



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
CENTRO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E  
TECNOLÓGICA

PAULO BENTO ALVES

**PLANIFICAÇÕES DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO REMOTO:  
UM ESTUDO DA GÊNESE INSTRUMENTAL DE ESTUDANTES**

Recife  
2022

PAULO BENTO ALVES

**PLANIFICAÇÕES DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO REMOTO:  
UM ESTUDO DA GÊNESE INSTRUMENTAL DE ESTUDANTES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Linha de Pesquisa: Educação Tecnológico

Orientadora: Profa. Dra. Verônica Gitirana Gomes Ferreira

Recife

2022

Catálogo na fonte  
Bibliotecário Natália Nascimento, CRB-4/1543

A474p

Alves, Paulo Bento.

Planificações de sólidos geométricos no ensino remoto: um estudo da gênese instrumental de estudantes. / Paulo Bento Alves. – Recife, 2022.  
186 f.: il.

Orientadora: Verônica Gitirana Gomes Ferreira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE.  
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica,  
2022.

Inclui Referências e Apêndices

1. Orquestração instrumental on line . 2. Planificação de sólidos -  
esquemas. 3. Geogebra. 4. Artefatos simbólicos. I. Ferreira, Verônica Gitirana  
Gomes. (Orientadora). II. Título.

370 (23. ed.)

UFPE (CE2022-081)



PAULO BENTO ALVES

**PLANIFICAÇÕES DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO REMOTO:  
UM ESTUDO DA GÊNESE INSTRUMENTAL DE ESTUDANTES**

COMISSÃO EXAMINADORA:

---

Presidente e Orientadora  
Verônica Gitirana Gomes Ferreira

---

Examinador Interno  
José Ivanildo Felisberto de Carvalho

---

Examinadora Externa  
Celina Aparecida Almeida Pereira Abar

---

Examinadora Externa  
Rosilângela Maria de Lucena Scanoni Couto

Recife, 23 de fevereiro de 2022.

Dedico este trabalho a toda minha família, em especial à senhora **Alice Maria Alves**, minha amada mãe. Embora analfabeta, jamais deixou de acreditar no meu sucesso por meio da educação.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, o autor e consumidor da minha fé, por ter me dado sabedoria, saúde e persistência para alcançar meus objetivos.

Aos meus queridos pais: **Benedito Bento Alves** e **Alice Maria Alves**, por terem me ajudado a forjar meu caráter por meio da educação e dos bons ensinamentos da palavra de Deus com aplicabilidade na vida em sociedade.

À minha amada família, que sempre me apoiou com seus conselhos, orientações e orações, em especial à minha querida e amada esposa, **Claudiane Maria da Silva Alves**: minha companheira e meu braço forte.

À minha orientadora Profa. Dra. **Verônica Gitirana Gomes Ferreira**, pelo seu companheirismo, paciência, simplicidade e conhecimento. Obrigado por acreditar no meu trabalho!

Aos Professores Doutores: **Rosilângela Maria de Lucena Scanoni Couto**, **Celina Aparecida Almeida Pereira Abar** e **José Ivanildo Felisberto de Carvalho**, que se disponibilizaram a participar da banca examinadora deste trabalho, trazendo-nos orientações e sugestões inestimáveis para o aperfeiçoamento deste projeto. Meu muito obrigado!

Ao corpo docente do EDUMATEC-UFPE, juntamente com toda a coordenação e funcionários, pela acolhida e pelos valiosíssimos conteúdos abordados nas disciplinas (em plena pandemia do CORONAVÍRUS) ao longo de dois anos.

À equipe gestora da EREM Senador F. Pessoa de Queiroz, que possibilitou a realização do nosso experimento com a participação de quatro alunos, voluntários, dessa instituição pública de ensino.

Por fim, agradeço a todos os meus irmãos em Cristo e amigos de trabalho que me ajudaram de forma direta e indireta com seus conselhos e torcida.

A todos vocês, meus sinceros agradecimentos.

## RESUMO

Esta pesquisa teve por objetivo caracterizar a Gênese Instrumental de estudantes sobre a planificação de sólido geométrico no ensino remoto, quando exploram artefatos simbólicos incluídos em tecnologias digitais na resolução de problemas contextualizados. Foi no cenário das aulas remotas, em tempos de pandemia do SARS-COV-2 (Covid-19), que a pesquisa se desenvolveu. Neste ambiente virtual de estudo, buscamos compreender como o estudante desenvolve sua Gênese Instrumental ao utilizar o *Software GeoGebra* para resolver situações com planificação de sólidos geométricos. O quadro teórico é composto pela noção de Esquemas de Gérard Vergnaud, a Abordagem Instrumental de Pierre Rabardel. Metodologicamente, utilizamos a Orquestração Instrumental de Luc Trouche, a Orquestração Instrumental On-line de Gitirana e Lucena e a Planificação de Sólido Geométrico (composto pela literatura em Geometria Espacial). Os participantes da pesquisa foram quatro alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual de Pernambuco. Eles vivenciaram três encontros remotos com estudos voltados à compreensão da Geometria Espacial no dia a dia e a solução de situações com o uso do *Software Geogebra*. A metodologia desta pesquisa contou com quatro Orquestrações Instrumentais On-line: modelo teórico, que tem por objetivo contribuir com a construção de abordagens em um ambiente remoto rico em tecnologias digitais, assim como facilitar a ocorrência da Gênese Instrumental dos estudantes. Os resultados mostraram que, mesmo estando em um ambiente educacional 100% remoto, os alunos conseguiram desenvolver sua Gênese Instrumental utilizando o *GeoGebra* para solucionar problemas contextualizados de planificação de sólidos. A pesquisa apresenta também os desafios e as dificuldades encontradas nas aulas remotas.

**Palavras-chave:** Orquestração Instrumental On-line. Esquemas. Planificação de sólidos. *GeoGebra*. Artefatos simbólicos

## ABSTRACT

This research aimed to characterize the student's instrumental genesis on solid geometric solids flattening in remote education while exploring symbolic artefacts in digital technologies to resolve contextualized problems. In the scenario of remote education, in times of a pandemic, the research developed. In this virtual study environment, we seek to understand how the student develops his instrumental genesis when using the GeoGebra software to solve situations with the planning of geometric solids. The theoretical framework comprises Gérard Vergnaud's notion of Schemes and Pierre Rabardel's Instrumental Approach. Methodologically, we used Luc Trouche's Instrumental Orchestration, Gitirana and Lucena's Online Instrumental Orchestration and Geometric Solid flattening (composed by spatial geometry literature). The research participants were four high school students from a state school in Pernambuco. They experienced three virtual meetings to study spatial geometry in everyday life and solve situations using the GeoGebra software. The methodology of this research had four Online Instrumental Orchestrations: a theoretical model that aims to contribute to the construction of approaches in a remote environment rich in digital technologies and facilitate the occurrence of the instrumental genesis of students. The results showed that, even with a 100% remote educational environment, students could develop their instrumental genesis using GeoGebra to solve contextualized solid flattening problems. The research also presents the challenges and difficulties encountered in virtual classes.

**Keywords:** Online instrumental orchestration. Scheme. Geometric solid flattening. GeoGebra. Symbolic artefacts.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1	Os elementos da O.I interpretados pelos dois atos .....	39
Quadro 2	Expectativa de aprendizagem.....	44
Quadro 3	Atividades que podem ser realizadas na plataforma Google Classroom.....	57
Quadro 4	Sequência de atividades das OI1 e OI2 .....	74
Quadro 5	Sequência de atividades da OI3 .....	79
Quadro 6	Sequência de atividades da OI4 .....	88
Quadro 7	Eventos 1 - problema (Q1) - parte 1 .....	117
Quadro 8	Evento 2 - situação no problema (Q2) .....	124
Quadro 9	Evento 3 - situação no problema (Q2) .....	124
Quadro 10	Evento 4 - situação no problema (Q2) .....	128
Quadro 11	Evento 5 - situação no problema (Q2) .....	129
Quadro 12	Evento 6 - situação no problema (Q2) .....	132
Quadro 13	Evento 7 - situação no problema (Q3) .....	137
Quadro 14	Evento 8 - situação no problema (Q3).....	139
Quadro 15	Eventos 9 - problema (Q1) - parte 2.....	158
Quadro 16	Aspectos desafiadores em aulas remotas.....	180

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Esquema do recorte da tábua .....	33
Figura 2	Os dois componentes da Gênese Instrumental.....	34
Figura 3	Esquema do modelo da Orquestração Instrumental.....	40
Figura 4	Esquema do protocolo de configurações.....	56
Figura 5	Poliedro .....	61
Figura 6	Elementos de um poliedro .....	61
Figura 7	Poliedro côncavo e convexo .....	62
Figura 8	Poliedros regulares .....	62
Figura 9	Planificações de poliedros .....	63
Figura 10	Exemplos de prismas .....	63
Figura 11	Região poligonal .....	64
Figura 12	Exemplos de pirâmides .....	64
Figura 13	Região da pirâmide .....	65
Figura 14	Composição de esquema das quatro Orquestrações Instrumentais On-line .....	67
Figura 15	Esquemas da OI1 e OI2 .....	70
Figura 16	Cenário da configuração didática da OI1, OI2 e OI3 .....	70
Figura 17	Esquemas da OI3 .....	76
Figura 18	Representação da interface gráfica do GeoGebra 3D.....	77
Figura 19	Problema contextualizado (Q1).....	78

Figura 20	Análise <i>a priori</i> da situação problema Q1.....	78
Figura 21	Esquemas da OI4 .....	81
Figura 22	Cenário da configuração didática da OI4 .....	81
Figura 23	Problema contextualizado (Q2) .....	82
Figura 24	Análise <i>a priori</i> da situação problema Q2.....	83
Figura 25	Problema contextualizado (Q3) .....	83
Figura 26	Análise <i>a priori</i> da situação problema Q3.....	84
Figura 27	Problema contextualizado (Q4) .....	85
Figura 28	Análise <i>a priori</i> da situação problema Q4.....	85
Figura 29	Análise <i>a priori</i> da situação problema Q5.....	86
Figura 30	Diagrama da linha do tempo de A1 na OI1.....	97
Figura 31	Diagrama da linha do tempo de A1 na OI2.....	100
Figura 32	Diagrama da linha do tempo de A1 na OI3 – primeira parte....	104
Figura 33	Diagrama da linha do tempo de A1 na OI3 – segunda parte...	109
Figura 34	Diagrama da linha do tempo de A1 na OI3 – terceira parte ....	115
Figura 35	Instrumentação de A1 na situação problema (Q1).....	118
Figura 36	Diagrama da linha do tempo do aluno A1 na OI4 – primeira parte .....	120
Figura 37	Segmento de reta no GeoGebra 3D .....	125
Figura 38	Construção de polígono no GeoGebra 3D .....	127
Figura 39	Construção de prisma e planificação no GeoGebra 3D .....	130
Figura 40	Diagrama da linha do tempo do aluno A1 na OI4 – segunda parte.....	131

Figura 41	Pintura de prisma e planificação no GeoGebra 3D.....	133
Figura 42	Diagrama da linha do tempo do aluno A1 na OI4 – terceira parte.....	136
Figura 43	Pintura da planificação do cubo no GeoGebra 3D - parte 1.....	138
Figura 44	Pintura da planificação do cubo no GeoGebra 3D - parte 2 ....	140
Figura 45	Diagrama linha do tempo da aluna A2 na OI1 .....	143
Figura 46	Diagrama linha do tempo da aluna A2 na OI2 .....	147
Figura 47	Diagrama linha do tempo da aluna A2 na OI3 – primeira parte.....	150
Figura 48	Diagrama linha do tempo da aluna A2 na OI3 – segunda parte .....	154
Figura 49	Diagrama linha do tempo da aluna A2 na OI3 – terceira parte	157

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
1.1	OBJETIVO GERAL .....	18
1.2	OBJETIVO ESPECÍFICO .....	19
<b>2</b>	<b>CONSTRUÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>21</b>
2.1	ESQUEMAS E SITUAÇÕES .....	21
2.2	ABORDAGEM INSTRUMENTAL.....	27
<b>2.2.1</b>	<b>A Gênese Instrumental .....</b>	<b>28</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Artefato e instrumento .....</b>	<b>29</b>
<b>2.2.3</b>	<b>Instrumentação e instrumentalização: dois componentes da Gênese Instrumental.....</b>	<b>32</b>
2.3	A ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL .....	36
<b>2.3.1</b>	<b>O que é uma Orquestração Instrumental? .....</b>	<b>36</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Os elementos de uma Orquestração Instrumental .....</b>	<b>38</b>
<b>2.3.3</b>	<b>Orquestração Instrumental On-line .....</b>	<b>40</b>
2.4	GEOMETRIA ESPACIAL .....	41
<b>2.4.1</b>	<b>A Geometria na Educação Básica .....</b>	<b>42</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Planificação de sólidos .....</b>	<b>44</b>
2.5	REVISÃO DE LITERATURA .....	46
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA DA PESQUISA .....</b>	<b>54</b>

3.1	PARTICIPANTES E CAMPO DE PESQUISA .....	54
3.2	OS ARTEFATOS DO AMBIENTE VIRTUAL DA PESQUISA .....	55
3.2.1	<b>Google Workspace for Education .....</b>	<b>56</b>
3.2.2	<b>O Meet .....</b>	<b>58</b>
3.2.3	<b>O Drive .....</b>	<b>58</b>
3.2.4	<b>O OBS Studio .....</b>	<b>59</b>
3.2.5	<b>O GeoGebra .....</b>	<b>59</b>
3.3	SÓLIDOS GEOMÉTRICOS .....	60
3.3.1	<b>Poliedros: superfície poliédrica fechada e poliedros .....</b>	<b>60</b>
3.3.2	<b>Elementos de um poliedro .....</b>	<b>61</b>
3.3.3	<b>Poliedro convexo e poliedro não convexo .....</b>	<b>61</b>
3.3.4	<b>Poliedros regulares .....</b>	<b>62</b>
3.3.5	<b>Planificação da superfície de um poliedro .....</b>	<b>62</b>
3.3.6	<b>Prismas .....</b>	<b>63</b>
3.3.7	<b>Pirâmides .....</b>	<b>64</b>
3.4	A CONTEXTUALIZAÇÃO .....	65
3.5	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	66
3.6	O EXPERIMENTO .....	68
3.6.1	<b>O primeiro momento .....</b>	<b>70</b>

/

3.6.1.1	<i>Orquestração Instrumental On-line 1 (OI1)</i> .....	71
3.6.1.2	<i>Orquestração Instrumental On-line 2 (OI2)</i> .....	71
3.6.2	<b>O segundo momento - Orquestração Instrumental On-line (OI3)</b> .....	<b>75</b>
3.6.3	<b>O terceiro momento</b> .....	80
4	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b> .....	<b>90</b>
4.1	DIÁRIOS DE BORDO - ADIAMENTO DO PRIMEIRO ENCONTRO DEVIDO A IMPREVISTOS .....	90
4.2	LINHA DO TEMPO DOS ALUNOS A1 E A2 .....	94
4.2.1	<b>Linha do tempo de A1 – primeira Orquestração Instrumental On-line (OI1)</b> .....	<b>95</b>
4.2.2	<b>Linha do tempo de A1 – segunda Orquestração Instrumental On-line (OI2)</b> .....	<b>99</b>
4.2.3	<b>Linha do tempo de A1 – terceira Orquestração Instrumental On-line (OI3)</b> .....	<b>102</b>
4.2.4	<b>Linha do tempo de A1 – quarta Orquestração Instrumental on-line (OI4)</b> .....	<b>119</b>
4.2.5	<b>Linha de tempo de A2 – primeira Orquestração Instrumental On-line (OI1)</b> .....	<b>142</b>
4.2.6	<b>Linha do tempo de A2 – segunda Orquestração Instrumental On-line (OI2)</b> .....	<b>145</b>
4.2.7	<b>Linha do tempo de A2 - terceira Orquestração Instrumental On-line (OI3)</b> .....	<b>149</b>
4.2.8	<b>Linha do tempo de A2 – quarta Orquestração Instrumental On-line (OI4)</b> .....	<b>159</b>
5	<b>DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....	<b>161</b>
5.1	A CONTRIBUIÇÃO DOS ARTEFATOS TECNOLÓGICOS NO AMBIENTE REMOTO .....	161
5.2	O PLANO “B” DAS OIS NO AMBIENTE REMOTO .....	162
5.3	AS TOMADAS DE DECISÕES DO PROFESSOR NO AMBIENTE REMOTO .....	163

5.4	AS AÇÕES E REAÇÕES DOS ESTUDANTES NO AMBIENTE REMOTO .....	164
5.5	O TRABALHO LÚDICO NO AMBIENTE REMOTO .....	165
5.6	A DINÂMICA DO USO DO GEOGEBRA NO AMBIENTE REMOTO .....	167
5.7	A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NA PERSPECTIVA DO AMBIENTE REMOTO .....	168
5.8	PERFORMANCE DIDÁTICA DA OI4: ATIVIDADE COLETIVA DOS ESTUDANTES .....	170
5.9	LIMITAÇÕES E ENTRAVES DO AMBIENTE REMOTO DE ENSINO NO TRABALHO COLETIVO .....	175
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>177</b>
6.1	CONTRIBUIÇÕES PARA AS ORQUESTRAÇÕES INSTRUMENTAIS ON-LINE .....	179
6.2	LIMITAÇÕES DO ESTUDO .....	180
6.3	PERSPECTIVAS DE INVESTIGAÇÕES FUTURAS .....	180
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>181</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Ensinar Geometria Espacial nem sempre é uma tarefa fácil na carreira de um professor de Matemática. Quadro, giz, piloto, régua, esquadro e transferidor são, normalmente, as ferramentas à sua disposição para executar essa tarefa. Ainda que possua bastante experiência na sala de aula, o docente tende a enfrentar algumas dificuldades para representar figuras tridimensionais utilizando esses instrumentos. Já se sabe que as ferramentas digitais tecnológicas se tornaram grandes aliadas no ensino e aprendizagem da Matemática, sobretudo da Geometria Espacial. Por meio delas, é possível realizar tarefas que algum tempo atrás eram verdadeiros desafios aos profissionais da área, por exemplo, construir e planificar figuras geométricas como: sólidos de Platão, sólidos de revolução, prismas, pirâmides etc.

Nossa pesquisa foca-se no contexto da aprendizagem do aluno mediante uma nova realidade que ganhou força no ano de 2020 em razão do isolamento social imposto pela pandemia do Coronavírus SARS-COV-2 (Covid-19): as aulas remotas. Buscamos compreender os benefícios e as limitações que um ambiente digital pode propiciar no desenvolvimento cognitivo dos alunos ao resolverem problemas contextualizados com planificação de sólidos geométricos utilizando artefatos tecnológicos, principalmente o *GeoGebra* - *software* de Geometria dinâmica.

O raciocínio espacial é um fator preponderante na aprendizagem da Geometria Espacial. É por meio desse atributo cognitivo que o sujeito consegue imaginar as representações espaciais dos objetos sem que eles estejam fisicamente em sua presença. Trata-se, portanto, de uma prévia simulação, que a mente humana projeta no cérebro, da estrutura física de um objeto, provinda de informações fornecidas ou da visualização de desenhos em perspectivas, o que, para Silva (s/d), traz a ideia de profundidade, distância, posição e tamanho das coisas, gerando uma sensação de visão tridimensional.

O raciocínio espacial é conceituado por vários pesquisadores como habilidade espacial. Esse conceito é amplamente utilizado em diversos campos da literatura científica, assim como nos ramos profissionais: filmes e desenhos

de animação 3D, Arquitetura, Engenharia, Artes, entre outros. É por meio do raciocínio espacial que compreendemos a posição, direção, dimensão e relação existente entre os objetos espaciais. Muitas são as profissões e carreiras científicas que utilizam a habilidade espacial em algum grau. “A habilidade de raciocínio espacial é essencial em vários campos, como Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática” (WAHIDAH, JOHAR E ZUBAINUR, 2020, p.27, tradução nossa).

Em sua pesquisa, Dere e Kalelioglu (2020) trouxeram um conjunto de definições, reportadas por diversos autores após uma revisão literária sobre o tema. Segundo esses autores:

Ekstrom, French, Harman e Dermen (1976) definiram habilidade espacial como a habilidade de perceber a forma espacial, ou a habilidade de se orientar em novas situações. Carroll (1993), Gardner (2011) e McGee (1979) apontaram que a habilidade de manipular, girar, dobrar ou inverter mentalmente um objeto de estímulo pictórico é um aspecto da inteligência múltipla. De acordo com Lohman (1993), habilidade espacial é a habilidade de trazer uma imagem visual a uma forma, de acompanhar uma imagem, de reorganizá-la e de transformá-la de outra maneira. Por outro lado, Linn e Petersen (1985) descreveram a habilidade espacial como informação simbólica e não verbal usada como habilidade em descrever, transformar, moldar e lembrar. Stockdale e Possin (1998) observaram a habilidade espacial como a habilidade de estabelecer relações espaciais entre uma pessoa e seu ambiente [...].De acordo com Wai e Uttal (2018), habilidade espacial é “a capacidade de gerar, reter, recuperar e transformar imagens visuais bem estruturadas que estão relacionadas à forma, tamanho, orientação, localização, direção ou trajetória de objetos e suas posições relativas” (DERE; KALELIOGLU, 2020, p. 402, tradução nossa).

No exercício de nossa profissão, como educadores matemáticos, por vezes, ficamos inquietos ao observar o insucesso de muitos alunos para compreender e resolver problemas que lhes exigiam a habilidade de girar, dobrar ou inverter mentalmente as figuras tridimensionais. Essas dificuldades ficam bastante explícitas, quando tratamos de problemas contextualizados que envolvem planificação de embalagens comerciais em formato de prisma, pirâmides, cones, etc.

A fim de amenizar essas dificuldades percebidas nas aulas, passamos, juntamente com os alunos, a manipular o software GeoGebra 3D e objetos físicos durante as aulas para facilitar a compreensão da estrutura espacial dos sólidos e suas representações faciais no plano. Essa estratégia levou à redução

significativa dessas dificuldades, além de deixar o ambiente de aprendizagem mais leve e agradável na busca do conhecimento.

Diante desses fatos, acreditamos ser papel do professor planejar e executar atividades criativas que venham contribuir para o desenvolvimento das habilidades espaciais do aluno, o que proporciona uma melhor compreensão dos conteúdos abordados na Geometria Espacial. Consideramos ser de extrema relevância o trabalho de contextualização dos problemas com Geometria Espacial, sobretudo, a planificação dos sólidos. Por fim, ratificamos (em consonância com outros pesquisados) que as ferramentas tecnológicas, como *software*, aplicativos e plataformas digitais facilitam os trabalhos do professor e ajudam os alunos na compreensão dos conteúdos e resolução dos problemas. Inspiramo-nos na conjuntura desses fatos para construir nosso problema de pesquisa e a hipótese que nos faz acreditar numa possível contribuição para a sua solução.

Nossa pesquisa deu-se no contexto das aulas remotas e propôs um estudo da Gênese Instrumental dos estudantes, quando exploram situações contextualizadas utilizando tecnologias digitais. Acreditamos que, com este objetivo, buscamos possíveis respostas a nosso problema de pesquisa que se consubstancia na dificuldade que o aluno demonstra ter em lidar com o raciocínio espacial a partir da representação plana, especificamente, de construir sólidos geométricos a partir de sua planificação.

Partindo desse pressuposto, colocamos nossa questão: Como propiciar a Gênese Instrumental do aluno, num ambiente virtual, de modo a que venha contribuir para o desenvolvimento de sua habilidade espacial ao resolver problemas com planificação de sólidos geométricos com artefatos simbólicos?

Em função desta nossa pergunta de investigação, definimos, a seguir, o objetivo geral desta pesquisa, delineado por seus respectivos objetivos específicos.

### 1.1 OBJETIVO GERAL

Caracterizar a Gênese Instrumental dos estudantes sobre planificação de sólido geométrico no ensino remoto, quando exploram artefatos simbólicos incluídos em tecnologias digitais na resolução de problemas contextualizados.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar e caracterizar os esquemas de ação instrumentada desenvolvidos pelos alunos para resolver situações de planificação de sólidos com suporte de artefatos simbólicos incluídos em artefatos digitais.
- Mapear as habilidades espaciais desenvolvidas pelos estudantes, com o auxílio do *software GeoGebra 3D*, na resolução das situações-problema.
- Caracterizar a Gênese Instrumental dos alunos em atividades coletivas em umas Orquestrações Instrumentais On-line.
- Identificar os possíveis entraves do ambiente de ensino remoto para a Gênese Instrumental dos estudantes em planificação de sólidos geométricos com artefatos tecnológicos.

Este projeto traz como hipótese a narrativa de que, por meio de atividades práticas com o aplicativo GeoGebra 3D no ambiente on-line, o aluno irá desenvolver sua Gênese Instrumental que contribuirá na percepção de sua visão tridimensional das formas, uma vez que esse software possui uma variedade de ferramentas que facilitam a construção, planificação e rotação dos sólidos em torno do eixo x, y e z.

Os próximos capítulos desta pesquisa estão organizados da seguinte forma: no capítulo 2, descrevemos os fundamentos teóricos de nossa pesquisa e apresentamos uma revisão de literatura, a qual nos propiciou um conjunto de dados e informações que direcionaram nosso projeto a contribuir na busca de respostas para lacunas existentes no campo da aprendizagem da Geometria Espacial, sobretudo da planificação dos sólidos. O quadro teórico é composto por: noção de Esquemas de Gérard Vergnaud; Abordagem Instrumental de Pierre Rabardel (1995), Orquestração Instrumental de Luc Trouche (2004 e 2005), Orquestração Instrumental On-line de Gitirana e Lucena (2021) e Planificação de Sólido Geométrico (composição do estudo da Geometria Espacial). A revisão de literatura possibilitou uma análise documental de artigos nacionais e internacionais com pesquisas voltadas para a Habilidade Espacial do sujeito - mediante a aprendizagem da Geometria Espacial; as contribuições e desafios das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) como

ferramenta de apoio na aprendizagem da Matemática e a utilização do software GeoGebra 3D como recurso no ensino da Geometria Espacial. No capítulo 3, apresentamos a metodologia aplicada em nossa pesquisa, que teve por objetivos buscar possíveis respostas aos questionamentos que deram motivação à construção deste trabalho. Voltada para um ambiente educacional on-line, nossa metodologia traz um conjunto de quatro orquestrações instrumentais on-line com alunos do Ensino Médio. Neste espaço virtual interativo, buscamos compreender como se constrói a Gênese Instrumental dos participantes, quando exploram o software GeoGebra 3D para solucionar problemas contextualizados, envolvendo a planificação de sólido. No capítulo 4, descreveremos a análise dos resultados da pesquisa a partir da coleta de dados provinda da metodologia “Análises Microgenéticas e as Videografias” estudadas por Meira (1994). Os diários de bordos e as linhas dos tempos dos estudantes da pesquisa foram utilizados como parâmetro para inferência de nossas análises. No capítulo 5, expomos a discussão dos resultados da pesquisa segundo o nosso quadro teórico-metodológico e a revisão de literatura. No capítulo 6, tecemos nossas considerações finais, as quais abarcaram nossas impressões sobre os resultados esperados, as limitações do estudo e as perspectivas para futuras investigações.

## 2 CONSTRUÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresentamos recortes das teorias, de forma a construir uma fundamentação para o nosso trabalho de pesquisa. Trataremos sobre noções de esquemas e situações, oriundos dos estudos de Gérard Vergnaud e o conceito do modelo teórico da Abordagem Instrumental proposto por Rabardel (1995). Esses aportes teóricos nos trazem a compreensão da transformação de um artefato em instrumento, a Gênese Instrumental. Discutiremos a Teoria da Orquestração Instrumental (TROUCHE, 2004, 2005) como uma sequência de ensino para analisar o desenvolvimento das hipóteses levantadas nesse trabalho e, por fim, abordaremos alguns fundamentos da Geometria Espacial, sobretudo as planificações dos sólidos geométricos, por se tratar da situação matemática de nossa pesquisa.

### 2.1 ESQUEMAS E SITUAÇÕES

Investigar as mudanças no aprendizado dos alunos a partir do momento em que passam a usar a tecnologia como instrumento de auxílio à sua prática educacional nos leva a estudar, cuidadosamente, essa relação do educando com os artefatos tecnológicos. Dessa forma, faz-se necessário um referencial teórico que permita analisar as mudanças que ocorrem na prática do aluno a partir de conceitos com cunho psicológico. Em nossa pesquisa, trata-se dos esquemas desenvolvidos pelo sujeito em sua ação.

Os esquemas são encontrados em várias estruturas teóricas que vão muito além da Psicologia cognitiva, tal como na inteligência artificial, Psicolinguística ou Psicologia social. Conforme Rabardel (1995), a evolução de um esquema na mente do sujeito é um processo complexo, que se desdobra em dois sentidos fundamentais: um da incorporação das coisas ao sujeito (o processo de assimilação) e o outro de acomodação às próprias coisas. “Os esquemas são essenciais: eles organizam gestos e ações no mundo físico, assim como a interação com os outros, a conversa e o raciocínio” (VERGNAUD, 2009, p. 94, tradução nossa).

Quando dirigimos um automóvel nas grandes cidades à procura de um endereço e já, na segunda visita, conseguimos nos locomover pelo ambiente e

achá-lo com maior desenvoltura, isso significa que nossa mente construiu uma estratégia cognitiva de familiaridade com o local. Essa sensação de estar em um ambiente familiar indica que, na visita anterior, conseguimos criar um esquema cognitivo sobre aquele espaço. “A familiaridade de um esquema não é dada, ela mesma é o produto de uma construção. Os padrões familiares estão funcionalmente relacionados aos objetos ou configurações de objetos que eles organizam” (RABARDEL, 1995, p. 84, tradução nossa).

Toda a nossa experiência de vida vai se moldando e organizando em nossa mente por via dos esquemas cognitivos que adquirimos e desenvolvemos ao longo de nossa história de vida. Para Rabardel,

O esquema é uma organização ativa da experiência vivida que integra o passado. É, portanto, uma estrutura que tem uma história e se transforma à medida que se adapta a situações e dados mais diversos. Um esquema se aplica à diversidade do ambiente externo e é generalizado de acordo com os conteúdos aos quais se aplica (RABARDEL, 1995, p. 79, tradução nossa).

De acordo com a literatura científica, a noção de esquema não é nova, pois seus registros são encontrados em trabalhos de pesquisadores, como, por exemplo, do filósofo alemão Immanuel Kant (1724-1804). De acordo com Vergnaud, o conceito de esquema não foi introduzido por Piaget. Após Kant tê-lo introduzido em seus trabalhos, vários filósofos e psicólogos do século XIX e início do século XX já o haviam mencionado em suas pesquisas. No entanto Piaget foi o primeiro a fornecer exemplos concretos e convincentes de seu significado, com suas descrições de desenvolvimento precoce em bebês e crianças pequenas (VERGNAUD, 2009, **tradução nossa**).

[...] o conceito de esquema tem origens ainda mais antigas, Hoc (1986) cita, por exemplo, ao lado da noção piagetiana, os esquemas antecipatórios da meta de Seltz (1924) e os esquemas de Bartlett (1932), enquanto Eysenk & Keane 1990 não hesitam em citar Kant. É um conceito que continua a evoluir sob a influência da obra de Genevans e mais geralmente daqueles que buscam, por meio de suas pesquisas, capitalizar as conquistas científicas resultantes do paradigma piagetiano (Cellérier 1979, 1992, Boder 1982, Bastien 1987, Vergnaud 1990 a & b etc.) mas também em relação à inteligência artificial e teorias psicológicas ligadas ao paradigma do processamento da informação. (RABARDEL, 1995, p. 76, tradução nossa)

O esquema, como um meio de assimilação reprodutiva, levou Piaget a entender o processo de construção do conhecimento da criança desde as formas

mais simples de compreensão até a fase dedutiva e lógica. Para Rabardel, “É a assimilação reprodutiva que constitui os esquemas, estes adquirindo existência a partir do momento em que um comportamento, por pouco complexo, dá lugar a um esforço de repetição e é assim esquematizado” (RABARDEL, 1995, p.79, **tradução nossa**).

A ideia de esquemas adotados nos estudos de Piaget foi aperfeiçoada anos depois por Vergnaud, que, segundo Moreira (2002, p.7), ampliou e redirecionou, “[...] em sua teoria, o foco piagetiano das operações lógicas gerais, das estruturas gerais do pensamento, para o estudo do funcionamento cognitivo do sujeito-em-situação”.

Nossa pesquisa está direcionada ao ensino da Matemática, no ambiente virtual, para compreender como se pode desenvolver uma inteligência da ação de estudantes, sob artefatos tecnológicos, em uma escola pública estadual. Por isso, convém referenciar, com maior intensidade, os conceitos de esquemas na perspectiva dos estudos realizados por Vergnaud em um ambiente educacional de matemática.

De acordo com Moreira (2002), os trabalhos realizados por Piaget tiveram contribuições relevantes para a educação do sujeito, porém não atuaram diretamente no ambiente escolar, como assim o fez Vergnaud ao desenvolver suas pesquisas ensinando Matemática e ciências na sala de aula.

É mais ou menos aceito hoje que Piaget deu uma excelente contribuição para a psicologia do desenvolvimento, quando os behavioristas não tinham sido capazes de fazê-lo. No entanto, ele foi retardado na análise dos conteúdos matemáticos por seu fascínio pela lógica e sua esperança de poder reduzir a estruturas lógicas a complexidade progressiva adquirida pelas crianças [...] Ao fazer isso, ele não prestou atenção suficiente aos conteúdos específicos da matemática, a saber, as propriedades das funções. (VERGNAUD, 2009, p. 83, tradução nossa).

Segundo Moreira (2002), a literatura científica nos mostra que, assim como Piaget, as teorias vygotskyanas (sobre o desenvolvimento do conhecimento do indivíduo por meio da interação com o meio físico e cultural, tal qual a Zona de Desenvolvimento Proximal [ZDP]) trouxeram contribuições importantes aos trabalhos de Vergnaud direcionados, sobretudo, à Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Isso se percebe, por exemplo, na importância

atribuída à interação social, à linguagem e à simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos.

O professor passa a promover situações para que os seus alunos desenvolvam esquemas na zona de desenvolvimento proximal, na linguagem e na simbolização com o domínio do campo conceitual. O funcionamento cognitivo do “sujeito em ação” utilizando como referência o conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio deste conhecimento dá-se por meio dessa reciprocidade de comunicação e interação dos alunos (MOREIRA, 2002).

O conceito de esquemas comporta diferentes acepções, conforme a literatura científica. Na presente pesquisa, adotou-se a definição dada por Vergnaud para esquemas: “ [é] a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações. É nos esquemas que se tem de procurar os conhecimentos em ação do sujeito, ou seja, ‘os elementos cognitivos que permitem a ação do sujeito ser operatória’” (VERGNAUD, 1996, p. 157, **tradução nossa**).

De acordo com Pastré, Mayen e Vergnaud (2019), um esquema é uma totalidade dinâmica funcional que comporta quatro categorias distintas de componentes: **um objetivo** (ou vários), subobjetivos e antecipações; **regras de ação**, de busca de informações e de controle; **invariantes operatórios** (conceitos em ato e teoremas em ato) e **possibilidades de inferência**. Os quatro elementos que compõem a categoria de um esquema têm favorecido as análises das pesquisas com observações individuais ou coletivas do sujeito, quando ele está em situação de trabalho num ambiente diversificado pela tecnologia.

Consoante Rabardel (1995), os esquemas podem ser caracterizados em dois tipos específicos: os esquemas de uso e os esquemas de ação instrumentada.

Para Rabardel (1995), os esquemas de uso ligados ao artefato (simbolizado por *Sh.U*) dizem respeito a duas dimensões da atividade: A primeira está relacionada com tarefas “secundárias”, isto é, aquelas atreladas à gestão das características e propriedades particulares do artefato, por exemplo, os esquemas de uso elementar para o manuseio do botão de comando de um dispositivo para ajustar uma cadeirinha de carro. A segunda atividade está

orientada para o objeto das atividades para as quais o artefato é um meio de realização, por exemplo, o esquema de regulação do assento do carro como um todo (RABARDEL, 1995, **tradução nossa**).

Dentro dos esquemas de uso, Rabardel (1995) distingue outros dois níveis de esquemas. O primeiro nível é chamado de “padrões de uso”, que, para o autor, é simbolizado por (*Sh.Us.*) e que se relaciona com as “segundas tarefas”.

Eles podem, como em nosso exemplo, estar localizados no nível de esquemas elementares (no sentido de não serem decomponíveis em unidades menores capazes de responder a um subobjetivo identificável), mas isso não é de forma alguma necessário: eles próprios podem ser compostos em totalidades, articulando um conjunto de esquemas elementares. O que os caracteriza é a orientação para tarefas secundárias correspondentes a ações e atividades específicas diretamente ligadas ao artefato; (RABARDEL, 1995, p. 91, **tradução nossa**).

O segundo nível é chamado de “esquemas de ação instrumentada”, cuja simbologia é descrita pelo autor como (*Sh.AI.*).

[...] consistem em totalidades, cujo significado é dado pelo ato global que visa efetuar transformações no objeto da atividade. Esses esquemas incorporam, como constituintes, os esquemas de primeiro nível (*Sh.Us.*). O que os caracteriza é que se relacionam com “tarefas primárias”. São constitutivos do que Vygotsky chamou de “atos instrumentais”, para os quais há uma recomposição da atividade voltada para o objetivo principal do sujeito em função da inserção do instrumento. Os esquemas de primeiro nível (*Sh.Us.*) constituem, de acordo com a terminologia de Cellérier, módulos especializados, que se coordenam entre si mas também com outros esquemas, assimilar reciprocamente e acomodar para constituir os esquemas de ação instrumentada (*Sh. AI*) (RABARDEL, 1995, p. 91, 92, **tradução nossa**).

O arranjo desses elementos, com a ação de esquemas do estudante, transforma os artefatos em instrumentos, reverberando na Gênese Instrumental e na construção do conhecimento.

No que tange aos invariantes operatórios, Rabardel os distingue em três categorias:

Invariantes do tipo “**proposição**”: provavelmente verdadeiros ou falsos. Os teoremas em ação são deste tipo; invariantes do tipo “**função proposicional**”: nem verdadeiras nem falsas. Tijolos essenciais para a construção das propostas ex.: os conceitos de estado inicial, transformação, relação quantificada. São construídos em ação, são “conceitos em ação” ou “categorias

em ação”; invariantes do tipo "argumento" que instanciam **funções proposicionais** em proposições (RABARDEL, 1995, p. 88, **tradução nossa**).

A ideia de esquema diz respeito à organização da atividade para uma certa classe de situações, sendo assim a pedra fundamental da análise de uma atividade, pois o conceito de esquema é pertinente aos gestos, aos raciocínios e às operações técnicas e científicas, às interações sociais e notadamente às atividades da linguagem, às emoções e à afetividade (PASTRÉ, MAYEN, VERGNAUD, 2019).

O esquema se refere a uma classe de situações, não a uma situação singular; ele tem justamente uma função adaptativa, não é um estereótipo. Se o conhecimento é adaptação, é preciso apreciar que o que se adapta são esquemas e que eles se adaptam a situações; o par esquema/situação é, pois, o par teórico fundamental para pensar a aprendizagem e a experiência (PASTRÉ, MAYEN, VERGNAUD, 2019, p. 21).

A construção e o desenvolvimento de um esquema estão diretamente ligados a uma situação a ser resolvida pelo sujeito. “Não há esquema sem situação, mas tampouco há situação sem esquema, já que é o esquema que identifica uma situação enquanto parte de determinada classe” (PASTRÉ, MAYEN E VERGNAUD, 2019, p. 21).

De um modo geral, uma situação pode ser entendida como situação-problema. Lucena (2018, p. 35) intensifica essa relação dual entre situação e esquema ao afirmar que “Essa relação entre o sujeito e o artefato, desencadeada por uma situação a ser resolvida, demanda esquemas do repertório do sujeito ou mesmo que esse os desenvolva.” Para a autora, “as características da situação matemática norteiam a escolha, o uso e, também, as condições de uso dos artefatos pelo indivíduo que busca resolvê-las”. (LUCENA, 2018, p. 35).

São as situações que dão sentido aos conceitos matemáticos, mas o sentido não está nas próprias situações. Também não está nas palavras nem nos símbolos matemáticos. O sentido é uma relação do sujeito com as situações e os significantes (VERGNAUD, 1996, p. 167, **tradução nossa**)

As situações-problema fazem parte do conjunto de elementos que compõem as Orquestrações Instrumentais, modelo teórico que abordaremos com mais detalhes na seção 2.3 deste capítulo.

Lucena (2018) esclarece que uma Orquestração Instrumental (OI) precisa ser planejada, montada e executada a partir de uma situação e não o contrário. Ou seja, a partir da situação, devemos pensar uma OI que dê suporte à realização dessa situação visando favorecer a Gênese Instrumental do sujeito, que poderá ou não ocorrer. “É a identificação e a análise desses esquemas em situação que permitem ao pesquisador inferir sobre a Gênese Instrumental do sujeito.” (LUCENA, 2018, p. 35).

Para Drijvers *et al.* (2010), a Orquestração Instrumental é o modo como o professor vai gerir uma situação matemática em um ambiente rico em tecnologias, sobretudo as digitais, analisando, *a priori*, suas previsões, o bom andamento, os improvisos e o sucesso dos objetivos desejados.

De posse dessas informações advindas dos estudos dos esquemas e das situações, temos elementos básicos para avançarmos nos próximos capítulos de nossa fundamentação teórica. Trataremos da Abordagem Instrumental, a compreensão de artefato e instrumento, o processo de instrumentação e instrumentalização e o desenvolvimento da Gênese Instrumental.

## 2.2 ABORDAGEM INSTRUMENTAL

A Abordagem Instrumental apoia-se na teoria da ergonomia cognitiva, referente aos processos mentais (percepção, memória, raciocínio etc.) que afetam as interações entre seres humanos e outros elementos de um sistema, sendo a interação entre homem e computador um exemplo disso. A Abordagem Instrumental estuda os aspectos próprios que existem no artefato e no instrumento, e os processos que envolvem a transformação progressiva do artefato em instrumento, denominada Gênese Instrumental (ABAR, 2016).

Proposta por Rabardel (1995), esse modelo teórico tem por finalidade atender às necessidades da educação matemática com relação ao uso das tecnologias, especialmente as digitais. A Abordagem Instrumental tem o papel de orientar o processo de uma Gênese Instrumental quanto ao uso de artefatos tecnológicos para fins educacionais (LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, 2018). Essa mesma abordagem, segundo Bellemain e Trouche (2016, p. 107), “propõe um modelo de aprendizagem instrumentado pela matemática que se apoia, fundamentalmente, na dialética *artefato-instrumento*”.

A abordagem instrumental reconhece a complexidade do uso da tecnologia na educação matemática (ARTIGUE, 2002). Segundo essa abordagem, o uso de uma ferramenta tecnológica envolve um processo de gênese instrumental, durante o qual o objeto ou artefato é transformado em instrumento. Esse instrumento é uma construção psicológica, que combina o artefato e os esquemas (no sentido de VERGNAUD, 1996); o usuário desenvolve para usá-lo para tipos específicos de tarefas. Em tais esquemas de instrumentação, o conhecimento técnico sobre o artefato e o conhecimento específico do domínio (neste caso, conhecimento matemático) estão entrelaçados. A gênese instrumental, portanto, é essencialmente a coerência de esquemas e técnicas de uso do artefato. (DRIJVERS et al., 2010, p.214, tradução nossa)

A Abordagem Instrumental nos leva a compreender as mudanças cognitivas que ocorrem na mente do sujeito ao ser confrontado com uma situação-problema para ser solucionada a partir de estratégias e ferramentas de cunho tecnológico.

Do ponto de vista psicológico, essas mudanças ocorrem por meio dos esquemas que o indivíduo desenvolve por regras de ações e por antecipações psicológicas que dão origem a sequências de ações, visando atingir um certo objetivo (VERGNAUD, 1996).

É por meio da Abordagem Instrumental que entendemos o desdobramento dos fatos que dão surgimento ao processo da Gênese Instrumental do estudante, assim como a utilização do modelo teórico de uma Orquestração Instrumental em um ambiente rico em tecnologia.

A seguir, discorreremos sobre os pressupostos que fundamentam a Gênese Instrumental.

### **2.2.1 A Gênese Instrumental**

A Gênese Instrumental traz em sua composição quatro elementos básicos: o artefato, o instrumento, a instrumentação e a instrumentalização. Os conceitos e a interação desses elementos agregados a uma situação matemática dão origem à Gênese Instrumental do sujeito, teorizada pelo escritor e pesquisador Pierre Rabardel.

A seguir, traremos uma breve discussão sobre a distinção entre o artefato e o instrumento para que possamos melhor compreender a dialética instrumentação - instrumentalização.

### 2.2.2 Artefato e instrumento

A distinção desses dois conceitos é fundamental para a compreensão do desenvolvimento da Gênese Instrumental do sujeito, pois não é incomum que suas interpretações sejam confundidas pelo leitor, quando está debruçado na leitura de artigos científicos que fazem menção a esses elementos.

Para Bellemain e Trouche (2016, p. 107) [...], “Um artefato (uma calculadora, um compasso...) é um produto da atividade humana, que se caracteriza por suas *potencialidades*, seus *limites* e seus *affordances* (*qualidade de um objeto que permite ao indivíduo identificar sua funcionalidade sem a necessidade de prévia explicação*)”.

Quando o sujeito atribui a esse artefato esquemas de uso e de ação instrumentada, ele o transforma em um instrumento que, de acordo com Rabardel,

É uma entidade mista, que deriva tanto do sujeito quanto do objeto (no sentido filosófico do termo): o instrumento é uma entidade composta que inclui um componente artefato (um artefato, uma fração de um artefato ou conjunto de artefatos) e um componente de esquema (o/s esquema/s de uso, eles próprios frequentemente ligados a esquemas de ação mais gerais) (RABARDEL, 1995, p. 95, **tradução nossa**)

Trouche (2004) pontua que o mesmo artefato pode tornar-se diferentes instrumentos, dependendo do esquema de utilização que o sujeito lhe atribui, assim como um único artefato pode ser composto de vários artefatos.

Tomemos como exemplo um computador: ele, por si só, já é um artefato, assim como os programas e aplicativos que o compõem também são artefatos independentes. Dessa forma, esse mesmo artefato (o computador) pode converter-se em um instrumento com funções diferentes, dependendo do esquema que o sujeito irá lhe atribuir. Além disso, um instrumento também é definido como “o resultado de um processo, a Gênese Instrumental, para realizar uma dada tarefa [...], um estudante se apropria de um artefato e vai desenvolver um *esquema de ação instrumentada* incorporando este artefato como meio desta ação.” (BELLEMAIN; TROUCHE, 2016, p. 108).

Nas aulas de Geometria plana, sobretudo as que tratam dos assuntos de círculo e circunferência, é muito comum o professor de Matemática deparar com alunos utilizando moedas, alianças, anéis, garrafa d'água (com base cilíndrica),

entre outros objetos, a fim de substituir o compasso, quando precisam desenhar essas figuras geométricas em seus cadernos. Sabe-se que esses objetos, aqui mencionados, não foram construídos para essa finalidade, mas, ao atribuir-lhes um esquema de uso (notar que o objeto é circular, localizá-lo na folha de papel e traçar seu contorno com lápis), o estudante imprime a esse artefato outros esquemas de uso, um instrumento a fim de suprir sua necessidade.

Assim como Rabardel, Trouche (2004) também atesta que o instrumento é o resultado de um artefato mais um componente psicológico, os esquemas. Para o autor,

Um instrumento é o resultado da construção de um sujeito, em uma comunidade de prática, a partir de um determinado artefato, por meio de um processo, a gênese instrumental. Um instrumento é uma entidade mista, com um determinado componente (um artefato, ou a parte de um artefato mobilizado para realizar um tipo de tarefa) e um componente psicológico (os esquemas que organizam a atividade do sujeito). Todos os esquemas têm aspectos individuais e sociais. (TROUCHE, 2004 p 289, tradução nossa)

O mesmo autor ainda ressalta que “o instrumento não existe em si mesmo, torna-se um instrumento, quando o sujeito conseguiu apropriar-se dele para si mesmo e integrou-o à sua atividade” (TROUCHE 2004, p. 285, **tradução nossa**).

Com base nas exemplificações, percepções e definições apresentadas pelos autores que estudam esses aportes teóricos, acreditamos que foi estabelecida uma melhor clareza acerca da distinção entre o artefato e o instrumento.

Na sequência, traremos uma breve descrição do conceito de artefato simbólico à luz dos estudos de Rabardel, uma vez que esse conceito nos interessa por ser foco de nossas observações no desenvolvimento da Gênese Instrumental do aluno, em aulas remotas, utilizando o aplicativo *GeoGebra* (*software* interativo e dinâmico que será mais bem caracterizado ao longo deste trabalho).

Quando mencionamos o termo artefato, é bastante comum direcionarmos nossos pensamentos a produtos construídos para trabalhos concretos. Uma caneta, por exemplo, pode ser concebida como um artefato material. Contudo, segundo Rabardel, existem também os **artefatos simbólicos** caracterizados,

como, por exemplo: um gráfico de uma função matemática, a representação de um sólido geométrico em perspectiva no papel, planificação de uma figura geométrica construída em um *software* educacional, entre outros.

Para o autor, “um artefato é um dispositivo que tanto pode ser material (um lápis, um computador, ou um martelo), como simbólico (um gráfico, um método, ou até uma propriedade)” (RABARDEL, 2011, **tradução nossa**).

Em nossa pesquisa, embora o aluno estivesse exposto a uma gama de artefatos tecnológicos para resolver uma situação matemática, focamos nossas análises no resultado da resolução gráfica extraída pelo aluno no artefato *GeoGebra*. A solução da situação-problema exposta no *GeoGebra* é entendida como o artefato simbólico, ou seja, a representação gráfica dos sólidos e suas respectivas planificações.

O *GeoGebra* juntamente com outros artefatos (computador, aplicativos, plataformas etc.) compõem o quadro dos artefatos concretos desta pesquisa. Nos simbólicos, utilizamos materiais didáticos, como sistema de representações para os problemas matemáticos envolvendo planificação de sólidos.

A manipulação desses artefatos agregados a esquemas de uso e de ação instrumentada gera transformações cognitivas no sujeito, que podem implicar a construção do conhecimento. “No caso de um artefato simbólico, o esquema de uso teria a função de orientar o sujeito no sentido de encontrar soluções de tarefas inerentes ao artefato” (XAVIER; FERREIRA, 2017, p. 57).

Conforme Rabardel (2011, **tradução nossa**), o artefato está conectado ao uso que o sujeito faz como meio para sua ação e que pode ser considerado como uma máquina, um objeto técnico, objetos e sistemas simbólicos, ou seja, que pode ser definido como material ou simbólico.

A noção de artefato designa na antropologia tudo o que sofreu uma transformação, ainda que mínima, de origem humana, sendo, portanto, compatível com um ponto de vista antropocêntrico, sem especificá-lo mais. Apresenta, por outro lado, a vantagem de não restringir o sentido às coisas materiais (do mundo físico) por compreender sem dificuldade os sistemas simbólicos que também podem ser instrumentos. (Rabardel 2011, p. 48, **tradução nossa**).

A representação das planificações dos sólidos geométricos consiste em sentenças matemáticas entendidas como artefatos simbólicos. Acreditamos que ao transpor essa simbologia para o mundo virtual de forma prática e dinâmica,

os recursos do *GeoGebra* contribuem para o resultado dessa pesquisa, além de propiciar ao estudante uma melhor compreensão da situação matemática.

A definição e o entendimento dos artefatos simbólicos, segundo os trabalhos de Rabardel, são de nosso extremo interesse, pois seus resultados fazem parte do conjunto de dados que concordam com as análises *a priori* prescritas nesta pesquisa ou que as confrontaram.

### **2.2.3 Instrumentação e instrumentalização: dois componentes da Gênese Instrumental**

De acordo com Trouche, o processo de instrumentalização está direcionado do sujeito ao artefato, ao passo que o processo de instrumentação toma um sentido oposto dessa trajetória. Trouche descreve que a Instrumentalização “é o componente da Gênese Instrumental voltada para o artefato [...] é um processo de diferenciação direcionado aos próprios artefatos.” (TROUCHE, 2004 p. 293, *tradução nossa*).

