



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA
CURSO DE DOUTORADO

GLAUCE VILELA MARTINS

**DO PRESCRITO AO AVALIADO: O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DA EJA EM
SUAS DISTINTAS INSTÂNCIAS NO QUE SE REFERE AO TEMA
COMBINATÓRIA**

Recife
2021

GLAUCE VILELA MARTINS

**DO PRESCRITO AO AVALIADO: O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DA EJA EM
SUAS DISTINTAS INSTÂNCIAS NO QUE SE REFERE AO TEMA
COMBINATÓRIA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito para obtenção do título de doutor em Educação Matemática e Tecnológica.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Dra. Rute Elizabete de Souza Rosa Borba

Recife
2021

Catálogo na fonte
Bibliotecária Natalia Nascimento, CRB-4/1743

M386d Martins, Glauce Vilela.
Do prescrito ao avaliado: o currículo de matemática da EJA em suas distintas instâncias no que se refere ao tema combinatória. / Glauce Vilela Martins. – Recife, 2021.
219f. : il.

Orientadora: Rute Elizabete de Souza Rosa Borba.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE.
Programa de Pós-graduação em Educação, 2019.
Inclui Referências.

1. Currículo. 2. Educação de Jovens e Adultos. 3. Teoria dos Campos Conceituais. 4. Matemática -Combinatória. 5. UFPE - Pós-graduação. I. Borba, Rute Elizabete de Souza Rosa. (Orientadora). II. Título.

370 (23. ed.) UFPE (CE2022-002)

GLAUCE VILELA MARTINS

**DO PRESCRITO AO AVALIADO: O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DA EJA EM
SUAS DISTINTAS INSTÂNCIAS NO QUE SE REFERE AO TEMA
COMBINATÓRIA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovada em:10/06/21

COMISSÃO EXAMINADORA

Profa. Dra. Rute Elizabete de Souza Rosa Borba (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Profa. Dra. Edda Curi (Examinadora Externa)
Universidade Cruzeiro do Sul

Prof. Dr. Gilberto Januário (Examinador Externo)
Universidade Federal de Ouro Preto

Profa. Dra. Fátima Maria Leite Cruz (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Profa. Dra. Liliane Maria de Teixeira Lima de Carvalho
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Recife, 10 de junho de 2021

DEDICATÓRIA

*À minha pequena Alice, minha melhor parte.
À minha mãe Maria do Carmo e ao meu pai Jorge (in memoriam), irmãos Gustavo e
Georgia e meu marido Arthur, que sempre estiveram presentes, apoiando e
incentivando nos momentos mais importantes da minha vida.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por me iluminar, me guiar, por me dar tranquilidade e força para me reerguer e seguir em frente diante das adversidades da vida.

À minha família e, em especial a minha mãe, Maria do Carmo, que é o meu porto seguro, a quem dedicarei todas as minhas conquistas. Ao meu pai (in memoriam), cujo empenho em educar os filhos sempre veio em primeiro lugar. Aqui estão os resultados dos seus esforços. Com muita gratidão.

À mãe acadêmica, amiga e orientadora, Rute Borba, que com seu profissionalismo, rigor, organização e sabedoria - tudo sempre acompanhado de doçura e carinho - contribuiu de forma relevante para organização e conclusão desse trabalho. Gratidão por todos os conselhos, acadêmicos e de vida, por todos os momentos de aprendizagem durante nossa longa jornada de parceria, pelas correções impecáveis e pelos comentários cheios de contribuições, pelo apoio em momentos difíceis, por sua delicadeza em usar as palavras certas nas horas certas, e, principalmente, por ser esse ser humano incrível, fonte de inspiração como professora, mulher e amiga. Obrigada por fazer a diferença em minha vida pessoal e profissional com competência, dedicação e organização. Meu eterno agradecimento!

À minha querida irmã, Georgia, por sua sensatez, por sua segurança, por ser o meu braço direito e peça fundamental da engrenagem para fazer fluir muitas coisas em minha vida.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, em especial a Profa. Dra. Gilda Guimarães, a Profa. Dra. Liliane Teixeira e ao Prof. Dr. Carlos Eduardo Monteiro, por grandes contribuições, pela amizade e parcerias.

Aos membros da banca examinadora, a Profa. Dra. Edda Curi, o Prof. Dr. Gilberto Januário, a Profa. Dra. Fátima Cruz, a Profa. Dra. Liliane Teixeira e a Profa. Dra. Jaqueline Lixandrão pelas significativas considerações que guiaram a finalização desse trabalho.

Ao Grupo de Estudos em Raciocínio Combinatório e Probabilístico (Geração) – Mika, Paulinha, Tiane, Rita (RB2), Ari, Ju, Ewe, Jaque, Dani, Flavinha e Dacy – irmãs

acadêmicas inteligentes e purpurinadas. Gratidão pelas construções, contribuições, risos e leveza.

À prima parceira, Priscilla Prima e Mari Lima (Maricota) gratidão por se fazer presente em vários momentos da minha vida. Obrigada pela positividade, pela alegria contagiante e pelas loucuras que me faz ver a vida da forma que ela realmente é.

Às amigas parceiras de jornada além da academia Mika, Paulinha e Betânia, com quem pude contar em tantos momentos da minha vida.

Aos amigos de trabalho e de vida, Lourdes, Luciana, Helena, Francisco, Joaneide, Sarah, Petuska e Eliane, Claudia, Maria do Carmo, Élide e tantos outros que na jornada diária compartilharam alegrias e tristezas.

Aos amigos da turma de doutorado 2017 e aos professores do EDUMATEC, que fizeram parte dessa jornada em sala de aula, nos corredores, na tapioca e no cafezinho do tio, pela troca de experiências, pelas contribuições e pelos vínculos estabelecidos durante esses anos.

A todos os citados, minha grande e sincera gratidão.

RESUMO

Os currículos de Matemática na Educação de Jovens e Adultos (EJA) devem estimular as diversas formas de raciocínio, levando em conta as características próprias dos estudantes dessa modalidade de ensino. Sendo assim, o presente estudo de doutoramento teve como objetivo analisar as convergências e divergências do ensino e aprendizagem da Combinatória na EJA nas distintas instâncias curriculares propostas por Sacristán (2000) (currículos prescritos, apresentados, moldados, em ação, realizados e avaliados), buscando compreender em cada uma delas como esse conhecimento está organizado em relação ao tripé conceitual de Vergnaud (1986) (S, I, R: situações, invariantes e representações simbólicas). Para isso, a pesquisa foi dividida em quatro etapas. Na primeira etapa foram examinadas as orientações referentes ao ensino e à aprendizagem da Combinatória em currículos prescritos para o primeiro e segundo segmentos da EJA. Observou-se, nos documentos, proximidade entre as informações contidas para os dois segmentos da EJA referente às prescrições a respeito das situações, invariantes e representações simbólicas. Na Etapa 2 foram analisados livros didáticos aprovados no PNLD-EJA – 2014 para os dois segmentos, sendo identificados 41 problemas de Combinatória. Evidenciou-se que dentre as diferentes situações apresentadas, houve maior frequência de permutações para o primeiro segmento e de combinações para o segundo segmento. A maioria dos problemas apresentavam apenas enunciado e solicitavam uso de manipulativos para sua resolução. Os invariantes da Combinatória não foram contemplados na orientação das situações problemas. Na terceira etapa foram entrevistados dois professores e analisados seus respectivos planos de aula. Os professores evidenciaram pouco conhecimento do conteúdo, de sua abordagem em materiais curriculares e de seus processos de ensino e aprendizagem. Entretanto, na modelação e na apresentação de aspectos a avaliar, exibiram diferentes situações combinatórias, seus invariantes, e variadas representações simbólicas. Na Etapa 4 foram observadas duas aulas de cada professor, verificando suas práticas de ensino, bem como os efeitos dessas práticas. Percebeu-se que os professores contemplaram em seus currículos em ação diferentes situações de Combinatória, sendo no 1º segmento apenas produtos de medidas e quatro tipos de situação no 2º segmento. Os invariantes foram contemplados no desenvolvimento de suas aulas, bem como o uso de desenhos, imagens, listagens e árvores de possibilidades como

representações simbólicas. No tocante aos efeitos das práticas, tanto os estudantes como os professores evidenciaram aprendizagens referentes ao tripé (S, I, R), com desenvolvimento de estratégias de sistematização dos dados contidos nos problemas. Desse modo, conclui-se que há mais convergências do que divergências nas instâncias curriculares nos dois primeiros segmentos da EJA, o que não favorece o aprofundamento no que se refere às situações, aos invariantes e às representações simbólicas da Combinatória tratados nessa modalidade de ensino. Tais resultados implicam em necessárias reformulações feitas nos marcos legais da EJA em âmbito nacional, com posterior reestruturação dos livros didáticos, assim como formações continuadas para professores, para possibilitar avanços no conhecimento docente em relação ao conteúdo de Combinatória para que a prática possa contribuir de forma efetiva no desenvolvimento do raciocínio combinatório de estudantes jovens e adultos.

Palavras-chave: Currículo. Combinatória. Educação de Jovens e Adultos. Teoria dos Campos Conceituais.

ABSTRACT

Mathematics curricula in Youth and Adult Education (EJA) should stimulate different forms of reasoning, taking into account the characteristics of students in this type of teaching. Therefore, the present doctoral study aimed to analyze the convergences and divergences of the teaching and the learning of Combinatorics in EJA in the different curricular instances proposed by Sacristán (2000) (prescribed, presented, molded, in action, carried out and evaluated curriculum), seeking to understand in each of them how this knowledge is organized in relation to Vergnaud's conceptual tripod (1986) (S, I, R: situations, invariants and symbolic representations). For this, the research was divided into four stages. In the first stage, the guidelines for teaching and learning Combinatorics were examined in prescribed curricula for the first and second segments of EJA. It was observed, in the documents, proximity between the information contained for the two segments of EJA regarding the prescriptions concerning situations, invariants and symbolic representations. In Step 2, textbooks approved in the PNLD-EJA - 2014 for both segments were analyzed, with 41 Combinatorial problems identified. It was evident that among the different situations presented, there was a higher frequency of permutations for the first segment and combinations for the second segment. Most of the problems presented only a statement and requested the use of manipulatives to solve them. The Combinatorics invariants were not included in the orientation of the problem situations. In the third stage, two teachers were interviewed and their respective lesson plans were analyzed. Teachers showed little knowledge of the content, of their approach to curricular materials and of the teaching and learning processes. However, in the modeling and presentation of aspects to be evaluated, they presented different combinatorial situations, their invariants, and different symbolic representations. In Step 4, two classes of each teacher were observed, verifying their teaching practices, as well as the effects of these practices. It was noticed that the teachers contemplated in their curricula in action different Combinatorial situations, being in the 1st segment only products of measures and four types of situation in the 2nd segment. Invariants were included in the development of their classes, as well as the use of drawings, images, listings and trees of possibilities as symbolic representations. Regarding the effects of practices, both students and teachers showed learning related to the tripod (S, I, R), with the development of strategies to systematize the data contained in the problems.

Thus, it is concluded that there are more convergences than divergences in the curricular instances in the first two segments of the EJA, which does not favor the deepening with regard to the situations, the invariants and the symbolic representations of the Combinatorium treated in this teaching modality. Such results imply necessary reforms made in the legal frameworks of EJA at the national level, with subsequent restructuring of textbooks, as well as continued training for teachers, to enable advances in teaching knowledge in relation to the content of Combinatorics so that the practice can contribute in a meaningful and effective way in the development of the combinatorial reasoning of young and adult students.

Keywords: Curriculum. Combinatorics. Youth and Adult Education. Theory of Conceptual Fields.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: As dimensões de objetivação do currículo no processo do seu desenvolvimento	38
Figura 2 : Exemplo de solução de um problema de produto de medidas inverso que utiliza listagem.....	100
Figura 3 : Exemplo de solução de um problema de produto de medidas inverso que utiliza esquema.....	100
Figura 4: Tipos de representações simbólicas utilizadas por estudantes da EJA do município de Olinda na resolução de problemas combinatórios	102
Figura 5: Exemplo de atividade que envolve situação de combinação em livro de alfabetização da EJA.....	111
Figura 6: Exemplo de atividade que envolve situação de permutação em livro de alfabetização da EJA.....	112
Figura 7: Exemplo de atividade que envolve situação de arranjo em livro de alfabetização da EJA.....	112
Figura 8: Exemplo de atividade que envolve situação de combinação em livro do 1º segmento da EJA	116
Figura 9: Exemplo de atividade que envolve situação de produto de medidas em livro do 1º segmento da EJA.....	117
Figura 10: Exemplo de atividade que envolve situação de permutação em livro do 1º segmento da EJA	117
Figura 11: Exemplo de atividade que envolve situação de produto de medidas em livro do 2º segmento da EJA	121
Figura 12: Exemplo de atividade que envolve situação de combinação em livro do 2º segmento da EJA	121
Figura 13: Exemplo de atividade que envolve significado de permutação em livro do 2º segmento da EJA.....	122
Figura 14: Exemplo de atividade que envolve significado de produto de medidas	139
Figura 15: Exemplo de atividade que envolve situação de combinação	140
Figura 16: Exemplo de atividade que envolve situação de permutação.....	142
Figura 17: Exemplo de atividade que envolve situação de arranjo	142
Figura 18: Atividade 01 da Aula 1 de P1	159
Figura 19: Atividade 02 da Aula 1 de P1	161

Figura 20: Atividade 03 da Aula 1 de P1	163
Figura 21: Atividade 01 da Aula 2 de P1	168
Figura 22: Atividade 02 da Aula 2 de P1	170
Figura 23: Atividade 03 da Aula 2 de P1	173
Figura 24: Atividade 01 da Aula 1 de P2	176
Figura 25: Atividade 02 da Aula 1 de P2	178
Figura 26: Atividade 03 da Aula 1 de P2	179
Figura 27: Atividade 01 da Aula 2 de P2	183
Figura 28: Atividade 02 da Aula 2 de P2	185
Figura 29: Atividade 03 da Aula 2 de P2	187

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Levantamento do número de comunicações científicas, nas três últimas edições do FNCM, por modalidade de ensino.....	26
Quadro 2 : Etapas da pesquisa com indicação de abordagem teórico-metodológicas adotadas	84
Quadro 3: Situações de Combinatória associadas à multiplicação e à divisão, prescritas em âmbito federal, para EJA	95
Quadro 4: Sistematização das orientações para o trabalho com a Combinatória no 1º segmento da EJA	104
Quadro 5: Sistematização das orientações para o trabalho com a Combinatória no 2º segmento da EJA	105
Quadro 6: Características gerais dos manuais do educador das obras destinadas a alfabetização da EJA.....	109
Quadro 7: Características gerais dos manuais do educador das coleções destinadas ao 1º segmento da EJA.....	114
Quadro 8: Características gerais dos manuais do educador das coleções destinadas ao 2º segmento da EJA.....	119
Quadro 9: Perfil sócio profissional dos professores participantes do estudo	131
Quadro 10: Conhecimento e uso de materiais curriculares por parte dos professores participantes do estudo	134
Quadro 11: Conhecimento dos professores participantes do estudo sobre o que dizem currículos quanto a Combinatória.....	137
Quadro 12: Conhecimento dos professores participantes do estudo sobre o ensino de Combinatória	144
Quadro 13: Dado iniciais dos professores participantes do estudo.....	147
Quadro 14: Justificativa dada por P2 para o trabalho com a Combinatória na EJA	147
Quadro 15: Objetivos apresentados nos planos de ensino dos professores participantes do estudo	149
Quadro 16: Metodologia apresentada nos planos de ensino dos professores participantes do estudo	150
Quadro 17: Recursos didáticos apresentados nos planos de ensino dos professores participantes do estudo	151

Quadro 18: Conhecimento de Combinatória considerados importantes em avaliar nos estudantes da EJA apresentados na entrevista pelos professores participantes do estudo	153
Quadro 19: Avaliação da aprendizagem do conteúdo de Combinatória apresentada nos planos de ensino dos professores participantes do estudo	154

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Tipos de problemas de Combinatória em atividades de livros de alfabetização da EJA.....	110
Tabela 2: Tipos de problemas de Combinatória em atividades de livros do 1º segmento da EJA.....	115
Tabela 3: Tipo de problemas de Combinatória em atividade de livros do 2º segmento da EJA.....	120
Tabela 4: Quantitativo de atividades de Combinatória identificadas, por nível de escolaridade.....	123
Tabela 5: Quantidade de atividade por tipo de problema de Combinatória.....	124
Tabela 6: Representações simbólicas apresentadas em problemas de Combinatória.....	124
Tabela 7: Representações simbólicas solicitadas nas resoluções dos problemas de Combinatória.....	125

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PNAD - Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios
INAF - Indicadores de Alfabetismo no Brasil
EJA - Educação de Jovens e Adultos
FNCM - Fórum Nacional sobre Currículos de Matemática
GT3 - Grupo de Trabalho Currículo e Educação Matemática
SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática
PUC-SP - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
FEIS - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira
UNESP - Universidade Estadual Paulista
USP - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo
TCC - Teoria do Campos Conceituais
MEC – Ministério da Educação
PISA – Programa Internacional de Avaliação de Estudante
BCRMO - Base Curricular da Rede Municipal de Olinda
BNCC – Base Nacional Comum Curricular
CEAA - Campanha de Educação de Adolescentes e Adultos
CEFET - Centro Federal de Educação Tecnológica
FNDE – Fundo Nacional de Educação
LD – Livro Didático
LDBEN – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MCP - Movimento de Cultura Popular
MOBRAL - Movimento Brasileiro de Alfabetização
NCTM - National Council of Teachers of Mathematics
PBA - Programa Brasil Alfabetizado
PCEJA - Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos
PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais
PCN + - Parâmetros Curriculares do Ensino Médio
PEBEP - Parâmetros para Educação Básica do Estado de Pernambuco
PEI - Programa de Educação Integrada
PFC - Princípio Fundamental da Contagem
PMEF - Plano Municipal da Educação de Fortaleza
PNE – Plano Nacional de Educação

PNLA - Plano Nacional do Livro Didático para Alfabetização de Jovens e Adultos

PNLD - Programa Nacional do Livro Didático

PROEJA - Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica

RME - Rede Municipal de Ensino

SAEPE – Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco

UNDIME - União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação

UNESCO - Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	21
1.1 QUESTIONAMENTO	27
1.2 OBJETIVOS	27
1.2.1 Objetivos gerais	27
1.2.2 Objetivos Específicos	28
1.3 ESTRUTURA DA TESE	29
2. O CURRÍCULO	31
2.1 ALGUMAS CONCEPÇÕES DE CURRÍCULO E O DESENVOLVIMENTO CURRICULAR.....	31
2.2 INSTÂNCIAS DE CONSTRUÇÃO CURRICULAR	37
2.3 A CONSTRUÇÃO DE UM CURRÍCULO PRESCRITO PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS.....	45
2.4 CONTEXTUALIZANDO O CURRÍCULO APRESENTADO PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS.....	49
2.5 O PLANEJAMENTO NA PRÁTICA DOS PROFESSORES	55
2.6 O CURRÍCULO EM PRÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS	57
3. A FORMAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS	61
3.1 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO EIXO PARA O DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL	61
3.2 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS.....	64
3.3 O CAMPO CONCEITUAL DAS ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS E A COMBINATÓRIA: CLASSIFICAÇÃO DE PROBLEMAS	65
4. OS CURRÍCULOS DE MATEMÁTICA NA EJA EM ESTUDOS ANTERIORES ..	73
5. MÉTODO	83
5.1 CRITÉRIOS DE ANÁLISE ADOTADOS NAS ESTAPAS DA PESQUISA.....	85
5.2 ETAPAS DA PESQUISA.....	85
5.2.1 Etapa 1 – Currículo prescrito	85
5.2.2 Etapa 2 – Currículo apresentado	86
5.2.3 Etapa 3 – Currículos moldado e avaliado	90
5.2.4 Etapa 4 – Currículos em ação e realizado	90
5.3 O PROCESSO DE ANÁLISE	91
6. APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	92

6.1 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS CURRÍCULOS PRESCRITOS PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS À LUZ DE PRESSUPOSTOS DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS.....	93
6.1.1 As Propostas Curriculares em âmbito federal para Educação de Jovens e Adultos – 1º e 2º segmentos.....	94
6.1.2 Os Parâmetros Curriculares para Educação Básica do Estado de Pernambuco.....	99
6.1.3 A Base Curricular da Rede Municipal de Olinda	101
6.1.4 Sistematizando a discussão da Combinatória nos currículos prescritos para Educação de Jovens e Adultos	103
6.2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS CURRÍCULOS APRESENTADOS PARA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS	106
6.2.1 Apresentação e análise dos currículos apresentados para Alfabetização de Jovens e Adultos – aprovados no PNLD 2014.....	108
6.2.2 Apresentação e análise dos currículos apresentados para o 1º segmento da Educação de Jovens e Adultos – aprovados no PNLD 2014	113
6.2.3 Apresentação e análise dos currículos apresentados para o 2º segmento da Educação de Jovens e Adultos – aprovados no PNLD 2014	118
6.2.4 Sistematizando a Combinatória nos currículos apresentados para Educação de Jovens e Adultos.....	123
6.3 CURRÍCULO MOLDADO E AVALIADO PELOS PROFESSORES.....	126
6.3.1 Entrevista com professores: Combinatória e materiais curriculares	130
<i>6.3.1.1 Perfil sócio profissional.....</i>	<i>131</i>
<i>6.3.1.2 Conhecimentos e usos de materiais curriculares</i>	<i>133</i>
<i>6.3.1.3 Conhecimentos sobre o que dizem currículos quanto à Combinatória.....</i>	<i>136</i>
<i>6.3.1.4 Conhecimentos sobre Combinatória: analisando atividades propostas em livros didáticos da EJA</i>	<i>139</i>
<i>6.3.1.5 Conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem de Combinatória</i>	<i>143</i>
6.3.2 Plano de Ensino	145
6.4 CURRÍCULO AVALIADO	152
6.5 CURRÍCULO EM AÇÃO E REALIZADO	155
6.5.1 Aula 1 da Professora P1 (primeiro segmento da EJA).....	157
6.5.2 Aula 2 da Professora P1 (primeiro segmento da EJA).....	165
6.5.3 Aula 1 do Professor P2 (segundo segmento da EJA)	175

6.5.4 Aula 2 do Professor P2 (segundo segmento da EJA)	181
6.5.5 Considerações sobre o currículo em ação dos professores P1 e P2 e realizado pelos estudantes.....	189
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	196
APÊNDICE A	214
ANEXO 1.....	219

1. INTRODUÇÃO

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) é uma modalidade de ensino destinada a garantir os direitos educativos de jovens e adultos, que não tiveram acesso ou interromperam seus estudos antes de concluir a Educação Básica. A EJA atende a uma demanda específica que possui características peculiares, por incluir estudantes com ricas experiências cotidianas que, muitas vezes, não são reconhecidas ou não são utilizadas quando esses se (re)inserem em espaços escolares. Diante desse contexto, os estudantes da EJA devem possuir direitos de aprendizagem equivalentes aos do ensino regular (oferecido a crianças e adolescentes), no que se refere aos conteúdos vivenciados, respeitando-se as especificidades de seus estudantes.

Historicamente a estruturação da EJA no Brasil foi marcada por práticas aligeiradas, assistencialistas, bem como, por políticas emergenciais e de caráter compensatório. Segundo Haddad (2001), essa modalidade de ensino foi ofertada desde a década de 40, por meio de campanhas e programas com uma visão de educação ligada a políticas frágeis do ponto de vista institucional, voltada a uma concepção de reposição dos estudos não realizados na infância ou adolescência, reproduzindo currículos e práticas do ensino regular de forma acelerada.

Ainda hoje, é possível identificar reflexos dessa concepção de educação, a partir da apresentação de elevados índices de analfabetismo entre jovens, adultos e idosos brasileiros. Segundo os dados mais recentes divulgados pela Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua¹ (PNAD Contínua) de 2017, cerca de 7% da população de 15 anos ou mais é considerada analfabeta. Nesse mesmo sentido, os dados preliminares dos Indicadores de Alfabetismo no Brasil (INAF) 2018, apontam que cerca de três entre 10 brasileiros, no perfil de 15 a 64 anos de idade, apresentam muitas dificuldades para fazer uso da leitura e da escrita e das operações matemáticas em situações da vida cotidiana.

Em uma outra direção, constata-se que atender as necessidades das transformações que vêm ocorrendo no mundo atual, em virtude do rápido avanço

¹ IBGE: Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) 2018. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101657_informativo.pdf>. Acesso em: 2019.

tecnológico e científico, exige cada vez mais conhecimento. Nesse sentido, o currículo a ser desenvolvido na EJA deve considerar a necessidade de oferecer uma educação de qualidade, voltada para a atualidade, levando em conta as características próprias dos estudantes dessa modalidade de ensino, principalmente no que se refere aos conteúdos a serem abordados, às orientações metodológicas a serem adotadas e à prática de ensino a ser vivenciada.

O conceito de currículo, segundo Sacristán (2000), se define como um processo de construção, inserção, efetivação e expressão de determinadas práticas pedagógicas, bem como da avaliação das variadas intervenções ocorridas nessas práticas. Nesse sentido, o currículo possui um significado amplo e é necessário entender que o mesmo existe em uma relação dinâmica, a partir do olhar do outro e de si próprio. A partir dessa concepção de currículo, o estudante deve possuir possibilidades de construir e reconstruir o seu conhecimento com base em seus valores culturais e em suas experiências de vida.

Sacristán (2000) aponta seis fases do desenvolvimento do currículo, que contemplam desde os documentos oficiais propostos pelos órgãos educacionais até o processo de verificação da aprendizagem dos estudantes, descrita por ele como: 1) currículo *prescrito* (os textos curriculares oficiais), 2) currículo *apresentado* (orientações dadas em livros didáticos e/ou em outros materiais fornecidos por secretarias de educação), 3) currículo *moldado (ou modelado) pelos professores* (que consta em planos de ensino), 4) currículo *em ação* (efetivados em práticas docentes), 5) currículo *realizado* (efeitos da prática nos estudantes e professores) e 6) currículo *avaliado* (critérios de avaliação objetivados pelos professores). Nessa perspectiva, o currículo assume características amplas e não restritas a um rol de conteúdos a serem trabalhados.

Diante dessa concepção de currículo – numa perspectiva de projeto cultural, social e político – e tomando como ponto de partida que a aprendizagem matemática é um direito e uma necessidade (individual e social) básica para as pessoas exercerem sua cidadania, o ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos assume um papel fundamental na formação desses indivíduos que são marcados historicamente por exclusões socioculturais. Para esses estudantes, “a educação escolar é uma opção adulta, mas é também uma luta pessoal, muitas vezes penosa, quase sempre árdua, que carece, por isso, justificar-

se a cada dificuldade, a cada dúvida, a cada esforço, a cada conquista.” (FONSECA, 2005, p. 74).

Um currículo de Matemática para Educação de Jovens e Adultos, deve contribuir para a pluralidade dos estudantes da EJA, visando sua formação como agente transformador de seu ambiente, participando de forma ativa na sociedade, no mundo do trabalho, na política e na cultura. Para Brasil (2002) a educação Matemática na EJA deve assumir dois papéis igualmente importantes: o formativo, voltado ao desenvolvimento intelectual e as estruturas do pensamento, e o funcional, voltado aos conhecimentos da prática do cotidiano, como também em resoluções de problemas de diversas áreas.

A partir dessa ideia e respeitando-se as particularidades de vivências dos estudantes de todos os níveis e modalidades de ensino, dentro da Educação Matemática, pesquisadores, estudiosos e documentos oficiais defendem que o ensino sistemático dos conteúdos matemáticos adote como ponto de partida para a aprendizagem a resolução de problemas, assegurando diferentes contextos significativos. A falta de contextualização do ensino da Matemática, pode provocar desestímulos, fazendo ressurgir métodos tradicionais de ensino que evidenciam que a aprendizagem Matemática é para poucos privilegiados. Assim, a contextualização se faz importante para que os estudantes tenham a possibilidade de compreender os motivos de estudar determinados conteúdos.

De acordo com a Proposta Curricular do 1º segmento da EJA (BRASIL, 2001, p.103), a resolução de problemas deve ser entendida pelo professor “como uma forma de conduzir integralmente o processo de ensino e aprendizagem”. Assim, os problemas devem ser trabalhados junto aos alunos da EJA em situações diversificadas, apresentando e solicitando para sua resolução representações simbólicas diversas, bem como se apresentando contextos compatíveis à sua modalidade e nível de ensino, de modo a estimular os seus desenvolvimentos conceituais. Nesse sentido, a partir da resolução de problemas matemáticos, podem ser destacadas situações significativas que fazem parte do cotidiano dos jovens e adultos.

Conforme com a Proposta Curricular para EJA (Brasil,2001), o processo de ensino e aprendizagem da Matemática na sala de aula, em particular nessa modalidade de ensino, deve se amparar nas transformações de situações

cotidianas como suporte para a aprendizagem significativa de procedimentos formais. É nesse momento em que os estudantes da EJA podem explicitar seus saberes, seus valores culturais, suas estratégias pessoais e suas concepções matemáticas, oportunizando ao docente, a partir dessa bagagem cultural, a possibilidade de fazer uma ponte entre o interesse de seus estudantes e suas experiências com o conhecimento científico, para que haja uma educação a serviço do perfil dos estudantes da EJA. Na sistematização de saberes é importante que os conceitos sejam trabalhados de modo articulado – deixando claras as relações que existem entre os mesmos.

Vergnaud (1986), em sua Teoria dos Campos Conceituais, afirma que “um campo conceitual é um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão”. De acordo com esta teoria, o indivíduo desenvolve o entendimento de conceitos dentro de um amplo contexto de problemas. Ainda para Vergnaud (1986), todo conceito é constituído por um “tripé de três conjuntos” interdependentes: a) o conjunto de situações que atribuem *significados* ao conceito; b) o conjunto de *invariantes* do conceito, ou seja, propriedades e relações que se mantêm constantes nas diversas situações nas quais o conceito se faz presente e c) o conjunto de *representações simbólicas* que podem ser utilizadas para representar e operar com o conceito.

O campo conceitual das estruturas multiplicativas é formado por um conjunto de situações que envolvem a divisão e a multiplicação, a proporção e as proporções múltiplas, bem como outros conceitos matemáticos. Entre essas situações, encontram-se os problemas que envolvem raciocínio combinatório, definido por Borba (2010) como um modo de pensar a partir de situações nas quais dados determinados conjuntos, deve-se fazer o agrupamento dos elementos dos mesmos a partir de critérios específicos (de escolha ou ordenação de elementos) para determinar o número total de agrupamentos possíveis.

Partindo do pressuposto de que os conceitos envolvem distintas situações com variadas relações e propriedades, os quais se expressam por representações simbólicas diversas, Borba (2010) indica a seguinte classificação para os problemas combinatórios: *produto de medidas*, *permutação*, *arranjo* e *combinação*. Cada um desses tipos de problemas é caracterizado por específicas formas de

escolha e de ordenação dos elementos que constituem as distintas possibilidades dentro das situações combinatórias. Nos *produtos de medidas* as escolhas são a partir de conjuntos distintos e nos demais tipos de problemas as escolhas são feitas a partir de um conjunto único. A ordenação dos elementos indica possibilidades distintas nos problemas de *arranjos* e de *permutações*, mas não nos problemas de *produto de medidas* e de *combinação*.

Esses são problemas na essência da palavra, uma vez que ao se defrontar com um problema combinatório a solução não é imediata, assim como outros problemas matemáticos (de outras áreas). É preciso analisar a situação e decidir quais escolhas serão feitas e o papel que a ordenação tem, ou não, no levantamento de possibilidades. A partir dessas análises, se pode determinar estratégias de resolução eficientes. Trabalhar com situações combinatórias é, portanto, um bom caminho de resolução de problemas. Por isso é importante se investigar o raciocínio combinatório de estudantes – em particular da EJA.

Pesquisas sobre currículos de Matemática em âmbito nacional, ganharam maior destaque a partir da criação do Fórum Nacional sobre Currículos de Matemática² (FNCM), promovido pelo Grupo de Trabalho Currículo e Educação Matemática (GT3) da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) em parceria com universidades e grupos de pesquisas diversos do país. Até agora, quatro edições do FNCM foram realizadas, todas no estado de São Paulo. Os dois primeiros fóruns foram realizados na Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), sendo o primeiro em 2004, sob a temática “Currículo de Matemática para a Educação Básica” e o segundo em 2013, sob a temática “Pesquisas e Políticas Públicas”. O 3º fórum foi realizado em 2015, na Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS) da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), sob a temática “Investigações, políticas e práticas sociais”. A última edição foi realizada em 2017, na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (USP), sob a temática “Interlocações com outras áreas do conhecimento”.

² O I Fórum teve como objetivos sistematizar as discussões feitas nos fóruns regionais realizados nas diferentes Diretorias Regionais da SBEM, a respeito dos currículos de Matemática para a Educação Básica no Brasil e de sua implementação. Não houve apresentação de trabalhos. Foi gerado apenas um relatório contendo as principais discussões do evento.

Em um levantamento realizado, no presente estudo, quanto às discussões a respeito dos currículos de Matemática na EJA no II, III e IV FNCM, foi encontrado um número muito pequeno de pesquisas voltadas a essa modalidade de ensino e nenhuma com abordagem direcionada a todas as instâncias curriculares apontadas por Sacristán (2000). É possível observar essas informações no Quadro 1, a seguir.

Esse levantamento aponta a necessidade de se ter um olhar mais global do currículo na Educação de Jovens e Adultos, uma vez que poucas pesquisas tiveram essa modalidade de ensino como foco de investigação e os estudos abordaram algumas, mas não todas as dimensões do currículo.

Quadro 1: Levantamento do número de comunicações científicas, nas três últimas edições do FNCM, por modalidade de ensino

FÓRUM NACIONAL SOBRE CURRÍCULOS DE MATEMÁTICA – FNCM			
Edição do FNCM	Modalidades de trabalhos	Quantidade	Conteúdo dos trabalhos relacionados às instâncias curriculares na EJA
II FNCM	Conferências	02	Nenhum trabalho apresentado contempla a EJA
	Comunicação científica	12	
	Pôster	5	
III FNCM	Conferências	03	01 Conferência sobre estado da arte a partir de publicações envolvendo a Educação Matemática na EJA. 01 Comunicação científica sobre currículos prescrito e em ação. 01 Relato de experiência sobre currículo prescrito.
	Mesas	03	
	Comunicação científica	15	
	Pôster	05	
	Relato de experiência	19	
IV FNCM	Conferências	02	02 Comunicações científicas; uma sobre estado da arte a partir de publicações envolvendo a Educação Matemática na EJA; Outra sobre currículo prescrito.
	Mesas	06	
	Comunicação científica	22	

Fonte: A autora (2021)

Respeitando as especificidades de cada nível e modalidade de ensino, é preciso estimular distintos modos de raciocínio nas diversas dimensões do currículo propostas por Sacristán (2000): prescrito, apresentado, moldado (modelado), em ação, realizado e avaliado. Estudar essas instâncias/ fases/ dimensões³ do currículo é necessário para se entender melhor como raciocínios matemáticos podem ser estimulados – em documentos, nos livros didáticos e em sala de aula – e desenvolvidos amplamente.

1.1 QUESTIONAMENTO

A partir do que foi investigado em estudos anteriores e das ideias aqui expostas, indaga-se, nessa pesquisa, a respeito das convergências e divergências apresentadas no ensino e na aprendizagem de Combinatória na Educação de Jovens e Adultos. Para compreender os diversos aspectos que convergem e divergem no desenvolvimento curricular, optou-se por analisar o ensino e aprendizagem da Combinatória a partir dos estudos sobre o Currículo (Sacristán, 2000) e da Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1986) – abordagens essas apresentadas nos capítulos que seguem.

Assim, foi definido o seguinte problema do estudo:

- Quais as convergências e divergências, em termos de significados, invariantes e representações simbólicas, apresentadas no ensino e na aprendizagem de Combinatória na Educação de Jovens e Adultos nas diversas instâncias do currículo?

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivos gerais

Para responder ao questionamento posto, tem-se como objetivos gerais:

³ Instância/fase/dimensões, são termos que serão aqui usados como sinônimos e não se considera que há hierarquia entre as instâncias, nem que uma fase ocorra necessariamente antes de outra, mas que essas dimensões se inter-relacionam de modo estreito e devem funcionar de modo articulado.

- Analisar as convergências e divergências em orientações curriculares de Combinatória na EJA em distintas instâncias do currículo.
- Compreender como o conhecimento de Combinatória está organizado em relação às situações abordadas, aos invariantes (relações e propriedades) tratadas e às representações simbólicas utilizadas.

1.2.2 Objetivos Específicos

A partir desse objetivo, de caráter mais geral, alguns objetivos específicos foram traçados, de modo a auxiliar no desenvolvimento da pesquisa, com o intuito de atingir o objetivo acima proposto. São eles:

- Compreender a organização e os principais aspectos apresentados (segundo as situações (S), invariantes (I) e representações simbólicas (R) tratadas) nos currículos oficiais (federal, estadual, municipal), no que se refere ao trabalho com a Combinatória, no 1º e 2º segmentos da Educação de Jovens e Adultos (**currículo prescrito**);

- Categorizar os problemas de Combinatória e as orientações aos docentes (segundo o tripé: S, I, R) apresentados em manuais didáticos do professor da Educação de Jovens e Adultos (**currículo apresentado**);

- Analisar o **currículo moldado/ modelado** (segundo o tripé: S, I, R) pelo professor da EJA para as aulas de Combinatória;

- Analisar a prática de ensino da Combinatória (segundo o tripé: S, I, R) vivenciada por professores da EJA (**currículo em ação**);

- Analisar os efeitos da prática de ensino da Combinatória (segundo o tripé: S, I, R) apresentadas por estudantes da Educação de Jovens e Adultos (**currículo realizado**);

- Verificar aspectos da Combinatória (segundo o tripé: S, I, R) avaliados por professores da EJA (**currículo avaliado**).

- Identificar convergências e divergências apresentadas nas seis instâncias curriculares propostas por Sacristán (2000).

1.3 ESTRUTURA DA TESE

O presente texto seguiu, então, uma estruturação, de modo a apresentar fundamentação teórica, seguido de discussões de estudos anteriores a respeito das instâncias curriculares na Educação de Jovens e Adultos. São também apresentados os encaminhamentos metodológicos e os resultados extraídos após a análise deles. Assim, os capítulos que estruturam o presente estudo estão organizados do modo que segue.

No segundo capítulo são apresentadas reflexões sobre o currículo, buscando aproximações em relação ao conceito de currículo e apresentando teorias que serão o aporte conceitual de sustentação a essa discussão. A apresentação do modelo de desenvolvimento curricular proposto por Sacristán (2000) é foco central deste capítulo, apresentando as instâncias na objetivação do significado do currículo apontados pelo autor: o currículo *prescrito* em documentos oficiais, o currículo *apresentado* em materiais curriculares aos professores, o currículo *modelado* pelos professores em seus planejamentos, o currículo *em ação* dos professores junto aos alunos, o currículo *realizado*, ou seja, o que de fato apreendido pelos estudantes e professores e o currículo *avaliado* – com avaliações internas e externas e com a seleção do que foi priorizado.

No terceiro capítulo são apresentadas reflexões acerca da formação de conceitos matemáticos. São apresentados brevemente, discussões a respeito da resolução de problemas como eixo central para o desenvolvimento conceitual, seguida da Teoria do Campos Conceituais (TCC) e do campo conceitual das estruturas multiplicativas, especificamente a Combinatória. As discussões são pautadas na TCC proposta por Vergnaud (1986) que aponta reflexões sobre a formação dos conceitos envolvendo um conjunto de situações, invariantes e representações simbólicas, formando um tripé de aspectos intimamente interligados a outros conceitos.

No quarto capítulo é apresentado o encaminhamento metodológico do presente estudo, com os instrumentos utilizados para a coleta e análise de dados: os documentos curriculares oficiais, as coleções de livros didáticos de Matemática da alfabetização, primeiro e segundo segmentos da Educação de Jovens e Adultos, entrevista com professores que atuam no primeiro e segundo segmentos da EJA e seus planos de aula de Combinatória, bem como a observação da prática de ensino desses professores.

No quinto capítulo são apresentados os resultados e as análises do presente estudo. Inicialmente são apresentados os resultados referentes à análise dos currículos prescritos – análise de documentos curriculares na esfera federal, estadual e municipal. Em seguida, são apresentadas as análises feitas a partir do currículo apresentado – análise dos livros didáticos de alfabetização, 1º e 2º segmentos da EJA. Neste capítulo também é discutido como professores modelam o currículo em seus planejamentos e priorizam aspectos a serem avaliados referentes ao conteúdo trabalhado. Por fim, são apresentadas as análises da observação das aulas e identificados os efeitos da prática nos estudantes.

Em seguida, são apresentadas considerações e reflexões feitas a partir das análises apresentadas, no que diz respeito ao tratamento da Combinatória nas diferentes instâncias curriculares: currículo *prescrito*, currículo *apresentado*, currículo *modelado*, currículo *avaliado*, currículo *em ação* e o currículo *realizado*.

Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas como aportes para o desenvolvimento do instrumento de pesquisa e para discussão dos resultados apresentados. São apresentados, também, o apêndice que complementam o corpo do texto com o roteiro da entrevista, na íntegra, realizada com os professores e o anexo com informe do MEC referente aos livros didáticos da EJA.

2. O CURRÍCULO

2.1 ALGUMAS CONCEPÇÕES DE CURRÍCULO E O DESENVOLVIMENTO CURRICULAR

O sentido do termo currículo, do ponto de vista etimológico, se origina de uma expressão latina, e vem da palavra curriculum, que significa “correr, cumprir um percurso”. A definição contida no dicionário Houaiss aplica ao termo currículo o significado de “programação de um curso ou de matéria a ser examinada”. Nesse sentido, Lima et.al. (2001) destaca que,

O currículo entendido enquanto ato de correr ou local onde se corre (...) pode ser interpretado como metáfora de uma pista de corrida, cujas marcações geram a previsibilidade de um conjunto de disciplinas que devem ser desenvolvidas em determinado tempo, e com determinada segurança e aproveitamento (p.21).

Na área educacional, de acordo com Lopes e Macedo (2011), a palavra é polissêmica, e deriva de diversos contextos históricos de como a Educação foi concebida e influenciada por concepções teóricas hegemônicas em determinadas épocas. Nesse sentido, compreender a trajetória dos movimentos históricos que marcaram os estudos e desenvolvimento do currículo no contexto educacional, é fundamental para entender a realidade escolar atual.

De acordo com Moreira (1990), as teorizações sobre currículo iniciaram no começo do século XX, nos Estados Unidos, devido às mudanças sociais que emergiam com o surgimento da sociedade industrial e urbana da época. Nesse período, dois movimentos foram extremamente significativos, o primeiro, o currículo tecnicista de Franklin Bobbit, tendo como marco o livro *The Curriculum* (1918), e, posteriormente, o livro *How to make a Curriculum* (1924). Para Bobbit, apud Silva (1999, p. 12) o currículo é entendido como

todo o leque de experiências, sejam estas dirigidas ou não, que visam o desdobramento das capacidades do indivíduo; ou é a série de experiências instrutivas conscientemente dirigidas que as escolas usam para completar e aperfeiçoar o desdobramento.

Silva (1999) explica que os princípios do currículo tecnicista foram baseados e idealizados a partir das técnicas da indústria (modelo fabril) de Frederick Taylor, e tinha como objetivo transformar a escola mais eficiente e os estudantes em trabalhadores qualificados. Nesse contexto, o professor possuía um papel de instrutor e tinha como propósito o alcance das habilidades técnicas pelos seus alunos. De acordo com o autor,

A orientação dada por Bobbit iria constituir uma das vertentes dominantes da educação estadunidense no restante do século XX. Mas ela iria concorrer com vertentes consideradas mais progressistas, como a liderada por John Dewey, por exemplo. Bem antes de Bobbit, Dewey tinha escrito, em 1902, um livro que tinha a palavra “currículo” no título, *The child and the curriculum*. Neste livro, Dewey estava mais preocupado com a construção da democracia que com o funcionamento da economia. Também em contraste com Bobbit, ele achava importante levar em consideração, no planejamento curricular, os interesses e as experiências das crianças e jovens. Para Dewey, a educação não era tanto uma preparação para a vida ocupacional adulta, como um local de vivência direta de princípios democráticos. A influência de Dewey, entretanto, não iria se refletir da mesma forma que a de Bobbit na formação do currículo como campo de estudos (SILVA, 1999, p. 23).

O segundo movimento, o currículo com vertentes mais progressistas, foi concebido como um processo que por meio do diálogo entre professores e alunos seria determinado o que deveria ser estudado. Diante dessa perspectiva, o currículo apresentava como ponto central as experiências das crianças, destacando a importância do conhecimento especializado e do papel do professor como organizador e facilitador do processo de aprendizagem.

Moreira (1990) afirma que o currículo progressista de Dewey vê a escola a partir de uma cooperação mútua para o desenvolvimento de todos, ou seja, um engajamento ativo no processo de aprendizagem. Segundo o autor, “a teoria curricular de Dewey revela um compromisso tanto com o crescimento individual como com o progresso social” (p.54).

Coexistente no mesmo período (1920 -1930), o movimento reconstrucionista de Harold Regg e George Counts concebia o currículo voltado para a resolução de problemas reais que deveria ajudar a reconstruir a sociedade, ou seja, visava que as desigualdades sociais fossem tratadas no currículo escolar com a preocupação de buscar soluções para as crises sociais e culturais. Moreira (1990) explica que o

professor, nesse contexto, era visto como articulador do processo educacional em sua integralidade.

Após a segunda guerra mundial, em 1949, Ralph W. Tyler publicou o livro *Princípios básicos de currículo e ensino* que apresenta uma organização no modelo de desenvolvimento do currículo e ensino. De acordo com Moreira (1990), em seu livro Tyler apresenta uma sequência e procedimentos de planejamento, organização e avaliação dos currículos, segundo objetivos estabelecidos por especialistas. A necessidade dos alunos e o desenvolvimento social são considerados, embora Tyler não vislumbrasse em sua obra uma sociedade diferente da capitalista. O papel do professor estava voltado apenas à implementação dos objetivos propostos.

No final da década de 50, o avanço tecnológico com o lançamento do satélite russo Sputnik e a Guerra Fria, impulsionaram os Estados Unidos a terem um maior controle sobre o currículo, anteriormente voltados às disciplinas básicas. Nesse contexto, a perspectiva tecnicista começa a ser enfraquecida, e o currículo centra-se em disciplinas voltadas ao desenvolvimento da ciência, matemática, química e física. De acordo com Pinar et. al. (1995), o lançamento do foguete Sputnik gerou uma reação nacional, provocando discussões que levaram adiante uma obsessão imediata e duradoura com a ciência e a tecnologia.

Com o aflorar do movimento pelos direitos civis, nas décadas de 60 e 70, ficou visível à necessidade da reformulação dos currículos. Conforme Moreira (1990), os grupos considerados minorias – como movimentos de direitos das mulheres, dos negros, dos homossexuais, e outros grupos – conduziram uma discussão que visava à mudança curricular. Desse contexto nasceu a pedagogia crítica, que teve como mola propulsora o livro *A pedagogia do oprimido* de Paulo Freire que objetivava um currículo direcionado aos problemas sociais, econômicos e políticos reais.

De acordo com Lima et.al. (2001), influenciado pelas ideias de Freire, autores como Michael Apple e Henry Giroux procuraram revelar a função ideológica do currículo. Apple (1996), identificou o currículo como um texto político com o objetivo de organização e controle da sociedade, tanto em nível social quanto em nível econômico, ou seja, visava a manutenção do estado atual. Em seu livro *Ideologia do currículo* (1979), Apple explica o currículo oculto como

resultado da transmissão social e mantenedor do *status quo*. Nesse sentido, não se ensina apenas o que está formalmente definido, há ensinamentos e aprendizagens que ocorrem de forma implícita. Para Silva (1999), “o currículo oculto é constituído por todos aqueles aspectos do ambiente escolar que, sem fazer parte do currículo oficial, explícito, contribuem, de forma implícita, para aprendizagens sociais relevantes” (p. 78).

Esse entendimento curricular estendeu-se até a década de 90, apesar de que, “muito embora o que se viveu e se vem vivendo, na maioria das escolas, é um currículo centrado em valores da educação tradicional e tecnicista” (GESSER, 2002, p.79). Atualmente o currículo vem sendo discutido em torno da pedagogia crítica e neomarxista baseado em aspectos multiculturais, porém pouco se percebe em termos práticos de vivência no processo educacional do país.

É possível perceber, de forma geral, que o contexto social, histórico, econômico e político, altera o significado do conceito do termo currículo no decorrer do tempo, antes compreendido de maneira restrita como um programa de ensino, passando a ser entendido, mais recentemente, como um projeto de formação ampla do indivíduo. Para Pacheco (2005) esse entendimento se dá a partir de duas tradições distintas, sendo a primeira de um ponto de vista técnico de entender a escola e a formação, e a segunda voltada a uma perspectiva prática, emancipadora, no sentido de uma formação geral dos estudantes.

De forma a ressaltar os principais aspectos que são atribuídos ao currículo ao longo de sua história como um campo de estudos, Pacheco (2005) resume a primeira tradição com ponto de vista técnico, destacando o currículo como “um conjunto de conteúdos a ensinar (organizados por disciplina, tema, áreas de estudo) e como plano de ação pedagógica fundamentado e implementado num sistema tecnológico. (p.31). Nesse sentido, o currículo assume papel limitado, enrijecido e restrito, que apresenta as intenções do que se deve ensinar e o que deve ser realizado.

Em oposição, a segunda tradição apresenta uma perspectiva flexível do currículo, embora seja planejado, não resulta apenas da planificação de suas intenções, mas da remodelação no seio da estrutura organizacional, possibilitando que o que foi planejado, seja discutido e realizado. Para Pacheco (2005, p.33),

Quer dizer, pois, que não se conceituará currículo como um plano, totalmente previsto ou prescrito, mas como um todo organizado em função de propósitos educativos e de saberes, atitudes, crenças e valores que os intervenientes curriculares trazem consigo e que realizam no contexto das experiências e dos processos de aprendizagem formais e/ou informais.

Diante dessas influências, pode-se distinguir três formas de se conceber a realidade: a partir das teorias tradicionais, críticas e pós-críticas do currículo.

As teorias tradicionais do currículo, também conhecidas como teorias técnicas, surgiram por volta da primeira metade do século XX e entendiam o currículo como uma instrução mecânica desprovida de sentido, como uma listagem de conteúdos impostos que deveriam ser ensinados pelos professores e memorizados pelos estudantes. De acordo com Silva (1999, p.30), “as teorias tradicionais eram teorias de aceitação, ajuste e adaptação”, ou seja, não existia preocupação em questionar ou problematizar qualquer tipo de arranjo educacional, apenas reproduzir a ideologia do estado capitalista.

As teorias curriculares críticas, nasceram e se configuraram por volta dos anos 60, basearam seu plano teórico a partir de concepções de Karl Marx, Max Horkheimer, Theodor Adorno, Pierre Bourdieu, entre outros autores, e por movimentos contrários às concepções tecnicistas do currículo que questionavam um currículo direcionado aos interesses e conceitos da classe dominante. Nessa perspectiva, o currículo era concebido como uma estrutura que ia além de um conjunto coordenado e ordenado de matérias a serem ensinadas, mas, possuidor de uma estrutura conceitualmente crítica que permitisse uma perspectiva libertadora para os grupos sociais subordinados.

Já as teorias curriculares pós-críticas, emergiram a partir das décadas de 1970 e 1980, e entendem o currículo com foco central no sujeito. Nesse sentido, além da centralidade na realidade social do indivíduo, essas teorias buscam um currículo multicultural no qual nenhuma cultura pode ser subjugada a outra, se voltando para identidade, alteridade e vivências desses estudantes. Diante dessa perspectiva, o currículo multicultural busca entender, respeitar e aceitar as diversas culturas, não se limitando apenas à tolerância destas, mas procurando analisar e entender os processos pelos quais as diferenças são desenvolvidas em meio de relações desiguais.

Silva (1999, p.17) destaca os principais conceitos enfatizados nas teorias curriculares;

- Teorias tradicionais: ensino; aprendizagem; avaliação; metodologia; didática; organização; planejamento, eficiência e objetivos.
- Teorias críticas: ideologia; reprodução cultural e social; poder; classe social; capitalismo; relações sociais de produção; conscientização; emancipação, currículo oculto e resistência.
- Teorias pós-críticas: identidade, alteridade, diferença; subjetividade; significação e discurso; saber-poder; representação; cultura, gênero, raça, etnia, sexualidade e multiculturalismo.

Por volta da década de 1970, a partir de teorias pós-críticas sobre currículo, diversos autores apresentaram definições semelhantes para a palavra, vinculando o seu significado a uma política cultural desvinculada de neutralidade. Nesse sentido, autores como Moreira e Candau (2007) afirmam que diferentes fatores de origem socioeconômica, cultural e política, contribuem para a forma pelo qual seja entendido o significado de currículo e o define como:

(a) os conteúdos a serem ensinados e aprendidos; (b) as experiências de aprendizagem escolares a serem vividas pelos alunos; (c) os planos pedagógicos elaborados por professores, escolas e sistemas educacionais; (d) os objetivos a serem alcançados por meio do processo de ensino; (e) os processos de avaliação que terminam por influir nos conteúdos e nos procedimentos selecionados nos diferentes graus da escolarização (p.17).

Para esses autores, o conjunto de esforços pedagógicos, experiências escolares que se desenvolvem, a partir das relações sociais, com intencionalidade educativa, fornecem subsídios para a construção da identidade dos estudantes, associando-se, assim, ao currículo conteúdos, planos, processos de ensino e de avaliação, dentre outros.

Diante desse contexto, Sacristán (2000) entende currículo como “um projeto seletivo de cultura, cultural, social, política e administrativamente condicionado, que preenche a atividade escolar e que se torna realidade dentro das condições da escola tal como se acha configurada” (p.34). De acordo com essa afirmação, o currículo se configura como uma construção cultural, um modo a organizar as

práticas pedagógicas educativas. Essa definição sugere a existência de três grandes elementos, que são os *conteúdos*, os *formatos* e as *condições* aos quais se desenvolvem, interagindo entre si de forma recíproca, para concretizar a realidade curricular como cultura escolar.

Nessas circunstâncias, os conteúdos culturais organizados que compõem o currículo escolar são concretizados a partir de determinadas condições políticas, administrativas e institucionais e seu formato é assumido a partir de ideias e valores que justificam, explicam e apoiam uma série de pressupostos pedagógicos, filosóficos, científicos e de vida social.

