



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA (CCEN)  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Edgar Vitor de Albuquerque Santos

**Imageamento de caracteres ocultos em documentos em formato de rolo por  
detecção de luz transmitida**

Recife

2023

Edgar Vitor de Albuquerque Santos

**Imageamento de caracteres ocultos em documentos em formato de rolo por  
detecção de luz transmitida**

Trabalho apresentado ao Programa de Pós-graduação em Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Física.

**Área de Concentração:** Óptica

**Orientador (a):** Anderson Monteiro Amaral

**Coorientador (a):** Leonardo de Souza Menezes

Recife

2023

Catálogo na fonte  
Bibliotecária: Mônica Uchôa, CRB4-1010

S237i Santos, Edgar Vitor de Albuquerque.  
Imageamento de caracteres ocultos em documentos em formato de rolo por  
detecção de luz transmitida / Edgar Vitor de Albuquerque Santos.– 2023.  
68 f.: il., fig.

Orientador: Anderson Monteiro Amaral.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. Centro de  
Ciências Exatas e da Natureza, Programa de Pós-graduação em Física. Recife,  
2023.

Inclui referências e apêndices.

1. Tomografia. 2. Imageamento óptico. 3. Meios espalhadores. 4. Tomografia  
óptica. I. Amaral, Anderson Monteiro. II. Título.

530

CDD (23. ed.)

UFPE - CCEN 2024 – 63

**EDGAR VITOR DE ALBUQUERQUE SANTOS**

**IMAGEMAMENTO DE CARACTERES OCULTOS EM DOCUMENTOS EM FORMATO DE ROLO POR DETECÇÃO  
DE LUZ TRANSMITIDA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada em: 31/10/2023.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Anderson Monteiro Amaral  
Orientador  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. André de Lima Moura  
Examinador Externo  
Universidade Federal de Alagoas

---

Prof. Dr. Petrus d'Amorim Santa Cruz Oliveira  
Examinador Externo  
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico este trabalho a todos que compreendem que existem três coisas imparáveis neste mundo: o sonho dos homens, o fluxo do tempo e a vontade herdada. Estes preceitos são consequências direta da busca das pessoas pela liberdade. Consequentemente, esta dedicatória vai para a maior Rainha dos Piratas de todas as eras, a Cazaque quebradora de correntes.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, eu gravo em pedra a minha eterna gratidão às duas pessoas mais importantes na trajetória até aqui: meu irmão, André, e minha mãe, Sandra. Sem eles a vida certamente seria mais dura e, com eles, sinto que tenho apoio para enfrentar qualquer desafio. Tenho por vocês grande amor e admiração. Neste âmbito, também não posso deixar de mencionar que tive o privilégio de ter duas mães adicionais, Selma e Maria José. Vocês tiveram papel fundamental na minha vida, especialmente nos momentos em que mais precisei. Tenho todo amor e carinho por vocês.

Também não posso deixar de fora as amizades que fiz durante a graduação: Arthur, Laila, Everton e Yuri. Como eu poderia imaginar que um curso de engenharia elétrica poderia ser tão divertido. Vocês são inteiramente responsáveis por uma das fases mais lindas que já vivi, e guardarei todos os momentos comigo enquanto estiver vivo. Amo vocês.

Falando em graduação, é essencial falar do Prof. Dr. Luis Arturo, que foi meu orientador durante a faculdade. Vejo nele um exemplo de professor e pesquisador, e o tenho como um modelo a ser seguido. Certamente ele cumpriu papel essencial para eu estar aqui, e jamais poderia deixar de mencioná-lo.

Neste momento final, agradeço às pessoas que tiveram uma influência direta e indispensável para que este trabalho pudesse ser concretizado. Em ordem cronológica, sou bastante grato ao Prof. Dr. Leonardo Menezes por primeiramente me acolher e me dar a oportunidade de fazer parte desta pesquisa que nutri tanto carinho.

Nestes dois anos de mestrado, aprendi mais que em quaisquer outros da minha vida, e o responsável por parte significativa – e crítica – deste aprendizado foi o meu orientador, Prof. Dr. Anderson Amaral. A ele tenho imensa gratidão e admiração. Aos meus colegas de mestrado – Adonias, Bruno e Manoel – vocês são espetaculares, foi um privilégio compartilhar esta montanha russa de emoções com vocês.

Agradeço imensamente também ao corpo técnico que trabalha duro pelo departamento. Em especial, Daniel e Virginia, muito obrigado!

Também serei eternamente grato à Casa do Estudante de Pernambuco (CEP), que me ofereceu moradia e alimentação durante quase toda a graduação.

Agradeço, por fim, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - (CAPES) - por ter possibilitado, através do financiamento, a realização desta pesquisa.

## RESUMO

Uma quantidade significativa de documentos históricos está interditada devido ao estado de deterioração do papel, que promove risco de danos irreversíveis à qualquer tentativa de abertura manual. Técnicas não invasivas de imageamento dos caracteres ocultos apresentam-se como uma alternativa a este problema. A literatura específica apresenta um conjunto de abordagens baseadas no uso de raios X, mas que implicam em desvantagens sobre custos, implementação e os riscos à saúde causados pela radiação ionizante. Por um lado, uma alternativa simples e barata é utilizar radiação visível ou no infravermelho próximo. Porém, o papel é um meio espalhador nessa região espectral e apresenta complexidades na propagação da luz em seu interior. Atualmente, o modelo mais aceito da propagação é o de Kubelka–Munk, baseado na equação de transferência radiativa. No entanto, este modelo possui limitações, como não considerar a propagação de luz coerente, por exemplo. Este fato impõe dificuldades à elaboração de algoritmos para a reconstrução da imagem dos caracteres ocultos utilizando luz visível ou no infravermelho próximo. Portanto, este trabalho apresenta um protótipo de sistema de imageamento 2D em arranjo de transiluminação, operando com um laser de diodo emitindo luz vermelha, para revelar os caracteres ocultos no interior de documentos de papel em formato de rolo. Inicialmente, foi necessário caracterizar a atenuação sofrida pela luz ao atravessar uma folha de papel impressa com tinta preta, visando separar as contribuições do papel e do pigmento na extinção total da luz. Para tal, foi feito o estudo do espectro de extinção de folhas de papel de várias gramaturas impressas em diferentes tons de cinza e em seguida foi feito um comparativo dos dados experimentais com um modelo linear simplificado. A análise dos dados permitiu observar que bastante luz é atenuada na interface de incidência do papel, enquanto o pigmento apresenta um comportamento mais próximo de um meio puramente absorvedor. A partir destes resultados, o protótipo é apresentado. Amostras de papel em formato de rolo cilíndrico, com a sigla UFPE impressa, foram imageadas em vários arranjos experimentais. Em especial, um dos arranjos consiste em esconder os caracteres de uma amostra no interior de outros rolos de papel, impossibilitando a leitura do texto a olho nu. Nesta configuração, o protótipo conseguiu imagear os caracteres de uma amostra escondida por até 3 rolos. Entretanto, em outro teste, foi constatado que o sistema de imageamento não consegue diferenciar entre caracteres impressos em faces opostas de uma mesma folha. Outros testes foram realizados, onde foi constatado que o protótipo possui resolução milimétrica e consegue reproduzir detalhes delicados, como a serifa de caracteres e mesmo letras impressas

em fontes semelhantes a um texto manuscrito. Apesar dos resultados promissores, o efeito do espalhamento nas imagens torna-se evidente quando se aumenta a quantidade de papel entre o emissor e a amostra. Portanto, é necessário aprimorar o protótipo, melhorando o sistema de detecção e/ou incorporando os efeitos do espalhamento no algoritmo de reconstrução da imagem.

**Palavras-chave:** tomografia; imageamento óptico; meios espalhadores; tomografia óptica.

## ABSTRACT

A significant amount of historical documents are inaccessible due to the deteriorated state of the paper, which poses a risk of irreversible damage upon any attempt to manually open them. Non-invasive imaging techniques of hidden characters present themselves as an alternative to this problem. Specific literature presents a set of approaches based on the use of X-rays, but these imply disadvantages regarding costs, implementation, and health risks caused by ionizing radiation. On the other hand, a simple and inexpensive alternative is to use visible or near-infrared radiation. However, paper acts as a scattering medium in this spectral region and presents complexities in the propagation of light within it. Currently, the most accepted model of propagation is the Kubelka–Munk model, based on the radiative transfer equation. However, this model has limitations, such as not considering the propagation of coherent light, for example. This fact imposes difficulties in the development of algorithms for reconstructing the image of hidden characters using visible or near-infrared light. Therefore, this work presents a prototype of a 2D imaging system in transillumination arrangement, operating with a red laser diode, to reveal hidden characters inside rolled paper documents. Initially, it was necessary to characterize the attenuation suffered by light when passing through a sheet of paper printed with black ink, aiming to separate the contributions of paper and pigment in the total extinction of light. For this, the extinction spectrum of paper sheets of various weights printed in different shades of gray was studied, followed by a comparison of the experimental data with a simplified linear model. Data analysis allowed observing that a considerable amount of light is attenuated at the incidence interface of the paper, while the pigment exhibits behavior closer to a purely absorptive medium. Based on these results, the prototype is presented. Samples of cylindrical rolled paper, with the acronym UFPE printed, were imaged in various experimental arrangements. In particular, one of the arrangements consists of hiding the characters of a sample inside other rolls of paper, making it impossible to read the text with the naked eye. In this configuration, the prototype was able to image the characters of a hidden sample by up to 3 rolls. However, in another test, it was found that the imaging system cannot differentiate between characters printed on opposite faces of the same sheet. Other tests were conducted, where it was found that the prototype has millimeter resolution and can reproduce delicate details, such as the serifs of characters and even letters printed in fonts similar to handwritten text. Despite promising results, the effect of scattering in the images becomes evident when increasing the amount of paper between the emitter and the sample. Therefore, it is necessary

to improve the prototype by enhancing the detection system and/or incorporating the effects of scattering into the image reconstruction algorithm.

**Keywords:** tomography; optical imaging; scattering media; optical tomography.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
1.1	CONTEXTO E MOTIVAÇÃO	12
1.2	OBJETIVOS	14
1.3	ESTRUTURA DO TEXTO	15
<b>2</b>	<b>PRINCÍPIOS DE TOMOGRAFIA EM MEIOS PURAMENTE ABSORVEDORES</b>	<b>16</b>
2.1	LEI DE BEER-LAMBERT	16
<b>2.1.1</b>	<b>Atenuação unidimensional em um meio discreto</b>	<b>17</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Atenuação em um meio contínuo</b>	<b>18</b>
2.2	PROJEÇÃO	19
2.3	SINOGRAMA	20
2.4	TRANSFORMADA DE RADON (TR) APLICADA A TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA (CT)	21
2.5	TEOREMA DA FATIA CENTRAL	22
2.6	RETROPROJEÇÃO E RETROPROJEÇÃO FILTRADA	24
<b>3</b>	<b>MEDIDAS DE EXTINÇÃO</b>	<b>28</b>
3.1	INTRODUÇÃO	28
3.2	MODELAGEM	29
<b>3.2.1</b>	<b>Contribuição individual do papel na extinção da luz</b>	<b>30</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Contribuição individual do pigmento na extinção da luz</b>	<b>31</b>
3.3	RELAÇÃO ENTRE A ESCALA DE CINZA E A ÁREA COBERTA PELO PIGMENTO	31
<b>3.3.1</b>	<b>Impressora Epson L3250 (jato de tinta)</b>	<b>32</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Impressora Samsung ML-331x Series (laser)</b>	<b>33</b>
3.4	ESPECTRO DE EXTINÇÃO DE FOLHAS DE PAPEL EM BRANCO	34
3.5	CONTRIBUIÇÃO DO PIGMENTO NO ESPECTRO DE EXTINÇÃO DAS AMOSTRAS IMPRESSAS	36
<b>3.5.1</b>	<b>Impressora Epson L3250 (jato de tinta)</b>	<b>36</b>
<b>3.5.2</b>	<b>Impressora Samsung ML-331x Series (laser)</b>	<b>38</b>
3.6	CONCLUSÕES	39

<b>4</b>	<b>IMAGEANDO CARACTERES EM PAPEL . . . . .</b>	<b>41</b>
4.1	INTRODUÇÃO . . . . .	41
4.2	DETECÇÃO DE FÓTONS BALÍSTICOS TRANSMITIDOS POR UM MEIO DESORDENADO . . . . .	41
4.3	PROTÓTIPO DE SISTEMA DE IMAGEAMENTO . . . . .	43
<b>4.3.1</b>	<b>Aparato de movimentação (AM) . . . . .</b>	<b>45</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Sistema óptico (SO) e construção da imagem . . . . .</b>	<b>45</b>
4.4	ARRANJOS EXPERIMENTAIS . . . . .	46
<b>4.4.1</b>	<b>Configuração A . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>4.4.2</b>	<b>Configuração B . . . . .</b>	<b>48</b>
4.5	AMOSTRA DE SEÇÃO CILÍNDRICA SOB E SOBRE CAMADAS DE PAPEL	48
<b>4.5.1</b>	<b>Configuração A1: Efeito da adição de folhas de papel atrás do texto</b>	<b>50</b>
<b>4.5.2</b>	<b>Configuração A2: Efeito da adição de folhas de papel à frente do texto . . . . .</b>	<b>51</b>
4.6	AMOSTRA CILÍNDRICA EXTERNA E INTERNA A ROLOS CILÍNDRICOS DE PAPEL . . . . .	53
<b>4.6.1</b>	<b>Configuração B1: Texto externo aos rolos de papel . . . . .</b>	<b>54</b>
<b>4.6.2</b>	<b>Configuração B2: Texto interno aos rolos de papel . . . . .</b>	<b>56</b>
4.7	ENSAIOS DE CAPACIDADE DO PROTÓTIPO DE SISTEMA DE IMAGE- AMENTO . . . . .	57
<b>4.7.1</b>	<b>Imageando caracteres na frente e no verso de um rolo de papel . .</b>	<b>57</b>
<b>4.7.2</b>	<b>Informações impressas no lado oposto ao ponto de incidência da luz</b>	<b>59</b>
<b>4.7.3</b>	<b>Imageando caracteres impressos em toda a circunferência de um rolo</b>	<b>60</b>
4.8	CONCLUSÕES . . . . .	61
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS . . . . .</b>	<b>63</b>
5.1	CONCLUSÕES . . . . .	63
5.2	PERSPECTIVAS FUTURAS . . . . .	63
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>65</b>
	<b>APÊNDICE A – ESPECTRO DE EXTINÇÃO DAS AMOSTRAS NA REGIÃO ESPECTRAL ENTRE 750 NM E 2000 NM . . . . .</b>	<b>67</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

Atualmente, há uma grande quantidade de documentos históricos que estão interditados devido à sua condição deteriorada e ao risco significativo de danificá-los irreversivelmente à qualquer tentativa de manuseio para acessar o conteúdo escrito (CAMPOS, 2021). A deterioração do papel dos documentos pode ser causada por diversos fatores, como más condições de armazenamento, exposição a incêndios ou mesmo a corrosão causada pela ação do tempo sobre o papel, ocasionada pelos pigmentos utilizados. Um exemplo é o da tinta ferrogálica, amplamente utilizada na escrita de documentos ao longo da história (KOLAR et al., 2006).

Na literatura, é possível encontrar técnicas não invasivas capazes de recuperar informações impressas nas folhas de documentos fragilizados utilizando raios X (ALLEGRA et al., 2015; MOCELLA et al., 2015; STROMER et al., 2018). No entanto, abordagens de imageamento utilizando este tipo de radiação enfrentam desafios como alto custo, complexidade de operação e até aspectos relacionados à saúde dos operadores das máquinas e de outras pessoas que podem ser expostas à radiação ionizante. No sentido de destacar tais dificuldades, pode-se mencionar o recente lançamento do desafio Vesúvio (Vesuvius Challenge), que representa uma competição de destaque no campo da arqueologia e inteligência artificial, oferecendo uma oportunidade única para pesquisadores explorarem os papiros carbonizados pela erupção do vulcão Vesúvio. Iniciada em 2023, esta competição premia em dinheiro aqueles capazes de utilizar dados de tomografia – obtidos por escaneamentos de raios X, em particular provenientes de aceleradores de partículas – para revelar os caracteres ocultos nos documentos carbonizados (PARSONS et al., 2023; MARCHANT, 2023; MARCHANT, 2024).

Uma alternativa para revelar os caracteres ocultos em páginas de documentos interditados ao manuseio seria utilizar radiação visível (ou no infravermelho próximo), uma vez que é mais simples e barato gerar e detectar radiação nesta região espectral. No entanto, uma dificuldade prática se impõe: o papel atua como um meio espalhador de luz nesta região do espectro e, portanto, cada fóton de um feixe de luz tem uma probabilidade significativa de ter seu trajeto desviado. Assim, os fótons que atingem um alvo específico (um detector, por exemplo) não necessariamente percorreram o mesmo caminho.

Esta é a grande desvantagem em operar numa região espectral em que o meio de propagação promove espalhamento, pois os algoritmos mais simples para reconstruir imagens se

---

baseiam na condição em que os fótons possuem probabilidade (quase) nula de serem redirecionados, podendo apenas serem absorvidos ou não; ou seja, todos os fótons que atravessam um objeto e atingem um detector específico percorreram a mesma trajetória – o que possibilita estabelecer uma relação direta entre os fótons detectados e o coeficiente de atenuação linear do objeto ao longo de uma única trajetória retilínea.

A detecção indesejada de fótons espalhados prejudica o imageamento, podendo até inviabilizar a formação da imagem. Durante muito tempo, o espalhamento foi um obstáculo quase que proibitivo na maioria das situações. Porém, os recentes avanços tecnológicos, especialmente computacionais, vêm permitindo a criação de diversas ferramentas e alternativas para a obtenção de imagens em sistemas com forte espalhamento da luz (BERTOLOTTI; KATZ, 2022). A variedade de soluções experimentais e computacionais para contornar os efeitos do espalhamento é grande; as estratégias discutidas na literatura recente vão desde a utilização do efeito fotoacústico para revelar imagens ocultas sob camadas de tinta em obras de arte (TSEREVELAKIS et al., 2017), até a habilidade de visualizar o que está além de uma camada opaca utilizando o efeito memória (*memory effect*) em imagens capturadas pela câmera de um smartphone (KATZ et al., 2014).

Cabe notar, no entanto, que o espalhamento nem sempre é um problema, e pode ser utilizado como ferramenta para obter sistemas avançados de imageamento. Por exemplo, em 2012, um grupo de pesquisa conseguiu imagear um objeto tridimensional escondido ao redor de uma esquina utilizando detecção ultra rápida de fótons espalhados com uma resolução temporal de 2 picossegundos (VELTEN et al., 2012). Posteriormente, outro grupo obteve sucesso em produzir uma imagem bidimensional de um objeto oculto ao redor de uma esquina utilizando apenas luz incoerente e uma câmera CCD convencional (KATZ et al., 2014).

Tais avanços demonstram as capacidades crescentes de imagear objetos considerando as contribuições devido ao espalhamento.

O papel é um meio espalhador e, conseqüentemente, a propagação de luz em seu interior é complexa, cujo modelo mais aceito atualmente é o de Kubelka–Munk (FARNOOD, 2018; MALCIC; BARBARIC-MIKOCEVIC; IVANDA, 2011), que toma por base a equação de transferência radiativa. Apesar de considerar diversas propriedades da luz interagindo com o papel, este modelo possui limitações importantes. Uma das principais é justamente o fato de não modelar a propagação de luz coerente através do papel, já que o tratamento dado à questão envolve apenas a intensidade dos campos (FARNOOD, 2018; MALCIC; BARBARIC-MIKOCEVIC; IVANDA, 2011). Contudo, quando existe quantidade suficiente de fótons não espalhados (balísticos)

---

transmitidos através do objeto espalhador, é possível reconstruir uma imagem tridimensional utilizando algoritmos convencionais de tomografia por raios X (VIDAL; RIPOLL, 2020).

Partindo desta premissa, este trabalho propõe um sistema de imageamento em arranjo de transiluminação, operando com um laser de diodo emitindo luz vermelha, para revelar caracteres escondidos sob páginas de documentos enrolados a partir da detecção de fótons balísticos e quase balísticos. O estudo realizado neste trabalho deve ser visto apenas como uma prova de conceito, uma vez que as amostras não consistem de documentos reais.

## 1.2 OBJETIVOS

Considerando a necessidade de acessar de maneira não invasiva o conteúdo escrito em documentos deteriorados, este trabalho tem como objetivo:

- Desenvolver um protótipo de sistema de imageamento, operando com radiação visível em arranjo de transiluminação, para acessar o conteúdo escrito em um rolo de papel quando oculto por outros rolos de papel em branco em diferentes configurações.

Os objetivos específicos do estudo constituem etapas necessárias para alcançar o objetivo geral. Estes são:

- Caracterizar as contribuições do papel e do pigmento na extinção de luz em amostras de papel com várias tonalidades de tinta preta impressa.
- Desenvolver o protótipo de sistema de imageamento.
- Implementar um sistema de imageamento com radiação visível e adquirir imagens dos caracteres impressos nas amostras preparadas.
- Estudar a influência do espalhamento da luz pelo papel na degradação da qualidade das imagens geradas pelo protótipo.
- Analisar de forma qualitativa outros limites de operação do sistema de imageamento, como a capacidade em reproduzir caracteres com fontes semelhantes a um texto manuscrito, por exemplo.

