



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – CCEN
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

TESE DE DOUTORADO

ESTATÍSTICA DE CONTAGEM DE CARGA E EFEITOS DE INTERFERÊNCIA EM SISTEMAS MESOSCÓPICOS

por

Anderson Luiz da Rocha e Barbosa

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Física.

Banca Examinadora:

Prof. Antônio Murilo Santos Macêdo (Orientador-UFPE)
Prof. Sergio Galvão Coutinho (DF - UFPE)
Prof. Flávio Menezes de Aguiar (DF-UFPE)
Prof. André Mauricio Conceição de Souza (DF-UFS)
Prof. Raúl Oscar Vallejos (CBPF)

Recife - PE, Brasil
Fevereiro - 2009

Barbosa, Anderson Luiz da Rocha e
Estatística de contagem de carga e efeitos de interferência
em sistemas mesoscópicos / Anderson Luiz da Rocha e
Barbosa. - Recife : O Autor, 2009.
xii, 147 folhas : il., fig., tab.

Tese(doutorado) - Universidade Federal de Pernambuco.
CCEN. Física, 2009.

Inclui bibliografia e apêndices.

1. Mecânica estatística 2. Estatística de contagem. 3. Efeitos
interferência. 4. Cavidades caóticas. I. Título.

530.13 CDD (22.ed.) FQ2009-013



Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Física – CCEN
Programa de Pós-Graduação em Física
Cidade Universitária - 50670-901 Recife PE Brasil
Fone (++ 55 81) 2126-8449/2126-8450 - Fax (++ 55 81) 3271-0359
<http://www.df.ufpe.br/pg> e-mail: posgrad@df.ufpe.br

Parecer da Banca Examinadora de Defesa de Tese de Doutorado

Anderson Luiz da Rocha e Barbosa

ESTATÍSTICA DE CONTAGEM DE CARGA E EFEITOS DE INTERFERÊNCIA EM SISTEMAS MESOSCÓPICOS

A Banca Examinadora composta pelos Professores Antônio Murilo dos Santos Macêdo (Presidente e Orientador), Sérgio Galvão Coutinho, Flávio Menezes de Aguiar, todos da Universidade Federal de Pernambuco, André Maurício Conceição de Souza, do Departamento de Física da Universidade Federal de Sergipe e Raúl Oscar Vallejos, do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, consideraram o candidato:

(☒) Aprovado

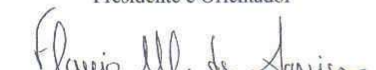
(☐) Reprovado

(☐) Em exigência

Secretaria do Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Pernambuco aos dezoito dias do mês de fevereiro de 2009.


Prof. Antônio Murilo dos Santos Macêdo
Presidente e Orientador


Prof. Sérgio Galvão Coutinho


Prof. Flávio Menezes de Aguiar


Prof. André Maurício Conceição de Souza


Prof. Raúl Oscar Vallejos

Agradecimentos

Vou começar agradecendo em algo que acredito ser a principal base para a formação de uma pessoa, a família. Desta forma queria dizer "muito obrigado por tudo" aos meus pais José D. Barbosa (Seu Zé) e Maria José R. Barbosa (Do Maria). Queria dizer "TE AMO!" a uma pessoa que me acompanha há quase três anos, sempre cuidando e apoiando nas horas que mais preciso, a minha linda esposa Fernanda C. Vitor (Bebe). Não posso esquecer da minha maninha que em breve será mamãe, muito obrigado. E a toda a minha família de Belo Horizonte muito obrigado.

Quero deixar aqui um agradecimento especial a três grandes amigos. Antônio Cruz Filho (Ti Tonho), Diego que conheci em Recife e André Carneiro, amigo de longas datas, lá de Mariana.

Aos companheiros de LFTC "tenham fé": J. Gabriel Ramos, Gerson Cortês, Ailton Macedo Junior e Sergio Péres.

Particularmente ao professor Antônio Murilo, um muito obrigado pela paciência e dedicação durante esse seis anos em que trabalhamos juntos.

Por fim, quero demonstrar minha gratidão à CNPq pelo apoio financeiro aos meus estudos.

Resumo

Nesta tese apresentamos um estudo detalhado das estatísticas de contagem de carga transmitida e de fase acumulada e das correções devido à interferência quântica da média da condutância e da média da potência do ruído de disparo de uma cavidade caótica balística com barreiras arbitrárias. Na análise teórica deste sistema mesoscópico, obtemos expressões analíticas para os quatro primeiros cumulantes das estatísticas de contagem de carga e de fase quando a cavidade caótica está conectada a uma impedância z_0 . Utilizando o método do ponto de sela, obtivemos resultados exatos para as funções de distribuições de probabilidade de carga transmitida e de fase acumulada para os casos de barreiras de tunelamento simétricas e de junções de tunelamento. No caso de uma cavidade caótica com barreiras de transparência arbitrária, mostramos como extrair da função de distribuição de probabilidade de carga uma assinatura da transição quântica associada à formação de modos de Fabry-Perot entre as barreiras. Esta transição quântica está relacionada à singularidade de inverso de raiz quadrada na densidade de autovalores de transmissão, recentemente proposta por Macêdo e Souza. Analisamos também as correções devido à interferência quântica dos dois primeiros cumulantes de carga. Estas correções são conhecidas como correções de localização fraca e foram calculadas analiticamente para a média da condutância e a média da potência do ruído de disparo por dois métodos independentes: a teoria de matrizes aleatórias e a teoria quântica de circuitos. A correção de localização fraca da média da potência do ruído de disparo apresenta uma inesperada transição de supressão-amplificação em função do número de canais abertos e das barreiras de tunelamento. Este efeito leva a uma revisão conceitual na interpretação usual da correção de localização fraca. Por fim, estudamos como a correção de localização fraca é afetada por um campo magnético externo e pela interação spin-órbita.

Palavras chaves: Estatística de contagem, Efeitos de interferência, Cavidades caóticas

Abstract

In this thesis we presented a detailed study about full counting statistics of transmitted charge and accumulated phase and the quantum interference corrections to the average conductance and the average shot-noise power in non-ideal ballistic chaotic cavities. In the theoretical analysis of this mesoscopic system, we obtained analytical expressions for the first four charge and phase cumulants of a voltage- and a current-biased cavity, respectively, when the chaotic cavity is coupled to an impedance z_0 . Using the saddle-point approximation, we obtained analytical expressions for the probability distributions of transmitted charge and accumulated phase of chaotic cavities with symmetric barriers and tunnel junctions. In the case of a chaotic cavity with barriers of arbitrary transparency, we obtained a signature of a quantum transition associated with the formation of Fabry-Pérot modes inside the cavity in the probability distribution of transmitted charge. This quantum transition is characterized by the emergence of an inverse square-root singularity on the transmission eigenvalue density and it was recently reported by Macêdo and Souza. We also analysed the corrections due to quantum interference of the first two charge cumulants. These quantum interference corrections are known as weak-localization corrections and were computed using two independent methods: random matrix theory and quantum circuit theory. The weak-localization correction of shot-noise power has an unexpected amplification-suppression transition as a function of both the number of open channels and the barriers transparencies. This effect leads to a conceptual change in the usual interpretation of the weak-localization correction. Finally, we studied how the weak-localization correction is affected by an external magnetic field and by a spin - orbit interaction.

Key words: Full counting statistics, Quantum interference, Chaotic cavities

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Efeitos Devido à Coerência de Fase	1
1.2	Efeitos de Interferência	7
1.3	Universalidade dos Processos de Transporte de Carga	11
1.3.1	Ensembles puros	11
1.3.2	Matriz de espalhamento	13
1.3.3	Modelo de estube	14
1.3.4	Observáveis físicos	16
1.4	Resultados Recentes em Física Mesoscópica	20
1.4.1	Estatística de contagem de carga	20
1.4.2	Efeitos de interferência	23
2	Estatística de Contagem de Carga e Teoria de Circuitos	26
2.1	Estatística de Contagem	27
2.1.1	Flutuações de cargas transmitidas para uma barreira de tunelamento	30
2.2	Teoria de Circuitos	32
2.2.1	Teoria matricial	33
2.3	Teoria de Circuitos Escalar	34
2.3.1	Conexão com estatística de contagem	35
2.3.2	Cavidade caótica com barreiras arbitrárias	37
2.3.3	Densidade de autovalores de transmissão e densidade de ressonâncias de Fabry-Perot	38
2.3.4	Transição quântica	42
2.3.5	Conexão com teoria de matrizes aleatórias	42
2.4	Ambiente Eletromagnético Linear	45
2.4.1	Flutuações de tentativas de transmissão de carga em uma barreira de tunelamento	49

3	Dualidade Corrente-Voltagem	52
3.1	Condutor com Voltagem Fixa	53
3.2	Condutor com Corrente Fixa	54
3.3	Aplicação do Método a uma Cavidade Caótica com Contatos Não Ideais	55
3.3.1	Contatos simétricos	55
3.3.2	Análise das distribuições de probabilidades de cargas transmi- tidas e tentativas de transmissão de carga	57
3.3.3	Junção de tunelamento	59
3.3.4	Dados experimentais para junções de tunelamento	61
3.3.5	Contatos arbitrários	62
3.3.6	Análise termodinâmica	64
3.4	Assinatura de uma Transição Quântica	66
3.4.1	Cavidade caótica com um contato ideal e uma barreira de transparência arbitrária	66
3.4.2	Cavidade caótica com barreiras arbitrárias	68
3.4.3	Análise da robustez da transição quântica	68
3.5	Efeito do Ambiente Eletromagnético e Relação de Dualidade	70
4	Efeitos de Interferência: Análise Diagramática	75
4.1	Método Diagramático	76
4.1.1	Cavidade caótica com contatos ideais	77
4.1.2	Cavidade caótica com barreiras arbitrárias	80
4.1.3	Média da condutância	81
4.1.4	Interpretação semiclássica da média da condutância	82
4.2	Média da Potência do Ruído de Disparo para Contatos Não Ideais . .	84
4.2.1	Contribuição semiclássica para a potência do ruído de disparo	84
4.2.2	Localização fraca para a potência do ruído de disparo	87
4.2.3	Resultado final	96
4.2.4	Limite opaco da média da potência do ruído de disparo	98
4.3	Regime de Crossover	99
4.3.1	Álgebra dos quatérnions	99
4.3.2	Análise diagramática	101
4.3.3	Modelo isotrópico	104
4.3.4	Modelo anisotrópico	107
5	Efeitos de Interferência: Teoria de Circuitos	111
5.1	Correção de Interferência Quântica da Função Geratriz	112
5.2	Aplicação a uma Cavidade Caótica	114

5.3	Efeito Supressão-Amplificação	116
5.4	Regime de Crossover	117
5.4.1	Localização fraca da condutância	119
5.4.2	Localização fraca da potência do ruído de disparo	121
5.4.3	Efeito supressão-amplificação no regime de crossover	125
6	Conclusões e Perspectivas	126
A	Aproximação de Ponto de Sela para a Distribuição de Probabilidades em Cavidades Caóticas com Barreiras Simétricas	130
B	Distribuição de Probabilidades para Cavidades Caóticas com Junções de Tunelamento Assimétricas	134
C	Cumulantes de Carga e Fase para Cavidades Caóticas com Barreiras Arbitrárias	136
	Bibliografia	138

Lista de Figuras

1.1	À esquerda apresentamos um ponto de contato quântico fabricado a partir de uma heteroestrutura de GaAs. A largura da constrição é da ordem de 250 nm. À direita temos ilustrações de um ponto quântico balístico. As figuras foram tiradas das refs. [1] e [2], respectivamente.	2
1.2	Os gráficos mostram a condutância em função do campo magnético para (a) um anel de ouro de diâmetro de 0.8 mm, (b) uma amostra de Si-MOSFET (metal-oxide-semiconductor field effect transistor) e (c) simulações numéricas. É importante notar que em todos os gráficos as flutuações são sempre da ordem de $(e^2/h)^2$. Esta figura foi tirada da ref. [3].	3
1.3	No gráfico à cima, mostramos a medida experimental da quantização da condutância em um ponto de contato quântico e sua correspondente potência do ruído de disparo em função da largura da constrição (Gate voltage). Note que os picos do ruído de disparo somente aparecem quando variamos a largura da constrição, passando de um degrau para outro. Nos platôs, a potência do ruído de disparo é nula. À baixo e à direita, mostramos um guia de onda infinito na direção de propagação (x) e a formação de uma constrição adiabática no guia de onda. À esquerda o gráfico mostra as correspondentes energias dos modos transversais (y) para o guia de onda adiabático. Somente os canais que satisfazem a relação $E_a(x) > E$ poderão transmitir através da constrição com probabilidade 1, estes são chamados de <i>canais abertos</i> . Os que satisfazem a relação $E_a(x) < E$ são chamados <i>canais fechados</i> e não contribuem para a condutância do ponto de contato quântico. Estas figuras foram tiradas das refs. [4] e [5] respectivamente.	6

1.4	Neste gráfico podemos perceber que à medida que a dinâmica dentro da cavidade vai se tornando caótica $\tau_{dwell} \rightarrow \infty$ o valor do fator Fano vai tendendo a $1/4$, implicando que a dinâmica dentro da cavidade se tornou caótica. Os dados experimentais foram medidos usando um tempo de Ehrenfest $\tau_E = 0.27$ ns . Notamos uma ótima concordância entre experimento e os resultados teóricos. Esta figura foi tirada da ref. [6].	7
1.5	Caminho ótico de uma onda ao sofrer inúmeras reflexões entre dois planos parcialmente refletor. Após cada reflexão a onda adquire efetivamente uma fase $e^{i\delta/2}$. A intensidade da onda incidente é $I_0 = E_0 ^2$ e o comprimento de onda no meio é λ	8
1.6	Franjas de interferência devido às múltiplas reflexões sofridas pela onda incidente entre os planos refletor. Mantivemos $T_2 = 0,5$ e variamos T_1 . A linha tracejada refere-se a média sobre a fase acumulada com $T_1 = 0,4$ e $T_2 = 0,5$	10
1.7	Representação do modelo de estube. A matriz de espalhamento U refere-se somente à cavidade caótica, enquanto a matriz de espalhamento X descreve o estube.	15
1.8	Representação do modelo de reservatórios do formalismo de Landauer. A região espalhadora S é conectada aos reservatórios por guias ideais contendo canais abertos. Os reservatórios estão em equilíbrio termodinâmico e são descritos por funções de distribuições dadas por $f_{1,2}$. Haverá fluxo de corrente através de S quando aplicarmos um gradiente eletroquímico. Este gradiente é devido à diferença entre os potenciais eletroquímicos dos reservatórios, neste caso teremos que $\mu_1 = \mu + \delta\mu$ e $\mu_2 = \mu$	18
1.9	À esquerda mostramos dados experimentais do segundo e terceiros cumulantes da estatística de contagem de carga transferida em função da corrente que atravessa uma junção de tunelamento. Os dados mostram uma perfeita concordância com um sistema poissoniano. À direita mostramos o segundo e terceiro cumulantes em função da corrente de um sistema não poissoniano, neste caso a probabilidade de tunelamento $\Gamma \approx 0,3$ e tem uma flutuação da ordem de 10% no seu valor durante a variação da corrente. Note que os dados experimentais diferem do comportamento poissoniano (linha tracejada). Os gráficos foram tirados das refs. [7] e [8], respectivamente.	21

1.10	Apresentamos as medidas experimentais do segundo ao quinto cumulantes da estatística de contagem de carga de um ponto quântico no caso de junções de tunelamento. A linha contínua equivale aos resultados teóricos quando o detector de transmissão de carga é perfeito, ou seja, todos os eventos de tunelamento de carga para dentro ou para fora do ponto quântico são registrados pelo detector. Os dados experimentais estão ligeiramente deslocados da linha contínua, pois o detector não é perfeito. Se o tempo de tunelamento é significativamente menor que o tempo gasto para o detector registrar o evento de tunelamento, este pode não ser detectado. Este fato leva a uma correção na expressão teórica para detectores perfeitos. Os gráficos foram tirados da ref. [9].	22
1.11	Esquema como um condutor quase-unidimensional com N fios conectados ao seu meio. A figura foi tirada da ref. [10].	23
1.12	O gráfico do topo mostra a correção de localização fraca da condutância de um ponto quântico em função da componente perpendicular do campo magnético externo, $B_{\perp}$, aplicado à superfície do ponto. O gráfico à baixo mostra como o acoplamento spin-órbita, λ_{SO} , varia com o aumento da temperatura do ponto quântico. Vemos que à medida que variamos a taxa de acoplamento spin-órbita, λ_{SO} , há uma mudança gradual da correção de localização fraca da condutância para a correção de antilocalização fraca da condutância. Também podemos ver que ambas as correções são suprimidas pelo campo magnético perpendicular $B_{\perp}$. Os gráficos foram tirados da ref. [11].	24
2.1	Nesta figura mostramos um circuito simples composto por uma amostra mesoscópica em série com uma fonte que mantém uma diferença de potencial fixa V . Nestas condições a corrente que passa pela amostra pode sofrer flutuações.	28
2.2	Os gráficos mostram a distribuição de probabilidades de transmissão de carga, que é dada por uma distribuição binomial, em função da variável aleatória x , eq. (2.19). À esquerda mantemos $\mathcal{M} = 25$ e variamos a probabilidade de tunelamento Γ . À direita fixamos $\Gamma = 0,3$ e variamos o número de tentativas de transmissão de carga $\mathcal{M}$	31

2.3	Representação do circuito. Os reservatórios são representados pelos pontos ou nós nos extremos e seus pseudopotenciais são conhecidos e mantidos fixos. O nó central representa a cavidade caótica e contém um pseudopotencial θ desconhecido. Os contatos são as duas linhas que fazem a conexão entre os nós.	33
2.4	Diagrama ilustrando as linhas que separam as regiões de transporte como função das probabilidades de tunelamento. As linhas pontilhadas mostram o caso em que $\Gamma_1 = 1$ e que há a transição no ponto em que $\Gamma_2 = 0.5$. Outro caso mais geral, fazemos $\Gamma_1 = 0.4$ e a transição ocorre nos pontos em que $\Gamma_2 \approx 0.28$ e $\Gamma_2 \approx 0.67$	41
2.5	Nesta figura mostramos um circuito com uma amostra mesoscópica em série com uma resistência de impedância z_0 . À esquerda mantemos a diferença de potencial V_0 fixa de forma que corrente I possa flutuar, à direita a corrente $I_0 = V_0/z_0$ é mantida fixa de forma que a voltagem δV possa flutuar.	45
2.6	A linha contínua se refere aos resultados experimentais do terceiro cumulante da estatística de contagem de tentativas de transmissão de carga quando a junção de tunelamento está em série com uma resistência de impedância R_0 . A linha (“voltage bias”) se refere ao resultado teórico do terceiro cumulante de voltagem escalonado por um fator de $(g + g_0)^{-3}$ sem levar em conta as outras correções que aparecem devido ao ambiente eletromagnético. Por fim, vemos que quando as correções devido ao ambiente eletromagnético são levadas em conta os resultados batem com os experimentais (linha tracejada), este fato vai ser analisado na seção 3.5. Esta figura foi tirada da ref. [12].	47
2.7	Os gráficos mostram a distribuição de probabilidade de tentativas de transmissão de carga, que é dada por uma distribuição de Pascal, em função da variável aleatória y , eq. (2.85). À esquerda mantemos $N_0 = 25$ e variamos a probabilidade de tunelamento Γ , já à direita fixamos $\Gamma = 0, 3$ e variamos o número de cargas transmitidas N_0	50
3.1	Distribuição de probabilidades de carga transmitida em função da variável aleatória x com os indicativos das influências dos cumulantes sobre seu formato. Este gráfico foi inspirado numa figura apresentada na ref. [13].	58
3.2	(Esquerda) Distribuição binomial eq. (3.18) e (Direita) distribuição de Pascal eq. (3.24) para o caso de barreiras simétricas com $\Gamma = 0, 3$	59

- 3.3 À esquerda, dados experimentais e a previsão teórica obtida numericamente para a distribuição de carga transmitida. No centro e à direita temos o segundo e o terceiro cumulantes da estatística de contagem de carga, vemos que os dados experimentais estão de acordo com as previsões teóricas para o caso de junções de tunelamento. Estas figuras foram extraídas da ref. [14]. 61
- 3.4 Assinatura da transição quântica. No topo do gráfico mostramos o limite $x \rightarrow 0$ da função distribuição de carga em função de Γ . Os gráficos do meio e de baixo mostram a primeira e segunda derivadas, respectivamente. Podemos notar que a segunda derivada apresenta uma descontinuidade precisamente no valor $\Gamma = 0,5$ que sinaliza a transição como pode ser visto na fig. (2.4). 67
- 3.5 O gráfico do topo mostra a função $W(0)$ em função da probabilidade de tunelamento através da segunda barreira Γ_2 quando $\Gamma_1 = 0,4$. Os seguintes gráficos são a primeira e segunda derivadas desta função, respectivamente. A segunda derivada mostra com clareza as descontinuidades causadas pela transição quântica em $\Gamma_2 \approx 0,28$ e $\Gamma_2 \approx 0,67$. 69
- 3.6 (Esquerdo) Distribuição de cargas transmitida através de uma junção de tunelamento com muito ruído. (Direito) A mesma distribuição após passar por um tratamento de eliminação dos ruídos. Estas figuras foram tiradas da ref. [7]. 70
- 3.7 A função $W(x)$ é deslocada de $x \approx 0$ para 30% do valor médio de x (x_{med}). O gráfico do topo mostra pontos quadrados obtidos de uma cálculo numérica na situação em que inserimos uma flutuação de 5% na intensidade das barreiras enquanto a linha pontilhada é o cálculo numérico exato. A curva grossa é o ajuste polinomial dos pontos quadrados e a curva pontilhada é o cálculo numérico exato. O gráfico à baixo mostra a derivada do ajuste polinomial, onde notamos que o mínimo está deslocado do ponto crítico $\Gamma_c = 0,5$, veja fig. (3.4). . . . 71
- 4.1 Representação diagramática (a) da condutância, eq. (4.1) e (b) do segundo cumulante, eq. (4.2). As linhas pontilhadas e grossas representam os elementos da matriz de espalhamento, S_{ij} , e das matrizes de projeção, respectivamente. O símbolo * referisse a matriz $S^\dagger$ 78

4.2	Diagramas da fig. (4.1) após a realização da média, (a) média da condutância, eq. (4.5) e (b) a média do segundo momento, eq. (4.6). Na figura (a) há somente um ciclo- U e dois ciclos- T , enquanto na figura (b) nos dois primeiros diagramas há dois ciclos- U e três ciclos- T e os dois últimos contêm um único ciclo- U com 4 e 2 ciclos- T , respectivamente.	79
4.3	(Acima) Esquema das quatro classes de trajetórias com invariância à reversão temporal que contribuem para a correção de localização fraca total da média da condutância: a contribuição devido a localização fraca convencional (WL0); as contribuições devido aos retroespalhamentos com sucesso (cbs0) e os falhos (cbs1 e cbs2). (Abaixo) Esquema das duas trajetórias com mesmo peso, uma que se intersecta (linha pontilhada) e outra que evita por pouco a intersecção (linha contínua). As figuras foram tiradas das ref. [15] e [3] respectivamente.	82
4.4	Seis diagramas topologicamente distintos que contribuem para a média da potência do ruído de disparo. Cada diagrama contém quatro braços que estão ou não conectados às matrizes F_L e F_R . Estes diagramas são conhecidos na literatura como diagramas tipo escada.	85
4.5	Representação diagramática da matriz F_L (topo), eq. (4.19), e matriz F_R (a baixo), eq. (4.20). Elas são séries infinitas de diagramas tipo escada, veja ref. [16].	86
4.6	Representação diagramática das funções f_{TT} (topo), eq. (4.27), e f_{UU} (abaixo), eq. (4.28). Elas são séries infinitas de diagramas e são conhecidos como maximamente cruzados na literatura.	89
4.7	Outro conjunto de diagramas maximamente cruzados que representam as funções f_{TU} (topo) e f_{UT} (abaixo), eq. (4.29), veja ref. [17].	90
4.8	Estes diagramas fazem parte do primeiro conjunto de diagramas tipo maximamente cruzados que contribuem para a localização fraca da potência do ruído de disparo. Eles foram obtidos da fig. (4.4.1).	91
4.9	Segundo conjunto de diagramas tipo maximamente cruzados que contribuem para a localização fraca da potência do ruído de disparo, obtidos da fig. (4.4.2).	92
4.10	Terceiro conjunto de diagramas tipo maximamente cruzados da localização fraca da potência do ruído de disparo obtidos da fig. (4.4.3-4).	93
4.11	Quarto conjunto de diagramas tipo maximamente cruzados da localização fraca da potência do ruído de disparo obtidos da fig. (4.4.5-6).	94

- 4.12 A figura à esquerda representa o diagrama diffuson e sua estrutura central é exatamente o diagrama f_{UU} mostrado na fig. (4.6). À direita, temos o diagrama cooperon. É importante notar que nestes diagramas os graus de liberdade do spin estão representados pelos índices $\{\rho\sigma; \mu\nu\}$ 101
- 4.13 Neste gráfico apresentamos a localização fraca da condutância em função do campo magnético aplicado à esquerda e da interação spin-órbita à direita comparando o modelo isotrópico e anisotrópico. No gráfico à esquerda fazemos $N_1 = N_2 = 20$, e cada curva tem um valor fixo para a interação spin-órbita: de baixo para cima temos $a = 2$, $a = 5$ e $a = 10$. O gráfico à direita fixamos $x = 0$ e variamos a interação spin-órbita. 108
- 5.1 O diagrama maximamente cruzado acima refere-se aos modos cooperons obtidos do formalismo diagramático de funções de Green-Keldysh. Esta figura foi extraída da ref. [18]. 113
- 5.2 Representação esquemática do circuito. Os reservatórios são representados pelos pontos nos extremos e seus pseudopotenciais são conhecidos e mantidos fixos. O nó central representa a cavidade caótica e contém um pseudopotencial χ desconhecido. Os contatos são as duas linhas que fazem a conexão entre os nós. 114
- 5.3 O gráfico mostra o *efeito supressão-amplificação* para a potência do ruído de disparo quando $\Gamma = \Gamma_1 = \Gamma_2$ e $N_2/N_1 \approx 0,67$. O caso $\beta = 1$ corresponde aos pontos circulares enquanto $\beta = 4$ corresponde aos pontos quadrados. Note que ambas as curvas se anulam quando $\Gamma = 3/4$ 116
- 5.4 Análise dos diagramas de regimes. (1) Na região (I) não há mudança de sinal em $\mathbf{p}^{WL}$ enquanto na região (II) há uma e em (III) duas, como função de a ; (2) O diagrama mostra o plano (Γ_1, Γ_2) para $a = 3/10$ (linha contínua) e $a = 6/10$ (linha tracejada); (3) Na região (I) p^{WL} não apresenta mudança de sinal enquanto em (II) temos uma mudança de sinal em função de T_1 (4) As regiões positivas (+) e negativas (-) no plano (Γ_2, a) para $\Gamma_2 = 3/10$ (linha contínua) e $\Gamma_2 = 5/10$ (linha tracejada); (5) A função p^{WL} muda de sinal a medida que variamos a de acordo com a diagrama (1). (6) A função p^{WL} muda de sinal à medida que variamos Γ_1 de acordo com a diagrama (3). . . 118

- 5.5 Neste gráfico apresentamos a correção de localização fraca da condutância. À esquerda mostramos o comportamento da eq. (5.14) fixando os parâmetros $\Gamma_1 = 0,9$, $\Gamma_2 = 0,8$, $N_2/N_1 \approx 0,65$, e cada curva tem um valor fixo para o acoplamento spin-órbita: de baixo para cima temos $a = 0$, $a = 1$, $a = 2$, $a = 5$ e $a \rightarrow \infty$. À esquerda fixamos os valores para x e variamos a mantendo os mesmos valores do gráfico anterior para os outros parâmetros. 120
- 5.6 Neste gráfico apresentamos o comportamento da correção de localização fraca da potência do ruído de disparo quando variamos os parâmetros x e a . Vemos claramente que o efeito supressão-amplificação também pode ser observado. Aqui fixamos $\Gamma_1 = 0,9$, $\Gamma_2 = 0,8$, $N_2/N_1 \approx 0,65$ 123
- 5.7 Análise dos diagramas de regimes, nos quais usamos a razão $N_2/N_1 \approx 0,67$. (1) O diagrama mostra o plano (a, x) para $\Gamma_1 = 1$ com $\Gamma_2 = 0,3$ (linha contínua) e $\Gamma_2 = 0,7$ (linha pontilhada), o sinal (+) representa a região positiva e (-) a região negativa; (2) O diagrama mostra o plano (Γ_1, Γ_2) para $x = 2$ com $a = 6$ (linha contínua) e $a = 10$ (linha pontilhada); (3) Neste diagrama temos que $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ e tomamos o limite de $a \rightarrow 0$; (4) É um diagrama similar ao (3) no qual o limite tomado é $a \rightarrow \infty$. Note que a região que era positiva (+) no diagrama 3 fica negativa (-) e a que era negativa (-) fica positiva (+); (5) No diagrama temos que $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ e tomamos o limite de $x \rightarrow 0$ 124

Lista de Tabelas

4.1	Equações extraídas dos diagramas tipo escada da fig. (4.4).	86
4.2	Contribuição para a correção quântica do segundo cumulante dos diagramas maximamente cruzados, veja figuras (4.8), (4.9), (4.10) and (4.11).	95
4.3	Contribuição para a correção quântica do segundo cumulante dos diagramas maximamente cruzados, veja figuras (4.8), (4.9), (4.10) and (4.11).	96

Capítulo 1

Introdução

O avanço tecnológico das últimas décadas possibilitou o desenvolvimento de dispositivos eletrônicos na escala de nanômetros, como por exemplo fios [3], *pontos quânticos* [1, 19, 20] e diversos tipos de sistemas híbridos tais como junções do tipo material ferromagnético-metal normal-material ferromagnético (FNF) [21]. Esses sistemas têm como característica fundamental a preservação da *coerência de fase* durante todo o processo de transporte de carga [22], ou seja, os portadores mantêm a capacidade de formar padrões de interferência no interior da amostra. Teorias de transportes de carga em nanoestruturas vem sendo desenvolvidas com o intuito de compreender profundamente estes processos, que combinam fenômenos tipicamente ondulatórios com corpusculares [23, 24, 25, 26].

Estruturas como as citadas anteriormente são conhecidas como *sistemas mesoscópicos*. Esses são geralmente fabricados a partir de heteroestruturas de arseneto de gálio (GaAs), veja fig. (1.1). Suas escalas de comprimento são geralmente maiores que as escalas microscópicas (átomos ou moléculas), mas esses sistemas não podem ser considerados realmente macroscópicos, pois exibem coerência de fase para os portadores de carga no decorrer de toda a dinâmica em seu interior. Esta característica marcante norteou o desenvolvimento de uma descrição estatística para a física da matéria condensada em escala mesoscópica e levou à previsão de diversos novos fenômenos físicos.

1.1 Efeitos Devido à Coerência de Fase

As escalas de tempo características da física mesoscópica são muitas, como veremos durante toda esta Tese. Uma delas é o *tempo de coerência de fase* [27, 28]

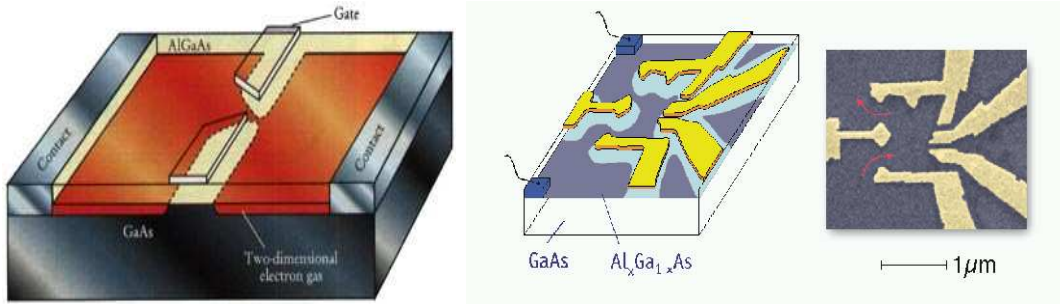


Figura 1.1: À esquerda apresentamos um ponto de contato quântico fabricado a partir de uma heteroestrutura de GaAs. A largura da constrição é da ordem de 250 nm. À direita temos ilustrações de um ponto quântico balístico. As figuras foram tiradas das refs. [1] e [2], respectivamente.

$\tau_\phi = L_\phi^2/D$ onde D é a constante de difusão e L_ϕ é o comprimento de coerência de fase para amostras difusivas. Outra escala de tempo relevante é o *tempo de espalhamento elástico*, τ_e . O tempo τ_e é o tempo médio entre dois espalhamentos elásticos consecutivos espaçados por uma distância l_e , onde l_e é o caminho livre médio de forma que $\tau_e = l_e/v_F$, onde v_F é a velocidade de Fermi. Para garantirmos a coerência de fase durante todo o processo de transmissão de carga pela amostra mesoscópica temos de satisfazer a relação $\tau_\phi \gg \tau_e \gg \lambda_F/v_F$, onde λ_F é o comprimento de onda de Fermi. A desigualdade $\tau_\phi \gg \tau_e$ assegura que a partícula irá sofrer inúmeros espalhamentos elásticos aleatórios ao longo de sua trajetória. Estes espalhamentos conservam a energia da partícula e inserem uma fase aleatória independente do tempo na função de onda da partícula de forma a garantir a coerência de fase durante todo o processo de aleatoriedade da direção do vetor momento que ocorre durante a transmissão de carga.

No regime difusivo o comprimento do condutor mesoscópico é bem maior que o caminho livre médio e suficientemente menor que o comprimento de coerência de fase $L_\phi > L > l_e$. Os portadores de carga ao atravessarem a amostra sofrem diversas colisões elásticas devido às impurezas, mas mantêm a coerência de fase. Em um sistema quântico desordenado a média da condutância desvia-se ligeiramente das medidas individuais da condutância devido à sensibilidade do detector a padrões de interferência no interior da amostra. As amplitudes destas *flutuações na condutância* em sistemas mesoscópicos são independentes do tamanho da amostra e de sua desordem. A variância da condutância é sempre da ordem de $(e^2/h)^2$ vezes uma constante que depende da geometria da amostra, como podemos constatar na

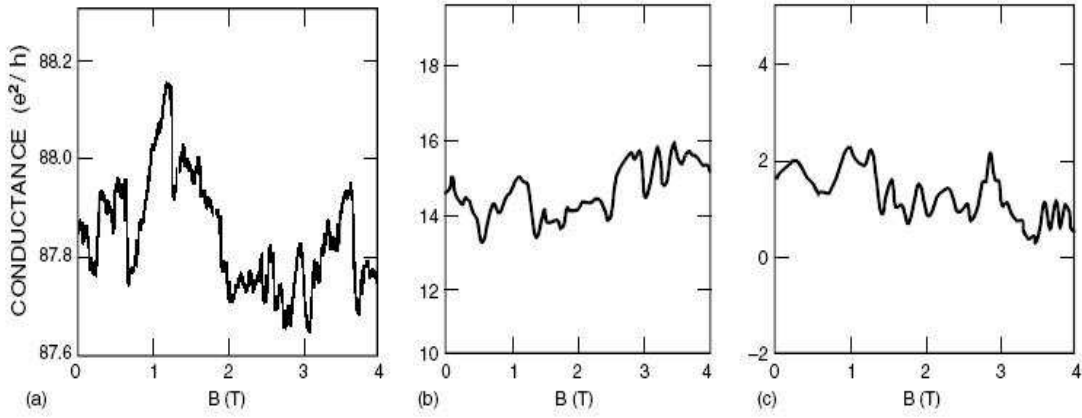


Figura 1.2: Os gráficos mostram a condutância em função do campo magnético para (a) um anel de ouro de diâmetro de 0.8 mm, (b) uma amostra de Si-MOSFET (metal-oxide-semiconductor field effect transistor) e (c) simulações numéricas. É importante notar que em todos os gráficos as flutuações são sempre da ordem de $(e^2/h)^2$. Esta figura foi tirada da ref. [3].

fig. (1.2). Este fenômeno é conhecido como a *flutuação universal da condutância*. Se o comprimento do condutor mesoscópico for bem maior que o comprimento de coerência de fase, $L > L_\phi$, haverá uma relaxação de fase e consequentemente a perda de coerência de fase. Neste caso, o sistema se comporta como um condutor macroscópico, ou seja, tanto a média da condutância quanto as medidas individuais têm o mesmo valor. Não há flutuações no valor da condutância em um condutor macroscópico.

Com o desenvolvimento da tecnologia de gás bidimensional de elétrons de alta mobilidade foi possível produzir dispositivos em que o movimento é inteiramente balístico. Neste regime não há espalhamentos elásticos devido a impurezas. A função de onda pode se propagar por longas distâncias praticamente sem sofrer nenhum tipo de espalhamento por impureza. A aleatoriedade da fase e consequentemente a desordem do sistema resultam de certas condições de contorno das amostras mesoscópicas. Dois exemplos importantes são o *ponto de contato quântico* e o *ponto quântico balístico*, o segundo também é conhecido como cavidade caótica fig. (1.1). O ponto quântico é uma região onde o gás bidimensional de elétrons fica confinado por barreiras de potencial infinito e conectado por constrições a dois reservatórios com uma diferença de potencial eletroquímico entre eles.

Duas escalas de tempo que emergem quando analisamos o ponto quântico balístico estão ligadas à sua dinâmica caótica. A dinâmica caótica assegura a universalidade do processo de transporte de carga, de forma que os observáveis são independentes das características intrínsecas da amostra mesoscópica, como o formato da estrutura e a distribuição de impurezas [29]. A primeira dessas escalas é o tempo de permanência da partícula dentro da cavidade τ_{dwell} . O τ_{dwell} tem que ser grande o suficiente para garantir a ergodicidade do processo, isto quer dizer que os portadores de carga devem visitar todo o espaço de fase da cavidade caótica antes de saírem. Outra escala relevante e de grande interesse na literatura atual é o tempo de Ehrenfest τ_E [28, 15]. Este é o tempo mínimo requerido para que haja o aparecimento de efeitos quânticos em um condutor balístico [6]. Acima desta escala de tempo o pacote de onda adquire um comportamento aleatório de modo que ele não pode mais ser associado a uma única trajetória clássica, ou seja, a dinâmica deixa de ser determinística. Como estamos interessados nos efeitos quânticos devido à coerência de fase na presença de caos, assumimos que $\tau_{\text{dwell}} \gg \tau_E$.

Uma importante descoberta da física mesoscópica foi a *quantização da condutância* em um *ponto de contato quântico* a baixas temperaturas. Os autores das refs. [30, 31] mediram a condutância de um gás de elétrons bidimensional em uma heteroestrutura de GaAs fig. (1.1). Eles perceberam que à medida que variamos a largura da constrição (denominada por W), ocorria a formação de degraus que são múltiplos inteiros do quantum da condutância $G_Q = 2e^2/h$, veja a fig. (1.3).

A compreensão deste fenômeno torna-se mais intuitiva quando interpretamos o ponto de contato quântico como um guia de onda ideal, infinito na direção de propagação e cruzado por uma barreira de potencial finito U_0 [1, 5]. Se o guia de onda for deformado adiabaticamente formando uma constrição, esta será equivalente a aplicarmos um barreira de potencial U_0 transversal ao guia fig. (1.3). Fazendo uso de uma interpretação clássica do efeito da barreira de potencial, somente os modos transversais do guia de onda com energia $E > U_0$ serão capazes de atravessar a barreira de potencial com probabilidade 1 e os com $E < U_0$ vão ter probabilidade 0 de transmissão e serão refletidos fig. (1.3). Desta forma o número de canais que contribuem para a condutância no *guia de onda adiabático* é dado pelo número inteiro $N = k_F W / \pi$. O valor de N representa o número de *canais abertos* do guia de onda, implicando que a média da condutância de Landauer de um ponto de contato quântico pode ser escrita como

$$\langle G \rangle = G_Q N = \frac{2e^2}{h} N. \quad (1.1)$$

Este resultado foi uma das primeiras confirmações experimentais da fórmula de

Landauer para a condutância [32]. O fator 2 é devido à degenerescência de spin dos modos de propagação nos guias. Apesar de intuitivo, o modelo de guias de onda semi-infinitos não é adequado para explicar a quantização da condutância de ponto de contato real.

As flutuações da corrente que atravessa a estrutura são de fundamental importância para o entendimento das características quânticas dos sistemas mesoscópicos. Estas flutuações são conhecidas como *ruídos elétricos* [33, 34]. Um dos ruídos elétricos mais estudados é o ruído térmico que se estende uniformemente sobre todas as frequências. No equilíbrio térmico, no qual a diferença de potencial aplicado ao condutor é nula, $V = 0$, o ruído térmico é dado pela fórmula de Johnson-Nyquist sendo proporcional à condutância do sistema. As flutuações de corrente dependentes do tempo são predominantes quando o sistema se encontra fora do equilíbrio, $V \neq 0$, e no limite de baixas frequências e baixas temperaturas. Neste regime de baixas frequências, encontramos o *ruído universal* $1/f$. Estamos interessados em outra espécie de ruído elétrico dependente do tempo. O ruído de interesse é dominante no limite intermediário em que as frequências são baixas o bastante para descartarmos o ruído térmico, mas altas o suficiente para desprezarmos o ruído universal $1/f$. Este é o chamado limite do *ruído de disparo* [35].

O ruído de disparo é uma grandeza física com características puramente quânticas de grande interesse, pois fornece informações sobre as flutuações dependentes do tempo na corrente elétrica devido à discreteza da carga do elétron [35, 36, 37]. Foi medido experimentalmente que o ruído de disparo de um ponto quântico desaparece quando $\tau_E \gg \tau_{dwell}$ [38]. Nesse regime a dinâmica não é suficientemente caótica dentro da cavidade para que o indeterminismo quântico esteja presente. Esse fato mostra que realmente o ruído de disparo é uma informação puramente quântica. O resultado para o *fator Fano*, definido com a razão entre a potência do ruído de disparo e a condutância, de uma cavidade caótica com contatos ideais foi calculado na ref. [39] e é dado por

$$F = \frac{1}{4} e^{-\tau_E/\tau_{dwell}}. \quad (1.2)$$

Podemos ver na fig. (1.4) que à medida que $\tau_{dwell} \rightarrow \infty$ o fator Fano $F \rightarrow 1/4$. Quando temos $\tau_E \gg \tau_{dwell}$ o fator Fano se anula, $F = 0$. Nesta tese, iremos sempre admitir o limite $\tau_E \rightarrow 0$, desta forma garantimos que a dinâmica dentro da cavidade é sempre caótica.

É importante salientar que a potência do ruído de disparo de um ponto de contato quântico se anula nos platôs da condutância, como pode ser visto nos dados

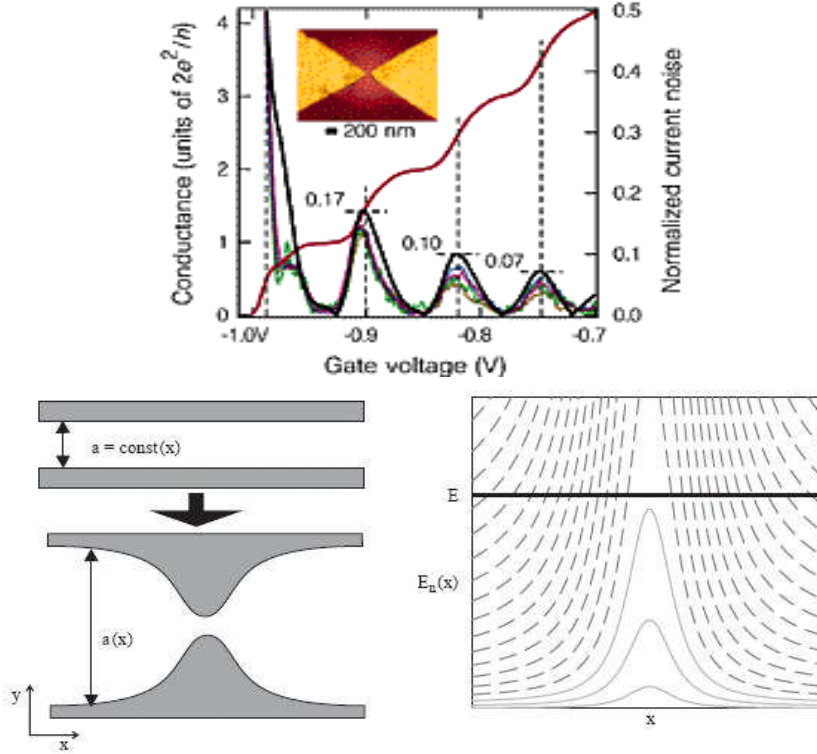


Figura 1.3: No gráfico à cima, mostramos a medida experimental da quantização da condutância em um ponto de contato quântico e sua correspondente potência do ruído de disparo em função da largura da constrição (Gate voltage). Note que os picos do ruído de disparo somente aparecem quando variamos a largura da constrição, passando de um degrau para outro. Nos platôs, a potência do ruído de disparo é nula. À baixo e à direita, mostramos um guia de onda infinito na direção de propagação (x) e a formação de uma constrição adiabática no guia de onda. À esquerda o gráfico mostra as correspondentes energias dos modos transversais (y) para o guia de onda adiabático. Somente os canais que satisfazem a relação $E_a(x) > E$ poderão transmitir através da constrição com probabilidade 1, estes são chamados de *canais abertos*. Os que satisfazem a relação $E_a(x) < E$ são chamados *canais fechados* e não contribuem para a condutância do ponto de contato quântico. Estas figuras foram tiradas das refs. [4] e [5] respectivamente.

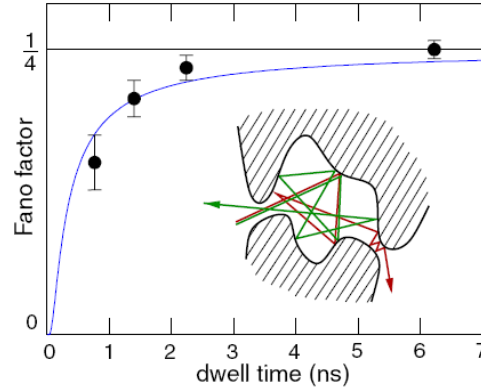


Figura 1.4: Neste gráfico podemos perceber que à medida que a dinâmica dentro da cavidade vai se tornando caótica $\tau_{dwell} \rightarrow \infty$ o valor do fator Fano vai tendendo a $1/4$, implicando que a dinâmica dentro da cavidade se tornou caótica. Os dados experimentais foram medidos usando um tempo de Ehrenfest $\tau_E = 0.27$ ns. Notamos uma ótima concordância entre experimento e os resultados teóricos. Esta figura foi tirada da ref. [6].

experimentais da fig. (1.3). Esse fato é mais uma confirmação das previsões do formalismo de Landauer.

1.2 Efeitos de Interferência

Uma consequência fundamental da coerência de fase é o efeito de interferência quântico. As assinaturas mais comuns da existência de interferência quântica causada por múltiplos espalhamentos de ondas coerentes em sistemas mesoscópicos são as correções de *localização fraca* e as *flutuações mesoscópicas*. Num trabalho pioneiro, S. Hikami [40] calculou a correção de localização fraca da condutividade de Drude [33] em sistemas desordenados macroscópicos. Nesse trabalho mostrou-se que a condutividade é ligeiramente suprimida pela correção de localização fraca e amplificada pela *antilocalização fraca*. Em pontos quânticos mantidos a baixas temperaturas esses efeitos também são de grande importância para observáveis de transporte, tais como a condutância e a potência do ruído de disparo.

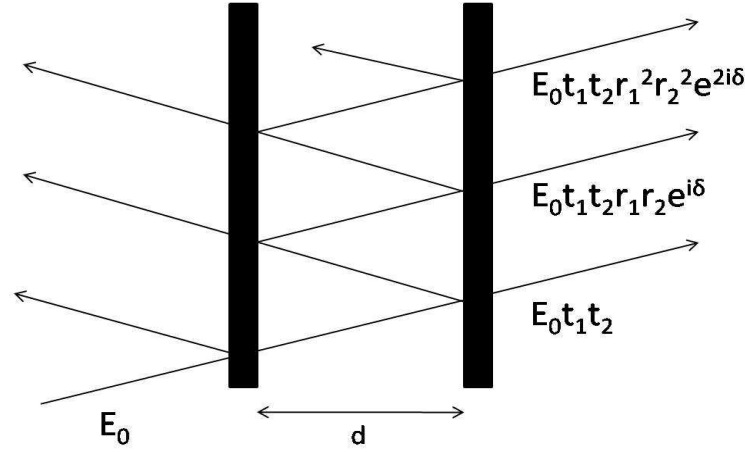


Figura 1.5: Caminho óptico de uma onda ao sofrer inúmeras reflexões entre dois planos parcialmente refletidores. Após cada reflexão a onda adquire efetivamente uma fase $e^{i\delta/2}$. A intensidade da onda incidente é $I_0 = |E_0|^2$ e o comprimento de onda no meio é λ .

Para entender melhor os efeitos de interferência em uma cavidade caótica vamos recorrer a um exemplo da ótica. Suponha dois planos parcialmente refletidores paralelos separados por uma certa distância. Ao incidirmos uma onda coerente de intensidade $I_0 = |E_0|^2$ sobre um dos planos, uma fração da intensidade incidente será transmitida enquanto outra será refletida e múltiplos espalhamentos de ondas coerentes entre os planos irão acontecer até que uma certa fração da intensidade incidente seja transmitida, como mostra a fig. (1.5). Para cada reflexão entre os planos há efetivamente um ganho de fase $e^{i\delta/2}$ relacionado à diferença entre os caminhos óticos entre a onda transmitida e a refletida. Mostra-se que $\delta = (4\pi/\lambda)d \cos(\theta)$, onde λ é o comprimento de onda no meio de propagação entre os planos, θ o ângulo de incidência da onda e d a distância entre os dois planos. Somando as amplitudes das ondas transmitidas obtemos

$$\begin{aligned} E_T &= E_0 t_1 t_2 + E_0 t_1 r_2 e^{i\delta/2} r_1 e^{i\delta/2} t_2 + E_0 t_1 r_2 e^{i\delta/2} r_1 e^{i\delta/2} r_2 e^{i\delta/2} r_1 e^{i\delta/2} t_2 + \dots, \\ &= E_0 t_1 t_2 \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{i\delta})^n = E_0 \frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2 e^{i\delta}}, \end{aligned} \quad (1.3)$$

onde r_i e t_i são os coeficientes de reflexão e transmissão dos planos parcialmente refletidores respectivamente. Da eq. (1.3) podemos obter a intensidade das ondas

transmitidas $I_T = |E_T|^2$, dada por

$$I_T = I_0 \frac{T_1 T_2}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(\delta)}, \quad (1.4)$$

onde $T_i = |t_i|^2$ e $R_i = |r_i|^2$ são os coeficientes de transmissão e reflexão respectivamente, de forma que $R_i = 1 - T_i$. Da eq. (1.4) podemos concluir que a fração de transmissão através dos planos refletores, I_T/I_0 , não depende somente dos coeficientes de transmissão, $T_{1,2}$, mas também da fase acumulada após as inúmeras reflexões ocorridas entre os planos. Podemos fazer uma analogia entre os sistemas óptico e mesoscópico. Medir a intensidade transmitida I_T entre os planos refletores em óptica é equivale a medirmos a corrente que atravessa duas junções de tunelamento com um canal aberto cada. Então podemos usar a eq. (1.4) para calcular a condutância de uma cavidade com um canal propagante

$$G = G_0 \frac{T_1 T_2}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(\delta)}. \quad (1.5)$$

Na fig. (1.6), apresentamos o gráfico $I_T \times \delta$, que mostra o aparecimento de franjas de interferência devido aos múltiplos espalhamentos de ondas coerentes entre os planos refletores. O padrão das franjas de interferência pode ser controlado pela distância d entre os planos, de forma que podemos controlar o comportamento destas franjas variando d durante o experimento. Este resultado é a base para o interferômetro de Fabry-Perot [41]. Em uma cavidade caótica, os efeitos de interferência entre as ondas coerentes injetadas através dos guias acoplados à cavidade, levam à formação de múltiplas ressonâncias superpostas. Estas ressonâncias foram analisadas na ref. [42] e suas consequências serão abordadas no capítulo 2.