A instrumentação ocorre quando o sujeito explora o artefato e suas funcionalidades por meio de esquema de ação instrumentada com um determinado objetivo a ser alcançado, por exemplo, resolver um problema de Geometria Espacial, utilizando o *software GeoGebra*, após tomar conhecimento das ferramentas necessárias para esse fim. Trouche (2004, p. 290, **tradução nossa**) explica que “Instrumentação é justamente esse processo pelo qual o artefato imprime sua marca no sujeito, ou seja, permite que ele desenvolva uma atividade dentro de alguns limites (as restrições do artefato)”.

O *software GeoGebra* é um dos artefatos que compõem o cenário de nossa pesquisa. Tanto o professor (pesquisador), quanto o aluno (sujeito), precisam conhecer bem as ferramentas e atribuições desse aplicativo antes de ser executada a atividade pedagógica. São essas medidas antecipatórias que trarão maior confiabilidade aos resultados do experimento.

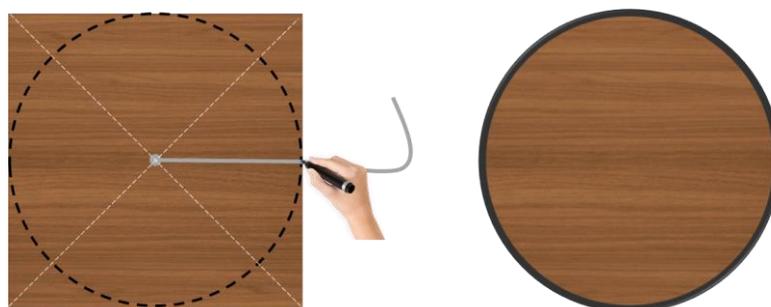
Nesse contexto, ao tomar conhecimento das ferramentas do *GeoGebra*, o aluno está sendo instrumentalizado. Quando esse conjunto de conhecimentos adquiridos sobre o artefato (*GeoGebra*) é utilizado para resolver um dado problema, o aluno atribui a essa demanda esquemas para alcançar esse objetivo

(processo de instrumentação), transformando este artefato em instrumento (a Gênese Instrumental).

Tomemos como exemplo um fato ocorrido em uma das edições da Feira de Ciência de nossa escola. Para executar nosso projeto, tínhamos como desafio construir uma *roleta de madeira*, com materiais recicláveis, para que os participantes (visitantes) a manuseassem de forma segura e sem perder o bom andamento do trabalho. Para tal, tínhamos um desafio de recortar uma tábua (que estava no formato quadrangular) em um círculo perfeito, explorando os limites da madeira. Mas como realizar essa tarefa, se não tínhamos as ferramentas adequadas para demarcar a circunferência na tábua antes de recortá-la?

Diante desse problema, os alunos utilizaram a seguinte estratégia: fixaram um prego nas proximidades do centro da tábua, uma aproximação apenas visual, e usaram barbante e piloto para servir de compasso, conforme ilustra a imagem.

**Figura 1:** Esquema do recorte da tábua.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Embora pareça uma ação trivial por parte dos alunos no âmbito da sala de aula, ela nos faz refletir melhor sobre as características da dialética instrumentação e instrumentalização que dão os pressupostos ao surgimento da Gênese Instrumental do sujeito. Consoante Trouche (2004), mesmo tendo suas próprias definições e particularidades, a dialética instrumentação-instrumentalização caracteriza-se como um processo harmônico e interdependente.

Para o criador das ferramentas, o prego e o barbante não foram construídos para serem usados como um compasso, porém tornaram-se artefatos nas mãos dos alunos que, por meio de esquemas de uso, os

transformaram em um instrumento capaz de solucionar a tarefa que lhe foi imputada.

Lucena (2018, p. 40), em consonância com Drijvers e Trouche (2008), sintetiza que “quando o artefato é moldado pelo usuário, tem-se a instrumentalização e, quando o primeiro molda o pensamento do segundo, tem-se a instrumentação”.

A instrumentalização ocorre quando o sujeito insere o artefato em sua prática na intenção de conhecer suas propriedades, sua interface e funcionalidades, desenvolvendo assim esquemas de utilização. No entanto, quando o indivíduo atribui funções aos artefatos, os esquemas de ação instrumentada ou esquemas mentais evoluem, dando origem às novas formas de utilização do artefato, surge então o instrumento. Quando isso ocorre, tem-se o processo de instrumentação do sujeito que passa a integrar de fato o instrumento a sua prática. (RABARDEL, 1995, p. 93, tradução nossa).

As ações de instrumentação e de instrumentalização, assim como os esquemas de utilização na transformação de um artefato simbólico em instrumento, ocorrem com os mesmos princípios indicados para os artefatos concretos.

A figura 2, a seguir, traz uma síntese da Gênese Instrumental, segundo Trouche (2005), ao se observarem as atividades de um indivíduo com o artefato ao longo do tempo.

**Figura 2:** Os dois componentes da Gênese Instrumental.



Fonte: Trouche (2005 p. 101, tradução LUCENA, 2018).

Rabardel salienta que os dois processos (instrumentação e instrumentalização) contribuem conjuntamente para o surgimento e a evolução dos instrumentos, podendo um deles desenvolver-se mais que o outro, ou, simplesmente, fornecer uma implementação. Para esse autor, “[...] na instrumentação, ele é voltado para o próprio sujeito, enquanto no processo correlativo de instrumentalização, é voltado para o componente artefato do instrumento” (RABARDEL 1995, p. 112, **tradução nossa**).

É papel do educador incentivar e ampliar o universo do conhecimento do educando por meio de atividades criativas, voltadas para essa nova realidade tecnológica que tem crescido constantemente, por contribuição das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). São eles (os professores) que, por meio de um bom conhecimento das ferramentas tecnológicas, podem desempenhar um papel fundamental para o desdobramento da Gênese Instrumental do aluno diante das tarefas de aprendizagem. Além disso,

Em sala de aula, quando o professor decide favorecer a gênese instrumental de seus estudantes, em geral, os dois processos de instrumentalização e de instrumentação ocorrem. Para isso, é muito importante que o professor tenha domínio do conhecimento específico presente na situação, mas também conhecimento quanto às tecnologias em jogo, as quais serão disponibilizadas. Esses conhecimentos são relevantes para que o professor possa dar suporte aos estudantes, exercendo seu papel de mediador. (LUCENA, 2018, p. 41)

Portanto, cabe ao professor não tentar mudar a maneira que o sujeito deve pensar, mas, contribuir, de forma colaborativa, para que ele desenvolva seu cognitivo intelectual por meio de trabalhos individuais e colaborativos com suporte das tecnologias digitais. Barcelos e Batista (2015, p.134) nos conduzem a refletir que “A mudança não está na tecnologia em si, mas nas novas relações que esta propicia e, nesse sentido, é fundamental que ocorra um redimensionamento do papel do professor e do aluno [...]”

Na mesma linha, Lucena, Gitirana e Trouche (2018, p. 247) pontuam que “um dos maiores erros que podemos cometer em relação às tecnologias digitais consiste em acreditar que elas, por si só, irão transformar a escola, o ensino, a aprendizagem, ou a educação como um todo”

Recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a

compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização. (BRASIL, 2018, p. 276)

A seguir, trataremos dos pressupostos que fundamentam o modelo teórico da Orquestração Instrumental, segundo Luc Trouche (2004, 2005).

## 2.3 A ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL

A Orquestração Instrumental está diretamente atribuída ao estudo da Abordagem Instrumental “que fornece elementos teóricos apropriados ao estudo da ação do sujeito, mediado por um instrumento.” (BITTAR, 2011, p.160).

Nessa pesquisa, a Orquestração Instrumental embasa nossa prática metodológica como um modelo para construir abordagens de ensino que contribuam para nossas observações e análises elencadas nas hipóteses deste trabalho. Desta forma, dedicaremos os próximos parágrafos à compreensão deste modelo à luz do seu criador Luc Trouche com as contribuições de outros pesquisadores que sustentaram diversas pesquisas sobre esse tema.

### 2.3.1 O que é uma Orquestração Instrumental?

No ambiente musical, uma orquestra é definida como um agrupamento de instrumentos utilizados na execução de músicas em concertos. Esses instrumentos são manuseados por músicos subdivididos em classes de instrumentos como: cordas, madeiras, metais, percussão e teclados. O maestro da orquestra tem o papel de executá-la e transmitir ao ouvinte a harmonia musical.

Trouche (2004) utilizou a metáfora da Orquestra Instrumental para comparar o ambiente da sala de aula de Matemática, rico em tecnologias digitais, a uma orquestra sinfônica. Nessa metáfora, ele faz a seguinte analogia: o professor é o maestro; os alunos são os músicos; as tecnologias, os instrumentos musicais; as situações de ensino, os repertórios e os objetos matemáticos que serão acessados, a música a ser tocada. Trouche esclarece:

Uma orquestração instrumental é o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente (professor) no intuito de

efetivar uma situação dada e, em geral, guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos. É sistemático porque como método, desenvolve-se numa ordem definida e com um foco determinado, podendo ser entendido com um arranjo integrado a um sistema; é intencional porque uma orquestração não descreve um arranjo existente (sempre existe um), mas aponta para a necessidade de um pensamento *a priori* desse arranjo. (TROUCHE, 2005, **tradução nossa**.)

Vamos imaginar que, na aula de Matemática, os alunos, sob orientação do professor, estejam munidos de todas as ferramentas necessárias para a execução dessa aula:

- Artefatos tecnológicos: computador, celular, plataformas educacionais, *Google Meet*, *software GeoGebra*, calculadora, etc.
- Materiais didáticos: livro, caderno, régua, lápis, etc.
- Situações matemáticas: problematizações e tarefas.

O meio pedagógico para integrar esses artefatos às situações matemáticas, na regência da aula, é o ponto fundamental para o professor alcançar o objetivo na aprendizagem do aluno, ou seja, conduzir o sujeito a construir o conhecimento a partir do manuseio desses artefatos e problemas.

Esse arranjo inspirou o professor e pesquisador Luc Trouche a estudar, em particular, o papel do professor, introduzindo o modelo da Orquestração Instrumental para modelar e gerenciar artefatos disponíveis na sala de aula a fim de ensinar um tópico matemático.

Drijvers *et al.* (2010) reafirmam em seus estudos e pesquisas que, de fato, a Orquestração Instrumental tem um grande potencial para colaborar com os estudos que busquem investigar a ação docente em espaços estruturados com artefatos tecnológicos.

Em seus experimentos, observações e análises realizadas com a Orquestração Instrumental, Paul Drijvers não só agregou novos elementos a esse modelo de ensino, mas também teceu críticas pontuais à metáfora da Orquestração Instrumental. Para ele, o ambiente da sala de aula está mais propício a uma banda de *jazz* do que a uma orquestra sinfônica, uma vez que é bastante comum, nas manifestações artísticas envolvendo *show de jazz*, os músicos improvisarem durante as apresentações (DRIJVERS *et al.*, 2010).

### 2.3.2 Os elementos de uma Orquestração Instrumental

O pesquisador/professor, ao colocar uma Orquestração Instrumental em execução, deve antecipar-se, promovendo uma boa estrutura organizacional para que o andamento da mesma não seja comprometido. Observar, analisar, providenciar e garantir algumas regras de planejamento e conduta são peças-chave para uma orquestração harmoniosa, ou seja, uma aula participativa e com objetivos claros para a aprendizagem do sujeito. “Estes conceitos de organização do espaço e do tempo de aula, de configurações didáticas e de modos de execução, permitem a concepção de orquestrações.” (BELLEMAIN; TROUCHE, 2016, p. 113)

Desde sua concepção até a conclusão, o itinerário de uma Orquestração Instrumental está organizado em três fases de execução,

**Configuração Didática:** Uma configuração didática é um arranjo de artefatos no ambiente, ou, em outras palavras, uma configuração do ambiente de ensino e dos artefatos nele envolvidos; **Modo de Execução:** Um **modo de execução** é a maneira como o professor decide explorar uma configuração didática em benefício de suas intenções didáticas. Isso inclui decisões sobre a forma como uma tarefa é introduzida e trabalhada, sobre os possíveis papéis dos artefatos a serem executados e sobre os esquemas e técnicas a serem desenvolvidos e estabelecidos pelos alunos; **Performance Didática:** Uma performance didática envolve as decisões *ad hoc* tomadas durante o ensino sobre como realmente atuar na configuração didática escolhida e modo de exploração: que pergunta fazer agora, como fazer justiça a (ou deixar de lado) qualquer contribuição específica do aluno, como lidar com um aspecto inesperado da tarefa matemática ou da ferramenta tecnológica, ou outros objetivos emergentes (DRIJVERS *et al.*, 2010, p. 215, tradução nossa).

Segundo Drijvers *et al.* (2010), podemos destacar que a Configuração Didática é o ambiente de ensino juntamente com os artefatos que o compõem (computador, celular, rede social, lápis, caderno, *software* etc). O Modo de Execução é a maneira como o professor vai explorar essas configurações didáticas e a forma pela qual essas atividades serão introduzidas enquanto durar a orquestra, por exemplo: quais artefatos tecnológicos serão usados, de que modo os problemas serão resolvidos, como e quantos alunos serão agrupados nas atividades colaborativas, o tempo para a resolução do problema etc. E, por fim, temos a Performance Didática, que envolve as observações do andamento

de toda a Orquestração Instrumental, identificando a ocorrência da Gênese Instrumental e dos elementos que a fundamentam.

Lucena (2018) interpreta os ensinamentos de Drijvers e Trouche da seguinte forma: os elementos que compõem o cenário da execução didática, de uma Orquestração Instrumental, estão esquematizados em dois atos representados pelos termos franceses *Mise en œuvre* e *Mise en scène*, conforme expostos no quadro 1.

**Quadro 1:** Os elementos da OI interpretados pelos dois atos

<b>Primeiro ato:</b> <i>Mise en œuvre</i> - denota o momento do planejamento da orquestração, a configuração didática e o modo de execução, para dar suporte à realização da situação;	<b>Segundo ato:</b> <i>Mise en scène</i> - denota o momento em que a orquestra é colocada em cena, ou seja, como ela está sendo executada, como está favorecendo, ou não, a realização da situação proposta – a <i>performance</i> didática.
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Orquestrado pelo professor que determina a situação, escolhe os artefatos a serem disponibilizados, define os papéis, funções de cada sujeito, o tempo de duração, etc.;</li> <li>✓ Ocorre, também, as análises <i>a priori</i> de natureza didático-pedagógica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Vivência do primeiro ato pelo professor e seus estudantes. Neste, são confirmadas as previsões feitas pelo professor e a implementação ou não de “planos B” para as situações já previstas;</li> <li>✓ Também são identificadas as decisões <i>ad hoc</i> do professor e as reações <i>ad hoc</i> dos estudantes para os eventos imprevistos.</li> </ul>

Fonte: Elaborado pelo autor.

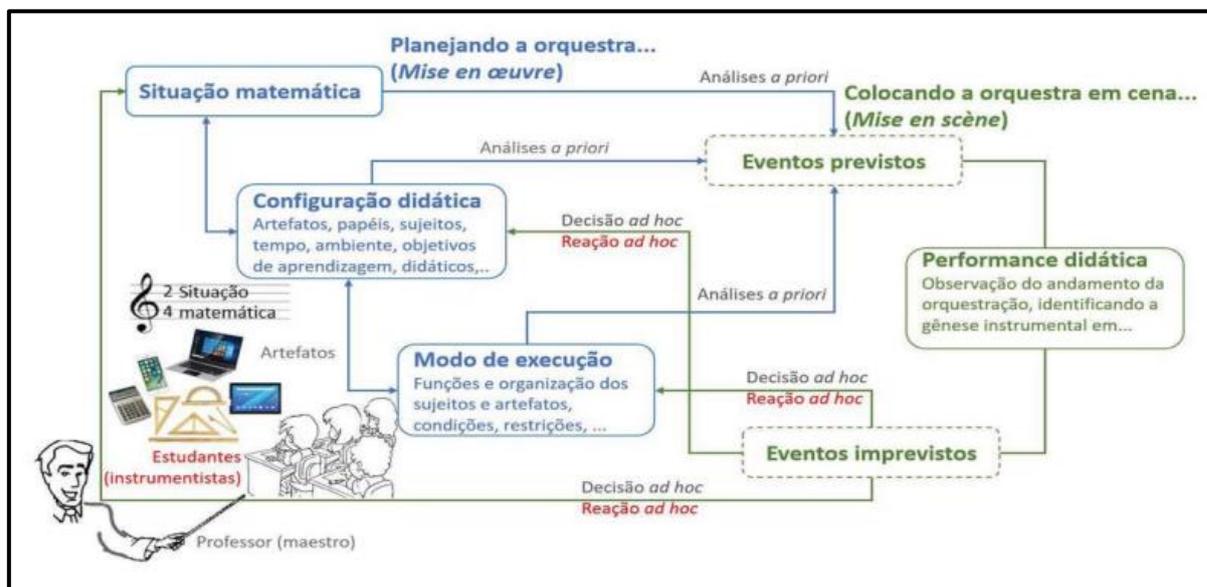
Lucena (2018), ao desenvolver um modelo de formação sobre a Orquestração Instrumental, a Metaorquestração Instrumental, expande a Orquestração Instrumental ao cunhar novos elementos em sua tese, como por exemplo, a reação *ad hoc*. Essas novas descobertas enriqueceram a Orquestração Instrumental, principalmente a Performance Didática, que passou a ter a seguinte configuração: análises *a priori*, eventos previstos, eventos imprevistos, decisão *ad hoc* (tomada pelo professor) e reação *ad hoc* (tomada pelo aluno).

Na Orquestração Instrumental, de acordo com Drijvers *et al.* (2010), as decisões *ad hoc* são intencionais e buscam cumprir seus objetivos didático-pedagógicos. A natureza dessas decisões pode ser diferente, por exemplo: didática (conteúdo específico), técnicas (relativas a problemas com as tecnologias disponibilizadas), de gestão (tempo de realização da tarefa).

Para Lucena (2018), as “reações *ad hoc*” são tomadas pelo próprio aluno, também advindas de situação inesperada, porém não têm caráter pedagógico.

Seu objetivo é tentar solucionar problemas pontuais, seja nos artefatos, seja na resolução dos problemas ou diante de qualquer outro obstáculo encontrado pelo aluno durante a orquestração.

**Figura 3:** Esquema do modelo da Orquestração Instrumental.



Fonte: Lucena (2018, p. 124).

Lucena (2018) explicita que o processo de construção e andamento de uma Orquestração Instrumental pode ser esquematizado com base na ilustração da figura 3 retroexposta.

### 2.3.3 Orquestração Instrumental on-line

Os impactos negativos causados na educação brasileira devido à pandemia do SARS-COV-2, denominado coronavírus (covid-19), levaram educadores e pesquisadores a buscarem novas alternativas de ensino na tentativa de minimizar esses efeitos. Diante da crise sanitária em que as nações se encontravam, a Organização Mundial da Saúde (OMS) decretou a obrigatoriedade do isolamento social a fim de conter o avanço da contaminação causada pelo coronavírus.

Assim como outros países, o sistema de educação brasileiro não estava preparado para enfrentar uma situação como essa; assim, o ensino remoto tornou-se a peça-chave para atenuar o impacto negativo do evento pandemia.

É fato que o ensino on-line não substitui a sala de aula presencial, especificamente quando se trata de crianças e adolescentes, contudo, no Brasil, chegou-se à conclusão de que, face ao cenário crítico naquele momento, o ensino remoto seria o melhor a ser feito.

Nesse contexto, no âmbito do Grupo de Estudo em Recursos para a Educação (GERE), desenvolvia-se a Orquestração Instrumental On-line a fim de contribuir nas pesquisas voltadas para recursos educacionais tecnológicos em ambiente de ensino educacional remoto. Trouche, Gitirana e Lucena consideram que uma Orquestração Instrumental *On-line*:

É o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos, seres humanos e tempo) de um ambiente virtual e físico, em diferentes espaços geográficos, realizado por agentes (professor/es e monitores) no intuito de efetivar uma situação dada e, em geral, guiar de forma remota, síncrona e/ou assíncrona, seus aprendizes em suas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos. (GITIRANA; LUCENA, 2021, p.376)

Diante do exposto, acreditamos que a noção de esquema, segundo Vergnaud; a Abordagem Instrumental de Rabardel (1995); a Orquestração Instrumental (TROUCHE, 2004, 2005); a Orquestração Instrumental Online (GITIRANA, LUCENA, 2021) e as contribuições de Drivers *et al.* (2010) e Lucena (2018) nos deram fundamentos para que conduzíssemos o experimento científico desta pesquisa voltado para um ambiente de sala de aula remota em tempos de pandemia.

Por meio desses aportes teóricos, buscamos entender a aprendizagem matemática em um ambiente on-line rico em tecnologias digitais, objetivando caracterizar a Gênese Instrumental dos estudantes sobre planificações de sólidos geométricos, quando exploram situações contextualizadas com tecnologias digitais.

## 2.4 GEOMETRIA ESPACIAL

A Geometria Espacial é a parte da Matemática que estuda as figuras geométricas no espaço, ou seja, o lugar onde podemos imaginar as propriedades de um sólido geométrico em mais de duas dimensões.

### 2.4.1 A Geometria na Educação Básica

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Ela está ostensivamente presente nas formas naturais e construídas. É essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e profissional do sujeito.

Seu estudo faz parte do currículo da Educação Básica do aluno para que este desenvolva o pensamento geométrico das formas, compreenda as posições e deslocamentos no espaço, e as relações entre elementos das figuras planas e espaciais. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes (BRASIL, 2018).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de **aprendizagens essenciais** que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2018, p. 7).

É por meio do estudo da Geometria que o sujeito conhece as formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens, construções de casas, de edifícios e de monumentos históricos. Além desses aspectos, essa ciência presta-se também a interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos.

Conforme Bullmann e Nehring (2017), a Geometria Espacial propicia o desenvolvimento das habilidades e percepções tridimensionais do sujeito. Essas autoras afirmam, à luz das ideias de Fürkötter e Morelatti (2009), que é indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno.

Fainguelernt (1999), apud Scalabrin e Mussato (2019), destaca que o estudo da Geometria tem reconhecida importância para o desenvolvimento

intelectual espacial e é responsável por desenvolver habilidades básicas para a leitura do mundo.

Para o estudante do Ensino Médio, a BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental. Nesse estágio de conhecimento do sujeito, a Geometria Espacial trata das formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto a fim de possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade (BRASIL, 2018).

A BNCC foi uma referência imprescindível para a elaboração do Currículo de Pernambuco, que, por sua vez, tornou-se o modelo de propostas pedagógicas e projeto político pedagógico de todas as escolas das redes de ensino do estado. Esse currículo tem por base os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PCPE) (PERNAMBUCO, 2012), destinados ao Ensino Fundamental, ao Ensino Médio e à Educação de Jovens e Adultos (EJA); as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) (2013) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a Educação Infantil e Ensino Fundamental, homologada em dezembro/2017. (BRASIL, 2018).

Compreendido dessa forma, o Currículo de Pernambuco apresenta ao nosso projeto de pesquisa os elementos que integram as competências e habilidades que o indivíduo deve adquirir diante das tarefas da escola e da vida em sociedade. Com eles, direcionamos as análises *a priori* e posteriores deste trabalho com uma metodologia estruturada para alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública de Pernambuco em aulas remotas.

Nessa perspectiva, elencamos algumas expectativas de aprendizagens definidas no Currículo de Pernambuco para o Ensino Médio, as quais norteiam nossas observações.

**Quadro 2:** Expectativa de aprendizagem

EIXO/CAMPO	EXPECTATIVA DE APRENDIZAGEM	CONTEÚDOS
Geometria	Coordenadas no plano e espaço.	Associar pontos representados no plano e no espaço cartesiano e suas coordenadas.
Geometria	Construir vistas de uma figura espacial, dadas as suas vistas, representá-las em perspectiva.	Figura espacial: vistas e perspectivas.
Geometria	Dividir segmentos em partes proporcionais, usando <i>software</i> .	Segmentos proporcionais
Geometria	Associar modelos de sólidos e suas planificações.	Planificações de Sólidos

Fontes: (PERNAMBUCO, 2019) Elaborado pelo autor.

No capítulo 3 desta pesquisa, reservado para o detalhamento da metodologia, voltaremos a falar sobre as competências, as habilidades e as expectativas de aprendizagens esperadas pelos estudantes no desenvolvimento da pesquisa.

Nos próximos parágrafos, abordaremos uma parte específica da Geometria Espacial que deu origem a nosso problema de pesquisa: as planificações de sólidos geométricos.

#### 2.4.2 Planificação de sólidos

Uma representação de um sólido geométrico em perspectiva (no quadro ou na folha de papel) é uma representação bidimensional do tridimensional, ou seja, o esboço de um sólido real feito em um plano. As representações de todas as faces deste mesmo sólido, bidimensionalmente, se traduzem em sua planificação. Neste contexto, Bullmann e Nehring (2017, p. 11) explicam que, ao considerar um cubo, os estudantes precisam perceber que sua superfície é formada por:

[...] seis faces quadradas. Consequentemente, sua planificação também será formada por seis quadrados, tendo o cuidado especial com a posição de cada quadrado de maneira a identificar as três dimensões, comprimento, largura e altura para formar o cubo em 3D.

A metodologia de transformar objetos do 3D, por meio de representação de sua superfície no plano, é bastante utilizada na Matemática para facilitar os

cálculos da área externa dos sólidos geométricos, tal como criar moldes para a montagem de embalagens. Porém, levar o sujeito a realizar essa habilidade mental (transformar o tridimensional no bidimensional) tornou-se um verdadeiro desafio para os professores de Matemática, quando estão abordando assuntos dessa vertente.

Em suas pesquisas, Wahidah, Johar e Zubainur (2020) constataram que de cada quatro indivíduos, apenas um podia imaginar objetos de várias perspectivas para determinar a área da superfície. Ou seja, 75% desses alunos tiveram dificuldade em desenvolver o raciocínio espacial para planificar os sólidos antes de calcular sua área externa.

Esse resultado nos traz evidências de que estamos diante de um problema que precisa ter uma atenção específica, por meio de novos estudos científicos, capazes de detectar outras possíveis constatações e soluções para essa demanda.

Desenvolver essas habilidades no estudante requer um trabalho escolar duradouro e contínuo, principalmente nos primeiros anos de atividade escolar até o Ensino Médio. Nesse nível escolar (Ensino Médio), acreditamos que os esquemas cognitivos do sujeito estão desenvolvidos para a realização de atividades com o grau de competências mais complexas.

Dessa forma, espera-se que os alunos do Ensino Médio, no que tange à aprendizagem da Geometria Espacial, “Indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa”. (BRASIL, 2018, p. 272).

Tendo como sujeito alvo de nossa pesquisa alunos do Ensino Médio, buscamos abordar uma experiência com planificação dos sólidos geométricos, utilizando recursos tecnológicos e problemas do dia a dia do aluno. Nossa intenção é apontar alternativas que contribuam no processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos voltados para esse tema (planificação de sólidos).

Para Barbosa, Ribeiro e Borges (2017), a Geometria foi o conteúdo matemático que mais se beneficiou com o uso das tecnologias; computadores e *softwares*. Sua inserção nas aulas de Geometria possibilita aos alunos o desenvolvimento da visualização espacial e da habilidade cognitiva exigida por profissionais das áreas de Engenharia e da Arquitetura. Isso nem sempre era

possível com os livros didáticos, por suas limitações na visualização e compreensão do objeto no espaço.

A composição dos aportes teóricos retratados neste capítulo nos deu um arcabouço de fundamentos e elementos científicos para a construção desta pesquisa. Para melhor compreendê-la, procedemos a uma breve revisão de literatura descrita na próxima seção. Nesta revisão, buscamos conhecer melhor os projetos de outros pesquisadores voltados para os temas de nosso interesse e identificar possíveis lacunas nessa área de investigação.

## 2.5 REVISÃO DE LITERATURA

Esta revisão de literatura tem por finalidade reunir informações, citações e dados que trazem base para a construção da investigação proposta neste trabalho de pesquisa. Ela é composta por artigos periódicos publicados em revistas (11) e recortes de dissertações (4), totalizando 15 trabalhos científicos publicados nos últimos cinco anos. A seleção seguiu o critério de relevância para o nosso trabalho de pesquisa e baseia-se nas seguintes investigações:

- A Habilidade Espacial do aluno mediante a aprendizagem da Geometria Espacial.
- As contribuições e desafios das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) como ferramenta de apoio na aprendizagem da Matemática.
- A utilização do *Software GeoGebra* como recurso no ensino da Geometria Espacial (sobretudo, das planificações dos sólidos).

A habilidade espacial é uma percepção cognitiva que o indivíduo desenvolve ao longo de sua vida. É por meio dela que as pessoas conseguem situar-se, mover-se, orientar-se e analisar situações e representações dos objetos e das formas ao seu redor.

Dere e Kalelioglu (2020) reportam, em sua pesquisa, que a habilidade espacial (segundo vários pesquisadores) é usada como uma forma de medição em Matemática, desenho técnico, gráficos, educação científica, Educação Física e na terapia de treinamento. Segundo os autores, diversas profissões como Arquitetura, Astronomia, Bioquímica, Biologia, Química, Cartografia, Engenharia,

Geologia, Matemática, Música e Física dependem mais de habilidades espaciais do que de habilidades verbais.

A habilidade espacial define-se como “a capacidade de perceber a transformação mental de objetos no espaço, para visualizar como os objetos olham para diferentes ângulos e entender como os objetos estão relacionados uns com os outros” (DERE; KALELIOGLU, 2020, p. 402, **tradução nossa**).

Já se sabe que a capacidade de *raciocínio espacial* do estudante (outra menção dada à habilidade espacial) se desenvolve com maior naturalidade, quando este interage com objetos do seu cotidiano e modelos concretos manipuláveis da Geometria Espacial. Isso contribui para que o sujeito possa interpretar objetos em suas mentes a fim de mudar as formas volumétricas do D3 para D2. É o que relata a pesquisa realizada por Wahidah, Johar e Zubainur (2020) acerca da habilidade de raciocínio espacial do aluno ao executar atividades com o uso de objetos ou modelos concretos para a aprendizagem. Segundo os autores,

A maioria dos alunos domina o raciocínio espacial para os indicadores de visualização e orientação espacial. O raciocínio espacial dos alunos em termos de uma visualização na manipulação de objetos em mente para desenhar as mudanças em objetos D-3 em D-2 e determinar as relações de lados opostos de acordo com as regras dos dados era melhor do que contar o número de cubos de unidade e o número de unidades quadradas que cobrem a superfície do cubo imperfeito. O aumento nas habilidades de raciocínio espacial dos alunos pode ajudar os alunos a resolver problemas de geometria relacionados à geometria sólida imperfeita. (WAHIDAH; JOHAR; ZUBAINUR, 2020, p. 32,33, **tradução nossa**).

Nessa mesma linha, Corrêa (2020) traz em sua pesquisa um trabalho com alunos construindo e manipulando sólidos geométricos com canudos de refrigerantes, representando suas planificações em cartazes e efetuando os cálculos de suas respectivas áreas e volumes. A autora conclui, em sua pesquisa, que propostas pedagógicas com a realização de atividades práticas, usando materiais manipulativos no ensino de Geometria, levam o aluno a uma maior compreensão do conteúdo, uma vez que o sujeito consegue articular a teoria com a prática.

Com o objetivo de compreender o reflexo da utilização do uso do material concreto no ensino e na aprendizagem da Geometria Espacial, Do Couto e De

Jesus (2017) fizeram sua pesquisa com um grupo de dez estudantes com idade de até 50 anos. Esses alunos faziam parte de um projeto de ensino técnico do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Os autores citados concluíram que a utilização de material concreto, como ferramenta mediadora no ensino de Geometria Espacial, motiva, estimula e aproxima os alunos das aulas de Matemática, além de oportunizar um processo efetivo de ensino e aprendizagem do conteúdo proposto, engajando os alunos na busca de solução das atividades aplicadas. Mendes (2009, apud DO COUTO; DE JESUS, 2017 p. 106) corrobora essa conclusão: “O uso de materiais concretos no ensino da Matemática é uma ampla alternativa didática que contribui para a realização de intervenções do professor na sala de aula”.

Os trabalhos realizados por De Jesus Silva, Sousa e De Jesus Silva (2019), sobre a construção das Planificações de Sólidos Geométricos como Intervenção Pedagógica de Baixo Custo, também seguem a metodologia vista até aqui. As atividades propostas para os alunos foram desenvolvidas em equipe e amparadas pela Teoria Sociointeracionista de Vygotsky.

Segundo os autores retromencionados, a expectativa atingida foi dada como satisfatória, uma vez que os alunos conseguiram, a partir das planificações, montar os sólidos, reconhecer nomenclaturas, caracterizar seus elementos e correlacionar, corretamente, essas representações com os objetos de sua realidade cotidiana.

Ainda em sua pesquisa, os autores trouxeram referências de outros trabalhos realizados acerca do tema, com destaque para: Rodrigues *et al.* (2017), Bussolotto e Notare (2017). No observatório de suas pesquisas sobre a construção de sólidos geométricos com base nas suas planificações, chegam à conclusão de que: atividades lúdicas, com manipulação de materiais concretos do cotidiano do aluno, possibilitam a ampliação de sua visão tridimensional e contribuem no aprendizado dos tópicos matemáticos relacionados à Geometria Espacial. Também os conduzem a uma metodologia diferenciada, que lhes permite migrar, temporariamente, do cotidiano do quadro e giz tradicional para experimentar novas maneiras de aprender.

Buscando enfatizar o uso de mecanismos de apoio pedagógico que facilitem o trabalho dos professores em sala de aula, Lobato (2019), por meio de uma pesquisa bibliográfica, buscou compreender o ensino e a aprendizagem da

Geometria com coleta de dados narrativos. Estudou as particularidades e experiências de diversos autores com vistas a descobrir tendências de pensamentos e opiniões que auxiliassem no desenvolvimento de ideias ou hipóteses.

Após essa coleta de informações, a autora elencou propostas de atividades para serem trabalhadas com os alunos em sala de aula: *conhecendo as formas geométricas, confecção de sólidos com palitos de dente, trabalhando com ladrilhos, explorando as planificações e geoplano*. “Por meio das atividades propostas neste projeto, conclui-se que é de fundamental importância para o desenvolvimento do aluno, servindo de estímulo para o aprimoramento de suas potencialidades, através de exercícios práticos” (LOBATO, 2019, p. 11).

Com o avanço das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), os recursos computacionais 3D estão contribuindo para o desenvolvimento da habilidade espacial do indivíduo. Dere e Kalelioglu (2020) afirmam que aplicações feitas com ferramentas de design 3D podem melhorar as habilidades de rotação mental do usuário, que é uma subdimensão da habilidade espacial. Se um objeto pode ser apresentado em perspectiva, por meio de efeitos do uso de um ambiente de design 3D, isso pode ajudar qualquer pessoa que tente entender o espaço tridimensional deste objeto.

A habilidade espacial pode ser melhorada por meio da realização de muitas atividades diferentes, como jogos de computador 3D, uso de formas geométricas em aulas de matemática e desenho de gráficos de cursos de engenharia manualmente ou com o auxílio de um programa de computador. No treinamento de modelagem 3D, um modelo 3D virtual é criado ou o processo envolve a representação de objetos geométricos no espaço em uma tela de computador. Desta forma, um objeto pode ser apresentado em uma perspectiva 3D que pode ajudar qualquer pessoa que tente entender o espaço 3D. (BRUDIGAM e CRAWFORD, apud DERE; KALELIOGLU, 2020, p. 403, tradução nossa)

A pesquisa intitulada “*Movimento como Possibilidade para a Compreensão do Objeto Geométrico*”, dos autores Sampaio e Oliveira (2020), trouxe uma discussão e reflexão sobre o modo pelo qual as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) possibilitam trabalhar atividades na sala de aula, explorando o movimento de sólidos geométricos. Por meio da exploração do *software GeoGebra*, os alunos compreendem a ideia de volume

dos sólidos geométricos mostrados pelo aplicativo, assim como vários outros trabalhos realizados com o mesmo, por exemplo, planificação de prismas.

Para Dere e Kalelioglu (2020), a exploração do aludido *software* propiciou que os alunos pudessem observar, investigar e concluir raciocínios sobre os sólidos geométricos. A experiência abriu uma atmosfera de diálogo entre eles e seus colegas e com o professor, mostrando que tiveram compreensão de todo o processo de aprendizagem. Os autores aqui referenciados ressaltam também que a importância do uso das tecnologias em sala de aula já é uma discussão antiga e que diversos pesquisadores e autores, como Valente (1999), Ponte (2000), Borba (2002), já assinalavam a importância de seu uso no contexto educativo, salientando que o conhecimento tem sido alterado através do tempo e a tecnologia é um dos fatores que têm influenciado esse avanço.

As plataformas educacionais constituem mais uma ferramenta que veio para contribuir nessa demanda. Iglori, Almeida e Costa (2018), por meio do desenvolvimento de atividades matemáticas para o ensino de quadriláteros e Geometria Espacial, criaram um ambiente aberto na plataforma WordPress.

Esse espaço tecnológico tem por objetivo divulgar atividades propostas para o ensino da Geometria Espacial. Nela, por exemplo, são disponibilizados diversos esquemas de planificações de figuras espaciais desenvolvidas no GeoGebra, entre outros recursos que objetivam o enriquecimento das aulas do educador a partir da prática. O trabalho dos autores está ancorado em Rommevaux (1997) que, por meio de pesquisa, revela a importância da construção e manipulação de modelos concretos de sólidos geométricos, partindo da ideia de que, na resolução de atividades com sólidos geométricos, são necessárias duas etapas que podem ocorrer de forma simultânea: “ver e raciocinar” (IGLIORI; ALMEIDA; COSTA, 2018, p. 14).

O *software GeoGebra 3D* também foi elemento da pesquisa realizada por Scalabrin e Mussato (2019), cujo objetivo era apresentar um material de apoio didático pedagógico visando explorar construções realizadas por meio desse aplicativo, de modo que os alunos desenvolvam habilidades de visualização espacial que possam contribuir para a representação mental dos objetos tridimensionais e a formalização dos conceitos geométricos de poliedros. A pesquisa mostra a relevância do aplicativo *GeoGebra* no processo de aprendizagem do aluno e suas contribuições para enriquecer a prática docente.

Conforme registrado na pesquisa de Scalabrin e Mussato,

Autores como Borba, Scucuglia e Gadanidis (2016), Andrade (2015), Abar e Cotic (2014), Girardo (2012), Pereira (2012) e Fanti (2010), concordam que o uso do software GeoGebra pode contribuir de forma significativa para enriquecer a prática docente (SCALABRIN; MUSSATO, 2019 p. 91).

Trainotti e Da Silva (2018), Da Silva e Das Flores Victor (2018) também trazem resultados positivos, alcançados por meio de experimentos no ensino da Geometria Espacial fazendo uso de softwares educacionais como o *Poly* e o *GeoGebra 3D*.

A atividade central da pesquisa de Trainotti e Da Silva (2018) consistiu em investigar e resolver problemas de Geometria Espacial, utilizando esses *softwares*. A expectativa, com estas atividades, era de que a visualização do problema construído com o aplicativo aumentasse a compreensão do aluno na resolução do problema algébrico. E assim se concretizou. Conforme Trainotti e Da Silva (2018, p. 9), “Os resultados mostraram que os recursos de visualização 3D possibilitam melhor compreensão sobre dimensões das figuras, tornando-as mais ‘reais’ do que apenas a representação em forma de desenho, sendo possível melhor relacioná-las com objetos do cotidiano”.

A ideia de agregar o GeoGebra na versão 5.0 se ajustou de maneira bastante propícia ao conceito da geometria tridimensional, pois o software permite gerar sólidos de revolução a partir da janela 3D, onde é possível construir sólidos espaciais, como prismas, pirâmides, cones, cilindros, esferas e outros (DA SILVA; DAS FLORES VICTER, 2018, p. 47)

As contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) desenvolvida pelo filósofo e psicólogo Raymond Duval fizeram parte da pesquisa de Bullmann e Nehring (2017), a qual tinha por objetivo identificar elementos conceituais que estruturam a aprendizagem discente. Por meio de atividades práticas com *GeoGebra* e munidos da TRRS e da Perspectiva Histórico-Cultural, os autores da pesquisa foram em busca de resposta para a seguinte pergunta: *Que elementos conceituais podemos identificar no desenvolvimento de atividades planejadas através do uso do software GeoGebra e atividades de tratamento e conversão de registros de representações semióticas, que estruturam a aprendizagem discente, quando trabalhamos com o conceito de cubo?*

O experimento foi realizado com dez estudantes do 3º ano do Ensino Médio. Por meio de atividades executadas em dupla, organizaram-se duas categorias de análise: o tratamento de elementos a partir de um registro figural - facilidade do aluno na mobilização dos elementos para tratar as figuras planas e espaciais; e a conversão entre registros - do registro geométrico (figural) para o registro simbólico (algébrico e numérico). Ao final da pesquisa, os pesquisadores chegaram à seguinte conclusão:

Acredita-se que os alunos tiveram a oportunidade de analisar heurísticamente as figuras e entender a fundamentação para os cálculos de área e volume. Também, foi possível observar que a divisão metodológica, seguida das operações discursiva e sequencial, facilita a apreensão do conhecimento dos alunos no decorrer das etapas necessárias para a resolução dos problemas. Contudo, a forma como a atividade foi constituída, com o auxílio do GeoGebra, pode ter proporcionado uma potencialidade tanto na forma de pensar, como na forma de ver as figuras, auxiliando os alunos a refletirem, a criarem estratégias para os cálculos e resolver os problemas corretamente. (BULLMANN; NEHRING, 2017, p. 14).

Nos últimos anos, diversos outros trabalhos científicos vêm sendo desenvolvidos com o aplicativo *GeoGebra* e mostrando que é possível trabalhar o software em sala de aula, promovendo a interação e a aprendizagem dos alunos com a disciplina de Geometria.

Barbosa, Ribeiro e Borges (2017, p. 6) afirmam que o *software* é eficiente e dinâmico no processo de ensino e aprendizagem, pois durante as aulas ministradas com o auxílio do *GeoGebra*, os alunos apresentaram interesse e curiosidade para manusear esse dispositivo. Rocha e Rocha (2018, p. 97) relatam que o *software GeoGebra* revelou ser muito importante para a Geometria, é de fácil utilização e, com ele, o professor pode trabalhar com os alunos numa perspectiva construtivista.

De Freita Brasil, Vanina de Mello e Malvezzi Lopes (2018), por meio da pesquisa: *Explorando o software GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial*, analisam como o uso de tecnologia da informática educacional, sobretudo o *GeoGebra*, pode interferir no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no cenário atual. De acordo com as autoras, os trabalhos realizados na pesquisa com o *GeoGebra* comprovaram a viabilidade das tecnologias informacionais do *software* selecionado, bem como

o interesse dos alunos na resolução de problemas matemáticos como autores do processo de aprendizagem, o que dialogou com as ideias defendidas por Lévy (1993) no que se refere ao conhecimento como uma produção gradativa de um coletivo pensante. (DE FREITA BRASIL, VANINA DE MELLO E MALVEZZI LOPES, 2018)

Diante do levantamento das pesquisas aqui mencionadas, compreendemos que temos elementos para realizar outros trabalhos científicos que contribuam para a aprendizagem da Matemática, utilizando artefatos tecnológicos nas aulas de Geometria Espacial, que venham impactar positivamente no desenvolvimento da habilidade espacial dos alunos.

Nossa percepção, nesse levantamento, inclina-se para uma ausência de trabalhos com atividades contextualizadas sobre planificações dos sólidos, utilizando artefatos tecnológicos, especialmente artefatos simbólicos no *GeoGebra 3D*.

Esse aprofundamento que daremos aos problemas de nossa pesquisa levará a um aperfeiçoamento da habilidade espacial do aluno mediante as problemáticas que envolvem a visão tridimensional das formas e suas planificações. Por consequência, acreditamos que o sujeito (segundo os resultados das pesquisas desta revisão de literatura) compreenderá melhor as posições e relações entre os objetos em sua volta.

Portanto, consideramos que o presente estudo nos proporcionou aportes técnicos e teóricos para que possamos buscar contribuições para a pesquisa científica voltada para esse tema, sobretudo para as lacunas apontadas. Desta forma, estruturamos uma metodologia de pesquisa e coleta de dados (apresentadas nos próximos capítulos), que visou detectar e encontrar possíveis soluções que auxiliem no desenvolvimento das habilidades espaciais do sujeito com o uso de artefatos tecnológicos para solucionar problemas da contemporaneidade.

### 3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Com o propósito de caracterizar a Gênese Instrumental do aluno, quando este é estimulado a buscar soluções para problemas contextualizados de planificações de sólidos geométricos utilizando tecnologias digitais, propusemos realizar um estudo a partir de composições do modelo de Orquestrações Instrumentais On-line. Esta especificidade foi considerada devido à realidade vivenciada pelos alunos nos últimos dois anos em função do isolamento social imposto pela epidemia da covid-19.

Com o compromisso de acompanhar a programação dos conteúdos abordados no ano de 2021, optamos por realizar nosso experimento no terceiro bimestre do ano letivo escolar.

#### 3.1 PARTICIPANTES E CAMPO DE PESQUISA

A presente pesquisa teve como participantes quatro alunos do Ensino Médio, vinculados à Escola Estadual de Referência de uma cidade da Zona Sul de Pernambuco. Esse grupo foi escolhido para fins de coleta de dados, análises e compreensão das metas que se pretendeu investigar.

Os quatro voluntários são oriundos do 2º ano do Ensino Médio, convidados pelo autor da pesquisa por meio de uma seleção. Esses alunos foram submetidos a um experimento programado para ocorrer em três sessões com duas horas cada, totalizando seis horas, 360 minutos de experimento.

A seleção dos participantes foi feita por meio de formulário eletrônico e teve como relevância os seguintes critérios: disposição assídua em todos os encontros marcados e possuir computador ou *notebook* com internet banda larga.

Dos primeiros 19 convidados, apenas três disseram não terem interesse. Os 16 restantes seguiram o rito do preenchimento das questões contidas no formulário eletrônico: nome completo, *e-mail* educacional, turma, se possui computador, *internet* banda larga e horário disponível para os encontros.

Seis alunos atenderam todos os critérios da seleção, exceto no ponto que tratava dos horários dos encontros, o que nos levou a uma rápida reunião com eles a fim de acordamos um horário estratégico para todos.

Por incompatibilidade encontrada entre dois desses alunos, fechamos o grupo de pesquisa com os quatro que atenderam todas as demandas da seleção.

A representação dos nomes desses alunos, ao longo da descrição da metodologia, será por meio das seguintes nomenclaturas: A1, A2, A3 e A4. São representações fictícias que servirão para identificação e classificação das ações realizadas individualmente pelos participantes nas atividades da pesquisa. As demais informações indicadas pelos quatro participantes configuram a realidade no âmbito do ano em curso.

Por estarmos trabalhando com menores de idade, a autorização dos pais, responsáveis e dos gestores escolares tornou-se obrigatória, tendo sido concretizada por meio da assinatura dos seguintes documentos comprobatórios: termo de assentimento livre e esclarecido (ao aluno), termo de consentimento livre e esclarecido (aos pais ou responsáveis) e carta de anuência (à gestão escolar).

Em cumprimento aos princípios constitucionais da Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (Conep) regida pela Lei (nº 9.279/1996) §1º do art. 13 e artigo 11, Resolução CNS nº 446/2011; item X.1, 3, a, Resolução CNS nº 466/2012 e item 2.1 da Norma Operacional CNS nº 001/2013, esta pesquisa seguiu todos os protocolos de sigilo documentais na coleta de dados para a análise em razão do compromisso de confidencialidade, respeito à proteção da individualidade, observância aos direitos e obrigações relativos à propriedade industrial.

### 3.2 OS ARTEFATOS DO AMBIENTE VIRTUAL DA PESQUISA

Computador, celular, aplicativos, plataformas, redes sociais, software, problemas de Matemática etc. são artefatos que compuseram os elementos da prática experimental desta pesquisa. Sua integração e a utilização, durante as Orquestrações Instrumentais On-line, produziram resultados visuais e auditivos que nos levaram a realizar impressões e análises de suas potencialidades e limitações, quando expostos ao uso consciente dos alunos.

Antes de iniciar uma Orquestração Instrumental On-line, tanto o professor (pesquisador), quanto os alunos (voluntários) devem estar providos de todos os artefatos que serão utilizados e devidamente instalados nos computadores para o seu bom andamento.

Para tal, foi criado um protocolo que discrimina as configurações desses artefatos nos computadores ou notebooks do pesquisador e dos participantes. Os materiais físicos de manipulação, como: caneta, lápis, caderno, etc. também estão elencados neste rol.

**Figura 4:** Esquema do protocolo de configurações.

**PROTOCOLO DE CONFIGURAÇÃO – PROFESSOR E ALUNO**

CONFIGURAÇÃO DO MATERIAL – PROFESSOR E ALUNO		
Artefatos	Professor	Alunos(a)
Computador ou <i>Notebook</i> . <i>Atenção: se estiver utilizando notebook, atentar para o carregador está sempre por perto.</i>	Sim	Sim
Acesso ao <i>Google Classroom</i> , <i>Google Drive</i> e <i>Google Meet</i> com microfone, alto falante e câmera de vídeo.	Sim	Sim
Acesso à <i>internet</i> (Banda larga) com navegador.	Sim	Sim
Acesso ao <i>WhatsApp</i> e <i>WhatsApp Web</i> .	Sim	Sim
Instalação do <i>GeoGebra Classic 5.0</i>	Sim	Sim
Instalação do <i>OBS Studio - versão 27.1.1</i>	Sim	Sim
Leitor de PDF	Sim	Sim
Vídeo <i>players</i> (mp4)	Sim	Sim
Papel, caneta, lápis e borracha	Sim	Sim
Acesso aos resultados dos formulários, planilhas e gravações das partes de cada aluno.	Sim	Não



Ambiente do professor



Ambiente do aluno



Ambiente da aluna

-  Apresentação
-  Videoconferência
-  Formulário eletrônico
-  Planilha eletrônica
-  Computador
-  Smartphone
-  Plataforma Online
-  Software
-  Professor
-  Alunos(as)
-  Papel e lápis

Fonte: (GITIRANA; LUCENA, 2021, adaptada pelo autor).

A partir disso, discriminamos, com mais detalhes, os principais artefatos tecnológicos mencionados neste protocolo a fim de se obter uma melhor compreensão de suas funcionalidades ao longo da metodologia e sua importância na coleta de dados deste projeto.

### 3.2.1 *Google Workspace for Education*

O *Google Workspace for Education* (espaço de trabalho do Google para educação) é um conjunto de ferramentas e serviços adaptados para escolas e organizações de educação domiciliar. Ele está disponível no mundo todo para instituições de ensino qualificadas. Seu objetivo é organizar e facilitar o processo de ensino-aprendizagem, apoiando professores e alunos nas demandas educacionais do dia a dia. Seu pacote corporativo inclui o uso de um endereço de *e-mail* próprio e espaço de armazenamento nas nuvens (*Google Drive*). Muitos outros aplicativos como o *gmail*, calendário, mapas, *site*, *meet* e o *youtube*, estão disponíveis nesta plataforma. Ênfase para o *Docs*, o *Sheets* e o

*Slides*, que são equivalentes ao *Word*, *Excel* e *PowerPoint* da *Microsoft* (JÚNIOR, 2021).

Em se tratando de educação, destaca-se a ferramenta *Google Classroom* (*Google* sala de aula). Criada especialmente para o ambiente educacional, essa plataforma oferece, aos usuários, inovação e dinamismo por meio de diferentes formas de se apresentarem os conteúdos.

O *Google Classroom* ou a Sala de Aula do *Google* é uma ferramenta *on-line* gratuita que auxilia professores, alunos e escolas com um espaço para a realização de aulas virtuais. Por meio dessa plataforma, as turmas podem se comunicar e manter as aulas a distância mais organizadas (BRASIL ESCOLA, 2020 [s.p.]).

Por meio do *Google Classroom*, é possível propor atividades em um ambiente remoto com maior praticidade, aumentando a colaboração e a comunicação entre os participantes por meio do conjunto de ferramentas disponíveis nesta plataforma.