### 1.3 ESTRUTURA DO TEXTO

O texto destinado à apresentação da pesquisa e da dissertação de Mestrado está estruturado em 5 capítulos, incluindo o Capítulo 1, **INTRODUÇÃO**.

O Capítulo 2, **PRINCÍPIOS DE TOMOGRAFIA EM MEIOS PURAMENTE ABSORVEDORES**, apresenta a fundamentação teórica necessária à reconstrução analítica de imagens tomográficas bidimensionais. Para tanto, estabelece os princípios, matemáticos e físicos, por trás da reconstrução de imagens tomográficas em meios onde o espalhamento de luz pode ser ignorado.

O Capítulo 3, **MEDIDAS DE EXTINÇÃO**, aborda a caracterização óptica de amostras de papel impressas com tinta preta em diversos tons de cinza e sob diferentes gramaturas – uma primeira etapa antes do imageamento. Os resultados da análise do espectro de extinção das amostras no intervalo espectral entre 200 nm e 800 nm permitem estudar em separado as contribuições individuais do papel e da tinta no coeficiente de extinção de uma amostra.

O Capítulo 4, **IMAGEANDO CARACTERES EM PAPEL**, expõe o sistema de imageamento proposto neste trabalho, com a descrição do arranjo experimental, detalhando a disposição de todos os componentes do protótipo, bem como a configuração da amostra quando posicionada para o processo de imageamento. Também são apresentadas e analisadas as imagens reconstruídas pelo protótipo, constituindo os resultados experimentais centrais, onde cada experimento é acompanhado de uma discussão sobre os resultados obtidos e suas implicações.

O Capítulo 5, **CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS**, apresenta as conclusões do estudo, tomando como base os objetivos estabelecidos no Capítulo 1. Ainda, sugere estudos adicionais, necessários para dar continuidade às pesquisas aqui apresentadas.

## 2 PRINCÍPIOS DE TOMOGRAFIA EM MEIOS PURAMENTE ABSORVEDORES

### 2.1 LEI DE BEER-LAMBERT

A propagação da luz em um meio puramente absorvedor, isto é, onde não ocorre espalhamento, é caracterizada pela trajetória retilínea dos fótons (conhecida como trajetória balística), havendo apenas a possibilidade de serem absorvidos ou não pelo meio. De acordo com a lei de Beer-Lambert, a taxa com que a luz transmitida é atenuada por um meio puramente absorvedor ao longo da direção de propagação,  $x$ , é proporcional à intensidade da luz,  $I$ . Ou seja:

$$\frac{dI}{dx} = -\alpha \cdot I, \quad (2.1)$$

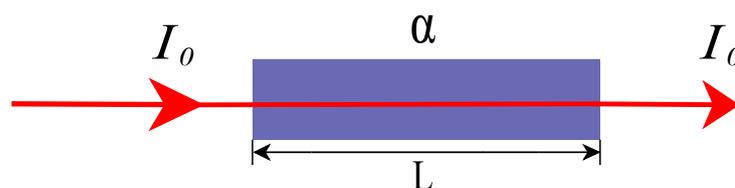
onde  $\alpha$  é o coeficiente de atenuação linear, o qual está diretamente relacionado à densidade volumétrica  $\mu$  através da seguinte equação:

$$\alpha = K \cdot \mu, \quad (2.2)$$

sendo  $K$  uma constante de proporcionalidade associada às propriedades do material em questão. Dessa forma, em um mesmo material, áreas mais densas irão atenuar a luz de maneira mais acentuada que áreas menos densas. Porém, para simplificar a discussão, cabe ressaltar que estamos ignorando as correções de campo local para a resposta de um meio em função da densidade (JACKSON, 1999).

Considerando um feixe de luz colimada se propagando em um meio homogêneo, como ilustrado na Figura 2.1, é possível aplicar a lei de Beer-Lambert para encontrar a intensidade da luz transmitida ao longo de um caminho de tamanho  $L$ .

Figura 2.1 – Ilustração da lei de Beer-Lambert. Um feixe de luz colimada incide e propaga-se em um meio puramente absorvedor. As intensidades da luz incidente e transmitida são, respectivamente,  $I_0$  e  $I$ .



Fonte: O autor (2023)

Desenvolvendo a Equação (2.1) para o caso ilustrado acima, é possível escrever a intensi-

dade da luz transmitida através do material absorvedor:

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha \cdot L}, \quad (2.3)$$

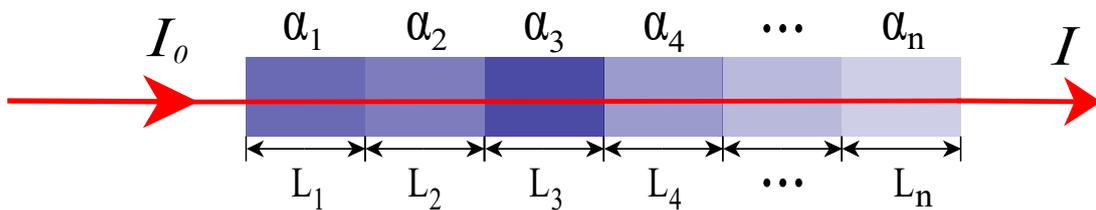
onde  $I_0$  é a intensidade de luz incidente e  $I$  é a intensidade da luz transmitida.

O modelo apresentado na Equação (2.3) considera o caso de um meio homogêneo, onde  $\alpha$  é constante ao longo de todo o caminho percorrido pelo feixe. Porém, este não é sempre o caso, pois o coeficiente de atenuação linear pode variar, seja de forma discreta ou contínua ao longo do meio, bem como de forma unidimensional ou no espaço tridimensional:  $\alpha(x, y, z)$ .

### 2.1.1 Atenuação unidimensional em um meio discreto

Quando um feixe de luz incide em um conjunto de  $n$  absorvedores, ocorre uma série de atenuações sucessivas, conforme ilustrado na Figura 2.2, onde cada absorvedor contribui para a extinção resultante do feixe incidente.

Figura 2.2 – Lei de Beer-Lambert para um meio discreto e com variação unidimensional.



Fonte: O autor (2023)

Após passar por todos os absorvedores, a intensidade da luz transmitida pode ser obtida tomando o produto das atenuações de cada absorvedor:

$$I = I_0 \cdot e^{-\sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot L_i}. \quad (2.4)$$

Devido à natureza exponencial da lei de Beer-Lambert, é conveniente trabalhar em escala logarítmica. Portanto, podemos definir o coeficiente de extinção  $\epsilon$  como:

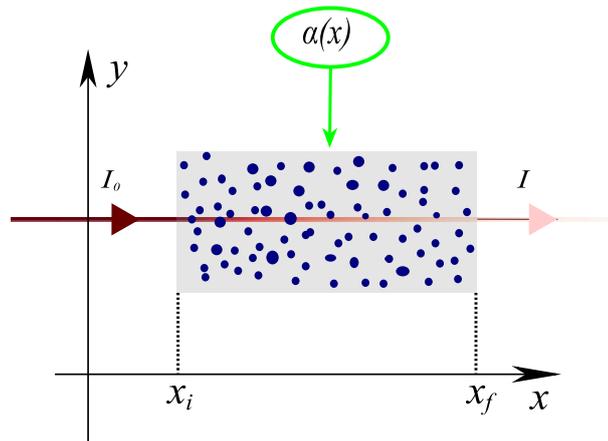
$$\epsilon = -\ln(I/I_0) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot L_i, \quad (2.5)$$

que representa, em escala logarítmica, a fração de luz que foi atenuada ao longo do percurso.

### 2.1.2 Atenuação em um meio contínuo

Consideremos o caso em que o coeficiente de atenuação linear do meio é descrito por uma função analítica unidimensional em  $x$ , conforme ilustrado na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Lei de Beer-Lambert para um meio contínuo e com variação unidimensional.



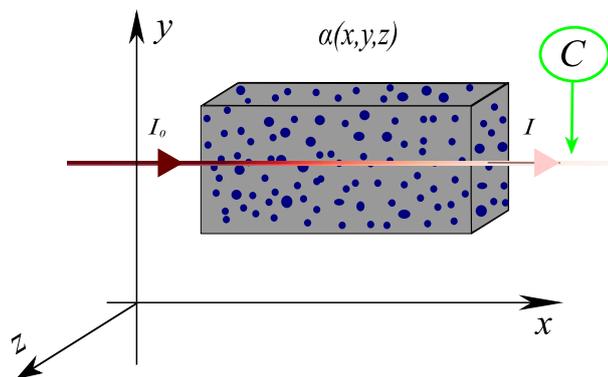
Fonte: O autor (2023)

Nesse caso, podemos calcular o coeficiente de extinção utilizando a seguinte expressão:

$$\epsilon = -\ln(I/I_0) = \int_{x_i}^{x_f} \alpha(x) dx. \quad (2.6)$$

A Figura 2.4 ilustra o caso tridimensional, no qual o coeficiente de atenuação linear do objeto passa a ser descrito por uma função escalar de três variáveis:  $\alpha(x, y, z)$ .

Figura 2.4 – Lei de Beer-Lambert para um meio contínuo e com variação espacial.



Fonte: O autor (2023)

Neste caso, a extinção da luz que atravessa o objeto pode ser calculada integrando o coeficiente de atenuação linear ao longo do caminho  $C$  percorrido pelos fótons:

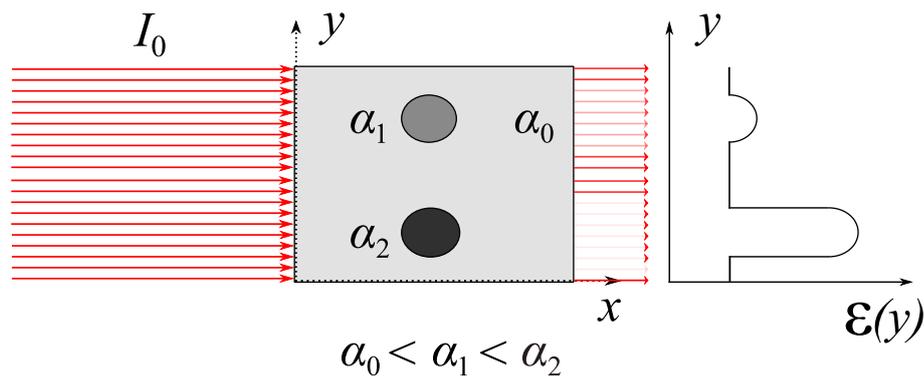
$$\epsilon = \int_C \alpha(x, y, z) dl. \quad (2.7)$$

A Equação (2.7) representa a forma mais generalizada para descrever a extinção da intensidade de um feixe de luz em um meio puramente absorvedor no espaço tridimensional.

## 2.2 PROJEÇÃO

Agora, consideremos o caso em que um feixe de raios paralelos incide sobre um meio contendo heterogeneidades puramente absorvedoras, conforme ilustrado na Figura 2.5. A distribuição de intensidade da luz incidente,  $I_0$ , é uniforme ao longo da direção  $y$ . No entanto, a intensidade da luz transmitida não é uniforme devido à presença dos absorvedores  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , que causam atenuação da luz dependente da posição  $y$  da trajetória percorrida pelos fótons. Isso resulta em um coeficiente de extinção que também varia na direção  $y$ .

Figura 2.5 – Projeção de raios paralelos. Um feixe de raios paralelos incide em um meio com heterogeneidades puramente absorvedoras.



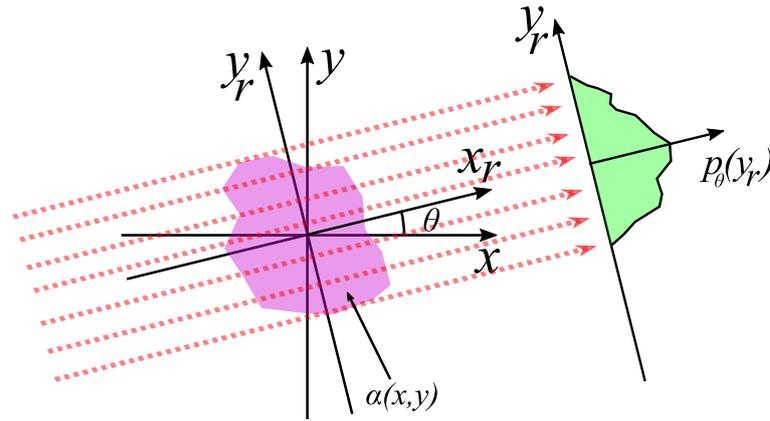
Fonte: O autor (2023)

Este padrão de variação do coeficiente de extinção contém informações sobre os objetos que interagiram com o feixe e, no contexto da reconstrução de imagens, é comumente chamado de projeção, representado por  $p(y)$ . A projeção é matematicamente definida de forma semelhante ao coeficiente de extinção:

$$p(y) = -\ln(I/I_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x, y) dx. \quad (2.8)$$

Neste sentido, a Figura 2.6 apresenta uma generalização do conceito de projeção: raios paralelos incidem em um meio arbitrário (um objeto) com um coeficiente de atenuação linear descrito por  $\alpha(x, y)$ . Um sistema de referência  $S$  é orientado pelos eixos  $x$  e  $y$  e tem sua origem centralizada no objeto. Este, por sua vez, é iluminado por raios paralelos cuja direção formam um ângulo  $\theta$  com o eixo  $x$ .

Figura 2.6 – Generalização do conceito de projeção  $p(y)$ .



Fonte: O autor (2023)

Estabelecendo um sistema de coordenadas adicional,  $S'$ , também centralizado no objeto, e que tem os eixos  $x_r$  e  $y_r$  de forma que  $x_r$  seja tenha a mesma direção do feixe de luz, podemos relacionar  $S$  e  $S'$  por meio de uma simples transformação linear, como apresentado na Equação (2.9).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Dessa forma, podemos escrever a projeção de raios paralelos de um objeto,  $p_\theta(y_r)$ , como:

$$p_\theta(y_r) = -\ln(I/I_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x, y) dx_r. \quad (2.10)$$

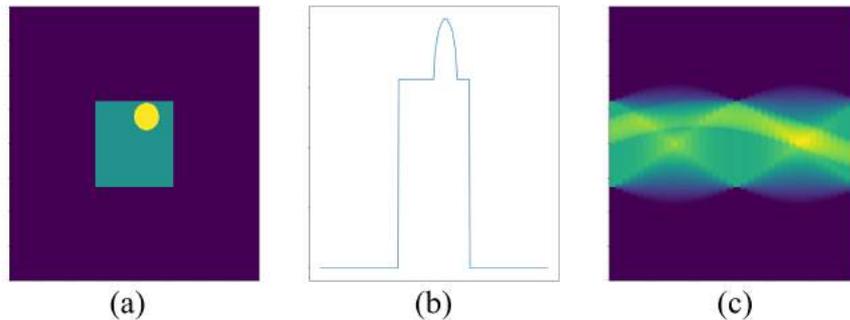
Neste ponto, a pergunta central é: dado um conjunto de todas as projeções de um objeto bidimensional, i.e., para  $0 \leq \theta < 2\pi$ , é possível obter  $\alpha(x, y)$ ? A resposta é afirmativa, porém com algumas limitações – nos casos onde a tomografia é aplicável é possível obter apenas uma aproximação, mas que normalmente satisfaz o objetivo da tomografia em questão. Para que seja possível prosseguir com a discussão da maneira adequada, é necessário antes falar um pouco sobre sinograma e Transformada de Radon.

### 2.3 SINOGRAMA

No contexto de reconstrução de imagens tomográficas, uma forma usual de representar o conjunto das projeções em todas as direções medidas (dados de entrada), é o sinograma. O sinograma é capaz de exibir, em uma única imagem, todas as projeções de uma seção transversal do objeto como uma função de duas variáveis,  $S(\theta, y_r)$ , como ilustrado na Figura

2.7, onde cada linha vertical ( $\theta = \text{constante}$ ) representa uma projeção, na direção  $\theta$ , do objeto estudado.

Figura 2.7 – Imagens ilustrativas de um (a) objeto (b) uma projeção em particular e (c) sinograma.



Fonte: O autor (2023)

O objetivo da tomografia computacional, portanto, consiste em recuperar a distribuição do coeficiente de atenuação linear das seções transversais do objeto,  $\alpha(x, y, z)$ , a partir do sinograma, que são os dados de entrada. A reconstrução de uma imagem tridimensional pode ser separada em fatias transversais, que são resolvidas separadamente para então serem empilhadas para reconstruir o objeto como um todo. A descrição matemática da relação entre o objeto (suas seções transversais) e seu sinograma é baseada na Transformada de Radon, que consiste em encontrar uma função a partir das suas integrais de linha em caminhos retilíneos.

#### 2.4 TRANSFORMADA DE RADON (TR) APLICADA A TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA (CT)

Como mostrado na Equação (2.10), as projeções de uma seção transversal do objeto são um conjunto de integrais de linha do coeficiente de atenuação linear. O procedimento de gerar uma projeção de um objeto,  $\alpha(x, y)$ , consiste em realizar a operação  $\int_L \alpha(x, y) dl$ , o que, a priori, não oferece grandes obstáculos. Entretanto, para reconstruir uma imagem tomográfica, é necessário realizar o procedimento inverso: dado um conjunto de integrais de linha,  $\int_L \alpha(x, y) dl$ , reconstruir pelo menos de maneira aproximada  $\alpha(x, y)$ . Este tipo de problema pertence a classe dos problemas inversos (CEZARO; TRAVESSINI; CEZARO, 2010). Em 1917, a solução analítica para este problema em especial foi proposta por Johann Radon, onde é definida a Transformada de Radon (TR) de uma função  $\alpha(x, y)$ , que pode ser escrita de maneira bastante semelhante ao sinograma:

$$R\{\alpha(x, y)\} = S(\theta, y_r) = \int_C \alpha(x, y) dx_r. \quad (2.11)$$

Neste sentido, o procedimento de como recuperar  $\alpha(x, y)$  analiticamente consiste na implementação da transformada inversa de Radon ao sinograma. Dependendo de como o problema seja primeiramente descrito, é possível encontrar diferentes formas para uma fórmula de inversão explícita para a Transformada de Radon (CASCANTE et al., 2007). Em (KINAHAN; DEFRISE; CLACKDOYLE, 2004) é possível encontrar uma derivação que permite escrever uma fórmula de inversão para a Transformada de Radon em termos de:

$$\alpha(x, y) = R^{-1}\{S(\theta, y_r)\} = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi \frac{1}{y_r} \cdot \frac{\partial S(\theta, y_r)}{\partial y_r} d\theta. \quad (2.12)$$

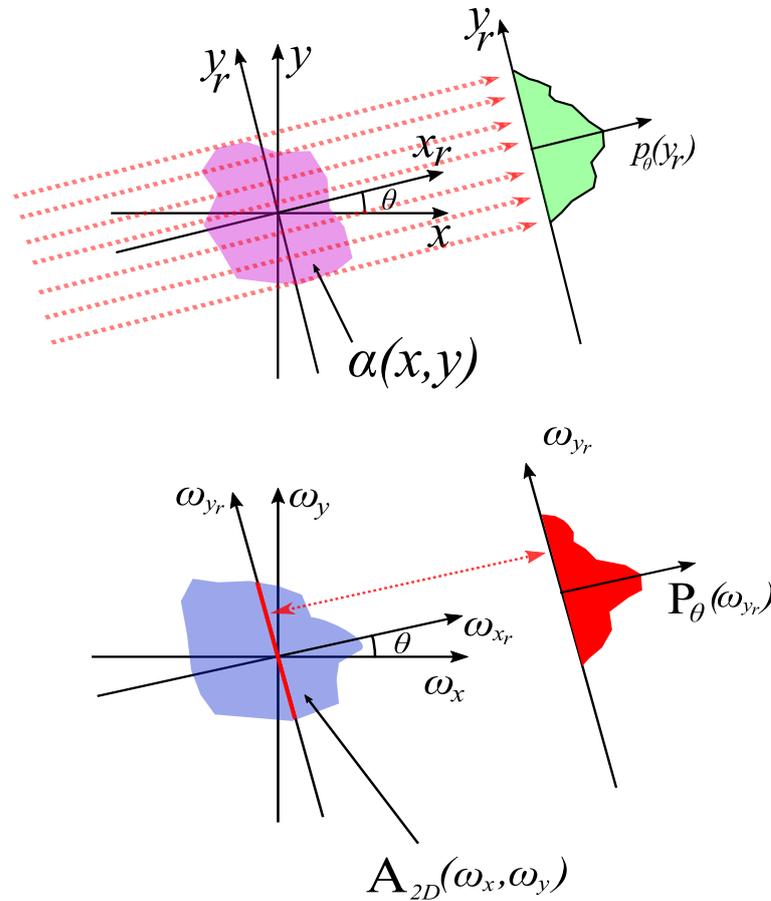
Apesar da Equação (2.12) descrever uma fórmula explícita para recuperar uma função a partir de suas integrais de linha, a implementação prática deste conceito para a reconstrução de imagens é um pouco mais complexa. Na verdade, a elaboração de expressões como a Equação (2.12) é apenas a primeira etapa para o desenvolvimento de um algoritmo que possa reconstruir uma imagem tomográfica, já que situações reais enfrentam problemas como presença de ruídos e amostragem finita de dados, tornando relevante questões como unicidade e estabilidade das soluções (NATTERER; WUBBELING; WANG, 2002). Na próxima seção, introduziremos o princípio por trás do Teorema da Fatia Central, que estabelece a base para o entendimento do algoritmo de retroprojeção filtrada, um dos algoritmos mais utilizados para reconstrução de imagens tomográficas a partir de projeções. Em seguida, o capítulo é finalizado com uma breve exposição dos princípios por trás do algoritmo de retroprojeção filtrada.

