

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
Centro de Ciências Sociais Aplicadas - CCSA
Departamento de Economia - DECON
Programa de Pós-Graduação em Economia - PIMES

GILVAN CÂNDIDO DA SILVA

**UM MODELO NOVO-KEYNESIANO DE POLÍTICA
MONETÁRIA PARA A ECONOMIA BRASILEIRA:
CHOQUES E EFEITOS MACROECONÔMICOS**

RECIFE - PE
2006

©Copyright by

GILVAN CÂNDIDO DA SILVA

2006

Todos os direitos reservados

Typeset by L^AT_EX

GILVAN CÂNDIDO DA SILVA

UM MODELO NOVO-KEYNESIANO DE POLÍTICA
MONETÁRIA PARA A ECONOMIA BRASILEIRA:
CHOQUES E EFEITOS MACROECONÔMICOS

Dissertação submetida como re-
querimento parcial para obter
grau de Mestre em Economia pela
Universidade Federal de Pernam-
buco (UFPE).

Orientador: Prof. Dr. Tiago Cavalcanti

RECIFE - PE
2006

Silva, Gilvan Cândido da

Um modelo novo-keynesiano de política monetária para a economia brasileira: choques e efeitos macroeconômicos / Gilvan Cândido da Silva. - Recife: O Autor, 2006.

96 folhas: fig. e tabelas.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco. CCSA. Economia, 2006.

Inclui bibliografia.

1. Política econômica - Brasil - Modelos matemáticos. 2. Política monetária. 3. Phillips, Curva de. 4. Relações econômicas internacionais.
I. Título.

338
337

CDU (1997)
CDU (22.ed.)

UFPE
CCSA2007-002

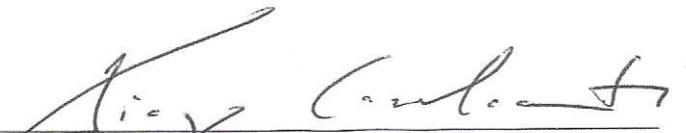
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PIMES/PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

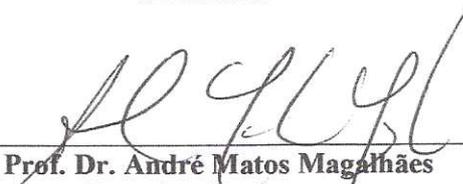
PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DO
MESTRADO EM ECONOMIA DE

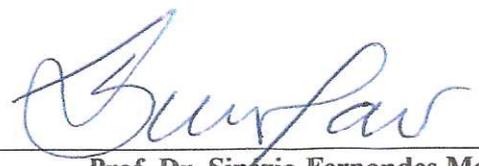
GILVAN CÂNDIDO DA SILVA

A Comissão Examinadora composta pelos professores abaixo, sob a presidência do primeiro, considera o Candidato Gilvan Cândido da Silva **APROVADO**.

Recife, 14/09/2006.


Prof. Dr. Tiago Wanderlei de Vasconcelos Cavalcanti
Orientador


Prof. Dr. André Matos Magalhães
Examinador Interno


Prof. Dr. Sinezio Fernandes Maia
Examinador Externo/UEPB

*Aos meus pais, Joaquim e Antônia, pelo amor, carinho e educação que
deram a mim e a meus queridos irmãos.*

Não sei como expressar o amor e gratidão que sinto por vocês!!!

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus irmãos, Vânia, Sérgio e Juliana. Aqui também tem contribuição de vocês, pois sem o espírito fraterno de cada um, nada disso teria acontecido.

À Marcinha, minha linda mulher. Você é o equilíbrio que preciso para me propor a desafios. Sem você, tenho dúvidas se estaria superando este desafio.

Ao meu grande amigo Germano. Júnior, você foi um grande parceiro na preparatória do mestrado!

Ao Victor, 'big' amigo da minha temporada em Pernambuco. Grande mestre, vou sentir muita saudade de nossas conversas pelos bares do Recife, principalmente de suas *histórias* hilárias! Além, é claro, das emoções na Ilha do Retiro e no Arruda.

Aos amigos que fiz no mestrado, cujos nomes vou omitir para não cometer injustiças. Além disso, não foram poucos e o espaço é pequeno para escrever.

A Nátaly e Fabio, casal nota 10, de caráter exemplar, os conheci nas aulas do mestrado em estatística. Vocês me ensinaram muito. Espero encontrá-los novamente, de preferência na Colômbia. Quero saber se a cerveja de lá é tão boa quanto dizem.

Aos meus amigos do Banco do Brasil, Cruz, Ronaldo, Rafaela, Elcio, Luiz Otávio, João Luiz e, em especial, ao Uilson que foi uma pessoa determinante para que eu decidisse fazer o mestrado. Não sei como agradecer pelo incentivo e ajuda que sempre me deram antes e durante o curso. Valeu!!

Ao professor Tiago Cavalcanti. Obrigado pela orientação, paciência e compreensão das minhas limitações.

Finalmente, ao Banco do Brasil, instituição que há vinte anos me ensina o valor do trabalho e estudo. Sou imensamente grato pelo patrocínio deste curso.

RESUMO

Esta dissertação apresenta um modelo de equilíbrio geral dinâmico e estocástico de política monetária com relativa rigidez de preços internos e externos. O propósito é avaliar as respostas de importantes variáveis macroeconômicas a choques de produtividade, crescimento mundial, juros reais externos e prêmio de risco. O modelo considera uma pequena economia aberta, formada por famílias e firmas. Calibrado com estimativas de parâmetros para a economia brasileira, a análise de variância sugere ajuste aos dados reais. Os resultados da simulação revelaram que: a taxa real de câmbio apresentou elevada volatilidade, sob todos os tipos de choque; a economia é mais sensível a choque de crescimento mundial; choque de produtividade ou renda externa afetam tanto do lado da demanda (hiato do produto), quanto do lado da oferta (inflação); choque na taxa real de juros externa ou no prêmio de risco produz impactos mais intensos nas preferências das famílias. Finalmente, para um choque de política monetária em t , as respostas sugerem que mudanças na taxa de juros sensibilizam a inflação, em $t + 1$, cerca de seis vezes mais que o hiato do produto.

Palavras-chave: Modelos de Equilíbrio Geral Dinâmico e Estocástico, Regra de Política Monetária, Rigidez Nominal de Preços, Curva IS, Curva de Phillips, Pequena Economia Aberta.

ABSTRACT

This dissertation introduces a dynamic stochastic monetary general equilibrium model with external e internal nominal rigidity of prices. The goal is to evaluate the response of macroeconomic variables to important shocks; such as those on productivity, world growth, real interest rate and risk premium. The model considers a small open economy populated by households and firms. Calibrated with parameters estimated for the Brazilian economy, the variance analysis suggests adjustment to the real data. The real exchange rate presented high volatility, under all kinds of shock. Shocks in the productivity world growth, the response suggest effects on the supply (inflation) and demand (output gap). Shocks in the international real interest rate or risk premium produce a stronger effect on the IS due to their effects on the uncovered interest-rate parity relations. The effect of a monetary policy shock in t on inflation at $t + 1$ is about 6 time larger than its effect on the output gap in $t + 1$.

Keywords: Dynamic Stochastic General Equilibriu model, Rules Monetary Policy, Nominal Rigidies, IS Curve, Phillips Curve, Small Open Economy.

Lista de Figuras

2.1	Resposta de um Desvio de 1% na Produtividade (z_t)	67
2.2	Resposta de um Desvio 1% na Renda Externa (y_t^*)	68
2.3	Resposta de um Desvio de 1% na Taxa Real Externa de Juros (r_t^*)	70
2.4	Resposta de um Desvio de 1% no Prêmio de Risco ($\hat{\phi}_t$)	71
2.5	Resposta de um Desvio de 1% Taxa Nominal Interna de Juros (i_t)	72

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros Estruturais Calibrados	63
2.2	Comparativo do Desvio-Padrão das Simulações e dos Dados Disponíveis	64
2.3	Elasticidades das Variáveis Exógenas em Relação às Endógenas (em %)	65

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Introdução	13
1 Modelo para uma Pequena Economia Aberta	20
1.1 As Famílias	23
1.1.1 As Famílias da Economia Doméstica	23
1.2 As Firms	28
1.2.1 As Firms Domésticas	28
1.2.2 As Firms do Setor Externo	32
1.3 O Governo	35
1.4 A Política Monetária	36
1.5 A Economia do Resto do Mundo	37

1.5.1	As Famílias do Resto do Mundo	38
1.6	Condições de Equilíbrio	39
1.7	Log-linearização na Vizinhança do Estado Estacionário	40
1.7.1	Equações derivadas do Problema da Família	40
1.7.2	Equações derivadas do Problema das Firms	43
1.7.3	Relações entre inflação, taxa de câmbio e termos de troca	46
1.7.4	Decomposição do Custo Marginal da Firma Doméstica	48
1.7.5	Relação de Proporcionalidade entre o Produto Doméstico e o Externo	49
1.7.6	Equilíbrio sob Preços Flexíveis	51
1.7.7	Curva de Phillips	52
1.7.8	Curva IS	54
1.7.9	Política Monetária	55
2	Avaliação Computacional do Modelo	57
2.1	O Método dos Coeficientes Indeterminados	57
2.2	Especificação e Calibração do Modelo	59
2.2.1	Especificação	59
2.2.2	Calibração	60
2.3	Funções Impulso-Resposta	64
3	Conclusões	73
A	A Técnica da Log-linearização	76
B	Derivações de Equações Seleccionadas do Modelo	78
B.1	Do Problema das Famílias	78
B.1.1	Solução da Primeira Etapa	78
B.1.2	Solução da Segunda Etapa	79

B.2	Do Problema das Firms	81
B.3	Log-linearização de Algumas Equações Seleccionadas	82
B.3.1	Cesta de Consumo	82
B.3.2	Preços ao Consumidor	83
B.3.3	Curva de Phillips para Bens Domésticos	83
B.3.4	Produto sob Preços Flexíveis	85
B.3.5	Curva de Phillips com Hiato do Produto	86
B.3.6	Curva de IS	87
C	Parâmetros Utilizados na Simulação Computacional (descrição)	90
D	Formato Uhlig (1997) para o MATLAB	92
D.1	Equações não-Expectacionais	92
D.2	Equações Expectacionais	93
D.3	Processos Exógenos	93
	Referências Bibliográficas	94

Introdução

Os trabalhos recentes em política monetária que permitem a construção, simulação e estimação de modelos dinâmicos e estocásticos de equilíbrio geral¹ têm criado condições para combinar o rigor das derivações microeconômicas com o comportamento das equações de modelos macroeconômicos. A calibração ou estimação, empiricamente plausível, de tais estruturas permite adequar importantes características dos agentes econômicos aos modelos macro, sendo útil ferramenta para se produzir análises de política econômica.

Importante vantagem inerente aos modelos tradicionais (e.g. modelos IS-LM-BP) é que os parâmetros e os choques das equações estruturais estão vinculados às preferências das famílias, bem como a eventuais restrições institucionais (restrição do governo, de recursos, etc.) e tecnológicas (estrutura produtiva das firmas). Benefícios adicionais são a inclusão de choques estocásticos e rigidez preços e/ou salários em de-

¹Uma das publicações pioneiras se deve a Obstfeld & Rogoff (1995).

terminados setores. Deve-se considerar também que a avaliação da política monetária se baseia no comportamento ótimo das famílias e firmas.

Mais explicitamente, os modelos microfundamentados:

- Fornecem disciplina teórica na estrutura do modelo a ser estimado, a qual pode ser particularmente útil naqueles casos em que os dados não são muito informativos;
- São capazes de relacionar os parâmetros do modelo, na forma reduzida (equações agregadas), àqueles estruturais (vinculados ao comportamento dos agentes) de maneira a desenvolver análises de políticas mais adequadas. Portanto, são menos sujeitos à crítica de Lucas², pois tendem a menos alterações em respostas a mudanças de regime de política econômica;
- Podem ainda fornecer estrutura mais apropriada para analisar as várias estratégias de política ótima. Isto porque a utilidade dos agentes pode ser tomada como medida de bem-estar.

O modelo de política monetária apresentado neste trabalho segue a teoria dos ciclos reais de negócios como uma reação ótima a choques³, de acordo com a análise de Kydland & Prescott (1982)⁴. Adiciona, ainda, a hipótese de relativa rigidez nominal de preços na economia, cuja estratégia segue Calvo (1983).

O ciclo de negócios é definido como as flutuações recorrentes do produto em torno de uma tendência e de movimentos integrados com séries temporais de outros agre-

²Devido a Robert Lucas (prêmio Nobel de economia em 1995). A crítica de Lucas indica que alterações de política induzem à mudanças na estrutura das séries econômicas, o que tende a exigir novas estimativas (Lucas 1976).

³Em contrapartida, os modelos keynesianos preconizam que os ciclos representam uma falha no sistema econômico. São voltados para a determinação do produto, ou seja, dado a presença de fricções e imperfeições dos mecanismos de mercado, as economias experimentam ciclos de crescimento para atingir o nível desejado de produto e emprego. O modelo caracterizado por curvas de oferta e demanda agregada é uma versão simples desse tipo de análise econômica.

⁴Em suas análises, Kydland & Prescott (1982) buscaram tratar os ciclos e o crescimento econômico conjuntamente, ou seja, inseridos em uma teoria integrada. Os autores encontraram que as flutuações agregadas eram determinadas por fatores reais, em particular, por choques tecnológicos.

gados econômicos (consumo, emprego, investimento, etc.). A economia de diversos países está sujeita a significativas variações de curto prazo em seus níveis agregados de produto e emprego. Compreender os determinantes dessas variações tem sido uma das metas da macroeconomia. A visão predominante é de que a economia está sujeita a choques de vários tipos e tamanhos em intervalos aleatórios de tempo, que se propagam por toda a economia (Romer 2001).

São exemplos de choques:

1. Tecnológicos, como por exemplo, eventuais crises na oferta de petróleo (um choque negativo) e surgimento da tecnologia digital (um choque positivo);
2. Mudanças súbitas de clima e/ou desastres naturais;
3. Choques fiscais e monetários. Isto é, mudanças inesperadas da política monetária, gastos do governo e impostos;
4. Choques políticos, como por exemplo o fato de que em anos eleitorais os governantes tendem a induzir o crescimento econômico, não necessariamente consistente com a estrutura produtiva;

Além de tomar conhecimento das origens dos choques econômicos, é importante entender os seus mecanismos de propagação na cadeia produtiva. Isso porque os efeitos de tais choques influenciam outras variáveis macroeconômicas correlacionadas e se propagam na estrutura da economia ao longo do tempo. Supondo a ocorrência de um choque negativo, os exemplos abaixo são esclarecedores desses mecanismos transmissão:

1. **substituição intratemporal:** choques que têm efeito negativo sobre a produtividade reduzem o retorno marginal do trabalho e de outros fatores de produção. Como o salário real tende a cair, é possível que os trabalhadores optem

por menos trabalho e por mais lazer. A queda da quantidade de trabalho tende a amplificar os efeitos negativos sobre a produção;

2. **substituição intertemporal:** como os consumidores preferem suavização do consumo ao longo do tempo, podendo, com isso, reduzir a poupança, implicando queda no investimento agregado e conseqüente arrefecimento da produção futura;
3. **rigidez de preços:** o choque negativo diminui a produtividade do trabalho nas firmas, o que tenderia a reduzir o salário real. Entretanto, se há rigidez de salários no curto-prazo, a alternativa para as firmas seria dispensar mão-de-obra (com conseqüente redução do nível de emprego) o que concorre para maximizar os efeitos do choque;
4. **fricções financeiras:** um choque negativo que ocasione a falência de uma ou mais firmas pode propagar pela cadeia produtiva por meio de outras firmas que mantenha relações com aquelas em dificuldade. O sistema financeiro também pode ser afetado por aumento de inadimplência, provocada pelas firmas em *débâcle*.

O estudo desta teoria consiste em resolver modelos dinâmicos e estocásticos de equilíbrio geral que, na maioria das vezes, resultam em um sistema não-linear de equações à diferença, não possuindo portanto, solução em forma fechada. Um procedimento geral para analisá-los e solucioná-los, proposto por Uhlig (1997), é recomendado. Esse método deve seguir os seguintes passos:

1. encontrar as equações necessárias que caracterizam o equilíbrio, isto é, restrições, condições de primeira ordem, etc. Isso é precedido da construção do modelo, ou seja, definição das suposições básicas e indicação da forma funcional dos agentes econômicos;

2. calibrar o modelo e encontrar o equilíbrio no estado estacionário, no qual todas as variáveis estarão crescendo a taxas constantes;
3. log-linearizar as equações que caracterizam o equilíbrio do sistema para fazer a aproximação log-linear das equações na vizinhança do estado estacionário;
4. solucionar os movimentos recursivos por meio do método dos coeficientes indeterminados;
5. analisar a solução via função impulso-resposta e propriedades do segundo momento⁵.

A existência de solução aproximada para o sistema é possível após a log-linearização. Por outro lado, os parâmetros do modelo passam a representar as elasticidades entre as variáveis associadas. Este é um resultado relevante nas investigações em teoria econômica.

O objetivo desta dissertação é avaliar as respostas de importantes variáveis macroeconômicas a choques de produtividade, crescimento mundial, juros reais externos e prêmio de risco, quando se utilizam parâmetros calibrados para a economia brasileira⁶. Para tanto, se desenvolveu uma versão da classe de modelos novo-keynesianos de política monetária, com relativa rigidez de preços internos e externos. As suposições básicas, em particular, a forma funcional das preferências das famílias e da tecnologia das firmas, seguem a estrutura consagrada na literatura relacionada a esses modelos de política monetária, descrita em Walsh (2003) e outros autores ali referenciados⁷.

⁵Os passos 1 a 4 são descritivos, enquanto que o passo 5 é resolvido por métodos computacionais.

⁶As pesquisas em política monetária, a partir de modelos de equilíbrio geral para a economia brasileira, são relativamente incipientes. Vale destacar as contribuições de Carneiro & Duarte (2001) e Bugarin, Araújo, Muinhos & Silva (2006). Entretanto, tais estudos partem de um sistema de equações onde as relações de equilíbrio já estão estabelecidas, não sendo especificada as formas funcionais do modelo. Isto tende a restringir eventuais análises em termos microeconômicos do comportamento dos agentes.

⁷Clarida, Galí & Gertler (2002), Monacelli (2003), Adolfson, Laseén & Lindé (2005), entre outros.

O modelo descrito considera uma pequena economia aberta, cujas flutuações econômicas não afetam o resto do mundo, o qual se assumem processos exógenos em suas variáveis agregadas. A população é formada por um contínuo de famílias (com tamanho normalizado para a unidade), que são proprietárias das firmas. As famílias consomem bens produzidos internamente e importados. A produção doméstica é voltada para atender a demanda interna e externa. Os preços dos bens domésticos e importados são estabelecidos segundo Calvo (1983), dada certa rigidez nominal. No caso dos importados, é o mesmo que supor *pass-through* incompleto da taxa nominal de câmbio, no curto prazo. Logo, o preço pago pelo bem no mercado internacional não é integralmente repassado aos consumidores por todas as firmas do setor.

Supõe-se que as contas governamentais se equilibram em cada dado período de tempo (Obstfeld & Rogoff 1996). Isto possibilita estabelecer uma regra de política monetária do tipo Taylor (1993) como uma reação ótima a desvios da inflação em relação ao seu nível de equilíbrio.

O equilíbrio do modelo é descrito por uma curva de Phillips, uma Curva IS, uma equação de paridade não-coberta da taxa de juros e uma regra de política monetária, além de outras equações endógenas. Adicionalmente, se considera como variáveis exógenas, choques de produtividade, renda externa, juros reais externos e prêmio de risco.

Para a calibração, foram escolhidos valores de parâmetros já estimados por outros autores e baseados em evidências microeconômicas compatíveis com os dados da economia real. Em particular, os da economia brasileira. O grau de robustez do modelo é observado por meio segundo momento das variáveis, ou seja, pelas variâncias e covariâncias, cujos resultados sugerem ajuste aos dados reais. Das funções impulso-resposta foi possível obter o comportamento das variáveis macroeconômicas, tendo em vista desvio de um ponto percentual em cada uma das variáveis exógenas.

Após esta introdução, o restante da dissertação está organizado como segue: no Capítulo 1 são apresentadas as suposições do modelo, as funções-objetivo das famílias e das firmas, o orçamento do governo e a estratégia de política monetária. Em seguida, se definiu o equilíbrio e o modelo foi log-linearizado em torno do estado estacionário, sendo encontradas as equações que descrevem este equilíbrio. No Capítulo 2, o modelo é avaliado computacionalmente com o intuito de observar o ajuste da economia artificial à economia real e verificar as funções impulso-resposta. Finalmente, as conclusões e sugestões são relacionadas no Capítulo 3. O referencial teórico, em particular sobre a técnica de log-linearização e derivação das equações, podem ser encontradas no apêndice.

CAPÍTULO 1

Modelo para uma Pequena Economia Aberta

O modelo considera uma pequena economia aberta formada por famílias, firmas e governo, cujas flutuações econômicas não afetam o resto do mundo¹. O conjunto de suposições que alicerçam a construção do modelo, em particular, a forma funcional das preferências das famílias e da tecnologia das firmas, seguem a estrutura consagrada na literatura relacionada a esses modelos de política monetária, descrita em Walsh (2003) e outros autores ali referenciados². As hipóteses relacionadas à política fiscal e monetária tiveram como base as conclusões apresentadas em Woodford (1996) e Taylor (1999).

¹Esta condição implica variáveis (taxa de juros, nível de produto e inflação) do resto do mundo dadas exogenamente para fins de modelagem da economia doméstica.

²Clarida et al. (2002), Monacelli (2003), Adolfson et al. (2005), entre outros.

Descrição do Modelo

A utilidade que a família maximiza é uma função do tipo *Money-in-Utility (MIU)*³ que depende do consumo, do lazer e da moeda. O consumo é uma cesta de bens produzidos internamente e também importados, adquiridos em um mercado caracterizado por concorrência monopolística.

As famílias distribuem sua riqueza em títulos domésticos, externos e em moeda local retida para transação. A composição desse *portfolio* é determinada por uma condição de arbitragem onde as expectativas quanto à trajetória da taxa de câmbio definem o equilíbrio entre os ativos domésticos e externos. Esta condição é denominada **paridade não-coberta da taxa de juros (UIP)**⁴. Derivada do problema das famílias, a condição estabelece que, sob mobilidade perfeita de capitais, o diferencial entre a taxa de juros doméstica e a externa deve ser compensado pelas expectativas de desvalorização da taxa de câmbio⁵ (Romer 2001).