### Quadro 3: Atividades que podem ser realizadas na plataforma *Google Classroom*

Usuário	Atividades
Professores	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Iniciar uma videochamada.</li> <li>● Criar e gerenciar turmas, atividades e notas <i>on-line</i> sem usar papel.</li> <li>● Adicionar materiais às atividades, como vídeos do <i>YouTube</i>, uma pesquisa em um arquivo do <i>Formulários Google</i> e outros itens do <i>Google Drive</i>.</li> <li>● Dar <i>feedback</i> direto em tempo real.</li> <li>● Usar o mural da turma para postar avisos e incentivar a participação dos alunos com discussões baseadas em perguntas.</li> <li>● Convidar pais e responsáveis para se inscreverem em resumos por <i>e-mail</i> com as próximas atividades e os trabalhos pendentes dos alunos.</li> </ul>
Alunos	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Acompanhar os trabalhos e enviar as atividades.</li> <li>● Verificar a originalidade, o <i>feedback</i> e as notas.</li> <li>● Compartilhar recursos e interagir no mural da turma ou por <i>e-mail</i>.</li> </ul>
Responsáveis	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Receber um resumo por <i>e-mail</i> sobre os trabalhos dos alunos.</li> <li>● Ver avisos e realizar outras ações.</li> </ul>
Administradores	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Proteger dados e definir permissões para seus usuários.</li> <li>● Configurar turmas e listas de alunos.</li> <li>● Adicionar ou remover alunos e professores das turmas.</li> <li>● Receber ajuda do suporte 24 horas.</li> </ul>

Fonte: (GOOGLE, 2021 – adaptada pelo autor).

### 3.2.2 O Meet

O *Meet* é uma ferramenta do *Google* que possibilita aos alunos e profissionais da educação fazerem reuniões on-line, tanto pelo computador, quanto por dispositivos móveis. “O *Meet* é uma solução de videoconferência segura e confiável que contribui para formar, conectar e incentivar as comunidades escolares. Transmite aulas, reuniões de pais e professores, assembleias escolares e muito mais.” (GOOGLE, 2021 [s.p]).

Por meio do *Meet*, diversas atividades podem ser realizadas durante a videoconferência, por exemplo:

(I) Promover discussões simultâneas em grupos pequenos com as salas temáticas; (II) Dar vez e voz aos alunos com enquetes, perguntas e respostas em tempo real; (III) Manter os alunos centrados na aprendizagem com planos de fundo desfocados ou personalizados; (IV) Visualizar até 49 participantes, ao mesmo tempo, durante as aulas on-line; (V) Salvar as reuniões gravadas no Google Drive e compartilhar com os alunos por meio de link; (VI) Fixar e remover os participantes das reuniões, assim como habilitar e desativar o som de seus microfones; (VII) Desativar o chat na reunião e definir restrições sobre quem pode realizar apresentações; (VIII) Bloquear convidados anônimos e controlar o pedido de acesso à reunião, (IX) Incentivar a participação dos alunos durante as aulas virtuais com o recurso de levantar as mãos; etc. (GOOGLE, 2021).

Munido de uma interface rápida, leve e com gerenciamento inteligente de participantes, o *Meet* facilitou a realização de todas as videochamadas da pesquisa.

### 3.2.3 O Drive

O *Google Drive* é a plataforma de armazenamento de arquivos em nuvem do *Google*. O *Drive* usa a inteligência artificial para prever e mostrar, em tempo real, o que é importante para o usuário.

Atualmente, o *Google* oferece 15 GB de espaço no *Drive*, gratuitamente, para que o usuário guarde seus arquivos nos servidores e acesse, remotamente, em qualquer *desktop*, *smartphone* e *tablet* conectados à *Internet*.

O *Drive* reconhece conteúdos, colaboradores e eventos importantes, usando recursos como o acesso rápido e a pesquisa aprimorada com base no

aprendizado de máquina. Com isso, cada usuário sabe quais arquivos precisam de atenção (GOOGLE, 2021).

Moldado para facilitar o trabalho colaborativo a distância, essa ferramenta pode ser compartilhada entre professores e alunos para armazenar trabalhos realizados nas aulas virtuais, tais como apresentações, tarefas e videoconferências, além de oferecer a possibilidade de *download* dos arquivos e *backup* automático de todos os dados armazenados.

### **3.2.4 O OBS Studio**

O Open Broadcaster Software (OBS) é um software gratuito e de código aberto para a gravação e transmissão ao vivo. Esse software fornece a captura e mistura de vídeo/áudio em tempo real com alto desempenho, composição de cena, codificação, gravação e transmissão. Seus recursos são diversos e com compatibilidade para o Windows 7 e posterior. Sua praticidade permite ao usuário efetuar a transmissão de dados e enviá-los para qualquer destino com suporte compatível, incluindo pré-definições para sites, como YouTube, Facebook, Instagram etc. (OBS, 2021)

Hoje, em tempos de pandemia, a transmissão e a gravação de videoaulas em tempo real passaram a ser utilizadas por diversos profissionais da educação no Brasil e no mundo. Esse atributo é elemento central na coleta de dados desta pesquisa por meio do artefato OBS Studio.

### **3.2.5 O GeoGebra**

Com o advento das tecnologias digitais, surgiram diversos *softwares* e plataformas educacionais (gratuitas) direcionadas para auxiliar os professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem. Simples de usar e de fácil instalação, esses artefatos tecnológicos têm contribuído, significativamente, com a educação nos dias atuais.

*Geometricks*, *Winplot*, *Cabri-Géomètre* e o *GeoGebra* são exemplos de alguns desses aplicativos que podem ser utilizados como ferramenta auxiliar nas aulas de Matemática. O *GeoGebra* tem sido um grande propulsor desta causa por ter características próprias e singulares, o que nos levou a tê-lo como o principal artefato de análise desta pesquisa.

Criado em 2001 pelo professor austríaco *Markus Hohenwarter*, o *GeoGebra* é um *software* dinâmico para o ensino da Matemática que pode ser utilizado, gratuitamente, em multiplataformas para todos os níveis de ensino. Reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote. O *GeoGebra* agrega uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países, dentre eles, o Brasil.

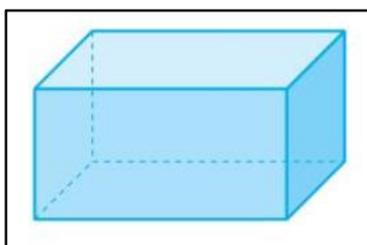
Com interface fácil de usar, e com recursos importantes, esse aplicativo pode fazer a diferença, auxiliando o professor nas aulas e oportunizando ao aluno a ampliação do seu desenvolvimento cognitivo no componente curricular Matemática. Atualmente, O *GeoGebra* tornou-se um líder na área de *softwares* de Matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (*GEOGEBRA*, 2021).

### 3.3 SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Nesta seção, vamos abordar as principais definições dos artefatos simbólicos pertinentes a este trabalho de pesquisa. Esses conceitos são tratados ao longo da Educação Básica e retratam a parte da Matemática que estuda os espaços e formas na Geometria Espacial. Para tal, tomamos como referência as definições apresentadas no livro didático: *Conexões com a Matemática 2º Ano Médio* (MARTINS, 2016) utilizado, nos últimos quatro anos, pela escola onde ocorreu nosso experimento.

#### 3.3.1 Poliedros: superfície poliédrica fechada e poliedros

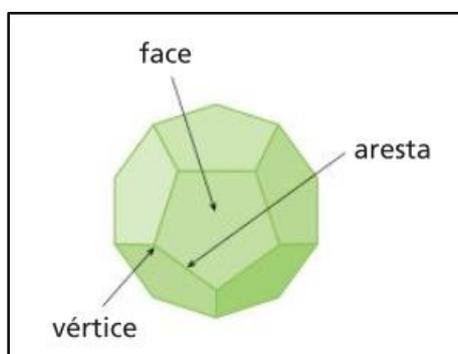
Poliedro (do grego poli, “muitas, várias”, e edro, “ace”) é o sólido geométrico formado pela reunião de uma superfície poliédrica fechada com todos os pontos do espaço delimitados por ela. Uma superfície poliédrica fechada é composta de um número finito (maior ou igual a quatro) de superfícies poligonais planas, de modo que cada lado de uma dessas superfícies coincida com apenas um lado da outra.

**Figura 5:** Poliedro.

Fonte: Martins, 2016, p.104.

### 3.3.2 Elementos de um poliedro

Em um poliedro, podemos destacar os seguintes elementos: **face** – cada uma das superfícies poligonais que compõem a superfície do poliedro; **aresta** – lado comum a duas faces; **vértice** – ponto comum a três ou mais arestas.

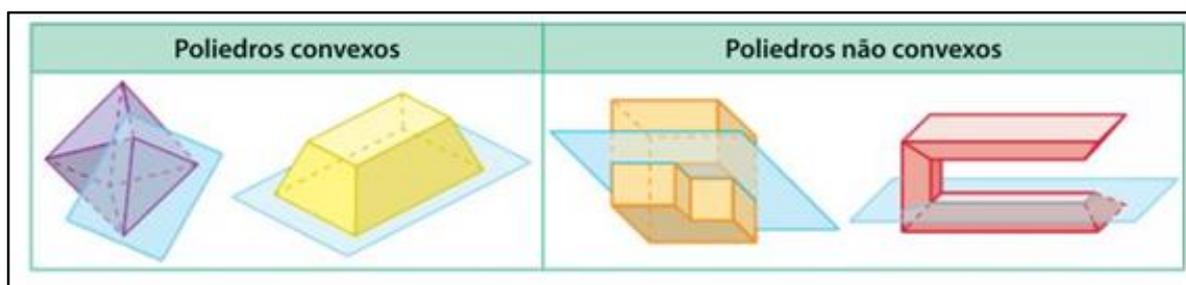
**Figura 6:** Elementos de um poliedro.

Fonte: Martins, 2016, p 104.

### 3.3.3 Poliedro convexo e poliedro não convexo

Os poliedros que não apresentam “reentrâncias” em sua superfície são denominados convexos; os que têm “reentrâncias” são denominados não convexos ou côncavos.

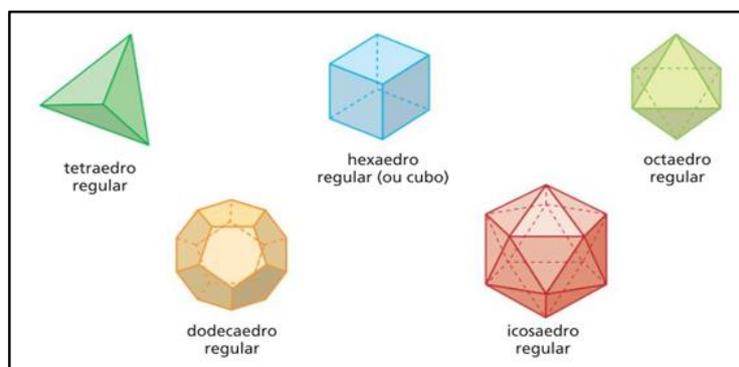
De maneira mais precisa: se cada plano que contém uma face do poliedro posiciona as demais faces em um mesmo semiespaço, então o poliedro em questão é convexo; caso contrário, é não convexo (ou côncavo).

**Figura 7:** Poliedro côncavo e convexo.

Fonte: Martins, 2016, p.105.

### 3.3.4 Poliedros regulares

Um poliedro convexo é regular quando satisfaz às seguintes condições: apresenta todas as faces regulares e congruentes entre si; todos os vértices comportam o mesmo número de arestas. Esses poliedros estão distribuídos em cinco classes.

**Figura 8:** Poliedros regulares.

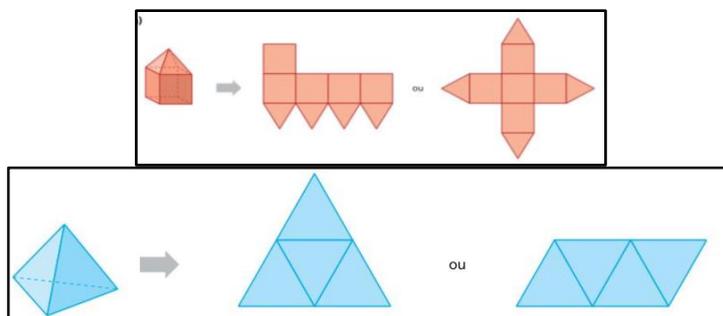
Fonte: Martins, 2016, p.107.

### 3.3.5 Planificação da superfície de um poliedro

Os poliedros podem ser representados em perspectiva ou pela planificação de sua superfície. A superfície de um poliedro, que é formada por superfícies poligonais planas, pode ser colocada sobre um plano, de tal modo que cada uma das faces do poliedro tenha, pelo menos, um lado em comum com a outra face. Obtém-se, assim, uma figura plana que costuma ser chamada de molde do poliedro, ou planificação da superfície do poliedro, ou simplesmente, planificação do poliedro.

De modo geral, as faces de um poliedro podem ser arranjadas de vários modos diferentes, desde que cada face esteja ligada a outra por, pelo menos, um de seus lados, assim como os exemplos da figura 9.

**Figura 9:** Planificações de poliedros.

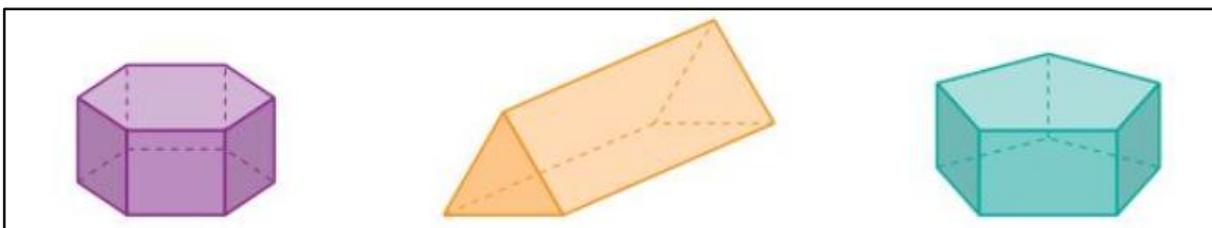


Fonte: Martins, 2016, p.107.

### 3.3.6 Prismas

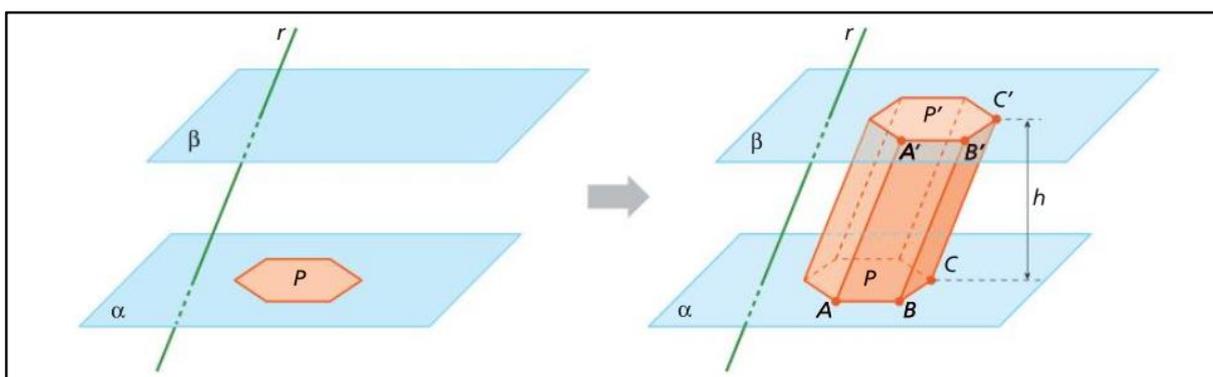
Vários objetos do espaço em que vivemos têm a forma de poliedros, entre os quais destacamos os prismas. Desde as mais simples embalagens até as mais elaboradas edificações, muitos são os exemplos da presença dos prismas no dia a dia.

**Figura 10:** Exemplos de prismas.



Fonte: Martins, 2016, p.109.

Consideremos dois planos paralelos distintos,  $\alpha$  e  $\beta$ , uma região poligonal convexa  $P$  contida em  $\alpha$  e uma reta  $r$  que intercepta os planos  $\alpha$  e  $\beta$ .

**Figura 11:** Região poligonal.

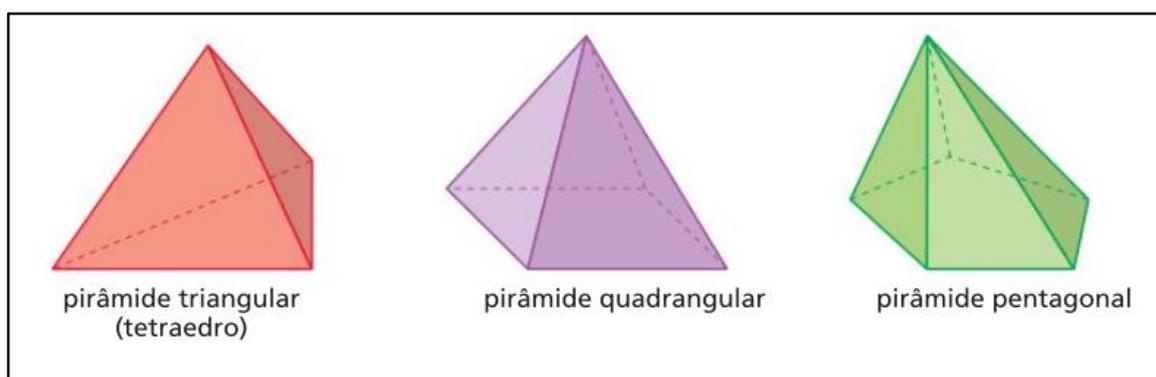
Fonte: Martins, 2016, p.109.

Chama-se prisma o poliedro formado por todos os segmentos de reta paralelos a  $r$  tais que uma de suas extremidades é um ponto da região  $P$  e a outra extremidade é um ponto no plano  $\beta$ .

Se a reta  $r$  é perpendicular aos planos  $\alpha$  e  $\beta$ , dizemos que o prisma é reto; caso contrário, ele é oblíquo.

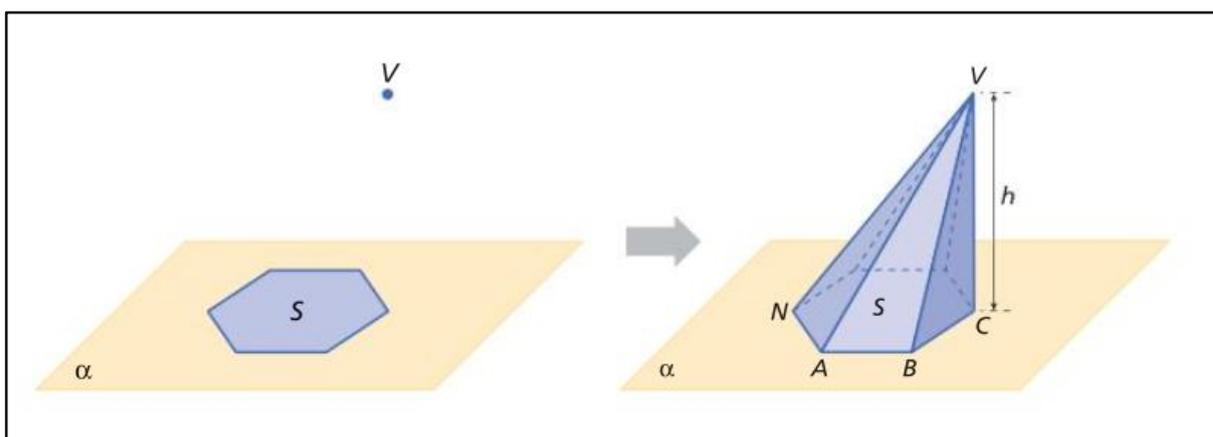
### 3.3.7 Pirâmides

Além dos prismas, as pirâmides constituem outro importante tipo de poliedro. Exercendo fascínio sobre o ser humano desde a Antiguidade, a forma piramidal tem ressurgido na Arquitetura moderna em edifícios de grande imponência. As pirâmides do Egito, a pirâmide de vidro do Museu do Louvre ou mesmo as pirâmides decorativas, são belos exemplos desse sólido.

**Figura 12:** Exemplos de pirâmides.

Fonte: Martins, 2016, p.120.

Consideremos um plano  $\alpha$ , uma região poligonal convexa  $S$  contida em  $\alpha$  e um ponto  $V$  fora de  $\alpha$ .

**Figura 13:** Região da pirâmide.

Fonte: Martins, 2016, p.120.

Chama-se pirâmide o poliedro convexo formado por todos os segmentos de reta cujas extremidades são o ponto  $V$  e um ponto da região  $S$ .

### 3.4 A CONTEXTUALIZAÇÃO

No Brasil, o termo contextualização tornou-se bastante difundido a partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação de 1996 (LDB nº 9.394/96). Grosso modo, contextualizar significa vincular o conteúdo da sala de aula à realidade de vida, atribuindo sentido ao assunto abordado por meio de problematizações e experimentos.

A contextualização tem o papel de levar o sujeito a responder a questões abrangentes da sociedade, englobando aspectos econômicos, tecnológicos, sustentáveis, sociais e éticos.

Assim como a interdisciplinaridade (que estabelece relações entre duas ou mais disciplinas ou ramo de conhecimento), a contextualização entrou na pauta das [Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica \(DCN\)](#) de 2010, assim como na Base Nacional Curricular Comum (BNCC) de 2018. Por meio delas, os profissionais da educação e da gestão escolar poderão construir um currículo alinhado à realidade dos alunos em cada região do País, o que favorece o trabalho de contextualização cultural nas atividades elaboradas pelos educadores.

Em se tratando da Matemática, o tema sobre contextualização de conteúdos torna-se bastante desafiador ao professor, o qual tem o papel de

conduzir o aluno a usar a Matemática como uma ferramenta para ler o mundo e resolver problemas que fazem parte do entorno dele. Isso não deve ser feito de maneira ingênua e limitada a um simples problema do livro didático, mas precisa possibilitar que os alunos se aproximem de situações em que seus conhecimentos matemáticos vão além da sala de aula.

Considerando os pressupostos da BNCC, fica estabelecido que a aprendizagem prevista para o Ensino Médio aponta um aprofundamento da demanda do Ensino Fundamental por meio de atividades contextualizadas com práticas experimentais. Essas atividades estimulam o letramento matemático dos estudantes com profundidade e eficiência, tendo em vista a ampliação de suas habilidades para melhor compreender a realidade e propor ações de intervenção específicas. No Ensino Médio, o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática,

aplicada à realidade, em diferentes contextos. Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. Nesse contexto, destaca-se ainda a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos, tanto para a investigação matemática, como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior. (BRASIL, 2018, p. 528).

### 3.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nossa investigação traz como metodologia a Análise Microgenética e as Videografias estudadas por Meira (1994). Por meio desse modelo, procuramos organizar a coleta de dados para ter acesso à Gênese Instrumental dos estudantes e assim descrever as relações entre agentes e suas ações mediante atividades individuais e colaborativas com artefatos tecnológicos em um ambiente de videoconferência.

De acordo com Meira (1994), “A videografia, ou registro em vídeo de atividades humanas, apresenta-se como uma ferramenta ímpar para a investigação microgenética de processos psicológicos complexos, ao resgatar a densidade de ações comunicativas e gestuais”.

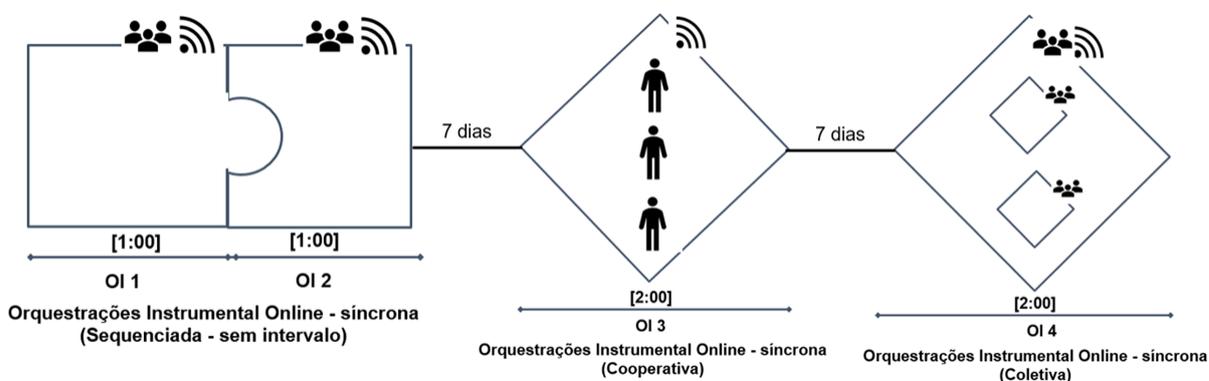
Enquanto a videografia não constitui uma panaceia metodológica que substitui definitivamente outros métodos de investigação, ela sem dúvida permite um acesso privilegiado aos conteúdos microscópicos da atividade humana. Por sua vez, o modelo interpretativo microgenético permite um nível explicativo da ação humana que escapa à análise tradicional através de esquemas de categorização de estratégias. O valor combinado da videografia e da análise microgenética amplia consideravelmente o poder exploratório da Psicologia Cognitiva, ampliando também os objetivos desta disciplina no sentido de investigar atividades complexas fora dos limites do laboratório (MEIRA, 1994 p.71)

No que tange aos procedimentos metodológicos deste projeto, utilizamos a Orquestração Instrumental On-line (GITIRANA; LUCENA, 2021) para fins de construção da abordagem de ensino, dando suporte para aumentar as chances de ocorrer a Gênese Instrumental, foco desta pesquisa.

O ambiente virtual foi formado pela plataforma *Google Classroom*, juntamente com os artefatos discriminados nos protocolos de configuração do professor e do aluno. O próprio professor (pesquisador) teve o papel de aplicador, observador, analista e registrador documental de cada etapa.

Uma composição de quatro Orquestrações Instrumentais On-line integrou nosso quadro metodológico, que se desenvolveu em três encontros, como previsto no diagrama a seguir, figura 14, construído de acordo com o modelo de diagramas de Gitirana e Lucena (2021).

**Figura 14:** Composição de esquema das quatro Orquestrações Instrumentais On-line.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No primeiro encontro, foi realizado um trabalho conjunto de configuração, instalação, testes e conhecimentos básicos dos artefatos tecnológicos que foram utilizados ao longo da pesquisa. Nesse mesmo encontro, desenvolvemos um

debate coletivo para proporcionar a discussão entre os sujeitos e o objeto matemático (planificação de sólidos).

Como elemento motivador para o debate, recorreremos um vídeo (<https://www.youtube.com/watch?v=DV7KRGMEzy4>) sobre a importância desse tópico matemático no dia a dia do sujeito. Por fim, definimos planificações de alguns sólidos geométricos por meio de apresentação de slides.

No segundo encontro, demos uma atenção exclusiva ao uso do GeoGebra 3D a fim de preparar os estudantes para as atividades práticas que ocorreriam. Levamos os alunos a conhecer e executar as principais ferramentas e configurações que deram origem aos sólidos geométricos, suas planificações e animações. Ainda nesse encontro, concedemos oportunidade para cada participante executar uma tarefa de fixação para conhecer melhor o GeoGebra e esclarecer dúvidas pontuais, cooperativamente, entre professor e aluno e aluno/aluno.

No terceiro e último encontro, iniciamos os trabalhos direcionados à resolução dos problemas contextualizados com o software GeoGebra de forma coletiva (grupos de alunos). Nessa etapa, demos uma atenção específica às observações voltadas ao desenvolvimento da Gênese Instrumental do aluno no trabalho coletivo visando a um objetivo comum.

### 3.6 O EXPERIMENTO

Nesta seção, descreveremos, com maior detalhamento, o processo metodológico do nosso experimento que aconteceu em três momentos. Por meio deles, buscamos encontrar possíveis respostas a nossas conjecturas em função das Fundamentações Teóricas escolhidas para embasar esta pesquisa.

Mencionamos, nas fundamentações desta pesquisa, que, segundo Lucena (2018), a configuração didática de uma orquestração instrumental denota o momento em que o professor/pesquisador deve planejar e escolher os artefatos a serem disponibilizados durante a pesquisa.

É nesse componente que se define a situação matemática (em nosso caso, planificações sólidas), as funções de cada sujeito e o tempo de duração das sessões experimentais.

No modo de execução, o professor tem o papel de explorar a configuração didática em benefício do desenvolvimento da Gênese Instrumental dos estudantes durante a vivência da orquestração.

Antecipadamente ao primeiro encontro, construímos ferramentas para dialogar com os participantes da pesquisa: uma sala no *Google Classroom*, um *link* fixo para acessar o *Google Meet* e um grupo no *Whatsapp*. Nesses ambientes, dialogamos e encaminhamos todos os materiais necessários para as atividades do experimento.

Um tutorial construído pelo próprio pesquisador, em formato de vídeo ([https://www.youtube.com/watch?v=Yif7\\_eVJ8bM](https://www.youtube.com/watch?v=Yif7_eVJ8bM)), foi disponibilizado, antecipadamente, para todos os participantes com o objetivo de orientá-los nas demandas: instalar (via *internet*) o *GeoGebra Clássico 5.0* e o aplicativo *OBS Studio, versão 27.1.1*, (ambos gratuitos); sincronizar o *Whatsapp* do celular com o navegador da *Web* (objetivando facilitar o diálogo e o encaminhamento de documentos durante as sessões) e realizar as primeiras configurações necessárias para registrar todos os momentos dos encontros.

Convém lembrar que a execução dessas tarefas que antecederam o primeiro encontro do experimento não fez parte dos nossos registros de coletas de dados. Ou seja, as ações dos alunos fora do ambiente virtual não são focos de nossas análises.

A partir disso, o roteiro a seguir foi seguido pelo professor e alunos antes do início de cada Orquestração Instrumental:

- a. Entrar no *Google Meet* por meio do link fixado na sala do *Google Classroom*.
- b. Ativar a gravação no *Meet* e no *OBS Studio* (o primeiro competindo, somente, ao professor).
- c. Convidar, pelo *Whatsapp*, os participantes a entrarem no ambiente virtual.
- d. Certificar-se se todos os participantes estão com o *OBS Studio* na função “*gravando*” e microfones disponíveis para a utilização, sempre que necessário.

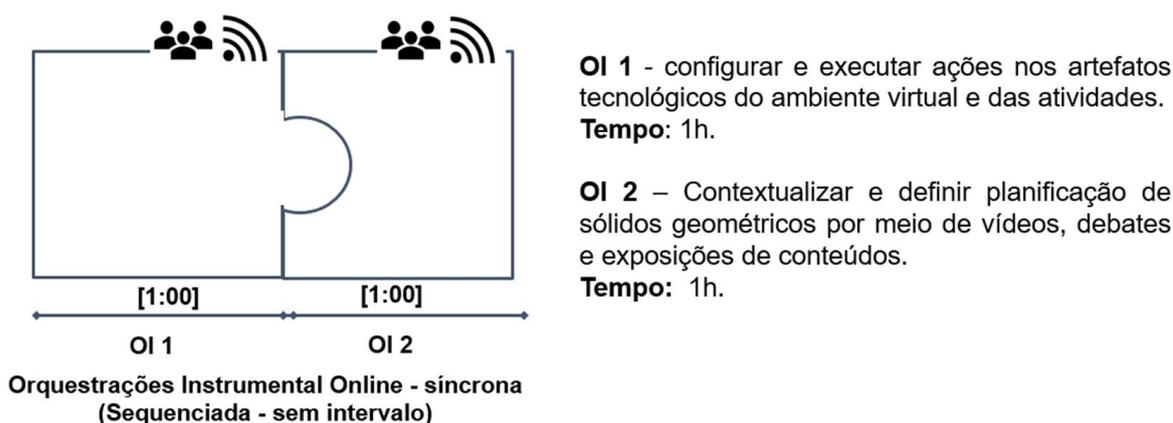
Com essa estratégia, buscamos registrar, por meio das gravações, cada esquema de utilização e ação desenvolvido pelo aluno de forma particular e coletiva.

A seguir, descreveremos as sessões de cada Orquestração Instrumental com suas respectivas situações, objetivos e expectativas de aprendizagem.

### 3.6.1 O primeiro momento

No primeiro encontro, ocorreram duas Orquestrações Instrumentais Online (OI1 e OI2) síncronas, sequenciadas e sem intervalo, as quais foram estruturadas para terem duas horas de duração, com previsão de uma hora para cada OI, conforme o diagrama da Figura 15.

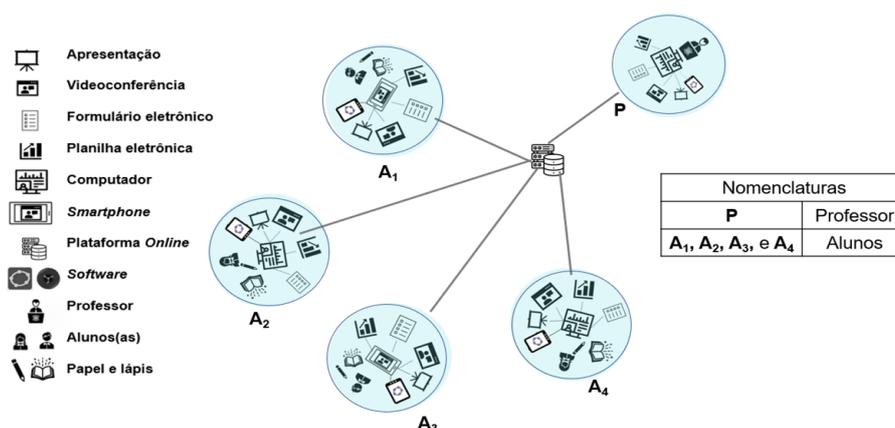
**Figura 15:** Esquemas da OI1 e OI2.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A configuração de ensino remoto desta pesquisa foi projetada para que ocorra interação direta entre professor/aluno e aluno/aluno no mesmo ambiente virtual.

**Figura 16:** Cenário da configuração didática da OI1, OI2 e OI3.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Essa configuração compõe duas exposições diferentes: a primeira direcionada para atender às necessidades das Orquestrações 1, 2 e 3, conforme esquema na figura 16, e a segunda voltada para as estratégias da Orquestração Instrumental On-line 4, de acordo com o exposto na figura 21 mais à frente..

#### *3.6.1.1 Orquestração instrumental On-line 1 (OI1)*

Na primeira Orquestração Instrumental On-line, tivemos uma situação mais técnica de configurações e testagem de todos os artefatos tecnológicos que foram utilizados nas OI 1, 2, 3 e 4.

Seu objetivo foi levar os estudantes a terem maior familiaridade com os artefatos disponíveis no ambiente virtual e agregar novos elementos aos seus conhecimentos prévios, objetivando contribuir no bom andamento das OIs. Diante dessas considerações, convém aproveitar todo o potencial da Matemática e suas Tecnologias já constituído por esses estudantes no Ensino Fundamental (BRASIL, 2018).

A expectativa da OI1 deu-se quanto ao desenvolvimento de esquemas de ação dos alunos, capazes de garantir segurança no manuseio dos artefatos tecnológicos, uma vez que a aquisição desse conhecimento foi pré-requisito para que fossem alcançados possíveis bons resultados no desdobramento das Orquestrações seguintes.

#### *3.6.1.2 Orquestração Instrumental On-line 2 (OI2)*

A OI2 foi destinada à vivência prática de uma situação de motivação matemática atrelada às planificações de sólidos geométricos na sociedade e, sobretudo, na experiência de vida do aluno.

O tema das planificações dos sólidos geométricos foi explorado por meio da análise de vídeo, desafios, debates de ideias e exposição de conteúdo.

O objetivo da OI2 foi identificar o grau de conhecimento prévio do sujeito sobre o tema, agregar novas experiências e criar um ambiente de empatia entre eles a fim de motivar a participação de cada um nas atividades individuais e coletivas que ocorreram na OI3 e OI4, foco central de nossas observações.

Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e avaliações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver

representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. (BRASIL, 2018, p. 529)

A contextualização do assunto deu-se por meio da reflexão extraída de um vídeo (<https://www.youtube.com/watch?v=DV7KRGMEzy4>) com duração de quatro minutos e vinte e três segundos (pré-montado pelo pesquisador). O tema do vídeo relaciona-se com o contexto da história das embalagens do Brasil, as funções das embalagens mediante o uso do consumidor e apresenta alguns cortes e montagens de caixas de papelão feitas por uma máquina e por mãos humanas.

A dinâmica do debate girou em torno do conteúdo do vídeo, sua relação com a Matemática ensinada na sala de aula e a vivência trazida pelo estudante.

É sabido que nos debates pode ocorrer a falta de engajamento de um ou mais participantes,, por timidez ou por motivos diversos, o que leva o educador a tentar criar uma relação de confiança por meio de estratégias, como elogiar pequenos gestos realizados pelo sujeito.

Além disso, o professor deve usar a estratégia de trazê-lo para o debate, sempre que possível, por meio de perguntas personalizadas para o aluno. Essa estratégia engendra o fortalecimento e o engajamento de todos no debate de ideias.

Nossa estratégia para o debate deu-se sob a forma de uma pequena competição entre os alunos, com a seguinte metodologia: após a exibição do vídeo, individualmente, os participantes responderam a perguntas objetivas extraídas do vídeo, com alternativas gabaritadas.

Na primeira rodada, os alunos assistiram a pequenos trechos do vídeo pré-selecionado pelo professor. No ponto estratégico, o vídeo foi pausado, seguido da pergunta “o que a continuação deste vídeo retrata?”.

Enquanto escolhiam entre três alternativas expostas na tela do professor, um cronômetro com contagem regressiva de 30 segundos era ativado. Após a resposta do estudante e ao final do tempo cronometrado, o vídeo continuou sua exibição a fim de fornecer o resultado correto do gabarito para que o estudante o confrontasse com o seu.

Encerrou-se o primeiro momento da competição após duas rodadas para cada aluno.

A segunda rodada foi composta por perguntas gabaritadas (“a”, “b” e “c”) e tempo cronometrado de 30 segundos para as respostas. O mesmo rito de ordem da primeira etapa da competição foi mantido.

A fim de estimular a competição nos dois momentos, as pontuações da segunda fase foram maiores que a primeira, ou seja, cada acerto na primeira fase correspondeu a 10 pontos. Na segunda fase, o valor de cada acerto passou para 20 pontos. Dessa forma, o aluno que não pontuou no início continuou com chances de virar o jogo enquanto durou a competição.

Ao final deste momento, foi anunciado o possível vencedor da competição e teve início o debate de ideias com perguntas mais abrangentes sobre o tema.

Por meio desse momento lúdico, os participantes trouxeram para o debate observações relevantes extraídas do vídeo e comentários sobre experiências vividas com as embalagens, suas confecções, utilizações e sua relação com a Matemática ensinada na sala de aula.

É imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. (BRASIL, 2018, p. 298)

O debate no grupo (regido por perguntas e provocações do professor) teve por finalidade a fixação do conteúdo e a construção de um ambiente confiável e espontâneo para que todos participassem de forma voluntária.

A participação do professor ficou configurada na organização da ordem de fala dos alunos, na provocação das ideias levantadas na competição e nas perguntas mais abrangentes do tema, como: Para você, qual a finalidade de se planificar os sólidos geométricos? Qual sentido as embalagens trazem para o estudo das planificações dos sólidos?

Ao término do debate, por meio de apresentações de *slides* e animações, definiu-se o conceito de planificações de sólido, representações dos principais sólidos geométricos (sobretudo os prismas e as pirâmides) e algumas de suas planificações feitas no próprio *GeoGebra*.

O roteiro da primeira e da segunda Orquestração Instrumental *On-line* foi vivenciado em um mesmo encontro com previsão de duas horas de duração, sem intervalo.

**Quadro 4:** Sequência de atividades das OI1 e OI2

1º Encontro	
Tempo estimado: duas horas de duração sem intervalo	Atividades
	Verificar, por meio do diálogo, se os participantes obtiveram êxito nas instalações do <i>OBS Studio</i> e do <i>Geogebra</i> . Sanar dúvidas pontuais para manter o <i>OBS Studio</i> em gravação durante todas as sessões.
	Em caráter de treinamento, promover entre alunos: Compartilhamento de tela no <i>Meet</i> ; Realizar diálogo simultâneo no chat e no <i>Whatsapp Web</i> . Buscar documentos no <i>Google Classroom</i> . Salvar, importar e compartilhar arquivos no <i>Google Drive</i> , etc. Fazer testes elementares com o <i>GeoGebra 3D</i> .
	Contextualizar planificações de sólidos por meio de competições, debates, vídeos, <i>slides</i> , definições e exemplificações das principais planificações que foram abordadas nas atividades.
	Orientar os alunos a salvarem as gravações e encaminhar para o professor através do <i>Driver</i> . Este último procedimento foi feito ao final de cada encontro.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A expectativa de aprendizagem na OI2 projetou-se no desenvolvimento de habilidades no aluno para reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações das planificações dos sólidos geométricos.

É comum observar professores ensinando planificações dos sólidos com o objetivo, único e elementar, de calcular a área da superfície externa desses sólidos. A segunda Orquestração Instrumental prestou-se a mostrar outras percepções por parte do estudante no sentido de saber como a apropriação desse novo conhecimento pode contribuir no aprofundamento da aplicabilidade desse conteúdo no cotidiano da sociedade.

A OI2 nos levou a fazer uma boa leitura dos esquemas desenvolvidos pelo sujeito na construção de ideias provindas do Ensino Fundamental, na percepção das planificações dos sólidos no seu dia a dia e no conhecimento matemático para realizar a leitura das formas geométricas representadas no mundo real.

Além disso, conforme orientam as competências de aprendizagem da BNCC, utilizar as tecnologias de informação e comunicação na aprendizagem da Matemática concorre para a formação geral do indivíduo. É competência da Matemática e suas tecnologias, no Ensino Médio, utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos,

sejam atividades cotidianas, socioeconômicas, tecnológicas e das ciências da natureza e humanas (BRASIL, 2018).

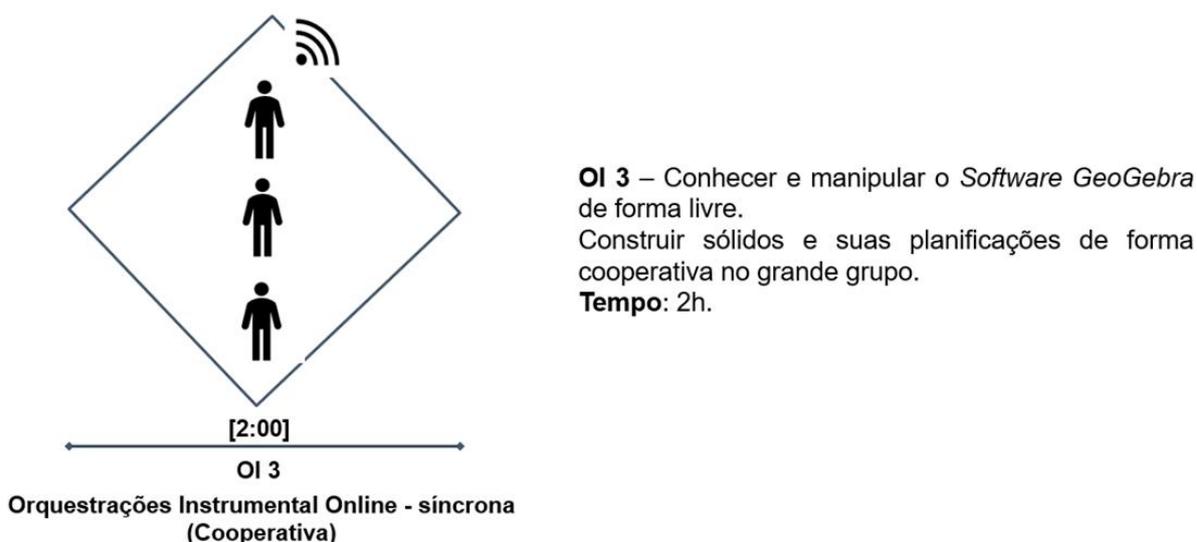
### 3.6.2 O segundo momento - a Orquestração Instrumental On-line (OI3)

O segundo encontro traduziu-se em uma única Orquestração Instrumental On-line (OI3) síncrona, cooperativa e sem intervalo, estruturada para duas horas de duração, conforme mostra o diagrama da figura 17.

A OI3 tem por objetivo central levar o aluno a conhecer e manipular o *GeoGebra 3D* por meio de algumas ferramentas existentes na interface gráfica desse *software*. Essas poucas ferramentas apresentadas ao aluno pelo pesquisador/professor foram capazes de oferecer condições mínimas para resolver os problemas contextualizados, aos quais foram submetidos.

Isso não impediu que o sujeito explorasse, no *software*, as muitas outras ferramentas capazes de facilitar a sua tarefa. Aliás, isso foi estratégico para nossas análises que buscou, também, identificar o processo de instrumentação do sujeito por meio da curiosidade.

**Figura 17:** Esquemas da OI3.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Também foi estratégia da OI3 contribuir no desdobramento de um trabalho cooperativo entre professor e aluno e aluno/aluno. As tarefas realizadas nessa cooperação foram caracterizadas por construções básicas de sólidos com suas respectivas planificações no *GeoGebra*.

Para tanto, propôs-se colocar em jogo, de modo inter-relacionado, os conhecimentos já explorados nas Orquestrações Instrumentais anteriores acerca da contextualização das planificações dos sólidos.

A situação proposta na OI3 desdobrou-se em duas demandas realizadas no mesmo ambiente virtual do grande grupo:

- a. a que tratou da exploração do *GeoGebra* para conhecer seus recursos.
- b. a que utilizou os recursos do *GeoGebra* para resolver uma situação matemática (Q1).

Essas duas disposições exigiram do estudante habilidades e conhecimentos prévios para articular a teoria com a prática.

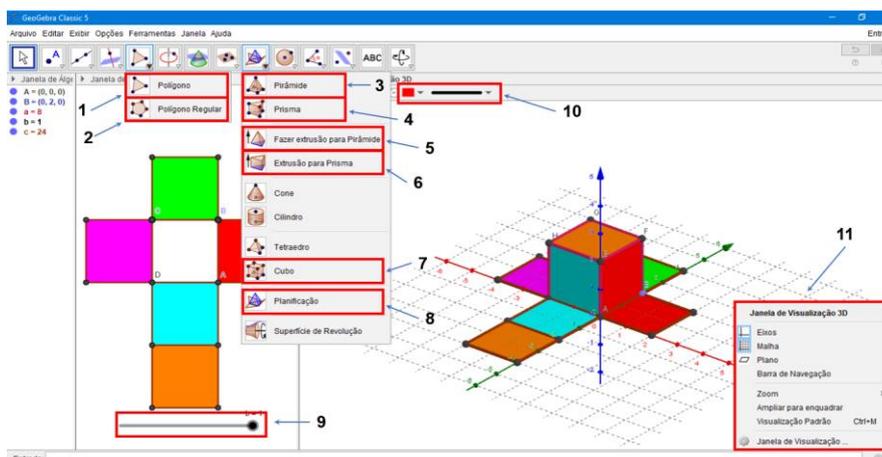
Na primeira demanda (a), por meio do compartilhamento de tela no ambiente virtual, o professor apresentou aos alunos a interface gráfica do *GeoGebra 3D* e iniciou uma sequência de navegação, mostrando-lhes o passo a passo para chegar a cada ferramenta do *software*.

Essas ferramentas são dinâmicas e facilitam a construção de formas geométricas, simples ou complexas, por meio de poucos movimentos conduzidos pelo *mouse*, o que permitiu ao professor executar vários exemplos na presença dos alunos para que pudessem ver, entender e fazer outros modelos com sua tela compartilhada no grande grupo.

Enquanto durou a exposição de conteúdo do professor, os estudantes tiveram liberdade para, a qualquer momento, sanarem dúvidas e fazerem questionamentos sobre a situação proposta. O tempo estimado para a conclusão dessa primeira parte girou em torno de uma hora.

Segue, na figura 18, a discriminação das principais ferramentas do *GeoGebra 3D Clássico 5.0* com seus respectivos comandos e atributos.

**Figura 18:** Representação da interface gráfica do *GeoGebra 3D*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

1. Polígono - cria um polígono (selecione todos os vértices, e então, o vértice novamente).
2. Polígono regular - cria um polígono regular (selecione primeiro dois pontos e, depois, entre com o número de vértices).
3. Pirâmide - cria uma pirâmide (selecione um polígono para a base, então selecione um ponto superior).
4. Prisma - cria um prisma (selecione um polígono para a base, então selecione um ponto superior).
5. Fazer extrusão para pirâmide - cria uma pirâmide a partir de um valor fixo para a altura (selecione um polígono ou círculo e então especifique a altura).
6. Extrusão para prisma - cria um prisma a partir de um valor fixo para a altura (selecione um polígono ou círculo e então especifique a altura).
7. Cubo - cria um cubo (selecione dois pontos ou outros objetos correspondentes).
8. Planificação - planificar a representação do poliedro (selecione o poliedro).
9. Controle deslizante - anima, por exemplo, a planificação (selecione uma posição).
10. Cor e transparência (atribui cores às faces e aos vértices do poliedro).
11. Janela de atalho para propriedades (atalho para atividades diversas).

A segunda demanda (b) proposta na OI3 partiu de uma situação matemática (Q1) voltada para a construção e planificação de um sólido geométrico a partir de uma contextualização de embalagens comerciais conhecidas pelos alunos.

Situação: *Escolha uma das embalagens abaixo e construa um sólido geométrico que melhor se aproxime da imagem. Execute a planificação do sólido que você criou e coloque cores adequadas nas faces.*

**Figura 19:** Problema contextualizado (Q1).

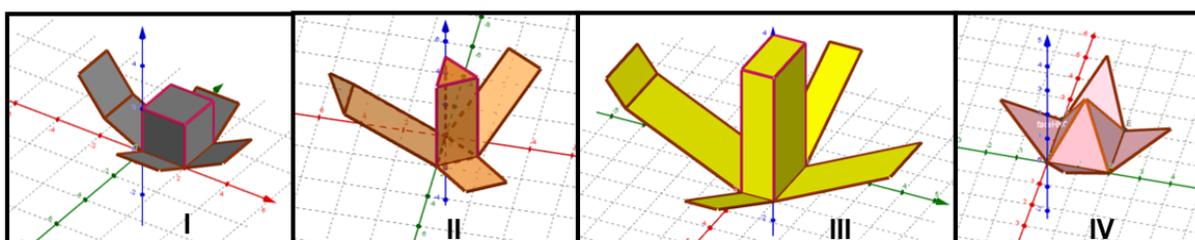


Fonte: Elaborada pelo autor.

O objetivo dessa atividade é levar o estudante a imaginar e construir um sólido no *GeoGebra*, com sua planificação, que representa a contextualização dada.

Espera-se que, ao final da atividade, eles desenvolvam sólidos geométricos (com suas planificações) iguais, congruentes ou similares aos mostrados na figura 20.

**Figura 20:** Análise *a priori* da situação problema Q1.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para isso, o estudante deve apropriar-se dos elementos matemáticos: proporcionalidade, plano cartesiano, polígono, poliedro e planificação. A partir disso, instrumentalizar-se no *GeoGebra* com os artefatos: mover, polígono,

extrusão de prisma e pirâmide, planificação, controle deslizante e cor e transparência.

Essa situação foi projetada para que os alunos tivessem o primeiro desafio de explorar o *GeoGebra*, cooperativamente no grande grupo, a partir de uma situação contextualizada.

A fim de evitar que dois ou mais alunos escolhessem a mesma embalagem para construir no *GeoGebra*, houve um sorteio entre os quatro participantes, o que possibilitou a distribuição adequada.

Embora a questão traga um aspecto de trabalho individual, em seus respectivos computadores, o aluno teve a liberdade para consultar o professor ou os colegas sempre que desejasse para sanar dúvidas e solucionar o problema.

É sempre bom lembrar que a OI3 trouxe um único momento síncrono com professor e alunos no mesmo ambiente virtual (*Meet*). Desta forma, todas as atividades foram compartilhadas (um aluno por vez) no grande grupo, na expectativa de que todos apresentassem ideias que contribuíssem no trabalho uns dos outros.

O roteiro da terceira Orquestração Instrumental On-line foi previsto para ser vivenciado em duas horas de duração, sem intervalo.

#### Quadro 5: Sequência de atividades da OI3.

2º Encontro	
	Atividades
Tempo estimada: duas horas de duração sem intervalo	Conhecer e manipular o <i>GeoGebra</i> , sua interface gráfica 3D, as principais ferramentas, as construções básicas de alguns poliedros, suas planificações e atribuição de cores nas faces e vértices.
	Sortear embalagens entre os participantes para construir no <i>GeoGebra</i> . Resolver a situação problema (Q1) de forma cooperativa no grande grupo com compartilhamento de tela.
	Fazer comentários e contribuições gerais.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A expectativa de aprendizagem na OI3 era a de detectar o desenvolvimento do processo de instrumentação do sujeito ao integrar

esquemas de ação instrumentada no *software GeoGebra* a partir de artefatos simbólicos no intuito de resolver situações-problema.