Outra forma de analisar o problema é calcular a média sobre a fase acumulada, descartando os efeitos de interferência, e somar as probabilidades em vez das amplitudes como é feito na física clássica, obtemos assim a condutância média [5]

$$\langle G \rangle = G_0 \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2 - T_1 T_2} \simeq G_0 \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}, \quad T_1, T_2 \ll 1. \quad (1.6)$$

Esta equação é equivalente a somarmos duas resistências em série como manda a lei de Ohm. Assim, concluímos que ao descartamos os efeitos de interferência e calcularmos a média sobre a fase acumulada, a lei de Ohm é recuperada, fig. (1.6).

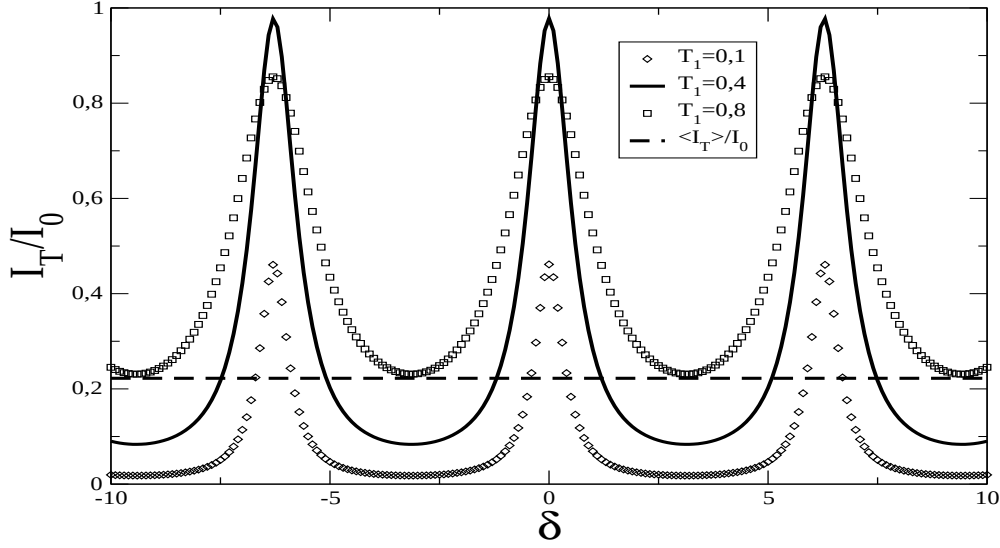


Figura 1.6: Franjas de interferência devido às múltiplas reflexões sofridas pela onda incidente entre os planos refletos. Mantivemos $T_2 = 0,5$ e variamos T_1 . A linha tracejada refere-se a média sobre a fase acumulada com $T_1 = 0,4$ e $T_2 = 0,5$.

Se quisermos entender mais sobre as características quânticas do processo de transmissão de carga não podemos abrir mão das informações advindas dos efeitos de interferência. Estas vão aparecer como correções quânticas da lei de Ohm após realizarmos a média sobre a fase aleatória adquirida através dos múltiplos espalhamentos elásticos dentro da cavidade caótica. As correções quânticas devido aos efeitos de interferência podem ser destrutivas (localização fraca) ou construtivas (antilocalização fraca). Uma análise completa de como as correções quânticas afetam as médias da condutância e da potência do ruído de disparo em cavidades caóticas será apresentada nos capítulos 4 e 5.

1.3 Universalidade dos Processos de Transporte de Carga

A teoria de matrizes aleatórias [43] tem um papel fundamental no entendimento dos processos de transporte de carga em estruturas mesoscópicas. Suas previsões teóricas comprovadas experimentalmente, demonstram a universalidade dos processos de transporte de carga através de sistemas com dinâmica caótica. Para entender melhor o porquê, vamos revisitar a análise das distribuições dos espaçamentos entre níveis de energia ressonantes em sistemas desordenados.

1.3.1 Ensembles puros

Quando analisamos processos quânticos em sistemas fechados, em princípio, devemos escrever seu hamiltoniano contendo toda a informação sobre os graus de liberdade microscópicos do sistema. Contudo, esta forma de analisar o problema, na maioria das vezes, é ineficiente e não esclarece quais são os mecanismos físicos relevantes que estão envolvidos. Uma abordagem mais eficiente foi proposta por Wigner na qual o hamiltoniano H , de dimensão $N \times N$, é representado por uma matriz aleatória e hermitiana cujas entradas têm distribuição gaussiana e que obedecem a certas propriedades de simetria. O ensemble das matrizes H tem uma distribuição de probabilidade dada por

$$P(H) = c \exp[-\beta \text{Tr} V(H)], \quad (1.7)$$

onde c é uma constante de normalização e β é um parâmetro ligado às simetrias presentes no modelo. Wigner adotou $V(H) \propto H^2$ de forma que o ensemble fica gaussiano com elementos estatisticamente independentes, visto que $\text{Tr} H^2 = \sum_{ij=1}^N H_{ij}^2$. Podemos usar a transformação unitária $H = U \text{diag}(x_1, \dots, x_N) U^\dagger$ para reescrever a distribuição de probabilidade, eq. (1.7), em função dos autovalores do hamiltoniano $\{x_i, i = 1..N\}$, da seguinte forma

$$P(x_i) = c \exp \left[-\beta \left(\sum_i^N V(x_i) - \sum_{i < j}^N \ln |x_i - x_j| \right) \right]. \quad (1.8)$$

Esta distribuição de probabilidade só depende dos autovalores e pode ser interpretada como o fator de Boltzmann de um gás clássico de N partículas nas posições $\{x_i, i = 1..N\}$ interagindo logaritmicamente e confinadas pelo potencial V .

As propriedades estatísticas dos autovalores são caracterizadas pela função de correlação de n -pontos. Ela representa a densidade de probabilidade de n níveis se encontrarem em torno das posições $\{x_i, i = 1..n\}$. Quando há um número muito grande de níveis $N \rightarrow \infty$, como acontece em um sistema físico real, a correlação espectral local do sistema, isto é, num pequeno intervalo com muitos níveis, torna-se independente do potencial confinador V , comportando-se como uma função universal. Esta universalidade resulta da perda da relevância estatística de grande parte das informações microscópicas do sistema, sobrevivendo somente certas simetrias, tais como, a simetria de reversão temporal e invariância à rotação de spin [23, 44].

No caso de $n = 1$ a função correlação é a densidade média de níveis $\rho(x) = \sum_{j=1}^N \langle \delta(x - x_j) \rangle$. Esta densidade não é uma função universal pois depende da escolha do potencial $V(H)$ do modelo de matriz aleatória. Nos ensembles gaussianos, $V(H) \propto H^2$, a forma da densidade média de níveis do sistema converge para um semicírculo à medida que aumentamos o número de níveis de energia envolvidos $N \rightarrow \infty$. A densidade pode ser escrita como

$$\rho(x) = \frac{N}{2\pi\lambda^2} \sqrt{4\lambda^2 - x^2}, \quad (1.9)$$

onde N é o número de níveis de energia e λ é um parâmetro que controla a escala de energia e o espaçamento médio entre níveis $\Delta = \pi\lambda/N$ quando $x = 0$. Esta equação é conhecida como a *lei do semicírculo* [43].

O comportamento universal da teoria de matrizes aleatórias depende da validade de uma hipótese ergódica. Desta forma, a média sobre certos intervalos de energia contendo um número significativo de níveis é equivalente a uma média sobre ensembles. Os ensembles resultantes desta análise são conhecidos na literatura como ensembles puros de Wigner-Dyson. Em física mesoscópica, a universalidade do processo significa que as características intrínsecas de uma amostra com dinâmica caótica, como distribuição das impurezas e o seu formato, são irrelevantes no cálculo das médias de observáveis.

Em sistemas abertos a matriz de espalhamento faz o papel da matriz hamiltoniana de sistemas fechados. Existem três ensembles Wigner-Dyson para sistemas abertos: o primeiro é o ensemble unitário circular (CUE), no qual o sistema não preserva a simetria de reversão temporal nem a simetria de rotação de spin, e que é caracterizado pelo índice de simetria $\beta = 2$; o segundo é o ensemble ortogonal

circular (COE), onde as simetrias de reversão temporal e rotação de spin são preservadas, com índice de simetria $\beta = 1$; o terceiro é o ensemble simplético circular (CSE), no qual somente a simetria de reversão temporal é preservada, a simetria de rotação de spin é perdida devido a introdução da interação spin-órbita, o índice de simetria vale $\beta = 4$.

Sabe-se hoje que existem 10 classes de universalidade que seguem uma relação, biunívoca com a tabela de Cartan das grandes famílias de espaços simétricos [45]. As dez classes de universalidade dividem-se em três categorias: (i) Wigner-Dyson (3 classes) são apropriadas para condutores desordenados convencionais; (ii) Bogoliubov-de Gennes (4 classes), relevantes na descrição de quase partículas em supercondutores não convencionais (tipo onda-d) fracamente desordenados; (iii) quirais (3 classes), que aparecem em problemas em que a desordem é puramente fora da diagonal como nos modelos de *hopping* aleatório.

1.3.2 Matriz de espalhamento

Quando queremos analisar transporte de carga através de cavidades caóticas balísticas é conveniente deixarmos a descrição hamiltoniana e passarmos a trabalhar com a de matriz de espalhamento do sistema, S . Também é possível representarmos a matriz S em função do hamiltoniano que descreve a cavidade caótica utilizando a fórmula de Mahoux-Weidenmüller [46]. A matriz de espalhamento, de dimensão $N \times N$, onde N é o número total de canais abertos, pode ser escrita convenientemente da seguinte forma [47]

$$S = \begin{pmatrix} r & t \\ t' & r' \end{pmatrix}, \quad (1.10)$$

onde t , t' e r , r' são as matrizes de transmissão e de reflexão, respectivamente, que descrevem o processo de transporte de carga através da cavidade caótica balística conectada a dois guias. Cada guia contém N_1 e N_2 canais abertos respectivamente, de modo que $N_1 + N_2 = N$.

O procedimento mais geral para obter o ensemble de matriz S foi desenvolvido por Mello e colaboradores [47, 48] invocando o princípio de máxima entropia informacional e introduzindo certas hipóteses genéricas como analiticidade, unitariedade e simetrias de reversão temporal e rotação de spin necessárias para um sistemas com dinâmica caótica. A entropia informacional pode ser quantificada em função da distribuição de probabilidade $P(S)$ da seguinte forma

$$\mathcal{S}[P] = - \int d\mu(S) P(S) \ln P(S), \quad (1.11)$$

além disso a distribuição de probabilidades tem que satisfazer à seguinte relação

$$\int d\mu(S) S^m P(S) = (\bar{S})^m, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (1.12)$$

A matriz $\bar{S}$ é definida como a média da matriz S . O ensemble que descreve com melhor eficiência os sistemas com dinâmica caótica é o que maximiza a entropia $\mathcal{S}$. A função distribuição $P(S)$ que maximiza a entropia e satisfaz a eq. (1.12) é conhecida como o núcleo de Poisson e é dada por

$$P(S) \propto |\det(1 - \bar{S}^\dagger S)|^{-(\beta N + 2 - \beta)}, \quad (1.13)$$

onde $\beta \in \{1, 2, 4\}$ representa o índice de simetria de Dyson citado na seção anterior. A média da matriz espalhamento, no caso de uma acavidade caótica, pode ser escrita como

$$\bar{S} = \begin{pmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

onde r_1 e r_2 são as matrizes de reflexão que descrevem as barreiras de tunelamento que se encontram nos contatos que conectam a cavidade caótica aos guias. É importante perceber que os autovalores da matriz $1 - \bar{S}\bar{S}^\dagger$ são os autovalores de transmissão das barreiras de tunelamento denominados por Γ_i , onde $i = 1, \dots, N$. Como $0 \leq \Gamma_i \leq 1$ a matriz $\bar{S}$ é subunitária.

Os ensembles circulares de Wigner-Dyson são casos especiais do núcleo de Poisson quando $\bar{S} = 0$, tal que $P(S) = \text{constante}$. Quando $\bar{S} = 0$ os contatos entre a cavidade caótica e os guias são ideais, ou seja, as médias dos observáveis vão depender somente do número de canais abertos. Observe que estes ensembles puros também maximizam a entropia informacional e por isso descrevem muito bem sistemas com dinâmica caótica.

1.3.3 Modelo de estube

Na teoria de matrizes aleatórias aplicada a física mesoscópica, o estube foi introduzido como um artifício puramente matemático para incorporar informação adicional estatisticamente relevante no ensemble de matrizes de espalhamento. A partir dele é possível introduzir dependência temporal, energia, efeitos de campos

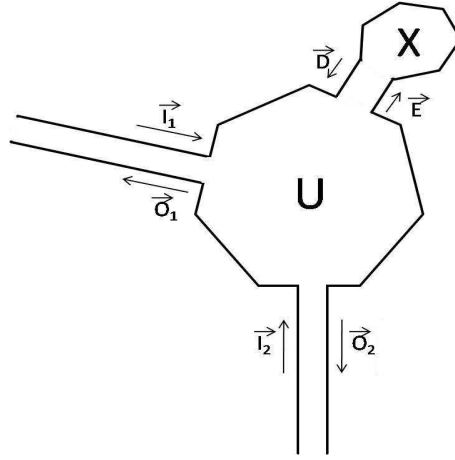


Figura 1.7: Representação do modelo de estube. A matriz de espalhamento U refere-se somente à cavidade caótica, enquanto a matriz de espalhamento X descreve o estube.

magnéticos, interação spin-órbita entre outros efeitos na matriz de espalhamento S do formalismo de máxima entropia da teoria de matrizes aleatórias. Na ref. [49] os autores provaram a equivalência entre o modelo de estube e o formalismo Mahaux-Weidenmüller.

A cavidade caótica conectada a dois guias por barreiras de transparência arbitrárias é acoplada a um estube como mostrado na fig. (1.7). Utilizando o formalismo de matriz de espalhamento podemos definir duas matrizes que representam as funções de onda que entram, $\vec{I}$, e as que saem, $\vec{O}$, da cavidade por ambos os guias

$$\vec{I} = \begin{pmatrix} \vec{I}_1 & \vec{I}_2 \end{pmatrix}^T \quad \text{e} \quad \vec{O} = \begin{pmatrix} \vec{O}_1 & \vec{O}_2 \end{pmatrix}^T, \quad (1.15)$$

de forma que satisfaçam à seguinte relação $\vec{O} = S\vec{I}$, onde S é a matriz de espalhamento, $N \times N$, que descreve o sistema cavidade caótica mais estube. Também definimos que $\vec{E} = X\vec{D}$, tal que X é a matriz de espalhamento, $(M-N) \times (M-N)$, referente somente aos processos de espalhamento no estube como podemos ver na fig. (1.7). Definimos, também, U como a matriz de espalhamento, $M \times M$, da cavidade caótica sem o estube, desta forma podemos escrever que

$$\begin{pmatrix} \vec{O} \\ \vec{D} \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \vec{I} \\ \vec{E} \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{pmatrix}. \quad (1.16)$$

Manipulando o sistema obtido da eq. (1.16) chegamos à seguinte relação

$$\vec{O} = [U_{11} + U_{12}X(1 - U_{22}X)^{-1}U_{21}] \vec{I}, \quad (1.17)$$

de onde obtemos que

$$S = U_{11} + U_{12}X(1 - U_{22}X)^{-1}U_{21}. \quad (1.18)$$

Definindo as seguintes matrizes $U_{11} = TUT^\dagger$, $U_{12} = TUQ^\dagger$, $U_{21} = QUT^\dagger$, $U_{22} = QUQ^\dagger$ e $X = QRQ^\dagger$, onde temos que $T_{ij} = \delta_{ij}\mathbf{1}$ com dimensão $N \times M$ e $Q_{ij} = \delta_{i+N,j}\mathbf{1}$ com dimensão $(M - N) \times M$ e substituindo na eq. (1.18) podemos escrever a matriz de espalhamento S na forma final

$$S = TU(1 - RU)^{-1}T^\dagger. \quad (1.19)$$

Note que U é a matriz de espalhamento referente somente à cavidade caótica e é distribuída pelos ensembles puros, desta forma podemos considerar que a energia na cavidade seja nula. Toda informação que queremos adicionar ao modelo é introduzida pela matriz de espalhamento do estube $R = Q^\dagger XQ$, de forma que $X = e^{H(\epsilon, B, t)}$ [50]. A matriz $H(\epsilon, B)$ é uma matriz aleatória com entradas gaussianas e independentes, contendo as informações sobre a componente perpendicular do campo magnético $\vec{B}$, sobre a energia de Fermi ϵ e da interação spin-órbita.

A condição que temos que garantir para que o modelo de estube satisfaça à hipótese de ergodicidade exigida pela teoria de matrizes aleatória é que $M \gg N$. Também temos que garantir que os portadores de carga visitem todo espaço de fase tanto da cavidade caótica quanto do estube antes de sair do sistema, ou seja, $\tau_{dwell} \gg \tau_{erg}$. Desta forma a universalidade do processo de transmissão de carga não é afetada pela adição do estube no modelo.

O modelo de estube será usado no capítulo 4 para calcularmos a média da potência do ruído de disparo de uma cavidade caótica com barreiras arbitrárias e analisar como ocorre a quebra de simetrias através da aplicação de campos magnéticos.

1.3.4 Observáveis físicos

Durante a nossa discussão sobre transporte de carga em sistemas mesoscópicos podemos dizer que o cálculo da média da condutância não traz um conhecimento completo sobre os processos físicos envolvidos. A média da condutância de um ponto quântico é meramente a soma das resistências de contato em série, como descrito pela teoria de circuitos clássica, veja discussão na seção 1.2. Para completarmos

este conhecimento é necessário sabermos mais sobre as flutuações da corrente e os efeitos de interferência, pois neles estão realmente as informações mais contundentes sobre os efeitos quânticos presentes. Em busca dessa informação foi introduzido na área o conceito de *estatística de contagem de carga* [24]. Esta estatística tem como intuito entender o processo de transmissão de carga. Ela é descrita pela distribuição de probabilidade P_n de n cargas serem transmitidas pela amostra durante um tempo de observação T_0 .

Através de uma transformada de Fourier discreta de P_n , obtemos a função geratriz de cumulantes. Esta função é capaz de fornecer todos os observáveis físicos como condutância, potência do ruído de disparo e flutuações da corrente de maior ordem. Seguindo a ref. [51] podemos escrever a fórmula de Levitov no limite de baixas temperaturas, $eV \gg k_B T$, em função da matriz de transmissão t , eq. (1.10), da seguinte forma

$$-\ln \chi(\lambda) = -\frac{eVT_0}{h} \text{Tr} \ln(1 + (e^{i\lambda} - 1)tt^\dagger). \quad (1.20)$$

No próximo capítulo, faremos uma descrição mais detalhada desta equação. Derivadas desta função recuperam as equações obtidas do formalismo de Landauer deduzidas através do formalismo de matriz S . Defina a grandeza

$$q_j = -\frac{h}{eVT_0} \frac{d^j}{d(i\lambda)^j} [-\ln \chi(\lambda)] \Big|_{\lambda=0}. \quad (1.21)$$

A fórmula de Landauer para a condutância, $q_1 = g$, pode ser escrita da seguinte forma

$$g = \text{Tr}(tt^\dagger), \quad (1.22)$$

onde $g = G/G_Q$ é a condutância adimensional. Os autovalores da matriz $tt^\dagger$ formam o conjunto de autovalores de transmissão através da região espalhadora, denotados por $\{\tau_i; i = 1, \dots, N\}$. Quando $\tau_i = 1$ obtemos que $g = N$ que é a eq. (1.1) referente à condutância de um ponto de contato quântico.

Conceitualmente, o formalismo de Landauer inverteu o ponto de vista tradicional de tratar o campo de transporte como causa e o fluxo de corrente como uma consequência da aplicação deste campo. Neste formalismo, campos de transporte não homogêneos aparecem como resultado da injeção de portadores na região de espalhamento. Para acomodar este efeito foi introduzido o conceito de *reservatórios de cargas* que são conectados à região espalhadora S através de guias de onda contendo um certo número de canais abertos, fig. (1.8). Na região espalhadora os portadores

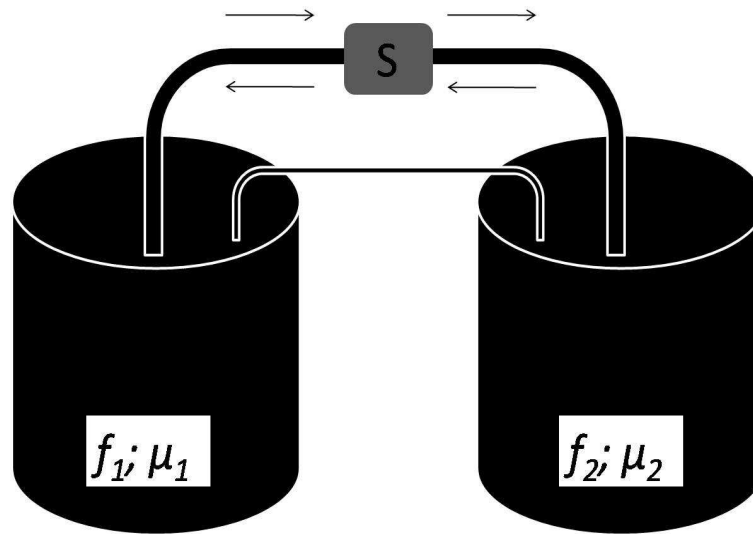


Figura 1.8: Representação do modelo de reservatórios do formalismo de Landauer. A região espalhadora S é conectada aos reservatórios por guias ideais contendo canais abertos. Os reservatórios estão em equilíbrio termodinâmico e são descritos por funções de distribuições dadas por $f_{1,2}$. Haverá fluxo de corrente através de S quando aplicarmos um gradiente eletroquímico. Este gradiente é devido à diferença entre os potenciais eletroquímicos dos reservatórios, neste caso teremos que $\mu_1 = \mu + \delta\mu$ e $\mu_2 = \mu$.

de carga sofrem inúmeros espalhamentos aleatórios conservando porém a coerência de fase.

Os reservatórios são formalmente descritos por funções de distribuições f_1 e f_2 , que dependem de potenciais eletroquímicos denotados como μ_1 e μ_2 , fig. (1.8). Se $f_1 = f_2 = 1$, isto significa que os níveis de energia em ambos os reservatórios estão completamente preenchidos. Neste caso não há fluxo de corrente e a variação da entropia no sistema também é nula, $\Delta\mathcal{S} = 0$. O fluxo de corrente somente ocorre na presença de uma força termodinâmica. A força termodinâmica é gerada por um gradiente eletroquímico, ou seja, quando há uma diferença entre os potenciais eletroquímicos dos reservatórios $\mu_1 = \mu + \delta\mu$ e $\mu_2 = \mu$. Desta forma podemos dizer que o reservatório 1 funciona como a fonte de partículas e o 2 como o dreno de partículas, ou também que o reservatório 2 é a fonte de buracos e o 1 é o dreno de buracos. A força termodinâmica que induz o fluxo de corrente também implica na produção de entropia de forma que neste caso $\Delta\mathcal{S} > 0$.

O reservatório é na verdade um objeto puramente conceitual, pois não pode ser contruído isoladamente num laboratório. Podemos no entanto inferir sua presença devido à necessidade de introduzir informações sobre irreversibilidade e dissipação que estão sempre presentes nos experimentos. No modelo de Landauer, a dissipação ocorre somente nos reservatórios e nunca nos guias nem na amostra.

A potência do ruído de disparo é o segundo cumulante da estatística de contagem, $q_2 = p$, e pode ser escrito da seguinte forma

$$p = \text{Tr} [tt^\dagger] - \text{Tr} [(tt^\dagger)^2] = g - h, \quad (1.23)$$

onde h é o segundo momento. Quando os autovalores de $tt^\dagger$ são $\tau_i = 1$ vemos que $p = 0$ em concordância com os resultados experimentais da fig. (1.3) para o ponto de contato quântico.

As flutuações da corrente de altas ordens também podem ser medidas experimentalmente [52] e contém informações fundamentais sobre o transporte de carga. O terceiro cumulante, $q_3 = \kappa$ é dado por

$$\kappa = \text{Tr} [tt^\dagger] - 3\text{Tr} [(tt^\dagger)^2] + 2\text{Tr} [(tt^\dagger)^3] = g - 3h + 2k, \quad (1.24)$$

onde k é o terceiro momento. O cumulante κ é conhecido como "skewness" e fornece a assimetria da distribuição de corrente ao redor do seu máximo. Os cumulantes são obtidos dos momentos subtraindo todos os subsequentes cumulantes de menor ordem. Eles também são conhecidos como momentos irreduzíveis e suas médias são definidas como

$$\langle\langle q_1 \rangle\rangle = \langle g \rangle, \langle\langle q_2 \rangle\rangle = \langle g \rangle - \langle h \rangle, \langle\langle q_3 \rangle\rangle = \langle g \rangle - 3\langle h \rangle + 2\langle k \rangle. \quad (1.25)$$

Na próxima seção, iremos fazer uma revisão dos resultados teóricos e experimentais mais recentes relacionados à estatística de contagem de carga, mostrando o grande interesse deste tema na literatura.

1.4 Resultados Recentes em Física Mesoscópica

Nesta seção, apresentaremos alguns resultados recentes referentes à estatística de contagem de carga e efeitos de interferência em barreiras de tunelamento e pontos quânticos. Esta revisão mostra a relevância destes temas e onde os resultados obtidos nessa tese se enquadram na literatura atual.

1.4.1 Estatística de contagem de carga

O primeiro sucesso da estatística de contagem de carga foi a comprovação experimental das previsões teóricas de Levitov-Losovik [24]. Eles estudaram o processo de transmissão de carga através de uma barreira de tunelamento, tal que a probabilidade de tunelamento pela barreira é representada por Γ , onde $0 \leq \Gamma \leq 1$. Neste caso, a distribuição de probabilidade de transmissão de carga, P_n , é uma distribuição binomial. Quando a probabilidade de ocorrer um evento de tunelamento é pequena, tal que $\Gamma \ll 1$, os eventos de tunelamento tornam-se descorrelacionados e a distribuição P_n passa a ser uma distribuição de Poisson.

A distribuição de Poisson tem uma característica peculiar: todos os seus cumulantes são iguais. Bomze [7] mediu o segundo e o terceiro cumulantes de carga em função da corrente que atravessa a amostra no limite $eV \simeq 4 \text{ eV} \gg k_B T$ ($T = 4,2 \text{ K}$), como podemos averiguar na fig. (1.9). A fig. (1.9) mostra uma dependência linear tanto para o segundo quanto para o terceiro cumulantes de função da corrente aplicada. Os dados experimentais estão em completo acordo com o comportamento esperado de um sistema poissoniano. Em um trabalho posterior os autores da ref. [8] mediram o terceiro cumulante fora do limite poissoniano. Eles fizeram medidas em todo o domínio de Γ , $0 \leq \Gamma \leq 1$. Podemos verificar na fig. (1.9) que os dados experimentais para $\Gamma \approx 0,3$ diferenciam-se ligeiramente do comportamento poissoniano. Na mesma figura, temos os dados para o segundo cumulante, onde se

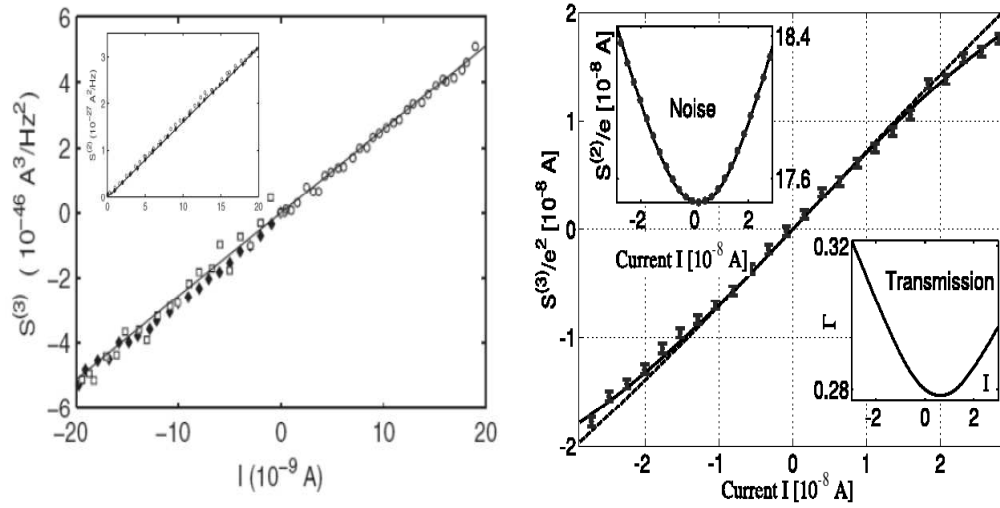


Figura 1.9: À esquerda mostramos dados experimentais do segundo e terceiros cumulantes da estatística de contagem de carga transferida em função da corrente que atravessa uma junção de tunelamento. Os dados mostram uma perfeita concordância com um sistema poissoniano. À direita mostramos o segundo e terceiro cumulantes em função da corrente de um sistema não poissoniano, neste caso a probabilidade de tunelamento $\Gamma \approx 0,3$ e tem uma flutuação da ordem de 10% no seu valor durante a variação da corrente. Note que os dados experimentais diferem do comportamento poissoniano (linha tracejada). Os gráficos foram tirados das refs. [7] e [8], respectivamente.

observa uma flutuação de no máximo 10% no valor de Γ durante todo processo de medição. Este sistema será analisado em detalhes na seção 2.1.1, onde calcularemos os quatro primeiros cumulantes da estatística de contagem de carga transmitida e suas distribuições de probabilidade.

Em pontos quânticos balísticos no limite de ruído de disparo $eV \gg k_B T$ ($T = 20 \text{ mK}$ e $V = 250 \mu\text{V}$), os métodos de medição da estatística de contagem de carga são capazes de medir cumulantes acima da terceira ordem. Na ref. [9] os autores apresentam dados experimentais para o quarto e quinto cumulantes da estatística de contagem de carga. Devido a dificuldades técnicas de detectar perfeitamente todos os eventos de tunelamento através dos contatos dos guias, há uma ligeira diferença entre os resultados teóricos e experimentais, veja fig. (1.10). Essa diferença pode ser corrigida introduzindo o conceito de taxa de detecção $\Gamma_{det} = 1/\langle\tau_{det}\rangle$

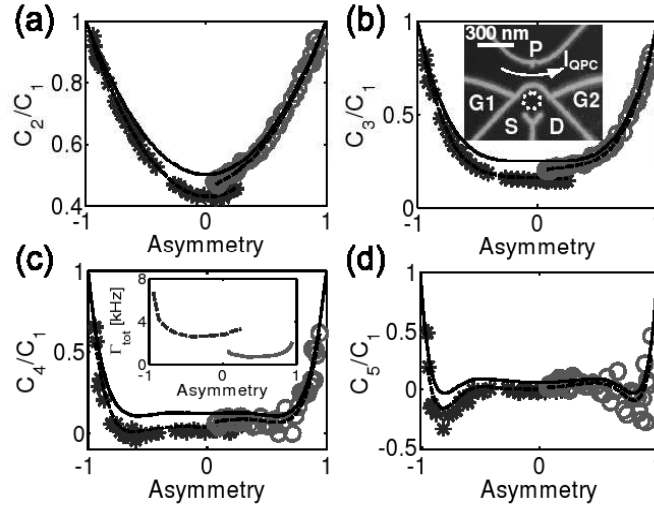


Figura 1.10: Apresentamos as medidas experimentais do segundo ao quinto cumulantes da estatística de contagem de carga de um ponto quântico no caso de junções de tunelamento. A linha contínua equivale aos resultados teóricos quando o detector de transmissão de carga é perfeito, ou seja, todos os eventos de tunelamento de carga para dentro ou para fora do ponto quântico são registrados pelo detector. Os dados experimentais estão ligeiramente deslocados da linha contínua, pois o detector não é perfeito. Se o tempo de tunelamento é significativamente menor que o tempo gasto para o detector registrar o evento de tunelamento, este pode não ser detectado. Este fato leva a uma correção na expressão teórica para detectores perfeitos. Os gráficos foram tirados da ref. [9].

[53]. O tempo τ_{det} é o tempo necessário para que o detector registre um evento de tunelamento de entrada ou saída do ponto quântico. Eventos que ocorrem em um tempo muito curto comparado a $\langle\tau_{det}\rangle$ podem não ser registrados pelo detector. Para pontos quânticos foi encontrado que $\langle\tau_{det}\rangle = 70 \mu s$, o que equivale a uma taxa de detecção de $\Gamma_{det} = 14 \text{ kHz}$. Utilizando o método desenvolvido na ref. [53], é possível calcular os cumulantes de carga corrigidos por fatores dependentes do parâmetro $k \equiv \Gamma_{det}/(\Gamma_S + \Gamma_D)$. Para o segundo cumulante mostra-se que

$$\frac{\langle\langle n^2 \rangle\rangle}{\langle\langle n \rangle\rangle} = \frac{1}{2}(1 + a^2) - \frac{k(1 - a^2)}{2(1 + k)^2}, \quad (1.26)$$

onde $a = (\Gamma_S - \Gamma_D)/(\Gamma_S + \Gamma_D)$, sendo $\Gamma_{S,D} = 1/\langle\tau_{S,D}\rangle$ as taxas de tunelamento

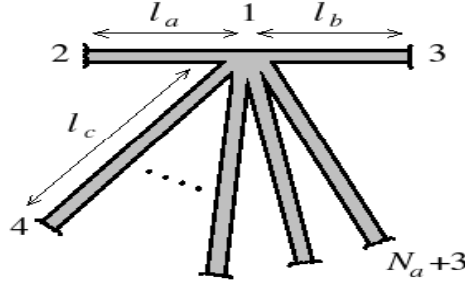


Figura 1.11: Esquema como um condutor quase-unidimensional com N fios conectados ao seu meio. A figura foi tirada da ref. [10].

pelos contatos de entrada (S) e saída (D) através do ponto quântico. Quando $k \rightarrow 0$, ou seja quando $\Gamma_S + \Gamma_D \gg \Gamma_{det}$, a equação tende para o caso de detecção perfeita estudado na seção 3.3.3.

1.4.2 Efeitos de interferência

Recentemente os autores da ref. [10] estudaram uma rede de fios difusivos quase unidimensional com múltiplos terminais e com simetrias de reversão temporal e de rotação de spin. Em princípio, a rede é equivalente a uma rede de resistências clássicas, para a qual a contribuição dominante da condutância é dada pela condutância de Drude, T^{cl} . Contudo, há uma contribuição adicional conhecida como correção de localização fraca da condutância [40], que é devido às interferências quânticas. A correção de localização fraca da condutância é proporcional a $P_c(x, x)$, onde o cooperon $P_c(x, x)$ representa a contribuição dos pares de trajetórias revertidas no tempo para a probabilidade de retorno. Estes autores propuseram que o sinal da correção de localização fraca da condutância da rede de fios difusivos pode sofrer uma mudança de sinal. O efeito foi demonstrado ser de origem puramente geométrica. Mais especificamente, seja $\langle T_{\alpha, \beta} \rangle = T_{\alpha, \beta}^{cl} + \delta T_{\alpha, \beta} + \dots$ a média sobre a probabilidade de transmissão de carga através da rede de fios difusivos do terminal β para o terminal α , foi mostrado que o termo de localização fraca é dado por $\delta T_{\alpha, \beta} \propto \sum_{\mu\nu} \frac{\partial T_{\alpha, \beta}^{cl}}{\partial l_{\mu\nu}} \int_{(\mu\nu)} dx P_c(x, x)$, onde $l_{\mu\nu}$ é o comprimento do fio difusivo ($\mu\nu$) que compõem a rede e $T_{\alpha, \beta}^{cl}$ é a probabilidade de transmissão da contribuição clássica. Para um sistema com N fios plugados no meio de um condutor quase-unidimensional, como na fig. (1.11), a correção de localização fraca das transmissões que atravessam

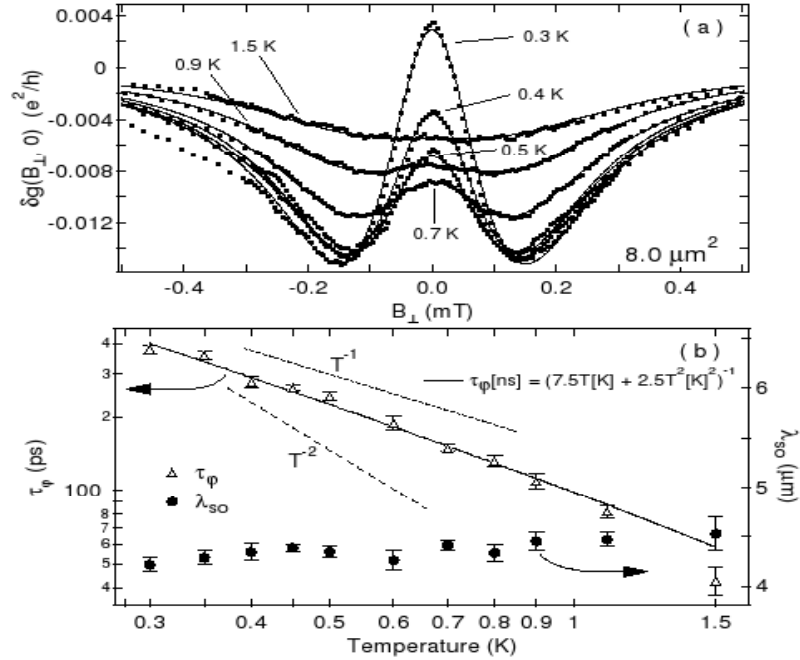


Figura 1.12: O gráfico do topo mostra a correção de localização fraca da condutância de um ponto quântico em função da componente perpendicular do campo magnético externo, $B_{\perp}$, aplicado à superfície do ponto. O gráfico à baixo mostra como o acoplamento spin-órbita, λ_{SO} , varia com o aumento da temperatura do ponto quântico. Vemos que à medida que variamos a taxa de acoplamento spin-órbita, λ_{SO} , há uma mudança gradual da correção de localização fraca da condutância para a correção de antilocalização fraca da condutância. Também podemos ver que ambas as correções são suprimidas pelo campo magnético perpendicular $B_{\perp}$. Os gráficos foram tirados da ref. [11].

o condutor é dada por

$$\delta T = \frac{1}{3}(-1 + N/4). \quad (1.27)$$

Quando $N = 0$ recuperamos o resultado para um fio quase unidimensional, $\delta T = -1/3$ [3]. Podemos perceber que a geometria induz uma mudança de sinal quando $N > 4$. Fisicamente, isto é devido aos múltiplos retroespalhamentos coerentes na rede podendo induzir uma transmissão correlacionada.

Em condutores mesoscópicos, o retroespalhamento associado a trajetórias de elétrons revertidas no tempo, além de causarem a correção de localização fraca da condutância em amostras com simetrias de reversão temporal e de rotação de spin, também causam a correção de antilocalização fraca da condutância quando a simetria de reversão temporal é preservada, mas a simetria de rotação de spin é quebrada devido a interação spin-órbita [54]. Se o ponto quântico for colocado na presença de um campo magnético perpendicular à sua superfície, tanto a localização quanto a antilocalização fraca irão desaparecer devido à quebra de simetria de reversão temporal. Outro fato interessante é a transição gradual da localização fraca para a antilocalização fraca que ocorre quando introduzimos no sistema a interação spin-órbita. Estes regimes são conhecidos com regime de crossover e serão estudados nesta tese nos capítulos 4 e 5. O regime de crossover foi analisado experimentalmente pelos autores da ref. [11]. Eles comprovaram o comportamento das correções de localização e antilocalização fraca na presença de um campo magnético perpendicular $B_{\perp}$ e da interação spin-órbita λ_{SO} . Na fig. (1.12) podemos ver como a localização fraca se transforma gradualmente em antilocalização fraca a medida que incrementamos λ_{SO} e depois desaparece devido ao incremento do de $B_{\perp}$.

Com os resultados apresentados nesta seção esperamos ter ilustrado de forma convincente a relevância atual da física mesoscópica. Todos estes resultados estão ligados diretamente com os estudos desenvolvidos nesta tese. Há outros artigos relevantes que não foram expostos, mas que sugerimos aos leitores como um complemento desta seção [14, 55, 56, 57, 58].

Capítulo 2

Estatística de Contagem de Carga e Teoria de Circuitos

Muito antes da física mesoscópica atingir o patamar atual, a ótica quântica já havia desenvolvido uma descrição estatística para a contagem de fótons que ocupam certos estados quânticos [12]. Os bósons têm uma função de onda simétrica, permitindo mais de um fóton ocupar o mesmo nível de energia. A ocupação destes níveis pode estar sujeita a flutuações térmicas, devido a aplicação de campos eletromagnéticos externos, e a flutuações quânticas. As flutuações quânticas são espontâneas, um exemplo bastante conhecido é o corpo negro que continuamente emite e absorve fótons mesmo a baixas temperaturas.

Em um experimento simples, n fótons são emitidos através de um estímulo externo e absorvidos por um fotodetector onde serão contados durante um tempo T_0 de observação. Os dados passam por uma análise estatística gerando a função distribuição de probabilidade P_n para a detecção de n fótons. Esta *estatística de contagem de fótons* descreve completamente o processo de emissão de n fótons de certos níveis de energia durante um tempo T_0 de observação. É importante notar que o método de detecção é direto, ou seja, os fótons são absorvidos durante a contagem.

Mas, diferentemente dos fótons, os elétrons são submetidos ao princípio de exclusão de Pauli que permite que somente um elétron ocupe um certo nível de energia. Isto ocorre porque as funções de onda que descrevem os férmions são antisimétricas. Temos portanto uma diferença drástica entre bósons e férmions, o que impede a utilização do mesmo mecanismo de contagem nos dois sistemas.

Os primeiros a trazerem o conceito de estatística de contagem para a linguagem da física mesoscópica foram Levitov e Lesovik [59, 60]. O principal pro-

blema enfrentado pelos autores foi elaborar um método eficiente de detecção de elétrons além de entender como esta informação poderia ser introduzida no modelo microscópico. O processo de medição teria que ser indireto, pois os elétrons não podem ser absorvidos no ato da contagem.

A grande idéia destes autores foi introduzir uma variável de spin fictícia acoplada ao campo magnético gerado pela corrente que atravessa o sistema mesoscópico de forma que o ângulo de precessão do spin seja proporcional ao número de cargas que atravessa a amostra durante um tempo de observação T_0 . Este modelo é conhecido como *galvanômetro de spin*. Sua principal vantagem é que o processo de medição é introduzido diretamente no formalismo e além disso o mecanismo de detecção é estendido no tempo, pois se trata de uma detecção indireta. Não há como fazer uma medida direta de elétrons como a que se faz com fótons.

2.1 Estatística de Contagem

O objetivo da estatística de contagem é descrever completamente o processo de transporte de carga em sistemas mesoscópicos, dado que este esteja mantido a uma diferença de potencial fixa V como mostrado na fig. (2.1). A função de interesse é a distribuição de probabilidade P_n de que n partículas sejam transmitidas num intervalo de tempo T_0 de observação. Os elétrons são injetados no sistema com frequência eV/h e transmitidos a uma taxa variável $I(t)/e$, sendo assim o número de elétrons transmitidos é dado por $n = \int_0^{T_0} dt \frac{I(t)}{e}$. É conveniente escrever a função distribuição de probabilidade da seguinte forma

$$P_n(\{\tau\}) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\lambda}{2\pi} \chi(\lambda; \{\tau\}) e^{-in\lambda}, \quad (2.1)$$

para podermos introduzir o conceito de *função característica* $\chi(\lambda; \{\tau\})$. Na equação acima $\{\tau_i; i = 1, \dots, N\}$ denota o conjunto de autovalores de transmissão que são responsáveis pela aleatoriedade do processo. Tomando a operação de Fourier inversa da eq. (2.1) podemos escrever a função característica como uma série de Fourier

$$\chi(\lambda; \{\tau\}) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n(\{\tau\}) e^{in\lambda}, \quad (2.2)$$

onde é possível perceber que $\chi(\lambda; \{\tau\})$ tem período 2π no *campo de contagem* λ e deve satisfazer à condição de normalização $\chi(0; \{\tau\}) = 1$. O campo de contagem

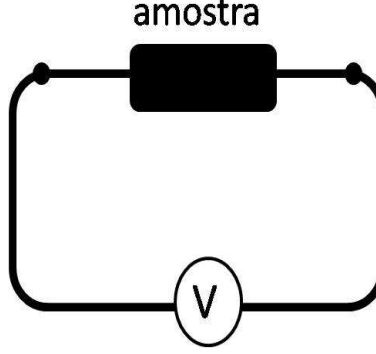


Figura 2.1: Nesta figura mostramos um circuito simples composto por uma amostra mesoscópica em série com uma fonte que mantém uma diferença de potencial fixa V . Nestas condições a corrente que passa pela amostra pode sofrer flutuações.

está relacionado ao ângulo de precessão do spin que atua como o contador de cargas transmitidas pelo sistema mesoscópico no modelo do galvanômetro de spin.

Como estamos interessados na análise de sistemas mesoscópicos que contêm dinâmica caótica e impurezas espalhadoras, os autovalores de transmissão podem ser considerados variáveis aleatórias dependentes da estrutura da amostra. No regime semiclássico, caracterizado por um grande número de canais abertos $N \gg 1$ nos guias conectados à cavidade caótica, e garantindo que o tempo de permanência da partícula na cavidade seja maior que o tempo ergódico, $\tau_{dwell} \gg \tau_{erg}$, podemos obter a distribuição destes autovalores de transmissão a partir da teoria de matrizes aleatórias [23]. Realizando a média sobre o ensemble de autovalores de transmissão podemos reescrever a função característica média como

$$\chi(\lambda) \equiv \langle \chi(\lambda; \{\tau\}) \rangle = \langle e^{-\Phi(\lambda; \{\tau\})} \rangle, \quad (2.3)$$

onde $\Phi(\lambda; \{\tau\})$ é a *função geratriz de cumulantes* da estatística de contagem obtida por Levitov-Losovik e que é dada por

$$\Phi(\lambda; \{\tau\}) = -M_0 \sum_{j=1}^N \ln(1 + \tau_j(e^{i\lambda} - 1)), \quad (2.4)$$

onde $M_0 = eVT_0/h$ é o número de tentativas de transmissão por canal aberto durante um tempo T_0 de observação. Como estamos somente interessados no limite

semiclássico, podemos desconsiderar as correlações entre os autovalores de transmissão e usar uma aproximação de campo médio, de forma que

$$\langle e^{-\Phi(\lambda; \{\tau\})} \rangle \equiv e^{-\langle \Phi(\lambda; \{\tau\}) \rangle}. \quad (2.5)$$

A média sobre o ensemble pode ser expandida em uma série de potências em N . O termo predominante é a contribuição semiclássica de ordem $\mathcal{O}(N)$, o segundo termo é devido a efeitos de interferência de ordem $\mathcal{O}(1)$ e os seguintes são de ordem $\mathcal{O}(N^{-k})$ e serão descartados devido à hipótese inicial de que $N \gg 1$. A contribuição devido aos efeitos de interferência de ordem $\mathcal{O}(1)$ será abordada em detalhes nos próximos capítulos, aqui iremos ficar restritos à contribuição semiclássica, de forma que podemos escrever

$$\Phi(\lambda) \equiv \langle \Phi(\lambda; \{\tau\}) \rangle = -M_0 S(\lambda), \quad (2.6)$$

onde

$$S(\lambda) = \int_0^1 d\tau \rho(\tau) \ln(1 + \tau(e^{i\lambda} - 1)), \quad (2.7)$$

no qual $\rho(\tau) = \sum_{j=1}^N \langle \delta(\tau - \tau_j) \rangle$ é a densidade média de autovalores de transmissão. Tomando o logaritmo da função característica média, eq. (2.3), e expandindo em uma série de potências em λ podemos reescrevê-la em função dos cumulantes de carga, tal que

$$\ln(\chi(\lambda)) = -\Phi(\lambda) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-i\lambda)^k}{k!} \langle \langle n^k \rangle \rangle. \quad (2.8)$$

Dessa expressão podemos confirmar que os cumulantes de carga da estatística de contagem são obtidos derivando a função geratriz média, ou seja

$$\langle \langle n^k \rangle \rangle = -\frac{d^k}{d(i\lambda)^k} \Phi(\lambda) \Big|_{\lambda=0} = M_0 \frac{d^k S(\lambda)}{d(i\lambda)^k} \Big|_{\lambda=0}. \quad (2.9)$$

A distribuição de probabilidades média pode ser obtida a partir da eq. (2.1) no limite semiclássico [61] da seguinte forma

$$P_n \equiv \langle P_n(\{\tau\}) \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\lambda}{2\pi} \langle \chi(\lambda; \{\tau\}) \rangle e^{-in\lambda}. \quad (2.10)$$

Usando as operações acima, podemos reescrever a distribuição de probabilidades em função da função geratriz de cumulantes $S(\lambda)$:

$$P_n = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\lambda}{2\pi} e^{M_0 S(\lambda) - in\lambda}. \quad (2.11)$$

O resultado fundamental desta seção é que para obter a *estatística de contagem de cargas transmitidas* é necessário saber quem é a função geratriz $S(\lambda)$. A partir dela, calcula-se a *distribuição de probabilidades de cargas transmitidas*, eq. (2.11), e os cumulantes da estatística de contagem eq. (2.9). É importante salientar que $S(\lambda)$ está diretamente relacionada à densidade de autovalores de transmissão, eq. (2.7), que será tópico de nossos estudos na seção 2.3.3.

