



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA – CURSO DE MESTRADO

**REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS MOBILIZADOS POR
PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO ENSINO DOS PRISMAS**

VALÉRIA DA SILVA SANTOS

RECIFE (PE), 2020

VALÉRIA DA SILVA SANTOS

**REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS MOBILIZADOS POR
PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO ENSINO DOS PRISMAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Educação Matemática e Tecnológica.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Iranete Maria da Silva Lima.

Catálogo na fonte
Bibliotecária Natalia Nascimento, CRB-4/1543

- S237r Santos, Valéria da Silva.
Registros de representações semióticas mobilizados por professores de matemática no ensino dos prismas. / Valéria da Silva Santos. – Recife, 2020.
211 f.: il.
- Orientadora: Iranete Maria da Silva Lima.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE.
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2020.
Inclui Referências e Apêndices
1. Representação Semiótica. 2. Transformações Semióticas. 3. Apreensões em Geometria. 4 Ensino dos Prisma – Ensino Fundamental. 5. UFPE - Pós-graduação. I. Lima, Iranete Maria da Silva. (Orientadora). II. Título.
- 370 (23. ed.) UFPE (CE2022-017)

VALÉRIA DA SILVA SANTOS

**REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS MOBILIZADOS POR
PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO ENSINO DOS PRISMAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovada em 10/03/2020

BANCA EXAMINADORA:

Profa. Dra. Iranete Maria da Silva Lima (Presidente e Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Dra. Veronica Gitirana Gomes Ferreira (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Marcelo Câmara dos Santos (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Dra. Monica Karrer (Examinadora Externa)
Centro Universitário da Fundação Educacional Inaciana - FEI

Dedico a Deus, pela vida, força e equilíbrio a mim
concedidos. A nossa senhora Aparecida, por rogar a
Deus sempre por mim. E a João Pedro, meu sobrinho
(in memoriam).

AGRADECIMENTOS

À Profa. Dra. Iranete Lima, minha orientadora, pela constante dedicação e paciência proporcionadas ao desenvolvimento pesquisa, pela confiança a mim concedida e por todos os momentos de força, apoio e risos. Meu muito obrigada!

À Profa. Dra. Monica Karrer, pela generosidade em compartilhar seus conhecimentos conosco e pelas valiosas contribuições durante e após a qualificação do projeto de pesquisa.

À Prof. Dra. Verônica Gitirana, pelas preciosas contribuições desde a qualificação do projeto de pesquisa.

Ao Dr. Marcelo Câmara, por sua benevolência em compartilhar seus conhecimentos na defesa da dissertação.

Aos professores e técnicos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE, sempre compromissados e dispostos a ajudar. Em especial ao Prof. Dr. Sérgio Abranges, pelas longas, irritantes e maravilhosas reflexões. Ps. ainda continuo refletindo sobre “ser alguém na vida”.

Aos professores que concordaram em participar da pesquisa e que, embora anônimos nas páginas deste texto, sabem o quanto foram importantes para o desenvolvimento deste trabalho.

À CAPES, pelo investimento financeiro que viabilizou o desenvolvimento da pesquisa.

Aos meus avós, Manoel e Maria; a minha mãe, Helena; aos meus irmãos, Alexandre e Vivian; e ao meu afilhado, Eduardo, pelo apoio em todos os momentos difíceis da minha trajetória.

A Hugo Javã pela paciência, pela compreensão e pelo suporte emocional concedido a mim, nesta etapa tão turbulenta de minha vida.

Aos meus companheiros de estudo e amigos, em particular a Katy, Alan e Franklin pelo apoio e por todos os cafés que tomamos juntos. Sentirei imensas saudades!

A matemática é um produto da inteligência humana e cada ser humano tem o direito de herdar esse produto. Não se trata apenas de ensinar saberes úteis, trata-se ainda, e acima de tudo, de transmitir a nossa humanidade de geração para geração. (Veleida Anahí da Silva).

RESUMO

A pesquisa teve por objetivo compreender como os registros de representação semiótica são mobilizados por professores de matemática no ensino dos prismas no sexto ano do Ensino Fundamental. Para fundamentá-la, apoiamo-nos na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, que nos permitiu delimitar as categorias analíticas para identificar os registros de representação, analisar as transformações semióticas e as apreensões em geometria. Para produzir os dados, entrevistamos e observamos as aulas de quatro professores que ensinam matemática em três escolas públicas localizadas na região metropolitana do Recife. Os resultados da pesquisa mostram que três dos quatro professores consideram importante ensinar sobre os prismas na educação básica por propiciar o desenvolvimento da abstração e do pensamento geométrico e a compreensão da noção de espaço, embora reconheçam que o ensino deste conceito tem sido prejudicado por razões diversas, a exemplo da falta de recursos didáticos. Revelam também que todos os professores realizam atividades que envolvem atividades cognitivas de tratamento e conversão. No entanto, dois professores entendem que as atividades de conversão requerem um esforço maior por parte do aluno quanto à abstração do objeto matemático pela dificuldade que eles têm de visualizar o prisma a partir do registro na língua natural. As observações das aulas colocaram em evidência a mobilização de dois registros de representação semiótica, a língua natural e o figural, este último apresentou-se por meio das representações semióticas em perspectiva, planificada e material manipulável, não tendo um tipo de registro, prioridade sobre o outro. Quanto às transformações semióticas, os resultados da pesquisa apontam para uma maior recorrência do tratamento nas atividades propostas, e da conversão na mediação das aulas. Com relação aos quatro tipos de apreensões em geometria, as perceptivas e operatórias foram as mais mobilizadas pelos professores na resolução dos problemas propostos nas aulas. Assim, em consonância com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, os resultados da pesquisa mostram que o ensino dos prismas no contexto analisado repousa sobre a coordenação de, pelo menos, três combinações de representações semióticas: língua natural, perspectiva e planificado; língua natural, planificado e material manipulável; língua natural, perspectiva e material manipulável.

Palavras-chave: Registro de Representação Semiótica. Transformações Semióticas. Apreensões em Geometria. Ensino dos Prismas. 6º ano do Ensino Fundamental.

RÉSUMÉ

Notre recherche a eu pour objectif de comprendre comment les registres de représentation sémiotique sont mobilisés par les professeurs de mathématiques dans l'enseignement des prismes en sixième année au Brésil (classe de sixième en France). Comme fondement de notre recherche nous nous appuyons sur la théorie des registres de représentation sémiotique, qui nous a permis de délimiter les catégories analytiques pour identifier les registres de représentation, afin d'analyser les transformations sémiotiques et les différentes approches en géométrie. Pour produire nos données, nous avons interviewé et observé les cours de quatre professeurs qui enseignent les mathématiques dans trois écoles publiques localisées dans la région métropolitaine de Recife au Brésil. Les résultats de la recherche ont montré que trois des quatre professeurs considèrent important d'enseigner les prismes dans l'éducation secondaire pour permettre le développement de l'abstraction et de la pensée géométrique ainsi que pour mieux comprendre la notion d'espace. Cependant, ils considèrent que l'enseignement de ce concept a souffert pour diverses raisons, par exemple à cause du manque de ressources didactiques. Ces résultats révèlent aussi que tous les professeurs réalisent des activités cognitives de traitement et de conversion. D'autre part, deux professeurs comprennent que les activités de conversion requièrent un effort plus important de la part de l'élève à cause de la difficulté de visualisation d'un prisme, objet mathématique abstrait à partir du registre de langage naturel. Les observations de cours ont mis en évidence la mobilisation de deux registres de représentation sémiotique, le langage naturel et le figuré, ce dernier s'est présenté sous forme de représentations sémiotiques en perspective, de patrons et de matériel manipulable, ceux-ci n'ayant pas un type de registre, ni de priorité les uns sur les autres. Au sujet des transformations sémiotiques, les résultats de la recherche indiquent un recours plus important au traitement dans les activités proposées, et à la conversion dans la médiation des cours. À propos des quatre types d'approches en géométrie, ce sont les perspectives et opérations qui ont été le plus souvent mobilisées par les professeurs dans la résolution des problèmes proposés lors des cours. Ainsi, d'après la théorie des registres de représentation sémiotique, les résultats de la recherche ont montré que l'enseignement des prismes dans le contexte analysé, repose sur la coordination d'au moins trois combinaisons de représentations sémiotiques : le langage naturel, la perspective et le patron ; le langage naturel, le patron et le matériel manipulable ; le langage naturel, la perspective et le matériel manipulable.

Mots-clés : Registre de représentation sémiotique ; Transformations sémiotiques ; Approches en géométrie ; Enseignement des prismes ; 6^e année.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BCC/PE – Base Curricular Comum de Pernambuco

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

DO – Documento Oficial

EaD – Ensino a Distância

EF – Ensino Fundamental

EM – Ensino Médio

GLD – Guia do Livro Didático

LD – Livro Didático

PCN/EF – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental

PCN/EM – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

PCPE – Parâmetro Curricular de Pernambuco

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

RRS – Registros de Representação Semiótica

RRSF – Registros de Representação Semiótica Figural

TRRS – Teoria dos Registros de Representação Semiótica

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Triângulo semiótico de Peirce.....	23
Figura 2 - Descrição do paradoxo cognitivo.....	27
Figura 3 - Estrutura da representação em função da conceitualização.....	28
Figura 4 - Hexaedro regular em projeção anamórfica.....	33
Figura 5 - Exemplo de reconfiguração: superfície do hexaedro e sua planificação.....	34
Figura 6 - Exemplos de diferentes organizações perceptivas de figuras.....	39
Figura 7 - Exemplo de uma apreensão discursiva.....	39
Figura 8 - Exemplo apresentado pelo GLD – EF anos iniciais.....	58
Figura 9 - Poliedro.....	66
Figura 10 - Um poliedro convexo e um não convexo	67
Figura 11 - Modelo de prisma.....	69
Figura 12 - Classificação dos prismas	69
Figura 13 - Figura geométrica espacial representada no plano.....	71
Figura 14 - Polígono e Poliedro	71
Figura 15 - Representação do cubo	73
Figura 16 – Exemplo de hexaedro com sua respectiva planificação.....	74
Figura 17 - Construção de um prisma	78
Figura 18 - Construção do cubo com canudos flexíveis, figura unidimensional.	95
Figura 19 - RRSF em perspectiva na aula do P ₁	108
Figura 20 - RRSF em perspectiva do P ₂	108
Figura 21 - RRSF em perspectiva do P ₃	109
Figura 22 - RRSF em perspectiva do P ₄	110
Figura 23 - RRSF planificado apresentado, respectivamente, nas aulas do P ₁ e P ₂ ...	111
Figura 24 - RRSF planificado apresentado na aula do P ₄	111
Figura 25 - RRSF manipulável construído na aula dos professores P ₁ e P ₂	112
Figura 26 - RRSF apresentado na aula do P ₃	112
Figura 27 - RRSF construído na aula do professor P ₃	113
Figura 28 - Tratamento do RRSF planificado para o RRSF manipulável na aula do professor P ₁	115
Figura 29 - Tratamento do RRSF planificado para o RRSF manipulável na aula do P ₂	115
Figura 30 - RRSF em perspectiva para o RRSF planificado na aula do professor P ₁	116
Figura 31 - RRSF em perspectiva para o RRSF planificado na aula do professor P ₄	116
Figura 32 - Tratamento do RRSF em perspectiva para o RRSF manipulável na aula do professor P ₃	117
Figura 33 - Conversão do RRSF manipulável para o RRS em língua natural na aula do P ₁	118
Figura 34 - Conversão do RRSF manipulável para o RRS em língua natural na aula do P ₂ e P ₃	119
Figura 35 - Conversão do RRSF manipulável para o RRS em língua natural na aula do professor P ₂	120

Figura 36 - Conversão do RRS em língua natural para o RRSF perspectiva na aula do P ₂	121
Figura 37 - Combinação de registros mobilizados pelo P ₄	123
Figura 38 - Apreensão perceptiva e operatória na aula de P ₁ e P ₃	124
Figura 39 - Apreensão perceptiva e operatória na aula do P ₂	125
Figura 40 - Apreensão perceptiva e operatória na aula do professor P ₄	126
Figura 41 - Atividades dos livros envolvendo as apreensões perceptiva e operatória nas aulas dos professores P ₁ e P ₃	127
Figura 42 - Apreensão perceptiva, discursiva e sequencial na aula do professor P ₂ ..	128
Figura 43 - Apreensão perceptiva, discursiva e sequencial na aula do P ₃	128

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - As tricotomias fundamentais do signo	24
Quadro 2 - Tipos e funções de representações.....	29
Quadro 3 - Tipos de registros semióticos	31
Quadro 4 - Apreensão Operatória	40
Quadro 5 - Ensino dos Sólidos de acordo com a BNCC/ EF anos iniciais.....	51
Quadro 6 - Ensino dos Sólidos de acordo com a BNCC/EF- anos finais.....	52
Quadro 7 - Ensino dos Sólidos Geométricos de acordo com o PCPE.....	55
Quadro 8 - Poliedros de Platão.....	68
Quadro 9 - Exemplo de diversos registros de representação de um prisma	75
Quadro 10 - Relação das entrevistas.....	81
Quadro 11 - Relação das observações das aulas	86
Quadro 12 - Sobre o ensino de geometria.....	87
Quadro 13 - Sobre o ensino dos prismas	88
Quadro 14 - Caracterização sintetizada do perfil acadêmico e profissional dos docentes	92
Quadro 15 - Identificação dos registros de representações semióticas mobilizadas nas aulas	113
Quadro 16 - Identificação dos tratamentos de representação mobilizados nas aulas ..	121
Quadro 17 - Identificação das conversões de representação mobilizados nas aulas ..	122
Quadro 18 - Identificação das apreensões mobilizados nas aulas.....	129
Quadro 19 - Identificação dos problemas geométricos	129

SUMÁRIO

PREÂMBULO	16
INTRODUÇÃO.....	17
1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
1.1 SEMIÓTICA.....	21
1.2 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS.....	25
1.2.1 Diferentes tipos de registros de representação semiótica.....	29
1.2.2 As atividades cognitivas fundamentais ligadas à semiose	31
1.3 TEORIAS DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E AS APREENSÕES EM GEOMETRIA.....	36
2 DEMARCANDO O OBJETO DE PESQUISA.....	42
2.1 REVISÃO DA LITERATURA: O QUE DIZEM AS PESQUISAS?	42
2.2 OS DOCUMENTOS OFICIAIS E O ENSINO DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS	48
2.3 OS GUIAS DE LIVROS DIDÁTICOS E O ENSINO DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS	56
2.4 ELEMENTOS DE SÍNTESE	63
3 OS PRISMAS	66
3.1 OS PRISMAS: OBJETO MATEMÁTICO.....	66
3.2 O ENSINO DOS PRISMAS.....	70
3.3 O PRISMA SOB O OLHAR DA TRRS	73
4 CAMINHOS METODOLÓGICOS	79
4.1 CARACTERIZAÇÃO DO CAMPO E PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	79
4.2 INSTRUMENTOS PARA PRODUÇÃO DE DADOS	80
4.2.1 Entrevista.....	80
4.2.2 Observação	85
4.3 CATEGORIAS DE ANÁLISE.....	86
4.3.1 Categorias de análise das entrevistas.....	87
4.3.2 Categorias de análise das observações.....	90
5 ANÁLISES DOS RESULTADOS	92
5. 1 ANÁLISE DA ENTREVISTA.....	92
5.1.1 Caracterização do perfil acadêmico e profissional do docente.....	92
5.1.2 Ensino de Geometria	93
5.1.3 Ensino dos Prismas.....	96
5. 2 ANÁLISE DA OBSERVAÇÃO DAS AULAS	106
5.2.1 Identificação de registros de representações semiótica.....	106
5.2.2 Análise das transformações semióticas realizadas	114
5.2.3 Análise das apreensões em geometria.....	123
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	131

REFERÊNCIAS.....	135
APÊNDICES	I
Apêndice A: roteiro da entrevista	I
Apêndice B: termo de autorização	III
Apêndice C: carta ao professor.....	IV
Apêndice D: entrevista com o professor P ₁	V
Apêndice E: entrevista com o professor P ₂	IX
Apêndice F: entrevista com o professor P ₃	XIII
Apêndice G: entrevista com o professor P ₄	XVI
Apêndice H: aula do professor P ₁	XIX
Apêndice I: aula do professor P ₂	XXXII
Apêndice J: aula do professor P ₃	XXXVIII
Apêndice K: aula do professor P ₄	LI

PREÂMBULO

No terceiro período do curso em Licenciatura Plena em Matemática na Universidade de Pernambuco (UPE) tive a oportunidade de cursar a disciplina Didática da Matemática ministrada, na época, no quarto período. Na ocasião fui apresentada à Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) e, em particular, ao conceito de semiótica, inicialmente a partir da visão de Pierce (1990) e D'Amore (2005), e posteriormente, da visão de Duval (2009). Uma teoria que considere complexa, difícil de compreender. Mas, eu, como uma boa geminiana, me apaixonei por aquela complexidade.

Lembro-me de um momento específico da minha primeira apresentação na disciplina, em que precisei definir signo e o fiz utilizando essas palavras: “é a representação de alguma coisa, está mentalmente no lugar desta coisa, mas não é essa coisa”. Após pronunciar estas palavras, pensei: então o que danado é signo? Rezei para que ninguém na sala me fizesse esta pergunta. Daí em diante, passei a pesquisar e ler muito sobre o conceito de semiótica, como também sobre a TRRS. Ao final da disciplina procurei a Profa. Aparecida Rufino e, embora temendo a resposta, perguntei sobre a possibilidade de continuarmos o estudo sobre a TRRS e obtive uma resposta positiva. Após cinco períodos letivos, eu estava em uma sala apresentando minha monografia sobre os registros das representações semióticas no ensino dos sólidos platônicos.

Foi assim que nasceu o meu interesse e paixão por essa teoria. Mas, alguém pode perguntar: por que os sólidos geométricos? Bem, essa é outra história... Aconteceu paralelamente.

Na mesma época, entre o terceiro e quarto período do curso, entrei para o Grupo de Pesquisa “Ensino de Ciências” da UPE e me integrei ao subgrupo liderado pela Profa. Gilvaneide Silva, do qual participei até o término do curso, que pesquisava sobre os sólidos geométricos e algumas metodologias de ensino. A cada oficina realizada pelo subgrupo, dois fatores me inquietavam: a dificuldade de visualização espacial das figuras e a compreensão global desses objetos; e a confusão constante entre as representações e os objetos matemáticos.

Na busca de respostas para estas inquietações busquei apoio na teoria de Duval (TRRS) para compreender os fenômenos e as dificuldades inerentes ao ensino e a aprendizagem dos sólidos geométricos. Como o tempo da graduação foi insuficiente para concluir meus estudos, optei por continuá-los no mestrado. Portanto, aqui estamos...

INTRODUÇÃO

O fortalecimento do Movimento da Educação Matemática coloca o Ensino de Matemática no centro das preocupações de pesquisadores e professores, sobretudo, com o intuito de tornar os conteúdos matemáticos mais significativos para os alunos, vis-à-vis da sua natureza abstrata. Embora considerando que os conhecimentos matemáticos tenham sido construídos em diferentes épocas, por diferentes povos e contextos sociais, muitas vezes o ensino leva os alunos a ignorarem esse processo de construção, além do aspecto temporal e a transposição a que foram submetidos até chegarem ao ensino escolar.

Como acentua Eves (2004), durante séculos os conhecimentos matemáticos, incluindo os geométricos, ficaram quase que exclusivamente atrelados à representação de uma realidade considerada imutável. Martins (2012) realizou um estudo bibliográfico que lhe permitiu enunciar quatro tipos de concepções sobre a natureza da Matemática: (1) as concepções pitagóricas, na qual a Matemática é vista como conjunto de técnicas para a realização de cálculos e que não sofre influências de meios externos; (2) as concepções platônicas que confere à Matemática o *status* de ciência abstrata, pronta e acabada, e sem finalidade prática; (3) as concepções absolutistas que preconizam uma Matemática fundada sobre a lógica e desenvolvida por meio do emprego de axiomas. (4) as concepções falibilistas, contrapondo as anteriores, nas quais a Matemática é admitida como um conhecimento em construção e que é influenciada pelas dimensões históricas, sociais e culturais ao longo do tempo.

Considerando a concepção falibilista da Matemática e a natureza abstrata dos objetos matemáticos, partimos do pressuposto que as diferentes representações que o professor tem sobre o conteúdo ensinado regem o conhecimento que ele mobiliza no processo de ensino e, por consequência, influencia a aprendizagem dos alunos, pois para D'Amore (2005, p.23), “todo conhecimento matemático se vê obrigado a servir-se de representações, já que não dispõe de objetos para exibir em seu lugar ou para evoca-los¹”. A maneira de relacionar o abstrato e o concreto é ainda mais evidente quando se trata do ensino dos conceitos geométricos. Nesta perspectiva, as representações que são mobilizadas pelos professores exercem papel central na compreensão dos alunos. Sendo as representações não somente necessárias para fins de comunicação, mas também fundamentais para a atividade cognitiva do pensamento matemático.

¹ “todo concepto matemático se ve obligado a servirse de representaciones, dado que no se dispone de “objetos” para exhibir em su lugar o em su evocación”. (D'AMORE, 2005, p.23)

Nossa pesquisa se insere neste contexto e, para fundamentá-la, nos referenciamos na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) desenvolvida por Duval (1993) que se interessa pelo papel que as representações dos objetos matemáticos exercem nos processos de ensino e de aprendizagem.

Para Duval (1993, p. 39), as representações semióticas são “[...] produções constituídas pelo emprego de signos que pertencem a um sistema de representação que tem suas limitações próprias de significado e de funcionamento”. Para ele, uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica e um gráfico são exemplos de representações semióticas e que estão associados aos sistemas semióticos distintos. Dessa maneira, a mobilização de um conhecimento matemático se dá necessariamente com o auxílio de uma representação, considerando que os objetos deste conhecimento não são acessíveis fora das representações semióticas. Para tanto, é necessário trabalhar com diferentes registros de representação semiótica para propiciar uma compreensão dos objetos matemáticos e uma consequente construção do conceito pelo sujeito que aprende.

A construção de um conceito matemático, segundo Duval (2012), requer dois momentos, a *sémiosis* e a *noésis*. Para compreender um objeto matemático é necessário que a *noésis* (conceitualização) seja trabalhada a partir da *sémiosis* (representações), em uma relação de interdependência. Ademais, a compreensão integral de um conceito em matemática repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão.

Pesquisadores como Sena e Dorneles (2013) e Clemente et al. (2015) apontam para um aumento considerável no número de pesquisas sobre a Geometria nas duas últimas décadas. No entanto, revelam que os conceitos geométricos ainda não são uma das prioridades do ensino da Matemática, o que pode estar relacionado ao descaso que faz parte do processo histórico.

Com relação ao ensino da geometria espacial, Costa et al. (2009) verificou que as principais dificuldades estão associadas à linguagem, às representações dos sólidos e seus elementos, com uso de fórmulas, à ausência de relação entre a realidade dos alunos e o conceito formal e entre as próprias figuras. No que concerne à linguagem, Azerêdo e Rego (2012) propõem que no ensino da Matemática utilizem a linguagem Matemática, a qual possui regras que precisam ser compreendidas e apropriadas pelos estudantes. Quanto às demais dificuldades, Azerêdo e Rego (2016) pontuam a necessidade de uma formação para os professores que ensinam matemática, principalmente, para os que ensinam nos primeiros anos da educação básica, visto que é neste nível de escolaridade que ocorrem os primeiros contatos dos alunos

com os conceitos de geometria espacial ensinado na escola, considerando que trazem representações externas.

Pires (2000) e Ponte (2003) ressaltam que os professores precisam ter a consciência de que a aquisição de conceitos geométricos deve ocorrer mediante a realização de atividades que envolvam os alunos na observação e na comparação de figuras geométricas a partir de diferentes atributos. Flores (2006) complementa dizendo que os professores não só tomem consciência da significação que eles mesmos dão ao saber que ensinam, mas que percebam que é preciso retomar o sentido do saber, para que assim haja de fato ensino-aprendizagem em Matemática.

A Base Nacional Comum Curricular e o Parâmetro Curricular da Educação Básica do Estado de Pernambuco recomendam que no ensino dos prismas no 6º ano do Ensino Fundamental deve-se priorizar a identificação e as relações de seus elementos (vértices, arestas e faces), a associação de diferentes tipos de prismas a suas planificações e o estabelecimento de relação entre eles.

As representações dos sólidos e seus elementos, o reconhecimento das figuras geométricas espaciais, dificuldade em planificar prismas como o paralelepípedo são algumas das dificuldades listadas, respectivamente, pelos pesquisadores, Costa et al. (2009), Utimura e Curi (2016) e Viana (2014) para o ensino da Geometria. Entretanto, pesquisadores como Duval (1993), Moretti (2015) e Moran (2014) defendem que um ensino geométrico pautado na mobilização e coordenação de registros das representações semióticas é uma maneira de superar estas e outras dificuldades. Primeiro porque as representações são o modo de acesso aos objetos matemáticos, e segundo porque a coordenação de diferentes representações leva a compreensão do conteúdo.

Assim, partindo do pressuposto defendido por Duval de que as representações mobilizadas pelos professores sobre o conteúdo ensinado exercem papel central no processo de compreensão do objeto matemático pelos alunos, buscamos responder a seguinte questão de pesquisa: que registros de representação semiótica são mobilizados por professores de Matemática no ensino dos prismas no 6º ano do Ensino Fundamental? Buscando elementos de respostas para este questionamento, objetivamos compreender os registros de representação semiótica, mobilizados por professores de Matemática no ensino dos prismas no 6º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, estabelecemos os seguintes objetivos específicos: identificar os registros de representação semiótica mobilizados por professores de Matemática no ensino dos prismas; analisar as transformações semióticas realizadas por professores de Matemática no ensino dos prismas; e analisar as apreensões presentes no ensino dos prismas.

Este texto dissertativo está estruturado da seguinte maneira:

- O primeiro capítulo composto pela fundamentação teórica descreve os pressupostos da ciência semiótica centrada em Peirce, e em seguida apresenta as principais ideias da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.
- No segundo capítulo, demarcamos o nosso objeto de pesquisa, por meio da revisão de literatura e do estudo dos Documentos oficiais e Guia do Livro Didático. Utilizando o primeiro para compreender o panorama do ensino da Geometria e consequentemente dos prismas nas academias atualmente, e os demais com o intuito de compreender como os sólidos geométricos, especificamente os prismas, estão dispostos nesses documentos, como também quais as orientações e em quais níveis de escolaridade ocorrem seu ensino.
- O terceiro capítulo aborda o objeto matemático de nosso estudo, os prismas. No qual, discute-se o seu ensino e sua relação com TRRS.
- O quarto capítulo apresenta o caminho metodológico da pesquisa caracterizando o universo e os participantes da pesquisa, os procedimentos para a produção e para a análise dos dados e as categorias de análise adotadas tanto nas entrevistas como na observação das aulas.
- O quinto capítulo traz os resultados da pesquisa e as discussões, contemplando a análise das respostas dos quatro professores de Matemática por meio da entrevista semiestruturada e a análise das observações de suas aulas.
- Por fim, apresentamos nossas principais considerações sobre a pesquisa realizada, apontando perspectivas de novos estudos sobre o tema.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção, trataremos dos aspectos teóricos que dão sustentação a este estudo. Inicialmente, apresentaremos a Semiótica enquanto ciência, especificamente, na visão de Peirce². Em seguida, tratamos da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS) e seus aspectos na visão de Raymond Duval.

1.1. Semiótica

Considerada uma ciência, a semiótica nasceu por volta do século XX, em três lugares simultaneamente, na Europa Ocidental, nos EUA e na União Soviética, cada uma com sua particularidade e paternidade. A Norte-Americana foi germinada pelo cientista-lógico-filósofo Charles Sanders Peirce, a Europeia por Ferdinand de Saussure e a Soviética, inicialmente, por Nikolai Iàkovlevitx Marr e, em seguida, por Lev Semyonovich Vygotsky e Serguei Mikhailovitch Eisenstein. A norte-americana e a soviética foram nomeadas de ‘semiótica’ enquanto que a europeia foi nominada de ‘semiologia’. Mesmo considerando a diferença entre elas, neste estudo utilizaremos o termo ‘semiótica’ como equivalente a ‘semiologia’, entre outras razões para atendermos a carta constitutiva da associação internacional para estudos semióticos — *Association internationale de sémiotique* de 1969³.

Os três modelos de semiótica (Norte-Americana, Europeia e Soviética) possuem distintos domínios de referências para a análise dos signos e sua utilização, o modelo de Peirce teve as ciências em geral e a lógica, o de Saussure a linguística e o de Frege a Matemática. Os modelos de Saussure, publicado em 1916, e de Peirce, publicado entre 1890 e 1910, são considerados precursores da semiótica como disciplina. Para Duval (2011), os trabalhos posteriores de semiótica partem das contribuições desses três modelos.

Segundo Duval (2011, p. 29) cada modelo tem uma questão diretriz: (1) em Peirce: “Como analisar a variedade dos tipos de representação no processo de interpretação de seu sentido?”; (2) em Saussure: “O que constitui uma língua como um sistema comum de sentido, apesar das mudanças e variações resultantes de suas múltiplas utilizações?”; (3) em Frege: “Como explicar o processo rigoroso e não tautológico do raciocínio matemático?”.

² “Charles Sanders Peirce (1839 - 1914) – cujo nome se pronuncia como a palavra inglesa purse e não pierce” (NÓTH, 1995).

³ Para o aprofundamento sobre esse aspecto consultar Santaella (1983) e D’Amore et al., (2015).

Nesta pesquisa voltamos o olhar para um desses modelos de semiótica, a norte-americana. Não por considerá-lo mais eficiente que os demais, pois, como aponta Duval (2011), cada modelo considerou uma ideia essencial para analisar o papel dos signos e das representações no conhecimento geral, mas, porque é a mais utilizada por Duval em sua teoria.

É possível fazer o seguinte questionamento: o que é semiótica? Para Nöth (1996) semiótica (do grego *semeîo*: signo e *sema*: sinal) é a ciência dos signos e dos processos significativos tanto na natureza como na cultura, tendo por seu objeto de estudo os sistemas e processos sígnicos, abrangendo todas as características de signos, verbais, não verbais e naturais. Signos estes, produtores de mensagens, transmissores de informações de um ponto a outro no espaço e no tempo, sem os quais os processos de cognição, comunicação, significação e de cultura não seriam possíveis.

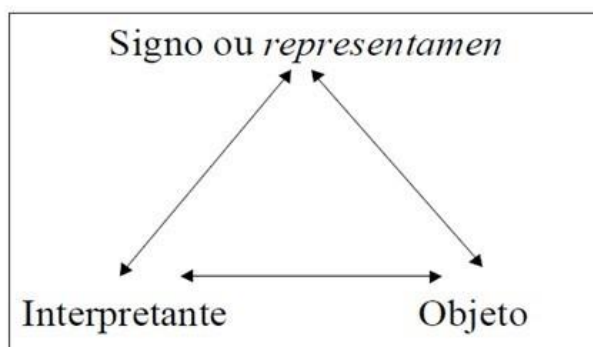
Para os linguistas Hjelmslev e Greimas a “semiótica é um sistema de signos com estruturas hierárquicas análogas à linguagem — tal como uma língua, um código de trânsito, arte, música ou literatura” (NÖTH, 1995, p. 24). Para Santaella (1995, p. 118) a semiótica peirceana “é antes de tudo, uma teoria sígnica do conhecimento, que desenha, num diagrama lógico, a planta de uma nova fundação para se repensar as eternas e imemoriais interrogações acerca da realidade e da verdade” e tem como fundamento uma fenomenologia composta de apenas três categorias, Firstness, Secondness e Thirdness, traduzidas por primeiridade, secundidade e terceiridade.

Primeiridade é o modo de ser daquilo que é tal como é, positivamente e sem referência a outra coisa qualquer; secundidade ela nos aparece em fatos tais como o outro a relação, compulsão, efeito, dependência, independência, negação, ocorrência, realidade, resultado; e terceiridade é a categoria da mediação, do hábito, da memória, da continuidade, da síntese, da comunicação, da representação, da semiose e dos signos. (COLLECTEC PAPERS, 1.356-359 *apud* NÖTH 1995, p. 64).

Nesse conceito, a primeiridade corresponde a uma consciência imediata, do presente, do que se passa na nossa mente em um determinado instante, sem nos dar tempo de pensar, distinguir. A isto Peirce (1990) denomina de qualidade de sentimento, ou seja, a primeira apreensão das coisas. A secundidade se refere ao que é material, ao que realmente vemos pelo fato de termos a consciência. A terceiridade é a compreensão do que estar diante de nós, a interpretação dada ao objeto, o significado.

A base do signo para Peirce é uma relação triádica composta por três elementos em que um deve ser fenômeno da primeiridade, o outro da secundidade e o último da terceiridade. Esta relação é denominada por Peirce de triângulo semiótico, representado na *figura 1*:

Figura 1 – Triângulo semiótico de Peirce



Fonte: Constantino (2003, p. 21)

Neste triângulo, Peirce (1990) estabelece as relações triádicas composta pelo Signo ou Representamen, Interpretante e Objeto. As quais serão apresentadas após as definições desses elementos.

Um signo ou representamen, é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria, na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado denomino interpretante do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu objeto. Representa esse objeto não em todos os seus aspectos, mas com referência há um tipo de ideia que eu, por vezes, denominei fundamento do representamen. (PEIRCE, 1990, p. 46).

O *signo* corresponde à representação de alguma coisa, mas não é essa coisa porque existe apenas na mente do receptor, em outras palavras, nada é signo se não é interpretado como signo. Para Nöth, o *signo ou o representamen* “é o veículo que traz para a mente algo de fora” (1995, p. 67). Sendo o *representamen* o signo primeiro, ele não remete diretamente ao objeto que é signo segundo. Para que isso ocorra ele, o *representamen*, necessita da mediação do interpretante que é o signo terceiro.

Para Souza (2006), não existe uma ligação estreita entre signo e objeto tendo em vista que o signo representa um objeto somente por via do interpretante que, por sua vez, pode também se tomar um representamen que provoca outro interpretante que o levará a outro objeto e assim sucessivamente. O processo de interpretação entre o signo, o objeto e o interpretante é denominado em Peirce (1990) de princípio da semiose ilimitada e a ação do signo ou o processo

no qual o signo tem um efeito cognitivo sobre o intérprete é denominado de Semiose (COLLECTEC PAPERS, 2.308/5.484 *apud* NÖTH, 1995).

O *objeto* corresponde ao referente, à coisa ou denotatum, pode ser (1) uma coisa material que temos um conhecimento perceptível, (2) uma entidade mental ou imaginária da natureza de um signo, a exemplo do pensamento, como também pode ser (3) algo inimaginável. O objeto pode ser: imediato que está dentro do signo, a exemplo da representação mental, e dinâmico ou real que está fora do signo.

O *interpretante* é o efeito do signo, algo criado na mente do intérprete que Peirce (1990) classifica em três categorias: (1) o *interpretante imediato* que corresponde à qualidade da impressão de que um signo é capaz de produzir sem uma reação atual/imediata; (2) o *interpretante dinâmico* que corresponde ao efeito direto produzido por um signo sobre um intérprete; (3) o *interpretante final* que corresponde a categoria do hábito e da lei.

Segundo Santaella (1983), Peirce estabeleceu 10 relações triádicas dos possíveis tipos de signos, ou seja, 10 tricotomias, o que resultaram em 59049 tipos de signos. Dentre esses signos, os nove mais reconhecidos estão representados no *quadro 5* que segue:

Quadro 1 - As tricotomias fundamentais do signo

Signo 1°- em si mesmo	Signo 2°- com seu objeto	Signo 3°- com o seu interpretante
1° quali-signo	ícone	rema
2° sin-signo	índice	discente
3° legi-signo	símbolo	argumento

Fonte: Santaella (1983, p. 13).

Quali-signo, ícone e rema estão associados à primeiridade e se estabelecem na relação do signo consigo mesmo. Sin-signo, índice e discente estão associados à secundidade e se estabelecem na relação do signo com o seu objeto. Legi-signo, símbolo e argumento se associam à terceiridade e se estabelecem na relação do signo com o seu interpretante. Como se pode observar, a disposição das categorias na vertical e na horizontal remete sempre às relações triádicas, representação-objeto-interpretante (R-O-I). Dessa maneira, como acentua Santaella (1983), dependendo da maneira como o signo aparece, pode representar uma qualidade, um existente ou uma lei.

1.2. Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS)

Em um estudo sobre os modelos de análise dos signos que fundamentam a Semiótica – Peirceano, Saussuriano e Fregiano – Duval (2011) concluiu que eles não se adéquam a todas as situações que se pode observar sobre o funcionamento e desenvolvimento da atividade Matemática. Assim, para estabelecer uma relação com a Matemática, o pesquisador propôs uma reformulação das questões diretrizes de cada um dos modelos, da seguinte maneira (DUVAL, 2011, p. 36).:

- Modelo de Peirce: “Em função de quais critérios podemos classificar todos os tipos de representações utilizáveis em Matemática e no ensino de Matemática?”;
- Modelo de Saussure: “Quais os processos de discriminação permitem reconhecer as unidades de sentido matematicamente pertinentes em uma expressão ou em uma representação semiótica?”;
- Modelo de Frege: “Quais são os mecanismos de substituição ou de transformação próprios a cada tipo de representação utilizada em Matemática?”.

Para Duval (2011), um modelo que responda a estas questões assim reformuladas, é um modelo que permite descrever os processos de compreensão e as causas das dificuldades presentes na aprendizagem da Matemática. Ele coloca em evidência que as representações e os signos são coisas distintas e que existe uma clivagem cognitiva profunda entre elas, embora cumpram uma função comum na atividade do conhecimento.

As representações semióticas, para Duval (2011), possuem duas características que não são encontradas no signo. A primeira é que elas têm uma organização interna que varia de um tipo de representação semiótica à outra; a segunda é que independentemente da representação semiótica, há sempre várias maneiras de distinguir suas unidades de sentido e seus níveis de organização. Para o autor, as representações semióticas são “o meio de que o indivíduo dispõe para exteriorizar suas representações mentais, ou seja, para tornarem visíveis ou acessíveis ao outro” (DUVAL, 2005, p. 15). Sendo assim, o modo de acesso aos objetos de conhecimento matemático é diferente daquele conduzido por outras disciplinas e, por essa característica, as representações semióticas em Matemática são indispensáveis não apenas para fins de comunicação, mas também para o seu desenvolvimento. Por meio das representações semióticas o objeto do conhecimento matemático se torna acessível para sua apreensão.

Duval (2011) acentua que o uso das representações semióticas no conhecimento matemático abrange dois problemas distintos: o epistemológico de acesso aos objetos matemáticos e o cognitivo. Para abordar estes problemas partimos do teste realizado pelo

pesquisador sobre a justaposição com objetos materiais e objetos matemáticos, com o objetivo de responder as seguintes questões: “podemos justapor o próprio objeto e uma de suas representações? Ao justapormos diferentes representações, podemos reconhecer se elas são representações do mesmo objeto ou não?” (DUVAL, 2011, p. 42).

Com relação aos objetos materiais, ele concluiu que existe a vantagem do acesso direto e imediato, visto que é possível justapor tais objetos a cada uma de suas representações, pois eles são acessíveis fora das representações. Quanto aos objetos matemáticos, Duval (2011) responde separadamente as duas questões. A primeira ele considera, no mínimo, problemática, pois, o acesso ao conhecimento matemático não é direto e passa, obrigatoriamente, por representações e, em alguns casos, elas são variadas. A segunda questão esbarra na exigência epistemológica fundamental de não confundir uma representação com o objeto representado. Dessa maneira, como os objetos do conhecimento matemático não são acessíveis sem intermédio de suas representações semióticas, é possível apenas justapor suas representações e não um objeto e sua representação.

Para não confundir um objeto matemático com sua representação e, conseqüentemente, para sabermos quando passamos de uma representação a outra ou quando as diferentes representações são de um mesmo objeto, ou até mesmo de outro objeto, é necessário dispor de uma segunda representação cujo conteúdo seja diferente da primeira. No entanto, quando o conteúdo das representações não tem elementos comuns, o reconhecimento de um mesmo objeto representado por A e B repousa sobre a correspondência das unidades de sentido dessas duas representações. Sendo assim, colocar em correspondência as unidades de sentido, que são próprias de cada representação, é condição cognitiva para o reconhecimento de um mesmo objeto em suas diferentes representações, o que remete ao segundo problema supracitado.

Sobre isto, o autor afirma que:

Colocar em correspondência é a única operação cognitiva que permite retirar as propriedades, ou ter acesso a novos objetos do conhecimento, com base nas unidades de sentido que constituem o conteúdo das representações semióticas. [...] as operações matemáticas e cognitivas de colocar em correspondência dizem respeito aos conteúdos respectivos de duas representações semióticas. Mas a operação cognitiva diverge da operação matemática em razão de que seu resultado não é invariante de uma relação objetiva, pois existem múltiplas maneiras de discriminar as unidades de sentido no conteúdo das representações semióticas. Seu resultado é o reconhecimento do objeto representado por meio de duas representações diferentes. (DUVAL, 2011, p. 51).

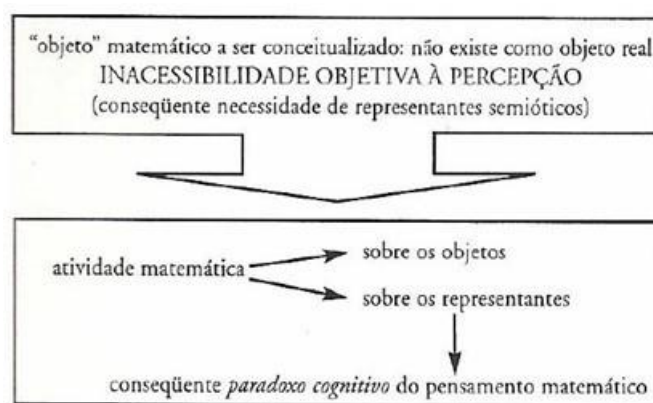
O problema de reconhecer um mesmo objeto matemático com diferentes representações semióticas é denominado pelo pesquisador de *paradoxo cognitivo* do pensamento matemático:

De um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, do outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível. [...] como os sujeitos em aprendizagem não poderiam confundir os objetos matemáticos com suas representações semióticas, se eles podem apenas tratar com as representações semióticas? (DUVAL, 2012b, p. 268).

Para dissociar o objeto de sua representação é necessário que o sujeito mobilize diferentes registros de representação semiótica. Duval (2003) utiliza o termo registro para designar os diferentes tipos de representações utilizadas em Matemática, tais como algébrico, gráfico, da língua natural e figural. Um registro de representação semiótica permite três tipos de atividades cognitivas: *formação*, *tratamento* e *conversão*. Quando se efetua uma transformação entre duas representações, ela pode se configurar em um tratamento se ocorrer no interior de um mesmo registro, ou em uma conversão se ocorrer entre duas representações de registros distintos. Voltaremos a este aspecto mais adiante.

Para melhor compreender o paradoxo cognitivo que se estabelece quando se confunde o objeto matemático com sua(s) representação(s), D'Amore (2005) desenvolveu o seguinte esquema:

Figura 2 - Descrição do paradoxo cognitivo

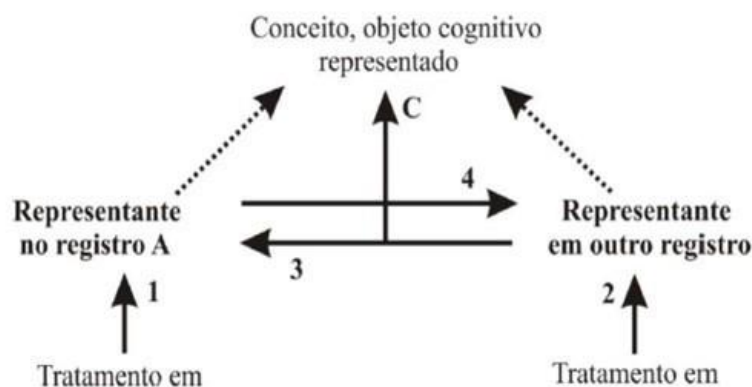


Fonte: D'Amore (2005, p. 51)

Com base neste esquema, a conceitualização do objeto matemático se torna possível somente por meio das representações semióticas. Segundo Duval (2012b, p. 282) “a compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade

da atividade cognitiva de conversão”. Antes, porém, para evidenciar que um conceito está associado a dois ou mais registros de representação, Duval (1993) apresenta a seguinte estrutura da representação em função da conceitualização.

Figura 3 - Estrutura da representação em função da conceitualização



Fonte: Duval (1993, p. 51)

Nessa estrutura, as flechas 1 e 2 correspondem às transformações internas e as flechas 3 e 4 às transformações externas: as transformações internas são específicas de cada tipo de registro e as externas remetem à atividade cognitiva de conversão. A flecha C corresponde à compreensão integral de uma representação e as flechas pontilhadas marcam a distinção entre representante e representado.

Para que um determinado conceito matemático seja compreendido são necessários dois momentos: a *sémiosis* que é a apreensão ou a produção de uma representação semiótica e a *noésis* que corresponde à apreensão conceitual de um objeto. Considerando que não existe *noésis* sem *sémiosis*, para que se obtenha a compreensão de um objeto matemático é necessário que a *noésis* (conceitualização) seja trabalhada por intermédio da *sémiosis* (representações). (DUVAL, 2012b).

No que concerne ao funcionamento do pensamento em Matemática, Duval (2011, p. 42) acentua que “é pela dinâmica das transformações semióticas que a *sémiosis* está no centro dos processos cognitivos do pensamento matemático” já que essas transformações de representação semióticas são o coração da atividade matemática. Com efeito, em Matemática utilizam-se representações para transformá-las em outras e, por esta razão, “(...) uma representação semiótica só é interessante à medida que ela pode se transformar em outra representação, e não em função do objeto que ela representa”.

Para o autor, as transformações semióticas são encontradas em todas as formas da atividade matemática, a exemplo da resolução de problemas e da demonstração de conjecturas.

Assim, para serem analisadas é necessário considerar a diversidade de tipos de representações semióticas e que a sua distinção e análise é a primeira etapa para se elaborar uma ferramenta de análise cognitiva das atividades matemáticas.

A seguir, apresentamos diferentes tipos de registros de representação semiótica.

1.2.1. Diferentes tipos de registros de representação semiótica

Segundo Duval (2009) as representações podem ser classificadas de acordo com as oposições consciente/não-consciente e interna/externa.

Quadro 2 - Tipos e funções de representações

	INTERNA	EXTERNA
CONSCIENTE	mental função de objetivação	semiótica função de objetivação função de expressão função de tratamento intencional
NÃO-CONSCIENTE	Computacional Função de tratamento automático ou quase instantâneo	

Fonte: Duval (2009, p. 43).

Consciente/não-consciente remete à oposição entre as representações que são perceptíveis para um sujeito e aquelas que são imperceptíveis. O que propicia a passagem do não-consciente para o consciente é o processo de objetivação. Para Duval (2009, p. 41), a objetivação “corresponde à descoberta pelo próprio sujeito do que até então ele mesmo não supunha, mesmo se outros lhe houvessem explicado”. Assim, as representações conscientes “são aquelas que apresentam esse caráter intencional e que completam uma função de objetivação”. Esse caráter intencional é essencial do ponto de vista cognitivo, permitindo assim, tomar consciência da significação de determinar os objetos que podem ser remarcados por um sujeito. Sendo por meio dessa significação que o sujeito faz a apreensão conceitual ou perceptiva de um objeto, tornando-se (a significação) condição necessária para a objetivação.

A externa/interna corresponde à oposição entre as representações que são diretamente visíveis e observáveis e aquelas que não o são. As representações externas são produzidas por um sujeito ou por um sistema, podendo apenas se efetuarem através de um sistema semiótico. Elas são essenciais para a função de tratamento e exerce, também, a função de comunicação. Para Duval (2009, p.42), “as representações externas são, por natureza, representações semióticas”. Já as representações internas são aquelas que pertencem ao sujeito.

O autor ressalta que essas duas oposições não podem ser assimiladas uma à outra, em outros termos, uma representação interna tanto pode ser consciente quanto não-consciente, ao passo que as conscientes podem ser internas ou externas. A combinação entre essas duas oposições permite distinguir três grandes tipos de representação: as semióticas, as mentais e as computacionais.

As representações semióticas, conforme já abordamos, são conscientes e externas. Elas “permitem uma “visão do objeto” através da percepção de *estímulos* (pontos, traços, caracteres, sons...), tendo valor de *significante*”. (DUVAL, 2009, p. 44). As representações mentais são conscientes e internas. Elas são, geralmente, identificadas como imagens mentais e recorrem a um domínio bem mais amplo do que o das imagens. Elas envolvem os conceitos, as noções e as ideias, mas também as crenças e os fantasmas. Tanto as representações mentais quanto as semióticas são conscientes. A diferença entre elas reside no fato de uma ser interna e a outra externa. Isto implica em relações complexas, considerando que representações mentais de um sujeito podem ser diferentes das representações semióticas por ele produzidas para exprimir as mentais e reflete a independência entre as funções de objetivação e de expressões contidas nas representações conscientes.

As representações semióticas apresentam certo grau de liberdade podendo ser transformadas, e as mentais não. Em razão da diversidade dos sistemas semióticos, as representações semióticas permitem para um mesmo objeto, mais de uma representação, enquanto, as representações mentais só se permitem ser tratadas por meio da mobilização de um registro semiótico.

As representações computacionais são não-conscientes e interna e, sendo de natureza homogênea, elas não requerem uma visão do objeto e, dessa forma, como afirma Duval (2009, p. 47) “permitem uma transformação algorítmica de uma sucessão de significantes em uma outra”. Assim, elas têm a função de tratamento automático e, assim, ao realizar algumas tarefas, o sujeito não precisa pensar em todos os procedimentos necessários para resolvê-las.

Quanto aos registros de representação, Duval (2009) classifica em quatro tipos: registros multifuncionais, nos quais os tratamentos não são algoritmizáveis; registros monofuncionais, em que os tratamentos são, principalmente, algoritmizados; registros discursivos e registros não-discursivos.

Quadro 3 - Tipos de registros semióticos

	<i>Registros DISCURSIVOS</i> <i>Linearidade fundamentada na</i> <i>sucessão</i> para a produção, apreensão e organização das expressões.	<i>Registros NÃO DISCURSIVOS</i> <i>Apreensão simultânea de uma</i> <i>organização bidimensional</i>
Registros MULTIFUNCIONAIS: os tratamentos são não algoritmizáveis	As línguas: três operações hierarquicamente incluídas (designação de objetos, enunciação e raciocínio) Duas modalidades de produção: oral/escrita	ICÔNICA: produção à mão livre, conservação interna das relações topológicas características das partes do objeto. Configuração geométrica: três operações independentes (construção instrumental, divisão e reconfiguração dimensional das formas).
	Representações AUXILIARES TRANSITÓRIAS para as operações livres ou externas	
Registros MONOFUNCIONAIS: as transformações de expressão são algoritmizáveis	As ESCRITAS SIMBÓLICAS para as operações de substituição ilimitadas (sistemas de numeração, escrita algébrica, línguas formais) Uma modalidade de produção: escrita	Junção entre os pontos ou nós, e orientação marcada por flechas. GRÁFICOS CARTESIANOS: operações de zoom, interpolação, mudança de eixos. ESQUEMAS.

Fonte: Duval (2011, p. 118)

Os registros monofuncionais são próprios da Matemática enquanto os multifuncionais são os utilizados fora da Matemática, com a função de objetivação e de comunicação e, em alguns casos, com a função de tratamento.

Os registros de representações semióticas discursivos são expressos em língua natural e em língua formal ou em escritas simbólicas originais do mesmo tipo de representação. Os registros não-discursivos são explicitados através de diagramas, esquemas, gráficos cartesianos e figuras geométricas. Entre os registros de representações semióticas, os mais utilizados são os registros em língua natural, o simbólico – numérico e algébrico –, o figural e o gráfico.

1.2.2. As atividades cognitivas fundamentais ligadas à semiose

Com a função de validar um sistema semiótico como um registro de representação, Duval (2009) estabeleceu três atividades cognitivas fundamentais que estão ligadas à semiose: *formação de uma representação identificável, tratamento de uma representação e conversão de uma representação.*

A formação de uma representação identificável

Esta atividade permite representar de alguma forma certo conjunto de conhecimentos. Os signos utilizados pertencem a um sistema semiótico já constituído e previamente utilizado por outros, como, enunciados de uma frase, a língua natural, composição de texto, desenhos de uma figura geométrica, a escrita de uma fórmula, de um gráfico, etc. Seus atos mais elementares são, segundo Duval (2009), a designação nominal, a reprodução de seu contorno percebido, a codificação de relações ou de certas propriedades de um movimento.

A formação de uma representação identificável deve seguir as regras próprias do sistema em que está sendo empregado. Não apenas por questões de comunicação, mas para tornar possível a utilização dos meios de tratamento oferecido pelo sistema semiótico. Toda representação semiótica deve estar contida no domínio definido pelas regras que constituem um sistema semiótico.

Dessa maneira, a formação fará uma seleção de relações e características próprias do conteúdo a representar obedecendo obrigatoriamente às regras de conformidade, sendo estas regras responsáveis por definir um sistema de representação permitindo seu reconhecimento como tal num registro determinado. Que fique claro que essas regras (regras de conformidade) não possuem competência para formar representação apenas para reconhecê-las! (DUVAL, 1995). Portanto “a formação de uma representação num registro semiótico particular, seja para “expressar” uma representação mental, seja para “evocar” um objeto real. (...) Implica sempre uma seleção no conjunto de caracteres e determinações que “queremos” representar”. (DUVAL, 2009, p. 53).

A descrição é um exemplo dessa atividade cognitiva na língua natural. Outro exemplo ocorre quando um observador tenta reconhecer o objeto matemático (um cubo, por exemplo) a partir de sua representação, analisando entre outras peculiaridades, as suas características e propriedades. Buscando algo em sua mente que possua aquelas características próprias, fazendo o reconhecimento da representação. Sendo extremamente importante para este propósito, não confundir esta situação com a descrição de um objeto ou uma situação que ainda não é semioticamente representada.

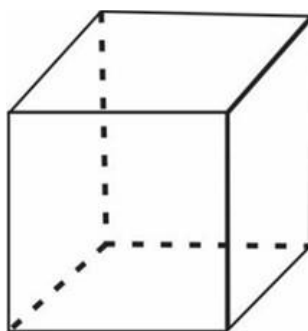
Tratamento de uma representação

Esta atividade corresponde a “uma transformação de representação interna a um registro de representação ou a um sistema” (DUVAL, 2009, p. 57), ou seja, é a transformação de uma representação em outra representação dentro de um mesmo registro.

Existem dois tipos de tratamentos, os quase-instantâneos e os intencionais. Os tratamentos quase-instantâneos “são aqueles efetuados antes mesmo de terem sido marcados e produzem as informações e as significações em que um sujeito tem imediatamente consciência”. (DUVAL, 2009, p. 50–51). E os tratamentos intencionais “são aqueles que tomam ao menos o tempo de um controle consciente para ser efetuado e que se apoiam exclusivamente sobre os dados provisoriamente remarcados, numa percepção furtiva do objeto” (Op. Cit., p. 52).

Um exemplo na língua natural dessa transformação é a *paráfrase*, a qual se reescreve o texto, deixando-o mais objetivo, porém sem mudar o seu sentido original. (DUVAL 2009). Outro exemplo é o da *anamorfose* que é uma forma de tratamento aplicada a toda representação figural. Definida por Cumming (1995) como um processo de distorcer uma imagem de tal modo que é necessário observá-la de uma maneira específica, a fim de reconhecê-la. Atalay (2007) ainda acrescenta que ao produzir uma anamorfose “o artista observa seu tema de um ponto de vista absolutamente incomum, por vezes por um olho mágico”. Este tipo de processo ocorre bastante quando representamos sólidos geométricos no plano, deixando algumas de suas faces em projeção anamórfica, já que algumas das medidas dos componentes do desenho do sólido, dependendo do ponto de vista do observador, ficam distorcidas, mas sem haver perda de suas propriedades.

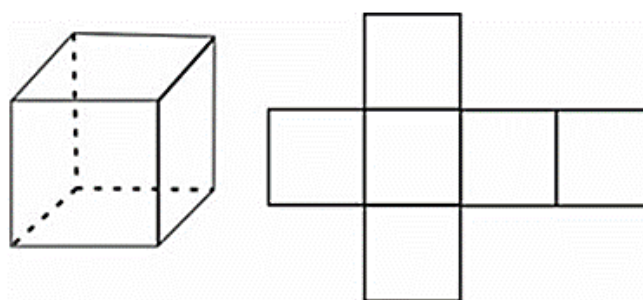
Figura 4 - Hexaedro regular em projeção anamórfica



Fonte: acervo da pesquisa

No hexaedro regular como visto na Figura 4, onde todos os ângulos são retos (90°), observa-se que algumas de suas medidas sofreram distorções. Danhoni Neves e Silva (2010) afirmam que não pode exatamente nem localizar a sua face principal, pois isto dependerá do observador, dependerá do ângulo em que ele observa a representação dada inicial. Outro exemplo de tratamento utilizado particularmente nas figuras geométricas é a *reconfiguração*.

Figura 5 - Exemplo de reconfiguração: superfície do hexaedro e sua planificação



Fonte: acervo da pesquisa

A movimentação permitida por este tratamento possibilita diversas maneiras de visualizar uma representação, o que implica que o observador poderá visualizar em diferentes posições as propriedades próprias do objeto. Facilitando também na operação de cálculos matemáticos. Sendo assim,

(...) os tratamentos figurais são operações que podem ser efetuadas materialmente ou mentalmente sobre as unidades figurais em uma figura geométrica, para obter uma modificação figural desta figura. Estes tratamentos podem ser efetuados independentemente de toda definição explícita e implícita do objeto matemático. Uma figura geométrica permite diferentes tratamentos figurais. (DUVAL, 2012b, p. 287).

Há, portanto, regras de tratamento próprio a cada registro. “Sua natureza e seu número variam consideravelmente de um registro a outro: regras de derivação, de coerência temática, associativas de contiguidade e de similitude”. (DUVAL, 2012b, p. 272). Cabe ao observador, respeitar essas regras, as quais, segundo Duval (2009), não são regras de conformidade, como as usadas na formação de uma representação identificável, são regras de expansão, na qual a representação terminal resulta dentro do mesmo registro que a de partida.

Conversão de representação

Esta atividade corresponde à transformação de uma representação de um registro considerado de partida, para outro registro considerado de chegada, mantendo totalmente ou em parte o conteúdo da representação de partida. Este tipo de transformação ocorre “quando a transformação produz uma representação de outro registro que a representação inicial”. Ou seja, a conversão “É uma transformação externa em relação ao registro da representação de partida”. (DUVAL, 2009, p. 54-58).

Exemplos desse tipo de transformação são: a ilustração que é a conversão de uma representação linguística em uma pictórica; a tradução que é a conversão de uma representação linguística de uma determinada língua em outra representação linguística de outra língua ou de outro tipo de linguagem; e a descrição que por sua vez é a conversão de uma representação não verbal (esquema, diagrama, figura, gráfico) em uma representação linguística.

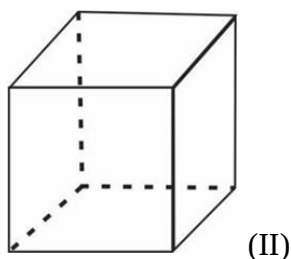
Exemplos de conversão no ensino da Matemática:

A) um certo número somado ao seu sucessor e adicionado de vinte unidades é igual a trinta e um. (I)

$$x + (x + 1) + 20 = 31 \quad (\text{II})$$

Em (I) há um registro representado em língua natural, e em (II) a sua conversão da língua natural para o registro em símbolos algébricos.

B) Represente no plano bidimensional a figura geométrica que satisfaz as seguintes propriedades: obedece à relação de Euler; possui seis faces regulares quadradas, oito vértices e doze arestas. (I)



Em (I) tem-se novamente o registro representado em língua natural. Enquanto no (II) a sua conversão se deu do registro em língua natural para o registro figural. Sendo esta transformação a que mais exige do aluno, pois envolve uma mudança de registro, requerendo uma percepção da diferença entre o sentido e a referência dos símbolos ou dos signos, ou entre o conteúdo de uma representação e aquilo que ela representa. Já que sem essa percepção torna-se impossível e incompreensível a atividade de conversão. (DUVAL, 2009).

A dificuldade encontrada para realização desta transformação no ensino da Matemática ocorre segundo Duval (2009, p. 62), porque o “lugar reservado à conversão de um registro em outro é mínimo, se não nulo”. E quando se trata de conversão nas figuras geométricas a discussão se agrava, tornando esse tipo de transformação quase inexistente neste campo do ensino da Matemática.

Existem outros fatores que contribuem para essa dificuldade, como a inexistência de regras de conversão; a mudança de registro que é quase sempre efetuada para fins de simplificação de tratamento; a crença do imediatismo e na simplicidade de uma mudança de registro, fator que não condiz com um ensino matemático sério colocando-o para trás. (DUVAL, 2009-2012b). Fatores que conforme Duval (2009) terminam criando uma ambiguidade, já que esta atividade cognitiva é a menos espontânea e mais difícil de lidar para a grande maioria dos alunos. Principalmente quando se faz a conversão da língua natural para a Matemática, ou seja, a colocação em equações ou em figuras geométricas dos dados de um enunciado, para muitos, constitui-se uma tarefa árdua.

