



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

HANIEL DE FARIAS ALEXANDRE BELO

**ESTUDO DO ALGORITMO SPSA APLICADO A
PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO COM SIMULAÇÃO NO
DESENVOLVIMENTO E GERENCIAMENTO DE
RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO**

Recife
2023



**CARACTERIZAÇÃO E SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS, ENERGIAS RENOVÁVEIS
E BIOTECNOLOGIA AMBIENTAL**

Apoio



Gestão



HANIEL DE FARIAS ALEXANDRE BELO

**ESTUDOS DO ALGORITMO SPSA APLICADO A PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO
COM SIMULAÇÃO NO DESENVOLVIMENTO E GERENCIAMENTO DE
RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia civil da
Universidade Federal de Pernambuco, como
requisito parcial para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia civil.

Orientador(a): Prof. Dr. Liliane de Allan Fonseca

Recife

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Belo, Haniel de Farias Alexandre.

Estudos do algoritmo SPSA aplicado a problema de otimização com simulação no desenvolvimento e gerenciamento de reservatórios de petróleo / Haniel de Farias Alexandre Belo. - Recife, 2023.

53 : il., tab.

Orientador(a): Liliane de Allan Fonseca

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Engenharia Civil - Bacharelado, 2023.

Inclui referências, apêndices.

1. Gerenciamento de reservatórios . 2. SPSA. 3. DSPSA. 4. Locação de poços. 5. Simulação de reservatórios. I. Fonseca, Liliane de Allan. (Orientação). II. Título.

620 CDD (22.ed.)

HANIEL DE FARIAS ALEXANDRE BELO

**ESTUDO DO ALGORITMO SPSA APLICADO A PROBLEMA DE
OTIMIZAÇÃO COM SIMULAÇÃO NO DESENVOLVIMENTO E GERENCIAMENTO
DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia civil
da Universidade Federal de Pernambuco,
como requisito parcial para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia civil.

Aprovado em: 09/10/2023

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Liliane de Allan Fonseca (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Renato de Siqueira Motta (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Juan Alberto Rojas Tueros (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Agradeço de coração a meus pais, cujo amor, apoio incondicional e crença em meu potencial me deram força para concluir este trabalho. Sem o apoio deles, isso não teria sido possível.

Aos meus amigos e familiares, que estiveram ao meu lado, compreenderam minhas ausências e me incentivaram em cada etapa deste percurso. Sua presença e apoio emocional foram fundamentais.

Aos meus professores, pela orientação, conhecimento transmitido e pelo tempo dedicado a esclarecer minhas dúvidas. Suas contribuições foram inestimáveis para o desenvolvimento deste trabalho.

Gostaria de dedicar um agradecimento especial à Professora Liliane, minha orientadora neste trabalho. Sua orientação, apoio e sabedoria foram cruciais para o sucesso deste TCC. Obrigado, Professora Liliane, por acreditar em mim, desafiar-me a crescer academicamente e guiar-me neste processo. Seu conhecimento e orientação foram inestimáveis, e estou profundamente grato por sua contribuição para este trabalho e para o meu crescimento como engenheiro.

À Universidade Federal de Pernambuco, pela oportunidade de crescimento acadêmico, pelos recursos disponibilizados e pelo ambiente propício à aprendizagem. Os ensinamentos recebidos nesta instituição foram cruciais para o meu desenvolvimento acadêmico.

A todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste TCC, meu profundo agradecimento. Seu apoio foi essencial e significativo em minha jornada acadêmica.

À Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis – ANP e à Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP, por meio do Programa de Formação de Recursos Humanos da ANP para o Setor de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis – PRH-ANP/FINEP, em particular ao PRH 48.1 “Caracterização e Simulação de Reservatórios, Energias renováveis e Biotecnologia Ambiental” (PROCESSO ANP Nº48610.201019/2019-38), do Departamento de Energia Nuclear do Centro de Tecnologia e Geociências da UFPE, pelo apoio financeiro.

RESUMO

Na engenharia de reservatórios várias técnicas são empregadas com o fim de aumentar a eficiência do varrido de óleo. Dentre as mais utilizadas estão as de otimização da produção e locação de poços. A literatura reporta que o controle ótimo de vazões de produção e injeção causa frentes regulares de deslocamentos (do óleo pela água), diminuindo custos de tratamento de água e aumentando o tempo de produção dos reservatórios. Com o avanço da tecnologia computacional, tem sido possível simular modelos mais realistas, que consideram incertezas intrínsecas do reservatório comumente na forma de realizações geoestatísticas de permeabilidade. Este trabalho se concentra no estudo do algoritmo SPSA (Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation) e o DSPSA (Discret Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation) aplicado a problemas de simulação com otimização na engenharia de reservatórios de petróleo. Os softwares comerciais de simulação de fluxo fazem parte do cotidiano das grandes petrolíferas. Tais softwares são ditos black-boxes por não se ter acesso ao código fonte das equações de simulação. O SPSA foi escolhido por ser adequado a otimização com simulação black-box, pois ele realiza uma aproximação do gradiente da função a partir de apenas duas avaliações da função, independentemente do número de variáveis de controle. Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é aplicar o SPSA e o DSPSA em problemas de otimização de vazões de produção e locação de poços, em modelos de reservatórios com realizações geoestatísticas.

Após melhorias nos parâmetros do SPSA, os estudos iniciais em funções analíticas resultaram em uma economia de 10% do esforço computacional reportado em FONSECA (2010). Também foi estudada e implementada a versão discreta do SPSA, o DSPSA-R – adequado aos casos de otimização com variáveis discretas. Foi realizada uma otimização simultânea de locação de poços e vazões de produção em um modelo sintético, bidimensional com 3 realizações de permeabilidade. Os resultados da versão DSPSA-R, foram comparados com os da versão inteiro-mista, SPSA-Z, em FONSECA (2010) e publicados nos anais do CILAMCE 2021.

Palavras-chave: Gerenciamento de Reservatórios; Simulação de Reservatórios; SPSA; DSPSA; Locação de Poços.

ABSTRACT

In reservoir engineering, several techniques are employed to enhance oil sweep efficiency. Among the most commonly used methods are production optimization and well placement. The literature reports that optimal control of production and injection rates leads to regular displacement fronts (of oil by water), reducing water treatment costs and increasing reservoir production lifespan. With the advancement of computational technology, it has become possible to simulate more realistic models that consider inherent reservoir uncertainties, often in the form of geostatistical permeability realizations. This study focuses on the examination of the Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (SPSA) and Discrete Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (DSPSA) algorithms applied to simulation and optimization problems in petroleum reservoir engineering.

Commercial flow simulation software is commonplace in major oil companies. Such software is referred to as black boxes because access to the source code of the simulation equations is not available. SPSA was chosen for its suitability in black-box optimization as it approximates the gradient of the function based on just two function evaluations, irrespective of the number of control variables. In this context, the objective of this work is to apply SPSA and DSPSA to optimization problems related to production rates and well placement in reservoir models with geostatistical realizations.

Following improvements in SPSA parameters, initial studies on analytical functions resulted in a 10% reduction in computational effort compared to the findings reported in FONSECA (2010). Additionally, the discrete version of SPSA, DSPSA-R, suitable for optimization with discrete variables, was studied and implemented. Simultaneous optimization of well placement and production rates was conducted in a synthetic two-dimensional model with three permeability realizations. The results of DSPSA-R were compared with those of the mixed-integer version, SPSA-Z, presented in FONSECA (2010) and published in the proceedings of CILAMCE 2021.

Keywords: Reservoir Management; Reservoir Simulation; SPSA; DSPSA; Well Placement.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Projeção do consume de energia por fontes energéticas - EIA (2010 - 2050)	11
Figura 2 - Posições iniciais dos poços e fronteiras limites para locação	27
Figura 3 – Realizações de Permeabilidade 1, 2 e 3 do Caso 1S	28
Figura 4 - Superfície da função Griewank em duas variáveis no domínio [-200, 400] ...	32
Figura 5 - Caminho do algoritmo SPSA-B na superfície da função Griewank com parâmetros obtidos em Fonseca (2010) (azul) e parâmetros obtidos neste trabalho (vermelho).....	32
Figura 6 - Coportamento da função Griewank em uma rodada bem sucedida.....	33
Figura 7 - Comparação do comportamento do algoritmo com os parâmetros obtidos manualmente e os parâmetros obtidos automaticamente.....	36
Figura 8 - (a) Posição após a otimização com os parâmetros obtidos em Fonseca (2010), (b) Posição após a otimização com os parâmetros obtidos automaticamente (c) Posição após a otimização com os parâmetros calibrados.	37
Figura 9 - Comportamento do Algoritmo DSPSA-R na busca por um ótimo global. (a) rodada nº 7 do DSPSA-R. (b) Rodada nº 1 do DSPSA-R.....	39
Figura 10 - Posição dos poços após otimização com DSPSA-R, (a) Posição do poço da na rodada de nº 1. (b) Posição dos poços na rodada de nº 6. (c) Posição dos poços na rodada de nº 7	40

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - 50 rodadas independentes da função Griewank com o SPSA-B.....	34
Tabela 2 - Comparação da otimização simultânea de vazões e posições de poços com os parâmetros obtidos em Fonseca (2010) e os parâmetros obtidos no experimento.....	36
Tabela 3 - Parâmetros e ganho obtidos após calibração manual do algoritmo. .	38
Tabela 4 - Resultados das otimizações com o algoritmo DSPSA-R.	39
Tabela 5 – Avaliação do fator de recuperação após a otimização	40

SUMÁRIO

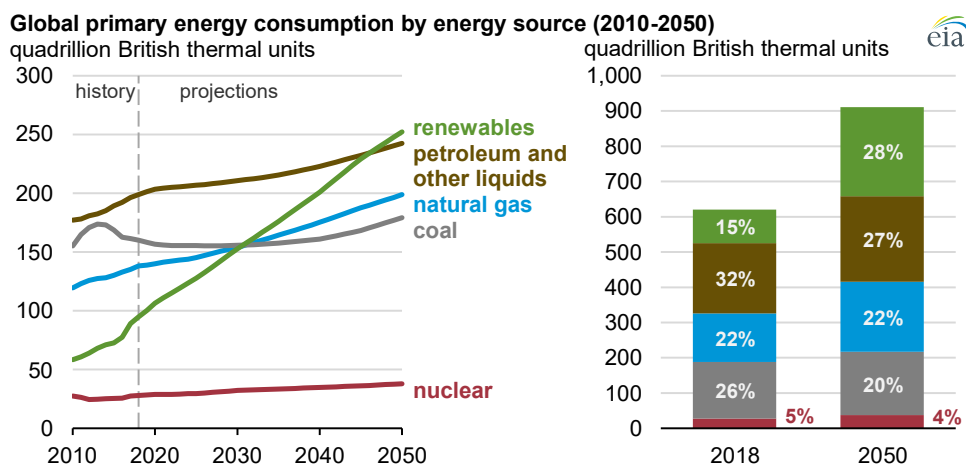
1.	INTRODUÇÃO	11
1.1.	Justificativa e motivação	13
1.2.	Objetivos gerais e específicos	14
2.	REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1.	Otimização da produção de petróleo	14
2.1.1	Otimização das Vazões de Produção e Injeção	15
2.1.2	Locação de Poços	16
2.1.3	Otimização Simultânea das Vazões de Produção e Locação dos poços	17
2.2.	Algoritmo de otimização estocástica	17
2.2.1	Aproximação estocástica do gradiente: FDSA, RDSA e SPSA	18
2.2.2	Diferenças Finitas Centradas (FDSA)	18
2.2.3	Direções Randômicas (RDSA)	19
2.2.4	Perturbação Simultânea (SPSA)	19
2.3.	Diferenças entre o SPSA e o DSPSA	24
3.	MATERIAIS E MÉTODOS	24
3.1.	Função Objetivo	25
3.2.	Reservatório De Petróleo (Caso 1S)	27
3.3.	Versões do SPSA	28
3.4.	Automatização dos parâmetros de ganho	29
3.5.	Melhoria do SPSA para os problemas inteiro-mistos	29
4.	RESULTADOS	30
4.1.	Funções Analíticas	30
4.2.	Reservatórios de Petróleo	35
4.2.1	Otimização simultânea de vazão e locação de poços	35
4.2.2	Otimização simultânea com SPSA-Z	35

4.2.3 Otimização simultânea com DSPSA-R.....	37
5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	41
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	43
7. APENDICE 1.....	45

1. INTRODUÇÃO

De acordo com o *International Energy Outlook 2021* – (AIE) os combustíveis líquidos representam 31% do consumo de energia mundial, sendo a principal fonte de energia no mundo. As projeções para o consumo de energia até 2050, de modo geral, apontam para um aumento significativo da demanda global por energia, impulsionada pelo crescimento econômico, o aumento da população e o desenvolvimento de países em desenvolvimento.

Figura 1 - Projeção do consumo de energia por fontes energéticas (2010 - 2050)(EIA)



De acordo com a Agência Internacional de Energia (AIE), sob um cenário de políticas atuais, a demanda global por energia poderia aumentar em cerca de 25% até 2040, em comparação com os níveis de 2017. Isso equivale a um aumento de cerca de 1% ao ano, em média. Além disso, as projeções apontam para uma mudança na matriz energética global, com um aumento na participação de fontes de energia renovável, como solar e eólica, e uma redução na dependência de combustíveis fósseis, como petróleo, carvão e gás natural. No entanto, o ritmo dessa transição ainda é incerto e depende de vários fatores, como políticas públicas, avanços tecnológicos e custos de investimento em energia renovável.