2.1.1 Flutuações de cargas transmitidas para uma barreira de tunelamento

Um exemplo de fundamental importância no estudo de sistemas mesoscópicos é o condutor com $N \gg 1$ canais abertos conectado a uma barreira de tunelamento. A estatística de contagem desse sistema foi obtida pela primeira vez na ref. [59]. Como comentado anteriormente, precisamos obter a função geratriz do sistema $S(\lambda)$. Nesse caso específico a densidade de autovalores de transmissão é conhecida e dada por uma soma de funções delta de Dirac, $\rho(\tau) = \sum_{j=1}^N \delta(\tau - \Gamma_j)$. Da eq. (2.7) obtemos que

$$S(\lambda) = \sum_{j=1}^N \ln(1 + \Gamma_j (e^{i\lambda} - 1)), \quad (2.12)$$

onde Γ_j é a *probabilidade de tunelamento das partículas pelo canal j da barreira*, o seu valor varia no intervalo $0 \leq \Gamma \leq 1$. Substituindo a eq. (2.12) na eq. (2.9) podemos obter os quatro primeiros cumulantes da estatística de contagem de cargas transmitidas neste sistema, que são dados por

$$\langle\langle n \rangle\rangle = M_0 \sum_{j=1}^N \Gamma_j, \quad (2.13)$$

$$\langle\langle n^2 \rangle\rangle = M_0 \sum_{j=1}^N \Gamma_j (1 - \Gamma_j), \quad (2.14)$$

$$\langle\langle n^3 \rangle\rangle = M_0 \sum_{j=1}^N \Gamma_j (1 - \Gamma_j) (1 - 2\Gamma_j), \quad (2.15)$$

$$\langle\langle n^4 \rangle\rangle = M_0 \sum_{j=1}^N \Gamma_j (1 - \Gamma_j) (1 - 6\Gamma_j + 6\Gamma_j^2). \quad (2.16)$$

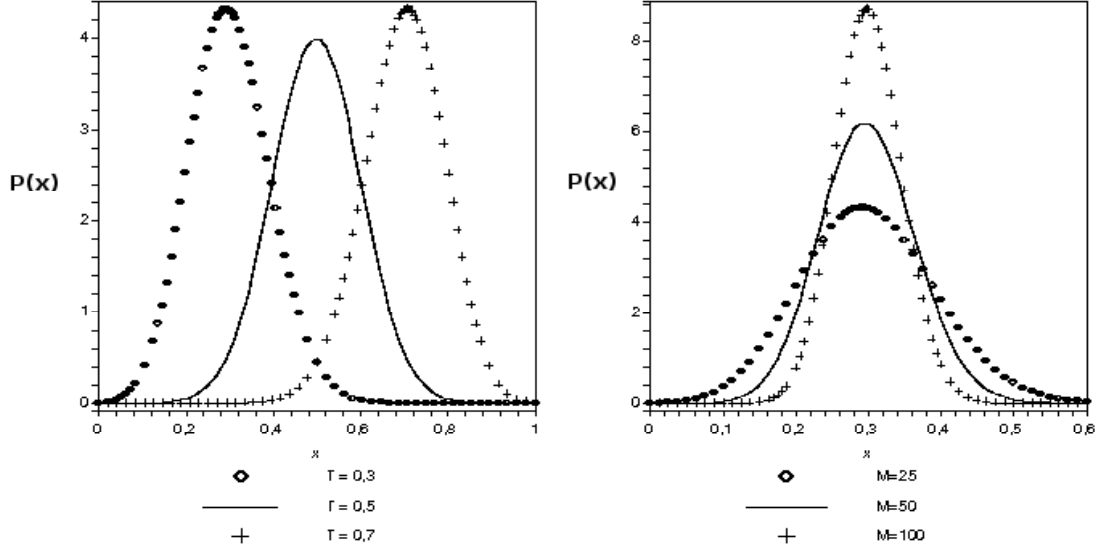


Figura 2.2: Os gráficos mostram a distribuição de probabilidades de transmissão de carga, que é dada por uma distribuição binomial, em função da variável aleatória x , eq. (2.19). À esquerda mantemos $\mathcal{M} = 25$ e variamos a probabilidade de tunelamento Γ . À direita fixamos $\Gamma = 0,3$ e variamos o número de tentativas de transmissão de carga $\mathcal{M}$.

Outro resultado importante a ser obtido é a distribuição de probabilidades de cargas transmitidas, eq. (2.11). Substituindo a eq. (2.12) na eq. (2.11) e supondo que todos os canais abertos têm a mesma probabilidade de tunelamento pela barreira, podemos escrever que

$$P_n = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\lambda}{2\pi} e^{M_0 N \ln(1+\Gamma(e^{i\lambda}-1)) - in\lambda}. \quad (2.17)$$

Neste ponto, podemos usar um método numérico para obter gráficos da função distribuição de probabilidades. Como estamos interessados no limite semiclássico, onde temos um grande número de tentativas de transmissão de carga $\mathcal{M} \gg 1$, podemos usar a *aproximação de ponto de sela* e obter um resultado analítico para a distribuição de probabilidades [62]:

$$\mathcal{P}(x) = \sqrt{\frac{\mathcal{M}}{2\pi x(1-x)}} \frac{(1-x)^{x\mathcal{M}-\mathcal{M}}}{x^{x\mathcal{M}}} \Gamma^{x\mathcal{M}} (1-\Gamma)^{\mathcal{M}-\mathcal{M}x}, \quad (2.18)$$

onde definimos a variável $\mathcal{M} = M_0 N$ que é o número total de tentativas de transmissão em um dado tempo T_0 de observação e a variável aleatória normalizada $x = n/\mathcal{M}$ que pode ser interpretada como o número de cargas transmitidas por tentativa. A eq. (2.18) pode ser reescrita na forma de uma *distribuição binomial* [63]

$$\mathcal{P}(x) = \mathcal{M} \binom{\mathcal{M}}{\mathcal{M}x} \Gamma^{\mathcal{M}x} (1-\Gamma)^{\mathcal{M}-\mathcal{M}x}, \quad (2.19)$$

cujo gráfico é apresentado na fig. (2.2). Detalhes do método do ponto de sela são apresentados no apêndice-A. Quando consideramos que os eventos de tunelamento são muito raros, ou seja, que a probabilidade de tunelamento é muito pequena, $\Gamma \ll 1$, a eq. (2.19) pode ser reescrita na forma de uma *distribuição de Poisson* [64], dada por

$$\mathcal{P}(x) = \mathcal{M} \frac{\mathcal{M}^{\mathcal{M}x}}{(\mathcal{M}x)!} e^{-\mathcal{M}}, \quad (2.20)$$

onde o parâmetro Γ foi absorvido pelo fator $\mathcal{M}$. É interessante notar que nesse caso todos os cumulantes de carga da estatística de contagem são iguais $\langle\langle n^k \rangle\rangle = \mathcal{M} \equiv \mathcal{M}\Gamma$. Esse fato foi comprovado experimentalmente na ref. [7], onde foi medido pela primeira vez o terceiro cumulante da estatística de contagem de cargas transmitidas em uma junção de tunelamento. Essa medida comprova que realmente a distribuição é do tipo Poisson quando $\Gamma \ll 1$.

Nosso objetivo é analisar a estatística de contagem de carga para uma cavidade caótica com contatos arbitrários, e portanto teremos que obter sua função geratriz. Veremos na próxima seção que $S(\lambda)$ pode ser obtida de uma forma prática através da teoria de circuitos, sem, necessariamente, termos de calcular a densidade de autovalores de transmissão.

2.2 Teoria de Circuitos

Há duas maneiras independentes de se construir uma teoria quântica de circuitos: a versão de Keldysh [65], que utiliza a teoria de funções de Green quase-clássicas e a versão supersimétrica [26], baseada na estrutura do ponto de sela do

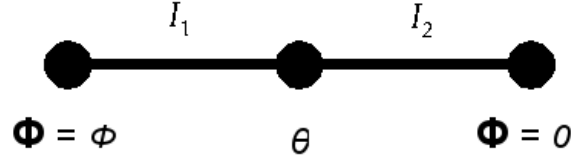


Figura 2.3: Representação do circuito. Os reservatórios são representados pelos pontos ou nós nos extremos e seus pseudopotenciais são conhecidos e mantidos fixos. O nó central representa a cavidade caótica e contém um pseudopotencial θ desconhecido. Os contatos são as duas linhas que fazem a conexão entre os nós.

modelo sigma não-linear supersimétrico. Nas próximas seções, faremos uma breve apresentação de cada uma delas.

2.2.1 Teoria matricial

Um dos modelos de grande sucesso na física mesoscópica é a teoria de circuitos proposta por Nazarov [66]. Nessa teoria o formalismo de funções de Green de Keldysh é usado para descrever a dinâmica eletrônica e o processo de medição no limite semiclássico. Desprezando correções devido a efeitos de interferência, mostra-se que o formalismo de Keldysh leva a uma equação de difusão matricial com condições de contorno não triviais. A vantagem deste formalismo é que ao final deste processo dedutivo é possível definir uma corrente matricial que preserva certas leis de conservação.

Utilizando a aproximação de elemento finito podemos construir uma teoria de circuitos quântica que é baseada na conservação de uma corrente matricial que passa pelos componentes do circuito que são definidos como: terminais, conectores e o nó, veja fig. (2.3). A função geratriz de cumulantes $S(\vec{\lambda})$ é dada pela soma das contribuições de cada conector contido no circuito $S(\vec{\lambda}) = \sum_{ij} S_{ij}(\lambda)$, onde

$$S_{ij}(\lambda) = -\frac{T_0}{2\pi} \sum_{ij} \int d\epsilon \, \text{Tr} \left[\ln \left(1 + \frac{1}{4} \Gamma_{ij} (\{ \check{G}_i(\epsilon, \lambda), \check{G}_j(\epsilon, \lambda) \} - 2) \right) \right]. \quad (2.21)$$

Para obtermos $S_{ij}(\lambda)$ precisamos saber quem são as funções de Green $\check{G}_i(\epsilon, \lambda)$, nos reservatórios e nos nós. Os reservatórios são descritos pelas seguintes funções de Green isotrópicas matriciais

$$\check{G}_k = \begin{pmatrix} 1 - 2f_k(\epsilon) & -2f_k(\epsilon)e^{-i\lambda} \\ 2(f_k(\epsilon) - 1)e^{i\lambda} & 2f_k(\epsilon) - 1 \end{pmatrix}, \quad (2.22)$$

onde

$$f_k(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon - eV_k)/k_B T} + 1} \quad (2.23)$$

é a função distribuição de Fermi que introduz informações macroscópicas relevantes sobre o sistema tais como o potencial eletroquímico e a temperatura na função de Green matricial. Se os potenciais eletroquímicos em ambos os reservatórios são iguais não haverá fluxo de corrente através do ponto quântico. Só haverá fluxo de corrente quando existir uma ligeira diferença entre os potenciais eletroquímicos dos reservatórios, fig. (1.8).

Os conectores são caracterizados por uma corrente matricial que depende da probabilidade de tunelamento pelas barreiras. Esta corrente pode ser escrita da seguinte forma

$$\check{I}_{ij} = \sum_n \frac{\Gamma_n^{ij} [\check{G}_i, \check{G}_j]}{4 + \Gamma_n^{ij} (\{\check{G}_i, \check{G}_j\} - 2)}. \quad (2.24)$$

A corrente matricial satisfaz uma lei de Kirchhoff quântica nos nós do circuito:

$$\sum_i \check{I}_{ij} = 0. \quad (2.25)$$

Estabelecendo a condição de normalização da teoria quase-clássica, $\check{G}_i^2 = 1$, podemos encontrar a função de Green matricial que descreve cada nó através da lei de conservação acima. Dessa forma, podemos calcular finalmente a função geratriz de cumulantes através da eq. (2.21).

Aplicações desse procedimento estão apresentados com grandes detalhes nas refs. [5, 13, 45]. Agora daremos atenção à teoria de circuitos escalar onde analisaremos a densidade de autovalores de transmissão de cavidades caóticas e estudaremos a recente proposta de uma transição quântica nestes sistemas [42].

2.3 Teoria de Circuitos Escalar

Como a teoria matricial é deduzida de um modelo quase-clássico, o cálculo exato da corrente matricial nos conectores apresenta dificuldades relacionadas à

perda de validade das equações de transporte na proximidade das fronteiras e interfaces, onde os efeitos quânticos tornam-se dominantes. Isso implica que o uso desse modelo em alguns sistemas torna-se injustificável. A solução para esse problema foi dada por Macêdo [26] após formular a teoria de circuito escalar a partir do ponto de sela do modelo sigma não-linear supersimétrico.

A aproximação de ponto de sela do modelo sigma não-linear supersimétrico absorve toda informação semiclássica relevante sem a necessidade de hipóteses adicionais para realizar a média sobre a dinâmica caótica do sistema mesoscópico, retirando assim qualquer ambigüidade sobre os limites de aplicação da teoria.

No limite semiclássico que é definido por um grande número de canais abertos, $N \gg 1$, a teoria de circuitos escalar é bastante conveniente para acessar informações contidas na densidade de autovalores de transmissão, ou melhor, a estatística de contagem de carga. Novamente podemos considerar a aproximação de elemento finito de forma que o circuito possa ser decomposto em terminais, conectores e nós. Os conectores são submetidos a uma pseudocorrente dada por

$$I(\phi) = \sin(\phi)F(\phi); \quad F(\phi) = \int_0^1 d\tau \frac{\rho(\tau)\tau}{1 - \tau \sin^2(\phi/2)}. \quad (2.26)$$

Tal que os pseudopotenciais, ϕ , nos reservatórios são conhecidos e mantidos fixos, como podemos ver na fig. (2.3). A pseudocorrente satisfaz à seguinte lei de Kirchhoff quântica nos nós

$$I(\phi) = I_1(\phi - \theta_1) = I_2(\theta_1 - \theta_2) = \dots = I_m(\theta_{m-1}) \quad (2.27)$$

onde m é o número de conectores e $m - 1$ é o número de nós que representam as cavidades caóticas no circuito. A partir da lei de conservação da pseudocorrente podemos encontrar o pseudopotencial nos nós do circuito. A relação corrente-voltagem contendo a informação sobre a probabilidade de tunelamento das barreiras é dada por

$$I_j(\phi) = \sum_{i=1}^{N_j} \frac{2\Gamma_j^{(i)} \tan(\phi/2)}{1 + (1 - \Gamma_j^{(i)}) \tan^2(\phi/2)}, \quad (2.28)$$

onde $\Gamma_j^{(i)}$ e N_j são o coeficiente de transmissão do canal i da barreira e o número total de canais abertos no conector j , respectivamente.

2.3.1 Conexão com estatística de contagem

A pseudocorrente pode ser usada para calcular os cumulantes da estatística de contagem de carga, pois há uma relação direta entre ela e a função geratriz $S(\lambda)$, eq. (2.7). Para chegarmos a essa relação vamos definir a função auxiliar

$$g(\varepsilon) \equiv -i \frac{\partial S(\lambda)}{\partial \lambda} \Big|_{e^{i\lambda}=1-\varepsilon^2} = \int_0^1 d\tau \frac{(1-\varepsilon^2)\rho(\tau)\tau}{1-\varepsilon^2\tau}. \quad (2.29)$$

Esta função auxiliar foi primeiramente utilizada na ref. [51] e estabelece uma extensão interessante do domínio de validade do modelo sigma para incorporar a região de fraca interação Coulombiana no limite semiclássico. Das eqs. (2.7), (2.26) e (2.29), percebemos que a função $g(\varepsilon)$ pode ser construída diretamente da pseudocorrente

$$g(\varepsilon) = (1-\varepsilon^2)F(\phi) \Big|_{\sin(\phi/2)=\varepsilon}, \quad (2.30)$$

ou seja,

$$g(\varepsilon) = \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{2\varepsilon} I(\phi) \Big|_{\sin(\phi/2)=\varepsilon}. \quad (2.31)$$

Através das eqs. (2.29) e (2.31) podemos encontrar uma relação direta entre a pseudocorrente e a função geratriz dada por

$$I(\phi) \equiv -2 \frac{\partial}{\partial \phi} S(\lambda) \Big|_{e^{i\lambda}=\cos^2(\phi/2)}. \quad (2.32)$$

Fazendo uso da eq. (2.9) e das mudanças de variáveis apropriadas podemos obter os cumulantes da estatística de contagem de carga diretamente da função auxiliar através da relação

$$\langle \langle n^{l+1} \rangle \rangle = M_0 \left(\frac{\varepsilon^2 - 1}{2\varepsilon} \frac{d}{d\varepsilon} \right)^l g(\varepsilon) \Big|_{\varepsilon=0}. \quad (2.33)$$

Invertendo a eq. (2.29), podemos escrever a função geratriz de cumulantes como a integral de $g(\varepsilon)$:

$$S(\lambda) = i \int_0^\lambda d\lambda' g(\varepsilon) \Big|_{\varepsilon^2=1-e^{i\lambda'}}. \quad (2.34)$$

Deste modo, estabelecemos uma conexão direta entre a estatística de contagem e a teoria de circuito escalar. No capítulo 3, faremos diversas aplicações deste método para estudar a estatística de contagem de uma cavidade caótica com barreiras arbitrárias. Antes vamos entender como abordar esse mesmo sistema via teoria de circuitos e analisar como a emergência de modos de Fabry-Perot na cavidade afeta a densidade de autovalores de transmissão.

2.3.2 Cavidade caótica com barreiras arbitrárias

O caso de interesse nesta tese está esquematizado na fig. (2.3) onde os canais abertos de cada conector têm a mesma probabilidade de tunelamento pela barreira. A eq. (2.28) pode ser reescrita como

$$I_j(\phi) = \frac{2N_j\Gamma_j \tan(\phi/2)}{1 + (1 - \Gamma_j) \tan^2(\phi/2)}, \quad j = 1, 2. \quad (2.35)$$

A lei de conservação da pseudocorrente dada pela eq. (2.27) simplifica-se da seguinte forma quando fazemos $m = 2$

$$I(\phi) = I_1(\phi - \theta) = I_2(\theta). \quad (2.36)$$

Substituindo a eq. (2.35) na eq. (2.36) temos que

$$\frac{2N_1\Gamma_1 \tan(\phi/2 - \theta/2)}{1 + (1 - \Gamma_1) \tan^2(\phi/2 - \theta/2)} = \frac{2N_2\Gamma_2 \tan(\theta/2)}{1 + (1 - \Gamma_2) \tan^2(\theta/2)}. \quad (2.37)$$

Introduzindo as novas variáveis $\xi = \tan \theta/2$ e $\eta = \tan \phi/2$ que estão relacionadas com os pseudopotenciais no nó e nos reservatórios respectivamente, podemos reescrever a eq. (2.37) na forma de um polinômio de quarta ordem

$$\begin{aligned} & N_1\Gamma_1(1 - \Gamma_2)\eta\xi^4 + [N_1\Gamma_1 + N_2\Gamma_2 - (N_1 + N_2)\Gamma_1\Gamma_2 \\ & + \eta^2(N_1\Gamma_1\Gamma_2 + N_2\Gamma_2 - N_1\Gamma_1)]\xi^3 + (N_1 + 2N_2)\Gamma_1\Gamma_2\eta\xi^2 \\ & + [N_1\Gamma_1 + N_2\Gamma_2 - \eta^2(N_1\Gamma_1 - N_2\Gamma_2 + N_2\Gamma_1\Gamma_2)]\xi - N_1\Gamma_1\eta = 0. \end{aligned} \quad (2.38)$$

A solução física desta equação, denotada por ξ_{sol} , determina a relação corrente-voltagem da cavidade caótica, ou seja

$$I(\phi) = \frac{2N_2\Gamma_2\xi_{sol}}{1 + (1 - \Gamma_2)\xi_{sol}^2}, \quad (2.39)$$

Vimos até aqui que o problema se resume em encontrar a correta solução física de uma equação polinomial de quarta ordem. Obtido o valor de ξ_{sol} podemos calcular a pseudocorrente e assim obter a função geratriz de cumulantes $S(\lambda)$ usando as eqs. (2.31) e (2.34).

2.3.3 Densidade de autovalores de transmissão e densidade de ressonâncias de Fabry-Perot

Um importante conceito da teoria de transporte em cavidades caóticas abertas é a *densidade de autovalores de transmissão* definida por $\rho(\tau) = \sum_{j=1}^N \langle \delta(\tau - \tau_j) \rangle$. Esta grandeza contém toda informação relevante para calcularmos a média de observáveis de transporte como a condutância e a potência do ruído de disparo ou qualquer momento da estatística de contagem, veja eq. (2.7). Uma análise completa de $\rho(\tau)$ todavia não é trivial.

No limite semiclássico, definido por um grande número de canais abertos, a função distribuição de probabilidade do sistema adquire uma forma gaussiana e o valor médio obtido neste limite para a densidade de autovalores de transmissão fornece toda a informação estatística que necessitamos. Neste limite $\rho(\tau)$ exibe uma característica muito peculiar: há uma singularidade para $\tau = 1$ que sinaliza a formação de ressonâncias de Fabry-Perot dentro da cavidade caótica devido a múltiplas reflexões nos contatos como havíamos discutido na seção 1.2.

Um estudo detalhado deste fenômeno foi apresentado na ref. [42] que demonstrou que os modos de Fabry-Perot, identificados como uma singularidade do tipo inverso de raiz quadrada na densidade de autovalores, podem ser usados como um parâmetro de ordem de uma transição quântica de segunda ordem, simplesmente variando a intensidade das barreiras de transmissão. Nesta seção, vamos fazer um apanhado geral desses resultados. Inicialmente vamos fazer uma mudança de variáveis de forma a introduzir uma nova pseudocorrente por motivos de conveniência matemática:

$$K(x) = \frac{i}{2} I(-2ix). \quad (2.40)$$

Então podemos escrever a nova lei de conservação para a cavidade caótica com barreiras arbitrárias da seguinte forma

$$K(x) = K_1(x - y) = K_2(y), \quad (2.41)$$

onde y é a fase no nó associado ao pseudopotencial θ na eq. (2.36), nessa nova representação. Finalmente podemos escrever da eq. (2.35) que

$$K_j(x) = \frac{N_j \sinh(2x)}{\cosh(2x) + \cosh(\alpha_j)}, \quad (2.42)$$

onde definimos $\Gamma_j = \text{sech}^2(\alpha_j/2)$. A partir dessa pseudocorrente podemos definir a *densidade média de autovalores* x no limite semiclássico por

$$\nu(x) = \frac{2}{\pi} \Im m \left(K(x + i\pi/2 - i0^+) \right). \quad (2.43)$$

A densidade de autovalores de transmissão $\rho(\tau)$ pode ser obtida diretamente de $\nu(x)$ pela seguinte relação

$$\rho(\tau) = \frac{\nu(\cosh^{-1}(1/\sqrt{\tau}))}{2\tau\sqrt{1-\tau}}, \quad (2.44)$$

ou seja, $\tau = \text{sech}^2(x)$.

O intuito de introduzirmos $\nu(x)$ é que quando fazemos $\tau = 1$, ou seja, $x = 0$ esta função não diverge como ocorre com $\rho(\tau)$. Para maiores detalhes veja a ref.[42].

Cavidade caótica com barreiras simétricas

Para entendermos melhor o problema vamos analisar, como exemplo, o caso de barreiras simétricas $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma = \text{sech}^2(\alpha/2)$ e $N_1 = N_2 = N$. Utilizando a lei de conservação e a fórmula da pseudocorrente obtemos o seguinte produto de equações de segunda ordem.

$$(\eta\xi^2 - 2\xi^2 + \eta) ((1 - \Gamma)\xi^2 + \Gamma\eta\xi - 1) = 0, \quad (2.45)$$

onde $\xi = \tanh(y)$ e $\eta = \tanh(x)$. A raiz física é obtida da primeira equação de segundo grau e é dada por

$$\xi_{sol} = \frac{1 - \sqrt{1 - \eta^2}}{\eta^2}. \quad (2.46)$$

Substituindo a raiz física na eq. (2.42) e após alguns procedimentos de álgebra encontramos a pseudocorrente

$$K(x) = \frac{N\Gamma \sinh(x)}{2 - \Gamma + \Gamma \cosh(x)}. \quad (2.47)$$

A densidade média de níveis, eq. (2.43), obtida utilizando a pseudocorrente acima é dada por

$$\nu(x) = \frac{2N}{\pi} \frac{\Gamma(2 - \Gamma) \cosh(x)}{4(1 - \Gamma) + \Gamma^2 \cosh^2(x)}. \quad (2.48)$$

A densidade de autovalores de transmissão, eq. (2.44), é finalmente dada por

$$\rho(\tau) = \frac{N\Gamma(2 - \Gamma)}{\pi(\Gamma^2 - 4\Gamma\tau + 4\tau)\sqrt{\tau(1 - \tau)}}. \quad (2.49)$$

Como mais um exemplo, podemos analisar os resultados para o caso de junções de tunelamento, meramente considerando que $\Gamma \ll 1$ nas eqs. (2.48) e (2.49), então obtemos

$$\nu(x) = \frac{N\Gamma \cosh(x)}{\pi} \quad (2.50)$$

e

$$\rho(\tau) = \frac{N\Gamma}{2\pi\tau\sqrt{\tau(1 - \tau)}}. \quad (2.51)$$

Podemos ver claramente que as eqs. (2.49) e (2.51) divergem quando fazemos $\tau = 1$, como já falamos, isto sinaliza a formação de modos de Fabry-Perot na cavidade. Então é interessante avaliarmos as eqs. (2.48) e (2.50) no limite $x = 0$. Neste caso a função $\nu(0)$ permanece finita, podendo ser escrita com

$$\nu(0) = \frac{2N\Gamma}{\pi(2 - \Gamma)}, \quad (2.52)$$

para o caso de barreiras simétricas e

$$\nu(0) = \frac{N\Gamma}{\pi}, \quad (2.53)$$

para junções de tunelamento.

Com isso podemos interpretar $\nu(0)$ como sendo a *densidade de ressonâncias de Fabry-Perot* dentro da cavidade caótica. Note que a densidade de ressonâncias atinge seu máximo quando fazemos $\Gamma = 1$ no caso de barreiras simétricas eq. (2.52). Outro fato interessante é que tomando o limite $\Gamma \rightarrow 0$ na eq. (2.53), que é conhecido como limite opaco [15], mas mantendo o produto $N\Gamma$ finito (isto é possível fazendo $N \rightarrow \infty$), há ainda formações de ressonâncias dentro da cavidade caótica. Este fato acontece, pois o sistema continua tendo uma condutância finita neste limite.

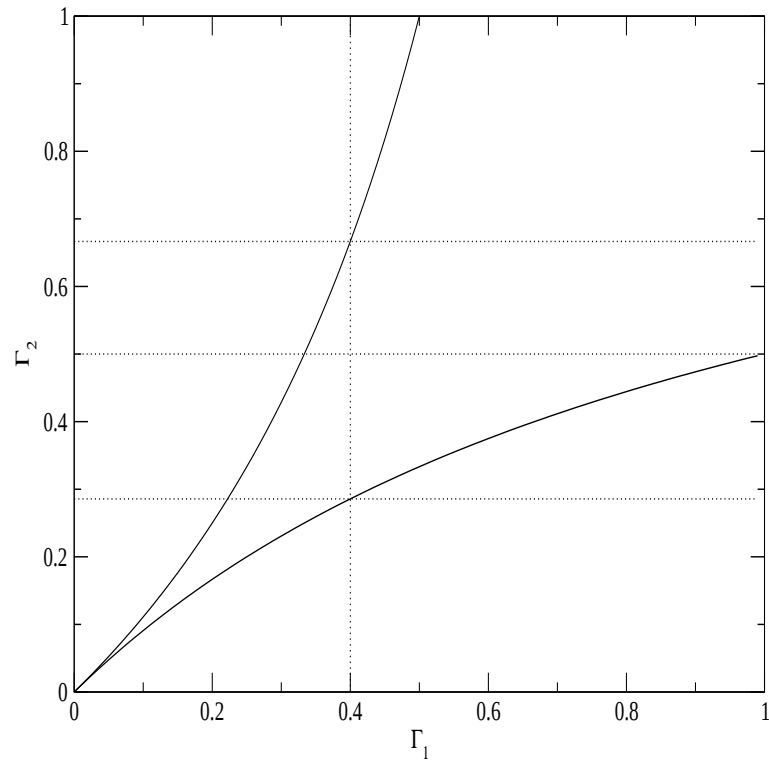


Figura 2.4: Diagrama ilustrando as linhas que separam as regiões de transporte como função das probabilidades de tunelamento. As linhas pontilhadas mostram o caso em que $\Gamma_1 = 1$ e que há a transição no ponto em que $\Gamma_2 = 0.5$. Outro caso mais geral, fazemos $\Gamma_1 = 0.4$ e a transição ocorre nos pontos em que $\Gamma_2 \approx 0.28$ e $\Gamma_2 \approx 0.67$.

2.3.4 Transição quântica

Como vimos na seção 2.3.2, no limite semiclássico podemos obter a densidade de autovalores de transmissão a partir de uma equação de quarta ordem. Esta equação contém dois tipos de parâmetros relevantes: a probabilidade de tunelamento pelas barreiras de transmissão e o número de canais abertos nos guias.

Na seção 2.3.3, mostramos como proceder para calcular $\nu(0)$ no caso de barreiras simétricas. Se seguirmos o mesmo procedimento é possível obter uma expressão geral para a densidade de ressonâncias de Fabry-Perot quando $N_1 = N_2 = N$. Este resultado pode ser encontrando na ref. [42] e é dado por

$$\nu(0) = \frac{2N\Gamma}{\pi} \Re \left(\frac{\sqrt{(\Gamma_1\Gamma_2)^2 - (\Gamma_1 - \Gamma_2)^2}}{\Gamma_1 + \Gamma_2 - \Gamma_1\Gamma_2} \right). \quad (2.54)$$

Podemos gerar um gráfico $\Gamma_1 \times \Gamma_2$ que define três regiões de transporte distintas que dependem da razão dos coeficientes de transmissão das barreiras separadas pelas linhas onde ocorrem as transições, veja fig. (2.4). Foi mostrado que esse regime pode ser entendido como uma transição de fase de segunda ordem. A transição é associada à formação de modos de Fabry-Perot entre as barreiras devido à singularidade de inverso de raiz quadrada na densidade de autovalores de transmissão.

Uma medição direta da densidade de autovalores de transmissão ou da densidade de ressonâncias de Fabry-Perot não é possível, dificultado assim uma prova experimental desta transição. Uma das grandezas que é medida experimentalmente com certa frequência e qualidade é a distribuição de probabilidade de transmissão de carga, eq. (2.11), que por sua vez pode ser obtida da função geratriz, $S(\lambda)$, que contém toda a informação relevante sobre a estatística de contagem, e que pode ser calculada diretamente de $\rho(\tau)$, veja eq. (2.7). No capítulo 3, mostraremos que realmente a distribuição de probabilidades apresenta um sinal claro da transição quântica na região de eventos raros, ou seja, nas caudas da distribuição.

2.3.5 Conexão com teoria de matrizes aleatórias

Uma das nossas contribuições nesse campo foi o cálculo da densidade de autovalores de transmissão via análise diagramática para integração sobre o grupo unitário no caso de barreiras assimétricas, podendo assim fazer uma direta comparação com a teoria de circuitos escalar ref. [67, 68]. Este resultado foi importante, pois mostrou pela primeira vez que a aproximação do ponto de sela do modelo sigma não-linear

supersimétrico absorve toda a informação relevante contida nos diagramas gerados pela teoria de matrizes aleatórias.

Matematicamente, o que conseguimos mostrar é que a análise diagramática descreve a cavidade caótica através de um sistema algébrico não-linear acoplado de quarta ordem, dado por

$$(1 - \Gamma_1) \Gamma_2 \beta_1 \beta_2^3 \alpha + [(\alpha^2 \Gamma_1 \Gamma_2 + (2\Gamma_1 - 1) \Gamma_2 - \Gamma_1) \beta_1 - (1 + \Gamma_1) \Gamma_2 \alpha] \beta_2^2 + [(\Gamma_1 - 2\Gamma_1 \Gamma_2) \alpha \beta_1 + \alpha^2 \Gamma_1 \Gamma_2 + \Gamma_1 + \Gamma_2] \beta_2 - \alpha \Gamma_1 = 0, \quad (2.55)$$

e

$$(1 - \Gamma_2) \Gamma_1 \beta_2 \beta_1^3 \alpha + [(\alpha^2 \Gamma_1 \Gamma_2 + (2\Gamma_2 - 1) \Gamma_1 - \Gamma_2) \beta_2 - (1 + \Gamma_2) \Gamma_1 \alpha] \beta_1^2 + [(\Gamma_2 - 2\Gamma_1 \Gamma_2) \alpha \beta_2 + \alpha^2 \Gamma_1 \Gamma_2 + \Gamma_1 + \Gamma_2] \beta_1 - \alpha \Gamma_2 = 0. \quad (2.56)$$

onde $\alpha = 1/z$. A densidade de autovalores de transmissão é obtida através da relação

$$\rho(\tau) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(f_1(\tau + i0^+)) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(f_2(\tau + i0^+)), \quad (2.57)$$

onde as funções f_1 e f_2 são obtidas da solução física das eqs. (2.55) e (2.56), podendo ser escritas como

$$f_1(z) = \alpha^2 N \left[1 - \frac{\alpha \Gamma_2 \beta_2}{1 - (1 - \Gamma_2) \beta_1 \beta_2} \right]^{-1} \quad (2.58)$$

e

$$f_2(z) = \alpha^2 N \left[1 - \frac{\alpha \Gamma_1 \beta_1}{1 - (1 - \Gamma_1) \beta_1 \beta_2} \right]^{-1}. \quad (2.59)$$

Uma aplicação simples seria o caso de junções de tunelamento. Nesse caso o sistema algébrico não-linear se simplifica em duas equações de segunda ordem dadas por

$$\begin{aligned} \beta_2^2 \alpha \Gamma_2 - \beta_2 (\Gamma_1 + \Gamma_2) + \alpha \Gamma_1 &= 0 \\ \beta_1^2 \alpha \Gamma_1 - \beta_1 (\Gamma_1 + \Gamma_2) + \alpha \Gamma_2 &= 0, \end{aligned} \quad (2.60)$$

juntamente com

$$f_1(z) = \alpha^2 N \left[1 - \frac{\alpha \Gamma_2 \beta_2}{1 - \beta_1 \beta_2} \right]^{-1} \quad (2.61)$$

e

$$f_2(z) = \alpha^2 N \left[1 - \frac{\alpha \Gamma_1 \beta_1}{1 - \beta_1 \beta_2} \right]^{-1}. \quad (2.62)$$

As raízes da eq. (2.60) são

$$\beta_1 = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2\alpha\Gamma_1} \left(1 + \sqrt{1 - \alpha^2\tau_0} \right) \quad (2.63)$$

e

$$\beta_2 = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2\alpha\Gamma_2} \left(1 + \sqrt{1 - \alpha^2\tau_0} \right), \quad (2.64)$$

onde $\tau_0 = 4\Gamma_1\Gamma_2/(\Gamma_1 + \Gamma_2)^2$. Com essas raízes concluímos que $f_1(z) = f(z) = f_2(z)$, onde

$$f(z) = \frac{N}{z} \left[\frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2)\sqrt{z(z - \tau_0)}}{(\Gamma_1 + \Gamma_2)\sqrt{z(z - \tau_0)} - \Gamma_1\Gamma_2} \right], \quad (2.65)$$

ou seja

$$f(z) = \frac{N}{z} \left[1 + \frac{\Gamma_1\Gamma_2}{(\Gamma_1 + \Gamma_2)\sqrt{z(z - \tau_0)}} \right], \quad (2.66)$$

Substituindo esta equação em (2.57), obtemos

$$\rho(\tau) = \frac{N\Gamma_1\Gamma_2}{\pi(\Gamma_1 + \Gamma_2)} \frac{1}{\tau^{3/2}\sqrt{\tau_0 - \tau}}, \quad 0 < \tau < \tau_0. \quad (2.67)$$

que está de acordo com o resultado obtido na eq. (2.51) quando $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$. Substituindo a eq. (2.67) na eq. (2.44) obtemos a densidade média de níveis:

$$\nu(x) = \frac{2N\Gamma_1\Gamma_2}{\pi(\Gamma_1 + \Gamma_2)} \frac{\sinh(x)}{\sqrt{\tanh^2(x) - \tanh^2(x_0)}}, \quad x_0 < x, \quad (2.68)$$

onde $x_0 = |\Gamma_1 - \Gamma_2|/(\Gamma_1 + \Gamma_2)$. Tomando o limite de $x \rightarrow 0$ encontramos a densidade de ressonâncias de Fabry-Perot dentro da cavidade caótica: $\nu(0) = N\Gamma/\pi$ se $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ ou $\nu(0) = 0$ se $\Gamma_1 \neq \Gamma_2$

O resultado mais importante é que podemos escrever $f_1(z) = f_2(z) = f(z)$ em função da pseudocorrente $I(\phi)$ quando o número de canais dos guias é simétrico $N_1 = N_2 = N$, onde

$$f(z) = \frac{1}{z} \left(N + \frac{I(\phi)}{2\sqrt{z-1}} \right) \Big|_{\sin(\phi/2)=1/\sqrt{z}}. \quad (2.69)$$

Na forma invertida, obtemos a pseudocorrente $I(\phi)$, em função de $f(z)$

$$I(\phi) = 2\sqrt{z-1} \left(zf(z) - N \right) \Big|_{z=\sin^{-2}(\phi/2)}. \quad (2.70)$$

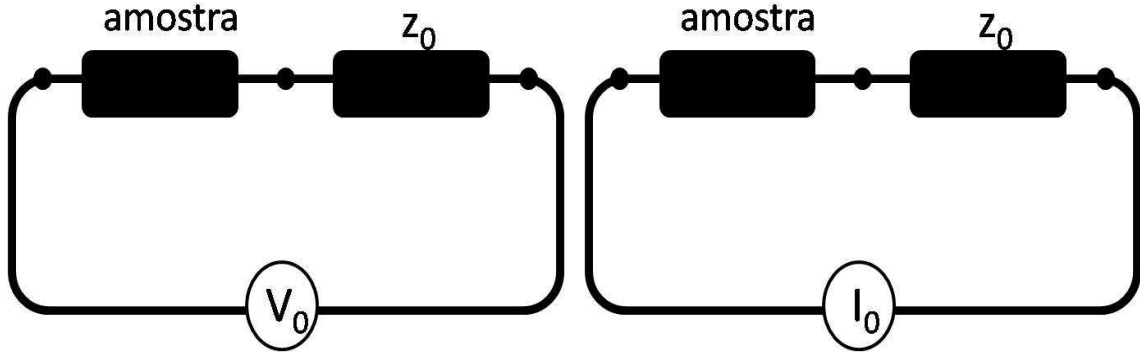


Figura 2.5: Nesta figura mostramos um circuito com uma amostra mesoscópica em série com uma resistência de impedância z_0 . À esquerda mantemos a diferença de potencial V_0 fixa de forma que corrente I possa flutuar, à direita a corrente $I_0 = V_0/z_0$ é mantida fixa de forma que a voltagem δV possa flutuar.

Neste ponto, podemos obter a função geratriz de cumulantes $S(\lambda)$ através da teoria de matrizes aleatórias utilizando os procedimentos mencionados. Esta relação mostra uma concordância completa entre essas teorias na obtenção da estatística de contagem, levando a crer que é possível obter uma prova mais geral da equivalência entre elas.

Motivados por este trabalho os autores da ref. [69] fizeram um mapeamento completo entre a teoria de matrizes aleatórias e modelo sigma não linear. Além disso, mostraram que na aproximação de ponto de sela, derivado do princípio variacional da ação supersimétrica, pode-se obter a teoria de circuitos de Nazarov para o caso de dois terminais, comprovando a equivalência destes três modelos.

2.4 Ambiente Eletromagnético Linear

Até o momento, estávamos desconsiderando qualquer influência do circuito eletromagnético que é acoplado à amostra mesoscópica durante um procedimento experimental. Desconsiderar este efeito durante um experimento nem sempre é justificável, principalmente em se tratando de cumulantes de maior ordem.

Para entender melhor o problema vamos primeiramente considerar um circuito composto de uma amostra conectado em série a uma resistência com im-

pedância $z(w)$, ou seja no limite de baixa frequência $w \ll \max(eV, k_B T)/\hbar$, veja fig. (2.5). A impedância faz o papel do circuito eletromagnético acoplado à amostra de modo que possamos analisar dois regimes distintos. No primeiro regime aplicamos uma diferença de potencial V_0 fixa e deixamos a corrente que atravessa o circuito δI flutuar com o tempo. Pelas leis de Kirchhoff [70] temos que a soma das diferenças de potencial entre os nós do circuito é igual a V_0 , com isso podemos escrever que

$$V_0 = \frac{\delta I}{g} + z_0 \delta I, \quad \delta I = \frac{g V_0}{1 + z_0 g}, \quad (2.71)$$

onde g e z_0 são a condutância da amostra e a impedância a baixa frequência do circuito eletromagnético, respectivamente. A corrente δI que atravessa a amostra tem sua magnitude suprimida por um fator $1 + z_0 g$. É importante notar que quando fazemos $z_0 \rightarrow 0$ eliminamos o ambiente eletromagnético de forma que $\delta I = g V_0$. Outro modo de analisar o problema é fixando a corrente $I_0 = V_0/z_0$ e deixando a voltagem δV flutuar, deste modo podemos escrever que

$$V_0 = \delta V + z_0 g \delta V, \quad \delta V = \frac{V_0}{1 + z_0 g} = \frac{I_0}{g + g_0}, \quad (2.72)$$

onde $g_0 = 1/z_0$. Quando fazemos $z_0 \rightarrow \infty$ eliminamos o ambiente eletromagnético e obtemos $\delta V = I_0/g$. Podemos concluir que no regime de voltagem fixa, $z_0 g \ll 1$, enquanto no regime de corrente fixa, $z_0 g \gg 1$.

Usando o método de Langevin, Blanter e Büttiker [35] mostraram que os ruídos das flutuações de corrente e voltagem de uma amostra mesoscópica em ambos os regimes sofrem apenas um escalonamento no denominador, de forma que

$$\langle \delta I^2 \rangle = \frac{S}{(1 + z_0 g)^2}, \quad \langle \delta V^2 \rangle = \frac{S}{(g + g_0)^2}, \quad (2.73)$$

Pelo teorema dissipação-flutuação no limite de baixas frequências podemos escrever que $S = 4k_B T g$, sendo S a flutuação da corrente do circuito na ausência do ambiente eletromagnético. Fazendo os limites de $z_0 \rightarrow 0$ na equação à esquerda e $z_0 \rightarrow \infty$ na equação à direita encontramos as relações de Nyquist [34] dadas por $\langle \delta I^2 \rangle = 4k_B T g$ e $\langle \delta V^2 \rangle = 4k_B T/g$ respectivamente. Esse fato nos leva a acreditar que as flutuações de maior ordem também seguiriam uma regra simples de escalonamento, mas resultados teóricos e experimentais comprovaram que esta idéia está equivocada [52, 62].

Os autores da ref. [56] foram os primeiros a medir o terceiro cumulante da estatística de contagem de tentativas de transmissão de carga para uma junção de tunelamento conectado a um circuito eletromagnético. Os dados experimentais foram confrontados com os teóricos no regime de corrente fixa, escalonando o terceiro

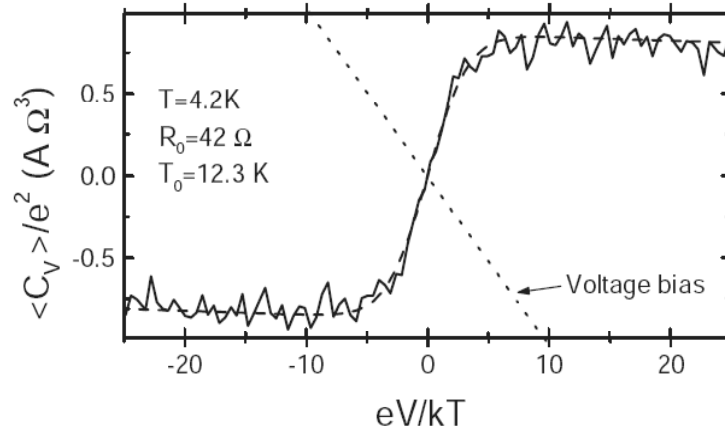


Figura 2.6: A linha contínua se refere aos resultados experimentais do terceiro cumulante da estatística de contagem de tentativas de transmissão de carga quando a junção de tunelamento está em série com uma resistência de impedância R_0 . A linha (“voltage bias”) se refere ao resultado teórico do terceiro cumulante de voltagem escalonado por um fator de $(g + g_0)^{-3}$ sem levar em conta as outras correções que aparecem devido ao ambiente eletromagnético. Por fim, vemos que quando as correções devido ao ambiente eletromagnético são levadas em conta os resultados batem com os experimentais (linha tracejada), este fato vai ser analisado na seção 3.5. Esta figura foi tirada da ref. [12].

cumulante de tentativas de transmissão de carga por um fator de $(g + g_0)^{-3}$. Os resultados não coincidiram como podemos ver na fig. (2.6). Esse fato mostra que para o terceiro cumulante em diante a análise teórica é mais sofisticada fazendo-se necessário um estudo mais detalhado sobre sistemas mesoscópicos conectados a circuitos eletromagnéticos.

Os dados experimentais mostraram que o terceiro cumulante de uma junção de tunelamento além de sofrer o escalonamento $(g + g_0)^{-3}$ também sofre uma grande influência do ruído de disparo no limite de baixas frequências e baixas temperaturas onde este é intenso fig. (2.6), veja também seção 3.5. Essa quebra no escalonamento é uma característica dos cumulantes de maior ordem e não pode ser explicada através da teoria de circuitos clássica. Esse fato mostra a riqueza de fenômenos mensuráveis que podem aparecer quando estudamos a estatística de contagem completamente.

O estudo detalhado da influência de um ambiente eletromagnético linear sobre os cumulantes da estatística de contagem foi realizada na ref. [71]. Os autores

utilizaram uma teoria de campo construída a partir do funcional de influência de Feynman-Vernon com a ação de Keldysh em tempo real. Os campos são representados pela fase $\phi(t)$, de modo que $\dot{\phi}(t) = (e/\hbar)V(t)$ e o ambiente eletromagnético linear é descrito por um conjunto de bósons não-interagentes também conhecido com modelo de Caldeira-Leggett [72].

O modelo é bastante geral e difícil de ser tratado, pois a teoria de campo é não-linear e não-local no tempo. Esta não-linearidade vem exatamente do sistema mesoscópico a ser analisado. Contudo, no limite de baixas frequências, $\omega \rightarrow 0$, o modelo torna-se local no tempo e a integral funcional pode ser calculada na aproximação do ponto de sela. Ao tomarmos o logaritmo do funcional de influência este passa a ser a função geratriz de cumulantes da estatística de contagem. Outro fato importante é que podemos escrever o funcional de influência como uma convolução dos funcionais para cada conector independentemente. Esta lei de convolução tem uma interpretação muito importante, pois pode ser entendida como uma extensão da lei de conservação de corrente nos nós do circuito. Além disso, a teoria de campo na aproximação do ponto de sela está associada à contribuição semiclássica, ou seja, quando desprezamos correções advindas do efeito de interferência. O estudo desta teoria no limite de altas frequências foi realizado na ref. [73].

Segundo a ref. [74], o circuito eletromagnético que é conectado à amostra mesoscópica é representado pela impedância em série z_0 , como na fig. (2.5). No limite de baixas frequências e tomando a aproximação do ponto de sela, pode-se obter a função geratriz média de cumulantes de carga. Esta por sua vez pode ser escrita em nossa notação da seguinte forma

$$\Phi(\lambda) = \frac{M_0}{z_0}(\sigma(\lambda) - i\lambda), \quad \sigma + z_0 S(-i\sigma) = i\lambda, \quad (2.74)$$

Vamos tomar o limite $z_0 \rightarrow 0$ na eq. (2.74). O resultado é $\Phi(\lambda) = -M_0 S(\lambda)$, a função geratriz obtida corresponde a eq. (2.6) estudada na seção 2.1.

Neste ponto, é importante ressaltar que estamos trabalhando com três escalas de tempo relevantes: a primeira emerge claramente do limite de baixas frequências, que é $\hbar/\max(eV, k_B T)$; a segunda é o tempo- RC e é originada do circuito eletromagnético; por fim temos o tempo de transferência de carga através do condutor mesoscópico $e/\delta I$. Como as flutuações de corrente e voltagem são muito lentas, comparadas com essas escalas, as medições não são afetadas.

Existe uma relação simples entre a eq. (2.74) e a função geratriz média de cumulantes de tentativas de transmissão de carga dada por

$$\mathcal{G}(\lambda) = g_0 M_0 \zeta(\lambda), \quad g_0 \zeta + S(-i\zeta) = -i\lambda, \quad (2.75)$$

onde g_0 foi definido anteriormente como sendo $g_0 = 1/z_0$. No limite de $z_0 \rightarrow \infty$ ($g_0 \rightarrow 0$) podemos obter que

$$\mathcal{G}(\lambda) = iN_0 S^{-1}(-i\lambda), \quad (2.76)$$

a qual é a função geratriz de cumulantes quando a amostra está desacoplada do circuito eletromagnético e $N_0 = IT_0/e$ é o número de cargas transferidas em um intervalo de tempo T_0 de observação. Um importante fato da eq. (2.76) é que ela é obtida diretamente da inversa de função geratriz $S(\lambda)$ definida na eq. (2.34). Definindo a função característica média de tentativas de transmissão de carga como $\ln(\chi(\lambda)) = -\mathcal{G}(\lambda)$, podemos usar a transformada de Fourier para obter a *distribuição de probabilidade de tentativas de transmissão*, seguindo os passos realizados na seção 2.1, de forma que

$$P_m = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\lambda}{2\pi} \chi(\lambda) e^{-im\lambda}. \quad (2.77)$$

Os cumulantes de tentativas de transmissão de carga pode ser obtidos simplesmente derivando a função geratriz $\mathcal{G}(\lambda)$, similarmente a eq. (2.9):

$$\langle\langle m^k \rangle\rangle = -\left. \frac{d^k \mathcal{G}(\lambda)}{d(i\lambda)^k} \right|_{\lambda=0} = -iN_0 \left. \frac{d^k S^{-1}(-i\lambda)}{d(i\lambda)^k} \right|_{\lambda=0}. \quad (2.78)$$

Da eq. (2.76) concluímos que se sabemos $S(\lambda)$ podemos obter tanto a estatística de contagem de cargas transmitidas quanto de tentativas de transmissão de carga. Neste ponto, é conveniente fazermos uma comparação entre as flutuações de carga transmitida e de tentativas de transmissão de carga. No capítulo 3, iremos estudar completamente a estatística de contagem de uma cavidade caótica com barreiras arbitrárias e discutir as características de suas distribuições de probabilidade. Também veremos como seus cumulantes são afetados por um circuito eletromagnético externo. Antes, porém, é interessante analisarmos como exemplo as flutuações de tentativas de transmissão de carga de uma barreira de tunelamento.

