

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
Centro de Ciências Sociais Aplicadas - CCSA
Departamento de Economia - DECON
Programa de Pós-Graduação em Economia - PIMES

MÁRCIA ALVES BRITO

**SERÁ QUE OS PROGRAMAS SOCIAIS DE REDUÇÃO DO
TRABALHO INFANTIL PROPORCIONAM MOBILIDADE
SOCIAL?**

RECIFE - PE
2006

©Copyright by

MÁRCIA ALVES BRITO

2006

Todos os direitos reservados

Typeset by L^AT_EX

MÁRCIA ALVES BRITO

**SERÁ QUE OS PROGRAMAS SOCIAIS DE REDUÇÃO DO
TRABALHO INFANTIL PROPORCIONAM MOBILIDADE
SOCIAL?**

Dissertação submetida como requerimento parcial para obter grau de Mestre em Economia pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

Orientador: Prof. Dr. Tiago Cavalcanti

RECIFE - PE
2006

Brito, Márcia Alves

Será que os programas sociais de redução do trabalho infantil proporcionam mobilidade social? / Márcia Alves Brito. - Recife: O Autor, 2006.

110 folhas: fig. e tabelas.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco. CCSA. Economia, 2006.

Inclui bibliografia e apêndices.

1. Trabalho infantil. 2. Política pública. 3 Renda pública - Distribuição. 4. Pobreza. I. Título.

331	CDU (1997)	UFPE
331	CDU (22.ed.)	CCSA2007-003

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PIMES/PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DO
MESTRADO EM ECONOMIA DE

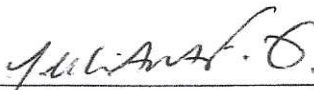
MÁRCIA ALVES BRITO

A Comissão Examinadora composta pelos professores abaixo, sob a presidência do primeiro, considera a Candidata Márcia Alves Brito **APROVADA**.

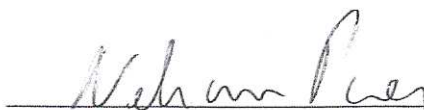
Recife, 14/09/2006.



Prof. Dr. Tiago Vanderlei de Vasconcelos Cavalcanti
Orientador



Prof. Dra. Juliana Ferraz Guimarães
Examinador Interno



Prof. Dr. Nelson Leitão Paes
Examinador Externo/Receita Federal

Aos meus pais, Ângela e Alfredo, principalmente pelo amor, mas também pela educação e incentivo, que sempre me deram.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus irmãos: Ana e Felipe.

Ao Gilvan Cândido, pela dedicação e carinho sempre presentes.

Aos amigos de Recife: Chiara França, Joanna Alexopoulos, Joedson Jales, Maria Fernanda Gatto, Michela Camboim e Roberta Rocha, responsáveis por grandes momentos de alegria.

Aos amigos de Brasília: Carlos Eduardo Couto, Christiane Barbosa, Daniela Ferreira, Débora Coelho, Lígia Helena Ourives e Tatiana de Britto.

Em especial, ao meu orientador, Professor Tiago Cavalcanti, pela paciência e pelos ensinamentos.

RESUMO

Essa dissertação investiga quais os efeitos dos programas sociais de combate ao trabalho infantil sobre o ganho educacional das crianças, sobre a pobreza e sobre a desigualdade. Para tanto, desenvolveu-se um modelo de gerações sobrepostas de indivíduos que diferem quanto à sua dotação de capital humano. Determina-se que os indivíduos do tipo h_3 , os mais produtivos da economia, matriculam seus filhos na escola particular; os do tipo h_2 matriculam seus filhos na escola pública; e os do tipo h_1 , os menos produtivos, mantêm seus filhos trabalhando. Com base nessas hipóteses, simula-se o modelo para: (a) uma economia com política pública de transferência de renda - PPTR - e melhoria das escolas públicas; (b) uma economia com PPTR que não é capaz de tirar as crianças da escola e; (c) uma economia com uma política de melhoria das escolas públicas. Os principais resultados da simulação são: (i) a política de melhoria da escola pública, por si só, não permite a troca de trabalho infantil por educação e deve, portanto, ser acompanhada de uma PPTR; (ii) o valor da renda transferida para as famílias pobres deve ser suficiente para que os agentes tipo h_1 retirem suas crianças do trabalho, caso contrário, o governo onera gratuitamente os indivíduos; e (iii) a PPTR é mais eficiente para aumentar a produtividade e diminuir a desigualdade e a pobreza quando é acompanhada por uma política de melhoria das escolas públicas.

Palavras-chave: Trabalho Infantil, Fertilidade Endógena, Políticas Públicas de Transferência de Renda, Qualidade da Escola Pública, Desigualdade e Pobreza.

ABSTRACT

This dissertation investigates the effects of the social programs that aim to reduce the infant labor and the improvements of such programs regarding the children's educational earnings and the reductions on poverty and inequality. In order to demonstrate such effects, a model of overlapping generations with individuals that have different endowments of human capital is developed. The model establishes that the individuals of type h_3 , the most productive, register their children in a private school; type h_2 individuals register their children in a public school; and the type h_1 individuals, the less productive, keep their children working. Assuming such hypotheses, the model is simulated for: (a) an economy with a public policies of income transfer - PPIT - and improvement of the public school; (b) an economy with PPIT who was not able to maintain the children in the school and; (c) an economy with just a policy of improvements in public schools. The main results are: (i) the policy of improvement in the public school, by itself, does not allow the exchange of infant labor for education, and, therefore, should be accompanied by PPIT; (ii) the income transfer for poor families should be enough to withdraw children of agents type h_1 from work. Otherwise, the government only burdens the individuals, free of charge; (iii) PPIT is more efficient in increasing the productivity and in reducing inequality and poverty when is accompanied by a policy of improvement of the public school system.

Keywords: Child Labor, Endogenous Fertility, Public Policies of Income Transfer, Quality of the Public School, Inequality and Poverty.

Lista de Figuras

4.1	Evolução do Capital Humano <i>per capita</i> da Economia para diferentes valores de “ p ”.	41
4.2	Evolução do Capital Humano <i>per capita</i> da Economia com PPTR para diferentes valores de “ p ”.	41
4.3	Evolução do Número de Filhos de cada Tipo de Agente numa Economia sem PPTR.	42
4.4	Evolução do Número de Filhos de cada Tipo de Agente numa Economia com PPTR.	42
4.5	Evolução do Produto <i>per capita</i> da Economia sem e com PPTR.	42
4.6	Evolução do Capital Humano <i>per capita</i> da Economia sem e com PPTR.	42
4.7	Evolução do Índice de Gini da Economia sem e com PPTR.	44
4.8	Evolução do Capital Humano <i>per capita</i> da Economia quando não há PPTR e quando a PPTR implica $e^{h_1} = I$.	45
4.9	Evolução do Produto <i>per capita</i> da Economia quando não há PPTR e quando a PPTR implica $e^{h_1} = I$.	45
4.10	Evolução do Índice de Gini da Economia quando não há PPTR e quando a PPTR implica $e^{h_1} = I$.	45
4.11	Evolução do Índice de Gini numa Economia com Política de Melhoria da Escola Pública e noutra Economia com PPTR.	46
4.12	Evolução do Capital Humano <i>per capita</i> numa Economia com Política de Melhoramento da Escola Pública e noutra Economia com PPTR.	47
4.13	Evolução do Produto <i>per capita</i> numa Economia com Política de Melhoramento da Escola Pública e noutra Economia com PPTR.	47

4.14 Evolução do Número de Filhos de cada Tipo de Agente numa Economia com aumento de “ p ”.

47

Lista de Tabelas

A.1	Incidência de Trabalho Infantil
-----	---------------------------------

53

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Introdução	13
1 Revisão Bibliográfica	18
2 O Modelo e suas Suposições	26
2.1 Preferências e Dotações	26
2.2 Tecnologia	29
2.3 Equilíbrio	29
3 Resultados Analíticos do Modelo	31
4 Simulações de Políticas e seus Efeitos sobre a Produtividade e o Combate à Pobreza	39
4.1 Fertilidade e Dinâmica Populacional	41
4.2 Eficiência e Capital Humano	41
4.3 Desigualdade	43
4.4 Política de Transferência de Renda quando $e^1 = I$ ainda é ótimo	44
4.5 Política Alternativa: Melhoramento da Educação Pública	46

5 Conclusão	49
Apêndices	52
A Incidência do Trabalho Infantil no Brasil	53
B Formulação de Kuhn-Tucker para Escola Particular	57
C Formulação de Kuhn-Tucker para Escola Pública	60
D Formulação de Kuhn-Tucker para o Trabalho Infantil	63
E Análise do Agente Tipo h_3	66
F Análise do Agente Tipo h_2	70
G Análise do Agente Tipo h_1	74
H Análise do Agente Tipo h_1 que Participa de Programas de Transferência de Renda	78
I Calibração do Modelo	80
J Programação no Matlab do Modelo sem e com Política Pública de Transferência de Renda - PPTR	81
Referências Bibliográficas	108

Introdução

Segundo Vilela (1998), o trabalho infantil até meados da década de oitenta era visto como uma alternativa positiva, disciplinadora e de ajuda à família, não despertando maiores preocupações nem para o governo nem para sociedade.

Foi, então, a partir da adoção da Convenção das Nações Unidas sobre os Direitos das crianças e da Convenção nº138¹, de 1973, da Organização Internacional do Trabalho-OIT que o tema ganha repercussão mundial e inicia-se a construção de um direito internacional de proteção integral à infância. Com isso, tornou-se sempre presente nas agendas dos governos como um dos temas relevantes. O que não poderia ser diferente pois, segundo o Departamento de Estatística da OIT, o número de crianças trabalhadoras no mundo é cerca de 250 milhões² distribuídos em sua maioria pelos países em desenvolvimento da África, Ásia e América Latina, embora existam focos em países industrializados. Dasquelas, pelo menos 120 milhões de crianças, na faixa de 5 a 14 anos, trabalham em tempo integral.

O trabalho infantil constitui-se, principalmente, em atividades penosas, perigosas e insalubres, expostas a uma série de riscos físicos e químicos. Como exemplos cita-se³:

¹Esta Convenção define a idade mínima de 15 anos para o ingresso no mercado de trabalho, sendo que para trabalhos perigosos a idade é de 18 anos e para trabalhos leves de 14 anos.

²OIT (2001).

³Vilela (1998).

(a)na Índia, as crianças estão expostas às altas temperaturas na fusão da cerâmica; (b)na Turquia e no Egito à carpintaria; e (c)no Paquistão, as crianças trabalham na indústria do metal, na construção civil, na pesca ou expostos à maquinaria mal protegida e perigosa.

Já no Brasil, de acordo com a Síntese de Indicadores Sociais de 2005⁴, trabalham aproximadamente 2,8 milhões de crianças entre cinco e quinze anos. Destas, 56% estão no campo e 44% nas cidades⁵.

O Brasil consolidou, nos últimos anos, um marco legal para retirar as crianças do trabalho. A Constituição Federal de 1988 estabelece a obrigatoriedade de proteger os direitos da criança e do adolescente, proibindo, em seu art.7º, XXXIII, *“o trabalho noturno, perigoso e insalubre aos menores de dezoito anos e de qualquer trabalho a menores de quatorze anos, salvo na condição de aprendiz”*. Referida proibição é reiterada no artigo 60 do Estatuto da Criança e Adolescente-ECA, determinado pela Lei nº8.069, de 13 de junho de 1990.

Além disso, a legislação brasileira, por meio da Emenda Constitucional 20/98 e da lei sancionada em 19 de dezembro de 2000⁶, determina que a idade mínima para a entrada no mercado de trabalho é de 16 anos. Assim, pode-se dizer que o trabalho infantil, no Brasil, é aquele realizado por crianças e adolescentes que estão abaixo da idade mínima de 16 anos.

O País ratificou, ainda, duas normas internacionais da OIT que tratam da matéria. A já mencionada Convenção nº138 e a Convenção nº182⁷ sobre as piores formas de

⁴IBGE (2005).

⁵Como referência da Incidência do Trabalho Infantil no Brasil, ver Apêndice A.

⁶Brasil (2000).

⁷Essa convenção determina a imediata concentração de esforços para erradicar o trabalho infantil nas seguintes situações:(1)todas as formas de escravidão e práticas análogas, como a venda e o tráfico de crianças, o trabalho forçado ou obrigatório, a servidão por dívida e a condição de servo; (2)a utilização, o recrutamento ou a oferta de crianças para a prostituição, a produção de pornografia ou atuações pornográficas; (3)a utilização, o recrutamento ou a oferta de crianças para a realização de atividades ilícitas, em particular a produção e o tráfico de substâncias entorpecentes, tal como se definem nos tratados internacionais pertinentes; e (4) qualquer outro tipo de trabalho que , por sua

trabalho infantil.

Além da proibição legal, as políticas de erradicação do trabalho infantil englobam, ainda, um programa combinado de transferência de renda, o Programa Bolsa Família⁸, que incorporou, entre outros, o Programa Nacional de Renda Mínima vinculada à educação - “Bolsa Escola”- e está incorporando o Programa de Erradicação do Trabalho infantil - PETI⁹.

O PETI é um programa de transferência direta de renda do governo federal para famílias cujas crianças e adolescentes estejam envolvidos no trabalho precoce. Seu objetivo é erradicar as chamadas piores formas de trabalho infantil¹⁰ no País e possibilitar o acesso, a permanência e o bom desempenho de crianças e adolescentes na escola. Para tanto, o PETI concede uma bolsa¹¹ às famílias destas crianças em substituição à renda que traziam para casa. A família pode receber a quantidade de bolsas correspondente ao número de filhos de 7 a 15 anos que forem efetivamente retirados do trabalho, ou seja, não há limite fixo de bolsa por família, e, ainda, a família pode permanecer no programa pelo prazo máximo de quatro anos. Em contrapartida, as famílias têm que matricular seus filhos na escola e fazê-los freqüentar a jornada ampliada, que se caracteriza por uma série de atividades socioeducativas para além do horário normal das aulas.

Já o Programa Bolsa Família, criado em 2004 pela Lei nº10.836, tem a proposta de conceder benefício monetário mensal a milhares de famílias brasileiras, visando combater a fome, a pobreza e as desigualdades sociais, bem como promover a inclusão social. Participam do Programa as famílias registradas no Cadastro Único e que: (a)estão em situação de extrema pobreza, ou seja, que têm renda mensal *per capita* de

natureza ou pelas condições que se realiza, possa supor ameaça à saúde, à segurança ou à moralidade das crianças, OIT (2001).

⁸Regulamentado pelo Decreto nº5.209, de 17 de setembro de 2004.

⁹A Portaria nº 458, de 4 de outubro de 2001, estabelece diretrizes e normas do PETI.

¹⁰Definidas na Portaria nº20, de 13 de setembro de 2001.

¹¹Bolsa deve ser entendida como transferência de renda.

até cinquenta reais; e (b) tenham renda *per capita* entre cinquenta reais e um centavo e cem reais, consideradas pobres, que possuam na sua composição gestantes, nutrízes, crianças ou adolescentes entre 0 e 15 anos. Em troca do benefício, as famílias devem, dentre outras obrigações, manter todas as crianças em idade escolar matriculadas e freqüentando o ensino fundamental.

Assim, o Programa constitui um instrumento de participação financeira da União em programas municipais de garantia de renda mínima associado a ações socioeducativas. Logo, apesar de o Programa não proibir o trabalho infantil, entende-se que a saída da criança do mercado de trabalho seja uma externalidade positiva daquele, uma vez que a obrigação da freqüência escolar diminuiria o tempo disponível para outras atividades e a transferência de renda substituiria a renda do trabalho infantil.

Tais programas, portanto, parecem buscar, através do combate ao trabalho infantil, mitigar o ciclo de perpetuação da pobreza. Este é um mecanismo no qual aquele trabalho resulta, para as crianças que dele participam, em um nível de escolaridade mais baixo comparativamente ao alcançado por aquelas que não trabalham e vão à escola. Como salário é relacionado com educação, na fase adulta, aquelas terão salários menores do que estas.

Diante disso, suponha que referidos programas eliminem a necessidade da família pela renda da criança, ou seja, as outras oportunidades disponíveis às crianças são atrativas o suficiente para as famílias abrirem mão da contribuição econômica da criança nas despesas da casa. Ou, ainda, os pais não se deparam mais com a decisão difícil entre investirem no futuro da criança ou deixá-las darem uma contribuição econômica produtiva, ajudando na terra ou no negócio da família ou prestando serviços domésticos em casa. Dada tal suposição, existe uma pergunta pertinente: quais os efeitos desses programas sociais de renda mínima sobre o capital humano, a pobreza e a desigualdade de renda ? O objetivo desta dissertação é buscar responder a esta questão. Portanto, em particular, esse trabalho se interessará pelos resultados

dos programas públicos de combate ao trabalho infantil sobre a economia.

No modelo desenvolvido a seguir, construiu-se uma economia composta de três tipos de indivíduos, que se distinguem pela dotação de capital humano. Determinou-se que os indivíduos menos qualificados não teriam renda nem para colocar seus filhos em escolas privadas nem em escolas públicas, mantendo-os no trabalho infantil. Já os indivíduos de qualificação mediana colocariam seus filhos na escola pública e os agentes mais bem qualificados teriam condições de enviar seus filhos para escola privada. Diante de tais circunstâncias, introduziu-se, no modelo, uma política de transferência de renda para os agentes menos qualificados. Como resultado, tal política reduziu a pobreza, sendo que a desigualdade sofreu redução na primeira geração e persistiu nas demais gerações consideradas, refletindo o fato de existir um diferencial de fertilidade entre os indivíduos mais bem qualificados e os indivíduos medianos, que só pode ser amenizado com políticas de melhoria das escolas públicas. Assim, a principal conclusão desta dissertação é o fato de que a eficiência de tais políticas para erradicar o trabalho infantil, combater a pobreza, aumentar o capital humano *per capita* da economia e diminuir a desigualdade é maior se acompanhada de melhoramento da escola pública.

A dissertação está organizado da seguinte forma: no capítulo 1, discorre-se sobre o que os economistas têm dito sobre o trabalho infantil e seus efeitos para o crescimento econômico. No capítulo 2, desenvolve-se um modelo de crescimento econômico de gerações sobrepostas com agentes heterogêneos e a presença do trabalho infantil. No capítulo 3 faz-se uma análise do modelo construído, para, então, no capítulo 4 realizar-se simulações das políticas e relatar seus efeitos sobre a produtividade, a desigualdade e a pobreza. O capítulo 5 conclui o trabalho.

Capítulo 1

Revisão Bibliográfica

Esse capítulo se dedica a explorar alguns aspectos, consolidados pela teoria econômica, do trabalho infantil.

Vale dizer, primeiramente, que muito do debate sobre o trabalho infantil é focado na questão da conveniência da intervenção política. No auge do *laissez-faire* muitos acreditavam que se o trabalho infantil era um produto do mercado, seria eficiente tê-lo. No entanto, com o passar do tempo, percebeu-se que a educação envolvia externalidades e, então, a decisão de um indivíduo ou de uma família poderia não ser o melhor para sociedade ¹. Com isso, as políticas intervencionistas passaram a ser vistas com bons olhos e foram classificadas em dois tipos de medidas: as medidas coercitivas e as medidas colaborativas.

As medidas coercitivas têm sido debatidas nos fóruns internacionais. Muitos propõem que tal política seja adicionada na estrutura da *World Trade Organization*, permitindo ações punitivas contra os países cujas exportações fossem produzidas com trabalho infantil.