Sacristán (2000, p. 173) diz ainda que:

O currículo é muitas coisas ao mesmo tempo: ideias pedagógicas, estruturação de conteúdos de uma forma particular, detalhamento dos mesmos, reflexo de aspirações educativas mais difíceis de moldar em termos concretos, estímulo de habilidades nos alunos, etc. Ao desenvolver uma prática concreta de modo coerente com quaisquer desses propósitos, o professor desempenha um papel decisivo.

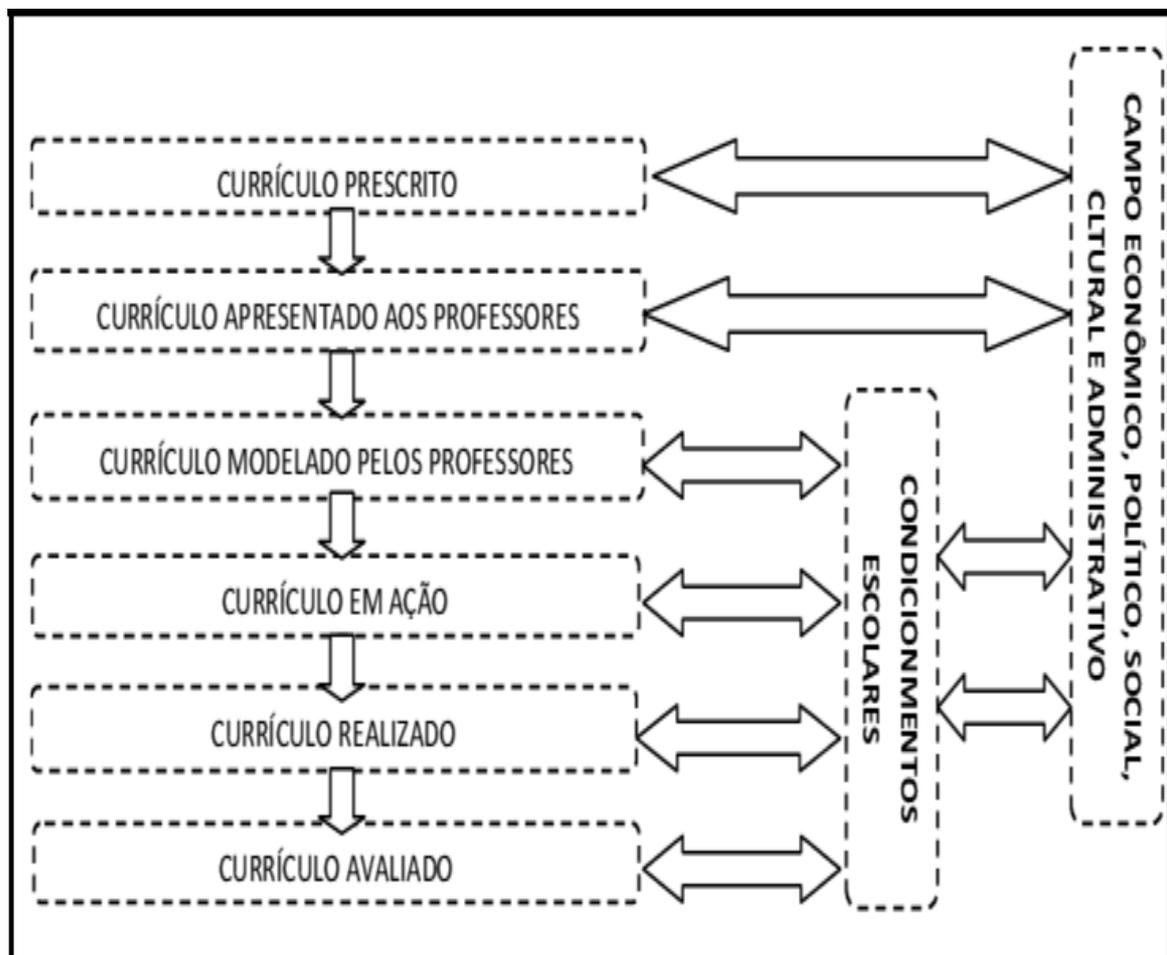
Em consonância com Sacristán (2000), Pacheco (2001) destaca a carga cultural, social e de valores, bem como os múltiplos subsistemas de ordem política, social, administrativa e educativa que constituem o currículo. O autor afirma que o contexto de realização do currículo se configura enquanto um contexto específico de decisão de professores e alunos, ou seja, “os professores pelo seu papel de construtores diretos de um projeto de formação, os alunos pelas suas experiências que legitimam e modificam este mesmo projeto” (p.10).

Conforme essa afirmação, o currículo escolar torna-se centro da ação educativa, pois possui função de selecionar os conteúdos e as formas de serem vivenciados, tornando, assim, o professor atuante nas decisões de sua prática significativa para o processo educativo. Nesse contexto, destaca-se a importante participação do aluno, pois tem impacto no que efetivamente ocorre em sala de aula.

2.2 INSTÂNCIAS DE CONSTRUÇÃO CURRICULAR

Para Sacristán (2000), o currículo pode ser visto como um objeto que cria em torno de si um campo de ações diversas, aos quais múltiplos agentes e forças se expressam em sua configuração, incidindo sobre aspectos distintos. Sendo assim, o autor propõe níveis de instâncias curriculares, ou seja, um modelo de interpretação do currículo composto por seis fases no processo de construção curricular, como já apresentadas nesse texto. Na Figura 1, observam-se as distintas fases: currículo prescrito, currículo apresentado, currículo moldado/modelado pelos professores, currículo em ação, currículo realizado e currículo avaliado.

Figura 1: As dimensões de objetivação do currículo no processo do seu desenvolvimento



Fonte: Sacristán (2000, p.105)

O *currículo prescrito* é descrito pelo autor como uma prescrição ou orientação, que atua como ponto de partida na ordenação do sistema curricular. O mesmo também se torna referência na elaboração de materiais curriculares, controle do

sistema, etc. Atualmente no Brasil, para a Educação Básica, esse currículo configura-se na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), de caráter normativo e obrigatório que serve de referência para todas as redes de ensino, públicas e particulares, construírem ou reformularem suas propostas pedagógicas. Existe ainda, outros documentos com orientações curriculares propostas oficialmente que podem ser apresentadas em âmbito federal, como as Propostas Curriculares Nacionais para Educação de Jovens e Adultos (BRASIL, 2001, 2002) e as Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação Básica (BRASIL, 2013); no âmbito estadual, como os Parâmetros para a Educação do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012), e nas propostas elaboradas pelas Secretarias de Educação dos municípios, tomando como referência as propostas de nível federal e estadual.

Em todo sistema de ensino, ocorre uma política curricular, na qual a administração educativa produz a regulação do currículo, ou seja, é nessa instância curricular que a esfera administrativa regula o que deve ser ensinado pelos professores em sala de aula. Nessa perspectiva, a política curricular propõe um referencial para controlar a qualidade do sistema educativo. Dessa maneira, “a regulação dos sistemas curriculares por parte do sistema político e administrativo é uma consequência da própria estrutura do sistema educativo e da função social que cumpre” (SACRISTÁN, 2000, p.108).

É importante destacar que, segundo o autor, as prescrições curriculares costumam ser abrangentes e normalmente são insuficientes para orientar a prática em sala de aula, nesse sentido o currículo prescrito não deve ser visto como

[...] um tratado pedagógico e um guia didático que oferta planos elaborados para os professores, porque tem outras funções mais decisivas para cumprir, desde o ponto de vista da política educativa geral, do que ordenar os processos pedagógicos nas aulas. Se a política curricular pode e deve ajudar os professores, deve fazê-lo por outros meios (SACRISTÁN, 2000, p.118).

Com isso, as orientações curriculares contidas nas prescrições são pouco operativas no que se refere à orientação da prática concreta e cotidiana dos professores. Essas prescrições orientam diretamente a criação de materiais instrucionais, que se configuram no *currículo apresentado* aos professores, no

qual, a partir dele, o docente pode planejar e executar a sua prática. Nessa instância a determinação das ações pedagógicas efetivas está em outro nível de decisão. O professor quando organiza sua prática, quando realiza seus planos de ensino, adota dois referenciais imediatos: os meios que o currículo lhe apresenta com certo grau de elaboração e as condições imediatas de seu contexto.

Diante do exposto, observa-se que o currículo prescrito intervém no processo pedagógico como expressão de controle curricular, conseqüentemente exerce controle na criação de materiais curriculares, pois é a partir deles que os conteúdos e os códigos pedagógicos são interpretados por professores, estudantes, formadores de professores e políticas públicas. Nesse sentido, as prescrições curriculares, que se constituem como ponto de partida da ordenação curricular, asseguram, de certa forma, o controle dos conteúdos que devem ser ensinados, pressupondo assim, domínio das ações pedagógicas. Contudo, o professor desenvolve sua prática exercendo um certo grau de autonomia profissional, assumindo a responsabilidade do seu desenvolvimento.

O *currículo apresentado* é definido como aquele que traduz e interpreta o significado e os conteúdos apresentados no currículo prescrito, de forma que chegue mais próximo à escola e ao professor. Essa formatação é desempenhada pelos livros didáticos, materiais pedagógicos e materiais curriculares produzidos pelas Secretarias de Educação de estados e municípios. Nesses documentos há interpretações específicas dos autores dos mesmos, os quais podem apresentar aproximações ou distanciamentos aos currículos prescritos.

É importante salientar que embora os professores tenham autonomia na modelação de suas práticas, os currículos apresentados exercem grande influência no trabalho do professor. Para tal, necessitam de elaborações mais concretas e precisas do currículo prescrito. Sacristán (2000) destaca algumas dessas razões de ordem diversas que fazem com que o professor dependa, inevitavelmente, dos currículos apresentados, sendo elas : a) a multiplicidade da prática pedagógica no qual é preciso tratar os mais diversos conteúdos do currículo de ordem social e cultural; b) a complexidade das diversas competências profissionais dos docentes no desenvolvimento do currículo nas aulas com os alunos; c) a adequação da formação profissional quanto ao nível e à qualidade, de forma a contribuir para autonomia docente no planejamento de sua própria prática e d) as condições

inadequadas na qual se realiza o trabalho docente. Portanto, as condições atuais da realidade do professor impossibilitam o planejamento de sua prática curricular partindo de orientações mais gerais (currículo prescrito), aproximando o professor dos meios que apresentam as prescrições (currículo apresentado).

Os materiais que desenvolvem o currículo têm importância fundamental na ação pedagógica. Sacristán (2000, p.157) atribui determinadas características a esses materiais, como:

- 1) São os tradutores das prescrições curriculares gerais e, nessa mesma medida, construtores de seu verdadeiro significado para alunos e professores.
- 2) São os divulgadores de códigos pedagógicos que levam à prática, isto é, elaboram os conteúdos ao mesmo tempo que planejam para o professor sua própria prática; são depositários de competências profissionais.
- 3) Voltados à utilização do professor, são recursos muito seguros para manter a atividade durante um tempo prolongado, o que dá uma grande confiança e segurança profissional. Facilitam-lhe a direção da atividade nas aulas.

O autor destaca a necessidade de observar e analisar as determinações explícitas e implícitas dos conteúdos, das orientações aos professores e das atividades sugeridas aos estudantes para o bom uso dos meios que desenvolvem o currículo como mediadores de concepções diversas para a prática. Nesse sentido, determinar as práticas pedagógicas fazendo uso apenas de matérias curriculares pode limitar a capacidade do professor em adequar suas ações aos contextos diversos e às particularidades dos estudantes. Para tal, cabe ao professor refletir sobre os objetivos de sua prática, e estabelecer critérios para escolhas e uso dos diferentes materiais curriculares disponíveis para a ação docente.

O currículo é uma prática desenvolvida a partir de diversos processos no qual se relacionam diversos subsistemas, com atuação de múltiplos agentes, na atividade pedagógica. O professor se configura como elemento primordial no desenvolvimento desse processo. Nesse sentido, o professor, como agente ativo na concretização do currículo, é modelado por ele, ao mesmo tempo que o traduz na prática, ambos sofrendo influências recíprocas.

É nessa perspectiva que Sacristán (2000, p.105) define o *currículo moldado/modelado* como “O plano que os professores fazem do ensino, ou que entendemos

por programação, é um momento de especial significado nessa tradução”. Desse modo, se configura na programação ou planos elaborados por docentes, que podem ocorrer de forma individual ou coletivamente, e traduzem o significado das propostas curriculares para os mesmos. É uma determinação com base nas instâncias anteriores do planejamento escolar do professor e deve fazer parte do Projeto Político Pedagógico da escola.

De acordo com Sacristán (2000), o professor exerce função de mediador nos processos de ensino. Essa ideia de mediação concebe

o professor como um mediador decisivo entre o currículo estabelecido e os alunos, um agente ativo no desenvolvimento curricular, um modelador dos conteúdos que se distribuem e dos códigos que estruturam esses conteúdos, condicionando, com isso, toda a gama de aprendizagens dos alunos (p. 166).

O valor de qualquer currículo se concretiza na prática educativa a partir de situações reais, e reflete pressupostos e valores diversos. Sacristán (2000) destaca que “o currículo ao se tornar uma práxis, adquire significados definitivos para os alunos e para os professores nas atividades que uns e outros realizam e será na verdade aquilo que essa depuração permita que seja” (p.201). Dessa maneira, para que esse currículo adquira valor e significação para docentes e estudantes, é de extrema importância que este seja guiado pelos princípios da flexibilização. Segundo Sacristán, esse é o momento que:

o professor transforma o conteúdo do currículo de acordo com suas próprias concepções epistemológicas e também o elabora em “conhecimento pedagogicamente elaborado” de algum tipo e nível de formalização enquanto a formação estritamente pedagógica lhe faça organizar e acondicionar os conteúdos da matéria, adequando-os para os alunos (SACRISTÁN, 2000, p.185).

Nesse sentido o *currículo em ação* se configura como o currículo praticado. São as ações pedagógicas que efetivamente acontecem na sala de aula, que podem, ou não, ser decorrentes das instâncias anteriores, ou seja, podem, ou não, se aproximar do que é prescrito em documentos oficiais, do que é apresentado em livros didáticos e do que é moldado/ modelado pelos professores em seus planejamentos.

É no âmbito da sala de aula que o currículo se torna real, ou seja, que ele se configura entre seus principais destinatários: professores e alunos. A vistas disso, “o currículo recai em atividades escolares, o que não significa que essas práticas sejam somente expressão das intenções e conteúdos dos currículos” (SACRISTÁN, 2000, p. 202). Assim, as atividades ou tarefas que são apresentadas com a finalidade de desenvolver o currículo podem ser o ponto de partida para o entendimento do significado da prática e do currículo na ação.

O *currículo realizado* é definido como consequência da prática pedagógica, ou seja, está diretamente ligada à aprendizagem dos alunos, com resultados produzidos pela prática pedagógica e que também geram efeitos nos professores. De acordo com Sacristán,

Como consequência da prática se produzem efeitos complexos dos mais diversos tipos: cognitivo, afetivo, social, moral, etc. São efeitos nos quais, algumas vezes, se presta atenção porque são considerados ‘rendimentos’ valiosos e proeminentes do sistema ou dos métodos pedagógicos. Mas, a seu lado, se dão muitos outros efeitos que, por falta de sensibilidade para com os mesmos e por dificuldade para apreciá-los (pois muitos deles, além de complexos e indefinidos, são efeitos a médio e longo prazo), ficarão como efeitos ocultos do ensino. As consequências do currículo se refletem em aprendizagens dos estudantes, mas também afetam os professores na forma de socialização profissional, e inclusive se projetam no ambiente social, familiar, etc. (SACRISTÁN, 2000, p. 106).

O *currículo avaliado*, de acordo com o autor, está relacionado com a avaliação propriamente dita, momento em que se afere os avanços e as dificuldades apresentadas pelos estudantes, ressalta também determinados aspectos sobre outros, e acaba determinando critérios para o ensino do professor e a aprendizagem dos alunos. No Brasil, o currículo avaliado pode ser destacado de duas formas: as avaliações internas e externas. As avaliações internas são aquelas realizadas pelos professores, que têm em vista os seus objetivos e suas práticas. As externas, que são as avaliações em larga escala, as quais podem ser realizadas em âmbito internacional (PISA⁴, por exemplo), federal (como, por exemplo, a Prova

⁴ PISA - O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), tradução de *Programme for International Student Assessment*, é um estudo comparativo internacional realizado a cada três anos pela [Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico \(OCDE\)](http://www.oecd.org).

Brasil⁵), estadual (SAEPE⁶, por exemplo) ou municipal, que são as avaliações elaboradas pelas secretarias municipais de educação.

Segundo Sacristán (2000, p.311) “a avaliação atua como uma pressão modeladora da prática curricular, ligada a outros agentes, como a política curricular, o tipo de tarefas nas quais se expressa o currículo e o professorado, escolhendo conteúdos ou planejando atividades”. Portanto, o currículo avaliado impõe critérios de relevância para o ensino do professor e para aprendizagem dos alunos, salientando aquilo que vale a pena ensinar e aprender.

É importante salientar, que cada uma dessas instâncias definidas por Sacristán (2000) possui um certo grau de autonomia em seu funcionamento, embora mantenham relações, em determinados momentos, de ordem recíproca ou hierárquica umas com as outras, se configurando, assim, como interventores no processo educativo.

Em acordo com esse mesmo direcionamento, Contreras (1989) afirma que o currículo diz respeito ao conjunto de decisões educativas para a escola. Dessa forma, o currículo deve ser entendido como um instrumento conceitual que busca responder as questões: O que ensinar? Como ensinar? e Por quê ensinar? É a partir dessa perspectiva ampla de currículo que o estudo proposto buscará compreender as particularidades dos currículos de Matemática na EJA, bem como as relações existentes entre o professor e o aluno na construção desses currículos – em particular no que diz respeito à Combinatória.

A partir da ideia de desenvolvimento curricular proposta por Sacristán (2000), no qual múltiplos agentes atuam de diferentes formas para o processo de ensino e aprendizagem, as seções que seguem apresentarão um breve histórico das prescrições curriculares, a contextualização dos currículos apresentados, aspectos consideráveis do planejamento na prática docente bem como questões relevantes no processo de ensino e aprendizagem na Educação de Jovens e Adultos.

⁵ A Prova Brasil – é uma avaliação para diagnóstico, em larga escala, desenvolvidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC). Têm o objetivo de avaliar a qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos.

⁶ SAEPE - Sistema de Avaliação da Educação de Pernambuco é um instrumento de avaliação do desempenho dos estudantes da rede pública estadual e municipal.

2.3 A CONSTRUÇÃO DE UM CURRÍCULO PRESCRITO PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

No cenário brasileiro, a educação e o currículo passaram por diferentes processos de transformação, especificamente no que se refere à Educação de Jovens e Adultos (EJA), na qual o processo formal de ensino fundamentava-se na perspectiva tradicional do currículo. Contudo, de acordo com Gadotti e Romão (2011), observa-se que no processo de construção histórica da EJA, movimentos populares com um projeto de educação transformadora, realizados em espaços não formais de educação, promoveram experiências educacionais com ideais libertários.

Ao longo da história da EJA observa-se que o currículo predominante estava pautado na erradicação do analfabetismo e foi marcado pelo assistencialismo e aligeiramento dos programas educacionais, como o MOBREAL⁷. Conforme Santos e Amorim (2016)

herdaram-se desse processo histórico resquícios de um pensamento de que a EJA deve pautar-se apenas na alfabetização e de que o jovem e o adulto têm pressa em galgar seus estudos, pois o mercado de trabalho exige a presença dele com a qualificação necessária (p.122).

Durante décadas, a EJA foi refém de um discurso político desconectado com a realidade. Contudo, foi a partir da Constituição Federal de 1988, que essa modalidade de ensino ganhou espaço no cenário educacional. Pode-se dizer, conforme Capucho (2012), que “a ampliação da escolarização da população jovem e adulta se vincula a conquistas legais referendada pela Constituição Brasileira de 1988 que formaliza a garantia de uma instrução primária e gratuita a todos os cidadãos (p.57).

É a partir da década de 90 que surge outra perspectiva curricular a respeito da EJA, com a promulgação da LDBEN⁸ 9394/96 que a reconhece como

⁷ MOBREAL – Movimento Brasileiro de Alfabetização criado em 1970 pelo governo federal com objetivo de erradicar o analfabetismo do Brasil em dez anos.

⁸ LDBEN – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional define e regulariza a organização da educação brasileira com base nos princípios presentes na Constituição.

modalidade de ensino, validando assim, o seu lugar nas políticas de educação. De acordo com o art. 37 deste documento,

A educação de jovens e adultos será destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos nos ensinos fundamental e médio na idade própria e constituirá instrumento para a educação e a aprendizagem ao longo da vida.

Reafirma-se nessa situação, a necessidade de se pensar a respeito das especificidades da educação de pessoas jovens e adultas e de suas diretrizes próprias.

Contribuindo para o processo de institucionalização da EJA, no ano 2000, foi aprovada pelo Conselho Nacional de Educação/ Câmara de Educação Básica nº11/2000, as Diretrizes Curriculares Nacionais para EJA, evidenciando a concepção de modalidade de ensino da educação básica em seu art.5º, que diz

Parágrafo único. Como modalidade destas etapas da Educação Básica, a identidade própria da Educação de Jovens e Adultos considerará as situações, os perfis dos estudantes, as faixas etárias e se pautará pelos princípios de equidade, diferença e proporcionalidade na apropriação e contextualização das diretrizes curriculares nacionais e na proposição de um modelo pedagógico próprio (Brasil, 2000).

Nesse contexto, a EJA supera a compreensão de alfabetização, e passa a ser entendida como um processo de educação mais amplo, que vai além da escolarização, no sentido de formação plena de seus estudantes. De acordo com Capucho (2012), embora as Diretrizes Curriculares Nacionais para EJA se configurem como um instrumento de grande valor, por apresentar funções reparadoras, equalizadoras e qualificadoras para a modalidade de ensino, nota-se pouco avanço em termos de política pública de educação.

É preciso destacar que a década de 90 foi marcada por avanços legais para estruturação da EJA. No que se refere às prescrições para essa modalidade de ensino, de acordo com Brasil (2001), em 1995 surge a versão preliminar da primeira Proposta Curricular para Educação de Jovens e Adultos. Esse documento recebeu diversas críticas e opiniões de educadores ligados a diferentes programas voltados à EJA, realizado no âmbito da sociedade civil. No ano posterior, em 1996, o MEC manifestou a intenção de coedição e distribuição da prescrição, que passou por

muitas modificações e aperfeiçoamentos. Apenas no ano de 2001 surgiu a Proposta Curricular para o primeiro segmento da EJA, com o objetivo de fornecer orientações curriculares para alfabetização e pós-alfabetização de jovens e adultos. De acordo com a prescrição curricular, ela se baseia no “ideário da Educação Popular, referência importante na área, destaca o valor educativo do diálogo e da participação, a consideração do educando como sujeito portador de saberes, que devem ser reconhecidos” (BRASIL, 2001.p.13).

A EJA tem como base histórica a luta de movimentos, bem como a existência de fundamentos da educação popular. Nesse cenário, compreende-se que um currículo com esses princípios, defenda uma sociedade mais justa, democrática, pautada na cidadania e na autonomia de seus sujeitos, despertando a consciência de suas condições de vida, que valoriza os processos formais e informais da vida cotidiana, do trabalho e da cultura popular. Segundo Gadotti (2016, p.62):

Trata-se de uma educação como um processo ligado à vida, ao bem viver das pessoas, à cidadania. Não é um processo ligado apenas às secretarias de Educação, ao MEC, mas a movimentos sociais, populares, sindicais, as ONGs etc., reafirmando a educação e a aprendizagem como uma necessidade vital para todos e todas, um processo que dura a vida inteira.

As contribuições transformadoras e emancipatória de Paulo Freire para EJA busca romper com o paradigma de reprodução de uma sociedade desigual, na qual predomina o descaso na formação educacional da maioria dos estudantes jovens e adultos. Dessa forma, se contrapondo à educação bancária, Freire concebe o conhecimento como algo socialmente construído, como um ato dialógico, no qual professor e aluno são sujeitos do conhecimento. Segundo Freire (1996, p. 47) “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”.

Contudo, é possível observar que embora as discussões voltadas para que a construção do currículo da Educação de Jovens e Adultos seja pautada na educação emancipatória, crítica, democrática e acima de tudo reflexiva, na prática é negligenciada à construção de prescrições que orientem a ação pedagógica de pessoas jovens e adultas que não tiveram acesso ou interromperam seus estudos antes de concluir a Educação Básica. Um grande exemplo desta incoerência pode ser visualizado no processo de construção e consolidação da atual Base Nacional

Curricular Comum, preconizada pelo Plano Nacional de Educação, aprovado conforme lei de nº 13.005/2014. Embora o PNE estabeleça estratégia para melhoria da educação básica e estabeleça como diretrizes em seu o Art. 2º a:

- I - erradicação do analfabetismo; II - universalização do atendimento escolar; III - superação das desigualdades educacionais, com ênfase na promoção da cidadania e na erradicação de todas as formas de discriminação; IV - melhoria da qualidade da educação [...] (BRASIL, 2014).

É possível observar nas versões preliminares e na atual versão da BNCC, ausência de especificidades da Educação de Jovens e Adultos.

A Base Nacional Curricular Comum surge como versão final homologada no ano de 2018 e se configura como um documento de:

Referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares, a BNCC integra a política nacional da Educação Básica e vai contribuir para o alinhamento de outras políticas e ações, em âmbito federal, estadual e municipal, referentes à formação de professores, à avaliação, à elaboração de conteúdos educacionais e aos critérios para a oferta de infraestrutura adequada para o pleno desenvolvimento da educação (BRASIL, 2017, p.8).

Nessa perspectiva, o documento legitima a formulação de políticas educacionais e de qualidade de ensino comum a todos os estudantes do país. Contudo, é possível observar no decorrer do texto que a BNCC limita as possibilidades de construção curricular para Educação de Jovens e Adultos, visto que o documento não apresenta, em nenhuma de suas versões, elementos que respeitem e valorizem as especificidades da EJA. De acordo com Sousa, Filho, Barreto e Souza (2017, p.8), A BNCC

não nasceu de forma abrupta, e trata de mais um mecanismo de regulação do Estado capitalista que, embora seja fruto das lutas sociais e das contradições de classe, exclui do seu texto sujeitos importantes que fazem parte da história, quais sejam: mulheres, ribeirinhos, extrativistas, trabalhadores do campo, indígenas, caminhoneiros, pantaneiros e, de um modo específico, a EJA.

Destaca-se ao longo da história da EJA, avanços e retrocessos no que diz respeito à implementação de políticas voltadas ao fortalecimento dos currículos

nessa modalidade de ensino. Os documentos curriculares prescritos se configuram como definidores, dentre outras coisas, dos conteúdos mínimos e sua organização, que devem ser ensinados a uma cultura comum e servem de ponto de partida para elaboração de outros materiais curriculares. De acordo com Sacristán (2000), as prescrições curriculares costumam ser mais genéricas e a tradução das mesmas nem sempre se constitui como tarefa simples para orientar o professor na construção da sua prática pedagógica. Corroborando com essa ideia, Lima (2013, p.11) afirmam que “documentos curriculares prescritos parecem ter pouco impacto nas práticas docentes que são mais influenciadas por materiais didáticos como os livros didáticos”.

Embora as prescrições curriculares, muitas vezes, não sejam levadas em consideração na modelação da prática docente, de acordo com Sacristán (2000), o currículo prescrito é base para elaboração de materiais curriculares. Estes últimos costumam interpretar o significado e os conteúdos das prescrições. Sendo o currículo prescrito um dos principais atores no direcionamento dos materiais curriculares para educação básica, neste estudo serão utilizadas as Propostas Curriculares para Educação de Jovens e Adultos que se configuram como o currículo prescrito orientador do currículo apresentado aos professores, como também documentos prescritivos em âmbito estadual e municipal. Dessa forma, se faz necessário entender o percurso histórico do livro didático na Educação de Jovens e Adultos até os dias atuais.

2.4 CONTEXTUALIZANDO O CURRÍCULO APRESENTADO PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

O percurso histórico do livro didático (LD) na educação de adultos é caracterizado por um longo e lento processo na História da Educação no Brasil. Assim, esse percurso

revela a presença de diversos materiais didáticos, no âmbito governamental, até o surgimento do que se caracteriza como livro didático. Na história dos materiais didáticos, as cartilhas de alfabetização ocuparam, e ainda ocupam, espaço privilegiado no campo das políticas (OLIVEIRA, 2007, p.33).

A produção de material didático para EJA é historicamente marcada pelo esquecimento. De acordo com Oliveira (2007), essa modalidade de ensino só se torna centro das atenções por parte do poder público a partir da década de 1940, quando o índice de analfabetismo passa a ser considerado um problema da nação. Esse acontecimento leva o governo a tomar algumas providencias em relação à educação de adultos, pois os dados do censo da época revelaram que 55% da população maior de 18 anos era constituída de analfabetos. Nesse momento, o Estado lança a Campanha de Educação de Adolescentes e Adultos (CEAA), havendo uma preocupação com a produção de materiais curriculares para atender este público específico.

O período de 1958 a 1961 foi marcado pela Campanha Nacional do Analfabetismo (CNA). Desse modo, com o II Congresso Nacional de Educação de Adultos, surge um crescimento significativo na produção de cartilhas utilizadas na educação popular. Essa valorização de procedimentos teórico-metodológicos se deu a partir da socialização das experiências de alfabetização de Paulo Freire no Movimento de Cultura Popular (MCP), no qual a alfabetização era referendada na realidade, visava fornecer aos oprimidos condições elementares para lutar por transformações sociais, para o exercício da cidadania e o acesso aos bens materiais produzidos socialmente.

A nova perspectiva de pedagogia de alfabetização de adultos, referendada por Freire, direcionava o processo de alfabetização das classes populares na perspectiva de leitura de mundo, com o objetivo de tornar os sujeitos aptos a intervirem conscientemente na estrutura social. Moura (1999), afirma que, a partir dessa nova visão de alfabetização, houve a estimulação da produção de material didático que pudesse atender à perspectiva vigente.

De acordo com Oliveira (2007), com o golpe militar de 1964 houve uma ruptura nesse trabalho proposto por Freire, sendo, em 1967, lançado o MOBREAL – Movimento Brasileiro de Alfabetização. Esse programa governamental tinha por objetivo a alfabetização funcional de jovens e adultos, com a finalidade de adquirir técnicas de leitura, escrita e cálculo. Porém, as orientações metodológicas e os materiais curriculares não apresentavam mais a nova visão de alfabetização de adultos proposta por Freire, esvaziando-se de todo sentido crítico e problematizador.

De acordo com a mesma autora, “Registra-se ainda nesse período a existência de materiais didáticos utilizados pelo Programa de Educação Integrada – PEI, destinado a adultos egressos do MOBREAL”. Dessa forma, esses materiais curriculares não atingiram os objetivos propostos, e com a recessão econômica no início da década de 1980, ficou inviável dar continuidade àquele programa. Nesse sentido,

As orientações metodológicas e os materiais didáticos do Mobral reproduziram muitos procedimentos consagrados nas experiências de inícios dos anos 60, mas esvaziando-os de todo sentido crítico e problematizador. Propunha-se a alfabetização a partir de palavras chave, retiradas “da vida simples do povo”, mas as mensagens a elas associadas apelavam sempre ao esforço individual dos adultos analfabetos para sua integração nos benefícios de uma sociedade moderna, pintada sempre de cor-de-rosa (BRASIL, 2001, p.26).

A partir de segunda metade da década de 1980, com a juvenalização da Educação de Adultos, essa modalidade passou a ser denominada Educação de Jovens e Adultos (EJA). Durante esse período é retomada a produção de LD, com o objetivo de alfabetização nos movimentos populares.

Durante as décadas de 1990 e 2000 foi se consolidando, através de inquietações de grupos organizados da sociedade civil, a necessidade e importância de dar continuidade à organização da EJA e ao atendimento a essa modalidade de ensino com material didático de qualidade.

Em 1997, o Ministério da Educação (MEC) criou o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) destinado ao Ensino Fundamental e que teria por objetivos:

- a) contribuir para socialização e universalização do ensino, bem como para a melhoria de sua qualidade, por meio da seleção, aquisição e distribuição de livros didáticos para todos os alunos matriculados nas escolas das redes públicas do ensino fundamental de todo o país, cadastrados no Censo Escolar;
- b) diminuir as desigualdades educacionais existentes, buscando estabelecer padrão mínimo de qualidade pedagógica para os livros didáticos utilizados nas diferentes regiões do país;
- c) possibilitar a participação ativa e democrática do professor no processo de seleção dos livros didáticos, fornecendo subsídios para uma crítica consciente dos títulos a serem adotados no Programa; e
- d) promover a crescente melhoria física e pedagógica dos livros, garantindo a sua utilização/reutilização por três anos consecutivos (BRASIL, 2001).

Nesse mesmo ano iniciou-se o processo de avaliação dos livros inscritos e aqueles que apresentavam erros conceituais, preconceito, discriminação, desatualização ou indução ao erro, eram excluídos do Guia do LD.

Seguindo o modelo do PNLD, e a partir da Resolução nº 18 de 24 de abril de 2007, que considera “a necessidade de estabelecer um programa nacional de fornecimento de livro didático adequado ao público da alfabetização de jovens e adultos, como um recurso básico no processo de ensino e aprendizagem”, criou-se o PNLA (Plano Nacional do Livro Didático para Alfabetização de Jovens e Adultos).

Esse programa teve como objetivo geral atender, com livros didáticos adequados, alfabetizandos e alfabetizadores cadastrados pelas entidades parceiras do Programa Brasil Alfabetizado⁹. Em 2011, o atendimento à EJA foi ampliado, incorporando o PNLA ao PNLD EJA. Neste ano, o programa atendeu todo o Ensino Fundamental da Educação de Jovens e Adultos. Infelizmente, em 2014 houve a última edição do PNLD EJA, sendo os estudantes atendidos, por orientação do Ministério da Educação, por essas obras até o momento. Segundo publicação da UNESCO (2008, p.43).

O PNLA representou um avanço no campo das políticas públicas para EJA, ainda que nem todos os estudantes dessa modalidade estejam contemplados. Mesmo restrito a distribuição do livro de alfabetização para os parceiros que integram o Programa Brasil Alfabetizado, o PNLA teve o mérito de colocar em prática o direito ao livro didático de jovens e adultos em processo de escolarização. Chamou a atenção do mercado editorial para essa modalidade educativa e suas especificidades e estabeleceu padrões de qualidade sobre a produção e circulação de materiais didáticos para alfabetização, exigindo dos editores e autores a correção conceitual, a coerência metodológica e a observância de preceitos legais.

Tendo em vista que livros didáticos ocupam um dos papéis fundamentais para os processos de ensino e de aprendizagem de estudantes, atender a EJA com material didático adequado ao seu público se configura como necessidade para o desenvolvimento dos conhecimentos desses estudantes, na construção de sua visão de mundo e na forma de atuação no mesmo, visando possibilitar a esses

⁹ O Programa Brasil Alfabetizado foi criado em 2003 pelo Ministério da Educação com objetivo de promover a superação do analfabetismo entre jovens com 15 anos ou mais, adultos e idosos, contribuindo para a universalização do Ensino Fundamental em todo país.

jovens e adultos um acesso mais democrático e consciente ao letramento e as mais diversas áreas de conhecimentos. Infelizmente, assim como nas prescrições curriculares, é negado à EJA o direito a livros didáticos atualizados, marcando essa modalidade pela trajetória de descontinuidade e ausência de políticas públicas, perceptíveis na prática. Nesse contexto, ressalta-se a falta de comprometimento do Governo Federal, em atender as escolas públicas com livros didáticos, mesmo que desatualizados através da reserva técnica como orientação do próprio Ministério da Educação.

No que se refere ao livro didático de Matemática, este tem sido protagonista de temas de muitas pesquisas da Educação Matemática e se constitui como um dos recursos didáticos mais utilizados no processo de ensino e de aprendizagem por educadores e estudantes. Melo, Pereira e Pereira (2007) destacam a posição ocupada pelo LD na possibilidade de servir numa perspectiva de inclusão social e ao mesmo tempo como agente de transformação das adversidades da vida, dentro e fora da escola. Nesse mesmo direcionamento, Silva (2010, p.55) destaca que “o livro didático participa da organização do sistema de conhecimento de uma sociedade, ajuda a estabelecer o que esta sociedade considera legítimo e verdadeiro”.

O livro didático de Matemática na EJA deve servir como um dos suportes didáticos para o trabalho docente, assim como servir de material de estudo aos estudantes. Dessa maneira, não pode ser um livro adaptado do ensino regular para a EJA, muito menos suprimir conteúdos de forma aleatória para atender as necessidades desse público, assim como observado ao longo da história do processo de estruturação desse material didático (PAIVA, 1983; BEISEIGEL, 2004; FAVERO, 2009). O LD deve ser alicerçado de elementos necessários à formação e continuação nos estudos, de modo que esses jovens e adultos, de pouca ou nenhuma escolaridade, possam relacionar os conhecimentos matemáticos com conhecimentos inerentes à sua vida adulta, sendo, assim, relevantes para sua transformação em cidadãos participativos das diversas relações sociais que implicam a vida cotidiana. De acordo com Ávila (1995),

Devemos considerar que, os adultos, especificamente os alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), são portadores de conhecimentos e procedimentos de cálculos já organizados, fruto de suas experiências com o mundo e, que nas mais diversas situações encontram-se diante de

problemas que precisam de respostas compatíveis com as responsabilidades de uma vida adulta. Daí, a relevância de as propostas curriculares e metodológicas da EJA reconhecerem e acolherem esses fatos (p. 130).

Diante de tal importância atribuída ao LD na educação brasileira, Lajolo (1997) aponta a necessidade do poder público garantir a inclusão desse recurso nas políticas educacionais, bem como destaca o papel do professor em relação a sua escolha e utilização junto aos estudantes em sala de aula. Nesse contexto, é de grande responsabilidade do professor fazer a escolha do LD mais adequado à sua realidade, com a finalidade de atender as necessidades e especificidades dos seus alunos e a proposta da sua escola. Ao adotar o LD, o docente deve observar se esse material possui uma proposta pedagógica satisfatória, se a abordagem do conteúdo é apresentada de forma a atingir os objetivos daquela modalidade de ensino, se as propostas de atividades permitem ao aluno desenvolver conjecturas e hipóteses, criar, recriar, generalizar, desenvolver raciocínio lógico, enfim, se atende à maturidade e ao interesse do aluno, transformando-o no construtor do seu próprio conhecimento. De acordo com Silva (2010, p.) O livro didático acaba sendo

A conexão entre as propostas curriculares e a escola. O professor assume o livro didático como a proposta ideal de ensino, veiculando no ambiente escolar não somente os conteúdos e métodos de ensino preconizados pelo Estado, mas também os valores a ele subjacente.

Lajolo (1996) destaca a importância da escolha desse recurso didático bem como o seu uso, atribuindo ao professor o papel de um quase coautor do livro didático. Nesse sentido, para que o LD possa atender aos objetivos propostos pelos docentes, torna-se necessário não só uma boa escolha por parte do professor, mas também uma boa utilização desse material com a finalidade de promoção de aprendizagem do estudante em contexto escolar, contribuindo de forma significativa para a leitura e um melhor entendimento do mundo fora da escola. Como afirma Oliveira (2007, p.29.)

O uso do livro didático na escola deve favorecer a aprendizagem do estudante, levando-o ao domínio e à reflexão dos conhecimentos escolares para que possa ampliar a compreensão da realidade, formulando hipóteses de solução para os problemas atuais, ou seja, o livro deve ser um subsídio para promover o exercício da cidadania.

Diante dos problemas enfrentados pela EJA no Brasil, especificamente na Educação Matemática, o LD de Matemática, tanto nessa modalidade quanto em outros níveis de ensino, deve servir como agente que favorece a modificação da realidade, fomentando a inclusão sociocultural ao público que se destina, para haver a transformação desses alunos em cidadãos participativos nas diversas esferas das relações sociais.

2.5 O PLANEJAMENTO NA PRÁTICA DOS PROFESSORES

O significado da palavra planejar, de acordo com o dicionário Michelis, diz respeito ao ato de “criar ou elabora um plano; devisar, programar, projetar; ter como intenção”. De acordo com Vasconcelos (2000) “planejar é antecipar mentalmente uma ação ou um conjunto de ações a ser realizadas e agir de acordo com o previsto. Planejar não é, pois, apenas algo que se faz antes de agir, mas é também agir em função daquilo que se pensa” (p.89). Sendo assim, planejar se configura numa ação cotidiana, com vista a necessidade da organização das atividades diária, das escolhas e tomadas de decisões a serem definidas. Dessa maneira, quando se planeja algo, de forma individual ou coletiva, pondera-se sobre o que priorizar, a partir de quais intenções e dos objetivos a serem atingido.

Diferentes autores apontam o planejamento de ensino associado a estudos curriculares (Sacristán, 2000; Zabalza, 2000; Pacheco, 2001), atribuindo-lhe papel de destaque no desenho do desenvolvimento curricular. Na dimensão docente, a modelação do ensino exige tomadas de decisões e uso de diferentes estratégias, visando contribuir para o processo de aprendizagem, nesse sentido, o ato de planejar organiza e sistematiza o fazer pedagógico.

Sacristán (2000), entende o professor como mediador do currículo na prática, um protagonista no desenvolvimento curricular, que modela e estrutura os conteúdos condicionando a aprendizagem dos estudantes. O autor destaca que a ação de planejar a prática do currículo exigem mais do que a ordenação dos seus componentes a serem aprendidos pelos estudantes, sendo necessário também prever as próprias condições de ensino no contexto escolar, torna-se necessário preparar condições para sua concretização. De acordo com Padilha (2001),

realizar planos e planejamentos educacionais e escolares significa exercer uma atividade engajada, intencional, científica, de caráter político e ideológico e isento de neutralidade. Planejar, em sentido amplo, é um processo que visa dar respostas a um problema, através do estabelecimento de fins e meios que apontem para a sua superação, para atingir objetivos antes previstos, pensando e prevendo necessariamente o futuro, mas sem desconsiderar as condições do presente e as experiências do passado, levando-se em conta os contextos e os pressupostos filosófico, cultural, econômico e político de quem planeja e de com quem se planeja (p. 63).

Diante desse contexto, não se pode restringir o ato de planejar a simples elaboração de planos de trabalho da prática docente para atender as exigências burocráticas escolares. Em seu sentido mais amplo, o planejamento educacional é um ato político-pedagógico que deve se associar as propostas da escola, as exigências do contexto social, ao processo educativo e ao desenvolvimento profissional. (LIBÂNEO, 1994; RUSSO, 2016).

A ação de planejar a prática docente exige do educador conhecimento a respeito do conteúdo, dos processos didáticos, metodológicos, avaliativos e de sua própria experiência (LIBÂNEO, 1994). Entretanto, o planejamento não assegura, por si só, o bom funcionamento da prática, porém contribui para a gestão de imprevistos e de situações complexas com a finalidade de facilitar e orientar o trabalho do professor em sala de aula. Segundo Libâneo (2013),

O planejamento escolar é uma tarefa docente que inclui tanto a previsão das atividades didáticas em termos da sua organização e coordenação em face dos objetivos propostos, quanto a sua revisão e adequação no decorrer do processo de ensino. O planejamento é um meio para se programar as ações docentes, mas é também um momento de pesquisa e reflexão intimamente ligado à avaliação (LIBÂNEO, 2013, p. 245).

Dentro de uma certa margem de autonomia no processo didático, o professor toma decisões constantes que se reformularão em ações a serem comprovadas em situações reais. Em outras palavras, o professor modela sua prática diante decisões a respeito do que vai ensinar, como vai ensinar e como vai avaliar, organizando sua prática curricular a partir de sua interpretação do currículo. Entretanto, da mesma forma que possui certo grau de liberdade na planificação do currículo, possui regulações das políticas curriculares propostas pelas instâncias governamentais pautadas em metas estabelecidas pela escola. Assim, a escola

não deixa de “estar sujeita à reafirmação do controlo administrativo, ou seja, à lógica de recentralização das práticas curriculares” (Pacheco, 2003, p.131).

Sacristán (2000), relaciona o planejamento do currículo ao momento de prever o seu desenvolvimento ou a realização da prática de ensino, com vistas na coerência com certas teorias ou princípios pedagógicos, na organização de conteúdos e nas atividades em virtude de teorias da aprendizagem humana, metodologias, condições do ambiente de aprendizagem, etc. O autor destaca que “o planejamento curricular e o planejamento do ensino são conceitos praticamente coincidentes, pois é preciso prever aspectos muito mais complexos do que as meras condições de aprendizagem de alguns conteúdos intelectuais. (Sacristán, 2000, p.282).

Nesse sentido, pode-se dizer que o currículo em seu planejamento busca equalizar uma educação de qualidade, a regulação das políticas curriculares, a autonomia das escolas e dos professores.

2.6 O CURRRÍCULO EM PRÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

As especificidades dos estudantes da Educação de Jovens e Adultos se apresentam pelas suas características etária, como também por se constituir um grupo homogêneo do ponto de vista socioeconômico, porém, bastante heterogêneos no que se refere aos aspectos socioculturais. São jovens, adultos e idosos que chegam aos bancos escolares com uma bagagem de conhecimentos que foram adquiridos ao longo do tempo, sem necessariamente terem passado pelo processo de escolarização em algum momento de suas vidas. Fonseca (2002, p.15) enfatiza que “o grande traço definidor da EJA é a caracterização sociocultural de seu público, no qual se deve entender o corte etário que se apresenta na expressão que a nomeia”.

Os estudantes que compõem a EJA são sujeitos com pouca ou nenhuma instrução educacional formal, que paralisaram os estudos ou foram impedidos de dar continuidade à sua vida escolar por motivos diversos. Fonseca (2000) destaca que esses jovens e adultos excluídos socio-culturalmente da sociedade, abandonaram a escola para trabalhar, pelas condições de acesso e segurança, pela incompatibilidade de horários, pela falta de vagas, materiais e até mesmo pela

falta de professores. Muitos “deixam a escola, sobretudo, porque não consideram que a formação escolar seja assim tão relevante que justifique enfrentar toda essa gama de obstáculos à sua permanência ali” (p.33).

Muitas vezes, a interpretação do currículo pelos professores, sua modelação e sua prática, terminam por infantilizar o processo de ensino e aprendizagem, desconsiderando toda uma bagagem social e cultural inerente aos estudantes da EJA. Diante esse contexto, Oliveira (2007) questiona,

(...) Porém, me pergunto qual é a possibilidade real que tem um adulto, sem hábitos de lidar com atividades organizadas do modo como o são as escolares e que, na maior parte das vezes, trabalha o dia inteiro, de fazer sozinho o dever de casa. Mais ainda, me pergunto qual é a função do dever de casa nessas circunstâncias, considerando o fato de que a criação da disciplina no estudo, importante como formação geral das crianças, não se aplica a este público e que a própria ideia de fixação de conteúdos pressupõe uma concepção de aprendizagem inadequada aos objetivos da escolarização de jovens e adultos? (OLIVEIRA, 2007, p.89)

O adulto está inserido no mundo do trabalho, constituem famílias, assumem responsabilidades, posturas inerentes a vida adulta, traz consigo experiências e reflexões sobre o mundo diferente das crianças. Nesse sentido,

essas peculiaridades da etapa de vida em que se encontra o adulto faz com que ele traga consigo diferentes habilidades e dificuldades (em comparação à criança) e, provavelmente, maior capacidade de reflexão sobre o conhecimento e sobre seus próprios processos de aprendizagem (OLIVEIRA, 1999, p.3-4).

É importante destacar que ao retornarem à escola, esses jovens e adultos podem encontrar nesses espaços a mesma escola que deixaram no passado, com práticas pedagógicas incoerentes com as especificidades da modalidade de ensino ao qual está destinada, nas quais dificilmente, esses sujeitos conseguem adequar-se a elas. São inúmeras as idas e vindas desses sujeitos aos espaços de escolarização formal que retratam sua exclusão. As dificuldades de concepção de uma proposta pedagógica que considere a condição de não-criança e de reflexões acerca dos processos cognitivos da vida adulta ainda são limitadas. De acordo com Fonseca (2012)

Os processos de construção do conhecimento e de aprendizagem dos adultos são, assim, muito menos explorados na literatura psicológica do que aqueles referentes às crianças e adolescentes... A pequena atenção

dedicada ao desenvolvimento humano após a adolescência pode estar relacionada a um modo de conceber a idade adulta, tradicionalmente encarada como um período de estabilidade e ausência de mudanças.

Para Vygotsky (1977), a aprendizagem é “um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas” (p. 47). O homem é capaz de reconstruir conceitos e significados com base nas relações sociais e de trabalho que são vivenciadas no seu dia a dia. Essas experiências construídas no decorrer da vida adulta, quando associadas ao processo de escolaridade, tendem a dar um bom resultado (VYGOTSKY, 1989). Reforça-se, assim, a necessidade de trabalhar as especificidades da EJA, tendo em vista os saberes construídos a partir de experiências com o mundo que cerca seus estudantes.

Independentemente do processo de escolarização, muitos jovens e adultos apresentam noções de Matemática que foram aprendidas de maneira informal como, por exemplo, cálculo mental, estimativa, raciocínio lógico, procedimentos de contagem, classificação, generalização e aproximação Fonseca (2002). O dia a dia desses sujeitos está repleto dos saberes e fazeres próprios da cultura. Nesse sentido, é importante pensar sobre a relevância da Matemática que é ensinada e aprendida na EJA, tendo em vista que o conhecimento matemático é indispensável na construção do indivíduo. A autora aponta que,

[...] refletir sobre como a busca do sentido do ensinar e aprender Matemática remete às questões de significação da Matemática que é ensinada e aprendida. Acreditamos que o sentido se constrói à medida que a rede de significados ganha corpo, substância, profundidade. A busca do sentido do ensinar-e-aprender Matemática será, pois, uma busca de acessar, reconstruir, tornar robustos, mas também flexíveis, os significados da Matemática que é ensinada e aprendida (FONSECA, 2002, p. 75).

Nesse contexto, o ensino deve ser pautado no desenvolvimento de competências e habilidades, através de conteúdos significativos e contextualizados, que permitam aos estudantes compreender e inferir criticamente na sociedade. Dessa forma, faz-se necessário privilegiar problemas e situações cotidianas que adotem como ponto de partida situações reais vividas pelos estudantes, para em seguida introduzir níveis mais formais e abstratos.

Assim, será considerando o ensino-aprendizagem da Matemática na EJA como um processo discursivo de negociação de significados constituídos na relação com o objeto, percebido, destacado, reenforcado pelo sujeito – que é um sujeito social, marcado pelas relações de poder e pelos efeitos de memória que permeiam sua cultura e também o constituem como indivíduo – que se conferirá sentido ao ensinar e aprender Matemática. (FONSECA, 2012).

Observa-se, assim, que a Educação Matemática de jovens e adultos necessita de um trato diferenciado no que se refere à instrução formal dos conceitos, devendo considerar os conhecimentos prévios dos alunos como parte fundamental do processo de aprendizagem. Gomes e Borba (2007) ressaltam que “reconhecer o conhecimento já possuído pelos alunos para a partir desse possibilitar avanços conceituais deve-se, portanto, ser alvo prioritário na Educação Matemática de Jovens e Adultos”. Assim, fornecer problemas e situações variadas ao jovem e ao adulto pode possibilitar seus desenvolvimentos conceituais a partir de conhecimentos já construídos em práticas sociais.

Freire (2007, p. 20) entende que “toda prática educativa tem como objetivo ir além de onde se está”. Nesse sentido a educação deve gerar novas compreensões, provocar desafios, que levem a busca de novos conhecimentos. Para o autor, a educação deve estruturar-se na relação com o outro por meio do diálogo, subsidiando a transmissão do conhecimento para que se possa construí-lo.

Para compreender como se dá o processo de formação de conceitos matemáticos, utilizaremos como referencial a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Gérard Vergnaud. Assim, na próxima seção será apresentada essa teoria e, dentro desse mesmo enfoque, o trabalho com as estruturas multiplicativas e suas situações com seus diferentes significados.

3. A FORMAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

3.1 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO EIXO PARA O DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL

Durante muito tempo, o ensino da Matemática estava centrado na aprendizagem de conteúdos, na qual os estudantes memorizavam regras e informações e as utilizavam de forma mecânica em atividades que não desenvolviam, necessariamente, a reflexão e articulação entre os conteúdos estudados. Essa forma tradicional de ensino de conteúdos matemáticos, utiliza os problemas para verificar a aquisição da aprendizagem de um determinado conceito que foi ensinado e emerge logo após esse ter sido trabalhado em sala de aula. Assim “o saber matemático não se apresenta ao aluno como um sistema de conceitos, que lhe permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível” (BRASIL, 1997, p. 32).

Nos dias atuais, as prescrições oficiais, os livros e materiais didáticos sugerem que os processos de ensino e aprendizagem da Matemática estejam centrados na resolução de situações problema, considerando-a como fio condutor da aprendizagem de conceitos matemáticos. De acordo com Zuffi e Onuchic (2007), essa linha de pensamento ganha espaço entre a maioria dos pesquisadores de Educação Matemática no Brasil a partir da tradução da obra organizada por Krulik & Reys (1997), o livro do ano de 1980 do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), posteriormente passando a ser considerada como uma metodologia de ensino de modo a proporcionar aos alunos aprendizagem de conceitos matemáticos de forma mais efetiva. Onuchic diz:

A maioria (se não todos) dos importantes conceitos e procedimentos matemáticos pode ser melhor ensinada através da Resolução de Problemas. Tarefas e problemas podem e devem ser dados de modo a engajar os alunos no “pensar” e no desenvolvimento de Matemática essencial que eles precisam aprender (ONUCHIC, 2004, p. 233).

Nessa perspectiva, uma situação-problema é definida, de acordo com as prescrições curriculares para o primeiro segmento da EJA, como “uma atividade cuja solução não pode ser obtida pela simples evocação da memória, mas que exige a

elaboração e a execução de um plano” (BRASIL, 2001, p.103). Smole e Diniz apontam à resolução de problemas como sendo:

Uma situação onde o aluno aprende matemática, desenvolve procedimentos, modos de pensar, desenvolve habilidades básicas como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em diferentes áreas do conhecimento que podem estar envolvidas em uma situação (SMOLE e DINIZ, 2001, p.95).

