

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO – UFPE
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS – CTG
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA – DEPART
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CARTOGRÁFICA

LUCAS GONZALES LIMA PEREIRA CALADO

**AVALIAÇÃO DA ACURÁCIA DOS MODELOS GEOIDAIS EGM2008 E
MAPGEO2015 PARA A CIDADE DO RECIFE/PE**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

VIRTUS IMPAVIDA

RECIFE

2017

LUCAS GONZALES LIMA PEREIRA CALADO

**AVALIAÇÃO DA ACURÁCIA DOS MODELOS GEOIDAIS EGM2008 E
MAPGEO2015 PARA A CIDADE DO RECIFE/PE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de graduação em Engenharia Cartográfica, do Centro de Tecnologia e Geociências, da Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Cartográfica.

Orientador: Prof. Dr. Silvio Jacks dos Anjos Garnés

RECIFE

2017

Catálogo na fonte

Bibliotecária Valdicêa Alves, CRB-4 / 1260

- C141a Calado, Lucas Gonzales Lima Pereira.
Avaliação da acurácia dos modelos geoidais EGM2008 e
MAPGEO2015 para a cidade do Recife-PE / Lucas Gonzales Lima Pereira
Calado - 2017.
51 folhas, Il. e Tabs.
- Orientador: Prof. Dr. Silvio Jacks dos Anjos Garnés.
- TCC (Graduação) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.
Departamento de Engenharia Cartográfica, 2017.
- Inclui Referências e Anexos.
1. Engenharia Cartográfica. 2. Altitude elipsoidal. 3. Altitude ortométrica. 4.
EGM. 5. MAPGEO. 6. Ondulação geoidal. I. Garnés, Silvio Jacks dos Anjos
(Orientador). II. Título.

526.1 CDD (22. ed.)

UFPE
BCTG/2017-54

LUCAS GONZALES LIMA PEREIRA CALADO

**AVALIAÇÃO DA ACURÁCIA DOS MODELOS GEOIDAIS EGM2008
E MAPGEO2015 PARA A CIDADE DO RECIFE/PE**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Graduação em
Engenharia Cartográfica, do Centro de
Tecnologia e Geociências, da Universidade
Federal de Pernambuco, como parte dos
requisitos para obtenção do grau de
Bacharel em Engenharia Cartográfica.

Recife, 06 de fevereiro de 2017

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. ~~Sílvio~~ ~~Jacks~~ ~~Dos~~ ~~Anjos~~ ~~Garnés~~ (Orientador)
Departamento de Engenharia Cartográfica – UFPE

Prof.^a ~~Dra.~~ ~~Andréa~~ ~~De~~ ~~Seixas~~
Departamento de Engenharia Cartográfica – UFPE

Prof.^a ~~Dra.~~ ~~Maria~~ ~~de~~ ~~Lourdes~~ ~~de~~ ~~Aquino~~ ~~Macedo~~ ~~Gonçalves~~
Departamento de Engenharia Cartográfica – UFPE

Data: 06/02/2017

Conceito: 9.5 (NOVE E MEIO)

*Aos meus pais, Bernadeth e Gonzaga, que
nunca mediram esforços para que eu
pudesse concluir o curso e ao meu avô,
Manoel Ramos (in memoriam).*

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ser meu guia e sempre ter me dado força para seguir na caminhada.

Ao grande amor da minha vida, minha mãe, Maria Bernadeth, falta-me palavras.

Ao meu pai, Amaro Gonzaga, sempre me incentivou e sempre acreditou na minha vitória.

Ao meu irmão, Adams Filipe, que mesmo distante se fez presente em oração.

Aos meus familiares e amigos que de certa forma contribuíram para minha formação pessoal e acadêmica.

Aos meus amigos/irmãos: Rony, Rafael, Saulo, Danny e Luan, por todo o apoio e pela família UFPE que foi formada. Vocês tornaram tudo isso mais fácil!

A minha namorada, Camila Ribeiro, pela força, incentivo, paciência, apoio, companheirismo... por tudo! Minha pequena.

Ao meu orientador, Silvio Jacks, dono de um conhecimento imensurável e inspiração profissional para mim, não só pela orientação, mas também pela amizade, confiança e pelos ensinamentos.

A minha orientadora de estágio, Ana Lúcia, pelo carinho e paciência de sempre.

Ao meu orientador de monitoria, Francisco Jaime, pelo apoio e confiança.

Ao meu orientador de iniciação científica, Haroldo Marques, pela oportunidade dada e ensinamento partilhado.

Aos amigos da UGEO/ITEP, onde tive o prazer de estagiar por 2 anos.

Aos amigos das Equipes de Jovens de Nossa Senhora pelo alento nos dias difíceis.

A toda família da Vibe Eventos que sempre me apoiou.

A todos os docentes do curso de Engenharia Cartográfica por compartilhar o conhecimento, contribuir para minha formação acadêmica e mostrar muitas vezes como devo, e não devo, agir profissionalmente.

Aos funcionários do DECART, em especial a Dona Judite, pessoa de coração enorme que tenho um carinho imenso, e Neto, sempre solícito na secretária do curso.

Aos colegas da Carto Engenharia Jr. por ajudar a tornar um sonho em realidade.

Aos colegas e amigos, em geral, que fiz na UFPE. Em especial a Leonardo, "Leo da Secretaria", por ter me ajudado a gerar o executável do programa kkkk.

RESUMO

Atualmente os modelos geoidais são de extrema importância para obtenção da altitude ortométrica, pois, a ondulação geoidal advinda desses modelos se relaciona com a altitude elipsoidal obtida pelo GNSS (*Global Navigation Satellite System*). No Brasil, o modelo vigente é o MAPGEO2015, que foi elaborado pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) e EPUSP (Escola Politécnica da Universidade de São Paulo), constando uma malha regular de 5'x5' referidas ao SIRGAS 2000. De abrangência global, existem diversos modelos, entre eles, encontra-se a série EGM (*Earth Gravity Model*) desenvolvido pela NGA (*National Geo-spatial Intelligence Agency*) em parceria com a GSFC (*Goddard Space Flight Center*), onde sua versão mais atual é o EGM2008. O EGM2008 foi desenvolvido em uma malha regular de 5'x5', porém o ICGEM (*International Center for Global Gravity Field Models*) disponibiliza a malha do tamanho desejado. Os objetivos deste TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) são: a obtenção da ondulação geoidal por meio de interpolação bilinear e avaliação da acurácia dos modelos em comparação com a ondulações obtidas por rastreamento GNSS e nivelamento geométrico. Para obter a ondulação geoidal foram criados dois aplicativos em linguagem computacional e para a análise da acurácia foi utilizado o RMS (*Root Mean Square*). A área estudada fica localizada na cidade do Recife – PE, onde foram utilizados sete pontos com as altitudes elipsoidais e ortométricas conhecidas.

Palavras-chave: Altitude elipsoidal. Altitude ortométrica. EGM. MAPGEO. Ondulação geoidal.

ABSTRACT

Nowadays geoid models are extremely important to obtain orthometric altitude, since a geoidal undulation derived from these models is related to an ellipsoidal altitude obtained by GNSS (Global Navigation Satellite System). In Brazil, the current model is MAPGEO2015, which was elaborated by IBGE (Brazilian Institute of Geography and Statistics) and EPUSP (Polytechnic School of the University of São Paulo), with a regular mesh of 5'x5' to SIRGAS 2000. From (Earth Gravitation Model) developed by the NGA (National Agency of Geospatial Intelligence) in partnership with a GSFC (Goddard Space Flight Center), where its most current version is EGM2008. The EGM2008 was developed in a regular 5'x5' mesh, but ICGEM (International Center for Global Gravity Field Models) provides a mesh of the desired size. The objectives of this TCC are: a geoid ripple through bilingual interpolation and evaluation of the accuracy of the GNSS emissions and geometric leveling. In order to obtain a geoidal wave, two applications were created in computational language and RMS (Root Mean Square) was used for an accuracy analysis. The studied area located in the city of Recife - PE, where seven points with known ellipsoidal and orthometric altitudes were used.

Keywords: Ellipsoidal altitude. EGM. Geoidal waves. MAPGEO. Orthometric altitude.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Superfícies de Referência.....	14
Figura 2 - Elipsoide de Revolução.....	15
Figura 3 - Ondulação Geoidal (N).	20
Figura 4 - Disponibilidade dos dados das anomalias gravimétricas médias.	22
Figura 5 - Modelo de ondulação geoidal brasileiro – MAPGEO2015.	23
Figura 6 - Distribuição dos novos dados gravimétricos.	24
Figura 7 - Ondulação geoidal (N), altitude ortométrica (H) e altitude elipsoidal (h). ..	27
Figura 8 - Interpolação bilinear da altitude de um ponto P.	28
Figura 9 - Área de Estudo	29
Figura 10 - Local de Instalação do MAPGEO2015.....	30
Figura 11 – Trecho da Malha Regular utilizada pelo software MAPGEO2015.	31
Figura 12 - Página inicial do site do ICGEM.....	31
Figura 13 - Seleção de Modelo e Referência.	32
Figura 14 - Informações da malha regular.	32
Figura 15 - Início de cálculo da malha regular.....	33
Figura 16 - Fluxograma do programa para o cálculo da ondulação geoidal por interpolação bilinear.	33
Figura 17 - Discrepâncias entre o modelo e a referência.	35
Figura 18 - Diferença entre os pontos do modelo e um ponto fixo do modelo.	36
Figura 19 - Esquematização do novo valor da ondulação geoidal.	36
Figura 20 - Ondulação Geoidal - Aplicativo para o cálculo da ondulação geoidal com malha regular de 5'x5' do EGM2008 e do MAPGEO2015.	38
Figura 21 - Ondulação Geoidal Recife - PE - Aplicativo para o cálculo da ondulação geoidal com malha reamostrada 1'x1' e 1"x1" do EGM2008.....	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Ordem e exatidão do nivelamento geométrico.....	18
Tabela 2 - Informações das Versões do MAPGEO.	23
Tabela 3 – Coordenadas, em SIRGAS2000, e altitudes utilizadas neste trabalho....	39
Tabela 4 - Ondulação Geoidal de Referência e Ondulação Geoidal obtida através do aplicativo Ondulação Geoidal.....	39
Tabela 5 - Ondulação Geoidal obtida através do aplicativo Ondulação Geoidal Recife - PE.	39
Tabela 6 – Estatísticas do método absoluto.....	40
Tabela 7 - Estatísticas do método relativo, tendo como referência à estação RECF.	40
Tabela 8 - Estatísticas do método relativo, tendo como referência a estação IgrejaBV.	41

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.1 Objetivos	13
1.1.1 Objetivo Geral	13
1.1.2 Objetivos Específicos	13
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1 Superfícies de Referência	14
2.2 Altitudes	15
2.2.1 Altitude Ortométrica	17
2.2.1.1 Nivelamento Geométrico de 1ª ordem	18
2.2.2 Altitude Elipsoidal	19
2.2.2.1 Rastreio GNSS (Posicionamento GNSS)	19
2.2.3 Ondulação Geoidal	19
2.3 Modelos Geoidais	20
2.3.1 EGM2008	20
2.3.2 MAPGEO2015	22
2.3.3 Validação dos modelos	25
2.4 Obtenção da ondulação geoidal (N)	26
2.4.1 Método por Rastreio GNSS de RRNN (GNSS/Nivelamento)	27
2.4.2 Interpolação Bilinear	27
3. MATERIAS E MÉTODOS	29
3.1 Área de Estudo	29
3.2 Aquisição dos dados	30
3.2.1 MAPGEO2015 (5'x5')	30
3.2.2 EGM2008 (5'x5', 1'x1' e 1"x1")	31
3.3 Desenvolvimento dos aplicativos	33
3.4 Métodos para análise da acurácia	34
3.4.1 Método Absoluto	34
3.4.2 Método Relativo	35
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	38
5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	42
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43
ANEXO A – Nivelamento Geométrico	47
ANEXO B – Rastreio GNSS	50

1. INTRODUÇÃO

Com o avanço do GNSS (*Global Navigation Satellite System*) a capacidade de obter latitude, longitude e altitude elipsoidal (h) de alta precisão foi aumentada. Porém, a altitude advinda dos satélites artificiais está vinculada ao elipsoide de referência, e na maioria das obras de engenharia o que se requer é uma altitude vinculada a uma superfície equipotencial do campo de gravidade terrestre, no caso a altitude ortométrica (H). Essas duas altitudes se relacionam através da ondulação geoidal (N).

Para determinar a ondulação geoidal (N), e obter a altitude ortométrica (H), utiliza-se modelos geoidais, tais como os da série EGM (*Earth Gravity Model*), sendo o EGM96 o pioneiro e o mais recente o EGM2008. No Brasil, o modelo utilizado é o da série MAPGEO, tendo início com o MAPGEO92 e a sua versão mais atual o MAPGEO2015. O EGM é de abrangência global e o MAPGEO é de abrangência regional (Brasil).

Portanto, devido à necessidade da obtenção da ondulação geoidal com precisão compatível à do nivelamento geométrico, deve ser feita uma análise desses modelos avaliando a acurácia e analisando a sua utilização.

No Capítulo 2, serão revisados as superfícies de referência e os conceitos das altitudes. Ainda neste capítulo, será feito um resumo geral sobre os modelos geoidais analisados e os métodos para a obtenção da ondulação geoidal.

