



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

WILFRIDO QUIÑONES SINISTERRA

**MODELOS PARA O SEQUENCIAMENTO DE TRABALHOS E INSPEÇÕES EM  
SISTEMAS DE MANUFATURA DE PRODUTOS PASSÍVEIS À RETOMADA DE  
PRODUÇÃO APÓS INTERRUPÇÃO POR FALHA**

Recife

2021

WILFRIDO QUIÑONES SINISTERRA

**MODELOS PARA O SEQUENCIAMENTO DE TRABALHOS E INSPEÇÕES EM  
SISTEMAS DE MANUFATURA DE PRODUTOS PASSÍVEIS À RETOMADA DE  
PRODUÇÃO APÓS INTERRUPTÃO POR FALHA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção.

Área de concentração: Pesquisa operacional.

**Orientador:** Prof. Dr. Cristiano Alexandre Virginio Cavalcante.

Recife

2021

Catálogo na fonte  
Sandra Maria Neri Santiago, CRB-4 / 1267

- S617m Sinisterra, Wilfrido Quiñones.  
Modelos para o sequenciamento de trabalhos e inspeções em sistemas de manufatura de produtos passíveis à retomada de produção após interrupção por falha / Wilfrido Quiñones Sinisterra. – 2021.  
97 f.: il., figs., tabs.
- Orientador: Prof. Dr. Cristiano Alexandre Virginio Cavalcante.  
Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, Recife, 2021.  
Inclui Referências e Apêndices.
1. Engenharia de Produção. 2. Delay-time. 3. Política de inspeção. 4. Qualidade. 5. Manutenção. 6. Programação de produção. 7. Sequência de trabalhos. I. Cavalcante, Cristiano Alexandre Virginio (Orientador). II. Título.
- UFPE
- 658.5 CDD (22. ed.) BCTG/2021-192

WILFRIDO QUIÑONES SINISTERRA

**MODELOS PARA O SEQUENCIAMENTO DE TRABALHOS E INSPEÇÕES EM  
SISTEMAS DE MANUFATURA DE PRODUTOS PASSÍVEIS À RETOMADA DE  
PRODUÇÃO APÓS INTERRUPTÃO POR FALHA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção. Área de concentração: Pesquisa operacional.

Aprovada em: 16 / 02 / 2021.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Cristiano Alexandre Virginio Cavalcante (Orientador)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Profa. Dra. Caroline Maria de Miranda Mota (Examinadora Interna)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Márcio José das Chagas Moura (Examinador Interno)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Profa. Dra. Nair Maria Maia de Abreu (Examinadora Externa)  
Universidade Federal do Rio de Janeiro

---

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches da Silva (Examinador Externo)  
Universidade Federal de Itajubá

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais Wilfrido Quiñones Portocarrero e Asteria Sinisterra de Quiñones por me mostrarem com seu exemplo que a educação é o melhor caminho. Aos meus irmãos Ferney, Milton (que me acompanha desde o céu) e Edwin por me darem o apoio e a força para seguir em frente.

Ao meu orientador, Cristiano Alexandre Virginio Cavalcante, por colocar tanta confiança em mim, pelo conhecimento transmitido e por ser um verdadeiro orientador.

Ao governo Brasileiro e a CAPES, pela bolsa de doutorado concedida, que me permitiu desenvolver meus estudos e conhecer a extraordinária cultura Brasileira.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção – PPGEP, da Universidade Federal de Pernambuco por me permitir integrar seu programa de doutorado e me ministrar conhecimentos fundamentais para meu desenvolvimento acadêmico.

Aos meus colegas do RANDOM, e aos meus amigos Brasileiros e de diferentes nacionalidades por me oferecer sua amizade e me ajudar incondicionalmente em cada passo.

## RESUMO

Nesta pesquisa, se apresentam modelos que integram a programação de sequências de trabalho retomáveis e políticas de inspeção para o processamento de  $n$  trabalhos com diferentes tempos de processamento em um sistema de componente único, que segue um processo de deterioração modelado com o conceito de *delay-time*. Trabalho retomável nessa tese corresponde a trabalhos ou produtos, que caso tenham sua produção interrompida por uma falha, quando do reestabelecimento à condição operacional do sistema, os mesmos são retomados, ou seja, a produção dos mesmos é continuada do ponto em que parou. A atribuição das inspeções é realizada no início do trabalho; se uma inspeção detectar que o sistema está em um estado defeituoso, uma substituição preventiva é executada, enquanto que se o sistema falhar, um reparo mínimo é executado para restaurar o sistema a uma condição operacional no estado defeituoso. Os modelos descritos nesta pesquisa consideram duas abordagens, a primeira considera possível a execução ilimitada de reparos mínimos até a conclusão do trabalho, e a segunda abordagem considera um máximo de  $m$  reparos mínimos e subsequente substituição corretiva a fim de evitar que, em termos de qualidade do produto, o sistema mude para um estado *fora de controle* devido à deterioração do sistema. Modelos analíticos e de simulação são propostos para estabelecer a melhor sequência de trabalho e inspeções que minimizem o custo total esperado. Os casos numéricos mostram que os modelos, além de estabelecerem a política ótima, em que o menor custo total é assegurado, também geram insights para o gestor decidir onde esforços podem ser direcionados para a melhoria do processo produtivo, como, por exemplo, especificar tempos de inatividade para o desenvolvimento de procedimentos para ações de manutenção e reprocessamento e especificação de parâmetros para o fabricante do sistema.

**Palavras-chave:** delay-time; política de inspeção; qualidade; manutenção; programação de produção; sequência de trabalhos.

## ABSTRACT

This research presents models that integrate the scheduling of a sequence of resumable jobs and inspection policy for the processing of  $n$  jobs with different processing times in a single-component system, following a deterioration process modeled with a delay-time concept. The assignment of inspections is performed at the beginning of the job; if an inspection detects the system to be in a defective state, preventive replacement is performed, whereas if the system fails, minimal repair is carried out to restore the system to an operational condition in the defective state. The models described in this research consider two approaches, the first considers the unlimited execution of minimal repairs until completion of the job, and the second approach considers a maximum of  $m$  minimal repairs subsequent corrective replacement in order to avoid that in terms of product quality, the system shifts to an out-of-control state due to system deterioration. Analytical and simulation models are proposed to establish the best sequence of jobs and inspections that minimize the expected total cost. The numerical cases show that the models, in addition to establishing the best job sequence and inspection policy to minimize costs, also generates information to decide where efforts can be directed to improve the production process, such as, specifying downtimes for the development of procedures for maintenance and rework actions and specification of parameters for the manufacturer of the system.

**Keywords:** delay-time; inspection policy; quality; maintenance; production scheduling; job sequence.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	O conceito de delay-time em que $u$ representa o ponto de chegada de defeito e $h$ é o delay-time	17
Figura 2 –	Representação gráfica do delay-time e reparo mínimo	26
Figura 3 –	Representação gráfica da ocorrência de eventos em um trabalho	30
Figura 4 –	Representação gráfica de casos contidos no cenário 1 para dois trabalhos	31
Figura 5 –	Representação gráfica simplificada do cenário 1 para dois trabalhos	32
Figura 6 –	Representação gráfica dos casos contidos no cenário 2 para dois trabalhos	33
Figura 7 –	Representação gráfica simplificada do cenário 2 para dois trabalhos	33
Figura 8 –	Representação gráfica simplificada de cenários para três trabalhos com duas inspeções	35
Figura 9 –	Representação gráfica simplificada de cenários para três trabalhos com uma inspeção no início do trabalho 2	36
Figura 10 –	Representação gráfica simplificada de cenários para três trabalhos com uma inspeção no início do trabalho 3	37
Figura 11 –	Fluxograma de simulação para o makespan esperado- capítulo 3	49
Figura 12 –	Fluxograma de simulação para o custo de manutenção esperado- capítulo 3	50
Figura 13 –	Representação gráfica que relaciona: delay-time, proporção de itens defeituosos, $m$ reparos mínimos e estado sob controle	56
Figura 14 –	Representação gráfica que relaciona: delay-time, proporção de itens defeituosos, $m$ reparos mínimos, estado sob controle e substituição corretiva	57
Figura 15 –	Representação gráfica da ocorrência de eventos em trabalho1: (Caso A) um defeito e o sistema sobrevive além de $p_1$ (Caso B) $m$ reparos mínimos	60
Figura 16 –	Representação gráfica da ocorrência de eventos em trabalho1; $m$ reparos mínimos e renovação devido à substituição corretiva	61

Figura 17 – Representação gráfica da substituição corretiva após $m$ reparos mínimos em trabalho1 e ocorrência de um defeito em trabalho2	62
Figura 18 – Representação gráfica do tempo de estado defeituoso	67
Figura 19 – Fluxograma de simulação para makespan- capítulo 4	70
Figura 20 – Fluxograma de simulação para custo de manutenção-capítulo4	71
Figura 21 – Sensibilidade do custo total esperado devido às variações de $m$	83
Figura 22 – Sensibilidade do custo total esperado devido a variações de $tr$	84

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Contribuição de diferentes autores- Primeira abordagem	23
Tabela 2 –	Contribuição de diferentes autores- segunda abordagem	24
Tabela 3 –	Notações capítulo 3	27
Tabela 4 –	Parâmetros de chegada do defeito e delay-time	43
Tabela 5 –	Tempos de processamento	44
Tabela 6 –	Custos e tempos de inatividade	44
Tabela 7 –	Makespan esperado para todas as políticas	44
Tabela 8 –	Custo esperado de manutenção para todas as políticas	45
Tabela 9 –	Custo total esperado para todas as políticas	45
Tabela 10 –	Simulação de makespan para todas as políticas	47
Tabela 11 –	Simulação do custo esperado de manutenção para todas as políticas	47
Tabela 12 –	Simulação do custo total esperado para todas as políticas	48
Tabela 13 –	Resultados para variações de chegada do defeito e o delay-time	52
Tabela 14 –	Variações dos tempos de inatividade devido a ações de manutenção	53
Tabela 15 –	Variações dos custos e a data devida	54
Tabela 16 –	Notações capítulo 4	58
Tabela 17 –	Validação dos modelos analíticos e de simulação	72
Tabela 18 –	Parâmetros do caso numérico	74
Tabela 19 –	Makespan esperado	75
Tabela 20 –	Tempo de retrabalho esperado	75
Tabela 21 –	Makespan total esperado	76
Tabela 22 –	Custo de manutenção esperado	76
Tabela 23 –	Custo esperado de retrabalho	77
Tabela 24 –	Tempo esperado de atraso	77
Tabela 25 –	Custo total esperado	78
Tabela 26 –	Variações de chegada do defeito e o delay-time	79
Tabela 27 –	Variações tempos de inatividade por ações de manutenção	81
Tabela 28 –	Variações dos custos de manutenção	82
Tabela 29 –	Variações de custos por penalidade de atraso, retrabalho e data de devida	83
Tabela 30 –	Comparação dos modelos 1 e 2	87

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
1.1	JUSTIFICATIVA	13
1.2	OBJETIVOS	14
1.3	METODOLOGIA DE PESQUISA	14
1.4	ESTRUTURA DA TESE	15
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>16</b>
2.1	CONCEITOS GERAIS	16
2.2	REVISÃO DA LITERATURA	18
<b>3</b>	<b>MODELO DELAY-TIME PARA INTEGRAR A PROGRAMAÇÃO DE SEQUÊNCIAS DE TRABALHOS E POLÍTICA DE INSPEÇÃO, PARA UM SISTEMA DE COMPONENTE ÚNICO</b>	<b>25</b>
3.1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	25
<b>3.1.1</b>	<b>Pressupostos</b>	<b>27</b>
3.2	DESENVOLVIMENTO DO MODELO	28
<b>3.2.1</b>	<b>Makespan esperado</b>	<b>28</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Custo esperado de manutenção</b>	<b>39</b>
<b>3.2.3</b>	<b>Exemplos práticos</b>	<b>42</b>
3.3	CASO NUMÉRICO	43
<b>3.3.1</b>	<b>Resultados modelo analítico</b>	<b>44</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Resultados da simulação</b>	<b>47</b>
3.3.2.1	Fluxograma de simulação para o makespan esperado	49
3.3.2.2	Fluxograma de simulação para custo de manutenção esperado	50
3.4	ANALISE DE SENSIBILIDADE	51
<b>4</b>	<b>MODELO DELAY-TIME QUE INTEGRA POLÍTICA DE INSPEÇÃO E QUALIDADE A SEQUENCIAS DE TRABALHO EM SISTEMAS DE COMPONENTE ÚNICO</b>	<b>55</b>
4.1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	55
<b>4.1.1</b>	<b>Pressupostos</b>	<b>58</b>
4.2	DESENVOLVIMENTO DO MODELO	59
<b>4.2.1</b>	<b>Cálculo das probabilidades</b>	<b>59</b>

4.2.2	<b>Custo esperado de atraso</b>	<b>62</b>
4.2.3	<b>Makespan esperado</b>	<b>63</b>
4.2.4	<b>Tempo de retrabalho esperado</b>	<b>65</b>
4.2.5	<b>Custo esperado de manutenção</b>	<b>68</b>
4.2.6	<b>Custo de retrabalho esperado</b>	<b>69</b>
4.2.7	<b>Custo total esperado</b>	<b>69</b>
4.2.8	<b>Simulação</b>	<b>69</b>
4.2.8.1	Fluxograma de simulação para o <i>makespan</i> esperado	70
4.2.8.2	Fluxograma de simulação para custo de manutenção esperado	71
4.2.9	<b>Validação dos modelos analíticos e de simulação</b>	<b>72</b>
4.3	<b>CASO NUMÉRICO</b>	<b>73</b>
4.3.1	<b>Resultados</b>	<b>74</b>
4.4	<b>ANÁLISES DE SENSIBILIDADE</b>	<b>78</b>
4.5	<b>COMPARAÇÃO DOS MODELOS</b>	<b>85</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>89</b>
5.1	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>89</b>
5.2	<b>LIMITAÇÕES E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>90</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>92</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Para obter melhorias nos processos produtivos por meio da integração de políticas de inspeção e sequenciamento de trabalhos, o presente estudo considera um conjunto de características comuns e amplamente utilizadas em sistemas de manufatura, mas que ainda não foram tratadas em conjunto. Essas características correspondem a um sistema crítico de componente único propenso a falhas, o qual deve processar trabalhos retomáveis com diferentes tempos de processamento. O sistema pode visitar três estados diferentes: bom, defeituoso e falho, onde ele se encontra operacional nos dois primeiros. Devido à ocorrência de falhas durante o processamento do trabalho, são realizados mínimos reparos. Desta forma, as falhas impedem o funcionamento do sistema e podem trazer sérias consequências relacionadas à interrupção do planejamento.

Alguns autores consideraram abordagens interessantes, nas quais, se ocorrer uma falha durante o processamento de um lote, são executadas ações de reparo mínimo para retomar a fabricação do lote e, se necessário, realizar operações de retrabalho (Al-Salamah, 2018; Gouiaa-Mtibaa et al., 2018; Xia et al., 2017a). No entanto, essas pesquisas não consideram a ocorrência de falhas que seguem um processo de duas fases (ou seja, ocorre um defeito que leva à falha do sistema) e nem como o sequenciamento de trabalhos afeta a produtividade do sistema de produção.

Uma característica importante considerada neste estudo são os trabalhos retomáveis, o que implica que em caso de falha do sistema e a subsequente ação de manutenção é possível continuar o trabalho desde o ponto em que parou. Esta característica está presente em uma grande quantidade de processos produtivos, como o processo siderúrgico (Ye et al., 2014), em fresadoras (Seiti & Hafezalkotob 2019), indústria de papel (Johnsen, 2017), fabricação de semicondutores (Rose, 2005), entre outros. por sua vez, também existem processos com trabalhos não retornáveis (portanto, esta pesquisa não aborda esta característica), tais como: determinadas aplicações na fabricação de termoplásticos (Ghaleb, Taghipour, Sharifi, & Zolfagharinia, 2020), alguns processos de corte (Taghipour & Azimpoor 2018). Assim, a necessidade de melhorar os processos e a complexidade envolvida em abordar esses elementos em conjunto, requer modelos que suportem às decisões associadas à programação integrada de produção e manutenção.

Outra abordagem considerada neste estudo e com base nas características mencionadas é o aumento na proporção de itens defeituosos e as correspondentes atividades de retrabalho, que ocorrem quando o sistema está em estado defeituoso. O nível de deterioração do sistema

pode ser associado ao número de reparos mínimos. Portanto, se estabelece um número máximo de reparos mínimos consecutivos, a fim de prevenir que o sistema venha a produzir alta taxa de produtos não conformes, o que poderia, na visão de controle estatístico do processo, ser caracterizado pela mudança da condição do sistema (estado *sob controle*) para o estado *fora de controle*.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

A programação integrada de produção e manutenção representa benefícios significativos nos sistemas de produção, principalmente em relação à redução de custos (Duffuaa et al., 2020). Portanto, é necessário investigar e desenvolver técnicas mais robustas para maximizar a eficiência do sistema com o objetivo de criar sistemas mais ágeis e eficientes para responder às características do mercado. Desta forma, as políticas de inspeção mostraram melhorias significativas em vários processos de produção, no entanto, existem poucos estudos que consideram a programação integrada de políticas de inspeção e sequenciamento de trabalhos (Taghipour & Azimpoor, 2018). Considerando que, os sistemas de manufatura em estado defeituoso frequentemente apresentam sinais que podem ser detectados com procedimentos de inspeção (Azimpoor & Taghipour, 2019). Em que, geralmente essas inspeções são realizadas entre trabalhos, portanto é pertinente estudar como a programação de sequenciamento de trabalhos e políticas de inspeção melhoram o sistema produtivo.

Deste modo, a primeira abordagem do presente estudo apresenta como contribuição o desenvolvimento de um modelo para apoiar as decisões associadas à programação integrada de manutenção e sequência de trabalhos retomáveis com base no conceito de *delay-time*. Para tanto, uma estrutura matemática é desenvolvida para considerar o conceito de reparo mínimo em um modelo de *delay-time* (DTM) para um sistema de componente único. Os resultados são obtidos de duas maneiras: a otimização das expressões analíticas em relação ao custo total e por um processo de simulação.

Adicionalmente, o processo de deterioração do sistema de manufatura pode afetar a qualidade do produto, o que leva a um aumento na proporção de itens defeituosos, assim, ao realizar reparos consecutivos há aumentos na proporção de itens defeituosos. Desta forma, a segunda abordagem considera o desenvolvimento de um modelo para apoiar decisões que permitam a integração da programação de manutenção, sequência de produção de trabalhos retomáveis e, por sua vez, leve em consideração o aumento na proporção de itens defeituosos

e, por conseguinte, nas atividades de retrabalho correspondentes. Considera-se que o sistema é sujeito a falha que corresponde a um processo de deterioração que ocorre em duas fases, que é modelado usando o conceito de *delay-time*. Por sua vez, é desenvolvido uma estrutura matemática que relaciona: o reparo mínimo, o nível de deterioração de acordo com o número de reparos mínimos consecutivos em que o sistema permanece no estado *sob controle* e a correspondente proporção de itens defeituosos.

## 1.2 OBJETIVOS

**Objetivo Geral:** propor modelos que integrem a programação de uma sequência constituída de trabalhos retomáveis e ações de inspeção, baseado no conceito de *delay-time* em um sistema de componente único.

**Objetivos específicos:**

1. Definir as características dos problemas da programação de sequência de trabalhos e políticas de inspeção.
2. Desenvolver modelos analíticos e de simulação para avaliar a integração da programação da sequência de trabalhos e políticas de inspeção, baseado no conceito de *delay-time*.
3. Apresentar casos numéricos que permitam observar o desempenho dos modelos desenvolvidos.
4. Analisar os resultados obtidos, a fim de observar as contribuições do processo de integração.

## 1.3 METODOLOGIA DE PESQUISA

Os problemas tratados nesta pesquisa podem ser considerados na classificação de problemas de engenharia, pois se referem a como fazer algo de maneira eficiente com a limitação das condições propostas.

Esta pesquisa possui um caráter essencialmente exploratório e descritivo. Visto que se faz uso de um modelo analítico-matemático, para o qual as fórmulas e procedimentos são descritos de acordo com um determinado conjunto de suposições.

A simulação foi utilizada visto que, permite uma validação mútua com o modelo analítico e possibilita analisar vários cenários, com a finalidade de suportar decisões relacionadas à programação de sequenciamento de trabalhos e políticas de inspeção.

Sob o ponto de vista da abordagem do problema, esta pesquisa é considerada qualitativa e quantitativa, ou seja, de abordagem combinada. Com relação aos procedimentos, a presente pesquisa é caracterizada como pesquisa bibliográfica e experimental.

A metodologia de pesquisa inicia com entendimento e descrição do problema. Baseado nesta informação, é construído um modelo analítico que permite estabelecer a melhor solução de programação de sequenciamento de trabalhos e política de inspeção que minimiza o custo total esperado; por sua vez, um processo de simulação é desenvolvido para validar e alternativamente pode ser utilizado como método de solução. Para execução do modelo analítico e o processo de simulação foi utilizado *MATLAB R2015a*.

#### 1.4 ESTRUTURA DA TESE

Esta tese está dividida em cinco capítulos, incluindo a introdução, na qual foram expostos diversos aspectos de relevância, os objetivos e a metodologia empregada na pesquisa.