## 2.5 TEOREMA DA FATIA CENTRAL

O Teorema da Fatia Central (*Central Slice Theorem*) desempenha um papel fundamental na reconstrução de imagens tomográficas a partir de projeções. O teorema estabelece que a transformada de Fourier de uma projeção do objeto,  $\mathcal{F}_{1D}[p_\theta(y_r)]$ , está relacionada com a transformada de Fourier do coeficiente de atenuação,  $\alpha(x, y)$ , do objeto.

Mais especificamente, os valores de  $\mathcal{F}_{1D}[p_\theta(y_r)]$  são exatamente o conjunto de pontos de  $\mathcal{F}_{2D}[\alpha(x, y)]$  ao longo do eixo  $\kappa_{y_r}$ , representando uma fatia da função  $\alpha(x, y)$ , como ilustrado na Figura 2.8.

Figura 2.8 – Teorema da Fatia Central. A transformada unidimensional de Fourier da projeção de um objeto,  $P_\theta(\kappa_{y_r})$ , é uma fatia na direção  $\kappa_{y_r}$  da transformada bidimensional de Fourier do coeficiente de atenuação linear do objeto,  $A_{2D}(\kappa_x, \kappa_y)$ .



Fonte: O autor (2023)

Para justificar o teorema, primeiramente consideremos a transformada unidimensional de Fourier e sua inversa para uma função  $f(x)$ :

$$F_{1D}(\kappa_x) = \mathcal{F}_{1D}[f(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi \cdot (\kappa_x \cdot x)} f(x) dx \quad (2.13)$$

e

$$f(x) = \mathcal{F}_{1D}^{-1}[F_{1D}(\kappa_x)] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi \cdot (\kappa_x \cdot x)} F_{1D}(\kappa_x) dx, \quad (2.14)$$

respectivamente. Portanto, podemos expressar a transformada de Fourier unidimensional de uma projeção como:

$$P_\theta(\kappa_{y_r}) = \mathcal{F}_{1D}[p_\theta(y_r)] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi \cdot (\kappa_{y_r} \cdot y_r)} p_\theta(y_r) dy_r. \quad (2.15)$$

Substituindo a Equação (2.10) na Equação (2.15), temos:

$$\begin{aligned} P_\theta(\kappa_{y_r}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi \cdot (\kappa_{y_r} \cdot y_r)} \alpha(x, y) dx dy_r \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi \cdot (x \cos \theta + y \sin \theta) \cdot \kappa_{y_r}} \alpha(x, y) dx dy. \end{aligned} \quad (2.16)$$

A transformada de Fourier do coeficiente de atenuação linear é:

$$\mathcal{F}_{2D}[\alpha(x, y)] = A_{2D}(\kappa_x, \kappa_y) \quad (2.17)$$

portanto, temos

$$P_\theta(\kappa_{y_r}) = A_{2D}(\kappa_{y_r} \cos \theta, \kappa_{y_r} \sin \theta). \quad (2.18)$$

Dado que a Transformada de Fourier é única, sempre é possível alternar entre sistemas de referência rotacionados utilizando a expressão abaixo:

$$\begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_{x_r} \\ \kappa_{y_r} \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

e usar a Equação (2.19) para reescrever a Equação (2.18) como:

$$P_\theta(\kappa_{y_r}) = A_{2D}(\kappa_x, \kappa_y)|_{\kappa_{x_r}=0}. \quad (2.20)$$

A Equação (2.20) define de maneira mais explícita que a transformada unidimensional de Fourier da projeção de um objeto,  $P_\theta(\kappa_{y_r})$ , é, na verdade, uma fatia na direção  $\kappa_{y_r}$  da transformada bidimensional de Fourier do coeficiente de atenuação linear do objeto,  $A_{2D}(\kappa_x, \kappa_y)$ , como é ilustrado da Figura 2.8.

Ou seja, o conjunto das projeções  $p_\theta(y_r)$ ,  $0 \leq \theta < \pi$ , possuem informações de todos os pontos da transformada bidimensional de Fourier do coeficiente de atenuação linear, possibilitando o desenvolvimento de algoritmos para recuperar  $\alpha(x, y)$ .

## 2.6 RETROPROJEÇÃO E RETROPROJEÇÃO FILTRADA

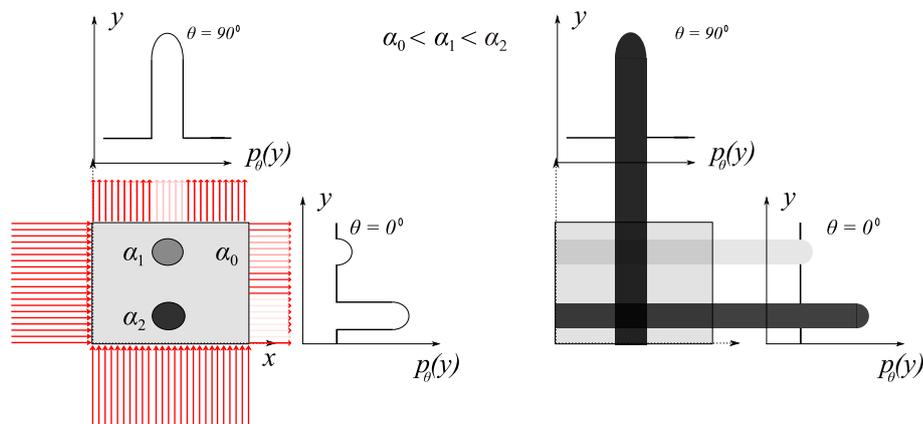
O teorema da fatia estabelece a conexão entre um objeto bidimensional e suas projeções unidimensionais por raios paralelos. Apesar de ser possível recuperar diretamente a função  $\alpha(x, y)$  de forma analítica, aplicando transformadas inversas de Fourier à Equação (2.20), no entanto, na prática, isso não é tão simples de implementar.

Devido à natureza do problema, a descrição matemática do objeto e de suas projeções possui sistemas de referência diferentes: o objeto é descrito em coordenadas cartesianas, enquanto os dados (projeções) são coletados em coordenadas polares  $(y_r, \theta)$ . Este fato demanda interpolação dos dados para a construção da imagem. Embora pareça um detalhe simples, essa interpolação é relevante, pois precisa ser feita no domínio das frequências (espaço de Fourier), onde os erros de interpolação podem afetar todos os elementos da imagem; além disso, devido

a forma como a aquisição dos dados é realizada, a reconstrução direta por Fourier implicaria em erros maiores para as componentes de alta frequência da imagem, o que é outro fator que introduz erros à imagem reconstruída (KAK; SLANEY, 2001).

Existem técnicas analíticas que visam contornar estas dificuldades na reconstrução da imagem a partir das projeções. A técnica mais básica é a *retroprojeção*, que consiste em formar uma imagem somando os valores das projeções em todas as direções ao longo do caminho percorrido pela luz, como ilustrado na Figura 2.9.

Figura 2.9 – Técnica de retroprojeção para a reconstrução da imagem a partir das projeções.



Fonte: O autor (2023)

De forma mais detalhada, cada retroprojeção individual é a imagem formada quando os valores da projeção  $p_{\theta}(y_r)$  são atribuídos a todos os pontos na direção de propagação da luz. À direita, na Figura 2.9, é possível ver duas retroprojeções perpendiculares de um objeto sobrepostas. Ao realizar essa operação para várias projeções, é possível recuperar uma imagem borrada do objeto.

A Figura 2.10 apresenta um exemplo de uso da retroprojeção, onde é possível observar de uma forma mais visual a imagem reconstruída.

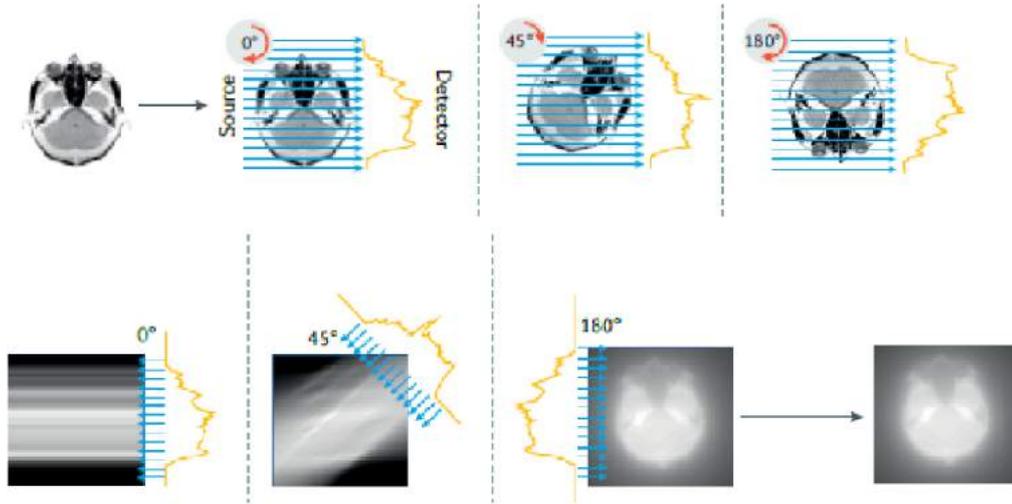
Para entender melhor o que acontece durante esse processo, é preciso descrever a retroprojeção matematicamente. Uma única retroprojeção  $b_1(x, y; \theta)$  pode ser escrita conforme

$$b_1(x, y; \theta) = p_{\theta}(y_r). \quad (2.21)$$

A retroprojeção total é o somatório de todas as retroprojeções, ou seja:

$$b(x, y) = \int_0^{\pi} b_1(x, y; \theta) d\theta. \quad (2.22)$$

Figura 2.10 – Retroprojeção de um crânio humano.



Fonte: Adaptado de (WITHERS et al., 2021)

Tomando a transformada de Fourier de  $b_1(x, y; \theta)$ , temos

$$\begin{aligned} B_1(\kappa_x, \kappa_y; \theta) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi \cdot (\kappa_x \cdot x + \kappa_y \cdot y)} b_1(x, y; \theta) dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi \cdot (\kappa_{x_r} \cdot x_r + \kappa_{y_r} \cdot y_r)} p_\theta(y_r) dx_r dy_r, \end{aligned} \quad (2.23)$$

que pode ser reescrita como

$$B_1(\kappa_x, \kappa_y; \theta) = P_\theta(\kappa_{y_r}) \cdot \delta(\kappa_{x_r}). \quad (2.24)$$

Por sua vez, a transformada de Fourier de  $b(x, y)$  pode ser escrita como

$$B(\kappa_x, \kappa_y) = \int_0^\pi B_1(\kappa_x, \kappa_y; \theta) d\theta. \quad (2.25)$$

A aplicação direta do teorema da fatia com a Equação (2.24), permite reescrever a Equação (2.25) como

$$B(\kappa_x, \kappa_y) = \int_0^\pi A_{2D}(\kappa_x, \kappa_y) \cdot \delta(\kappa_{x_r}) d\theta. \quad (2.26)$$

Das propriedades da função delta, podemos escrever:

$$\delta(f(x)) = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|f'(x_i)|}, \quad (2.27)$$

e além disso, a transformação inversa de (2.19) pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \kappa_{x_r} \\ \kappa_{y_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Portanto, de (2.26), (2.27) e (2.28) é possível escrever:

$$B(\kappa_x, \kappa_y) = \frac{A_{2D}(\kappa_x, \kappa_y)}{(\kappa_x^2 + \kappa_y^2)^{1/2}} = \frac{A_{2D}(\kappa_x, \kappa_y)}{|\kappa|}. \quad (2.29)$$

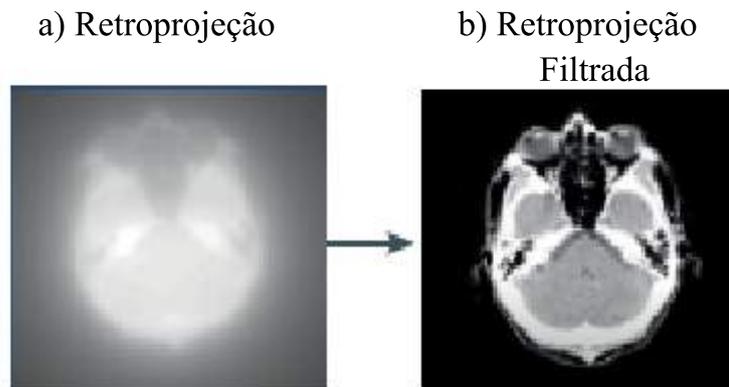
O termo no denominador da Equação (2.29) atua como um filtro que atenua as componentes de alta frequência da imagem. Como consequência, a imagem reconstruída apresenta um aspecto difuso em relação à imagem original, como mostrado na Figura 2.10.

No entanto, aproveitando a Equação (2.29), é possível anular esse efeito e recuperar analiticamente apenas  $\alpha(x, y)$ . Para isso, isolamos o termo  $\alpha(x, y)$  de seguinte forma:

$$\alpha(x, y) = F_{2D}^{-1}[|\kappa|B(\kappa_x, \kappa_y)]. \quad (2.30)$$

O método de retroprojeção filtrada baseado na Equação (2.30) é amplamente utilizado para reconstruir imagens tomográficas a partir das projeções. Um exemplo de uso dessa técnica é apresentado na Figura 2.11, onde é possível ver as imagens reconstruídas de um mesmo objeto.

Figura 2.11 – Técnica da retroprojeção filtrada.



Fonte: Adaptado de (WITHERS et al., 2021)

A técnica de retroprojeção filtrada produz uma imagem de melhor qualidade em comparação com a reconstrução apenas pela retroprojeção simples. Embora tenhamos ilustrado o método no caso bidimensional, ele pode ser facilmente estendido para três dimensões. Por outro lado, pode ser mais conveniente dividir o objeto tridimensional em fatias transversais bidimensionais: cada fatia é reconstruída separadamente e, em seguida, empilhada para reconstruir o objeto como um todo. Esta abordagem em fatias simplifica o problema e permite uma reconstrução eficiente e precisa do objeto completo.

### 3 MEDIDAS DE EXTINÇÃO

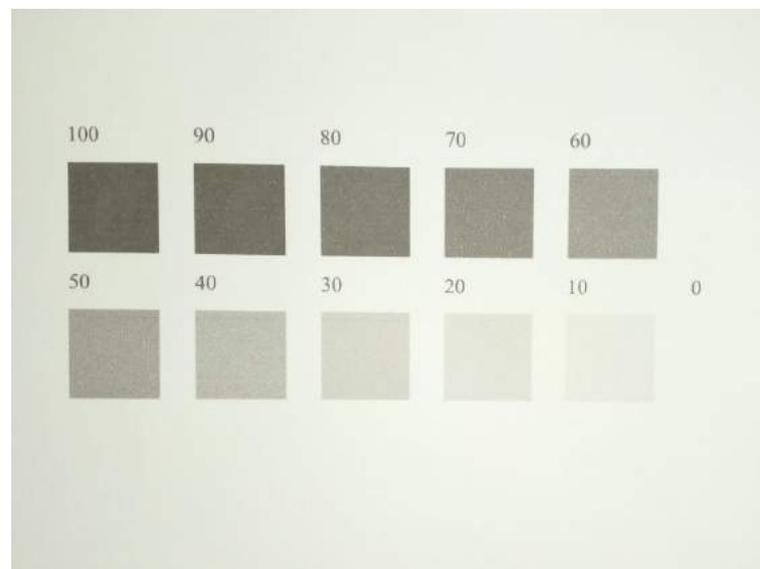
#### 3.1 INTRODUÇÃO

Como visto no Capítulo 2, um dos métodos mais tradicionais para reconstruir imagens tomográficas utiliza como base o modelo de Beer-Lambert para a extinção da luz. Nesse contexto, é importante investigar como amostras de papel com tinta impressa em sua superfície atenuam a luz.

O objetivo deste capítulo é analisar o espectro de extinção de diversas amostras de papel com diferentes gramaturas, a fim de identificar as contribuições individuais do papel e da tinta na extinção da luz.

Com este propósito, foram preparadas amostras de papel branco de escritório (conhecido como papel ofício ou sulfite), impressas com tinta preta. Utilizando o software de edição de imagens *Inkscape*<sup>1</sup>, as amostras foram impressas em 10 tons de cinza diferentes, variando de branco (0, papel em branco) até o preto mais intenso (100). A Figura 3.1 mostra a fotografia das amostras impressas em um mesmo suporte de papel.

Figura 3.1 – Amostra de papel ofício com impressões de tinta preta em diferentes níveis.



Fonte: O autor (2023)

Em adição, este estudo também considerou folhas de papel com seis gramaturas diferentes: 56 g/m<sup>2</sup>, 75 g/m<sup>2</sup>, 90 g/m<sup>2</sup>, 120 g/m<sup>2</sup>, 180 g/m<sup>2</sup> e 240 g/m<sup>2</sup>, bem como foram empregados

<sup>1</sup> <<http://www.inkscape.org/>>

dois tipos diferentes de tinta, impressos por impressoras a jato (*drop on demand*), modelo Epson L3250, e a laser, modelo Samsung ML-331x Series.

O restante deste capítulo é dividido em quatro seções. Primeiro, apresenta um modelo efetivo sobre a extinção de luz que atravessa um amostra impressa baseado na lei de Beer-Lambert – embora uma análise química mais rigorosa seria necessária para verificar a real validade da lei de Beer-Lambert em tais pigmentos. Considerando que o pigmento é depositado sobre a superfície do folha, e ignorando possível infiltrações da tinta por entre as fibras do papel, é possível separar as contribuições individuais do papel e do pigmento na extinção da luz.

Em seguida, através da análise de imagens microscópicas, é apresentada uma estimativa da área coberta pela tinta nas amostras de papel em função do tom de cinza impresso, para que seja possível estabelecer uma conexão com o modelo de Beer-Lambert para a contribuição dos pigmentos.

A terceira seção apresenta uma análise dos espectros de extinção, no intervalo entre 200 nm e 800 nm, de amostras impressas com tinta de impressora, separando a contribuição individual dos pigmentos e do papel. No Apêndice A também é mostrado um estudo adicional do espectro de extinção do papel em função da gramatura no intervalo entre 750 nm e 2  $\mu\text{m}$ . Por fim, os resultados obtidos são resumidos e algumas conclusões são apresentadas.

## 3.2 MODELAGEM

Esta seção apresenta a modelagem matemática da extinção da luz por uma amostra de papel impressa com tinta preta, tomando como partida a lei de Beer-Lambert.

Considerando que a tinta impressa na amostra está depositada na superfície da folha de papel e ocupa uma fração da área total impressa, podemos afirmar que o papel e a tinta atenuam a luz de forma independente. Com essas considerações, a atenuação total é dada por:

$$\epsilon_{total} = \epsilon_{papel} + \epsilon_{tinta}, \quad (3.1)$$

onde  $\epsilon_{papel}$  e  $\epsilon_{tinta}$  são as contribuições individuais do papel e da tinta, respectivamente.

### 3.2.1 Contribuição individual do papel na extinção da luz

Considerando uma pequena fração de uma folha de papel, com massa  $m$  e volume  $v$ , podemos expressar sua densidade volumétrica,  $\mu$ , como:

$$\mu = \frac{m}{v} = \frac{m}{A \cdot L} = \frac{G}{L}, \quad (3.2)$$

onde  $A$  é a área,  $L$  é a espessura e  $G$  é a densidade superficial, também conhecida como gramatura. Para simplificar, assumimos que o coeficiente de atenuação linear é proporcional a  $\mu$  e pode ser escrito como:

$$\alpha = K_{papel} \cdot \frac{G}{L}, \quad (3.3)$$

onde  $K_{papel}$  é uma constante de proporcionalidade que depende do material. Usando as Equações (3.2) e (3.3), podemos escrever, a partir lei de Beer-Lambert, para o papel:

$$\epsilon_{papel}(G) = K_{papel} \cdot G, \quad (3.4)$$

o que leva à conclusão de que a contribuição do papel para a atenuação deve ser proporcional à gramatura.