Para tal, se fez necessário que ocorressem os pressupostos teóricos da Gênese Instrumental: a instrumentalização (momento em que o aluno vai inserir o *GeoGebra* em sua prática a fim de conhecer suas propriedades) e o surgimento do instrumento (momento em que o aluno irá atribuir esquemas de ação instrumentada no artefato - o *GeoGebra* - para resolver a situação proposta).

Imaginamos que essa tarefa traria uma série de desafios para o estudante por estar utilizando o *GeoGebra* de forma não trivial, mas, a partir de uma contextualização, propiciando-lhe o desenvolvimento de sua gênese instrumental.

A noção de escala, por exemplo, pode ser uma das variáveis que venham dificultar o trabalho do aluno, uma vez que a questão determina a construção dos sólidos com a aproximação das representações contidas na imagem. Isso nos leva a questionar qual parâmetro que o aluno tomará para correlacionar essa aproximação.

Outra variável que podemos citar é a noção de perspectiva das embalagens, sobretudo, na pirâmide mostrada na situação-problema. O aluno será capaz de detectar, antes da construção, que a base da pirâmide é quadrangular e não triangular?

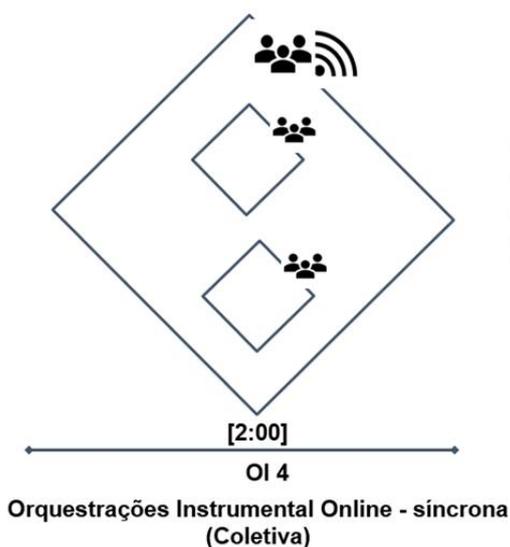
Por fim, apontamos outra variável que provém da habilidade do sujeito inerente à curiosidade. Como foi visto, o número de ferramentas do *GeoGebra* que foi apresentado aos alunos não ultrapassou onze unidades. Os alunos se limitariam a usar essas poucas ferramentas para solucionar o problema?

Esses questionamentos contribuíram para identificar o desenvolvimento da Gênese Instrumental dos participantes, oriunda dos esquemas utilizados para executar as atividades requeridas, assim como as estratégias para solucionar os problemas de forma clara, objetiva e cooperativa.

### **3.6.3 O terceiro momento**

O terceiro e último encontro constituiu-se em uma única Orquestração Instrumental On-line (OI4) síncrona, coletiva e sem intervalo, estruturada para ocorrer em duas horas, conforme mostra o diagrama na figura 21.

**Figura 21:** Esquemas da OI4.



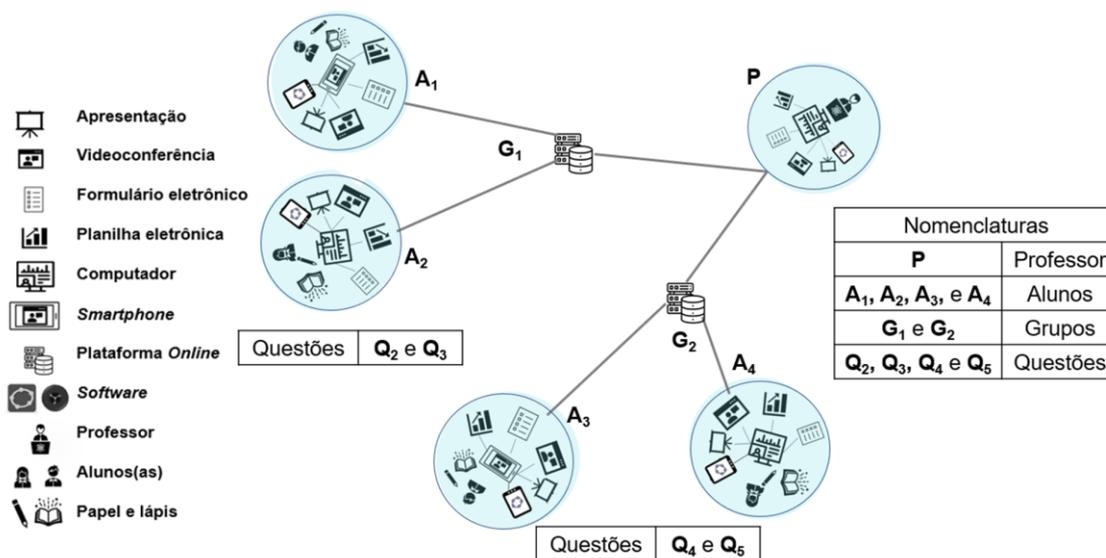
**OI 4** – Dividir grupos para atividades coletivas a partir de casos com situações problemas contextualizados. Socializar ao grande grupo resultados do trabalho coletivo e tecer comentários por meio de debates de ideias.  
**Tempo:** 2h

Fonte: Elaborada pelo autor.

A execução da OI4 necessitou de uma nova configuração que desse ênfase à interação entre grupos de alunos em ambientes virtuais diferentes, porém integrados.

Essa configuração compôs o grande grupo (formado pelo professor e alunos) e os subgrupos (formados pelos grupos de alunos) em salas virtuais distintas. Isso foi possível, porque o *Meet* (ferramenta de videoconferência do *Google*) permite realizar atividades para promover discussões simultâneas em grupos pequenos com salas temáticas.

**Figura 22:** Cenário da configuração didática da OI4.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A OI4 teve por objetivo vivenciar situações matemáticas contextualizadas, por meio da prática coletiva entre dois grupos de alunos, submetidos a atividades com embalagens comerciais no formato de prisma, pirâmides e suas respectivas planificações.

A situação proposta da OI4 trouxe um conjunto de quatro problemas montados para explorar, no *GeoGebra*, a habilidade espacial e os elementos que constituem a gênese instrumental do aluno: o artefato, o instrumento, a instrumentalização e a instrumentação.

Os quatro problemas foram elaborados pelo próprio autor da pesquisa, visando detectar esses pressupostos na performance didática da orquestração.

**Situação 1:** *As embalagens estão presentes em quase todos os produtos industrializados que consumimos no dia a dia. Antes de chegar ao consumidor, elas passam por um rigoroso processo de montagem que vai desde a escolha do papel, plástico ou papelão chegando, por fim, à sua forma planificada, como mostra a imagem.*

**Figura 23:** Problema contextualizado (Q2).



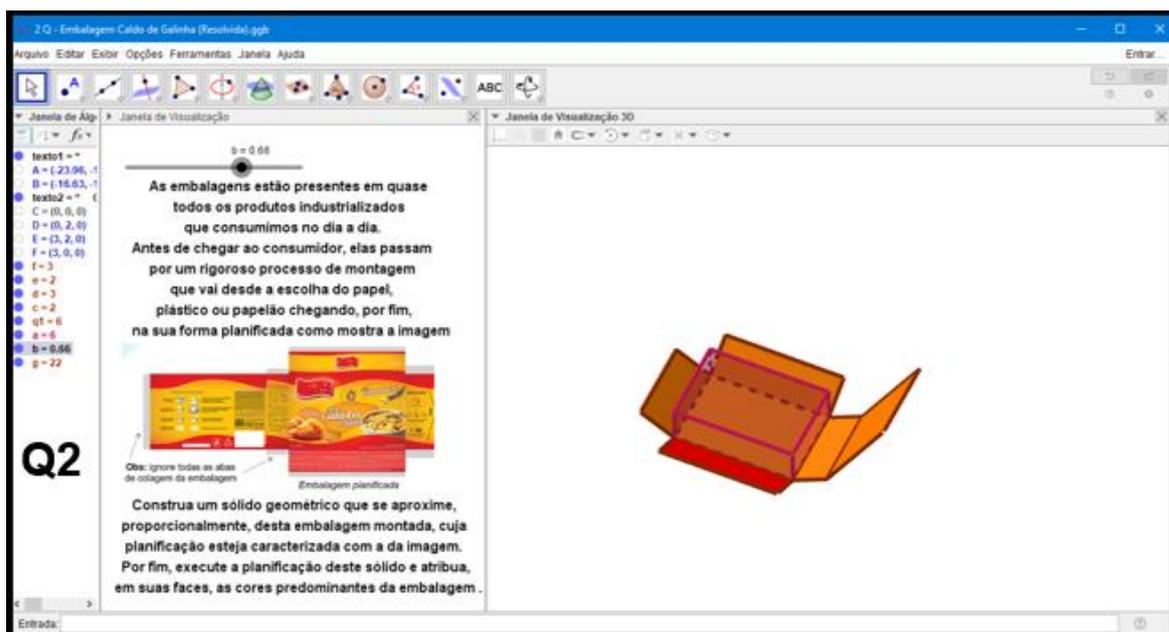
Fonte: Internet - adaptada pelo autor.

*Construa um sólido geométrico que se aproxime, proporcionalmente, desta embalagem montada, cuja planificação esteja caracterizada com a da imagem. Por fim, execute a planificação deste sólido e atribua, em suas faces, as cores predominantes da embalagem.*

O objetivo dessa atividade é levar o estudante a imaginar e construir um sólido no formato de um paralelepípedo com sua planificação.

Espera-se que, ao final da atividade, eles desenvolvam um sólido geométrico (com sua planificação e pintura) igual, congruente ou similar ao mostrado na figura 24.

**Figura 24:** Análise *a priori* da situação problema Q2.



Fonte: Elaborada pelo autor.

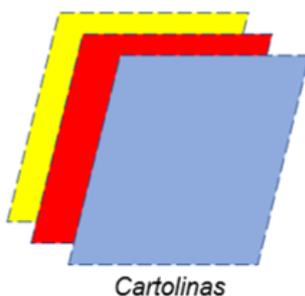
Para isso, os estudantes devem apropriar-se dos elementos matemáticos: proporcionalidade, plano cartesiano, polígono, poliedro e planificação. A partir disso, eles precisam instrumentalizar-se no *GeoGebra* com os artefatos: mover, polígono, extrusão de prisma, planificação, controle deslizante, cor e transparência e animação

**Situação 2:** Ao final da aula de Geometria Espacial, a professora do Renato desafiou a turma a construir um cubo com cartolinas, cujas cores disponíveis eram: azul, vermelha e amarela. Para abrilhantar sua tarefa, Renato construiu seu cubo utilizando os seguintes critérios:

1° - As faces opostas devem ter as mesmas cores.

2° - Em cada ponto dos vértices, as arestas com cores iguais não devem se encontrar.

**Figura 25:** Problema contextualizado (Q3).



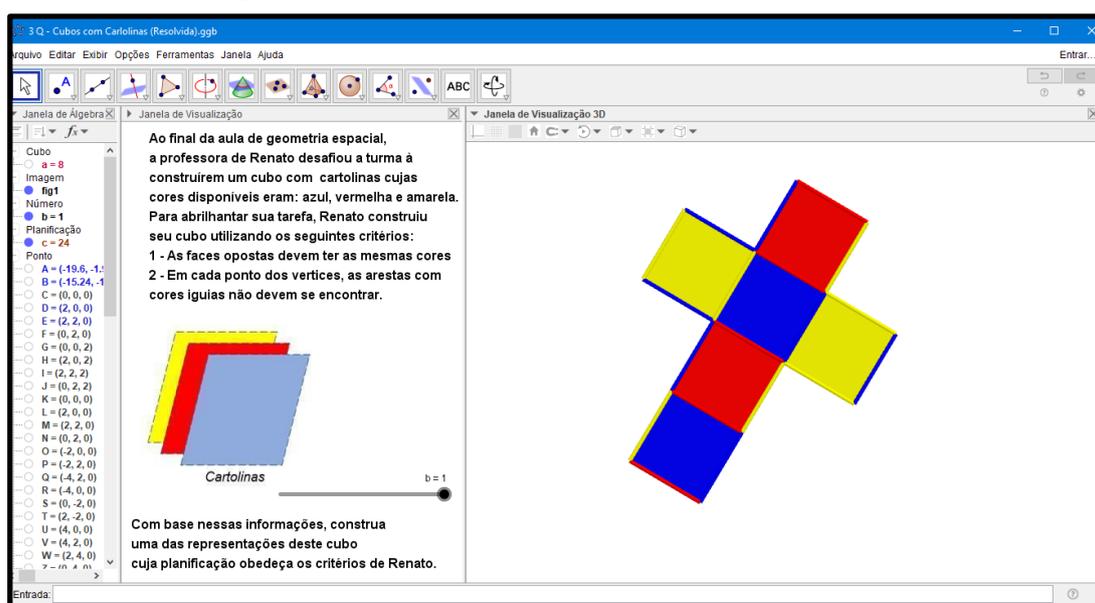
Fonte: Elaborada pelo autor.

Com base nessas informações, construa uma das representações desse cubo, cuja planificação obedea aos critérios de Renato.

O objetivo dessa atividade é levar o estudante a estimular a habilidade espacial por meio de pinturas de dois elementos que compõem a estrutura de um cubo: as faces e as arestas.

Espera-se que, ao final da atividade, eles desenvolvam uma planificação do cubo com pintura (nas faces e arestas) igual ou similar ao mostrado na figura 26.

**Figura 26:** Análise *a priori* da situação problema Q3.

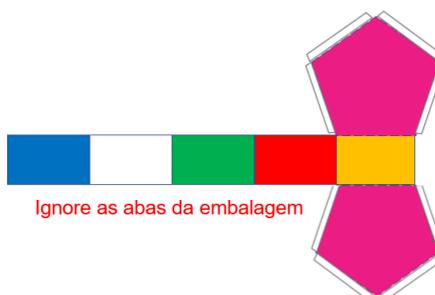


Fonte: Elaborada pelo autor.

Para isso, os estudantes devem apropriar-se dos elementos matemáticos: faces, vértices e arestas do poliedro; paralelismo e planificação. A partir disso, precisam instrumentalizar-se no *GeoGebra* com os artefatos: mover, controle deslizante, cor e transparência e animação

**Situação 3:** Para atender às exigências de sua clientela, Fernanda decidiu renovar seu estoque de embalagens para presentes de Natal. Ela encomendou ao seu fornecedor um novo modelo de embalagem, cuja planificação está ilustrada na figura 27.

**Figura 27:** Problema contextualizado (Q4).



Fonte: Elaborada pelo autor

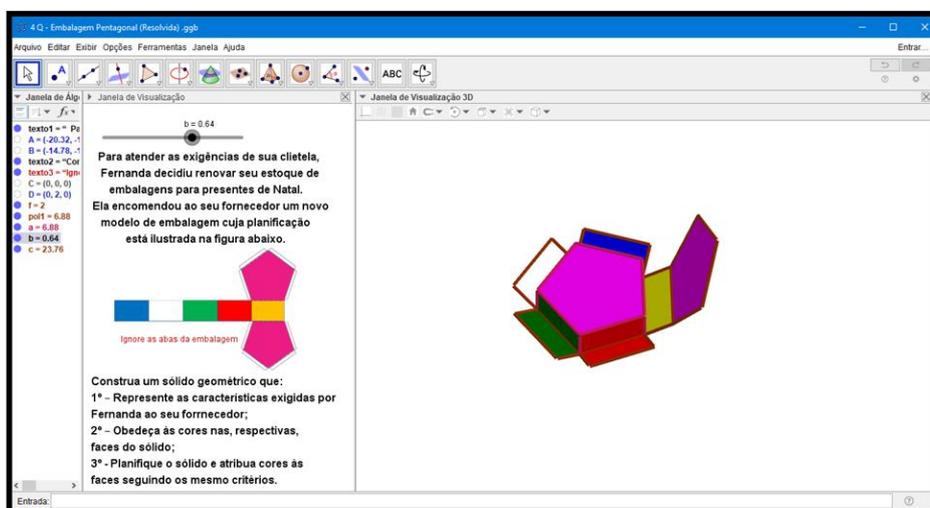
Com base nessas informações, construa um sólido geométrico que:

- 1º – Represente as características exigidas por Fernanda ao seu fornecedor.
- 2º – Obedeça às cores nas respectivas faces do sólido.
- 3º - Planifique o sólido e atribua cores na planificação, seguindo os mesmos critérios.

O objetivo dessa atividade é levar o estudante a imaginar e construir um sólido no formato de um prisma pentagonal reto com sua planificação.

Espera-se que, ao final da atividade, os dois estudantes desenvolvam um sólido geométrico (com sua planificação e pintura) igual, congruente ou similar ao mostrado a seguir.

**Figura 28:** Análise *a priori* da situação problema Q4.

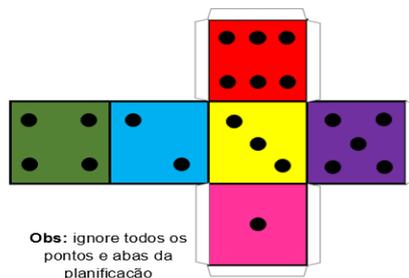


Fonte: Elaborada pelo autor.

Para isso, o estudante deve apropriar-se dos elementos matemáticos: proporcionalidade, paralelismo, plano cartesiano, polígono, poliedro e planificação. A partir disso, ele precisa instrumentalizar-se no *GeoGebra* com os

artefatos: mover, polígono, extrusão de prisma, planificação, controle deslizante, cor e transparência e animação.

**Situação 4:** Para brincar o jogo da trilha com seus colegas, Eduardo deseja criar um dado colorido, cuja planificação resulte na seguinte imagem:



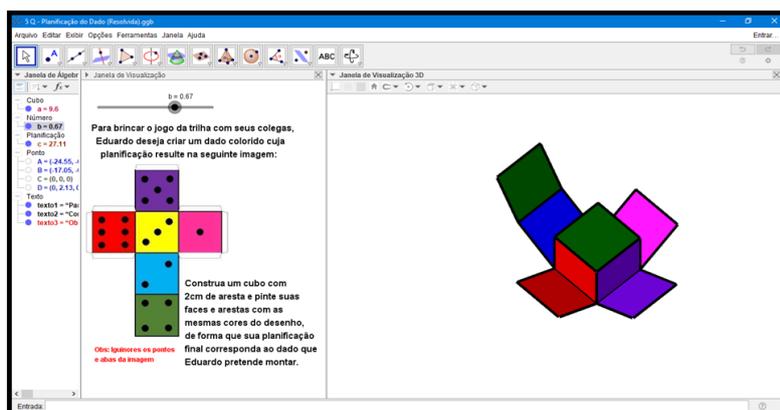
Com base nessas informações, construa um cubo com 2cm de aresta e pinte suas faces e arestas com as mesmas cores do desenho, de forma que sua planificação final corresponda ao dado que Eduardo pretende montar.

O objetivo dessa atividade é levar o estudante a imaginar e construir um cubo com sua planificação a partir de medidas pré-estabelecidas.

Para isso, o estudante deve apropriar-se dos elementos matemáticos: proporcionalidade, medidas de comprimento, plano cartesiano, polígono, poliedro e planificação. A partir disso, ele deverá instrumentalizar-se no GeoGebra com os artefatos: mover, cubo, planificação, controle deslizante, cor e transparência e animação.

Espera-se que, ao final da atividade, eles construam um cubo e planificação com medidas e pinturas iguais ou similares ao mostrado na figura 29.

**Figura 29:** Análise *a priori* da situação problema Q5.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Detalhamos uma estratégia metodológica para dar suporte aos grupos de alunos na solução dessas situações propostas.

Em linhas gerais, assim como aconteceu nas orquestrações anteriores, o início da OI4 requereu que todos participantes (professor e alunos) estivessem na mesma sala virtual a fim de tecer as primeiras orientações do encontro. Nesse ambiente, os alunos foram convidados a se distribuírem em dois grupos ( $G_1$  e  $G_2$ ) para executarem as tarefas em diferentes salas virtuais.

Apenas o professor teve acesso aos dois grupos, de forma simultânea, enquanto duraram os trabalhos.

Após a distribuição dos grupos ( $G_1$  e  $G_2$ ), o professor disponibilizou no *chat* o link da segunda sala virtual e duas questões para *download* no *Google Classroom*. O grupo  $G_1$  permaneceu na sala inicial e o grupo  $G_2$  na nova sala.

Ficou estabelecido que as questões Q2 e Q3 pertenceriam ao grupo  $G_1$  e as Q4 e Q5, ao grupo  $G_2$ . Essa distribuição teve por finalidade manter o grau de complexidade entre as questões de forma equilibrada entre os grupos.

Todas as questões desta pesquisa (Q1, Q2, Q3, Q4 e Q5) foram montadas e testadas no *GeoGebra* obedecendo aos parâmetros de construção e resolução, com vistas a evitar que o pesquisado não encontrasse ao menos uma solução para o problema.

A OI4 teve duas etapas de interação. A primeira entre os pequenos grupos ( $G_1$  e  $G_2$ ) e a segunda no mesmo ambiente virtual do grande grupo. Ambas com estimativa de uma hora de duração.

Na primeira etapa (já distribuídos em seus respectivos grupos), os alunos utilizaram os conhecimentos adquiridos para resolver os dois problemas propostos pelo professor.

A dinâmica do trabalho em equipe transcorreu com a mesma metodologia nos dois grupos, embora com questões diferentes.

Tomemos como exemplo o grupo  $G_1$ , composto pelos alunos A1 e A2. O aluno A1 desejou manipular o *GeoGebra* para resolver a questão Q2; a participação de sua colega de grupo (a aluna A2) foi por meio do diálogo. Na questão Q3, a dinâmica foi, obrigatoriamente, invertida, ou seja, a aluna A2 passou a executar o *GeoGebra* na resolução da questão, ao passo que seu colega (A1) deu suas contribuições por meio do diálogo. Essa dinâmica ocorreu nos dois grupos de forma concomitante.

O professor, por sua vez, fez visitas a cada ambiente virtual durante os trabalhos a fim de administrar os eventos previstos para a OI em andamento. Sua contribuição, na resolução dos problemas, foi mínima, atuando apenas para orientar os alunos, sanar dúvidas e elaborar um plano “B” para possíveis eventos imprevistos.

No segundo momento, cada grupo trouxe as resoluções das questões para apresentar no grande grupo.

O critério de apresentação das atividades teve o seguinte roteiro: o primeiro grupo (G1) iniciou as apresentações, mostrando a resolução da questão (Q2).

Enquanto se desdobrava a apresentação do grupo, ficou estabelecido que qualquer aluno (assim como o próprio professor) poderia pedir a palavra para expor ideias, observações, curiosidades e dúvidas. A proposta foi aproveitar os momentos exatos para contribuir com a aprendizagem coletiva.

Em seguida, o segundo grupo (G2) apresentou a questão (Q4), utilizando os mesmos critérios do grupo anterior. Esse rito ocorreu ao longo de todas as apresentações, ou seja, o G1 passou a apresentar a questão Q3 e o G2, a questão Q5.

Convém ressaltar que a ordem de iniciação das apresentações dos grupos foi escolhida entre eles de forma voluntária.

O roteiro da quarta Orquestração Instrumental On-line estava previsto para a duração de duas horas, sem intervalo.

**Quadro 6:** Sequência de atividades da OI4

<b>3º Encontro</b>	
	Atividades
Tempo estimado: duas horas de duração sem intervalo	Receber breves orientações sobre as atividades e divisão das equipes.
	Em suas respectivas salas virtuais, resolver as duas situações propostas pelo professor de forma coletiva entre os dois participantes.
	Apresentar na sala principal as construções dos problemas e tecer comentários.
	Orientações finais.

Fonte: Elaborada pelo autor

A princípio, nossa expectativa na OI4 foi promover o engajamento entre os participantes num trabalho coletivo, assim como fortalecer as competências inerentes a um sujeito nesse grau de escolaridade.

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BNCC, 2018, p. 267)

A segunda expectativa associou-se à ideia de que as ferramentas de *design 3D* contribuem, significativamente, no desenvolvimento cognitivo espacial do sujeito; em nosso caso, o *software GeoGebra 3D*.

Por meio deste artefato tecnológico, o aluno compreende o conteúdo matemático com maior clareza e objetividade. Além disso, o uso desse artefato promove um ambiente educacional compatível com a realidade dos alunos em tempos de Tecnologia Digital da Informação e Comunicação (TDIC).

A terceira expectativa da OI4 consistiu em contribuir no aperfeiçoamento do raciocínio espacial do sujeito mediante as situações que envolvem as posições, direções, dimensões e relações existentes entre os objetos espaciais.

Acreditamos que o aperfeiçoamento dessas habilidades contribuiu nas tomadas de decisões sobre o tema, como por exemplo, imaginar as representações espaciais dos objetos, sem que eles estejam fisicamente em sua presença e aprimorar a interpretação das planificações dos sólidos a partir de uma forma tridimensional.

Essas ações trouxeram elementos observatórios capazes de confirmar ou refutar nossas hipóteses sobre o desenvolvimento da Gênese Instrumental do sujeito em um ambiente virtual rico em tecnologia a partir de situações-problema, contextualizadas na parte da Matemática que estuda as planificações dos sólidos.

## 4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os registros que se seguem trazem nossas discussões e resultados a partir da coleta de dados que se deu ao longo da performance das Orquestrações Instrumentais elaboradas para esta pesquisa. Nossas observações têm por finalidade caracterizar a Gênese Instrumental dos estudantes nas Orquestrações Instrumentais On-line.

Serão objetos de nossas análises: os possíveis esquemas utilizados pelos estudantes para realizar as tarefas requeridas, o uso do *GeoGebra 3D* na construção de artefatos simbólicos a partir de situações-problema e o debate de ideias nos pequenos e no grande grupo.

Com o arcabouço de, aproximadamente, 37 horas e 30 minutos de gravações (vídeo/áudio) no notebook do pesquisador (professor) e de cada participante (quatro estudantes), nossas análises contemplaram a evolução gradual dos esquemas do sujeito ao longo dos trabalhos realizados em um ambiente remoto.

No primeiro momento, estão os diários de bordos que relatam os eventos inesperados e tomadas de decisões para garantir a ocorrência das Orquestrações Instrumentais On-line. Na segunda parte, descrevemos as linhas do tempo das ações individuais e coletivas dos alunos A1 e A2 por meio de texto e diagrama. Por fim, inferimos nossas impressões sobre os esquemas e o desenvolvimento da Gênese Instrumental desses estudantes a partir de nove recortes de eventos que ocorreram na resolução dos problemas contextualizados.

### 4.1 DIÁRIOS DE BORDO - ADIAMENTO DO PRIMEIRO ENCONTRO DEVIDO A IMPREVISTOS

No que seria o nosso primeiro encontro, tivemos uma situação inesperada com um dos computadores dos participantes. A aluna A2 não conseguiu ligar o seu computador por motivos técnicos. Já tínhamos um notebook reservado para determinado imprevisto (com os aplicativos devidamente instalados), porém, em se tratando de um trabalho remoto, não foi possível substituí-lo naquele momento.

Tomamos a decisão de adiantarmos as atividades iniciais com os outros alunos (A1, A3 e A4) enquanto aguardávamos a aluna A2 solucionar o problema.

Os testes dos artefatos nos computadores ocorreram por meio da seguinte tarefa: um aluno por vez compartilhava sua tela no grande grupo, mostrando que seu *OBS Studio* estava instalado. Os testes eram gravados e mostrava-se que o *GeoGebra* estava instalado e funcionando normalmente.

Os seguintes resultados foram obtidos:

**Aluno (A3)** - O aluno A3 iniciou a tarefa e executou as etapas com êxito, demonstrando habilidades e segurança nas atividades, sobretudo no *GeoGebra*, onde utilizou, por conta própria, a ferramenta “polígono” e construiu um triângulo.

**Aluna (A4)** - A aluna A4, por sua vez, sentiu uma leve dificuldade para compartilhar a tela devido à lentidão da internet. Ao exibir sua tela, tentou colocar o *OBS Studio* para gravar, não obtendo sucesso. Estava dando erro de lentidão no seu computador, ora por travamento do sistema, ora pela lentidão da internet. Tomamos a decisão de fechar todos os programas no computador da aluna, reiniciar o sistema de seu computador e, ao voltar para o ambiente on-line, tentar refazer a tarefa.

Enquanto a aluna A4 restabelecia o sistema, iniciamos a tarefa com o aluno A1.

**Aluno (A1)** - O aluno A1, por estar sem webcam, colocou o celular para ser usado com essa função. Aliás, não só ele, mas o professor e o aluno A3 recorreram a esse artefato para auxiliar os trabalhos de videoconferência desse encontro.

Assim que compartilhou sua tela no grande grupo, ocorreu microfonia no ambiente. A seguir, o aluno A1 foi orientado pelo aluno A4 e pelo professor a solucionar o problema, desativando o microfone do celular.

Em seguida, o aluno A1 compartilhou sua tela sem muitas dificuldades (embora tivesse sido a primeira vez que ele fazia esse procedimento em uma live). Mostrou que o *OBS Studio* estava instalado e demonstrou habilidade para incluir a ferramenta de captura de tela do *OBS Studio* antes de iniciar a gravação. Em seguida, ativou o modo de gravação com sucesso e testou a gravação do áudio.

Por fim, exibiu o *GeoGebra* com facilidade e foi orientado pelo professor a minimizar a tela, mantendo o cuidado em deixar a gravação em execução até o final da aula.

**Aluna (A4)** - Após ter reiniciado o seu sistema e voltado ao ambiente on-line, a aluna A4 tentou, mais uma vez, realizar sua tarefa.

Notamos que o computador continuava lento, mas com maiores chances de realizar a demanda, o que de fato foi feito pela aluna sem maiores problemas.

Notamos também que, para os encontros seguintes, a aluna A4 poderia ser prejudicada com a lentidão do seu computador. Já tínhamos um de reserva, porém, estávamos diante de duas

*dificuldades para os encontros seguintes: os computadores das alunas A2 e A4.*

**Aluna (A2)** - *Após quase 35 minutos de espera pela aluna A2, pedimos (pelo whatsapp) que ela entrasse na sala por meio do celular, uma vez que o computador, definitivamente, não tinha ligado.*

Estando todos no ambiente do grande grupo, iniciamos uma breve reunião em que tomamos as seguintes decisões:

- voltaríamos a nos encontrar no prazo de três dias, a partir daquela data, para refazer as Orquestrações Instrumentais 1 e 2;
- a aluna A2 passaria a usar o notebook reserva já configurado;
- a aluna A4 continuaria usando o seu notebook, pois, segundo ela, o problema tinha sido resolvido após a reiniciação do sistema;
- orientações para configurar as *webcams* corretamente;
- realizar novos testes em casa nas gravações para sanar problemas;
- chegar na hora marcada ao próximo encontro a fim de cumprir os protocolos da pesquisa.

No que diz respeito à coleta das gravações deste encontro, ocorreram resultados positivos (a) e (b) e outros imprevistos (c) e (d):

- a) O professor efetuou a gravação completa, com sucesso, no *Meet* e no *OBS Studios*;
- b) O aluno A1 gravou todo o encontro com sucesso no seu *notebook*;
- c) O aluno A3, por sua vez, entendeu que a gravação não seria aproveitada. Gravou até o instante que chegamos à conclusão de remarcar o primeiro encontro. O suficiente para registrar toda sua atividade individual.
- d) A aluna A4 deletou toda a gravação, inclusive da lixeira.

O primeiro encontro foi iniciado com outras situações inesperadas. O professor percebeu lentidão em sua internet, o que era raro acontecer. Ao longo do encontro, houve queda da internet por três ou quatro vezes.

**Aluna (A2)** - *O notebook da aluna não estava reconhecendo a webcam externa. Por já conhecermos o problema, solicitamos à aluna que entrasse na sala para orientação de configuração.*

*Já no ambiente, pedimos que a aluna compartilhasse a tela do seu notebook para detectarmos o problema. Ao sentir dificuldades em compartilhar a tela, a aluna solicitou que outro aluno o fizesse a fim de detectarmos se o problema era lentidão na internet ou se ela estava procedendo de forma incorreta.*

*A mesma tomou a decisão de mostrar, por meio da câmera do seu celular, o que estava ocorrendo na tela do computador.*

*O problema foi percebido pelo aluno A1 que, de imediato, orientou a aluna A2 a clicar na guia (selecionar) antes de*

*apresentar. O mesmo aluno (A1) continuou orientando a aluna A2 na configuração da webcam até a sua concretização. Porém o resultado não foi satisfatório, uma vez que a webcam foi configurada no OBS Studio (e não no notebook), o que traria problema nas observações do pesquisador, pois a imagem da aluna ficava à frente da captura completa de tela.*

Após um intenso debate e sugestões entre o pesquisador e os alunos A1 e A2, chegamos às seguintes conclusões:

- A aluna A2 iria reiniciar o *notebook*, sem desconectar a *webcam*, a fim de que o sistema reconhecesse o acessório ou utilizar seu celular como câmera externa.
- O aluno A1, que estava usando a câmera pelo *OBS Studio*, iria configurá-la no seu *notebook*, de forma que todos se enquadrassem no protocolo de configuração orientado, anteriormente, pelo professor.
- Ao final dos procedimentos, as configurações foram estabelecidas com sucesso e foi dado início às atividades com todos os participantes (A1, A2, A3 e A4) no ambiente remoto de sala de aula.

Ao longo das OI1 e OI2, problemas pontuais e inesperados foram sendo detectados pelo professor, como queda e lentidão na *internet* dos alunos e do próprio professor. Isto não atrapalhou os trabalhos que estavam programados para o encontro: testes dos artefatos, competição entre os participantes, exposição de conteúdos e debates de ideias.

No que diz respeito à coleta das gravações do primeiro encontro, ocorreram outros imprevistos:

- A aluna A4 só conseguiu gravar os 17 primeiros minutos (e com muito travamento na tela) por motivos tecnológicos no seu *notebook*. Isso nos levou a concluir que, para os encontros seguintes, seu artefato deveria ser substituído.
- A aluna A2 conseguiu realizar toda a gravação, todavia com muito travamento de tela a partir do 25º minuto em diante, o que nos levou a tentar resolver por meio de outros testes em casa.
- Os alunos A1 e A3 gravaram toda a aula sem problema algum.

Em relação à OI3, entre um encontro e outro, mantivemos o contato com os alunos pelo *Whatsapp* para informações pontuais que aprimoraram os

próximos encontros, sobretudo no que diz respeito às configurações das filmagens das videoconferências e áudio:

**Aluno A1** - Na gravação do aluno A1, foram detectados ruídos que foram amenizados por meio de novas configurações no OBS solicitadas pelo pesquisador, a saber: inclusão de compressor, filtro de ruídos e redutor de ruídos. Isto levou a uma melhora significativa no resultado da gravação.

**Aluna A2** - Para o travamento de tela da gravação da aluna A2, foram solicitados novos testes com, em média, 30 minutos a fim de observar se o problema continuava. Ao cumprir a tarefa, foi percebido que, a princípio, o problema tinha sido solucionado. Ao longo dos 33 minutos de vídeo gravado pela aluna A2, não detectamos travamentos que viessem comprometer as próximas gravações. Porém, isto não se concretizou no terceiro encontro, já que os travamentos voltaram a acontecer.

Para corrigi-los, sugerimos à aluna abrir apenas os programas que seriam utilizados na aula, por acreditarmos que o excesso de tarefas simultâneas estava sobrecarregando o notebook e causando lentidão.

**Aluno A3** - Não sugerimos novas configurações para o aluno A3, uma vez que não detectamos falhas, em sua gravação, que comprometessem as análises das observações da pesquisa.

**Aluna A4** - Para solucionar o problema da aluna A4, foi feita uma substituição do seu notebook por outro, com os programas devidamente instalados.

Para o último encontro (OI4), não sugerimos novas alterações ou configurações nos artefatos dos alunos, posto que os resultados da OI3 estavam satisfatórios.

#### 4.2 LINHA DO TEMPO DOS ALUNOS A1 E A2

Do grupo dos quatro estudantes da pesquisa, formadores de dois subgrupos G1 e G2, foi escolhido o grupo G1 para o estudo da Gênese Instrumental, em razão de acreditarmos que esse grupo apresentou maior interação que favoreceu as análises, sobretudo do processo de instrumentação.

Dessa forma, descrevemos as linhas do tempo dos dois estudantes que compuseram o grupo G1 nas quatro Orquestrações Instrumentais. As três primeiras linhas do tempo retratam o trabalho deles utilizando os artefatos

individualmente (com cooperação coletiva do grande grupo) e a quarta linha do tempo retrata o trabalho coletivo realizado pelo grupo em ambiente virtual próprio. As linhas do tempo estão disponibilizadas em seções de textos seguidas de seus respectivos diagramas ilustrativos.

#### **4.2.1 Linha do tempo de A1 – primeira Orquestração Instrumental On-line (OI1)**

Às 14h00, o professor entrou no ambiente da sala de aula e deu início à primeira Orquestração Instrumental On-line.

A1 entrou na sala remota às 14h08min, abriu a câmera, mostrou ao professor que configurou a *webcam* no *OBS Studio*, exibiu a boa funcionalidade do artefato e deslocou o artefato para vários pontos da tela do seu computador.

A seguir, compartilhou sua tela no grande grupo a pedido da aluna A2, que sentiu dificuldade para fazer essa tarefa. Orientou A2 a desligar o áudio do *Meet* devido a constantes microfônias. Identificou o erro que a aluna A2 estava cometendo e a instruiu a clicar na guia (selecionar) antes de apresentar a tela no grande grupo. Em seguida, continuou orientando a aluna na configuração da *webcam* pelo *OBS Studio*, como havia feito no seu próprio computador, demonstrando estar bem instrumentalizado em relação ao uso do *Meet* e do *Obs Studio*.

O professor notou que o resultado da configuração feita por A1 e A2 não era o ideal para a coleta de dados, uma vez que a *webcam*, por ser configurada no *OBS Studio* (e não nos computadores), traria problemas nas observações do pesquisador. A imagem do aluno, nas gravações, ficava à frente da captura completa de tela, bloqueando parte dos trabalhos executados por eles.

Em justificativa, A1 alegou que não estava usando a câmera pelo *Meet*, porque deu erro ao entrar no ambiente, fato que também foi narrado pela aluna A2.

Após um intenso debate, testes e sugestões dadas pelo professor aos dois alunos (por estarem diante do mesmo dilema), foram tomadas decisões padrões a fim de que todos se enquadrassem ao protocolo de configuração da pesquisa: reiniciar o *notebook* ou computador, sem desconectar a *webcam* para que o sistema reconhecesse o acessório; utilizar o celular como câmera externa,

se desejasse e retirar a configuração da *webcam* do *OBS Studio* e transferir para os computadores.

A figura 30 apresenta os eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental do A1 durante a OI1.

Às 14h28min, já com todos os participantes na sala, o professor iniciou a exposição da primeira tarefa que cada aluno iria executar no grande grupo.

Nesse instante, A1 retomou o assunto do uso da *webcam* pelo *OBS Studio*. Informou ao professor que iria criar uma fonte no *OBS* para capturar a tela do *Meet*, sem saber que continuaria trazendo os mesmos problemas para a coleta de dados do pesquisador. De imediato, a aluna A2 o questionou e sugeriu que ele utilizasse também o celular como câmera, conforme o professor tinha orientado. A1 teve dúvidas e insegurança em proceder no cumprimento do protocolo acordado pelo grupo.

Com a finalidade de garantir uma boa gravação na coleta de dados, o cumprimento do horário estipulado para as Orquestrações Instrumentais e as atividades programadas para o dia, o professor tomou a decisão final sobre o tema: obedecer aos padrões de configuração dos artefatos acordados anteriormente. Todos concordaram.

Às 14h32min, foi iniciada a sessão de testes dos artefatos com cada participante, um por vez.

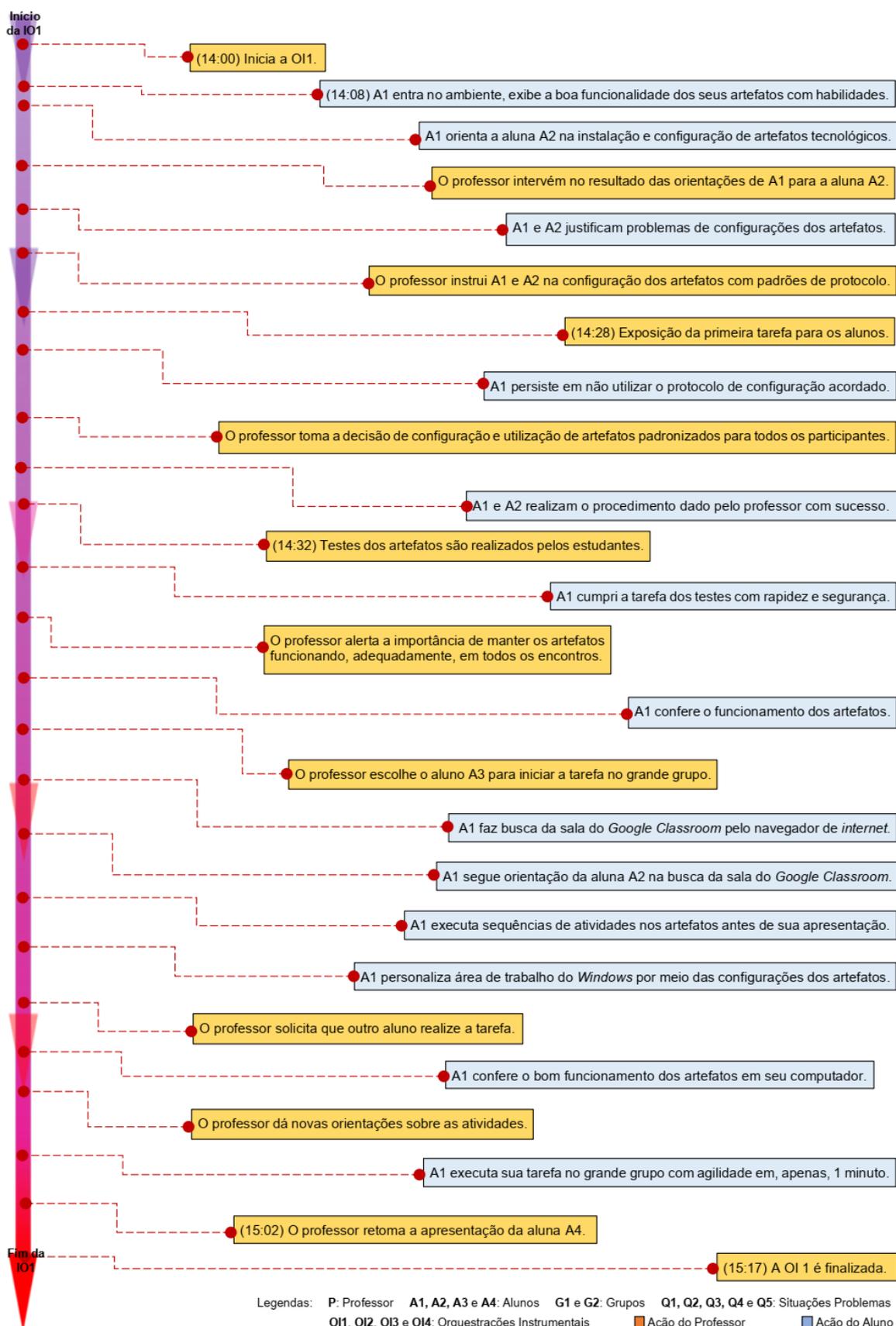
A1 (o quarto na linha de apresentação) realizou a tarefa sem qualquer dificuldade: compartilhou a tela, mostrou que o *OBS* estava gravando normalmente, abriu o *GeoGebra*, minimizou tudo e encerrou sua tarefa, retirando o compartilhamento de sua tela no *Meet*.

Ao final das apresentações, o professor pediu que todos mantivessem o *OBS Studio* gravando até o final do encontro.

A1 conferiu se tudo estava como o professor solicitara, desligou o microfone e observou, atentamente, as instruções para as tarefas subsequentes.

A1, por conta própria, se antecipou em localizar a sala do *Google Classroom* (um dos locais onde o professor colocou os arquivos para *download*) por meio do navegador de *internet* instalado no seu computador. Contudo não obteve êxito nessa primeira busca.

**Figura 30:** Diagrama da linha do tempo de A1 na OI1.



Fonte: Elaborado pelo autor

Nesse instante, no grande grupo, a aluna A2 passava orientações sobre o caminho para chegar à sala do *Google Classroom* através do *e-mail* educacional. De imediato, A1 realizou a busca, notou que não estava no perfil correto para acessar a sala, mudou o perfil para o seu *e-mail* educacional, clicou no *link* onde estava a pasta com os arquivos e entrou no ambiente da sala do *Google Classroom*. Por fim, minimizou a tela e voltou ao grande grupo.

À medida que o professor ia orientando os outros estudantes, A1 executava, paralelamente, a mesma sequência por conta própria no seu computador. Maximizou e minimizou as janelas de tarefas do *Windows* por várias vezes. Continuou observando o que estava ocorrendo no grande grupo e repetindo as ações de forma paralela no seu computador.

Antes de compartilhar sua tela no grande grupo, A1 personalizou a área de trabalho do seu computador, trocando a imagem por outra do seu agrado. O procedimento foi feito com rapidez e habilidade, mostrando ter conhecimento das configurações dos artefatos que modificam a interface do *Windows*.

A seguir, o professor solicitou que outro aluno realizasse a mesma tarefa. Enquanto isso, A1 teve mais tempo para certificar-se de que os artefatos estavam funcionando adequadamente ao seu gosto. Em seguida, voltou ao grande grupo para acompanhar a apresentação da colega.

Às 15h00, após o professor dar novas orientações, A1 compartilhou sua tela para realizar sua tarefa no grande grupo: criou a pasta, atribuiu o nome para ela, clicou e deslizou a pasta sobre a área de trabalho, maximizou o ambiente do *WhatsApp Web*, baixou o arquivo com extensão *GeoGebra* (disponibilizado pelo professor no grupo do *WhatsApp*), buscou o arquivo na pasta de *download*, transferiu o arquivo para a pasta que criou na área de trabalho e ativou o *software GeoGebra*. Por meio da barra do menu, selecionou a opção abrir, encontrou o arquivo baixado, selecionou o arquivo que desejava e, por fim, clicou em abrir.

Toda a ação de A1 foi executada com agilidade e segurança em apenas 1 minuto. O professor limitou-se a apenas citar algumas etapas da sequência.

Às 15h17min, o professor finalizou a Orquestração Instrumental On-line 1, dando um intervalo de cinco minutos para todos. Nesse instante, o aluno A1 deu uma nova conferida nos funcionamentos dos artefatos *OBS Studio* e *GeoGebra* antes de ir para o intervalo.

#### **4.2.2 Linha do tempo de A1 – segunda Orquestração Instrumental On-line (OI2)**

Às 15h21min, o professor retomou as atividades e iniciou a segunda Orquestração Instrumental On-line (OI2) com explicações para a competição que ocorreria entre os quatro estudantes.

A1 acompanhou as explicações do professor atentamente. Paralelamente, pesquisou e encontrou, no seu computador, o artefato “bloco de notas”. Minimizou-o e preparou-se para assistir ao vídeo. Ao longo da exibição, A1 escreveu, no bloco de notas, passagens do vídeo que ele julgou serem importantes e que iriam contribuir nas respostas das questões.

Ao final do vídeo, A1 continuou fazendo anotações no bloco de notas, enquanto o professor dava as últimas orientações para o início da competição entre eles.

Seguindo o critério da ordem alfabética, A1 foi o primeiro a jogar. Escolheu a questão número 1 (em um grupo de dez), observou a execução do vídeo, teve dúvidas, pediu para assistir novamente e o professor negou (por ser regra do jogo). Respondeu como alternativa correta a letra “a” e errou a questão. Lamentou com justificativas e sorrisos.

Enquanto duraram as apresentações dos outros estudantes, A1 acompanhou os resultados com sorrisos e brincadeiras.

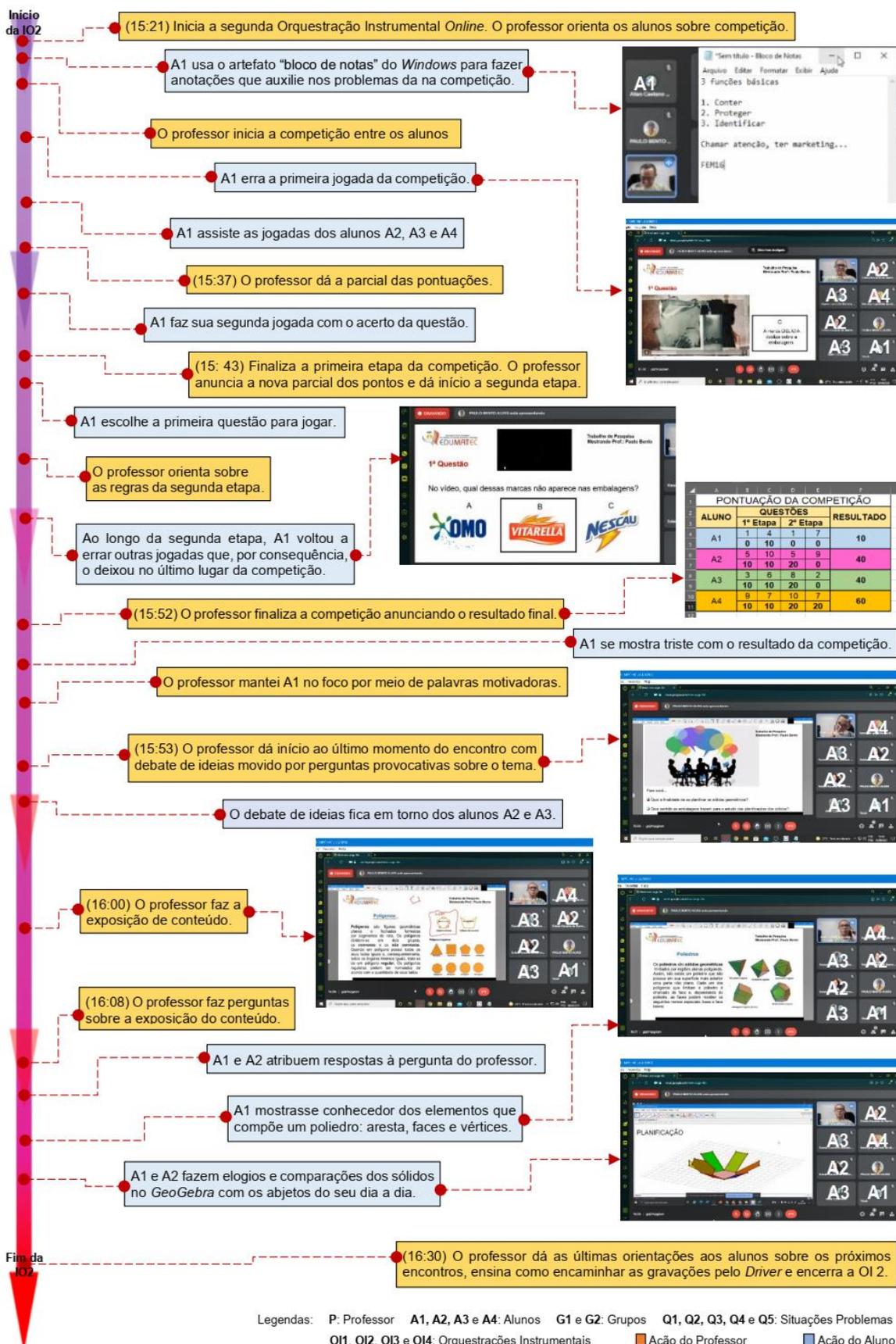
Às 15h37min, o professor deu a parcial das pontuações entre os quatro participantes e convocou A1 para a próxima jogada.

A1, em tom de sorrisos, lamentou o resultado parcial e disse estar triste por ser o único que não acertou. Em seguida, escolheu a quarta questão para a jogada. Observou o bloco de notas para auxiliá-lo na resposta, porém não encontrou elementos nas anotações que o ajudassem. Escolheu a alternativa “b” como verdadeira e acertou a jogada. Comemorou com sorrisos e brincadeiras entre os colegas.

A Figura 31, logo adiante, apresenta os eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental de A1 durante a OI2.