No capítulo 2 a fundamentação teórica é apresentada usando conceitos gerais e revisão de literatura. No capítulo 3 é apresentado um modelo de integração para sequenciamento de trabalhos e política de inspeção, no qual é possível executar reparos mínimos até que o trabalho seja concluído.

No capítulo 4, é apresentado um modelo de integração para sequenciamento de trabalhos, políticas de inspeção e qualidade, no qual uma quantidade limitada de reparos mínimos é executada a fim de prevenir que o sistema venha a produzir quantidade proibitiva de produtos defeituosos.

Por fim, o capítulo 5 apresenta as considerações finais da pesquisa, incluindo suas limitações e as perspectivas para trabalhos futuros.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo trata inicialmente de conceitos gerais importantes para o desenvolvimento da tese e posteriormente apresenta a revisão bibliográfica.

### 2.1 CONCEITOS GERAIS

O conceito de manutenção inclui todas as ações que contribuem para reter os ativos da planta em seus estados de funcionamento. A manutenção é uma função que opera paralelamente à produção e pode ter um grande impacto na capacidade de produção e na qualidade dos produtos produzidos e, portanto, merece melhoria contínua. Além desse contexto, estudos mostram que, entre 15% e 40% (média 28%) do custo total de produção é atribuído às atividades de manutenção na fábrica (Wang, 2012). Alguns termos da área de manutenção que são importantes para o desenvolvimento deste estudo são:

**Manutenção preventiva:** corresponde a ações tomadas antes que o equipamento atinja um estado de falha, por sua vez, pode ser usado para reduzir o desvio das características da qualidade do produto.

A manutenção preventiva é uma forma eficaz de reduzir os custos de operação de ativos industriais, que tem sido amplamente adotada em várias áreas industriais, como sistemas de manufatura, sistemas de energia, infraestruturas críticas, redes de transporte, entre outros (Yang et al., 2019).

**Manutenção corretiva:** corresponde a ações tomadas depois que o equipamento atinja um estado de falha. Ações corretivas são executadas para renovar ou restaurar o dispositivo ou suas peças defeituosas a um nível aceitável; algumas ações corretivas incluem substituição de peças, calibração, lubrificação, etc. (Calixto, 2016).

**Reparo mínimo:** corresponde a uma ação executada após uma falha do sistema, que restaura a capacidade do sistema de continuar seu trabalho, mas não afeta a taxa de falha. Portanto o reparo mínimo, retorna o sistema ao estado anterior à falha (*as-bad-as-old*) (Mamabolo & Beichelt, 2004).

O desenho de políticas de manutenção que estendem a vida útil de sistemas é uma preocupação crucial para a indústria. Ao fazer isso, as empresas reduzem os custos, evitando substituições antecipadas de equipamentos caros. Portanto, uma série de reparos que são feitos quando necessários geralmente precede a renovação de um sistema. Na prática, o mantenedor tem duas opções: continuar reparando ou então substituir o sistema. Essa decisão

é tomada com base nos requisitos de custo e confiabilidade; quando os reparos dificilmente reduzem a deterioração do sistema ou não fornecem uma vida útil restante significativa que compense os custos de manutenção, o sistema é substituído (Badía et al., 2020).

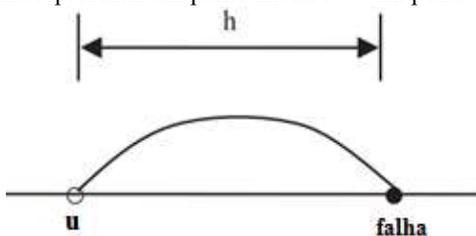
**Inspeção:** consiste na execução de procedimentos para determinar o estado dos sistemas, com base em indicadores tais como: vibração, ruído, manchas superficiais, produção reduzida, variabilidade de qualidade, desgaste do rolamento, leituras de calibre etc. Quando esses tipos de defeitos aparecem e nenhuma ação de manutenção é realizada, eles geralmente levam a uma falha posterior do sistema. Política de inspeção gera o equilíbrio correto entre o número de inspeções e as consequências de possíveis cenários decorrentes da presença de falhas ou defeitos ocultos. O custo de uma política de inspeção reflete as despesas de uma tarefa de inspeção e o custo da perda de produção do sistema ( Jardine & Tsang, 2013).

*Delay-time:* é um conceito que divide o processo de falha de um sistema em duas fases: do estado novo até o ponto de um defeito identificável e, desse ponto, até a falha. A primeira fase é denominada fase normal de trabalho e a segunda fase é denominada fase de *delay-time* de falha (Wang, 2012).

A primeira instância em que se pode razoavelmente esperar que a presença de um defeito seja reconhecida por uma inspeção é chamada de ponto inicial  $u$  do defeito, e o tempo  $h$ , que é o intervalo desde a chegada do defeito ( $u$ ) até à falha é chamado *delay-time*, ver Figura 1. Se uma inspeção tivesse ocorrido em  $(u, u + h)$ , a presença de um defeito poderia ter sido observada e ações poderiam ter sido tomadas evitando as consequências decorrentes da falha. Dado que surge um defeito, seu *delay-time* representa uma janela de oportunidade para prevenir uma falha (Wang, 2012).

Figura 1 - O conceito de delay-time em que  $u$  representa o ponto de chegada de um defeito e  $h$  é o delay-time.

'○' é usado para representar um ponto inicial e '●' um ponto de falha.



Fonte: (Wenbin Wang, 2012)

A programação é um processo de tomada de decisão usado regularmente em muitos setores de manufatura e serviços. Ela aborda a alocação de recursos para tarefas em

determinados períodos de tempo e seu propósito é otimizar um ou mais objetivos. Uma sequência geralmente corresponde a uma permutação dos  $n$  trabalhos ou a ordem em que os trabalhos devem ser processados em uma determinada máquina. Usualmente os trabalhos vinculados a um processo de programação estão vinculados a uma data devida (Pinedo, 2016).

O *makespan* é equivalente ao tempo usado para terminar  $n$  trabalhos. Durante o processamento dos trabalhos podem ocorrer interrupções (reparos, substituições, ajustes de qualidade, etc.) que podem implicar um aumento significativo no *makespan* (Pinedo, 2016).

Controle Estatístico de Processos (CEP) é um conjunto de ferramentas utilizadas para a solução de problemas cujo objetivo principal é medir, monitorar, controlar e melhorar a qualidade do processo. As cartas de controle são uma ferramenta importante do (CEP). Elas são usadas para avaliar a variabilidade do processo ao longo do tempo e para indicar se o processo está *sob controle* ou não (Montgomery, 2017).

Os processos de produção geralmente operam no estado de *sob controle*, produzindo produtos aceitáveis por períodos de tempo relativamente longos. No entanto, ocorrem causas atribuíveis que resultam em uma “mudança” para um estado *fora de controle*, no qual uma grande proporção da saída do processo não está em conformidade com os requisitos. Um dos principais objetivos do controle estatístico do processo é detectar rapidamente a ocorrência de causas atribuíveis ou mudanças no processo, de modo que a investigação do processo e a ação corretiva possam ser realizadas antes que muitas unidades não conformes sejam fabricadas (Montgomery, 2017).

## 2.2 REVISÃO DA LITERATURA

Nesta seção, realiza-se uma revisão das pesquisas que contribuem para as abordagens mais importantes contidas neste estudo.

No que concerne à otimização do sequenciamento de trabalhos e manutenção preventiva para máquinas, uma abordagem relevante foi desenvolvida por Cassady & Kutanoglu (2005) no qual o problema envolve  $n$  trabalhos com tempo de processamento  $p_i$  e peso  $w_i$ , disponíveis no início do horizonte de tempo. Os autores propõem uma programação que determina de forma conjunta os valores ótimos de sequência de trabalho e a decisão de realizar manutenção preventiva antes de cada trabalho, com o fim de minimizar o *makespan*.

Devido à grande configuração do espaço de solução para a otimização do sequenciamento de trabalhos e manutenção preventiva, alguns autores sugerem o uso de heurísticas eficientes para minimizar o *makespan* (Hsu et al., 2010). Outros autores propõem

uma abordagem híbrida que combina um programa inteiro misto e a bem conhecida heurística de maior tempo de processamento (LPT) (Souissi et al., 2016). Da mesma forma, um método heurístico baseado em pesquisa de vizinhança variável (VNS) foi desenvolvido (Pacheco et al., 2018). Esses autores abordaram o problema de programação da produção em uma única máquina, empregando manutenções preventivas periódicas flexíveis, nas quais também foram consideradas as datas de liberação dos trabalhos. Ambos os casos reiniciáveis e não reiniciáveis foram estudados.

Em relação às ações para ser executadas quando ocorrem falhas durante o processamento dos trabalhos, uma opção é realizar o reparo mínimo se as características do processo e do produto permitirem. O reparo mínimo é realizado para restaurar a máquina "*as bad as old*" (ou seja, na condição operacional imediatamente antes da ocorrência da falha) (Feng et al., 2018; Hadidi et al., 2015; Mamabolo & Beichelt, 2004; Pan et al., 2010). Alternativamente, Badía et al., (2018) analisaram a política de substituição ótima para um sistema sujeito a uma falha geral e modelo de reparação; as falhas podem ser de dois tipos: catastróficas ou menores, o que leva a uma substituição ou reparo, respectivamente. Após o reparo, o sistema recupera o estado operacional, porém seu estado é pior do que o imediatamente anterior à falha.

Em relação à produção em lote, a tendência crescente de customização de produtos intensificou a importância de sistemas de produção capazes de proporcionar uma maior variedade e abrangência do formato final dos produtos. Portanto, a produção em lote tem novos desafios para a tomada de decisão de manutenção, pois a programação da manutenção não deve apenas considerar a demanda de intervenção da deterioração da máquina individual, mas também lidar com a intervenção adicional necessária para cada configuração de lote com tamanho de lote variável. Esta característica implica a execução de trabalhos com diferentes tempos de processamento (Xia et al., 2015). Xia et al., (2015) propuseram dois tipos de atividades de manutenção para reduzir o tempo de inatividade não planejado em cada ciclo de lote; para cada máquina, a manutenção preventiva é programada durante os tempos de configuração entre dois lotes, enquanto o reparo mínimo é usado se o sistema falhar durante a produção do lote. Lu et al., (2018) estudaram um problema de planejamento de máquinas paralelas, com o propósito de tomar decisões conjuntas sobre atribuições de trabalho, atividades de manutenção, processamento de lotes e sequenciamento de lotes em cada máquina; a fim de minimizar o *makespan*. Zahedi et al., (2017) elaboraram um modelo integrado de programação de produção em lote e programação de manutenção em *flow shop* onde a função objetivo do modelo é minimizar o custo total que consiste em custos de estoque

de peças em processo e concluídas, custos de configuração, de manutenção preventiva e corretiva e custos de retrabalho. A importância desse tipo de modelos consiste em considerar o aumento da customização, o que obriga a utilização da máquina em diferentes ciclos de produção com duração reduzida e configurações mais frequentes para atender aos requisitos de cada cliente (Jarebrant et al., 2018). Nos processos de customização, é importante manter o sistema de manufatura confiável, portanto, um método de prognóstico é essencial (Xia & Xi, 2019). As informações desses métodos de prognóstico são úteis não apenas para modelar os sinais de degradação, mas também são muito importantes para atualizar as distribuições de tempo até a falha. Xia et al., (2019) propuseram uma eficiente política de manutenção oportunista, que considera informações relevantes de um método de prognóstico. Por sua vez, a fim de satisfazer as rápidas mudanças do mercado, Xia et al., (2017b) propuseram uma metodologia de manutenção dinâmica interativa de dois níveis baseada em manutenção preditiva e manutenção oportunista.

Em relação à minimização de custos. A integração do sequenciamento de trabalhos e do planejamento de manutenção, como é tratado neste estudo, gera um custo correspondente ao custo da penalidade por atraso. Este custo refere-se à soma dos custos incorridos no tempo em que o *makespan* ultrapassa uma determinada data devida, relativos à reprogramação de produção, estoque, energia, etc. Alguns pesquisadores consideram definições semelhantes de custo incorporadas ao critério de decisão para lidar com diferentes problemas em sistemas de manufatura. Por exemplo, Sarkar & Moon (2011) propuseram um modelo de estoque de produção, que considera a demanda com efeitos da inflação e os custos de retrabalho devido a problemas reais (problemas de mão de obra, quebra de máquina, etc.). Para destacar a relação entre a melhoria da qualidade, ponto de novo pedido e prazo de entrega, conforme afetado pela taxa de pedidos em espera (Sarkar & Moon, 2014), eles consideraram uma função de custo abrangente (custo total do sistema) associada a um processo de produção imperfeito. Outros estudos enfocam como as características das taxas de defeitos aleatórios inerentes a um sistema de produção imperfeito, afetam as decisões relativas aos estoques (Sarkar et al., 2014; Sett et al., 2017; Taleizadeh et al., 2017; Tayyab e Sarkar, 2016). Outra análise importante está relacionada às estratégias para reduzir o número de itens com defeito. Dessa forma, Kim & Sarkar (2017) investigaram um modelo de estoque estocástico com restrição orçamentária e minimização de custos devido ao processo de manufatura imperfeito. Observa-se que apesar das diferenças apresentadas nesses estudos, um elemento comum é o interesse relacionado à formulação do critério de custo. Na verdade, este critério está alinhado com o aspecto essencial a ser tratado nesse estudo, no qual, o custo é o aspecto fundamental do

modelo e permite integrar o planejamento de produção e manutenção para proporcionar melhores resultados.

No que se refere a trabalhos retomáveis, alguns autores desenvolveram modelos interessantes que consideram a otimização do planejamento de produção e manutenção em um contexto industrial. Gouiaa-Mtibaa et al., (2018) estudaram casos de sistema de manufatura da indústria têxtil a fim de reduzir o impacto na qualidade dos produtos, realizando um determinado número de ações de manutenção preventiva imperfeitas antes de realizar uma perfeita. Caso ocorra uma falha, um reparo mínimo é realizado, o lote de produção deve ser retomado e ao final o retrabalho é realizado para estabelecer a melhor qualidade do lote. Al-Salamah (2018) estudou um sistema de manufatura composto por uma única máquina não confiável, no qual, se a máquina falhar antes do lote ser concluído, a produção é interrompida até que a máquina seja reparada e reiniciada após a máquina estar novamente operacional; onde o objetivo é encontrar o tamanho do lote que minimize os custos. Xia et al., (2017a) utilizaram um estudo de caso associado à fabricação de direção hidráulica, utilizando um sistema de fabricação reconfigurável (RMS). Esta funcionalidade permite a execução de trabalhos com diferentes tempos de processamento onde, caso ocorram falhas durante o ciclo de produção, devem ser executados reparos mínimos. Portanto, o objetivo é estabelecer uma política de manutenção oportunista para reduzir o tempo de inatividade e os custos.

No que concerne ao *delay-time*, ele tem sido usado para apoiar o desenvolvimento de muitos modelos matemáticos de manutenção, especialmente devido à possibilidade de evitar falhas pela identificação de defeitos e seu forte apelo prático. O número de modelos de *delay-time* na literatura está aumentando rapidamente (Alberti et al., 2018; Berrade et al., 2018, 2017, 2015, Cavalcante et al., 2015, 2019; Wang, 2012; Yang et al., 2019). Aqui segue um breve resumo de importantes modelos baseados em *delay-time* para o estudo proposto e extensões futuras. Scarf et al., (2019) desenvolveram um modelo de *delay-time* de inspeção-manutenção de um sistema crítico no qual a execução de inspeções é aleatória; os autores defendem várias circunstâncias em que, apesar de um plano de inspeção periódica, o tempo exato em que essa ação está sendo realizada torna-se aleatório. Neste estudo, a inspeção pode ser conduzida após a conclusão de um trabalho e antes do início do trabalho subsequente. Desta forma, não são consideradas as inspeções periódicas, pois os trabalhos têm durações diferentes e não seria necessário inspecionar no início de cada processo de trabalho. Alternativamente, C. A.V. Cavalcante et al., (2018) estudaram a influência das oportunidades em uma inspeção híbrida e política de substituição para sistemas de componente único de

qualidade variável, onde a eficácia da inspeção é modelada usando o conceito de *delay-time*; uma vez que existem algumas dificuldades em seguir um plano de inspeção para detectar o estado do sistema, fazer substituições oportunisticamente fornece não apenas alguns pontos fortes em termos de custo, mas também simplifica a implementação e o controle das atividades de manutenção. Nos modelos descritos neste estudo, pode-se considerar que existe a oportunidade de realizar uma inspeção no início de um processamento de trabalho retomável que foi precedido por outro trabalho. Assim, a decisão é determinar a melhor sequência de trabalhos e inspeções. Azimpoor & Taghipour (2019) e Taghipour & Azimpoor (2018) desenvolveram modelos que permitem integrar a sequência de trabalhos e políticas de inspeção de  $n$  trabalhos não retomáveis com diferentes tempos de processamento. Neste estudo, ao contrário dos modelos propostos pelos últimos autores, o foco está nos trabalhos retomáveis que estão contidos em um grande número de processos de produção, pois quando sofrem alguma interrupção são retomados do ponto em que pararam; portanto, para desenvolver um plano integrado de manutenção e produção baseado no conceito de *delay-time*, uma estrutura matemática é proposta para considerar o conceito de reparo mínimo em um modelo de *delay-time* (DTM) para um sistema de componente único.

No que concerne ao impacto que a degradação do sistema produz na qualidade dos produtos, uma das abordagens neste estudo é a consideração de como o estado defeituoso do sistema pode gerar uma diminuição na qualidade do produto, o que leva a um aumento na proporção de itens defeituosos e atividades de retrabalho. A qualidade dos produtos (*output*) de muitos sistemas de manufatura está associada ao nível de deterioração do sistema. Esta característica implica uma relação entre os elementos do controle estatístico de processo (CEP) e o nível de deterioração do sistema. Em que, geralmente no início do ciclo de produção, o sistema está em um estado "*sob controle*" (estável), produzindo itens de qualidade aceitável. Depois de produzir por algum período de tempo, uma vez que o sistema se deteriora com o passar do tempo, o sistema pode começar a mostrar um aumento na proporção de itens defeituosos, de modo que o estado do sistema pode mudar para um estado "*fora de controle*" o que resulta em uma produção de qualidade inferior (Ahmadi & Newby, 2011; Ouaret et al., 2018). Dessa forma, quando os sistemas estão sujeitos ao processo de deterioração pode levar a um aumento de itens defeituosos (Rivera-Gómez et al., 2020).

Dado que o sistema de fabricação está sujeito à deterioração, é relevante identificar o impacto desse processo de deterioração na qualidade do produto e incorporar os efeitos da deterioração da qualidade na estratégia de controle (Colledani & Tolio, 2011). Portanto, a execução adequada de uma estratégia que integre a manutenção e a qualidade da produção

deve levar em conta o grau em que as condições de operação do sistema são restauradas por ações de manutenção. Apelando para este argumento, vários processos de produção comumente usam o número de reparos para usar como um indicador do nível de deterioração do sistema (Lam et al., 2004; Rivera-Gómez et al., 2020). Um tipo de reparo normalmente executado corresponde ao reparo mínimo, que é executado para restaurar a máquina à condição operacional imediatamente antes da falha (Badía et al., 2018; Mamabolo e Beichelt, 2004). Os reparos mínimos usualmente geram continuidade ao processo produtivo e evitam substituições corretivas que podem representar custos elevados (Badía et al., 2020; Hadidi et al., 2015). Porém, a execução de reparos mínimos e operação do sistema na fase de desgaste, permite que a proporção de itens defeituosos aumente progressivamente a cada intervalo de tempo entre reparos (Rivera-Gómez et al., 2020, 2018).

A Tabela 1 apresenta as distribuições das pesquisas por área de contribuição principal, em relação à primeira abordagem a ser tratada (Capítulo 3).

Na Tabela a seguir, um dos aspectos importantes que podem ser observados é que não existem estudos que relacionem reparos mínimos, trabalhos retomáveis e *delay-time*. ao mesmo tempo, é possível observar que as investigações mais recentes exploram os benefícios das políticas de inspeção.

Tabela 1 – Contribuição de diferentes autores- Primeira abordagem

Autores	Sistema unico	<i>Delay-time</i>	Reparo mínimo	Trabalhos retomáveis	Sequenciam ento de trabalhos	Política de inspeção
Cassady & Kutanoglu (2005)	✓		✓	✓	✓	
Pan et al., (2010)	✓				✓	
Fitouhi & Nourelfath, (2012)	✓		✓	✓		
Souissi et al., (2016)	✓		✓		✓	
Wang et al., (2017)	✓	✓				✓
Wang et al., (2018)	✓				✓	
Pacheco et al., (2018)	✓				✓	
Feng et al., (2018)			✓	✓	✓	
Lu et al., (2018)					✓	
Gouiaa-Mtibaa et al., (2018)	✓		✓	✓		
Cavalcante et al., 2018	✓	✓				✓
Taghipour & Azimpoor, (2018)	✓	✓			✓	✓
Scarf et al., (2019)	✓	✓				✓
Yang et al., (2019)	✓	✓				✓
Esta pesquisa (cap 3)	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Fonte: Esta pesquisa (2021)

A Tabela 2 apresenta as distribuições das pesquisas por área de contribuição principal, em relação à segunda abordagem a ser tratada (Capítulo 4). Ao contrário da primeira abordagem nesta tabela, são considerados os aspectos relacionados à qualidade do produto e atividades de retrabalho, uma das características importantes apresentadas na Tabela 2 é que não existem estudos que relacionem de forma integrada o processo de deterioração de duas fases, qualidade do produto e atividades de retrabalho.