Segundo a Agência Internacional de Energia (AIE), sob um cenário de políticas atuais, a demanda global por petróleo poderia aumentar em média 0,1% ao ano até 2040, alcançando um pico em torno de 2030 e depois começando a diminuir gradualmente. No entanto, se políticas mais ambiciosas e sustentáveis forem

implementadas, a demanda por petróleo poderia cair ainda mais rápido, cerca de 3,3% ao ano até 2040.

É importante notar que a demanda por petróleo varia de região para região e país a país, e alguns países ainda podem ver um aumento significativo na demanda por petróleo nas próximas décadas, especialmente aqueles com economias em rápido crescimento e grande população. Além disso, é possível que a demanda por petróleo continue a ser influenciada por desenvolvimentos tecnológicos, políticas governamentais e flutuações nos preços do petróleo.

A eficiência de exploração em reservatórios offshore é geralmente mais desafiadora do que em reservatórios onshore, devido às condições operacionais mais difíceis e à complexidade dos reservatórios. Embora tenha havido avanços significativos nas tecnologias de perfuração e produção, a eficiência da exploração offshore ainda precisa ser melhorada. Estima-se que após a vida útil do reservatório, cerca de 80% dos hidrocarbonetos não são recuperados, mas a eficiência exata de recuperação varia de acordo com diversos fatores, incluindo a localização geográfica, as características do reservatório e as técnicas de produção utilizadas.

A simulação de reservatórios é uma ferramenta essencial para a exploração de petróleo, permitindo que os engenheiros de petróleo obtenham uma compreensão detalhada das propriedades do reservatório, incluindo sua geometria, permeabilidade e porosidade. Através da simulação, é possível prever o comportamento do fluido dentro do reservatório e avaliar o desempenho de diferentes estratégias de produção.

Essas informações são usadas para otimizar o desenvolvimento do reservatório, maximizar a produção e minimizar os custos de produção. A simulação de reservatórios permite que os engenheiros avaliem o desempenho do reservatório em diferentes cenários, ajustando as estratégias de produção para atingir as metas desejadas, como aumentar a produção ou prolongar a vida útil do reservatório.

Além disso, a simulação de reservatórios é uma ferramenta importante para a tomada de decisões de investimento, permitindo que as empresas de petróleo e gás avaliem a viabilidade econômica de um campo de petróleo ou gás antes de realizar

investimentos significativos em sua exploração e desenvolvimento. Combinada com outras técnicas avançadas de produção, como a injeção de água ou gás, a simulação de reservatórios pode ajudar a maximizar a eficiência da produção e prolongar a vida útil do reservatório.

1.1. Justificativa e motivação

A simulação de reservatórios de petróleo é uma ferramenta importante para avaliar diferentes estratégias de produção e otimizar a exploração. Com ela, é possível modelar as condições do reservatório e simular sua produção, permitindo maximizar a produção, prolongar a vida útil do reservatório e reduzir custos. A metodologia de otimização com simulação permite avaliar diferentes cenários de produção e encontrar a solução mais eficiente para cada situação, levando em consideração dados geológicos e de perfuração. No entanto, a falta de dados precisos e completos, a complexidade dos processos físicos e químicos envolvidos e a necessidade de software especializado e de alto desempenho podem ser desafios para sua implementação.

Esse contexto motivou o estudo de um algoritmo de otimização estocástica apropriado para problemas que envolvem número elevado de variáveis de controle, além de elevado grau de incertezas. Aplicando a metodologia de otimização com simulação.

Este trabalho concentra-se na solução dos problemas de otimização de vazões de produção e injeção (a) e locação de poços (b). A solução proposta visa aumentar o varrido do óleo no reservatório e, conseqüentemente, o fator de recuperação nos reservatórios de petróleo.

O uso de um algoritmo que faz aproximações do gradiente independentemente do número de variáveis de controle, pode diminuir o esforço computacional na solução de problemas de otimização da produção de reservatórios de petróleo.

1.2. Objetivos gerais e específicos

Este trabalho se concentra no estudo do algoritmo SPSA (*Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation*) aplicado a problemas de simulação com otimização na engenharia de reservatórios de petróleo. Os softwares comerciais de simulação de fluxo fazem parte do cotidiano das grandes petrolíferas.

Tais softwares são ditos *black-boxes* por não se ter acesso ao código fonte das equações de simulação. O SPSA foi escolhido por ser adequado a otimização com simulação *black-box*, pois ele realiza uma aproximação do gradiente da função a partir de apenas duas avaliações da função, independentemente do número de variáveis de controle. Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é aplicar o SPSA em problemas de otimização de vazões de produção e locação de poços, em modelos de reservatórios com realizações geoestatísticas.

Como objetivos específicos pode-se listar:

- Entender o tema otimização com simulação em reservatórios de petróleo;
- Otimização com algoritmos de aproximação do gradiente e reduzir o custo computacional;
- Melhorar a versão inteiro-mista do algoritmo SPSA;
- Melhoria e implementação dos parâmetros automáticos do SPSA;
- Aplicar as versões melhoradas em reservatórios de petróleo sintéticos

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Otimização da produção de petróleo

A indústria do petróleo se depara com diversos problemas em todas as suas áreas de atuação downstream, upstream, midstream. Muitos desses problemas são tratados usando técnicas e otimização, principalmente no ramo upstream da indústria. Pode-se notar uma vasta literatura sobre o tema de otimização a produção de petróleo, De acordo com HORNE (2002) existe três grandes linhas de estudo em

relação ao tema, otimização da operação os campos relacionados aos equipamentos e instalações de produção e de poços, uma segunda linha relacionada a distribuição os poços e a terceira que se relaciona ao gerenciamento dos campos através da alocação dinâmica das vazões de produção e injeção.

Neste trabalho vamos utilizar os conceitos da segunda e terceira linha de pesquisa a fim de obter melhores resultados.

2.1.1 Otimização das Vazões de Produção e Injeção

No que diz respeito a recuperação de óleo nos reservatórios podemos encontrar três tipos diferentes, a recuperação primária, que usa a energia primária dos reservatórios, recuperação secundária onde é produzido uma quantidade adicional de óleo através da suplementação da energia primária. E o Enhanced Oil Recovery (EOR) ou recuperação avançada de óleo.

Atualmente os processos de recuperação avançada (EOR) vem ganhando notoriedade na comunidade acadêmica e há uma verdadeira corrida tanto na indústria do petróleo como na academia para encontrar novas ferramentas ou métodos de melhorar a recuperação de óleo nos reservatórios.

Neste trabalho vamos utilizar a injeção de água nos poços injetores para recuperação dos hidrocarbonetos, em geral é denominado um método de recuperação secundária e pode ser utilizado no início da vida produtiva do reservatório como operações de manutenção de pressão, atualmente esses sistemas estão sendo implantados o mais cedo possível.

Os equipamentos instalados nos poços instrumentados (poços inteligentes), permitiram variar de maneira remota e dinâmica a vazão de injeção e produção. Tal ferramenta é fundamental para otimização das vazões de produção e injeção, pois com o controle desta pôde-se estudar o efeito da melhor configuração de vazões ao longo do período de produção.

OLIVEIRA (2005) relata que o varrido de óleo deve ser praticamente uniforme, ou seja, que nenhum poço produtor produza o fluido injetado antes dos demais, além disso é possível controlar as frentes de água e gás nos poços

produtores de modo a estender a vida produtiva do poço e aumentar o fator e recuperação. Existe uma vasta literatura que trata do problema da otimização das vazões de produção e injeção com diferentes tipos de abordagens,

ARMSTRONG & JACKSON (2001) estudaram o uso de completações inteligentes para monitorar e otimizar a produção de poços a partir da injeção de água, usando um modelo sintético e reservatório com um único poço que produz a partir de zonas isoladas com mesmo volume e porosidade, mas diferente permeabilidade. Constataram que para produzir em múltiplas zonas é necessário restringir a produção das zonas de alta permeabilidade com intuito das frentes de descolamento de água cheguem de maneira sincronizada nos poços produtores.

THIELE & BATYCKY (2003) apresentaram uma técnica de otimização de projetos de injeção de água o qual diminui a vazão dos poços com menor eficiência e aumenta nos poços e maior eficiência.

Em OLIVEIRA (2006) foi realizada uma otimização dinâmica das vazões de produção e injeção em reservatórios de petróleo caracterizados deterministicamente, com auxílio de algoritmos de otimização livre de derivadas.

FONSECA (2010), faz o estudo do algoritmo SPSA e cria algumas variantes para aplicação nos problemas de otimização das vazões de produção e injeção, e a locação os poços com o controle simultâneo das vazões em reservatórios sintético com e sem incertezas geológicas. O objetivo nesta pesquisa era mostrar um algoritmo que fosse capaz de enfrentar um número elevado de variáveis em problemas não lineares, encontrando ótimos globais e locais sem ficar preso nos ruídos provocados pelas aproximações no tratamento das incertezas e dos modelos físicos diversos.

2.1.2 Locação de Poços

O desenvolvimento do campo é uma das fases mais importantes e que mais influenciam na maximização do retorno econômico do projeto de exploração de um reservatório. A definição adequada do número de poços e a distribuição correta dos poços injetores e produtores influenciam diretamente na produção acumulada de óleo no reservatório e o valor investido para custear as perfurações e completações

dos poços, em ambientes offshore, os custos podem chegar a 70 milhões de dólares.

A grande dificuldade com a locação de poços é o elevado número de variáveis, além disso é um problema não linear na qual existe interação entre variáveis inteiras (quantidades dos poços) e variáveis contínuas (coordenada dos poços). CAVALCANTE FILHO (2005), afirma que a escolha do local para colocação dos poços não é uma tarefa fácil devido aos muitos parâmetros como porosidade, permeabilidade, saturação e pressão nos reservatórios de petróleo.

2.1.3 Otimização Simultânea das Vazões de Produção e Locação dos poços

Para o problema de otimização das vazões de produção e locação dos poços a indústria de petróleo utiliza duas abordagens distintas, uma otimização separada onde primeiramente faz-se a otimização das vazões de produção e em seguida a locação dos poços como em POULADI et al. (2020) e a otimização simultânea que utiliza a otimização inteiro mista (variáveis inteiras e contínuas) no mesmo vetor de variáveis.

Em FONSECA (2010), é utilizado uma versão inteiro mista do algoritmo SPSA para otimização simultânea das vazões de produção e locação dos poços. Este trabalho é uma continuação de FONSECA (2010) e FONSECA (2015), aqui estamos interessados em transformar o problema inteiro misto em um problema discreto utilizando o DSPSA, BELO & FONSECA (2022). Além de aplicá-los em reservatórios sintéticos mais robustos e comparar com a literatura básica afim de comprovar a eficiência do método.

2.2. Algoritmo de otimização estocástica

A otimização estocástica considera as incertezas das variáveis, sendo assim, apropriada aos problemas cujos dados físicos contém elevado grau de incerteza em sua formulação.

O SPSA (Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation) é um algoritmo de natureza estocástica, ou seja, trata as incertezas de modo

probabilístico. O SPSA utiliza apenas duas avaliações da função-objetivo para aproximar o gradiente de uma função.

2.2.1 Aproximação estocástica do gradiente: FDSA, RDSA e SPSA

Seja θ_k a k – ésima aproximação do ponto ótimo, representado por um vetor de dimensão ' p ', número de variáveis do problema. Seja ' L ' a medida da função-objetivo sem ruído, em geral desconhecida.

O processo recursivo na aproximação estocástica tem o mesmo princípio do *steepest descent* da otimização determinística, com a diferença de que o vetor $\hat{g}_k(\theta_k)$ da equação (1) é uma aproximação do gradiente exato $g(\theta) = \frac{\partial L}{\partial \theta}$, a partir de medidas da função-objetivo, assim:

$$\theta_{k+1} = \theta_k - a_k \hat{g}_k(\theta_k) \quad (1)$$

No *steepest descent*, a_k é determinado em cada iteração por uma busca linear. A convergência ao valor ótimo, θ , ocorre quando o gradiente, $\hat{g}(\theta_k)$ tende a zero e a_k tende a um. Na versão estocástica do *steepest descent*, a sequência $\{a_k\}$ de números reais positivos é estabelecida a priori. A convergência do valor aproximado, θ , para o valor ótimo, θ^* , ocorre quando o produto $a_k * \hat{g}_k(\theta_k)$ converge para zero, para isso a sequência $\{a_k\}$ também tende a zero, pois $\hat{g}_k(\theta_k)$ é uma aproximação do gradiente.

Há diferentes maneiras de fazer uma aproximação estocástica do gradiente na equação do *steepest descent*. Três delas são as aproximações por meio de diferenças finitas, de direções randômicas e de direções randômicas com perturbação simultânea, usadas respectivamente nos algoritmos FDSA, RDSA e SPSA.

