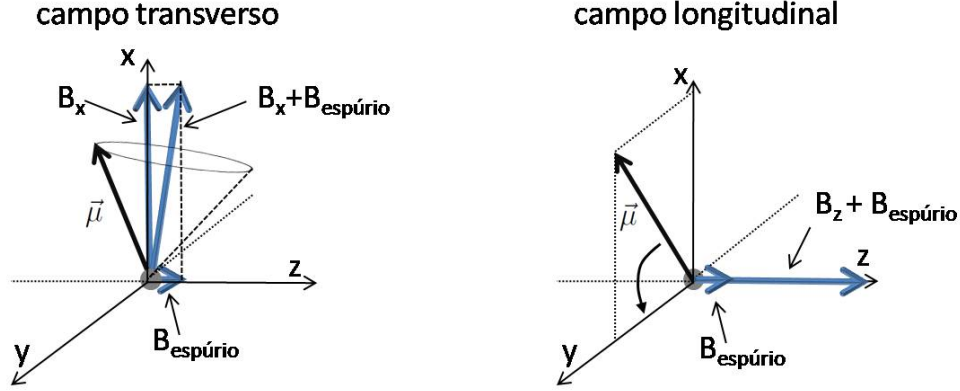


Figura 6.9: Precessão do vetor momento magnético $\vec{\mu}$ (representado por uma seta preta) quando sujeito ao campo transverso (esquerda) e campo longitudinal (direita). No primeiro caso, a precessão acontece em torno de $B_x + B_{\text{espúrio}}$. Já no segundo, ao longo de z , ou seja, no plano x-y.

Agora, se aplicarmos um campo magnético na direção z , a direção de precessão em nada mudará. Além disso, sabemos que

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} \propto \vec{\mu} \times \vec{B},$$

que mostra que a taxa de variação máxima de $\vec{\mu}$, ou seja, $|\frac{d\vec{\mu}}{dt}|_{\text{máx.}}$, acontece quando o campo magnético total $\vec{B}$ for perpendicular à $\vec{\mu}$. Na verdade, como podemos ver, esse é o caso descrito na parte direita da figura. Deste modo, o defasamento entre os membros do *ensemble* será máximo e, portanto, o tempo de coerência mínimo. Por outro lado, quando aplicamos um campo transversal, o sistema precessionará com uma taxa menor, dando origem a um maior tempo de coerência, ou seja, $t_c^\perp > t_c^\parallel \approx t_c$. Portanto, a hipótese inicial de haver gradiente ao longo de $\hat{z}$ é, pelo menos dentro dos limites de nossas experiências, comprovada.

Em adição à explicação exposta nos parágrafos anteriores, devemos mencionar que a situação experimental real, ou seja, considerando toda a variedade *Zeeman*, foi simulada computacionalmente, revelando o mesmo comportamento descrito nesta seção [79]. Além disso, apesar de usarem um sistema físico diferente, alguns pesquisadores já haviam proposto um aparato experimental (usando campos homogêneos) capaz de maximizar o tempo de coerência em amostras de estado sólido [80].

6.3.3 Conclusões

Neste capítulo, estudamos a dinâmica da grade de coerência armazenada em um *ensemble* de átomos frios em duas situações: sujeita a um campo magnético aplicado na direção de propagação dos campos ópticos e ortogonal a ela. Em ambos os casos, observamos e medimos períodos de *Larmor*. Na situação de escrita/leitura com campos polarizados linearmente, observamos também múltiplos da frequência de *Larmor*. Essa última observação está intimamente ligada à distribuição simétrica da população entre a variedade *Zeeman*. Com base nos tempos de coerência *Zeeman* $t_c^\perp$ e $t_c^\parallel$, pudemos demonstrar que é possível determinar, pelo menos em princípio, a direção do gradiente de campos magnéticos espúrios. Os resultados deste capítulo foram muito proveitosos no sentido de que pudemos explorar, como veremos no capítulo seguinte, o armazenamento e a manipulação de estruturas espaciais (contidas no modo transversal do campo $\vec{E}_{W'}$) mais complexas, como *momentum* angular orbital (MAO) e superposições.

Capítulo 7

Armazenamento e Manipulação de *Momentum* Angular Orbital Óptico em um *Ensemble* de Átomos Frios

7.1 Introdução

Neste penúltimo capítulo da tese, usaremos modos espaciais de ordem mais alta para o campo $\vec{E}_{W'}$. Especificamente, o processo de escrita da grade de coerência *Zeemam* será realizado (além do campo $\vec{E}_W$, puramente “Gaussiano”) com o campo $\vec{E}_{W'}$ possuindo *momentum* angular orbital. A saber, usaremos modos que apresentam fase azimutal do tipo $\exp(-il\phi)$ e perfil de intensidade do tipo “rosquinha”. Tais modos são descritos, basicamente, por polinômios de *Laguerre-Gauss* e, devido ao fator de fase e ao perfil de intensidade, são também conhecidos como “vórtices ópticos”. A seguir, daremos detalhes sobre como obtê-los e revisaremos a literatura envolvendo esse assunto.

Este capítulo está fortemente relacionado ao anterior. O elo entre eles reside no seguinte fato: a grade de coerência armazenada pode ser manipulada mesmo quando contém informação espacial de fase ainda mais complexa. Mostraremos que a informação de fase espacial armazenada em um *ensemble* de átomos frios de césio pode ser extraída mesmo após vários eventos de “collapses” da coerência *Zeemam*. Em outras palavras,

demonstraremos que o *momentum* angular orbital (MAO) presente no modo do campo $\vec{E}_{W'}$ pode ser armazenado, manipulado e posteriormente convertido de coerência atômica a campos ópticos. Particularmente, os modos espaciais armazenados podem ser LG_0^1 , LG_0^0 ou uma superposição entre ambos.

7.2 *Momentum* Angular da Luz: uma Breve Revisão

Historicamente, sabemos que a luz possui propriedades mecânicas bem conhecidas que, de fato, foram mencionadas nos capítulos 2 e 3, onde descrevemos a força de radiação exercida pela mesma sobre átomos. Além disso, evidência da força exercida pela luz em sistemas mecânicos já havia sido relatada por *Kepler*, que propôs que a radiação solar era a responsável pela estrutura da cauda dos cometas.

Formalmente, podemos associar ao campo eletromagnético (no vácuo) o *momentum* angular total [81]

$$\vec{J}_{total} = \int \vec{r} \times \vec{p} d^3r = \frac{1}{\mu_0 c^2} \int \vec{r} \times (\vec{E} \times \vec{B}) d^3r, \quad (7.1)$$

onde μ_0 é a permeabilidade do vácuo, c é a velocidade da luz e $\vec{r}$ é o vetor posição. Aqui, $\frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0 c^2} = \vec{p}$ é a densidade volumétrica de *momentum* linear.

Uma forma alternativa (e equivalente [81, 82]) de expressar a equação 7.1 pode ser obtida usando o potencial vetor $\vec{A}$ (no calibre de *Coulomb*¹)

$$\begin{aligned} \vec{J}_{total} &= \frac{1}{\mu_0 c^2} \int \left[\vec{E} \times \vec{A} + \sum_{j=x,y,z} E_j (\vec{r} \times \nabla) A_j \right] d^3r \\ &= \vec{S} + \vec{L}. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Notemos que a expressão anterior contém duas parcelas: a primeira é independente do sistema de coordenadas e é identificada como *momentum* angular de “spin”. A segunda corresponde à contribuição devido ao *momentum* angular orbital. Apesar de tamanha

¹ Neste calibre, o lado direito da expressão 7.2 é, rigorosamente falando, composta pela componente transversa de $\vec{A}$. Desta forma, o calibre garante que $\vec{J}_{total}$ seja invariante.

simplicidade no termo que contém a contribuição para o *momentum* angular orbital, a literatura relacionada a essa parcela ficou, por um bom tempo, restrita a livros didáticos [49, 81], e só recentemente apareceu em sua forma explícita [82–85].

Por outro lado, *momentum* angular de “spin” é, de certa forma, bem familiar. Por exemplo, há quase exatamente um século, *Poynting* mostrou (via analogia mecânica [86]) que luz circularmente polarizada possui *momentum* angular de “spin” e deve fornecer um torque (por unidade de área) de $E\lambda/2\pi$, onde λ é o comprimento de onda e E é a energia por unidade de volume da radiação eletromagnética. No mesmo trabalho, ele sugere uma experiência para medir o *momentum* angular associado à luz circularmente polarizada. Mais tarde, em 1936, Beth [87] apresentou resultados experimentais demonstrando a previsão de *Poynting*.

Levando em consideração o já familiar *momentum* angular de “spin”, nas seções posteriores exploraremos estritamente a contribuição do *momentum* angular devido ao segundo termo da expressão 7.2, ou seja, o orbital.

7.3 Modos de Alta Ordem do Campo Eletromagnético

7.3.1 Modos que não Possuem MAO

Desde a invenção do laser, a descrição dos modos espaciais que o mesmo deveria possuir foi um objeto de estudo bem intenso. Basicamente, a origem de um determinado modo corresponde a condições de contorno bem específicas. Em outras palavras, da mesma forma que a onda plana é solução da equação de *Helmholtz* (obtida do eletromagnetismo) no espaço livre, uma condição de contorno mais particular fornecerá outro modo.

Por exemplo, modos puramente gaussianos [88] são produzidos de forma “corriqueira” (na maioria dos lasers). Pouco mais raros, os modos *Hermite-Gauss* são resultado da quebra de simetria radial intra-cavidade, ou seja, há uma distinção entre os eixos “x” e “y” (considerando a direção do vetor de propagação da onda no eixo “z”). Eles são descritos, basicamente, por polinômios de *Hermite* [42] e, em geral, são designados por TEM_{mn} (Transversal Eletromagnético), onde m, n são números inteiros não negativos.

Ambos os modos mencionados no parágrafo acima são obtidos da equação de *Helmholtz* no regime paraxial². O regime paraxial traz expressões matemáticas bem mais simples, de forma que podemos descrever um modo do campo eletromagnético e obter outros resultados de forma mais imediata. Por exemplo, veremos que é possível gerar modos que contenham MAO a partir de modos de Hermite-Gauss (ou Gaussianos), que, em princípio, não contêm contribuição orbital [82].

7.3.2 A Equação de Onda Paraxial e os Modos de LG

O estudo em relação a equação de onda na aproximação paraxial já se encontra bem consolidado. Em 1975, Lax e colaboradores [89] mostraram que, em ordem mais baixa, os campos envolvidos poderiam ser expandidos em séries de potências³ e que a convergência era rápida, mantendo-se consistente com as equações de *Maxwell*.

Considere a equação [90]

$$(i\alpha \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2})\psi(x, y, z) = 0, \quad (7.3)$$

que, como veremos, contém algumas particularidades interessantes. Por exemplo, se $\alpha = 2k$ na equação 7.3, $\psi(x, y, z)$ descreverá a propagação de um campo óptico no qual k corresponde ao vetor de onda na direção de propagação. Por outro lado, se $\alpha = 2m/\hbar$, $\psi(x, y, z)$ representará a dinâmica de uma partícula quântica (de massa m) em duas dimensões (onde “ z ” faria o papel do tempo). Notemos, então, que tanto a equação que governa a propagação de ondas eletromagnéticas no espaço real quanto a equação de *Schrödinger* possuem estrutura matemática formalmente equivalente. Além disso, sabemos da teoria de *momentum* angular orbital [91] que a contribuição na direção $\hat{z}$ (componente “ z ”) pode ser descrita pelo operador $\hat{L}_z \rightarrow -i\hbar \partial/\partial\phi$, onde ϕ é o ângulo azimutal. Não muito diferente, ao descrever a propagação de ondas eletromagnéticas no regime paraxial, S. J. Enk e colaborador [92] mostraram que também é possível associar o ope-

² Neste regime, $\partial E/\partial z \ll kE$, $\partial^2 E/\partial z^2 \ll k\partial E/\partial z$, onde E é, por exemplo, a amplitude do campo e k é o módulo do vetor de onda.

³ Na razão w_0/l , em que w_0 é a cintura do feixe e $l = kw_0^2$ o comprimento de difração e k o vetor de onda.

rador $\hat{L}_z \rightarrow -i\partial/\partial\phi$ de forma semelhante àquela desenvolvida no formalismo da teoria quântica, além de mostrarem a correspondente auto função no regime óptico. Esse tipo de “paralelismo” entre os casos óptico e mecânico quântico aparece também nas descrições relatadas por Simmons e colaborador [49] e também por Cohen *et al* [93], que mostraram que é possível escrever as equações de Maxwell no espaço recíproco e calcular os campos eletromagnéticos introduzindo uma função que pode ser identificada como a “função de onda” para os fótons. A estrutura matemática que esta função satisfaz é formalmente idêntica à equação de *Schrödinger*. Nesta representação, as contribuições orbital e de “spin” do *momentum* angular óptico também podem ser separadas em duas parcelas, como pode ser vista na equação (9.51) do livro de Simmons.

Mantemos nossa atenção na descrição óptica da equação paraxial. Allen *et al* [83] foram os primeiros a mostrar que um feixe com frente de onda helicoidal possui MAO ao longo da direção de propagação. Ou seja, frentes de ondas descritas pelo fator de fase azimutal do tipo $\exp(-il\phi)$ devem, então, possuir MAO equivalente a $l\hbar$ por fóton. A abordagem que usaram será descrita a seguir.