No entanto, essas medidas globais, tal como a proposta de mudar o padrão internacional do trabalho possuem dois problemas econômicos: (1) uma vez que um

¹Este argumento foi convincentemente sumariado por Grootaert & Kanbur (1995).

instrumento de ação global tem o poder de impedir o fluxo de bens produzidos em nações que violam o padrão mínimo do trabalho, este pode ser usado como um instrumento protecionista para as indústrias do país; e (2) a ação internacional para banir o trabalho infantil na produção de bens comercializáveis, pode causar uma migração do trabalho infantil para setores não comercializáveis, que podem ser piores para as crianças ². Um exemplo disto encontra-se em KC, Subedi & Adhikari (2001), que mostraram que a tentativa de eliminar o trabalho infantil na indústria exportadora de carpete do Nepal levou as crianças à prostituição.

Por outro lado, as medidas colaborativas são intervenções que possibilitam as crianças passarem menos tempo trabalhando e mais tempo praticando outras atividades, especialmente indo à escola. Então, uma política de melhoramento do mercado de trabalho adulto, como aumento de renda ou queda do desemprego, é sempre desejável do ponto de vista da diminuição do trabalho infantil. Dado que os pais desejam que seus filhos não trabalhem, uma melhora na sua renda fará com que os filhos estudem ao invés de trabalharem. Isto não significa que transferir renda incondicionalmente às famílias pobres diminuirá o trabalho infantil.

Tal idéia está presente em trabalhos como o de Basu & Van (1998). Para estes a regulação do trabalho infantil pode ser benéfica porque os pais não gostam do trabalho infantil, mas mandam seus filhos para o trabalho quando suas rendas estão abaixo do nível de subsistência.

Os programas mais conhecidos, que caracterizam a intervenção colaborativa e possuem literatura empírica, são: (1) o Bolsa Escola,³ que segundo Bourguignon, Ferreira & Leite (2003) aumentou a frequência escolar, embora tenha obtido menos sucesso em mitigar a pobreza; e o Programa de Erradicação do Trabalho Infantil - PETI, no Brasil; (2) *Progres*a no México, que recentemente mudou para *Oportunidad*; (3) *Red de Protección* na Nicarágua; (4) *Food for Education Programs* em Bangladesh; (5) *Mid-*

²Ver Fallon & Tazannatos (1998).

³Como mencionando, o Bolsa Escola foi integrado ao Programa Bolsa Família.

Day Meal Schemes na Índia; e (6) *School Construction Programs* e *Back-to-School Measures* na Indonésia.

Mas, e se o trabalho infantil não fosse caracterizado como perigoso? Mesmo assim existe a defesa da legislação para baní-lo. Isso se associa com o que os economistas chamam de teoria do equilíbrio múltiplo. Tanto em modelos dinâmicos quanto em modelos estáticos, existe, freqüentemente, o equilíbrio múltiplo, com crianças fazendo melhor no equilíbrio sem ou com pouco trabalho infantil. Se existem tais equilíbrios múltiplos e a economia se encontra no equilíbrio com alta incidência de trabalho infantil, uma legislação para banir o trabalho infantil pode desviar a economia para um equilíbrio superior e ser justificada por esta razão.

Por exemplo, Hazan & Berdugo (2002) ao investigarem a evolução dinâmica do trabalho infantil, da fertilidade e do capital humano no processo de desenvolvimento e sob a hipótese de trabalho infantil ineficiente - concluíram que a proibição do trabalho infantil acelera o processo de transição de uma economia onde o trabalho infantil é abundante, a fertilidade é alta e a renda *per capita* é baixa para uma economia onde o trabalho infantil é abolido, a fertilidade é baixa e a renda *per capita* é alta. Nessa mesma direção está o trabalho de Doepke & Zilibotti (2005), que chama atenção para o fato de a lei de regulação do trabalho infantil obter mais sucesso e mais suporte político se acompanhada de políticas que reduzem o custo ou aumentam o acesso escolar.

No entanto, se não existir o equilíbrio múltiplo, então as leis para banir o trabalho infantil podem causar o sofrimento infantil, privando as crianças de trabalharem para sua sobrevivência. Além disso, podem ter o efeito de aumentar a quantidade do trabalho infantil, pois ao fazer o emprego de crianças mais custoso para as firmas, tais leis abaixam o salário das crianças, que terão que trabalhar mais horas para obter a renda anterior à legislação. Essa idéia foi enfatizada por Basu & Van (1998) e, nesse sentido, Cavalcanti (2003) mostrou que quando o acesso à escola é limitado,

o trabalho infantil é eficiente. Assim, concluiu que restrições legais a este tipo de trabalho não necessariamente implicam uma melhora de Pareto.

Vale citar, também, o trabalho de Basu & Van (1999), que, além de mostrar que a proibição legal do trabalho infantil reduz o bem-estar das famílias que pretendiam fazer seus filhos trabalharem, mostra que se uma família pobre tivesse acesso ao crédito, na presença de altos retornos à educação, aquela estaria propensa a colocar o filho na escola ao invés de colocá-lo no trabalho.

Baland & Robinson (2000) desenvolvem dois argumentos sobre por que o trabalho infantil existe em equilíbrio, apesar do fato de poder ser socialmente ineficiente. O primeiro é que os pais usam o trabalho infantil como um substituto para ausência de heranças (transferir renda das crianças para os pais). Quando as heranças são positivas, os pais internalizam completamente o choque adverso do trabalho infantil sobre a renda futura de seus filhos pois, pela conseqüente redução da herança, eles podem compensar a si mesmos pela renda atual que eles perdem quando não mandam seus filhos trabalharem. E, o segundo, é por causa de imperfeições no mercado de capitais, que levam os pais a usarem o trabalho infantil como um substituto do empréstimo (transferir renda do futuro para o presente).

Além disso, os autores argumentam que, se famílias ricas não mandam seus filhos ao trabalho enquanto as famílias pobres mandam, banir o trabalho infantil afeta a distribuição de renda da economia, pois se os filhos de pessoas pobres tornam-se mais educadas quando adultos, o salário dos trabalhadores adultos já educados pode deprimir. Isto gera perdas quando da erradicação do trabalho infantil que não podem ser compensadas através de mecanismos fiscais.

Há, ainda, outro aspecto da teoria do trabalho infantil, que foi abordado de maneira clara por Basu & Tzannatos (2003). Estes chamam atenção para dois axiomas : o axioma da luxúria e o axioma da substituição. O axioma da luxúria diz que as crianças trabalham somente quando são conduzidas pela pobreza. Isto é, crianças

não trabalharem é um bem de luxo: as famílias, cuja renda dos pais é muito baixa, não podem se dar ao luxo de manter seus filhos fora de alguma atividade produtiva. Por trás deste axioma está a visão altruísta dos pais: os pais não gostam de manter seus filhos no trabalho a não ser que sejam compelidos pelas circunstâncias.

Já o axioma da substituição afirma que o trabalho adulto e o infantil são substitutos. Mais especificamente, significa que os adultos podem fazer o que as crianças fazem. Um estudo cuidadoso da tecnologia de produção envolvendo crianças feito por Levison, Anker, Ashraf & Barge (1998) dá suporte a este axioma. Os autores mostraram que os adultos na Índia são tão bons ou melhores na produção de carpetes do que as crianças. Então, pelo ponto de vista puramente técnico, é possível substituir o trabalho infantil por trabalho adulto. Mas, adultos custam mais e, por esta razão, há uma relutância para substituir o trabalho infantil.

A idéia básica por trás da teoria que surge destes axiomas é simples. Ao considerar que o adulto pode ofertar 1 unidade de trabalho e a criança só pode ofertar $0 < \nu < 1$ unidade de trabalho, formaliza-se o axioma da substituição: o trabalho infantil é um substituto do trabalho adulto, sujeito a uma correção de escala equivalente. Se os adultos de uma família recebem renda suficiente para o consumo de subsistência, os filhos não irão trabalhar. Mas, pelo contrário, se os pais recebem renda inferior ao consumo de subsistência, os filhos irão trabalhar. Visto por este ângulo, o trabalho infantil é guiado pela pobreza.

Por outro lado, existem críticas quanto a essa colocação. Por exemplo, o estudo empírico de Ray (2000) não encontrou uma relação positiva entre pobreza e trabalho infantil. Mas, este resultado é discutível, uma vez que a renda que as famílias estabelecem como o mínimo aceitável pode não coincidir com a linha de pobreza oficial. Logo, usar a razão de pobreza baseada na linha de pobreza oficial pode não explicar a incidência do trabalho infantil.

Um segundo argumento é o de que pais donos de terras tendem a fazer seus

filhos trabalharem mais. A principal razão para que os donos de terras contribuam para elevação do trabalho infantil é que informações assimétricas no monitoramento do trabalho implicam em se ter maior produtividade utilizando-se da mão-de-obra da família. No entanto, isto não significa que a pobreza não determina o trabalho infantil, simplesmente implica que o trabalho infantil, como todos os insumos, também responde a incentivos e oportunidades.

Por fim, outras duas questões a serem mencionados são: (i) o diferencial de fertilidade; e (ii) o *tradeoff* entre qualidade e quantidade.

la Croix & Doepke (2004) frisam a importância de se considerar o diferencial de fertilidade endógeno quando políticas educacionais são analisadas. Os autores comparam os regimes de educação pública e privada e concluem que o crescimento econômico será maior com educação privada quando a desigualdade entre as famílias for baixa, enquanto que o regime público será conveniente quando a desigualdade for alta. Isso porque, com regime de escola privada, o modelo gera um diferencial de fertilidade entre pais com alto e baixo capital humano. Pais com baixo capital humano têm muitos filhos e investem pouco na educação deles. Como os pais que proporcionam pouca educação aos seus filhos possuem as mais altas taxas de fertilidade, quando a desigualdade é alta, a educação média é baixa. Já com o regime de escola pública, o diferencial entre rico e pobre desaparece, pois a educação é gratuita e os pais têm o mesmo número de filhos. Então, se a desigualdade de capital humano é alta, a média educacional é maior sob regime de escola pública do que sob regime de escola privada.

Além disso, o diferencial de fertilidade introduz uma força centrífuga na economia: a reprodução das mais altas taxas de fertilidade por pessoas menos qualificadas aumenta o número relativo de pobres e pode reduzir a renda relativa desta classe. Tal força é compensada com o regime de educação pública, uma vez que este elimina o diferencial de fertilidade.

Por fim, os autores citam Knowles (1999), que demonstrou ser importante levar em conta o diferencial de fertilidade quando se quer endenter as conseqüências de longo prazo de políticas de redistribuição de renda. Por exemplo, tranferência direta de renda tende a aumentar o diferencial de fertilidade e pode ter efeitos perversos sob a distribuição de renda.

Já a noção de *tradeoff* entre qualidade e quantidade de filhos que os pais optam por ter foi introduzida, na literatura econômica, por Becker & Lewis (1973). Se os pais são qualificados, o custo de oportunidade da criação dos filhos é alto, fazendo com que os pais prefiram investir na educação de um número pequeno de filhos. Por outro lado, se os pais são desqualificados, o custo de oportunidade de criar os filhos torna-se baixo e prover educação torna-se muito caro relativamente à renda dos pais. Assim, pais desqualificados preferem ter muitos filhos e investir pouco na educação destes. Portanto, o nível de educação de um filho depende positivamente da educação dos pais, como em Fernández & Rogerson (2001).

Resumidamente, tem-se que: (1) as medidas colaborativas são intervenções que permitem às crianças passarem mais tempo na escola; (2) se existir o equilíbrio múltiplo e a economia se encontrar no equilíbrio com alta incidência de trabalho infantil, uma legislação para banir o trabalho infantil pode desviar a economia para um equilíbrio superior e ser justificada por esta razão; (3) se não existir o equilíbrio múltiplo, então as leis para banir o trabalho infantil podem não ser pareto eficiente, privando as crianças de trabalharem para sua sobrevivência e podendo, até, ter o efeito de aumentar a quantidade do trabalho infantil; (4) se uma família pobre tiver acesso ao crédito, na presença de altos retornos à educação, ela estaria propensa a colocar o filho na escola ao invés de colocá-lo no trabalho; (5) o trabalho infantil pode ser usado como substituto da ausência de heranças ou como substituto de empréstimos, mesmo que tal trabalho seja socialmente ineficiente; (6) o axioma da luxúria diz que as crianças trabalham quando são conduzidas pela pobreza; (7) o axioma da substituição

afirma que o trabalho adulto e o infantil são substitutos; (8) é importante considerar o diferencial da fertilidade endógeno quando políticas educacionais são analisadas; e (9) existe um *tradeoff* entre qualidade e quantidade de filhos. Isto é, quanto maior a qualificação dos pais maior o custo de oportunidade da criação dos filhos. Assim, levando-se em conta essas colocações, o capítulo a seguir descreverá um modelo de crescimento econômico de gerações sobrepostas com agentes heterogêneos, fertilidade endógena e a presença do trabalho infantil, objetivando avaliar os efeitos de políticas sociais de combate ao trabalho infantil.

O Modelo e suas Suposições

2.1 Preferências e Dotações

Como em la Croix & Doepke (2004), a economia é composta por gerações sobrepostas de indivíduos que vivem por dois períodos: a infância e a fase adulta. O tempo é discreto e vai de 0 a ∞ , isto é, apesar de cada agente viver apenas dois períodos, a economia existirá sempre. Os indivíduos diferem quanto à dotação de capital humano h_i , ou seja, quanto ao nível de qualificação. Por simplificação, existem três níveis de qualificação: h_3 , h_2 e h_1 , que respeitam a seguinte ordenação: $h_3 > h_2 > h_1 > 0$.

Além disso, todas as decisões são tomadas na fase adulta. Os adultos decidem sobre consumo c_t^i , sobre quantos filhos terão n_t^i e sobre a educação de seus filhos e^i . A educação pode assumir três valores: P , G ou I , dependendo se os filhos vão para escola particular, para pública ou para o trabalho, respectivamente.

A forma da função utilidade é dada por:

$$U^i = \ln(c_t^i) + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}^i) \quad (2.1)$$

onde, c_t^i é o consumo da família i no período t ; n_t^i é o número de filhos da família

i no período t ; h_{t+1}^i é o nível de capital humano de cada filho no período $t+1$; e o parâmetro $\gamma > 0$ é o fator de altruísmo dos pais.

Os indivíduos na fase adulta são dotados de uma unidade de tempo e a alocam entre trabalho e a criação de seus filhos. A criação de cada filho toma $\phi > 0$ unidades do tempo disponível de um indivíduo adulto, restando, portanto, $(1 - \phi n_t^i)$ unidades de tempo para o trabalho adulto. E, ainda, assume-se, como em Doepke (2004), que a educação de cada filho custa $\rho > 0$ unidades em termos de bens de consumo. Além disso, os adultos controlam a unidade de tempo de seus filhos, alocando-a no trabalho infantil e na formação de capital humano. Percebe-se, portanto, que todo tempo disponível das crianças é empregado ou em educação ou em trabalho.

Quando a criança trabalha, ela oferta νh_1 unidades de trabalho, onde $\nu \in (0, 1)$ é o tempo dedicado ao trabalho, e torna-se um adulto do tipo h_1 . Por outro lado, se a criança se dedica aos estudos, quando adulta, poderá ser do tipo h_2 ou h_3 .

Na economia coexistem escolas privadas e escolas públicas. Se as crianças estudarem em escola particular, cujo custo *per capita* é ρ , elas serão adultos do tipo h_3 com probabilidade 1. Mas, se estudarem em escola pública, que é financiada através de um imposto *lump-sum* (τ_t), elas serão adultos do tipo h_3 com probabilidade $0 < p < 1$ e do tipo h_2 com probabilidade $(1 - p)$. Assim, a probabilidade p pode ser vista como o padrão de qualidade da escola pública.

Assim sendo, os agentes desta economia se deparam com as seguintes restrições orçamentárias:

Caso em que os pais colocam os filhos na escola particular:

$$c_t^i + \rho n_t^i \leq (1 - \phi n_t^i) h_i w_t - \tau_t \quad (2.2)$$

Caso em que os pais colocam os filhos na escola pública:

$$c_t^i \leq (1 - \phi n_t^i) h_i w_t - \tau_t \quad (2.3)$$

Caso em que os filhos trabalham na infância:

$$c_t^i \leq (1 - \phi n_t^i) h_i w_t + \nu h_1 w_t^1 n_t^i - \tau_t \quad (2.4)$$

onde, $i=1, 2$ e 3 .

Desta forma, as famílias encaram o seguinte problema¹:

Problema da Família

$$V = \max\{U_P^{h_i}; U_G^{h_i}; U_I^{h_i}\}$$

onde, a escolha de $V = U_j^{h_i}$ implicará em escolher $e^i = j$, com $j \in \{P; G; I\}$.

E, ainda:

$$\begin{aligned} U_P^{h_i} = \max_{c_t^i; n_t^i} U &= \ln(c_t^i) + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \\ \text{s.a } c_t^i + \rho n_t^i &\leq (1 - \phi n_t^i) h_i w_t - \tau_t \\ h_{t+1} &= h_3 \\ c_t^i \geq 0; n_t^i &\geq 0; i=1, 2 \text{ e } 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_G^{h_i} = \max_{c_t^i; n_t^i} U &= \ln(c_t^i) + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \\ \text{s.a } c_t^i &\leq (1 - \phi n_t^i) h_i w_t - \tau_t \\ h_{t+1} &= h_3 \quad \text{com probabilidade } p \\ h_{t+1} &= h_2 \quad \text{com probabilidade } (1 - p) \\ c_t^i \geq 0; n_t^i &\geq 0; i=1, 2 \text{ e } 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_I^{h_i} = \max_{c_t^i; n_t^i} U &= \ln(c_t^i) + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \\ \text{s.a } c_t^i &\leq (1 - \phi n_t^i) h_i w_t + \nu h_1 w_t^1 n_t^i - \tau_t \\ h_{t+1} &= h_1 \\ c_t^i \geq 0; n_t^i &\geq 0; i=1, 2 \text{ e } 3. \end{aligned} \quad (2.5)$$

¹A solução deste problema está nos apêndices B, C, D, E, F e G.

Por fim, vale ressaltar que, como a população está dividida em três tipos de agentes, considera-se os tamanhos absolutos destes grupos sendo dados por: P_t^1 ; P_t^2 e P_t^3 , que representam os agentes tipo h_1 ; h_2 e h_3 , respectivamente.

2.2 Tecnologia

O bem de consumo da economia é produzido por uma única tecnologia, que se utiliza do insumo trabalho. A função de produção exhibe retornos constantes de escala, sendo dada por:

$$Y_t = AL_t \quad (2.6)$$

Assim, o Problema das Firms será:

$$\begin{aligned} \max_{\{L_t\}} \pi &= Y_t - w_t L_t \\ \text{s.a } Y_t &= AL_t \quad \text{com } A > 1 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Logo, da maximização do lucro, obtém-se que o salário deve se igualar ao produto marginal:

$$w_t = A \quad (2.8)$$

2.3 Equilíbrio

Definição 1 (Equilíbrio Competitivo): *um equilíbrio desta economia consiste do preço $\{w_t\}$; da escolha das firmas $\{L_t\}$; das alocações das famílias $\{c_t^i; n_t^i; e_t^i\}$; dos gastos do governo $\{G_t\}$ e da variável política $\{\tau_t\}$, tais que:*

1. *dado o preço e a variável política τ_t , as regras de decisões das famílias $\{c_t^i; n_t^i; e_t^i\}$ resolvem o problema (2.5);*

2. dado o preço, a alocação L_t resolve o problema da firma (2.7);

3. equilíbrio dos mercados:

Mercado de Trabalho:

$$L^D = (1 - \phi n_t^1)h_1 P_t^1 + (1 - \phi n_t^2)h_2 P_t^2 + (1 - \phi n_t^3)h_3 P_t^3 + \nu h_1 [\mathfrak{S}_I(e^1 = I)n_t^1 P_t^1 + \mathfrak{S}_I(e^2 = I)n_t^2 P_t^2 + \mathfrak{S}_I(e^3 = I)n_t^3 P_t^3] \quad (2.9)$$

onde, L^D é a demanda por trabalho da economia, $\mathfrak{S}_I$ é uma variável indicativa, que assume valor 1 no caso de $e^i = I$ e valor 0 caso contrário, isto é, se $e^i \in \{P; G\}$.