2.2.2 Diferenças Finitas Centradas (FDSA)

Na aproximação por diferenças finitas centradas, cada componente $\hat{g}_{k_i}(\theta_k)$ do vetor $\hat{g}_k(\theta_k)$ é obtida pela equação (2). O índice $i = 1, 2, \dots, p$, na qual p é o

número de variáveis. Nota-se que para gerar o vetor gradiente $\hat{g}_{k_i}(\theta_k)$ são necessárias duas avaliações da função para cada variável i . Ou seja, se p é o número de variáveis, serão necessárias $2p$ avaliações da função-objetivo $y()$. As posições das componentes $\hat{g}_{k_i}(\theta_k)$ são determinadas através de e_i , que é um vetor de valor um na posição i e zero em todas as outras posições, o que leva a perturbações uma a uma das componentes de θ_k e, conseqüentemente duas avaliações de $y(\theta)$ em cada componente i .

$$\hat{g}_{k_i}(\theta_k) = \frac{y(\theta_k + c_k e_i) - y(\theta_k - c_k e_i)}{2c_k} \quad (2)$$

2.2.3 Direções Randômicas (RDSA)

Neste método, considerando direções randômicas centradas, cada componente $\hat{g}_{k_i}(\theta_k)$ do vetor $\hat{g}_k(\theta_k)$ é calculada pela equação a seguir:

$$\hat{g}_{k_i}(\theta_k) = \Delta_{k_i} \frac{y(\theta_k + c_k \Delta_k) - y(\theta_k - c_k \Delta_k)}{2c_k} \quad (3)$$

Na qual todas as componentes de θ_k são perturbadas aleatoriamente e ao mesmo tempo, em duas direções distintas para obtenção de duas medidas correspondentes de $y(\theta)$. Cada componente de $\hat{g}_{k_i}(\theta_k)$ é formada pelo produto da diferença das duas medidas de $y(\theta)$, pela respectiva componente i do vetor de perturbação Δ_k , escolhido pelo usuário e gerado randomicamente, usualmente pelo método de Monte Carlo.

2.2.4 Perturbação Simultânea (SPSA)

Na aproximação estocástica por perturbação simultânea, centrada, cada componente $\hat{g}_{k_i}(\theta_{k_i})$ do vetor $\hat{g}_k(\theta_k)$ é dada pela equação abaixo:

$$\hat{g}_{ki}(\theta_k) = \frac{y(\theta_k + c_k \Delta_{ki}) - y(\theta_k - c_k \Delta_{ki})}{2c_k \Delta_{ki}} \quad (4)$$

Na qual todos os elementos de $\hat{g}(\theta_k)$ são perturbados simultaneamente e randômicamente em uma iteração, precisando apenas duas medidas de $y(\theta)$ por iteração. Na equação 4 deve-se atentar para o fato de que cada componente tem em comum o numerador, dado pelas duas avaliações de $y(\theta)$ correspondentes às perturbações simultâneas. Assim, as componentes distinguem-se entre si pelo denominador, consistente no tamanho da perturbação duas vezes c_k vezes a componente i do vetor Δ_{ki} , gerado randomicamente em cada iteração e de dimensão p .

O objetivo é minimizar uma função $L(\theta)$, escalar, da variável vetorial contínua, θ , de dimensão p , de parâmetros a serem ajustados. O algoritmo SPSA parte de um candidato inicial θ_0 , e caminha por meio de um processo iterativo que depende essencialmente de estimativas dos gradientes $g(\theta^*) = \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta}$ dos iterandos subseqüentes, obtidas com a utilização de aproximações por perturbações simultâneas.

Assume-se que medidas $y(\theta)$ da função objetiva estão disponíveis para qualquer valor de θ , ou seja,

$$y(\theta) = L(\theta) + \text{ruído} \quad (5)$$

No contexto, por exemplo, de otimização baseada em simulações de Monte Carlo, $L(\theta)$ pode representar a resposta média (populacional, desconhecida), e $y(\theta)$ pode representar uma simulação ou a média (amostral) de certo número de simulações. Essa medida ainda contém ruídos como indicado na equação (5). Em outros problemas, onde a função-objetivo exata estará disponível o $\text{ruído} = 0$, o qual corresponde, por exemplo, a uma simulação determinística.

Em geral supõe-se que o gradiente, com ou sem ruído, não está disponível.

Assume-se que a função $L(\theta)$ é diferenciável e que em um ponto de mínimo, θ^* , o gradiente é nulo, ou seja,

$$g(\theta^*) = \left. \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta^*} = 0 \quad (6)$$

No caso em que mais de um ponto satisfaça a Eq. (6), o algoritmo pode convergir para um mínimo local. Como consequência da fórmula recursiva básica, não há, geralmente, risco de convergência para um ponto de máximo ou ponto de sela. O gradiente da função-objetivo dado pela Eq. (6) está associado a um problema de otimização sem restrição. No entanto, através de aplicação de técnicas como funções de penalidade ou métodos de projeção, por exemplo, é possível usar a Eq. (6) em problemas com restrição.

2.2.4.1 – Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (SPSA)

O algoritmo SPSA pode ser sintetizado em seis etapas, SPALL (1998).

Etapa 1 – *Inicialização*:

Inicialize o contador $k = 1$. Escolha um valor inicial θ_k e coeficientes não negativos a, c, A, α, γ , nas seqüências a_k e c_k (equação 7 e 8). Os valores $\alpha = 0,602$ e $\gamma = 0,101$ são valores eficientes e teoricamente válidos. Os valores assintoticamente ótimos são $\alpha = 1$ e $\gamma = \frac{1}{6}$. Normalmente, a constante de estabilidade 'A' é determinada como um percentual, cinco a dez por cento, do máximo número de iterações permitido. O parâmetro 'a' pode ser calculado a partir da estimativa do gradiente inicial, de tal forma que o incremento de teta entre duas iterações

na iteração inicial, possua um tamanho julgado adequado pelo usuário. O parâmetro ' c ' é o tamanho da semicorda da aproximação secante do gradiente. Quando não há ruído, ele assume um pequeno valor, como, por exemplo, $c = 0,0001$. Quando há ruído, o valor pode ser tomado da ordem do desvio padrão desse ruído.

$$a_k = a/(A + k)^\alpha \quad (7)$$

$$c_K = c/k^\gamma \quad (8)$$

$$s_k = -a_k \hat{g}(\theta_k) = \theta_{k+1} - \theta_k \quad (9)$$

Etapa 2 – Geração do Vetor de Perturbação Simultânea.

Gere um vetor Δ_k randômico, de perturbação, e dimensão p , usando Monte Carlo, onde cada uma das p componentes são independentemente geradas a partir de uma distribuição de média zero satisfazendo certas condições dadas em SPALL (2003). Uma escolha simples para cada componente do vetor de perturbações é usar uma distribuição ± 1 de Bernoulli com probabilidade $1/2$ para cada amostra. As distribuições Uniforme e Normal não são permitidas, porque possuem momentos inversos infinitos.

Etapa 3 – Avaliações da Função.

Obtenha duas medidas de $y(\theta)$ baseadas na perturbação simultânea em torno do teta corrente θ_k , nos pontos $y(\theta_k + c_k \Delta_k)$ e $y(\theta_k - c_k \Delta_k)$, com c_k e Δ_k obtidos nas etapas 1 e 2.

Etapa 4 – Aproximação do gradiente de $y(\theta_k)$.

Gere aproximação do gradiente $\hat{g}(\theta_k)$ por perturbação simultânea:

$$\hat{g}(\theta_k) = \frac{y(\theta_k + c_k \Delta_{ki}) - y(\theta_k - c_k \Delta_{ki})}{2c_k \Delta_{ki}} \quad (10)$$

Onde Δ_{k_i} é a i -ésima componente do vetor Δ_k , a qual pode assumir os valores ± 1 randomicamente. O numerador comum em todas as p componentes de $\hat{g}(\theta_k)$ reflete a perturbação simultânea de todas as componentes, em contraste com a perturbação componente a componente no FDSA.

Etapa 5 – *Atualização da estimativa corrente de θ^* .*

Use a equação (1), oriunda do *steepest descent* determinístico para atualizar o vetor de variáveis

Etapa 6 – Término das Iterações.

Retorne à etapa 2 com $k + 1$ substituindo k . Termine o algoritmo se o máximo número de iterações foi atingido, ou usando algum outro critério de parada.

2.4.2.2 – Discrete Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (DSPSA)

Wang & Spall (2011) apresentam o algoritmo, DSPSA, para resolver problemas de otimização estocástica discreta. Essa versão tem como essência o SPSA implementado na seção anterior, com algumas condições para convergência para um ótimo global, tais condições são mais bem discutidas em Wang & Spall (2011) e Wang & Spall (2013).

O algoritmo DSPSA pode ser sintetizado em 6 etapas:

Etapa 1 – *Inicialização:*

Inicialize o contador $k = 1$. Escolha um valor inicial θ_0 e coeficientes não negativos a, A, α, γ , calcule a sequência ak . Assim como no SPSA os valores de $\alpha = 0,602$ e $\gamma = 0,101$ são valores eficientes e teoricamente válidos.

Etapa 2 – *Geração do Vetor de Perturbação Simultânea:*

Gere um vetor Δ_{k_i} randômico, de perturbação, e dimensão p , onde Δ_{k_i} são obtidos utilizando a distribuição ± 1 de Bernoulli com probabilidade $\frac{1}{2}$.

Etapa 3 – *Avaliações da Função:*

Obtenha duas medidas de $L(\theta)$ baseadas na perturbação simultânea em torno do teta corrente θ_k , nos pontos $L(\pi(\theta_k) + \frac{1}{2}\Delta_k)$ e $L(\pi(\theta_k) - \frac{1}{2}\Delta_k)$, com Δ_k obtidos nas

etapas 1 e 2. $\pi(\theta_k)$ é o ponto médio do hipercubo unitário, e $\lfloor \cdot \rfloor$ é o operador de arredondamento, 1_p um vetor unitário com p componentes.

$$\pi(\theta_k) = \lfloor \theta_k \rfloor + \frac{1_p}{2} \quad (11)$$

Etapa 4 – *Aproximação do gradiente de $L(\theta_k)$* :

Gere aproximação do gradiente $g(\theta_k)$ por perturbação simultânea:

$$\hat{g}(\theta_k) = \frac{L(\pi(\theta_k) + \frac{1}{2}\Delta_k) - L(\pi(\theta_k) - \frac{1}{2}\Delta_k)}{\Delta_k} \quad (12)$$

$$\text{Onde: } \Delta_k = \begin{bmatrix} \Delta_{k1} \\ \dots \\ \Delta_{kp} \end{bmatrix}$$

Etapa 5 – Utilize a equação (1) para *atualização da estimativa corrente de θ^** .

Etapa 6 – *Término das Iterações*:

Retorne à etapa 2 com $k + 1$ substituindo k . Termine o algoritmo se o máximo número de iterações foi atingido, ou usando algum outro critério de parada.

2.3. Diferenças entre o SPSA e o DSPSA

A principal diferença entre o SPSA e o DSPSA está na perturbação do domínio da função, enquanto o SPSA gera uma perturbação no domínio de maneira randômica com auxílio das sequências de ganho c_k e o vetor Δ_k . A sequência c_k é calculada com base no tamanho da semicorda de aproximação secante do gradiente e o ruído da função. O DSPSA perturba o domínio em um intervalo fixo de mais ± 1 garantindo que o algoritmo caminhe apenas no domínio inteiro da função.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Esta pesquisa fará uso dos *scripts* das versões do SPSA em ambiente Matlab/Octave, desenvolvidos nos trabalhos publicados em FONSECA (2010) e FONSECA (2015). Assim, como o todo pacote de rotinas de pré-processamento, otimização com simulação e pós-processamento desenvolvidos nos referidos trabalhos.

Pretende-se investigar as melhorias propostas do algoritmo em problemas analíticos e casos sintéticos de reservatórios de petróleo. Nos casos sintéticos serão feitas otimização com simulação. O simulador de fluxo de fluidos a ser utilizado será o Imex (CMG).

3.1. Função Objetivo

A função objetivo desempenha um papel central nos problemas de otimização relacionados à exploração de campos de petróleo. Ela serve como um guia para a definição de metas e prioridades, permitindo que os decisores otimizem a produção, a rentabilidade e a gestão de riscos de acordo com os objetivos específicos de seus projetos e as condições do mercado.

Em geral, a função objetivo utilizada nos problemas de otimização de um campo de petróleo estão relacionadas a produção e a lucratividade do campo. No ponto de vista da produção buscamos maximizar a produção acumulada de petróleo. Quanto a lucratividade do campo, comumente realiza-se a busca pela maximização do valor presente líquido (VPL) ou a taxa interna de retorno (TIR).

Nesta pesquisa utilizamos a esperança da função objetivo utilizada em Oliveira (2010). Trata-se de um VPL simplificado do fluxo de caixa da operação do campo (equação 12) onde estamos considerando apenas as receitas provenientes do óleo e os custos de produção e injeção. Portanto o valor do $Capex_{\tau}$, será adotado igual a zero.

$$f(x_{p,t}, u) = \sum_{\tau}^T [\frac{1}{(1+d)^{\tau}} \cdot F_{\tau}(x_{p,t}, u)] \quad (13)$$

onde:

d é a taxa de desconto aplicada ao capital;

T é o tempo final (horizonte de tempo do projeto ou tempo de concessão do projeto);

F_τ é o fluxo de caixa no tempo τ , tal que:

$$F_\tau = R_\tau - (Capex_\tau + Opex_\tau + GT_\tau) \quad (14)$$

$$R_\tau = \sum_{l=o,g} P_\tau^l \cdot q_\tau^l \cdot \Delta t \quad (15)$$

$$Capex_\tau = N_w \cdot C_w + C_{f,UEP} + C_{v,UEP} \cdot Q_{max}, \quad \forall \tau \leq \tau_i \quad (16)$$

$$Opex_\tau = \sum_{l=o,g,w,wi} C_\tau^l \cdot q_\tau^l \cdot \Delta t \quad (17)$$

Onde:

GT_τ São as tributações aplicadas ao projeto no tempo τ .