Consideremos o potencial vetor escrito da seguinte forma

$$\vec{A}(x, y, z) = \psi(x, y, z) \exp(-ikz) \hat{x}, \quad (7.4)$$

onde $\hat{x}$ é o vetor unitário, $\psi(x, y, z)$ é uma função que descreve a amplitude do modo e satisfaz a equação paraxial e, por fim, k é o módulo do vetor de onda.

Allen *et al* mostraram que há uma solução cilindricamente simétrica, ou seja,

$$\begin{aligned} \psi_{lp}^{LG}(r, \phi, z) = & \frac{C}{(1 + z^2/z_R^2)^{1/2}} \left[\frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right]^l \exp \left[\frac{-r^2}{w(z)^2} \right] \exp \left[\frac{-ikr^2z}{2(z^2 + z_R^2)} \right] \\ & \times \underbrace{\exp(-il\phi)}_{\text{Fase Azimutal}} \exp[i(2p + l + 1) \arctan(z/z_R)] L_p^l \left[\frac{-2r^2}{w(z)^2} \right] \end{aligned} \quad (7.5)$$

onde z_R é o comprimento *Rayleigh* e $w(z)$ a cintura do feixe que é dada por

$$w(z) = \sqrt{\frac{2(z^2 + z_R^2)}{kz_R}}.$$

O termo $L_p^l(u)$ representa o polinômio de Laguerre associado. Na equação 7.5, re-escrevemos $\psi(x, y, z)$ como $\psi(r, \phi, z)$. Usando esta descrição, Allen *et al* calcularam a densidade⁴ de *momentum* linear

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \frac{\varepsilon_0}{2} [(\vec{E}^* \times \vec{B}) + (\vec{E} \times \vec{B}^*)] \\ &= \frac{i\omega\varepsilon_0}{2} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \omega k \varepsilon_0 |\psi|^2 \hat{z} \end{aligned} \quad (7.6)$$

onde $\hat{z}$ é o vetor unitário na direção z , ω é a frequência angular e $k = 2\pi/\lambda$. Usando a expressão 7.5, é possível calcular o vetor de *Poynting* ($c^2 \vec{p}$),

$$\vec{S} = c \left[\frac{rz}{(z^2 + z_R^2)} \hat{r} + \frac{l}{kr} \hat{\phi} + \hat{z} \right] |\psi|^2 \quad (7.7)$$

onde $\hat{r}$ e $\hat{\phi}$ são vetores unitários. Analisando a estrutura vetorial da equação anterior, vemos que há uma componente $\hat{z}$, a qual dá o sentido de propagação. Entretanto, existe uma contribuição devido à componente $\hat{\phi}$. Esta última está intimamente relacionada com a componente $\hat{z}$ do *momentum* angular orbital, pois faz com que o vetor de *Poynting* descreva uma “espiral” ao longo de $\hat{z}$, como mostrado abaixo.

⁴ Na verdade, a expressão 7.6 é uma média temporal correspondente a campos harmônicos.

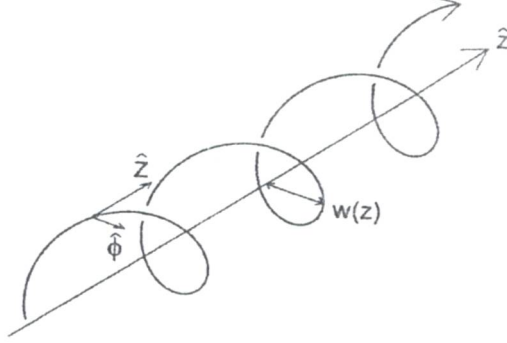


Figura 7.1: Figura mostrando a “trajetória” em espiral do vetor de Poynting, onde $\hat{\phi}$ e $\hat{r}$ são vetores unitários e $w(z)$ é a cintura do feixe. O desenho foi retirado da referência [83].

Pode ser mostrado que a densidade de *momentum* angular orbital, $\vec{\mathcal{M}} = \epsilon_0 \vec{r} \times (\vec{E} \times \vec{B})$, possui uma forma relativamente simples quando descrita pela função $\psi(r, \phi, z)$

$$\vec{\mathcal{M}} = \left[\frac{r}{c} \left[\frac{z^2}{(z^2 + z_R^2)} - 1 \right] \hat{\phi} + \frac{l}{\omega} \hat{z} - \frac{lz}{\omega r} \hat{r} \right] |\psi|^2. \quad (7.8)$$

Na equação 7.8, as componentes radial e azimutal são simétricas em relação ao eixo de propagação. Logo, ao integrarmos a densidade de *momentum* angular orbital sobre todo o perfil do feixe, $\int \vec{\mathcal{M}} d^3r$, a única contribuição não nula será ao longo da direção de propagação $\hat{z}$. Assim, usando o fato de que a energia contida no modo é finita juntamente com o resultado anterior, obtemos

$$J_z / U_{\text{eletromag.}} = \frac{l}{\omega}, \quad (7.9)$$

mostrando que os modos de Laguerre-Gauss possuem *momentum* angular orbital bem definido⁵.

⁵ Vale mencionar que esse resultado já havia sido obtido anteriormente para luz circularmente polarizada, porém, sem especificar o modo do campo eletromagnético [81].

Entretanto, lembremos que o potencial vetor do qual foram obtidos os resultados anteriores corresponde a um campo linearmente polarizado. A generalização se dá ao tratarmos dos casos em que o campo possui polarização arbitrária, resultando em

$$J_z/U_{\text{eletromag.}} = \frac{l + \sigma}{\omega}, \quad (7.10)$$

onde $1 \leq \sigma \leq -1$, sendo que os extremos correspondem à luz circularmente polarizada, para esquerda ou para direita. Portanto, notemos que a componente $\hat{z}$ do *momentum* angular contém tanto a contribuição devida à polarização quanto aquela devida a estrutura espacial de fase, descrita pelo fator $e^{il\phi}$.

Geralmente, ao número l associamos o termo “carga topológica”, que representa, *grosso modo*, a quantidade de fatores 2π acumulados ao integrarmos o gradiente da fase em torno do eixo de propagação [94], ou seja,

$$\oint \nabla \phi \cdot d\vec{r} = 2\pi l, \quad (7.11)$$

onde $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ e $d\vec{r}$ é um elemento de arco.

A intensidade e a fase correspondente a um modo de LG ($l = 1, p = 0$) podem ser visualizadas abaixo.

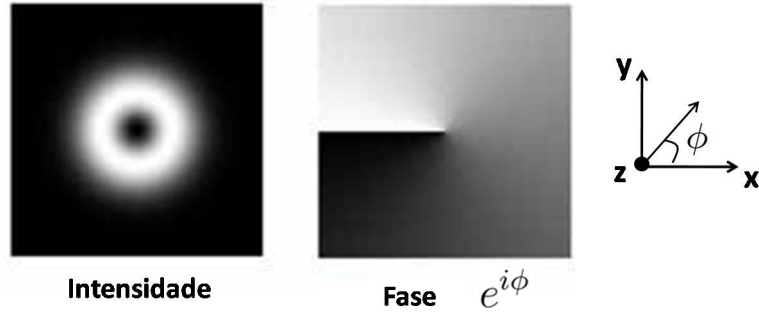


Figura 7.2: Intensidade do modo Laguerre-Gauss (esquerda) e fase (direita) para $l = 1$. O grau de cinza indica a intensidade (figura à esquerda) e a fase acumulada (à direita). Esta figura foi retirada da referência [95].

7.4 Geração de MAO em Laboratórios

Nesta parte, daremos um breve relato sobre algumas técnicas para preparar um modo LG. Dentre várias, temos o conversor de modos, a placa de fase tipo espiral e, por fim, as “máscaras holográficas”. As diferentes técnicas de preparar um modo contendo MAO são importantes tanto do ponto de vista pedagógico quanto para realizar experimentos que visam discernir entre duas cargas topológicas distintas.

7.4.1 Conversor de Modos

Modos de LG foram primeiramente produzidos com conversor de modos por M. W. Beijersbergen *et al* [96] em 1993. Eles estabeleceram relações algébricas bem definidas entre polinômios de Hermite e de Laguerre, pois ambos formam uma base. Por exemplo, demonstraram que um modo HG, cujo eixo principal é a bissetriz no plano xy , pode ser escrito em termos do mesmo conjunto não rotacionado, ou seja

$$u_{m,n}^{HG}\left(\frac{x+y}{\sqrt{2}}, \frac{x-y}{\sqrt{2}}\right) = \sum_{k=0}^{n+m} b(n, m, k) u_{n+m-k,k}^{HG}(x, y) \quad (7.12)$$

onde o coeficiente b é real, $u_{i,j}^{HG}(x, y) = H_i(x)H_j(y)$ e $H_l(x)$ são polinômios de Hermite⁶. Especificamente, um $u_{1,0}^{HG}$ rotacionado de 45° pode ser expresso como

$$u_{10}^{HG}(45^\circ) \sim u_{10}^{HG}(0^\circ) + u_{01}^{HG}(0^\circ)$$

onde, de propósito⁷, não explicitamos o coeficiente b . Uma maneira até mais elegante de expressar a relação anterior é

⁶ Para que a notação não ficasse tão carregada, não explicitamos os termos gaussianos do tipo $\sim \exp(-x^2/2w_x^2)\exp(-y^2/2w_y^2)$, onde w_x e w_y são as “cinturas” dos modos ao longo de x e y , respectivamente. No entanto, não é demais mencionar que um modo $u_{m,n}^{HG}(x, y)$ contém esses fatores. Para mais detalhes, consultar a referência [42].

⁷ Isso não quer dizer que o valor numérico de b não seja importante, mas sim que, neste caso, é um número real.



Figura 7.3: Ilustração que corresponde a um modo HG rotacionado de 45° no plano xy decomposto numa base não rotacionada.

a qual representa, em sua forma “artística”, a mesma decomposição citada anteriormente.

Em relação ao modo LG, ainda no trabalho de M. W. Beijersbergen, é possível encontrar a seguinte decomposição

$$u_{m,n}^{LG}(x, y) = \sum_{k=0}^{n+m} \underbrace{i^k}_{\text{fase}} b(n, m, k) u_{n+m-k,k}^{HG}(x, y), \quad (7.13)$$

onde b é exatamente o mesmo coeficiente mencionado anteriormente. Entretanto, observemos uma diferença bem particular: o fator i^k . Por exemplo, para $k = 1$, ele é responsável pela fase de $\pi/2$ entre cada elemento da base, ou seja,

$$u_{10}^{LG}(45^\circ) \sim u_{10}^{HG}(0^\circ) + i u_{01}^{HG}(0^\circ),$$

ou, como antes,

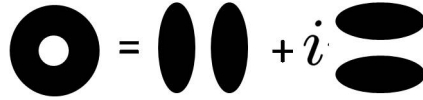


Figura 7.4: Decomposição de um modo LG numa base não rotacionada de HG. Neste caso, a relação de fase entre cada “vetor” da base é $\pi/2$, pois $e^{i\pi/2} = i$.

Experimentalmente, o termo $\pi/2$ pode ser obtido explorando a fase de *Gouy* em um dos eixos perpendicular à direção de propagação. Basicamente, as lentes cilíndricas têm a característica de focalizar um feixe somente em um de seus eixos, fazendo com que o outro (perpendicular ao anterior), nada sofra. Usando essa propriedade, podemos construir, experimentalmente, um dispositivo para manipular a fase de *Gouy* quando posicionarmos duas lentes cilíndricas a uma distância entre elas de $f/\sqrt{2}$, onde f é o foco de ambas as lentes, como mostrado na figura 7.5.

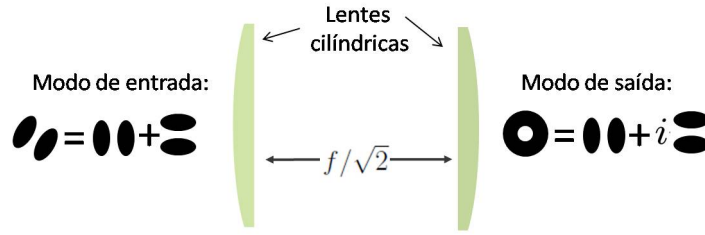


Figura 7.5: Esquema simplificado que mostra como obter um modo LG manipulando a fase de *Gouy* pelo uso de lentes cilíndricas. A distância entre elas é bem determinada.

Notemos que as faces planas de ambas as lentes estão dispostas uma “de frente para a outra”.

7.4.2 Placa de Fase Tipo Espiral

A placa de fase tipo espiral é um elemento tal que sua espessura óptica aumenta com o ângulo azimutal. Assim, para uma onda plana incidente, a onda emergente apresentará uma estrutura de fase azimutal do tipo $\exp(-il\phi)$. O primeiro elemento desse tipo foi construído por M. W. Beijersbergen [97]. Embora seja um dispositivo prático para obter modos helicoidais, ele é relativamente menos eficiente (no sentido de fidelidade do modo) quando comparado com o conversor de modos via lentes cilíndricas. A razão é simples. Num regime óptico, a precisão requerida em sua espessura tem de ser muito alta, pois uma “flutuação”, por mínima que seja, afeta o modo resultante. Entretanto, pode-se conseguir, como foi mostrado por G. A. Turnbull [98], bons resultados na região de micro-ondas.