2.4.1 Flutuações de tentativas de transmissão de carga em uma barreira de tunelamento

Na seção 2.1.1, obtivemos as flutuações de carga para este modelo. Agora vamos analisar o mesmo sistema no regime de corrente fixa. Para iniciar o problema lembremos que a função geratriz $S(\lambda)$ para este modelo é dada pela eq. (2.12). Segundo

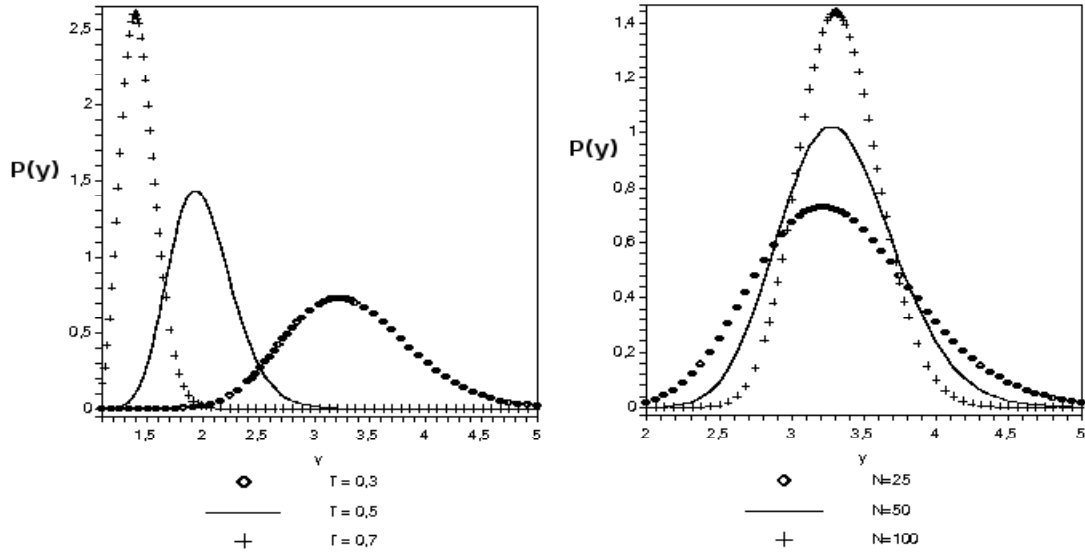


Figura 2.7: Os gráficos mostram a distribuição de probabilidade de tentativas de transmissão de carga, que é dada por uma distribuição de Pascal, em função da variável aleatória y , eq. (2.85). À esquerda mantemos $N_0 = 25$ e variamos a probabilidade de tunelamento Γ , já à direita fixamos $\Gamma = 0,3$ e variamos o número de cargas transmitidas N_0 .

a eq. (2.76) precisamos obter a função geratriz inversa $S^{-1}(-i\lambda)$, que neste caso é dada por

$$S^{-1}(\lambda) = -i \ln\left(1 + \frac{1}{\Gamma} (e^{\lambda/N} - 1)\right), \quad (2.79)$$

Substituindo a eq. (2.79) na eq. (2.78) obtemos os quatro primeiros cumulantes da estatística de contagem de tentativas de transmissão de carga, dados por

$$\langle\langle m \rangle\rangle = \frac{N_0}{N\Gamma}, \quad (2.80)$$

$$\langle\langle m^2 \rangle\rangle = \frac{N_0(1-\Gamma)}{N^2\Gamma^2}, \quad (2.81)$$

$$\langle\langle m^3 \rangle\rangle = \frac{N_0(1-\Gamma)(2-\Gamma)}{N^3\Gamma^3}, \quad (2.82)$$

$$\langle\langle m^4 \rangle\rangle = \frac{N_0(1-\Gamma)(6-6\Gamma+\Gamma^2)}{N^4\Gamma^4}. \quad (2.83)$$

A distribuição de probabilidade das tentativas de transmissão pode ser obtida usando a eq. (2.77) e a eq. (2.79). Dado que estamos interessados no limite semiclássico, onde temos um grande número de cargas transmitidas $N_0 \gg 1$, podemos usar a aproximação de ponto de sela. O resultado obtido é dado por

$$\mathcal{P}(y) = \sqrt{\frac{N_0}{2\pi y(y-1)}} \frac{y^{yN_0}}{(y-1)^{y-N_0}} \Gamma^{N_0} (1-\Gamma)^{yN_0-N_0}, \quad (2.84)$$

onde $1 \leq y < \infty$ é a variável aleatória normalizada que esta relacionada com o número de tentativas de transmissão. A eq. (2.84) pode ser reescrita na forma de uma *distribuição de Pascal* ou *distribuição binomial negativa* [75] da seguinte forma

$$\mathcal{P}(y) = N_0 \binom{yN_0-1}{N_0-1} \Gamma^{N_0} (1-\Gamma)^{yN_0-N_0}. \quad (2.85)$$

Na fig. (2.7) mostramos o comportamento da distribuição de Pascal. Mais detalhes estão apresentados no apêndice A. No limite de junções de tunelamento $\Gamma \ll 1$ esta equação se simplifica na seguinte fórmula

$$\mathcal{P}(y) = \sqrt{\frac{N_0}{2\pi}} y^{N_0-1} e^{N_0(1-y)}, \quad (2.86)$$

que é denominada de *distribuição de chi quadrado* [76]. Estes resultados foram obtidos primeiramente na ref. [71].

Capítulo 3

Dualidade Corrente-Voltagem

Da eletrodinâmica clássica, sabemos que ao aplicarmos uma diferença de potencial V nas extremidades de um fio, este gerará uma corrente I linearmente proporcional ao potencial aplicado. Esta relação é dada pela lei de Ohm, $V = RI$, onde R é a resistência do fio. Pela interpretação clássica essas duas grandezas são comutativas, ou seja, não existe nenhuma restrição que nos proíba saber exatamente o valor de ambas ao mesmo tempo.

Quando quantizamos a corrente e a voltagem, devemos reinterpretar I e V na forma de operadores, que têm como característica fundamental serem não-comutativos. Para entendermos melhor o problema, podemos relacionar a corrente com a carga transmitida pelo sistema mesoscópico, $q_0 = \int_0^{T_0} I(t)dt$, e a voltagem com a fase acumulada, $\varphi_0 = (e/\hbar) \int_0^{T_0} V(t)dt$, onde T_0 é o tempo de observação. Estas grandezas tornam-se operadores que satisfazem à seguinte relação de comutação [12]:

$$[\varphi_0, q_0] = i e. \quad (3.1)$$

Esta relação trás à tona o *princípio de incerteza de Heisenberg*, ou seja, se temos toda informação acessível sobre a carga transmitida através do sistema não sabemos nada sobre a fase acumulada e vice versa. Podemos fazer uma analogia com os operadores momento p e posição x do oscilador harmônico quântico que também satisfazem uma relação não-comutativa $[p, x] = i\hbar$ [77].

A dualidade corrente-voltagem, eq. (3.1), é uma característica intrínseca de sistemas quânticos e é a origem da dificuldade de tratarmos sistemas com corrente fixa através do formalismo Landauer-Büttiker, pois não há nenhuma relação direta entre observáveis e parâmetros do modelo. Contudo, como vimos na seção 2.4, este problema foi contornado usando-se uma abordagem de teoria de campo, que levou

a uma relação entre a função geratriz de cargas transmitidas e a de tentativas de transmissão de carga, ambas sendo obtidas da função geratriz, $S(\lambda)$, definida na eq. (2.34) através da teoria de circuitos.

Neste capítulo analisamos a estatística de contagem de cargas transmitidas e de tentativas de transmissão de cargas em uma cavidade caótica com barreiras arbitrárias. Obtemos expressões exatas para as distribuições de probabilidade no limite de barreiras simétricas e junções de tunelamento. Além disso, mostramos que as distribuições de probabilidade de carga apresentam um sinal claro da transição quântica devido a formação de modos de Fabry-Perot discutida na seção 2.3.3. Por último analisamos a influência do circuito eletromagnético sobre os cumulantes de cargas transmitidas e de tentativas de transmissão de carga encontrando uma simples regra de dualidade entre eles. Estes resultados foram publicados na ref. [78].

3.1 Condutor com Voltagem Fixa

Em condutores com voltagem fixa, os elétrons são injetados no sistema com uma frequência eV/h e são transmitidos a uma taxa variável de $I(t)/e$, veja fig. (2.1). O número n de elétrons transmitidos em um intervalo de tempo T_0 é definido como:

$$n = \int_0^{T_0} dt \frac{I(t)}{e},$$

onde n é uma variável aleatória com distribuição de probabilidade P_n , e a função geratriz de cumulantes é definida pela celebrada fórmula de Levitov-Lesovik da estatística de contagem, eq.(2.4).

A eq. (2.4) contém a informação necessária sobre a estatística de contagem, em particular a distribuição de probabilidades de carga é obtida desta grandeza através da relação

$$P_n(\{\tau\}) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-\Phi(\lambda; \{\tau\}) - in\lambda}. \quad (3.2)$$

Note que as eqs. (2.1) e (3.2) dependem parametricamente do conjunto de autovalores de transmissão, $\{\tau_i; i = 1, \dots, N\}$, que são responsáveis pelo *pin-code* dos condutores mesoscópicos [74]. Quando tratamos sistemas com dinâmica caótica ou que possuam impurezas que acarretem espalhamentos, estes autovalores de transmissão tornam-se variáveis aleatórias dependentes das características intrínsecas da amostra em questão. Utilizando-se da teoria de matrizes aleatórias é possível obter

a distribuição conjunta dos autovalores de transmissão para cavidades caóticas no regime ergódico.

Procedendo da mesma maneira que na seção 2.1, podemos obter a média sobre a distribuição de probabilidades de carga da estatística de contagem

$$P_n = \langle P_n(\{\tau\}) \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\lambda}{2\pi} \langle e^{-\Phi(\lambda; \{\tau\})} \rangle e^{-in\lambda}. \quad (3.3)$$

A sua forma exata não é gaussiana e depende parametricamente dos autovalores de transmissão. Mas, se analisarmos somente o limite semiclássico, $N \gg 1$, podemos negligenciar a correlação entre os autovalores de transmissão e usar a seguinte aproximação de campo-médio

$$\langle e^{-\Phi(\lambda; \{\tau\})} \rangle \approx e^{-\langle \Phi(\lambda; \{\tau\}) \rangle} = e^{M_0 S(\lambda)}, \quad (3.4)$$

A média sobre o ensemble foi definida na eq. (2.6). Com isso podemos reescrever a eq. (3.3) da seguinte forma

$$P_n = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\lambda}{2\pi} e^{M_0 S(\lambda) - in\lambda}. \quad (3.5)$$

Por motivos de conveniência introduzimos a variável aleatória normalizada $x = n/\mathcal{M}$ ($0 \leq x \leq 1$) onde $\mathcal{M} = M_0 N$ é o número total de tentativas de transmissão em um dado tempo de observação. A nova *distribuição de probabilidades de transmissão de carga* é escrita como

$$\mathcal{P}(x) = \mathcal{M} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\lambda}{2\pi} e^{\mathcal{M}(\Omega(\lambda) - ix\lambda)}, \quad (3.6)$$

onde definimos $\Omega(\lambda) = S(\lambda)/N$.

3.2 Condutor com Corrente Fixa

No sistema dual, no qual mantemos a corrente fixa e deixamos a voltagem flutuar, os elétrons são transmitidos a uma taxa fixa I/e e injetados a uma frequência que flutua com o tempo dada por $eV(t)/h$. O número de cargas transmitidas em um certo tempo de observação T_0 é então $N_0 = IT_0/e$. O número de tentativas m necessárias para obtermos a taxa de transmissão, em um dado intervalo de tempo T_0 , é

$$m = \int_0^{T_0} dt \frac{eV(t)}{h} = \frac{\varphi_0}{2\pi}, \quad (3.7)$$

que é uma variável aleatória.

A função geratriz de cumulantes no caso dual é dada pela eq. (2.77). A distribuição de probabilidades do número de tentativas de transmissão no limite semiclássico é obtido da transformada de Fourier e pode ser escrita em função da inversa de $S(\lambda)$ da seguinte forma

$$P_m = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-iN_0 S^{-1}(-i\lambda) - im\lambda}. \quad (3.8)$$

Aplicando a transformação $\lambda \rightarrow N\lambda$, temos que a *distribuição de probabilidades de tentativas de transmissão de carga* poder ser escrita da seguinte maneira

$$\mathcal{P}(y) = N_0 \int_{-\pi/N}^{\pi/N} \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-iN_0(\Omega^{-1}(-i\lambda) + y\lambda)}, \quad (3.9)$$

onde, novamente, introduzimos a variável aleatória normalizada $y = m/\mathcal{N}$, $1 \leq y < \infty$ com $\mathcal{N} = N_0/N$ sendo o número total de elétrons transmitidos por canal que é fixo e $\Omega^{-1}(\lambda) = S^{-1}(N\lambda)$ é a inversa de $\Omega(\lambda)$.

3.3 Aplicação do Método a uma Cavidade Caótica com Contatos Não Ideais

Como podemos perceber das eqs. (3.6) e (3.9), as distribuições de cargas transmitidas e de tentativas de transmissão de carga no limite semiclássico são determinadas pela função geratriz $S(\lambda)$, a qual depende das características do sistema mesoscópico a ser considerado. No caso de uma cavidade caótica, a teoria de circuitos, apresentada na seção 2.3, é um método conveniente e prático para se obter a função geratriz. Nesta seção, apresentaremos alguns casos particulares nos quais é possível obter expressões exatas para $S(\lambda)$ e soluções analíticas para as distribuições de probabilidades de cargas transmitidas e de tentativas de transmissão de carga na aproximação do ponto de sela.

3.3.1 Contatos simétricos

Quando os contatos são simétricos, ou seja $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ e $N_1 = N_2 = N$, a eq. (2.38) se simplifica para

$$(\eta\xi^2 + 2\xi - \eta)((1 - \Gamma)\xi^2 + \Gamma\eta\xi + 1) = 0. \quad (3.10)$$

A solução física desta equação de quarta ordem é dada por

$$\xi_{sol} = \frac{1}{\eta}(-1 + \sqrt{1 + \eta^2}), \quad (3.11)$$

Substituindo essa solução na função auxiliar, eq. (2.31), obtemos que

$$g(\varepsilon) = \frac{N\Gamma(1 - \varepsilon^2)}{(2 - \Gamma)\sqrt{1 - \varepsilon^2} + \Gamma(1 - \varepsilon^2)}. \quad (3.12)$$

Substituindo a eq. (3.12) na eq. (2.34), obtemos a ação

$$S(\lambda) = 2N \ln \left(1 + \frac{\Gamma}{2}(e^{i\lambda/2} - 1) \right). \quad (3.13)$$

Como vimos na seção 2.1, os cumulantes de carga da estatística de contagem são obtidos da função geratriz através da eq. (2.9). Os quatro primeiros cumulantes são dados por

$$\langle\langle n \rangle\rangle = M_0 N \frac{\Gamma}{2}, \quad (3.14)$$

$$\langle\langle n^2 \rangle\rangle = M_0 N \frac{\Gamma(2 - \Gamma)}{8}, \quad (3.15)$$

$$\langle\langle n^3 \rangle\rangle = M_0 N \frac{\Gamma(1 - \Gamma)(2 - \Gamma)}{16}, \quad (3.16)$$

$$\langle\langle n^4 \rangle\rangle = M_0 N \frac{\Gamma(2 - \Gamma)(3\Gamma^2 - 6\Gamma + 2)}{64}. \quad (3.17)$$

Da eq. (3.13) também podemos obter a distribuição de carga transmitida. Impondo o fato de que $\mathcal{M} \gg 1$, podemos tratar a variável x da eq. (3.6) como uma variável contínua e realizar a integral aplicando a aproximação de ponto de sela. Expandindo o ponto de sela até segunda ordem, obtemos a seguinte *distribuição binomial* normalizada:

$$\mathcal{P}(x) = 2\mathcal{M} \binom{2\mathcal{M}}{2\mathcal{M}x} \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^{2\mathcal{M}x} \left(1 - \frac{\Gamma}{2}\right)^{2\mathcal{M} - 2\mathcal{M}x}. \quad (3.18)$$

Os detalhes do cálculo podem ser encontrados no apêndice A.

A distribuição de probabilidades de tentativas de transmissão de carga pode ser obtida seguindo a mesma idéia. Primeiro é necessário termos a função geratriz inversa, a qual é obtida invertendo a eq. (3.13), de modo que

$$\mathcal{S}^{-1}(\lambda) = -2i \ln \left(1 + \frac{2}{\Gamma} \left(e^{\frac{\lambda}{2N}} - 1 \right) \right). \quad (3.19)$$

Os cumulantes de tentativas de transmissão de carga da estatística de contagem são obtidos substituindo a eq. (3.19) na eq. (2.78). Temos que os quatro primeiros cumulantes são:

$$\langle\langle m \rangle\rangle = \frac{2N_0}{N\Gamma}, \quad (3.20)$$

$$\langle\langle m^2 \rangle\rangle = \frac{N_0(2 - \Gamma)}{N^2\Gamma^2}, \quad (3.21)$$

$$\langle\langle m^3 \rangle\rangle = \frac{N_0(2 - \Gamma)(4 - \Gamma)}{2N^3\Gamma^3}, \quad (3.22)$$

$$\langle\langle m^4 \rangle\rangle = \frac{N_0(2 - \Gamma)(24 - 12\Gamma + \Gamma^2)}{4N^4\Gamma^4}. \quad (3.23)$$

Aplicando a aproximação de ponto de sela na eq. (3.9), com a função geratriz inversa dada pela eq. (3.19), obtemos a *distribuição de Pascal* normalizada dada por

$$\mathcal{P}(y) = 2N_0 \left(\frac{2yN_0 - 1}{2N_0 - 1} \right) \left(\frac{\Gamma}{2} \right)^{2N_0} \left(1 - \frac{\Gamma}{2} \right)^{2yN_0 - 2N_0}. \quad (3.24)$$

Para maiores detalhes veja apêndice A.

3.3.2 Análise das distribuições de probabilidades de cargas transmitidas e tentativas de transmissão de carga

As distribuições de probabilidades de cargas transmitidas e de tentativas de transmissão de carga através de uma cavidade caótica não são gaussianas, isto implica que seu formato é afetado drasticamente por todos os seus respectivos cumulantes. Cada cumulante está relacionado com alguma característica específica da distribuição.

Para exemplificar este fato, vamos analisar a fig. (3.1). As setas mostram aonde cada um dos quatro primeiros cumulantes tem maior influência. O primeiro cumulante C_1 é a média ou o "centro de gravidade" da distribuição, enquanto o segundo cumulante C_2 está relacionado com a dispersão. O terceiro cumulante C_3 é responsável pela assimetria da distribuição enquanto C_4 é determina o formato do pico central.

Como vemos na fig. (3.1) o corpo da distribuição é dominado pelos cumulantes de menor ordem e, portanto, a informação dos cumulantes de maior ordem está restrita às caudas da distribuição. Então, é importante entendermos o significado

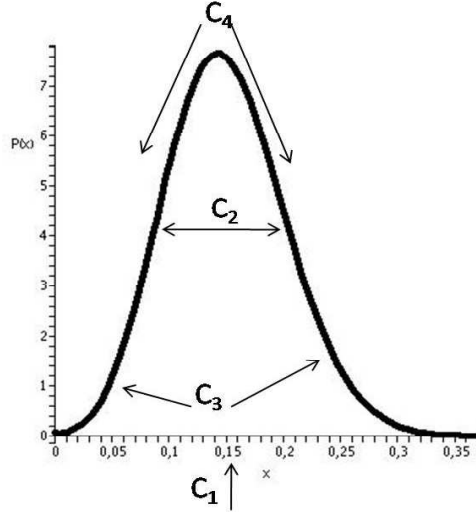


Figura 3.1: Distribuição de probabilidades de carga transmitida em função da variável aleatória x com os indicativos das influências dos cumulantes sobre seu formato. Este gráfico foi inspirado numa figura apresentada na ref. [13].

físico de cada região contida numa distribuição de probabilidades de uma grandeza física. A parte central representa os eventos que acontecem com maior probabilidade. Quando saímos da parte central em direção às caudas os eventos começam a ficar cada vez mais raros.

Fazendo uma interpretação dos eventos associados às caudas da *distribuição de probabilidades de transmissão de carga* podemos dizer que: quando $x \rightarrow 0$ praticamente nenhuma carga foi transmitida durante o tempo de observação, no limite $x \rightarrow 1$ temos que todas as cargas foram transmitidas. Uma análise similar pode ser feita para a *distribuição de probabilidades de tentativas de transmissão de carga*: se tomarmos o limite $y \rightarrow 1$ o número de tentativas de transição de carga é igual ao número de cargas transmitidas, enquanto o limite de $y \rightarrow \infty$ é quando o número de tentativas para atingirmos certo número de transmissões é muito grande. Esses são exemplos de eventos raros por isso se encontram nas caudas.

Contudo, ainda podemos analisar o comportamento das distribuições quando variamos o número de tentativas de transmissão $\mathcal{M}$, no caso de voltagem fixa, e o número de cargas transmitidas N_0 , no caso corrente fixa. Na fig. (3.2) apresentamos as distribuições de probabilidades de uma cavidade com barreiras simétricas, eqs. (3.18) e (3.24). À medida que aumentamos os valores de $\mathcal{M}$ e N_0 as duas distri-

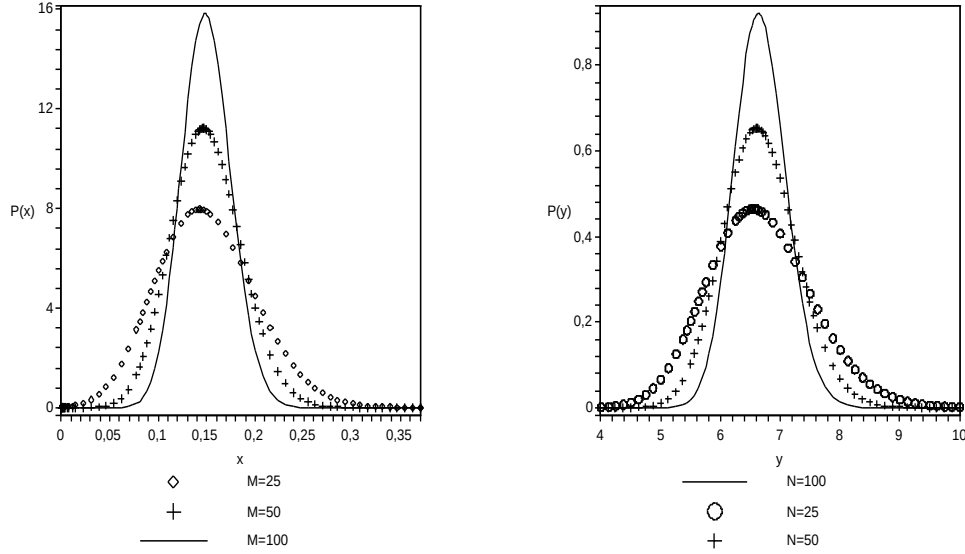


Figura 3.2: (Esquerda) Distribuição binomial eq. (3.18) e (Direita) distribuição de Pascal eq. (3.24) para o caso de barreiras simétricas com $\Gamma = 0, 3$.

buições tendem a um comportamento cada vez mais próximo de uma distribuição gaussiana. Esta tendência já era esperada e é uma consequência do teorema central do limite [79] quando tomamos $\mathcal{M}, N_0 \rightarrow \infty$.

3.3.3 Junção de tunelamento

Este caso particular é satisfeito quando $\Gamma_1, \Gamma_2 \ll 1$ e $N_1 = N_2 = N$. A equação de quarta ordem, eq. (2.38), que descreve a cavidade caótica se simplifica em um produto de equações quadráticas, dado por

$$(\xi^2 + 1)(\xi^2 + a\xi - 1) = 0, \quad (3.25)$$

onde $a = (\Gamma_1 + \Gamma_2 - \eta^2(\Gamma_1 - \Gamma_2)) / (\Gamma_1 \eta)$. A solução física do problema é

$$g(\varepsilon) = \frac{N\Gamma_1\Gamma_2(1 - \varepsilon^2)}{\sqrt{(\Gamma_1 + \Gamma_2)^2 - 4\Gamma_1\Gamma_2\varepsilon^2}}, \quad (3.26)$$

e a função geratriz diretamente obtida desta equação é

$$S(\lambda) = \frac{N}{2} \left(\sqrt{(\Gamma_1 + \Gamma_2)^2 + 4\Gamma_1\Gamma_2(e^{i\lambda} - 1)} - \Gamma_1 - \Gamma_2 \right), \quad (3.27)$$

que concorda com o resultado obtido independentemente por Bagrets e Nazarov [80]. Esta equação nos possibilita obter os cumulantes da estatística de contagem de carga, de modo que os quatro primeiros estão listados abaixo:

$$\langle\langle n \rangle\rangle = M_0 N \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2}, \quad (3.28)$$

$$\langle\langle n^2 \rangle\rangle = M_0 N \frac{\Gamma_1 \Gamma_2 (\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2)}{(\Gamma_1 + \Gamma_2)^3}, \quad (3.29)$$

$$\langle\langle n^3 \rangle\rangle = M_0 N \frac{\Gamma_1 \Gamma_2 (\Gamma_1^4 - 2\Gamma_1^3 \Gamma_2 + 6\Gamma_1^2 \Gamma_2^2 - 2\Gamma_1 \Gamma_2^3 + \Gamma_2^4)}{(\Gamma_1 + \Gamma_2)^{-5}}, \quad (3.30)$$

$$\langle\langle n^4 \rangle\rangle = M_0 N \frac{\Gamma_1 \Gamma_2 (\Gamma_1^6 - 8\Gamma_1^5 \Gamma_2 + 31\Gamma_1^4 \Gamma_2^2 - 40\Gamma_1^3 \Gamma_2^3 + 31\Gamma_1^2 \Gamma_2^4 - 8\Gamma_1 \Gamma_2^5 + \Gamma_2^6)}{(\Gamma_1 + \Gamma_2)^{-7}} \quad (3.31)$$

Também podemos obter a distribuição da carga total transferida a partir da aproximação do ponto de sela. Para o caso $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma \ll 1$ temos que

$$\mathcal{P}(x) = \sqrt{\frac{\mathcal{M}}{\pi x}} \exp \left[\mathcal{M} \left(2x - \Gamma - 2x \ln(2x/\Gamma) \right) \right]. \quad (3.32)$$

A função geratriz inversa para o sistema dual é obtida diretamente da eq. (3.27) e é dada por

$$S^{-1}(\lambda) = -i \ln \left(1 + \frac{\lambda^2 + \lambda N(\Gamma_1 + \Gamma_2)}{\Gamma_1 \Gamma_2 N^2} \right). \quad (3.33)$$

Seguindo os mesmos passos da seção anterior, obtemos os quatro primeiros cumulante da estatística de contagem de tentativas de transmissão de carga:

$$\langle\langle m \rangle\rangle = \frac{N_0(\Gamma_1 + \Gamma_2)}{N\Gamma_1\Gamma_2}, \quad (3.34)$$

$$\langle\langle m^2 \rangle\rangle = \frac{N_0(\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2)}{N^2\Gamma_1^2\Gamma_2^2}, \quad (3.35)$$

$$\langle\langle m^3 \rangle\rangle = \frac{2N_0(\Gamma_1 + \Gamma_2)(\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2 - \Gamma_1\Gamma_2)}{N^3\Gamma_1^3\Gamma_2^3}, \quad (3.36)$$

$$\langle\langle m^4 \rangle\rangle = \frac{6N_0(\Gamma_1^4 + \Gamma_2^4)}{N^4\Gamma_1^4\Gamma_2^4}. \quad (3.37)$$

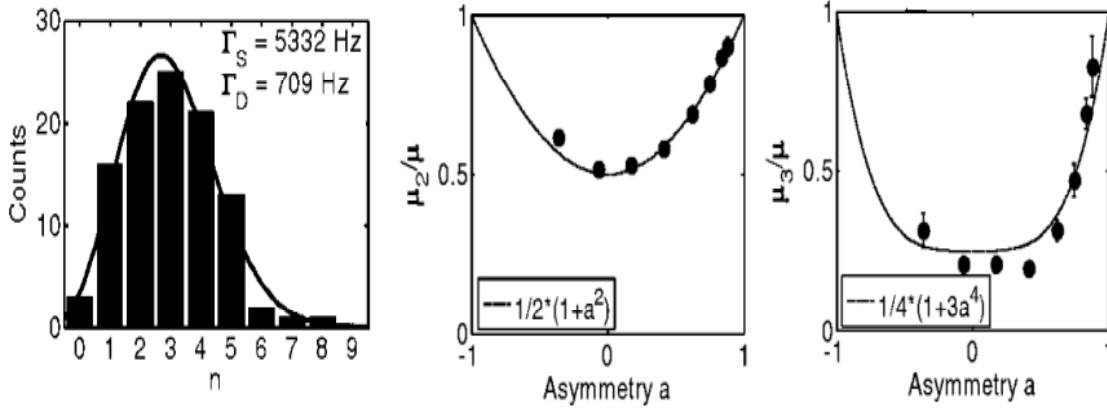


Figura 3.3: À esquerda, dados experimentais e a previsão teórica obtida numericamente para a distribuição de carga transmitida. No centro e à direita temos o segundo e o terceiro cumulantes da estatística de contagem de carga, vemos que os dados experimentais estão de acordo com as previsões teóricas para o caso de junções de tunelamento. Estas figuras foram extraídas da ref. [14].

Finalmente, aplicando a aproximação de ponto de sela na eq. (3.9) e usando $S^{-1}(\lambda)$ para o caso de junções de tunelamento, obtemos a seguinte distribuição para $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma \ll 1$

$$\mathcal{P}(y) = \sqrt{\frac{N_0}{\pi y^2}} \exp[N_0(2 - \Gamma y + 2 \ln(\Gamma y/2))]. \quad (3.38)$$

As distribuições de cargas transmitidas e de tentativas de transmissão de carga para o caso mais geral, $\Gamma_1 \neq \Gamma_2$, são apresentadas no apêndice B.

3.3.4 Dados experimentais para junções de tunelamento

Na ref. [14], os autores mediram pela primeira vez a estatística de contagem de carga transferida através de um ponto quântico com contatos não ideais no limite de junções de tunelamento, $\Gamma_1, \Gamma_2 \ll 1$, analisado na seção anterior. A cavidade caótica foi fabricada a partir de uma heteroestrutura de GaAs-GaAlAs, mantida a uma temperatura de $T = 350$ mK. O esquema do circuito utilizado é similar ao apresentado na fig. (2.1) e a diferença de potencial aplicada é de $V = 500$ μ V.

Eles obtiveram experimentalmente o histograma da distribuição de probabilidades de carga e compararam com resultados numéricos obtidos a partir da eq. (3.5), onde a função geratriz $S(\lambda)$ é dada pela eq. (3.27). Como vemos na fig. (3.3) houve uma ótima concordância entre os dados numéricos e os experimentais. Nossos resultados analíticos para a função distribuição de cargas transmitidas e de tentativas de transmissão de carga para barreiras simétricas e junções de tunelamento foram confrontados com cálculos numéricos obtendo também um ótimo acordo. É interessante notar que a assimetria da distribuição de cargas da fig. (3.3) está de acordo com a discussão apresentada na seção 3.3.2.

No mesmo experimento os autores obtiveram o segundo e o terceiro cumulantes da estatística de contagem de carga, eqs. (3.29) e (3.30), que podem ser reescritos da seguinte forma:

$$\frac{\langle\langle n^2 \rangle\rangle}{\langle\langle n \rangle\rangle} = \frac{1}{2}(1 + a^2), \quad (3.39)$$

$$\frac{\langle\langle n^3 \rangle\rangle}{\langle\langle n \rangle\rangle} = \frac{1}{4}(1 + 3a^4), \quad (3.40)$$

onde $a = (\Gamma_S - \Gamma_D)/(\Gamma_S + \Gamma_D)$, veja fig. (3.3). Os parâmetros Γ_S e Γ_D são obtidos experimentalmente a partir das médias dos tempos de entrada τ_S e saída τ_D das cargas através da cavidade caótica durante um tempo de observação T_0 ($\tau_{S,D}$ é da ordem de poucos milissegundos (ms) enquanto T_0 é da ordem de segundos (s)). Essa medida só é possível se os eventos de tunelamento forem independentes, de forma que só possa existir dentro da cavidade N ou $N + 1$ portadores de carga. Com isso podemos obter experimentalmente a *taxa de tunelamento* através das barreiras usando a seguinte relação $\Gamma_{S,D} = 1/\langle\tau_{S,D}\rangle$, onde $\langle\tau_{S,D}\rangle$ é a média dos tempos de entrada ou saída de uma unidade de carga da cavidade caótica. Os valores das *probabilidades de tunelamento* Γ_1 e Γ_2 são obtidas pelas relações $\Gamma_1 = \Gamma_S/\nu$ e $\Gamma_2 = \Gamma_D/\nu$, onde $\nu = eV/h$ é a frequência com que os elétrons são injetados na cavidade caótica [19].

Esses resultados levam a crer que, com o avanço tecnológico, em breve será possível fazer medições além do limite de junções de tunelamento, ou seja, quando as probabilidades de tunelamento forem da ordem $\Gamma_1, \Gamma_2 \approx 1$. Esse fato abrirá portas para uma nova gama de fenômenos que iremos tratar nas próximas seções.

3.3.5 Contatos arbitrários

Quando analisamos o caso de contatos arbitrários, deparamo-nos com a dificuldade de encontrar a raiz física de uma equação de quarta ordem, eq. (2.38). Diferentemente dos casos já estudados, tentar obter uma solução analítica completa não é uma boa estratégia. Então uma maneira alternativa é construir a raiz física através de uma série de potências em ε , para isso inserimos o *ansatz*

$$\xi_{sol} = a_0 + a_1\varepsilon + a_2\varepsilon^2 + \dots \quad (3.41)$$

$$\eta = \tan \phi/2 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} = \varepsilon + \frac{1}{2}\varepsilon^3 + \frac{3}{8}\varepsilon^5 + \dots \quad (3.42)$$

na eq. (2.38). Igualando os termos com mesma potência em ε , obtemos relações recursivas que são facilmente resolvidas, resultando em

$$a_1 = 0, \quad (3.43)$$

$$a_2 = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_1 + \Gamma_2}, \quad (3.44)$$

$$a_3 = 0, \quad (3.45)$$

$$\vdots \quad (3.46)$$

Utilizando-se desta técnica podemos obter a função auxiliar, eq. (2.31), como uma expansão em série de ε . A função geratriz é obtida integrando esta expansão, veja eq. (2.34). Com este procedimento obtemos rapidamente os cumulantes de carga para a estatística de contagem usando tanto a eq. (2.9) quanto a eq. (2.33). Os dois primeiros cumulantes são listados abaixo:

$$\langle n \rangle = \frac{M_0 N \Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2}, \quad (3.47)$$

$$\langle \langle n^2 \rangle \rangle = \frac{M_0 N \Gamma_1 \Gamma_2 (\Gamma_1 + \Gamma_2 - \Gamma_1 \Gamma_2) (\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2)}{(\Gamma_1 + \Gamma_2)^4}. \quad (3.48)$$

Podemos perceber que as eqs. (3.47) e (3.48) simplificam-se nas eqs. (3.14) e (3.15) para o caso particular de contatos simétricos $\Gamma_1 = \Gamma = \Gamma_2$, e nas eqs. (3.28) e (3.29) no caso de junções de tunelamento $\Gamma_1, \Gamma_2 \ll 1$.

A função geratriz inversa pode ser obtida diretamente de $S(\lambda)$, somente temos de inverter a expansão em série de potência. A função geratriz dual pode ser escrita da seguinte forma:

$$S^{-1}(\lambda) = b_0 + b_1\lambda + b_2\lambda^2 + \dots \quad (3.49)$$

Os coeficientes são obtidos, novamente, igualando os termos de mesma potência em λ . Esta expansão é suficiente para a obtenção dos cumulantes de tentativas de transmissão de carga da estatística de contagem. Listamos abaixo os dois primeiros cumulantes

$$\langle m \rangle = \frac{N_0(\Gamma_1 + \Gamma_2)}{N\Gamma_1\Gamma_2}, \quad (3.50)$$

$$\langle\langle m^2 \rangle\rangle = \frac{N_0(\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2)(\Gamma_1 + \Gamma_2 - \Gamma_1\Gamma_2)}{N^2\Gamma_1^2\Gamma_2^2(\Gamma_1 + \Gamma_2)}. \quad (3.51)$$

Novamente, podemos notar que as eqs. (3.50) e (3.51) simplificam-se nas eqs. (3.20) e (3.21) para o caso de contatos simétricos e nas eqs. (3.34) and (3.35) para junções de tunelamento. No apêndice C, apresentamos o terceiro e quarto cumulantes de cargas transmitidas e de tentativas de transmissão de carga para o caso de contatos arbitrários.

3.3.6 Análise termodinâmica

Para o caso de contatos arbitrários, resultados analíticos ficam restritos aos cálculos de cumulantes como acabamos de ver. Contudo, a função distribuição de probabilidade de carga transmitida $\mathcal{P}(x)$ ou mais convenientemente, o seu logaritmo, definido por

$$W(x) = \frac{1}{\mathcal{M}} \ln \mathcal{P}(x), \quad (3.52)$$

pode ser implementado numericamente a partir da aproximação de ponto de sela. Resultados numéricos são apresentados na próxima seção, onde estudamos os efeitos da transição quântica, discutida na seção 2.3.4, sobre a forma funcional de $W(x)$.

Uma interpretação física útil para $W(x)$, consiste em considerá-la uma espécie de *energia livre* da cavidade caótica. Podemos fazer uma comparação direta com a mecânica estatística [79], pois as derivadas da energia livre de um sistema fornece os *observáveis termodinâmicos*. Como exemplo, podemos citar que a primeira derivada da energia livre em relação a $\beta = 1/k_B T$ fornece a *energia interna* de um sistema em contato com um banho térmico, enquanto a segunda derivada vai fornecer informações sobre as flutuações da energia interna, que estão relacionadas ao *calor específico*.

Em analogia com a mecânica estatística, podemos obter o primeiro cumulante de carga e suas flutuações derivando a energia livre $W(x)$, da condição de mínimo

temos

$$\left. \frac{dW(x)}{dx} \right|_{x=\bar{x}} = 0 \implies \bar{x} = n_1, \quad (3.53)$$

onde introduzimos a nova notação para os cumulantes de carga

$$n_k \equiv \frac{\langle\langle n^k \rangle\rangle}{\mathcal{M}}. \quad (3.54)$$

As flutuações em torno de n_1 satisfazem à seguinte relação

$$n_k = -(-n_2)^k \left. \frac{d^k W(x)}{dx^k} \right|_{x=\bar{x}}, \quad k = 2, 3. \quad (3.55)$$

Da mesma maneira, podemos definir uma *energia livre* $\bar{W}(y)$ para o caso dual, onde

$$\bar{W}(y) = \frac{1}{N_0} \ln \mathcal{P}(y). \quad (3.56)$$

Aplicando a condição de mínimo, temos

$$\left. \frac{d\bar{W}(y)}{dy} \right|_{y=\bar{y}} = 0 \implies \bar{y} = m_1, \quad (3.57)$$

com a nova notação

$$m_k \equiv \frac{\langle\langle m^k \rangle\rangle}{N_0}. \quad (3.58)$$

As flutuações em torno de m_1 são dadas por uma expressão similar à obtida para os cumulantes de carga:

$$m_k = -(-m_2)^k \left. \frac{d^k \bar{W}(y)}{dy^k} \right|_{y=\bar{y}}, \quad k = 2, 3. \quad (3.59)$$

Com as análises realizadas nas seções anteriores concluímos que a aproximação de ponto de sela captura toda a informação relevante no limite semiclássico, quando temos um grande número de tentativas de transmissão $\mathcal{M} \gg 1$, ou quando há um grande número de cargas transmitidas $N_0 \gg 1$. Agora vamos analisar os comportamentos das energias livres $W(x)$ e $\bar{W}(y)$ à procura de sinais da transição quântica discutida na seção 2.3.4.

3.4 Assinatura de uma Transição Quântica

A incapacidade de se medir experimentalmente a densidade de autovalores de transmissão, eq. (2.44), fez com que recorrêssemos a quantidades experimentalmente acessíveis, com o intuito de tornar mensurável a transição quântica associada a formação de modos de Fabry-Pérot na cavidade caótica. Motivados pelas refs. [7] e [55], que mostram claramente a grande capacidade atual de medir experimentalmente tanto a distribuição de cargas transmitidas quanto a de tentativas de transmissão de carga e sabendo que estas grandezas contém toda a informação relevante sobre o sistema no limite semiclássico, mostramos, nesta seção, como é possível extrair um sinal claro da transição.

3.4.1 Cavidade caótica com um contato ideal e uma barreira de transparência arbitrária

O caso mais simples em que a transição ocorre, segundo a fig. (2.4), é quando um dos contatos é ideal, $\Gamma_1 = 1$, e o outro é arbitrário, $\Gamma_2 = \Gamma$. Aplicando este fato à equação de quarta ordem, eq. (2.38), ela fatora da forma

$$(1 + \eta\xi)((1 - \Gamma)\xi^3 + (2\Gamma - 1)\eta\xi^2 + (1 + \Gamma)\xi - \eta) = 0. \quad (3.60)$$

As raízes desta equação foram estudadas na ref. [42]. De acordo com a fig. (2.4) a transição ocorre exatamente quando $\Gamma = 0.5$. Vamos então analisar a energia livre $W(x)$ do sistema com respeito a variação em Γ [78].

A parte central da distribuição, onde os eventos acontecem com maior probabilidade, não apresentam qualquer sinal da transição. Esse fato era esperado, pois, como vimos na seção 3.3.2 a parte central da distribuição é dominada pelos primeiros cumulantes da estatística de contagem e estes são funções suaves de Γ , veja eqs. (3.47), (3.48), (C.1) e (C.2). Resta-nos analisar a informação contida nos cumulantes de maior ordem, os quais estão restritos às caudas da distribuição, veja fig. (3.1). Há a necessidade de estudarmos os limites de baixa transmissão, $x \rightarrow 0^+$, e de altas transmissões, $x \rightarrow 1^-$. No último limite, notamos que a função $W(1)$ é contínua em Γ , com derivadas também contínuas, não apresentam nenhuma característica da transição. Por outro lado, no limite oposto, $W(0)$ exibe um sinal claro da transição quando $\Gamma = 0.5$, como podemos ver na fig. (3.4), onde apresentamos a função $W(0)$ e suas duas primeiras derivadas, que demonstram claramente uma descontinuidade em $\Gamma = 0.5$.

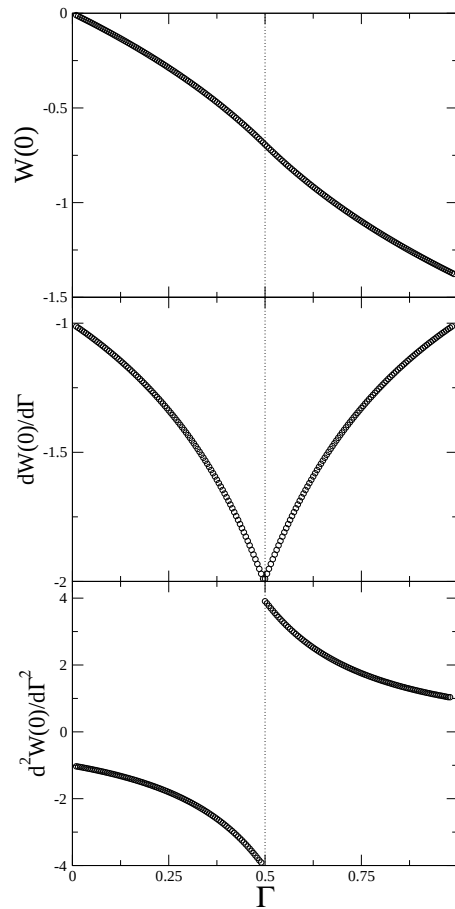


Figura 3.4: Assinatura da transição quântica. No topo do gráfico mostramos o limite $x \rightarrow 0$ da função distribuição de carga em função de Γ . Os gráficos do meio e de baixo mostram a primeira e segunda derivadas, respectivamente. Podemos notar que a segunda derivada apresenta uma descontinuidade precisamente no valor $\Gamma = 0,5$ que sinaliza a transição como pode ser visto na fig. (2.4).

Da mesma maneira podemos analisar a função $\bar{W}(y)$, lembrando que esta tem suporte no intervalo $1 \leq y < \infty$. Visto que a parte central não é relevante para nosso estudo, vamos direto para os limites. Quando $y \rightarrow 1^+$, $\bar{W}(1)$ é uma função bem comportada com respeito a variação em Γ e não apresenta qualquer sinal da transição. Por outro lado, quando tomamos o outro limite, $\lim_{y \rightarrow \infty} \bar{W}(y)$, verificamos que a função diverge. Este comportamento faz com que qualquer informação sobre a transição seja perdida com a divergência.

3.4.2 Cavidade caótica com barreiras arbitrárias

Analizamos, agora, o caso mais geral, onde os valores de Γ_1 e Γ_2 podem ter qualquer valor entre 0 e 1, eq. (2.38). Para fazermos uma ligação direta com a proposta de medição experimental do fator Fano na ref. [51], escolhemos $\Gamma_1 = 0,4$ e deixamos Γ_2 livre. A mesma análise realizada na seção anterior será feita neste caso. Na fig. (3.5), apresentamos a função $W(0)$ e suas duas primeiras derivadas em função de Γ_2 . O gráfico da segunda derivada mostra as descontinuidades da função tanto em $\Gamma_2 \approx 0,28$ quanto em $\Gamma_2 \approx 0,67$, a qual está de acordo com a estimativa da fig. (2.4). É claro que se mudarmos o valor de Γ_1 iremos encontrar outros valores de Γ_2 nos quais ocorrem as transições quânticas, como mostrado no gráfico $\Gamma_1 \times \Gamma_2$, fig. (2.4).

A função dual $\bar{W}(y)$ também tem uma interpretação similar à apresentada na seção anterior. Quando geramos a função $\bar{W}(1)$, vemos que ela e suas derivadas são funções bem comportadas de Γ_2 . No limite oposto, $\bar{W}(y \rightarrow \infty)$, a função diverge e assim perdemos qualquer sinal da transição.

3.4.3 Análise da robustez da transição quântica

Experimentalmente sabemos que não é possível extrair informações precisas em regiões onde os eventos são muito raros, ou seja, acessar a região onde $x \rightarrow 0$. Então, faz-se necessário um estudo da robustez do sinal da transição quântica à medida que nos afastamos do ponto $x = 0$ e tendemos para a região $x \approx \bar{x}$, onde $\bar{x}$ é o primeiro cumulante da distribuição de carga transmitida.

Temos que levar em conta que as medidas experimentais podem apresentar ruídos devido a campos magnéticos externos, aos equipamentos em uso e inúmeros outros fatores. Felizmente, com o desenvolvimento da tecnologia, pode-se praticamente eliminar por completo esses ruídos do sinal, veja fig. (3.6). Outras fontes de

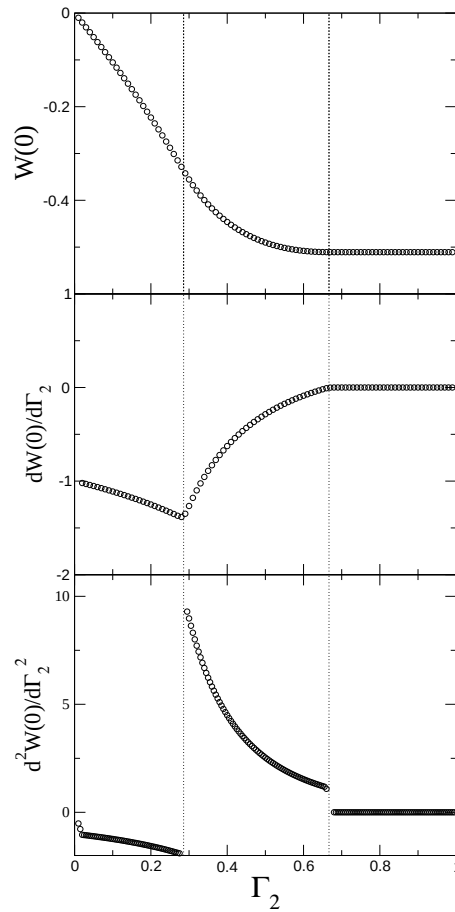


Figura 3.5: O gráfico do topo mostra a função $W(0)$ em função da probabilidade de tunelamento através da segunda barreira Γ_2 quando $\Gamma_1 = 0, 4$. Os seguintes gráficos são a primeira e segunda derivadas desta função, respectivamente. A segunda derivada mostra com clareza as descontinuidades causadas pela transição quântica em $\Gamma_2 \approx 0,28$ e $\Gamma_2 \approx 0,67$.

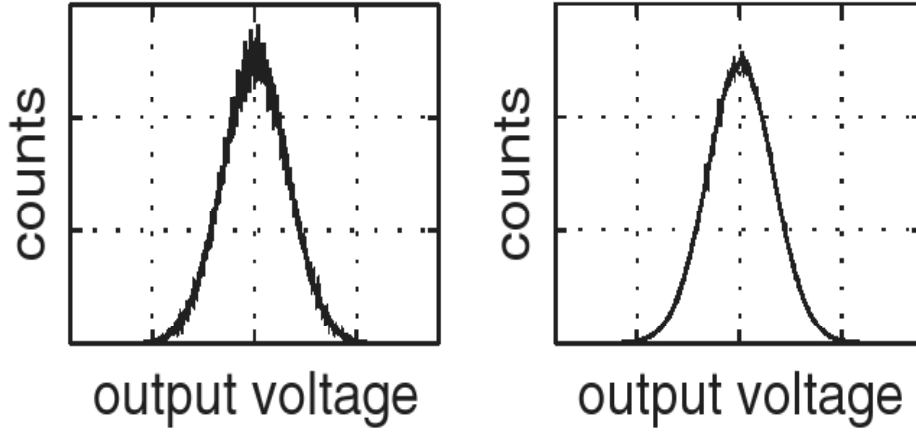


Figura 3.6: (Esquerdo) Distribuição de cargas transmitida através de uma junção de tunelamento com muito ruído. (Direito) A mesma distribuição após passar por um tratamento de eliminação dos ruídos. Estas figuras foram tiradas da ref. [7].

ruído são as flutuações nos parâmetros controláveis como a probabilidade de tunelamento através das barreiras, o número de canais abertos, a corrente e o potencial aplicado.

Para tentar tornar análise numérica mais realística nossa introduzimos artificialmente uma flutuação na intensidade das barreiras da ordem de 5% no caso tratado na seção 3.4.1. Com essa flutuação percebemos que o sinal da transição permanece visível até alcançarmos 30% do valor de $\bar{x}$, veja fig. (3.7). Com estas condições, a estimativa do ponto da transição apresenta um erro de aproximadamente 14% do seu valor exato, $\Gamma_c = 0,5$. Este resultado sugere que o sinal físico é robusto o bastante para ser medido dentro de uma margem de erro aceitável.