Mercado de Bens:

$$c_t^1 P_t^1 + c_t^2 P_t^2 + c_t^3 P_t^3 + G_t + \rho [\mathfrak{S}_P(e^1 = P)n_t^1 P_t^1 + \mathfrak{S}_P(e^2 = P)n_t^2 P_t^2 + \mathfrak{S}_P(e^3 = P)n_t^3 P_t^3] = Y_t \quad (2.10)$$

onde, $\mathfrak{S}_P$ é uma variável indicativa, que assume valor 1 no caso de $e^i = P$ e valor 0 caso contrário, isto é, se $e^i \in \{G; I\}$.

4. a restrição orçamentária do governo é satisfeita;

$$\tau_t(P_t^1 + P_t^2 + P_t^3) = \rho [\mathfrak{S}_G(e^1 = G)n_t^1 P_t^1 + \mathfrak{S}_G(e^2 = G)n_t^2 P_t^2 + \mathfrak{S}_G(e^3 = G)n_t^3 P_t^3] = G_t \quad (2.11)$$

onde $\mathfrak{S}_G$ é uma variável indicativa, que assume valor 1 no caso de $e^i = G$ e valor 0 caso contrário, isto é, se $e^i \in \{P; I\}$.

Resultados Analíticos do Modelo

Passa-se, agora, a analisar as condições necessárias para que cada agente escolha entre as três opções possíveis: colocar seus filhos na escola particular ou colocá-los na escola pública ou, ainda, mandá-los ao trabalho. Para tanto, irá se comparar as diferentes utilidades indiretas.

Primeiro Caso: o agente tipo h_i manda seus filhos para Escola Particular.

Neste caso, a utilidade do agente tipo h_i para escola particular ($U_P^{h_i}$) deve ser maior que as suas utilidades para escola pública ($U_G^{h_i}$) e trabalho infantil ($U_I^{h_i}$). Isto implica, algebricamente, em:

$$\begin{aligned}
 U_P^{h_i} &> U_G^{h_i} \\
 \ln \left[\frac{(Ah_i - \tau_t)}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{(Ah_i - \tau_t)}{(\rho + \phi Ah_i)} h_3 \right] &> \ln \left[\frac{(Ah_i - \tau_t)}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{(Ah_i - \tau_t)}{(A\phi h_i)} h_2 \right] + \\
 &\quad p\gamma \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] \\
 \ln \left[\frac{A\phi h_i}{(\rho + A\phi h_i)} \right] &> (p - 1) \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] \tag{3.1}
 \end{aligned}$$

e

$$U_P^{h_i} > U_I^{h_i}$$

$$\begin{aligned}
\ln \left[\frac{(Ah_i - \tau_t)}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{(Ah_i - \tau_t)}{(\rho + \phi Ah_i)} h_3 \right] &> \ln \left[\frac{Ah_i - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \\
&\gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[Ah_i - \tau_t]}{(A\phi h_i - A\nu h_1)} h_1 \right] \\
\ln \left[\frac{h_3}{h_1} \right] &> \ln \left[\frac{(\rho + \phi Ah_i)}{(A\phi h_i - A\nu h_1)} \right]
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Logo, as condições para que o agente tipo h_i coloque seus filhos na escola particular são:

1. $(1 - p) \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] > \ln \left[\frac{(\rho + \phi Ah_i)}{A\phi h_i} \right]$, ou seja, o benefício marginal de colocar os filhos na escola particular, relativamente à escola pública, é maior do que seu custo marginal; e
2. $\ln \left[\frac{h_3}{h_1} \right] > \ln \left[\frac{(\rho + \phi Ah_i)}{(A\phi h_i - A\nu h_1)} \right]$, ou seja, o benefício marginal de colocar os filhos na escola particular, relativamente ao trabalho infantil, é maior do que seu custo marginal.

Segundo Caso: o agente tipo h_i manda seus filhos para Escola Pública.

Aqui, $U_G^{h_i} > U_P^{h_i}$ e $U_G^{h_i} > U_I^{h_i}$. Logo:

A condição 1 do Primeiro Caso não é satisfeita e

$$\begin{aligned}
U_G^{h_i} &> U_I^{h_i} \\
\ln \left[\frac{(Ah_i - \tau_t)}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{(Ah_i - \tau_t)}{(A\phi h_i)} h_2 \right] + p\gamma \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] &> \ln \left[\frac{Ah_i - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \\
&\gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[Ah_i - \tau_t]}{(A\phi h_i - A\nu h_1)} h_1 \right] \\
\ln \left[\frac{h_2}{h_1} \right] + p \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] &> - \ln \left[\frac{(A\phi h_i - A\nu h_1)}{A\phi h_i} \right]
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Assim, as condições serão:

1. A condição 1 do Primeiro Caso não é satisfeita; e
2. $\ln \left[\frac{h_2}{h_1} \right] > \ln \left[\frac{A\phi h_i}{(A\phi h_i - A\nu h_1)} \right] - p \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right]$, isto é, o benefício marginal de se colocar os filhos na escola pública, relativamente ao trabalho infantil, é maior do que o custo marginal.

Terceiro Caso: o agente tipo h_i manda seus filhos ao Trabalho.

Neste item, $U_I^{h_i} > U_P^{h_i}$ e $U_I^{h_i} > U_G^{h_i}$. Assim, as condições 2 do Primeiro e Segundo casos não serão satisfeitas.

Como o interessante são os efeitos das políticas públicas sobre a produtividade, a pobreza e a desigualdade de renda, se estabelece as seguintes condições:

- Os pais do tipo h_3 colocam seus filhos na escola particular, ou seja, $U_P^{h_3} > U_G^{h_3}$ e $U_P^{h_3} > U_I^{h_3}$; **(C.1)**
- Os pais do tipo h_2 colocam seus filhos na escola pública, isto é, $U_G^{h_2} > U_P^{h_2}$ e $U_G^{h_2} > U_I^{h_2}$; e **(C.2)**
- Os pais do tipo h_1 mandam seus filhos para o trabalho, assim: $U_I^{h_1} > U_P^{h_1}$ e $U_I^{h_1} > U_G^{h_1}$. **(C.3)**

Referidas condições implicam que as seguintes regras devem ser satisfeitas:

- $(1 - p) \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] > \ln \left[\frac{(\rho + A\phi h_3)}{A\phi h_3} \right];$
- $\ln \left[\frac{h_3}{h_1} \right] > \ln \left[\frac{(\rho + \phi A h_3)}{(A\phi h_3 - A\nu h_1)} \right];$
- $(1 - p) \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] < \ln \left[\frac{(\rho + A\phi h_2)}{A\phi h_2} \right];$
- $\ln \left[\frac{h_2}{h_1} \right] > \ln \left[\frac{A\phi h_2}{(A\phi h_2 - A\nu h_1)} \right] - p \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right];$
- $\ln \left[\frac{h_3}{h_1} \right] < \ln \left[\frac{(\rho + \phi A h_1)}{(A\phi h_1 - A\nu h_1)} \right];$ e

$$\bullet \ln \left[\frac{h_2}{h_1} \right] < \ln \left[\frac{A\phi h_1}{(A\phi h_1 - A\nu h_1)} \right] - p \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right].$$

Dado que as condições acima são verdadeiras, como políticas de transferência de renda poderiam influenciar os pais do tipo h_1 ? Essas políticas causam a seguinte mudança no problema destes pais:

$$\tilde{V} = \max \{U_I^{h_1}; U_{I_b}^{h_1}\} \quad (3.4)$$

onde, a escolha de $\tilde{V} = U_I^{h_1}$ implicará em escolher $e^1 = I$, enquanto $\tilde{V} = U_{I_b}^{h_1}$ implicará em escolher $e^1 = G$. E, ainda ¹:

$$\begin{aligned} U_I^{h_1} = \max_{c_t^1; n_t^1} U &= \ln(c_t^1) + \gamma \ln(n_t^1 h_{t+1}) \\ \text{s.a. } c_t^1 &\leq (1 - \phi n_t^1) h_1 w_t + \nu h_1 w_t^1 n_t^1 - \tau_t \\ h_{t+1} &= h_1 \\ c_t^1 \geq 0; n_t^1 &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} U_{I_b}^{h_1} = \max_{c_t^1; n_t^1} U &= \ln(c_t^1) + \gamma [p \ln(n_t^1 h_3) + (1 - p) \ln(n_t^1 h_2)] \\ \text{s.a. } c_t^1 &\leq (1 - \phi n_t^1) h_1 w_t - \tau_t + \mathbf{b}_t n_t^1 \\ h_{t+1} &= h_3 \quad \text{com probabilidade } p \\ h_{t+1} &= h_2 \quad \text{com probabilidade } (1 - p) \\ c_t^1 \geq 0; n_t^1 &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

¹Resolução do Problema no Apêndice H.

Nota-se que, se $b_t = A\nu h_1$, $U_{I_b}^{h_1} > U_I^{h_1}$. Isso porque:

$$\ln(h_2) + p \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] > \ln(h_1),$$

já que, por definição, $h_2 > h_1$. Logo, vai existir um $0 < b_t^* < A\nu h_1$ tal que $U_{I_b}^{h_1} > U_I^{h_1}$, ou seja, $e^1 = G$. Dado isso e sob as condições (C.1), (C.2) e (C.3), elabora-se a seguinte proposição:

PROPOSIÇÃO 1: $\exists 0 < b_t^ < A\nu h_1$ tal que:*

- $\forall b_t \geq b_t^* \rightarrow e^1 = G$;
- $\frac{\partial b_t^*}{\partial p} < 0$; e
- $\frac{\partial n_t^1}{\partial b_t^*} > 0$.

PROVA:

(i) $\exists 0 < b_t^* < \nu h_1 A \wedge \forall b_t \geq b_t^* \rightarrow e^1 = G$:

Tem-se que, se $b_t = b_t^*$, $U_{I_b}^{h_1} > U_I^{h_1}$.

Mas, $\frac{\partial U_I^{h_1}}{\partial b_t} = 0$, isto é, variações em b_t não influenciam o valor da função utilidade indireta do agente h_1 que manda seus filhos para o trabalho infantil.

Por outro lado, $\frac{\partial U_{I_b}^{h_1}}{\partial b_t} = \gamma \frac{1}{(A\phi h_1 - b_t)}$. Como consumo e número de filhos são números positivos, teremos:

- $c_t > 0 \rightarrow Ah_1 - \tau_t > 0$; e
- $n_t^1 > 0 \rightarrow A\phi h_1 - b_t > 0$.

Logo, $\frac{\partial U_{I_b}^{h_1}}{\partial b_t} > 0$, ou seja, variações em b_t influenciam o valor da função utilidade indireta do agente h_1 que participa de um programa de transferência de renda.

Assim sendo, se $b_t = b_t^* \rightarrow U_{I_b}^{h_1} > U_I^{h_1}$, um aumento no valor de b_t aumentará $U_{I_b}^{h_1}$ e deixará $U_I^{h_1}$ constante. Portanto, a desigualdade $U_{I_b}^{h_1} > U_I^{h_1}$ permanecerá para qualquer valor de $b_t > b_t^*$. E, desta forma, para $\forall b_t \geq b_t^* \rightarrow e^1 = G$.

(ii) $\exists 0 < b_t^* < \nu h_1 A / \frac{\partial b_t^*}{\partial p} < 0$:

A utilidade dos agentes tipo h_1 que participam de programas de transferência de renda é dada por:

$$U_{I_b}^{h_1} = \ln \left[\frac{Ah_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[Ah_1 - \tau_t]}{(A\phi h_1 - b_t^*)} h_2 \right] + \gamma p \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right]$$

Isolando b_t^* obtém-se:

$$b_t^* = A\phi h_1 - e^{\left[\frac{-U_{I_b}^{h_1} + \ln \left[\frac{Ah_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{1 + \gamma} (Ah_1 - \tau_t) h_2 \right] + \gamma p \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right]}{\gamma} \right]} \quad (3.7)$$

Derivando b_t^* com relação a p , tem-se:

$$\frac{\partial b_t^*}{\partial p} = -\ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] e^{\left[\frac{-U_{I_b}^{h_1} + \ln \left[\frac{Ah_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{1 + \gamma} (Ah_1 - \tau_t) h_2 \right] + \gamma p \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right]}{\gamma} \right]} \quad (3.8)$$

Como $\left\{ \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] \right\} > 0$ e $e^x > 0 \forall x \in \mathfrak{R}$, tem-se que: $\frac{\partial b_t^*}{\partial p} < 0$.

(iii) $\exists 0 < b_t^* < \nu h_1 A / \frac{\partial n_t^1}{\partial b_t^*} > 0$:

Tem-se que:

$$n_t^1 = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[Ah_1 - \tau_t]}{(A\phi h_1 - b_t^*)}$$

Derivando a expressão acima com relação a b_t :

$$\frac{\partial n_t^1}{\partial b_t^*} = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{Ah_1 - \tau_t}{(A\phi h_1 - b_t^*)^2} \quad (3.9)$$

Como:

- $c_t > 0 \rightarrow Ah_1 - \tau_t > 0$

Então: $\frac{\partial n_t^1}{\partial b_t^*} > 0$.

Em outras palavras, a *PROPOSIÇÃO 1* diz que se existir uma política de transferência de renda, com valor b , esse valor: (i) será menor que o rendimento do trabalho infantil; (ii) decrescerá com o melhoramento da qualidade da escola pública; e

(iii) provocará o aumento da fertilidade. Essa proposição está de acordo com os já mencionados aspectos teóricos da economia do trabalho infantil. Note que os pais, altruístas, preferem a qualificação de seus filhos ao trabalho infantil, então a diferença entre o rendimento do trabalho infantil e o valor da renda transferida é compensada pela aquisição de capital humano. E essa diferença pode aumentar quanto maior for tal aquisição, que depende da qualificação das escolas públicas, no modelo, a variável ‘ p ’. Além disso, como o benefício diminui o custo de criação dos filhos, para os pais desqualificados, cria-se um incentivo a aumentar o número de filhos. Daí a necessidade de os programas restringirem o benefício a um número ótimo de crianças.

É importante ressaltar, ainda, que, caso o governo consiga controlar o cumprimento das condicionalidades impostas pelo programa, a política só terá importância para os agentes tipo h_1 se $U_I^{h_1} \leq U_{I_b}^{h_1}$. Assim, no mínimo deve ocorrer $U_I^{h_1} = U_{I_b}^{h_1}$:

$$\ln \left[\frac{Ah_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[Ah_1 - \tau_t]}{(A\phi h_1 - A\nu h_1)} h_1 \right] = \ln \left[\frac{Ah_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[Ah_1 - \tau_t]}{(A\phi h_1 - b_t)} h_2 \right] + \gamma p \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right]$$

Analisando os casos extremos, isto é, para $p = 1$ e $p = 0$, ter-se-á:

(i) Caso em que $p = 1$:

$$b_{min} = A\phi h_1 - \left[(A\phi h_1 - A\nu h_1) \frac{h_3}{h_1} \right] \quad (3.10)$$

(ii) Caso em que $p = 0$:

$$b_{max} = A\phi h_1 - \left[(A\phi h_1 - A\nu h_1) \frac{h_2}{h_1} \right] \quad (3.11)$$

Mas, o valor de b_t diminui com o aumento de p . Então, devemos ter $b_{max} > b_{min}$:

$$\begin{aligned} A\phi h_1 - \left[(A\phi h_1 - A\nu h_1) \frac{h_2}{h_1} \right] &> A\phi h_1 - \left[(A\phi h_1 - A\nu h_1) \frac{h_3}{h_1} \right] \\ h_2 &< h_3 \end{aligned} \quad (3.12)$$

A expressão (3.12) é verdade por definição.

É interessante avaliar como o valor de b é influenciado quando existe ou não um mecanismo de controle eficiente das obrigações que as famílias de agentes tipo h_1 têm quando participam de tais programas. Supõe-se que a obrigação da família é manter seus filhos matriculados e freqüentando um dado percentual das aulas. Neste caso, a família não se comprometeria com uma política pública se $b < b_{min}$. Por outro lado, se não existisse fiscalização eficiente, a família se comprometeria com o programa social para qualquer valor de b . Pode-se dizer que no primeiro caso, a política governamental estaria proporcionando mobilidade social, à medida que é capaz de fiscalizar a freqüência escolar. No entanto, no segundo caso, o governo estaria apenas transferindo renda sem, obrigatoriamente, diminuir a incidência do Trabalho Infantil e, conseqüentemente, promover mobilidade social.

Simulações de Políticas e seus Efeitos sobre a Produtividade e o Combate à Pobreza

Nessa seção comparam-se os efeitos do modelo com e sem política pública de transferência de renda - PPTR sobre a eficiência, o capital humano, a desigualdade e a fertilidade.

É importante ressaltar que o equilíbrio da economia modifica-se quando se adota, no sistema, uma política de transferência de renda, que é direcionada aos agentes tipo h_1 . Assim:

- O problema das famílias passa a ser:

$$V' = \max\{U_P^{h_i}; U_G^{h_i}; U_I^{h_i}; U_{I_b}^{h_1}\} \quad \text{para } i=1,2 \text{ e } 3.$$

onde, a escolha de $V' = U_j^{h_i}$ implicará em escolher $e^i = j$, com $j \in \{P; G; I\}$.

E, a escolha de $V' = U_{I_b}^{h_1}$ implicará em escolher $e^1 = G$; e

- A restrição orçamentária do governo será:

$$\begin{aligned}
G_t &= \tau_t(P_t^1 + P_t^2 + P_t^3) \\
G_t &= \rho[\mathfrak{S}_G(e^1 = G)n_t^1P_t^1 + \mathfrak{S}_G(e^2 = G)n_t^2P_t^2 \\
&\quad + \mathfrak{S}_G(e^3 = G)n_t^3P_t^3] + b[\mathfrak{S}_G(e^1 = G)n_t^1P_t^1] \\
\tau_t(P_t^1 + P_t^2 + P_t^3) &= \rho[\mathfrak{S}_G(e^1 = G)n_t^1P_t^1 + \mathfrak{S}_G(e^2 = G)n_t^2P_t^2 + \\
&\quad \mathfrak{S}_G(e^3 = G)n_t^3P_t^3] + b_t[\mathfrak{S}_G(e^1 = G)n_t^1P_t^1]
\end{aligned}$$

Dadas a definição 1 e as modificações citadas acima, calibrou-se o modelo para comparar a economia com e sem política pública de transferência de renda¹. Os valores de h_1 , h_2 e h_3 foram determinados de acordo com os diferenciais de renda dos níveis de educação fundamental, médio e superior. Segundo os dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílio - PNAD de 2005, os rendimentos médios dos professores de nível fundamental, médio e superior são, respectivamente, R\$951,15, R\$1.247,22 e R\$2.031,89. Assim sendo, se $h_3 = 4,75$ então $h_1 = 2,22$ e $h_2 = 2,91$. Além disso, ρ foi determinado como sendo os gastos públicos com educação como percentual do Produto Interno Bruto, que de acordo com o Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada - IPEA vale 4,4%. Os demais valores foram determinados a fim de que todas as condições do modelo fossem atendidas².