7.4.3 Máscaras Holográficas

Em 1990, V. Y. Bazhenov e colaboradores [99] puderam gerar feixes com frente de onda helicoidal usando hologramas gerados por computador. Logo depois, em 1992, Heckenberg e colaboradores [100] também demonstraram, com grande êxito, o uso de máscaras holográficas.

Tais máscaras holográficas podem ser consideradas como uma grade de difração modificada, onde a 1ª ordem difratada tem a fase e o perfil de intensidade bem específicos.

Se o objetivo for construir uma máscara que gere um modo LG, a idéia é obter o padrão de interferência entre um modo de onda plana e um LG. No caso em que ambos são co-propagantes, a condição fica [101]

$$\pm \phi = (n + 1/2)\pi + \frac{kr^2}{2R} \quad (7.14)$$

que “desenha” uma espiral dupla em coordenadas polares. Aqui, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, k é o módulo do vetor de onda, e R o raio de curvatura. Logo, para se construir uma máscara deste tipo, basta gerar tais “figuras” e imprimí-las, por exemplo, em um filme que seja transparente na região em que se queira trabalhar.

Devido à quebra de simetria existente nas máscaras holográficas, ondas que emergem diametralmente opostas se cancelam, gerando intensidades nulas no eixo axial e estrutura de fase helicoidal.

Experimentalmente, podemos preparar modos de LG simplesmente iluminando a máscara com uma onda plana com comprimento de onda apropriado e então posicionar uma lente a uma distância que corresponde a $d = f_l + f_m$, onde f_l e f_m são, respectivamente, os focos da lente e da máscara⁸. Muitas vezes se usa um *pinhole* para filtrar luz espalhada devido aos outros focos. Esta configuração foi utilizada em nossas experiências e é mostrada a seguir

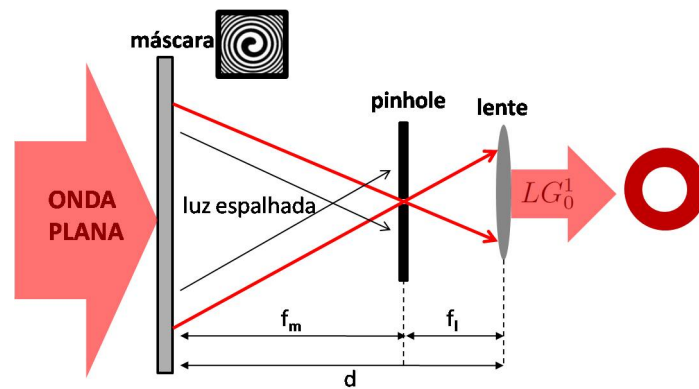


Figura 7.6: Esquema mostrando como preparar um modo LG e também bloquear as ordens não convenientes usando um *pinhole*.

⁸ Máscaras deste tipo funcionam também como lentes de Fresnel e possuem $2N$ focos, onde metade é convergente e a outra metade divergente.

7.5 O “Panorama” dos Modos LG: de 1992 a 2008

Trabalhos envolvendo modos LG renderam muita atenção nos últimos 15 anos. Para uma revisão mais completa, pode ser consultada a referência [102]. Entretanto, citaremos alguns exemplos nesta tese.

Os efeitos mecânicos relacionados com modos LG foram muito explorados. Por exemplo, em 1995, He *et al.* [103] observaram rotações em partículas cerâmicas usando modos de LG altamente focalizados. Mais recentemente, em 2003, Garcés *et al.* [104] observaram, pela primeira vez, a transferência de *momentum* angular de spin e orbital (simultaneamente) entre luz e partículas armadilhadas opticamente. Mais ainda, eles realizaram um conjunto de medidas quantitativas de forma que a frequência de rotação das partículas pôde ser colocada em forma matemática quando submetidas a modos de LG-Bessel⁹. Manipulando convenientemente a polarização e/ou o modo espacial, o sentido de rotação foi claramente invertido. Eles também mediram a densidade de MAO em qualquer região contida no modo.

Há pouco mais de 2 anos, em 2006, a conversão de *momentum* angular de “spin” (MAS) para MAO foi realizada experimentalmente pela primeira vez por Marrucci *et al.* [105]. Eles demonstraram a geração (a partir de *spin*) de modos helicoidais (LG) que podem ser controlados pela polarização de entrada. Basicamente, é necessário que um meio inhomogêneo e anisotrópico esteja presente. Para isto, usaram placas (birrefringentes) bem específicas, denominadas “q plate”. Seus eixos rápido e lento são projetados de forma que elas atuem somente como mediadoras, de modo que o MAS é transformado em MAO sem que um torque seja fornecido à placa. Pouco depois, Y. Zhao e colaboradores [106] simularam e demonstraram que MAS pode ser transformado em MAO em meios homogêneos e isotrópicos (ao contrário do trabalho anterior), embora tivessem que focalizar muito fortemente tais feixes.

Daisuke *et al.* [107] geraram modos LG (e superposições) simplesmente rotacionando o *spin* atômico via campos magnéticos quadrupolares. Eles mostraram, portanto, que MAO pode ser transferido coerentemente de um sistema atômico ao campo de radiação usando

⁹ São modos de Bessel produzidos a partir de um LG já previamente preparado.

uma seqüência bem definida de rotações dos *spins*. Pouco mais tarde, Barreiro *et al.* [108] geraram luz com MAO utilizando mistura de quatro ondas em átomos frios. Um campo prova, previamente preparado no modo LG, cria uma grade de coerência juntamente com outro campo, de forma que um terceiro campo é difratado (via *Bragg*) em tal grade. Eles analisaram a distribuição espacial do campo difratado demonstrando que a mesma possui MAO oposto ao campo incidente. Ainda usando átomos como meio não linear, Wei Jiang [109], via mistura de quatro ondas em vapor atômico, utilizaram, em vez de apenas um campo com MAO, dois. Eles demonstraram que o campo conjugado (gerado a partir da difração do campo B) possuía MAO exatamente igual a diferença entre os dois campos P e B¹⁰. Desta forma, consolidaram ainda mais a conservação do MAO em processos físicos fundamentais, mostrando o seu caráter intrínseco. Em 2006, Barreiro *et al.* [110] demonstraram que a interação átomo-luz depende também da componente azimutal da velocidade atômica. Assim, pela primeira vez, o efeito Doppler rotacional foi verificado espectroscopicamente. Recentemente, MAO foi armazenado em átomos de Rubídio. R. Pugatch e colaboradores [27] mostraram a robustez que um modo LG tem ao se propagar num meio onde, na média, os átomos estão num regime de difusão. Para isto, antes, tentaram armazenar um modo Gaussiano com um “furo” em seu centro e verificaram que o processo de armazenamento não se dá, fato que não se verifica com um modo LG.

Alguns trabalhos relacionando emaranhamento de MAO também já foram desenvolvidos. O grupo de A. Zeilinger [111] demonstrou que, além de conservar MAO em um nível de fóton único, experiências de SPDC (conversão paramétrica descendente espontânea) são capazes de emaranhar os feixes *idler* e sinal. Em 2006, R. Inoue *et al.* [112] demonstraram que em um sistema fóton-*ensemble* atômico pode haver importantes aspectos relacionados aos graus de liberdade espaciais. Eles mostram que o *ensemble* memoriza a fase entre um pulso de escrita e o fóton anti-Stokes emitido espontaneamente. Vale mencionar que o pulso de escrita não contém MAO. O aparato usado exige uma sofisticação relativamente alta, em que se usa um par de máscaras holográficas para distinguir entre modos contendo ou não MAO. Na figura 2 do trabalho de R. Inoue, pode ser encontrado

¹⁰ Como mencionado nesta tese, estes são os campos envolvidos em uma típica experiência de mistura de quatro ondas.

o resultado confirmando o emaranhamento entre a excitação coletiva e o fóton. Para finalizar, um interessante trabalho (proposta teórica) foi realizado por A. Ashok *et al.* [113]. Eles propuseram como emaranhar MAO com MAS em um único átomo armadilhado em duas dimensões. Para isso, quantizaram o centro de massa do átomo numa aproximação onde a localização da função de onda atômica é pequena quando comparada com a cintura de um modo LG. Encerrando o trabalho, eles discutem um possível experimento para demonstrar a previsão teórica, bem como mencionam as possíveis dificuldades que poderiam ser encontradas.

7.6 A Experiência com MAO: o Armazenamento e os “Collapses and Revivals”

Nesta seção, descreveremos os resultados experimentais envolvendo o armazenamento e a manipulação de superposições de estados de *momentum* angular orbital óptico. Estes resultados também podem ser encontrados na referência [114].

7.6.1 O Armazenamento de MAO

Semelhantemente aos capítulos anteriores, para realizar a experiência de armazenamento de MAO usamos uma amostra fria de átomos de césio. O *ensemble* é preparado no estado de *momentum* angular $F = 3$ via bombeio óptico não ressonante por um período de pouco mais de 1,0 ms, e o campo magnético quadrupolar é desligado durante este intervalo. O sistema de níveis e a sequência temporal escrita/leitura são representados na figura 7.7.

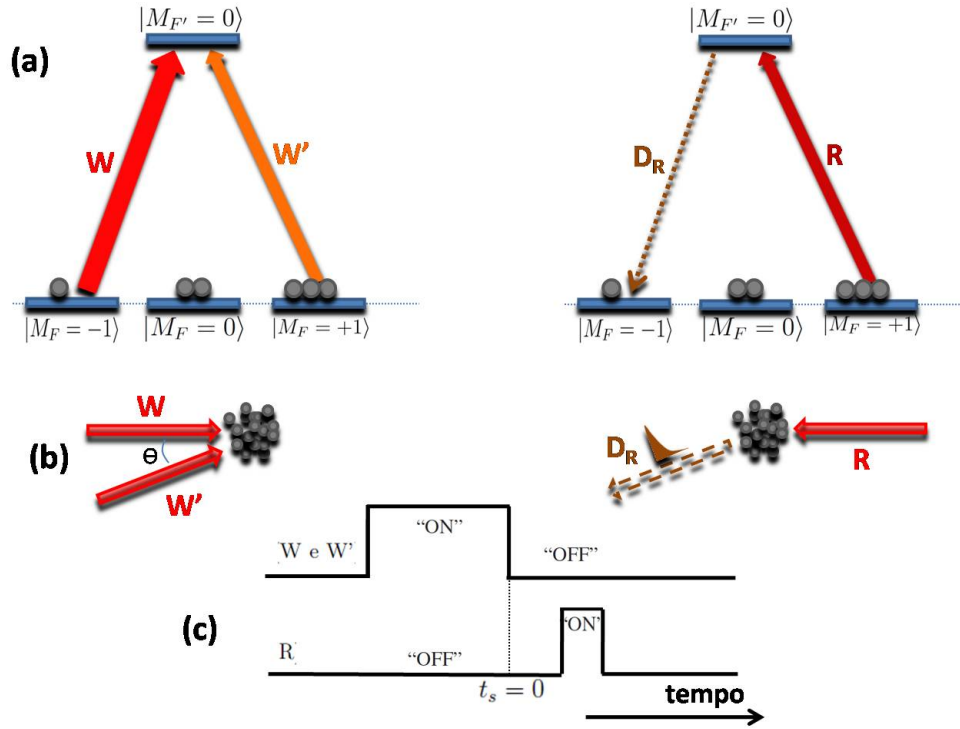


Figura 7.7: Níveis relevantes mostrando o acoplamento entre os campos de escrita e leitura com suas respectivas transições atômicas (a). Em (b-c), temos a geometria dos feixes e a sequência temporal utilizada. Lembremos que W' pode ou não conter MAO (ver discussão no texto).

Na parte superior da figura 7.7, temos um sistema Λ que consiste de três estados fundamentais e um excitado, que correspondem a subníveis *Zeeman* da transição hiperfina $6S_{1/2}(F = 3) \leftrightarrow 6P_{3/2}(F' = 2)$. O campo $\vec{E}_W$, que conecta o estado fundamental $|M_F - 1\rangle$ ao excitado $|M_{F'}\rangle$, tem polarização circular $\hat{\sigma}^+$ e o campo $\vec{E}_{W'}$, que conecta o estado $|M_F + 1\rangle$ ao $|M_F\rangle$, tem polarização oposta ao $\vec{E}_W$. Vale mencionar que o estado $|M_F = 0\rangle$, apesar de explícito no sistema de níveis, só participa no processo de evolução coerente na presença do campo magnético. A excitação atômica é realizada de acordo com a sequência temporal mostrada na parte inferior da figura 7.7. Durante o intervalo de escrita, W e W' levam o *ensemble* atômico ao regime estacionário, onde a grade de coerência é estabelecida. Após o tempo t_s , o campo $\vec{E}_R$ é ligado e então ele conecta os estados $|M_F + 1\rangle$ e $|M_F\rangle$, gerando o campo $\vec{E}_D$.