Nessa economia há dois tipos de firmas, as quais as famílias são as únicas proprietárias: as **domésticas**, voltadas para a produção de bens a serem ofertados no mercado interno e para atender a demanda do resto do mundo; as do **setor externo** que compram bens no mercado internacional e os vendem às famílias.

A função de produção das firmas domésticas leva em conta o insumo mão-de-obra e um choque de produtividade. Esta forma funcional segue Walsh (2003, pág. 234) que desconsidera variações no estoque de capital com o intuito de simplificar as

³A abordagem *Money-in-the-Utility (MIU)* incorpora a moeda como um dos elementos que a família valora em suas preferências. Uma versão *Cash-in-Advance (CIA)* produz resultados qualitativos semelhantes (Obstfeld & Rogoff 1995). Uma explicação detalhada sobre as funções MIU e CIA, em política monetária, pode ser encontrada em Walsh (2003), capítulos 2 e 3.

⁴A sigla vem da denominação *Uncovered Interest-rate Parity*. Uma definição alternativa é a paridade coberta da taxa de juros. Neste caso a variável expectativa da variação cambial é substituída por contrato futuro da câmbio, que elimina o risco da taxa de câmbio esperada. Para detalhes, ver Obstfeld & Rogoff (1996, cap. 8)

⁵No mercado financeiro internacional, caracterizado por integração imperfeita de capitais, a compensação desse diferencial de juros deve ser adicionada de um prêmio de risco, além das expectativas de desvalorização cambial.

derivações do modelo. O autor se ampara em McCallum & Nelson (1999) em que a variável estoque de capital não é tão importante para efeito de análise de ciclos econômicos⁶.

No modelo proposto, as firmas produzem bens diferenciados e, dada a relativa rigidez, estabelecem seus preços segundo Calvo (1983). Incluiu-se rigidez nominal de preços no setor externo, no curto prazo. Ou seja, em cada período de tempo nem todas as firmas do setor externo conseguem vender aos consumidores domésticos os bens importados por preço igual àquele pago, em moeda estrangeira, no mercado internacional. Esta suposição é equivalente, em termos macroeconômicos, permitir, no curto prazo, *pass-through* incompleto da taxa nominal de câmbio, de maneira que a variação cambial não seja integralmente repassada aos preços ao consumidor.

Os gastos do Governo são financiados por emissão monetária (senhoriagem) e venda de títulos nos mercados financeiros doméstico e externo. O único destino destes gastos são transferências às famílias. Por conseqüência, as contas públicas se equilibram em cada período de tempo como em Obstfeld & Rogoff (1996, pag. 664). Essa suposição elimina a possibilidade de pressão inflacionária em função de eventuais déficits orçamentários do Governo. Isto porque a política monetária não é capaz de promover a estabilidade de preços em um ambiente caracterizado por desequilíbrios fiscais. Woodford (1996) mostra que é possível estabelecer um limite de *deficit* fiscal, tal que seja possível manter o nível de preços em equilíbrio, quando se adota uma regra apropriada de política monetária.

Nessa economia não há custos de intermediação financeira, conseqüentemente, é idêntica a taxa de juros para compra e venda de títulos. O banco central estabelece a taxa nominal de juros para fins de política monetária, voltada para a preservação do poder de compra da moeda local. Isto significa que única meta da autoridade

⁶No entanto, deve ser enfatizado que a utilização do estoque de capital é uma variável não-desprezível para o entendimento do comportamento da inflação [ver Christiano, Eichenbaun & Evans (2005) e Adolfson et al. (2005), entre outros].

monetária é a estabilidade de preços na economia.

1.1 As Famílias

1.1.1 As Famílias da Economia Doméstica

Há um contínuo de famílias nessa pequena economia aberta que serão indexadas por $j \in (0, 1)$. As preferências de cada uma delas são determinadas pelo consumo C_t , lazer $1 - N_t$ e estoque real de moeda destinada à transação M_t/P_t . A função de utilidade intertemporal da j -ésima família é dada pelo valor presente descontado de:

$$U_0^j = E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \left[\frac{C_{t+i}^j}{1-\sigma} + \frac{\gamma}{1-b} \left(\frac{M_{t+i}^j}{P_{t+i}} \right)^{1-b} - \chi \frac{N_{t+i}^j}{1+\theta} \right], \quad (1.1)$$

onde $\beta \in (0, 1)$ é a taxa subjetiva de desconto, σ , b , $\theta > 0$ são o inverso da elasticidade de substituição intertemporal do consumo, demanda de moeda e oferta de mão-de-obra, respectivamente. O primeiro termo denota o nível de consumo agregado, o segundo, o nível de liquidez real escolhido pela família e o terceiro, é o tempo dedicado ao trabalho (tratado como uma desutilidade). Os parâmetros $\gamma > 0$ e $\chi > 0$ representam, respectivamente, o grau de importância dado pela família ao montante de moeda para transação e ao trabalho⁷.

As famílias consomem uma cesta de bens de consumo que são produzidos no mercado interno e externo. Assume-se que a função de consumo agregado tem elasticidade de substituição constante⁸

$$C_t = \left[(1-\alpha)^{1/\xi} (C_t^d)^{(\xi-1)/\xi} + \alpha^{1/\xi} (C_t^m)^{(\xi-1)/\xi} \right]^{\xi/(\xi-1)}, \quad (1.2)$$

⁷A indexação j das variáveis associadas à função de utilidade das famílias será omitida adiante para facilitar a visualização notacional do modelo.

⁸Ver Walsh (2003), Obstfeld & Rogoff (1995) e Clarida et al. (2002), entre outros.

onde C_t^d e C_t^m são as cestas de consumo de bens produzidos domesticamente e importados, respectivamente, $\alpha \in (0, 1)$ é a proporção de bens de consumo importados que mede o grau de abertura da economia e $\xi > 1$ reflete a elasticidade de substituição entre o consumo de bens nacionais e importados.

A solução do problema da família consiste em duas etapas:

1. Dado um nível para C_t , a família decide comprar uma combinação de bens de consumo domésticos e importados que minimize seus custos. Isto é,

$$\min_{C_t^d, C_t^m} P_t C_t^d + P_t^m C_t^m$$

sujeito a

$$\left[(1 - \alpha)^{1/\xi} (C_t^d)^{(\xi-1)/\xi} + \alpha^{1/\xi} (C_t^m)^{(\xi-1)/\xi} \right]^{\xi/(\xi-1)} = C_t.$$

As condições de primeira ordem (c.p.o.) da função lagrangeana (L_t) implicam⁹

$$\frac{C_t^d}{C_t^m} = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \left(\frac{P_t}{P_t^m} \right)^{-\xi}, \quad (1.3)$$

$$C_t^d = (1 - \alpha) \left(\frac{P_t}{\psi_t} \right)^{-\xi} C_t, \quad (1.4)$$

$$C_t^m = \alpha \left(\frac{P_t^m}{\psi_t} \right)^{-\xi} C_t, \quad (1.5)$$

$$\psi_t = \left[(1 - \alpha) (P_t)^{1-\xi} + \alpha (P_t^m)^{1-\xi} \right]^{1/(1-\xi)} \equiv P_t^c, \quad (1.6)$$

que são, respectivamente, a demanda relativa, a demanda por bens domésticos, por bens importados e o nível agregado de preços ao consumidor.

2. Na segunda etapa, dado o custo para determinado nível de C_t , as famílias escolhem as quantidades ótimas para C_t , M_t/P_t e N_t . A restrição orçamentária¹⁰

⁹A solução detalhada deste problema pode ser encontrada no Apêndice B.1.1.

¹⁰A restrição orçamentária considerou termos de Obstfeld & Rogoff (1996, pág. 663) e de Walsh (2003, pág. 234). Como diferença relevante, levou-se em conta a existência de um mercado financeiro internacional com integração imperfeita, possibilitando a presença de um prêmio de risco.

com que se depara a família que, em termos reais, será dada por:

$$C_t + \frac{M_t}{P_t^c} + \frac{B_t}{P_t^c} + \frac{S_t B_t^{*d}}{P_t^c} = \left(\frac{W_t}{P_t^c} \right) N_t + \frac{M_{t-1}}{P_t^c} + (1 + i_{t-1}) \frac{B_{t-1}}{P_t^c} + (1 + i_{t-1}^*)(1 + \Phi_{t-1}) \frac{S_t B_{t-1}^{*d}}{P_t^c} + \Pi_t + TR_t, \quad (1.7)$$

onde S_t é a taxa nominal de câmbio definida como preço da moeda estrangeira em termos da moeda doméstica, B_t é o estoque de títulos domésticos, B_t^{*d} são os ativos externos, W_t é o salário pago pelo trabalho N_t , Π_t são os lucros recebidos das firmas e TR_t são transferências governamentais (impostos, se $TR_t < 0$). Os títulos negociados no mercado doméstico são remunerados com base na taxa i_t e os do mercado externo à taxa i_t^* , acrescidos de um prêmio de risco Φ_t ¹¹.

Para solucionar o problema da família, pode-se substituir o resultado de C_t , que é obtido da restrição orçamentária (1.7), na função de utilidade (1.1) e resolver a função como um problema de maximização não-condicionada. Quando a função de utilidade é diferenciada relativamente às variáveis de escolha B_t , B_t^{*d} , M_t/P_t e N_t , as c.p.o. produzem os seguintes resultados:

$$\frac{\partial U_0}{\partial B_t} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_t^{-\sigma} = \beta(1 + i_t) E_t \left(\frac{P_t^c}{P_{t+1}^c} \right) C_{t+1}^{-\sigma}; \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial B_t^{*d}} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_t^{-\sigma} = \beta(1 + i_t^*)(1 + \Phi_t) E_t \frac{S_{t+1}}{S_t} \frac{P_t^c}{P_{t+1}^c} C_{t+1}^{-\sigma}; \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial M_t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \gamma \left(\frac{M_t}{P_t^c} \right)^{-b} = C_t^{-\sigma} + \beta E_t \left(\frac{P_t^c}{P_{t+1}^c} \right) C_{t+1}^{-\sigma}; \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial N_t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\chi N_t^\theta}{C_t^{-\sigma}} = \frac{W_t}{P_t^c}. \quad (1.11)$$

¹¹O prêmio de risco Φ_t é dado exogenamente como em McCallum & Nelson (2000). A idéia é interpretá-lo como um representante autônomo de desvios inesperados na expectativa da trajetória da taxa de câmbio. Para uma melhor definição deste termo, consultar Walsh (2003, pág. 279).

Considerando o resultado de (1.8) ou de (1.9), a equação (1.10) acima pode ser escrita duas formas alternativas:

$$\frac{\gamma \left(\frac{M_t}{P_t^c} \right)^{-b}}{C_t^{-\sigma}} = \frac{i_t}{1 + i_t} \quad (1.12)$$

ou

$$\frac{\gamma \left(\frac{M_t}{P_t^c} \right)^{-b}}{C_t^{-\sigma}} = \frac{(1 + i_t^*)(1 + \Phi_t)E_t \frac{S_{t+1}}{S_t} - 1}{(1 + i_t^*)(1 + \Phi_t)E_t \frac{S_{t+1}}{S_t}}. \quad (1.13)$$

As equações (1.8) e (1.9) são a condição de Euler que determina a alocação intertemporal do consumo pelas famílias. Na primeira equação, a forma de suavização é determinada pela taxa real de juros doméstica, enquanto que na segunda, são os juros internacionais, adicionados do prêmio de risco e taxa real esperada de câmbio que definem a trajetória de suavização do consumo ao longo do tempo.

A equação (1.12) mostra a condição ótima intratemporal entre moeda e consumo. Esta estabelece que a taxa marginal de substituição entre a quantidade real de moeda e a cesta de consumo deve ser igual ao custo de oportunidade de reter moeda. Finalmente, a equação (1.11) é a condição ótima intratemporal entre lazer e consumo, a qual a taxa marginal de substituição entre lazer¹² e consumo equipara ao salário real.

Das c.p.o. acima é possível obter um outro resultado importante. A combinação das equações (1.12) e (1.13) implica

$$(1 + i_t) = (1 + i_t^*)(1 + \Phi_t)E_t \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right). \quad (1.14)$$

A equação reflete a taxa de juros interna, que deve ser igual ao produtório entre a taxa de juros externa, o prêmio de risco e a expectativa de desvalorização da taxa de câmbio. Desta forma, as famílias distribuem sua riqueza entre ativos internos (B_t) e externos (B^{*d}), conforme o valor esperado para a variação cambial. Isto é,

¹²Lazer é definido como o tempo em que a família não se dedica ao trabalho.

desequilíbrios entre juros internos e externos são compensados por alterações nas expectativas da taxa de câmbio. A seção 1.7 adiante mostra que, quando log-linearizada, esta equação resulta na condição de paridade não-coberta da taxa de juros (UIP).

Para finalizar o conjunto de equações que descrevem o comportamento das famílias, segue a condição de transversalidade que é derivada da iteração da restrição orçamentária (1.7):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \prod_{s=0}^T \left[\frac{1}{1 + i_{t+s-1}} \left(B_{t+T} + \frac{M_{t+T}}{P_{t+T}} \right) + \frac{1}{(1 + i_{t+s-1}^*)(1 + \Phi_{t+s-1})} S_{t+t} B_{t+T}^{*d} \right] = 0, \quad (1.15)$$

ou seja, as famílias chegam ao final do período com estoque zero em títulos e em moeda. A título comprobatório, deve-se aplicar o operador somatório nos dois membros da restrição orçamentária (1.7) e avaliar como essa equação se comporta quando $T \rightarrow \infty$. Se

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \prod_{s=0}^T \left[\frac{1}{1 + i_{t+s-1}} \left(B_{t+T} + \frac{M_{t+T}}{P_{t+T}} \right) + \frac{1}{(1 + i_{t+s-1}^*)(1 + \Phi_{t+s-1})} S_{t+t} B_{t+T}^{*d} \right] < 0,$$

então o valor presente descontado do consumo das famílias excede a oferta de bens disponível na economia em um montante que nunca converge para zero. Significa que a família é tomadora permanente de empréstimos para pagamento de juros de sua dívida, ao invés de favorecer a amortização do principal. A consequência é que a dívida crescerá, ao menos, à taxa de juros da economia (i_t). Como os emprestadores não aceitarão esta situação, então a condição acima não será possível.

Por outro lado, se

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \prod_{s=0}^T \left[\frac{1}{1 + i_{t+s-1}} \left(B_{t+T} + \frac{M_{t+T}}{P_{t+T}} \right) + \frac{1}{(1 + i_{t+s-1}^*)(1 + \Phi_{t+s-1})} S_{t+t} B_{t+T}^{*d} \right] > 0,$$

o valor presente descontado dos recursos que a família possui nunca converge para um resultado acima da produção. Neste caso as famílias constituirão uma “doação”

não-desejada entre elas e esse excedente de recursos poderia ser destinado ao consumo marginal visando uma maior utilidade ao longo do tempo. Logo, o único resultado possível é aquele dado pela condição de transversalidade (1.15) que constitui o equilíbrio para as famílias.

1.2 As Firmas

As duas classes de firmas nessa economia se organizam da seguinte maneira:

- as firmas domésticas utilizam mão-de-obra, que é ofertada pelas famílias para produzirem um bem diferenciado. Há um contínuo de medida 1 destas firmas, responsáveis pela produção doméstica, a qual se destinará ao consumo interno e ao setor exportador;
- as firmas do setor externo transformam um bem homogêneo, comprado no mercado externo, em um bem diferenciado que será vendido às famílias de residentes;

1.2.1 As Firmas Domésticas

O processo produtivo doméstico é dividido entre firmas varejistas e atacadistas. Em cada período t , as firmas atacadistas adquirem mão-de-obra N_t das famílias, as quais recebem um salário W_t . Com este insumo comprado no mercado competitivo de trabalho, produzem um bem intermediário diferenciado (Y_i). As firmas varejistas utilizam um contínuo desses bens intermediários para produzirem um bem homogêneo de consumo final, destinado às famílias domésticas e ao setor exportador.

Este bem final é a cesta de consumo que será vendida às famílias domésticas (C_t^d) e o bem homogêneo (C_t^{*d}) será adquirido pelo resto do mundo. Dada a situação acima,

o número de firmas produtoras de bens de consumo final deve ser igual à soma do número de famílias residentes e não-residentes. Estas demandantes da cesta de bens produzida internamente.

Firmas Varejistas

A função de produção da firma doméstica, produtora do bem homogêneo final assume forma¹³

$$Y_t^d = \left[\int_0^1 Y_{i,t}^{\frac{\xi-1}{\xi}} di \right]^{\frac{\xi}{\xi-1}}, \quad (1.16)$$

onde o parâmetro $\xi > 1$ é a elasticidade de substituição entre os diferentes bens da cesta¹⁴.

O objetivo da firma doméstica é escolher $Y_{i,t}$ tal que seu lucro seja máximo, considerando como dados o preço agregado da cesta (P_t) e o preço de seus insumos ($P_{i,t}$). A sua função que maximiza o lucro Π^{dv} será

$$\max_{Y_{i,t}} \Pi_t^{dv} = P_t Y_t^d - P_{i,t} Y_{i,t}. \quad (1.17)$$

Substituindo o resultado da função de produção dado em (1.16), as c.p.o. do problema de maximização produzem

$$\frac{Y_{i,t}}{Y_t^d} = \left[\frac{P_{i,t}}{P_t} \right]^{-\xi}. \quad (1.18)$$

Logo, a demanda por bens intermediários será

$$Y_{i,t} = \left[\frac{P_{i,t}}{P_t} \right]^{-\xi} Y_t^d. \quad (1.19)$$

¹³Esta função produção é semelhante à apresentada em Adolfson et al. (2005) e tem a forma consagrada na literatura relacionada a modelos de equilíbrio geral dinâmico e estocástico (Obstfeld & Rogoff 1995). Portanto se desconsiderou a necessidade de verificar as propriedades requeridas de continuidade, concavidade, pelo menos duas vezes diferenciável e crescente em relação a seus argumentos.

¹⁴Valores de ξ inferiores à unidade implicam receita marginal negativa. Desta forma, se impõe $\xi > 1$ para assegurar solução interior do problema de maximização da i -ésima firma intermediária, garantindo um nível positivo de produto (Obstfeld & Rogoff 1996, pág. 661).

Nos dois membros de (1.18), eleve a $(\xi - 1)/\xi$ e aplique a integral. Considerando (1.16), é possível obter a equação,

$$P_t = \left[\int_0^1 P_{i,t}^{1-\xi} di \right]^{\frac{1}{1-\xi}} \quad (1.20)$$

que toma o preço do bem final como função dos preços dos bens intermediários.

Firmas Atacadistas

Para a firma produtora do i -ésimo bem intermediário, a sua produção é função do trabalho N_t e de um choque agregado de produtividade Z_t . Sua função de produção será:

$$Y_{i,t} = Z_t N_{i,t}. \quad (1.21)$$

O problema da firma intermediária será minimizar seus custos no período t , sujeito à restrição de se produzir $Y_{i,t}$ como definido em (1.21), qual seja:

$$\min_{N_t} \left(\frac{W_t}{P_t} \right) N_t + \varphi_t (Y_{i,t} - Z_t N_{i,t}), \quad E(Z_t) = 1. \quad (1.22)$$

O termo $\frac{W_t}{P_t}$ é o custo real da mão-de-obra (N_t) e φ_t é o multiplicador de lagrange.

As c.p.o. desse problema de minimização implicam

$$\varphi_t = \frac{W_t/P_t}{Z_t}, \quad (1.23)$$

isto é, φ_t é o custo marginal real da firma intermediária.

O passo seguinte é o estabelecimento do preço do bem produzido pela firma intermediária. A hipótese de relativa rigidez nominal de preços segue a estratégia adotada por Calvo (1983). O autor assume que, em qualquer dado período, a firma tem uma probabilidade ω de manter seus preços constantes, o que não maximiza seu resultado. O parâmetro ω mede o grau de rigidez da economia, logo, quanto maior seu

valor, menor será o número de firmas que reajustam seus preços. Por outro lado, com probabilidade $1 - \omega$, a firma re-otimiza e encontra um novo preço $P_{i,t}^{novo}$ ¹⁵.

A despeito de produzirem bens diferenciados, as firmas possuem mesma tecnologia de produção e mesma curva de demanda (1.19). Desta forma, a única diferença entre elas é o fato de não reajustarem seus preços simultaneamente em todos os períodos de tempo. Portanto, no ótimo, as firmas que maximizam em dado período, escolherão o mesmo preço, $P_{i,t}^{novo} = P_t^{(ot)}$ (Walsh 2003, pág. 235).

Todas as firmas que ajustam seus preços em t , estão maximizando o valor esperado descontado presente e futuro de seus lucros. Assim, em um período futuro $t + s$, seus lucros são afetados pela escolha feita em t , desde que nesse intervalo de tempo não tenha ocorrido qualquer majoração de preços. Vale ressaltar que a probabilidade de ocorrência desse evento será ω^s .

O problema de maximização do lucro (Π_0^{da}) com que se depara a firma atacadista, quando seu preço é estabelecido, será o seguinte:

$$\Pi_0^{da} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \Delta_{s,t+s} \left[\left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right) Y_{i,t+s} - \varphi_{t+s} Y_{i,t+s} \right],$$

onde $\Delta_{s,t+s} = \beta^s (Y_{t+s}/Y_t)^{-\sigma}$ é um fator de desconto associado às decisões de consumo das famílias, tendo vista serem estas as únicas proprietárias das firmas domésticas.

Sabendo que ao maximizarem, as firmas intermediárias escolhem o mesmo preço, tal que $P_{i,t} = P_t^{(ot)}$, e substituindo esse resultado em (1.19), pode-se eliminar $Y_{i,t+s}$ da função objetivo e o problema que maximiza o lucro da i -ésima firma intermediária pode ser escrito como segue:

$$\max_{P_t^{(ot)}} \Pi_0^{da} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \Delta_{s,t+s} \left[\left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{1-\xi} - \varphi_{t+s} \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{-\xi} \right] Y_{t+s}. \quad (1.24)$$

¹⁵A hipótese de Calvo (1983) fornece maior operacionalidade analítica ao modelo, pois reduz o número de variáveis de estado. Para detalhes e referências adicionais, ver Carneiro & Duarte (2001).