De acordo com Vergnaud (1990), um problema está diretamente relacionado a diferentes situações que estão presentes nas diversas atividades do cotidiano das pessoas, e a atividade de solucionar problemas exigindo muitas vezes estratégias de enfrentamento imediatas. O aprendizado de estabelecer, verificar e validar estratégias, bem como raciocinar logicamente auxilia o aluno a enfrentar novas situações. É importante destacar no processo de resolução de problemas, a ação de procurar um caminho para a resposta, ou seja, a mobilização de saberes no sentido de buscar a solução que pode pressupor uma resposta única, múltiplas respostas ou até mesmo nenhuma.

Na Educação de Jovens e Adultos, o ensino e a aprendizagem de conteúdos pautados na resolução de problemas se configuram como um grande desafio. A compreensão dos problemas matemáticos é influenciada por diversos fatores, que vão além dos aspectos matemáticos. De acordo com Smole e Diniz (2001),

A dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas estão, entre outras coisas, ligadas à ausência de um trabalho pedagógico específico com o texto de problema, nas aulas de matemática. O estilo nos quais geralmente os problemas de matemática são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da matemática e que, portanto, não fazem parte do cotidiano do aluno e, mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela, podem se constituir em obstáculos para que a compreensão ocorra (SMOLE e DINIZ, 2001, p. 72).

Nesse sentido, por se tratar de um gênero textual que não é aprendido de forma espontânea nas situações do cotidiano (BRÄKLING, 2006), faz-se necessário a intervenção da escola quanto ao ensino.

Diante do exposto, Fonseca e Cardoso, 2005 destacam que,

Parece-nos urgente que professores, pesquisadores e formadores dirijam suas atenções para o delicado processo de desenvolvimento de estratégias de leitura para o acesso a gêneros textuais próprios da atividade matemática

escolar. A leitura e a produção de enunciados de problemas, instrução de propriedades, teoremas [...] demandam e merecem investigação e ações pedagógicas específicas que contemplem o desenvolvimento de estratégias de leitura, a análise de estilos, a discussão de conceitos de acesso aos termos envolvidos, trabalho esse que educador matemático precisa reconhecer e assumir como de sua responsabilidade. (FONSECA e CARDOSO, 2005, p. 64-65).

Os processos de ensino e de aprendizagem em Matemática baseados na resolução de problemas devem propor ao estudante jovem e adulto estabelecer relações entre os conteúdos, os procedimentos informais e os procedimento formais aprendidos na escola. Após organizar essas conexões, o estudante utilizará esses conhecimentos na interpretação da realidade em que vive. (BRASIL, 2001).

Santos e Oliveira (2015) apontam a necessidade de considerar a relevância do cotidiano do estudante da EJA, apresentando situações que favoreçam a construção dos significados dos conteúdos matemáticos a serem aprendidos. Para estes autores: “Contextualizar a Matemática é transformá-la em um instrumento útil à realidade de cada aluno, não no sentido de trabalhar apenas os conteúdos que fazem parte da vida dos estudantes, mas de utilizá-los como exemplificações desde que sejam aplicáveis ao contexto” (SANTOS E OLIVEIRA, 2015, p. 63).

Saber responder corretamente um problema por meio da escrita matemática não significa, de fato, êxito na aprendizagem. Para que isso aconteça é necessário que o estudantes seja capaz de pôr à prova os resultados obtidos, argumentar sobre a solução e testar seus efeitos. Evidenciar os caminhos pelo qual se chegou ao resultado e comparar estratégias de solução propiciam o desenvolvimento do senso crítico e criatividade dos estudantes.

Dessa forma, explorar os conteúdos fazendo uso desta metodologia de ensino, centrada na análise, interpretação e resolução de situações-problemas, permite ao aluno da EJA buscar estratégias próprias para organizar e reorganizar seus conhecimentos, ampliar conceitos, desenvolver conjecturas, levantar hipóteses, comparar resultados e construir sua autonomia (PERNAMBUCO, 2012).

Diante dessa proposta de aprendizagem – a partir da resolução de problemas – é necessário, portanto, que o aluno possa refletir e estabelecer relações. A base teórica do presente estudo – apresentada na seção a seguir – defende a necessidade de se considerar as relações entre conceitos.

3.2 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud, considerada por ele mesmo como uma teoria cognitivista, proporciona uma estrutura teórica para analisar a formação e o funcionamento dos conhecimentos e contribui de forma relevante para aprendizagem de conceitos em sala de aula, em particular de conteúdos matemáticos.

Para Vergnaud (1982), conceitos desenvolvem-se ao longo do tempo através da experiência com diferentes situações, dentro e fora da escola. De acordo com o autor, a Teoria dos Campos Conceituais tem por objetivo:

Propiciar uma estrutura às pesquisas sobre atividades cognitivas complexas, em especial com referência às aprendizagens científicas e técnicas. Trata-se de uma teoria psicológica do conceito, ou melhor, da conceitualização do real, que permite situar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista de seu conteúdo conceitual (VERGNAUD, 1999, p.1).

Vergnaud (1986), define um campo conceitual como um conjunto de situações em estreita inter-relação que requer conceitos, procedimentos e representações simbólicas em conexão simultânea. Portanto, de acordo a TCC, o indivíduo desenvolve a compreensão de conceitos dentro de um amplo contexto de problemas. Assim, o autor destaca que um conceito não está ligado apenas a um tipo de situação, bem como uma determinada situação não apresenta um único conceito.

Os conceitos matemáticos traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações. E cada situação normalmente não pode ser analisada com a ajuda de apenas um conceito. Em outras palavras, nem um só conceito nem uma situação isolada dá conta do processo de aquisição de um conhecimento (VERGNAUD, 1996, p. 28).

Para Vergnaud,

Um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se nos interessamos por sua aprendizagem e seu ensino. É através das situações dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança (...) Falar em elaboração pragmática não significa abstrair a natureza dos problemas para os quais um conceito novo oferece resposta – tais problemas tanto podem ser teóricos, como práticos (VERGNAUD, 1999, p. 2).

Vergnaud (1986) defende a importância de se compreender um conceito a partir de um tripé de três conjuntos interdependentes, composto por situações (S), que dão

significados aos conceitos, conjunto de invariantes (I), que são propriedades lógico-operatórias que possibilita a generalização e a transferência de aprendizagem e o conjunto de representações simbólicas (R), que são símbolos utilizados para representar o conceito. Esses aspectos do conceito (*situações, invariantes e representações simbólicas*) estão intimamente interligados nas relações com outros conceitos, através de diferentes tipos de situações, propriedades, simbologias e contextos. Essas definições apontam para a análise simultânea das situações em que os problemas estão propostos, os invariantes operatórios e as representações simbólicas que estão sendo utilizadas para o desenvolvimento do conceito.

Nesse sentido, as situações-problema se apresentam como desafio a ser compreendido, pois se fazem presentes certo número de conceitos com seus significados, relações, propriedades e símbolos. Portanto, deve-se evitar o ensino de conteúdos matemáticos que supervalorizam fórmulas, algoritmos e cálculos formais, pois esses procedimentos de cálculos devem ser trabalhados posteriormente a construção do conhecimento, a compreensão de problemas, soluções satisfatórias, e conseqüentemente, o desenvolvimento de conceitos.

Para resolver situações-problema, os estudantes mobilizam conhecimentos de vários campos conceituais. Dentre esses, há o das estruturas multiplicativas que será discutido a seguir.

3.3 O CAMPO CONCEITUAL DAS ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS E A COMBINATÓRIA: CLASSIFICAÇÃO DE PROBLEMAS

O campo conceitual das estruturas multiplicativas, como todo campo conceitual, se constrói a partir de um amplo contexto de problemas que dão sentidos aos conceitos que estão em estreita conexão entre si. Para Vergnaud (1991), esse campo é formado por um conjunto de situações que envolvem a divisão e a multiplicação, a proporção e as proporções múltiplas, bem como outros conceitos matemáticos, entre eles estão as funções lineares e não lineares, espaços vetoriais, análise dimensional, número racional (em suas distintas formas: decimal, fração, razão, proporção) dentre outros.

Erroneamente, muitas vezes o campo multiplicativo é introduzido como adição de parcelas repetidas, sendo discutido em sala de aula como extensão da adição. É

importante destacar, que embora, situações de multiplicação possam ser desenvolvidas a partir da adição, o campo multiplicativo envolve outros sentidos de números e invariantes distintos da multiplicação.

Nunes Bryant (1997) defendem que o campo conceitual das estruturas aditivas está baseado na relação parte-todo, ou seja, adição e a subtração estão ligadas aos esquemas de ação de separar, juntar e colocar em correspondência um-a-um, diferentemente do campo multiplicativo, onde existe uma relação fixa entre duas variáveis. Corroborando com a afirmativa, Nunes, Campos, Magina e Bryant (2001), apontam que a semelhança existente entre a adição e a multiplicação está relacionada no procedimento de cálculo, contudo, no que se refere a relações-base, apresentam diferenças.

A partir da premissa de conceitos inter-relacionados, diferentes tipos de problemas de estrutura multiplicativa são classificados por diversos autores. Em Nunes e Byant (1997) as situações multiplicativas são classificadas em *correspondências – um – a – muitos, relações entre variáveis – covariação e distribuição*. Assim definidas e exemplificadas em Martins (2010, p.58):

1. *Correspondência um-a-muitos:*

São situações que envolvem a ideia de proporção, trabalhando com a ação de replicar, na qual o número de replicações é conhecido como fator escalar.

- *Multiplicação direta:*
Exemplo 1: *Beto mora num prédio de 12 andares. Em cada andar há 4 apartamentos. Quantos apartamentos há no prédio? (DANTE, 2007, p.200).*
- *Problema inverso de multiplicação:*
Exemplo 2: *Para encher uma jarra são necessários 6 copos de água. Quantas jarras podemos encher com 30 copos de água? (DANTE, 2007, p.145).*
- *Produto cartesiano direto:*
Exemplo 3: *Tendo duas saias – uma preta (P) e uma branca (B) – e três blusas – uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) - de quantas maneiras posso me vestir? (BRASIL, 1997, p.111)*
- *Produto cartesiano inverso*
Exemplo 4: *Numa festa foi possível formar 12 casais diferentes para dançar. Se havia 3 moças e todos os presentes dançaram, quantos eram os rapazes? (BRASIL, 1997, p.112)*

2. *Relação entre variáveis – co-variação*: Relaciona duas ou mais variáveis e, à medida que o número de variáveis aumenta, aumenta também a complexidade do problema.

- *Exemplo 5: Josefina fez uma pesquisa perto de sua casa sobre o preço de alguns produtos básicos. Examine os preços que ela encontrou. (preço por quilograma). Arroz R\$ 1,60, feijão R\$ 2,20, açúcar R\$ 1,30, sal R\$ 0,90, café R\$ 3,10, macarrão R\$ 1,30, farinha R\$ 1,40, batata R\$ 1,60, tomate R\$ 1,50, cebola R\$ 1,20 e frango R\$ 2,50. De quanto ela precisa para comprar meio quilo de farinha? (DANTE, 2007, p.192)*

3. *Distribuição*: Há três valores a serem considerados: o total, o número de receptores e a cota (ou o tamanho da distribuição). A cota e o número de receptores estão em relação inversa um com o outro: enquanto um cresce, o outro diminui.

- *Exemplo 6: Uma caixa de água com 500 litros é suficiente para o consumo diário de uma família. Ao lavar a louça de cinco refeições podemos desperdiçar uma dessas caixas. Calcule quantos litros de água podem ser desperdiçados cada vez que se lava a louça de uma refeição. (MANSUTTI E VÓVIO, 2007,p.203)*

Nesse mesmo direcionamento, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL,1997), apresentam os seguintes problemas multiplicativos: *Comparativa, Proporcionalidade, Configuração Retangular e Combinatória*. Salienta-se que para cada tipo de problema de multiplicação, há um de divisão (por relação inversa), assim definidos e exemplificados em Martins (2010, p.59-60).

1. *Comparativa*:

Envolvem a comparação entre quantidades trabalhadas.

- *Multiplicação: Pedro tem R\$ 5,00 e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia? (BRASIL, 1997, p.109)*
- *Divisão: Lia tem R\$ 10,00. Sabendo que ela tem o dobro da quantia de Pedro, quanto tem Pedro? (BRASIL, 1997, p.109)*

2. *Proporcionalidade*:

Envolve situações associadas comparação entre razões.

- *Multiplicação: Marta vai comprar três pacotes de chocolate. Cada pacote custa R\$ 8,00. Quanto ela vai pagar pelos três pacotes? (BRASIL, 1997, p. 110)*

- *Divisão: Marta pagou R\$ 24,00 por 3 pacotes de chocolate. Quanto custou cada pacote? (BRASIL, 1997, p.110)*

3. Configuração retangular:

Envolve situações associadas a distribuição espacial

- *Multiplicação: Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório? (BRASIL, 1997, p.110)*
- *Divisão: As 56 cadeiras de um auditório estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 7 as fileiras, quantas são as colunas? (BRASIL, 1997, p.111)*

4. Combinatória:

Situações que envolvem escolha e agrupamento dos elementos de um conjunto.

- *Multiplicação: Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir? (BRASIL, 1997, p.111)*
- *Divisão: Numa festa, foi possível formar 12 casais diferentes para dançar. Se havia 3 moças e todos os presentes dançaram, quantos eram os rapazes? (BRASIL, 1997, p.112)*

Vergnaud (1983, 1991) apresenta outra categorização para os problemas multiplicativos, e apontando três grandes classes que envolvem relações ternárias e quaternárias: *isomorfismo de medidas, produto de medidas e proporções múltiplas*, assim definidas e exemplificadas em Martins (2010, p.61).

1. Isomorfismo de medidas:

A primeira grande forma de relação multiplicativa envolve uma relação entre quatro quantidades; sendo duas quantidades de medidas de certo tipo e duas outras medidas, de outro tipo. (VERGNAUD, 1991, p.197-210).

- *Exemplo 1: Para fazer uma blusa, dona Célia usa 6 botões. Quantos botões ela precisará para fazer 4 blusas como essa? (COSTARDI, NAHUM E SOUZA, 2007, p.217)*

2. Produto de medidas:

Esta forma de relação consiste em uma relação ternária entre três unidades, das quais uma é o produto das outras duas. (VERGNAUD, 1991, p. 211- 224).

- *Exemplo 2: Os organizadores da diversão estão formando pares para festa de Caruaru, mas até agora só conseguiram 4 mulheres e 4 homens interessados.*

Ajude-nos a escolher pares para festança. Quantos pares diferentes poderão ser formados com essas pessoas? (MIRA, ZABOT E HAMANN, 2007, p.2017)

3. Proporções múltiplas:

Envolve uma relação ternária que implicam numa relação intrínseca dos significados, porém, não pode ser resolvida apenas com o produto das duas outras medidas.

- *Exemplo 3: Vou viajar com um grupo de amigos. Somos 8 pessoas e vamos passar 10 dias em um hotel cuja diária é de R\$ 50,00. Qual será o valor de que cada pessoa vai pagar de hotel ao final da viagem? (PESSOA, 2006, p.11)*

Além da multiplicação e divisão, o raciocínio combinatório é um dos conceitos envolvidos na estrutura multiplicativa. Os problemas que envolvem essa forma de pensar pode ser definido como um conjunto de conceitos que propicia a observação de situações de contagem, ou seja, possibilita a enumeração e esgotamento do número de possibilidades, a partir de conjuntos de elementos dados e de condições distintas de agrupamento dos elementos (BORBA, 2010).

Dentre as situações que constituem o campo multiplicativo, destacam-se as referente ao raciocínio combinatório, que é o alvo desse estudo. O raciocínio combinatório se configura como é uma forma de pensar sobre a Combinatória, pode ser definida como um conjunto de conceitos que propicia a observação de situações de contagem, ou seja, possibilita a enumeração e esgotamento do número de possibilidades, a partir de conjuntos de elementos dados e de condições distintas de agrupamento dos elementos, ou seja, é definida historicamente como a arte de contar. Segundo Borba (2010), o raciocínio combinatório está relacionado à maneira de pensar essencial para analisar situações que envolvem agrupamentos de elementos atendendo a condições específicas, as quais estão associadas às ações de escolha e/ou ordenamento de elementos, podendo esses serem repetidos, ou não, ou, ainda, terem que obedecer a critérios específicos de proximidade, de existência de certos elementos, dentre outros.

A Combinatória é definida por Morgado, Pitombeira de Carvalho, Pinto de Carvalho e Fernandez (1991) como “a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas” (p. 1). Nesse mesmo sentido, Batanero, Godino e Pelayo (1996), afirmam que a Combinatória é um elemento fundamental da Matemática discreta, mostrando-se essencial para a construção do pensamento formal.

Borba (2010), na classificação dos problemas combinatórios, indica a seguinte organização: *produto de medidas*¹⁰, *permutação*, *arranjo* e *combinação*. Observa-se que a autora citada faz uma junção dos significados apresentados em Vergnaud (1983, 1991), Nunes e Bryant (1997) e os PCN (1997), os quais tratam apenas de problemas que envolvem o significado de *produto de medidas*, juntando esse significado aos significados de *arranjo*, *permutação* e *combinação*, descritos, como segue, por Merayo (2001).

Seja um conjunto de m elementos distintos. Recebe o nome de arranjo de ordem n desses m elementos, a todo grupo ordenado formado por n elementos tomados dos m , de tal maneira que dois grupos são considerados distintos se diferem em algum de seus elementos ou bem, se tendo os mesmos elementos, diferem pela ordem em que estão colocados (p.236)... Permutação de m objetos distintos, qualquer agrupamento desses objetos que difere um do outro unicamente pela ordem de colocação de seus objetos (p.241)... Seja um conjunto formado por m elementos distintos. Recebe o nome de combinação de ordem n desses m elementos, cada grupo formado por n elementos tomados dos m , tal que duas combinações se consideram distintas se diferem em algum de seus elementos. Nesta ordenação não influi a ordem de colocação, isto quer dizer que, dois agrupamentos são iguais se contêm os mesmos elementos, ainda que colocados em distinta ordem (MERAYO, 2001, p. 269).

Para esse estudo, usaremos a classificação indicada por Pessoa e Borba (2009), exemplificada a seguir.

- **Produto cartesiano, produto de medidas ou combinatória.**

Ex.: Maria tem 3 saias e 5 blusas. Quantos trajes diferentes ela pode formar combinando todas as saias com todas as blusas?

- **Permutação**

Ex.: Calcule o número de anagramas da palavra AMOR.

- **Arranjo**

Ex.: A semifinal da Copa do Mundo será disputada pelas seguintes seleções: Brasil, França, Alemanha e Argentina. De quantas maneiras distintas podemos ter os três primeiros colocados?

- **Combinação**

Ex.: Uma escola tem 9 professores, dos quais 5 devem representar a escola em um congresso. Quantos grupos de 5 professores pode-se formar?

¹⁰ Outros autores como Nunes e Bryant (1997) denominam esse tipo de problema como 'produto cartesiano' e Vergnaud (1983) se refere a esse tipo de problema como 'produto de medidas'.

É importante observar que cada um desses tipos de problemas é caracterizado por específicas formas de escolha e de ordenação dos elementos que constituem as distintas possibilidades dentro das situações combinatórias.

Como o exemplo citado de *produtos de medidas*

- *Maria tem 3 saias e 5 blusas. Quantos trajes diferentes ela pode formar combinando todas as saias com todas as blusas?*

O exemplo citado, são dados dois conjuntos (saia e blusas) e pede-se para que o estudante determine a quantidade de possibilidades em que se deve *escolher* um elemento de cada conjunto, de modo que a ordem dos elementos escolhidos não determina novas possibilidades. Assim, a possibilidade de saia verde com blusa branca é a mesma que blusa branca e saia verde.

Como o exemplo citado de *permutação*:

- *Calcule o número de anagramas da palavra AMOR.*

Para esse problema, de um conjunto único onde serão utilizados todos os elementos, de forma que a *ordem* é importante na organização dos elementos. Assim, a partir do exemplo dado, as letras da palavra AMOR serão organizadas de acordo com a *ordem*, de modo que AMOR é diferente de AMRO.

Como o exemplo citado de *arranjo*:

- *A semifinal da Copa do Mundo será disputada pelas seguintes seleções: Brasil, França, Alemanha e Argentina. De quantas maneiras distintas podemos ter os três primeiros colocados?*

Nesse problema, de um conjunto de quatro elementos, serão *escolhidos* elementos de acordo com as condições determinadas no enunciado da situação problema, e a ordem dos elementos dos agrupamentos é importante na sua composição. No exemplo dado, tem-se um grupo de quatro times em que serão usados apenas três times para compor o pódio, a ordem distinta implica em novos pódios, uma vez que 1º lugar – Brasil, 2º lugar - Alemanha e 3º lugar – Argentina é

diferente de 1º lugar - Brasil, 2º lugar - Argentina e 3º lugar - Alemanha. Apesar do pódio ser composto pelos mesmos times, a *ordem* de classificação deles se configura como um novo pódio.

Como o exemplo citado de *combinação*

- *Uma escola tem 9 professores, dos quais 5 devem representar a escola em um congresso. Quantos grupos de 5 professores pode-se formar?*

Para esse tipo de problema, de um conjunto dado serão escolhidos agrupamentos em que a ordem dos elementos não é importante para sua composição. Nos problemas de *combinação*, assim como nos problemas de *arranjo* têm-se um conjunto dado, em que serão *escolhidos* alguns de seus elementos para a formação das possibilidades. A diferença entre eles está no fato de que em *combinações*, a *ordem* dos elementos escolhidos não indica uma nova possibilidade. Desse modo, no exemplo dado, dos nove professores, serão selecionados cinco, João, Bia, Fabio, Arthur e Maria é o mesmo grupo que Bia, João, Maria, Arthur e Fabio, pois a ordem em que os professores são escolhidos não altera a composição do grupo.

Diante dessa definição, é indispensável salientar a necessidade do professor em compreender as distintas situações combinatórias, mas, para um eficiente ensino de Combinatória se torna imprescindível outros conhecimentos docentes – relacionados a práticas pedagógicas e à aprendizagem por parte dos estudantes. Na seção que segue serão apresentados estudos anteriores no que se refere ao desenvolvimento curricular da Matemática na Educação de Jovens e Adultos.

4. OS CURRÍCULOS DE MATEMÁTICA NA EJA EM ESTUDOS ANTERIORES

Nas últimas décadas, os currículos de Matemática vêm se tornando cada vez mais alvo de pesquisas entre os estudiosos da área de Educação e de Educação Matemática. Segundo Pires (2015), embora haja um crescimento significativo ainda há lacunas que necessitam maior atenção e aprofundamento por parte dos pesquisadores. Especificamente na EJA, Freitas (2013) destaca que estudos referentes aos currículos de Matemática ainda apontam bastante fragilidade, ressaltando a necessidade do investimento em pesquisas que analisem diferenças e adaptações ocorridas, em particular, entre currículos prescritos e currículo em ação.

Alguns estudos a respeito dos currículos de Matemática na EJA, da Combinatória e da relação do professor-material curricular serão apresentados nessa seção, seguindo a ordem cronológica, a partir das instancias curriculares – *currículo prescrito*, *currículo apresentado*, *currículo moldado*, *currículo em ação* e *currículo realizado* - propostas por Sacristán (2000). Entretanto, a discussão será iniciada com o estudo de Palanch (2016) por fornecer um panorama geral a respeito dos currículos de Matemática na Educação.

Palanch (2016), fez um mapeamento de dissertações e teses sobre currículos de Matemática na Educação Básica brasileira nos períodos de 1987 a 2012, e identificou, inicialmente, 366 pesquisas que tinham como foco Currículos, Matemática e Educação. Posteriormente, a partir de critérios de maior conexão do tema com a Educação Matemática, foram selecionados um total de 149 estudos, sendo 88% dessas produções desenvolvidas entre os anos de 2003 e 2012. Esse levantamento permitiu entender o panorama das pesquisas sobre Currículos na Matemática e/ou na Educação Matemática.

Após leitura dos resumos dos estudos selecionados, o autor fez nova categorização chegando ao número de 98 teses e dissertações disponíveis na íntegra. De acordo com o pesquisador, as produções foram organizadas a partir das instancias curriculares propostas por Sacristán (2000) - *currículos prescrito*, *apresentado*, *moldado (modelado)*, *em ação*, *realizado* e *avaliado* – unindo as instancias do currículo em ação e realizado em uma mesma categoria, por entender que ambas se efetivam em situações de sala de aula ou em situações de aprendizagem em espaços escolares. Nessa análise, Palanch (2016) destacou que grande parte das produções

envolviam, como temática principal, currículos em ação e realizado, sendo 39 pesquisas com essa abordagem, seguidas de currículos prescritos, com 33 pesquisas, currículo apresentado, com 14 pesquisas, currículos avaliados pelos professores, com 7 e currículos moldados, com 5 pesquisas.

De forma geral, a partir do detalhamento de cada pesquisa, o autor destacou que os trabalhos referentes aos currículos prescritos apresentavam aos professores os referenciais para o planejamento da prática docente, que no processo até chegar à sala de aula passa pelo currículo apresentado, e que estes, permitem organizar o planejamento das práticas pedagógicas. No currículo modelado pelos professores, o autor destaca que temas importantes como multiculturalismo, etnomatemática, diversidade cultural, entre outros, foram abordados nas pesquisas, o que permite a efetivação dos currículos em ação e realizados, nos quais se verifica o processo de aprendizagem e as convergências e divergências que são apresentadas no currículo praticado. Por fim, os estudos que abordavam o currículo avaliado apontam que as avaliações externas e internas influenciam os currículos praticados em sala de aula.

É importante salientar que os estudos analisados por Palanch (2016) apontam uma fragilidade no que se refere às pesquisas na área da Educação Matemática de Jovens e Adultos, tendo sido encontrados apenas sete trabalhos destinados a essa modalidade de ensino. São eles: Uma análise curricular da Matemática na Educação de Jovens e Adultos – 2006, A implementação do PROEJA no Cefet de SC: relações entre os objetivos, seus alunos e o currículo de Matemática – 2008, Currículos de Matemática na Educação de Jovens e Adultos: análise de prescrições na perspectiva cultural da matemática – 2012, Uma proposta para o ensino de Matemática para o curso técnico em agentes comunitários de saúde na modalidade PROEJA – 2010, Currículo de Matemática na Educação de Jovens e Adultos: uma análise baseada em livros didáticos – 2012, A prática social da culinária: algumas reflexões na construção curricular da Matemática na Educação de Jovens e Adultos – 2007 e Matemática em rede a partir de projeto de pesquisa na EJA – 2007. Estes estudos foram classificados pelo autor nas categorias de currículo prescrito, currículo apresentado e currículo em ação e realizado. É importante destacar que o autor não identificou nenhuma pesquisa na EJA, a partir de seus critérios de busca, que tivessem foco nos currículos moldados e avaliados.

O estudo mostra que embora haja um crescimento significativo de pesquisas sobre currículos de Matemática em diferentes níveis e modalidades de ensino, ainda há muitos aspectos a serem investigados a respeito dos currículos de Matemática na Educação de Jovens e Adultos, sendo necessário o desenvolvimento de mais pesquisas nessa área.

A respeito das prescrições curriculares para EJA, em seu estudo, Kooro (2006) analisou a organização de currículos prescritos nas esferas federal, estadual e municipal para o ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos. Na investigação, a autora buscou entender quais estruturas e conteúdos eram privilegiados no Ensino Fundamental da EJA, bem como, buscou identificar a adequação dos mesmos às especificidades desta modalidade de ensino. A autora usou informações contidas nas Propostas Curriculares de Matemática para o 1º e 2º segmentos da EJA, Propostas Curriculares dos estados da Bahia, Rio Grande do Norte e do Distrito Federal e as Propostas Curriculares dos municípios de São Paulo - SP e Betim - MG, tomando como parâmetro a reflexão sobre a Educação Matemática numa perspectiva cultural. Nessa perspectiva, a Matemática formal desenvolvida nas escolas, universidades e currículos promove uma aproximação com a Matemática informal, que é aquela desenvolvida a partir de um repertório de saberes e práticas particulares de um determinado grupo cultural.

Segundo a autora, a análise dos documentos prescritivos, embora apresentasse na maioria das propostas considerações pertinentes, coerentes e relevantes para Educação de Jovens e Adultos, apontou que a organização dos temas e as orientações metodológicas são semelhantes às que são realizadas no ensino regular, desconsiderando especificidades inerentes à EJA. Foi identificado que nem todos os documentos curriculares contemplavam a área de Matemática em suas orientações, e os que a contemplavam não apresentavam orientações ao professor sobre como fazer a abordagem dos conteúdos de forma a atender os objetivos da EJA. Desse modo, a autora chama atenção para o discurso dos documentos, enfatizando que os mesmos quase não dialogam com o professor, e que discutem minimamente a abordagem dos eixos temáticos da Matemática, assim como os aspectos formativo e funcional.

Nesse mesmo direcionamento, a respeito da mesma instância curricular na Educação de Jovens e Adultos, Januário (2012) investigou se as características da

Proposta Curricular para o 2º segmento (volumes 1 e 3) da EJA possibilitavam uma aproximação entre a cultural formal e a cultura informal da Matemática. A análise do documento se deu a partir de categorias que emergiram com base na perspectiva cultural da Matemática e do currículo enculturador, utilizando como referencial teórico Bishop (1988, 1999) e D'Ambrosio (1996, 2005b); e estudos de Pires (2000, 2004) e Skovsmose (2008).

O autor identificou, na Proposta Curricular, prescrições de enculturação Matemática no processo de desenvolvimento curricular para alunos jovens e adultos. Segundo o autor, essas orientações caracterizam os princípios do enfoque cultural do currículo de Matemática e os componentes do currículo de enculturação. Januário (2012), chama atenção à necessidade de se conceber os diferentes saberes e experiências de jovens e adultos, reconhecer os alunos como um grupo que também desenvolve ideias matemáticas, que legitima e aproxima os saberes (formais e informais) e, desse modo, dá significado à Matemática e motivação ao aluno a prosseguir em sua trajetória de formação escolar.

Numa análise em currículos prescritos, Lima e Borba (2017), buscaram investigar o que é proposto nas prescrições curriculares para o Ensino Fundamental e Ensino Médio no trabalho com a Combinatória e com a Probabilidade, bem como buscaram identificar indícios de sugestões de um trabalho articulado que promova o desenvolvimento do raciocínio combinatório e do raciocínio probabilístico. Os documentos analisados foram os Parâmetros Curriculares Nacionais para os anos iniciais e anos finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio (BRASIL, 1997, 1998) e as Propostas Curriculares para o 1º e 2º segmentos da Educação de Jovens e Adultos (BRASIL, 2001, 2002).

Na análise específica dos documentos curriculares para EJA, no que se refere às orientações nas prescrições para o 1º segmento, as autoras apontaram que tanto a Combinatória como a Probabilidade não apresentam grande destaque no documento. A Combinatória é apresentada no bloco de números e operações associada a um dos significados do conceito de multiplicação (produto de medidas), enquanto a Probabilidade é apontada como um aprofundamento de dados estatísticos, visando a realização de previsões a partir da identificação de características de eventos. Dessa maneira, não foi identificado pelas autoras, nos documentos do 1º segmento, indicação de articulação entre os raciocínios

combinatório e probabilístico. No documento referente ao 2º segmento, Lima e Borba (2017) afirmaram que as orientações para o trabalho com os conceitos combinatórios e probabilísticos aparecem mais fortemente, porém, o documento não apresenta indícios de articulação explícita para o trabalho com os mesmos.

Com foco na construção da atual política curricular da EJA, Fagundes (2020), investigou as formas de participação docente na construção da atual Proposta Curricular para o II Segmento da Educação de Jovens e Adultos da Rede Municipal de Ensino (RME) de Florianópolis/SC. O estudo utilizou como referencial teórico Cossio et al. (2010), Dagnino (2004), Mouffe (2000; 2003; 2005; 2013), Laclau e Mouffe (2015), Santos (2002), Cury (2015), Gadotti (2014; 2016), Beech (2007; 2009), Lopes (2004; 2005; 2006; 20013), Mainardes (2006), Moreira (2000), Ball, Maguire e Braum (2016), Sacristán (2020), Libaneo (2014) e Llavador (2013). Com foco em seis indicadores das possíveis formas de participação docente, o estudo foi desenvolvido a partir da análise de conteúdo a partir dos textos oficiais da política curricular da RME de Florianópolis como propostas, diretrizes, orientações curriculares, relatos de experiências, projeto político pedagógico, relatórios, dentre outros. Também, foram realizadas entrevistas pré-estruturadas com nove profissionais da EJA de Florianópolis, incluindo professores/as, coordenadores/as de núcleo, gestores/as e formadores/as, cuja seleção se deu a partir do tempo de atuação na EJA local e envolvimento com o coletivo docente no período considerado.

Após análises, a autora evidenciou que as formas de participação docente na construção da proposta curricular para o II Segmento da EJA de Florianópolis expressam, de certa forma, a própria cultura escolar, ao qual se estabelece como uma cultura democrática e participativa em decisões curriculares, desenvolvendo uma proposta pedagógica própria, construída por professores, coordenadores e gestores – o que legitima o texto curricular. Por fim, a autora conclui que a micro política curricular da EJA local está representada mais nas práticas pedagógicas e na oralidade do que na materialidade da escrita.

No que se refere ao currículo apresentado, com foco em conteúdos específicos, Martins (2010), analisou, a partir de pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais, problemas que envolviam estrutura multiplicativa presentes em todos os livros didáticos aprovados no Plano Nacional do Livro Didático para Alfabetização de Jovens e Adultos (PNLA). Para análise dos problemas, foram verificados os significados

trabalhados nas questões, as representações simbólicas solicitadas e apresentadas, bem como os contextos que as situações-problema estavam inseridas.

A autora evidenciou em seus resultados, que embora os livros busquem trabalhar aspectos variados das estruturas multiplicativas, ainda há necessidade de uma maior variedade de situações abordadas, principalmente no que se refere à Combinatória. No que concerne às representações simbólicas apresentadas nos problemas combinatórios e solicitadas aos alunos para a resolução dos mesmos, os livros analisados pouco incentivaram o estímulo a representações diversificadas, salvo as tradicionais que exibiam apenas enunciados sem solicitação de representações auxiliares para a resolução dos problemas.

Santana (2012) investigou livros didáticos para a Educação de Jovens e Adultos, sob a perspectiva do currículo enculturador proposta por Bishop (1999). Essa pesquisa teve como principal objetivo o identificar como os conteúdos são abordados em livros de Matemática para a EJA, e se as metodologias, organização e contextos propiciam o processo de enculturação matemática, ou seja, se promoviam a aproximação entre a Matemática não escolar (conhecimentos e experiências adquiridas nas relações sociais) e a Matemática escolar.

No estudo, a autora analisou duas coleções de livros didáticos dos anos finais aprovadas no PNLD-EJA 2011, por serem livros integrados. A investigação se deu nas unidades que se referem ao componente curricular de Matemática. Mediante análise dos livros e conforme as categorias utilizadas a partir do referencial teórico adotado, Santana (2012) concluiu que os livros didáticos da EJA apresentam em algumas de suas abordagens e atividades elementos que favorecem a enculturação matemática. A autora ressalta a necessidade dos currículos apresentados proporcionar aos estudantes um ambiente que leve em consideração as aprendizagens advindas das experiências cotidianas e da cultura do aluno, apresentem conteúdos ricos em contextos que abordem a cultura da Matemática, seja acessível ao aluno, formalize os conceitos de maneira a favorecer a construção do conhecimento evidenciando o poder explicativo da Matemática a partir de situações significativas e baseadas na cultura do estudante e que consiga superar a tradicional organização linear.

Com foco na modelação do currículo, Bueno (2013) investigou o currículo de Matemática moldado e em ação de uma professora da EJA e os seus conhecimentos

profissionais, sob a ótica do currículo enculturador. A pesquisadora utilizou como referencial teórico a perspectiva cultural da Matemática e do currículo enculturador de Alan Bishop, estudos de Célia Carolino Pires no que diz respeito à organização curricular e de Ole Skovsmose no que se refere a critérios de escolhas dos contextos dentro de um ambiente de aprendizagem. Bueno (2013) defende o papel determinante do professor frente à organização e ao desenvolvimento curricular na EJA, ou seja, transpondo o currículo apresentado em currículo praticado pelos alunos, respeitando as especificidades da Educação de Jovens e Adultos.

No estudo, a autora analisou a postura da professora ao selecionar e desenvolver os conteúdos propostos em sala de aula. De acordo com as observações, Bueno (2013) ressalta que as opções metodológicas contempladas nas atividades desenvolvidas faziam referencial em alguns momentos à Matemática pura, e em outros, a situações que oportunizavam o paradigma da investigação. De acordo com as categorias utilizadas a partir do referencial teórico abordado no estudo, a autora conclui que a partir da prática pedagógica foram encontradas situações que favorecem a enculturação matemática, bem como foi identificado que a professora, ao estimular a articulação entre os diversos temas, favoreceu a articulação em rede, ou seja, ela proporcionou uma ampla investigação e exploração dos diversos temas e conteúdos a partir das relações estabelecidas entre eles.

No que se refere ao currículo em ação, no estudo realizado por Xavier e Freitas (2019), os pesquisadores buscaram analisar a elaboração e a prática pedagógica de Matemática desenvolvida por professoras da Educação de Jovens e Adultos da zona rural de Sobral-CE. Para tal, foram realizadas entrevistas com duas professoras de turmas de EJA de uma escola municipal da zona rural de Sobral e, também, foram feitas observações das aulas no período de dois meses.

De forma geral, no que diz respeito às aulas, as docentes disseram elaborar suas aulas partindo dos direcionamentos das Formações de professores e dos Planejamentos pedagógicos, dos quais elas participam. Além disso, as mesmas disseram fazer uso do livro didático e de atividades diferenciadas complementares. Foi observado nas aulas que as docentes buscavam articular os saberes dos estudantes ao conteúdo trabalhado em sala de aula por meio de diálogos iniciais e nas aulas, explicações utilizando-se de dinâmicas e outras estratégias, contextualizando os conteúdos matemáticos à realidade das turmas.

No estudo intitulado “O desenvolvimento curricular de Matemática na Educação de Jovens e Adultos (EJA): avanços e retrocessos”, Mendes, Santos e Matos (2019), buscaram compreender o currículo de Matemática apresentado na prática pedagógica de uma professora que leciona para alunos da Educação de Jovens e Adultos de uma escola pública de Fortaleza. Para tal, as autoras analisaram prescrições curriculares em âmbito nacional e municipal para o primeiro segmento da EJA, bem como realizaram observações de aulas e entrevista com a professora da turma.

Na análise específica das prescrições curriculares no âmbito nacional, as autoras apontaram na Proposta Curricular para o primeiro segmento da EJA uma condução para o desenvolvimento de uma Matemática aplicada às demandas sociais, e contando como ponto de partida os conhecimentos prévios dos estudantes. Entretanto, criticaram a BNCC por não contemplar, nas três versões de seus textos, a Educação de Jovens e Adultos. Quanto aos documentos prescritivos municipais, o Plano Municipal da Educação de Fortaleza (PMEF 2015-2025) e as Orientações Gerais para o Desenvolvimento do Trabalho Pedagógico do Ensino Fundamental, as autoras destacaram fragilidades no que se refere ao aprofundamento das particularidades e necessidades da EJA.

No que se refere às observações das aulas e entrevista, as autoras constataram que a professora desconhece o currículo da escola em que atua e possui pouco esclarecimento sobre as próprias concepções de currículo. Embora a professora apresentasse 21 anos de experiência, demonstrou dificuldades em compreender as especificidades do processo de aprendizagem dos estudantes da EJA, revelando embaraços ao contemplar características próprias de ensino de crianças, ao invés de ensino voltado a jovens e adultos.

De forma geral, Mendes, Santos e Matos (2019) evidenciaram que os documentos prescritos para a EJA não acolhem suas características e desprezam suas particularidades, direcionando essa responsabilidade para a esfera municipal e esta, por sua vez, reproduz de forma superficial e vaga as orientações a este público. Ficando, assim, a cargo do docente reconhecer e iniciar uma proposta curricular diferenciada para seus estudantes.

A respeito da instância do currículo realizado, no estudo realizado por Lima e Borba (2010), as pesquisadoras analisaram a compreensão de estudantes do primeiro

segmento da Educação de Jovens e Adultos sobre a resolução de problemas multiplicativos, incluindo problemas combinatórios.

A pesquisa investigou 150 estudantes de cinco instituições públicas (dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e uma turma de Mecânica do PROEJA)⁵ que resolveram 16 questões envolvendo problemas multiplicativos, incluindo os de raciocínio combinatório de naturezas distintas (arranjo, combinação, permutação e produto de medidas). De forma geral, foram identificadas algumas variáveis que influenciaram o desempenho dos estudantes, como anos de escolarização, série frequentada e tipos de problemas. No que se refere ao uso de representações simbólicas na resolução dos problemas, as autoras identificaram que os estudantes da EJA resistiam a utilizar representações não formais e os que utilizaram representações, fizeram o uso de listagem das possibilidades. O estudo indica necessidade dos professores em conhecerem as especificidades dos estudantes da EJA – como a resistência de uso de certas representações, bem como a importância de se pensar melhor o currículo de Matemática dessa modalidade de ensino, principalmente no que se refere a abordagem da Combinatória.

Nesse mesmo direcionamento, Barreto e Borba (2011), investigaram o papel da representação simbólica no desenvolvimento do raciocínio combinatório na Educação de Jovens e Adultos, a partir de um estudo de intervenção/ de ensino. Foi realizado pré-teste, intervenção e pós-teste com estudantes do Módulo III da EJA, correspondente aos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, divididos em três grupos de estudantes. Cada grupo participou de uma intervenção distinta que consistiu na utilização de determinadas representações simbólicas para resolver os problemas combinatório propostos no pré-teste. O Grupo 1 – resolveu metade dos problemas usando listagens e a outra metade usando árvores de possibilidades; Grupo 2 – resolveu todos os problemas com árvores de possibilidades; e Grupo 3 – resolveu todos os problemas usando listagens. Foram verificados avanços nos desempenhos de todos os estudantes, principalmente em relação ao percentual de acertos parciais, ou seja, os estudantes conseguiram entender os invariantes das situações combinatórias, mas não conseguiam esgotar as possibilidades dos mesmos. Em relação às representações abordadas, os estudantes evidenciaram, no pós-teste, aprimoramentos no uso da listagem.

Os dados da investigação apresentada indicam que com apenas uma sessão de intervenção houve avanços significativos de desempenho dos estudantes no pós-teste. Nesse teste final os estudantes demonstraram compreensão sobre as propriedades invariantes da Combinatória, operando com as representações simbólicas de modo sistemático.

Os estudos citados não esgotam a totalidade de contribuições das pesquisas encontradas no levantamento realizado, mas representam uma seleção de investigações que se relacionam com o presente objeto de estudo e temáticas a ele relacionado. Fica clara a necessidade de um trabalho sistemático que investigue a articulação (convergências e divergências) das distintas instâncias curriculares (do prescrito, passando pelo vivenciado e chegando ao avaliado) no desenvolvimento de um conteúdo matemático, no caso a Combinatória, visando contribuir para um ensino consciente e uma aprendizagem significativa, em particular na Educação de Jovens e Adultos.

5. MÉTODO

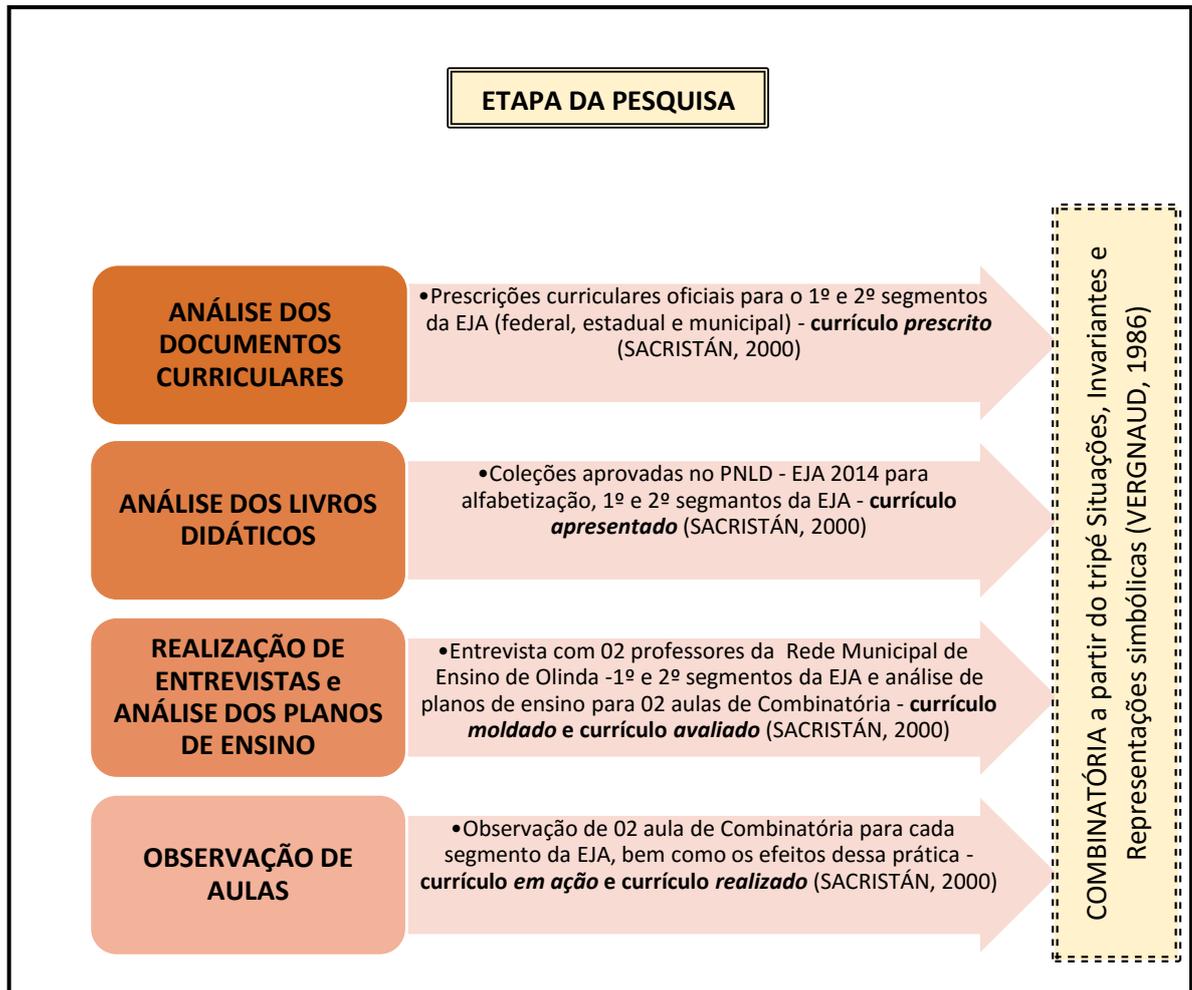
Neste capítulo apresenta-se o percurso metodológico adotado para a coleta de dados do estudo, o campo empírico e os participantes da investigação, bem como serão especificados os critérios e procedimentos de coleta e análise de dados. Levando em consideração o objeto a ser investigado, nesta pesquisa, elegeu-se uma abordagem qualitativa, concebendo-as como complementares para analisar o objeto proposto.

Para atingir os objetivos apresentados e, conseqüentemente, responder às questões de pesquisa (apresentadas na Seção 1.1), foram realizadas análises das orientações curriculares oficiais – federal, estadual e municipal – que são referência para a formulação dos currículos dos sistemas de ensino (currículos *prescritos*); foram realizadas análises de coleções de livros didáticos aprovados no PNLD-EJA 2014 (currículo *apresentado*); foram realizadas entrevistas com professores que atuam no primeiro e segundo segmentos da Educação de Jovens e Adultos, bem como foram solicitados planos de ensino para duas aulas de Combinatória (currículo *modelado*), por fim, também foram feitas observações da atuação dos professores em sala de aula (currículo *em ação*), contemplando também os efeitos dessas práticas (currículo *realizado*) e os aspectos relevantes apontados pelos docentes para o ensino da Combinatória (currículo *avaliado*).

No Quadro 2 apresentam-se as etapas da pesquisa com a indicação das abordagens teórico metodológicas adotadas. As etapas foram definidas com base nas distintas instâncias curriculares apontadas por Sacristán (2000): o currículo *prescrito* em documentos oficiais, o currículo *apresentado* aos professores nos livros didáticos, o currículo *modelado* pelos professores, o currículo *avaliado* pelos professores, currículo *em ação* em sala de aula e o currículo *realizado* pelos estudantes com o olhar para trabalho com a Combinatória no que se refere ao tripé conceitual de Vergnaud (1986): as diferentes situações, invariantes e representações simbólicas da Combinatória.

A seguir, são apresentadas as categorias de análise e os pressupostos teóricos que subsidiaram os procedimentos de investigação de cada etapa descrita no Quadro 2 – dos documentos oficiais, das coleções de livros didáticos, das entrevistas e planos de ensino dos professores e das observações de aulas.

Quadro 2 : Etapas da pesquisa com indicação de abordagem teórico-metodológicas adotadas



Fonte: A autora (2021)

Define-se como campo de estudo uma escola pública da rede municipal de ensino da cidade de Olinda, sendo feita a escolha da unidade de forma aleatória. A escola está localizada no subúrbio da cidade de Olinda e oferta o Ensino Fundamental nos anos iniciais e finais, bem como o Ensino Fundamental primeiro e segundo segmentos da Educação de Jovens e Adultos. No ano da coleta de dados a escola funcionava nos três turnos, sendo ofertadas no período diurno os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e no período noturno, a modalidade de Educação de Jovens e Adultos. A escola possui um espaço amplo, dispendo de 10 salas de aula, biblioteca, quadra de esportes, refeitório e banheiros. De acordo com os dados do censo 2020, o quadro estudante era composto por 936 estudantes, havia 43 professores e 12 funcionários.

Os participantes da pesquisa são professores e estudantes das turmas dos Níveis III e V da Educação de Jovens e Adultos. O Nível III – 1º segmento, correspondem ao 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, e o Nível V – 2º segmento, corresponde ao 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. A escolha dos professores se deu de forma aleatória a partir da disponibilidade dos mesmos no momento da entrevista.

5.1 CRITÉRIOS DE ANÁLISE ADOTADOS NAS ESTAPAS DA PESQUISA

Para compreensão dos critérios adotados no processo de análise de cada etapa, serão apresentadas nessa seção as categorias elencadas para realização das análises de todas as instâncias curriculares, do currículo *prescrito* ao currículo *avaliado*: (1) *S* - situações; (2) *I* – propriedades invariantes (3) *R* – Representações simbólicas. A seguir são apresentados os pressupostos teóricos que embasaram cada uma das categorias de análise.

- 1) Situações: conjunto de situações que dão significados à Combinatória – *produto de medidas, arranjo, combinação e permutação*.
- 2) Invariantes: propriedades lógico-operatórias, as quais permitem generalizações e transferência de aprendizagens – particularidades de cada situação como: escolha e ordenação dos elementos.
- 3) Representações simbólicas: conjunto de símbolos utilizados na representação do conceito – diversos meios como: desenho, listagem, tabelas, diagramas, árvore de possibilidades, entre outros.

5.2 ETAPAS DA PESQUISA

5.2.1 Etapa 1 – Currículo prescrito

Essa etapa teve como propósito atender ao seguinte objetivo:

- Compreender a organização e os principais aspectos apresentados (segundo as situações, invariantes e representações simbólicas tratadas) nos currículos oficiais (federal, estadual e municipal), no que se refere ao

trabalho com a Combinatória, no 1º e 2º segmentos da Educação de Jovens e Adultos.

Nesta etapa da pesquisa foram analisados documentos oficiais, com o propósito de identificar as orientações referentes ao ensino e aprendizagem da Combinatória. Os documentos analisados foram as propostas curriculares nacional, estadual e municipal (currículo *prescrito*): Proposta Curricular para Educação de Jovens e Adultos 1º segmento e 2º segmento (BRASIL, 2001; 2002), Parâmetros Curriculares para a Educação Básica de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012) e a Base Curricular da Rede Municipal de Olinda (OLINDA, 2010). A escolha dos documentos se deu por se tratarem dos documentos curriculares mais atuais para EJA, como também pelos processos de construção dos mesmos, que se consistiu em debates, análises, sugestões e avaliações da comunidade acadêmica, de especialistas nas diversas áreas do conhecimento e, também, dos professores da rede pública.

Na investigação das prescrições curriculares foram analisados os aspectos gerais de cada documento, sua organização, bem como as categorias de análise do estudo descritas acima: diferentes *situações*, propriedades *invariantes* das situações e *representações simbólicas* das situações.

5.2.2 Etapa 2 – Currículo apresentado

Essa etapa teve como propósito atender ao objetivo:

- Categorizar os problemas de Combinatória (segundo o tripé S, I, R) apresentados em manuais didáticos do professor da Educação de Jovens e Adultos.

Na segunda etapa, a proposta inicial visava analisar todas as obras aprovadas no PNLD 2014 para Educação de Jovens e Adultos (currículo apresentado), composta por 06 livros para alfabetização, 04 coleções para o 1º segmento e 06 coleções para o 2º segmento. No entanto, houve dificuldades no acesso a todas as obras aprovadas, devido à finalização do período de vigência do PNLD. Diante dessa situação, foram contactadas as secretarias de educação de alguns municípios que compõem a região

metropolitana do Recife (Recife, Olinda, Paulista e Jaboatão dos Guararapes), com a finalidade de obter as obras para análise, porém as mesmas só possuíam as coleções que foram adotadas pelo município, e conforme comunicado do FNDE (ver anexo 1), a reserva técnica dos exemplares seria apenas das obras registradas na última escolha, e para novas escolas, seriam enviadas obras aleatórias dentre as coleções aprovadas. A partir desse contexto, propôs-se analisar as obras aprovadas disponibilizadas pelas secretarias municipais, que são 4 livros de alfabetização, 3 coleções para o 1º segmento e 4 coleções para o 2º segmento.

Os livros analisados foram os que seguem:

Livros de alfabetização:

- *EJA Moderna* de Virginia Aoki (Editora Responsável); Miguel Castilho Junior; Rosana Giannoni; Zilda Ferré; Maria Cecília da Silva Veridiano; Fernando Frochtengarten – Editora Moderna;
- *Vida Nova* de Isabella Pessoa de Melo Carpaneda; Angiolina Domanico Bragança - Editora FTD;
- *Viver, aprender* de Jordana Thadei; Márcia Mendonça; Maria Amábile Mansutti – Editora Global;
- *Alfabetiza Brasil* de Jane Gonçalvesl – Editora Terra Sul.