Ao final da primeira etapa, após a segunda parcial da competição, o professor convocou A1 para iniciar a segunda etapa.

**Figura 31:** Diagrama da linha do tempo de A1 na OI2.



Fonte: Elaborado pelo autor.

De imediato, A1 escolheu a primeira questão novamente. Antes de liberar a questão, o professor lembrou a todos que as próximas jogadas eram compostas de perguntas com textos gabaritados.

A1, desta vez, não consultou o bloco de notas, escolheu a alternativa “c” e pela segunda vez errou a questão. Lamentou com risos, dizendo não ter lembrado. Pediu ao professor provas que confirmassem o gabarito e o professor justificou que as provas estavam no contexto do vídeo que deu início à competição.

Em sua última jogada, A1 escolheu a sétima questão, deu como resposta correta a alternativa “a” e pela terceira vez errou. Novamente, lamentou com sorrisos e brincadeiras entre colegas.

Às 15h52min, o professor deu o resultado final da competição: em primeiro lugar, ficou a aluna A4; em segundo lugar (empatados), os alunos A2 e A3 e em terceiro lugar, o aluno A1.

O resultado da competição deixou transparecer uma leve tristeza por parte de A1, que comentou (em tom de ironia) que merecia medalha de bronze por ter ficado em último lugar do pódio.

O professor e os colegas estimularam A1 (por meio de palavras motivadoras) a continuar focado nos seus objetivos, pois perder também faz parte da rotina de vida.

Às 15h53min, o professor deu início ao último momento do encontro, abrindo um debate de ideias entre os alunos com as perguntas: Qual a finalidade de se planificar os sólidos geométricos? Qual sentido as embalagens trazem para o estudo das planificações dos sólidos? No estudo das planificações dos sólidos abordados no Ensino Fundamental, vocês conseguiram fazer a relação do assunto com o cotidiano?

O debate girou em torno dos alunos A2 e A3. Os alunos A1 e A4 não fizeram observações, mesmo com o incentivo do professor.

Às 16h00, o professor iniciou a exposição de conteúdos e deixou claro que, a qualquer momento, o aluno poderia abrir o microfone para esclarecer dúvidas e fazer observações pontuais.

Às 16h08min, o professor abriu um debate na sala movido por perguntas pontuais sobre o conteúdo que estava sendo abordado.

*P: Quais os valores dos ângulos internos do triângulo e do quadrilátero regular?*

*A1: Eu sei que é menor que 90 graus, né?*

*A2: A soma de todos tem que dar 180°, né?*

*A1: É!*

*A2: Então, 60 para cada um!*

*A1: Isso, 60 é 60°!*

*P: Por que 60 graus?*

*A2: Por ser regular!*

*A1: É!*

*P: E quanto ao quadrilátero?*

*A2: Aí professor já complica mais, né?*

*P: Estão lembrados disso aqui que eu faço muito na sala de aula? (o professor desenha a representação do ângulo de 90° na figura do quadrilátero)*

*A2: Ah lembrei, é 90, é 90 graus!*

Nas explicações dos poliedros, A1 mostrou-se conhecedor dos elementos que compõem um poliedro: as arestas, as faces e os vértices.

Enquanto o professor fazia as exposições, no *GeoGebra*, de alguns sólidos com suas respectivas planificações, A1 fez diversos elogios aos conteúdos e fez comparações do que estava vendo com objetos do seu dia a dia. A aluna A2 também acompanhou essa linha de raciocínio.

Às 16h30min, o professor deu as últimas orientações aos alunos sobre os próximos encontros, ensinou como encaminhar as gravações para o *Driver* e encerrou a OI2.

#### **4.2.3 Linha do tempo de A1 - A terceira Orquestração Instrumental On-line (OI3)**

Às 15h00, o professor deu início à terceira Orquestração Instrumental On-line (OI3).

Às 15h17min, A1 ativou a gravação do *OBS Studio*, abriu o microfone e entrou na sala de aula virtual. Nesse instante, o professor estava encerrando uma pesquisa entre os participantes sobre a carreira que cada um pretende seguir. Ao chegar à sua vez, A1 confirmou que pretendia seguir carreira na área de Engenharia da Computação.

Em seguida, o professor solicitou à aluna A2 que compartilhasse a tela do seu notebook para orientá-la na configuração do áudio no *OBS Studio*.

Durante as novas instruções dadas pelo professor à aluna, A1 fechou sua câmera e acompanhou as explicações. Paralelamente, abriu o *PowerPoint*, fez

pesquisas na pasta de *downloads* por várias vezes e tentou encontrar documentos. Procurou documentos na área de trabalho e na pasta de documentos. Fechou tudo, abriu o material do conteúdo que o professor estava ministrando, observou o material por inteiro, minimizou, conferiu se o *OBS* estava gravando, minimizou e voltou para a apresentação do professor.

Às 15h24min o professor iniciou as atividades, perguntando se os participantes já conheciam o *Software GeoGebra*. Todos afirmaram que não. A seguir, o professor principiou a exposição de conteúdo sobre a manipulação do *GeoGebra* por meio de ferramentas específicas.

Ao longo da exposição do conteúdo, A1 acompanhou toda a explicação sem mais ações paralelas no seu computador.

Às 15h37min, o professor encerrou a exposição de conteúdos e iniciou as explicações para a utilização da Interface gráfica do *Software GeoGebra*. A cada tópico explicado, o professor atribuía uma rápida tarefa individual para cada aluno.

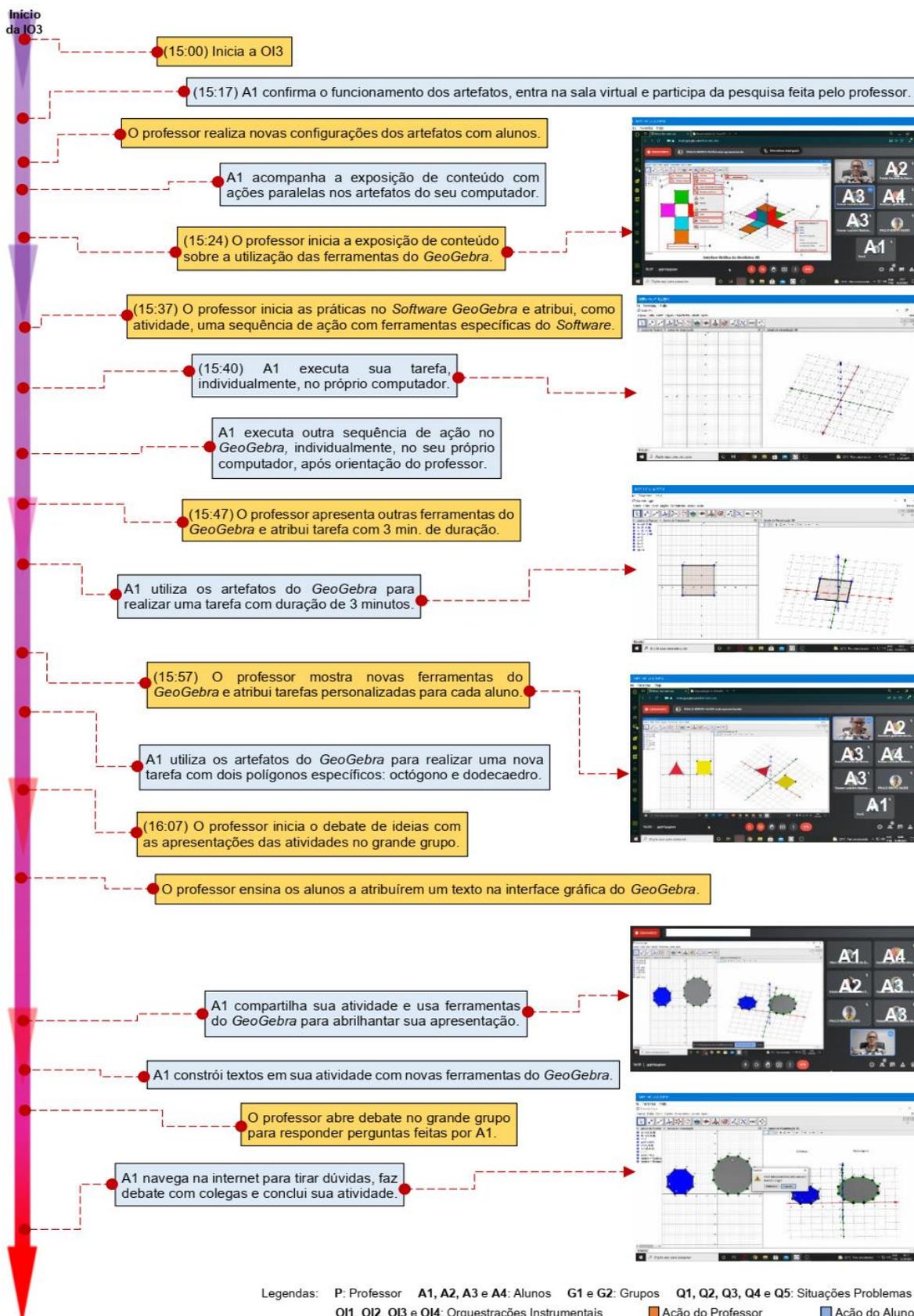
Às 15h40min, A1 executou sua tarefa no seu computador: abriu o *GeoGebra*, foi em “Exibir”, escolheu “janela de visualização 3D” e abriu. A seguir, ajustou a janela da área de trabalho do *GeoGebra*, conforme o professor havia orientado. Minimizou a tela do seu *GeoGebra*, clicou na barra que divide as janelas, fez outros ajustes, conferiu se o ajuste estava igual ao do professor, voltou ao *GeoGebra* e continuou ajustando os detalhes dados pelo professor.

A figura 32 apresenta a primeira parte dos eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental de A1 durante a OI3.

Após novas orientações, o professor pediu que todos fizessem a sequência de ação no *GeoGebra*: clicar com o botão direito do mouse na área da janela de visualização 3D, acionar a janela de atalho, retirar o plano negro dos eixos *XY* e deixar somente a malha quadriculada. Em seguida, acionar a ferramenta “mover”, clicar na janela de visualização 3D e deslocar ou rotacionar o espaço (*XYZ*), conforme queira. Por fim, clicar na ferramenta “reajustar” para a área de trabalho voltar à posição de origem. A sequência da tarefa foi executada por A1 sem qualquer dificuldade.

Às 15h47min, o professor iniciou a série de apresentações das ferramentas que constroem polígonos e as que atribuem cores aos elementos dos polígonos.

**Figura 32:** Diagrama da linha do tempo de A1 na OI3 – primeira parte.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após as instruções, o professor deu como tarefa, para cada aluno, construir qualquer polígono e pintar com quaisquer cores. O tempo estimado para a tarefa foi de três minutos.

A1 iniciou sua tarefa ajustando a interface gráfica do *GeoGebra*, conforme o professor tinha ensinado, e colocou o plano  $XY$  na posição que lhe agradou. Clicou na ferramenta errada (polígono regular), começou a construir o polígono com dois pontos no plano e percebeu que estava usando a ferramenta errada. Voltou e selecionou a ferramenta correta (polígono), porém não excluiu os dois pontos que havia construído anteriormente.

Em seguida, tentou construir um pentágono com a primeira aresta montada sobre os dois pontos, mas não conseguiu fechar o desenho da figura. Rapidamente ativou a ferramenta “mover”, selecionou os dois pontos e foi à ferramenta “desfazer”. Voltou à ferramenta polígono e reiniciou a construção da figura. Novamente não conseguiu. Desfez tudo.

Sem perceber, ativou a ferramenta “pontos” e recomeçou a construção. Percebeu o erro novamente e desfez tudo. Em mais uma tentativa, conseguiu construir um hexágono não regular, minimizou sua tela e foi apreciar a apresentação da aluna A2 no grande grupo. Voltou para sua tela, excluiu tudo e fez novamente a mesma figura. Não se agradou e o tempo dado pelo professor encerrou-se. Por esse motivo, A1 pediu ao professor que avançasse nas próximas tarefas, pois não tinha concluído a sua atividade em tempo hábil.

Enquanto o professor preparava-se para a próxima parte, A1 construiu, rapidamente, um retângulo, colocou cores pretas apenas nas arestas e salvou como exercício 1, conforme orientou o professor.

Às 15h57min, o professor pediu que todos abrissem uma nova área de trabalho no *GeoGebra* e iniciassem outra situação semelhante com a ferramenta “polígono regular”. Após o professor mostrar a construção de dois polígonos (triângulo e quadrilátero) no grande grupo, foi dada a tarefa para cada um construir dois polígonos regulares. O professor incumbiu A1 de construir um polígono com oito lados (octógono) e outro com 12 lados (dodecágono).

A1 iniciou sua tarefa construindo o octógono. Selecionou a ferramenta “polígono regular”, inseriu dois pontos sobre o eixo negativo de  $X$ , o *GeoGebra*, automaticamente, abriu a janela para colocar a quantidade de vértices do

polígono, A1 digitou “8” e confirmou. Notou que construiu um octógono muito grande, desfez tudo, mas não excluiu os dois pontos que foram criados.

Em seguida, fez novas tentativas. Colocou um ponto no terceiro quadrante de  $XY$  e desfez. Colocou o ponto sobre o eixo  $X$ , novamente desfez. Conseguiu fazer outro octógono no terceiro quadrante, percebeu que ficou grande, desfez tudo. Colocou, novamente, dois pontos no eixo  $X$  (-4 e -3) e construiu um octógono com 1 unidade de lado. Em seguida, construiu o dodecágono sem qualquer dificuldade (também, com 1cm de lado).

Tentou selecionar o octógono para atribuir cores e, sem desejar, criou um ponto no interior do polígono, desfez. Pintou os polígonos octógono e dodecágono com as cores azul e verde, respectivamente. A seguir, pintou cada aresta do octógono (uma por vez) de roxo e os vértices de preto. Selecionou o dodecaedro, retirou a cor verde e colocou cinza. Voltou para o octógono e escureceu o tom da cor azul. Retomou as pinturas do dodecágono, escurecendo o tom de cinza no interior, colocou verde nas arestas (uma por vez) e preto nos vértices (um por vez). Por fim, foi ao menu “arquivo” e salvou a atividade como exercício 2.

Às 16h07min, o professor iniciou o debate de ideias com as apresentações das atividades no grande grupo.

Em sua apresentação, A1 compartilhou sua tela e mostrou a atividade no grande grupo. Com a ferramenta “mover”, rotacionou a construção em torno dos eixos  $XYZ$  a fim de que todos visualizassem a figura do octógono e do dodecágono em vários ângulos.

Por meio da apresentação de A1, o professor ensinou os alunos a atribuírem um texto à interface gráfica do *GeoGebra*. Em seguida, pediu para eles indicarem o nome dos polígonos que foram criados.

Para atribuir o nome à figura construída, A1 seguiu o passo a passo orientado pelo professor: acessou a ferramenta “texto”, abriu a janela para digitar o texto, minimizou a tela do *GeoGebra*, consultou o nome correto da figura no material de exposição, voltou para o *GeoGebra*, escreveu o nome do primeiro polígono (octógono) e deslizou o texto para um local que lhe agradou. Em seguida, voltou para a janela de texto, teve dúvidas para pôr o nome do segundo polígono (dodecágono), consultou o material de exposição, não encontrou e pediu ajuda ao professor.

A fim de levar os alunos a recordarem o assunto, o professor transferiu a dúvida de A1 para os demais alunos responderem, perguntando-lhes qual o nome do polígono regular com 12 lados? Dodecaedro ou dodecágono?

Antes de os colegas responderem, A1 abriu o navegador de *internet*, consultou o nome no *Google* e encontrou. Voltou para o *GeoGebra*, digitou o texto, conferiu mais uma vez se estava correto, abriu o microfone, confirmou no grande grupo o nome do polígono, retomou o trabalho no *GeoGebra*, concluiu a tarefa com êxito e salvou em sua pasta.

Às 16h18min, o professor iniciou os trabalhos de construção de sólidos no *GeoGebra* e pediu aos alunos que abrissem as câmeras dos computadores. Todos concordaram.

A1 voltou a conferir se o *OBS Studio* estava gravando normalmente. Observou as novas orientações do professor e, paralelamente, preparou o *GeoGebra* com uma nova janela de trabalho 3D. Retirou o plano negro de *XY* e adicionou a malha quadriculada.

Neste instante, o professor designou a próxima tarefa para cada aluno: construir e pintar, em 10 minutos, um cubo utilizando a ferramenta “cubo” a partir de medidas específicas. Pintar as faces com cores diferentes e as arestas com cores iguais. A1 ficou responsável pela construção de um cubo com 1 unidade de aresta.

Antes que o professor terminasse as orientações, A1 iniciou sua construção com rapidez e agilidade. Escolheu o eixo *X* (positivo), clicou nas coordenadas (0,0) e (0,1), o *GeoGebra* montou, automaticamente, um cubo de 1cm de aresta, feito isso, voltou a observar as orientações do professor no grande grupo.

A seguir, retomou a construção do cubo, criou, sem desejar, um ponto no espaço e o desfez. Sem perceber que a ferramenta “cubo” está ativada, clicou sobre uma das faces do cubo, desejando selecioná-la. O *GeoGebra*, automaticamente, construiu outro cubo empilhado. A1 ficou surpreso com o que fez e desfez a ação.

Em seguida, acessou a ferramenta mover, selecionou a ferramenta “cores e transparência”, clicou em uma das faces do cubo para selecioná-la, atribuiu a cor azul e a escureceu. Selecionou outra face que estava em seu campo de visão, pintou-a de cor verde e a escureceu. Rotacionou o cubo para visualizar as

próximas faces, pôs-lhe a cor preta e a escureceu. Seguiu rotacionando o cubo e aplicando as cores amarela e roxa nas faces que estavam em seu campo de visão.

A1 não atribuiu uma cor à face que estava sobre o plano  $XY$  e colocou cor preta em apenas dois dos seis vértices do cubo que estava construindo.

A seguir, foi para as arestas do cubo e colocou a cor cinza nos 12 segmentos, um por vez, sempre rotacionando o cubo. Terminou a pintura e rotacionou o cubo por várias vezes a fim de conferir o resultado final. Notou que a face do plano  $XY$  não tinha sido pintada, mas deixou como estava.

Acionou a ferramenta “texto”, deu o nome ao cubo e confirmou. Moveu o cubo e o texto para a posição que lhe agradou e finalizou sua tarefa. Por fim, moveu-se virtualmente para o grande grupo, abriu o microfone e informou a todos que tinha terminado sua tarefa.

A figura 33 apresenta a segunda parte dos eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental de A1 durante a OI3.

Às 16h30, o professor iniciou o debate de ideias no grande grupo com a apresentação da aluna A2.

Por meio da atividade de A2, o professor solicitou para que todos utilizassem a ferramenta de texto para colocar as características de cada sólido construído.

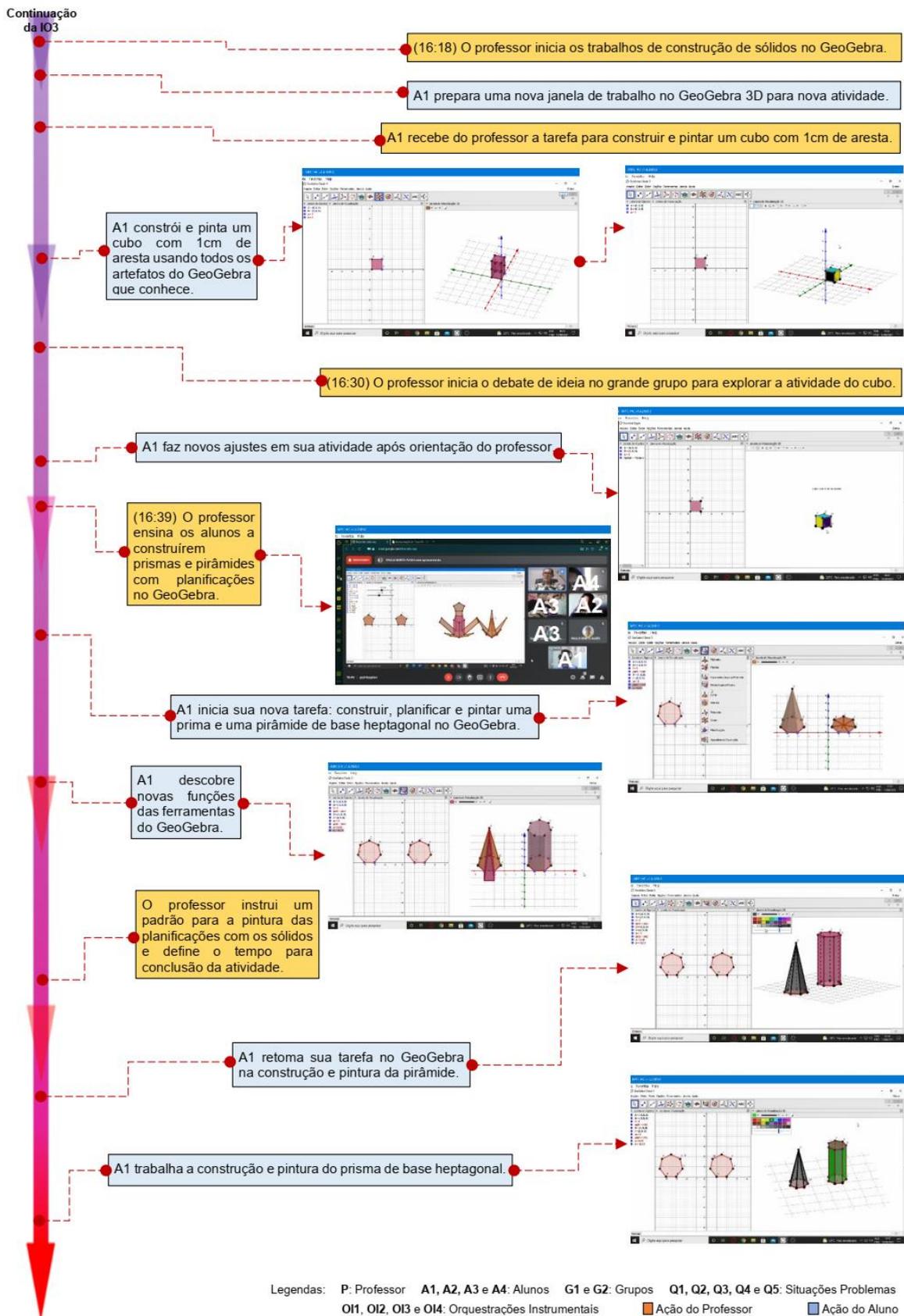
A1 observou as novas orientações do professor e voltou a fazer pequenos ajustes no seu trabalho: retirou os eixos, tentou editar o texto para “cubo com 1 cm” e não conseguiu. Criou um texto, excluiu o antigo e posicionou o novo texto na posição que lhe agradou. Retirou a malha e fez novas rotações para a conferência dos resultados desejados.

Em seguida, voltou ao grande grupo, participou do debate na apresentação do aluno A3 e fez elogios ao resultado do trabalho do colega. Por fim, salvou sua atividade como “exercício 3”.

Não foram encontrados registros da apresentação de A1 no grande grupo para essa atividade.

Às 16h39min, o professor iniciou a penúltima atividade: construir prismas e pirâmides com suas respectivas planificações.

**Figura 33:** Diagrama da linha do tempo de A1 na OI3 – segunda parte.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em demonstração aos alunos, o professor construiu dois sólidos paralelos na mesma interface gráfica do *GeoGebra* (uma pirâmide e um prisma, ambos com base pentagonal). Em seguida, delegou a atividade aos alunos.

A1 ficou responsável para construir e planificar dois sólidos na mesma interface gráfica do *GeoGebra*: um prisma e uma pirâmide, ambos com base heptagonal.

Enquanto o professor passava as instruções da atividade, paralelamente, A1 recorreu ao material de exposição do conteúdo para confirmar o formato de um polígono heptagonal, pois iria utilizá-lo em suas construções.

Em seguida, ajustou a janela de visualização 3D para um campo de visão que lhe satisfizesse, acionou a ferramenta polígono regular e colocou dois pontos no eixo  $X$  (-4 e -3). Automaticamente, abriu-se a janela de vértices no *GeoGebra*. A1 digitou “7” e confirmou, dando origem ao polígono heptagonal. Colocou outros dois pontos no eixo  $X$  (1 e 2) e, com os mesmos procedimentos anteriores, construiu o segundo heptágono.

Novamente, ajustou as janelas de visualizações, acionou a ferramenta “extrusão para pirâmide” e selecionou o primeiro heptágono. O *GeoGebra* abriu a janela “altura” e A1 escolheu a altura “5”. Confirmou, e a pirâmide foi construída, automaticamente pelo *GeoGebra*.

De imediato, A1 selecionou o outro heptágono e, novamente, o *GeoGebra* abriu a janela de “altura para extrusão da pirâmide”. A1 percebeu o erro e rapidamente desfez.

Em seguida, acionou a ferramenta “extrusão para prisma”, selecionou o segundo heptágono, o *GeoGebra* abriu a janela “altura”, A1 escolheu a altura “5” e confirmou. O prisma foi construído com êxito.

Sem perceber que a ferramenta “extrusão” continuava ativada, A1 clicou em uma das faces da pirâmide. Ao mover o mouse, ocorreu uma extrusão na face da pirâmide. Percebeu o erro, ficou surpreso com a novidade da ferramenta e desfez a ação.

A seguir, acionou a ferramenta “mover” e rotacionou os sólidos por alguns instantes para visualizar sua construção. Minimizou a tela do *GeoGebra* e voltou a acompanhar as instruções dadas pelo professor no grande grupo.

Nesse instante, o professor solicitou a todos que pintassem a planificação na mesma cor do sólido. A cor das arestas e dos vértices ficaria a critério de cada aluno. Para essa atividade, foi estipulado o tempo de 20 minutos.

A1 retomou sua tarefa no *GeoGebra*, tirando os eixos dos planos e colocando cores pretas em apenas dois dos sete vértices que estavam nas bases dos sólidos.

Selecionou a primeira face da pirâmide e pintou com a cor cinza. Em seguida, escureceu a cor, rotacionou a pirâmide para ver o resultado e não ficou satisfeito. Com a ferramenta “cor e transparência”, diminuiu o tom do cinza, apreciou o resultado e continuou a pintar as outras faces da pirâmide com cinza claro. Selecionou a primeira aresta da pirâmide e pintou com preto. Rotacionou a pirâmide, por várias vezes, enquanto estava aplicando cores às arestas.

Em seguida, percebeu que a pintura da primeira face era diferente das demais. Voltou para a ferramenta de “cores e transparência” e, por tentativa, ajustou uma por uma até chegar ao resultado que lhe agradou na pirâmide.

Para o prisma, A1 escolheu a cor rosa na primeira face, observou, rotacionou, escureceu o tom e não gostou. Mudou para a cor verde com o tom claro em substituição do rosa. Pintou as três primeiras faces, não se agradou. Escureceu o tom da cor, rotacionou o sólido e se agradou do resultado.

Em seguida, pintou as demais faces, rotacionou novamente para conferir se todas as faces estavam pintadas no mesmo tom, observou tudo e não se agradou.

Voltou a escurecer o verde, um pouco mais, em cada face. Rotacionou os sólidos e colocou cor cinza nas duas bases. Selecionou a face superior (em relação ao plano  $XY$ ) do prisma e colocou cor cinza. Rotacionou o prisma por várias vezes para comparar a pintura da base (no plano  $XY$ ) com a face superior. Satisfez-se com o resultado e manteve a pintura.

Selecionou a primeira aresta do prisma e pintou de marrom, rotacionou o sólido, não apreciou. Pintou de azul, rotacionou e não se agradou. Resolveu deixar na cor padrão do *GeoGebra* (vermelho).

Em seguida, ele ativou a ferramenta “planificação” e clicou na pirâmide, o *GeoGebra*, automaticamente, construiu a planificação e o controle deslizante na janela de visualização.

Com a ferramenta “planificação” ainda ativada, A1 deu um novo clique sobre o prisma e o *GeoGebra* construiu também a planificação e o controle deslizante do prisma. Voltou a clicar, por duas vezes, sobre o prisma e percebeu que novas planificações eram criadas uma sobre a outra. Ficou surpreso e desfez a ação.

Testou o controle deslizante do prisma por algumas vezes, fechou a planificação do prisma, rotacionou os sólidos, retirou a malha e diminuiu o zoom da janela de visualização 3D. Voltou a mexer no controle deslizante e descobriu que ele pode ser deslocado para outro lugar do ambiente da interface gráfica do *GeoGebra*.

Antes de iniciar a pintura das planificações, A1 passou a descobrir novas funções das ferramentas do *GeoGebra* que ele já tinha conhecimento. Por meio da ferramenta “mover”, alterou a forma e posição dos sólidos que ele criou. Em seguida, clicou no prisma, segurou e arrastou o cursor do mouse ao longo da janela. Descobriu que essa ação deformava o prisma e a pirâmide (redução e ampliação no sentido horizontal ou vertical), sem perder as proporções das medidas de origem.

Continuou mexendo no controle deslizante por várias vezes, abrindo e fechando a planificação. Rotacionou os sólidos e reduziu o *zoom* da tela de visualização. Mexeu na posição dos rótulos dos vértices e fez novas rotações dos sólidos. Continuou abrindo e fechando as planificações dos sólidos por meio do controle deslizante e notou que as duas planificações se chocavam no plano XY, quando ambas estavam 100% abertas. Voltou ao grande grupo, abriu o microfone e dialogou com o professor sobre o problema que ele detectou.

*A1: Professor, as minhas planificações ficaram muito perto!*

*P: Tem problema não! Você terminou?*

*A1: Quase!*

*P: Pronto, assim que terminar já pode ir compartilhando, viu!*

*A1: Certo!*

Ato contínuo, A1 voltou ao *GeoGebra* e usou o controle deslizante para fechar uma fração da planificação do prisma a fim de facilitar seu trabalho. Pintou as arestas das faces que formam a planificação do prisma na cor amarela, uma por uma. Em certo instante percebeu que, devido ao ângulo de posição que a figura se apresentava na interface, não estava conseguindo selecionar uma das

arestas para continuar pintando. Rotacionou todo o sólido para um melhor ângulo de visão e conseguiu trabalhar normalmente.

A ação de rotacionar os sólidos para efetuar a pintura ocorreu por diversas vezes ao longo da atividade.

Às 17h05min, o professor iniciou as apresentações e o debate de ideias entre todos.

*P: Podemos, meu povo? Será que podemos começar?*

*A1: Tô terminando aqui já!*

*P: Pronto, pode compartilhar A4, comece com você!*

Ao passo que a colega se apresentava, A1 colocou cores vermelhas nas arestas das faces que formam a planificação da pirâmide e usou os mesmos artifícios atribuídos ao prisma. Concluiu a pintura das arestas laterais e rotacionou tudo para pintar as arestas da base. Teve dificuldade devido ao tamanho reduzido do sólido. Aplicou o *zoom* para ampliá-lo e conseguiu pintar a primeira aresta da base.

Na sequência, deslocou-se para o grande grupo, apreciou um pouco a apresentação da colega e voltou a pintar as arestas da base com a cor vermelha. Concluiu a pintura, rotacionou os sólidos para a posição que lhe agradou e diminuiu o *zoom*.

Neste instante, o professor abriu espaço no grande grupo para todos darem sugestões na atividade da aluna A4.

*P: Pessoal, o que vocês acham da questão da aluno A4, está tudo correto? Queria a opinião de vocês!*

*A3: Faltou colocar a cor da planificação igual ao do sólido!*

*A4: Tem que ser igual é?*

*P: Sim! Qual foi a orientação dada?*

*A2: Faltou colocar também as cores das arestas tudo igual!*

*A1: O resultado da minha foi diferente também! (referindo-se às faces da planificação em relação ao sólido).*

*P: A cor do “corpo” do sólido tem que ser igual à da planificação! A cor você mesmo escolhe! E as cores das arestas devem ter uma única cor! Descompartilhe sua tela, vá ajustando o seu enquanto isso A1 mostra o dele!*

*A1: Eu fiz igual ao dela também!*

*P: Sem problema, compartilhe aí pra a gente ver!*

De imediato, A1 voltou ao *GeoGebra*, fechou as planificações e compartilhou a tela no grande grupo. Rotacionou os sólidos, diminuiu o *zoom*, abriu e fechou as planificações e aplicou a animação de rotação nos sólidos. Por

fim, pediu novas orientações ao professor e ao grupo sobre os ajustes que precisava fazer.

Enquanto perduraram as apresentações dos colegas e as novas instruções dadas pelo professor, A1 se revezou em observar o trabalho dos colegas, participar do debate de ideias e ajustar as pendências de sua atividade no *GeoGebra*: rotacionar, selecionar, pintar, etc. Por fim, salvou a atividade como exercício 4.

O resultado obtido por A1, ao final dessa tarefa, mostrou que ele estava instrumentalizado com o artefato de construção de planificações de sólidos geométricos correspondentes ao solicitado na atividade no *GeoGebra*.

Às 17h17min, o professor deu início à última atividade da Orquestração Instrumental 3: resolver um problema contextualizado.

Após explicações da atividade e sorteio entre os quatro alunos, A1 ficou incumbido de construir, planificar e pintar um sólido com as características da segunda embalagem do problema contextualizado: um prisma de base triangular.

A figura 34, mais à frente, apresenta a terceira parte dos eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental de A1 durante a OI3.

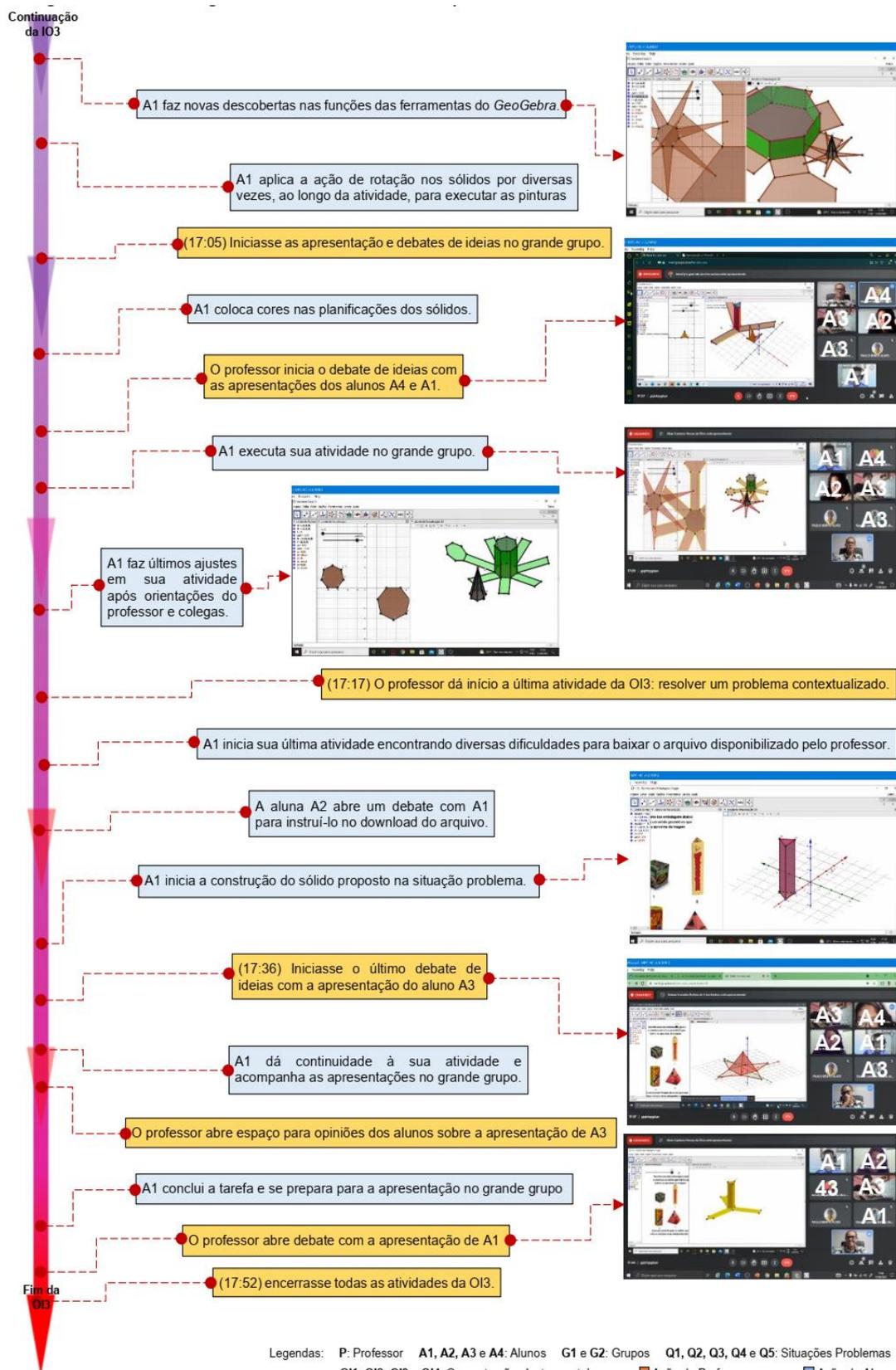
A atividade previa a duração de 10 minutos. Todos concordaram. Após o roteiro dado pelo professor, A1 iniciou sua atividade, abrindo o *Google Classroom*.

Selecionou o seu perfil e tentou buscar o documento na sala. Teve dúvida, não conseguiu. Voltou para o *WhatsApp* e tentou abrir a pasta (onde estava a atividade pré-montada pelo professor) através do *link* disponibilizado pela aluna A2. Entrou na pasta, mas não conseguiu baixar o arquivo.

Pediu novas orientações no grande grupo para abrir o documento. Em seguida, tentou fazer *download* por diversas vezes e não teve certeza se o tinha baixado. Consultou a pasta de *download* e não encontrou o arquivo.

Fez outras diversas tentativas, como cortar e colar no *GeoGebra*, notou que o *software* não permitia esse atributo. Navegou por várias pastas do computador em busca do arquivo e não o encontrou.

**Figura 34:** Diagrama da linha do tempo de A1 na OI3 – terceira parte.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A seguir, recebeu novas instruções de A2. Tentou novamente e conseguiu abrir a pasta pelo seu *e-mail*. Chegou aos arquivos disponibilizados pelo professor, pediu para baixar, escolheu a opção “pasta *zipada*”, abriu-se uma janela de texto para orientações da pasta *zipada*. Percebeu que algo estava errado, desfez. Solicitou o *download* mais uma vez, clicou em outra ferramenta errada (*conectar mais app*) e desfez.

Apreensivo, fechou todas as janelas, voltou ao grande grupo e informou que não estava conseguindo.

*A1: Não estou conseguindo!*

*A2: Apresenta sua tela aí pra eu tentar te ajudar!*

De imediato, o aluno A1 compartilhou a tela com a pasta aberta e os quatro arquivos para baixar.

*A2: Abre uma pasta logo no computador!*

*A1: Vê isso aqui! (mostrou os arquivos no computador)*

*A2: Pronto! Tu clicas no segundo arquivo.*

*A1: Sim, eu cliquei! Aí faz o quê?*

*A2: Espera abrir, né?*

*A1: Isso aqui? (mostra o processo de download sendo executado)*

*A2: Olha aí! fazer download!*

*A1: Pera aí... Já fez!*

*A2: Pronto, tu agora vais na pasta!*

*A1: E agora?*

*A2: Clica nele! Ele já vai direto para o GeoGebra já!*

*A1: Meu Deus!...risos*

*A2: Pronto! Aí já abre como uma pasta nova do GeoGebra, entendesse? Ou tu poderias ir em “arquivo” aqui e abrir direto pelo GeoGebra.*

*A1: Hum! No caso eu não preciso fazer nada aqui não, né? (referindo-se ao texto dado no problema).*

*A2: No caso, tu vais fazer esse aqui, o segundo! Aí tu tens que ter ideia de proporção, de tamanho pra ele, porque ele é maior né, que os outros!*

*A1: Beleza, valeu, valeu! risos...*

*P: Você vai fazer só sua questão, viu?*

*A1: Sim, sim!!*

Destacamos aqui o evento que denominamos de Evento 1, em que os estudantes A1 e A2 iniciaram a construção da figura do problema Q1.

### Quadro 7: Eventos 1 - problema (Q1) - parte 1

Eventos dos alunos A1 e A2 na resolução da situação problema Q1

*Evento 1: Ações do Aluno A1:*

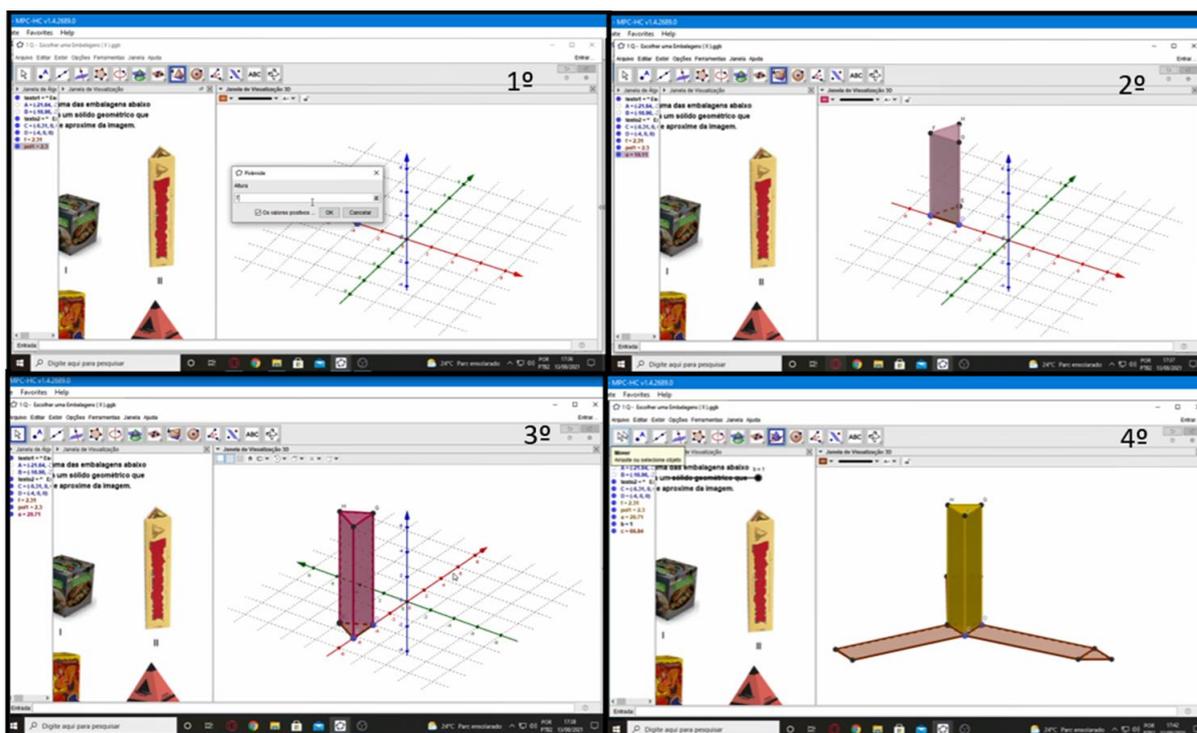
- Com a ferramenta “mover”, A1 ajustou o texto na janela de visualização e utilizou a mesma ferramenta (mover) para deslocar o espaço XYZ da janela visualização 3D. Selecionou a ferramenta “polígono regular”, criou dois pontos no eixo X com coordenadas (-6 e -4), digitou “3” na ferramenta “janela de vértices” e criou um triângulo regular.
- Selecionou o triângulo criado, digitou “7” para a altura do sólido e confirmou. Automaticamente o *GeoGebra* criou uma pirâmide de base triangular. De imediato, notou que precisava construir um prisma e não uma pirâmide, desfez tudo.
- Ativou a ferramenta “extrusão de prisma”, digitou “7” para a altura e criou o prisma de base triangular.
- Com a ferramenta “mover”, ajustou o zoom, rotacionou o objeto criado, achou que estava pequeno, desfez tudo.
- Com os mesmos procedimentos anteriores, construiu um prisma triangular com 9cm de altura. Retornou à interface gráfica do *GeoGebra*, com a ferramenta “mover”, em seguida rotacionou o sólido e iniciou a pintura das faces.
- Com a ferramenta “cor e transparência”, procurou aproximar a tonalidade da cor amarela ao da embalagem da situação-problema.
- Rotacionou o objeto por várias vezes enquanto aplicava as cores nas faces, uma por uma;
- Aplicou a animação de rotação, retirou os eixos XYZ e a malha quadriculada do plano;
- Acionou a ferramenta “planificação”, clicou no prisma e a planificação foi formada, automaticamente, pelo *GeoGebra*.
- Utilizou a janela de álgebra para selecionar todas as faces da planificação e pintou na mesma cor do sólido.
- Testou o controle deslizante por algumas vezes, rotacionou o sólido e ajustou o zoom para o texto e para o sólido construído.
- Salvou sua atividade na pasta do computador.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O recorte do evento 1 demonstra a instrumentação do aluno A1 para os recursos de alguns artefatos do *Geogebra 3D* no desenvolvimento dos artefatos matemáticos simbólicos a partir dos invariantes operatórios do plano cartesiano, coordenadas, poliedros, polígono regular, na construção do prisma de base triangular (regular).

Os momentos das passagens 1, 2, 3 e 4 da figura 35 revelam o domínio do estudante sobre alguns artefatos do *GeoGebra 3D*: mover, janela de visualização, janela de visualização 3D, polígono regular, janela de vértices, extrusão de prisma, zoom, cor e transparência, planificação e controle deslizante.

**Figura 35:** Instrumentação de A1 na situação-problema (Q1).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Percebe-se que A1, nesse momento, já desenvolveu a regra de ação ao traçar (a partir de dois pontos) uma aresta do polígono da base sempre sobre um dos eixos do plano cartesiano. Com o comando extrusão do prisma, polígono da base e uma altura, ele construiu o prisma.

O resultado dessa atividade para A1 gerou um instrumento geométrico similar ao mostrado na análise *a priori*. Desta forma, conclui-se que a Gênese Instrumental do estudante desenvolveu-se para a situação problema Q1, construindo o conhecimento.

*A1: Pronto professor, terminei aqui!*

*P: Já pode apresentar, viu! E os demais podem fazer comentários. O comentário é sempre em cima disso, viu gente! Tá coerente com a questão? Tá faltando alguma coisa? Poderia melhorar?*

De imediato, A1 compartilhou sua atividade no grande grupo.

*A1: Olha aqui!*

*P: E a planificação?*

*A1: Pronto! (planifica o sólido) Ficou bom ou não? Podem falar!*

*P: Eu achei massa! muito bom!*

*A2: Cadê! Quero ver também! Ficou ótimo A1, você arrasou!*

Após a sua apresentação, A1 retirou o compartilhamento de sua tela para o grande grupo, salvou a atividade como exercício 5 e voltou para assistir à apresentação da aluna A2. Ao longo da apresentação de A2, A1 não deu nenhuma sugestão.

Às 17h52min, as atividades da terceira Orquestração Instrumental On-line foram encerradas com rápidas orientações e agradecimentos do professor aos alunos.

#### **4.2.4 Linha do tempo de A1 - quarta Orquestração Instrumental On-line (OI4)**

Antes do início da última Orquestração Instrumental, A1 já estava no ambiente da sala remota. Às 14h22min, o professor deu início à quarta Orquestração Instrumental On-line (OI4). Fez agradecimentos pela participação dos alunos e mostrou a programação do último encontro.

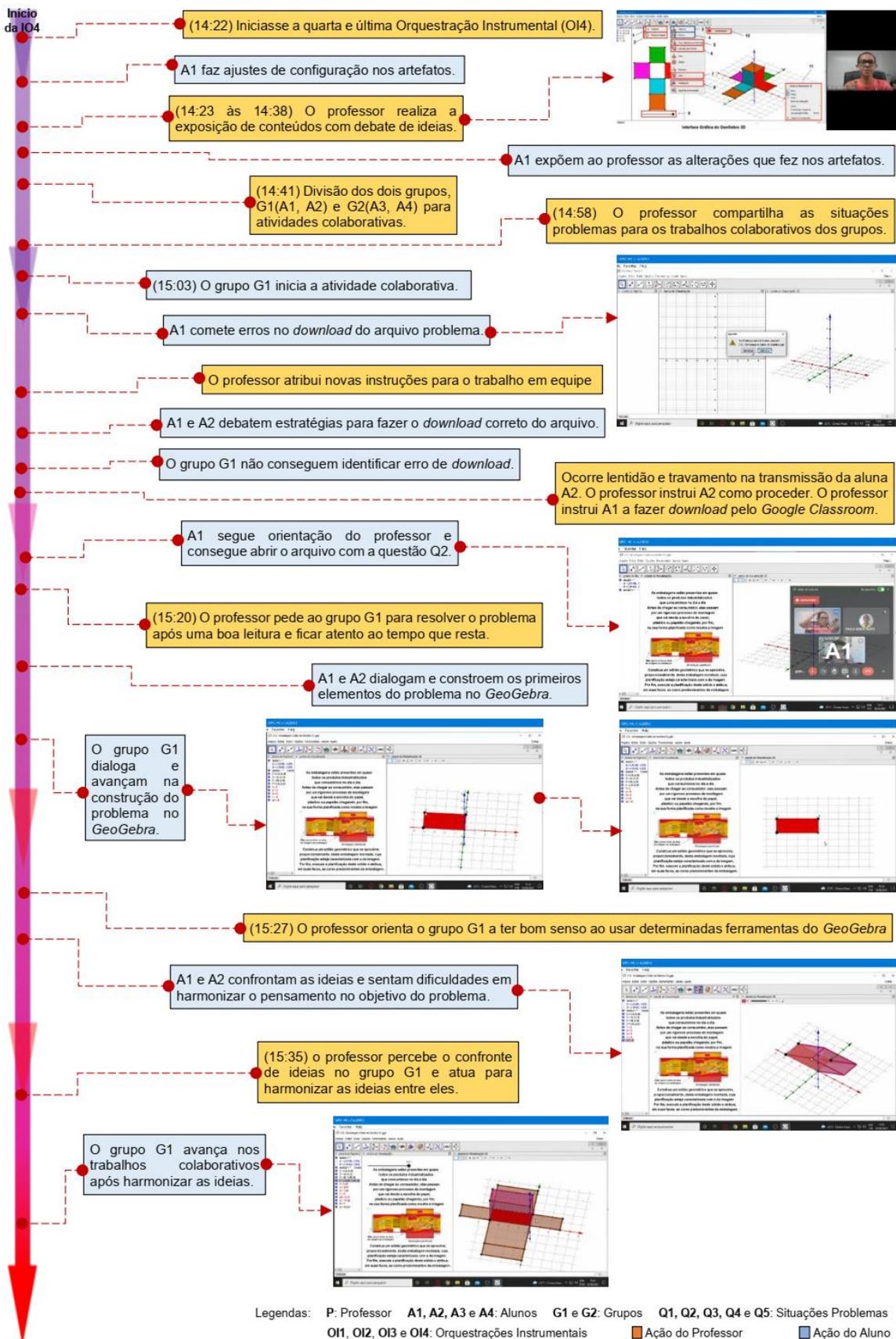
À medida que o professor dava as primeiras orientações, A1 ajustava os artefatos que iria usar ao longo da OI. Verificou se *OBS Studio* estava gravando normalmente, clicou na ferramenta de configuração do áudio para “filtro de ruídos”, excluiu o “compressor de áudio” e confirmou a ação. Verificou o resultado para essa configuração e não se deu por satisfeito. Voltou a instalar o “compressor” no *OBS Studio*, observou o resultado mais uma vez, agradou-se e voltou ao grande grupo para assistir à exposição de conteúdo dada pelo professor.

Das 14h23min às 14h38min, o professor fez a exposição de conteúdos e abriu o debate para perguntas e considerações dos alunos. A1 não fez nenhuma pergunta em relação à exposição de conteúdo, porém expôs ao professor as alterações que fizera no áudio do *OBS Studio*.

A figura 36 apresenta a primeira parte dos eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental de A1 durante a OI4.

Às 14h41min, após a divisão dos dois grupos, G1(A1, A2) e G2(A3, A4), o professor mostrou as situações-problema aos alunos, instruiu sobre a forma de execução e decretou uma pausa de cinco minutos antes da alocação das duplas em salas virtuais diferentes.

