



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E  
TECNOLÓGICA

JOSE ROBSON DE ARAUJO

**CONVERSÃO ENTRE OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO GRÁFICO E  
ALGÉBRICO DA FUNÇÃO AFIM: análise a partir da interpretação global de  
propriedades figurais**

Recife

2021

JOSE ROBSON DE ARAUJO

**CONVERSÃO ENTRE OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO GRÁFICO E  
ALGÉBRICO DA FUNÇÃO AFIM: análise a partir da interpretação global de  
propriedades figurais**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica na Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

**Área de concentração:** Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Rosinalda Aurora de Melo Teles

Recife

2021

Catálogo na fonte  
Bibliotecário Danilo Leão, CRB-4/2213

A663c Araújo, José Robson de.  
Conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim: análise a partir da interpretação global de propriedades figurais. / José Robson de Araújo. – Recife, 2021.  
110 f.

Orientadora: Rosinalda Aurora de Melo Teles.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE.  
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2021.  
Inclui Referências.

1. Matemática. 2. Álgebra. 3. Ensino Médio. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Teles, Rosinalda Aurora de Melo. (Orientadora). II. Título.

370 (23. ed.) UFPE (CE2021-082)

**JOSÉ ROBSON DE ARAÚJO**

**CONVERSÃO ENTRE OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO GRÁFICO E  
ALGÉBRICO DA FUNÇÃO AFIM: ANÁLISE A PARTIR DA INTERPRETAÇÃO  
GLOBAL DE PROPRIEDADES FIGURAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovado em: 28/05/2021

**BANCA EXAMINADORA**

---

Profa. Dra. Rosinalda Aurora de Melo Teles (Orientadora e Presidente)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho (Examinador Interno)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Profa. Dra. Fernanda Andréa Fernandes Silva (Examinadora Externa)  
Instituto Federal da Paraíba

---

Profa. Dra. Veridiana Rezende (Examinadora Externa)  
Universidade Estadual do Paraná

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pai misericordioso e de infinita bondade, que me fez levantar após cada tropeço, fortalecendo a minha fé, me renovando a cada dia, permitiu que eu chegasse até tão importante momento de minha vida.

Aos meus pais, Terezinha e Lindô, meu sobrinho Marcos Vinicius, pelo apoio e paciência, e a toda minha família pelo apoio nesta jornada.

À minha orientadora, professora Dra. Rosinalda Aurora de Melo Teles, pela confiança a mim depositada, pelas orientações, pela sua grandeza enquanto profissional revelada através de sua simplicidade e humildade.

Aos professores Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho, Dra. Fernanda Andréa Fernandes Silva, Dra. Veridiana Rezende por aceitar em compor a banca examinadora desta dissertação, e ter contribuído tão ricamente na qualificação e defesa.

A todos os meus amigos, que aqui represento por Carlos Eduardo, Fátima Godoi, João Henrique, Nairlene Magalhães, Robson Eugênio e Paulo Figueiredo, pela contribuição, carinho e incentivo.

Aos Grupos de pesquisa, GEPeDIMA, SEMEAR, pelas reuniões de estudo que contribuíram fortemente para minhas reflexões enquanto pesquisador.

Aos professores das disciplinas cursadas na linha de didática da matemática do Programa de Pós – Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC): Dr. Carlos Eduardo, Dra. Liliane Carvalho, Dra. Gilda Guimarães, Dr. Jadilson Ramos, Dra. Patrícia Smith, Dra. Marilene Rosa, Dra. Rosinalda Teles, Dra. Maria Auxiliadora, Dr. Marcos Barros.

Aos professores dos seminários: Dra. Marilene Rosa, Dra. Rosinalda Teles, Dra. Paula Baltar, Dr. Paulo Figueiredo, Dr. Jadilson Almeida, Dr. Iranete Lima, pelas relevantes contribuições.

Aos colegas mestrando pelos momentos de estudos, de descontrações e colaboração ao longo desses dois anos, em especial aos companheiros de seminários Rayssa, Cláudia, Luiz e Diego.

Enfim, a todos que contribuíram direta ou indiretamente nesse caminhar prazeroso de estudos e pesquisa.

## RESUMO

A presente pesquisa objetivou analisar a conversão entre os registros de representação gráfica e algébrica da função afim, realizada por estudantes do Ensino Médio, tendo por aporte teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida pelo filósofo francês Raymond Duval. Para tanto foi elaborado um instrumento de coleta de dados composto por quatro questões, acompanhado por uma entrevista semiestruturada. As duas primeiras questões trataram do reconhecimento da representação da função afim em seu registro algébrico a partir do seu registro gráfico e vice-versa. As duas últimas solicitaram a conversão entre os registros gráficos e algébricos do objeto matemático em estudo. A aplicação desse instrumento e da entrevista foi realizada em duas escolas públicas estaduais de Garanhuns/PE. As análises foram realizadas tendo como aporte metodológico a Análise de Conteúdo de Bardin (2016). Constatou-se a abordagem ponto a ponto com tratamentos na expressão algébrica e a abordagem ponto a ponto apoiada no registro tabular e tratamento na expressão algébrica como principais estratégias utilizadas por alguns estudantes ao realizarem o processo de conversão. Como também o estabelecimento de uma correspondência direta, e equivocada, entre as intersecções do traçado do registro gráfico e as unidades simbólicas do registro algébrico por parte da maioria dos estudantes ao reconhecerem as funções afim representadas em seus registros gráfico e algébrico. As análises também apontam carência da abordagem de interpretação global das propriedades figurais para uma leitura e interpretação corretas das representações, por parte dos estudantes.

**Palavras – chave:** Função Afim. Ensino Médio. Registros de Representação Semiótica. Variáveis Visuais

## ABSTRACT

The present research aimed to analyze the conversion between the registers of graphic and algebraic representation of the affine function performed by high school students, having as theoretical contribution the Theory of Registers of Semiotic Representation developed by the French philosopher Raymond Duval. For this purpose, we developed a data collection instrument consisting of four questions, accompanied by a semi-structured interview. The first two questions dealt with the recognition of the representation of the affine function in its algebraic register from its graphic register and vice-versa. The last two requested the conversion between the graphic and algebraic registers of the mathematical object under study. The application of this instrument and the interview was carried out in two state public schools in Garanhuns/PE. The analyzes were carried out having as methodological support the Content Analysis of Bardin (2016). We found the peer-to-peer approach with treatments in algebraic expression and the peer-to-peer approach supported by tabular recording and treatment in algebraic expression as the main strategies used by some students when carrying out the conversion process. It was also verified the establishment of a direct and mistaken correspondence between the intersections of the graphic record tracing and the symbolic units of the algebraic record by most students when recognizing the affine functions represented in their graphic and algebraic records. The analyzes also point out that there is a lack of an approach to global interpretation of figural properties for a correct reading and interpretation of representations by students.

**Keywords:** Affine function. High school. Semiotic Representation Records. Visual variables.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1- - Classificação dos diferentes registros .....	21
Quadro 2-- Valores e variáveis visuais para reta no plano cartesiano.....	32
Quadro 3- Representações mais evidentes em cada fase.....	38
Quadro 4- Variáveis visuais, seus valores e unidades simbólicas (Gráfico I).....	48
Quadro 5- Variáveis visuais, seus valores e unidades simbólicas (Gráfico II) .....	48
Quadro 6- Variáveis visuais, seus valores e unidades simbólicas (gráfico III).....	49
Quadro 7- Variáveis visuais, valore e unidades simbólicas (Gráfico IV) .....	50
Quadro 8- Variáveis visuais, valore e unidades simbólicas (Gráfico V).....	51
Quadro 9- Variáveis visuais, valore e unidades simbólicas (Gráfico VI) .....	52
Quadro 10- Correspondências esperadas na situação I .....	55
Quadro 11- Correspondências esperadas na situação 2.....	56
Quadro 12- Correspondências esperadas na situação 3.....	57
Quadro 13- Correspondências esperadas na situação 4.....	58
Quadro 14- Conversões realizadas na questão 3 .....	63
Quadro 15- Conversões realizadas pelo E1 .....	64
Quadro 16- - Registros gráficos "t", "u" e "v" .....	68
Quadro 17- Justificativas dos estudantes E26 e E38 .....	70
Quadro 18- Número de conversões não exitosas realizadas - Questão 1 .....	71
Quadro 19- Exemplos de conversões não exitosas- Questão 1 .....	73
Quadro 20- Resultados das conversões - Situação 1 .....	75
Quadro 21- Resultados das conversões - Situação 2 .....	78
Quadro 22- Resultados das conversões - Situação 3 .....	80
Quadro 23- Resultados das conversões - Situação 4 .....	81
Quadro 24- Resultados diagnosticados - Questão 3 .....	82
Quadro 25- Exemplos de conversões realizadas a partir da URC.....	85
Quadro 26- Resultados de estudantes que utilizaram a URC.....	86
Quadro 27- Conversões realizadas pelos E35 e E45 – Questão 4.....	89
Quadro 28- Respostas dos estudantes E35 e E45 - Questão 24.....	90

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Tipos de transformações de representações semióticas.....	24
Figura 2- Cálculo do zero da função afim .....	25
Figura 3- Conversão não-congruente .....	27
Figura 4- Conversão congruente .....	28
Figura 5- Valores e variáveis visuais para $y = ax + b$ no plano cartesiano .....	33
Figura 6- Gráfico de Oresme .....	36
Figura 7- Apontamentos deixados pelo E1 .....	76
Figura 8- Apontamentos do E1 (situação 2).....	78
Figura 9- Apontamentos do E45.....	79
Figura 10- Resposta do E45 .....	80
Figura 11- Conversão realizada pelo E26.....	84
Figura 12- Resposta do E1(questão 4).....	87
Figura 13- Apontamentos deixados pelo estudante E2 .....	88

## SUMÁRIO

1	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	10
2	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	17
2.1	SEMIÓTICA .....	17
2.2	TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.....	19
2.3	TIPOS DE TRANSFORMAÇÕES SEMIÓTICAS .....	23
2.4	TRATAMENTOS .....	24
2.5	CONVERSÃO.....	25
2.6	TRATAMENTOS HETEROGÊNEOS DAS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS .....	29
2.6.1	Abordagem Ponto a Ponto.....	30
2.6.2	Abordagem de Extensão do Traçado Efetuado .....	30
2.6.3	Abordagem de Interpretação Global de Propriedades Figurais.....	31
3	<b>EVOLUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO</b> .....	35
3.1	ANTIGUIDADE .....	35
3.2	A IDADE MÉDIA.....	36
3.3	PERÍODO MODERNO.....	37
4	<b>MÉTODO DA PESQUISA</b> .....	40
4.1	PROPOSTA METODOLÓGICA.....	40
4.2	ANÁLISE DE CONTEÚDO .....	40
4.3	CATEGORIZAÇÃO .....	41
4.4	<i>CORPUS</i> E CONTEXTO DA PESQUISA .....	42
4.5	CONSTRUÇÃO E APLICAÇÃO DO INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS ..	44
4.6	DESCRIÇÃO DO INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS .....	46
4.6.1	Análise a priori da questão 1 .....	47
4.6.2	Análise <i>a priori</i> da Questão 2.....	53
4.6.3	Análise <i>a priori</i> da Questão 3 e 4 .....	58
5	<b>ANÁLISE DOS DADOS</b> .....	61
5.1	ANÁLISE DA QUESTÃO 1.....	62
5.2	ANÁLISE DA QUESTÃO 2.....	75
5.3	ANÁLISE DA QUESTÃO 3.....	82
5.4	ANÁLISE DA QUESTÃO 4.....	85

<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>97</b>
<b>ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO I ...</b>	<b>100</b>
<b>ANEXO B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO II...</b>	<b>102</b>
<b>APÊNDICE A - QUESTÃO 1 .....</b>	<b>103</b>
<b>APÊNDICE B - QUESTÃO 2 .....</b>	<b>105</b>
<b>APÊNDICE C - QUESTÃO 3 .....</b>	<b>109</b>
<b>APÊNDICE D - QUESTÃO 4 .....</b>	<b>110</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Durante a minha trajetória profissional como professor de Matemática da Educação Básica, iniciada antes da conclusão do curso de licenciatura em Ciências, com habilitação em Matemática, pela Universidade de Pernambuco (UPE), sempre me inquietaram as dificuldades apresentadas por muitos estudantes relacionadas à aprendizagem de alguns conceitos matemáticos. Entre estes conceitos têm me chamado atenção as dificuldades relativas à aprendizagem do conceito de função. Enquanto professor, passei a integrar o quadro de formadores da Gerência Regional de Educação do Agreste Meridional (GRE-AM) em Pernambuco e no desempenho desta função, pude acompanhar os resultados dos estudantes do Ensino Médio (EM) do estado de Pernambuco nos testes de Matemática do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (SAEPE<sup>1</sup>). Esse acompanhamento me possibilitou perceber que os estudantes concluintes do EM não conseguem resultados satisfatórios nos itens desses testes que abordam os conceitos relacionados à função.

Em meio às análises de resultados dos estudantes do EM nos itens de Matemática do SAEPE que abordam esse objeto de conhecimento e considerando a diversidade de funções reais (afim, quadrática, exponencial, modular, logarítmica e trigonométricas) que são trabalhadas no EM, foi escolhido como objeto de estudo a função afim, por se tratar do primeiro tipo de função trabalhado nessa modalidade de ensino, permitindo que se possa analisar com maior precisão as possíveis dificuldades relacionadas à sua aprendizagem e compreensão das funções que as sucedem, como também pela sua ampla aplicação em situações presentes no cotidiano dos estudantes.

A minha participação nas discussões do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática (GEPeDiMA), que tem por objetivo principal a investigação de fenômenos didáticos, assim como questões teóricas e cognitivas que implicam no cotidiano da sala de aula, e que tem como foco o estudo/estabelecimento do campo conceitual das funções, também vieram a contribuir para intenção da realização desta pesquisa com foco na função afim.

Função se caracteriza como um dos conceitos mais importantes da Matemática, especialmente pela diversidade de suas interpretações e representações e por permear boa parte do ensino dessa área do conhecimento, assim como se apresenta de grande importância para

---

<sup>1</sup>O SAEPE criado em 2000 tem como um dos objetivos principais diagnosticar o nível de aprendizado dos estudantes das redes estadual e municipal de educação, avaliando de modo censitário os estudantes dos 2º, 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio. Os estudantes são avaliados nos componentes curriculares Língua Portuguesa e Matemática (PERNAMBUCO, 2016).

outras áreas como a Física, a Biologia, a Química, entre outras, por permitir a modelização do ensino de alguns de seus objetos de estudo.

Pesquisadores em Educação Matemática, como Gitirana (2009), também ressaltam a importância do conceito de função por considerar que esse conceito se apresenta como um “conceito-chave para a aprendizagem matemática, conceito esse focado na ideia de relação. Mesmo conceitos mais elementares como os números, em seu significado de contagem, têm por base a ideia de relação funcional” (GITIRANA, 2009, p.214).

Zuffi (2004), também destaca a relevância do conceito de função para as ciências, ultrapassando os campos da Matemática. Segundo essa autora, "a ideia de função ultrapassa os domínios da Matemática há um bom tempo, estendendo-se à Física, Química, à Biologia, Economia, à Medicina, à Engenharia e etc., particularmente em virtude da explosão tecnológica iniciada na segunda metade do século XX" (ZUFFI, 2004, p.3).

Considerando a importância desse conceito e as dificuldades em sua compreensão que, segundo Lima (2008), não se restringem aos estudantes da Educação Básica perpassando o Ensino Superior, atingindo também os professores de Matemática, daremos<sup>2</sup> atenção nesta pesquisa às suas diferentes representações pois, para essa autora, várias dificuldades na aprendizagem do conceito de função dizem respeito às múltiplas representações assumidas por este objeto do conhecimento.

E nesse sentido, Duval (2003) afirma que toda comunicação em Matemática é estabelecida com base em representações, pois “diferentemente de outros domínios do conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida etc.)” (DUVAL, 2003, p. 21). O autor afirma que todo acesso aos objetos matemáticos se dá exclusivamente através de representações semióticas, que são definidas como sendo “uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais” (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 467).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o EM,

as competências que estão diretamente associadas a representar pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático. Apesar de essa ação não ser exclusiva da Matemática, uma vez que todas as áreas têm seus processos de representação, é em especial nessa área que podemos verificar de forma inequívoca a importância das representações para a compreensão de fatos, de ideias e de conceitos,

---

<sup>2</sup>A partir do uso da primeira pessoa do plural no decorrer do texto, nos referimos ao autor desta dissertação e sua orientadora.

uma vez que o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio delas. Nesse sentido, na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, resolução e comunicação de resultados de uma atividade. [...]. (BRASIL, 2018, p. 519).

Geralmente ao se realizar uma análise do que consiste a compreensão em matemática e na busca do que leva os estudantes a bloqueios de compreensão, são evocados os conceitos matemáticos e suas complexidades epistemológicas (DUVAL, 2003). No entanto, segundo esse autor, para caracterizarmos a originalidade e a especificidade do funcionamento do pensamento em Matemática, diferenciando-a da atividade cognitiva requerida por outras áreas de conhecimento, a abordagem dos conceitos não se apresenta como suficiente, deve-se levar em consideração as representações dos objetos matemáticos e a variedade delas.

Portanto, “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação” (DUVAL, 2003, p. 14). Entendendo-se nesta pesquisa como registro “as ferramentas que permitem analisar todas as produções matemáticas, e em primeiro lugar aquelas construídas com o objetivo de ensino ou aprendizagem” (DUVAL, 2011b, p. 104). O autor faz referência a quatro tipos de registros de representação: a língua natural, os sistemas de escrita numérica, algébrica e simbólica, os gráficos cartesianos e as figuras geométricas.

Retomando os resultados dos estudantes do EM nos testes de Matemática do SAEPE, realizamos junto à Secretaria de Educação e Esportes de Pernambuco (SEE), um levantamento do desempenho dos concluintes desta etapa de escolaridade, referente ao período de 2015 a 2018, nos itens que abordam o reconhecimento da função afim em seu registro algébrico dado o registro gráfico e, de acordo com os dados fornecidos pela SEE, os estudantes do 3º ano do EM não conseguiram atingir um percentual de 50% de acertos nestes itens, sendo considerado um desempenho insatisfatório de acordo com os padrões de avaliação do SAEPE. Esses resultados contribuíram para nosso interesse em pesquisar as possíveis dificuldades encontradas pelos estudantes em mobilizar tais registros.

A atenção por nós dispensada aos registros de representação gráfica e algébrica da função afim em detrimento dos demais (língua natural, tabelas, entre outros), se dá pela forte relação existente entre esses dois registros, a forma como são trabalhados em situação de ensino em sala de aula e como são introduzidos pelos livros didáticos, como também as dificuldades apresentadas pelos estudantes do EM nas avaliações do SAEPE em coordenarem esses dois registros através do processo de conversão, definido como a capacidade de “[...] transformar a

representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação de um objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro” (DUVAL, 2009, p.58).

Martins (2016) considera que precisamos fazer uma reflexão sobre o trabalho que geralmente é realizado nas escolas e nas universidades onde, segundo esse autor, a prática pedagógica utilizada no estudo dos gráficos não contempla uma análise pós-construção, e que na maioria das vezes ao termos contato com um gráfico não percebemos uma relação, como também uma comparação que é estabelecida entre duas ou mais grandezas que ele representa.

Para que esse gráfico tome forma, é necessário que essa relação, comparação, tenha uma representação na forma algébrica, podendo esta ser escrita de maneiras distintas. Nestes termos é importante salientar que estamos então, nos referindo a duas formas de representação de um mesmo objeto, a representação algébrica e a sua correspondente representação gráfica (MARTINS, 2016, p.28)

Ainda em relação a leitura e interpretação das representações gráficas cartesianas, Duval (2011a) pontua que:

Observa-se ainda a impossibilidade de encontrar a equação de uma reta partindo de sua representação gráfica, até para os casos mais elementares. Mesmo para o caso das retas, a articulação entre o registro das representações gráficas e das equações parece não se estabelecer mesmo depois que os alunos tenham tido aulas sobre funções afins (DUVAL, 2011a, p. 97).

No entanto, Duval (2011a) evidencia que a razão das dificuldades encontradas pelos estudantes em coordenar os registros gráficos e algébricos não deve ser procurada nos conceitos matemáticos ligados a tal objeto de estudo "[...], mas na falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre o registro de representação gráfica e o registro da expressão algébrica"(DUVAL, 2011a, p.2).

No que se refere a representação gráfica da função afim, Duval (2011a) apresenta os três tratamentos heterogêneos provocados por esta representação: abordagem ponto a ponto que corresponde a escolha de pares de números que permitem identificar um ponto no plano cartesiano e a partir da junção destes pontos ao se traçar uma reta obtém-se o gráfico da função afim, a abordagem de extensão do traçado efetuado que se apoia em conjunto infinito de pontos considerados nos intervalos entre pontos marcados e a abordagem de interpretação global de propriedades figurais. O autor considera este último tratamento o mais importante do ponto de vista cognitivo por levar em consideração as unidades significativas (dados ou informações, matematicamente pertinentes) da representação gráfica e suas correspondências com unidades de sentido da representação algébrica.

Em situações de ensino e mesmo em certos estudos didáticos, é dada preferência a passagem da representação algébrica para representação gráfica utilizando-se a construção ponto a ponto, não se atentando que é a passagem inversa que acarreta problema, constituindo-se em um obstáculo a aprendizagem do conceito de função afim (DUVAL, 2011a).

As dificuldades dos estudantes em lidar com a conversão entre os diferentes registros de representação da função afim, em especial o gráfico e o algébrico, tem sido objeto de diversas discussões em pesquisas realizadas na área da Educação Matemática. Apesar dos vários resultados apresentados por estas pesquisas, temos a consciência de que muito ainda deve ser discutido.

Em se tratando de pesquisas cujo enfoque dado é a conversão entre os diferentes registros da função afim, destacamos os trabalhos de Delgado (2010), Reis (2011), Almeida (2013), Meneses (2014) e Lago (2018), por apresentarem em seus resultados elementos convergentes com a nossa pesquisa, como, por exemplo, as dificuldades apresentadas pelos estudantes pesquisados no processo de conversão entre os registros gráfico e algébrico da função afim.

Apresentamos na sequência os principais aspectos dessas pesquisas, tais como seus sujeitos pesquisados e algumas de suas conclusões.

Delgado (2010), em sua pesquisa com estudantes de três turmas da 1ª série do ensino médio, realizou um estudo de caso que tinha como objetivo principal verificar em quais registros de representação da função afim (língua natural, expressões algébricas, tabela de valores e forma gráfica), estes estudantes apresentavam dificuldades e facilidades no processo de conversão.

Entre as atividades propostas aos estudantes por Delgado, as que solicitavam a conversão entre os registros algébrico (RA) e registros gráfico (RG) e vice-versa, foram as que apresentaram maiores dificuldades em serem realizados pelos estudantes, segundo as análises do autor, em especial as que solicitam a determinação e o reconhecimento da lei de formação da função afim a partir de seu gráfico. "Os alunos não conseguem analisar um gráfico de forma satisfatória, é apenas um monte de pontos ligados por uma reta" (DELGADO, 2010, p.88).

Reis (2011) ao trabalhar em sua pesquisa com estudantes da 1ª série do EM, elaborou uma sequência diagnóstica que foi aplicada aos sujeitos da pesquisa, seguida de outra, baseada nos erros cometidos por tais sujeitos, e intermediada pelo *software* GeoGebra.

A pesquisa desse autor procurou observar como o uso reconstrutivo do erro pode auxiliar no ensino de função afim aos estudantes do EM se utilizando de estratégia pedagógica com o uso de recursos tecnológicos.

Dentre as atividades propostas por Reis aos estudantes, destacamos a atividade III, na qual foi solicitada a realização do processo de conversão da representação da função afim de seu registro gráfico para o algébrico. Dos 17 estudantes que realizaram essa atividade, nenhum obteve êxito em sua resolução. O autor chama a atenção para fato da ocultação, nessa atividade, do coeficiente linear no registro gráfico. "Os alunos têm dificuldade de fazer a conversão do registro gráfico, sem o coeficiente linear, para o registro algébrico" (REIS, 2011, p. 116).

Segundo Almeida (2013) os estudantes do 1º ano EM sujeitos de sua pesquisa, que tinha como objetivo principal investigar como os estudantes de uma turma do ensino médio utilizam os registros de representação semiótica durante suas atividades, conseguiram reconhecer a função afim em seus diferentes registros, compreenderam os procedimentos de tratamento e realizaram de forma compreensiva a conversão entre os diferentes registros. De acordo com a autora, observou-se certa resistência, por parte dos estudantes, em relação a utilização do registro gráfico, no entanto, não foi esclarecido em suas considerações quais seriam estas resistências e suas possíveis causas.

Meneses (2014) em sua pesquisa cujo objetivo foi analisar as representações matemáticas mobilizadas por estudantes do 1º ano do EM durante o processo de ensino das funções afim e quadrática, observou que a grande maioria dos estudantes recorre ao processo de algoritimização para realizar as conversões, como também não sabem identificar e usar as variáveis pertinentes dos registros gráficos da função afim e quadrática, se atendo ao procedimento da localização de pontos no sistema cartesiano para construção dos respectivos gráficos.

Lago (2018) teve como objetivo de pesquisa avaliar as contribuições dos registros de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem da função afim aos estudantes do 1º ano do ensino médio, verificando em suas análises que um número expressivo destes estudantes não consegue transitar entre suas várias formas de representação da função afim. A maioria das dificuldades constadas em sua pesquisa são referentes às conversões envolvendo os registros gráfico e algébrico, principalmente as realizadas no sentido gráfico/algébrico, no entanto, sentimos falta de uma análise mais aprofundada das possíveis causas que ocasionam estas dificuldades, apesar de o autor atribuí-las falta de habilidade dos estudantes com outros conteúdos, em especial a resolução de sistemas de equações do 1º grau.

Outros trabalhos como o de Cardoso et al (2013), que pesquisando estudantes do 2º ano do EM constaram que eles demonstram dificuldades na compreensão das relações existentes entre os diferentes registros de função, se destacando a conversão do registro gráfico para o algébrico.

Levando em consideração os resultados das pesquisas supracitadas, juntamente com a nossa principal motivação para realização desta pesquisa, ou seja, os resultados do SAEPE, percebemos a necessidade de nos aprofundamos na investigação das possíveis causas que levam os estudantes a apresentarem dificuldades no processo de conversão da representação da função afim de seu registro gráfico para o algébrico e vice-versa. Utilizaremos em nossa pesquisa o aporte teórico da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRSS).

Tendo em vista o contexto até aqui apresentado, constituímos a seguinte questão de pesquisa: *Como os estudantes do ensino médio articulam os registros de representação semiótica gráfico e algébrico da função afim por meio do processo de conversão?*

Para respondermos à esta questão, constituímos como objetivo geral de pesquisa analisar a conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim realizada por estudantes do ensino médio, a partir da abordagem de interpretação global de propriedades figurais. E para alcançarmos este objetivo geral elegemos como específicos:

- Identificar as estratégias utilizadas pelos estudantes para realizarem a conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim;
- Analisar o reconhecimento da função afim em seu registro gráfico a partir de seu registro algébrico, e vice-versa, realizado pelos estudantes.

Para o desenvolvimento desse texto, inicialmente apresentamos a motivação para realização da pesquisa, os principais trabalhos que abordam a temática pesquisada, a questão de pesquisa e os objetivos geral e específicos. Nos capítulos 2, 3 e 4 apresentamos a fundamentação teórica, breve relato da evolução do conceito de função e o método da pesquisa. Dando sequência temos os capítulos 5 e 6, com as análises dos resultados e as considerações finais.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo discutiremos os principais elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), aporte teórico da pesquisa, antes, porém, apresentaremos alguns aspectos da Semiótica.