Vale ressaltar que, no modelo construído, a probabilidade “ p ” representa a qualidade da escola pública. Assim sendo, uma questão importante é saber como mudanças nessa probabilidade afetam a economia. Pode-se observar nas Figuras 4.1 e 4.2 que um aumento de “ p ” resulta sempre num aumento do capital humano *per capita* da economia (passa-se da curva h para hh), independente de se ter ou não uma política pública de transferência de renda. Logo, melhorar a qualidade das escolas públicas sempre ocasiona uma melhora no capital humano *per capita* da economia.

¹Utilizou-se o Matlab para fazer as simulações e os arquivos criados para simulação estão no Apêndice J.

²Os valores dos parâmetros encontram-se no Apêndice I.

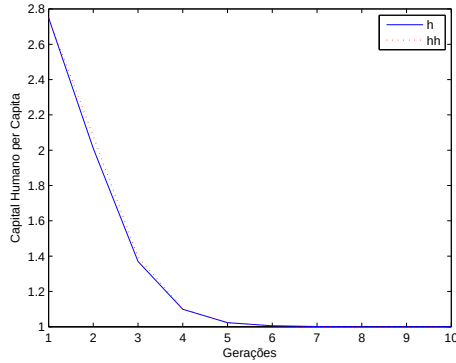


Figura 4.1: Evolução do Capital Humano *per capita* da Economia para diferentes valores de “ p ”.

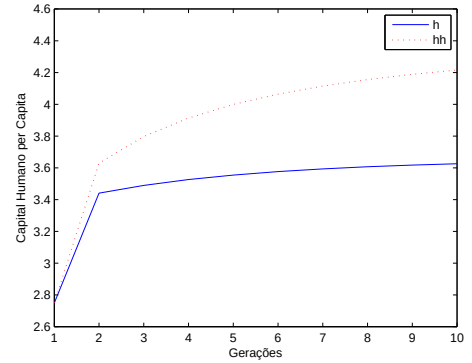


Figura 4.2: Evolução do Capital Humano *per capita* da Economia com PPTR para diferentes valores de “ p ”.

4.1 Fertilidade e Dinâmica Populacional

Como é a fertilidade que dá a dinâmica deste modelo, é importante saber como a economia se comporta diante desta variável. Observa-se na Figura (4.3) que na economia sem PPTR as mais altas taxas de fertilidade são característica das pessoas menos qualificadas. Isso aumenta o número relativo de pobres na economia, e com tudo o mais constante, reduz-se a renda relativa desta classe. Por outro lado, isso pode ser evitado com a adoção de uma política de transferência de renda, pois, como se pode observar na Figura (4.4), esta reduz o diferencial de fertilidade. Assim sendo, PPTR pode diminuir o diferencial de fertilidade entre os agentes tipo h_1 e os dos tipo h_2 e h_3 . Mas, nota-se também, que tal diferencial se acentua entre os agentes tipo h_2 e h_3 .

4.2 Eficiência e Capital Humano

A Figura (4.5) mostra que a PPTR desloca a economia de uma situação de queda do produto *per capita* (linha y) para outra de expansão do mesmo (linha yy), revelando

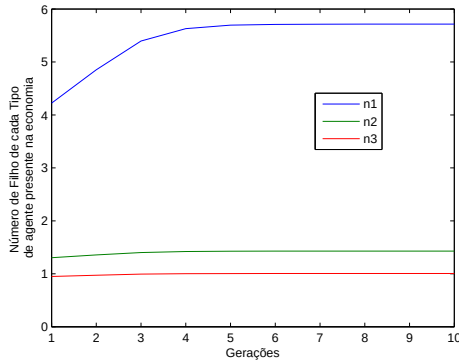


Figura 4.3: Evolução do Número de Filhos de cada Tipo de Agente numa Economia sem PPTR.

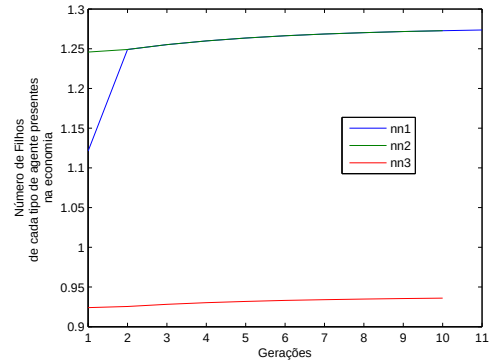


Figura 4.4: Evolução do Número de Filhos de cada Tipo de Agente numa Economia com PPTR.

ser, portanto, uma política eficiente na redução da pobreza.

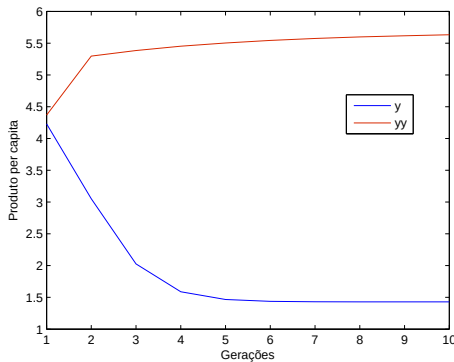


Figura 4.5: Evolução do Produto *per capita* da Economia sem e com PPTR.

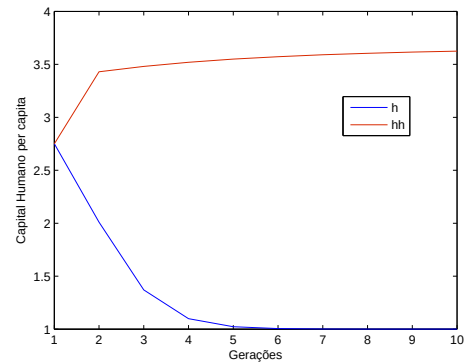


Figura 4.6: Evolução do Capital Humano *per capita* da Economia sem e com PPTR.

Percebe-se, ainda, que a ausência da PPTR causa um colapso no capital humano *per capita*, que aproxima-se de um entre a quinta e a sexta gerações (curva h). Esse fato pode ser justificado pelo crescimento da população dos agentes tipo h_1 , que se caracterizam, principalmente, pela baixa produtividade. Já com a adoção da PPTR, o capital humano *per capita* da economia (curva hh) cresce, implicando em mobilidade social.

4.3 Desigualdade

Outra questão importante para se destacar é o que ocorre com o Índice de Gini ³, que mede a desigualdade da economia. A Figura (4.7) revela que no período em que se aplica a PPTR, isto é, na primeira geração, a desigualdade cai substancialmente (curva GGini), enquanto que numa economia sem PPTR ela torna-se mais acentuada (curva Gini). No entanto, após a primeira geração, o Índice de Gini com PPTR volta a subir e o sem PPTR cai. O Índice de Gini sobe com PPTR, ou seja, a desigualdade persiste, porque existe um déficit na escola pública, que gera mais indivíduos do tipo h_2 , assim, o índice só cairá com melhoramento do ensino público. Por outro lado, o índice de Gini sem PPTR cai, porque o número de filhos dos mais pobres aumenta mais do que o número de filhos dos mais ricos, diminuindo a desigualdade.

Conclui-se, pois, que uma economia com PPTR consegue amenizar a desigualdade entre os agentes e, portanto, promover a mobilidade social. Isto porque uma redução na desigualdade significa que os mais pobres passam a se apropriar de uma fatia maior

³O Índice de Gini foi computado seguindo a seguinte fórmula:

$$\begin{aligned}
 Gini(t) &= ((p1(t) - q1(t)) + (p2(t) - q2(t)))/(p1(t) + p2(t)) \\
 &\text{onde} \\
 y1(t) &= A[(1 - \phi n_t^1)h_1 P_t^1] + \nu A h_1 n_t^1 P_t^1 \\
 y2(t) &= A[(1 - \phi n_t^2)h_2 P_t^2] \\
 y3(t) &= A[(1 - \phi n_t^3)h_3 P_t^3] \\
 &\text{as frequências relativas acumuladas da população são:} \\
 p1(t) &= P_t^1/(P_t^1 + P_t^2 + P_t^3) \\
 p2(t) &= (P_t^1 + P_t^2)/(P_t^1 + P_t^2 + P_t^3) \\
 p3(t) &= (P_t^1 + P_t^2 + P_t^3)/(P_t^1 + P_t^2 + P_t^3) \\
 &\text{as frequências relativas acumuladas da renda são:} \\
 q1(t) &= y1(t)/(y1(t) + y2(t) + y3(t)) \\
 q2(t) &= (y1(t) + y2(t))/(y1(t) + y2(t) + y3(t)) \\
 q3(t) &= (y1(t) + y2(t) + y3(t))/(y1(t) + y2(t) + y3(t))
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

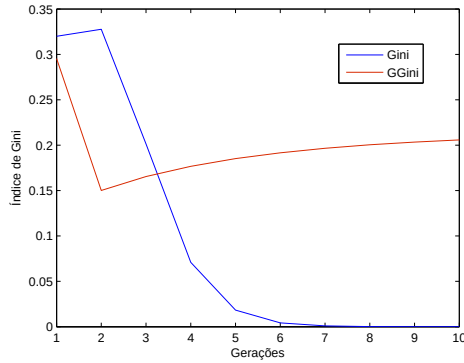


Figura 4.7: Evolução do Índice de Gini da Economia sem e com PPTR.

da renda total da sociedade. E isso é mais eficiente quanto maior o valor de “ p ”.

Vale ressaltar, neste ponto, que a queda da pobreza pode se dar via crescimento econômico ou com a redução no grau da desigualdade. Mas, segundo Barros, Carvalho, Franco & Mendonça (2006), pequenas reduções na desigualdade têm o mesmo impacto sobre a pobreza que consideráveis taxas de crescimento econômico. Isso reforça, ainda mais, a existência das PPTR.

Assim sendo, programas sociais de redução do trabalho infantil são mais eficientes na promoção da mobilidade social quando seguidos do melhoramento das escolas públicas.

4.4 Política de Transferência de Renda quando $e^1 = I$ ainda é ótimo

Uma outra questão importante é: o que ocorre na economia se a renda que o governo transfere para as famílias dos agentes tipo h_1 não é suficiente para eles abrirem mão do trabalho de seus filhos? Percebe-se pelos gráficos a seguir que essa política do governo não representa uma mudança na tendência nem do índice de Gini (de Gini

para GGini), nem do produto *per capita* (de y para yy) e nem do capital humano *per capita* da economia (de h para hh).

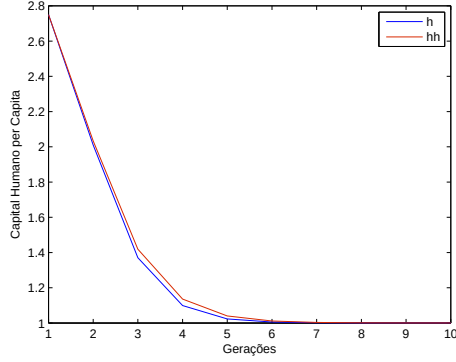


Figura 4.8: Evolução do Capital Humano *per capita* da Economia quando não há PPTR e quando a PPTR implica $e^{h_1} = I$.

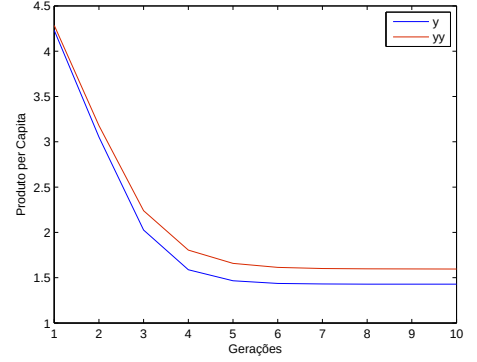


Figura 4.9: Evolução do Produto *per capita* da Economia quando não há PPTR e quando a PPTR implica $e^{h_1} = I$.

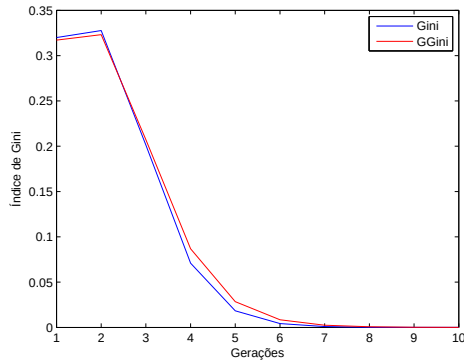


Figura 4.10: Evolução do Índice de Gini da Economia quando não há PPTR e quando a PPTR implica $e^{h_1} = I$.

Logo, políticas de transferência de renda necessitam ser precisas no valor de “ b ”, para que possam obter êxito na erradicação do trabalho infantil, na redução da pobreza e no aumento do capital humano *per capita* da economia.

4.5 Política Alternativa: Melhoria da Educação Pública

E se ao invés de PPTR o governo melhora-se a educação pública? Como a economia reagiria comparativamente à PPTR?

A Figura (4.11) nos diz que uma política de melhora da instituição pública de ensino pioraria temporariamente a desigualdade (linha GGini), mas a partir da quarta geração cairia abaixo do Índice de Gini resultante da PPTR (linha Gini) e tenderia a zero.

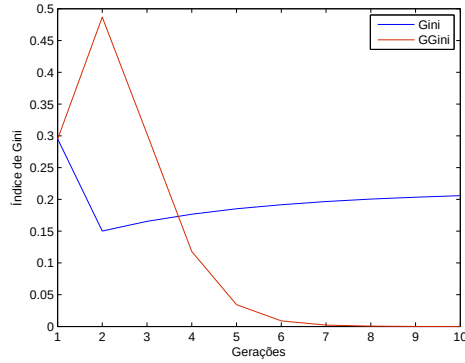


Figura 4.11: Evolução do Índice de Gini numa Economia com Política de Melhoria da Escola Pública e noutra Economia com PPTR.

Por outro lado, nota-se (Figuras (4.12) e (4.13)) que tanto o capital humano *per capita* (linha hh) quanto o produto *per capita* (linha yy) caem ininterruptamente quando da adoção de uma Política de Melhoria da Escola Pública.

Tanto a queda da desigualdade quanto a queda do capital humano e do produto *per capita* podem ser explicadas pelo diferencial de fertilidade. Quando aumenta-se muito o valor de “ p ”, os agentes do tipo h_3 optam por colocar seus filhos na escola

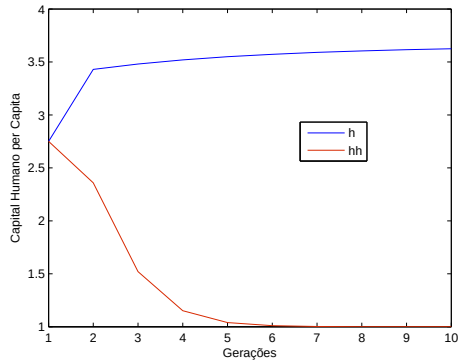


Figura 4.12: Evolução do Capital Humano *per capita* numa Economia com Política de Melhoramento da Escola Pública e noutra Economia com PPTR.

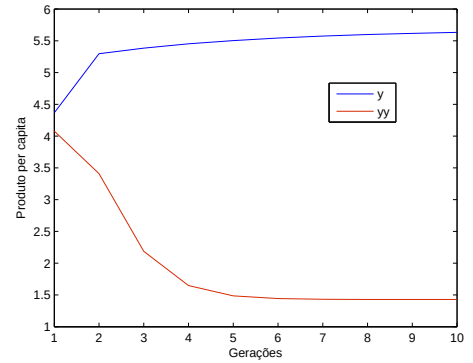


Figura 4.13: Evolução do Produto *per capita* numa Economia com Política de Melhoramento da Escola Pública e noutra Economia com PPTR.

pública e, com isso, o diferencial de fertilidade deste agente com o agente h_2 acaba a partir da segunda geração (linha nn3 e nn2 da Figura (4.14)). Já na primeira geração tem-se um aumento expressivo na fertilidade dos agentes tipo h_1 (linha nn1 da Figura (4.14)), daí o aumento da desigualdade.

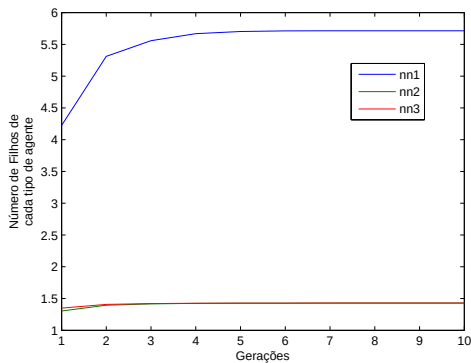


Figura 4.14: Evolução do Número de Filhos de cada Tipo de Agente numa Economia com aumento de “ p ”.

Nota-se, ainda, que na ausência de uma PPTR, os pais tipo h_1 continuam optando

por manter seus filhos no trabalho infantil, o que reduz o capital humano e o produto per capita da economia.

Portanto, no modelo aqui apresentado, políticas de melhoramento da escola pública devem ser acompanhadas de políticas de transferência de renda.

Conclusão

Há um entendimento global de que a infância deve ser considerada como uma fase da vida dedicada à educação e à formação. Trata-se, portanto, de procurar meios e formas para combater ou erradicar o trabalho infantil, que atinge cerca de 250 milhões de crianças e adolescentes entre cinco e dezessete anos em todo o mundo, e interromper o círculo vicioso miséria-trabalho-miséria. A partir desta preocupação criou-se dois instrumentos de combate ao trabalho infantil: a proibição legal e as transferências de renda condicionadas.

O presente trabalho buscou responder se o *design* dos programas sociais de erradicação do trabalho infantil são capazes de promover a mobilidade social. Chegou-se à algumas conclusões importantes: (i) os programas aumentam o produto *per capita* da economia, o que implica em redução da pobreza; (ii) a PPTR reduz a desigualdade na primeira geração, quando existem agentes do tipo h_1 na economia. No entanto, a desigualdade persiste após referida geração em função da pouca qualificação das escolas públicas; (iii) as políticas de transferência de renda diminuem o diferencial de fertilidade entre os agentes menos desqualificados e os demais agentes da economia; (iv) tais programas têm sua eficiência aumentada quando associados a melhoramentos da educação. Ou seja, quanto maior a qualidade da escola pública maior a eficácia das

políticas públicas de transferência de renda, que devem estar limitadas a um número ótimo de crianças por família; (v) o valor da transferência de renda, “*b*” deve ser suficiente para que os agentes tipo h_1 abdicuem da renda do trabalho infantil, caso contrário, o governo estará apenas onerando os indivíduos sem que seu investimento dê retornos positivos para o desenvolvimento econômico; e (vi) se por um lado a PPTR é mais eficaz quando acompanhada por melhoramento na qualidade da rede pública de ensino, se uma política de melhoramento não for capaz de fazer com que os pais h_1 tirem suas crianças do trabalho e as coloquem na escola pública, então, tal política deve ser acompanhada pela PPTR.

Neste ponto, vale citar, as observações feitas por Oliveira & Schwartzman (2002) de que os resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica-SAEB indicam que o concluinte médio da oitava série domina os conteúdos esperados de um aluno da quarta série e o concluinte médio da quarta série mal sabe decodificar as palavras que lê. Ambos são incapazes de ler e compreender uma notícia de jornal, por exemplo. Conseqüentemente, a esmagadora maioria dos concluintes da oitava série não possui condição acadêmica para cursar escolas de ensino médio com proveito. Tal citação induz a crer que o valor de “*p*” é muito baixo no Brasil, reforçando a idéia de que os programas sociais de combate ao trabalho infantil, objetivando desenvolvimento social, requerem melhoramento das escolas públicas.

Aqui, vê-se que seria interessante e útil, para o futuro próximo, uma estimação dos valores ótimos do número de crianças por família beneficiadas com os programas de transferência de renda. Assim como, o valor do benefício, o qual para ser determinado requer uma estimativa de “*p*”. Tais números colaborariam para maior eficiência do programa Bolsa Família.