**Figura 36:** Diagrama da linha do tempo de A1 na OI4 – primeira parte.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Às 14h58min, com atraso de dez minutos por causa de problemas no notebook da aluna A2, o professor reiniciou os trabalhos da OI4. Compartilhou as situações problemas no *WhatsApp* para os dois grupos e encaminhou-os a salas virtuais diferentes. Às 15h03min, A1 iniciou sua primeira tarefa de forma coletiva com a aluna A2.

*A2: Olha, tu fazes a primeira e eu faço a segunda, o que você acha?*

*A1: Cadê, deixa eu ver se eu consigo colocar aqui! Eu nem lembro mais como faz isso, estou esquecido! Vou abrir pela janela aqui!*

Após ter baixado a questão Q2 no seu computador (embalagem caldo de galinha), A1 foi à janela “arquivo” do *GeoGebra*; sem perceber, pediu para abrir a questão errada (Q1 – trabalhada na OI3). Notou que não era a questão desejada, voltou, tentou abrir outro arquivo com extensão *GeoGebra* e errou novamente.

Em seguida, identificou a questão correta e deu o comando para abrir, executando dois cliques sobre o arquivo. O *GeoGebra*, automaticamente, “perguntou” se ele deseja gravar e substituir o arquivo preparado, antecipadamente, por ele pelo arquivo baixado: “embalagem caldo de galinha”. De imediato confirmou, e a princípio não se deu conta do erro que tinha cometido, pois essa ação fez perder o conteúdo da questão preparada pelo professor. A seguir, deu uma pausa na tarefa e entrou no ambiente do grande grupo para ouvir as instruções dadas pelo professor.

*P: A1 e A2, vocês me escutam?*

*A1 e A2: Sim professor, escutamos!*

*P: Duas informações importantes: Primeira informação, abram as câmeras para que eu veja os semblantes de vocês. Segunda: aquele que vai executar a tarefa tem que compartilhar a tela aqui comigo, tá? Pra eu ficar acompanhando!*

*A2: Professor, A1 vai compartilhar a tela! Ele foi escolhido pra fazer primeiro!*

*P: A1, compartilhe a tela, tá?*

*A1: Tá bem!*

A1 e A2 abriram as câmeras e em seguida A1 compartilhou a tela do seu computador com o professor e com sua companheira de trabalho.

*A1: Não lembro mais como faz!*

*A2: Lembra, menino! É só compartilhar a tela, é muito fácil!*

*A1: Compartilhar a tela não, isso eu sei, é o resto!*  
*A2: Eu vou te falar, também, né? Você baixou o arquivo lá, já?*  
*A1: Baixe, mas não tô conseguindo abrir não! Vê, quando eu abro esse aqui, (o arquivo caldo de galinha), aí abre essa foto (referindo-se ao arquivo que ele salvou de forma incorreta).*  
*A2: É porque você tem que clicar lá dentro! Ai meu Deus, pera aí!*

Sem atinar com o erro de *download* que tinha cometido, A1 repetiu a ação para A2 por mais duas vezes, utilizando a sequência: arquivo, abrir pasta, selecionou o arquivo Q2 “caldo de galinha” e pediu para abrir. O resultado da ação era sempre o mesmo: O *GeoGebra* exibia a questão sem o conteúdo da situação- problema.

Para mostrar à aluna A2 que estava fazendo o procedimento correto, A1 executou a mesma sequência utilizando a questão Q1 (trabalhada no último encontro) e obteve sucesso. Porém, A2 não tinha conhecimento do procedimento errado que ele havia cometido na hora de baixar o arquivo.

Sem compreender o que estava se passando, ela pediu para A1 fechar tudo, inclusive o *GeoGebra*, e abrir a pasta onde estava o arquivo para *download* por meio de dois cliques no mouse. De imediato, A1 fez o procedimento e não obteve sucesso. Dessa forma, os dois resolveram pedir ajuda ao professor.

*A1: Professor? Tá dando problema aqui!*  
*P: Qual foi o problema? Diga!*  
*A1: Ele não tá abrindo, não tá mostrando!*  
*P: Você baixou ele (o arquivo) para o seu computador?*  
*A1: Baixe!*  
*P: Mostre aí pra eu ver o que aconteceu!*

A1 fez os procedimentos e mostrou ao professor a questão aberta sem as informações do problema.

O professor (também desconhecedor do erro cometido por A1) resolveu verificar se ele estava ocorrendo no outro grupo (G2), porém tudo estava normal.

Para verificar se o problema iria ocorrer também em seu computador, a aluna A2 resolveu baixar o arquivo em sua pasta e realizar o teste de abertura, enquanto A1 também baixava a questão do grupo G2 para testar em seu computador.

Ao obter sucesso, A1 compartilhou a tela e mostrou para sua amiga que o problema Q3 estava abrindo normalmente.

Antes de o professor iniciar a busca da possível falha, A2 conseguiu abrir o arquivo em seu computador normalmente. Neste mesmo instante, começaram a ocorrer lentidão e travamento na transmissão da aluna A2, o que deixou a comunicação entre o grupo e o professor bastante complicada. O professor e A1 escutavam a aluna A2 normalmente, no entanto ela não obtinha retorno.

A2 decidiu entrar no ambiente com o seu celular para restabelecer a comunicação, mas a tentativa não teve êxito.

O professor mandou uma mensagem de áudio para a aluna, orientando-a a fazer a reiniciação do sistema. Paralelamente, seguiu orientando A1 a baixar o arquivo novamente pela sala do *Google Classroom* a fim de constatar se o problema persistiria.

De imediato, A1 entrou em seu *e-mail* e abriu o arquivo onde estava a pasta com as questões. Casualmente, descobriu que a tela do *OBS Studio* ficava transparente, flutuante e sobreposta ao seu *e-mail*. De imediato, comunicou a descoberta ao professor.

Em seguida, abriu a pasta das questões, fez o *download* do arquivo para o seu computador, acessou a pasta de download do seu equipamento, identificou a questão, pediu para abrir e a questão abriu normalmente.

Às 15h20min, após a aluna A2 ter normalizado a conexão com a *internet*, o professor reforçou as orientações dadas anteriormente e pediu que o grupo, após uma boa leitura do problema, tentasse resolver a questão com calma e observando o tempo que restava.

A1 leu a situação-problema, dialogou um pouco com A2 e iniciou a resolução no *GeoGebra*.

Destacamos um novo evento (evento 2) agora para o problema Q2. Esse é um evento em que eles buscam entender o enunciado do problema (uma substituição), fazem uma interpretação da contextualização e antecipam as regras para a construção do sólido.

O trecho do evento 2, para a situação problema Q2, requer um trabalho coletivo (A1 conversou com aluna A2 e iniciou a resolução), conhecimentos preliminares de contextualização (É um pacote de bolacha, é um prisma!), conhecimentos elementares da Matemática (Tu fazes um retângulo/um prisma e depois planifica) etc.

**Quadro 8:** Evento 2 – situação-problema (Q2)

Eventos do grupo G1 na resolução da situação-problema Q2
<p><i>Evento 1: Diálogos entre os alunos A1(executor do GeoGebra) e A2 (colaboradora):</i></p> <p>A2: Se eu não me engano é um pacote de bolacha, é um prisma!  A1: É uma coisa assim, né?  A2: É um pacote de bolacha, ele tá planejado!  O aluno A1 leu a situação-problema, dialogou um pouco com a aluna A2 e iniciou a resolução no <i>GeoGebra</i>.  A2: Pronto, vê! Tu fazes um retângulo e “sobe” (referindo-se à ferramenta extrusão) um prisma e depois planifica. Tu fazes a face dele amarela e as arestas tu colocas vermelha. Agora, sendo que a planificação de baixo é exatamente vermelha.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste evento, percebe-se uma clara correlação feita pela aluna A2 entre a figura geométrica produzida e o objeto físico, feita na OI2 (vídeo e contextualização). A2 também fez uma antecipação das regras, pautada em conceitos e teoremas em ação. Ao final, a aluna dirigiu seu entendimento do que é um prisma, atrelando sua base com a ferramenta extrusão de prisma e planificação.

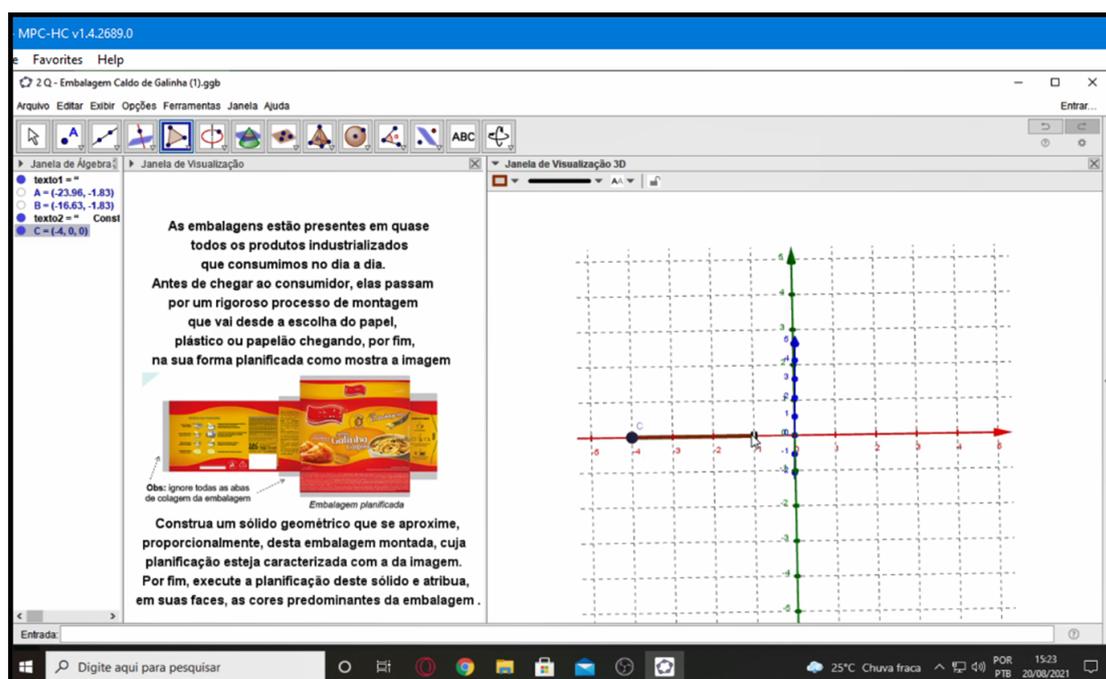
**Quadro 9:** Evento 3 – situação-problema (Q2)

Eventos do grupo G1 na resolução da situação-problema Q2
<p><i>Evento 2: Diálogos entre os alunos A1(executor do GeoGebra) e A2 (colaborador):</i></p> <p>A2: Faz um polígono sem ser muito largo.  A1: Aqui tá bom? (A1 coloca dois pontos no eixo X (-4 e -1)).  A2: Não! Mais um pouquinho! Bota ele colado no eixo (referindo-se ao eixo Z).  A1: Do número quatro até o zero?  A2: Sim!</p>

Fonte: Elaborado pelo autor.

O recorte do evento 3 para a situação-problema Q2 configura um trabalho de instrumentação coletiva no plano cartesiano do *Geogebra 3D* com objetivo de desenvolver um segmento de reta que antecipa a construção da base (retângulo) formadora do prisma.

**Figura 37:** Segmento de reta no *GeoGebra 3D*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como invariantes operatórios, os estudantes mobilizaram os conhecimentos elementares da Matemática atrelados à construção de uma aresta da base do prisma no plano cartesiano (coloca dois pontos no eixo X (-4 e -1)). Tem-se uma regra de ação para se obter uma aresta; com o segmento a partir de dois pontos e a distância entre eles, chega-se à medida da aresta. Aqui eles utilizaram, especificamente, o comando construção de polígono do *GeoGebra* por inferência da aluna A2, com base em raciocínio para se chegar a um resultado mais específico.

A1 tentou fazer um retângulo com dimensões 4 cm x 3 cm. A2 discordou e pediu que ele fizesse um retângulo 4 cm x 2 cm para não ficar com a planificação “meio grossa”. A1 concordou, construiu, pintou os vértices de preto e o retângulo de vermelho. A2 não aprovou o retângulo e pediu para A1 diminuir a largura para “um quadradinho”, referindo-se à marcação da malha quadriculada no plano XY (Quadro 10).

**Quadro 10:** Evento 4 – situação-problema (Q2)

Eventos do grupo G1 na resolução da situação-problema Q2.

*Evento 3: Diálogos entre os alunos A1 (executor do GeoGebra) e A2 (colaborador):*

A2: Não é melhor tu fazê-lo mais fino, não? Já que essa vai ser a base?

A1: Baixar mais ele?

A2: Aham!

A1: No caso, onde tá no número dois, ali eu coloco no 1?

A2: Cadê “vira aí” (ato de rotacionar a imagem no *GeoGebra*), deixa ele virado pra eu ver como é que fica! Tá bom né? Tá bom!

A1: Eu acho que tá um pouquinho grande!

A2: Então, deixa mais fino!

A1: Ficou grande na largura!

A2: Então, deixa só um quadradinho. No caso, você está vendo aí dois quadradinhos no plano cartesiano? Aí tu deixas só um pra ficar mais fino!

Fonte: Elaborada pelo autor.

O recorte do evento 4 para a situação-problema Q2 traz um trabalho coletivo com ênfase nos conhecimentos elementares da Matemática associados à proporcionalidade (Eu acho que tá um pouquinho grande! / Então, deixa mais fino! / Ficou grande na largura!) e habilidade espacial com o auxílio do *GeoGebra* (Cadê “vira aí, deixa ele virado pra eu ver como é que fica!”).

Nesse evento, percebe-se uma clara inferência da aluna A2, antecipando-se a uma construção do polígono imaginado mentalmente. A1 atuou no *GeoGebra* com regras de ação e domínio sobre os artefatos: mover, polígono regular e controle deslizante. Conforme o objetivo do grupo, o artefato simbólico com as medições desejadas foi sendo desenhado a cada inferência realizada.

De imediato, A1 tentou diminuir o retângulo e não conseguiu.

*A1: Tem como diminuir não! Acho que tem que fazer outro!*

*A2: Você clica na bolinha (vértice) e arrasta pra baixo! Acho que vai! Tu tens que deixar retinho.*

A seguir, A1 seguiu as orientações de A2 e conseguiu diminuir o tamanho da aresta, porém diminuiu o comprimento e não a largura, como ela desejava.

*A2: Você tá diminuindo o comprimento?*

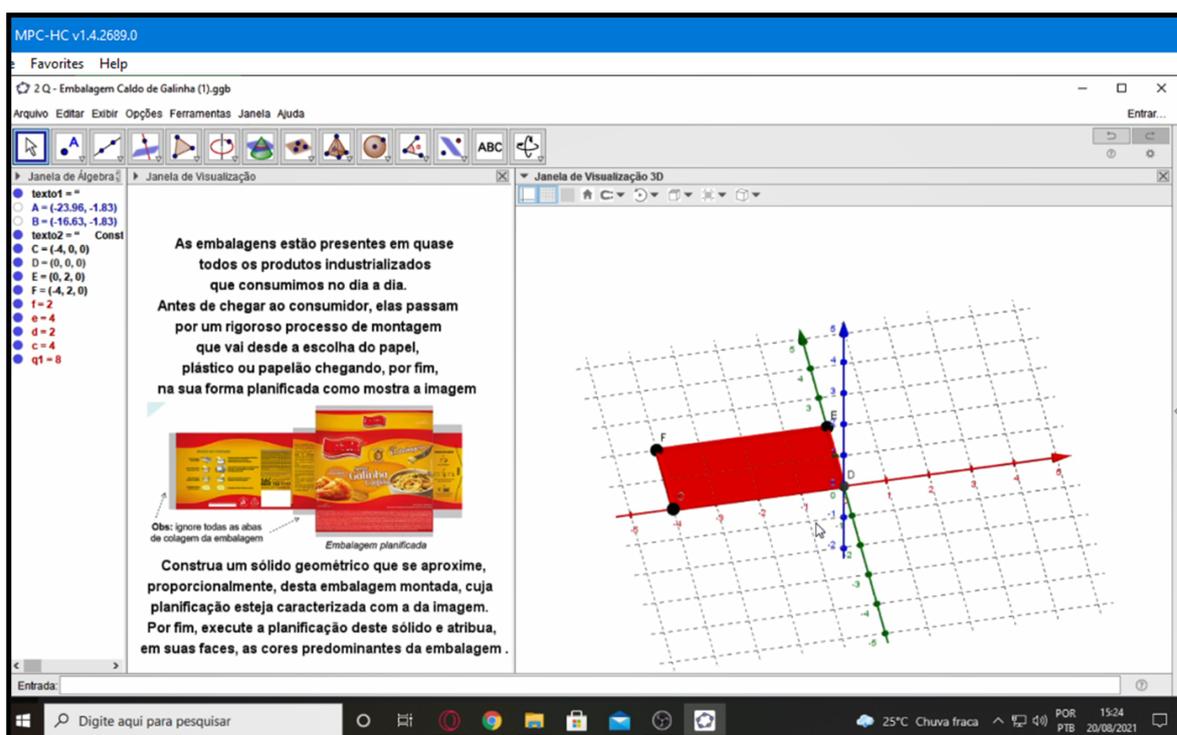
*A1: É! Porque se não, vai ficar muito grande.*

*A2: Mas aí não tá grande, não? Eu acho que era pra diminuir só a largura!*

*A1: No caso, é pra deixar assim? (A1 diminui a largura em 1 cm).*

*A2: Deixa mais fino! E naquele mesmo comprimento que tinha antes!*

**Figura 38:** Construção de polígono no GeoGebra 3D.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na sequência, A1 e A2 concordaram com a construção formulada. A seguir, A1 passou a ter dificuldades para desfazer uma parte do trabalho que estava errada. Para ajudar, A2 pediu para ele utilizar as teclas (*Ctrl+Z*) para desfazer mais rápido. A1 utilizou as teclas de atalho, ajustou a tela e resolveu retirar, antecipadamente, os eixos *XYZ* da construção.

*A2: Você vai precisar dos eixos para levantar o prisma!*

*A1: Eu sei! É só pra ter uma noção!*

Às 15h27min, A1 e A2 decidiram parar a atividade para sanar dúvidas com o professor.

*A2: Professor? Veja, pra subir, fazer o prisma, a gente pode usar aquela ferramenta que o senhor ensinou (extrusão de prisma) ou qualquer uma?*

*P: Prioritariamente, as que a gente usou na sala de aula.*

Além disso, o professor instruiu o grupo a julgarem o que poderia ajudar ou atrapalhar no uso de determinadas ferramentas do *GeoGebra*, pois o tempo estipulado para a primeira atividade já estava se findando.

O grupo concordou em construir o sólido, utilizando a ferramenta “extrusão de prisma” para facilitar o trabalho.

A1 selecionou a ferramenta, clicou no retângulo e o *GeoGebra* pediu a altura. Neste instante, A1 voltou e usou a ferramenta “prisma” e não “extrusão de prisma”, conforme tinham acordado. Voltou a ativar os eixos *XYZ*, rotacionou para melhorar a visualização, clicou na base construída e, em seguida, sentiu dificuldade em colocar o paralelepípedo em pé (sob um ângulo de  $90^\circ$  em relação ao plano *XY*).

*A2: Tu tens que usar o eixo Y como base (referindo-se ao eixo Z, erroneamente)*

*A1: Ah tá, pera aí!*

*A2: Sobe a bolinha que tá em baixo! (referindo-se ao vértice do retângulo localizado na origem (0,0)).*

A seguir, A1 clicou na ferramenta “prisma”, esqueceu-se de selecionar o polígono e clicou no ponto 3 do eixo *Z*, o que impediu o *GeoGebra* de construir o que o grupo desejava.

*A2: Não é assim! Aperta as teclas (Ctrl+Z), agora tu clicas no “sólido” e sobe! (referindo-se à base retangular que foi construída anteriormente).*

Por diversas vezes, o grupo tentou utilizar a ferramenta “prisma” e não obteve sucesso. Exhaustivamente, A2 orientou A1 no passo a passo para construir o prisma e não houve resultado satisfatório, uma vez que A1 teve dificuldade em acompanhar as orientações da colega.

Às 15h35min, o professor (ao observar tudo que estava se passando no grupo G1) prontificou-se em ajudá-los. O grupo concordou.

Neste instante, o professor orientou a dupla a não persistirem em utilizar uma ferramenta do *GeoGebra* que não estava ajudando o desenvolvimento do trabalho. Seguiu orientando a dupla a dar ênfase nas ferramentas que foram indicadas na exposição de conteúdo.

Dessa forma, mais uma vez, o grupo resolveu fazer a tarefa usando a ferramenta que foi mostrada na exposição de conteúdo: “extrusão de prisma”. Desta vez, finalmente, conseguiram construir o prisma que representava a embalagem do problema Q2.

A seguir, o professor pediu para que a dupla julgasse se as proporções da construção estavam condizentes com a embalagem do produto usado no

problema. Por fim, pediu que eles ajustassem as dimensões (se necessário), planificassem e colocassem cores nas faces.

De imediato, A1 e A2 continuaram a tarefa, rotacionando o sólido para ver se as proporções estavam coerentes com o problema, diminuíram a largura do prisma (pois julgaram que estava muito largo), rotacionaram a construção em torno dos eixos XYZ para visualizar melhor, aprovaram o resultado, aplicaram a planificação, voltaram a rotacionar para ver o resultado da planificação, compararam com a planificação da embalagem e discutiram entre si.

#### Quadro 11: Evento 5 – situação-problema (Q2)

Eventos do grupo G1 na resolução da situação problemas Q2
<p><i>Evento 4: Diálogos entre os alunos A1(executor do GeoGebra) e A2 (colaborador):</i></p> <p>A2: Ficou diferente da planificação (referindo-se à planificação da embalagem).  A1: Como assim diferente?  A2: Não ficou a mesma planificação!  A1: Ficou menina!  A2: É, tá certo! É porque tem vários formatos. A planificação que ele fez é como se ele botasse as bases pros lados e a parte do meio ficasse toda reta! Entendes? Mas tem problema não! É a mesma coisa!</p>

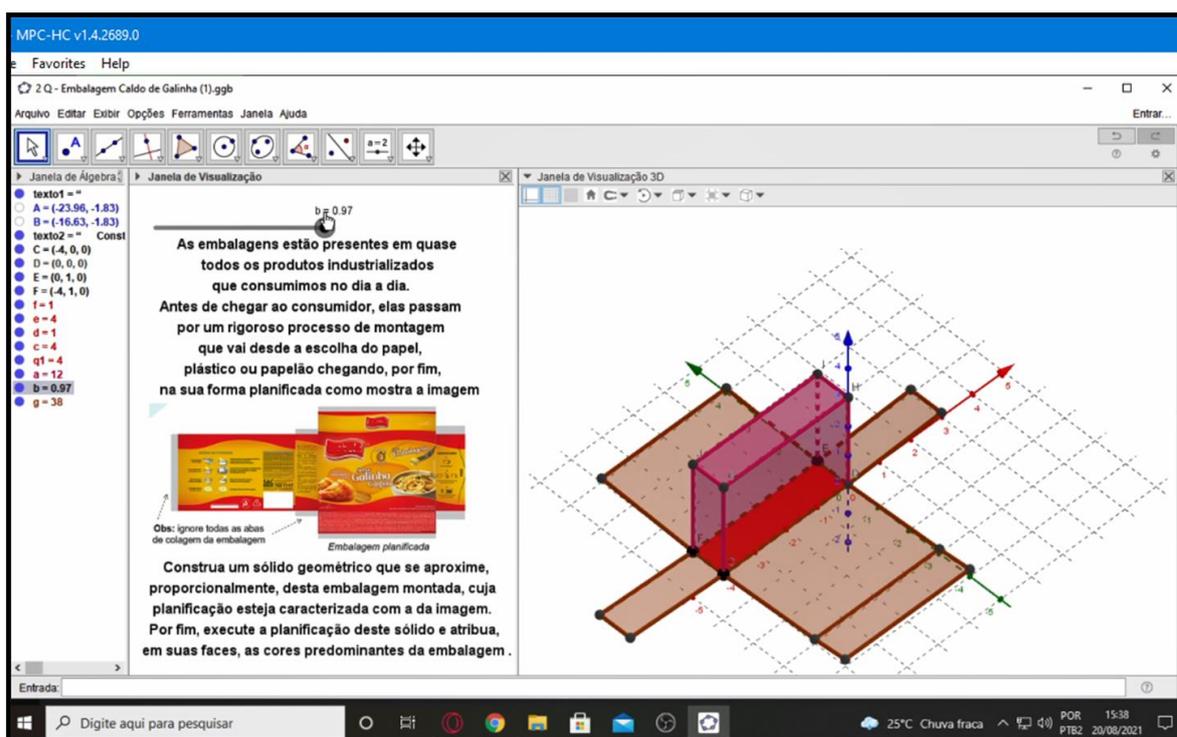
Fonte: Elaborado pelo autor.

O recorte do evento 5 para a situação-problema Q2 traz uma reflexão movida pela dúvida temporária (“Ficou diferente da planificação!”), questionamento (“Como assim, diferente?”), comparação (“A planificação que ele fez é como se ele botasse as bases para os lados e a parte do meio ficasse toda reta!”) e conclusões sobre o instrumento construído (“Tá certo! É a mesma coisa!”).

Nesse evento, percebe-se uma substituição de validação da construção, feita a partir da comparação do artefato matemático simbólico da situação-problema com o resultado apresentado na interface gráfica do GeoGebra 3D, desenvolvido pelo domínio e regra de ação das ferramentas: mover, polígono regular, extrusão de prisma, planificação e controle deslizante.

Nesse momento, A2 sugeriu alterar a largura do prisma para ficar mais próximo da embalagem. A1 rotacionou o sólido, encontrou o melhor ângulo, clicou em um dos vértices e começou a alterar. O *GeoGebra* passou a exibir formas não esperadas pelo grupo e que geraram surpresa e preocupação entre eles.

**Figura 39:** Construção de prisma e planificação no *GeoGebra 3D*.



Fonte: elaborada pelo autor.

O fato era que A1 estava, sem perceber, movendo o vértice no espaço, pensando que estava atuando no plano  $XY$ .

A2 pediu para A1 desfazer a ação. A1 atinou com o erro, trouxe o vértice do prisma para o eixo  $XY$  e, automaticamente, o *GeoGebra* formou o sólido desejado com sua planificação.

A2: *Tá bom! Vê aí bota pra cima! (rotacionar) O que tu achas?*

A1: *Tá bom! Sei lá!*

A2: *Muito grosso, né? Volta lá, bota um quadradinho!*

A1: *Tô indeciso.*

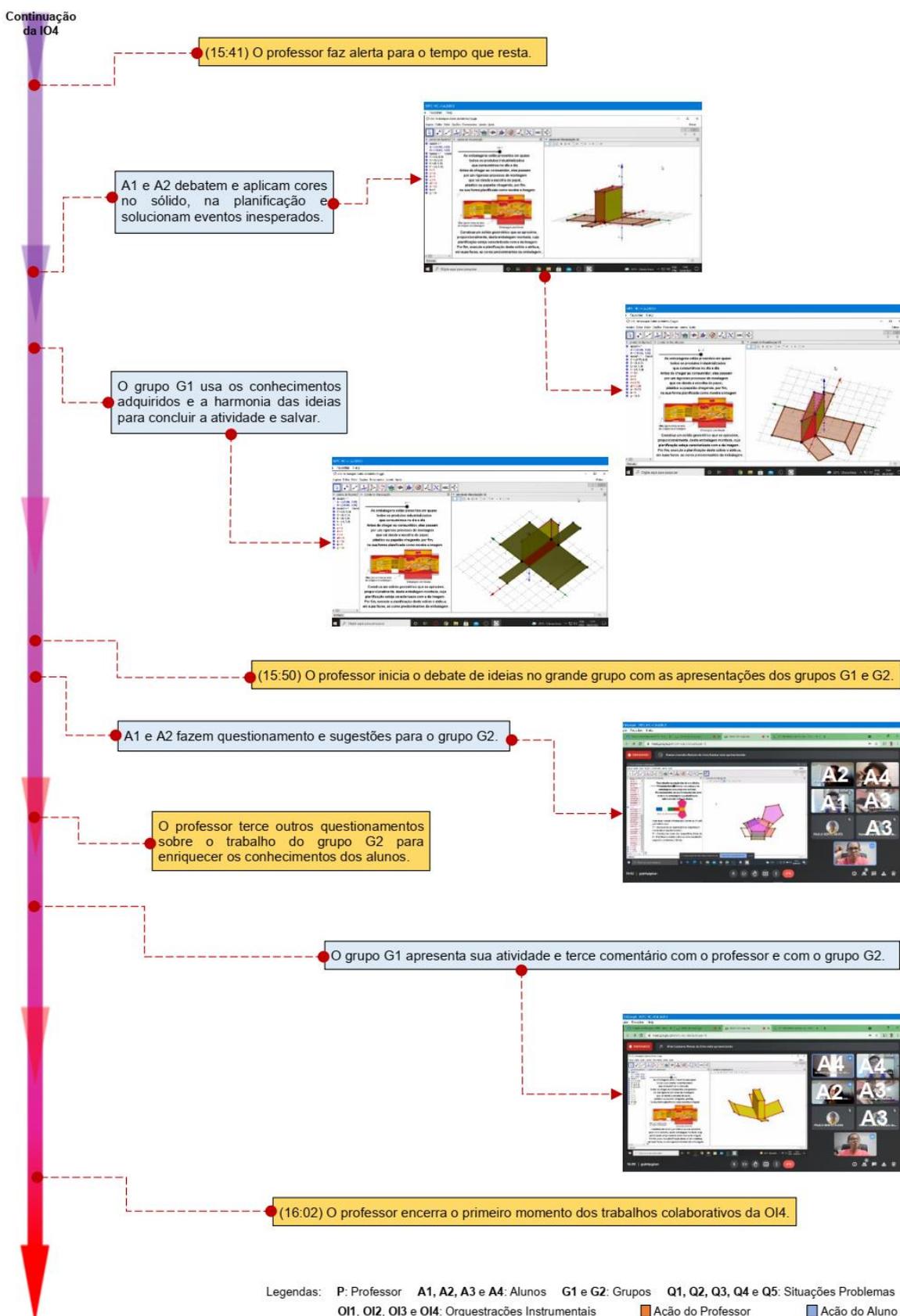
A2: *Aperta Ctrl+Z!*

De imediato, A1 desfez tudo e voltou à construção inicial do prisma com 1 cm de largura. Em seguida, iniciou a pintura das faces, seguindo as instruções dadas pela amiga.

Às 15h41min, o professor avisou ao grupo que eles tinham, no máximo, dez minutos. para encerrar a atividade, levar ao grande grupo e tecer comentários.

A figura 40, mais adiante, apresenta a segunda parte dos eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental de A1 durante a OI4.

**Figura 40:** Diagrama da linha do tempo de A1 na OI4 – segunda parte.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Correndo contra o tempo, A1 e A2 passam a atuar de forma mais rápida nas ações e no manuseio do *GeoGebra*, o que se reflete no evento 6.

**Quadro 12:** Evento 6 – situação-problema (Q2)

Eventos do grupo G1 na resolução da situação-problema Q2
<p><i>Evento 5: Diálogos entre os alunos A1(executor do GeoGebra) e A2 (colaborador):</i></p> <p>A2: Vê A1, tu colocas todas as faces amarelo, o amarelo normal, e as arestas vermelhas!  A1: Vou botar esse amarelo aqui!  A2: É! Cadê o amarelo?  A1: Esse aqui!  A2: Pronto! Tá bom! Coloca esse mesmo!</p> <p>O grupo executou toda a pintura do trabalho, seguindo o critério estabelecido entre eles: ajustar as tonalidades das cores, usar a janela de álgebra para facilitar o trabalho da pintura, comparar o resultado com a planificação da situação-problema e observar o resultado final por meio da rotação do sólido. Por fim, concluíram sua primeira tarefa e a salvaram na pasta do computador.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com o objetivo de atribuir cores que melhor se aproximassem da embalagem, A1 e A2 interferiram no *GeoGebra 3D*, tendo como regra de ação, na construção do polígono, a representação geométrica (incluindo aí as cores) mais próxima da embalagem pertinente à situação-problema.

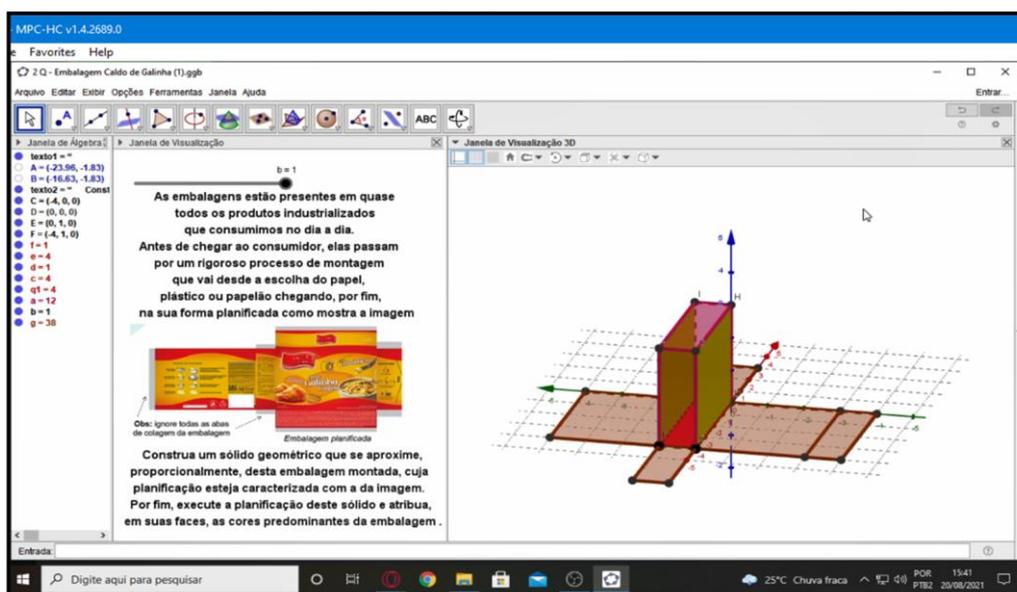
A2 fez antecipações ao problema com regras de ação capazes de pré-definir o resultado final. A1 atuou em conjunto com as orientações de A2, usando os artefatos do *GeoGebra*: mover, polígono, extrusão de prisma, controle deslizante, cor e transparência, e animação na exploração da habilidade espacial.

O esquema mostra que, conjuntamente, eles estavam instrumentados. A solução final trouxe coerência e compatibilidade com a situação, resultando na aprendizagem do conteúdo e, conseqüentemente, na Gênese Instrumental para a situação-problema Q2.

A partir disso, A1 passou a executar as pinturas com maior rapidez. Em certo instante, sem desejar, deformou o sólido. Sem perceber, continuou pintando suas faces. Enquanto estava rotacionando, percebeu a deformação juntamente com a amiga. Aplicou *Ctrl+Z* por várias vezes, corrigiu o erro e continuou a pintar.

*A2: Pronto! Agora era bom tu executar aquele negócio que A3 disse. (referindo-se a selecionar tudo pela janela de álgebra e pintar de uma só vez).*

**Figura 41:** Pintura de prisma e planificação no *GeoGebra 3D*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

De forma colaborativa, o grupo executou toda a pintura do trabalho, seguindo o critério estabelecido entre eles: ajustar as tonalidades das cores, usar a janela de álgebra para facilitar o trabalho da pintura, comparar o resultado com a planificação da situação-problema e observar o resultado final por meio da rotação do sólido.

Às 15h49min, o grupo G1 concluiu a atividade que, em seguida, foi salva na pasta do aluno A1.

O resultado obtido mostra que os dois estudantes (no trabalho coletivo) estavam instrumentados para resolverem a situação, construindo um sólido geométrico congruente com o da análise *a priori*, porém com planificação diferente. O protótipo do prisma reto retangular, com base sempre menor que as faces laterais, predominou no esquema utilizado.

Às 15h50min, o professor iniciou o debate de ideias no grande grupo com as apresentações dos grupos G1 e G2. Trouxe uma rápida reflexão sobre as tomadas de decisões que os grupos precisam fazer quando estiverem diante de impasses e sobre o impacto que uma decisão mal tomada pode causar no andamento do trabalho coletivo.

A seguir, o grupo G2 (composto pelos alunos A3 e A4) iniciou sua apresentação no grande grupo com o compartilhamento da atividade feita pelo aluno A3.

*P: A3, dê sempre aquela girada (rotação) pra gente abranger todos os pontos! Vejam o resultado pessoal! O que vocês acharam do trabalho do grupo G2?*

A1 questionou o modelo da planificação dada pelo GeoGebra que, segundo ele, não batia com o da planificação do problema. A2, por sua vez, respondeu ao questionamento do amigo.

*A2: É o mesmo caso do que aconteceu no nosso! A planificação não fica igual, mas é a mesma coisa!  
A1: Entendi!*

Por motivo desconhecido, a ferramenta "cor e transparência" do GeoGebra, usado pelo aluno A3, não estava escurecendo o tom das cores nas faces e arestas.

*A2: Eu achei que ficou bom! Tirando o problema das cores, que não foi culpa deles, eu achei que eles deveriam combinar as cores das arestas com as cores das faces.  
A3: Demora muito, dá muito trabalho! (risos).  
A2: (risos) Meu grupo perdeu tempo pintando aresta por aresta (risos...) Olha, o azul é todo azulzinho (referindo-se às faces azuis da planificação do problema). Tu poderias fazer isso. E na parte do pentágono, poderia colocar bordas brancas.*

Nesse instante, o professor reforçou a importância dos questionamentos para o enriquecimento das ideias. Retomou a indagação feita pelo aluno A1 sobre o modelo da planificação dada pelo GeoGebra e deu instruções ao grupo G2.

*P: Vocês perceberam que a planificação do GeoGebra não "bateu" com a do desenho?*

A aluna A2 deu a mesma resposta e aproveitou para perguntar ao professor se no GeoGebra era possível fazer mais de um tipo de planificação.

*P: Ótima pergunta! Sim! Mas para isso, deve-se elaborar a forma algébrica na janela de entrada no GeoGebra.*

Às 15h58min, o professor encerrou a exposição feita pelo grupo G2 e pediu ao grupo G1 que se apresentasse. De imediato, A1 compartilhou sua tela no grande grupo.

*A1: O de vocês dois ficou bom. O da gente é mais simples! Vejam!  
A4: Olha aí! Muito bem! Ficou bom!*

*A3: Ficou bom!*

A1 aplicou animação na apresentação para o sólido rotacionar sozinho. Em seguida, A2 pediu para A1 mostrar a base pintada de vermelho e fez comparação com a planificação da embalagem mostrada no problema.

*A4: Era pra tirar as bolinhas (referindo-se aos vértices).*

*P: Alguém descobriu como tirar essas bolinhas?*

*A1: Vou descobrir agora!*

*P: Todos fechem o microfone, que A4 vai explicar como é se tira essas bolinhas.*

*A4: Aperta com o botão direito na bolinha, quando aparecer a janela, clica em objeto, aí acabou!*

*P: Muito bem! Simplesmente isso!*

Às 16h02min, o professor encerrou o primeiro momento da Orquestração Instrumental On-line 4.

Às 16h03, o professor deu novas orientações aos grupos para a próxima atividade: fazer o *download* das questões, ler e reler bem a situação-problema antes de resolvê-la no *GeoGebra* e acatar a colaboração do colega de grupo.

Em seguida, o professor voltou a distribuir as duas equipes nos seus respectivos ambientes e disponibilizou as novas situações-problema (Q4 e Q5) no *WhatsApp* e na sala do *Google Classroom* para *download*.

A2 compartilhou a tela do seu *notebook* com A1 e iniciou a última atividade, fazendo a leitura do problema em voz alta.

*A2: Você tá lendo aí?*

*A1: Tô!*

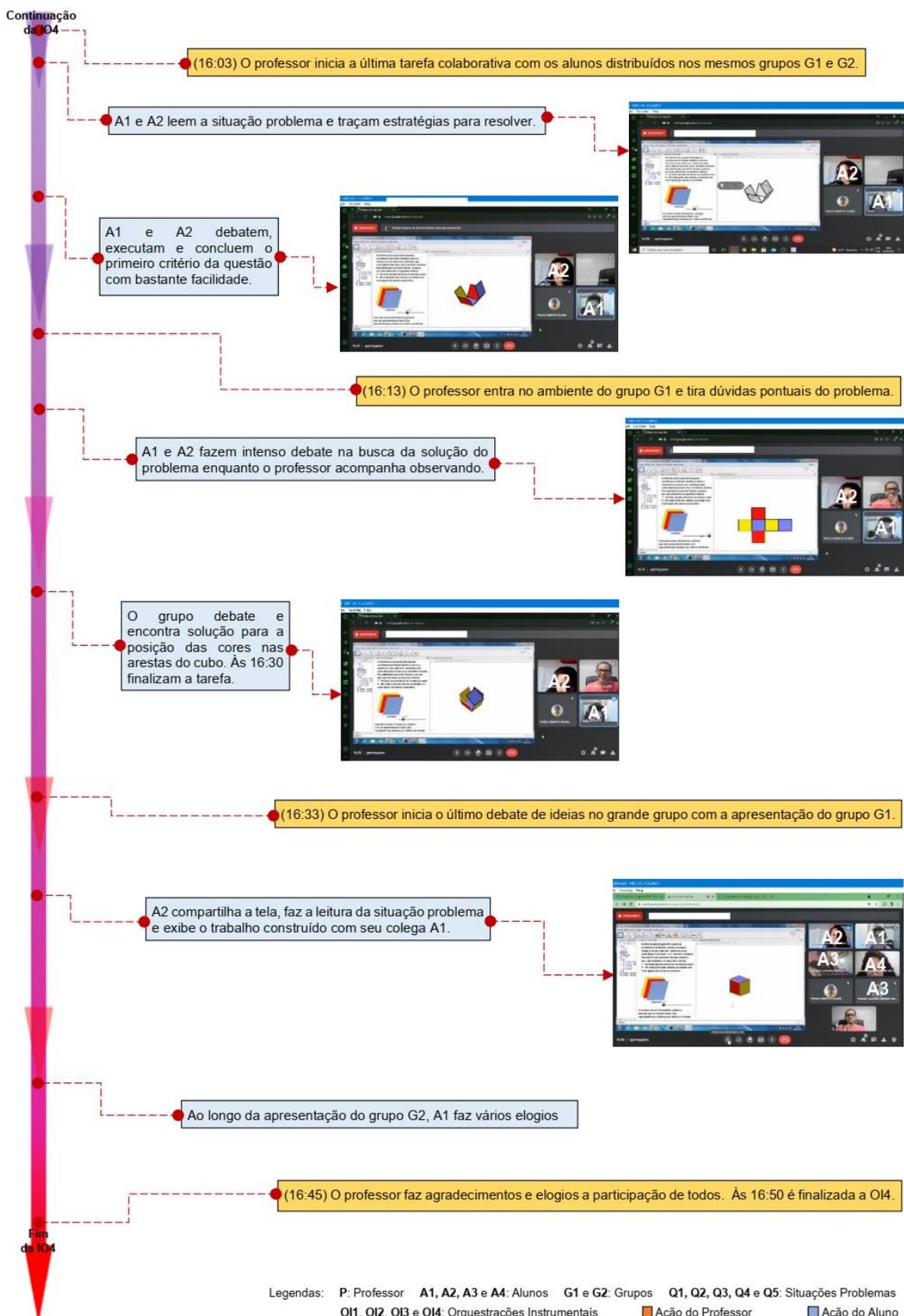
*A2: Ah! Tá bom! Tu entendeu? No caso a planificação, já tá feita aqui no GeoGebra! Ele já deu a planificação!*

*A1: É mais fácil!*

A princípio, os dois alunos ponderaram entre si que o problema era muito fácil e não havia muito o que fazer, uma vez que o professor já tinha dado a planificação do problema. Entretanto A1 chamou a atenção de A2 sobre os critérios que o problema estabelecia para efetuar a pintura das faces e das arestas do cubo.

A figura 42 apresenta a terceira parte dos eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental de A1 durante a OI4.

**Figura 42:** Diagrama da linha do tempo de A1 na OI4 – terceira parte.



Fonte: elaborada pelo autor.

O recorte do evento 7, para a situação-problema Q3, evidencia ter havido um amadurecimento dos esquemas dos estudantes, por terem se antecipado ao resultado do problema. Após a leitura do texto, eles foram capazes de antecipar os esquemas operatórios antes do trabalho no *GeoGebra 3D* na construção do instrumento.

**Quadro 13:** Evento 7 – situação-problema (Q3).

Eventos do grupo G1 na resolução da situação-problema Q3.
<p><i>Diálogos entre os alunos A1 (colaborador) e A2 (executor do GeoGebra):</i></p> <p>A2: No caso, aqui tem que ser uma cor, aqui tem que ser outra cor e aqui tem que ser outra, entendesse? (referindo-se às faces opostas do dado). E essa daqui já não pode ser a mesma dessa. Cada um tem que ter uma cor diferente! (referindo-se aos critérios para dar cor às arestas).</p> <p>A1: Tu vais fazer com a planificação aberta! É melhor! No caso, as duas do meio poderiam ser iguais? (referindo-se às faces).</p> <p>A2: Quais?</p> <p>A1: As duas do meio?</p> <p>A2: Não! Tem que ser duas diferentes!</p> <p>A1: E aí A2, será que é assim? Esse quadradinho de cima é oposto ao azul, e o de baixo é oposto ao outro?</p> <p>A2: Acho que é! Tu vais ver quando eu montar o cubo!</p> <p>A2 executou a pintura das faces opostas do cubo com a planificação aberta, em seguida fechou a planificação usando o controle deslizante, rotacionou e conferiu com A1, se estava tudo correto. Assim O grupo concluiu o primeiro critério da questão com bastante facilidade.</p> <p>A2: Tá vendo? O amarelo tá aqui.</p> <p>A1: É, tá certo!</p> <p>A2: E oposto a ela tá o outro amarelo, o vermelho tá aqui e oposto a ele tá o outro vermelho, entendeu? Azul e azul!</p>

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com o objetivo de colorir as faces e arestas do cubo, a partir do subobjetivo: compreender as instruções da situação-problema; após leitura, o grupo utilizou os artefatos: cor e transparência, controle deslizante e animação, e os conceitos em ação de paralelismo entre planos e retas, conjuntamente com o esquema de identificar, na planificação, as faces opostas para pintá-las, fechar a planificação no sólido para validar a pintura.

O grupo concluiu o primeiro critério da questão com bastante facilidade, porém, no segundo critério, houve grande dificuldade e incertezas entre os dois.

Às 16h13min, o professor entrou no ambiente do grupo G1 para esclarecer as dúvidas do problema, pois a questão não tinha ficado clara para a dupla.

*A1: Professor, as cores das arestas são essas mesmas três cores ou outras cores?*

Sem dar uma resposta direta, o professor fez os alunos refletirem sobre o que eles tinham entendido acerca dos dois critérios que o problema pedia. Em seguida, aconselhou a utilizar bem a ferramenta “controle deslizante” e o método de “rotacionar” a fim de visualizar o sólido em vários ângulos e conseguir fazer a pintura correta com maior facilidade.

Não tinha ficado claro para A2 que os vértices com cores diferentes (mencionado no segundo critério da situação-problema) referiam-se aos vértices do cubo, quando a planificação estivesse totalmente fechada.

*A2: Mas a gente tem que usar essas três cores que estão na cartolina? (referindo-se à pintura das arestas).*

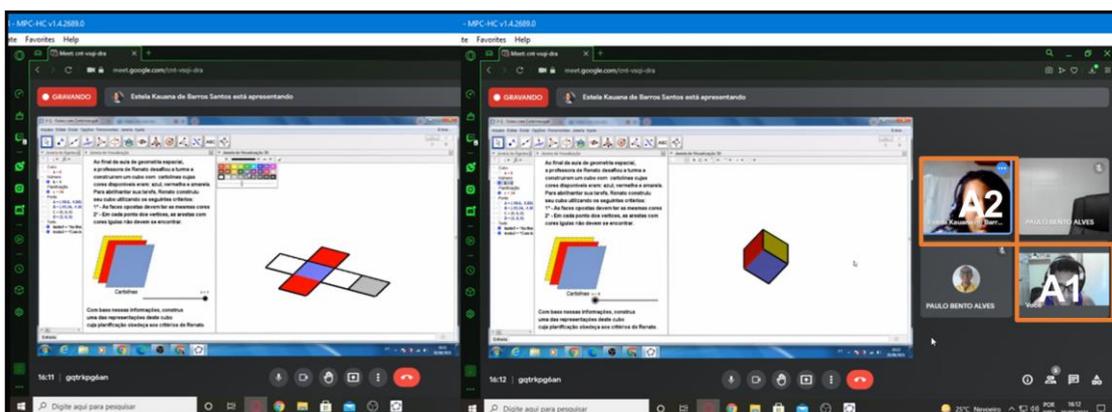
*P: Isso, as três cores do GeoGebra que vocês entendem como azul, vermelho e amarelo. Tá certo?*

*A1: Ok!*

*P: Tenta fechar o teu sólido A2! Quando você vai fazendo isso, vai observando em que pontos eles vão se encontrar! Em que ponto você pode mexer e onde não pode mexer. Em que ponto você pode trocar ou não pode trocar (referente às cores)!*

A seguir, o grupo retomou as atividades e debateram entre si. A2 continuou fazendo as combinações das cores (conforme pedia o problema) com o cubo aberto (a planificação) o que gerou, em certo instante, um grau de dificuldades para combinar as posições das cores das arestas. À medida que A2 fechava a planificação, percebia que as cores diferentes das arestas estavam se encontrando, o que não era permitido no problema.

**Figura 43:** Pintura da planificação do cubo no GeoGebra 3D - Parte 1.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em seguida, o grupo notou que uma cor da aresta predominava sobre a outra, quando sobreposta. Resolveram continuar a tarefa pelo método de tentativas, o que desencadeou muitas incertezas entre eles.

Após várias tentativas sem sucesso, A1 sugeriu a A2 que fizesse a pintura com o cubo fechado ou semiaberto para facilitar a visualização e a combinação das cores.

Ao perceber que as dificuldades encontradas pelo grupo não estavam permitindo o avanço na solução do problema, o professor voltou a dar novas sugestões a fim de solucionar o entrave.

*A2: Ô professor! Esse vértice aqui que junta essas arestas, tem algum problema se esse amarelo daqui se encontrar com esse outro amarelo daqui?*

*P: Não! Isso você tem que mostrar no final com o cubo fechado.*

*A1: Olha aí! Tá vendo?*

*A2: Eu pensava que na planificação também não teria como as cores se encontrarem!*

*A1: Foi! Por isso que a gente não estava conseguindo!*

*A2: Foi! É por isso que não estava dando certo! Porque sempre teria que juntar uma cor. Mas tá bom! A gente já entendeu!*

*P: O que está faltando agora? Só ajustar! Certo?*

*A1: Então é melhor! A gente fecha o cubo e pinta. Eu acho melhor! Tu fechar o cubo e pintar!*

Após uma melhor compreensão do problema, o grupo G1 retomou os trabalhos da questão entre eles.

O recorte do evento 8 para a situação-problema Q3 demonstra que o aluno A1 (a partir de esquemas relativos à habilidade espacial) orientou a aluna A2 a executar ações no *GeoGebra 3D* que facilitaram o trabalho da equipe na pintura do cubo e de suas arestas. A partir disso, foi obtido o resultado esperado da planificação desse cubo (dado).

#### **Quadro 14:** Evento 8 – situação-problema (Q3)

Eventos do grupo G1 na resolução da situação problemas Q3.

*Diálogos entre os alunos A1(colaborador) e A2 (executor do GeoGebra):*

A1 sugeriu a A2 que fizesse a pintura das arestas com o cubo fechado ou semiaberto para facilitar a visualização na combinação das cores.