3.5 Efeito do Ambiente Eletromagnético e Relação de Dualidade

Como visto na seção 2.4 podemos inserir nosso sistema mesoscópico em um ambiente eletromagnético. Este tem como intuito emular os efeitos do circuito externo que é acoplado à cavidade caótica durante uma medição, veja fig. (2.5). Com isto temos uma descrição mais realística do que acontece em uma medida experi-

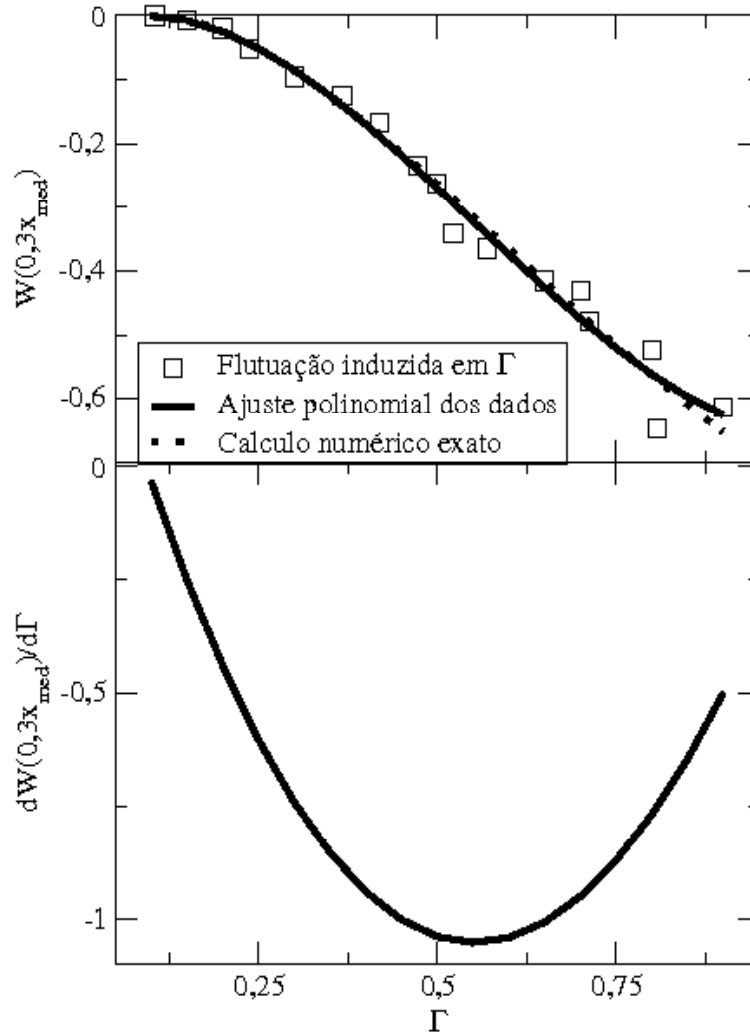


Figura 3.7: A função $W(x)$ é deslocada de $x \approx 0$ para 30% do valor médio de x (x_{med}). O gráfico do topo mostra pontos quadrados obtidos de uma cálculo numérica na situação em que inserimos uma flutuação de 5% na intensidade das barreiras enquanto a linha pontilhada é o cálculo numérico exato. A curva grossa é o ajuste polinomial dos pontos quadrados e a curva pontilhada é o cálculo numérico exato. O gráfico à baixo mostra a derivada do ajuste polinomial, onde notamos que o mínimo está deslocado do ponto crítico $\Gamma_c = 0,5$, veja fig. (3.4).

mental de cumulantes.

No limite de baixas frequências, podemos considerar a cavidade caótica conectada em série com um circuito de impedância z_0 fig. (2.5). Através da eq. (2.74) calculamos a estatística de contagem de carga de uma cavidade caótica dado que sabemos como calcular a sua função geratriz $S(\lambda)$. Seguindo a mesma idéia de seções anteriores, construímos uma série de potências para $\Phi(\lambda)$ usando a série de potências de $S(\lambda)$. Com isso somos capazes de calcular os cumulantes de carga da estatística de contagem de uma cavidade caótica conectada em série a uma impedância z_0 . Os primeiros quatro cumulantes são:

$$\langle n \rangle = \frac{\langle n \rangle_0}{1 + gz_0}, \quad (3.61)$$

$$\langle \langle n^2 \rangle \rangle = \frac{\langle \langle n^2 \rangle \rangle_0}{(1 + gz_0)^3}, \quad (3.62)$$

$$\langle \langle n^3 \rangle \rangle = \frac{\langle \langle n^3 \rangle \rangle_0}{(1 + gz_0)^4} - \frac{3gz_0}{(1 + gz_0)^5} \frac{\langle \langle n^2 \rangle \rangle_0^2}{\langle n \rangle_0}, \quad (3.63)$$

$$\begin{aligned} \langle \langle n^4 \rangle \rangle &= \frac{\langle \langle n^4 \rangle \rangle_0}{(1 + gz_0)^5} - \frac{10gz_0}{(1 + gz_0)^6} \frac{\langle \langle n^2 \rangle \rangle_0 \langle \langle n^3 \rangle \rangle_0}{\langle n \rangle_0} \\ &\quad + \frac{15(gz_0)^2}{(1 + gz_0)^7} \frac{\langle \langle n^2 \rangle \rangle_0^3}{\langle n \rangle_0^2}, \end{aligned} \quad (3.64)$$

onde definimos $g = N\Gamma_1\Gamma_2/(\Gamma_1 + \Gamma_2)$ como a condutância adimensional da cavidade e $\langle \langle n^k \rangle \rangle_0$ os cumulantes no limite de $z_0 \rightarrow 0$ que foram calculados na seção 3.3.5. Note que os termos adicionais que aparecem a partir do terceiro cumulante não podem ser desprezados em relação ao primeiro, pois todos são da mesma ordem em gz_0 .

É importante perceber que $\langle \langle n^k \rangle \rangle = \langle \langle n^k \rangle \rangle_0$ no limite $z_0 \rightarrow 0$, ou seja, quando extraímos o efeito do ambiente eletromagnético. Outro fato importante que pode ser percebido é que os cumulantes de ordem $k \geq 3$ além de serem escalonados pelo fator $(1 + gz_0)^{-(k+1)}$, eles também são afetados pelos cumulantes de menor ordem. A teoria clássica não é capaz de descrever esse efeito, ela somente obtém resultados corretos para os dois primeiros cumulantes como visto na seção 2.4.

Da mesma maneira podemos obter a estatística de contagem de tentativas de transmissão de carga de uma cavidade caótica em série com uma resistência de impedância z_0 , fig. (2.5). A estatística de contagem do sistema dual é dada pela eq. (2.75), após expandí-la em série de potências obtemos as seguintes relações:

$$\langle m \rangle = \frac{\langle m \rangle_0}{1 + g_0 \rho}, \quad (3.65)$$

$$\langle\langle m^2 \rangle\rangle = \frac{\langle\langle m^2 \rangle\rangle_0}{(1 + g_0 \rho)^3}, \quad (3.66)$$

$$\langle\langle m^3 \rangle\rangle = \frac{\langle\langle m^3 \rangle\rangle_0}{(1 + g_0 \rho)^4} - \frac{3g_0 \rho}{(1 + g_0 \rho)^5} \frac{\langle\langle m^2 \rangle\rangle_0^2}{\langle m \rangle_0}, \quad (3.67)$$

$$\begin{aligned} \langle\langle m^4 \rangle\rangle &= \frac{\langle\langle m^4 \rangle\rangle_0}{(1 + g_0 \rho)^5} - \frac{10g_0 \rho}{(1 + g_0 \rho)^6} \frac{\langle\langle m^2 \rangle\rangle_0 \langle\langle m^3 \rangle\rangle_0}{\langle m \rangle_0} \\ &\quad + \frac{15(g_0 \rho)^2}{(1 + g_0 \rho)^7} \frac{\langle\langle m^2 \rangle\rangle_0^3}{\langle m \rangle_0^2}, \end{aligned} \quad (3.68)$$

onde $\rho = 1/g$ e $g_0 = 1/z_0$. Também podemos ver que $\langle\langle m^k \rangle\rangle = \langle\langle m^k \rangle\rangle_0$ no limite $g_0 = 0$ ($z_0 \rightarrow \infty$), ou seja, quando retiramos a resistência externa do circuito. Todas as correções que aparecem a partir do terceiro cumulante de cargas transmitidas e de tentativas de transmissão de carga têm a mesma ordem em gz_0 e $g_0\rho$ respectivamente, por isso não podem ser desprezadas, como mostram os dados experimentais da fig. (2.6). Resultados similares para voltagem fixa e corrente fixa foram obtidos na ref. [71] para uma barreira de tunelamento. Isto indica uma *universalidade dessas equações em sistemas mesoscópicos*. Uma característica intrigante que podemos perceber quando comparamos as eqs. (3.61)-(3.64) e eqs. (3.65)-(3.68), é que a relação de dualidade que há entre os dois casos não é nada mais que uma simples substituição de $n \leftrightarrow m$ e $z_0 g \leftrightarrow g_0 \rho$.

Apesar da grande dificuldade técnica de se tratar problemas com corrente fixa, os cumulantes da estatística de contagem de tentativas de transmissão de carga têm uma relação muito direta com os cumulantes da estatística de contagem de carga transmitida, que são obtidos, em geral, através de um tratamento mais direto. Isto implica que a dificuldade técnica não é refletida no resultado final.

Agora, vamos retomar a discussão sobre os resultados experimentais apresentados na fig. (2.6) para uma junção de tunelamento, $\Gamma \ll 1$, conectada a uma resistência de impedância z_0 . No limite de $z_0 \rightarrow 0$ a distribuição de cargas transmitidas é uma distribuição de Poisson, eq. (2.20), implicando que todos os cumulantes de carga são iguais. Devido a este fato, podemos reescrever as eqs. (3.62) e (3.66) da seguinte forma

$$\langle\langle n^2 \rangle\rangle = \frac{\langle\langle n \rangle\rangle}{(1 + gz_0)^2}, \quad \langle\langle m^2 \rangle\rangle = \frac{g \langle\langle m \rangle\rangle}{(g + g_0)^2}, \quad (3.69)$$

onde $g = N\Gamma$ para o caso de uma junção de tunelamento. Estas equações estão de acordo com as previsões teóricas do método de Langevin apresentadas na seção 2.4, eq. (2.73). Para o terceiro cumulante de cargas transmitidas e de tentativas de transmissão de carga, eqs. (3.63) e (3.67), obtemos que

$$\langle\langle n^3 \rangle\rangle = \frac{\langle\langle n \rangle\rangle}{(1 + gz_0)^3} - \frac{3gz_0 \langle\langle n \rangle\rangle}{(1 + gz_0)^4}, \quad (3.70)$$

$$\langle\langle m^3 \rangle\rangle = \frac{g \langle\langle m \rangle\rangle}{(g + g_0)^3} - \frac{3g_0g \langle\langle m \rangle\rangle}{(g + g_0)^4}. \quad (3.71)$$

As eqs. (3.70) e (3.71) além de serem escalonadas pelos fatores $(1 + gz_0)^{-3}$ e $(g + g_0)^{-3}$ respectivamente, sofrem uma correção advinda dos cumulantes de menor ordem. A eq. (3.71) para o terceiro cumulante de tentativas de transmissão de carga de uma junção de tunelamento foi obtida na ref. [12] e mostra-se em perfeito acordo com os dados experimentais apresentados na fig. (2.6).

Capítulo 4

Efeitos de Interferência: Análise Diagramática

No capítulo 3, abordamos a estatística de contagem de carga transferida através de uma cavidade caótica com barreiras arbitrárias sempre desprezando as correções quânticas advindas dos efeitos de interferência. Estas correções afetam significativamente todas as funções analisadas tais como cumulantes, função geratriz de cumulantes, densidade de autovalores de transmissão, etc. Neste capítulo, analisamos principalmente como essas correções afetam a média da condutância e suas flutuações dando maior atenção à média da potência do ruído de disparo. No capítulo 5, estudamos as correções quânticas de um forma mais ampla, analisando como os efeitos de interferência afetam a função geratriz de cumulantes [81]. Como discutimos até aqui, um conhecimento aprofundado sobre a estatística de contagem traz informações novas geralmente inacessíveis através de conceitos clássicos.

O conhecimento da média da condutância de um sistema mesoscópico não é suficiente para entender completamente suas características físicas. As flutuações de corrente em um sistema fora do equilíbrio geram uma informação puramente quântica, a discretização da carga. Estas flutuações são conhecidas com ruído de disparo e surgem devido aos desvios da transmissão regular no tempo de carga através da amostra mesoscópica. A propriedade ondulatória dos portadores de carga leva ao aparecimento do efeito de interferência quântico que causa correções tanto na corrente promediada no tempo de observação quanto em suas flutuações.

No sistema que consideraremos há três escalas de tempo relevantes, discutidos no capítulo 1: o tempo de Ehrenfest τ_E , o tempo de permanência na cavidade caótica τ_{dwell} e o tempo de coerência de fase. O tempo τ_E é o tempo necessário para que o

pacote de onda adquira uma amplitude comparada à escala clássica. Neste trabalho estaremos sempre trabalhando no limite em que $\tau_E \rightarrow 0$. O tempo τ_{dwell} é o tempo de permanência das cargas dentro da cavidade caótica de forma que seja válida a relação $\tau_{\text{dwell}} \gg \tau_{\text{erg}}$. Esta condição valida a teoria de matrizes aleatórias apresentada na seção 1.3.

A TMA descreve muito bem a estatística de contagem em sistemas mesoscópicos, como vimos na seção 2.3.5. No caso de uma cavidade caótica com contatos ideais, as propriedades estatísticas podem ser obtidas usando a matriz de espalhamento distribuída nos ensembles puros de Wigner-Dyson. Eles estão diretamente relacionando às simetrias do grupo unitário: COE, para sistemas com simetria de reversão temporal e simetria de rotação de spin ($\beta = 1$); CUE, para sistemas onde ambas as simetrias são quebradas devido a um campo magnético externo ($\beta = 2$); CSE, para sistemas onde a simetria de rotação de spin é quebrada pela interação spin-órbita, mas a simetria de reversão temporal é preservada ($\beta = 4$). Uma discussão mais aprofundada foi apresentada na seção 1.3.

Neste capítulo, calculamos a correção de *localização fraca* da condutância e da potência do ruído de disparo, dando maior atenção para o segundo. Por último, entenderemos como a quebra das simetrias interfere na localização fraca, num regime conhecido como *crossover*. Estes temas têm recebido muita atenção da comunidade. Braun *et al.* [82, 83] usaram uma teoria semiclássica para descrever o regime de crossover entre os ensembles ortogonal e unitário. Usando a TMA, Savin e Sommers [84] calcularam analiticamente a média da potência do ruído de disparo, enquanto Béri e Csér [85, 86] estenderam os resultados da ref. [82] para o regime de crossover. Contudo, estes resultados estão sempre restritos a cavidades caóticas com contatos ideais. A introdução de barreiras nos contatos de tunelamento acarreta em um enriquecimento físico, pois aparece um efeito de *supressão-amplificação* da média da potência do ruído de disparo.

4.1 Método Diagramático

Iniciaremos essa seção apresentando uma revisão do método diagramático proposto por Brouwer e Beenakker[16] para a integração sobre o grupo unitário, onde a matriz de espalhamento pode estar distribuída nos ensembles puros de Wigner-Dyson. A partir da seção 4.1.2, usaremos o modelo de estube, apresentado na seção 1.3.3, para introduzir a informação sobre as barreiras nos contatos.

4.1.1 Cavidade caótica com contatos ideais

Tanto a condutância quanto as ordens superiores dos cumulantes da estatística de contagem de carga transferida através de uma cavidade caótica são bem descritas pela teoria de Landauer. Esta teoria permite expressá-los em termos da matriz de espalhamento, como apresentado abaixo

$$g = \text{Tr} [(C_1 S C_2 S^\dagger)], \quad (4.1)$$

$$h = \text{Tr} [(C_1 S C_2 S^\dagger)^2], \quad (4.2)$$

$$p = \text{Tr} [(C_1 S C_2 S^\dagger)(1 - C_1 S C_2 S^\dagger)] = g - h, \quad (4.3)$$

onde g é a condutância, h o segundo momento e p é o segundo momento irreduzível que corresponde à potência do ruído de disparo. As matrizes $C_{1,2}$ são matrizes de projeção definidas por

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1_{N_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1_{N_2} \end{pmatrix}, \quad (4.4)$$

nos quais 1_N é uma matriz unidade $N \times N$, N_1 e N_2 são os números de canais abertos nos guias 1 e 2 respectivamente, tal que $N_1 + N_2 = N$. Além disso, estas matrizes satisfazem às seguintes condições: $C_1 C_2 = 0$; $C_1 + C_2 = 1_N$.

Aplicando o método diagramático, desenvolvido na ref. [16], nas eqs. (4.1) e (4.2), obtemos os diagramas apresentados na fig. (4.1) onde os elementos da matriz de espalhamento, S_{ij} , são representados por uma linha pontilhada ($i \bullet \cdots \circ j$), enquanto que os elementos das matrizes projeção, $(C_{1,2})_{ij}$, são representadas pelas linhas sólidas. Após realizarmos a média sobre o ensemble, os diagramas adquirem a forma apresentada na fig. (4.2). Note que para a condutância há somente um diagrama topologicamente distinto não nulo, enquanto que para o segundo cumulante há quatro. Os diagramas são compostos por dois tipos de ciclos: o primeiro é composto de linhas finas e de linhas pontilhadas que representam a matriz S , estes são denominados ciclos- U ; o segundo é composto por linhas finas e linhas grossas e são denominados ciclos- T . Dos ciclos- U e ciclos- T presentes na fig. (4.2) obtemos as seguintes expressões:

$$\langle g \rangle = V_1 [\text{Tr}(C_1) \text{Tr}(C_2)], \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \langle h \rangle = & V_{1,1} [(\text{Tr} C_1)^2 \text{Tr}(C_2)^2 + \text{Tr}(C_1)^2 (\text{Tr} C_2)^2] \\ & + V_2 [(\text{Tr} C_1)^2 (\text{Tr} C_2)^2 + \text{Tr}(C_1)^2 \text{Tr}(C_2)^2]. \end{aligned} \quad (4.6)$$

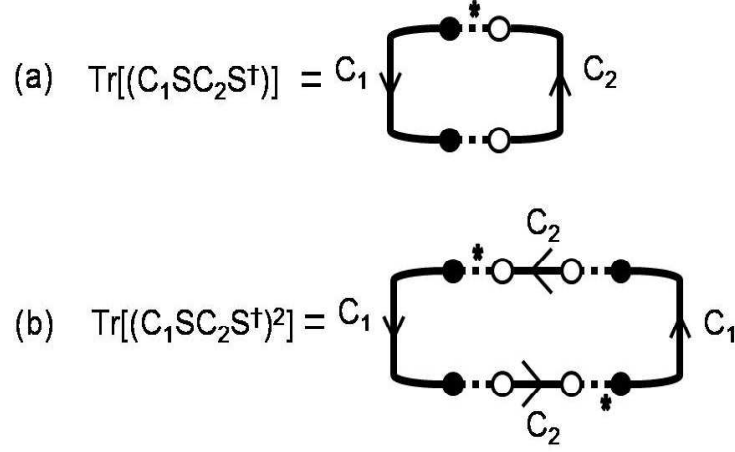


Figura 4.1: Representação diagramática (a) da condutância, eq. (4.1) e (b) do segundo cumulante, eq. (4.2). As linhas pontilhadas e grossas representam os elementos da matriz de espalhamento, S_{ij} , e das matrizes de projeção, respectivamente. O símbolo * referisse a matriz $S^\dagger$.

Os pesos V_1 , $V_{1,1}$ e V_2 são consequências dos ciclos- U enquanto que os traços são advindos dos ciclos- T . Estes coeficientes obedecem certas relações recursivas [87] que são específicas para cada ensemble puro de Wigner-Dyson: $V_1 = (N)^{-1}$, $V_{1,1} = (N+2)(N(N+1)(N+3))^{-1}$ e $V_2 = -(N(N+1)(N+3))^{-1}$ para $\beta = 1$; $V_1 = (N+1)^{-1}$, $V_{1,1} = (N^2 - 1)^{-1}$ e $V_2 = -(N(N^2 - 1))^{-1}$ para $\beta = 2$. Substituindo os pesos nas eqs. (4.5) e (4.6) obtemos

$$\langle g \rangle = \frac{N_1 N_2}{N - 1 + \frac{2}{\beta}} \quad (4.7)$$

e

$$\langle h \rangle = \frac{N_1 N_2 \left(N_1^2 + N_1 N_2 + N_2^2 - 2N + 1 + \frac{4N-6}{\beta} + \frac{4}{\beta^2} \right)}{\left(N - 2 + \frac{2}{\beta} \right) \left(N - 1 + \frac{2}{\beta} \right) \left(N - 1 + \frac{4}{\beta} \right)}. \quad (4.8)$$

A média da potência do ruído de disparo é obtida das eqs. (4.3), (4.7) e (4.8), as quais fornecem o seguinte resultado:

$$\langle p \rangle = \frac{N_1 N_2 \left(N_1 - 1 + \frac{2}{\beta} \right) \left(N_2 - 1 + \frac{2}{\beta} \right)}{\left(N - 2 + \frac{2}{\beta} \right) \left(N - 1 + \frac{2}{\beta} \right) \left(N - 1 + \frac{4}{\beta} \right)}. \quad (4.9)$$

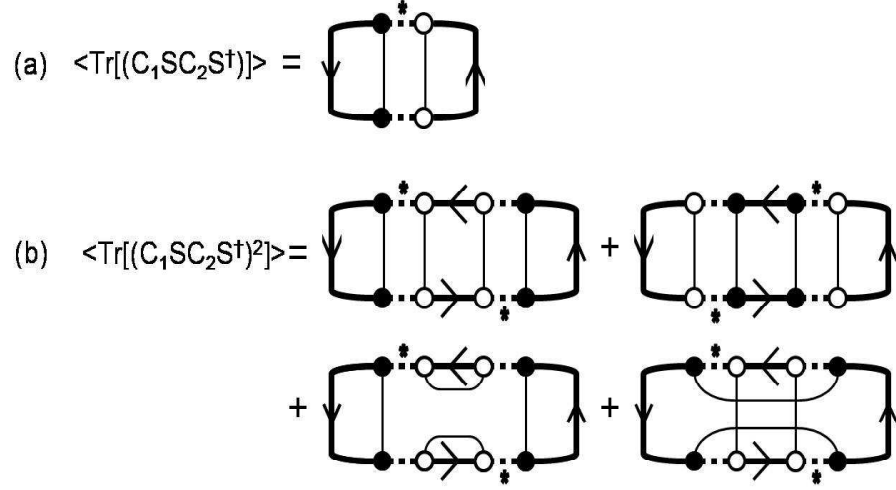


Figura 4.2: Diagramas da fig. (4.1) após a realização da média, (a) média da condutância, eq. (4.5) e (b) a média do segundo momento, eq. (4.6). Na figura (a) há somente um ciclo- U e dois ciclos- T , enquanto na figura (b) nos dois primeiros diagramas há dois ciclos- U e três ciclos- T e os dois últimos contêm um único ciclo- U com 4 e 2 ciclos- T , respectivamente.

É importante ressaltar que as eqs. (4.7), (4.8) e (4.9) são exatas e válidas para as três classes de ensembles puros $\beta \in \{1, 2, 4\}$. Também é interessante analisarmos o limite semiclássico destas equações, ou seja quando $N_1, N_2 \gg 1$. Obtemos que a média da condutância neste regime é dada por

$$\langle g \rangle = \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2} + \left(1 - \frac{2}{\beta}\right) \frac{N_1 N_2}{(N_1 + N_2)^2} + \mathcal{O}(N^{-1}). \quad (4.10)$$

Para a média do segundo momento obtemos

$$\langle h \rangle = \frac{N_1 N_2 (N_1^2 + N_1 N_2 + N_2^2)}{(N_1 + N_2)^3} + 2 \left(1 - \frac{2}{\beta}\right) \frac{N_1 N_2 (N_1^2 + N_2^2)}{(N_1 + N_2)^4} + \mathcal{O}(N^{-1}), \quad (4.11)$$

com a qual podemos obter a média da potência do ruído de disparo

$$\langle p \rangle = \frac{N_1^2 N_2^2}{(N_1 + N_2)^3} - \left(1 - \frac{2}{\beta}\right) \frac{N_1 N_2 (N_1 - N_2)^2}{(N_1 + N_2)^4} + \mathcal{O}(N^{-1}). \quad (4.12)$$

As eqs. (4.10), (4.11) e (4.12) são bem conhecidas na literatura, veja refs. [23, 84, 88]. O primeiro termo em cada equação é a contribuição semiclássica, enquanto o segundo é devido ao efeito de interferência denominados de localização e antilocalização fracas. Quando fazemos $\beta = 2$ nessas equações o segundo termo se anula ficando somente a contribuição semiclássica. Para $\beta = 1$, o termo de localização fraca sobrevive, suprimindo a condutância e amplificando a potência do ruído de disparo, enquanto que para $\beta = 4$ quem sobrevive é o termo de antilocalização fraca, amplificando a condutância e suprimido a potência do ruído de disparo. O efeito de suprir ou amplificar é tipicamente devido às simetrias de cada ensemble puro. É interessante notar que a correção de localização fraca da potência do ruído de disparo anula-se quando $N_1 = N_2$.

A cavidade caótica com contatos ideais é um sistema simples e bastante estudado na literatura. É necessário sabermos como este sistema se modifica na presença de contatos não ideais. Como veremos, a introdução de novos parâmetros de controle vai trazer uma riqueza maior de fenômenos contribuindo para os termos de localização fraca.

4.1.2 Cavidade caótica com barreiras arbitrárias

Ao introduzirmos as barreiras de tunelamento nos contatos entre o guia e a cavidade caótica, a matriz de espalhamento não mais será uniformemente distribuída, sendo descrita pelo núcleo de Poisson. Utilizando o modelo de estube introduzido na seção 1.3.3 podemos parametrizar as flutuações da matriz de espalhamento $\delta S = S - \bar{S}$ da seguinte forma

$$\delta S = L(1 - UR)^{-1}UT. \quad (4.13)$$

A matriz U é a matriz de espalhamento de uma cavidade caótica aberta sem as barreiras distribuída uniformemente e as matrizes $\bar{S}$ e R formam a parte diagonal de uma matriz auxiliar Σ enquanto T e L formam a parte fora da diagonal. Portanto

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \bar{S} & T \\ L & R \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

Esta matriz tem dimensão $2N \times 2N$ e pode ser interpretada com a matriz de espalhamento de um sistema formado por um guia com duas barreiras sem a cavidade caótica. Desta forma, as probabilidades de tunelamento pelas barreiras para cada canal i são definidas como os autovalores das matrizes $LL^\dagger$, $T^\dagger T$ e $1 - RR^\dagger$ e são denominados por Γ_i .

4.1.3 Média da condutância

Para calcular a média da condutância, primeiro substituímos a eq. (4.13) na eq. (4.1) e expandimos em potências inversas de N no limite semiclássico, $N \gg 1$. Somente duas classes de diagramas topologicamente distintas e não nulas irão sobreviver neste cálculo perturbativo. A primeira classe, de ordem $\mathcal{O}(N)$, é conhecida como diagramas tipo escada e nos fornece a contribuição semiclássica da média da condutância. A segunda contribuição, de ordem $\mathcal{O}(1)$, é conhecida como diagramas maximamente cruzados, que são responsáveis pela localização e antilocalização fraca. Selecionando corretamente os diagramas pode-se obter a média da condutância, dada por:

$$\langle g \rangle = \frac{g_1 \bar{g}_1}{g_1 + \bar{g}_1} + \left(1 - \frac{2}{\beta}\right) \frac{g_2 \bar{g}_1^2 + g_1^2 \bar{g}_2}{(g_1 + \bar{g}_1)^3} + \mathcal{O}(N^{-1}), \quad (4.15)$$

onde $g_p = \sum_{i=1}^{N_1} (\Gamma_i)^p$ e $\bar{g}_p = \sum_{i=N_1+1}^N (\Gamma_i)^p$. Os detalhes deste resultado não serão abordados aqui, sugerimos ao leitor a ref. [16, 17] para maiores detalhes. Podemos interpretar os diagramas escada como representantes do modo *diffuson* no sistema e os diagramas maximamente cruzados são interpretados como representantes do modo *cooperons*. O modo cooperon é puramente quântico e contém a informação sobre o efeito de interferência na cavidade caótica. Se fizermos $\beta = 2$ na eq. (4.15) o termo de localização fraca desaparece uma vez que este efeito de interferência depende sensivelmente da simetria de reversão temporal. Para $\beta = 1$ o termo semiclássico dominante é suprimido pela localização fraca enquanto que para $\beta = 4$ ele é amplificado pela antilocalização fraca. Novamente a supressão e amplificação é uma característica intrínseca das simetrias dos ensembles puros.

Vamos analisar o seguinte caso $g_p = \bar{g}_p = N_0(\Gamma)^p$, onde $N_1 = N_2 = N_0$, na eq.(4.15) obtemos que:

$$\langle g \rangle = \frac{G}{2} + \left(1 - \frac{2}{\beta}\right) \frac{\Gamma}{4} + \mathcal{O}(N^{-1}), \quad (4.16)$$

onde $G = N_0 \Gamma$. O primeiro termo da eq. (4.16) é conhecido como condutância de Drude [33] e o segundo é sua correção de localização fraca. Quando tomamos o limite de tunelamento extremo, $\Gamma \rightarrow 0$, também denominado de limite opaco, mantendo G finito (isso é possível quando $N_0 \rightarrow \infty$), o termo de localização fraca desaparece sobrevivendo somente o termo semiclássico dominante. O mecanismo básico para o desaparecimento da localização fraca no limite opaco foi explicado por

Whitney [15] utilizando o método de soma sobre trajetórias clássicas. Abordaremos esse novo conceito na próxima seção.

4.1.4 Interpretação semiclássica da média da condutância

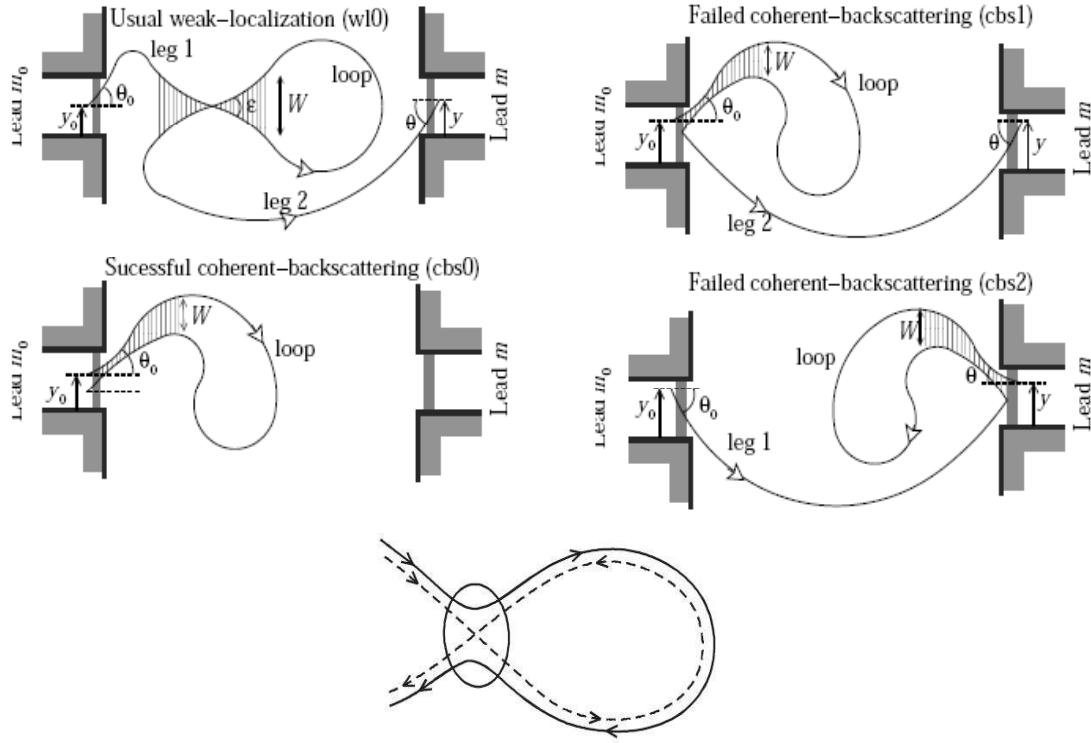


Figura 4.3: (Acima) Esquema das quatro classes de trajetórias com invariância à reversão temporal que contribuem para a correção de localização fraca total da média da condutância: a contribuição devido a localização fraca convencional (WL0); as contribuições devido aos retroespalhamentos com sucesso (cbs0) e os falhos (cbs1 e cbs2). (Abaixo) Esquema das duas trajetórias com mesmo peso, uma que se intersecta (linha pontilhada) e outra que evita por pouco a intersecção (linha contínua). As figuras foram tiradas das ref. [15] e [3] respectivamente.

Na eq. (4.16) vimos que ao tomarmos o limite opaco, a correção de localização fraca da média da condutância desaparece. Este fato implica numa intri-

gante competição entre os efeitos de tunelamento e de interferência quântica que são características fundamentais da mecânica quântica. O mecanismo para este fenômeno pode ser explicado através de uma análise cuidadosa do método de soma sobre trajetórias clássicas. Whitney [15] demonstrou que a correção de localização fraca total da média da condutância é a soma das contribuições de quatro classes de trajetórias com invariância a reversão temporal: a contribuição devido a localização fraca convencional; as contribuições devido aos retroespalhamentos com sucesso e os falhos, veja fig. (4.3). Para cada laço mostrado na fig. (4.3) existem duas trajetórias com mesmo peso, uma que se intersecta e outra que evita por pouco a intersecção, veja fig. (4.3).

No caso de uma cavidade caótica com barreiras ideais, $\Gamma = 1$, o efeito de retroespalhamento coerente duplica o peso de todas as trajetórias que formam laços, como mostrado na fig. (4.3). Este fato implica que o retroespalhamento coerente somente contribui para a reflexão. A reflexão sofre um ligeiro acréscimo enquanto a transmissão sofre um ligeiro decréscimo. Quando há o efeito de barreiras de tunelamento nos contatos dos guias, as partículas que retornam por trajetórias com laços, podem tunelar para os guias ou serem refletidas de volta para a cavidade. Desta forma podemos definir dois tipos de retroespalhamentos coerentes, o retroespalhamento com sucesso e o falho, veja fig. (4.3). O retroespalhamento coerente com sucesso refere-se ao retroespalhamento usual, que contribui somente para a reflexão. O peso do retroespalhamento de contatos ideais será multiplicado pela probabilidade da partícula tunelar pela barreira em direção ao guia de incidência i , dado por Γ_i . O retroespalhamento coerente falho refere-se ao caso em que as partículas são refletidas de volta à cavidade pela barreira, podendo posteriormente contribuir tanto com a transmissão quanto com a reflexão. A fig. (4.3) mostra dois tipos de retroespalhamentos falhos que contribuem positivamente tanto para reflexão quanto para a transmissão, seus pesos são multiplicados por um fator $1 - \Gamma_i$.

Se tomarmos o limite opaco, $\Gamma \rightarrow 0$, percebemos que a contribuição do retroespalhamento com sucesso é suprimida sobrevivendo somente uma parte da contribuição do retroespalhamento falho. Nesse limite, a contribuição do retroespalhamento falho é equivalente em módulo à contribuição da localização fraca convencional. Como ambas as contribuições têm sinais contrários, há um cancelamento das mesmas. Com isso, a correção de localização fraca total é suprimida linearmente no limite de $\Gamma \rightarrow 0$, conforme se mostra em cálculos explícitos.

4.2 Média da Potência do Ruído de Disparo para Contatos Não Ideais

Como sugerido na seção anterior, devemos substituir a parametrização das flutuações da matriz de espalhamento, eq. (4.13), na eq. (4.2). Então, podemos reescrever a eq. (4.2) como

$$\langle h \rangle = \sum_{k,l,m,n \geq 1}^{\infty} \langle f_{k,l,m,n} \rangle, \quad (4.17)$$

onde

$$f_{k,l,m,n} = \text{Tr} \left[C_1 L (UR)^{k-1} U T C_2 T^\dagger U^\dagger (R^\dagger U^\dagger)^{l-1} L^\dagger C_1 L (UR)^{m-1} U T C_2 T^\dagger U^\dagger (R^\dagger U^\dagger)^{n-1} L^\dagger \right]. \quad (4.18)$$

é importante perceber que $\langle f_{k,l,m,n} \rangle \neq 0$ se e somente se $k + m = l + n$. Da mesma maneira que no caso da média da condutância, vamos ter duas classes de diagramas topologicamente distintas, os diagramas escada e os maximamente cruzados. Temos de ser capazes de selecionar corretamente estes diagramas, para isso vamos primeiramente calcular a contribuição semiclássica e depois analisar o termo de localização fraca.

4.2.1 Contribuição semiclássica para a potência do ruído de disparo

Aplicando a técnica diagramática à eq. (4.17) é possível obter um conjunto de seis diagramas topologicamente distintos de ordem $\mathcal{O}(N)$, veja fig. (4.4). Note que cada diagrama da fig. (4.4) tem quatro braços conectados ou não a uma série infinita de diagramas, veja fig. (4.5). As séries são definidas por

$$\begin{aligned} F_L &= L^\dagger C_1 L + \sum_{n=1}^{\infty} N^{-n} \text{Tr} (L^\dagger C_1 L) (\text{Tr} (R^\dagger R))^{n-1} R^\dagger R \\ &= L^\dagger C_1 L + \frac{\text{Tr} (L^\dagger C_1 L)}{N - \text{Tr} (R^\dagger R)} R^\dagger R \end{aligned} \quad (4.19)$$

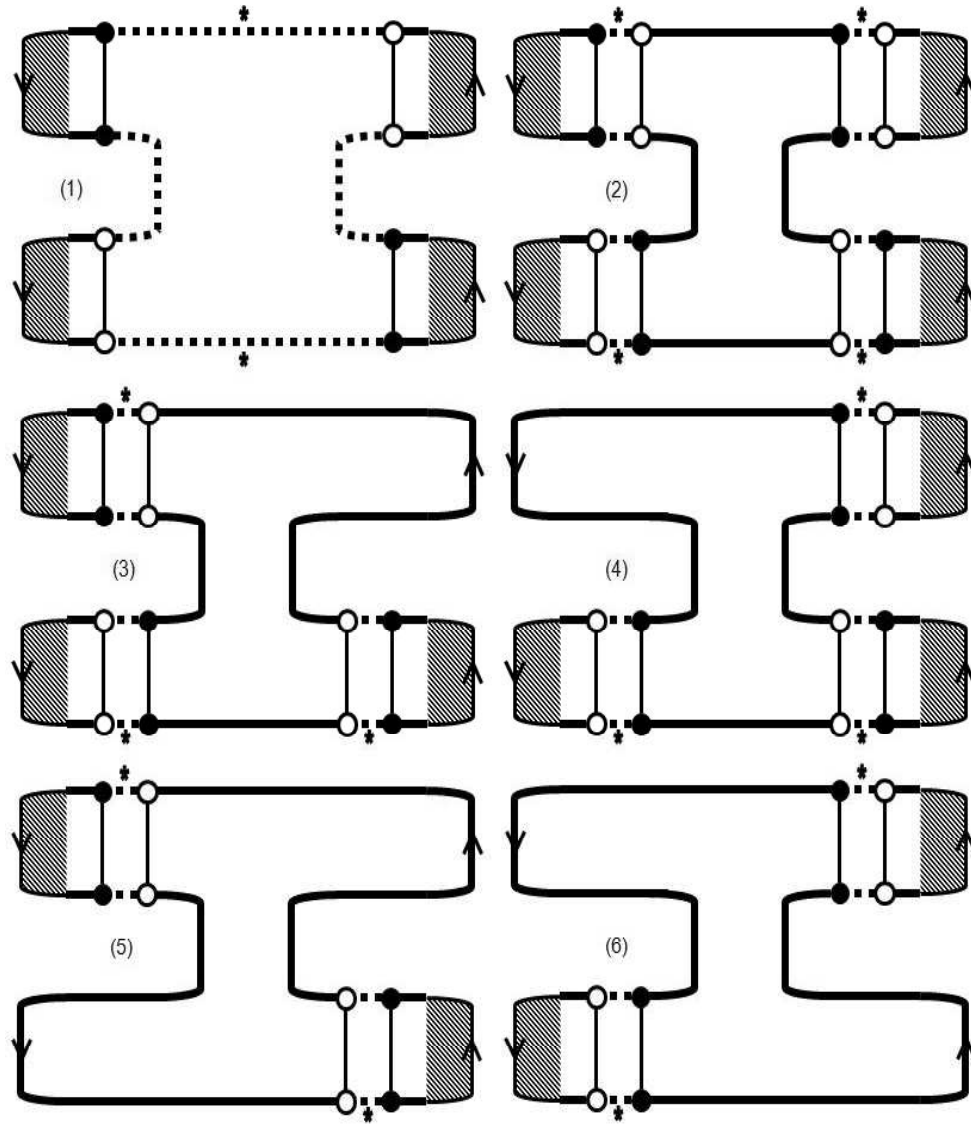


Figura 4.4: Seis diagramas topologicamente distintos que contribuem para a média da potência do ruído de disparo. Cada diagrama contém quatro braços que estão ou não conectados às matrizes F_L e F_R . Estes diagramas são conhecidos na literatura como diagramas tipo escada.

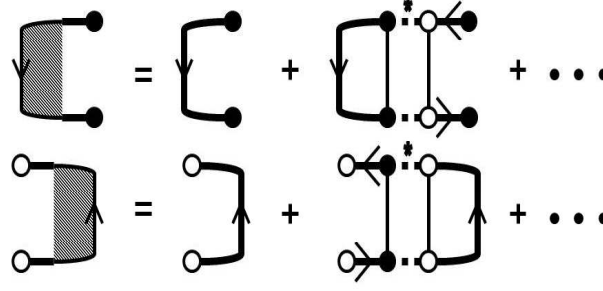


Figura 4.5: Representação diagramática da matriz F_L (topo), eq. (4.19), e matriz F_R (a baixo), eq. (4.20). Elas são séries infinitas de diagramas tipo escada, veja ref. [16].

1	$W_2 (\text{Tr} F_L)^2 (\text{Tr} F_R)^2$
2	$W_1^4 (\text{Tr} F_L)^2 (\text{Tr} R R^\dagger R R^\dagger) (\text{Tr} F_R)^2$
3	$2W_1^3 (\text{Tr} F_L)^2 (\text{Tr} T C_2 T^\dagger R R^\dagger) (\text{Tr} F_R)$
4	$2W_1^3 (\text{Tr} F_L) (\text{Tr} L^\dagger C_1 L R^\dagger R) (\text{Tr} F_R)^2$
5	$W_1^2 \text{Tr} (L^\dagger C_1 L)^2 (\text{Tr} F_R)^2$
6	$W_1^2 (\text{Tr} F_L)^2 \text{Tr} (T C_2 T^\dagger)^2$

Tabela 4.1: Equações extraídas dos diagramas tipo escada da fig. (4.4).

e

$$\begin{aligned}
 F_R &= T C_2 T^\dagger + \sum_{n=1}^{\infty} N^{-n} R R^\dagger (\text{Tr} (R^\dagger R))^{n-1} \text{Tr} (T C_2 T^\dagger) \\
 &= T C_2 T^\dagger + R R^\dagger \frac{\text{Tr} (T C_2 T^\dagger)}{N - \text{Tr} (R^\dagger R)}.
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

O primeiro diagrama da fig. (4.2-b) corresponde aos diagramas 2, 3 e 5 da fig. (4.4), enquanto que o segundo corresponde aos diagramas 2, 4 e 6. Como o diagrama 2 da fig. (4.4) foi obtido duas vezes, descartamos um e o somamos somente uma vez. O terceiro diagrama da fig. (4.2) corresponde ao diagrama 1 da fig. (4.4) e o último não contribui no limite semiclássico pois sua ordem é $\mathcal{O}(N^{-1})$. Então, esses são os diagramas tipo escada que correspondem aos modos diffusons do sistema.

Se girarmos os diagramas da fig. (4.4) por um ângulo de 180° sobre seu plano, veremos que somente os diagramas 3 e 4 não serão invariantes, por isso devemos

somar cada um deles duas vezes. Como pode-se ver, os demais são invariantes sob esta rotação, e portanto devem ser somados uma única vez. Na tabela 4.1 apresentamos as equações referentes às seis classes de diagramas escada. O diagrama 1 da fig. (4.4) tem um ciclo- U com peso $V_2 = W_2 \approx -N^{-3}$ enquanto os demais têm ciclos- U com peso $V_1 = W_1 \approx N^{-1}$ tomado o limite semiclássico. Então, somando as equações da tabela 4.1, obtemos

$$\langle h \rangle = \frac{g_1^4 \bar{g}_2 + 2g_1^3 \bar{g}_1^2 + 2g_1^2 \bar{g}_1^3 + g_2 \bar{g}_1^4}{(g_1 + \bar{g}_1)^4} + \mathcal{O}(N^{-1}). \quad (4.21)$$

Com as eqs. (4.21) e (4.15) sem o termo de localização fraca, podemos obter a média da potência do ruído de disparo:

$$\langle p \rangle = \frac{g_1^4 \bar{g}_1 + g_1^3 \bar{g}_1^2 - g_1^4 \bar{g}_2 - \bar{g}_1^4 g_2 + g_1^2 \bar{g}_1^3 + g_1 \bar{g}_1^4}{(g_1 + \bar{g}_1)^4} + \mathcal{O}(N^{-1}). \quad (4.22)$$

A eq. (4.22) está em completo acordo com a aproximação em cascata [89] quando $g_p = N_1(\Gamma_1)^p$ e $\bar{g}_p = N_2(\Gamma_2)^p$ e com o método diagramático [68] e teoria de circuitos [42] quando $N_1 = N_2 = N/2$, $g_p = N(\Gamma_1)^p/2$ e $\bar{g}_p = N(\Gamma_2)^p/2$. É importante salientar que para o ensemble unitário ($\beta = 2$) não haverá termos de ordem $\mathcal{O}(1)$, sendo o termo semiclássico a resposta final para este caso. A ausência destes termos deve-se à quebra da simetria de reversão temporal que pode ser implementada com campos magnéticos externos. Todavia, o grande interesse aqui é pela correção quântica que está presente nos ensembles ortogonal e simplético e que será tratada em detalhe na próxima seção.

4.2.2 Localização fraca para a potência do ruído de disparo

Quando a matriz U , definida na eq. (4.13), está distribuída segundo o ensemble ortogonal, a média do segundo cumulante, eq. (4.21), adquire uma correção de ordem $\mathcal{O}(1)$ denotada δh . Esta correção está presente devido ao efeito de interferência em sistemas que preservam a simetria de reversão temporal. Esta correção é composta de duas contribuições

$$\delta h = \delta h_1 + \delta h_2. \quad (4.23)$$

Sendo δh_1 devido ao peso dos ciclos- U e δh_2 devido aos diagramas maximamente cruzados.

Primeira correção: δh_1

No ensemble ortogonal os pesos dos ciclos- U têm termos de correção que não pode ser descartados no limite semiclássico diferentemente do ensemble unitário [17], por exemplo: para ensemble ortogonal temos $V_1 \approx N^{-1} - N^{-2}$ enquanto que para ensemble unitário temos $V_1 \approx N^{-1} + N^{-3}$. Este fator de correção afeta significativamente as matrizes F_L e F_R : $N^{-n} \rightarrow N^{-n} - nN^{-n-1}$. Então, das eqs. (4.19) e (4.20) podemos obter as seguintes correções:

$$\begin{aligned} \delta F_L &= - \sum_{n=1}^{\infty} n N^{-n-1} \text{Tr} (L^\dagger C_1 L) (\text{Tr} (R^\dagger R))^{n-1} R^\dagger R \\ &= - \frac{\text{Tr} (L^\dagger C_1 L)}{(N - \text{Tr} (R^\dagger R))^2} R^\dagger R, \end{aligned} \quad (4.24)$$

e

$$\begin{aligned} \delta F_R &= - \sum_{n=1}^{\infty} n N^{-n-1} (\text{Tr} (R^\dagger R))^{n-1} \text{Tr} (TC_2 T^\dagger) R R^\dagger \\ &= - \frac{\text{Tr} (TC_2 T^\dagger)}{(N - \text{Tr} (R^\dagger R))^2} R R^\dagger. \end{aligned} \quad (4.25)$$

A primeira correção do segundo cumulante é obtida somando as equações da tabela 4.1 substituindo as matrizes F_L e F_R pelas suas correções, eqs. (4.24) e (4.25):

$$\delta h_1 = -2 \frac{g_1^4 \bar{g}_2 + 2g_1^3 \bar{g}_1^2 - g_1^3 \bar{g}_1 \bar{g}_2 - g_1 g_2 \bar{g}_1^3 + 2g_1^2 \bar{g}_1^3 + g_2 \bar{g}_1^4}{(g_1 + \bar{g}_1)^5}. \quad (4.26)$$

Segunda correção: δh_2

A segunda correção vem dos diagramas maximamente cruzados que têm ordem $\mathcal{O}(1)$. Como já mencionamos, eles são interpretados como os modos cooperons do sistema e têm uma natureza puramente quântica. Podemos representar os diagramas tipo maximamente cruzados por diagramas tipo escada como ilustrado nas fig. (4.6) e (4.7). Estas séries infinitas de diagramas podem ser expressas pelas seguintes equações:

$$f_{TT} = \sum_{n=0}^{\infty} N^{-n} (\text{Tr} (R^\dagger R))^{n+1} = \frac{N \text{Tr} (R^\dagger R)}{N - \text{Tr} (R^\dagger R)}, \quad (4.27)$$

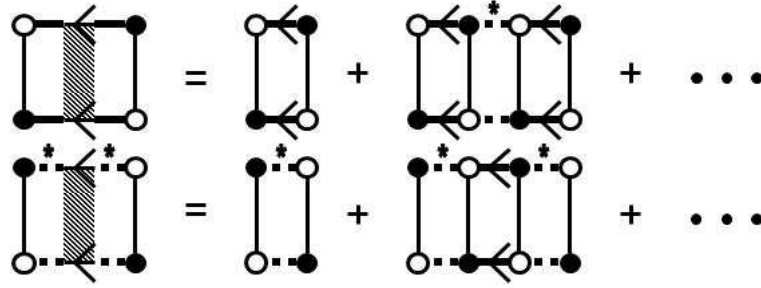


Figura 4.6: Representação diagramática das funções f_{TT} (topo), eq. (4.27), e f_{UU} (abaixo), eq. (4.28). Elas são séries infinitas de diagramas e são conhecidos como maximamente cruzados na literatura.

$$f_{UU} = \sum_{n=0}^{\infty} N^{-n-1} (\text{Tr} (R^\dagger R))^n = \frac{1}{N - \text{Tr} (R^\dagger R)} \quad (4.28)$$

e

$$f_{TU} = f_{UT} = \sum_{n=0}^{\infty} N^{-n} (\text{Tr} (R^\dagger R))^n = \frac{N}{N - \text{Tr} (R^\dagger R)}. \quad (4.29)$$

Os diagramas tipo maximamente cruzados são obtidos dos seis diagramas representados na fig. (4.4) após cruzarmos os seus braços usando os diagramas das figuras (4.6) e (4.7). O cruzamento não é trivial e gera um número muito grande de diagramas topologicamente distintos como pode ser analisado nas figuras (4.8), (4.9), (4.10) e (4.11).