No capítulo 4, mostramos que o campo difratado $\vec{E}_D$ gerado pelo *ensemble* atômico é devido a uma superposição coerente de todos os dipolos atômicos,

$$\sigma_{2,1a}(\vec{r}, t) = -\frac{\Omega_{W'}^* \Omega_W \Omega_R}{|\Omega_W|^2 + |\Omega_{W'}|^2} \frac{e^{-\gamma t_s} e^{-\gamma_1 t} \sinh(\gamma_2 t)}{\gamma_2} \quad 0 < t_s \leq t, \quad (7.15)$$

onde cada termo da equação pode ser identificado de acordo com o capítulo 4. Manteremos a atenção no numerador da equação acima. Admitindo que as envoltórias dos campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_R$ sejam maiores que a seção transversal do *ensemble*, podemos escrever

$$\Omega_{W'}^* \Omega_W \Omega_R = A \mathcal{E}_W \mathcal{E}_R \mathcal{E}_{W'}^*(\vec{r}) e^{-i\vec{k}_{W'} \cdot \vec{r}} \quad (7.16)$$

e, desta forma, a estrutura espacial da coerência excitada vai depender exclusivamente do campo $\vec{E}_{W'}$, ou seja,

$$\sigma_{2,1a}(\vec{r}, t) = A' f_R(t) \mathcal{E}_{W'}^*(\vec{r}) e^{-i\vec{k}_{W'} \cdot \vec{r}} \quad (7.17)$$

e o campo $\vec{E}_D$ gerado pelo *ensemble* terá vetor de propagação $-\vec{k}_{W'}$ e seu modo transversal, $\mathcal{E}_D(\vec{r})$ será determinado inteiramente pelo modo de escrita $\mathcal{E}_{W'}^*(\vec{r})$. De fato, como mostraremos a seguir, se o campo de escrita $\vec{E}_{W'}$ possui *momentum* angular orbital (por exemplo, $L_z = +\hbar$), o pulso difratado deverá carregar MAO oposto, haja vista que estamos tratando de um processo paramétrico, ou seja, o *ensemble* não deve possuir MAO em seu estado final.

O esquema experimental é mostrado na figura 7.8.

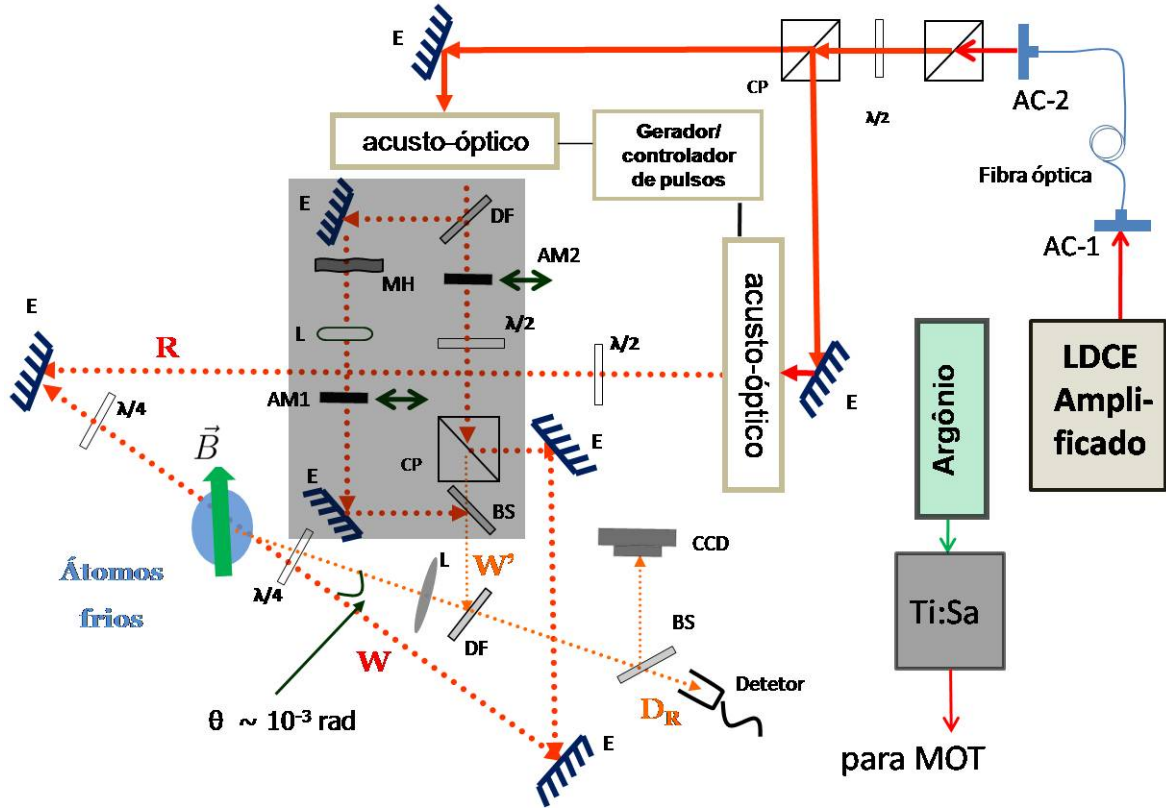


Figura 7.8: Componentes relevantes que correspondem ao aparato experimental. CP, cubo polarizador; DF, divisor de feixes 50/50; E, espelho; $\lambda/4$, placa de quarto de onda; $\lambda/2$, placa de meia onda; AM, anteparo móvel; MH, máscara holográfica; L, lente; CCD, câmera (Electrim Corporation, EDC-2000NPIO-HD). Como no capítulo anterior, nestas experiências utilizamos o LDCE-amplificado e acoplado em fibra. A região em destaque (cinza) corresponde ao estágio de preparação dos modos LG e superposições.

De forma geral, a experiência realizada neste capítulo contém partes semelhantes às anteriores. No mais, consideremos um estágio onde o modo do campo $\vec{E}_{W'}$ é preparado (usando máscara holográfica, discutida na seção 7.4.3) em um estado com MAO óptico, ou seja, sua amplitude é da forma

$$\mathcal{E}_{W'}(\vec{r}) \propto r^l \exp(-r^2/w_0^2) \exp(-il\phi) \quad (7.18)$$

onde w_0^2 é a cintura do campo em $z = 0$. Aqui, para que haja simplificação, estamos considerando o campo $\vec{E}_{W'}$ se propagando na direção z (lembramos que $\vec{E}_W$ está em z

e $\vec{E}_{W'}$ faz um pequeno ângulo com o primeiro). Mantendo a atenção no esquema acima (região sombreada), vemos que o campo de escrita $\vec{E}_{W'}$ pode ser composto por LG_0^1 , LG_0^0 e a superposição coerente entre eles, ou seja, $LG_0^1 + LG_0^0$. A maneira de preparar os modos citados acima pode ser vista no esquema da figura 7.8. No destaque, há elementos que podem ser posicionados convenientemente e assim produzir os modos desejados. Por exemplo, quando AM2 está bloqueando um ramo, temos somente um auto-estado de MAO óptico. Por outro lado, se AM2 e AM1 estão abertos, o campo $\vec{E}_{W'}$ é preparado numa superposição coerente $LG_0^1 + LG_0^0$. Tanto LG_0^1 quanto LG_0^0 têm aproximadamente $20 \mu\text{W}$ e são destinados convenientemente à MOT de forma que sua cintura seja menor ou igual à dimensão do *ensemble* ($\sim 2 \text{ mm}$). O campo $\vec{E}_W$ tem potência de aproximadamente 2 mW , sua cintura é muito próxima da nuvem atômica e ele é preparado em um modo *Gaussiano*. O campo de leitura $\vec{E}_R$ contém características muito semelhantes ao $\vec{E}_W$, no entanto, lembremos que é contrapropagante e tem polarização ortogonal ao $\vec{E}_W$.

De posse de cada modo preparado de forma apropriada, fizemos o uso da sequência temporal descrita na figura 7.7 para que o *ensemble* fosse excitado com W e W' e posteriormente lido com R. Com intuito de analisar a estrutura espacial da fase contida no campo difratado $\vec{E}_D$, usamos a figura 7.9, na qual se encontram os primeiros resultados.

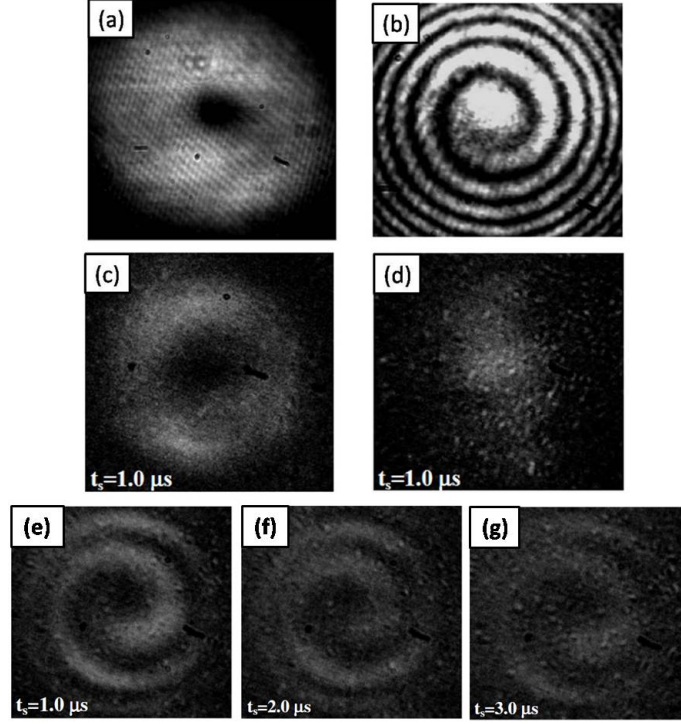


Figura 7.9: Parte superior: (a) modo transversal do feixe incidente, $W' = LG_0^1$; (b) $W' = LG_0^1 + LG_0^0$. Meio: (c) e (d) modo transversal do pulso extraído quando $W' = LG_0^1$ e $W' = LG_0^0$, respectivamente. Parte inferior: (e-g) correspondem ao modo transversal extraído quando a escrita está numa superposição coerente $W' = LG_0^1 + LG_0^0$.

Na parte (a) da figura 7.9, vemos o perfil espacial do modo incidente W' e em (b), sua interferência com um modo LG_0^0 . Para registrar a imagem (a), somente o anteparo móvel 1 (AM1) encontra-se aberto e então retrorefletimos o feixe para ser analisado por uma câmera CCD. No segundo caso, ambos anteparos são abertos (AM1 e AM2) e a superposição é obtida enviando-os novamente à CCD.

Mantemos, agora, a atenção na parte intermediária da figura 7.9, ou seja, em (c) e (d). A primeira corresponde ao modo espacial do campo $\vec{E}_D$ quando o *ensemble* é excitado somente com LG_0^1 , a segunda, quando $\vec{E}_{W'}$ é puramente *Gaussiano*. Embora a imagem (c) mostre um perfil de intensidade correspondente a um modo de LG, nada revela em relação à carga topológica associada ao campo $\vec{E}_D$. Para evidenciarmos o sinal da carga topológica, preparamos o campo $\vec{E}_{W'}$ na superposição $LG_0^1 + LG_0^0$ e então realizamos o processo escrita/leitura. Os resultados em função do tempo de armazenamento são mostrados nas

figuras (e-g). Como já sabemos, do capítulo 4, há um decaimento exponencial (com uma constante de tempo de $3 \mu\text{s}$) que é confirmado simultaneamente por um fotodetector¹¹. Notamos, claramente, que o sinal da carga topológica contida nas figuras (e-g) são iguais entre si e também à do campo $\vec{E}_{W'}$, mostrada em (b). Logo, somos levados a afirmar que o pulso extraído possui MAO contrário ao do pulso incidente, pois se propagam em sentidos opostos.

Entretanto, temos de tomar muito cuidado ao analisar o sentido de rotação de um modo LG. Quando realizamos uma interferência para evidenciar a carga topológica de um modo LG, o raio de curvatura do feixe referência (R_{ref}) é muito importante¹². Se, na posição da câmera CCD, o raio de curvatura do modo LG for R_{LG} e tivermos, por exemplo, $R_{LG} < R_{ref}$, o sentido de rotação da espira será um. Porém, se tivermos $R_{ref} < R_{LG}$, o sentido será outro [115]. Devemos chamar à atenção e deixar claro que, durante as experiências, foi tomado o devido cuidado com esses efeitos.

Por fim, considerando o que foi discutido acima, e de acordo a análise cuidadosa de cada imagem, demonstramos que é possível armazenar superposições de MAO bem como transferi-las de maneira reversível entre luz e *ensemble* atômico. Enfatizemos, também, que resultado “semelhante” tem sido observado em vapor atômico [27]. Entretanto, ao contrário do que foi observado no trabalho citado anteriormente, aqui nós pudemos medir o sinal da carga topológica e demonstramos também a conservação do MAO óptico que, anteriormente, havia sido demonstrada apenas em regime contínuo.

7.6.2 Os “Collapses and Revivals” do MAO

Tendo em mente o capítulo anterior, estudaremos a evolução coerente da grade quando esta possui MAO óptico armazenado. Até então, o que foi demonstrado no capítulo 6 foi “simplesmente” a observação de “collapses and revivals” da grade armazenada. Entretanto, fica a pergunta se o MAO transferido do campo $\vec{E}_{W'}$ ao *ensemble* atômico pode ser manipulado com o uso de um campo magnético. Em outras palavras, queremos analisar

¹¹ Este tipo de curva já foi explorado no capítulo 4, por isso não a mostraremos aqui.

¹² Nesta discussão, vamos supor que a interferência seja sempre realizada numa posição fixa. Desta forma, o raio de curvatura do feixe contendo MAO será sempre o mesmo.

se a fase espacial distribuída azimutalmente entre os membros do *ensemble* é preservada durante a precessão de *Larmor*.