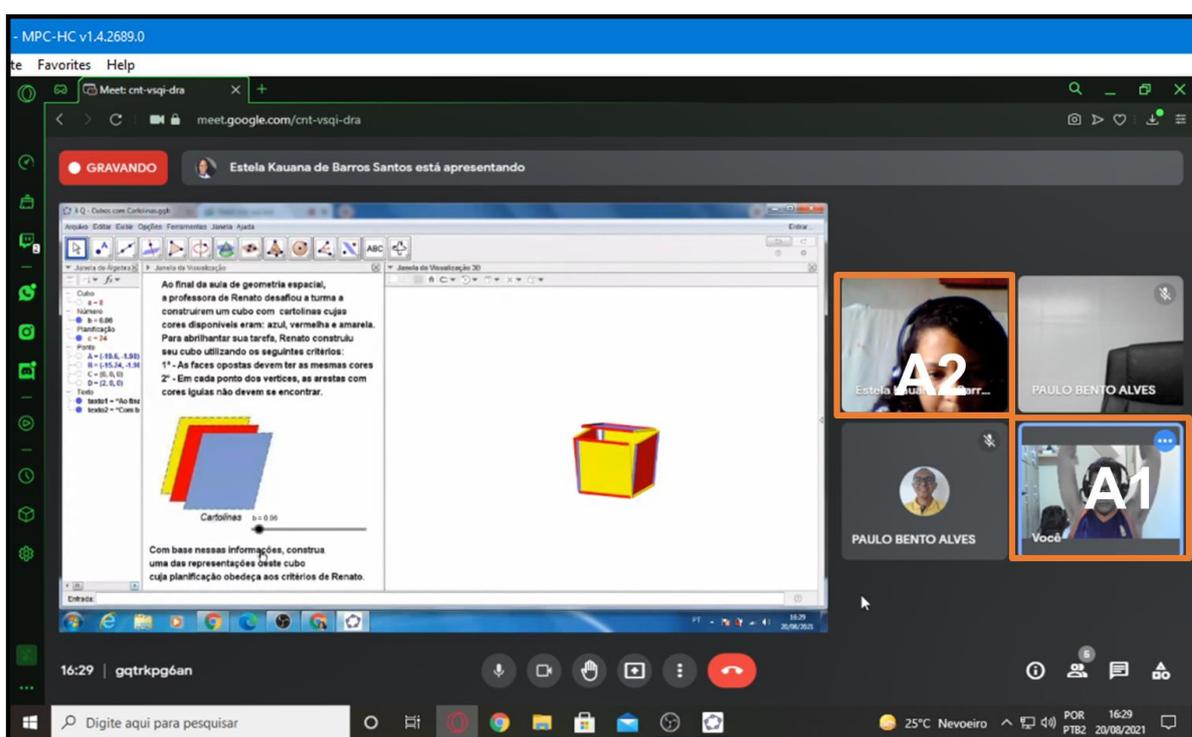
A1: A gente fecha o cubo e pinta. Eu acho melhor! Tu fechar o cubo e pintar!

Fonte: Elaborado pelo autor.

O debate entre A1 e A2 sobre as posições das cores nas arestas do cubo (seguindo o critério do problema) manteve-se no mesmo ritmo durante toda a execução. Com isso, o grupo passou a trabalhar as combinações das cores das arestas com a planificação do cubo fechada. Aplicaram cores nas arestas, rotacionaram a planificação, fecharam e abriram o cubo por várias vezes para conferir o resultado e mudaram as cores que não estavam se encontrando.

Em seguida, o grupo passou a trabalhar as combinações das cores com o cubo fechado (a planificação), o que facilitou a conclusão do problema.

**Figura 44:** Pintura da planificação do cubo no *GeoGebra 3D* - Parte 2.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O objetivo do grupo, nessa etapa, era acelerar a pintura do dado, obedecendo aos parâmetros da questão e assim chegar à finalização da situação-problema. Para isso, o grupo teve como subobjetivo: compreender estratégias para facilitar o ato de colorir o dado. A partir disso, o esquema operatório, como raciocínio lógico e habilidade espacial, foi usado no *GeoGebra 3D* com os artefatos físicos (cor e transparência, controle deslizante e animação) e os simbólicos (noção de paralelismo entre planos e retas), produzindo um instrumento similar ao esperado nas análises *a priori*.

Às 16h30min, o grupo G1 finalizou sua última tarefa, rotacionando o cubo fechado em diversos ângulos para conferir se as cores das faces e das arestas estavam de acordo com os critérios da situação-problema.

O resultado obtido na tarefa do grupo G1 mostrou que os dois estudantes estavam instrumentados com a ferramenta de planificação do cubo do *GeoGebra*. Apoiados no ato de abrir e fechar a planificação, conseguiram visualizar a correspondência entre cores de arestas e vértices da planificação.

Ainda que o sólido desenvolvido pelo grupo no *GeoGebra* estivesse diferente da análise *a priori*, a solução dada também atendeu aos requisitos da situação.

Às 16h33min, o professor iniciou o debate de ideias no grande grupo, pedindo aos alunos que lessem o problema antes de explicar como fora feito para que todos compreendessem a questão e dessem sugestões para possíveis melhoras. O grupo G1 foi o primeiro a se apresentar.

A2 compartilhou a tela do seu computador, fez a leitura da situação-problema e exibiu o trabalho feito pelo grupo. Durante a apresentação, A1 limitou-se a observar a explanação feita pela colega e fez uma ressalva a todos sobre a diferença que ocorre entre os encontros das cores nos vértices, quando sobrepostas.

A última atividade da OI4 ocorreu com a apresentação do grupo G2; durante a qual, A1 apenas observou e fez vários elogios ao resultado do trabalho dos colegas.

Às 16h45min, o professor fez os últimos agradecimentos e elogios à participação e colaboração dos alunos no projeto. Notou-se, na fala de cada um, grande satisfação em ter integrado, participado e contribuído na coleta de dados do projeto.

Às 16h50min, foi encerrada a quarta e última Orquestração Instrumental On-line (OI4) do projeto de pesquisa.

#### 4.2.5 Linha de tempo de A2 – primeira Orquestração Instrumental On-line (OI1)

Às 14h00min, o professor entrou no ambiente da sala de aula e deu início à primeira Orquestração Instrumental On-line. A figura 45 apresenta os eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental de A2 durante a OI1.

As ações da aluna A2, no intervalo de tempo das 14h09min às 14h31min, aparecem, em sua grande parte, na discussão da linha do tempo do aluno A1. Desta forma, destacamos apenas algumas individualidades da aluna nesse intervalo:

- A2 enviou uma mensagem de áudio e um vídeo para *WhatsApp* do grupo, informando ao professor que a *webcam* estava com a imagem embaçada.
- A2 reconheceu que ainda não estava instrumentalizada para o exercício de compartilhamento de tela.
- A2 trouxe rápida reflexão ao grupo sobre a importância de todos cumprirem o protocolo de configuração estabelecido pelo professor.

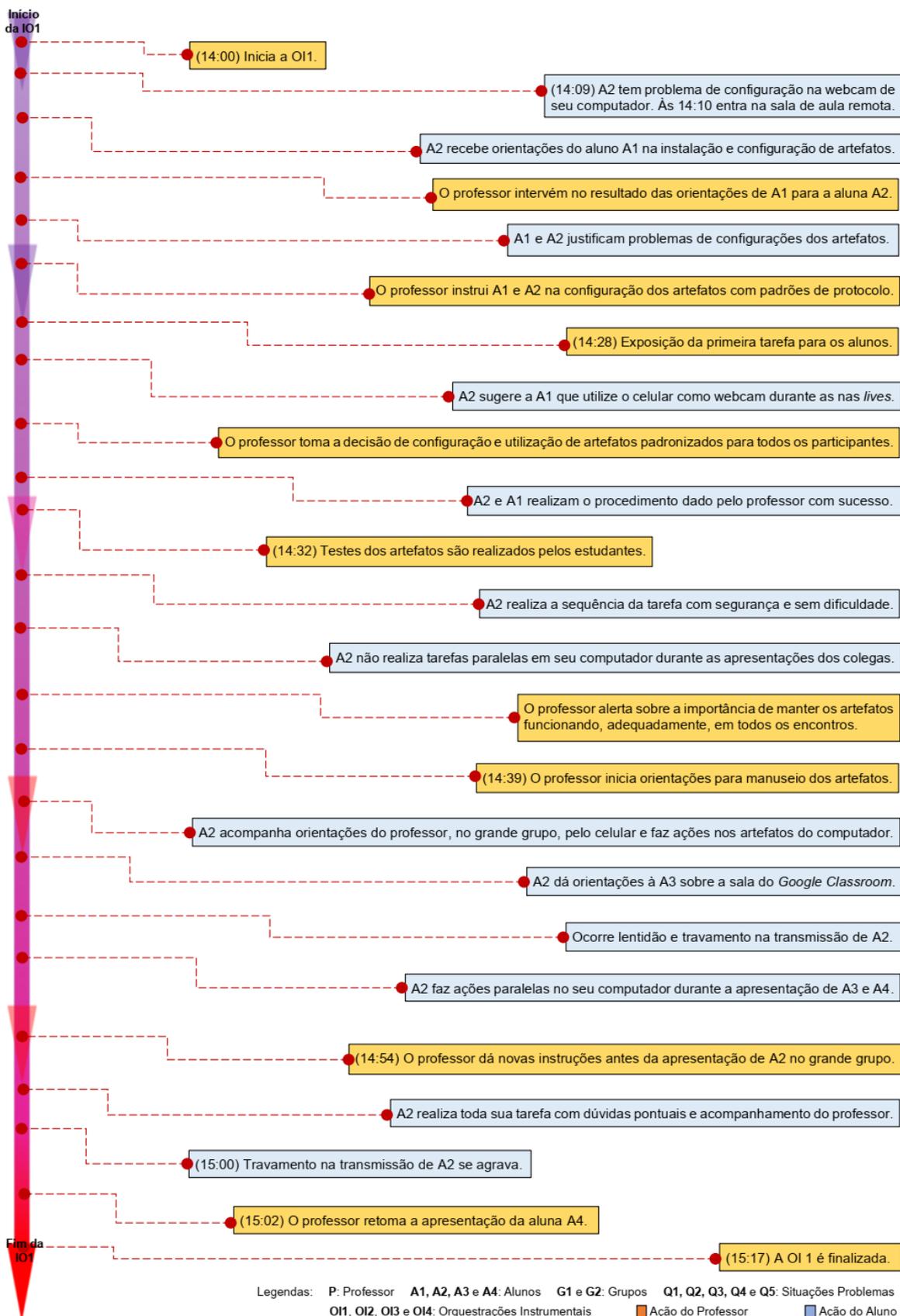
Às 14h32min, foi iniciada a seção de testes dos artefatos com cada participante, um por vez.

A2 (a primeira a se apresentar) realizou a tarefa sem qualquer dificuldade: compartilhou a tela no grande grupo, mostrou e acionou a gravação do *OBS Studio*, diminuiu o tamanho da tela da *webcam* e a ajustou no canto superior esquerdo do seu *notebook*. Abriu o *GeoGebra* e fez testes elementares com a ferramenta “polígono”, minimizou tudo, mostrou a *interface* do *WhatsApp Web*, encerrou sua tarefa e retirou o compartilhamento de sua tela pelo *Meet*.

Ao longo das apresentações dos alunos A1, A3 e A4, a aluna A2 não executou qualquer atividade paralela nos artefatos do seu computador.

Às 14h38min, o professor pediu a todos que mantivessem o *OBS Studio* gravando até o final do encontro e iniciou as orientações para as próximas tarefas.

**Figura 45:** Diagrama da linha do tempo de A2 na OI1.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Durante as instruções dadas pelo professor, a aluna A2 acompanhava o passo a passo pelo seu celular e se antecipava, executando ações em seu computador: abriu o navegador de *internet*, localizou o seu perfil de *e-mail* educacional, entrou na sala de aula do *Google Classroom*, clicou no *link* para abrir pastas e, ao perceber que a pasta estava vazia, retornou ao grande grupo, onde teve lugar o seguinte diálogo:

*A3: Tá onde a pasta?*

*P: Tá lá na atividade!*

*A3: Tá não, professor!*

*A2: Eu entrei aí também, professor! Entrei pela atividade!*

*P: Como foi que vocês fizeram da outra vez?*

*A2: A gente tem que entrar pelo e-mail para pegar! Seu caminho não é igual ao nosso!*

*P: Isso! Tô aprendendo com vocês! O que eu vejo como administrador é diferente do aluno.*

De imediato, A2 foi antecipando sua tarefa, construindo sua pasta na área de trabalho do Windows. A seguir, deu instruções no grande grupo sobre a forma de chegar à pasta da *Google Classroom* compartilhada pelo professor.

Na sequência, enquanto durava a apresentação do aluno A3, a aluna A2 efetuava várias ações paralelas em seu computador: abriu o navegador de *internet*, foi no *Gmail*, clicou em fazer *login*, entrou em seu *e-mail* educacional e pesquisou o documento compartilhado pelo professor.

A partir desse instante, iniciaram-se vários travamentos na gravação da aluna por motivo de lentidão na internet. O fato iniciou-se no final da OI1 e agravou-se na segunda Orquestração Instrumental, prejudicando a coleta de dados relativa às suas ações no computador.

Enquanto a amiga A4 fazia a sua apresentação, A2 voltou ao seu e-mail, localizou o *e-mail* compartilhado pelo professor, abriu o *e-mail*, identificou o seu documento e pediu para fazer *download* para seu computador (o que não era necessário, uma vez que a trajetória de sua atividade era diferente daquela dos alunos A3 e A4, ou seja, o *download* do seu documento deveria ser baixado pelo *WhatsApp Web*).

Às 14h54min, após novas instruções, o professor pediu para a aluna A2 que executasse sua tarefa.

De imediato, A2 compartilhou sua tela no grande grupo, mostrou a pasta que já estava criada na área de trabalho do *Windows*, abriu o *WhatsApp Web*,

localizou o documento e pediu para baixar. Teve dúvidas sobre o *download*, recebeu novas orientações do professor e do aluno A3 e continuou a tarefa.

A seguir, acessou a pasta de *download* do seu computador, identificou o documento baixado, fez uma cópia e colocou na pasta criada na área de trabalho do *Windows*.

Por fim, abriu o *GeoGebra*, preparou a interface gráfica, acessou “arquivo” (abrir pasta), localizou o documento com a extensão desejada e pediu para abrir, dando dois cliques. Com essa última ação, o *GeoGebra* entendia que ela desejava renomear a pasta e não a abrir. De imediato, o professor a instruiu sobre o erro, ela refez o processo pelo método correto, obteve sucesso, concluiu a tarefa e retirou sua tela de compartilhamento pelo *Meet*.

Durante as apresentações do aluno A1, e da aluna A4, os travamentos na gravação da aluna A2 se intensificaram. O fato persistiu durante todo o encontro da segunda Orquestração Instrumental, o que impossibilitou a coleta de dados visuais das ações da aluna nos artefatos. Durante a OI2, foi possível coletar somente os áudios na gravação da aluna.

Às 15h17, o professor finalizou a Orquestração Instrumental On-line 1, concedendo um intervalo de cinco minutos para todos.

Nos próximos parágrafos, descreveremos a linha do tempo da aluna A2, baseados nos áudios gravados pela *OBS Studio* do seu computador.

#### **4.2.6 Linha do tempo de A2 – segunda Orquestração Instrumental On-line (OI2)**

Às 15h21min, o professor retomou as atividades do primeiro encontro, iniciou a OI2, dando explicações sobre a competição que iria ocorrer entre os quatro estudantes.

A aluna A2 acompanhou, atentamente, todas as explicações dadas pelo professor, a exibição do vídeo que serviu de base para a competição e a primeira jogada da competição exercida pelo seu colega A1.

Seguindo o critério da ordem alfabética, A2 foi a segunda a jogar. Escolheu a questão de número 5 (em um grupo de 10), observou parte da execução do vídeo e antes de o tempo esgotar, respondeu como alternativa a

letra “a” e acertou a questão. A seguir, acompanhou as jogadas dos colegas A3 e A4 no grande grupo.

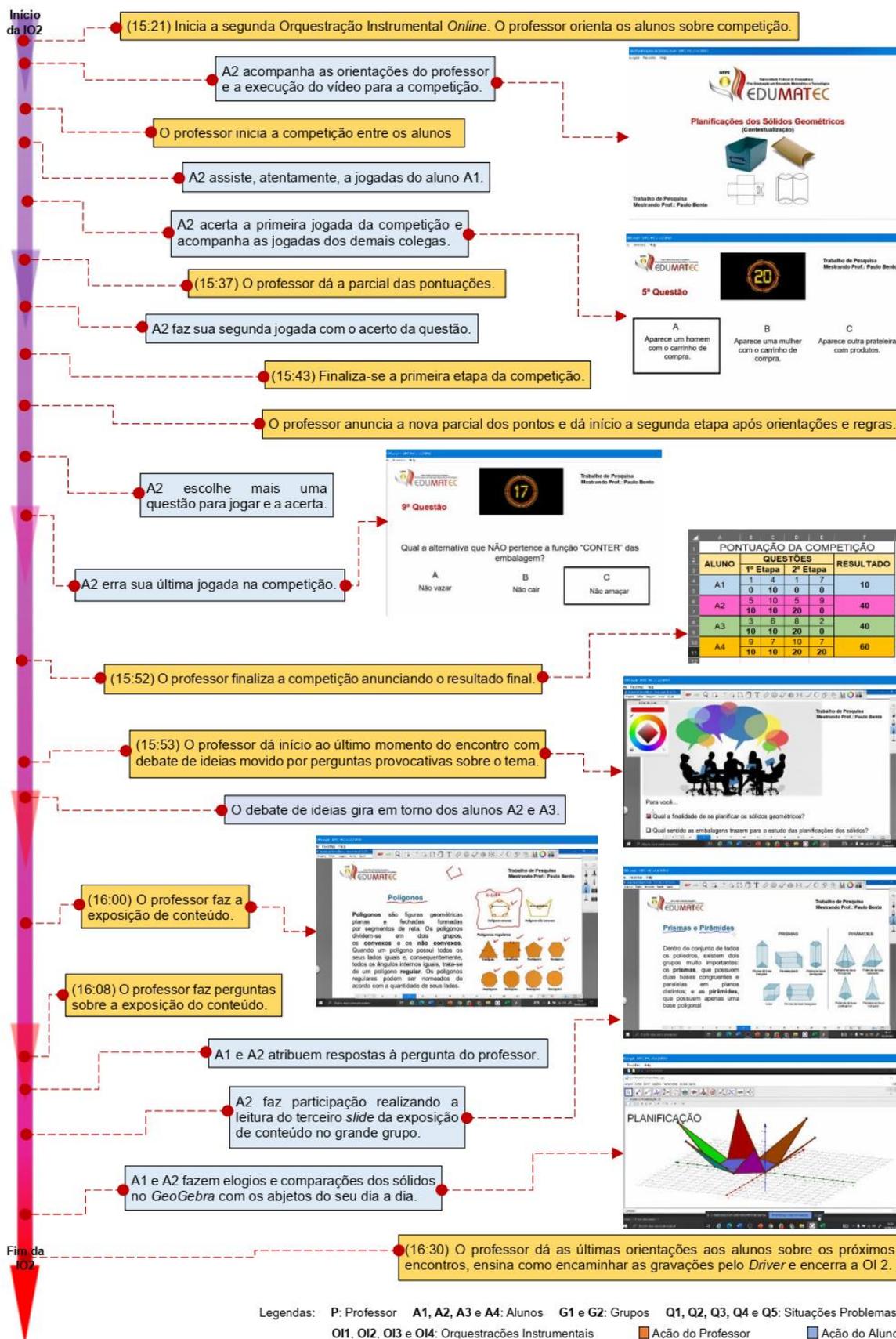
Às 15h37min, o professor deu a parcial das pontuações entre os quatro participantes e reabriu a primeira etapa da competição com a jogada do aluno A1. A segunda a jogar foi a aluna A2, que escolheu a décima questão. Esperou a execução do vídeo atentamente, deu como resultado verdadeiro a letra “b” e acertou a questão. A figura 46, adiante, apresenta os eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental de A2 durante a OI2.

Nos minutos seguintes, as ações da aluna ocorreram conforme já registrado na linha do tempo do aluno A1.

Às 15h52min, o professor deu o resultado final da competição: em primeiro lugar, ficou a aluna A4; em segundo lugar (empatados), os alunos A2 e A3 e em terceiro lugar, o aluno A1.

Às 15h53min, o professor deu início ao último momento do encontro, abrindo um debate de ideias entre os alunos com as perguntas: Qual a finalidade de se planificar os sólidos geométricos? Qual sentido as embalagens trazem para o estudo das planificações dos sólidos? No estudo das planificações dos sólidos abordados no ensino fundamental, vocês conseguiram fazer a relação do assunto com o cotidiano?

Figura 46: Diagrama da linha do tempo de A2 na OI2.



Legendas: P: Professor A1, A2, A3 e A4: Alunos G1 e G2: Grupos Q1, Q2, Q3, Q4 e Q5: Situações Problemas  
OI1, OI2, OI3 e OI4: Orquestrações Instrumentais [Amarelo] Ação do Professor [Azul] Ação do Aluno

Fonte: Elaborado pelo autor.

O debate circunscreveu-se aos alunos A2 e A3. Os alunos A1 e A4 não fizeram comentários, mesmo com o incentivo do professor.

*A3: Professor, eu acho que quando tá em planificação, a gente não tem muita ideia do que vai ser, quando montar o sólido!*

*A2: Eu acho que a embalagem é como se fosse um sólido geométrico! Quando está aberto é uma planificação, porque ela fica plana!*

*P: E aí, quem pode acrescentar ou discordar?*

*A3: É como se fosse uma criação, só que matemática, como se fosse uma lógica, do tipo, a gente vai dobrando os negócios! (referindo-se as partes da planificação).*

*A2: É! E também a pessoa consegue ver as dimensões dela, quando tá planificada! A pessoa consegue ver como é que ela se forma, as dimensões. Também sabe as áreas dela, né? Pois a gente não consegue ver, com tanta facilidade, quando ela já está formada, já está montada! Né?*

*P: Dimensões e áreas? São a mesma coisa? São diferentes? O que vocês entendem por dimensões e área?*

*A2: Eu acho que são coisas diferentes!*

*P: Pode explicar do jeito que você pensa!*

*A2: São coisas interligadas, porém cada uma serve para uma finalidade!*

*P: Antes desse momento, desse encontro, vocês faziam essa relação do dia a dia para a sala de aula, quando se falava em planificação dos sólidos?*

*A2: Eu já tinha essa noção!*

*A3: Eu também, da outra escola!*

*A2: É! A gente estudou as planificações dos sólidos e também a gente interligou à área das figuras. A gente viu ainda os negócios dos vértices, das arestas, das faces que a figura tem. Ela (a planificação) aberta ficava melhor!*

Às 16h00, o professor iniciou a exposição de conteúdos e deixou claro que, a qualquer momento, o aluno poderia abrir o microfone para expor suas dúvidas e fazer observações pontuais.

Às 16h17min, no grande grupo, com clareza e segurança, a aluna A2 fez a leitura do terceiro *slide* da exposição do professor.

Toda a exposição de conteúdo transcorreu com falas curtas e pontuais dela e dos demais estudantes. Todos mostraram ter conhecimentos básicos dos tópicos abordados pelo professor.

Na sequência, enquanto o professor fez as apresentações no *GeoGebra* de alguns sólidos com suas respectivas planificações, a aluna A2 fez comparações do que estava vendo com objetos que ela conhecia. A seguir, mostrou-se ansiosa para fazer as construções na prática, programada para os próximos encontros.

Às 16h30min, o professor deu as últimas orientações aos alunos sobre os próximos encontros, ensinou como encaminhar as gravações para o *Driver* e encerrou a segunda Orquestração Instrumental On-line.

#### **4.2.7 Linha do tempo de A2 – terceira Orquestração Instrumental On-line (OI3)**

Às 15h00, o professor deu início à terceira Orquestração Instrumental On-line (OI3).

Às 15h05min, a aluna entrou na sala virtual e informou ao professor que, mesmo com testes antecipatórios, sua câmera continuava dando problema. De imediato, o professor a instruiu a fazer os mesmos procedimentos padrões de configuração a fim de tentar solucionar o problema: reiniciar o computador com *webcam* conectada e acessar o ambiente com a conta de *e-mail* educacional.

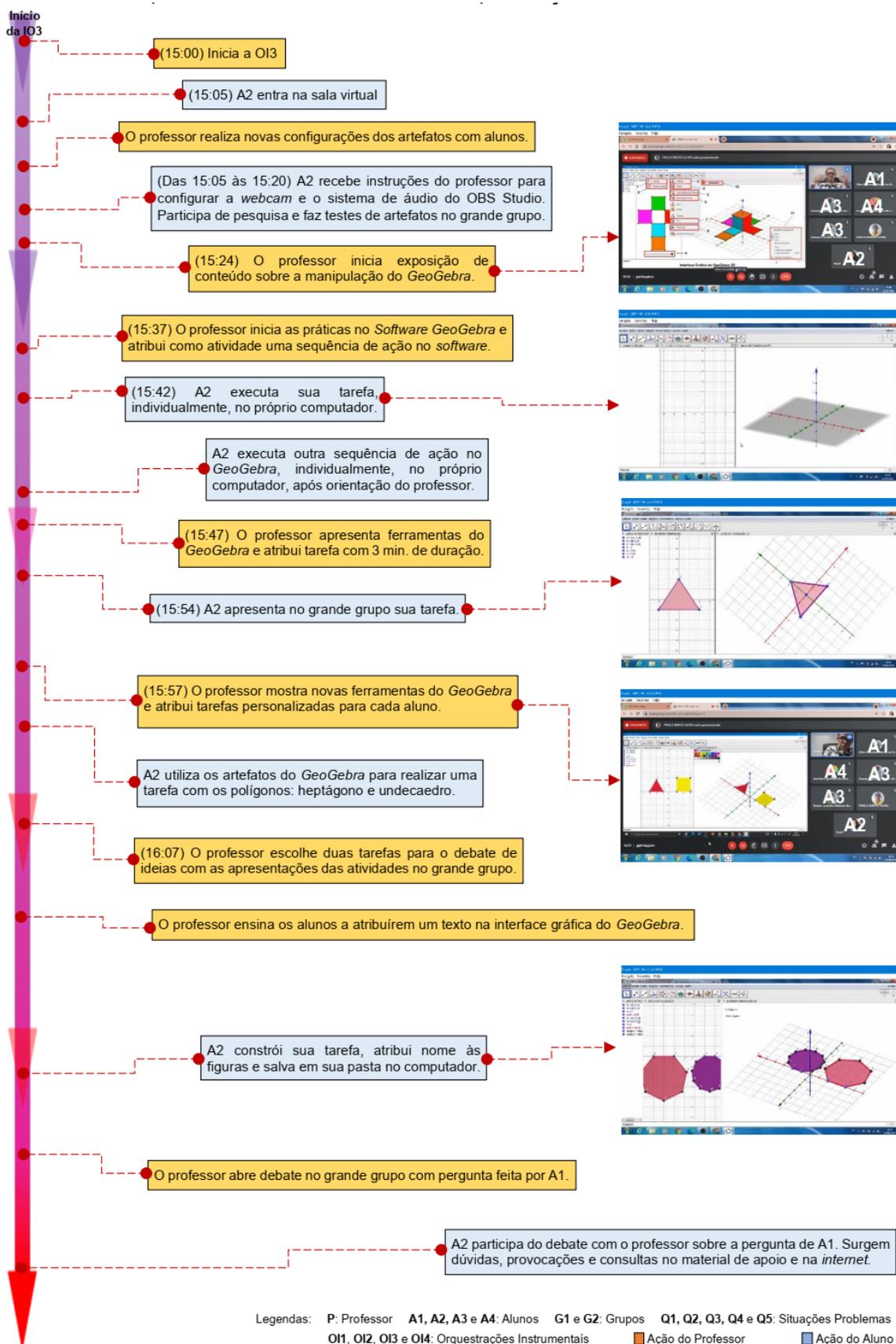
Às 15h16min, a aluna retornou à sala e comunicou ao professor que o procedimento tinha dado certo. Nesse instante, o professor pediu que ela fizesse o teste no grande grupo e a aluna o fez com sucesso.

A seguir, o professor deu continuidade a uma pesquisa entre os participantes sobre a carreira profissional de cada um. A2 confirmou que pretendia seguir carreira na área da Engenharia Civil. A figura 47, após os próximos parágrafos, apresenta a primeira parte dos eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental de A2 durante a OI3.

Às 15h18min, o professor pediu à aluna para compartilhar a tela do seu computador a fim de ajudá-la na configuração de alguns artefatos do *OBS Studio* direcionados ao sistema de áudio.

A aluna compartilhou a tela e seguiu o passo a passo das instruções dadas pelo professor: clicou em configuração e o *OBS Studios* abriu a janela para modificações. Clicou em áudio, localizou o “*áudio de desktop 2*” e escolheu o fone de ouvido que estava utilizando na aula. Minimizou a tela do *OBS Studio*, aplicou a configuração instruída pelo professor, fez testes elementares e encerrou a configuração. Por fim, colocou o *OBS Studio* para gravar, retirou sua tela do modo de compartilhamento no grande grupo.

**Figura 47:** Diagrama da linha do tempo de A2 na OI3 – primeira parte.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Às 15h24min, o professor começou as atividades, perguntando se os participantes já conheciam o *Software GeoGebra*. Todos afirmaram que não. A seguir, o professor iniciou uma breve revisão da aula anterior e a exposição de conteúdo sobre a manipulação do *GeoGebra* por meio de ferramentas específicas.

Nesse intervalo de tempo, a aluna A2 manteve-se concentrada na abordagem do conteúdo e não fez ações paralelas relevantes nos artefatos do seu computador.

Às 15h37min, o professor encerrou a exposição de conteúdos e iniciou as explicações para a utilização da Interface gráfica do *Software GeoGebra*. A cada tópico explicado, o professor atribuía uma rápida tarefa individual para cada aluno.

Ao final da primeira explicação, o professor pediu para que todos fizessem as mesmas ações em seus respectivos computadores. De imediato, A2 pediu para o professor repetir as explicações, pois não tinha entendido todos os pontos abordados.

À medida que o professor ia repetindo a explicação, a aluna acompanhava pelo celular e executava as ações no seu equipamento: abriu o *GeoGebra*, foi em exibir, escolheu “janela de visualização 3D” e a abriu. A seguir, ajustou a janela da área de trabalho do *GeoGebra*, conforme o professor havia orientado. Minimizou a tela do seu *GeoGebra*, fechou o microfone e aguardou as novas explicações do professor.

Às 15h45min, a gravação da aluna voltou a ter lentidão e travamento constantes na captura das imagens, não permitindo, ao pesquisador, acompanhar os movimentos da aluna em tempo real nos seus respectivos artefatos.

Devido a esse fato, os próximos parágrafos das análises e observações relativas à aluna A2 na OI3 deram-se com ênfase no áudio de sua gravação e de recorte de imagens que se aproximaram do tempo real da aluna.

Às 15h47min, o professor iniciou as apresentações das principais ferramentas do *GeoGebra* que foram utilizadas na tarefa seguinte. Durante a exposição do professor, a aluna A2 teceu comentários sobre o papel das duas janelas de visualização (plana e 3D): sua conjuntura e sua dual apresentação nas construções das formas.

A seguir, fez novas indagações sobre a forma de colorir todas as arestas de um polígono ao mesmo tempo do *GeoGebra*.

Após elogiar a pergunta feita pela estudante, o professor respondeu a esse questionamento, garantindo ser possível desempenhar essa ação no *GeoGebra* por outros meios não vistos na exposição de conteúdo. Ato contínuo, desafiou os estudantes a descobrirem e aplicarem a técnica, quando estivessem fazendo suas próximas atividades.

Às 15h57min, o professor pediu que todos abrissem uma nova área de trabalho no *GeoGebra* e iniciassem outra situação semelhante com a ferramenta “polígono regular”. Após o professor mostrar a construção de dois polígonos (triângulo e quadrilátero) no grande grupo, foi dada a tarefa para cada um construir dois polígonos regulares. O professor incumbiu A2 de construir um polígono com sete lados (heptágono) e outro com 11 lados (undecágono).

Às 16h07, o professor iniciou o debate de ideias no grande grupo com as apresentações das atividades dos alunos A4 e A1.

Paralelamente à apresentação de A1, a aluna A2 seguiu as orientações do professor, colocou o nome de suas construções na *interface* gráfica do *GeoGebra*, salvou sua atividade como “exercício 2” e preparou-se para as novas tarefas.

Às 16h18min, o professor iniciou os trabalhos de construção de sólidos no *GeoGebra* e pediu aos alunos que abrissem as câmeras dos computadores. Todos concordaram.

O professor mostrou aos alunos como construir um cubo no *GeoGebra* a partir de dois pontos no plano cartesiano. Demonstrou como pintar as faces, arestas e rotacionar o sólido sempre que desejassem para facilitar a pintura. Durante a explicação do professor, a aluna A2 acompanhou, atentamente, sem realizar ações paralelas no seu computador.

A seguir, o professor designou a tarefa subsequente para cada aluno: construir e pintar, em dez minutos, um cubo utilizando a ferramenta “cubo” a partir de medidas específicas para cada estudante. Além disso, colorir as faces do cubo com cores diferentes e suas arestas com cores iguais. A aluna A2 ficou responsável pela construção de um cubo com 3cm de aresta.

Às 16h24min, ela iniciou sua tarefa. Por volta das 16h30, ela informou ao professor que seu trabalho tinha dado problema devido à desconfiguração da interface gráfica 3D do GeoGebra.

*A2: Professor! O meu deu problema!*

*P: Qual foi o tipo de problema?*

*A2: Eu não sei. É porque eu também nunca mexi nisso! Eu vou mostrar pra vocês!*

Em seguida, A2 compartilhou a tela do seu computador no grande grupo e mostrou a desconfiguração que ocorreu em sua atividade. De imediato, o professor a orientou na solução do problema.

*P: Você está vendo essa barrinha onde está escrito: janela de visualização?*

*A2: Sim!*

*P: Coloque o cursor um pouquinho para fora da palavra (janela de visualização), um pouquinho pra cá e pro meio! Agora clique nele e segure! Agora tente arrastar!*

*A2: Como? Assim?*

*P: Olhe! Viu que ela apareceu lá? (referindo-se ao deslocamento da janela para a posição padrão).*

*A2: Ah tá! Que maravilha! Ele fica na vertical e na horizontal, né?*

*P: Isso! Ela vai para qualquer lugar que você quiser na tela!*

O debate de ideias entre o professor e a aluna A2 prosseguiu com novos ajustes em sua atividade, provocações, curiosidades e outros ensinamentos sobre a ferramenta do GeoGebra voltada para a exibição e ocultação do plano cartesiano.

A figura 48, logo adiante, apresenta a segunda parte dos eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental de A2 durante a OI3.

*P: A2, aproveite que você está aí, tire essa malha do plano cartesiano para ficar só o cubo!*

*A2: Olha aí!*

*P: Pronto! Beleza! Agora escreva aí: cubo com 3cm de aresta.*

*A2: Olha aí! Tá bom?*

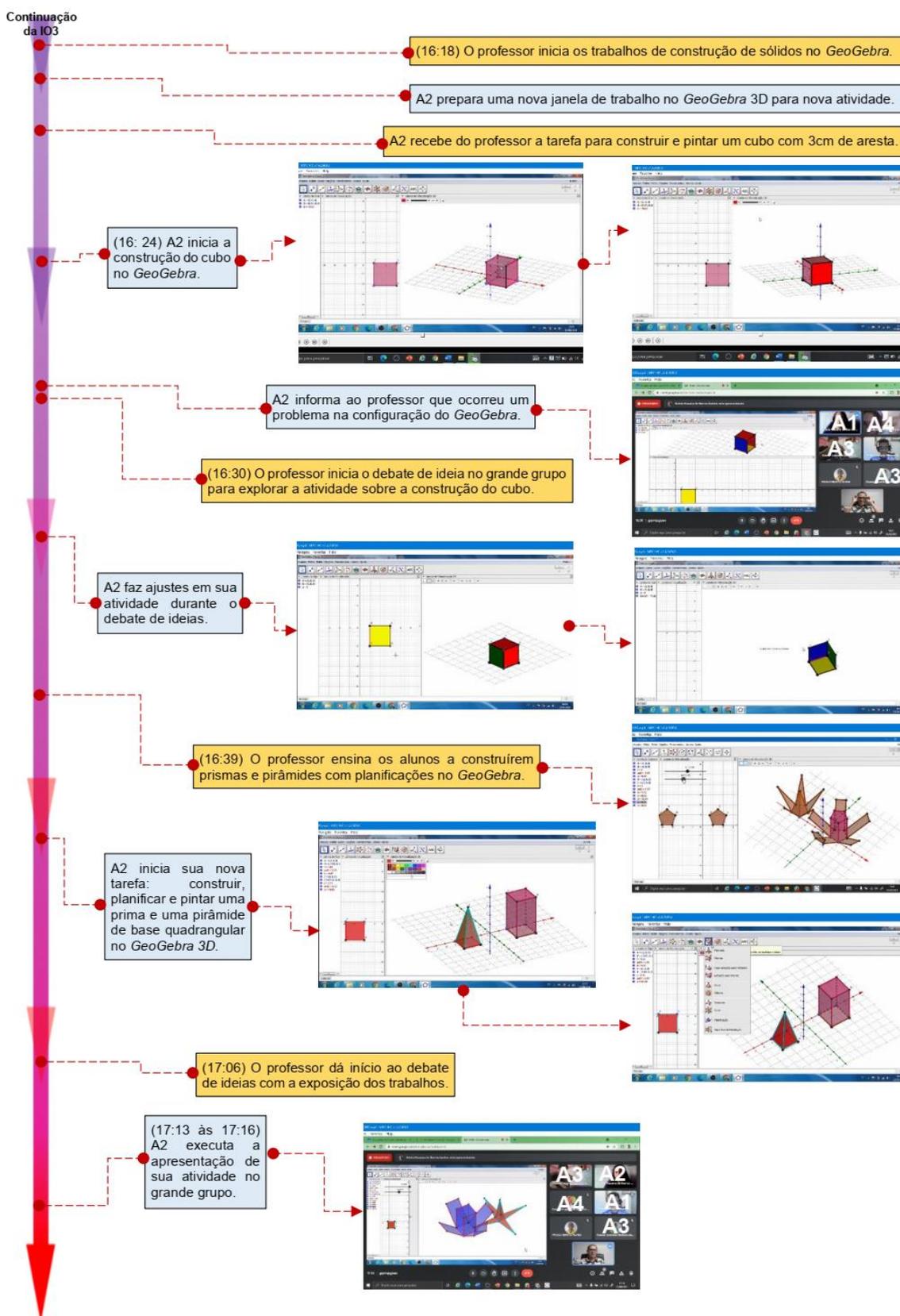
*P: Ok! Pronto! Muito bom!*

*A2: Professor! Essas palavras que a gente escreve só pode ficar assim é? (referindo-se ao tamanho e cor do texto).*

*P: Não! Você pode ampliar ele, colocar negrito, colocar cores... Faz parte da atividade, da curiosidade de vocês!*

No momento seguinte, A2 retirou sua tela de compartilhamento, salvou a atividade, acompanhou a apresentação do aluno A3 e deu sugestões para o aprimoramento de sua atividade.

**Figura 48:** Diagrama da linha do tempo de A2 na OI3 – segunda parte.



Legendas: P: Professor A1, A2, A3 e A4: Alunos G1 e G2: Grupos Q1, Q2, Q3, Q4 e Q5: Situações Problemas  
O1, O2, O3 e O4: Orquestrações Instrumentais Ação do Professor Ação do Aluno

Fonte: Elaborado pelo autor.

Às 16h39min, o professor iniciou a penúltima atividade: construir prismas e pirâmides com suas respectivas planificações.

Em demonstração aos alunos, construiu e planificou dois sólidos, paralelos, na mesma interface gráfica do *GeoGebra* (uma pirâmide e um prisma, ambos com base pentagonal). Mostrou, novamente, como rotacionar os sólidos e pintar as faces e as arestas de suas planificações.

Ao final da exposição, A2 direcionou perguntas ao professor sobre a pintura da planificação e do sólido.

*A2: Professor, se eu pintar a planificação fechada, ele (o sólido) vai ficar pintado também?*

De imediato, o professor fez elogio à pergunta da aluna e teceu comentários sobre o ponto abordado.

*P: Não! Vai não! Quando você pintar e depois planificar, as cores vão acompanhar a planificação! O sólido ficará sem as cores!*

Ao fechar o debate de ideias e perguntas, o professor delegou a atividade planejada aos alunos.

A aluna A2 ficou responsável por construir e planificar dois sólidos na mesma interface gráfica do *GeoGebra 3D*: um prisma e uma pirâmide, ambos com base quadrangular.

Neste instante, o professor solicitou a todos que pintassem a planificação na mesma cor do sólido. A cor das arestas e a cor dos vértices ficariam a critério de cada aluno. Para essa atividade, foi determinado um tempo de 20 minutos.

Às 16h49min, A2 começou sua tarefa que se estendeu até o momento de sua apresentação no grande grupo.

A partir das 17h08min, durante o debate de ideias com as apresentações dos colegas, a aluna deu sugestões quanto à incoerência que ocorreu na pintura dos sólidos exibidos pelos estudantes, uma vez que o resultado não estava correspondendo aos critérios solicitados pelo professor: cores iguais para os sólidos e suas respectivas planificações.

Às 17h13min, A2 deu início a sua apresentação: compartilhou a tela no grande grupo, planificou a pirâmide e o prisma, utilizando o controle deslizante, fez observações pontuais sobre o espaçamento entre os sólidos, recebeu orientações do professor e do aluno A3, fez ações de ampliação e redução do

sólido, usando a ferramenta “mover” e, por fim, rotacionou os sólidos por alguns instantes para exibi-los em ângulos diferentes.

Neste instante, o professor fez a seguinte provocação:

*P: Quando você faz isso (ampliar e reduzir os sólidos com suas respectivas planificações), você altera a área e o volume? Ou não influenciou em nada?*

De imediato, A2 afirma que ocorrem alterações, tanto na área, quanto no volume.

O resultado obtido por A2, ao final da tarefa, mostrou que ela estava instrumentalizada com o artefato de construção de planificações de sólidos geométricos correspondentes ao solicitado na atividade no *GeoGebra*.

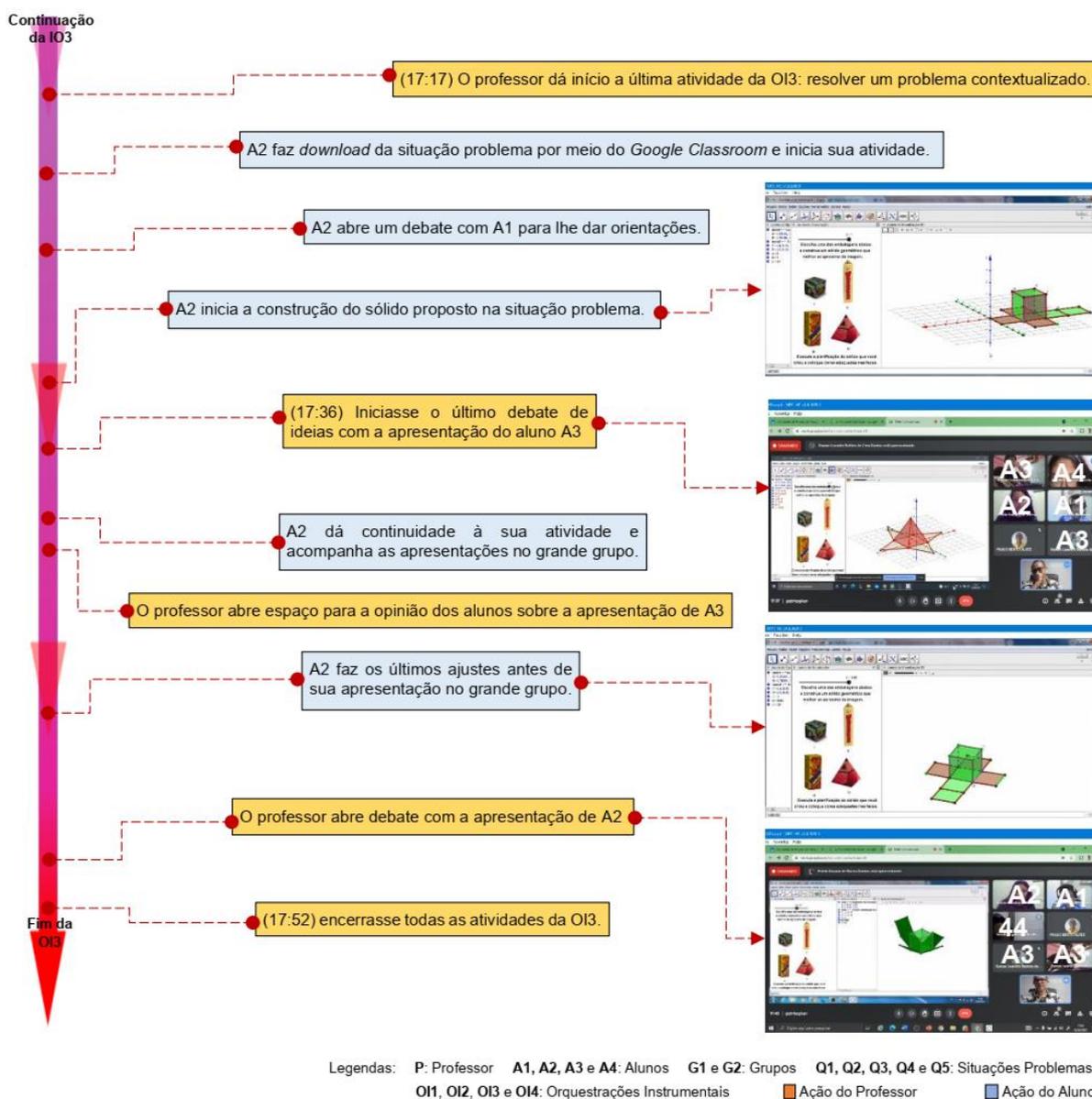
Às 17h16min, A2 concluiu a apresentação de sua atividade, retirou sua tela de compartilhamento e salvou o seu trabalho na pasta do computador.

No minuto seguinte, o professor deu início à última atividade da Orquestração Instrumental On-line 3: resolver um problema contextualizado, conforme a figura 49.

Após a leitura do problema (realizada pela aluna A4), o professor passou as explicações necessárias para desenvolver a atividade e fez um sorteio entre os quatro alunos para distribuir os problemas. A aluna A2 ficou incumbida de construir, planificar e pintar um sólido com as características da primeira embalagem do problema, ou seja, um cubo.

A atividade foi planejada para durar dez minutos. Após o roteiro ser dado, a aluna A2 iniciou sua atividade, fazendo o *download* da situação-problema por meio do *Google Classroom*. A figura 50 apresenta a terceira parte dos eventos destacados para a análise da Gênese Instrumental de A2 durante a OI3.

**Figura 49:** Diagrama da linha do tempo de A2 na OI3 – terceira parte.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por volta das 17h31min, A2 iniciou um diálogo com o aluno A1 na tentativa de ajudá-lo a fazer o *download* da situação-problema por meio do *Google Classroom*. Como situação, podemos dizer que A2 pretendia ensinar a A1 as funções dos artefatos do *Google Classroom* para suporte na atividade da aula - ajudar o colega a instrumentalizar-se na plataforma *Google Classroom*.

**Quadro 15:** Evento 9 – situação-problema (Q1) - parte 2.

Eventos dos alunos A1 e A2 na resolução da situação-problema Q1
<p><i>Evento 1: Diálogo entre os alunos A1 e A2:</i></p> <p>A2: Você conseguiu fazer, A1?  A1: Eu estou vendo aqui! É porque eu não tinha o <i>Google Drive</i> instalado!  A2: Não precisa do <i>Google Drive</i>, não! Tu tá mexendo no computador?  A1: Sim!  A2: Já tem o <i>Drive</i> na função do <i>Google</i>!  A1: Ah!  A2: Presta atenção! Tu vais fazer assim! Cria uma nova aba! Não tem lá em cima, aqueles três pontinhos?  A1: An-ham!  A2: Vai lá e entra em <i>e-mail</i>! Você tem que entrar no teu <i>email</i> educacional! O professor mandou uma pasta, lá! Aí você entra nessa pasta que tem lá e já cai no <i>Google Drive</i>, automaticamente!  A1: Entendi!</p>

Fonte: Elaborado pelo autor.

O trecho do evento 9 sinaliza que a aluna A2 estava instrumentalizada ao menos para as funções dos recursos da plataforma educacional *Google Classroom*, para o navegador de *internet*, para o *e-mail*, para o *Google Drive*, que estavam sendo utilizados como suporte na execução das atividades da aula.

Às 17h36min, o aluno A3 iniciou sua apresentação no grande grupo com a apreciação do professor e dos demais alunos.

Durante a apresentação do aluno A3, o professor fez elogios ao resultado do seu trabalho e ao uso de ferramentas do *GeoGebra* que não foram abordadas na exposição de conteúdo. Isso levou A2 a pedir que o colega mostrasse como usar essa ferramenta a fim de facilitar o seu trabalho. Após a explicação do colega, ela passou a utilizar o recurso em sua atividade.

Em razão de algum motivo técnico não identificado, a gravação da aluna A2 foi encerrada durante a apresentação de A4.

Os registros a seguir foram extraídos da gravação feita pelo pesquisador em seu *OBS Studio* e pela gravação do *Meet*.

À medida que concluía seu trabalho, a aluna A2 participava das apresentações no grande grupo com comentários pontuais e elogios aos trabalhos dos colegas.

Às 17h46min, ela deu início a sua apresentação no grande grupo: compartilhou sua tela, utilizou o controle deslizante para planificar o sólido, expandiu a tela do *GeoGebra* para uma melhor visualização e rotacionou a

construção feita em vários sentidos, conforme pedia o professor. Por fim, salvou sua atividade na pasta do computador.

O resultado obtido nessa atividade mostrou que a aluna foi instrumentalizada com o artefato de planificação de sólidos geométricos do *GeoGebra* de mesmo tipo que o relativo ao objeto previsto na análise *a priori*.

Às 17h52min, as atividades da terceira Orquestração Instrumental On-line foram encerradas com rápidas orientações e agradecimentos do professor aos alunos.

#### **4.2.8 Linha do tempo de A2 – quarta Orquestração Instrumental On-line (OI4)**

Às 14h22min, já com todos os alunos na sala de aula, o professor deu início à quarta Orquestração Instrumental On-line (OI4). Fez agradecimentos pela participação de todos e mostrou a programação preparada para o último encontro.

Das 14h23min às 14h38min, o professor realizou a exposição de conteúdos e abriu espaços para os estudantes fazerem perguntas e debaterem sobre os pontos levantados.

Ao longo da exposição do conteúdo, a aluna A2 deu contribuições relevantes ao debate:

- Retomou a dúvida manifestada na aula anterior sobre o nome correto do polígono com doze lados, dodecágono, e não dodecaedro (este último refere-se ao sólido com doze lados).
- Fez questionamentos sobre a melhor forma de aplicar as ferramentas do *GeoGebra* “prisma” ou “pirâmide” na construção dos sólidos.
- Concordou com o professor sobre a relevância de o estudante ter curiosidade para descobrir outras ferramentas no *GeoGebra* que venham contribuir com o bom desenvolvimento das atividades.

Às 14h41min, após a distribuição dos participantes em dois grupos, G1(A1, A2) e G2(A3, A4), o professor mostrou as situações-problema aos alunos, deu orientações sobre a forma de execução e fez uma pausa de cinco minutos antes da alocação das duplas em salas virtuais diferentes.

Já foi dito (na OI3 - linha do tempo da aluna A2) que sua gravação teve intensos travamentos de imagem após os 30 primeiros minutos de registros. Isso nos fez refletir sobre uma possível solução do problema para a próxima OI (a Orquestração Instrumental On-line 4).

Não tínhamos certeza se os travamentos na gravação provinham do notebook da aluna, de sua internet ou de ambos. Desta forma, pedimos à aluna que parasse a gravação do *OBS Studio* no primeiro momento e a retomasse nos trabalhos em equipe a fim de preservarmos, ao máximo, uma boa gravação. Assim sendo, A2 executou os procedimentos antes de iniciar os trabalhos colaborativos programados para a segunda parte do encontro.

Às 14h58min, com atraso de dez minutos devido a problemas já mencionados, o professor reiniciou os trabalhos da OI4. Compartilhou as situações-problema no *WhatsApp* para os dois grupos e os encaminhou a salas virtuais diferentes.

Às 15h03min, a aluna A2 iniciou as atividades colaborativas com o aluno A1 formando o grupo G1. Ambos ficaram incumbidos de resolver as situações problemas Q2 e Q3 em uma sala virtual diferente daquela do grupo G2.

Infelizmente, mesmo com as tomadas de decisões da aluna A2 em seu computador, os travamentos das imagens nas gravações permaneceram durante seu trabalho coletivo com A1. O áudio da gravação, por sua vez, foi preservado na maior parte da OI4.