As c.p.o. de (1.24), quando se maximiza sob uma escolha do preço do bem intermediário $P_t^{(ot)}$, implicam

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \Delta_{s,t+s} \left[(1 - \xi) \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right) + \xi \varphi_{t+s} \right] \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{-\xi} \frac{1}{P_{t+s}} Y_{t+s} = 0. \quad (1.25)$$

Para encontrar a equação dos preços relativos no setor doméstico $\frac{P_t^{(ot)}}{P_t}$, deve-se levar em conta a definição de $\Delta_{s,t+s}$ em (1.25) de tal maneira que

$$\frac{P_t^{(ot)}}{P_t} = \frac{\xi}{\xi - 1} \frac{E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (Y_{t+s})^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+s}}{P_t} \right)^{\xi} \varphi_{t+s}}{E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (Y_{t+s})^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+s}}{P_t} \right)^{\xi-1}}. \quad (1.26)$$

Essa equação em sua versão log-linearizada na vizinhança do estado estacionário, cujos detalhes se encontram na seção 1.7, produz a curva de Phillips *forward-looking* para os preços dos bens produzidos no mercado interno.

Agora, supondo que a hipótese de relativa rigidez nominal de preços não é definida neste modelo, $\omega = 0$, as firmas escolhem um preço ótimo em cada período t e a equação (1.26) acima se reduz a

$$\frac{P_t^{(ot)}}{P_t} = \frac{\xi}{\xi - 1} \varphi_t = \mu \varphi_t. \quad (1.27)$$

Esse resultado confirma a caracterização de concorrência monopolística, isto porque, as firmas que atuam em mercados desse tipo conseguem fixar o preço ótimo acima do custo marginal nominal, aqui definido como $P_t \varphi_t$. É o *markup* das firmas intermediárias, neste caso dado por $\mu = \frac{\xi}{\xi-1} > 1$.

1.2.2 As Firmas do Setor Externo

O setor externo consiste de um contínuo de firmas (com medida 1) que compram um bem homogêneo no mercado internacional a um preço P_t^* (o símbolo * indica que o preço é denominado em moeda estrangeira) e transformam esse produto em

um bem de consumo diferenciado $C_{i,t}^m$. No mercado doméstico, há outro tipo de firma importadora que compra este bem a um preço $P_{i,t}^m$, dado em moeda nacional, e constitui uma cesta C_t^m , que será vendida às famílias a um preço P_t^m . Esta cesta é definida como

$$C_t^m = \left[\int_0^1 C_{i,t}^m \frac{\xi-1}{\xi} di \right]^{\frac{\xi}{\xi-1}}, \quad (1.28)$$

tendo elasticidade de substituição entre bens importados ξ idêntica àquela estabelecida na função de produção do bem doméstico final¹⁶.

O objetivo firma vendedora da cesta de produtos importados C_t^m é escolher $C_{i,t}^m$ tal que seu lucro seja máximo, considerando como dados, o preço agregado da cesta (P_t^m) e o preço do bem importado ($P_{i,t}^m$). A função que maximiza o lucro Π_t^{mv} será

$$\max_{C_{i,t}^m} \Pi_t^{mv} = P_t^m C_t^m - \sum_{i,t} P_{i,t}^m C_{i,t}^m. \quad (1.29)$$

Substituindo o resultado da função de produção dado em (1.28), as c.p.o. do problema de maximização produzem

$$\frac{C_{i,t}^m}{C_t^m} = \left[\frac{P_{i,t}^m}{P_t^m} \right]^{-\xi}. \quad (1.30)$$

Logo, a demanda por bens importados será

$$C_{i,t}^m = \left[\frac{P_{i,t}^m}{P_t^m} \right]^{-\xi} C_t^m. \quad (1.31)$$

Nos dois membros de (1.30), eleve a $(\xi - 1)/\xi$ e aplique a integral. Considerando (1.28), é possível obter a equação

$$P_t^m = \left[\int_0^1 P_{i,t}^{m1-\xi} di \right]^{\frac{1}{1-\xi}} \quad (1.32)$$

que toma o preço da cesta de importados como função dos preços individuais destes bens.

¹⁶A mesma elasticidade visa facilitar as derivações e reduzir a quantidade de parâmetros do modelo.

Assume-se certa rigidez, no curto prazo, de preços em moeda local relativamente ao preço em moeda estrangeira. Em cada período de tempo nem todas as firmas do setor externo conseguem vender aos consumidores domésticos os bens importados por preço igual àquele pago, em moeda estrangeira, no mercado internacional. Isto possibilita presença de *pass-through* incompleto da taxa de câmbio. Como na subseção anterior, os preços estabelecidos para bens importados seguem Calvo (1983). A probabilidade da firma importadora manter seus preços inalterados será ω_m .

Como no caso das firmas domésticas, o que difere é o *time* em que seus preços são reajustados no mercado interno, logo $P_{i,t}^{m\text{ novo}} = P_t^{m(ot)}$. Isto é, preços ótimos iguais para todas aquelas que maximizaram seu lucro em determinado período de tempo. Portanto, o problema de maximização do lucro com que se depara a firma importadora do bem importado, quando seu preço é estabelecido, será o seguinte:

$$\Pi_0^{ma} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega_m^s \Delta_{s,t+s}^{(m)} \left[\left(\frac{P_t^{m(ot)}}{P_{t+s}^m} \right) C_{i,t+s}^m - \frac{S_{t+s} P_{t+s}^*}{P_{t+s}^m} C_{i,t+s}^m \right],$$

onde $\Delta_{s,t+s}^{(m)} = \beta^s (C_{t+s}^m / C_t^m)^{-\sigma}$ é um fator de desconto associado às decisões de consumo das famílias, tendo em vista serem as proprietárias das firmas do setor externo. O termo $\frac{S_{t+s} P_{t+s}^*}{P_{t+s}^m}$ é uma medida de desvio da Lei do Preço Único (LPU). Isso porque nem todas as firmas são capazes de reajustar o preço dos bens importados¹⁷. A taxa nominal de câmbio, S_t , mede quantas unidades monetárias em moeda local são necessárias para adquirir uma unidade da moeda estrangeira.

Sabendo que ao maximizarem, as firmas importadoras escolhem o mesmo preço, tal que $P_{i,t}^m = P_t^{m(ot)}$, e substituindo esse resultado em (1.31), pode-se eliminar $C_{i,t+s}^m$ da função objetivo e o problema que maximiza o lucro da firma importadora pode

¹⁷Se a LPU fosse válida, $\frac{S_{t+s} P_{t+s}^*}{P_{t+s}^m} = 1$. Todas as firmas conseguiriam reajustar os preços em cada período t . Isto também pode ser entendido como uma medida de custo marginal para a firma importadora.

ser escrito como segue:

$$\max_{P_t^{m(ot)}} \Pi_0^{ma} = E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega_m^s \Delta_{s,t+s}^{(m)} \left[\left(\frac{P_t^{m(ot)}}{P_{t+s}^m} \right)^{1-\xi} - \frac{S_{t+s} P_{t+s}^*}{P_{t+s}^m} \left(\frac{P_t^{m(ot)}}{P_{t+s}^m} \right)^{-\xi} \right] C_{t+s}^m. \quad (1.33)$$

As c.p.o. de (1.33), quando se maximiza sob uma escolha do preço do bem importado $P_t^{m(ot)}$, implicam

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega_m^s \Delta_{s,t+s}^{(m)} \left[(1-\xi) \left(\frac{P_t^{m(ot)}}{P_{t+s}^m} \right) + \xi \frac{S_{t+s} P_{t+s}^*}{P_{t+s}^m} \right] \left(\frac{P_t^{m(ot)}}{P_{t+s}^m} \right)^{-\xi} \frac{1}{P_{t+s}^{m(ot)}} C_{t+s}^m = 0. \quad (1.34)$$

Para encontrar a equação dos preços relativos no setor importador $P_t^{m(ot)}/P_t^m$, deve-se levar em conta a definição de $\Delta_{s,t+s}^{(m)}$ em (1.34) de tal maneira que

$$\frac{P_t^{m(ot)}}{P_t^m} = \frac{\xi}{\xi-1} \frac{E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega_m^s \beta^s (C_{t+s}^m)^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+s}^m}{P_t^m} \right)^\xi \frac{S_{t+s} P_{t+s}^*}{P_{t+s}^m}}{E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega_m^s \beta^s (C_{t+s}^m)^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+s}^m}{P_t^m} \right)^{\xi-1}}. \quad (1.35)$$

Essa equação em sua versão log-linearizada na vizinhança do estado estacionário, cujos detalhes se encontram na seção 1.7, produz a curva de Phillips *forward-looking* para os preços dos bens importados.

Supondo *pass-through* completo da taxa de câmbio, a equação (1.35) se reduz a

$$\frac{P_t^{m(ot)}}{P_t^m} = \frac{\xi}{\xi-1} \frac{S_t P_t^*}{P_t^m} = \mu \frac{S_t P_t^*}{P_t^m}. \quad (1.36)$$

1.3 O Governo

Os gastos do governo, nessa economia, se restringem a transferências às famílias. Para financiá-los, o governo precisa gerar receitas, cujas fontes são:

- senhoriagem, via emissão monetária; e

- venda de títulos do governo.

Dessa forma a restrição orçamentária com que o Governo se depara, em termos reais, será dada por

$$G_t + i_{t-1} \frac{B_{t-1}^g}{P_t^c} = \frac{B_t^g - B_{t-1}^g}{P_t^c} + \frac{M_t^g - M_{t-1}^g}{P_t^c}, \quad (1.37)$$

onde, $G_t = TR_t$ são os gastos do governo, $i_t B_t^g$ os juros pagos pela emissão de títulos públicos, $M_t^g - M_{t-1}^g$ e $B_t^g - B_{t-1}^g$ a variação no estoque de moeda e da dívida pública, respectivamente.

A equação (1.37) relaciona as escolhas do governo no que diz respeito a gastos, dívida e senhoriagem em cada período t . Entretanto, a menos que haja limitações acerca da capacidade de tomada de empréstimos ou aumento de receita com a senhoriagem por parte do governo, não há qualquer restrição real sobre as escolhas relativas a gastos. Limitação na capacidade de tomar empréstimos deve implicar em restrições nas escolhas do governo.

Portanto, uma condição adicional é necessária. Ela relaciona o orçamento intertemporal do governo à capacidade de adquirir empréstimos. Essa restrição é dada por

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{B_T^g}{\prod_s^{t-1} (1 + i_s) \frac{P_s}{P_{s+1}}} = 0, \quad (1.38)$$

conhecida como a condição de *No-Ponzi-games*, que impede trajetória explosiva da dívida do Governo (Obstfeld & Rogoff 1996).

1.4 A Política Monetária

A política monetária do Banco Central completa a caracterização dessa economia. Assume-se que a taxa de juros é definida com vistas a cumprir os objetivos de

manutenção da estabilidade da moeda doméstica. A autoridade monetária deve reagir, através do estabelecimento de uma nova taxa básica de juros, a eventuais desvios da inflação relativamente ao seu nível considerado compatível com as características da economia¹⁸.

O equilíbrio das contas governamentais permite estabelecer uma regra de política monetária capaz de estabilizar o nível de preços da economia¹⁹. A estratégia utilizada segue a regra de Taylor (1993) em sua versão mais simples, cuja equação

$$(1 + i_t) = (1 + i_{t-1})^{\rho_i} E_t \left[\left(\frac{P_t^c}{P_{t-1}^c} \right)^{\tau_1} \left(\frac{Y_t^d}{Y_t^n} \right)^{\tau_2} \right] \quad (1.39)$$

representa a função de reação do Banco Central. Os parâmetros, não-negativos, ρ_i , τ_1 e τ_2 são, respectivamente, o grau de suavização da política monetária, a importância dada pela autoridade monetária aos desvios da inflação no estado estacionário e do produto relativamente ao seu nível potencial (Y_t^n).

1.5 A Economia do Resto do Mundo

Tendo em vista que a economia doméstica é pequena relativamente ao resto do mundo, as decisões internas de política econômica não influenciam o comportamento das demais economias. A consequência é que se pode tratar como exógenos no modelo, taxa de juros, nível de produto e inflação internacionais, além de desnecessária a distinção entre preços ao consumidor e preços de bens produzidos no resto do mundo²⁰.

Os processos exógenos auto-regressivos associados ao nível de produto e à taxa

¹⁸Considera-se inflação-zero no estado estacionário.

¹⁹Woodford (1996) demonstrou que instabilidades fiscais, em particular, aquelas que implicam desajustes no resultado primário corrente e futuro do governo, necessariamente resultam em instabilidades de preços. Portanto, não é possível estabelecer uma regra de política monetária apropriada para equilibrar a inflação.

²⁰Para efeito deste trabalho, a economia do resto do mundo deve ser tratada como um único e grande país.

real de juros são sumariamente apresentados no Capítulo 2, seguindo Liu (2006).

1.5.1 As Famílias do Resto do Mundo

Por simplicidade, as preferências dessas famílias são idênticas às da economia de pequeno porte. Portanto, o problema de maximização será²¹:

$$\max_{C_t^*, M_t^*, N_t^*} U_0^* = E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \left[\frac{C_{t+i}^*}{1-\sigma} + \frac{\gamma}{1-b} \left(\frac{M_{t+i}^*}{P_{t+i}^*} \right)^{1-b} - \chi \frac{N_{t+i}^*}{1+\theta} \right], \quad (1.40)$$

sujeito à

$$C_t^* + \frac{M_t^*}{P_t^*} + \frac{B_t^*}{P_t^*} + \frac{B_t^f}{S_t P_t^*} = \left(\frac{W_t^*}{P_t^*} \right) N_t^* + \frac{M_{t-1}^*}{P_t^*} + (1+i_{t-1}^*) \frac{B_{t-1}^*}{P_t^*} + (1+i_{t-1}) \frac{B_{t-1}^f}{S_t P_t^*} + \Pi_t^* + TR_t^*. \quad (1.41)$$

Como no problema das famílias domésticas, as do resto do mundo também podem fazer alocações em títulos internos (B_t^*) e externos (B_t^f)²². A maximização da função de utilidade da família estrangeira, sob as escolhas de B_t^* e B_t^f , produz as respectivas equações de Euler:

$$C_t^{*- \sigma} = \beta(1+i_t^*)E_t \left[\left(\frac{P_t^*}{P_{t+1}^*} \right) C_{t+1}^{*- \sigma} \right] \quad (1.42)$$

e

$$C_t^{*- \sigma} = \beta(1+i_t)E_t \left[\left(\frac{S_t}{S_{t+1}} \frac{P_t^*}{P_{t+1}^*} \right) C_{t+1}^{*- \sigma} \right]. \quad (1.43)$$

Vale lembrar que $(1+i_t) = (1+i_t^*)(1+\Phi_t)E_t \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right)$.

²¹A rigor, a solução do problema das famílias do resto do mundo seguiria os mesmos passos da subseção anterior, onde se derivaram todas as condições ótimas. Entretanto, serão apresentadas apenas as equações de Euler, pois o intento principal desta etapa é encontrar uma relação de consumo entre as famílias doméstica e externa. Isto é melhor compreendido na seção 1.7 em que as equações de equilíbrio são log-linearizadas.

²² B_t^f são títulos que as famílias do resto do mundo compram do país doméstico.

Combinando (1.8) com (1.43) e, em seguida, fazendo a iteração, tem-se

$$C_t = \vartheta C_t^* Q_t^{1/\sigma}, \quad \forall t, \quad (1.44)$$

onde ϑ é uma constante que depende das condições iniciais e $Q_t \equiv \frac{S_t P_t^*}{P_t^c}$ é a taxa real de câmbio, isto é, o preço estrangeiro expresso em termos do preço ao consumidor no país local. Essa equação mostra que existe uma relação de consumo entre as famílias internas e externas, cujo resultado será útil na subseção 1.7 (Galí & Monacelli 2002).

1.6 Condições de Equilíbrio

O equilíbrio seqüencial do modelo é obtido dado o sistema de preços, as políticas de governo, satisfazendo a restrição orçamentária governamental (1.37), as condições de transversalidade (1.15), de *No-ponzi games* (1.38) e o conjunto de processos para as variáveis exógenas do resto do mundo, tais que são encontradas as alocações ótimas das famílias e das firmas, sujeito às suas respectivas restrições.

Os mercados dessa economia se equilibram conforme as seguintes equações:

- mercado de bens: $Y_t = Y_t^d = C_t + C_t^{*d} - C_t^m$;
- mercado de trabalho: $N_t^s = N_t^d = N_t$;
- mercado monetário: $M_t^g = M_t$;
- mercado de títulos: $B_t^g = B_t + B_t^f$ e $B_t^{*g} = B_t^* + B_t^{*d}$.

1.7 Log-linearização na Vizinhança do Estado Estacionário

A maximização intertemporal pelas famílias e firmas produz relações de equilíbrio não-lineares, logo, uma solução em forma fechada não está disponível. Assim, usa-se uma aproximação log-linear, em torno do estado estacionário, para resolver o equilíbrio²³. Além disso, os parâmetros dos modelos log-lineares são as elasticidades entre as variáveis associadas, o que é relevante nas investigações em teoria econômica²⁴.

O procedimento de log-linearização das equações do modelo segue Uhlig (1997)²⁵. Para as equações que resultam a curva de Phillips, se considerou o desvio da inflação-zero na vizinhança do estado estacionário. Esta estratégia, entretanto, não invalida valores diferentes de zero para a inflação nessa vizinhança. Isto quer dizer que, para efeitos de política monetária, se considera a inflação que garante a estabilidade de preços no estado estacionário. Para a log-linearização da curva IS, o hiato do produto é definido como a diferença entre o nível de produto em mercados de competição imperfeita e o nível de produto em regime de plena flexibilidade de preços (interna e externa)²⁶.

1.7.1 Equações derivadas do Problema da Família

A solução do problema das famílias na seção 1.1 consistiu em duas etapas distintas: na primeira, dado um nível para C_t a família decidiu comprar a combinação de bens de

²³Woodford (1986) demonstrou que, sob determinadas condições, cuja explicitação destas extrapola o escopo da dissertação, a economia flutua numa vizinhança do estado estacionário. Dessa forma, para desvios suficientemente pequenos desse estado estacionário, as equações log-linearizadas se situam suficientemente próximas das relações de equilíbrio.

²⁴Forma alternativa para solução de sistemas não-lineares são os métodos numéricos de otimização, tais como, *steepest-ascent*, Newton-Raphson, BFGS, *Simulated-Annealing*, etc.

²⁵Uma breve revisão dessa técnica é apresentada no Apêndice A.

²⁶O detalhamento da log-linearização das equações dessa subseção se encontram no Apêndice B.3

consumo domésticos e importados que minimizasse suas despesas. Em seguida, foram encontradas as demandas relativas (entre bens domésticos/importados), as demandas por bens domésticos e por bens importados e a equação de preços ao consumidor.

Na segunda, se resolveu o problema dinâmico de maximização da utilidade (1.1), sujeito à restrição orçamentária (1.7) onde foram derivadas a equação de Euler, a condição ótima que relaciona a taxa marginal entre moeda e consumo com o custo de oportunidade de reter moeda, a equação que relaciona consumo e lazer com o salário real, além da equação de paridade não-coberta da taxa de juros.

A seguir, são log-linearizadas as equações encontradas em cada uma das etapas do problema de otimização.

Considerando as demandas relativa (1.3), por bens de consumo doméstico (1.4) e por bens importados (1.5), a equação (1.2) que define a cesta de consumo agregado das famílias, quando log-linearizada na vizinhança no estado estacionário, produz o seguinte resultado:

$$c_t = (1 - \alpha)c_t^d + \alpha c_t^m. \quad (1.45)$$

O parâmetro α indica a proporção de produtos importados que compõe a cesta das famílias. Este pode ser interpretado como uma medida de grau de abertura da economia. A seguir, é direto log-linearizar as equações de demanda de (1.3) a (1.5), ou seja,

$$c_t^d - c_t^m = -\xi(p_t - p_t^m), \quad (1.46)$$

a demanda relativa entre bens domésticos e importados,

$$c_t^d = c_t - \xi(p_t - p_t^c), \quad (1.47)$$

a demanda por bens domésticos e

$$c_t^m = c_t - \xi(p_t^m - p_t^c), \quad (1.48)$$

a demanda por bens importados.

A versão log-linearizada da equação (1.6) do índice de preço ao consumidor na vizinhança do estado estacionário será

$$p_t^c = (1 - \alpha)p_t + \alpha p_t^m, \quad \forall t, \quad (1.49)$$

onde p_t é o preço dos bens produzidos no mercado doméstico e p_t^m , o preço dos bens importados.

Das equações encontradas na segunda etapa do problema da família, as duas equações de Euler (1.8) e (1.9) log-linearizadas produzem, respectivamente,

$$c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1}^c) \quad (1.50)$$

e

$$c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t^* + \hat{\phi}_t + E_t s_{t+1} - s_t - E_t \pi_{t+1}^c), \quad (1.51)$$

onde $\pi_t^c = p_{t-1}^c - p_t^c$, enquanto a equação de paridade não-coberta da taxa de juros (1.14) se escreve como segue:

$$i_t - i_t^* = (E_t s_{t+1} - s_t) + \hat{\phi}_t. \quad (1.52)$$

O diferencial entre a taxa nominal de juros doméstica e externa, $i_t - i_t^*$, deve ser compensado pela expectativa de desvalorização cambial, $E_t s_{t+1} - s_t$, e pelo prêmio de risco, $\hat{\phi}_t$ que segue processo AR(1) do tipo $\hat{\phi}_t = \rho_\phi \hat{\phi}_t + \epsilon_\phi$, em que $\epsilon_\phi \sim \text{i.i.d}(0, \sigma_\phi^2)$.

As equações (1.12) e (1.13) relacionam a razão entre as taxas marginais de substituição entre moeda e consumo como o custo de oportunidade (no mercado financeiro doméstico ou internacional) de reter moeda. Quando log-linearizadas na vizinhança do estado estacionário, produzem os seguintes resultados:

$$b(m_t - p_t^c) = \sigma c_t - \varrho i_t, \quad (1.53)$$

onde $\varrho = \beta/(1 - \beta)(1 + i_t)^{27}$. Essa equação implica que o estoque real de moeda é função positiva do consumo e negativa da taxa nominal de juros. Por outro lado, quando se considera o custo de oportunidade no mercado internacional, a equação log-linearizada se torna,

$$b(m_t - p_t^c) = \sigma c_t - \varrho^*(i_t^* + \hat{\phi}_t + E_t s_{t+1} - s_t), \quad (1.54)$$

onde $\varrho^* = \beta/(1 - \beta)(i_t^* + \hat{\phi}_t + s_{t+1} - s_t)$. Nesse caso, o estoque real de moeda função positiva do consumo e negativa do custo financeiro internacional dado pelo soma da taxa de juros externa, do prêmio de risco e da expectativa de desvalorização cambial. As equações (1.53) e (1.54), acima, são equivalentes, tendo em vista a condição de não-arbitragem (UIP).