No Capítulo 3, serão descritos a área de estudo, a forma de aquisição de dados, o algoritmo de desenvolvimento do aplicativo e os métodos utilizados para a análise da acurácia.

No Capítulo 4, serão mostradas as ondulações geoidais obtidas através do aplicativo desenvolvido neste TCC, usando a interpolação bilinear a partir da malha regular dos modelos citados, e discutida as análises de acurácia dos modelos em relação ao padrão obtida pelo rastreamento GNSS e nivelamento geométrico.

Por fim, no Capítulo 5, serão descritas as conclusões e recomendações para trabalhos e pesquisas futuras.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Este TCC tem como objetivo geral avaliar a acurácia dos modelos geoidais EGM2008 e MAPGEO2015 para a cidade do Recife, no estado de Pernambuco – Brasil.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Obter a ondulação geoidal a partir da interpolação bilinear com as malhas regulares de 5'x5', 1'x1' e 1"x1" do EGM2008;
- Obter a ondulação geoidal a partir da interpolação bilinear com malhas regulares de 5'x5' do MAPGEO2015; e
- Avaliar a acurácia dos modelos EGM2008 e MAPGEO2015, em comparação com as ondulações geoidais obtidas por rastreamento GNSS e nivelamento geométrico.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Geodésia é a ciência que estuda a determinação das dimensões e forma da Terra, dos parâmetros definidores do campo da gravidade e de suas variações temporais. Portanto, o geodesta sempre esteve preocupado em determinar a forma mais fidedigna da Terra. Para tal, são realizadas operações geométricas, que consistem em medições de ângulos e distâncias e também determinações astronômicas, operações geofísicas, ou físicas, baseadas nas medições do campo da gravidade terrestre, e operações celestes, realizadas a partir do rastreamento de satélites artificiais. Apresentar-se assim os três capítulos da Geodésia como sendo: Geodésia Geométrica, Geodésia Física e Geodésia Celeste (GEMAEL, 2012).

Neste capítulo será feita uma revisão teórica sobre os principais elementos que serão abordados neste trabalho.

2.1 Superfícies de Referência

Em Geodésia, trabalha-se habitualmente com três superfícies de referência: a superfície física da Terra (SF), onde ocorre as operações geodésicas, a superfície geoidal (Geoide) e a superfície elipsoidal (Elipsoide). Porém, o problema de Molodensky envolve outras duas superfícies: o teluróide, superfície que se separa da superfície física pela anomalia de altitude (ζ), e o quase-geoide, superfície que se separa do elipsoide por essa mesma grandeza (FREITAS e BLITZKOW, 1999; GEMAEL, 2012). Tais superfícies são apresentadas na Figura 1, mas, neste trabalho, só serão utilizadas a superfície física da Terra, elipsoidal e geoidal.

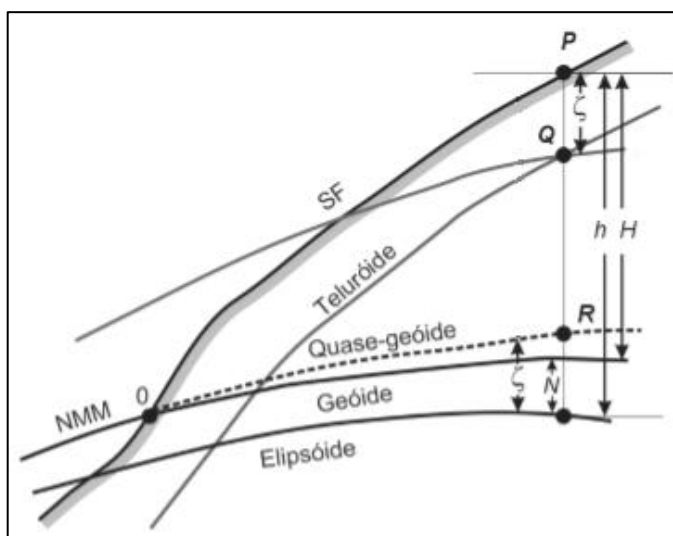


Figura 1 - Superfícies de Referência.

Fonte: Adaptado de FERREIRA, 2008

O geóide foi definido por Gauss como a superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra, que mais se aproxima do NMM (Nível Médio do Mar). Porém, esta definição considera que o geóide está livre de variações temporais e sujeito apenas à força de gravidade. Portanto, a definição refinada do geóide deve levar em consideração as variações do tempo, que resultam o deslocamento de massas terrestres, referente a uma certa época e a um certo local (TORGE, 2001; GEMAEL, 2012).

A superfície geoidal é de grande importância para a Geodésia, e Engenharias em geral, pois é a ela que estão vinculadas as altitudes ortométricas (H), separação entre o geóide e a superfície terrestre, através da linha da normal.

A superfície elipsoidal é usada como referência para os cálculos geodésicos, estando a ela atreladas a latitude e longitude geodésica (φ, λ) e a altitude elipsoidal (h) de um lugar. A figura que prevalece na representação desse modelo geométrico é o elipsoide de revolução (Figura 2), em sua maioria, com o centro coincidente com o centro de massa da Terra, eixo maior alinhado com o equador e eixo menor alinhado com o polo de referência da Terra. Essa superfície se conecta com a superfície física da Terra através da linha da normal. Destaca-se que o elipsoide é uma superfície matemática com forma e dimensões próximas ao geóide (GEMAEL, 2012).

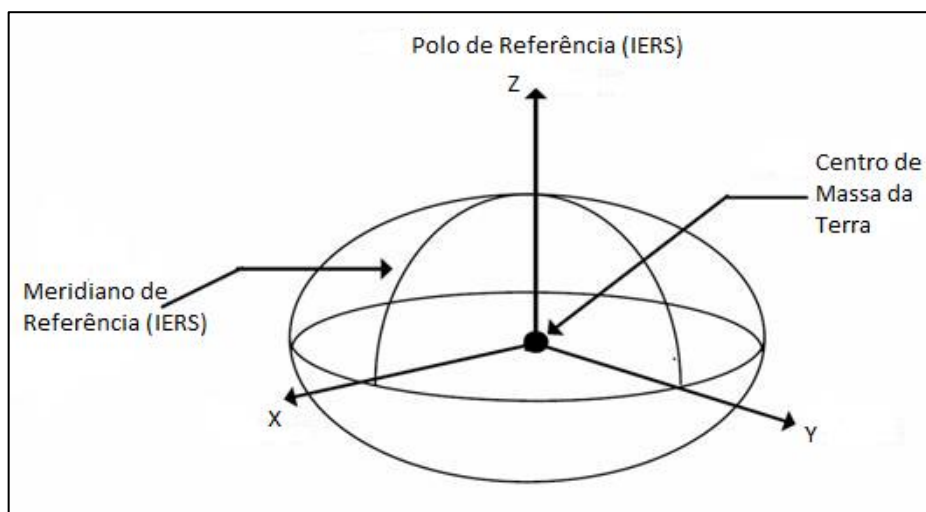


Figura 2 - Elipsoide de Revolução.

Fonte: Adaptada de IGN, 2016

2.2 Altitudes

De um modo geral, a altitude é definida como sendo a distância que separa duas superfícies de referência, seja ela de nível ou não, segundo uma determinada

direção. Portanto, de acordo com a escolha das superfícies e da direção, tem-se uma altitude específica (FREITAS e BLITZKOW, 1999).

A altitude científica (H_c), expressa na Equação (2.1), é obtida através da razão do número geopotencial (C) e um valor particular da gravidade (g) (FREITAS e BLITZKOW, 1999; GEMAEL, 2012):

$$H_c = \frac{C}{g} \quad (2.1)$$

onde:

$$C = W_0 - W_P \approx \sum g_i \Delta h_i \quad (2.2)$$

sendo

- W_0 o geopotencial na superfície de referência;
- W_P o geopotencial no ponto;
- g_i as médias dos valores observados da gravidade na extremidade de cada seção do nivelamento; e
- Δh_i os desníveis brutos.

Uma altitude científica tem as vantagens de ser uma função unívoca, com dimensão métrica, diferindo pouco da soma dos desníveis brutos e pode ser convertida em número geopotencial facilmente. Assim, para cada valor particular de g é possível obter um tipo de altitude. Portanto, as altitudes científicas estão resumidas, segundo Gemael (2012), Quadro 1:

Quadro 1 – Altitudes Científicas.

Se $g =$	
g_m	Altitude Ortométrica
$g_p + 0,0424 h$	Helmert
$\gamma_P - 0,154 h$	Vignal
γ_{45°	Dinâmica
γ'	Molodenski

Fonte: Adaptado de GEMAEL, 2012

Chama-se atenção para a letra γ , ela simboliza a gravidade normal obtida para a Terra normal.

2.2.1 Altitude Ortométrica

A altitude ortométrica (H) é associada as atividades de engenharia em suas diversas modalidades. Ela é definida como a distância linear contada do ponto na superfície física da Terra ao geóide, ao longo da vertical (que pode ser materializada por um fio de prumo) (TORGE, 2001; GEMAEL, 2012). Pelo fato dessa altitude ser relacionada com o campo de gravidade ela é de significado físico.

Para o cálculo da altitude ortométrica, deve-se definir g , da Equação (2.1), como sendo o valor médio da gravidade (g_m), Equação (2.3), entre o geóide e a superfície física, ao longo da linha vertical (LUZ, 2008; GEMAEL, 2012):

$$H = \frac{C}{g_m} \quad (2.3)$$

Ressalta-se que a altitude ortométrica é de caráter puramente teórico, já que o valor de g_m depende, entre outros fatores, do conhecimento da estrutura do interior da crosta, sendo sua obtenção praticamente impossível (FREITAS e BLITZKOW, 1999; GEMAEL, 2012). Segundo Luz (2008), deve ser chamada de altitude normal-ortométrica devido ao não conhecimento do g_m .

A altitude normal-ortométrica¹ é, frequentemente, obtida através do nivelamento geométrico, com a correção ortométrica, ou correção do não paralelismo das equipotenciais (LUZ, 2008).

Segundo o IBGE (2011), no Brasil, o mais recente ajustamento da RAAP (Rede Altimétrica de Alta Precisão) efetuou as correções do não paralelismo das equipotenciais, ocasionado pela falta da combinação dos dados gravimétricos com o nivelamento, utilizando a Equação (2.4) dada por:

$$C_0 = - \frac{H_m(C_1 \sin 2\varphi_m + 2C_2 \sin 4\varphi_m) \Delta\varphi}{(1 + C_1 \sin^2 \varphi_m + C_2 \sin^2 2\varphi_m)} \quad (2.4)$$

onde:

- H_m é a altitude média da seção de nivelamento;
- φ_m é a latitude média da seção;
- $\Delta\varphi$ é a diferença de latitudes entre os extremos da seção; e

¹ A altitude normal-ortométrica será denominada neste trabalho por altitude ortométrica como é popularmente adotada no Brasil.

- C_1 e C_2 são os coeficientes do campo de gravidade normal, onde os valores para o SIRGAS2000 são: $C_1 = 0,0053023655$ e $C_2 = -0,0000059$.

A maior parte das altitudes que compõe a RAAP está ligada ao *datum* vertical brasileiro no marégrafo de Imbituba, no litoral de Santa Catarina, onde foram observados os dados do NMM da série temporal no período de 1949 a 1957 (ALENCAR, 1990).

2.2.1.1 Nivelamento Geométrico de 1ª ordem

O nivelamento geométrico proporciona a diferença de nível entre dois pontos da superfície terrestre. Para neutralizar ou minimizar a influência da curvatura terrestre e da refração atmosférica o nivelamento é executado com o nível equidistante as miras. Para alcançar a precisão altimétrica de primeira ordem (Tabela 1) são utilizados níveis com placa-plano-paralelas ou níveis digitais com as miras de ínvar e sapatas de ferro.

Tabela 1 - Ordem e exatidão do nivelamento geométrico.

	Científico	1ª ordem	2ª ordem	3ª ordem	Local
Exatidão	Conforme as aplicações, sendo julgada caso a caso, mas devendo o erro padrão ser inferior a 2mm $\sqrt{\text{km}}$ para cada duas RN após o ajustamento	Melhor que 2mm $\sqrt{\text{km}}$	Melhor que 3mm $\sqrt{\text{km}}$	Melhor que 4mm $\sqrt{\text{km}}$	Melhor que 6mm $\sqrt{\text{km}}$

Fonte: Adaptada de IBGE, 1983

Segundo o IBGE (1983), fica definido como precisão de primeira ordem os pontos básicos para amarrações e controle de trabalhos geodésicos e cartográficos, desenvolvido segundo especificações internacionais, constituindo o Sistema único de Referência.

Os dados de nivelamento geométrico utilizados neste TCC partiram da RN3641B localizada no pé da ponte sobre o Canal do Cavoco na Avenida dos Reitores, dentro do Campus Joaquim Amazonas, na UFPE (Universidade Federal de Pernambuco), percorrendo até o vértice V13 do E-SIG da estrutura geodésica do município do Recife, implantado pela empresa ENGEFOTO em 2009, localizado na Avenida Marechal Mascarenhas de Moraes levantado no TCC do Silva (2014) e posteriormente seguiu com os levantamentos abordados em Lima (2017). Os resultados deste nivelamento estão sintetizados em Lima (2017) e em anexo (ANEXO

A – Nivelamento Geométrico) estão os resultados do processamento do *software* AstGeoTop (GARNÉS, 2014).