Coleções do 1º segmento:

Coleção EJA Moderna – Ed. Moderna

- *EJA moderna - V. 1* de Virginia Aoki (Org.); Miguel Castilho Junior; Rosana Giannoni; Zilda Ferré; Maria Cecília da Silva Veridiano; Fernando Frochtengarten;
- *EJA moderna - V. 2* de Virginia Aoki (Org.); Claudemir Donizeti de Andrade; Marina Sandron Lupinetti; Milena Moretto; Alan Nicoliche da Silva; João Henrique Nogueira Mateos; José Carlos Miguel; Paula Cristina de Faria Veronese; Regina Célia Grando; Rosana Cristina Macelloni Alvarenga; Denis Rafael Pereira; Carla Rafaela Pereira; Carla Rafaela Monteiro; Silvia

Maria Comege Busso; Alessandra Nicodemos Oliveira Silva; Rosa Maria Pires de Freitas; Maria Lêda Oliveira Alves da Silva; Maria Luiza Favret; Fernando Frochtengarten; Ophelis de Almeida França Junior; Maria Beatriz Gomes Nogueira; Nilza Ruth da Silva; Cristiane de Aguiar Zeni Perotti;

- *EJA moderna - V. 3* de Virginia Aoki (Org.); Claudemir Donizeti de Andrade; Marina Sandron Lupinetti; Milena Moretto; Alan Nicoliche da Silva; Ana Paula Enes Costa; André Barbosa de Almeida Setti; Maria Cecília da Silva Veridiano; Daniela Miranda Fernandes Santos; Viviane Maria Milan Kondo; José Carlos Miguel; Regina Célia Grandó; Denis Rafael Pereira; Carla Rafaela Monteiro; Sílvia Maria Comege Busso; Ofélia Pereira Ferraz; Maria Lêda Oliveira Alves da Silva; Maria Luiza Favret; Fernando Frochtengarten; Ophelis de Almeida França Júnior; Maria Beatriz Gomes Nogueira; Nilza Ruth da Silva; Cristiane de Aguiar Zeni Perotti.

Coleção Viver, aprender – Editora Global

- *Cultura escrita, trabalho e cotidiano - V. 1* de Jordana Thadei; Márcia Mendonça; Maria Amábile Mansutti;
- *Vivências e diversidade - V. 2* de Clécio Bunzen; Márcia Mendonça; Maria Amábile Mansutti; Marina Marcos Valadão; Roberto Catelli Jr.; Roberto Giansanti;
- *Direitos e participação - V. 3* de Clécio Bunzen; Márcia Mendonça; Maria Amábile Mansutti; Marina Marcos Valadão; Roberto Catelli Jr.; Roberto Giansanti.

Coleção Alcance EJA – Editora Positivo

- *Educação de Jovens E Adultos - ALCANCE EJA - V. 1* de Vania Siqueira; Márcia Porto;
- *Educação de Jovens E Adultos - ALCANCE EJA - V. 2* de Jeferson Freitas (Ed.); Eliana Fernandes Oliveira; Giorgia Hellou; Leoni Mezzadri; Nádia Maria Guariza; Berenice Bley; Santana Célia Bordini; Consuelo Schlichta; Guilherme Romanelli; Juliana Azoubel;

- *Educação de Jovens E Adultos - ALCANCE EJA - V. 3* de Jeferson Freitas(Ed.); Eliana Fernandes Oliveira; Giorgia Hellou; Leoni Mezzadri; Nádia Maria Guariza; Berenice Bley; Santana Célia Bordini; Consuelo Schlichta; Guilherme Romanelli; Juliana Azoubel.

Coleções do 2º segmento:

Coleção EJA Moderna – Editora Moderna

- *EJA MODERNA – 6º ao 9º ano - Matemática* de Virgínia Aoki (Editora Responsável).

Coleção Caminhar e Transformar – Editora FTD

- *Caminhar e transformar – 6º ao 9º ano – Matemática* de Eduardo Parente.

Coleção Viver, aprender – Editora Global

- *Viver, aprender – 6º ao 9º ano - Matemática* de Dulce Satiko Onaga; Jose Carlos Fernandes Rodrigues; Maria Amáble Mansutti.

Coleção Tempo de aprender – Editora IBEP

- *EJA – 6º ao 9º ano - Matemática* de Clarice Gameiro da Fonseca Pachi, Sônia Maria Ferreira Valentini;

Os livros aqui apresentados, foram organizados a partir dos anos de escolaridade. Nas análises que seguem foram designados de Livros A a D os livros de alfabetização, Coleção de E a G as coleções dos livros dos anos iniciais e Coleções de H a K as coleções dos livros dos anos finais da Educação de Jovens e Adultos. Na designação não há uma correspondência entre a ordem alfabética do título e a denominação do livro.

Na etapa de análise dos livros didáticos, usamos para tal, os respectivos manuais de educador, com o objetivo de identificar e categorizar os problemas combinatórios de acordo com o tripé (S, I, R) de Vergnaud (1986), Cada item constituiu-se uma unidade de análise, ou seja, havendo uma atividade com as questões a, b e c, cada item foi contabilizado e tomado separadamente para análise

das situações e representações. Referente aos invariantes, buscou-se identificar nas orientações dadas aos docentes indícios da apresentação dos mesmos nas situações.

5.2.3 Etapa 3 – Currículos moldado e avaliado

Essa etapa teve como objetivos:

- Analisar o currículo moldado (segundo tripé: S, I, R) por professores da EJA para as aulas de Combinatória.
- Verificar aspectos da Combinatória (segundo tripé: S, I, R) que os professores propõem avaliar.

Participaram do estudo dois professores, sendo uma professora do 1º segmento e um professor do 2º segmento da Educação de Jovens e Adultos, que foram escolhidos de forma aleatória.

Esta etapa da pesquisa, foi realizada a partir de uma entrevista individual (ver Apêndice A) junto a 02 professores da EJA, sendo 01 docente do nível III e 01 docentes do nível V, bem como da solicitação de planos de ensino para 02 aulas de Combinatória. O objetivo das entrevistas foi de identificar os conhecimentos e usos dos materiais curriculares, conhecimentos sobre o ensino e aprendizagem de Combinatória, analisar como os professores interpretam atividades de Combinatória apresentadas em LD da EJA aprovados no PNLA 2007 e PNLD 2014 e identificar aspectos que priorizam avaliar no ensino e aprendizagem da Combinatória tomando como porto de referência o tripé conceitual de Vergnaud (1986). No tocante aos planos de ensino, buscou-se identificar como os professores abordam os diferentes significados, representações simbólicas e invariantes da Combinatória na apresentação da proposta de ensino, bem como apontar o que é priorizado pelos docentes ao avaliarem seus estudantes (currículo avaliado) na aprendizagem da Combinatória.

5.2.4 Etapa 4 – Currículos em ação e realizado

Na quarta etapa da pesquisa teve-se como objetivos:

- Analisar as práticas de ensino da Combinatória (segundo tripé: S, I, R) vivenciadas por professores da EJA.
- Analisar os efeitos da prática de ensino da Combinatória (segundo o tripé: S, I, R) apresentadas por estudantes da Educação de Jovens e Adultos.

O processo de observação das práticas de ensino de Combinatória, ocorreu de forma remota e síncrona, foi desenvolvido em uma turma de nível III e uma turma de nível IV dos respectivos professores sujeitos da pesquisa. Foram observadas duas aulas de cada professor com a intenção de identificar como abordavam o conteúdo de Combinatória fazendo relação com as categorias de análise desse estudo. Foram observados, também, indícios de aprendizagem dos estudantes no que se refere ao tripé conceitual (S, I, R) de Vergnaud (1986). Por fim, pode-se analisar convergências e divergências entre as diversas instâncias curriculares proposta por Sacristán (2000).

5.3 O PROCESSO DE ANÁLISE

Como resultado dessas ações metodológicas, acredita-se que se poderá defender a hipótese de que há maior convergência entre as distintas instâncias curriculares propostas por Sacristán (2000), do que divergências, no que se refere ao desenvolvimento do ensino e aprendizagem da Combinatória a partir do tripé conceitual de Vergnaud (1986), no Ensino Fundamental da Educação de Jovens e Adultos.

No próximo capítulo são apresentados os dados coletados à luz das instâncias curriculares propostas por Sacristán (2000), entrelaçados com os aspectos da construção do conceito (S, I, R) apresentados na TCC por Vergnaud (1986).

6. APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados da presente pesquisa que tem como objetivo analisar as convergências e divergências do ensino e aprendizagem da Combinatória na EJA nas distintas instâncias curriculares propostas por Sacristán (2000), buscando compreender em cada uma delas como esse conhecimento está organizado em relação ao tripé conceitual de Vergnaud (1986) – *significados, invariantes e representações*. Este objetivo, junto aos objetivos específicos, foi, anteriormente, apresentado na Introdução do presente texto, porém faz-se necessário retomá-lo aqui com o intuito de indicar os percursos de análises realizados.

Inicialmente são apresentadas e discutidas as orientações referentes ao ensino de Combinatória em documentos oficiais para o primeiro e segundo segmentos da EJA (*currículos prescritos*): Proposta Curricular para Educação de Jovens e Adultos – primeiro segmento (BRASIL, 2001), Proposta Curricular para Educação de Jovens e Adultos – segundo segmento (BRASIL, 2002), Parâmetros para Educação Básica do Estado de Pernambuco (PEBEP) (PERNAMBUCO, 2012) e em âmbito municipal – Base Curricular da Rede Municipal de Olinda (BCRMO) (OLINDA, 2012).

Em seguida, são discutidos aspectos do *currículo apresentado*, com o objetivo de compreender como a Combinatória é apresentada nos manuais didáticos usados por professores e estudantes. Na análise verificou-se dois aspectos, como a categorização dos problemas de Combinatória no que se refere às diferentes situações, propriedades invariantes e representações simbólicas apresentadas nas situações e solicitadas aos estudantes na resolução dos problemas e a identificação de orientações aos professores, contidas nos manuais, referente ao ensino e aprendizagem da Combinatória. Foram verificadas também, as convergências e divergências com o que é prescrito em documentos oficiais.

Também foram efetuadas análises das entrevistas individuais realizadas com dois professores participantes da pesquisa, e planos de ensino para a execução de duas aulas, buscando verificar como professores do primeiro e segundo segmentos da EJA *modelam* o currículo para aulas de Combinatória, bem como os aspectos considerados relevantes pelos professores para verificação da aprendizagem dos estudantes (*currículo avaliado*). Nesta etapa foram verificadas, também, as relações

que convergem e que divergem entre os currículos prescritos, apresentados, moldados e avaliados.

Por fim, a análise do *currículo em ação* e do *currículo realizado* na qual, a partir da observação de duas aulas de cada professor participante da pesquisa, discute-se sobre as atividades de Combinatória vivenciadas junto aos estudantes em suas práticas de ensino, bem como as evidências de aprendizagem demonstradas. Nessa análise buscou-se, também, discutir convergências e divergências encontradas no que é prescrito em documentos oficiais, apresentados em manuais didáticos, modelado e avaliado pelo professor, ao que é ensinado e aprendido do conteúdo de Combinatória.

A análise das instâncias do currículo, segundo Sacristán (2000) (*currículos prescrito, apresentado, moldado, em ação, realizado e avaliado*), foi realizada nesse estudo em função do tripé conceitual (*S,I,R*) de Vergnaud (1986), no qual tem-se:

- S – Situações que dão significado à Combinatória;
- I – Propriedades invariantes da Combinatória;
- R – Representações simbólicas da Combinatória.

6.1 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS CURRÍCULOS PRESCRITOS PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS À LUZ DE PRESSUPOSTOS DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) conta com orientações curriculares específicas a essa modalidade de ensino. Desse modo, na etapa de análise do *currículo prescrito*, foram apreciados quatro documentos oficiais destinados ao Ensino Fundamental da EJA. São eles: em âmbito federal – Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos (PCEJA) 1º e 2º segmentos (BRASIL, 2001, 2002), em âmbito estadual – Parâmetros para Educação Básica do Estado de Pernambuco (PEBEP) (PERNAMBUCO, 2012) e em âmbito municipal – Base Curricular da Rede Municipal de Olinda (BCRMO) (OLINDA, 2012). Os documentos aqui descritos, são as prescrições mais atuais para EJA no âmbito (nacional, estadual e municipal), sendo os currículos da esfera nacional que apresentam datas de publicação mais antigas, 19 e 20 anos respectivamente.

De acordo com Sacristán (2000), o currículo *prescrito* se configura nos documentos oficiais nas diversas esferas do país, ditados por órgãos político-administrativos e que têm a função de prescrever orientações relativas aos conteúdos do currículo para a regulação dos sistemas de ensino. Nesse contexto, o autor destaca que

Em todo sistema educativo, como consequência das regulações inexoráveis às quais está submetido, levando em conta sua significação social, existe algum tipo de prescrição ou orientação do que deve ser seu conteúdo, principalmente em relação à escolaridade obrigatória. São aspectos que atuam como referência na ordenação do sistema curricular, servem de ponto de partida para a elaboração de materiais, controle do sistema, etc. (SACRISTÁN, 2000, p.104).

Dessa forma, buscou-se mostrar, de forma geral, a organização e a estrutura dos documentos oficiais e as orientações no que é prescrito ao ensino e à aprendizagem da Combinatória. Para as análises, adotou-se como base a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1986). Sendo assim, foram analisadas as situações e os invariantes da Combinatória tratados, bem como as representações simbólicas sugeridas para o trabalho com este conteúdo.

6.1.1 As Propostas Curriculares em âmbito federal para Educação de Jovens e Adultos – 1º e 2º segmentos

A Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos (PCEJA) (BRASIL, 2001) no primeiro segmento é uma publicação de 2001, organizada pelo Ministério da Educação e Ação Educativa, direcionada aos anos iniciais do Ensino Fundamental na modalidade da EJA. A referida proposta é apresentada em volume único que está dividido em três partes: a primeira parte é introdutória, apresenta um breve histórico da Educação de Jovens e Adultos e os fundamentos e objetivos gerais para o primeiro segmento da EJA; a segunda parte refere-se aos fundamentos e objetivos das áreas de conhecimento (Língua Portuguesa, Matemática e Estudos da Sociedade e da Natureza), bem como apresenta os blocos de conteúdos e os objetivos didáticos específicos para cada área; e a última parte é composta de orientações ao planejamento didático e à avaliação.

Referente à área da Matemática, a PCEJA – 1º segmento (BRASIL, 2001) inicia

as orientações apresentando os fundamentos e objetivos da área, seguido de discussões a respeito de noções e procedimentos informais, Matemática na sala de aula, resolução de problemas, materiais curriculares e conteúdos. Em seguida, apresenta os objetivos didáticos de cada bloco de conteúdos – Números e operações numéricas, Medidas, Geometria e Introdução à estatística.

No tocante às prescrições para o trabalho com a Combinatória nos anos iniciais da EJA, observa-se no documento oficial federal (BRASIL, 2001) que o conteúdo é apresentado no eixo de *Números e operações numéricas*, mas não há indicação de objetivos específicos para a Combinatória. Identificou-se que apenas uma das situações de Combinatória (*produto de medidas*) é contemplada nas prescrições, relacionando-a ao trabalho com a multiplicação e a divisão, a partir das situações apresentadas no Quadro 3.

Quadro 3: Situações de Combinatória associadas à multiplicação e à divisão, prescritas em âmbito federal, para EJA

COMBINAÇÃO (PRODUTO DE MEDIDAS)	EXEMPLO
<u>ASSOCIADO À MULTIPLICAÇÃO</u>	<p><i>Numa sorveteria, há sorvetes de 6 sabores diferentes que podem ser servidos com cobertura e sem cobertura. De quantos modos diferentes pode-se pedir um sorvete, sem misturar sabores diferentes no mesmo sorvete?</i></p> <p><i>Com dois pares de tênis, um branco e outro preto, e três pares de meia, um vermelho, outro marrom e outro azul, de quantas maneiras diferentes posso me calçar? (p.121)</i></p>
<u>ASSOCIADO À DIVISÃO</u>	<p><i>Em um baile é possível formar 6 casais diferentes para participar de uma dança. Se há 2 rapazes no baile, quantas são as moças? (p.123)</i></p>

Fonte: Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos - 1º segmento
(BRASIL, 2001)

Evidencia-se, também, o tratamento dado aos problemas de *produto de medidas inversos*, ou seja, problemas associados à divisão, nos quais se sabe a totalidade de possibilidades, mas se desconhece o número de elementos de um dos conjuntos

envolvidos na questão. Outras situações combinatórias (*arranjos, combinações e permutações*) não são tratadas nas prescrições federais. Desse modo, não há estímulo ao trabalho com uma maior variedade de problemas combinatórios – consequência dos PCN - o que pode prejudicar o desenvolvimento mais amplo do raciocínio combinatório dos estudantes da EJA.

A PCEJA - 1º segmento (BRASIL, 2001) aponta que os problemas que envolvem o significado de *produto de medidas* são problemas complexos e abrangentes da multiplicação, e destaca que a sua distinção, bem como a distinção dos outros problemas multiplicativos, vão sendo construídas de forma progressiva pelo estudante. Nesse sentido, o texto não apresenta as características específicas do problema, ou seja, não faz menção ao invariante de situações que envolvem o significado de *produto de medidas*, as quais são: o invariante de escolha (a partir de dois ou mais conjuntos) e a não distinção de possibilidades por ordenações diferentes, como, por exemplo, o tênis branco com o par de meias vermelho constituir-se na mesma possibilidade do par de meias vermelho com o tênis branco.

Ao longo do texto, é possível identificar a indicação de estímulos ao uso de diferentes representações simbólicas na resolução de situações-problema que envolvem variados conceitos. Entretanto, no que se refere especificamente às representações simbólicas em problemas de *produto de medidas*, o documento apresenta (como exposto na Figura 2 e na Figura 3) exemplos de possíveis soluções para a seguinte situação: “Em um baile é possível formar 6 casais diferentes para participar de uma dança. Se há 2 rapazes no baile, quantas são as moças?” (BRASIL, 2001, p.123).

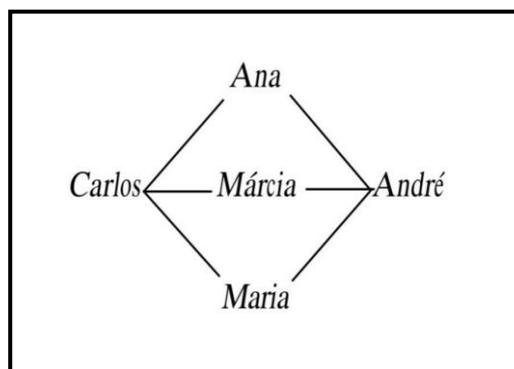
É possível identificar na Figura 2 uma listagem – representações simbólicas bastante utilizadas em resoluções de problemas combinatórios, e na Figura 3 um esquema, que se assemelha a uma árvore de possibilidades. Embora o documento apresente, nessas figuras, possíveis soluções para o problema de *produto de medidas* proposto, o texto apresenta discussão a respeito, porém não indica de forma direta o uso de diferentes representações na apresentação e na solução de problemas combinatórios.

Figura 2: Exemplo de solução de um problema de produto de medidas inverso que utiliza listagem

- 2 rapazes e 1 moça podem formar 2 casais: $2 \times 1 = 2$
- 2 rapazes e 2 moças podem formar 4 casais: $2 \times 2 = 4$
- 2 rapazes e 3 moças podem formar 6 casais: $2 \times 3 = 6$

Fonte: Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos - 1º segmento (BRASIL, 2001)

Figura 3: Exemplo de solução de um problema de produto de medidas inverso que utiliza esquema



Fonte: Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos - 1º segmento (BRASIL, 2001)

A PCEJA para o segundo segmento (BRASIL, 2002), é uma publicação de 2002 do Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental destinado aos anos finais do Ensino Fundamental na modalidade EJA. A referida proposta é apresentada em um conjunto de três documentos: Volume 1 – Introdução – está dividido em duas partes: a primeira parte apresenta as características específicas da EJA e a segunda parte traz reflexão sobre a construção de uma proposta curricular para esta modalidade de ensino; Volume 2 – Língua Portuguesa, Língua Estrangeira, História e Geografia; e o Volume 3 – Matemática, Ciências Naturais, Arte e Educação Física.

Para o presente estudo, foi analisado o Volume 3, que é o documento direcionado ao trabalho específico da Matemática nos anos finais da EJA. Esse volume é composto por quatro áreas de conhecimento (Matemática, Ciências Naturais, Arte e Educação Física), iniciando com uma breve apresentação de cada área de conhecimento na Educação de Jovens e Adultos, seguido da apresentação dos objetivos e conteúdos de ensino, das orientações didáticas e considerações finais.

No tocante ao trabalho com a Matemática, o PCEJA - 2º segmento (BRASIL, 2002) apresenta, na Introdução, reflexões sobre o ensinar e o aprender Matemática na Educação de Jovens e Adultos, seguido pelos objetivos gerais da Matemática nesta modalidade de ensino, bem como os objetivos dos conteúdos, a partir de cada eixo temático. O documento apresenta, ainda, discussões a respeito da seleção de conteúdos e sua organização, aponta orientações didáticas para o trabalho com a resolução de problemas, a abordagem da história da Matemática, os recursos de tecnologia da informação e comunicação, jogos e a articulação com temas transversais, bem como apresenta algumas sugestões de atividades a serem desenvolvidas.

Referente às prescrições para o trabalho com a Combinatória nos anos finais da EJA, observa-se que o documento oficial federal (BRASIL, 2002) apresenta a Combinatória como conceito a ser desenvolvido dentro do eixo Tratamento da informação – diferente dos anos iniciais, que indicam o trabalho no eixo de Números e operações. A proposta destaca grandes blocos de conteúdos, que se constituirão em meios para que os alunos construam os conhecimentos. Dentre os conhecimentos a serem construídos, mencionam-se os raciocínios combinatório, estatístico e probabilístico. Assim, um dos objetivos desse bloco é o de resolver situações-problema que envolvem o raciocínio combinatório.

Em relação aos invariantes que dão significado às situações de Combinatória, essa proposta curricular não faz nenhum tipo de discussão a respeito, apenas faz menção ao princípio multiplicativo presente nos problemas de contagem. Entretanto, não apresenta, especificamente, os tipos de problemas, nem as características particulares de cada tipo de situação.

Embora no decorrer do texto da PCEJA - 2º segmento (BRASIL, 2002), sejam apresentadas algumas possibilidades de trabalho com conteúdos dos diferentes eixos da Matemática, o documento não apresenta nenhuma experiência voltada ao trabalho com o raciocínio combinatório. No eixo do Tratamento da informação, são explorados trabalhos desenvolvidos com estudantes da Educação de Jovens e Adultos no que se refere ao desenvolvimento de uma pesquisa, com leitura, interpretação e construção de gráficos. Em relação à Combinatória, o texto destaca a importância dos estudantes do segundo segmento construírem o conhecimento de representação e contagem dos casos possíveis em situações combinatórias, e destaca o uso de estratégias variadas

– como construção de diagramas, tabelas e esquemas, sem a aplicação de fórmulas para problemas de contagem, que envolvem o princípio multiplicativo.

É importante destacar como em alguns pontos parece haver certa continuidade e/ou aprofundamento do que é proposto ao 1º e ao 2º segmento da EJA. Entretanto, o fato de a Combinatória estar situada em eixos diferentes nesses segmentos (Números e operações no 1º segmento e Tratamento da Informação no 2º segmento), pode ser motivo para os professores não perceberem como esse conteúdo pode ser aprofundado de um segmento para outro.

6.1.2 Os Parâmetros Curriculares para Educação Básica do Estado de Pernambuco

Os Parâmetros para Educação Básica do Estado de Pernambuco de Matemática para EJA (PEBEP) (PERNAMBUCO, 2012), publicado em 2012, é um documento organizado pela Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco e pela União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (UNDIME). O referido documento é composto de diversos volumes, cada um explorando uma área de conhecimento de uma modalidade/ etapa de escolaridade.

No que concerne ao volume destinado à Matemática para a Educação de Jovens e Adultos, há direcionamentos para o trabalho com o primeiro e segundo segmentos do Ensino Fundamental e o Ensino Médio, e está dividido em oito capítulos. Os cinco primeiros capítulos são destinados a orientações gerais para o trabalho com a Matemática na Educação de Jovens e Adultos. São eles: Introdução; O estatuto da Matemática e o seu papel na educação básica; A Matemática na Educação de Jovens e Adultos; A Matemática na sala de aula; e Fazer Matemática na sala de aula. Os Capítulos 6, 7 e 8 estão voltados especificamente aos objetivos para cada etapa de escolaridade, a partir dos eixos da Matemática. São eles: Capítulo 6 - As expectativas de aprendizagens – EJA Ensino Fundamental – Fases 1 e 2; Capítulo 7 - As expectativas de aprendizagens – EJA Ensino Fundamental - Fases 3 e 4; e o Capítulo 8 – As expectativas de aprendizagem – EJA Ensino Médio.

Referente às orientações para a Combinatória nos PEBEP de Matemática (PERNAMBUCO, 2012), observa-se que o documento indica o trabalho com problemas combinatórios a partir da Fase 2 (correspondente ao 4º e 5º anos do Ensino

Fundamental), com a expectativa do conteúdo ser abordado nas intervenções pedagógicas, iniciando-se o processo de formalização dos conceitos envolvidos. O conteúdo é apresentado nas expectativas de aprendizagem para o eixo de Números e operações, porém, o texto que se refere ao determinado eixo não apresenta discussão a respeito das situações combinatórias, seus invariantes e as representações simbólicas no ensino e aprendizagem da Combinatória.

É importante destacar, que no decorrer das orientações para o trabalho com a Matemática na EJA, o documento defende que os jogos matemáticos devem ser entendidos como situações-problema que tratam conceitos e relações matemáticas relevantes para o ensino básico, e destaca a Combinatória como uma das áreas a ser explorada. Embora o texto destaque a integração das diversas áreas da Matemática – Aritmética, Álgebra, Geometria, Combinatória etc – como uma das mais ricas características dessa ciência, não apresenta discussão a respeito dessa articulação.

No tocante ao trabalho com a Combinatória nos anos finais do Ensino Fundamental na EJA, observa-se no texto a recomendação para o trabalho com problemas combinatórios no eixo de Números e operações. É importante ressaltar que nos dois segmentos as orientações estão nesse mesmo eixo, o que diverge do documento federal, no qual o PCEJA do segundo segmento (BRASIL, 2002) orienta o trabalho com este conteúdo no eixo de Tratamento da informação. Os PEBEP apontam diferentes expectativas de aprendizagem para as Fases 3 e 4 (correspondentes aos 6º e 7º anos e aos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, respectivamente). Para a Fase 3, o documento destaca a necessidade dos problemas combinatórios serem abordados nas intervenções pedagógicas sem a preocupação com a formalização dos conceitos, sendo a inicialização da formalização do conteúdo apenas na Fase 4 a partir do princípio multiplicativo. Embora o documento apresente orientações para a abordagem de problemas combinatórios durante o segundo segmento, porém, apenas na Fase 4 são apresentados os objetivos específicos de desenvolver “atividades que explorem a representação e a contagem em uma situação de combinatória” e “levar o estudante à construção do conceito do princípio multiplicativo como recurso fundamental, mas não único, na resolução de diversos problemas” (PERNAMBUCO, 2012,p.89).

Referente aos invariantes da Combinatória, o documento não faz nenhuma menção às características específicas das situações que envolvem este conteúdo,

apenas indica que esses problemas envolvem o princípio multiplicativo, ou seja, uma forma de resolução de situações combinatórias e a base de fórmulas utilizadas no estudo de Combinatória.

É importante ressaltar, no que se refere às representações simbólicas na apresentação e resolução de problemas combinatórios, que o PEBEP (PERNAMBUCO, 2012) orienta o trabalho a partir de meios de registros variados e aponta o diagrama de árvore, tabelas e esquemas como representações específicas para o trabalho com a Combinatória. O documento ainda contraindica explorar o uso de fórmulas e procedimentos automatizados nessas fases da escolaridade do estudante jovem e adulto.

6.1.3 A Base Curricular da Rede Municipal de Olinda

A Base Curricular da Rede Municipal de Olinda (BCRMO) (OLINDA, 2010) é um documento direcionado à Educação Infantil e ao Ensino Fundamental na modalidade regular e à Educação de Jovens e Adultos, publicada em 2010, e organizada pela Secretaria de Educação de Olinda. A referida BCRMO foi publicada em volume único e está dividida em uma parte introdutória, seguido por objetivos e discussões referente a dez áreas de conhecimento (Arte, Ciências, Educação Física, Ensino Religioso, Geografia, História, Língua Espanhola, Língua Inglesa, Língua Portuguesa e Matemática).

Referente à Matemática, as orientações direcionadas a esta área de ensino estão estruturadas no documento da seguinte forma: Ensino e aprendizagem da Matemática - breve resgate histórico e atuais fundamentos teórico-metodológicos; O ensino e aprendizagem da Matemática e suas relações com outras áreas de conhecimento; Ensino e aprendizagem da Matemática – vivendo Olinda ; As especificidades de cada modalidade/etapa de escolaridade; O ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação Infantil; O ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental; O ensino e a aprendizagem da Matemática na Educação de Jovens e Adultos e Considerações finais. É importante destacar que na seção de Ensino e Aprendizagem da Matemática – vivendo Olinda foram utilizados exemplos de experiências vivenciadas em sala de aula do município.

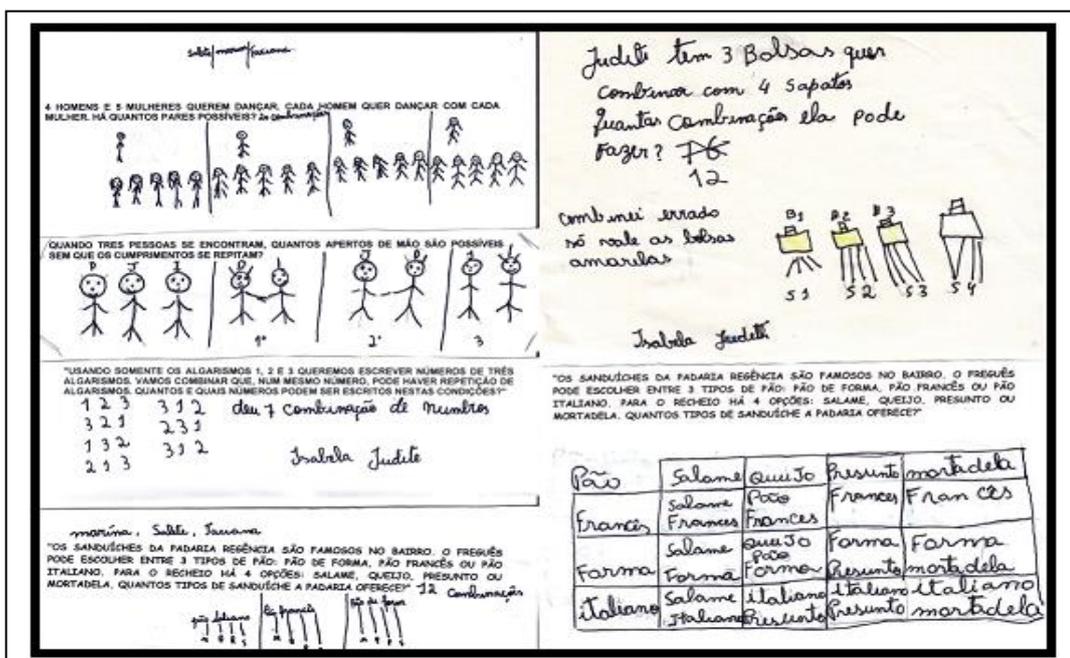
Em relação às orientações prescritas para o trabalho com a Combinatória nos

anos iniciais e finais do Ensino Fundamental da EJA, as mesmas constam no eixo temático do Tratamento da informação (estatística e estudo de probabilidade), apresentando como competência para os níveis 3, 4 e 5, resolver situações-problema de raciocínio combinatório, possibilitando o levantamento de possibilidades de eventos, de acordo com o tipo de escolha a ser efetuada, porém não faz menção aos tipos de problemas combinatórios.

Referente aos invariantes operacionais da Combinatória, o texto apresenta indícios da abordagem dos mesmos, quando aponta o levantamento das possibilidades de acordo com o tipo de escolha. Entretanto, não há no documento discriminação dos invariantes de cada tipo de situação combinatória.

No que concerne à orientação ao uso de diferentes representações simbólicas na apresentação e na resolução de problemas, verifica-se no decorrer da Base Curricular (OLINDA, 2010), indicações para o uso de variadas representações nas situações matemáticas, estimulando o uso de procedimentos informais na Educação de Jovens e Adultos. Na Figura 4, é possível identificar desenhos, árvore de possibilidades, listagem e quadro na resolução de problemas combinatórios.

Figura 2: Tipos de representações simbólicas utilizadas por estudantes da EJA do município de Olinda na resolução de problemas combinatórios



Fonte: Base Curricular da Rede Municipal de Ensino de Olinda (Olinda, 2012)

De forma geral, a Base da Curricular Rede Municipal de Olinda (OLINDA, 2010),

apresenta orientações equivalentes para o trabalho com a Combinatória nas Fases 3 (equivalente ao 4º e 5º ano do Ensino Fundamental), Fase 4 e 5 (equivalente aos anos finais do Ensino Fundamental), não manifestando diretrizes para o trabalho com as fases 1 e 2 (correspondente ao 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental), início da escolarização do estudante jovem e adulto. A BCRMO orienta a resolução de problemas de raciocínio combinatório, possibilitando o desenvolvimento de possibilidades, de acordo com o tipo de escolha a ser efetuada.

6.1.4 Sistematizando a discussão da Combinatória nos currículos prescritos para Educação de Jovens e Adultos

Diante dos resultados obtidos na análise das orientações prescritas para o ensino e a aprendizagem da Combinatória no Ensino Fundamental na Educação de Jovens e Adultos, sistematizou-se, como se pode observar no Quadro 4 e no Quadro 5, informações referentes aos significados, invariantes e representações simbólicas apresentadas nos documentos, em âmbito federal, estadual e municipal.

De forma geral, é possível constatar no Quadro 4 certa fragilidade nas orientações para o trabalho com os significados, invariantes e representações simbólicas da Combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental da EJA. Foram observadas orientações para o trabalho com problemas combinatórios a partir do início da escolarização da EJA no PCEJA (BRASIL, 2001, 2002), sendo indicado no PCEB (PERNAMBUCO, 2012) e na BCRMO (OLINDA, 2010) o trabalho a partir dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Quanto aos significados da Combinatória, apenas o de *produto de medidas* foi apresentado, de forma explícita, no PCEJA (BRASIL, 2001). No tocante aos invariantes apenas a BCRMO (OLINDA, 2010) apresenta, embora sem discutir, o invariante de escolha presente em todas as situações combinatórias. Em relação às representações simbólicas, os documentos não mencionam o uso de determinadas representações que facilitam o entendimento e a resolução de problemas que envolvem o raciocínio combinatório, contudo, o PCEJA (BRASIL, 2001) e a BCRMO (OLINDA, 2010) apresentem ilustrações que auxiliam o docente no entendimento das orientações. É importante salientar que da forma como está posto, as prescrições parecem desconsiderar que as práticas sociais do jovem e do adulto já lidam com situações combinatórias e que faz-se necessário

discutir amplamente tais situações também em sala de aula.

Quadro 4: Sistematização das orientações para o trabalho com a Combinatória no 1º segmento da EJA

TRIPÉ DE VERGNAUD	PROPOSTA CURRICULAR PARA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (1º SEGMENTO) PCEJA	PARÂMETROS PARA EDUCAÇÃO BÁSICA DO ESTADO DE PERNAMBUCO PEBEP	BASE CURRICULAR DA REDE MUNICIPAL DE OLINDA BCRMO
SITUAÇÕES	Indica de forma direta o trabalho com situações que envolvem o significado de produto de medidas, no eixo de números e operações, a partir da Fase 1 (equivalente ao 1º e 2º anos do E.F).	Indica o trabalho com problemas combinatórios, no eixo de números e operações, a partir da Fase 2 (equivalente ao 3º e 4º anos do E.F).	Indica o trabalho com problemas combinatórios, no eixo de tratamento da informação, a partir do Nível 3 (equivalente ao 3º e 4º anos do E.F).
INVARIANTES	Apresenta invariantes da situação de produto de medidas quando se refere a noções de Combinatória associados à ideia de multiplicação e divisão.	Não apresenta invariantes das situações combinatórias.	Apresenta o invariante de escolha, presente em todas as situações de Combinatória.
REPRESENTAÇÕES SIMBÓLICAS	Apresenta o uso de diagrama e listagem nas situações de produto de medidas.	Não apresenta de forma explícita orientações para o uso de representações simbólicas que auxiliam o estudante no entendimento e resolução de problemas combinatórios.	Apresenta de forma explícita orientações para o uso de desenhos, árvores de possibilidades e listagem como auxiliar para o estudante na resolução de problemas combinatórios.

Fonte: Síntese construída a partir dos documentos curriculares (BRASIL, 2001) (PERNAMBUCO, 2012) e (OLINDA, 2010).

Referente às orientações a respeito da Combinatória nos documentos oficiais para o segundo segmento, é possível constatar no Quadro 4, que os mesmos indicam o trabalho com problemas que envolvem o raciocínio combinatório. Para o trabalho com os invariantes, apenas o texto referente a BCRMO (OLINDA, 2010) apresenta o invariante de escolha, que se faz presente em todas as situações combinatórias.

No que se refere às representações simbólicas para auxiliar o estudante na compreensão e resolução dos problemas de Combinatória, todos os documentos orientam o uso das mesmas como recurso auxiliar na compreensão desse conteúdo.

Resultados encontrados por Kooro (2006) e Januário (2012), na análise das PCEJA (BRASIL 2001, 2002), no que se refere à adequação das estruturas e conteúdos na Educação de Jovens e Adultos, apontam recomendações favoráveis e promotoras da aproximação entre a cultura formal e informal da Matemática por meio de sugestões e orientações. É importante destacar que na análise de conteúdos específicos, como é o caso desse estudo, foram identificados avanços na apresentação do desenvolvimento da Combinatória, sobretudo nos anos finais. Entretanto, as recomendações pouco dialogam com os professores, no intuito de articular os conhecimentos formais e informais da Combinatória.

Quadro 5: Sistematização das orientações para o trabalho com a Combinatória no 2º segmento da EJA

TRIPÉ DE VERGNAUD	PROPOSTA CURRICULAR PARA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (2º SEGMENTO) PCEJA	PARÂMETROS PARA EDUCAÇÃO BÁSICA DO ESTADO DE PERNAMBUCO PEBEP	BASE CURRICULAR DA REDE MUNICIPAL DE OLINDA BCRMO
SITUAÇÕES	Indica de forma direta o trabalho com situações-problema de raciocínio combinatório, no eixo do Tratamento da informação.	Indica de forma direta o trabalho com situações-problema combinatórios, no eixo de Números e operações.	Indica de forma direta o trabalho com problemas combinatórios, no eixo Tratamento da informação.
INVARIANTES	Não apresenta invariantes das situações combinatórias, faz menção, apenas, ao princípio multiplicativo.	Não apresenta invariantes das situações combinatórias, faz menção, apenas, ao princípio multiplicativo.	Apresenta o invariante de escolha, presente em todas as situações de Combinatória.
REPRESENTAÇÕES SIMBÓLICAS	Apresenta de forma explícita orientações para o uso de diagramas de árvore, tabelas e esquemas como representações para o trabalho com a Combinatória.	Apresenta de forma explícita orientações para o uso de diagramas de árvore, tabelas e esquemas como representações para o trabalho com a Combinatória.	Apresenta de forma explícita orientações para o uso de desenhos, árvores de possibilidades e listagens como auxiliares para o estudante na resolução de problemas combinatórios.

Fonte: Síntese construída a partir dos documentos curriculares (BRASIL, 2002) (PERNAMBUCO, 2012) e (OLINDA, 2010).

É importante resaltar que a PCEJA e a BCRMO indicam o trabalho com a Combinatória a partir do eixo Tratamento da informação, no qual se encontram integrados estudos relativos a noções de Estatística, Probabilidade e Combinatória,

conteúdos de grande relevância na sociedade atual. De acordo com Lima e Borba (2017), a exploração de situações de Combinatória pode contribuir para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico. Contudo, o documento PCEJA (BRASIL, 2002) não apresenta, explicitamente, sugestão a um trabalho articulado com os mesmos.

Ao garantir o direito à Educação Básica, as bases legais da Educação de Jovens e Adultos garantem, também, uma aproximação dos currículos ao contexto, social, cultural e econômico, promovendo a equidade de direitos no processo formativo dos alunos desta modalidade de ensino, bem como a valorização de seus saberes. Nesse sentido, a seleção sobre o que ensinar na organização de um currículo não é neutra e desinteressada. Muitas vezes está relacionada, de forma oculta, a disputas de força de uma sociedade.

Ao pensar no currículo como parte do processo de emancipação dos estudantes jovens e adultos, é necessário refletir sobre as implicações práticas desse conteúdo na vida do estudante, as contribuições para o seu cotidiano, se colaboram para promoção da vida e se valorizam saberes e experiências desses estudantes. Assim, defende-se a Combinatória como parte integrante do currículo da EJA desde o início da escolarização.

Diante dos resultados para este nível de escolaridade, os materiais curriculares analisados apresentam avanços nas orientações e parecem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio combinatório em sala de aula, embora ainda falte o aprofundamento no que diz respeito aos tipos de problemas, pois nem todos são mencionados, nem seus invariantes.

6.2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS CURRÍCULOS APRESENTADOS PARA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

A Educação de Jovens e Adultos contava com o Plano Nacional do Livro Didático específico para atender as especificidades da modalidade EJA. Esse Plano teve suas ações descontinuadas em 2014, se consolidando num grande desafio para garantia das particularidades dos estudantes que compõem essa modalidade de ensino. De acordo com o Ministério da Educação, Anexo 1, está sendo aguardada a revisão dos marcos legais da educação para posterior necessidade de atualização dos livros didáticos.

Os materiais curriculares, dentre os quais está incluso o livro didático, configuram-se em importantes ferramentas dos processos de ensino e de aprendizagem, para professores e alunos (ZABALA, 1998; PIRES, 2013; LIMA, 2017; JANUÁRIO, 2017). Nesse contexto, Crisostomo, Januário e Lima explicam que “para mediar/promover situações de aprendizagem matemática, os professores recorrem a diferentes materiais disponibilizados pelos sistemas de ensino, públicos ou privados, como livros didáticos, apostilas ou cadernos de atividades” (p.63).

De acordo com Sacristán (2000), os currículos *prescritos* servem como ponto de partida para elaboração dos currículos apresentados, ou seja, é a partir das orientações estabelecidas nos documentos oficiais que os autores e editoras de livros didáticos se apoiam para elaboração dos manuais escolares. Nesse sentido, os currículos apresentados “costumam traduzir para os professores o significado e os conteúdos do currículo prescrito, realizando a interpretação deste. O papel mais decisivo nesse sentido é desempenhado, por exemplo, pelo livro texto.” (SACRISTÁN, 2000, p.104-105).

Para o autor, a fragilidade de grande parte da profissionalização do professor, bem como as condições nas quais desenvolvem seu trabalho fazem com que o currículo apresentado chegue mais perto do professor, pois apresenta, muitas vezes, uma programação de ensino já pronta, orientações pedagógicas a respeito de trabalho com o conteúdo, sugestões de diversas atividades, definições de conceitos etc. Nesse sentido, o currículo apresentado aos professores se relaciona de forma direta com o currículo modelado por eles.

[...] Independentemente do papel que consideremos que ele há de ter nesse processo de planejar a prática, de fato é um “tradutor” que intervém na configuração dos significados das propostas curriculares. O plano que os professores fazem do ensino, ou o que entendemos por programação, é um momento de especial significado nessa tradução (SACRISTÁN, 2000, p. 105).

Sendo assim, para o autor citado, o livro didático se destaca, desempenhando um papel determinante enquanto um modelo de currículo apresentado aos professores, definindo seus conteúdos, conceitos e procedimentos que vai ser ensinado na escola.

Diante desse contexto, a análise aqui apresentada, está dividida de acordo com os níveis de escolaridade: 1) livros didáticos destinados à alfabetização de Jovens e Adultos 2) livros didáticos destinados ao 1º segmento da EJA e 3) livros didáticos destinados ao 2º segmento da EJA. Foram analisados 17 manuais do professor dos livros didáticos que englobam todo o Ensino Fundamental da EJA, sendo: 04 manuais de livros de alfabetização; 03 coleções do 1º segmento, sendo que cada coleção tinha 03 volumes e 04 manuais de livros do 2º segmento, com cada manual composto por todos os anos finais, sendo todos os livros aprovados no PNLD-EJA de 2014.

Na apresentação e análise dos livros didáticos, buscou-se apresentar a organização e estrutura dos mesmos, bem como identificar e categorizar os problemas combinatórios de acordo com o tripé (S, I, R) de Vergnaud (1986).

6.2.1 Apresentação e análise dos currículos apresentados para Alfabetização de Jovens e Adultos – aprovados no PNLD 2014

Os livros didáticos aprovados, destinados à Alfabetização de jovens e adultos das entidades parceiras do Programa Brasil Alfabetizado (PBA) e aos alunos das escolas públicas que mantêm turmas exclusivamente de alfabetização de jovens e adultos, são compostos no mínimo por duas áreas de conhecimento – Letramento e Alfabetização e Alfabetização Matemática – e podem apresentar proposta pedagógica organizada de forma disciplinar (dividido por disciplinas) ou interdisciplinar (com os conteúdos relacionados) em volume único. De forma geral, pode-se observar no Quadro 6, as características específicas dos quatro manuais do educador analisados, em relação à organização dos componentes curriculares e quanto às propostas teórico- metodológicas utilizadas.

Ao se analisar as obras (A, B, C e D), para a alfabetização de jovens e adultos, foi possível identificar apenas 11 atividades que envolvem o raciocínio combinatório, sendo oito atividades envolvendo o significado de *combinação*, seguido de duas com significado de *permutação* e uma com o significado de *arranjo*. O número de atividades é muito reduzido nas quatro obras analisadas, e não se apresenta o significado de *produto de medidas*, que é a situação combinatória recomendada na Proposta Curricular para o 1º segmento da EJA (BRASIL, 2001).

Quadro 6: Características gerais dos manuais do educador das obras destinadas a alfabetização da EJA

OBRAS DESTINADAS À ALFABETIZAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS	CARACTERÍSTICAS GERAIS	
	ORGANIZAÇÃO DOS COMPONENTES CURRICULARES	PROPOSTAS TEÓRICO-METODOLÓGICAS PRESENTES NO MANUAL DO EDUCADOR
LIVRO A	Está organizado de modo disciplinar, sendo dividido em duas partes: a primeira destinada ao Letramento e Alfabetização, composta por 08 unidades; e a segunda destinada à Alfabetização Matemática, composta por 04 unidades.	<ul style="list-style-type: none"> - Apresenta orientações didáticas para auxiliar o trabalho do professor com os conteúdos do livro do aluno; - Fornece subsídios para o processo de avaliação dos estudantes.
LIVRO B	Aborda os componentes curriculares de forma integrada a partir de temas geradores.	<ul style="list-style-type: none"> - Apresenta orientações didáticas em algumas atividades; - Apresenta encaminhamentos metodológicos a serem desenvolvidos nas aulas; - Não fornece informações suficientes sobre o processo avaliativo.
LIVRO C	Está organizado de modo disciplinar, dividido a partir de cores dentro de cada capítulo temático (branco: Letramento e Alfabetização e verde; Alfabetização Matemática).	<ul style="list-style-type: none"> - Apresenta orientações didáticas e comentários em algumas atividades; - Apresenta sugestões quanto à avaliação, atividades complementares e utilização de outros recursos didáticos.
LIVRO D	Aborda os componentes curriculares de forma integrada a partir de temas geradores.	<ul style="list-style-type: none"> - Apresenta estratégias didáticas para ampliar as atividades propostas; - Incentiva procedimentos interdisciplinares; - Apresenta sugestões quanto à avaliação e interação com outros recursos.

Fonte: A autora (2021)

Resultado semelhante foi observado em Martins (2010) em sua análise de livros destinados à Alfabetização de Jovens e Adultos. Os dois estudos – esse anterior (análise do PNLA-2007) e o atual (análise do PNLD-EJA-2014) – apontam fragilidade na diversidade de significados dos problemas combinatórios trabalhados na escolarização inicial da EJA. Dessa forma, não houve avanços no tratamento de

situações combinatórias propostas nos livros voltados a essa fase da Educação de Jovens e Adultos.

Na Tabela 1, observa-se o quantitativo das distintas situações combinatórias encontradas nas obras analisadas.

Tabela 1: Tipos de problemas de Combinatória em atividades de livros de alfabetização da EJA

Livros	TIPOS DE PROBLEMAS DE COMBINATÓRIA			
	ARRANJO	COMBINAÇÃO	PERMUTAÇÃO	PRODUTO DE MEDIDAS
Livro A	01	-	-	-
Livro B	-	02	-	-
Livro C	-	06	01	-
Livro D	-	-	01	-
Total	01	08	02	-

Fonte: A autora (2021)

É importante observar na Tabela 1 que os livros analisados contêm, cada um, ao máximo dois tipos de problemas combinatórios. Dois dos livros apresentam apenas um problema combinatório e um deles apresenta apenas dois problemas. Mesmo o livro que apresenta maior quantidade de problemas (sete ao todo), trata de apenas dois tipos de situações combinatórias. Dessa forma, não há estímulo nesses livros a um amplo desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Nas Figuras 5, 6 e 7 podem ser observadas atividades que envolvem os significados de *combinação*, *permutação* e *arranjo*, respectivamente, encontrados nos livros B, D e A. Esses problemas não estão em uma seção voltada à Combinatória – o que reforça a ausência de destaque dada a esse conteúdo nos currículos da EJA.

O significado de *combinação* observado na Figura 6, assim como nas outras atividades encontradas nas obras analisadas e que envolvem o mesmo significado, está associado ao estudo do sistema monetário. Os autores propõem que o aluno reflita e descubra diferentes possibilidades de se formar determinado valor usando cédulas e/ou moedas, ou, ainda, quais os valores que podem ser formados a partir da

combinação dessas. A atividade é apresentada com enunciado e quadro como representação simbólica para auxiliar o estudante no entendimento da atividade, porém não apresenta orientações ao docente para o trabalho com este tipo de problema, nem o relaciona à Combinatória.

Figura 3: Exemplo de atividade que envolve situação de combinação em livro de alfabetização da EJA

reproduzam com cédulas e moedas. Solicite que organizem, no quadro, uma lista, os valores das e moedas usadas

3. COM AS CÉDULAS DE UM, DE CINCO E DE DEZ REAIS, FORME AS QUANTIAS:

7 REAIS	23 REAIS	35 REAIS

que com com uma O que uma que pode repr de a man

Fonte: Livro B

A Figura 6 apresenta uma situação que envolve o significado de *permutação*. É possível verificar que a atividade solicita ao estudante o preenchimento do quadro permutando todos os algarismos apresentados. Nesse tipo de situação, todos os elementos do conjunto são utilizados apenas uma vez (quando não há repetição, como é o caso deste). O problema apresenta enunciado com quadro como representação auxiliar no entendimento do mesmo, entretanto, não aponta orientações ao professor no desenvolvimento da atividade, nem o relaciona à Combinatória.

É importante ressaltar que a *permutação* está no cerne dessa questão, mas não é essa a intenção do(s) autor(es) do livro, assim como na questão anterior se pode trabalhar a ideia de *combinação* e na posterior a ideia de *arranjo*, mas o objetivo das três questões é o trabalho com o Sistema de Numeração Decimal.

Figura 4: Exemplo de atividade que envolve situação de permutação em livro de alfabetização da EJA

COMPLETE OS NÚMEROS QUE VOCÊ PODE FORMAR COM TRÊS ALGARISMOS, CONFORME INDICADO NA TABELA.

0, 0 e 4	2, 3 e 5	0, 4 e 8	2, 3 e 6
040	352	084	236
004	325	408	263
400	253	840	362
	532	048	326
Alfabetizador, esta atividade tem como objetivo trabalhar o valor posicional de um algarismo no número.	235	480	623
	523	804	632

Fonte: Livro D

Verifica-se na Figura 7, uma atividade que envolve o significado de *arranjo*. Neste tipo de situação, é solicitado ao estudante a escolha de elementos de um dado conjunto, para formar os possíveis subconjuntos, e deverá, também, ordenar esses elementos. O problema apresenta apenas o enunciado como representação simbólica e solicita que o estudante liste todas as possibilidades existentes. O mesmo não apresenta orientações específicas ao professor para o trabalho com esse tipo de situação combinatória.

Figura 5: Exemplo de atividade que envolve situação de arranjo em livro de alfabetização da EJA

5. ESCREVA TODOS OS NÚMEROS DE DOIS ALGARISMOS QUE PODEM SER FORMADOS USANDO 3, 5 E 7. NÃO VALE REPETIR ALGARISMO PARA FORMAR CADA NÚMERO.

Fonte: Livro A

Ressalta-se que não há nas orientações dadas ao professor nenhuma menção sobre propriedades e relações existentes em problemas combinatórios, ou seja, não há nenhuma proposta de trabalho levando-se em conta os invariantes da Combinatória.

Referente às representações simbólicas apresentadas nas situações combinatórias, foi possível constatar nas atividades dos exemplares analisados, que a maioria dos problemas apresenta apenas enunciado sem nenhum tipo de representação para auxiliar na resolução dos mesmos. Foram observados apenas dois problemas que apresentam o enunciado seguido de quadro, e os desenhos e

árvores de possibilidades não foram apresentados nas atividades.

No tocante às representações simbólicas solicitadas nas atividades para auxiliar os estudantes a resolverem as atividades que envolvem o raciocínio combinatório, a maioria dos problemas solicita o uso de material manipulativo para auxiliar na resolução dos mesmos. Essas atividades contêm o significado de *combinação* que envolve o sistema monetário. As mesmas solicitam ao estudante o uso de cédulas e moedas, do material de apoio que compõe o livro do aluno, para auxiliar o estudante na resolução dos problemas. Foram identificadas, também, duas atividades sem solicitação de uso de representações simbólicas, duas com preenchimento de quadro e uma atividade solicitando listagem das possibilidades.