Assim, “a conversão é, para a aprendizagem, uma atividade tão fundamental quando as atividades de formação ou de tratamento. Pois ela, sozinha, pode favorecer a coordenação dos registros de representação.” (DUVAL, 2009, p. 63). E diante do fato das três atividades cognitivas atreladas a semiose serem importantes, é lamentável que apenas a formação de uma representação identificável e o tratamento sejam levados em consideração no ensino. (DAMM, 2008).

1.3. Teorias dos registros de representação semiótica e as apreensões em geometria

Duval (2011) afirma que as figuras formam um registro de representação semiótico específico.

[...] para mostrá-lo é preciso descrever as operações puramente figurais que permitem, independentemente ou mesmo antes, a utilização de uma propriedade matemática. São essas operações figurais que permitem transformar qualquer figura em outra, com a finalidade de fazer aparecer uma solução ou produzir um contraexemplo ou ainda modelar uma situação. (DUVAL, 2011, p. 85).

As figuras geométricas apresentam três características particulares: o valor intuitivo; a não exigência de explicação complementar; e o reconhecimento quase imediato dos objetos. Elas são construídas instrumentalmente, seja com o uso da régua, com o compasso ou com o

auxílio de um *software* que conferem a elas uma confiabilidade e uma objetividade, permitindo efetuar verificações e observações. Suas representações permitem ‘ver’ o objeto, mas ver uma figura, implica em pelo menos três operações: reconhecer imediatamente as formas, isto é, os contornos fechados justapostos, superpostos, separados; mudar o olhar sem que a representação visual no papel ou no monitor seja modificada; e distinguir as representações físicas dessas unidades figurais. Portanto, existem pelo menos três maneiras de visualizar uma figura geométrica: por justaposição, superposição ou por construção instrumental.

Para o autor, “as figuras geométricas se distinguem de todas as outras representações visuais pelo fato de que existem sempre várias maneiras de reconhecer as formas ou as unidades figurais, mesmo que o fato de reconhecer umas exclui a possibilidade de reconhecer outras”. (Op. Cit., p. 86). Em outros termos, é possível mudar o olhar sem modificar a representação.

Para analisar o funcionamento cognitivo desta mudança de olhar, o pesquisador propõe considerar as dimensões das unidades figurais (3D, 2D, 1D ou OD), bem como a distinção entre as representações físicas e as unidades figurais, como as maquetes de cubo (3D/3D) e as representações semióticas em perspectiva (3D/2D).

Há dois tipos de operações figurais próprios das figuras geométricas: *as merológicas de reconfiguração* e *as desconstruções dimensionais*.

As operações merológicas se apoiam diretamente na percepção e transformam unidades figurais em outras de mesma dimensão (2D/2D ou 3D/3D); elas apresentam a particularidade de ser realizadas por manipulação sobre objetos materiais. Suas tarefas são organizadas de modo a fazer variar as figuras. As operações de desconstrução dimensional permitem analisar as transformações de uma determinada forma em outra de mesma dimensão, mesmo que pareçam diferentes aos olhos do observador. Para o autor,

Toda a utilização heurística das figuras na resolução de um problema, toda explicação de uma propriedade geométrica com a ajuda de figuras ou mesmo, para algumas, com a manipulação de um material, toda articulação do enunciado de propriedades com uma figura para justificar ou demonstrar uma conjectura dependem inteira e exclusivamente dessas duas operações figurais. (DUVAL, 2011, p. 90).

Com relação à solução de um problema geométrico no espaço, é necessário um olhar que permita ver a forma 2D obtida pela interseção de um sólido com um plano qualquer no espaço. E isto requer todo um trabalho para passar de um objeto 3D/3D a suas múltiplas representações possíveis em 3D/2D.

O autor pontua que, sem a tomada de consciência dessas duas operações, os alunos tendem a ter dificuldades para visualizar as representações geométricas e a ficarem dependentes, a cada vez, que alguém lhes diga como deve proceder. Uma sintomática desta situação decore da oposição realizada entre ‘desenho’ e ‘figura’, considerando que desenho é a configuração particular da figura no papel, no quadro ou no monitor, e que figura representa as propriedades do objeto representado pelo desenho. Sendo assim, é necessário que o aluno tenha consciência dos dois tipos de operações figurais para poder reconhecer qualquer forma 2D. Para tanto, cabe ao professor propor atividades que possibilitem ao aluno ‘ver’, sem se ancorar, inicialmente, na realização de cálculos e medidas que recorrem aos aspectos métricos e organiza as atividades de operação merológicas de forma diferente das de desconstrução dimensional.

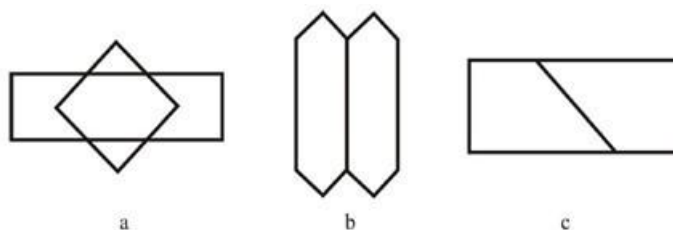
Duval (2012b) propõe quatro tipos de apreensões na resolução de problemas geométricos: *perceptiva*, *discursiva*, *operatória* e *sequencial* e ressalta que não há uma hierarquia entre elas. Porém, dependendo do problema, pode existir uma subordinação de uma com relação à outra. Sobre as apreensões perceptiva e discursiva o autor afirma:

Não importa qual figura desenhada no contexto de uma atividade matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas; e outra controlada, que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva dos elementos figurais. Estas duas atitudes encontram-se, geralmente, em conflito, porque **a figura mostra objetos que se destacam independentemente do enunciado, assim como os objetos nomeados no enunciado das hipóteses não são necessariamente aqueles que aparecem espontaneamente.** (DUVAL, 2012a, p. 120, grifo do autor).

A apreensão perceptiva se refere à operação do reconhecimento das unidades figuras em uma figura geométrica. Ela é mais imediata e automática e ocupa uma posição central entre as demais.

O autor define uma figura como “uma organização de elementos de um campo perceptivo, não homogêneo, que constitui um objeto que se destaca deste campo. Em função da sua dimensão, estes elementos podem ser pontos, traços ou zonas” (Op. Cit. p. 121). Quando os elementos figurais são traços, essa organização perceptiva de uma figura segue a lei do fechamento e da continuidade, que ocorre quando diferentes traços formam um contorno simples e fechado como se pode observar nos exemplos da Figura 6.

Figura 6 - Exemplos de diferentes organizações perceptivas de figuras

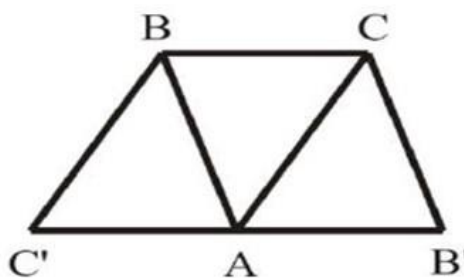


Fonte: Duval (2012a, p. 121)

Observamos na figura (a) a superposição de duas formas, um quadrado e um retângulo; na figura (b) há uma montagem de duas formas idênticas em que lados de cada uma se tocam; e na figura (c) observa-se na figura (c) a repartição de uma forma, um retângulo, em duas partes.

O pesquisador enfatiza que a lei de fechamento ou de continuidade tem uma grande importância em figuras habitualmente utilizadas no ensino escolar. Por um lado, ela provoca certa resistência ao esquecimento, devido à forma em que aparece, em proveito dos traços organizados em uma forma percebida (ou somente de certos traços). Por outro, ela exclui organizações mais simples e impede, desta maneira, de visualizar outras formas. Esta lei remete, portanto, à diferença entre as apreensões perceptivas e discursivas, tendo em vista que a primeira diz respeito à visualização da figura e a segunda à interpretação das unidades figurais. A figura 7 traz um exemplo de uma apreensão discursiva:

Figura 7 - Exemplo de uma apreensão discursiva



Fonte: Duval (2012a, p. 122)

Para o autor, a maioria dos alunos tende a considerar a apreensão perceptiva, tendo em vista o apelo à visualização em detrimento de outras apreensões, neste caso em particular, a apreensão discursiva que pode ser representada por um enunciado, pelas propriedades geométricas ou pela nomeação dos pontos da figura.

A *apreensão operatória*, segundo Duval (2012a, p.120) “é uma apreensão centrada nas modificações possíveis de uma figura inicial e nas reorganizações possíveis destas modificações”. A cada modificação podem estar associadas diversas operações, como mostra o Quadro 4:

Quadro 4 - Apreensão Operatória

Tipo de modificação figural	Operações que constituem a produtividade heurística	Fatores que interferem na visibilidade
Modificações mereológicas	- Reconfiguração intermediária - Mergulhamento	- Característica convexa ou não convexa das partes elementares
Modificações óticas	- Superposibilidade - Anamorfose	- Recobrimento parcial - Orientação
Modificações posicionais	- Rotação - Translação	- Estabilidade das referências do campo perceptivo para o suporte das figuras.

Fonte: Duval (2012a, p. 127).

A *apreensão sequencial* se evidencia em atividades de construção ou de descrição em que se pede ao aluno que reproduza uma figura dada. Um exemplo de atividade que exige este tipo de apreensão foi proposto por Moretti e Brandt (2015, p. 612):

Construa a figura seguindo, na ordem, as instruções seguintes:

- a** - Desenhe um quadrado com 5cm de lado;
- b** - Trace as diagonais do quadrado;
- c** - Chame de **I** o ponto onde as diagonais se cortam;
- d** - Trace o círculo de centro em **I** no interior do quadrado.

A resolução desta atividade, além da apreensão sequencial, exige as apreensões tanto perceptiva, discursiva e operatória, bem como as passagens das dimensões D0 (pontos), D1 (segmentos de reta) e D2 (quadrado e círculo). Sobre isto, Moran e Franco (2014) acentuam que as apreensões não aparecem de maneira isolada nos problemas geométricos porque contemplam diferentes tipos de registros figurais na resolução e articulam quatro tipos de apreensão (perceptivas, operatórias, sequencial e discursivas). Dessa maneira, permitem que cada atividade seja explorada de forma diferente. Dependendo do problema, as articulações, principalmente, entre dois ou mais tipos de apreensões, podem ser requeridas na resolução.

Duval propõe quatro tipos de articulações:

- (1) [...] **figura geométrica** é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva: é preciso ver a figura geométrica a partir das hipóteses e não das formas que se destacam ou das propriedades evidentes. A apreensão discursiva é subordinada pela apreensão perceptiva;
- (2) [...] **visualização** é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e operatória. A visualização não exige nenhum conhecimento matemático, mas ela pode comandar a apreensão operatória;
- (3) **heurística e demonstração** é o resultado da conexão entre as apreensões operatória (que é subordinada pela apreensão perceptiva) e discursiva;
- (4) **construção geométrica** é o resultado da conexão entre as apreensões discursiva e sequencial que também requerem a apreensão perceptiva. (DUVAL, 1997 *apud* MORETTI; BRANDT, 2015).

Observamos que a apreensão perceptiva pertence aos quatro tipos de articulações, evidenciando a sua importância na aprendizagem de conceitos geométricos. Para os autores, as apreensões a partir da relação de subordinação são operatória, discursiva e sequencial, em maior ou menor grau, dependendo do tipo de problema, à apreensão perceptiva.

Com base nesse arcabouço teórico, buscamos, delimitar nosso objeto de pesquisa. Para tanto, realizamos os estudos que apresentamos nos próximos capítulos.

2. DEMARCANDO O OBJETO DE PESQUISA

Realizamos uma revisão da literatura com o objetivo de compreendermos o panorama do ensino da Geometria no Brasil e, em particular, o ensino dos sólidos geométricos atualmente, com foco nos prismas e como são abordados nas pesquisas. Realizamos, também, um estudo nos principais documentos oficiais que orientam a atividade do professor, particularizando o Estado de Pernambuco, e os guias didáticos de livros didáticos. Estes estudos são apresentados a seguir.

2.1. Revisão da literatura: o que dizem as pesquisas?

A revisão da literatura foi realizada em duas etapas, a primeira é dedicada ao ensino da Geometria e a segunda é dedicada, em particular, aos prismas.

Ensino da Geometria

A pesquisa foi realizada nos anais dos eventos, XII ENEM e VI SIPEM e nos periódicos da CAPES, usando a palavra-chave: ‘ensino de geometria’. Ao todo foram encontrados quatro trabalhos no XII ENEM, dois no VI SIPEM e sessenta e oito nos periódicos da CAPES. Dentre estes artigos, selecionamos os citados a seguir. Destaco que não se trata de uma revisão sistemática e sim de um estudo bibliográfico com a finalidade de compreender o atual panorama do ensino da geometria espacial no ensino básico nos últimos cinco anos no Brasil.

Iniciamos com uma breve apresentação dos três trabalhos que trazem estudos documentais de âmbito mais geral, adiantando que todos tratam do Ensino da Geometria na sala de aula, embora com abordagens distintas.

Sena e Dorneles (2013) realizaram um mapeamento das teses brasileiras realizadas no período de 1991-2011 com o objetivo de verificar quais linhas de pesquisa estão produzindo conhecimentos sobre geometria no Brasil e em que perspectivas atuam. Para tanto, realizaram uma busca no banco de dados da Capes utilizando “Educação Matemática e Geometria” e “Ensino da Geometria” como palavras-chave. As pesquisadoras identificaram 101 teses desenvolvidas no referido período.

Os resultados mostraram que as linhas de pesquisa que possuem uma maior concentração de produções são: formação inicial e continuada, informática educativa, cognição Matemática e estudos de novos métodos. A linha cognição Matemática destacou-se compondo um total de 13% dos estudos analisados, sendo 55% dos trabalhos ligados a uma metodologia

qualitativa e interventiva, e 45% à realidade presente nas escolas. Os estudos da realidade referem a presença de obstáculos cognitivos à compreensão e às regras relacionadas aos registros semióticos da representação. Os resultados da pesquisa, também, apontam que apesar do aumento no número de pesquisas realizadas sobre a Geometria, o estudo desta área ainda não é prioridade no ensino da Matemática.

Clemente et. al. (2015), pesquisadores do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GREPEM) da Universidade Federal de Juiz de Fora, realizaram uma pesquisa documental objetivando discutir sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria a partir dos artigos publicados no período de 2000 a 2014 em três periódicos da Educação Matemática: Bolema, Gepem e Zetetiké. A análise de 18 artigos evidenciou um aumento considerável do interesse dos educadores matemáticos pela temática em foco, cujas pesquisas contemplam aspectos como a resolução de problemas, livros didáticos, dificuldades dos estudantes, conteúdos geométricos e as geometrias não-euclidianas.

Lima e Almeida (2015) realizaram uma revisão bibliográfica sobre o ensino de Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no período de 1990 a 2012, tendo por objetivo “trazer reflexões sobre uma possível proposta que privilegie inicialmente uma geometria empírica, atrelada ao cotidiano dos discentes, para, em seguida, abordar noções da geometria plana” (p. 112). Os resultados da pesquisa mostram que no ensino de Geometria é preciso que o professor promova atividades que desenvolvam o pensamento geométrico⁴ dos alunos, ensinando a Geometria, principalmente a espacial, articulada ao cotidiano do aluno. Além disso, os resultados evidenciam que o ensino de Geometria espacial pautado na exploração de conceitos tridimensionais e tendo como pré-requisito o ensino da geometria plana pode contribuir para a aprendizagem.

Viana (2014) analisou as representações semióticas produzidas por alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio em duas situações: “na tarefa de planificação do paralelepípedo e na primeira fase de solução de um problema envolvendo a área total do paralelepípedo” (p. 368). A pesquisa foi realizada com 842 alunos do nono ano do Ensino Fundamental e da terceira série do Ensino Médio de escolas públicas de cidades situadas na região do Pontal de Minas Gerais.

⁴ O pensamento geométrico “surge da interação espacial com os objetos e com os movimentos no mundo natural e desenvolve-se por meio das competências de localização, de visualização, de representação e de construção de figuras geométricas. A geometria tem um papel importante para a leitura do mundo, em especial, para a compreensão do espaço que nos circunda. Mas não se pode restringir a sua abordagem ao uso social e é preciso cuidar de construir, de modo gradual, com o aluno, o conhecimento das propriedades das figuras geométricas e da organização lógica dessas propriedades.” (BRASIL, 2016, p.16).

Os resultados da pesquisa, com relação à primeira situação, mostram que apenas 40% dos alunos construíram corretamente a representação planificada do paralelepípedo. Quanto à segunda situação, apenas 6 dos 842 alunos acertaram o problema proposto, sendo 3 do Ensino Fundamental e 3 do Ensino Médio. Estes alunos combinaram figuras, números, esquemas e palavras nas suas respostas. Os resultados evidenciaram, também, uma tendência em utilizar as planificações da primeira situação na resolução da segunda. Viana (2014) concluiu, com base na teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2009), que os sujeitos investigados não compreenderam os conceitos relativos à área total de paralelepípedo.

Utimura e Curi (2016) apresentaram alguns resultados das aprendizagens dos alunos de duas turmas de 5º ano no que se refere às figuras geométricas espaciais, ao desenvolver a estratégia metodológica de formação de professores denominada, Estudos de Aula (Lesson Study) no âmbito do Projeto Docência Compartilhada da Rede Municipal de São Paulo. A pesquisa contou com a participação de três professores, uma professora especialista de Matemática que era a própria pesquisadora e duas professoras polivalentes e foi desenvolvida em quatro etapas: planejamento das aulas, desenvolvimento das aulas, reflexão e avaliação das aulas e replanejamento das aulas.

A análise dos instrumentos de coleta dos dados (gravações em áudio, vídeo filmagens, protocolos dos alunos e o diário de bordo da professora pesquisadora) evidenciou no início da pesquisa que cerca de 50% dos alunos não tinham habilidades para representar corretamente os elementos dos prismas, das pirâmides e dos corpos redondos, a maioria dos alunos não sabiam o nome do prisma de base triangular, do prisma de base pentagonal e do prisma de base hexagonal, entre outras dificuldades. Porém, após o desenvolvimento da estratégia metodológica com os professores, notou-se um avanço na aprendizagem dos alunos, eles passaram, por exemplo, a reconhecer as figuras geométricas espaciais, nomeando-as a partir dos polígonos da base e dos demais elementos e a fazer pequenas generalizações a partir da análise das tabelas que preencheram com o número de vértices, de faces e de arestas de prismas e pirâmides.

Almeida e Silva (2016) visaram conhecer os impactos do uso da Linguagem LOGO no ensino de Geometria com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Ponta Grossa (PR), através de um curso de formação continuada. O curso de formação continuada buscou explorar a ludicidade, a leitura e debates utilizando artigos científicos sobre os temas propostos. O curso contou com a participação de sete professores de uma mesma escola, os quais foram submetidos a seis encontros presenciais do curso de formação continuada, questionários e observações sistemáticas. Os impactos que derivaram do

uso da Linguagem LOGO no ensino de Geometria com os sete professores foram os seguintes: desenvolvimento da lateralidade; desenvolvimento de localização espacial; elaboração do pensamento; possibilidade da reflexão sobre o erro; construção de conceitos no ensino de Geometria como: figuras geométricas, linhas, área e perímetro; desenvolvimento do raciocínio lógico; capacidade de criação; e por fim, envolvimento com o objeto em estudo.

Carvalho e Ferreira (2016) realizaram um estudo com três professores de duas escolas públicas de Ouro Preto/MG, tendo como objetivo identificar como os professores ensinavam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e que pistas eles poderiam dar sobre o conhecimento profissional necessário para ensinar esse conteúdo. Com base nas respostas dos professores nas entrevistas semiestruturadas, os pesquisadores evidenciaram lacunas no conhecimento comum do conteúdo, desinteresse pelo campo da Geometria, e a necessidade de uma formação matemática para os professores que ensinam nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Silva (2017) realizou uma pesquisa bibliográfica sobre problemas que podem ser os geradores das dificuldades no aprendizado de geometria. A pesquisa contou com 76 alunos de três turmas do 9º ano do Ensino Fundamental de um colégio da rede pública de ensino, situado na área urbana da cidade de Candói, no Paraná. A partir das respostas a um questionário utilizado por Silva, construído com base nos cadernos de Expectativas de Aprendizagem do Estado do Paraná (2012) do sexto ao oitavo ano, o pesquisador constatou a existência de falhas no processo de ensino e aprendizagem de geometria confirmando sua hipótese inicial. O resultado do estudo evidencia dificuldade dos alunos na utilização de instrumentos de desenho, como a régua graduada, e o não reconhecimento das figuras como trapézio, retângulo e losango ou significado de termos como segmento, poliedros e planificações.

Os resultados desses estudos dão indícios de que, mesmo com o avanço das pesquisas sobre a Geometria, em detrimento do abandono anteriormente observado (PAVANELLO, 1993), os efeitos do abandono ainda persistem. Em consonância com Silva (2017), possivelmente existe hoje no ensino de Geometria uma necessidade de mudanças que atendam às necessidades dos alunos e dos professores, por meio de processos de formação inicial e continuada.

A dificuldade em representar a planificação de figuras geométricas espaciais foi um dos aspectos evidenciados pelos trabalhos de Viana (2014), que 60% dos alunos não conseguiram efetuar a tarefa de planificar os sólidos geométricos, e de Silva (2017), no qual 75% dos alunos não identificaram a representação planificada de poliedros. Resultados como estes apontam

para a necessidade de atividades de ensino e de pesquisa sobre visualização espacial de sólidos geométricos.

Ensino dos prismas

Com o intuito de compreendermos o panorama do ensino dos prismas, realizamos uma busca com o termo ‘prismas’ nos periódicos da CAPES. Ao todo foram encontrados, apenas, quatro trabalhos, dentre os quais nenhum utilizou a Teoria dos Registros de Representação Semiótica como referencial teórico. A seguir apresentamos, em linhas gerais, três dessas pesquisas.

Giroto (2012) desenvolveu uma proposta didática com sete alunos de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Monte Alegre dos Campos-RS, sobre a aprendizagem do conceito de poliedros e prismas. A proposta didática foi desenvolvida em três encontros e teve por objetivo compreender se de fato o uso de tecnologia tem contribuição com o entendimento do educando. A hipótese inicial foi de que os estudantes seriam capazes de construir sólidos geométricos, dentre eles os poliedros e, para tanto, utilizou *softwares* matemáticos.

Para o estudo dos poliedros, a pesquisadora propôs uma sequência de atividades utilizando, inicialmente, o *software* ‘Poly’ que permitiu a visualização, a rotação e a planificação da superfície dos poliedros convexos. Em seguida, propôs que os alunos utilizassem papel cartão, lápis, tesoura e fita adesiva para desenhar e recortar algumas representações de polígonos regulares e juntar as representações de polígonos dois a dois para formar uma representação de poliedro. Para o estudo dos prismas, a pesquisadora propôs, inicialmente, a utilização do *software* ‘Uma Pletora de Poliedros’ que permite aos estudantes manipularem as representações dos prismas, suas montagens e planificações, identificar vértices, faces e arestas e registrar as descobertas. Por fim, com o auxílio dos materiais: linha, agulha, papel cartão e canudos plásticos, os alunos deveriam construir uma representação manipulável de um prisma.

Segundo Giroto (2012), com base na análise dos dados coletados por meio de observações, questionários e vídeos os resultados evidenciam a construção de conhecimentos geométricos, na medida que os alunos passaram a diferenciar polígonos e poliedros, assim como identificar as características dos prismas.

Utimura e Curi (2015) buscaram identificar as aprendizagens dos alunos e das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, por meio do desenvolvimento da metodologia dos “Estudos de Aula” sobre o tema “nomeação dos prismas mediante os

polígonos das bases”. Para tanto, as autoras utilizaram como procedimentos de produção de dados: gravações em áudio, vídeo, imagens fotográficas, protocolos dos alunos e o diário de bordo da professora pesquisadora. O desenvolvimento da pesquisa contou com duas professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental e suas respectivas turmas compostas de 35 alunos cada uma. Inicialmente, foi realizado um trabalho com as professoras e, em seguida, com os alunos, sobre o conceito de prismas, noções de faces, bases e arestas, e a nomeação destes elementos, bem como as relações entre eles. As turmas foram divididas em 7 grupos para os quais foram disponibilizados materiais de sucata e prismas de madeira (prisma de base triangular, cubo, paralelepípedo, o prisma de base pentagonal e o prisma de base hexagonal).

Os resultados da pesquisa mostram que a Metodologia de Estudos de Aula permitiu às professoras um avanço significativo no que se refere aos conteúdos matemáticos e a didática desses conteúdos, por exemplo, sobre a diferença entre lado e face e a relevância da utilização da linguagem adequada durante as aulas. Quanto aos alunos, os resultados das pesquisas mostram que eles tinham conhecimento sobre os termos cubo e paralelepípedo, mas a maioria não conhecia os termos: prisma de base triangular, prisma de base pentagonal e prisma de base hexagonal. Com o desenvolvimento das aulas, esta dificuldade foi superada, como também passaram a identificar as faces laterais, o número de faces, vértices e arestas. Com base nos resultados da pesquisa, os autores destacam que, nessa fase de escolaridade, os alunos precisam manusear formas geométricas para apreender e consolidar os conhecimentos sobre os prismas e suas propriedades, para posteriormente, visualizar mentalmente cada prisma estudado.

O estudo de Feltes e Puhl (2017) buscou proporcionar aos alunos a compreensão das relações matemáticas que estão presentes nos prismas por meio da modelagem matemática. O estudo foi realizado com uma turma de 3º ano do Ensino Médio de uma escola estadual no município de Tupandi – RS.

O processo da Modelagem matemática foi basicamente o seguinte: de início o professor/pesquisador apresentou alguns prismas para que os alunos identificassem as características comuns entre eles e também as diferenças entre uma figura plana e um sólido geométrico. Em seguida foi abordado o conceito de medida de área total dos prismas a partir da planificação de caixas levadas pelos próprios alunos. Posteriormente o professor/pesquisador abordou o conceito de volume e o conceito de diagonal. Para concluir o estudo professor/pesquisador propôs a construção de um modelo matemático de prismas, podendo ser de base quadrangular, retangular e hexagonal.

Os resultados obtidos por meio dos instrumentos de produção de dados: observação participante, registros fotográficos e conversas informais, apontam para a satisfação dos

estudantes em realizar as construções dos modelos dos prismas, como também, desenvoltura na realização dos relatórios.

Nosso estudo mostra, por um lado, que o desenvolvimento de pesquisas sobre os prismas no Brasil ainda é bastante incipiente e que, quando há, tratam dos sólidos geométricos ou dos poliedros como um todo. Por outro, apontam para a dificuldade de alunos e professores com os conceitos que o estudo dos prismas envolve.

Os resultados das pesquisas apresentam algumas semelhanças, tais como: o ensino dos prismas é pautado na visualização, planificação e na construção de materiais concretos manipulativo, em alguns casos, são utilizados *softwares* que auxiliem os alunos nestes três aspectos; a apresentação de objetos do mundo real que se assemelham aos sólidos geométricos e que servem de representação para eles; uma preocupação com o ‘ver’ as figuras espaciais, fator importante para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

No que se refere aos registros de representação semiótica no ensino dos prismas, enquanto objeto geométrico, notamos o uso do figural com representações em perspectiva e concreta e em língua natural. Estes resultados dão indícios de que nos contextos analisados o ensino dos prismas se restringe quase sempre a ‘mostrar’ sua representação e defini-lo em linguagem escrita ou oral.

2.2. Os Documentos oficiais e o ensino dos Sólidos Geométricos

Apresentamos um breve estudo sobre documentos oficiais que orientam o ensino de Matemática hoje na educação básica, em âmbito nacional e em Pernambuco, lócus da realização da pesquisa, sobre o ensino de Geometria e, especificamente, dos sólidos geométricos focando no ensino dos prismas.

Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN

Os *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental dos anos iniciais* (BRASIL, 1997) que vão da 1ª a 4ª série (2º ao 5º ano) chamam bastante a atenção para o trabalho com elementos do mundo físico, mais especificamente para o trabalho com comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos. E segundo ele,

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. (BRASIL, 1997, p. 82).

Esta articulação do mundo físico com os objetos geométricos nesta etapa de escolaridade torna-se essencial para a construção do pensamento geométrico.

Os *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental dos anos finais* (BRASIL, 1998) que vão da 5ª a 8ª série (6º ao 9º ano) evidenciam que os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, sendo por meio deles, que o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Além de desenvolver de forma bastante significativa a habilidade de pensar abstratamente. (BRASIL, 1998). Além de que,

As atividades de Geometria são muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas. Para delinear esse caminho, não se deve esquecer a articulação apropriada entre os três domínios: o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas. (BRASIL, 1998, p. 51).

Observamos que os PCN, tanto dos anos iniciais quanto dos anos finais, frisam sempre a importância de trabalhar a Geometria articulada a objetos do mundo físico, como, por exemplo, as obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato. Além de destacar a importância das construções geométricas com régua e compasso, o uso de recursos como as maquetes tridimensionais e não apenas com representações desenhadas, do trabalho com transformações geométricas (isometrias, homotetias), de estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, entre outros.

As *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCN/EM+* (BRASIL, 2006) traz que a Geometria é o caminho que permitirá ao aluno conhecer o mundo e desenvolver sentidos estéticos e éticos em relação a fatos e questões desse mundo. Criticando fortemente a abordagem tradicional a qual é submetida nas salas de aulas, restringindo-se à métrica do cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos, pontuando que este tipo de abordagem não seria suficiente para explicar, por exemplo, a estrutura de moléculas e cristais em forma de cubos e outros sólidos, nem tampouco justificaria a predominância de paralelepípedos e retângulos nas construções arquitetônicas ou a predileção dos artistas pelas linhas paralelas e perpendiculares nas pinturas e esculturas.

Parte do trabalho com Geometria está estritamente ligada às medidas que fazem a ponte entre o estudo das formas geométricas e os números que quantificam determinadas grandezas. No entanto, o ensino das propriedades métricas envolvendo cálculos de distâncias, áreas e

volumes é apenas uma parte do trabalho a ser desenvolvido que não pode ignorar as relações geométricas em si.

Para desenvolver esse raciocínio de forma mais completa, o ensino de Geometria na escola média deve contemplar também o estudo de propriedades de posições relativas de objetos geométricos; relações entre figuras espaciais e planas em sólidos geométricos; propriedades de congruência e semelhança de figuras planas e espaciais; análise de diferentes representações das figuras planas e espaciais, tais como desenho, planificações e construções com instrumentos. (BRASIL, 1999, p. 123).

Assim como nos PCN, no PCN/EM também ressalta a importância de trabalhar a Geometria fazendo comparações com os elementos do mundo físico, no qual “usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para a resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas” (BRASIL, 2006, p. 123).

Diante disso, temos uma recomendação de um ensino geométrico pautado nos seguintes elementos: comparações com elementos do mundo físico (caixa de sapato, dado, pirâmide do Egito, dentre outros), desenho, planificações e construções com instrumentos. Evitando assim uma abordagem tradicional de ensino e favorecendo a compreensão do conteúdo geométrico.

Base Nacional Comum Curricular – BNCC

Na BNCC (BRASIL, 2018) para o Ensino Fundamental são propostas cinco unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística), correlacionadas, as quais orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do EF. Na unidade Geometria é pontuado que as ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. No qual, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos.

Quanto ao ensino dos sólidos geométricos levando em consideração os anos iniciais do Ensino Fundamental, encontra-se na BNCC as seguintes recomendações:

Quadro 5 - Ensino dos Sólidos de acordo com a BNCC/ EF anos iniciais

Ano Escolar	Objetos de conhecimento	Habilidades
1º EF	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico.	(EF01MA13) Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico.
2º EF	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características.	(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.
3º EF	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações.	(EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.
4º EF	Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características.	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.
5º EF	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

Fonte: construído a partir de informações da BNCC (BRASIL, 2018)

Como se pode observar, a BNCC recomenda que o ensino relativo à compreensão das figuras geométricas espaciais comece no 3º ano do Ensino Fundamental. Nos anos escolares anteriores, o ensino deve apenas relacionar estas figuras com representações do mundo físico, ou seja, relacioná-las com representações concretas que os alunos têm familiaridade. A partir do terceiro ano escolar o professor deve iniciar o trabalho com o próprio objeto matemático, quer dizer, descrevê-lo, associá-lo às suas planificações, bem como realizar análises e nomear as figuras com base nas suas propriedades.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, o ensino de Geometria deve ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas, de maneira que a Geometria não fique reduzida à mera aplicação de fórmulas e teoremas. O documento destaca, nesta etapa do ensino, a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação. Destaca também o trabalho com diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica. O trabalho com a História da Matemática é

pontuado como um recurso que pode despertar o interesse dos alunos e representa um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática.

Com relação aos objetos de conhecimento e habilidades do ensino dos sólidos geométricos nesta etapa escolar, a BNCC traz a seguinte recomendação:

Quadro 6 - Ensino dos Sólidos de acordo com a BNCC/EF- anos finais

Ano Escolar	Objetos de conhecimento	Habilidades
6º EF- anos finais	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

Fonte: Construído com base na BNCC (BRASIL, 2018)

O ensino dos sólidos geométricos é recomendado apenas para o sexto ano e deve centrar-se nas planificações e estabelecimento de relações entre os elementos dos prismas e pirâmides. Nesta etapa, a aprendizagem da Matemática está relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos que resultam das conexões que os alunos podem estabelecer, por exemplo, com objetos com o cotidiano.

Para o Ensino Médio, a BNCC (BRASIL, 2018) propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens desenvolvidas no Ensino Fundamental, diferentemente do que recomenda para o Ensino Fundamental que contempla habilidades em cinco unidades de conhecimento (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística) próprios da área. Para tanto, toma-se como base as cinco competências que seguem:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e

precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. 5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 530).

Considerando que os alunos do Ensino Médio desenvolvam estas competências, a BNCC preconiza o favorecimento das seguintes capacidades: raciocinar, comunicar, argumentar e representar. Com relação à capacidade de representar, encontramos a seguinte explicitação:

As competências que estão diretamente associadas a **representar** pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático. Apesar de essa ação não ser exclusiva da Matemática, uma vez que todas as áreas têm seus processos de representação, em especial nessa área é possível verificar de forma inequívoca a importância das representações para a compreensão de fatos, ideias e conceitos, uma vez que o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio delas. Nesse sentido, na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade. Por esse motivo, espera-se que os estudantes conheçam diversos registros de representação e possam mobilizá-los para modelar situações diversas por meio da linguagem específica da matemática. (BRASIL, 2018, p. 529).

A quarta competência enfatiza que os estudantes devem compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão os diferentes registros de representação matemáticos, tendo em vista que elas têm um papel decisivo na aprendizagem dos estudantes. Conforme orientações da BNCC, ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender suas ideias e realizar conversões, os estudantes ampliam sua capacidade de pensar matematicamente. Com relação as conversões de objetos matemáticos um registro para outro há o reconhecimento de que não se trata de uma tarefa simples e, por vezes, uma readequação é necessária para facilitar a compreensão do objeto matemático pelo aluno. Evidencia-se, assim, uma preocupação com um ensino pautado na diferenciação entre o objeto matemático e suas representações.

Base Curricular Comum para as redes públicas de ensino de Pernambuco – BCC/PE

A BCC/PE orienta que no Ensino Fundamental, anos iniciais, a Geometria trabalhe com aspectos visuais, a partir de situações que favoreçam a identificação de propriedades comuns e as diferenças entre as diversas figuras, sem uma preocupação excessiva com suas

denominações. Por exemplo, “observar que um retângulo é uma figura plana, enquanto o paralelepípedo é espacial. Essa distinção pode ser facilitada no trabalho com, por exemplo, planificações de sólidos geométricos e suas representações”. (PERNAMBUCO, 2008, p. 90).

Para os anos finais do Ensino Fundamental a orientação contempla o trabalho com aspectos visuais e a ênfase é dada na percepção das figuras geométricas por meio das suas propriedades. No que diz respeito ao trabalho com figuras espaciais, as construções, planificações e representações das diferentes vistas são pontos fundamentais a serem trabalhados, particularmente nos prismas, pirâmides, cilindros e cones. Salientando que a ênfase não deve recair na memorização dessas propriedades e em nomenclatura, pois reconhecer uma figura geométrica através de suas propriedades, é diferente de memorizar (fazendo alusão à aprendizagem mecânica) tais propriedades (PERNAMBUCO, 2008).

Para o ensino de Geometria no Ensino Médio a BCC/PE orienta que as atividades que requerem a representação das diferentes figuras planas e espaciais presentes na natureza ou imaginadas sejam aprofundadas e sistematizadas. Deve-se exercitar as inter-relações entre o método lógico-dedutivo e o raciocínio intuitivo, apoiando-se nas representações materiais dos objetos abstratos da Geometria. Recomenda-se, também, o trabalho com construção, desde que não se resuma a uma sequência mecânica. É nesta fase que ocorre a consolidação de alguns conceitos estudados no Ensino Fundamental, como dos Prismas.

Parâmetros Curriculares da Educação Básica do Estado de Pernambuco – PCPE

O PCPE (PERNAMBUCO, 2012), que tem como base o PCN e a BCC/PE, reforça a importância de se trabalhar a Matemática vinculada aos modelos concretos, já que os objetos matemáticos são abstratos e no que lhe concerne, necessita procurar

(...) no mundo físico um fenômeno ou objeto que o represente. Neste caso, tal objeto ou fenômeno é chamado modelo concreto do ente matemático. Assim, uma caixa de papelão pode ser um modelo concreto da figura geométrica definida como paralelepípedo retângulo. Há, atualmente, uma diversidade de materiais de uso frequente, como recurso didático, no ensino da Matemática, que podem ser compreendidos como modelos concretos. Em muitos casos, tais materiais prestam-se a atividades de construção e manuseio por parte dos alunos, e são, por vezes, denominados materiais de manipulação. (PERNAMBUCO, 2012, p. 18).

Quanto às orientações por fase escolar, este documento segue as mesmas diretrizes da BCC/PE, que orienta o trabalho com os conteúdos geométricos a partir dos aspectos visuais, e de associações com objetos do mundo real, levando o aluno a se situar no espaço que o cerca.

Pois, é nesta fase que ele deverá adquirir, por exemplo, a habilidade de “Associar modelos de sólidos a suas planificações” (PERNAMBUCO, 2012, p. 94).

Nos anos finais do Ensino Fundamental, o trabalho com a Geometria avança com relação à ‘associação’ das figuras e passa a priorizar o estudo das propriedades. Os alunos devem aprender, por exemplo, a reconhecer as diferenças entre as figuras geométricas planas e espaciais por meio de suas propriedades. No Ensino Médio deve ocorrer o aprofundamento e sistematização dos conteúdos, possibilitando aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano.

Uma característica que difere este documento dos demais é a apresentação detalhada das expectativas de aprendizagem por ano de escolarização e por bloco de conteúdo (Geometria, Grandezas e Medidas, Números e Operações/Álgebra e Funções, e Tratamento da Informação), que permite localizar em qual ano escolar determinado conceito deve ser consolidado.

O objeto matemático estudado, de acordo com essas expectativas de aprendizagem deve-se iniciar no 3º ano do EF.

Quadro 7 - Ensino dos Sólidos Geométricos de acordo com o PCPE

Ano escolar	Expectativa de aprendizagem
3º ano	Desenhar a representação plana de cubos e blocos retangulares e associar as planificações desses sólidos às suas representações.
4º ano	Construir modelos de sólidos a partir de planificações. Associar figuras espaciais a suas planificações e vice-versa.
5º ano	Identificar planificações do cubo, do bloco retangular e de outros prismas, bem como do cilindro, do cone e da pirâmide.
6º ano	Associar modelos de sólidos a suas planificações.
8º ano	Associar modelos de sólidos a suas planificações.
10º ano	Associar modelos de sólidos a suas planificações.

Fonte: Construído com base no PCPE (2012)

O *Quadro 7* mostra o avanço, por ano escolar, do conteúdo caracterizado como sólidos geométricos. Apesar do fato de o ensino deste conteúdo iniciar no 3º ano do EF, ele deve ser consolidado no 6º ano do EF e aprofundado nos anos subsequentes, 8º ano do EF e 10º ano⁵ do

⁵ Para nomear os anos do Ensino Médio, o PCPE utiliza as seguintes nomenclaturas: 10º, 11º e 12º anos.

EM. Como se pode observar, nos demais anos do Ensino Fundamental (7º e 9º) e do Ensino Médio (11º e 12º), o ensino dos sólidos geométricos não é recomendado, segundo o PCPE.

Todos os documentos apresentados indicam o trabalho com os sólidos geométricos no Ensino Fundamental e no Ensino Médio mesmo sendo em maior ou menor medida a orientação é que o ensino deve progredir em função do nível de escolaridade.

Com relação ao ensino dos prismas, objeto matemático que estudamos, os documentos analisados recomendam o seguinte:

- Articulação com objetos do mundo físico/ real;
- Uso de recursos manipulativos; construções geométricas;
- Uso de *software* de geometria dinâmica; uso de representações gráficas;
- Uso da história da Matemática; e uma comunicação em linguagem matemática.

A recomendação para o uso das representações é enfatizada nos documentos (PCN, PCPE e BNCC), pois essa habilidade além de fornecer acesso aos objetos matemáticos, segundo o PCPE, ela e as habilidades de construções e planificações são basilares para o estabelecimento das propriedades das figuras espaciais.

Quanto ao ensino dos prismas, em particular, a orientação do PCPE e da BNCC é que este ensino deve ser consolidado no 6º ano do Ensino Fundamental, pois é neste ano escolar que as relações estabelecidas entre seus elementos como linguagem matemática e propriedades são apresentadas formalmente. São dispostas pelos documentos para o ensino dos prismas as seguintes habilidades: quantificar e estabelecer relações entre os elementos dos prismas (vértices, faces e arestas) e utilizá-las na resolução de problemas, bem como desenvolver a percepção espacial, associando cada prisma a sua planificação.

A seguir, apresentamos um estudo sobre a abordagem do ensino dos prismas nos Guias de Livros Didáticos (GLD), construídos no quadro do Programa Nacional de Livros Didáticos – PNLD Matemática. Para tanto, partimos da abordagem dos sólidos geométricos.

2.3. Os Guias de livros didáticos e o ensino dos Sólidos Geométricos

O Guia de Livros Didáticos (GLD) tem o objetivo de orientar os professores na escolha dos livros didáticos que utilizará como recurso para ensinar e que serão utilizados pelos alunos nas suas aulas. Os textos que o compõem são frutos de um minucioso processo de avaliação que envolve pesquisadores, professores universitários e do ensino básico das diversas áreas do conhecimento, instituições educacionais e regiões do país. A edição dos GLD é realizada pela

Secretaria de Educação Básica (SEB) do MEC e pelo Fundo Nacional para o Desenvolvimento da Educação (FNDE).

Os GLD (BRASIL, 2016-2017-2018) trazem as resenhas construídas pelos avaliadores dos livros das coleções aprovadas pelo programa e dos respectivos manuais do professor. Dentre as seções que compõem as resenhas destacam-se: uma descrição da coleção; o sumário dos conteúdos trabalhados em cada ano letivo; uma breve análise da coleção, evidenciando a distribuição dos campos matemáticos; a metodologia de ensino e aprendizagem adotada pela coleção e uma análise de como o trabalho é realizado em cada campo da Matemática.

Analizamos os três últimos GLD de Matemática: Brasil (2016) e Brasil (2017) para o Ensino Fundamental, e Brasil (2018) para o Ensino Médio.

Os GLD de Matemática para os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental estão organizados em quatro campos: Números e Operações; Geometria; Grandezas e suas medidas; Tratamento da Informação. Neste estudo nos interessamos pelas discussões realizadas no campo da Geometria, particularizando os sólidos geométricos.

O GLD de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental é composto por dezessete coleções. Inicialmente ele aborda a importância, para a educação Matemática, da Geometria e do pensamento geométrico, que segundo ele, “surge da interação espacial com os objetos e com os movimentos no mundo natural e desenvolve-se por meio das competências de localização, de visualização, de representação e de construção de figuras geométricas” (BRASIL, 2016, p. 16). Em seguida, o GLD ao explicar o resultado geral da avaliação das obras, o qual traça um perfil geral das obras aprovadas pelo PNLD 2016, ele afirma que:

(...) nesta fase da escolaridade, o estudo da geometria deve principiar com a localização e os deslocamentos no espaço, para o que é essencial o recurso a atividades que envolvam a movimentação das crianças. Além das atividades de localização e de movimentação, têm sido valorizadas no ensino da geometria as que envolvem o manuseio e a visualização de objetos do mundo físico. (BRASIL, 2016, p. 37).

As experiências do mundo físico, a exemplo da movimentação, manuseio, visualização e representação gráfica, que envolvem a percepção sensorial, são fundamentais para o ensino e a aprendizagem da geometria. A linguagem verbal também se configura como um elemento importante para este processo, tendo em vista que o seu domínio inclui possibilidades que se estendem desde a linguagem materna coloquial até a linguagem simbólica da Matemática.

Em suma, os livros aprovados pelo PNLD devem abordar quatro tipos de elementos que, embora distintos, estão inter-relacionados: os objetos físicos; os objetos gráficos; os

objetos geométricos; e a linguagem verbal ou simbólica. Para ilustrar, utilizamos um exemplo dado no GLD que reproduzimos na figura 8: à esquerda vemos uma imagem “fotográfica” de um objeto do mundo físico, uma embalagem de um produto, e à direita uma imagem gráfica ou desenho.

Figura 8 - Exemplo apresentado pelo GLD – EF anos iniciais



O GLD orienta que a embalagem e a imagem gráfica podem ser associadas entre si e que cada uma delas pode ser associada à superfície que limita a figura geométrica denominada: *paralelepípedo reto-retângulo*. A embalagem e o desenho são perceptíveis pelos sentidos, no entanto, tanto o bloco retangular quanto a superfície que o limita são objetos ideais concebidos com base em definições e em raciocínios lógicos. Com o uso das linguagens (verbais ou simbólicas) designamos o objeto físico e o objeto gráfico e explicitamos as conexões existentes entre eles. Pontua-se, dessa maneira, a necessidade de uma atenção especial ao uso da linguagem, pois, em muitas situações, emprega-se os mesmos termos para designar ora o objeto físico, ora sua representação gráfica ou conceito matemático.

A passagem do físico, perceptível e palpável para o abstrato é um dos objetivos centrais do ensino e da aprendizagem da Geometria. Convém observar, entretanto, que os objetos gráficos – desenhos e imagens – podem servir como um nível intermediário de abstração entre os objetos físicos e os matemáticos. Cabe ressaltar também que:

a análise das obras aprovadas revela que, em todas elas, justificadamente, desenvolvem-se, desde os primeiros anos, atividades cujo objetivo é conduzir a criança a associar objetos do mundo em volta dela com as figuras geométricas espaciais e planas. Simultaneamente, apresenta-se a nomenclatura dessas figuras geométricas”. (BRASIL, 2016, p. 36).

O GLD coloca em evidência o equívoco que frequentemente ocorre no ensino dos poliedros, quando se utiliza a expressão “lados” do poliedro para designar suas faces. Ressalta-se que na linguagem coloquial essa expressão é utilizada, mas cabe ao ensino escolar construir a linguagem técnico-científica, sem, com isso, negar que na esfera do cotidiano pode-se utilizar o termo em foco. Uma preocupação expressa no GLD é com relação à classificação de todos os poliedros em apenas duas classes disjuntas, os prismas e as pirâmides, bem como dos sólidos geométricos em dois grupos: os que “rolam” e os que “não rolam”.

O resultado geral da avaliação das obras aprovadas também nos mostra que prevalece a opção didática de se estudar as figuras geométricas espaciais em articulação com as figuras planas. Porém, nos livros didáticos nem sempre se encontra uma abordagem apropriada para trabalhar o conceito de dimensão das figuras geométricas, encontrando-se, pelo contrário, afirmações equivocadas sobre a dimensão das figuras geométricas. Retomando ao exemplo da embalagem fornecida na figura 8, o modelo matemático a ela associado é a superfície de um bloco retangular, constituída por seis faces retangulares. Na Matemática, prova-se que uma superfície deste tipo separa o espaço tridimensional, na qual ela está imersa, em duas regiões disjuntas: o interior do bloco e o seu exterior. Assim, visto que o sólido geométrico é constituído pela superfície e por seu interior, ele não pode ser planificado, e sim sua superfície para fins didáticos.

Sobre isto, no GLD ressalta-se o seguinte:

em algumas obras, diz-se que a superfície do bloco retangular por possuir comprimento, altura e largura é uma figura geométrica tridimensional. Este entendimento não é compatível com o conceito matemático de dimensão. Intuitivamente, pode-se dizer que essa superfície do bloco retangular está imersa em um espaço tridimensional por “não caber” em um plano, sendo, portanto, uma figura geométrica espacial ou não plana. No entanto, a figura geométrica, em si, é bidimensional, pois é constituída por uma reunião finita de partes planas. Na verdade, uma das atividades mais comuns nos livros é a planificação de recipientes do tipo da referida embalagem de suco. Quando se constrói, com canudos, um esqueleto formado pelas 12 arestas do recipiente, tem-se um modelo concreto de uma figura geométrica formada por segmentos de reta. Tal figura geométrica é espacial – está imersa no espaço tridimensional – mas é, agora, unidimensional porque composta por um número finito de segmentos de reta. Indo adiante, suponha-se a figura geométrica formada apenas pela reunião dos 8 vértices do bloco retangular. Continuar-se-ia a ter uma figura geométrica espacial (ou não plana), mas já, então, de dimensão 0, pois composta de um número finito de pontos. (BRASIL, 2016, p. 42).

Para considerar um bloco retangular como um sólido geométrico tridimensional é necessário defini-lo não apenas como uma superfície fechada, mas incluir o seu interior. A

figura geométrica assim concebida é o modelo abstrato de um objeto que seria a embalagem de suco totalmente preenchida em seu interior. Mais claramente, seria o modelo de um objeto maciço. No caso da embalagem vazia, quando se despreza a sua espessura, o modelo geométrico adequado é a superfície de um bloco retangular.

Nas avaliações individuais de cada livro feitas pelo GLD destacam-se outros aspectos como o fato de os capítulos destinados ao ensino dos sólidos nem sempre estarem no início do livro didático, muitas vezes ele aparece no meio e outras no final. Algumas obras não distinguem adequadamente as noções de planificação e molde e dão uma ênfase, considerada desnecessária pelo GLD, à nomenclatura. No entanto, segundo o GLD, na maioria dos livros didáticos a abordagem inicial dos sólidos geométricos se dá pela associação de objetos do mundo físico às figuras geométricas. E o trabalho com figuras geométricas planas e espaciais é realizado em muitas das obras com apoio de materiais didáticos. Propondo-se a planificação de embalagens com formatos de prismas, pirâmides e cilindros, como também o uso de malhas, da régua graduada e do Tangram.

O GLD de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental é composto de onze coleções. Assim como nos livros para os anos iniciais, enfatiza-se inicialmente a importância do estudo da Geometria articulado aos objetos do mundo físico. Porém, para esta etapa de escolaridade o GLD delimita dois objetivos essenciais: consolidar, ampliar e aprofundar a compreensão dos estudantes sobre os modelos geométricos do espaço em que vivemos; e iniciar o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo acessível à faixa etária para validação de propriedades dos modelos geométricos estudados.

Na avaliação geral das obras, o GLD pontua que ao apresentar a nomenclatura das figuras geométricas. Deve-se esclarecer de que tipo de figura geométrica espacial se trata: tridimensional (um cubo "maciço"); bidimensional (a superfície composta por suas faces); ou unidimensional (a linha quebrada formada por suas arestas). E na tentativa de tornar mais efetiva a aprendizagem da Geometria, as obras têm recorrido, segundo o GLD, às atividades de visualização e de construções geométricas com instrumentos de desenho ou com materiais de manuseio.

A avaliação, também, mostra que as coleções aprovadas pelo PNLD/2017 incluem construções geométricas, elemento considerado de extrema importância pelo GLD, pois possibilita, ao estudante, maior familiaridade com as figuras planas e suas propriedades, e a utilização de teoremas básicos da geometria euclidiana. O GLD recomenda, tanto para os anos iniciais quanto para os anos finais do Ensino Fundamental, a utilização de exemplos bem variados de poliedros como uma maneira de ensinar o conceito dos poliedros, entre outros

sólidos geométricos. O documento evidencia que algumas coleções inicia o estudo com a Geometria a partir das figuras espaciais e das planificações de modelos destas figuras. A atenção quase excessiva dada à nomenclatura e à ênfase nos exercícios de observação e classificação, em detrimento das atividades investigativas, são outros fatores apontados pelo GLD no ensino da Geometria.

Analisando as resenhas individuais dessas coleções, local onde se encontram os sumários de todas as obras, observa-se que em todas as coleções o conteúdo, sólidos geométricos, é visto nos livros do 6º ano. Em algumas coleções este conteúdo é visto, também, em livros do 7º e 8º anos.

O GLD de Matemática para o Ensino Médio é composto por oito coleções. Os campos matemáticos trabalhados no EM são: números, álgebra, geometria, estatística e probabilidade. No campo da Geometria, o GLD lista os seguintes tópicos: geometria plana, geometria espacial de posição, poliedros, as grandezas geométricas, transformações geométricas, geometria analítica, circunferências e cônicas no plano cartesiano.

Quanto à distribuição dos conteúdos nos três volumes (1º, 2º e 3º ano) dos livros didáticos, a análise realizada pelo GLD evidenciou que nos livros destinados ao primeiro ano, há uma evidente concentração do estudo da Álgebra, em comparação aos demais campos. Em quase todas as coleções, os livros para o 2º ano privilegiam a Geometria e do 3º ano privilegiam a Geometria Analítica.

Segundo o GLD, nas coleções aprovadas pelo PNLD/2018, o estudo da Geometria é feito em três momentos. No primeiro momento são abordadas as relações métricas e trigonométricas nos triângulos e os conceitos em que elas se apoiam, prevalecendo um tratamento descritivo dos conteúdos, com foco em aplicações dos teoremas e no uso de nomenclaturas.

No segundo momento prioriza-se o estudo das figuras geométricas, classificadas em planas e as não-planas (ou espaciais). Para o estudo das figuras geométricas, o Guia cita a importância do estudo de sua classificação segundo sua dimensão. Pontuando que nas coleções, as relações entre as figuras planas e espaciais, nem sempre são abordadas de maneira apropriada. Por exemplo: em um cubo, pode-se identificar: uma figura tridimensional, considerando os pontos interiores e os do contorno do cubo; uma figura bidimensional, tomando apenas o contorno do cubo; uma figura unidimensional, que reúne as arestas do cubo; e uma figura geométrica de dimensão zero, a união dos vértices do cubo. Quanto às atividades de planificação, segundo o GLD ao serem propostas é preciso deixar claro que elas visam a planificação da superfície do poliedro e não a do poliedro como um objeto tridimensional.

Ainda com respeito à geometria espacial, a análise realizada pelo GLD mostra uma ênfase nas classificações e em monótonas aplicações da álgebra nos exercícios sobre áreas e volumes. Em todas as obras, é abordada a Relação de Euler, mas, somente em algumas obras, observa-se maior exploração da capacidade de visualização do estudante.

O terceiro momento se caracteriza pelo estudo da geometria analítica, um campo que privilegia as conexões entre a álgebra e a geometria.

Assim, entende-se que o estudo da Geometria está inserido nos livros didáticos. No EF, pautado na construção do pensamento geométrico, no trabalho com materiais manipuláveis, nas planificações e nos elementos do mundo real. E no EM o trabalho com definições, demonstrações se torna o foco. No EM os livros deixam um pouco de lado a preocupação de aproximar a Geometria com o mundo físico e passa a trabalhá-la de maneira mais abstrata, focando na resolução de problemas, na parte métrica. Isso ocorre, talvez, porque no EM o campo da geometria é integrado ao das grandezas e medidas.

No EF, vimos a partir dos sumários dos livros didáticos que o conteúdo ‘sólidos geométricos’ está concentrado, em boa parte, nos livros dos 6º anos e em mais de 90% dos casos na primeira metade dos livros. Com ênfase na atividade de visualização, construção (desenhos e materiais manipulativos), planificação e nomenclaturas.

Além da análise das abordagens dos conteúdos matemáticos adotados nos livros didáticos, os GLD também abordam a contextualização, a interdisciplinaridade, a formação para a cidadania, o projeto editorial, a linguagem e os aspectos metodológicos adotados pelas obras.

Adentrando-se nos aspectos metodológicos, que busca identificar as escolhas metodológicas feitas pelas obras e verificar que recursos didáticos são priorizados, além da natureza das atividades propostas. A análise realizada pelo GLD mostra que nos livros didáticos (EF e EM) nem sempre há adequação entre os temas abordados nas aberturas e os conteúdos trabalhados ao longo dos capítulos. As atividades que favorecem o desenvolvimento de capacidades básicas, como: inferir, classificação, conjecturar, argumentar e provar, são escassas, quando deveriam ser frequentes.

Quanto aos recursos didáticos, o uso de ferramentas tecnológicas é quase inexistente na maioria das obras, segundo o GLD. Apenas a calculadora tem sido frequentemente citada nos livros destinados ao EF. No ensino da Geometria, o uso de instrumentos de desenho como régua, compasso e esquadro, estão presentes em diversas obras do EF, porém no EM são raramente destacados. Os jogos e materiais concretos apesar de estarem presentes em algumas

obras do EF, são apresentados como uma sequência de etapas sem as necessárias justificativas apoiadas nas propriedades das figuras geométricas.

No que concerne à contextualização, à interdisciplinaridade e à formação para a cidadania, as análises do GLD mostram que os livros didáticos contribuem para a formação social e cultural do educando. Quase todas as obras possuem elementos que remetem às práticas sociais e à formação para a cidadania, porém, não há indícios significativos nas obras sobre o papel da Matemática no contexto social.

As análises realizadas pelo GLD, evidenciam, também, que todas as obras recorrem aos conhecimentos da História da Matemática, mas prevalece uma abordagem informativa, com ênfase na identificação dos personagens envolvidos no desenvolvimento de um determinado tema e suas localizações no tempo histórico. No entanto, o GLD enfatiza que a História da Matemática é responsável por atribuir significado aos conteúdos matemáticos, considerando-se tanto a evolução histórica dos conceitos e de suas inter-relações, quanto das motivações e necessidades sociais, econômicas e científicas que levaram ao avanço dessa ciência.

2.4. Elementos de síntese

Nesta seção, apresenta-se uma síntese dos estudos realizados e apresentados nas três seções anteriores com a finalidade de melhor justificar nosso objeto de estudo. Na revisão de literatura nota-se tanto um constante crescimento de pesquisas em geometria quanto uma preocupação por parte dos pesquisadores para a maneira como este conhecimento é mediado nas salas de aulas. Observa-se, também, que o estudo dessa área não é uma das prioridades no ensino da Matemática, conforme os resultados de alguns dos trabalhos apresentados a aprendizagem geométrica se encontra deficitária. Fatos que descartam a tese do seu abandono, mas que implicam na existência de lacunas e problemáticas em seu ensino.

Algumas dificuldades dos professores com a geometria espacial foram percebidas pelos pesquisadores, não sendo dada a devida importância para o trabalho com atividades que desenvolve o pensamento geométrico dos alunos, nem que articule ao seu cotidiano. Foi evidenciada uma falta de preparo de alguns professores para um ensino que vá além dos nomes das figuras geométricas. Em vista disto, alguns dos trabalhos pontuam uma necessidade de formação continuada de professores de matemática.

Decorre disto, os alunos apresentam confusão na identificação de elementos básicos da geometria. Não compreendem os conceitos chaves, possuem dificuldades na utilização de instrumentos básicos, não dominam o significado de termos específicos como segmento, área,

perímetro, ângulo, poliedros e planificações, e não têm as habilidades necessárias para representar corretamente os elementos dos sólidos geométricos, como também não sabem planificá-los.

Quanto à maneira de ensinar os sólidos geométricos, o que inclui os prismas, alguns dos trabalhos apontam para um ensino pautado principalmente na visualização, na planificação, na associação com objetos do cotidiano e na construção de materiais manipulativos, como também em alguns casos na exploração de *software* que auxiliem o aluno em alguns desses pontos, com uma mudança no último, na qual a construção seria computacional e não concreta.

Nota-se que o papel da representação externa é bastante presente no ensino dos sólidos geométricos, e diferentemente de outros objetos matemáticos, suas representações permitem o acesso direto ao objeto. Fator que dificulta a distinção entre o objeto (sólidos geométricos) e sua(s) representação(s) e acarreta uma necessidade de o professor propor atividades que promovam o aprender a ‘ver’ estes objetos, distinguindo-os sempre de suas representações.

No estudo dos documentos oficiais observa-se que todos eles trabalham o conteúdo, sólidos geométricos. O ensino dos sólidos é recomendado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Na educação básica, visto nos documentos, este conteúdo é basicamente dividido em dois tipos, poliedros (prismas, pirâmides e regulares) e corpos redondos (cilindros, cones e esfera). Observou-se, também, uma ênfase nestes documentos, em recomendar o ensino dos sólidos geométricos associados à sua tarefa de planificação, em alguns casos, como pudemos notar, essa é a única habilidade exigida. A preocupação para o ensino dos sólidos geométricos parece evidente, mas, poucas sugestões existem que auxiliem o professor em sua prática docente ou que contribuam para cessar as lacunas pontuadas nas pesquisas citadas anteriormente. Quanto aos prismas, especificamente, o seu ensino é recomendado com essa nomenclatura a partir do quarto ano do EF, sendo consolidado no sexto ano do EF.