A idéia exposta neste ensaio é corroborada por Pessoa (2006), que apresenta quatro questões importantes para o entendimento da dinâmica futura de longo prazo da economia brasileira, entre elas, estão os empecilhos à melhoria da qualidade da

educação fundamental pública. O autor argumenta que o processo de acumulação de capital humano tem sido difícil no Brasil porque as políticas que atacam a margem quantitativa, isto é, a universalização dos diversos níveis escolares estão tendo baixa eficiência em alterar o quadro e sugere a necessidade de resolver o problema de baixa qualidade. E, diz, ainda, que devido às evidências de que o atraso educacional é produzido muito cedo no ciclo de vida da criança e fortemente determinado pelo ambiente familiar duas questões tornam-se importantes: (1) Em que momento do ciclo de vida do indivíduo o setor público deve priorizar os investimentos em educação, sendo possível que mais prioritário do que a universalização do ensino médio seja a universalização do ensino pré-escolar; e (2) Qual será o impacto de longo prazo da dinâmica populacional brasileira em especial do diferencial de crescimento populacional entre as classes de renda sobre a desigual distribuição de renda.

Apêndices

Apêndice A

Incidência do Trabalho Infantil no Brasil

Tabela A.1: Incidência de Trabalho Infantil

REGIÃO NORDESTE		
<i>Atividade</i>	<i>Tarefas Geralmente Executadas</i>	<i>Condições de Trabalho a que estão submetidas as crianças</i>
Fumicultura	Plantio, colheita, secagem e ensacamento do fumo.	Jornada excessiva e manuseio de agrotóxicos.
Pedreira	Extração, beneficiamento, corte, polimento e carregamento de pedras.	Trabalho a céu aberto, falta de água potável e instalações sanitárias e jornada excessiva.
Agricultura Canavieira	Plantio manual, queima do canavial, corte e carregamento dos caminhões.	Não fornecimento de água potável e alimentação, falta de instalações sanitárias adequadas, transporte em veículos inadequados e jornada excessiva de trabalho.
Cultura do Sisal	Corte do sisal, carregamento para batedeira, uso dessa máquina para desfibramento e transporte para secagem.	Ruído excessivo junto às máquinas, jornada longa de trabalho, máquinas sem proteção e alta concentração de poeira.

Fonte: OIT (2001)

REGIÃO NORTE

<i>Atividade</i>	<i>Tarefas Geralmente Executadas</i>	<i>Condições de Trabalho a que estão submetidas as crianças</i>
Indústria de Móveis	Cortar, lixar e pintar madeiras para fabricação de móveis.	Ambientes insalubres, falta de equipamento de proteção e contato com produtos tóxicos.
Pecuária	Limpeza dos currais, ordenha e alimentação dos animais.	Jornada excessiva de trabalho, transporte de carga excessiva.
Cerâmica e Olaria	Coleta do barro e transporte de lenha para alimentação do forno.	Trabalho realizado em galpões úmidos, ritmo de trabalho acelerado e repetitivo, jornada excessiva, luminosidade e instalações sanitárias inadequadas, máquinas sem proteção das polias e baixa remuneração.
Engraxate	Atividade autônoma realizada em ruas, praças, bares e pontos de ônibus.	Longos percursos em busca de clientes, má alimentação, trabalho em locais de risco e proibidos como bares e boates.
Madeireiras e Serrarias	Serviços Gerais: limpeza de entulhos, coleta de pó de serragem e manuseio de serra circular. Laminadores: corte laminar, secagem e colagem de lâminas, carregamento e empilhamento.	Descumprimento do período de descanso intrajornada, falta de condições de higiene, exposição a ruído e poeira vegetal, contato com produtos químicos, manuseio de máquinas perigosas, não fornecimento de água potável e instalações sanitárias inadequadas.

Fonte: OIT (2001)

REGIÃO CENTRO-OESTE

<i>Atividade</i>	<i>Tarefas Geralmente Executadas</i>	<i>Condições de Trabalho a que estão submetidas as crianças</i>
Catador de Papel	Recolhimento em carroça, com ou sem animal, de papel e papelão dos lixos dos escritórios e dos órgãos públicos.	Trabalho insalubre, risco de acidentes de trânsito, baixa remuneração e transporte de peso.
Produção de Carvão Vegetal	Manutenção dos fornos, ensacamento, cortes das madeiras e carregamento dos caminhões.	Trabalho noturno, jornada excessiva, remuneração por produção e exposição a variações bruscas de temperaturas.
Agricultura	Limpeza, plantio, colheita e transporte com cargas excessiva.	Transporte inadequado, uso de instrumentos cortantes, jornada excessiva e manuseio de agrotóxicos.

Fonte: OIT (2001)

REGIÃO SUDESTE

<i>Atividade</i>	<i>Tarefas Geralmente Executadas</i>	<i>Condições de Trabalho a que estão submetidas as crianças</i>
Extração de pedra brita, mármore e granito	Extração, quebra, corte, polimento e carregamento de pedra.	Insalubridade, perigo de acidentes, jornada excessiva, falta de condições sanitárias, trabalho a céu aberto e manipulação inadequada de explosivos.
Cafeicultura	Colheita e transporte de cargas pesadas.	Jornada excessiva e manuseio de produtos tóxicos.
Agricultura canavieira	Plantio manual, queima do canavial, corte e carregamento dos caminhões.	Não fornecimento de água potável e alimentação, falta de instalações sanitárias adequadas, transporte em veículos inadequados e jornada de trabalho excessiva.
Construção civil	Ajudante de pedreiro e carregamento de entulho em carrinho de mão.	Não fornecimento de água potável e jornada excessiva.

Fonte: OIT (2001)

REGIÃO SUL

<i>Atividade</i>	<i>Tarefas Geralmente Executadas</i>	<i>Condições de Trabalho a que estão submetidas as crianças</i>
Extração de calcário	Corte, beneficiamento e polimento.	Falta de máscaras, de protetores para ouvido e jornada excessiva.
Avicultura	Abate, tratamento, embalagem e coleta de ovos.	Jornada excessiva de trabalho.
Indústria calçadista	Trançagem do couro, colagem da sola e outros componentes, limpeza da sola com produtos químicos, pintura e lixamento.	Atividade exercida em pequenos ateliês em alguns casos localizados no próprio domicílio. Por essa razão, não há controle de jornada de trabalho, de proteção contra risco da saúde (exposição a produtos químicos) e à segurança (manuseio de ferramentas cortantes).
Plantio e corte de pinus	Plantio e corte.	Jornada excessiva, transporte inadequado e falta de água potável.

Fonte: OIT (2001)

Apêndice **B**

Formulação de Kuhn-Tucker para Escola Particular

$$\max_{\{c_t^i, n_t^i\}} U = \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} s.a \quad c_t^i + \rho n_t^i &\leq (1 - \phi n_t^i) h_i w_t - \tau_t \\ c_t^i &\geq 0; n_t^i \geq 0 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(c_t^i; n_t^i; \lambda; v_1; v_2) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) - \\ &\quad \lambda [c_t^i + n_t^i \rho - (1 - \phi n_t^i) h_i w_t + \tau_t] + \\ &\quad v_1 c_t^i + v_2 n_t^i \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^i} = 0 \quad (\text{B.5})$$

$$-\lambda \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$v_1 c_t^i = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$v_2 n_t^i = 0 \quad (\text{B.8})$$

$$\lambda \geq 0 \quad (\text{B.9})$$

$$v_1 \geq 0 \quad (\text{B.10})$$

$$v_2 \geq 0 \quad (\text{B.11})$$

Montando o Lagrangiano de Kuhn-Tucker ($\tilde{L}$):

$$\begin{aligned} \tilde{L} &= L - v_1 c_t^i - v_2 n_t^i \\ \tilde{L}(c_t^i; n_t^i; \lambda) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) - \\ &\quad \lambda[c_t^i + \rho n_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_i w_t + \tau_t] \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Condições de Primeira Ordem em termos do Lagrangiano de Kuhn-Tucker:

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial c_t^i} \leq 0 \quad (\text{B.13})$$

$$c_t^i \frac{\partial \tilde{L}}{\partial c_t^i} = 0 \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial n_t^i} \leq 0 \quad (\text{B.15})$$

$$n_t^i \frac{\partial \tilde{L}}{\partial n_t^i} = 0 \quad (\text{B.16})$$

Analisando as equações (B.13) e (B.14):

$$\frac{1}{c_t^i} - \lambda \leq 0 \quad (\text{B.17})$$

$$c_t^i \left[\frac{1}{c_t^i} - \lambda \right] = 0 \quad (\text{B.18})$$

Se $c_t^i = 0$ a expressão $\left[\frac{1}{c_t^i} - \lambda \right]$ tende a infinito, o que contradiz a equação (B.17).

Logo, $c_t^i \neq 0$ e $\left[\frac{1}{c_t^i} - \lambda \right] = 0$.

Analisa-se, agora, as equações (B.15) e (B.16):

$$\frac{\gamma}{n_t^i} - \lambda(\rho + \phi h_i w_t) \leq 0 \quad (\text{B.19})$$

$$n_t^i \left[\frac{\gamma}{n_t^i} - \lambda(\rho + \phi h_i w_t) \right] = 0 \quad (\text{B.20})$$

Se $n_t^i = 0$ a expressão $\left[\frac{\gamma}{n_t^i} - \lambda(\rho + \phi h_i w_t) \right]$ tende a infinito, o que contradiz a equação (B.19). Logo, $n_t^i \neq 0$ e $\left[\frac{\gamma}{n_t^i} - \lambda(\rho + \phi h_i w_t) \right] = 0$. Esse resultado e o anterior permitem utilizar igualdade ao invés da desigualdade na restrição do problema do agente que manda seus filhos para Escola Privada.

Apêndice C

Formulação de Kuhn-Tucker para Escola Pública

$$\max_{\{c_t^i; n_t^i\}} U = \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \quad (C.1)$$

$$\begin{aligned} s.a \quad c_t^i &\leq (1 - \phi n_t^i) h_i w_t - \tau_t \\ c_t^i &\geq 0; n_t^i \geq 0 \end{aligned} \quad (C.2)$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(c_t^i; n_t^i; \lambda; v_1; v_2) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) - \\ &\quad \lambda[c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_i w_t + \tau_t] + v_1 c_t^i + v_2 n_t^i \end{aligned} \quad (C.3)$$

Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = 0 \quad (C.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^i} = 0 \quad (C.5)$$

$$-\lambda \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad (C.6)$$

$$v_1 c_t^i = 0 \quad (C.7)$$

$$v_2 n_t^i = 0 \quad (C.8)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (C.9)$$

$$v_1 \geq 0 \quad (C.10)$$

$$v_2 \geq 0 \quad (C.11)$$

Montando o Lagrangiano de Kuhn-Tucker ($\tilde{L}$):

$$\begin{aligned} \tilde{L} &= L - v_1 c_t^i - v_2 n_t^i \\ \tilde{L}(c_t^i; n_t^i; \lambda) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) - \\ &\quad \lambda [c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_i w_t + \tau_t] \end{aligned} \quad (C.12)$$

Condições de Primeira Ordem em termos do Lagrangiano de Kuhn-Tucker:

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial c_t^i} \leq 0 \quad (C.13)$$

$$c_t^i \frac{\partial \tilde{L}}{\partial c_t^i} = 0 \quad (C.14)$$

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial n_t^i} \leq 0 \quad (C.15)$$

$$n_t^i \frac{\partial \tilde{L}}{\partial n_t^i} = 0 \quad (C.16)$$

Analisando as equações (C.13) e (C.14):

$$\frac{1}{c_t^i} - \lambda \leq 0 \quad (C.17)$$

$$c_t^i \left[\frac{1}{c_t^i} - \lambda \right] = 0 \quad (C.18)$$

Se $c_t^i = 0$ a expressão $\left[\frac{1}{c_t^i} - \lambda \right]$ tende a infinito, o que contradiz a equação (C.17). Logo, $c_t^i \neq 0$ e $\left[\frac{1}{c_t^i} - \lambda \right] = 0$.

Analisa-se, agora, as equações (C.15) e (C.16):

$$\frac{\gamma}{n_t^i} - \lambda(\phi h_i w_t) \leq 0 \quad (C.19)$$

$$n_t^i \left[\frac{\gamma}{n_t^i} - \lambda(\phi h_i w_t) \right] = 0 \quad (C.20)$$

Se $n_t^i = 0$ a expressão $\left[\frac{\gamma}{n_t^i} - \lambda(\phi h_i w_t) \right]$ tende a infinito, o que contradiz a equação (C.19). Logo, $n_t^i \neq 0$ e $\left[\frac{\gamma}{n_t^i} - \lambda(\phi h_i w_t) \right] = 0$. Como anteriormente, esses resultados permitem utilizar igualdade ao invés da desigualdade na restrição do problema do agente que manda seus filhos para Escola Pública.

Apêndice D

Formulação de Kuhn-Tucker para o Trabalho Infantil

$$\max_{\{c_t^i; n_t^i\}} U = \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \quad (\text{D.1})$$

$$\begin{aligned} s.a \quad c_t^i &\leq (1 - \phi n_t^i) h_i w_t + \nu h_1 w_t n_t^i - \tau_t \\ c_t^i &\geq 0; n_t^i \geq 0 \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(c_t^i; n_t^i; \lambda; v_1; v_2) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) - \\ &\quad \lambda [c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_i w_t - \nu h_1 w_t n_t^i + \tau_t] + \\ &\quad v_1 c_t^i + v_2 n_t^i \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = 0 \quad (\text{D.4})$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^i} = 0 \quad (\text{D.5})$$

$$-\lambda \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad (\text{D.6})$$

$$v_1 c_t^i = 0 \quad (\text{D.7})$$

$$v_2 n_t^i = 0 \quad (\text{D.8})$$

$$\lambda \geq 0 \quad (\text{D.9})$$

$$v_1 \geq 0 \quad (\text{D.10})$$

$$v_2 \geq 0 \quad (\text{D.11})$$

Montando o Lagrangiano de Kuhn-Tucker ($\tilde{L}$):

$$\begin{aligned} \tilde{L} &= L - v_1 c_t^i - v_2 n_t^i \\ \tilde{L}(c_t^i; n_t^i; \lambda) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) - \\ &\quad \lambda [c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_i w_t - \nu h_1 w_t n_t^i + \tau_t] \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

Condições de Primeira Ordem em termos do Lagrangiano de Kuhn-Tucker:

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial c_t^i} \leq 0 \quad (\text{D.13})$$

$$c_t^i \frac{\partial \tilde{L}}{\partial c_t^i} = 0 \quad (\text{D.14})$$

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial n_t^i} \leq 0 \quad (\text{D.15})$$

$$n_t^i \frac{\partial \tilde{L}}{\partial n_t^i} = 0 \quad (\text{D.16})$$

Analisando as equações (D.13) e (D.14):

$$\frac{1}{c_t^i} - \lambda \leq 0 \quad (\text{D.17})$$

$$c_t^i \left[\frac{1}{c_t^i} - \lambda \right] = 0 \quad (\text{D.18})$$

Se $c_t^i = 0$ a expressão $\left[\frac{1}{c_t^i} - \lambda \right]$ tende a infinito, o que contradiz a equação (D.17).

Logo, $c_t^i \neq 0$ e $\left[\frac{1}{c_t^i} - \lambda \right] = 0$.

Analisa-se, agora, as equações (D.15) e (D.16):

$$\frac{\gamma}{n_t^i} - \lambda(\phi h_i w_t - \nu h_1 w_t n_t^i) \leq 0 \quad (\text{D.19})$$

$$n_t^i \left[\frac{\gamma}{n_t^i} - \lambda(\phi h_i w_t - \nu h_1 w_t n_t^i) \right] = 0 \quad (\text{D.20})$$

Se $n_t^i = 0$ a expressão $\left[\frac{\gamma}{n_t^i} - \lambda(\phi h_i w_t - \nu h_1 w_t n_t^i) \right]$ tende a infinito, o que contradiz a equação (D.19). Logo, $n_t^i \neq 0$ e $\left[\frac{\gamma}{n_t^i} - \lambda(\phi h_i w_t - \nu h_1 w_t n_t^i) \right] = 0$. Mais uma vez, esses resultados permitem utilizar igualdade ao invés da desigualdade na restrição do problema do agente cujos filhos trabalham na infância.

Apêndice E

Análise do Agente Tipo h_3

O Problema do Agente do Tipo h_3 que Educa seus Filhos em Escola Privada:

$$\max_{\{c_t^i; n_t^i\}} U = \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \quad (\text{E.1})$$

$$\begin{aligned} s.a \quad c_t^i + \rho n_t^i &= (1 - \phi n_t^i) h_3 w_t - \tau_t, \\ h_{t+1} &= h_3 \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(c_t^i; n_t^i; \lambda) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) - \\ &\quad \lambda \{c_t^i + \rho n_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_3 w_t + \tau_t\} \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

Condições de Primeira Ordem (CPO):

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = \frac{1}{c_t^i} - \lambda = 0 \quad (\text{E.4})$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^i} = \frac{\gamma h_3}{h_3 n_t^i} - \lambda[\rho + \phi w_t h_3] = 0 \quad (\text{E.5})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = c_t^i + \rho n_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_3 w_t + \tau_t = 0 \quad (\text{E.6})$$

Das (CPO) tem-se:

$$c_t^i = \frac{h_3 w_t - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{E.7})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma(h_3 w_t - \tau_t)}{(1 + \gamma)(\rho + \phi w_t h_3)} \quad (\text{E.8})$$

Os indivíduos do tipo h_3 recebem $w_t = A$ de acordo com a equação (2.8), substituindo em (E.7) e (E.8):

$$c_t^i = \frac{A h_3 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{E.9})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma(A h_3 - \tau_t)}{(1 + \gamma)(\rho + A \phi h_3)} \quad (\text{E.10})$$

De (E.9) e (E.10) na função utilidade obtém-se:

$$U_P^{h_3} = \ln \left[\frac{A h_3 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma(A h_3 - \tau_t)}{(1 + \gamma)(\rho + A \phi h_3)} h_3 \right] \quad (\text{E.11})$$

O Problema do Agente do Tipo h_3 que Educa seus Filhos em Escola Pública:

$$\max_{\{c_t^i; n_t^i\}} U = \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \quad (\text{E.12})$$

$$s.a \quad c_t^i = (1 - \phi n_t^i) h_3 w_t - \tau_t \quad (\text{E.13})$$

$$h_{t+1} = h_3 \text{ com probabilidade } p \text{ ou} \quad (\text{E.14})$$

$$h_{t+1} = h_2 \text{ com probabilidade } (1 - p) \quad (\text{E.15})$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(c_t^i; n_t^i; \lambda) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) - \\ &\quad \lambda \{c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_3 w_t + \tau_t\} \end{aligned} \quad (\text{E.16})$$

Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = \frac{1}{c_t^i} - \lambda = 0 \quad (\text{E.17})$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^i} = \frac{\gamma h_{t+1}}{n_t^i h_{t+1}} - \lambda [\phi w_t h_3] = 0 \quad (\text{E.18})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_3 w_t + \tau_t = 0 \quad (\text{E.19})$$

Das CPO tem-se:

$$c_t^i = \frac{h_3 w_t - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{E.20})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[h_3 w_t - \tau_t]}{\phi h_3 w_t} \quad (\text{E.21})$$

Substituindo w_t nas expressões acima, obtém-se:

$$c_t^i = \frac{A h_3 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{E.22})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_3 - \tau_t]}{A \phi h_3} \quad (\text{E.23})$$

De (E.22) e (E.23) na função utilidade, tem-se:

$$U_G^{h_3} = \ln \left[\frac{A h_3 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_3 - \tau_t]}{A \phi h_3} h_2 \right] + p \gamma \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] \quad (\text{E.24})$$