2.2.2 Altitude Elipsoidal

O levantamento GNSS, fornece as coordenadas cartesianas geocêntricas tridimensionais (X, Y, Z) onde são convertidas para latitude e longitude geodésica (φ, λ) e altitude elipsoidal (h). A altitude elipsoidal, ou geométrica, é obtida ao longo da normal e representa a separação entre a superfície física e a superfície elipsoidal (FREITAS E BLITZKOW, 1999; TORGE, 2001; GEMAEL, 2004).

2.2.2.1 Rastreio GNSS (Posicionamento GNSS)

O GNSS é amplamente utilizado nos dias atuais, seja para fins de posicionamento geodésico, monitoramento da atmosfera, navegação, além de pesquisas científicas. Em se tratando de posicionamento, é adotado como cinemático o posicionamento com o objeto em movimento, e estático com objeto em repouso. Independente do estado dos objetos temos os métodos absoluto, relativo e DGPS (*Differential GPS*). Portanto, pode-se ter posicionamento absoluto estático ou posicionamento absoluto cinemático. E a mesma definição segue para os métodos relativo e DGPS (MONICO, 2008).

Os dados do Rastreio GNSS utilizados neste TCC foram levantados no TCC de Lima (2017), no dia 12 de outubro de 2016, utilizando receptores geodésicos L1/L2. O método utilizado foi o relativo estático, com rastreio simultâneo e tempo médio de 5h. Os resultados do processamento, executado no *software* Topcon Tools v.8.2, encontra-se em anexo (ANEXO B – Rastreio GNSS).

2.2.3 Ondulação Geoidal

O posicionamento GNSS proporciona altitude ligada diretamente ao elipsoide de revolução, com característica geométrica. Porém, em boa parte dos serviços de engenharia o que se necessita é a altitude ortométrica. Portanto, a altitude elipsoidal se relaciona com a altitude ortométrica através da ondulação geoidal (N) pela equação (2.5) (GEMAEL, 2012):

$$N \cong h - H \quad (2.5)$$

2.3 Modelos Geoidais

Os modelos geoidais representam a separação entre a superfície elipsoidal, sendo essa a superfície de referência, e a superfície geoidal. Essa separação recebe o nome de ondulação geoidal (N) (Figura 3).

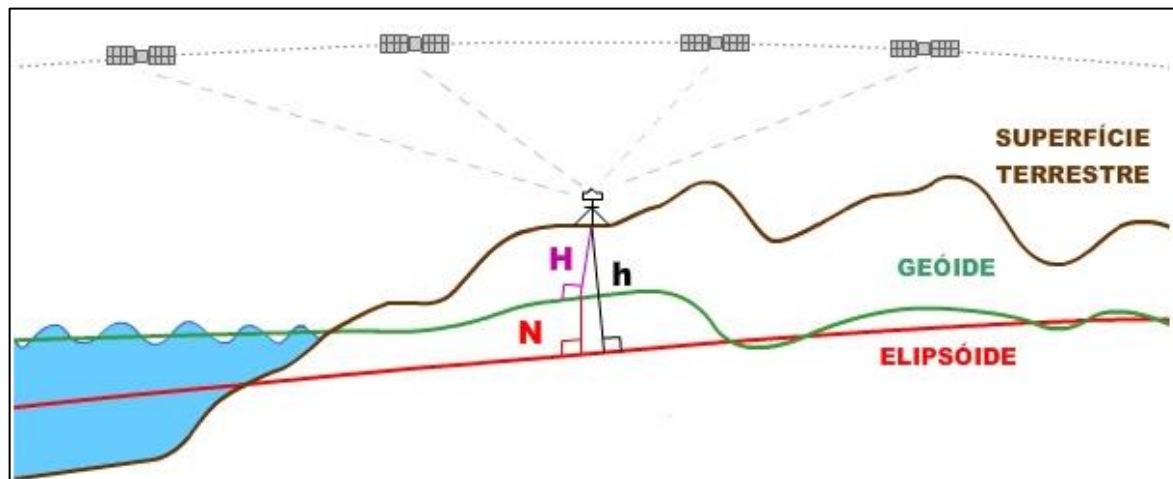


Figura 3 - Ondulação Geoidal (N).

Fonte: IBGE, 2015

Atualmente, os modelos geoidais podem ser determinados a partir de modelos do geopotencial como, por exemplo, os da série EGM, combinados com dados topográficos e gravimétricos. Diversos métodos para a determinação de modelos de ondulação geoidal podem ser encontrados em (GALDINO, 1996; ARANA, 2000; BLITZKOW, 2003; LOBIANCO, 2005; SANTOS, 2012; ARANA, 2016, LIMA, 2017).

2.3.1 EGM2008

Em meados dos anos 90, a NGA (*National Geo-spatial Intelligence Agency*) em parceria com a GSFC (*Goddard Space Flight Center*) deu início a série. O primeiro modelo global elaborado por essas instituições recebeu o nome de EGM96, com os coeficientes dos harmônicos esféricos chegando ao grau e ordem de 360. O EGM96 apresenta uma resolução de 30' e uma precisão de $\pm 0,50$ à $\pm 1,00$ m.

O sucessor do EGM96 é o modelo EGM2008. Ele está completo até o grau 2190 e ordem 2159 em termos dos coeficientes harmônicos, com resolução de 5' e uma acurácia global do geóide com RMS (*Root Mean Square*) melhor que ± 15 cm. O EGM2008 representa um marco na modelagem do campo de gravidade global, demonstrando que dado os dados gravimétricos precisos e detalhados, um único modelo global pode satisfazer uma gama ampla de aplicações (PAVLIS *et al.*, 2012).

Para conseguir essa melhora em relação ao modelo anterior foi tido como base de dados na realização do EGM2008: dados da missão GRACE (*Gravity Recovery And Climate Experiment*) acompanhado de sua matriz covariância, e um conjunto global de anomalias médias com resolução de 5', dados de altimetria por satélite, dados gravimétricos e dados de um MDT (Modelo Digital de Terreno) de alta resolução. Esses dados são apresentados a seguir (PAVLIS *et al.*, 2012):

- O ITG-GRACE03S é oriundo da missão GRACE com os harmônicos esféricos desenvolvido com grau e ordem 180. Foi disponibilizado com sua matriz covariância e teve seus dados adquiridos durante o período de setembro de 2002 a abril de 2007, totalizando 57 meses.
- Os satélites altimétricos foram utilizados para obtenção das anomalias das regiões oceânicas e as medidas terrestres para as regiões continentais. Ambos os tipos de dados contribuem para o modelo pelos longos e curtos comprimentos de onda, respectivamente. Apesar da grande cooperação, envolvendo órgãos de pesquisas e países, as disponibilidades de dados terrestres não foram homogêneas.
- O MDT de alta resolução utilizado no desenvolvimento do EGM2008 foi o DTM2006.0 (*Digital Topographic Model*). Para tal, foi feita a ligação DTM2006.0 com os dados da missão SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*) e do DTM2002. O DTM2006.0 também tem dados integrados do ICESat sobre a Groelândia e do "BEDMAP" sobre a Antártida. A utilização desses dados topográficos permitiu que o modelo obtivesse coeficientes até grau e ordem 2160.

Na Figura 4, destaca-se em vermelho as regiões que não possuem dados de gravimetria terrestre. As regiões onde o modelo digital apresenta limitações com a resolução das anomalias de 15', resultando em harmônicos esféricos até grau e ordem 720, estão destacadas em cinza. Por fim, em verde, o restante do modelo não apresenta restrições com a resolução das anomalias (PAVLIS *et al.*, 2008).

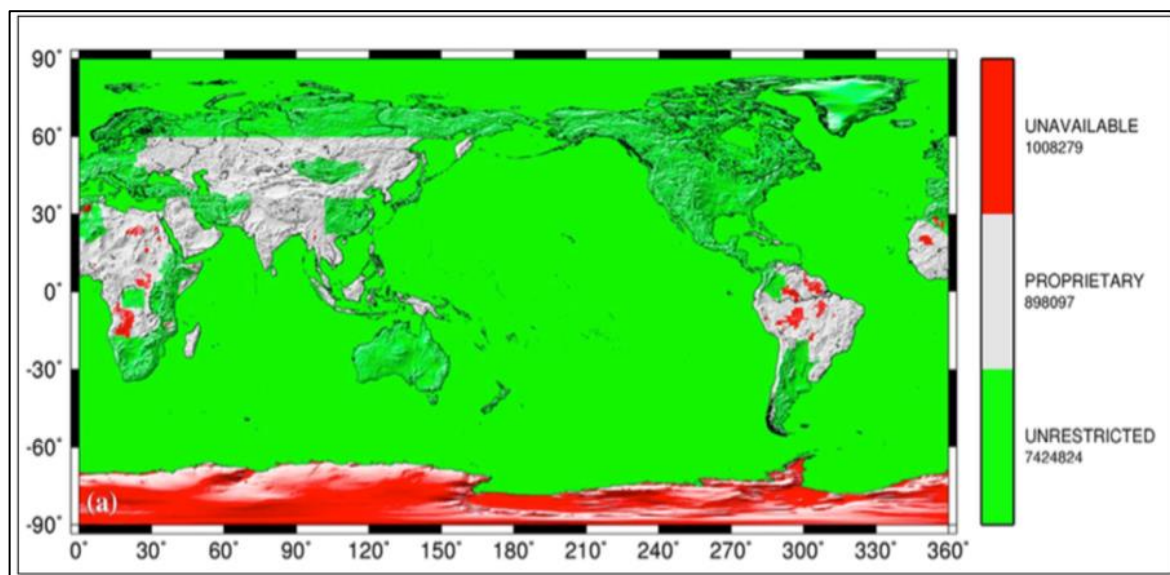


Figura 4 - Disponibilidade dos dados das anomalias gravimétricas médias.

Fonte: PAVLIS et al., 2008

O produto principal do desenvolvimento do EGM2008 é o conjunto de coeficientes harmônicos esféricos estimados, com grau máximo de 2190 e ordem máxima de 2159. A partir desses coeficientes o usuário pode calcular os valores de vários parâmetros do potencial gravitacional, como anomalias da gravidade, anomalias de altura, desvio da vertical, ondulação geoidal, entre outros, dentro ou acima da superfície física da Terra, usando a síntese harmônica.

De forma geral, o EGM2008 foi desenvolvido em um ajuste de mínimos quadrados que combinava o modelo ITG-GRACE03S, junto com a sua matriz covariância e as informações das anomalias gravitacionais extraídas de uma malha regular de 5', com dados terrestres, aéreos e espaciais, de abrangência mundial. Apresenta uma discrepância entre a ondulação geoidal obtida pelo modelo e pelo nivelamento na ordem de $\pm 0,05$ a $\pm 0,10$ m. Porém, podem apresentar melhores resultados em regiões com maior cobertura de dados da gravidade de alta qualidade, como por exemplo no EUA, Europa e Austrália (PAVLIS et al., 2012).

2.3.2 MAPGEO2015

Desde o início dos anos 90 o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) e EPUSP (Escola Politécnica da Universidade de São Paulo) trabalham na confecção de um modelo de ondulação geoidal para o Brasil. Daí, deu-se início a série de modelos de escala regional que recebem o nome de MAPGEO. As versões existentes, assim como suas precisões e referências, podem ser vistas na Tabela 2:

Tabela 2 - Informações das Versões do MAPGEO.

Modelo	Precisão (RMS)	Referência
MAPGEO92	$\pm 3,00$ m	BLITZKOW, CINTRA, <i>et al.</i> , 1993
MAPGEO98	$\pm 1,50$ m	DINIZ, SOUZA, <i>et al.</i> , 2004
MAPGEO2004	$\pm 0,68$ m	MATOS, BLITZKOW, <i>et al.</i> , 2012
MAPGEO2010	$\pm 0,21$ m	IBGE, 2015
MAPGEO2015	$\pm 0,17$ m	IBGE, 2015

Fonte: Adaptado de ARANA, 2016.

O mais recente deles, o MAPGEO2015 (Figura 5), foi lançado em novembro de 2015 e abrange a área compreendida pelas latitudes $5^{\circ}34'59,89''$ N e $35^{\circ}25'01,19''$ S e pelas longitudes de $35^{\circ}34'00,12''$ W e $75^{\circ}25'01,19''$ W referidas ao SIRGAS2000 (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas), época 2000.4 (IBGE, 2015).