Tabela 2 – Contribuição de diferentes autores- segunda abordagem

Autores	Deterioração <i>Delay-time</i>	Trabalhos retomáveis	Reparo mínimo	Sequencia mento de trabalhos	Política de inspeção	Qualidade	Retrabalho
Cassady & Kutanoglu (2005)		✓	✓	✓			
Sarkar et al., (2010)		✓				✓	✓
Ahmadi & Newby (2011)		✓	✓		✓	✓	
Wang, (2011)	✓				✓	✓	
Bouslah et al., (2016)		✓	✓			✓	
Ouaret et al., (2018)		✓	✓		✓	✓	
Beheshti-Fakher et al., (2016)		✓	✓		✓	✓	✓
Feng et al., (2018)		✓	✓	✓			
Cavalcante et al., (2018)	✓				✓		
Gouiaa-Mtibaa et al., (2018)		✓	✓			✓	✓
Taghipour & Azimpoor (2018)	✓			✓	✓		
Scarf et al., (2019)	✓				✓		
Azimpoor & Taghipour (2019)	✓		✓	✓	✓		
Gao et al., (2020)	✓	✓	✓				
Rivera-Gómez et al., (2020)		✓	✓			✓	
Ghaleb et al., (2020)			✓	✓	✓		
Sinisterra & Cavalcante (2020)	✓	✓	✓	✓	✓		
Duffuaa et al., (2020)		✓	✓	✓		✓	
Esta pesquisa(cap 4)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Fonte: Esta pesquisa (2021)

### 3 MODELO DELAY-TIME PARA INTEGRAR A PROGRAMAÇÃO DE SEQUÊNCIAS DE TRABALHOS E POLÍTICA DE INSPEÇÃO, PARA UM SISTEMA DE COMPONENTE ÚNICO

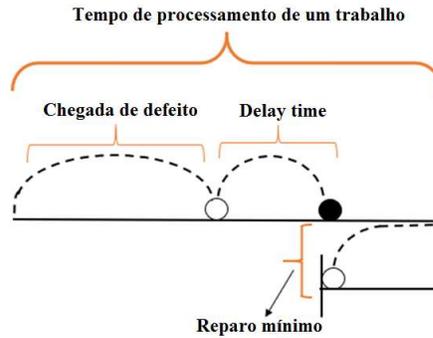
Este capítulo apresenta a descrição do problema, o desenvolvimento do modelo, um caso numérico e a análise de sensibilidade. O estudo desenvolvido neste capítulo foi publicado no periódico "*International Journal of Production Economics*" (Sinisterra & Cavalcante, 2020)

#### 3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O estudo considera um sistema de componente único que é necessário para processar  $n$  trabalhos, cada um com um tempo de processamento de  $p_i, i = 1, 2, \dots, n$ . Todos os trabalhos têm uma data devida comum  $d$ . O sistema pode estar em um dos três estados: bom, defeituoso ou falho. O sistema inicia sua operação em estado bom, ou seja, na ausência de qualquer característica que seja representativa do estado de defeito do sistema (p. ex. rolamento ruidoso, mas em funcionamento). A chegada do estado defeituoso é representada por  $X$ , e  $f_X$  denota sua função de densidade de probabilidade. Se o defeito for deixado sem atenção, ele acabará resultando em falha. O *delay-time* é denotado pela variável aleatória  $H$ , que representa o tempo desde a chegada do defeito até a eventual falha, com a função de densidade de probabilidade e função de distribuição acumulada sendo  $f_H$  e  $F_H$ , respectivamente.

Se o sistema falhar durante o processamento de um trabalho, o reparo mínimo deve ser executado quantas vezes forem necessárias até que o trabalho seja concluído. Um reparo mínimo leva  $d_r$  unidades de tempo e incorre no custo  $c_r$ ; o sistema é restaurado para uma condição operacional; entretanto, a idade do sistema não é alterada. Isso implica que, em caso de falha do sistema, o operador do sistema executa apenas a manutenção necessária para retomar a função do sistema (Cassady & Kutanoglu, 2005). Quando o sistema falha, o reparo mínimo é executado para restaurar o sistema para que fique "*as bad as old*" (ou seja, a condição operacional imediatamente antes da ocorrência da falha) (Pan et al., 2010). O modelo proposto neste estudo adapta este conceito para ser utilizado em um DTM e por sua vez considera que após uma falha, ao realizar um reparo mínimo, o sistema é restaurado ao estado defeituoso, como pode ser visto na Figura 2.

Figura 2 – Representação gráfica do delay-time e reparo mínimo



Fonte: Esta pesquisa (2021)

De acordo com as características do sistema, a inspeção pode ser realizada apenas antes de iniciar um trabalho.  $d_i$  and  $c_i$  representam o tempo de inatividade e o custo por inspeção, respectivamente. Se for detectado um defeito, o sistema é substituído preventivamente; na qual a substituição preventiva restaura o sistema para uma condição “as good as new”. Em média, a substituição preventiva do sistema leva  $d_p$  unidades de tempo e incorre no custo  $c_p$ .

$y_{[i]} = 1$  indica que uma inspeção é realizada antes do trabalho  $i$  e  $y_{[i]} = 0$  indica o contrário. O propósito é estabelecer uma sequência de trabalhos  $\vec{j} = ([1], [2], \dots, [n])$ , bem como alocar inspeções que podem ser realizadas antes de cada trabalho  $\vec{y} = (y_{[1]}, y_{[2]}, \dots, y_{[n]})$ . O objetivo é determinar em conjunto a sequência de trabalho ótima  $\vec{j}^*$  usando a equação (1), para resultar no custo mínimo total esperado  $E[CT_{[\vec{j}^*, \vec{y}]}]$  que é composto do custo esperado de manutenção  $E[M_{[\vec{j}^*, \vec{y}]}]$  e custo esperado de atraso no *makespan*  $E[C_{\vec{j}^*, \vec{y}}]$ . A equação (2) indica a fórmula de  $E[CT_{[\vec{j}^*, \vec{y}]}]$ . Em (2),  $c_t$  corresponde ao custo da penalidade por unidade de tempo em que o *makespan* ultrapassa a data devida  $d$ . O sistema pode processar apenas um trabalho por vez.

Onde,  $E[CT_{[\vec{j}^*, \vec{y}]}]$  é o custo total esperado;  $E[C_{\vec{j}^*, \vec{y}}]$  é o *Makespan* esperado para a política  $[\vec{j}^*, \vec{y}]$  e  $E[M_{[\vec{j}^*, \vec{y}]}]$  corresponde ao custo esperado de manutenção

$$\left\{ \vec{j}^*, \vec{y}^* \right\} = \underset{\vec{j}, \vec{y}}{\text{Min}} \{ E[CT_{[\vec{j}, \vec{y}]}] \} \quad (1)$$

$$E[CT_{[\vec{j}, \vec{y}]}] = c_t \max[0, (E[C_{[\vec{j}, \vec{y}]}]) - d] + E[M_{[\vec{j}, \vec{y}]}] \quad (2)$$

Neste modelo é considerado  $y_{[1]} = 0$ . Dado que o sistema começa como novo, não é necessário realizar uma inspeção antes do primeiro trabalho. Dessa forma, com  $n$  jobs a serem

processados, existe  $n! \times 2^{n-1}$  políticas possíveis, entre as quais deve ser obtida a política ótima. A complexidade computacional para obter a solução ótima é, portanto,  $O(n! \times 2^{n-1})$ .

Tabela 3 – Notações capítulo 3

$P_{ib}$	Probabilidade de que o evento $b$ ocorra durante o processamento do trabalho $i$
$Q_{[z]b}$	A probabilidade de que o evento $b$ ocorra durante o processamento de trabalhos em $z$
$R_{[i_a]b}$	A probabilidade de que o evento $b$ ocorra durante o processamento de $a$ , dado que o sistema começa sua vida antes de processar o trabalho $i$
$z$	Conjunto de trabalhos sem inspeção
$a$	Um trabalho ou conjunto de trabalhos sem inspeção
$b$	Índice de eventos que podem ocorrer em um trabalho ou em um conjunto de trabalhos sem inspeção (1: sem defeitos 2: um defeito, 3: um reparo mínimo, 4: dois reparos mínimos, $v$ : $m$ reparos mínimos)
$l, r, s$	Índices que representam o mesmo significado de $b$
$N$	Número de inspeções da política $[\vec{j} \vec{y}]$
$T$	Número de cenários da política $[\vec{j} \vec{y}]$ . $T = 2^N$
$d$	Data devida comum para todos os trabalhos
$g$	Índice que representa os cenários
$n$	Número de trabalhos a serem processados
$K_b$	<i>Makespan</i> correspondente a eventos $b$ que ocorrem em um trabalho ou conjunto de trabalhos
$U_b$	Custo de manutenção correspondente a eventos $b$ que ocorrem em um trabalho ou um conjunto de trabalhos
$p_i$	Tempo de processamento do trabalho $i$
$S_g [\vec{j} \vec{y}]$	Valor esperado do cenário $g$ correspondente à política $[\vec{j} \vec{y}]$
$m$	Valor que representa o número de reparos mínimos que podem ocorrer em um trabalho ou conjunto de trabalhos
$d_p, d_i, d_r$	Tempo de inatividade: Substituição preventiva, inspeção e reparo
$c_p, c_i, c_r$	Custo: substituição preventiva, inspeção e reparo
$c_t$	Custo da penalidade de atraso por unidade de tempo
$X$	Variável aleatória $X$ para chegada de defeito
$H$	Variável aleatória de <i>delay-time</i>
$f_X$	Função de densidade de probabilidade de $X$
$f_H, F_H, R_H$	Funções de: densidade de probabilidade, distribuição e confiabilidade de $H$
$E[C_{\vec{j}, \vec{y}}]$	<i>Makespan</i> esperado para a política $[\vec{j} \vec{y}]$
$E[M_{[\vec{j} \vec{y}]}]$	Custo esperado de manutenção para a política $[\vec{j} \vec{y}]$
$E[CT_{[\vec{j} \vec{y}]}]$	Custo total esperado

Fonte: Esta pesquisa (2021)

### 3.1.1 Pressupostos

1. Depois de realizar um reparo mínimo, o sistema muda do estado de falha para o estado de defeito.
2. Quando dois ou mais trabalhos são processados sem inspeção entre os trabalhos, a ocorrência de um evento  $b$  é estudada em conjunto (ou seja, é estudada como um trabalho com tempo de processamento igual ao da soma dos trabalhos processados).

3. As inspeções são perfeitas e revelam o verdadeiro estado do sistema.
4. O tempo para chegada do defeito  $X$  e o *delay-time*  $H$  são estatisticamente independentes.
5. A sequência de trabalhos e a atribuição de inspeções devem ser estabelecidas antes do início da produção.
6. Quando ocorre uma falha, deve ser executado um reparo mínimo, portanto, o sistema muda para o estado defeituoso. Assim, mesmo que haja uma inspeção posterior planejada, esta deve ser realizada; com o fim de gerar um registro que permita conhecer o estado de degradação do sistema e a correlação com indicadores de produção, tais como: redução tanto da taxa de produção quanto da proporção de defeitos produzidos.

### 3.2 DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Para o estabelecimento do modelo, é descrito inicialmente o *makespan*, que mostra o procedimento de cálculo das probabilidades e os correspondentes valores esperados. Por sua vez, o procedimento descrito para o cálculo das probabilidades é utilizado para calcular o custo de manutenção esperado. Portanto, com o uso dessas informações, estabelece-se o custo total esperado.

#### 3.2.1 *Makespan* esperado

Esta subseção começa com a descrição do procedimento para estabelecer as probabilidades de ocorrência de eventos em um trabalho e com base nessas informações calcular o *makespan* esperado. Depois disso é estabelecido o procedimento para calcular as probabilidades e o *makespan* esperado para 2,3 e  $n$  trabalhos. É importante notar que os trabalhos podem ser retomados, portanto, se o sistema falha durante o processamento de um trabalho, o reparo mínimo é executado (ou seja, se o sistema falha  $m$  vezes durante o processamento de um trabalho,  $m$  reparos mínimos são realizados). Isso imita a realidade de uma variedade de sistemas de manufatura, nos quais a falha mais frequente de um componente não requer montagem complexa ou reinício do trabalho.

- **Para um trabalho:**

1. Nenhum defeito ocorre enquanto o trabalho está sendo processado (Fig. 3a). A probabilidade pode ser definida como em (3). Observe que este caso não depende do *delay-time*  $h$ .

$$P_{11} = \int_{p_1}^{\infty} f_X(x) dx \quad (3)$$

2. Um defeito ocorre enquanto o trabalho está sendo processado e o sistema sobrevive além de  $p_1$  (Fig. 3b). A probabilidade pode ser dada da seguinte forma:

$$P_{12} = \int_0^{p_1} f_X(x) R_H(p_1 - x) dx \quad (4)$$

3. Um defeito e a falha subsequente ocorrem enquanto o trabalho está sendo processado, portanto, o reparo mínimo é executado e o sistema sobrevive além de  $p_1$  (Fig. 3c). A probabilidade pode ser dada da seguinte forma:

$$P_{13} = \int_0^{p_1} \int_0^{p_1-x} \int_{p_1-(x+h_1)}^{\infty} f_H(h) f_H(h_1) f_X(x) dh dh_1 dx \quad (5)$$

4. Um defeito e duas falhas subsequentes ocorrem enquanto o trabalho está sendo processado, portanto, dois reparos mínimos correspondentes são executados e o sistema sobrevive além de  $p_1$  (Fig. 3d). A probabilidade pode ser dada da seguinte forma:

$$P_{14} = \int_0^{p_1} \int_0^{p_1-x} \int_0^{p_1-(x+h_2)} \int_{p_1-(x+h_2+h_1)}^{\infty} f_H(h) f_H(h_1) f_H(h_2) f_X(x) dh dh_1 dh_2 dx \quad (6)$$

5. Um defeito e  $m$  falhas subsequentes ocorrem enquanto o trabalho está sendo processado, portanto,  $m$  reparos mínimos correspondentes são executados e o sistema sobrevive além de  $p_1$ . A probabilidade pode ser dada da seguinte forma:

$$P_{1v} = \int_0^{p_1} \int_0^{p_1-x} \dots \int_0^{p_1-(x+h_m+h_{(m-1)}+\dots+h_2)} \int_{p_1-(x+h_m+h_{(m-1)}+\dots+h_2+h_1)}^{\infty} f_H(h) f_H(h_1), \dots, f_H(h_m) f_X(x) dh dh_1, \dots, dh_m dx \quad (7)$$

Em geral, o *makespan* esperado para um trabalho com tempo de processamento  $p_1$  é

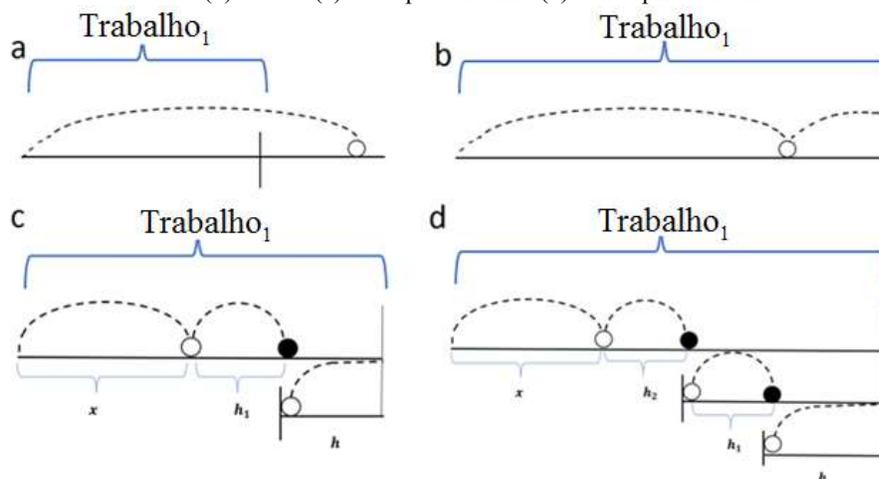
$$E[C_{([1],[0])}] = p_1 P_{11} + p_1 P_{12} + (p_1 + d_r) P_{13} + (p_1 + 2d_r) P_{14} + \dots + (p_1 + m d_r) P_{1(m+2)}$$

$$E[C_{([1],[0])}] = \sum_{b=1}^v K_b P_{ib} \quad v=m+2 \quad (8),$$

onde  $m$  representa o número de reparos mínimos que podem ocorrer em um trabalho ou conjunto de trabalhos. O valor  $m$  deve ser suficientemente grande para que a soma das probabilidades estabelecidas no cálculo dos valores esperados seja igual ou muito próxima de

um, por exemplo, para um trabalho,  $\sum_{b=1}^v P_{ib} \cong 1$ . Desta forma,  $m$  representa o número máximo de reparos mínimos que podem ser executados em um trabalho ou em um conjunto de trabalhos.

Figura 3 – Representação gráfica da ocorrência de eventos em um trabalho: (a) nenhum defeito durante o trabalho (b) defeito (c) um reparo mínimo (d) dois reparos mínimos



Fonte: Esta pesquisa (2021)

A sub-seção a seguir descreve o desenvolvimento do modelo quando é necessário processar mais de um trabalho. Além disso, é descrita a influência da realização de inspeções, entendendo que as inspeções são perfeitas e revelam o verdadeiro estado do sistema.

- **Para dois trabalhos com inspeção**

Para processar dois trabalhos com uma inspeção realizada no início do trabalho 2, dois cenários são apresentados. O primeiro cenário (cenário 1) ocorre quando o defeito surge antes da inspeção. Ele contém todos os eventos que podem surgir durante o trabalho 1 após a chegada do defeito, ou seja, de 1 a  $m$  reparos mínimos, pois o estado do sistema estará com defeito ao realizar a inspeção, independentemente do número de reparos mínimos que foram realizados. Portanto, o sistema é renovado no início do trabalho 2. Além disso, o cenário 1 contém todos os eventos que podem surgir no trabalho 2 (ou seja, de eventos  $b: 1 a v$ ). Para ilustrar isso mais claramente, dois casos contidos no cenário 1 são descritos:

1. Um defeito ocorre enquanto o *trabalho 1* está sendo processado e o sistema sobrevive até o final do *trabalho 1*. Em seguida, o defeito é detectado e o sistema é substituído preventivamente (ou seja, a probabilidade de que  $b = 2$  ocorra durante o trabalho 1 é  $P_{1,2}$ ) (Fig. 4a). Durante o processamento do trabalho 2, ocorre um defeito e sua falha

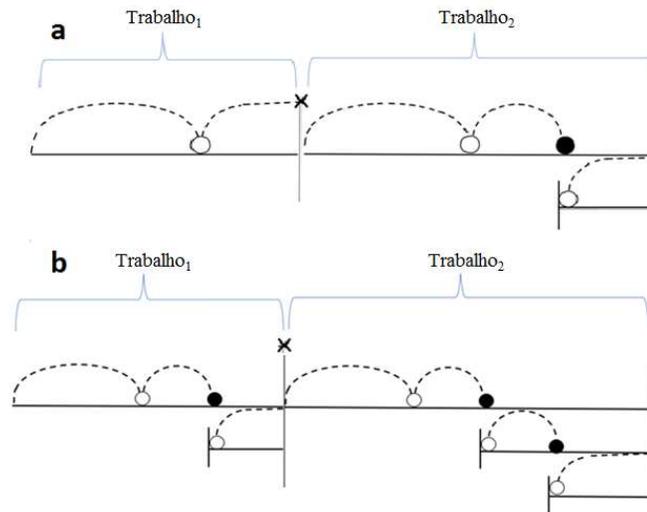
subsequente, portanto, o reparo mínimo é realizado e o sistema sobrevive até o final do *trabalho 2* (ou seja, a probabilidade de que  $b = 3$  ocorra durante o *trabalho 2* é  $P_{2,3}$ ) (Fig. 4a). A probabilidade de que este caso ocorra é o produto de  $P_{1,2}$  e  $P_{2,3}$ .

$$(P_{12})(P_{23}) = \left( \int_0^{p_1} f_X(x) R_h(p_1 - x) dx \right) \left( \int_0^{p_2} \int_0^{p_2 - x} \int_{p_2 - (x+h_1)}^{\infty} f_H(h) f_H(h_1) f_X(x) dh dh_1 dx \right)$$

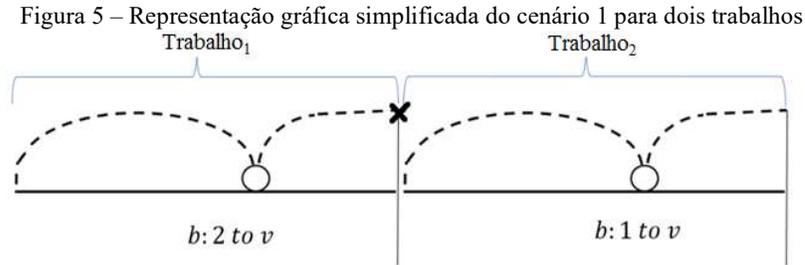
2. Durante o processamento do trabalho 1, ocorre um defeito e a falha subsequente. Portanto, o reparo mínimo é executado e o sistema sobrevive até o final do trabalho 1. Em seguida, o sistema é substituído preventivamente (ou seja, a probabilidade de que  $b = 3$  ocorra durante o trabalho 1 é  $P_{1,3}$ ) (Fig. 4b) Durante o processamento do trabalho 2, ocorre um defeito e as duas falhas subsequentes, portanto, dois reparos mínimos são executados e o sistema sobrevive até o final do trabalho 2 (ou seja, a probabilidade de que  $b = 4$  ocorra durante o trabalho 2 é  $P_{2,4}$ ) (Fig. 4b). A probabilidade é o produto de  $P_{1,3}$  e  $P_{2,4}$

$$(P_{13})(P_{24}) = \left( \int_0^{p_1} \int_0^{p_1 - x} \int_{p_1 - (x+h_1)}^{\infty} f_H(h) f_H(h_1) f_X(x) dh dh_1 dx \right) \left( \int_0^{p_2} \int_0^{p_2 - x} \int_0^{p_2 - (x+h_2)} \int_{p_2 - (x+h_2+h_1)}^{\infty} f_H(h) f_H(h_1) f_H(h_2) f_X(x) dh dh_1 dh_2 dx \right) \quad (10)$$

Figura 4 – Representação gráfica de casos contidos no cenário 1 para dois trabalhos: (a) um defeito no trabalho 1 e um reparo mínimo no trabalho 2; (b) um reparo mínimo no trabalho 1 e dois reparos mínimos no trabalho 2



Desta forma, o cenário 1 contém todas as combinações que ocorrem entre  $b: 2$  a  $v$  que ocorrem no trabalho 1 e os eventos  $b: 1$  a  $v$  que ocorrem no trabalho 2 (Fig. 5).