P^l é a preço de venda do óleo (o) ou do gás (g);

q^l é a vazão de produção de óleo (o) ou gás (g), em termos das receitas, e a vazão de óleo (o), gás (g), água produzida (w) e água injetada (wi), em termos dos custos;

N_w é o número de poços perfurados;

C_w é o custo médio de perfuração de um poço. Pode assumir valores diferentes para tipos distintos de poços;

$C_{f,UEP}$ é o custo fixo da Unidade Estacionária de Produção;

$C_{v,UEP}$ é o custo variável da Unidade Estacionária de Produção;

Q_{max} , é a vazão máxima compatível com a Unidade Estacionária de Produção;

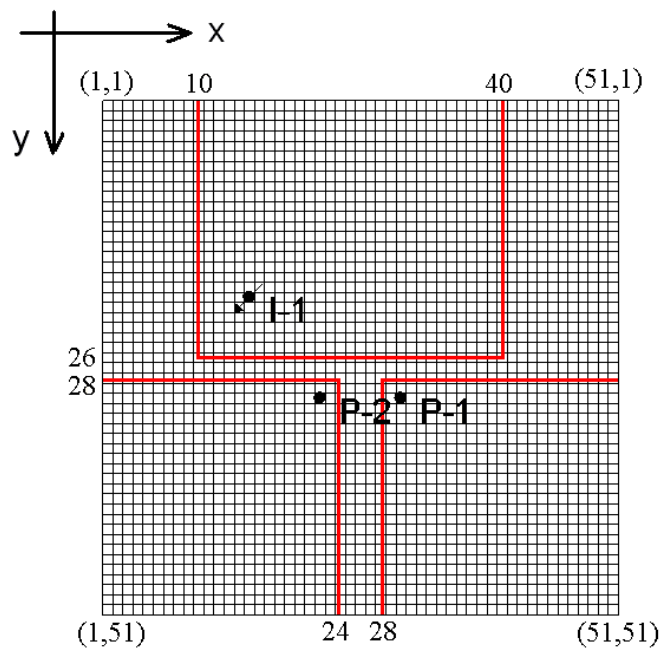
C^l é o custo de manuseio do óleo (o), gás (g), água produzida (w) e injetada (wi);

Δt é o intervalo de tempo considerado.

3.2. Reservatório De Petróleo (Caso 1S)

O reservatório de petróleo do caso 1s foi caracterizado estocasticamente através do uso de realizações geoestatísticas de permeabilidade e porosidade em FONSECA (2010). O reservatório possui malha definida de 51x51x1 blocos que correspondem ao total de blocos nas direções X, Y e Z, com configuração cartesiana e os poços centrados nos blocos conforme figura 2.

Figura 2 - Posições iniciais dos poços e as fronteiras de locação.

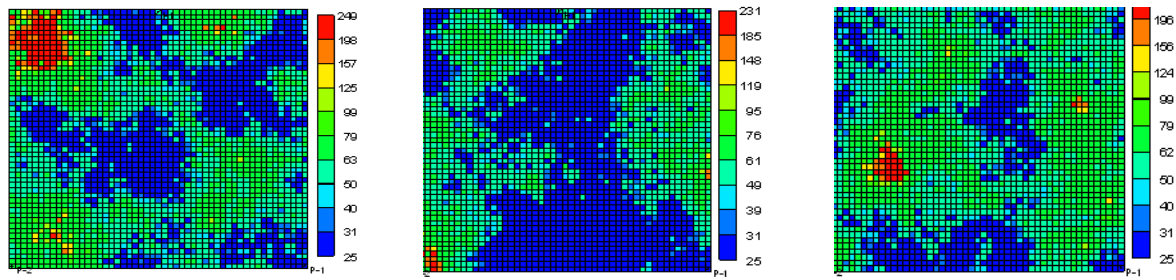


Fonte: Fonseca (2010)

As realizações geradas são referentes à permeabilidade horizontal na direção i de um bloco, que possui a mesma permeabilidade na direção j e na direção vertical possui permeabilidade igual a 10% da horizontal. A figura 3 mostra as 3 realizações utilizadas nessa pesquisa.

A permeabilidade média desse reservatório é de 50mD, a vazão da plataforma de 16m³ / dia e as vazões individuais máximas possuem restrição de 75% da vazão da plataforma ou 12 m³/dia, a injeção de água possui vazão de 76m³/dia.

Figura 3 – Realizações de permeabilidade 1, 2 e 3 do Caso 1S



Fonte: o autor.

3.3. Versões do SPSA

O SPSA, ou algum de seus componentes, como a estimativa do gradiente e a sequência de ganho, tem sido utilizado em diversos problemas de simulação de reservatórios.

Em uma otimização, espera-se que a medida que as iterações avançam cada novo vetor de variáveis seja melhor que o anterior. Contudo, por ser um algoritmo de natureza estocástica existe a possibilidade de o SPSA, antes de alcançar o valor mínimo procurado, deslocar-se para pontos com maiores valores da função-objetivo. Fato que o faz capaz de ultrapassar ruídos e, sob certas condições, alcançar um mínimo global.

Em FONSECA (2010) essa característica motivou a investigação do comportamento do SPSA sob a imposição de somente avançar na iteração (equação 1) caso o valor da função-objetivo em $k + 1$ fosse maior que o valor da função-objetivo na iteração atual, k . Esta versão do algoritmo foi chamada de SPSA-A, os testes com essa versão não se mostraram eficientes ao ponto de usar uma avaliação a mais, aumentando assim o custo computacional.

Ainda devido a sua natureza estocástica, verificou-se que algumas vezes o SPSA consegue atingir um mínimo global, e muitas vezes, alguns dos valores intermediários de θ_k possuíam um valor da função-objetivo menor do que o resultado final. Este fato, deu origem a um código diferenciado, chamado de SPSA-C, que é essencialmente o algoritmo em sua versão original, SPSA, com adição de algumas

heurísticas. Uma dessas heurísticas consiste em captar alguns mínimos intermediários, ordená-los, e reiniciar desses vários pontos.

Para o problema de otimização simultânea das vazões e locações de poços foi utilizado uma versão inteiro mista do algoritmo, SPSA-Z, este usa variáveis inteiras e contínuas durante o processo de otimização. No capítulo 4 abordamos com mais detalhes o processo de otimização inteiro mista. Propomos uma versão discreta do algoritmo DSPSA criado por Wang & Spall (2013), chamada DSPSA-R este usa apenas variáveis inteiras na otimização caminhando apenas pelo domínio inteiro da função objetivo.

3.4. Automatização dos parâmetros de ganho

Em FONSECA (2015), na etapa de assimilação de dados, os parâmetros de ganho foram automatizados. Contudo, os resultados alcançados demonstraram a necessidade de implementar uma rotina mais eficiente, adaptável aos problemas estudados. Nesta esfera, incluem-se os problemas da etapa de otimização.

3.5. Melhoria do SPSA para os problemas inteiro-mistos

O problema de otimização de vazões e locação de poços pode ser considerado um problema de otimização inteiro-mista, que compreende variáveis contínuas (vazões) e variáveis discretas (posições dos poços).

Em princípio, otimizar com variáveis inteiro-mistas em geral, envolve dois ciclos: um ciclo externo referente à variável inteira e um interno referente à contínua, ou o inverso.

A solução do problema de otimização simultânea de vazões e locações de poços pode ser vista de três formas, como destacado em FONSECA (2010):

1. Ciclo externo inteiro com ciclo interno das variáveis contínuas. Forma mais elegante, porém, com elevado custo computacional atrelado. Seja, por exemplo, a necessidade de 200 iterações para os ciclos interno e externo, a otimização gastaria 200 x 200 iterações.

2. Um único ciclo com as variáveis inteiras projetadas no campo contínuo, correspondendo a uma otimização simultânea de locação de poços e otimização das vazões de produção;

3. Um único ciclo com as variáveis contínuas projetadas no campo inteiro.

Em FONSECA (2010) foi desenvolvida uma versão inteiro-mista do algoritmo, chamada de SPSA-Z. Esta versão possibilitou a otimização de vazões simultaneamente com as posições dos poços, em uma malha bidimensional com único ciclo com as variáveis inteiras projetadas no campo contínuo. Neste trabalho utilizamos o DSPSA para otimizar simultaneamente vazão e locação dos poços em um único ciclo com as variáveis contínuas projetadas no campo inteiro.

4. RESULTADOS

Nas atividades iniciais obtivemos sucesso com o algoritmo, com testes em funções analíticas o algoritmo se mostrou mais eficiente com a calibração dos parâmetros de ganho. Nos testes em reservatório de petróleo a rotina de automatização dos parâmetros de ganho mostrou-se eficiente, no entanto ainda é necessário algum ajuste.

A transformação do problema inteiro misto para o problema totalmente inteiro trouxe ganhos significativos em relação ao EVPL, mostrando que a versão discreta do SPSA é eficiente para o problema de otimização simultânea de vazões de produção e locação de poços.

4.1. Funções Analíticas

Os testes executados inicialmente na função Griewank (equação 18) e ilustrada na figura (4) tiveram o objetivo de analisar e melhorar a eficiência do algoritmo SPSA-B através de ajustes nos parâmetros de ganho. Em FONSECA (2010) foi utilizado os parâmetros $c = 100$, $a = 1000$ a 10000 e $A = 60$, que atendiam aos critérios de parada estipulados em HAATAJA (1999), na variável de controle θ : $\|\theta_f - \theta^*\| < 0,2$, e na função $|L(\theta_f) - L(\theta^*)| < 0,01$, em 50 rodadas independentes do ponto de partida.

$$L(\theta) = \cos(x_1 - 100) \cdot \cos\left(\frac{(x_2 - 100)^2}{\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{(x_1 - 100)^2 + (x_2 - 100)^2}{4000}\right) - 1 \quad (18)$$

A literatura obteve resultados com sucesso em uma média de 345 iterações, com o número médio do critério sobre a função de 0,009 e o número médio do critério sobre a variável de 0,10.

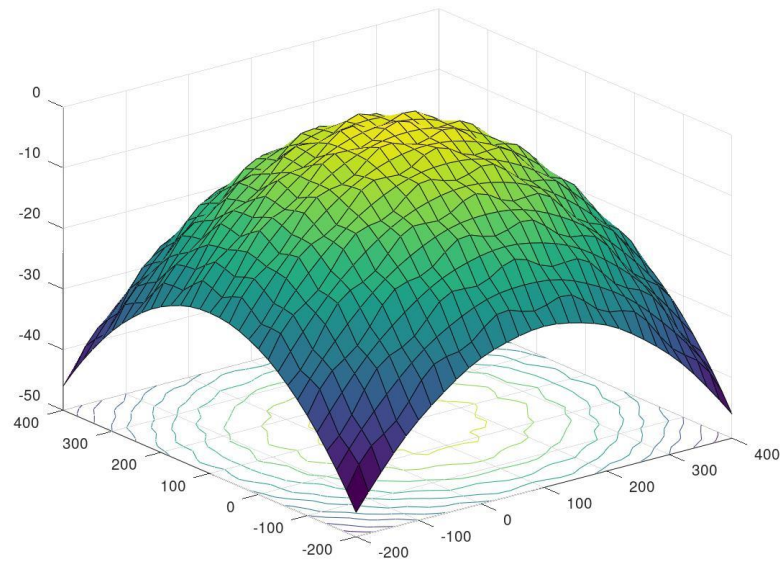
A fim de obter melhores parâmetros de ganho, estudamos e utilizamos o algoritmo criado por Spall em 1999 que tem por finalidade automatizar a obtenção destes. Conforme a tabela 1, para os parâmetros $c = 120$, $a = 2000$ a 2400 , $A = 30$, foram encontrados resultados com sucesso em uma média de 100 iterações com número médio do critério sobre a função de 0,005 e o número médio do critério sobre a variável de 0,075.

Os resultados obtidos mostram a importância dos parâmetros de ganho para eficiência do algoritmo, no experimento chegamos a resultados superiores utilizando três vezes menos iterações e, portanto, um menor tempo de processamento e menor esforço computacional. Em problemas onde temos um elevado número de variáveis e simulações com elevado custo computacional procuramos obter melhores resultados no menor número de iterações possíveis.

A figura 5 mostra o percurso do algoritmo sobre a superfície da função objetivo, podemos notar que a curva em azul tem um tamanho de passo menor comparado com a curva em vermelho, no entanto quando se aproximam do ponto ótimo ambas passam a fazer pequenos passos até atender o critério de parada estabelecido. O fato de ambas fazerem pequenos saltos na proximidade do ótimo global é devido o gradiente da função ser suficientemente pequeno nessas regiões.