Em relação a seção anterior, a diferença básica contida neste experimento é a aplicação de um campo magnético. Este campo, de 0,6 G, é aplicado de forma aproximadamente perpendicular ao plano definido pelos vetores de onda dos campos incidentes $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$. Logo, como discutido anteriormente, haverá uma precessão de *Larmor* tal que seu período será dado por $2\pi/\Omega_L$, onde $\Omega_L = g_F\mu_B B/\hbar$ é a frequência (angular) de *Larmor*, g_F é o fator de *Landé* relativo ao estado fundamental $F = 3$ e μ_B é o magneton de Bohr. Para o valor de campo magnético mencionado acima, temos $2\pi/\Omega_L = T_L \approx 5,0 \mu s$.

Novamente, usando a sequência temporal mostrada na figura 7.7, medimos um conjunto de pulsos difratados para diferentes tempos de armazenamento. O intervalo entre cada instante de leitura foi de aproximadamente $0,5 \mu s$ e todos os campos possuem as mesmas características (em relação às potências, cinturas, polarizações etc.) daqueles mencionados na seção anterior. Notemos que os “revivals” (ou “collapses”) acontecem tanto em intervalos de $5,0 \mu s$ bem como na metade deste valor¹³. Novamente, lembremos que todas as curvas (correspondentes aos pulsos D) são mostradas no mesmo sistema de eixos, como discutido no capítulo anterior.

¹³ Especificamente, nesta experiência, detalhes técnicos fizeram com que a polarização do campo W não fosse estritamente circular. Logo, como visto no capítulo anterior, estão presentes T_L e $T_L/2$.

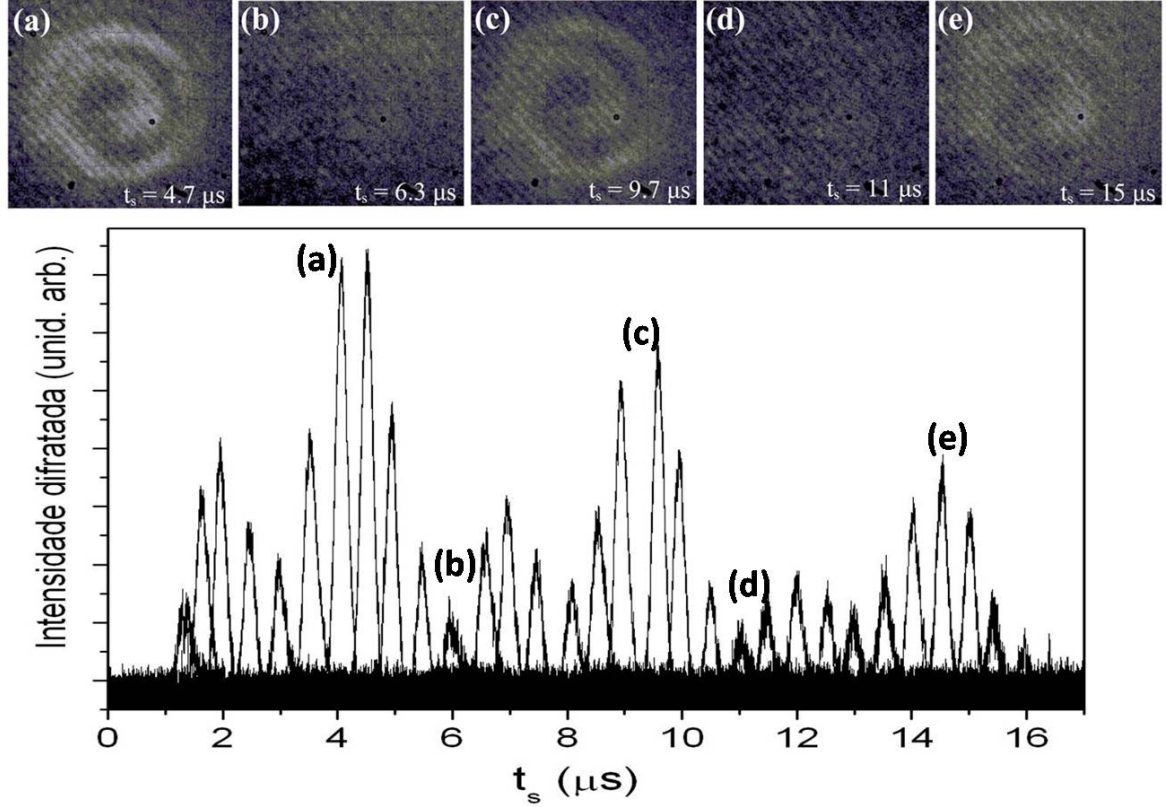


Figura 7.10: Parte superior: imagens associadas ao perfil transversal do pulso extraído referentes aos eventos de “collapses and revivals”. Novamente, temos como modo incidente $W' = LG_0^1 + LG_0^0$. Naturalmente, em (b) e (d) nenhum perfil é evidenciado.

Conforme indicado na figura acima, registramos imagens que pertencem a três eventos de “revivals” distintos, bem com dois em eventos de “collapses”. Por conveniência, escolhemos os picos de “revivals” que apresentam maior intensidade. Incontestavelmente, esses resultados demonstram que a coerência, mapeada e armazenada no estado fundamental, pode ser manipulada por um campo magnético externo, preservando a informação relativa à superposição de estados de MAO óptico.

7.7 Conclusão

As experiências deste capítulo demonstraram que estados de MAO óptico podem ser armazenados e trocados de forma reversível entre *ensemble* atômico e luz. Mais ainda,

durante o período de armazenamento, demonstramos a manipulação, via precessão de *Larmor*, de superposições de estados de MAO armazenado, revelando a possibilidade de controlar uma excitação coletiva entre luz e matéria.

Capítulo 8

Conclusões e Perspectivas

8.0.1 Conclusões

Os resultados desta tese foram divididos principalmente em 4 experimentos.

No capítulo 4, estudamos a dinâmica da grade de coerência *Zeeman* armazenada em um *ensemble* de átomos de césio frios. O perfil temporal do pulso D foi investigado teórica e experimentalmente em função das intensidades dos campos de leitura e escrita, de forma que o modelo teórico mostrou boa concordância em relação às observações experimentais. Estudamos, também, efeitos de saturação do sinal em função das intensidades de leitura e escrita, onde pudemos observar processos distintos de saturação. Especificamente, a energia extraída no pulso D satura mais fortemente em relação ao campo de leitura do que em relação ao campo de escrita. Investigamos também, de forma preliminar, processos de leitura com baixa intensidade do campo $\vec{E}_R$, mostrando ser possível minimizar o efeito de emissão espontânea. Além disso, ao sondar a grade de coerência armazenada com campo $\vec{E}_R$ não ressonante, observamos experimentalmente indícios de oscilação de *Rabi*.

No capítulo 5, nossa atenção foi voltada às correlações entre as energias contidas nos modos D_P e D_C . O processo de escrita é idêntico ao do capítulo 4, porém a leitura é realizada com dois campos ópticos. Verificamos, experimentalmente, que as energias contidas nos modos D_P e D_C estão fortemente condicionadas ao processo de leitura, e medimos que $U_D \approx U_C$ quando $I_{R_B} \approx I_{R_F}$. Além disto, nos casos em que mantivemos

a intensidade total $I = I_{R_B} + I_{R_F} = \text{constante}$ e $I_{R_B} \approx I_{R_F}$, a energia total $U_D + U_C$ apresenta um mínimo, que corresponde a uma maximização do efeito de emissão espontânea, previsto também teoricamente. O comportamento da largura temporal dos pulsos D_P e D_C , medidos experimentalmente em função de I_{R_F} , foi estudado e obtivemos uma concordância qualitativamente razoável com a teoria desenvolvida previamente. Por fim, nos casos em que a intensidade total $I = I_{R_B} + I_{R_F} \neq \text{constante}$, a energia total é ainda minimizada, porém para intensidades I_{R_F} consideravelmente maiores do que I_{R_B} , deixando claro o efeito de saturação cruzada.

No capítulo 6, nossas experiências foram levemente alteradas, onde investigamos a influência de um campo magnético atuando sobre o sistema de átomos de césio frios coerentemente preparados. Estudamos, principalmente, dois casos distintos: campos de escrita e/ou leitura com polarizações circulares e com polarizações lineares. Em cada caso, aplicamos um campo magnético tanto perpendicular quanto paralelo à direção de propagação dos campos ópticos. Os resultados experimentais mostraram claramente que o sistema observado evolui apresentando precessão de *Larmor*. Ao usar polarizações lineares, a intensidade de pico difratada apresenta máximo tanto em T_L quanto em $T_L/2$, evidência direta do processo de escrita, o qual deixa o sistema simetricamente populado, onde toda a variedade *Zeeman* participa do processo de leitura. Já no caso com polarizações circulares, o sistema é orientado via bombeamento óptico, de forma que só observamos o campo gerado em múltiplos inteiros do período T_L . Também verificamos, experimentalmente, que é possível inferir, pelo menos em princípio, a direção predominante de gradientes de campos magnéticos espúrios simplesmente estudando o tempo de coerência na presença de um campo magnético aplicado. Especificamente, observamos um aumento considerável quando campos magnéticos homogêneos são aplicados na direção perpendicular aos campos ópticos.

No capítulo 7, exploramos modos do campo eletromagnético que contêm *momentum* angular orbital (MAO) óptico. Especificamente, usamos os bem conhecidos modos de *Laguerre-Gauss* e o processo de escrita foi realizado com o campo $\vec{E}_W$, possuindo ora superposição coerente entre os modos $LG_0^1 + LG_0^0$, ora LG_0^1 . Com nossos resultados, foi possível demonstrarmos claramente que o MAO óptico pode ser armazenado em coerências

atômicas e então convertido para luz novamente. Além disto, mostramos que o MAO óptico pode ser manipulado externamente durante o tempo de armazenamento por campos magnéticos homogêneos, preservando, mais uma vez, as superposições coerentes $LG_0^1 + LG_0^0$.

8.0.2 Perspectivas

Estudar correlações e anti-correlações de intensidades (medindo flutuações nas mesmas) entre os campos gerados nos modos D_P e D_C . Especificamente, pode ser possível observar correlações de intensidade entre os dois modos D_P e D_C dependendo de o sistema se encontrar na condição de ressonância de dois fótons ou não [116].

Manipular um estado de MAO óptico com carga topológica l de modo a convertê-lo para um $l' \neq l$, usando campos magnéticos com dependência espacial resultante da configuração anti-*Helmholtz* [107].

Observar batimentos ópticos entre os campos $\vec{E}_D$ e $\vec{E}_P$ gerados coerentemente em cada uma de suas respectivas transições, podendo, possivelmente, monitorar a diferença entre as frequências de transição baseado no deslocamento *Zeeman* [117].

Com idéias preliminarmente propostas por B. S. Ham e colaboradores [118], podemos investigar experimentalmente a propagação de um pulso de luz em amostras frias, onde o mesmo possivelmente poderia se separar temporalmente ao longo da propagação no *ensemble*.

Por fim, já estamos programando estudos de correlações quânticas entre pares de fótons gerados a partir de um meio preparado coerentemente, semelhante aos estudos experimentais realizados por S. E. Harris [58].

Apêndice A

Detalhes do Sistema 2 e o Filtro Espacial

Além de resolvermos o Sistema 2, explicitaremos as combinações entre os vetores de onda que foram eliminadas no cálculo das coerências $\sigma_{1a,2}$ e $\sigma_{1b,2}$.

A.1 Resolução do Sistema 2

Sistema 2

$$\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} = -S_r + \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}), \quad (\text{A.1a})$$

$$\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} = -R_r + \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}), \quad (\text{A.1b})$$

$$\frac{dS_r}{dt} = -2|\Omega_{R_F}|^2(1 - 2\rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}) + T_r - \Gamma_{12}S_r, \quad (\text{A.1c})$$

$$\frac{dR_r}{dt} = -2|\Omega_{R_B}|^2(1 - 2\rho_{1b,1b} - \rho_{1a,1a}) + T_r - \Gamma_{12}R_r, \quad (\text{A.1d})$$

$$\frac{dT_r}{dt} = -|\Omega_{R_F}|^2R_r - |\Omega_{R_B}|^2S_r. \quad (\text{A.1e})$$

As equações A.1a, A.1b, A.1c, A.1d e A.1e podem ser reescritas de uma forma alternativa, ou seja,

$$\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} = -S_r + \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}), \quad (\text{A.2a})$$

$$\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} = -R_r + \Gamma_{12}(1 - \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}), \quad (\text{A.2b})$$

$$\left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12}\right)S_r = -2|\Omega_{R_F}|^2(1 - 2\rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}) + T_r, \quad (\text{A.2c})$$

$$\left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12}\right)R_r = -2|\Omega_{R_B}|^2(1 - 2\rho_{1b,1b} - \rho_{1a,1a}) + T_r, \quad (\text{A.2d})$$

$$\frac{dT_r}{dt} = -|\Omega_{R_F}|^2 R_r - |\Omega_{R_B}|^2 S_r. \quad (\text{A.2e})$$

Usando o operador $\frac{d}{dt}$ nas equações A.2c e A.2d, obtemos

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12} \right) S_r = 2|\Omega_{R_F}|^2 \left(2\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} + \frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} \right) + \frac{dT_r}{dt}, \quad (\text{A.3a})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12} \right) R_r = 2|\Omega_{R_B}|^2 \left(2\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} + \frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} \right) + \frac{dT_r}{dt}. \quad (\text{A.3b})$$