O estudo dos GLD mostrou que assim como nos documentos oficiais, ele incentiva a associação das figuras geométricas com os objetos do mundo real e pontua a importância da Geometria para a compreensão do espaço que nos cerca. Para o ensino dos sólidos geométricos, o GLD apresenta algumas preocupações, entre elas, estão: a diferenciação entre os objetos matemáticos e suas representações, considerando que a passagem do físico para o abstrato é um dos objetivos centrais do ensino da aprendizagem da Geometria; a linguagem técnico-científica que, por vezes, é deixada de lado, evocando em seu lugar uma linguagem coloquial; a falta de esclarecimento das diferentes dimensões existentes entre as figuras geométricas; o foco excessivo dado ao trabalho com as nomenclaturas.

Algo em comum que pudemos notar, tanto nas pesquisas, como entre os documentos oficiais e o GLD foi a recomendação para o trabalho com materiais manipuláveis no ensino dos sólidos, sejam eles levados prontos ou construídos na sala de aula, e para o trabalho com as planificações. Parece que estas duas tarefas são consideradas no mínimo fundamentais para o ensino dos objetos matemáticos.

Os estudos realizados neste tópico apontam que o papel que as representações externas exercem no ensino dos sólidos geométricos é fundamental para a compreensão dos objetos matemáticos, tanto os trabalhos analisados quanto no estudo dos documentos oficiais e do GLD pode-se notar esse fato. Logo, uma análise sobre como as representações se comportam na sala de aula, no momento que um determinado sólido geométrico é ensinado, nos parece ser algo bastante relevante.

Sendo assim, como o objetivo desta seção era demarcar a pertinência do objeto de estudo desta pesquisa e melhor situá-lo no problema de pesquisa. Tomando como base os estudos realizados nas três subseções anteriores, particularizamos o papel das representações no processo de ensino dos prismas no 6º ano do EF. O sexto ano foi escolhido, porque, de acordo com os documentos oficiais e GLD, este é o ano de consolidação deste objeto matemático e entre os anos do EF é o que recebe uma maior ênfase quanto ao seu ensino.

Com relação à escolha dos prismas, vimos na segunda parte de nossa revisão de literatura o quanto é tímido o estudo deste objeto matemático por parte dos pesquisadores. Mas, acreditamos que entre os demais sólidos, é o que possui uma maior representatividade nas aulas de Geometria espacial, além de possuir uma gama de representações no mundo real.

3. OS PRISMAS

Nesta seção vamos abordar os prismas, objeto matemático da nossa pesquisa. Inicialmente definimos o que é prisma enquanto objeto matemático, seguido de uma breve discussão sobre o seu ensino. Por fim, realizamos um estudo do prisma sob o olhar da TRRS.

3.1. Os prismas: objeto matemático

Para definir os prismas partimos de uma estrutura mais global.



Os *sólidos geométricos* são figuras geométricas que possuem três dimensões, normalmente chamadas de largura, comprimento e altura. Na Matemática escolar, costumamos classificá-los como poliedro, corpo redondo e outros.

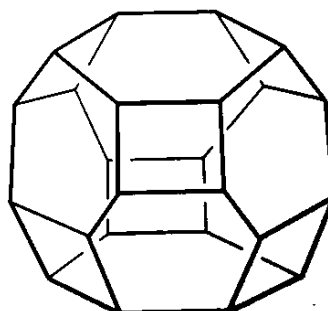
O *poliedro* é uma reunião de um número finito de polígonos planos chamados *faces*. Onde:

- a) Cada lado de um desses polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono.
- b) A interseção de duas faces quaisquer, ou é um lado comum, ou é um vértice ou é vazia.

Cada lado de um polígono, comum a exatamente duas faces é chamado uma *aresta* do poliedro e cada vértice de uma face é um *vértice* do poliedro.

- c) É sempre possível ir de um ponto de uma face a um ponto de qualquer outra, sem passar por nenhum vértice de uma face (ou seja, cruzando apenas arestas) (MORGADO et al., 2006, p.257).

Figura 9 - Poliedro

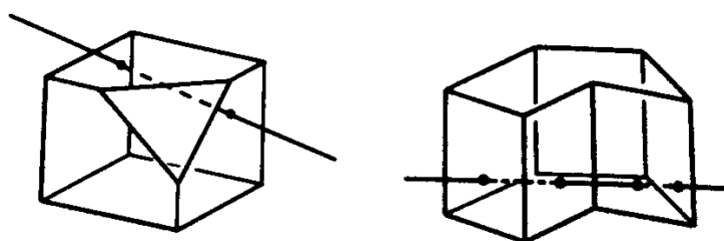


Fonte: Morgado et al. (2006).

A palavra poliedro vem do grego Polys que significa muitos ou vários e Edro que, por sua vez, significa faces.

Segundo Morgado (2006), os poliedros limitam-se a uma região do espaço que corresponde ao seu interior e, assim, pode-se afirmar que um poliedro é convexo se seu interior for convexo. Para Morgado et al. (2006, p,257) “um poliedro é convexo se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo dois pontos”.

Figura 10 - Um poliedro convexo e um não convexo

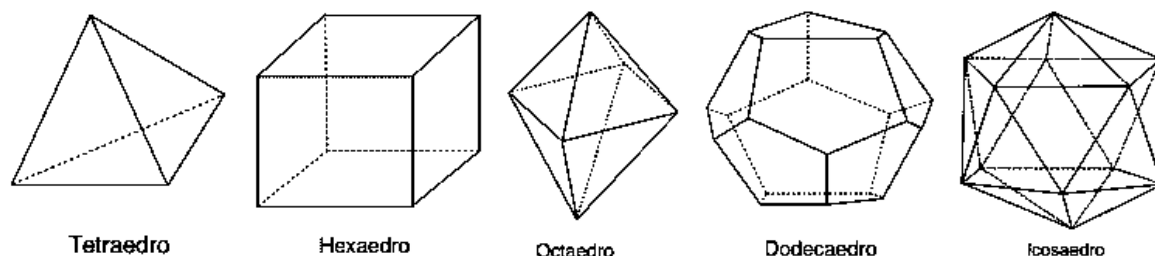


Fonte: Morgado et al. (2006).

Um poliedro convexo admite a relação de Euler ou o Teorema de Euler que foi descoberto por volta de 1758 pelo matemático Leonhard Euler. Para Morgado et al. (2006), a beleza e simplicidade da descrição do enunciado desta relação fascina os alunos. Logo, considerando ‘A’ a aresta, ‘V’ o vértice e ‘F’ a face, vale a relação de $V - A + F = 2$ para todos os poliedros convexos e alguns não convexos.

Entre os poliedros convexos existem aqueles cujas faces são polígonos regulares iguais e que, em todos os vértices, concorrem o mesmo número de arestas. Estes são os *poliedros regulares* ou *poliedros de Platão*. Há cinco poliedros que possuem essas características, ou seja, que são poliedros regulares convexos: o tetraedro, o octaedro, o icosaedro, o hexaedro e o dodecaedro.

Quadro 8 - Poliedros de Platão



Fonte: acervo da pesquisa

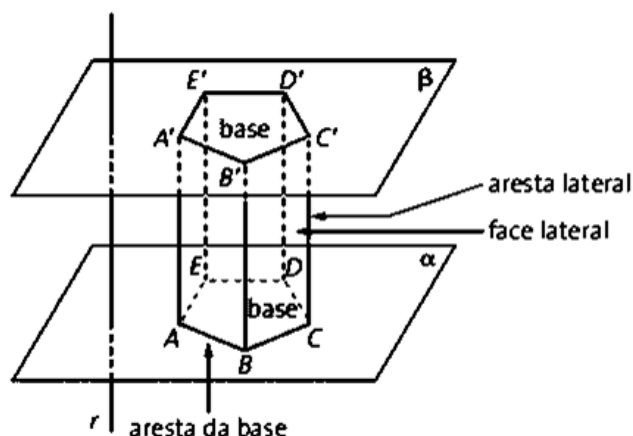
Para Eves (2004), esses sólidos foram associados a Platão⁶, porque ele foi o primeiro matemático que os descreveu e mostrou como construí-los em seu *Timeu*, usando os polígonos: triângulos, quadrados e pentágonos para formar suas faces, também os associou aos elementos da natureza. Uma explicação detalhada do porquê de os poliedros platônicos terem sido associados aos elementos da natureza, foi escrita por Johann Kepler (1571-1630), e é encontrada em Eves (2004, p. 114):

Intuitivamente ele assumiu que, desses sólidos, o tetraedro abarca o menor volume para sua superfície, ao passo que o icosaedro o maior. Agora, essas relações volume-superfície são qualidades de secura e umidade, respectivamente, e como o fogo é o mais seco dos quatro “elementos” e a água o mais úmido, o tetraedro deve representar o fogo e o icosaedro a água. Associa-se o cubo com a terra porque o cubo, assentado “quadradamente” sobre uma de suas faces, tem a maior estabilidade. O octaedro, seguro frouxamente por dois de seus vértices opostos, entre o indicador e o polegar, facilmente rodopia, tendo a instabilidade do ar. Finalmente associa-se ao dodecaedro com o Universo porque o dodecaedro tem doze faces e o zodíaco tem doze seções.

No ensino básico, além dos poliedros regulares são estudados os prismas e as pirâmides. Os *prismas*, objeto de estudo dessa dissertação, é definido segundo Dante (2013) da seguinte maneira: considere dois planos distintos e paralelos, α e β , um polígono convexo contido em α e uma reta ‘t’ concorrente a esses planos. A reunião de todos os segmentos de reta paralelos a t com uma das extremidades no polígono e a outra em β denomina-se prisma.

⁶ Platão nasceu em Atenas por volta de 428 a.C. Foi um filósofo e matemático do período clássico da Grécia Antiga, autor de diversos diálogos filosóficos e fundador da Academia em Atenas, a primeira instituição de educação superior do mundo ocidental.

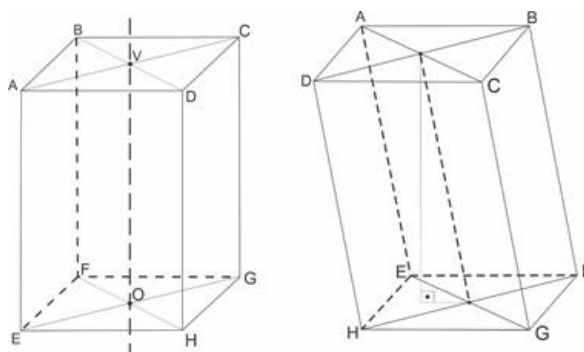
Figura 11 - Modelo de prisma



Fonte: Dante (2013, p. 190). Cor modificada.

De acordo com algumas características, os prismas podem ser classificados em retos e oblíquos. Os prismas retos possuem suas arestas laterais perpendiculares aos planos das bases; os prismas oblíquos possuem suas arestas laterais oblíquas aos planos das bases. Além, dessas duas classificações, os prismas ainda podem ser classificados em regulares, caso especial do prisma reto, que possuem bases compostas por polígonos regulares.

Figura 12 - Classificação dos prismas



Fonte: acervo da pesquisa

Os prismas também podem ser denominados de acordo com os polígonos que compõem suas bases. Se a base for um triângulo, denominaremos de prisma triangular, se for quadrado de prisma quadrangular, se for pentágono de prisma pentagonal, e assim por diante. Os quadrangulares ainda recebem uma denominação diferente de acordo com suas características, o paralelepípedo é um deles, cujas bases são paralelogramos. O mais conhecido é o cubo, um caso especial de paralelepípedo reto retângulo que possui todas as suas faces quadradas.

3.2. O ensino dos prismas

A nossa breve revisão de literatura evidenciou que o ensino de Geometria no Brasil hoje, possui algumas lacunas, e por consequência o ensino dos sólidos geométricos também as possuem. Lacunas essas resultantes de um longo período de abandono, evidenciadas em pesquisas como as de Pavanello (1993), Lorenzato (1995) e Pirola (2000).

Este abandono por anos deixou consequências graves que até hoje permeiam na sala de aula já que a “ausência do ensino da geometria e a ênfase no da álgebra [pode prejudicar] a formação dos alunos por privá-los da possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos”. (PAVANELLO, 1993, p. 16). Consequências estas, reconhecidas também pelos parâmetros curriculares nacionais para o Ensino Fundamental, “A Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo”. (BRASIL, 1998, p. 122).

Uma dessas consequências é a falta de habilidade de alguns professores com relação à geometria visto em alguns trabalhos, como no de Lorenzato (1995) que realizou um estudo com 255 professores experientes da 1ª à 4ª série do Ensino Fundamental. Foram submetidos a um questionário contendo oito questões, envolvendo os conceitos de perímetro, área e volume⁷. Foram obtidas 2040 respostas erradas. Sendo que 8% dos professores afirmaram que ensinava geometria a seus alunos. Fazendo-nos refletir sobre como a geometria está sendo abordada nas salas de aula. Moraco e Pirola (2007) ainda pontuam que,

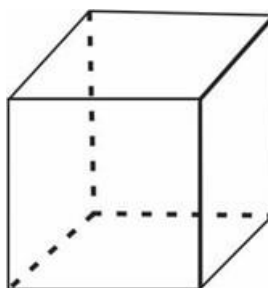
Estudos têm mostrado não somente dificuldade por parte de alunos e professores em conceitos básicos da Geometria Plana, mas também em Geometria Espacial. Nasser (1992), Oliveira (1998), Pirola (1995), Viana (2000), verificaram que as dificuldades de os alunos reconhecerem as figuras geométricas (planas e tridimensionais) mais simples refletem as consequências desse abandono. Esses autores têm chamado a atenção sobre essa negligência, propondo formas de aperfeiçoar esse ensino. (MORACO; PIROLA, 2007, p. 26).

Corroborando esses autores, Fainguelernt e Nunes (2012) ao realizarem um estudo com as avaliações nacionais como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) revelaram que são grandes as dificuldades dos alunos em relação à geometria, as maiores dificuldades são enfrentadas no estudo da geometria espacial. Uma dessas dificuldades diz

⁷ Em 1995, quando foi realizada a pesquisa esses conceitos ainda eram considerados do domínio da geometria plana.

respeito às representações figurais dos objetos tridimensionais no plano, que ao serem transformadas em objetos bidimensionais sofrem perda de informações. Como nas faces de um cubo que são compostas por quadrados regulares, mas no plano representamos algumas por paralelogramos, podendo levar a um conflito cognitivo.

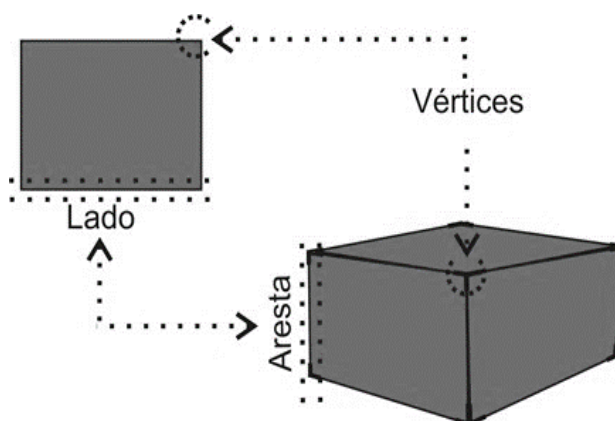
Figura 13 - Figura geométrica espacial representada no plano



Fonte: acervo da pesquisa

Outra dificuldade, é a não reconciliação entre os conhecimentos que o aluno já possui com o novo ainda em construção, um exemplo no ensino dos sólidos geométricos, e consequentemente no ensino dos prismas, seria a interação entre conteúdos polígonos (conteúdo considerado pré-requisito) e poliedros. Relacionando, por exemplo, os vértices dos polígonos, com os vértices do poliedro, fazendo em seguida sua diferenciação, já que no polígono o vértice é o encontro de duas arestas, nos poliedros é o encontro de três ou mais arestas. Outro exemplo dessa reconciliação, ocorre ao associar os lados dos polígonos com as arestas dos poliedros.

Figura 14 - Polígono e Poliedro



Fonte: acervo da pesquisa

Segundo Fainguelernt e Nunes (2012), quando isso não ocorre, o ensino se dá de maneira fragmentada, resultando entre outras coisas, em uma falta de sentido do conhecimento.

A terceira dificuldade segundo Fainguelernt e Nunes (2012) é caracteriza pela falta de experiência com a visualização e a manipulação de figuras espaciais, aliada à ausência de recursos didáticos pertinentes para auxiliar na exploração de situações que envolvam tais figuras, como por exemplo, o uso de materiais manipulativos, de software, de maquetes. As “maquetes têm por objetivo, de um lado, contribuir para melhorar as imagens visuais dos alunos e, de outro, favorecer a construção de diferentes vistas do objeto pelas mudanças de posição do observador”. (BRASIL, 1998, p. 123).

Quanto aos conhecimentos geométricos nos livros didáticos e a maneira como eles estão expostos neste recurso didático, Constantino (2003) ao analisar os capítulos de sólidos geométricos de uma coleção de livros didáticos para a quinta série (sexto ano) do EF, trouxe como resultado que os capítulos continham uma multiplicidade de representações simbólicas que, segundo o pesquisador, podem contribuir para a construção de argumentos dedutivos necessários para resolver problemas geométricos considerados complexos. No entanto, ele “[...] emergiu com muita ênfase o valor do docente como mediador e promotor dos processos semióticos em secundidade. A otimização do potencial semiótico da obra, conforme a análise demonstrou-se dependente de sua condução pedagógica adequada”. (CONSTANTINO, 2003, p. 5).

Nesta mesma vertente, Ramos et. al. (2018) apresentaram os resultados de uma análise praxeológica⁸ sobre o ensino de poliedros realizada no livro didático, MATEMÁTICA: ciências e aplicações do 2º ano do Ensino Médio, de autoria de Gelson Iezzi et. al, publicado pela editora Saraiva em 2016.

Na análise da estrutura organizacional global do LD, foi identificado que o capítulo referente a poliedros é o oitavo de onze capítulos contidos no livro. Na análise organizacional regional foram identificadas as quatro sessões deste capítulo: Introdução aos Poliedros, Prisma, Pirâmide e Complementos sobre Poliedros. Na análise local da segunda sessão, sobre os prismas, foi observado que se inicia a sessão com a definição de prisma e em seguida apresenta representações computacionais de prismas com suas respectivas nomenclaturas, assim como as

⁸ Organização praxeológica: segundo Chevallard (1999), em toda tarefa deve existir pelo menos uma técnica, uma tecnologia e uma teoria. Essas quatro noções constituem uma organização praxeológica completa, denotada por $[T/\tau \ \theta/\Theta]$, que se decompõe em dois blocos: O bloco $[\theta/\Theta]$ denominado logos (conhecimento), e o bloco $[T/\tau]$ praxes, designado saber-fazer.

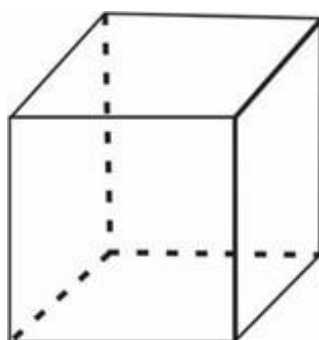
nomenclaturas dos elementos que os compõem. Ao final, o conceito de área total e volume dos prismas, também, são abordados.

Ramos et al. (2018) pontuam que os resultados obtidos revelam uma organização praxeológica usual completa dos poliedros, contemplando tanto o bloco *logos* quanto o bloco *praxe*. Ramos et al. (2018) também observou uma preocupação na discussão dos conceitos matemáticos referente ao objeto de estudo, nos diferentes registros, mobilizando, assim, os registros da língua materna, algébrico, gráfico e numérico, em ambos os blocos (*logos* e *praxes*), de forma espontânea.

3.3. O prisma sob o olhar da TRRS

Este tópico foi desenvolvido numa tentativa de elucidar quais conceitos dentro da TRRS de Duval são mobilizados no trabalho com os prismas, tomando como exemplo o cubo, sólido muito conhecido e bastante representado nos livros didáticos e na sala de aula.

Figura 15 - Representação do cubo



Fonte: acervo da pesquisa

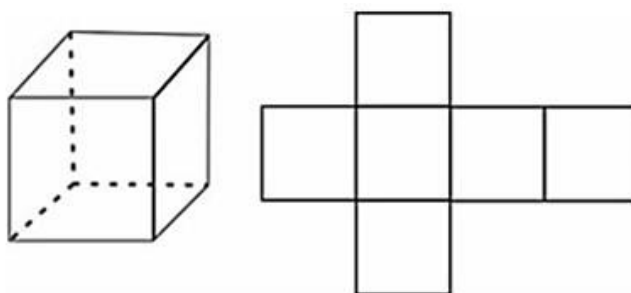
Representado desta maneira, o cubo sofreu a transformação interna de anamorfose. Por recorrência do seu estado anamórfico, visivelmente suas propriedades ficam difíceis de detectar devido às distorções sofridas. Segundo Duval (2011), para ver uma figura geométrica é necessário reconhecer imediatamente as suas formas mudando o olhar sem que a representação visual no monitor seja modificada com as distorções causadas pela anamorfose tornando mais difícil visualizar o objeto matemático.

Além desta apreensão operatória, para termos uma compreensão global do fenômeno, ou seja, para reconhecer esta representação como sendo a representação do objeto matemático, cubo, faz-se necessário também o uso da apreensão perceptiva e discursiva. Na apreensão perceptiva, reconhecer as unidades figurais do cubo, as quais variam de figura para figura: unidades de dimensão 0, os vértices (oito vértices); de dimensão 1, as arestas (doze arestas); de

dimensão 2, as faces (seis faces quadrangulares), os triedros (oito ângulos retos), dentre outras. Porém, ao olhar o cubo em todas essas dimensões deve-se permanecer na dimensão 3, que é onde o objeto se encontra.

Na planificação da superfície de uma figura geométrica espacial, continuando com o exemplo do cubo, é feita outra transformação, também interna ao registro (em alguns casos, a partir de uma representação que já sofreu o tratamento da anamorfose), a reconfiguração. Além de ser uma transformação é uma modificação mereológica, um tipo de apreensão operatória. Sendo assim, são mobilizados mais uma vez, as apreensões operatórias, perceptíveis e discursivas. Salientando que é de extrema importância uma boa percepção das unidades figurais do objeto a ser reconfigurado.

Figura 16 – Exemplo de hexaedro com sua respectiva planificação



Fonte: acervo da pesquisa

Além de que, como vimos antes, a solução de um problema sobre geometria espacial exige o trabalho da passagem do objeto 3D/3D para suas múltiplas representações possíveis em 3D/2D. Tanto na representação do sólido espacial, no plano (em perspectiva), como na atividade de planificação dele, ocorre a operação de desconstrução dimensional, que permite analisar as transformações de uma forma dada em outra forma de mesma dimensão.

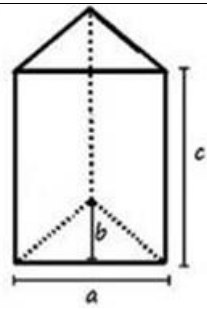
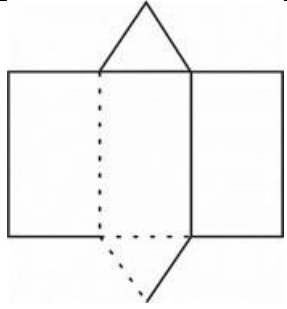
Sendo assim, para a compreensão do objeto matemático cubo. Foi mobilizado dentro da TRRS a atividade cognitiva de tratamento, as apreensões de percepção, discursiva e operatória como também a operação de desconstrução dimensional. O que nos mostra o quanto é complexa a compreensão deste objeto matemático em particular, nos dando uma ideia da dificuldade de sua visualização e do entendimento dos sólidos geométricos em si.

Diferentes tipos de registros de representação no ensino dos prismas no 6º ano do Ensino Fundamental

O ensino dos prismas no 6º ano do Ensino Fundamental, de acordo com os estudos realizados apresenta dois registros de representação: a língua natural e o registro figural. Os quais, segundo Duval (2016) necessitam ser trabalhados em paralelo, ou seja, fazer incessantes idas e vindas entre o registro discursivo e o registro de visualização.

Os objetos matemáticos são unicamente acessíveis por meio da produção de representações semióticas, analogamente ocorre o mesmo com os prismas, portanto, no quadro 9, apresentamos os registros com suas respectivas representações semióticas para o ensino deste conteúdo.

Quadro 9 - Exemplo de diversos registros de representação de um prisma

Registros	Representações Semióticas	Exemplo
Língua natural	Oral ou escrita	- Um prisma de base triangular possui cinco faces, sendo três retangulares e duas triangulares (as bases), seis vértices e nove arestas. - Prisma triangular.
Figural	Perspectiva	
	Planificado	
	Materiais manipuláveis	

Fonte: acervo da pesquisa

Partindo do pressuposto da TRRS de Duval que as representações semióticas exercem um papel central no processo de compreensão do objeto matemático, pois, só é possível acessá-los através delas e corroborando com a sua afirmação: “como exemplo de registro, consideramos a língua e as figuras geométricas euclidianas, cujas formas podem ser reconhecidas ou construídas materialmente em 3D/3D” (DUVAL, 2011, p. 98), neste trabalho a língua natural e os três tipos de representações figurais (perspectiva, planificada e materiais manipuláveis) são considerados representações semióticas.

Cabe ressaltar que registros são sistemas semióticos que cumprem, entre outras atividades cognitivas, a função de tratamento, em outras palavras, eles produzem as representações. Existem aqueles que produzem as representações visuais e aqueles que produzem as representações discursivas. Apresentamos, nesta seção, exemplos de registros: desenho à mão livre, materiais manipuláveis, *softwares* de geometria, ..., que produzem as representações visuais e a linguagem natural que produz as representações discursivas.

Segundo Duval (2011), a língua não é um código, mas um registro de representação semiótica. Constituindo o primeiro registro de representação semiótica para o funcionamento do pensamento. A sua utilização não se assemelha ao funcionamento de um sistema formal, ela repousa nas três operações discursivas: a enunciação, a designação e a expansão do conteúdo proposicional de uma frase, cumprindo as funções cognitivas que todo ato de expressão e de compreensão de um discurso produz mobilizando os diversos graus.

O registro em linguagem natural não é puramente matemático, o que contribui para caracterizar a distância cognitiva existente entre ele e os outros registros, dificultando assim a conversão dos enunciados da língua natural para representações em outro registro. (DUVAL, 2011). Além do mais, segundo Duval (2012), este registro deve ser considerado, ao mesmo tempo, um registro de partida e um registro de chegada. Não sendo possível negligenciar ou descartar a língua natural no âmbito do ensino da Matemática, pois, ela é um registro tão fundamental quanto os outros registros.

O registro figural, material manipulável, segundo Moran (2015) é considerado um registro figural de representação semiótica, ou seja, um sistema semiótico que permite abstrações cognitivas utilizáveis em resolução de problemas para reconhecimentos de propriedades geométricas.

Corroborando com Moran (2015), os materiais manipuláveis que puderem ser utilizados com fim didático e que cumprirem as duas condições básicas determinadas por Duval:

- 1) “Poder produzir representações que permitem tanto ter acesso aos objetos perceptivamente ou instrumentalmente inacessíveis; e

- 2) Abrir um campo de operações específicas que permitem transformar as representações produzidas em novas representações” (DUVAL, 2011, p. 97).

Serão considerados registros de representação semiótica figurais. Sendo entendido por material manipulável todo material útil ao ensino que pode ser manuseado, desde poliedros construídos a recortes em cartolina.

Cabe salientar que as figuras fazem parte dos registros multifuncionais do tipo não discursivos, que possuem produções icônicas (produção à mão livre, conservação interna das relações topológicas características das partes do objeto) e configurações geométricas com três operações independentes (construção instrumental, divisão e reconfiguração dimensional das formas). Segundo Moran (2015), a construção instrumental é usada pelos alunos com a finalidade de conservar as características e propriedades de uma determinada figura geométrica. Além de apresentar as seguintes potencialidades: retrata as reais dimensões e posições dos lados e faces dos objetos, não camufla o perpendicularismo e o paralelismo lateral.

As representações figurais desenhadas no papel ou no monitor, de antemão constituem o mesmo registro, pois “as representações que [o monitor exibe] são as mesmas que aquelas produzidas graficamente no papel para uma apreensão visual. Ver uma figura geométrica no monitor ou vê-la no papel exige que nosso olhar faça a mesma desconstrução dimensional ou antecipe as mesmas operações mereológicas”. (DUVAL, 2011, p. 137).

No entanto, segundo Duval (2011), as representações no monitor constituem um modo fenomenológico de produção novo, pois além de permitir a função de simulação, elas permitem obtermos imediatamente tudo que poderíamos obter à mão livre economizando tempo. Tornando as representações não-discursivas manipuláveis como objetos reais. A construção através de *software* confere às figuras uma confiabilidade e uma objetividade que permite efetuar verificações e observações. Essas representações figurais (no papel ou no monitor) foram nomeadas, neste trabalho, de representações figurais em perspectivas.

Quanto à representação figural planificada, ela é uma transformação ocorrida nos sólidos geométricos, podendo ser tanto visualizada no monitor, desenhada no papel ou construída com materiais manipuláveis. Neste contexto, uma reflexão pautada na dimensionalidade das representações manipuláveis é necessária, logo tomando como exemplo as montagens e desmontagens de prismas com folhas de papel, atividade bastante frequente nas salas de aula do Ensino Fundamental.

Figura 17 - Construção de um prisma



Fonte: acervo da pesquisa

Temos segundo Figueiredo Lima (2010), que o modelo geométrico correspondente a essa construção (*Cf. figura 17*) é uma superfície não plana, fechada, composta por partes planas, denominadas faces. Tal superfície é um objeto geométrico bidimensional, e são bidimensionais as suas seis faces. No entanto, se juntarmos a caixa ao seu interior, teremos toda uma região do espaço cujo modelo geométrico é uma figura geométrica tridimensional. Essa superfície, ao ser planificada, torna-se plana. Estamos dizendo que, os correspondentes abstratos, desses objetos físicos, dessas construções, podem ser tridimensionais, bidimensionais ou até unidimensionais, compostas apenas por segmentos de reta, um exemplo, seria a construção com palito de dente e jujuba (*Cf. quadro 9*).

4. CAMINHOS METODOLÓGICOS

“Entendemos por *metodologia* o caminho do pensamento e a prática exercida na abordagem da realidade. Neste sentido, a metodologia ocupa um lugar central no interior das teorias e está sempre referida a elas”. (MINAYO, 2001. p. 16).

Para alcançarmos os objetivos que delimitamos, optamos por realizar uma pesquisa qualitativa e exploratória. As pesquisas qualitativas “trabalham com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis” (MINAYO, 2001. p. 22).

Os estudos exploratórios “permitem ao investigador aumentar sua experiência em torno de determinado problema”. Ou “delimitar ou manejar com maior segurança uma teoria cujo enunciado resulta demasiado amplo para os objetivos da pesquisa que tem em mente realizar”. Embora um estudo exploratório possa parecer simples, ele não elimina o cuidadoso tratamento científico que todo investigador precisa ter nos trabalhos de pesquisa. “Este tipo de investigação, por exemplo, não exige a revisão da literatura, as entrevistas, o emprego de questionários, etc., tudo dentro de um esquema elaborado com a severidade característica de um trabalho científico”. (TRIVIÑOS, 1987, p. 109).

4.1. Caracterização do campo e participantes da pesquisa

Os participantes são professores que ensinam Matemática no 6º ano do Ensino Fundamental em escolas públicas estaduais localizadas na região metropolitana do Recife – PE. Ao todo são quatro professores que, para manter o anonimato denominamos de P₁, P₂, P₃ e P₄. P₁ e P₄ lecionam em escolas localizadas no Recife – PE, enquanto P₂ e P₃ lecionam em uma mesma escola localizada em Camaragibe – PE.

Para chegarmos nestes professores selecionados, enviamos inicialmente uma carta-convite através do correio eletrônico para os professores do EF da rede estadual do Recife-PE, solicitando a permissão para realizar a pesquisa. O endereço eletrônico foi adquirido através de uma formação continuada observada sobre os sólidos geométricos. Com relação aos professores de Camaragibe, recolhemos informações por meio do site da secretaria do estado de Pernambuco das escolas que atendiam o 6º do EF e entramos em contato uma a uma por meio de ligações telefônicas. Após recebermos a autorização destes quatro participantes, visitamos a

escola com o termo de consentimento para a gestão (Cf. Apêndice B), no qual explicitamos a relevância da participação para a pesquisa, o seu detalhamento e solicitamos a sua assinatura.

Todos os professores convidados receberam uma carta-convite (Cf. Apêndice C), com o propósito de construir um vínculo de confiança, informando que a pesquisa atende ao uso exclusivo para a produção científica e comprometendo a manter o anonimato.

A escolha deste nível de escolaridade se justifica, conforme já adiantamos, porque, de acordo com os documentos oficiais este é o ano de consolidação do ensino dos Prismas e segundo o GLD, entre os anos do EF é o que recebe uma ênfase maior dos livros didáticos.

A região metropolitana do Recife é a maior do Norte-Nordeste, a sexta maior do Brasil e é uma das 120 maiores do mundo, compreendendo 15 municípios entre eles Camaragibe e Recife. O Recife é a capital do estado de Pernambuco com uma área territorial de aproximadamente 218 km². Mais conhecida como a capital do Frevo ou Veneza Brasileira. Foi fundada em 12 de março de 1537, tendo atualmente 482 anos e possuindo ao todo 94 bairros. E Camaragibe, fundado em 13 de maio 1982, é o oitavo município mais populoso do estado possuindo aproximadamente 51 km². (IBGE, 2010).

4.2. Instrumentos para produção de dados

Utilizamos como instrumentos de produção de dados, a entrevista e a observação. Neste trabalho, a entrevista possui uma característica mais exploratória com relação ao ensino dos prismas, tendo também o propósito de traçar o perfil dos participantes da pesquisa. Enquanto a observação da aula foi mais direcionada para atender os objetivos da nossa pesquisa.

4.2.1. Entrevista

Uma entrevista de acordo com Gil (2008), é uma técnica em que o investigador se apresenta frente ao investigado e lhe formule perguntas com o objetivo de obter dados que interessam à investigação. Uma forma de diálogo assimétrico, em que uma das partes busca produção de dados e a outra se apresenta como fonte de informação e sua flexibilidade faz com que ela seja adotada como técnica fundamental de investigação nos mais diversos campos.

A entrevista como técnica de produção de dados apresenta algumas vantagens, dentre elas: eficiência na obtenção de dados em profundidade acerca do comportamento humano; os dados obtidos são suscetíveis de classificação e de quantificação; não exige que a pessoa entrevistada saiba ler e escrever; possibilita a obtenção de maior número de respostas, posto que é mais fácil deixar de responder a um questionário do que evitar ser entrevistado; oferece

flexibilidade muito maior, posto que o entrevistador pode esclarecer o significado das perguntas e adaptar-se mais facilmente às pessoas e às circunstâncias nas quais se desenvolve a entrevista.

Há diversos tipos de entrevistas, as “mais estruturadas são aquelas que predeterminam em maior grau as respostas a serem obtidas, ao passo que as menos estruturadas são desenvolvidas de forma mais espontânea, sem que estejam sujeitas a um modelo preestabelecido de interrogação” (GIL, 2008, p. 111). As entrevistas semiestruturadas são um dos principais meios que o investigador dispõe para coletar ou produzir os dados, pois oferece os meios para que o informante alcance a liberdade e a espontaneidade necessária, enriquecendo a investigação. (TRIVIÑOS, 1987).

Assim, optamos pela entrevista semiestruturada por julgar ser a mais pertinente para alcançar nossos objetivos junto aos professores das turmas do 6º anos, através de um roteiro construído com base nos nossos estudos dos documentos oficiais, guia do livro didático e da TRRS. O registro foi feito por gravação de áudio e anotações gerais, buscando diminuir a sua interferência nas escolhas do professor na preparação da aula a entrevista foi realizada no primeiro dia da observação da aula com base no roteiro que apresentamos a seguir.

As entrevistas (transcrições nos apêndices D, E, F e G) ocorreram nos períodos listados no *quadro 12*. Todas ocorreram dentro da escola, em um ambiente escolhido pelo professor entrevistado. A priori foi comunicado o seu anonimato, do que se tratava a entrevista e quantos tópicos ela possuía. Não sendo estipulado tempo de duração.

Quadro 10 - Relação das entrevistas

Professor	Dia	Duração	Turno
P ₁	29/04/2019	21 min 08	Manhã
P ₂	20/05/2019	16 min 57	Manhã
P ₃	27/05/2019	12 min 12	Tarde
P ₄	06/06/2019	11 min 38	Manhã

Fonte: acervo da pesquisa

P₁ foi o primeiro professor a ser entrevistado e o que protagonizou o maior tempo de entrevista com uma duração de 21 minutos e 08 segundos, por coincidência o tempo de duração delas foram decaindo conforme foram ocorrendo-as, culminando na última, com P₄ alcançando uma duração de 11 minutos e 38 segundos.

Roteiro da Entrevista

O professor constitui uma peça fundamental para a educação, conhecê-lo enquanto indivíduo social, com identidades pessoais e profissionais, compreender seus espaços - vida e trabalho, suas formações - inicial ou continuada, ou seja, permear sobre sua subjetividade, parece-me importante, ainda mais, quando consideramos que ele é o sujeito que estará mediando o saber, e ao fazer isto, não apenas o saber do conteúdo, ou qualquer outro saber entra em jogo, mas também sua visão de mundo, crenças, habilidades, o percurso de sua trajetória. Assim, faz-se necessário conhecer o professor em suas especificidades, sua formação e experiência. Logo a primeira parte do roteiro elaborado para conduzir a entrevista proposta, refere-se à caracterização dos perfis acadêmico e profissional dos docentes contendo oito questões.

I - Perfil acadêmico e profissional

1. Nome:

2. Gênero: ☐ F ☐ M ☐ Outro

3. Faixa etária:

☐ até 30 ☐ de 41 a 50

☐ de 31 a 40 ☐ mais de 50

4. Curso(s) de Graduação:

4.1. Instituições:

4.2. Ano(s) de conclusão:

5. Curso(s) de Pós-graduação (especialização lato sensu, mestrado, doutorado):

5.1. Instituições:

5.2. Ano(s) de conclusão:

6. Você, já participou de alguma ação de formação continuada sobre o Ensino de Matemática?

6.1. Se sim, qual(is) e qual a carga horária?

6.2. Que temas, conteúdos ou conceitos foram abordados nesta(s) formação(ões)?

7. Há quanto tempo você ensina na Educação Básica?

8. Em que anos (séries) leciona matemática atualmente?

O ensino da Geometria, atualmente, possui sérias lacunas, devido ao seu longo período de abandono. Mas, como vimos, a sua importância é enfatizada por pesquisadores, documentos oficiais e guias de livro didático, sendo justificada pela sua capacidade de permitir compreender, descrever e representar o mundo em que se vive, estabelecer conexões entre a Matemática e as demais disciplinas, propiciar a habilidade de percepção espacial, entre outros. Portanto, tomar conhecimento sobre a importância deste campo da Matemática e como está o

seu ensino, na visão dos participantes desta pesquisa, é crucial para compreendermos a maneira como eles mobilizam as representações externas na sala de aula. Assim, com esta intenção a segunda parte do roteiro é composta por duas questões abertas.

II – Sobre o Ensino de Geometria

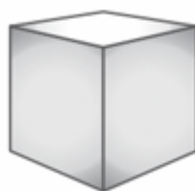
9. Para você, qual a importância de ensinar conceitos geométricos nos anos finais do Ensino Fundamental?
10. Você considera que a Geometria tem sido ensinada de maneira satisfatória no Ensino Fundamental? Por quê?

A mesma importância do ensino da geometria recai para o ensino dos prismas, mas quando se fala no ensino de objetos geométricos espaciais, existem alguns agravantes provenientes da dificuldade de sua visualização, da falta de habilidade e de experiência no trabalho com eles, da falta de materiais que possam auxiliar no seu ensino, entre outros. Logo, tendo ciência destes agravantes, é importante tomar conhecimento de como está o ensino dos prismas na educação básica e especificamente no sexto ano do EF a partir do ponto de vista dos participantes da pesquisa. Portanto, para atingir a este propósito a terceira parte do roteiro contém oito questões, todas inerentes ao ensino dos prismas.

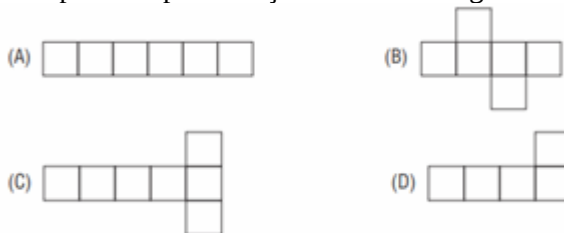
III – Sobre o Ensino dos Prismas

11. Você ensina o conteúdo prismas nos anos finais do Ensino Fundamental? Por que razões?
12. Você considera que os prismas têm sido bem trabalhados na Educação Básica? Por quê?
13. Que dificuldades você tem enfrentado para ensinar o conteúdo prismas? O que você considera ser as causas destas dificuldades?
14. Pode citar, detalhadamente, um exemplo de como ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? E se fosse ensinar este mesmo conteúdo em outro ano escolar, como faria?
15. Que recursos didáticos você utiliza para ensinar este conteúdo e como tem acesso a eles? Você constrói recursos didáticos com esta finalidade? Se sim, pode descrevê-los?
16. Qual a relevância dos recursos didáticos manipulativos para ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? Você atribui à mesma relevância quando ensina em outros anos? Por quê?
17. Observe as atividades que segue:

17.1: (Retirada no caderno “Ação de fortalecimento das aprendizagens” (PERNAMBUCO, [20-], p. 13)) Uma embalagem tem o formato de um cubo, como mostra a figura abaixo:



Uma possível planificação dessa embalagem é:



- Você trabalha atividades como esta nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?
- Que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?
- Como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?

17.2: Um prisma possui 5 faces laterais.

- Quantos vértices e quantas arestas ele possui?
- Que prisma é este?
- Desenhe a figura que corresponde ao prisma descrito.

- Você trabalha atividades como estas nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?
 - Que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?
 - Como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?
 - Esta atividade pode ser considerada complementar da atividade anterior (17.1)? Por quê?
18. Há algo que não perguntei e que gostaria de complementar sobre a sua experiência com o ensino dos prismas na educação básica?

Especificamente, sobre a questão 17, ela aborda dois problemas (17.1 e 17.2) que são facilmente encontrados nos livros didáticos, instrumentos de avaliação e manuais de orientação para os professores - um mobiliza o tratamento e o outro a conversão de registros. Ao propor esses problemas, buscamos explicitar os registros de representação e as apreensões que são mobilizados pelos professores no ensino dos prismas no Ensino Fundamental.

O primeiro problema apresenta um sólido geométrico em estado anamórfico, o qual não evidência elementos que auxiliam em sua visualização, como a linha tracejada, por exemplo.

Requerendo para a sua resolução a mobilização da atividade cognitiva de tratamento dentro do registro figural, e as apreensões: perceptiva (ver o cubo) e operatória mereológica (a reconstrução do cubo). O segundo problema requer para a sua resolução uma transformação de conversão, do registro em língua natural para o figural. Assim, como a mobilização das apreensões perceptiva, discursiva e sequencial para a construção geométrica solicitada.

Salientando que a questão dezoito tem o intuito de conceder ao professor um espaço para que ele complemente as respostas no que julgar relevante, sobre o que lhe foi perguntado.

4.2.2. Observação

Observação é de acordo com Gil (2008) o uso dos sentidos com vistas a adquirir os conhecimentos necessários para o cotidiano. Tendo como principal vantagem, em relação a outras técnicas, a percepção direta dos fatos, sem qualquer intermediação.

A observação pode ser estruturada ou não-estruturada, segundo os meios utilizados, e pode ser participante ou não participante, segundo o grau de participação do observador. A observação participante, por sua própria natureza, tende a adotar formas não estruturadas, podendo ser definida, como a técnica pela qual se chega ao conhecimento da vida de um grupo a partir do interior dele mesmo. Segundo Gil (2008), esse tipo de observação apresenta algumas vantagens, como a facilidade de rápido acesso aos dados sobre situações habituais dos membros das comunidades; a possibilidade de acesso a dados que a comunidade ou grupo considera de domínio privado; possibilidade de captar palavras de esclarecimento que acompanham o comportamento dos observados.

Há também a observação do tipo semiestruturada, de acordo com Vianna (2003),

É com bastante frequência usada como técnica exploratória, em que o observador tenta restringir o campo de suas observações para, mais tarde, delimitar suas atividades, modificando, às vezes, os seus objetivos iniciais, ou determinando com mais segurança e precisão o conteúdo das suas observações e proceder às mudanças que se fizerem necessárias no planejamento inicial. (SELLTIZ, 1967, *apud* VIANNA, 2003, p. 26-27).

No nosso estudo, a observação ocorreu do início ao término da mediação sobre o ensino de prismas, tendo por objetivo identificar os diferentes registros de representação semiótica. Buscamos também acessar as transformações semióticas (tratamento e conversão) e as apreensões mobilizadas nos problemas propostos pelos professores durante a aula.

Para obter os dados, usamos gravação áudio visual, que foi transcrita e analisada, como procedimento na tentativa de garantir a validação dos dados. A gravação áudio visual foi realizada com a câmera voltada para o professor, com o intuito de capturar as representações

mobilizadas por ele. Apenas quando necessário ela foi direcionada para a turma. Além da câmera utilizamos um gravador de voz fixado ao seu birô, com o objetivo de captar os áudios que a câmera não captou. A menção da presença da pesquisadora e do material audiovisual durante as aulas ficou ao cargo do professor.

As observações das aulas com os professores (transcrições nos apêndices H, I, J e K) ocorreram nos períodos listados no *quadro 11*. Não sendo estipulado o tempo de duração, cada professor planejou sua aula de modo livre.

Quadro 11 - Relação das observações das aulas

Professor	Início	Término	Duração	Dias	Turno
P ₁	29/04/2019	29/04/2019	2 aulas	Único	Manhã
P ₂	20/05/2019	24/05/2019	4 aulas	Dois	Manhã
P ₃	27/05/2019	03/06/2019	7 aulas	Quatro	Tarde
P ₄	06/06/2019	06/06/2019	3 aulas	Único	Manhã

Fonte: acervo da pesquisa

Cada aula teve uma duração padrão de 50 minutos, portanto, a mediação do P₁ que teve uma duração de 2 aulas, como mostra o quadro 11, durou 1:40 min no total, e assim sucessivamente.

Observe que ocorreu uma discrepância quanto à duração de aulas de P₃ em relação aos demais professores. Uma possível justificativa para isto, seria o fato desse professor não ter uma formação na área que atuou. Caracterizando uma possível insegurança na mediação do conteúdo em questão, acentuada pela presença do pesquisador.

Buscando melhor orientar a nossa observação, delimitamos os seguintes questionamentos:

- Quais registros de representação semióticas (figural, língua natural, outro) são mobilizados durante a aula?
- Quais transformações semióticas (tratamento e/ou conversão) são realizadas? E de que maneira?
- Quais as apreensões (perceptiva, discursiva, operatória e/ou sequencial) são presentes? E como o professor faz uso delas?

4.3. Categorias de análise

Apresentamos as categorias que adotamos na análise dos dados produzidos com as entrevistas e observações de aulas.

4.3.1. Categorias de análise das entrevistas

A análise das respostas dos professores nas entrevistas foi realizada em três etapas: caracterização do perfil acadêmico e profissional do professor; sobre o ensino de geometria e sobre o ensino dos prismas, conforme detalhamos a seguir.

1ª etapa: caracterização do perfil acadêmico e profissional dos professores

Esta etapa se constitui das questões de 1 a 8 e tem caráter informativo, pois suas respostas não foram acompanhadas de categorias analíticas.

2ª etapa: sobre o ensino de geometria

Esta etapa está constituída das questões 9 e 10. Para analisar as respostas dos professores delimitamos a priori as categorias que apresentamos no *Quadro 10*, com base nos fundamentos do estudo que fizemos nos documentos oficiais e nos guias de livro didático abordados no capítulo 2.

Quadro 12 - Sobre o ensino de geometria

Questão	Elementos	Referências
9	Formação da cidadania	Guia de Livros Didáticos (Cf. p. 62)
	Desenvolvimento da abstração	Parâmetros Curriculares Nacionais (Cf. p. 47)
	Desenvolvimento do pensamento geométrico	
	Compreensão do espaço que nos circunda	Guia de Livros Didáticos (Cf. p. 55)
10	Relação da geometria com o mundo físico	Parâmetros Curriculares Nacionais (Cf. p. 46)
	Abordagem metodológica não tradicional	Parâmetros Curriculares Nacionais (Cf. p. 47)
	Relação da geometria com os demais componentes curriculares (álgebra, números...)	Parâmetros Curriculares Nacionais (Cf. p. 50)

Fonte: acervo da pesquisa

A questão 9 versa sobre a importância de ensinar conceitos geométricos nos anos finais do Ensino Fundamental. Para a análise das respostas desta questão, foram elencados os

elementos: formação da cidadania (GLD, 2018), o desenvolvimento da abstração e do pensamento geométrico (PCN, 1998) e a compreensão do espaço que nos circunda (GLD, 2016).

A décima questão, indaga se a Geometria tem sido ensinada de maneira satisfatória no Ensino Fundamental e por quê. Segundo o PCN (2006), para que ocorra um ensino satisfatório, os elementos: relação da geometria com os demais componentes curriculares (álgebra, números...) e com o mundo físico, e uma abordagem metodológica não tradicional, devem estar presentes.

3ª etapa: sobre o ensino dos prismas

Esta etapa se constitui das questões 11 a 17 da entrevista. Como na etapa anterior, as categorias analíticas que delimitamos também estão ancoradas na TRRS e no estudo que realizamos nos documentos oficiais e no guia do livro didático conforme apresentamos no quadro 11, a seguir.

Quadro 13 - Sobre o ensino dos prismas

Questão	Elementos	Referências
11	Desenvolvimento da abstração	Parâmetros Curriculares Nacionais (Cf. p.47)
	Compreensão do mundo real	Parâmetros Curriculares Nacionais (Cf. p.48)
	Diferentes representações no mundo real	Base Nacional Comum Curricular (Cf. p.50)
12	Diferentes representações no mundo real	Teoria dos Registro de Representação semiótica (Cf. p. 20) Base Nacional Comum Curricular (Cf. p. 50)
	Atividades cognitivas ligadas a semiose	Teoria dos Registro de Representação semiótica (Cf. p. 27)
	Abordagem metodológica não tradicional	Parâmetros Curriculares Nacionais (Cf. p. 47)
13	Visualização espacial do objeto e de suas características	Guia de Livros Didáticos (Cf. p. 59)
	Confusão da representação com objeto matemático	Teoria dos Registro de Representação semiótica (Cf. p. 20)
	Acesso a recursos didáticos (Software, Materiais manipulativos, Livro didático...)	Base Nacional Comum Curricular (Cf. p. 54) Guia de Livros Didáticos (Cf. p. 54)
14	Abordagem metodológica não tradicional	Parâmetros Curriculares Nacionais (Cf. p. 47)

Questão	Elementos	Referências
	Diferentes representações no mundo real	Teoria dos Registro de Representação semiótica (Cf. p. 20) Base Nacional Comum Curricular (Cf. p.50)
	Remonta a história da Matemática	Base Nacional Comum Curricular (Cf. p. 54)
15	Recursos didáticos (Software, Materiais manipulativos, Livro didático...)	Base Nacional Comum Curricular (Cf. p. 54) Guia de Livros Didáticos (Cf. p. 54)
16	Visualização espacial do objeto e de suas características	Guia de Livros Didáticos (Cf. p. 59)
17.1	Visualização do objeto matemático em estado anamórfico	Teoria dos Registro de Representação semiótica (Cf. p. 28)
	Tratamento no registro figural	Teoria dos Registro de Representação semiótica (Cf. p. 29)
17.2	Visualização mental do objeto matemático	Teoria dos Registro de Representação semiótica (Cf. p. 23)
	Conversão da língua natural para registro figural	Teoria dos Registro de Representação semiótica (Cf. p. 30)
	Representação em perspectiva (desenho).	Teoria dos Registro de Representação semiótica (Cf. p. 29)

Fonte: acervo da pesquisa

A questão 11, indaga se o conteúdo prismas é ensinado nos anos finais do Ensino Fundamental e por quais razões. Segundo a BNCC (2018), os prismas devem ser ensinados porque possui diferentes representações no mundo real e segundo o PCN (1998) porque favorece o desenvolvimento da abstração e a compreensão do mundo real.

A 12ª questiona se os prismas têm sido bem trabalhados na Educação Básica. Segundo a TRRS, para que isto ocorra, diferentes representações semióticas e o trabalho com as atividades cognitivas ligadas à semiose devem estar contidos no ensino dos prismas. Segundo o PCN (2006), a aplicação de uma abordagem metodológica de ensino não tradicional.

A questão 13, pergunta que dificuldades os professores têm enfrentado para ensinar os prismas e o que eles consideram ser as causas destas dificuldades. De acordo com o GLD (2017) as possíveis dificuldades no ensino dos prismas são com a visualização do objeto matemático elemento pouco explorado nos livros didáticos. De acordo com a TRRS, com a confusão entre

a representação e o objeto matemático. E de acordo com a BNCC (2018), com o acesso a recursos didáticos (*Software*, Materiais manipulativos, Livro didático...).

A 14ª questão pede detalhadamente um exemplo de como ensinar os prismas no Ensino Fundamental. Foram analisados nesta questão a abordagem de metodologias utilizadas, considerando que o PCN (2006) critica fortemente a abordagem tradicional que se restringe à métrica do cálculo da medida de áreas e de volumes de alguns sólidos, em detrimento das relações com o mundo físico, construções, entre outros fatores que corroboram para uma aula não tradicional. O uso de diferentes representações dos prismas e da história da Matemática são outros dois elementos que a BNCC (2018) considera essenciais no ensino dos prismas. O uso da história da Matemática é importante, pois, evidencia as articulações da Matemática com as necessidades humanas de cada época.

O 15º questionamento visa tomar conhecimento sobre quais recursos didáticos são utilizados para ensinar os prismas. Segundo a BNCC (2018), os softwares e os materiais manipulativos são fortemente recomendados, assim como o livro didático, pelos GLD.

A 16ª questiona especificadamente sobre a relevância dos recursos didáticos manipulativos para ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental, o GLD (2018) atribui essa relevância à visualização espacial do objeto e de suas características.

A questão 17.1, indaga se os professores trabalham atividades de tratamento em suas aulas e quais dificuldades os alunos dos sextos anos têm para resolvê-las. Para tal, os elementos, segundo a TRRS, que retratam essa dificuldade seriam a visualização do objeto matemático em estado anamórfico, responsável pelas distorções das faces dos prismas e o tratamento no registro figural.

A 17.2 questiona se os professores trabalham atividades de conversão e quais dificuldades os alunos dos sextos anos têm para resolvê-las. Demandando, segundo a TRRS, os elementos, visualização mental do objeto matemático, conversão da língua natural para registro figural e vice-versa e representação em perspectiva (desenho).

4.3.2. Categorias de análise das observações

A análise da transcrição da aula ocorreu tomando por base a TRRS. As categorias (C_n) foram levantadas a partir de três pontos centrais.

1) A identificação de registros de representações semiótica

C_1 – Registro de representação em língua natural

C_2 – Registro de representação semiótica figural em perspectiva

C_3 – Registro de representação semiótica figural planificada

- C₄ – Registro de representação semiótica figural manipulável
- C₅ – Outro registro de representação semiótica
- 2) A análise das transformações semióticas realizadas
 - C₆ – Tratamento de uma representação
 - C₇ – Conversão de uma representação
- 3) A análise das apreensões mobilizadas em problemas geométricos
 - C₈ – Visualização do prisma construído com material manipulável
 - C₉ – Visualização do prisma no papel ou no monitor
 - C₁₀ – Construção do prisma com material manipulável

No próximo capítulo apresentamos os dados e nossa análise com base nas categorias delimitadas.

5. ANÁLISES DOS RESULTADOS

5. 1. Análise da entrevista

Neste tópico analisamos as respostas dos professores nas entrevistas em três etapas: caracterização do perfil acadêmico e profissional do docente; o ensino de geometria e o ensino dos prismas.

5.1.1. Caracterização do perfil acadêmico e profissional do docente

Quadro 14 - Caracterização sintetizada do perfil acadêmico e profissional dos docentes

	Gênero	Idade (anos)	Graduação	Pós-graduação	Formações continuadas	Tempo de experiência (anos)
P₁	M	31 a 40	Licenciatura plena em Matemática	Mestrado	Sim	15
P₂	M	31 a 40	Licenciatura plena em Matemática	Especialização	Sim	8
P₃	F	41 a 51	Licenciatura em Ciências Biológicas	Especialização	Sim	15
P₄	M	30	Licenciatura plena em Matemática	Especialização	Sim	6

Fonte: acervo da pesquisa

Como já mencionado, os professores desta pesquisa foram nomeados de P₁, P₂, P₃ e P₄, dentre eles, P₁, P₂ e P₄ se designaram do gênero masculino e P₃ do feminino. Com exceção do professor P₃, que possui graduação em ciências biológicas, os demais são graduados em licenciatura plena em Matemática. Apenas o professor P₄ possui mestrado, os demais possuem especialização, dois em Educação Matemática e um em Oceanografia.

No que concerne às formações continuadas sobre o Ensino de Matemática, P₁ e P₂ participa e participou, respectivamente, do curso O Geogebra ofertado na modalidade EaD pela Universidade do Paraná. O professor P₁ mencionou que participou também do Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio (PAPMEM). O PAPMEM é ofertado pela Universidade Federal de Pernambuco, destinado para os professores que ensinam no EM e aos estudantes de Graduação em licenciatura em Matemática. Os professores P₃ e P₄ mencionaram que participavam das formações oferecidas pela Gerência regional de educação com duração estipulada de 4 horas.

Ao serem questionados sobre quais temas as formações que eles participavam abordava, o professor P₁ mencionou a Matemática do ensino médio e o uso de tecnologias no ensino da Matemática, o professor P₂ apesar de ter afirmado participar de apenas uma formação, listou

vários temas: geometria plana, figuras planas, práticas com folha de papel ofício, com tangram, entre outros. E o professor P₄ relatou os seguintes: área, perímetro, figuras planas e espaciais, todos relacionados com o campo da geometria e das grandezas e medidas.

Como mostra o *quadro 14*, os professores P₁ e P₃ possuem maiores tempos de experiência, ambos ensinam na educação básica há 15 anos. Enquanto os professores P₂ e P₄ acumulam 8 anos e 6 anos, respectivamente. P₁ e P₂ ensinam tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, P₁ ensina em todas as turmas desde o sexto ano do EF ao terceiro ano do EM, enquanto P₂ ensina nas turmas do sexto, sétimo, oitavo, primeiro ano (EM) e nas turmas de Educação Jovens e Adultos (EJA). P₃ e P₄ ensinam apenas no Ensino Fundamental, P₃ em turmas exclusivas do sexto ano e P₄ em turmas do sexto ao nono ano.

5.1.2. Ensino de Geometria

Nesta segunda etapa da entrevista, analisamos os dois questionamentos (9 e 10) realizados sobre o ensino de geometria.

Questão 9) Para você, qual a importância de ensinar conceitos geométricos nos anos finais do Ensino Fundamental?

Todos os professores responderam que consideram o ensino da geometria, nesta etapa escolar, muito importante. Atribuindo esta importância a fatores como a integração com outras áreas da Matemática, presente no discurso do professor P₁ e P₄.

Professor P₁: *extremamente importante, uma vez que a área de geometria, ela integra tanto a aritmética como a álgebra. E ensinar geometria para ser uma forma completa de contextualização de todos os assuntos.*

Professor P₄: *primeiramente que propicia os alunos a desenvolver abstração, fazer relação com as formas espaciais que estão ao seu redor e também poder fazer aplicação em outros campos da Matemática, como na própria geometria.*

Ao fato de serem conteúdos que servirão de base para outras etapas de escolaridade, em específico para o EM presente na fala do P₃.

Professor P₃: *é de suma importância, né! Porque são os conteúdos que vão servir de base para o ensino médio, que eles vão ver todos esses conceitos de uma forma mais aprofundada no ensino médio.*

Dentre os elementos elencados pelos DO e GLD como importante para o ensino da geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, *formação da cidadania* não foi identificado nas respostas de nenhum dos professores, evidenciando-nos uma não preocupação para o ensino

da geometria articulado às questões sociais, culturais, e a um pensamento crítico, que leve o aluno a questionar a realidade, formulando problemas e tentando resolvê-los.

Apenas o professor P₄, em seu discurso, apresentou os elementos, *desenvolvimento da abstração e compreensão do espaço que nos circunda* como importantes para o ensino da geometria, além do elemento, *desenvolvimento do pensamento geométrico*, que esteve presente também na fala do P₁ ao mencionar, “*E ensinar geometria para ser uma forma completa de contextualização de todos os assuntos*”. Ambos, corroborando com o PCN e com o GLD, ao apontar que o pensamento geométrico surge da interação espacial com os objetos e com os movimentos no mundo natural e desenvolve-se por meio das competências de localização, de visualização, de representação e de construção de figuras geométricas.

Questão 10) Você considera que a Geometria tem sido ensinada de maneira satisfatória no Ensino Fundamental? Por quê?

Os professores P₁ e P₂ enfatizaram que a Geometria tem sido sim, ensinada de maneira satisfatória no EF.