### 2.1 SEMIÓTICA

A construção da semiótica se dá ao longo do tempo e conta com a influência de pensadores de diversas áreas e diferentes épocas. Por tanto, os aspectos da Semiótica, aqui apresentados estão baseados nas ideias de Charles Sanders Peirce (1839-1914) que, assim como Ferdinand de Saussure (1857-1813) e Gottlob Frege (1848-1925), teve os contributos e limitações de sua obra considerados por Duval em sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Conforme Santaella (2017) a palavra Semiótica (originalmente semeiótica) tem origem no grego antigo onde *seméion* tem o significado de "signo". Segundo essa autora:

Numa primeira definição, podemos dizer que a semiótica é a ciência dos sistemas e dos processos sígnicos na cultura e na natureza. Ela estuda as formas, os tipos, os sistemas de signos e os efeitos do uso dos signos, sinais, indícios, sintomas ou símbolos. Os processos em que os signos desenvolvem o seu potencial são processos de significação, comunicação e interpretação (SANTAELLA, 2017, p. 7).

Apesar de a semiótica ter passado a ser conhecida como ciência dos signos, da significação e da cultura, no século XX, com o matemático, cientista, lógico e filósofo norte-americano Charles Sanders Peirce (1839-1914), foi no mundo grego que se iniciou a preocupação com os problemas relacionados a linguagem (SANTAELLA, 2018).

Considerando essa divisão temporal, Santaella (2018) faz referência a uma semiótica implícita que abrange todas as investigações referentes a natureza dos signos, da significação e da comunicação, e a partir do desenvolvimento da ciência semiótica propriamente dita temos uma semiótica explícita, segundo essa autora.

Para Santaella (2018) a semiótica se apresenta como uma disciplina componente da arquitetura filosófica de Peirce, que se encontra alicerçada na fenomenologia, "uma quase ciência que investiga os modos como apreendemos qualquer coisa que aparece a nossa mente, qualquer coisa de qualquer tipo, algo simples como um cheiro, [...] ou algo mais complexo como um conceito abstrato, [...], enfim, tudo que se apresenta à mente" (SANTAELLA, 2018, p. 2).

Peirce, segundo Santaella (2008), caracterizou a semiótica como a ciência dos signos, possuindo como objetivo analisar os modos de produção de significado, como também a constituição do pensamento. Portanto, Peirce apresenta a seguinte definição para signo:

Um signo, ou *representamen*, é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado denomino interpretante do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu objeto. Representa esse objeto não em todos os seus aspectos, mas com referência a um tipo de ideia que eu, por vezes, denominei fundamento do signo (PEIRCE, 2005, p. 46).

Em seus estudos Peirce chega à conclusão da existência de apenas três, e não mais que isso, elementos formais e universais em os fenômenos que são apresentados à percepção e à mente, a primeiridade, a secundidade e a terceirdade, caracterizados como categorias fenomenológicas.

A primeiridade aparece como tudo que estiver relacionado com o acaso, possibilidade, qualidade, sentimento, originalidade, liberdade, mônada. A secundidade está ligada às ideias de dependência, determinação, dualidade, ação e reação, aqui e agora, conflito, surpresa, dúvida. A terceirdade diz respeito a generalidade, continuidade, crescimento, inteligência. A forma mais simples da terceirdade, segundo Peirce, manifesta-se no signo, visto que o signo é um primeiro (algo que se apresenta à mente), ligando um segundo (aquilo que o signo indica, se refere ou representa) a um terceiro (o efeito que o signo irá provocar em um possível intérprete) (SANTAELA, 2018, p. 7).

Garnica (2001) destaca a influência de Peirce em questões de cunho educacional, principalmente no que se refere às operações matemáticas no ensino da Matemática. Segundo esse autor, Peirce tinha grandes preocupações com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, e suas concepções referentes a educação contribuíram para as reformas curriculares já no início do século XX.

De acordo com Duval (2011b) Peirce tinha como projeto a descrição do papel das representações e dos signos, "em todas as formas da atividade cognitiva, desde a da simples adaptação ao que se produz no ambiente próximo, até aquelas de exploração científica (DUVAL, 2011b, p.32).

O projeto de Peirce se traduzia em duas questões principais: a classificação da diversidade de representações e a relacionada à interpretação das representações e não a produção delas.

A importância em classificar a diversidade de representação está no fato de que "não serve para nada falar do papel das representações e dos signos nas diferentes formas da atividade cognitiva

se não estamos em condições de distinguir o que de fato é a diversidade” (DUVAL, 2011a, p. 32). A segunda questão se apresenta como importante “pois, muitas das representações se produzem ou são apresentadas perceptivelmente antes mesmo de toda atividade do sujeito. O conhecimento não consiste então em um processo de construção, mas de interpretação” (DUVAL, 2011a, p. 32).

## 2.2 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida pelo filósofo e psicólogo francês Raymond Duval, tem sido utilizada como aporte teórico em muitas pesquisas em Educação Matemática como um importante instrumento no estudo da complexidade da aprendizagem nessa área do conhecimento, possuindo como marco a obra intitulada *Sémiosis et pensée humaine: Registres Sémiotique et Apprentissages Intellectuels*, publicada por Duval em 1995. Por ter sua origem em estudos da psicologia cognitiva tem como propósito a compreensão do funcionamento cognitivo necessário ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Antes de nos aprofundarmos nas discussões a respeito TRRS, se faz necessário retomarmos aqui o conceito de alguns termos importantes utilizados nesta teoria e que são de fundamental importância para o seu entendimento.

Iniciaremos nossa discussão apresentando a definição para registro e para representações semióticas estabelecidas por Duval. Para este autor "os registros são ferramentas que permitem analisar todas as produções matemáticas, em primeiro lugar aquelas construídas com o objetivo de ensino ou de aprendizagem" (DUVAL, 2011b, p. 104).

Já as representações semióticas,

são produções constituídas pelo emprego de signos (sinais) pertencentes a um sistema de representação que têm suas dificuldades próprias de significância e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações semióticas que salientam sistemas semióticos diferentes. (DUVAL, 2012, p.269).

A história da Matemática aponta evidências da importância das representações semióticas para evolução do pensamento matemático, estas podem ser observadas nos registros deixados pelos babilônios em seu sistema de numeração e sua geometria de caráter mensurável,

pelos gregos com o sistema de numeração alfabético e pelos trabalhos de Euclides registrados em seu livro *Os Elementos*, entre outros.

Considerando que os objetos matemáticos, devido a abstração que os mesmos possuem, não são acessíveis por meio de instrumentos ou empiricamente, se faz necessária a utilização de sistemas de representação que viabilizem o acesso a seus objetos de conhecimento (DUVAL, 2009), proporcionando a compreensão destes objetos. O autor também pontua que a diversidade de tipos e o modo de funcionamento de cada representação se constituem como características importantes para a análise cognitiva da atividade matemática (DUVAL, 2011b).

Além do acesso aos objetos matemáticos só ser possível por meio das representações, Duval (2003) atribui outra razão fundamental à importância das representações semióticas: as possibilidades de tratamentos (operações) dos objetos matemáticos que dependem do sistema de representação utilizado, a exemplo das operações de cálculo, pois “os procedimentos, o seu custo, dependem do sistema escolhido” (DUVAL, 2012, p. 268).

Considerando a grande variedade de representações semióticas utilizada em Matemática como por exemplo os sistemas de numeração, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas, entre outras, Duval (2003) destaca que existem quatro tipos de registros de representação, que apresentamos no quadro 1.

Quadro 1- - Classificação dos diferentes registros

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural Associações verbais (conceituais), Forma de raciocinar: •argumentação a partir de observações, de crenças...; •dedução válida a partir de definição ou teorema	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). •apresentação operatória e somente perceptivas; •construção com instrumentos
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos	Sistemas de escritas: •numéricas (binária, decimal, fracionária...); •algébricas; •simbólicas (línguas formais), cálculo.	Gráficos cartesianos: •mudanças de sistemas de coordenadas; •interpolação, extrapolação

Fonte: Duval (2003, p.14)

Diante dessa diversidade de registros de representação semiótica, se apresenta como essencial para atividade matemática a mobilização de muitos destes registros, como também no decorrer de um mesmo passo dispor de um registro no lugar do outro (DUVAL, 2012, p. 270). “E, independente de toda comodidade de tratamento, o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações” (DUVAL, 2012, p. 270).

Sendo assim, para Duval (2012),

isto pode ser considerado, portanto, um paradoxo cognitivo do pensamento matemático: de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível. Este paradoxo pode constituir-se num grande círculo para a aprendizagem. Como os sujeitos em aprendizagem poderiam não confundir os objetos matemáticos com as suas representações semióticas, se eles podem tratar apenas com as representações semióticas? (DUVAL, 2012, p.268).

A não confusão de uma representação com o objeto por ela representado se apresenta no plano cognitivo, segundo Duval (2011b), como a principal exigência epistemológica “pois, corremos o risco de considerar duas representações diferentes de um mesmo objeto por dois

objetos diferentes ou, ao contrário, arriscamos a considerar duas representações de um mesmo objeto por que seus conteúdos são quase parecidos” (DUVAL, 2011b, p. 47).

A dificuldade cognitiva que se processa para sabermos, ao passarmos de uma representação a outra, quando estamos na presença de um mesmo objeto representado de maneira diferente ou quando se trata de um novo objeto, reside no fato de duas representações diferentes não possuírem o mesmo conteúdo do objeto representado, portanto, para que a confusão objeto/representação não seja estabelecida devemos dispor de uma segunda representação do objeto em estudo, que contenha conteúdo diverso da primeira (DUVAL, 2011b).

Ao dispor de uma segunda representação deve-se proceder a uma correspondência entre unidades de sentido de tais representações, ou seja, entre dados ou informações matematicamente pertinentes. Esse processo se constitui na condição cognitiva fundamental em Matemática para se diferenciar um objeto de sua representação (DUVAL, 2011b).

Portanto, “contrariamente ao que se postula no ensino da matemática, a discriminação das unidades de sentido nas diferentes representações não é consequência da aquisição de conceitos, mas a condição preliminar dessa aquisição” (DUVAL, 2011b, p. 49). Ainda segundo o autor, ao se escolher uma “boa” representação ou mesmo a utilização de várias representações se caracterizam como ajudas ineficientes no processo de ensino e aprendizagem, pois as “boas” representações, devido a impossibilidade de acesso aos objetos matemáticos diretas ou empiricamente, não podem ser associadas a estes objetos (DUVAL, 2011b).

Cabe destacar que, assim como a necessidade de não se confundir um objeto com a representação que se faz dele, compreender como utilizar as diferentes representações semióticas se apresenta com igual importância para a compreensão em Matemática, e a correta utilização das representações semiótica se dá através da coordenação de diferentes registros de representação.

No entanto, essa coordenação não se dá espontaneamente, ou seja, de forma natural, a sua ocorrência “se manifesta pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão” (DUVAL, 2012, p. 282). Discutiremos o processo de conversão no tópico seguinte.

Mesmo em situações de ensino que mobilizem vários registros, simultaneamente ou sucessivamente, não se pode afirmar a ocorrência da coordenação de diferentes registros, as aprendizagens permanecem quase sempre mono-registros (DUVAL, 2009). “Pode-se observar, em todos os níveis de ensino, na grande maioria dos alunos, um isolamento de registros de representação. Estes não reconhecem o mesmo objeto nas representações que são dadas em sistemas semióticos diferentes” (DUVAL, 2012, p.283).

No entanto Duval (2012), também afirma que:

Naturalmente, a ausência de coordenação não impede toda compreensão. Mas esta compreensão, limitada ao contexto semiótico de um registro apenas, não favorece em nada as transferências e as aprendizagens ulteriores: torna os conhecimentos adquiridos pouco ou não utilizáveis em outras situações onde deveriam realmente ser utilizados. Em definitivo, esta compreensão mona registro conduz a um trabalho às cegas, sem possibilidade de controle do “sentido” daquilo que é feito (DUVAL, 2012, p.283).

Diante deste contexto, levando em consideração a questão de pesquisa já apresentada e amparados na TRRS, o foco deste trabalho está voltado para o reconhecimento da função afim, por estudantes do ensino médio, nas suas representações dadas em dois sistemas semióticos diferentes, o gráfico e o algébrico.

### 2.3 TIPOS DE TRANSFORMAÇÕES SEMIÓTICAS

Antes de discutimos os dos tipos de transformações semióticas, tratamento e conversão, consideramos necessário compreendermos qual a função cognitiva dos registros de representação semiótica. Segundo Duval (2012) as representações semióticas geralmente são consideradas como um meio de exteriorizar as representações mentais para fins de comunicação. No entanto, segundo esse teórico, as representações semióticas além de se prestarem a comunicação, elas são essenciais à atividade cognitiva do pensamento, pois, desempenham um papel primordial no desenvolvimento das representações mentais, na realização de diferentes funções cognitivas e na produção de conhecimentos.

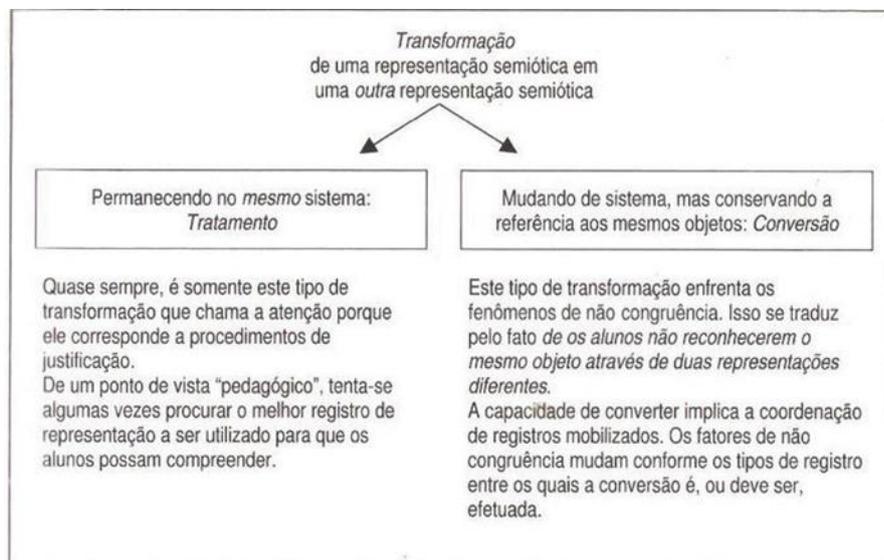
As funções cognitivas definidas na TRRS são concernentes à objetivação e ao tratamento. Em se tratando da objetivação ela é caracterizada como uma expressão particular na qual o estudante toma consciência de sua aprendizagem, e independe da função de comunicação. Segundo Duval (2012), podemos afirmar que o estudante objetivou o conhecimento a partir do momento em que ele estabelece a correspondência entre dois registros, através da coordenação deles, a chamada compreensão integrativa.

Já o tratamento diz respeito não só à função dos registros de representação semiótica, como também, se apresenta como atividade cognitiva de representação. A função cognitiva de tratamento não é preenchida pelas representações mentais, pois esta atividade está atrelada à utilização de sistemas semióticos, a exemplo do cálculo numérico (DUVAL, 2012).

No que se refere aos tipos de transformações de representações semióticas, o autor chama a atenção para a diferença existente entre a análise de uma atividade matemática levando-se em consideração uma perspectiva de aprendizagem e de ensino, e uma perspectiva

de pesquisa matemática por matemáticos. A diferença a qual se refere consiste na existência de dois tipos de transformações de representações semióticas que são radicalmente diferentes, os tratamentos e as conversões, e ao se analisar a resolução matemática de um problema ou a produção dos estudantes, esses dois tipos de transformações não são diferenciados. Na figura seguinte temos os dois tipos de transformações semióticas que se apresentam radicalmente diferente e que se apresentam como distinção decisiva para toda análise do funcionamento cognitivo da compreensão.

Figura 1- Tipos de transformações de representações semióticas



**Fonte:** Duval (2003, p.15)

## 2.4 TRATAMENTOS

O tratamento de uma representação é o processo pelo qual se transforma essa representação permanecendo no mesmo registro no qual ela foi concebida, ou seja, é uma transformação interna a um dado registro. Podemos citar como exemplos de tratamentos a resolução de sistema de equações e a anamorfose, que é uma forma de tratamento que se aplica a toda representação figural. Na maioria das vezes é esse tipo de transformação que é levado em consideração por corresponder aos procedimentos de justificação.

Há, naturalmente, regras de tratamento próprio a cada registro. Sua natureza e seu número variam consideravelmente de um registro a outro: regras de derivação, de coerência temática, associativas de contiguidade e de similitude. No registro da língua natural há, paradoxalmente, um número elevado de regras de conformidade e poucas regras de tratamento para a expansão discursiva de um enunciado completo (DUVAL, 2012, p. 272).

Cada registro de representação favorece um tipo de tratamento, assim como, nem todo tratamento pode ser realizado em qualquer registro, levando em consideração o estudo das funções podemos exemplificar a operação de tratamento quando se calcula o valor que anula uma função, ou seja, o cálculo do zero ou raiz de uma função.

Figura 2- Cálculo do zero da função afim

Dada a função  $f(x) = 2x - 4$ , determine o valor para o qual  $f(x) = 0$   
 Para  $f(x) = 0$  temos:  
 $2x - 4 = 0$      $2x = 4$      $x = 4/2$      $x = 2$

**Fonte:** Autor da pesquisa (2012)

Observamos no exemplo acima a realização de operações de transformação dentro do registro de representação algébrico, conservando a forma da representação, caracterizando um tratamento.

O processo de conversão consiste em se realizar uma transformação de uma representação dada em um registro em uma interpretação desta em outro registro, “conservando a totalidade ou uma parte do conteúdo da representação inicial. A conversão é uma transformação externa ao registro de início (o registro da representação a converte)” (DUVAL, 2012, p.272).

## 2.5 CONVERSÃO

A conversão caracteriza-se por ser uma atividade cognitiva que independe do tratamento, como também, bastante diferente dessa atividade. A conversão é muitas vezes

considerada uma atividade simples e local. “É comum descrever a conversão como uma associação preestabelecida entre nomes e figuras (como, por exemplo, em geometria), ou reduzi-la a uma simples “codificação”” (DUVAL, 2003, p.17).

No entanto, deve-se tomar o cuidado para que não se proceda a uma confusão da atividade de conversão, com as atividades de codificação e de interpretação, pois,

O que é geralmente chamado de “interpretação” requer uma mudança de quadro teórico ou uma mudança de contexto. Esta mudança não implica mudança de registro. A “codificação” é a “transcrição” de uma representação em outro sistema semiótico diferente daquele em que é dado inicialmente (DUVAL, 2012, p. 273).

O processo de conversão de uma representação pode parecer, em muitas situações, estar estreitamente ligado a uma interpretação ou a um código, no entanto a conversão é irreduzível à essas situações por não estabelecer uma analogia, como no caso da interpretação, como também não poder ser realizado através da aplicação de regras de codificação, inexistem regras de conversão como existe regra de conformidade e regras de tratamento (DUVAL, 2012).

Em se tratando do processo de conversão são definidos por Duval dois tipos de fenômenos que lhes são característicos: as variações de congruência e não congruência semântica e a heterogeneidade dos sentidos de conversão.

Durante o processo de análise de uma atividade matemática onde nos deparamos com atividades de conversão, devemos estar atentos aos elementos que constituem os registros que pretendemos substituir um pelo outro, ou seja, o registro de partida e o registro de chegada. São esses elementos que evidenciam os fenômenos supracitados.

Quando a representação no registro de partida se deixa perceber, para o mesmo objeto, na representação do registro de chegada, estamos diante de uma situação de congruência semântica, e a conversão se aproxima de atividade de codificação. Portanto, quando essa situação não ocorre nos encontramos em um processo de não congruência semântica (DUVAL, 2003).

A congruência semântica se dá quando entre os conteúdos das representações a serem substituídos uns pelos outros, existe uma correspondência direta e fácil de ser reconhecida, já para a não congruência semântica não há relação direta e os conteúdos se apresentam estranhos ou irreconhecíveis.

Do ponto de vista da apropriação subjetiva do saber matemático, a substituição funciona primeiramente em relação ao sentido associativo interno: tudo depende, então, daquilo que chamaremos de congruência ou não congruência semântica das expressões a serem substituídas uma pela outra. Duas expressões podem ser sinônimas ou referencialmente equivalentes (elas podem “querer dizer a mesma coisa”, elas podem ser verdadeiras ou falsas ao mesmo tempo) e não serem

semanticamente congruentes: neste caso, há um custo cognitivo importante para a compreensão (DUVAL, 2012, p.21).

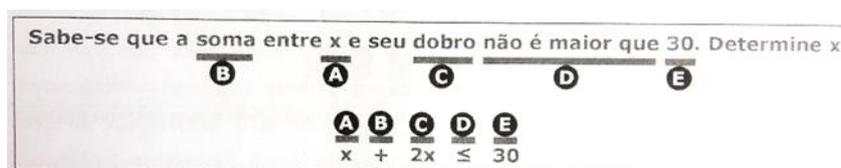
Para verificar o fenômeno de congruência semântica, Duval (2009) estabeleceu três critérios para serem analisados. O primeiro faz referência à correspondência semântica entre os elementos significantes, onde se tem para cada unidade significativa simples no registro de saída, uma unidade significativa elementar correspondente no registro de chegada. “Considera-se como unidade significativa elementar toda unidade que se destaca do “léxico” de um registro” (DUVAL, 2009, p. 68).

O segundo critério estabelecido se refere à univocidade semântica terminal, neste caso, cada unidade significativa elementar da representação de partida, está atrelada a apenas uma unidade significativa elementar no registro de chegada. O último critério refere-se à organização das unidades significantes, ou seja, a forma como se apresentam em cada uma das representações. “Esse critério, é, sobretudo, importante quando se trata de comparar frases e fórmulas literais” (DUVAL, 2009 p. 69).

As representações são congruentes quando obedecem a esses três critérios mencionados e definidos no parágrafo anterior, caso haja a falta desses critérios, as representações são classificadas como não congruentes.

Travassos e Proença (2018) apresentaram em um artigo, cujo objetivo foi analisar o desempenho de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática em atividades envolvendo o conceito de inequação do 1º grau com uma incógnita nos diferentes níveis de congruência semântica, exemplos de situações de conversão entre registro em língua natural e o registro algébrico, onde foram contemplados os três critérios de congruência semântica supracitados, conforme apresentamos em seguida.

Figura 3- Conversão não-congruente



Fonte: Travassos e Proença (2018)

Os autores do exemplo acima identificaram as unidades significantes do registro de partida (língua natural) com um traço abaixo de cada uma, e para designar cada uma dessas unidades foram utilizados círculos pretos contendo uma letra em seu interior.

Observamos, assim como fizeram os autores, que cada unidade significativa do registro de partida corresponde a uma unidade significativa no registro de chegada, caracterizando uma correspondência semântica, ou seja, a atividade satisfaz o primeiro critério estabelecido por Duval.

O segundo critério não é satisfeito na atividade, conforme ratificado pelos autores, pois ao observarmos a unidade *D* no registro de chegada, percebemos apenas um valor significativo para ela, no entanto no registro de partida a mesma possui duas unidades significantes elementares que podem ser representadas no registro de chegada (igual e/ou menor).

Segundo Travassos e Proença (2018, p.8) "para a ordem das unidades significantes (3º critério), nota-se que tal critério também não é satisfeito, pois, no registro de partida, a unidade B (soma) deveria vir após a unidade A (x) para que a ordem das unidades significantes fosse satisfeita".

Figura 4- Conversão congruente

Sabe-se que x somado com seu dobro é menor/igual à 30. Determine x

A B C D E

A B C D E

$$x + 2x \leq 30$$

Fonte: Travassos e Proença (2018)

O segundo tipo de fenômeno que se pode observar no processo de conversão, a heterogeneidade dos sentidos de conversão, evidencia que nem sempre esse processo se efetua quando há uma inversão dos registros de partida e de chegada, ou seja, como se estudantes deixassem de reconhecer o objeto representado nos dos registros ao se inverter o processo.

No entanto, o obstáculo maior para realização da operação de conversão consiste no fato de os conteúdos das representações de dois registros diferentes serem díspares, necessitando, assim, para a constatação de que duas representações fazem referência a um mesmo objeto, de acordo com o princípio de equivalência semântica, e poder realizar a articulação entre elas, uma "correspondência, termo a termo, entre os conteúdos de dois registros diferentes" (DUVAL, 2018, p.9).

Essa correspondência termo a termo, supracitada, se estabelece a partir da discriminação das unidades significantes ou unidades de sentido (dados ou informações matematicamente pertinentes no conteúdo de cada representação), no registro onde a representação é produzida. Esse processo de discriminação destas unidades está diretamente relacionado com a atividade de conversão. "Isto quer dizer, ainda, que a conversão de uma representação não é separável da percepção das variações próprias ao registro de partida e de chegada" (DUVAL, 2012, p. 286).

A discriminação das unidades significantes se dá a partir da abordagem de interpretação global das propriedades figurais, que passaremos a discutir em seguida.

## 2.6 TRATAMENTOS HETEROGÊNEOS DAS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

Para que os estudantes realizem a leitura das representações gráficas, se faz necessário discriminar as diferentes variáveis visuais pertinentes que constituem esse tipo de representação, como também, tenham consciência das correspondências entre tais variáveis e as alterações significativas que ocorrem na escrita algébrica da relação (DUVAL, 2011a).

Em se tratando da função afim, observamos, em nossa prática como professor de Matemática do ensino médio, dificuldades dos estudantes na leitura e interpretação da representação gráfica dessa função, como também em determinar a representação algébrica da mesma partindo de seu gráfico. Esse foi um dos fatores que nos impulsionou a realizar esta pesquisa, conforme já mencionamos na introdução deste trabalho.

A razão profunda dessas dificuldades não se deve procurar nos conceitos matemáticos ligados à função afim, mas na falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre o registro de representação gráfica e o registro da expressão algébrica. De fato, o ensino e mesmo certos estudos didáticos, atém-se a passagem da equação para sua representação gráfica com a construção ponto a ponto, esquece-se que **é a passagem inversa que traz problema** (DUVAL, 2011a, p.97, grifo do autor)

Segundo Duval (2011a), "para efetuar tal passagem, a abordagem ponto a ponto não é somente inadequada como constitui um obstáculo"(p.97). Ainda segundo esse autor "pelo fato de não se considerar as regras semióticas de correspondência, as representações gráficas tornam-se obscuras para a maioria dos alunos do *seconde* e para além desse nível"(p. 98).

Na TRRS são especificados os três tipos de tratamentos heterogêneos das representações gráficas, a abordagem ponto a ponto, a abordagem de extensão do traçado efetuado e a abordagem de interpretação global das propriedades figurais, "elas não levam em conta os

mesmos dados visuais do gráfico e não são guiadas pelo mesmo tipo de questão"(DUVAL, 2011a, p. 98).

### 2.6.1 Abordagem Ponto a Ponto

A abordagem ponto a ponto, que segundo a TRRS, é a abordagem utilizada para se realizar a introdução e definição das representações gráficas, onde se tomando como referência dois eixos graduados, um par de números permite identificar um ponto e vice-versa.

Este modo associativo limita-se a alguns valores particulares e aos pontos marcados no plano referencial. Esta abordagem favorece quando se quer **TRAÇAR** o gráfico correspondente de uma equação do primeiro grau ou o gráfico de uma equação do segundo grau. Favorece ainda quando se quer **LER** as coordenadas de algum ponto interessante (porque é ponto de intersecção com os eixos ou com alguma reta, porque é máximo, etc.) (DUVAL, 2011a, p. 98, grifo do autor).