Usando as equações A.2a e A.2b para eliminar $d\rho_{1a,1a}/dt$ e $d\rho_{1b,1b}/dt$ nas equações A.3a e A.3b e lembrando que $1 = \rho_{1a,1a} + \rho_{1b,1b} + \rho_{2,2}$, as equações A.3a e A.3b ficam

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12} \right) S_r = 2|\Omega_{R_F}|^2 (-2S_r + 2\Gamma_{12}\rho_{2,2} - R_r + \Gamma_{12}\rho_{22}) - |\Omega_{R_F}|^2 R_r - |\Omega_{R_B}|^2 S_r, \quad (\text{A.4a})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12} \right) R_r = 2|\Omega_{R_B}|^2 (-2R_r + 2\Gamma_{12}\rho_{2,2} - S_r + \Gamma_{12}\rho_{22}) - |\Omega_{R_F}|^2 R_r - |\Omega_{R_B}|^2 S_r. \quad (\text{A.4b})$$

Fatorando S_r , R_r e $\rho_{2,2}$, as equações A.4a e A.4b ficam

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12} \right) S_r = -(4|\Omega_{R_F}|^2 + |\Omega_{R_B}|^2) S_r - 3|\Omega_{R_F}|^2 R_r + 6|\Omega_{R_F}|^2 \Gamma_{12} \rho_{2,2}, \quad (\text{A.5a})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12} \right) R_r = -(4|\Omega_{R_B}|^2 + |\Omega_{R_F}|^2) R_r - 3|\Omega_{R_B}|^2 S_r + 6|\Omega_{R_B}|^2 \Gamma_{12} \rho_{2,2}. \quad (\text{A.5b})$$

Somando as equações A.5a e A.5b, obtemos

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12} \right) N = -4|\Omega|^2 N + 6|\Omega|^2 \Gamma_{12} \rho_{2,2}. \quad (\text{A.6})$$

onde foi definida a nova variável

$$N = S_r + R_r.$$

Somando A.2a e A.2b, obtemos

$$\frac{d\rho_{2,2}}{dt} = N - 2\Gamma_{12}\rho_{2,2}, \quad (\text{A.7})$$

que pode ser escrita como

$$\left(\frac{d}{dt} + 2\Gamma_{12} \right) \rho_{2,2} = N. \quad (\text{A.8})$$

Agora, usando o operador $(\frac{d}{dt} + 2\Gamma_{12})$ na equação A.6 e considerando A.8, obtemos

$$\frac{d^3 N}{dt^3} + 3\Gamma_{12} \frac{d^2 N}{dt^2} + (2\Gamma_{12}^2 + 4|\Omega|^2) \frac{dN}{dt} + 2|\Omega|^2 \Gamma_{12} N = 0. \quad (\text{A.9})$$

De forma mais compacta, temos

$$\frac{d^3 N}{dt^3} + b \frac{d^2 N}{dt^2} + c \frac{dN}{dt} + dN = 0. \quad (\text{A.10})$$

Logo, a solução geral para $N(t)$ será

$$N(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t} + Ce^{r_3 t} \quad (\text{A.11})$$

onde A , B e C são constantes, r_1 , r_2 e r_3 são as raízes do polinômio

$$f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d, \quad (\text{A.12})$$

e b , c e d são obtidas comparando A.10 com A.9.

As constantes A , B e C serão determinadas pelas condições iniciais e podem ser obtidas pelo sistema algébrico abaixo

$$N(0) = A + B + C, \quad (\text{A.13a})$$

$$\frac{dN}{dt}(0) = r_1 A + r_2 B + r_3 C, \quad (\text{A.13b})$$

$$\frac{d^2 N}{dt^2}(0) = r_1^2 A + r_2^2 B + r_3^2 C. \quad (\text{A.13c})$$

Agora, multiplicando a equação A.5a por $|\Omega_{RB}|^2$ e a A.5b por $|\Omega_{RF}|^2$ e subtraindo o segundo resultado do primeiro, obtemos

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12} \right) (|\Omega_{RB}|^2 S_r - |\Omega_{RF}|^2 R_r) = -|\Omega_{RB}|^2 |\Omega_{RF}|^2 (S_r - R_r) - |\Omega_{RB}|^4 S_r + |\Omega_{RF}|^4 R_r. \quad (\text{A.14})$$

Definindo $M = S_r - R_r$, e usando $N = S_r + R_r$, é possível escrever

$$S_r = \frac{N + M}{2}, \quad (\text{A.15a})$$

$$R_r = \frac{N - M}{2}, \quad (\text{A.15b})$$

de forma que a equação A.14 pode ser reescrita em termos de M e N , ou seja

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} + \Gamma_{12} \right) \left[\frac{1}{2} \delta |\Omega|^2 N + \frac{|\Omega|^2}{2} M \right] = -\frac{|\Omega|^4}{2} M - \delta |\Omega|^2 \frac{|\Omega|^2}{2} N, \quad (\text{A.16})$$

onde $\delta |\Omega|^2 = |\Omega_{RB}|^2 - |\Omega_{RF}|^2$.

Logo, simplificando esta última, teremos

$$\frac{d^2 M}{dt^2} + \Gamma_{12} \frac{dM}{dt} + |\Omega|^2 M = -\frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \left[\frac{d^2 N}{dt^2} + \Gamma_{12} \frac{dN}{dt} + |\Omega|^2 N \right] . \quad (\text{A.17})$$

Denotemos por $M_H(t)$ a solução geral para a equação homogênea, ou seja

$$\frac{d^2 M_H(t)}{dt^2} + \Gamma_{12} \frac{dM_H(t)}{dt} + |\Omega|^2 M_H(t) = 0 \quad (\text{A.18})$$

que terá a seguinte solução

$$M_H(t) = D e^{r_+ t} + E e^{r_- t} , \quad (\text{A.19})$$

onde $r_{\pm}$ são dados pela equação 5.23 do capítulo 5.

Agora, considerando a equação A.17, podemos “escolher” a seguinte solução para a equação não homogênea:

$$M_{NH}(t) = -\frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} N(t) \quad (\text{A.20})$$

Portanto, a solução geral de $M(t)$ será

$$M(t) = M_H(t) + M_{NH}(t) = D e^{r_+ t} + E e^{r_- t} - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} N(t) . \quad (\text{A.21})$$

Novamente, baseado nas condições iniciais, teremos um sistema algébrico envolvendo as constantes D e E , ou seja

$$M(0) = D + E - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} N(0) , \quad (\text{A.22a})$$

$$\frac{dM}{dt}(0) = r_+ D + r_- E - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \frac{dN}{dt}(0) . \quad (\text{A.22b})$$

Agora, vamos considerar as condições iniciais.

Lembrando que N e M são combinações lineares de S_r e R_r , que por sua vez correspondem a coerências ópticas, temos

$$N(0) = 0$$

e

$$M(0) = 0$$

Usando as equações A.1c e A.1d, as condições que relacionam as derivadas primeiras de N e M são, respectivamente,

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt}(0) &= \frac{dS_r}{dt}(0) + \frac{dR_r}{dt}(0) \\ &= -2|\Omega|^2 + 2(2|\Omega_{R_F}|^2 + |\Omega_{R_B}|^2)\rho_{1a,1a}(0) + 2(2|\Omega_{R_B}|^2 + |\Omega_{R_F}|^2)\rho_{1b,1b}(0) + \\ &\quad + 2T_r(0) \\ &= -2|\Omega|^2 + 2|\Omega|^2[\rho_{1a,1a}(0) + \rho_{1b,1b}(0)] + 2|\Omega_{R_F}|^2\rho_{1a,1a}(0) + 2|\Omega_{R_B}|^2\rho_{1b,1b}(0) + \\ &\quad + 2T_r(0) \\ &= |\Omega|^2 - \delta|\Omega|^2(\rho_{1a,1a}^e - \rho_{1b,1b}^e) + 2T_r(0) , \end{aligned} \tag{A.23a}$$

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt}(0) &= \frac{dS_r}{dt}(0) - \frac{dR_r}{dt}(0) \\ &= 2\delta|\Omega|^2 + 2(2|\Omega_{R_F}|^2 - |\Omega_{R_B}|^2)\rho_{1a,1a}(0) + 2(-2|\Omega_{R_B}|^2 + |\Omega_{R_F}|^2)\rho_{1b,1b}(0) \\ &= 2\delta|\Omega|^2 - 2\delta|\Omega|^2[\rho_{1a,1a}(0) + \rho_{1b,1b}(0)] + 2|\Omega_{R_F}|^2\rho_{1a,1a}(0) - 2|\Omega_{R_B}|^2\rho_{1b,1b}(0) \\ &= -\delta|\Omega|^2 + |\Omega|^2(\rho_{1a,1a}^e - \rho_{1b,1b}^e) . \end{aligned} \tag{A.24a}$$

Agora, usando as equações A.5a e A.5b, obtemos para a derivada segunda de N

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 N}{dt^2}(0) &= \frac{d^2 S_r}{dt^2}(0) + \frac{d^2 R_r}{dt^2}(0) \\
&= -\Gamma_{12} \left(\frac{dS_r}{dt}(0) + \frac{dR_r}{dt}(0) \right) + (4|\Omega_{R_F}|^2 + 2|\Omega_{R_B}|^2) \frac{d\rho_{1a,1a}}{dt}(0) + \\
&\quad + (4|\Omega_{R_B}|^2 + 2|\Omega_{R_F}|^2) \frac{d\rho_{1b,1b}}{dt}(0) + 2 \frac{dT_r}{dt}(0) \\
&= -\Gamma_{12} \left(\frac{dS_r}{dt}(0) + \frac{dR_r}{dt}(0) \right) + (4|\Omega_{R_F}|^2 + 2|\Omega_{R_B}|^2) \Gamma_{12} \rho_{22}(0) + \\
&\quad + (4|\Omega_{R_B}|^2 + 2|\Omega_{R_F}|^2) \Gamma_{12} \rho_{22}(0) \\
&= -\Gamma_{12} \left(\frac{dS_r}{dt}(0) + \frac{dR_r}{dt}(0) \right) \\
&= -\Gamma_{12} \frac{dN}{dt}(0) .
\end{aligned} \tag{A.25a}$$

Usando as equações A.22a, A.22b, A.13a, A.13b e A.13c, o sistema completo de equações algébricas envolvendo as condições iniciais fica

$$N(0) = A + B + C , \tag{A.26a}$$

$$\frac{dN}{dt}(0) = r_1 A + r_2 B + r_3 C , \tag{A.26b}$$

$$\frac{d^2 N}{dt^2}(0) = r_1^2 A + r_2^2 B + r_3^2 C , \tag{A.26c}$$

$$M(0) = D + E - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} N(0) , \tag{A.26d}$$

$$\frac{dM}{dt}(0) = r_+ D + r_- E - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \frac{dN}{dt}(0) . \tag{A.26e}$$

que tem como solução

$$A = \left[\frac{r_3 + r_1 + \Gamma_{12}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)} + \frac{r_1 + r_2 + \Gamma_{12}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)} \right] \frac{dN}{dt}(0) , \quad (\text{A.27a})$$

$$B = -\frac{r_3 + r_1 + \Gamma_{12}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)} \frac{dN}{dt}(0) , \quad (\text{A.27b})$$

$$C = -\frac{r_1 + r_2 + \Gamma_{12}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)} \frac{dN}{dt}(0) , \quad (\text{A.27c})$$

$$D = \frac{1}{(r_+ - r_-)} \left[\frac{dM}{dt}(0) + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \frac{dN}{dt}(0) \right] , \quad (\text{A.27d})$$

$$E = -\frac{1}{(r_+ - r_-)} \left[\frac{dM}{dt}(0) + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \frac{dN}{dt}(0) \right] . \quad (\text{A.27e})$$

Portanto, M e N ficam

$$\begin{aligned} N(t) &= -\frac{dN}{dt}(0) \left[\frac{r_3 + r_1 + \Gamma_{12}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)} (e^{r_2 t} - e^{r_1 t}) + \frac{r_1 + r_2 + \Gamma_{12}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)} (e^{r_3 t} - e^{r_1 t}) \right] \\ &= -\frac{dN}{dt}(0) g_r(t) , \end{aligned} \quad (\text{A.28a})$$

$$M(t) = \left[\frac{dM}{dt}(0) + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \frac{dN}{dt}(0) \right] f_r(t) - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} N(t) \quad (\text{A.29a})$$

$$= \frac{dM}{dt}(0) f_r(t) + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \frac{dN}{dt}(0) [f_r(t) + g_r(t)] , \quad (\text{A.29b})$$

onde

$$g_r(t) = \frac{r_3 + r_1 + \Gamma_{12}}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)} (e^{r_2 t} - e^{r_1 t}) + \frac{r_1 + r_2 + \Gamma_{12}}{(r_3 - r_1)(r_3 - r_2)} (e^{r_3 t} - e^{r_1 t}) . \quad (\text{A.30})$$

e $f_r(t)$ é, ainda, dada pela equação 5.27.