O Problema do Agente do Tipo h_3 cujos Filhos Trabalham na Infância:

$$\max_{\{c_t^i; n_t^i\}} U = \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \quad (\text{E.25})$$

$$s.a \quad c_t^i = (1 - \phi n_t^i) h_3 w_t + \nu n_t^i h_1 w_t - \tau_t \quad (\text{E.26})$$

$$h_{t+1} = h_1 \quad (\text{E.27})$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(c_t^i; n_t^i; \lambda) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_1) - \\ &\quad \lambda [c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_3 w_t - \nu n_t^i h_1 w_t + \tau_t] \end{aligned} \quad (\text{E.28})$$

Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = \frac{1}{c_t^i} - \lambda = 0 \quad (\text{E.29})$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^i} = \frac{\gamma h_1}{n_t^i h_1} - \lambda [\phi w_t h_3 - \nu h_1 w_t] = 0 \quad (\text{E.30})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_3 w_t - \nu n_t^i h_1 w_t + \tau_t = 0 \quad (\text{E.31})$$

Das CPO tem-se:

$$c_t^i = \frac{h_3 w_t - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{E.32})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[h_3 w_t - \tau_t]}{(\phi h_3 w_t - \nu h_1 w_t)} \quad (\text{E.33})$$

Substituindo w_t nas expressões acima, obtém-se:

$$c_t^i = \frac{A h_3 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{E.34})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_3 - \tau_t]}{(A \phi h_3 - A \nu h_1)} \quad (\text{E.35})$$

De (E.34) e (E.35) na função utilidade, tem-se:

$$U_I^{h_3} = \ln \left[\frac{A h_3 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_3 - \tau_t]}{(A \phi h_3 - A \nu h_1)} h_1 \right] \quad (\text{E.36})$$

Apêndice F

Análise do Agente Tipo h_2

O Problema do Agente do Tipo h_2 que Educa seus Filhos em Escola Privada:

$$\max_{\{c_t^i; n_t^i\}} U = \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \quad (\text{F.1})$$

$$\begin{aligned} s.a \quad c_t^i + \rho n_t^i &= (1 - \phi n_t^i) h_2 w_t - \tau_t, \\ h_{t+1} &= h_3 \end{aligned} \quad (\text{F.2})$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(c_t^i; n_t^i; \lambda) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_3) - \\ &\quad \lambda \{c_t^i + \rho n_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_2 w_t + \tau_t\} \end{aligned} \quad (\text{F.3})$$

Condições de Primeira Ordem (CPO):

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = \frac{1}{c_t^i} - \lambda = 0 \quad (\text{F.4})$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^i} = \frac{\gamma h_3}{n_t^i h_3} - \lambda[\rho + \phi w_t h_2] = 0 \quad (\text{F.5})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = c_t^i + \rho n_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_2 w_t + \tau_t = 0 \quad (\text{F.6})$$

Das (CPO) tem-se:

$$c_t^i = \frac{h_2 w_t - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{F.7})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma(h_2 w_t - \tau_t)}{(1 + \gamma)(\rho + \phi h_2 w_t)} \quad (\text{F.8})$$

Substituindo (2.8) em (F.7) e (F.8):

$$c_t^i = \frac{A h_2 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{F.9})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma(A h_2 - \tau_t)}{(1 + \gamma)(\rho + A \phi h_2)} \quad (\text{F.10})$$

De (F.9) e (F.10) na função utilidade obtém-se:

$$U_P^{h_2} = \ln \left[\frac{A h_2 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma(A h_2 - \tau_t)}{(1 + \gamma)(\rho + A \phi h_2)} h_3 \right] \quad (\text{F.11})$$

O Problema do Agente do Tipo h_2 que Educa seus Filhos em Escola Pública:

$$\max_{\{c_t^i; n_t^i\}} U = \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \quad (\text{F.12})$$

$$s.a \quad c_t^i = (1 - \phi n_t^i) h_2 w_t - \tau_t \quad (\text{F.13})$$

$$h_{t+1} = h_3 \text{ com probabilidade } p \text{ ou} \quad (\text{F.14})$$

$$h_{t+1} = h_2 \text{ com probabilidade } (1 - p) \quad (\text{F.15})$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(c_t^i; n_t^i; \lambda) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) - \\ &\quad \lambda [c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_2 w_t + \tau_t] \end{aligned} \quad (\text{F.16})$$

Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = \frac{1}{c_t^i} - \lambda = 0 \quad (\text{F.17})$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^i} = \frac{\gamma h_{t+1}}{n_t^i h_{t+1}} - \lambda [\phi w_t h_2] = 0 \quad (\text{F.18})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_2 w_t + \tau_t = 0 \quad (\text{F.19})$$

Das CPO tem-se:

$$c_t^i = \frac{h_2 w_t - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{F.20})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[h_2 w_t - \tau_t]}{\phi h_2 w_t} \quad (\text{F.21})$$

Substituindo w_t nas expressões acima, obtém-se:

$$c_t^i = \frac{A h_2 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{F.22})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_2 - \tau_t]}{A \phi h_2} \quad (\text{F.23})$$

De (F.22) e (F.23) na função utilidade, tem-se:

$$U_G^{h_2} = \ln \left[\frac{A h_2 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_2 - \tau_t]}{A \phi h_2} h_2 \right] + p \gamma \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] \quad (\text{F.24})$$

O Problema do Agente do Tipo h_2 cujos Filhos Trabalham na Infância:

$$\max_{\{c_t^i; n_t^i\}} U = \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \quad (\text{F.25})$$

$$s.a \quad c_t^i = (1 - \phi n_t^i) h_2 w_t + \nu n_t^i h_1 w_t - \tau_t \quad (\text{F.26})$$

$$h_{t+1} = h_1 \quad (\text{F.27})$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(c_t^i; n_t^i; \lambda) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_1) - \\ &\quad \lambda [c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_2 w_t - \nu n_t^i h_1 w_t + \tau_t] \end{aligned} \quad (\text{F.28})$$

Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = \frac{1}{c_t^i} - \lambda = 0 \quad (\text{F.29})$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^i} = \frac{\gamma h_1}{n_t^i h_1} - \lambda [\phi w_t h_2 - \nu h_1 w_t] = 0 \quad (\text{F.30})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_2 w_t - \nu n_t^i h_1 w_t + \tau_t = 0 \quad (\text{F.31})$$

Das CPO tem-se:

$$c_t^i = \frac{h_2 w_t - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{F.32})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[h_2 w_t - \tau_t]}{(\phi h_2 w_t - \nu h_1 w_t)} \quad (\text{F.33})$$

Substituindo w_t nas expressões acima, obtém-se:

$$c_t^i = \frac{A h_2 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{F.34})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_2 - \tau_t]}{(A \phi h_2 - A \nu h_1)} \quad (\text{F.35})$$

De (F.34) e (F.35) na função utilidade, tem-se:

$$U_I^{h_2} = \ln \left[\frac{A h_2 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_2 - \tau_t]}{(A \phi h_2 - A \nu h_1)} h_1 \right] \quad (\text{F.36})$$

Análise do Agente Tipo h_1

O Problema do Agente do Tipo h_1 que Educa seus Filhos em Escola Privada:

$$\max_{\{c_t^i; n_t^i\}} U = \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \quad (\text{G.1})$$

$$\begin{aligned} s.a \quad c_t^i + \rho n_t^i &= (1 - \phi n_t^i) h_1 w_t - \tau_t \\ h_{t+1} &= h_3 \end{aligned} \quad (\text{G.2})$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(c_t^i; n_t^i; \lambda) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_3) - \\ &\quad \lambda \{c_t^i + \rho n_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_1 w_t + \tau_t\} \end{aligned} \quad (\text{G.3})$$

Condições de Primeira Ordem (CPO):

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = \frac{1}{c_t^i} - \lambda = 0 \quad (\text{G.4})$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^i} = \frac{\gamma h_3}{n_t^i h_3} - \lambda[\rho + \phi w_t h_1] = 0 \quad (\text{G.5})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = c_t^i + \rho n_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_1 w_t + \tau_t = 0 \quad (\text{G.6})$$

Das (CPO) tem-se:

$$c_t^i = \frac{h_1 w_t - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{G.7})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma(h_1 w_t - \tau_t)}{(1 + \gamma)(\rho + \phi h_1 w_t)} \quad (\text{G.8})$$

Substituindo (2.8) em (G.7) e (G.8):

$$c_t^i = \frac{A h_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{G.9})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma(A h_1 - \tau_t)}{(1 + \gamma)(\rho + A \phi h_1)} \quad (\text{G.10})$$

De (G.9) e (G.10) na função utilidade obtém-se:

$$U_P^{h_1} = \ln \left[\frac{A h_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma(A h_1 - \tau_t)}{(1 + \gamma)(\rho + A \phi h_1)} h_3 \right] \quad (\text{G.11})$$

O Problema do Agente do Tipo h_1 que Educa seus Filhos em Escola Pública:

$$\max_{\{c_t^i; n_t^i\}} U = \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \quad (\text{G.12})$$

$$s.a \quad c_t^i = (1 - \phi n_t^i) h_1 w_t - \tau_t \quad (\text{G.13})$$

$$h_{t+1} = h_3 \text{ com probabilidade } p \text{ ou} \quad (\text{G.14})$$

$$h_{t+1} = h_2 \text{ com probabilidade } (1 - p) \quad (\text{G.15})$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(c_t^i; n_t^i; \lambda) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) - \\ &\quad \lambda [c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_1 w_t + \tau_t] \end{aligned} \quad (\text{G.16})$$

Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = \frac{1}{c_t^i} - \lambda = 0 \quad (\text{G.17})$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^i} = \frac{\gamma h_{t+1}}{n_t^i h_{t+1}} - \lambda [\phi w_t h_1] = 0 \quad (\text{G.18})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_1 w_t + \tau_t = 0 \quad (\text{G.19})$$

Das CPO tem-se:

$$c_t^i = \frac{h_1 w_t - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{G.20})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[h_1 w_t - \tau_t]}{\phi h_1 w_t} \quad (\text{G.21})$$

Substituindo w_t nas expressões acima, obtém-se:

$$c_t^i = \frac{A h_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{G.22})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_1 - \tau_t]}{A \phi h_1} \quad (\text{G.23})$$

De (G.22) e (G.23) na função utilidade, tem-se:

$$U_G^{h_1} = \ln \left[\frac{A h_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_1 - \tau_t]}{A \phi h_1} h_2 \right] + p \gamma \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] \quad (\text{G.24})$$

O Problema do Agente do Tipo h_1 cujos Filhos Trabalham na Infância:

$$\max_{\{c_t^i; n_t^i\}} U = \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_{t+1}) \quad (\text{G.25})$$

$$s.a \quad c_t^i = (1 - \phi n_t^i) h_1 w_t + \nu n_t^i h_1 w_t - \tau_t \quad (\text{G.26})$$

$$h_{t+1} = h_1 \quad (\text{G.27})$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(c_t^i; n_t^i; \lambda) &= \ln c_t^i + \gamma \ln(n_t^i h_1) - \\ &\quad \lambda [c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_1 w_t - \nu n_t^i h_1 w_t + \tau_t] \end{aligned} \quad (\text{G.28})$$

Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^i} = \frac{1}{c_t^i} - \lambda = 0 \quad (\text{G.29})$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^i} = \frac{\gamma h_1}{n_t^i h_1} - \lambda [\phi w_t h_1 - \nu h_1 w_t] = 0 \quad (\text{G.30})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = c_t^i - (1 - \phi n_t^i) h_1 w_t - \nu n_t^i h_1 w_t + \tau_t = 0 \quad (\text{G.31})$$

Das CPO tem-se:

$$c_t^i = \frac{h_1 w_t - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{G.32})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[h_1 w_t - \tau_t]}{(\phi - \nu) w_t h_1} \quad (\text{G.33})$$

Substituindo w_t nas expressões acima, obtém-se:

$$c_t^i = \frac{A h_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{G.34})$$

$$n_t^i = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_1 - \tau_t]}{(A \phi h_1 - A \nu h_1)} \quad (\text{G.35})$$

De (G.34) e (G.35) na função utilidade, tem-se:

$$U_I^{h_1} = \ln \left[\frac{A h_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_1 - \tau_t]}{(A \phi h_1 - A \nu h_1)} h_1 \right] \quad (\text{G.36})$$

Apêndice H

Análise do Agente Tipo h_1 que Participa de Programas de Transferência de Renda

$$\begin{aligned}
 \max_{\{c_t^1, n_t^1\}} U &= \ln c_t^1 + \gamma [p \ln(n_t^1 h_3) + (1-p) \ln(n_t^1 h_2)] \\
 s.a \quad c_t^1 &= (1 - \phi n_t^1) h_1 w_t - \tau_t + b_t n_t^1 \\
 h_{t+1} &= h_3 \quad \text{com probabilidade } p \\
 h_{t+1} &= h_2 \quad \text{com probabilidade } (1-p)
 \end{aligned} \tag{H.1}$$

Montando o Lagrangiano:

$$\begin{aligned}
 L(c_t^1; n_t^1; \lambda) &= \ln c_t^1 + \gamma [p \ln(n_t^1 h_3) + (1-p) \ln(n_t^1 h_2)] - \\
 &\quad \lambda [c_t^1 - (1 - \phi n_t^1) h_1 w_t + \tau_t - b_t n_t^1]
 \end{aligned} \tag{H.2}$$

Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^1} = \frac{1}{c_t^1} - \lambda = 0 \quad (\text{H.3})$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t^1} = \frac{\gamma h_{t+1}}{n_t^1 h_{t+1}} - \lambda [\phi w_t h_1] = 0 \quad (\text{H.4})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = c_t^1 - (1 - \phi n_t^1) h_1 w_t + \tau_t - b_t n_t^1 = 0 \quad (\text{H.5})$$

Das CPO tem-se:

$$c_t^1 = \frac{h_1 w_t - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{H.6})$$

$$n_t^1 = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[h_1 w_t - \tau_t]}{(\phi w_t h_1 - b_t)} \quad (\text{H.7})$$

Substituindo w_t nas expressões acima, obtém-se:

$$c_t^1 = \frac{A h_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \quad (\text{H.8})$$

$$n_t^1 = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_1 - \tau_t]}{(A \phi h_1 - b_t)} \quad (\text{H.9})$$

De (H.8) e (H.9) na função utilidade, tem-se:

$$\begin{aligned} U_{I_b}^{h_1} = & \ln \left[\frac{A h_1 - \tau_t}{(1 + \gamma)} \right] + \\ & \gamma \ln \left[\frac{\gamma}{(1 + \gamma)} \frac{[A h_1 - \tau_t]}{(A \phi h_1 - b_t)} h_2 \right] + \gamma p \ln \left[\frac{h_3}{h_2} \right] \end{aligned} \quad (\text{H.10})$$

Calibração do Modelo

$$A = 2;$$

$$h_1 = 2.22;$$

$$h_2 = 2.91;$$

$$h_3 = 4.75;$$

$$\gamma = 0.4;$$

$$\rho = 0.044;$$

$$p = 0.23 \text{ ou } p = 0.10;$$

$$\phi = 0.2;$$

$$\nu = 0.15;$$

$$b(1) = 0.56 \text{ ou } b(1) = 0.58;$$

$$P_1(1) = 0.3;$$

$$P_2(1) = 0.5;$$

$$P_3(1) = 0.2;$$

$$\tau_t(1) = 0.03126 \text{ ou } \tau_t(1) = 0.0811 \text{ ou } \tau_t(1) = 0.0843;$$

Apêndice J

Programação no Matlab do Modelo sem e com Política Pública de Transferência de Renda - PPTR

Para comparar resultados numa economia sem política de transferência de renda e com valores diferentes para 'p', usou-se a seguinte sintaxe:

Modelo sem política de transferência de renda e com $p=0.1$

```
A=2;  
h1=2.22;  
h2=2.91;  
h3=4.75;  
gamma=0.4;  
rho=0.044;  
p=0.1;  
phi=0.2;
```

nu=0.15;

P1(1)=0.3;

P2(1)=0.5;

P3(1)=0.2;

tau(1)=0.03126;

for t=1:10,

Tipo I

Condicao para h1 mandar para o trabalho infantil:

if $\log(h3/h1) < \log((\rho + \phi * A * h1) / (A * \phi * h1 - A * \nu * h1))$ e

$\log(h2/h1) < \log(A * \phi * h1 / (A * \phi * h1 - A * \nu * h1)) - p * \log(h3/h2)$

condicao1=1

else

condicao1=0

end

$c1(t) = (A * h1 - \tau(t)) / (1 + \gamma);$

$n1(t) = \gamma * (A * h1 - \tau(t)) / ((1 + \gamma) * (A * \phi * h1 - A * \nu * h1));$

Tipo II

Condicao para h2 mandar para a escola publica:

if $(1-p) * \log(h3/h2) < \log((\rho + A * \phi * h2) / (A * \phi * h2))$ e

$\log(h2/h1) > \log(A * \phi * h2 / (A * \phi * h2 - A * \nu * h1)) - p * \log(h3/h2)$

condicao2=1

else

condicao2=0

end

$c2(t) = (A * h2 - \tau(t)) / (1 + \gamma);$

$n2(t) = \gamma * (A * h2 - \tau(t)) / ((1 + \gamma) * (A * \phi * h2));$

Tipo III

Condição para h3 mandar para a escola privada:
 if $(1-p) \cdot \log(h3/h2) > \log((\rho + A \cdot \phi \cdot h3)/(A \cdot \phi \cdot h3))$ e
 $\log(h3/h1) > \log((\rho + A \cdot \phi \cdot h3)/(A \cdot \phi \cdot h3 - A \cdot \nu \cdot h1))$
 condicao3=1
 else
 condicao3=0
 end
 $c3(t) = (A \cdot h3 - \tau(t)) / (1 + \gamma);$
 $n3(t) = \gamma \cdot (A \cdot h3 - \tau(t)) / ((1 + \gamma) \cdot (\rho + A \cdot \phi \cdot h3));$
 $P1(t+1) = n1(t) \cdot P1(t);$
 $P2(t+1) = (1-p) \cdot n2(t) \cdot P2(t);$
 $P3(t+1) = n3(t) \cdot P3(t) + p \cdot n2(t) \cdot P2(t);$
 $\tau(t+1) = (1.142857 \cdot P2(t+1)) / ((1.190476 \cdot P2(t+1)) + (1 \cdot (P1(t+1) + P3(t+1))));$ lump-
 sum
 $P(t) = P1(t) + P2(t) + P3(t);$ total da população
 $H(t) = h1 \cdot P1(t) + h2 \cdot P2(t) + h3 \cdot P3(t);$ total do capital humano da economia
 $h(t) = H(t) / P(t);$ capital per capita da economia ou capital médio da economia
 $Y(t) = A \cdot [(1-\phi \cdot n1(t)) \cdot h1 \cdot P1(t) + (1-\phi \cdot n2(t)) \cdot h2 \cdot P2(t) + (1-\phi \cdot n3(t)) \cdot h3 \cdot P3(t)]$
 $+ \nu \cdot A \cdot h1 \cdot n1(t) \cdot P1(t);$ produto da economia
 $y(t) = Y(t) / P(t);$ produto per capita da economia
 $y1(t) = A \cdot [(1-\phi \cdot n1(t)) \cdot h1 \cdot P1(t)] + \nu \cdot A \cdot h1 \cdot n1(t) \cdot P1(t);$ renda h1
 $y2(t) = A \cdot [(1-\phi \cdot n2(t)) \cdot h2 \cdot P2(t)];$ renda h2
 $y3(t) = A \cdot [(1-\phi \cdot n3(t)) \cdot h3 \cdot P3(t)];$ renda h3
 $p1(t) = P1(t) / (P1(t) + P2(t) + P3(t));$ frequências relativas acumuladas da população
 $p2(t) = (P1(t) + P2(t)) / (P1(t) + P2(t) + P3(t));$
 $p3(t) = (P1(t) + P2(t) + P3(t)) / (P1(t) + P2(t) + P3(t));$
 $q1(t) = y1(t) / (y1(t) + y2(t) + y3(t));$ frequências relativas acumuladas da renda
 $q2(t) = (y1(t) + y2(t)) / (y1(t) + y2(t) + y3(t));$

```

q3(t)=(y1(t)+y2(t)+y3(t))/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
Gini(t)=((p1(t)-q1(t))+(p2(t)-q2(t)))/(p1(t)+p2(t));
end