Fonte: Esta pesquisa (2021)

O cenário 2 ocorre quando nenhum defeito ocorre durante o trabalho 1, ou seja, antes da inspeção. No entanto, um defeito pode ocorrer durante o trabalho 2, o que pode levar a reparos mínimos, ou seja, a partir da ocorrência de  $b: 1$  a  $v$ . Para ilustrar, dois casos contidos no cenário 2 são descritos:

Um defeito e a falha subsequente ocorrem enquanto o trabalho 2 está sendo processado. Portanto, o reparo mínimo é executado e o sistema sobrevive além do trabalho 2. Sua probabilidade corresponde a  $R_{[1,2]3}$  ou seja, a probabilidade de que um evento  $b = 3$  ocorra durante o processamento do trabalho 2, já que o sistema começa sua vida antes de processar o trabalho 1 (Fig. 6a). Isso ocorre com probabilidade descrita na equação (11)

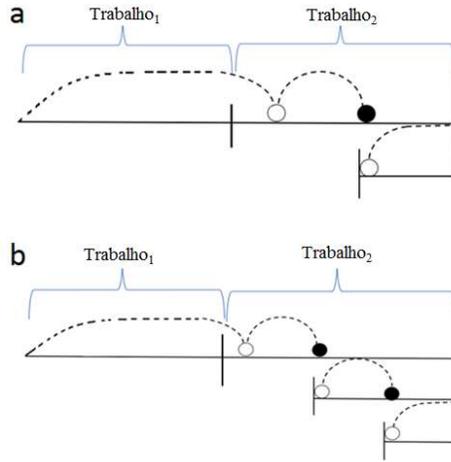
$$R_{[1,2]3} = \int_{p_1}^{(p_1+p_2)} \int_0^{(p_1+p_2)-x} \int_{(p_1+p_2)-(x+h_1)}^{\infty} f_H(h) f_H(h_1) f_X(x) dh dh_1 dx \quad (11)$$

Um defeito e as duas falhas subsequentes ocorrem enquanto o trabalho 2 está sendo processado. Portanto, dois reparos mínimos são realizados e o sistema sobrevive além do trabalho 2. A probabilidade corresponde a  $R_{[1,2]4}$  ou seja, a probabilidade de que um evento  $b = 4$  ocorra durante o processamento do trabalho 2, já que o sistema começa sua vida antes de processar o trabalho 1 (Fig. 6b). Isso ocorre com probabilidade descrita na equação (12)

$$R_{[1,2]4} = \int_{p_1}^{(p_1+p_2)} \int_0^{(p_1+p_2)-x} \int_0^{(p_1+p_2)-(x+h_2)} \int_{(p_1+p_2)-(x+h_2+h_1)}^{\infty} f_H(h) f_H(h_1) f_H(h_2) f_X(x) dh dh_1 dh_2 dx \quad (12)$$

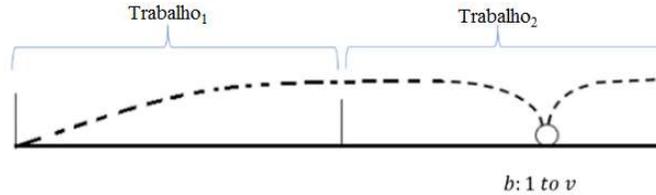
Assim, o cenário 2 contém todos os eventos que podem ocorrer no *trabalho 2* (ou seja,  $b: 1$  a  $v$ ), já que nenhum defeito ocorre durante o trabalho 1 (Fig. 7).

Figura 6 – Representação gráfica dos casos contidos no cenário 2 para dois trabalhos: (a) um reparo mínimo no trabalho 2 (b) dois reparos mínimos no trabalho 2



Fonte: Esta pesquisa (2021)

Figura 7 – Representação gráfica simplificada do cenário 2 para dois trabalhos



Fonte: Esta pesquisa (2021)

Para determinar o *makespan* total esperado  $E[C_{([1],[2]),([0,1])}]$ , é necessário obter a soma dos valores esperados dos dois cenários, como mostrado em (13):

$$E[C_{([1],[2]),([0,1])}] = S_{1([1],[2]),([0,1])} + S_{2([1],[2]),([0,1])}$$

$$S_{1([1],[2]),([0,1])} = \left\{ \begin{aligned} & (p_1 + p_2 + d_i + d_p)(P_{12} P_{21}) + (p_1 + p_2 + d_i + d_p)(P_{12} P_{22}) + \dots + (p_1 + p_2 + md_r + d_i + d_p)(P_{12} P_{2(m+2)}) + \\ & \qquad \qquad \qquad \vdots \\ & + (p_1 + p_2 + md_r + d_i + d_p)(P_{1(m+2)} P_{21}) + (p_1 + p_2 + md_r + d_i + d_p)(P_{1(m+2)} P_{22}) + \dots + \\ & \qquad \qquad \qquad (p_1 + p_2 + (2m)d_r + d_i + d_p)(P_{1(m+2)} P_{2(m+2)}) \end{aligned} \right\}$$

$$S_{1([1],[2]),([0,1])} = \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v K_{lr} P_{1l} P_{2r}$$

$$S_{2([1],[2]),([0,1])} = \left\{ \begin{aligned} & (p_1 + p_2 + d_i)R_{[1,2]1} + (p_1 + p_2 + d_i)R_{[1,2]2} + (p_1 + p_2 + d_r + d_i)R_{[1,2]3} + \dots + \\ & \qquad \qquad \qquad (p_1 + p_2 + md_r + d_i)R_{[1,2](m+2)} \end{aligned} \right\}$$

$$S_{2([1],[2]),([0,1])} = \sum_{r=1}^v K_r R_{[1,2]r} \quad (13)$$

- **Para dois trabalhos sem inspeção**

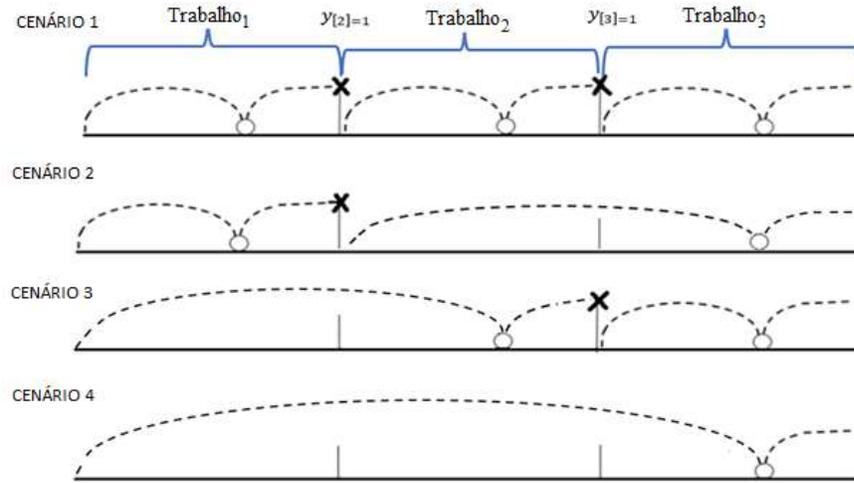
Quando dois ou mais trabalhos são processados sem inspeção, consideramos a ocorrência de um evento  $b$  como se fosse um trabalho com tempo de processamento  $p_1 + p_2$ . O *makespan* total esperado  $E[C_{([1],[2]),([0,0])}]$  é :

$$E[C_{([1],[2]),([0,0])}] = \sum_{r=1}^v K_r Q_{[1,2]r} \quad (14)$$

Onde  $K_r$  são os valores de *makespan* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos e  $Q_{[1,2]r}$  corresponde à probabilidade que o evento  $r$  ocorra durante o processamento dos trabalhos 1 e 2.

O número de cenários representa o número de termos incluídos na expressão correspondente ao *makespan* total esperado para a política  $[\vec{j} \vec{y}]$ . Para determinar o número de cenários ou termos, é necessário saber o número de inspeções que serão realizadas na política, portanto, o número de cenários é determinado através da equação  $T = 2^N$ . Assim, quando uma política é avaliada com 1, 3 e  $N$  inspeções, o número de cenários é 2, 8 e  $T$ , respectivamente. O conteúdo dos cenários representa as possibilidades de renovação do sistema. A Figura 8 ilustra os cenários correspondentes a três trabalhos e duas inspeções. Portanto, para representar as possibilidades de renovação, basta ilustrar a ocorrência correspondente do defeito. Assim, cada termo usado no *makespan* total esperado da política  $[\vec{j} \vec{y}]$  corresponde a um cenário.

Figura 8 – Representação gráfica simplificada de cenários para três trabalhos com duas inspeções



Fonte: Esta pesquisa (2021)

- **Para três trabalhos**

Para o processamento de três trabalhos com tempos de processamento  $p_1, p_2$  e  $p_3$ , primeiro é descrita a política que atribui duas inspeções,  $y_{[2]} = 1, y_{[3]} = 1$ , onde quatro cenários são gerados como resultado. A Figura 8 ilustra de forma simplificada que cada um dos eventos contidos em cada um dos quatro cenários representa as possibilidades de renovação. A seguir está a expressão de *makespan* esperada desta política, onde cada termo representa um cenário.

$$\begin{aligned}
 E[C_{([1],[2],[3]),([0],[1],[1])}] &= S_{1[j\bar{y}]} + S_{2[j\bar{y}]} + S_{3[j\bar{y}]} + S_{4[j\bar{y}]} \\
 E[C_{([1],[2],[3]),([0],[1],[1])}] &= \sum_{l=2}^v \sum_{s=2}^v \sum_{r=1}^v P_{1l} P_{2s} P_{3r} K_{lrs} + \\
 &\sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v K_{lr} R_{[2,3]r} P_{1l} + \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v K_{lr} R_{[1,2]l} P_{3r} + \sum_{r=1}^v K_r R_{[1,3]r}
 \end{aligned} \tag{15}$$

Onde  $K_{lr}$  são os valores de *makespan* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos,  $R_{[i,a]b}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento de  $a$ , dado que o sistema começa sua vida antes de processar o trabalho  $i$  e  $P_{ib}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento do trabalho  $i$

- **Para três trabalhos com uma inspeção no início do trabalho 2**

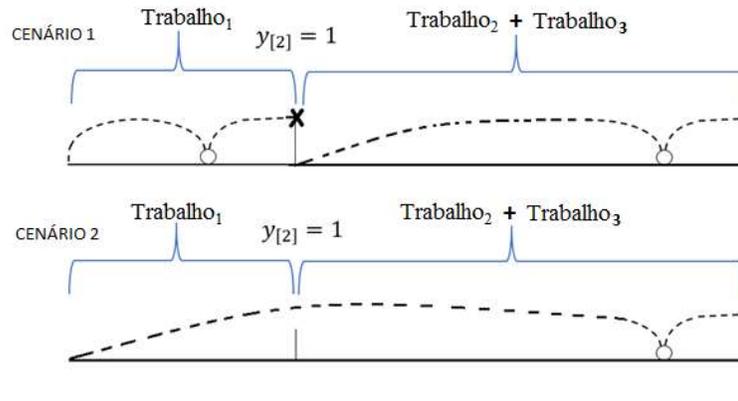
Para este caso, dois cenários são apresentados (Fig.9)

$$E[C_{((1],[2],[3]),([0],[1],[0]))}] = S_{1[j\bar{y}]} + S_{2[j\bar{y}]}$$

$$E[C_{((1],[2],[3]),([0],[1],[0]))}] = \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v K_{lr} P_{1l} Q_{[2,3]r} + \sum_{r=1}^v K_r R_{[1,2,3]r} \quad (16)$$

Onde  $Q_{[2,3]r}$  é a probabilidade de que o evento  $r$  ocorra durante o processamento dos trabalhos 2 e 3

Figura 9 - Representação gráfica simplificada de cenários para três trabalhos com uma inspeção no início do trabalho 2



Fonte: Esta pesquisa (2021)

- **Para três trabalhos com uma inspeção no início do trabalho 3**

Para este caso, dois cenários são apresentados (Fig. 10)

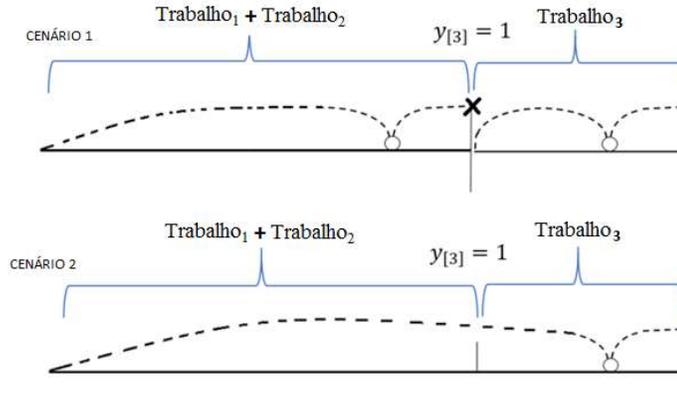
$$E[C_{((1],[2],[3]),([0],[0],[1]))}] = S_{1[j\bar{y}]} + S_{2[j\bar{y}]}$$

$$E[C_{((1],[2],[3]),([0],[0],[1]))}] = \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v P_{3r} Q_{[1,2]l} K_{lr} + \sum_{r=1}^v R_{[1,3]r} K_r \quad (17)$$

Onde  $K_{lr}$  e  $K_r$  são os valores de *makespan* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos,  $Q_{[1,2]r}$  é a probabilidade de que o evento  $r$  ocorra durante o processamento dos trabalhos 1 e 2,  $R_{[i,a]r}$  é a probabilidade de que o evento  $r$  ocorra durante o processamento de  $a$ , dado que o sistema começa sua vida antes de processar

o trabalho  $i$  e  $P_{ir}$  é a probabilidade de que o evento  $r$  ocorra durante o processamento do trabalho  $i$

Figura 10 – Representação gráfica simplificada de cenários para três trabalhos com uma inspeção no início do trabalho 3



Fonte: Esta pesquisa (2021)

- **Para três trabalhos sem inspeção.**

Para três trabalhos sem inspeção, há apenas um cenário

$$E[C_{([1],[2],[3]),([0],[0],[0])}] = \sum_{r=1}^v Q_{[1,2,3]r} K_r \quad (18)$$

Onde  $K_r$  são os valores de *makespan* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos e  $Q_{[1,2,3]r}$  é a probabilidade de que o evento  $r$  ocorra durante o processamento dos trabalhos 1,2 e 3

- **para  $n$  trabalhos com uma inspeção**

Nesse caso, é necessário dividir os trabalhos em dois grupos; os trabalhos que precedem a inspeção e os trabalhos que seguem a inspeção, portanto,  $n = n_1 + n_2$

$$\begin{aligned} E[C_{([n_1],[n_2]),([0,1])}] &= S_{1([n_1],[n_2]),([0,1])} + S_{2([n_1],[n_2]),([0,1])} \\ S_{1([n_1],[n_2]),([0,1])} &= \sum_{l=2}^v K_l Q_{[1,2,\dots,n_1]l} \sum_{r=1}^v K_r Q_{[1,2,\dots,n_2]r} \\ S_{2([n_1],[n_2]),([0,1])} &= \sum_{r=1}^v K_r R_{[n_1-n_2]r} \end{aligned} \quad (20)$$

- **Para  $n$  trabalhos com duas inspeções**

Devido às duas inspeções, é necessário dividir o número de trabalhos em 3 grupos,

$$n = n_1 + n_2 + n_3$$

$$\begin{aligned}
 E[C_{((n_1],[n_2],[n_3]),([0],[1],[1]))}] &= S_{1[j\bar{y}]} + S_{2[j\bar{y}]} + S_{3[j\bar{y}]} + S_{4[j\bar{y}]} \\
 E[C_{((n_1],[n_2],[n_3]),([0],[1],[1]))}] &= \sum_{l=2}^v \sum_{s=2}^v \sum_{r=1}^v K_{lrs} P_{n_1l} P_{n_2s} P_{n_3r} + \\
 &\quad \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v K_{lr} R_{[n_2..n_3]r} P_{n_1l} + \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v K_{lr} R_{[n_1..n_2]l} P_{n_3r} + \sum_{r=1}^v K_r R_{[n_1..n_3]r}
 \end{aligned} \tag{21}$$

Onde  $K_{lr}$  e  $K_r$  são os valores de *makespan* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos,  $R_{[i..a]b}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento de  $a$ , dado que o sistema começa sua vida antes de processar o trabalho  $i$  e  $P_{ib}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento do trabalho  $i$

- **Para  $n$  trabalhos com  $n - 1$  inspeções**

Para estabelecer o *makespan* esperado é necessário obter a soma dos  $T$  cenários, conforme mostrado em (22)

$$\begin{aligned}
 E[C_{([1],\dots,[n]),([0,1,\dots,1])}] &= \sum_{g=1}^T S_{g[j\bar{y}]} \\
 E[C_{([1],\dots,[n]),([0,1,\dots,1])}] &= \left\{ \begin{array}{l} \sum_{r=1}^v K_r R_{[1..n]r} + \\ \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v K_{lr} R_{[1..(n-1)]l} P_{nr} + \\ \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v K_{lr} P_{1l} R_{[2..n]r} + \\ \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v K_{lr} R_{[1..(n-2)]l} R_{[(n-1)..n]r} + \\ \vdots \\ \sum_{l=2}^v \sum_{s=2}^v \sum_{r=1}^v K_{lrs} P_{1l} P_{2s} R_{[3..n]r} + \\ \sum_{l=2}^v \sum_{s=2}^v \sum_{r=1}^v K_{lrs} P_{1l} R_{[2..3]s} R_{[4..n]r} + \\ \vdots \\ \sum_{l=2}^v \sum_{s=2}^v \dots \sum_{r=1}^v K_{ls\dots r} P_{1l} P_{2s} \dots P_{nr} \end{array} \right\} \tag{22}
 \end{aligned}$$

Onde  $K_{lr}$ ,  $K_r$  e  $K_{lSr}$  são os valores de *makespan* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos,  $R_{[i_a]b}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento de  $a$ , dado que o sistema começa sua vida antes de processar o trabalho  $i$  e  $P_{ib}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento do trabalho  $i$

### 3.2.2 Custo esperado de manutenção

O custo esperado de manutenção corresponde à relação entre o custo de substituição  $c_p$ , custo de inspeção  $c_i$  e custos de reparo  $c_r$ , de acordo com a política  $[\vec{j} \vec{y}]$ . A descrição da probabilidade de ocorrência dos diferentes eventos é apresentada na seção 3.2.1. Portanto os custos esperados de manutenção são:

- **Para um trabalho sem inspeção**

$$E[M_{([1],[0])}] = (0)P_{11} + (0)P_{12} + c_r P_{13} + 2c_r P_{14} + \dots + mc_r P_{1(m+2)}$$

$$E[M_{([1],[0])}] = \sum_{b=1}^v U_b P_{ib} \quad v=m+2 \quad (23)$$

Onde  $U_b$  são os valores de *custo de manutenção* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos e  $P_{ib}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento do trabalho  $i$

- **Para dois trabalhos com inspeção**

Para determinar o custo esperado de manutenção  $E[M_{([1],[2]),([0],[1])}]$ , é necessário obter a soma dos valores esperados dos dois cenários, conforme mostrado em (24):

$$E[M_{([1],[2]),([0],[1])}] = S_{1([1],[2]),([0],[1])} + S_{2([1],[2]),([0],[1])}$$

$$S_{1([1],[2]),([0],[1])} = \left\{ \begin{array}{l} (c_i + c_p)(P_{12}P_{21}) + (c_i + c_p)(P_{12}P_{22}) + \dots + (c_i + c_p + mc_r)(P_{12}P_{2(m+2)}) + \\ \vdots \\ (c_i + c_p + mc_r)(P_{1(m+2)}P_{21}) + (c_i + c_p + mc_r)(P_{1(m+2)}P_{22}) + \dots + (c_i + c_p + (2m)c_r)(P_{1(m+2)}P_{2(m+2)}) \end{array} \right\}$$

$$S_{1([1],[2]),([0],[1])} = \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v U_{lr} P_{1l} P_{2r}$$

$$S_{2([1],[2]),([0],[1])} =$$

$$\begin{aligned}
& \{c_i R_{[1,2]1} + c_i R_{[1,2]2} + (c_r + c_i) R_{[1,2]3} + (2c_r + c_i) R_{[1,2]4} + \dots + (mc_r + c_i) R_{[1,2](m+2)}\} \\
& S_{2((1],[2]),(0,1)} \\
& = \sum_{r=1}^v U_r R_{[1,2]r} \tag{24}
\end{aligned}$$

Onde  $U_r$  são os valores de *custo de manutenção* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos e  $R_{[1,2]r}$  é a probabilidade de que o evento  $r$  ocorra durante o processamento do trabalho2, dado que o sistema começa sua vida antes de processar o trabalho1

#### Para dois trabalhos sem inspeção

$$E[M_{((1],[2]),(0,0))}] = \sum_{r=1}^v U_r Q_{[1,2]r} \tag{25}$$

Onde  $U_r$  são os valores de *custo de manutenção* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos,  $Q_{[1,2]r}$  é a probabilidade de que o evento  $r$  ocorra durante o processamento dos trabalhos 1 e 2.