Professor P₁: *antigamente não, hoje com os eixos e a organização que a escola na sua grande maioria tem quando se trata desse currículo hoje se tem mais é... O ensino está mais efetivo. Na época que eu estudava a gente tinha muita dificuldade, porque muitos professores não abordavam o tema.*

Professor P₂: *acredito que sim, eu conheço vários professores, são ensinadas, são bem ensinadas. O problema não estar às vezes no ensino, está talvez no querer de os alunos aprenderem, que às vezes você ensina, ensina, ensina só que os alunos não têm, ou querem, em grande parte. Fiz uma pesquisa uma vez, faço pesquisa sempre, os alunos fazem grandes coisas, exercícios para aprender Matemática, aprender geometria.*

O professor P₁ atribui essa conquista aos “*eixos e a organização que a escola na sua grande maioria tem quando se trata desse currículo*”. P₂ ao bom ensino dos professores atualmente, acreditando que o problema não está no ensino e sim na predisposição dos alunos em querer aprender.

Os professores P₃ e P₄ responderam que a Geometria não tem sido ensinada de maneira satisfatória no EF.

Professor P₃: *não, porque, primeiro que os livros, eles não trazem os conteúdos de uma forma mais fácil e que a gente possa trabalhar com os alunos e também por causa, por questão de material. Eu sinto falta de materiais, nesse sentido, para que eu possa trabalhar.*

Professor P₄: não, ainda não. Porque isso vem desde a formação de professor, geralmente os professores que ensinam matemática não possuem uma formação adequada, ou não tiveram uma formação suficiente para ensinar de forma correta os conteúdos do bloco geometria.

Isso ocorre porque, segundo P₃, além dos livros não abordarem os conteúdos de modo fácil, a escola não oferta materiais manipuláveis que auxiliem o aluno no ver geométrico.

Na resposta dada pelo professor P₃ destaca-se a frase “você precisa ver o tridimensional”, dando-nos a entender que para ele é necessário o uso de materiais manipuláveis para ver o objeto espacial na dimensão tridimensional. O que pode caracterizar um erro conceitual, pois, dependendo do tipo do material manipulável utilizado, como os construídos utilizando canudos flexíveis (Cf. figura 18), não será possível ver o objeto na dimensão tridimensional, considerando que o sólido geométrico é constituído pela superfície e por seu interior, alguns materiais manipuláveis, só permitem a construção da superfície do objeto. A superfície de um objeto espacial, mesmo possuindo comprimento, altura e largura não se caracteriza como uma figura geométrica tridimensional. Intuitivamente, pode-se dizer que a superfície está imersa em um espaço tridimensional por “não caber” em um plano, sendo, portanto, uma figura geométrica espacial ou não plana. No entanto, a figura geométrica formada, nestas circunstâncias, é bidimensional ou unidimensional.

Figura 18 - Construção do cubo com canudos flexíveis, figura unidimensional.



Fonte: acervo da pesquisa

Para o professor P₄ a Geometria não tem sido ensinada de maneira satisfatória no EF, porque os professores que ensinam matemática não possuem uma formação adequada ou suficiente que lhes deem suporte para ensinar os conteúdos do campo da geometria. Corroborando com um dos resultados da nossa revisão de literatura, no qual, evidenciou que um dos motivos para as dificuldades dos professores seria a falta de formações continuadas sobre geometria.

Os elementos elencados pelo DO e GLD como importantes para que ocorra um ensino satisfatório, *relação da geometria com o mundo físico, abordagem metodológica não tradicional, relação da geometria com os demais componentes curriculares (álgebra, números...)*, não foram mencionados pelos professores de modo explícito.

5.1.3. Ensino dos Prismas

Nesta terceira etapa da entrevista, analisamos os oito questionamentos (do 11 ao 18) realizados sobre o ensino dos prismas.

Questão 11) Você ensina o conteúdo prismas nos anos finais do Ensino Fundamental? Por que razões?

Todos os professores responderam que ensinam o conteúdo prisma nos anos finais do Ensino Fundamental. Apontando as seguintes razões: são considerados um conteúdo pré-requisito para o ensino médio; é um conteúdo propenso a cair nas avaliações externas e concursos para escolas de nível médio e técnico; e estar contido na matriz curricular. Esta última razão foi a única elencada pelo professor P₄, para o ensino dos prismas.

Professor P₄: *sim, porque é um componente curricular que está dentro da matriz curricular, faz parte dos parâmetros curriculares do estado de Pernambuco e também agora está incluso na BNCC.*

Com linguagens distintas, os professores P₁, P₂ e P₃ evidenciaram em suas respostas uma preocupação para um ensino dos prismas articulado ao mundo real, que proporcione ao aluno uma integração do conhecimento aprendido na sala de aula com a sua realidade, como diz o professor P₃ “*um conhecimento que eles utilizem em sua vida prática*”.

Professor P₁: *pelo fato de estar totalmente integrado a nossa realidade e um tema que explora assuntos elementares, mas, que vão servir, inclusive, para ensino médio, né! Além de ensino médio, para as avaliações que são instituídas pelo MEC e não só isso. Como a principal importância de trabalhar a questão da aplicação e contextualização na vida e a gente vê que a geometria e sólidos geométricos, especificamente os prismas, fazem parte do nosso dia a dia.*

Professor P₂: *bom eu ensino, porque é importante na medida em que você, quando vai... Anos finais... Eles precisam utilizá-las para sua vida prática, porque às vezes os principais concursos para o ensino médio e técnico e também para você aplicar no dia a dia em algumas atividades lá... Saber quantidade de volumes e também comparar figuras, sólidos.*

Professor P₃: *justamente, pelo o que eu falei anteriormente, né! Porque eles vão ver esses conteúdos, porque eles precisam ter uma noção do espaço que eles vivem. Que tudo tem geometria e também eles vão trabalhar essas questões no ensino médio.*

Ao mencionar “*que tudo tem geometria*”, o professor P₃ é o único que, ao nosso ver, dá indícios que corroboram para o elemento *diferentes representações no mundo real*.

Questão 12) Você considera que os prismas têm sido bem trabalhados na Educação Básica? Por quê?

Para que os prismas sejam bem trabalhados na educação básica, segundo a TRRS e os DO, é preciso ensiná-los com base nos seguintes elementos: *diferentes representações no mundo real, atividades cognitivas ligadas à semiose e uma abordagem metodológica não tradicional*. Os dois primeiros elementos, segundos três dos quatros professores entrevistados, não estão presentes no ensino dos prismas, por este motivo e pela falta de materiais manipuláveis e de conteúdos nos livros didáticos, eles não consideram que os prismas têm sido bem trabalhados na educação básica.

Outra razão pela qual, os prismas não sejam bem trabalhos, é porque são relegados ao segundo plano, como aponta P₄.

Professor P₄: *é como eu falei anteriormente, os conteúdos da geometria às vezes são relegados por duas questões: pelo professor não saber ensiná-los ou porque muitas vezes exploram muito a parte algébrica e aritmética da Matemática em detrimento das outras.*

Relegar o ensino dos prismas na sala de aula é algo que ocorre com mais frequência do que gostaríamos, alguns dos resultados de nossa revisão de literatura evidenciaram esse fato. E aqui vemos um professor declarando o acontecimento e atribuindo motivos pelo qual isto ocorre – Ou, porque o professor não sabe ensinar ou, porque optam por favorecer a álgebra e a aritmética.

A única resposta afirmativa para este questionamento foi dada pelo professor P₁, justificando que os prismas têm sido bem trabalhados na Educação Básica porque possui uma variedade de abordagens e aplicações relacionadas a este tema e uma maior cobrança para o seu ensino. Com base no seu discurso, esta cobrança é feita pelo sistema de ensino, por meio do currículo pré-estabelecido do estado.

Questão 13) Quais dificuldades você tem enfrentado para ensinar o conteúdo prismas? O que você considera ser as causas destas dificuldades?

As maiores dificuldades apresentadas pelos professores foram com relação à *visualização da figura geométrica espacial*, tanto no plano como no espaço, de modo externo e/ou mental; com relação ao não acesso às representações palpáveis, causadas pela *falta de recursos didáticos*; a falta de maiores detalhamentos dos livros didáticos; e a ausência de conhecimentos prévios dos estudantes.

Professor P₁: *a dificuldade que se existe na maioria das escolas é referente aos recursos, mas nada que a gente não possa improvisar né. A gente pode trabalhar com panificação, uma quantidade mínima de recursos que por parte dela também pode ser trazida pelos alunos como parte de material que vai ser usado em sala de aula.*

Professor P₃: *as dificuldades são justamente essas dos materiais, o livro deveria trazer uma forma mais detalhada, a gente deveria ter mais materiais. Porque fica difícil dele visualizar isso, imaginar como é um prisma. Então a gente tem que trabalhar isso de forma lúdica para eles, utilizando jogos, utilizando materiais que eles possam pegar.*

Professor P₄: *a dificuldade maior é a questão com relação aos conhecimentos prévios dos estudantes, muitas vezes não tiveram nas etapas anteriores aprendizagem a respeito desses conteúdos de Matemática.*

Algumas das recomendações dos DO para o ensino dos sólidos geométricos é que sejam ensinados com o auxílio de uso de recursos manipulativos, construções geométricas, uso de *software* de geometria dinâmica, uso de representações gráficas, entre outros. Mas, a partir dos depoimentos dos professores P₁, P₃, e P₄ as escolas não possuem esses materiais, dificultando assim, como aponta P₂, a compreensão dos prismas enquanto figura geométrica espacial.

Quanto à falta de maiores detalhamentos dos livros didáticos, o GLD comunica que as coleções aprovadas incluem construções geométricas e exploração das figuras espaciais e de suas planificações, entretanto, a abordagem dos conceitos geométricos básicos é por vezes, prejudicada pela atenção excessiva dada à nomenclatura e ao privilégio dado a exercícios de observação e classificação, em detrimento das atividades investigativas, corroborando assim, com o posicionamento dos professores.

Ademais, dos elementos apontados pelos DO e pelo GLD para as dificuldades que o professor tem enfrentado para ensinar os prismas, apenas *confusão da representação com objeto matemático* não foi citado pelos professores desta pesquisa.

Questão 14) Pode citar, detalhadamente, um exemplo de como ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? E se fosse ensinar este mesmo conteúdo em outro ano escolar, como faria?

Na análise desta resposta fizemos alguns comparativos com a aula ministrada pelo professor.

Os professores P₁ e P₄ mencionaram que, inicialmente, ensinam os prismas fazendo associações de objetos comuns do dia-a-dia dos estudantes, que possuem as formas geométricas dos objetos matemáticos, como exemplo: associando uma caixa de sapato a um prisma de base retangular.

***Professor P₁:** certo, primeiro eu parto da necessidade de se entender que o prisma faz parte da nossa vida, então eu trabalho com alguns conceitos prévios tratando do que eles vêm em casa em alguns... Algumas embalagens e quando eles chegam com essas figuras que são tridimensionais a gente vai classificar quanto aos seus elementos identificando as arestas e vértices e as faces e especificamente e mostrando quais são aqueles que são classificados como prismas e outros que não como os corpos redondos as pirâmides, fazendo assim sua distinção.*

Observamos na fala do professor P₁ indícios de uma possível confusão entre objeto e representação, ao classificar os elementos dos prismas na própria embalagem como se esta fosse o próprio objeto matemático. Segundo as concepções da TRRS este tipo de confusão impedirá o aluno de ter uma compreensão matemática que, por sua vez, só será possível o aluno for capaz de distinguir o objeto e sua representação. Os professores P₁ e P₄ mencionaram, também, o uso de construções geométricas a partir de planificações em suas respectivas descrições.

Observamos que a aula ministrada pelo professor P₁ seguiu a descrição feita por ele. As construções geométricas a partir de planificações não foi observada na aula do professor P₄. No geral, notamos uma certa semelhança entre as descrições das aulas desses dois professores, consistindo em associações com objetos do mundo físico, exposição oral, construções e planificações.

Segundo a descrição do professor P₂, ele ensinaria os prismas, apenas, definindo-os, mas em sua aula ministrada, ele optou também por realizar construções a partir das planificações. O professor P₃ descreveu uma aula pautada na construção de representações dos prismas com parafinas, barra de sabão, cartolina, massa de modelar, e jogos, sendo assim o início de sua aula ministrada, mas não se limitando apenas a isto, como em sua descrição.

Quanto a continuação deste questionamento (14) “E se fosse ensinar este mesmo conteúdo em outro ano escolar, como faria?” com exceção do professor P₃ que afirmou ensinar da mesma maneira que descreveu para o sexto ano. Os demais professores alegaram que

aprofundariam o conhecimento, sairiam da ideia de compreensão do objeto matemático e explorariam outros aspectos, trabalhando, por exemplo, com deduções de fórmulas, área e volume dos prismas.

A resposta do professor P₃, nos evidencia uma não preocupação para o aprofundamento que este conteúdo, os prismas, necessita ao decorrer das demais etapas escolares. Voltando para a caracterização do perfil do docente, vimos que o professor P₃ possui formação em ciências biológicas e ensina exclusivamente em turmas dos sextos anos, levantando a hipótese que o professor P₃ não tem consciência que este conhecimento avança ao longo das etapas escolares, assim, como todos os outros.

Não observamos nas respostas dos professores indícios de uma aula utilizando a *história da Matemática*. E apenas um deles descreveu explicitamente um modelo de aula tradicional (definição e aplicação de exercícios).

Questão 15) Quais recursos didáticos você utiliza para ensinar este conteúdo e como tem acesso a eles? Você constrói recursos didáticos com esta finalidade? Se sim, pode descrevê-los?

Os recursos citados pelos professores foram livro didático, *Datashow*, impressão em papel contendo a forma planificada dos sólidos, embalagens que se assemelham aos sólidos geométricos, representações de sólidos geométricos construídos de madeira, sabão, parafina, canudo, palito de dente com massa de modelar e dobradura.

Todos os professores afirmaram construir recursos didáticos para o ensino deste conteúdo. Quando perguntado como eles têm acesso aos materiais para as construções, nenhum mencionou a escola como provedor, sendo fornecidos por eles ou pelos alunos.

Observou-se que *software* de geometria dinâmica, ou qualquer outro recurso oriundo das tecnologias digitais de informação e comunicação não foi mencionado.

Na entrevista houve a necessidade de perguntar diretamente sobre o uso do recurso, livro didático, que porventura foi o recurso didático mais citado, entre os professores. Dentre as respostas sucederam algumas divergências quanto a sua relevância na sala de aula.

Professor P₁: *é o que mais faço, até porque os recursos, material concreto, muitas vezes as escolas, elas não oferecem. Então o livro é um instrumento indispensável, onde eu associo o pouco de recurso que a gente pode construir com os recursos que os alunos trazem em sala de aula que vem de suas casas, no caso dos prismas. Ai a gente associa as atividades junto com o livro. E o livro para mim é instrumento indispensável, onde eles têm acesso fácil, o PNL D disponibiliza, uma vez que a escola é do estado. E nesse livro, tem sim*

o assunto suficiente. Mas que não seja limitado, eu acho que além dos livros a gente precisa de alguns elementos, alguns recursos extras para enriquecer a aula.

Professor P₄: *bem, os livros didáticos do sexto ano eles não abordam com muito afinco a questão da distinção entre prismas e pirâmides, então a gente basicamente recorre a outras fontes e material didático para poder trabalhar de forma mais completa com este conteúdo no sexto ano.*

O professor P₁ afirma que o livro didático é um “*instrumento indispensável*” que contém “*assunto suficiente*”. Segundo ele, a abordagem contida no livro sobre os prismas é suficiente para o seu ensino, recorrendo aos outros recursos, apenas, por uma opção didática. Em contrapartida, o professor P₄ afirma que os livros “*não abordam com muito afinco a distinção entre prismas e pirâmide*”, sendo necessário recorrer a outras fontes para poder trabalhar os prismas.

Questão 16) Qual a relevância dos recursos didáticos manipulativos para ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? Você atribui a mesma relevância quando ensina em outros anos? Por quê?

Todos os professores enfatizaram a importância destes materiais no ensino dos prismas, mas apenas P₃ e P₄ atribuíram esta importância ao fato de os materiais manipulativos facilitarem a *visualização espacial do objeto e de suas características*, pois além de retratar as reais dimensões e posições dos lados e faces dos objetos, não camufla o perpendicularismo e o paralelismo lateral. Visto que os alunos geralmente visualizam essas figuras impressas em livros, desenhadas no quadro branco, de modo bidimensional e com inúmeras distorções.

Professor P₄: *esses recursos manipulativos são para poder propiciar ao aluno uma referência melhor dessas figuras, porque os alunos são geralmente acostumados a observar essas figuras impressas em livros, em 2D que não dá um detalhamento maior e não faz muita relação com os objetos que eles veem no dia a dia. Então quando ele compara esses materiais manipulativos com as formas que ele vê no dia a dia ele começa a fazer mais, estabelecer mais relação de forma mais direta com isso aí.*

Segundo o professor P₄, os materiais manipulativos auxiliam também na associação dos objetos matemáticos com os do mundo real. Outro ponto destacado pelo professor P₃ foi o sensitivo.

Professor P₃: *estritamente importante porque aí eles manipulando eles podem, podem é... É melhor do que visualizar, eles conseguem ter a parte sensitiva, eles conseguem utilizar não só o visual, mas o sensitivo. É uma coisa que tá ali presente, eles conseguem manipular, eles conseguem sentir*

de uma forma que... principalmente na geometria espacial que eles vão conseguir visualizar o que é tridimensional. Se tivesse somente o livro e o caderno eles não iriam conseguir.

A exploração do tato no ensino deste conteúdo é discutida em pesquisas, como as que envolvem alunos com deficiência visual. Ferronato (2002) aponta que o uso de materiais manipulativos dá significado ao ensino de Geometria, facilitando assim, o processo de aprendizagem. “Ele enxerga a partir do que pode tocar. É com as mãos que procura amenizar as dificuldades oriundas da sua restrição sensorial” (FERRONATO, 2002, p. 36).

Quanto à relevância de ensinar os prismas fazendo o uso de materiais manipulativos, em outros anos. Os professores que se atentaram a este questionamento, atribuíram a mesma relevância, mas objetivando sair de modo progressivo do concreto para o abstrato.

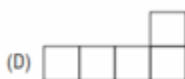
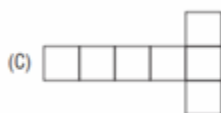
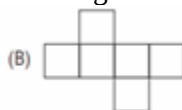
Questão 17) Observe as atividades que segue:

O último questionamento desta etapa apresenta dois problemas geométricos (17.1 e 17.2). O primeiro concerne na identificação da planificação de um cubo, exigindo *a visualização do objeto matemático em estado anamórfico* e um *tratamento no registro figural*.

17.1: (Retirada no caderno “Ação de fortalecimento das aprendizagens” (PERNAMBUCO, [20-], p. 13)) Uma embalagem tem o formato de um cubo, como mostra a figura abaixo:



Uma possível planificação dessa embalagem é:



- Você trabalha atividades como estas nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?
- Que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?
- Como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?

Quanto à alternativa (a), todos os professores afirmaram que trabalham atividades como essa (17.1) em suas aulas. Em turmas do quinto, sexto e nono ano, com o objetivo de relacionar o objeto matemático com sua planificação. Ao serem perguntados sobre (b) as dificuldades os alunos do sexto ano teriam para resolver este tipo de atividade, com exceção do professor P₁,

que associou essa dificuldade à ausência do ensino dos sólidos geométricos, especificamente, em séries anteriores ao sexto ano, os demais professores afirmaram que a maior dificuldade é com a visualização do objeto matemático espacial. Olhar o prisma desenhado e visualizá-lo no espaço com todas as suas características e propriedades. A fala do professor P₂, evidencia bem isto.

Professor P₂: *é o seguinte, como eles não tem o hábito de planificar, pegar uma figura já fechada e abrir, na verdade eles até podem ter, mas, não tem com esse olhar matemático, esse olhar de ver uma figura como espacial, um prisma, poliedro e verificar que são as faces, os lados, né! Essa é a dificuldade dele, ele não consegue visualizar a parte posterior, a parte de trás ou a parte de baixo como face, como lado.*

Corroborando com a nossa preocupação inicial ao se deparar com esta pergunta, pois o desenho do cubo não traz elementos que auxiliem em sua visualização, como por exemplo as linhas tracejadas indicando as arestas subjacentes, dificultando ainda mais, como bem pontuado pelo professor P₂, a visualização de algumas das faces do cubo. Exigindo do visualizador as apreensões de percepção - ver o cubo, discursiva - reconhecer como uma figura geométrica - e operatória - modificações mereológicas de reconfiguração. A dificuldade na visualização do cubo, neste caso, interfere diretamente no tratamento do registro figural, exigido no enunciado da pergunta.

Por fim, foram questionados como eles (c) agiriam para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades. O professor P₁ que associou essa dificuldade à ausência do ensino, a superaria apresentando este conteúdo com mais frequência na sala de aula. Os demais professores responderam que recorreriam aos materiais manipuláveis e ao uso da planificação.

Professor P₃: *uso de material concreto, fazendo molde com eles e depois eles construindo a caixa.*

Os materiais manipuláveis e o uso da planificação foram alguns dos recursos recomendados por trabalhos citados na nossa revisão de literatura como presentes no ensino dos prismas. A planificação, em especial, aparece com grande ênfase nos documentos oficiais.

O segundo problema da decima sétima questão (17.2) concerne a respeito da identificação de um prisma por meio de sua propriedade, exigindo os seguintes elementos: *visualização mental do objeto matemático, conversão da língua natural para registro figural e sua representação em perspectiva (desenho).*

17.2: Um prisma possui 5 faces laterais.

- a) Quantos vértices e quantas arestas ele possui?
- b) Que prisma é este?
- c) Desenhe a figura que corresponde ao prisma descrito.

a) Você trabalha atividades como estas nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?

b) Que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?

c) Como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?

d) Esta atividade pode ser considerada complementar da atividade anterior (17.1)? Por quê?

Quanto à alternativa (a) todos os professores responderam que trabalham atividades como essa em suas aulas, em turmas do quinto, sexto, sétimo e nono ano, como também no EJA, com o objetivo de favorecer a compreensão, interpretação, e abstração matemática. Porém, o professor P_3 apesar de afirmar que trabalha atividades como essa no sexto ano, ele também afirma que os alunos desta etapa escolar não conseguem resolvê-las.

Em seguida, ao serem questionados sobre as (b) dificuldades dos alunos dos sextos anos para resolver este tipo de atividade.

Os professores atribuíram a dificuldade ao não ensino do conteúdo, a visualização mental do sólido geométrico diante apenas de sua propriedade e falta de tática para desenhar o sólido.

Professor P_2 : primeiro que tem várias dificuldades. Primeiro, ele não consegue, não consegue visualizar isso, né! Não consegue visualizar isso mentalmente, aí outra coisa, tentar desenhar essa figura, porque o formato não é comum. É uma figura espacial, um prisma, ele não consegue visualizar. Os alunos conseguem visualizar mais o que é plano, e não os que têm altura. Então fica muito difícil.

Quando questionados como (c) agiriam para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades, os professores apontaram como superação a apresentação contínua e repetitiva de atividades semelhantes e o uso de materiais manipulativos.

Professor P_3 : nessa questão, eu teria que trazer uma figura, um prisma, um sólido para eles visualizarem, poder contar quantas arestas, quantos vértices ele tem, mas só com a questão para eles visualizarem, ele não consegue, sexto ano não.

Professor P_2 : então, para suprir tais necessidades, eu acredito que seja fácil, um processo contínuo, contínuo e repetitivo. Sempre ver, sempre fazer,

sempre ver, sempre fazer. Na medida em que ele tem sempre que ver essas figuras e trabalhar elas, constantemente. Porque ver uma vez só, eles não vão conseguir assimilar. Então a ideia é sempre tentar repetir esses exercícios de formas diferentes. Cada um fazendo figuras diferentes para que isso se torne comum na vida deles, por isso que eu trabalho no sexto, no sétimo, acredito que trabalho no oitavo lá pro final do ano e no EJA. Para que assim fique mais, o conhecimento fique mais fundamentado.

O professor P₂ ao sugerir o aparecimento contínuo de atividade deste tipo (17.2) nas aulas, leva-nos a concluir que atividades de conversão da língua natural para o registro figural, nesta etapa escolar, não é tão regular. Contrapondo com os pressupostos de Duval, ao defender que a conversão é tão importante quanto as demais atividades cognitivas, ademais, ela sozinha, pode favorecer a coordenação dos registros de representação.

Ao serem questionados se a (d) segunda atividade pode ser considerada complementar da anterior e por quê, todos os professores responderam que sim.

Professor P₄: *ela pode ser sim complementar. Porque, se na primeira a gente está buscando fazer uma relação da panificação com a figura montada, nessa segunda, a gente já observa as características que estão descritas, para os alunos pensarem que figura é essa.*

Pontuando que na segunda atividade o esforço cognitivo produzido pelo aluno seria maior.

Questão 18) Há algo que não perguntei e que gostaria de complementar sobre a sua experiência com o ensino dos prismas na educação básica?

A dificuldade para o ensino de prisma foi a pauta levantada pelos professores que optaram por aproveitar esse espaço, enfatizando mais uma vez, a falta de detalhamento na explanação trazida pelos livros didáticos, a falta de recursos, e o desinteresse dos alunos em querer aprender.

Considerações parciais

A pesquisa contou com quatro professores de Matemática, três formados em licenciatura em Matemática e um em Biologia. Todos eles atuantes no sexto ano do Ensino Fundamental.

Os professores consideram importante o ensino da Geometria na educação básica, pois segundo eles, favorece o desenvolvimento da abstração e do pensamento geométrico e a compreensão do espaço que nos circunda, mas também reconhecem que a geometria não é ensinada de maneira satisfatória, pois além dos livros didáticos abordarem os conteúdos de

maneira inadequada, há uma inexistência de recursos didáticos que auxiliem na mediação dos conteúdos.

Quanto ao ensino dos prismas, todos os professores afirmam ensiná-lo no sexto ano do EF, pois além desse conteúdo está contido na matriz curricular, é um conhecimento que os alunos usam na sua vida cotidiana. No entanto, para os professores, os prismas não têm sido bem trabalhados na educação básica, de acordo com os professores, há uma ausência de recursos didáticos, em específico de materiais manipuláveis, que favoreçam a visualização espacial do objeto geométrico, como também, uma má abordagem deste conteúdo nos livros didáticos. Sendo por estas e/ou outras razões, muitas vezes, relegados em favorecimento dos conteúdos dos outros campos, como da álgebra e da aritmética.

Todos os professores afirmaram, ainda, realizar atividades que envolvem as transformações semióticas, tratamento e conversão. No entanto, dois dos quatro professores, apontam que as atividades de conversão requerem um esforço maior por parte do aluno quanto à abstração do objeto matemático no registro figural pela dificuldade dos mesmos em visualizar o prisma.

5. 2. Análise da observação das aulas

A análise das aulas iniciou-se com a identificação dos Registros de Representação Semióticos mobilizados no ensino dos prismas, seguido das análises das transformações semióticas e das apreensões realizadas nos problemas geométricos subjacentes ao ensino deste conteúdo.

A priori, observou-se que a presença do material audiovisual ou da pesquisadora não acarretaram desconforto perceptível nos professores. Quanto à menção da presença deste material durante a aula, apenas, o professor P₂ mencionou-o.

5.2.1. Identificação de registros de representações semiótica

Seguindo as categorias (C_n) definidas a priori, iniciamos a análise da observação da aula, identificando os RRS mobilizados no ensino dos prismas.

C₁ – Registro de representação semiótica em língua natural

O RRS em língua natural, como já esperávamos, foi identificado em todas as aulas observadas. Apresentaremos abaixo excertos que caracterizam a primeira mobilização deste registro nas quatro aulas.

O primeiro excerto refere-se a aula do professor P₁. Observamos que na aula do professor P₁, a primeira mobilização do RRS em língua natural dos prismas apresentou-se por meio da operação discursiva de designação.

P₁ – Vou perguntar a vocês, isso aqui é um prisma?

Na aula deste professor somente foi observado registro em língua natural falado. Desse modo, a língua natural como registro de representação semiótica foi utilizada apenas para fins de comunicação oral.

Nas aulas dos professores P₂ e P₃, a primeira mobilização do RRS em língua natural foi observado por meio da operação discursiva de expansão apresentada pela definição do prisma.

P₂ – Os prismas são sólidos geométricos que possui duas bases paralelas e congruentes. Bases é a parte de baixo e a parte de cima, tá? São paralelas e congruentes. Congruentes como eu já falei para vocês é a mesma coisa que sejam iguais, tá?

P₃ – Ok. Então prismas são sólidos geométricos formados por segmentos cujas extremidades são polígonos também paralelos.

Na aula do professor P₄, identificamos a primeira mobilização do RRS em língua natural apresentado por meio da operação de enunciação, seguindo da operação de expansão discursiva.

P₄ - Agora a gente vai começar a diferenciar os poliedros. Temos alguns tipos especiais de poliedros. O primeiro dele, que a gente vai ver, é o prisma. Então, o prisma reto é uma figura geométrica espacial que possui duas bases iguais, que também são polígonos. As faces laterais do prisma reto são retângulos. Os nomes dado aos prismas dependem do polígono que compõe suas bases.

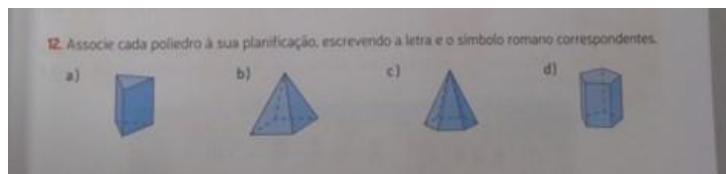
Nas aulas dos professores P₂, P₃ e P₄ o registro em língua natural foi identificado tanto de modo escrito como falado. Por consequência a língua natural como registro de representação semiótica foi utilizada tanto para fins de comunicação oral, como para fins de tratamento nas produções escritas.

C₂ – Registro de representação semiótica figural em perspectiva

O prisma representado em perspectiva foi identificado em todas as aulas observadas.

Na aula do professor P₁ o registro foi identificado (Cf. *Figura 19*) em uma atividade proposta para os alunos responderem em casa.

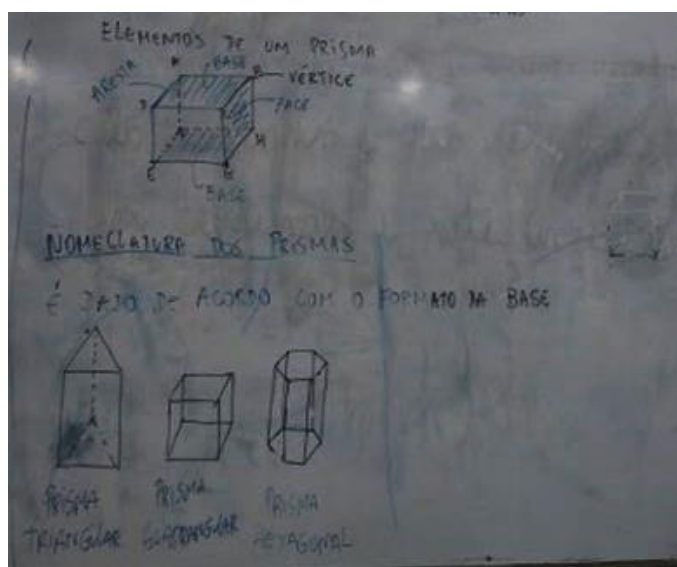
Figura 19 - RRSF em perspectiva na aula do P₁



Fonte: material do professor

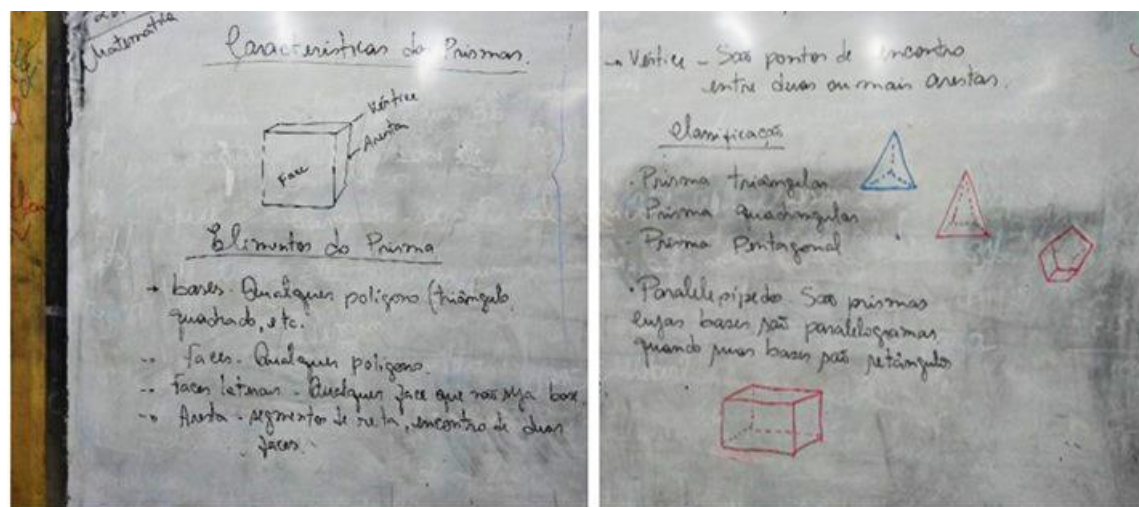
Nas aulas dos professores P₂ e P₃ a representação do prisma em perspectiva foi observada no desenho feito no quadro branco, como mostram as *figuras 20 e 21*.

Figura 20 - RRSF em perspectiva do P₂



Fonte: material do professor

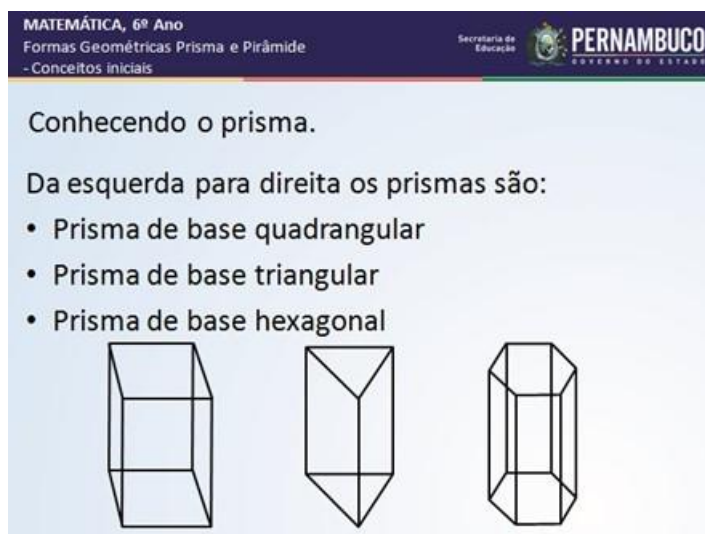
Observamos nas representações em perspectivas da *figura 20* algumas deformidades. Essas deformidades são causadas pelo tratamento de anamorfose, padrão em construções deste tipo e acabam por não conferir às representações dos prismas uma confiabilidade e uma objetividade que permita efetuar verificações e observações.

Figura 21 - RRSF em perspectiva do P₃

Fonte: material do professor

Na primeira imagem da figura 21, observamos a representação de um cubo sem as linhas pontilhadas que são utilizadas para identificar as faces posteriores da figura. Como já discutido, este tipo de construção em perspectiva exige mais do visualizador. Na segunda imagem da figura 21 observamos também, a representação em perspectiva de pirâmides de base triangular e quadrangular representando os prismas de base triangular e quadrangular, explicitando um equívoco conceitual do professor no momento da explanação do conteúdo.

Na observação da aula do professor P₄ a representação do prisma foi projetada no quadro branco com o auxílio do *Datashow*, como mostra a figura 22.

Figura 22 - RRSF em perspectiva do P₄

Fonte: material do professor

A representação em perspectiva do prisma apresentado desta maneira configura-se do mesmo modo da representação no monitor de computador. Neste tipo de construção, assim como nas construções no quadro branco, as distorções existem, característica do estado anamórfico que elas se encontram, mas diferentemente das construções no quadro branco, no monitor, na projeção ou impressas em livro didático (Cf. *Figura 19*) é possível identificar com mais facilidade as propriedades dos prismas devido à simetria proporcionada pelo *software* de construção geométrica.

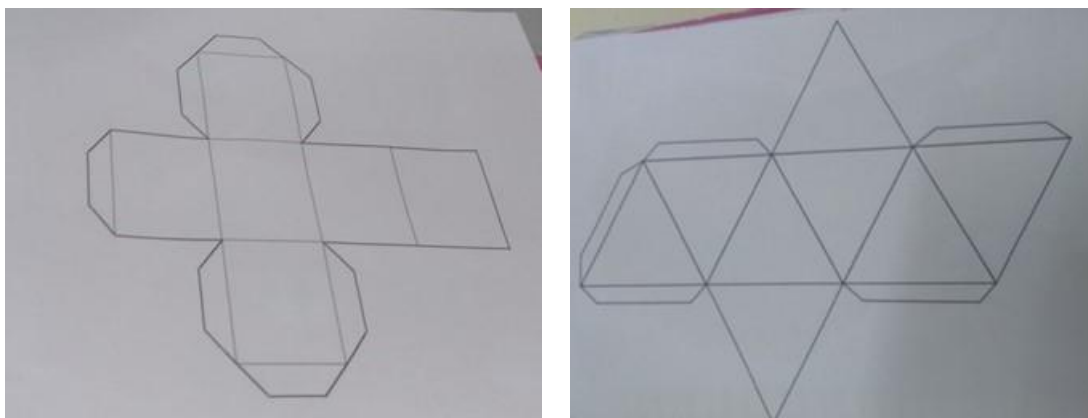
Observamos que nas aulas dos professores P₂, P₃ e P₄ o RRSF dos prismas em perspectiva surgiu no início da abordagem do conteúdo, sendo utilizado para apresentar o objeto matemático aos alunos, como também, para evidenciar os seus elementos.

C₃ – Registro de representação semiótica figural planificada

O registro de representação figural do prisma planificado foi identificado nas aulas dos professores P₁, P₂ e P₄.

Observamos que nas aulas dos professores P₁ e P₂ (Cf. *Figura 23*) as planificações foram trabalhadas em material impresso que, posteriormente, serviram de moldes para a construção de sólidos.

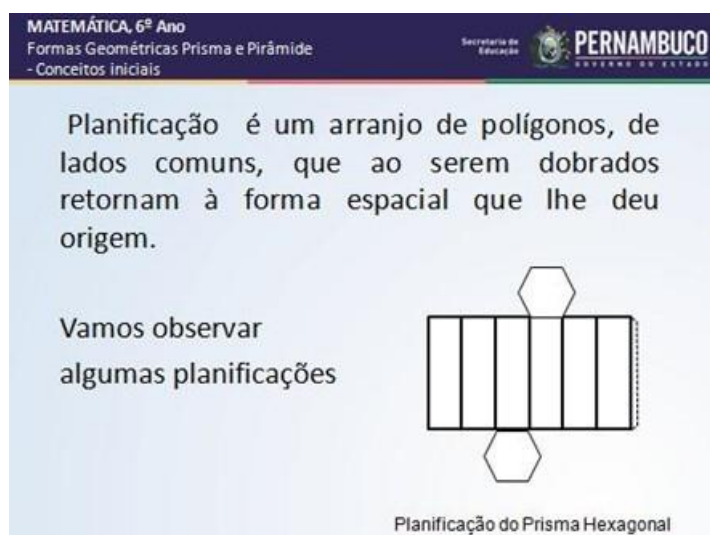
Figura 23 - RRSF planificado apresentado, respectivamente, nas aulas do P₁ e P₂



Fonte: material do professor

Na aula do professor P₄ (Cf. *Figura 24*) observamos que o RRSF planificado foi projetado com o auxílio do *Datashow* no quadro branco.

Figura 24 - RRSF planificado apresentado na aula do P₄



Fonte: material do professor

Nesta aula o RRSF planificado dos prismas foi apresentado junto com a sua definição.

C₄ – Registro de representação semiótica figural manipulável

Identificamos o RRSF manipulável nas aulas dos professores P₁, P₂ e P₃.

Nas aulas dos professores P₁ e P₂ a construção manipulável da representação do prisma ocorreu a partir da representação semiótica figural planificada em folha de papel ofício (Cf. *Figura 25*).

Figura 25 - RRSF manipulável construído na aula dos professores P_1 e P_2



Fonte: material do professor

Observamos que nas aulas dos professores P_1 e P_2 o RRSF em material manipulável foi utilizado no final da abordagem do conteúdo, fazendo o papel de consolidador do conteúdo geométrico.

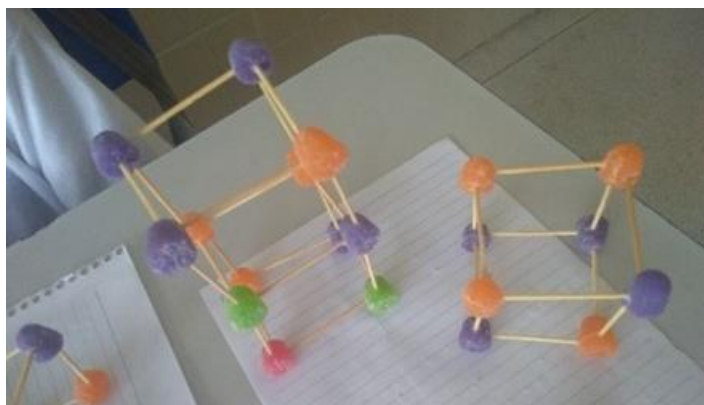
Na aula do professor P_3 (Cf. *Figura 26*) identificamos a presença de representações manipuláveis de prismas com três materiais distintos: canudos flexíveis, origami e palito de dente com jujuba. Os RRSF manipuláveis construídos com canudos flexíveis e origami foram levados montados pelo professor para apresentação dos objetos matemáticos.

Figura 26 - RRSF apresentado na aula do P_3



Fonte: material do professor

Os RRSF em material manipulável de palito de dente e jujuba (Cf. *Figura 27*) foi construído em parceria entre professor e alunos no final da abordagem do conteúdo, fazendo o papel de consolidador do conteúdo.

Figura 27 - RRSF construído na aula do professor P₃

Fonte: material do professor

Como já mencionado, os materiais manipuláveis possuem limitações, no caso da construção de representações de prismas com jujubas e palitos de dente (que possuem o mesmo tamanho), a construção dos paralelepípedos (com exceção do cubo) fica impossibilitada, pois não é possível construir as quatro faces laterais com tamanhos diferentes das duas faces que compõem as bases. Como exemplo, vemos na figura 27 uma improvisação dada pelo aluno, que ao tentar construir um paralelepípedo, feriu a condição inicial, estabelecida pelo professor, de que a jujuba representasse o vértice.

C₅ – Outro registro de representação semiótica

Não identificamos outros registros de representação semiótica mobilizados no ensino dos prismas no sexto ano do Ensino Fundamental, além dos RRS determinados a priori.

Considerações parciais do tópico

Neste tópico, identificamos os registros de representação semiótica mobilizados nas quatro aulas observadas.

Quadro 15 - Identificação dos registros de representações semióticas mobilizadas nas aulas

	Língua natural	Figural			
	Oral / Escrita	Planificado	Perspectiva	Manipulável	Outro
P ₁	X	X	X	X	
P ₂	X	X	X	X	
P ₃	X		X	X	
P ₄	X	X	X		

Fonte: acervo da pesquisa

Identificamos o RRS em língua natural e o RRSF em Perspectiva em todas as aulas. O RRSF planificado em três aulas com exceção da aula do P₃. O RRSF manipulável também em três das quatro aulas, excerto na aula do professor P₄. O RRS em Língua natural e os RRSF Planificado, em Perspectiva e Manipulável foram observados simultaneamente nas aulas dos professores P₁ e P₂. No mais, não foram identificados nenhum outro tipo de Registro de Representação Semiótica no ensino dos prismas no sexto ano do Ensino Fundamental, além dos RRS determinados a priori.

5.2.2. Análise das transformações semióticas realizadas

Nesta seção, serão descritas e analisadas as transformações semióticas realizadas nas aulas dos professores P₁, P₂, P₃ e P₄.

C₆ – Tratamento de uma representação

O tópico anterior (5.2.1) nos evidenciou que no ensino dos prismas no 6º ano do ensino fundamental são mobilizados dois tipos de registros de representação semiótica: língua natural e figural (perspectiva, planificado e material manipulável). Diante disso, nos deparamos apenas com tratamentos dentro do registro figural e para atender às diferentes transformações existentes dentro deste registro, nesta etapa escolar, sentimos a necessidade de criar subcategorias dentro da categoria C₆.

C_{6.1} – Tratamento do RRSF do prisma planificado para o RRSF do prisma em material manipulável e/ou vice-versa

O tratamento da representação do prisma planificado para a representação do prisma em material manipulável foi observado nas aulas dos professores P₁ e P₂ (Cf. *Figura 28 e 29*).

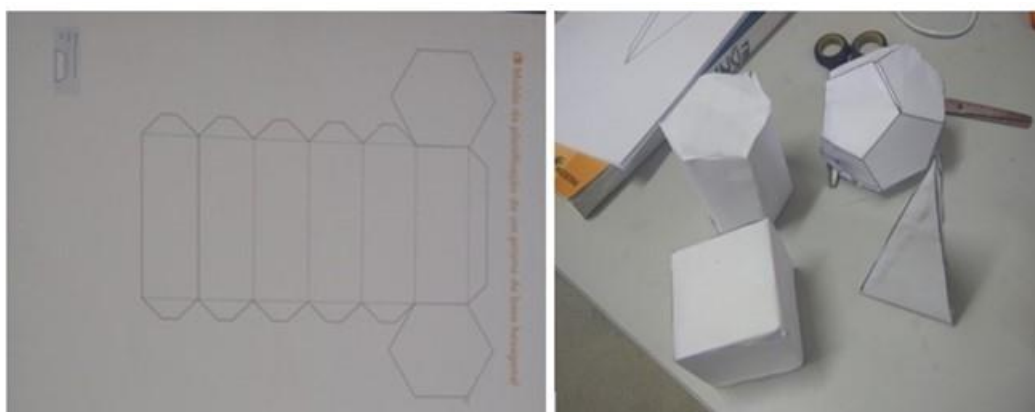
Figura 28 - Tratamento do RRSF planejado para o RRSF manipulável na aula do professor P₁



Fonte: material do professor

Em ambas as aulas (Cf. *Figura 28 e 29*) os professores seguiram o mesmo procedimento, cortar o molde dos prismas e montá-los com o auxílio da cola branca.

Figura 29 - Tratamento do RRSF planejado para o RRSF manipulável na aula do P₂



Fonte: material do professor

A folha de ofício, material manipulável escolhido pelos professores P₁ e P₂ para a construção dos prismas, apesar de não possibilitar modificações em suas formas por serem estáticas, permite a observação em 3D e possibilita a transformação da representação planificada para a manipulável favorecendo uma construção conceitual.

Nas aulas dos professores P₁ e P₂ observamos que as representações dos prismas em material manipulável foram tratadas como sendo o próprio objeto matemático. A diferenciação entre representação e objeto matemático também não foi observada nas aulas.

Outra questão relacionada à maneira de apresentação dessas representações esbarra no fato de os prismas serem constituídos pela sua superfície e por seu interior, não existindo a possibilidade de planificar o prisma, apenas a sua superfície, porém essa diferença também não foi evidenciada nas aulas dos professores P₁ e P₂.

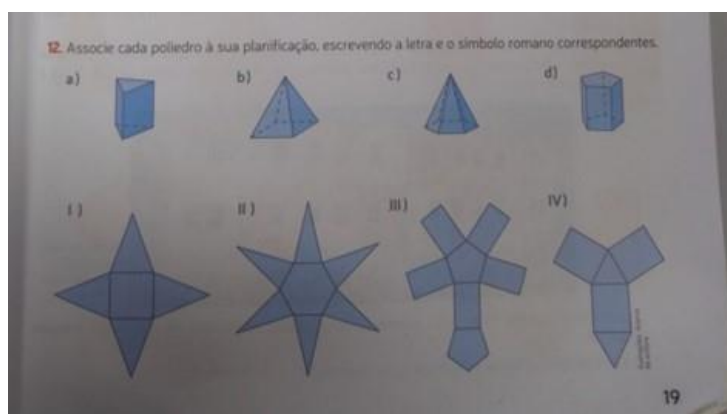
A transformação de tratamento de uma representação foi observada apenas da representação planificada para a representação em material manipulável. Portanto, não houve tratamento da representação em material manipulável para a representação planificada.

C_{6.2} – Tratamento do RRSF do prisma em perspectiva para o RRSF do prisma planificado e/ou vice-versa

O tratamento da representação do prisma em perspectiva para a representação do prisma planificado foi observado nas aulas do professor P₁ e P₄.

Na *figura 30* mostra uma atividade extraída do livro vontade de saber de Souza e Pataro. Esta atividade foi proposta aos alunos na aula do professor P₁, evidenciando o nosso objeto matemático de estudo, ela requer a associação de dois prismas representados em perspectivas – o prisma triangular e o pentagonal – a sua planificação.

Figura 30 - RRSF em perspectiva para o RRSF planificado na aula do professor P₁

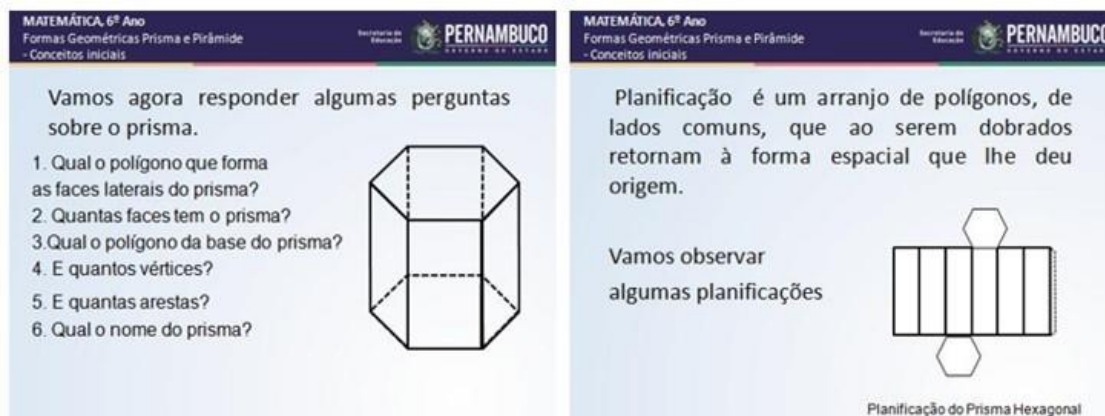


Fonte: material do professor

Esta atividade (Cf. *Figura 30*) não foi respondida na sala de aula, ela foi apresentada pelo professor P₁ como uma atividade para ser respondida em casa. Salientando que no tópico anterior não foi identificado a presença do RRSF em perspectiva na aula do professor P₁, sendo identificados, apenas, o RRSF manipulável e o RRS língua natural. No entanto, segundo Duval (2012b), a compreensão integral de um conceito repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, sendo assim, almeja-se que o ensino baseado na mobilização dos registros manipulável e língua natural darão suporte aos alunos para a resolução desta atividade.

O tratamento apresentado na aula do professor P₄ (Cf. *figura 31*), da representação do prisma hexagonal em perspectiva para a representação planificada, ocorreu na explanação do conteúdo. Inicialmente, o professor P₄ abordou a representação em perspectiva com o objetivo de apresentar o objeto matemático e depois apresentou a representação de sua planificação.

Figura 31 - RRSF em perspectiva para o RRSF planificado na aula do professor P₄



Fonte: material do professor

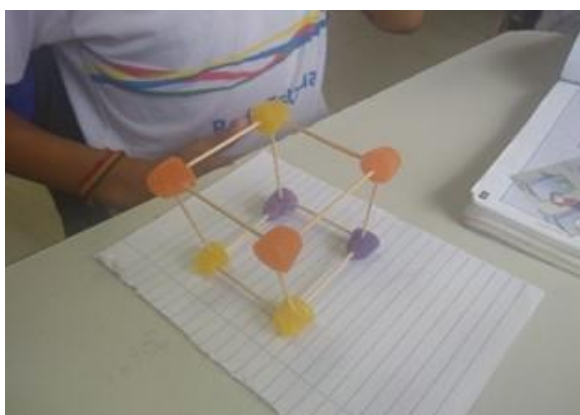
Como vimos, este tipo de tratamento – RRSF em perspectiva para o RRSF planificado – é chamado de reconfiguração, uma movimentação que possibilita visualizar de diversas maneiras uma representação, implicando, neste caso, na visualização das propriedades dos prismas em diferentes posições. Sua utilização é fundamental, principalmente, quando uma das representações no tratamento está em estado anamórfico.

Não foi observado nas aulas o tratamento da representação do prisma planificado para a representação do prisma em perspectiva.

C_{6.3} – Tratamento do RRSF do prisma em perspectiva para o RRSF do prisma manipulável e/ou vice-versa

O tratamento da representação do prisma em perspectiva para o manipulável ocorreu, apenas, na aula do professor P₃, como mostra a *figura 32*.

Figura 32 - Tratamento do RRSF em perspectiva para o RRSF manipulável na aula do professor P₃



Fonte: material do professor

Nesta atividade de transformação interna ao registro, o professor solicitou aos alunos a construção dos prismas a partir das representações em perspectivas apresentadas no livro didático, utilizando como materiais o palito de dente e jujuba. Os palitos de dente representando as arestas e as jujubas os vértices.

A transformação inversa, ou seja, da representação no material manipulável para a representação em perspectiva não foi observada nas aulas.

C₇ – Conversão de uma representação

No ensino dos prismas no sexto ano do EF, nos deparamos com a conversão entre dois registros, o figural e na língua natural. Assim, para acessar as diferentes conversões existentes entre os registros de representação semióticos foi necessário criar as subcategorias analíticas que seguem.

C_{7.1} – Conversão de uma representação semiótica em língua natural para uma em material manipulável e/ou vice-versa

Identificamos esse tipo de conversão na aula do *Professor P₁*. Utilizando-se da representação de um cubo, que ele e os alunos haviam construído com papel ofício, solicitou a uma aluna que nominasse o objeto. Com isto, ele buscava a designação nominal da figura geométrica “prisma”.

Figura 33 - Conversão do RRSF manipulável para o RRS em língua natural na aula do P₁



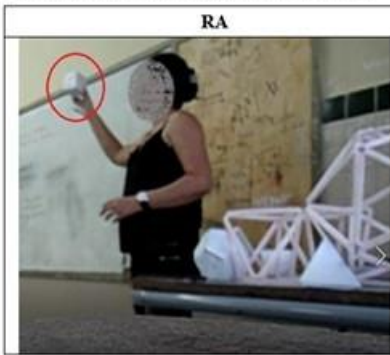
Fonte: material do professor

Para Duval (2009), a designação nominal é um dos atos mais elementares na formação de uma representação identificável e serve para tornar possível a utilização dos meios de tratamentos oferecidos por um sistema semiótico. Ao nosso ver, a designação nominal possibilita também a utilização dos meios de transformação. Na designação nominal, tenta-se reconhecer o objeto matemático a partir de sua representação, por meio das suas características e propriedades.

Com o reconhecimento do cubo (Cf. *Figura 33*) e a verbalização por parte dos alunos ocorreu uma passagem do RRS figural em material manipulável para o RRS em língua natural.

Observamos esse mesmo tipo de conversão nas aulas dos *professores P₂ e P₃*, isto é, em três das quatro aulas observadas:

Figura 34 - Conversão do RRSF manipulável para o RRS em língua natural na aula do P₂ e P₃

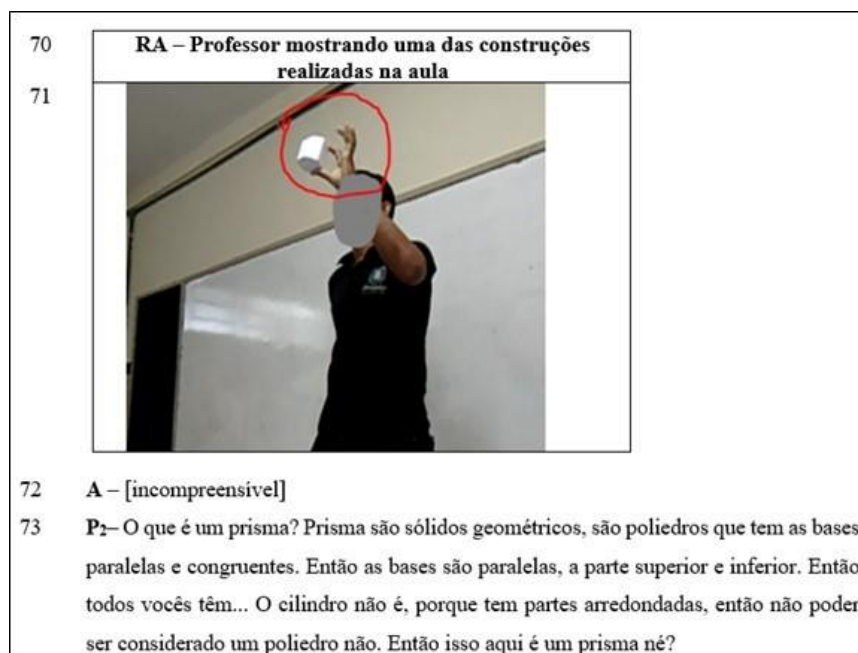
59 P₂ – Quais desses que vocês estão na mão, vocês consideram como prismas? 60 As – Esse aqui; esse... 61 RA – Exemplares de sólidos geométricos representados por material manipulável na aula. 62  63 P₂ – Apenas um por grupo, um só por grupo. Vamos lá ver. Prisma né isso. Prisma. Prisma. Esse aqui é o qual? Prisma. Mas o que é um prisma? Alguém lembra o que é um prisma?	176 P₃ – Então olha só gente, que prisma é esse aqui? 177 178  179 A – Quadrado. 180 A – Prisma quadrangular. 181 A – É um cubo... 182 P₃ – Prisma quadrangular, certo? Qual é a base dele?
--	---

Fonte: material do professor

O *Professor P₂* solicitou aos alunos que nominassem o cubo entre os sólidos geométricos que ele também construiu com papel ofício e a participação dos alunos. Já o *Professor P₃* utilizou sólidos geométricos construídos com papel ofício e canudos flexíveis e solicitou aos alunos que identificassem os tipos de prismas representados.

Nos três exemplos apresentados, os professores tinham por finalidade obter a designação nominal, ou seja, o mesmo tipo de registro de chegada. No entanto, em outra situação o *Professor P₂*, com o mesmo tipo de transformação – RRS figural em material manipulável para o RRS em língua natural – propiciou a mobilização de um tipo diferente de registro de chegada, como mostra a *Figura 35*:

Figura 35 - Conversão do RSSF manipulável para o RRS em língua natural na aula do professor P₂



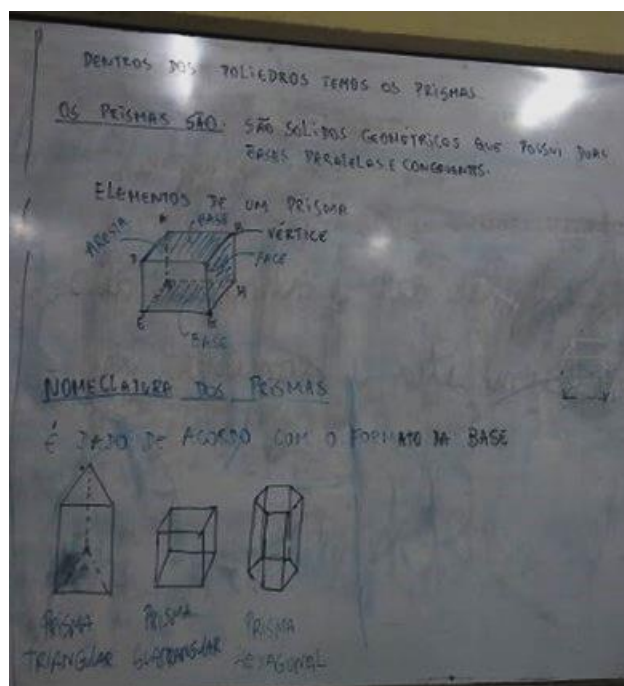
Fonte: material do professor

Neste caso, o RRS em língua natural de chegada se configurou na definição do prisma. A definição é considerada uma operação de expansão discursiva de conteúdo proposicional, uma das operações da língua natural. Cabe destacar as transformações do RRS em língua natural para a RRS figural em material manipulável não foi identificada nas aulas observadas.

C_{7.2} – Conversão de uma representação semiótica em língua natural para uma em perspectiva e/ou vice-versa

Observamos a transformação do RRS na língua natural para o RRS figural em perspectiva nas aulas dos professores P₁, P₂ e P₃. O extrato que apresentamos na *Figura 36* traz dois exemplos de como esta conversão ocorreu: (1) do RRS em língua natural, apresentado por meio da operação de expansão discursiva para o RRS figural em perspectiva; (2) do RRS figural em perspectiva para RRS em língua natural apresentado por meio da operação de designação nominal.

Figura 36 - Conversão do RRS em língua natural para o RRSF perspectiva na aula do P₂



Fonte: material do professor

Observa-se no primeiro exemplo (Cf. primeira parte da *Figura 36*) a conversão do enunciado em linguagem natural para a figura em perspectiva do prisma, neste caso, um cubo. No desenho, as faces do cubo estão em estado anamórfico e isto pode dificultar ao aluno verificar e compreender a definição apresentada em língua natural, segundo a qual “os prismas são sólidos geométricos que possuem duas faces paralelas e congruentes”.