Esse imprevisto não teve impacto relevante nas observações da linha do tempo da aluna A2 na OI4, uma vez que toda a ação e todo o diálogo feitos por ela foram gravados pelo aluno A1 e pelo professor no grande grupo. Dessa forma, os relatos que ocorreram na linha do tempo do aluno A1 na OI4 serviram de parâmetros para as observações da aluna A2, por estarem trabalhando as mesmas situações-problema de forma colaborativa.

## 5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, discutimos os resultados da pesquisa, segundo o nosso quadro teórico-metodológico e segundo a revisão de literatura. Subdividimos essa seção em dois momentos: o primeiro traz um panorama geral dos três encontros formadores das orquestrações instrumentais on-line 1, 2, 3 e 4 e o segundo momento traz um olhar específico ao trabalho coletivo na OI4 realizado pelo grupo G1.

### 5.1 A CONTRIBUIÇÃO DOS ARTEFATOS TECNOLÓGICOS NO AMBIENTE REMOTO

A plataforma Google mostrou-se muito eficaz em todo o trabalho de pesquisa, sinalizando que é possível ministrar aulas remotas de qualidade com as diversas ferramentas disponibilizadas por essa plataforma agregadas a muitos outros aplicativos educacionais disponibilizados para o professor na internet.

Os componentes da plataforma como o *Google Classroom*, *Meet*, *Drive*, facilitam o trabalho de comunicação, intervenção e ação entre professor e aluno e aluno/aluno em tempo real, sobretudo nas atividades individuais e coletivas.

Essa análise converge com os resultados da pesquisa de Sampaio e Oliveira (2020) acerca da eficiência e contribuição que as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) vêm trazendo para o ambiente educacional.

O *Google Workspace for Education* (espaço de trabalho do Google para educação) revelou-se eficiente para a exposição de conteúdo, a formação de grupos de participantes, os debates de ideias, compartilhamento de trabalhos, entre outras funções que foram sendo descobertas e aperfeiçoadas a cada aula.

Entendemos que, no ambiente virtual, esses componentes são meios pedagógicos para integrar os artefatos simbólicos às situações-problema que serão desenvolvidas com artefatos tecnológicos educacionais. Esse processo contínuo de instrumentalização do professor e do aluno no ambiente virtual favorece a construção do conhecimento e o desdobramento da Gênese Instrumental.

O ambiente remoto requer atividades antecipatórias bem-sucedidas para o sucesso das atividades futuras, o que não diverge de um trabalho de construção do conhecimento em um ambiente de sala de aula presencial. À medida que o professor avança nos trabalhos com os estudantes, também é desencadeada a percepção de que o próximo degrau do conhecimento já pode ser trabalhado progressivamente com esses estudantes.

Já se sabe que a atuação do professor em aproveitar os conhecimentos prévios do estudante para ensinar Matemática, História, Geografia etc., trazem resultados bastante expressivos no processo de ensino e aprendizagem e no protagonismo do estudante. Não é diferente no ambiente remoto educacional. Nossos estudantes são oriundos de uma geração globalizada e tecnologicamente ativa. Por isso, já trazem consigo uma gama de conhecimentos prévios dos artefatos tecnológicos que facilitam o trabalho de construção do conhecimento nas aulas remotas.

## 5.2 O PLANO “B” DAS OIS NO AMBIENTE REMOTO

Já se sabe que realizar orquestrações instrumentais, em aulas presenciais, é um verdadeiro desafio para o professor ou pesquisador. No que tange ao ambiente remoto, os desafios são maximizados devido a algumas variáveis, como equipamentos tecnológicos, planejamento, tempo, suporte técnico etc.

O plano “B” pode ser um bom aliado para o professor estrategiar esses elementos a seu favor. Para isso, ele precisa antecipar-se aos possíveis imprevistos que ocorrerem durante as orquestrações.

A substituição e a configuração de artefatos como: computadores, *webcams*, fones de ouvido, *software*, etc. fizeram parte do protocolo do plano “B” da pesquisa, porém nem tudo ocorreu dentro do esperado.

A mudança de data e horário não estava prevista para o primeiro encontro, mas, para nossa surpresa, foi necessário fazê-la, uma vez que o computador de um dos participantes não funcionou por motivos técnicos.

Por estarmos em trabalho remoto, a substituição do equipamento não foi possível, o que elencamos como um dos entraves das aulas remotas: substituir

um ou mais equipamentos tecnológicos do estudante sem que os trabalhos sejam interrompidos ou remarcados.

Dependendo do número de estudantes com que o professor estiver trabalhando no ambiente remoto, não há como saber qual/quais aluno/s terá/ão esse problema. O primeiro encontro com os estudantes nos revelou essa limitação. O plano “B” já estava preparado para a substituição de um dos computadores. A pergunta a se fazer era: como substituir o computador na residência do estudante se o trabalho era remoto?

Vale considerar que, nos intervalos das Orquestrações Instrumentais Online, o professor tem uma atividade intensa para tentar antecipar-se a possíveis problemas que pudessem ocorrer (eventos inesperados) nas OIs subsequentes, tomando como referência a OI já vivenciada com os estudantes. Essas antecipações devem ser incluídas no plano “B” do próximo encontro. É claro que isso não é possível, se estivermos diante de orquestrações sucessivas sem intervalo.

Os ajustes, majoritariamente, sinalizam para a configuração dos artefatos tecnológicos dos estudantes e, algumas vezes, do próprio professor.

Instalação e reinstalação de programas, troca de componentes do computador e configuração de *software* são os problemas mais comuns dessa demanda que vão se exaurindo à medida que outras Orquestrações Instrumentais vão surgindo.

Outro fator negativo que leva o professor a não ter uma opção de plano “B” é a qualidade de transmissão da internet do estudante - influência direta da renda familiar (contratado de operadora/tipo de pacote de dados) e do local onde ele reside (oscilação de sinal). Por diversas vezes, os trabalhos foram interrompidos, temporariamente, com justificativa dos estudantes para essas duas demandas, especificamente.

### 5.3 AS TOMADAS DE DECISÕES DO PROFESSOR NO AMBIENTE REMOTO

A pesquisa revelou a importância de o professor estar instrumentalizado, não apenas nas tecnologias educacionais que serão utilizadas nas aulas, mas, sobretudo, ele precisa ter noções técnicas de configuração dos artefatos do

computador ou celular. Constatamos, nas Orquestrações Instrumentais On-line, que muitas decisões *ad hoc* do professor iam nessa direção.

Tomadas de decisões para restabelecer o trabalho dos estudantes partiram do professor ao perceber incompatibilidade de artefatos com o sistema operacional do computador. Os mais perceptíveis foram: travamentos por falta de formatação; travamento por memória insuficiente; travamentos por acesso simultâneo nos aplicativos e travamentos por acesso simultâneo entre duas ou mais redes sociais.

O ambiente remoto de ensino impulsiona o professor a tomar muitas decisões *ad hoc* a fim de garantir o bom andamento da OI, seja para reorganizar o programa pedagógico, seja para colocar o ambiente on-line em equilíbrio e, até mesmo, persuadir o estudante a desfazer determinadas ações que não tragam resultados positivos para o trabalho em equipe.

Percebemos que o ambiente remoto de ensino é propício para o professor continuar se instrumentalizando com as contribuições dos próprios estudantes. A facilidade que eles possuem de compreender e transmitir a linguagem tecnológica do mundo atual enriquece o vocabulário e o repertório tecnológicos do professor, favorecendo o desdobramento da OI, contribuindo no processo de ensino e aprendizagem.

#### 5.4 AS AÇÕES E REAÇÕES DOS ESTUDANTES NO AMBIENTE REMOTO

Observamos que os estudantes já vêm parcialmente instrumentalizados em relação aos usos dos artefatos computacionais para as aulas remotas, ao menos para os programas que eles utilizam em seu dia a dia no computador e no celular, por exemplo: área de trabalho do *Windows*, *office*, leitor de *pdf*, navegador de *internet*, *media player* etc. À medida que vão recebendo novas instruções, vão desenvolvendo novos esquemas de uso e vão moldando outros artefatos à sua forma de uso para chegar a seus objetivos. Segundo Lucena (2018), “quando o artefato é moldado pelo usuário, tem-se a instrumentalização”.

Constatamos que, para o benefício de seus trabalhos individuais, ou em equipe, os estudantes incluem outros artefatos tecnológicos com a OI em pleno andamento, o que implica a alteração do protocolo de configuração inicial do professor e, em nosso caso, favoreceu a comunicação e a aprendizagem do

conteúdo entre os estudantes. O celular, por exemplo, não fazia parte da lista de artefatos da configuração didática, todavia foi intensamente usado pelos estudantes para substituir as *webcams* dos computadores, assim como para realizar acesso duplo na sala virtual.

Entendemos que, segundo Lucena (2018), trata-se de reações *ad hoc* dos alunos que têm por objetivo solucionar problemas pontuais, seja nos artefatos, seja na resolução dos problemas ou em qualquer outro obstáculo encontrado durante a orquestração.

As análises *a priori* certificaram que o número de ferramentas do *GeoGebra 3D* ensinadas aos estudantes era suficiente para executar todas as atividades, contudo os estudantes não se limitaram a elas. Outras ferramentas foram descobertas por eles para facilitar a condução dos seus trabalhos individuais e coletivos. Podemos destacar algumas delas: *zoom*, animação e janela de álgebra.

Os conhecimentos prévios de artefatos tecnológicos, juntamente com as instruções contidas na configuração didática, instrumentalizam os estudantes desde as primeiras ações no ambiente remoto. Podemos dizer que as reações *ad hoc* tomadas pelos estudantes para instalar e configurar programas nos seus computadores descrevem parte do processo de instrumentalização desses indivíduos.

Outro aspecto que requer uma reflexão é a comunicação entre os estudantes no ambiente tecnológico. Ela flui naturalmente, sem que haja a linguagem científica dos elementos matemáticos e uma linguagem técnica das ferramentas tecnológicas. Intuitivamente, eles se adequam a um dialeto próprio que estabelece um certo grau de compreensão para navegar nas plataformas educacionais, nas redes sociais e na comunicação matemática.

Esse tipo de comunicação intuitiva estava presente nos diálogos dos estudantes e cumpriu um papel considerável no desdobramento do processo de instrumentalização e instrumentação entre eles.

Mesmo sendo conhecedor e hábil com as ferramentas tecnológicas de informação e comunicação, os estudantes estão sempre propícios a dúvidas e erros que (se não detectados e solucionados pelo professor) podem tornar-se uma “bola de neve”, acarretando atrasos nas atividades e desânimo por parte do estudante e do grupo em que ele está inserido.

O trabalho educacional no ambiente remoto acendeu uma “luz amarela” para essa causa, uma vez que é muito difícil o professor detectar as ações equivocadas do estudante em um trabalho a distância, a menos que o próprio estudante se manifeste assim que uma dúvida ou o erro de ação ocorrerem.

Em nossa pesquisa, esse fato aconteceu por algumas vezes. Em um deles, o próprio estudante não percebeu o erro que tinha cometido ao realizar o *download* de um arquivo que daria suporte ao seu trabalho. Essa ação resultou em desconforto, dúvidas e atraso para cumprir a tarefa requerida pelo professor.

Em outro caso, o estudante levou uma dúvida ao professor, recebeu orientações e ao retomar as ações notou que a dúvida não havia sido esclarecida por completo. Não buscou novas orientações e o quadro de dúvidas ampliou-se ao ponto de não conseguir entregar a tarefa no tempo estabelecido. O professor precisa ter muita sensibilidade para perceber esses momentos e tentar trazer o estudante de volta para a zona de conforto.

A pesquisa sinalizou positivamente para as descobertas de Trouche, Lucena e Drijvers, que descrevem o processo de Instrumentalização e Instrumentação do estudante encadeando-se à medida que o professor favorece sua Gênese Instrumental.

O debate de ideias motivadas pelas situações-problema facilita a ocorrência desses dois componentes da Gênese Instrumental com desdobramento na aprendizagem da Matemática. Porém distingui-los não é nada fácil. Eles se entrelaçam e se complementam ao ponto de, algumas vezes, não conseguirmos caracterizá-los.

Segundo Trouche (2004), mesmo tendo suas próprias definições e particularidades, a dialética instrumentação-instrumentalização caracteriza-se como um processo harmônico e interdependente. Verificamos essa harmonia e interdependência em vários eventos da pesquisa, onde podemos exemplificar: os alunos em meio a uma atividade de instrumentação (manuseios de artefatos simbólicos e esquemas no *GeoGebra*), sentiram a necessidade de continuar instrumentando-se com outros artefatos do *GeoGebra* (janela de álgebra) a fim de facilitar a solução do problema, gerando a aprendizagem e o desdobramento da Gênese Instrumental.

## 5.5 O TRABALHO LÚDICO NO AMBIENTE REMOTO

Uma parte que nos chamou a atenção e trouxe um resultado não esperado para as nossas observações diz respeito ao trabalho lúdico (jogo) no ambiente remoto, com estratégia de estimular a participação dos estudantes no debate de ideias. Talvez não tenha surtido efeito positivo para contextualizar planificações de sólidos, uma vez que a discussão foi sustentada por apenas dois dos quatro participantes da pesquisa (A2 e A3).

Coincidência ou não, o fato é que os dois alunos que participaram do debate terminaram a competição empatados (2º lugar). A aluna que, *a priori*, julgávamos a mais tímida no ambiente virtual (A4), embora tenha ganhado a competição, não participou do debate de ideias. O aluno que considerávamos um dos mais extrovertidos (A1) terminou a competição em último lugar e também não participou do debate no grande grupo.

## 5.6 A DINÂMICA DO USO DO *GEOGEBRA* NO AMBIENTE REMOTO

As ações de navegação na internet para sanar dúvidas conteudistas e confrontar ideias impulsionaram os debates no grande grupo com maior rapidez e eficácia. Isto não seria possível, talvez, em uma aula tradicional com caderno e livros didáticos.

Nossa pesquisa vai na linha de Barbosa, Ribeiro e Borges (2017), confirmando que o uso de *softwares de design 3D* para o estudo de Geometria beneficia o ensino e a aprendizagem da Matemática no ambiente remoto. A interação dos alunos com essa ferramenta possibilitou o desenvolvimento da visualização espacial e de habilidade de conversão entre as representações do sólido planificado e sua perspectiva durante as atividades.

O processo de instrumentalização dos estudantes voltado ao artefato *GeoGebra 3D (softwares de design 3D)* vem ao encontro de estudos de autores como Borba, Scucuglia e Gadanidis (2016), Andrade (2015), Abar e Cotic (2014), Girardo (2012), Pereira (2012) e Fanti (2010), ainda que estes tenham realizado suas pesquisas sob outra lente teórico-metodológica.

Por ser um *software* eficiente e dinâmico, potencializou a forma de pensar dos estudantes que atuaram como protagonistas na busca do conhecimento.

Assim como se deu na pesquisa conduzida por Scalabrin e Mussato (2019), constatamos diversas passagens dos alunos desenvolvendo, no *GeoGebra 3D*, a habilidade de visualização espacial, o que contribuiu para a representação mental dos objetos tridimensionais em um contexto real.

Os resultados mostraram que os recursos do *GeoGebra 3D* possibilitam uma melhor compreensão sobre dimensões das figuras, tornando-as mais próximas da realidade do que as representadas nos livros didáticos, sendo possível melhor relacioná-las com objetos do cotidiano, o que converge com as análises de Trainotti e Da Silva (2018).

Perguntas inteligentes e desafiadoras dos estudantes sobre o *GeoGebra* emergiram nos debates e promoveram uma riqueza de informações, de tal modo que, sem uma análise *a priori* do *GeoGebra*, não seria possível afirmar ou refutar algumas hipóteses formuladas pelos estudantes nem responder com segurança a algumas indagações deles. Por exemplo: no *GeoGebra*, ao pintar o sólido e suas arestas, a planificação desse sólido será pintada automaticamente? Como restabelecer a configuração padrão das janelas da interface gráfica após uma desconfiguração acidental?

Por já esperar essas indagações dos estudantes, a partir de execuções antecipatórias realizadas no *GeoGebra*, o professor conduziu as respostas sem maiores problemas. Esse aspecto nos faz refletir sobre a importância de o professor se antecipar às curiosidades dos estudantes com possíveis respostas e/ou soluções para o problema e com flexibilidade para perceber que podem ocorrer outras situações que, a princípio, não terão soluções imediatas.

Os pontos positivos no campo das ideias, mesmo estando em um ambiente remoto, são inúmeros, sobretudo quando sucede uma atividade executada pelos próprios estudantes. Eles perceberam as incoerências nos trabalhos dos colegas e as pontuaram com exatidão. A dinâmica do *GeoGebra* facilitou a detecção dessas incongruências por meio da ferramenta “rotacionar”.

A animação trazida por essa ferramenta transmitiu efeitos capazes de levar os estudantes a visualizar o sólido em diversos ângulos e encontrar as possíveis falhas da questão, o que nos faz constatar que as ferramentas do *GeoGebra* atuaram no aperfeiçoamento da visão tridimensional dos estudantes, o que seria bastante complicado em uma aula tradicional sem os recursos tecnológicos.

A cada avanço na aprendizagem, o aluno sentia-se mais seguro e confiante para descobrir novas ferramentas e funções do *GeoGebra* por meio da curiosidade e tentativas de erros e acertos. “É a assimilação reprodutiva que constitui os esquemas, estes adquirindo existência a partir do momento em que um comportamento, por pouco complexo, dá lugar a um esforço de repetição e é assim esquematizado.” (Rabardel, 1995, p.79, **tradução nossa**).

Concluimos que, no que tange ao artefato *GeoGebra 3D*, o processo de instrumentalização e instrumentação do estudante da pesquisa viabilizou-se exclusivamente no ambiente educacional remoto, uma vez que os estudantes não tinham qualquer experiência física com esse artefato. Desta forma, a Gênese Instrumental dos estudantes para este artefato foi desencadeada ao longo das quatro Orquestrações Instrumentais On-line.

## 5.7 A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NA PERSPECTIVA DO AMBIENTE REMOTO

As compreensões dos estudantes para a analogia das formas geométricas da Matemática com os objetos do dia a dia dos estudantes da pesquisa mostraram-se satisfatórias, porém elementares para o grau de escolaridade. Ficou nítido que os artefatos simbólicos (um gráfico, um método, ou até uma propriedade) (Rabardel, 2011, **tradução nossa**), trazidos do Ensino Fundamental, estavam presentes no repertório dos alunos, contudo sem uma confiável relação do significado para a vida social.

Existe uma carência de correlacionar melhor os nomes científicos dos elementos matemáticos à linguagem utilizada pelos estudantes. O vocabulário por eles empregado é intuitivo e com pouca clareza para que o professor compreenda as analogias que o estudante está fazendo aos objetos do seu cotidiano.

A aprendizagem da Matemática com artefatos tecnológicos evoluiu à medida que o professor incluiu novos elementos que aumentam o grau de dificuldade dos problemas e exigiram uma melhor performance do estudante ao utilizar esses artefatos educacionais. O aluno é levado, gradativamente, a acomodar ou substituir os esquemas antes adquiridos por outros novos

esquemas, que vão aperfeiçoar suas estratégias para alcançar os objetivos (VERGNAUD, 1996).

A pesquisa não se desviou dessas constatações; percebemos que a cada tarefa atribuída ao aluno, ele pensava mais rápido e executava menos ações nos artefatos para concluir a tarefa. O patamar de instrumentalização em que o estudante se encontra implica esquemas de ações bem definidos no GeoGebra para solucionar o problema.

Concluimos, portanto, que houve a construção do conhecimento dos estudantes para o estudo das planificações de sólido geométrico no ensino remoto com o desdobramento da Gênese Instrumental.

Esse processo de construção do conhecimento foi perceptível nos trabalhos desenvolvidos nas quatro Orquestrações Instrumentais, onde cada uma delas teve o seu papel nesse resultado. Os conhecimentos prévios matemáticos e tecnológicos dos estudantes contribuíram para esse fim. As plataformas educacionais juntamente com o *software* GeoGebra 3D mostraram-se eficientes no ambiente remoto para um trabalho individual e coletivo.

## 5.8 PERFORMANCE DIDÁTICA DA OI4: ATIVIDADE COLETIVA DOS ESTUDANTES

Discutiremos nos próximos parágrafos os principais resultados da performance didática da Orquestração Instrumental On-line 4 à luz da definição dada por Trouche, Gitirana e Lucena ao modelo teórico. Pontuamos também os entraves e as limitações para conduzir uma orquestração instrumental em um ambiente 100% remoto.

Segundo os autores referenciados, uma Orquestração Instrumental On-line

(...) é o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos, seres humanos e tempo) de um ambiente formado por **diferentes espaços, geográficos e virtuais**, todos conectados, realizado por agentes (professor(es) e monitor(es)) no intuito de efetivar uma situação dada e, em geral, guiar de **forma remota, síncrona e/ou assíncrona**, seus aprendizes em suas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos.. (GITIRANA; LUCENA, 2021, p. 376)

O êxito da performance didática da OI4 deveu-se ao conjunto de estratégias e mudanças operadas ao longo das Orquestrações Instrumentais On-line que a antecederam. Num cenário hipotético de o professor gerir uma Orquestração Instrumental (no porte da OI4), sem que outras lhe tenham antecedido, talvez não se obtenham os mesmos resultados aqui alcançados. Assim podemos afirmar, a princípio, que as previsões da OI4 se concretizaram por intermédio das contribuições dadas pelas OI1, OI2 e OI3.

O ambiente virtual e físico da OI4 foi montado, testado e executado sem maiores problemas devido à praticidade da plataforma educacional *Google*, do *software* GeoGebra e das redes sociais. Esses recursos mostraram-se extremamente eficientes para se conduzir um trabalho de aula remota voltado ao ensino e aprendizagem da Geometria espacial. São gratuitos e de fácil compreensão devido a sua interface gráfica interativa. Assim, acreditamos que essa conjuntura contribui nos trabalhos do professor e na aprendizagem dos estudantes inseridos em aulas no formato remoto.

As câmeras abertas dos estudantes no *Google Meet* contribuem na percepção de esquemas emocionais desenvolvidos por eles diante dos desafios que lhes são postos.

A OI4 caracterizou o uso das câmeras abertas como obrigatório para todos os participantes. Em razão dessa atitude tomada pelo professor para cumprir o protocolo OI, a visualização da performance dos alunos durante a videoconferência ocorreu como esperada.

Assim como esperávamos, gestos como surpresa, euforia, alegria, tristeza, apreensão e decepção foram detectados diante das ações nos artefatos, dando-nos uma maior clareza para compreendermos o desenvolvimento da Gênese Instrumental e caracterizar a aprendizagem do aluno no ambiente remoto de ensino.

Ações síncronas e assíncronas foram capazes de ser realizadas durante os trabalhos da OI4 em diferentes espaços geográficos do ambiente remoto. Promover discussões simultâneas em grupos pequenos com as salas temáticas e dar vez e voz aos alunos por meio das apresentações das atividades em tempo real no grande grupo compuseram esses dois momentos da aula.

A formação de uma nova configuração da sala virtual para dar ênfase à interação entre grupos de alunos em ambientes virtuais diferentes deve estar

presente na estratégia do professor. É uma organização importante que contribui na evolução e equilíbrio do sistema montado para o desenvolvimento da Gênese Instrumental. A OI4 promoveu, satisfatoriamente, o engajamento entre os participantes da pesquisa por intermédio dessa nova formatação de grupos.

Conforme previam nossas expectativas, os trabalhos realizados nos pequenos grupos foram aperfeiçoados ao fim de cada exposição no grande grupo. Os estudantes teceram comentários, levando em consideração os critérios dos problemas, a contextualização, a coerência com a estrutura da embalagem e as estratégias utilizadas no *GeoGebra 3D*.

Caracterizamos esses momentos como de extrema relevância em uma aula remota, por estarem professor e aluno diante de diversas plataformas de pesquisa para sanar dúvidas, agregar novas descobertas, alimentar o debate de ideias e contribuir na dinâmica do trabalho em equipe.

Mesmo estando em um ambiente remoto, as personalidades formuladoras de um cidadão, como voluntariado, escolha democrática, espírito coletivo, gentileza e empatia estiveram presentes nas ações dos alunos da pesquisa, mostrando que é possível o professor aproveitar momentos específicos de um trabalho a distância para mobilizar nos estudantes a conduta ética e moral de um indivíduo em sociedade.

A expectativa dos estudantes vivenciarem situações matemáticas contextualizadas, por via da prática coletiva no *GeoGebra 3D* com embalagens comerciais, foi alcançada graças ao planejamento detalhado da dinâmica adotada na metodologia da OI4.

A esquematização para alcançar esse objetivo endossou a parceria da aluna A2 com o aluno A1 que colaborou, ostensivamente, na solução do problema na medida em que seu companheiro executava as ações no *GeoGebra*.

A inversão das ações entre os dois participantes do grupo, requerida no protocolo da OI4, foi cumprida a rigor pelos estudantes. O desfecho dos resultados das duas situações problemas deu-se dentro das expectativas das análises *a priori*.

Concluimos que o crescimento progressivo da parceria das ações do grupo foi fruto de um trabalho construtivo que se desenvolveu ao longo da Orquestração Instrumental.

Assim como ocorre nas aulas presenciais, nas aulas remotas, o sucesso do trabalho em equipe requer atenção e concentração dos membros do grupo durante as instruções dadas pelo professor. O desvio dessa conduta pode trazer prejuízo ao trabalho coletivo, impactando negativamente na aprendizagem desejada.

O excesso de ações sucessivas do executor da tarefa (por exemplo) pode causar dificuldade para o parceiro acompanhar o raciocínio do colega, acarretando uma menor contribuição na solução do problema.

Percebemos, na OI4, o quão é difícil identificar os esquemas que estão se desenvolvendo pelo estudante que está executando o GeoGebra, assim como por parte de quem está dialogando. À medida que o instrutor (o aluno que dialoga) não consegue transmitir suas intenções ao executor (o aluno que executa o GeoGebra), o ambiente de trabalho do grupo vai sendo tomado pelo desconforto e pela instabilidade.

Essa desarmonia, ao menos, causou mudanças de planos para o horário estabelecido de entrega da atividade do grupo.

Constatamos que essas incompatibilidades de pensamento entre os dois componentes do grupo G1 foram se dissolvendo à medida que o professor intervinha nas ações do grupo por meio das decisões *ad hoc*. Por exemplo, conduzir o grupo a evitar a aplicação de ferramentas do GeoGebra 3D que não foram trabalhadas no plano de aula.

Decisões tomadas pelo professor nessa linha estabelecem o ambiente remoto de aprendizagem do grupo, trazendo um equilíbrio e sensatez de ambas as partes. Isso de fato sucedeu: na segunda situação-problema, a estabilidade das ações do grupo se manteve na maior parte do tempo, trazendo resultados positivos à tarefa com o menor tempo de execução.

É importante, nesse estágio, que o professor esteja atento a tudo o que está se passando no ambiente remoto, atuando para neutralizar os impasses entre os estudantes e fazendo reprogramações pontuais da OI para manter a ordem e o equilíbrio do ambiente educacional remoto.

Caso não se obtenha sucesso, um modo de execução alternativo precisa estar à disposição para que a Orquestração Instrumental mantenha seu percurso e seu objetivo. No nosso caso, não foi necessário.

A percepção da contextualização entre as embalagens comerciais e as formas geométricas contidas nos problemas Q2 e Q3 foi satisfatória no trabalho em equipe, no entanto requer um melhor refinamento entre a linguagem matemática e o cotidiano do estudante.

No que tange à evolução do processo de instrumentalização e instrumentação dos estudantes na solução das duas situações-problema, constatamos que a dialética evoluiu no trabalho em grupo, mas sem muita facilidade de mensurar os limites de cada uma delas e quais dos estudantes as desenvolveram melhor.

Dialogando com as pesquisas de Dere e Kalelioglu (2020), julgamos como verdadeira a contribuição do *software GeoGebra 3D* no desenvolvimento cognitivo do sujeito para o aperfeiçoamento de sua habilidade espacial, mesmo em um trabalho coletivo a distância.

Os resultados no mapeamento da linha do tempo dos estudantes retratam a evolução progressiva da habilidade espacial desses indivíduos com desfecho convergente aos trabalhos de pesquisa de Wahidah, Johar e Zubainur (2020). Em vários estágios da pesquisa, ocorreu a ação de correlacionar as posições, direções, dimensões e relações existentes entre os objetos espaciais da Matemática e os objetos contextualizados nas situações-problemas a fim de facilitar a compreensão entre objeto e o cotidiano.

Concluimos que, ao longo dos trabalhos entre A1 e A2, cada estudante desenvolveu sua Gênese Instrumental individualmente e no trabalho coletivo. Algumas particularidades nas ações dos estudantes trouxeram problemas pontuais que não interferiram no resultado final dos trabalhos.

O aluno A1 mostrou-se mais perspicaz nas ações com os artefatos tecnológicos, porém menos cauteloso com os detalhes do problema. A aluna A2 mostrou-se mais atenciosa aos elementos matemáticos em consonância com o *GeoGebra 3D*, por exemplo, capacidade de argumentação e cautela na utilização dos artefatos do *GeoGebra*.

O somatório dos esquemas de ação instrumentada do grupo gerou instrumentos geométricos inseridos no *GeoGebra 3D* que satisfazem as soluções das situações-problema, ou seja, a Gênese Instrumental foi desenvolvida pelos estudantes no trabalho coletivo.

## 5.9 LIMITAÇÕES E ENTRAVES DO AMBIENTE REMOTO DE ENSINO NO TRABALHO COLETIVO

As limitações do ambiente remoto de ensino são bastante diversificadas e complexas de classificar. No que diz respeito aos artefatos físicos, destacamos a ausência de equipamentos adequados para o estudante, como: computador, celular, tablet, acessórios e conectividade adequada. Nesta pesquisa, os computadores lideram essa lista.

A ausência desse artefato nas residências dos estudantes é bastante expressiva. O número de voluntários que deixaram de participar desta pesquisa, por falta deste equipamento, ultrapassou os 70% logo na primeira chamada.

Os celulares, por sua vez, estão nas mãos da maioria desses estudantes, independente da classe social. A ressalva vai em direção à qualidade desses celulares que, muitas vezes, são antigos ou com baixo potencial de desempenho. Isso pode afetar, tanto o trabalho do professor, quanto o desenvolvimento da aprendizagem do aluno nas aulas remotas.

As Orquestrações Instrumentais Estruturadas para um trabalho coletivo requerem que o professor esteja presente, simultaneamente, em dois ou mais subgrupos enquanto durarem os trabalhos da OI.

Notamos que não é tarefa fácil para o professor acompanhar dois ou mais ambientes virtuais ao mesmo tempo. As falas simultâneas dos alunos, em seus respectivos grupos, tomam conta do ambiente virtual do professor, causando-lhe incômodo e dificuldade para administrar várias perguntas sucessivas. Não prevíamos esse detalhe na OI4; logo, não nos preparamos com um plano alternativo o que, a princípio, nos causou um grande desconforto.

À medida que o tempo foi passando, fomos nos instrumentalizando para compreender a dinâmica das ferramentas tecnológicas e melhor administrá-las enquanto a orquestra tocava.

Com isso, insistimos que o ambiente remoto educacional exige do professor um bom conhecimento das ferramentas da plataforma a fim de ter uma boa dirigibilidade do ambiente virtual. Se bem instrumentalizado, o professor conseguirá administrar com maior tranquilidade dois ou mais ambientes virtuais ao mesmo tempo.

Em um ambiente remoto educacional, o professor não pode ignorar a facilidade que o estudante tem em perder o foco da aula por estar suscetível às influências das redes sociais a sua disposição. Desta forma, é salutar que seus planejamentos sejam atrativos, eficientes e estejam dentro de um padrão voltado às tecnologias digitais de informação e comunicação, objetivando sempre a construção do conhecimento.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Investigar a dificuldade do aluno em lidar com o raciocínio espacial a partir da representação plana, especificamente, de construir sólidos geométricos a partir de sua planificação é uma tarefa bastante desafiadora, sobretudo quando é vivenciada em um ambiente educacional 100% remoto, rico em tecnologias digitais.

Nessa esteira, é fundamental que o professor/pesquisador compreenda os esquemas desenvolvidos pelos estudantes para realizar uma determinada tarefa, utilizando artefatos tecnológicos e simbólicos, ou seja, propiciar a gênese instrumental do estudante em atividades on-line.

Nessa direção e ancorado pelos fundamentos da Abordagem Instrumental (Rabardel 1995), iniciamos uma investigação que tem por objetivo caracterizar a Gênese Instrumental dos estudantes sobre planificação de sólido geométrico, no ensino remoto, quando exploram artefatos simbólicos incluídos em tecnologias digitais na resolução de problemas contextualizados.

Com um público-alvo de quatro estudantes, oriundos de uma escola pública estadual, a metodologia desta pesquisa foi conduzida por quatro orquestrações instrumentais on-line ao longo de três encontros. A partir do modelo teórico da orquestração instrumental, foi possível compreender o desfecho da Gênese Instrumental dos estudantes no ambiente remoto, uma vez que a OI facilitou a ocorrência dos eventos que serviram de base para nossas inferências.

Com base nos fundamentos, julgamos que as atividades práticas com o aplicativo *GeoGebra 3D* e situações contextualizadas de planificação de sólidos traria resultados que contribuiriam no desenvolvimento da habilidade espacial do estudante, uma vez que esse atributo cognitivo é inerente aos esquemas de um sujeito.

De acordo com Vergnaud (2013), investigar os esquemas de um sujeito não é uma tarefa fácil, dado que componentes do esquema nem sempre são explicitados, o que indica que muitos deles ficam implícitos. A coleta de dados das gravações nas telas dos computadores dos estudantes e do professor atenuou a dificuldade de análise para se identificarem os esquemas desenvolvidos pelos estudantes da pesquisa, porém outros mecanismos

precisam ser agregados para uma coleta de dados mais eficaz em aulas remotas.

Identificamos que os estudantes já vêm, parcialmente, instrumentalizados em relação ao uso dos artefatos computacionais para as aulas remotas. A partir disso, percebemos que o processo de instrumentalização do estudante no ambiente remoto é constante e complexo de se mensurar.

Com ênfase ao trabalho coletivo dos estudantes, detectamos invariantes operatórios no grupo, que mobilizaram conhecimentos elementares da Matemática na construção de formas geométricas que representam elementos do seu cotidiano.

As antecipações das regras de ações pautadas em conceitos e teoremas em ação também estiveram presentes no processo de instrumentação do grupo com desfecho na construção do conhecimento para as planificações de sólidos geométricos utilizando o *software GeoGebra 3D*.

Na perspectiva de Rabardel (1995), só ocorre aprendizagem por meio das ações de instrumentação e instrumentalização, quando o sujeito utiliza o instrumento para aprender sobre o objeto. O processo de instrumentação e instrumentalização dos estudantes A1 e A2 ocorreu com êxito, sobretudo nas Orquestrações Instrumentais 3 e 4, ao atribuírem esquemas de ações instrumentadas aos artefatos simbólicos do *GeoGebra* para solucionar os problemas contextualizados.

Os principais pontos que propiciaram a Gênese Instrumental dos estudantes no ambiente virtual de ensino desta pesquisa foram assim discriminados:

- A configuração metodológica de ensino e aprendizagem que favoreceu o trabalho do professor e estimulou a aprendizagem dos estudantes sobre geometria espacial.
- A elaboração de situações-problema que aguçaram as habilidades espaciais dos estudantes nas formas geométricas e suas planificações.
- A convergência da realidade do estudante ao conteúdo matemático.
- As ações lúdicas para estimular a comunicação dos estudantes no ambiente de ensino e aprendizagem.
- A utilização do *GeoGebra 3D* como ferramenta de apoio na solução dos problemas.

- O trabalho coletivo e o debate de ideias entre professor e aluno e aluno/aluno.

Segundo Dere e Kalelioglu (2020, *tradução nossa*), aplicações feitas com ferramentas de design 3D podem melhorar as habilidades de rotação mental do usuário, que é uma subdimensão da habilidade espacial.

Nesta pesquisa, A1 e A2 desenvolveram esquemas com os artefatos do *GeoGebra 3D*: mover, controle deslizantes e animação para auxiliar em suas habilidades de visualização espacial requeridas nas situações-problema.

Conforme ocorre em aulas presenciais, as ferramentas de *softwares de design 3D* também cumprem um bom papel na aprendizagem das planificações dos sólidos geométricos em ambiente 100% remoto.

Os resultados revelaram elementos satisfatórios para concluirmos que houve a construção do conhecimento para os estudantes A1 e A2 no estudo das planificações de sólidos geométricos com situações contextualizadas em atividades individuais e coletivas no ambiente remoto educacional.

## 6.1 CONTRIBUIÇÕES PARA AS ORQUESTRAÇÕES INSTRUMENTAIS ON-LINE

No que tange às contribuições desta pesquisa para os futuros trabalhos remotos, utilizando o modelo das Orquestrações Instrumentais On-line, destacamos:

1. Prever, no protocolo de instrução do estudante, a substituição de equipamentos tecnológicos (computador, celular, tablet etc.) pelo próprio aluno, uma vez que, diferentemente do que ocorre no ensino presencial, a substituição de equipamentos deve ser garantida pelo professor, no entanto, longe do espaço físico do estudante, isso se torna inviável.

2. Antecipar-se às configurações das OI com vídeos tutoriais para dar as instruções prévias e ajudar os estudantes no teste e organização dos recursos, inclusive, na perspectiva de substituição de algum equipamento.

3. Buscar adaptações, no modelo da OI on-line, que sejam viáveis à realidade do ensino educacional brasileiro, que consiste em salas de aulas estruturadas para 30 estudantes ou mais.

## 6.2 LIMITAÇÕES DO ESTUDO

Discriminamos, a seguir, alguns aspectos desafiadores para o exercício de uma atividade educacional em um ambiente remoto, que podem comprometer a Gênese Instrumental de estudantes em linhas gerais.

**Quadro 16:** Aspectos desafiadores em aulas remotas

<b>Aspectos desafiadores</b>
A ausência ou baixa qualidade dos equipamentos tecnológicos dos estudantes e de internet banda larga.
Disponibilizar um plano “B”, durante as videoconferências (quando se trata da troca de artefatos tecnológicos), sem interromper ou adiar o encontro.
Acompanhar dois ou mais ambientes virtuais, ao mesmo tempo, para sanar dúvidas dos estudantes em trabalhos coletivos.
O ambiente remoto educacional exige do professor um bom conhecimento técnico das ferramentas tecnológicas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

## 6.3 PERSPECTIVAS DE INVESTIGAÇÕES FUTURAS

- Novos estudos com planificação de sólidos utilizando o *GeoGebra 3D* visando melhor compreender a Gênese Instrumental do estudante em aulas remotas.
- Novos experimentos com Orquestrações Instrumentais On-line utilizando celular (em substituição ao computador) com número ampliado de estudantes.
- Novos experimentos da Gênese Instrumental, em ambiente remoto, com artefatos simbólicos inseridos em artefatos digitais.
- Conduzir outros experimentos, na formação de professores de escolas públicas, com essa matriz teórica metodológica.

## REFERÊNCIAS

ABAR, C;A.A.P. A mediação semiótica na gênese instrumental: um estudo da transformação de artefatos em instrumentos. **Anais do I LADIMA**, Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática, Bonito - Mato Grosso do Sul – Brasil, 2016. 15 p.

ABAR, C. A. A. P.; COTIC, N. S. **GeoGebra na produção do conhecimento matemático**. São Paulo: Iglu, 2014.

ANDRADE, L. N. Geometria espacial com GeoGebra. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 87, p. 36–41, 2º quadrimestre 2015.

BARBOSA, L.S.; RIBEIRO, A.G.; BORGES, L.F.H. *GeoGebra* software dinâmico no ensino-aprendizagem da geometria. **Anais do Seminário Científico do UNIFACIG**, n. 2, 2017.

BARCELOS, G. T.; BATISTA, S. C. F. Tecnologias Digitais na Matemática: tecendo considerações. *In*: PEIXOTO, Gilmara T. B.; BATISTA, Sílvia C. F.; AZEVEDO, Breno F. T.; MANSUR, André F. U. (Org.). **Tecnologias digitais na educação: pesquisas e práticas pedagógicas**. Campos dos Goytacazes, RJ: Essentia, 2015. cap.9, p.132-157. DOI: <http://dx.doi.org/10.19180/978-85-99968-49-9>

BELLEMAIN, F.; TROUCHE, L.. Compreender o trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. **Anais do I LADIMA** - Simpósio Latino-Americano da Didática da Matemática. Bonito – Mato Grosso do Sul, Brasil, 2016. p. 105-144.

BITTAR, M.. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. **Educar em revista**, Curitiba-PR, s/v, n.se1, p. 157-171, 2011.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

BRASIL, MEC. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF: MEC, 2017. Disponível em: [https://www.google.com/search?q=Base+Nacional+Comum+Curricular&rlz=1C1JZAP\\_pt-BRBR883BR883&oq=Base+Nacional+Comum+Curricular+&ags=chrome..69i57j0l9.5864j0j15&sourceid=chrome&ie=UTF-8](https://www.google.com/search?q=Base+Nacional+Comum+Curricular&rlz=1C1JZAP_pt-BRBR883BR883&oq=Base+Nacional+Comum+Curricular+&ags=chrome..69i57j0l9.5864j0j15&sourceid=chrome&ie=UTF-8). Acesso em: 8 jul. 2021.

BULLMANN, C. L.; NEHRING, C. M. Aprendizagem do sólido geométrico cubo aliada à teoria dos registros de representação semiótica e a perspectiva histórico-cultural. **Salão do conhecimento, a matemática está em tudo. Anais do XXII Jornada de Pesquisa**, Unijuí, 2017. 16p.

BUSSOLOTTO, D., NOTARE, M.R. A planificação de sólidos geométricos e o estudo da área total: um experimento nos anos finais do ensino fundamental. **Anais do VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática**, Rio Grande do Sul, 2017.

CORRÊA, N. B. O. Trabalhando o conteúdo de geometria plana e espacial por meio da construção de sólidos geométricos. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 9, p. 72817–72826, 2020.

DA SILVA, Q.O.V.; DAS FLORES VICTER, E. O GeoGebra 3D na abordagem de sólidos tridimensionais: uma proposta para estudantes e professores. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, São Paulo, v. 7, n. 3, p. 34–48, 2018. ISSN 2237-9657.

DE FREITAS BRASIL, M. M.; VANINA DE MELLO, Mirela; MALVEZZI LOPES, André. Explorando o software Geogebra no processo de ensino e aprendizagem da geometria espacial. **Anais do Foro Educadores para la Era Digital**, 20 p. 2018. Disponível em: <https://repositorial.cuaed.unam.mx:8443/xmlui/handle/20.500.12579/5138>. Acesso em: 04/03/2021.

DE JESUS SILVA, A. J.; DE SOUSA, B. M.; DE JESUS SILVA, Ademir José. Planificações de sólidos: aplicação como intervenção pedagógica de baixo custo para o ensino de conceitos geométricos para alunos de uma escola de ensino fundamental no Oeste do Pará. **South American Journal of Basic Education, Technical and Technological**, Rio Branco, v. 6, n. 2, p. 168–189, 2019.

DERE, H. E.; KALELIOGLU, F.. The Effects of Using Web-Based 3D Design Environment on Spatial Visualisation and Mental Rotation Abilities of Secondary School Students. **Informatics in Education**, Received: January, v. 19, n. 3, p. 399–424, 2020.

DO COUTO, A. A.; DE JESUS, A. C. G. O ensino de geometria espacial por meio do uso de material concreto: reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem. **Encontro Goiano de Educação Matemática**, Goiânia, v. 6, n. 6, p. 105–116, 2017.

DRIJVERS, P.; DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, H.; GRAVMEIJER, K. The Teacher and the Tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, Berlin Heidelberg, Springer Netherlands, v. 75, n. 2, p. 213-234, 2010.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Artmed, 1999.

FANTI, E. L. C. Utilizando o software Geogebra no ensino de certos conteúdos matemáticos. **Anais da Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática**. Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 5, 2010, João Pessoa. Anais. João Pessoa: UFPB, 2010, p. 1-16. Disponível em:

<<http://www.mat.ufpb.br/bienalsbm/arquivos/Conferencias%20Apresentadas/C%203.pdf>> Acesso em 05 jan. 2018.

FÜRKOTTER, M.; MORELATTI, M. R. M. A Geometria da Tartaruga: uma introdução à Linguagem LOGO. **Anais do Simpósio de Matemática**, Presidente Prudente, 2009. p. 1-29.

GEOGEBRA. software Disponível em: <<https://www.geogebra.org/about>>. Acesso em 10 jul. 2021.

GIRARDO, V., Integrando Geometria e Funções: gráficos dinâmicos. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 79, p. 39–46, 3º quadrimestre 2012.

GITIRANA, V.; LUCENA, R. GITIRANA, V.; LUCENA, R. Orquestração instrumental on-line: um modelo pensado a partir do ensino remoto. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, v. 23, n. 3, p. 362-398, 2021. DOI: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i3p362-398>.

GOOGLE. **Edições do G Suite para educação - Ajuda do Administrador do Google Workspace**. 2021. Disponível em: <[https://support.google.com/a/topic/3035696?hl=pt-BR&ref\\_topic=4425947](https://support.google.com/a/topic/3035696?hl=pt-BR&ref_topic=4425947)>. Acesso em 9 jul. 2021.

IGLIORI, S.B.C.; ALMEIDA, M.V.; DE ALMEIDA COSTA, F. Desenvolvimento de atividades matemáticas para o ensino de quadriláteros e geometria espacial. **TANGRAM - Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 3–17, 2018.

JUNIOR, V. **O que é Google For Education? Conheça as ferramentas do Google para Educação**. [s.l.: s.n., s.d.]. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=dAWd558IHrl>>. Acesso em 9 jul. 2021.

LEVY, P. **As Tecnologias da Inteligência - O Futuro do pensamento na era da Informática**, Trad. de Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LOBATO, L.F. **Desafios do ensino de geometria no ensino médio**. 2019. 13 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em docência do ensino de Matemática) - Instituto Federal do Piauí - Campus Corrente, Corrente, 2019.

LUCENA, R. M. S. **Metaorquestração instrumental: um modelo para repensar a formação de professores de matemática**. (Doctoral thesis), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/32844>.

LUCENA, R.; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. O ensino de matemática com integração de recursos digitais: um olhar sobre aulas à luz da Orquestração Instrumental. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 238-261, 2018. ISSN 2358-4122.

MARTINS, F.L. **Conexões com a matemática 2 ensino médio**. 3ª ed. São Paulo: Moderna, 2016.

MEIRA, L. Análise microgenética e videografia: ferramentas de pesquisa em Psicologia Cognitiva. **Temas em Psicologia**, Recife, n. 3, p. 59-71, 1994.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.7, n.1, 2002, p. 7-29. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/569>. Acesso em 16 fev. 2021.

OBS. **Open Broadcaster Software | OBS**. 2021. Disponível em: <<https://obsproject.com/pt-br>>. Acesso em 10 jul. 2021.

PASTRÉ, P.; MAYEN, P.; VERGNAUD, G. **Didática Profissional. Princípios e referências para a Educação Profissional**. Crislaine Gruber Olivier Allain Paulo Wollinger (Org. - PDF Download grátis. Disponível em: <https://docplayer.com.br/143968229-Didatica-profissional-principios-e-referencias-para-a-educacao-profissional-crislaine-gruber-olivier-allain-paulo-wollinger-org.html>. Acesso em: 19 jun. 2021.

PEREIRA, T. L. M. **O uso do software GeoGebra em uma escola pública: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio**. 2012. 121 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

PERNAMBUCO, Secretaria de Educação de Pernambuco. **Parâmetros Curriculares de Pernambuco**. Recife-PE, SEED-PE, 2012. Disponível em: <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/?pag=1&cat=36&art=1047>. Acesso em: 11 jan. 2022.

PONTE, J. P. Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: que desafios? **Revista Iberoamericana de Educación**. n. 24, p. 63-90, 2000.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.

RABARDEL, P. **Los Hombres y las Tecnologías: visión cognitiva de los instrumentos cognitivos**. Traducción de Martin Acosta Gempeler. Universidad Industrial de Santander Colombia: Escuela de Matemáticas. Colômbia. 2011.

ROCHA, R.F.; ROCHA, S.C.P. Sólidos geométricos: área e volume de sólidos geométricos. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, São Paulo, v. 7, n. 1, p. 84–98, 2018. ISSN 2237-9657.

ROMMEVAUX, M. L. **Le discernement des plans: um seuil décisif dans l'apprentissage de la géométrie tridimensionnelle**. Strausbourg, France: Université de Soutenance, 1997.

SAMPAIO, R.S.; OLIVEIRA, V. Movimento como Possibilidade para a Compreensão do Objeto Geométrico. **HIPÁTIA-Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, São Paulo, v. 5, n. 1, p. 25–35, 2020.

SCALABRIN, A.M.M.O.; MUSSATO, S. Produto educacional: geometria espacial com o software GeoGebra 3D. **Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico (EDUCITEC)**, Manaus, v. 5, n. 10, p.88-106, 2019.

SCHIO, R.B.A. **Práticas para o Ensino de Matemática - Contextualização**. [s.l.: s.n., s.d.]. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Gn2oeEscW5l&t=858s>. Acesso em 30 jul. 2021.

SILVA, D.C.M. A profundidade que enxergamos; **Brasil Escola, s/d**. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/fisica/a-profundidade-que-enxergamos.htm>. Acesso em 19 de abril de 2021.

TEDDY LALANDE. **A História da Embalagem no Brasil - Trailer**. [s.l.: s.n.], 2016. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=2WKOoRXuz6w&list=PLUgyJemangqeTf7y0MxFKdumaDTsFptZ9&index=4>. Acesso em: 8 maio 2021.

TRAINOTTI, A.; DA SILVA, R.S. Poly e GeoGebra 3D: um experimento de ensino na educação básica. **RENOTE**, Farroupilha, v. 16, n. 1, p.01-10, 2018.

TROUCHE, L. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages Mathématiques : Nécessité des orchestrations. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble-FR, v. 25, p. 91–138, 2005.

TROUCHE, L. Environnements informatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages? **Educational Studies in Mathematics**, Springer-Verlag, v. 55, pp.181-197, 2004.

TV EXTENSO. **Máquina de Corte e Vinco Elétrica 80cm - Corte de Caixas Variadas**. [s.l.: s.n.], 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=i2i8KI85WII&list=PLUgyJemangqeTf7y0MxFKdumaDTsFptZ9&index=3>. Acesso em: 8 maio 2021.

VALENTE, J. A. (Org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: Unicamp/NIED, 1999.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, J. (Coord.). **Didáticas das Matemáticas**. Tradução de M. J. Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Publicado em: **Recherches en didactique des Mathématiques**, Grenoble, La Pensée Sauvage Éditions.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: NASSER, L. (Ed.). Seminário Internacional de Educação Matemática, 1, 1993, Rio de Janeiro. **Anais do....** p. 1-26, 1993.

VERGNAUD, Gérard. The Theory of Conceptual Fields. **Human Development**, Karger Publisher, Basel - Suíça, v. 52, n. 2, p. 83–94, 2009.

VERGNAUD, G. **Qu'est-ce que la pensée ?** La nouvelle revue : de l'adaptation et de la scolarisation, Liège-Bélgica/Paris-França, n. 62, p. 277-299, 2013.

VINDI ASSESSORIA DE MARKETING. **Dicas de Design #05 - Funções das Embalagens.** [s.l.: s.n.], 2016. Disponível em: [https://www.youtube.com/watch?v=DY5Ji\\_gGt\\_E&list=PLugyJemangqeTf7y0MxFKdumaDTsFptZ9&index=2&t=13s](https://www.youtube.com/watch?v=DY5Ji_gGt_E&list=PLugyJemangqeTf7y0MxFKdumaDTsFptZ9&index=2&t=13s). Acesso em 8 maio 2021.

WAHIDAH, Nanda Rahmatul; JOHAR, Rahmah; ZUBAINUR, Cut Morina. The Elpsa Framework for The Students' Spatial Reasoning Ability in Aceh. **Malikussaleh Journal of Mathematics Learning (MJML)**, Cidade, v. 3, n. 1, p. 27–33, 2020.

XAVIER, A. L.; FERREIRA, M. J.. Gênese Instrumental do artefato simbólico função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas em um ambiente não digital. **UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Universidad de Los Andes, v. 51, p. 107-125, 2017.