De forma geral, foram encontradas poucas atividades que envolvem o raciocínio combinatório, destas, houve pouca variação nos significados e nas representações simbólicas na apresentação dos problemas e na solicitação ao estudante para auxiliar na resolução dos mesmos. É importante salientar que a produção de livros didáticos deveria traduzir orientações curriculares, e que embora, a Proposta Curricular para Educação de Jovens e Adultos (BRASIL, 2001) recomende apenas o significado de *produto de medidas* para os anos iniciais do Ensino Fundamental da EJA, verifica-se a ausência do mesmo nos livros. Outros significados estão presentes em algumas atividades – *arranjo*, *combinação* e *permutação* – embora não sejam tratados de modo explícito, ou até mesmo tenha sido a intenção dos autores em tratá-las. Referente à fragilidade nas representações simbólicas, é possível que a falta de orientação específica nos documentos oficiais tenha contribuído de forma negativa para esse resultado. Dessa maneira, a ausência de significados e representações variadas na apresentação dos problemas não estimula os alunos a resolverem as situações propostas a partir do uso de diferentes simbologias.

6.2.2 Apresentação e análise dos currículos apresentados para o 1º segmento da Educação de Jovens e Adultos – aprovados no PNLD 2014

As obras destinadas aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na modalidade de Educação de Jovens e Adultos, compreendendo as etapas/ciclos de alfabetização e subsequentes, são compostas por diferentes áreas de conhecimento, sendo o Volume 1 (destinado à alfabetização de jovens e adultos) composto das áreas de Letramento

e Alfabetização e Alfabetização Matemática, e os demais volumes às áreas de Português, Matemática, História, Geografia, Ciências e Arte. Os livros podem apresentar propostas pedagógicas disciplinar, interdisciplinar, bisseriado (Vol. 1 – Alfabetização, Vol. 2 – 2º e 3º anos e Vol. 3 – 4º e 5º anos) ou, ainda, multisseriado (volume único contendo todos os anos).

No Quadro 7 pode-se observar as principais características quanto à organização dos componentes curriculares e às propostas teórico-metodológicas.

Quadro 7: Características gerais dos manuais do educador das coleções destinadas ao 1º segmento da EJA

COLEÇÕES DESTINADAS AOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL DA EJA	CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS COLEÇÕES	
	ORGANIZAÇÃO DOS COMPONENTES CURRICULARES	PROPOSTAS TEÓRICO METODOLÓGICAS PRESENTES NO MANUAL DO EDUCADOR
COLEÇÃO E	Aborda os componentes curriculares de forma integrada a partir de temas geradores nostrês volumes.	<ul style="list-style-type: none"> - Apresenta recursos metodológicos para o professor aprimorar sua prática ao orientar o encaminhamento dos eixos e das seções; - Incentiva a articulação entre as diversas áreas de conhecimentos; - Orienta o processo avaliativo a partir de instrumentos de avaliação.
COLEÇÃO F	Aborda os componentes curriculares de forma integrada a partir de temas geradores nostrês volumes.	<ul style="list-style-type: none"> - Apresenta respostas às atividades, orientações didáticas e leituras complementares sobre os temas a serem trabalhados; - Não fornece informações suficientes sobre o processo avaliativo.
COLEÇÃO G	<p>O Volume 1 aborda os componentes curriculares (Letramento e Alfabetização e Alfabetização Matemática) de forma integrada.</p> <p>Os Volumes 2 e 3 estão organizados de forma disciplinar, sendo cada um deles estruturados em unidades e capítulos por área de desconhecimento.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Apresenta respostas às atividades e orientações didáticas aos professores; - Apresenta sugestões quanto à avaliação, atividades complementares e utilização de outros recursos didáticos (indica filmes, sites e referências para consulta do docente).

Fonte: A autora (2021)

Na análise das coleções (E, F e G), para os anos iniciais do Ensino Fundamental da EJA, foi possível identificar 22 atividades combinatórias ao longo dos livros

analisados. Pode-se verificar que o quantitativo cresceu, quando comparado aos livros destinados exclusivamente à Alfabetização na EJA, mas é ainda um número pequeno de atividades encontradas nessas três coleções destinadas aos anos iniciais.

Na Tabela 2, observa-se o quantitativo das distintas situações combinatórias encontradas nas Coleções E, F e G. Constatou-se que nenhuma coleção abordou os quatro tipos de problema e o número máximo de problemas combinatórios por coleção é 10, sendo 54% das atividades analisadas envolvendo o significado da *permutação*, seguido de 32% com o significado de *combinação* e 14% com o significado de *produto de medidas*. Problemas envolvendo o significado de *arranjo* não foram apresentados em nenhum dos volumes.

Dessa forma, a ausência de situações de *arranjo* impossibilita a discussão de quando a ordem de elementos selecionados dentre os elementos de um conjunto implica, ou não, em distintas possibilidades. Evidencia-se a necessidade de se abordar os quatro tipos de problemas combinatórios para que se possa distinguir como as escolhas podem ser realizadas e se a ordenação dos elementos indica, ou não, possibilidades distintas.

Tabela 2: Tipos de problemas de Combinatória em atividades de livros do 1º segmento da EJA

LIVROS		TIPOS de problema de Combinatória			
		ARRANJO	COMBINAÇÃO	PERMUTAÇÃO	PRODUTO DE MEDIDAS
Coleção E	VOL.1	-	2	-	-
	VOL.2	-	-	5	-
	VOL.3	-	-	-	-
Coleção F	VOL.1	-	-	1	-
	VOL.2	-	-	1	1
	VOL.3	-	-	2	-
Coleção G	VOL.1	-	-	-	-
	VOL.2	-	1	1	3
	VOL.3	-	-	4	1
TOTAL		-	3	14	5

Fonte: A autora (2021)

Foram observados resultados semelhantes nos estudos de Barreto e Borba (2011) e de Silva e Pessoa (2015), quando se tratam de livros didáticos direcionados aos anos iniciais do Ensino Fundamental na modalidade regular. O primeiro estudo analisou problemas combinatórios apresentados em cinco coleções aprovadas no

PNLD 2007, no qual foi constatado que as situações de *combinação* e *produto de medidas* eram os mais frequentes. O segundo estudo, na análise de problemas combinatórios em uma coleção aprovada no PNLD 2013, foi identificado que os significados apresentados em maior quantidade nos problemas combinatórios foram os de *produto de medidas* e *permutação*. É importante salientar que os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2007) orientam, de forma explícita, o trabalho com problemas que envolvem situações de *produto de medidas*, o que sugere uma provável explicação para a maior frequência deste significado nos dois estudos.

As Figuras 8, 9 e 10, apresentam exemplos de situações combinatórias retiradas dos exemplares analisados.

Figura 6: Exemplo de atividade que envolve situação de combinação em livro do 1º segmento da EJA

NO CADERNO

1. COM NÚMEROS DE 0 A 10 E OS SINAIS + E =, ESCREVA TODAS AS POSSIBILIDADES DE ORGANIZAR:

- UM GRUPO DE 6 PESSOAS COM HOMENS E MULHERES.
- UM PACOTE COM COCADAS E PAÇOCAS, CONTENDO 10 DOCES.
- UMA CAIXA COM 8 LÁPIS PRETOS E COLORIDOS.

Grupo de pessoas: $0 + 6 = 6$; $1 + 5 = 6$; $2 + 4 = 6$; $3 + 3 = 6$; $4 + 2 = 6$; $5 + 1 = 6$; $6 + 0 = 6$; pacotes de doces: $0 + 10 = 10$; $1 + 9 = 10$; $2 + 8 = 10$; $3 + 7 = 10$; $4 + 6 = 10$; $5 + 5 = 10$; $6 + 4 = 10$; $7 + 3 = 10$; $8 + 2 = 10$; $9 + 1 = 10$; $10 + 0 = 10$; caixas de lápis: $0 + 8 = 8$; $1 + 7 = 8$; $2 + 6 = 8$; $3 + 5 = 8$; $4 + 4 = 8$; $5 + 3 = 8$; $6 + 2 = 8$; $7 + 1 = 8$; $8 + 0 = 8$.

Esta atividade introduz o estudo da adição, apresentando os sinais + e =, a fim de que os alunos comecem a construir um repertório de somas a ser usado no cálculo mental em diversos momentos ao longo da coleção possibilitando a observação de diferentes escritas aditivas para obter 5. É importante familiarizar o uso do vocabulário matemático: nome da operação e adição, o sinal que indica a adição (+), o resultado da adição e a soma. Trata-se de uma atividade preparatória para a construção fundamentada dos fatos fundamentais da adição, sugerida como atividade complementar. Ao organizar os fatos fundamentais, destaque o papel do zero ($5 + 0 = 5$ e $0 + 5 = 5$) e a comutatividade na adição ($0 + 3 = 3$ e $3 + 0 = 3$).

Fonte: Coleção E, vol. 1

Observou-se que a Figura 8 apresenta uma situação de *combinação*, na qual a partir de um conjunto maior são escolhidos elementos para formação de um conjunto menor, cuja ordem de elementos não gera novas possibilidades. O problema não apresenta, necessariamente, um tipo de contexto relacionado ao universo do estudante jovem e adulto e não apresenta representações simbólicas que possam auxiliar o estudante na sua resolução, nem orienta ao docente quanto ao trabalho com esse tipo de situação.

A Figura 9 apresenta uma situação de *produto de medidas*, na qual dois tipos de conjuntos (três estradas que ligam as cidades A e B e quatro estradas que ligam as cidades B e C) devem ser combinados a partir da seleção de um elemento de cada conjunto (ex: caminhos 1 e 4). Esse problema envolve um contexto familiar ao estudante jovem e adulto (que faz escolha de percursos de caminhos diários) e

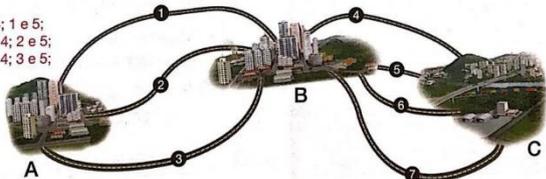
apresenta o desenho como representação simbólica para auxiliar na resolução do mesmo. Assim como o problema apresentado na Figura 7, o mesmo não apresenta orientações específicas ao professor para o trabalho com esse tipo de situação combinatória.

Figura 7: Exemplo de atividade que envolve situação de produto de medidas em livro do 1º segmento da EJA

2 Três cidades, A, B e C, são ligadas por estradas. Três estradas ligam A e B. Quatro estradas ligam B e C. Não há estradas ligando A e C diretamente. De quantos modos diferentes se pode viajar de A até C, passando por B?

De 12 modos diferentes: 1 e 4; 1 e 5; 1 e 6; 1 e 7; 2 e 4; 2 e 5; 2 e 6; 2 e 7; 3 e 4; 3 e 5; 3 e 6; 3 e 7.

Esse resultado pode ser obtido pela multiplicação: 3×4 .



- Explique como você chegou a esse resultado.

Fonte: Coleção F, vol. 2.

Verifica-se na Figura 10, uma situação de *permutação*. Nesse tipo de problema todos os elementos do conjunto serão utilizados, apenas uma vez (em problemas que não há repetição, como é o caso deste). O problema não apresenta, necessariamente, um tipo de contexto relacionado ao cotidiano do estudante dessa modalidade de ensino, tampouco auxilia o estudante e docente nas especificidades desse tipo de problema.

Figura 8: Exemplo de atividade que envolve situação de permutação em livro do 1º segmento da EJA

PARA SABER MAIS!

Confeccione 4 cartões e escreva neles os algarismos indicados abaixo. Recorte-os.



Combinando esses algarismos, escreva todos os números, com quatro algarismos, possíveis de serem formados, de acordo a condição:

- que o algarismo 6 ocupe a ordem das centenas. 5621, 5612, 1662, 1626, 2661 e 2616.
- que o algarismo 2 ocupe a ordem das unidades e o algarismo 8, a ordem das unidades de milhar. 8 612, 8 162.

Fonte: Coleção G, vol. 2

Referente às representações simbólicas apresentadas nos problemas combinatórios, verificou-se que na maioria dos problemas há apenas o enunciado e nenhuma representação auxiliar para a resolução do problema. Foram observados

apenas quatro problemas que apresentam o enunciado seguido de desenho, três que apresentam o enunciado seguido de quadro e um que apresenta enunciado seguido de listagem. A árvore de possibilidades não foi apresentada em nenhum dos problemas combinatórios. Barreto (2012) destaca a importância de trabalhos sistematizados que abordem as dimensões conceituais propostas por Vergnaud (1986) e salienta que as representações simbólicas passam a ser mais bem estruturadas à medida que estudantes possuem uma melhor compreensão das propriedades dos conceitos, estabelecendo diferenças entre significados envolvidos nas situações.

No que se refere às representações simbólicas solicitadas ao estudante para a resolução de problemas, observou-se que a maioria dos problemas solicita o uso de material manipulativo. Foram identificadas quatro atividades solicitando listagem de todas as possibilidades, quatro não solicitavam nenhuma representação e duas solicitavam o preenchimento do quadro. Dessa forma, pouco se buscou nas obras analisadas estimular os estudantes para o uso de suas próprias estratégias e de apresentar diversificadas formas de resolução.

No que diz respeito a orientações ao professor referentes à explicitação dos invariantes de cada tipo de problema combinatório, nenhuma das obras analisadas apresentou orientações aos docentes. Não é necessário sempre ressaltar com os estudantes as propriedades e relações que distinguem os distintos tipos de problemas combinatórios, mas os professores precisam ter esse conhecimento e estarem cientes de quais situações combinatórias estão sendo tratadas.

6.2.3 Apresentação e análise dos currículos apresentados para o 2º segmento da Educação de Jovens e Adultos – aprovados no PNL 2014

No que concerne às coleções destinadas aos anos finais do Ensino Fundamental, estas são compostas por volumes que podem apresentar propostas teórico-metodológicas seriada (livros por ano de escolaridade) e disciplinar, multisseriada (vários anos em um único volume) e disciplinar ou multisseriada e interdisciplinar, abordando as áreas de Português, Matemática, História, Geografia, Ciências, Arte e Língua Estrangeira moderna (Inglês ou Espanhol). De forma geral, pode-se observar no Quadro 8 as características desses manuais.

Quadro 8: Características gerais dos manuais do educador das coleções destinadas ao 2º segmento da EJA

COLEÇÕES DESTINADAS AOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTA DA EJA	CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS MANUAIS DAS COLEÇÕES	
	ORGANIZAÇÃO DOS COMPONENTES CURRICULARES	PROPOSTAS TEÓRICO METODOLÓGICAS PRESENTES NO MANUAL DO EDUCADOR
COLEÇÃO H	É organizado de forma seriada de natureza disciplinar.	<p>Apresenta propostas de discussão entre os temas estruturantes e os temas transversais;</p> <ul style="list-style-type: none"> - Apresenta propostas para ampliar as atividades e textos de apoio; - Sugere propostas de avaliação, atividades complementares e utilização de outros recursos didáticos (indica filmes, sites e referências para consulta do docente).
COLEÇÃO I	É organizado de forma seriada de natureza multidisciplinar.	<p>Apresenta respostas às atividades, orientações didáticas aos temas a serem trabalhados;</p> <ul style="list-style-type: none"> - Fornece concepções a respeito do processo avaliativo.
COLEÇÃO J	É organizado de forma seriada de natureza multidisciplinar.	<p>Apresenta múltiplas possibilidades para desenvolver algumas atividades;</p> <ul style="list-style-type: none"> - Indica leituras complementares para formação docente; - Apresenta sugestões quanto à avaliação.
COLEÇÃO K	É organizado de forma seriada de natureza multidisciplinar.	<p>Apresenta respostas às atividades, orientações didáticas aos temas a serem trabalhados;</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sugere atividades complementares, sites, filmes e indicações bibliográficas; <p>Não apresenta orientações para o processo avaliativo.</p>

Fonte: A autora (2021)

Ao se analisar as Coleções (H, I, J e K), para os anos finais do Ensino Fundamental da EJA, foi possível identificar que a opção pela natureza multidisciplinar foi observada em três das quatro coleções analisadas, ou seja, as obras eram organizadas por anos de escolaridade, contendo todas as disciplinas. Com essa organização, foram identificadas apenas oito atividades combinatórias ao longo das coleções analisadas.

Na Tabela 3, observa-se o quantitativo das distintas situações combinatórias encontradas nas coleções.

Tabela 3: Tipo de problemas de Combinatória em atividade de livros do 2º segmento da EJA

Coleções		Tipos de problemas de Combinatória			
		<i>ARRANJO</i>	<i>COMBINAÇÃO</i>	<i>PERMUTAÇÃO</i>	<i>PRODUTO DE MEDIDAS</i>
Coleção H	6º ano	-	-	-	01
	7º ano	-	-	-	-
	8º ano	-	-	-	-
	9º ano	-	-	-	-
Coleção I	6º ano	-	01	-	-
	7º ano	-	-	-	-
	8º ano	-	02	-	-
	9º ano	-	-	-	-
Coleção J	6º ano	-	01	-	01
	7º ano	-	-	-	-
	8º ano	-	-	02	-
	9º ano	-	-	-	-
Coleção K	6º ano	-	-	-	-
	7º ano	-	-	-	-
	8º ano	-	-	-	-
	9º ano	-	-	-	-
TOTAL		-	04	02	02

Fonte: A autora (2021)

É possível observar na Tabela 3 um quantitativo de problemas muito reduzido. Esperava-se neste nível de escolaridade uma maior abordagem da Combinatória. É possível identificar que não foi encontrado problema de *arranjo*. Os outros tipos de problema foram apresentados, sendo quatro de *combinação*, dois de *permutação* e dois de *produto de medidas*. A coleção K não apresenta nenhum tipo de problema combinatório e a coleção J é a que contém a maior número (quatro ao todo) e variedade de problemas combinatórios (*combinação*, *permutação* e *produto de medidas*). Dessa forma, não há estímulo nesses livros a um amplo desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Esses resultados divergem dos encontrados por Santana (2012), estudo no qual se analisou os conteúdos apresentados em dois livros didáticos de Matemática aprovados no PNLD-EJA 2011 para o segundo segmento. A autora identificou, em um dos livros, problemas que envolvem situações de Combinatória, tendo classificado

suas abordagens como promotoras de uma aproximação entre a Matemática não escolar e a Matemática escolar, favorecedora de uma aprendizagem significativa.

Observou-se, para este nível de escolaridade, um quantitativo muito pequeno de atividades e a pouca variedade de significados que envolvem o raciocínio combinatório. Assim como nas coleções dos anos iniciais, problemas envolvendo o significado de *arranjo* não foram apresentados em nenhum dos volumes. É importante evidenciar que embora os documentos curriculares oficiais apresentem orientações específicas para o trabalho com problemas combinatórios na EJA, os resultados encontrados nas coleções analisadas são inferiores aos resultados das análises dos livros de alfabetização. Esse tipo de situação impossibilita a ampliação do desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático.

As Figuras 11, 12 e 13, apresentam exemplos de atividades envolvendo os significados de *produto de medidas*, *combinação* e *permutação*, respectivamente, encontrados nas coleções analisadas.

Figura 9: Exemplo de atividade que envolve situação de produto de medidas em livro do 2º segmento da EJA

2. Um grupo de pessoas resolveu fazer um passeio a alguns pontos turísticos da cidade de São Paulo utilizando ônibus. O roteiro escolhido foi: primeiro, Parque do Ibirapuera, depois, Praça da Sé e, por fim, Museu de Artes de São Paulo (Masp).
Utilizando a internet, o grupo consultou as linhas de ônibus que poderiam utilizar. Descobriram que para ir do Parque do Ibirapuera à Praça da Sé existem 4 linhas e para ir da Praça da Sé ao Masp existem 2 linhas.
De quantas maneiras diferentes o grupo pode fazer o roteiro escolhido utilizando ônibus?

Fonte: Coleção H, 6º ano

Figura 10: Exemplo de atividade que envolve situação de combinação em livro do 2º segmento da EJA

Veja como funciona uma dessas máquinas:
As opções de venda estão expostas na própria máquina. O comprador escolhe um produto, coloca o dinheiro na máquina, aperta o botão e recolhe o produto e o troco, se houver.



Funciona assim:

- 1- Coloque o dinheiro. A máquina aceita: Moedas de R\$ 0,25 e R\$ 1,00 e cédulas de R\$ 2,00, R\$ 5,00 e R\$ 10,00.
- 2- Selecione o livro.
- 3- Retire o livro.
- 4- Aperte o botão do troco. Boa leitura.

Imagine que você vai comprar alguns livros a R\$ 2,50 em uma máquina como a ilustrada.

- Quais cédulas e moedas a máquina aceita? **Moedas:** R\$ 0,25 e R\$ 1,00; **Cédulas:** R\$ 2,00; R\$ 5,00 e R\$ 10,00.
- Quantas cédulas e moedas você deverá colocar na máquina para comprar 5 livros de R\$ 2,50? **Resposta possível:** 1 cédula de R\$ 10,00, 1 cédula de R\$ 2,00 e 2 moedas de R\$ 0,25.

Fonte: Coleção I, 6º ano

Figura 11: Exemplo de atividade que envolve significado de permutação em livro do 2º segmento da EJA

9 Uma cliente esqueceu a senha de seu cartão bancário, que é composta de quatro dígitos. Ela lembra apenas que a senha é formada pelos números 6, 7, 8 e 9, mas não lembra a ordem em que eles devem ser digitados.



a) Escreva no caderno todas as possibilidades de combinação dos números que formam a senha do cartão bancário dessa cliente.

Fonte: Coleção I, 8º ano

Resultados diferentes foram encontrados em Silva e Pessoa (2015), quando as autoras analisaram a Combinatória em uma coleção de livro didático aprovada no PNLD 2014 para os anos finais do Ensino Fundamental na modalidade regular. Em apenas uma coleção, composta por 4 livros (6º, 7º, 8º e 9º ano) as autoras encontraram resultados muito superiores aos apresentados neste estudo. As autoras identificaram na coleção um quantitativo de 54 atividades de Combinatória, tendo sido identificados todos os significados (*arranjo, combinação, permutação e produto de medidas*), sendo os problemas de *produto de medidas* apresentados com maior frequência, o que evidencia que o tratamento dado à EJA não tem sido suficientemente reforçado.

Referente às representações simbólicas apresentadas aos estudantes nos problemas combinatórios, verificou-se que na maioria dos problemas há apenas o enunciado e nenhuma representação auxiliar para a resolução do problema e apenas três atividades apresentaram enunciado seguido de desenhos. A árvore de possibilidades não foi apresentada em nenhum dos problemas combinatórios. Esse resultado também diverge dos encontrados por Silva e Pessoa (2015), estudo no qual uma boa variedade de representações simbólicas foi identificada.

No tocante às representações simbólicas solicitadas aos estudantes para resolução dos problemas de Combinatória, apenas dois problemas solicitam o uso de listagem como representação auxiliar na compreensão dos problemas que envolvem o significado de *permutação*.

No que diz respeito a orientações ao professor referentes à explicitação dos invariantes de cada tipo de problema combinatório, nenhuma das obras analisadas apresentou orientações aos docentes.

6.2.4 Sistematizando a Combinatória nos currículos apresentados para Educação de Jovens e Adultos

Analisando os dados encontrados nos livros didáticos aprovados no PNLD EJA 2014 para o Ensino Fundamental, foi possível constatar que problemas combinatórios estão presentes na maioria dos livros analisados. Contudo, há um quantitativo muito reduzido de atividades envolvendo situações combinatórias.

Verifica-se, como indicado na Tabela 4, que os livros dos anos iniciais apresentam o maior número de problemas combinatórios, seguido dos livros de alfabetização e, por fim, as obras destinadas aos anos finais. Isso contraria o esperado, pois espera-se que com o aumento da escolarização mais problemas combinatórios sejam tratados até à formalização da Combinatória no Ensino Médio.

Tabela 4: Quantitativo de atividades de Combinatória identificadas, por nível de escolaridade

Nível de escolaridade	Quantitativo de atividades
Alfabetização	11
1º segmento da EJA	22
2º segmento da EJA	08
Total	41

Fonte: A autora (2021)

Foram encontrados os quatro tipos de situações que envolvem o raciocínio combinatório (*arranjo, combinação, permutação e produto de medidas*), ao longo das coleções. É possível identificar, na Tabela 5, que os significados que apresentaram

maior frequência foram os de *permutação* e *combinação*, seguido de *produto de medidas* e *arranjo*.

Tabela 5: Quantidade de atividade por tipo de problema de Combinatória

Nível de escolaridade	Quantidade de atividades por tipo de problema de Combinatória			
	Arranjo	Combinação	Permutação	Produto de Medidas
Alfabetização	01	08	02	-
Anos iniciais do EF	-	03	14	05
Anos finais do EF	-	04	02	02
Total	01	15	18	07

Fonte: A autora (2021)

Com relação às representações simbólicas apresentadas nas situações combinatórias, de forma geral, é possível verificar na Tabela 6 a predominância de atividades que são apresentadas apenas com enunciado aos estudantes, seguida de enunciado com desenhos e enunciado com quadro.

Tabela 6: Representações simbólicas apresentadas em problemas de Combinatória

Nível de escolaridade	Representações simbólicas apresentadas nos problemas de Combinatória		
	Apenas enunciado	Enunciado seguido de desenho	Enunciado seguido de quadro
Alfabetização	09		02
Anos iniciais	15	04	03
Anos finais	05	03	
Total	29	07	05

Fonte: A autora (2021)

A respeito das representações simbólicas solicitadas aos estudantes na resolução das atividades analisadas, pode-se verificar na Tabela 7 maior frequência na solicitação de uso de material manipulativo, principalmente nos anos iniciais, quando os conceitos ainda estão sendo introduzidos. Ainda há um número muito alto de atividades que não solicita nenhum tipo de representação, principalmente nos anos finais, o que sugere que neste nível de escolaridade os conceitos já estão sendo introduzidos a partir do princípio multiplicativo. Outras representações também foram solicitadas, como é o caso da listagem e do preenchimento de quadro, porém em menor frequência.

Tabela 7: Representações simbólicas solicitadas nas resoluções dos problemas de Combinatória

Nível de escolaridade	Representação simbólica solicitada na resolução das atividades de Combinatória			
	NENHUMA SOLICITAÇÃO	PREENCHIMENTO DE QUADRO	LISTAGEM	MATERIAL MANIPULATIVO
Alfabetização	02	02	01	06
Anos iniciais	04	-	04	14
Anos finais	06	-	02	-
Total	12	02	07	20

Fonte: A autora (2021)

De forma geral, foi possível constatar, que embora os livros didáticos traduzam as orientações prescritas dos documentos oficiais, no que se refere ao PNLD EJA 2014, identificou-se fragilidade na apresentação do conteúdo de Combinatória a partir da análise das atividades envolvendo tal raciocínio em relação aos pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais (significados, invariantes e representações simbólicas) propostos por Vergnaud(1986).

Foi possível identificar em Barreto e Borba (2011) e Silva e Pessoa (2015), em estudos anteriores com livros didáticos destinados à modalidade regular, que os mesmos apresentam resultados superiores, no que diz respeito à diversidade dos significados e representações simbólicas apresentados nos problemas combinatórios. Esses resultados sugerem que os livros destinados à Educação de Jovens e Adultos, no que se refere à Combinatória, apresentam o conteúdo de forma reduzida, dificultando, assim, a ampliação do raciocínio lógico-matemático aos estudantes dessa modalidade de ensino.

É notório que o contexto histórico dos materiais curriculares para EJA tenha perpassado por avanços e retrocessos, assim como ações descontínuas. A garantia dos princípios de equidade, diferença e proporcionalidade no atendimento a essa modalidade de ensino precisam ser respeitados. Nesse sentido, são necessárias políticas públicas para EJA que assegurem o direito a livros didáticos de qualidade que atendam às especificidades de seus estudantes.

É importante ressaltar, que embora os materiais curriculares revelem aproximações e distanciamentos em relação ao desenvolvimento do raciocínio pesquisado, se faz necessário que a ação do professor na EJA, através de sua relação

com os conteúdos curriculares pesquisados, leve em consideração as características dos estudantes dessa modalidade de ensino, buscando promover a compreensão dos conceitos de forma estimulante, fornecendo ao estudante condições de exercerem sua cidadania.

6.3 CURRÍCULO MOLDADO E AVALIADO PELOS PROFESSORES

Currículo *moldado* ou currículo modelado é uma das instâncias curriculares, denominadas por Sacristán (2000), na qual o professor exerce fortemente o papel de protagonista em seu desenvolvimento. Essa instância se refere à transformação do currículo pelo professor, mediante suas intenções pedagógicas no planejamento da sua prática a ser desenvolvida em sala de aula, utilizando como referência, primordialmente, o currículo prescrito e o currículo apresentado. Os currículos em ação e avaliados também têm influência no que é modelado pelos professores, tendo em vista que os saberes experienciais influenciam e possibilitam manutenção ou mudanças de suas práticas futuras.

Nessa seção serão analisadas as respostas dadas por professores, sendo uma professora do primeiro e um professor do segundo segmentos da Educação de Jovens e Adultos, a uma entrevista individual. A primeira parte da entrevista visava identificar e caracterizar os profissionais entrevistados, levantar elementos de suas formações, bem como aspectos relacionados a seus conhecimentos da Matemática. As perguntas inseridas nas partes 2,3,4 e 5 da entrevista, têm como objetivo explorar a relação dos professores com a Combinatória e as instâncias do currículo prescrito, apresentado, em ação, realizado e avaliado, a fim de entender as relações dessas instâncias com o currículo moldado pelos professores. Além da entrevista, foram analisados dois planos de ensino, referente a duas aulas de Combinatória para cada segmento da EJA. A análise visa identificar como os professores planejam o trabalho com as diferentes situações combinatórias, seus invariantes e representações simbólicas

Segundo Sacristán (2000), as instâncias curriculares não estão organizadas de forma hierárquica, “trata-se de um modelo cujas fases têm inter-relações recíprocas e curriculares entre si” (p.104). Nessa perspectiva, o autor atribui ao currículo prescrito a função de orientar e prescrever conteúdos mínimos com o objetivo de direcionar a realidade escolar, assim, pela ordem e nível que ocupa dentro do sistema escolar,

impacta todas as outras instâncias do desenvolvimento curricular. É no currículo prescrito que fica evidente a regulação dos conteúdos e códigos, bem como os aspectos culturais envolvidos de interesse político de controle da educação como um sistema ideológico, entretanto, toda essa orientação passa pelo filtro do professor que interpreta e atribui novos significados às ideias apresentadas. Nessa instância, do currículo moldado, “o professor se configura como elemento de primeira ordem na concretização desse processo” (SACRISTÁN, 2000. p.165).

Sendo as prescrições curriculares orientações mais genéricas, normalmente não suficientes para conduzir a prática do professor, essa função costuma ser desempenhada por materiais curriculares elaborados para que os professores possam a partir deles subsidiar suas ações pedagógicas (SACRISTÁN, 2000; PACHECO1976). Diante desse contexto, o livro didático se mostra um importante instrumento que influencia a prática dos professores (LAJOLO, 1996; PACHECO, 2001; REMILLARD, 2005), bem como auxilia na aprendizagem dos estudantes (GÉRARD e ROEGIERS, 1998; OLIVEIRA, 2006; CARVALHO e LIMA, 2010). Como aponta Morgado (2004)

Na opinião de muitos professores, os manuais escolares, além de serem “intérpretes privilegiados tanto das fidelidades como das infidelidades curriculares”, têm a vantagem de reunir “as propriedades pedagógicas necessárias para poderem desempenhar um papel estruturante do ofício do aluno”, quer este se exerça no interior da sala de aulas, quer na esfera doméstica. (MORGADO, 2004, p.37).

O currículo apresentado se manifesta em materiais curriculares como manuais didáticos, livros-textos, apostilas, ou seja, materiais elaborados por agentes privados ou representantes governamentais, que traduzem aos professores o significado e os conteúdos prescritos em documentos oficiais. Esses materiais, muitas vezes, facilitam a atividade de planificação, fornecendo ao docente uma orientação mais concretizada e orientada para prática pedagógica. Nesse sentido, cabe ao professor a decisão de escolher, a partir de suas intenções pedagógicas, o que de fato deve ser efetivamente trabalhado em sala de aula. Assim, tanto o currículo prescrito, quanto o apresentado, sofrem transformações no planejamento efetuado pelos professores.

De todos os agentes decisivos no desenvolvimento curricular, o professor é, sem dúvidas, um dos mais determinante, pois é ele quem modela e põe em ação o currículo na sala de aula. Ao moldar o currículo, o professor atribui significados e valores ao

que deve ser ensinado, ou seja, as “concepções dos professores sobre a educação, o valor dos conteúdos e processos ou habilidades propostas pelo currículo, percepção de necessidades dos alunos, de suas condições de trabalho, etc. sem dúvida os levarão a interpretar pessoalmente o currículo” (SACRISTÁN, 2000. p. 172).

O currículo modelado representa o papel do professor na transformação e adaptação do currículo à sua realidade e também de ajustes sua atividade pedagógica. O planejamento das atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, a partir, inclusive, dos currículos prescritos e apresentados que indicam conteúdos, recursos e procedimentos, introduz significados no processo de filtragem que são decisivos na mediação do currículo. Segundo Sacristán (2000) existe uma relação triangular que influencia a prática do professor. Essa relação se dá pela

Interação entre os *significados* e usos práticos do professor (condicionados por sua formação e experiência, que são as que guiam a percepção da realidade), as *condições* da prática na qual exerce e as *novas ideias* configuram um campo problema do qual surgem soluções ou ações do professor, que são resultantes ou compromissos a favor de um extremo ou outro desse triângulo – é o triângulo de forças da práxis pedagógica (SACRISTÁN, 2000, p. 178).

Dessa forma, o desenvolvimento curricular da Matemática por parte dos professores está fortemente atrelado a crenças, concepções, e conhecimentos sobre o ensino. De acordo com Januário, Lima e Taraldi Jr. (2014),

Nas ações de formação, inicial ou continuada, embora seja importante a discussão sobre aspectos da prática do professor e seus conhecimentos sobre os conceitos matemáticos, didática, metodologia, e a postura nas intervenções no processo de aprendizagem dos alunos, são necessários o estudo e a problematização sobre currículo e seu desenvolvimento, principalmente ao que se refere à organização, seleção e tratamento dos conteúdos, bem como a compreensão das teorizações subjacentes às opções didáticas e metodológicas (JANUARIO, LIMA e TRALDI JR, 2014, pag. 47).

Além das relações existentes para efetivação da ação pedagógica, outras variantes interferem nesse processo, tais como a formação dos professores e estudantes, as concepções epistemológicas de como o professor concebe o conhecimento, entre outros fatores. Dessa maneira, o professor se configura como árbitro a toda decisão curricular, “moldando à sua medida o currículo sucessivamente

prescrito, apresentado, programado e planejado”. (Pacheco, 1996, p. 101). Para o autor o currículo é programado em grupo e planejado individualmente pelo professor.

Ao modelar sua prática, o professor tem a oportunidade de repensar suas ações, representá-las no papel para, em seguida, concretizá-las. Para facilitar a organização de um modelo prático de plano de curricular, Sacristán e Gomez (1998) sugerem alguns elementos, como as metas e os objetivos, a decisão dos conteúdos, as tarefas ou oportunidades de aprendizagem, a apresentação do conteúdo e dos materiais, a produção exigida aos alunos, as considerações das diferenças individuais, a participação e o compromisso dos estudantes, a adequação ao cenário e a avaliação. É importante destacar que os autores apontam esse modelo como uma sugestão que apresenta aspectos-chave do planejamento do currículo, destacando pontos decisivos que determinarão a prática docente a ser concretizada.

No processo de modelação da prática, um dos elementos considerado de exigência formal é a avaliação, sendo ela a responsável por causar impactos em todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. De acordo com Sacristán (2000, p.310),

O currículo abarcado pelos procedimentos de avaliação é, enfim, o currículo mais valorizado, a expressão da última concretização de seu significado para professores, que, assim, evidenciam uma ponderação, e para alunos, que, dessa forma, percebem através de que critérios são avaliados.

Para o autor citado, o ensino se realiza num clima de avaliação, ou seja, toda atividade desenvolvida na dinâmica cotidiana do ensino possui uma certa intencionalidade do professor, sem necessariamente se transformar num instrumento de avaliação formal. Nesse contexto, o currículo avaliado se configura nos saberes e ou habilidades de determinados conteúdos que o professor prioriza avaliar, ou seja, o professor tem como um de seus objetivos acompanhar o desenvolvimento dos estudantes, considerando o que está sendo trabalhado e o que foi prescrito para aquela modalidade e nível de ensino. Assim os resultados das avaliações influenciam fortemente as tomadas de decisões dos docentes, modificando sua ação em sala de aula, objetivando a aprendizagem necessárias dos estudantes.

Sacristán (2013) descreve o currículo avaliado e chama atenção para dimensão oculta das aprendizagens, ele afirma que

o currículo formado pelos conteúdos exigidos pelas práticas de avaliação e que representa a dimensão visível, mas, ainda que haja outras experiências de aprendizagem não avaliáveis, não devemos nos deixar levar pelo reduativismo positivista para o qual somente conta o que pode ser medido, porque é observável (p.26)

É neste contexto que se insere a análise aqui apresentada, embasada nas entrevistas realizadas com dois professores do primeiro e segundo segmentos da EJA, bem como na exploração de seus planos de ensino – os quais incluem processos avaliativos. Tem-se por objetivo compreender como os docentes modelam suas aulas de Combinatória e como avaliam os estudantes no que se refere a diferentes situações, invariantes e representações simbólicas.

6.3.1 Entrevista com professores: Combinatória e materiais curriculares

Participaram do estudo, dois professores do Ensino Fundamental da Educação de Jovens e Adultos de uma escola pública da rede municipal de ensino de Olinda, sendo uma professora dos anos iniciais da EJA e outro professor dos anos finais da referida modalidade de ensino. Nessa etapa do estudo, teve-se por finalidade levantar aspectos referente a profissionalização e experiência dos professores, conhecimentos do conteúdo e metodológicos, investigar como os professores moldam e propõem avaliar o que está prescrito e apresentado em documentos oficiais e em livros didáticos. Para tal, foram verificados os conhecimentos dos professores sobre o ensino e a aprendizagem de Combinatória, os conhecimentos e usos dos materiais curriculares por parte desses profissionais, investigar de que forma os professores interpretam atividades de Combinatória apresentadas em livros didáticos, bem como analisar como os docentes planejam sua ação pedagógica tendo como foco pressupostos teóricos da Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1986), ou seja, as diferentes situações, invariantes e representações simbólicas.

A entrevista (ver Apêndice 2) foi organizada em cinco partes: 1) perfil sócio profissional, 2) conhecimentos e usos de materiais curriculares, 3) conhecimentos sobre o que dizem currículos quanto à Combinatória, 4) conhecimentos sobre a Combinatória: analisando atividades propostas em livros didáticos e 5) conhecimentos sobre o ensino e aprendizagem de Combinatória. Seguem-se os resultados obtidos nessas cinco partes das entrevistas realizadas com os dois professores participantes do estudo piloto.

6.3.1.1 Perfil sócio profissional

Os participantes do estudo piloto eram, respectivamente, professora dos anos iniciais e professor dos anos finais do Ensino Fundamental da Educação de Jovens e Adultos de uma mesma escola pública da rede municipal de ensino de Olinda, PE. Os perfis profissionais desses dois professores estão descritos no Quadro 9.

Quadro 9: Perfil sócio profissional dos professores participantes do estudo

Perguntas	P1	P2
QUAL A SUA FORMAÇÃO ACADÊMICA?	Graduação em Pedagogia com Mestrado em Educação – LUSOFONA – PT	Graduação em Ciências com habilitação em Química. Com mestrado em Química UFPE
NA SUA FORMAÇÃO, COMO FORAM ABORDADOS O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA?	Não recordo de nenhuma disciplina que trabalhava conteúdos matemáticos.	Algumas disciplinas de Matemática, porém o aprofundamento foi em Química.
HÁ QUANTO TEMPO VOCÊ LECIONA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS?	10 anos	18 anos
JÁ LECIONOU EM OUTRA MODALIDADE DE ENSINO? QUAL?	Sim. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Sim. No Ensino Médio
EM QUE MÓDULOS (FASE) LECIONA?	Módulo 3	Módulos 4 e 5
HÁ QUANTO TEMPO VOCÊ TRABALHA COM ESSE(A) (MÓDULO OU FASE) DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS?	10 anos	18 anos
EM QUAL(IS) OUTRO MÓDULO (FASE) VOCÊ JÁ LECIONOU?	Sempre no Módulo 3	Sempre nos Módulos 4 e 5
NESSE ANO, QUAL A CARGA HORÁRIA SEMANAL DE TRABALHO COM A MATEMÁTICA?	Não sigo uma C/H específica, procuro contemplar a disciplina em pelo menos duas noites completas por semana.	6 h/a semanais
QUAIS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS SÃO ABORDADOS NO MÓDULO QUE VOCÊ ENSINA?	Sistema de numeração decimal, formas geométricas, diferentes maneiras de contar, as funções dos números associando a Matemática ao dia a dia.	Os conteúdos estabelecidos pela base curricular do município para cada módulo.
VOCÊ SE SENTE PREPARADO(A) PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EJA? POR QUE SE SENTE PREPARADO(A)/DESPREPARADO(A)?	Sim, porque eu gosto de ensinar nesta modalidade de ensino, embora, alguns conteúdos eu tenha que estudar novamente.	Sim, até pelo tempo que tenho. Já passei por muitas formações continuadas que abordavam além dos conteúdos, metodologias diferenciadas.
PARTICIPA OU PARTICIPOU DE MOMENTOS DE FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA? QUAIS?	Sim. Formação da rede.	Sim. Formação da rede,
NOS MOMENTOS DE FORMAÇÃO CONTINUADA, QUAIS CONTEÚDOS VOCÊ LEMBRA TEREM SIDO ABORDADOS?	As formações da EJA normalmente estão voltadas para conteúdos que levarem a autoestima do estudante.	Porcentagem e fração.

Fonte: A autora (2021)

Pode-se observar que os dois professores entrevistados possuem graduação voltada ao nível de ensino que lecionam – a Professora P1 tem Licenciatura em Pedagogia e o Professor P2 possui Licenciatura em Ciências, estando, assim, habilitado a lecionar disciplinas das Ciências Exatas (Química, Física e Matemática). Ambos possuem Mestrado, sendo P1 em Educação e P2 em Química. São, portanto, professores com formação inicial adequada para os respectivos níveis do Ensino Fundamental: anos iniciais e anos finais, corroborando com Brasil (2011), que defende a importância da formação inicial específica e da pós-graduação para atuação profissional, e justifica que – tanto cursos *lato sensu* como *stricto sensu* – ampliam o olhar docente em relação a sua prática pedagógica.

Em relação ao tempo de experiência de ensino na Educação de Jovens e Adultos, P2 tem mais tempo de experiência que P1. Entretanto, observa-se que ambos possuem bom tempo de trabalho: 10 e 18 anos nos respectivos módulos da EJA, sendo provável certo conhecimento em relação as especificidades da modalidade que atua.

Quanto às experiências de aprendizados em disciplinas cursadas na graduação, observam-se vivências diferenciadas. Quanto à sua formação inicial, P1 afirmou não recordar de disciplinas que trabalhavam conteúdos matemáticos. Já P2 afirmou que foram propiciadas experiências com a Matemática em algumas disciplinas, embora o foco da sua formação acadêmica estava voltado para a disciplina de Química. Os dois participantes também afirmaram que na política da rede de ensino são possibilitados momentos de formação continuada, porém, para P1 os conteúdos não são voltados às disciplinas específicas que são trabalhadas nesta modalidade de ensino, e P2 elucidou alguns conteúdos matemáticos abordados em momentos de formação continuada. Nesse contexto, observam-se, entre os participantes da pesquisa, experiências bem distintas de formação em preparo para atuação no ensino de Matemática no primeiro e segundo segmentos da EJA, tanto que se refere à formação inicial, quanto à formação continuada.

É importante destacar que Shulman (2005), elucida que uma das fontes da base do conhecimento do conteúdo dos professores é sua formação acadêmica. Entretanto, os saberes constituídos pelos futuros professores, em sua formação como estudante na educação básica, também influenciam na ação docente (TARDIFF, 2002; SCHON, 2000). Um outro saber apontado por Tardiff (2002), é o saber da experiência

profissional dos professores, sendo apontado como fonte privilegiada do seu saber-ensinar associados aos conhecimentos adquiridos em sua formação inicial e na vivência de sua escolaridade.

No que se refere ao processo de formação continuada, observa-se na resposta dos professores, um direcionamento diferenciado no que diz respeito à oferta do trabalho com conteúdos específicos da Matemática. É importante destacar que de acordo com Fiorentini e Nacarato (2005, p.38), “a participação em projetos de formação continuada e a melhoria das condições profissionais e institucionais podem contribuir para a produção e (re) elaboração dos saberes necessários a mudança curricular”, nesse sentido, se faz necessário a promoção de formação continuada coerente com a prática esperada em sala de aula.

No que se refere à carga horária semanal, os dois professores dedicam tempo semelhantes para o ensino de Matemática e, apesar das vivências de formação diferenciadas, ambos os professores afirmam se sentir confortáveis em ensinar a disciplina na EJA. P1 reconhece que há conteúdos matemáticos que requerem maior estudo por parte dela e P2 se sente bem seguro, tanto pelo tempo de ensino que já vivenciou, quanto pelas formações continuadas nas quais foram discutidos conteúdos matemáticos específicos e modos de ensino dos mesmos.

6.3.1.2 Conhecimentos e usos de materiais curriculares

Após os questionamentos do perfil profissional dos docentes, buscou-se identificar seus conhecimentos a respeito dos materiais curriculares específicos da Educação de Jovens e Adultos, bem como sondou-se o uso dos mesmos nos momentos de planejamento das suas aulas e nas suas ações pedagógicas.

Questionou-se os professores sobre o conhecimento das prescrições curriculares específicas para a Educação de Jovens e Adultos. Ambos afirmaram conhecer as prescrições municipais, a Base Curricular da Rede Municipal de Olinda (BCRMO) (OLINDA, 2010), e prescrições federais, sendo mencionado por P1 a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (BRASIL,2017), e P2 mencionou a Proposta Curricular para EJA (BRASIL, 2002). É importante salientar que, embora a BNCC tenha sido mencionada por P1, o documento não faz referência à modalidade da EJA em seu texto, mesmo sendo um documento prescrito obrigatório às variadas etapas e

modalidades de ensino da Educação Básica brasileira. Observa-se no Quadro 10 os conhecimentos e usos de materiais curriculares por parte dos professores participantes do estudo.

Quadro 10: Conhecimento e uso de materiais curriculares por parte dos professores participantes do estudo

Perguntas	P1	P2
Você conhece os currículos prescritos (oficiais/governamentais) para a Educação de Jovens e Adultos? Quais conhece?	Sim. A BNCC e a Base Curricular da Rede Municipal de Olinda.	Sim. A Base Curricular da Rede Municipal de Olinda e a Proposta Curricular para EJA.
Quais materiais curriculares você utiliza para o planejamento de suas aulas?	A Base Curricular da Rede Municipal de Olinda.	Parâmetros Curriculares Nacionais e Orientações Teóricas Metodológicas (OTM - estaduais)
(Se o professor não mencionar diretamente o LD, perguntar:) E o LD?	Sim	Sim
Você o utiliza em seu planejamento e em suas aulas? De que forma o utiliza?	Sim. Eu me reúno com a outra professora do mesmo módulo e a gente utiliza essa proposta para a EJA para planejar as atividades e avaliações. Quanto ao LD, não recebemos esse ano, usamos as sobras.	Sim, porém ele foge um pouco da realidade e muitas vezes infantiliza o ensino. Sempre faço adaptações. Trabalho algumas coisas do LD e sempre peço para os alunos pesquisarem.
De modo geral, como você avalia o livro didático adotado?	Bom, eu uso a explicação do livro, da forma que está posta, depois eu sempre trago coisas de fora para complementar e sempre peço que eles façam pesquisa em casa sobre aquele conteúdo.	Não gosto muito, mas procura trabalhar com ele até mesmo para incentivar o aluno a estudar.
O livro didático tem sido útil para sua formação? De que modo(s)?	Sim. Ele me ajuda muito na hora de introduzir os conceitos e apresenta algumas orientações para trabalhar os conteúdos.	Não muito. Muitas coisas eu considero que não está de acordo com os alunos, nem com a proposta da rede.
Como você faz uso das atividades propostas pelo LD? Por que? Você utiliza exatamente o que o livro apresenta ou faz adaptações? Se faz adaptações, quais, por exemplo, você faz? Você propõe outras atividades além das propostas no LD? Por que?	Sempre início com as atividades e explicações dos livros para depois trazer algo de fora. O LD trabalha os conteúdos de forma rápida, sendo necessário pesquisar atividades para completar. Às vezes faço algumas adaptações para atender o nível dos estudantes.	Algumas vezes uso as atividades que o livro apresenta, outras vezes trago atividades para complementar, como o material das olimpíadas de Matemática.
E o manual do professor, você utiliza? Como?	Sim. Uso como uma orientação na abordagem e explanação do conteúdo. Ele também dá sugestões de atividades.	Eu olho o manual. Sempre olho as orientações que ajudam a melhorar.

Fonte: A autora (2021)

Em relação ao uso de materiais curriculares no planejamento das suas aulas, os dois professores afirmaram utilizar, tanto os currículos prescritos, como os currículos apresentados, na modelação de suas práticas, embora não reconheçam explicitamente o livro didático como um material curricular. Referente aos documentos oficiais que orientam o ensino na EJA, P1 faz menção às prescrições na esfera municipal e P2 às na esfera estadual e federal. Para Sacristán (2000), embora os professores afirmem utilizar documentos oficiais e outros documentos como ponto de partida no planejamento de suas ações pedagógicas, apenas os professores que possuem mais experiências os consideram na planificação.

Corroborando com a ideia de que o currículo prescrito não se configura num material curricular usual na modelação do ensino, Pacheco (1976) afirma que “Os professores não tem hábitos de trabalhar diretamente com os programas. Preferem os manuais que se convertem em mediadores curriculares” (p.37).

Quando questionados sobre como utilizam o LD e as considerações a seu respeito, os professores convergem em alguns aspectos e divergem em outros. P1 afirma utilizar o LD e classifica-o como bom, mencionando que o mesmo auxilia na introdução dos conceitos. A professora explicou que se reúne com outra professora do mesmo nível e faz uso do livro didático no planejamento de atividades e avaliações. Nesse contexto, o livro pode ser considerado como elemento que potencializa o desenvolvimento profissional dos professores,

basta que o considerem apenas como mais um recurso pedagógico que têm à sua disposição. Esta situação é facilitada quando os professores trabalham de forma colaborativa com os colegas, confrontando ideias, aprofundando os seus conhecimentos pedagógico-didáticos e elaborando materiais em conjunto (VISEU; MORGADO, 2018, p.1168).

Salienta-se na fala dessa professora o uso das explicações do livro da forma que estão postas bem como a sua complementação, quando necessário. Esses aspectos também são identificados quanto ao uso das atividades, quando a mesma afirma fazer uso literal das atividades, em outros momentos faz adaptações ou inclui em seu repertório atividades de outros materiais, quando julga essencial.

É importante destacar, que embora atribua determinada importância ao livro didático, o uso desse recurso aparenta não impor o ritmo, a ordenação e os conteúdos a serem trabalhados no planejamento e nas aulas de P1, entretanto possui função de

auxiliar na construção da modelação de sua prática. Outro aspecto relevante na fala da professora, foi o não recebimento dos livros didáticos para utilização do ano letivo de 2019. Embora tenha vencido o período de vigência do PNLD-EJA 2014, o FNDE, através do informe 08/2019 garante a reposição das coleções registradas no ano anterior. Apesar de ter sido solicitado, pela gestão da escola, a complementação não foi efetuada.

Diferente de P1, P2 não considera o LD adotado na escola um livro bom, justificando que o mesmo foge da realidade dos estudantes e infantiliza o ensino. Embora P2 não acredite que o livro seja útil na sua formação, ele faz uso do mesmo em alguns momentos em sala de aula, utilizando algumas atividades do modo que são propostas e complementando com atividades extras. P2 também ressalta o uso do livro como uma forma de estimular os alunos a estudarem.

Em relação ao manual do professor, os professores recorrem, quando julgam necessário, às orientações contidas nele, e consideram que o mesmo auxilia no desenvolvimento dos conteúdos. Dante (1996) aponta características úteis e necessárias ao manual do professor como:

a proposta didático-pedagógica contida no livro, o seu plano de organização e desenvolvimento, os objetivos a serem alcançados, as orientações metodológicas a serem seguidas para desenvolver os conteúdos e os materiais pedagógicos possíveis de serem utilizados junto com o livro (p.87).

Dessa forma, o manual do professor do livro didático é considerado um recurso de bastante importância e utilidade para os professores, pois proporciona o uso adequado das atividades propostas nos livros associando a bases teóricas e metodológicas, bem como apresenta sugestões e orientações didáticas que o professor pode implementar em sala de aula. Nesse contexto, a partir das respostas a entrevista, percebe-se que tanto P1 quanto P2 afirmam utilizar o manual do professor, entretanto P1 considera que livro texto a ajuda em sua formação, já P2, atribui críticas a infantilização de contextos e não considera o LD um instrumento que auxilia o professor, nem aos estudantes da EJA – embora consulte sempre as orientações trazidas no manual do professor.

6.3.1.3 Conhecimentos sobre o que dizem currículos quanto à Combinatória

Na sequência, foram feitos questionamentos, aos professores, a respeito dos conhecimentos específicos sobre o ensino e a aprendizagem da Combinatória na Educação de Jovens e Adultos. Esses questionamentos estão descritos no Quadro 11.