No segundo exemplo (Cf. segunda parte *Figura 36*) quando o professor trata da nomenclatura dos prismas, a conversão ocorre da figural em perspectiva para a linguagem natural. Na representação do prisma hexagonal, a deformidade do desenho pode dificultar a visualização das características e propriedades da figura pelos alunos, tornando a conversão mais difícil e evidenciando a necessidade da mobilização de diferentes registros de representação semiótica no ensino de matemática e, em particular, dos sólidos geométricos.

Considerações parciais

A atividade cognitiva, tratamento de uma representação, foi encontrada em todas as quatro aulas observadas.

Quadro 16 - Identificação dos tratamentos de representação mobilizados nas aulas

	Planificado → manipulável	Perspectiva → Planificado	Perspectiva → Manipulável
P₁	X	X	

P₂	X		
P₃			X
P₄		X	

Fonte: acervo da pesquisa

Os tratamentos foram observados da representação do prisma planificado para a representação em material manipulável, da representação em perspectiva para a representação em material manipulável e também da representação do prisma em perspectiva para a representação planificada. Os tratamentos inversos a estes não foram observados.

Os resultados mostram que a atividade cognitiva de conversão foi observada na mediação do conteúdo de todas as quatro aulas observadas, em particular dos tipos seguintes: conversão do RRS em material manipulável para o RRS figural língua natural; e conversão do RRS em língua natural para o RRS figural em perspectiva e vice-versa. Em alguns casos, a mesma conversão conservou o tipo de registro de chegada e em outros o tipo de registro de chegada foi diferente.

Não foram identificadas conversões do registro em língua natural para o registro em material manipulável, nem do registro em língua natural para o registro planificado e/ou vice-versa.

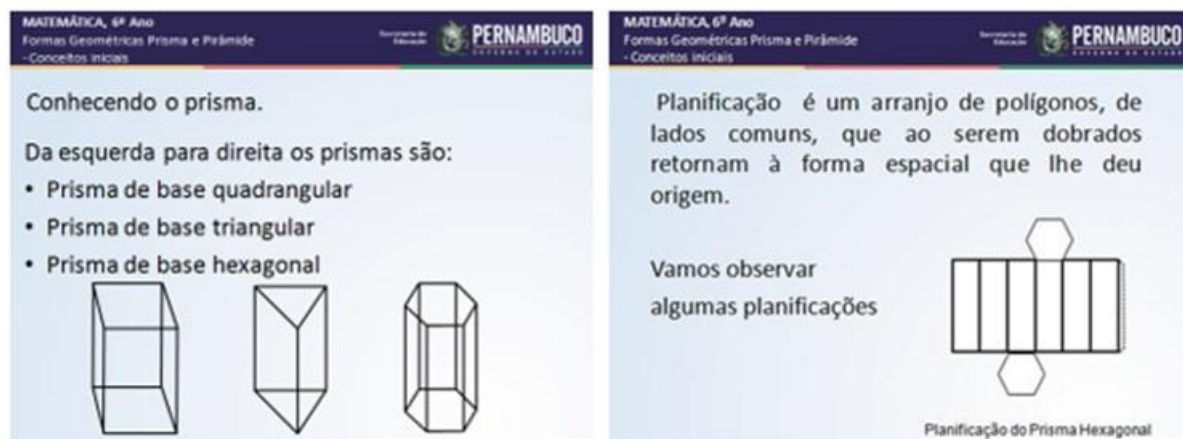
Quadro 17 - Identificação das conversões de representação mobilizados nas aulas

	Língua natural ↔ manipulável	Língua natural ↔ Planificado	Língua natural ↔ Perspectiva
P₁	X		
P₂	X		X
P₃	X		X
P₄			X

Fonte: acervo da pesquisa

As conversões semióticas foram observadas apenas na mediação do conteúdo, não sendo observada nas atividades propostas para os alunos em nenhuma das aulas. Uma justificativa para esse acontecimento é que, segundo Duval (2009), a transformação de conversão é a menos utilizada, a menos espontânea e a mais difícil de lidar para a grande maioria dos alunos.

As análises das observações das aulas mostram também que os registros repousam sobre a coordenação de pelo menos três combinações: língua natural, perspectiva e planificado; língua natural, planificado e material manipulável; língua natural, perspectiva e material manipulável. Um exemplo da mobilização de uma dessas combinações ocorreu na aula do professor P₄.

Figura 37 - Combinação de registros mobilizados pelo P₄

Fonte: acervo da pesquisa

Em sua aula, foi utilizado o registro em língua natural, e os registros figurais: perspectivo e planificado. O registro na língua natural foi mobilizado de maneira oral e escrita. A representação semiótica em língua natural escrita junto com as representações semióticas planificada e perspectiva foram projetados no quadro branco com o auxílio do *Datashow*.

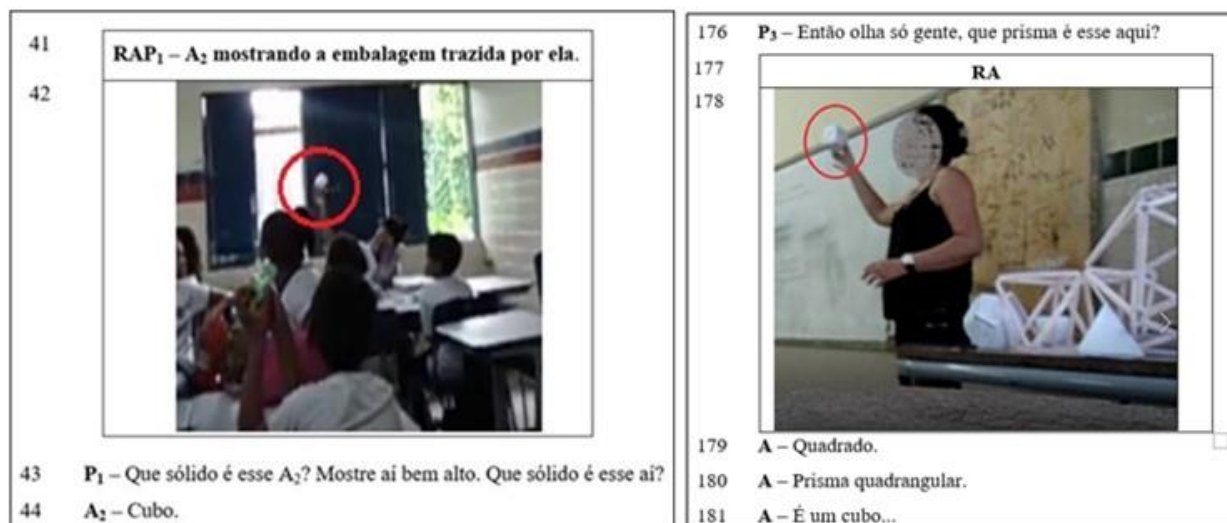
Ademais, considerando que cada um desses registros possui suas limitações, esta variedade de registros de representações semióticas no ensino dos prismas – material manipulável, em perspectiva, planificado e língua natural – é bastante importante. Além de cada um possuir elementos que contribuirá para a compreensão do objeto matemático, a variedade serve, também, para distinguir o objeto de sua representação, pois como aponta Duval (2012b) a compreensão integral do objeto matemático, só é possível se existir esta distinção.

5.2.3. Análise das apreensões em geometria

Nesta seção analisamos as apreensões mobilizadas nos problemas geométricos no ensino dos prismas no sexto ano do Ensino Fundamental.

C₈ – Visualização do prisma construído com material manipulável: Perceptiva operatória

Observamos o problema de visualização do prisma construído com material manipulável nas aulas dos professores P₁, P₂ e P₃. O excerto da *figura 38* apresenta os professores P₁ e P₃ perguntando aos alunos qual o nome do sólido geométrico construído com material manipulável que se encontra à mostra.

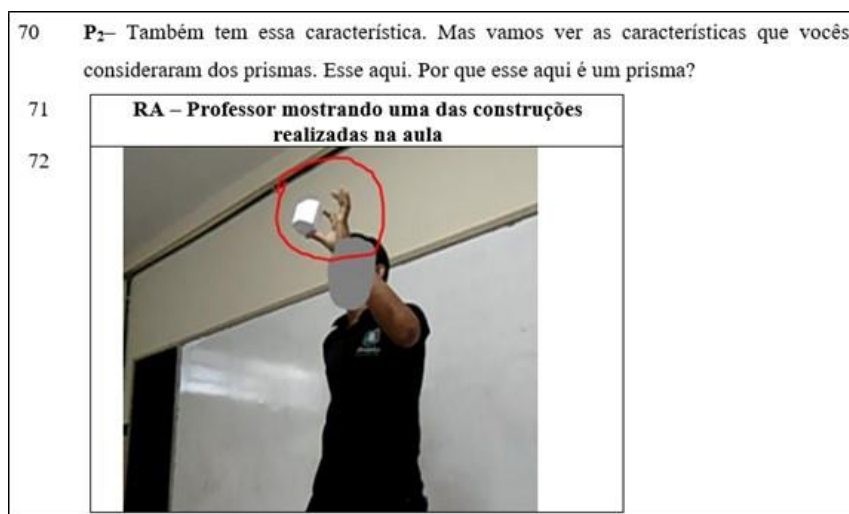
Figura 38 - Apreensão perceptiva e operatória na aula de P₁ e P₃

Fonte: material do professor

Para uma resposta correta dos alunos se fez necessário identificar no material manipulável características que o remetem ao objeto matemático por ele representado. Nas duas aulas as características foram: os indicadores de profundidade, a dimensão, o tipo e quantidade das faces, a quantidade de vértices e arestas, e a inclinação dos ângulos. Desse modo, foram mobilizadas as apreensões perceptiva e operatória.

A apreensão perceptiva para identificar que o objeto continha três dimensões (desconsiderando que se tratava de um objeto oco) reconhecendo-o como um objeto espacial. A apreensão operatória posicional usada para rotacionar o objeto e assim poder ver suas propriedades e a mereológica usada para decompor a figura. Em seguida, também foi utilizada a operação de desconstrução dimensional para ver o objeto em unidades figurais de diferentes dimensões, na dimensão 2 para ver as faces, identificando os seis quadrados regulares, na dimensão 1 para ver as 12 arestas e na dimensão 0 para ver os oito vértices e em seguida voltar para a dimensão 3 onde se encontra o objeto e identificá-lo como sendo o cubo.

Outra variação da articulação destas duas apreensões foi encontrada também na aula do P₂, como mostra a *figura 39*.

Figura 39 - Apreensão perceptiva e operatória na aula do P₂

Fonte: material do professor

Neste caso, o problema requer as características que faz o objeto construído por material manipulável ser a representação de um prisma. A identificação específica do objeto (prisma hexagonal) deixou de ser o fator principal, no entanto, o ver geométrico é o mesmo requerido do problema anterior.

Para responder corretamente, o aluno precisaria da apreensão perceptiva para a função de identificação, da apreensão operatória mereológica para decompor a figura em diferentes unidades figurais, e ver as 2 faces (bases) hexagonais e as quatro faces (laterais) retangulares e da apreensão operatória posicional para rotacionar o objeto e poder vê-lo como um todo e assim, perceber que as bases são congruentes e estão situadas em planos paralelos distintos. Para assim determinar que aquele objeto é um prisma porque possui duas bases congruentes situadas em planos paralelos distintos (inclusive, foi esta, a resposta dada pelo próprio professor).

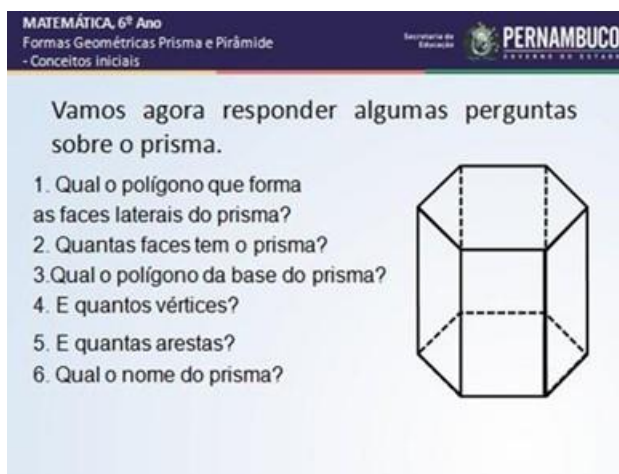
O problema de visualização do prisma construído com material manipulável foi encontrado nas três aulas que houveram a mobilização do registro de representação figural manipulável.

C₉ – Visualização do prisma no papel ou no monitor: Perceptiva e operatória

O problema de visualização do prisma no papel ou no monitor foi observado nas aulas dos professores P₁, P₃ e P₄.

No excerto da *figura 40*, o professor P₄ requer a identificação do prisma que se encontra representado em perspectiva. Para isto, ele conduz o aluno por meio de alternativas a identificar as características que darão suporte para alcançar a finalidade.

Figura 40 - Apreensão perceptiva e operatória na aula do professor P₄



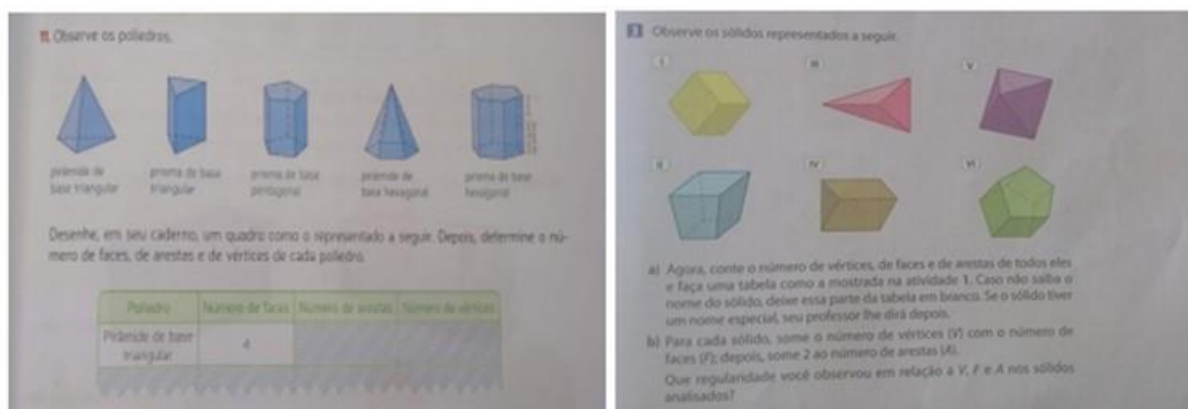
Fonte: material do professor

Observamos que para alcançar a resolução desse problema será necessário mobilizar as apreensões perceptiva e operatória. A apreensão perceptiva para identificar a partir de uma figura em estado anamórfico um objeto geométrico espacial com três dimensões e a apreensão operatória mereológica para decompor a figura em diferentes unidades figurais.

Em seguida, também será necessária a operação de desconstrução dimensional para ver as propriedades do objeto em diferentes dimensões. Na dimensão 2 para ver as seis faces retangulares das laterais e as duas faces hexagonais das bases, na dimensão 1 para ver as dezoito arestas e na dimensão 0 para ver os doze vértices e, por fim, voltar para a dimensão 3 e identificá-lo como um prisma de base hexagonal ou simplesmente prisma hexagonal.

Problemas de visualização do prisma no papel ou no monitor foram encontrados, também, nas atividades propostas pelos livros didáticos nas aulas dos professores, P₁ e P₃, como mostra a *figura 41*.

Figura 41 - Atividades dos livros envolvendo as apreensões perceptiva e operatória nas aulas dos professores P₁ e P₃



Fonte: material do professor

Esses problemas não foram resolvidos na sala de aula. Na aula do professor P₁ foi passado como atividade para casa, e na aula do professor P₃ como atividade complementar à tarefa de construção dos sólidos geométricos.

Ademais, podemos afirmar que problemas envolvendo as apreensões perceptiva e operatória com figuras em perspectiva foram encontrados em três das quatro aulas observadas. Em apenas uma aula a articulação formada por estas duas apreensões constavam na mediação da aula e nas atividades propostas para os alunos, nas demais essa articulação esteve presente apenas nas atividades propostas pelo livro didático.

C₁₀ – Construção do prisma com material manipulável: perceptiva, discursiva e sequencial

O problema de construção do prisma com material manipulável foi observado nas aulas dos professores P₁, P₂ e P₃. Nas aulas dos professores P₁ e P₂ a construção da representação manipulável do prisma ocorreu a partir do molde da sua planificação, em papel ofício, como mostra a *figura 42*.

Figura 42 - Apreensão perceptiva, discursiva e sequencial na aula do professor P₂

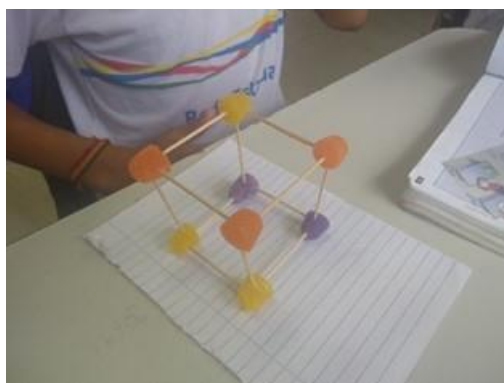


Fonte: material do professor

Para a resolução desse problema faz-se necessário o uso da apreensão perceptiva para o reconhecimento das formas apresentadas pela figura geométrica – as faces, formadas pelas bases hexagonais e pelas laterais retangulares. Da apreensão discursiva para interpretar os elementos da figura (arestas, vértices, faces), por meio de suas designações nominais pronunciadas pelo professor. Da apreensão discursiva em parceria com a apreensão perceptiva para identificar aquela figura como uma figura geométrica. E da apreensão sequencial para realizar a construção passo a passo da representação do prisma.

Na aula do professor P₃ observamos que a construção da representação do prisma com material manipulável foi realizada com palito de dente e jujuba, como mostra a *figura 43*.

Figura 43 - Apreensão perceptiva, discursiva e sequencial na aula do P₃



Fonte: material do professor

Nessa aula (Cf. *Figura 43*), o professor solicitou aos alunos que construíssem as representações dos prismas a partir dos exemplos representados em perspectiva do livro didático, efetuando, como já mencionado, um tratamento da representação em perspectiva para o manipulável. Assim, como no problema anterior (Cf. *Figura 42*), este requisita as mesmas apreensões: perceptiva para o reconhecimento das formas do prisma a ser construído; discursiva

para identificar o objeto como um objeto geométrico e para interpretar os seus elementos, por meio de suas designações nominais ao serem mencionadas pelo livro didático e pelo professor; sequencial para realizar, detalhadamente, a construção da representação dos prismas, tratando as jujubas como vértices e os palitos como arestas.

Observamos que ao abordar o problema de construção do prisma com material manipulável os professores P₁, P₂ e P₃ resgataram os conceitos matemáticos referentes ao ensino de prismas. O trecho da aula do professor P₁, evidencia isto.

P₁ – Atenção, vocês vão precisar dizer qual o nome do prisma, número de vértice, arestas e faces. E depois a gente vai passar uma atividade para vocês fazerem em casa que está na página do livro, na página 19.

Neste trecho, o professor alerta os alunos que após a construção eles precisarão identificar qual o prisma construído, assim como os seus elementos. Porém, cabe destacar que nas três aulas as construções foram tratadas pelos professores como sendo o próprio prisma, ou seja, não foi observado nas aulas uma distinção entre os registros em materiais manipuláveis e o objeto matemático.

Considerações parciais

As apreensões – perspectiva, discursiva, operatória e sequencial – foram mobilizadas na resolução de problemas geométricos em todas as quatro aulas observadas. Não sendo observadas as apreensões discursiva e sequencial nas aulas do P₄.

Quadro 18 - Identificação das apreensões mobilizados nas aulas

	Perceptiva	Discursiva	Operatório	Sequencial
P₁	X	X	X	X
P₂	X	X	X	X
P₃	X	X	X	X
P₄	X		X	

Fonte: acervo da pesquisa

As apreensões foram identificadas em três tipos de problemas geométricos.

Quadro 19 - Identificação dos problemas geométricos

	Visualização do prisma no manipulável	Visualização no prisma em perspectiva	Construção do prisma com manipuláveis
P₁	X	X	X
P₂	X		X
P₃	X	X	X
P₄		X	

Fonte: acervo da pesquisa

O problema de visualização do prisma construído com material manipulável mobilizou a apreensão perceptiva e as apreensões operatória posicional e mereológica presentes em três aulas. O problema de visualização do prisma no papel ou no monitor mobilizou as apreensões perceptiva e operatória mereológica presente também em três aulas. Nestes dois primeiros problemas, a operação de desconstrução dimensional também foi requisitada. Por fim, o problema de construção do prisma com materiais manipuláveis mobilizou as apreensões: perceptiva, discursiva e sequencial, presente em três das quatro aulas observadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Partindo do pressuposto defendido por Duval (1993) de que as representações semióticas mobilizadas pelos professores sobre o conteúdo ensinado exercem papel central no processo de compreensão dos alunos sobre o objeto matemático, buscamos compreender os registros de representações semióticas, mobilizados por professores do 6º ano do Ensino Fundamental no ensino dos prismas. Para isto, por meio de entrevistas semiestruturadas com quatro professores que ensinam Matemática em três escolas públicas localizadas na região metropolitana do Recife e de observação de suas aulas, buscamos identificar os referidos registros e analisar as transformações semióticas e as apreensões mobilizadas no ensino dos prismas. A entrevista possuiu uma característica mais exploratória com relação ao ensino dos prismas, tendo também o propósito de traçar o perfil dos participantes da pesquisa. Enquanto a observação da aula foi mais direcionada para atender os objetivos da nossa pesquisa.

Porém, inicialmente com a finalidade de demarcar o nosso objeto de pesquisa, fizemos uma revisão da literatura, e um estudo nos documentos oficiais (DO) e nos guias de livros didáticos (GLD). Os resultados desses estudos evidenciaram que houve um crescimento constante nas duas últimas décadas de pesquisa em Geometria, no entanto, mostrou que o estudo dessa área não é uma das prioridades no ensino da Matemática. Revelou, também, com base nos documentos oficiais que o ensino da Geometria está contido em suas orientações em todos os anos de escolaridade da educação básica. O ensino dos prismas, especificamente, é recomendado, com essa nomenclatura, a partir do quarto ano do Ensino Fundamental, sendo consolidado no sexto ano. O seu ensino é incentivado por meio do uso de associações das figuras geométricas com os objetos do mundo real, de planificações, de construções geométricas com materiais concretos manipulativos e de exploração de *software* de geometria dinâmica.

Os guias de livros didáticos mostram que os últimos PNLD seguem as recomendações dos documentos oficiais, os quais incentivam a associação das figuras geométricas com os objetos do mundo real e possuem elementos que favorecem o papel da Geometria para a compreensão do espaço que nos circunda. Apresentando o conteúdo, sólido geométrico, em capítulos iniciais. No entanto, eles também ressaltam algumas preocupações quanto às abordagens adotadas pelos livros didáticos, que por vezes não se atentaram à falta de uso da linguagem matemática, com o foco excessivo dado ao trabalho com as nomenclaturas, com a confusão entre os objetos matemáticos e suas representações e com o não esclarecimento das diferentes dimensões existentes entre as figuras geométricas.

Quanto aos recursos didáticos citados pelos livros didáticos, o GLD mostra que o uso de ferramentas tecnológicas é quase inexistente na maioria das obras, apesar de o uso de *software* de geometria dinâmica ser incentivado pelos documentos oficiais da educação básica. O uso de instrumentos de desenho como régua, compasso e esquadro, estão presentes em diversas obras do Ensino Fundamental, assim como os jogos e materiais concretos. Quanto aos jogos e aos materiais concretos, suas construções são apresentadas como uma sequência de etapas sem as necessárias justificativas apoiadas nas propriedades das figuras geométricas.

A partir desses estudos, elaboramos o roteiro da entrevista e as questões norteadoras da observação da aula, assim como suas categorias analíticas. As respostas das entrevistas com os quatro professores mostram que os prismas estão entre os conteúdos que eles ensinam no sexto ano do Ensino Fundamental. Três dos quatro professores ressaltam a importância deste conteúdo, bem como de outros conteúdos geométricos, na educação básica, por favorecer o desenvolvimento da abstração e do pensamento geométrico e a compreensão do espaço que nos circunda. No entanto, reconhecem que a geometria não é ensinada de maneira satisfatória, pois além dos livros didáticos abordarem os conteúdos de maneira inadequada, há uma inexistência de recursos didáticos que auxiliem na mediação dos conteúdos, em específico de materiais manipuláveis, já que as escolas não fornecem esses materiais, levando alguns professores a produzirem com os alunos ou levarem o material para a sala de aula por conta própria.

As respostas dos professores nas entrevistas evidenciam também que eles ensinam os prismas fazendo o uso de diferentes representações do mundo real; de construções geométricas; de planificações; de associações com objetos comuns do dia-a-dia; de recursos didáticos, em específico o livro didático, que porventura foi o recurso didático mais citado, entre os professores, apresentando algumas divergências quanto à relevância na sala de aula. Fazendo um contraponto dos recursos citados pelos professores e os recursos citados pelos documentos oficiais e pelo guia do livro didático para o ensino desse conteúdo, o uso da história da Matemática e o uso de *software* de geometria dinâmica foram os únicos constando na lista dos DO e do GLD que não foram citados pelos professores nas entrevistas, como também não foram observados nas aulas ministradas por eles.

Além disto, os professores afirmaram realizar atividades que envolvem as transformações semióticas, tratamento e conversão. No entanto, dois professores entendem que as atividades de conversão requerem um esforço maior por parte do aluno quanto à abstração do objeto matemático, pela dificuldade que eles têm para visualizar o prisma a partir do registro na língua natural.

As análises das observações das aulas revelam a mobilização de dois registros de representação semiótica para o ensino dos prismas: língua natural e figural, esse último apresentou-se por meio das representações semióticas em perspectiva (no papel ou no monitor), manipulável e planificado, não tendo um tipo de registro prioridade sobre o outro. Repousam sobre a coordenação de pelo menos três combinações: língua natural, perspectiva e planificado; língua natural, planificado e material manipulável; língua natural, perspectiva e material manipulável.

Quanto às transformações semióticas, os resultados apontam que ambas foram mobilizadas no ensino dos prismas. Os tratamentos ocorreram da representação do prisma planificado e em perspectiva para a representação manipulável. Como também, da representação do prisma em perspectiva para a sua representação planificada. Os tratamentos inversos: da representação manipulável para a planificada, da representação planificada para a perspectiva e da representação manipulável para a perspectiva não foram observados em nenhuma aula. A atividade cognitiva de conversão foi encontrada na mediação do conteúdo de todas as quatro aulas. Ocorreu da representação manipulável e em perspectiva para a representação em língua natural, como também da representação em língua natural para a perspectiva. Não foram identificadas conversões do registro em língua natural para o registro planificado e/ou vice-versa.

Em todas as aulas observadas houve, pelo menos, um tipo de tratamento semiótico e um tipo de conversão, tendo uma maior recorrência do tratamento nas atividades propostas e da conversão na mediação das aulas. Uma justificativa para esse resultado é que, como acentua Duval (2009), a transformação de conversão é a menos utilizada, assim como a menos espontânea e mais difícil de lidar para a maioria dos alunos. Logo, tomando por base essa dificuldade os professores podem ter optado por não utilizar a conversão nas atividades propostas.

Com relação às apreensões geométricas – perspectiva, discursiva, operatória e sequencial – os resultados revelam que todas foram mobilizadas para resolver problemas geométricos propostos pelos professores nas quatro aulas observadas. Na observação de três aulas notou-se a presença dos quatro tipos de apreensão, não havendo a mobilização das apreensões discursiva e sequencial em apenas uma aula. As apreensões foram identificadas em três tipos de problemas geométricos: visualização do prisma construído com material manipulável, visualização do prisma em perspectiva e construção do prisma com materiais manipuláveis. Estando presente também na resolução destes problemas a operação de desconstrução dimensional.

Contudo, apesar de termos identificado que os professores participantes de nosso estudo fizeram tratamentos e conversões, foram observadas lacunas que podem trazer prejuízos para a aprendizagem dos alunos neste tópico. Consideramos que algumas opções tomadas por esses professores, tais como efetuar tratamentos em um único sentido, trabalhar com conversão na mediação das aulas e não nas atividades propostas, não fazer conversões entre a língua natural e o figural planificado, dentre outras, podem limitar a compreensão dos alunos com relação ao objeto matemático prismas. Dentre as limitações que podem ocorrer, destacam-se dificuldades em reconhecer o objeto matemático quando este é dado em representações que os professores pouco exploraram, e dificuldades em coordenar diferentes registros diante de problemas que envolvem prismas, os quais podem requerer tratamentos e conversões que foram pouco ou até mesmo não explorados.

Em suma, ressaltamos a pertinência dos resultados obtidos com a realização desta pesquisa na medida em que nos permitiu acessar os diferentes registros de representações semióticas mobilizadas pelos professores no ensino dos prismas. No entanto, diante das dificuldades observadas, ressaltamos a importância de os cursos de formação de professores agregarem a teoria dos registros de representações semióticas, visando prepará-los para o reconhecimento das nuances do trabalho com diferentes registros e da necessidade de diversificar os tratamentos e conversões nos diferentes momentos do processo.

Cabe salientar que o nosso trabalho se interessou apenas pela mobilização de tais registros no ensino particular destas figuras geométricas, outros aspectos dessa temática restam a investigar. Por exemplo, os RRS mobilizados no ensino dos prismas são os mesmos mobilizados no ensino dos demais sólidos geométricos? Outro aspecto a investigar remete aos RRS mobilizados pelos alunos na aprendizagem dessas figuras geométricas. Salientamos também que não investigamos a noção de congruência nas conversões dos registros de representação semiótica no ensino dos prismas. Assim, abrem-se novas questões de pesquisas relativas a este aspecto visando contribuir para uma melhor compreensão do processo de ensino dos sólidos geométricos na educação básica.

Por ora, em consonância com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, os resultados da pesquisa mostram que o ensino dos prismas no contexto analisado repousa sobre a coordenação de, pelo menos, três combinações de registros de representação semiótica: língua natural, perspectiva e planificado; língua natural, planificado e material manipulável; língua natural, perspectiva e material manipulável. Foram submetidas as duas transformações semióticas – tratamento e conversão – e a quatro apreensões – perceptiva, discursiva, operatória e sequencial.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. F. M. SILVA, S. C. R. Linguagem logo e ensino de geometria: experiência vivenciada em curso de formação continuada. **REP's - Revista Even. Pedagóg.** Número Regular: Formação de Professores e Desafios da Escola no Século XXI Sinop, v. 7, n. 2 (19. ed.), p. 892-918, jun./jul. 2016. <http://sinop.unemat.br/pojetos/revista/index.php/eventos/index>.
- ATALAY, B. **A Matemática e a Mona Lisa: a confluência da arte com a ciência**. São Paulo: Mercuryo, 2007.
- AZERÊDO, M. A. REGO, R. G. **Mediação no Ensino de Matemática** – o papel da linguagem e dos registros de representação semiótica. Artigo, 2012.
- AZERÊDO, M. A. REGO, R. G. LINGUAGEM E MATEMÁTICA: A IMPORTÂNCIA DOS DIFERENTES REGISTROS SEMIÓTICOS. **Revista Temas em Educação**, João Pessoa, v.25, Número Especial, p. 157-172 2016.
- BRASIL. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística-IBGE**. 2010. «<https://ww2.ibge.gov.br/home/default.php>». Acesso em 14/04/2019.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental, **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da educação, **Base Nacional Comum Curricular: Matemática**. Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCN+: Ensino Médio- orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 2002-b.
- BRASIL. Guia de livros didáticos: **PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: Ensino Fundamental anos iniciais**. – Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2015. 322 p.: il.
- BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2017: Matemática – Ensino fundamental anos finais / Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2016. 155 p.
- BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2018: Matemática – guia de livros didáticos – Ensino Médio/ Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2017. 122 p.
- CARVALHO, H. A. F; FERREIRA, A. C. O conhecimento matemático para o ensino de Geometria na visão de três professores dos anos iniciais do ensino fundamental. **Anais: XII Encontro Nacional de Educação Matemática**, ISSN 2178-034X. São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016.

COLINS, F. et al. Alfabetização Matemática e literatura infantil: possibilidades para uma prática pedagógica integrada. Amazônia | **Revista de Educação em Ciências e Matemática** | v.13 (25) Jul-Dez 2016. p.75-84.

CONSTANTINO, G. A. **Análise semiótica da introdução à geometria do livro de 5a série da coleção: ideias e relações**. Dissertação, Curso de Mestrado em Ciências da Linguagem, Universidade do Sul de Santa Catarina, 2003, 91 f.

COSTA, A. C. et al. Análise do Ensino de Geometria Espacial. In: **Anais do X Encontro Gaúcho de Educação Matemática**; junho 2009; Ijuí. Ijuí: Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul; 2009.

CUMMING, R. **Para entender a arte**. São Paulo: Ática, 1995.

CLEMENTE, J. C. Et al. **Ensino e aprendizagem da geometria: um estudo a partir dos periódicos em educação matemática**. Acesso em 03/06/2018, <http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/ensino-e-aprendizagem-da-geometria-um-estudo-a-partir-dos-peri%C3%93dicos-em-educa%C3%87%C3%83o-matem%C3%81tica.pdf>.

DANHONI NEVES, M. C. e SILVA, J. A. P. **Da Terra, da Lua e Além**. Massoni, 2010.

DAMM, R. F. Registros de representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática: Uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: Educ, 2008. p. 167-188.

DANTE, L. R. **Matemática - Contexto e Aplicações**. 2ª ed. 2 vols. São Paulo: Ática, 2013.

D'AMORE, B. **Epistemologia e didática da matemática**. Coleção: Ensaio transversais. Editora: escrituras. Edição: 01 / 2005. 128 f. V. 31.

D'AMORE, B. **Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática**. Barcelona: EDITORIAL REVERTÉ, 2005.

DUVAL, R. **Registres de représentation sémiotique e fonctionnement cognitif de la pensée**. Annales de didactique et de sciences cognitives. Strasbourg, IREM-ULP, volume 5, 1993.

DUVAL, R. **Sémiosis et noésis**. 1993. (Préprint do livro publicado com o título “Sémiosis et pensée humaine” Bern: Peter Lang 1995).

DUVAL, R. Registros de representações semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Organização de Silvia Dias Alcântara Machado, p.11- 33. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**. Editora: Livraria da Física. C. contextos da ciência. Edição: 1/2009. Tradução: Lênio Abreu Farias e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

DUVAL, R. **Ver e ensinar Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representação semiótica**. In: CAMPOS, T. M. M. (Org.). Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: Proem, 2011.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. **Revemat**. Florianópolis, v. 07, n. 1, p.118-138, 2012a.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat**. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012b.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas SP, Unicamp, 2004.

FAINGUELERNT, E. K., NUNES, K. R. A. **Matemática práticas pedagógicas para o Ensino Médio**. Porto Alegre: Penso, 2012.

FERRONATO, R. **A construção de instrumento de inclusão no ensino de Matemática**. Florianópolis: 2002. 139fls. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina.

FELTES, C. M. PUHL, C. S. **Estudo dos Prismas: compreendendo por meio de modelos matemáticos**. Scientia cum industria, V. 5, N. 3, PP. 151 — 155, 2017.

FETZER, J. H. 1997. **Thinking and computing: computers as special kinds of signs**. *Minds and Machines*, n. 7: 345–364.

FLORES, C. R. Registros de representação semiótica em Matemática: história, epistemologia, aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 19, nº 26, 2006, pp.77 a 102.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. Ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIROTTTO, N. Construindo poliedros e prismas com o apoio de softwares matemáticos. **Remat**, Caxias do Sul, v. 1, n. 2, 2015.

IEZZI, G; DOLCE, O; DEGENSZAJN, D; PÉRIGO, R. **Matemática Volume Único Elementar**. São Paulo: Atual Editora, 1º ed, 2002.

LIMA, A. F.; ALMEIDA, J. J. P. Do sensível às ideias: uma proposta de ensino de geometria, dos aspectos empíricos aos dedutivos. **Revista Principia**, n º 28 – edição especial, 2005.

LIMA, P. F.; Carvalho, J.B.P.F. Geometria. In: João Bosco Pitombeira de Carvalho. (Org.). **Matemática: Ensino Fundamental - Coleção Explorando o Ensino**. 17ed.Brasília: Ministério da Educação, 2010, v. 17, p. 135-166.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **A Educação Matemática em Revista – Geometria**. Blumenau, n. 4, p. 03-13, set. 1995.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MARTINS, R. L. **Concepções sobre a Matemática e seu ensino na perspectiva de professores que ensinam Matemática em licenciaturas de Alagoas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2012.

MINAYO, M. C. S. (org.). Pesquisa Social. **Teoria, método e criatividade**. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação. **Matrizes de Referência para Avaliação**. Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública. Matemática (Simave). Juiz de Fora: CAEd, Faculdade de Educação, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2009.

MORACO, A. S. T; PIROLA, N. A. Visualização e Representação Geométrica e sua Contribuição na Formação do Pensamento Geométrico em Alunos do Ensino Médio. In: **IX Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM, 2007**, Belo Horizonte. Diálogos entre a Pesquisa e a Prática Educativa, 2007. v. 1.

MORGADO, A. C. LIMA, E. L; CARVALHO, P. C. P; WAGNER, E. **A Matemática do Ensino Médio (Vol. 2)**. Coleção do professor de Matemática. SBM, 6. ed. 2006.

MORETTI, M. T; BRANDT, C. F. **A confluência de ideias para criar um espaço de aprendizagem da geometria**. 2015. a. p. 1-11. Disponível em: <<http://www.pucsp.br/IIIpesquisaedmat/download/resumos/GD10-Geo-mericles-celia-fim.pdf>>. Acesso em 13/02/2020.

MORAN, M; FRANCO, V. S. As apreensões perceptivas, operatórias e discursivas em registros figurais de atividades de geometria. **XII EPREM – Encontro Paranaense de Educação Matemática**. Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014.

MORAN, M. **As apreensões em geometria: um estudo com professores da Educação Básica acerca de Registros Figurais**. 248p. Tese - Universidade Estadual de Maringá – UEM, PR, Brasil, 2015.

NASSER, L. **Using the van Hiele Theory to Improve Secondary School Geometry in Brazil**. Tese de doutorado apresentada na Universidade de Londres, 1992.

NÖTH, W. **Panorama Da Semiótica - de Platão a Peirce**. Volume 3. Ed. Annablume, 1995.

NÖTH, W. **A Semiótica no século XX**, São Paulo, Annablume, 1996.

OLIVEIRA, L. T. F. **Habilidades Espaciais subjacentes às atividades de discriminação e composição de figuras planas**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista. 1998.

PAVANELLO, R. M. Geometria: Atuação de professores e aprendizagem nas séries iniciais. In: **Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**. Curitiba: 2001, p. 172-183.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, ano I-nº1/1993.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. Trad: J. Teixeira Coelho Netto, Perspectiva, São Paulo, 1990.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as redes públicas de ensino de Pernambuco: Matemática**. Secretaria de Educação. Recife: PE. 2008.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Matemática**. Secretaria de Educação. Recife: PE. 2012.

PERNAMBUCO. Secretaria da Educação. **SAEPE – 2011/** Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. v. 1 (jan/dez. 2011), Juiz de Fora, 2011 – Anual.

PIROLA, N. A. **Um Estudo sobre a Formação dos Conceitos de Triângulo e Paralelogramos em Alunos de Primeiro Grau** – Campinas, SP. UNICAMP – Dissertação de Mestrado. 1995.

PIROLA, N. A. **Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas**. Campinas-SP, 2000. 245p. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

PIRES, C. M. C. Novos desafios para os cursos de licenciatura em Matemática. **Educação Matemática em Revista**, ano 7, n. 8, jun. 2000.

PONTE, J. P. **Investigações geométricas na sala de aula**. Belo Horizonte. Autêntica, 2003.

RAMOS, M. S. JUNIOR, J. F. S. R. HENRIQUES, A. **Um estudo praxeológico de Poliedros em um Livro Didático de Matemática do Ensino Médio**. v. 20, n. 3, 2018.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica**. Col. Primeiros Passos, editora brasiliense. Edição 1/1983.

SANTAELLA, L. **A teoria geral dos signos: Semiose e autogeração**. São Paulo: Ática, 1995.

SEMMER, S; SILVA, S. de C. R; NEVES, M. C. D. Anamorfose no Ensino de Geometria. Alexandria, revista de **Educação em Ciência e Tecnologia**, v.6, n.3, p.61-86, novembro 2013.

SENA, R. M; DORNELES, B. V. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011). **Revemat**. Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, p. 138-155, 2013.

SILVA, E. O. **Problemas no Ensino de Geometria: uma proposta e análise da Geometria como disciplina no Ensino Fundamental aliada ao ensino de desenho geométrico**. Universidade Estadual De Ponta Grossa, dissertação, Ponta Grossa, 2017.

SOUZA, L. S. **Introdução às teorias semióticas**. Rio de Janeiro: Vozes, 2006.

SILVA. L.P.M. **Sólidos geométricos**. Mundo educação. Disponível em: «[https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/upload/conteudo/corpos-redondos\(1\).jpg](https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/upload/conteudo/corpos-redondos(1).jpg) ». Acesso em: 20/01/2020.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**. São Paulo: Atlas, 1987.

UTIMURA, G. Z. **Estudos de aula (lesson study) e as aprendizagens de figuras geométricas espaciais no 5º ano do ensino fundamental**. São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2015.

UTIMURA, G. Z.; CURI, E. Aprendizagens dos alunos no âmbito do projeto docência compartilhada e de estudos de aula (lesson study): um trabalho com as figuras geométricas espaciais no 5º ano. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.18, n.2, pp. 1015-1037, 2016.

VIANA, O. A. **O Conhecimento Geométrico de Alunos do Cefam sobre Figuras Espaciais: Um Estudo das Habilidades e dos Níveis de Conceito**. Dissertação de Mestrado. Unicamp. 2000.

VIANA, O. A. Planificação e área total de paralelepípedo: análise das representações semióticas de alunos do ensino básico. **Ciências & Cognição**, 2014, Vol 19 (3) 368-383 <<http://www.cienciasecognicao.org>> Ciências & Cognição. ISSN 1806-5821 – Publicado em 01/12/2014.

VIANNA, H. M. **Pesquisa em educação: a observação**. Brasília: Plano, 2003.

APÊNDICES

Apêndice A: roteiro da entrevista

Roteiro para a Entrevista aos Professores de Matemática do 6º ano dos anos finais do Ensino Fundamental

I - Perfil acadêmico e profissional

1. Nome:
2. Gênero: () F () M () Outro
3. Faixa etária:
() até 30 () de 41 a 50
() de 31 a 40 () mais de 50
4. Curso(s) de Graduação:
 - 4.1. Instituições:
 - 4.2. Ano(s) de conclusão:
5. Curso(s) de Pós-graduação (especialização lato sensu, mestrado, doutorado):
 - 5.1. Instituições:
 - 5.2. Ano(s) de conclusão:
6. Você, já participou de alguma ação de formação continuada sobre o Ensino de Matemática?
 - 6.1. Se sim, qual(is) e qual a carga horária?
 - 6.2. Que temas, conteúdos ou conceitos foram abordados nesta(s) formação(ões)?
7. Há quanto tempo você ensina na Educação Básica?
8. Em que anos (séries) leciona matemática atualmente?

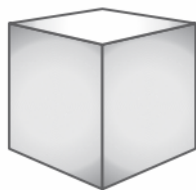
II – Sobre o Ensino de Geometria

9. Para você, qual a importância de ensinar conceitos geométricos nos anos finais do Ensino Fundamental?
10. Você considera que a Geometria tem sido ensinada de maneira satisfatória no Ensino Fundamental? Por quê?

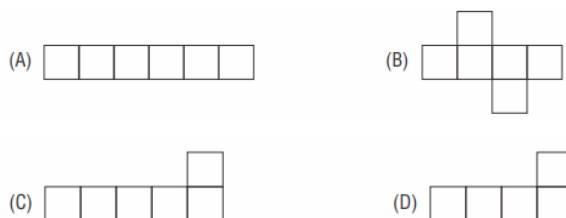
III – Sobre o Ensino dos Prismas

11. Você ensina o conteúdo prismas nos anos finais do Ensino Fundamental? Por que razões?
12. Você considera que os prismas têm sido bem trabalhados na Educação Básica? Por quê?
13. Que dificuldades você tem enfrentado para ensinar o conteúdo prismas? O que você considera serem as causas destas dificuldades?
14. Pode citar, detalhadamente, um exemplo de como ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? E se fosse ensinar este mesmo conteúdo em outro ano escolar, como faria?
15. Que recursos didáticos você utiliza para ensinar este conteúdo e como tem acesso a eles? Você constrói recursos didáticos com esta finalidade? Se sim, pode descrevê-los?
16. Qual a relevância dos recursos didáticos manipulativos para ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? Você atribui à mesma relevância quando ensina em outros anos? Por quê?
17. Observe as atividades que segue:

17.1: Uma embalagem tem o formato de um cubo, como mostra a figura abaixo:



Uma possível planificação dessa embalagem é:



- d) Você trabalha atividades como estas nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?
- e) Que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?
- f) Como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?

17.2: Um prisma possui 5 faces laterais.

- a) Quantos vértices e quantas arestas ele possui?
- b) Que prisma é este?
- c) Desenhe a figura que corresponde ao prisma descrito.

- a) Você trabalha atividades como estas nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?
 - b) Que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?
 - c) Como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?
 - d) Esta atividade pode ser considerada complementar da atividade anterior (17.1)? Por quê?
18. Há algo que não perguntei e que gostaria de complementar sobre a sua experiência com o ensino dos prismas na educação básica?

Muito obrigada pela sua contribuição com a Pesquisa!

Apêndice B: termo de autorização

Recife, xx de xxx de xxxx.

Da: Coordenação da Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica

À: xxxxxxxx

Profa. xxxxxxxx

Assunto: solicitação de autorização para desenvolvimento de pesquisa acadêmica

Prezada Professora,

Vimos solicitar sua autorização para que **Valéria da Silva Santos**, aluna do Curso de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC) da UFPE, realize entrevistas com os professores que ensinam nas turmas do sexto ano do Ensino Fundamental e observe algumas aulas destes professores, no quadro da sua pesquisa acadêmica em andamento sobre o ensino dos prismas, sob a orientação da **Profa. Dra. Iranete Lima**.

Do nosso lado assumimos o compromisso com o anonimato da escola e dos professores participantes e nos responsabilizamos de utilizar os dados coletados, exclusivamente, para os fins da pesquisa. A aluna pesquisadora deverá providenciar cópias da transcrição das entrevistas para o conhecimento dos professores. Informamos, também, que a participação na pesquisa não acarretará nenhum custo e nem recompensa financeira aos colaboradores.

Agradecendo antecipadamente pela valiosa contribuição desta unidade escolar para a pesquisa, colocamo-nos à disposição para qualquer esclarecimento por meio da coordenação do Programa pelo telefone (xx) xxxx-xxxx.

Atenciosamente,

Apêndice C: carta ao professor

Caro Professor, Cara Professora

Sou Valéria da Silva Santos e estou realizando uma pesquisa de mestrado vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC) da Universidade Federal de Pernambuco sobre o ensino dos prismas no 6º ano do Ensino Fundamental.

Assim, a participação de professores (as) que ensinam neste período escolar é muito importante para o desenvolvimento da pesquisa. Por esta razão, venho solicitar a sua valiosa colaboração para responder a uma entrevista e permitir a observação de algumas de suas aulas.

Do meu lado, assumo o compromisso de manter o seu anonimato e de utilizar as informações fornecidas apenas para fins de pesquisa. Caso concorde em contribuir com a minha pesquisa, nestes termos, solicito, por favor, que assine esta carta, também assinada por mim, como registro de nosso acordo.

Agradecendo desde já pela preciosa participação, fico à disposição para outros esclarecimentos.

Assinatura do Participante da Pesquisa

Assinatura da Pesquisadora

Recife - PE, ____ de _____ 2019.

Apêndice D: entrevista com o professor P₁

Data: 29/04/2019, segunda-feira.

Duração: 21min e 08seg.

- 1 **Pesquisador:** bom dia professor
- 2 **Professor P₁:** bom dia.
- 3 **Pesquisador:** roteiro para entrevista com professores de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental da escola X. Primeiro vamos começar com o seu perfil acadêmico-profissional.
- 4 **Pesquisador:** seu nome?
- 5 **Professor P₁:** P₁
- 6 **Pesquisador:** gênero?
- 7 **Professor P₁:** masculino.
- 8 **Pesquisador:** faixa etária?
- 9 **Professor P₁:** de 31 a 40.
- 10 **Pesquisador:** curso(s) de Graduação?
- 11 **Professor P₁:** licenciatura plena em matemática.
- 12 **Pesquisador:** instituição?
- 13 **Professor P₁:** UFRPE.
- 14 **Pesquisador:** ano(s) de conclusão?
- 15 **Professor P₁:** 2005.
- 16 **Pesquisador:** curso(s) de Pós-graduação (especialização lato sensu, mestrado, doutorado)?
- 17 **Professor P₁:** mestrado, UFPB, 2016.
- 18 **Pesquisador:** você, já participou de alguma ação de formação continuada sobre o Ensino de Matemática?
- 19 **Professor P₁:** sim.
- 20 **Pesquisador:** você lembra qual carga horária ela teve?
- 21 **Professor P₁:** 40 horas, participando de uma atualmente que é o Geogebra, também tem a ver com a educação matemática, cursando atualmente à distância pela Universidade do Paraná. E o PAPMEM também e outros que agora eu não lembro.
- 22 **Pesquisador:** que temas, conteúdos ou conceitos foram abordados nesta(s) formação(ões)?
- 23 **Professor P₁:** matemática do ensino médio e uso de tecnologias no ensino da matemática.
- 24 **Pesquisador:** há quanto tempo você ensina Educação Básica?
- 25 **Professor P₁:** como estagiário desde 2004.
- 26 **Pesquisador:** em que anos (séries) leciona matemática atualmente?
- 27 **Professor P₁:** todas as turmas, do primeiro ao terceiro ano. Do 6º ao 3º ano do EM. Do sexto ano ao nono ano e do primeiro ao terceiro ano.
- 28 **Pesquisador:** sobre o ensino da geometria. Para você, qual a importância de ensinar conceitos geométricos nos anos finais do Ensino Fundamental?
- 29 **Professor P₁:** extremamente importante, uma vez que a área de geometria, ela integra tanto a aritmética como a álgebra. E ensinar geometria para ser uma forma completa de contextualização de todos os assuntos.
- 30 **Pesquisador:** você considera que a Geometria tem sido ensinada de maneira satisfatória no Ensino Fundamental? Por quê?
- 31 **Professor P₁:** antigamente não, hoje com os eixos e a organização que a escola na sua grande maioria tem quando se trata desse currículo hoje se tem mais é... O ensino está mais efetivo. Na época que eu estudava a gente tinha muita dificuldade, porque muitos professores não abordavam o tema.
- 32 **Pesquisador:** sobre o ensino dos prismas.
- 33 **Pesquisador:** você ensina o conteúdo prismas nos anos finais do Ensino Fundamental? Por que razões?
- 34 **Professor P₁:** pelo fato de estar totalmente integrado a nossa realidade e um tema que explora assuntos elementares, mas, que vão servir, inclusive, para ensino médio, né! Além de ensino médio, para as avaliações que são instituídas pelo MEC e não só isso. Como a principal

importância de trabalhar a questão da aplicação e contextualização na vida e a gente vê que a geometria e sólidos geométricos, especificamente os prismas, fazem parte do nosso dia a dia.

35 **Pesquisador:** então o senhor ensina?

36 **Professor P₁:** ensino.

37 **Pesquisador:** você considera que os prismas têm sido bem trabalhados na Educação Básica? Por quê?

38 **Professor P₁:** eu acredito que sim, porque eu vejo muitas abordagens relacionadas a esse tema. Como eu disse, não havia tanto, com tanta frequência. Eu acho que existe essa importância hoje, porque hoje o currículo está mais enxuto, existe também, uma certa cobrança maior e pode-se haver mais atuação dentro desse assunto, com aplicação em outras áreas, em outras disciplinas. Acredito que esse tema, sim, é abordado e ele tem inúmeras aplicações que precisam ser também bem distribuídas nas séries de acordo com a faixa etária, de idade série do aluno, né! É como eu disse, é uma preparação para o ensino médio, especificamente no segundo ano a gente ver com mais detalhes. E o terceiro ano trabalha a questão da revisão para as avaliações externas como as avaliações internas.

39 **Pesquisador:** que dificuldades você tem enfrentado para ensinar o conteúdo prismas? O que você considera serem as causas destas dificuldades?

40 **Professor P₁:** a dificuldade que se existe na maioria das escolas é referente aos recursos, mas nada que a gente não possa improvisar né. A gente pode trabalhar com panificação, uma quantidade mínima de recursos que por parte dela também pode ser trazida pelos alunos como parte de material que vai ser usado em sala de aula.

41 **Pesquisador:** pode citar, detalhadamente, um exemplo de como ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? E se fosse ensinar este mesmo conteúdo em outro ano escolar, como faria?

42 **Professor P₁:** certo, primeiro eu parto da necessidade de se entender que o prisma faz parte da nossa vida então eu trabalho com alguns conceitos prévios, tratando do que eles vêm em casa em alguns... Algumas embalagens e quando eles chegam com essas figuras que são tridimensionais a gente vai classificar quanto aos seus elementos identificando as arestas e vértices e as faces e especificamente e mostrando quais são aqueles que são classificados como prismas e outros que não como os corpos redondos as pirâmides, fazendo assim sua distinção. Então a partir daí eu trabalho a questão do conhecimento prévio deles, faço algumas indagações no que se refere alguns elementos que são essenciais para classificar esses sólidos e mostrar a eles a diferença entre um prisma e aquele que não é prisma e depois trabalhar planificação mostrando a importância de se montar e ver as suas respectivas. Trabalhando também simetria. Inúmeras situações que a gente pode ser criativo e problematizador na sala de aula.

43 **Pesquisador:** desse jeito o senhor trabalha no sexto ano?

44 **Professor P₁:** sim, no sexto ano.

45 **Pesquisador:** e nos outros anos escolares?

46 **Professor P₁:** nos outros anos escolares, por exemplo, na continuação das outras séries a gente vai trabalhando já partindo do entendimento que ele já conhece essa parte introdutória, básica e a gente vai trabalhar numa questão mais assim matemática, trabalhando algumas noções de fórmulas, como para calcular as áreas. Uma coisa mais aprofundada, até combinar com o segundo ano, terceiro, trabalhando deduções de fórmulas e trabalhando volume, diagonais e outros elementos contextualizados como figuras sobre outras figuras, volume aplicado a grandezas e medidas, onde a gente pode ir introduzir o prisma dentro de um cilindro e verificar a diferença entre volumes né, o que sobra. E trabalhar mais com nossas amigas fórmulas e suas aplicações.

47 **Pesquisador:** que recursos didáticos você utiliza para ensinar este conteúdo e como tem acesso a eles?

48 **Professor P₁:** boa parte deles eu tenho acesso pela internet eu pego a forma planificada dos sólidos e imprimo e outros materiais eu solicito para os alunos trazerem, partindo da ideia que eles já tiveram uma informação prévia e eles trazendo eles vão verificar quais são os sólidos de acordo com a sua base.

49 **Pesquisador:** você constrói recursos didáticos com esta finalidade? Se sim, pode descrevê-los?

- 50 **Professor P₁:** na realidade, eu construo sim na sala de aula a partir de material já pronto e junto com eles a gente vai fazer umas colagens, pinturas. Toda havia na maior parte, eu consigo já pronto, porque existem sólidos de madeira que a gente tem acesso. Muitas vezes, quando eu participo dessas formações, nas feirinhas tem lá vendendo, eu acho interessante, eu pego e uso em sala de aula. Outros a gente faz a construção para mostrar exatamente as formas e as respectivas que serão abordados nas aulas futuras.
- 51 **Pesquisador:** com relação ao recurso didático, livro didático. Você faz uso desse recurso na sala dos sextos anos?
- 52 **Professor P₁:** é o que mais faço, até porque os recursos, material concreto, muitas vezes as escolas, elas não oferecem. Então o livro é um instrumento indispensável, onde eu associo o pouco de recurso que a gente pode construir com os recursos que os alunos trazem em sala de aula que vem de suas casas, no caso dos prismas. Ai a gente associa as atividades junto com o livro. E o livro para mim é instrumento indispensável, onde eles têm acesso fácil, o PNLDD disponibiliza, uma vez que a escola é do estado. E nesse livro, tem sim o assunto suficiente. Mas que não seja limitado, eu acho que além dos livros a gente precisa de alguns elementos, alguns recursos extras para enriquecer a aula.
- 53 **Pesquisador:** o senhor lembra qual coleção do livro didático está usando agora?
- 54 **Professor P₁:** não especificamente, porque eu uso o livro, porém não me limito apenas a ele, eu uso vários. São livros que... tanto livros que são antigos que tem uma abordagem diferenciada para fazer uma ponte com os livros que eles utilizam em sala de aula.
- 55 **Pesquisador:** qual a relevância dos recursos didáticos manipulativos para ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? Você atribui à mesma relevância quando ensina em outros anos? Por quê?
- 56 **Professor P₁:** eu acredito que esses materiais manipulativos, eles são importantes, mas nas séries iniciais do que nas séries finais. Nas séries iniciais que já se utilizar esses conceitos já desde o menino no fundamental I, séries iniciais. Mas tem uma relevância quando eles começam a abstrair mais a matemática e esses materiais manipulativos eles são importantes trabalhar a questão de o concreto mostrar lá os conceitos exemplificados nos materiais, mas também acredito que esse recurso ele também vai ser importante nas outras séries para ratificar os conceitos já vistos e trabalhados em forma mais e mais técnica e mais aprofundada.
- 57 **Pesquisador:** com relação a essas questões:
- 58 **[pausa para a leitura dos problemas da questão 17]**
- 59 **Pesquisador:** com relação à primeira. Você trabalha atividades como esta nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?
- 60 **Professor P₁:** sim, até porque a gente utilizar as provas do SAEPE e nela contém, nessa avaliação contém esses conceitos, e a gente trabalha justamente com essas quatro alternativas.
- 61 **Pesquisador:** qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?
- 62 **Professor P₁:** eu acredito que a partir do sexto ano já consegue, mas até acho, que no quinto ano a criança já tem a condição de responder questões desse tipo, para resolver questões desse tipo.
- 63 **Pesquisador:** que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?
- 64 **Professor P₁:** talvez a dificuldade maior seja na ausência do ensinamento de sólidos geométricos, especificamente os prismas nas séries anteriores ao sexto ano. Porque a criança começa a ter contato muito cedo a materiais parecidos e eu acredito que se fosse trabalhado bem antes talvez eles tivessem mais facilidade para resolver problemas desse tipo, porque trabalharia melhor às abstrações.
- 65 **Pesquisador:** como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?
- 66 **Professor P₁:** então, eu apresentaria com mais frequência dentro do assunto programado, dentro do planejamento, esse tema com mais frequência, destacando aí a importância de resgatar alguns conceitos elementares do futuro. Nesse caso, no ensino fundamental ainda e no ensino médio.
- 67 **Pesquisador:** com relação à segunda questão.
- 68 **Pesquisador:** você trabalha atividades como estas nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?
- 69 **Professor P₁:** pronto, eu acredito que se esse tema é mais abordado ou vai trabalhar com mais facilidade, né! Quando se trata dos elementos, né! Então um prisma possui 5 faces laterais,

quantos vértices e quantas arestas ele possui? Então, a partir do momento que eu já trabalhei com o aluno, a partir do sexto ano ele já tem condição de responder. Acredito que quinto ano já tem condições de aprender esse assunto e uma vez que eles possam ser orientados quanto aos elementos dessas figuras.

70 **Pesquisador:** que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?

71 **Professor P₁:** a única dificuldade que eles possam ter vai ser não ter visto o assunto. Mais uma vez, sendo explicado, construído com ele o conhecimento, esclarecido, exercitado, não vejo problema nenhum para que ele resolva questões desse tipo.

72 **Pesquisador:** como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?

73 **Professor P₁:** bem, uma vez que eu percebendo que o aluno teve um dia essa dificuldade, eu passaria a pedir a ele que trouxesse alguns sólidos de sua casa e a partir do momento a gente trabalharia as perspectivas, o número de elementos, o número de faces, número de arestas, de vértices. E aí a gente fazia distinção entre um tipo e outro. E aí faria perguntas relacionadas ao tema deixando bem claro ao final que os prismas eles se distinguem de alguns outros sólidos geométricos a partir dos elementos anteriormente vistos.

74 **Pesquisador:** Esta atividade pode ser considerada complementar da atividade anterior? Por quê?

75 **Professor P₁:** bem, ela pode dentro do eixo, dentro do assunto relacionado, mas que, ele está simplesmente complementando o assunto. Mas que, não tem relação direta quando se trata do gênero da figura. Que uma figura é o cubo e outra figura é um prisma com cinco faces, um prisma com cinco faces tem relação direta com a base e é um assunto que trata de sólidos geométricos, e esses sólidos, eles têm uma relação, porém não uma relação direta, uma relação indireta quando se trata de sólidos geométricos.