Contudo, é bem estabelecido que o papel é um meio desordenado e, portanto, é de se esperar que a lei de Beer-Lambert não seja capaz de fornecer o modelo matemático mais adequado para descrever a propagação da luz em seu interior (FARNOOD, 2009). Além disso, uma característica importante do papel é a reflexão de luz visível que ocorre na interface de incidência, o que possibilita a visualização de imagens ou textos impressos na página. Dito isso, podemos, em uma primeira análise, supor que o coeficiente de extinção de uma folha de papel varia linearmente com a gramatura, mas possui um termo independente desta e que representa a reflexão na interface de incidência da luz. Com efeito, podemos escrever o termo devido à reflexão como:

$$I_R = R \cdot I_0, \quad (3.5)$$

onde  $R$  é a constante de proporcionalidade que relaciona a fração de luz incidente que é refletida pela amostra. Portanto, podemos expressar a intensidade da luz transmitida como:

$$\begin{aligned} I_1 &= (1 - R) \cdot I_0 \cdot \exp(-\mu \cdot L) \\ &= (1 - R) \cdot I_0 \cdot \exp(-K_{papel} \cdot G), \end{aligned} \quad (3.6)$$

e a extinção total da luz pelo papel pode ser escrita como:

$$\epsilon_{papel}(G) = -\ln(1 - R) + K_{papel} \cdot G. \quad (3.7)$$

A Equação (3.7) mostra que a curva de extinção em função da gramatura para o papel em branco não deve ter um intercepto na origem. Além disso, é possível estimar o valor de  $R$  a partir do valor de extinção no intercepto ( $G = 0$ ):

$$R = 1 - \exp(-\epsilon_{intercepto}). \quad (3.8)$$

### 3.2.2 Contribuição individual do pigmento na extinção da luz

Considerando que a tinta preta utilizada para a impressão das amostras é um meio puramente absorvedor e que, conseqüentemente, pode ser descrito pelo modelo de Beer-Lambert, podemos supor que a contribuição individual do pigmento na atenuação da luz seja proporcional à fração de área coberta. Logo:

$$\epsilon_{tinta}(\sigma) = \epsilon_{tinta-max} \cdot \sigma, \text{ com } 0 \leq \sigma \leq 1, \quad (3.9)$$

onde a fração de área coberta é representada por  $\sigma$ . Quando toda a área está coberta pela tinta ( $\sigma = 1$ ) a extinção tem seu valor máximo:  $\epsilon_{tinta-max}$ . Quando  $\sigma = 0$ , não há contribuição da tinta, restando apenas a contribuição do papel na atenuação da luz, quantificada por  $\epsilon_{papel}$ .

A partir da Equação (3.1), é possível isolar a contribuição do pigmento no espectro de extinção de uma amostra impressa ao se subtrair a contribuição do papel a partir do espectro de extinção da amostra sem tinta ( $\sigma = 0$ ):

$$\epsilon_{tinta}(\sigma) = \epsilon_{total}(\sigma) - \epsilon_{papel}, \quad (3.10)$$

## 3.3 RELAÇÃO ENTRE A ESCALA DE CINZA E A ÁREA COBERTA PELO PIGMENTO

Neste ponto, faz-se necessário estabelecer uma relação entre o nível de tom de cinza ajustado e a real fração de área coberta por tinta na região impressa. Para tanto, foi necessário capturar e observar imagens microscópicas das amostras através de um microscópio óptico.

O equipamento utilizado foi o Microscópio Óptico de Luz Refletida (MLR) *Zeiss*, modelo *Axio Scope.A1*, com aproximação de 100x. As imagens do MLR foram registradas por uma câmera *AxioCam ICc 5* acoplada ao equipamento. É importante ressaltar que todo o manuseio destes equipamentos, bem como a aquisição das imagens, foi realizado nas dependências do Laboratório de Microscopia do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco (DF-UFPE) com o auxílio dos técnicos responsáveis.

De forma a determinar a fração do papel que é coberta de tinta, uma imagem em preto e branco é representada por uma matriz  $A$  de ordem  $N \times M$ , onde cada elemento  $a_{i,j}$  da matriz é um pixel da imagem com seu valor correspondente ao tom de cinza. Então, foi desenvolvido um algoritmo em linguagem *Python* que binariza as imagens, estabelecendo um limiar simples, para atribuir os valores 0 ou 1 aos elementos que correspondem, respectivamente, às regiões com ou sem tinta.

Neste sentido, é possível estimar a fração de área impressa invertendo e somando os valores binários de cada pixel, e a expressão normalizada para a fração de área impressa é dada de acordo com a Equação (3.11), onde  $b_{ij}$  são os elementos da nova imagem (binarizada e invertida) e o produto  $N \cdot M$  é o número total de elementos (pixels) da imagem.

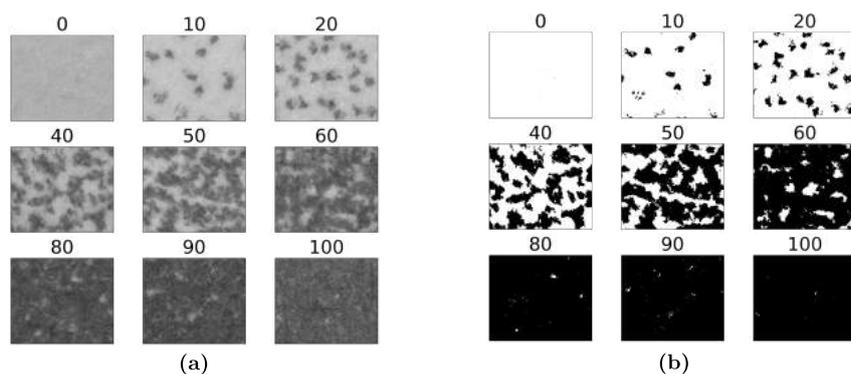
$$\sigma = \frac{1}{N \cdot M} \cdot \sum b_{ij} \quad (3.11)$$

As próximas subseções apresentam as análises das imagens microscópicas de amostras impressas em diversos tons de cinza. Dois pigmentos, com diferentes mecanismos de deposição, foram utilizados para este estudo. Infelizmente, devido a defeitos do equipamento de microscopia, não foi possível obter a escala de tamanho das imagens microscópicas.

### 3.3.1 Impressora Epson L3250 (jato de tinta)

A Figura 3.2 mostra as imagens microscópicas e binarizadas das amostras impressas pela impressora Epson L3250, que opera com tecnologia de jatos de tinta. Na imagem é possível ver que a deposição do pigmento não é feita de forma regular, onde o nível 60 da escala de cinza já preenche quase toda a área impressa.

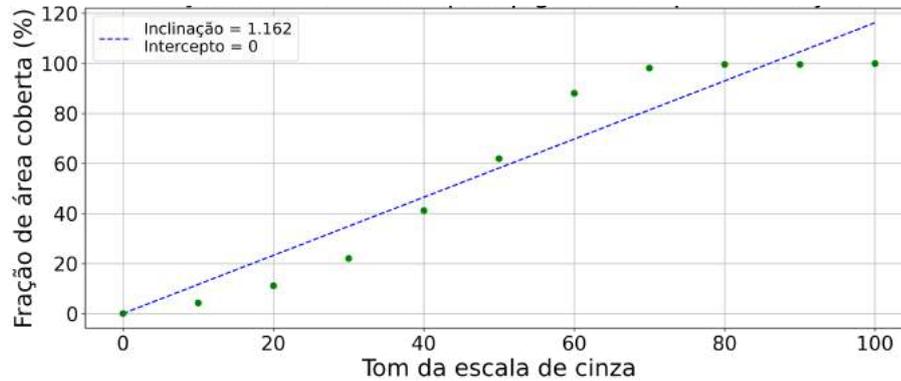
Figura 3.2 – Imagens (a) microscópicas e (b) binarizadas de amostras da impressora Epson L3250.



Fonte: O autor (2023)

Por sua vez, a Figura 3.3 apresenta a relação quantitativa entre o tom de cinza ajustado e a estimativa de área impressa, onde pode-se observar que o comportamento não é linear com o tom de cinza, mostrando um comportamento mais semelhante a uma sigmoide.

Figura 3.3 – Relação entre o tom de cinza e a estimativa de área impressa: Epson L3250

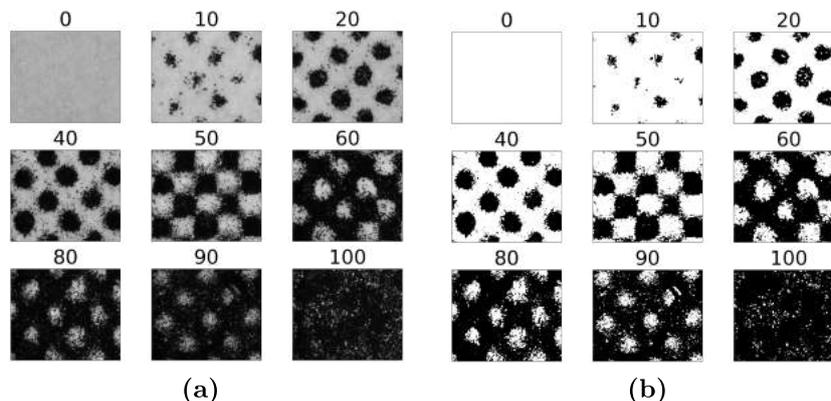


Fonte: O autor (2023)

### 3.3.2 Impressora Samsung ML-331x Series (laser)

A Figura 3.4 apresenta imagens microscópicas e binarizadas das amostras impressas pela impressora Samsung ML-331x Series, que opera com tecnologia de laser. As imagens microscópicas indicam que este tipo de impressão possui uma deposição mais regular de tinta. Como consequência, a imagem binarizada é mais fiel à imagem original em comparação com o apresentado na Figura 3.2.

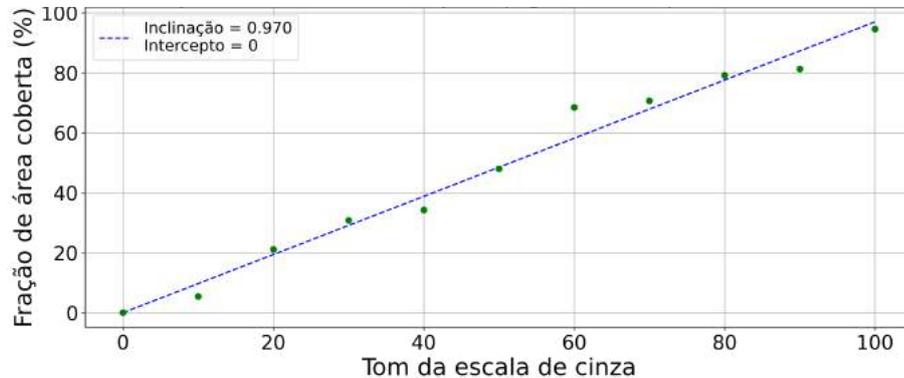
Figura 3.4 – Imagens (a) microscópicas e (b) binarizadas de amostras da impressora Samsung ML-331x.



Fonte: O autor (2023)

E, na Figura 3.5, é possível verificar que a relação entre a fração de área coberta pelo pigmento e a escala de cinza se adéqua melhor a um ajuste linear que no caso da Figura 3.3.

Figura 3.5 – Relação entre o tom de cinza e a estimativa de área impressa: Samsung ML-331x.



Fonte: O autor (2023)

### 3.4 ESPECTRO DE EXTINÇÃO DE FOLHAS DE PAPEL EM BRANCO

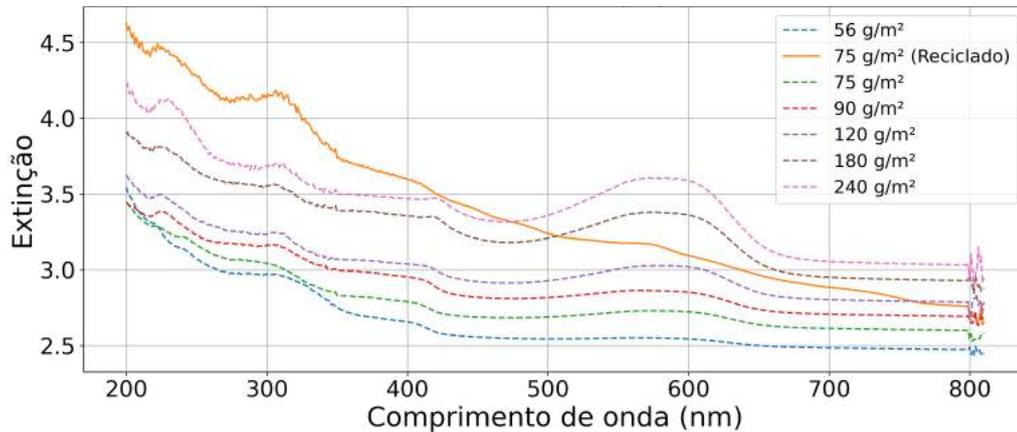
A luz é atenuada de forma distinta por folhas de papel de diferentes composições e gramaturas. Como descrito na Seção 3.1, o estudo de extinção em papel foi feito a partir das medidas do espectro de amostras com seis gramaturas diferentes: 56 g/m<sup>2</sup>, 75 g/m<sup>2</sup>, 90 g/m<sup>2</sup>, 120 g/m<sup>2</sup>, 180 g/m<sup>2</sup> e 240 g/m<sup>2</sup>. Em adição, uma amostra de folha de papel reciclado, cuja gramatura é 75 g/m<sup>2</sup>, também foi considerada – totalizando sete amostras de papel.

É importante mencionar que é esperado que as amostras tenham passado por processos de fabricação diferentes e, conseqüentemente, podem conter diferentes composições de aditivos.

Todas as medidas de espectro de extinção foram realizadas nas dependências do Laboratório de Química do DF-UFPE sob a supervisão dos técnicos laboratoriais responsáveis. O equipamento utilizado foi o espectrômetro Agilent Technologies, modelo Cary 5000.

A Figura 3.6 apresenta o espectro de extinção das amostras de papel. É válido notar que as curvas referentes às 6 amostras de papel branco possuem semelhanças notáveis, incluindo o crescimento da extinção com a gramatura. Em contrapartida, a curva da amostra de papel reciclado destoa das demais, conforme esperado, dada a maior variedade de impurezas presentes neste tipo de papel e que certamente implica contribuições adicionais no espectro de extinção.

Figura 3.6 – Espectro de extinção das amostras de papel.



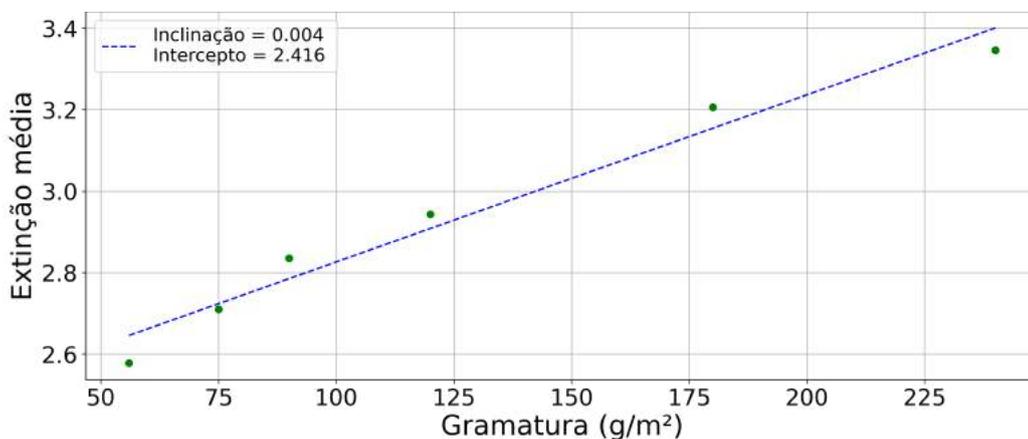
Fonte: O autor (2023)

Para melhor compreender como a atenuação da luz é afetada pela gramatura, é conveniente estudar como o valor médio da extinção varia com a gramatura num determinado intervalo do espectro da luz. Para tanto, a região espectral escolhida para esta análise foi o intervalo entre 700 nm e 800 nm – que corresponde à região de maior interesse deste trabalho, isto é, a radiação visível. Além disso, como mostra a Figura 3.6, esta região espectral também é onde as curvas das amostras apresentam menor variação com o comprimento de onda.

No mais, importa referir que a amostra de papel reciclado foi excluída desta análise de extinção média em função da gramatura, servindo apenas para análise qualitativa de como o grau de impurezas pode influenciar no comportamento óptico do papel.

Neste sentido, a Figura 3.7 mostra a extinção média em função da gramatura das seis amostras de papel branco no intervalo de 700 nm a 800 nm. Observa-se que a extinção da luz pelo papel tem comportamento linear como descrito pela Equação (3.7).

Figura 3.7 – Extinção média das seis amostras de papel branco em função da gramatura intervalo de 700 nm a 800 nm.



Fonte: O autor (2023)

Adicionalmente, utilizando a Equação (3.8), é possível estimar a proporção de luz incidente que é refletida na primeira interface do papel:

$$R = 1 - \exp(-2.416) = 0.911 \quad (3.12)$$

### 3.5 CONTRIBUIÇÃO DO PIGMENTO NO ESPECTRO DE EXTINÇÃO DAS AMOSTRAS IMPRESSAS

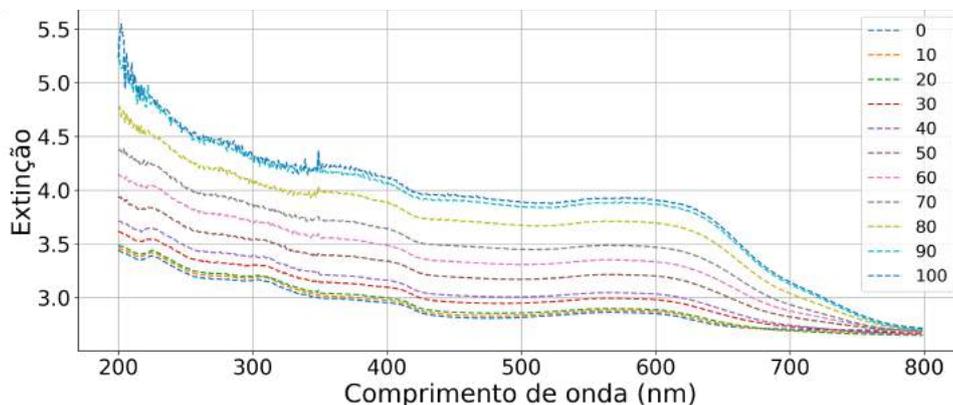
A medição do espectro de extinção de uma amostra impressa contabiliza ambas as contribuições do papel e do pigmento. Contudo, é possível separar as contribuições do papel e da tinta de uma amostra e, uma vez conhecido o comportamento do papel, a extinção correspondente à tinta é dada de acordo com a Equação (3.10). Este é o foco dessa seção.

Os resultados aqui mostrados são referentes às amostras impressas em papel ofício com gramatura 90 g/m<sup>2</sup>. No entanto, a interpretação dos resultados pode ser facilmente generalizada para papéis ofício com outros valores de gramatura.

#### 3.5.1 Impressora Epson L3250 (jato de tinta)

A Figura 3.8 apresenta os espectros de extinção total de todas as amostras impressas em papel ofício com gramatura 90 g/m<sup>2</sup>, para as diferentes tons de cinza (do branco, 0, ao preto, 100). Como é possível observar, as amostras impressas com este tipo de pigmento (jato de tinta) apresentam uma extinção reduzida para comprimentos de onda superiores a 600 nm.

Figura 3.8 – Espectro de extinção total para amostras impressas em papel de gramatura 90 g/m<sup>2</sup>.



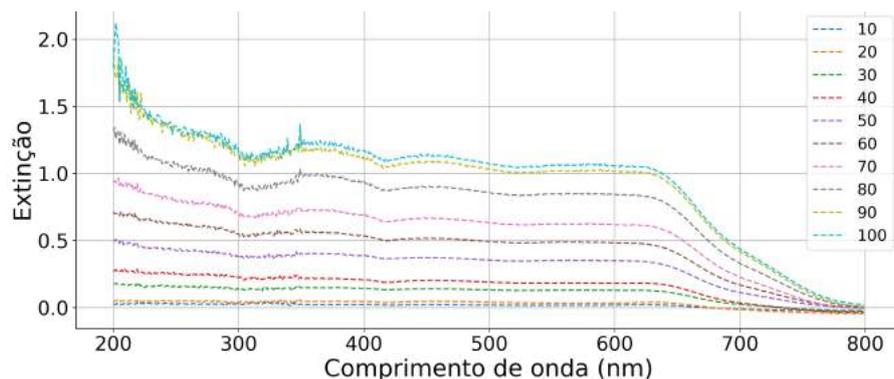
Fonte: O autor (2023)

Esta extinção reduzida é um indício de que, para este tipo de pigmento, a radiação no infravermelho próximo não seja uma boa escolha para obter um bom contraste entre o papel e a tinta. Porém, para comprimentos de onda mais curtos, a tinta possui uma contribuição significativa para a extinção, já que as curvas não são coincidentes.

Os espectros de extinção da Figura 3.8 podem ser normalizados conforme a Equação (3.10) para analisarmos apenas a contribuição da tinta. Nestas condições, a amostra sem tinta (nível 0 da escala de cinza) é usada como referência.

A Figura 3.9 apresenta tais resultados: todas as curvas são razoavelmente constantes no intervalo começando em 400 nm até pouco mais de 600 nm. A partir deste comprimento de onda, extinção cai de maneira bastante acentuada, confirmando que esta região espectral não seria uma boa escolha para se obter um bom contraste entre papel e tinta.

Figura 3.9 – Contribuição individual do pigmento no espectro de extinção das amostras de papel impresso com a Epson 3250.