```

Modelo sem política de transferência de renda e com $p=0.23$

```

AA=2;
hh1=2.22;
hh2=2.91;
hh3=4.75;
ggamma=0.4;
rrho=0.044;
pp=0.23;
pphi=0.2;
nnu=0.15;
PP1(1)=0.3;
PP2(1)=0.5;
PP3(1)=0.2;
ttau(1)=0.03126;
for t=1:10,

```

Tipo I

Condicao para h1 mandar para o trabalho infantil:

```

if log(hh3/hh1)<log((rrho+pphi*AA*hh1)/(AA*pphi*hh1-AA*nnu*hh1)) e
log(hh2/hh1)<log(AA*pphi*hh1/(AA*pphi*hh1-AA*nnu*hh1))-pp*log(hh3/hh2)
condicao1=1
else
condicao1=0

```

```

end
cc1(t)=(AA*hh1-ttau(t))/(1+ggamma);
nn1(t)=ggamma*(AA*hh1-ttau(t))/((1+ggamma)*(AA*pphi*hh1-AA*nnu*hh1));
Tipo II
Condicao para h2 mandar para a escola publica:
if (1-pp)*log(hh3/hh2)<log((rrho+AA*pphi*hh2)/(AA*pphi*hh2)) e
log(hh2/hh1)>log(AA*pphi*hh2/(AA*pphi*hh2-AA*nnu*hh1))-pp*log(hh3/hh2)
condicao2=1
else
condicao2=0
end
cc2(t)=(AA*hh2-ttau(t))/(1+ggamma);
nn2(t)=ggamma*(AA*hh2-ttau(t))/((1+ggamma)*(AA*pphi*hh2));
Tipo III
Condicao para h3 mandar para a escola privada:
if (1-pp)*log(hh3/hh2)>log((rrho+AA*pphi*hh3)/(AA*pphi*hh3)) e
log(hh3/hh1)>log((rrho+AA*pphi*hh3)/(AA*pphi*hh3-AA*nnu*hh1))
condicao3=1
else
condicao3=0
end
cc3(t)=(AA*hh3-ttau(t))/(1+ggamma);
nn3(t)=ggamma*(AA*hh3-ttau(t))/((1+ggamma)*(rrho+AA*pphi*hh3));
PP1(t+1)=nn1(t)*PP1(t);
PP2(t+1)=(1-pp)*nn2(t)*PP2(t);
PP3(t+1)=nn3(t)*PP3(t)+pp*nn2(t)*PP2(t);
ttau(t+1)=(1.142857*P2(t+1))/((1.190476*P2(t+1))+(1*(P1(t+1)+P3(t+1))));
PP(t)=PP1(t)+PP2(t)+PP3(t);

```

```

HH(t)=hh1*PP1(t)+hh2*PP2(t)+hh3*PP3(t);
hh(t)=HH(t)/PP(t);
YY(t)=A*[(1-phi*nn1(t))*hh1*PP1(t)+(1-phi*nn2(t))*hh2*PP2(t)+(1-phi*nn3(t))
*hh3*PP3(t)]+nu*A*hh1*nn1(t)*PP1(t);
yy(t)=YY(t)/PP(t);
yy1(t)=A*[(1-phi*nn1(t))*hh1*PP1(t)]+nu*A*hh1*nn1(t)*PP1(t);
yy2(t)=A*[(1-phi*nn2(t))*hh2*PP2(t)];
yy3(t)=A*[(1-phi*nn3(t))*hh3*PP3(t)];
pp1(t)=PP1(t)/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
pp2(t)=(PP1(t)+PP2(t))/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
pp3(t)=(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t))/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
qq1(t)=yy1(t)/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
qq2(t)=(yy1(t)+yy2(t))/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
qq3(t)=(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t))/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
GGini(t)=((pp1(t)-qq1(t))+(pp2(t)-qq2(t)))/(pp1(t)+pp2(t));
end

```


Para comparar resultados numa economia com política de transferência de renda e com valores diferentes para 'p', usou-se a seguinte sintaxe:

Modelo com política de transferência de renda e com $p=0.1$

```

A=2;
h1=2.2;
h2=2.91;
h3=4.75;
gamma=0.4;
rho=0.044;
p=0.1;
phi=0.2;
nu=0.15;
b(1)=0.58;
P1(1)=0.3;
P2(1)=0.5;
P3(1)=0.2;
tau(1)=0.0843;
for t=1:10,
Tipo I
Condicao para h1 mandar para o trabalho infantil:
if log(h3/h1)<log((rho+phi*A*h1)/(A*phi*h1-A*nu*h1)) e
log(h2/h1)<log(A*phi*h1/(A*phi*h1-A*nu*h1))-p*log(h3/h2)
condicao1=1
else
condicao1=0

```

end

$$c1(t)=(A*h1-\tau(t)+b(t))/(1+\gamma);$$

$$n1(t)=\gamma*(A*h1-\tau(t)+b(t))/((1+\gamma)*(A*\phi*h1));$$

Tipo II

Condicao para h2 mandar para a escola publica:

$$\text{if } (1-p)*\log(h3/h2)<\log((\rho+A*\phi*h2)/(A*\phi*h2)) \text{ e}$$

$$\log(h2/h1)>\log(A*\phi*h2/(A*\phi*h2-A*\nu*h1))-p*\log(h3/h2)$$

$$\text{condicao2}=1$$

else

$$\text{condicao2}=0$$

end

$$c2(t)=(A*h2-\tau(t))/(1+\gamma);$$

$$n2(t)=\gamma*(A*h2-\tau(t))/((1+\gamma)*(A*\phi*h2));$$

Tipo III

Condicao para h3 mandar para a escola privada:

$$\text{if } (1-p)*\log(h3/h2)>\log((\rho+A*\phi*h3)/(A*\phi*h3)) \text{ e}$$

$$\log(h3/h1)>\log((\rho+A*\phi*h3)/(A*\phi*h3-A*\nu*h1))$$

$$\text{condicao3}=1$$

else

$$\text{condicao3}=0$$

end

$$c3(t)=(A*h3-\tau(t))/(1+\gamma);$$

$$n3(t)=\gamma*(A*h3-\tau(t))/((1+\gamma)*(\rho+A*\phi*h3));$$

$$P1(t+1)=0;$$

$$P2(t+1)=(1-p)*(n1(t)*P1(t)+n2(t)*P2(t));$$

$$P3(t+1)=n3(t)*P3(t)+p*(n1(t)*P1(t)+n2(t)*P2(t));$$

$$\tau(t+1)=(1.142856*P2(t+1))/(1.1904*P2(t+1)+P3(t+1));$$

$$b(t+1)=0;$$

```

P(t)=P1(t)+P2(t)+P3(t);
H(t)=h1*P1(t)+h2*P2(t)+h3*P3(t);
h(t)=H(t)/P(t);
Y(t)=A*[(1-phi*n1(t))*h1*P1(t)+(1-phi*n2(t))*h2*P2(t)+(1-phi*n3(t))
*h3*P3(t)]+nu*A*h1*n1(t)*P1(t);
y(t)=Y(t)/P(t);
y1(t)=A*[(1-phi*n1(t))*h1*P1(t)]+nu*A*h1*n1(t)*P1(t);
y2(t)=A*[(1-phi*n2(t))*h2*P2(t)];
y3(t)=A*[(1-phi*n3(t))*h3*P3(t)];
p1(t)=P1(t)/(P1(t)+P2(t)+P3(t));
p2(t)=(P1(t)+P2(t))/(P1(t)+P2(t)+P3(t));
p3(t)=(P1(t)+P2(t)+P3(t))/(P1(t)+P2(t)+P3(t));
q1(t)=y1(t)/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
q2(t)=(y1(t)+y2(t))/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
q3(t)=(y1(t)+y2(t)+y3(t))/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
Gini(t)=((p1(t)-q1(t))+(p2(t)-q2(t)))/(p1(t)+p2(t));
end

```

Modelo com política de transferência de renda e com $p=0.23$

```

AA=2;
hh1=2.2;
hh2=2.91;
hh3=4.75;
gamma=0.4;
rho=0.04;
pp=0.23;
phi=0.2;
nu=0.15;

```

```

bb(1)=0.56;
PP1(1)=0.3;
PP2(1)=0.5;
PP3(1)=0.2;
ttau(1)=0.0811;
for t=1:10,
Tipo I
Condicao para h1 mandar para o trabalho infantil:
if log(hh3/hh1)<log((rho+phi*A*hh1)/(A*phi*hh1-A*nu*hh1)) e
log(hh2/hh1)<log(A*phi*hh1/(A*phi*hh1-A*nu*hh1))-pp*log(hh3/hh2)
condicao1=1
else
condicao1=0
end
cc1(t)=(A*hh1-ttau(t)+bb(t))/(1+gamma);
nn1(t)=gamma*(A*hh1-ttau(t)+bb(t))/((1+gamma)*(A*phi*hh1));
Tipo II
Condicao para h2 mandar para a escola publica:
if (1-pp)*log(hh3/hh2)<log((rho+A*phi*hh2)/(A*phi*hh2)) e
log(hh2/hh1)>log(A*phi*hh2/(A*phi*hh2-A*nu*hh1))-pp*log(hh3/hh2)
condicao2=1
else
condicao2=0
end
cc2(t)=(A*hh2-ttau(t))/(1+gamma);
nn2(t)=gamma*(A*hh2-ttau(t))/((1+gamma)*(A*phi*hh2));
Tipo III
Condicao para h3 mandar para a escola privada:

```

```

if (1-pp)*log(hh3/hh2)>log((rho+A*phi*hh3)/(A*phi*hh3)) e
log(hh3/hh1)>log((rho+A*phi*hh3)/(A*phi*hh3-A*nu*hh1))
condicao3=1
else
condicao3=0
end
cc3(t)=(A*hh3-ttau(t))/(1+gamma);
nn3(t)=gamma*(A*hh3-ttau(t))/((1+gamma)*(rho+A*phi*hh3));
PP1(t+1)=0;
PP2(t+1)=(1-pp)*(nn1(t)*PP1(t)+nn2(t)*PP2(t));
PP3(t+1)=nn3(t)*PP3(t)+pp*(nn1(t)*PP1(t)+nn2(t)*PP2(t));
bb(t+1)=0;
ttau(t+1)=(1.142856*PP2(t+1))/(1.190476*PP2(t+1)+PP3(t+1));
PP(t)=PP1(t)+PP2(t)+PP3(t);
HH(t)=hh1*PP1(t)+hh2*PP2(t)+hh3*PP3(t);
hh(t)=HH(t)/PP(t);
YY(t)=A*[(1-phi*nn1(t))*PP1(t)+(1-phi*nn2(t))*PP2(t)+(1-phi*nn3(t))
*PP3(t)]+nu*A*hh1*nn1(t)*PP1(t);
YY(t)=A*[(1-phi*nn1(t))*hh1*PP1(t)+(1-phi*nn2(t))*hh2*PP2(t)+(1-phi*nn3(t))
hh3*PP3(t)]+nu*A*hh1*nn1(t)*PP1(t);yy(t)=YY(t)/PP(t);
yy1(t)=A*[(1-phi*nn1(t))*hh1*PP1(t)]+nu*A*hh1*nn1(t)*PP1(t);
yy2(t)=A*[(1-phi*nn2(t))*hh2*PP2(t)];
yy3(t)=A*[(1-phi*nn3(t))*hh3*PP3(t)];
pp1(t)=PP1(t)/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
pp2(t)=(PP1(t)+PP2(t))/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
pp3(t)=(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t))/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
qq1(t)=yy1(t)/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
qq2(t)=(yy1(t)+yy2(t))/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));

```

```
qq3(t)=(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t))/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));  
GGini(t)=((pp1(t)-qq1(t))+(pp2(t)-qq2(t)))/(pp1(t)+pp2(t));  
end
```

Para comparar resultados numa economia sem e com política de transferência de renda, matendo o valor 'p', usou-se a seguinte sintaxe:

Modelo sem política de transferência de renda e com $p=0.1$

```
A=2;
h1=2.22;
h2=2.91;
h3=4.75;
gamma=0.4;
rho=0.044;
p=0.1;
phi=0.2;
nu=0.15;
P1(1)=0.3;
P2(1)=0.5;
P3(1)=0.2;
tau(1)=0.003126;
```

```
for t=1:10,
```

```
  Tipo I
```

```
  Condicao para h1 mandar para o trabalho infantil:
```

```
  if log(h3/h1)<log((rho+phi*A*h1)/(A*phi*h1-A*nu*h1)) e
  log(h2/h1)<log(A*phi*h1/(A*phi*h1-A*nu*h1))-p*log(h3/h2)
  condicao1=1
  else
  condicao1=0
  end
```

```

c1(t)=(A*h1-tau(t))/(1+gamma);
n1(t)=gamma*(A*h1-tau(t))/((1+gamma)*(A*phi*h1-A*nu*h1));
Tipo II
Condicao para h2 mandar para a escola publica:
if (1-p)*log(h3/h2)<log((rho+A*phi*h2)/(A*phi*h2)) e
log(h2/h1)>log(A*phi*h2/(A*phi*h2-A*nu*h1))-p*log(h3/h2)
condicao2=1
else
condicao2=0
end
c2(t)=(A*h2-tau(t))/(1+gamma);
n2(t)=gamma*(A*h2-tau(t))/((1+gamma)*(A*phi*h2));
Tipo III
Condicao para h3 mandar para a escola privada:
if (1-p)*log(h3/h2)>log((rho+A*phi*h3)/(A*phi*h3)) e
log(h3/h1)>log((rho+A*phi*h3)/(A*phi*h3-A*nu*h1))
condicao3=1
else
condicao3=0
end
c3(t)=(A*h3-tau(t))/(1+gamma);
n3(t)=gamma*(A*h3-tau(t))/((1+gamma)*(rho+A*phi*h3));
P1(t+1)=n1(t)*P1(t);
P2(t+1)=(1-p)*n2(t)*P2(t);
P3(t+1)=n3(t)*P3(t)+p*n2(t)*P2(t);
tau(t+1)=(1.142857*P2(t+1))/((1.190476*P2(t+1))+P3(t+1));
P(t)=P1(t)+P2(t)+P3(t);
H(t)=h1*P1(t)+h2*P2(t)+h3*P3(t);

```



```

h(t)=H(t)/P(t);
Y(t)=A*[(1-phi*n1(t))*h1*P1(t)+(1-phi*n2(t))*h2*P2(t)+(1-phi*n3(t))*h3*P3(t)]
+nu*A*h1*n1(t)*P1(t);
y(t)=Y(t)/P(t);
y1(t)=A*[(1-phi*n1(t))*h1*P1(t)]+nu*A*h1*n1(t)*P1(t);
y2(t)=A*[(1-phi*n2(t))*h2*P2(t)];
y3(t)=A*[(1-phi*n3(t))*h3*P3(t)];
p1(t)=P1(t)/(P1(t)+P2(t)+P3(t));
p2(t)=(P1(t)+P2(t))/(P1(t)+P2(t)+P3(t));
p3(t)=(P1(t)+P2(t)+P3(t))/(P1(t)+P2(t)+P3(t));
q1(t)=y1(t)/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
q2(t)=(y1(t)+y2(t))/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
q3(t)=(y1(t)+y2(t)+y3(t))/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
Gini(t)=((p1(t)-q1(t))+(p2(t)-q2(t)))/(p1(t)+p2(t));
end

```

Modelo com política de transferência de renda e com $p=0.1$

```

A=2;
hh1=2.22;
hh2=2.91;
hh3=4.75;
gamma=0.4;
rho=0.044;
p=0.1;
phi=0.2;
nu=0.15;
b(1)=0.58;
PP1(1)=0.3;
PP2(1)=0.5;

```

PP3(1)=0.2;

ttau(1)=0.0843;

for t=1:10,

Tipo I

Condicao para h1 mandar para o trabalho infantil:

if $\log(hh3/hh1) < \log((\rho + \phi * A^{hh1}) / (A * \phi^{hh1} - A^{nu * hh1}))$ e

$\log(hh2/hh1) < \log(A * \phi^{hh1} / (A * \phi^{hh1} - A^{nu * hh1})) - p * \log(hh3/hh2)$

condicao1=1

else

condicao1=0

end

$cc1(t) = (A^{hh1} - ttau(t) + b(t)) / (1 + \gamma);$

$nn1(t) = \gamma * (A^{hh1} - ttau(t) + b(t)) / ((1 + \gamma) * (A * \phi^{hh1}));$

Tipo II

Condicao para h2 mandar para a escola publica:

if $(1-p) * \log(hh3/hh2) < \log((\rho + A * \phi^{hh2}) / (A * \phi^{hh2}))$ e

$\log(hh2/hh1) > \log(A * \phi^{hh2} / (A * \phi^{hh2} - A^{nu * hh1})) - p * \log(hh3/hh2)$

condicao2=1

else

condicao2=0

end

$cc2(t) = (A^{hh2} - ttau(t)) / (1 + \gamma);$

$nn2(t) = \gamma * (A^{hh2} - ttau(t)) / ((1 + \gamma) * (A * \phi^{hh2}));$

Tipo III

Condicao para h3 mandar para a escola privada:

if $(1-p) * \log(hh3/hh2) > \log((\rho + A * \phi^{hh3}) / (A * \phi^{hh3}))$ e

$\log(hh3/hh1) > \log((\rho + A * \phi^{hh3}) / (A * \phi^{hh3} - A^{nu * hh1}))$

condicao3=1

```

else
condicao3=0
end
cc3(t)=(A*hh3-ttau(t))/(1+gamma);
nn3(t)=gamma*(A*hh3-ttau(t))/((1+gamma)*(rho+A*phi*hh3));
PP1(t+1)=0;
PP2(t+1)=(1-p)*(nn1(t)*PP1(t)+nn2(t)*PP2(t));
PP3(t+1)=nn3(t)*PP3(t)+p*(nn1(t)*PP1(t)+nn2(t)*PP2(t));
ttau(t+1)=1.142856*PP2(t+1)/(1.190476*PP2(t+1)+PP3(t+1));
b(t+1)=0;
PP(t)=PP1(t)+PP2(t)+PP3(t);
HH(t)=hh1*PP1(t)+hh2*PP2(t)+hh3*PP3(t);
hh(t)=HH(t)/PP(t);
YY(t)=A*[(1-phi*nn1(t))*hh1*PP1(t)+(1-phi*nn2(t))*hh2*PP2(t)+(1-phi*nn3(t))*hh3
PP3(t)] +nu*A*hh1*nn1(t)*PP1(t);
yy(t)=YY(t)/PP(t);
yy1(t)=A*[(1-phi*nn1(t))*hh1*PP1(t)]+nu*A*hh1*nn1(t)*PP1(t);
yy2(t)=A*[(1-phi*nn2(t))*hh2*PP2(t)];
yy3(t)=A*[(1-phi*nn3(t))*hh3*PP3(t)];
pp1(t)=PP1(t)/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
pp2(t)=(PP1(t)+PP2(t))/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
pp3(t)=(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t))/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
qq1(t)=yy1(t)/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
qq2(t)=(yy1(t)+yy2(t))/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
qq3(t)=(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t))/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
GGini(t)=((pp1(t)-qq1(t))+(pp2(t)-qq2(t)))/(pp1(t)+pp2(t));
end