76 **Pesquisador:** com relação à maneira como essas questões estão expostas, o senhor consegue ver alguma dificuldade para a resolução delas?

77 **Professor P₁:** não, a primeira questão ela passa ser mais esclarecedora por facilitar a abstração uma vez que o desenho está à mostra aí. Já segunda questão, a criança ela vai precisar. É, o estudante vai precisar de um esforço maior para abstração, desenhando a figura e assim observando os seus elementos.

78 **Pesquisador:** há algo que não perguntei e que gostaria de complementar sobre a sua experiência com o ensino dos prismas na educação básica?

79 **Professor P₁:** não, acredito que não.

80 **Pesquisador:** certo, muito obrigada por sua contribuição.

81 **Professor P₁:** obrigado.

Apêndice E: entrevista com o professor P₂

Data: 20/005/2019, segunda-feira.

Duração: 16min e 57seg.

- 1 **Pesquisador:** bom dia Professor P₂.
- 2 **Professor P₂:** bom dia
- 3 **Pesquisador:** roteiro para a Entrevista aos Professores de Matemática do 6º ano dos anos finais do Ensino Fundamental. Professor a entrevista é dividida em três partes, a primeira parte é um roteiro acadêmico-profissional, a segunda parte são questões sobre o ensino de geometria e a terceira parte, questões sobre o ensino dos prismas.
- 4 **Pesquisador:** seu nome?
- 5 **Professor P₂:** P₂
- 6 **Pesquisador:** gênero?
- 7 **Professor P₂:** masculino
- 8 **Pesquisador:** faixa etária?
- 9 **Professor P₂:** 31 a 40 anos.
- 10 **Pesquisador:** curso(s) de Pós-graduação (especialização lato sensu, mestrado, doutorado)?
- 11 **Professor P₂:** licenciatura em matemática pela UFRPE. Estava fazendo engenharia, mas aí não consegui concluir.
- 12 **Pesquisador:** anos de conclusão?
- 13 **Professor P₂:** 2010.
- 14 **Pesquisador:** cursos de pós-graduação?
- 15 **Professor P₂:** cursos de pós-graduação, eu fiz, foi EAD pela ... a de Minas Gerais, eu n lembro. Em ensino da matemática.
- 16 **Pesquisador:** anos de conclusão?
- 17 **Professor P₂:** 2015, uns quatro anos.
- 18 **Pesquisador:** você, já participou de alguma ação de formação continuada sobre o Ensino de Matemática?
- 19 **Professor P₂:** sim.
- 20 **Pesquisador:** qual a carga horária?
- 21 **Professor P₂:** por carga horária, eu n lembro, mas sempre tem né. Normalmente de pouca duração, 8h, 30h.
- 22 **Pesquisador:** que temas, conteúdos ou conceitos foram abordados nesta(s) formação(ões)?
- 23 **Professor P₂:** vários temas, às vezes geometria plana, figuras planas, práticas com folha de papel ofício, com tangram, através de problemas, 3D. Eu até tenho uma especialização que é pela internet, que eu esqueci o nome, sempre tem, aquela que de seis e seis tem pela internet.
- 24 **Pesquisador:** o geogebra?
- 25 **Professor P₂:** o geogebra.
- 26 **Pesquisador:** há quanto tempo você ensina na Educação Básica?
- 27 **Professor P₂:** na educação básica, oito anos.
- 28 **Pesquisador:** em que anos (séries) leciona matemática atualmente?
- 29 **Professor P₂:** atualmente, eu ensino, no sexto, sétimo, oitavo, primeiro e EJA.
- 30 **Pesquisador:** sobre o ensino de geometria. Para você, qual a importância de ensinar conceitos geométricos nos anos finais do Ensino Fundamental?
- 31 **Professor P₂:** fundamental I ou II?
- 32 **Pesquisador:** anos finais, no caso, no fundamental II.
- 33 **Professor P₂:** ah é muito importante, não só nos anos finais. Acho também que deveria ensinar nos anos iniciais, porque aí você pega uma base e faz com que os meninos aprendam sempre e continuamente aquilo, como uma espécie de repetição, aí é muito importante, porque muitas coisas na matemática como o conhecimento científico, até para a pesquisa mesmo é importante à matemática, e atualidade, né. Na verdade, atualidade e cotidiano.
- 34 **Pesquisador:** você considera que a Geometria tem sido ensinada de maneira satisfatória no Ensino Fundamental? Por quê?

- 35 **Professor P₂:** acredito que sim, eu conheço vários professores, são ensinadas, são bem ensinadas. O problema não estar às vezes no ensino, está talvez no querer de os alunos aprender, que às vezes você ensina, ensina, ensina só que os alunos não têm, ou querem, em grande parte. Fiz uma pesquisa uma vez, faço pesquisa sempre, os alunos são fazem grandes coisas, exercícios para aprender matemática, aprender geometria.
- 36 **Pesquisador:** sobre o ensino dos Prismas. Você ensina o conteúdo prismas nos anos finais do Ensino Fundamental? Por que razões?
- 37 **Professor P₂:** bom eu ensino, porque é importante na medida em que você, quando vai... Anos finais... Eles precisam utilizá-las para sua vida prática, porque às vezes os principais concursos para o ensino médio e técnico e também para você aplicar no dia a dia em algumas atividades lá... Saber quantidade de volumes e também comparar figuras, sólidos.
- 38 **Pesquisador:** você considera que os prismas têm sido bem trabalhados na Educação Básica? Por quê?
- 39 **Professor P₂:** na verdade, prisma em si, a gente não estuda muito, a gente ver mais a parte de geometria plana e não plana. A gente considera a geometria plana e a não plana, como os poliedros. A gente só ver isso, o básico, que são as faces, as arestas... Os demais, a gente ver mais... Considera isso aí como assunto mais do ensino médio, segundo ano, terceiro ano.
- 40 **Pesquisador:** que dificuldades você tem enfrentado para ensinar o conteúdo prismas? O que você considera serem as causas destas dificuldades?
- 41 **Professor P₂:** as causas são a seguinte. O menino entender que o prisma em si, são figuras espaciais e aí ver que existe uma diferença bastante grande entre figuras planas, figuras não planas que são os poliedros, que são os prismas e ele compreender que aquelas figuras podem ser planificadas, visualizar tanto ela no plano como ela em seu formato natural.
- 42 **Pesquisador:** pode citar, detalhadamente, um exemplo de como ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? E se fosse ensinar este mesmo conteúdo em outro ano escolar, como faria?
- 43 **Professor P₂:** bom, para ensinar isso aí no sexto ano, a gente considera sempre ensinar os meninos primeiro a parte fundamental, a parte inicial da geometria, ponto, reta e plano e os seguimentos de reta e aí vamos formar as figuras, primeiro planas, que são os polígonos, e depois a gente faz essas figuras tomarem três dimensões, né! Que são as figuras planas, né! Os polígonos e daí dar-nos uma altura para elas e a partir delas formarem os poliedros como alguns poliedros têm características especiais à gente vai defini-los como prismas.
- 44 **Pesquisador:** dessa mesma maneira o senhor ensinaria em outros anos escolares ou mudaria alguma coisa?
- 45 **Professor P₂:** bom, a gente primeiro neste caso... Eu verificaria se os alunos têm noção desse assunto, caso não tivesse, a gente começaria sempre pela parte mais básica porque a gente teria que ter noção de cada parte que compõe os prismas.
- 46 **Pesquisador:** que recursos didáticos você utiliza para ensinar este conteúdo e como tem acesso a eles?
- 47 **Professor P₂:** bom, podemos utilizar o livro didático, os materiais comuns, piloto, essas coisas, e também recursos... Figuras planificadas, né! E aí montamos na sala de aula e mostramos como são os prismas que a partir do momento... Recorte e cole, né! Formação de figuras que são os prismas.
- 48 **Pesquisador:** você constrói recursos didáticos com esta finalidade? Se sim, pode descrevê-los?
- 49 **Professor P₂:** construo, porque é importante a gente ter esse apoio.
- 50 **Pesquisador:** qual a relevância dos recursos didáticos manipulativos para ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? Você atribui à mesma relevância quando ensina em outros anos? Por quê?
- 51 **Professor P₂:** sim. É muito importante porque os meninos saem da teoria e vê, observa essas figuras prontas nas suas mãos. É bem importante porque torna-se uma atividade prática. É mais uma forma de aprender, né! Porque sai da parte teórica.
- 52 **Pesquisador:** observe as atividades que segue.
- 53 **[pausa para a leitura dos problemas da questão 17]**
- 54 **Pesquisador:** com relação à primeira atividade.
- 55 **Professor P₂:** certo.

- 56 **Pesquisador:** você trabalha atividades como esta nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?
- 57 **Professor P₂:** sim, trabalho.
- 58 **Pesquisador:** qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?
- 59 **Professor P₂:** bom, essa daqui eu trabalho no sexto ano, porque são figuras, poliedros, as quais a gente precisa planificar essas figuras ou tê-las planificadas para forma um prisma. E a gente trabalha, tentando, fazer com que ela fique um desses formatos aqui. Tentando fazer que o menino pense pra ver como ela vai ficar. No formato de caixa de sapato, apesar desse aqui ser um cubo, né! O formato de uma caixa de sapato é mais prático, em casa fica mais fácil.
- 60 **Pesquisador:** que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?
- 61 **Professor P₂:** é o seguinte, como eles não tem o hábito de planificar, pegar uma figura já fechada e abrir, na verdade eles até podem ter, mas, não tem com esse olhar matemático, esse olhar de ver uma figura como espacial, um prisma, poliedro e verificar que são as faces, os lados, né! Essa é a dificuldade dele, ele não consegue visualizar a parte posterior, a parte de trás ou a parte de baixo como face, como lado.
- 62 **Pesquisador:** seria no caso a visualização do sólido?
- 63 **Professor P₂:** isso, a visualização do sólido.
- 64 **Pesquisador:** como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?
- 65 **Professor P₂:** então, para superar essas dificuldades, tem duas formas. Pegar essas figuras em papel impresso, fazer com que eles cortem e cole aqui vai formar as figuras, que são os prismas. E também pegar... Como cada um faz uma figura dessa, um prisma desse, fazendo com que esses prismas andem pela sala, e eles consigam planificar. Eles com as figuras prontas planifiquem para ver como é que eles ficam. Eles iam formar figuras. Um exercício a parte, de cada figura.
- 66 **Pesquisador:** com relação à segunda atividade. Você trabalha atividades como esta nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?
- 67 **Professor P₂:** então, esse aqui como eu trabalho a mesma coisa no sexto ano, os poliedros, eu trabalho tanto esse aqui no sexto ano, trabalho também no sétimo, no oitavo não trabalho e trabalho nos EJA. Justamente para o menino compreender, interpretar, saber o nome de cada figura, porque é importante saber a linguagem matemática e compreender o que o professor estar falando, compreender na medida em que alguém fala ele entenda que ... [professor não concluiu a fala].
- 68 **Pesquisador:** que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?
- 69 **Professor P₂:** primeiro que tem várias dificuldades. Primeiro, ele não consegue, não consegue visualizar isso, né! Não consegue visualizar isso mentalmente, aí outra coisa, tentar desenhar essa figura, porque o formato não é comum. É uma figura espacial, um prisma, ele não consegue visualizar. Os alunos conseguem visualizar mais o que é plano, e não os que têm altura. Então fica muito difícil.
- 70 **Pesquisador:** quando o senhor diz que não é comum, é no caso porque eles estão habituados a trabalhar com outros sólidos, que não seja este?
- 71 **Professor P₂:** não, eles estão habituados a trabalhar com sólidos em si. Eles são habituados a trabalhar com figuras planas, quadrados, que são os polígonos, né! Quadrado, triângulo são os mais comuns. A partir do quadrilátero eles não têm tanta familiaridade.
- 72 **Pesquisador:** como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?
- 73 **Professor P₂:** então, para suprir tais necessidades, eu acredito que seja fácil, um processo contínuo, contínuo e repetitivo. Sempre ver, sempre fazer, sempre ver, sempre fazer. Na medida em que ele tem sempre que ver essas figuras e trabalhar elas, constantemente. Porque ver uma vez só, eles não vão conseguir assimilar. Então a ideia é sempre tentar repetir esses exercícios de formas diferentes. Cada um fazendo figuras diferentes para que isso se torne comum na vida deles, por isso que eu trabalho no sexto, no sétimo, acredito que trabalho no oitavo lá pro final do ano e no EJA. Para que assim fique mais, o conhecimento fique mais fundamentado.
- 74 **Pesquisador:** esta atividade pode ser considerada complementar da atividade anterior? Por quê?
- 75 **Professor P₂:** sim, porque se ele não souber o nome de cada, dos vértices, do prisma, como se desenha. Ele não vai conseguir visualizar que figura é aquela, ou outras figuras que vierem a ser. Que senão ele não consegue montar, saber definir os nomes das figuras.

- 76 **Pesquisador:** há algo que não perguntei e que gostaria de complementar sobre a sua experiência com o ensino dos prismas na educação básica?
- 77 **Professor P₂:** sim. Os professores normalmente tentam fazer o máximo para que os alunos aprendam. Só que temos uma dificuldade grande, que além dos alunos não terem a ideia da geometria em si, eles têm uma barreira, tanto em matemática como em geometria, dizendo que é difícil. E aí por mais que os professores tentem fazer com que eles façam, eles têm que superar isso, essa barreira e por isso normalmente eu falo sempre esse processo de repetição de que tem sempre que fazer, sempre trabalhar não só esse conhecimento, esse conteúdo aqui, os prismas, como todos os outros de geometria para que eles fundamentem o conhecimento e aí não ter dificuldade no futuro. Se eles aprenderem tipo, esse conteúdo nesse ano, sexto ano, fique mais fácil no sétimo, no oitavo e assim sucessivamente. É sempre importante atender, além do mais, temos que estar sempre tentando fazer com que os alunos utilizem novas tecnologias, hoje em dia tem os aplicativos, tem a Internet, sempre pesquisar para que eles tentem se familiarizar com o conteúdo matemático.
- 78 **Pesquisador:** obrigada professor, por sua participação.
- 79 **Professor P₂:** por nada.

Apêndice F: entrevista com o professor P₃

Data: 27/05/2019, segunda-feira.

Duração: 12min e 12seg.

- 1 **Pesquisador:** boa tarde. Entrevista com a professora P₃ da escola X.
- 2 **Professor P₃:** P₃ a entrevista é dividida em três partes, a primeira parte é um roteiro acadêmico-profissional, a segunda parte são questões sobre o ensino de geometria e a terceira parte, questões sobre o ensino dos prismas.
- 3 **Pesquisador:** nome?
- 4 **Professor P₃:** P₃.
- 5 **Pesquisador:** gênero?
- 6 **Professor P₃:** feminino.
- 7 **Pesquisador:** faixa etária?
- 8 **Professor P₃:** 41 a 50
- 9 **Pesquisador:** cursos de graduação?
- 10 **Professor P₃:** ciências biológicas
- 11 **Pesquisador:** anos de conclusão?
- 12 **Professor P₃:** 2004
- 13 **Pesquisador:** instituição?
- 14 **Professor P₃:** UFRPE
- 15 **Pesquisador:** curso(s) de Pós-graduação (especialização lato sensu, mestrado, doutorado)?
- 16 **Professor P₃:** especialização em oceanografia
- 17 **Pesquisador:** na instituição?
- 18 **Professor P₃:** na federal (UFPE), em 2005.
- 19 **Pesquisador:** você, já participou de alguma ação de formação continuada sobre o Ensino de Matemática?
- 20 **Professor P₃:** já.
- 21 **Pesquisador:** você lembra a carga horária?
- 22 **Professor P₃:** não, faz tempo.
- 23 **Pesquisador:** que temas, conteúdos ou conceitos foram abordados nesta(s) formação(ões)?
- 24 **Professor P₃:** na verdade, a gente fez uma escolha de questões de parâmetros curriculares, a formação foi essa, que eu lembro.
- 25 **Pesquisador:** há quanto tempo você ensina na Educação Básica?
- 26 **Professor P₃:** há 15 anos
- 27 **Pesquisador:** em que anos (séries) leciona matemática atualmente?
- 28 **Professor P₃:** sexto ano.
- 29 **Pesquisador:** sobre o ensino de geometria. Para você, qual a importância de ensinar conceitos geométricos nos anos finais do Ensino Fundamental?
- 30 **Professor P₃:** é de suma importância, né! Porque são os conteúdos que vão servir de base para o ensino médio, que eles vão ver todos esses conceitos de uma forma mais aprofundada no ensino médio.
- 31 **Pesquisador:** você considera que a Geometria tem sido ensinada de maneira satisfatória no Ensino Fundamental? Por quê?
- 32 **Professor P₃:** não, porque, primeiro que os livros, eles não trazem os conteúdos de uma forma mais fácil e que a gente possa trabalhar com os alunos e também por causa, por questão de material. Eu sinto falta de materiais, nesse sentido, para que eu possa trabalhar.
- 33 **Pesquisador:** esses materiais seriam aqueles manipulativos?
- 34 **Professor P₃:** isso, porque a geometria é uma coisa, é importante você ver, principalmente geometria espacial, você precisa ver o tridimensional. Eu sinto falta desses materiais. E aí gente vai fazendo o que a gente tem.
- 35 **Pesquisador:** sobre ensino dos prismas. Você ensina o conteúdo prismas nos anos finais do Ensino Fundamental? Por que razões?
- 36 **Professor P₃:** nos anos finais, nono ano?
- 37 **Pesquisador:** do 6º ao 9º ano?

- 38 **Professor P₃:** justamente, pelo o que eu falei anteriormente, né! Porque eles vão ver esses conteúdos, porque eles precisam ter uma noção do espaço que eles vivem. Que tudo tem geometria e também eles vão trabalhar essas questões no ensino médio.
- 39 **Pesquisador:** você considera que os prismas têm sido bem trabalhados na Educação Básica? Por quê?
- 40 **Professor P₃:** não, não acredito que eles são bem trabalhados, a gente deveria ter mais material, os conteúdos dos livros deveriam ter uma maior... ter mais conteúdo sobre isso, mais tempo.
- 41 **Pesquisador:** que dificuldades você tem enfrentado para ensinar o conteúdo prismas? O que você considera serem as causas destas dificuldades?
- 42 **Professor P₃:** as dificuldades são justamente essas dos materiais, o livro deveria trazer uma forma mais detalhada, a gente deveria ter mais materiais. Porque fica difícil dele visualizar isso, imaginar como é um prisma. Então a gente tem que trabalhar isso de forma lúdica para eles, utilizando jogos, utilizando materiais que eles possam pegar.
- 43 **Pesquisador:** pode citar, detalhadamente, um exemplo de como ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? E se fosse ensinar este mesmo conteúdo em outro ano escolar, como faria?
- 44 **Professor P₃:** eu tento trabalhar dessa forma utilizando materiais que eu crio com eles, de uma forma que eles possam pegar, possam construir esses materiais. eu utilizo parafina, sabão, barra de sabão para fazer, cartolina. Eu costumo trabalhar dessa forma, utilizando materiais que eles possam construir, que possam trazer, construir, jogos também, massa de modelar. Dessa forma.
- 45 **Pesquisador:** se fosse ensinar este mesmo conteúdo em outro ano escolar, faria desta mesma maneira?
- 46 **Professor P₃:** sim, desta mesma maneira.
- 47 **Pesquisador:** que recursos didáticos você utiliza para ensinar este conteúdo e como tem acesso a eles? Você constrói recursos didáticos com esta finalidade? Se sim, pode descrevê-los?
- 48 **Professor P₃:** sim. eu utilizo esses materiais, sabão, parafina, canudo, palito de dente com massa de modelar, tento fazer dessa forma. Embalagem que eles trazem de casa.
- 49 **Pesquisador:** como você tem acesso a esses materiais? Você compra, a escola fornece?
- 50 **Professor P₃:** eu peço para eles trazer, geralmente eles trazem esses materiais.
- 51 **Pesquisador:** qual a relevância dos recursos didáticos manipulativos para ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? Você atribui à mesma relevância quando ensina em outros anos? Por quê?
- 52 **Professor P₃:** estritamente importante, porque aí eles manipulando eles podem, podem é... É melhor do que visualizar, eles conseguem ter a parte sensitiva, eles conseguem utilizar não só o visual, mas o sensitivo. É uma coisa que tá ali presente, eles conseguem manipular, eles conseguem sentir de uma forma que... principalmente na geometria espacial que eles vão conseguir visualizar o que é tridimensional. Se tivesse somente o livro e o caderno eles não iriam conseguir.
- 53 **Pesquisador:** você atribui essa mesma relevância, quando ensina em outros anos escolares?
- 54 **Professor P₃:** sim.
- 55 **Pesquisador:** observe as atividades que segue.
- 56 **[pausa para a leitura dos problemas da questão 17]**
- 57 **Pesquisador:** com relação a primeira atividade. Você trabalha atividades como esta nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?
- 58 **Professor P₃:** trabalho no sexto ano, no sexto e no nono, geralmente são as turmas que eu pego matemática, sexto e nono ano. Esse ano eu nem estou com o nono ano, mas eu utilizo.
- 59 **Pesquisador:** que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?
- 60 **Professor P₃:** eles têm um pouco de dificuldade, eles têm pra visualizar como seria tirar do papel esse desenho e imaginar ele construindo esse cubo. Eles têm um pouco de dificuldade.
- 61 **Pesquisador:** como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?
- 62 **Professor P₃:** uso de material concreto, fazendo molde com eles e depois eles construindo a caixa.
- 63 **Pesquisador:** com relação à segunda atividade. Você trabalha atividades como esta nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?

- 64 **Professor P₃:** essa questão de vértice, aresta eu trabalho, mas superficialmente, eu não detalho tanto. No nono ano é que faço um melhor detalhamento. Que eles vão com a régua medir, também, né! Eles vão construir, eles próprios vão construir os prismas deles.
- 65 **Pesquisador:** que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?
- 66 **Professor P₃:** a dificuldade é média, é média. Eles teriam mais dificuldade na letra 'c', em desenhar a figura. Justamente, pela questão de visualizar a figura, né!
- 67 **Pesquisador:** como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?
- 68 **Professor P₃:** nessa questão, eu teria que trazer uma figura, um prisma, um sólido para eles visualizarem, poder contar quantas arestas, quantos vértices ele tem, mas só com a questão para eles visualizarem, ele não consegue, sexto ano não.
- 69 **Pesquisador:** esta atividade pode ser considerada complementar da atividade anterior? Por quê?
- 70 **Professor P₃:** pode sim, pode. Se eles conseguirem desenhar, aliás, não desenhar. Se eles conseguirem identificar aqui qual é, a planificação eles podem contar né, quantas arestas tem, quantas faces tem.
- 71 **Pesquisador:** há algo que não perguntei e que gostaria de complementar sobre a sua experiência com o ensino dos prismas na educação básica?
- 72 **Professor P₃:** é um assunto que é um pouco complicado de trabalhar, e também por essa questão de ter recursos didáticos para isso em relação aos outros assuntos de matemática do Ensino Fundamental, mas a gente consegue trabalhar ainda criando coisas com eles, mas a gente tem essa dificuldade, do conteúdo não ser bem explanado nos livros, de ter falta de recursos, e questão do interesse dos meninos mesmos, dos alunos, de trazer esses materiais para que a gente possa trabalhar.
- 73 **Pesquisador:** Obrigada, P₃.

Apêndice G: entrevista com o professor P₄

Data: 06/06/2019, quinta-feira.

Duração: 11min e 38seg.

- 1 **Pesquisador:** bom dia. Entrevista com o professor P₄. Professor o roteiro da entrevista é dividido em três partes, o primeiro é o perfil acadêmico e profissional, o segundo são questões sobre o ensino da geometria e a terceira parte é sobre o ensino dos prismas.
- 2 **Professor P₄:** certo.
- 3 **Pesquisador:** seu nome?
- 4 **Professor P₄:** P₄.
- 5 **Pesquisador:** gênero?
- 6 **Professor P₄:** masculino
- 7 **Pesquisador:** faixa etária?
- 8 **Professor P₄:** 30 anos
- 9 **Pesquisador:** cursos de graduação? Instituição?
- 10 **Professor P₄:** Universidade de Pernambuco. Licenciatura em matemática.
- 11 **Pesquisador:** anos de conclusão?
- 12 **Professor P₄:** 2012.
- 13 **Pesquisador:** curso de pós-graduação?
- 14 **Professor P₄:** especialização em ensino de matemática no ensino médio, IFPE, conclusão 2016 e atualmente sou mestrando do curso de pós-graduação em educação em ciências e matemática.
- 15 **Pesquisador:** instituição?
- 16 **Professor P₄:** UFPE.
- 17 **Pesquisador:** você já participou de alguma ação de formação continuada sobre o ensino de matemática?
- 18 **Professor P₄:** sim.
- 19 **Pesquisador:** lembra a carga horária?
- 20 **Professor P₄:** 4 horas. Geralmente são as formações oferecidas pela GRE.
- 21 **Pesquisador:** que temas, conteúdos ou conceitos foram abordados nesta(s) formação(ões)?
- 22 **Professor P₄:** área, perímetro, também figuras planas e espaciais.
- 23 **Pesquisador:** teve alguma específica sobre o ensino dos prismas?
- 24 **Professor P₄:** específica não.
- 25 **Pesquisador:** há quanto tempo você ensina na educação básica?
- 26 **Professor P₄:** na educação básica, 6 anos.
- 27 **Pesquisador:** em que anos (séries) leciona matemática atualmente?
- 28 **Professor P₄:** sextos, sétimos, oitavos e nonos anos.
- 29 **Pesquisador:** para você, qual a importância de ensinar conceitos geométricos nos anos finais do Ensino Fundamental?
- 30 **Professor P₄:** primeiramente que propicia os alunos a desenvolver abstração, fazer relação com as formas espaciais que estão ao seu redor e também poder fazer aplicação em outros campos da matemática, como na própria geometria.
- 31 **Pesquisador:** você considera que a Geometria tem sido ensinada de maneira satisfatória no Ensino Fundamental? Por quê?
- 32 **Professor P₄:** não, ainda não. Porque isso vem desde a formação de professor, geralmente os professores que ensinam matemática não possuem uma formação adequada, ou não tiveram uma formação suficiente para ensinar de forma correta os conteúdos do bloco geometria.
- 33 **Pesquisador:** sobre o ensino dos prismas. Você ensina o conteúdo prismas nos anos finais do Ensino Fundamental? Por que razões?
- 34 **Professor P₄:** sim, porque é um componente curricular que está dentro da matriz curricular, faz parte dos parâmetros curriculares do estado de Pernambuco e também agora está incluso na BNCC.
- 35 **Pesquisador:** Você considera que os prismas têm sido bem trabalhados na Educação Básica? Por quê?

- 36 **Professor P₄:** é como eu falei anteriormente, os conteúdos da geometria às vezes são relegados por duas questões: pelo professor não saber ensiná-los ou porque muitas vezes exploram muito a parte algébrica e aritmética da matemática em detrimento das outras.
- 37 **Pesquisador:** que dificuldades você tem enfrentado para ensinar o conteúdo prismas? O que você considera serem as causas destas dificuldades?
- 38 **Professor P₄:** a dificuldade maior é a questão com relação aos conhecimentos prévios dos estudantes, muitas vezes não tiveram nas etapas anteriores aprendizagem a respeito desses conteúdos de matemática.
- 39 **Pesquisador:** pode citar, detalhadamente, um exemplo de como ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? E se fosse ensinar este mesmo conteúdo em outro ano escolar, como faria?
- 40 **Professor P₄:** então, a gente pode fazer associações com figuras de formas geométricas que são muito comuns no dia-a-dia dos estudantes, por exemplo, uma caixa de sapato em formato de um prisma, a gente pode estabelecer relações entre um prisma e essa caixa de sapato, por exemplo, e diversas outras formas que encontramos no dia a dia que a gente pode fazer uma relação direta com os prismas. A gente também pode trabalhar com construção dos prismas a partir de suas planificações, acho que basicamente isso.
- 41 **Pesquisador:** em outros anos escolares, você ensinaria desta mesma maneira?
- 42 **Professor P₄:** a gente pode aprofundar um pouco melhor, ir para mais além da, das ideias de faces arestas e vértices das figuras, das formas geométricas, e explorar, por exemplo, a relação de Euler, o volume dos prismas.
- 43 **Pesquisador:** que recursos didáticos você utiliza para ensinar este conteúdo e como tem acesso a eles?
- 44 **Professor P₄:** então, eu utilizo sólidos geométricos que geralmente eles são constituídos pelos próprios estudantes, utilizo também visualização dessas formas, também utilizando Datashow né, slides, basicamente isso.
- 45 **Pesquisador:** você constrói recursos didáticos com esta finalidade? Se sim, pode descrevê-los?
- 46 **Professor P₄:** sim, como eu falei anteriormente a gente trabalha com confecção dos sólidos geométricos a partir de suas planificações e também a gente, algumas vezes, trabalha com dobradura.
- 47 **Pesquisador:** com relação ao livro didático, você utiliza para ensinar este conteúdo?
- 48 **Professor P₄:** bem, os livros didáticos do sexto ano eles não abordam com muito afinco a questão da distinção entre prismas e pirâmides, então a gente basicamente recorre a outras fontes e material didático para poder trabalhar de forma mais completa com este conteúdo no sexto ano.
- 49 **Pesquisador:** então se eu lhe perguntasse qual coleção do livro didático você está utilizando no 6º ano, o senhor teria como me responder, ou não está utilizando?
- 50 **Professor P₄:** a gente utiliza o praticando matemática de Álvaro Andrini.
- 51 **Pesquisador:** qual a relevância dos recursos didáticos manipulativos para ensinar os prismas no sexto ano do Ensino Fundamental? Você atribui à mesma relevância quando ensina em outros anos? Por quê?
- 52 **Professor P₄:** esses recursos manipulativos são para poder propiciar ao aluno uma referência melhor dessas figuras, porque os alunos são geralmente acostumados a observar essas figuras impressas em livros, em 2D que não dá um detalhamento maior e não faz muita relação com os objetos que eles veem no dia a dia. Então quando ele compara esses materiais manipulativos com as formas que ele vê no dia a dia ele começa a fazer mais, estabelecer mais relação de forma mais direta com isso aí. Em outros anos, a gente vai caminhando progressivamente para cada vez mais libertar esses alunos dessas formas, desses materiais manipulativos a pensar de forma mais abstrata sobre essas figuras.
- 53 **Pesquisador:** Observe as atividades que segue.
- 54 **[pausa para a leitura dos problemas da questão 17]**
- 55 **Pesquisador:** com relação à primeira atividade. Você trabalha atividades como esta nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que ano (série) escolar?

- 56 **Professor P₄:** sim, já no sexto ano a gente trabalha com isso, fazendo relação entre a forma
planificada de uma figura espacial com a figura espacial montada digamos assim.
- 57 **Pesquisador:** que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?
- 58 **Professor P₄:** a dificuldade basicamente é porque o cubo ele é formado por polígono, é mesmo
tipo de polígono que é o quadrado, então geralmente por uma pressa ou por responder de forma
sem pensar direito sobre essas questões, sobre essa questão, ele acaba marcando outra narrativa
que não a correta.
- 59 **Pesquisador:** como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?
- 60 **Professor P₄:** então, a gente dá uma ênfase maior entre a relação dessas figuras planificadas e
as figuras montadas.
- 61 **Pesquisador:** com relação à segunda atividade.
- 62 **Pesquisador:** você trabalha atividades como esta nas suas aulas? Qual o seu objetivo e em que
ano (série) escolar?
- 63 **Professor P₄:** sim, já nos sextos anos, para eles conseguirem aos poucos irem se libertando do
concreto para ir criando cada vez mais um nível de abstração maior.
- 64 **Pesquisador:** Que dificuldades os alunos do sexto anos têm para resolver este tipo de atividade?
- 65 **Professor P₄:** justamente na passagem de concreto para o abstrato. Os alunos estão acostumados
à necessidade de entender que tudo tem conta matemática e tem aplicação direta na vida dele
então com o trabalho com geometria ele tinha essa mesma impressão, de que ele tem que poder
visualizar as formas, de poder tocar, de poder fazer relação com o cotidiano. Quando a gente
vai tentar fazer essa passagem de concreto para abstrato a gente vê alguma dificuldade a esse
respeito.
- 66 **Pesquisador:** como agiria para que seus alunos pudessem superar tais dificuldades?
- 67 **Professor P₄:** então, eu acho que a gente deve ir aos poucos trabalhando com atividades desse
tipo, mas não só no campo da geometria, em outros campos também. Libertando cada vez mais
do concreto para caminhar cada vez mais para o abstrato.
- 68 **Pesquisador:** esta atividade, a segunda, ela pode ser considerada complementar da primeira
atividade? Por quê?
- 69 **Professor P₄:** ela pode ser sim complementar. Porque, se na primeira a gente está buscando
fazer uma relação da planificação com a figura montada, nessa segunda, a gente já observa as
características que estão descritas, para os alunos pensarem que figura é essa.
- 70 **Pesquisador:** há algo que não perguntei e que gostaria de complementar sobre a sua experiência
com o ensino dos prismas na educação básica?
- 71 **Professor P₄:** eu acho que basicamente é isso. Quando vai subindo as séries a gente vai
aprofundando mais os conteúdos e a dificuldade às vezes vão aumentando, porque geralmente
esses conteúdos não foram trabalhados de forma correta ou não foram trabalhados em anos
anteriores e acaba complicando e acaba interferindo na aprendizagem desses conteúdos em
séries posteriores.
- 72 **Pesquisador:** certo. Muito obrigada pela sua contribuição para a pesquisa.
- 73 **Professor P₄:** por nada.

Apêndice H: aula do professor P₁

1º e 2 aula.

Data: 29/04/2019, segunda-feira.

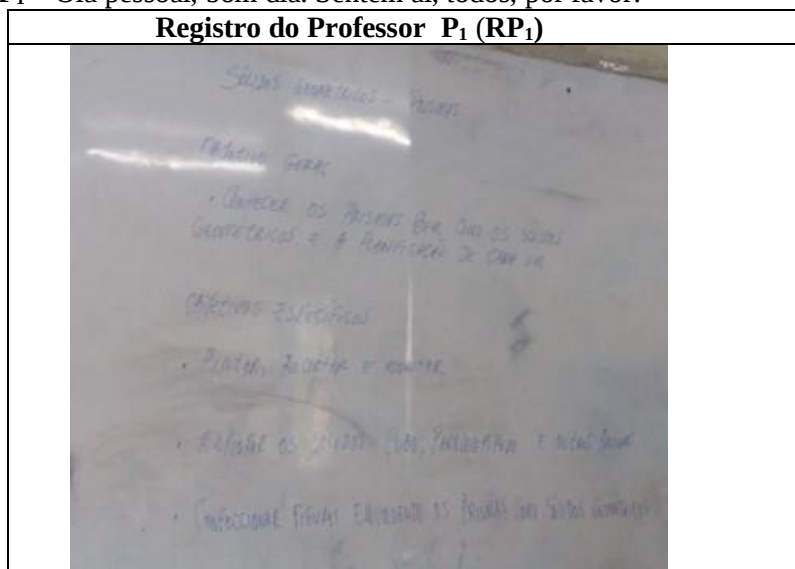
Duração: 2 aulas de 50 min.

DIÁLOGOS

1 P₁ – Olá pessoal, bom dia. Sentem aí, todos, por favor!

2

3



4 P₁– Olha só, eu quero que vocês formem grupos com 4 pessoas.

5 P₁ – Nós estamos com uma visitante aqui na sala, ela vai observar a aula de vocês, tá. Eu quero que vocês produzam bastante conforme a gente combinou. Eu pedir para que alguns de vocês trouxessem algumas embalagens.

6 A – Eu trouxe.

7 A – Eu esqueci.

8 A – Eita, eu deixei na mesa.

9 P₁– Eu vou apresentar a vocês como será atividade de hoje, tá? Prestem atenção! Nossa atividade vai durar até a aula depois do intervalo, vai ser a terceira e a quarta. Olha aí, prestem atenção.

10 P₁ – Oh, prestem atenção! O assunto que a gente vai falar hoje é sobre prismas, tá? Ok? Pronto? Podemos começar?

11 As – Sim.

12 P₁ – O assunto que a gente vai abordar hoje são os sólidos geométricos. Vamos falar sobre os prismas, onde teremos como objetivo geral: conhecer os prismas, bem como os sólidos geométricos e a planificação de cada um.

13 P₁ – Observe que também nós vamos fazer o seguinte, vamos pegar, pintar, recortar e montar. Eu vou disponibilizar para cada grupo algumas folhas com sólidos já planificados. O que quer dizer ele planificado? Você pega, por exemplo, essa caixinha...

14 A – É você desmontar ele... [Continuação da fala, inaudível.]

15 P₁ – Muito ele, isso mesmo, tá.

16 P₁ – Vamos também explorar os sólidos, cubo, paralelepípedo e outros prismas. Lembram que a gente falou sobre alguns prismas, né? E tem alguns prismas que eu pedir para que vocês trouxessem. E ele tem base triangular, tem base hexagonal e tem base pentagonal, certo? A gente pediu para que vocês fizessem isso, confeccionar figuras envolvendo os prismas como sólidos geométricos.

- 17 **P₁** – Então vejam, prestem atenção! No nosso dia a dia, a gente se depara com muitos sólidos geométricos, isso em embalagens né? Por exemplo, A₁ trouxe uma embalagem aí, que embalagens é essa daí? Mostre aí.
- 18 **As** – Caixa de fósforos.
- 19 **P₁** – Isso aí é um? Certo, ele é formado por retângulos. Porém, ele tem quantos... Você poderia dizer quantas faces essa embalagem tem?
- 20 **As** – seis
- 21 **P₁** – São seis faces?
- 22 **As** – é.
- 23 **P₁** – Isso, muito bem.
- 24 **P₁** – A₁ se levanta aí, por favor, esse objeto. Digam-me uma coisa, se eu for perguntar a vocês, o que é arestas. Vocês saberiam dizer o que é arestas?
- 25 **Alunos ao redor de A₁, observando os elementos (vértice, arestas e faces) na embalagem.**
- 26 **As** – É as pontas.
- 27 **P₁** – As pontas? Isso é chamado de arestas ou vértice?
- 28 **As** – Vértice.
- 29 **P₁** – Vértice. E o que são as arestas?
- 30 **As** – As linhas.
- 31 **P₁** – Muito bem, as linhas. Observando que vocês já trazem essa informação do dia a dia, né? Aprenderam isso no quinto ano? Viram alguma coisa sobre isso, no quinto ano?
- 32 **A** – No quarto.
- 33 **P₁** – No quarto ano? Olha que legal, então quer dizer que a gente pode ver esse assunto em séries anteriores, né?
- 34 **P₁** – Então vejam os elementos principais que a gente sabe dos prismas, ou de uma figura geometria, um sólido geométrico. Nós temos o que?

Registro da Aula do professor P₁ (RAP₁) – O professor mostrando os elementos: arestas, vértice e faces, na caixa de fósforos.



- 37 **P₁ e A** – arestas, vértice e faces.
- 38 **P₁** – Não é? Pronto, esses elementos são importantíssimos para que a gente possa entender melhor cada sólidos que tem em nossa mão, tá.
- 39 **P₁** – Alguém trouxe algum outro sólido parecido com o que eu expliquei? Ou senão, conseguiu produziu em casa? Mostre aí, por favor.
- 40 **P₁** – A₂ mostre esse aí, que você tá. Esse, Sim.

41
42

RAP₁ – A₂ mostrando a embalagem trazida por ela.



- 43 **P₁** – Que sólido é esse A₂? Mostre aí bem alto. Que sólido é esse aí?
 44 **A₂** – Cubo.
 45 **P₁** – Tem quantas arestas A₂? São quantas arestas?
 46 **As** – [inaudível]
 47 **P₁** – Vamos contar quantas arestas têm?
 48 **A** – Doze.
 49 **P₁** – São doze arestas né? Quantos vértices?
 50 **A** – [inaudível]
 51 **P₁** – Tem quantas arestas?
 52 **P₁ e A** – Doze.
 53 **P₁** – Quantos vértices?
 54 **A** – Oito.
 55 **P₁** – Oito né? Doze são arestas. E quantas faces?
 56 **A** – Seis.
 57 **P₁** – Seis faces. Eu vou perguntar aqui a vocês, quando vocês pegam esse objeto, vocês lembram de alguma coisa?

58
59

RAP₁ – Professor segurando o objeto da A₂



60

A – Eu lembro um queijo.

61

P₁ – Um queijo? Vocês se lembram de mais o que?

62

A – Um dado.

63

P₁ – Opa, muito bem. Oh.

64

RAP₁ – Professor pega o dado e mostra aos alunos. Um dado em uma mão e um cubo de papel em outra.

65



66

A – É a mamãe e o filhotinho.

67

As – [inaudível]

68

P₁ – Só que o dado ele tem a mesma estrutura, porém esse aqui é maior que ele, né?

69

As – É.

70

P₁ – Né isso? Olha, olha o dado tá. O dado tem quantas faces?

71

As – Oito.

72

As – [inaudível]

73

P₁ – Quantas faces o dado tem? Faces, faces?

74

As – Seis.

75

P₁ – Seis, porque é a máxima quantidade de pontos que pode se marcar. Não é isso? E quantos vértices? Vértices.

76

As – Doze.

77

P₁ – Vértices?

78

As – Oito.

79

P₁ – Não são arestas, são vértices.

80

As – Oito.

81 **P₁** – Oito. E quantas arestas?

82 **As** – Doze.

83 **P₁** – Certo. Então isso aqui é um cubo, tá. Você tem outro aí A₂? Além desse, tem outro aí, não tem?

84 **P₁** – Vou perguntar a vocês, isso aqui é um prisma?

85

86

RAP₁ – Professor segura o outro objeto trazido por A₂



87 **As** – Não.

88 **P₁** – Não é um prisma.

89 **A** – É um triângulo.

90 **P₁** – Por que não é um prisma?

91 **As** – [inaudível]

92 **P₁** – Para que ele pudesse ser um prisma, as suas arestas deveriam ser?

93 **As** – [inaudível]

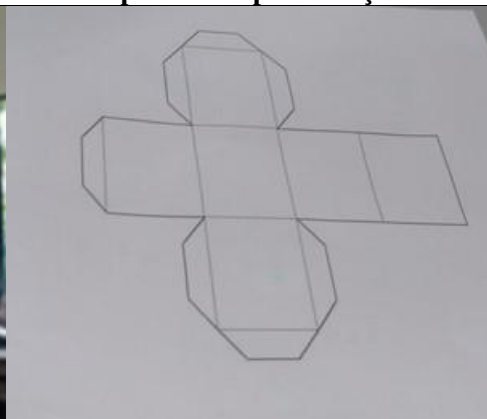
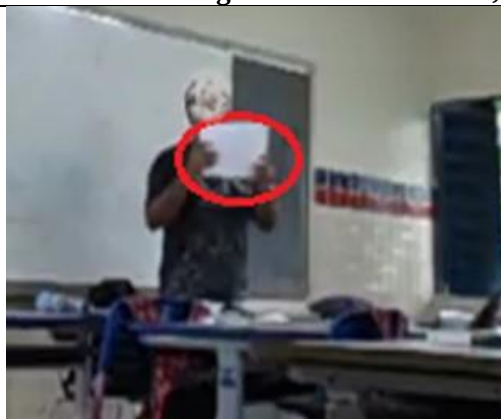
94 **P₁** – Marcando 90° com a base, certo? Esse aqui não é. Esse não é. Essa aqui é uma? Uma? Como é que se chama? Pirâmide tá, uma pirâmide de base retangular.

95 **P₁** – Prestem atenção, eu agora vou mostrar a vocês algumas figuras, tá vendo aqui?

96

RAP₁ – O professor apresenta as planificações de superfície de sólidos geométricos. À direita, um exemplo dessas planificações.

97



98 **As** – Sim.

99 **P₁** – Vocês vão pintar essas figuras, tá? Vão recortar e vão tentar montar.

100

Professor distribui pelos grupos diversas planificações de superfícies de prismas.

101 **P₁** – Qual sabe dizer... prestem atenção. Alguém sabe dizer qual a figura que vai ser formada?

102

Professor mostrou a planificação da superfície do paralelepípedo.

103 **As** – Um prisma

104 **As** – Um paralelepípedo.

105 **P₁** – Isso, um prisma que pode ser chamado de paralelepípedo, tá. Essa aqui é a forma planificada dos sólidos, tá. Essa é a forma planificada.

106 Continuação da distribuição das planificações de superfícies de prismas e dos materiais: lápis de cor e tesoura.

107 **P₁** – Olha só, eu vou querer que no final... Atenção, atenção, prestem atenção. Eu vou querer que depois que vocês pintarem, vocês deverão montar o sólido, tá? Depois que montarem, cada grupo vai falar, vai escolher um sólido, e vai dizer o nome dele, quantas arestas, quantos vértices e quantas faces ele tem. Tá bom? E também vai ter que ter no grupo, pegue o caderninho e vá fazendo um relatório. Esse relatório vai dizer como foi construído tudo isso aí e quais as dificuldades que vocês enfrentaram. Somente uma pessoa cópia, tá bom? E esse relatório depois de pronto, vai ser apresentado.

108 **P₁** – Então, vão logo pensando, prestem atenção, vão logo pensando aí quais são os prismas que vocês estão pintando, quais os elementos que ele tem, para apresentar, tá bom?

109 Professor passando pelos grupos. Inaudível.

110 **P₁** – Vou reforçar o que eu quero de vocês, viu. Oh...

111 **P₁** – Prestem atenção, pessoal prestem atenção, vou dizer a vocês. Vocês estão sendo avaliados da seguinte forma, tá. O envolvimento de cada participante do grupo na atividade está sendo avaliados. O empenho em participar das atividades e a construção de cada sólido geométrico. Então pra isso, vocês têm que fazer um sólido extremamente bonito, bem feito para se apresentar.

112 **RAP₁ – Desenvolvimento da atividade**



114 **P₁** – Oh, o relatório que cada um vai fazer, atenção, parem aí um pouquinho. Cada um de vocês vai fazer, cada um componente do grupo vai fazer um relatório.

115 **A** – É somente uma pessoa?

116 **P₁** – Somente uma, claro que os demais vão ajudar, tá certo. Nome do prisma, número de vértice, arestas e faces, tá bom?

117 **P₁** – Atenção, vocês vão precisar dizer qual o nome do prisma, número de vértice, arestas e faces. E depois a gente vai passar uma atividade para vocês fazerem em casa, que está na página do livro, na página 19.

118 Professor passando nos grupos. Inaudível.

119 **P₁** – Outra coisa. Prestem atenção! Outra coisa de fundamental importância, um ambiente limpo não é aquele que a gente limpa, mas aquele que a gente menos suja. Então procurem juntar todo picotado em um lugar, amassar e recolher para colocar no lixeiro, tá bom? Caso não tenha lixeiro, eu trouxe uma sacolinha pra vocês fazerem isso, tá bom? Tá aqui ó. Juntem, juntem, peguei o papel e coloquem aqui para não sujar a sala.

120 **P₁** – Não joguem lixo no chão. Se não de tempo terminar, depois do intervalo a gente termina, tá bom?

121 **A** – Olhe como está ficando.

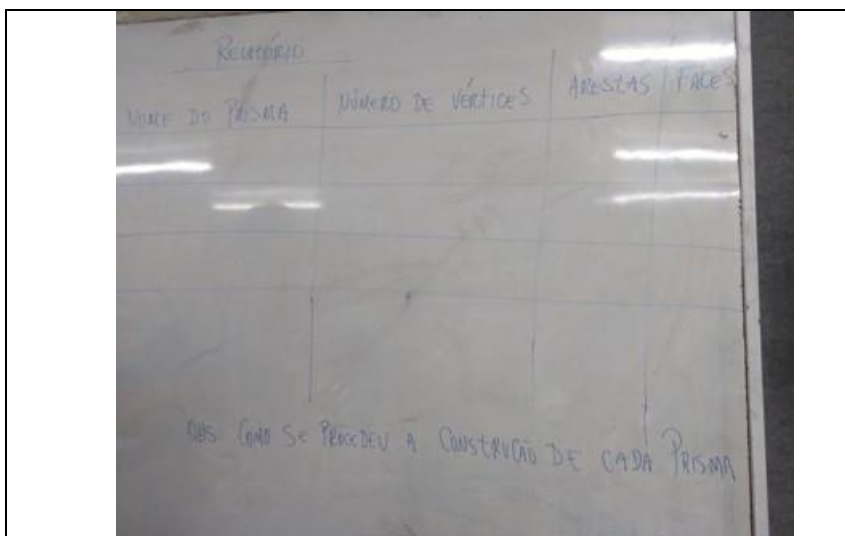
122 **P₁** – Tá ótimo!

123 **P₁** – Não esqueçam, os restantes dos recortes, coloquem no lixo, tá bom?

124 **P₁** – Alguma dúvida? Tudo certinho?

125 **RP₁**

126



127 **P₁** – Agora não esqueçam, um representante do grupo vai fazer um relatório, contando isso aqui e em baixo, deve dizer como procedeu a construção das formas planificadas, vou colocar aqui. A gente vai retomar depois do intervalo, tá bom?

128 **P₁** – Ó, observação, como se procedeu à construção de cada prisma. Ó, prestem atenção, quando eu digo como se procedeu a construção de cada prisma eu quero que vocês expliquem como foi construído, cada participante o que fez, o que primeiro fez, qual o passo a passo, tá, ok?

129 **P₁** – Então, depois que você colocar o nome do prisma, número de vértice, número de arestas e de faces de cada um, vocês vão dizer como foi feito todo esse procedimento, quais as dificuldades, como fizeram o passo a passo e relatar aqui na frente, tá bom?

130 **P₁** – Pessoal, prestem atenção! Um aviso. Deixem as bancas do jeito que estão, todo material em cima. Quando a gente retomar do intervalo, aí a gente continua, tá bom?

131 **P₁** – Parabéns para todos os grupos. Foram todos muito produtivos.

132 Intervalo escolar.

133 **P₁** – Vamos lá.

134 **RAP₁– Professor inicia auxiliando, na montagem dos sólidos, nos grupos.**
Inaudível.

135



136 **P₁** – Vou fazer a chamada, olhem a chamada.

137 **P₁** – Pessoal, prestem atenção, atenção, façam o relatório, porque vocês têm apenas 10 minutos para concluir, 10min, tá bom? Apenas 10 min.

138 **P₁** – Olhem a chamada.

139 Professor fazendo a chamada.

140 **P₁** – Estão restando apenas 9 min. Terminem e não esqueçam que o relatório é o nome do prisma, número de vértice, aresta de faces. E no final dizer como vocês fizeram.

141 P₁ – Tá ótimo, agora colar, né. Muito bem, tá muito bonito, viu.

142

RAP₁ – Continuação da atividade.

143



144 P₁ – Oh, vocês têm 5 minutos para a apresentação, tá bom?

145 P₁ – Bora lá, qual o primeiro grupo que vai se apresentar?

146 A – A gente professor.

147 P₁ – Pronto. Vamos fazer o seguinte, parem um pouquinho para escutarem a apresentação do colega e depois vocês retomam, dou mais um intervalo de 5 min, tá bom?

148 P₁ – Oh, 5 minutinhos, tá. Bora lá, todo mundo aqui pra frente. Bora lá, prestigiar a apresentação dos colegas. Bora A₃, vêm A₄.

149 A₆ – É pra fazer o que? É pra ler é?

150 P₁ – Bora lá, digam o nome de vocês e apresentem. Silêncio!

151 A₅ – Meu nome é A₅, o dele é A₆, A₃ e A₄.

152 A₆ – É pra fazer mais o que professor?

153 P₁ – Vocês vão apresentar o prisma de vocês, apresentar o que fizeram.

154 A₆ – É o nome do prisma, né agora?

155 A₆ – O nome do prisma, prisma retangular.

156 P₁ – Certo. Mostre. Ou o que?

157 A₄ – Quadrangular.

158 P₁ – Ou paralele...

159 A₅ – Pipedo.

160 P₁ – A₄ mostra o teu, mostra A₃, mostra o de todo mundo aí, ó.

161 A – Levanta.

162

RAP₁ – Primeiro grupo se apresentando

163



- 164 **P₁** – Certo. Perceberam que eles só fizeram um tipo de prisma?
- 165 **A_s** – Sim.
- 166 **P₁** – E esse prisma aí ele é, ele é chamado de que? Prisma?
- 167 **A_s** – Retangular.
- 168 **P₁** – Retangular
- 169 **A** – Ou paralelepípedo
- 170 **P₁** – Ou paralelepípedo, né. Agora eu pergunto, quanto são seus vértices?
- 171 **A₆** – Oito.
- 172 **P₁** – São oito vértices? Mostre aí, por favor. Mostre, vá mostrando, conte aí, na frente da gente.
- 173 **A₆** – Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito. Oito.
- 174 **P₁** – Quantas arestas?
- 175 **A₆** – Doze.
- 176 **P₁** – Quais são as arestas? Mostre aí, por favor?
- 177 **P₁** – Isso. Arestas dos vértices, né?
- 178 **P₁** – A₃, A₃, você agora. Mostre aí quantas faces tem?
- 179 **A** – Quatro.
- 180 **A** – Cinco.
- 181 **P₁** – Cadê o teu A₃? A₃?
- 182 **P₁** – Agora não, eu disse a vocês esperem o momento de apresentar, depois eu faço intervenções, bora lá. A₃?
- 183 **A₆** – Tem seis faces professor, pronto, oxe.
- 184 **P₁** – Pronto. Ainda não terminou, eu quero saber qual foi a dificuldade que vocês tiveram para fazer esse sólido ou qual a facilidades. Fale um pouco do que aconteceu.
- 185 **A₆** – A dificuldade foi colar.
- 186 **P₁** – Só isso?
- 187 **A₆** – Colar essa parte aqui. [inaudível]
- 188 **P₁** – Só isso?
- 189 **A₆** – Sim, a gente já terminou já.
- 190 **P₁** – Ótimo! Parabéns. Quem é o próximo grupo? Daqui a 5 minutinhos.
- 191 **P₁** – Pessoal [grupo que apresentou], vocês vão pegar esse prisma e vão colocar aqui, ó.
- 192 **P₁** – Botar ali?
- 193 **P₁** – É. Colocar aqui, tá bom?
- 194

Grupos se preparando para as apresentações.
- 195 **A** – Pronto professor, terminou.
- 196 **P₁** – Bora lá. Parem um pouquinho. Próximo grupo vai ser o grupo de A₇.
- 197 **P₁** – Qual o grupo que terminou? Terminou? Terminou o grupo de vocês? Bora logo senão não vai dá tempo.
- 198 **P₁** – O grupo de A₇, vai se apresentar. Atenção, sentem-se aí.

199 **P₁** – Ó, vamos lá? Apresentem-se. O nome de vocês. Valendo.

200 **A₈** – A₈, A₇, A₉ e A₁₀.

201 **P₁** – Pronto, mostre aí os sólidos que vocês construíram.

202

RAP₁ – Segundo grupo se apresentando.

203



204 **P₁** – Vejam, que cada um fez um diferente do outro, no foi? No primeiro grupo, todos eram iguais. Vamos lá. Cada um diz como é o nome do seu prisma.

205 **P₁** – Como é que vocês sabem o nome do prisma?

206 **A₇** – O meu é um prisma triangular.

207 **P₁** – Mostre aí ele, por favor. Você sabe quantas arestas ele tem? As arestas.

208 **A₇** – É isso aqui né?

209 **P₁** – Isso, muito bem.

210 **A₇** – Cinco.

211 **P₁** – Cinco? Vamos contar de novo.

212 **A₇** – Nove

213 **P₁** – Contou nove?

214 **A₇** – Contei.

215 **P₁** – Certo. Quantas faces?

216 **A₇** – Cinco.

217 **P₁** – Cinco. E quantos vértices?

218 **A₇** – Seis.

219 **P₁** – Seis vértices, né. Muito bem.

220 **P₁** – Agora, A₈, qual o nome do seu?

221 **A₈** – Hexagonal.

222 **P₁** – Hexagonal, muito bem.

223 **P₁** – Você sabe quantas faces tem?

224 **P₁** – Quantas faces?

225 **A₈** – Oito

226 **P₁** – Oito é? São seis. Quatro laterais mais duas das bases.

227 **P₁** – A₉. Cadê o seu. A₉, qual o nome desse prisma?

228 **A₉** – Retangular.

229 **P₁** – Certo. Quantos vértices?

230 **A₉** – Oito.

231 **P₁** – Quantas arestas?

232 **A₉** – Doze.

233 **P₁** – Quantas faces?

234 **A₉** – Seis.

235 **P₁** – Certo. Agora A₁₀. Mostre aí o teu. E aí?

236 **A₁₀** – O meu é um [inaudível]

- 237 **P₁** – Quantos vértices?
 238 **A₁₀** – Oito.
 239 **P₁** – Quantas arestas?
 240 **A₁₀** – Seis.
 241 **P₁** – Aresta? Não. Quantas arestas?
 242 **A₁₀** – Nove.
 243 **P₁** – Não. É a mesma quantidade do sólido do seu irmão. Quantas arestas foram?
 244 **A₁₀** – Doze.
 245 **P₁** – Quantas faces?
 246 **A₁₀** – Seis.
 247 **P₁** – Seis faces. Muito bem. Agora eu quero que um de vocês fale para o grande grupo como se procedeu a construção, qual a facilidade e a dificuldade. Podem ficar à vontade.
 248 **P₁** – Qual foi à facilidade ou a dificuldade? Bora lá. **A₇**?
 249 **A₇** – A dificuldade foi de colar isso aqui.
 250 **P₁** – Dificuldade na colagem, no foi? Facilidade não?
 251 **A₁₀** – Não.
 252 **P₁** – Pronto, parabéns. Bora lá, próximo. Bola lá, se apresentem aí. Cadê o restante do grupo de vocês?
 253 **As** – [inaudível]
 254 **P₁** – Tá bom. Pessoal, tem um grupo apresentando, aí, ó. Bora lá. Mostrem aí o sólido, digam o nome de vocês. Apresentem os sólidos, digam o nome deles.

255

RAP₁ – Terceiro grupo se apresentando

256



- 257 **A₁₁** – o meu é retangular.
 258 **A₁₂** – o meu é triangular.
 259 **A₁₃** – o meu é triangular.
 260 **P₁** – Certo, número de vértices?
 261 **A₁₁** – O meu tem [inaudível]
 262 **A₁₂** – [inaudível]
 263 **A₁₃** – [inaudível]
 264 **P₁** – Oh **A₁₂**, o teu tem quantos vértices?
 265 **A₁₂** – [inaudível]
 266 **P₁** – Quanto?
 267 **A₁₂** – Dez.
 268 **P₁** – Dez, e o seu?
 269 **A₁₃** – seis.
 270 **P₁** – Seis vértices. E arestas?

- 271 **A**₁₃ – O meu tem doze.
 272 **P**₁ – O teu **A**₁₂?
 273 **A**₁₂ – [inaudível]
 274 **P**₁ – E faces?
 275 **A**₁₂ – [inaudível]
 276 **P**₁ – Muito bem, agora, conte como se procedeu à construção.
 277 **A**₁₂ – [inaudível]
 278 **P**₁ – Pessoal, eu não estou escutando a colega. Pessoal, eu não estou escutando a colega. Qual foi a dificuldade?
 279 **A**₁₂ – [inaudível]
 280 **P**₁ – Atenção, atenção. Bora lá.
 281 **A**₁₂ – [inaudível]
 282 **A** – Cala a gente minha gente.
 283 **P**₁ – Sentem aí, por favor.
 284 **A**₁₂ – [inaudível]
 285 **P**₁ – Certo, elas tiveram dificuldade para produzir. Ok. Próximo grupo. Bora lá, se apresentem aí.
 286 **A**₁₄ – [inaudível]

287

RAP₁ – Apresentação do quarto grupo

288



- 289 **A** – Cala a boca, que falta de respeito.
 290 **P**₁ – **A**₁₄, **A**₁₅ e **A**₁₆. **A**₁₅, mostra aí, por favor, o sólido. Qual o nome dele?
 291 **A**₁₅ – Prisma retangular.
 292 **P**₁ – Quantas arestas?
 293 **A**₁₅ – Doze.
 294 **P**₁ – Quantas faces?
 295 **A**₁₅ – Seis.
 296 **P**₁ – Quantos vértices?
 297 **A**₁₅ – Oito.
 298 **P**₁ – Muito bem. Você **A**₁₄. Qual o nome dele? Prisma com base o que?
 299 **A**₁₄ – Pentagonal.
 300 **P**₁ – Porque pentagonal? Porque tem cinco?
 301 **A**₁₄ – Lados.
 302 **P**₁ – Cinco lados né, faces né. Você, **A**₁₆.
 303 **A**₁₆ – [inaudível]
 304 **P**₁ – E qual foi a facilidade ou dificuldade que vocês tiveram na construção?
 305 **A**₁₄ – Dificuldade em colar.
 306 **P**₁ – Dificuldade em colar. E resumindo o que vocês aprenderam disso?

307 **A₁₅** – [inaudível]

308 **P₁** – Certo, parabéns. Bora lá, pra gente encerrar! Senta todo mundo, atenção.

309 **RAP₁** – Apresentação do quinto grupo. Infelizmente pelo barulho da sala e presença
de outros visitantes a apresentação ficou completamente inaudível.