Para entender como são gerados os diagramas maximamente cruzados, vamos analisar cada um. Todos os seis diagramas da fig. (4.4) têm quatro braços. No diagrama 1, dois braços estão conectados à matriz F_L enquanto os outros dois à matriz F_R . Com a ajuda dos diagramas das fig. (4.6) e (4.7), podemos encontrar cinco conjuntos de diagramas maximamente cruzados e topologicamente distintos, fig. (4.8). No diagrama (4.8.a) um dos braços- F_L pode ser cruzado a dois braços- F_R e cada cruzamento é submetido a uma rotação de 180° . Com isso encontramos quatro permutações possíveis para (4.8.a), veja tabela 4.2-(1.a). Uma análise semelhante pode ser feita para (4.8.b), veja tabela 4.2-(1.b). O diagrama (4.8.c) é composto de uma seqüência de diagramas escada e cruzados em um dos braços- F_L e similarmemente pode ser feita a mesma seqüência para um dos braços- F_R . Aplicando uma rotação de 180° a cada um desses casos obtemos quatro permutações, veja tabela 4.2-(1.c). A mesma análise pode ser realizada para (4.8.d) e (4.8.e), veja tabela 4.2-(1.d-e).

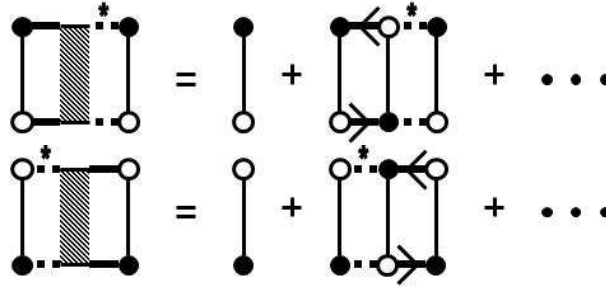


Figura 4.7: Outro conjunto de diagramas maximamente cruzados que representam as funções f_{TU} (topo) e f_{UT} (abaixo), eq. (4.29), veja ref. [17].

Ao iniciarmos a análise do diagrama (4.4.2) notamos que, da mesma forma que o anterior, ele contém dois braços- F_L e dois braços- F_R . Após cruzarmos os braços deste diagrama encontramos também cinco conjuntos topologicamente distintos que variam sob a rotação de 180° . Com isso podemos usar a mesma análise utilizada em (4.8.a) e (4.8.c) nos diagramas (4.9.a-b) e (4.9.c-d) respectivamente, veja tabela 4.2-(2.a-e).

Na fig. (4.10) apresentamos mais cinco conjuntos de diagramas topologicamente distintos que correspondem ao diagrama (4.4.3). Neste caso, temos dois braços- F_L e somente um braço- F_R . Isto implica que cada braço- F_L pode se cruzar a um braço- F_R , aplicando a rotação a cada um deles obtemos quatro permutações possíveis para (4.10.a-b), veja tabela 4.2-(3.a-b). Os diagramas (4.10.c-e), que possuem uma sequência de diagramas escada e cruzados em seus braços, obtemos seis possíveis permutações para cada um, veja tabela 4.2-(3.c-e). A mesma análise pode ser feita para o diagrama (4.4.4), mas lembrando que neste caso há somente um braço- F_L e dois braços- F_R . Os cinco conjuntos de diagramas maximamente cruzados gerados são similares aos mostrados na fig. (4.10), veja tabela 4.3-(4.a-e).

Para finalizar, analisamos os dois últimos diagramas da fig. (4.4). Na fig. (4.4.5) temos dois braços- F_L e não há braços- F_R . Os diagramas possíveis de serem gerados são aqueles que apresentam uma sequência de diagramas escada e cruzados nos braços como pode ser visto na fig. (4.11). Cada diagrama tem duas permutações possíveis devido à rotação de 180° e suas equações estão definidas na tabela 4.3-(5.a-c). A mesma análise é permitida para os diagramas cruzados gerados de (4.4.6). É importante notar que agora temos dois braços- F_R e não há braços- F_L , os diagramas são similares ao mostrados na fig. (4.11) e suas equações são dadas na tabela 4.3-(6.a-c).

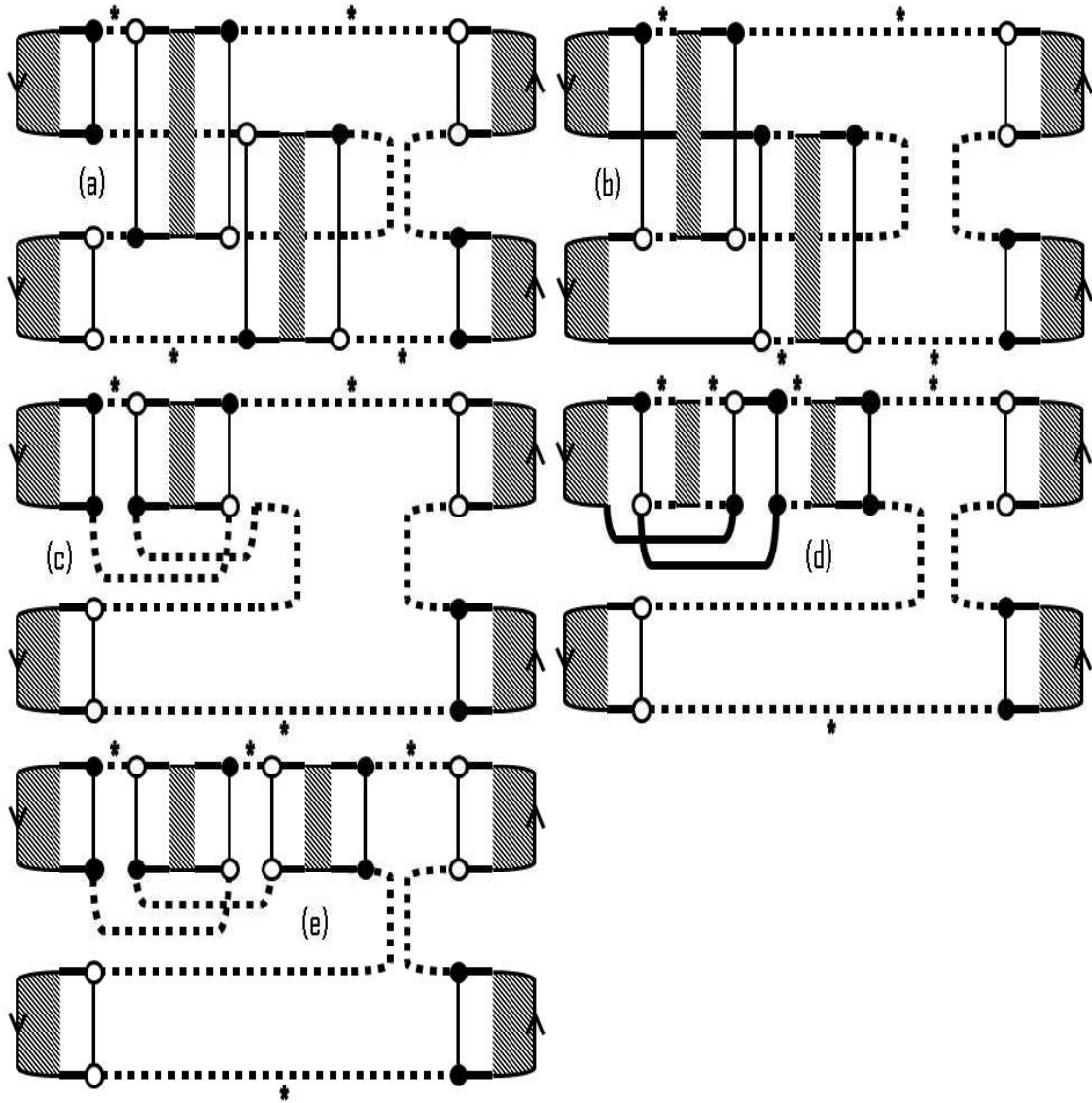


Figura 4.8: Estes diagramas fazem parte do primeiro conjunto de diagramas tipo maximamente cruzados que contribuem para a localização fraca da potência do ruído de disparo. Eles foram obtidos da fig. (4.4.1).

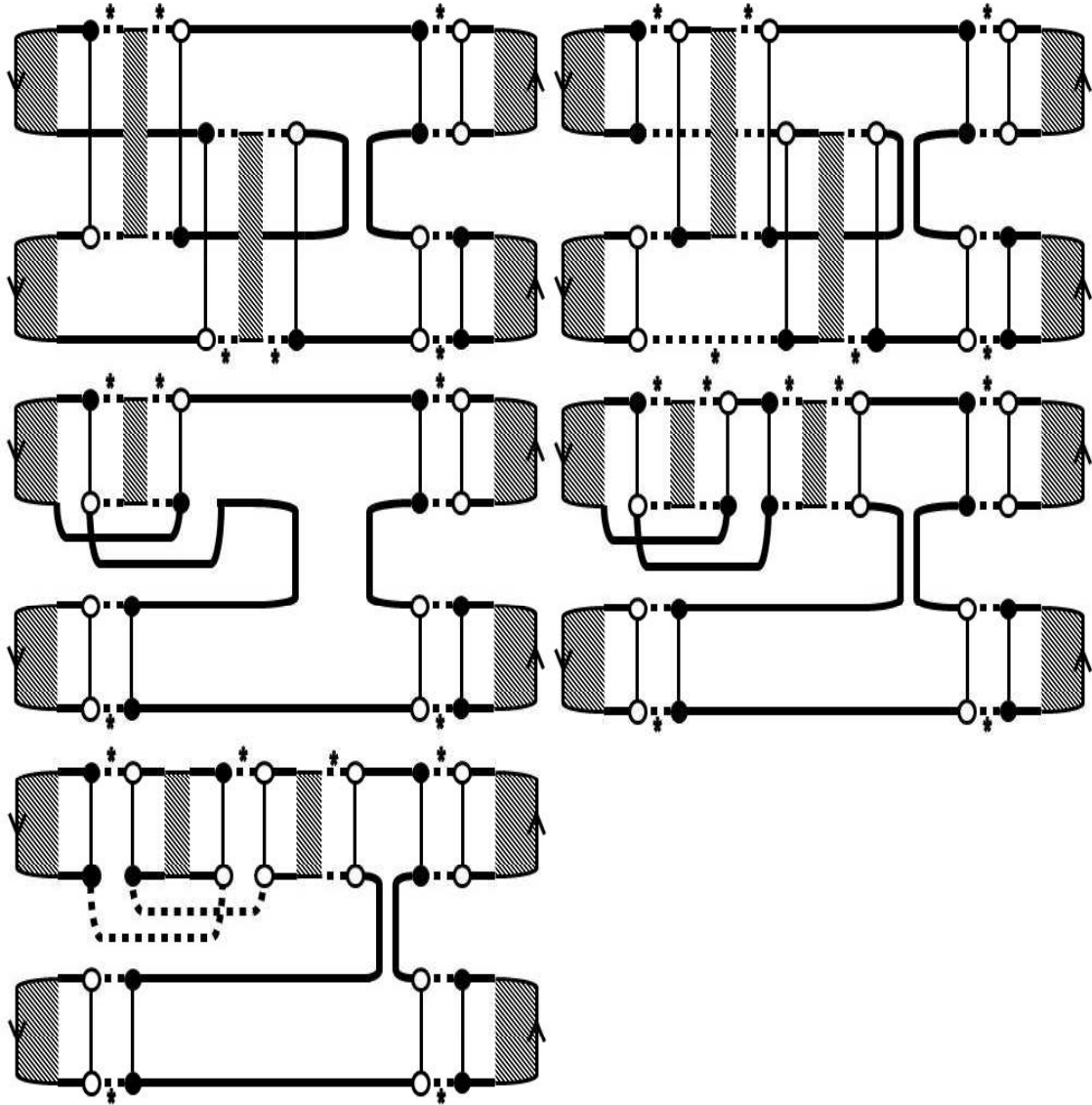


Figura 4.9: Segundo conjunto de diagramas tipo maximamente cruzados que contribuem para a localização fraca da potência do ruído de disparo, obtidos da fig. (4.4.2).

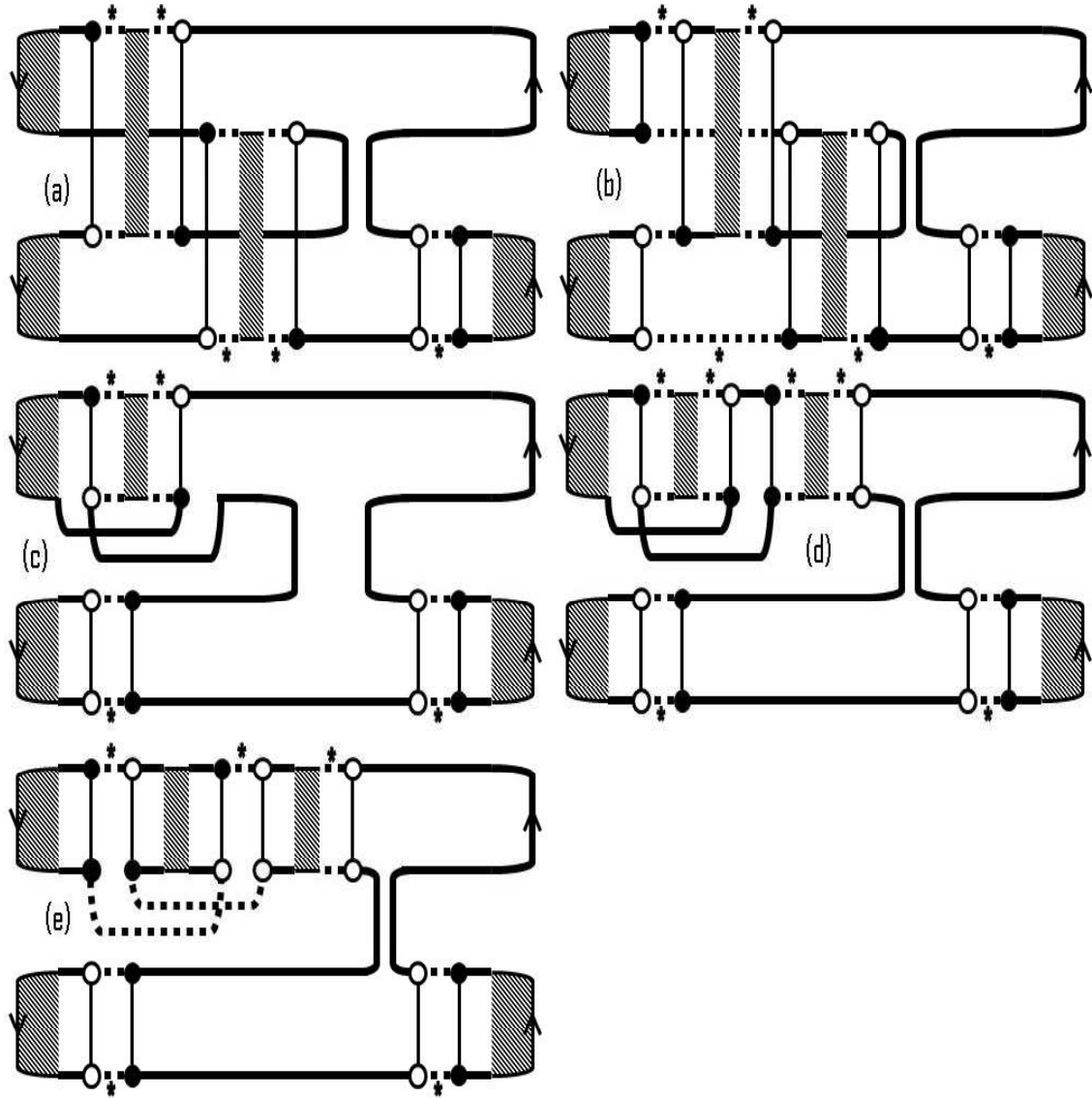


Figura 4.10: Terceiro conjunto de diagramas tipo maximamente cruzados da localização fraca da potência do ruído de disparo obtidos da fig. (4.4.3-4).

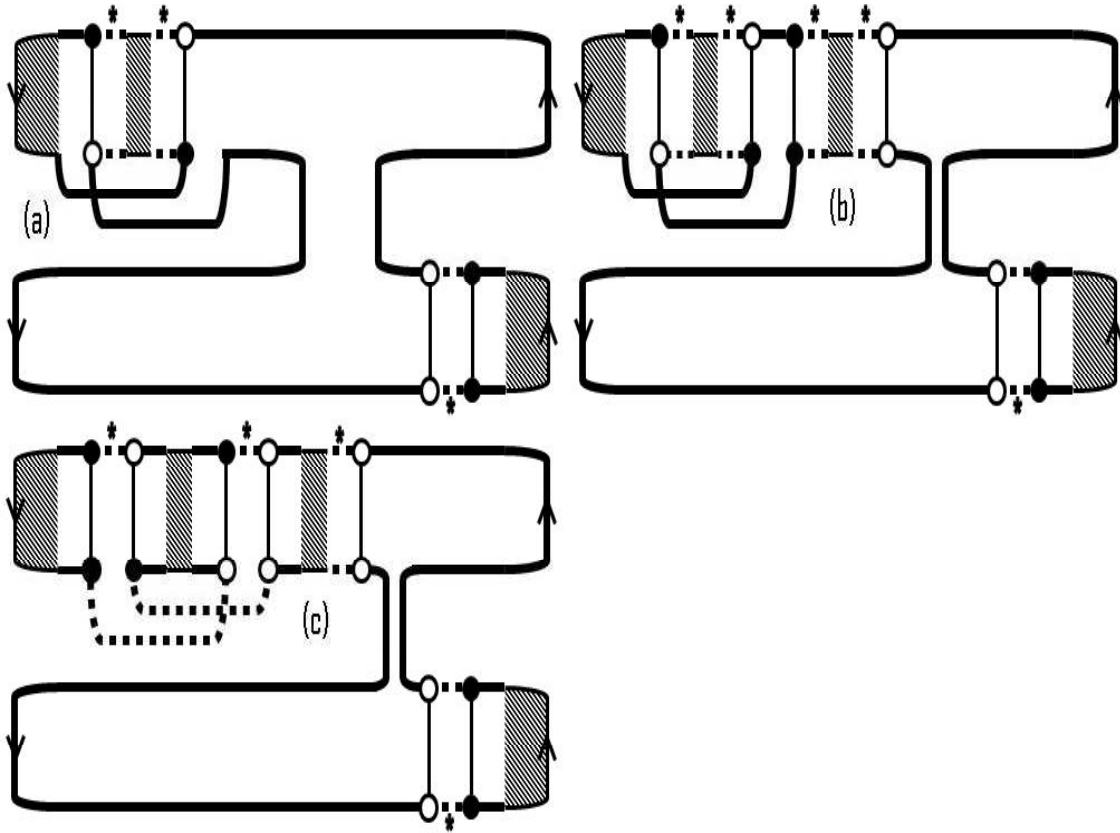


Figura 4.11: Quarto conjunto de diagramas tipo maximamente cruzados da localização fraca da potência do ruído de disparo obtidos da fig. (4.4.5-6).

1	
a	$4W_2^2 (\text{Tr} F_L)^2 f_{TT}^2 (\text{Tr} F_R)^2$
b	$4W_2 (\text{Tr} F_L F_R^T) f_{UT}^2 (\text{Tr} F_L) (\text{Tr} F_R)$
c	$4W_3 (\text{Tr} F_L)^2 f_{TT} (\text{Tr} F_R)^2$
d	$2W_2 (\text{Tr} F_L R^* R^T) f_{UU} f_{UT} (\text{Tr} F_L) (\text{Tr} F_R)^2$ $+ 2W_2 (\text{Tr} F_L)^2 (\text{Tr} F_R) f_{UU} f_{UT} (\text{Tr} F_R R^* R^T)$
e	$4W_2^2 (\text{Tr} F_L)^2 f_{TT}^2 (\text{Tr} F_R)^2$
2	
a	$4W_1^2 (\text{Tr} F_L F_R^T) (\text{Tr} R R^* R^T R^*) f_{UU}^2 (\text{Tr} F_L) (\text{Tr} F_R)$
b	$4W_1^2 W_2 (\text{Tr} F_L)^2 (\text{Tr} R R^* R^T R^*) f_{TU}^2 (\text{Tr} F_R)^2$
c	$2W_1^3 (\text{Tr} F_L R^* R^T R^* R) f_{UU} (\text{Tr} F_L) (\text{Tr} F_R)^2$ $+ 2W_1^3 (\text{Tr} F_L)^2 (\text{Tr} F_R) f_{UU} (\text{Tr} F_R R^* R^T R^* R)$
d	$2W_1^3 (\text{Tr} F_L R^* R^T) (\text{Tr} R R^\dagger R R^\dagger) f_{UU}^2 (\text{Tr} F_L) (\text{Tr} F_R)^2$ $+ 2W_1^3 (\text{Tr} F_L)^2 (\text{Tr} F_R) f_{UU}^2 (\text{Tr} R R^\dagger R R^\dagger) (\text{Tr} F_R R^* R^T)$
e	$4W_1^3 W_2 (\text{Tr} F_L)^2 f_{TT} f_{TU} (\text{Tr} F_R)^2$
3	
a	$4W_1 (\text{Tr} F_L F_R^T) (\text{Tr} L^\dagger C_1 L R^\dagger R^T) f_{UU}^2 (\text{Tr} F_R)$
b	$4W_1 W_2 (\text{Tr} F_L) (\text{Tr} L^\dagger C_1 L R^\dagger R^T) f_{TU}^2 (\text{Tr} F_R)^2$
c	$4W_1^2 (\text{Tr} F_L) (\text{Tr} F_R) f_{UU} (\text{Tr} F_R (L^\dagger C_1 L)^T R^T R^*)$ $+ 2W_1^2 (\text{Tr} F_L R^* (L^\dagger C_1 L)^T R^T)^2 f_{UU} (\text{Tr} F_R)^2$
d	$4W_1^2 (\text{Tr} F_L) (\text{Tr} F_R) f_{UU}^2 (\text{Tr} L^\dagger C_1 L R^\dagger R) (\text{Tr} F_R R^* R^T)$ $+ 2W_1^2 (\text{Tr} F_L R^* R^T) (\text{Tr} F_L R^* R^T) f_{UU}^2 (\text{Tr} F_R)^2$
e	$6W_1^2 W_2 (\text{Tr} F_L) (\text{Tr} L^\dagger C_1 L R^\dagger R) f_{TT} f_{TU} (\text{Tr} F_R)^2$

Tabela 4.2: Contribuição para a correção quântica do segundo cumulante dos diagramas maximamente cruzados, veja figuras (4.8), (4.9), (4.10) and (4.11).

4	
a	$4W_1 (\mathbf{Tr} F_L F_R^T) (\mathbf{Tr} T C_2 T^\dagger R^T R^\dagger) f_{UU}^2 (\mathbf{Tr} F_L)$
b	$4W_1 W_2 (\mathbf{Tr} F_L)^2 (\mathbf{Tr} T C_2 T^\dagger R^T R^\dagger) f_{TU}^2 (\mathbf{Tr} F_R)$
c	$4W_1^2 (\mathbf{Tr} F_L (T C_2 T^\dagger)^T R^* R^T) f_{UU} (\mathbf{Tr} F_L) (\mathbf{Tr} F_R)$ $+ 2W_1^2 (\mathbf{Tr} F_L)^2 f_{UU} (\mathbf{Tr} F_R R^T (T C_2 T^\dagger)^T R^*)$
d	$4W_1^2 (\mathbf{Tr} F_L R^* R^T) (\mathbf{Tr} T C_2 T^\dagger R R^\dagger) f_{UU}^2 (\mathbf{Tr} F_L) (\mathbf{Tr} F_R)$ $+ 2W_1^2 (\mathbf{Tr} F_L)^2 f_{UU}^2 (\mathbf{Tr} T C_2 T^\dagger R R^\dagger) (\mathbf{Tr} F_R R^* R^T)$
e	$6W_1^2 W_2 (\mathbf{Tr} F_L)^2 (\mathbf{Tr} T C_2 T^\dagger R R^\dagger) f_{TT} f_{TU} (\mathbf{Tr} F_R)$
5	
a	$2W_1 (\mathbf{Tr} F_R) f_{UU} (\mathbf{Tr} F_R (L^\dagger C_1 L)^T (L^\dagger C_1 L)^T)$
b	$2W_1 (\mathbf{Tr} F_R) f_{UU}^2 (\mathbf{Tr} L^\dagger C_1 L L^\dagger C_1 L) (\mathbf{Tr} F_R R^* R^T)$
c	$2W_1 W_2 (\mathbf{Tr} L^\dagger C_1 L L^\dagger C_1 L) f_{TT} f_{TU} (\mathbf{Tr} F_R)^2$
6	
a	$2W_1 (\mathbf{Tr} F_L (T C_2 T^\dagger)^T (T C_2 T^\dagger)^T) f_{UU} (\mathbf{Tr} F_L)$
b	$2W_1 (\mathbf{Tr} F_L R^* R^T) (\mathbf{Tr} T C_2 T^\dagger T C_2 T^\dagger) f_{UU}^2 (\mathbf{Tr} F_L)$
c	$2W_1 W_2 (\mathbf{Tr} F_L)^2 f_{TT} f_{TU} (\mathbf{Tr} T C_2 T^\dagger T C_2 T^\dagger)$

Tabela 4.3: Contribuição para a correção quântica do segundo cumulante dos diagramas maximamente cruzados, veja figuras (4.8), (4.9), (4.10) and (4.11).

Finalmente, obtidos os seis conjuntos de equações demonstrados nas tabelas 4.2 e 4.3, onde o diagrama (4.8.c) tem um ciclo- U com peso $V_3 = W_3 \approx 2N^{-5}$, podemos obter a segunda correção δh_2 dada por:

$$\begin{aligned}
\delta h_2 = & -2(g_1 + \bar{g}_1)^{-6} (-g_1^2 \bar{g}_1^3 \bar{g}_2 + 4g_1^3 \bar{g}_1^2 \bar{g}_2 + 4g_1^2 \bar{g}_1^3 g_2 + 3g_1^4 \bar{g}_1 \bar{g}_2 - g_1^3 \bar{g}_1^2 g_2 \\
& -2g_2 \bar{g}_1^5 + 2g_1^5 \bar{g}_3 + 2\bar{g}_1^5 g_3 - 4g_1^4 \bar{g}_2^2 + 2g_1 \bar{g}_1^3 g_2 \bar{g}_2 + 2g_1^3 \bar{g}_1 g_2 \bar{g}_2 - 4g_1^2 \bar{g}_1^2 g_2 \bar{g}_2 - 2g_1^5 \bar{g}_2 \\
& -4g_2^2 \bar{g}_1^4 + 3g_1 \bar{g}_1^4 g_2 + 2\bar{g}_1^4 g_3 g_1 + 2g_1^4 \bar{g}_3 \bar{g}_1 - 2g_1^4 \bar{g}_1^2 - 4g_1^3 \bar{g}_1^3 - 2g_1^2 \bar{g}_1^4). \quad (4.30)
\end{aligned}$$

4.2.3 Resultado final

Com a obtenção das duas correções, eqs. (4.26) e (4.30), podemos calcular a média do segundo cumulante somando as eq. (4.21) e (4.23). Obtemos a expressão

$$\begin{aligned}
\langle h \rangle &= (g_1 + \bar{g}_1)^{-4} (g_1^4 \bar{g}_2 + 2g_1^3 \bar{g}_1^2 + 2g_1^2 \bar{g}_1^3 + g_2 \bar{g}_1^4) \\
&\quad + 2 \left(\frac{2}{\beta} - 1 \right) (g_1 + \bar{g}_1)^{-6} \left(-2g_1^3 \bar{g}_1 g_2 \bar{g}_2 + 4g_1^2 \bar{g}_1^2 g_2 \bar{g}_2 - 2g_1 \bar{g}_1^3 \bar{g}_2 g_2 + g_2 \bar{g}_1^5 \right. \\
&\quad - 2g_1^5 \bar{g}_3 - 2\bar{g}_1^5 g_3 + 4g_1^4 \bar{g}_2^2 + g_1^5 \bar{g}_2 + 4g_2^2 \bar{g}_1^4 + g_1^2 \bar{g}_1^3 \bar{g}_2 - 3g_1^3 \bar{g}_1^2 \bar{g}_2 - 3g_1^2 \bar{g}_1^3 g_2 \\
&\quad \left. - 3g_1^4 \bar{g}_1 \bar{g}_2 + g_1^3 \bar{g}_1^2 g_2 - 3g_1 \bar{g}_1^4 g_2 - 2\bar{g}_1^4 g_3 g_1 - 2g_1^4 \bar{g}_3 \bar{g}_1 \right) + \mathcal{O}(N^{-1}). \quad (4.31)
\end{aligned}$$

Um teste simples é fazermos $\Gamma_i = 1$ para reobter a eq. (4.11). A média da potência do ruído de disparo então é obtida usando as eqs. (4.3), (4.15) e (4.31) resultando em

$$\begin{aligned}
\langle p \rangle &= (g_1 + \bar{g}_1)^{-4} (g_1^4 \bar{g}_1 + g_1^3 \bar{g}_1^2 - g_1^4 \bar{g}_2 - \bar{g}_1^4 g_2 + g_1^2 \bar{g}_1^3 + g_1 \bar{g}_1^4) \\
&\quad + \left(\frac{2}{\beta} - 1 \right) (g_1 + \bar{g}_1)^{-6} \left(-3g_2 \bar{g}_1^5 + 4g_1^5 \bar{g}_3 + 4\bar{g}_1^5 g_3 - 8g_1^4 \bar{g}_2^2 - 3g_1^5 \bar{g}_2 - 8g_2^2 \bar{g}_1^4 \right. \\
&\quad + 4g_1^3 \bar{g}_1 g_2 \bar{g}_2 + 4g_1 \bar{g}_1^3 \bar{g}_2 g_2 - 8g_1^2 \bar{g}_1^2 g_2 \bar{g}_2 - 3g_1^2 \bar{g}_1^3 \bar{g}_2 + 3g_1^3 \bar{g}_1^2 \bar{g}_2 + 3g_1^2 \bar{g}_1^3 g_2 \\
&\quad \left. + 3g_1^4 \bar{g}_1 \bar{g}_2 - 3g_1^3 \bar{g}_1^2 g_2 + 3g_1 \bar{g}_1^4 g_2 + 4\bar{g}_1^4 g_3 g_1 + 4g_1^4 \bar{g}_3 \bar{g}_1 \right) + \mathcal{O}(N^{-1}). \quad (4.32)
\end{aligned}$$

A eq. (4.32) é o principal resultado deste capítulo e é válido para as três classes de ensembles, $\beta = 1, 2$ e 4 [90, 91]. O primeiro termo é a contribuição semiclassica enquanto o segundo termo é a localização fraca. Quando fazemos $\Gamma_i = 1$ reobtemos a eq. (4.12). Esta equação é muito geral e traz um novo efeito denominado de *efeito supressão-amplificação* da potência do ruído de disparo. Esse efeito será abordado com mais detalhe no capítulo 5. Vamos agora reescrever a eq. (4.32) no caso em que $g_p = N_1 \Gamma_1^p$ e $\bar{g}_p = N_2 \Gamma_2^p$, obtendo a expressão simplificada

$$\begin{aligned}
\langle p \rangle &= \frac{G_1 G_2 (G_1 G_2 (G_1 + G_2) + G_1^3 (1 - \Gamma_2) + G_2^3 (1 - \Gamma_1))}{(G_1 + G_2)^4} \\
&\quad + \left(\frac{2}{\beta} - 1 \right) \frac{G_1 G_2 (G_1 - G_2) (G_1 \Gamma_2 + G_2 \Gamma_1) (3(G_2^2 - G_1^2) + 4(G_1^2 \Gamma_2 - G_2^2 \Gamma_1))}{(G_1 + G_2)^6}, \quad (4.33)
\end{aligned}$$

onde $G_i = N_i \Gamma_i$ with $i = 1, 2$. Analisando esta equação podemos notar que tanto para $\beta = 1$ quanto para $\beta = 4$ o termo de *localização fraca* pode mudar de sinal dependendo dos valores de parâmetros experimentalmente controláveis como o número de canais abertos N_i e a probabilidade de tunelamento Γ_i .

A mudança conceitual que a eq. (4.33) traz é que a supressão e a amplificação do termo semiclássico deixa de ser uma característica intrínseca das simetrias, passando a ser uma função de parâmetros experimentalmente controláveis. Outra característica intrigante da eq. (4.33) é que a localização fraca é suprimida quando $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 3/4$, independente dos valores de N_1 e N_2 .

4.2.4 Limite opaco da média da potência do ruído de disparo

Analisando o limite opaco da eq. (4.33), $\Gamma_1, \Gamma_2 \rightarrow 0$ com G_1 e G_2 finitos, o termo de correção de localização fraca é suprimido, sugerindo que o processo que explica este efeito é similar ao apresentado na seção 4.1.4 para a correção de localização fraca da condutância. Porém, a teoria de matrizes aleatórias não possibilita uma interpretação intuitiva para este fenômeno, similar ao proposto por Whitney para a condutância. Contudo, podemos perceber que parte da contribuição semiclássica da média da potência do ruído de disparo sobrevive, como ocorre com a média da condutância. A eq. (4.33) neste limite é simplificada da seguinte forma

$$\langle p \rangle = \frac{G_1 G_2 (G_1^2 + G_2^2)}{(G_1 + G_2)^3}. \quad (4.34)$$

Dividindo esta equação pela eq. (4.15), também no limite opaco, obtemos o fator Fano

$$F = \frac{G_1^2 + G_2^2}{(G_1 + G_2)^2}. \quad (4.35)$$

A generalidade da eq. (4.35) foi mostrado na ref. [15] através do método de soma sobre trajetórias clássicas. Apesar da característica puramente quântica da potência do ruído de disparo, eq. (4.34), ela é independente do tempo de Ehrenfest no limite opaco. Este fato se deve à presença das barreiras de tunelamento, pois como vimos na eq. (1.2) para o caso de contatos ideais, a potência do ruído de disparo desaparece no limite de $\tau_E \gg \tau_{dwell}$. Por fim, vamos revisitar o caso de barreiras simétricas, ou seja, $G_1 = G_2 = G$. Neste caso o termo de correção de localização fraca da eq. (4.33) desaparece. Podemos escrever a seguinte relação para o fator Fano

$$F = \frac{2 - \Gamma}{4}, \quad (4.36)$$

quando $\Gamma = 1$ obtemos a eq. (1.2) no limite $\tau_E = 0$, enquanto no limite opaco $F = 1/2$, que está de acordo com a eq. (4.35).

4.3 Regime de Crossover

A análise diagramática também possibilita estudarmos o regime de crossover, introduzindo o acoplamento a um campo magnético perpendicular à superfície da cavidade caótica e a interação spin-órbita dos elétrons através do modelo de estube. Estes termos são responsáveis pela quebra da simetria de reversão temporal e da simetria de rotação de spin respectivamente. Com esses novos parâmetros será possível compreender dois fatos importantes que não foram abordados até aqui: (1) como ocorre o processo de supressão da localização fraca por um campo externo, ou seja, a transição gradual entre os ensembles ortogonal ($\beta = 1$) e unitário ($\beta = 2$); (2) a transformação da localização fraca em antilocalização fraca que é a transição gradual entre os ensembles ortogonal ($\beta = 1$) e simplético ($\beta = 4$) através da introdução do efeito de interação spin-órbita. Estes parâmetros afetam drasticamente o efeito de interferência que acontece no processo de transporte de carga através de sistemas mesoscópicos.

O método foi primeiramente usado nas refs. [92] e [93] para analisar o regime de crossover da localização fraca da condutância em uma estrutura cristalina anisotrópica, que discutiremos mais à frente. Posteriormente, em um artigo recente os autores da ref. [85] obtiveram a localização fraca da potência do ruído de disparo, neste regime, também para um sistema anisotrópico. A motivação desta análise em sistemas isotrópicos veio em parte da necessidade de uma comparação com o resultado obtido via teoria de circuitos discutidos no capítulo 5.

Para introduzirmos os graus de liberdade de spin temos necessariamente de introduzir a estrutura algébrica de quatérnios. A matriz de espalhamento S passa a ser representada por uma matriz de dimensão $2N \times 2N$ que podemos interpretar como uma matriz $N \times N$, onde cada elemento é um quatérnio 2×2 . Introduzir a informação sobre o campo magnético e o acoplamento spin-órbita é possível devido a parametrização de estube discutida na seção 1.3.3. Antes de iniciarmos os cálculos faz-se necessário uma breve revisão da álgebra de quatérnios devido à estrutura especial da matriz S que incorpora os graus de liberdade dos spins.

4.3.1 Álgebra dos quatérnios

Há inúmeras referências sobre este tema [43, 94, 95], de forma que vamos tentar juntar as principais informações espalhadas na literatura para facilitar o entendimento deste assunto. Vamos iniciar definindo uma matriz quaterniônica H de dimensão $M \times M$, cujos elementos podem ser escritos em termo da base ordenada $\{\mathbf{1}, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$:

$$H_{ij} = a_{ij}\mathbf{1} + ib_{ij}\sigma_1 + ic_{ij}\sigma_2 + id_{ij}\sigma_3. \quad (4.37)$$

Os elementos a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} e d_{ij} são números complexos, $\mathbf{1}$ representa uma matriz identidade 2×2 e σ_i são as matrizes de Pauli definidas por

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (4.38)$$

Duas características importantes das matrizes de Pauli são: (1) $\sigma_i^2 = \mathbf{1}$; (2) $\sigma_i\sigma_j = i\epsilon_{ijk}\sigma_k$. Agora podemos definir o *conjugado complexo*

$$H_{ij}^* = a_{ij}^*\mathbf{1} + ib_{ij}^*\sigma_1 + ic_{ij}^*\sigma_2 + id_{ij}^*\sigma_3, \quad (4.39)$$

onde $(H^*)_{ij} = H_{ij}^*$ e o *conjugado Hermitiano* de um quatérnio

$$H_{ji}^\dagger = a_{ji}^*\mathbf{1} - ib_{ji}^*\sigma_1 - ic_{ji}^*\sigma_2 - id_{ji}^*\sigma_3, \quad (4.40)$$

com $(H^\dagger)_{ij} = H_{ji}^\dagger$.

Há uma relação entre o conjugado complexo e o conjugado hermitiano de um quatérnio dada por $H^* = (H^\dagger)^R$ onde H^R é definido como o "dual" da matriz quaterniônica onde $H^R = \sigma_2 H^T \sigma_2$ [96]. Com isso, podemos concluir que se a matriz A é real e antissimétrica seu complexo conjugado quaterniônico é dado por $A^* = -A$ [97].

Para realizarmos o produto entre quatérnios vamos escrevê-lo como $H = H_e + \mathbf{H}_v$ onde H_e é a parte escalar $\{a\}$ e $\mathbf{H}_v = \{ib, ic, id\}$ é a parte vetorial decomposta na base ordenada $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ das matrizes de Pauli, então temos que

$$HK = H_e K_e - (\mathbf{H}_v \cdot \mathbf{K}_v) + H_e \mathbf{K}_v + K_e \mathbf{H}_v + (\mathbf{H}_v \times \mathbf{K}_v) \quad (4.41)$$

Com esse breve apanhado sobre álgebra de quatérnios vamos dar início ao desenvolvimento da análise diagramática.

4.3.2 Análise diagramática

Como nosso objetivo é estudar o regime de crossover através da análise diagramática, será necessário abrir mão da informação sobre as transparências das barreiras de tunelamento para introduzirmos o efeito de campos magnéticos e interação spin-órbita. Como foi visto nas seções anteriores, o efeito das barreiras de tunelamento era introduzido através da parametrização de estube como sendo os autovalores de transmissão da matriz $1 - RR^T$.

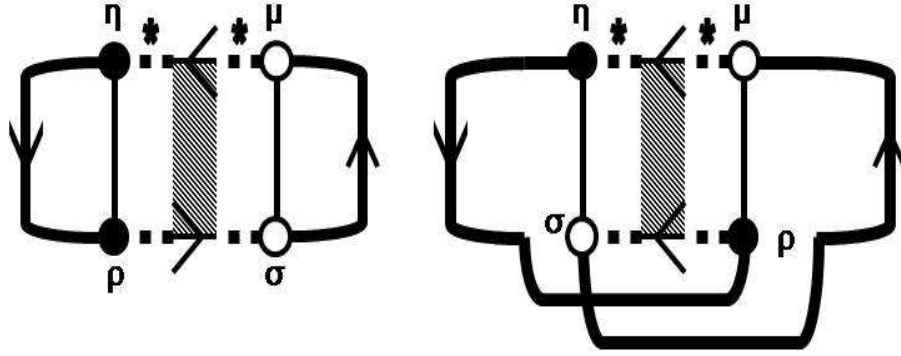


Figura 4.12: A figura à esquerda representa o diagrama difuson e sua estrutura central é exatamente o diagrama f_{UU} mostrado na fig. (4.6). À direita, temos o diagrama cooperon. É importante notar que nestes diagramas os graus de liberdade do spin estão representados pelos índices $\{\rho\sigma; \mu\nu\}$.

Devido a dificuldades técnicas do método, só obteremos resultados para o caso de contatos ideais que foram anteriormente calculados na seção 4.1.1 fora do regime de crossover. Iniciamos o problema reescrevendo a condutância, eq. (4.1), da seguinte forma

$$g = 2 \frac{N_1 N_2}{N} - \text{Tr} (SCS^\dagger C), \quad (4.42)$$

onde o traço deve ser realizado somente sobre o espaço dos canais. O fator 2 é devido à degenerescência de spin e C é a matriz de projeção definida por

$$C = \begin{pmatrix} \frac{N_2}{N} \mathbf{1}_{N_1} & 0 \\ 0 & -\frac{N_1}{N} \mathbf{1}_{N_2} \end{pmatrix}, \quad (4.43)$$

com $\mathbf{1}_{N_i}$ sendo uma matriz unidade $N_i \times N_i$.

Como mencionamos, a matriz de espalhamento S agora é uma matriz de dimensão $N \times N$ onde seus elementos são quatérnions representando os graus de liberdade dos spins. Suas regras de conjugação foram apresentadas na seção 4.3.1. A partir da parametrização de estube, os elementos da matriz de espalhamento vão depender do campo magnético perpendicular $B_\perp$, da energia de Fermi ϵ e do tempo de espalhamento spin-órbita τ_{SO} sendo escrita como $S_{ij;\rho\sigma}(\epsilon, B_\perp, \tau_{SO})$. Os índices romanos e gregos representam os índices de canais e de spin respectivamente. Tomando o limite simiclássico, podemos expandir a eq. (4.42) da mesma maneira como procedemos na eq. (4.17)

$$\langle S_{ij;\rho\sigma}(\epsilon, B_\perp, \tau_{SO}) S_{kl;\mu\eta}(\epsilon, B_\perp, \tau_{SO})^* \rangle = \sum_{m,n \geq 1}^{\infty} \langle f_{m,n} \rangle, \quad (4.44)$$

onde

$$f_{m,n} = \left(L (UQRQ^\dagger)^{m-1} UT \right)_{ij;\rho\sigma} \left(T^* U^* ((Q^\dagger)^* R^* Q^* U^*)^{n-1} L^* \right)_{kl;\mu\eta}, \quad (4.45)$$

de forma que $R \equiv R(\epsilon, B_\perp, \tau_{SO})$ é a matriz de espalhamento do estube $(M - N) \times (M - N)$ e absorve toda a informação sobre energia e campo magnético que são introduzidos no modelo. A matriz U é definida como a matriz de espalhamento da cavidade caótica $M \times M$ sem o estube e é distribuída de acordo com os ensembles puros de Wigner-Dyson. Por fim, definimos as matrizes de projeção $L = T^\dagger$, tendo dimensão $N \times M$ tal que $T_{ij} = \delta_{ij} \mathbf{1}$, e Q que tem dimensão $(M - N) \times M$ tal que $Q_{ij} = \delta_{i+N,j} \mathbf{1}$. É importante ressaltar que o tempo $\tau_{dwell(s)}$ da carga no estube tem que ser muito maior que o tempo $\tau_{dwell(c)}$ da cavidade caótica, garantindo que toda a informação sobre os novos parâmetros esteja restrita ao estube. Além disso, assumimos que o movimento é caótico o suficiente para a condição $\tau_{dwell(s)} + \tau_{dwell(c)} \gg \tau_{erg}$ garantir a validade da teoria de matrizes aleatórias.

Podemos verificar que $\langle f_{m,n} \rangle \neq 0$ se e somente se $m = n$. No limite $M \rightarrow \infty$ obtemos o diagrama escada ou diffuson introduzindo o diagrama f_{UU} , fig. (4.6), no diagrama (a) da fig. (4.2). O diagrama diffuson obtido está representado na fig. (4.12). Os diagramas responsáveis pela localização fraca podem ser representados pelos diagramas maximamente cruzados ou cooperon e são obtidos diretamente dos diagramas diffuson como podemos constatar na fig. (4.12). A informação sobre o grau de liberdade dos spins entra nos diagramas através dos índices $\{\rho\sigma; \mu\nu\}$ de forma que podemos escrever a seguinte equação

$$\langle S_{ij;\rho\sigma}(\epsilon, B_\perp, \tau_{SO}) S_{kl;\mu\eta}(\epsilon, B_\perp, \tau_{SO})^* \rangle = \delta_{ik} \delta_{jl} \mathcal{D}_{\rho\sigma;\eta\mu} + \delta_{il} \delta_{jk} (\mathcal{TCT})_{\rho\sigma;\mu\eta}. \quad (4.46)$$

A função $D_{\rho\sigma;\eta\mu}$ é a contribuição do diagrama diffuson da fig. (4.12). Devido ao diagrama f_{UU} da fig. (4.6) definido na eq. (4.28), podemos escrever $D_{\rho\sigma;\eta\mu}$ como

$$\mathcal{D} = \sum_{n=0}^{\infty} (M\mathbf{1} \otimes \mathbf{1})^{-n-1} (\text{Tr}(R \otimes R^\dagger))^n = \frac{1}{M\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} - \text{Tr}(R \otimes R^\dagger)}. \quad (4.47)$$

O termo $(\mathcal{TCT})_{\rho\sigma;\mu\eta}$ é a contribuição do diagrama copperon da fig. (4.12) e $\mathcal{T} = \mathbf{1} \otimes \sigma_2$. Com a ajuda do diagrama f_{UU} da fig. (4.6), obtemos

$$\mathcal{C} = \sum_{n=0}^{\infty} (M\mathbf{1} \otimes \mathbf{1})^{-n-1} (\text{Tr}(R \otimes R^*))^n = \frac{1}{M\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} - \text{Tr}(R \otimes R^*)}. \quad (4.48)$$

Para realizar a operação de inverter os produtos tensoriais $\mathcal{D}^{-1}$ e $\mathcal{C}^{-1}$ usaremos a seguinte regra para produtos tensorial entre as matrizes de Pauli, conhecido como *backward multiplication* que é definido como

$$(\sigma_i \otimes \sigma_j)(\sigma_k \otimes \sigma_l) = (\sigma_i \sigma_k) \otimes (\sigma_l \sigma_j), \quad (4.49)$$

de forma que $\mathcal{D}^{-1}\mathcal{D} = \mathbf{1}$ e $\mathcal{C}^{-1}\mathcal{C} = \mathbf{1}$. A matriz $R(\epsilon, B_\perp, \tau_{SO})$, segundo o modelo de estube, pode ser escrita como

$$R(\epsilon, B_\perp, \tau_{SO}) = \exp \left(\frac{i}{M} \left(\frac{2\pi\epsilon}{\Delta} \mathbf{1} - \mathcal{H}(B_\perp, \tau_{SO}) \right) \right), \quad (4.50)$$

onde $\mathcal{H}(B_\perp, \tau_{SO})$ é uma matriz de quatérnions de dimensão $(M - N) \times (M - N)$, derivada do hamiltoniano que descreve o campo magnético e a interação spin-órbita na cavidade caótica. Tomando o limite semiclássico $M \rightarrow \infty$ podemos expandir $R(\epsilon, B_\perp, \tau_{SO})$ da seguinte forma

$$\begin{aligned} R(\epsilon, B_\perp, \tau_{SO}) &= \mathbf{1} + \frac{i}{M} \left(\frac{2\pi\epsilon}{\Delta} \mathbf{1} - \mathcal{H}(B_\perp, \tau_{SO}) \right) \\ &\quad - \left(\frac{1}{M} \right)^2 \left(\frac{2\pi\epsilon}{\Delta} \mathbf{1} - \mathcal{H}(B_\perp, \tau_{SO}) \right)^2 + \mathcal{O}(M^{-3}), \end{aligned} \quad (4.51)$$

Realizando o produto matricial $(SCS^\dagger C)$ da eq. (4.42) e pegando a média de cada elemento do traço seguindo a eq. (4.46) chegamos à conclusão que a média da condutância no regime de crossover pode ser escrita da seguinte forma

$$\langle g \rangle = 2 \frac{N_1 N_2}{N} - \frac{N_1 N_2}{N} \sum_{\rho, \sigma} (\mathcal{TCT})_{\rho\sigma; \rho\sigma}. \quad (4.52)$$

Ao longo do cálculo da média da localização fraca da condutância, $\langle \text{Tr} (SCS^\dagger C) \rangle$, o termo $\mathcal{D}_{\rho\sigma;\sigma\rho}$ que corresponde à contribuição do diagrama diffuson se cancela implicando que esta depende somente da contribuição advinda do diagrama cooperon $(\mathcal{TCT})_{\rho\sigma;\rho\sigma}$. Agora estamos prontos para definir o hamiltoniano do modelo que usaremos. Nas duas próximas seções faremos uma comparação entre os casos isotrópico e anisotrópico.

4.3.3 Modelo isotrópico

O modelo isotrópico que adotaremos foi utilizado com grande sucesso na ref. [54] onde os autores analisaram a localização fraca da condutividade de Drude através de uma teoria quase-clássica para transporte de elétrons em um potencial aleatório. Este mesmo modelo vêm sendo aplicado em diversos sistemas, como por exemplo na teoria de circuitos [81] que foi a nossa motivação para resolver este problema via análise diagramática. O hamiltoniano pode ser escrito da seguinte forma [54, 81, 98, 99]

$$H = H_0 + u(\vec{x}), \quad H_0 = \frac{(\vec{p} - e\vec{A})^2}{2m} + H_{SO}(\vec{x}) + U(\vec{x}), \quad (4.53)$$

onde $u(\vec{x})$ é uma função aleatória que descreve o potencial das impurezas no sistema sendo responsável pelo movimento difusivo dos elétrons e pela isotropização da função distribuição eletrônica. O hamiltoniano H_0 contém em sua estrutura o fator $\vec{p} - e\vec{A}$ que é o momento cinético, sendo $\vec{p}$ o momento canônico e $\vec{A}$ o potencial vetor que descreve o efeito orbital do campo magnético. O termo H_{SO} é responsável pela interação spin-órbita, enquanto $U(\vec{x})$ é o potencial que descreve o formato da cavidade caótica e as barreiras de tunelamento e etc.