Quadro 11: Conhecimento dos professores participantes do estudo sobre o que dizem currículos quanto a Combinatória

Perguntas	P1	P2
O que dizem os currículos prescritos (oficiais/governamentais) sobre o ensino de Matemática na EJA?	Nunca li nada a respeito especificamente ao trabalho de conteúdos matemáticos na EJA. Entendo a necessidade de trazer situações que retratem a o cotidiano deles para sala de aula e assim fazer associações com os conteúdos das disciplinas.	Não sei dizer especificamente como deve ser o trabalho com conteúdos específicos, mas sei da necessidade de trabalhar com a realidade dos alunos e não infantilizar o ensino.
Você sabe de recomendações específicas sobre o ensino de problemas combinatórios (ou seja, problemas de combinar elementos entre si)?	Não.	Não.
O livro adotado aborda problemas de Combinatória (ou seja, problemas de combinar elementos entre si)? Se sim, de que forma esses problemas são abordados?	Nunca observei.	Já vi alguma coisa assim, porém o livro de Matemática não apresenta especificamente nessa área de Análise Combinatória, com o rótulo do conteúdo de Análise Combinatória.
Recomendam-se alguns tipos específicos de problemas combinatórios? Há alguma discussão no MP sobre a natureza desses problemas? E algumas estratégias específicas de resolução são indicadas?	Nunca observei, mas se for conteúdo para trabalhar neste modulo é provável que o livro apresente	Não, nunca observei nada a esse respeito.
Você trabalha problemas combinatórios com seus alunos da EJA? Se sim, de que forma trabalha?	Não. Acredito que nunca trabalhei problemas desse tipo.	Sim. Eu posso trabalhar com questões que combinem roupas tipo calças e blusas, usando cores diferentes e aí eles podem visualizar de forma mais concreta essas possibilidades e fica mais fácil de responder sem eles precisarem saber que estão trabalhando Análise Combinatória.
O que você considera importante/necessário avaliar no conhecimento combinatório de estudantes da EJA?	Acho esses problemas muito complicados. Não sei informar.	Para mim, os conteúdos vão ganhando corpo de acordo com as necessidades. Acredito que a Combinatória está presente no dia a dia. É necessário que eles saibam que dependendo da situação é necessário enumerar as possibilidades.

Fonte: A autora (2021)

Ao serem questionados sobre o conhecimento das prescrições a respeito do trabalho com a Matemática e, especificamente com a Combinatória nas prescrições curriculares, os professores afirmaram não conhecer nada a respeito. Referente à abordagem do conteúdo no LD e respectivo manual do professor, P1 mencionou nunca ter observado problemas e orientações referentes aos mesmos, por não conhecer o conteúdo. Afirmou acreditar nunca ter trabalhado com seus estudantes e considera os problemas combinatórios complicados para serem trabalhados com os mesmos.

P2 informou que já observou nos livros didáticos problemas que envolvem o raciocínio combinatório, contudo, os mesmos não se apresentam em uma seção específica para problemas desse tipo de raciocínio. O docente afirmou que, embora nunca tenha observado orientações específicas desse conteúdo no manual do professor, defende que a Combinatória pode ser desenvolvida na EJA e mencionou um tipo de problema que envolve o raciocínio combinatório (de *produto de medidas*) para ser desenvolvido com os estudantes. Questionado a respeito do que considera importante avaliar no conhecimento deste conteúdo junto aos estudantes da EJA, P2 afirmou que os estudantes precisam compreender as diferentes possibilidades de combinar elementos, e que dependendo da situação, é necessário enumerar as possibilidades, enquanto P1 não soube informar o que deveria ser avaliado.

Resultados semelhantes foram encontrados por Assis (2013), num estudo que visava analisar o efeito de uma formação continuada baseada nos significados, invariantes e representações simbólicas em cada tipo de problema combinatório, nas concepções e planejamento dos professores. Nesse estudo, a autora entrevistou uma professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental a fim de identificar seus conhecimentos e concepções perante a Combinatória. A entrevista foi composta por três eixos, Formação e Experiência Docente, Conhecimento Didático da Combinatória e Conhecimento do Conteúdo de Combinatória. Os resultados apontaram uma limitação da docente entrevistada, com relação ao conhecimento do conteúdo e o conhecimento didático do conteúdo, principalmente no que se refere à diferenciação dos problemas combinatórios, embora tendo apontado, em alguns momentos, ter percebido algumas similaridades entre eles. Apesar de nunca ter trabalhado com o conteúdo, acreditava ser importante o ensino da Combinatória desde os anos iniciais da escolarização.

É importante salientar que tanto neste estudo, como no de Assis (2013), falta aos professores da EJA conhecimentos sobre o que consta nos currículos e nos LD a respeito da Combinatória. Esse conhecimento é indispensável para o bom desenvolvimento do processo de ensino e conseqüentemente da aprendizagem de qualquer conteúdo em qualquer nível/modalidade da escolaridade básica.

6.3.1.4 Conhecimentos sobre Combinatória: analisando atividades propostas em livros didáticos da EJA

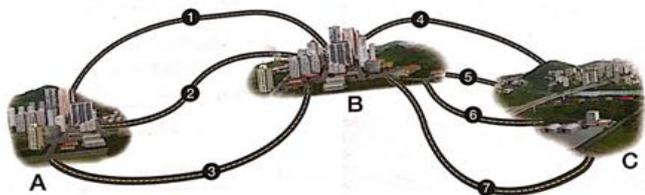
Após os questionamentos sobre a Combinatória nos currículos prescritos e apresentados, foram discutidas, com os professores, quatro atividades, selecionadas dos livros didáticos da EJA, nas quais, uma a uma, era solicitado que identificassem qual o conteúdo matemático estava sendo explorado, o tipo de problema abordado, a adequação da apresentação do problema e se teria outra forma de abordar a atividade com os estudantes jovens e adultos.

A seguir, são apresentados os principais resultados na análise das atividades pelas docentes.

Ao observarem a Figura 14, os professores não identificaram o conteúdo de Combinatória explorado na atividade nem o tipo de problema abordado. Contudo, P2 indicou que a atividade envolvia características de problemas combinatórios, chegando a mencionar sem descrever, os significados de *combinação* e de *arranjo*. Entretanto, afirmou que a atividade não envolve esses significados.

Figura 12: Exemplo de atividade que envolve significado de produto de medidas

2 Três cidades, A, B e C, são ligadas por estradas. Três estradas ligam A e B. Quatro estradas ligam B e C. Não há estradas ligando A e C diretamente. De quantos modos diferentes se pode viajar de A até C, passando por B?



• Explique como você chegou a esse resultado.

Fonte: Coleção F, vol.2

Referente à apresentação da atividade, P1 informou que é necessário habilidade leitora para o entendimento da questão e que a forma que as cidades estão nomeadas (A, B e C) e a nomeação das estradas (1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7), dificultam o entendimento da atividade. A professora sugeriu a troca das cidades por terminais de ônibus integrado, e as estradas, por linhas de ônibus. De acordo com P1, essa seria uma forma de abordar situações do cotidiano dos estudantes. De fato, a adaptação sugerida por P1 traz o problema para mais próximo à realidade vivenciada pelos estudantes jovens e adultos e essa contextualização pode facilitar a compreensão e resolução de problemas desse tipo. Nesse mesmo sentido, Fonseca (2002) destaca a necessidade de insistir na importância da Matemática na resolução de problemas reais, urgentes e vitais nas atividades relacionadas às práticas sociais dos jovens e adultos.

Quanto a P2, o mesmo afirmou que o problema oferece todas as informações necessárias para a resolução e sugeriu que acrescentaria questões inferenciais sobre economia de tempo e dinheiro para realizar os percursos. É possível identificar a semelhança nas respostas tanto de P1 como de P2 na defesa da necessidade de contextualização – quando sugere questões inferenciais associadas à situação.

Quando questionados sobre o conteúdo e o tipo de problema abordado na atividade da Figura 15, P1 mencionou que o problema envolve operações matemáticas, mas não soube identificar em que tipo de situação estava sendo apresentada.

Figura 13: Exemplo de atividade que envolve situação de combinação



Funciona assim:

- 1- Coloque o dinheiro. A máquina aceita: Moedas de R\$ 0,25 e R\$ 1,00 e cédulas de R\$ 2,00, R\$ 5,00 e R\$ 10,00.
- 2- Seleccione o livro.
- 3- Retire o livro.
- 4- Aperte o botão do troco. Boa leitura.

Imagine que você vai comprar alguns livros a R\$ 2,50 em uma máquina como a ilustrada.

- Quais cédulas e moedas a máquina aceita? **Moedas:** R\$ 0,25 e R\$ 1,00; **Cédulas:** R\$ 2,00; R\$ 5,00 e R\$ 10,00.
- Quantas cédulas e moedas você deverá colocar na máquina para comprar 5 livros de R\$ 2,50? **Resposta possível:** 1 cédula de R\$ 10,00, 1 cédula de R\$ 2,00 e 2 moedas de R\$ 0,25.

Fonte: Coleção I, 6º ano

Já P2, afirmou que a atividade é semelhante a primeira, que envolve multiplicação e o levantamento de possibilidades, porém não conseguiu identificar o tipo de problema apresentado. Referente ao trabalho com a atividade da forma que está posta, tanto P1 quanto P2 afirmaram que a atividade está bem contextualizada e que não oferece dificuldade aos estudantes. No tocante à sugestão de apresentação do problema, ambos comentaram que a atividade apresenta informações suficientes para ser resolvida pelos estudantes, e enfatizaram a necessidade de explorar e instigar a busca de variadas possibilidades de combinação de valores. É importante destacar que há falta de conhecimentos específicos de situações combinatórias dos dois professores – tanto da professora licenciada em Pedagogia quanto do licenciado em Ciências com habilitação em Química. Certamente não tiveram formação suficiente sobre a Combinatória e/ou não trabalharam esse conteúdo de forma pensada, explorando as propriedades dos diferentes tipos de problemas.

Essas mesmas dificuldades foram apontadas por Rocha (2011) e por Cunha, Lima e Rocha (2013) quando analisaram a compreensão de professores dos anos finais a respeito dos tipos de problemas combinatórios, considerando as etapas de escolhas. As autoras identificaram que os problemas de *arranjo* e *combinação* foram os que apresentaram o maior percentual de erros, pois os professores investigados tiveram dificuldades de diferenciar os invariantes desses problemas.

Ao analisarem a atividade da Figura 16, tanto P1 quanto P2 apontaram que o problema apresenta situações de combinações de números e trabalha com o raciocínio lógico, contudo P2 mencionou que a atividade sugere um problema específico de Combinatória, mesmo sem conseguir explicitar o tipo de situação – *permutação*- e os invariantes de escolha, que nesse caso, se faz o uso de todos os números apresentados, e a ordenação dos elementos geram novas possibilidades.

Quanto à apresentação do problema e sua aplicabilidade com estudantes da EJA, os professores P1 e P2 afirmaram que tanto o contexto do problema quanto a forma que a atividade é proposta, facilitam o entendimento do estudante jovem e adulto. Referente às sugestões de apresentação do problema, P1 mencionou que a forma a qual está posta é suficiente para a compreensão da atividade e P2 mencionou a aplicação de fórmulas, mas não chegou a mencioná-las, embora deixasse claro que a neste nível de ensino as fórmulas ainda não sejam indicadas.

Figura 14: Exemplo de atividade que envolve situação de permutação

Uma cliente esqueceu a senha de seu cartão bancário, que é composta de quatro dígitos. Ela lembra apenas que a senha é formada pelos números 6, 7, 8 e 9, mas não lembra a ordem em que eles devem ser digitados.



a) Escreva no caderno todas as possibilidades de combinação dos números que formam a senha do cartão bancário dessa cliente.

Fonte: Coleção I, 6º ano

É importante destacar que neste neste nível de ensino, A PCEJA (BRASIL, 2002) indica apenas o uso do princípio multiplicativo. O uso de fórmulas é indicado pelos Parametros Curriculares do Ensino Médio (PCN+) (BRASIL, 2002) como consequência do raciocínio combinatório e que devem ser usadas para simplificar os cálculos que apresentem uma quantidade de dados muito grande.

Ao analisarem a atividade da Figura 17, P1 afirmou que o problema envolve combinações de números e raciocínio lógico e P2 indicou que o problema apresentado envolve o raciocínio combinatório.

Figura 15: Exemplo de atividade que envolve situação de arranjo

9 ESCREVA TODOS OS NÚMEROS DE DOIS ALGARISMOS QUE VOCÊ CONSEGUIR USANDO 3, 5 E 7. NÃO VALE USAR O MESMO ALGARISMO DUAS VEZES.

Fonte: livro A

Embora P2 tenha conseguido identificar o conteúdo apresentado, o mesmo não conseguiu definir o tipo de problema combinatório. Quanto à apresentação e sugestões de trabalho com a atividade, foi possível identificar em P1 e P2 que a forma com o qual o problema está posto, facilita o entendimento do estudante e não sugerem outras formas de apresentá-lo.

Ao final da apresentação das atividades, os professores foram questionados sobre as características dos problemas, ou seja, o que os problemas apresentam em comum e em que eles se diferem. P1 afirmou, de uma forma geral, que as atividades se aproximam quando trabalham com o desenvolvimento do raciocínio lógico do estudante, e se distanciam no enunciado das mesmas, não conseguindo identificar as características de cada problema combinatório. Já P2, afirmou que todos os problemas apresentados trabalham com o raciocínio combinatório, mencionou o invariante de ordem em situações combinatórias, porém não classificou os problemas a partir de suas características específicas.

É importante destacar que P2 aparentava ter um pouco mais de conhecimento de Combinatória do que P1, mas não o suficiente para o ensino desse conteúdo. Ele tinha lembrança de que esses problemas podem se diferenciar, ou não, de acordo com a ordenação dada aos elementos escolhidos, mas não aparentava recordar-se como se dá a escolha dos elementos, nem o papel da ordenação na determinação de cada situação combinatória, sendo *arranjo* e *combinação* os tipos de problemas combinatórios que os professores apresentam maior dificuldade de compreensão, como apontam Rocha (2011) e Cunha, Lima e Rocha (2013).

6.3.1.5 Conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem de Combinatória

Nesse momento da entrevista, após os participantes apontarem quais conteúdos estavam sendo explorados em cada uma das quatro atividades apresentadas, os docentes foram questionados sobre os conhecimentos para o ensino e a aprendizagem deste conteúdo. Os questionamentos feitos e as respostas dadas podem ser observados no Quadro 12.

Quadro 12: Conhecimento dos professores participantes do estudo sobre o ensino de Combinatória

Perguntas	P1	P2
Você concorda com a abordagem do livro em relação ao ensino de Combinatória?	Não sei dizer, pois nunca observei a abordagem do livro.	Não. Quase não vejo problemas desse tipo nos livros da EJA.
Teria mais algum conceito desse conteúdo que você considera importante de ser trabalhado e que o livro não apresenta?	Não sei, eu teria que estudar um pouco sobre o conteúdo para falar a respeito.	O livro apresenta apenas informações superficiais e não orienta o trabalho com este conteúdo. Seria necessário buscar em outros materiais explicações e atividades.
Você teria outras sugestões de atividade para propor?	Minha sugestão é que problemas que exigem esse tipo de pensamento precisam estar relacionados com situações cotidianas.	Só pesquisando especificamente sobre esse conteúdo.
Os estudantes da EJA teriam facilidade ou dificuldade em responder problemas como esses? Por que? Quais facilidades? Quais dificuldades?	Sim. Problemas como estes exigem habilidade de leitura e interpretação. Nesse caso é necessário que os estudantes sejam fluentes para compreenderem essas questões. Como facilidades, eu acredito que se os alunos forem fluentes na leitura e interpretação e os problemas envolvam o contexto deles, eu acredito que eles não terão dificuldades de responder.	Alguns têm dificuldades, outros não. Depende muito das vivências dos estudantes. Eu vejo que quanto mais os alunos resolvem problemas que têm relação com as vivências deles, eles resolvem mais facilmente. Quando os problemas não fazem essa relação, fica difícil.
Como você propõe que sejam superadas dificuldades dos estudantes da EJA em relação a problemas combinatórios?	Primeiro, os professores precisam entender esses problemas, estudar um pouco mais sobre isso para propor o estudo desse conteúdo junto aos seus alunos, até mesmo para que o conteúdo seja significativo na vida deles	Usando situação da realidade deles, usando materiais que eles possam usar para resolver os problemas, como formar casais com eles mesmos, usando jogos, até chegar ao uso de fórmulas.

Fonte: A autora (2021)

Quando questionados sobre a abordagem da Combinatória nos livros didáticos, P1 afirmou não conseguir responder, pois nunca identificou abordagem sobre esse conteúdo no LD que utiliza e que seria necessário aprofundar seus conhecimentos para poder sugerir algo a respeito. P2 afirmou não concordar com a abordagem da Combinatória no LD, pois apontou que os conceitos, de forma geral, são tratados de forma muito superficial, sendo necessário outros recursos para auxiliar a desenvolver os conceitos junto aos estudantes.

No tocante às dificuldades e facilidades para trabalhar o conteúdo de Combinatória na EJA, tanto P1 como P2 indicaram o uso de contextos adequados

como recurso facilitador na compreensão dos problemas. P1 afirmou da necessidade do conhecimento docente a respeito do conteúdo e mencionou habilidades de leitura e compreensão dos estudantes como características que auxiliam o entendimento de problemas envolvendo a combinação de elementos. Por fim, P2 ressaltou que as vivências sociais dos estudantes da EJA auxiliam na compreensão da Combinatória, bem como citou o uso de materiais manipuláveis e jogos como recursos para introduzir o conteúdo até chegar ao processo da formalização dos conceitos envolvidos.

É importante salientar o reconhecimento de P1 de que ela própria teria que estudar para entender bem a Combinatória, bem como o destaque dado à necessidade de fluência leitora para interpretar bem um problema combinatório – um problema na essência do que seja um problema, uma vez que se tem elementos para iniciar uma solução, mas não se tem a resposta de pronto. De acordo com o estudo de sondagem de concepções e conhecimentos de Combinatória com professores com formação em pedagogia, Borba, Pessoa, Rocha e Assis (2014), constataram pouco conhecimento do conteúdo e de como se dá o desenvolvimento da compreensão do mesmo. Entretanto, após processo de formação, as autoras observaram avanços referente ao conhecimento da Combinatória, bem como a aos conhecimentos didáticos das diferentes situações, nesse sentido, quanto mais bem preparados os professores estiverem, terão mais condições de auxiliarem seus estudantes no desenvolvimento desse e de qualquer conteúdo. Assim, destaca-se a importância da auto avaliação docente, quanto as suas fragilidades de formação inicial, na busca da melhoria de sua atuação profissional. Já P2, aponta a necessidade de se abordar contextos adequados para jovens e adultos, algo que está respaldado por diversos documentos curriculares (BRASIL 2001, 2002), e em muitos estudos que discutem o ensino de Matemática na EJA.

Aparentemente havia pouco conhecimento de Combinatória por parte dos professores entrevistados, embora ambos tenham demonstrado disposição em pesquisar sobre os problemas – caso fossem trabalhar com os mesmos junto a seus alunos. Visivelmente é possível perceber que os mesmos desconheciam o que está prescrito e o que é apresentado nos livros didáticos – tanto em relação às atividades propostas aos estudantes, quanto às orientações dadas nos manuais dos professores.

6.3.2 Plano de Ensino

O planejamento do ensino tem por objetivo orientar o trabalho do professor no desenvolvimento da prática pedagógica em sala de aula. Essa é uma atividade de extrema importância, na qual o professor precisa prever o desenvolvimento do ensino a partir da organização proposta. Sacristán (2000) afirma que

Planejar a prática é algo mais amplo que atender aos objetivos e conteúdos do currículo, porque supõe preparar as condições para seu desenvolvimento, uma vez que também se atende a este. É concretizar as condições nas quais se realiza o currículo, e isso supõe estabelecer uma ponte para moldar as ideias na realidade, um elo que liga as intenções à ação (p.282).

Quando um professor planeja, encontra-se perante o fato do desenvolvimento do ensino, ou seja, do desenvolvimento do currículo. Para tanto, Sacristán e Gómez (1998) apontam três considerações de onde o professor deve partir para concretizar o seu planejamento, sendo elas: a) as condições da situação na qual se realiza; b) o currículo dado aos professores e os materiais e c) um grupo de alunos com possibilidades ou necessidades concretas. Nesse sentido, ao planejar sua prática para um determinado grupo, o professor deve entender o ensino como um processo singular, sendo assim, os aspectos considerados relevantes para a concretização do ensino em um grupo, possivelmente não se adequarão a outros grupos com características semelhantes, sendo necessário adequar as diferentes situações.

Diante da importância do planejamento do ensino na concretização da intencionalidade pedagógica e da necessidade de entender como professores do primeiro e segundo segmentos da Educação de Jovens e Adultos modelam a prática do ensino de Combinatória, foi solicitado aos professores um plano de ensino correspondente a duas aulas a serem ministradas a distância de forma síncrona, devido à pandemia do Covid-19, junto aos seus estudantes.

Os professores desenvolveram seus planejamentos de forma individual, sendo cada um responsável pela sua organização e estruturação. Não foi indicado nenhum material curricular de apoio, como também não foi sugerido nenhum modelo ou estrutura para a organização da prática de ensino. Entretanto, a organização estrutural propostas pelos professores para realização da prática dos professores foi bastante semelhante, tendo no documento de P2 um elemento a mais, a justificativa.

Os professores iniciaram o plano de ensino descrevendo o tema da aula, o nível a ser realizada, o nome do professor e a carga horaria que seria ministrada, como pode ser observado no Quadro 13

Quadro 13: Dado iniciais dos professores participantes do estudo

Tema	Multiplicação: combinações possíveis	Combinatória
Nível	EJA nível III	EJA nível V
Nome do Professor	P1 (primeiro segmento)	P2 (segundo segmento)
C. H	2 h/a	2 h/a

Fonte: A autora (2021)

De acordo com os professores, a coordenação da escola estabeleceu um tempo médio de 40 minutos corridos para as aulas realizadas de forma síncrona, sendo assim, as aulas foram estruturadas para serem desenvolvidas no tempo médio de 80 minutos.

Quanto à justificativa para o trabalho com a Combinatória na EJA, verifica-se no Quadro 14, que apenas o professor P2 argumentou em seu plano de ensino a necessidade do trabalho com o conteúdo no segundo segmento da EJA.

Quadro 14: Justificativa dada por P2 para o trabalho com a Combinatória na EJA

JUSTIFICATIVA	Utilizamos no nosso dia a dia o princípio multiplicativo de contagem em ações cotidianas como escolher uma roupa ou refeição, muitas vezes essa atividade de escolha não é intencional e não está associada ao desenvolvimento do raciocínio lógico. A matemática se faz presente de uma forma tão intuitiva através desse princípio pouco analisado e trabalhado em sala de aula. A utilização do princípio de contagem (aditivo e multiplicativo) junto com algumas estratégias de resolução de problemas são essenciais para a formação dos educandos mais críticos, autônomos e bem mais criativos, principalmente na EJA.
----------------------	--

Fonte: A autora (2021)

Destaca-se na justificativa dada por P2 para o desenvolvimento do raciocínio combinatório na EJA, aspectos relevantes à modalidade de ensino. O professor aponta o uso do conteúdo associado a situações do cotidiano dos estudantes,

considerando a formalização do conteúdo com significado para os estudantes, a partir do momento que conseguem resolver situações que já possuem conhecimentos prévios.

P2 aponta a importância de trabalhar com a Combinatória no intuito de desenvolver o raciocínio lógico dos estudantes. Essa justificativa destaca como o professor ressalta a Combinatória como área que possibilita a promoção do desenvolvimento da criticidade, autonomia e criatividade dos estudantes.

No que se refere aos objetivos a serem atingidos nas aulas, percebe-se na modelação, tanto de P1 como de P2, a falta da descrição das diferentes situações que dão significados à Combinatória, ou seja, situações de *produto de medidas, combinação, permutação e arranjo*. É provável que essa falta de definição das distintas situações, esteja relacionada à forma como a Combinatória é tratada nos currículos prescritos e apresentados, fontes de elaboração do currículo moldado. Entretanto, mesmo não mencionando de forma direta o tipo de situação combinatória, a Proposta Curricular para o primeiro segmento da Educação de Jovens e Adultos (BRASIL, 2001), é o único documento – dentre os analisados – que apresenta de forma explícita exemplos de problemas que envolvem produtos de medidas associado à ideia de Combinatória, o que pode ter influenciado a elaboração da planificação de ensino de P1.

Referente às propriedades invariantes da Combinatória, observa-se que P1 menciona em seus objetivos a Combinatória associada a ideias de multiplicação, corroborando com o que é apresentado nas prescrições curriculares na esfera federal (BRASIL, 2001). Embora o currículo apresentado para o primeiro segmento da EJA aponte diferentes situações combinatórias, salienta-se que os manuais didáticos não oferecem ao professor uma discussão sobre os diferentes invariantes da Combinatória, o que pode comprometer o processo de ensino do conteúdo.

Em relação a P2, é possível inferir na descrição dos objetivos, que o professor faz referência aos invariantes quando menciona as propriedades envolvidas nos diferentes tipos de problemas, mesmo não deixando claro em sua planificação, os invariantes de escolha e ordem. Verifica-se que as prescrições curriculares nas esferas federal (BRASIL, 2002) e estadual (PERNAMBUCO, 2012), não apresentam as propriedades invariantes da Combinatória, sendo apenas mencionada nas prescrições curriculares da esfera municipal (OLINDA, 2010). Assim como em P1, os

manuais didáticos analisados para o segundo segmento, no que se refere ao conteúdo de Combinatória, não contribuem para o planejamento da ação do professor.

Os objetivos são as metas estabelecidas que se pretende alcançar, ou seja, o que se espera que os estudantes aprendam. O Quadro 15 trata dos objetivos dos professores P1 e P2, apresentados no planejamento, para as duas aulas de Combinatória.

Quadro 15: Objetivos apresentados nos planos de ensino dos professores participantes do estudo

<p>Objetivos apresentados por P1</p>	<p>Desenvolver o raciocínio combinatório e as ideias por trás da multiplicação;</p> <p>Resolver problemas envolvendo combinações por meio da utilização de estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p>
<p>Objetivos apresentados por P2</p>	<p>Desenvolver e instigar no aluno conceitos básicos do princípio multiplicativo de contagem.</p> <p>Ensinar a árvore de análise ou árvore de possibilidades como principal ferramenta de resolução das problemáticas de análise combinatória.</p> <p>Estimular a aprendizagem de Combinatória através de forma lúdica como: jogos temáticos e desafios que usem árvore de possibilidades, desenhos e diagramas.</p> <p>Desenvolver o raciocínio lógico do educando através do uso das árvores de análise ou diagramas nos diferentes tipos de problemas e propriedades, fazendo uso também, do princípio multiplicativo da contagem.</p> <p>Estimular do educando a interpretação de textos para resolução de problemas.</p>

Fonte: A autora (2021)

A respeito das representações simbólicas, observa-se no Quadro 15 que a professora P1, apresenta nos objetivos o desenvolvimento de estratégias como o cálculo por estimativa e o cálculo mental, e o uso do algoritmo como representação simbólica. No que se refere a P2, é possível destacar o objetivo do ensino da árvore

de possibilidades, tendo em vista que essa representação não surge de forma natural (FISHIBEIN, 1975; AZEVEDO, 2013; MONTENEGRO, 2018). O professor apresenta também nos objetivos, a utilização de jogos, desenhos e diagramas, bem como o uso da estratégia do Princípio Fundamental da Contagem.

No tocante aos procedimentos metodológicos que os professores planejaram desenvolver em sala de aula, observa-se no Quadro 16 as descrições das abordagens dos professores P1 e P2. Essa é a etapa do planejamento que descreve o passo-a-passo da aula, na qual o professor aponta quais atividades serão desenvolvidas, quais as estratégias didáticas irá utilizar, como organizará a turma, entre outros aspectos que fazem parte do desenvolvimento da aula.

Quadro 16: Metodologia apresentada nos planos de ensino dos professores participantes do estudo

<p>Metodologia apresentada por P1</p>	<p>Propor situações que envolvam combinações das opções de ônibus que podem pegar do subúrbio para cidade, fazendo uso do terminal de integração;</p> <p>Propor situações que envolvam combinações com alimentos;</p> <p>Propor situações que envolvam combinações de roupas;</p> <p>Resolução de situações-problema propostas juntamente com os estudantes.</p> <p>Estimular o uso desenho e organização de uma lista com as diferentes combinações.</p> <p>Discussão sobre o uso de diferentes estratégias utilizadas para resolver os problemas propostos inclusive à multiplicação direta.</p> <p>Sistematização das estratégias desenvolvidas para introdução do conceito matemático de combinação com o intuito de fortalecer o conceito de multiplicação que está sendo estudado.</p>
<p>Metodologia apresentada por P2</p>	<p>Apresentar jogos e desafios com a escolha de roupas, objetos, pessoas, alimentos;</p> <p>Estimular o uso de estratégia própria para resolução dos problemas;</p> <p>Estimular o uso do Princípio Fundamental de Contagem, listagem dos elementos e a construção de árvore de possibilidades;</p> <p>Resolver as atividades junto aos estudantes.</p>

Fonte: A autora (2021)

Referente aos procedimentos descritos por P1 e P2, verifica-se que os professores não mencionam nenhum tipo de situação Combinatória que será trabalhada. Ainda que P1 mencione o termo combinação, é possível inferir que a mesma se refere ao procedimento de combinar elementos, e não ao tipo de situação.

No tocante às propriedades invariantes, tanto P1 quanto P2 não descrevem, metodologicamente, o trabalho com os invariantes das situações Combinatórias que pretendem trabalhar, isto é, não mencionam as propriedades de escolha e de ordenação de elementos que caracterizam cada tipo de situação combinatória.

Quanto às representações simbólicas, destaca-se nas descrições de P1 e de P2, a intencionalidade de trabalhar com diferentes suportes como desenhos, listagem, jogos, árvore de possibilidades e multiplicação direta, sendo essa última aplicada apenas em problemas de produto de medidas. Evidencia-se a preocupação em estimular o trabalho com diferentes estratégias na resolução de problemas, bem como a indicação da sistematização de listagem e o Princípio Fundamental da Contagem.

Observa-se no Quadro 17 a seguir os diferentes recursos didáticos ou materiais apontados pelos professores para o desenvolvimento das aulas de Combinatória.

Quadro 17: Recursos didáticos apresentados nos planos de ensino dos professores participantes do estudo

Recursos didáticos P1	<p>Desenhos de ônibus de papel com os itinerários do terminal integrado;</p> <p>Desenhos de alimentos;</p> <p>Desenho de objetos;</p> <p>Desenhos de roupas;</p> <p>Quadro;</p> <p>Piloto;</p> <p>Fita dupla face para montagem das combinações no quadro.</p>
Recursos didáticos P2	<p>- Quadro;</p> <p>- Piloto.</p>

Fonte: A autora (2021)

Observa-se nas descrições dos materiais apontadas por P1, coerência com o que está proposto na metodologia, melhor dizendo, a professora propõe situações envolvendo diversos contextos e apresenta esses elementos nos recursos didáticos, dando a ideia que trabalhará com as imagens como representação simbólica para auxiliar os estudantes na resolução dos problemas Combinatórios.

Quanto ao professor P2, verifica-se no Quadro 17 que o professor menciona o trabalho apenas com o a lousa e o piloto, o que permite inferir que o trabalho com jogos e desafios serão apresentados na lousa de forma escrita. É importante destacar o papel das tarefas desenvolvidas nas aulas, pois, de acordo com Curi (2013, p. 486), cada “tipo de tarefa apresentada reforça as concepções em relação ao ensino e à aprendizagem e dá sentido aos conteúdos tratados, destacando o que o professor considera importante para seus alunos”.

Os dados obtidos quanto a modelação do currículo, referente as *situações e representações simbólicas* da Combinatória, tanto P1 quanto P2 convergem com os currículos *prescritos e apresentados*, de forma geral. Entretanto, no tocante as propriedades *invariantes* das *situações* Combinatória, divergem do que está posto nos documentos oficiais e nos livros didáticos, mencionando de formar indireta em seus planos de ensino.

Na subseção a seguir, serão apresentadas as intenções avaliativas – que se configuram no currículo avaliado – dos professores P1 e P2 referente aos aspectos relevantes apresentados na entrevista individual e em seus planos de ensino.

6.4 CURRÍCULO AVALIADO

O currículo avaliado é a instância curricular que evidencia as relações entre os currículos – currículo prescrito, apresentado, moldado e em ação – e a avaliação, ou seja, é por meio das diversas instâncias curriculares que os professores e/ou quem elabora as avaliações, selecionam os conteúdos e conhecimentos mais relevantes a serem abordados nos processos avaliativos. Sendo assim, a avaliação se configura como parte integrante do currículo, bem como o currículo é parte integrante da avaliação.

Segundo Sacristán (2000, p.311) “a avaliação atua como uma pressão modeladora da prática curricular, ligada a outros agentes, como a política curricular, o

tipo de tarefas nas quais se expressa o currículo e o professorado escolhendo conteúdos ou planejando atividades”. Para o autor, a avaliação se destaca como um importante recurso para aperfeiçoamento do currículo, nela, são procurados os efeitos das propostas curriculares que se efetivam na prática.

As análises serão feitas a partir das respostas dos professores referentes à entrevista realizada, no tocante aos aspectos da Combinatória apontados como importantes em avaliar no conhecimento combinatório dos estudantes da EJA, bem como no processo avaliativo apresentado nos planos de aula de Combinatória.

No que se refere a entrevista, verifica-se no Quadro 18 as respostas dadas pelos professores sobre os pontos relevantes a serem avaliados no conhecimento da Combinatória por estudantes da EJA. É possível identificar que P1, no desenvolver de toda entrevista, apresenta pouco conhecimento a respeito do conteúdo, já o professor P2, embora apresente um pouco mais de conhecimento, destacando apenas a enumeração de possibilidades como importante a ser avaliado.

Quadro 18: Conhecimento de Combinatória considerados importantes em avaliar nos estudantes da EJA apresentados na entrevista pelos professores participantes do estudo

	P1	P2
O que você considera importante/necessário avaliar no conhecimento combinatório de estudantes da EJA?	Acho esses problemas muito complicados. Não sei informar.	Para mim, os conteúdos vão ganhando corpo de acordo com as necessidades. Acredito que a Combinatória está presente no dia a dia. É necessário que eles saibam que dependendo da situação é necessário enumerar as possibilidades.

Fonte: A autora (2021)

Embora os professores, no momento da entrevista, não apontassem de modo relevante os conhecimentos necessários a serem avaliados nos estudantes da EJA, eles apontam especificidades dos estudantes dessa modalidade de ensino, necessárias a serem relevadas no trabalho com situações que envolve a Combinatória. Observa-se tanto em P1 como em P2 a preocupação com a leitura fragilizada de seus estudantes, bem como a necessidade de uma abordagem de contextos envolvendo situações reais, pertinentes aos estudantes jovens e adultos.

É importante ressaltar que Borba, Rocha, Martins e Lima (2009) apontam a necessidade de uma formação docente mais aprofundada em Combinatória para que o ensino seja amparado em princípios desse raciocínio e que auxiliem os estudantes na resolução de problemas desta natureza. Nesse contexto, Lima (2013) enfatiza que o conhecimento de conteúdos específicos é necessário, mas não o suficiente, ele deve estar associado ao conhecimento pedagógico do conteúdo para o desenvolvimento do trabalho em sala de aula. Assim, é possível perceber no Quadro 19 a seguir, que apresenta os procedimentos avaliativos referente ao ensino da Combinatória modelado pelos professores, uma certa apropriação de aspectos relevantes do conteúdo a serem vivenciados e verificados na aprendizagem dos estudantes da EJA.

Quadro 19: Avaliação da aprendizagem do conteúdo de Combinatória apresentada nos planos de ensino dos professores participantes do estudo

Avaliação de P1	Verificar por meio do envolvimento e desempenho dos alunos nas atividades, se conseguiram desenvolver ideias de raciocínio combinatório usando diversas estratégias e associadas a multiplicação direta.
Avaliação de P2	<ul style="list-style-type: none"> - Realizar coletas de dados dos objetivos durante as atividades na sala de aula; - Analisar se o verdadeiro conceito do princípio foi vivenciado e compreendido entre os educandos.

Fonte: A autora (2021)

No tocante as especificidades da Combinatória evidenciados como importantes a serem avaliados no primeiro segmento da EJA, observa-se nas pretensões de P1, apresentada na modelação de seu plano de ensino, a demonstração de apropriação do conteúdo a ser desenvolvido junto aos seus estudantes. Ressalta-se a apresentação de um tipo de *situação* Combinatória, o *produto de medidas*, associado a propriedade *invariante* da multiplicação direta específica para esse tipo de problema, indicando a verificação do desenvolvimento das estratégias explicitadas pelos estudantes no decorrer das aulas.

Referente aos aspectos destacados como significativos a serem avaliados no segundo segmento da EJA, verifica-se na escrita de P2, a associação dos

procedimentos avaliativos aos objetivos apresentados pelo mesmo para as suas aulas de Combinatória. Destaca-se que, embora tenha apresentado no momento da entrevista conhecimento de alguns tipos de *situações* Combinatórias e no próprio objetivo aponta o conhecimento de diferentes tipos de problemas, o professor não mencionou nenhuma das situações especificamente. Referente as propriedades invariantes, P2 não aponta de forma direta os *invariantes* das *situações* Combinatórias, entretanto, cita como objetivo o desenvolvimento das diferentes propriedades, dando a entender o conhecimento das particularidades dos diferentes tipos de problemas. No tocante as *representações simbólicas*, destaca-se nos objetivos, conseqüentemente nos aspectos relevantes aos procedimentos avaliativos, a alusão a diferentes formas de representações simbólicas, destacando a árvore de possibilidades como uma importante representação para o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Os dados obtidos referente aos aspectos priorizados da Combinatória a serem avaliados em estudantes da EJA, tanto na entrevista como nos planos de ensino, evidenciaram convergências relativas as situações e representações simbólicas da Combinatória com o que é *prescrito* em documentos oficiais, *apresentado* em livros didáticos e modelado pelos professores. No entanto, é relevante destacar que embora os *invariantes* não sejam apontados nos currículos *prescritos* e *apresentados*, os professores mencionam em seus currículos moldados e avaliados, mesmo que de forma indireta.

A seguir, na próxima subseção, serão apresentados os dados relacionados ao currículo *em ação*, ou seja a efetivação da prática de ensino, bem como o currículo realizado, em outras palavras, os efeitos da prática pedagógica.

6.5 CURRÍCULO EM AÇÃO E REALIZADO

Esta etapa da pesquisa teve como objetivo analisar as práticas de ensino (*currículo em ação*) da Combinatória, segundo as *situações*, os *invariantes* e as *representações simbólicas* (Vergnaud,1986), vivenciadas por professores do 1º e 2º segmentos da Educação de Jovens e Adultos, bem como analisar os efeitos dessas práticas (*currículo realizado*) a partir das interações professor-alunos. Dessa forma,

busca-se relacionar o *currículo em ação* e o *currículo realizado* às demais instâncias curriculares.

O processo de observação das práticas pedagógicas foi desenvolvido em duas turmas da Educação de Jovens e Adultos, sendo uma turma do IIIº nível do 1º segmento (correspondente ao 4º e 5º anos do ensino regular) e outra turma do Vº nível do 2º segmento (correspondente ao 8º e 9º anos do ensino regular), de uma mesma escola pública da rede municipal de Olinda, Pernambuco. A escolha desses níveis se deu por serem términos de fases de ensino – correspondentes aos anos iniciais e aos anos finais do Ensino Fundamental.

Foram observadas duas aulas de cada professor participante da pesquisa com a intenção de identificar como trabalham o conteúdo de Combinatória e quais os efeitos dessas práticas, fazendo relação com as categorias de análise desse estudo: Conjunto de *situações* que dão significados a Combinatória, conjunto de *invariantes* que caracterizam as situações combinatórias e o conjunto das *representações simbólicas* das situações combinatórias.

O *currículo em ação* é o que é praticado na realidade escolar, e é uma das instâncias do desenvolvimento curricular na qual o professor exerce o seu protagonismo, transformando o conteúdo do currículo em prática. Sacristán (2000) aponta que “é na prática que todo projeto, toda ideia, toda intenção, se faz realidade de uma forma ou de outra; se manifesta, adquire significação e valor independentemente de declarações e propósitos de partida” (p.201).

Pacheco (2001) atribui ao professor papel de árbitro de toda decisão curricular, isto é, concede ao professor o poder de adaptação, moldando o que é prescrito e apresentado em virtude do contexto de realização. Segundo o autor, o desenvolvimento curricular se dá a partir das relações das diferentes instâncias curriculares na interação com diversos atores que atuam nos contextos político-administrativo, contexto de gestão e contexto de realização. Dessa forma, o professor é ator central do contexto de realização nas instâncias do *currículo moldado, em ação e avaliado*.

É na ação que o professor pode fazer a auto avaliação do que foi colocado em prática, verificando assim, se as ideias e os métodos utilizados foram satisfatórios para a aprendizagem dos estudantes. As consequências das práticas desenvolvidas em

sala de aula estão relacionadas tanto para o professor quanto para o aluno, considerando aspectos de ordem cognitiva, social, afetiva e moral.

De acordo com Sacristán (2013), os resultados das práticas provocados nos alunos são de ordem subjetiva, nem sempre diretamente visíveis. São efeitos inferidos por meio de observação, exigindo dos sujeitos a manifestação, provocando respostas, como as provas de avaliação. O autor destaca que nem sempre os efeitos reais da aprendizagem são idênticos aos constatados ou avaliados, ou seja, os objetivos da educação e do ensino não correspondem de forma perfeitamente simétrica aos resultados de aprendizagem. Entretanto, o *currículo realizado* pode ser percebido pela análise dos efeitos das interações ocorridas em sala de aula.

Diante das reflexões a respeito do papel do professor no desenvolvimento curricular, a seguir apresentam-se análises de como professores do primeiro e segundo segmento da Educação de Jovens e Adultos abordaram o conteúdo de Combinatória em suas aulas de Matemática e quais os indícios de aprendizagem são demonstradas pelos estudantes no processo de interação nessas aulas. As análises que seguem foram organizadas segundo situações, invariantes e representações simbólicas tratadas nas aulas observadas, relacionando aos resultados as demais instâncias curriculares.

6.5.1 Aula 1 da Professora P1 (primeiro segmento da EJA)

A observação da primeira aula de Matemática de P1, abordando o conteúdo de Combinatória, ocorreu no mês de outubro de 2020, de modo online, devido à pandemia do Covid 19. A aula teve 35 minutos de duração e contou com a presença de 07 dos seus 18 estudantes matriculados. O número reduzido de participantes se deu devido à falta de recursos tecnológicos (computador, smartphone, internet) para o acesso às aulas.

A Professora P1 iniciou a aula dizendo que iriam trabalhar com alguns problemas matemáticos que envolviam combinações “de coisas”, e informou aos alunos que para ajudar no entendimento da aula estava levando algumas figuras. Em seguida, a professora apresentou (na lousa) a seguinte situação problema de *produto de medidas*: *Elis viajará para São Paulo. Ela levará na mala duas calças (uma preta e*

uma branca) e três camisas (uma amarela, uma verde e uma azul). Quantos conjuntos diferentes Elis poderá formar usando uma calça e uma blusa?

Após a leitura do problema, a professora perguntou aos alunos quais combinações poderiam ser feitas.

P1: Entenderam o que o problema quer? Quais as diferentes combinações que Elis pode fazer usando uma calça e uma blusa?

Estudante 1: Calça branca com blusa amarela e calça preta com blusa azul.

A partir da resposta desse aluno, a professora foi colando na lousa as imagens das combinações sugeridas. Em seguida a professora questionou:

P1: Temos aqui duas combinações. Seria possível fazer outras combinações diferentes usando as calças e as blusas do problema?

Turma: Sim.

P1: Quais as combinações ainda podem ser feitas?

Estudante 2: Pode repetir a calça e usar a blusa de outra cor?

P1: Se você utilizar a calça com outra blusa você vai formar um novo conjunto?

Estudante 2: Acho que sim.

P1: Qual seria a nova combinação?

Estudante 2: Calça branca com blusa verde.

Nesse momento a professora colou na lousa a nova combinação sugerida pelo estudante, e continuou questionando:

P1: Existem outras combinações de calça e blusa que sejam diferentes das que estão coladas na lousa?

Turma: Sim.

P1: Quais?

Estudante 3: Se pode repetir, eu acho que a calça preta com a blusa verde é uma combinação.

P1: *Muito bem! E agora? Ainda falta algum conjunto?*

Estudante 2: *Acho que já terminou, professora.*

Estudante 1: *Não. Pode fazer outro conjunto usando a calça branca e blusa azul.*

Estudante 3: *E calça preta e blusa amarela.*

A professora colou na lousa os novos conjuntos de calça e blusa (como se pode ver na Figura 18) e solicitou que a turma verificasse com atenção se ainda faltava algum conjunto a ser formado.

Após alguns segundos de observação, a turma chegou à conclusão que as possibilidades foram esgotadas. Nesse momento, a professora parabenizou a turma, fez a listagem das diferentes possibilidades de conjuntos, de calça e blusa e solicitou aos alunos a cópia da listagem das possibilidades em seus cadernos.

Figura 16: Atividade 01 da Aula 1 de P1



Fonte: A autora mediante observação da aula

Na sequência, a professora apresentou outro problema de *produto de medidas*, uma nova situação que envolvia o uso de transporte coletivo. P1 sugeriu à turma que comparassem a situação que seria lida, com a situação vivenciada por eles quando fazem uso do transporte público e do terminal integrado próximo à escola. Nesse instante, a professora fez a leitura da seguinte situação problema escrita na lousa:

***P1:** João precisa ir ao Banco do Brasil da Encruzilhada. Para chegar ao banco, ele precisará escolher quais conduções irá utilizar. Sabemos que de Caixa D'água, bairro que João mora, ele tem duas opções de condução (ônibus ou micro-ônibus) até o terminal integrado, e do terminal integrado ele tem as opções de três linhas de ônibus (TI – Encruzilhada, TI - Cabugá e TI – Príncipe). Quais diferentes combinações de trajetos João poderá fazer para chegar até o Banco?*

P1 informou que o problema era semelhante ao anterior e que iria utilizar as imagens dos ônibus para representar os trajetos informados por eles. Nesse instante um estudante chamou a atenção da turma para o uso do ônibus e do micro-ônibus (trajeto bairro x terminal integrado), informando o transporte mais eficiente e que passa com maior frequência. A professora agradeceu a informação e explicou que cada linha de ônibus tem um horário a ser obedecido, que esse horário variava de acordo com o fluxo dos passageiros e que posteriormente eles poderiam conversar sobre quais as linhas de ônibus seriam mais eficientes, no sentido de tempo e distância do local, e prosseguiu a aula.

É importante destacar que a escola está localizada próxima ao terminal integrado de ônibus do Xambá, e que o uso da integração e dos transportes que dão acesso ao terminal integrado fazem parte da realidade dos estudantes. Por ser um contexto muito semelhante ao vivenciado no dia a dia, chamou a atenção dos estudantes. A professora valorizou a informação apresentada pelo estudante, mas ressaltou que estava tratando de uma situação hipotética, e retornou à leitura do problema. A professora deixou claro que os estudantes deveriam pensar sobre as possíveis combinações de ônibus que João poderia utilizar para chegar ao seu destino, utilizando uma opção de transporte do bairro e uma opção de transporte do terminal integrado. Em seguida, questionou a turma:

***P1:** Então turma, vocês precisam primeiro escolher qual a condução que João vai pegar para sair do seu bairro até o terminal integrado, depois vocês precisam escolher a linha de ônibus que João vai utilizar para chegar ao banco. Alguém pode dizer uma combinação?*

Estudante 1: *Micro-ônibus e TI Encruzilhada.*

P1: *Ótimo! Muito bem!*

A professora colou na lousa as escolhas do Estudante 1 e enfatizou que todas as linhas de ônibus apresentadas podem levar João ao seu destino.

Estudante 1: *Professora, pode ser o ônibus e TI Encruzilhada.*

P1: *Pode sim! Muito bem.*

Fica evidente, nesse diálogo entre P1 e o Estudante 1, que a partir da instrução da escolha de um elemento de cada conjunto, que o invariante de escolha das situações de *produto de medidas* apresentadas, foi bem entendido pelo Estudante 1.

Dando continuidade, a professora colou na lousa todas as imagens das opções de condução (ônibus e micro-ônibus) dos respectivos trajetos e pediu que a turma observasse com atenção as opções coladas na lousa (como indicado na Figura 19). Do lado esquerdo ela circulou as duas opções de condução do bairro até o terminal integrado (ônibus ou micro-ônibus) e circulou do lado direito as três opções de condução do terminal integrado até o banco (as três opções de ônibus). Acima ela deixou as duas opções já nomeadas (ônibus e TI Encruzilhada; micro-ônibus e TI Encruzilhada).

Figura 17: Atividade 02 da Aula 1 de P1



Fonte: A autora mediante observação da aula

Em seguida, a professora perguntou:

P1: Fica mais fácil assim?

Turma: Sim.

Estudante 3: Professora, pode ser o ônibus pequeno (micro-ônibus) e o TI Cabugá?

P1: Sim. Essa é uma nova opção.

Estudante 5: Professora, posso dizer pela cor?

P1: Pode sim.

Estudante 5: O ônibus pequeno (micro-ônibus) e o ônibus grande vermelho (ônibus da linha TI Príncipe).

P1: Muito bem! Observem que João pode fazer várias escolhas para ir até o banco. Será que ainda falta alguma combinação? Se a gente for olhar pelas cores, quais as cores que mais aparecem nas combinações já feitas? Quem aparece mais o ônibus ou o micro-ônibus?

Estudante 1: O micro-ônibus aparece mais. Ele aparece três vezes.

P1: Isso mesmo. E o ônibus? Será que ainda falta fazer combinações usando o ônibus maior?

Estudante 3: Falta o ônibus grande de Caixa D'água com ônibus vermelho da integração (TI Príncipe).

P1: Isso. E agora? Será que João já tem todas as opções ou ainda falta alguma? Vejam as cores.

Estudante 1: Falta o ônibus grande com o ônibus azul (TI Cabugá).

P1: Ótimo. Observem novamente se alguma cor aparece mais.

Após alguns segundos, a turma fez sinal de negativo balançando a cabeça, a professora confirmou a finalização do problema e prosseguiu dando continuidade à atividade. Nesse momento, P1 organizou uma lista das combinações, na ordem que foram sugeridas pelos estudantes, e explicou que eles poderiam fazer uma lista de forma mais organizada. Assim conseguiriam chegar até o resultado final mais rápido e sem esquecer nenhuma combinação. A professora demonstrou escrevendo na lousa que se os alunos selecionassem primeiro uma opção de condução e combinasse essa opção com as três linhas de ônibus, e depois a outra opção de

condução, e combinasse com as mesmas linhas de ônibus conseguiriam chegar a todas as possibilidades de combinações possíveis, ou seja, a professora utilizou a sistematização como estratégia para resolver a situação de *produto de medidas* apresentada.

Finalizando a aula, a professora apresentou um terceiro problema de *produto de medidas*, que envolvia a situação de venda de produtos a partir da composição de diferentes cestas contendo um sabonete e um hidratante. A situação apresentava três tipos de aromas para sabonete (morango, chocolate e baunilha) e três tipos de aromas para hidratante (flores, algodão e leite). Nesse momento, P1 fez a leitura do problema e questionou a turma sobre as possíveis combinações a partir da estratégia de organização/ sistematização que ela havia discutido na questão anterior.

Estudante 1: Professora, eu posso usar o sabonete de morango com todos os tipos de hidratantes?

P1: Sim, pode!

Estudante 1: Então fica assim: sabonete de morango com hidratante de flores, sabonete de morango com hidratante de algodão e sabonete de morango com hidratante de leite.

A professora elogiou a organização do Estudante 1 e, em seguida, colou na lousa as opções sugeridas por ele (como indicado na Figura 20).

Figura 18: Atividade 03 da Aula 1 de P1



Fonte: A autora mediante observação da aula

Estudante 3: *É só mudar o sabonete e colocar todos os hidratantes.*

P1: *Isso! Dessa forma fica organizado e a gente consegue descobrir todas as combinações de cestas que podemos fazer. Fale quais seriam as combinações usando outro aroma de sabonete.*

Estudante 3: *Sabonete de chocolate com hidratante de flores, sabonete de chocolate com hidratante de algodão e sabonete de chocolate com hidratante de leite.*

P1: *Muito bom! Quem pode dizer as próximas combinações?*

Estudante 4: *Sabonete de baunilha e hidratante de flores, sabonete de baunilha e hidratante de algodão e sabonete de baunilha e hidratante de leite.*

P1: *Excelente! Conseguimos fazer todas as combinações diferentes.*

Após concluir a colagem das possíveis combinações das cestas, a professora chamou a atenção para a necessidade do uso da organização dos elementos (primeiro esgotando todas as possibilidades usando o sabonete de morango, depois todas as possibilidades usando o sabonete de chocolate e depois todas as possibilidades usando o sabonete de baunilha). Ela parabenizou os estudantes pela compreensão da estratégia e questionou:

P1: *Assim ficou mais fácil?*

Turma: *Sim!*

P1: *Ótimo, vamos tentar lembrar dessa dica na próxima aula.*

A professora finalizou a aula questionando se os alunos tinham gostado da aula, recebendo resposta afirmativa dos estudantes. Em seguida, prosseguiu informando que na próxima aula continuariam com as combinações.

Destaca-se, na aula observada, que a professora fez a opção de trabalhar apenas com situações de *produto de medidas*, como indicado nos documentos oficiais e como mencionado em seu plano de ensino. As escolhas dos contextos apresentados nas atividades foram apropriadas ao público da EJA e criados pela professora. Referente aos invariantes da Combinatória foi possível identificar que a professora, de certa forma, faz a discussão do invariante de escolha, na qual, nas

situações de *produtos de medidas* ela é feita a partir da escolha de elementos de diferentes conjuntos. No tocante às representações simbólicas, a professora utilizou figuras e listagem, bem como destacou a estratégia de sistematização para auxiliar no esgotamento das possibilidades.

Referente ao currículo realizado ficou evidente nos diálogos entre P1 e os estudantes que os estudantes demonstram compreensão do invariante de escolha, da estratégia de sistematização bem como perceberam que os problemas envolviam hipóteses, não apenas escolhas reais (as mais vantajosas no cotidiano, por exemplo).

6.5.2 Aula 2 da Professora P1 (primeiro segmento da EJA)

A observação da segunda aula de Matemática de P1, abordando o conteúdo de Combinatória, também ocorreu no mês de outubro de 2020, na mesma semana da primeira aula e, igualmente, de forma online. A aula teve 35 minutos de duração e contou com a presença de 07 dos seus 18 estudantes matriculados, pelas mesmas razões apontadas no relato da primeira aula.

A professora iniciou a aula lembrando as atividades desenvolvidas na aula anterior, bem como as estratégias utilizadas pelos estudantes. Em seguida, apresentou e fez a leitura da seguinte situação de *produto de medidas*:

***P1:** Luiza foi à sorveteria Delícia, chegando lá ela se deparou com as seguintes opções de sabores de sorvete: chocolate, morango, amendoim e leite condensado. Ela também poderia escolher se colocaria o sorvete no casquinho ou no copinho. Quais as diferentes combinações de sorvete que Luiza poderá fazer escolhendo um sabor de sorvete e um recipiente para colocar?*

Na sequência da leitura do problema, a professora solicitou que os alunos desenhassem as possibilidades, escrevendo uma letra para cada sabor do sorvete (C – chocolate, M – morango, A – amendoim e L – leite condensado) e determinou um tempo para que eles concluíssem. Ao término do tempo estabelecido, a professora solicitou que cada aluno falasse uma possibilidade de composição do sorvete.