- **Para  $n$  trabalhos sem inspeção**

$$E[M_{((1],[n]),(0,0,\dots,0))}] = \sum_{r=1}^v U_r Q_{[1,2,\dots,n]r} \tag{26}$$

- **Para  $n$  trabalhos com uma inspeção**

É necessário estabelecer dois grupos de trabalhos que precedem e seguem a inspeção  $n = n_1 + n_2$

$$\begin{aligned}
E[M_{([n_1],[n_2]),(0,1)}] &= S_{1([n_1],[n_2]),(0,1)} + S_{2([n_1],[n_2]),(0,1)} \\
S_{1([n_1],[n_2]),(0,1)} &= \sum_{l=2}^v U_l Q_{[1,2,\dots,n_1]l} \sum_{r=1}^v U_r Q_{[1,2,\dots,n_2]r} \\
S_{2([n_1],[n_2]),(0,1)} &= \sum_{r=1}^v U_r R_{[n_1,n_2]r} \tag{27}
\end{aligned}$$

- **Para  $n$  trabalhos com duas inspeções**

Devido às duas inspeções, é necessário gerar 3 grupos de trabalhos  $n = n_1 + n_2 + n_3$

$$\begin{aligned}
E[M_{([n_1],[n_2],[n_3]),([0],[1],[1])}] &= S_{1[j\bar{y}]} + S_{2[j\bar{y}]} + S_{3[j\bar{y}]} + S_{4[j\bar{y}]} \\
E[M_{([n_1],[n_2],[n_3]),([0],[1],[1])}] &= \sum_{l=2}^v \sum_{s=2}^v \sum_{r=1}^v U_{lsr} P_{n_1l} P_{n_2s} P_{n_3r} + \\
\sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v U_{lr} R_{[n_2-n_3]r} P_{n_1l} &+ \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v U_{lr} R_{[n_1-n_2]l} P_{n_3r} + \sum_{r=1}^v U_r R_{[n_1-n_3]r} \quad (28)
\end{aligned}$$

Onde  $U_r$  são os valores de *custo de manutenção* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos,  $R_{[i_a]b}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento de  $a$ , dado que o sistema começa sua vida antes de processar o trabalho  $i$  e  $P_{ib}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento do trabalho  $i$

- **Para  $n$  trabalhos com  $n - 1$  inspeções**

Para estabelecer o custo de manutenção esperado, é necessário obter a soma dos  $T$  cenários, conforme mostrado em (29)

$$\begin{aligned}
E[M_{([1],\dots,[n]),([0,1,\dots,1])}] &= \sum_{g=1}^T S_{g[j\bar{y}]} \\
E[M_{([1],\dots,[n]),([0,1,\dots,1])}] &= \left\{ \begin{array}{l} \sum_{r=1}^v U_r R_{[1-n]r} + \\ \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v U_{lr} R_{[1-(n-1)]l} P_{nr} + \\ \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v U_{lr} P_{1l} R_{[2-n]r} + \\ \sum_{l=2}^v \sum_{r=1}^v U_{lr} R_{[1-(n-2)]l} R_{[(n-1)-n]r} + \\ \vdots \\ \sum_{l=2}^v \sum_{s=2}^v \sum_{r=1}^v U_{lsr} P_{1l} P_{2s} R_{[3-n]r} + \\ \sum_{l=2}^v \sum_{s=2}^v \sum_{r=1}^v U_{lsr} P_{1l} R_{[2-3]s} R_{[4-n]r} + \\ \vdots \\ \sum_{l=2}^v \sum_{s=2}^v \dots \sum_{r=1}^v U_{ls\dots r} P_{1l} P_{2s} \dots P_{nr} \end{array} \right\} \quad (29)
\end{aligned}$$

Onde  $U_r$  são os valores de *custo de manutenção* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos,  $R_{[i_a]b}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento de  $a$ , dado que o sistema começa sua vida antes de processar o trabalho  $i$  e  $P_{ib}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento do trabalho  $i$ .

O custo total esperado corresponde aos custos incorridos devido a falhas no sistema; assim, este custo é composto pelo custo esperado de atraso e custo de manutenção esperado, conforme mostrado em (2) e também abaixo

$$E[CT_{[\vec{j}, \vec{y}]}] = c_t \max[0, (E[C_{[\vec{j}, \vec{y}]}] - d)] + E[M_{[\vec{j}, \vec{y}]}]$$

O primeiro termo representa o custo por atraso, em que todos os trabalhos têm uma data devida comum, portanto, se o *makespan*  $E[C_{[\vec{j}, \vec{y}]}]$  for maior do que a data devida, a diferença corresponde ao tempo de atraso, o qual gera custos para replanejamento da produção, uso indevido de mão de obra, bem como aumento nos custos de estoque, custo de energia (Masmoudi et al., 2019) entre outros. Esses custos são representados por  $c_t$ , que é o custo da penalidade por unidade de tempo. O segundo termo corresponde ao custo esperado de manutenção da política  $[\vec{j}, \vec{y}]$ , conforme apresentado na seção 3.2.2. O objetivo é determinar a política ótima que minimiza o custo total esperado, tal como descrito na seguinte expressão:

$$\left\{ \vec{j}^* \vec{y}^* \right\} = \underset{\vec{j}, \vec{y}}{Min} \{E[CT_{[\vec{j}, \vec{y}]}]\}$$

A subseção a seguir descreve alguns exemplos práticos que nos permitem observar a aplicabilidade do modelo.

### 3.2.3 Exemplos práticos

Uma característica importante deste estudo é que pode ser aplicável a diferentes contextos, como em processos de fresagem, em que trabalhos com diferentes tempos de processamento podem ser processados e são trabalhos retomáveis, ou seja, quando ocorre falha durante processamento, o trabalho pode continuar de onde parou. Esse tipo de sistema geralmente tem como componente crítico os eixos de rolamento, que sofrem um processo de deterioração e, portanto, passam por processos de reparo, a fim de dar continuidade ao processo e prolongar a vida útil do componente. Esse tipo de máquina trabalha com uma diversidade importante de materiais, como madeira, aço, ferro fundido, metais não ferrosos, materiais sintéticos, entre outros. Os processos produtivos que utilizam máquinas de controle numérico (CNC) também devem processar trabalhos com diferentes tempos de processamento que são retomáveis, este tipo de máquina apresenta usualmente como componente crítico o *spindle* que é submetido a reparos para prolongar a vida útil.

A seguir, é descrito um caso numérico que permite observar as contribuições fornecidas pelo modelo. Desta forma, a subseção seguinte inicia com a descrição do caso

numérico, posteriormente os resultados são apresentados utilizando o modelo analítico e por fim são descritos os resultados obtidos pelo processo de simulação.

### 3.3 CASO NUMÉRICO

Para descrever o modelo proposto, utilizou-se dados realistas, que podem ser observados em diferentes contextos. Esses dados são importantes para avaliar o desempenho do modelo e mostrar a contribuição do modelo com base nos resultados obtidos. Desta forma, é considerado um sistema na qual a chegada de defeitos segue uma distribuição *Weibull* com parâmetro de forma  $\beta$  e parâmetro de escala  $\eta$ , e o *delay-time*  $h, h_1, \dots, h_m$  usado neste modelo segue uma distribuição exponencial com média  $\mu$ . Os parâmetros estão definidos na Tabela 4. Este sistema deve processar três trabalhos, e os tempos de processamento estão listados na Tabela 5. Os dados relativos ao tempo de inatividade e custos por substituição preventiva, inspeção e reparação são apresentados na Tabela 6, além do custo de penalidade por atraso. A data devida é de 110 horas, em que o valor de  $m$  para um trabalho são três e para dois e três trabalhos não intervencionados por inspeção, os valores de  $m$  são 5 e 8, respectivamente.

De acordo com o modelo proposto na seção 3.2, para obter a política ótima que minimiza o custo total esperado, primeiro calcula-se o *makespan* esperado para cada uma das políticas (Tabela 7) a fim de obter o custo esperado por atraso. A seguir, calcula-se o custo esperado de manutenção (Tabela 8) e, por fim, estabelecemos o custo total esperado para cada política (Tabela 9) e a política ótima é definida.

Tabela 4 – Parâmetros de chegada do defeito e delay-time

Parâmetros de chegada do defeito	<i>Delay-time</i>
Distribuição <i>Weibull</i>	Distribuição exponencial
$\beta = 3$	$\mu = 40$ horas
$\eta = 140$ horas	

Fonte: Esta pesquisa (2021)

Tabela 5 – Tempos de processamento

Trabalho	Tempos de processamento (horas)
1	19
2	48
3	35

Fonte: Esta pesquisa (2021)

Tabela 6 – Custos e tempos de inatividade

Descrição dos parâmetros	Tempo de processamento (horas)	Custo (\$)
Substituição preventiva ( $d_p, c_p$ )	3	150
Inspeção ( $d_i, c_i$ )	2	20
reparação ( $d_r, c_r$ )	65	60
penalidade de atraso por unidade de tempo ( $c_t$ )		50

Fonte: Esta pesquisa (2021)

### 3.3.1 Resultados modelo analítico

De acordo com o modelo proposto na seção 3.2, para obter a política ótima que minimiza o custo total esperado, primeiro calcula-se o *makespan* esperado para cada uma das políticas (Tabela 7) a fim de obter o custo esperado por atraso. A seguir, calcula-se o custo esperado de manutenção (Tabela 8) e, por fim, estabelecemos o custo total esperado para cada política (Tabela 9) e a política ótima é definida. Logo abaixo, encontra-se o *makespan* esperado para todas as políticas

Tabela 7 – Makespan esperado para todas as políticas

Trabalhos\inspeções	0,0,0	0,1,0	0,0,1	0,1,1
1,2,3	116,1626	117,7972	112,5725	114,3040
1,3,2	116,1626	117,7912	113,6012	115,4870
2,1,3	116,1626	114,9757	112,5725	113,4136
2,3,1	116,1626	114,9757	113,0185	112,7845
3,1,2	116,1626	116,6115	113,6012	115,1897
3,2,1	116,1626	116,6115	113,0185	113,6347

Fonte: Esta pesquisa (2021)

Logo abaixo, encontra-se o custo esperado de manutenção para todas as políticas

Tabela 8 – Custo esperado de manutenção para todas as políticas

Trabalhos\inspeções	0,0,0	0,1,0	0,0,1	0,1,1
1,2,3	13,1448	33,1581	43,2334	62,9624
1,3,2	13,1448	33,1581	37,2013	57,0615
2,1,3	13,1448	35,9646	43,2334	62,1667
2,3,1	13,1448	35,9646	55,9965	74,0140
3,1,2	13,1448	33,9609	37,2013	56,7922
3,2,1	13,1448	33,9609	55,9965	74,7555

Fonte: Esta pesquisa (2021)

Logo abaixo, encontra-se o custo total esperado para todas as políticas.

Tabela 9 – Custo total esperado para todas as políticas

Trabalhos\inspeções	0,0,0	0,1,0	0,0,1	0,1,1
1,2,3	321,2748	423,0181	<b>171,8584</b>	278,1624
1,3,2	321,2748	422,7181	217,2613	331,4115
2,1,3	321,2748	284,7496	<b>171,8584</b>	232,8467
2,3,1	321,2748	284,7496	206,9215	213,2390
3,1,2	321,2748	364,5359	217,2613	316,2772
3,2,1	321,2748	364,5359	206,9215	256,4905

Fonte: Esta pesquisa (2021)

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 9, duas políticas permitem a minimização do custo total. A primeira corresponde a  $\left\{ \begin{matrix} \rightarrow * \\ j \quad y \end{matrix} \rightarrow * \right\} = \{(1,2,3), (0,0,1)\}$  e a outra política é  $\left\{ \begin{matrix} \rightarrow * \\ j \quad y \end{matrix} \rightarrow * \right\} = \{(2,1,3), (0,0,1)\}$ . Portanto, na primeira política, o trabalho com tempo de processamento 19 deve ser processado primeiro, seguido pelos trabalhos com tempos de processamento 48 e 35. Além disso, uma inspeção deve ser realizada antes de processar o terceiro trabalho. A outra solução ótima começa com o trabalho com tempo de processamento 48, seguido de trabalhos com tempos de processamento 19 e 35. Semelhantemente à política anterior, é necessário realizar uma inspeção antes do terceiro trabalho. O custo total esperado para as duas políticas ótimas é de \$ 171,8584.

Considerando as cinco políticas que apresentam os menores custos totais esperados,  $\{(1,2,3), (0,0,1)\}$ ,  $\{(2,1,3), (0,0,1)\}$ ,  $\{(2,3,1), (0,0,1)\}$ ,  $\{(3,2,1), (0,0,1)\}$  e  $\{(2,3,1), (0,1,1)\}$ , quatro dessas políticas atribuem apenas uma inspeção antes do terceiro trabalho, o que indica que há uma maior probabilidade de redução do número de reparos mínimos. Isso está associado a um *makespan* menor e, por sua vez, a um menor tempo de atraso. Consequentemente, essas políticas têm custos totais mais baixos em comparação com as demais políticas.

Nas melhores políticas, o trabalho com o tempo de processamento mais longo (ou seja, o trabalho 2 com tempo de processamento 48) deve ser atribuído primeiro ou, alternativamente, no conjunto de trabalhos não intervencionado por uma inspeção que inicia a sequência de trabalhos. Ao revisar cada uma das colunas correspondentes do custo total esperado, pode-se ver que as políticas de menor custo correspondem àquelas que começam com o trabalho com o tempo de processamento mais longo.

Em geral, as políticas que não envolvem nenhuma inspeção  $\vec{y} = [0,0,0]$  são afetadas principalmente pelos reparos mínimos que podem ocorrer durante o processamento dos três trabalhos, que afetam o *makespan*. Isso poderia, por sua vez, aumentar o custo por atraso e exigir maiores custos de manutenção devido aos custos de reparos mínimos,  $c_r$ .

Para o conjunto de políticas que envolvem a realização da inspeção no final do primeiro trabalho,  $\vec{y} = [0,1,0]$  (Tabela 9), a realização desta inspeção é prematura, pois há pouca probabilidade de ocorrência de defeitos durante o primeiro trabalho. Portanto, há pouca possibilidade de minimizar o número de reparos mínimos durante o processamento dos trabalhos. Isso implica um custo por inspeção e um tempo de inatividade por inspeção que afeta diretamente o *makespan* e gera custos por atraso. No entanto, quando o trabalho com o maior tempo de processamento na sequência é atribuído à primeira posição, há uma redução de pelo menos 22% do custo total esperado em relação aos outros custos deste conjunto de políticas (ou seja, as políticas  $\{(2,3,1), (0,1,0)\}$  e  $\{(2,1,3), (0,1,0)\}$  são pelo menos 22% mais econômicas do que as outras quatro políticas nesta coluna).

Ao realizar duas inspeções, minimiza-se a probabilidade de realização de reparos mínimos, porém aumenta-se o custo de manutenção esperado, conforme demonstrado na política definida com dupla inspeção,  $\vec{y} = [0,1,1]$  (Tabela 8). Uma política de duas inspeções não atinge custo mínimo, porque essas políticas devem assumir custos e tempos de inatividade excessivos por causa de inspeções e substituições preventivas.

Note-se que os resultados obtidos com o modelo analítico representam uma aproximação, pois foi limitado o número de reparos mínimos a um máximo de três para um trabalho. Para dois e três trabalhos sem intervenção de inspeção, o número máximo de reparações mínimas é de cinco e oito, respectivamente, a fim de garantir a viabilidade dos cálculos. Porém, com o aumento do tempo de processamento dos trabalhos, a precisão dos resultados obtidos pelo modelo analítico diminui. Assim, na próxima subseção, apresentamos os resultados obtidos por meio de um processo de simulação, no qual não há limitação do número de reparos mínimos. Consequentemente, espera-se que os resultados obtidos usando a

simulação sejam ligeiramente maiores, pois a simulação inclui mais casos de reparos mínimos.

Para o desenvolvimento dos cálculos associados ao modelo analítico, utilizaram-se o software MATLAB, que utiliza um conjunto de métodos para o cálculo de integrais, alguns desses métodos são: método Simpson, método Gauss Lobato, método de Newton Cotes e Método de trapézio.

### 3.3.2 Resultados da simulação

Para comparar os resultados obtidos com o modelo definido anteriormente, e também apresentar outro método de solução, foi desenvolvido um modelo de simulação que permite a integração de uma sequência de trabalhos e a política de inspeção que minimiza o custo total esperado. Os resultados da simulação são apresentados e discutidos a seguir, e posteriormente, nas subseções 3.3.2.1 e 3.3.2.2 são apresentados os fluxogramas de simulação de *makespan* e custo esperado de manutenção.

Os resultados obtidos por meio do modelo analítico (Tabela 7-9) e aqueles obtidos por meio da simulação (Tabela 10-12) exibem valores notavelmente semelhantes. Como a política ótima derivada do modelo analítico, a simulação também produz uma política ótima da seguinte forma:  $\left\{ \begin{matrix} \rightarrow * \\ j \quad y \end{matrix} \rightarrow * \right\} : \{(1,2,3), (0,0,1)\}$  ou  $\{(2,1,3), (0,0,1)\}$

Tabela 10 – Simulação de makespan para todas as políticas

<b>Trabalhos\inspeções</b>	<b>0,0,0</b>	<b>0,1,0</b>	<b>0,0,1</b>	<b>0,1,1</b>
1,2,3	116,7063	117,9441	112,8653	114,5542
1,3,2	116,7063	117,9441	113,8791	115,6215
2,1,3	116,7496	115,0066	112,8403	113,5566
2,3,1	116,6900	115,0102	113,0613	112,9539
3,1,2	116,7424	116,7094	113,9809	116,0023
3,2,1	116,6800	117,0034	113,1536	113,9555

*Fonte: Esta pesquisa (2021)*

Logo abaixo, encontra-se o resultado da simulação do custo esperado de manutenção para todas as políticas

Tabela 11 – Simulação do custo esperado de manutenção para todas as políticas

<b>Trabalhos\inspeções</b>	<b>0,0,0</b>	<b>0,1,0</b>	<b>0,0,1</b>	<b>0,1,1</b>
1,2,3	13,6440	33,1790	43,7270	63,2501
1,3,2	13,4820	33,2058	37,9802	57,5223
2,1,3	13,3015	36,1523	43,8256	62,8341
2,3,1	13,6514	36,1909	56,2103	74,5012
3,1,2	13,6412	34,2073	37,2213	56,8597
3,2,1	13,6297	34,1722	56,1597	75,8310

*Fonte: Esta pesquisa (2021)*

Logo abaixo, encontra-se o resultado da simulação do custo total esperado para todas as políticas:

Tabela 12 – Simulação do custo total esperado para todas as políticas

<b>Trabalhos\inspeções</b>	<b>0,0,0</b>	<b>0,1,0</b>	<b>0,0,1</b>	<b>0,1,1</b>
1,2,3	349,0590	430,3840	<b>186,9920</b>	290,9601
1,3,2	348,7970	430,4108	231,9352	338,5973
2,1,3	350,7815	286,4823	<b>185,8406</b>	240,6641
2,3,1	348,1514	286,7009	208,2753	222,1962
3,1,2	350,7612	369,6773	236,2663	356,9747
3,2,1	347,6297	384,3422	213,8397	272,6060

*Fonte: Esta pesquisa (2021)*

A Tabela 10 apresenta o *makespan* esperado correspondente a cada uma das políticas obtidas por meio do processo de simulação. Esses valores apresentam erro médio relativo de 0,26% em relação ao *makespan* esperado obtido pelo modelo analítico. Desta forma, os resultados obtidos validam o modelo analítico devido à similaridade entre os métodos descritos e o pequeno erro relativo médio apresentado.