Finalmente, a equação log-linearizada que relaciona a razão entre lazer e consumo com o salário real dada em (1.11):

$$\theta n_t + \sigma c_t = w_t - p_t^c. \quad (1.55)$$

Essas equações acima (de 1.45 a 1.55) são utilizadas adiante para encontrar as relações entre as curvas de Phillips e IS.

1.7.2 Equações derivadas do Problema das Firmas

Inicialmente, foram log-linearizadas a curva de Phillips que tem preços domésticos e importação, em separados. Em seguida, foram consideradas as relações descritas na próxima subseção 1.7.3, de maneira a permitir que se encontre uma única curva de Phillips que expresse as relações entre as firmas domésticas e do setor externo.

Tomando a equação

$$C_t^i = \left[(1 - \omega)^{1/\xi} (C_t^i)^{(\xi-1)/\xi} + \omega^{1/\xi} (C_{t-1}^i)^{(\xi-1)/\xi} \right]^{\xi/(\xi-1)}, \quad \text{com } i = d, m \quad (1.56)$$

²⁷Esse resultado é semelhante ao encontrado por Walsh (2003, pág. 275) que foi $\varrho = \beta/(1 + i_t - \beta)$. A diferença reside nas distintas funções de utilidade definidas.

isto é, tanto para bens domésticos quanto para bens importados, há uma rigidez ω de consumo. As famílias repetem em t o que consumiram em $t - 1$ dado a presença de relativa rigidez de preços na economia. Assim, minimizam seus gastos com consumo $P_t^i C_t^i + P_{t-1}^i C_{t-1}^i$, com $i = d, m$, sujeito à cesta de consumo (1.56), de tal maneira que o problema de minimização produz,

$$P_t^{i1-\xi} = (1 - \omega)P_t^{i(ot)1-\xi} - \omega P_{t-1}^{i1-\xi}, \quad (1.57)$$

cujos resultados implicam que o preço médio agregado em cada um dos setores da economia é formado por uma fração $1 - \omega$ de firmas que estabelecem o preço de seus produtos em t e por uma fração restante ω de firmas que estabeleceram seus preços no período anterior $t - 1$ ²⁸.

A equação acima, quando log-linearizada na vizinhança da inflação-zero do estado estacionário se reduz a

$$\begin{aligned} p_t^i &= (1 - \omega)p_t^{i(ot)} + \omega p_{t-1}^i \\ &\Downarrow \\ p_t^{i(ot)} &= \frac{1}{1 - \omega} p_t^i - \frac{\omega}{1 - \omega} p_{t-1}^i. \end{aligned} \quad (1.58)$$

Curva de Phillips para Bens Domésticos

No estado estacionário, todas as variáveis são constantes, logo, $P_t^{(ot)} = P_t = \bar{P}$, implicando $\frac{\xi}{\xi-1}\bar{\varphi} = 1$. Esse resultado é idêntico àquele em que todas as firmas da economia conseguem reajustar seus preços em todos os períodos (plena flexibilidade de preços).

A log-linearização de (1.26) produz a seguinte expressão para preço ótimo dos

²⁸Esse resultado segue Walsh (2003, pág. 237)

produtos domésticos em torno do estado estacionário:

$$p_t^{(ot)} = (1 - \omega\beta) \sum_{s=0}^{\infty} (\omega\beta)^s (\hat{\varphi}_{t+s} + p_{t+s}). \quad (1.59)$$

Combinando (1.58) com (1.59), chega-se a uma curva de oferta agregada para bens domésticos, dada por:

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa \hat{\varphi}_t, \quad (1.60)$$

onde $\pi_t = p_t - p_{t-1}$ e $\kappa = [(1 - \omega)(1 - \omega\beta)]/\omega$. Essa é a equação de Phillips *forward-looking* para os preços dos bens domésticos como função dos custos marginais reais das firmas e das expectativas de inflação em $t + 1$. Uma vantagem relevante é que a derivação fornece o grau de dependência do parâmetro κ em relação à rigidez da economia ω e à taxa de desconto β dos lucros das firmas e da utilidade esperada das famílias. Uma outra denominação para esta equação é conhecida como a curva de Phillips novo-keynesiana (Walsh 2003).

Curva de Phillips para Bens Importados

Como no setor doméstico, no estado estacionário todas as variáveis são constantes, logo, $P_t^{m(ot)} = P_t^m = \bar{P}^m$, implicando $\frac{\xi}{\xi-1} \frac{\bar{S}\bar{P}^*}{\bar{P}^m} = 1$. Novamente, é um resultado idêntico quando se supõe *pass-through* completo da taxa de câmbio (valendo a LPU).

A log-linearização de (1.35) produz a seguinte expressão para preço ótimo dos produtos importados em torno do estado estacionário:

$$p_t^{m(ot)} = (1 - \omega_m\beta) \sum_{s=0}^{\infty} (\omega_m\beta)^s (\hat{\varphi}_{t+s}^m + p_{t+s}^m), \quad (1.61)$$

onde $\hat{\varphi}_t^m = s_t + p_t^* - p_t^{m29}$. Combinando (1.58) com (1.61), chega-se a uma curva de

²⁹Essa variável pode ser entendida como um desvio (hiato) da Lei do Preço Único, já que na presença de *pass-through* completo $s_t + p_t^* = p_t^m \Rightarrow \hat{\varphi}_t^m = 0$ (Monacelli 2003).

oferta agregada para bens importados, dada por:

$$\pi_t^m = \beta E_t \pi_{t+1}^m + \kappa_m \hat{\varphi}_t^m, \quad (1.62)$$

onde $\pi_t^m = p_t^m - p_{t-1}^m$ e $\kappa_m = [(1 - \omega_m)(1 - \omega_m\beta)]/\omega_m$. Essa é a equação de Phillips *forward-looking* novo-keynesiana para os preços dos bens importados como função dos custos marginais reais de importação e das expectativas de inflação em $t + 1$. Novamente, os parâmetros estruturais ω_m e β influenciam o resultado do parâmetro da equação em sua versão log-linearizada.

1.7.3 Relações entre inflação, taxa de câmbio e termos de troca

Antes de proceder a derivação final das curvas IS e de Phillips é útil desenvolver algumas identidades que são usadas adiante³⁰.

Termos de troca (Δ) é definido como o preço relativo do bem estrangeiro e do bem doméstico (Walsh 2003), isto é, $\Delta_t \equiv \frac{P_t^m}{P_t}$. Quando esse resultado é log-linearizado em torno de um estado estacionário, implica

$$\delta_t = p_t^m - p_t, \quad \forall t. \quad (1.63)$$

Usando a definição de termos de troca, a equação (1.49) pode ser escrita como segue:

$$p_t^c = (1 - \alpha)p_t + \alpha p_t^m = p_t + \alpha \delta_t, \quad \forall t, \quad (1.64)$$

logo, aplicando a primeira diferença,

$$\pi_t^c = \pi_t + \alpha(\delta_t - \delta_{t-1}), \quad (1.65)$$

³⁰Essas identidades seguem Galí & Monacelli (2002), Monacelli (2003) e Walsh (2003).

ou seja, o hiato entre a inflação ao consumidor e a inflação de bens domésticos é dado por uma fração da variação nos termos de troca, sendo a proporcionalidade dada pelo grau de abertura (α) da economia.

Sob a hipótese de *pass-through* incompleto, a LPU não é satisfeita. Monacelli (2003) sugere implicações na relação entre a taxa de câmbio real e os termos de troca: seja q_t a taxa de câmbio real na vizinhança do estado estacionário, definida como a soma entre a taxa nominal de câmbio (s_t) e o preço internacional (p_t^*) menos o preço ao consumidor (p_t^c). Usando (1.49), q_t pode ser escrito como

$$\begin{aligned}
 q_t &= s_t + p_t^* - p_t^c \\
 &= s_t + p_t^* - (1 - \alpha)p_t - \alpha p_t^m \\
 &= (s_t + p_t^* - p_t^m) + (1 - \alpha)\delta_t \\
 &= \hat{\varphi}_t^m + (1 - \alpha)\delta_t \\
 \Rightarrow \hat{\varphi}_t^m &= q_t - (1 - \alpha)\delta_t.
 \end{aligned} \tag{1.66}$$

Essa equação mostra que, em equilíbrio, o hiato da LPU é diretamente proporcional à taxa real de câmbio e inversamente ao grau de competitividade internacional da economia doméstica. Uma outra leitura de (1.66) quando se observa o desenvolvimento do seu resultado, é que a taxa real de câmbio é determinada pela medida do custo marginal real das firmas importadoras e de uma fração dos termos de troca. Se a lei do preço único for satisfeita para cada firma, isto é, $\hat{\varphi}_t^m = 0$, as flutuações na taxa de câmbio ainda podem ocorrer, por conta de variações nos preços relativos cestas de consumo de bens doméstico e externo, dado por $(1 - \alpha)\delta_t$.

1.7.4 Decomposição do Custo Marginal da Firma Doméstica

A versão log-linearizada da equação (1.44) implica

$$\begin{aligned}
 c_t &= c_t^* + \frac{1}{\sigma} q_t \\
 &\Downarrow \\
 c_t &= c_t^* + \frac{1}{\sigma} [\hat{\varphi}_t^m + (1 - \alpha)\delta_t], \tag{1.67}
 \end{aligned}$$

ou seja, movimentos na razão da utilidade marginal do consumo deve provocar, em equilíbrio, mudanças nos termos de troca δ_t e desvios da lei o preço único $\hat{\varphi}_t^m$.

Finalmente, é importante descrever uma decomposição para o custo marginal real $\hat{\varphi}_t$ da firma doméstica, o qual pode também expressar o equilíbrio no mercado de trabalho. A equação (1.23) pode ser aproximada no estado estacionário como

$$\hat{\varphi}_t = w_t - p_t - z_t, \tag{1.68}$$

onde z_t é o logaritmo da produtividade local, que assume um processo auto-regressivo dado por $z_t = \rho_z z_{t-1} + \epsilon_{z,t}$, em que $0 \leq \rho_z \leq 1$ é um parâmetro de persistência e $\epsilon_{z,t} \sim i.i.d(0, \sigma_\epsilon^2)$.

Combine (1.64), com a equação que relaciona consumo e lazer com o salário real (1.55) — derivada do problema da família —, com a produção agregada dada por (1.21), que log-linearizada implica $y_t = z_t + n_t$, além de levar em conta a relação dada por (1.67). Assim, $\hat{\varphi}_t$ pode ser decomposto como segue:

$$\begin{aligned}
 \hat{\varphi}_t &= w_t - p_t - z_t \\
 &= \theta n_t + \sigma c_t + \alpha \delta_t - z_t \\
 &= \theta y_t + \sigma c_t - (1 + \theta) z_t + \alpha \delta_t \\
 &= \theta y_t + \sigma y_t^* - (1 + \theta) z_t + \delta_t + \hat{\varphi}_t^m, \tag{1.69}
 \end{aligned}$$

onde $y_t^* = c_t^*$, dado que se considera irrelevante o montante de importação oriundo do país doméstico para o resto do mundo. Essa equação mostra que o custo marginal da firma doméstica é crescente no produto (via emprego e, conseqüentemente, salário real) e decrescente em termos de mudanças tecnológicas internas (via seus efeitos sobre a produtividade do trabalho). Tendo em vista o fato de se tratar de um economia aberta, os custos marginais também são influenciados pelo crescimento mundial e por um tipo de “efeito-preço relativo” (como definido em Monacelli (2003)) que é capturado pelos termos de troca e pela existência de *pass-through* incompleto (decorrente da presença de $\hat{\varphi}_t^m$).

1.7.5 Relação de Proporcionalidade entre o Produto Doméstico e o Externo

A produção da economia doméstica é voltada para o consumo interno e externo. Assim, denote c_t^{*d} o consumo no resto do mundo³¹ dos bens são produzidos internamente (bens de consumo destinados ao mercado exportador). Sabendo que se assumiram as mesmas preferências tanto para as famílias internas quanto para as estrangeiras, equação de demanda externa por bens produzidos domesticamente é semelhante a (1.45), ou seja,

$$\begin{aligned} c_t^{*d} &= c_t^* - \xi(p_t^{*d} - p_t^*) \\ &= y_t^* + \xi(\hat{\varphi}_t^m + \delta_t), \end{aligned} \tag{1.70}$$

levando em conta que $p_t^{*d} \equiv p_t - s_t$ e $p_t^* \equiv \hat{\varphi}_t^m - s_t + p_t^m$. Já a condição de Euler para as famílias do resto do mundo será

$$y_t^* = E_t y_{t+1}^* - \frac{1}{\sigma} (i_t^* - E_t \pi_{t+1}^*). \tag{1.71}$$

³¹Dado como desvio na vizinhança do estado estacionário. O subscrito * indica que se refere ao resto do mundo.

As condições de equilíbrio implicam igualdade entre produção e consumo. Assim, para o caso da economia doméstica, a produção tem que satisfazer

$$\begin{aligned}
y_t &= (1 - \alpha)c_t^d + \alpha c_t^{*d} \\
&= (1 - \alpha)(c_t + \xi\alpha\delta_t) + \alpha[y_t^* + \xi(\hat{\varphi}_t^m + \delta_t)] \\
&= (1 - \alpha)c_t + (2 - \alpha)\xi\alpha\delta_t + \alpha\xi\hat{\varphi}_t^m + \alpha y_t^* \tag{1.72}
\end{aligned}$$

Esse resultado foi obtido usando (1.47), (1.64) e (1.70), e expressa uma relação da produção com consumo, termos de troca, desvios de lei do preço único e renda do resto do mundo.

É oportuno observar o efeito da taxa real de juros sobre o produto doméstico. Assim, utilizando o resultado de (1.72) na equação de Euler (1.50) e considerando semelhante equação para o resto do mundo, dado em (1.71), então

$$y_t = E_t y_{t+1} - (2 - \alpha)\xi\alpha(E_t \delta_{t+1} - \delta_t) - \alpha\xi(\hat{\varphi}_{t+1}^m - \hat{\varphi}_t^m) - \alpha(E_t y_{t+1}^* - y_t^*) - \frac{1 - \alpha}{\sigma}(i_t - E_t \pi_{t+1}^c). \tag{1.73}$$

A equação (1.52) de UIP pode ser expressa, em termos reais, como função dos termos de troca ou da taxa real de câmbio, ou seja,

$$i_t - E_t \pi_{t+1} = (i_t^* - E_t \pi_{t+1}^*) + (E_t \delta_{t+1} - \delta_t) + \hat{\phi}_t \tag{1.74}$$

ou

$$i_t - E_t \pi_{t+1}^c = (i_t^* - E_t \pi_{t+1}^*) + (E_t q_{t+1} - q_t) + \hat{\phi}_t. \tag{1.75}$$

Os dois resultados mostram uma relação positiva da taxa real de juros doméstica com a taxa real de juros internacional, a variação nos termos de troca (ou a taxa real de câmbio) e o prêmio de risco³². Utilizando (1.65) e (1.74), a equação (1.73) pode ser escrita como

$$y_t = E_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma} \{ \nu'(r_t - r_t^*) + [(1 - \alpha)r_t + \alpha r_t^*] \},$$

³²Para obter os dois resultados, considere $\delta_t = s_t + p_t^* - p_t$, $\forall t$, sob a lei do preço único, e a definição de câmbio real $q_t = s_t + p_t^* - p_t^c$.

onde $\nu' = \sigma\xi\alpha(2 - \alpha) - \alpha + \alpha^2$ e as respectivas taxas reais de juros doméstica e internacional dadas por $r_t = i_t - E_t\pi_{t+1}$ e $r_t^* = i_t^* - E_t\pi_{t+1}^*$. O resultado acima mostra a influência negativa que exerce a taxa real de juros sobre o nível de produto doméstico, cuja intensidade é determinada pelos parâmetros estruturais do modelo. Adicionalmente, algumas manipulações algébricas permitem escrever a equação acima como em Walsh (2003), ou seja,

$$y_t = E_t y_{t+1} - \left(\frac{1 + \nu''}{\sigma} \right) \left[(i_t - E_t\pi_{t+1}) - \left(\frac{\nu''}{1 + \nu''} \right) (i_t^* - E_t\pi_{t+1}^*) \right], \quad (1.76)$$

onde $\nu'' = \alpha(\sigma\xi - 1)(2 - \alpha)$.

Por outro lado, também se pode evidenciar a influência da presença de *pass-through* incompleto no diferencial entre o produto doméstico e estrangeiro. Usando (1.67), é possível obter uma relação de proporcionalidade entre o produto interno e externo, ou seja,

$$y_t - y_t^* = \frac{1}{\sigma} [\varpi_\delta \delta_t + \varpi_\varphi \hat{\varphi}_t^m], \quad (1.77)$$

onde $\varpi_\delta \equiv 1 + \alpha(2 - \alpha)(\sigma\xi - 1)$ e $\varpi_\varphi \equiv 1 + \alpha(\sigma\xi - 1)$ são elasticidades estritamente positivas do diferencial entre produto o produto doméstico e externo em relação aos termos de troca e ao desvio da lei do preço único, respectivamente³³.

1.7.6 Equilíbrio sob Preços Flexíveis

Em equilíbrio sob preços flexíveis o custo marginal das empresas locais é dado por um *markup* constante, conforme descrito pela equação (1.27). A implicação é que, quando log-linearizada, $\hat{\varphi}_t = 0$. Substituindo o resultado δ_t obtido de (1.77), após introduzir um *markup* constante em (1.69) válido para todo t , o nível de produto em

³³Vale notar que $\varpi_\delta > \varpi_\varphi$, pois $\alpha \in (0, 1)$.

preços flexíveis será³⁴

$$\bar{y}_t = \underbrace{\left[\frac{\sigma(1 - \varpi_\delta)}{\sigma + \theta\varpi_\delta} \right] y_t^* + \left[\frac{\varpi_\delta(1 + \theta)}{\sigma + \theta\varpi_\delta} \right] z_t}_{\bar{y}_t^n} - \left[\frac{\varpi_\delta - \varpi_\varphi}{\sigma + \theta\varpi_\delta} \right] \varphi_t^m. \quad (1.78)$$

Os dois primeiros termos do segundo membro da equação representam o nível de produto natural (\bar{y}_t^n). Ou seja, uma economia caracterizada por plena flexibilidade de preços domésticos e externos. Assim, seja o hiato do produto h_t um desvio do nível de produto y_t em relação ao seu nível natural \bar{y}_t^n . Então,

$$h_t \equiv y_t - \bar{y}_t^n, \quad \forall t. \quad (1.79)$$

As equações finais que descrevem o equilíbrio da economia (Phillips e IS) são expressas em termos de hiato e inflação ao consumidor (ou inflação doméstica, com em Walsh (2003), Monacelli (2003) e Galí & Monacelli (2002), entre outros). Nas duas subseções seguintes, são derivadas as inter-relações entre a curva de Phillips e a curva IS.

1.7.7 Curva de Phillips

As equações log-linearizadas do problema das firmas produziram curva de Phillips para o setor doméstico como função do custo marginal da firma, o qual foi decomposto através da equação (1.69). Para eliminar y_t^* e z_t daquela equação, use (1.77) e o resultado de \bar{y}_t^n dado por (1.78), tal que

$$\hat{\varphi}_t = \left[\frac{\sigma + \theta\varpi_\delta}{\varpi_\delta} \right] h_t + \left[\frac{\varpi_\delta - \varpi_\varphi}{\varpi_\delta} \right] \hat{\varphi}_t^m. \quad (1.80)$$

Considerando esse resultado em (1.60), a curva de Phillips *forward-looking* para bens domésticos será

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda_{a1} h_t + \lambda_{a2} \hat{\varphi}_t^m, \quad (1.81)$$

³⁴A sobrelinha nas variáveis denota o ambiente de preços flexíveis.

onde $\lambda_{a1} = \kappa \left[\frac{\sigma + \theta \varpi_\delta}{\varpi_\delta} \right]$ e $\lambda_{a2} = \kappa \left[\frac{\varpi_\delta - \varpi_\varphi}{\varpi_\delta} \right]$. Essa equação mostra a relação direta da inflação doméstica com suas expectativas, com o hiato do produto e com os desvios na Lei do Preço Único. A elasticidade do hiato do produto com relação à inflação é determinada por parâmetros estruturais da economia, grau de rigidez, taxa subjetiva de desconto, grau de abertura, entre outros. O mesmo se pode observar da presença de *pass-through* incompleto, em que os parâmetros estruturais de grau de abertura da economia (α) e a elasticidade de substituição intratemporal em bens de consumo domésticos e importados (ξ) determinam a influência do setor externo na inflação doméstica.

A equação (1.81) mostra que a influência da taxa nominal de câmbio é capturada por $\hat{\varphi}_t^m$. Para maiores variações cambiais, maiores também serão os desvios LPU com conseqüentes impactos no nível de preços domésticos.

Dado que a equação de preços ao consumidor (1.49) é válida para todo período de tempo, a inflação ao consumidor π_t^c também pode ser expressa como uma combinação convexa entre a inflação doméstica π_t e a inflação de bens importados π_t^m , ou seja,

$$\pi_t^c = (1 - \alpha)\pi_t + \alpha\pi_t^m, \quad \forall t. \quad (1.82)$$

Portanto, substitua (1.62) e (1.81) na equação acima, de tal maneira que

$$\pi_t^c = \beta E_t \pi_{t+1}^c + \lambda_{b1} h_t + \lambda_{b2} \hat{\varphi}_t^m, \quad (1.83)$$

onde $\lambda_{b1} = (1 - \alpha)\lambda_{a1}$ e $\lambda_{b2} = (1 - \alpha)\lambda_{a2} + \alpha\kappa_m$. Dessa forma, um aumento no hiato da LPU causa um aumento na inflação ao consumidor na proporção de λ_{b2} . Portanto uma completa estabilização da inflação requereria uma queda no nível de atividade econômica, expresso por h_t .