Nesta abordagem, segundo Duval (2011a), a realização do processo de conversão entre os registros gráfico e algébrico não leva em consideração as variáveis visuais dos registros mobilizados.

### 2.6.2 Abordagem de Extensão do Traçado Efetuado

A abordagem de extensão do traçado, efetuada de acordo com a referida teoria, corresponde à atividade de interpolação e extrapolação, mantendo-se puramente mental e diferenciando-se da abordagem ponto a ponto pelo fato de levar em consideração um conjunto infinito de pontos potenciais, nos intervalos entre pontos marcados (DUVAL, 2011a). Essas duas abordagens se atêm aos dados do traçado não levando em consideração as variáveis visuais pertinentes da representação gráfica (o sentido do traçado, os ângulos do traçado com os eixos, a posição do traçado em relação a origem do eixo vertical), por conseguinte o tratamento se dá pela busca de valores particulares, não fazendo referência a forma da expressão algébrica (DUVAL, 2011a).

### 2.6.3 Abordagem de Interpretação Global de Propriedades Figurais

A abordagem de interpretação global das propriedades figurais, diferentemente das duas abordagens supracitadas, se apresenta como o procedimento fundamental no processo de conversão da representação gráfica para a algébrica. Este procedimento consiste em fazer corresponder às variáveis visuais pertinentes à representação gráfica as unidades significativas da representação algébrica.

Quando se trata de partir da representação gráfica para encontrar, por exemplo, a equação correspondente ou para utilizar o conceito de inclinação ou de direção, é esta abordagem de interpretação global que se torna necessária. A razão disto se deve ao fato de que o recurso a abordagem ponto a ponto é totalmente inoperante uma vez que tira a atenção das variáveis visuais (DUVAL, 2011a, p.99)

Levando em consideração a compreensão integrativa definida por Duval (2012), segundo a qual o estudante objetiva o conhecimento quando consegue estabelecer a correspondência entre dois registros de representação semiótica, a abordagem de interpretação global vem favorecer essa objetivação a partir do momento da identificação das unidades significantes simbólicas próprias de uma expressão algébrica e as unidades significantes cartesianas (variáveis visuais), que são pertinentes ao registro gráfico, e o estabelecimento de uma correspondência entre essas unidades.

Essas unidades significantes supracitadas também são denominadas por Duval como unidades de sentido matematicamente pertinentes no conteúdo das representações semióticas, e para que se proceda ao reconhecimento das mesmas, é definido o Método de Análise e Identificação das Variáveis Cognitivas. Esse método é descrito como:

Para isolar as unidades de sentido matematicamente pertinentes no conteúdo de uma representação duas operações são necessárias. Primeiro, converter essa representação para outro registro. Depois, gerar todas as modificações possíveis dessa representação para convertê-las para esse outro registro. Podemos então, observar se as variações feitas no primeiro registro produzem ou não produzem, covariações no segundo. Dessa maneira, o segundo registro serve como revelador das unidades de sentido matemático pertinentes nas representações do registro de partida (DUVAL, 2011b, p. 104)

Durante o processo de conversão da representação do registro gráfico para o registro algébrico da função afim, que se constitui no foco de nossa pesquisa, levaremos em consideração esse método de análise, que explicitaremos melhor no capítulo que destina à metodologia da pesquisa.

Para que seja realizada uma análise de congruência entre dois registros de representação, se faz necessária a discriminação das unidades significativas que são próprias de cada registro, e proceder às transformações implícitas que são exigidas para a efetivar a conversão entre os registros (DUVAL, 2011a).

A discriminação das unidades significativas do registro algébrico se realiza com certa facilidade por serem relativamente evidentes, são elas:

- Os símbolos relacionais ( $<$ ,  $>$ ,  $=$ , ...);
- Os símbolos de operações ou de sinais (+, -);
- Os símbolos de variável;
- Os símbolos de expoente, coeficiente e de constante.

Já a discriminação das propriedades figurais do registro gráfico é, em contrapartida, menos evidente. Duval (2011a) classifica estas propriedades em dois tipos: duas variáveis visuais gerais e três variáveis relativas ou particulares. Destacando que tais variáveis são observadas para o caso dos traçados simples: reta ou parábola.

Em nossa pesquisa serão priorizadas as três variáveis particulares definidas por Duval (2011a) para o traçado da reta no plano cartesiano: o sentido da inclinação do traçado, os ângulos do traçado com os eixos e a posição do traçado em relação à origem do eixo vertical. No quadro que segue apresentamos essas variáveis e o seus respectivos valores.

Quadro 2-- Valores e variáveis visuais para reta no plano cartesiano

Variáveis visuais	Valores das variáveis visuais
- o sentido da inclinação do traçado:	- a linha <b>sobe</b> da esquerda para a direita; - a linha <b>desce</b> da esquerda para a direita. OBSERVAÇÃO: a referência esquerda/direita é o sentido normal do percurso visual de uma página escrita em caracteres latinos.
- os ângulos do traçado com os eixos:	Há uma <b>repartição simétrica</b> do quadrante <b>percorrido</b> . - o ângulo formado com o eixo horizontal <b>é menor que</b> o ângulo formado com o eixo vertical; - o ângulo formado com o eixo horizontal <b>é maior que</b> o ângulo formado com o eixo vertical; OBSERVAÇÃO: no caso em que o traçado não passa pela origem, basta deslocar o eixo vertical, por exemplo, até o ponto de intersecção da reta com o eixo horizontal.
- a posição do traçado em relação à origem do eixo vertical:	- o traçado passa <b>abaixo</b> da origem; - o traçado passa <b>acima</b> da origem; - o traçado passa <b>pela origem</b> .

Fonte: Duval (2011a, p. 101)

No quadro acima, foram omitidas por Duval duas situações em que a reta é paralela a um dos eixos pois, segundo Duval (2011a), para essas duas situações “não são necessários levar em conta os valores das variáveis visuais precedentes, basta ler o valor do ponto de intersecção da reta com o eixo”(p.101).

Para que se possa realizar uma interpretação global envolvendo a conversão da representação da função afim de seu registro gráfico para o algébrico, o estudante deve estar atento à correspondência entre as variáveis visuais, com seus respectivos valores, e as unidades simbólicas correspondentes.

No quadro que segue apresentamos as variáveis visuais particulares do registro gráfico (com seus valores) e suas correspondências sistemáticas com as unidades simbólicas no registro algébrico, de acordo com TRRS, para  $y = ax + b$ .

Figura 5- Valores e variáveis visuais para  $y = ax + b$  no plano cartesiano

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes	
Sentido da inclinação	ascendente descendente	coeficiente $> 0$ coeficiente $< 0$	ausência de sinal presença do sinal –
Ângulo com os eixos	partição simétrica ângulo menor ângulo maior	coefic. variável = 1 coefic. variável $< 1$ coefic. variável $> 1$	não há coefic. escrito há coefic. escrito há coefic. escrito
Posição sobre o eixo	corta acima corta abaixo corta na origem	acresc. constante subtrai-se constante sem correção aditiva	sinal + sinal – ausência de sinal

Fonte: Duval (2011a, p.101)

O estabelecimento de uma correspondência sistemática ente os valores das variáveis visuais pertinentes do registro gráfico e as unidades significativas do registro algébrico através da interpretação global, concorre para uma leitura e interpretação correta das representações gráficas.

As dificuldades apresentadas por estudantes na leitura e interpretação das representações gráficas parecem estar associadas a falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre os registros gráfico e algébrico, contribuindo para que a conversão entre esses dois registros se configure em um obstáculo para os estudantes, pois o

procedimento mais utilizado para realização da passagem do gráfico para equação é a abordagem ponto a ponto.

Diante deste contexto reiteramos nosso objetivo geral de pesquisa, ou seja, analisar a conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim realizada por estudantes do EM, a partir da abordagem de interpretação global de propriedades figurais.

### 3 EVOLUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Neste capítulo apresentaremos um breve relato de alguns acontecimentos durante o processo de desenvolvimento da Matemática que evidenciam a evolução do conceito de Função. No entanto, não nos ateremos em como se deu a formalização desse conceito em si através dos tempos, mas procuraremos identificar, sob a ótica da TRRS, seus possíveis registros de representação presentes nesta evolução. Para Duval (2003) “é suficiente observar a história do desenvolvimento da matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático” (p.13)

Em seu estudo a respeito da evolução da construção do conceito de função ocorrida até meados do século XIX, Yuoschkevitch (1976) aponta como estágios do desenvolvimento desse conceito a Antiguidade, A Idade Média e a Modernidade. Em nosso relato, adotaremos essa temporalidade apresentada por esse autor, porém construiremos o texto adotando outros autores além desse.

#### 3.1 ANTIGUIDADE

Segundo Eves (2011), já por volta do ano 2000 a.C os Babilônios apresentavam evidências de uma álgebra retórica, uso da linguagem corrente, bem desenvolvida, destacando aspectos simples do conceito de função, como a relações entre variáveis. No entanto, não evidenciam a noção de variáveis e função. Algumas manifestações implícitas referentes a noção de função surgiram na antiguidade, e utilizava-se a forma verbal ao se descrever as quantidades.

Na Grécia, foram encontradas tabelas que apresentavam registros numéricos de situações que faziam conexão entre a Matemática e as Ciências Naturais, evidenciando a percepção de dependência através da ideia de proporção. "As funções relativas a problemas astronômicos e matemáticos eram objeto de estudos similares aos da matemática atual"(BUENO; VIALI, 2009, p.38). Segundo esses autores, ao depender dos objetivos de estudo, tabulavam-se as funções por meio de interpolação linear, como também, por meio de limites de proporções de duas quantidades infinitamente pequenas (BUENO; VIALI, 2009).

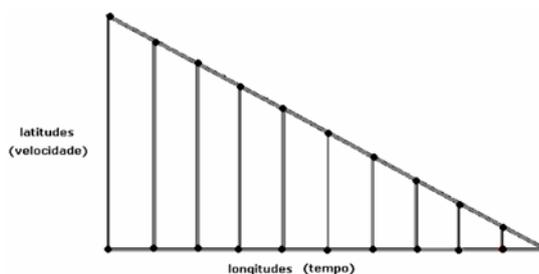
Podemos conjecturar que, na Antiguidade o estudo de fenômenos de variação, mesmo que de maneira muito elementar, eram representados através registros em linguagem natural corrente, numéricos e tabular.

### 3.2 A IDADE MÉDIA

Nesse período da história, a noção de Função, segundo Oliveira (1997), aparece nas escolas de Filosofia Natural em Oxford e Paris. Nessas escolas, os fenômenos como calor, luz, cor, distância, quantidade variável etc., foram estudados pelos matemáticos, mesmo que de uma forma “mais genérica”. As preocupações estavam voltadas para o estudo dos fenômenos da natureza sujeitos a variações, a exemplo dos movimentos, distância, velocidade, associando-se quantidades dependentes e independentes sem, no entanto, uma definição precisa.

Entre as várias contribuições de matemáticos dessa época, Boyer (1974) destaca os estudos do Bispo Nicole de Oresme (1323 – 1382), no século XIV em sua teoria das formas, trata das latitudes e longitudes na perspectiva de funcionalidade em um contexto geométrico. Segundo Boyer (1974), “os termos latitude e longitude, que Oresme usou, são equivalentes, num sentido amplo, à nossa ordenada e abscissa, e sua representação gráfica assemelha-se com nossa geometria analítica” (p.181). Sendo assim, o registro de representação utilizado por Oresme em sua teoria das formas e latitudes, pode ser considerado como precursor das representações gráficas das funções.

Figura 6- Gráfico de Oresme



**Fonte:** Curso de História – origem e desenvolvimento do cálculo

De acordo com Bueno e Viali (2009),

Durante os sécs. XV e XVI, a teoria da latitude das formas gozou de enorme prestígio e difundiu-se, principalmente, na Inglaterra, França, Itália e Espanha, sendo exposta em universidades e em livros publicados. Analisando, porém, o alcance dessa teoria e suas implicações, pode-se perceber, segundo Ponte (1992), que, apesar da grande evolução em termos de generalização e abstração e de alguns resultados particulares alcançados, o estudo das funções em Matemática como um conceito e objeto individualizado ainda não havia sido alcançado (BUENO, VIALI, 2009 p.5).

Gonçalves (2015) considera que, ao mesmo tempo que a representação geométrica de Oresme se aproxima dos gráficos que hoje são conhecidos, se afasta deles. “Essa análise nos

levou a refletir sobre as dificuldades que temos observado nos nossos alunos durante atividades com gráficos de funções” (GOLÇALVES, 2015, p.82). Fato por nós também observado em nossa prática pedagógica e no desempenho dos estudantes do Ensino Médio nas avaliações de Matemática do SAEPE das representações gráficas de funções.

### 3.3 PERÍODO MODERNO

Para Vázquez, Rey e Boubée (2008) o Período Moderno que data do início do século XVI, marcou o início para o desenvolvimento do conceito de função através da produção de conhecimentos fundamentais. Podem ser citados como exemplos desses conhecimentos a criação da Álgebra Simbólica, a união da Álgebra e da Geometria, entre outros.

Como expoente da produção desses conhecimentos fundamentais que levaram ao desenvolvimento do conceito de Função, temos vários intelectuais como Galileu Galilei (1564-1642), Viète (1540-1603), Fermat (1601-1665), Descartes (1596-1650), Isaac Newton (1642-1727), entre outros.

Galileu Galilei (1564-1642) com a introdução do quantitativo nas representações gráficas ao estudar o movimento lançando mão da experiência para justificar seu estudo, embora não tenha formalizado de maneira explícita a palavra Função.

Viète (1540-1603) e o seu simbolismo, resultado da criação da Álgebra Simbólica onde, segundo Yuoschkevitch (1976), foram associadas vogais maiúsculas a quantidades desconhecidas e consoantes, também a parâmetros.

Descartes (1596) em sua obra *La Géométrie*, assim como Viète, associou a álgebra à geometria na resolução de problemas geométricos, interpretando curvas e superfícies por meio de equações e utilizando-se de um sistema de coordenadas para localizar pontos e representar graficamente as equações.

Já Fermat (1601-1665), em seu estudo das curvas, fez uso de um sistema de coordenadas para estabelecer a relação entre duas variáveis que apareciam ao final de uma equação. Hoje, conhecemos essa relação como expressão algébrica de uma função e tanto para Fermat como para Descartes se tratava de uma curva.

Newton (1642-1727) foi o primeiro matemático a contribuir para o desenvolvimento do conceito de função, ao mostrar que uma função poderia ser descrita com uma série de potências (Eves, 2010). Esse trabalho de Newton se faz presente na sua construção de Cálculo, onde nessa construção foi demonstrado seu interesse por problemas relacionados a física.

A palavra “função” (do latim “functio” – execução) foi utilizada pela primeira vez por Leibniz (1646-1716) com significado unicamente geométrico, no trabalho intitulado “O método inverso das tangentes, ou funções” em 1673, quando procurou indicar quantidades que variam ao longo de uma curva, ou seja, uma grandeza em relação a uma figura (ROQUE, 2012). No entanto, a utilização do termo “função” por Leibniz servia apenas para designar, em termos gerais, a relação de dependência entre uma curva e quantidades geométricas, introduzindo, também, a terminologia de “constante”, “variável” e “parâmetro” (PONTE, 1990).

Não pretendemos com este relato descrever de forma precisa como se deu a construção do conceito de função através dos tempos e sim, evidenciar a importância do desenvolvimento de suas representações, ou de acordo com a linguagem TRRS, de suas representações semióticas, assim como de sua grande variedade para a evolução deste conceito.

No quadro 3, elencamos algumas das possíveis representações que mais foram evidenciadas nas três fases históricas aqui descritas.

Quadro 3- Representações mais evidentes em cada fase

Fases da história	Representações semiótica (TRRS)
Antiguidade	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expressão verbal</li> <li>• gráficos</li> </ul>
Idade Média	<ul style="list-style-type: none"> <li>• gráficos</li> </ul>
Período Moderno	<ul style="list-style-type: none"> <li>• expressão algébrica</li> <li>• linguagem natural</li> </ul>

**Fonte:** O autor (2020)

Em síntese, quando olhamos para a evolução do conceito de função nessas três fases da história usando as lentes da TRRS, identificamos a presença de várias representações o que, mais uma vez, vem ratificar a importância de não se confundir as representações com os objetos os quais representam, como preconiza Duval (2012).

De fato, toda confusão acarreta, em mais ou menos a longo termo, uma perda de compreensão e os conhecimentos adquiridos tornam-se rapidamente inutilizáveis ao longo de seu contexto de aprendizagem: seja por não lembrar ou porque permanecem como representações “inertes” que não sugerem nenhum tratamento (DUVAL, 2012, p.268).

Ainda, segundo Duval (2018), para que se possa ter acesso aos objetos matemáticos, se torna obrigatória a produção de representações semióticas.

De modo geral, dadas as limitações desse estudo, não buscamos descrever de forma precisa como se deu a construção do conceito de função através dos tempos, apenas nos apoiando em Duval (2013), evidenciamos a importância do desenvolvimento das representações semióticas, e de sua ampla variedade, na evolução do pensamento matemático. A partir das evidências históricas constatamos quão importante se apresenta o desenvolvimento das representações para o estudo de função, e passamos a questionar se a passagem de uma representação para outra, ou na linguagem da TRRS, a conversão de uma representação para outra, pelos sujeitos, apresenta níveis de dificuldades semelhantes à evolução histórica da função. Essa é uma conjectura não respondida, porém em nosso ponto de vista, suscita reflexões que podem contribuir para o desenvolvimento de outros estudos no âmbito da Didática da Matemática.

## 4 MÉTODO DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentamos a proposta metodológica adotada na pesquisa, a construção e aplicação do instrumento de coleta de dados seguida da análise *a priori* das questões utilizadas, levando em consideração os princípios da abordagem de interpretação global de propriedades figurais.

### 4.1 PROPOSTA METODOLOGICA

A proposta metodológica adotada na pesquisa se apresenta como qualitativa por se tratar de um trabalho desenvolvido no contexto em que o fenômeno pesquisado ocorre, sendo analisado numa perspectiva integrada, indo o pesquisador a campo buscando evidências para o estudo e levando em consideração as perspectivas dos sujeitos nele envolvidos (GODOY, 1995).

Por estarmos preocupados nesta pesquisa em analisar o reconhecimento da função afim em seus registros de representação gráfica e algébrica, pelos estudantes Ensino Médio, e como realizam a conversão entre esses dois registros, focaremos em nossas análises em como se processam essas ações e não simplesmente nos resultados ou produtos, o que vem reforçar o caráter qualitativo da pesquisa, segundo GODOY (1995). Ainda, segundo esse autor, os pesquisadores qualitativos se interessam pela verificação de como os fenômenos se manifestam nas atividades e procedimentos.

### 4.2 ANÁLISE DE CONTEÚDO

A partir do caráter qualitativo desta pesquisa, os dados são interpretados e analisados tendo como referencial os pressupostos da análise de conteúdo (BARDIN 2016). A análise de conteúdo configura-se não apenas como com um instrumento e sim como “um leque de apetrechos; ou, com maior rigor, será um único instrumento, mas marcado por uma grande disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto: as comunicações” (BARDIN, 2016, p.37). A análise de conteúdo (AC), trata a informação a partir de um roteiro específico, segundo Bardin (2016), que consiste em três fases: 1) a pré-análise, 2) exploração do material, 3) tratamento dos resultados, inferência e interpretações. As fases desse roteiro são constituídas por regras específicas podendo ser utilizado em pesquisas de cunho tanto quantitativo como qualitativo.

A pré-análise consiste na fase de organização, corresponde a um período de intuições tendo por objetivo operacionalizar e sistematizar as ideias iniciais, escolhe-se os documentos a serem analisados, formula-se hipóteses e objetivos e elaboram-se indicadores que fundamentem a interpretação final (BARDIN, 2016).

Em nossa pesquisa, a pré-análise se constituiu em leitura flutuante dos dados coletados, escuta das entrevistas realizadas e organização do *corpus* da pesquisa, que detalharemos ao apresentarmos a categorização dos dados. O *corpus* é o conjunto de todos os documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos, obedecendo as regras de exaustividade, representatividade, homogeneidade e pertinência (BARDIN, 2016)

Em seguida, procedemos a exploração do material, os dados foram selecionados de acordo com suas características em comum e posterior codificação. A codificação consiste em um “processo pelo qual os dados brutos são transformados sistematicamente e agregado em unidades, as quais permitem uma descrição exata das características pertinentes ao conteúdo” (BARDIN, 2016, p. 133).

Cumpridas as duas primeiras fases acima, passamos ao tratamento dos resultados, realização de inferências e interpretações, adiantando as mesmas de acordo com os objetivos da pesquisa e passando a traduzir os dados coletados em unidades de registro (UR), ou seja, unidades de significação de acordo com Bardin (2016), que possibilitem responder aos objetivos da pesquisa.

#### 4.3 CATEGORIZAÇÃO

Antes de apresentarmos o processo de categorização, se faz necessário entendermos o que são as unidades de registro (UR), de acordo com a análise de conteúdo de Bardin. Para que os objetivos da pesquisa sejam respondidos devemos elencar as unidades de significação codificadas que correspondem ao segmento do conteúdo considerado a unidade de base, ou seja, as UR (BARDIN, 2016), que compõem a categorização. As unidades de registro desta pesquisa foram determinadas a partir do instrumento de coleta de dados aplicados aos estudantes pesquisados. De acordo com Bardin (2016), a unidade de registros pode ser de natureza e dimensões muito variadas, podendo ser considerada qualquer palavra do texto ou mesmo um tema.

Nesta pesquisa realizaremos a análise temática dos dados que “consiste em descobrir os “núcleos de sentido” que compõem a comunicação e cuja presença, ou frequência de

aparência, podem significar alguma coisa para o objeto analítico escolhido” (BARDIN, 2016, p. 135).

Meireles e Cendón (2010) salientam que “um conjunto de categorias cuidadosamente selecionadas pode gerar indicações produtivas para o processo de inferência, contribuindo para que as interpretações possam espelhar resultados validados pelo método” (CENDÓN e MEIRELES, 2010, p. 79).

#### 4.4 *CORPUS* E CONTEXTO DA PESQUISA

O *corpus* da pesquisa é composto pelas respostas dadas ao instrumento de coleta de dados por 45 estudantes que constitui uma amostra das cinco turmas de 3º ano do EM de duas escolas estaduais da cidade de Garanhuns, e por 16 entrevistas semiestruturadas realizadas com estudantes escolhidos dentro dessa amostra, a partir das informações deixadas pelos mesmos no instrumento de coleta de dados. Salientamos que foram utilizadas nas análises dos dados apenas as entrevistas por nós consideradas como relevantes para possíveis inferências, ou seja, aquelas nas quais os estudantes foram monossilábicos. O quantitativo de estudantes que responderam ao questionário é referente aos que assistiam às aulas de forma presencial já que, em virtude da situação pandêmica que descreveremos em seguida, parte dos estudantes das turmas pesquisadas participavam das aulas de forma remota.

Também nos apoiamos na abordagem qualitativa ao analisarmos as respostas dadas às entrevistas semiestruturadas, para que fosse possível compreender melhor as estratégias e/ou os reconhecimentos utilizados pelos estudantes ao realizarem as conversões entre os RG e RA da representação da função afim. As entrevistas semiestruturadas partem de certos questionamentos básicos apoiados em teorias e hipóteses, que interessam à pesquisa, oferecendo por conseguinte amplo campo de interrogativas advindas de novas hipóteses que emergem das respostas dos entrevistados (TRIVIÑOS, 1985).

Os sujeitos de nossa pesquisa, como já mencionado em parágrafo anterior, são os estudantes do 3º ano do ensino médio de duas escolas públicas estaduais da cidade de Garanhuns/PE. A justificativa, levando em consideração a TRRS, para escolha desses estudantes, se deve ao fato da diferenciação que Duval apresenta para a palavra "conseguir" em Matemática. Essa diferenciação é estabelecida por este autor levando em consideração tanto o ponto de vista matemático como o cognitivo.

De acordo com Duval (2013), conseguir ou ter sucesso, em Matemática pode ser analisado do ponto de vista matemático, onde é traduzido como "alcançar um resultado

matematicamente correto para uma pergunta ou um problema” (DUVAL, 2013, p.20). Essa situação passa por um processo de avaliação no ensino que demanda um período muito curto de tempo, logo após uma sequência de atividades que visa uma nova aquisição (DUVAL, 2013).

No entanto, do ponto de vista cognitivo conseguir, ou ter sucesso, em Matemática é, "ser capaz de realizar com êxito a transferência de um conhecimento aprendido em situações totalmente diferentes e sem jamais tê-las visto antes. Isso é avaliado numa escala de tempo muito maior, ou seja, no decorrer dos anos ou para além do término dos estudos" (DUVAL, 2013, p. 20). Sendo assim, a escolha dos estudantes do 3º ano do ensino médio como sujeitos da pesquisa levou em consideração as possíveis aprendizagens, desses estudantes, do conceito de função afim no decorrer desta etapa de escolaridade.

Corroborando com essa escolha, temos o fato de serem os concluintes do EM que são submetidos às avaliações do SAEPE, cujos resultados foram o principal propulsor para realização desta investigação, como também, termos, por hipótese, que estes estudantes passaram por um processo de ensino de função afim no 1º ano do EM.

A escolha das escolas se deu por motivos geográficos, ou seja, por se tratar de escolas próximas à residência do pesquisador, facilitando o acesso as mesmas e contribuindo para a agilidade na coleta de dados, que se almejava proceder de forma presencial com todo os estudantes matriculados no 3º ano do EM nas duas escolas. No entanto, devido à Pandemia do novo corona vírus (Sars-Covid-2), as aulas presenciais em Pernambuco foram suspensas, por tempo indeterminado, no dia 18 de março de 2020. Desde então a Secretaria de Educação e Esportes do Estado (SEE-PE) passou a promover atividades remotas e não presenciais aos estudantes da rede, o que inviabilizou a princípio a coleta de dados.

Diante da situação de suspensão das aulas presenciais, decidimos realizar uma reunião por vídeo chamada com os estudantes das turmas de 3º ano de uma das escolas escolhidas, que contou com presença da gestora da escola, para que fosse apresentada a pesquisa e os seus objetivos. Nessa reunião, ocorrida em 19 de outubro de 2020, estiveram presentes apenas 17 estudantes de um universo de 127 matriculados, em sua maioria com as câmeras de seus equipamentos desligadas. Ao término da reunião, chegamos à conclusão de que o processo de coleta de dados de forma remota não atingiria seus objetivos, pois iríamos contar com um número reduzido de estudantes, não teríamos controle de como se comportariam no momento da resolução das atividades que seriam aplicadas, principalmente no que se refere a não consulta de material que viesse a influenciar em suas respostas.

Com o anúncio do Governo de Pernambuco, por meio da SEE, do retorno às aulas presencias dos 3º anos do ensino médio a partir de 21 de outubro de 2020, de forma híbrida ou seja, remota e presencial, decidimos por coletar os dados *in loco*, obedecendo os protocolos de segurança estabelecidos Organização Mundial da Saúde (OMS), referentes prevenção da infecção pela COVID-19, para que pudéssemos atingir um maior número possível de estudantes e termos controle da situação de aplicação do instrumento como também poder auxiliarmos os estudantes em situações adversas que porventura pudessem surgir no decorrer do encontro.