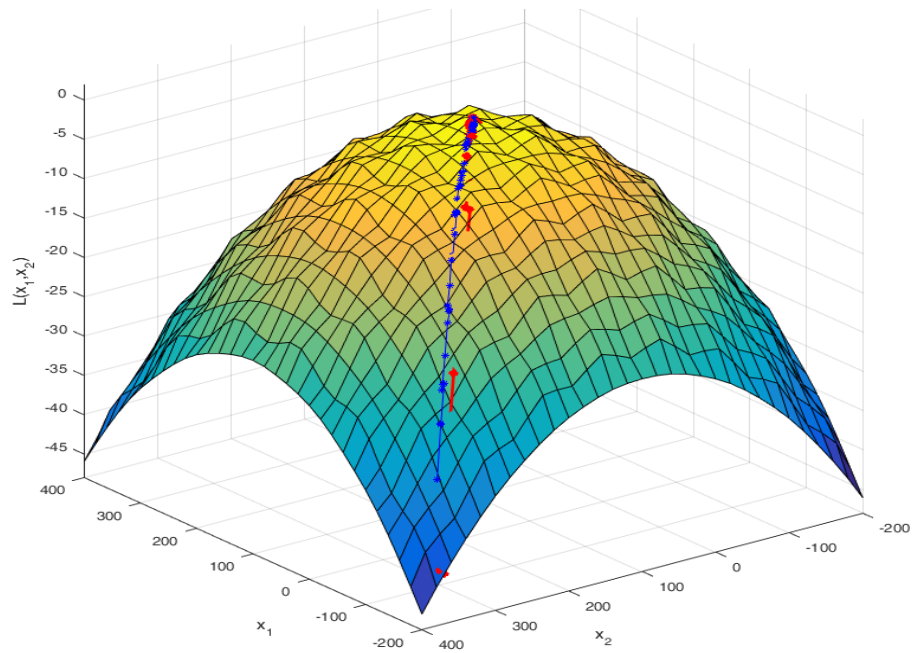
Na figura 6 podemos observar o comportamento de rodadas bem-sucedida com os parâmetros obtidos em Fonseca (2010), (curva em azul) e com os parâmetros obtidos neste trabalho, (curva em vermelho).

Figura 4 - Superfície da função Griewank em duas variáveis no domínio $[-200, 400]$



Fonte: O autor

Figura 5 - Caminho do algoritmo SPSA-B na superfície da função Griewank com os parâmetros obtidos em Fonseca (2010) (azul) e parâmetros obtidos neste trabalho (vermelho)



Fonte: O autor

Figura 6 – Comportamento da Função Griewank em uma rodada bem-sucedida.



Fonte: O autor

Tabela 1 - 50 rodadas independentes da função Griewank com o SPSA-B

#	$\theta_0(1)$	$\theta_0(2)$	$L(\theta_0)$	$\theta_f(1)$	$\theta_f(2)$	$ L(\theta_f) - L(\theta^*) <_{0,01}$	$\ \theta_f - \theta^*\ < 0,2$	K
1	391.253	389.173	42.525	100.087	100.110	0.007	0.139	105
2	373.569	173.271	21.077	99.947	99.993	0.001	0.043	106
3	-136.193	11.727	17.664	100.067	99.963	0.003	0.021	106
4	-53.445	-44.083	12.268	99.996	100.146	0.005	0.101	30
5	-181.555	212.096	24.239	99.935	100.149	0.008	0.060	105
6	175.628	376.284	20.700	100.069	99.985	0.002	0.039	106
7	391.729	-8.987	25.159	99.919	99.984	0.003	0.068	110
8	30.298	-186.418	22.636	100.059	100.017	0.002	0.054	107
9	156.615	34.028	3.777	99.892	99.935	0.007	0.123	107
10	391.399	-153.283	37.548	100.086	99.990	0.004	0.053	107
11	92.053	338.436	15.275	99.872	99.949	0.009	0.127	106
12	-156.839	-197.507	40.331	99.882	99.980	0.007	0.098	109
13	360.004	189.791	20.495	99.909	99.980	0.004	0.078	110
14	-155.312	271.216	24.547	99.871	100.010	0.008	0.084	113
15	12.040	163.108	3.129	100.052	100.076	0.003	0.091	105
16	380.809	62.383	21.104	100.067	100.123	0.006	0.135	105
17	-192.343	88.304	22.002	100.090	99.874	0.008	0.025	105
18	129.799	-71.709	8.572	99.860	100.014	0.010	0.089	107
19	-90.175	24.685	11.352	99.923	99.918	0.005	0.112	105
20	90.834	246.443	5.423	99.990	99.878	0.004	0.093	70
21	-103.989	49.058	11.947	100.093	99.973	0.004	0.046	109
22	332.950	297.142	23.936	99.930	99.848	0.008	0.157	107
23	0.202	396.214	25.807	100.070	100.153	0.008	0.158	107
24	12.958	-17.711	6.347	99.909	100.011	0.004	0.056	107
25	116.018	-93.441	10.537	100.120	100.015	0.007	0.096	108
26	29.598	50.329	3.092	100.061	99.931	0.003	0.006	108
27	363.753	189.859	19.658	100.077	99.910	0.005	0.009	105
28	298.723	-159.190	28.006	99.883	100.042	0.007	0.053	111
29	352.629	-167.764	34.702	100.139	100.025	0.010	0.116	111
30	254.440	180.151	9.438	99.964	100.078	0.002	0.029	107
31	39.146	324.161	14.545	100.081	100.118	0.007	0.141	43
32	-198.074	367.730	41.767	100.101	100.021	0.005	0.086	110
33	197.211	126.917	4.511	99.982	100.152	0.006	0.094	109
34	-143.429	188.658	17.823	99.936	99.940	0.003	0.088	108
35	37.866	-185.886	22.043	100.078	100.073	0.004	0.106	45
36	-85.966	-33.012	14.872	100.073	99.980	0.003	0.038	108
37	325.803	169.316	14.658	99.868	99.944	0.009	0.132	106
38	10.811	-94.905	12.174	99.978	99.984	0.000	0.027	41
39	-25.529	-58.781	10.568	100.064	99.933	0.003	0.001	112
40	329.907	150.803	14.688	100.057	99.938	0.003	0.004	72
41	164.525	367.345	20.013	99.950	100.109	0.004	0.042	108
42	279.480	-180.528	27.898	99.896	100.102	0.008	0.002	114
43	398.935	-99.570	32.44	100.134	100.059	0.010	0.137	106
44	372.423	117.933	20.255	99.930	100.005	0.002	0.046	105
45	-23.376	115.218	4.710	99.896	99.931	0.007	0.122	106
46	-48.145	225.429	11.079	100.122	100.000	0.007	0.086	110
47	289.672	115.130	10.164	100.062	100.020	0.002	0.058	73
48	281.946	-135.029	24.003	100.111	99.963	0.007	0.053	106
49	-174.631	175.465	21.024	100.020	99.930	0.001	0.035	107
50	279.532	101.225	9.638	99.885	99.991	0.007	0.088	109

Fonte: O autor (2022)

4.2. Reservatórios de Petróleo

4.2.1 Otimização simultânea de vazão e locação de poços

A otimização inteiro mista consiste na otimização de vazões e locações de poços para o Caso 1S realizado em Fonseca (2010), para tal foi utilizada a versão do SPSA-Z a qual é uma versão adaptada do SPSA. Foram utilizadas técnicas de projeção para permitir o uso de variáveis inteiras (posições dos poços) e contínuas (vazões).

Inicialmente realizamos a otimização com 3 realizações, um total de 11 variáveis, sendo 2 contínuas (vazões de produção) e 9 inteiras (posição dos poços produtores e injetores). Com fronteiras definidas para que os poços fossem locados nas regiões de interesse.

No problema de otimização simultânea das vazões de produção com locação de poços temos dois tipos de variáveis de controle, variáveis contínuas que podem ser a vazão de produção nos poços produtores ou vazão de injeção nos poços injetores, e as variáveis inteiras que são as posições dos poços produtores e injetores na malha cartesiana.

O uso de uma versão discreta do SPSA tem como principal objetivo simplificar o problema de otimização simultânea, trabalhando apenas com variáveis inteiras. Além de observar se o algoritmo é eficiente e capaz de encontrar ótimo globais em problemas com elevado grau de incerteza.

4.2.2. Otimização simultânea com SPSA-Z

A fim de analisar e comparar os resultados obtidos em Fonseca (2010), nós refizemos os experimentos com os mesmos parâmetros lá obtidos por meio de calibração manual. A figura 7 mostra a comparação do experimento realizado aqui e o obtido na literatura, os valores máximos de VPL encontrado e a configuração ótima dos poços estão na tabela 2 para três realizações.

Tabela 2 - Comparação da otimização simultânea de vazões e posições de poços com os parâmetros obtidos em Fonseca (2010) e os parâmetros obtidos no experimento.

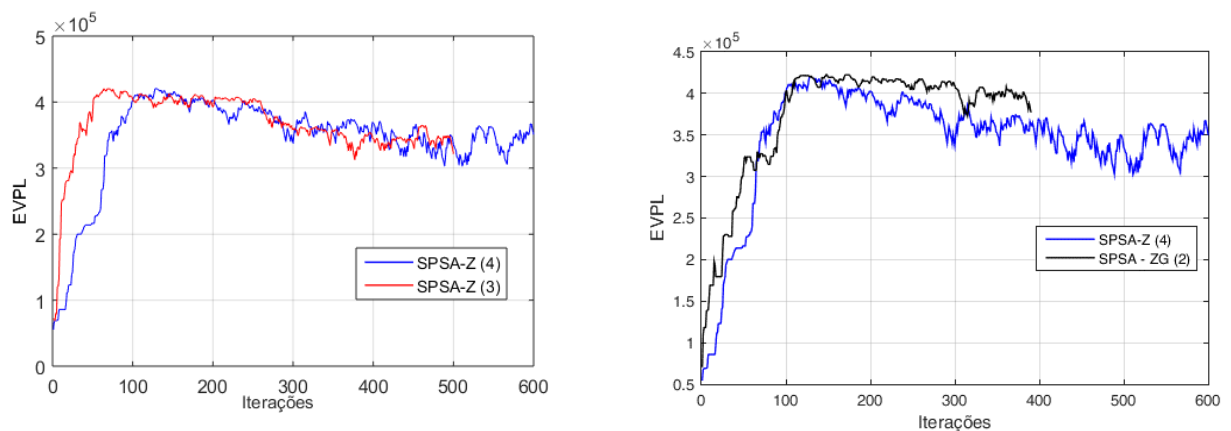
#	Versão	Número de realizações	N	EVPL (inicial) (E4)	EVPL (máximo) (E4)	K	P1		P2		I		Vazão (%)	
							X	Y	X	Y	X	Y	T1	T2
(1)	SPSA-Z	3	200	37,2	40,90	65	51	51	1	51	26	1	54,00	25,00
(2)	SPSA-Z	3	390	7,13	42,32	148	51	51	24	51	20	2	56,76	67,61
(3)	SPSA-Z	3	500	7,13	42,05	64	49	51	23	51	21	4	45,10	30,89
(4)	SPSA-Z	3	1000	5,52	42,06	128	49	51	24	51	18	6	75,00	42,10

Fonte: O autor (2022)

Podemos notar que partindo do mesmo ponto inicial, $\theta = [25,25]$, devido a natureza estocástica do algoritmo os resultados de VPL obtidos são diferentes, assim como o caminho tomado para encontrar o ótimo global do problema. Como mencionado na literatura a obtenção desses parâmetros de ganho é um trabalho exaustivo, feita pelo método de tentativa e erro. Aqui utilizamos o algoritmo de obtenção dos parâmetros para automatizar este processo na tabela 3 mostram os parâmetros encontrados e a tabela 2 a comparação entre os experimentos.

No SPSA o parâmetro 'c' tem grande influência para a convergência do algoritmo, uma vez que esse é o responsável por perturbar o domínio da função objetivo para que o algoritmo não fique preso em ruídos ou mínimos locais.

Figura 7 - Comparação do comportamento do algoritmo com os parâmetros obtidos manualmente e os parâmetros obtidos automaticamente.

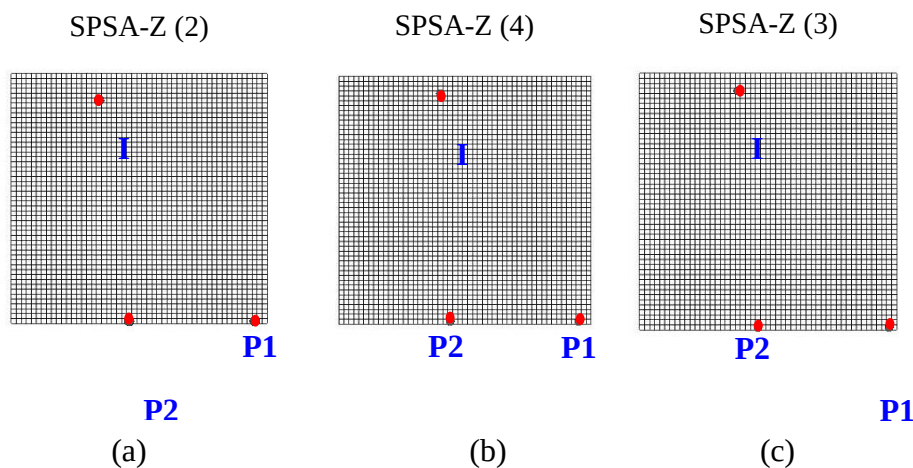


Fonte: O autor (2022)

Na figura 7 fica claro que após a calibração dos parâmetros o algoritmo caminha mais rapidamente para o ponto de ótimo global, no entanto podemos observar que próximo das sessenta iterações o algoritmo passa a andar lentamente e então alcança melhores valores de EVPL como esperado.

Em todas as otimizações, os poços foram locados em posições bastantes parecidas, figura 8, e os valores de vazão obtidos mostram que para esse experimento a posição dos poços são as variáveis que afetam com maior intensidade o retorno do campo.