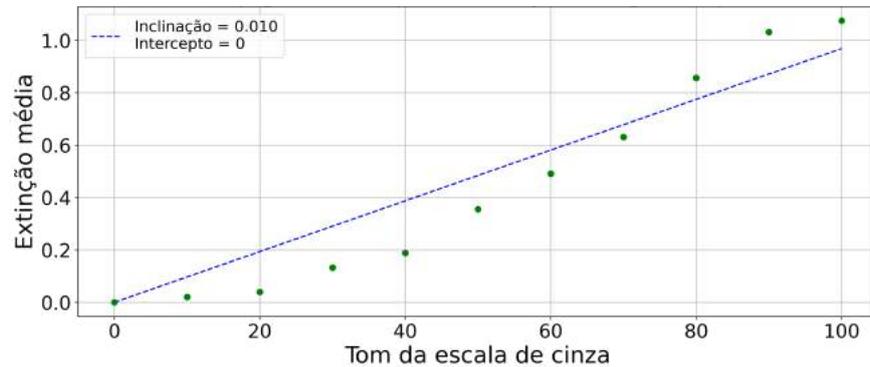


Fonte: O autor (2023)

Na Figura 3.10, podemos ver a extinção média das amostras na região entre 400 nm e 650 nm. O ideal seria tomar a média no mesmo intervalo utilizado na Seção 5 (700 nm - 800 nm), porém não teria muito sentido fazer isto devido à baixa interação entre o pigmento e a luz nesta região espectral, além do fato de a extinção variar bastante neste intervalo.

Apesar de na Figura 3.3 não ter sido verificada uma relação estritamente linear entre a escala de cinza e a fração de área coberta pelo pigmento, o crescimento monotônico da extinção com o tom de cinza parece indicar que há a deposição de mais de uma camada de tinta pela impressora a jato. Esta suposição estaria de acordo com o resultado mostrado na Figura 3.10, que estabelece uma tendência linear entre a escala de cinza e a extinção média da luz no intervalo de 400 nm a 650 nm.

Figura 3.10 – Extinção média do pigmento depositado a jato para região espectral entre 400 nm e 650 nm. Amostras impressas com a Epson 3250.

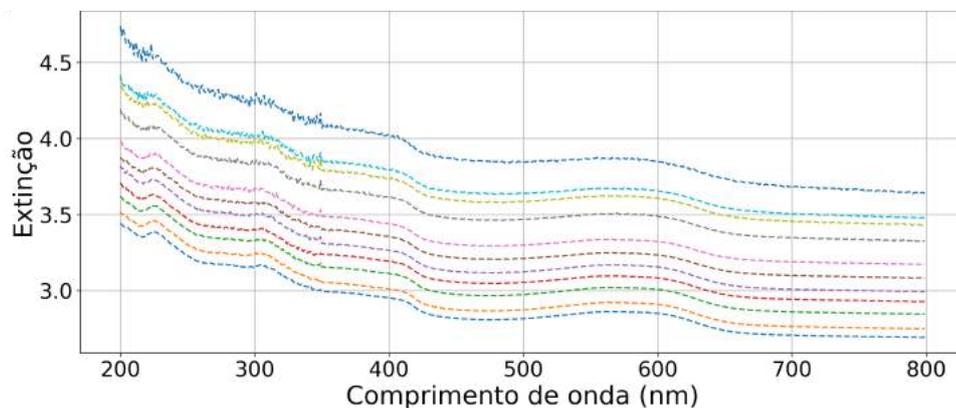


Fonte: O autor (2023)

### 3.5.2 Impressora Samsung ML-331x Series (laser)

A Figura 3.11 mostra o espectro de extinção das amostras impressas pela impressora Samsung ML-331x Series. Mesmo que as curvas contenham as contribuições conjuntas do papel e do pigmento, já é possível ver que esta tinta possui contribuição apreciável em todo espectro estudado.

Figura 3.11 – Espectro de extinção para amostras impressas a laser em papel de gramatura 90 g/m<sup>2</sup>.

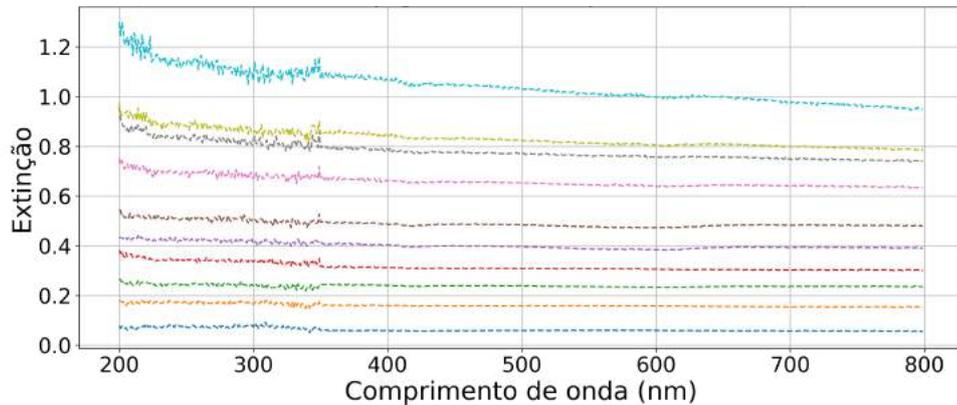


Fonte: O autor (2023)

Ao contrário do caso anterior, as curvas continuam separadas em todo o espectro. Como se trata do mesmo papel, a separação entre as curvas é a contribuição do pigmento – uma análise qualitativa, mas evidente, mesmo que ainda não se tenha separado quantitativamente as contribuições do papel e pigmento.

Isolando a contribuição que diz respeito ao pigmento de forma similar ao caso anterior, podemos ver na Figura 3.12 um comportamento razoavelmente uniforme em todo o espectro estudado.

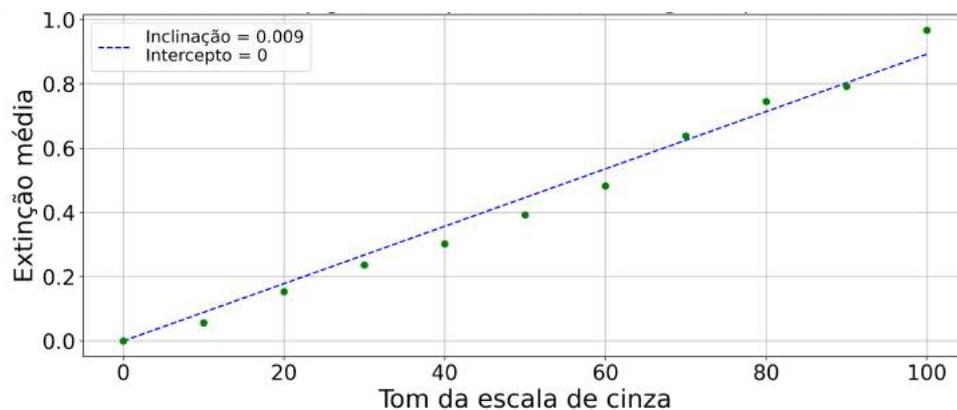
Figura 3.12 – Contribuição individual do pigmento no espectro de extinção para amostras impressas a laser em papel de gramatura 90 g/m<sup>2</sup>.



Fonte: O autor (2023)

Por sua vez, a Figura 3.13 apresenta a extinção média das amostras na região espectral de interesse (700 nm a 800 nm), onde observa-se uma tendência linear entre a escala de cinza e a extinção média.

Figura 3.13 – Extinção média referente ao pigmento depositado a laser na região espectral entre 700 nm e 800 nm



Fonte: O autor (2023)

### 3.6 CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou um estudo de medidas de extinção. De forma geral, os resultados aqui apresentados indicam que, dependendo da tecnologia de impressão, há diferenças significativas na forma como o pigmento é depositado numa folha de papel.

Para as amostras impressas pela impressora Epson (jato de tinta), o pigmento é depositado de maneira irregular, havendo uma camada completa de tinta para o nível 60 da escala de cinza. Entretanto, uma vez que a extinção continua crescendo monotonicamente com a escala de

cinza, os dados parecem indicar que neste tipo de impressora existe a sobreposição de múltiplas camadas do pigmento numa determinada área. Portanto, o resultado mostrado na Figura 3.10 estaria em acordo com o modelo linear proposto, já que apresenta um comportamento linear da extinção com a escala de cinza.

Para as amostras impressas pela impressora Samsung (laser), a fração de área ocupada pela tinta é feita de forma regular e mostrou uma tendencia linear com a escala de cinza. Além disso, a Figura 3.13 nos permite concluir que este pigmento atenua a luz de acordo com o modelo proposto, já que a extinção e a escala de cinza também se relacionam linearmente.

Conseqüentemente, podemos afirmar que o nível de contraste entre o pigmento e o suporte de papel irá depender também do tipo de pigmento utilizado para impressão.

No que diz respeito ao suporte de papel, também foi possível observar na Figura 3.7 um comportamento linear da atenuação da luz com a gramatura, como modelado pela Equação 3.1.

Este modelo também permitiu ver que a maior parte da luz incidente no papel, 91.1%, é refletida. Por ser um meio desordenado, já era de se esperar que o modelo de Beer-Lambert não fosse suficiente para explicar por completo a propagação de luz numa folha de papel. De fato, a propagação de radiação neste meio ainda não é completamente compreendida; é possível modelar a transmissão de luz se baseando na teoria de transferência radiativa (FARNOOD, 2009), mas mesmo este modelo mais sofisticado possui limitações.

Portanto, ao fim do estudo de medidas de extinção, pode-se concluir que a contribuição do pigmento no espectro de extinção é mais simples e pode ser modelada linearmente e com intercepto na origem. Em contrapartida, a propagação de luz numa folha de papel se mostrou mais complexa, necessitando melhorar o modelo teórico, incluindo um estudo da propagação de luz em meios desordenados.

## 4 IMAGEANDO CARACTERES EM PAPEL

### 4.1 INTRODUÇÃO

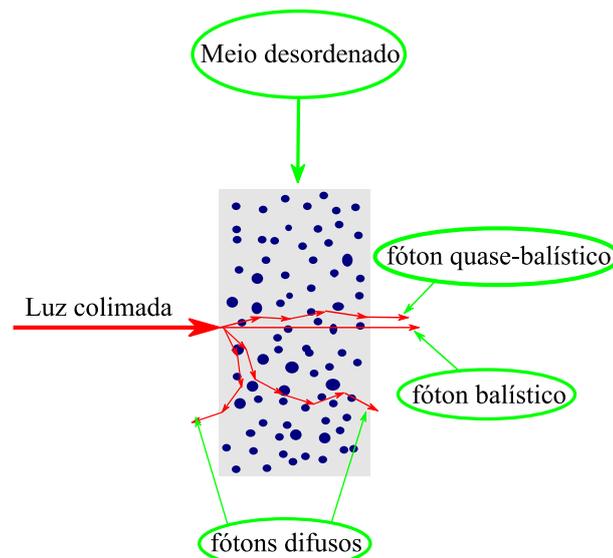
Este capítulo apresenta o protótipo de um sistema de imageamento, desenvolvido para obter imagens bidimensionais de amostras formadas por folhas de papel em geometria cilíndrica com caracteres impressos, simulando documentos em formato de rolo.

As imagens são coletadas um pixel por vez e, ao final de um escaneamento completo, é possível utilizar os dados de intensidade de luz transmitida que foram detectados para reconstruir a imagem bidimensional da amostra.

### 4.2 DETECÇÃO DE FÓTONS BALÍSTICOS TRANSMITIDOS POR UM MEIO DESORDENADO

Quando um feixe de luz coerente incide em um meio desordenado, é possível separar os fótons transmitidos em três regimes de propagação: propagação balística, propagação quase balística e propagação difusa, como ilustra a Figura 4.1.

Figura 4.1 – Três regimes de propagação para um feixe de luz coerente que incide em um meio desordenado.



Fonte: O autor (2023)

A propagação balística é aquela em que o fóton viaja através do objeto em uma linha reta, ou seja, sem ter ocorrido nenhum redirecionamento devido ao espalhamento. Os fótons quase balísticos percorrem uma trajetória com poucos espalhamentos, mas primordialmente

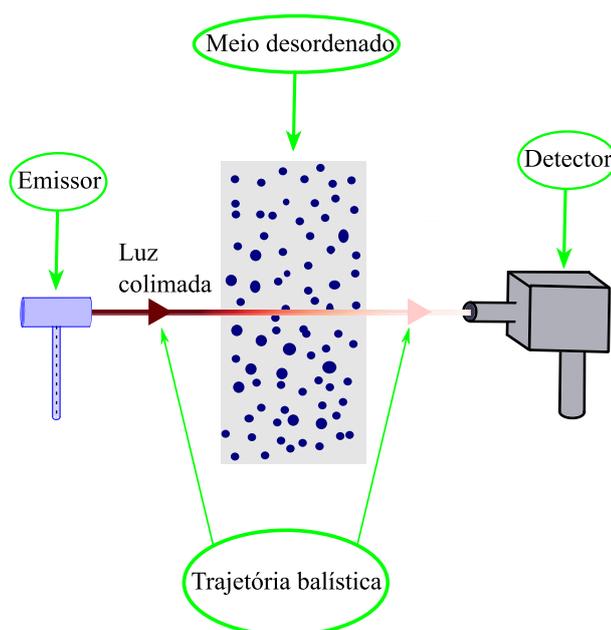
oscilando nas vizinhanças da trajetória balística. Já os fótons difusos são aqueles que sofrem sucessivos espalhamentos e desviam de maneira significativa da trajetória balística (retilínea).

Quando existe uma quantidade razoável de fótons balísticos na luz transmitida por um meio espalhador, é possível filtrar fótons difusos essencialmente de duas maneiras: temporalmente ou espacialmente.

A filtragem temporal se baseia no fato de que os fótons difusos sofrem sucessivos espalhamentos e percorrem trajetórias mais longas que os fótons balísticos, levando portanto mais tempo para atingir o sistema de detecção. Deste modo, é possível coletar os primeiros fótons incidentes no detector e então reconstruir uma imagem utilizando majoritariamente os fótons balísticos, embora ainda seja necessário a utilização de sistemas de detecção mais sofisticados, com resolução da ordem de picossegundos. Já a filtragem espacial é mais simples de ser aplicada, bastando limitar o ângulo sólido de detecção para que apenas os fótons balísticos e quase balísticos possam ser detectados (BERTOLOTTI; KATZ, 2022).

A Figura 4.2 apresenta maneira esquemática um sistema de detecção de fótons balísticos por bloqueio espacial de fótons difusos. Como é possível observar na figura acima, o detector precisa estar alinhado com a direção de propagação da luz coerente que vai incidir no meio desordenado e, para impedir a detecção de fótons difusos, é possível colocar o detector no interior de uma câmara que limita o o ângulo sólido de detecção.

Figura 4.2 – Filtragem espacial para a detecção de fótons balísticos transmitidos por um meio espalhador.



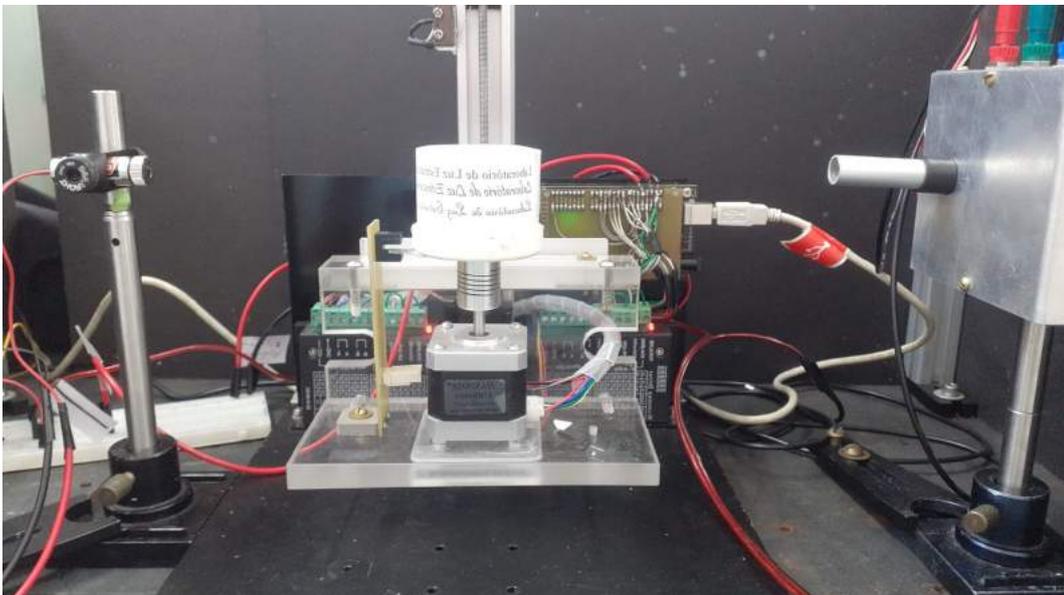
Fonte: O autor (2023)

O esquema ilustrado na Figura 4.2 representa a estratégia de detecção adotada para o funcionamento do protótipo desenvolvido neste trabalho.

#### 4.3 PROTÓTIPO DE SISTEMA DE IMAGEAMENTO

A Figura 4.3 apresenta uma fotografia do protótipo de sistema de imageamento utilizado. De maneira simplificada, este protótipo pode ser decomposto em dois constituintes fundamentais: o Aparato de Movimentação (AM) e o Sistema Óptico (SO).

Figura 4.3 – Protótipo de sistema de imageamento de documentos em formato de rolo. O Sistema Óptico (SO) permanece fixo na bancada, enquanto o Aparato de Movimentação (AM) movimenta a amostra para realizar a varredura de imageamento.



Fonte: O autor (2023)

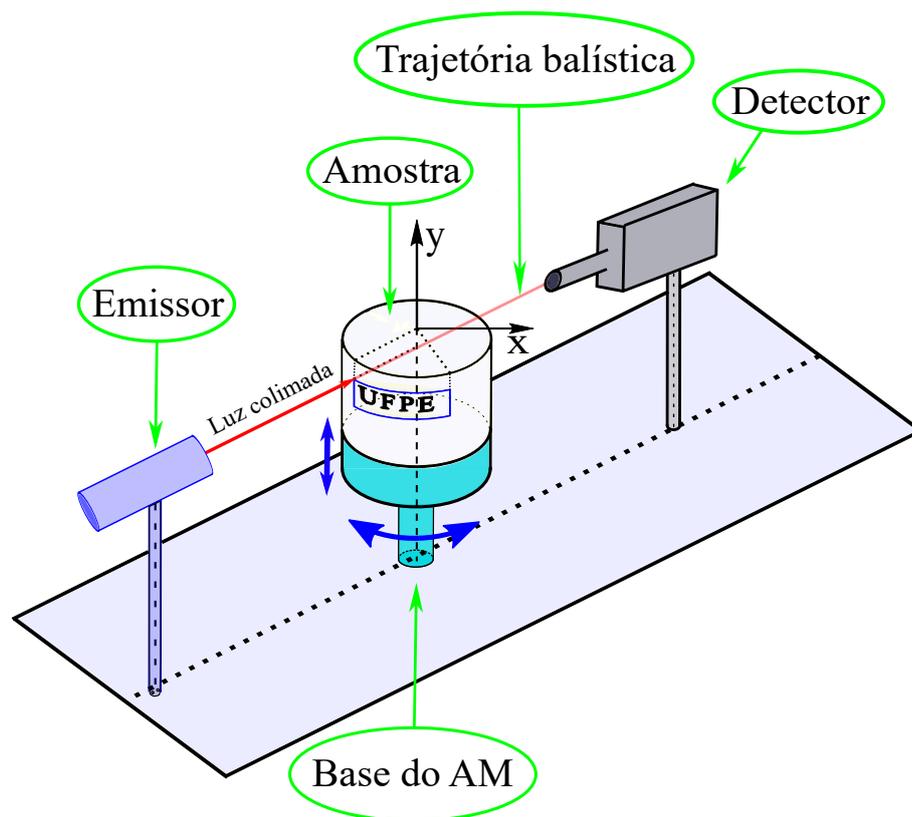
O objetivo deste sistema de imageamento é gerar uma imagem bidimensional da amostra por meio da detecção de luz transmitida. O imageamento é realizado de forma que o Sistema Óptico (SO) permanece fixo na bancada, enquanto o Aparato de Movimentação (AM) movimenta a amostra para realizar uma varredura da região que se deseja imagear no documento. Esses movimentos incluem rotações em torno do eixo vertical e translação ao longo do mesmo eixo.

No centro da Figura 4.3, é possível ver uma amostra cilíndrica fixada no AM. Nas laterais esquerda e direita encontram-se, respectivamente, o emissor e o detector, que compõem o SO. Conforme mencionado na Secção 4.2, de forma a otimizar a detecção de fótons balísticos e quase balísticos, foi implementada uma estratégia de filtragem espacial dos fótons difusos

posicionando o detector no interior de uma câmara.

A Figura 4.4 apresenta, de forma esquemática, a disposição dos componentes do protótipo, ilustrando de forma mais clara o arranjo experimental. No centro da imagem, é possível ver o AM com setas azuis indicando as direções de movimentação. Adicionalmente, é possível notar a região de escaneamento da amostra na área interna ao contorno azul que circunda o acrônimo da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE.

Figura 4.4 – Representação esquemática do protótipo de sistema de imageamento.



Fonte: O autor (2023)

Em uma perspectiva mais abrangente, a Figura 4.4 mostra que o emissor, o detector e o centro da seção transversal da amostra estão todos alinhados com a direção de propagação dos fótons balísticos.

Durante a operação do protótipo, o emissor direciona a iluminação para um ponto específico no objeto e a luz transmitida é então detectada. Ao concluir um ciclo completo de escaneamento, é possível obter a imagem bidimensional da amostra utilizando os dados de intensidade fornecidos pelo detector juntamente com as coordenadas do ponto de incidência da luz em cada medida realizada.