Com o retorno às aulas de forma híbrida, boa parte dos estudantes optaram pelo ensino remoto, sendo assim, na primeira escola conseguimos apenas 11 estudantes de um total de 73 das duas turmas de 3º ano. Já na segunda escola do universo de 127 estudantes de três turmas alcançamos 34 sujeitos, totalizando 45 sujeitos pesquisados colaboradores da pesquisa.

#### 4.5 CONSTRUÇÃO E APLICAÇÃO DO INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

Para construção do instrumento para coleta de dados da pesquisa seguimos os princípios estabelecidos por Duval (2011b) ao enunciar o método de análise e identificação das variáveis cognitivas, que consiste no reconhecimento das unidades de sentido matematicamente pertinentes no conteúdo das representações, seguindo-se pelo delineamento das transformações dessas unidades através das operações que o tipo de apresentação permite efetuar ou mudando o tipo de apresentação para dispor de outras operações (DUVAL, 2011b).

Segundo Duval (2011b),

são as duas condições preliminares e absolutamente indispensáveis para que alguém possa compreender e fazer qualquer coisa em matemática. Caso contrário, a matemática, tanto em suas produções quanto na maneira de trabalhá-la, será totalmente desconhecida e indescritível (DUVAL, 2011b, p. 103).

Esse método consiste em distinguir as unidades de sentido matematicamente pertinente no conteúdo do registro de partida e colocá-las em correspondência com as do registro de chegada. No caso desta pesquisa, temos como registro de partida o registro gráfico (RG) e de chegada o registro algébrico (RA), assim como a situação inversa.

No entanto, segundo Duval (2011b), para realizar a distinção supracitada devemos realizar a conversão entre os dois registros considerados, de forma implícita ou explícita. Entretanto,

uma única conversão não é suficiente para reconhecer as unidades de sentido, ou para justificar a pertinência objetiva das correspondências e não correspondências entre a representação de partida e a representação de chegada. É preciso fazer variar de maneira sistemática, o conteúdo da representação de partida e efetuar uma nova conversão para cada variação feita (DUVAL, 2011b, p. 108).

É considerado por Duval (2011b) como ponto crucial e na maioria das vezes objeto de incompreensão no método, o processo de variação sistemática das representações que se pretende isolar as unidades matematicamente pertinentes. "Para as representações gráficas cartesianas, as variações devem ser puramente visuais e devem corresponder às oposições qualitativas no reconhecimento visual da forma do gráfico, de sua orientação e de sua posição em relação aos eixos" (DUVAL, 2011b, p.109).

Portanto, para todos os gráficos lineares, reta ou segmento de reta, Duval (2011b) apresenta cinco oposições qualitativas, a saber:

- a reta sobe ou desce, em relação à orientação do eixo das abscissas;
- a reta está mais próxima do eixo das abscissas ou mais próxima do eixo das ordenadas em relação à divisão simétrica do plano em quadrantes pelos eixos coordenados;
- a reta passa ou não passa pela origem;
- se ela não passa pela origem, ela passa acima ou abaixo;
- a reta é paralela ou não paralela a um dos eixos.

Sendo assim, "para cada uma dessas cinco oposições qualitativas, temos dois valores "visuais" que se distinguem por oposição e constituem duas unidades de sentido, [...]. Assim cada reta traçada sobre um plano cartesiano tem necessariamente cinco valores visuais" (DUVAL, 2011b, p.109).

Para a aplicação desse método de análise Duval limitou-se à reta, representação gráfica da função afim e a articulação desta com a representação algébrica desse conceito. Conforme já apresentado na fundamentação teórica da pesquisa o Duval (2011a), aplicando a abordagem global de propriedades figurais, realizou a identificação e o reconhecimento variáveis visuais do registro gráfico e os seus respectivos valores, e procedeu uma articulação entre esses valores e as unidades simbólicas (unidades significativas) do registro algébrico.

Diante do exposto Duval afirma que:

Não pode haver utilização correta das representações gráficas cartesianas sem a discriminação explícita das variáveis visuais pertinentes e sem uma correspondência sistematicamente estabelecida entre os valores dessas variáveis e as unidades

significativas da expressão algébrica. Ignorando a especificidade e a importância da abordagem de interpretação global, o professor não consegue atingir o objetivo de uma utilização correta dos gráficos cartesianos para a maioria dos alunos do primeiro ano do ensino médio (15 a 16 anos) (DUVAL, 2011a, p.104).

A partir das ideias de Duval até aqui apresentadas, elaboramos um instrumento para coleta de dados composto por quatro questões conforme descrito nos parágrafos seguintes.

#### 4. 6 DESCRIÇÃO DO INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

Das quatro questões que compõem o instrumento de coleta de dados, as duas primeiras foram elaboradas tomando-se como referência os testes de reconhecimento propostos por Duval (2011a), aplicados à três séries de *seconde*, na França, que corresponde aproximadamente ao 1º ano do ensino médio no Brasil, em 1987; em seguida esse teste de reconhecimento também foi aplicado, pelo autor, em duas outras classes de *seconde* depois que tiveram aulas sobre funções afins.

Nos testes de reconhecimento, também chamados de tarefa de reconhecimento segundo Duval (2011b), os estudantes são solicitados a escolher uma resposta entre várias possíveis, e essas escolhas não implicam trabalho que demande tempo. “O sucesso de uma tarefa de reconhecimento deve ser espontâneo, ou ao menos não levar mais de um ou dois minutos, e não uma dezena a cada vez. Caso contrário, se os alunos terminaram acertando, não podemos falar de aquisição” (DUVAL, 2011b, p. 114).

Temos a intenção, com essas duas questões, responder ao nosso segundo objetivo específico de pesquisa, ou seja, analisar o reconhecimento da função afim em seu registro algébrico a partir do de seu registro gráfico, e vice-versa, realizado pelos estudantes.

A terceira questão é composta pela representação gráfica de uma função afim definida no conjunto dos números reais e a solicitação para que os estudantes determinem a sua representação algébrica. Como já exposto, os resultados dos estudantes nos testes do SAEPE se constituem na principal motivação para realização da pesquisa, portanto essa terceira questão se trata de uma adaptação de um item do SAEPE do ano de 2018. Na quarta questão temos o processo inverso, na qual disponibilizamos a representação algébrica da função afim e solicitamos a sua representação gráfica.

Diferentemente das duas primeiras questões, nas duas últimas, que se apresentam como questões abertas, procuraremos responder ao nosso primeiro objetivo específico, qual seja identificar estratégias utilizadas pelos estudantes para realizarem a conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim. No entanto, nada impede que essas duas situações se coadunem ou invertam-se, dependendo do comportamento dos estudantes ao responderem às questões.

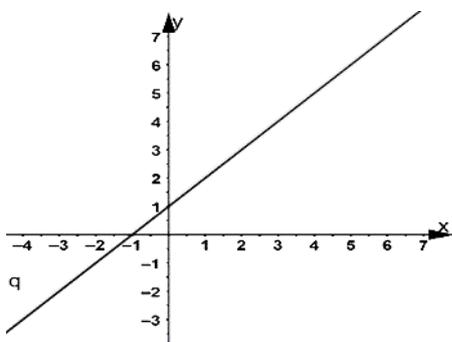
No item que segue apresentamos as questões que compõem o instrumento e sua análise *a priori*.

#### 4.6.1 Análise a priori da questão 1

##### Questão 1

Dadas as retas abaixo, esboçadas (traçadas) no plano cartesiano, que representam funções afim (função do 1º grau) definidas no conjunto dos números reais, relacione cada uma delas com sua respectiva representação algébrica (lei de formação ou fórmula). As retas estão identificadas pelas letras q, r, s, t, u e v, respectivamente. Justifique sua resposta logo em seguida.

##### GRAFICO I



**REPRESENTAÇÃO  
ALGÉBRICA  $y = x + 1$**

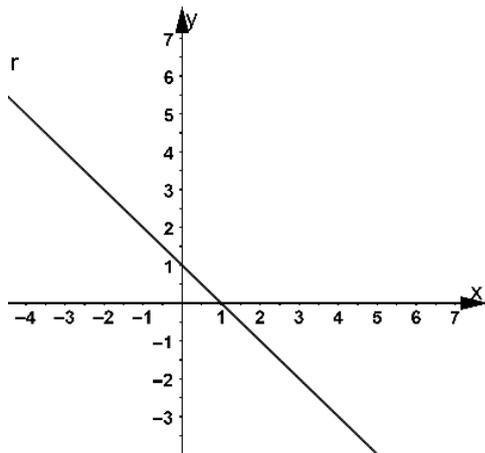
Quadro 4- Variáveis visuais, seus valores e unidades simbólicas (Gráfico I)

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes
Sentido da inclinação	ascendente	coeficiente $> 0$
Ângulo do traçado com os eixos	partição simétrica	coef. variável =1
Posição sobre o eixo y	corta acima da origem	acres. constante (+1)

Fonte: O autor (2021)

Para que seja reconhecida a representação algébrica que corresponde ao gráfico I, espera-se que os estudantes estabeleçam as correspondências entre as variáveis visuais, seus valores e as unidades simbólicas conforme sugere o quadro acima, para realizem a correta conversão entre os registros.

### GRAFICO II



**REPRESENTAÇÃO  
ALGÉBRICA  $y = -x + 1$**

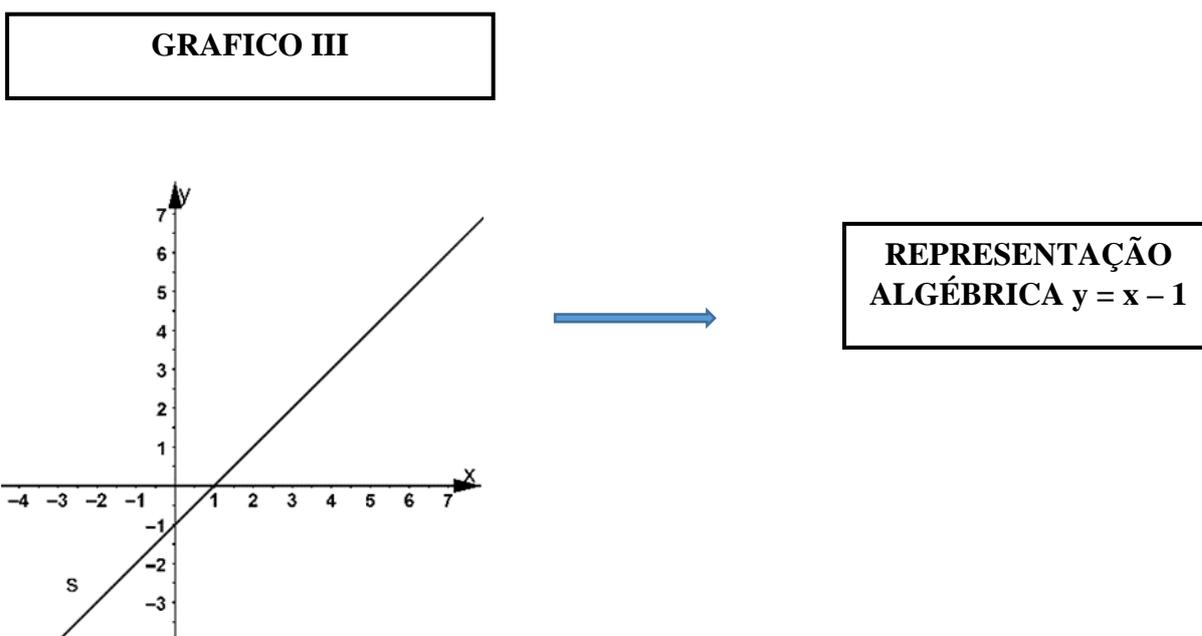
Quadro 5- Variáveis visuais, seus valores e unidades simbólicas (Gráfico II)

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes
Sentido da inclinação	descendente	coeficiente $< 0$
Ângulo do traçado com os eixos	partição simétrica	coef. variável =1 (valor absoluto)
Posição sobre o eixo y	corta acima da origem	acres. constante (+1)

Fonte: o autor (2021)

Esse gráfico II foi elaborado a partir da variação produzida no valor da variável visual “sentido da inclinação” do gráfico I, que passou de “ascendente” para “descendente”,

produzindo uma covariação na unidade simbólica da representação algébrica correspondente, passando de “maior que zero” para “menor que zero”. As demais variáveis visuais permaneceram com seus valores constantes.



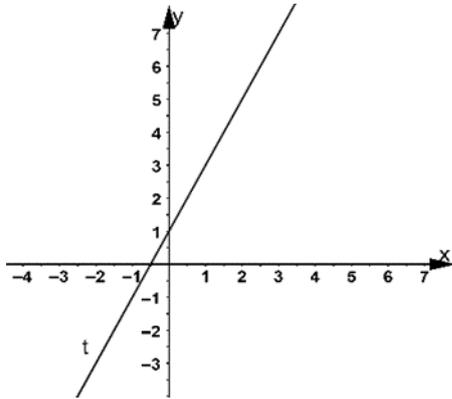
Quadro 6- Variáveis visuais, seus valores e unidades simbólicas (gráfico III)

Variáveis Visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes
Sentido da inclinação	Ascendente	Coefficiente $> 0$
Ângulo com os eixos	Partição simétrica	coefic. variável = 1
Posição sobre o eixo y	Corta abaixo da origem	subtração de constante (-1)

Fonte: O autor (2021)

Neste terceiro gráfico espera-se que o estudante perceba a variação produzida no valor da variável visual “posição sobre o eixo y”, a partir do primeiro gráfico, que passou de “corta acima da origem” para “corta abaixo da origem”, produzindo uma covariação na unidade simbólica da representação algébrica, passando de “acrescenta constante” para “subtração de constante”. As demais variáveis visuais permaneceram com seus valores constantes.

**GRAFICO IV**



**REPRESENTAÇÃO  
ALGÉBRICA  $y = 2x + 1$**

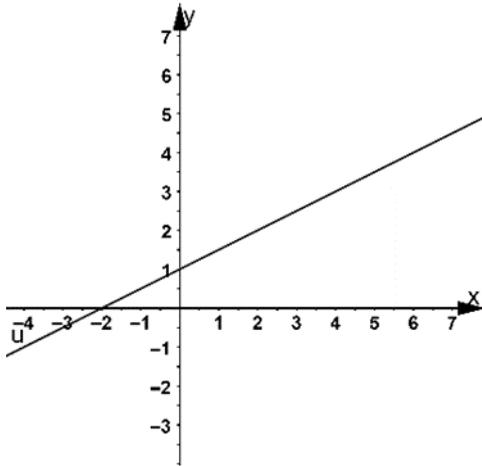
Quadro 7- Variáveis visuais, valores e unidades simbólicas (Gráfico IV)

Variáveis Visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes
Sentido da inclinação	Ascendente	Coefficiente $> 0$
Ângulo com os eixos	Ângulo maior	Coefic. variável $> 1$
Posição sobre o eixo y	Corta acima da origem	Acres. de constante (+1)

**Fonte:** O autor (2021)

Nesse quarto gráfico, espera-se que o estudante perceba a variação produzida no valor da variável visual “ângulo com os eixos”, a partir do primeiro gráfico, que passou de “partição simétrica” para “ângulo maior”, produzindo uma covariação na “unidade simbólica da representação algébrica, passando de “coeficiente da variável igual a um” para “maior que um”. As demais variáveis visuais permaneceram com seus valores constantes.

**GRAFICO V**



**REPRESENTAÇÃO  
ALGÉBRICA  $y = \frac{1}{2}x + 1$**

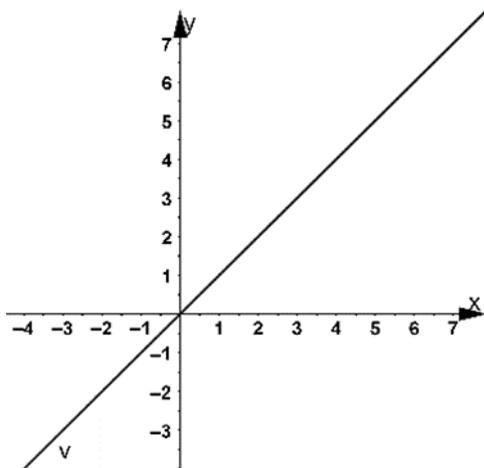
Quadro 8- Variáveis visuais, valores e unidades simbólicas (Gráfico V)

Variáveis Visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes
Sentido da inclinação	Ascendente	Coefficiente $> 0$
Ângulo com os eixos	Ângulo menor	Coeffic. variável $< 1$
Posição sobre o eixo y	Corta acima da origem	Acres. de constante (+1)

Fonte: O autor (2021)

Nesse quinto gráfico, espera-se que o estudante perceba a variação produzida no valor da variável visual “ângulo com os eixos”, a partir do primeiro gráfico, que passou de “partição simétrica” para “ângulo menor”, produzindo uma covariação na unidade simbólica da representação algébrica, passando de “coeficiente da variável igual a um” para “menor que um. As demais variáveis visuais permaneceram com seus valores constantes.

<b>GRAFICO VI</b>
-------------------



<b>REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA <math>y = x</math></b>
---

Quadro 9- Variáveis visuais, valores e unidades simbólicas (Gráfico VI)

Variáveis Visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes
Sentido da inclinação	Ascendente	Coeficiente $> 0$
Ângulo com os eixos	Ângulo menor	Coefic. variável $> 1$
Posição sobre o eixo y	Corta na origem	Sem correção aditiva

Fonte: O autor (2021)

Nesse sexto gráfico, espera-se que o estudante perceba a variação produzida no valor da variável visual “posição sobre o eixo y”, a partir do primeiro gráfico, que passou de “corta acima da origem” para “corta na origem”, produzindo uma covariação na unidade simbólica da representação algébrica, passando “acréscimo de constante” para “sem correção aditiva”. As demais variáveis visuais e seus respectivos valores permaneceram constantes.

Na questão dois, apresentamos a expressão algébrica da função afim e em seguida dois gráficos para que os estudantes escolhessem qual deles corresponde a lei de formação da função, também foi colocado entre parênteses algumas expressões para facilitar o entendimento do enunciado.

Temos como objetivo para essa questão 1, analisar se os estudantes levam em consideração as modificações realizadas de maneira sistemática nas variáveis visuais da representação gráfica e as covariações produzidas, por essa ação, na expressão algébrica correspondente, de acordo com a interpretação global de propriedades figurais, ao reconhecerem a função afim em seu RA a partir de seu RG.

Duval (2011a) salienta que uma descrição realizada de maneira sistemática nas variáveis visuais, a partir do procedimento de interpretação global de propriedades figurais, conduz a identificação, de forma conjunta, das modificações ocorridas no gráfico e na equação. “Isto significa proceder a uma análise de congruência entre os dois registros de apresentação de um objeto ou de uma informação” (DUVAL, 2011a, p.99).

Nesta primeira questão são propostos seis gráficos para que os estudantes façam uma análise dos mesmos e escolham a representação algébrica correspondente. A cada escolha, é solicitado aos estudantes que justifiquem o seu raciocínio, salientamos que as seis conversões aqui apresentadas consistem em apenas uma amostra das variações dentre as 18 representações gráficas que são possíveis para função afim, de acordo com o método de análise utilizado por Duval (2011b).

A sequência dos gráficos aqui apresentada é mesma da questão proposta aos estudantes, e para cada RG apresentamos o RA correspondente. A cada gráfico da questão fizemos corresponder um quadro onde apresentamos a variável visual seu valor e a unidade simbólica correspondente. Foram colocados entre parênteses no enunciado da questão algumas expressões tais como traçar, função do 1º grau, lei de formação, fórmula, que são utilizadas com frequência em alguns livros didáticos e em situações de ensino, para que os enunciados se apresentassem mais familiares aos estudantes.

Em relação a nomenclatura função do 1º grau geralmente utilizada para fazer referência a função afim, Lima *et al* (2016) afirma que função não tem grau, o que possui grau é um polinômio ou seja, quando  $a \neq 0$  a expressão  $f(x) = ax + b$  é um polinômio do 1º grau.

#### **4.6.2 Análise *a priori* da Questão 2**

Nesta questão é fornecido ao estudante um total de quatro registros algébricos (expressão) da função afim, cada um acompanhado por dois registros gráficos (reta) para que procedam ao reconhecimento do objeto matemático no registro de chegada (RG), a partir do registro de partida (RA) através do processo de conversão.

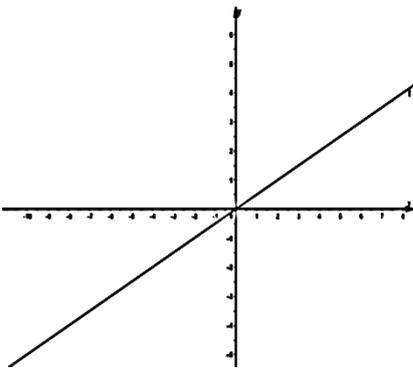
Para efeito de análise, cada processo de conversão será identificado como “situação”, portanto temos quatro situações a analisar (1, 2, 3, 4).

### Questão 2

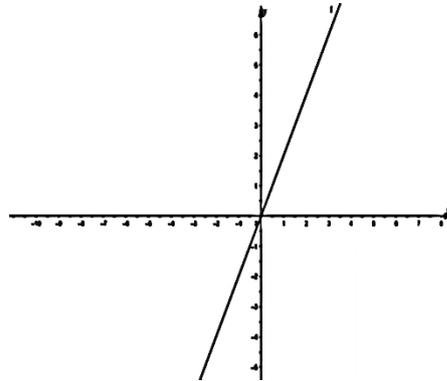
Observe a equação algébrica (lei de formação, fórmula) em cada quadro, que representa uma função afim (função do 1º grau) definida no conjunto dos números reais, e assinale a representação gráfica correspondente a essa expressão, justificando sua resposta no espaço ao lado.

**Situação 1:**  $y = \frac{1}{2}x$

( )



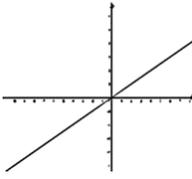
( )



Nesta situação 1, o estudante precisa reconhecer no registro algébrico o valor absoluto igual a um meio de sua unidade simbólica “coefi. variável  $< 1$ ” articulando-o com o valor “ângulo menor” da variável visual “ângulo com os eixos” do RG. Com esse reconhecimento e articulação espera-se que o estudante escolha como resposta o gráfico a esquerda, cujo traçado está mais próximo do eixo das abscissas.

No quadro abaixo, apresentamos as correspondências entre as unidades simbólicas do RA e os valores dos varáveis visuais de seu RG correspondente.

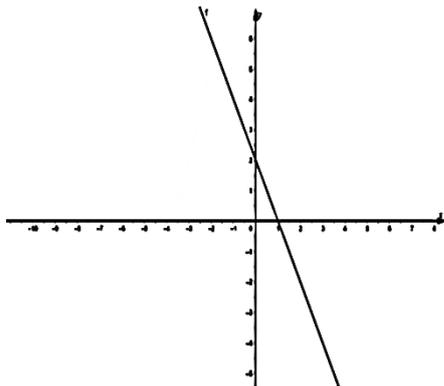
Quadro 10- Correspondências esperadas na situação I

Unidades simbólicas do RA	Valores das variáveis visuais do RG
$y = \frac{1}{2}x$	
“coeficiente > 0”	→ “ascendente”
“coef. variável < 1”	→ “ângulo menor”
“sem correção aditiva”	→ “corta na origem”

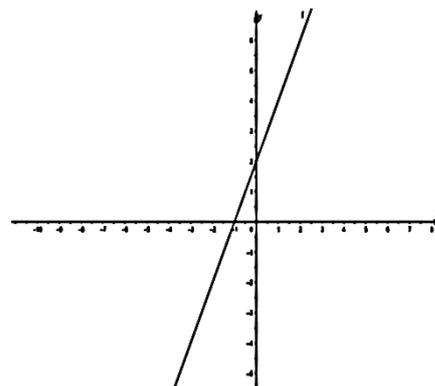
Fonte: O autor (2021)

**Situação 2:  $y = -2x + 2$**

( )



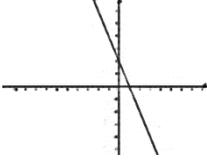
( )



Para que o estudante, na situação 2 acima, escolha o gráfico a esquerda como correspondente do RA, espera-se que reconheça a articulação entre a unidade simbólica “coeficiente < 0”, ou seja, o sinal negativo da taxa de variação da função afim, e o valor “descendente”

No quadro que segue, apresentamos as correspondências entre as unidades simbólicas do RA e os valores das variáveis visuais de seu RG, para que o reconhecimento esperado seja exitoso.

Quadro 11- Correspondências esperadas na situação 2

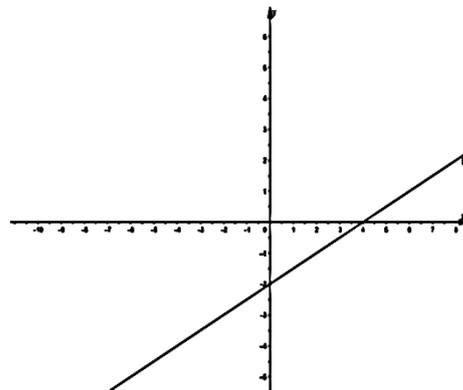
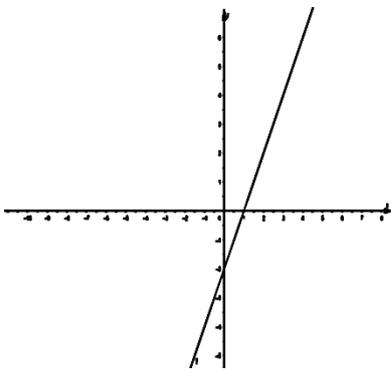
Unidades simbólicas do RA	Valores das variáveis visuais do RG
$y = -2x + 2$	
“coeficiente < 0” “coef. variável > 1” “acresc. constante”	 “descendente” “ângulo maior” “corta acima”

Fonte: O autor (2021)

**Situação 3:  $y = 2x - 2$**

( )

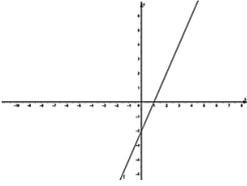
( )



Na situação 3 acima, para que o estudante tenha êxito no reconhecimento do RG que corresponde ao RA apresentado, se faz necessário a articulação entre a unidade simbólica “coef. variável > 1” e o valor da variável correspondente “ângulo maior”, o que acarretará a escolha do RG a esquerda.

Apresentamos no quadro 11 as devidas correspondências entre as unidades simbólicas do RA e as variáveis visuais de seu RG correspondente, da situação 3.

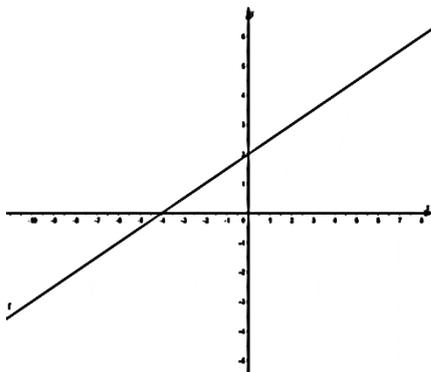
Quadro 12- Correspondências esperadas na situação 3

Unidades simbólicas do RA	Valores das variáveis visuais do RG
$y = 2x - 2$	
“coeficiente > 0” “coef. variável > 1” “subtrai-se constante”	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">  </div> <div style="text-align: left;">             “ascendente”              “ângulo maior”              “corta abaixo”           </div> </div>

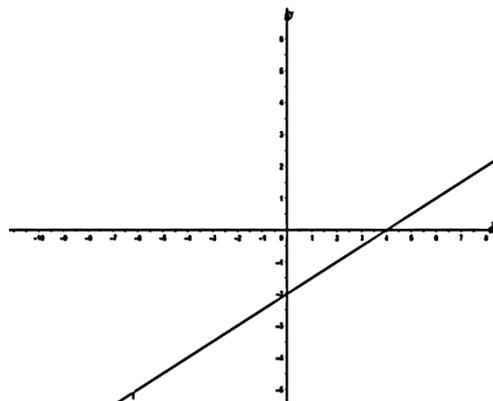
Fonte: O autor (2021)

**Situação 4:**  $y = \frac{1}{2}x + 2$

( )



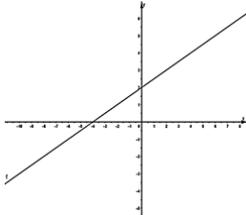
( )



Nesta última situação esperamos que o estudante articule a unidade simbólica “acres. constante” do RA com o valor “corta acima” de seu RG, reconhecendo o gráfico a esquerda como resposta exitosa.