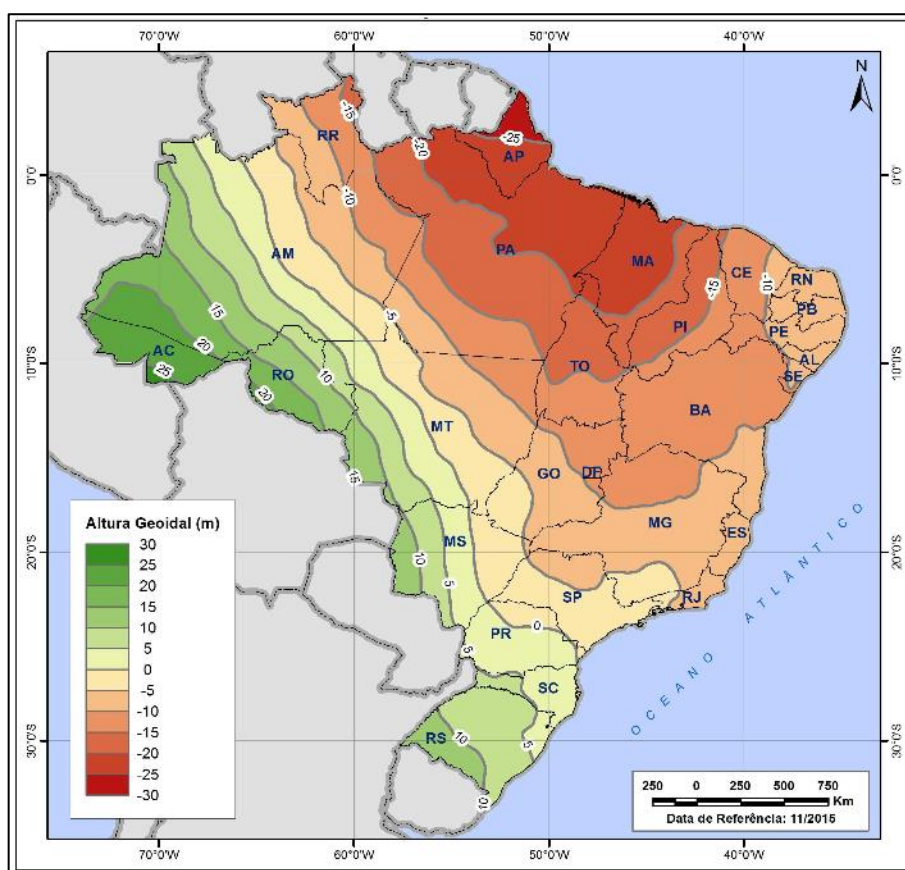


Figura 5 - Modelo de ondulação geoidal brasileiro – MAPGEO2015.

Fonte: IBGE, 2015.

Para a obtenção do modelo geoidal brasileiro foram necessárias informações gravimétricas do Brasil e de sua vizinhança. O banco de dados gravimétricos da América do Sul tem 947.953 pontos, onde, aproximadamente, 45.000 foram provenientes de levantamentos executados pelo IBGE (BLITZKOW *et al.*, 2015). Em

relação ao MAPGEO2010, foram adicionados, no Brasil, 18.485 novos pontos e estão destacados em azul (Figura 6):

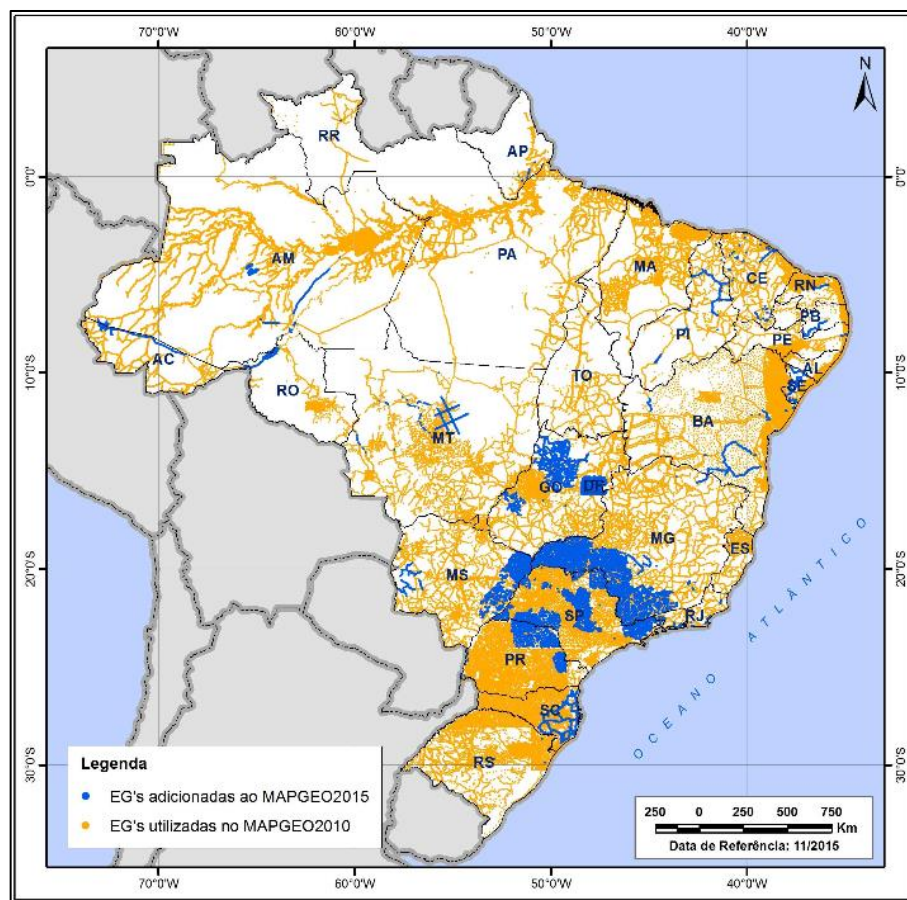


Figura 6 - Distribuição dos novos dados gravimétricos.

Fonte: IBGE, 2015.

O SAM3s_v2, baseado no SRTM e já utilizado no MAPGEO2010, continua sendo o MDT utilizado. O MDT possui resolução de 3" (BLITZKOW, MATOS, *et al.*, 2008) e utilizou, além do SRTM, dados do modelo DTM2002 (SALEH e PAVLIS, 2002). As anomalias médias de ar livre, na região oceânica, foram adquiridas em uma malha de 5' a partir do DTU10 (*Global Gravity field and mean sea surface of DTU space*) (ANDERSEN *et al.*, 2010).

O software canadense SHGEO (*Stokes-Helmert Geoid Software*) foi utilizado para calcular as anomalias completas de Bouguer, o efeito topográfico direto, o efeito topográfico indireto primário, o efeito topográfico indireto secundário e o efeito atmosférico direto (IBGE, 2015).

Foi utilizada a transformada rápida de Fourier, com a modificação do núcleo de Stokes, para estimar a componente de curto comprimento de onda. Para os médios e longos comprimentos de onda, utilizou-se o modelo geopotencial EIGEN-6C4

(*European Improved Gravity model of the Earth by New techniques*) até o grau e ordem 200 (IBGE, 2015). Esse modelo contém informações gravimétricas dos satélites LAGEOS (*Laser Geodynamics Satellite*), GRACE e GOCE (*Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*), e dos modelos DTU12 e EGM2008 (FÖRSTE *et al.*, 2014).

Um destaque do MAPGEO2015 é a utilização de RNA (Redes Neurais Artificiais), em regiões com cobertura gravimétrica suficiente, para obter as anomalias de Helmert em pequenas regiões com vazios gravimétricos (IBGE, 2015).

A metodologia para a determinação do modelo geoidal segue basicamente cinco etapas (BLITZKOW *et al.*, 2015):

1. Através de dados gravimétricos terrestres (coordenadas, altitude ortométrica e aceleração da gravidade) calcular as anomalias de ar livre pontuais;
2. A partir das anomalias de ar livre pontuais e de um MDT calcular as anomalias completas de Bourguer, e, posteriormente, das anomalias de ar livre médias em quadrículas de 5';
3. Adicionar a anomalia de ar livre média, o efeito topográfico, o efeito atmosférico direto e o efeito topográfico indireto secundário para calcular as anomalias de gravidade de Helmert na superfície terrestre;
4. Integração de Stokes com a utilização da técnica “*Remove-Restore*” utilizando a transformada rápida de Fourier (FEATHERSTONE, 2003); e
5. Adição do efeito indireto topográfico primeiro nas ondulações referidas ao cogeóide para a obtenção das ondulações do modelo geoidal.

Para avaliar o MAPGEO2015 o IBGE utilizou a ondulação geoidal obtida a partir da diferença entre altitude ortométrica e a altitude elipsoidal de 592 RRNN (Referências de Nível) da RAAP e comparou com as do modelo, indicando assim, uma acurácia de $\pm 0,17$ m. Em comparação com o modelo anterior, MAPGEO2010, o MAPGEO2015 apresentou uma melhora de aproximadamente 20% (IBGE, 2015).

2.3.3 Validação dos modelos

A acurácia está vinculada com os efeitos aleatórios e os efeitos sistemáticos. Na ausência dos efeitos sistemáticos, a acurácia se iguala a precisão, sendo esta,

vinculada apenas a dispersão das observações, ou seja, apenas aos efeitos aleatórios (GEMAEL *et al.*, 2015).

O método mais comum para validação de modelos geoidais, é a comparação das ondulações obtidas por meio de nivelamento geométrico e rastreo GNSS em RRNN, ou modelos locais, com as ondulações obtidas pelo modelo estudado. O erro médio quadrático, ou RMS, é a estatística mais utilizada como medida de acurácia dos modelos geoidais. Segundo Mikhail e Ackerman (1976), o cálculo pode ser realizado de acordo com a Equação (2.6):

$$RMS = E\{\varepsilon^2\} \cong \beta^2 + \sigma^2 \quad (2.6)$$

onde:

- $E\{\}$ é a esperança matemática;
- ε representa o erro verdadeiro;
- β representa a tendência; e
- σ representa o desvio padrão populacional.

Neste trabalho a acurácia será interpretada seguindo uma das abordagens utilizada em Souza, *et al.*, (2014), por meio da Equação (2.7):

$$RMS = \sqrt{\sum \frac{(N_{ref} - N_{mod})^2}{n}} \quad (2.7)$$

onde:

- N_{ref} representa a ondulação geoidal nas RRNN obtidas por GNSS/Nivelamento de primeira ordem;
- N_{mod} representa a ondulação nas mesmas RRNN obtidas no modelo geoidal; e
- n representa o número de elementos do experimento.

2.4 Obtenção da ondulação geoidal (N)

Com o avanço das técnicas de rastreo GNSS o conhecimento da ondulação geoidal se tornou indispensável, uma vez que através da sua relação com a altitude elipsoidal (h), obtêm-se a altitude ortométrica (H).

Portanto, aqui estão descritos os métodos utilizados neste TCC para obtenção da ondulação do geóide (N) em um determinado ponto.

2.4.1 Método por Rastreio GNSS de RRNN (GNSS/Nivelamento)

Este método é baseado no conhecimento da altitude ortométrica (H) e da altitude elipsoidal (h) de um mesmo ponto. De acordo com a Figura 7 é possível determinar a ondulação geoidal obtida ao longo da normal pela equação (2.8).

$$N \cong h - H \quad (2.8)$$

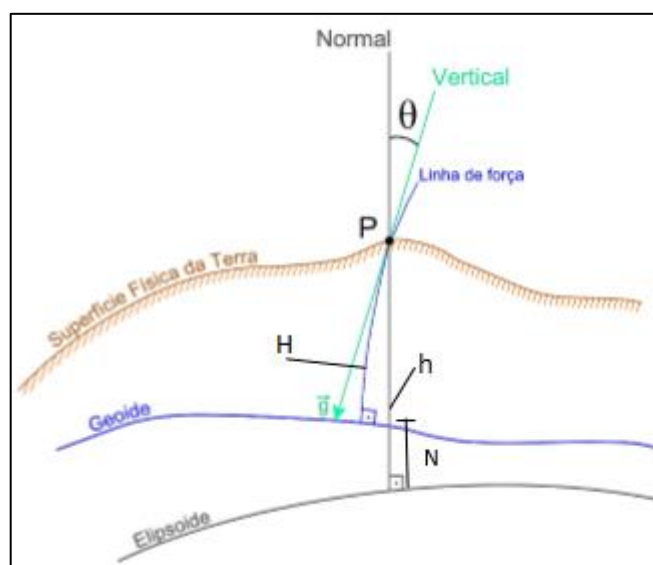


Figura 7 - Ondulação geoidal (N), altitude ortométrica (H) e altitude elipsoidal (h).

Fonte: Adaptado de SILVA, 2014

Neste TCC, denomina-se GNSS/Nivelamento a ondulação geoidal (N) obtida a partir da diferença de altitudes determinadas no rastreio GNSS (h) e do nivelamento geométrico (H).

2.4.2 Interpolação Bilinear

Na interpolação bilinear é determinada uma superfície entre os dados e se faz necessário um número mínimo de quatro pontos. O esquema para determinação do valor da altitude de um ponto P por meio desse tipo de interpolação é apresentado na Figura 9.

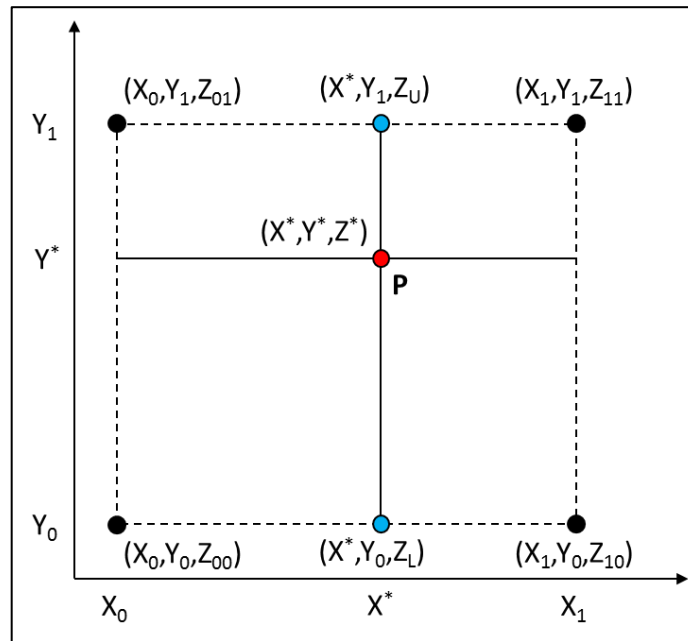


Figura 8 - Interpolação bilinear da altitude de um ponto P.