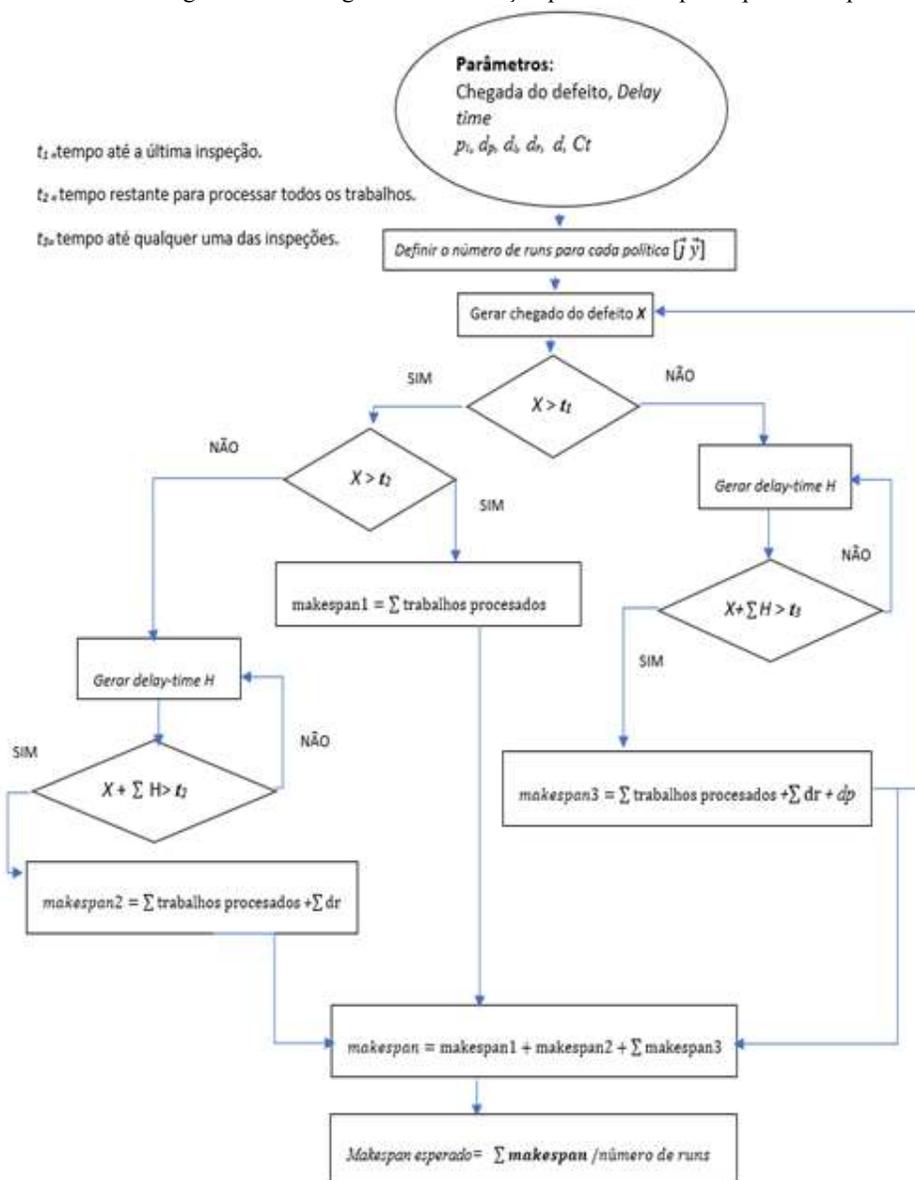
A Tabela 11 apresenta os custos de manutenção esperados obtidos com o processo de simulação, que são bastante semelhantes aos valores obtidos com o modelo analítico. O erro médio relativo da simulação em relação ao modelo analítico é de 1,31%. Devido à similaridade existente entre os resultados obtidos com os métodos e ao pequeno erro médio relativo, é possível manter resultados consistentes apesar da variedade de tempos de processamento dos trabalhos.

Existem pequenas diferenças quando se comparam os valores do *makespan* e do custo esperado de manutenção obtidos por meio do modelo analítico com o resultado obtido por simulação. Porém, uma diferença um pouco maior é obtida nos resultados correspondentes ao custo total esperado (Tabela 12). Isso se deve ao fator multiplicativo correspondente à penalidade de atraso por unidade de tempo, que ocorre quando o *makespan* excede a data devida. Nota-se que apesar dessa diferença, a ordem das políticas é idêntica para ambos os modelos, para determinar valores ainda mais próximos entre os resultados obtidos nos modelos é suficiente aumentar o número de reparos mínimos no modelo analítico. Porém, esta consideração torna as expressões do modelo analítico significativamente maiores e, por esse motivo, considera-se manter as expressões de tamanho adequado para uma apresentação viável do estudo, mantendo um nível tolerável de erro relativo médio de 1,31% para o *makespan* esperado e o custo de manutenção esperado.

### 3.3.2.1 Fluxograma de simulação para o *makespan* esperado

O fluxograma de simulação para o *makespan* esperado é apresentado abaixo. Onde  $d_p, d_i, d_r$  representam o tempo de inatividade por substituição preventiva, inspeção e reparo mínimo, respectivamente.  $X$  representa a chegada do defeito e  $H$  representa o *delay-time*.

Figura 11 – Fluxograma de simulação para o *makespan* esperado- capítulo 3

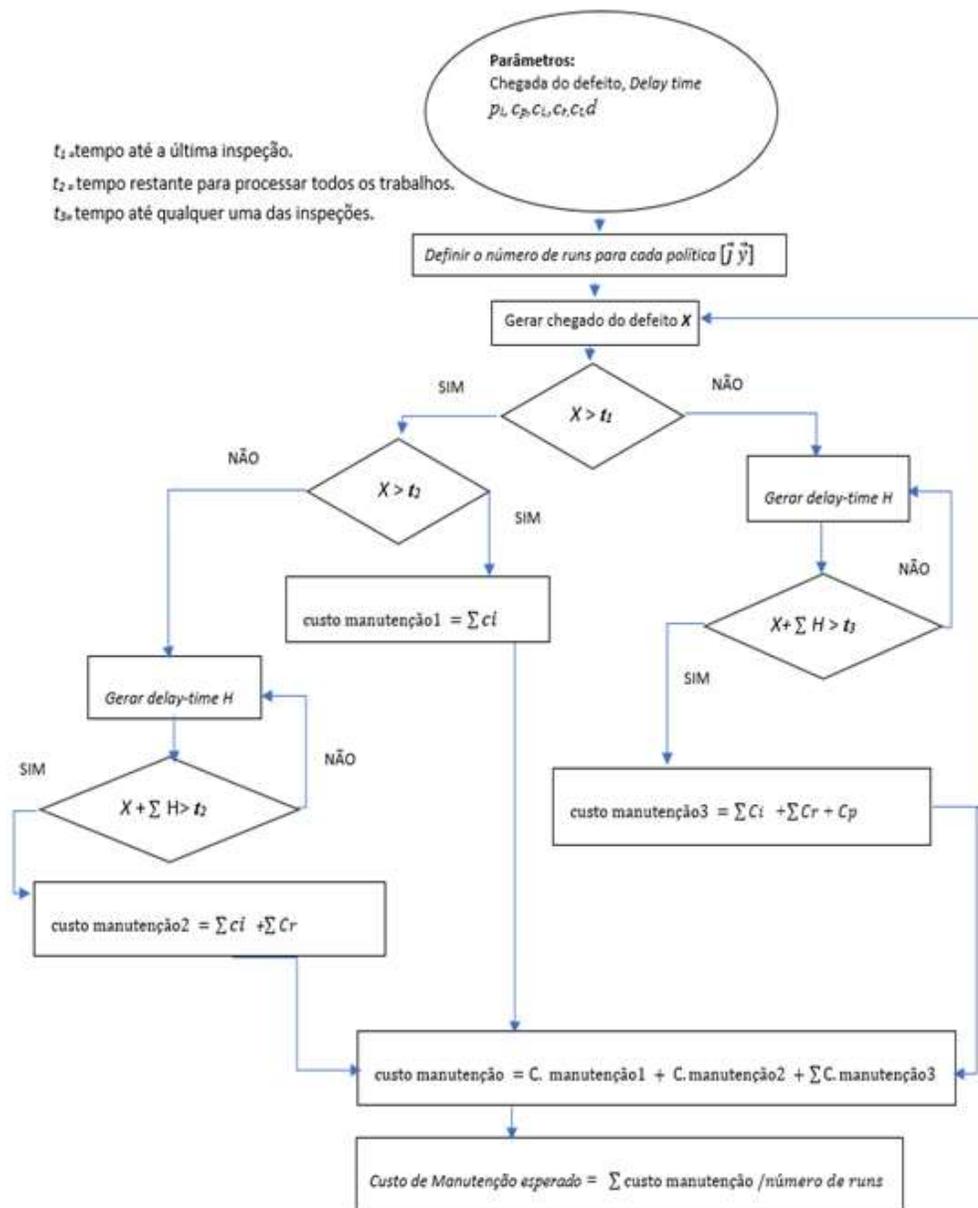


Fonte: Esta pesquisa (2021)

### 3.3.2.2 Fluxograma de simulação para custo de manutenção esperado

O fluxograma de simulação para o custo de manutenção esperado é apresentado abaixo. Onde  $c_p, c_i, c_r$  representam o custo por substituição preventiva, inspeção e reparo, respectivamente.  $X$  representa a chegada do defeito e  $H$  representa o *delay-time*.

Figura 12 – Fluxograma de simulação para o custo de manutenção esperado- capítulo 3



Fonte: Esta pesquisa (2021)

A seguir, é descrita a análise de sensibilidade, na qual variações dos parâmetros são feitas para observar o comportamento do modelo.

### 3.4 ANALISE DE SENSIBILIDADE

A tabela 13 corresponde às variações de chegada do defeito e o delay-time, ao modificar o parâmetro de escala  $\eta$  de 140 para valores mais baixos (casos 2-4) diminui o tempo de chegada do defeito. Porém, isso aumenta o número de reparos mínimos que devem ser realizados durante o processamento dos trabalhos, portanto, é necessário avaliar tanto o sequenciamento dos trabalhos quanto a atribuição das inspeções. Neste caso, para se obter a política ótima (casos 2 e 3), é necessário aumentar o número de inspeções para  $\vec{y} = [0,1,1]$  e atribuir a primeira posição ao trabalho com maior tempo de processamento. Essa política aumenta o custo esperado de manutenção, porém, permite um melhor controle sobre o custo por atraso dos trabalhos. Com base nesta modificação, a política ótima corresponde a  $\{(2,3,1), (0,1,1)\}$ . Essa modificação leva a um grande aumento no custo total esperado devido ao aumento do número de falhas durante o processamento; enquanto no caso 4, a política ótima é mantida. Ao aumentar  $\eta$  (casos 5 e 6), a ocorrência de defeitos e subsequente falha durante o processamento dos trabalhos é pouco provável, portanto, o modelo sugere a não realização de inspeções.

Ao diminuir o parâmetro de forma  $\beta$  (casos 7 e 8) aumenta a variabilidade em relação à chegada do defeito, pois o modelo sugere a realização de duas inspeções para obter maior controle do sistema, por sua vez esta diminuição produz um aumento significativo no custo total. O contrário acontece quando  $\beta$  é aumentado (casos 9 e 10), portanto, menos inspeções são necessárias e o custo total diminui significativamente.

Ao diminuir a média  $\mu$  (casos 11 - 13), o *delay-time* diminui, levando ao aumento dos reparos mínimos durante o processamento dos trabalhos. Consequentemente, é necessário aumentar o número de inspeções, desta forma a política ótima é  $\{(2,3,1), (0,1,1)\}$ . Aumentando  $\mu$  (casos 14 e 15) a ocorrência de uma falha durante o processamento dos trabalhos é menos provável, portanto, o custo total esperado diminui

Tabela 13 – Resultados para diferentes variações de chegada do defeito e o delay-time

Casos	$\eta$	$\beta$	$\mu$	$d_i$	$d_p$	$d_r$	$C_i$	$C_p$	$C_r$	$C_t$	$d$	$E[C_{j,\bar{y}}]^*$	$E[M_{[j\bar{y}]}]^*$	$E[CT_{[j\bar{y}]}]^*$	$\rightarrow^{**} \rightarrow^*$ $j \quad y$
1	140	3	40	2	3	65	20	150	60	50	110	112,5725	43,2334	171,8584	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
2	70	3	40	2	3	65	20	150	60	50	110	133,8171	191,1025	1381,9575	$\{(2,3,1), (0,1,1)\}$
3	84	3	40	2	3	65	20	150	60	50	110	143,0217	161,9252	1813,0102	$\{(2,3,1), (0,1,1)\}$
4	112	3	40	2	3	65	20	150	60	50	110	121,8583	91,9142	684,8254	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
5	168	3	40	2	3	65	20	150	60	50	110	108,8621	7,5423	7,5423	$\{(\bar{0}), (0,0,0)\}$
6	196	3	40	2	3	65	20	150	60	50	110	105,5100	5,5302	5,5302	$\{(\bar{0}), (0,0,0)\}$
7	140	1,8	40	2	3	65	20	150	60	50	110	118,0432	98,4700	500,6305	$\{(2,3,1), (0,1,1)\}$
8	140	2,4	40	2	3	65	20	150	60	50	110	115,9080	85,165	380,565	$\{(2,3,1), (0,1,1)\}$
9	140	3,6	40	2	3	65	20	150	60	50	110	110,9800	48,5462	97,5462	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
10	140	4,2	40	2	3	65	20	150	60	50	110	109,7003	38,7321	38,7321	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
11	140	3	20	2	3	65	20	150	60	50	110	119,5138	79,5825	555,2725	$\{(2,3,1), (0,1,1)\}$
12	140	3	24	2	3	65	20	150	60	50	110	116,5910	77,8600	407,4100	$\{(2,3,1), (0,1,1)\}$
13	140	3	32	2	3	65	20	150	60	50	110	114,7800	74,565	313,5650	$\{(2,3,1), (0,1,1)\}$
14	140	3	48	2	3	65	20	150	60	50	110	110,9687	56,7805	105,2155	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
15	140	3	56	2	3	65	20	150	60	50	110	110,1015	54,2205	59,2955	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$

Fonte: Esta pesquisa (2021)

A Tabela 14 que corresponde às variações dos tempos de inatividade devido a ações de manutenção, mostra que ao aumentar tempo de inatividade por inspeção  $d_i$  (casos 18-20),  $\{(2,1,3), (0,0,1)\}$  ainda é a política ótima, no entanto, ao alterar  $d_i$  para valores de 5 ou mais, a política ótima sugere que as inspeções não sejam realizadas (caso 21), pois o aumento do tempo de inatividade devido às inspeções também aumenta o *makespan*, levando a um aumento significativo no custo total esperado. Diminuindo  $d_i$  (casos 16 e 17), o modelo sugere aumentar as inspeções e alterar a sequência de trabalhos.

Ao aumentar o tempo de inatividade por substituição preventiva  $d_p$ , a solução ótima continua sendo  $\{(2,1,3), (0,0,1)\}$  (casos 24-26). Portanto, é possível observar que  $d_i$  é mais sensível do que  $d_p$  em termos de custo total esperado, o que indica que a utilização de procedimentos de inspeção com menor tempo de inatividade diminui o custo total esperado.

Quando o tempo de inatividade por reparo mínimo  $d_r$  é modificado para valores menores que 20, a política ótima sugere que as inspeções não devem ser realizadas. Para valores que diminuem para cerca de 40% (casos 27 e 28), a política ótima é considerada como  $\{(2,1,3), (0,0,1)\}$ , e para valores que têm um aumento em torno e acima de 40% (casos 30 e 31), a política ótima é  $\{(2,3,1), (0,1,1)\}$ . O caso 27 utiliza  $d_r = 20$ ; para este valor, o *makespan* termina antes da data devida (110 horas) e, portanto, não há custo por atraso. Portanto, o custo total esperado é igual ao custo esperado de manutenção, que neste caso corresponde apenas aos custos relacionados aos possíveis reparos mínimos realizados durante o processamento

dos três trabalhos. Portanto é possível observar que a utilização de procedimentos de reparo mínimo com menor tempo de inatividade diminui significativamente o custo total esperado.

Tabela 14 – Variações dos tempos de inatividade devido a ações de manutenção.

Caso	$\eta$	$\beta$	$\mu$	$d_i$	$d_p$	$d_r$	$C_i$	$C_p$	$C_r$	$C_t$	d	$E[C_{j,\bar{y}}]^*$	$E[M_{j\bar{y}}]^*$	$E[CT_{j\bar{y}}]^*$	$\vec{*} \rightarrow^*_{j \ y}$
1	140	3	40	2	3	65	20	150	60	50	110	112,5725	43,2334	171,8584	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
16	140	3	40	1,2	3	65	20	150	60	50	110	110,9717	79,5825	128,1675	$\{(2,3,1), (0,1,1)\}$
17	140	3	40	1,6	3	65	20	150	60	50	110	111,7203	79,5825	165,5975	$\{(2,3,1), (0,1,1)\}$
18	140	3	40	2,4	3	65	20	150	60	50	110	113,6670	43,2334	226,5834	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
19	140	3	40	2,8	3	65	20	150	60	50	110	114,3964	43,2334	263,0534	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
20	140	3	40	4	3	65	20	150	60	50	110	114,5709	43,2334	271,7784	$\{(2,3,1), (0,0,1)\}$
21	140	3	40	5	15	65	20	150	60	50	110	116,1626	13,1448	321,2748	$\{(\bar{J}), (0,0,0)\}$
22	140	3	40	2	1,8	65	20	150	60	50	110	112,2803	79,5825	193,5975	$\{(2,3,1), (0,1,1)\}$
23	140	3	40	2	2,4	65	20	150	60	50	110	112,3285	43,2334	159,6584	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
24	140	3	40	2	3,6	65	20	150	60	50	110	112,7214	43,2334	179,3056	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
25	140	3	40	2	4,2	65	20	150	60	50	110	112,9214	43,2334	189,3034	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
26	140	3	40	2	15	65	20	150	60	50	110	113,8164	43,2334	234,0534	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
27	140	3	40	2	3	20	20	150	60	50	110	106,3043	13,1448	13,1448	$\{(\bar{J}), (0,0,0)\}$
28	140	3	40	2	3	39	20	150	60	50	110	109,7548	43,2334	43,2334	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
29	140	3	40	2	3	52	20	150	60	50	110	111,0012	43,2334	93,2934	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
30	140	3	40	2	3	78	20	150	60	50	110	113,7392	79,5825	266,5425	$\{(2,3,1), (0,1,1)\}$
31	140	3	40	2	3	91	20	150	60	50	110	115,4975	79,5825	354,4575	$\{(2,3,1), (0,1,1)\}$

Fonte: Esta pesquisa (2021)

A Tabela 15 corresponde às variações dos custos e a data devida. Ao realizar variações nos custos de inspeção, substituição preventiva e reparo mínimo, a política ótima permanece  $\{(2,1,3), (0,0,1)\}$  (casos 32-46); desta forma, é possível observar que os custos por inspeção e substituição preventiva são mais sensíveis que os custos por reparo mínimo. Quando o custo da penalidade de atraso  $C_t$  é maior que 7, a política ótima é  $\{(2,1,3), (0,0,1)\}$  e para custos menores a política ótima sugere não realizar inspeções (casos 47-50). Além disso, observa-se que o custo total esperado é sensível às variações do  $C_t$ , visto que esse custo está relacionado ao replanejamento da produção, mau uso da força de trabalho e ineficiência produtiva, entre outros fatores e, portanto, cada unidade de tempo perdido por atraso representa custos significativos no processo de produção.

Ao modificar a data devida de 110 para 112 (caso 52) o atraso é reduzido, permitindo uma redução do custo total esperado, e a política ótima é  $\{(2,1,3), (0,0,1)\}$  e, por sua vez, reduzir a data devida para 108 (caso 51) produz um aumento no custo total esperado. No caso 53 a data devida é aumentada para 120, portanto não há custos associados ao atraso.

Tanto as mudanças que podem ser geradas na atribuição das inspeções quanto as mudanças geradas na sequência de trabalhos, produzem variações significativas no custo total esperado, porém, as mudanças produzidas nas inspeções são mais sensíveis, conforme mostra a Tabelas 13 14 e 15. A seguinte notação  $\{(\bar{j}), (0,0,0)\}$  indica que a política pode ter qualquer sequência de trabalhos sem inspeções.