Assim como nas situações anteriores, apresentamos no quadro 12 as devidas correspondências entre as unidades simbólicas do RA e os valores das variáveis visuais de seu RG.

Quadro 13- Correspondências esperadas na situação 4

Unidades simbólicas do RA	Valores das variáveis visuais do RG
$y = \frac{1}{2}x + 2$	
“coeficiente > 0” “coef. variável < 1” “acresc. constante”	 “ascendente” “ângulo menor” “corta acima”

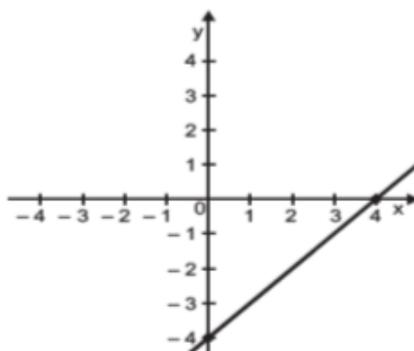
Fonte: O autor (2021)

#### 4.6.3 Análise *a priori* da Questão 3 e 4

As questões três e quatro são do tipo abertas, onde esperamos que os estudantes se utilizem de cálculos para realizar a conversão entre os registros, diferentemente das duas primeiras que se caracterizam como tarefas de reconhecimento. Na questão três, o registro gráfico se apresenta como registro de partida e na questão quatro partimos do registro algébrico, para procedermos a conversão entre os registros.

**QUESTÃO 3**

Observe o gráfico abaixo que representa uma função afim (função do 1º grau), definida no conjunto dos números reais ( $f: R \rightarrow R$ ), e encontre a sua representação algébrica (fórmula, lei de formação). (Item extraído da avaliação do SAEPE/2018, adaptado)



Nessa questão, pretendemos analisar se os estudantes utilizam como estratégia para realizar a conversão do registro gráfico para o algébrico a abordagem global de propriedades figurais, ou se apoiam em outras diferentes desta. Como o desempenho dos estudantes do EM nos testes de matemática do SAEPE consiste em um dos elementos que impulsionaram a realização da pesquisa, esta questão foi adaptada, a partir do item desta avaliação do ano de 2018, foram retiradas as alternativas dentre as quais o estudante reconheceria a que correspondia ao gráfico acima.

Temos como variáveis visuais na representação gráfica acima o sentido da inclinação da reta, os ângulos formados com os eixos e a posição sobre o eixo “y” e como respectivos valores “ascendente”, “partição simétrica” e “corta abaixo da origem”. São unidades significativas que devem ser identificadas pelos estudantes e levadas em conta para encontrar a expressão  $y = x - 4$  como solução.

**QUESTÃO 4**

Dada a equação algébrica (lei de formação ou fórmula)  $y = 2x + 4$  ou  $f(x) = 2x + 4$ , que representa uma função afim definida no conjunto dos números reais, esboce (trace) seu gráfico no plano cartesiano.

Com esta última questão, que apresenta o sentido inverso da conversão solicitada na questão 3, também pretendemos analisar se os estudantes fazem uso da abordagem de interpretação global para passa do RA para o RG.

Temos como unidades simbólicas no RA o sinal positivo da taxa de variação, o módulo da taxa de variação maior que 1 e o acréscimo de constante ( $b = +4$ ).

## 5 ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo realizaremos a análise dos resultados obtidos através da aplicação do instrumento de coleta de dados. Buscaremos, de acordo com as análises, conjecturar sobre o raciocínio dos estudantes ao reconhecerem a função afim através da mobilização simultânea de seus registros gráfico e algébrico. De acordo com a TRRS, reconhecer um mesmo objeto em representações distintas consiste na exigência epistemológica fundamental de não se confundir uma representação e o objeto representado (DUVAL, 2011b).

Também procuraremos, através das análises, identificar as estratégias empregadas pelos estudantes para realizarem a mudança de representação da função para o registro algébrico a partir do registro gráfico, e vice-versa. Tanto o reconhecimento como a mudança de registros, serão analisados levando em consideração o tipo de transformação semiótica denominado, de acordo com Duval (2003), conversão.

Ao mencionarmos a expressão estratégias realizadas, no primeiro parágrafo, “consideramos o modo de resolução adotado pelo aluno, ou seja, o caminho escolhido para resolver a sua tarefa e apresentar uma resposta, correta ou não” (REZENDE *et al*, 2020, p. 33). De acordo com esses autores, os estudantes podem tornar explícitas as estratégias, suas resoluções são claramente registradas seja em língua natural, gráfica, algébrica, numérica etc.

Porém, dependendo da tarefa, pode ocorrer de os alunos apresentarem apenas resposta, deixando a resolução em branco. Neste caso, cabe ao pesquisador e professor refletir, a partir dos indícios deixados pelo aluno em sua resposta final, procurando identificar a estratégia ou possíveis estratégias adotadas por ele (REZENDE, *et al*, 2003, p. 34).

Para efeito de análise, cada reconhecimento solicitado, nas duas primeiras questões, será chamado de situação, conforme já o fizemos na análise *a priori*. Sendo assim, na questão 1 teremos seis situações a serem analisadas e na questão 2 teremos quatro situações que passaram pelo mesmo processo de análise.

Foram agrupados os registros escritos e as conversões efetuadas pelos estudantes considerados análogos para que fosse possível a construção das unidades de registros, de acordo com Bardin (2016). Para os registros escritos usamos como codificação ReE1, ReE2, ReE3, assim por diante. Então a referência ao registro escrito do estudante E1 será determinada pela codificação ReE1, seguindo essa notação para os demais sujeitos.

Salientamos que apenas alguns dos estudantes deixaram registros escritos no instrumento, no entanto, mesmo os que não deixaram evidências de tais registros foram agrupados de acordo com as semelhanças de suas conversões.

As unidades de registros construídas para a análise dos dados foram codificadas seguindo o modelo de codificação utilizado por Santos (2014) em sua tese, ao investigar os registros de representação semiótica mobilizados por acadêmicos de um curso de ciências contábeis em resolução de problemas, ou seja, unidade de registro A (URA), unidade de registro B (URB), assim por diante, conforme descrito a seguir.

**URA – Mobilizou a abordagem ponto a ponto com tratamento na representação algébrica:** consideramos nesta unidade de registros que o estudante realizou a conversão utilizando-se da abordagem ponto a ponto apoiado em tratamentos realizados na lei de formação.

**URB – Mobilizou a abordagem ponto a ponto com apoio do registro tabular e tratamento da representação algébrica:** consideramos nesta unidade de registro que o estudante realizou a conversão apoiado na abordagem ponto a ponto, na construção de tabela para obtenção de pares ordenados e tratamentos na representação algébrica.

**URC - Relacionou as intersecções entre o traçado do RG e os eixos cartesianos com as unidades simbólicas do RA:** consideramos nesta unidade de registro que o estudante relacionou o(s) ponto(s) de intersecção entre o traçado RG com os eixos cartesianos e as unidades simbólicas do RA, evidenciando uma leitura e interpretação incorreta do gráfico da função afim.

## 5. 1 ANÁLISE DA QUESTÃO 1

Composta por uma sequência de seis registros gráficos e seis registros algébricos de funções afim, na questão 1 foi solicitado aos estudantes que relacionassem cada um dos RG ao seu respectivo RA. Conforme descrito na análise *a priori* da questão, a partir dos valores das variáveis visuais do primeiro gráfico, os demais foram construídos a partir de variações sistemáticas produzidas nestes valores, de acordo com o método de análise para isolar as unidades de sentido matematicamente pertinentes no conteúdo das representações definido por Duval (2011b), já descrito nesta dissertação.

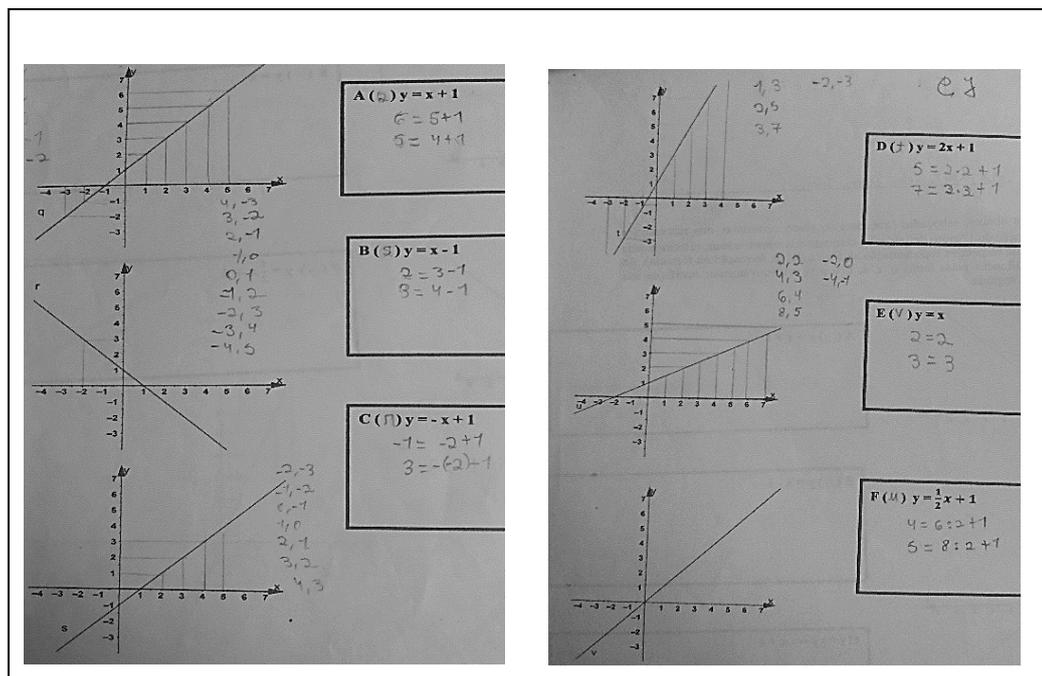
Iniciaremos apresentando o número de conversões realizadas pelos estudantes, das funções afim representadas em cada RG para os RA correspondentes, destacando na cor azul as respostas corretas. Salientamos que o número de respostas dadas, em sua totalidade, não confere como o quantitativo de 45 estudantes que participaram da pesquisa, em virtude de



de estudantes que realizou a conversão exitosamente de cada função afim representada nos RG, para o seu respectivo RA, nos seis itens da questão. Evidenciamos nesse grupo os estudantes E1 e E2 por terem deixado apontamentos de suas respostas nos protocolos, destacando o E1 por ter participado, também, da entrevista semiestruturada. Os demais estudantes não deixaram evidências do processo de conversão realizado, apenas escolheram o RA correspondente a cada RG, fato que inviabilizou analisar suas respostas a partir das UR elencadas.

As conversões realizadas pelos estudantes E1 e E2 foram analisadas de acordo com a URA, ou seja, utilizaram como estratégia a abordagem ponto a ponto em suas repostas. No quadro seguinte temos o protocolo dos apontamentos deixados pelo estudante E1, que evidenciam a estratégia utilizada na realização do processo de conversão da representação da função afim de seu registro gráfico (reta), para o seu registro algébrico (lei de formação, expressão ou fórmula)

Quadro 15- Conversões realizadas pelo E1



Fonte: Dados da pesquisa

Percebemos pelos apontamentos do E1, que foram identificados alguns pontos particulares nos RG e realizada a substituição destes no RA e posterior tratamento para validação dos valores das coordenadas, ou seja, a determinação do valor da ordenada em função do valor da abscissa. Podemos inferir, de acordo com essa estratégia, que o estudante tem

domínio da localização de pontos no plano cartesiano a partir de pares ordenados de números reais e da constituição desses pares, pois, realiza de forma correta a substituição da abscissa e da ordenada na expressão algébrica.

No entanto, a interpretação correta das representações gráficas, de acordo com Duval (2011a), além de exigir dos estudantes a discriminação das diferentes variáveis visuais que constituem esse tipo de representação, também se faz necessário o reconhecimento das correspondências entre as variáveis visuais do registro gráfico e as unidades simbólicas do registro algébrico, ou seja, da reta e da expressão algébrica respectivamente.

O E1 apesar de realizar exitosamente as conversões solicitadas na questão, não deixou indícios, no instrumento, de que reconhece a função afim em seus registros gráfico e algébrico a partir da interpretação global das propriedades figurais, ou seja, considerando as variações realizadas nos valores das variáveis visuais de cada RG e estabelecendo as devidas correspondências dessas variações com as consequentes covariações ocorridas no RA.

Sendo assim, procuramos verificar, através de entrevista realizada com o E1, se além da abordagem ponto a ponto empregada em suas estratégias, ele mobilizada a interpretação global nas conversões realizadas. Apresentamos na sequência trechos, intercalados com algumas observações do pesquisador, da entrevista realizada com o E1.

*P: Quais dos gráficos da primeira questão você classificaria como crescentes ou decrescentes?*

*E1: É... que eu sei os crescentes foram q, s, t, u e v, aliás todos exceto o r.*

*P: Por que você acha que eles são crescentes?*

*E1: Porque... como o próprio gráfico mostra é... quanto mais aqui vai subindo o x no caso o eixo das ... (abscissas, intervenção do pesquisador), abscissas vai se prolongando aumentando o valor, igualmente o eixo vertical ele também aumenta no caso, isso não é o que acontece no caso do r que é processo inverso, enquanto cresce o valor das abscissas cresce também o valor negativo no eixo vertical no y.*

*P: Se você olhar para a fórmula ou expressão que corresponde a cada gráfico, elas possuem alguma informação que a ajude você a determinar esses gráficos como crescentes ou decrescentes?*

*E1: Na fórmula?*

*P: Sim. Por exemplo, o primeiro gráfico ele é crescente para você?*

*E1: O "q", é.*

*P: A expressão que você associou a ele foi  $y = x + 1$ . Essa expressão algébrica lhe ajuda também a falar se a função é crescente ou decrescente?*

*E1: A expressão algébrica?*

*P: Sim.*

*E1: Hum (pausa), ao acerto ao certo pra mim não, pra mim não.*

*P: Você só identifica se a função é crescente ou decrescente se você observar o gráfico?*

*E1: É.*

*E1: Mas uma coisa que eu reparei aqui agora é que no gráfico r que é gráfico que eu considero decrescente o x ele é negativo e nas outras questões todo primeiro termo nunca é negativo, no caso o x*  
*P: Então a decrescente seria a r por conta do sinal negativo que está acompanhado o x.*

*E: Sim.*

Nesse trecho da entrevista podemos perceber que o estudante, observando os RG, associa o crescimento da função a aumentos dos valores no eixo das abscissas correspondendo a aumentos dos valores no eixo vertical (ordenadas), apesar que, em determinado momento ele faz referência ao sinal negativo que acompanha a variável independente (x), para justificar o decréscimo da função representada no RG “r”. No entanto, ao tentar justificar o comportamento decrescente da representação gráfica, o estudante comete um equívoco ao afirmar que “enquanto cresce o valor das abscissas cresce também o valor negativo no eixo vertical”, não percebendo que acréscimos nos valores das abscissas correspondem a decréscimos no valor das ordenadas. Podemos inferir, com essa afirmação, que o estudante não compreende a situação em que ao passarmos, por exemplo, do número real -1 para o -2 caracteriza uma diminuição de valores. Não nos aprofundaremos nessa discussão pois diverge do foco da pesquisa.

Continuando a transcrição...

*P: A reta r você associou a expressão algébrica da letra C. Se você trocasse de valor e a expressão passasse a ser  $y = -x - 1$  o que você acha que aconteceria com a reta? Mudaria alguma coisa na reta?*

*E1: (longa pausa feita pelo estudante, observando a questão). Mudaria pela posição.*

*P: Qual a posição?*

*E1: A posição pelo y*

*P: Como assim?*

*E1: Mudaria o valor do y no caso. Você tá falando do y ser negativo, o número que tá do lado do x?*

*P: Isso. Você acha que aconteceria alguma coisa com a reta?*

*E1: (Pausa feita pelo estudante) Ela basicamente trocava de posição.*

*P: Qual seria a posição dela?*

*E1: (Pausa) Basicamente seria (pausa) continuaria (pausa) eu não sei te falar só olhando o gráfico.*

*P: Você acha que ela (a reta) se deslocaria mais para cima ou mais para baixo no eixo y?*

*E1: Ela seria crescente, mas eu acho que ela baixaria.*

*P: Ela passaria no eixo y em que valor?*

*E1: No eixo y passaria no valor -3.*

*P: E no eixo x?*

*E1: No eixo x seria no -2.*

*E1: Agora eu fiquei em dúvida (pausa analisando a questão). Acho que continuaria decrescente.*

*P: Veja só a reta r passa no eixo y em 1 e no eixo x em 1, quando a gente trocar na expressão o +1 por -1 ela vai continuar passando nesses mesmos valores?*

*E1: (pausa analisando a questão) Não. Acho que passa em -1 e -1*

Nesse segundo trecho da entrevista, percebemos que o E1 encontra dificuldades em identificar a mudança que ocorreria na variável visual, ou seja, na posição do gráfico em relação à origem do eixo  $y$ , a partir da modificação sugerida na unidade significativa que corresponde ao valor da constante no RA. Ficando claro também, ao observarmos as ações do estudante, que ele faz longas pausas para poder dar suas respostas, isso devido a sua busca pela realização de tratamentos na expressão algébrica para poder responder aos questionamentos do pesquisador.

Por se tratar de uma tarefa de reconhecimento que, de acordo Duval (2003), devem ter como característica a rapidez em sua resolução para que se apresente como eficaz e útil, podemos inferir, levando em consideração o longo tempo utilizado para dá suas respostas, que o estudante apresenta dificuldades na compreensão do processo de reconhecimento solicitado na questão.

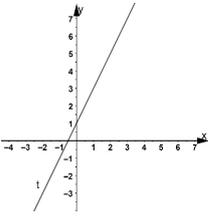
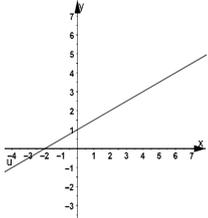
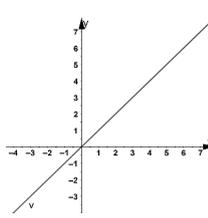
Para Duval (2003),

o nível de compreensão matemática que um aluno pode ser capaz de alcançar e o grau de iniciativa ou exploração do qual ele pode dispor na resolução de um problema dependem do conjunto do que ele pode reconhecer rapidamente. [...]. Ora, o sucesso de uma tarefa de reconhecimento não depende somente do conteúdo das respostas, mas do tempo que foi necessário para as obter (DUVAL, 2003, p. 28).

Dando continuidade à entrevista com o E1, passamos a questioná-lo a respeito da proximidade da reta em relação aos eixos coordenados, com o objetivo de verificar se ele estabelece a devida correspondência entre o valor da variável visual, responsável por essa proximidade, e o módulo da taxa de variação presente na expressão algébrica.

Para melhor situar o leitor na compreensão da análise deste trecho da entrevista, apresentamos no quadro seguinte os três RG e os seus respectivos RA, que serão mencionados durante o diálogo com o estudante.

Quadro 16- - Registros gráficos "t", "u" e "v"

Registro gráfico "t"	Registro gráfico "u"	Registro gráfico "v"
 <p style="text-align: center;"><math>y = 2x + 1</math></p>	 <p style="text-align: center;"><math>y = \frac{1}{2}x + 1</math></p>	 <p style="text-align: center;"><math>y = x</math></p>

**Fonte:** Dados da pesquisa

*P: No verso da folha você tem três gráficos (t, u e v). Desses três gráficos qual você acha que está mais próximo do eixo x, mais próximo do eixo y ou a mesma distância dos dois?*

*E1: A mesma distância dos dois seria o v, ele passa exatamente no zero.*

*P: Se você olhar a representação algébrica que você escolheu para ele (fazendo referência ao gráfico v), tem algum valor que ajude você a perceber que essa reta está a mesma distância dos dois eixos?*

*P1: O fato de y ser igual a x, ambos os termos são iguais vai ser 2 e 2, 3 e 3, 1 e 1*

*P: E qual que está mais próximo do eixo x ou do eixo y?*

*E1: Mais próximo do eixo y vai ser o t e o u vai ser mais próximo de x.*

*P: Se você analisar as duas representações algébricas o que poderia ajudar a você fazer essa diferença?*

*E1: No t o x você tem que calcular o dobro dele para chegar em y, foi uma coisa que eu notei aqui, e enquanto no u você calcula a metade do x, não sei como isso representa mais de uma certa forma o u fica mais próximo do x calculando sua metade e no caso do t ficou mais próximo do y calculando seu dobro, foi uma coisa que eu notei aqui, não sei se vai contribuir.*

Esperava-se que o estudante realizasse a correspondência entre as variações dos valores das variáveis visuais e as respectivas covariações ocorridas nas unidades simbólicas das expressões algébricas, de acordo com a abordagem de interpretação global das propriedades, conforme descrevemos abaixo.

A reta "t" encontra-se mais próxima do eixo y devido ao valor "ângulo maior" de sua variável visual, o que corresponde a unidade simbólica "coe. variável > 1" da expressão algébrica, que tem seu módulo igual a 2.

A reta “u” se aproxima mais do eixo x por ter sido construída a partir da variação realizada no valor da variável visual da reta “t” (ângulo maior), que passou a ser igual a “ângulo menor”. Essa variação foi responsável pela covariação ocorrida no valor da unidade simbólica da expressão algébrica de “t”, passando de 2 ( $> 1$ ) para  $\frac{1}{2}$  ( $< 1$ ), originando a expressão algébrica  $y = \frac{1}{2}x + 1$  que corresponde a “u”.

Em relação à reta “v”, estar a mesma distância dos dois eixos, esperava-se como justificativa o estabelecimento da correspondência entre o valor “partição simétrica” da variável visual do RG e o respectivo valor “coef. variável = 1” da unidade simbólica do RA.

O estudante respondeu de forma correta aos questionamentos do pesquisador, no entanto, as justificativas apresentadas não levam em conta a interpretação global das propriedades figurais, sendo assim inferimos que o estudante não reconhece que as duas representações, gráfica e algébrica, fazem referência ao mesmo objeto matemático função afim.

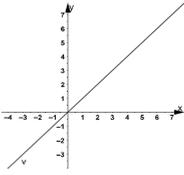
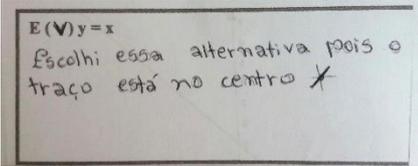
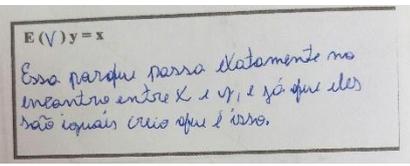
De acordo com Duval (2018), não há outra possibilidade para reconhecer duas representações como sendo de um mesmo objeto se não for através “de uma correspondência, termo a termo, entre os conteúdos de dois registros diferentes” (DUVAL, 2018, p.9).

O estudante E2 também realizou as conversões empregando a abordagem ponto a ponto como estratégia, não apresentamos aqui os apontamentos identificados em seu protocolo por serem idênticos aos do E1. No tocante à entrevista semiestruturada o E2 não se encontrava presente na escola durante as visitas do pesquisador com intenção de entrevistá-lo.

Também destacamos que mais de 50% dos participantes da pesquisa, isto é, 29 estudantes, reconheceram de forma exitosa a expressão algébrica  $y = x$  como sendo o RA correspondente ao RG “v”. Inferimos que tal fato pode ter ocorrido em virtude do traçado do RG passar na origem dos eixos e ser simétrico em relação aos mesmos, possibilitando, de certa forma, a percepção da relação de igualdade existente entre abscissas e ordenadas.

No quadro que segue, destacamos as justificativas dos estudantes E26 e E38 para as conversões realizadas do RG “v” para o RA  $y = x$ .

Quadro 17- Justificativas dos estudantes E26 e E38

RG	E26	E38
		

Fonte: Dados da pesquisa

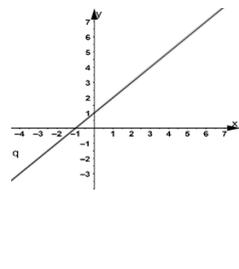
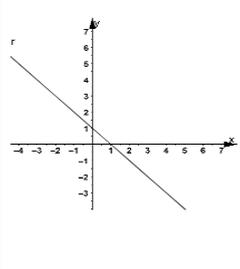
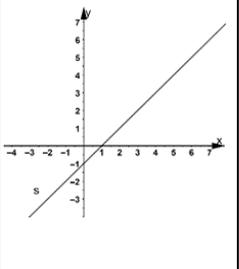
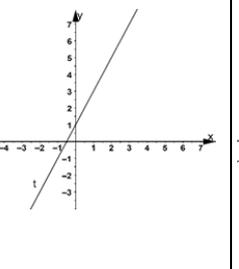
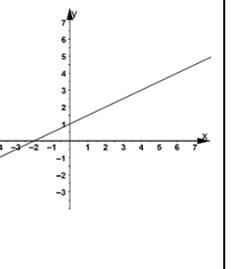
De acordo com os apontamentos dos estudantes, percebemos que suas justificativas não são baseadas na abordagem global das propriedades figurais, pois não é percebida nenhuma referência à correspondência entre as variáveis visuais e as unidades simbólicas.

Em relação aos estudantes que não obtiveram êxito nas conversões da função afim através da articulação entre seus RG e RA, tomaremos para análise as respostas que surgem com maior frequência no instrumento de coleta de dados, por permitem uma compreensão mais ampla do raciocínio dos estudantes ao realizarem as conversões e por oferecem mais subsídios através dos apontamentos deixados pelos estudantes em seus protocolos.

Analisaremos os reconhecimentos não exitosos, efetuados através do processo de conversão, identificados nesta primeira questão, levando em consideração a URC, ou seja, os estudantes estabeleceram relações entre as intersecções do traçado do RG com os eixos cartesianos e as unidades simbólicas do RA, ao realizarem o reconhecimento da função em ambos os registros de representação semiótica.

No quadro que segue, apresentamos os cinco primeiros itens da questão 1 e o número de conversões não exitosas realizadas, que identificamos com maior frequência, do RG para o RA em cada um. O último item da questão não consta no quadro por apresentar números de conversões não exitosas por nós considerados abaixo, ou seja, apenas 4.

Quadro 18- Número de conversões não exitosas realizadas - Questão 1

RG “q”	RG “r”	RG “s”	RG “t”	RG “u”
				
RA	RA	RA	RA	RA
$y = -x + 1$	$y = x + 1$	$y = -x + 1$	$y = \frac{1}{2}x + 1$	$y = 2x + 1$
Conversões = 17	Conversões = 24	Conversões = 14	Conversões = 11	Conversões = 18

Fonte: Dados da pesquisa

Nesses itens, em cada registro gráfico apresentado é explicitado o valor da intersecção do traçado da função afim com o eixo das ordenadas, fato que pode ser facilmente reconhecido pelo estudante e por conseguinte relacionado com unidade simbólica correspondente no registro algébrico, ou seja, o coeficiente linear, mesmo que ele não tenha conhecimento ou lembre deste conceito, a situação o leva a este reconhecimento. Reis (2011) evidenciou em seu trabalho que o insucesso de 100% dos estudantes por ele pesquisados, quando solicitados a encontrar o registro algébrico da função afim a partir do seu registro gráfico, se deu pela ocultação do coeficiente linear no registro de partida.