Fonte: SPRING, 2006

O modelo matemático pode ser escrito através das equações (2.9, 2.10 e 2.11):

$$Z_U = f(X_{i-1}, Y_i) + \frac{f(X_i, Y_i) - f(X_{i-1}, Y_i)}{X_i - X_{i-1}} (X^* - X_{i-1}) \quad (2.9)$$

$$Z_L = f(X_{i-1}, Y_{i-1}) + \frac{f(X_i, Y_{i-1}) - f(X_{i-1}, Y_{i-1})}{X_i - X_{i-1}} (X^* - X_{i-1}) \quad (2.10)$$

$$Z^* = Z_L + \frac{Z_U - Z_L}{Y_i - Y_{i-1}} (Y^* - Y_{i-1}) \quad (2.11)$$

Para este método é necessário o uso de uma malha regular contendo as informações de latitude, longitude e ondulação geoidal, onde a partir da malha será feita a interpolação bilinear. Comparado com outros interpoladores, como por exemplo, o bicúbico, este método é computacionalmente mais rápido (SPRING, 2006).

Em correspondência eletrônica trocada no dia 16 de dezembro de 2016 com a pesquisadora Dr. Ana Cristina Oliveira Cancoro de Matos, correspondente do Professor Dr. Denizar Blitzkow, foi informado que o *software* MAPGEO2015, disponibilizado pelo IBGE, utiliza a interpolação bilinear nos seus cálculos. O *software* AstGeoTop (2017) também utiliza a interpolação bilinear nos seus cálculos. Assim, foram tomados esses dois *softwares* para verificação dos aplicativos.

3. MATERIAS E MÉTODOS

Neste capítulo serão abordados os materiais e métodos utilizados para elaboração do aplicativo que calcula a ondulação geoidal através da interpolação bilinear e os métodos para avaliação estatística do modelo.

A malha regular do MAPGEO2015 é obtida através da instalação do *software* disponibilizado pelo IBGE e do EGM2008 é obtida pelo site do ICGEM (*International Center for Global Gravity Field Models*).

O aplicativo foi desenvolvido em linguagem MATLAB 2010 (*Matrix Laboratory*). O MATLAB é um *software* bastante utilizado nas engenharias por sua robustez no processamento de problemas numéricos complexos.

3.1 Área de Estudo

A área estudada (Figura 9) está situada entre as latitudes $7^{\circ}55'22,5''$ S e $8^{\circ}9'32,04''$ S, e as longitudes $34^{\circ}51'34,18''$ W e $35^{\circ}1'17,19''$ W, referidos ao SIRGAS 2000, época 2000.4, contendo o município do Recife. As RRNN apresentadas e utilizadas para as análises foram (RN3640Z – RECF; 3641D – DNIT; 3641L – RN_Rufino; 3641M; 9319G – IgrejaBV, 9319M – IgrejaPINA e V13-ESIG) podem ser encontrados em Lima (2017).

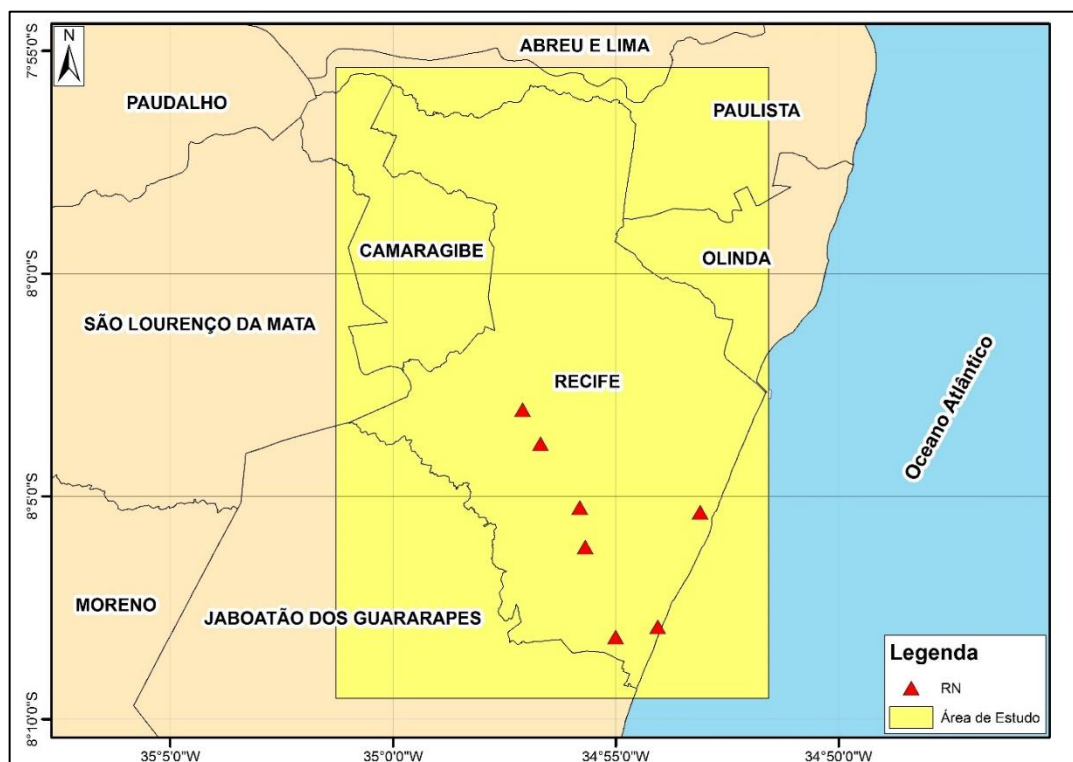


Figura 9 - Área de Estudo

3.2 Aquisição dos dados

As malhas regulares foram adquiridas de forma gratuita e sua aquisição será explicada nos itens 3.2.1 e 3.2.2.

3.2.1 MAPGEO2015 (5'x5')

O IBGE disponibiliza o *software* MAPGEO2015 de forma gratuita para o usuário em sua página oficial http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo_geoidal.shtm. Após o *download*, o arquivo de instalação se encontra em uma pasta .zip e a instalação é feita de forma simples e rápida. A malha regular utilizada para a interpolação está disponível na pasta raiz da instalação do programa (Figura 10). O arquivo está no formato .txt (Figura 11) e contém as informações de longitude, latitude e ondulação geoidal, respectivamente. Esses dados serão utilizados para efetuar os cálculos no aplicativo desenvolvido neste trabalho.

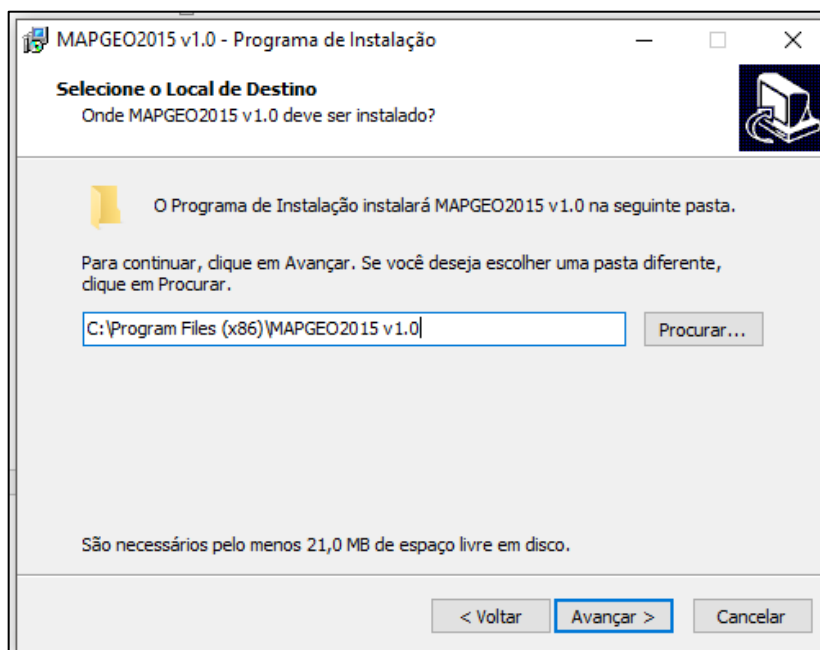


Figura 10 - Local de Instalação do MAPGEO2015

Fonte: MAPGEO

MAPGEO2015_SIRGAS2000.txt		
285.0416667	5.9583333	18.15
285.1250000	5.9583333	17.06
285.2083333	5.9583333	15.91
285.2916667	5.9583333	14.83
285.3750000	5.9583333	13.95
285.4583333	5.9583333	13.00
285.5416667	5.9583333	12.23
285.6250000	5.9583333	11.74
285.7083333	5.9583333	11.63
285.7916667	5.9583333	11.66
285.8750000	5.9583333	12.07
285.9583333	5.9583333	12.85
286.0416667	5.9583333	13.97
286.1250000	5.9583333	15.19
286.2083333	5.9583333	16.00
286.2916667	5.9583333	16.59
286.3750000	5.9583333	17.03
286.4583333	5.9583333	17.64

Figura 11 – Trecho da Malha Regular utilizada pelo software MAPGEO2015.

Fonte: MAPGEO

3.2.2 EGM2008 (5'x5', 1'x1' e 1''x1'')

O ICGEM é responsável por disponibilizar os dados dos modelos do campo de gravidade global. Tais dados são disponibilizados pelo site <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/> (Figura 12). Nesse site, é possível calcular o campo de gravidade selecionando um dos modelos disponíveis pelo ICGEM em um determinado elipsoide de referência.

Calculation of Gravity Field Functionals on Ellipsoidal Grids

This is an **interactive Website** to calculate a selected gravity field functional for a set of gridded points on a reference ellipsoid. Please select first **model**, **functional** and **grid** and then press **'start computation'**. The computed gridfile is usually available after a few seconds or minutes. The actual computing time depends on many factors, mainly functional, maximum degree and grid selection; but also file caching and server load. Calculating the functionals **gravity_disturbance**, **gravity_anomaly**, **gravity_anomaly_cl** and **gravity** is more time consuming than the others.

If you select the option **Image-File**, additionally a postscript plot (also converted to PNG) of the calculated grid will be generated by the widely used **GMT-software**. Short explanations for many selectable parameters are displayed with tooltips (for the labels) and the actual status is shown in the **yellow info line at bottom**. See below the input form for further **explanation** and **usage** info.

You have to enable **JavaScript** for your browser to use this service. If you don't see it correctly on your browser, please inform us per email (include your browser version and operating system). Please feel encouraged to send us per **email** wishes for improvements/additions/fixes or comments about this service. You also have the possibility to use our **Guest Book** to make your comments public.

Model and Reference Selection

Model Directory: longtime models
 Model File: **egm2008**
 Functional: **height_anomaly_ell**
 Tide System: use unmodified model
 Zero Degree Term: yes
 Reference System: WGS84

Radius: 6378137.0 Flat: 298.257223563 Gm: 3.986004418e+14 Omega: 7.292115e-5

Grid Selection

Grid Step [°]: 1.0
 Longitude Limit West [°]: 0
 Longitude Limit East [°]: 360
 Latitude Limit South [°]: -90
 Latitude Limit North [°]: 90
 Height over Ellipsoid [m]: 0

Truncation

Maximal Degree: ** max degree of model
 Start Gentle Cut: ** unused **

Gaussian Filtering

Filter Type Definition: ** unused **
 Filter Length in Degree [°]:
 Filter Length in Meter [m]:

Figura 12 - Página inicial do site do ICGEM.

Fonte: ICGEM

Para iniciar os cálculos o usuário deve inserir o tipo do modelo (*Model File*), o modelo funcional do geopotencial (*Functional*), o modelo de sistema de maré (*Tide System*), o uso ou não uso do termo de grau zero (*Zero Degree Term*) e o Sistema de Referência (*Reference System*). Todas essas informações devem ser inseridas na aba Seleção de Modelo e Referência (*Model and Reference Selection*) (Figura 13).

Figura 13 - Seleção de Modelo e Referência.

Fonte: ICGEM

Na aba *Grid Selection* (Figura 14) devem ser inseridas as informações da malha: espaçamento da malha (*grid step*), limite da longitude a oeste (*Longitude Limit West*), limite da longitude a leste (*Longitude Limit East*), limite da latitude a sul (*Latitude Limit South*), limite da latitude a norte (*Latitude Limit North*) e altitude elipsoidal (*Height over Ellipsoid*). As informações são inseridas em graus, com exceção da altitude, esta deve ser colocada em metros.

Figura 14 - Informações da malha regular.

Fonte: ICGEM

Também podem ser inseridos no cálculo o valor do truncamento do modelo (*Truncation*) e o filtro Gaussiano (*Gaussian Filtering*). Com todas as informações inseridas, deve-se iniciar o cálculo do modelo em *start computation* (Figura 15). Em *input file* é disponibilizado o cabeçalho do processamento, contendo todas as informações. O resultado da malha fica disponível em *get grid file* ou em *show*

directory, com o cabeçalho contendo as informações, além da latitude, longitude e ondulação geoidal.