As duas curvas de Phillips derivadas nesta subseção caracterizam o comportamento da oferta agregada dessa economia. Elas diferem da curva de Phillips tradicional pelo fato de terem sido explicitamente derivadas de um modelo baseado no comportamento ótimo dos

agentes econômicos. Assumiu-se um ambiente caracterizado por competição monopolística, curvas de demanda com elasticidades constantes e oportunidades aleatórias de estabelecimento de preços. Uma vantagem relevante é que a derivação fornece o grau de dependência dos parâmetros estruturais do modelo.

1.7.8 Curva IS

Para encontrar uma curva IS refletindo o lado da demanda dessa economia, substitua inicialmente o resultado de δ_t dado por (1.67) na equação (1.72) em que se encontrou uma relação do produto interno com o consumo e as variáveis associadas ao setor externo. Assim aquela condição de equilíbrio também pode ser escrita como

$$y_t = \left(\frac{\varpi_\delta}{1 - \alpha} \right) c_t + \left(1 - \frac{\varpi_\delta}{1 - \alpha} \right) c_t^* - \left(\frac{\xi\alpha}{1 - \alpha} \right) \hat{\varphi}_t^m. \quad (1.84)$$

Sabendo que a equação acima é válida, em equilíbrio, para todo período de tempo t , pode-se considerar o resultado de c_t para substituí-lo, na versão log-linearizada da equação de Euler (1.50), que implicará na seguinte equação de produto:

$$\begin{aligned} y_t &= E_t y_{t+1} + \left[\frac{\varpi_\delta - (1 - \alpha)}{\varpi_\delta} \right] (E_t y_{t+1}^* - y_t^*) + \\ &+ \frac{\xi\alpha}{1 - \alpha} (\varphi_{t+1}^m - \varphi_t^m) - \frac{\varpi_\delta}{\sigma(1 - \alpha)} (i_t - E_t \pi_{t+1}^c). \end{aligned} \quad (1.85)$$

Considerando que, em geral, a literatura apresenta a curva IS levando em conta o hiato do produto h_t , ao invés do nível de produto — Walsh (2003), por exemplo —, incluindo o resultado de \bar{y}_t^n dado em (1.78) de tal maneira que

$$h_t = h_{t+1} - \frac{\varpi_\delta}{\sigma} \left\{ i_t - E_t \pi_{t+1} - \underbrace{[\lambda_{c1}(E_t y_{t+1}^* - y_t^*) - \lambda_{c2} z_t]}_{\bar{r}_t} \right\} + \lambda_{c3} (\hat{\varphi}_{t+1}^m - \hat{\varphi}_t^m), \quad (1.86)$$

onde $\lambda_{c1} = \left[\frac{\sigma\theta(\varpi_\delta - 1)}{\sigma + \theta\varpi_\delta} \right]$, $\lambda_{c2} = \left[\frac{\sigma(1 - \rho)(1 + \theta)}{\sigma + \theta\varpi_\delta} \right]$ e $\lambda_{c3} = \left[\frac{\alpha}{\sigma}(1 - \alpha)(\sigma\xi - 1) \right]$. O termo em destaque é a taxa natural real de juros (\bar{r}_t) que reflete uma taxa de juros que prevaleceria em um ambiente caracterizado por plena flexibilidade de preços, ou na ausência de qualquer tipo

de pressão inflacionária, a qual requereria reação de política monetária³⁵. Nesse modelo, a taxa \bar{r}_t é determinada pelo diferencial entre a variação na renda externa e os choques de produtividade. Portanto, o termo entre chaves na equação pode ser interpretado como o hiato da taxa real de juros, o qual se relaciona negativamente com o hiato do produto.

Alternativamente, pode-se encontrar a curva IS na qual a taxa real de juros determinada pelas expectativas de inflação ao consumidor, ou seja,

$$h_t = h_{t+1} - \left\{ \lambda_{d1}(i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^c) - [\lambda_{d2}(\mathbb{E}_t y_{t+1}^* - y_t^*) - \lambda_{d3} z_t] \right\} + \lambda_{d4}(\hat{\varphi}_{t+1}^m - \hat{\varphi}_t^m), \quad (1.87)$$

onde $\lambda_{d1} = \frac{\varpi_\delta}{\sigma(1-\alpha)}$, $\lambda_{d2} = \left[\frac{\varpi_\delta - (1-\alpha)}{1-\alpha} - \frac{\sigma(\varpi_\delta - 1)}{\sigma + \theta \varpi_\delta} \right]$, $\lambda_{d3} = \frac{(1-\rho)\varpi_\delta(1+\theta)}{\sigma + \theta \varpi_\delta}$ e $\lambda_{d4} = \frac{\xi\alpha}{1-\alpha}$.

1.7.9 Política Monetária

Como já definido na seção 1.4, o equilíbrio dessa economia é atingido com o estabelecimento de uma regra de política monetária. Assim, a versão log-linearizada de (1.39) produz a seguinte equação:

$$\dot{i}_t = \rho_i \dot{i}_{t-1} + \tau_1 \pi_t^c + \tau_2 h_t, \quad (1.88)$$

que é a clássica regra de Taylor. Caracterizações alternativas dessa regra como em Carneiro & Duarte (2001), Bugarin et al. (2006), entre outros, são amplamente utilizadas na literatura. Essas variações podem supor a inexistência de suavização da taxa de juros ($\rho_i = 0$), ou que a autoridade monetária reage a desvios passados ou futuros das variáveis de interesse.

Neste trabalho, optou-se por seguir Taylor (1999, cap. 6) cujas principais conclusões são: ganhos da política monetária crescem com ρ_i ; regras mais parcimoniosas, como em

³⁵A despeito de certo consenso sobre o conceito para a taxa natural real de juros, a literatura apresenta formas alternativas de cálculo, onde duas são mais freqüentes: a primeira, é aquela na qual a taxa natural é encontrada através da análise de séries temporais, seja com base em uma média histórica ou através de métodos de suavização (filtro de *Kalman* ou *Hodrick-Prescott (HP)*); já a segunda, pode ser derivada a partir dos modelos dinâmico e estocástico de equilíbrio geral, como é o caso do presente trabalho. Argumentos em favor de uma ou outra estratégia de estimação podem ser encontrados em Giammarioli & Valla (2004).

(1.88), tendem a ser mais robustas que aquelas mais complicadas; e há diferenças marginais nas repostas do modelo quando se utilizam as variáveis π^c e h em $t - 1$, t ou $t + 1$.

A política monetária do resto do mundo caracteriza completamente o equilíbrio do modelo. Assume-se a existência de uma autoridade monetária capaz estabilizar simultaneamente a inflação e o hiato do produto internacionais, isto é $\pi_t^* = 0$ e $h_t^* = 0$. Essa é uma ação de política que coincide com o primeiro melhor (*first best*) resultado (Monacelli 2003). Vale lembrar que, para efeito de análise deste trabalho, se tratou o resto do mundo como um grande país.

Avaliação Computacional do Modelo

A solução computacional do modelo log-linearizado segue o *toolkit* apresentado em Uhlig (1997). Até então, foram encontradas as condições necessárias de primeira ordem, calculado o estado estacionário e log-linearizada todas as equações que descrevem o equilíbrio dessa economia hipotética. Este capítulo apresenta a solução do sistema de equações por meio do método dos coeficientes indeterminados.

2.1 O Método dos Coeficientes Indeterminados

O modelo pode ser escrito como um sistema linear de expectativas racionais na forma:

$$0 = Ax_t + Bx_{t-1} + Cy_t + Dz_t \quad (2.1)$$

$$0 = E_t[Fx_{t+1} + Gx_t + Hx_{t-1} + Jy_{t+1} + Ky_t + Lz_{t+1} + Mz_t] \quad (2.2)$$

$$z_{t+1} = Nz_t + \epsilon_{t+1}; \quad E_t[\epsilon_{t+1}] = 0, \quad (2.3)$$

onde $x_t = \{\pi_t, h_t, i_t, q_t, \hat{\varphi}_t^m\}$ é um vetor de $m = 5$ variáveis de estados endógenos com tamanho 5×1 , $y_t = \{\delta_t, \pi_t^c\}$ é uma lista de outras $n = 2$ variáveis endógenas de tamanho 2×1 e $z_t = \{z_t, y_t^*, r_t^*, \hat{\phi}_t\}$ é uma lista de $k = 4$ processos estocásticos exógenos de tamanho 4×1 . Já $A_{l \times m}$, $B_{l \times m}$, $C_{l \times n}$, $D_{l \times k}$, $F_{(m+n-l) \times m}$, $G_{(m+n-l) \times m}$, $H_{(m+n-l) \times m}$, $J_{(m+n-l) \times n}$, $K_{(m+n-l) \times n}$, $L_{k \times k}$ e $M_{k \times k}$ ¹ são as matrizes associadas a cada um dos vetores de variáveis do modelo. Uma condição que garante a estabilidade do sistema é que a matriz $N_{k \times k}$ tenha todos os seus autovalores menores que a unidade e termos absolutos.

Uhlig (1997) provou que há uma lei de movimento do equilíbrio recursivo capaz de solucionar o sistema dado por (2.1) a (2.3), tal que²

$$x_t = Px_{t-1} + Qz_t \quad (2.4)$$

$$y_t = Rx_{t-1} + Sz_t, \quad (2.5)$$

As matrizes P , Q , R e S , a serem encontradas, pela simulação computacional³, são tais que garantem a estabilidade do equilíbrio descrito acima. Os valores encontrados para as referidas matrizes podem ser interpretados como medidas de elasticidades nas equações do equilíbrio recursivo, dado que as equações se encontram em sua versão log-linear.

O passo seguinte é resolver recursivamente as equações (2.4) e (2.5) tomando como dados $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ e $z_0 = 0$, além de estabelecer $\epsilon_t = 0$ para $t \geq 2$. Dadas essas condições iniciais, calcula-se o valor de z_1 , através de seu processo AR(1), e em seguida, os valores para x_1 e y_1 . O algoritmo é sucessivamente repetido para valores de $t = 1, \dots, T$, sendo T um número natural arbitrariamente estabelecido.

¹ $l = 3$ é o número de equações endógenas não-expectacionais do modelo.

²O teorema com a respectiva prova pode ser encontrado naquele artigo.

³O código-fonte foi escrito na linguagem do pacote computacional MatLab, cuja estratégia de solução do sistema é explicada detalhadamente em Uhlig (1997).

2.2 Especificação e Calibração do Modelo

2.2.1 Especificação

O equilíbrio do modelo novo-keynesiano de política monetária é descrito por onze equações e onze variáveis, sendo sete endógenas e quatro exógenas, a saber:

1. Equações endógenas:

- (a) $\pi_t^c = \beta E_t \pi_{t+1}^c + \lambda_{b1} h_t + \lambda_{b2} \hat{\varphi}_t^m$;
- (b) $h_t = E_t h_{t+1} - \{ \lambda_{d1} (i_t - E_t \pi_{t+1}^c) - [\lambda_{d2} (E_t y_{t+1}^* - y_t^*) - \lambda_{d3} z_t] \} + \lambda_{d4} (E_t \hat{\varphi}_{t+1}^m - \hat{\varphi}_t^m)$;
- (c) $i_t - E_t \pi_{t+1}^c = (i_t^* - E_t \pi_{t+1}^*) + (E_t q_{t+1} - q_t) + \hat{\phi}_t$;
- (d) $i_t = \rho_i i_{t-1} + \tau_1 \pi_t^c + \tau_2 h_t$
- (e) $\hat{\varphi}_t^m = q_t - (1 - \alpha) \delta_t$;
- (f) $\pi_t^c = \pi_t + \alpha (\delta_t - \delta_{t-1})$;
- (g) $\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda_{a1} h_t + \lambda_{a2} \hat{\varphi}_t^m$;

2. Processos exógenos:

- (a) $z_{t+1} = \rho_z z_t + \epsilon_{z,t+1} \quad E_t [\epsilon_{z,t+1}] = 0$;
- (b) $y_{t+1}^* = \rho_{y^*} y_t^* + \epsilon_{y^*,t+1} \quad E_t [\epsilon_{y^*,t+1}] = 0$;
- (c) $(i_t^* - E_t \pi_{t+1}^*) = \rho_{i^*} (i_{t-1} - \pi_t^*) + \epsilon_{i^*,t} \quad E_t [\epsilon_{i^*,t+1}] = 0$;
- (d) $\hat{\phi}_{t+1} = \rho_{\hat{\phi}} \hat{\phi}_t + \epsilon_{\hat{\phi},t+1} \quad E_t [\epsilon_{\hat{\phi},t+1}] = 0$.

A equação (1a) é a **curva de Phillips** da economia que expressa o lado da oferta. A inflação ao consumidor (π_t^c) é uma função das suas expectativas ($E_t \pi_{t+1}^c$), do nível de atividade econômica, dado pelo hiato do produto (h_t) e de desvios na LPU ($\hat{\varphi}_t^m$).

A equação (1b) reproduz o lado da demanda da economia, retratado pela **curva IS**. O hiato do produto (h_t) é função positiva de suas expectativas ($E_t h_{t+1}$) e desvios esperados

da LPU ($E_t \hat{\varphi}_{t+1}^m - \hat{\varphi}_t^m$). A taxa real de juros afeta negativamente h_t . Afastamentos da taxa natural de juros, aqui expresso como uma função positiva do crescimento mundial e negativa da produtividade no trabalho, produzem variações no nível de atividade econômica na direção contrária.

A **paridade não-coberta da taxa de juros**, em termos reais, é reproduzida na equação (1c). Mudanças no diferencial da taxa real de juros doméstica e externa, adicionada do prêmio de risco $\hat{\phi}_t$, são compensadas por alterações nas expectativas depreciação real da taxa de câmbio ($E_t q_{t+1} - q_t$).

A **regra de política monetária** é estabelecida por (1d). A taxa nominal de juros (i_t) reage a desvios da inflação ao consumidor (π_t^c) em relação à inflação-zero do estado estacionário e ao nível de produto relativamente ao produto potencial ($h_t \equiv y_t - \bar{y}_t^n$). O parâmetro de suavização (ρ_i) visa tornar mais eficiente o desempenho da política monetária.

As três últimas equações endógenas do modelo são adicionadas como complementares por conta da presença de relativa rigidez nominal de preços do setor externo: em (1e) os desvios na LPU decorrem do diferencial entre a taxa real de câmbio (q_t) e uma fração nos termos de troca $(1 - \alpha)\delta_t$; a equação (1f) demonstra que o diferencial entre a inflação ao consumidor (π_t^c) e doméstica (π_t) é determinado por uma parcela das variações nos termos de troca da economia $\alpha(\delta_t - \delta_{t-1})$; e, finalmente, (1g) é a curva de Phillips para bens domésticos.

Modelos mais simples de política monetária para pequenas economias que leva em conta apenas relativa rigidez de preços domésticos são descritos pela curva de Phillips, curva IS, UIP e uma regra de política monetária. Os processos exógenos descritos pelas equações 2a, 2b, 2c e 2d, representam as variáveis exógenas que são o impulso para avaliar as respostas nas variáveis endógenas do modelo.

2.2.2 Calibração

A calibração do modelo artificial implica na escolha de valores para os parâmetros baseados em evidências microeconômicas, os quais sejam compatíveis com os dados da economia

real. O quanto o modelo se ajusta aos dados reais pode ser observado pelo segundo momento das variáveis, ou seja, pelas variâncias e covariâncias.

Argumentos em favor da calibração de modelos são apresentados em Romer (2001, cap. 4). Os parâmetros escolhidos com base em fundamentos microeconômicos tendem a fornecer informações que eventuais modelos econométricos não são capazes de transmitir. A título de exemplo, a elasticidade do hiato do produto em relação à inflação ao consumidor (λ_{b1}), na curva de Phillips, equação (1.83), é determinada por parâmetros estruturais da economia, tais como: grau de abertura, grau de rigidez de preços internos e externos, elasticidades de substituição intertemporal de consumo e de lazer, entre outros⁴.

Uma limitação na calibração de modelos econômicos com dados da economia brasileira está relacionada à carência de estudos microeconômicos empíricos⁵. Considerando que o essencial é que os parâmetros sejam consistentes com a teoria econômica, utilizar estimativas realizadas por outros autores, sejam baseados em dados na economia brasileira (na medida de possível) ou não, é uma estratégia amplamente utilizada, a despeito de eventuais imprecisões⁶.

Na Tabela 2.1 são apresentados os parâmetros estruturais do modelo e suas respectivas fontes. A estimativa $\beta = 0,977$, que é a taxa subjetiva de desconto das famílias, se baseou em Muinhos & Nakane (2006) que encontram uma taxa de equilíbrio para a economia brasileira em torno de 10% a.a. no período de 2000 a 2004. Os autores utilizaram a técnica de suavização da série de taxa real de juros por meio de filtro HP⁷. O inverso da elasticidade

⁴Uma descrição detalhada de técnicas de calibração de modelos econômicos pode ser encontrada em Kydland & Prescott (1982) e Watson (1993).

⁵Isto pode decorrer do reduzido número de observações disponíveis. Amostras mais confiáveis são aquelas publicadas a partir de julho de 1994 com a introdução do Plano Real, tendo em vista ser um período de relativa estabilidade. Mas, mesmo estimativas da economia americana com horizonte temporal de 15 anos ainda apresentam resultados “não muito confiáveis”, o que pode sugerir certa cautela ao lidar com estimativas da economia brasileira (Carneiro & Duarte 2001).

⁶Por exemplo, Carneiro & Duarte (2001) e Bugarin et al. (2006).

⁷Além do filtro HP, os autores encontraram a taxa de equilíbrio por outros métodos pela curva IS e produto marginal do capital, entre outros. Um valor para $\beta = 0,99$ é amplamente utilizado na literatura (McCallum & Nelson 2000). Como os resultados da simulação produziram diferenças marginais quando se utilizou $\beta = 0,977$ ou $\beta = 0,99$, optou-se pela calibração com dados da economia brasileira.

de substituição intertemporal do consumo ($\sigma = 5$) seguiu McCallum & Nelson (2000). Para a elasticidade de substituição entre bens diferenciados na economia (ξ), Carneiro & Duarte (2001) trabalharam com uma estimativa pouco acima de 1,14 o que equivale a um *markup* em torno de oito. Quanto ao grau de abertura da economia esse mesmos autores desagregaram o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), atribuindo períodos médios de reajustes e encontraram que os preços da economia ficam inalterados por cerca de 1,72 trimestres, implicando $\omega = 0,42$.

Relativamente ao *pass-through* da taxa de câmbio, aqui estabelecido como o grau de rigidez para bens importados (ω_m), se utilizou a estimação feita por Goldfajn & Werlang (2000). Os autores concluíram que o repasse da variação cambial para os preços ao consumidor é crescente ao longo do tempo. Para países emergentes, cerca de 40% da desvalorização cambial é repassada para a inflação após 6 meses, enquanto que até 12 meses esse *pass-through* ultrapassa 90%. Portanto, arbitrou-se que em torno de 25% das firmas⁸ reajustam seus preços, logo $\omega_m = 0,75$.

Finalmente, quanto aos parâmetros associados à regra de política monetária, se seguiu os valores avaliados para a economia brasileira, ou seja $\rho_i = 0,9$, da suavização taxa de juros, $\tau_1 = 1,3$, da reação a variações na taxa de inflação e $\tau_2 = 0,3$, da reação no hiato do produto. Foram estimativas feitas por Carneiro & Duarte (2001) (para ρ_i) e Muinhos & Alves (2003) (τ_1 e τ_2). Apesar de arbitrários os valores desses parâmetros estão em sintonia com as recomendações de Taylor (1999, cap. 6 e 7), isto é, uma política monetária com maior suavização intertemporal (ρ_i alto) e mais comprometida com a estabilidade de preços ($\tau_1 > 1$), em detrimento do produto. Isso tende a reduzir a probabilidade de indeterminância do modelo⁹.

⁸Quanto menor o horizonte temporal, menor será o repasse e, conseqüentemente maior será o grau de rigidez ω_m .

⁹Os valores calibrados também atendem a condição de unicidade de equilíbrio estacionário dada em Walsh (2003, pag. 247), $\lambda_{b1}(\tau_1 - 1) + (1 - \beta)\tau_2 > 0$.

Tabela 2.1: Parâmetros Estruturais Calibrados

Parâmetro	Fonte
$\beta = 0,977$	Muinhos & Nakane (2006)
$\sigma = 5$	McCallum & Nelson (2000)
$\theta = 1,2$	Liu (2006)
$\xi = 1,14$	Carneiro & Duarte (2001)
$\omega = 0,42$	Carneiro & Duarte (2001)
$\omega_m = 0,75$	Goldfajn & Werlang (2000)
$\alpha = 0,25$	Penn World Table
$\tau_1 = 1,3$	Muinhos & Alves (2003)
$\tau_2 = 0,3$	Muinhos & Alves (2003)
$\rho_i = 0,9$	Carneiro & Duarte (2001)
$\rho_z = 0,9$	Bugarin et al. (2006)
$\rho_{y^*} = 0,7$	Liu (2006)
$\rho_{i^*} = 0,7$	Liu (2006)
$\rho_{rp} = 0,9$	Liu (2006)

Ao observar o segundo momento do modelo e compará-lo com os dados da economia real é possível avaliar o quanto as variáveis do modelo se aproximam do comportamento dos dados empíricos em termos de volatilidade. Na Tabela 2.2, os resultados da simulação são comparados com as séries históricas de quatro variáveis selecionadas em dois horizontes de tempo: o primeiro compreende do 2º trimestre de 1980 ao 1º trimestre de 2006, enquanto que, no segundo, se utilizaram as séries observadas a partir da introdução do Plano Real (julho de 1994). No primeiro horizonte temporal se pode observar maior volatilidade das variáveis, já no segundo, as volatilidades se aproximam mais daquelas reproduzidas pelo modelo¹⁰.

¹⁰O cálculo do hiato do produto para os dados reais foi realizado através do filtro HP.

Tabela 2.2: Comparativo do Desvio-Padrão das Simulações e dos Dados Disponíveis

Variável	Simulação	Dados	
		a	b
Hiato do Produto	0,0145	0,0185	0,0121
Taxa Nominal de Juros	0,0214	0,3127	0,0254
Câmbio Real	0,1931	0,0906	0,0930
Inflação ao Consumidor	0,0084	0,1640	0,0056

a → 2º trim/1980 a 1º trim/2006; b → 3º trim/1994 a 1º trim/2006.