O que pudemos observar é que mesmo “de posse” do valor em que o traçado do RG intercepta o eixo das ordenadas, os estudantes apresentaram dificuldades no reconhecimento das outras variáveis visuais, sentido da inclinação da reta e ângulo formado com os eixos, e os seus respectivos valores, o que possivelmente os impediu de relacioná-las com as unidades simbólicas correspondentes e realizar a conversão de forma exitosa, tendo como consequência o não reconhecimento da função afim em seu RA a partir de seu RG.

Essas dificuldades, supracitadas, podem ser observadas na conversão da função afim representada no RG “q” para o RA  $y = -x + 1$ , onde 17 estudantes associaram a intersecção do traçado com o eixo horizontal no ponto de valor igual a menos um, com a informação referente ao sinal negativo da taxa de variação apresentada na expressão algébrica.

Nos itens 2 e 3 inferimos que as conversões realizadas evidenciam dificuldades dos estudantes relacionadas aos seguintes desconhecimentos:

- No item 2, da relação existente entre o valor descendente da variável visual “sentido da inclinação” e o sinal da taxa de variação ( $< 0$ ) o que levou 24 estudantes a relacionarem o valor positivo do ponto de intersecção do traçado com o eixo horizontal ao caráter positivo da taxa do valor da variação presente na expressão algébrica para realizarem a conversão da representação da função afim de seu RG “r” para o RA  $y = x + 1$ .
- No item 3, da correspondência entre o valor ascendente da variável visual “sentido da inclinação” e o valor “ausência de sinal” da unidade simbólica “coeficiente  $> 0$ ”, levando 14 estudantes a relacionarem o valor negativo do ponto de intersecção do traçado com o eixo vertical ao caráter negativo da taxa de variação presente na expressão algébrica, para converterem a representação da função afim de seu RG “r” para o RA  $y = -x + 1$ .

As conversões efetuadas nesse item 3, ratificam o desconhecimento dos estudantes da relação existente entre a intersecção do traçado com o eixo das ordenadas e o valor positivo do coeficiente linear presente na expressão algébrica.

Destacamos, na sequência, os protocolos de alguns estudantes que ratificam a nossa análise das conversões não exitosas nesta questão 1. Em seus apontamentos os participantes da pesquisa evidenciam as correspondências, por eles estabelecidas, entre as intersecções do traçado RG e as unidades simbólicas do RA.

Quadro 19- Exemplos de conversões não exitosas- Questão 1

RG	ReE34	ReE16

Fonte: Dados da pesquisa

Observamos, a partir dos recortes elencados no quadro 19, que os estudantes não reconhecem as unidades significativas das duas representações, ou seja, as variáveis visuais e seus respectivos valores do RG e as unidades simbólicas do RA, tornando a conversão realizada incorreta. Esse reconhecimento, segundo Duval (2018), se apresenta como primordial para que seja estabelecida a correspondência entre as unidades de uma das representações e as unidades da outra representação ocasionando, assim, as corretas conversões. “O procedimento de correspondência de duas representações pertencentes a registros diferentes pode ser estabelecido localmente por uma correspondência associativa das unidades significantes elementares constitutivas de cada um dos dois registros” (DUVAL, 2009, p. 64).

Portanto, inferimos que esses estudantes realizam um falso reconhecimento das unidades discursivas, figurais ou simbólicas a serem postas em correspondência (DUVAL,

2018). Para o autor “isso leva a um bloqueio e a um abandono rápido das atividades de busca para resolver um problema ou a erros que apontam confusões ininterpretáveis” (DUVAL, 2018, p. 10).

Observemos na sequência a entrevista realizada com o E34, onde ele explicita o seu raciocínio ao realizar a conversão solicitada na questão.

*P: na primeira questão você tem alguns gráficos e as leis de formação, ou fórmulas, da função afim e foi pedido para relacionar cada gráfico com a lei de formação correspondente.. Você poderia me falar como fez essas relações? Por exemplo, o gráfico “q” você relacionou ele com quem (fazendo referência a lei formação)?*

*E34: o primeiro?*

*P: sim.*

*E34: Deixa eu ver (pausa) com a terceira.*

*P: com a “c” ( $y = -x + 1$ )*

*E34: isso*

*P: o que você observou no gráfico que ajudou você a fazer essa escolha?*

*E34: bom eu coloquei aqui né (fazendo referência ao registro escrito) a reta passa pelo x menos aí por que ela passa pelo menos um e pelo y mais que seria o y positivo aí eu coloquei isso a reta passa pelo x menos e pelo y mais.*

*Pr: se você observar esse gráfico “q” que representa uma função afim, você classificaria essa função como crescente ou decrescente?*

*E34: crescente*

*P: por quê?*

*E34: humm por que ela vai do menos um ao um.*

*P: se tivesse só a lei de formação teria como você dizer se ela (a função) é crescente ou decrescente?*

*E34: humm não sei mas aqui vai do negativo ao positivo também (fazendo referência ao  $-x$  e ao  $+1$ ).*

*P: você acha que a reta do gráfico “q” está mais próxima do eixo x ou do eixo y? Ou está a mesma distância dos dois?*

*E34: eu acho que tá a mesma distância (pausa) não acho que ela está mais próxima do y.*

*P: se você olhar para fórmula (lei de formação), tem alguma informação que te ajude a justificar essa afirmação?*

*E34: não*

A partir dos trechos apresentados temos que o estudante não realiza o reconhecimento das variáveis visuais do RG e os seus respectivos valores, assim como não o faz com as unidades simbólicas do RA, o que impede a devida correspondência entre as unidades significativas das duas representações, não permitindo uma interpretação global da situação de conversão. Chamamos a atenção, também, para o possível desconhecimento por parte do estudante, da definição do zero da função afim ao relacionar a unidade significativa “coeficiente” da expressão algébrica (taxa de variação) com o valor que anula a função.

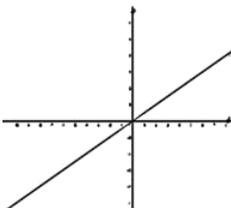
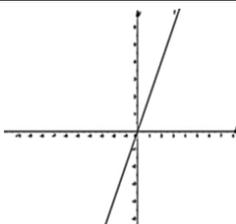
## 5.2 ANÁLISE DA QUESTÃO 2

De acordo com a nossa análise *a priori*, o objetivo dessa questão 2 se traduz em realizar o reconhecimento da função afim representada em seu RG a parte do RA. Apresentaremos quatro quadros com os resultados de cada situação de conversão seguidos das devidas análises. Chamamos a atenção que não está computado nos quadros o número de estudantes que deixaram a questão em branco.

Na situação 1, que apresenta dois gráficos bastante semelhantes, tínhamos como objetivo que os estudantes conseguissem diferenciá-los, relacionando o módulo da unidade simbólica “coeficiente da variável  $< 1$ ” e o valor da variável visual “ângulo menor” do gráfico 1, ou seja, a taxa de variação da função afim que tem módulo igual a  $\frac{1}{2}$ , o que implica na reta estar mais próxima do eixo das abscissas do que das ordenadas.

Apenas 17 estudantes realizaram a conversão correta e 26 não obtiveram êxito, de acordo com o apresentado no quadro que segue.

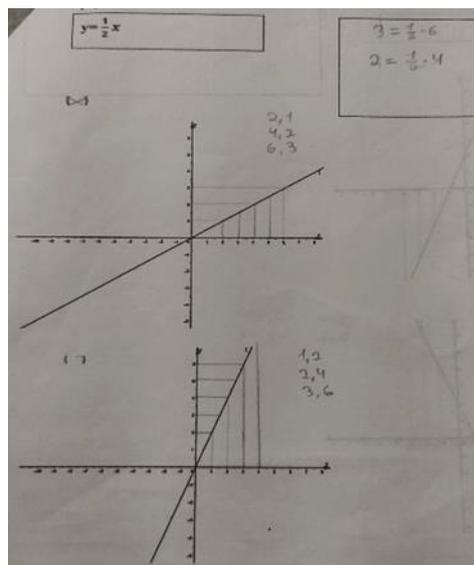
Quadro 20- Resultados das conversões - Situação 1

<b>Situação 1: <math>y = \frac{1}{2}x</math></b>	
Gráfico 1 	Gráfico 2 
Número de conversões exitosas: 17	Número de conversões não exitosas : 26

**Fonte:** Dados da pesquisa

No grupo de estudantes que realizaram as conversões de forma exitosa identificamos os estudantes E1 e E2 que utilizaram como estratégia a abordagem ponto a ponto com tratamento na expressão algébrica (URA), assim como o fizeram na questão 1, como ilustramos no protocolo a seguir.

Figura 7- Apontamentos deixados pelo E1



**Fonte:** Dados da pesquisa

Percebemos, de acordo com a figura, que o estudante realiza as conversões, escolhe dois pontos particulares do RG, (6, 3) e (4, 2), substitui cada ponto no RA e realiza tratamentos na expressão, validando os pontos e confirmando a representação gráfica correspondente à representação algébrica. Cabe salientar que mesmo o sentido da conversão solicitada sendo do RA para o RG, o estudante percorre o caminho contrário, extraíndo primeiro informações no RG, ou seja, a escolha dos pontos, para só então realizar a conversão. Esse fato evidencia que o estudante não faz uma identificação das unidades significativas (unidades simbólicas) do RA e as coloca em correspondência com os valores das variáveis visuais do RG, caracterizando assim uma interpretação global da situação de conversão.

Mesmo realizando de forma correta as conversões, essa estratégia utilizada pelo estudante está em consonância com “a prática corrente, a qual utiliza de regras de codificação para construir representações gráficas fundamentadas na associação entre pares ordenados de números e pontos no plano” (DUVAL, 2011a, p. 96). Isso concorre para o surgimento de um abismo cognitivo entre a interpretação global e a abordagem ponto a ponto na qual o professor se baseia para introduzir o registro gráfico (DUVAL, 2011a).

Esse abismo fica evidenciado quando entrevistamos o E1 através de questionamentos semelhantes aos realizados na questão 1, e suas respostas obedeceram ao mesmo padrão das anteriores o que nos levou a não transcrever trechos da entrevista, evitando repetições de perguntas e respostas.

Entre os estudantes que realizaram o reconhecimento da função afim, de forma exitosa e não deixaram apontamentos em seus protocolos, procuramos extrair por meio da entrevista semiestruturada o raciocínio utilizado no processo de conversão.

Vejamos trechos da entrevista realizada com o estudante E33 que escolheu o gráfico 1, resposta correta, como correspondente da expressão algébrica dada.

*P: na primeira situação você tem  $y$  igual a um meio de  $x$ , e você escolheu o primeiro gráfico como resposta. Você poderia comentar sua resposta?*

*E33: a reta passa entre os números no zero, aí no caso seria um... eita, professor como que lê essa fórmula?*

*P:  $y$  igual a um meio de  $x$  ou um meio vezes  $x$*

*E33: no caso ela (reta) passa no meio, tá dividindo o  $x$  no meio, por isso eu marquei essa, ela passa no meio, tipo ela não vai diretamente para um só (eixos).*

*P: por que não seria o outro gráfico?*

*E33: o outro gráfico também é quase igual, agora ela (reta) puxa mais para o  $y$ .*

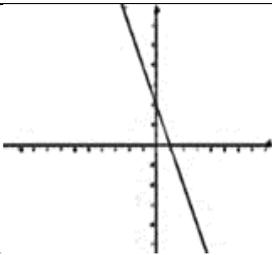
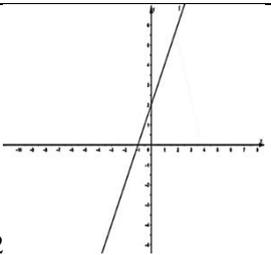
Podemos perceber que o estudante realiza o reconhecimento da função afim apresentada no RA e seu RG, relacionando a sua taxa de variação com a passagem da reta pela origem dos eixos coordenados. No entanto, essa relação está incorreta, pois, de acordo com a interpretação global das propriedades figurais o fato de a reta interceptar a origem dos eixos se deve ao não acréscimo de constante no RA, ou seja, o coeficiente angular ser igual a zero.

Sendo assim, concluímos que, mesmo acertando a situação proposta, o estudante não demonstra conhecimento das relações existentes entre os valores das variáveis do RG e as unidades simbólicas do RA, mesmo que tenha demonstrado uma possível interpretação global do processo de conversão ao justificar a não escolha pelo segundo gráfico como resposta correta.

Entre os que realizaram a conversão incorreta reconhecendo o gráfico 2 como resposta, o raciocínio predominante foi associar a proximidade do RG gráfico com o eixo  $y$  com a multiplicação do  $x$ , na expressão, por um meio, conforme podemos observar na resposta do estudante E38 quando perguntado o motivo da sua escolha: “o  $y$  é a metade do  $x$  e se  $y$  é a metade do  $x$  ela (a reta) vai ficar mais próxima”.

Na situação 2, 16 estudantes acertaram a conversão para o gráfico 1 e 26 erraram escolhendo o gráfico 2, conforme apresentamos no quadro que segue.

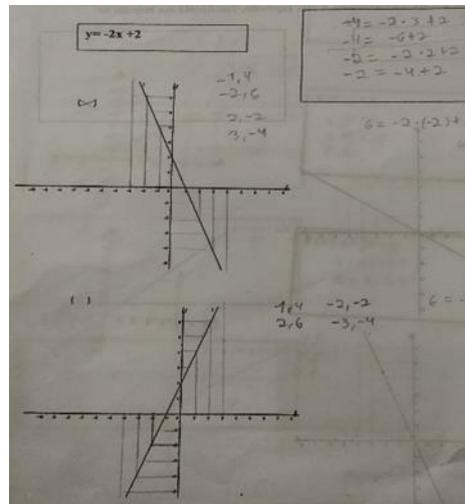
Quadro 21- Resultados das conversões - Situação 2

Situação 2: $y = -2x + 2$	
Gráfico 1 	Gráfico 2 
Número de conversões: 16	Número de conversões : 26

Fonte: Dados da pesquisa

Mais uma vez identificamos, entre os estudantes que realizaram as conversões corretas, a utilização pelo E1 da abordagem ponto a ponto com tratamento na representação algébrica como estratégia empregada no reconhecimento da função afim nos RA e RG. Esse fato se repete nas conversões realizadas por esse estudante nas demais situações da questão 2.

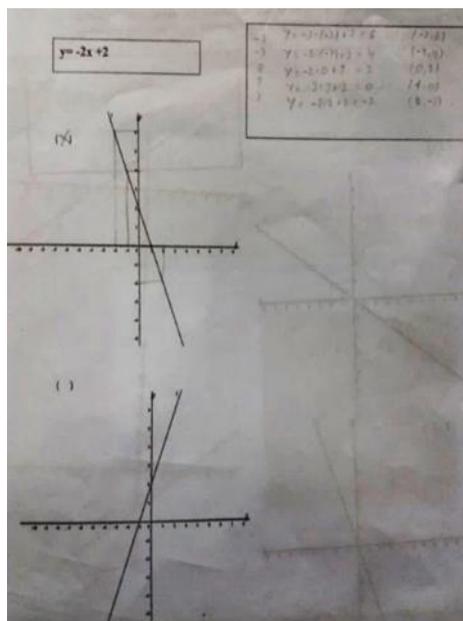
Figura 8- Apontamentos do E1 (situação 2)



Fonte: Dados da pesquisa

Também, identificamos entre os estudantes que obtiveram êxito na conversação realizada, a estratégia da abordagem ponto a ponto com apoio do registro tabular e tratamento da representação algébrica (URB), utilizada pelo estudante E45, como podemos observar na figura seguinte.

Figura 9- Apontamentos do E45



Fonte: Dados da pesquisa

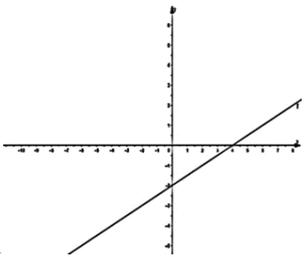
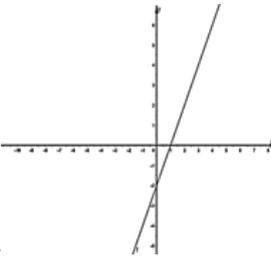
Apesar de seus apontamentos não apresentarem o registro tabular construído a partir do traçado de linha e colunas, a disposição dos dados numéricos sugere essa construção.

No entanto no grupo de 16 estudantes que realizam a conversão correta, foi predominante como justificativa a relação entre sentido da inclinação do RG (decrecente) e o sinal negativo da taxa de variação, no entanto alguns desses estudantes que participaram da entrevista, ao serem questionados a respeito das correspondências existentes o valor do coeficiente linear e a posição do traçado em relação ao eixo das ordenadas, assim como o módulo da taxa de variação e o ângulo formado com os eixos, não souberam fazer as devidas correspondências, evidenciando ausência da interpretação global da situação de conversão.

Para o grupo dos 26 estudantes que não obtiveram êxito nas conversões, os erros foram analisados a partir da URC. Percebemos uma interpretação incorreta da unidade simbólica “coeficiente  $< 0$ ” que foi relacionada à intersecção da reta com o terço negativo do eixo das abscissas e não com o valor da variável visual “sentido da inclinação” que é igual a “descendente”, o que acarretaria a conversão exitosa, ou seja, para o gráfico 1. Isso pode ser observado na resposta dada pelo E34 quando perguntado o porquê de sua escolha ter sido o gráfico 2: “Eu acho que eu coloquei o dois (se referindo ao gráfico 2) porque o dois da fórmula tá negativo e nesse aqui (se referindo ao gráfico 1) não tem nenhum negativo”.

Na situação 3, que analisaremos na sequência, identificamos 16 erros e 26 acertos de acordo com o exposto no quadro abaixo.

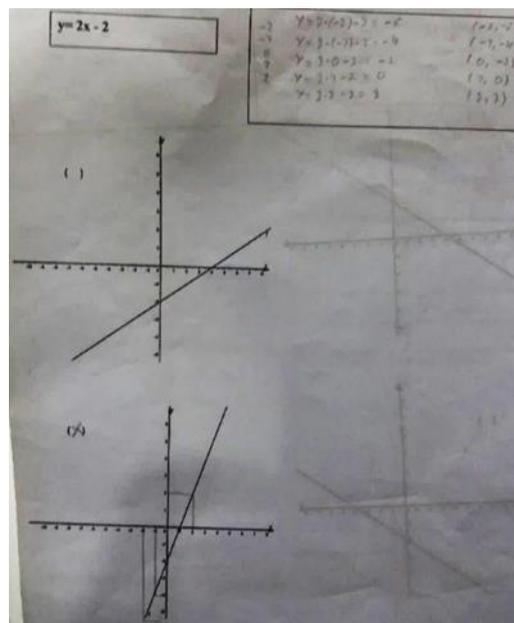
Quadro 22- Resultados das conversões - Situação 3

Situação 3: $y = 2x - 2$	
<p>Gráfico 1</p> 	<p>Gráfico 2</p> 
Número de conversões : 16	Número de conversões : 26

Fonte: Dados da pesquisa

Destacamos nesta situação 3 a resposta do E45, que se utilizou mais uma vez da estratégia definida pela URC, para obter sucesso no processo de conversão.

Figura 10- Resposta do E45



Fonte: Dados da pesquisa

Entre os estudantes que realizaram a conversão de forma não exitosa podemos considerar, por hipótese, que eles não conseguiram perceber a não correspondência existente entre a unidade simbólica “coef. variável  $> 1$ ” e a variável visual “ângulo com os eixos” que possui como valor “ângulo maior”, ou seja, a divergência entre a proximidade do traçado RG com o eixo horizontal e o módulo da taxa de variação que é igual a 2.

No quadro seguinte, expomos os totais de conversões diagnosticadas, sendo 23 acertos e 13 erros.

Quadro 23- Resultados das conversões - Situação 4

Situação 4: $y = \frac{1}{2}x + 2$	
<p>Gráfico 1</p>	<p>Gráfico 2</p>
Número de conversões: 23	Número de conversões: 13

Fonte: Dados da pesquisa

Em relação aos acertos, destacamos os apontamentos dos estudantes E1 e E45, que não expomos nesta análise por serem idênticos aos já analisados nas três situações anteriores. Já em relação às entrevistas realizadas com esses dois estudantes, se sobressaem o diálogo com o E45, que evidencia a sua justificativa para as conversões realizadas nesta questão.

*E45: bom aqui é uma das questões que eu estou mais acostumado, que era montar o gráfico, eu tenho a lei de formação e fiz aqui uma tabela, a lei de formação e as coordenadas que vou encontrar escolhi os números -2, -1, 0, 1 e 2 e coloque no lugar do x (nesse momento o E45 descreve os cálculos que realizou).*

Podemos inferir, de acordo com a fala do estudante E45, que o processo de ensino pelo qual ele passou privilegiou a abordagem ponto a ponto, a construção de tabelas e tratamentos realizados na expressão algébrica, para se obter a representação gráfica da função a partir da algébrica. Segundo Duval (2011a) “de fato, o ensino e mesmo certos estudos didáticos, atém-se a passagem da equação para a sua representação gráfica com a construção ponto a ponto, esquece-se que é a passagem inversa que traz problema” (DUVAL, 2011a, p. 97). Ainda, de acordo com autor, essa abordagem se apresenta inadequada e representa um obstáculo para aprendizagem deste objeto matemático.

O que Duval (2011a) afirma em relação ao emprego da abordagem ponto a ponto, podemos ratificar com a atitude do estudante E45 em deixar a questão 1 sem resposta, justamente o reconhecimento da função afim em seu RA a partir de sua representação no RG, através do processo de conversão.

Os erros podem, em um total de 13, ser atribuída a relação indevida estabelecida pelos estudantes entre a unidade simbólica “acres. de constante” (coeficiente linear igual a +2) e a intersecção da reta com o eixo das ordenadas, desprezando-se o seu sinal negativo.

### 5.3 ANÁLISE DA QUESTÃO 3

Na sequência, temos as análises da questão 3, que foi adaptada a partir de um item do SAEPE do ano de 2018. A escolha pela aplicação de uma situação de conversão presente nessa avaliação de larga escala, foi determinada pela influência que os resultados dos estudantes concluintes do ensino médio nessa situação exerceram na motivação para realização de nossa pesquisa, conforme já mencionado.

Nessa questão, foi fornecido o registro gráfico da função afim e solicitado que os estudantes determinassem o registro algébrico correspondente. No quadro que segue, apresentamos os resultados diagnosticados.

Quadro 24- Resultados diagnosticados - Questão 3

Registro gráfico				
Conversões realizadas				
$y = -4x + 4$	$y = 4x - 4$ $y = -4 + 4x$	$y = 4x + 4$	$y = x - 4$	$y = x + 4$
<b>Número de estudantes: 3</b>	<b>Número de estudantes: 16</b>	<b>Número de estudantes: 1</b>	<b>Número de estudantes: 4</b>	<b>Número de estudantes: 2</b>
Conversões realizadas				
$+4x = -4$	$y = -4x + 2$	$y = -x$	$f(x) = 2x - 2$	$y = 2x - 4$
<b>Número de estudantes: 1</b>	<b>Número de estudantes: 1</b>	<b>Número de estudantes: 3</b>	<b>Número de estudantes: 1</b>	<b>Número de estudantes: 2</b>

Fonte: Dados da pesquisa

Ao analisarmos o número de conversões contidas no quadro, constatamos uma diversidade de RA atribuídos ao RG o que nos leva a inferir dificuldades dos estudantes em transitar nesse sentido de conversão (RG  $\rightarrow$  RA).

Apenas quatro estudantes obtiveram êxito na conversão da função afim representada no RG para o seu RA correspondente  $y = x - 4$ . No entanto, não deixaram apontamentos em seus protocolos que permitissem uma análise mais apurada do raciocínio ou estratégia empregados nesse processo de conversão; assim como, no diálogo estabelecido com esses estudantes durante a entrevista semiestruturada, os mesmos não apresentaram justificativas plausíveis, levando em consideração a abordagem global de propriedades figurais, para suas respostas.

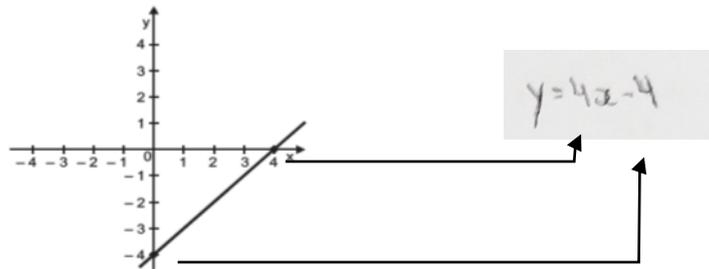
Em relação às 16 conversões não exitosas realizadas para o RA  $y = 4x - 4$ , ou  $y = -4 + 4x$ , que se trata do mesmo registro, podemos constatar, de acordo com a URC, que os estudantes associaram a abscissa do ponto de intersecção do traçado do RG com o eixo horizontal à taxa de variação da função afim, demonstrando não interpretarem que esse valor corresponde ao zero da função, ou seja, onde a função se anula.

No que se refere ao ponto de intersecção do traçado do RG sobre o eixo das ordenadas, percebemos que os estudantes o associaram de forma correta ao coeficiente linear no RA. Por nos faltar informações nesta pesquisa que ratifiquem essa associação como uma ação consciente, ou seja, os estudantes relacionaram o valor “corta abaixo” da variável visual com a unidade simbólica “subtrai-se constante”, de acordo com a abordagem global das propriedades figurais, conjecturamos que os estudantes procederam de forma intuitiva ao realizarem tal associação.

Reis (2011), em sua pesquisa com estudantes do 1º ano do EM, chegou à conclusão semelhante ao observar que quando solicitados a realizar a conversão entre os registros gráfico e algébrico da função afim “associaram o valor do coeficiente angular com o ponto pertencente ao eixo das abscissas” (REIS, 2011, p. 114). Esse autor também observou que parte destes estudantes também procedeu de maneira análoga no processo inverso da conversão entre esses registros.

Vejamos a figura que segue um exemplo de conversão do RG para o RA realizada pelo E26. As setas por nós colocadas na figura chamam atenção para a estratégia utilizada pelo estudante, o zero da função a sua taxa de variação e a posição da reta sobre o eixo das ordenadas ao coeficiente linear.

Figura 11- Conversão realizada pelo E26



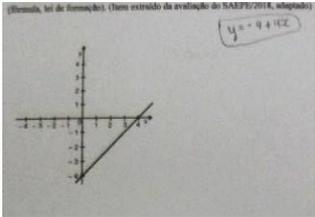
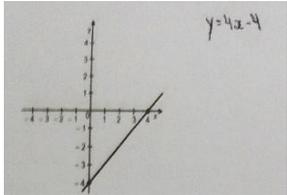
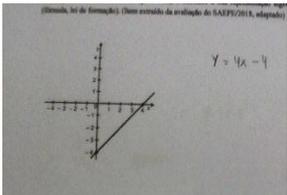
**Fonte:** Dados da pesquisa

Esse exemplo indica que o estudante possui dificuldades tanto na leitura e interpretação da representação gráfica quanto da representação algébrica, e essas dificuldades podem estar relacionadas à falta discriminação das unidades significativas dos registros de representação e a correspondência existente entre elas. Para Duval (1998), a conversão da representação gráfica para a sua correspondente representação algébrica e vice-versa, se apresenta como um obstáculo para a maioria dos estudantes, pois as dificuldades na leitura e interpretação das representações gráficas podem estar associadas ao não reconhecimento das regras de correspondência semiótica entre os RG e RA.