Figura 8 - (a) Posição após a otimização com os parâmetros obtidos em Fonseca (2010), (b) Posição após a otimização com os parâmetros obtidos automaticamente (c) Posição após a otimização com os parâmetros calibrados.



Fonte: O autor (2022)

4.2.3 Otimização simultânea com DSPSA-R

Nesta seção implementamos uma versão do DSPSA criado por Wang e Spall (2011), nomeamos como DSPSA-R. Esta versão tem como principal característica encontrar uma solução inteira para o problema de otimização inteiro misto tratado anteriormente, portanto o algoritmo caminha no domínio inteiro da função objetivo.

Para garantir que o algoritmo caminha no domínio inteiro é necessário truncar o passo a cada iteração para isto utilizamos a função 'ceil' do matlab está retorna um número inteiro imediatamente superior, garantindo assim que mesmo quando o passo for muito pequeno o algoritmo caminha há uma distância fixa de (+/- 1).

ambientes com elevado grau de incertezas.

Foram realizadas várias otimizações com parâmetros de ganho diferentes para uma calibração do algoritmo como mostra a Tabela 3 e 4 para valores de 'a' entre 0.003 e 0.008 e 'A' fixo em 30 o algoritmo se mostrou eficiente para o problema analisado.

Os valores de EVPLm encontrados nesse trabalho são superiores aos valores obtidos no experimento com o SPSSA-Z, na próxima seção vamos comparar os dois experimentos e discutir sobre a eficiência desses. A figura 9 mostra o comportamento do DSPSA-R, observa-se que o algoritmo conseguiu alcançar os valores ótimos em uma média de 64 iterações, nas primeiras 10 iterações já conseguimos observar valores de EVPLm satisfatórios, tal característica indica que o algoritmo é eficiente para resolver problemas com grande número de variáveis, em ambientes ruidosos.

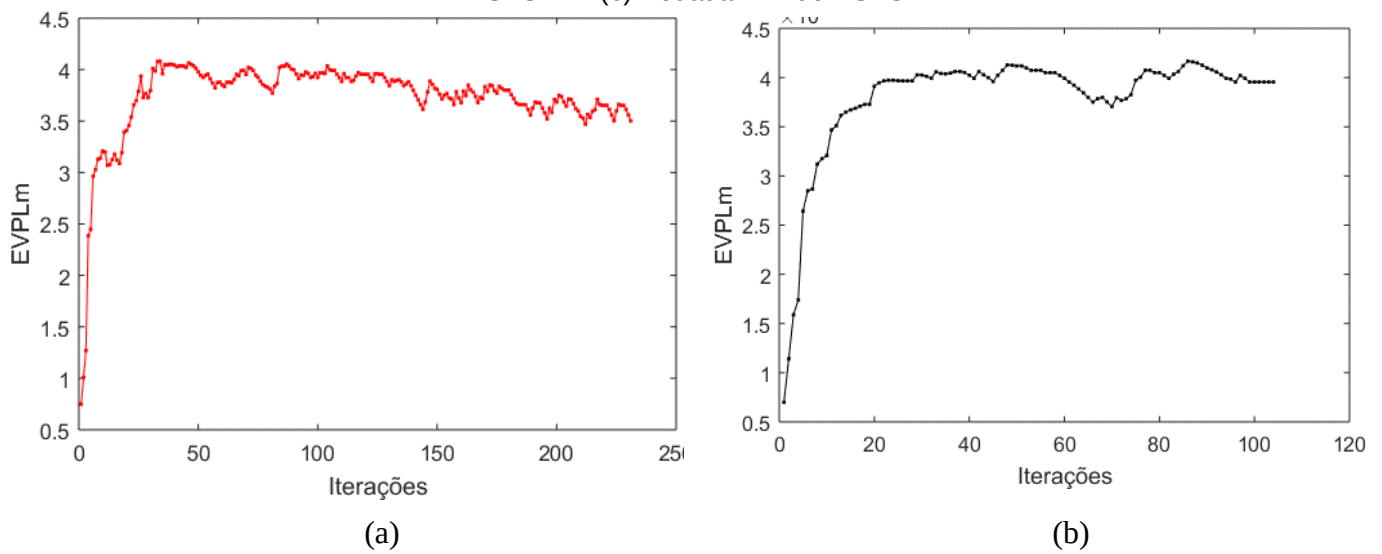
Tabela 3 - Parâmetros e ganho obtidos após calibração manual do algoritmo

Parâmetros de Ganho			
#	a	A	N
(1)	0,005	30	104
(2)	0,005	30	231
(3)	0,008	30	1000
(4)	0,001	30	239
(5)	0,01	30	60
(6)	0,005	30	300
(7)	0,003	30	230

Fonte: O autor (2022)

A posição inicial dos poços foi locada de maneira desfavorável para recuperação de óleo no reservatório, após a otimização os poços foram locados em posições que favoráveis a recuperação (figura 10). Como mostra a tabela 5 a produção na posição inicial dos poços tem fator de recuperação aproximadamente de 3% e após a otimização o fator de recuperação passa a ser de aproximadamente 20%.

Figura 9 - Comportamento do algoritmo DSPSA-R na busca por um ótimo global (a) Rodada n° 7 do DSPSA-R. (b) Rodada n° 1 do DSPSA-R.



Fonte: O autor (2022)

Tabela 4 - Resultados das otimizações com o algoritmo DSPSA-R

#	Versão	EVPL (Inicial) (E4)	EVPL (Máximo) (E4)	K	P1		P2		I		Vazão (%)	
					x	y	x	y	x	y	T1	T2
(1)	DSPSA_R	7,13	41,66	86	49	51	24	50	22	4	75	55
(2)	DSPSA_R	7,13	40,88	34	45	50	19	51	24	7	51	35
(3)	DSPSA_R	7,13	42,26	196	47	51	24	51	20	1	75	75
(4)	DSPSA_R	7,13	37,08	24	47	51	23	51	19	16	42	36
(5)	DSPSA_R	7,13	37,67	20	28	51	24	51	16	1	25	25
(6)	DSPSA_R	7,13	42,59	52	46	51	24	51	19	3	65	61
(7)	DSPSA_R	7,13	42,39	33	46	51	22	51	22	3	55	46

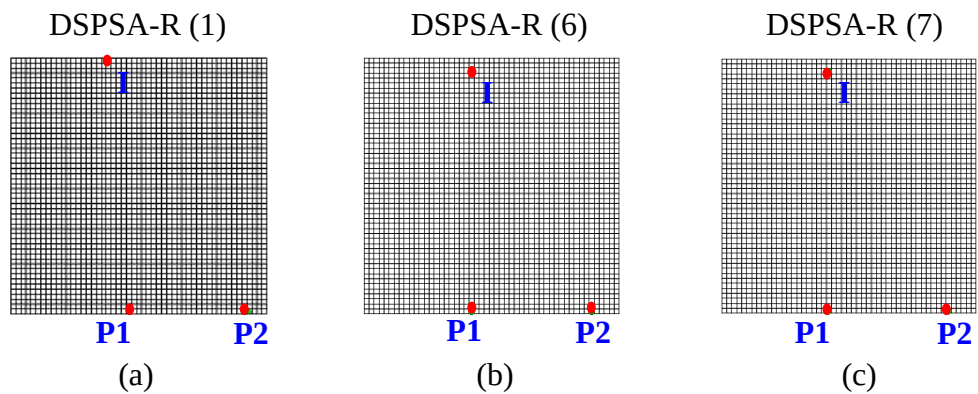
Fonte: O autor (2022)

Tabela 5 – Avaliação do fator de recuperação após a otimização

K	Realizações	Óleo Inicial no Reservatório (m³)	Produção Acumulada de Oleo (m³)	Fator de Recuperação (%)
1	1	205675,00	6304,00	3,07%
1	2	207330,00	5462,20	2,63%
1	3	199541,00	5631,90	2,82%
52	1	205675,00	38836,00	18,88%
52	2	207330,00	37811,00	18,24%
52	3	199541,00	37920,00	19,00%

Fonte: O autor (2022)

Figura 10 - Posição dos poços após otimização com DSPSA-R, (a) Posição do poço da na rodada de nº 1. (b) Posição dos poços na rodada de nº 6. (c) Posição dos poços na rodada de nº 7.



Fonte: O autor (2022)

4.2.1.3 – Comparação DSPSA-R e SPSA-Z para otimização simultânea de vazões e locações de poços.

Ao realizar uma comparação entre os resultados obtidos com o DSPSA-R e o SPSA-Z para o experimento de otimização das vazões e locações de poços no Caso 1S, o objetivo foi investigar se a versão discreta seria eficiente para o problema, e simplificar o tratamento de variáveis inteiras e contínuas durante a otimização. A partir da análise da figura 9, podemos observar que o algoritmo DSPSA-R demonstra maior eficiência nas primeiras iterações, com passos maiores que tendem a se estabilizar na região do ótimo da função. Este fato pode ser relacionado aos parâmetros 'c' e 'a', que ajustam o passo do algoritmo SPSA-Z, e cuja combinação eficiente não é trivial. Em comparação, o DSPSA-R elimina a necessidade do parâmetro 'c', uma vez que a perturbação do domínio durante o cálculo do gradiente é realizada em ± 1 , enquanto o parâmetro 'a' controla apenas o passo do algoritmo.

Além disso, é possível observar que os valores de VPLm encontrados nas otimizações com o DSPSA-R foram semelhantes ou, em alguns casos, superiores aos encontrados com o SPSA-Z (Tabela 2). As otimizações com o DSPSA-R ainda apresentam a vantagem de eliminar a necessidade da transformação das variáveis para o domínio inteiro, facilitando o uso no simulador.

5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Observamos que o algoritmo SPSA se mostra eficiente para tanto para problemas simples como em funções analíticas, como problemas mais robustos com elevado número de variáveis e incertezas. Os parâmetros de ganho são essenciais para uma convergência rápida para a solução ótima, para determinação destes é necessário conhecer o problema.

A rotina de automatização estudada aqui se mostrou eficiente para os problemas estudados, no entanto ainda é necessário alguns estudos para uma definição menos subjetiva dos parâmetros de ganho, principalmente quanto ao parâmetro 'c' do SPSA o qual depende do ruído da função.

A transformação do problema inteiro misto (SPSA-Z) para o problema discreto (DPSA-R) se mostrou eficiente, obtivemos valores de EVPL e posições dos poços dentro do intervalo de solução obtido com SPSA-Z no caso inteiro misto. O uso de variáveis apenas do domínio inteiro da função, facilita o manuseio do algoritmo, além de diminuir o custo computacional em problemas com elevados número de variáveis como exemplo dos reservatórios tridimensionais. No DPSA-R o parâmetro 'c' não é utilizado, uma vez que a perturbação do domínio é feita de maneira randômica em ± 1 e a sequência de ganho 'ak' passa a ser fundamental para a convergência do algoritmo, a qual passa a diminuir nas proximidades da solução ótima.

Ao final deste trabalho verificamos que os estudos desenvolvidos podem ser aplicados e adaptados (em termos de ambiente de programação, software e parâmetros) para resolver problemas da engenharia de reservatórios, tais como:

- a. Otimização dos parâmetros de operação dos poços, incluindo restrições devidas a instalações e equipamentos de superfície.
- b. Otimização de locação de poços (inclusão de programação inteiro-mista).
- c. Ajuste de histórico de produção.

Otimização de processos de EOR (*Enhanced Oil Recovery*).

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Armstrong, Aleks C.C., and Matthew D. Jackson. "Management of Water Breakthrough Using Intelligent Well Technology." Paper presented at the Offshore Technology Conference, Houston, Texas, April 2001

BANGERTH, W.; KLIE, H.; STOFFA, P. L.; On Optimization Algorithms for the Reservoir Oil Well Placement Problem; ICES, Institute for Computational Engineering and Sciences, University of Texas, Report 05-35, 2005.

BANGERTH, W.; KLIE, H.; STOFFA, P.L.; On Optimization Algorithms for the Reservoir Oil Well Placement Problem; Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 2004

FONSECA, L.A.; Otimização para Simulação Estocástica de Reservatórios de Petróleo: Algoritmos de Diferenças Randômicas Simultâneas; 104f, Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, 2010.

FONSECA, L.A.; Controle em Malha Fechada com Inferência Bayesiana de Reservatórios de Petróleo; Diferenças Randômicas Simultâneas; 156f, Tese de doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, 2015.

FILHO, J. S. de A. C.; Methodology for Quality Map Generation to Assist with the Selection and Refinement of Production Strategies. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/101940-STU, 2005.

GAO, G.; LI, G.; REYNOLDS, A.C.; A Stochastic Optimization Algorithm for Automatic History Matching, paper SPE 90065, 2004.

HORNE, R.N.; Optimization Application in Oil and Gas Recovery; In: PARDALOS, P.M.; RESENDE, M.G.C.; Handbook of Applied Optimization; Oxford University Press; New York; 2002

OLIVEIRA, D.F.B.; Técnicas de Otimização da Produção para Reservatórios de Petróleo: Abordagens sem Uso de Derivadas para Alocação Dinâmica das Vazões de Produção e Injeção; 116f, Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, 2006

POULADI, B.; KARKEVANDI-TALKHOONCHEH, A.; SHARIFI, M.; GERAMI, S.; NOURMOHAMMAD, A.; VAHIDI, A.; Enhancement of SPSA algorithm performance using reservoir quality maps: Application to coupled well placement and control optimization problems, Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 189, p. 106984, 2020.