Uma comparação alternativa entre as volatilidades da simulação e dos dados reais foi realizada, considerando o período do primeiro trimestre de 1999 ao primeiro de 2006. O intuito foi avaliar o ajuste do modelo considerando um ambiente econômico de flexibilidade da taxa de câmbio¹¹. O pequeno número de observações (total de 28) tende a restringir a análise. Além disso, o período não registrou choques significativos na economia. Nesse horizonte temporal se observaram os seguintes desvios-padrões: $h_t = 0,0086$, $i_t = 0,0089$, $q_t = 0,1151$ e $\pi_t^c = 0,0043$. Quando comparados com os resultados da Tabela 2.2, verifica-se valores bem abaixo daqueles encontrados pelo modelo. Como exceção, a volatilidade da taxa de câmbio (0,1151) melhor reproduziu a simulação (0,1931) que aqueles verificados nos dois períodos destacados na referida Tabela.

2.3 Funções Impulso-Resposta

Para as funções impulso-resposta foram avaliadas, nas variáveis endógenas do modelo, os efeitos de uma variação de um ponto percentual em produtividade z_t , renda externa y_t^* , taxa real externa de juros r_t^* , prêmio de risco $\hat{\phi}_t$ e taxa nominal de juros i_{t-1} . Foram selecionadas as variáveis hiato do produto h_t , inflação ao consumidor π_t^c , taxa nominal de juros i_t e taxa real de câmbio q_t , por serem estas as variáveis mais observadas em termos de política monetária. As elasticidades estimadas pelo modelo são apresentadas na Tabela 2.3

¹¹Em janeiro de 1999 a política econômica brasileira passou a se basear em câmbio flutuante e metas para a inflação.

abaixo.

Tabela 2.3: Elasticidades das Variáveis Exógenas em Relação às Endógenas (em %)

	z_t	y_t^*	r_t^*	$\hat{\phi}_t$	i_{t-1}
h_t	-0,0808	1,0210	-0,4841	-0,7218	-0,0823
i_t	-0,0765	1,3551	-0,1362	-0,0568	0,2583
q_t	1,1594	-10,2438	6,3818	12,2350	-0,5135
π_t^c	-0.0402	0.8068	0.0069	0,1229	-0,4746

As estimativas das elasticidades acima revelam uma economia mais sensível a choques de crescimento mundial. Possível explicação decorre da hipótese de se tratar de uma pequena economia aberta. Flutuações no resto do mundo afetam a economia doméstica nas decisões de consumo das famílias, por meio dos preços ao consumidor e custo marginal das firmas domésticas, entre outros. Além disso, a equação (1.67) revela que o consumo das famílias está relacionado com a renda externa e com a taxa real de câmbio. Um choque mundial que implique valorização da taxa real de câmbio deve ser necessariamente compensado por uma recuperação no consumo das famílias.

A taxa real de câmbio apresentou a maior sensibilidade a choques e, conseqüentemente, maior volatilidade relativamente às demais variáveis endógenas, como já observado pela Tabela 2.2. Em particular, as respostas do câmbio real são maiores quando os choques provêm do setor externo (renda e juros reais externos, além do prêmio de risco¹²). Isto se deve ao fato de ser o câmbio real a variável que reage a eventuais desvios da UIP (equação 1c). Esse resultado sugere elevada volatilidade da taxa nominal de câmbio¹³. Simulações alternativas sugerem que quanto mais integrada ao mercado internacional é a economia (isto é, maior o grau de abertura), menor será a volatilidade da taxa de câmbio.

Sob choque de produtividade ou renda externa, as respostas do modelo apresentam

¹²Mesmo não sendo uma variável do setor externo, o prêmio de risco reflete as expectativas do resto do mundo em relação à economia doméstica.

¹³Pela equação (1.66), $q_t = s_t + p_t^* - p_t^c$, logo, a volatilidade do câmbio real deve originar da sua volatilidade nominal, pois os preços internacionais, estabelecido como um processo auto-regressivo, e os preços ao consumidor não apresentaram alta variabilidade.

sintonia na inflação e no hiato do produto, ou seja, para $h_t < 0$ tem-se $\pi_t^c < 0$ na mesma direção (o mesmo vale para $h_t > 0$ e $\pi_t^c > 0$). A política monetária reage visando estabilizar o nível de preços através de seus efeitos sobre o nível de atividade econômica. Pela Tabela 2.3, a variação de um ponto percentual na produtividade causa uma redução em torno de 0,08% no hiato do produto, em função de seu impacto positivo no produto potencial (ver equação 1.78). Com a economia abaixo da sua capacidade produtiva, a inflação ao consumidor tende a se situar em torno de 0,04% abaixo de seu nível de equilíbrio, permitindo uma política monetária expansionista. No caso do choque de renda externa, os efeitos sobre o produto efetivo são maiores que sobre o produto potencial. Dessa forma a taxa de juros nominal acima de seu equilíbrio atua sobre a produção doméstica de maneira a aproximá-la do seu nível natural.

Por outro lado, um choque na taxa real de juros externa ou no prêmio de risco implica em desarmonia nas variações do hiato do produto e da inflação ao consumidor, isto é, para $h_t < 0$ tem-se $\pi_t^c > 0$ na direção contrária. Nesse caso, ambos os choques produzem desequilíbrio na equação de paridade não-coberta da taxa de juros, a qual é derivada do problema das famílias. Isso produz um efeito maior na lado da demanda da economia (na Tabela 2.3 as elasticidades para taxa real de juros e prêmio de risco são, respectivamente, -0,4841% e -0,7218%, em relação ao hiato do produto) do que no lado da oferta, na curva de Phillips (cujas elasticidades são 0,0069% e 0,1229% dos juros reais e do prêmio de risco em relação à inflação, conforme a referida Tabela). Os efeitos são marginais quando comparados com aqueles produzidos no hiato do produto.

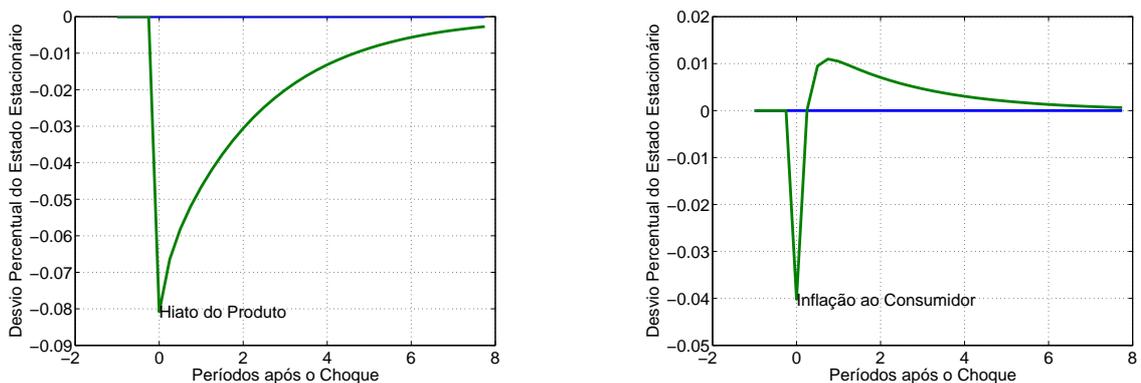
A taxa de inflação ao consumidor é contaminada pela elevada desvalorização real da taxa de câmbio (6,3818% e 12,2350% para choques de juros reais externos e prêmio de risco, respectivamente). Dessa forma a reação ótima da regra de política monetária é no sentido de estimular a demanda, já que a economia se situa bem abaixo do nível de equilíbrio e a variável que pressiona a inflação (taxa de câmbio) não é controlada pela autoridade monetária.

Quando são observados choques na taxa nominal de juros, a política monetária revela seu compromisso com a estabilidade de preços. As respostas do modelo sugerem que uma mudança, em t , na taxa de juros produz, em $t+1$, um efeito cerca de seis vezes maior na taxa

de inflação que o impacto no hiato do produto. A presença de um tipo de inércia monetária, determinado pelo parâmetro de persistência ρ_i , contribui para acelerar a estabilização da economia¹⁴. Uma política monetária contracionista enfraquece a atividade econômica para níveis abaixo de seu equilíbrio. Isso diminui os preços ao consumidor, provocado pela queda no nível de inflação dos bens produzidos domesticamente.

A Figura 2.1 mostra os efeitos de um choque tecnológico nessa economia hipotética. O hiato do produto reduziu em decorrência do crescimento do nível de produto potencial e a economia está produzindo abaixo da sua capacidade. Em termos microeconômicos, o choque afeta a produtividade das firmas domésticas, permitindo uma queda em seus custos marginais¹⁵. Essa implicação provoca uma redução da inflação abaixo do seu nível de equilíbrio¹⁶, requerendo uma política monetária expansionista, estimulando nível de atividade doméstica. Uma depreciação real da moeda nacional é provocada pelo aumento do hiato da LPU motivado por uma maior desvalorização nominal da taxa de câmbio. O modelo revela a persistência do choque de produtividade por quase oito períodos.

Figura 2.1: Resposta de um Desvio de 1% na Produtividade (z_t)

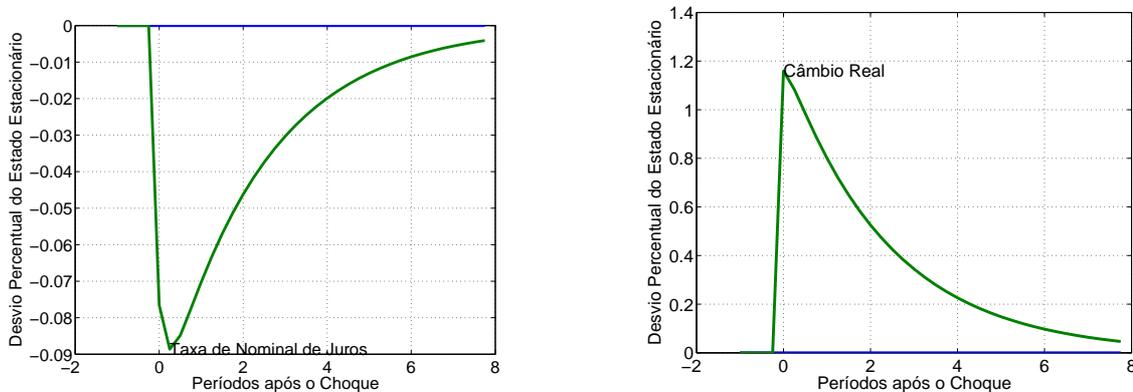


¹⁴Para as variáveis exógenas, a economia retorna ao equilíbrio entre seis e oito trimestres.

¹⁵Isso pode ser observado pela equação (1.69).

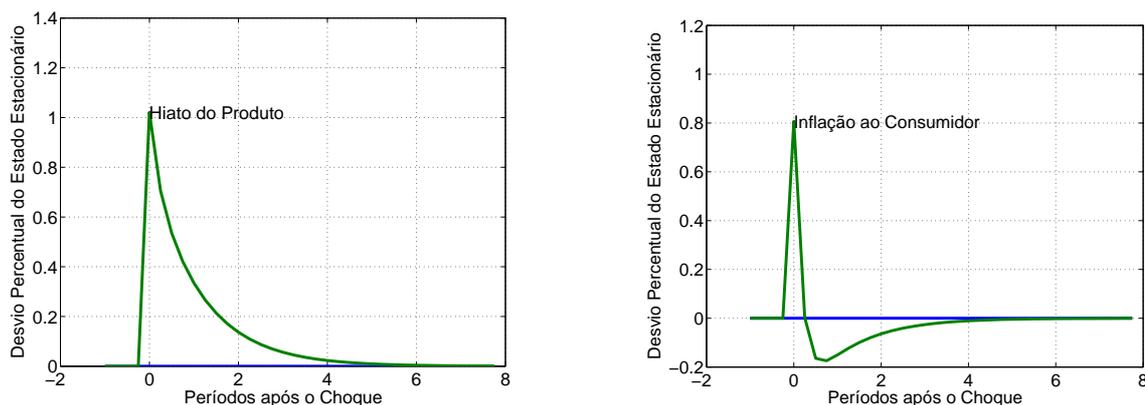
¹⁶A curva de Phillips para bens domésticos pode ser escrita como uma função dos custos marginais das firmas, dado pela equação (1.60).

Resposta de um Desvio de 1% na Produtividade (continuação)

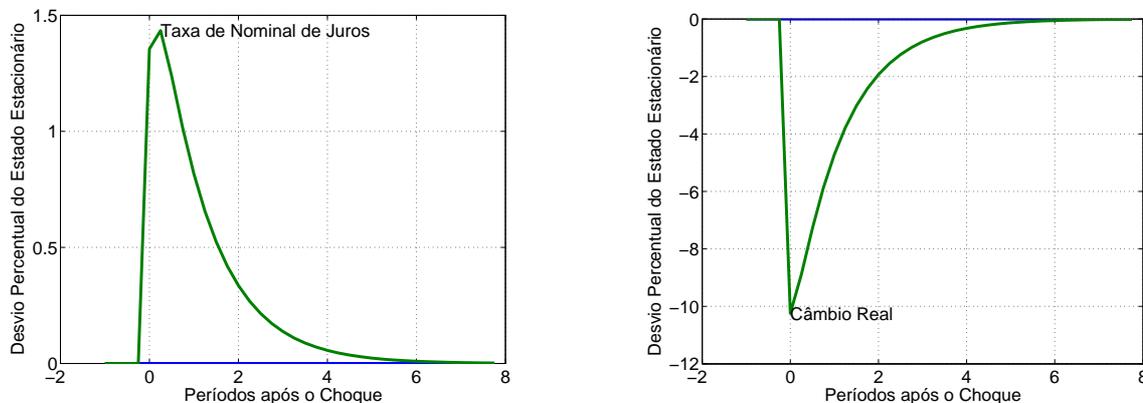


Um choque positivo na renda do resto no mundo afeta a produção economia doméstica tanto em seu nível natural, quanto no produto efetivo. Os resultados da simulação apresentados na Figura 2.2 revelam que o choque estimula a atividade econômica doméstica, com a produção acima de seu nível potencial. O nível de inflação ao consumidor se eleva motivado pelo aquecimento da economia interna. Para um aumento de em torno de 0,8% na inflação e 1,02% no hiato do produto, a taxa de juros aumenta inicialmente em 1,35% e, em seguida, chega próximo de 1,5%.

Figura 2.2: Resposta de um Desvio 1% na Renda Externa (y_t^*)

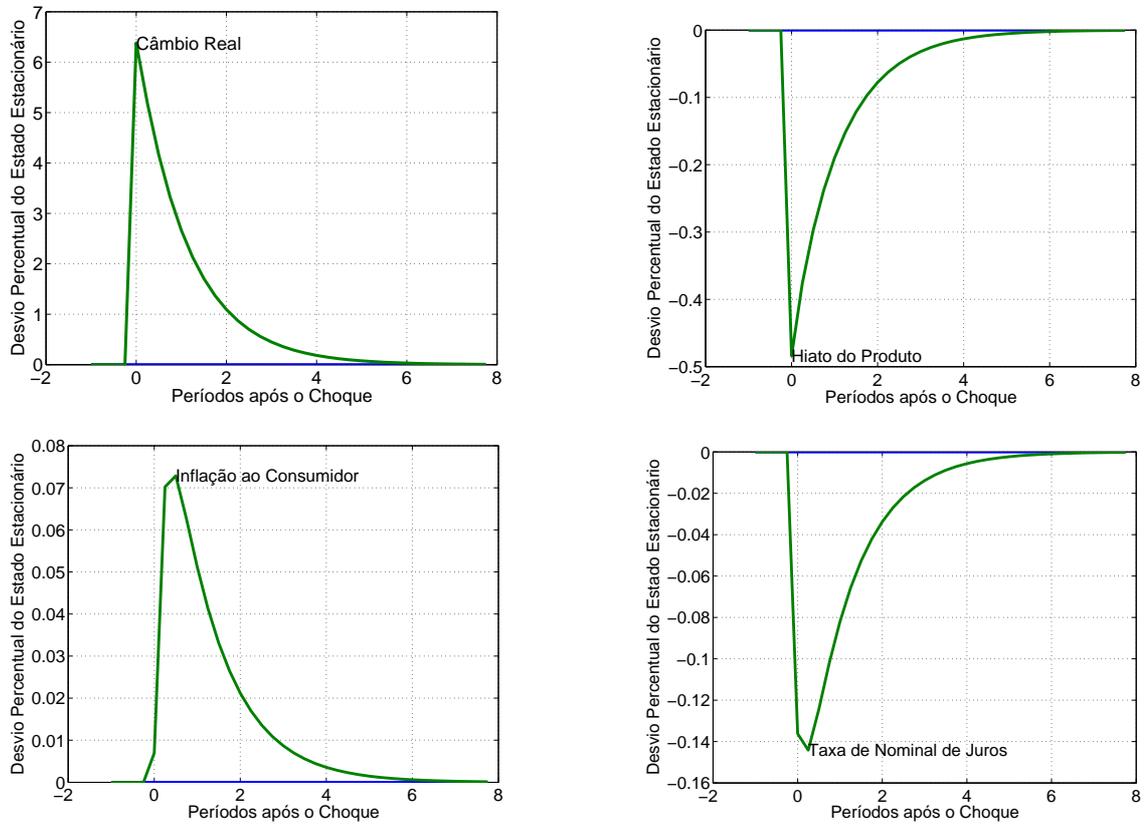


Resposta de um Desvio de 1% na Renda Externa (continuação)



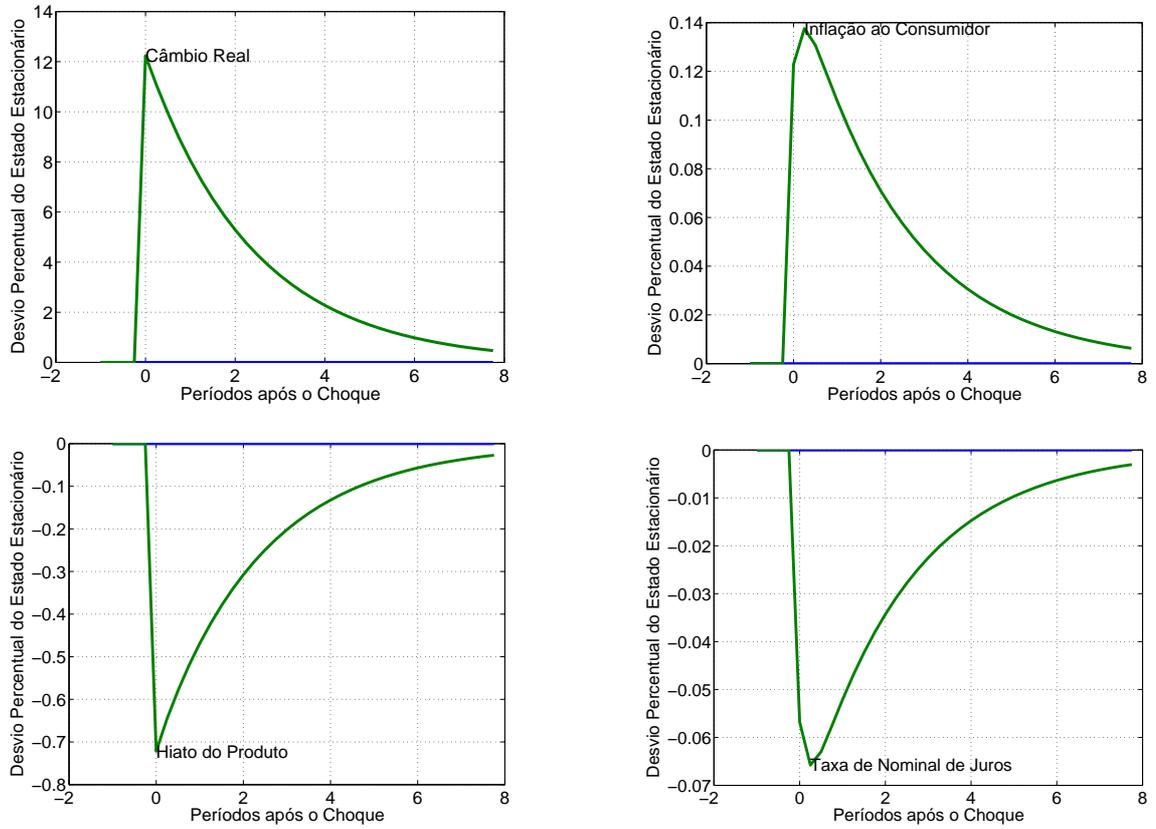
Um choque externo de 1% na taxa real internacional de juros (Figura 2.3), seja pelo aumento da taxa nominal no resto do mundo ou por uma redução nas suas expectativas de inflação, provoca desequilíbrio na equação de paridade não-coberta da taxa de juros. Como esta equação é derivada do problema das famílias, a demanda agregada é negativamente afetada e o hiato do produto revela a contração da atividade econômica. Contrariamente, a taxa de inflação ao consumidor apresenta ligeiro aumento. Isto decorre da forte desvalorização real observada na taxa de câmbio, que provoca pressão nos preços ao consumidor, por conta da composição da cesta agregada de consumo das famílias com bens importados (ver equações 1.45 e 1.82). Como o banco central não controla a taxa de câmbio, a reação ótima da regra de Taylor é no sentido de estimular a demanda doméstica por meio de ligeira queda na taxa de juros. A redução na taxa de juros leva a uma recuperação do hiato do produto e da taxa de inflação doméstica (não a inflação ao consumidor), cujos impactos são marginais nos preços aos consumidor.