Tabela 15 – Variações dos custos e a data devida

caso	$\eta$	$\beta$	$\mu$	$d_i$	$d_p$	$d_r$	$C_i$	$C_p$	$C_r$	$C_t$	$d$	$E[C_{j,\bar{y}}]^*$	$E[M_{[j\bar{y}]}]^*$	$E[CT_{[j\bar{y}]}]^*$	$\begin{matrix} \rightarrow^* \rightarrow^* \\ j \quad y \end{matrix}$
1	140	3	40	2	3	65	20	150	60	50	110	112,5725	43,2334	171,8584	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
32	140	3	40	2	3	65	12	150	60	50	110	112,5725	35,0400	163,6650	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
33	140	3	40	2	3	65	16	150	60	50	110	112,5725	41,5128	170,1378	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
34	140	3	40	2	3	65	24	150	60	50	110	112,5725	47,9100	176,5350	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
35	140	3	40	2	3	65	28	150	60	50	110	112,5725	50,2750	178,9000	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
36	140	3	40	2	3	65	60	150	60	50	110	112,5725	83,2035	211,8285	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
37	140	3	40	2	3	65	20	90	60	50	110	112,5725	35,9612	164,5862	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
38	140	3	40	2	3	65	20	120	60	50	110	112,5725	40,7054	169,3304	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
39	140	3	40	2	3	65	20	180	60	50	110	112,5725	47,9300	176,5550	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
40	140	3	40	2	3	65	20	210	60	50	110	112,5725	49,8824	178,5074	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
41	140	3	40	2	3	65	20	250	60	50	110	112,5725	53,5997	182,2247	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
42	140	3	40	2	3	65	20	150	36	50	110	112,5725	40,9760	169,6010	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
43	140	3	40	2	3	65	20	150	48	50	110	112,5725	42,4380	171,0630	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
44	140	3	40	2	3	65	20	150	72	50	110	112,5725	43,9214	172,5464	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
45	140	3	40	2	3	65	20	150	84	50	110	112,5725	46,0910	174,7160	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
46	140	3	40	2	3	65	20	150	100	50	110	112,5725	48,3664	176,9914	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
47	140	3	40	2	3	65	20	150	60	7	110	112,5725	43,2334	56,2830	$\{(\bar{j}), (0,0,0)\}$
48	140	3	40	2	3	65	20	150	60	30	110	112,5725	43,2334	126,3162	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
49	140	3	40	2	3	65	20	150	60	70	110	112,5725	43,2334	237,3162	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
50	140	3	40	2	3	65	20	150	60	200	110	112,5725	43,2334	557,7334	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
51	140	3	40	2	3	65	20	150	60	50	108	112,5725	43,2334	377,3162	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
52	140	3	40	2	3	65	20	150	60	50	112	112,5725	43,2334	71,8584	$\{(2,1,3), (0,0,1)\}$
53	140	3	40	2	3	65	20	150	60	50	120	116,1626	13,1448	13,1448	$\{(\bar{j}), (0,0,0)\}$

Fonte: Esta pesquisa (2021)

## 4 MODELO *DELAY-TIME* QUE INTEGRA POLÍTICA DE INSPEÇÃO E QUALIDADE A SEQUENCIAS DE TRABALHO EM SISTEMAS DE COMPONENTE ÚNICO

Com base no modelo desenvolvido no capítulo anterior. Este capítulo aprofunda-se em sistemas de manufatura que contêm um componente crítico com um processo de deterioração de duas fases, o que leva a um aumento na produção de itens defeituosos e retrabalho, com base nessas informações, é estabelecida a sequência de trabalho e a política de inspeção. O capítulo contém a descrição do problema, o desenvolvimento do modelo, um caso numérico e a análise de sensibilidade.

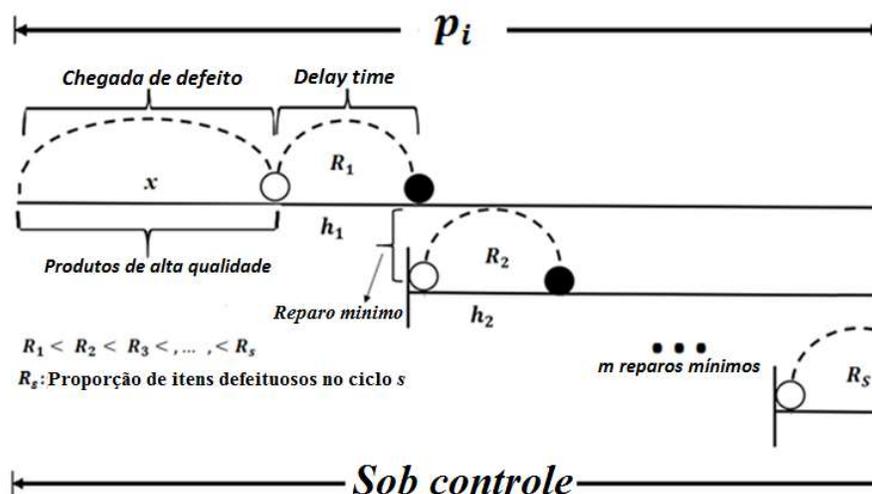
### 4.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Considere-se um sistema de componente único para realizar o processamento de  $n$  trabalhos, onde cada trabalho representa um lote de produção (Pinedo, 2016). Normalmente, cada lote corresponde a um cliente, obedecendo aos critérios de customização atuais. Cada trabalho tem um tempo de processamento  $p_i, = 1, 2, \dots, n$ . O sistema segue um processo de falha de duas fases, portanto, pode visitar três estados diferentes: bom, defeituoso, e falhou, mas está operacional nos estados bom e defeituoso. O sistema inicia em bom estado até que ocorra um defeito, onde  $X$  representa a chegada do defeito e  $f_x$  corresponde à função de densidade de probabilidade. Se o defeito for deixado sem atenção, ele acabará resultando em falha. O tempo decorrido entre um defeito e a falha é chamado de *delay-time*, que é representado por  $H$ , a função de densidade de probabilidade e função de distribuição acumulada sendo  $f_H$  e  $F_H$ , respectivamente. O estado do sistema durante esse período é chamado de estado defeituoso.

Estudos de caso baseados em CEP e análise de dados históricos de sistemas de manufatura mostram que usualmente quando o sistema está em bom estado, ele está em controle estatístico (ou seja, *sob controle*) e gera uma proporção muito pequena de itens com defeito, enquanto, quando o defeito no sistema de produção ocorre, o sistema muda de um estado bom para defeituoso, e conseqüentemente aumenta a proporção de itens defeituosos produzidos, mas o sistema permanece um tempo *sob controle* (Hajej et al., 2020; Rivera-Gómez et al., 2020) . Se ocorrerem falhas durante o processamento de trabalhos (ou seja, o sistema muda para um estado de falha), reparos mínimos são realizados e o sistema retorna a uma condição operacional. Particularmente neste modelo, o estado do sistema após um reparo

mínimo é operacional, mas com defeito. É importante ressaltar que esta particularidade é um fato comum em sistemas de manufatura; principalmente porque o sistema permanece no estado sob controle. Por sua vez, mais falhas podem ocorrer, levando à execução de reparos mínimos consecutivos em que o sistema permanece *sob controle*; ou seja,  $m$  reparos mínimos são executados quando o sistema permanece *sob controle*. No entanto, ciclos de reparo são gerados, nos quais a proporção de itens com defeito pode aumentar (ou seja, cada ciclo apresenta uma proporção maior de itens com defeito do que o anterior;  $R_1 < R_2 < \dots < R_s$ ), onde  $R_s$  é a proporção de itens defeituosos no ciclo  $s$ , conforme mostrado na Figura 13. Este comportamento é causado pela deterioração do sistema.

Figura 13 – Representação gráfica que relaciona: delay-time, proporção de itens defeituosos,  $m$  reparos mínimos e estado sob controle.

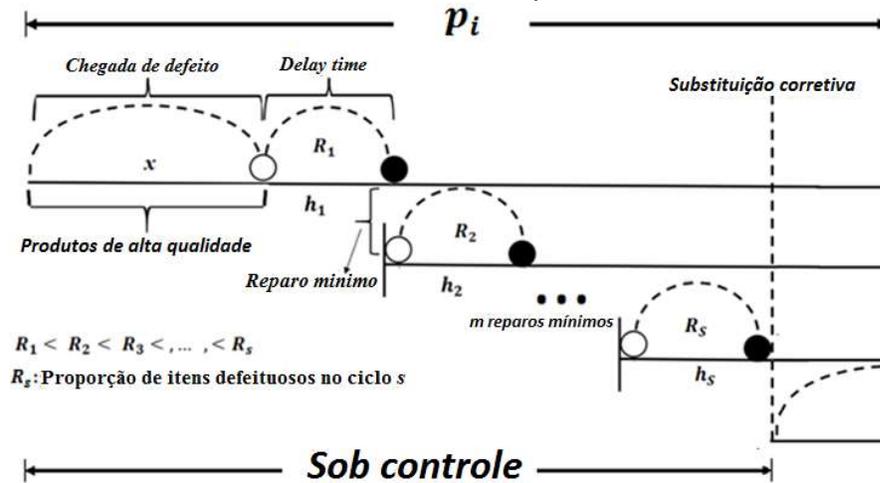


Fonte: Esta pesquisa (2021)

O uso de análise de dados e CEP permite especificar o valor  $m$ , no qual o sistema permanece em um estado *sob controle*, portanto, a execução de reparos mínimos consecutivos maiores que  $m$  pode mudar o sistema para um estado *fora de controle*. Uma substituição corretiva do sistema deve ser realizada se ocorrer uma falha após  $m$  (ou seja, para evitar a mudança do sistema para um estado *fora de controle*) (Fig. 14). Este modelo foca principalmente no limite de controle superior (LCS), sendo este o limite mais importante para estabelecer a carta de controle  $P$  (carta  $P$ ) em sistemas de manufatura. Além disso, frequentemente em estudos associados a sistemas de manufatura, o limite de controle inferior (LCI) para gráfico  $P$  é negativo, portanto é usado  $LCI = 0$ ; (Jelali, 2013; Montgomery, 2017).

A produção defeituosa requer atividades de retrabalho para obter produtos de alta qualidade. O tempo de retrabalho corresponde ao produto da capacidade de produção por unidade de tempo, o tempo em estado de defeituoso do sistema, a proporção de itens defeituosos e o tempo de retrabalho por unidade, onde o custo de retrabalho corresponde ao produto do tempo de retrabalho e o custo de retrabalho por unidade de tempo.

Figura 14 – Representação gráfica que relaciona: delay-time, proporção de itens defeituosos, m reparos mínimos, estado sob controle e substituição corretiva



Fonte: Esta pesquisa (2021)

Nesta descrição é considerado que  $y_{[i]} = 1$  indica que uma inspeção é realizada antes do trabalho  $i$  e  $y_{[i]} = 0$  indica o contrário. Considere-se que  $y_{[1]} = 0$  porque o sistema começa como novo, portanto, não é necessário realizar uma inspeção antes do primeiro trabalho, portanto as variáveis de decisão consistem em estabelecer a sequência dos trabalhos  $\vec{j} = ([1], [2], \dots, [n])$  e a atribuição de inspeções  $\vec{y} = (y_{[1]}, y_{[2]}, \dots, y_{[n]})$ . O objetivo é encontrar a política ótima  $\vec{j}^* \rightarrow^* \vec{y}^*$  usando (30) para minimizar o custo total esperado, que é a soma do custo esperado por atraso, manutenção e retrabalho, conforme descrito em (31). Existem  $n! \times 2^{n-1}$  políticas possíveis e a complexidade computacional para obter a política ótima é  $O(n! \times 2^{n-1})$

$$\left\{ \vec{j}^* \rightarrow^* \vec{y}^* \right\} = \underset{\vec{j}, \vec{y}}{\text{Min}} \{E[CT_{[\vec{j}, \vec{y}]}]\} \quad (30)$$

$$E[CT_{[\vec{j}, \vec{y}]}] = c_t \max[0, (E[C_{[\vec{j}, \vec{y}]}] + E[R_{[\vec{j}, \vec{y}]}] - d)] + E[M_{[\vec{j}, \vec{y}]}] + E[R_{[\vec{j}, \vec{y}]}] \quad (31)$$

Tabela 16 – Notações capítulo 4

$P_{i,k,b}$	A probabilidade de que o evento $b$ ocorra durante o processamento de $trabalho_i$ , já que o sistema começa sua vida antes de processar $trabalho_k$
$i$	Índice que representa o trabalho em que ocorre o evento $b$
$k$	Índice que representa o trabalho no qual a vida do sistema começa
$s$	Índice do ciclo de estado defeituoso
$b$	Eventos que podem ocorrer em $trabalho_i$ (1: sem defeitos 2: um defeito, 3: um reparo mínimo, 4: dois reparos mínimos, ..., $v$ : $m$ reparos mínimos, $v + 1$ : substituição corretiva)
$m$	Número permitido de reparos mínimos consecutivos para evitar uma mudança do estado <i>sob controle</i> para o estado <i>fora de controle</i>
$p_i$	Tempo de processamento de $trabalho_i$
$d$	Data devida para todos os trabalhos
$n$	Número de trabalhos a serem processados
$d_p, d_i, d_r, d_c,$ $c_p, c_i, c_r, c_c$	Tempo de inatividade: Substituição preventiva, inspeção, reparo e corretiva Custo: substituição preventiva, inspeção, reparo e corretiva
$c_t$	Custo da penalidade de atraso por unidade de tempo
$c_{cr}$	Custo de retrabalho por unidade de tempo
$X$	Variável aleatória $X$ para chegada de defeito
$H$	Variável aleatória de <i>delay-time</i>
$f_X$	Função de densidade de probabilidade de $X$
$f_H, F_H R_H$	Funções de: densidade de probabilidade, distribuição e confiabilidade de $H$
$E[C_{\vec{j}, \vec{y}}]$	<i>Makespan</i> esperado para a política $[\vec{j}, \vec{y}]$
$E[R_{\vec{j}, \vec{y}}]$	Tempo de retrabalho esperado para a política $[\vec{j}, \vec{y}]$
$E[T_{RC}[\vec{j}, \vec{y}]]$	<i>Makespan</i> total esperado para a política $[\vec{j}, \vec{y}]$
$E[D_{\vec{j}, \vec{y}}]$	Custo esperado de atraso para a política $[\vec{j}, \vec{y}]$
$E[M_{\vec{j}, \vec{y}}]$	Custo esperado de manutenção para a política $[\vec{j}, \vec{y}]$
$E[CR_{\vec{j}, \vec{y}}]$	Custo de retrabalho esperado para a política $[\vec{j}, \vec{y}]$
$E[CT_{\vec{j}, \vec{y}}]$	Custo total esperado
$U_b$	Custo de manutenção correspondente a eventos $b$ que ocorrem em um trabalho ou um conjunto de trabalhos
$K_b$	<i>Makespan</i> correspondente a eventos $b$ que ocorrem em um trabalho ou um conjunto de trabalhos
$f r_s$	Fator de retrabalho do ciclo $s$
$R_s$	Proporção de itens defeituosos no ciclo $s$

Fonte: Esta pesquisa (2021)

#### 4.1.1 Pressupostos

1. As inspeções são perfeitas, portanto, revelam o verdadeiro estado do sistema.
2. Ao executar um reparo mínimo, o sistema muda de um estado de falha para um estado defeituoso.
3. Quando o sistema muda de um estado bom para defeituoso, a proporção de itens defeituosos aumenta e, se, por sua vez, ocorrerem reparos mínimos consecutivos, cada

um dos ciclos entre os reparos tem uma proporção maior de itens defeituosos do que o anterior (ou seja,  $R_1 < R_2 < \dots < R_s$ ); esses valores não são necessariamente proporcionais entre si.

4. A atribuição das inspeções e a sequência do trabalho devem ser estabelecidas antes de iniciar o processo de produção, para que o plano seja rigorosamente cumprido independentemente do que aconteça durante a operação.
5. Se durante o processamento dos trabalhos o sistema falhar, um reparo mínimo será executado. Portanto, é considerado o número máximo de reparos mínimos consecutivos  $m$  que mantém o sistema operacional. A partir desse valor  $m$ , se ocorrer uma falha adicional, uma substituição corretiva deve ser realizada a fim de evitar que o sistema mude para estado *fora de controle*. Portanto, se um plano de produção não tiver inspeções, vários ciclos compostos de reparos mínimos e subsequente substituição corretiva podem ocorrer até que o plano de produção seja concluído.
6. Se ocorrerem falhas em um trabalho ou conjunto de trabalhos sem inspeção, através do uso de dados históricos, o número máximo de reparos mínimos consecutivos  $m$  é estabelecido e, por sua vez, considera-se que realizar uma substituição corretiva por um novo componente é suficiente para concluir um trabalho.
7. Para qualquer evento de falha, caso esteja prevista uma inspeção no término do trabalho, esta deve ser realizada, de forma a gerar um registro que permita conhecer o estado de degradação do sistema e observar a associação com indicadores de produção.

## 4.2 DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Nesta subseção é feita a descrição do cálculo de probabilidade, seguido por uma descrição dos custos de atraso, manutenção e retrabalho a fim de estabelecer um modelo para minimizar o custo total esperado.

### 4.2.1 Cálculo das probabilidades

Abaixo estão os casos fundamentais para o cálculo das probabilidades, necessárias para estabelecer os custos esperados

**Caso A:** Um defeito ocorre durante o processamento de *trabalho*<sub>1</sub> e o sistema sobrevive além de  $p_1$ .

A probabilidade de que o evento 2 ( $b=2$ , ou seja, a ocorrência de um defeito) ocorra durante o processamento de  $trabalho_1$ , já que o sistema começa sua vida imediatamente antes de processar  $trabalho_1$  (Fig. 15), conforme descrito em (32):

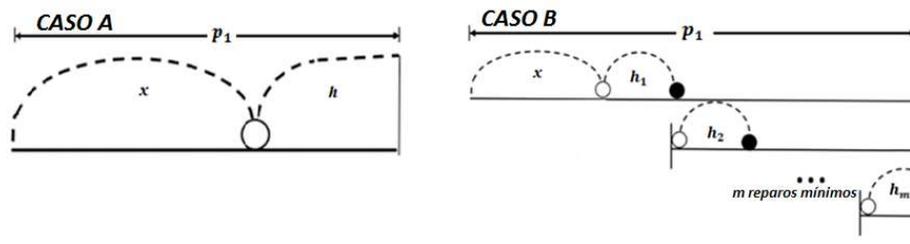
$$P_{1,1,2} = \int_0^{p_1} f_X(x)R_H(p_1 - x)dx \quad (32)$$

**Caso B:** Um defeito e  $m$  falhas subsequentes ocorrem durante o processamento do  $trabalho_1$ , portanto,  $m$  reparos mínimos correspondentes são executados e o sistema sobrevive além de  $p_1$ .

A probabilidade de que o evento  $v$  (ou seja,  $b = v$ ) ocorra durante o processamento do  $trabalho_1$ , já que o sistema começa sua vida imediatamente antes de processar  $trabalho_1$  (Fig. 15), conforme descrito em (33):

$$P_{1,1,v} = \int_0^{p_1} \int_0^{p_1-x}, \dots, \int_0^{p_1-(x+h_1+\dots+h_{(m-2)})} \int_{p_1-(x+h_1+\dots+h_{(m-2)}+h_{(m-1)}}^{\infty} f_H(h_m)f_H(h_{m-1}), \dots, f_H(h_1)f_X(x)dh_m, \dots, dh_1dx \quad (33)$$

Figura 15 – Representação gráfica da ocorrência de eventos em  $trabalho_1$ : (Caso A) um defeito e o sistema sobrevive além de  $p_1$  (Caso B)  $m$  reparos mínimos.



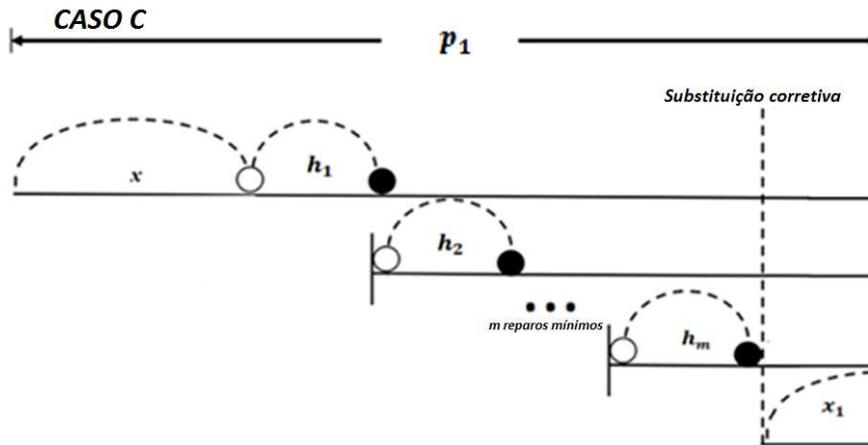
Fonte: Esta pesquisa (2021)

**Caso C:** Para evitar que o sistema mude para *fora de controle* durante o processamento do  $trabalho_1$ , é necessário executar uma substituição corretiva, desde que ocorra uma falha após a realização de  $m$  reparos mínimos.

A probabilidade de que o evento  $v + 1$  (substituição corretiva) ocorra durante o processamento de  $trabalho_1$ , já que o sistema começa sua vida imediatamente antes do processamento de  $trabalho_1$  (Fig. 16), conforme descrito em (34):

$$\begin{aligned}
& P_{1,1,v+1} \\
&= \int_0^{p_1} \int_0^{p_1-x} \dots \int_0^{p_1-(x+h_1+\dots+h_{(m-1)})} \int_{p_1-(x+h_1+\dots+h_{(m-1)}+h_m)}^{\infty} f_{x_1}(x_1) f_H(h_m), \dots, f_H(h_1) f_X(x) dx_1 dh_m, \dots, dh_1 dx
\end{aligned}
\tag{34}$$

Figura 16 – Representação gráfica da ocorrência de eventos em *trabalho*<sub>1</sub>; *m* reparos mínimos e renovação devido à substituição corretiva.