Do eletromagnetismo [100] sabemos que o campo magnético pode ser obtido do potencial vetor através da seguinte expressão $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. Então, escolheremos um calibre de modo que o campo magnético aplicado seja perpendicular à superfície da cavidade caótica. Isso implica que $\vec{A} = (B_\perp x)\hat{j}$ é paralelo à superfície da amostra. Segundo a ref. [81] se o transporte é difusivo na cavidade caótica temos que $\langle A^2 \rangle \propto (\hbar/e)^2(1/D\tau_B)$, onde τ_B é o tempo magnético e D é o coeficiente de difusão.

É importante comparar todas as escalas de tempo envolvidas para que a teoria de matrizes aleatórias seja válida, para isso assumimos que $\tau_{erg} \ll \tau_{dwell}, \tau_B, \tau_{SO}$. O termo $1/\tau_B$ pode ser entendido como a taxa de perda da simetria de reversão temporal, ou melhor, a supressão da localização fraca por um campo magnético

externo. O tempo magnético pode ser escrito em função do fluxo magnético Φ que atravessa a cavidade caótica [54, 86], tal que

$$\frac{1}{\tau_B} = \frac{1}{\tau_{erg}} \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \quad (4.54)$$

Onde $\Phi \propto B_{\perp} L^2$ sendo L o comprimento típico da cavidade caótica e $\Phi_0 \propto \hbar/e$ é o quanta de fluxo. Utilizando esses parâmetros podemos estimar a taxa de quebra de simetria, como dada por

$$\frac{1}{\tau_B} \propto \frac{e^2 B_{\perp}^2 L^4}{\tau_{erg} \hbar^2}, \quad (4.55)$$

de acordo com as refs. [23]

O hamiltoniano H_{SO} que descreve a interação spin-órbita no vácuo é descrito pelo *termo de Thomas* [98, 101] que na linguagem de matrizes de Pauli assume a seguinte forma

$$H_{SO}(\vec{x}) = \mu_e \vec{\sigma} \cdot \vec{B}, \quad \vec{B} = \frac{\vec{\nabla} V_{SO}(\vec{r}) \times \vec{p}}{2m_0 c^2}, \quad (4.56)$$

onde μ_e é o momento magnético do elétron, enquanto $\vec{B}$ é o campo magnético da transformação de Lorentz [102], que é sentido por uma carga elétrica que viaja no vácuo com velocidade $\vec{v} = \vec{p}/m_0$ submetida a um campo elétrico $\vec{E} = \vec{\nabla} V_{SO}(\vec{r})$, sendo $V_{SO}(\vec{x})$ o potencial elétrico escalar. Segundo a ref. [54] podemos considerar $\vec{B}$ como uma variável aleatória com distribuição Gaussiana, que tenha uma dispersão proporcional à taxa de espalhamento spin-órbita $\langle B^2 \rangle \propto 1/\tau_{SO}$. Fisicamente, $1/\tau_{SO}$ representa a taxa de perda da simetria de rotação de spin. No regime de fraca interação spin-órbita, $1/\tau_{SO}$ é muito menor que a taxa de espalhamento elástica $1/\tau_e$, garantindo que não haverá espalhamentos inelásticos na cavidade caótica e assegurando a validade da teoria de matrizes aleatórias.

As autofunções do hamiltoniano spin-órbita são formadas por dois grupos distintos que dão origem aos canais singleto e tripleto da teoria de espalhamento [77, 54, 103, 104]. A característica marcante de cada um deles é que os autovalores dos canais singleto não dependem da taxa de espalhamento spin-órbita, enquanto os autovalores dos canais tripleto sempre são afetados, ocasionando a quebra de simetria da rotação de spin que suprime a localização fraca e dá origem à antilocalização fraca. Estas são as características que vamos analisar a seguir.

Agora podemos aplicar a análise diagramática à eq. (4.50) de forma a obter a matriz $\mathcal{H}(B_{\perp}, \tau_{SO})$ que será responsável pela perturbação no sistema devido ao

campo magnético e à interação spin-órbita. Então podemos escrever

$$\mathcal{H}(B_{\perp}, \tau_{SO}) = x X \mathbf{1} + \frac{i a}{2} (A_1 \sigma_1 + A_2 \sigma_2 + A_3 \sigma_3). \quad (4.57)$$

Nota-se que $\mathcal{H}(B_{\perp}, \tau_{SO})$ é uma matriz de quatérnions incorporando os graus de liberdade dos spins. As matrizes X e A_i ($i = 1, 2, 3$) são matrizes reais e antissimétricas de dimensão $(M - N) \times (M - N)$ cujos elementos são variáveis gaussianas independentes [92, 99]. As médias destas matrizes são nulas, $\langle \text{Tr}(X) \rangle = 0$ e $\langle \text{Tr}(A_i) \rangle = 0$, enquanto as variâncias são dadas por $\langle \text{Tr}(X X^T) \rangle = M^2$ e $\langle \text{Tr}(A_i A_j^T) \rangle = \delta_{ij} M^2$. Os parâmetros adimensionais x e a responsáveis pela taxa da quebra de simetria temporal e rotação de spin, respectivamente, podem ser escritos como

$$x^2 = \frac{\hbar}{\tau_B \Delta}, \quad a^2 = \frac{\hbar}{\tau_{SO} \Delta} \quad (4.58)$$

onde Δ é o espaçamento médio entre níveis de energia. Substituindo a eq. (4.68) nas eqs. (4.50) e (4.51) e fazendo uso das regras de conjugações apresentadas na seção 4.3.1, obtemos

$$\begin{aligned} \text{Tr}(R \otimes R^\dagger) &= (M - N) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} - \frac{3}{2} a^2 \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{a^2}{2} (\sigma_1 \otimes \sigma_1 + \sigma_2 \otimes \sigma_2 + \sigma_3 \otimes \sigma_3), \\ \text{Tr}(R \otimes R^*) &= (M - N_C) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} - \frac{3}{2} a^2 \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{a^2}{2} (\sigma_1 \otimes \sigma_1 + \sigma_2 \otimes \sigma_2 + \sigma_3 \otimes \sigma_3). \end{aligned}$$

Substituindo as duas equações anteriores nas eq. (4.47) e (4.48) chegamos aos seguintes resultados

$$\mathcal{D}^{-1} = N \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{3}{2} a^2 \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} - \frac{a^2}{2} (\sigma_1 \otimes \sigma_1 + \sigma_2 \otimes \sigma_2 + \sigma_3 \otimes \sigma_3). \quad (4.59)$$

e

$$\mathcal{C}^{-1} = N_C \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{3}{2} a^2 \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} - \frac{a^2}{2} (\sigma_1 \otimes \sigma_1 + \sigma_2 \otimes \sigma_2 + \sigma_3 \otimes \sigma_3), \quad (4.60)$$

onde $N_C = N + 2x^2$. Para invertermos o produto tensorial acima temos de usar a relações apresentadas na eq. (4.49) de forma que obtemos a seguinte equação para $\mathcal{D}$ e $\mathcal{C}$

$$\mathcal{D} = \frac{(2N + a^2)}{2N(N + 2a^2)} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{a^2}{2N(N + 2a^2)} (\sigma_1 \otimes \sigma_1 + \sigma_2 \otimes \sigma_2 + \sigma_3 \otimes \sigma_3) \quad (4.61)$$

e

$$\mathcal{C} = \frac{(2N_C + a^2)}{2N_C(N_C + 2a^2)} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{a^2}{2N_C(N_C + 2a^2)} (\sigma_1 \otimes \sigma_1 + \sigma_2 \otimes \sigma_2 + \sigma_3 \otimes \sigma_3). \quad (4.62)$$

Como vimos na eq. (4.52), o valor de $\mathcal{D}$ não é necessário, mas o calculamos para mostrar a sutil diferença entre ele e $\mathcal{TCT}$. Podemos então obter $\mathcal{TCT}$ usando o fato de que $\mathcal{T} = \mathbf{1} \otimes \sigma_2$ e a regra apresentada na eq. (4.49), tal que

$$\mathcal{TCT} = \frac{(2N_C + a^2)}{2N_C(N_C + 2a^2)} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{a^2}{2N_C(N_C + 2a^2)} (-\sigma_1 \otimes \sigma_1 + \sigma_2 \otimes \sigma_2 - \sigma_3 \otimes \sigma_3). \quad (4.63)$$

Substituindo a eq. (4.63) na eq. (4.52) encontramos

$$\langle g \rangle = 2 \frac{N_1 N_2}{N} - 2 \frac{N_1 N_2}{N} \left(\frac{(2N_C + a^2)}{2N_C(N_C + 2a^2)} - \frac{3a^2}{2N_C(N_C + 2a^2)} \right), \quad (4.64)$$

que pode ser reescrita da seguinte forma mais apropriada:

$$\langle g \rangle = 2 \frac{N_1 N_2}{N} - 2 \frac{N_1 N_2}{N} \left(\frac{1}{N_C + 2a^2} - \frac{a^2}{N_C(N_C + 2a^2)} \right). \quad (4.65)$$

Este é o resultado central desta seção. Na fig. (4.13) apresentamos o comportamento geral da eq. (4.65). Como ilustração podemos verificar os casos limites da eq. (4.65), se fizermos $x = 0$ e $a = 0$ obtemos o resultado correto para localização fraca, quando $\beta = 1$ na eq. (4.10). Quando $x \rightarrow \infty$ o termo de localização fraca é suprimido, ou seja, passamos de $\beta = 1$ para $\beta = 2$. Finalmente tomando $x = 0$ e $a \rightarrow \infty$ obtemos a antilocalização fraca, que corresponde a $\beta = 4$ na eq. (4.10).

4.3.4 Modelo anisotrópico

O modelo anisotrópico resulta de uma análise da interação spin-órbita mais sofisticada do que a usada no modelo isotrópico, pois leva em conta a estrutura

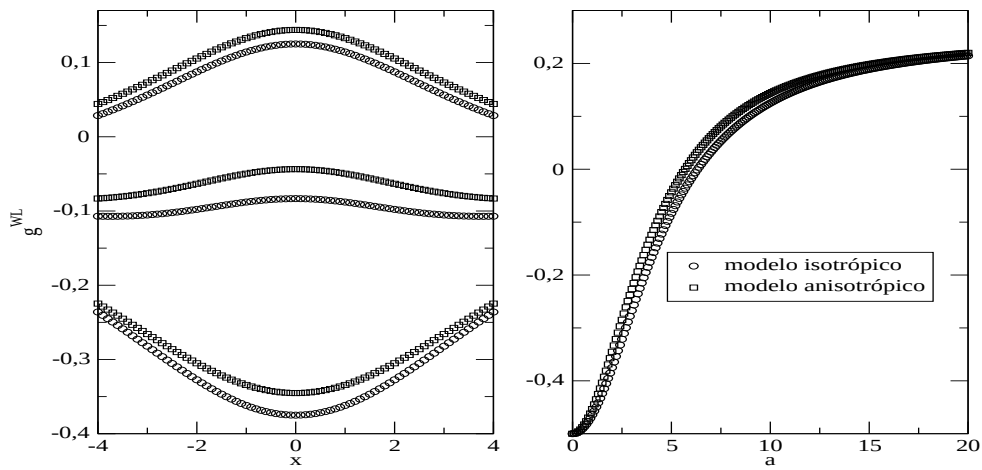


Figura 4.13: Neste gráfico apresentamos a localização fraca da condutância em função do campo magnético aplicado à esquerda e da interação spin-órbita à direita comparando o modelo isotrópico e anisotrópico. No gráfico à esquerda fazemos $N_1 = N_2 = 20$, e cada curva tem um valor fixo para a interação spin-órbita: de baixo para cima temos $a = 2$, $a = 5$ e $a = 10$. O gráfico à direita fixamos $x = 0$ e variamos a interação spin-órbita.

cristalina do *GaAs*. O hamiltoniano foi deduzido na ref. [105] dando todos os detalhes das simetrias do problema. A anisotropia cristalina entra no hamiltoniano, eq. (4.53), da seguinte forma

$$H_{SO} = \frac{\alpha}{2m} (\vec{p} \times \vec{n}_z) \cdot \vec{\sigma} + \frac{\varrho}{2m} (p_x \sigma_x - p_y \sigma_y). \quad (4.66)$$

Fazendo uma escolha de coordenadas conveniente para a estrutura cristalina em questão o hamiltoniano H_0 pode se escrito como

$$H_0 = \frac{(\vec{p} - e \vec{A})^2}{2m} + \frac{1}{2m} \left(\frac{p_y \sigma_x}{\lambda_y} - \frac{p_x \sigma_y}{\lambda_x} \right), \quad (4.67)$$

onde $\lambda_x = \alpha + \varrho$ e $\lambda_y = \alpha - \varrho$ são as taxas de interação spin-órbita em cada direção da superfície do cristal. O campo magnético aplicado é perpendicular à superfície do cristal de forma que através de uma transformação unitária conveniente os autores da ref. [105] mostraram que $\vec{A} = B_\perp / [2c (\vec{r} \times \vec{n}_z)]$. Aplicando a análise diagramática ao novo hamiltoniano H_0 , podemos escrever

$$\mathcal{H}(B_\perp, \tau_{SO}) = x X \mathbf{1} + i a (A_1 \sigma_1 + A_2 \sigma_2). \quad (4.68)$$

Como vemos, $\mathcal{H}(B_\perp, \tau_{SO})$ é uma matriz de quatérnions sendo X e A_i ($i = 1, 2$) matrizes reais e antissimétricas de dimensão $(M - N) \times (M - N)$ cujos elementos são variáveis gaussianas independentes. As médias destas matrizes são nulas $\langle \text{Tr}(X) \rangle = 0$ e $\langle \text{Tr}(A_i) \rangle = 0$, enquanto as variâncias são dadas por $\langle \text{Tr}(XX^T) \rangle = M^2$ e $\langle \text{Tr}(A_i A_j^T) \rangle = \delta_{ij} M^2$. Os parâmetros adimensionais x e a são definidos exatamente como no caso isotrópico. Fazendo uso dos mesmos procedimentos adotados na seção anterior obtemos

$$\mathcal{C}^{-1} = N_C \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2 a^2 \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} - a^2 (\sigma_1 \otimes \sigma_1 + \sigma_2 \otimes \sigma_2) \quad (4.69)$$

cuja inversa é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{C} = & \frac{N_C^2 + 4N_C a^2 + 2a^4}{N_C(N_C + 2a^2)(N_C + 4a^2)} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{a^2}{N_C(N_C + 4a^2)} (\sigma_1 \otimes \sigma_1 + \sigma_2 \otimes \sigma_2) \\ & + \frac{2a^2}{N_C(N_C + 2a^2)(N_C + 4a^2)} (\sigma_3 \otimes \sigma_3). \end{aligned} \quad (4.70)$$

O termo $\mathcal{TCT}$ pode ser escrito da seguinte forma

$$\begin{aligned}
\mathcal{TCT} = & \frac{N_C^2 + 4N_C a^2 + 2a^4}{N_C(N_C + 2a^2)(N_C + 4a^2)} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{a^2}{N_C(N_C + 4a^2)} (-\sigma_1 \otimes \sigma_1 + \sigma_2 \otimes \sigma_2) \\
& - \frac{2a^2}{N_C(N_C + 2a^2)(N_C + 4a^2)} (\sigma_3 \otimes \sigma_3). \tag{4.71}
\end{aligned}$$

Finalmente encontramos a média da condutância, que é dada por

$$\langle g \rangle = 2 \frac{N_1 N_2}{N} - \frac{N_1 N_2}{N} \left(\frac{1}{N_C + 2a^2} + \frac{1}{N_C + 4a^2} - \frac{2a^2}{N_C(N_C + 2a^2)} \right). \tag{4.72}$$

Comparando as eq. (4.65) e (4.72) percebemos que a diferença é bastante sutil, veja fig. (4.13), e que ambas coincidem quando extraímos a interação spin-órbita, ou seja, fazendo $a = 0$.

Utilizando a análise diagramática o modelo anisotrópico se mostra mais sofisticado matematicamente que o modelo isotrópico. Este fato é devido ao termo de anisotropia introduzido em H_{SO} que traz a informação sobre a estrutura cristalina do material *GaAs*. Ambos os modelos descrevem perfeitamente o regime de crossover e são utilizados com bastante frequência na literatura.

A análise diagramática no regime de crossover está tecnicamente incompleta, pois só sabemos resolver problemas com contatos ideais, perdendo toda a informação sobre as barreiras de tunelamento nos contatos entre o guia e a cavidade caótica. Contudo, iremos mostrar que a análise diagramática e a teoria de circuitos obtém o mesmo resultado tanto para a localização fraca da condutância quanto da potência do ruído de disparo em sistemas isotrópicos com contatos ideais. A grande vantagem da teoria de circuitos é que poderemos analisar também o caso não ideal, ou seja, introduzir as barreiras de tunelamento neste regime de crossover trazendo novas informações. Apresentaremos esses resultados no capítulo 5.

Capítulo 5

Efeitos de Interferência: Teoria de Circuitos

Como vimos no capítulo 4, a correção quântica devido aos efeitos de interferência tanto para a média da condutância quanto para a potência do ruído de disparo pode ser obtida pela teoria de matrizes aleatórias no limite semiclássico. Contudo os cálculos são longos, complicados e passíveis de erros devido à grande dificuldade de selecionar e somar corretamente os diagramas. Além disso, ao analisarmos o regime de crossover, por limitações técnicas, foi somente possível obter resultados para contatos ideais, perdendo toda a riqueza de fenômenos proporcionados por variações nas transparências das barreiras de tunelamento.

Devido a esse cenário vamos apresentar um método alternativo que comprova e estende nossos resultados via teoria de matrizes aleatórias. Este método foi proposto por Compagnano e Nazarov [81] e tem a vantagem de ser mais intuitivo que a análise diagramática, pois se baseia na obtenção da correção de localização fraca da função geratriz da teoria de circuitos apresentada na seção 2.2. Na obtenção desta correção eles introduziram a informação sobre o campo magnético que suprime a localização fraca e a interação spin-órbita que quebra a simetria de rotação de spin transformando a localização fraca em antilocalização. O hamiltoniano usado pelos autores é exatamente o mesmo que utilizamos no modelo isotrópico apresentado na seção 4.3.3.

Como veremos neste capítulo, os resultados da teoria de circuitos e da teoria de matrizes aleatórias coincidem tanto para a localização fraca da condutância quanto para a potência do ruído de disparo para uma cavidade caótica com barreiras arbitrárias. Também mostramos uma concordância no regime de crossover no caso

isotrópico para contatos ideais. A isotropia é uma característica essencial para a validade da teoria de circuitos baseada no formalismo de Green-Keldysh. Por este motivo foi introduzido o conceito de *zona de isotropização* [106, 107]. Esta região está localizada entre os contatos da amostra com os guias sendo necessária para garantir que a carga ao entrar ou sair da amostra mesoscópica sofra inúmeros espalhamentos elásticos de forma a eliminar possíveis anisotropias antes de chegar aos reservatórios que são descritos por funções de Green semiclássicas isotrópicas, veja seção 2.2. Esta hipótese adicional na dinâmica microscópica subjacente à teoria de circuitos matricial é fundamental para sua justificativa no limite semiclássico [25]. A teoria de circuitos escalar, por outro lado, é deduzida diretamente do modelo sigma não-linear super-simétrico e portanto não há a necessidade da hipótese de *zona de isotropização* [26].

5.1 Correção de Interferência Quântica da Função Geratriz

A função geratriz de cumulantes, S , possui toda a informação sobre a estatística de contagem de carga transmitida no limite semiclássico como mostramos no capítulo 3. Ela é afetada pelo efeito de interferência na cavidade caótica, sendo possível expandi-la em potências inversas do número de canais abertos N . O segundo termo desta expansão é a correção de localização fraca da função geratriz da estatística de contagem de carga:

$$S = S_{ps} + S_{WL} + \dots \quad (5.1)$$

O primeiro termo, S_{ps} , equivale à contribuição semiclássica do ponto de sela e pode ser interpretado como a soma dos diagramas diffuson do formalismo de funções de Green-Keldysh, e é similar à contribuição do formalismo da teoria de matrizes aleatórias. O termo S_{WL} é a correção de localização fraca da função geratriz e pode ser obtido somando os diagramas cooperon neste mesmo formalismo fig. (5.1). Este fato possibilita um estudo aprofundado do comportamento das correções das flutuações de corrente até qualquer ordem de cumulantes.

Devido à estrutura tipo escada obtida reordenando os diagramas cooperons, fig. (5.1), é possível escrever a função geratriz em função de seus autovalores. Os autovalores cooperons irão depender da pseudocorrente semiclássica calculada através da teoria de circuitos $I(\phi)$, eq. (2.39). Este resultado é bastante geral sendo possível aplicá-lo a todo tipo de sistema mesoscópico. Iremos ficar restritos à cavidade caótica

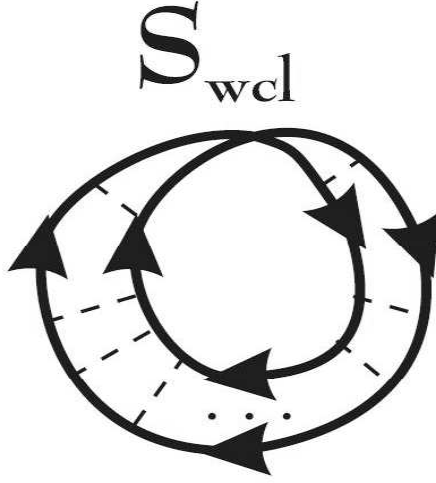


Figura 5.1: O diagrama maximamente cruzado acima refere-se aos modos cooperons obtidos do formalismo diagramático de funções de Green-Keldysh. Esta figura foi extraída da ref. [18].

com barreiras arbitrárias para fazer uma comparação direta entre os resultados obtidos via teoria de matrizes aleatórias e os que iremos obter neste capítulo. Em nossa notação, a função geratriz da correção de localização fraca segundo a ref. [81] pode ser escrita da seguinte forma

$$S_{WL} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{M_{-}(\phi)}{M_{+}(\phi)} \right), \quad (5.2)$$

onde $M_{\pm}(\phi)$ são os autovalores cooperons na aproximação de elementos finito da teoria de circuitos. Para a cavidade caótica com barreiras arbitrárias $M_{\pm}(\phi)$ podem ser escritos da seguinte forma

$$\begin{aligned} M_{+}(\phi) = & 2I_{ps}(\phi) \left[\cot \left(\chi(\phi) - \frac{\phi}{2} \right) - \cot \left(\chi(\phi) + \frac{\phi}{2} \right) \right] \\ & - 2 \left[\frac{I'_{ps}(\phi)}{\chi'(\phi) + 1/2} - I_{ps}(\phi) \cot \left(\chi(\phi) + \frac{\phi}{2} \right) \right] \\ & + 2 \left[\frac{I'_{ps}(\phi)}{\chi'(\phi) - 1/2} - I_{ps}(\phi) \cot \left(\chi(\phi) - \frac{\phi}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.3)$$

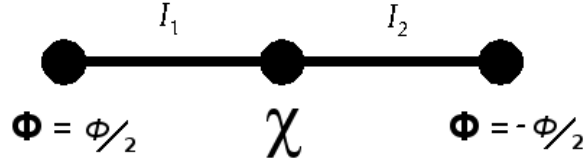


Figura 5.2: Representação esquemática do circuito. Os reservatórios são representados pelos pontos nos extremos e seus pseudopotenciais são conhecidos e mantidos fixos. O nó central representa a cavidade caótica e contém um pseudopotencial χ desconhecido. Os contatos são as duas linhas que fazem a conexão entre os nós.

e

$$M_-(\phi) = 2I_{ps}(\phi) \left[\cot \left(\chi(\phi) - \frac{\phi}{2} \right) - \cot \left(\chi(\phi) + \frac{\phi}{2} \right) \right], \quad (5.4)$$

onde $I'_{ps}(\phi)$ é a derivada da pseudocorrente da teoria de circuito, que é obtida na aproximação do ponto de sela eq. (2.39), $I'_{ps}(\phi) = dI_{ps}(\phi)/d\phi$. A fase intermediária na cavidade caótica $\chi(\phi)$ pode ser obtida da lei de conservação da pseudocorrente, eq. (2.36), nos conectores do circuito mostrados na fig. (5.2), de modo que

$$I_{sp}(\phi) = I_1(\phi/2 + \chi) = I_2(\chi - \phi/2). \quad (5.5)$$

da teoria de circuitos vemos que

$$\chi(\phi) = 2 \arctan(\xi_{sol}) - \frac{\phi}{2}, \quad (5.6)$$

onde ξ_{sol} é a solução física da equação de quarta ordem que utilizamos constantemente no capítulo 3 para obter a função geratriz no limite semiclássico, eq. (2.38). É importante ressaltar que os autovalores M_+ e M_- escritos da forma apresentada nas equações (5.3) e (5.4) são exclusivos para o sistema composto de uma cavidade caótica com duas barreiras arbitrárias. Para um outro sistema devemos calcular novos autovalores cooperons.

5.2 Aplicação a uma Cavidade Caótica

Nesta seção, iremos aplicar o método a resultados bem estabelecidos na literatura, com o objetivo de comparar a eficiência do mesmo com a da teoria de matrizes aleatórias. A maior dificuldade matemática do método está na obtenção da raiz física da equação de quarta ordem, eq. (2.38). Para isso utilizamos uma expansão em potências de ϕ similar à apresentada na seção 3.3.5.

Com o intuito de obter os cumulantes da estatística de contagem de carga e suas correção quânticas, observamos da eq. (2.34) que a condutância é dada por

$$g = \frac{\cos^2(\phi/2)}{\sin(\phi)} I(\phi) \Big|_{\phi=0}, \quad (5.7)$$

enquanto a potência do ruído de disparo é obtida da seguinte expressão

$$p = -\cot(\phi/2) \frac{d}{d\phi} \left(\frac{\cos^2(\phi/2)}{\sin(\phi)} I(\phi) \right) \Big|_{\phi=0} \quad (5.8)$$

Há uma relação muito simples entre a pseudocorrente que atravessa a cavidade caótica e a função geratriz, eq. (2.33). Substituindo a eq. (5.1) na eq. (2.33), obtemos

$$\begin{aligned} I(\phi) &= -2 \frac{d}{d\phi} S \\ &= I_{sp}(\phi) + \frac{2-\beta}{\beta} I_{WL}(\phi) + \dots \\ &= -2 \left(\frac{d}{d\phi} S_{sp} + \frac{2-\beta}{\beta} \frac{d}{d\phi} S_{WL} + \dots \right). \end{aligned} \quad (5.9)$$

Desta forma estamos prontos para calcular a condutância e suas correções de localização e antilocalização fracas. Usando a eq. (5.7) e controlando seu comportamento no limite $\phi \rightarrow 0$ e selecionando corretamente a raiz física ξ_{sol} advinda da eq. (2.38), obtemos

$$g = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} + \left(1 - \frac{2}{\beta} \right) \frac{G_1 G_2 (G_1 \Gamma_2 + G_2 \Gamma_1)}{(G_1 + G_2)^3}. \quad (5.10)$$

Esta equação está em completo acordo com a eq. (4.15) quando assumimos que $g_p = N_1 \Gamma_1^p$ e $\bar{g}_p = N_2 \Gamma_2^p$. Podemos agora obter a potência do ruído de disparo eq. (5.8), tomando os mesmos cuidados que os relacionados ao caso da condutância. O resultado obtido é

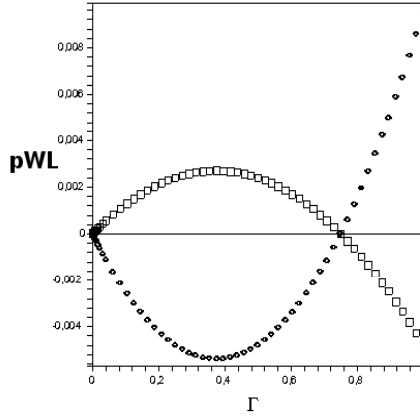


Figura 5.3: O gráfico mostra o *efeito supressão-amplificação* para a potência do ruído de disparo quando $\Gamma = \Gamma_1 = \Gamma_2$ e $N_2/N_1 \approx 0,67$. O caso $\beta = 1$ corresponde aos pontos circulares enquanto $\beta = 4$ corresponde aos pontos quadrados. Note que ambas as curvas se anulam quando $\Gamma = 3/4$.

$$p = \frac{G_1 G_2 (G_1 G_2 (G_1 + G_2) + G_1^3 (1 - \Gamma_2) + G_2^3 (1 - \Gamma_1))}{(G_1 + G_2)^4} \quad (5.11)$$

$$+ \left(\frac{2}{\beta} - 1 \right) \frac{G_1 G_2 (G_1 - G_2) (G_1 \Gamma_2 + G_2 \Gamma_1) (3(G_2^2 - G_1^2) + 4(G_1^2 \Gamma_2 - G_2^2 \Gamma_1))}{(G_1 + G_2)^6},$$

que coincide com o obtido pela análise diagramática eq. (4.33), indicando mais uma vez o completo acordo com a teoria de matrizes aleatórias. O *efeito supressão-amplificação*, fica desta forma comprovado por dois métodos independentes. Este resultado foi publicado na ref. [90].

5.3 Efeito Supressão-Amplificação

Como vimos ate aqui o efeito de localização fraca está intimamente ligado às simetrias dos ensembles puros de Wigner-Dyson. Se analisarmos a eq. (5.10) veremos que no ensemble ortogonal, onde $\beta = 1$, a localização fraca suprime o termo semiclassico da média da condutância. Para o ensemble simplético, onde

$\beta = 4$, a antilocalização fraca amplifica a média da condutância enquanto que para o ensemble unitário, onde $\beta = 2$, o termo de localização fraca desaparece. O efeito de amplificar e suprimir era até o momento uma característica exclusiva das simetrias dos ensembles puros. Contudo, a obtenção da correção de localização fraca da média da potência do ruído de disparo com barreiras de transparência arbitrárias traz uma modificação substancial no efeito. Isolando o segundo termo da eq. (5.12) temos

$$p^{WL} = \left(\frac{2 - \beta}{\beta} \right) \frac{G_1 G_2 (G_1 - G_2) (G_1 \Gamma_2 + G_2 \Gamma_1) (3(G_2^2 - G_1^2) + 4(G_1^2 \Gamma_2 - G_2^2 \Gamma_1))}{(G_1 + G_2)^6}, \quad (5.12)$$

vemos que o efeito de amplificar e suprimir não é mais uma característica intrínseca da simétrica dos ensembles puros. Podemos amplificar ou suprimir o sinal semiclássico controlando a intensidade das barreiras de tunelamento e o número de canais abertos nos guias sem quebrar simetrias do ensemble puro. Na fig. (5.3) apresentamos o comportamento da eq. (5.12) para ambos os ensembles, $\beta = 1, 4$, mostrando claramente o *efeito supressão-amplificação*.

Uma compreensão mais detalhada da eq. (5.12), para $\beta = 1$, pode ser feita ao analisarmos os diagramas no plano (Γ_1, Γ_2) fixando $a = N_2/N_1$, onde $0 \leq a \leq 1$ sem perda de generalidade, e (a, Γ_2) fixando Γ_1 . O efeito físico novo que apresentamos pode ser separado por regiões denotadas por $(-)$ e $(+)$ nas figs. (5.4.2) e (5.4.4), onde temos que $p^{WL} < 0$ e $p^{WL} > 0$ respectivamente. Consequentemente, o sistema exhibe uma transição supressão-amplificação na correção quântica da potência do ruído de disparo. Podemos também definir as regiões (I), (II) e (III) nas figs. (5.4.1) e (5.4.3) onde p^{WL} tem, como função das variáveis experimentais, nenhuma (I), uma (II) e duas (III) mudanças de sinais.

O ponto mais interessante dos diagramas é o $p_c^{WL} = (3/4, 3/4)$. Neste ponto crítico, para qualquer valor de a , $p^{WL} = 0$. Com isso p_c^{WL} limita duas regiões na fig. (5.4.1): uma para a qual $p^{WL} < 0$ sobre a linha $(\Gamma_1 = \Gamma_2)$ com $\Gamma_1 < 3/4$ e $p^{WL} > 0$ também sobre a mesma linha quando $\Gamma_1 > 3/4$. Consequentemente, as linhas que dividem as regiões $(+)$ e $(-)$ na fig. (5.4.2) estão limitadas pelo triângulo (II) da fig. (5.4.1). Uma análise similar pode ser feita para o caso $\beta = 4$, o que mudaria na fig. (5.4) é que as regiões $(+)$ passariam a ser $(-)$ e as regiões $(-)$ passariam a ser $(+)$. Este fato fica muito claro quando olhamos para a fig. (5.3).

5.4 Regime de Crossover

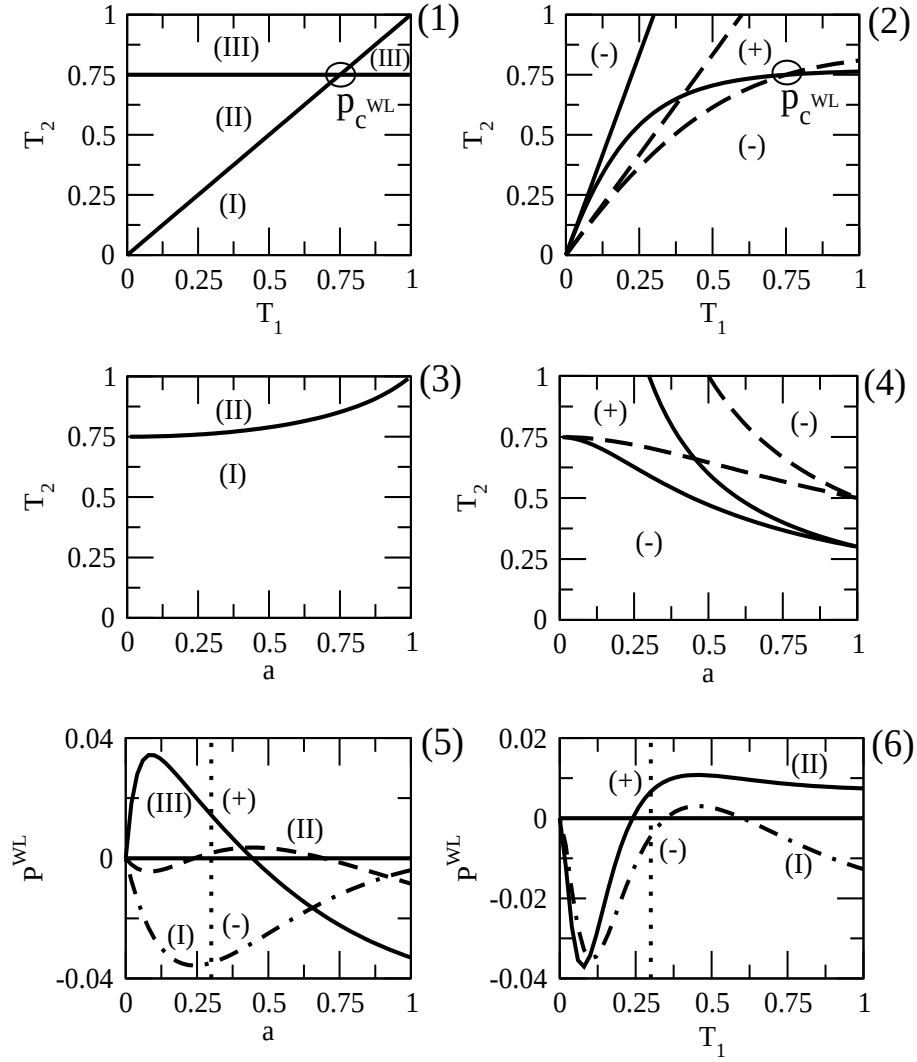


Figura 5.4: Análise dos diagramas de regimes. (1) Na região (I) não há mudança de sinal em $\mathbf{p}^{WL}$ enquanto na região (II) há uma e em (III) duas, como função de a ; (2) O diagrama mostra o plano (Γ_1, Γ_2) para $a = 3/10$ (linha contínua) e $a = 6/10$ (linha tracejada); (3) Na região (I) p^{WL} não apresenta mudança de sinal enquanto em (II) temos uma mudança de sinal em função de T_1 (4) As regiões positivas (+) e negativas (-) no plano (Γ_2, a) para $\Gamma_2 = 3/10$ (linha contínua) e $\Gamma_2 = 5/10$ (linha tracejada); (5) A função p^{WL} muda de sinal a medida que variamos a de acordo com a diagrama (1). (6) A função p^{WL} muda de sinal à medida que variamos Γ_1 de acordo com a diagrama (3).

Nesta seção, analisaremos o regime de crossover em sistemas isotrópicos via teoria de circuitos. A grande vantagem deste tratamento é podermos introduzir sem nenhuma dificuldade adicional ao problema o efeito das barreiras de tunelamento nas correções quânticas, o qual torna difícil o uso da análise diagramática no regime de crossover. Além disso, seremos capazes de analisar como a quebra de simetria de reversão temporal e o acoplamento spin-órbita afetam o efeito de supressão-amplificação.

Como vimos na seção 4.3.3, a principal característica do modelo isotrópico é que o canal singleto nunca é afetado pelo acoplamento spin-órbita enquanto os canais tripletos sempre são afetados. Para acomodar este efeito, os autores da ref. [81] introduziram o parâmetro η que é taxa de quebra de simetria de reversão temporal e ξ que é a taxa de quebra de simetria de rotação de spin na eq. (5.2), sendo esta reescrita da seguinte maneira:

$$S_{WL} = \frac{1}{4} \left[\ln \left(\frac{M_-(\phi) + \eta}{M_+(\phi) + \eta} \right) + 3 \ln \left(\frac{M_+(\phi) + \eta + \xi}{M_-(\phi) + \eta + \xi} \right) \right]. \quad (5.13)$$

Note que se fizermos $\eta = \xi = 0$ a eq. (5.2) é recuperada facilmente.

5.4.1 Localização fraca da condutância

Podemos obter a correção de localização fraca para a condutância na presença do efeito das barreiras, simplesmente seguindo os mesmos procedimentos da seção anterior, lembrando que a função geratriz de localização fraca é descrita pela eq. (5.13). Obtemos então

$$g^{WL} = -\frac{G_1 G_2 (G_1 \Gamma_2 + G_2 \Gamma_1)}{(G_1 + G_2)^2} \left(\frac{1}{G_C + 2a^2} - \frac{a^2}{G_C (G_C + 2a^2)} \right), \quad (5.14)$$

onde definimos $G_C = G_1 + G_2 + 2x^2$. Fizemos as seguintes trocas de variáveis para termos uma comparação direta com os resultados da seção 4.3.3: $\eta \rightarrow -4x^2$ e $\xi \rightarrow -4a^2$. É importante analisarmos alguns limites da eq. (5.14): (1) fazendo $x = a = 0$ obtemos o resultado do ensemble ortogonal ($\beta = 1$); (2) quando $x \rightarrow \infty$ e $a = 0$ à transição do ensemble ortogonal, $\beta = 1$, para ensemble unitário, $\beta = 2$, ou seja, $g^{WL} = 0$; (3) por último fixamos $x = 0$ e deixamos $a \rightarrow \infty$ ocorrendo assim a transição do ensemble ortogonal para ensemble simplético ($\beta = 4$), todos em concordância com a eq. (5.10). Na fig. (5.5) mostramos o comportamento da localização fraca da condutância em função do parâmetro x .

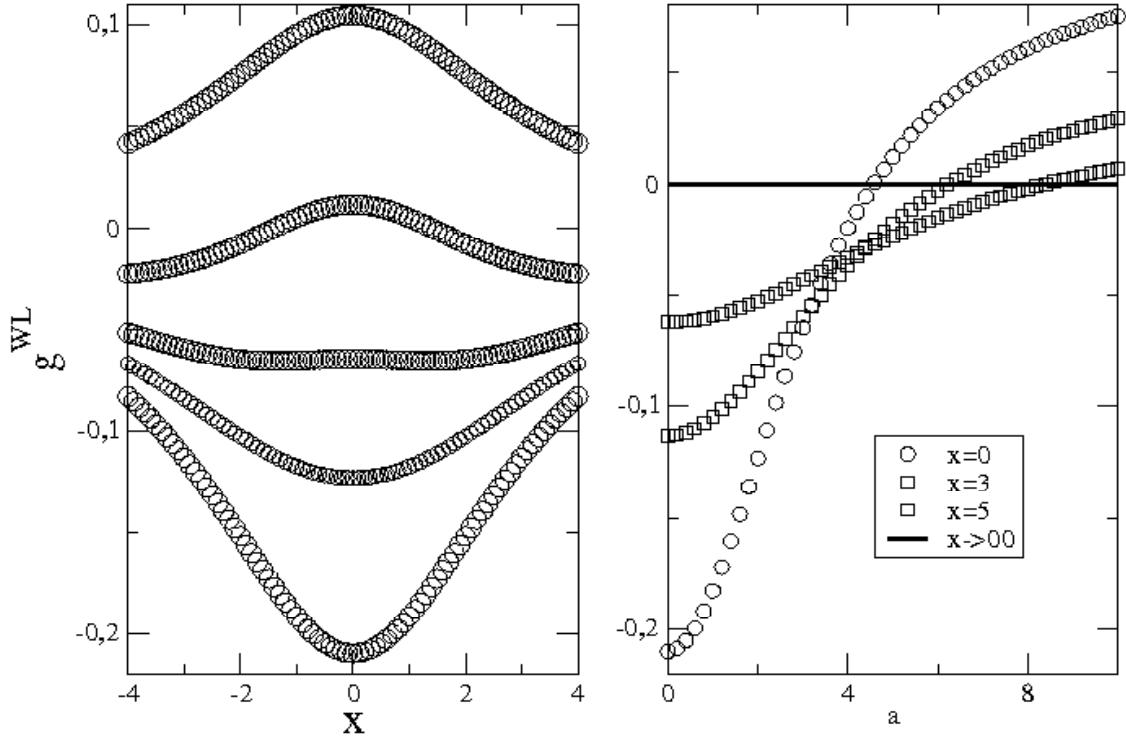


Figura 5.5: Neste gráfico apresentamos a correção de localização fraca da condutância. À esquerda mostramos o comportamento da eq. (5.14) fixando os parâmetros $\Gamma_1 = 0,9$, $\Gamma_2 = 0,8$, $N_2/N_1 \approx 0,65$, e cada curva tem um valor fixo para o acoplamento spin-órbita: de baixo para cima temos $a = 0$, $a = 1$, $a = 2$, $a = 5$ e $a \rightarrow \infty$. À esquerda fixamos os valores para x e variamos a mantendo os mesmos valores do gráfico anterior para os outros parâmetros.

Fazendo $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 1$ na eq. (5.14) recuperamos o resultado obtido via análise diagramática, eq. (4.65). Notamos que a correção de localização fraca da condutância não apresenta nenhum comportamento novo devido ao efeito das barreiras quando comparado ao caso de contatos ideais, veja fig. (4.13). De qualquer forma, este resultado não era conhecido na literatura até o momento. Outro fato que podemos verificar é que a localização fraca da condutância, no regime de crossover, continua sendo suprimida no limite opaco $\Gamma_{1,2} \rightarrow 0$. A introdução dos parâmetros experimentais x e a não interfere na supressão da localização fraca no limite opaco, continuando válida a interpretação feita por Whitney apresentada na seção 4.1.4.

5.4.2 Localização fraca da potência do ruído de disparo

Vamos agora obter a correção de localização fraca da potência do ruído de disparo no regime de crossover. Utilizando as eqs. (5.8) e (5.13) obtemos a expressão geral, dada por

$$p^{WL} = G_2 G_1 (G_2 \Gamma_1 + G_1 \Gamma_2) [8B_1 x^6 + (4B_1 a^2 + B_2)x^4 + (-4B_1 a^4 + B_3 a^2 + B_4)x^2 - 2B_5 a^4 + B_6 a^2 + B_5] / [G_C^2 (G_C + 2a^2)^2 (G_1 + G_2)^5], \quad (5.15)$$

onde os termos B_i , $i = 1, \dots, 6$, são dados pelas seguintes expressões

$$\begin{aligned} B_1 &= -G_1 G_2^2 - G_1^2 G_2 - 3G_1^3 + 4G_2^3 \Gamma_1 + 4G_1^3 \Gamma_2 - 3G_2^3 \\ B_2 &= 4(G_1 + G_2)(12G_1^3 \Gamma_2 - 9G_1^3 + G_1^2 G_2 - 4G_1^2 G_2 \Gamma_2 - 4G_1 G_2^2 \Gamma_1 \\ &\quad + G_1 G_2^2 + 12G_2^3 \Gamma_1 - 9G_2^3) \\ B_3 &= 4(G_1 + G_2)^2 (4G_1^2 \Gamma_2 - 3G_1^2 - 2G_1 G_2 + 4\Gamma_1 G_2^2 - 3G_2^2) \\ B_4 &= 2(G_1 + G_2)^2 (12G_1^3 \Gamma_2 - 9G_1^3 + 5G_1^2 G_2 - 8G_1^2 G_2 \Gamma_2 - 8\Gamma_1 G_2^2 G_1 \\ &\quad + 5G_1 G_2^2 + 12G_2^3 \Gamma_1 - 9G_2^3) \\ B_5 &= (G_1 - G_2)(G_1 + G_2)(4G_1^2 \Gamma_2 - 3G_1^2 - 4\Gamma_1 G_2^2 + 3G_2^2) \\ B_6 &= (G_1 + G_2)^2 (-3G_1^3 + 4G_1^3 \Gamma_2 - 9G_1^2 G_2 + 8G_1^2 G_2 \Gamma_2 + 8\Gamma_1 G_2^2 G_1 \\ &\quad - 9G_1 G_2^2 + 4G_2^3 \Gamma_1 - 3G_2^3). \end{aligned}$$

É importante analisar alguns casos limites da eq. (5.15). Vamos começar pelo caso de contatos ideais, onde fazemos $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 1$, a eq. (5.15) simplifica-se na expressão dada por

$$p^{WL} = \frac{N_1 N_2 (N_1 - N_2)^2}{N^3} \left(\frac{1}{N_C + 2a^2} - \frac{a^2}{N_C (N_C + 2a^2)} \right), \quad (5.16)$$

onde $N_C = N + 2x^2$ como definido na seção 4.3.3. Neste ponto é importante fazer uma comparação direta com o resultado obtido por Béri e Cserti [85], onde foi calculado a potência do ruído de disparo no regime de crossover para contatos ideais via análise diagramática, sendo o resultado obtido dado por

$$p^{WL} = \frac{N_1 N_2 (N_1 - N_2)^2}{N^3} \sum_{\rho, \sigma} (\mathcal{TCT})_{\rho\sigma; \rho\sigma}. \quad (5.17)$$

O termo $(\mathcal{TCT})_{\rho\sigma;\rho\sigma}$ foi calculado na seção 4.3.3, tanto para o modelo isotrópico quanto para o anisotrópico eqs. (4.63) e (4.71). Como estamos somente interessados no modelo isotrópico vamos introduzir o valor de $(\mathcal{TCT})_{\rho\sigma;\rho\sigma}$ dado pela eq. (4.63) na eq. (5.17). O resultado obtido é exatamente a eq. (5.16). Com isso mostramos novamente a concordância entre os dois métodos.

Outra questão importante levantada pela ref. [85] é que quando dividimos a correção de localização fraca da potência do ruído de disparo eq. (5.17) pela correção quântica da condutância eq. (4.65) encontramos uma relação que independe dos parâmetros externos x e a da seguinte forma

$$\frac{p^{WL}}{g^{WL}} = - \left(\frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \right)^2. \quad (5.18)$$

Esta relação é válida tanto para modelo isotrópico quanto para o anisotrópico no caso de contatos ideais. Nossos resultados dados pelas eqs. (5.14) e (5.15) mostram que a eq. (5.18) é somente válida para o caso simples de contatos ideais. Para sistemas bem mais gerais esta relação é violada.

Como outro caso especial da eq.(5.15), vamos analisar a situação em que a interação spin-órbita é desprezível, $a = 0$. Neste caso a expressão geral simplifica-se na seguinte equação

$$\begin{aligned} p^{WL} = & \frac{G_1 G_2 (G_1 - G_2) (G_1 \Gamma_2 + G_2 \Gamma_1) (3(G_2^2 - G_1^2) + 4(G_1^2 \Gamma_2 - G_2^2 \Gamma_1))}{(G_1 + G_2)^4 (G_1 + G_2 + 2x^2)^2} \\ & + \frac{2x^2 G_1 G_2 (G_1 \Gamma_2 + G_2 \Gamma_1) (4(G_1^3 \Gamma_2 + G_2^3 \Gamma_1) - 3(G_1^3 + G_2^3) - G_1 G_2 (G_1 + G_2))}{(G_1 + G_2)^5 (G_1 + G_2 + 2x^2)^2}. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Notamos que quando $x = 0$ o segundo termo desaparece e recuperamos o resultado correto para o ensemble ortogonal, $\beta = 1$. Ao variarmos x começa a haver uma competição entre cada um dos termos. Para valores mais elevados de x o segundo termo passa a ser o predominante, enquanto que quando tomamos $x \rightarrow \infty$ os dois termos são suprimidos pelo campo magnético externo que equivale ao ensemble unitário, $\beta = 2$. Podemos perceber que p^{WL} desaparece no limite opaco devido ao termo $(G_1 \Gamma_2 + G_2 \Gamma_1)$ que aparece em ambos os termos da correção. Esta mesma afirmação sobre o limite opaco é válida para a expressão geral eq. (5.15). Quando fazemos $x = 0$ na eq. (5.15) obtemos uma expressão um pouco mais complicada que a eq. (5.19) para p^{WL} dada por

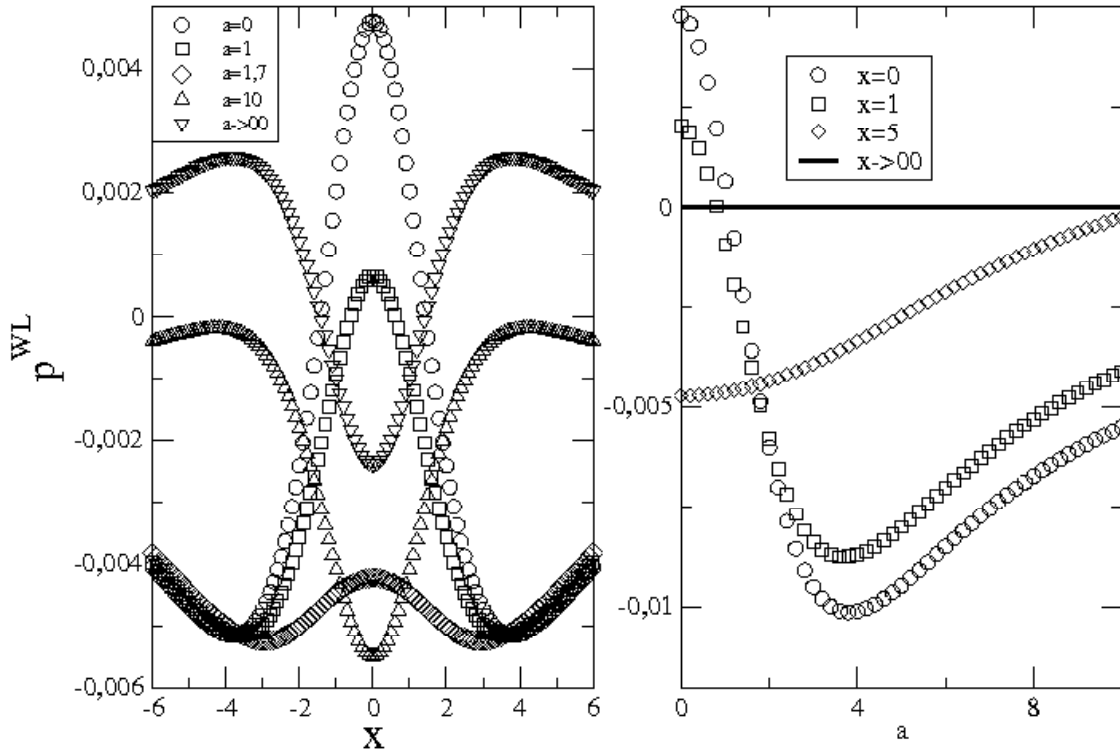


Figura 5.6: Neste gráfico apresentamos o comportamento da correção de localização fraca da potência do ruído de disparo quando variamos os parâmetros x e a . Vemos claramente que o efeito supressão-amplificação também pode ser observado. Aqui fixamos $\Gamma_1 = 0,9$, $\Gamma_2 = 0,8$, $N_2/N_1 \approx 0,65$.

$$\begin{aligned}
 p^{WL} = & \left\{ 2(G_1 - G_2) \left[3(G_1^2 - G_2^2) + 4(\Gamma_1 G_2^2 - G_1^2 \Gamma_2) \right] a^4 \right. \\
 & + \left[4(G_1^3 \Gamma_2 + G_2^3 \Gamma_1) + 8(G_1^2 G_2 \Gamma_2 + \Gamma_1 G_2^2 G_1) - 9(G_1 G_2^2 + G_1^2 G_2) \right. \\
 & \left. \left. - 3(G_2^3 + G_1^3) \right] (G_1 + G_2) a^2 \right. \\
 & \left. - (G_1 - G_2) \left[3(G_1^2 - G_2^2) + 4(\Gamma_1 G_2^2 - G_1^2 \Gamma_2) \right] (G_1 + G_2)^2 \right\} (G_2 \Gamma_1 + G_1 \Gamma_2) G_1 G_2 \\
 & ((G_1 + G_2 + 2a^2)^2 (G_1 + G_2)^6)^{-1}.
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

Note que quando fazemos $a \rightarrow \infty$ o primeiro termo sobrevive enquanto os outros dois são suprimidos pela interação spin-órbita, obtendo o resultado correto para o ensemble simplético, $\beta = 4$.