Essa situação de correspondência direta entre as unidades simbólicas do RA e as intersecções do RG com os eixos coordenados se apresenta como estratégia predominante utilizada pelos estudantes para determinarem a expressão algébrica a partir do gráfico, assim como na situação inversão.

No quadro seguinte, apresentamos outros exemplos de conversões realizadas a partir da URC, conforme descrevemos nos parágrafos anteriores.

Quadro 25- Exemplos de conversões realizadas a partir da URC

<p style="text-align: center;">E6</p> 	E26	<p style="text-align: center;">E26</p> 
<p style="text-align: center;">E8</p> 		E33

**Fonte:** Dados da pesquisa

Podemos inferir que essa estratégia de associação direta entre as unidades simbólicas e as intersecções com eixos coordenados realizada pelos estudantes, vem justificar as formas de reconhecimento da representação da função afim durante a conversão ente os seus RG e RA, e vice-versa, identificadas nas análises das questões 1 e 2.

#### 5.4 ANÁLISE DA QUESTÃO 4

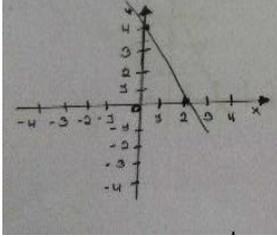
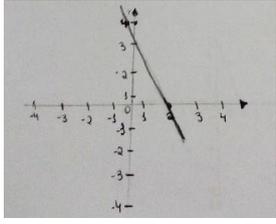
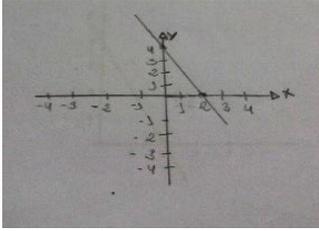
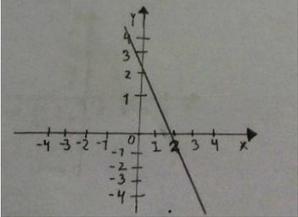
Na questão 4, a conversão solicitada para que os estudantes realizassem trata do processo inverso do solicitado na questão 3, ou seja, os estudantes têm como registro de partida o RA e o de chegada o RG.

Boa parte dos estudantes converteram a função afim representada no RA para o seu RG utilizando como estratégia o descrito na URC, seguindo o mesmo raciocínio empregado na maioria das conversões realizadas na questão 3.

Apresentamos no quadro seguinte os resultados dos mesmos estudantes que utilizamos como exemplo das conversões realizadas na questão anterior, para que percebamos a regularidade da estratégia utilizada, ou seja, associação entre as intersecções do traçado RG com as unidades simbólicas do RA.

O RA da função afim fornecido na questão foi  $y = 2x + 4$ , onde temos como unidades simbólicas “coeficiente  $> 0$ ”, “coef. variável  $> 1$ ” e “acres. de constante”, de acordo com a abordagem interpretação global.

Quadro 26- Resultados de estudantes que utilizaram a URC

<p style="text-align: center;">E6</p> 	<p style="text-align: center;">E26</p> 
<p style="text-align: center;">E8</p> 	<p style="text-align: center;">E33</p> 

Fonte: Dados da pesquisa

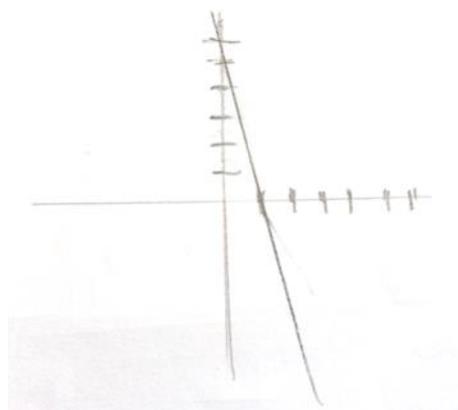
Observamos de acordo com o 26 que os estudantes são capazes de construir o plano cartesiano, localizando os pontos no eixos coordenados, com algumas restrições em relação às escalas utilizadas nos eixos, o que não discutiremos aqui por não se tratar do foco da pesquisa.

No entanto, ao esboçarem o traçado do RG os estudantes fazem uma correspondência direta entre o valor da taxa de variação ( $a = 2$ ), presente no RA, com o número real dois no eixo das abscissas e entre o valor do coeficiente linear ( $b = 4$ ) e o número real quatro no eixo da ordenadas. Embora esse último procedimento esteja correto, o primeiro interfere na determinação do valor da variável visual “sentido da inclinação” do traçado, que se apresenta como “descendente”, onde o correto seria “ascendente” levando-se em consideração o caráter positivo do valor da unidade simbólica “coef. Varável  $> 0$ ”.

Outro fato que também merece atenção é que essa relação estabelecida pelos estudantes entre a taxa de variação e a intersecção do traçado com os eixos das abscissas leva a uma interpretação errônea do zero da função afim (abscissa do ponto de encontro entre o traçado e o eixo horizontal), pois os RG determinados pelos estudantes indicam como valor que anula a função o número real dois, em detrimento do valor correto que seria menos dois.

Entre os estudantes que não realizaram de forma exitosa a conversão da função de seu RG para o RA, e vice-versa, destacamos o E1 que nas questões 1 e 2 realizou o reconhecimento da função afim em seus registros gráfico e algébrico, realizando a conversão utilizando como estratégia a abordagem ponto a ponto. Esse destaque se deve ao insucesso do estudante nesta questão 4, conforme podemos observar na figura que segue.

Figura 12- Resposta do E1(questão 4)



**Fonte:** Dados da pesquisa

O estudante deixou como apontamento em seu protocolo apenas o RG gráfico obtido, sendo assim para melhor entendermos o seu raciocínio apresentamos trechos do diálogo como mesmo durante a entrevista.

*P: você poderia me explicar como pensou para esboçar esse gráfico?*

*E1: é... deixe eu lembrar, aqui (pausa) eu usei como exemplo o x como sendo x igual a um aí um vezes dois mais quatro seis, seria o valor do y, ai eu coloquei no x um, ai o valor seis seu coloquei (fazendo referência ao eixo y)*

Mais uma vez percebemos que o estudante utilizou como estratégia para realizar a conversão a abordagem ponto a ponto e mentalmente realizou a operação de tratamento na expressão, contudo não obteve êxito na construção do gráfico, pois não soube localizar no plano cartesiano o ponto de coordenadas (1, 6) por ele determinado.

De acordo com informação que podemos extrair do gráfico esboçado pelo estudante, ele utilizou os pontos de coordenadas (1,0) e (0,6) para determinar o traçado do RG, o que incidiu nos seguintes equívocos:

- O valor da variável visual “sentido da inclinação” como “descendente”;
- O valor do zero da função como sendo igual a um;
- O valor da ordenada do ponto de intersecção do traçado com o eixo das ordenadas.

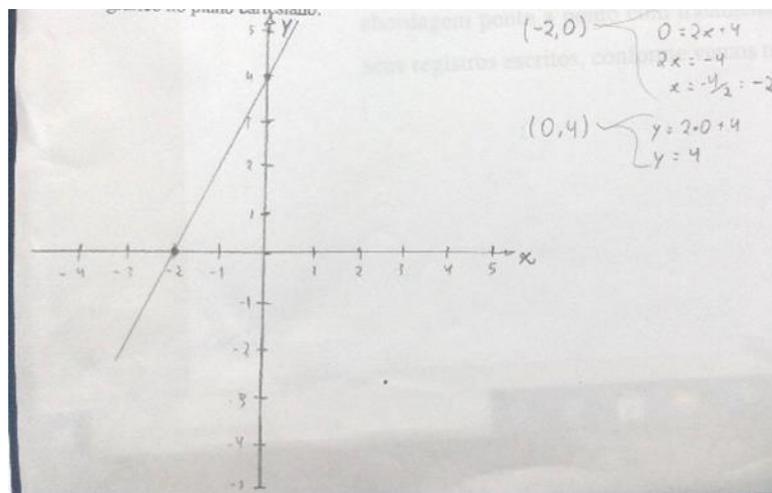
Com essa análise da resposta do E1, percebemos as limitações da abordagem ponto a ponto em relação à abordagem de interpretação global já apontada por Duval (2011a), pois a primeira não possibilitou ao estudante uma leitura correta do gráfico, inviabilizando a percepção das devidas correspondências entre as unidades significativas dos dois registros mobilizados.

Resultados semelhantes, aos por nós identificados, também foram apontados por Reis (2011), em sua pesquisa com estudantes do 1º ano do Ensino Médio que ao serem solicitados a esboçarem o gráfico de uma função afim a partir do seu registro algébrico, o fizeram associando a taxa de variação ao zero da função, ou seja, “o coeficiente angular é igual à abscissa do ponto para  $f(0)$ ” (REIS, 2011, p.117).

Segundo Duval (2011b), existe entre a construção de um gráfico atrelada a identificação de uma sequência de pontos e a operação não matemática de se ligar os pontos consecutivos, o que o autor denomina de “UM SALTO DIMENSIONAL NO CONTÍNUO VISUAL de retas e curvas” (DUVAL, 2011b, p. 108). E, segundo o autor, os gráficos cartesianos se constituem em um sistema semiótico produtor, ou criador, de novas representações em função desse salto dimensional e não pela associação de um par de números a um ponto, associação por ele denominada de regra de codificação.

A abordagem ponto a ponto com tratamento no registro algébrico também foi diagnóstica entre as conversões exitosas. Na figura seguinte, temos os apontamentos deixados pelo estudante E2 em seu protocolo.

Figura 13- Apontamentos deixados pelo estudante E2



Fonte: Dados da pesquisa

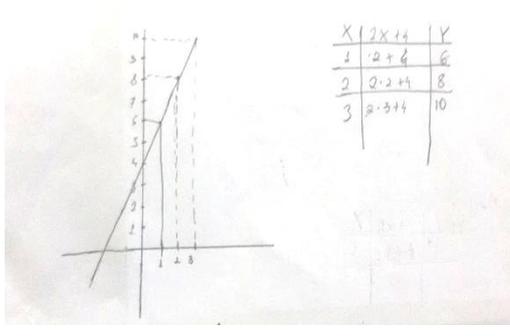
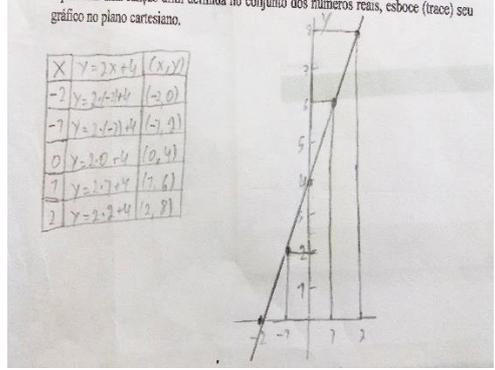
Ao analisarmos os apontamentos desse estudante, podemos inferir que o mesmo tem apropriação de como calcular o valor onde a função se anula, igualando a expressão a zero e realizando operações de tratamentos, assim como, o cálculo do coeficiente linear ao substituir o valor de “x” por zero com posterior tratamento.

Ao realizar os procedimentos acima descritos, o estudante determinou dois pontos de coordenadas (-2, 0) e (0,4), marcando-os sobre os devidos eixos e na sequência esboçando o gráfico solicitado, caracterizando assim o emprego da abordagem ponto a ponto como estratégia de conversão.

Duval (2011a) evidencia que “esta abordagem favorece quando se quer TRAÇAR o gráfico correspondente de uma equação do primeiro grau ou o gráfico de uma equação do segundo grau” (DUVAL, 2011a, p. 98). Assim como favorece a realização da leitura das coordenadas de pontos considerados interessantes, seja por se tratar de pontos de intersecção da reta com os eixos ou, no caso da função quadrática, pontos de máximo, de mínimos, etc. (DUVAL, 2011a).

Também, foram identificadas, entre as conversões exitosas, as realizadas pelos estudantes E35 e E45, que utilizaram como estratégia de conversão a abordagem ponto a ponto com apoio do registro tabular e tratamentos na representação algébrica. No quadro a seguir temos apontamentos desses estudantes.

Quadro 27- Conversões realizadas pelos E35 e E45 – Questão 4

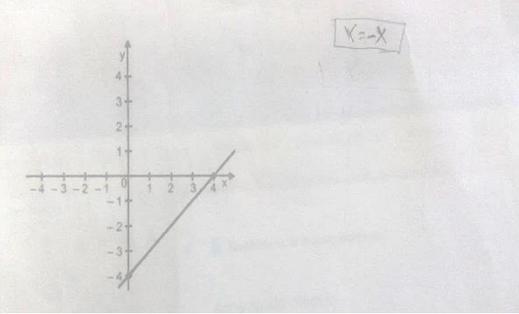
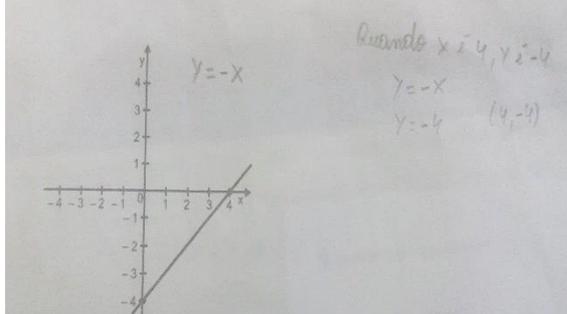
E35	E45																											
<p>Dada a equação algébrica (lei de formação ou fórmula) <math>y = 2x + 4</math> ou <math>f(x) = 2x + 4</math>, que representa uma função afim definida no conjunto dos números reais, esboce (trace) seu gráfico no plano cartesiano.</p>  <table border="1" data-bbox="638 1523 766 1680"> <thead> <tr> <th>X</th> <th><math>2x + 4</math></th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td><math>2 \cdot 2 + 4</math></td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td><math>2 \cdot 3 + 4</math></td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table>	X	$2x + 4$	Y	2	$2 \cdot 2 + 4$	8	3	$2 \cdot 3 + 4$	10	<p>Dada a equação algébrica (lei de formação ou fórmula) <math>y = 2x + 4</math> ou <math>f(x) = 2x + 4</math>, que representa uma função afim definida no conjunto dos números reais, esboce (trace) seu gráfico no plano cartesiano.</p>  <table border="1" data-bbox="877 1523 1037 1713"> <thead> <tr> <th>X</th> <th><math>y = 2x + 4</math></th> <th>(x, y)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-2</td> <td><math>y = 2 \cdot (-2) + 4</math></td> <td>(-2, 0)</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td><math>y = 2 \cdot (-1) + 4</math></td> <td>(-1, 2)</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td><math>y = 2 \cdot 0 + 4</math></td> <td>(0, 4)</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td><math>y = 2 \cdot 1 + 4</math></td> <td>(1, 6)</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td><math>y = 2 \cdot 2 + 4</math></td> <td>(2, 8)</td> </tr> </tbody> </table>	X	$y = 2x + 4$	(x, y)	-2	$y = 2 \cdot (-2) + 4$	(-2, 0)	-1	$y = 2 \cdot (-1) + 4$	(-1, 2)	0	$y = 2 \cdot 0 + 4$	(0, 4)	1	$y = 2 \cdot 1 + 4$	(1, 6)	2	$y = 2 \cdot 2 + 4$	(2, 8)
X	$2x + 4$	Y																										
2	$2 \cdot 2 + 4$	8																										
3	$2 \cdot 3 + 4$	10																										
X	$y = 2x + 4$	(x, y)																										
-2	$y = 2 \cdot (-2) + 4$	(-2, 0)																										
-1	$y = 2 \cdot (-1) + 4$	(-1, 2)																										
0	$y = 2 \cdot 0 + 4$	(0, 4)																										
1	$y = 2 \cdot 1 + 4$	(1, 6)																										
2	$y = 2 \cdot 2 + 4$	(2, 8)																										

Fonte: Dados da pesquisa

Podemos constatar, de acordo com o quadro 26, que os estudantes passaram por um processo de ensino sobre o esboço de gráficos de funções baseado na seguinte sequência: construção de tabelas, atribuição de valores para as abscissas, tratamentos no RA, determinação das ordenadas, formação de pares ordenados, localização no plano cartesiano de pontos a partir das coordenadas calculadas e a constituição do traçado do RG.

Os estudantes utilizaram a mesma estratégia que empregaram na questão 2 na qual o sentido da conversão entre os registros era o mesmo, do RA para o RG, sendo bem sucedidos nas conversões. Contudo, deixaram a questão 1 em branco e não foram bem sucedidos na questão 3. Para melhor entendermos essa observação, no quadro que segue apresentamos as respostas dos estudantes E35 e E45 na questão 2.

Quadro 28- Respostas dos estudantes E35 e E45 - Questão 24

E35	E45
<p>Observe o gráfico abaixo que representa uma função afim (função do 1º grau), definida no conjunto dos números reais (<math>f: R \rightarrow R</math>), e encontre a sua representação algébrica (fórmula, lei de formação). (Item extraído da avaliação do SAEPE/2018, adaptado)</p> 	<p>Observe o gráfico abaixo que representa uma função afim (função do 1º grau), definida no conjunto dos números reais (<math>f: R \rightarrow R</math>), e encontre a sua representação algébrica (fórmula, lei de formação). (Item extraído da avaliação do SAEPE/2018, adaptado)</p> 

Fonte: Dados da pesquisa

Vemos que os estudantes não conseguiram empregar a estratégia que se utilizaram nas questões 2 e 4, sendo assim, conjecturamos que a abordagem ponto a ponto, principal elemento do modo de resolução utilizado pelos estudantes, se apresenta como ineficaz para o processo de conversão quando temos o RG como partida e o RA como chegada. “A razão profunda dessas dificuldades não se deve procurar nos conceitos matemáticos ligados à função afim, mas na falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre o registro da representação gráfica e o registro da expressão algébrica” (DUVAL, 2011a, p. 97)

Duval (2011a) também chama a atenção para estas dificuldades encontradas pelos estudantes na conversão no sentido gráfico/algébrico, para o autor “o ensino e mesmo certos

estudos didáticos, atém-se a passagem da equação para representação gráfica com a construção ponto a ponto, esquece-se que **é a passagem inversa que traz problema**” (DUVAL, 2011a, p. 97, grifo do autor).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização do presente estudo teve sua origem em nossas reflexões a respeito das dificuldades dos estudantes da Educação Básica, em especial do ensino médio, em articular as diferentes representações da função afim, particularmente a representação gráfica e algébrica. Essas dificuldades foram observadas em nossa prática como professor dessa etapa de escolaridade e do acompanhamento do desempenho dos estudantes concluintes do ensino médio na avaliação de Matemática do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (SAEPE).

Ao realizarmos um levantamento, no período de 2018 a 2019, do desempenho dos estudantes nos itens dos testes de Matemática do SAEPE que abordam o conceito de função afim e suas representações (língua natural, algébrica, gráfica, tabular), constatamos resultados insatisfatórios de acordo com os padrões de desempenho estabelecidos por essa avaliação de larga escala.

Direcionando nosso olhar para os itens do SAEPE que requerem dos estudantes o reconhecimento da representação da função afim em sua forma algébrica a partir da gráfica e vice-versa, detectamos índices de acertos inferiores a 50%, o que veio a ratificar a nossa intenção de pesquisa.

Amparados pelo aporte teórico da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, temos como questão de pesquisa a ser respondida: Como os estudantes do ensino médio articulam os registros de representação semiótica gráfico e algébrico da função afim por meio do processo de conversão?

Para responder à pergunta supracitada estabelecemos como objetivo geral analisar a conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função realizada por estudantes do ensino médio, a partir da interpretação global de propriedades figurais, e como específicos: analisar como os estudantes reconhecem a representação da função afim em seu registro algébrico, dado o seu registro gráfico e vice-versa; identificar as estratégias utilizadas pelos estudantes para realizarem a conversão da representação da função afim entre os registros de representação gráfica.

Para alcançarmos os objetivos da pesquisa, foram analisadas quatro questões, as duas primeiras direcionadas a responder o primeiro objetivo específico e as duas últimas ao segundo.

No entanto, de acordo com os registros escritos deixados pelos estudantes realizamos algumas inferências independentes da ordem estabelecida.

A questão 1, caracterizada como uma tarefa de reconhecimento, por se tratar simplesmente da escolha de uma resposta entre várias possíveis, segundo Duval (2011b), foi deixada em branco por 4 estudantes e 41 realizaram as conversões solicitadas. Deste total, 39 não foram bem-sucedidos no processo de conversão ao reconhecerem erroneamente as funções afim em seus RA, a partir de seus RG, relacionando as intersecções do traçado com os eixos coordenados às unidades simbólicas da expressão algébrica, ou seja, eles não fizeram corresponder as variações produzidas no registro de partida com as covariações sofridas pelo registro de chegada, o que os levaria ao reconhecimento exitoso, de acordo com a abordagem de interpretação global.

O insucesso no reconhecimento esperado fica evidente nas respostas dadas por alguns dos 39 estudantes às perguntas realizadas pelo pesquisador durante a entrevista semiestruturada.

Todos, sem exceção, não estabelecem a relação existente entre o ângulo formado pelo RG e o eixo das abscissas e o valor do módulo da taxa de variação do RA, nem o seu deslocamento sobre o eixo das ordenadas com valor do coeficiente linear.

Dentre as relações esperadas de acordo com abordagem global, ou seja, associação das variáveis visuais da representação com as respectivas unidades simbólicas da representação algébrica, a que se sobressaiu em repostas dadas pelos estudantes à entrevista, é o estabelecimento da relação correta entre o sentido da inclinação do traçado do RG, ascendente ou descendente, e o sinal positivo ou negativo da taxa de variação do RA.

Dois estudantes, o E1 e o E2, realizaram as seis conversões da questão 1 de forma exitosa, utilizando como estratégia de conversão a abordagem ponto a ponto com tratamentos na expressão algébrica. No entanto, levando em consideração a TRRS, não podemos afirmar que esses estudantes reconhecem o objeto matemático função afim em seus registros gráfico e algébrico, ao realizar de forma correta a conversão entre eles. Segundo essa teoria quando se deseja passar da representação gráfica para a algébrica é a abordagem de interpretação global que se apresenta como necessária por levar em consideração as variáveis visuais.

Desses dois estudantes citados, apenas o E1 participou da entrevista o que permitiu, de acordo com suas respostas aos questionamentos do pesquisador, percebermos que ele não realiza uma interpretação global durante as conversões por não identificar todas as modificações pertinentes realizadas de forma conjuntas nas representações gráfica e algébrica.

De maneira semelhante ao ocorrido com o grupo de estudantes que realizou o processo de conversão corretamente, o E1 também deixa claro durante a entrevista que só possui a compreensão da relação existente entre a variação do valor ascendente ou descendente da variável visual sentido da inclinação do traçado do RG e a covariação sofrida pelo sinal positivo ou negativo, da taxa de variação da função afim representada no RA.

A questão 2, também caracterizada como uma tarefa de reconhecimento, diferentemente da anterior, apresenta o sentido de conversão algébrico/gráfico e para efeito de análise foi dividida em quatro situações. Em todas as situações, temos a presença das conversões realizadas de forma exitosa pelos estudantes E1 e E2, que repetiram em suas respostas a estratégia utilizada na questão 1, a abordagem ponto a ponto seguida de tratamentos na expressão algébrica. Tendo o E1 participado novamente da entrevista, seus comentários, em relação às conversões realizadas, foram idênticos aos feitos na questão 1.

Também realizaram de forma exitosa as conversões das funções afim de seus RA para os RG, na questão 2, os estudantes E35 e E45, utilizando a abordagem ponto a ponto com apoio do registro tabular e tratamentos na expressão algébrica.

O estudante E45, que participou da entrevista, deixa claro que a construção de tabelas para esboçar o gráfico é maneira com a qual ele está mais acostumado, sugerindo que essa estratégia foi a mais utilizada em seu processo de aprendizagem de construção de gráficos de funções.

Entre os demais, na situação 1 foram 17 estudantes, na 2 e 3 foram 16 e na 4 foram 23, que realizaram as conversões de forma correta; suas respostas não foram passíveis de serem analisadas levando em consideração as UR elencadas, por não terem deixarem apontamentos em sus protocolos. No entanto, nas quatro últimas situações da questão, podemos conjecturar que o fato do coeficiente linear estar explícito no RA como no RG, pode ter sido a referência utilizada pelos estudantes para reconhecerem as funções afim, representas nos registros algébrico, em seus respectivos registros gráficos.

Para a primeira situação, podemos conjecturar que suas conversões corretas sofreram influência do raciocínio empregado pelos estudantes ao realizarem a conversão, na questão 1, do RG “v”, que tem o seu traçado interceptando os eixos em sua origem, para o RA  $y = x$ , dando como justificativa a correspondência entre o valor igual a zero do coeficiente linear e a intersecção do traçado com os eixos coordenados.

Os estudantes que não realizaram a conversões de forma correta, na situação 1 e 2 foram 26, na 3 foram 16 e na 4 foram 13, de acordo com as nossas análises também partiram do valor

explícito do coeficiente linear presente no RA e o associaram à ordenada do ponto de intersecção do traçado do RG com o eixo vertical.

Mesmo essa associação estando correta, ou seja, o acréscimo ou decréscimo de constante correspondem respectivamente ao traçado que está acima ou abaixo da origem do eixo vertical; os estudantes não foram hábeis em perceber a associação entre as outras unidades simbólicas da expressão e as variáveis visuais do gráfico, a exemplo da situação 2 que não foi percebida pelos estudantes, a não correspondência entre o “coeficiente  $< 0$ ” da expressão e o valor “ascendente” da variável visual.

As análises das questões 3 e 4 vieram confirmar o diagnosticado nas questões anteriores em relação à URC, seja a principal estratégia utilizada pelos estudantes ao realizarem a conversão do RG gráfico da função afim para o seu registro algébrico e vice-versa, se constitui em relacionarem de forma direta as intersecções do traçado do RG com os eixos coordenados com as unidades simbólicas do RA.

Diferentemente das duas primeiras questões, a 3 e 4 apresentavam apenas o registro de partida para que o estudante determinasse o de chegada. Na questão 3 o traçado do RG interceptava o eixo das abscissas e ordenadas nos pontos  $(4, 0)$  e  $(0, -4)$ , nessa ordem, o que levou os estudantes a converterem, de forma equivocada, a representação da função afim contida nesse registro para o RA  $y = 4x - 4$ . A principal conclusão que podemos tirar das respostas dos estudantes nessa questão é a falta da compreensão do significado do zero da função, pois os estudantes relacionam seu valor à taxa de variação presente na expressão algébrica.

A questão 4 apresentava como registro de partida o RA  $y = 2x + 4$ . Os estudantes ao esboçarem o RG correspondente levaram a interceptar os eixos das abscissas e ordenadas nos pontos  $(2, 0)$  e  $(0, 4)$ , ou seja, mesmo o sentido da conversão solicitada nessa questão ser o inverso da apresentada na questão 3, os estudantes permaneceram na mesma estratégia da URC. Mais uma vez temos como principal conclusão a interpretação incorreta do zero da função pelos estudantes.

Até esta parte das considerações finais podemos ratificar o que Duval (2018) considera como situações que levam à conversão a ser considerada como um obstáculo a ser superado no processo de compreensão e aprendizagem matemática, ou seja, a incapacidade dos estudantes de reconhecerem em uma das representações, no caso desta pesquisa a gráfica e a algébrica, as unidades a serem colocadas em correspondência entre elas e o falso reconhecimento das unidades discursivas figurais ou simbólicas a serem postas em correspondência.