As subseções seguintes apresentam em maiores detalhes os dois principais componentes do protótipo do sistema de imageamento: o Aparato de Movimentação (AM) e o Sistema Óptico

(SO).

#### 4.3.1 Aparato de movimentação (AM)

O AM promove a movimentação da amostra que viabiliza o escaneamento necessário ao imageamento. Tal escaneamento é composto por dois estágios de movimento distintos. O primeiro estágio viabiliza a rotação do objeto em torno do eixo vertical, enquanto o segundo estágio possibilita um movimento de translação (subida ou descida) neste mesmo eixo.

Durante a operação do protótipo, o movimento do objeto ocorre por meio da ativação dos motores de passo. Assim, a varredura é conduzida em incrementos discretos, cujo controle é exercido por um Arduino.

Os limites da região de varredura são determinados com base no número de passos programados para cada motor. Esta programação define a extensão da área interna do contorno, como representado em azul no entorno do acrônimo da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE – ilustrado na Figura 4.4.

#### 4.3.2 Sistema óptico (SO) e construção da imagem

O SO opera em uma configuração para detectar a luz que é transmitida através de um documento em forma de rolo. Para tal, como mostrado na Figura 4.4, o detector, conectado a um circuito de amplificação e filtragem de ruídos, é posicionado no interior de uma câmara que limita significativamente o ângulo sólido de detecção com a finalidade de bloquear fótons difusos.

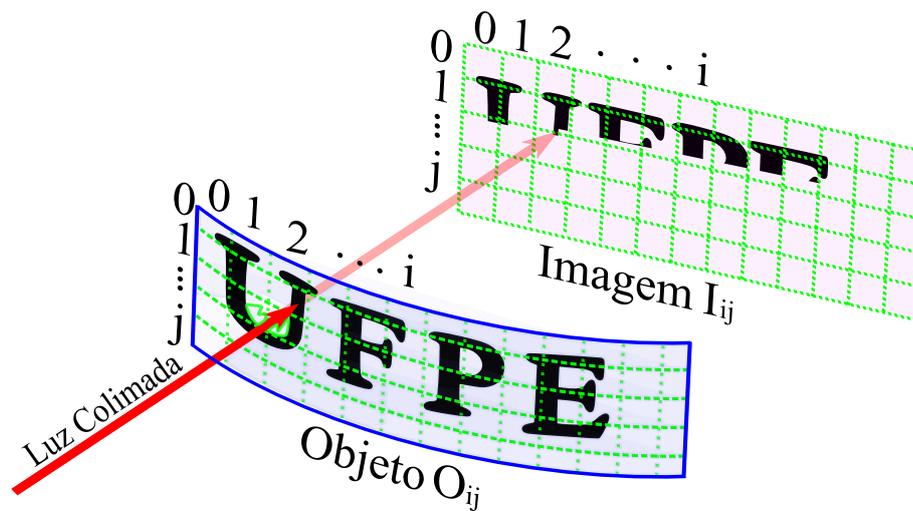
Lasers de diodo foram utilizados como fonte de luz coerente, com comprimentos de onda na região visível do espectro eletromagnético, entre 650 nm e 630 nm. Nesta região, a tinta ferrogálica é fortemente absorvedora (ZACCARON; BORTOLUZZI; GANZERLA, 2013) e, consequentemente, contribui para a obtenção de maior contraste entre os caracteres e o suporte de papel em documentos históricos, normalmente confeccionados com este pigmento.

Como a movimentação é realizada a partir de motores de passo, é conveniente descrever a amostra (objeto) e sua imagem em representação matricial. O objeto, mesmo possuindo geometria cilíndrica, pode ser representado por uma matriz cujos elementos,  $O_{ij}$ , correspondem ao tom de cinza da superfície da amostra. O mesmo se aplica aos elementos da imagem,  $I_{ij}$ , que possuem uma relação unívoca com os elementos que compõem o objeto, decorrente do

princípio de funcionamento do sistema de imageamento que leva em consideração apenas os fótons balísticos e quase balísticos.

A Figura 4.5 mostra uma representação esquemática da relação entre o objeto e sua imagem, mostrando graficamente a relação unívoca entre os elementos do objeto,  $O_{ij}$ , e da imagem,  $I_{ij}$ , ao longo da trajetória balística.

Figura 4.5 – Relação entre o objeto e sua imagem ao longo da trajetória balística. Os elementos do objeto,  $O_{ij}$ , e da imagem,  $I_{ij}$ , possuem uma relação unívoca que permite a reconstrução do objeto.



Fonte: O autor (2023)

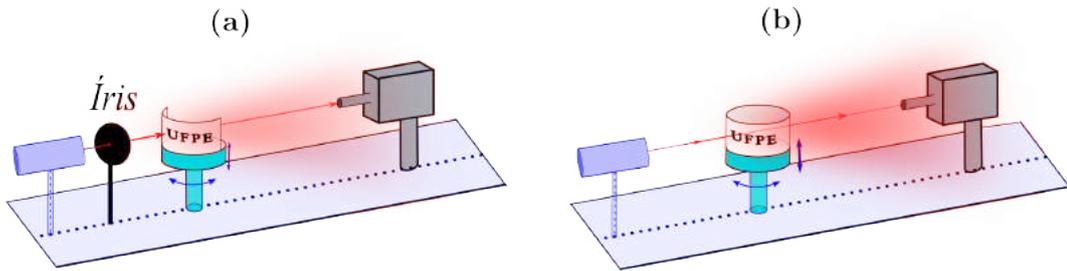
Com base nessa relação unívoca, foi elaborado e implementado um algoritmo em Python, com o propósito de construir a imagem a partir dos conjuntos de dados produzidos pelo sistema de imageamento. A cada aquisição, o protótipo registra a intensidade luminosa de um pixel específico, o Arduino transmite essa informação em conjunto com as coordenadas de incidência da luz ( $i$  e  $j$ ) e, a partir destes dados, o algoritmo constrói uma imagem bidimensional do objeto.

#### 4.4 ARRANJOS EXPERIMENTAIS

Duas configurações experimentais foram utilizadas para os ensaios de imageamento com o protótipo apresentado na Seção 4.3. Denominaremos por Configuração **A** a que utiliza a amostra em uma geometria de seção cilíndrica, como mostra a Figura 4.6a, e por Configuração **B** a que considera uma amostra completamente cilíndrico, como mostra a Figura 4.6b.

Do ponto de vista da detecção de fótons não espalhados, a Configuração **A**, apresentada na Figura 4.6a, é mais simples, pois fótons balísticos atravessam uma única vez a folha de papel

Figura 4.6 – Arranjo experimental básico utilizado para o imageamento de papéis em (a) seção cilíndrica – Configuração **A** – e (b) em rolo cilíndrico – Configuração **B**.



Fonte: O autor (2023)

antes de serem detectados. Na Configuração **B**, mostrada na Figura 4.6b, a folha interrompe a trajetória balística duas vezes, o que certamente aumenta a quantidade de fótons espalhados chegando ao detector.

Para cada uma das configurações apresentadas na Figura 4.6, dois arranjos experimentais foram utilizados para observar os efeitos do espalhamento da luz pelo papel na formação de uma imagem a partir da adição de camadas de papel em branco à frente ou atrás do texto impresso.

Os ensaios de imageamento foram realizados com amostras confeccionadas utilizando papel em gramatura 75.0 g/m<sup>2</sup>. A impressão dos caracteres nas amostras de papel foi realizada com dois dos pigmentos testados no Capítulo 3, conforme apresentado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Pigmentos para a impressão dos caracteres utilizados nos experimentos de imageamento.

Denominação	Série	Tecnologia de impressão do pigmento
P1	Epson 3250	Jato de tinta
P2	Samsung ML-331x	Laser

Em ambos os casos, A e B, ensaios de preliminares são realizados com as respectivas amostras sem a adição de camadas de folhas de papel. Com a finalidade de estabelecer referências para avaliar o efeito da adição das camadas de papel à frente e atrás do texto.

Duas fontes de luz coerente, baseadas em lasers de diodo, foram utilizadas nos experimentos de imageamento realizados neste trabalho. Estas fontes estão resumidas na Tabela 4.2, e são referenciadas no texto quando necessária a sua especificação.

As próximas duas subseções apresentam maiores detalhes dos arranjos experimentais utilizado nas Configurações **A** e **B**.

Tabela 4.2 – Fontes de luz coerente (baseadas em lasers de diodo) utilizadas nos experimentos de imageamento das amostras.

Fonte de luz	Comprimento de onda	Potência	Spot ajustável
L1	630 nm	3.0 mW	Não
L2	650 nm	5.0 mW	Sim

#### 4.4.1 Configuração A

Os ensaios da Configuração **A** utilizam um laser de diodo emitindo radiação com comprimento de onda de 630 nm para iluminar o objeto. Este emissor, denominado de L1 na Tabela 4.2, possui potência de 3 mW e um *spot* elíptico não ajustável. Por este motivo, foi preciso bloquear grande parte do feixe com o auxílio de uma íris, como ilustra a Figura 4.6a. Este bloqueio objetiva reduzir a região iluminada do objeto para que as imagens possam ter uma resolução razoável.

Os pigmentos utilizados nos ensaios da Configuração **A** foram impressos pela impressora Samsung ML-331x, denominado de P2 na Tabela 4.1, e os resultados dos ensaios de imageamento para essa configuração são apresentados na Seção 4.5

#### 4.4.2 Configuração B

Os ensaios da Configuração **B** foram realizados com pigmentos impressos pela impressora Epson 3250. Também, nesta configuração, o ensaio preliminar de referência foi realizado com as duas fontes de luz descritas na Tabela 4.2. Neste caso, a fonte L2 é um laser de diodo, com comprimento de onda é de 650 nm, potência de 5 mW e *spot* ajustável.

Os resultados dos ensaios de imageamento para essa configuração são apresentados na Seção 4.6.

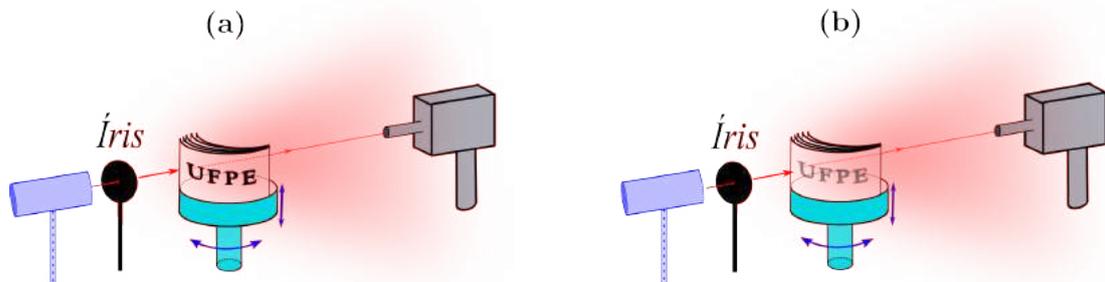
### 4.5 AMOSTRA DE SEÇÃO CILÍNDRICA SOB E SOBRE CAMADAS DE PAPEL

Esta seção apresenta os resultados dos ensaios de imageamento para o arranjo experimental denominado Configuração **A**, conforme descrito na Seção 4.4. Neste caso, o imageamento é de amostras em forma de seção cilíndrica.

Para testar as capacidades do protótipo, foram adicionadas folhas de papel em branco à frente ou atrás do texto, como pode ser visto na Figura 4.7. A adição de camadas de papel

em branco permite analisar como as folhas de papel podem afetar a formação das imagens.

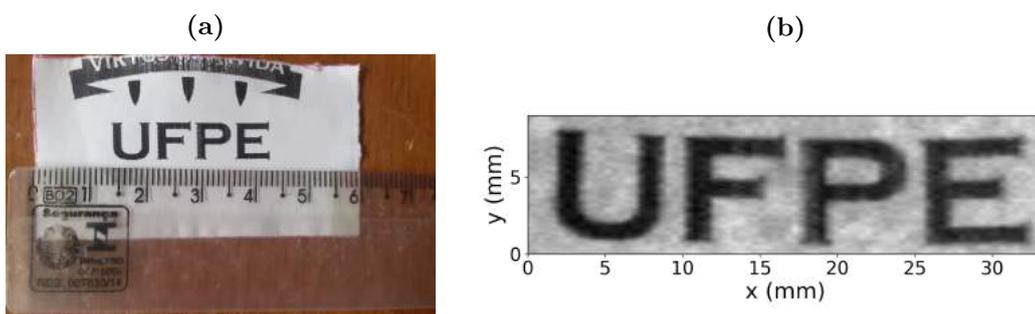
Figura 4.7 – Arranjos experimentais para o imageamento de uma amostra em seção cilíndrica (Configuração A) com adição de papel (a) atrás e (b) à frente do texto.



Fonte: O autor (2023)

Como teste preliminar, o protótipo foi programado para reconstruir a imagem da amostra apresentado na Figura 4.8a, sem a adição de camadas extras de papel. Na Figura 4.8b, é possível ver a imagem reconstruída pelo sistema de imageamento. Nesta configuração simples, onde o texto não está oculto por nenhuma folha de papel, é possível ver que a imagem gerada possui um razoável grau de fidelidade à amostra, sendo possível ler sem maiores dificuldades os caracteres impressos. Este resultado é utilizado como referência para analisar como a adição de folhas de papel atrás e à frente do texto alteram a formação da imagem.

Figura 4.8 – Ensaio preliminar para a Configuração A1: (a) amostra e (b) imagem.



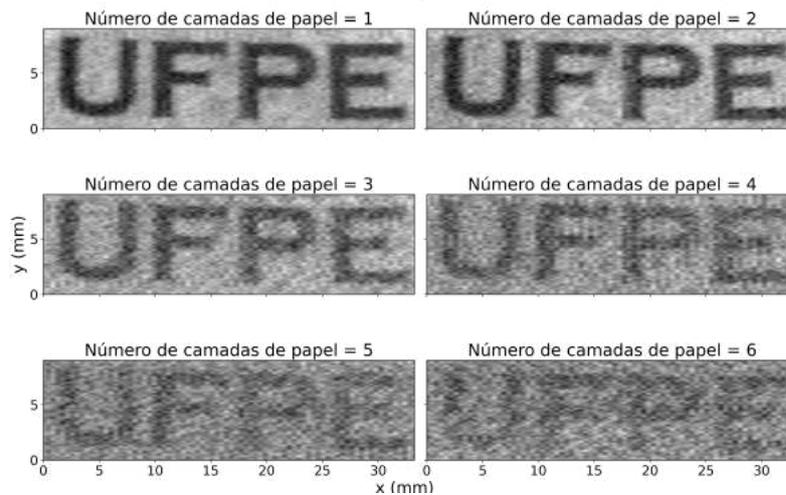
Fonte: O autor (2023)

Entretanto, o objetivo deste estudo é revelar caracteres escondidos por uma ou mais folhas de papel em branco, simulando um documento real onde há várias camadas de papel contendo informações. Adiante veremos como a adição das folhas de papel à frente ou atrás do texto pode influenciar na formação das imagens.

#### 4.5.1 Configuração A1: Efeito da adição de folhas de papel atrás do texto

A Figura 4.9 apresenta os resultados de imageamento obtidos com protótipo para um número de até 6 folhas de papel adicionadas atrás do texto impresso – o arranjo experimental ilustrado na Figura 4.7a.

Figura 4.9 – Imageamento para o arranjo experimental da Configuração A1: texto à frente das camadas de papel.



Fonte: O autor (2023)

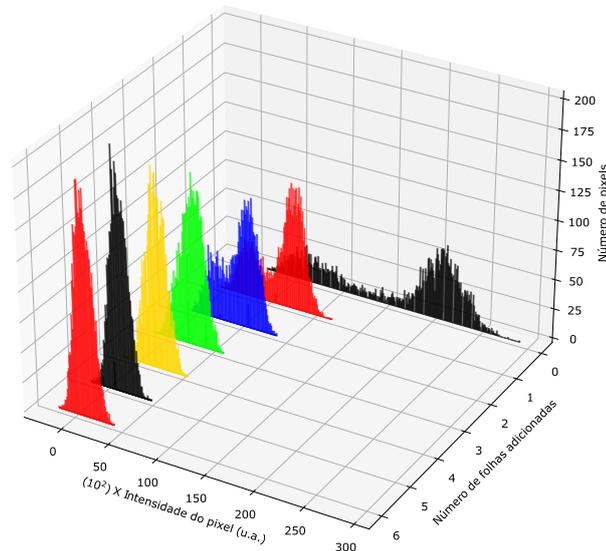
Os resultados de imageamento apresentados na Figura 4.9 mostram que, a cada camada de papel adicionada, a imagem dos caracteres vai perdendo a nitidez, até o limite em que ficam praticamente ilegíveis. Com alguma dificuldade, ainda é possível reconhecer a sigla UFPE quando 4 folhas de papel são adicionadas atrás do texto. Porém, com a adição de mais camadas de papel, a intensidade do sinal é reduzida ao ponto de ser bastante difícil reconhecer os caracteres impressos na amostra.

Uma análise quantitativa do efeito da adição de folhas de papel é feita através do histograma de contraste da imagem produzida. Este histograma fornece informações sobre as intensidades máximas e mínimas que os elementos de uma imagem possuem, além de mostrar, para cada valor de intensidade, a quantidade de pixels que compartilham deste valor.

Quando o histograma de contraste de uma imagem sofre um estreitamento em seu formato, a diferença entre os valores máximo e mínimo de intensidade diminui, e a imagem agora representa o mesmo objeto com uma riqueza menor de detalhes (BOVIK, 2009). É válido mencionar, no entanto, que não existe um formato padrão de histograma de contraste que indique que uma imagem é de boa qualidade, embora seja possível analisar como a manipulação do contraste de uma determinada imagem pode afetar sua qualidade.

Neste sentido de uma análise mais quantitativa, a Figura 4.10 apresenta os histogramas de contraste para cada imagem apresentada na Figura 4.9.

Figura 4.10 – Histogramas de contraste das imagens reconstruídas no arranjo experimental da Configuração A1.



Fonte: O autor (2023)

Os histogramas da Figura 4.10 permitem observar o estreitamento da distribuição de intensidade das imagens a cada folha de papel adicionada, o que representa, quantitativamente, a perda de riqueza de detalhes no imageamento do objeto. No mais, o deslocamento para a esquerda sofrido pelos histogramas representa a diminuição da intensidade máxima do sinal detectado e, conseqüentemente, a queda de contraste sofrida pela imagem ao se adicionar mais camadas de papel.

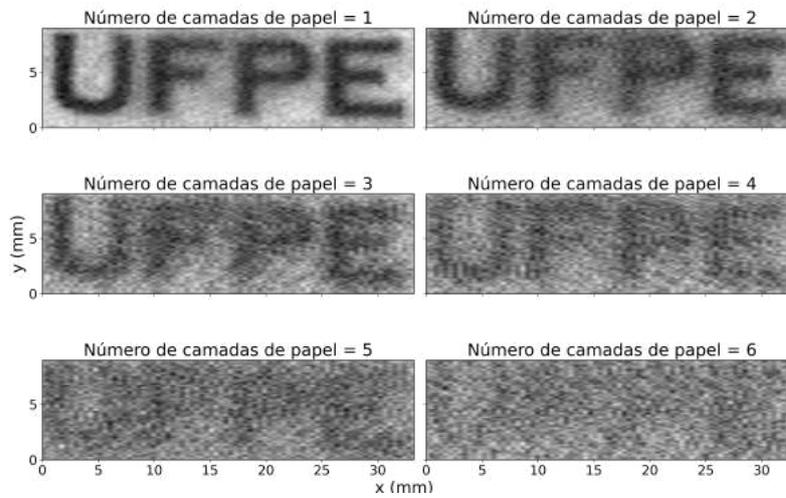
#### 4.5.2 Configuração A2: Efeito da adição de folhas de papel à frente do texto

A Figura 4.11 apresenta os resultados dos ensaios de imageamento quando as folhas de papel em branco são adicionadas à frente do texto, a Configuração A2 ilustrada na Figura 4.7b.

Os resultados de imageamento da Figura 4.11 mostram como cada folha de papel adicionada degrada a nitidez das imagens de maneira mais intensa que no caso anterior. O texto fica completamente ilegível já na quinta folha de papel adicionada. Além disso, a definição das bordas é afetada já na primeira folha adicionada, fazendo com que os caracteres tenham um aspecto difuso – um fator adicional para a degradação da imagem.

De maneira semelhante ao caso anterior, é interessante também analisar a influência que

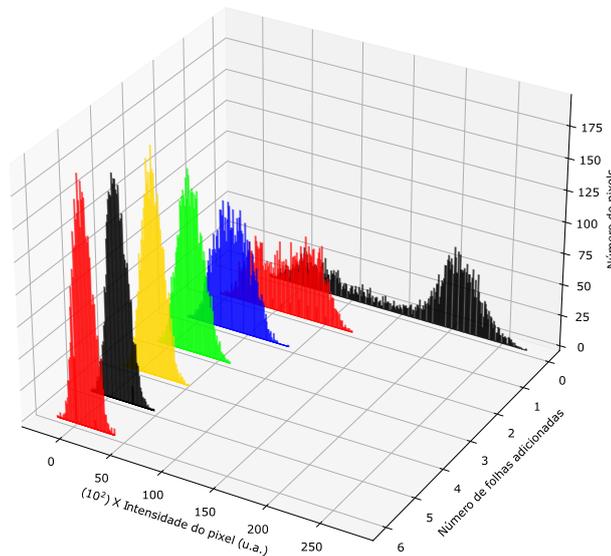
Figura 4.11 – Imageamento para o arranjo experimental da Configuração A2: texto atrás das camadas de papel.