Figura 2.3: Resposta de um Desvio de 1% na Taxa Real Externa de Juros (r_t^*)



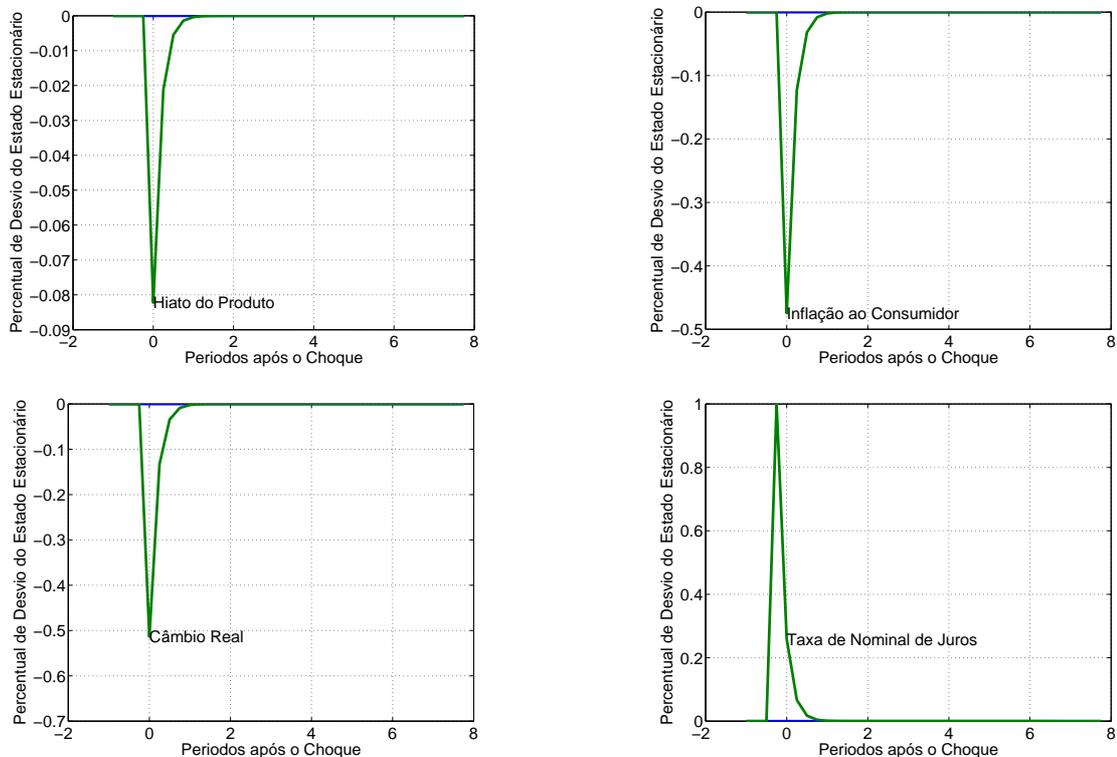
A Figura 2.4 mostra os efeitos de um choque no prêmio de risco. Como na situação anterior, há um desequilíbrio na equação (UIP) e a análise é idêntica. A taxa de juros reduz em um patamar pouco abaixo do equilíbrio, mas o suficiente para recuperar o dinamismo da economia e permitir um retorno da inflação ao seu nível do estado estacionário.

Figura 2.4: Resposta de um Desvio de 1% no Prêmio de Risco ($\hat{\phi}_t$)



Finalmente, a Figura 2.5 apresenta as respostas de algumas variáveis escolhidas no modelo a um choque na taxa nominal de juros. A regra de Taylor confirma a sintonia das variáveis macroeconômicas. Um aumento de 1% nos juros comprime a produção doméstica em 0,08% e afasta a inflação próximo de 0,50% do seu valor no estado estacionário. Os ganhos com $\rho_i = 0,90$ são demonstrado com a rápido retorno ao equilíbrio.

Figura 2.5: Resposta de um Desvio de 1% Taxa Nominal Interna de Juros (i_t)



Uma característica comum das respostas apresentadas acima, está relacionada ao fato de não se observar nenhuma persistência nas variáveis. Após o choque, as variáveis retornam ao equilíbrio em trajetória quase que uniforme. Esta é uma particularidade de modelos *forward-looking*, no qual os movimentos passados não produzem qualquer efeito sobre a trajetória futura. Equações híbridas (*forward* e *backward-looking*) tendem a produzir modelos mais ajustados aos dados reais.

CAPÍTULO 3

Conclusões

Esse trabalho apresentou um modelo de equilíbrio geral dinâmico e estocástico com alguns parâmetros calibrados para a economia brasileira, já estimados por outros autores. O objetivo foi avaliar as respostas a choques de produtividade, externos (na renda e na taxa real de juros) e de prêmio de risco, além de se verificar os efeitos das variações na taxa nominal doméstica de juros. Para efeito destas respostas, observou-se o impacto em inflação ao consumidor, hiato do produto, taxa real de câmbio e juros nominais.

O modelo para uma pequena economia aberta, de inspiração novo-keynesiana, considera a presença de rigidez nominal de preços para bens domésticos e importados (*pass-through* incompleto da taxa de câmbio). Para efeitos dessa rigidez se utilizou a estratégia adotada por Calvo (1983), amplamente disseminada na literatura de política monetária.

A economia hipotética é formada por: famílias que decidem o consumo, quanto trabalhar e a que salário, e a quantidade de moeda retida para transação; firmas que empregam

trabalhadores e decidem quanto produzir e a que preço devem vender seus bens; governo que financiam seus gastos com emissão monetária e títulos públicos; e, finalmente, banco central, responsável pela preservação da estabilidade da moeda.

Encontradas as equações ótimas e definido o equilíbrio da economia hipotética, o modelo, em sua forma reduzida, foi log-linearizado conforme Uhlig (1997). Além de facilitar a solução, as equações log-linearizadas se situam suficientemente próximas de um equilíbrio do estado estacionário, pois flutuam na sua vizinhança. O equilíbrio do modelo foi traçado por um conjunto de sete equações com sete variáveis endógenas e outras quatro equações descrevendo as variáveis exógenas.

Calibrado para a economia brasileira, a comparação do segundo momento das variáveis sugeriram que o modelo apresenta certa consistência com os dados da economia real, quando se considerou o horizonte temporal pós-Plano Real (a partir de julho/1994). Quando esta economia hipotética foi submetida a choques de variáveis exógenas, o modelo retorna ao equilíbrio em até oito trimestres.

Como resultados relevantes podem se destacar:

1. a elevada volatilidade da taxa real de câmbio, provocada por maiores desequilíbrios na sua taxa nominal. Em particular, se observou uma maior sensibilidade desta variável a choques oriundos do setor externo. Simulações alternativas, com maior grau de abertura da economia, sugerem menor variabilidade do câmbio;
2. o hiato do produto e a taxa de inflação ao consumidor apresentaram respostas de magnitude semelhante, para choques de produtividade e crescimento mundial. Neste caso, se verificou política monetária atuando para estabilizar o nível de preços ao consumidor;
3. Choques de taxa real de juros externa e de prêmio de risco produzem forte desvalorização da taxa de câmbio e queda no hiato do produto. O ambiente econômico é caracterizado por atividade econômica muito fragilizada e inflação ao consumidor ligeiramente acima do equilíbrio. A política monetária reage recuperando a atividade

interna, pois taxa de inflação está sendo afetada pelo câmbio, que não é o foco de controle do banco central.

Sendo este um modelo *forward-looking*, não se observou persistência nas variáveis após a ocorrência de cada um dos choques. Neste caso, movimentos passados não produziram qualquer efeito sobre a trajetória futura das variáveis. Equações híbridas (*forward* e *backward-looking*) tendem a produzir modelos mais ajustados aos dados reais.

A estrutura apresentada neste trabalho tende a ensejar várias extensões no sentido de melhor aproximar o modelo às características da economia brasileira. Por exemplo, incorporar hábitos de consumo entre as famílias (Christiano et al. 2005), considerar o papel da inércia quando as firmas otimizam seus preços (Adolfson et al. 2005) – que resulta em curvas IS e de Phillips híbridas (*backward* e *forward-looking*) –, incluir bens de intermediários importados como insumo da produção (Clarida et al. 2002), além de considerar um tipo de tecnologia que leve em conta o capital como insumo produtivo, a fim de avaliar os efeitos do investimento no equilíbrio do modelo.

Alternativamente, é recomendado avaliar os efeitos de choques simultâneos. Por exemplo, verificar as possíveis respostas da economia a choques de crescimento mundial e produtividade, ou oriundos ambiente internacional (súbito crescimento mundial seguido de aumento de juros reais externos).

Finalmente, é recomendado avaliar se um modelo de equilíbrio geral com suposições mais aproximadas da realidade seria capaz de melhor reproduzir as respostas de modelos de séries temporais como os vetores auto-regressivos (VAR).

A Técnica da Log-linearização

A análise de modelos dinâmico e estocásticos de equilíbrio geral pode requerer uma estrutura de modelo em sua forma reduzida e log-linearizada. Isso decorre do fato que tais modelos são não-lineares, logo, não apresentam solução em forma fechada. A idéia por trás da log-linearização é a aproximação de Taylor¹ em torno do estado estacionário onde as variáveis são constantes, isto é, $x_{t+1} = x_t = \bar{x}$, onde $x(\cdot) \in \mathbb{R}^n$, e $n \in \mathbb{N}$.

Mais formalmente², seja X_t um vetor de variáveis, \bar{X} seu estado estacionário e

$$x_t = \ln X_t - \ln \bar{X}$$

um vetor de log-desvios. O vetor $100x_t$ diz quanto as variáveis diferem de seu nível no estado

¹A aproximação de Taylor de primeira ordem é dada por:

$$f(a+h) \approx f(a) + f'(a+h),$$

onde $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função definida no intervalo U de \mathbb{R} , com a e h pontos quaisquer em U e $f'(\cdot)$ a primeira derivada de $f(\cdot)$. Para detalhes ver Simon & Blume (1994).

²Segue Uhlig (1997, seção 3)

estacionário no período t em termos percentuais.

O passo seguinte seria supor duas funções $f(x_t, x_{t-1})$ e $E_t[g(x_{t+1}, x_t)]$ e diferenciá-las tomando aproximações de primeira ordem em torno de $(x_t, x_{t-1}) = (0, 0)$. Entretanto, na maioria dos casos não há a necessidade de se fazer a diferenciação explícita das funções f e g .

O processo de log-linearização pode ser obtido conforme segue:

1. Obtenha as funções a serem log-linearizadas;
2. Substitua a variável X_t por $\bar{X}e^{x_t}$, onde $x_t \in \mathbb{R}$, com $x_t \rightarrow 0$;
3. Para outra variável y_t use o mesmo procedimento do item anterior;
4. Para log-linearizar, tome o logaritmo em ambos os lados da equação, se esta envolver apenas a operação multiplicativa ou, caso contrário, utilize a estratégia abaixo:

$$\begin{aligned} e^{x_t+ay_t} &\approx 1 + x_t + ay_t \\ x_t y_t &\approx 0 \\ E_t[ae^{x_t+1}] &\approx E_t[ax_{t+1}], \end{aligned}$$

onde a é uma constante.

Os resultados acima produzem

$$\begin{aligned} e^{x_t} &\approx 1 + x_t \\ aX_t = a\bar{X}e^{x_t} &\approx a\bar{X}(1 + x_t) \approx a\bar{X}x_t + a\bar{X} \\ (X_t + a)Y_t &\approx \bar{X}\bar{Y}x_t + (\bar{X} + a)\bar{Y}y_t + k, \end{aligned}$$

onde $k = \bar{X}\bar{Y} + a\bar{Y}$.

O procedimento sugerido por Uhlig (1997) contribui para facilitar equações cuja log-linearização por aproximação de Taylor é mais complexa, como por exemplo casos em que a função envolve um número significativo de variáveis.

Derivações de Equações Seleccionadas do Modelo

B.1 Do Problema das Famílias

B.1.1 Solução da Primeira Etapa

$$\min_{C_t^d, C_t^m} P_t C_t^d + P_t^m C_t^m$$

sujeito a

$$\left[(1 - \alpha)^{1/\xi} (C_t^d)^{(\xi-1)/\xi} + \alpha^{1/\xi} (C_t^m)^{(\xi-1)/\xi} \right]^{\xi/(\xi-1)} = C_t.$$

A função langreana de miminização $L_t(C_t^d, C_t^m, \psi_t)$, sendo ψ_t o multiplicador de lagrange,

será

$$\min L_t(C_t^d, C_t^m, \psi_t) = P_t C_t^d + P_t^m C_t^m + \psi_t \left\{ C_t - \left[(1 - \alpha)^{1/\xi} (C_t^d)^{(\xi-1)/\xi} + \alpha^{1/\xi} (C_t^m)^{(\xi-1)/\xi} \right]^{\xi/(\xi-1)} \right\}. \quad (\text{B.1})$$

As condições de primeira ordem (c.p.o.) implicam

$$\frac{\partial L_t}{\partial C_t^d} = 0 \quad : \quad P_t - \psi_t \left(\frac{1 - \alpha}{C_t^d} \right)^{1/\xi} \left[(1 - \alpha)^{1/\xi} (C_t^d)^{(\xi-1)/\xi} + \alpha^{1/\xi} (C_t^m)^{(\xi-1)/\xi} \right]^{1/(\xi-1)} = 0; (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial C_t^m} = 0 \quad : \quad P_t^m - \psi_t \left(\frac{\alpha}{C_t^m} \right)^{1/\xi} \left[(1 - \alpha)^{1/\xi} (C_t^d)^{(\xi-1)/\xi} + \alpha^{1/\xi} (C_t^m)^{(\xi-1)/\xi} \right]^{1/(\xi-1)} = 0; (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial L_t}{\partial \psi_t} = 0 \quad : \quad C_t - \left[(1 - \alpha)^{1/\xi} (C_t^d)^{(\xi-1)/\xi} + \alpha^{1/\xi} (C_t^m)^{(\xi-1)/\xi} \right]^{\xi/(\xi-1)} = 0. \quad (\text{B.4})$$

Inserindo (B.4) em (B.2) e em (B.3) é possível encontrar a demanda relativa dada por

$$\frac{C_t^d}{C_t^m} = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \left(\frac{P_t}{P_t^m} \right)^{-\xi}. \quad (\text{B.5})$$

Rearranjando (B.2) e (B.3), e considerando (B.4), tem-se

$$C_t^d = (1 - \alpha) \left(\frac{P_t}{\psi_t} \right)^{-\xi} C_t \quad (\text{B.6})$$

e

$$C_t^m = \alpha \left(\frac{P_t^m}{\psi_t} \right)^{-\xi} C_t. \quad (\text{B.7})$$

Substituindo (B.21) e (B.22) na equação (B.4) implica

$$\psi_t = \left[(1 - \alpha) (P_t)^{1-\xi} + \alpha (P_t^m)^{1-\xi} \right]^{1/(1-\xi)} \equiv P_t^c. \quad (\text{B.8})$$

B.1.2 Solução da Segunda Etapa

Para solucionar o problema da família, pode-se substituir o resultado de C_t , que é obtido da restrição orçamentária, na função de utilidade e resolver a função como um problema de

maximização sem restrição, ou seja:

$$\begin{aligned} \max_{B_t, B_t^*, M_t, N_t} E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i & \left[\frac{1}{1-\sigma} \left(\left(\frac{W_t}{P_t^c} \right) N_t + \frac{M_{t-1}}{P_t^c} - \frac{M_t}{P_t^c} + \right. \right. \\ & (1+i_{t-1}) \frac{B_{t-1}}{P_t^c} - \frac{B_t}{P_t^c} + (1+i_{t-1}^*)(1+\Phi_{t-1}) \frac{S_t B_{t-1}^*}{P_t^c} - \\ & \left. \left. \frac{S_t B_t^*}{P_t^c} + \Pi_t + TR \right)^{1-\sigma} + \frac{\gamma}{1-b} \left(\frac{M_{t+i}}{P_{t+i}^c} \right)^{1-b} - \chi \frac{N_{t+i}^{1+\theta}}{1+\theta} \right], \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Um problema de maximização sem restrições possui solução mais simples que um problema com restrições. Quando diferenciado relativamente às variáveis de escolha, as c.p.o. produzem os seguintes resultados:

B_t :

$$C_t^{-\sigma} = \beta(1+i_t)E_t \left(\frac{P_t^c}{P_{t+1}^c} \right) C_{t+1}^{-\sigma}; \quad (\text{B.10})$$

B_t^* :

$$C_t^{-\sigma} = \beta(1+i_t^*)(1+\Phi_t)E_t \frac{S_{t+1}}{S_t} \frac{P_t^c}{P_{t+1}^c} C_{t+1}^{-\sigma}; \quad (\text{B.11})$$

M_t :

$$\gamma \left(\frac{M_t}{P_t^c} \right)^{-b} = C_t^{-\sigma} + \beta E_t \left(\frac{P_t^c}{P_{t+1}^c} \right) C_{t+1}^{-\sigma}; \quad (\text{B.12})$$

considerando o resultado de (B.10) ou de (B.11), a equação (B.12) acima pode ser escrita duas formas alternativas:

$$\frac{\gamma \left(\frac{M_t}{P_t^c} \right)^{-b}}{C_t^{-\sigma}} = \frac{i_t}{1+i_t}; \quad (\text{B.13})$$

ou

$$\frac{\gamma \left(\frac{M_t}{P_t^c} \right)^{-b}}{C_t^{-\sigma}} = \frac{(1+i_t^*)(1+\Phi_t)E_t \frac{S_{t+1}}{S_t} - 1}{(1+i_t^*)(1+\Phi_t)E_t \frac{S_{t+1}}{S_t}}. \quad (\text{B.14})$$

N_t :

$$\frac{\chi N_t^\theta}{C_t^{-\sigma}} = \frac{W_t}{P_t^c} \quad (\text{B.15})$$

B.2 Do Problema das Firmas

O problema de maximização do lucro com que se depara a firma atacadista quando seu preço é estabelecido, será o seguinte:

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \Delta_{s,t+s} \left[\left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right) Y_{i,t+s} - \varphi_{t+s} Y_{i,t+s} \right],$$

que pode ser escrito como segue:

$$\max_{P_t^{(ot)}} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \Delta_{s,t+s} \left[\left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{1-\xi} - \varphi_{t+s} \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{-\xi} \right] Y_{t+s}. \quad (\text{B.16})$$

As c.p.o. de (B.16), quando se maximiza sob uma escolha do preço do bem intermediário $P_t^{(ot)}$, implicam

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \Delta_{s,t+s} \left[(1-\xi) \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{-\xi} \frac{1}{P_{t+s}} + \xi \varphi_{t+s} \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{-(\xi+1)} \frac{1}{P_{t+s}} \right] Y_{t+s} = 0.$$

Colocando $\left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{-\xi}$ em evidência,

$$\begin{aligned} E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \Delta_{s,t+s} \left[(1-\xi) \left(\frac{1}{P_{t+s}} \right) + \xi \varphi_{t+s} \frac{1}{P_t^{(ot)}} \right] \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{-\xi} Y_{t+s} &= 0 \\ E_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \Delta_{s,t+s} \left[(1-\xi) \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right) + \xi \varphi_{t+s} \right] \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{-\xi} \frac{1}{P_{t+s}} Y_{t+s} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Para encontrar a equação dos preços relativos no setor doméstico $\frac{P_t^{(ot)}}{P_t}$, tome a definição

de $\Delta_{s,t+s}$, de tal maneira que

$$\begin{aligned} \frac{1}{P_{t+s}} \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \Delta_{s,t+s} \left[(1-\xi) \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right) + \xi \varphi_{t+s} \right] \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{-\xi} Y_{t+s} &= 0 \\ \frac{\xi}{\xi-1} \frac{\mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (Y_{t+s})^{1-\sigma} \varphi_{t+s} \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{-\xi}}{\mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (Y_{t+s})^{1-\sigma} \left(\frac{P_t^{(ot)}}{P_{t+s}} \right)^{1-\xi}} &= 1 \\ \frac{P_t^{(ot)}}{P_t} &= \frac{\xi}{\xi-1} \frac{\mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (Y_{t+s})^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+s}}{P_t} \right)^{\xi} \varphi_{t+s}}{\mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (Y_{t+s})^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+s}}{P_t} \right)^{\xi-1}}. \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

O problema de maximização do lucro das firmas importadoras segue as mesmos passos descritos acima.

B.3 Log-linearização de Algumas Equações Seleccionadas

B.3.1 Cesta de Consumo

Inicialmente se deve encontrar a equações no estado estacionário para o consumo agregado, as demandas relativas, os bens domésticos e os bens importados e, posteriormente proceder a log-linearização.

No estado estacionário, em que as variáveis se tornam constantes, tem-se:

$$\bar{C} = \left[(1-\alpha)^{1/\xi} (\bar{C}^d)^{(\xi-1)/\xi} + \alpha^{1/\xi} (\bar{C}^m)^{(\xi-1)/\xi} \right]^{\xi/(\xi-1)} \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{\bar{C}^d}{\bar{C}^m} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \left(\frac{\bar{P}}{\bar{P}^m} \right)^{-\xi}, \quad (\text{B.20})$$

$$\bar{C}^d = (1-\alpha) \left(\frac{\bar{P}}{\bar{P}^c} \right)^{-\xi} \bar{C}, \quad (\text{B.21})$$

$$\bar{C}^m = \alpha \left(\frac{\bar{P}^m}{\bar{P}^c} \right)^{-\xi} \bar{C} \quad (\text{B.22})$$

onde a barra sobre as variáveis denotam seu valor no estado estacionário. Assuma, adicionalmente, que todos os preços são constantes, isto é, $\bar{P}^c = \bar{P} = \bar{P}^d$ (Obstfeld & Rogoff 1995). Seguindo Uhlig (1997) cada uma das equações acima tomará a seguinte forma quando feita a aproximação linear:

$$c_t = (1 - \alpha)c_t^d + \alpha c_t^m, \quad (\text{B.23})$$

$$c_t^d - c_t^m = -\xi(p_t - p_t^m), \quad (\text{B.24})$$

$$c_t^d = c_t - \xi(p_t - p_t^c), \quad (\text{B.25})$$

$$c_t^m = c_t - \xi(p_t^m - p_t^c). \quad (\text{B.26})$$

B.3.2 Preços ao Consumidor

A equação é dada por:

$$P_t^c = \left[(1 - \alpha) (P_t)^{1-\xi} + \alpha (P_t^m)^{1-\xi} \right]^{1/(1-\xi)},$$

No estado estacionário:

$$\bar{P}^c = \left[(1 - \alpha) (\bar{P})^{1-\xi} + \alpha (\bar{P}^m)^{1-\xi} \right]^{1/(1-\xi)};$$

Log-linearizando:

$$(\bar{P}^c e^{p_t^c})^{1-\xi} = (1 - \alpha) (\bar{P} e^{p_t})^{1-\xi} + \alpha (\bar{P}^m e^{p_t^m})^{1-\xi}.$$

Considerando o resultado da equação no estado estacionário, sua versão log-linearizada se reduz a

$$p_t^c = (1 - \alpha)p_t + \alpha p_t^m. \quad (\text{B.27})$$

B.3.3 Curva de Phillips para Bens Domésticos

Como as firmas reajustam segundo Calvo (1983), o preço médio dos bens domésticos dado em (1.20) pode ser dado por uma média ponderada entre as firmas que reajustaram e

as que mantiveram os preços constantes, ou seja,

$$P_t^{1-\xi} = (1-\omega)P_t^{(ot)1-\xi} + \omega P_{t-1}^{1-\xi}.$$

Log-linearizando essa equação como na seção anterior, tem-se:

$$\begin{aligned} p_t &= (1-\omega) p_t^{(ot)} + \omega p_{t-1} \\ p_t^{(ot)} &= \frac{1}{1-\omega} p_t - \frac{\omega}{1-\omega} p_{t-1}. \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

A equação,

$$\frac{P_t^{(ot)}}{P_t} = \frac{\xi}{\xi-1} \frac{\mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (Y_{t+s})^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+s}}{P_t}\right)^\xi \varphi_{t+s}}{\mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (Y_{t+s})^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+s}}{P_t}\right)^{\xi-1}}. \quad (\text{B.29})$$

pode ser reescrita como

$$\left[\mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (Y_{t+s})^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+s}}{P_t}\right)^{\xi-1} \right] Q_t = \frac{\xi}{\xi-1} \left[\mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (Y_{t+s})^{1-\sigma} \left(\frac{P_{t+s}}{P_t}\right)^\xi \varphi_{t+s} \right],$$

$Q_t = \frac{P_t^{(ot)}}{P_t}$, para se obter uma aproximação.