Podemos ratificar também, de acordo com as nossas análises, outra afirmação dada por Duval (2011a) referente à inoperância da abordagem ponto a ponto quando se deseja determinar o RA algébrico da função afim a partir de seu RG, ocasionada por essa abordagem não levar em consideração as variáveis visuais.

Essa confirmação fica evidente ao analisarmos o desempenho dos estudantes E1, E2, E35 e E45 nas seguintes situações de conversão:

- Os estudantes E1 e E2 realizaram com êxito as conversões solicitadas nas questões 1 e 2 onde fornecidos os dois registros, utilizando como principal estratégia a abordagem ponto a ponto, já na questão 3 os estudantes foram solicitados, a partir do RG, a encontrar o RA e não obtiveram sucesso.

- Os estudantes E35 e E45 deixaram a questão 1 em branco, na qual o processo de conversão requerido era no sentido gráfico/algébrico, obtiveram êxito na questão cujo sentido de conversão era inverso, utilizando como principal estratégia a abordagem ponto a ponto. No entanto, não conseguiram êxito na questão 3.

Essas duas situações, acima descritas, corroboram com a afirmação de Duval (2011a): “Quando se trata de partir da representação gráfica para encontrar, por exemplo, a equação correspondente ou para utilizar o conceito de inclinação ou de direção, é esta abordagem de interpretação global que se torna necessária” (DUVAL, 2011a, p.99).

Diante das considerações até aqui realizadas consideramos nossos objetos assim respondidos:

- Em relação às estratégias utilizadas pelos estudantes para realizarem a conversão da representação da função entre os registros de representação gráfico e algébrico, as análises diagnosticaram o emprego da abordagem ponto a ponto com tratamentos na expressão algébrica e a abordagem ponto a ponto com apoio do registro tabular e tratamentos na expressão algébrica, como únicas estratégias de conversão.
- Em relação ao reconhecimento da função afim em seu registro algébrico, dado o seu registro gráfico e vice-versa, podemos constatar que os estudantes, em sua maioria, o fazem de maneira inadequada através da correspondência entre as intersecções do traçado do RG com os eixos coordenados e as unidades simbólicas do RA, o que podemos caracterizar como um falso reconhecimento das unidades significativas, segunda a TRRS, a serem postas em correspondência. Esse falso reconhecimento, segundo Duval (2018) contribui

para que a conversão entre as representações semióticas se apresente como o obstáculo maior e primordial a ser superado e contribua para a compreensão e aprendizagem da matemática.

Enfatizamos, a partir dos resultados obtidos nesta pesquisa, a necessidade de se trabalhar em situações de ensino a conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico função afim, assim das demais funções que a sucedem, pautada na abordagem de interpretação global de propriedades, para que se possam sanar as dificuldades aqui diagnosticadas, entre outras que possam ser diagnosticadas em trabalhos futuros.

Esta pesquisa não se apresenta como conclusiva e sugerimos a realização de novos estudos que possam ampliar os resultados aqui encontrados, como também explorar a importância da abordagem de interpretação global para o processo de ensino e aprendizagem de outros tipos de funções.

Por fim, deixamos para reflexão e trabalhos futuros os seguintes questionamentos:

- As correspondências equivocadas estabelecidas pelos estudantes entre as intersecções do traçado do registro gráfico da função e as unidades simbólicas do registro algébrico também se fazem presente em outros tipos de função?
- Será que podemos conjecturar que do mesmo modo que a representação de função evoluiu ao longo do tempo, a passagem de uma representação para outra, ou na linguagem da TRRS, a conversão de uma representação para outra apresenta níveis de dificuldades semelhantes à evolução histórica da função?

## REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, Saddo Ag; HENRIQUES, Afonso. Teoria dos Registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções com duas variáveis com intervenção do *software* Maple. **Ciência & Educação**, Bauru, São Paulo, v. 22, n.2, p. 465-487, abr./jun. 2016.
- BARALLOBRES, Gustavo Néstor. **O conceito de função como modelo matemático**, Campinas, 1998. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Universidade Estadual de Campinas.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução: L. de A. Rego & A. Pinheiro. 1ª ed. São Paulo: Edições 70, 2016. 277 p.
- BRASIL, **Base Nacional Curricular Comum: Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.
- COSTA, Acylena, et al. Conceito de Função: concepções de estudantes do ensino médio. In: Encontro Paraense de Educação Matemática. 2010, Belém, Para, 2010.
- DELGADO, Carlos Jose Borges. **O Ensino da Função Afim a partir dos registros de Representação Semiótica**, f. 152. Dissertação (mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica)) - Universidade do Grande Rio Professor José de Souza Herdy, Duque de Caxias, 2010.
- DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. São Paulo: Papirus Editora, 2003, p.11-33.
- DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**. Editora: Livraria da Física. C. contextos da ciência. Edição: 1/2009. Tradução: Lênio Abreu Farias e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.
- DUVAL, Raymond. (2011a). Gráficos e Equações: a articulação de dois registros. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Tradução Mércles T. Moretti, REVEMAT. Florianópolis, Santa Catarina, v.6, n.2, p. 96-112. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>. Acesso em: 7 out. 2019.
- DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. In: Tânia M. M. Campos (org). Tradução: Marlene Alves Dias. –1. ed. –São Paulo: PROEM, 2011b.
- DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**, 1993. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. REVEMAT. Florianópolis, Santa Catarina, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.
- DUVAL, R. **Como analisar a questão crucial da compreensão em matemática?** Tradução: Mércles Thadeu Moretti. REVEMAT, Florianópolis, Santa Catarina, v. 13, n. 2, p. 1-27, 2018.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. 5 ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FONSECA, V. G. da; SANTOS, A. R. dos; NUNES, W. V. Estudo epistemológico do conceito de funções: Uma retrospectiva. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, Paraná, 2013.

GONÇALVES, Alexandra Cândido. **Aspectos da História do Conceito de Funções e suas Representações por Diagramas, Imagens, Linguagem Algébrica e Gráficos Cartesianos**, f. 106. Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências e Matemática e de Computação, Universidade de São Paulo, 2015.

GODOY, A. S. **Pesquisa Qualitativa Tipos Fundamentais**. *Revista de Administração de Empresas*, São Paulo v.35 n.3, p. 20-29, mai/jun.1995. Disponível em:< <https://www.scielo.br/pdf/rae/v35n3/a04v35n3.pdf>>. Acesso em: 3 de dez. 2020.

Gil, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.  
GITIRANA, Verônica. Função Matemática: o entendimento dos alunos a partir do uso de softwares educacionais. In: Borba, Rute; Guimarães, Gilda. **A Pesquisa Em Educação Matemática: Repercussões em Sala de Aula**. São Paulo: Cortez, 2009. cap. 6, p. 212-240.

GITIRANA, Verônica. Funções: aprendizagem e representações. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 1999. Disponível em: <https://ufpe.academia.edu>. Acesso em: 28 abr. 2020.

KLEIN, Ruben. Por uma educação de qualidade: Ensaio: avaliação e políticas públicas em educação. *Revista da Fundação Cesgranrio*, Rio de Janeiro, v. 11, n. 38, p. 115-120, jan/mar 2003.

LAGO, W. J. S. **As Contribuições dos Registros de Representação Semiótica no Processo de Ensino e Aprendizagem da Função Afim**: um experimento com alunos do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão/IFM-Campos Avançado Rosário. 2018. 83f. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede PROFMAT). Universidade Estadual do Maranhão, São Luís, 2018.

LIMA, L, de. **A aprendizagem significativa do conceito de função na formação inicial do professor de matemática**. Universidade Estadual do Ceará, 314 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação), Fortaleza, Ceará, 2008.

MARAFIOTI GUARNICA, A. V. PEIRCE'S MATHEMATICAL WRITINGS: AN ESSAY ON PRIMARY ARITHMETIC BOOKS AS IT RELATES TO MATHEMATICS EDUCATION. *revista ibero americana de história da matemática*, Rio Claro, v. 1, n. 2, p. 37-57, 5 nov 2020.

MARTINS, Marcos Henrique Santos. **A interpretação global de propriedades figurais no esboço de curvas dadas por equações paramétricas**, f. 220. Dissertação (PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

PERNAMBUCO, Secretaria de Educação de. SAEPE - 2016: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. **Revista do Professor**, Juiz de Fora, v. 1, p. 15, jan/dez 2016.

REIS, Adinilson Marques. **Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos do primeiro ano do ensino médio**. 171 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

REZENDE, Veridiana; NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; CALADO, Tamires Vieira. **Função Afim na Educação Básica: Estratégias e Ideias Base Mobilizadas por Estudantes Mediante a Resolução de Tarefas Matemáticas**. ALEXANDRIA: R. Educ. Tec. Florianópolis, vol.13, n. 2, p. 25-50, novembro. 2020.

RICHARDSON, Roberto Jarry. **Pesquisa Social: métodos e técnicas**. São Paulo: Ed. Atlas, 1985.

TRAVASSOS, Wilian Barbosa; PROENÇA, Marcelo Carlos de. **Registros de Representação Semiótica e o Conceito de Inequação: Análise do Desempenho de Licenciandos Em Matemática à Luz da Congruência Semântica**. REVEMAT, Florianópolis. V.13, n.2, p.162-183, 2018.

TRIVIÑIOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: A pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1967. 174 p.

VÁZQUEZ, S.; REY, G.; BOUBÉE, C.; “ El concepto de función a través de la História”, **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**; v. 4 , n.16, pp. 141-151, Dez. 2008.

ZUFFI, E. M. **Uma Sequência Didática sobre “Funções” para a Formação de Professores do Ensino Médio**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife-PE.

ZUFFI, E. M. **Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função**. Campos do Jordão (SP): Hipátia, v. 1, n. 1, p. 1-10, 2016.

**ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO I  
(PAIS E/OU RESPONSÁVEIS)**

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Prezados pais e/ou responsáveis, como pesquisador, eu, José Robson de Araujo, aluno regulamente vinculado ao Curso de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, sob orientação da professora Dra. Rosinalda Aurora de Melo Teles, venho por meio deste pedir autorização para que seu/sua filho(a) estudante do 3º ano do ensino médio da Escola de Referência em Ensino Médio Francisco Madeiros, venha participar da pesquisa intitulada **“Coordenação entre os Registros de Representação Gráfico e Algébrico da Função Afim: Análise a Partir da Interpretação Global de Propriedades Figurais”**. A referida pesquisa tem como objetivo analisar a coordenação entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim realizada por estudantes do ensino médio durante o processo de conversão, a partir da abordagem de interpretação global de propriedades figurais. A participação se dará através de respostas dadas a um questionário composto por quatro questões e uma entrevista a ser realizada com alguns estudantes selecionados. A aplicação do questionário se dará de forma presencial obedecendo todos os protocolos de segurança estabelecidos pela Organização Mundial de Saúde (OMS), para prevenção da COVID-19. Está atividade não constará como objeto de avaliação dos estudantes, como também não valerá nenhum tipo de conceito ou nota, se caracterizando como coleta de dados para a pesquisa aqui mencionada. A entrevista acontecerá dentro do horário regular de aula, no dia autorizado pela coordenação e pela direção da instituição e será utilizada como dados da pesquisa. Esses dados ficarão guardados sigilosamente por mim e serão destruídos após cinco anos. Informamos que não haverá qualquer custo para nenhum dos estudantes participantes da pesquisa, nem remuneração. Quanto aos riscos que seu/sua filho(a) poderia sentir, esses seriam: (a) o desconforto pela minha presença e (b) a timidez na hora da entrevista. Com relação aos benefícios, a pesquisa irá contribuir para um novo olhar referente as práticas pedagógicas dos professores e uma melhor formação dos futuros estudantes. Salientamos que nossa intenção não é mensurar respostas certas e/ou erradas, antes buscamos refletir sobre as respostas dos estudantes. É importante informar que o anonimato de seu/sua filho(a) será preservado e que, a qualquer momento, ele ou os senhores poderão pedir mais esclarecimentos sobre esse projeto

nos contatos abaixo. Caso seu/sua filho(a) queira desistir, basta me avisar, e todas as informações e materiais coletados serão destruídos. Como responsável por este estudo, comprometo-me arcar com qualquer prejuízo de ordem física ou moral decorrente desta pesquisa. Para quaisquer esclarecimentos e/ou dúvidas, entrar em contato comigo, Jose Robson de Araujo pelo número de celular 87-9 9998 0030 ou com a Profa. Dra. Rosinalda Aurora de M. Teles pelo celular 81-9 9166 5458.

---

Jose Robson de Araujo  
(responsável)

---

Rosinalda Aurora  
(Professora Orientadora)

Eu, \_\_\_\_\_, responsável pelo  
(a) estudante \_\_\_\_\_, compreendi os objetivos e os procedimentos da pesquisa **“Coordenação entre os Registros de Representação Gráfico e Algébrico da Função Afim: Análise a Partir da Interpretação Global de Propriedades Figurais”** e assino este termo de consentimento, pois estou ciente de que meu/minha filho(a), estudante dessa escola, participará no horário regular da escola, das atividades propostas pela pesquisador com o objetivo de ajudá-la na apropriação de novos conhecimentos.

---

Assinatura ou impressão datiloscópica do  
responsável pelo(a) estudante

Havendo impressão datiloscópica, seguem assinaturas das testemunhas

## ANEXO B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO II

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) gestor(a), como pesquisador, eu, Jose Robson de Araujo, aluno regularmente vinculado ao Curso de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, sob orientação da professora Dra. Rosinalda Aurora de Melo Teles, venho por meio deste, solicitar autorização para realizar a pesquisa intitulada **“Coordenação entre os Registros de Representação Gráfico e Algébrico da Função Afim: Análise a Partir da Interpretação Global de Propriedades Figurais”** nesta instituição de ensino. A referida pesquisa tem como objetivo analisar a coordenação entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim realizada por estudantes do ensino médio durante o processo de conversão, a partir da abordagem de interpretação global de propriedades figurais. Salientamos que a entrevista acontecerá dentro do horário regular de aula, no dia autorizado pela coordenação e pela direção da instituição e será utilizada como dados da pesquisa. Esses dados ficarão guardados sigilosamente por mim e serão destruídos após cinco anos. Informamos que não haverá qualquer custo para a instituição e para nenhum dos estudantes participantes da pesquisa, nem remuneração. É importante informar que o anonimato dos estudantes será preservado e que, a qualquer momento, ele ou o(a) senhor(a) poderão pedir mais esclarecimentos sobre esse projeto nos contatos abaixo. Como responsável por este estudo, comprometo-me arcar com qualquer prejuízo de ordem física ou moral decorrente desta pesquisa. Para quaisquer esclarecimentos e/ou dúvidas, entrar em contato comigo, Jose Robson de Araujo, cel: (87) 9 99980030 ou com a Profa. Dra. Rosinalda Aurora de Melo Teles, cel: (81) 9 9166-5458. Informo que o presente documento tem duas vias (uma para o(a) Senhor(a) e outra para o pesquisador).

Declaro que entendi os objetivos da pesquisa e que autorizo a participação da instituição.

---

Gestor (a) responsável pela instituição participante

---

Jose Robson de Araujo  
(responsável)

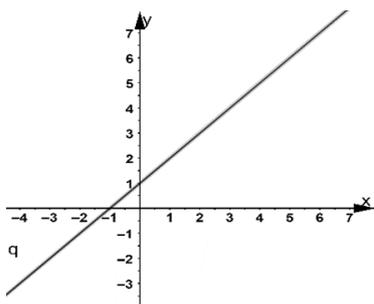
---

Rosinalda Aurora de M Teles  
(Professora Orientadora)

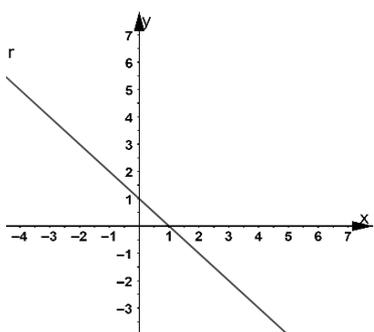
Garanhuns, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2020.

**APENDICE A - QUESTÃO 1**

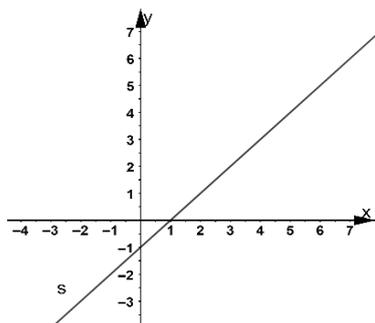
Analise os gráficos abaixo, que representam funções afim, e a seguir relacione cada um deles com sua respectiva equação algébrica (lei de formação ou fórmula). As retas estão identificadas pelas letras q, r, s, t, u e v, respectivamente.



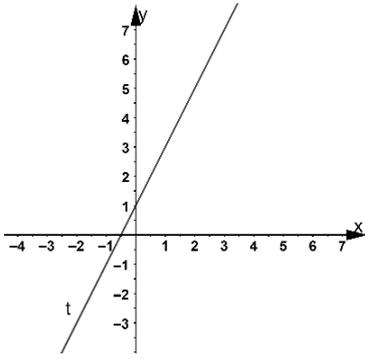
**A ( )  $y = x + 1$**



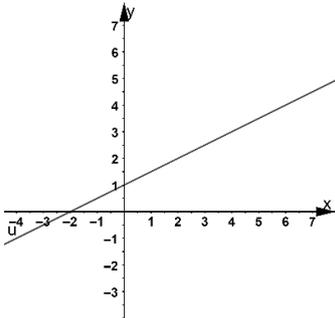
**B ( )  $y = x - 1$**



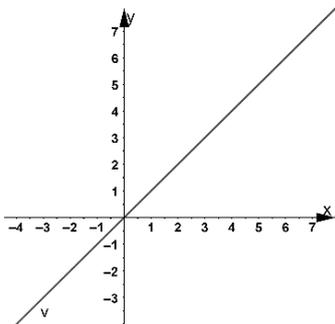
**C ( )  $y = -x + 1$**



**D ( )  $y = 2x + 1$**



**E ( )  $y = x$**



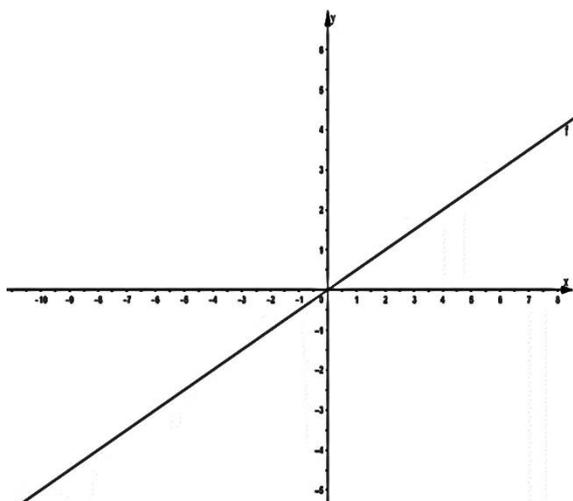
**F ( )  $y = \frac{1}{2}x + 1$**

## APÊNDICE B - QUESTÃO 2

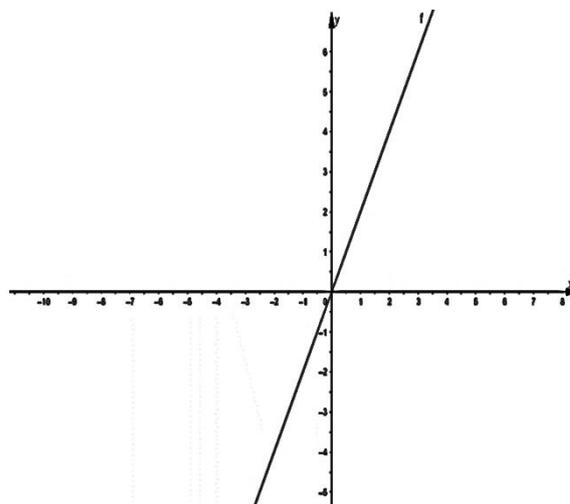
Observe a equação algébrica (lei de formação, fórmula) em cada quadro, que representa uma função afim (função do 1º grau) definida no conjunto dos números reais, e assinale a representação gráfica correspondente a essa expressão, justificando sua resposta no espaço ao lado.

$$y = \frac{1}{2}x$$

( )

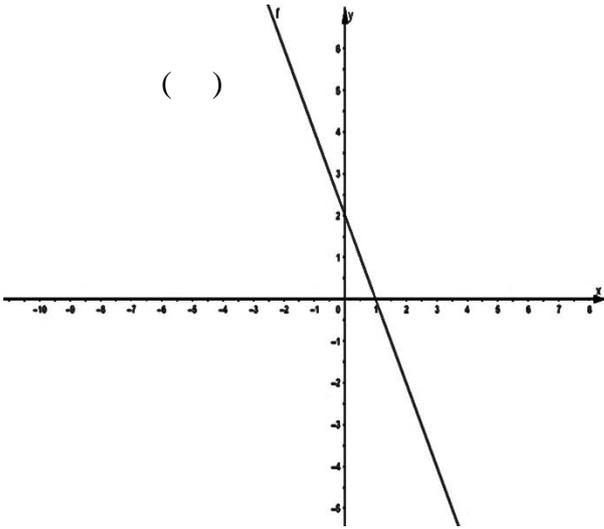


( )

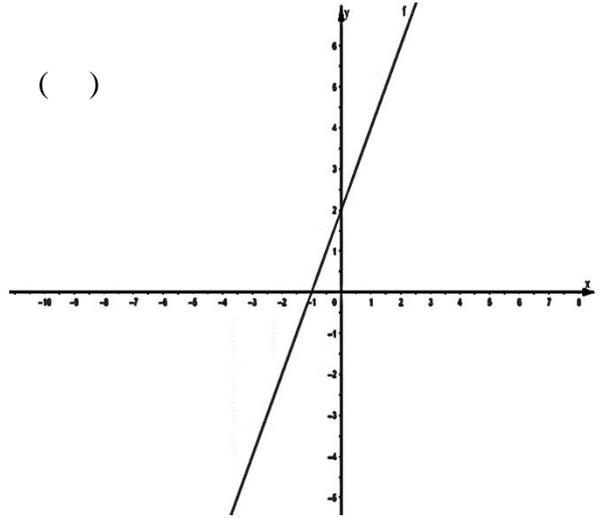


$y = -2x + 2$

( )

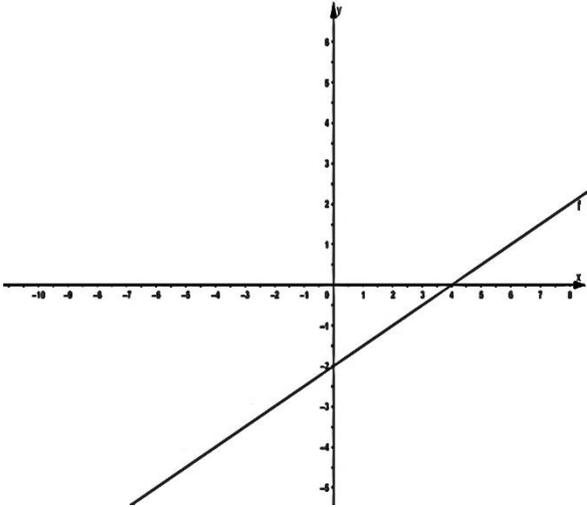


( )

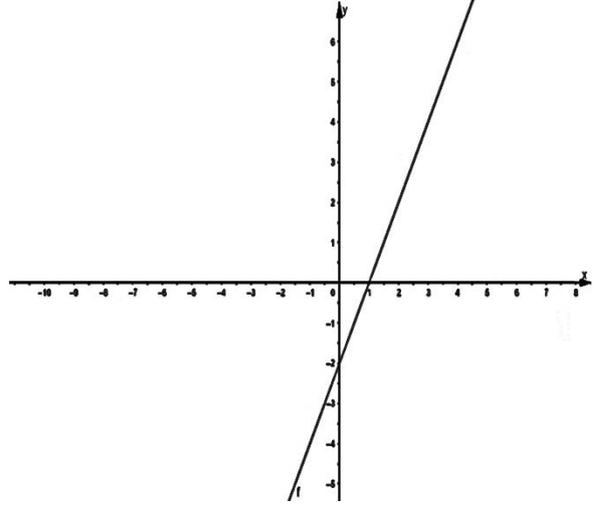


$$y = 2x - 2$$

( )

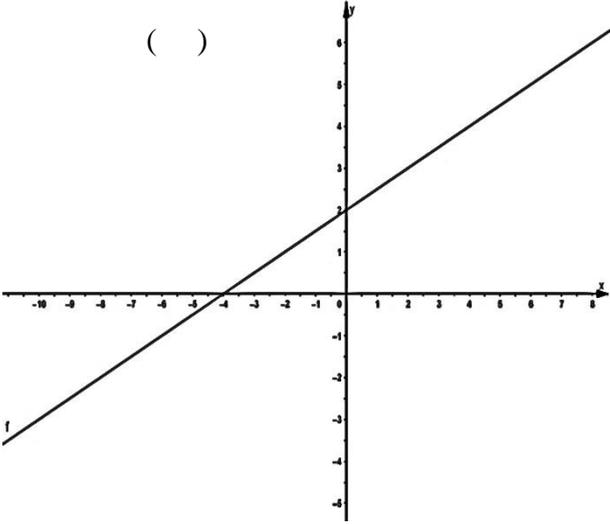


( )

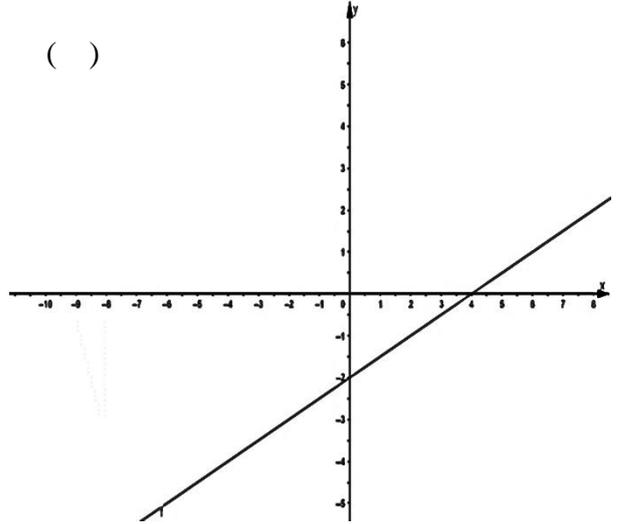


$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

( )

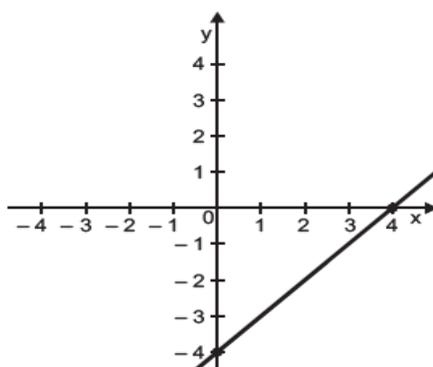


( )



**APÊNDICE C - QUESTÃO 3**

Observe o gráfico abaixo que representa uma função afim (função do 1º grau), definida no conjunto dos números reais ( $f: R \rightarrow R$ ), e encontre a sua representação algébrica (fórmula, lei de formação). (Item extraído da avaliação do SAEPE/2018, adaptado)



**APÊNDICE D - QUESTÃO 4**

Dada a equação algébrica (lei de formação ou fórmula)  $y = 2x + 4$  ou  $f(x) = 2x + 4$ , que representa uma função afim definida no conjunto dos números reais, esboce (trace) seu gráfico no plano cartesiano.