Fonte: O autor (2023)

as folhas de papel exercem sobre o contraste das imagens. Na Figura 4.12 podemos ver os histogramas de contraste para as imagens reconstruídas da Figura 4.11.

Figura 4.12 – Histogramas de contraste das imagens reconstruídas no arranjo experimental da Configuração A2.



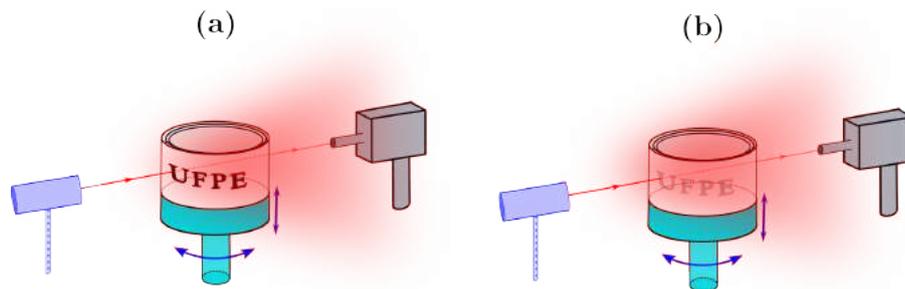
Fonte: O autor (2023)

Aqui cabe uma análise bastante semelhante à feita na seção anterior. Os histogramas acima evidenciam a relação direta entre a adição de folhas de papel em branco a frente do texto e a perda de intensidade e de riqueza de detalhes das imagens reconstruídas.

#### 4.6 AMOSTRA CILÍNDRICA EXTERNA E INTERNA A ROLOS CILÍNDRICOS DE PAPEL

Esta seção apresenta os resultados dos ensaios de imageamento para o arranjo experimental denominado Configuração B, conforme descrito na Seção 4.4. Neste caso, o imageamento é de amostras em forma de rolo cilíndrico, onde rolos extras de papel em branco são adicionados externamente ou internamente ao texto, como pode ser visto na ilustração da Figura 4.13.

Figura 4.13 – Arranjos experimentais para o imageamento de uma amostra cilíndrica (Configuração B) com adição de papel (a) atrás e (b) à frente do texto.



Fonte: O autor (2023)

No caso dos ensaios de imageamento da Configuração B, a trajetória balística é interrompida, no mínimo, duas vezes – quando não há rolos extras de papel internos ou externos. Nestas condições, um ensaio preliminar foi realizado com dois lasers distintos para a amostra apresentada na Figura 4.14.

Figura 4.14 – Amostra utilizada nos ensaios de imageamento da Configuração B.

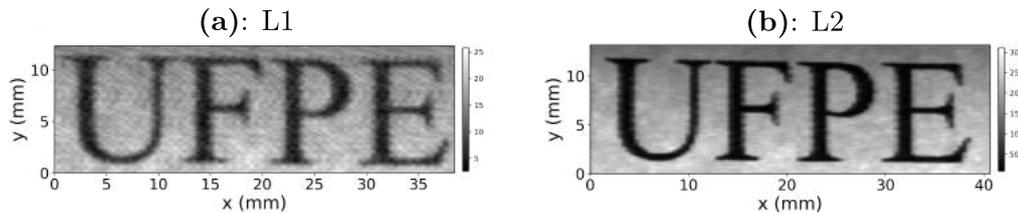


Fonte: O autor (2023)

O resultado destes ensaios preliminares são apresentados na Figura 4.15, que mostra as imagens reconstruídas do objeto da Figura 4.14, para as duas fontes de luz coerente consideradas para a Configuração B: (a) L1 e (b) L2, descritas na Tabela 4.2.

Na Figura 4.15b é possível notar que, mesmo com a amostra tendo geometria cilíndrica, a imagem ainda possui qualidade o suficiente para não só ter os caracteres legíveis, como também

Figura 4.15 – Imagens do ensaio preliminar da Configuração B para (a) L1 e (b) L2.



Fonte: O autor (2023)

é possível identificar detalhes menores, como a serifa da fonte utilizada. Por apresentar uma melhor resolução de imagem, a fonte de luz L2 é utilizada para imagear todas as amostras que serão estudadas no que segue deste trabalho.

As duas próximas subseções apresentam os resultados de imageamento dos arranjos experimentais apresentados na Figura 4.13, nos quais rolos extras de papel em branco são adicionados externamente ou internamente à amostra em forma de rolo cilíndrico.

#### 4.6.1 Configuração B1: Texto externo aos rolos de papel

No arranjo experimental mostrado no diagrama esquemático da Figura 4.13a, os rolos extras de papel em branco são adicionados de forma que o texto ocupa a camada mais externa do conjunto.

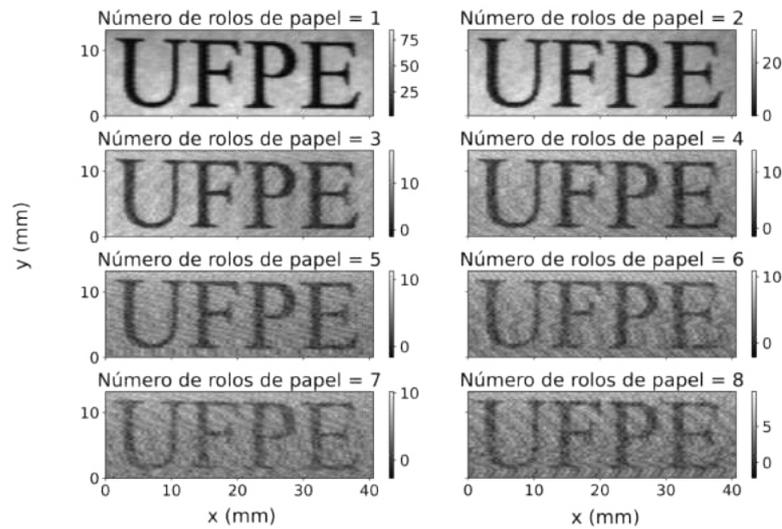
Os resultados de imageamento deste arranjo são apresentados na Figura 4.16, onde é possível visualizar as imagens construídas dos caracteres quando a amostra é associada a um número de até 8 rolos de papel. Estas imagens mostram caracteres legíveis e com bordas bem definidas. É importante observar, no entanto, que a intensidade do sinal atinge um platô a partir de 5 rolos de papel adicionados internamente à amostra.

Este platô é um indicativo de que, a partir deste número, os fótons que incidem no detector são majoritariamente difusos – fótons balísticos sofrem atenuação exponencial (BERTOLOTTI; KATZ, 2022).

Nesta configuração, os caracteres são iluminados diretamente por luz coerente e apenas após uma primeira interação com o pigmento é que estes fótons são espalhados. Ou seja, os fótons espalhados também carregam as informações sobre os caracteres impressos na camada mais externa da configuração, permitindo ainda que a imagem possa ser formada, mesmo que com menor contraste e intensidade.

A Figura 4.17 apresenta a variação do contraste das imagens da Figura 4.16. Primeira-

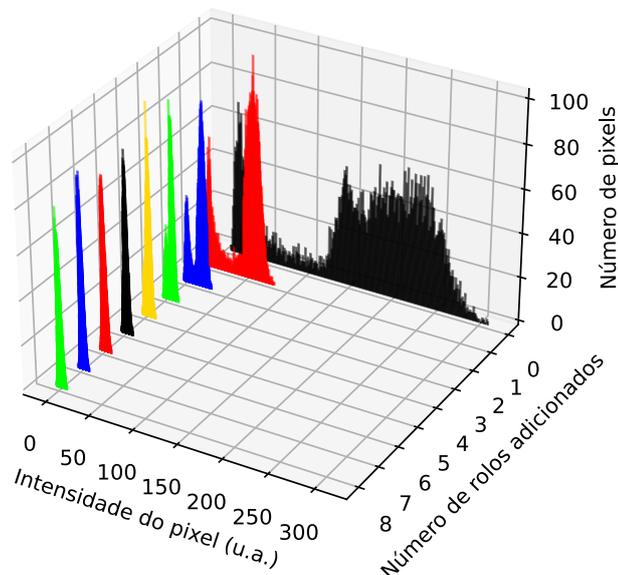
Figura 4.16 – Imagens reconstruídas com o arranjo experimental da Configuração B1: camadas de papel em branco adicionadas internamente à amostra.



Fonte: O autor (2023)

mente, é válido notar como, agora, houve um aumento no número de pixels com maiores valores de intensidade. Isto pode ser atribuído à troca da fonte de luz pelo laser de maior potência. Entretanto, estes histogramas de contraste são afetados pela adição dos rolos extras de papel de maneira semelhante ao que foi visto nas Seções 4.5.1 e 4.5.2, havendo deslocamento à esquerda e estreitamento a cada rolo de papel adicionado.

Figura 4.17 – Histogramas de contraste das imagens reconstruídas com o arranjo experimental da Configuração B1: camadas de folhas de papel em branco adicionadas internamente à amostra.

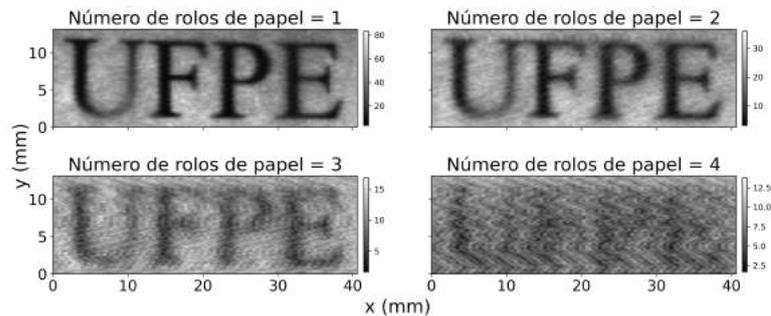


Fonte: O autor (2023)

#### 4.6.2 Configuração B2: Texto interno aos rolos de papel

No arranjo experimental mostrado no diagrama esquemático da Figura 4.13b, os rolos extras de papel em branco são adicionados de forma que o texto ocupa a camada mais interna do conjunto, ficando invisível a olho nu. A Figura 4.18 apresenta as imagens reconstruídas pelo sistema de imageamento para um número de até 4 (quatro) rolos de papel adicionados.

Figura 4.18 – Imagens reconstruídas com o arranjo experimental da Configuração B2: camadas de folhas de papel em branco adicionadas externamente à amostra.



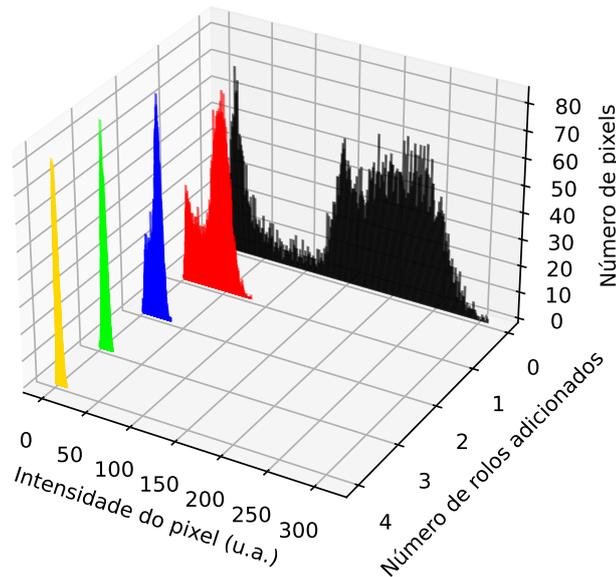
Fonte: O autor (2023)

Os resultados da Figura 4.18 mostram que a formação da imagem é bastante afetada pela quantidade de rolos de papel adicionados, de forma que a imagem fica legível até um limite de 3 (três) rolos adicionais. Além disso, para um número de 4 (quatro) rolos de papel, a imagem fica completamente desfocada, dificultando bastante o reconhecimento dos caracteres. Nesta configuração, a luz coerente é espalhada pelos rolos de papel adicionais antes de iluminar o texto, afetando a definição das bordas de forma muito semelhante ao caso da Subseção 4.5.2.

Neste contexto, a Figura 4.19 mostra como o contraste das imagens varia a cada rolo de papel adicionado.

Estes histogramas mostram que os rolos adicionados afetam o contraste de maneira mais acentuada que no caso anterior, apresentado na Figura 4.17, o que já era de se esperar, já que os efeitos do espalhamento são mais presentes quando os caracteres estão ocultos pelas folhas de papel.

Figura 4.19 – Histogramas de contraste das imagens reconstruídas com o arranjo experimental da Configuração B2: camadas de folhas de papel em branco adicionadas externamente à amostra.



Fonte: O autor (2023)

## 4.7 ENSAIOS DE CAPACIDADE DO PROTÓTIPO DE SISTEMA DE IMAGEAMENTO

Além dos ensaios de imageamento apresentados nas Seções 4.5 e 4.6, a capacidade e limitações do protótipo de sistema de imageamento proposto foi testadas de outras formas.

Estes ensaios adicionais são apresentados nas próximas subseções e verificam: (1) se o sistema de detecção tem sensibilidade o suficiente para diferenciar entre caracteres escritos na frente e no verso de um mesmo rolo de papel; (2) a influência que informações impressas na face oposta ao ponto de incidência da luz podem ter na formação das imagens; e (3) o imageamento de caracteres impressos em toda a circunferência de um rolo.

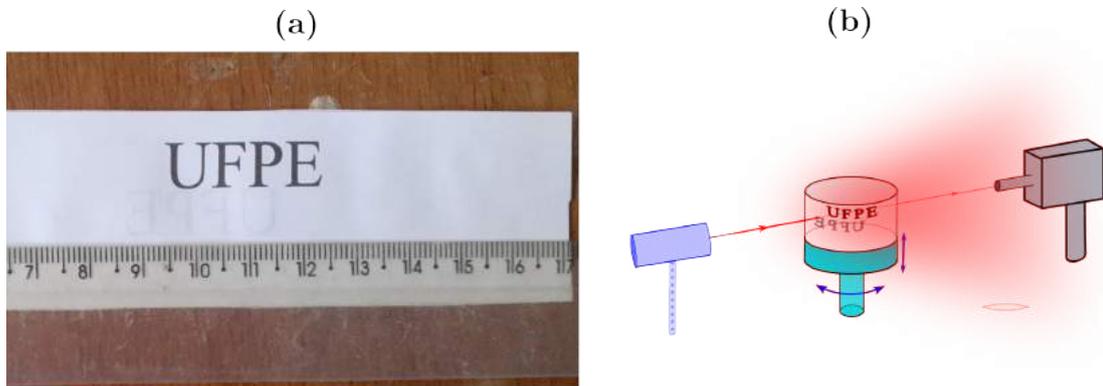
### 4.7.1 Imageando caracteres na frente e no verso de um rolo de papel

Nas seções anteriores, vimos como a adição de camadas extras de papel ao objeto pode afetar a formação da imagem de caracteres ocultos. Entretanto, também é importante verificar se o aparato consegue diferenciar entre caracteres que estão impressos na frente e no verso de uma mesma folha.

Neste sentido, um ensaio de imageamento foi realizado com a amostra apresentado na Figura 4.20a, que possui a sigla UFPE impressa em ambas as faces do rolo de papel. A Figura 4.20b apresenta de maneira esquemática o arranjo experimental para o imageamento desta

amostra.

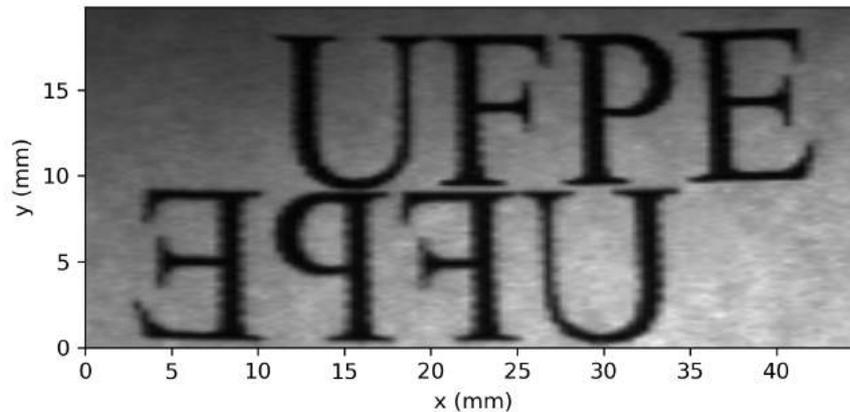
Figura 4.20 – Imageando caracteres na frente e no verso de um rolo de papel: (a) amostra e (b) arranjo experimental.



Fonte: O autor (2023)

A Figura 4.21 apresenta a imagem reconstruída do objeto da Figura 4.20a pelo sistema de imageamento. Nota-se que não é possível identificar diferenças perceptíveis no tom de cinza dos caracteres impressos na frente e no verso da folha. Desta maneira, para documentos com maior densidade de informações, isto pode vir a ser uma dificuldade na reconstrução das informações impressas.

Figura 4.21 – Imagem dos caracteres impressos na frente e no verso de um rolo de papel.



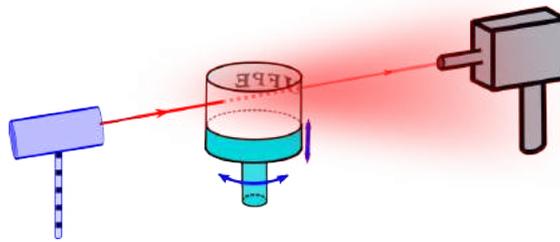
Fonte: O autor (2023)

Por outro lado, considerando que em documentos reais todo o texto é escrito seguindo um mesmo sentido, (da esquerda para a direita, por exemplo), a Figura 4.21 mostra que a imagem reconstruída de palavras pertencentes a faces opostas de uma mesma folha devem aparecer em ordem de escrita opostas. Este fato pode vir a ser um desafio adicional para o desenvolvimento e implementação de algoritmos de imageamento (CAMPOS, 2021).

#### 4.7.2 Informações impressas no lado oposto ao ponto de incidência da luz

Como mencionado anteriormente, quando um documento em formato de rolo cilíndrico é imageado, a luz que é detectada atinge o documento em dois pontos diametralmente opostos. Desta maneira, é importante estudar a influência que informações impressas no lado oposto ao ponto de incidência podem ter na formação da imagem. Portanto, antes de ser imageado, uma amostra cilíndrica foi posicionada para o texto ficar em frente ao detector, como mostrado na ilustração da Figura 4.22.

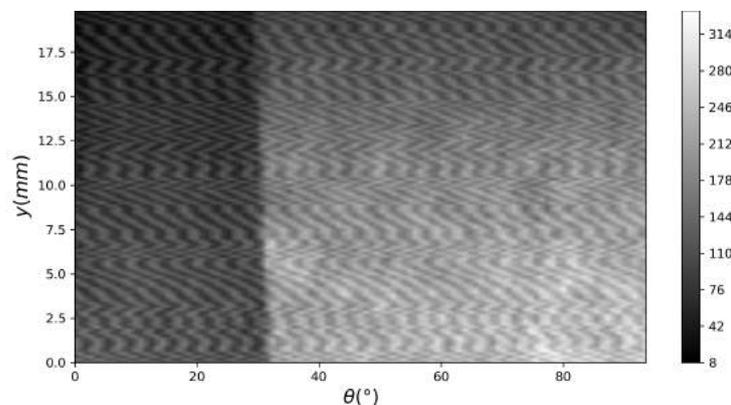
Figura 4.22 – Diagrama esquemático do arranjo experimental do ensaio de imageamento de informações impressas no lado oposto ao ponto de incidência da luz.



Fonte: O autor (2023)

A Figura 4.23 apresenta a imagem construída pelo protótipo de sistema de imageamento para o arranjo experimental apresentado na Figura 4.22. Neste caso, é verificado que os caracteres que estejam posicionados no ponto diametralmente oposto ao ponto de incidência da luz não são reconstruídos e, portanto, não parecem afetar significativamente a qualidade da imagem – os caracteres UFPE não são reproduzidos. Isto implica em uma quebra da simetria

Figura 4.23 – Ensaio de imageamento de informações impressas no lado oposto ao ponto de incidência da luz.



Fonte: O autor (2023)

ímpar no sinograma. No caso, impede que meia volta seja suficiente para obter os todos os

dados necessários para a reconstrução da imagem do objeto (KINAHAN; DEFRISE; CLACKDOYLE, 2004).