Finalmente, as coerências ficam¹

$$\begin{aligned}\sigma_{1a,2}(t) &= \frac{S(t)}{\Omega_{R_F}} \\ &= \frac{1}{4\Omega_{R_F}} \left[\frac{dM}{dt}(0) + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \frac{dN}{dt}(0) + 2T_i(0) \right] f_r(t) \\ &\quad - \frac{1}{4\Omega_{R_F}} \left[\left(1 - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \right) \frac{dN}{dt}(0) \right] g_r(t) ,\end{aligned}\tag{A.31a}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{1b,2}(t) &= \frac{R(t)}{\Omega_B} \\ &= -\frac{1}{4\Omega_{R_B}} \left[\frac{dM}{dt}(0) + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \frac{dN}{dt}(0) + 2T_i(0) \right] f_r(t) \\ &\quad - \frac{1}{4\Omega_{R_B}} \left[\left(1 + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \right) \frac{dN}{dt}(0) \right] g_r(t) .\end{aligned}\tag{A.31b}$$

A.1.1 Filtro Espacial

Lembremos, mais um vez, que no capítulo 4 foi realizada uma filtragem espacial, onde a contribuição do sinal do campo E_D foi “escolhida” convenientemente, baseada na direção detetada experimentalmente. Entretanto, no capítulo 5, não fizemos isso explicitamente. Faremo-la aqui.

Primeiramente, notemos que as funções $f_r(t)$ e $g_r(t)$ só dependem de $|\Omega|^2$. Logo, elas não contêm nenhum termo de fase espacial que corresponda a uma direção e sentido específico. Também, vemos que a equação A.24a, que relaciona $dM(0)/dt$ com $\delta|\Omega|^2$, $|\Omega|^2$ e as populações, não contribuem. Note que, nestas últimas, as fases do tipo $\Omega_{W_P}^*$ e $\Omega_{W_F}^*$ são canceladas ao substituir as coerências 5.8 e 5.9 em 5.6 e 5.7. De forma semelhante, o termo que envolve $dN(0)/dt$ contribui somente com o fator² $2T_r(0)$.

¹ Na verdade, estamos reproduzindo as equações 5.31a e 5.31b para que possamos continuar de forma mais clara o desenvolvimento deste apêndice.

² Veja a equação A.23a.

Com estas considerações, as coerências $\sigma_{1a,2}$ e $\sigma_{1b,2}$ tornam-se

$$\sigma_{1a,2}(t) = \frac{1}{2\Omega_{R_F}} \left[\frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} T_r(0) + T_i(0) \right] f_r(t) - \frac{1}{2\Omega_{R_F}} \left[\left(1 - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \right) T_r(0) \right] g_r(t) , \quad (\text{A.32a})$$

$$\sigma_{1b,2}(t) = \frac{-1}{2\Omega_{R_B}} \left[\frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} T_r(0) + T_i(0) \right] f_r(t) - \frac{1}{2\Omega_{R_B}} \left[\left(1 + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \right) T_r(0) \right] g_r(t) . \quad (\text{A.32b})$$

Ainda temos de lembrar que os fatores $T_r(0)$ e $T_i(0)$ são os únicos que “guardam” a memória relativa à etapa de leitura (lembrar da equação 5.17c, pois envolve também a coerência $\rho_{1a,1b}$. Notando que $k_{R_F} = k_{R_B} = k_{W_F}$ e usando a equação 5.11, podemos escrever

$$T(0) = -|\Omega_{R_F}| |\Omega_{R_B}| |\rho_{1a,1b}(0)| e^{i(k_{R_F} z + \vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r})} , \quad (\text{A.33a})$$

$$T^*(0) = -|\Omega_{R_F}| |\Omega_{R_B}| |\rho_{1a,1b}(0)| e^{-i(k_{R_F} z + \vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r})} , \quad (\text{A.33b})$$

onde temos escrito o estado armazenado como

$$\rho_{1a,1b}(0) = -\frac{A}{\gamma} |\Omega_{W_F}| |\Omega_{W_P}| (|\Omega_{W_F}|^2 + |\Omega_{W_P}|^2) e^{-\gamma t_s} e^{i(-k_{W_F} z + \vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r})} , \quad (\text{A.34})$$

que é equivalente a

$$\rho_{1a,1b}(0) = -|\rho_{1a,1b}(0)| e^{i(-k_{W_F} z + \vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r})} , \quad (\text{A.35})$$

onde A é dada pela equação 5.10, t_s é o tempo de armazenamento e assumimos que todas as ondas são planas, ou seja

$$\Omega_{W_F} = i|\Omega_{W_F}|e^{ik_{W_F}z}, \quad (\text{A.36a})$$

$$\Omega_{W_P} = i|\Omega_{W_P}|e^{i\vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r}}, \quad (\text{A.36b})$$

$$\Omega_{R_F} = i|\Omega_{R_F}|e^{ik_{R_F}z}, \quad (\text{A.36c})$$

$$\Omega_{R_B} = i|\Omega_{R_B}|e^{-ik_{R_B}z}. \quad (\text{A.36d})$$

Com a ajuda das equações A.33a, A.33b e as equações A.36(a-d), podemos escrever

$$\frac{T(0)}{\Omega_{R_F}} = i|\Omega_{R_B}||\rho_{1a,1b}(0)|e^{i\vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r}}, \quad (\text{A.37a})$$

$$\frac{T(0)}{\Omega_{R_B}} = i|\Omega_{R_F}||\rho_{1a,1b}(0)|e^{i(2k_{R_F}z + \vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r})}, \quad (\text{A.37b})$$

$$\frac{T^*(0)}{\Omega_{R_F}} = i|\Omega_{R_B}||\rho_{1a,1b}(0)|e^{-2ik_{R_F}z - i\vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r}}, \quad (\text{A.37c})$$

$$\frac{T^*(0)}{\Omega_{R_B}} = i|\Omega_{R_F}||\rho_{1a,1b}(0)|e^{-i\vec{k}_{W_P} \cdot \vec{r}}. \quad (\text{A.37d})$$

Desta forma, como $T_r(0)$ e $T_i(0)$ são combinações de $T(0)$ e $T(0)^*$, os únicos termos que contribuirão para o sinal na direção desejada se encontram nas equações A.37a e A.37d. Portanto, de A.32a e A.32b, obtemos

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{1a,2}(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2\Omega_{R_F}} \left[\frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} T(0) + T(0) \right] f_r(t) - \frac{1}{2\Omega_{R_F}} \left[\left(1 - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \right) T(0) \right] g_r(t) \\ &= \frac{T(0)}{2\Omega_{R_F}} \left(1 + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \right) f_r(t) - \frac{T(0)}{2\Omega_{R_F}} \left(1 - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \right) g_r(t) \\ &= \frac{i|\rho_{1a,1b}(0)|e^{i\vec{k}_{W'} \cdot \vec{r}}}{|\Omega|^2} \left[|\Omega_{R_B}|^3 f_r(t) - |\Omega_{R_B}| |\Omega_{R_F}|^2 g_r(t) \right] ,\end{aligned}\tag{A.38a}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{1b,2}(\vec{r}, t) &= -\frac{1}{2\Omega_{R_B}} \left[\frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} T^*(0) - T^*(0) \right] f_r(t) - \frac{1}{2\Omega_{R_B}} \left[\left(1 - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \right) T^*(0) \right] g_r(t) \\ &= \frac{T^*(0)}{2\Omega_{R_B}} \left(1 - \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \right) f_r(t) - \frac{T^*(0)}{2\Omega_{R_B}} \left(1 + \frac{\delta|\Omega|^2}{|\Omega|^2} \right) g_r(t) \\ &= \frac{i|\rho_{1a,1b}(0)|e^{-i\vec{k}_{W'} \cdot \vec{r}}}{|\Omega|^2} \left[|\Omega_{R_F}|^3 f_r(t) - |\Omega_{R_F}| |\Omega_{R_B}|^2 g_r(t) \right] .\end{aligned}\tag{A.38b}$$

Enfatizando, as equações A.38a e A.38b são responsáveis pela polarização atômica que gera campos somente na direção $\pm \vec{k}_{W_P}$, que correspondem aos campos $\vec{E}_C$ e $\vec{E}_P$.

A.1.2 Equação de terceiro grau

Considerando o polinômio

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = a(x - r_1)(x - r_2)(x - r_3) ,$$

teremos a seguinte solução para r_1 , r_2 e r_3

$$r_1 = (s + t) - \frac{b}{3a} ,\tag{A.39a}$$

$$r_2 = -\frac{1}{2}(s + t) - \frac{b}{3a} + \frac{\sqrt{3}}{2}(s - t)i ,\tag{A.39b}$$

$$r_3 = -\frac{1}{2}(s + t) - \frac{b}{3a} - \frac{\sqrt{3}}{2}(s - t)i .\tag{A.39c}$$

onde

$$q = \frac{9abc - 27a^2d - 2b^3}{54a^3} ,$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{3ac - b^2}{9a^2}\right)^3 + q^2} ,$$

$$s = \sqrt[3]{q + r} ,$$

e

$$t = \sqrt[3]{q - r} .$$

Em nosso caso,

$$a = 1 , \tag{A.40a}$$

$$b = 3\Gamma_{12} , \tag{A.40b}$$

$$c = 2\Gamma_{12}^2 + 4|\Omega|^2 , \tag{A.40c}$$

$$d = 2|\Omega|^2\Gamma_{12} . \tag{A.40d}$$

Vale mencionar que as partes reais de r_1 , r_2 e r_3 são sempre negativas.

Apêndice B

Leitura com Campo R Dessintonizado

Considere o esquema de níveis do capítulo 4 levemente modificado. O campo de leitura $\vec{E}_R$ não estará sintonizado exatamente na transição atômica. Chamaremos de $\delta = \omega_2 - \omega_R$.

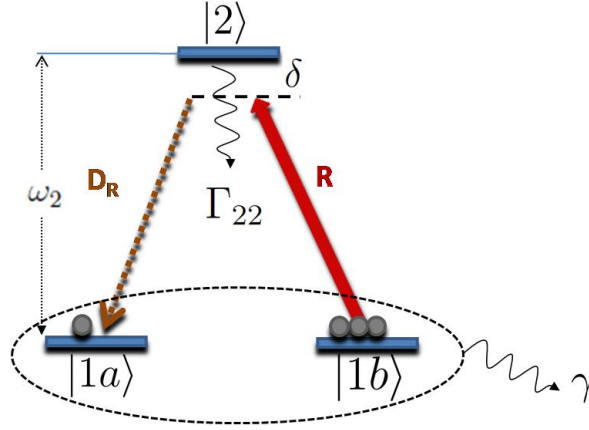


Figura B.1: Processo de leitura com o campo $\vec{E}_R$ não sintonizado ressonantemente.

Quando o campo $\vec{E}_R$ não se encontrar exatamente em ressonância com o sistema atômico, as equações 4.14 e 4.15 são modificadas e tornam-se

$$\frac{d\sigma_{2,1a}}{dt} = \Omega_R \rho_{1b,1a} - (\Gamma_{12} + i\delta)\sigma_{2,1a} \quad (\text{B.1})$$

e

$$\frac{d\rho_{1a,1b}}{dt} = -\Omega_R \sigma_{1a,2} - \gamma \rho_{1a,1b}. \quad (\text{B.2})$$

Podemos desacoplar as equações B.1 e B.2 e chegar em

$$\frac{d^2\sigma_{1a,2}}{dt^2} + (\gamma + \Gamma_{12} - i\delta)\frac{d\sigma_{1a,2}}{dt} + (\gamma\Gamma_{12} + |\Omega_R|^2 - i\gamma\delta)\sigma_{1a,2} = 0 \quad (\text{B.3})$$

A solução é obtida de maneira semelhante àquelas desenvolvidas no apêndice A. Entretanto, no presente caso temos uma simplicidade maior.

Suponha $\sigma_{1a,2} \propto e^{-\lambda t}$ e substitua na equação B.3 para obtermos uma equação algébrica do segundo grau em λ , ou seja

$$\lambda^2 + \lambda(\Gamma - i\delta) + (|\Omega'|^2 - i\gamma\delta) = 0 \quad (\text{B.4})$$

onde

$$\Gamma = \Gamma_{12} + \gamma$$

e

$$|\Omega'|^2 = |\Omega_R|^2 + \gamma\Gamma_{12}.$$

As soluções são

$$\lambda_{\pm} = \frac{-(\Gamma - i\delta) \pm \sqrt{a + ib}}{2}$$

onde

$$a = (\Gamma_{12} - \gamma)^2 - 4|\Omega_R|^2 - \delta^2$$

e

$$b = 2\delta(\gamma - \Gamma_{12}).$$

Logo, a coerência desejada ficará

$$\sigma_{1a,2}(t) = Ae^{\lambda_+ t} + Be^{\lambda_- t} \quad (\text{B.5})$$

onde A e B dependem das condições iniciais.

Como dissemos no capítulo 4, é possível escrever a equação anterior na forma

$$\sigma_{1a,2}(t) = A e^{-(\Gamma_{12} + \gamma - i\delta)t/2} \sinh(\tilde{\Omega}t) \quad (\text{B.6})$$

onde

$$\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}(\Omega_R, \delta) = \sqrt{(\Gamma_{12} - \gamma)^2 - 4|\Omega_R|^2 - \delta^2 + i2\delta(\gamma - \Gamma_{12})}/2$$

é a frequência de *Rabi* generalizada, definida no capítulo 4.