Estudante 1: *Eu fiz assim: Coloquei a bola do sorvete de chocolate no casquinho e no copinho, depois coloquei outra bola do sorvete de morango no casquinho e no copinho, depois coloquei a bola do sorvete de amendoim no casquinho e no copinho e a última bola de sorvete de leite condensado no casquinho e no copinho. Está certo desse jeito?*

P1: *Sim! Muito bem. Você lembrou da aula passada.*

Estudante 3: *Eu fiz parecido.*

P1: *Como foi que você fez?*

Estudante 3: *Eu coloquei o casquinho com a bola de chocolate, depois o casquinho com a bola de morango, depois com a bola de amendoim e no final com a bola de chocolate. Tudo casquinho. Depois eu fiz a mesma coisa no copinho. Assim também está certo?*

P1: *Sim. Também está certo. Você conseguiu encontrar todas as combinações também.*

Estudante 5: *Eu acho que eu não entendi. Eu fiz só dois sorvetes.*

P1: *Quais as combinações você fez?*

Estudante 5: *Eu fiz morango no casquinho e chocolate no copinho.*

P1: *Ótimo! Você fez duas combinações possíveis, mas ainda teriam outras.*

Evidencia-se nesse diálogo entre P1 e os Estudantes 1 e 3 a presença de indícios de que a estratégia de sistematização dos elementos contidos no problema foi bem compreendida. É importante destacar que os estudantes apresentaram formas diferentes de sistematização dos mesmos elementos (ora fixando o sabor do sorvete e variando os recipientes; ora fixando os recipientes e variando os sabores), o que demonstra que não memorizaram a estratégia, mas a compreenderam.

Em seguida, a professora fez novamente a leitura do problema e informou aos estudantes que eles poderiam fazer várias combinações usando os elementos existentes no problema, desenhando na lousa as possibilidades possíveis de forma organizada.

P1: Vocês entendem que o sorvete de chocolate no casquinho é diferente do sorvete de chocolate no copinho?

Estudante 5: Sim.

P1: Então eu tenho duas combinações aqui. Assim como o sorvete de morango no casquinho é diferente do sorvete de morango no copinho, o de amendoim no casquinho é diferente do de amendoim no copinho, e a mesma coisa com o de leite condensado. São combinações diferentes.

Após a conclusão das possíveis combinações, a professora listou todas as possibilidades de composição de sorvete e informou aos estudantes que aquele tipo de situação poderia ser resolvida a partir de uma multiplicação. P1 explicou à turma que deveriam verificar quantas eram as opções de sabores e de recipientes.

Estudante 1: São 4 sabores e 2 recipientes.

P1: Isso mesmo, os sabores de sorvete são chocolate, morango, amendoim e leite condensado e os recipientes são casquinho e copinho. Quatro sabores e dois recipientes. A partir dessas quantidades podemos fazer uma multiplicação e chegar à quantidade total de combinações.

A professora escreveu na lousa a multiplicação referente aos quatro sabores de sorvete e aos dois recipientes ($2 \times 4 =$). Em seguida, perguntou à turma o resultado. Após alguns segundos, a turma respondeu e P1 associou o resultado à contagem das possibilidades desenhadas na lousa (como se pode observar na Figura 21).

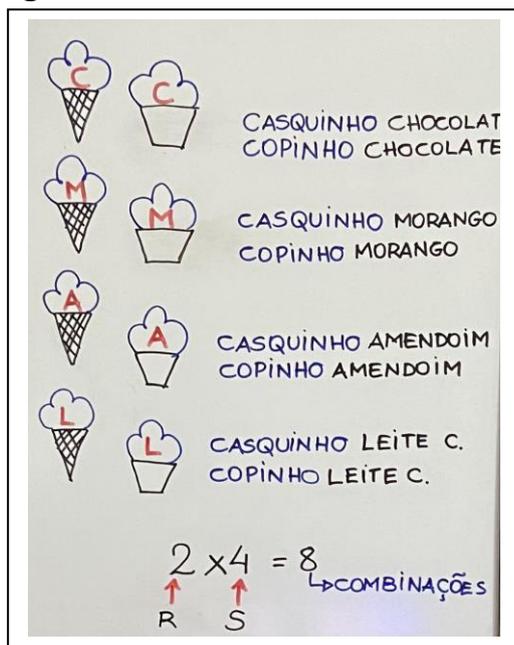
Estudante 1: Assim é mais fácil. Não precisa desenhar tudo.

P1: Sim. Mas primeiro precisa entender o que o problema está pedindo.

Estudante 5: Isso mesmo. Eu mesmo não tinha entendido e desenhei só dois sorvetes.

P1: Por isso precisamos ler com atenção os problemas e tentar resolver de acordo com as dicas que eu estou falando.

Figura 19: Atividade 01 da Aula 2 de P1



Fonte: A autora mediante observação da aula

A professora encerrou a atividade e apresentou uma nova situação problema de *produto de medidas* que envolvia a combinação de lanches. P1 apresentou o problema na lousa e, em seguida, fez a sua leitura:

P1: *A lanchonete 'Que delícia' oferece um combo de um salgado + uma bebida + uma sobremesa por R\$10. As opções de salgados são: coxinha, batata frita e cachorro quente, as opções de suco são: suco de maracujá e suco de uva e as opções de sobremesa são: torta de chocolate e sorvete de morango. Quais combos podem ser montados usando uma opção de salgado, uma opção de suco e uma opção de sobremesa?*

A nova atividade apresentou um aspecto de complexificação do problema de *produto de medidas*, envolvendo agora três etapas de escolha (o salgado, o suco e a sobremesa).

A professora explicou à turma que a atividade era muito parecida com a anterior, porém exigia a escolha de três elementos (salgado + suco + sobremesa) e que essa situação exigia dos estudantes uma maior atenção. Dando continuidade, informou aos estudantes que poderiam desenhar ou escrever as combinações e determinou um

tempo para conclusão. Após o término do tempo estabelecido a P1 questionou a turma:

P1: *Conseguiram resolver?*

Estudante 1: *Eu não sei. Eu desenhei e me confundi. Só consegui fazer seis combinações. Essa tarefa está difícil!*

Estudante 2: *Professora, veja se é assim: coxinha + suco de maracujá + torta de chocolate.*

P1: *Isso mesmo. Essa é apenas uma opção de combo formado. O que vocês precisam no combo é de um salgado, uma opção de suco e uma opção de sobremesa.*

Diante dessa afirmativa, P1 ressaltou a necessidade de escolher um elemento de cada conjunto (salgado X suco X sobremesa) para gerar uma nova possibilidade (combo). Na sequência, a professora sugeriu que os alunos falassem as possibilidades a partir da organização que ela havia falado na aula anterior, indicando todas as possibilidades do primeiro salgado, do segundo salgado e do terceiro salgado, e foi organizando na lousa as possibilidades que os estudantes falavam (como indicado na Figura 22). Após a conclusão, a professora questionou os estudantes:

P1: *Quem conseguiu desenhar ou escrever todas as combinações? Será que não existe mais nenhuma possibilidade? Observem.*

Ficou evidente na condução da atividade pela professora a escolha da estratégia de utilizar uma listagem parcial, solicitando, em seguida, a verificação dos estudantes para possível validação ou complementação. Os estudantes observaram atentamente as informações na lousa. Eles conseguiram listar apenas seis possibilidades. Após alguns segundos de observação o Estudante 3 falou:

Estudante 3: *Professora, eu acho que está faltando coxinha + suco de maracujá + sorvete.*

P1: *Muito bem. Isso mesmo. Está faltando mais alguma? Será que organizamos direito as combinações?*

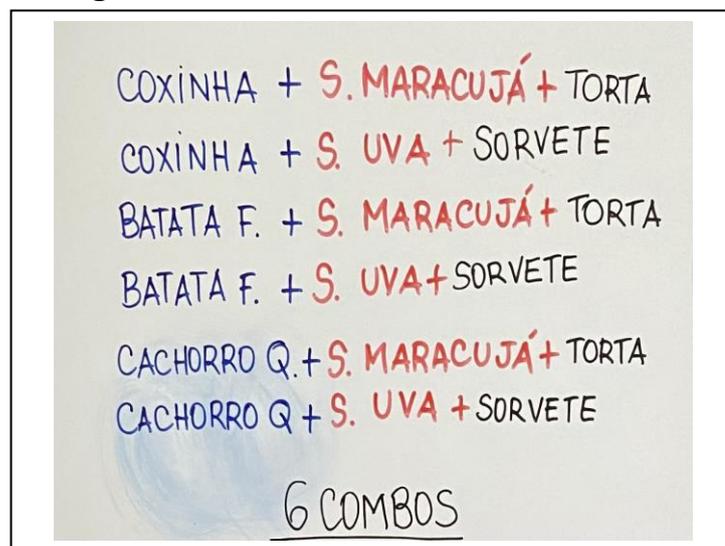
Estudante 1: Acho que não.

P1: Isso mesmo. Esse problema tem mais elementos, então ele precisa de uma organização melhor. Alguém sabe como fazer uma organização melhor?

Estudante 3: Primeiro usa só um salgado e um suco e muda só a sobremesa.

P1: Excelente!

Figura 20: Atividade 02 da Aula 2 de P1



Fonte: A autora mediante observação de aula

É importante destacar nesse diálogo entre P1 e os estudantes a evidência do entendimento da estratégia de sistematização dos elementos do problema. Os estudantes apresentaram esse entendimento tanto nas situações de *produto de medidas* que envolviam duas etapas de escolha, como nessa situação que envolve três etapas de escolha.

A professora escreveu na lousa a primeira opção de salgado + a primeira opção de suco e mudou as sobremesas, formando duas opções diferentes de combo. Em seguida, P1 escreveu a primeira opção de salgado, a segunda opção de suco e mudou as sobremesas, formando mais dois novos combos. Na sequência, a professora solicitou que os alunos escrevessem ou desenhassem as outras possibilidades a partir da organização que o Estudante 3 sugeriu e que ela escreveu na lousa, e determinou um tempo para conclusão.

Finalizado o tempo, P1 solicitou que os estudantes falassem as opções, organizou as informações na lousa, e questionou a turma:

P1: *Compreenderam a necessidade da organização? Só assim conseguimos chegar ao resultado da quantidade de combinações que podemos fazer. Conseguimos chegar ao resultado de 12 combinações, antes só tínhamos conseguido seis. Será que conseguimos resolver esse problema usando a multiplicação também? Quais as informações que são necessárias?*

Estudante 5: *A quantidade de cada coisa.*

P1: *Isso mesmo. Precisamos da quantidade de opções de salgado, de suco e de sobremesa.*

Estudante 1: *E pode fazer a multiplicação de 3 números? Como é que faz?*

A professora escreveu na lousa a multiplicação $3 \times 2 \times 2 =$ e perguntou se algum estudante sabia resolver. A turma ficou em silêncio e a professora informou que se resolve da mesma forma, multiplicando o 3×2 e depois o resultado da multiplicação $\times 2$, e perguntou se a turma entendeu.

P1: *Entenderam como faz?*

Turma: *Sim.*

Estudante 1: *Resolve os dois primeiros números, depois pega o resultado e resolve o outro número. É isso?*

P1: *Sim. Multiplica $3 \times 2 = 6$ e depois $6 \times 2 = 12$.*

A professora encerrou a atividade associando a quantidade de possibilidades listadas no quadro com o resultado da multiplicação, explicando que quanto maiores são as opções de elementos, maiores serão as possibilidades e que a melhor forma, nesses casos, é resolver a situação usando a multiplicação. P1 ressaltou a necessidade de economia de tempo na resolução de problemas matemáticos, relacionando a outras situações vivenciadas pelos estudantes, como provas de ENEM e a concursos públicos.

Dando continuidade à aula, a terceira atividade apresentada por P1 envolvia mais uma situação de *produto de medidas* e apresentava a combinação de três cores de calças, três cores de blusas e três tipos calçados. Após a leitura do problema, a professora antecipou que se os estudantes utilizassem desenhos ou escrevessem as combinações, perderiam muito tempo e informou que a melhor forma de resolver o problema seria utilizando a multiplicação. A professora poderia ter aproveitado a situação, e ao invés de adiantar a solução, questionar os estudantes a respeito da forma mais rápida de resolver o problema.

P1: *Quais são as informações necessárias para resolver o problema?*

Estudante 5: *A quantidade de cada coisa.*

P1: *Isso. E quais são as quantidades?*

Estudante 1: *Três calças, três blusas e três sapatos.*

P1: *Isso mesmo! Vocês já têm as informações necessárias, quero ver agora quem consegue resolver a multiplicação.*

Após o tempo determinado para resolução do problema, a professora questionou a turma a respeito do resultado obtido.

Estudante 5: *Eu encontrei 18.*

Estudante 1: *Eu encontrei 27.*

Estudante 2: *O meu foi 27 também.*

Estudante 6: *Eu encontrei 9.*

P1: *Resultados diferentes. Vamos ver como vocês resolveram. Quem quer dizer como fez?*

Estudante 6: *Eu juntei três calças, três blusas e três sapatos, aí deu nove.*

P1: *Entendi, mas não é uma adição é uma multiplicação. Você utilizou a operação errada.*

Estudante 1: *Eu multipliquei primeiro $3 \times 3 = 9$ e depois multipliquei $9 \times 3 = 27$.*

Estudante 2: *Eu fiz assim também.*

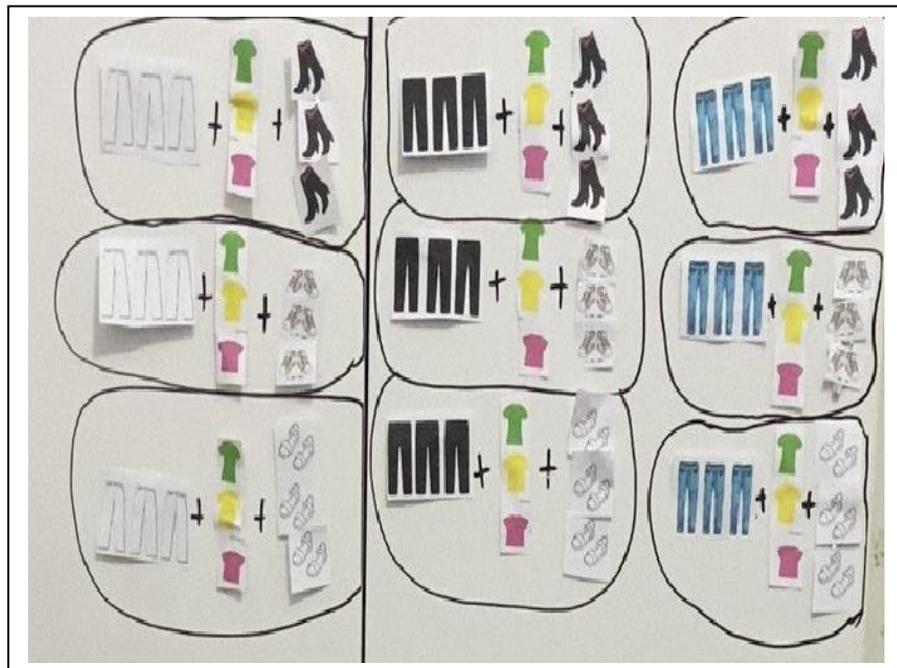
P1: *Isso, essa é a resposta. 27 é o resultado da multiplicação de $3 \times 3 \times 3$.*

Estudante 5: Professora, eu multipliquei também. Só que eu fiz errado na primeira conta, ai erra tudo não é? Eu fiz $3 \times 3 = 6$ e depois fiz $6 \times 3 = 18$.

P1: Isso. Você errou na primeira multiplicação. Nesse caso o resultado final fica errado também.

Na sequência, a professora sugeriu à turma que falassem as possíveis combinações, e foi colando os desenhos na lousa até esgotar as possibilidades (como exposto na Figura 23).

Figura 21: Atividade 03 da Aula 2 de P1



Fonte: A autora mediante observação da aula

Destaca-se nessa atividade, a estratégia de solicitar aos alunos a resolução da situação utilizando a multiplicação e depois a verificação das respostas, contudo, a forma que a professora apresentou a figura das calças (com todas elas juntas), pode dificultar na contagem das possibilidades, ou seja, mesmo contendo três calças por figura, não fica claro que cada calça se relaciona com os outros elementos gerando novas possibilidades.

A professora finalizou a aula fazendo a retomada da explicação da listagem organizada e da necessidade de verificar qual a melhor forma de resolver, se usando

desenhos, escrevendo ou multiplicando, ou seja, P1 reforçou a necessidade do entendimento do problema para que os estudantes possam fazer o uso de representações simbólicas e estratégias mais eficazes na solução da situação que envolve o raciocínio combinatório. Em seguida, se despediu dos estudantes informando nova data para as aulas online.

Salienta-se na aula observada que a professora fez a opção de trabalhar novamente apenas com situações de *produto de medidas*, contudo, iniciou apresentado situações que envolviam duas etapas de escolha, e após observação do desempenho dos estudantes, complexificou os problemas, apresentado em seguida, situações que envolviam três etapas de escolha, dando a entender uma progressão do conteúdo. As situações trabalhadas com os estudantes envolviam contextos apropriados à EJA e todas as situações foram criadas pela professora. Referente aos invariantes da Combinatória, foi possível identificar que P1, mesmo que de forma indireta, fez a discussão do invariante de escolha quando apontou a necessidade do uso de um elemento de cada conjunto para gerar nova possibilidade. No que se refere às representações simbólicas, a professora utilizou figuras, desenhos, listagem e a multiplicação direta dos valores enunciados, sendo essa última, válida apenas em problemas de *produto de medidas*, bem como apresentou a sistematização como estratégia para o esgotamento das possibilidades.

No que se refere ao *currículo realizado*, ficou evidente que a professora deixava seus alunos bem à vontade e confiantes para apresentarem seus raciocínios, até mesmo quando esses não estavam corretos. É importante destacar que os estudantes demonstraram compreensão na sistematização dos elementos dos conjuntos em situações de *produto de medidas* que envolvem três etapas de escolha. Assim como demonstraram entendimento de como usar a multiplicação com mais de dois conjuntos.

Observa-se, assim, que P1, fez bom uso da resolução de problemas para o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos estudantes. Embora tenha se utilizado apenas de um tipo de situação combinatória – *produto de medidas*, a situação prescrita para essa etapa de ensino da EJA – explorou, mesmo que indiretamente, o invariante de escolha dos elementos e se utilizou de variadas representações simbólicas – como recomendado pela Teoria dos Campos Conceituais.

6.5.3 Aula 1 do Professor P2 (segundo segmento da EJA)

A observação da primeira aula de Matemática de P2, abordando o conteúdo de Combinatória, ocorreu no mês de outubro de 2020, de forma online, devido à pandemia do Covid 19. Teve 35 minutos de duração, e contou com a presença de 09 dos seus 32 estudantes matriculados. O número reduzido de participantes se deu devido à falta de recursos tecnológicos (computador, smartphone, internet) para o acesso às aulas.

O professor iniciou a aula explicando que iria trabalhar com o Princípio Fundamental da Contagem (PFC), também conhecido como princípio multiplicativo, e que este seria a base para desenvolver o conteúdo de Combinatória da aula. Após a conversa inicial, P2 escreveu na lousa um problema de *produto de medidas* e fez a sua leitura:

P2: *Joana tem duas saias de cores diferentes (branca e preta) e quatro blusas de cores diferentes (verde, azul, rosa e cinza). Ela vai à escola todos os dias da semana e não quer repetir um mesmo conjunto de saia e blusa durante esses dias. Será que ela consegue?*

É importante destacar que o professor criou um contexto que justifica o levantamento de possibilidades, bem como desafiou os estudantes a ver se a personagem do problema conseguirá ir todo dia com um conjunto diferente.

Em seguida, o professor questionou:

P2: *É possível fazer diferentes combinações de saia e blusa para Joana ir à escola todos os dias sem repetir um conjunto? Quem pode me dizer um conjunto que pode ser formado?*

Estudante 1: *Saia branca e blusa verde.*

P2: *Correto.*

Estudante 2: *Saia preta e blusa azul.*

P2: *Correto. Então já temos dois dias sem repetir um conjunto. Algum mais?*

Estudante 3: *Pode repetir a saia?*

P2: Sim. Não pode repetir o conjunto. Você pode combinar a saia branca, por exemplo, com outra camisa sem ser a verde.

Estudante 3: Certo. Então a saia branca e a blusa rosa.

P2: Correto. Muito bom! Agora nós temos três conjuntos diferentes.

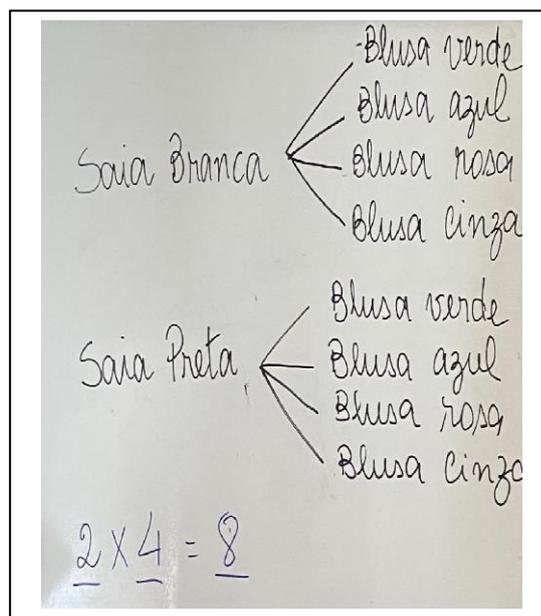
Sem aguardar que todas as possibilidades fossem listadas, o professor solicitou a atenção dos estudantes para a resolução do problema, fazendo uso do diagrama de árvore. P2 explicou que Joana usará a primeira opção de saia, puxou quatro ramos da saia e escreveu as cores das blusas para cada ramo. Em seguida, fez a contagem dos conjuntos e informou que Joana terá opção de formar quatro conjuntos diferentes apenas com a saia branca. Em seguida, ele fez a mesma explicação para a saia preta, e perguntou:

P2: Quantas combinações podem ser feitas?

Estudante 1: Oito combinações.

P2: Isso. A quantidade de combinações da primeira saia mais a quantidade de conjuntos da segunda saia é igual a oito. Nesse caso, temos duas opções de saias e quatro opções de blusas, ou seja $2 \times 4 = 8$. (Como indicado na Figura 24)

Figura 22: Atividade 01 da Aula 1 de P2



Fonte: A autora mediante observação da aula

É importante destacar que o uso do diagrama de árvore como representação simbólica, não surge espontaneamente pelos estudantes, é preciso ensinar como fazer uso da árvore de possibilidades. Fischbein (1975) fala da necessidade de instrução formal na Combinatória, bem como tal necessidade é evidenciada nos estudos de Azevedo (2013) e Montenegro (2018).

Após o término da explicação do Problema 1, o professor comentou que o resultado do problema daria para a personagem usar conjuntos diferentes para cada dia da semana e ainda sobrava. Em seguida, o Professor P2 apresentou na lousa uma outra situação de *produto de medidas* que foi retirada do livro didático. O professor fez a leitura do problema:

P2: *Uma fábrica produz dois modelos de bicicletas com marcha e sem marcha, em quatro opções de cor: azul, vermelho, verde e preto. Quantas bicicletas diferentes são possíveis obter considerando essas cores e os modelos com marcha e sem marcha?*

Na sequência à leitura, P2 informou à turma que a atividade constava no livro didático utilizado por eles nas aulas presenciais, informando a página que este se encontrava. Dando continuidade, solicitou a resolução do problema e determinou o tempo (cerca de 5 minutos) para sua conclusão.

Estudante 3: *É para fazer do mesmo jeito do outro?*

P2: *Pode ser. O problema é muito parecido com o outro.*

O professor aguardou alguns minutos e, em seguida, solicitou a resposta à turma. Os estudantes responderam corretamente e P2 questionou:

P2: *Como vocês chegaram a esse resultado?*

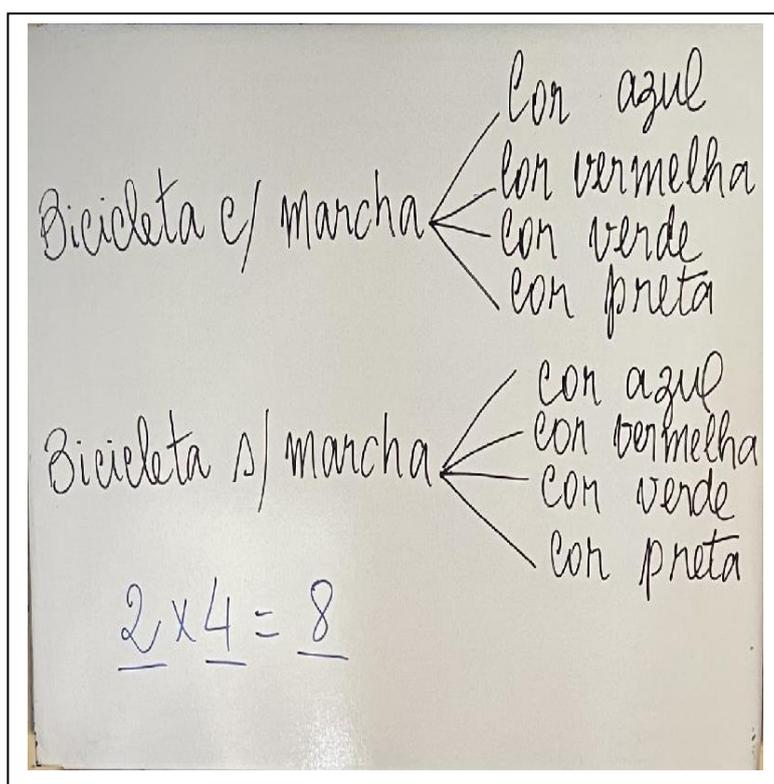
Estudante 1: *Eu fiz a multiplicação.*

Estudante 3: *Eu também.*

P2: *Certo. Vou fazer aqui a árvore de possibilidades.*

O professor resolveu a atividade na lousa explicando o uso do diagrama de árvore, iniciando pelo tipo de bicicleta (bicicleta com marcha e bicicleta sem marcha), seguindo explicando que para cada tipo de bicicleta existiam 4 opções de cor, puxando quatro ramos de cada bicicleta e escrevendo as cores. Em seguida, escreveu a multiplicação correspondente (como se pode observar na Figura 25).

Figura 23: Atividade 02 da Aula 1 de P2



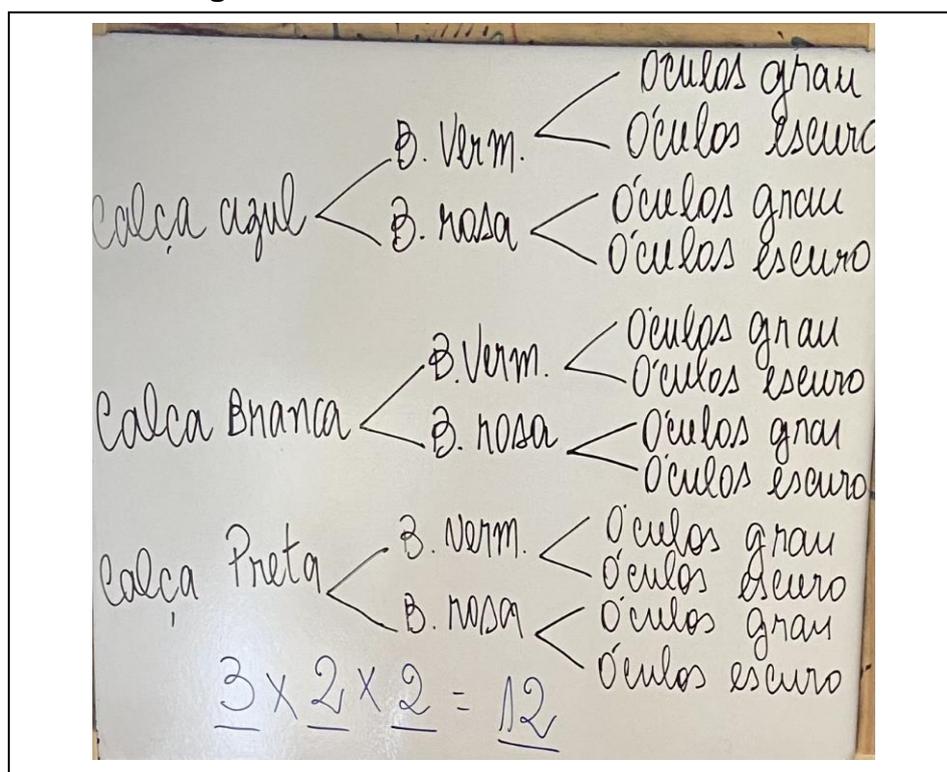
Fonte: A autora mediante observação

Dando continuidade, o professor apresentou a terceira atividade de *produto de medidas*. Esta envolvia três opções de calças, duas opções de blusas e duas opções de óculos. P2 explicou à turma que, mesmo aumentando as opções, a forma de resolução era a mesma, e seguiu a explicação, resolvendo o problema (como se pode ver na Figura 21).

O professor iniciou a explicação mostrando aos estudantes que construiria a árvore de possibilidades, indicando que utilizaria primeiro as três opções de calças, e escreveu as três opções no quadro. Em seguida, questionou os estudantes a respeito das opções dos elementos que combinariam com as calças. Os estudantes responderam que ele deveria utilizar as duas opções de blusas e depois as duas

opções de óculos. Seguindo a sugestão dos alunos, o professor explicou que utilizaria as blusas, e perguntou quantos ramos deveria desenhar. Os estudantes informaram ao professor que ele deveria desenhar dois ramos para cada calça com as duas opções de blusas. Seguindo a explicação, P2 perguntou aos estudantes a quantidade de opções de óculos para cada combinação de calça e blusa, e a partir da resposta dos alunos, desenhou mais dois ramos em cada blusa, escrevendo em seguida as opções de óculos. P2 concluiu a explicação da construção da árvore e seguiu esclarecendo que a atividade poderia ser resolvida utilizando o princípio multiplicativo.

Figura 24: Atividade 03 da Aula 1 de P2



Fonte: A autora mediante observação da aula

Na explanação do PFC, o professor apontou que para essa situação os estudantes deveriam multiplicar a quantidade de calças, a quantidade de blusas e a quantidade de óculos, e assim chegariam ao resultado.

Após o término da explicação da terceira atividade, P2 propôs o mesmo problema aos alunos, modificando a quantidade de opções nas etapas. A situação problema modificada consistia em quatro opções de blusas, três opções de calças e duas opções de óculos. O professor fez novamente a leitura da atividade, chamando

a atenção da turma para a mudança nas quantidades e solicitou a resolução do problema a partir do princípio multiplicativo.

Finalizando o tempo determinado para resolução, o professor solicitou o resultado:

P2: *Conseguiram resolver? Qual foi o resultado?*

Estudante 1: *Eu fiz assim: peguei a quantidade de blusas, que são quatro e fiz a conta com a quantidade de calças, que são três. Aí o resultado deu 12. Aí eu fiz a conta de novo do resultado 12 com a quantidade de óculos. E o resultado total foi 24. É isso mesmo?*

P2: *Sim. A multiplicação é esta $4 \times 3 \times 2 = 24$.*

Após a explicação da multiplicação, o professor chamou a atenção da turma no sentido de comparar os dados do primeiro problema com os dados do segundo problema e seguiu informando que quanto maior for o número de elementos, maiores seriam os números de possibilidades e que a melhor forma de resolver o problema seria fazendo uso de PFC.

Utilizando o mesmo problema de *produto de medidas*, o professor fez novamente a modificação das quantidades das opções, escrevendo cinco opções de calças, três opções de blusas e três opções de óculos, e solicitou à turma a resolução da nova situação. Após o tempo determinado, o professor questionou os estudantes:

P2: *Resolveram?*

Turma: *Sim.*

P2: *Qual o resultado?*

Estudante 2: *O meu deu 45.*

P2: *Alguém fez diferente?*

Turma: *Não.*

P2: *Correto. Esse é o resultado.*

Dando continuidade, o professor resolveu o problema na lousa utilizando o princípio multiplicativo, parabenizou os estudantes e finalizou a aula informando que iriam trabalhar com outros tipos de problemas na aula seguinte.

Salienta-se na aula observada que o professor fez opção em trabalhar apenas com situações de *produto de medidas*, iniciando a aula com problemas que envolviam duas etapas de escolha, e, posteriormente, apresentando situações que envolviam três etapas de escolha, dando a ideia de aprofundamento do conteúdo. As situações apresentadas aos estudantes envolviam contextos adequados à EJA e foram criadas pelo professor e retiradas do livro didático utilizado pela turma nas aulas presenciais. No que se refere aos invariantes da Combinatória, foi possível observar que o professor apontou o invariante de escolha, mesmo que de forma indireta, quando explicou aos estudantes que a combinação é feita a partir da escolha de um elemento de cada conjunto. Referente às representações simbólicas, foi possível observar que o professor escolheu trabalhar com a árvore de possibilidades, apresentando como estratégia o PFC para resolução dos problemas, contudo, não deixou claro seu uso em situações de *produto de medidas*. O professor teria que indicar que no PFC cada etapa de escolha possui um número de elementos que podem ser escolhidos e o número total de possibilidades é o produto do número de escolhas de cada etapa. Essa explicação vale não apenas para *produto de medidas*, como para as outras situações combinatórias. Assim, o professor estaria indicando o PFC válido para as outras situações combinatórias que trataria na aula seguinte.

No que se refere ao currículo realizado, os diálogos entre o professor e os estudantes apontam evidências no entendimento do invariante de escolha nas situações de *produto de medidas*, bem como indicam compreensão no uso da multiplicação nas situações apresentadas. Os estudantes também demonstraram aprendizagem da construção da árvore de possibilidades quando responderam e construíram junto ao professor a quantidade de ramos e os elementos que devem constar em cada um deles.

6.5.4 Aula 2 do Professor P2 (segundo segmento da EJA)

A observação da segunda aula de Matemática de P2, abordando o conteúdo de Combinatória, também ocorreu no mês de outubro de 2020, na mesma semana da primeira aula, igualmente, de forma online. Teve 35 minutos de duração, e contou com a presença de 07 dos seus 32 estudantes matriculados, pelas mesmas razões apontadas no relato da primeira aula.

O professor iniciou a aula retomando a aula anterior, e informou à turma que iriam dar continuidade ao trabalho com diferentes problemas de combinação, sem fazer menção às diferentes situações combinatórias. É importante destacar que ao mencionar que trabalharia com diferentes problemas de combinação, o professor pode gerar confusões no entendimento dos estudantes, visto que a combinação é um tipo específico de situação Combinatória.

Dando sequência à aula, P2 apresentou aos estudantes uma situação de *permutação*, retirada do livro didático utilizado pela turma, e informou a página do livro que constava a atividade. A situação problema apresentada pelo professor foi a que segue: *“Uma cliente esqueceu a senha de seu cartão bancário, que é composta de quatro dígitos. Ela lembra apenas que a senha é formada pelos números 6,7,8 e 9, mas não lembra a ordem em que eles devem ser digitados”*.

Após leitura do problema, o P2 solicitou à turma as possíveis combinações de números para descoberta da senha.

P2: *Quem pode falar uma possível senha usando esses quatro números?*

Estudante 2: *6789. Pode ser?*

P2: *Sim. Correto. Quem mais?*

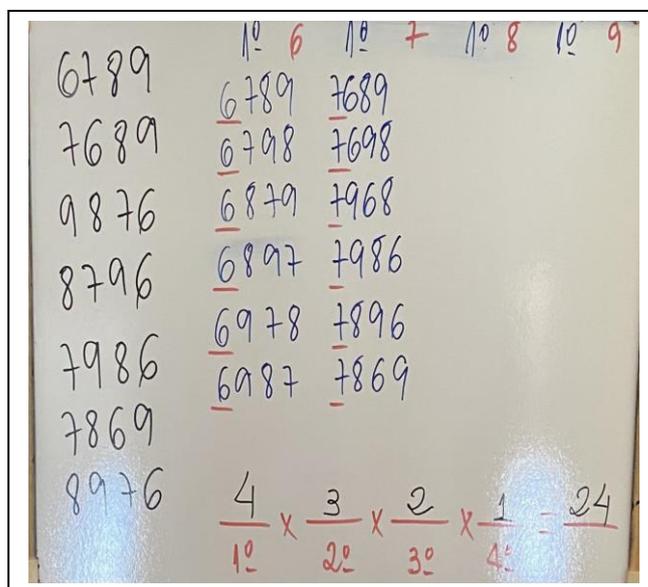
Estudante 1: *7689.*

P2: *Isso! Muito bem.*

O professor continuou encorajando a turma a descobrir novas combinações de números sem repetir nenhum algarismo. À medida que os estudantes falavam novas possibilidades, o professor registrava as informações na lousa. Apesar da instigação do professor na busca do esgotamento das possibilidades, a turma não conseguiu chegar ao resultado final. Nesse momento, P2 organizou uma listagem e continuou insistindo para que a turma descobrisse quais senhas estavam faltando. O professor explicou que eles poderiam fazer todas as opções com o número 6 na primeira posição da senha, e escreveu todas as opções. Em seguida, fez a mesma demonstração com o número 7, escrevendo todas as possibilidades. Na sequência, o professor escreveu o número 8 e o número 9 e informou que o mesmo ocorreria com eles, dando a ideia da estratégia de generalização, sem escrever as possibilidades de organização.

Na Figura 27 se observa os registros feitos por P2 durante a resolução desse problema.

Figura 25: Atividade 01 da Aula 2 de P2



Fonte: A autora mediante observação da aula

Dando continuidade à explicação, P2 destacou a utilização do PFC para resolver o problema. O professor explicou que a senha era composta por quatro algarismos, e que para a primeira posição da senha havia quatro opções de números, para a segunda posição da senha havia três opções de números, para a terceira posição da senha havia duas opções de números e para a última posição da senha havia uma opção de número, chamando a atenção dos estudantes para a multiplicação $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$. É importante salientar que apenas a partir desse problema o professor usou o PFC considerando as etapas de escolha, diferente da primeira aula nos problemas de *produto de medidas*, no qual o uso do PFC não ficou tão claro.

Na sequência, o professor apresentou a mesma situação de *permutação* modificando a quantidade de elementos para compor a senha, sendo agora um problema com três números para permutar. P2 fez a leitura da situação e chamou a atenção da turma para a modificação da quantidade de algarismos, e solicitou que os alunos resolvessem utilizando o princípio multiplicativo. Nessa situação, o professor determinou a forma de resolução do problema e perdeu a oportunidade de verificar se a estratégia de generalização apontada por ele no problema anterior seria apresentada por algum estudante.

Após alguns minutos, o professor perguntou à turma:

P2: *Vocês conseguiram terminar? Qual o resultado?*

Estudante 1: *O meu deu 6.*

Estudante 3: *Eu acho que errei. O meu deu 7.*

P2: *O resultado é 6.*

Nesse momento o professor questionou o Estudante 3 como ele fez para dar 7.

Estudante 3: *Eu resolvi a primeira conta e depois eu fiz a segunda conta de vezes.*

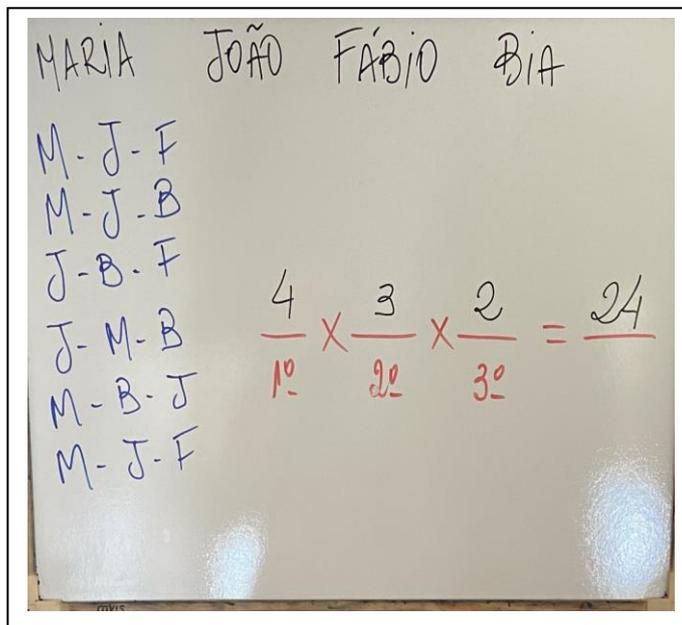
P2: *Ok. Prestem atenção. Essa situação é igual à outra. Para o primeiro número eu tenho três opções, para o segundo número eu tenho duas opções e para o terceiro número eu tenho uma opção de número. A multiplicação é $3 \times 2 \times 1 = 6$. Todo número multiplicado por 1 vai ser sempre ele mesmo, então $3 \times 2 = 6$ e $6 \times 1 = 6$.*

Destaca-se nos dois problemas de *permutação* apresentados pelo professor, que ele fez a escolha de trabalhar inicialmente com uma situação que envolvia um maior número de elementos, em seguida apresentou uma situação que envolvia um menor número de elementos, diferentemente da apresentação dos problemas de *produto de medidas* da aula anterior. Nesse contexto, parece que o professor não considerou o número de possibilidades que resultaria cada problema. Embora a diferença na quantidade de elementos seja de apenas um número, quando permutados, a quantidade de possibilidades gerada é muito diferente.

P2 corrigiu a atividade e deu continuidade à aula apresentando um novo tipo de situação problema: de *arranjo*. A situação envolvia a ocupação de um sofá de três lugares por quatro pessoas. P2 fez a leitura do problema e iniciou a resolução junto aos estudantes listando algumas possibilidades de ocupação do sofá. Após listar seis possíveis organizações, na qual uma se repetia, P2 explicou que para esgotar as possibilidades era necessário bastante tempo e que o ideal era utilizar o princípio

multiplicativo para evitar repetições. Em seguida, P2 resolveu a atividade utilizando o princípio multiplicativo (como indicado na Figura 28).

Figura 26: Atividade 02 da Aula 2 de P2



Fonte: A autora mediante observação

Ao expor o uso do PCF na questão, o professor explicou que para sentar no primeiro lugar do sofá existiam quatro opções de pessoas, para o segundo lugar existiam três opções de pessoas, e para o terceiro lugar no sofá, existiam duas opções de pessoas. Dando sequência à finalização do problema, P2 escreveu na lousa a multiplicação correspondente e resolveu a atividade.

Salienta-se que, após a conclusão da atividade, P2 fez uma observação referente à diferença entre os dois tipos de problemas anteriores. O professor explicou que no problema que envolvia a ocupação dos lugares do sofá (*situação de arranjo*), não era necessário usar todos os elementos ao mesmo tempo (todas as pessoas), porque existiam mais pessoas do que lugares. No problema que envolvia números para obtenção de senhas (*situação de permutação*), P2 destacou que a situação utilizava todos os elementos ao mesmo tempo, e que ambos poderiam ser resolvidos da mesma forma: utilizando o princípio multiplicativo.

Dando continuidade à aula, o professor, utilizando a mesma situação de *arranjo*, modificou a quantidade, aumentando para cinco a quantidade de pessoas para ocupar um sofá de três lugares, solicitando aos estudantes que resolvessem utilizando o

princípio multiplicativo. Passado o tempo determinado, o P2 solicitou a resposta e dois estudantes informaram a resposta correta, comunicando que fizeram a multiplicação de $5 \times 4 \times 3$ assim como a questão anterior. O professor parabenizou os alunos e corrigiu o problema na lousa.

Para finalizar a aula, o professor apresentou uma situação de *combinação* que envolvia a formação de duplas que representariam os estudantes em um congresso. Em seguida, P2 escreveu na lousa o nome de cinco estudantes, solicitando à turma o nome de possíveis duplas.

Estudante 1: *Beto e Ana, João e Paulo e Julia sobra.*

P2: *Julia não pode fazer dupla com outra pessoa?*

Estudante 1: *Não. Não tem mais ninguém sobrando.*

P2: *Acho que vocês não entenderam o problema. Vou fazer a leitura novamente.*

O professor refez a leitura do problema e explicou que aquela situação era semelhante a outras atividades trabalhadas. P2 destacou que apenas uma dupla vai representar os estudantes, porém, é necessário fazer as diversas combinações para identificação das possibilidades.

P2: *Entenderam a explicação?*

Turma: *Sim.*

P2: *Quais são as duplas que podemos formar combinando esses cinco estudantes? Vamos organizar as possibilidades fazendo a árvore?*

Turma: *Sim.*

P2: *Como começaremos?*

Estudante 1: *Pega primeiro Beto e faz dupla com todo mundo.*

P2: *Correto. E depois?*

Estudante 1: *Faz a mesma coisa com os outros. Pega Ana e combina com todo mundo, pega João, Paulo e Julia e combina com todo mundo.*

P2: *Isso mesmo. E como eu escrevo aqui?*

Terminada a explicação, P2 chamou a atenção da turma para a necessidade da interpretação do problema e destacou que uma boa leitura era muito importante para indicar o que estava sendo solicitado. O professor explicou que os problemas trabalhados eram muito semelhantes, embora não tenha feito menção em que se assemelham e em que eles se diferem. P2 finalizou a aula informando que a turma aprofundaria o conhecimento do conteúdo de Combinatória fazendo o uso de fórmulas no Ensino Médio.

Salienta-se na aula observada, que o professor fez a opção de trabalhar com outras situações combinatórias (*permutação*, *arranjo* e *combinação*), apresentando dois problemas de *permutação* – o primeiro envolvendo números maiores e o segundo números menores, dois problemas de *arranjo* – o primeiro envolvendo números menores e o segundo envolvendo números maiores e apenas um problema de *combinação*. As situações apresentadas aos estudantes envolviam contextos adequados aos estudantes da EJA e foram retirados do livro didático e criadas pelo professor. Referente aos invariantes da Combinatória, foi possível identificar no diálogo entre P2 e os estudantes, a discussão de forma direta do invariante de escolha nos problemas de *permutação* e *arranjo*, quando o professor apresentou como diferença o uso de todos os elementos nas situações de *permutação* e a escolha de alguns elementos a partir de um conjunto único nas situações de *arranjo*. Destaca-se a ausência da apresentação do invariante de ordem, embora o problema de combinação tenha apresentado na solução a repetição de casos sem gerar novas possibilidades. No que se refere às representações simbólicas, o professor apresentou a listagem sistemática e a árvore possibilidades e *utilizou* o PFC como estratégia para auxiliar no desenvolvimento e esgotamento das possibilidades das situações apresentadas. Ressalta-se na resolução da situação de *permutação*, a estratégia de generalização apontada por P2, indicando que o que aconteceu com os dois primeiros números (quando sistematizou os dados) aconteceria com os outros números seguintes, contudo, o professor não explorou tal estratégia.

Referente ao currículo realizado é possível destacar que ficou evidente nos diálogos entre professor e aluno, ao resolverem problemas combinatórios, a compreensão do invariante de escolha, a construção do diagrama de árvore, bem como o uso de PFC e da sistematização como estratégias para esgotamento das possibilidades.

6.5.5 Considerações sobre o currículo em ação dos professores P1 e P2 e realizado pelos estudantes

Após a descrição das aulas dos Professores P1 e P2, constatou-se a abordagem de situações combinatórias nas duas aulas observadas de ambos professores. Observou-se que os professores fizeram escolhas diferentes no que se refere ao trabalho com o conjunto de situações que dão significados à Combinatória, seus invariantes e suas diferentes representações simbólicas. Contudo, se aproximaram no desenvolvimento e organização de suas ações pedagógicas.

Quanto aos significados da Combinatória, observou-se nas aulas de P1 compatibilidade com as *prescrições curriculares* na esfera federal (Brasil, 2001) e estadual (Pernambuco, 2010), visto que a professora optou por trabalhar apenas com problemas que envolviam o significado de *produto de medidas*, como mencionado em seu *currículo modelado*. Outras situações de Combinatória (*arranjo, combinação e permutação*), embora estejam presentes, mesmo que em pequena quantidade, nos *currículos apresentados* para o primeiro segmento da EJA, não foram tratados na modelação da professora, nem na concretização da sua prática docente. Assim, houve grande aproximação entre os *currículos prescritos* nos documentos oficiais e o *currículo modelado, avaliado e em ação* da Professora P1. Entretanto, não houve forte aproximação com o *currículo apresentado*, no que se refere à extrapolação das situações combinatórias e no uso de situações do livro didático dos estudantes, tendo em vista que todos os problemas apresentados pela professora foram criados por ela mesma. Salienta-se que P1 apontou em seu plano de ensino, como processo de avaliação das aulas, a aprendizagem de situações de *produto de medidas*. Nesse sentido, é possível inferir que os diálogos entre a professora e os estudantes apontam evidências que essa situação combinatória foi compreendida. Observa-se também o *currículo realizado* pela professora, onde na entrevista inicial a professora afirma desconhecer características de situações combinatórias, entretanto, destaca-se no *currículo em ação* a apropriação de situações de *produto de medidas*, apresentando problemas que envolviam duas e três etapas de escolha, evidenciando uma aprendizagem por parte de P1.

É importante destacar que a professora optou por fazer a leitura de todos os problemas para turma, tendo em vista as dificuldades de leitura e interpretação

apontadas por ela na entrevista. P1 explicou a necessidade de ter atenção nos enunciados das questões, dando tempo necessário aos estudantes para reflexão sobre as relações tratadas nos problemas, fazendo releitura quando julgou necessário. Vale salientar que essas situações são de fato problemas na essência da palavra, uma vez que se defronta com um problema combinatório e a solução não é imediata. É importante enfatizar, também, que a professora utilizou contextos apropriados para estudantes da EJA, destacando-se em suas aulas, o contexto da utilização de transporte coletivo e o uso do terminal integrado, algo que havia sido apontado por ela na entrevista inicial e em seu plano de ensino.

A professora escolheu iniciar sua prática propondo situações de *produto de medidas* que envolviam um número gradativo de elementos e etapas de escolha, chamando sempre a atenção para a observação das combinações já obtidas, visando o esgotamento das possibilidades. A escolha da Professora P1 evidencia os resultados obtidos em Lima e Borba (2013) que indicam que professores sugerem a apresentação de problemas com quantidades menores a serem encontradas para que os alunos possam, aos poucos, ir desenvolvendo o raciocínio combinatório necessário para resolução dos diferentes problemas. Resultados de Vega e Borba (2015), apontam que as etapas de escolhas influenciam no desempenho dos estudantes e tornam os problemas mais complexos e, assim, a professora optou por ir gradativamente apresentando problemas com um grau maior de dificuldade.

Foi possível identificar que a professora P1 buscou demonstrar, durante a resolução dos problemas, que a sistematização dos dados das questões, com foco na organização das informações, garantia o sucesso do esgotamento das possibilidades. Lima e Borba (2018) indicam que a sistematização das informações no levantamento das possibilidades é uma estratégia muito importante que contribui para o desenvolvimento do raciocínio combinatório. Destaca-se que o investimento na sistematização, pela professora, surtiu efeito nas estratégias utilizadas pelos estudantes, sendo evidenciado nos diálogos entre professor e estudantes a aprendizagem dessa estratégia. Apesar disso, é importante chamar atenção que tanto na primeira como na segunda aula de P1, a professora fez a associação do termo “dica” à estratégia de sistematização de forma errada, atribuindo a ideia de que essa organização de elementos se configura num “macete” ou algo a ser memorizado para que o aluno deduza como proceder.

Com relação a P2, no que se refere às situações combinatórias, o professor optou iniciar sua prática pedagógica apresentando situações de *produto de medidas*, sendo o único significado abordado na primeira aula. Assim como com P1, P2 iniciou com situações problema envolvendo um número gradativo de elementos e de etapa de escolhas. Na segunda aula, o Professor P2 optou trabalhar com problemas de *permutação, arranjo e combinação*, sendo dois de *permutação* (o primeiro com número maior de elementos e o segundo com um número menor), dois de *arranjo* (o primeiro com um número menor de elementos e o segundo com número maior) e apenas um de *combinação*, aparentando que na segunda aula do professor não houve o mesmo cuidado na apresentação e no controle da quantidade de elementos como apresentado na primeira aula. É importante destacar que na modelação da prática pedagógica de P2 (em sua proposta de planejamento) não foram mencionados explicitamente os diferentes significados da Combinatória, assim como os *currículos prescritos e apresentados* analisados para o segundo segmento da EJA. Entretanto, o professor durante a entrevista inicial e em seu *currículo em ação*, P2 menciona conhecer os diferentes tipos de problemas de Combinatória, apresentando em alguns momentos, características de algumas situações, como é o caso de *permutação e arranjo*. Nesse contexto, seriam necessários mais momentos de aula, para haver mais diferenciação, por parte do professor e dos discentes, das diferentes situações combinatórias. Entretanto, é possível inferir que os diálogos entre professor e alunos no decorrer das aulas evidencia aprendizagem das diferentes situações combinatórias.

Observou-se que P2 iniciou a aula associando o PCF aos problemas combinatórios que seriam trabalhados, corroborando com os resultados obtidos em Lima (2015) que aponta o Princípio Fundamental da Contagem com uma eficiente estratégia de ensino para o desenvolvimento do raciocínio combinatório, por possibilitar a resolução de diferentes tipos de problemas. O professor finalizou a segunda aula explicando que as abordagens vivenciadas serviriam como base dos problemas de Análise Combinatória que seriam desenvolvidos a partir de fórmulas no Ensino Médio. Diante dessa reflexão, o professor deixa clara a ideia da progressão do conteúdo no decorrer da escolaridade básica.

A escolha pela leitura dos problemas combinatórios, também foi opção de P2, que assim como P1, chamou a atenção dos estudantes para uma análise cuidadosa

das situações. É importante destacar que o tempo para reflexão sobre as relações envolvidas nos problemas, foi menor com P2 do que com P1, embora P1 tenha trabalhado com um número menor de problemas envolvendo apenas um tipo de situação combinatória. Verificou-se que após a explicação de alguns problemas, P2 preservava sua estrutura inicial e aumentava a quantidades de elementos, dando a entender que quanto mais familiarizado o estudante estivesse com a sua estrutura, melhor desempenho ele teria na resolução.