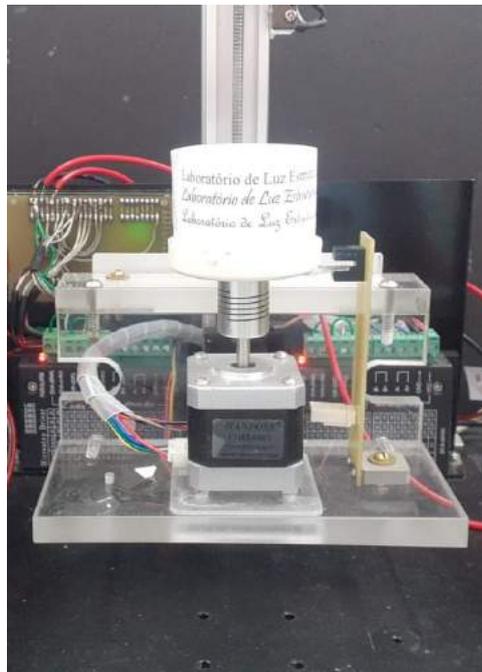
Ao se preparar a amostra em forma de rolo cilíndrico, há uma região onde há a sobreposição das laterais da amostra. Ou seja, nesta região, a luz precisa passar por mais de uma camada de papel e, portanto, é mais atenuada. Este fenômeno é observado na faixa escura da região entre  $\theta = 0^\circ$  e, aproximadamente,  $\theta = 30^\circ$  na Figura 4.23.

#### 4.7.3 Imageando caracteres impressos em toda a circunferência de um rolo

Os resultados anteriores permitem avançar no nível de teste da capacidade de imageamento do protótipo. Para tanto, a formação da imagem de caracteres impressos em toda a circunferência da amostra cilíndrica é analisada.

Com este propósito, uma amostra foi preparada com o mesmo texto usando 3 fontes diferentes, de forma a testar a capacidade do protótipo em imagear caracteres mais semelhantes a um texto escrito a mão. A Figura 4.24 apresenta uma fotografia da amostra posicionada na base do AM (Aparato de Movimentação) para ser imageada.

Figura 4.24 – Amostra com caracteres impressos em toda a circunferência do rolo cilíndrico de papel.



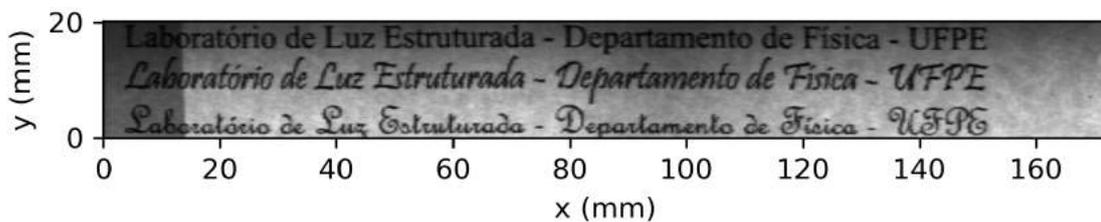
Fonte: O autor (2023)

Como informações impressas na face oposta ao ponto de incidência da luz não são detectadas, é necessário realizar uma varredura de  $360^\circ$  para poder imagear uma volta completa do

rolo cilíndrico.

A Figura 4.25 apresenta a imagem construída pelo protótipo, com caracteres impressos em toda a circunferência do rolo cilíndrico. É possível notar que o protótipo desenvolvido tem resolução suficiente para reconstruir a imagem de caracteres em fontes mais semelhantes a letras escritas à mão. Da mesma forma que a Figura 4.23, a imagem apresenta uma região, entre  $x = 0$  e  $x = 20$ , com a sobreposição de camadas de papel devido à preparação da amostra em formato de rolo cilíndrico.

Figura 4.25 – Imagem de caracteres impressos em toda a circunferência do rolo cilíndrico de papel.



Fonte: O autor (2023)

#### 4.8 CONCLUSÕES

O sistema de imageamento proposto foi testado em diversas configurações com o objetivo de testar as capacidades do aparato e simular documentos reais. Várias amostras foram preparadas, onde em todas o texto foi impresso na face de incidência da luz gerada pelo sistema de imageamento.

Nas duas geometrias estudadas, seção cilíndrica e rolo completo, foi verificado que o sistema de imageamento possui capacidade suficiente para a formação de imagens. Na geometria estudada na Seção 4 (seção cilíndrica), foi possível reconstruir as imagens quando os caracteres são escondidos por até 6 páginas de papel em branco colocadas à frente (Configuração A1) ou atrás (Configuração A2) do texto impresso.

Em ambos os casos, a nitidez da imagem cai a cada folha de papel adicionada. Além disso, a formação da imagem parece depender fortemente da posição relativa entre a amostra e as páginas em branco. Quando folhas em branco são adicionadas por trás do texto, os caracteres vão ficando mais claros até ficarem ilegíveis, porém ainda conservando as bordas. Ou seja, na Configuração A1, o papel atua diminuindo o contraste (Figura 4.10), mas não aparenta afetar a nitidez da imagem. Entretanto, quando folhas de papel são adicionadas à frente do texto,

---

as bordas da imagem já não são conservadas; a cada folha de papel adicionada os caracteres vão ficando menos definidos, além da diminuição do contraste.

Na Seção 5, testes análogos com amostras em forma de rolo foram realizados, onde agora rolos extras de papel são associados à amostra na parte externa ou interna. As imagens reconstruídas nesta seção parecem ser afetadas pelo papel de maneira muito semelhante ao que se viu na Seção 4, exceto pelo aumento significativo na qualidade das imagens que pode ser atribuída à substituição da fonte de luz.

Além disso, também foram realizados outros testes adicionais com o protótipo. Primeiramente foi verificada a sensibilidade do sistema de imageamento em distinguir caracteres impressos na frente e no verso da mesma folha de papel. Neste teste, foi visto que o protótipo não possui sensibilidade para fazer tal distinção, porém ainda é possível diferenciar entre textos escritos na frente e no verso de uma folha observando a ordem de escrita dos caracteres.

Adicionalmente, foi visto que o texto impresso na face oposta ao ponto de incidência da luz coerente não é reconstruído na imagem, permitindo o imageamento de textos impressos em toda a circunferência de um rolo cilíndrico sem ser preciso aplicar tratamentos adicionais nos dados, onde foi possível ver que o protótipo possui resolução suficiente para imagear com fidelidade caracteres com fontes mais semelhantes à textos escritos a mão com detalhes em dimensões milimétricas.

## 5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

### 5.1 CONCLUSÕES

O imageamento, operando com luz coerente e visível, para revelar caracteres escondidos sob páginas de documentos enrolados a partir da detecção de luz transmitidas é um desafio.

Como apresentado no Capítulo 3, as contribuições do papel e da tinta na atenuação da luz incidente podem ser separadas. Ambas seguem o modelo linear proposto, embora a modelagem da atenuação do papel inclua uma componente de espalhamento na interface de incidência da luz. Por ser um meio desordenado, já era de se esperar que o modelo de Beer-Lambert não fosse suficiente para explicar por completo a propagação de luz numa folha de papel, o que dificulta ainda mais a extração de informações ocultas pela detecção de fótons transmitidos.

Apesar destes desafios, os resultados de imageamento apresentados no Capítulo 4 indicam que, mesmo com uma abordagem experimental relativamente simples, as imagens geradas pelo protótipo permitem a visualização dos caracteres ocultos até mesmo quando cobertos por 3 (três) rolos extras de papel branco à frente do texto, o que indica que o protótipo é capaz de extrair informações escritas com uma razoável profundidade. Adicionalmente, a partir deste número de camadas de papel à frente do texto escrito, o espalhamento de luz degrada de forma significativa a qualidade das imagens geradas, tornando os caracteres ilegíveis.

Por fim, conclui-se que o protótipo se mostrou promissor em detectar detalhes pequenos como a serifa de caracteres e mesmo letras impressas em fontes semelhantes à um texto manuscrito.

### 5.2 PERSPECTIVAS FUTURAS

Mesmo apresentando resultados iniciais promissores, o sistema de imageamento desenvolvido ainda tem pontos que podem ser otimizados.

Por exemplo, um estudo sobre como a intensidade da iluminação influencia na construção da imagem pode ser útil para identificar se existe algum valor ótimo de operação do protótipo.

Além disso, para reconstruir imagens tridimensionais (tomografia), é necessário adicionar mais um estágio de movimento ao AM, já que o atual aparato apenas pode reconstruir imagens bidimensionais das amostras.

Por último, o algoritmo desenvolvido para a construção das imagens leva em consideração

que a luz percorre uma trajetória retilínea, desconsiderando os efeitos do espalhamento. Portanto, é de se esperar que um algoritmo mais eficaz para a construção das imagens deve levar em conta a natureza espalhadora do papel.

## REFERÊNCIAS

- ALLEGRA, D.; CILIBERTO, E.; CILIBERTO, P.; MILOTTA, F.; PETRILLO, G.; STANCO, F.; TROMBATORE, C. Virtual unrolling using x-ray computed tomography. In: . [S.l.: s.n.], 2015.
- BERTOLOTTI, J.; KATZ, O. Imaging in complex media. *Nature Physics*, v. 18, p. 1008–1017, 09 2022.
- BOVIK, A. (Ed.). *The Essential Guide to Image Processing*. Elsevier, 2009. ISBN 9780123744579. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780123744579X00017>>.
- CAMPOS, J. R. de O. *Recuperação das Informações Contidas em Documentos Históricos no Formato Fisicamente Espiralado, Escritos com Tinta Ferrogálica, Através de Micro Tomografia de Raios X*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2021.
- CASCANTE, C.; MASSANEDA, X.; ORTEGA-CERDÀ, J.; PASCUAS, D. Computerized tomography and the radon transform. *Boletín de la Sociedad Española de Matemática Aplicada*, v. 41, p. 41–74, 01 2007.
- CEZARO, A.; TRAVESSINI, F.; CEZARO, D. Problemas inversos e a matemática da tomografia computadorizada. 10 2010.
- FARNOOD, R. Optical properties of paper: theory and practice. In: *Advances in Pulp and Paper Research, Oxford 2009*. [S.l.: s.n.], 2009. p. p 273–352.
- FARNOOD, R. R. Optical properties of paper : Theory and practice. In: . [s.n.], 2018. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:148563414>>.
- JACKSON, J. D. *Classical electrodynamics*. 3rd ed.. ed. New York, NY: Wiley, 1999. ISBN 9780471309321. Disponível em: <<http://cdsweb.cern.ch/record/490457>>.
- KAK, A. C.; SLANEY, M. *Principles of computerized tomographic imaging*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001. ISBN 089871494X 9780898714944. Disponível em: <<http://www.amazon.com/Principles-Computerized-Tomographic-Classics-Mathematics/dp/089871494X>>.
- KATZ, O.; HEIDMANN, P.; FINK, M.; GIGAN, S. Non-invasive real-time imaging through scattering layers and around corners via speckle correlations. *Nature Photonics*, v. 8, 03 2014.
- KINAHAN, P.; DEFRISE, M.; CLACKDOYLE, R. Analytic image reconstruction methods. In: \_\_\_\_\_. [S.l.: s.n.], 2004. p. 421–442. ISBN 9780127444826.
- KOLAR, J.; ŠTOLFA, A.; STRLIČ, M.; POMPE, M.; PIHLAR, B.; BUDNAR, M.; SIMCIC, J.; REISSLAND, B. Historical iron gall ink containing documents — properties affecting their condition. *Analytica Chimica Acta - ANAL CHIM ACTA*, v. 555, p. 167–174, 01 2006.
- MALCIC, V. dzimbeg; BARBARIC-MIKOCEVIC, Z.; IVANDA, K. I. Kubelka-munk theory in describing optical properties of paper (i) [kubelka-munk teorija u opisivanju optičkih svojstava papira (i)]. *Tehnicki Vjesnik*, v. 18, p. 117–124, 03 2011.

MARCHANT, J. Ai reads text from ancient herculaneum scroll for the first time. *Nature*, 10 2023.

MARCHANT, J. First passages of rolled-up herculaneum scroll revealed. *Nature*, v. 626, 02 2024.

MOCELLA, V.; BRUN, E.; FERRERO, C.; DELATTRE, D. Revealing letters in rolled herculaneum papyri by x-ray phase-contrast imaging. *Nature communications*, v. 6, p. 5895, 01 2015.

NATTERER, F.; WUBBELING, F.; WANG, G. Mathematical methods in image reconstruction. *Medical Physics - MED PHYS*, v. 29, 01 2002.

PARSONS, S.; PARKER, C.; CHAPMAN, C.; HAYASHIDA, M.; SEALES, W. Educelab-scrolls: Verifiable recovery of text from herculaneum papyri using x-ray ct. 04 2023.

STROMER, D.; CHRISTLEIN, V.; MARTINDALE, C.; ZIPPERT, P.; HALTENBERGER, E.; HAUSOTTE, T.; MAIER, A. Browsing through sealed historical manuscripts by using 3-d computed tomography with low-brilliance x-ray sources. *Scientific Reports*, v. 8, 10 2018.

TSEREVELAKIS, G.; VROUVAKI, I.; SIOZOS, P.; MELESSANAKI, K.; HATZIGIANNNAKIS, K.; FOTAKIS, C.; ZACHARAKIS, G. Photoacoustic imaging reveals hidden underdrawings in paintings. *Scientific Reports*, v. 7, p. 747, 04 2017.

VELTEN, A.; WILLWACHER, T.; GUPTA, O.; VEERARAGHAVAN, A.; BAWENDI, M.; RASKAR, R. Recovering three-dimensional shape around a corner using ultrafast time-of-flight imaging. *Nature communications*, v. 3, p. 745, 03 2012.

VIDAL, A. M.; RIPOLL, J. Recent advances in optical tomography in low scattering media. *Optics and Lasers in Engineering*, v. 135, p. 106191, 06 2020.

WITHERS, P.; BOUMAN, C.; CARMIGNATO, S.; CNUUDE, V.; GRIMALDI, D.; HAGEN, C.; MAIRE, E.; MANLEY, M.; PLESSIS, A. D.; STOCK, S. X-ray computed tomography. *Nature Reviews Methods Primers*, v. 1, 12 2021.

ZACCARON, S.; BORTOLUZZI, M.; GANZERLA, R. Dft calculations using periodic boundary conditions on an iron gall 3d coordination polymer of interest for cultural heritage conservation. *Sciences at Ca' Foscari*, v. 1, p. 58, 01 2013.

## APÊNDICE A – ESPECTRO DE EXTINÇÃO DAS AMOSTRAS NA REGIÃO ESPECTRAL ENTRE 750 NM E 2000 NM

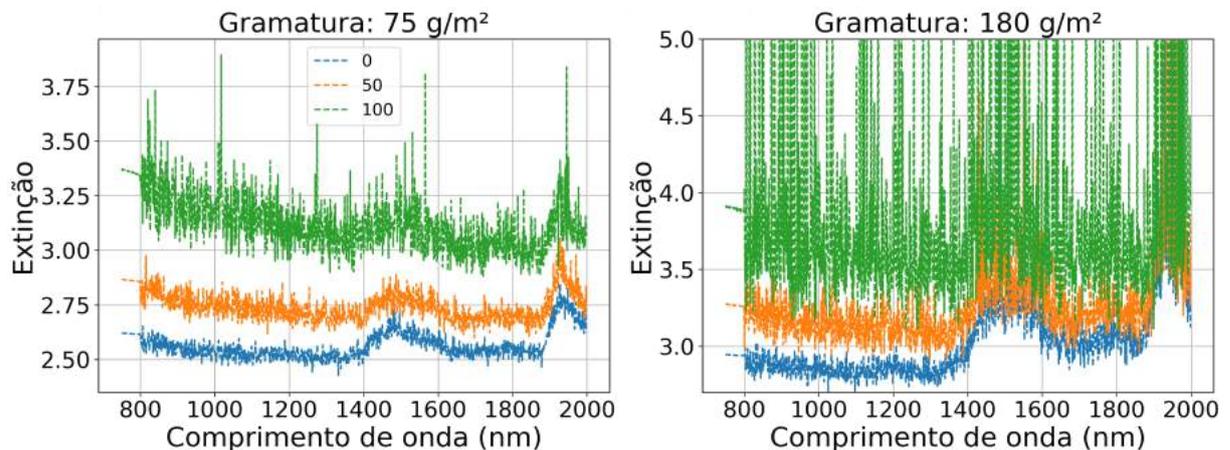
No Capítulo 3, o comportamento óptico das amostras na região espectral entre 200 nm e 800 nm foi analisado, e as contribuições dos pigmentos e do papel foram separadas.

Esta seção apresenta resultados experimentais complementares, que abrangem a região espectral entre 750 nm e  $2\mu\text{m}$ . Para estas medidas, também foi estudado o comportamento óptico de amostras impressas por uma outra impressora, a Canon 3111, que opera com tecnologia de jatos de tinta.

Esta análise adicional foi feita com amostras de gramaturas de  $75\text{ g/m}^2$  e  $180\text{ g/m}^2$  impressas em 3 níveis da escala de cinza, 0, 50 e 100. Infelizmente o espectrômetro utilizado estava passando por manutenção na lâmpada e detectores, o que fez as medidas nessa região do espectro ficarem tão instáveis.

A Figura A.1 apresenta curvas de extinção das amostras impressas pela impressora Canon 3111. É possível observar que, apesar do alto nível de ruído, o pigmento tem evidente contribuição na atenuação da luz em todo o espectro estudado.

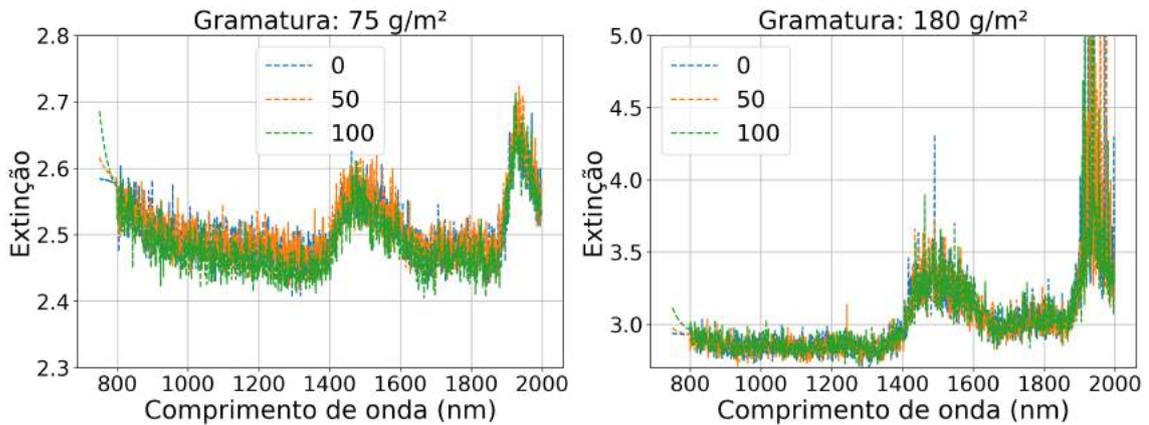
Figura A.1 – Espectro de extinção das amostras impressas na impressora Canon 3111.



Fonte: O autor (2023)

Contudo, a Figura A.2 mostra um cenário completamente diferente, onde o pigmento da impressora Epson L3250 não contribui de maneira apreciável na extinção da luz, tornando impossível distinguir as curvas nos comprimentos de onda maiores que 800 nm. Ou seja, nesta região espectral, o pigmento depositado pela impressora Epson L3250 provavelmente não irá apresentar um bom contraste com o papel.

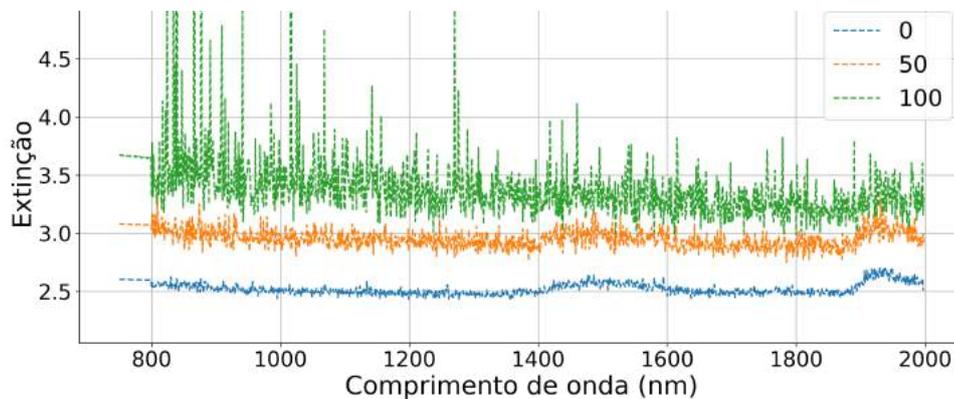
Figura A.2 – Espectro de extinção das amostras impressas na impressora Epson 3250.



Fonte: O autor (2023)

Na Figura A.3, podemos ver um comportamento óptico mais estável das amostras impressas pela impressora Samsung ML-331x Series. Primeiramente é válido mencionar que esta figura se refere a amostras com gramatura 75 g/m<sup>2</sup>. A curva se mostra razoavelmente uniforme ao longo do espectro e o incremento no tom de cinza é bem evidenciado pela separação das curvas, o que pode ser um indicativo de que este pigmento apresente um contraste razoável com o papel neste intervalo do espectro.

Figura A.3 – Espectro de extinção das amostras impressas na impressora Samsung ML-331x.



Fonte: O autor (2023)

Ao fim deste estudo complementar, é possível ver como pigmentos diferentes podem apresentar diferentes níveis de contraste com o suporte de papel para uma mesma região espectral. Em especial, foi visto que o pigmento depositado pela impressora Epson L3250 não tem uma boa interação com a radiação no intervalo estudado, enquanto os pigmentos depositados pelas outras duas impressoras exibem evidente contribuição na atenuação da luz.