SPALL, J.C.; Stochastic Optimization, Stochastic Approximation and Simulated Annealing, Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering, Vol. 20, pp 529-542, 2003.

SPALL, J.C.; Implementation of the Simultaneous Perturbation Algorithm for Stochastic Optimization; IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 34, No. 3, pp 817-823; 1998.

THIELE, M. R.; BATYCKY, R.P., Streamsim Technologies, Inc.: Water injection optimization using a streamline-based workflow, technical paper, SPE 84080, 2003.

WANG, C.; LI, G.; REYNOLDS, A.C.; Production Optimization in Closed-Loop Reservoir Managment; SPE 109805, SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Califôrnia, 2007

7. APENDICE 1

Mixed-integer Optimization under Uncertainty in Reservoir Development and Management

Haniel F. A. Belo¹, Liliane de A. Fonseca¹, Ézio da R. Araújo¹

¹*Dept. of Civil Engineering, Federal University of Pernambuco
Av. da Arquitetura, 50740-550, Recife, PE, Brazil
haniel.belo@ufpe.br, liliane.fonseca@ufpe.br, ezio@ufpe.br*

Abstract. Reservoir geoen지니어ing is usually faced with large-scale optimization problems under uncertainty arising as part of development planning of smart wells locations, performing separated, jointly, or simultaneously optimization of well locations and control rates of water injection and hydrocarbon productions. This paper performs a simultaneous optimization of well locations and production rates under geological uncertainty using Monte Carlo samples over geostatistical realizations. Those optimization problems are of mixed-integer type. Traditionally, they have been solved by performing projections between real and integer variables using different strategies, Whitney and Hill [7]. This work investigates the performance of DSPSA, a discrete version of SPSA, recently described in Wang and Spall [13], and proposes a discrete variant to be applied in mixed-integer problems where all control variables are ceiling round, taking advantage of practical field implementations. One-sided deterministic constraints are imposed to reduce search space. For more general one-sided stochastic non-linear constraints, see Fonseca [3] and Fonseca et al. [9]. In the class of reservoir problem solved in this paper, functional and constraints derivatives are never available, mainly because industry solves the reservoir simulation problem using commercial software as a black box. Additional metaheuristics are used to construct the discrete version of DSPSA. This work makes a preliminary comparison between the new discrete version, DSPSA-R, with SPSA-Z, the mixed-integer version of SPSA in Fonseca [3].

Keywords: Mixed-integer optimization, Stochastic optimization, SPSA, DSPSA, well location, control rate.

1 Introduction

The research to be described proposes an optimization methodology for optimal reservoir development management and planning of smart wells locations and production optimization under geostatistical uncertainty, performing a simultaneous optimization of well locations and production rates in a water injection petroleum reservoir exploitation. The simultaneous strategy, first proposed in Fonseca [3], efficiently opposes to industry and academic conventional joint strategy that uses cycles of wells locations optimization followed by rate optimization, Shirangi [4].

Simulation-optimization techniques are used together with gradient-free optimization algorithms that execute high fidelity reservoir physics from any commercial reservoir simulator. Traditional surrogate-based objective functions techniques suffer from the well-known problems of accuracy, efficiency, and robustness whenever trying to estimate approximate derivatives of surrogate models. Instead, direct function measurements are used to make direct stochastic approximations of gradient functions.

SPSA - simultaneous approximation stochastic algorithm - is especially efficient in high-dimensional problems in terms of providing a good solution for a relatively small number of objective function evaluations, He et al. [1] and Spall [2]. This is confirmed by numerical experiments in Fonseca [3]. SPSA is an appropriate algorithm for use in random noise environments, as are reservoir geostatistical descriptions combined with stochastic direct measurements. These environments are typical in reservoir closed-loop control.

Shirangi [4] remarked a tendency to perform joint optimization of well locations and control. Because

studies have reported that a sequential approach, i.e., optimizing first well locations then well rates, often yields suboptimal solutions compared to joint optimization. To perform the simultaneous or joint optimization, usually, production rates are treated as continuous variables and well locations as integer variables. In other words, this problem belongs to the mixed-integer optimization class problem. For such problems, neither combinatorial methods nor classic methods of optimization with gradients and Hessians are suitable.

Whereas SPSA was developed for continuous optimization problems, to solve discrete optimization problems, several adapted versions have been proposed. Fu and Hill [5] applied SPSA over discrete systems, where integer variables were projected in the continuous domain. Gerencser and Hill [6] show a discrete SPSA version defining the gain parameter, a , as a fixed gain parameter instead of the original sequence a_k .

Whitney and Hill [7] solved constrained optimization problems over discrete sets via SPSA. Within a domain of interest, treated as a grid of points with discrete-value coordinates, they proposed three discrete methods that differed among themselves by the way control variables are updated, as shown further up. Other forms of projection techniques can be seen in Brooks [8], where the author tested six SPSA versions to solve discrete resource allocation problems. These versions were different from each other in aspects related to how to obtain stochastic gradient $\hat{g}(\theta_k)$, update control variable, θ_{k+1} and parameters c_k and a_k .

We revisit the simultaneous well placement and production rates optimization problem solved in Fonseca [9], where integer part of control variables are wells positions, supposed to be block-cantered, and the continuous part of control variables are injection and production rates. Applications in that work were made with a unique cycle after projections, Whitney and Hill [7], of integer variables in the continuous field, immediately before calling the black-oil model simulator, commercial software IMEX [10].

This work makes a preliminary comparison between the new discrete version, DSPSA-R, with SPSA-Z, the mixed-integer version of SPSA in Fonseca [3], taking advantage of practical constraints on the field implementation of optimization output. The methodology is fully coded in MATLAB [11].

2 Methodology

Algorithms that make stochastic approximations (SA) are suitable for problems that consider the inherent uncertainties of real issues. SPSA is an algorithm of stochastic nature that uses only two objective function measurements by iteration to make a stochastic gradient approximation of the objective function. Additionally, its performance is independent of the control variable's number. This characteristic allows a significant reduction in the optimization cost, mainly in problems with a high number of variables. Applications of this algorithm with hundreds or even thousands of control variables are shown in Spall [12], Fonseca [3]. The implementation of SPSA for unconstrained optimization, in its basic format, is given in Spall [2] and Spall [12]. We are aware of the relative efficiency of solvers that uses derivatives and adjoints of a smooth and convex objective function. However, the general set of problems solved here are neither smooth nor convex.

2.1 SPSA basic format for unconstrained and continuous optimization, Spall [2]

Step 1 Initialization and coefficient selection. Set counter index $k = 0$. Pick initial guess $\theta_0 \in G$ and nonnegative coefficients a, c, A, α , and γ . Usually, $\alpha = 0.602$ and $\gamma = 0.101$; a, c , and A may be determined based on the practical guidelines given in Spall (2003).

Step 2 Generation of simultaneous perturbation vector. Generate by Monte Carlo method a p -dimensional random perturbation vector using a Bernoulli ± 1 distribution with probability 1/2 for each ± 1 outcome.

Step 3 Objective function evaluations. Obtain two objective function measurements $y(\theta_k + c_k \Delta_k)$ and $y(\theta_k - c_k \Delta_k)$.

Step 4 Gradient Approximation. Generate the SP approximation to the unknown gradient according to eq. (1)

$$\hat{g}_{k,l}(\theta_k) = \frac{y(\theta_k + c_k \Delta_k) - y(\theta_k - c_k \Delta_k)}{c_k \Delta_{k,l}}. \quad (1)$$

Average several gradients estimations at θ_k , if asked by the user. Benefits will be especially apparent if noise effects are relatively large.

Step 5 Update θ estimate. Update θ_k through stochastic approximation equation,

$$\theta_{k+1} = \theta_k - a_k \hat{g}(\theta_k). \quad (2)$$

Then check if θ_{k+1} is in the feasible domain.

Step 6 Iteration or termination. Return to step 1 with $k + 1$ replacing k . Terminate the algorithm if there is little change in several successive iterates or if the maximum allowable number of iterations has been reached.

2.2 SPSA versions with projection techniques.

Whitney and Hill [7] proposed three discrete methods to estimate θ_{k+1} , to deal with continuous variables in SPSA over discrete sets.

Method 1: $\theta_{k+1} = \theta_k - a \cdot \text{round}(\hat{g}_k(\theta_k))$. Upon convergence, the final values of θ should be the next integer, given by $\theta_{\text{final}} = \text{round}(\theta_k)$.

Method 2: θ_{k+1} is obtained in a similar manner of the first method, except that the constant gain, a , is included in the rounding operation: $\theta_{k+1} = \theta_k - \text{round}(a \cdot \hat{g}_k(\theta_k))$. In this case, upon convergence, θ values are already discrete.

Method 3: at each iteration, the entire parameter estimate is rounded either up or down to the nearest discrete value, i.e., $\theta_{k+1} = \text{round}(\theta_k - a \cdot \hat{g}_k(\theta_k))$. According to the authors, this method had achieved better results in terms of efficiency and convergence.

2.3 DSPSA, the discrete SPSA.

Wang and Spall [13] described the DSPSA algorithm, for a θ p -dimensional vector, with $p = 1, 2, 3, \dots$. They considered objective function noise measurements, $y = L + \varepsilon$, where $L: \mathbb{Z}^p \rightarrow \mathbb{R}$ and ε is noise. With the following steps:

Step 1 Initialization and coefficient selection. Set counter index $k = 0$. Pick initial guess θ_0 .

Step 2 Generation of simultaneous perturbation vector. Generate by Monte Carlo a p -dimensional random perturbation vector using a Bernoulli ± 1 distribution with probability 1/2 for each ± 1 outcome. $\Delta_k = [\Delta_{k1}, \Delta_{k2}, \dots, \Delta_{kp}]^T$.

Step 3 Domain perturbation Consider $\pi(\theta_k)$ is the middle point of a unitary hypercube, and $[\theta_k] = [[\theta_{k1}], \dots, [\theta_{kp}]]^T$, then calculate

$$\pi(\theta_k) = [\theta_k] + 1_p/2, \quad (3)$$

where 1_p is a p -dimensional vector with all components being unity, and $[\]$ is a floor function operator.

Step 4 Objective function measurements and gradient Approximation. Evaluate y at $\pi(\theta_k) = [\theta_k] + \Delta_k/2$ and $\pi(\theta_k) = [\theta_k] - \Delta_k/2$, and estimate $\hat{g}(\theta_k)$.

$$\hat{g}_{k,l}(\theta_k) = \left[y(\pi(\theta_k) + \frac{1}{2}\Delta_k) - y(\pi(\theta_k) - \frac{1}{2}\Delta_k) \right] \Delta_k^{-1}. \quad (4)$$

Step 5 Update θ estimate. Update θ_k through stochastic approximation equation, eq. (5)

$$\theta_{k+1} = \theta_k - a_k \hat{g}(\theta_k). \quad (5)$$

Step 6 Iteration or termination. Return to step 1 with $k + 1$ replacing k . After the maximum number of allowed iterations, N , set the approximated optimal solution.

One should observe in this algorithm that control variables are intrinsically reals. Because of that, in step 3, they are truncated. But at the updating step, θ_{k+1} is a continuous variable. It should observe that DSPSA does not use c_k parameter to perturb θ_k in the domain, instead, perturbations are centered in $[\theta_k]$ by $\pm 1/2$.

In this work, we introduce a DSPSA version called DSPSA-R, where the letter “R” refers to rounding the

updated estimate. Because both types of variables rates and well locations were treated as integers, only the product $a_k \hat{g}(\theta_k)$ is in the real domain. This has been solved by rounding the estimate updated in step 5, using eq. (6)

$$\theta_{k+1} = \text{ceil}[\theta_k - a_k \hat{g}(\theta_k)]. \quad (6)$$

3 Discussion and Results

3.1 Reservoir under geostatistical uncertainties

The methodology is applied on a stochastic version of a 2D-synthetic and deterministic oil reservoir model, Case 1 in Oliveira [14]. The reservoir was exploited with two producers, P1 and P2, and a water injector, I-1, for 16 years.

Figure 1 gives a view of the stochastic version, named Case 1S, for which a set of 1000 reservoir geostatistical realizations in the software Builder [15]. Permeability realizations were generated conditioned to hard data of the three wells. Both well producers can produce individually up to 12 m³/d of liquids. However, to explore the optimization algorithm to its full potential, the capacity of processing liquids in the production station was limited to 16 m³/d. The reservoir was modeled with a 51×51×1 grid with cells of 10×10×4 m comprising 2601 cells. All other reservoir properties are assumed to be deterministic. See Oliveira [14] and Fonseca [3] for a complete reservoir description.

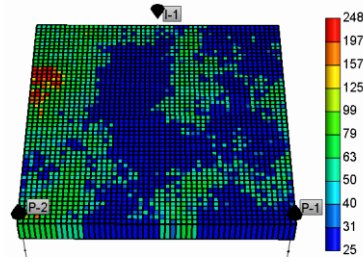


Figure 1. Realization number 10 of horizontal permeability generated.

3.2 Dynamic allocation of the production rates

Under the production and economics aspects, the objective function for optimization problems of exploitation in oil reservoirs is the Net Present Value (NPV). An economical package developed at Oliveira [14] was used to compute the NPV. The control variables are the dimensionless ratios given by

$$x_{p,t} = \frac{q_{p,t}}{\sum_{p \in P} q_{p,t}}, t = 1 \dots n_t, \quad (7)$$

where $q_{p,t}$ is the rate (m³/d) of the well p in the interval of time t , n_t is the number of total time intervals of the production operation, and $\sum_p q_{p,t}$ is the total rates of the wells in the interval t , the same as the capacity of the production station. The control variables are the rates of well P1 during exploitation time, as the P2 well rates are secondary variables obtained through subtraction of the P1 well rate from the total rate production station.