Referências Bibliográficas

- [1] E. Arimondo, Progress in Optics **35**, 257 (1996).
- [2] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols, Nuovo Cimento B **36**, 5 (1976).
- [3] P. R. Hemmer et al., Opt. Lett. **20**, 982 (1995).
- [4] S. Wang, D. G. Ducreay, R. Pina, M. Yan, and Y. Zhu, Phys. Rev. A **61**, 033805 (2000).
- [5] V. Milner and Y. Prior, Phys. Rev. Lett. **80**, 940 (1998).
- [6] J. Parker and C. R. Stroud, Phys. Rev. A **41**, 1602 (1990).
- [7] F. T. Hioe and C. E. Carroll, Phys. Rev. A **37**, 3000 (1988).
- [8] A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, Journal of Experimental and Theoretical Physics **91**, 67 (2000).
- [9] J. He, Y.-S. Zhang, X.-F. Zhou, Q.-F. Chen, and G.-C. Guo, Opt. Commun. **282**, 1167 (2009).
- [10] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos, Rev. Mod. Phys. **77**, 633 (2005).
- [11] K.-J. Boller, A. Imamoglu, and S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **66**, 2593 (1991).
- [12] E. Kuznetsova, O. Kocharovskaya, P. Hemmer, and M. O. Scully, Phys. Rev. A **66**, 063802 (2002).

- [13] B. Ham, P. Hemmer, and M. Shahriar, *Opt. Commun.* **144**, 227 (1997).
- [14] C. Cohen-Tannoudji, D. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Atom-Photon Interactions: Basics Processes and Applications*, Wiley, New York (1992).
- [15] J. P. Marangos, *J. Mod. Opt.* **45**, 471 (1998).
- [16] S. E. Harris, J. E. Field, and A. Imamoglu, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1107 (1990).
- [17] S. E. Harris and L. V. Hau, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4611 (1999).
- [18] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, and C. H. Behroozi, *Nature* **397**, 594 (1999).
- [19] D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. L. Walsworth, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 783 (2001).
- [20] O. Kocharovskaya, Y. Rostovtsev, and M. O. Scully, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 628 (2001).
- [21] C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi, and L. V. Hau, *Nature* **409**, 490 (2001).
- [22] M. Fleischhauer and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5094 (2000).
- [23] A. M. Akulshin, A. Lezama, A. I. Sidorov, R. J. McLean, and P. Hannaford, *J. Phys. B: Atomic, Molecular and Optical Phys.* **38**, L365 (2005).
- [24] A. Lezama, A. M. Akulshin, A. I. Sidorov, and P. Hannaford, *Phys. Rev. A* **73**, 033806 (2006).
- [25] A. Mair, J. Hager, D. F. Phillips, R. L. Walsworth, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. A* **65**, 031802 (2002).
- [26] J. W. R. Tabosa and A. Lezama, *J. Phys. B: Atomic, Molecular and Opt. Phys.* **40**, 2809 (2007).
- [27] R. Pugatch, M. Shuker, O. Firstenberg, A. Ron, and N. Davidson, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 203601 (2007).

- [28] M. Shuker, O. Firstenberg, R. Pugatch, A. Ron, and N. Davidson, Phys. Rev. Lett. **100**, 223601 (2008).
- [29] O. Firstenberg, M. Shuker, N. Davidson, and A. Ron, Phys. Rev. Lett. **102**, 043601 (2009).
- [30] M. Fleischhauer and M. D. Lukin, Phys. Rev. A **65**, 022314 (2002).
- [31] T. Hiroshima and Y. Yamamoto, Phys. Rev. A **53**, 1048 (1996).
- [32] A. Lambrecht, J. M. Courty, S. Reynaud, and E. Giacobino, App. Phys. B: Lasers and Optics **60**, 129 (1995).
- [33] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, Science **269**, 198 (1995).
- [34] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, New York (1994).
- [35] D. A. Steck, disponível em <http://steck.us/alkalidata> (2008).
- [36] H. J. Metcalf and v. d. Straten, *Laser Cooling and Trapping*, Springer-Verlag, New York (1999).
- [37] Disponível em <http://electron9.phys.utk.edu/optics507/modules/m10/mot.htm> .
- [38] Y. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics*, John Wiley Sons, New York (1984).
- [39] J. F. Young, G. C. Bjorklund, A. H. Kung, R. B. Miles, and S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **27**, 1551 (1971).
- [40] A. B. Fedotov et al., Phys. Lett. A **271**, 407 (2000).
- [41] S. M. Barnett and P. M. Radmore, *Methods in Theoretical Quantum Optics*, Oxford University, New York (1997).
- [42] A. Yariv, *Quantum electronics*, Wiley, New York (1989).

- [43] L. Allen and J. H. Eberly, *Optical Resonance and Two-Level Atoms*, Dover, New York (1975).
- [44] M. Mitsunaga and N. Imoto, Phys. Rev. A **59**, 4773 (1999).
- [45] E. de Carlos López and J. M. L. Romero, Revista Mexicana de Física **50**, 569 (2004).
- [46] C. A. Benevides, “Lasers de Diodo Estabilizados: Aplicação à Espectroscopia de Átomos Frios de Césio”, Dissertação de Mestrado, DF/UFPE (1997) .
- [47] A. Lezama, S. Barreiro, A. Lipsich, and A. M. Akulshin, Phys. Rev. A **61**, 013801 (1999).
- [48] D. Moretti, N. Gonzalez, D. Felinto, and J. W. R. Tabosa, Phys. Rev. A **78**, 023811 (2008).
- [49] J. W. Simmons and M. J. Guttman, *State, Wave and Photons: A Modern Introduction to Light*, Addison-Wesley (1970).
- [50] S. Pustelny, D. F. J. Kimball, S. M. Rochester, V. V. Yashchuk, and D. Budker, Phys. Rev. A **74**, 063406 (2006).
- [51] F. B. M. dos Santos and J. W. R. Tabosa, Phys. Rev. A **73**, 023422 (2006).
- [52] J. Laurat et al., Opt. Exp. **14**, 6912 (2006).
- [53] O. Schmidt, K. M. Knaak, R. Wynands, and D. Meschede, Appl. Phys. B: Lasers and Optics **59**, 167 (1994).
- [54] M. Fleischhauer and A. S. Manka, Phys. Rev. A **54**, 794 (1996).
- [55] V. Boyer, C. F. McCormick, E. Arimondo, and P. D. Lett, Phys. Rev. Lett. **99**, 143601 (2007).
- [56] S. Du, E. Oh, J. Wen, and M. H. Rubin, Phys. Rev. A **76**, 013803 (2007).
- [57] S. Du, J. Wen, M. H. Rubin, and G. Y. Yin, Phys. Rev. Lett. **98**, 053601 (2007).

- [58] V. Balić, D. A. Braje, P. Kolchin, G. Y. Yin, and S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 183601 (2005).
- [59] D. A. Braje, V. Balić, S. Goda, G. Y. Yin, and S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 183601 (2004).
- [60] J. Wen and M. H. Rubin, *Phys. Rev. A* **74**, 023808 (2006).
- [61] Y. Xue and B. S. Ham, *Phys. Rev. A* **78**, 053830 (2008).
- [62] M. H. Rubin, D. N. Klyshko, Y. H. Shih, and A. V. Sergienko, *Phys. Rev. A* **50**, 5122 (1994).
- [63] L. de S. Menezes, “Espectroscopia não Linear com Luz Incoerente em Moléculas Orgânicas”, Tese de Doutorado, DF/UFPE (2001) .
- [64] H. Haken, *Waves, Photons and Atoms*, North-Holland Physics/Elsevier, Amsterdam **Vol. 1** (1981).
- [65] W. Hanle, *Z. Phys.* **30**, 93 (1924).
- [66] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University, Cambridge (1997).
- [67] M. Zielonkowski, J. Steiger, U. Schünemann, M. DeKieviet, and R. Grimm, *Phys. Rev. A* **58**, 3993 (1998).
- [68] C. Cohen-Tannoudji and J. Dupont-Roc, *Phys. Rev. A* **5**, 968 (1972).
- [69] M. Rosatzin, D. Suter, and J. Mlynek, *Phys. Rev. A* **42**, 1839 (1990).
- [70] G. A. Smith, S. Chaudhury, A. Silberfarb, I. H. Deutsch, and P. S. Jessen, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 163602 (2004).
- [71] G. A. Smith, S. Chaudhury, and P. S. Jessen, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **5**, 323 (2003).

- [72] A. Kumarakrishnan, S. B. Cahn, U. Shim, and T. Sleator, *Phys. Rev. A* **58**, R3387 (1998).
- [73] S. D. Jenkins, D. N. Matsukevich, T. Chanelière, A. Kuzmich, and T. A. B. Kennedy, *Phys. Rev. A* **73**, 021803 (2006).
- [74] D. N. Matsukevich et al., *Phys. Rev. Lett.* **96**, 033601 (2006).
- [75] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Quantum Mechanics*, John Wiley Sons, New York, 1977 .
- [76] G. E. Pake and T. L. Estle, *The Physical Principles of Electron Paramagnetic Resonance*, W. A. Benjamim, Massachusetts (1973).
- [77] R. Alves, Notas e discussões internas. Laboratório de Átomos Frios, DF/UFPE (2009).
- [78] K. Blum, *Density Matrix Theory and Applications*, Plenum, New York (1981).
- [79] A. Lezama, Notas internas ainda não publicadas (2008).
- [80] E. Fraval, M. Sellars, and J. Longdell, disponível em <http://www.wipo.int/pctdb/en/wo.jsp?wo=2004106961&IA=WO200410696&DISPLAY=DESC>)Dark .
- [81] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley Sons, USA, (1999) .
- [82] T. A. Nieminen, A. B. Stilgoe, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, *J. of Opt. A: Pure and App. Opt.* **10**, 115005 (2008).
- [83] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, *Phys. Rev. A* **45**, 8185 (1992).
- [84] K. Volke-Sepulveda, V. Garces-Chavez, S. Chavez-Cerda, J. Arlt, and K. Dholakia, *J. of Opt. B: Quantum and Semiclas. Optics* **4**, S82 (2002).
- [85] J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1499 (1987).

- [86] J. H. Poynting, Proc. Roy. Soc London Ser. **82**, 560 (1909).
- [87] R. A. Beth, Physical Review **50**, 115 (1936).
- [88] H. Kogelnik and T. Li, Appl. Opt. **5**, 1550 (1966).
- [89] M. Lax, W. H. Louisell, and W. B. McKnight, Phys. Rev. A **11**, 1365 (1975).
- [90] R. Zambrini and S. M. Barnett, Phys. Rev. Lett. **96**, 113901 (2006).
- [91] S. Gasiorowicz, Física Quântica, John Wiley Sons (1979).
- [92] S. van Enk and G. Nienhuis, Opt. Commun. **94**, 147 (1992).
- [93] Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Photons and Atoms: Introduction to Quantum Electrodynamics*, John Wiley, New York (1989).
- [94] A. G. White and et al, J. of Mod. Opt. **38**, 2531 (1991).
- [95] R. H. Aranda, Disponível em <http://homepages.mty.itesm.mx/raul.aranda/> .
- [96] M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. E. L. O. van der Veen, and J. P. Woerdman, Opt. Commun. **96**, 123 (1993).
- [97] M. W. Beijersbergen, R. P. C. Coerwinkel, M. Kristensen, and J. P. Woerdman, Opt. Commun. **112**, 321 (1994).
- [98] G. A. Turnbull, D. A. Robertson, G. M. Smith, L. Allen, and M. J. Padgett, Opt. Commun. **127**, 183 (1996).
- [99] V. Y. Bazhenov, M. V. Vasnetsov, and M. S. Soskin, JETP Lett. **52**, 429 (1990).
- [100] N. R. Heckenberg, C. P. S. R McDuff, and A. G. White, Opt. Quantum Electron. **24**, 951 (1992).
- [101] N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith, and A. G. White, Opt. Lett. **17**, 221 (1992).
- [102] M. P. S. Franke-Arnold, L. Allen, Laser and Photonics Rev. **2**, 299 (2008).

- [103] H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 826 (1995).
- [104] V. Garcés-Chávez et al., *Phys. Rev. Lett.* **91**, 093602 (2003).
- [105] L. Marrucci, C. Manzo, and D. Paparo, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 163905 (2006).
- [106] Y. Zhao, J. S. Edgar, G. D. M. Jeffries, D. McGloin, and D. T. Chiu, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 073901 (2007).
- [107] D. Akamatsu and M. Kozuma, *Phys. Rev. A* **67**, 023803 (2003).
- [108] S. Barreiro and J. W. R. Tabosa, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 133001 (2003).
- [109] W. Jiang, Q. F. Chen, Y. S. Zhang, and G.-C. Guo, *Phys. Rev. A* **74**, 043811 (2006).
- [110] S. Barreiro, J. W. R. Tabosa, H. Failache, and A. Lezama, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 113601 (2006).
- [111] A. Mair, A. V. G. Weihs, and A. Zeilinger, *Nature* **412**, 313 (2001).
- [112] R. Inoue et al., *Phys. Rev. A* **74**, 053809 (2006).
- [113] A. Muthukrishnan and C. R. S. Jr, *J. of Opt. B: Quantum Semiclas. Opt.* **4**, S73 (2002).
- [114] D. Moretti, D. Felinto, and J. W. R. Tabosa, *Phys. Rev. A* **79**, 023825 (2009).
- [115] I. V. Basistiy, M. S. Soskin, and M. V. Vasnetsov, *Opt. Commun.* **119**, 604 (1995).
- [116] V. A. Sautenkov, Y. V. Rostovtsev, and M. O. Scully, *Phys. Rev. A* **72**, 065801 (2005).
- [117] L. Karpa, F. Vewinger, and M. Weitz, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 170406 (2008).
- [118] Y. Xue and B. S. Ham, *Phys. Rev. A* **78**, 053830 (2008).