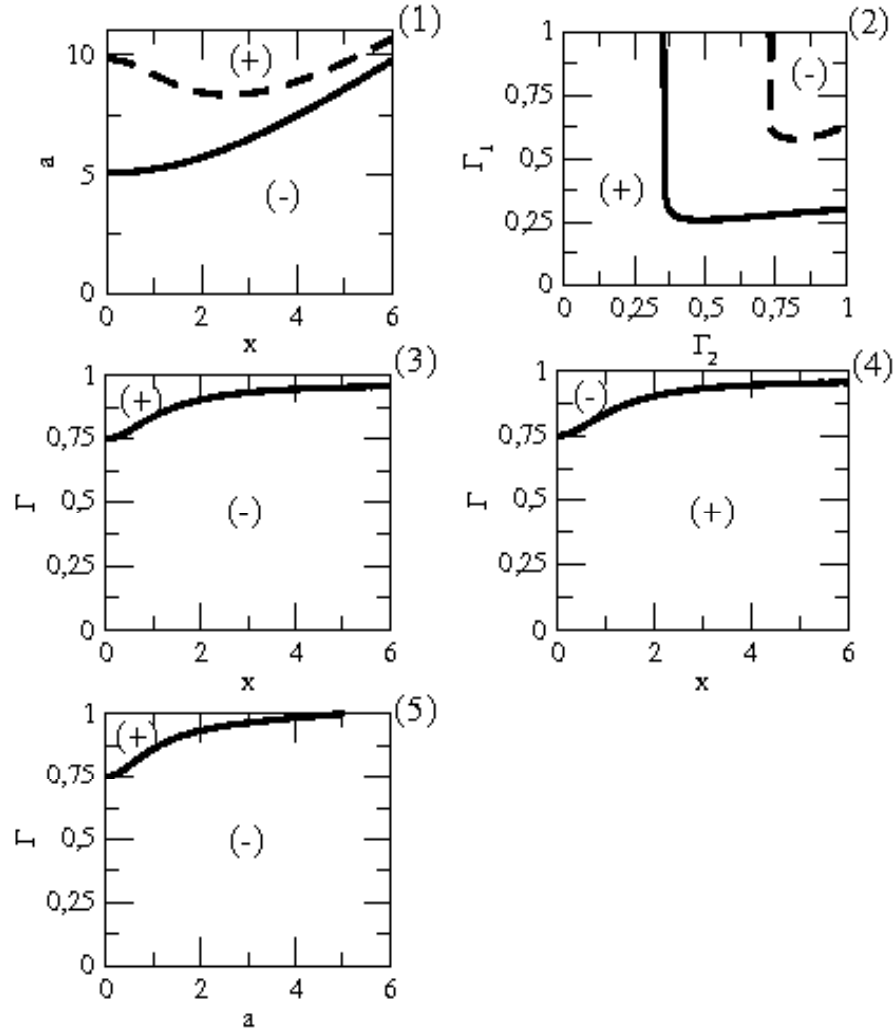


Figura 5.7: Análise dos diagramas de regimes, nos quais usamos a razão $N_2/N_1 \approx 0,67$. (1) O diagrama mostra o plano (a, x) para $\Gamma_1 = 1$ com $\Gamma_2 = 0,3$ (linha contínua) e $\Gamma_2 = 0,7$ (linha pontilhada), o sinal (+) representa a região positiva e (-) a região negativa; (2) O diagrama mostra o plano (Γ_1, Γ_2) para $x = 2$ com $a = 6$ (linha contínua) e $a = 10$ (linha pontilhada); (3) Neste diagrama temos que $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ e tomamos o limite de $a \rightarrow 0$; (4) É um diagrama similar ao (3) no qual o limite tomado é $a \rightarrow \infty$. Note que a região que era positiva (+) no diagrama 3 fica negativa (-) e a que era negativa (-) fica positiva (+); (5) No diagrama temos que $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ e tomamos o limite de $x \rightarrow 0$.

5.4.3 Efeito supressão-amplificação no regime de crossover

Para entender melhor o comportamento das quebras de simetria de reversão temporal e rotação de spin sobre a correção quântica da potência do ruído de disparo geramos o gráfico da eq. (5.15) mostrado na fig. (5.6). Podemos perceber claramente que ao variarmos os parâmetros x e a o *efeito supressão-amplificação* também está presente. Novamente podemos afirmar que o efeito supressão-amplificação apresentado aqui não está relacionado com as classes de simetrias dos ensembles, mas sim com a intensidade dos parâmetros de controle x e a incluídos no problema. Além disso, temos que lembrar que o ruído de disparo é uma grandeza puramente quântica, de modo que estas características não são intuitivas.

Da mesma maneira como fizemos na seção 5.3, podemos analisar o plano $a \times x$ para compreender melhor o comportamento geral da eq. (5.15), veja fig. (5.7). As regiões (+) mostram quando $p^{WL} > 0$ e (-) quando $p^{WL} < 0$, indicando a presença do *efeito supressão-amplificação*. No diagrama 1 da fig. (5.7) mostramos como a linha da transição de sinal se comporta quando variamos a probabilidade de tunelamento das barreiras. No diagrama 2 da fig. (5.7) mostramos como a linha da transição de sinal no plano $\Gamma_1 \times \Gamma_2$ se comporta quando variamos os parâmetros externos x e a . Nos diagramas 3 e 4 da fig. (5.7) temos que a linha da transição do sinal é a mesma, apenas que no diagrama 3 tiramos a interação spin-órbita tomando o limite $a \rightarrow 0$, enquanto que no diagrama 4 fizemos o crossover do ensemble ortogonal para o ensemble simplético invertendo assim o sinal das regiões, $a \rightarrow \infty$. No diagrama 5 da fig. (5.7) fizemos $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ e geramos o plano $\Gamma \times a$ no limite $x \rightarrow 0$. Mostramos portanto que a mudança de sinal está relacionada com a intensidade dos parâmetros experimentalmente controláveis e não com a simetria do sistema.

Capítulo 6

Conclusões e Perspectivas

Nesta tese, fizemos uma descrição detalhada das estatísticas de contagem de carga transmitida e de fase acumulada para uma cavidade caótica conectada a dois guias por barreiras de tunelamento de transparências arbitrárias. Mostramos que toda a informação relevante sobre a estatística de contagem está contida na função geratriz S definida na eq. (2.34).

No capítulo 2, apresentamos três técnicas independentes para a obtenção da função geratriz: a teoria de circuitos na versão de Keldysh [5], que utiliza a teoria de funções de Green quase-clássicas, a teoria de circuitos supersimétrica [26], baseada na estrutura do ponto de sela do modelo sigma não-linear supersimétrico, e a teoria de matrizes aleatórias. Todas as três técnicas levam aos mesmos resultados, apesar de serem matematicamente bastante distintas.

No capítulo 3, calculamos os quatro primeiros cumulantes das distribuições de cargas transmitida e de tentativas de transmissão de carga do sistema mesoscópico em questão. Através de uma comparação entre cálculos numéricos e analíticos no limite semiclássico, comprovamos que a aproximação de ponto de sela é suficiente para obtermos equações exatas para as distribuições de probabilidade de carga transmitida e de fase acumulada nos regimes de barreiras de tunelamento simétricas, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$, e de junções de tunelamento, $\Gamma_{1,2} \ll 1$. O limite semiclássico das distribuições de cargas transmitida e de tentativas de transmissão de carga é caracterizado por um número grande de cargas transmitidas, $n \gg 1$, e de tentativas de transmissão de carga, $m \gg 1$, respectivamente.

No caso de barreiras de tunelamento antissimétricas, mostramos como extrair da função de distribuição de probabilidades de cargas transmitidas no limite semiclássico, uma assinatura da transição quântica associada à formação de modos

de Fabry-Perot entre as barreiras. Esta transição quântica está relacionada à singularidade de inverso de raiz quadrada na densidade de autovalores de transmissão, recentemente proposta por Macêdo e Souza. A assinatura da transição se encontra na região onde os eventos de transmissão de carga são raros, ou seja na cauda da distribuição ($x \rightarrow 0^+$) como podemos ver na fig. (3.5). Para tentar tornar mais realística nossa análise numérica introduzimos artificialmente uma flutuação na probabilidade de tunelamento, Γ , da ordem de 5% no caso tratado na seção 3.4.1. Com essa flutuação percebemos que o sinal da transição permanece visível até alcançarmos 30% do valor médio de x , veja fig. (3.7). Nessas condições, a estimativa do ponto da transição apresenta um erro de aproximadamente 14% do seu valor exato, $\Gamma_c = 0,5$. Esse resultado sugere que o sinal físico é robusto o bastante para ser medido dentro de uma margem de erro aceitável, tendo em vista as atuais medidas experimentais de distribuições [7, 14, 55].

Calculamos, também, os quatro primeiros cumulantes das estatísticas de contagem de carga e de fase quando a cavidade caótica se encontra conectada a um ambiente eletromagnético de impedância z_0 no limite de baixas frequências. Vimos que os dois primeiros cumulantes de carga e de fase seguem uma regra de escalonamento como proposto pela teoria clássica de circuitos. No entanto, a partir do terceiro cumulante, além do escalonamento, há o aparecimento de correções advindas dos cumulantes de menor ordem que não são previstas pela teoria clássica de circuitos. Outra característica intrigante que podemos perceber quando comparamos os cumulantes de carga, eqs. (3.61)-(3.64), com os cumulantes de fase, eqs. (3.65)-(3.68), é que a relação de dualidade que há entre os dois casos não é nada mais que uma simples substituição de $n \leftrightarrow m$ e $z_0 g \leftrightarrow g_0 \rho$. Além disso, estes cumulantes sugerem uma *regra universal de condutores mesoscópicos*, pois ela é satisfeita tanto por pontos quânticos quanto por barreiras simples.

No capítulo 4, calculamos as correções devido à interferência quântica da média da condutância e da média da potência do ruído de disparo, dando maior ênfase para o segundo. Utilizamos como ferramenta a análise diagramática para a integração sobre o grupo unitário. Obtivemos seis classes de diagramas topologicamente distintos que contribuem para o termo dominante da média da potência do ruído de disparo, denominados diagramas difusons. A partir destas seis classes de diagramas foi possível produzir todos os diagramas cooperons que contribuem exclusivamente para a correção de localização fraca da média da potência do ruído de disparo. Este cálculo generaliza o resultado obtido por Beenakker para uma cavidade caótica com contatos ideais. No capítulo 5, apresentamos uma forma alternativa de obter a correção de localização fraca da média da potência do ruído de disparo. O cálculo feito através da teoria quântica de circuitos e da teoria de

matrizes aleatórias comprova por dois métodos independentes nosso resultado.

Inesperadamente, a correção de localização fraca da média da potência do ruído de disparo apresenta uma *transição de supressão-amplificação*. Este efeito leva a uma revisão conceitual na interpretação usual da correção de localização fraca. Antes deste resultado, suprimir ou amplificar o termo semiclássico da média da potência do ruído de disparo era entendido como uma característica intrínseca da quebra de simetrias do sistema. Com o resultado obtido nesta tese, mostramos que o efeito de suprimir ou amplificar o termo semiclássico da média da potência do ruído de disparo pode depender do número de canais abertos e da probabilidade de tunelamento através das barreiras, mesmo que as simetrias do sistema sejam preservadas.

Uma das nossas perspectivas é conseguir introduzir o efeito de barreiras de tunelamento na análise diagramática no regime de crossover. Este regime foi analisado nos capítulos 4 e 5 onde mostramos a concordância dos resultados obtidos através da teoria de matrizes aleatórias e da teoria quântica de circuitos para as correções de localização fraca da média da condutância e da média da potência do ruído de disparo no caso de uma cavidade caótica isotrópica com contatos ideais. As correções de localização fraca com o efeito de barreiras de tunelamento foram obtidas através da teoria quântica de circuitos, desta forma esperamos reproduzi-las através da teoria de matrizes aleatórias.

Outra linha de pesquisa em que estamos atuando consiste em aplicar a teoria de matrizes aleatórias a sistemas híbridos do tipo material ferromagnético-metal normal- material ferromagnético (FNF). Estes sistemas têm aplicações diretas na construção de sensores e memórias magnéticas [21]. Estamos aplicando a técnica diagramática para a obtenção de resultados analíticos tanto para a condutância quanto para o ruído de disparo em sistemas FNF. Neste novo modo de formular o problema, as componentes ferromagnéticas são as barreiras de tunelamento que ficam entre os guias e a cavidade caótica e são denominadas de barreiras ativas. A introdução da informação de spin nas barreiras é feita através do modelo de estube. Os resultados obtidos, ref. [108], mostram-se em completo acordo com os apresentados na ref. [109].

Por fim, esperamos dar continuidade ao estudo da estatística de contagem de carga transmitida em cavidades caóticas submetidas a uma *voltagem dependente do tempo* [110, 111, 112], que não foi abordada nesta tese. Usaremos um método híbrido, recentemente desenvolvido na ref. [42], que combina o formalismo da função de Green-Keldysh com a teoria de matrizes aleatórias. Uma das principais vantagens deste formalismo é a sua direta conexão com o modelo sigma não linear supersimétrico.

Apêndice A

Aproximação de Ponto de Sela para a Distribuição de Probabilidades em Cavidades Caóticas com Barreiras Simétricas

Podemos encontrar inúmeras referências sobre a *aproximação de ponto de sela* [113, 114]. Faremos aqui uma breve apresentação das principais características desta aproximação, de forma que possamos aplicá-la na obtenção das distribuições de probabilidade de carga transmitida e fase acumulada no limite semiclássico. A intenção deste método é resolver integrais com a seguinte estrutura

$$\mathcal{P}(x, \mathcal{M}) = \int_a^b e^{\mathcal{M}f(x, \lambda)} d\lambda, \quad (\text{A.1})$$

no limite $\mathcal{M} \gg 1$, sendo $f(x, \lambda)$ uma função analítica em todo o domínio de integração $[a, b]$ escolhido. Além disso, assumimos que ela contém um único ponto estacionário λ_0 neste limite. Se λ_0 é um ponto estacionário, temos que a derivada de $f(x, \lambda)$ neste ponto se anula

$$\left. \frac{df(x, \lambda)}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_0} = 0. \quad (\text{A.2})$$

Com a segunda derivada de $f(x, \lambda)$ saberemos se o ponto estacionário λ_0 é um máximo $f''(x, \lambda_0) < 0$ ou mínimo $f''(x, \lambda_0) > 0$.

Sendo λ_0 um ponto de máximo podemos perceber que $e^{\mathcal{M}f(x, \lambda_0)}$ tem uma contribuição muito maior para eq. (A.1) ao incrementamos $\mathcal{M}$ do que $e^{\mathcal{M}f(x, \lambda)}$ quando os valores de λ estão fora da vizinhança de λ_0 . Assim somente os valores de λ dentro de vizinhança de λ_0 irão fornecer algum tipo de contribuição no limite $\mathcal{M} \gg 1$. Com este argumento expandimos $f(x, \lambda)$ em série de Taylor ao redor de λ_0

$$f(x, \lambda) \approx f(x, \lambda_0) + \left. \frac{df(x, \lambda)}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_0} (\lambda - \lambda_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 f(x, \lambda)}{d\lambda^2} \right|_{\lambda=\lambda_0} (\lambda - \lambda_0)^2 + \dots, \quad (\text{A.3})$$

e desprezamos termos da ordem de $(\lambda - \lambda_0)^3$. Note que o segundo termo é nulo de forma que a primeira contribuição vem do terceiro termo da expansão, os outros termos da série têm uma contribuição muito pequena no limite que estamos trabalhando. Substituindo a expansão de Taylor na eq. (A.1) e supondo que o limite de integração é $]-\infty, \infty[$ obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(x, \mathcal{M}) &\approx e^{\mathcal{M}f(x, \lambda_0)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mathcal{M}|f''(x, \lambda_0)|(\lambda - \lambda_0)^2/2} d\lambda \\ &= \sqrt{\frac{\mathcal{M}}{2\pi|f''(x, \lambda_0)|}} e^{\mathcal{M}f(x, \lambda_0)}, \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

uma vez que a eq. (A.4) só é valida no limite $\mathcal{M} \rightarrow \infty$.

Como uma aplicação direta deste método vamos obter a distribuição de probabilidade de cargas transmitidas, eq. (3.6), para o caso de uma cavidade caótica com barreiras simétricas estudado no capítulo 3. Fazendo uso das eqs. (3.6) e (3.13) podemos escrever que

$$\mathcal{P}(x) = \mathcal{M} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\lambda}{2\pi} e^{\mathcal{M}(2 \ln(1 + \frac{\Gamma}{2}(e^{i\lambda/2} - 1)) - ix\lambda)}. \quad (\text{A.5})$$

Estamos interessados no regime em que o número n de cargas transmitidas é grande, então devemos assumir que o número de tentativas de transmissão de carga é também muito grande $\mathcal{M} \gg 1$, de modo que podemos aplicar a aproximação do ponto de sela. Como estamos trabalhando no plano complexo podemos definir a seguinte integral

$$\mathcal{I} = \int_{\gamma} dz e^{\mathcal{M}f(z)}, \quad f(z) = 2 \left[\ln 1 + \frac{\Gamma}{2}(e^{iz/2} - 1) \right] - ixz. \quad (\text{A.6})$$

Lembrando que $0 \leq x \leq 1$, podemos aplicar a aproximação do ponto de sela a $\mathcal{I}$ e encontrar o ponto estacionário z_0 dado por

$$z_0 = -2i \ln \left(\frac{x(2-\Gamma)}{\Gamma(1-x)} \right). \quad (\text{A.7})$$

A expansão em série de Taylor pode ser escrita como

$$f(z) = f(z_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2 f(z)}{dz^2} \Big|_{z=z_0} (z - z_0)^2. \quad (\text{A.8})$$

Como somente valores de z na vizinhança de z_0 irão contribuir para nossa expansão podemos fazer a parametrização

$$z - z_0 = r e^{i\phi}, \quad \frac{1}{2} \frac{d^2 f(z)}{dz^2} \Big|_{z=z_0} = R e^{i\Phi}. \quad (\text{A.9})$$

Dado que $f''(z_0) = -x(1-x)/2 < 0$, z_0 é um máximo e $f''(z_0)$ é real. Concluimos então que $\Phi = n\pi$ onde $n = 0, 1, 2, \dots$

Segundo a ref. [113] a condição $\Im m(f(z) - f(z_0)) = 0$ tem que ser satisfeita quando $z \in C$. Isso implica que $\sin(\Phi + 2\phi) = 0$, ou seja $2\phi = n\pi - \Phi$, donde resulta que $\phi = 0$. Finalmente podemos escrever $z - z_0 = r$ e reescrever $\mathcal{I}$ da seguinte forma

$$\mathcal{I} = e^{\mathcal{M}f(z_0)} \int_{-\infty}^{\infty} dr e^{-\mathcal{M}|f''(z_0)|r^2/2}. \quad (\text{A.10})$$

Podemos obter a distribuição de probabilidade usando a relação $\mathcal{P}(x) = \mathcal{M}\mathcal{I}/2\pi$:

$$\mathcal{P}(x) = \sqrt{\frac{\mathcal{M}}{\pi x(1-x)}} \exp \left\{ 2\mathcal{M} \left[\ln \left(\frac{2-\Gamma}{1-x} \right) - x \ln \left(\frac{x(2-\Gamma)}{\Gamma(1-x)} \right) - \ln 2 \right] \right\}. \quad (\text{A.11})$$

Utilizando a aproximação de Stirling $\mathcal{M}! \approx \sqrt{2\pi\mathcal{M}}\mathcal{M}^{\mathcal{M}}e^{-\mathcal{M}}$ [115], podemos escrever esta distribuição de probabilidade na forma de uma distribuição binomial, conforme apresentado na eq. (3.18).

Agora podemos analisar a distribuição de probabilidade de tentativas de transmissão de cargas para o caso de uma cavidade caótica com barreiras simétricas, como estudado no capítulo 3. Fazendo uso das eqs. (3.9) e (3.19) podemos escrever

$$\mathcal{P}(y) = N_0 \int_{-\pi/N}^{\pi/N} \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-iN_0(-2i\ln(1+\frac{2}{\Gamma}(e^{-i\lambda/2}-1))\lambda)+y\lambda). \quad (\text{A.12})$$

Admitindo um número muito grande de cargas transmitas, $N_0 \gg 1$, podemos aplicar o mesmo procedimento adotado anteriormente de forma que

$$\bar{\mathcal{I}} = \int_{\gamma} dz e^{N_0 f(z)}, \quad f(z) = -2\ln\left(1 + \frac{2}{\Gamma}(e^{-iz/2} - 1)\right), \lambda) - iyz \quad (\text{A.13})$$

onde $1 \leq y < \infty$. Aplicando a aproximação de ponto de sela a $\bar{\mathcal{I}}$ encontramos o ponto estacionário z_0 dado por

$$z_0 = 2i \ln\left(\frac{y(2-\Gamma)}{\Gamma(y-1)}\right). \quad (\text{A.14})$$

Como $f''(z_0) = -y(y-1)/2 < 0$, z_0 é um máximo e $f''(z_0)$ é real. Usando os mesmo argumentos acima podemos escrever $\bar{\mathcal{I}}$ da seguinte forma

$$\bar{\mathcal{I}} = e^{\mathcal{M}f(z_0)} \int_{-\infty}^{\infty} dr e^{-\mathcal{M}|f''(z_0)|r^2/2}. \quad (\text{A.15})$$

Podemos obter a distribuição de probabilidade de fase acumulada usando a relação $\mathcal{P}(y) = N_0 \bar{\mathcal{I}}/2\pi$, de modo que

$$\mathcal{P}(y) = \sqrt{\frac{N_0}{\pi y(y-1)}} \exp\left\{2N_0\left[y \ln\left(\frac{y(2-\Gamma)}{y-1}\right) - \ln\left(\frac{2-\Gamma}{\Gamma(y-1)}\right) - y \ln 2\right]\right\} \quad (\text{A.16})$$

Podemos escrever esta distribuição de probabilidade na forma de uma distribuição de Pascal, conforme apresentada na eq. (3.24). Todas as outras distribuição desta tese podem ser obtidas seguindo este mesmo procedimento.

Apêndice B

Distribuição de Probabilidades para Cavidades Caóticas com Junções de Tunelamento Assimétricas

A distribuição de probabilidades de carga transferida através de uma cavidade caótica com junções de tunelamento assimétricas pode ser escrita como

$$\mathcal{P}(x) = C(x)e^{\mathcal{M}W(x)} \quad (\text{B.1})$$

onde

$$C(x) = \sqrt{\frac{\mathcal{M}(\sqrt{4x^2 + (\Gamma_1 - \Gamma_2)^2} + 2x)}{2\pi x \sqrt{4x^2 + (\Gamma_1 - \Gamma_2)^2}}} \quad (\text{B.2})$$

e

$$W(x) = \frac{2x + \sqrt{4x^2 + (\Gamma_1 - \Gamma_2)^2} - \Gamma_1 - \Gamma_2}{2} - x \ln \left(\frac{2x^2 + x\sqrt{4x^2 + (\Gamma_1 - \Gamma_2)^2}}{\Gamma_1 \Gamma_2} \right).$$

A aproximação de ponto de sela para o problema dual permite escrever a distribuição de probabilidade de tentativas de carga transmitida da seguinte forma

$$\mathcal{P}(y) = C(y)e^{N_0 W(y)}, \quad (\text{B.3})$$

onde

$$C(y) = \sqrt{\frac{N_0(4 + (\Gamma_1 - \Gamma_2)^2 y^2 + 2\sqrt{4 + (\Gamma_1 - \Gamma_2)^2 y^2})}{2\pi y^2(4 + (\Gamma_1 - \Gamma_2)^2 y^2)}} \quad (\text{B.4})$$

e

$$W(y) = \frac{2 + \sqrt{4 + (\Gamma_1 - \Gamma_2)^2 y^2} - (\Gamma_1 + \Gamma_2)y}{2} - \ln \left(\frac{2 + \sqrt{4 + (\Gamma_1 - \Gamma_2)^2 y^2}}{\Gamma_1 \Gamma_2 y^2} \right). \quad (\text{B.5})$$

Apêndice C

Cumulantes de Carga e Fase para Cavidades Caóticas com Barreiras Arbitrárias

O terceiro e quarto cumulantes da estatística de carga transmitida no regime $z_0 \rightarrow 0$ de uma cavidade caótica com contatos não ideais são dados pelas eqs. (C.1) e (C.2) abaixo:

$$\begin{aligned} \langle \langle n^3 \rangle \rangle_0 = & M_0 N [\Gamma_1 \Gamma_2 (\Gamma_1^4 - 2\Gamma_1^3 \Gamma_2 + 6\Gamma_1^2 \Gamma_2^2 - 2\Gamma_1 \Gamma_2^3 + \Gamma_2^4) (\Gamma_1 + \Gamma_2 - \Gamma_1 \Gamma_2) \\ & (\Gamma_1 + \Gamma_2 - 2\Gamma_1 \Gamma_2)] / [(\Gamma_1 + \Gamma_2)^7] \end{aligned} \quad (C.1)$$

e

$$\begin{aligned} \langle \langle n^4 \rangle \rangle_0 = & M_0 N [\Gamma_1 \Gamma_2 (6\Gamma_1^2 \Gamma_1^8 - 6\Gamma_1 \Gamma_2^8 + \Gamma_2^8 - 36\Gamma_1^3 \Gamma_2^7 + 30\Gamma_1^2 \Gamma_2^7 - 6\Gamma_1 \Gamma_2^7 + 150\Gamma_1^4 \Gamma_2^6 \\ & - 114\Gamma_1^3 \Gamma_2^6 + 16\Gamma_1^2 \Gamma_2^6 - 192\Gamma_1^5 \Gamma_2^5 + 42\Gamma_1^4 \Gamma_2^5 + 14\Gamma_1^3 \Gamma_2^5 + 150\Gamma_1^6 \Gamma_2^4 + 42\Gamma_1^5 \Gamma_2^4 \\ & - 18\Gamma_1^4 \Gamma_2^4 - 36\Gamma_1^7 \Gamma_2^3 - 114\Gamma_1^6 \Gamma_2^3 + 14\Gamma_1^5 \Gamma_2^3 + 6\Gamma_1^8 \Gamma_2^2 + 30\Gamma_1^7 \Gamma_2^2 + 16\Gamma_1^6 \Gamma_2^2 \\ & - 6\Gamma_1^8 \Gamma_2 - 6\Gamma_1^7 \Gamma_2 + \Gamma_1^8) (\Gamma_1 + \Gamma_2 - \Gamma_1 \Gamma_2)] / (\Gamma_1 + \Gamma_2)^{10}. \end{aligned} \quad (C.2)$$

O terceiro e o quarto cumulantes da estatística de contagem de fase acumulada no regime $z_0 \rightarrow \infty$ são dados pelas eqs. (C.3) e (C.4) abaixo:

$$\begin{aligned} \langle\langle m^3 \rangle\rangle_0 = & N_0 (\Gamma_1^5 \Gamma_2 - 2\Gamma_1^5 + 4\Gamma_1^4 \Gamma_2^2 - 4\Gamma_1^4 \Gamma_2 - 6\Gamma_1^3 \Gamma_2^3 - 2\Gamma_1^3 \Gamma_2^2 + 4\Gamma_1^2 \Gamma_2^4 - 2\Gamma_1^2 \Gamma_2^3 \\ & + \Gamma_1 \Gamma_2^5 - 4\Gamma_1 \Gamma_2^4 - 2\Gamma_2^5) \times (\Gamma_1 \Gamma_2 - \Gamma_1 - \Gamma_2) / (N^3 \Gamma_1^3 \Gamma_2^3 (\Gamma_1 + \Gamma_2)^3) \end{aligned} \quad (C.3)$$

e

$$\begin{aligned} \langle\langle m^4 \rangle\rangle_0 = & N_0 [(55\Gamma_1^4 \Gamma_2^6 + 4\Gamma_1^3 \Gamma_2^7 + \Gamma_1^2 \Gamma_2^8 - 54\Gamma_1^3 \Gamma_2^6 - 30\Gamma_1^2 \Gamma_2^7 - 112\Gamma_1^5 \Gamma_2^5 + 55\Gamma_1^6 \Gamma_2^4 \\ & - 54\Gamma_1^6 \Gamma_2^3 - 30\Gamma_1^7 \Gamma_2^2 - 6\Gamma_1 \Gamma_2^8 + \Gamma_1^8 \Gamma_2^2 + 4\Gamma_1^7 \Gamma_2^3 - 6\Gamma_1^8 \Gamma_2^2 + 42\Gamma_1^4 \Gamma_2^5 + 42\Gamma_1^5 \Gamma_2^4 \\ & + 6\Gamma_2^8 + 36\Gamma_1^2 \Gamma_2^6 + 24\Gamma_1 \Gamma_2^7 + 24\Gamma_1^5 \Gamma_2^3 + 36\Gamma_1^6 \Gamma_2^2 + 24\Gamma_1^7 \Gamma_2 + 12\Gamma_1^4 \Gamma_2^4 + 6\Gamma_1^8 \\ & + 24\Gamma_1^3 \Gamma_2^5) (\Gamma_1 + \Gamma_2 - \Gamma_1 \Gamma_2)] / [N^4 \Gamma_1^4 \Gamma_2^4 (\Gamma_1 + \Gamma_2)^5] . \end{aligned} \quad (C.4)$$

Referências Bibliográficas

- [1] H. van Houten e C. W. J. Beenakker. Quantum point contacts. *Physics Today*, page 22, July 1996.
- [2] L. P. Kouwenhoven e C. M. Marcus. Quantum dots. *Physics World*, page 35, June, 1998.
- [3] E. Akkermans e G. Montambaux. *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons*. Cambridge University Press, New York, 2007.
- [4] R. C. Liu, B. Odom, Y. Yamamoto e S. Tarucha. Quantum interference in electron collision. *Nature*, **391**:263–265, 1998.
- [5] Y. V. Nazarov. *Handbook of Theoretical and Computational Nanotechnology*. ed. por M. Rieth e W. Schommers (American Scientific, Valencia, CA), 2006.
- [6] Carlo Beenakker e Christian Schönenberger. Quantum shot noise. *Physics Today*, page 37, May 2003.
- [7] Yu. Bomze, G. Gershon, D. Shovkun, L. S. Levitov e M. Reznikov. Measurement of counting statistics of electron transport in a tunnel junction. *Physical Review Letters*, **75**:176601, 2005.
- [8] G. Gershona, Yu. Bomze, E. V. Sukhorukov e M. Reznikova. Detection of non-gaussian fluctuations in a quantum point contact. *Physical Review Letters*, **101**:016803, 2008.
- [9] S. Gustavsson, R. Leturcq, T. Ihn, and K. Ensslin, M. Reinwald e W. Wegscheider. Measurements of higher-order noise correlations in a quantum dot with a finite bandwidth detector. *Physical Review B*, **75**:075314, 2007.
- [10] Christophe Texier e Gilles Montambaux. Weak localization in multiterminal networks of diffusive wires. *Physical Review Letters*, **92**:186801, 2004.

- [11] D. M. Zumbühl, J. B. Miller C. M. Marcus¹, K. Campman e A. C. Gossard. Spin-orbit coupling, antilocalization, and parallel magnetic fields in quantum dots. *Physical Review Letters*, **89**:276803, 2002.
- [12] Markus Kindermann. Electron counting statistics in nanostructures, 2003. PhD thesis.
- [13] W. Belzig. *Full Counting Statistics of Superconductor-Normal-Metal Heterostructures*(cond-mat/0210125). ed. Yu.V. Nazarov and Ya.M. Blanter, Kluwer,2003.
- [14] S. Gustavsson, R. Leturcq, B. Simovic, R. Schleser, T. Ihn, P. Studerus e K. Ensslin. Counting statistics of single electron transport in a quantum dot. *Physical Review Letters*, **96**:076605, 2006.
- [15] R. S. Whitney. Suppression of weak localization and enhancement of noise by tunneling in semiclassical chaotic transport. *Physical Review B*, **75**:235404, 2007.
- [16] P. W. Brouwer e C. W. J. Beenakker. Diagrammatic technique for integration over the unitary group. *Journal of Mathematical Physics*, **37**:4904, 1996.
- [17] Piet Wibertus Brouwer. On the random-matrix theory of quantum transportx, 1997. PhD thesis.
- [18] Yu. V. Nazarov. Universalities of weak localization. *Ann. Phys.*, **8**:507–510, 1999.
- [19] S. Datta. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [20] L. P. Kouwenhoven, C. M. Marcus, P. L. Mceuen, S. Tarucha, R. M. Westervelt e N. S. Wingreen. *Electron transport quantum dots*. NATO ASI Conference Proceedings, ed. por L. P. Kouwenhoven, G. Schon, L.L. Sohn (Klewer), 1997.
- [21] Y. Tserkovnyak, A. Brataas, G. E. W. Bauer e B. I. Halperin. Nonlocal magnetization dynamics in ferromagnetic heterostructures. *Reviews of Modern Physics*, **77**:1375, 2005.
- [22] H. van Houten e C. W. J. Beenakker. *Quantum Point Contacts and Coherent Electron Focusing*. ed. por W. V. Haeringen e D. Lenstra, Kluwer, 1990.

- [23] C. W. Beenakker. Random-matrix theory of quantum transport. *Reviews of Modern Physics*, **69**(3):527, 1997.
- [24] L. S. Levitov e G. B. Lesovik. *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz*, **58**:225, 1993. [JETP Lett. 58,230(1993)], para uma revisão mais recente veja L. S. Levitov em *Quantum Noise in Mesoscopic Systems*, ed. Y. V. Nazarov (Kluwer, 2003).
- [25] Yu. V. Nazarov. Limits of universality in disordered conductors. *Physical Review Letters*, **73**(1):134, 1994.
- [26] A. M. S. Macêdo. Scaling theory of phase-coherent metallic conductors. *Physical Review B*, **66**:033306, 2002.
- [27] R. S. Whitney, P. Jacquod e C. Petitjean. Dephasing in quantum chaotic transport: A semiclassical approach. *Physical Review B*, **77**:045315, 2008.
- [28] P. W. Brouwer. Semiclassical theory of the ehrenfest-time dependence of quantum transport. *Physical Review B*, **76**:165313, 2007.
- [29] Pier. A. Mello. Averages on the unitary group and applications to the problem of disordered conductors. *Journal of Physics A: Mathematics and General*, **23**:4061, 1990.
- [30] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel e C. T. Foxon. Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas. *Physical Review Letters*, **60**:848, 1988.
- [31] D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie e G. A. C. Jones. One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance. *Journal of Physics C: Solid State Physics*, **21**:L209, 1988.
- [32] R. Landauer. Spatial Variation of Currents and Fields Due to Localized Scatterers in Metallic Conduction. *IBM J. Res. Develop*, **1**:223, 1957.
- [33] Michael P. Marder. *Condensed Matter Physics*. Wiley-Interscience, USA, 2000.
- [34] Sh. Kogan. *Electronic noise and fluctuations in solids*. Cambridge University Press, Cambridge, 1996.

- [35] Ya. M. Blanter e M. Büttiker. Shot noise in mesoscopic conductors. *Physics Reports*, **1**:336, 2000.
- [36] M. J. M. de Jong e C. W. J. Beenakker. Shot noise in mesoscopic systems. *Physica A*, **230**:219, 1996.
- [37] B. Béri e J. Cserti. Effect of symmetry class transitions on the shot noise in chaotic quantum dots. *Physical Review B*, **75**:041308(R), 2007.
- [38] S. Oberholzer, E.V. Sukhorukov e C. Schönenberger. Crossover between classical and quantum shot noise in chaotic cavities. *Nature*, **415**:765, 2002.
- [39] O. Agam, I. Aleiner e A. Larkin. Shot noise in chaotic systems: classical to quantum crossover. *Physical Review Letters*, **85**:3153 – 3156, 2000.
- [40] S. Hikami, A. I. Larkin e Y. Nagaoka. Spin-orbit interaction and magnetoresistance in the two dimensional random system. *Prog. Theor. Phys.*, **63**:707–710, 1980.
- [41] G. Hernandez. *Fabry-Pérot Interferometers*. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1986.
- [42] A. M. S. Macêdo e A. M. C. Souza. Formation of fabry-perot resonances in double-barrier chaotic billiards. *Physical Review E*, (71):066218, 2005.
- [43] Madan Lau Metha. *Random Matrices*. Academic Press, Inc., 1992.
- [44] Para uma revisão veja, T. Guhr, A. M.-Groeling e Hans A. Weidenmüller. Random-matrix theories in quantum physics: common concepts. *Physics Reports*, **189**:189, 1998.
- [45] Ailton Fernandes de Macedo Junior. Transporte em nanoestruturas: métodos de movimento browniano e teoria de circuitos, 2007. Tese de doutorado orientada pelo prof. Antônio Murilo Santos Macêdo, Universidade Federal de Pernambuco.
- [46] C. Mahaux e H. A. Weidenmüller. *Shell-model Approach to Nuclear Reactions*. North-Holland, Amsterdam, 1969.
- [47] Pier A. Mello e Narendra Kumar. *Quantum Transport in Mesoscopic Systems: Complexity and Statistical Fluctuations*. Oxford University Press, New York, 2004.

- [48] P. A. Mello e T. H. Seligman. On the entropy approach to statistic nuclear reactions. *Nuclear Physics A*, **344**:489, 1980.
- [49] P. W. Brouwer, K. M. Frahm e C. W. J. Beenakker. Distribution of the quantum mechanical time-delay matrix for a chaotic cavity. *Waves in Random Media*, **9**:91, 1999.
- [50] M. L. Polianski e P. W. Brouwer. Scattering matrix ensemble for time-dependent transport through a chaotic quantum dot. *Journal of Physics A: Mathematics and General*, **36**:3215, 2003.
- [51] A. M. S. Macêdo e A. M. C. Souza. Universal fano factor and anomalous i-v characteristics in weakly interacting quantum dots. *Physical Review B*, (72):165340, 2005.
- [52] Ya. M. Blanter. *Recent Advances in Studies of Current Noise*. Springer Lecture Notes, eds. Ch. Roethig, G. Schoen e M. Vojta, 2005(cond-mat/0511478).
- [53] O. Naaman e J. Aumentado. Poisson transition rates from time-domain measurements with a finite bandwidth. *Physical Review Letters*, **96**:100201, 2006.
- [54] S. Chakravarty e A. Schmid. Weak localization: the quasiclassical theory of electrons in a random potential. *Physics Reports*, **140**:193–236, 1986.
- [55] Eugene V. Sukhorukov, Andrew N. Jordan, Simon Gustavsson³, Renaud Leturcq, Thomas Ihn e Klaus Ensslin. Conditional statistics of electron transport in interacting nanoscale conductors. *Nature Physics*, **3**:243 – 247, 2007.
- [56] B. Reulet, J. Senzier, e D.E. Prober. Environmental effects in the third moment of voltage fluctuations in a tunnel junction. *Physical Review Letters*, **91**:196601, 2003.
- [57] J. A. Folk, S. R. Patel e K. M. Birnbaum. Spin degeneracy and conductance fluctuations in open quantum dots. *Physical Review Letters*, **86**:2102, 2001.
- [58] I.L. Aleiner e Vladimir I. Fal'ko. Spin-orbit coupling effects on quantum transport in lateral semiconductor dots. *Physical Review Letters*, **87**:256801, 2001.
- [59] L. S. Levitov, H. W. Lee e G. B. Lesovik. Electron counting statistics and coherent states of electric current. *Journal of Mathematical Physics*, **37**:4845, 1996.

-
- [60] L. S. Levitov. *Quantum Noise in Mesoscopic Systems*, volume I. edited by Yu. V. Nazarov (Kluwer, Dordrecht), Kluwer, Dordrecht, 2003.
- [61] Hyunwoo Lee, A. Yu. Yakovetz e L. S. Levitov. Universal statistics of transport in disordered conductors. *Physical Review B*, **51**:4079, 1995.
- [62] M. Kindermann and Yu. V. Nazarov. *Quantum Noise in Mesoscopic Systems*. ed. por Yu. V. Nazarov (Kluwer, Dordrecht), 2003.
- [63] A. Papoulis. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. ed. New York: McGraw-Hill, 1984.
- [64] G. Grimmett e D. Stirzaker. *Probability and Random Processes*. ed. Oxford, England: Oxford University Press, 1992.
- [65] Yu. V. Nazarov e D. A. Bagrets. Circuit theory for full counting statistics in multiterminal circuits. *Physical Review Letters*, **88**:196801, 2002.
- [66] Y. V. Nazarov. *Quantum Dynamics of Submicron Structures*, volume I. H. A. Cerdeira, B. Kramer e G. Schön, NATO ASI E291, Kluwer, Dordrecht, 1995.
- [67] Anderson Luiz da Rocha e Barbosa. Transporte em nanoestruturas: métodos de movimento browniano e teoria de circuitos, 2005. Dissertação de mestrado orientada pelo prof. Antônio Murilo Santos Macêdo Universidade Federal de Pernambuco.
- [68] A. L. R. Barbosa e A. M. S. Macêdo. Diagrammatic analysis of the unitary group for double barrier ballistic cavities: equivalence with circuit theory. *Physical Review B*, **71**:235307, 2005.
- [69] G. C. Duarte-Filho, A. F. Macedo-Junior e A. M. S. Macêdo. Circuit theory and full counting statistics of charge transfer through mesoscopic systems: A random-matrix approach. *Physical Review B*, **76**:075342, 2007.
- [70] M. Alonso e E. J. Finn. *Física*. ed. Addison-Wesley, 1999.
- [71] M. Kindermann, Y. V. Nazarov e C. W. J. Beenakker. Distribution of voltage fluctuations in a current-biased conductor. *Physical Review Letters*, **90**:246805, 2003.
- [72] A.O. Caldeira and A.J. Leggett. Influence of dissipation on quantum tunneling in macroscopic systems. *Physical Review Letters*, **46**:211, 1981.
-

-
- [73] J. Tobiska e Yu. V. Nazarov. Inelastic interaction corrections and universal relations for full counting statistics. *Physical Review B*, **72**:235328, 2005.
- [74] Yu. V. Nazarov. Full counting statistics and field theory. *Ann. Phys.*, **16**:720, 2007.
- [75] M. R. Spiegel. *Theory and Problems of Probability and Statistics*. ed. New York: McGraw-Hill, 1992.
- [76] M. Abramowitz e I. A. Stegun . *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, 9th printing*. ed. New York: Dover, 1972.
- [77] J. J. Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. Addison Wesley Company, 1985.
- [78] A. L. R. Barbosa, A. F. Macedo-Junior e A. M. S. Macêdo. Statistics of charge and phase in a ballistic chaotic cavity. *Physical Review B*, **78**:045306, 2008.
- [79] L. E. Reichl. *A Modern Course in Statistical Physics*. Wiley-Interscience, second edition, 1990.
- [80] D. A. Bagrets e Yu. V. Nazarov. Multiterminal counting statistics. *Physical Review B*, **67**:085316, 2003.
- [81] G. Campagnano e Yu. V. Nazarov. G_Q corrections in the circuit theory of quantum transport. *Physical Review B*, **74**:125307, 2006.
- [82] P. Braun, S. Heusler, S. Müller e F. Haake. Semiclassical prediction for shot noise in chaotic cavities. *Journal of Physics A: Mathematics and General*, **39**:L159, 2006.
- [83] Stefan Heusler, Sebastian Müller¹, Petr Braun e Fritz Haake. Semiclassical theory of chaotic conductors. *Physical Review Letters*, **96**:066804, 2006.
- [84] D. V. Savin e H.-J. Sommers. Shot noise in chaotic cavities with an arbitrary number of open channels. *Physical Review B*, **73**:081307(R), 2006.
- [85] B. Béri e J. Cserti. Effect of symmetry class transitions on the shot noise in chaotic quantum dots. *Physical Review B*, **75**:041308(R), 2007.
- [86] B. Béri e J. Cserti. Weak localization correction to the density of transmission eigenvalues in the presence of magnetic field and spin-orbit coupling for a chaotic quantum dot. *Physical Review B*, **74**:235314, 2006.
-

- [87] Stuart Samuel. $U(N)$ integrals, $1/N$, and the de Wit-'t Hooft anomalies. *Journal of Mathematical Physics*, **21**(12):2695, 1980.
- [88] A. F. Macedo-Junior e A. M. S. Macêdo. Brownian-motion ensembles of random matrix theory: A classification scheme and an integral transform method. *Nuclear Physics B*, **752**:439–475, 2006.
- [89] K. E. Nagaev, P. Samuelsson e S. Pilgram. Cascade approach to current fluctuations in a chaotic cavity. *Physical Review B*, **66**:195318, 2002.
- [90] J. G. G. S. Ramos, A. L. R. Barbosa e A. M. S. Macêdo. Quantum interference correction to the shot-noise power in nonideal chaotic cavities. *Physical Review B*, **78**:235305, 2008.
- [91] A. L. R. Barbosa, J. G. G. S. Ramos e A. M. S. Macêdo. Average of the shot-noise power via diagrammatic method. *pre-print*.
- [92] P. W. Brouwer, J. N. H. J. Cremers e B. I. Halperinb. Weak localization and conductance fluctuations of a chaotic quantum dot with tunable spin-orbit coupling. *Physical Review B*, **65**:081302(R), 2002.
- [93] J. N. H. J. Cremers, P. W. Brouwer e B. I. Halperinb. Weak localization and conductance fluctuations in a quantum dot with parallel magnetic field and spin-orbit scattering. *Physical Review B*, **68**:125329, 2003.
- [94] D.V. Aleynikov, E.A. Tolkachev. Kustaanheimo-stiefel transformation and static zero modes of dirac operator. *arXiv:hep-th/0206211v1*, 2002.
- [95] M. Tanish, G. Özgür. Biquaternionic representations of angular momentum and dirac equation. *acta physica slovacca*, **53**:243–252, 2003.
- [96] M. G. A. Crawford, P. W. Brouwer e C. W. J. Beenakker. Crossover from weak localization to weak antilocalization in a disordered microbridge. *Physical Review B*, **67**:115313, 2003.
- [97] J. H. Bardarson, J. Tworzydło e C. W. J. Beenakker¹. Stroboscopic model of transport through a quantum dot with spin-orbit scattering. *Physical Review B*, **72**:235305, 2005.
- [98] Emmanuel I. Rashba. Spinorbit coupling and spin transport. *Am. J. Phys.*, **34**:31–35, 2006.

- [99] Denis A. Gorokhov and Piet W. Brouwer. Fluctuations of g-factors in metal nanoparticles: Effects of electron-electron interaction and spin-orbit scattering. *Physical Review Letters*, **91**:186602, 2003.
- [100] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, third edition, 1999.
- [101] A. F. R. de Toledo Piza. *Mecânica Quântica*. ed. EDUSP (São Paulo), 2003.
- [102] Herbert Kroemer. The thomas precession factor in spinorbit interaction. *Am. J. Phys.*, **72**:51, 2004.
- [103] W. P. Halperin. Quantum size effects in metal particles. *Reviews of Modern Physics*, **58**:533, 1966.
- [104] Yuli B. Lyanda-Geller e A. D. Mirlin. Novel symmetry of random matrix ensemble: Partially broken spin rotation invariance. *Physical Review Letters*, **72**:1894, 1994.
- [105] I.L. Aleiner e Vladimir I. Falko. Spin-orbit coupling effects on quantum transport in lateral semiconductor dots. *Physical Review Letters*, **87**:256801, 2001.
- [106] Daniel Huertas-Hernando, Yu. V. Nazarov e W. Belzig. Generalized boundary conditions for the circuit theory of spin transport. *arXiv:cond-mat/0204116v1*, 2002.
- [107] Yu. V. Nazarov. Weak localization and transmission matrix. *Physical Review B*, **52**:4720, 1995.
- [108] S. Rodrigues-Péres, A. L. R. Barbosa e A. M. S. Macêdo. *pre-print*.
- [109] A. Brataas Y. Tserkovnyak. Shot noise in ferromagnet–normal metal systems. *Physical Review B*, **64**:214402, 2001.
- [110] Mihajlo Vanevic, Yuli V. Nazarov e Wolfgang Belzig. Elementary events of electron transfer in a voltage-driven quantum point. *Physical Review Letters*, **99**:076601, 2007.
- [111] Mihajlo Vanevic, Yuli V. Nazarov e Wolfgang Belzig. Elementary charge transfer processes in mesoscopic conductors. *Physical Review B*, **78**:245308, 2008.

-
- [112] B. Muzykantskii Y. B. Sherkunov, A. Pratap and N. d'Ambrumenil. Full counting statistics as the geometry of two planes. *Physical Review Letters*, **100**:196601, 2008.
- [113] P. Dennerly e A. Krzywicki. *Mathematics for Physicists*. ed. Dover, 1996.
- [114] D. V. Widder. *Advanced Calculus*. ed. Dover (New York), 1989.
- [115] Sílvia R. A. Salinas. *Física Estatística*. ed. Universidade de São Paulo, 1999.