Which is put to produce at its full capacity. Upper $x_{p,t}^u$ and lower $x_{p,t}^l$ bounds constraints are imposed to production wells,

$$x_{p,t}^l \leq x_{p,t} \leq x_{p,t}^u, \quad (8)$$

where $x_{p,t}^l = 0.25$ and $x_{p,t}^u = 0.75$ in the current example. As the optimization process takes place, the set consisting of the NPV of each simulated realization is used to compute the Expected Net Present Value (ENPV) and other desired summary statistics using the Monte Carlo method. Simulations of each reservoir realizations can be distributed across cluster processors to reduce the computational cost. The standard problem of stochastic optimization is established as in April et al. [16]:

$$\max_{x_{p,t} \in R^n} ENPV(x_{p,t}, u). \quad (9)$$

3.3 Simultaneous optimization of well placement and production rate

In this section, it is performed a joint optimization of well locations and production rates. Figure 2 shows the reservoir grid, described by Cartesian coordinates, X and Y. During the optimization process, wells can only be located at a block center. Usually, a well should be located at preferential regions, selected by geoengineers. Boundaries of the feasible regions for each well can be seen in Fig. 2; also, it shows the arbitrary selected initial position for the injector and producers.

To obtain the maximum NPV which can occur during the time horizon of production, Bangerth et al. [17] divided the total exploitation time into sub-periods $T_1 < T_2 < T_3 < \dots < T_f$. Where T_f is the final time of exploitation and performed a set of optimization problems equal to the number of sub-periods. In this study, the chosen objective function is the maximum ENPV during the time of exploitation. This maximum is obtained by solving a unique optimization problem in which the series of Bangerth's sub-problems was eliminated. Also, time was implicitly included as a control variable. Details of this technique were shown in Fonseca [3].

Because the locations of the three wells were simultaneously optimized, it was not possible to draw the multidimensional ENPV surface. Figure 2(a) gives us an idea of this problem's complexity, where two wells were fixed at their original positions, and the third one was moved to all feasible locations. Results of these simulations are depicted in Fig. 2(b), which shows the ENPV surface and the standard deviation, STD illustrated in Fig. 2(c). One should observe that possible feasible regions (low risk) are disconnected.

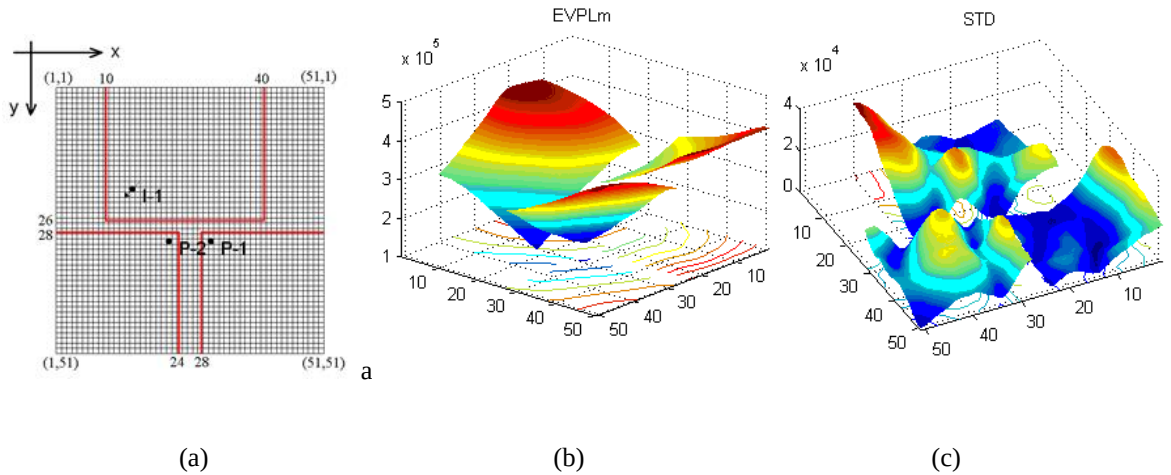


Figure 2. Initial positions of the wells and their limit borders of locations, (a). Response surfaces with three geostatistical realizations of ENPV (b) and (c) of the STD, obtained by changing the positions of one well at a time along with coordinates X and Y.

Table 1 shows some results for this application, where T1 and T2 are P1 rates for two control steps. Run (1) considers all wells fixed on their original positions to have a ENPV reference value. Except for runs (4)

which started with rates T1 and T2 equal to 50%, all tests started with 25% of production station rate for well P1, for both steps of control. Moreover, Tab. 1 shows the final well positions and final producer P1 rates, at maximum ENPV, achieved at k -th iteration. Table 2 shows us the gain parameters corresponding to runs in Tab. 1.

Table 1. Results of mixed-integer optimization using three geostatistical realizations. The first run optimized only production rates with wells in original locations.

Run #	Algorithm version	N	ENPV ₀ (E4)	ENPV (maximum) (E4)	k	P1		P2		I		Rate (%)	
						X	Y	X	Y	X	Y	T1	T2
(1)	SPSA	200	37.28	40.87	65	51	51	1	51	26	1	54.0	25.0
(2)	SPSA-Z	390	7.13	42.32	148	51	51	24	51	20	2	56.8	67.6
(3)	SPSA-Z	712	6.38	41.74	58	51	51	24	51	22	3	54.1	72.8
(4)	SPSA-Z	1000	5.52	42.06	128	49	51	24	51	18	6	75.0	42.1
(5)	DSPSA-R	300	7.13	42.59	52	46	51	24	51	19	3	65.0	61.0
(6)	DSPSA-R	270	7.13	42.62	112	48	51	24	51	20	1	75.0	75.0
(7)	DSPSA-R	230	7.13	42.39	33	46	51	22	51	22	3	55.0	46.0

Table 2. Gain parameters of algorithms SPSA and DSPSA used in the runs.

Run	Version	N	Gain Parameters		
			c	a	A
(1)	SPSA	200	4	0.02	10
(2)	SPSA-Z	1000	1	0.05	30
			4		
(3)	SPSA-Z	712	1	0.05	30
			4		
(4)	SPSA-Z	390	1	0.0844	30
			4		
(5)	DSPSA-R	300	-	0.005	30
(6)	DSPSA-R	270	-	0.01	30
(7)	DSPSA-R	230	-	0.003	30

Figure 3 compares ENPV curves along with iterations for the best runs of SPSA-Z and DPSA-R. In Tab. 1, they correspond to runs #2 and #6, respectively. Again, we can see that DPSA-R has achieved the best value of ENPV at iteration 112 and is faster than SPSA-Z.

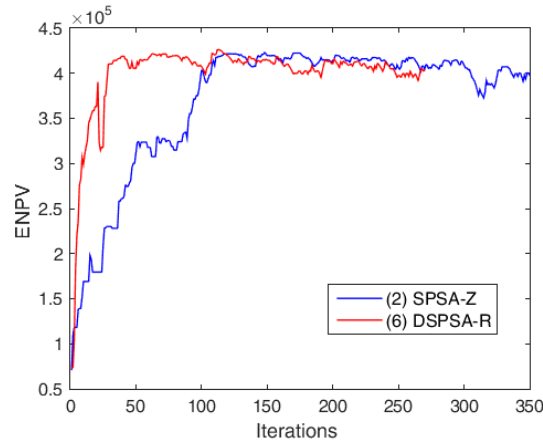


Figure 3. ENPV versus iterations for SPSA-Z and DPSA-R best runs of simultaneous optimization of production rates and well locations. Curves correspond to runs #2 and #6 in Tab. 1, respectively.

Figure 4 shows well positions at the highest ENPV values during optimization. Figures were numbered according to the cases in Tab.1, which offers a summary for the simultaneous optimization with three realizations. Well settings in (2) and (3) of Fig. 5 show that simultaneous optimization of well placement and rates production has modified the original positions of wells producers.

Additionally, the optimized well configurations show a tendency of producers P1 and P2 be located on the right-bottom of their feasible region. Fonseca et al. [9] had studied this case with 3, 10, 30, 50 realizations, and the results showed the same tendency for any number of realizations.

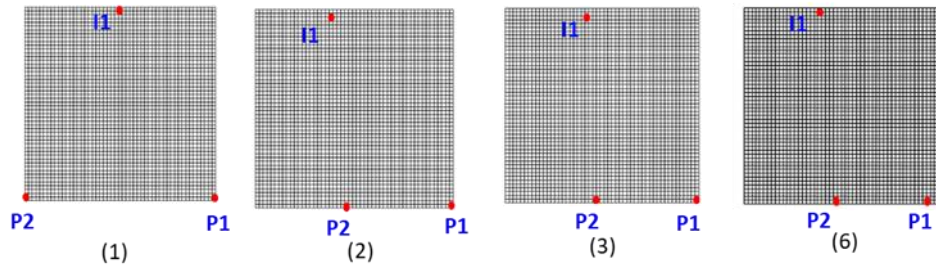


Figure 4. Wells arrangement after optimization. (1) original positions, (2) and (3) optimization with SPSA-Z version, and initial rates 25% and 50%, respectively. (6) the best optimization with DPSA-R version and initial rates at 25%.

4 Conclusions

For the integer-mixed type of optimization, the literature used to perform two sequential cycles: one external cycle with respect to the integer variables and an internal cycle with respect to the continuous ones, or the reverse. This work shows a simultaneous optimization of well placement and production rates in a

bidimensional petroleum reservoir.

Comparing performances of SPSA-Z and DSPSA-R versions to solve the simultaneous optimization, results showed that both algorithms achieved similar well positions and ENPV values, but with DSPSA-R running faster.

Relating to production rates, it was not possible to observe a tendency in their values for optimal values of ENPV, regardless of the kind of set, continuous or integer. We should investigate this fact more.

Acknowledgements. The authors acknowledge the Reservoir Simulation and Management Laboratory – Siger of the School of Engineering of UFPE, ANP-PRH-48.1 and ANP-PRH-47 programs, Finep, and Foundation CMG, for financial support through the Chair.

Authorship statement. The authors hereby confirm that they are the sole liable persons responsible for the authorship of this work, and that all material that has been herein included as part of the present paper is either the property (and authorship) of the authors, or has the permission of the owners to be included here.

References

- [1] He, Y., Fu, M. C., and Marcus, S. I., “Convergence of Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation for Nondifferentiable Optimization”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48, pp. 1459-1463, 2003.
- [2] J.C. Spall, “Adaptive stochastic approximation by the simultaneous perturbation method”, *Proceeding of the 37 IEEE Conference on Decision & Control*, Florida USA, 1998.
- [3] L.A. Fonseca, “Otimização para simulação estocástica de reservatórios de petróleo: Algoritmos de diferenças randômicas simultâneas”, M.Sc. Dissertation, Federal University of Pernambuco, 2010.
- [4] M.G. Shirangi, “Advanced Techniques for Closed-loop Reservoir Optimization under Uncertainty, Ph.D. Dissertation, Stanford University, 2017.
- [5] S.D. Hill, M.C. Fu, “Transfer optimization via Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation”, *Proceedings of the 1995 Winter Simulation Conference*, 1995.
- [6] L. Gerencser, S.D. Hill, “Optimization over Discrete Sets via SPSA”, *Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference*, 1999.
- [7] II J.E. Whitney, S.D. Hill, “Constrained optimization over discrete sets via SPSA with application to non-separable resource allocation”, *Proceedings of the 2001 Winter Simulation*, pp. 313-317, 2001.
- [8] O. Brooks, “Solving Discrete Resource Allocation Problems using the Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (SPSA) Algorithm. *Proceedings of the 2007 Spring Simulation Multiconference*, vol. 3, 2007.
- [9] L. A. Fonseca, E. R. Araújo, S. M. Garcia. “Simultaneous optimization of well locations and control rates under geological uncertainty. *International Journal of Modeling and Simulation for the Petroleum Industry*, 9(2):1-8, 2016.
- [10] IMEX; User’s Guide; Computer Modeling Group Ltd, 2019.
- [11] Matlab, The language of technical computing, User’s Manual, 2015.
- [12] J.C. Spall, “Introduction to Stochastic Search and Optimization: Estimation, Simulation and Control”, Wiley-Interscience, 2003.
- [13] Q. Wang, J.C. Spall, “Rate of Convergence Analysis of Discrete Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation Algorithm. *American Control Conference (ACC)*, 2013.
- [14] D.F.B. Oliveira, “Técnicas de otimização da produção para reservatórios de Petróleo”, M. Sc. Dissertation, Federal University of Pernambuco, 2006.
- [15] Builder; User’s Guide; Computer Modeling Group Ltd, 2009.
- [16] April, J., Glover, F., Kelly, J., Laguna, M., Erdogan, M., Mud-ford, B.; Stegemeier, D., “Advanced optimization methodology in the oil and gas industry: the theory of scatter search techniques with simple examples”, SPE 82009, SPE Hydrocarbon Economics and Evaluation Symposium, Dallas, Texas, U.S.A., 2003.
- [17] W. Bangerth, H. Klie, and P.L. Stoffa, “On optimization algorithms for the reservoir oil well placement problem”, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 2004.