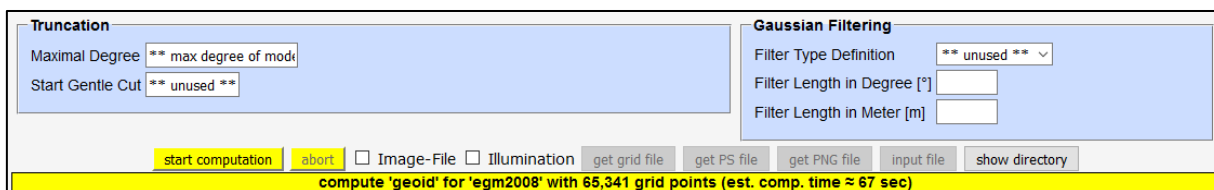


Figura 15 - Início de cálculo da malha regular

Fonte: ICGEM

3.3 Desenvolvimento dos aplicativos

Neste TCC, foram desenvolvidos dois aplicativos em linguagem MATLAB. A priori, o programa faz a leitura dos dados da malha, a qual irá trabalhar. As malhas regulares do MAPGEO2015 e EGM2008 no tamanho 5'x5', são utilizadas no aplicativo Ondulação Geoidal. Já as malhas regulares do EGM2008 de tamanho 1'x1' e 1"x1", são utilizadas no aplicativo Ondulação Geoidal Recife – PE.

O algoritmo dos dois programas segue a mesma sequência de processamento, diferenciando somente as malhas regulares. O processamento é apresentado no fluxograma (Figura 16):

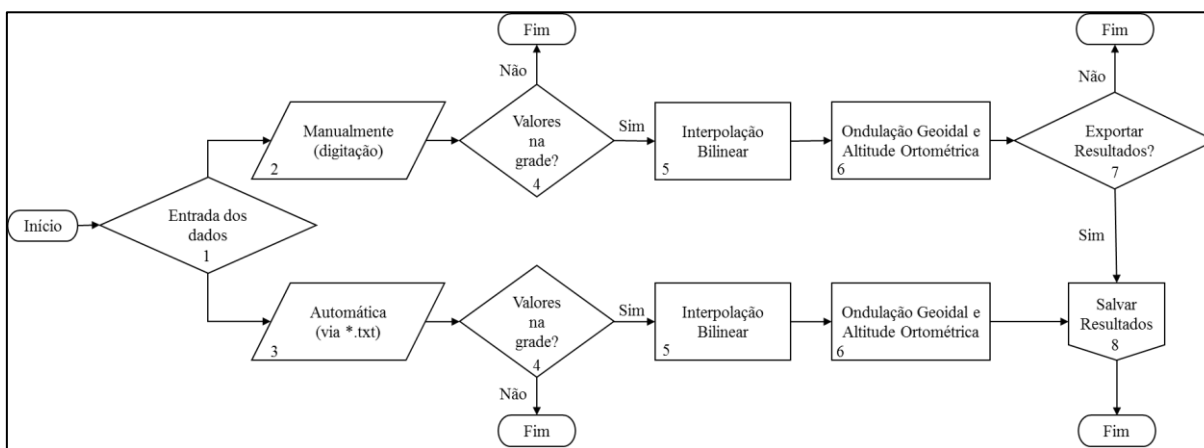


Figura 16 - Fluxograma do programa para o cálculo da ondulação geoidal por interpolação bilinear.

Fonte: Autor

Processo do algoritmo:

1. Entrada dos dados: O usuário deve escolher entre as opções de entrada via digitação ou via arquivo de texto.

2. Opção Manual: O usuário deverá digitar a latitude e longitude, em graus decimais e referidas ao SIRGAS2000, e a altitude, em metros. Latitude sul e longitude oeste devem ser inseridas com o sinal de negativo (-);
3. Opção Automática: O usuário deverá selecionar o arquivo de entrada com os dados contendo as mesmas informações separadas por espaço na seguinte sequência: Latitude Longitude Altitude Elipsoidal;
4. Valores na malha: O programa fará a verificação se os pontos inseridos pertencem a malha para interpolação. Caso os valores não pertençam, o programa apresentará uma mensagem de erro indicando os valores válidos;
5. Interpolação bilinear: O programa fará a interpolação bilinear de acordo com o que foi apresentado na Equação (XXX).
6. Ondulação Geoidal e Altitude Ortométrica: O programa exibe os resultados na tela, para o caso de entrada manual, ou solicita ao usuário um local para salvar o arquivo com os resultados, para o caso de entrada via arquivo de texto. A altitude ortométrica é calculada de acordo com a equação 2.2.2.1.
7. Exportar Resultados: Caso o usuário utilize a opção de inserção de dados manual, o mesmo pode exportar os resultados em um arquivo de texto. Na opção de entrada automática a exportação é ativa automaticamente.
8. Salvar Resultados: O aplicativo solicitará um nome para o arquivo de saída e salvará o mesmo na pasta raiz do programa.

3.4 Métodos para análise da acurácia

Para avaliar a acurácia dos modelos foi adotado o RMS, apresentado em Souza *et. al.* (2014). Nos tópicos 3.4.1 e 3.4.2 estão descritas as formulações matemáticas utilizadas na análise.

3.4.1 Método Absoluto

A aplicação do método absoluto segue um processo de cálculo, envolvendo as seguintes etapas descritas nesta seção:

Etapas 1 – Calcula-se a ondulação geoidal de referência (Equação 3.1):

$$N_{ref} = h_{GNSS} - H_{Nivelamento} \quad (3.1)$$

Etapa 2 – Com posse das ondulações geoidais obtidas pelos modelos, EGM2008 e MAPGEO2015, e das ondulações geoidais de referência, GNSS/Nivelamento, calcula-se as discrepâncias $(\Delta_{EGM}^A; \Delta_{MAP}^A)^2$ a partir das equações (3.2 e 3.3) (Figura 17):

$$\Delta_{EGM}^A = N_{ref} - N_{EGM} \quad (3.2)$$

$$\Delta_{MAP}^A = N_{ref} - N_{MAP} \quad (3.3)$$

Etapa 3 – Procede-se o cálculo do RMS, segundo as equações (3.4 e 3.5):

$$RMS_{EGM}^A = \sqrt{\sum \frac{(\Delta_{EGM}^A)^2}{n}} \quad (3.4)$$

$$RMS_{MAP}^A = \sqrt{\sum \frac{(\Delta_{MAP}^A)^2}{n}} \quad (3.5)$$

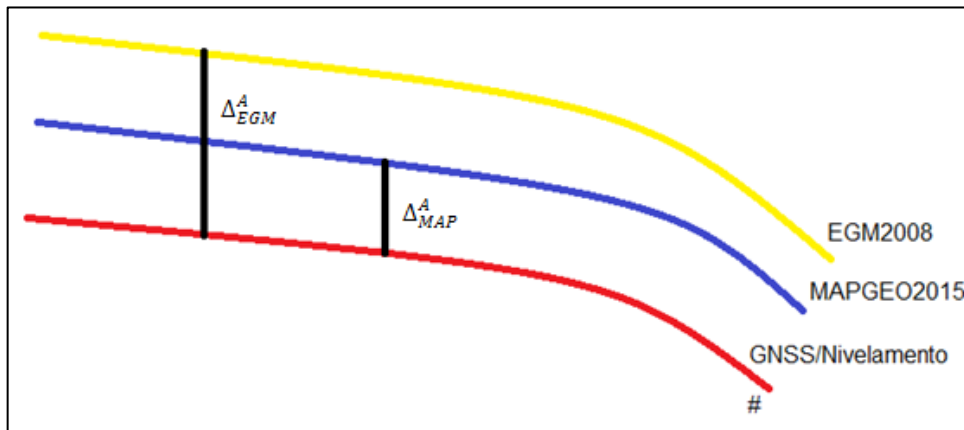


Figura 17 - Discrepâncias entre o modelo e a referência.

3.4.2 Método Relativo

A aplicação do método relativo segue os processos de cálculos envolvendo as seguintes etapas descritas nesta seção.

Etapa 1 – Calcula-se a ondulação geoidal de referência (Equação 3.1):

$$N_{ref} = h_{GNSS} - H_{Nivelamento} \quad (3.6)$$

Etapa 2 – Com posse das ondulações geoidais obtidas pelos modelos, EGM2008 e MAPGEO2015, calcula-se a diferença da ondulação geoidal dos pontos

² EGM refere-se ao EGM2008, MAP refere-se ao MAPGEO2015 e “A” ao método absoluto.

do modelo, tomando como base um ponto de referência (N_P) fixo do modelo ($\alpha_{EGM}^R; \alpha_{MAP}^R$)³ conforme as equações (3.7 e 3.8) (Figura 18):

$$\alpha_{EGM}^R = N_{EGM} - N_P \quad (3.7)$$

$$\alpha_{MAP}^R = N_{MAP} - N_P \quad (3.8)$$

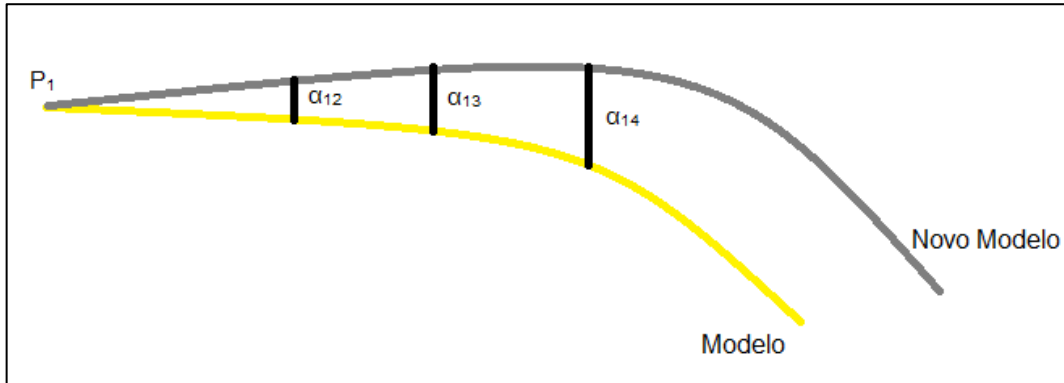


Figura 18 - Diferença entre os pontos do modelo e um ponto fixo do modelo.

Etapa 3 – Calcula-se o valor da ondulação geoidal dos demais pontos através das equações (3.9 e 3.10), onde N_{ref}^P é o valor da ondulação geoidal de referência do ponto fixado na Etapa 2 (Figura 19):

$$N_{EGM}^R = N_{ref}^P + \alpha_{EGM}^R \quad (3.9)$$

$$N_{MAP}^R = N_{ref}^P + \alpha_{MAP}^R \quad (3.10)$$

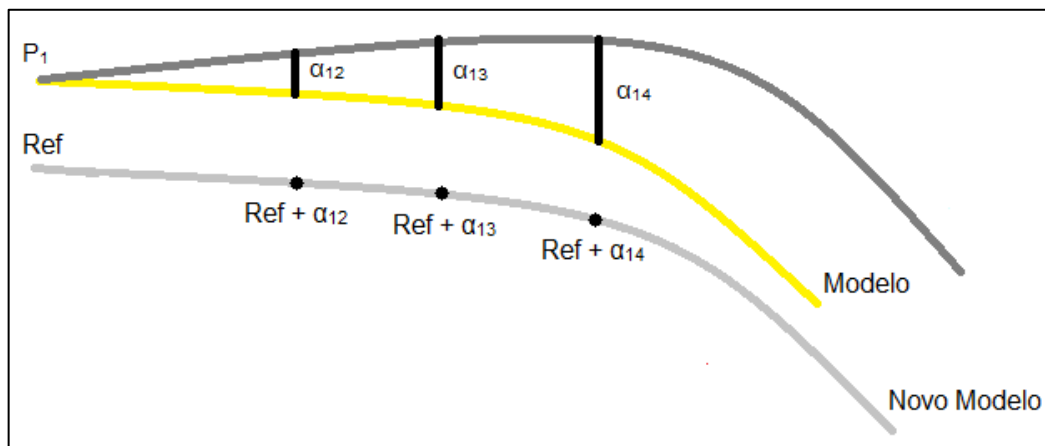


Figura 19 - Esquematização do novo valor da ondulação geoidal.

³ EGM refere-se ao EGM2008, MAP refere-se ao MAPGEO2015 e “R” ao método relativo.