No equilíbrio de preços flexíveis com inflação zero, $\frac{\bar{P}_t^{(ot)}}{\bar{P}_t} = \frac{\xi}{\xi-1} \bar{\varphi} = 1$. Para ver isso veja o resultado de (B.29) no estado estacionário.

O lado esquerdo da equação pode ser aproximado por¹:

$$\left(\frac{Y^{1-\sigma}}{1-\omega\beta} \right) + \left(\frac{Y^{1-\sigma}}{1-\omega\beta} \right) \hat{q}_t + Y^{1-\sigma} \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s [(1-\sigma)\mathbb{E}_t y_{t+s} + (\xi-1)(\mathbb{E}_t p_{t+s} - p_t)],$$

onde $\hat{q}_t = p_t^{(ot)} - p_t$. E o lado direito da equação por:

$$\left(\frac{Y^{1-\sigma}}{1-\omega\beta} \right) + Y^{1-\sigma} \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s [\mathbb{E}_t \hat{\varphi}_{t+s} + (1-\sigma)\mathbb{E}_t y_{t+s} + \xi(\mathbb{E}_t p_{t+s} - p_t)].$$

¹Para facilitar a notação, se omitiu a barra sobre as variáveis no estado estacionário.

Igualando os dois lados tem-se:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{1}{1-\omega\beta}\right)(p_t^{(ot)} - p_t) &= \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (\mathbb{E}_t \hat{\varphi}_{t+s} + \mathbb{E}_t p_{t+s} - p_t) \\
\left(\frac{1}{1-\omega\beta}\right)(p_t^{(ot)} - p_t) &= \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (\mathbb{E}_t \hat{\varphi}_{t+s} + \mathbb{E}_t p_{t+s}) - \left(\frac{1}{1-\omega\beta}\right) p_t \\
p_t^{(ot)} &= (1-\omega\beta) \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (\mathbb{E}_t \hat{\varphi}_{t+s} + \mathbb{E}_t p_{t+s}). \tag{B.30}
\end{aligned}$$

Substituindo o resultado de (B.28) em (B.30):

$$p_t - \omega p_{t-1} = (1-\omega)(1-\omega\beta) \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (\mathbb{E}_t \hat{\varphi}_{t+s} + \mathbb{E}_t p_{t+s}). \tag{B.31}$$

Como esse resultado é válido para todo período de tempo, então

$$p_{t+1} - \omega p_t = (1-\omega)(1-\omega\beta) \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s \beta^s (\mathbb{E}_{t+1} \hat{\varphi}_{t+1+s} + \mathbb{E}_{t+1} p_{t+1+s}). \tag{B.32}$$

Esse resultado multiplicado por $\omega\beta$ e subtraído de (B.31) resulta em

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \frac{(1-\omega)(1-\omega\beta)}{\omega} \hat{\varphi}_t \tag{B.33}$$

que é a equação de Phillips *forward-looking* para preços domésticos².

B.3.4 Produto sob Preços Flexíveis

A equação (1.77) que estabelece uma relação de proporcionalidade entre o produto doméstico e externo pode ser escrita como

$$\delta_t = \frac{\sigma}{\varpi_\delta} y_t - \frac{\sigma}{\varpi_\delta} y_t^* - \frac{\varpi_\varphi}{\varpi_\delta} \hat{\varphi}_t^m. \tag{B.34}$$

Em equilíbrio sob preços flexíveis o custo marginal das empresas locais é dado por um *markup* constante, conforme descrito pela equação (1.27). A implicação é que, quando log-linearizada, $\hat{\varphi}_t = 0$ e a equação (1.69) será

$$0 = \theta \bar{y}_t + \sigma y_t^* - (1+\theta)z_t + \delta_t + \hat{\varphi}_t^m. \tag{B.35}$$

²A demonstração para a curva de Phillips de bens importados é idêntica.

Substituindo o resultado de δ_t chega-se a

$$\bar{y}_t = \left[\frac{\sigma(1 - \varpi_\delta)}{\sigma + \theta\varpi_\delta} \right] y_t^* + \left[\frac{\varpi_\delta(1 + \theta)}{\sigma + \theta\varpi_\delta} \right] z_t - \left[\frac{\varpi_\delta - \varpi_\varphi}{\sigma + \theta\varpi_\delta} \right] \hat{\varphi}_t^m, \quad (\text{B.36})$$

que é a equação do produto quando os preços domésticos são flexíveis. Com *pass-through* completo, $\varphi_t^m = 0$ o que permite encontrar a equação de plena flexibilidade de preços em toda a economia (\bar{y}_t^n) que é o produto em seu nível natural.

B.3.5 Curva de Phillips com Hiato do Produto

Preços Domésticos

Para encontrar uma relação entre inflação e hiato do produto ao invés de inflação e custo marginal, escreva a equação do produto natural alternativamente como

$$(1 + \theta)z_t = \left[\frac{\sigma + \theta\varpi_\delta}{\varpi_\delta} \right] \bar{y}_t^n - \left[\frac{\sigma(1 - \varpi_\delta)}{\varpi_\delta} \right] y_t^*.$$

Substitua esse resultado na equação (1.69) que define o custo marginal, isto é,

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_t &= \theta y_t + \sigma y_t^* - (1 + \theta)z_t + \delta_t + \hat{\varphi}_t^m \\ &\downarrow \\ \hat{\varphi}_t &= \theta y_t + \sigma y_t^* - \left[\frac{\sigma + \theta\varpi_\delta}{\varpi_\delta} \right] \bar{y}_t^n + \left[\frac{\sigma(1 - \varpi_\delta)}{\varpi_\delta} \right] y_t^* + \delta_t + \hat{\varphi}_t^m \\ &\downarrow \\ \hat{\varphi}_t &= \theta y_t - \left[\frac{\sigma + \theta\varpi_\delta}{\varpi_\delta} \right] \bar{y}_t^n + \frac{\sigma}{\varpi_\delta} y_t^* + \delta_t + \hat{\varphi}_t^m. \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

De (1.77), pode-se encontrar um relação para o produto externo³ e utilizar esse resultado na equação acima tal que:

$$\hat{\varphi}_t = \left[\frac{\sigma + \theta\varpi_\delta}{\varpi_\delta} \right] \underbrace{(y_t - \bar{y}_t^n)}_{h_t} + \left[\frac{\varpi_\delta - \varpi_\varphi}{\varpi_\delta} \right] \hat{\varphi}_t^m. \quad (\text{B.38})$$

³Isto é, a equação (1.77) pode ser escrita como $\frac{\sigma}{\varpi_\delta} y_t^* = \frac{\sigma}{\varpi_\delta} y_t - \delta_t - \frac{\varpi_\varphi}{\varpi_\delta} \hat{\varphi}_t^m$.

Incluindo esse resultado na curva de Phillips (1.60) para produtos domésticos chega-se à equação

$$\pi_t = \beta \mathbf{E}_t \pi_{t+1} + \lambda_{a1} h_t + \lambda_{a2} \hat{\varphi}_t^m, \quad (\text{B.39})$$

que é a curva de Phillips *forward-looking* como função das suas expectativas, do hiato do produto e do hiato da LPU.

Preços ao Consumidor

A curva de Phillips de preços ao consumidor pode ser obtida utilizando a combinação linear dada em (1.82) e introduzindo os resultados de (1.62) e (1.81) que são, respectivamente, as curvas de Phillips para preços importados e para preços domésticos (essa última já como função do hiato do produto), ou seja:

$$\begin{aligned} \pi_t^c &= (1 - \alpha)\pi_t + \alpha\pi_t^m \\ &\Downarrow \\ \pi_t^c &= (1 - \alpha)(\beta \mathbf{E}_t \pi_{t+1} + \lambda_{a1} h_t + \lambda_{a2} \hat{\varphi}_t^m) + \alpha(\beta \mathbf{E}_t \pi_{t+1}^m + \kappa_m \hat{\varphi}_t^m) \\ &\Downarrow \\ \pi_t^c &= \beta \mathbf{E}_t \pi_{t+1}^c + \lambda_{b1} h_t + \lambda_{b2} \hat{\varphi}_t^m. \end{aligned} \quad (\text{B.40})$$

Com é a curva de Phillips *forward-looking* para preços ao consumidor como função das suas expectativas, do hiato do produto e do hiato da LPU

B.3.6 Curva de IS

Tome a equação (1.67) que expressa uma relação de consumo entre o país doméstico e o resto do mundo e a escreva como função dos termos de troca, isto é,

$$\begin{aligned} c_t &= c_t^* + \frac{1}{\sigma} [\hat{\varphi}_t^m + (1 - \alpha)\delta_t] \\ &\Downarrow \\ \delta_t &= \frac{\sigma}{1 - \alpha} c_t - \frac{\sigma}{1 - \alpha} c_t^* - \frac{1}{1 - \alpha} \hat{\varphi}_t^m \end{aligned} \quad (\text{B.41})$$

Substituindo esse resultado na equação de equilíbrio do produto doméstico dada por (1.72) e encontre uma nova relação para c_t , ou seja,

$$\begin{aligned}
y_t &= (1 - \alpha)c_t + \alpha\xi\hat{\varphi}_t^m + \alpha y_t^* + (2 - \alpha)\xi\alpha \left(\frac{\sigma}{1 - \alpha} c_t - \frac{\sigma}{1 - \alpha} c_t^* - \frac{1}{1 - \alpha} \hat{\varphi}_t^m \right) \\
&\Downarrow \\
y_t &= \frac{\varpi_\delta}{1 - \alpha} c_t - \frac{\alpha\xi}{1 - \alpha} \hat{\varphi}_t^m + \left(1 - \frac{\varpi_\delta}{1 - \alpha} \right) y_t^* \\
&\Downarrow \\
c_t &= \frac{1 - \alpha}{\varpi_\delta} y_t + \left(1 - \frac{1 - \alpha}{\varpi_\delta} \right) y_t^* + \frac{\alpha\xi}{1 - \alpha} \hat{\varphi}_t^m. \tag{B.42}
\end{aligned}$$

Sabendo que a equação (B.42) é válida para todo período de tempo, assuma esse resultado na equação de Euler de tal maneira que:

$$\begin{aligned}
y_t &= E_t y_{t+1} + \left[\frac{\varpi_\delta - (1 - \alpha)}{\varpi_\delta} \right] (E_t y_{t+1}^* - y_t^*) + \\
&+ \frac{\xi\alpha}{1 - \alpha} (\varphi_{t+1}^{\hat{m}} - \varphi_t^{\hat{m}}) - \frac{\varpi_\delta}{\sigma(1 - \alpha)} (i_t - E_t \pi_{t+1}^c). \tag{B.43}
\end{aligned}$$

Incluindo o resultado da equação do produto natural (\bar{y}_t^n) se obtém a equação

$$h_t = h_{t+1} - \{ \lambda_{d1}(i_t - E_t \pi_{t+1}^c) - [\lambda_{d2}(E_t y_{t+1}^* - y_t^*) - \lambda_{d3} z_t] \} + \lambda_{d4}(\hat{\varphi}_{t+1}^m - \hat{\varphi}_t^m), \tag{B.44}$$

que é a curva IS que trata o hiato do produto como função das suas expectativas, da taxa real de juros (calculada pela inflação ao consumidor esperada), de uma medida de taxa natural de juros (já definida anteriormente) e da variação no desvio da LPU.

Para se obter a curva IS, onde a taxa real de juros é calcular a partir da inflação esperada para preços domésticos, use a equação (1.65) em que o diferencial entre a inflação ao consumidor e a inflação doméstica é determinado pela variação nos termos de troca, logo, a equação (B.43) pode ser reescrita como segue:

$$\begin{aligned}
y_t &= E_t y_{t+1} + \left[\frac{\varpi_\delta - (1 - \alpha)}{\varpi_\delta} \right] (E_t y_{t+1}^* - y_t^*) + \\
&+ \frac{\xi\alpha}{1 - \alpha} (\varphi_{t+1}^{\hat{m}} - \varphi_t^{\hat{m}}) - \frac{\varpi_\delta}{\sigma(1 - \alpha)} [i_t - E_t \pi_{t+1} - \alpha(\delta_{t+1} - \delta_t)]. \tag{B.45}
\end{aligned}$$

Use o resultado de (B.34) para eliminar a variável termos de troca da equação acima, tal que

$$\begin{aligned}
y_t &= E_t y_{t+1} + (\varpi_\delta - 1)(E_t y_{t+1}^* - y_t^*) \\
&+ \frac{\alpha}{\sigma}(1 - \alpha)(\sigma\xi - 1)(\hat{\varphi}_{t+1}^m - \hat{\varphi}_t^m) - \frac{\varpi_\delta}{\sigma}(i_t - E_t \pi_{t+1}).
\end{aligned} \tag{B.46}$$

Incluindo o resultado da equação do produto natural (\bar{y}_t^n) se obtém a equação

$$h_t = h_{t+1} - \frac{\varpi_\delta}{\sigma} \left\{ i_t - E_t \pi_{t+1} - [\lambda_{c1}(E_t y_{t+1}^* - y_t^*) - \lambda_{c2} z_t] \right\} + \lambda_{c3}(\hat{\varphi}_{t+1}^m - \hat{\varphi}_t^m), \tag{B.47}$$

que é a curva IS que trata o hiato do produto como função das suas expectativas, da taxa real de juros (calculada pela inflação doméstica esperada), de uma medida de taxa natural de juros (já definida anteriormente) e da variação no desvio da LPU.

APÊNDICE C

Parâmetros Utilizados na Simulação Computacional (descrição)

Parâmetros Estruturais:

1. $\beta \in (0, 1)$: taxa subjetiva de desconto;
2. $\sigma > 0$: inverso da elasticidade de substituição intertemporal do consumo;
3. $\theta > 0$: inverso da elasticidade de substituição intertemporal da oferta de mão-de-obra;
4. $\xi > 1$: elasticidade de substituição entre o consumo de bens nacionais e importados;
5. $\omega \in (0, 1)$: probabilidade de manutenção dos preços por parte de firma produtora de bens domésticos;
6. $\omega_m \in (0, 1)$: probabilidade de manutenção dos preços por parte de firma importadora;
7. $\alpha \in (0, 1)$: grau de abertura da economia;

8. $\tau_1 > 0$: peso dado à inflação ao consumidor na regra de política monetária;
9. $\tau_2 > 0$: peso dado ao hiato do produto na regra de política monetária;
10. $\rho_i \in (-1, 1)$: autocorrelação da taxa nominal de juros (em t e $t - 1$) na regra de política monetária;
11. $\rho_z \in (-1, 1)$: autocorrelação do processo AR(1) do choque de tecnologia;
12. $\rho_{y^*} \in (-1, 1)$: autocorrelação do processo AR(1) da renda externa;
13. $\rho_{i^*} \in (-1, 1)$: autocorrelação do processo AR(1) da taxa real de juros internacional;

Formato Uhlig (1997) para o MATLAB

D.1 Equações não-Expectacionais

$$0 = \alpha\delta_t - \alpha\delta_{t-1} - \pi_t^c + \pi_t;$$

$$0 = -i_t + \rho_i i_{t-1} + \tau_1 \pi_t^c + \tau_2 h_t;$$

$$0 = -\hat{\varphi}_t^m + q_t - (1 - \alpha)\delta_t.$$

D.2 Equações Expectacionais

$$\begin{aligned}0 &= -\pi_t^c + \beta E_t \pi_{t+1}^c + \lambda_{b1} h_t + \lambda_{b2} \hat{\varphi}_t^m; \\0 &= -\pi_t + \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda_{a1} h_t + \lambda_{a2} \hat{\varphi}_t^m; \\0 &= -h_t + h_{t+1} - \{ \lambda_{d1} (i_t - E_t \pi_{t+1}^c) - [\lambda_{d2} (E_t y_{t+1}^* - y_t^*) - \lambda_{d3} z_t] \} + \lambda_{d4} (\hat{\varphi}_{t+1}^m - \hat{\varphi}_t^m); \\0 &= -q_t + E_t q_{t+1} - i_t + E_t \pi_{t+1}^c + r_t^* + \hat{\phi}_t.\end{aligned}$$

D.3 Processos Exógenos

$$\begin{aligned}z_{t+1} &= \rho_z z_t + \epsilon_{z,t+1} & E_t[\epsilon_{z,t+1}] &= 0; \\y_{t+1}^* &= \rho_{y^*} y_t^* + \epsilon_{y^*,t+1} & E_t[\epsilon_{y^*,t+1}] &= 0; \\r_t^* &= \rho_{i^*} r_{t-1}^* + \epsilon_{i^*,t} & E_t[\epsilon_{i^*,t+1}] &= 0; \\\hat{\phi}_{t+1} &= \rho_{\hat{\phi}} \hat{\phi}_t + \epsilon_{\hat{\phi},t+1} & E_t[\epsilon_{\hat{\phi},t+1}] &= 0.\end{aligned}$$

Referências Bibliográficas

- Adolfson, M., Laseén, S. & Lindé, J. (2005), Bayesian Estimation of an Open Economy DSGE Model with Pass-Through, Technical report, Sveriges Riksbank WPS. 179.
- Bugarin, M., Araújo, M., Muinhos, M. & Silva, J. (2006), ‘The Effect of Adverse Supply Shocks on Monetary Policy and Output’, *Banco Central do Brasil* **WPS-103**.
- Calvo, G. (1983), ‘Staggered Prices in an Utility Maximizing Framework’, *Journal of Monetary Economics* **123**, 383–398.
- Carneiro, D. & Duarte, P. (2001), ‘Inércia de Juros e Regras de Taylor: Explorando as Funções de Resposta a Impulso em um Modelo de Equilíbrio Geral com Parâmetros Estilizados para o Brasil’, *Departamento de Economia - Puc-Rio*. **TD 450**.
- Christiano, J., Eichenbaun, M. & Evans, C. (2005), ‘Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy’, *Journal of Political Economy* **113(1)**, 1–45.
- Clarida, R., Galí, J. & Gertler, M. (2002), ‘A Simple Framework for International Monetary Policy Analysis’, *Journal of Monetary Economics* **49**, 879–904.

- Galí, J. & Monacelli, T. (2002), ‘Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy’, *NBER WP* **8905**.
- Giammarioli, N. & Valla, N. (2004), ‘The Natural Real Interest Rate and Monetary Policy: A Review’, *Journal of Policy Modeling* **26(5)**, 641–660.
- Goldfajn, I. & Werlang, S. (2000), ‘The Pass-through from Depreciation to Inflation: A Panel Study’, *Banco Central do Brasil WPS-5*.
- Kydland, F. & Prescott, E. (1982), ‘Time to Build and Aggregate Fluctuations’, *Econometrica* **50**, 1345–70.
- Liu, P. (2006), ‘A Small New Keynesian Model of the New Zealand Economy’, *Reserve Bank of New Zealand: Discussion Paper Series* **03**.
- Lucas, R. (1976), ‘Econometric Policy Evaluation: A Critique’, *Carnegie-Rochester Conference Series on Policy Public* **1**, 19–46.
- McCallum, B. & Nelson, E. (1999), ‘An Optimizing is-lm for Specification for Monetary Policy and Business Cycles Analysis’, *Journal of Money Credit and Banking* **31(3)**, 296–316.
- McCallum, B. & Nelson, E. (2000), ‘Monetary Policy for an Open Economy: An Alternative Framework with Optimizing Agents and Sticky Prices’, *Oxford Review of Economic Policy* **16**, 74–91.
- Monacelli, T. (2003), *Monetary Policy in a Low Pass-Through Environment*, Technical report, Università Bocconi IGIER.
- Muinhos, M. & Alves, S. (2003), ‘Medium-size Macroeconomic Model for the Brazilian Economy’, *Banco Central do Brasil WPS-64*.
- Muinhos, M. & Nakane, M. (2006), ‘Comparing Equilibrium Real Interest Rates: Different Approaches to Measure Brazilian Rates’, *Banco Central do Brasil WPS-101*.
- Obstfeld, M. & Rogoff, K. (1995), ‘Exchange Rate Dynamics Redux’, *Journal of Political Economics* **103(3)**, 624–660.

- Obstfeld, M. & Rogoff, K. (1996), *Foundations of International Macroeconomics*, (second printing, 1997) first edn, MIT.
- Romer, D. (2001), *Advanced Macroeconomics*, second edn, McGraw-Hill.
- Simon, C. & Blume, L. (1994), *Mathematics for Economists*, first edn, W.W. Norton and Company Inc.
- Taylor, J. B. (1993), 'Discretion versus Policy Rules in Practice', *Carnegie-Rochester Conferences Series on Public Policy*. **39**, 195–214.
- Taylor, J. B. (1999), *Monetary Policy Rules*, first edn, The University of Chicago Press.
- Uhlig, H. (1997), 'A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily'.
*<http://www.wiwi.hu-berlin.de/wpol/html/toolkit.htm>
- Walsh, C. (2003), *Monetary Theory and Policy*, second edn, MIT.
- Watson, M. (1993), 'Measures of Fit for Calibrated Models', *The Journal of Political Economy* **101(6)**, 1011–41.
- Woodford, M. (1986), 'Stationary Sunspot Equilibria: The Case of Small Fluctuations Around a Deterministic Steady State'.
*<http://citeseer.ifi.unizh.ch/woodford86stationary.html>
- Woodford, M. (1996), 'Control of Public Debt: A Requirement for Price Stability?', *NBER WP*. **5684**.