310



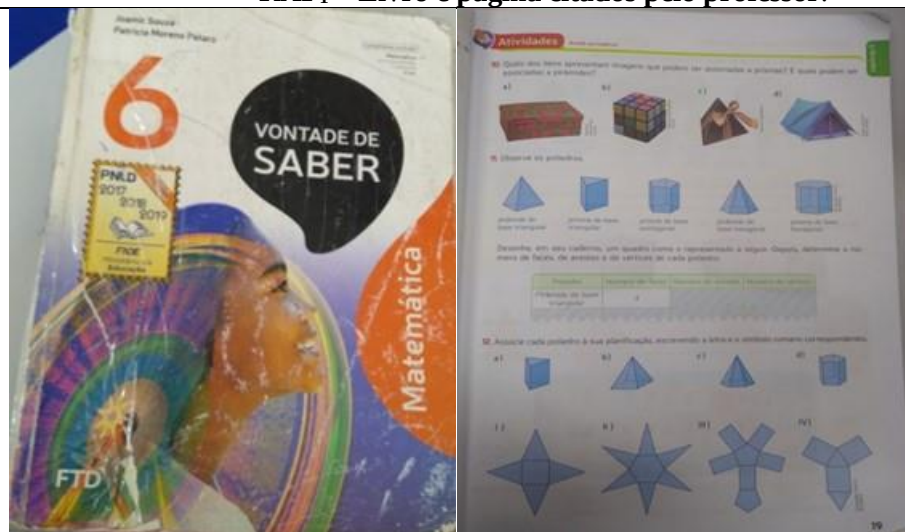
313 **P₁** – Pessoal eu quero agradecer a todos e todas pelo trabalho, parabéns. Obrigado.

314 **P₁** – Pessoal, esqueci de dizer a vocês, atividade para casa, página 19.

311

312

RAP₁ – Livro e página citados pelo professor.



315

Fim da aula

Apêndice I: aula do professor P₂

1° e 2° aula.

Data: 20/05/2019, segunda-feira.

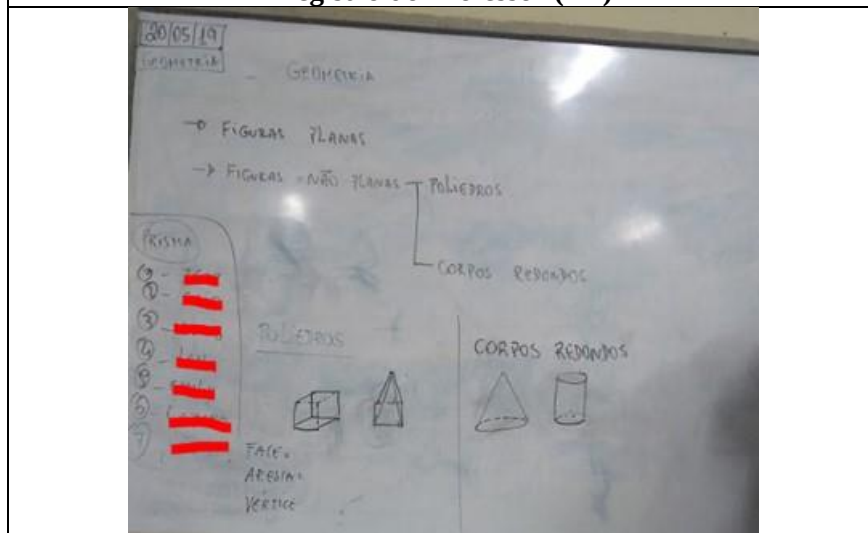
Duração: 2 aulas de 50 min.

DIÁLOGOS

- 1 P₂ – Bom dia! Vocês fizeram a pesquisa que eu pedi, sobre os prismas? Era pra hoje.
 2 As – Eu fiz; eu não fiz; eu não vim no dia...
 3 P₂– Quem foi quem fez? Quem foi quem fez atividade sobre os prismas?
 4 A – Eu.
 5 P₂– Quem mais?
 6 As – Eu; eu...
 7 P₂– Bom, trouxeram o livro, não trouxeram?
 8 As – Trouxe; sim...
 9 P₂– Peguem o livro aí. Na última aula, a gente começou a falar sobre os sólidos geométricos, não foi isso?
 10 As – Foi.
 11 A – A aula é sobre geometria, hoje?
 12 P₂– Sim. Geometria.
 13 P₂– A gente começou esse assunto na página 92, não foi isso? Só relembrando, a gente fez aqui as figuras planas e as figuras não planas. Aí foram as páginas 92, 93, 94, 95 e 96. E vimos também, poliedros e corpos redondos. Lembram disso? Lembram que eu desenhei aqui os poliedros?
 14 As – Sim.
 15 P₂– Então na página 90...
 16 P₂– Aí vimos os corpos redondos, que tem partes arredondadas e os poliedros que são formados por figuras planas. Aí eu desenhei aqui, não foi isso? Os poliedros? Desenhei o cubo. Lembram disso?

17
18

Registro do Professor (RP)

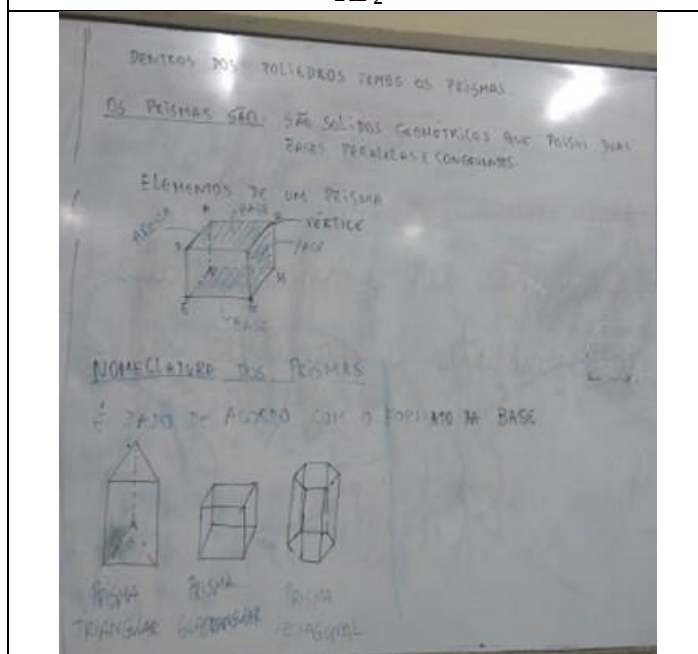


- 19 A – Professor na página 93 tem dizendo: corpos redondos é uma esfera, um cilindro e um cone.
 20 P₂– Tá certo. Desenhamos uma pirâmide. E falamos sobre o que também?
 21 A – Falou sobre as faces... [inaudível]
 22 P₂– Falou sobre faces... Aí falamos sobre as faces, os vértices e arestas. Aí eu pedi pra vocês identificarem quantas faces, arestas e vértices tinha um poliedro. Lembram disso? Então na aula passada vimos os poliedros e corpos redondos, não foi isso? Mas dentro dos poliedros temos algumas figuras especiais, aí vou pedir para vocês falarem sobre os prismas. E eu estou devendo a vocês uma xerox das figuras planificações.

- 23 **P₂**– Estou devendo a vocês uma xerox para a gente cortar, colar e montar. Não só dos poliedros como dos corpos redondos.
- 24 **As** – [Alunos falando. Incompreensível]
- 25 **P₂**– Aí temos os prismas. A₁, o que você escreveu sobre os prismas?
- 26 **A₁** – [inaudível]
- 27 **P₂**– A₂, o que você escreveu sobre os prismas?
- 28 **A₂** – [inaudível]
- 29 **P₂**– A₃, o que você colocou?
- 30 **A₃** – [inaudível]
- 31 **P₂**– Pessoal façam silêncio.
- 32 **P₂** – [Professor lendo o que A₃ havia escrito no caderno] O prisma é um sólido geométrico que faz parte dos estudos de geometria espacial. É caracterizado por ser um poliedro convexo com duas bases (polígonos iguais) congruentes e paralelas, além das faces planas laterais (paralelogramos).
- 33 **P₂**– Então temos aqui...

34 **RP₂**

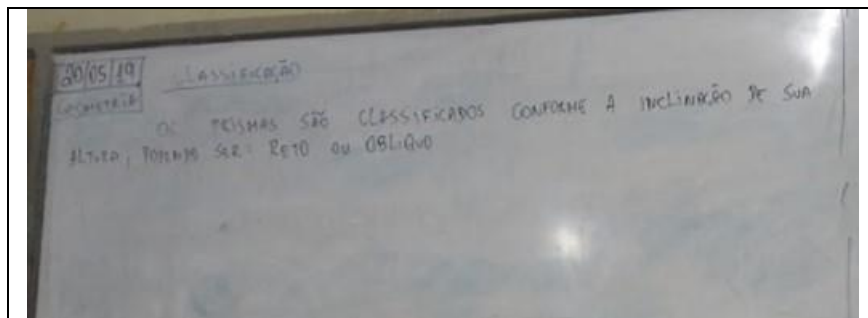
35



- 36 **P₂**– Os prismas são sólidos geométricos que possui duas bases paralelas e congruentes. Bases é a parte de baixo e a parte de cima, tá? São paralelas e congruentes. Congruentes como eu já falei para vocês é a mesma coisa que sejam iguais, tá?
- 37 **P₂**– Aí temos alguns elementos. Elementos iguais aos polígonos. Logicamente, temos os vértices que são as junções entre os lados, tá? Eu já falei para vocês que fica mais fácil as esquinas. As faces que são as figuras laterais, a base inferior e superior. E isso aqui que eu esqueci de colocar são as arestas.
- 38 **P₂**– As nomenclaturas são...
- 39 **P₂**– Aí os nomes dos prismas são dados de acordo com o formato da base. Se é um triângulo, o prisma é triangular. Se é um quadrado, é prisma quadrangular. Se é um hexágono é um prisma hexagonal.
- 40 **P₂**– Então conforme a...

41 **RP**

42



43 **P₂**— Então, os prismas são classificados conforme a inclinação de sua altura, podendo ser reto ou oblíquo.

44

P₂ faz a chamada

3° e 4° aulas.

Data: 24/05/2019, sexta-feira.

Duração: 2 aulas de 50 min.

DIÁLOGOS

45 **P₂**— A atividade de hoje é a gente recortar e colar as figuras. Formem grupos de quatro.

46

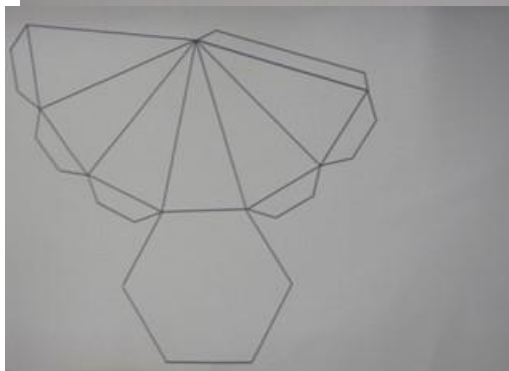
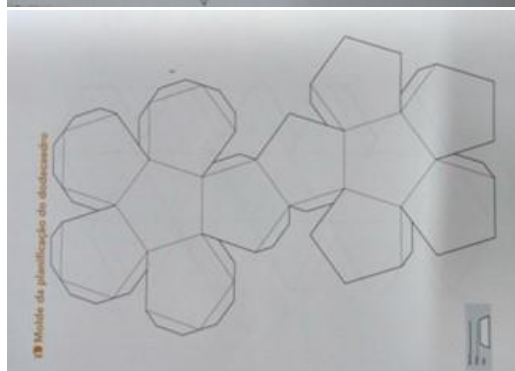
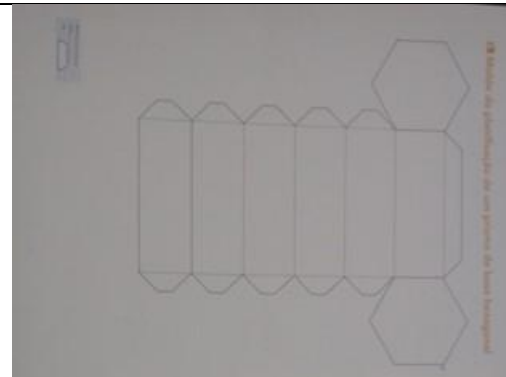
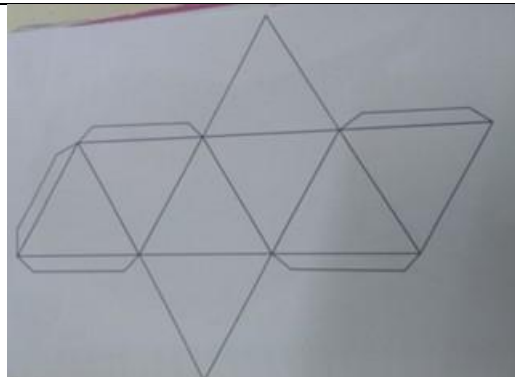
P₂ organiza os grupos e distribui as folhas contendo as representações de sólidos geométricos planificados, tesouras e colas.

47 **P₂**— Pessoal, antes de colar me chamem.

48

RAP₂ – Exemplares de representações de sólidos geométricos planificados, usados na aula.

49



50 **P₂**— Pessoal, não joguem o lixo no chão.

51 **P₂**— Pessoal, estão vendo essas figuras aqui? É para vocês cortarem, todas.

52

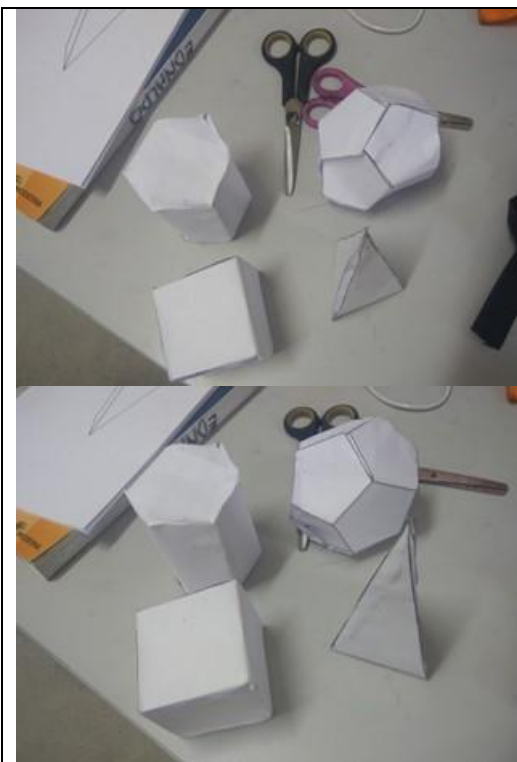
P₂ caminha pelos grupos auxiliando, inaudível.

53 **P₂**— Pessoal, terminaram? Terminaram? Olhem os papéis no chão.

54

RA – Exemplares de representações de sólidos geométricos montados na aula.

55



56 **P₂** – Pessoal vamos fazer silêncio. Na última aula a gente viu as figuras planas e não planas, não foi isso? Então a aula de hoje foi sobre...

57 **A** – Não. A gente estava falando sobre prisma.

58 **P₂** – Então figura plana e figura não plana. Dentro das figuras não planas temos os poliedros. Não foi isso? Poliedros são figuras que tem três dimensões, largura, comprimento e altura. O que as diferencia das figuras planas. E aí, hoje foi exatamente isso, verificar as figuras, os poliedros, tá? Mas se você observar existe vários formatos de poliedros. E um deles, a gente estudou na última aula, os prismas.

59 **P₂** – Quais desses que vocês estão na mão, vocês consideram como prismas?

60 **As** – Esse aqui; esse...

61

RA – Exemplos de sólidos geométricos representados por material manipulável na aula.

62



63 **P₂** – Apenas um por grupo, um só por grupo. Vamos lá ver. Prisma né isso. Prisma. Prisma. Esse aqui é o qual? Prisma. Mas o que é um prisma? Alguém lembra o que é um prisma?

64 A – Prisma é uma figura... [inaudível].

65 P₂– Quem lembra?

66 A – São sólidos geométricos que possuem duas bases paralelas e congruentes.

67 A – É um cubo.

68 A – Uma figura geométrica paralela.

69 A – São corpos não planos.

70 P₂– Também tem essa característica. Mas vamos ver as características que vocês consideraram dos prismas. Esse aqui. Por que esse aqui é um prisma?

71 **RA – Professor mostrando uma das construções realizadas na aula**



73 A – [incompreensível]

74 P₂– O que é um prisma? Prisma são sólidos geométricos, são poliedros que tem as bases paralelas e congruentes. Então as bases são paralelas, a parte superior e inferior. Então todos vocês têm... O cilindro não é, porque tem partes arredondadas, então não poder ser considerado um poliedro não. Então isso aqui é um prisma né?

75 P₂– Então o nome dos prismas é conforme... Quem tem o assunto da última aula?

76 As – Eu.

77 P₂– Então o nome disso aqui é dado por?

78 A – Prisma.

79 P₂– Eu sei, são prismas. Os outros não são prismas, não é isso?

80 As – Sim.

81 P₂– Tem grupos que vai ter dois prismas, tá? Como é isso aqui? Lá no assunto de prisma tem exatamente como classifica isso aqui. Oh! É conforme a base, se a base tem seis lados é um hexágono, então o prisma é hexagonal.

82 P₂– Ó A₄, prisma são poliedros que tem suas bases paralelas congruentes.

83 A₄ – Superior e inferior?

84 P₂– Sim. Iguais, congruentes. Então conforme a base vai ter um nome. O seu tem quantos lados? O seu prisma? Tem quantos lados? Só a base.

85 A – [Aluna tentando contar]

86 P₂– São as arestas.

87 A – [Aluna contando.] seis.

88 P₂– Seis. Se tem seis lados é um hexágono. Então é um prisma hexagonal. Oh A₅, o seu tem quantos lados? As arestas?

89 A – Quatro.

90 P₂– Quatro. Então é um prisma quadrangular. Outro, o de vocês tem quantos lados em cima?

91 A – Esse?

92 P₂– Esse não, esse é um cilindro. O prisma.

93 A – Cinco.

94 P₂– Cinco, né? É um prisma pentagonal. Vocês aí, o prisma de vocês tem quantas arestas?

- 95 **A** – Oito.
- 96 **P₂**– Arestas da base? Lado da base. Mostre aí o seu.
- 97 **As** – Cinco; dez.
- 98 **P₂**– Então é um prisma pentagonal. O que vai determinar o nome do prisma é a figura que compõe sua base. Entenderam a diferença entre um prisma é um poliedro qualquer pessoal?
- 99 **As** – Sim.
- 100 **P₂**– A diferença é que o prisma é um poliedro, só que ele tem [o professor foi interrompido pelos alunos]
- 101 **P₂**– Então, observem que existem figuras de vários formatos, a diferença de um prisma para uma pirâmide. A diferença é que em uma pirâmide a base só tem na parte de baixo, não tem na parte de cima. Enquanto o prisma tem a parte de baixo que é a base inferior e a base superior que são iguais. Que chamamos de congruentes, tá? em geometria é congruente. Observem que tem o mesmo número de lados, são a mesma figura, o mesmo polígono. Enquanto que na pirâmide só tem uma base o prisma tem duas bases, ok? Alguma dúvida em relação a isso pessoal?
- 102 **A** – Não.
- 103 **P₂**– Vocês podem levar para casa isso aí, ou deixem aqui a atividade.
- 104

Professor faz a chamada.
- 105 **A** – Professor é para levar para casa?
- 106 **P₂**– Pode levar, se quiser.
- 107

Fim da aula

Apêndice J: aula do professor P₃

1° e 2° aulas.

Data: 27/05/2019, segunda-feira.

Duração: 2 aulas de 50 min.

DIÁLOGOS

- 1 P₃ – Bom dia! Prestem atenção agora. Silêncio! Gente para vocês o que é geometria?
- 2 A – Figuras geométricas
- 3 As – Triângulo, quadrado...
- 4 P₃ – Triângulo, quadrado... o que mais?
- 5 A – Círculo...
- 6 P₃ – O que vocês estão falando para mim, são as figuras geométricas, não é? Mas o que é geometria? Geometria é uma parte da matemática, que estuda o que?
- 7 A – As formas.
- 8 P₃ – As formas geométricas. Quais são as formas geométricas?
- 9 As – Triângulo, quadrado...
- 10 P₃ – Certo. Então a geometria ela vai trabalhar as formas geométricas. E as formas geométricas que vocês já conhecem, vocês já falaram, triângulo, quadrado, círculo, losango.
- 11 P₃ – Aqui nesta sala tem alguma forma geométrica?
- 12 As – Tem.
- 13 As – Retângulo, quadrado...
- 14 A – O quadro.
- 15 A – A mesa.
- 16 P₃ – A mesa é o que?
- 17 A – Quadrado.
- 18 As – Retângulo.
- 19 P₃ – O quadro é o que?
- 20 As – Retângulo.
- 21 As – Quadrado.
- 22 P₃ – Isso aqui é o que?
- 23 P₃ – A própria sala é uma forma geométrica né?
- 24 As – É um quadrado.
- 25 P₃ – Um quadrado ou um retângulo?
- 26 As – Um retângulo.
- 27 P₃ – Um retângulo. Porque essa parte é maior que este. Esse lado é maior que este.
- 28 P₃ – Vocês já observaram quantas formas geométricas tem na natureza?
- 29 A – Não.
- 30 A – Já. Tem várias.
- 31 P₃ – Tem o que por exemplo?
- 32 A – Árvores.
- 33 P₃ – Árvore. O que mais?
- 34 A – O sol.
- 35 P₃ – O sol. O que mais?
- 36 As – A lua. Os planetas.
- 37 P₃ – Tem várias formas geométricas na natureza. E na cidade onde vocês moram. Tem formas geométricas?
- 38 As – Tem. Casa. Carro. Igreja.
- 39 P₃ – Vou mostrar para vocês aqui, umas formas geométricas. E vocês vão me dizer as diferenças entre essas formas aqui.

40

Registro da aula (RA)

41



42

A – Um cubo.

43

A – Um retângulo.

44

A – Um paralelepípedo...

45

P₃ – Certo. Vamos fazer o seguinte. Observem essas figuras aqui. Ó, eu tenho quatro embalagens aqui e vocês vão classificar de acordo com as características delas, certo? Então aqui eu tenho, rolo de papel higiênico, temos aqui a embalagem do tênis pé, a embalagem de uma caixa de sabonete. Eu quero que vocês me digam qual é a características deles, quais são os mais parecidos aqui?

46

RA

47



48

A – O papel higiênico e o talco.

49

P₃ – O talco e o papel higiênico. E esses dois aqui, né?

50

As – É.

51

P₃ – E qual a diferença dos dois?

52

A – [incompreensível]

53

P₃ – Eu quero saber a diferença desses dois para esses dois.

54

A – Esse são redondos professora.

55

A – Esse daí é quadrado.

56

P₃ – Esses daqui têm formas arredondadas e esses aqui?

57

A – Quadradas.

58

A – Quadriculares.

59

A – Paralelepípedos...

60 **P₃** – Esses daqui não têm formas quadradas. Então podemos classificar assim, né? vocês sabem como se chamam esses daqui? Que não tem formas arredondadas. Poli? Poliedros. Certo? Esses daqui não têm formas arredondadas.

61 **P₃** – Vocês sabem me dizer que figuras são essas?

62 **RA – representações de sólidos geométricos esculpido em sabão em barra**



64 **A** – Quadrado.

65 **A** – Pirâmide.

66 **A** – Triângulos.

67 **A** – Retângulos.

68 **A** – Círculo...

69 **P₃** – Tem alguma dessas aqui que é um poliedro?

70 **A** – Tem. Essa daí.

71 **P₃** – Tem alguma que não é um poliedro?

72 **A** – Tem. A verde.

73 **P₃** – Tem alguma com formas arredondadas aqui?

74 **As** – Tem.

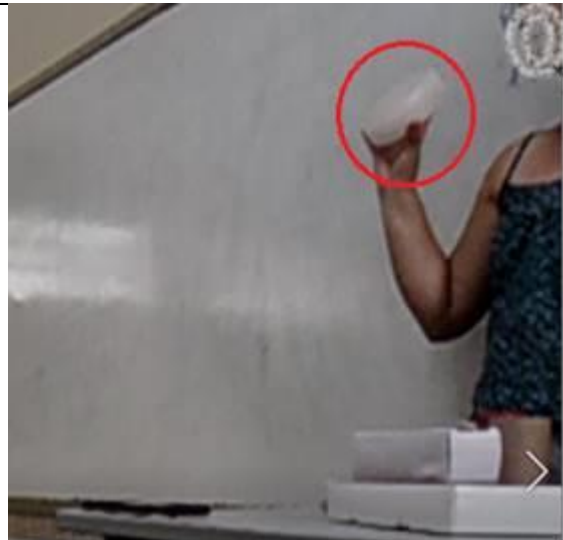
75 **As** – Não.

76 **P₃** – Esse aqui é arredondado?

77 **As** – É.

78 **P₃** – Que figura seria essa? Que figura é essa daqui?

79 **RA**

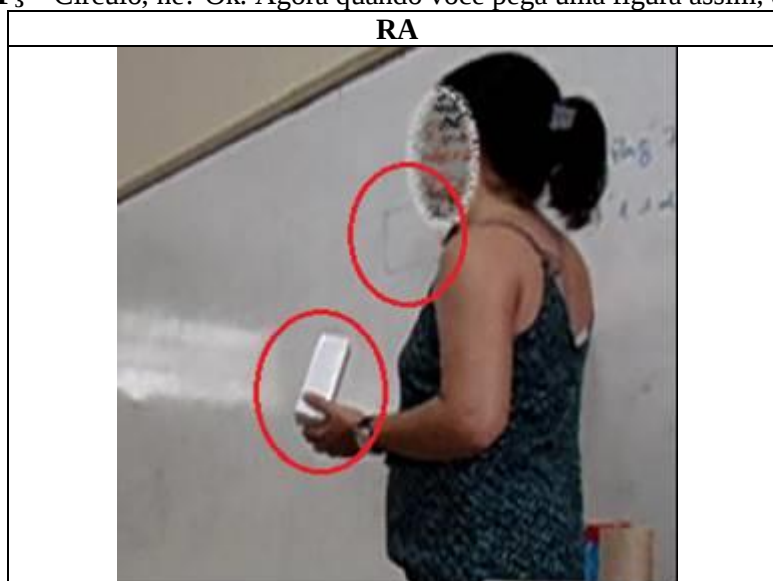


81 **A** – Círculo.

82 **P₃** – Círculo, né? Ok. Agora quando você pega uma figura assim, qual a diferença delas?

83

84



85 **A** – Uma é deitada e a outra em pé.

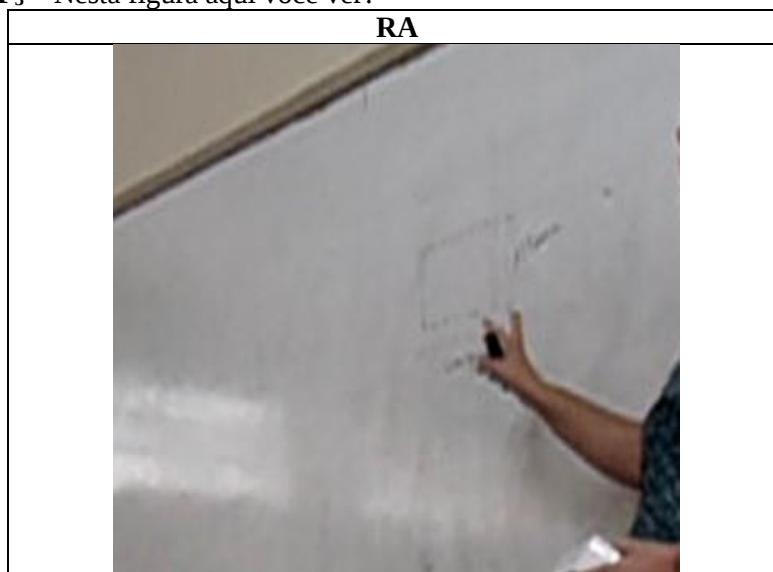
86 **P₃** – Não. Quantas partes você ver nessa figura?

87 **A** – Seis. Oito. Sete.

88 **P₃** – Nesta figura aqui você ver?

89

90



91 **As** – Quatro.

92 **P₃** – Se eu quiser medir essa figura, vocês vão identificar aqui... que medida seria essa?

93 **A** – Dez centímetros.

94 **P₃** – Não. Quando eu falo de medida, é o nome da medida. Que medida é essa?

95 **A** – Medida de comprimento.

96 **P₃** – Quando você faz... quando você marca aqui, e eu ...

97 **A** – Altura.

98 **P₃** – Altura. Então aqui seria a altura. E aqui é o que?

99 **As** – Largura.

100 **P₃** – Largura. Você consegue visualizar outra medida aqui?

101 **As** – Não.

102 **A** – Comprimento.

103 **P₃** – Você consegue identificar o comprimento nessa figura?

104 **As** – Não.

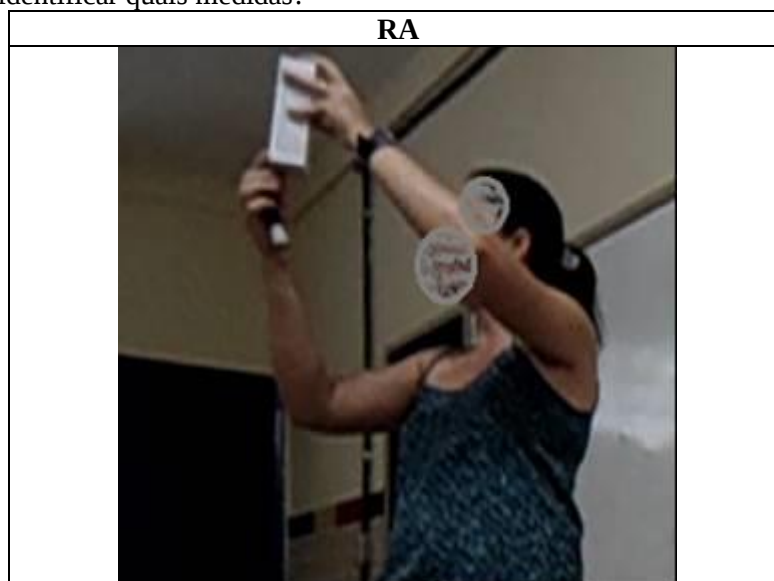
105 **P₃** – Não. Ou seja, quantas medidas a gente tem aqui?

106 **A** – Duas.

107 **P₃** – Duas. Altura e largura. Ou seja, aqui tem duas dimensões. Aqui vocês conseguem
identificar quais medidas?

108

109



110 **As** – Altura.

111 **P₃** – Altura.

112 **As** – Largura.

113 **P₃** – Largura. Tem outra medida?

114 **As** – Tem.

115 **P₃** – Qual?

116 **A** – Comprimento.

117 **P₃** – Comprimento. Quantas medidas você tem aqui?

118 **As** – Três.

119 **P₃** – Três, não é? Se são três medidas são três dimensões. Não é? Três dimensões. Quem aqui já assistiu a um filme 3D?

120 **As** – Eu já.

121 **P₃** – Quando você vai para o cinema assistir a um filme 3D, você coloca aqueles óculos. Como é que fica?

122 **A** – Parece aqui... [inaudível]

123 **P₃** – Quando eu fui assistir um filme 3D, quando os passarinhos voavam, eles pareciam que vinham para cima de mim. Porque ali é três dimensões. Certo? Vocês conseguem visualizar. Então quando a gente visualiza três dimensões, a gente tem um sólido geométrico tá. Isso aqui é um sólido. Aqui a gente tem uma figura plana e aqui a gente tem uma figura sólida. Entenderam a diferença? Vocês conseguem desenhar uma figura dessa? Com as três dimensões?

124 **As** – Sim.

125 **P₃** – Conseguem, todo mundo consegue. Vamos fazer o seguinte cada um de vocês aí, desenhem esta figura. Essa aqui é melhor. Desenhem essa caixinha. Tá?

126



127



128 **P₃** – Desenhem essa caixinha aí agora, no caderno de vocês.

129

Alunos desenham a caixinha no caderno

130 **P₃** – Terminaram?

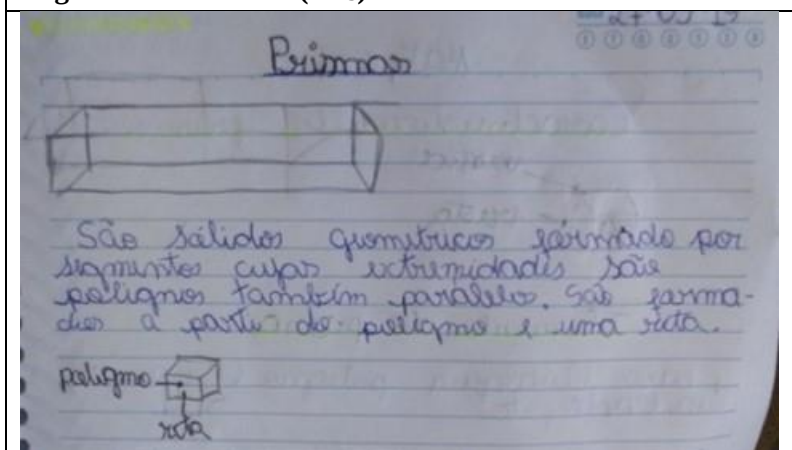
131 **A** – Não.

132 **P₃** – Terminaram? Pessoal, prestem atenção aqui. De acordo com a definição, o que são prismas?

133

Registro do Professor (RP₃) retirado do caderno do aluno

134



135 **As** – São sólidos geométricos formados por segmentos cujas extremidades são polígonos também paralelos. São formados a partir do polígono e uma reta.

136 **P₃** – Ok. Então prismas são sólidos geométricos formados por segmentos cujas extremidades são polígonos também paralelos. Prestem atenção. A gente já viu o que são sólidos, no já?

137 **As** – Já.

138 **P₃** – O que são sólidos?

139 **P₃** – Quantas dimensões tem o sólido?

140 **A** – Três.

141 **P₃** – Três dimensões. Então, são sólidos geométricos formados por segmentos cujas extremidades são polígonos também paralelos. O que é uma coisa paralela?

142 **A** – Um círculo.

143 **A** – Um quadrado.

144 **P₃** – Não. Aqui por exemplo eu tenho uma fila aqui e uma fila aqui ao lado, essas filas são o que?

145 **As** – Paralelas.

146 **P₃** – Paralelas. Nesse acaso aqui, qual é o polígono? Polígono é a forma.

147 **As** – Quadrado.

148 **P₃** – Um quadrado, aqui a gente tem um quadrado. E aqui a gente tem as retas. Isso é um prisma, um sólido formado por polígonos e uma reta. Alguma dúvida?

149 **As** – Não.

150 **P₃** – Não? Abram o livro na página 92. Na página 92 aí, tem alguns sólidos geométricos, prestem atenção! Observem os sólidos geométricos apresentados abaixo, analise a forma de cada um e

separe em dois grupos. Como vocês vão separar isso? Vocês vão separar de acordo com os critérios que vocês vão usar de semelhança ou diferença. Certo? Vocês vão separar. Como? Vocês não vão desenhar, vão colocar no caderno assim: primeiro, se o 'a' for igual ao 'b', vocês vão colocar 'a, b' de um lado. Se for diferente, vai separar 'a' de um lado e 'b' do outro. Certo? Não precisa desenhar, é só colocar a letra, tá? Separar em dois grupos esses sólidos aí.

151 **P₃** – Na letra 'B' apresente oralmente, ou seja, vocês vão falar aqui qual foi o critério que usou para fazer essa separação. Antes vocês vão classificar, colocar em dois grupos, dividir esses sólidos em dois grupos, tá certo? Façam aí, já já eu vou perguntar a vocês. Enquanto eu faço a chamada.

152 **A** – Professora pode desenhar não?

153 **P₃** – Se quiser pode. Mas, eu só estou pedido a letra, a letra correspondente.

154 **P₃** faz a chamada.

155 **P₃** – Terminaram?

156 **P₃** – Então pessoal? Terminaram? Vocês dividiram em dois grupos? Como é que vocês podem me dizer agora? Quais foram as figuras que vocês dividiram?

157 **As** – Foi assim, a 'a' ... [incompreensível, todos os alunos falando ao mesmo tempo]

158 **P₃** – Vamos lá, peraê.

159 **A** – O grupo 1: a, b, f, e.

160 **A** – 'a' não, b, f, e.

161 **P** – Por quê?

162 **A** – Todas tinham círculo.

163 **P₃** – Formas arredondadas, né? E o outro grupo?

164 **A** – O outro grupo foi: a, c, d, g e h.

165 **P₃** – a, c, d, g e h, por quê?

166 **A** – Porque é quadrada.

167 **P₃** – Porque tem linhas retas. No outro lado, na página 93, vocês têm várias figuras também, vários sólidos... alguma dúvida? Terminem e podem ir. Vejam essa em casa.

3° e 4° aulas.

Data: 28/05/2019, terça-feira.

Duração: 2 aulas de 50 min.

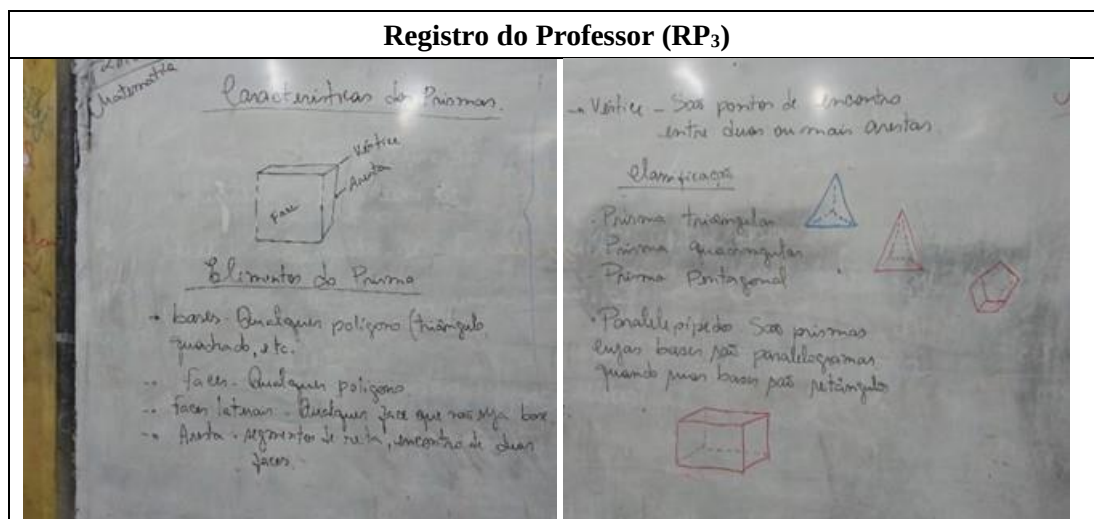
DIÁLOGOS

168 **P₃** – Boa tarde!

169 O **P₃** inicia a aula copiando no quadro branco

170

171



172 **P₃** – Terminaram?

173 **P₃** – A gente vai ver quais são as características de um prisma. Um prisma ele tem a face, tem aresta e tem o vértice. Então quais são os elementos de um prisma? A face, a base pode ser qualquer polígono, um triângulo, um quadrado, um retângulo... qualquer polígono, certo. A face

é qualquer polígono também. Por que base? Chama de base o que está em baixo, certo? Qualquer polígono que não seja a base é a face.

174 **P₃** – Então olha só gente, que prisma é esse aqui?

175

RA

176



177 **A** – Quadrado.

178 **A** – Prisma quadrangular.

179 **A** – É um cubo...

180 **P₃** – Prisma quadrangular, certo? Qual é a base dele?

181 **As** – Em baixo.

182 **A** – Quadrado.

183 **P₃** – É a que está em baixo, né? E qual é o polígono? Que figura é essa daqui?

184 **A** – Quadrado.

185 **P₃** – Quadrado. Então a base é qualquer polígono. Mas, também a base é uma face né. E o que é a face? Face neste caso aqui, só não é esta daqui essa aqui é a base. O que é aresta? É o encontro de duas faces, ó uma face aqui, uma face aqui, tem uma aresta, certo? Então aresta é o encontro de duas faces. É isso aqui é o que?

186 **As** – Vértice.

187 **P₃** – Vértice. Então o que é o vértice? É o ponto de encontro de duas ou mais aresta. Aqui eu tenho uma aresta, aqui tenho outra e aqui outra. O encontro delas a gente chama de?

188 **A** – Vértice.

189 **P₃** – Vértice. E aqui são as faces laterais ó. O prisma pode ser triangular, quadrangular ou pentagonal, aqui a gente tem o prisma quadrangular. Ali eu fiz uma pirâmide com a base triangular. Aqui, que prisma é esse?

190

RA

191

192 **A** – Triangular.193 **P₃** – Triangular. E esse daqui?

194

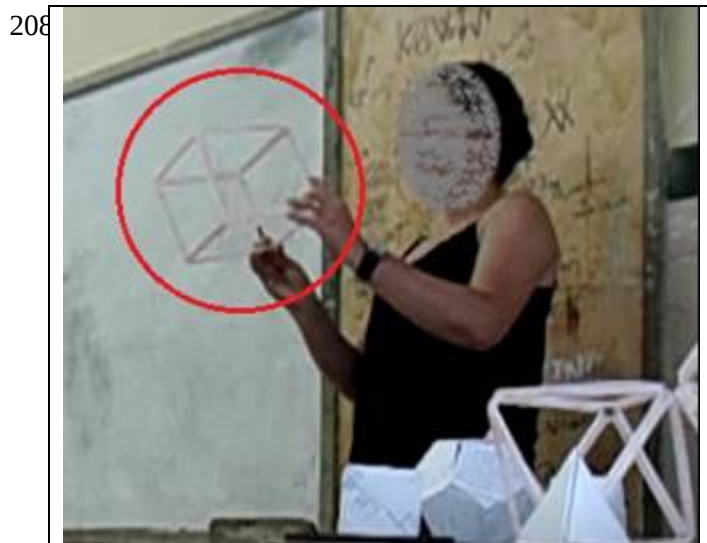
RA

195

196 **As** – Pentagonal.197 **P₃** – O que quer dizer penta?198 **As** – [incompreensível]199 **P₃** – Não. Penta quer dizer cinco. O pentágono ele tem cinco?200 **As** – Vértice.201 **As** – Faces.202 **P₃** – Cinco lados. Se fosse o hexágono? Hexa quer dizer o que? Hexa quer dizer seis. Teria seis lados. Essa figura aqui é um pentágono, por que tem cinco?203 **As** – Lados.204 **P₃** – Certo? E o que é um paralelepípedo?205 **A** – São prismas com base que são paralelas.206 **P₃** – Isso. Quando suas bases são paralelas. Quando suas bases são retângulos, chama-se paralelepípedo. Ó aqui a gente tem.

207

RA

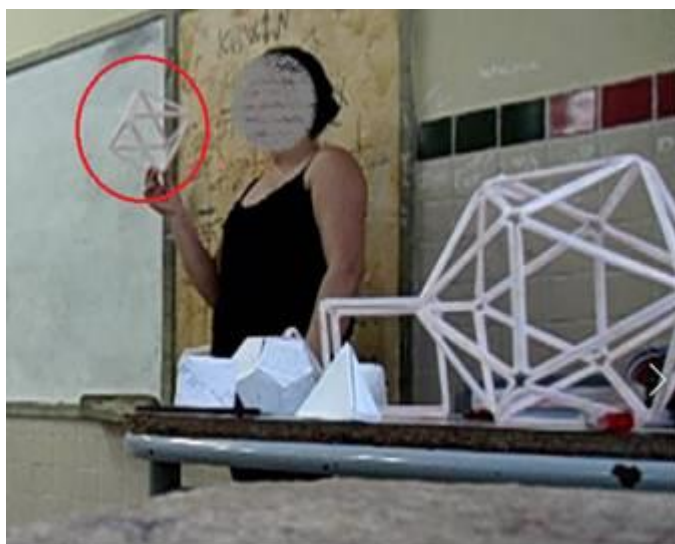


209 **P₃** – Seus lados são paralelos. Isso aqui é o que?

210

RA

211



212 **A** – [incompreensível]

213 **P₃** – Quantas figuras geométricas tem aqui?

214 **A** – Duas.

215 **A** – Quatro.

216 **P₃** – Quais são? **A₁** quais são?

217 **As** – Triângulo... [inaudível]

218 **P₃** – Tem triângulo, losango... e aqui? Esse aqui parece um balão de São João né?

219 **As** – É **P₃**.

220 **P₃** – Sabe o que vou pedir para vocês fazerem? Vocês vão fazer os balõezinhos de São João.

221 **P₃** – Tenho outra atividade para vocês fazerem... quando é a nossa próxima aula?

222 **P₃ e As** – [incompreensível]

223 **P₃** – Vocês vão trazer, grupo de quatro pessoas, vocês vão trazer um pacote de jujuba e uma caixinha de palito de dente, sexta-feira.

224 **A** – Cada grupo?

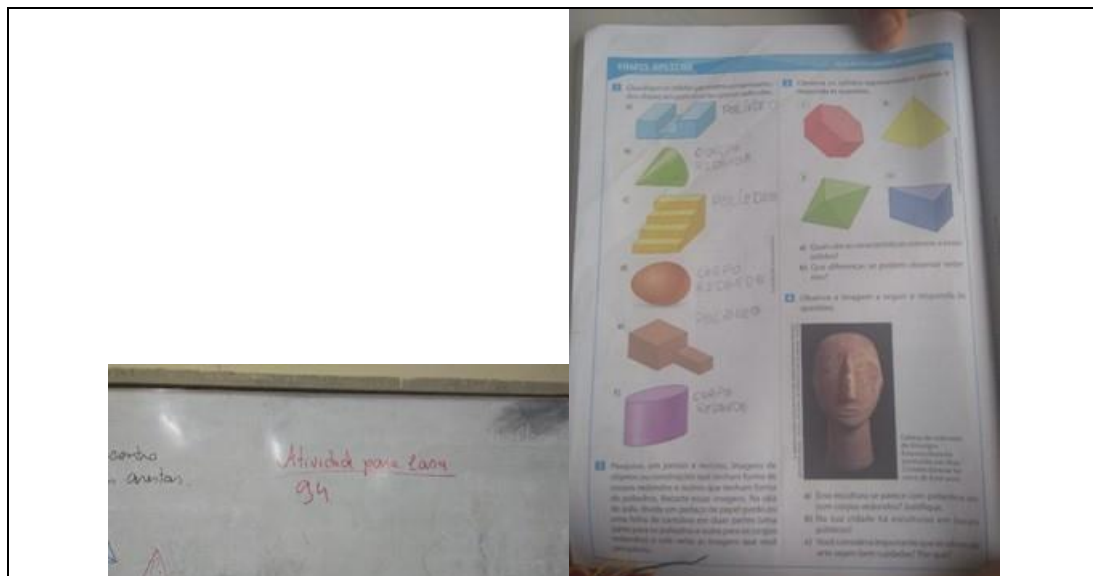
225 **P₃** – É o grupo. Então vocês se juntem aí e tragam para a aula de sexta-feira. Depois que vocês fizerem a atividade aí vocês vão comer a jujuba. Alguma dúvida?

226 **P₃** – Anotem a atividade para casa, na página 94.

227

RA

228



5º aula.

Data: 31/05/2019, sexta-feira.

Duração: 1 aula de 50 min.

DIÁLOGOS

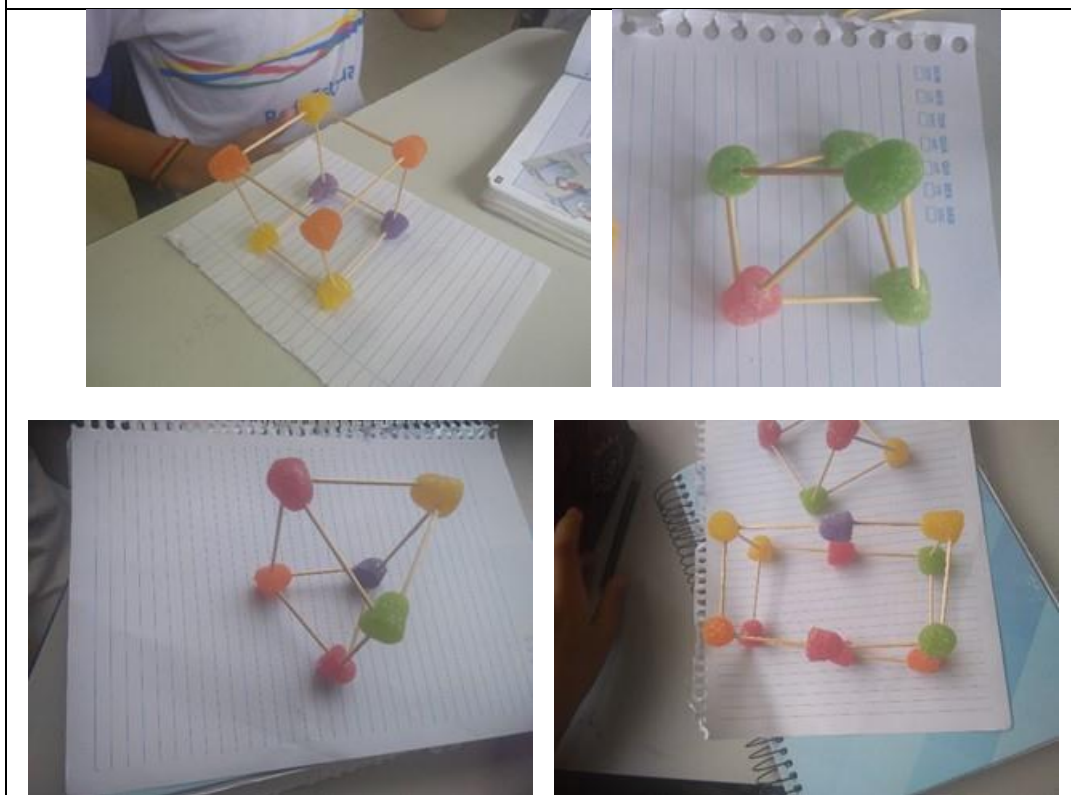
229

P₃ inicia a aula organizado os grupos para a construção dos poliedros com jujuba e palito de dente. Nenhum diálogo foi detectado ou audível.

230

RA

231



6º e 7º aulas.

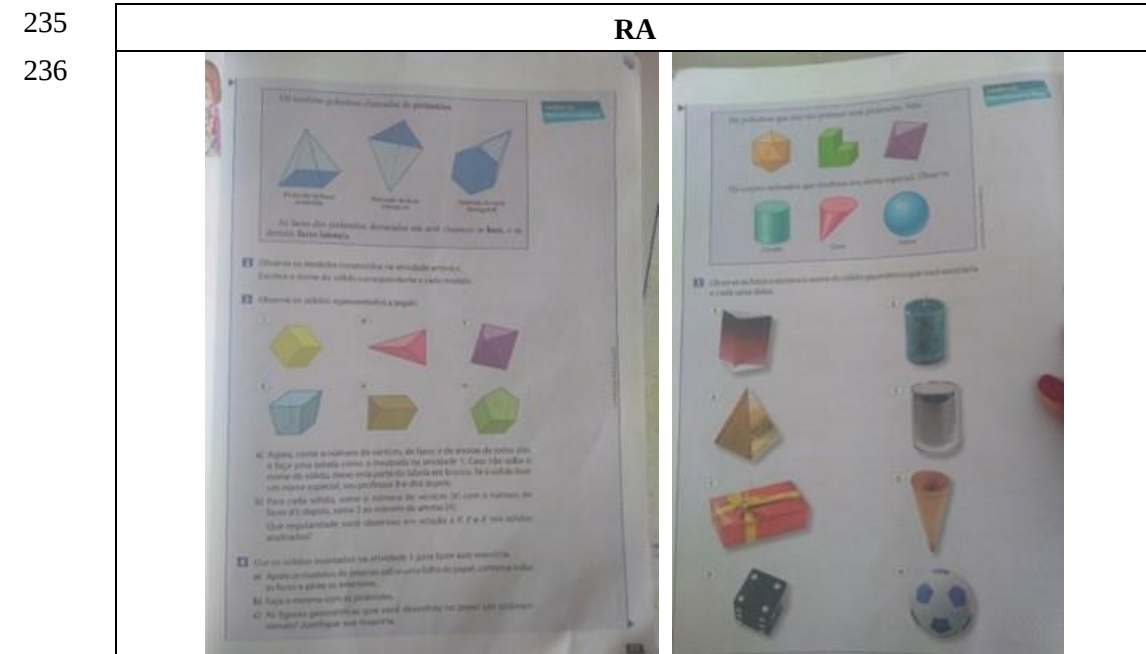
Data: 03/06/2019, segunda-feira.

Duração: 2 aulas de 50 min.

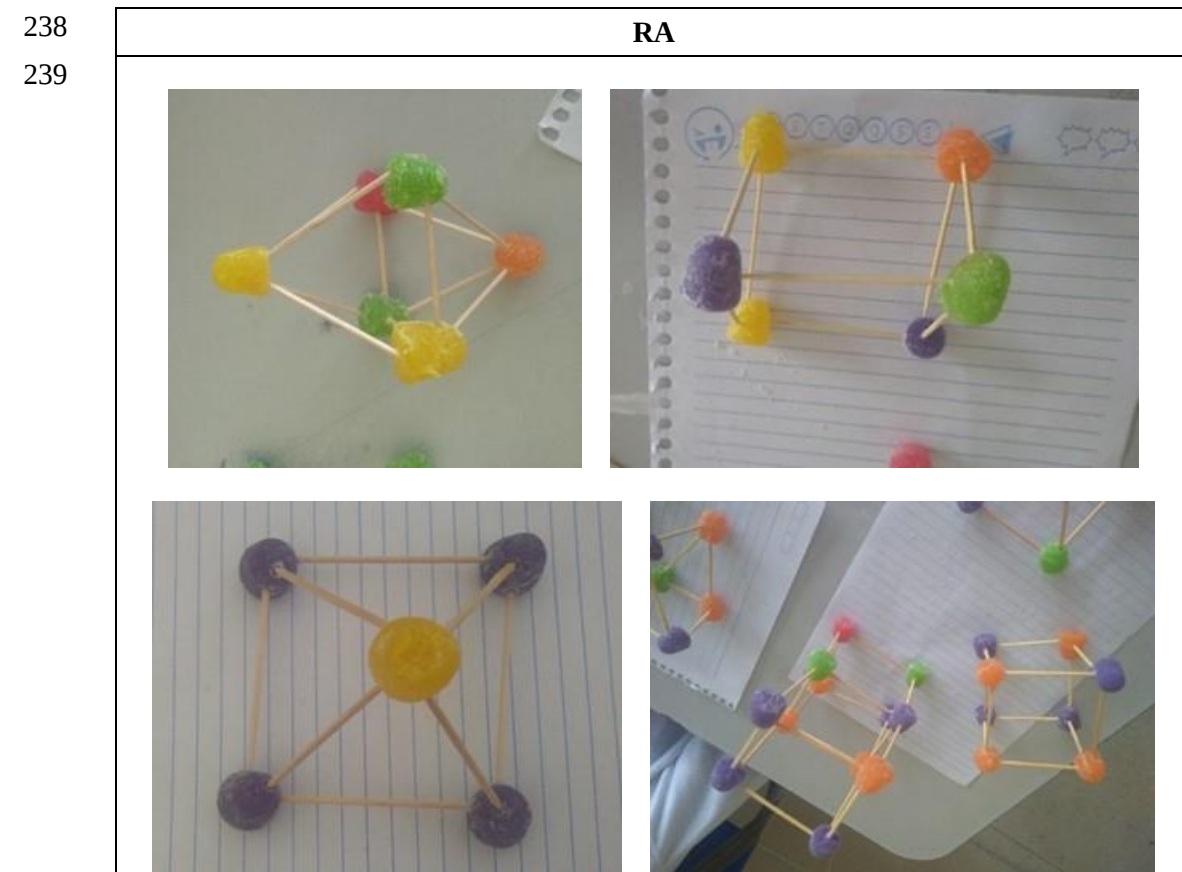
232 **P₃** – Pessoal, boa tarde. Vocês trouxeram o material, a jujuba?

233 A atividade de construção continuou nesta aula apenas com os alunos que não tinham participado da aula anterior.

234 **P₃** – Olha só quem já fez o trabalho vou passar uma atividade no livro para vocês. Página 97 e 98.



237 **P₃** caminha pelos grupos auxiliando. Inaudível.



240 **P₃** – Quem terminou a construção faz a atividade da página 97 e 98.

241

P₃ fazendo a chamada.

242

Fim da aula

Apêndice K: aula do professor P₄

1º, 2º e 3º aula.

Data: 06/06/2019, quinta-feira.

Duração: 3 aulas de 50 min.

DIÁLOGOS

1 P₄ – Bom dia!

Professor montando o equipamento, Datashow.

P₄ – Vamos, lá. A gente vai rever algumas ideias que a gente já aprendeu e vai introduzir outras, pra gente entender melhor algumas coisas.

3

4

Registro do Professor (RP)

MATEMÁTICA, 6º Ano
Formas Geométricas Prisma e Pirâmide
- Conceitos Iniciais

Secretaria de Educação
PERNAMBUCO
GOVERNO DO ESTADO

Você já deve ter observado embalagens e objetos que têm relação com figuras chamadas sólidos geométricos.

Vejamos alguns exemplos:



Imagens da esquerda para a direita: (A) Autor: Freyja / GNU Free Documentation License; (B) Autor: Hartung / public domain; (C) Autor: desconhecido / Fotografado por Walters Art Museum / Parte do acervo do Walters Art Museum / disponibilizado por Kádrán / Public domain.

5 P₄ – Vamos lá, você já deve ter observado embalagens e objetos que tem relação com figuras chamadas, sólidos geométricos. Vamos observar aqui, essas embalagens e esses objetos. Que figuras geométricas, que formas geométricas lembram essas imagens, essas figuras do quadro?

6 As – Polígonos.

7 P₄ – Será que são polígonos?

8 As – Sim.

9 P₄ – E aí? Essa aqui, por exemplo, qual forma geométrica lembra essa figura?

10 As – Cilindro.

11 P₄ – Um cilindro, né? Essa caixa aqui de celular?

12 As – Retângulo.

13 P₄ – Só um retângulo?

14 As – Não.

15 As – Um paralelepípedo.

16 P₄ – Um paralelepípedo ou? E essa forma aqui?

17 As – Um hexágono.

18 P₄ – Essa forma aqui parece a forma da figura plana que a gente chama de?

19 As – Hexágono.

20 P₄ – Por que a gente chama de hexágono?

21 As – Porque tem seis lados.

22 P₄ – Porque tem seis lados. Vamos ver. Mas o que um sólido? Um sólido é uma forma o que?

23

RP

24

MATEMÁTICA, 6º Ano
Formas Geométricas Prisma e Pirâmide
- Conceitos Iniciais

Secretaria de Educação
PERNAMBUCO
GOVERNO DO ESTADO

Mas o que é um sólido?

É uma forma espacial.



Imagens da esquerda para a direita: (a) Autor desconhecido / disponibilizado por Joro345 / Public domain; (b) Autor Pafco02 / Public domain.

25 **As** – Geométrica.26 **P₄** – E a gente chama de forma?27 **As** – Espacial.28 **P₄** – Espacial. A gente viu também que se a gente fosse representar essa forma espacial, a gente conseguiria representar toda ela no quadro, Por exemplo?29 **As** – Não.30 **P₄** – Então a gente conseguiu até aqui fazer, confeccionar alguns sólidos geométricos a partir de suas planificações, no foi? Estão lembrados desta aula?31 **As** – Sim.32 **P₄** – E aqui a gente tem duas formas espaciais. A gente tem essa forma aqui, ó. Essas duas latas. Será que tem alguma posição que se a gente colocar essa lata ela vai rolar?33 **As** – Vai.34 **P₄** – E essa caixa aqui?35 **As** – Não.36 **P₄** – Não vai né?

37

RP

38

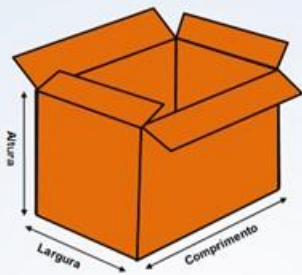
MATEMÁTICA, 6º Ano
Formas Geométricas Prisma e Pirâmide
- Conceitos Iniciais

Secretaria de Educação
PERNAMBUCO
GOVERNO DO ESTADO

Mas o que é um sólido?

É uma forma espacial.

Ela possui três dimensões.



Medidas Internas
CxLxA

39 **P₄** - Então o sólido, como a gente já viu, é uma forma espacial, porque ela possui três dimensões, comprimento, largura e altura. Para ser um sólido geométrico, para ser uma forma espacial ela tem que ter necessariamente três dimensões. Diferentemente dos polígonos, por exemplo. Os polígonos só têm duas dimensões, o comprimento e a largura.

40

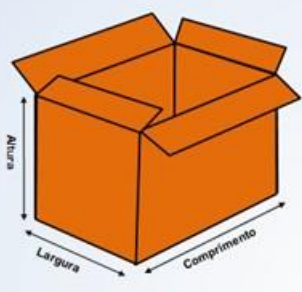
RP

41

MATEMÁTICA, 6º Ano
Formas Geométricas Prisma e Pirâmide
- Conceitos Iniciais

Secretaria de Educação
PERNAMBUCO
GOVERNO DO ESTADO

Essas dimensões são: largura, comprimento e altura.



Medidas Internas
CxLxA

42 **P₄** – Então essas dimensões são comprimento, largura e altura, uma vez aí indicados, nesta caixa.