Etapa 4 – Calcula-se as discrepâncias entre a ondulação geoidal das equações (3.9 e 3.10) e a ondulação geoidal de referência através das equações (3.11 e 3.12):

$$\Delta_{EGM}^R = N_{EGM}^R - N_{ref} \quad (3.11)$$

$$\Delta_{MAP}^R = N_{MAP}^R - N_{ref} \quad (3.12)$$

Etapa 5 – Procede-se o cálculo do RMS:

$$RMS_{EGM}^R = \sqrt{\sum \frac{(\Delta_{EGM}^R)^2}{n}} \quad (3.13)$$

$$RMS_{MAP}^R = \sqrt{\sum \frac{(\Delta_{MAP}^R)^2}{n}} \quad (3.14)$$

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O aplicativo desenvolvido para a obtenção das ondulações geoidais por meio da interpolação bilinear, com a malha regular do MAPGEO2015 e EGM2008 no tamanho 5'x5' (Figura 21) e o aplicativo com a malha regular reamostrada com os dados do EGM2008 de tamanho 1'x1' e 1"x1" (Figura 22), estão apresentados abaixo:

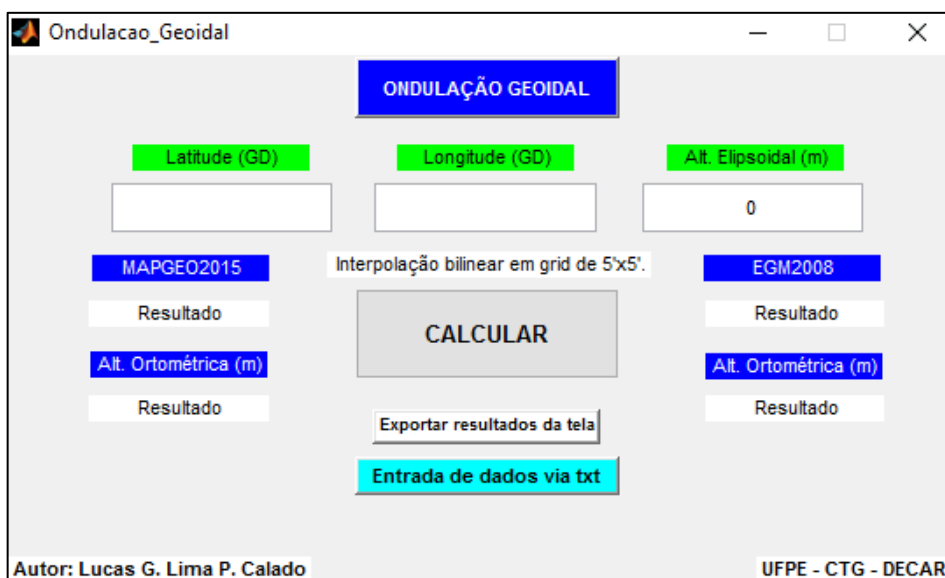


Figura 20 - Ondulação Geoidal - Aplicativo para o cálculo da ondulação geoidal com malha regular de 5'x5' do EGM2008 e do MAPGEO2015.

Fonte: Ondulação Geoidal

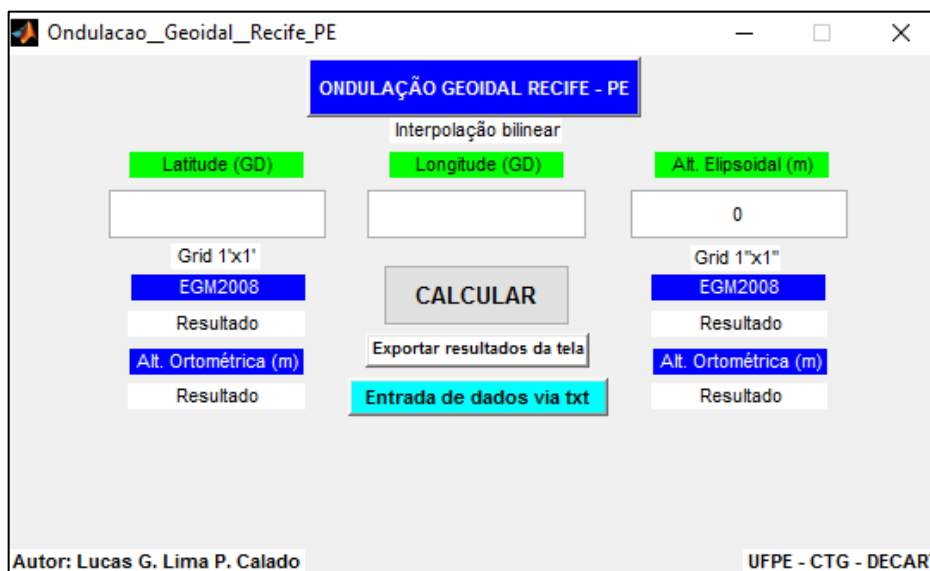


Figura 21 - Ondulação Geoidal Recife - PE - Aplicativo para o cálculo da ondulação geoidal com malha reamostrada 1'x1' e 1"x1" do EGM2008.

Fonte: Ondulação Geoidal Recife PE

Os pontos utilizados para às análises foram obtidos através de rastreo GNSS e as altitudes ortométricas por meio de nivelamento geométrico (Tabela 3).

Tabela 3 – Coordenadas, em SIRGAS2000, e altitudes utilizadas neste trabalho.

Ponto	Latitude (GMS)	Longitude (GMS)	Altitude Elipsoidal (m)	Altitude Ortométrica (m)
RECF	-8°03`03,46970"	-34°57`05,45910"	20,1790	25,6096
DNIT	-8°03`49,00944"	-34°56`41,32927"	1,0870	6,5449
RN_Rufino	-8°05`15,06248"	-34°55`48,39942"	3,1040	8,6029
RN3641M	-8°06`08,33883"	-34°55`40,89192"	-0,4840	5,0675
V13_ESIG	-8°08`09,33019"	-34°54`59,92558"	2,6780	8,3571
IgrejaBV	-8°07`55,88289"	-34°54`03,26943"	-1,6090	4,1091
IgrejaPINA	-8°05`21,19561"	-34°53`06,24801"	-3,3880	2,2379

Fonte: Adaptado de Lima (2017)

As ondulações geoidais de referência e os resultados das ondulações obtidas nos aplicativos desenvolvidos neste TCC (Tabela 4 e Tabela 5) estão compatíveis com os resultados obtidos no software AstGeoTop (2017): Módulo: modelo geoidal © versão 2012.05.11 e com o software MAPGEO2015 disponibilizado pelo IBGE.

Tabela 4 - Ondulação Geoidal de Referência e Ondulação Geoidal obtida através do aplicativo Ondulação Geoidal.

Ponto	Referência	5'x5'	
	GNSS/Nivelamento	MAPGEO2015	EGM2008
	N (m)	N (m)	N (m)
RECF	-5,4306	-5,5379	-6,0882
DNIT	-5,4579	-5,5835	-6,1394
RN_Rufino	-5,4989	-5,6744	-6,2411
RN3641M	-5,5515	-5,7147	-6,2898
V13_ESIG	-5,6791	-5,8160	-6,4073
IgrejaBV	-5,7181	-5,8464	-6,4317
IgrejaPINA	-5,6259	-5,7812	-6,3390

Tabela 5 - Ondulação Geoidal obtida através do aplicativo Ondulação Geoidal Recife - PE.

Ponto	1'x1'	1"x1"
	EGM2008	EGM2008
	N (m)	N (m)
RECF	-6,0931	-6,0933
DNIT	-6,1494	-6,1500
RN_Rufino	-6,2572	-6,2578
RN3641M	-6,3057	-6,3064
V13_ESIG	-6,4251	-6,4257
IgrejaBV	-6,4470	-6,4477
IgrejaPINA	-6,3479	-6,3483

Alguns parâmetros estatísticos do método absoluto estão apresentados nas Tabela 6:

Tabela 6 – Estatísticas do método absoluto.

Absoluto				
Modelos	RMS (m)	Média (m)	Máxima Discrepância (m)	Mínima Discrepância (m)
EGM2008 – 5'x5'	0,7112	0,7106	0,7422	0,6576
MAPGEO2015 – 5'x5'	0,1434	0,1417	0,1755	0,1073
EGM2008 - 1'x1'	0,7241	0,7233	0,7583	0,6625
EGM2008 - 1"x1"	0,7246	0,7239	0,7589	0,6627

No método absoluto (Tabela 6), o MAPGEO2015 apresentou melhor resultado com um RMS de $\pm 0,14$ m. Já o EGM2008 apresentou resultados com um RMS de $\pm 0,72$ m. Os valores do RMS são tidos como valores padrões, porém deve-se também analisar a máxima discrepância, em módulo, para se ter uma avaliação mais fidedigna. Para este método, a máxima discrepância do MAPGEO2015 foi de 0,17m e a máxima discrepância do EGM2008 foi de 0,76m.

Alguns parâmetros estatísticos do método relativo estão apresentados nas Tabela 7 e 8:

Tabela 7 - Estatísticas do método relativo, tendo como referência à estação RECF.

Relativo – RECF				
Modelos	RMS (m)	Média (m)	Máxima Discrepância (m)	Mínima Discrepância (m)
EGM2008 – 5'x5'	0,0603	-0,0530	-0,0239	-0,0846
MAPGEO2015 – 5'x5'	0,0409	-0,0344	-0,0183	-0,0682
EGM2008 - 1'x1'	0,0690	-0,0608	-0,0291	-0,0958
EGM2008 - 1"x1"	0,0693	-0,0611	-0,0293	-0,0962

No método relativo, tendo como referência a estação RECF (Tabela 7), o MAPGEO2015 também apresentou o melhor resultado com um RMS de $\pm 0,04$ m e uma discrepância máxima de 0,07m. O EGM2008 apresentou RMS de $\pm 0,06$ m e o de pior resultado foi o da malha regular reamostrada de 1"x1" com um RMS de $\pm 0,07$, onde a discrepância máxima foi de 0,08m e 0,10m, respectivamente.

Tabela 8 - Estatísticas do método relativo, tendo como referência a estação IgrejaBV.

Relativo – IgrejaBV				
Modelos	RMS (m)	Média (m)	Máxima Discrepância (m)	Mínima Discrepância (m)
EGM2008 – 5'x5'	0,0288	-0,0030	0,0560	-0,0286
MAPGEO2015 – 5'x5'	0,0259	-0,0134	0,0210	-0,0472
EGM2008 - 1'x1'	0,0331	-0,0055	0,0664	-0,0294
EGM2008 - 1"x1"	0,0332	-0,0057	0,0668	-0,0294

Tomando como referência a estação IgrejaBV (Tabela 8), o RMS do MAPGEO2015 foi de $\pm 0,03\text{m}$ e do EGM2008 $\pm 0,03\text{m}$, com discrepância máxima de $0,05\text{m}$ e $0,06\text{m}$ respectivamente.

Destaca-se que nos métodos relativos, a estação RECF foi escolhida pelo fato de ter sido o ponto de referência para o ajustamento do nivelamento geométrico de primeira ordem e a estação IgrejaBV foi escolhida pelo fato de ser o ponto mais distante da estação RECF.

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho as malhas regulares de tamanho 5'x5' do MAPGEO2015 e do EGM2008 e as malhas regulares reamostradas de tamanhos 1'x1' e 1"x1" do EGM2008, foram utilizadas no aplicativo de interpolação bilinear desenvolvido neste TCC para obtenção das ondulações geoidais dos pontos analisados.

As ondulações geoidais foram analisadas a partir das suas estatísticas de RMS e da discrepância máxima em módulo, pelos métodos absoluto e relativo.

No método absoluto o MAPGEO2015 apresentou resultados compatíveis com o RMS indicado pelo modelo. A discrepância do RMS do EGM2008, o modelo indica um RMS de 0,15m, pode ser explicado pelo fato de que no Brasil existe uma deficiência na disponibilidade dos dados das anomalias gravimétricas médias para gerar o modelo.

No método relativo, tomando a estação RECF como referência, foi possível observar uma melhora significativa em relação ao método absoluto, principalmente no EGM2008 que teve o RMS melhorado em cerca de 90%. E tomando a estação IgrejaBV como referência, obteve-se um RMS de 0,03m para os modelos analisados.

Portanto, o MAPGEO2015 se mostrou mais satisfatório do que o EGM2008 para a obtenção das altitudes ortométricas no método absoluto. No método relativo os modelos se equivalem.

Os modelos do EGM2008 reamostrados, tiveram os resultados equivalentes a malha regular do EGM2008 de tamanho 5'x5', sendo assim, fica ao critério do leitor o uso de qualquer um dos modelos.

Por fim, recomenda-se uma maior densificação da rede de pontos para poder avaliar o comportamento do modelo em uma escala maior.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALENCAR, J. C. M. – **Datum altimétrico brasileiro**. IBGE, Cadernos de Geociências. Rio de Janeiro, p. 5. 1990.
- ANDERSEN, O. B. – **The DTU10 Gravity field and Mean sea surface. Second international symposium of the gravity field of the Earth (IGFS2)**. Fairbanks, Alaska: DTU Space, Technical University of Denmark. 2010.
- ARANA, D. – **Modelos Geoidais Híbridos para o estado de São Paulo: desenvolvimento e avaliação**. Dissertação de mestrado. Presidente Prudente: [s.n.], 2016 167 f.
- ARANA, J. M. – **O uso do GPS na elaboração de Carta Geoidal**. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas). Curitiba, PR, Brasil: Universidade Federal do Paraná (UFPR). 2000. p. 164.
- BLITZKOW, D.; CINTRA, J.P.; FONSECA JÚNIOR, E.S. **Mapa Geoidal do Brasil: 1992**. IBGE - Diretoria de Geociências. Rio de Janeiro, RJ, p. 4. 1993.
- BLITZKOW, D. – **Sistemas de altitudes e a determinação do geóide**. Curso proferido no Instituto Oceanográfico da Armada (INOCAR). Quiaquil, Equador: [s.n.]. 2003.
- BLITZKOW, D.; MATOS, A. C. O. C.; CAMPOS, I.O.; ELLMAN, A.; VANICEK, P.; SANTOS, M. C. – **An attempt for an Amazon geoid model using Helmert gravity anomaly**. Observing our Changing Earth, v. 133, p. 187-194, 2008.
- BLITZKOW, D.; MATOS, A. C. O. C.; GUIMARÃES, G. N.; PACINO, M. C.; LAURÍA, E. A.; NUNES, M.; FLORES, F.; ECHALAR, A.; GUEVARA, N. O.; ALVAREZ, R.; HERNANDEZ, J. N. – **Estudios de gravedad y del modelo de cuasi-geoide para la América del Sur**. Simposio Sirgas 2015. Santo Domingos, República Dominicana, de 18 a 20 de Novembro de 2015.
- DINIZ, E. A.; SOUZA, G. H. B.; JUNIOR, J. P. M.; DALAQUA, R. R.; PASTORIM, R. V. **Atualização do sistema cadastral da cidade de Ribeirão dos Índios – SP**. Universidade Estadual Paulista – UNESP Faculdade de Ciências e Tecnologia– FCT. [S.I.]: [s.n.]. 2004.
- FEATHERSTONE, W. E. – **Software for computing five existing types of deterministically modified integration kernel for gravimetric geoid**

determination. Computer & Geosciences, v. 29, n. 2, p. 183-193, mar. 2003. ISSN 0098-3004.