```

Para comparar resultados numa economia sem e com política de transferência de renda, onde $e^1 = I$, usou-se a seguinte sintaxe:

Modelo sem política de transferência de renda e com $p=0.1$

A=2;

h1=2.22;

h2=2.91;

h3=4.75;

gamma=0.4;

rho=0.044;

p=0.1;

phi=0.2;

nu=0.15;

P1(1)=0.3;

P2(1)=0.5;

P3(1)=0.2;

tau(1)=0.03126;

for t=1:10,

Tipo I

Condicao para h1 mandar para o trabalho infantil:

if $\log(h3/h1) < \log((\rho + \phi \cdot A \cdot h1) / (A \cdot \phi \cdot h1 - A \cdot \nu \cdot h1))$ e

$\log(h2/h1) < \log(A \cdot \phi \cdot h1 / (A \cdot \phi \cdot h1 - A \cdot \nu \cdot h1)) - p \cdot \log(h3/h2)$

condicao1=1

else

condicao1=0

end

$c1(t)=(A*h1-\tau(t))/(1+\gamma);$
 $n1(t)=\gamma*(A*h1-\tau(t))/((1+\gamma)*(A*\phi*h1-A*\nu*h1));$

Tipo II

Condicao para h2 mandar para a escola publica:

if $(1-p)*\log(h3/h2)<\log((\rho+A*\phi*h2)/(A*\phi*h2))$ e
 $\log(h2/h1)>\log(A*\phi*h2/(A*\phi*h2-A*\nu*h1))-p*\log(h3/h2)$
 condicao2=1

else

condicao2=0

end

$c2(t)=(A*h2-\tau(t))/(1+\gamma);$
 $n2(t)=\gamma*(A*h2-\tau(t))/((1+\gamma)*(A*\phi*h2));$

Tipo III

Condicao para h3 mandar para a escola privada:

if $(1-p)*\log(h3/h2)>\log((\rho+A*\phi*h3)/(A*\phi*h3))$ e
 $\log(h3/h1)>\log((\rho+A*\phi*h3)/(A*\phi*h3-A*\nu*h1))$
 condicao3=1

else

condicao3=0

end

$c3(t)=(A*h3-\tau(t))/(1+\gamma);$
 $n3(t)=\gamma*(A*h3-\tau(t))/((1+\gamma)*(\rho+A*\phi*h3));$

$P1(t+1)=n1(t)*P1(t);$

$P2(t+1)=(1-p)*n2(t)*P2(t);$

$P3(t+1)=n3(t)*P3(t)+p*n2(t)*P2(t);$

$\tau(t+1)=(1.142857*P2(t+1))/((1.190476*P2(t+1))+P3(t+1));$

$P(t)=P1(t)+P2(t)+P3(t);$

$H(t)=h1*P1(t)+h2*P2(t)+h3*P3(t);$

```

h(t)=H(t)/P(t);
Y(t)=A*[(1-phi*n1(t))*h1*P1(t)+(1-phi*n2(t))*h2*P2(t)+(1-phi*n3(t))*h3*P3(t)]
+nu*A*h1*n1(t)*P1(t);
y(t)=Y(t)/P(t);
y1(t)=A*[(1-phi*n1(t))*h1*P1(t)]+nu*A*h1*n1(t)*P1(t);
y2(t)=A*[(1-phi*n2(t))*h2*P2(t)];
y3(t)=A*[(1-phi*n3(t))*h3*P3(t)];
p1(t)=P1(t)/(P1(t)+P2(t)+P3(t));
p2(t)=(P1(t)+P2(t))/(P1(t)+P2(t)+P3(t));
p3(t)=(P1(t)+P2(t)+P3(t))/(P1(t)+P2(t)+P3(t));
q1(t)=y1(t)/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
q2(t)=(y1(t)+y2(t))/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
q3(t)=(y1(t)+y2(t)+y3(t))/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
Gini(t)=((p1(t)-q1(t))+(p2(t)-q2(t)))/(p1(t)+p2(t));
end

```

Modelo com política de transferência de renda e com $p=0.1$

```

A=2;
hh1=2.2;
hh2=2.91;
hh3=4.75;
gamma=0.4;
rho=0.044;
p=0.1;
phi=0.2;
nu=0.15;
b(1)=0.58;
PP1(1)=0.3;
PP2(1)=0.5;

```

```

PP3(1)=0.2;
ttau(1)=0.0843;
for t=1:10,
Tipo I
Condicao para h1 mandar para o trabalho infantil:
if log(hh3/hh1)<log((rho+phi*A*hh1)/(A*phi*hh1-A*nu*hh1)) e
log(hh2/hh1)<log(A*phi*hh1/(A*phi*hh1-A*nu*hh1))-p*log(hh3/hh2)
condicao1=1
else
condicao1=0
end
cc1(t)=(A*hh1-ttau(t))/(1+gamma);
nn1(t)=gamma*(A*hh1-ttau(t))/((1+gamma)*(A*phi*hh1-A*nu*hh1-bb(t)));
Tipo II
Condicao para h2 mandar para a escola publica:
if (1-p)*log(hh3/hh2)<log((rho+A*phi*hh2)/(A*phi*hh2)) e
log(hh2/hh1)>log(A*phi*hh2/(A*phi*hh2-A*nu*hh1))-p*log(hh3/hh2)
condicao2=1
else
condicao2=0
end
cc2(t)=(A*hh2-ttau(t))/(1+gamma);
nn2(t)=gamma*(A*hh2-ttau(t))/((1+gamma)*(A*phi*hh2));
Tipo III
Condicao para h3 mandar para a escola privada:
if (1-p)*log(hh3/hh2)>log((rho+A*phi*hh3)/(A*phi*hh3)) e
log(hh3/hh1)>log((rho+A*phi*hh3)/(A*phi*hh3-A*nu*hh1))
condicao3=1

```

```

else
condicao3=0
end
cc3(t)=(A*hh3-ttau(t))/(1+gamma);
nn3(t)=gamma*(A*hh3-ttau(t))/((1+gamma)*(rho+A*phi*hh3));
PP1(t+1)=0;
PP2(t+1)=(1-p)*(nn1(t)*PP1(t)+nn2(t)*PP2(t));
PP3(t+1)=nn3(t)*PP3(t)+p*(nn1(t)*PP1(t)+nn2(t)*PP2(t));
ttau(t+1)=1.142856*PP2(t+1)/(1.190476*PP2(t+1)+PP3(t+1));
b(t+1)=0.01;
PP(t)=PP1(t)+PP2(t)+PP3(t);
HH(t)=hh1*PP1(t)+hh2*PP2(t)+hh3*PP3(t);
hh(t)=HH(t)/PP(t);
YY(t)=A*[(1-phi*nn1(t))*hh1*PP1(t)+(1-phi*nn2(t))*hh2*PP2(t)+(1-phi*nn3(t))*hh3
PP3(t)] +nu*A*hh1*nn1(t)*PP1(t);
yy(t)=YY(t)/PP(t);
yy1(t)=A*[(1-phi*nn1(t))*hh1*PP1(t)]+nu*A*hh1*nn1(t)*PP1(t);
yy2(t)=A*[(1-phi*nn2(t))*hh2*PP2(t)];
yy3(t)=A*[(1-phi*nn3(t))*hh3*PP3(t)];
pp1(t)=PP1(t)/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
pp2(t)=(PP1(t)+PP2(t))/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
pp3(t)=(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t))/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
qq1(t)=yy1(t)/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
qq2(t)=(yy1(t)+yy2(t))/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
qq3(t)=(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t))/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
GGini(t)=((pp1(t)-qq1(t))+(pp2(t)-qq2(t)))/(pp1(t)+pp2(t));
end

```


Para comparar resultados numa economia com política de transferência de renda e outra com aumento de “p”, usou-se a seguinte sintaxe:

Modelo com política de transferência de renda e com $p=0.1$

```
A=2;
h1=2.22;
h2=2.91;
h3=4.75;
gamma=0.4;
rho=0.044;
p=0.1;
phi=0.2;
nu=0.15;
b(1)=0.58
P1(1)=0.3;
P2(1)=0.5;
P3(1)=0.2;
tau(1)=0.0843;
```

```
for t=1:10,
```

```
Tipo I
```

```
Condicao para h1 mandar para o trabalho infantil:
```

```
if log(h3/h1)<log((rho+phi*A*h1)/(A*phi*h1-A*nu*h1)) e
log(h2/h1)<log(A*phi*h1/(A*phi*h1-A*nu*h1))-p*log(h3/h2)
condicao1=1
else
condicao1=0
```

end

$$c1(t)=(A*h1-\tau(t))/(1+\gamma);$$

$$n1(t)=\gamma*(A*h1-\tau(t))/((1+\gamma)*(A*\phi*h1-b(t)));$$

Tipo II

Condicao para h2 mandar para a escola publica:

$$\text{if } (1-p)*\log(h3/h2)<\log((\rho+A*\phi*h2)/(A*\phi*h2)) \text{ e}$$

$$\log(h2/h1)>\log(A*\phi*h2/(A*\phi*h2-A*\nu*h1))-p*\log(h3/h2)$$

$$\text{condicao2}=1$$

else

$$\text{condicao2}=0$$

end

$$c2(t)=(A*h2-\tau(t))/(1+\gamma);$$

$$n2(t)=\gamma*(A*h2-\tau(t))/((1+\gamma)*(A*\phi*h2));$$

Tipo III

Condicao para h3 mandar para a escola privada:

$$\text{if } (1-p)*\log(h3/h2)>\log((\rho+A*\phi*h3)/(A*\phi*h3)) \text{ e}$$

$$\log(h3/h1)>\log((\rho+A*\phi*h3)/(A*\phi*h3-A*\nu*h1))$$

$$\text{condicao3}=1$$

else

$$\text{condicao3}=0$$

end

$$c3(t)=(A*h3-\tau(t))/(1+\gamma);$$

$$n3(t)=\gamma*(A*h3-\tau(t))/((1+\gamma)*(\rho+A*\phi*h3));$$

$$P1(t+1)=0;$$

$$P2(t+1)=(1-p)*n2(t)*P2(t);$$

$$P3(t+1)=n3(t)*P3(t)+p*n2(t)*P2(t);$$

$$\tau(t+1)=(1.142856*P2(t+1))/((1.190476*P2(t+1))+P3(t+1));$$

$$b(t+1)=0 \quad P(t)=P1(t)+P2(t)+P3(t);$$

```

H(t)=h1*P1(t)+h2*P2(t)+h3*P3(t);
h(t)=H(t)/P(t);
Y(t)=A*[(1-phi*n1(t))*h1*P1(t)+(1-phi*n2(t))*h2*P2(t)+(1-phi*n3(t))*h3*P3(t)]
+nu*A*h1*n1(t)*P1(t);
y(t)=Y(t)/P(t);
y1(t)=A*[(1-phi*n1(t))*h1*P1(t)]+nu*A*h1*n1(t)*P1(t);
y2(t)=A*[(1-phi*n2(t))*h2*P2(t)];
y3(t)=A*[(1-phi*n3(t))*h3*P3(t)];
p1(t)=P1(t)/(P1(t)+P2(t)+P3(t));
p2(t)=(P1(t)+P2(t))/(P1(t)+P2(t)+P3(t));
p3(t)=(P1(t)+P2(t)+P3(t))/(P1(t)+P2(t)+P3(t));
q1(t)=y1(t)/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
q2(t)=(y1(t)+y2(t))/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
q3(t)=(y1(t)+y2(t)+y3(t))/(y1(t)+y2(t)+y3(t));
Gini(t)=((p1(t)-q1(t))+(p2(t)-q2(t)))/(p1(t)+p2(t));
end

```

Modelo para economia com política de melhoramento da educação

```

A=2;
hh1=2.22;
hh2=2.91;
hh3=4.75;
gamma=0.4;
rho=0.044;
p=0.8;
phi=0.2;
nu=0.15;
PP1(1)=0.3;
PP2(1)=0.5;

```

```

PP3(1)=0.2;
ttau(1)=0.03126;
for t=1:10,
Tipo I
Condicao para h1 mandar para o trabalho infantil:
if log(hh3/hh1)<log((rho+phi*A*hh1)/(A*phi*hh1-A*nu*hh1)) e
log(hh2/hh1)<log(A*phi*hh1/(A*phi*hh1-A*nu*hh1))-p*log(hh3/hh2)
condicao1=1
else
condicao1=0
end
cc1(t)=(A*hh1-ttau(t))/(1+gamma);
nn1(t)=gamma*(A*hh1-ttau(t))/((1+gamma)*(A*phi*hh1-A*nu*hh1));
Tipo II
Condicao para h2 mandar para a escola publica:
if (1-p)*log(hh3/hh2)<log((rho+A*phi*hh2)/(A*phi*hh2)) e
log(hh2/hh1)>log(A*phi*hh2/(A*phi*hh2-A*nu*hh1))-p*log(hh3/hh2)
condicao2=1
else
condicao2=0
end
cc2(t)=(A*hh2-ttau(t))/(1+gamma);
nn2(t)=gamma*(A*hh2-ttau(t))/((1+gamma)*(A*phi*hh2));
Tipo III
Condicao para h3 mandar para a escola privada:
if (1-p)*log(hh3/hh2)>log((rho+A*phi*hh3)/(A*phi*hh3)) e
log(hh3/hh1)>log((rho+A*phi*hh3)/(A*phi*hh3-A*nu*hh1))
condicao3=1

```

```

else
condicao3=0
end
cc3(t)=(A*hh3-ttau(t))/(1+gamma);
nn3(t)=gamma*(A*hh3-ttau(t))/((1+gamma)*(rho+A*phi*hh3));
PP1(t+1)=nn1(t)*PP1(t);
PP2(t+1)=(1-p)*(nn2(t)*PP2(t)+nn3(t)*PP3(t));
PP3(t+1)=p*(nn3(t)*PP3(t)+nn2(t)*PP2(t));
ttau(t+1)=(1.142857*PP2(t+1))/((1.190476*PP2(t+1))+((P1(t+1)+P3(t+1))));
PP(t)=PP1(t)+PP2(t)+PP3(t);
HH(t)=hh1*PP1(t)+hh2*PP2(t)+hh3*PP3(t);
hh(t)=HH(t)/PP(t);
YY(t)=A*[(1-phi*nn1(t))*hh1*PP1(t)+(1-phi*nn2(t))*hh2*PP2(t)+(1-phi*nn3(t))*hh3
PP3(t)] +nu*A*hh1*nn1(t)*PP1(t);
yy(t)=YY(t)/PP(t);
yy1(t)=A*[(1-phi*nn1(t))*hh1*PP1(t)]+nu*A*hh1*nn1(t)*PP1(t);
yy2(t)=A*[(1-phi*nn2(t))*hh2*PP2(t)];
yy3(t)=A*[(1-phi*nn3(t))*hh3*PP3(t)];
pp1(t)=PP1(t)/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
pp2(t)=(PP1(t)+PP2(t))/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
pp3(t)=(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t))/(PP1(t)+PP2(t)+PP3(t));
qq1(t)=yy1(t)/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
qq2(t)=(yy1(t)+yy2(t))/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
qq3(t)=(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t))/(yy1(t)+yy2(t)+yy3(t));
GGini(t)=((pp1(t)-qq1(t))+(pp2(t)-qq2(t)))/(pp1(t)+pp2(t));
end

```

Referências Bibliográficas

- Baland, J.-M. & Robinson, J. A. (2000), ‘Is Child Labor Inefficient?’, *Journal of Political Economy* **108**.
- Barros, R., Carvalho, M., Franco, S. & Mendonça, R. (2006), ‘Consequências e Causas Imediatas da Queda Recente da Desigualdade de Renda Brasileira’, *Publicação IPEA: Texto para Discussão 1201 junho*.
- Basu, K. & Tzannatos, Z. (2003), ‘The Global Child Labor Problem: What Do We Know and What Can We Do?’, *The World Bank Economic Review* **17(2)**, 147–173.
- Basu, K. & Van, P. H. (1998), ‘The Economics of Child Labor’, *The American Economic Review* **88**, 412–427.
- Basu, K. & Van, P. H. (1999), ‘An Economic Analysis of Child Labor’, *Economics Letters* pp. 99–105.
- Becker, G. S. & Lewis, H. (1973), ‘On the Interaction between the Quantity and the Quality of Children’, *Journal of Political Economy* **81**, 279–288.
- Bourguignon, F., Ferreira, F. H. G. & Leite, P. G. (2003), ‘Conditional Cash Transfers,

- Schooling and Child Labor : Micro-Simulating Brazil's Bolsa Escola Program', *The World Bank Economic Review* **17(2)**, 229–254.
- Brasil (2000), 'Lei 10.097', www.fundabrinq.org.br/peac/Base/legislacoes/lei10097.htm.
- Cavalcanti, T. (2003), 'Child Labor and School Policies', *Revista Brasileira de Economia* **57(4)**, 741–753.
- Doepke, M. (2004), 'Accounting for Fertility Decline During the Transition to Growth', *Journal of Economic Growth* **9**, 347–383.
- Doepke, M. & Zilibotti, F. (2005), 'The Macroeconomics of Child Labor the Regulation', *The American Economic Review* **95**.
- Fallon, P. & Tazannatos, Z. (1998), 'Child Labor: Issues and Directions for the World Bank', *Washington D.C. World Bank*.
- Fernández, R. & Rogerson, R. (2001), 'Sorting and Long Run Inequality', *Quarterly Journal of Economics* **116(4)**, 1305–1341.
- Grootaert, C. & Kanbur, R. (1995), 'Child Labor: An Economic Perspective.', *International Labour Review* **134(2)**, 187–203.
- Hazan, M. & Berdugo, B. (2002), 'Child Labor, Fertility and Economic Growth', *The Economic Journal* **112**, 810–828.
- IBGE (2005), 'Síntese de indicadores sociais', www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/condicaodevida/indicadoresminimos/sinteseindicadores2005.
- KC, B. K., Subedi, G. & Adhikari, K. P. (2001), Trafficking in Girls with Special Reference to Prostitution: A Rapid Assessment, Technical report, Working Paper, International Program on The Elimination of Child Labour, International Labor Organization, Geneva.

- la Croix, D. & Doepke, M. (2004), ‘Public versus Private Education when Differential Fertility Matters’, *Journal of Development Economics* **73**, 607–629.
- Levison, D., Anker, R., Ashraf, S. & Barge, S. (1998), ‘Is Child Labor Really Necessary in India’s Carpet Industry?’, www.ilo.org/public/english/standards/ipecc/publ/policy/papers/carpet/carpet1.htm .
- OIT (2001), ‘Combate ao trabalho infantil’, www.oit.org/public/portugues/region/ampro/brasil/inf/download/guia/caderno1 .
- Oliveira, J. & Schwartzman, S. (2002), ‘A Escola Vista por Dentro’, *Alfa Educativa Editora, Belo Horizonte* .
- Pessôa, S. (2006), ‘Perspectivas de Crescimento no Longo Prazo para o Brasil: Questões em Aberto’, *Ensaaios Econômicos da EPGE* **609**.
- Ray, R. (2000), ‘Analysis of Child Labor in Peru and Pakistan: A Comparative Study’, *Journal of Population Economics* **13(1)**, 3–19.
- Vilela, R. (1998), ‘O Trabalho Infantil no Mundo’, *Publicação IPEA: Mercado de Trabalho - Conjuntura e Análise* **8**, 9–11.