43

44

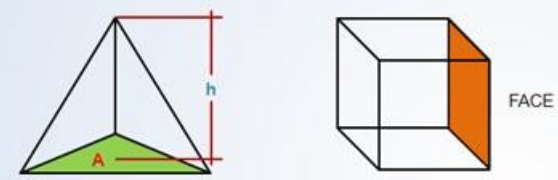
RP

MATEMÁTICA, 6º Ano
Formas Geométricas Prisma e Pirâmide
- Conceitos Iniciais

Secretaria de Educação
PERNAMBUCO
GOVERNO DO ESTADO

Conhecendo as faces, arestas e vértices.

Face: são as superfícies planas de um sólido.
O que está destacado de verde e laranja é a face.



45 **P₄** – Vamos lá, a gente já viu também essas ideias sobre faces, vértices e arestas, estão lembrados?

46 **As** – Sim.

47 **P₄** – Então o que é uma face? As faces são superfícies planas de um sólido. O que está destacado de verde e laranja é a?

48 **P₄ e As** – Face.

49 **P₄** – Qual é o formato dessa face aqui?

50 **As** – Quadrada.

51 **P₄** – Já essa aqui é o?

52 **As** – Triângulo.

53 **P₄** – Triângulo, não é?

54

RP

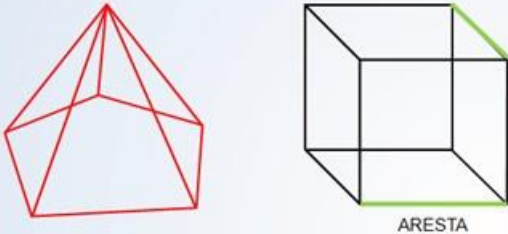
55

MATEMÁTICA, 6º Ano
Formas Geométricas Prisma e Pirâmide
- Conceitos Iniciais

Secretaria de Educação
PERNAMBUCO
GOVERNO DO ESTADO

Conhecendo as faces, arestas e vértices.

Aresta: é a intersecção de suas faces;
destacadas de vermelho e verde.



ARESTA

56 **P₄** - E o que é aresta? Aresta é intersecção ou é o segmento de reta que vai se encontrar duas faces, não é? Então aqui essa face com essa, o encontro das duas formou o que nós chamamos de arestas, não é? Então a gente tem aqui, as arestas desde cubo e aqui na pirâmide.

57 **P₄** - É o outro conceito que a gente viu, foi o conceito de que?

58

59

RP

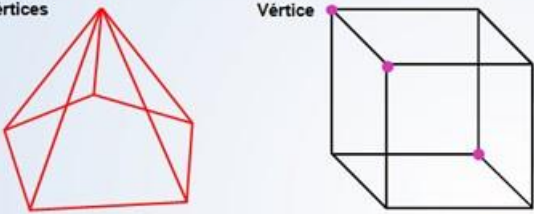
MATEMÁTICA, 6º Ano
Formas Geométricas Prisma e Pirâmide
- Conceitos Iniciais

Secretaria de Educação
PERNAMBUCO
GOVERNO DO ESTADO

Conhecendo as faces, arestas e vértices.

Vértices: é o ponto comum a três ou mais arestas.

Vértices



Vértice

60 **As** - De vértice.

61 **P₄** - De vértice. O vértice é o ponto comum entre a três ou mais arestas. Aqui ó, onde se encontra as arestas, nós chamamos de vértices. Beleza?

62 **As** - Sim.

63 **P₄** - E agora?

64

RP₄

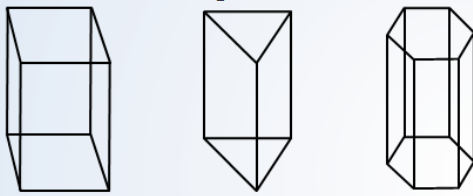
65

MATEMÁTICA, 6º Ano Formas Geométricas Prisma e Pirâmide - Conceitos iniciais Secretaria de Educação PERNAMBUCO GOVERNO DO ESTADO	
Conhecendo o prisma. O prisma reto é uma figura geométrica espacial que possui duas bases iguais que também são polígonos e as faces laterais do prisma reto são retângulos. O nome dado aos prismas depende do polígono de suas bases.	

66 **P₄** - Agora a gente vai começar a diferenciar os poliedros. Temos alguns tipos especiais de poliedros. O primeiro dele, que a gente vai ver, é o prisma. Então, o prisma reto é uma figura geométrica espacial que possui duas bases iguais, que também são polígonos. As faces laterais do prisma reto são retângulos. Os nomes dado aos prismas dependem do polígono que compõe suas bases.

67

68

RP₄	
MATEMÁTICA, 6º Ano Formas Geométricas Prisma e Pirâmide - Conceitos iniciais Secretaria de Educação PERNAMBUCO GOVERNO DO ESTADO	
Conhecendo o prisma. Da esquerda para direita os prismas são: • Prisma de base quadrangular • Prisma de base triangular • Prisma de base hexagonal	
	

69 **P₄** - Vamos observar esses prismas, por exemplo. Eu tenho aqui oh três tipos de prismas. O que é que diferencia um prisma do outro?

70 **As** - As faces; as formas; os comprimentos...

71 **P₄** - As formas e o comprimento, alguém disse...

72 **As** - A altura e a largura...

73 **P₄** - Vamos observar, a forma lateral que a gente observa nesses prismas são diferentes?

74 **As** - Sim

75 **P₄** - São diferentes no comprimento e na largura, né? Mas são que tipo de formas geométricas? São o que?

76 **As** - Retângulos.

77 **P₄** - Retângulos, não é? Agora observando aqui ó, essas duas bases, como são as formas delas?

78 **As** - Triângulo.

79 **P₄** - Aqui é um triângulo e aqui é o que?

80 **As** - Hexágono.

81 **P₄** - Hexágono. E aqui?

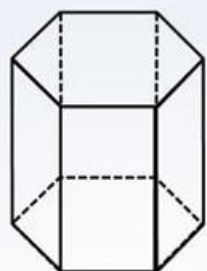
82 **As** - Quadrangular.

83 **P₄** - Um quadrado, não é? Quantos triângulos a gente tem neste prisma aqui?

- 84 **As** – Dois.
- 85 **P₄** – Dois triângulos. E as demais faces são de que formato?
- 86 **As** – Retângulo.
- 87 **P₄** – Retângulo, né? Quantos hexágonos a gente tem aqui?
- 88 **As** – Dois.
- 89 **P₄** – Quais são as formas deles? Quais as formas das laterais?
- 90 **As** – Retângulo.
- 91 **P₄** – São retângulos também, não é? Então aqui ó, como é que chama esses prismas? Esse primeiro prisma, a gente chama de prisma de base? Qua...
- 92 **P₄ e As** – drangular.
- 93 **P₄** – Por quê? Como é que são as bases dele?
- 94 **As** – Quadradas.
- 95 **P₄** – Quadradas. Já aqui esse prisma é chamado de triangular, por quê?
- 96 **As** – Porque a base é um triângulo.
- 97 **P₄** – Porque as bases são formadas por triângulos, não é? E esse prisma aqui, é prisma de base hexagonal, por quê?
- 98 **As** – As bases dele é hexagonal.
- 99 **P₄** – Exatamente. Perfeito. E agora, vamos lá.

100

101

RP	
MATEMÁTICA, 6º Ano Formas Geométricas Prisma e Pirâmide - Conceitos Iniciais	Secretaria de Educação  PERNAMBUCO GOVERNO DO ESTADO
Vamos agora responder algumas perguntas sobre o prisma. 1. Qual o polígono que forma as faces laterais do prisma? 2. Quantas faces tem o prisma? 3. Qual o polígono da base do prisma? 4. E quantos vértices? 5. E quantas arestas? 6. Qual o nome do prisma?	
	

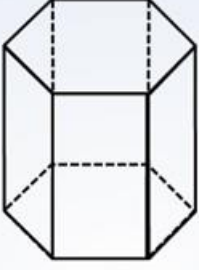
- 102 **P₄** - Agora é com vocês. Vamos responder isso daí? Qual é o polígono que forma as faces laterais deste prisma?
- 103 **As** – Retangular.
- 104 **P₄** – São retângulos, não é? A forma é retangular. Quantas faces têm esse prisma?
- 105 **As** – Oito; dez; oito; oito...
- 106 **P₄** – Vamos lá, a gente aqui tem quantos hexágonos?
- 107 **As** – Dois.
- 108 **P₄** – Dois. Quantos retângulos?
- 109 **As** – Seis.
- 110 **P₄** – Seis. Um total de?
- 111 **As** – Oito.
- 112 **P₄** – Oito faces. Vamos lá. Qual o polígono da base desse prisma?
- 113 **As** – Hexágono.
- 114 **P₄** – Hexágono. E esse prisma vai ter quantos vértices?
- 115 **As** – Oito; seis; 1, 2, 3... [aluno contando na representação em perspectiva no quadro].
- 116 **P₄** – Agora são vértices. A₁ disse que é seis. A₂ disse que é doze. Quem é que está certo? É seis ou doze?
- 117 **As** – Doze. É doze.
- 118 **P₄** – Aqui ó, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Só que aqui na outra base, vamos ter quantos? Vamos ter a mesma quantidade de vértices. Então somando seis com seis vai dá?

119 **As-** Doze.

120 **P₄** – Presta atenção A₃. Olha aí as respostas.

121

122

RP	
MATEMÁTICA, 6º Ano Formas Geométricas Prisma e Pirâmide - Conceitos iniciais	Vamos ver as respostas!!! 1. Qual o polígono que forma as faces laterais do prisma? R = retângulo. 2. Quantas faces tem o prisma? R = 8 3. Qual o polígono da base do prisma? R = hexágono. 4. E quantos vértices ? R = 12 5. E quantas arestas ? R = 18 6. Qual o nome do prisma? 

123 **P₄** – Acertou quem disse que as faces eram retângulos, acertou quem disse que esse prisma tem oito faces, acertou quem disse que o polígono que forma as bases é hexágono, acertou também a quantidade de vértice e as arestas?

124 **AS** – Dezoito.

125 **P₄** – São dezoito arestas. E esse prisma é chamado do que? Prisma de base?

126 **P₄ e As** – Hexagonal.

127 **P₄** – Hexagonal, não é? E agora?

128

129

RP	
MATEMÁTICA, 6º Ano Formas Geométricas Prisma e Pirâmide - Conceitos iniciais	Conhecendo a pirâmide. Na pirâmide, todas as faces laterais são triângulos; a base pode ser ou não um triângulo. O nome dado as pirâmides depende do polígono de suas bases.

130 **P₄** - O outro tipo especial de poliedro são as pirâmides. Então nas pirâmides todas as faces laterais são o que?

131 **As-** Triângulos.

132 **P₄** – Triângulos. E a base pode ser ou não triângulo. Então a base vai sempre variar dependendo da forma que é essa pirâmide, não é? E o nome dado às pirâmides também depende do polígono da sua base, igual no prisma. Então a gente não nomeou o prisma de acordo com o polígono da base do prisma?

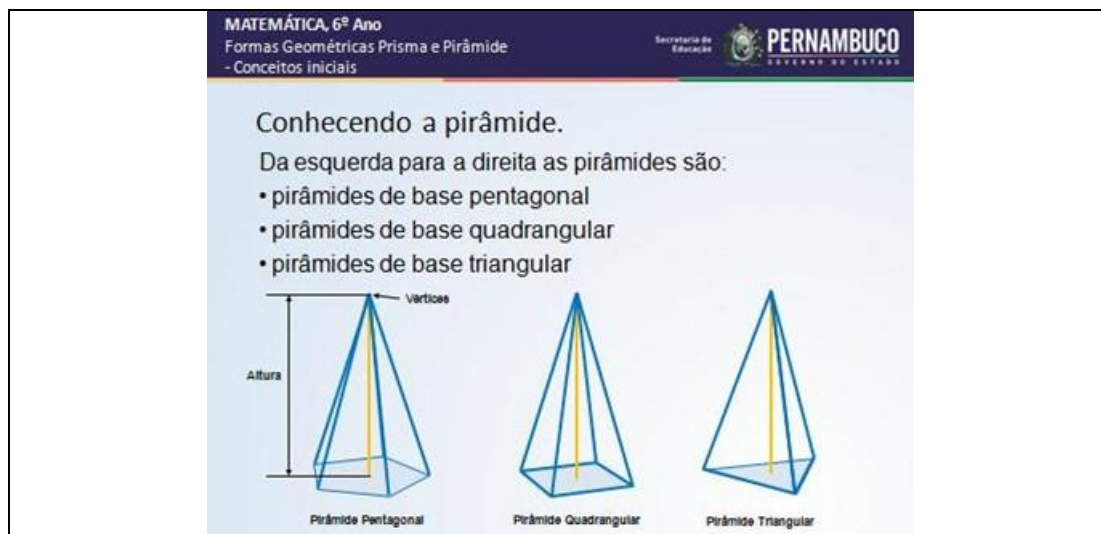
133 **As** – Sim.

134 **P₄** – Então as pirâmides também a gente vai nomear de acordo com o polígono que forma sua base.

135

RP	
----	--

136

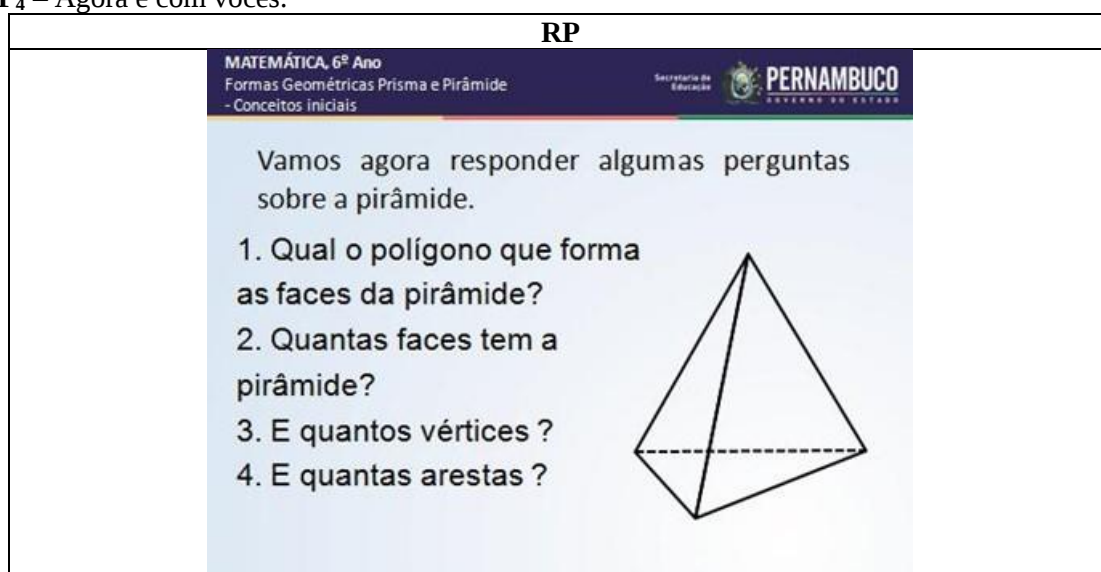


- 137 **P₄** - Vamos lá, aqui nós temos três tipos de pirâmides, da esquerda para a direita, pirâmide de base pentagonal... Alguém sabe dizer por que essa pirâmide é chamada de pirâmide de base pentagonal?
- 138 **As** – [incompreensível]
- 139 **P₄** – O pentágono tem quantos lados?
- 140 **As** – Cinco.
- 141 **P₄** – Cinco, não é? Então, a quantidade de arestas que forma a base a base aqui são quantas?
- 142 **As** – Cinco.
- 143 **P₄** – São cinco também, que forma o pentágono. Por isso chamamos de pirâmide pentagonal ou pirâmide de base pentagonal. Já a segunda pirâmide é chamada de pirâmide de base quadrangular. Por quê?
- 144 **As** – Porque é um quadrado.
- 145 **P₄** – Por que a base é um?
- 146 **As** – Quadrado.
- 147 **P₄** – E a última pirâmide é chama de pirâmide...
- 148 **P₄ e As** – Triangular.
- 149 **P₄** – Porque a base é um...
- 150 **P₄ e As** – Triângulo.
- 151 **P₄** – Agora é com vocês.

152

RP

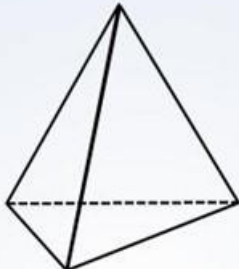
153



- 154 **P₄** - Qual é o polígono que forma as faces desta pirâmide?
- 155 **As** – Triângulos.
- 156 **P₄** – Triângulos. Quantas faces tem essa pirâmide?

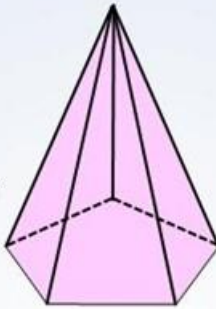
- 157 **As** – Três; Quatro.
 158 **P₄** – Três ou quatro?
 159 **As** – Quatro.
 160 **P₄** – Eu vou ter três triângulos nas laterais e na base mais um, fazendo um total de?
 161 **As** – Quatro.
 162 **P₄** – Quantos vértices?
 163 **As** – Cinco; quatro...
 164 **P₄** – Cinco ou quatro?
 165 **As** – Cinco; quatro...
 166 **P₄** – Vamos lá, 1, 2, 3, 4, Quatro. E quantas arestas?
 167 **As** – Seis. [alunos contando de longe, olhando para a representação no quadro]
 168 **P₄** – Seis arestas, não é? Vejam aí as respostas.

169
170

RP	
MATEMÁTICA, 6º Ano Formas Geométricas Prisma e Pirâmide - Conceitos iniciais Vamos ver as respostas!!! Qual o polígono que forma as faces da pirâmide? R= Triângulo 2. Quantas faces tem a pirâmide? R= 4 3. E quantos vértices ? R =4 4. E quantas arestas ?R= 8 http://wikidiccionario6curso.wikispaces.com	

- 171 **P₄** – Saiu errado aí, ó. Deveria ser seis, aqui ó. Beleza? A resposta aqui é seis. Saiu errado aí. Desconsiderem, mas a resposta certa é seis. Vamos lá, respondendo mais uma vez.

172
173

RP	
MATEMÁTICA, 6º Ano Formas Geométricas Prisma e Pirâmide - Conceitos iniciais Vamos agora responder algumas perguntas sobre a pirâmide. 1. Qual o polígono que forma as faces laterais da pirâmide? 2. Quantas faces tem a pirâmide? 3. Qual o polígono da base da pirâmide? 4. E quantos vértices? 5. E quantas arestas? 6. Qual o nome da pirâmide? http://wikidiccionario6curso.wikispaces.com/pirâmide+pentagona	

- 174 **P₄** - Qual o polígono que forma as faces laterais desta pirâmide?
 175 **As** – Triângulo.
 176 **P₄** – Triângulo, não é? Quantas faces têm essa pirâmide?
 177 **As** – Seis.
 178 **P₄** – Qual o polígono da base da pirâmide?
 179 **As** – Hexágono; pentágono...
 180 **P₄** – É um hexágono ou um pentágono?

181 **As** – Pentágono.

182 **P₄** – Pentágono, né? E aqui ó, nós temos cinco arestas que formam essa base. Quantos vértices têm? A quantidade de vértice?

183 **As** – Seis.

184 **P₄** – Seis, não é? Quantas arestas?

185 **A** – 12345678910, dez.

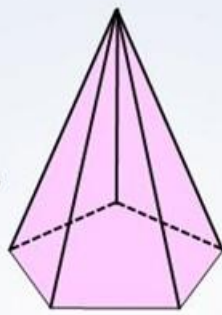
186 **P₄** – Dez arestas. Vou ter, cinco aresta nas laterais e cinco arestas na base. Qual o nome que recebe essa pirâmide?

187 **As** – Pirâmide de base pentagonal.

188 **P₄** – Pirâmide de base pentagonal.

189

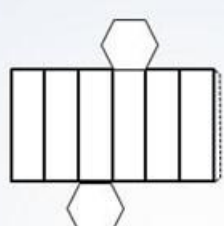
190

RP	
MATEMÁTICA, 6º Ano Formas Geométricas Prisma e Pirâmide - Conceitos Iniciais Vamos ver as respostas!!!! 1. Qual o polígono que forma as faces laterais da pirâmide? R = triângulo 2. Quantas faces tem a pirâmide? R = 6 3. Qual o polígono da base da pirâmide? R = O pentágono. 4. E quantos vértices? R = 6 5. E quantas arestas? R = 10 6. Qual o nome da pirâmide? R = pirâmide de base pentagonal.	

191 **P₄** - Então está aí, ó, as respostas estão de acordo com o que vocês responderam, beleza?

192

193

RP ₄	
MATEMÁTICA, 6º Ano Formas Geométricas Prisma e Pirâmide - Conceitos Iniciais Planificação é um arranjo de polígonos, de lados comuns, que ao serem dobrados retornam à forma espacial que lhe deu origem. Vamos observar algumas planificações	 Planificação do Prisma Hexagonal

194 **P₄** - Observando aí agora... Estão lembrados que pra gente construir aqueles sólidos que a gente fez nas últimas aulas, a gente utilizou as planificações?

195 **As** – Sim.

196 **P₄** – Então vejam aí. O que é planificação? É um arranjo de polígonos de lados comuns, que ao serem dobrados retornam à forma espacial que lhe deu origem. Observando aqui as planificações, essa aqui é uma planificação de que figura?

197 **A** – Hexágono.

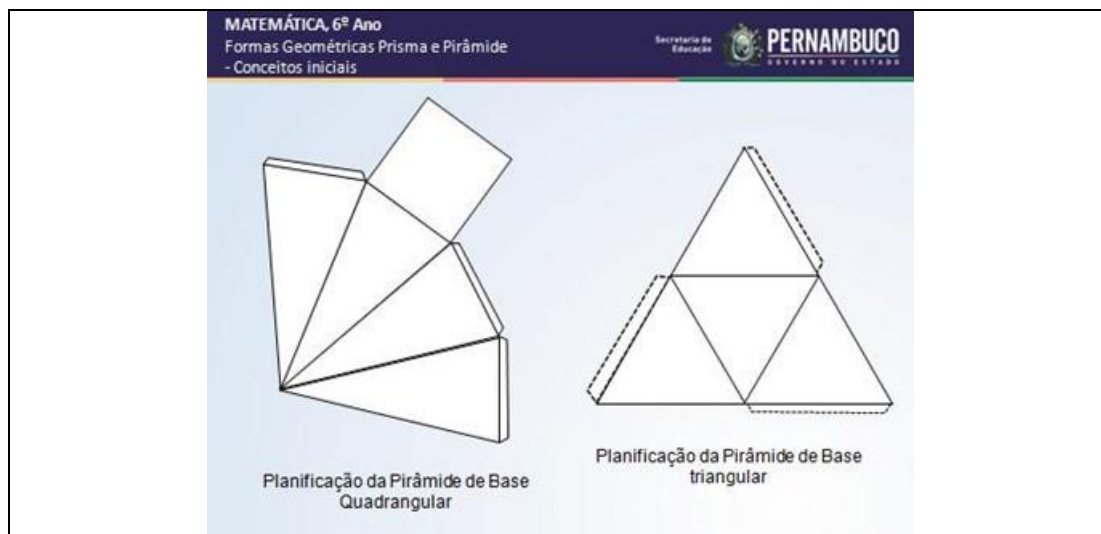
198 **A** – Prisma hexagonal.

199 **P₄** – Prisma hexagonal. Do prisma de base hexagonal. Agora vejam aí, ó, outras planificações.

200

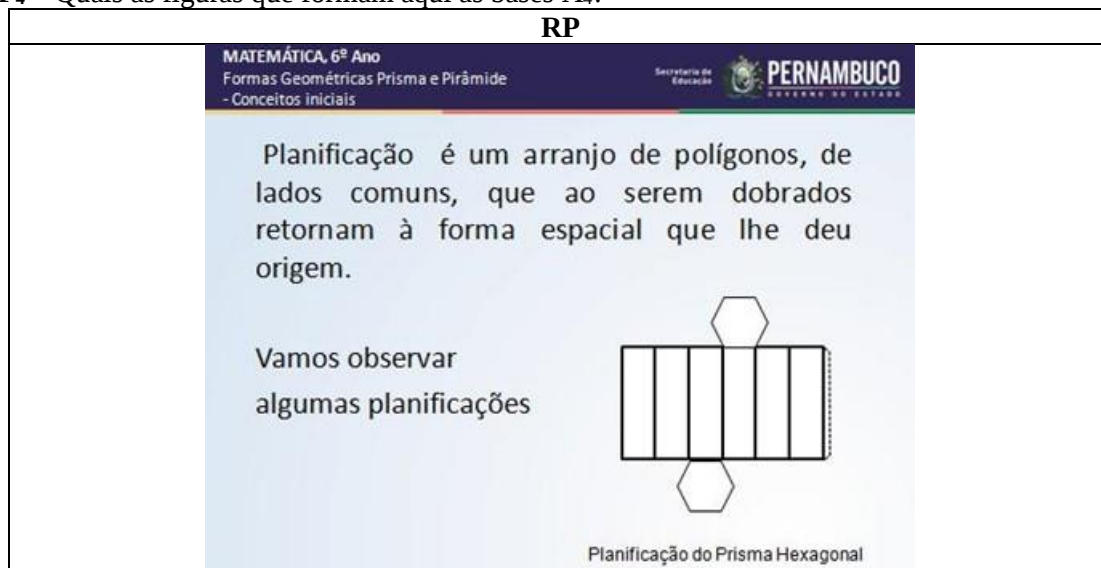
RP	
----	--

201

202 **As** – Pirâmide de base quadrangular... [incompreensível].203 **P₄** – Pirâmide de base quadrangular, por que a base dela é o que?204 **As** – Quadrado.205 **P₄** – Um quadrado.206 **A** – Uma pirâmide de base triangular.207 **P₄** – Uma pirâmide de base triangular. Que a base é um?208 **As** – Um triângulo. Observe. Vejam quantas bases tem aqui, as pirâmides e vejam quantas bases tem o prisma. Bases. Vamos lá, não é quantidade de faces, é quantidade de bases. O que é a base?209 **As** – [incompreensível]210 **P₄** – Quais as figuras que formam aqui as bases A₄?

211

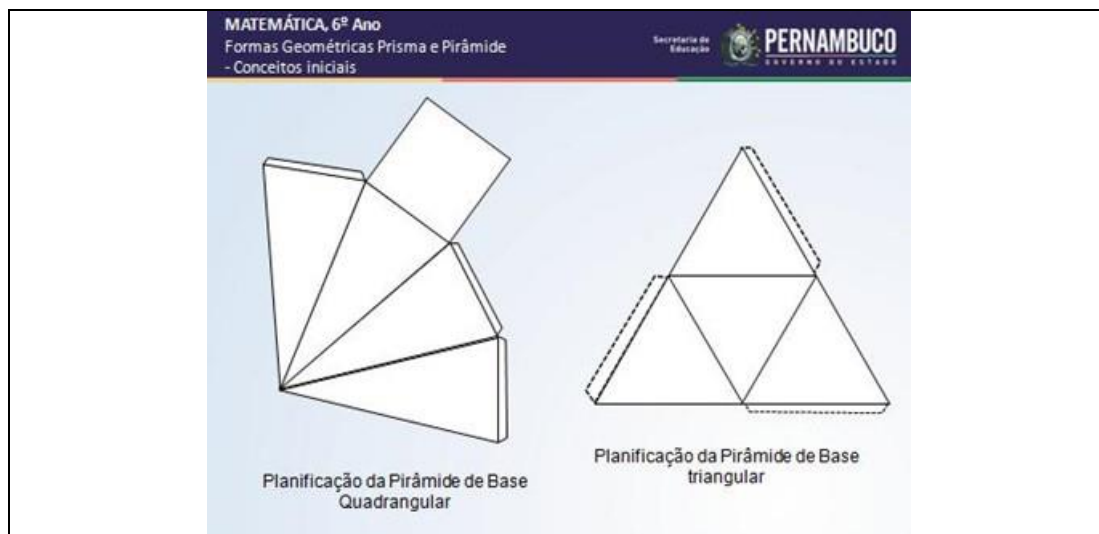
212

213 **A₄** – O hexágono.214 **P₄** – O hexágono. E são quantas bases?215 **As** – Duas.216 **P₄** – Duas. No prisma a gente tem duas bases. E na pirâmide, tem quantas bases?

217



218

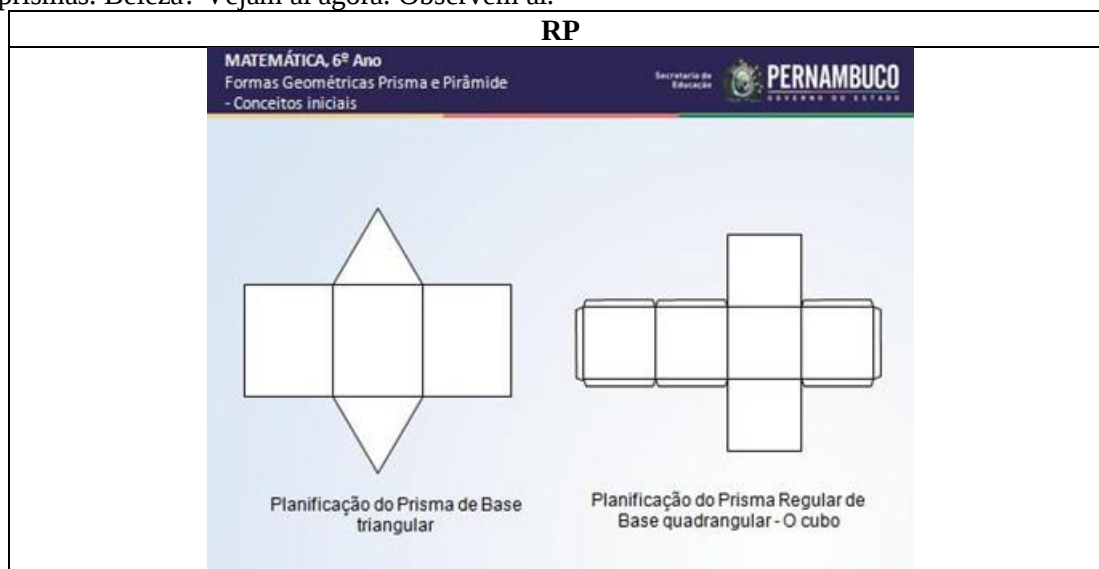


219 A – Uma.

220 P₄ – Uma base apenas, né? Então essa é uma distinção muito importante entre as pirâmides e os prismas. Beleza? Vejam aí agora. Observem aí.

221

222

223 P₄ - Essa aqui é a planificação do prisma de base triangular. Porque as bases têm formato de triângulo. Já as bases desse prisma é que formato?

224 As – Quadrado.

225 P₄ – Quadrado, né? Observem aí. As bases aqui são diferentes dos lados?

226 As – Sim; não...

227 P₄ – Não, aqui ó, as faces laterais são no mesmo formato que as bases. Aqui as laterais são no mesmo formato que as base?

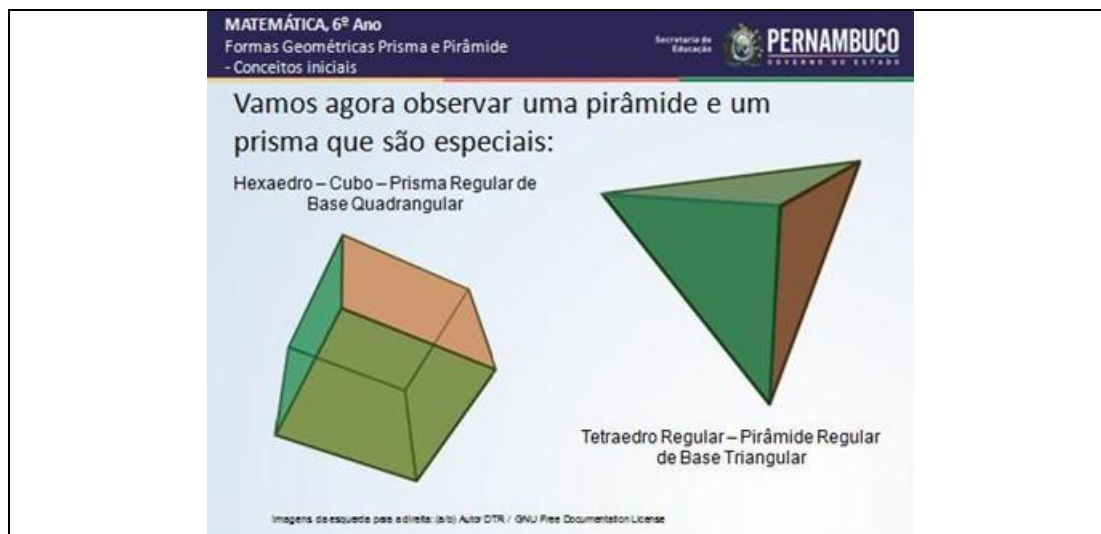
228 A – Não.

229 P₄ – Não, não é?

230

RP

231



232 **P₄** - E agora aí, nós temos uma visão da figura montada. A gente tem uma planificação que
 233 dobrou e montou, voltou a forma original das figuras espaciais.

233 **P₄** - O cubo que a gente também chama de hexaedro ou também pode ser chamado de prisma
 regular de base quadrangular, beleza? E aqui o tetraedro regular, que a gente também chama de
 pirâmide triangular, de base triangular, ok?

234 **P₄** - Esses sólidos também são chamados de poliedros de Platão, beleza? Observem aqui ó, o
 que é que acontece com as faces deles? Quais são os formatos das faces deles?

235 **As** - Triangular.

236 **P₄** - Aqui nesse tetraedro tem alguma face diferente da outra?

237 **As** - Não.

238 **P₄** - Nesse cubo?

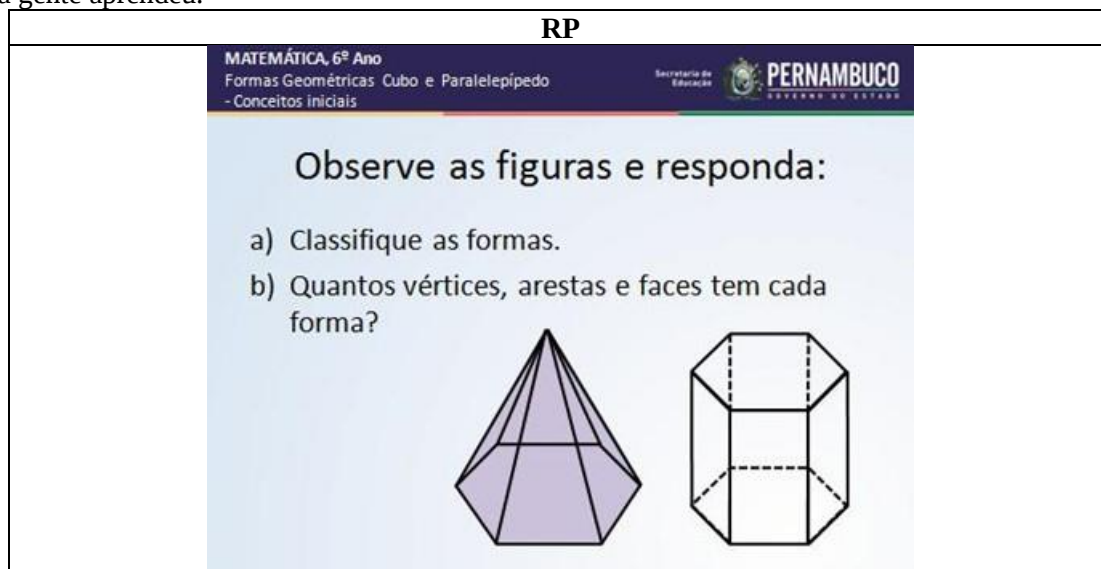
239 **As** - Não.

240 **P₄** - Também não, não é? E agora, vamos classificar essas formas de acordo com as ideias que
 a gente aprendeu.

241

RP

242



243 **P₄** - Como é que a gente chama essa pirâmide aqui?

244 **A** - Pirâmide de base hexagonal.

245 **P₄** - E aqui é o que?

246 **As** - Pirâmide...

247 **P₄** - Aqui é uma pirâmide?

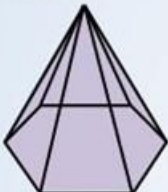
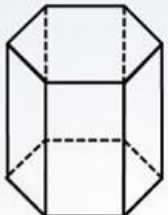
248 **As** - Não.

249 **P₄** - Aqui é um prisma, não é?

250 **As** - Prisma de base hexagonal.

- 251 **P₄** – Ok. Quantos vértices eu vou ter nesta figura?
 252 **As** – Seis; dez; é sete...
 253 **P₄** – Quantos vértices?
 254 **As** – Seis; sete...
 255 **P₄** – Sete ó, eu vou ter seis vértices na base mais um vértice aqui ó, no topo da pirâmide. Quantas arestas?
 256 **As** – Seis.
 257 **P₄** – Seis arestas? Vamos contar?
 258 **A** – Doze.
 259 **P₄** – É seis ou doze?
 260 **As** – Doze; é seis.
 261 **P₄** – Seis ou doze? Doze, não é oh, eu vou ter seis arestas na base mais seis arestas laterais. Beleza? E quantas faces eu vou ter aí?
 262 **As** – Quatro; seis...
 263 **P₄** – Quatro? Seis?
 264 **A** – Sete.
 265 **P₄** – Sete faces. Não é? Seis faces laterais e uma da base dá um total de sete. E agora no prisma, quantos vértices eu tenho?
 266 **As** – Doze.
 267 **P₄** – Doze vértices. Quantas arestas?
 268 **As** – Oito.
 269 **P₄** – Oito.
 270 **As** - [alunos contando]
 271 **P₄** – Quantas arestas eu vou ter agora? Vamos ver, aqui em cima, nesta minha base eu tenho quantas?
 272 **As** – Seis.
 273 **P₄** – Eu tenho seis. E nessa base aqui embaixo?
 274 **As** – Seis.
 275 **P₄** – Vai dá quantas?
 276 **As** – Doze.
 277 **P₄** – E nas laterais, eu tenho quantas?
 278 **As** – Seis.
 279 **P₄** – Um total de?
 280 **As** – Dezoito.
 281 **P₄** – Dezoito arestas.
 282 **A** – Eu sabia.
 283 **P₄** – Olha aí as respostas.

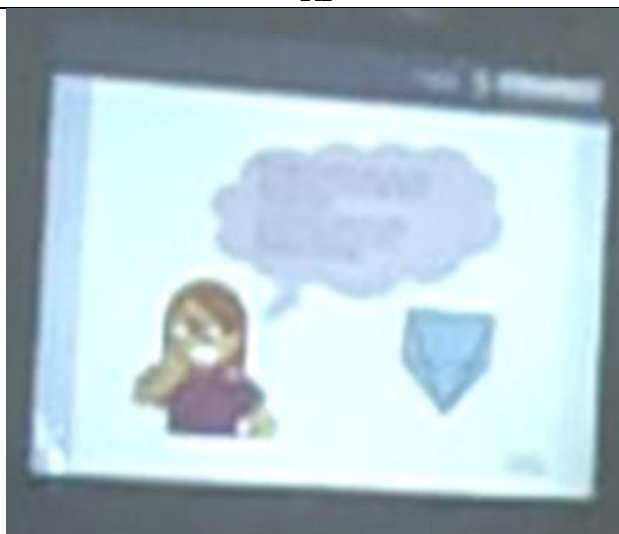
284
285

RP	
MATEMÁTICA, 6º Ano Formas Geométricas Cubo e Paralelepípedo - Conceitos Iniciais Secretaria de Educação PERNAMBUCO GOVERNO DO ESTADO Vamos ver as respostas!!! a) Classifique as formas. b) Quantos vértices, arestas e faces tem cada forma?  a) Pirâmide de Base Hexagonal b) 7 vértices, 12 arestas, 7 faces  a) Prisma de Base Hexagonal b) 12 vértices, 18 arestas, 8 faces	

- 286 **P₄** – É um prisma de base hexagonal. Beleza?

287
288

RP



289 **P₄** - E agora deixa eu perguntar uma coisa a vocês, por que a maioria das piscinas apresenta formas em bloco retangulares? E a outra pergunta é: como seria nadar em uma piscina na forma de uma pirâmide invertida?

290 **Todos os alunos falando ao mesmo tempo. Incompreensível.**

291 **P₄** - E aí? Temo como nadar não?

292 **P₄** - E aí, por que como geralmente as piscinas tem o formato de um bloco retangular ou de um paralelepípedo e não de uma pirâmide?

293 **Todos os alunos falando ao mesmo tempo. Incompreensível.**

294 **P₄** - E aí gente, por quê?

295 **A** - Porque é esquisito.

296 **P₄** - Por que é esquisito? Imagine só uma pessoa vim nadar aqui ó, no topo da pirâmide. Será que as formas de acomodar as pessoas na piscina da maneira tradicional ia ser a mesma dessa?

297 **As** - Não.

298 **P₄** - O que ajudaria, por exemplo?

299 **Todos os alunos falando ao mesmo tempo. Incompreensível.**

300 **P₄** - Nas competições olímpicas, por exemplo, porque a natação é uma modalidade de esporte, prestem atenção. E aí como seria, por exemplo, fazer uma competição? Será que ia ter uma piscina como essa?

301 **As** - Não.

302 **P₄** - Ia si tornar impraticável, imagine só colocar aqui, seis nadadores cada um em seu pódio, em algum momento ia acontecer o que?

303 **A** - Ia se bater.

304 **P₄** - Ia se chocar, não é?

305 **A** - É.

306 **P₄** - Nas piscinas na forma de bloco retangular cada um tem sua área, para fazer seu percurso, para poder ir e voltar tranquilamente, beleza? Vamos agora fazer trios, grupos com três pessoas. Beleza? Grupos com três pessoas.

307 **Arrumação dos grupos na sala.**

308 **P₄** - Se vocês não formarem, eu mesmo formo. Tá.

309 **P₄** - Faz o seguinte, eu mesmo formo. Vocês três aqui, vocês três aqui, vocês três aqui, vocês três aqui, vocês três aí... [Professor forma os grupos ao mesmo tempo em que distribui a atividade 1]

310 **P₄** - Gente! Prestem atenção. Escutem um pouquinho agora, escuta. É para vocês lerem com atenção entre o grupo e responderem, tá bom? Não é para uma pessoa ler e os outros ficarem olhando para telha não, e para os três lerem juntos e tentarem responderem juntos.

311 **Atividade 1**

312

ATIVIDADE 1

Durante a aula, a professora de matemática de uma turma do 6º ano apresentou quatro sólidos geométricos, conforme a ilustração das figuras abaixo. Em seguida, foram escolhidos quatro alunos para indicar um sólido de sua preferência. Com base na descrição de cada aluno e considerando que eles realizaram escolhas distintas, descubra qual foi o sólido escolhido. Para auxiliá-lo a descobrir qual sólido cada aluno escolheu, utilize o quadro abaixo, marcando com um X qual sólido se encaixa na descrição dada.






Pirâmide de base quadrada Paralelepípedo ou prisma quadrangular Cubo Prisma de base triangular

Ana : O meu sólido geométrico tem bases paralelas.
 Natália : O meu sólido tem 8 vértices.
 João : O meu sólido geométrico tem todas as faces iguais.
 Vítor : O meu sólido tem um vértice fora da base.

	Pirâmide de base quadrada	Paralelepípedo	Cubo	Prisma de base triangular
Ana				
Natália				
João				
Vítor				

Resposta:

Ana escolheu _____.

Natália escolheu _____.

João escolheu _____.

Vítor escolheu _____.

Justifique como identificou a escolha de cada aluno, descrevendo as semelhanças e diferenças entre os poliedros.

313

Professor circula pelos grupos orientando a atividade 1. Inaudível

314

P₄ – Gente é importante que todo mundo faça a última questão, que é justificar, tá?

315

P₄ – Prestem atenção! A gente vai dá uma pausa para o intervalo agora. E quando voltarmos, eu já quero respondido.

316

Intervalo escolar

P₄ – Vamos corrigir agora a atividade, prestem atenção! Eu vou perguntar as respostas do grupo, beleza?

317

P₄ – Diz assim: durante a aula, a professora de matemática de uma turma do 6º ano apresentou quatro sólidos geométricos, conforme a ilustração das figuras abaixo, em seguida, foram escolhidos quatro alunos para indicar um sólido de sua preferência. Com base na descrição de cada aluno e considerando que eles realizaram escolhas distintas, descubra qual foi o sólido escolhido. Para auxiliá-lo a descobrir qual sólido cada aluno escolheu, utilize o quadro abaixo, marcando com x qual sólido se encaixa na descrição dada.

318

P₄ – Nós temos quatro sólidos, quais são os sólidos?

319

As – Pirâmide.

320

P₄ e As – Pirâmide de base quadrada. Depois?

321

As – Paralelepípedo.

322

P₄ – Peraê, uma leitura coletiva. Estou vendo gente aí que não estar acompanhando a tarefa. Vamos lá, vamos ler novamente, do primeiro.

323

P₄ e As - Pirâmide de base quadrada, paralelepípedo ou prisma quadrangular, cubo, prisma triangular.

324

P₄ – O que Ana disse?

- 325 **P₄ e As** – O meu sólido geométrico tem bases paralelas. O que é que significa bases paralelas?
- 326 **As** – [incompreensível]
- 327 **P₄** – Será que é isso? Ó, o que é que são bases paralelas? Vamos observar aqui algumas ideias. Por exemplo, eu tenho esse segmento de reta e tenho esse segmento, eles são paralelos?
- 328 **As** – Não.
- 329 **P₄** – Não, não é? Eles não são, porque aqui tem um ponto em comum. Eles se encontraram em algum momento. Agora esse segmento com esse segmento é paralelo?
- 330 **As** – Sim.
- 331 **P₄** – São, não é? Porque aqui não tem nenhum ponto em comum, se a gente os prolongar eles também não vão ter nenhum ponto em comum. E quando duas bases são paralelas elas vão se encontrar em algum momento?
- 332 **As** – Não.
- 333 **P₄** – Não, não é? Observando aí essa figura, qual dessas figuras possuem bases que são paralelas?
- 334 **A** – O prisma de base triangular.
- 335 **P₄** – O prisma de base triangular, mas só o prisma?
- 336 **A** – A pirâmide
- 337 **P₄** – Não. A pirâmide possui bases paralelas? Não. O paralelepípedo também tem duas bases paralelas e cubo, será que o cubo tem bases paralelas? Sim ou não?
- 338 **A** – Não.
- 339 **P₄** – Quem falou não? O cubo tem bases paralelas, sim ou não? As bases do cubo se encontram em algum momento?
- 340 **As** – Sim.
- 341 **P₄** – Se encontra a base do cubo?
- 342 **As** – Não.
- 343 **P₄** – Não, elas são paralelas, não é? Então o sólido de Ana pode ser o paralelepípedo, pode ser o cubo ou pode ser o prisma. Apenas um, só pode ser um sólido por pessoa. Com base na informação de Ana a gente não sabe, porque Ana tem três prismas que se encaixam exatamente... Tem gente falando! Com base na descrição de Ana, a gente consegue dizer qual foi que ela escolheu?
- 344 **As** – Não.
- 345 **P₄** – Não, né? Porque pela descrição dela, tem três sólidos aí desses que se encaixam exatamente. Vamos ver Natália, pra ver se com Natália a gente consegue dizer. Natália diz: o meu sólido tem oito vértices. Qual desses sólidos aí tem oito vértices?
- 346 **As** – O cubo.
- 347 **As** – O paralelepípedo.
- 348 **P₄** – O paralelepípedo e o cubo. Então pela descrição de Natália tem como saber se ela escolheu um ou o outro?
- 349 **As** – Não.
- 350 **P₄** – Não, a descrição dela não é suficiente.
- 351 **A** – Porque pode ser o cubo ou o paralelepípedo.
- 352 **P₄** – Quem é o próximo agora? João diz: o meu sólido geométrico tem todas as faces iguais.
- 353 **A** – O paralelepípedo.
- 354 **A** – O cubo.
- 355 **P₄** – Quais desses aí têm faces iguais?
- 356 **As** – O paralelepípedo; o cubo.
- 357 **P₄** – O cubo. O paralelepípedo é formado por laterais diferentes, observem aí ó. As laterais deles são diferentes das outras. Não é não? O único sólido aí que se encaixa na descrição é o cubo. Então eu já sei que João, ele escolheu qual? O cubo. Então todo mundo marcando x aí no cubo.
- 358 **P₄** – Vamos lá, Vitor diz assim: o meu sólido tem um vértice fora da base. Então qual é o sólido que tem um vértice fora da base?
- 359 **As** – A pirâmide de base quadrada.
- 360 **P₄** – A pirâmide, não é? Então o sólido de Vitor é a pirâmide de base quadrada.
- 361 **A** – O de Natalia é o paralelepípedo?
- 362 **P₄** – Vamos lá, vamos lá agora, o que foi que Natália disse?

- 363 A – O meu sólido tem oito vértices.
- 364 P₄ – Oito vértices. Se o cubo já foi escolhido, qual a outra figura que tem oito vértices?
- 365 As – O paralelepípedo.
- 366 P₄ – Paralelepípedo, a resposta de Natália. Ficou o de Ana que contém duas bases paralelas, que é qual?
- 367 As – Prisma de base triangular.
- 368 P₄ – O prisma de base triangular. A conversinha aí os dois... beleza? Agora a resposta. Ana escolheu?
- 369 As – O prisma de base triangular.
- 370 P₄ – Natália escolheu?
- 371 As – O paralelepípedo.
- 372 P₄ – O paralelepípedo. João escolheu?
- 373 As – O cubo.
- 374 P₄ – O cubo. E Vitor?
- 375 As – A pirâmide de base quadrada.
- 376 P₄ – A pirâmide de base quadrada. Justifique como identificou a escolha de cada aluno, descrevendo as semelhanças e diferenças entre os poliedros. Vamos ouvir aqui o primeiro grupo, a justificativa. Eu quero tomo mundo em silencio, atento aqui a justificativa desse grupo.
- 377 As – [inaudível]
- 378 P₄ – Eles disseram que identificaram de acordo com o número de faces e vértices. Será que essas duas características são suficientes?
- 379 As – [inaudível]
- 380 P₄ – Apenas pelo número de faces e de vértices é possível definir quem escolheu o quê? Não, não é. Porque por exemplo, Natalia escolheu um sólido que tem oito vértices, e eu tenho dois sólidos que tem oito vértices. Então precisavam de um detalhamento maior.
- 381 P₄ – E aí, vocês aqui, colocaram o quê?
- 382 As - [inaudível]
- 383 P₄ – Prisma de base triangular e de bases paralelas..., mas a gente viu que o paralelepípedo e o cubo também têm. Por essa característica a gente conseguiria fazer?
- 384 A – Não.
- 385 P₄ – Não. Vocês? Vá.
- 386 A – A gente escolheu o prisma de base triangular porque tem uma base paralela.
- 387 P₄ – Foi o que a gente acabou de discutir aqui agora, que por essa característica não seria possível, porque tem três sólidos aí que tem bases paralelas.
- 388 A - [inaudível]
- 389 P₄ – Agora observando o argumento de João, João diz assim ó: o meu sólido geométrico tem todas as faces iguais. Além do cubo tem algum sólido que tem todas as faces iguais?
- 390 As - Não.
- 391 P₄ – Não. Então pelo formato das faces a gente já poderia justificar a escolha de João. João escolheu pelo formato da face. E Vitor? Vitor diz assim ó: o meu sólido tem um vértice fora da base. Além da pirâmide tem algum outro sólido aí entre essas figuras que também tem um vértice fora da base?
- 392 A – Sim.
- 393 P₄ – Qual é?
- 394

Silêncio

- 395 P₄ – Nenhum né? Então as justificativas mais acertadas que poderia definir isso daí, foi a de João e a de Vitor, não é? A de Ana e a de Natália a gente foi fazendo por eliminação. Ainda nos mesmos grupos vamos fazer outra atividade.
- 396

Atividade 2

397

ATIVIDADE 2

1) Observe os prismas abaixo e complete a tabela:





Número de arestas da base	Número de vértices do prisma

2) Observe as pirâmides abaixo e complete a tabela:





Número de arestas da base	Número de vértices da pirâmide

Análise as questões anteriores e descreva as diferenças identificadas entre prismas e pirâmides:

3) [Desafio] Se a base de uma pirâmide é um quadrado, quantos vértices terá em um conjunto de 5 dessas pirâmides?

398 **P₄** – Essa é mais rápida.

399 **P₄** – Três minutos para responder tá. Três. Agora é atividade 2, não é a 1, mas não.

400 **Grupos respondendo a atividade 2**

401 **P₄** – Enquanto fazem, vou fazer a chamada.

402 **Professor fazendo a chamada**

403 **As** – Acabou P₄.

404 **P₄** – Olha a conversa agora. Vou começar a corrigir agora. Vou fazer perguntas iguais ao grupo tá? Vamos lá. A questão número um diz assim: observe os prismas abaixo e complete a tabela. Antes de nós completarmos a tabela eu quero saber de vocês quais são esses prismas. O primeiro?

405 **As** – Prisma de base triangular.

406 **P₄** – Prisma de base triangular. E depois? Qual o nome do prisma?

407 **As** – Prisma de base quadrada.

408 **P₄** – Pode ser prisma de base quadrangular. Mas, qual o outro nome mais simples dessa figura?

409 **As** – Cubo.

410 **P₄** – Cubo. É o cubo. E o último prisma que aparece aí qual é?

411 **As** – Prisma de base hexagonal.

412 **P₄** – Hexagonal?

413 **As** – Pentagonal.

414 **P₄** – Prisma de base pentagonal. Ok? Esses são os nomes. Agora vamos preencher a tabela. Na primeira coluna foi perguntado o número de arestas da base, lembrando que só é a quantidade de arestas da base. Então a base é essa face em que o prisma está apoiado. Ok? Vamos lá. o prisma número um, quantas arestas tem a base?

- 415 **As** – Três.
- 416 **P₄** – Três arestas. Ok?
- 417 **P₄** - O prisma número 2, quantas arestas tem?
- 418 **As** – Quatro.
- 419 **P₄** – Quatro. E prisma cinco? E o prisma três, perdão.
- 420 **As** – Cinco.
- 421 **P₄** – Então veja só... Então ó, nós temos aí... Então, vamos lá. O primeiro prisma tem quantas arestas na base?
- 422 **As** – Três.
- 423 **P₄** – E quantos vértices tem no total esse prisma?
- 424 **As** – Seis.
- 425 **P₄** – Seis. O prisma número dois tem quantas arestas na base?
- 426 **As** - Quatro.
- 427 **P₄** – Quatro, e quantos vértices no total?
- 428 **As** – Oito.
- 429 **P₄** – Oito. E o prisma número três tem quantas arestas na base?
- 430 **As** – Cinco.
- 431 **P₄** – Cinco. E total de vértices?
- 432 **As** – Dez.
- 433 **P₄** – Dez, ok? Esses aqui são os prismas. Agora a gente vai fazer o mesmo trabalho, sendo agora com as pirâmides, beleza? Primeiramente qual o nome recebe a primeira pirâmide?
- 434 **As** – Pirâmide de base triangular.
- 435 **P₄** – Então a primeira pirâmide e a pirâmide de base triangular, né? A segunda pirâmide?
- 436 **As** – Pirâmide de base quadrangular.
- 437 **P₄** – Quadrangular né? Que a base é o que?
- 438 **P₄ e As** – Quadrado. E última pirâmide?
- 439 **As** – Pirâmide de base pentagonal.
- 440 **P₄** – Pirâmide pentagonal, pirâmide de base pentagonal. Vamos lá. qual é o número de aresta da base da pirâmide de número um?
- 441 **A** – Quatro.
- 442 **P₄** – Três. Quantos vértices tem essa pirâmide?
- 443 **As** – Quatro.
- 444 **P₄** – Quatro. Quantas arestas tem a base da pirâmide dois?
- 445 **As** – Quatro.
- 446 **P₄** – Quatro. Quantos vértices?
- 447 **As** – Cinco.
- 448 **P₄** – A pirâmide total, tem cinco vértices. Quantas arestas tem a pirâmide três, em sua base?
- 449 **As** – Cinco.
- 450 **P₄** – Cinco. Quantos vértices?
- 451 **As** – Seis.
- 452 **P₄** – Seis. Seis vértices. Beleza? Ok. Então aqui são as pirâmides.
- 453 **P₄**– Agora diz assim: analise as questões anteriores e descreva as diferenças identificadas entre prismas e pirâmides. O que é que vocês aí atrás colocaram? No grupo de A_3 .
- 454 **P₄** – Colocou nada? E tu A_4 ?
- 455 **A₅** – [inaudível]
- 456 **P₄** – Ok. Ela colocou o seguinte: que a diferença entre prisma e pirâmide é que o número de vértice do prisma é quatro e o da pirâmide... [incompreensível]. Vamos ouvir o grupo de A_6 agora.
- 457 **A** – A diferente entre prisma e pirâmide é porque a pirâmide é um triângulo e o prisma um quadrado.
- 458 **P₄** – Ok. Aqui agora. Colocou nada. Vocês...
- 459 **A** – Aqui também [incompreensível] os prismas e pirâmides é as bases e as faces...
- 460 **P₄** – Mas as bases são as mesmas, aqui ó. A base aqui tem três arestas e é um triângulo, aqui também. No prisma dois, a base tem quatro arestas e é um quadrado, na pirâmide também. O

mesmo acontece na terceira pirâmide com o terceiro prisma. Então pelas bases não pode ser. Pode ser pelas faces, as faces são diferentes, não é? Ok. vocês aí agora.

461 **A** – O prisma é um quadrado e a pirâmide é um triângulo.

462 **P₄** – O prisma é um quadrado e a pirâmide é um triângulo. Tá certo isso?

463 **As** – Não.

464 **P₄** – Não, né. Porque, por exemplo, o prisma número três e número um não são quadrados, são retângulos, não é? Aqui vocês. Leiam bem alto.

465 **A** – A diferença entre pirâmide e prisma está nos vértices.

466 **P₄** – Vértices. Vamos lá. Observando as bases desses prismas e dessas pirâmides que estão aí, alas são iguais ou diferentes? Apenas as bases.

467 **As** – Iguais; diferentes...

468 **P₄** – São iguais. Observe, em cima é triângulo, embaixo também. Em cima é quadrado embaixo também. Observem, as bases aí são iguais. Então se as bases são iguais o que torna um diferente do outro?

469 **As** – Os vértices?

470 **P₄** – O número de vértice. Aqui ó, prestem atenção aqui agora no quadro.

471 **RP**

472

	ARESTAS BASE	Nº VÉRTICES
Prismas {	3	6
	4	8
	5	10
Pirâmides {	3	4
	4	5
	5	6

473 **P₄** – Nos prismas a quantidade de aresta da base era três e o número total de vértice era seis. No outro prisma era quatro e no total de vértice era oito. Aqui a quantidade de aresta era cinco da base e total de vértice era dez. Qual é a relação que a gente pode perceber aqui agora?

474 **P₄ e As** – Que é o dobro.

475 **P₄** – Que é o dobro, né? E por que é o dobro? Porque os prismas têm duas bases, né? Se eu virar de ponta a cabeça os prismas, permanece a mesma figura? Sim, permanece. Aqui ó, a relação que a gente pode perceber aqui ó, é que o número de vértice do prisma é o dobro da quantidade de aresta da base. Beleza?

476 **P₄** – E agora aqui na pirâmide. Aqui é três, aqui é quatro. Depois foi quatro e cinco. Cinco e Seis.

477 **A** – Que é um a mais.

478 **P₄** – Na pirâmide vai ser apenas um a mais. Por que vai ser um a mais? Porque só tem uma base, além disso, todas as faces laterais convergem para um único vértice, no topo da pirâmide. Então a diferença básica é essa. Beleza? O terceiro diz assim: desafio. Se a base de uma pirâmide é um quadrado, quantos vértices terá em um conjunto de cinco dessas pirâmides?

479 **As** – Vinte e cinco.

480 **P₄** – Vinte e cinco, né. Ok. Se a base tem quatro, então quatro mais um do topo dá cinco. E cinco vezes cinco vai dá vinte e cinco. Ok? Agora vai ser a última atividade e essa eu vou recolher. Tá? Essa eu vou recolher.

481 **Atividade 3**

482

ATIVIDADE 3

1. Imagine um dado e uma embalagem de creme dental.



a) Quantos vértices têm o dado e a embalagem?

b) Quantas arestas têm o dado e a embalagem?

c) Quantas ~~arestas~~ ^{FACES} têm o dado e a embalagem?

d) Quais as semelhanças e diferenças você observou depois de observar o dado e a embalagem de creme dental?

2. Observe as afirmações abaixo e indique V para as verdadeiras e F para as falsas. Reescreva as afirmativas falsas, corrigindo-as.

a) Os dados têm 8 faces e 6 vértices.

b) Se um prisma tem todas as suas faces quadradas e do mesmo tamanho, podemos dizer que é um cubo.

c) A pirâmide de base quadrada possui 4 faces.

d) Para construir as faces laterais de uma pirâmide de base pentagonal com papelão, temos que cortar 5 paralelogramos.

3. "[Desafio]" Se uma pirâmide tem 7 vértices, quantos lados tem o polígono da base? Justifique sua resposta.

483

Distribuição da atividade e sua resolução pelos alunos nos grupos.

484

P₄ – Gente! Prestem atenção. Eu cometi um erro, a letra ‘c’ é a mesma da letra ‘b’, mas na letra ‘c’ eu quero que vocês mudem aí aresta pra faces, ok? Na letra ‘c’ apaga aresta e coloca faces.

485

P₄ – Prestem atenção! Eu vou recolher na próxima aula.

486

Fim da aula