Referente aos invariantes da Combinatória, a professora P1, por abordar apenas problemas que envolviam situações de produto de medidas, não fez menção aos invariantes de escolha e ordenação de elementos em seu plano de ensino, contudo no desenvolvimento de sua aula, aponta de forma discreta o invariante de escolha, ao mencionar a necessidade de escolher um elemento de cada conjunto para formar uma nova possibilidade. É importante destacar que os *currículos prescritos* na esfera federal (Brasil,2001) e estadual (Pernambuco,2010) para o primeiro segmento da EJA, não citam as propriedades invariantes das diferentes situações combinatórias, apenas o documento curricular municipal (Olinda, 2010), menciona os invariantes de escolha e ordem. Seguindo os direcionamentos do currículo nacional, os livros didáticos não orientam a ação docente, embora apresentem diferentes situações de Combinatória. Mesmo que não tenha sido priorizado com um aspecto a ser avaliado nas aprendizagens dos estudantes, foi possível observar evidências de compreensão do invariante de escolha quando os estudantes apontam um elemento de cada conjunto, em problemas de *produto de medidas*, gerando uma nova possibilidade. No entanto, como não foram confrontados com outros tipos de problemas, não puderam perceber outras formas de escolha, nem se a ordenação teria ou não influência na determinação de possibilidades distintas.

No caso do Professor P2, percebeu-se que ao abordar os diferentes significados da Combinatória, na primeira e na segunda aula, o professor fez referência ao invariante de escolha apresentado nas situações. Na primeira aula, por abordar apenas problemas de *produto de medidas*, P2 mencionou de forma discreta a necessidade de escolher um elemento de cada conjunto para gerar novas possibilidades. Na segunda aula, o professor sentiu a necessidade de diferenciar os problemas que envolviam *permutação* e *arranjo*, mencionando o invariante de escolha de elementos nas duas situações. É possível identificar resultado semelhante obtidos

em Lima (2015), quando professores dos anos finais do Ensino Fundamental indicaram as mesmas características em situações de *arranjo* e *permutação*. No que se refere às propriedades invariantes das situações de *combinação*, é importante destacar que os resultados obtidos em Rocha (2011) e Lima (2015) apontam dificuldades que os professores demonstram em relação à diferenciação entre problemas de *arranjo* e *combinação*, nos quais o invariante de ordenação pode, ou não, implicar em novas possibilidades. Esse pode ter sido o motivo do professor não ter aplicado o PFC como estratégia na resolução do problema de combinação, tendo em vista, que não se configura numa aplicação simples do PCF, exigindo a divisão pela permutação dos elementos repetidos. Salienta-se que, embora os *currículos prescritos* na esfera federal (BRASIL, 2002) e estadual (PERNAMBUCO, 2010), e os *currículos apresentados* não façam alusão aos invariantes de escolha e ordem, P2 fez menção às diferentes relações e propriedades dos problemas combinatórios em seu *currículo moldado, avaliado e em ação*, porém, de forma discreta. No que se refere ao *currículo realizado*, fica evidente nos diálogos entre o professor e os estudantes, em algumas situações, que os alunos conseguem perceber o invariante de escolha nas situações combinatórias apresentadas. Destaca-se que a falta de sistematização das propriedades invariantes (escolha e ordem), ou a não apresentação de uma delas, como é o caso da ordenação nas aulas de P2, compromete a aprendizagem do conceito. Lima (2018), aponta que o baixo desempenho dos estudantes jovens e adultos em problemas de *combinação*, se dá devido às dificuldades de compreensão dos invariantes de escolha e ordem, na qual a mudança de ordem na apresentação de elementos não constitui novas possibilidades, sendo necessário a eliminação de casos repetidos.

Com relação ao uso de diferentes representações simbólicas na apresentação e resolução de problemas de Combinatória, é importante destacar que tanto P1 como P2 apresentaram as situações utilizando apenas o enunciado escrito na lousa. No que se refere a P1, observou-se em sua primeira aula a utilização de desenho, listagem e figuras prontas para resolução dos problemas de *produtos de medidas* e a utilização da estratégia a sistematização dos dados para o esgotamento das possibilidades. Na segunda aula, a professora optou por utilizar desenhos e listagem, finalizando com o algoritmo da multiplicação, dando a ideia de uma transição de procedimentos mais informais para procedimentos mais formais da Matemática. É importante destacar que

a orientação para o uso de diferentes representações simbólicas se faz presente nos *currículos prescritos e apresentados* para o primeiro segmento da EJA, bem como mencionado no *currículo moldado, avaliado* e na *ação* da docente, embora de forma mais implícita. No que se refere ao currículo realizado, foi possível perceber que os estudantes conseguiram resolver problemas fazendo uso da listagem sistemática e da multiplicação, evidenciando aprendizagem no uso dessas representações para o esgotamento das possibilidades.

Referente ao uso de diferentes representações simbólicas por P2, observou-se que o professor fez uso da listagem e do diagrama de árvore e utilizou como estratégia o PFC, a sistematização e mencionou de forma discreta a generalização para resolução dos problemas combinatórios. É importante destacar o uso do diagrama de árvore por se constituir numa importante representação simbólica na compreensão dos problemas combinatórios. Fischbien (1975), destaca a importância do uso da árvore de possibilidades como auxiliar no desenvolvimento do raciocínio combinatório por apontar as etapas de escolha. Foi possível identificar o estímulo do professor ao uso do princípio multiplicativo, principalmente nos casos em que apresentam um número maior de elementos. Observou-se que em todas as situações de Combinatória o professor abordou o PFC, porém na situação de *combinação*, P2 optou em resolver utilizando apenas o diagrama de árvore, como explicado anteriormente sua provável causa.

Salienta-se que embora os materiais curriculares analisados para o segundo segmento da EJA indiquem uma diversidade de representações simbólicas para o desenvolvimento do raciocínio combinatório, e o *currículo modelado* pelo professor apontem para esse direcionamento, no que se refere à prática docente de P2, o uso de diferentes representações foi limitado. P2 priorizou utilizar o diagrama de árvore e o PCF na resolução dos problemas, e iniciou duas atividades fazendo listagem, porém sem o esgotamento das possibilidades. Nesse sentido, se percebeu na prática pedagógica de P2, o estímulo para uso do PFC e do diagrama de árvore, o que aproxima do *currículo avaliado e realizado* pelos estudantes, porém se distanciam do que é *prescrito* em documentos oficiais no que se refere à apresentação de uma variedade de representações simbólicas, bem como do que foi proposto em seu currículo moldado.

Observa-se, assim, aproximações e distanciamentos entre as distintas instâncias curriculares – currículo prescrito, apresentado, modelado, avaliado, em ação e realizado. Aproximações são desejadas, mas também distanciamentos não são sempre negativos, pois, por vezes, denotam inclusão de aspectos não considerados em outras instâncias, mas de fundamental importância para o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos estudantes.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No desenvolvimento desse último capítulo, deseja-se rever os argumentos iniciais, reelaborá-los, caso seja necessário, e tecer considerações que surgiram ao longo do processo de análise dos documentos oficiais, das coleções de livros didáticos, das falas, planejamentos e ações didáticas dos professores. Busca-se, também, rever a articulação dos resultados encontrados em cada uma das etapas da pesquisa, discutindo aspectos que convergem e divergem das diferentes situações de Combinatória, seus invariantes e representações simbólicas nas distintas instâncias curriculares.

Objetiva-se também verificar a veracidade do que inicialmente se propôs a defender: Há tendência de maiores convergências, do que divergências, a partir do tripé conceitual de Vergnaud (1986), no ensino e aprendizagem da Combinatória nas distintas instâncias curriculares propostas por Sacristán (2000) no Ensino Fundamental da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Esta suposição baseou-se em resultados de estudos anteriores que apontam a fragilidade nas orientações curriculares em documentos oficiais, perpassando pela tradução dessas orientações genéricas nos livros didáticos e nos déficits de conhecimento do conteúdo e de ensino. Assim, essas debilidades, podem se refletir, em grande parte, nos planejamentos das aulas e na ação pedagógica.

Nesse sentido, buscou-se entender como a Combinatória é tratada em diferentes instâncias do currículo (como indica Sacristán, 2000): *prescritos* (orientações curriculares), *apresentados* (livros didáticos), *modelados* (pelos professores em seus planejamentos) *em ação* (observados a partir de práticas em sala de aula), *realizados* (efeitos da prática nos estudantes e professores) e *avaliados* (critérios de avaliação objetivados pelos professores), à luz de pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1986), em particular do tripé (S I R), ou seja, *situações* combinatórias abordadas, *invariantes* (relações e propriedades) tratadas e *representações simbólicas* utilizadas, para a compreensão desse conteúdo.

As análises foram centradas a partir do tripé conceitual de Vergnaud (S, I, R), nas quais foram analisadas as diferentes situações de Combinatória – *arranjo*, *combinação*, *permutação* e *produto de medidas*. Também foram analisados os invariantes de *escolha* e *ordem* presentes nas diferentes situações – nas situações de

arranjo, a partir de um grupo de elementos, são escolhidos um grupo menor, de acordo com as condições determinadas no enunciado da situação problema, e a ordem dos elementos dos agrupamentos é importante na sua composição; nas situações de *combinação*, de um conjunto dado serão escolhidos agrupamentos menores em que a ordem dos elementos não é importante para sua composição; nas situações de *permutação* de um conjunto único serão utilizados todos os elementos, de forma que a ordem é importante na organização dos elementos; e nas situações de *produto de medidas*, a partir de dois ou mais conjuntos, são escolhidos um elemento de cada conjunto, de modo que a ordem dos elementos escolhidos não determina novas possibilidades. Também foram analisadas as diferentes representações simbólicas que auxiliam no entendimento dessas situações: árvores de possibilidades, diagramas, quadros, tabelas, desenhos, listagens, uso de materiais manipulativos, entre outros. Estas análises foram realizadas em cada instância do desenvolvimento curricular: *prescrito, apresentado, moldado, em ação, realizado e avaliado*.

Dentre as questões norteadoras da pesquisa, buscou-se responder aos seguintes questionamentos: 1) Quais as orientações referentes à Combinatória em documentos oficiais no âmbito nacional, estadual e municipal? 2) Como os livros didáticos do primeiro e segundo segmentos da EJA abordam a Combinatória, em orientações aos professores (manuais do professor) e nas atividades propostas aos educandos? 3) Quais os conhecimentos que professores possuem a respeito da Combinatória em materiais curriculares para EJA, bem como quanto ao processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo? 5) Como professores modelam as suas aulas de Combinatória? 6) Quais aspectos da Combinatória são por eles priorizados na avaliação da aprendizagem?

Esses questionamentos visam verificar se, e como, os documentos *prescritos* para o ensino da Combinatória se relacionam com o que está *apresentado* em problemas e orientações aos professores nos livros didáticos; observar como os professores *modelam*/planejam as suas aulas em função, ou não, do que está posto nas prescrições e em livros didáticos; e analisar a relação entre as práticas/ *em ação/ realizadas* em sala de aula, verificar indícios de aprendizagens apresentados nos diálogos, bem como os aspectos *avaliativos* priorizados por eles quando ensinam

Combinatória na EJA, com as orientações expressas nos documentos prescritivos, livros didáticos e planos de ensino.

Na análise dos documentos curriculares (*currículos prescritos*), evidenciou-se a presença do conteúdo de Combinatória nas prescrições para os dois segmentos da EJA (Proposta Curricular para Educação de Jovens e Adultos 1º segmento e 2º segmento (BRASIL, 2001; 2002), Parâmetros Curriculares para a Educação Básica de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012) e a Base Curricular da Rede Municipal de Olinda (OLINDA, 2010)). Observou-se que o documento curricular orientador nacional, defende o trabalho com a Combinatória a ser desenvolvido no início da escolarização dessa modalidade de ensino (equivalente ao 2º e 3º ano do Ensino Fundamental) dando continuidade no segundo segmento, ou seja, se estendendo por todo o Ensino Fundamental da EJA. Entretanto, apesar das prescrições nacionais apontarem orientações para o trabalho com a Combinatória ao longo dessa modalidade de ensino, as prescrições em nível estadual e municipal indicam o desenvolvimento desse conteúdo apenas a partir da Fase II/ Nível III (equivalente aos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental). Atenta-se, assim, para a necessidade de uma reformulação a nos documentos curriculares em âmbito federal e aqueles dos estados e municípios no que diz respeito ao nível escolar no qual se deve iniciar/ trabalhar a Combinatória.

Referente ao trabalho com as diferentes *situações, invariantes e representações simbólicas*, verifica-se apenas no documento curricular nacional para o primeiro segmento um direcionamento para o trabalho com situações de *produto de medidas*, exemplificando o tipo de problema e fazendo a sua associação à ideia de multiplicação e divisão, replicando as prescrições contidas nos PCN. Nesse contexto, é importante destacar que, apesar de resultados de pesquisa indicarem a possibilidade de início do trabalho com situações combinatórias ser mais cedo, na BNCC há indicação desse trabalho posteriormente. A respeito dos invariantes das diferentes situações de Combinatória, observa-se, de forma direta, que o documento municipal menciona o invariante de *escolha* para os dois segmentos da EJA, porém não explica o seu uso nos diferentes tipos de problemas. No tocante às representações simbólicas, apenas o documento estadual para o primeiro segmento não menciona as diferentes representações que podem auxiliar na resolução de problemas desse conteúdo. Falta, portanto, mais ampla orientação nos documentos prescritivos no que se refere às distintas situações combinatórias, seus invariantes e modos de representação. Essas

fragilidades apontadas, principalmente no que se refere ao documento nacional, afetam diretamente a construção das prescrições em âmbito estadual e municipal, que utilizam o currículo nacional como referência, como também a produção de livros e/ou recursos didáticos que contemplem a Combinatória em seus conteúdos.

No que diz respeito à Combinatória nos livros didáticos aprovados no PNLD-EJA 2014, para o primeiro e segundo segmentos (*currículos apresentados*), verificou-se nos manuais dos professores a ausência de orientações para o desenvolvimento da Combinatória nessa modalidade de ensino. Destaca-se o quantitativo pequeno de problemas encontrados ao longo dos 17 livros didáticos analisados, sendo 08 atividades em livros didáticos do segundo segmento, 22 atividades encontradas em livros do primeiro segmento e 11 em livros de alfabetização. Esse conteúdo, portanto, não tem a devida valorização nos livros didáticos voltados à educação de jovens e adultos.

Referente às diferentes *situações, invariantes e representações simbólicas*, observa-se que para o primeiro segmento, embora exista a orientação explícita no documento nacional para o trabalho com *produto de medidas*, os livros extrapolam esse direcionamento, apresentando também, situações que envolvem *combinação, permutação e arranjo*. Destaca-se, que, mesmo sem ser apontado nas prescrições curriculares, as situações de *permutação* foram as mais frequentes. Já no segundo segmento, nenhuma obra contemplou situações de *arranjo* em suas atividades, sendo a *combinação* o tipo de problema mais apresentado. Em relação às representações simbólicas presentes nos enunciados, identifica-se, com maior regularidade nos dois segmentos, a apresentação dos problemas apenas com enunciado, seguidos de enunciado com desenhos e enunciados com quadro. No tocante às representações solicitadas ao estudante na resolução dos problemas combinatórios, constata-se nas atividades do primeiro segmento a predominância de uso de materiais manipulativos, seguido de listagem e preenchimento de quadro, e para o segundo segmento, nenhuma solicitação, seguido igualmente de preenchimento de quadro e listagem. Embora haja avanços nos livros didáticos (*currículos apresentados*) em propor trabalho com distintas situações combinatórias – além das presentes em *currículos prescritos* – uma melhor distribuição dos diferentes tipos de problemas e também apresentação e recomendação de uma maior variedade de representações simbólicas ainda se fazem necessárias, principalmente nos manuais de orientação ao professor.

Partindo da premissa de que a produção de livros didáticos é orientada com base nas prescrições curriculares, observa-se alguma consonância do *currículo apresentado* com o *currículo prescrito*. Nesse contexto, os livros didáticos divergem das prescrições no que se refere à não restrição a situações de *produto de medidas*, extrapolando com a apresentação de outros tipos de problemas, sugerindo uma amplitude no desenvolvimento desse raciocínio. Entretanto, o *currículo apresentado* converge com o *currículo prescrito* na ausência de apresentação dos invariantes de *escolha* e *ordem*, e, de certa forma, na apresentação e indicação de diferentes representações simbólicas.

Nas entrevistas realizadas com os professores a respeito dos materiais curriculares e do ensino e aprendizagem da Combinatória (*currículos modelado e avaliado*), observou-se que os professores (P1 e P2), sujeitos do estudo, mencionaram conhecimento das prescrições curriculares específicas para EJA, assim como, afirmaram utilizá-las junto ao livro didático, em seus planos de ensino. No entanto, com base nas respostas dos professores ao longo das entrevistas, percebe-se fragilidades no conhecimento a respeito das prescrições referentes ao ensino da Matemática na EJA, e, em específico, da Combinatória. Nas análises das atividades de Combinatória, retiradas de livros didáticos da EJA, verifica-se, tanto em P1 quanto em P2 o pouco conhecimento no que se refere ao conteúdo de Combinatória apresentado nesse recurso. Ao serem confrontados com as diferentes situações, os professores não conseguiram identificar os diferentes tipos de problemas, bem como suas aproximações e distanciamentos. Destaca-se nas respostas dos professores a preocupação com o enunciado dos problemas, apontando debilidade na fluência de leitura dos estudantes da EJA.

Acredita-se que, a orientação de forma não aprofundada da Combinatória, como constatada nas prescrições curriculares (*currículo prescrito*), a baixa frequência dos problemas e a falta de orientações no manual do professor (*currículo apresentado*), juntamente com a ausência de formações continuadas de conteúdos específicos e metodologias de ensino na EJA, refletiram na fragilidade dos conhecimentos dos professores (expressos nos *currículos moldado e avaliado*). Essa suposição reforça como as instâncias curriculares se articulam e influenciam-se mutuamente.

Na análise dos planos de ensino para as aulas de Combinatória, observou-se tanto em P1 (professora do 1º segmento da EJA), quanto em P2 (professor do 2º

segmento), avanços nos aspectos dos conhecimentos do conteúdo explicitados nos planejamentos. Os professores *modelaram* sua prática num formato muito próximo, apresentando o conteúdo, objetivos, procedimentos metodológicos, recursos e avaliação. Apenas P2 iniciou a planificação justificando o trabalho com a Combinatória no nível de ensino que atua. Quanto aos objetivos a serem atingidos, no que se refere às diferentes situações, verifica-se, tanto em P1 como em P2, o direcionamento para o trabalho com *situações combinatórias*, sem explicitar o tipo de problema a ser desenvolvido. Entretanto, mesmo de forma indireta, é possível identificar no planejamento do primeiro segmento que a professora se refere a situações de *produto de medidas*. No tocante aos invariantes, percebe-se que tanto P1 quanto P2 não fazem menção, de forma direta, aos *invariantes* da Combinatória, porém é possível inferir que P1 menciona em seus objetivos a Combinatória associada a ideias de multiplicação e P2 aponta as propriedades envolvidas nos diferentes tipos de problemas, se reportando às especificidades das diferentes situações de Combinatória. A respeito das *representações simbólicas*, percebe-se que P1 menciona o trabalho com algoritmo, desenhos e listagem e P2 aponta o trabalho com a árvore de possibilidades, jogos, desafios e desenhos ao longo dos objetivos, procedimentos metodológicos e recursos a serem utilizados. É importante destacar que os professores indicam o trabalho com diferentes estratégias para compreensão e desenvolvimento do raciocínio combinatório, sendo apontado por P1 o trabalho com a multiplicação direta e a listagem sistemática e P2 o princípio multiplicativo. Outro aspecto relevante diz respeito à coerência entre o *currículo moldado e avaliado*. Observa-se que o que está proposto a ser vivenciado se relaciona diretamente com o que se pretende verificar nos efeitos da prática.

Quanto às convergências e divergências – entre o prescrito, apresentado, moldado e avaliado – verifica-se que os currículos convergem para a não explicitação direta do tipo de situação combinatória a ser trabalhada, ou seja, percebe-se que a falta de classificação dos problemas combinatórios desde o currículo prescrito, se replica nas instâncias do currículo apresentado, moldado e avaliado. Esse mesmo direcionamento é verificado nas propriedades invariantes das situações combinatórias, não sendo as mesmas apresentadas de forma direta nas prescrições, livros didáticos, planos de ensino e procedimentos avaliativos. Quanto às representações simbólicas, as instâncias curriculares apresentadas, de forma geral,

apontam o trabalho com diferentes representações para auxiliar o estudante no entendimento das situações combinatórias. Acredita-se, portanto, que é de extrema necessidade a reflexão do professor em relação ao desenvolvimento da Combinatória de forma horizontal, para que assim, possam planejar tendo em vista a evolução deste conteúdo ao longo da escolarização. Essa reflexão deve ser viabilizada pelos currículos prescritos, apresentados e em formação inicial e continuada, que devem abordar de forma direta as diferentes situações, seus invariantes e símbolos para sua representação.

Na observação das aulas dos professores (*currículos em ação e realizado*), pretendeu-se acompanhar as formas de abordagem do conteúdo para o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos estudantes. Esse acompanhamento objetivou verificar como os professores da EJA, do primeiro e segundo segmentos, trabalhavam a Combinatória a partir das diferentes *situações*, dos *invariantes* e *representações simbólicas*, assim como verificar indícios de aprendizagem do conteúdo evidenciados pelos estudantes.

Na análise realizada para o primeiro segmento, observou-se que P1 priorizou trabalhar com problemas de *produtos de medidas*, como mencionado em seu plano de ensino e prescrito nos documentos curriculares. Identificou-se uma progressão nas atividades propostas quando a professora iniciou com problemas envolvendo duas etapas de escolha e, após perceber o entendimento dos estudantes, complexificou apresentando problemas com três etapas de escolha. A professora fez a discussão do invariante dos problemas de *produto de medidas* quando apontou a necessidade do uso de um elemento de cada conjunto para gerar nova possibilidade, entretanto, não deixou claro em suas orientações que essa era uma característica desse tipo específico de situação combinatória, provavelmente, por não ter abordado outras situações. No que se refere às representações simbólicas, a professora utilizou figuras, desenhos, listagem e a multiplicação direta, bem como utilizou a sistematização como estratégia de ensino.

Referente ao *currículo realizado*, ficou evidente que a professora P1 tinha uma boa relação com seus estudantes quando eles demonstravam confiança para expressarem seus raciocínios, até mesmo quando esses não estavam corretos. É possível identificar nos diálogos que os estudantes demonstraram compreensão na sistematização dos elementos dos conjuntos em situações de *produto de medidas* que

envolvem duas e três etapas de escolha. Também demonstraram entendimento de como usar a multiplicação com mais de dois conjuntos.

Com relação às aulas observadas de P2 no segundo segmento da EJA, salienta-se que o professor contemplou as diferentes situações combinatórias, *produto de medidas*, *permutação*, *arranjo* e *combinação*. Dedicou uma aula para problemas de *produto de medidas* envolvendo duas e três etapas de escolha e uma aula para as situações de *permutação*, *arranjo* e *combinação*. No que se refere aos invariantes da Combinatória, diferenciou situações de *arranjo* e *combinação*, mencionando o invariante de *escolha* das duas situações. Quanto às representações simbólicas, foi possível observar que o professor utilizou a listagem sistemática e a árvore possibilidades e utilizou o Princípio Fundamental da Contagem (PFC) e a generalização como estratégia de ensino.

Referente ao *currículo realizado* ficou evidente nos diálogos entre professor e aluno, ao resolverem problemas combinatórios, a compreensão do invariante de escolha, a construção do diagrama de árvore em diferentes *situações*, bem como o uso de PFC e da sistematização como estratégias para esgotamento das possibilidades.

A partir das observações das aulas (*currículo em ação*), foi possível identificar coerência na prática de ensino com o que fora planejado (*currículo modelado*) para o primeiro e segundo segmentos da EJA, bem como foram apresentados indícios de aprendizagens dos estudantes (*currículo realizado*) referentes aos aspectos mencionados pelos professores em seus *currículos avaliados*.

Quanto às aproximações e distanciamentos entre as instâncias curriculares proposta por Sacristan (2000), destaca-se que o *currículo em ação* e *realizado* de P1 e P2, no que se refere às distintas situações Combinatórias, convergem com o que está *prescrito* para o primeiro e segundo segmentos, com o que foi *modelado* e com os procedimentos *avaliativos*, divergindo em partes com o que foi *apresentado* nos livros didáticos do primeiro segmento, onde há extrapolação das situações que envolvem o raciocínio combinatório. No que se refere aos invariantes dos diferentes tipos de problemas, ficou evidente sua abordagem na explicação dos professores e na compreensão dos alunos que conseguiram resolver os problemas com êxito. Nesse sentido, a apresentação dos invariantes no *currículo em ação* e *realizado* converge com o que foi *prescrito*, *modelado* nos planos de ensino e nas pretensões

de verificação de aprendizagem (*avaliado*), divergindo apenas, do currículo *apresentado*, pois o mesmo não apresenta orientações para o trabalho com os invariantes da Combinatória. No tocante às representações simbólicas, percebe-se coerência entre os currículos *prescritos, apresentados, moldados, avaliados, em ação e realizados*. É importante destacar que a ação docente exige a necessidade de conhecimento do conteúdo, no caso da Combinatória, seus diferentes tipos de situações, suas propriedades invariantes e formas de representações simbólicas para auxiliar no desenvolvimento do raciocínio. Bem como o conhecimento de métodos pelo qual desperte o interesse dos estudantes, desafiando-os, propondo problemas que envolvam contextos significativos, estimulando estratégias de resolução e complexificando as situações a partir da demonstração de compreensão dos estudantes.

O conjunto de resultados obtidos no estudo parecem reforçar a ideia original de que há mais aproximações do que distanciamentos entre as *situações, invariantes e representações simbólicas* (VERGNAUD,1986), presentes nas distintas instâncias curriculares propostas por Sacristán (2000) no que se refere ao conteúdo de Combinatória nos dois segmentos da EJA – o que não favorece o aprofundamento da Combinatória tratada. Essa relação entre a TCC e as instâncias curriculares permite ressaltar a necessidade nas reformulações nos marcos legais da EJA, principalmente no que se refere às prescrições curriculares, à reestruturação dos livros didáticos, assim como aos processos de formações continuadas que contemplem especificidades dessa modalidade de ensino, para que a prática possa contribuir amplamente no desenvolvimento do raciocínio combinatório de estudantes jovens e adultos.

Defende-se assim, a abordagem da Combinatória desde o início de escolarização dos estudantes da EJA, embora seja um conteúdo fortemente trabalhado no Ensino Médio, é preciso iniciar essa forma de pensamento bem mais cedo. Tendo em vista que o contato precoce com esse conteúdo pode possibilitar um desenvolvimento mais amplo desse tipo de raciocínio, a partir de um contato constante perpassando por todos os segmentos da Educação de Jovens e Adultos. Desse modo, não se pretende apenas a aprendizagem de um conteúdo matemático, mas sim o desenvolvimento de formas de pensamento que lhes possibilitem a compreensão de

mundo, o entendimento de suas realidades e o pensamento crítico para suas atuações na sociedade.

Os resultados deste estudo permitem deixar algumas questões em aberto que poderão se constituir como pontos de partida para novas investigações. Seria pertinente o desenvolvimento de pesquisas que envolvessem um maior número de participantes, possibilitando maior consistência na generalização de resultados? Políticas públicas contínuas, assim como existe nos outros níveis de ensino, possibilitaria mudanças no processo de ensino e aprendizagem na EJA, em particular da Combinatória? Estudos contemplando todas as instâncias curriculares em outros níveis/modalidades de ensino chegariam aos mesmos resultados, no que diz respeito a convergências e divergências? Outras possíveis investigações podem incluir a proposição de políticas públicas voltadas a atualização de materiais curriculares para EJA, formação inicial e continuada com foco no desenvolvimento de conteúdos matemáticos e metodologias de ensino na Educação de Jovens e Adultos.

Finaliza-se, destacando a importância da Combinatória e a necessidade que nas distintas instâncias curriculares – do *prescrito* ao *avaliado* – se contemple as diferentes *situações*, seus *invariantes* e *representações simbólicas* em diferentes contextos significativos aos estudantes. Desse modo, se estimulará um mais amplo desenvolvimento do raciocínio combinatório – iniciando desde das primeiras fase/níveis do Ensino Fundamental da EJA, possibilitando maior aprofundamento nos anos finais desse nível de ensino e consolidando-o no Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

APPLE, Michael Whitman. **Cultural politics and education**. New York: Teachers College Press, 1996.

ASSIS, Adryanne. **Formação docente: a compreensão da combinatória a partir dos significados, invariantes e representações simbólicas**. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba.2013.

ÁVILA, Alicia. **Um Curriculum de Matemática para a Educação Básica de Adultos: dúvidas, reflexões, contribuições**. In: BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Jornada de reflexão e capacitação sobre a matemática na educação básica de jovens e adultos. Brasília: MEC/SEF, 1995.

AZEVEDO, Juliana. (2013). **Alunos de anos iniciais construindo árvores de possibilidades: é melhor no papel ou no computador?** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) Universidade Federal de Pernambuco, UFPE-PE, Recife,2013.

BARRETO, Fernanda; BORBA, Rute. **Intervenções de combinatória na educação de jovens e adultos**. Anais da VIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife, 2011.

BARRETO, Fernanda Lopes Sá. **O Papel das Representações Simbólicas no desenvolvimento do Raciocínio Combinatório na Educação de Jovens e Adultos**.105 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) Universidade Federal de Pernambuco, UFPE-PE, Recife, 2012.

BATANERO, Carmen., GODINO, Juan. e NAVARRO-PELAYO, Virginia. **Razonamiento combinatorio**. Madrid: Síntesis. 1996.

BEISIEGEL, Celso Rui. **Estado e educação popular**. Brasília: Líber Livro, 2004.

BORBA, Rute; ROCHA, Cristiane; MARTINS, Glauce; LIMA, Rita (2009). **O que dizem estudos recentes sobre o raciocínio combinatório**. In: Encontro Gaúcho de Educação Matemática. Anais Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Rio Grande do Sul. Ijuí, 2009.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. **O Raciocínio Combinatório na Educação Básica**. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. Bahia, 2010.

BORBA, Rute; PESSOA, Cristiane; ROCHA, Cristiane; ASSIS, Adriane. A formação de professores de anos iniciais do Ensino Fundamental para o ensino da Combinatória. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. Campo Mourão, PR, v. 3, n. 4, jan.-jun .pp.115-137. 2014.

BRÄKLING, Kátia. **Escrita e produção de texto na escola**. Disponível em: <http://www.educarede.org.br/educa/oassuntoe/index.cfm?pagina=interna&id_tema=9&id_subtema=3&cd_area_atv=2>. Acesso em: 26 nov. 2020.

BRASIL. Lei nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Diário Oficial da União, Brasília, 23 dez. 1996.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. 1º e 2º ciclos. Secretaria de Ensino Fundamental, 1997.

_____. Ministério da Educação. **Diretrizes nacionais para a educação de jovens e adultos**. Brasília. 2000. . Lei 10.172, de 9/1/2001. In: **Plano Nacional de Educação (PNE)**. Brasília: Plano Editora, 2001.

_____. **Educação para Jovens e Adultos: ensino fundamental: proposta curricular - 1º segmento**. Brasília: MEC, 2001.

_____. **Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos: segundo segmento do ensino fundamental: 5ª a 8ª série**. v. 3. MEC / Secretaria de Educação Fundamental, 2002.

_____. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica**. Brasília, DF: MEC/SEB, 2013.

_____. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC. 2017.

BUENO, Simone (2013). **O currículo de Matemática moldado e praticado por uma professora que atua na educação de Jovens e Adultos**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifica Universidade Católica de São Paulo. PUC-SP. São Paulo, 2013.

CAPUCHO, Vera. **Educação de Jovens e Adultos: práticas pedagógicas e fortalecimento da cidadania**. São Paulo: Cortez, 2012.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira ; LIMA, Paulo Figueiredo. **Escolha e uso do livro didático**. Brasília. v. 17, p. 15-30, 2010.

CONTRERAS, D.J. **Que e como ensinar? O curriculum como local de experimentação e área de conflito**. Quina. 1989.

CUNHA, Maria de Jesus; LIMA, Ana Paula; ROCHA, Cristiane **Raciocínio combinatório: compreensão dos professores dos anos finais do Ensino Fundamental**. Anais 21. In: Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste - EPENN. Recife.2013.

CURI, Edda. Práticas e reflexões de professoras numa pesquisa longitudinal. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos RBEP-INEP**, v. 94, p. 474-500, 2013.

DANTE, L.R. **Livro Didático de Matemática: uso ou abuso?** Em Aberto. Brasília. Ano 16, n.69, p. 83-90, 1996.

FÁVERO, Osmar. **Lições da história: os avanços de sessenta anos e a relação com as políticas de negação de direitos que alimentam as condições do analfabetismo no Brasil.** In OLIVEIRA, Inês Barbosa de; PAIVA, Jane (Org.). Educação de jovens e adultos. Rio de Janeiro: DP&A, 2004.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair (orgs.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir da prática.** Musa Editora, São Paulo, 2005.

FISCHBEIN, Efraim. **The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children.** Reidel, Dordrecht, 1975.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. Educação **Matemática de Jovens e Adultos.** Belo Horizonte/MG: Autêntica, 2002.

_____. **O sentido matemático do letramento nas práticas sociais.** Presença Pedagógica. Belo Horizonte: Editora Dimensão, 2005.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis; CARDOSO, Cleusa de Abreu. **Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática, matemática para ler texto.** In: Nacarato, Adair Mendes; Lopes, Celi Espassadin (org). Escritas e Leituras na Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. **Educação Matemática de Jovens e Adultos: Especificidades, desafios e contribuições.** 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia. Saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

_____. **Educação como prática da liberdade.** 16. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2007.

FREITAS, Adriano Vargas (2013). **Educação Matemática e Educação de Jovens e Adultos: estado da arte de publicações em periódicos (2000 a 2010).** 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

GADOTTI, Moacir. **Educação Popular e Educação ao Longo da Vida.** In: NACIF, Paulo G. S., QUEIROZ; Arlindo C., et.al (Orgs). Coletânea de textos CONFITEA Brasil+6: tema central e oficinas temáticas. Ministério da Educação/Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. Brasília: MEC, p.379, 2016.

GOMES, Maria José; BORBA, Rute. **Profissionais fazendo matemática : o conhecimento de números decimais de alunos pedreiros e marceneiros da Educação de Jovens e Adultos.** In: 18º Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste, 2007, Maceió. 2007.

GÉRARD, François-Marie, ROEGIERS, Xavier. **Conceber e avaliar manuais escolares**. Porto Editora, Porto, 1998.

GESSER, Verônica. A evolução histórica do currículo: dos primórdios à atualidade. **Contrapontos**, Itajaí, jan/abr, ano 2, n.4, p. 69-81,2002.

HADDAD, Sérgio . **Educação de Jovens e Adultos no Brasil: aspectos específicos da formação**. São Paulo: Ação Educativa – Assessoria, Pesquisa, Informação. Relatório de Pesquisa, 2001.

IBGE: **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) 2018**. Disponível <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101657_informativo.pdf>. Acesso em: 2019.

JANUARIO, G. **Currículo de Matemática da Educação de Jovens e Adultos: análise de prescrições na perspectiva cultural da Matemática**. (2012). 156 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP. São Paulo, 2012.

JANUARIO, G.; LIMA, K.; TRALDI JR., A. Desenvolvimento curricular e Prática Pedagógica em Educação Matemática. **Revista Iluminart**, ano 6, dez. n. 12, p. 43-56, 2014

KOORO, Meri Bello.(2006). Uma **Análise Curricular da Matemática na Educação de Jovens e Adultos**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL. São Paulo, 2006.

LAJOLO, Marisa. **Livro didático: um (quase) manual didático**. Em aberto. Brasília, v.00, n. 69, 1996.

LIBÂNEO, José Carlos. **Organização e gestão da escola: Teoria e Prática**. Goiânia: Alternativa, 2005. LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2013.

LIMA, Ana Paula.(2015). **Princípio Fundamental da Contagem: Conhecimentos de professores de Matemática sobre seu uso na resolução de situações combinatórias**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), Universidade Federal de Pernambuco. UFPE. Recife, 2015.

LIMA, Elon; CARVALHO, Pitombeira de.; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **Temas e problemas elementares**. Sociedade Brasileira de Matemática - SBEM, 12 ed. Rio de Janeiro. 2006.

LIMA, Michele; ZANLORENZI, Maria; PINHEIRO, Luciana. **A função do currículo no contexto escolar**. Curitiba: IBPEX. 2011.

LIMA, R.; BORBA, R. **O raciocínio combinatório de alunos da Educação de Jovens e Adultos: do início da escolarização até o Ensino Médio**. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, 2010.

LIMA, Katia; O, Gilberto; PIRES, Célia Maria Carolino. Professores e suas relações com materiais que apresentam o currículo de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 2, maio/ago, p. 717-740, 2016.

LIMA, Ewellen Tenório. Borba, Rute Elizabete de Sousa Rosa. Relações entre o Raciocínio Combinatório e o Probabilístico: como estão propostas em currículos prescritos. **Perspectiva da Educação Matemática**, Mato Grosso do sul, v.10, n.24, p. 816-833, 2017.

_____. Relações entre o Raciocínio Combinatório e o Raciocínio Probabilístico na EJA. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 7, p. 33-60, 2018.

Lima, Ewellen. (2018). **Raciocínios combinatório e probabilístico na EJA: investigando relações**.141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, UFPE. Recife, 2018.

LOPES, Alice Casimiro. MACEDO, Elizabeth. **Teorias de currículo**. São Paulo: Editora Cortez, 2011

MARTINS, Glauce Vilela. (2010). **Livros Didáticos da Educação de Jovens e Adultos: Um estudo sobre as estruturas multiplicativas**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco. UFPE. Recife, 2010.

MELO, Elisangela Aparecida Pereira. PEREIRA, Ana Carolina Costa. PEREIRA, Daniele Esteves. **Livros Didáticos de Matemática: Uma discursão sobre seu uso em alguns segmentos educacionais**. In: IX Encontro Nacional de educação matemática. “diálogos entre pesquisa e a prática educativa”. Belo Horizonte. 2007.

MERAYO, Félix. **Matemática Discreta**. Madri: Editora Thomson Paraninfo S.A., 2001.

MONTENEGRO, Juliana Azevedo. **Identificação, conversão e tratamento de registros de representações semióticas auxiliando a aprendizagem de situações combinatórias**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco. UFPE. Recife, 2018.

MOREIRA, Antônio Flávio. **Currículos e programas no Brasil**. Campinas: Papirus, 1990.

MOREIRA, Antônio Flávio ; CANDAU, Vera Maria. **Indagações sobre o currículo: currículo, conhecimento e cultura**. Brasília: Ministério da Educação, 2007.

MORGADO, Augusto, PITOMBEIRA DE CARVALHO, João, PINTO DE CARVALHO, Paulo. & FERNANDEZ, Pedro. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Graffex, 1991.

MORGADO, José Carlos. **Manuais Escolares: Contributo para uma análise**. Porto Editora, Porto, 2004.

MOURA, Mayra Patrícia. **A organização conceitual em adultos pouco escolarizados**. In: OLIVEIRA, Marcos Barbosa de; OLIVEIRA, Marta Kohl de (Orgs.). *Investigações cognitivas: conceitos, linguagem e cultura*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **Introdução à Educação Matemática: os números e as operações numéricas**. São Paulo: PROEM, 2001.

OLINDA, Secretaria de Educação. **Base Curricular da rede municipal de ensino: Olinda 2010. Uma construção coletiva**. Olinda: Prefeitura de Olinda, 2010.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. Jovens e adultos como sujeitos de ensino e aprendizagem. **Revista brasileira de educação**, n.12, set/out/nov/dez, p.59-73, 1999.

_____. **Jovens e Adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem**. In: *Educação como exercício de diversidade*. 2. ed. Brasília: Unesco/MEC ANPED, 2007.

OLIVEIRA, Inês Barbosa. Reflexões acerca da organização curricular e das práticas pedagógicas na EJA. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 29, maio, p. 83-100, 2007.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. V; BORBA, M. C. (orgs.) *Educação Matemática: Pesquisa em movimento*. São Paulo: Ed.Cortez, 2004.

PACHECO, José Augusto. **Currículo: teoria e práxis**. Porto: Porto Editora, 2001.

_____. **Políticas Curriculares. Referenciais para Análise**. Porto Alegre: ArtMed, 2003.

_____. **Estudos Curriculares: para a compreensão crítica da educação**. Porto: Porto Editora, 2005.

PADILHA, Paulo Roberto. **Planejamento Dialógico: Como construir o projeto político pedagógico da escola**. São Paulo: Ed. Cortez, 2001.

PAIVA, Vanilda Pereira. **Educação popular e educação de adultos**. São Paulo: Loyola, 1983.

PALANCH, Wagner Barbosa de Lima. (2016). **Mapeamento de Pesquisas sobre Currículos de Matemática na Educação Básica Brasileira (1987 a 2012)**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a educação básica do estado de Pernambuco – Matemática para a Educação de Jovens e Adultos**. Recife: SE, 2012.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1a a 4a série. **ZETETIKÉ** – Cempem – FE – Unicamp, v. 17, jan-jun, p.105-147. 2009.

PINAR, William; REYNOLDS, William; SLATTERY, Patrick; TAUBMAN, Peter. **Understanding curriculum: an introduction to the study of historical and contemporary curriculum discourses**. New York: Peter Lang, 1995.

PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edda. Relações entre professores que ensinam Matemática e prescrições curriculares. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v.4, n.2, p.57- 74, 2013.

PIRES, Celia Maria Carolino. **Panorama da organização e desenvolvimento curricular de Matemática no Brasil**. In: 3º Fórum Nacional sobre Currículos de Matemática: Investigações políticas e práticas curriculares. Ilha Solteira – SP. 2015

REMILLARD, Janine. **Examining key concepts in research on teachers' use of Mathematics Curricula**. Review of Educational Research, Washington, v. 75, n. 2, p. 211–246, 2005.

ROCHA, Cristiane. (2011). **Formação docente e o ensino de problemas combinatórios: diversos olhares, diferentes conhecimentos**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco. UFPE. – Recife, PE.

RUSSO, Miguel Henrique. Planejamento e burocracia na prática escolar: sentidos que assumem na escola pública. **RBPAE**, v. 32, n. 1, p. 193 - 210 jan./abr. 2016.

SACRISTÁN, José Gimeno; GÓMEZ, Péres A.I. **Compreender e transformar o ensino**. 4º ed. São Paulo: Artmed, 1998.

SACRISTÁN, José. Gimeno. **O currículo: Uma reflexão sobre a prática**. 3. ed., Porto Alegre: Artmed, 2000.

SANTANA, Katia Cristina Lima (2012) **Currículo de Matemática da Educação de Jovens e Adultos: uma análise baseada em livros didáticos**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP. São Paulo. 2012.

SANTOS, Anderson Oramisio; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de. Contextualização no ensino-aprendizagem da Matemática: princípios e práticas. **Educação em Rede: formação e prática docente**, Cachoeirinha/RS, v. 4, n. 5, p. 59-75, 2015.

SILVA. Tomaz. Tadeu. **Documentos de identidade: uma introdução às teorias de currículo**. Belo Horizonte: Autêntica, 1999.

SILVA, Monalisa Cardoso; PESSOA, Cristiane Azevedo. A combinatória em livros didáticos do ensino fundamental. **ZETETIKÉ**, Campinas – SP, v. 23, n. 44, p. 377–394, 2015.

SMOLE, Kátia ; DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre. Artmed, 2001.

SHÖN, Donald. **Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SHULMAN, Lee S. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado. **Revista de Currículum y Formación de Profesorado**. v.9, n.2, Granada, España, pp.1-30, 2005.

SOUSA, Gilvan; BRITO FILHO, Antônio; BARRETO, Denise; SOUSA, Ester. **Reflexões sobre a Educação de Jovens e Adultos, a BNCC e a necessidade de uma construção curricular**. Seminário Nacional e Seminário Internacional Políticas Públicas, Gestão e Práxis Educacional, No 6 (2017) , v. 06, 2017.

VASCONCELLOS, Celso. **Planejamento Projeto de Ensino-Aprendizagem e Projeto Político-Pedagógico**. Ladermos Libertad-1. 7º Ed. São Paulo, 2000.

VEGA, Danielle Avanço. BORBA, Rute. **Etapas de escolha na resolução de produtos cartesianos, arranjos, combinações e permutações**. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática* v.7, n.3, 2014.

VERGNAUD, Gérard. **Multiplicative structures**. In: Lesh, R. & Landau, M. (Eds.). *Acquisition of mathematics: Concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983.

_____. **Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas**. *Análise Psicológica*, 1, p. 75-90. 1986.

_____. **El niño, las matemáticas y la realidad - Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria**. Mexico: Trillas, 1991.

_____. **A teoria dos campos conceituais**. Em J. Brum (org.) *Didáctica das Matemáticas* (155-191). Lisboa: Horizontes Pedagógicos.1996.

_____. **Teoria dos campos conceituais**. In: *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro*. Rio de Janeiro, 1999 (tradução).

_____. **A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems**. In Carpenter, Thomas, Moser, Joseph & Romberg, Thomas. (Eds.), *Addition and subtraction: a cognitive perspective*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum, 1982.

WISEU, Floriano. MORGADO, José Carlos. Os Manuais Escolares na Gestão do Currículo de Matemática: que papel para o professor? **Bolema**. v. 32, n. 62, p. 1152-1176, 2018.

VYGOTSKI, Lev. **Aprendizagem e desenvolvimento na idade escolar**. Em A. R. Luria, A. Leontiev & L. S. Vigotski, *Psicologia e pedagogia: bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento* (pp. 31-50). Lisboa: Estampa. 1977.

VYGOTSKY, Lev. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes. 1989.

XAVIER, Francisco Josimar Ricardo; FREITAS, Adriano Vargas. Saberes matemáticos e permanência na EJA. **Revista Brasileira de Educação Básica**, v. 12, p. 1-9, 2019.

ZABALZA, Miguel. **Planificação e Desenvolvimento Curricular na Escola**. Porto: Edições Asa, 2000.

ZUFFI, Edna Maura; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas e os Processos Cognitivos Superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, set, p.79-97 2007.

APÊNDICE A



ROTEIRO PARA ENTREVISTA COM O PROFESSOR

- 1. Perfil sócio profissional**
- 2. Conhecimentos e usos de materiais curriculares**
- 3. Conhecimentos sobre o que dizem currículos quanto à Combinatória**
- 4. Conhecimentos sobre Combinatória: analisando atividades propostas em livros didáticos da EJA**
- 5. Conhecimento sobre o ensino e aprendizagem de Combinatória**

1. Perfil sócio profissional

- a) Qual sua formação acadêmica? Na sua formação, como foram abordados o ensino e a aprendizagem da Matemática?
- b) Há quanto tempo você leciona na Educação de Jovens e Adultos? Já lecionou em outra modalidade de ensino? Qual?
- c) Em que módulos (fase) leciona? Há quanto tempo você trabalha com esse(a) (módulo ou fase) da Educação de Jovens e Adultos? Em qual(is) outro módulo (fase) você já lecionou?
- d) Nesse ano, qual a carga horária semanal de trabalho com a Matemática? Quais conteúdos matemáticos são abordados no módulo que você ensina? Você se sente preparado(a) para o ensino de Matemática na EJA? Por que se sente preparado(a)/despreparado(a)?
- e) Participa ou participou de momentos de formação continuada em Matemática? Quais? Nos momentos de formação continuada, quais conteúdos você lembra terem sido abordados?

2. Conhecimentos e usos de materiais curriculares

- a) Você conhece os currículos prescritos (oficiais/governamentais) para a Educação de Jovens e Adultos? Quais conhece?
- b) Quais materiais curriculares você utiliza para o planejamento de suas aulas? (Se o professor não mencionar diretamente o LD, perguntar:) E o LD? Você o utiliza em seu planejamento e em suas aulas? De que forma o utiliza?
- c) De modo geral, como você avalia o livro didático adotado?
- d) O livro didático tem sido útil para sua formação? De que modo(s)?

- e) Como você faz uso das atividades propostas pelo LD? (Se o professor mencionar que não faz uso, perguntar:) Por que? Você utiliza exatamente o que o livro apresenta ou faz adaptações? Se faz adaptações, quais, por exemplo, você faz? Você propõe outras atividades além das propostas no LD? Por que?
- f) E o manual do professor, você utiliza? Como?

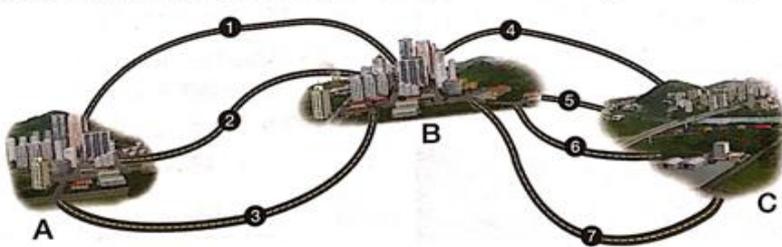
3. Conhecimentos sobre o que dizem currículos quanto à Combinatória

- a) O que dizem os currículos prescritos (oficiais/governamentais) sobre o ensino de Matemática na EJA?
- b) Você sabe de recomendações específicas sobre o ensino de problemas combinatórios (ou seja, problemas de combinar elementos entre si)?
- c) O livro adotado aborda problemas de Combinatória (ou seja, problemas de combinar elementos entre si)? Se sim, de que forma esses problemas são abordados?
- d) Recomendam-se alguns tipos específicos de problemas combinatórios? Há alguma discussão no MP sobre a natureza desses problemas? E algumas estratégias específicas de resolução são indicadas?
- e) Você trabalha problemas combinatórios com seus alunos da EJA? Se sim, de que forma trabalha?
- f) O que você considera importante/necessário avaliar no conhecimento combinatório de estudantes da EJA?

4. Conhecimentos sobre Combinatória: analisando atividades propostas em livros didáticos da EJA

Atividade 1

2 Três cidades, A, B e C, são ligadas por estradas. Três estradas ligam A e B. Quatro estradas ligam B e C. Não há estradas ligando A e C diretamente. De quantos modos diferentes se pode viajar de A até C, passando por B?



• Explique como você chegou a esse resultado.

- a) Que conteúdo matemático está sendo explorado nessa atividade?
- b) Você sabe qual tipo específico de problema está sendo tratado?
- c) A apresentação do problema da forma que está posto, ajuda o estudante a resolvê-lo? Por que?

d) Teria alguma outra forma de apresentá-lo? Explique.

Atividade 2



Imagine que você vai comprar alguns livros a R\$ 2,50 em uma máquina como a ilustrada.

- Quais cédulas e moedas a máquina aceita? **Moedas:** R\$ 0,25 e R\$ 1,00; **Cédulas:** R\$ 2,00; R\$ 5,00 e R\$ 10,00.
- Quantas cédulas e moedas você deverá colocar na máquina para comprar 5 livros de R\$ 2,50? **Resposta possível:** 1 cédula de R\$ 10,00, 1 cédula de R\$ 2,00 e 2 moedas de R\$ 0,25.

- a) Que conteúdo matemático está sendo explorado nessa atividade?
- b) Você sabe qual tipo específico de problema está sendo tratado?
- c) A apresentação do problema da forma que está posto, ajuda o estudante a resolvê-lo? Por que?
- d) Teria alguma outra forma de apresentá-lo? Explique.

Atividade 3

Uma cliente esqueceu a senha de seu cartão bancário, que é composta de quatro dígitos. Ela lembra apenas que a senha é formada pelos números 6, 7, 8 e 9, mas não lembra a ordem em que eles devem ser digitados.

- Que conteúdo matemático está sendo explorado nessa atividade?
- Você sabe qual tipo específico de problema está sendo tratado?
- A apresentação do problema da forma que está posto, ajuda o estudante a resolvê-lo? Por que?
- Teria alguma outra forma de apresentá-lo? Explique.

Atividade 4

9 ESCREVA TODOS OS NÚMEROS DE DOIS ALGARISMOS QUE VOCÊ CONSEGUIR
USANDO , E . NÃO VALE USAR O MESMO ALGARISMO DUAS VEZES.

- Que conteúdo matemático está sendo explorado nessa atividade?
- Você sabe qual tipo específico de problema está sendo tratado?
- A apresentação do problema da forma que está posto, ajuda o estudante a resolvê-lo? Por que?
- Teria alguma outra forma de apresentá-lo? Explique.

O que esses quatro problemas têm em comum?
No que eles se diferenciam?

5. Conhecimento sobre o ensino e aprendizagem de Combinatória

- Você concorda com a abordagem do livro em relação ao ensino de Combinatória?
- Teria mais algum conceito desse conteúdo que você considera importante de ser trabalhado e que o livro não apresenta?
- Você teria outras sugestões de atividade para propor?
- Os estudantes da EJA teriam facilidade ou dificuldade em responder problemas como esses? Por que? Quais facilidades? Quais dificuldades?
- Como você propõe que sejam superadas dificuldades dos estudantes da EJA em relação a problemas combinatórios?

ANEXO 1

Informe 08/2019 – COARE/FNDE



Brasília, janeiro de 2019.

Livros Didáticos destinados à EJA

Parceiro (a) do Livro Didático,

Está em curso a revisão dos marcos legais da educação nacional com posterior necessidade de atualização dos livros didáticos. Desse modo, não haverá em 2019 a aquisição de novos materiais para atendimento do PNLD EJA, destinado à Educação de Jovens e Adultos.

Para garantir a continuidade de atendimento, será encaminhada reposição de livros destinados ao ensino fundamental e médio das coleções registradas na última escolha ou recebidas em reposições anteriores, considerando-se o quantitativo de novas matrículas no censo escolar. Já para escolas novas, será enviada aleatoriamente uma das coleções dentre aquelas aprovadas, conforme critérios de alocação definidos pelo FNDE, desde que o gestor local tenha aderido ao PNLD EJA.

Dessa forma, para receber a reposição dos livros do PNLD EJA é necessário que as Secretarias de Educação e escolas federais registrem a adesão ao PNLD EJA no módulo de adesão do sistema PDDE/SIMEC até o dia 15/02. O manual com as orientações está disponível no portal do FNDE e pode ser consultado em: <http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/livro-didatico/apoio-a-gestao>.

Finalmente, informamos que, para o ensino médio, há apenas a coleção *Viver, Aprender*, da Editora Global, disponível para reposição. Assim, caso sua entidade não deseje receber essa coleção, não deverá realizar a adesão ao PNLD EJA para o ensino médio neste momento.