FERREIRA, V. G. – **Análise da componente anômala do geopotencial no datum vertical brasileiro com base no sistema lagunar de Imarui, SC.** Curitiba, 2008.

FÖRSTE et al. 2014 – **EIGEN-6C4 – The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190.** 2014

FREITAS, S. R. C.; BLITZKOW, D. – **Altitudes e Geopotencial.** International Geoid Service. International Geoid Service, Special Issue for South America. Italy: [s.n.]. 1999. p. 47-61.

GALDINO, C. A. P. M. – **Determinação de desníveis por GPS para aplicações em Engenharia através da definição dos parâmetros de um geoide local.** Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná.

GARNÉS, S. J. A. – **AstGeoTop (2016).** *Software.* Departamento de Engenharia Cartográfica. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE

GARNÉS, S. J. A. – **AstGeoTop (2017).** *Software.* Módulo: modelo geoidal © Versão 2012.05.11. Departamento de Engenharia Cartográfica. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE.

GEMAEL, C. – **Introdução a Geodésia Física.** Edição atualizada. ed. Curitiba: Editora UFPR, 2012. 304 p. ISBN 8573350296.

GEMAEL, C.; DE ANDRADE, J. B. – **Geodésia Celeste.** Editora UFPR, 2004 – 389 páginas

GEMAEL, C.; MACHADO, A. M. L.; WANDRESEN, R. – **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas.** 2º Ed. Curitiba: Editora UFPR, 2015.

HOFMANN-WELLWNHOF, B.; MORITZ, H. – **Physical geodesy.** 2.ed. Viena: Springer-Verlag Wien, 2006. 403 p. ISBN 978-3-211-33544-4.

IBGE - **RESOLUÇÃO – PR nº 22, de 21-07-83**

IBGE – **Ajustamento Simultâneo da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro.** Relatório, Rio de Janeiro, 2011.

IBGE – **O novo modelo de ondulação geoidal do Brasil: MAPGEO2015**. Rio de Janeiro, RJ, nov. 2015.

IGN – **<<https://www.ign.es/ign/>>**. Último acesso: 05 de dezembro de 2016.

LIMA, D. F. V. – **Elaboração de Modelo Geoidal para a cidade do Recife/PE**. Trabalho de Graduação – TCC. Orientador GARNÉS, S. J. A. Curso de Engenharia Cartográfica, Departamento de Engenharia Cartográfica, Universidade Federal de Pernambuco, 2017.

LOBIANCO, M. C. B. – **Determinação das Alturas Geoidais no Brasil**. (Tese de Doutorado). São Paulo, SP: Escola Politécnica da USP. 2005. p. 165.

LUZ, R. T. – **Estratégias para modernização da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro e sua integração ao SIRGAS**. Universidade Federal do Paraná (UFPR). Curitiba, PR, p. 207. 2008.

MATOS, A. C. O .C.; BLITZKOW, D.; GUIMARÃES, G. N.; LOBIANCO, M. C. B.; COSTA. S. M. A. **Validação do MapGeo2010 e comparação com modelos do geopotencial recentes**. Boletim Ciências Geodésicas, Curitiba, PR, v. 18, n. 1, p. 101-122, mar. 2012

MIKHAIL, E.; ACKERMAN, F. – **Observations and Least Squares**. IEP series in civil engineering. ed. New York, NY: Harper and Row, 1976. 497 p.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações**. 2. Ed São Paulo: Unesp, 2008. 476p

PAVLIS, N. K. HOLMES, S. A.; KEYON, S. C.; FACTOR, J. K. – **An Earth gravitational model to degree 2160: EGM2008**. General Assembly of the European Geosciences Union. Vienna, Austria: [s.n.]. 2008.

PAVLIS, N. K.; HOLMES, S. A.; KEYON, S. C.; FACTOR, J. K. – **The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)**. Journal of Geophysical Research, v. 117, n. B4, abr. 2012.

SALEH, J.; PAVLIS, N. K. – **The development and evaluation of the global digital terrain model DTM2002**. 3rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission. Thessaloniki, Greece: [s.n.]. 2002. p. 26-30.

SANTOS, M. A.; SEIXAS, A.; MOTTA, J. A.; SANTOS, A. A. – **Determinação do modelo geoidal local preliminar da RMR e parte do agreste de Pernambuco por**

meio de GPS/Nivelamento. IV Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Recife – PE, 06-09 de Maio de 2012.

SILVA, D. J. N. – **Avaliação da precisão de trechos da rede altimétrica de alta precisão do sistema geodésico brasileiro na cidade do Recife-PE.** Trabalho de Graduação – TCC. Orientador GARNÉS, S. J. A. Curso de Engenharia Cartográfica, Departamento de Engenharia Cartográfica, Universidade Federal de Pernambuco, 2014.

SOUZA, A. N.; GARNÉS, S. J. A.; MARQUES, H. A. – **Avaliação do posicionamento GNSS obtido pelos métodos cinemático RTK/NTRIP e PPP em tempo real.** Revista Brasileira de Cartografia (2014) Nº 66/5: 1117-1133. ISSN: 1808-0936.

TORGE, W. – **Geodesy: Third completely revised and extended edition.** Berlin, p. 416, 2001. ISSN 3-11-017072-8.

ANEXO A – Nivelamento Geométrico

AstGeoTop 2014: MÓDULO - NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

RELATÓRIO DO AJUSTAMENTO DO NIVELAMENTO E DO
CONTRANIVELAMENTO RECF-IGREJA PINA

NIVELAMENTO

SEM AJUSTAMENTO COM AJUSTAMENTO

ESTAÇÃO	COTA(m)		COTA(m)
---------	---------	--	---------

RN3640Z	25,6096	25,60960
RN3641B	8,90640	8,90602
RN3641C	9,21302	9,21242
RN3641D	6,81964	6,81866
RN3641L	8,93181	8,93031
RN3641M	5,06921	5,06746
RN3641X	8,95065	8,94844
RN9319G	4,62165	4,61924
RN9319M	3,35281	3,34996

Número de Pontos ajustados Nivelamento = 8

CONTRANIVELAMENTO

SEM AJUSTAMENTO

AJUSTADAS

ESTAÇÃO	COTA(m)	COTA REDUZIDA(m)	AJUSTADA(m)
RN3640Z	25,6096	25,60960	25,60960
RN3641B	8,90640	8,90640	8,90678
RN3641C	9,21246	9,21246	9,21307
RN3641D	6,81908	6,81908	6,82006
RN3641L	8,92944	8,92944	8,93095
RN3641M	5,06589	5,06589	5,06765
RN3641X	8,94722	8,94722	8,94944
RN9319G	4,61749	4,61749	4,61988
RN9319M	3,34710	3,34710	3,34995

Número de Pontos ajustados Contranivelamento = 8

AJUSTAMENTO COM VALORES MÉDIOS DOS PONTOS COMUNS

ESTAÇÃO	COTA NIV(m)	COTA CNIV(m)	MEDIA(m)	Precisão(mm)
---------	-------------	--------------	----------	--------------

RN3640Z	25,60960	25,60960	25,60960	0,00
RN3641B	8,90640	8,90640	8,90640	0,00
RN3641C	9,21302	9,21246	9,21274	0,28
RN3641D	6,81964	6,81908	6,81936	0,28
RN3641L	8,93181	8,92944	8,93062	1,19
RN3641M	5,06921	5,06589	5,06755	1,66
RN3641X	8,95065	8,94722	8,94893	1,71
RN9319G	4,62165	4,61749	4,61957	2,08
RN9319M	3,35281	3,34710	3,34996	2,85

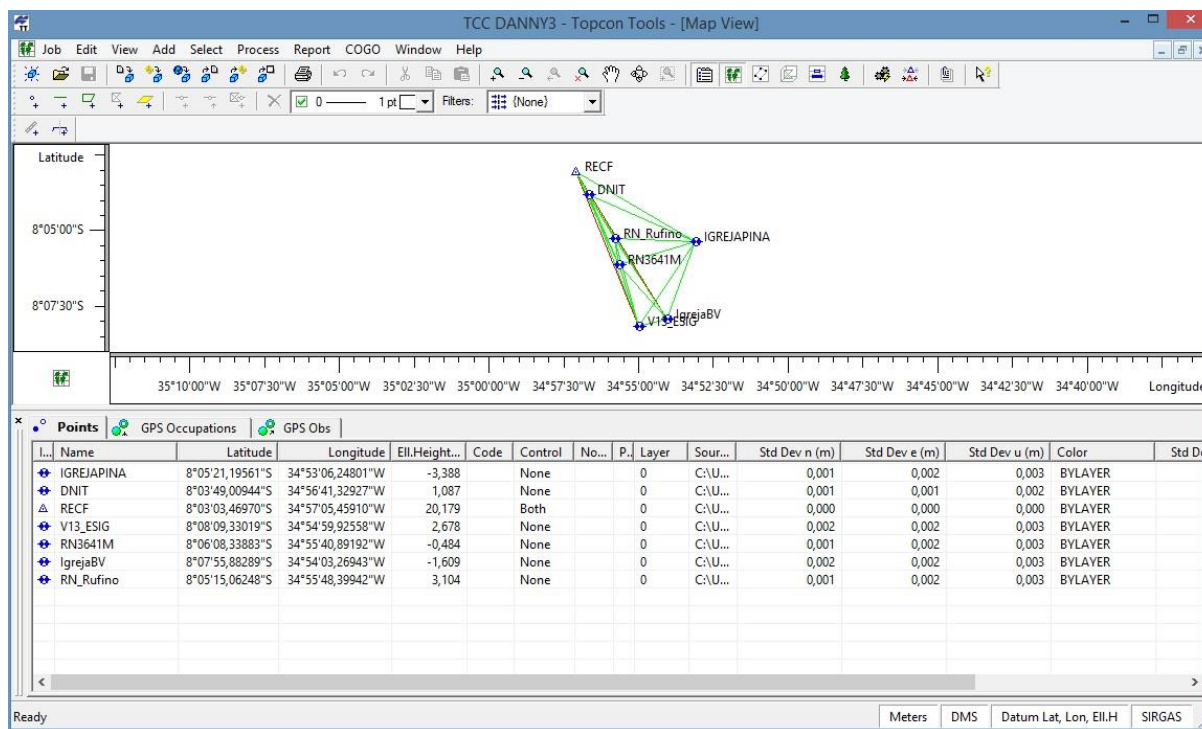
Desnível entre RN3640Z e RN9319M = -22,25965 m

Erro de fechamento = 0,00570 m => 5,70500 mm

Comprimento do circuito = 18992,06 m

Precisão = 0,655 mm/km

ANEXO B – Rastreo GNSS



NIVELAMENTO do PTO GPS no DNIT A RN3641D

EST	RE	MUD	COTA
RN3641D	1,102		6,8194
DNIT		1,376	6,5454
RN3641D	1,048		6,8194
DNIT		1,323	6,5444
		Média =	6,5449

NIVELAMENTO do PTO GPS na Av. Recife até Pino de RN RN3641L na Rufino

EST	RE	INT	MUD	COTA
Pino	1,725			8,5114
Aux 1			1,400	8,8364
Aux 1	1,160			
Válvula		1,318		8,6784
RN_Rufino			1,393	8,603
Pino	1,706			8,5114
Aux2			1,369	8,8484
Aux2	1,108			
Válvula		1,278		8,6784
RN_Rufino			1,354	8,6024
			Média =	8,60294

NIVELAMENTO do PTO GPS em BV e
RN9319G

EST	RE	MUD	COTA
RN9319G	1,024		4,61955
IgrejaBV		1,534	4,10955
RN9319G	0,953		4,61955
IgrejaBV		1,464	4,10855
Média =			4,10905

NIVELAMENTO do PTO GPS Igreja do
Pina e RN9319M

EST	RE	MUD	COTA
RN9319M	0,523		3,34993
IgrejaPINA		1,634	2,23893
RN9319M	0,512		3,34993
IgrejaPINA		1,625	2,23693
Média =			2,23793

NIVELAMENTO do PTO GPS no
CAVOCO A RN3641M

RN3641M
Foi rastreado em cima da RN nesse ponto