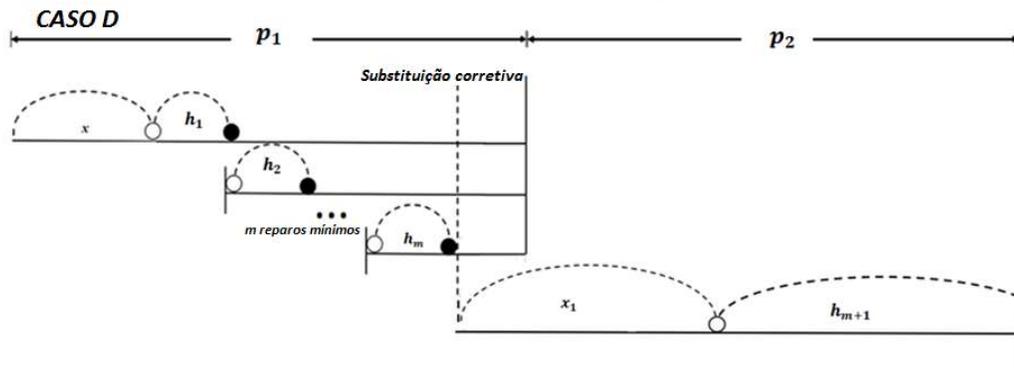
Fonte: Esta pesquisa (2021)

**Caso D:** Considera a situação em que a substituição corretiva após  $m$  reparos mínimos ocorre sem uma falha subsequente do componente substituído durante o tempo restante para processamento do trabalho. Portanto, a ocorrência de falhas poderia acontecer em trabalhos subsequentes, assim, o uso de  $v + 2$  e valores superiores, refere-se aos eventos após a substituição corretiva.

A probabilidade de que o evento  $v + 2$  ocorra durante o processamento do *trabalho*<sub>1</sub>, uma vez que o sistema começa sua vida imediatamente antes de processar o *trabalho*<sub>1</sub> (Fig. 17), conforme descrito em (35):

$$\begin{aligned}
& P_{1,1,v+2} \\
&= \int_0^{p_1} \dots \int_{p_1-(x+h_1+\dots+h_m)}^{p_1+p_2-(x+h_1+\dots+h_m)} \int_{p_1+p_2-(x+h_1+\dots+h_m+h_{x_1})}^{\infty} f_H(h_{m+1}) f_{x_1}(x_1), \dots, f_H(h_1) f_X(x) dh_{(m+1)} dx_1, \dots, dh_1 dx
\end{aligned}
\tag{35}$$

Figura 17 – Representação gráfica da substituição corretiva após  $m$  reparos mínimos em  $trabalho_1$  e ocorrência de um defeito em  $trabalho_2$



Fonte: Esta pesquisa (2021)

### Cenários de renovação

Existem dois tipos possíveis de cenários de renovação: (a) renovação por substituição preventiva de inspeção. A ocorrência de um defeito ou máximo de  $m$  reparos mínimos durante o processamento de trabalhos, resulta na renovação do sistema no início do trabalho após a inspeção. (b) Renovação por substituição corretiva. A ocorrência de uma falha após  $m$  reparos mínimos (ou seja,  $m + 1$ ) durante o processamento de trabalhos, resulta na renovação do sistema a fim de evitar que o sistema passe do estado *sob controle* para o estado *fora de controle*.

#### 4.2.2 Custo esperado de atraso $E[D_{[j \bar{y}]}]$

Este custo refere-se aos custos incorridos quando o *makespan* total ultrapassa o tempo planejado para finalização dos trabalhos (data devida). A data devida corresponde ao prazo que relaciona a data de entrega aos clientes e os prazos estabelecidos na organização para o cumprimento dos objetivos. O custo de atraso representa um custo importante nos sistemas de manufatura, pois implica custos de: replanejamento, consumo de energia, mau uso da mão de obra, estoque, entre outros. O *makespan* total  $E[T_{RC_{[j \bar{y}]}}]$  conforme descrito em (36), consiste na soma do tempo usado para o processamento dos trabalhos  $E[C_{[j \bar{y}]}]$  (referido como *makespan*) e o tempo utilizado no retrabalho  $E[R_{[j \bar{y}]}]$ , que visa obter lotes de produção com as características requeridas, portanto a expressão descrita em (37) corresponde ao custo de

atraso.

$E[D_{[j\bar{y}}]$ , onde  $c_t$  representa o custo da penalidade por unidade de tempo.

$$E[T_{RC_{[j\bar{y}}]}] = E[C_{[j\bar{y}}] + E[R_{[j\bar{y}}] \quad (36)$$

$$E[D_{[j\bar{y}}] = c_t \max[0, (E[C_{[j\bar{y}}] + E[R_{[j\bar{y}}] - d)] \quad (37)$$

As subseções 4.2.3 e 4.2.4 descrevem o procedimento para estabelecer o *makespan*  $E[C_{[j\bar{y}}]$  e o tempo de retrabalho esperado  $E[R_{[j\bar{y}}]$ , respectivamente.

### 4.2.3 *Makespan* esperado $E[C_{[j\bar{y}}]$

O *makespan* consiste no tempo esperado necessário para a conclusão dos trabalhos e no tempo de inatividade necessário para as ações de manutenção. Para este propósito, é necessário saber o número máximo permitido de reparos mínimos  $m$ .

Em geral, o *makespan* esperado para um trabalho, com tempo de processamento  $p_1$  é descrito em (38).

$$E[C_{([1],[0])}] = p_1 P_{1,1,1} + p_1 P_{1,1,2} + (p_1 + dr) P_{1,1,3} + \dots + (p_1 + mdr) P_{1,1,v} (p_1 + mdr + dc) P_{1,1,(v+1)}$$

$$E[C_{([1],[0])}] = \sum_{b=1}^{v+1} K_b P_{1,1,b} \quad v=m+2 \quad (38)$$

Para o processamento de dois trabalhos com a inspeção no início do segundo trabalho (ou seja.,  $E[C_{([1],[2]),([0,1])}]$ ), onde a equação (39) descreve o cálculo do *makespan*. Para simplificar  $b_1, b_2, \dots, b_n$  têm o mesmo significado que  $b$ .

$$E[C_{([1],[2]),([0,1])}] = \sum_{b_1=2}^v \sum_{b_2=1}^{v+1} K_{b_1 b_2} P_{1,1,b_1} P_{2,2,b_2} + \sum_{b_1=1}^{v+1} K_{b_1} P_{2,1,b_1} + \sum_{b_1=v+1}^{2v+1} K_{b_1} P_{1,1,b_1} \quad (39)$$

Onde  $K_b$  são os valores de *makespan* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos e  $P_{i,k,b}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento de *trabalho* <sub>$i$</sub> , já que o sistema começa sua vida antes de processar *trabalho* <sub>$k$</sub>

Os termos da equação (39) serão descritos em mais detalhes a seguir:

O primeiro termo descreve os valores esperados associados à ocorrência de eventos durante o primeiro trabalho, que levam a uma renovação do sistema no início do segundo trabalho. Desta forma, este termo representa todas as combinações que podem ocorrer entre

*trabalho*<sub>1</sub> (de  $b_1 = 2$  a  $b_1 = v$ ) e *trabalho*<sub>2</sub> (de  $b_2 = 1$  a  $b_2 = v + 1$ ). O primeiro termo de (39) é mais detalhado em (40):

$$\sum_{b_1=2}^v \sum_{b_2=1}^{v+1} K_{b_1 b_2} P_{1,1,b_1} P_{2,2,b_2} = \left\{ \begin{aligned} & (p_1 + p_2 + di + d_p)(P_{1,1,2} P_{2,2,1}) + \dots + (p_1 + p_2 + md_r + di + d_p)(P_{1,1,2} P_{2,2,v}) + (p_1 + p_2 + md_r + di + d_p + d_c)(P_{1,1,2} P_{2,2,v+1}) \\ & \quad \vdots \\ & + (p_1 + p_2 + md_r + di + d_p)(P_{1,1,v} P_{2,2,1}) + (p_1 + p_2 + md_r + di + d_p)(P_{1,1,v} P_{2,2,2}) + \dots + \\ & (p_1 + p_2 + (2m)d_r + di + d_p)(P_{1,1,v} P_{2,2,v}) + (p_1 + p_2 + (2m)d_r + di + d_p + d_c)(P_{1,1,v} P_{2,2,v+1}) \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

Onde  $K_b$  são os valores de *makespan* correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos e  $P_{i,k,b}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento de *trabalho* <sub>$i$</sub> , já que o sistema começa sua vida antes de processar *trabalho* <sub>$k$</sub>

O segundo termo de (39) descreve os valores esperados associados à ocorrência de um defeito, os reparos mínimos subsequentes e a substituição corretiva durante o processamento do *trabalho*<sub>2</sub>, em que a vida útil do sistema começou imediatamente antes do processamento do *trabalho*<sub>1</sub>. O segundo termo de (39) é mais detalhado em (41):

$$\sum_{b_1=1}^{v+1} K_{b_1} P_{2,1,b_1} = \{ (p_1 + p_2 + di)P_{2,1,1} + (p_1 + p_2 + di)P_{2,1,2} + \dots + (p_1 + p_2 + md_r + di)P_{2,1,v} (p_1 + p_2 + md_r + di + d_c)P_{2,1,v+1} \} \quad (41)$$

O terceiro termo de (39) descreve os valores esperados associados à renovação da substituição corretiva no *trabalho*<sub>1</sub> e os eventos subsequentes que podem ocorrer no *trabalho*<sub>2</sub>

$$\sum_{b_1=v+1}^{2v+1} K_{b_1} P_{1,1,b_1} = \left\{ \begin{aligned} & (p_1 + p_2 + m_r + di + d_c)P_{1,1,v+1} + (p_1 + p_2 + md_r + di + d_c)P_{1,1,v+2} + \dots + (p_1 + p_2 + 2md_r + di + d_c)P_{1,1,2v} + \\ & (p_1 + p_2 + 2md_r + di + 2d_c)P_{1,1,2v+1} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

A equação descrita em (43) estabelece uma generalização do *makespan* esperado para  $n$  trabalhos e  $n-1$  inspeções:

$$E[C_{((1),\dots,[n]),([0,1,\dots,1])}] = \left( \begin{array}{l} \sum_{b_1=1}^v K_{b_1} P_{n,1,b_1} + \sum_{i=1}^n \sum_{b_1=v+1}^{(n),v+1} K_{b_1} P_{i,1,b_1} + \\ \sum_{b_2=2}^v \sum_{b_1=1}^{v+1} k_{b_1,b_2} P_{n-1,1,b_2} P_{n,n,b_1} + \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{b_1=v+1}^{(n-1),v} \sum_{b_2=1}^{v+1} k_{b_1,b_2} P_{i,1,b_1} P_{n,n,b_2} + \\ \sum_{b_2=2}^v \sum_{b_1=1}^v k_{b_1,b_2} P_{1,1,b_2} P_{n,2,b_1} + \sum_{i=2}^n \sum_{b_1=v+1}^{(n),v+1} \sum_{b_2=2}^v k_{b_1,b_2} P_{1,1,b_2} P_{i,2,b_1} + \\ \vdots \\ \sum_{b_3=2}^v \sum_{b_2=2}^v \sum_{b_1=1}^v K_{b_1,b_2,b_3} P_{1,1,b_3} P_{2,2,b_2} P_{n,3,b_1} + \sum_{i=3}^n \sum_{b_3=2}^v \sum_{b_2=2}^v \sum_{b_1=v+1}^{(n),v+1} K_{b_1,b_2,b_3} P_{1,1,b_3} P_{2,2,b_2} P_{i,3,b_1} + \\ \sum_{b_3=2}^v \sum_{b_2=2}^v \sum_{b_1=1}^v K_{b_1,b_2,b_3} P_{1,1,b_3} P_{3,2,b_2} P_{n,4,b_1} + \sum_{i=4}^n \sum_{b_3=2}^v \sum_{b_2=2}^{2v} \sum_{b_1=v+1}^{(n),v+1} K_{b_1,b_2,b_3} P_{1,1,b_3} P_{3,2,b_2} P_{i,4,b_1} + \\ \vdots \\ \sum_{b_1=2}^v \sum_{b_2=2}^v \dots \sum_{b_n=1}^{v+1} K_{b_1,b_2,\dots,b_n} P_{1,1,b_1} P_{2,2,b_2} \dots P_{n,n,b_n} \end{array} \right) \quad (43)$$

#### 4.2.4 Tempo de retrabalho esperado $E[R_{[j\bar{y}]}]$

Para estabelecer o *makespan* total correspondente a cada uma das sequências de trabalho, é necessário estabelecer o tempo de retrabalho. O tempo de retrabalho esperado  $E[R_{[j\bar{y}]}]$  corresponde ao produto da capacidade de produção por unidade de tempo  $CP$ , tempo esperado no estado defeituoso  $E[h]$ , proporção de itens defeituosos  $R_s$  e tempo de retrabalho por unidade  $t_r$ , conforme descrito em (44):

$$E[R_{[j\bar{y}]}] = (CP) (E[h]) (R_s) (t_r) \quad (44)$$

Onde o fator de retrabalho  $fr_s$  é:

$$fr_s = (CP) (R_s) (t_r) \quad (45)$$

Portanto,

$$E[R_{[j\bar{y}]}] = (E[h]) (fr_s) \quad (46)$$

As etapas que estão implícitas para estabelecer o tempo de retrabalho esperado (44) são: inicialmente, estabelecer o valor esperado das unidades que são produzidas quando o sistema de manufatura está em um estado defeituoso (ou seja, o produto de  $CP$  e  $E[h]$ ) e com base nessas informações, e utilizando  $R_s$ , a quantidade de unidades defeituosas produzidas é estabelecido; finalmente, ao fazer o produto da quantidade de unidades defeituosas produzidas e o tempo de retrabalho por unidade  $t_r$ , o tempo de retrabalho esperado  $E[R_{[j\bar{y}]}]$  é estabelecido.

A proporção de itens defeituosos no ciclo  $s$ ,  $R_s$ ; pode ser estabelecido com os dados históricos correspondentes à aquisição de informações de qualidade do produto obtidas durante os diferentes ciclos de produção que são gerados devido a reparos mínimos. Devido ao processo de deterioração do componente crítico do sistema de manufatura, ocorre um aumento de  $R_s$  nos ciclos de produção, conforme descrito na Fig. 13, portanto, também há aumentos no fator de retrabalho  $fr_s$ .

Determinar o tempo esperado em estado defeituoso  $E[h]$  é relevante para estabelecer o tempo de retrabalho esperado. Para isso, é descrito em detalhes o procedimento para determinar o tempo esperado em um estado defeituoso. Inicialmente, é descrita a ocorrência de um defeito e a falha subsequente durante o processamento de um trabalho, conforme descrito em (47) e ilustrado na Fig. 18a:

$$E[h_1] = \int_0^{p_1} \int_0^{p_1-x} h_1 f_H(h_1) f_x(x) dh_1 dx \quad (47)$$

A equação (48) determina o tempo esperado em um estado defeituoso quando ocorre um defeito durante o processamento de um trabalho e o sistema sobrevive além de  $p_1$ , ilustrado na Fig. 18b:

$$E[hs_1] = \int_0^{p_1} \int_{p_1-x}^{\infty} (p_1 - x) f_H(h_1) f_x(x) dh_1 dx \quad (48)$$

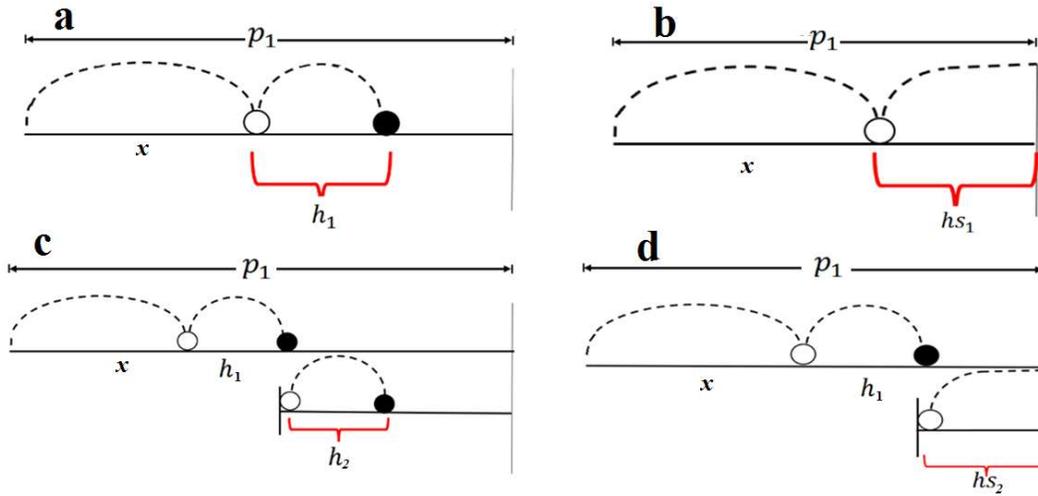
A equação (49) determina o tempo esperado no estado defeituoso após a realização de um reparo mínimo (ou seja, o segundo ciclo do estado defeituoso), conforme ilustrado na Fig. 18c:

$$E[h_2] = \int_0^{p_1} \int_0^{p_1-x} \int_0^{p_1-(x+h_1)} h_2 f_H(h_2) f_H(h_1) f_x(x) dh_2 dh_1 dx \quad (49)$$

A equação (50) determina o tempo esperado no estado defeituoso entre o reparo mínimo e  $p_1$ , uma vez que o sistema sobrevive além de  $p_1$ , conforme ilustrado na Fig. 18d:

$$E[hs_2] = \int_0^{p_1} \int_0^{p_1-x} \int_{p_1-(x+h_1)}^{\infty} (p_1 - (x + h_1)) f_H(h_2) f_H(h_1) f_x(x) dh_2 dh_1 dx \quad (50)$$

Figura 18 – Representação gráfica do tempo de estado defeituoso: (a) primeiro ciclo (b) quando o sistema sobrevive além de  $p_1$  - primeiro ciclo (c) segundo ciclo (d) quando o sistema sobrevive além de  $p_1$ - segundo ciclo



Fonte: Esta pesquisa (2021)

As equações (51) e (52) determinam o tempo esperado no estado defeituoso após  $m$  reparos mínimos, se o sistema falha antes de  $p_1$  ou sobrevive além de  $p_1$ , respectivamente. Portanto, (53) determina o tempo esperado no estado defeituoso:

$$E[h_s] = \int_0^{p_1} \int_0^{p_1-x}, \dots, \int_0^{p_1-(x+h_1+\dots+h_{(m-1)})} h_m f_H(h_m), \dots, f_H(h_1) f_X(x) dh_m, \dots, dh_1 dx \quad (51)$$

$$E[h_{s_s}] = \int_0^{p_1} \int_0^{p_1-x}, \dots, \int_{p_1-(x+h_1+\dots+h_{(m-1)})}^{\infty} (x+h_1+\dots+h_{(m-1)}) f_H(h_m), \dots, f_H(h_1) f_X(x) dh_m, \dots, dh_1 dx \quad (52)$$

$$E[h] = \sum_{s=1}^{m+1} (E[h_s] + E[h_{s_s}]) \quad (53)$$

Para estabelecer o tempo de retrabalho esperado durante um trabalho, é necessário calcular o produto do tempo esperado em estado defeituoso e o fator de retrabalho  $fr_s$ . Para esta operação, é necessário estabelecer o valor de  $m$ , por exemplo para um trabalho quando apenas um reparo mínimo é permitido ( $m = 1$ ) descrito em (54):

$$E[R_{(1),[0]}] = E[h_1]fr_1 + E[h_{s1}]fr_1 + E[h_2]fr_2 + E[h_{s2}]fr_2 \quad (54)$$

A equação (55) determina o tempo de retrabalho esperado quando  $m$  reparos mínimos são realizados:

$$E[R_{(1),[0]}] = \sum_{s=1}^{m+1} (E[h_s]fr_s + E[h_{s_s}]fr_s) \quad (55)$$

#### 4.2.5 Custo esperado de manutenção

O custo esperado de manutenção corresponde à relação entre o custo de substituição preventiva  $c_p$ , custo de inspeção  $c_i$ , custos de reparo  $c_r$ , e substituição corretiva  $c_c$  de acordo com a política  $[\vec{j}\vec{y}]$ . Para um melhor entendimento, é apresentado o custo esperado para um trabalho, de forma ampliada e simplificada, conforme descrito em (56):

$$E[M_{([1],[0])}] = c_r P_{1,1,3} + 2c_r P_{1,1,4} + \dots + mc_r P_{(1,1,v)} + (mc_r + c_c) P_{(1,1,v+1)}$$

$$E[M_{([1],[0])}] = \sum_{b=3}^{v+1} U_b P_{1,1,b} \quad (56)$$

O custo esperado de manutenção para dois trabalhos com inspeção é descrito em (57):

$$E[M_{([1],[2]),([0,1])}] = \sum_{b_1=2}^v \sum_{b_2=1}^{v+1} U_{b_1 b_2} P_{1,1,b_1} P_{2,2,b_2} + \sum_{b_1=1}^{v+1} U_{b_1} P_{2,1,b_1} + \sum_{b_1=v+1}^{2v+1} U_{b_1} P_{1,1,b_1} \quad (57)$$

Onde  $U_b$  são os valores de custo de manutenção correspondentes aos eventos que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos e  $P_{i,k,b}$  é a probabilidade de que o evento  $b$  ocorra durante o processamento de *trabalho* <sub>$i$</sub> , já que o sistema começa sua vida antes de processar *trabalho* <sub>$k$</sub> .

A equação (58) descreve o custo esperado de manutenção generalizado para  $n$  trabalhos e  $n-1$  inspeções:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{b_1=1}^v U_{b_1} P_{n,1,b_1} + \sum_{i=1}^n \sum_{b_1=v+1}^{(n),v+1} U_{b_1} P_{i,1,b_1} + \\ \sum_{b_2=2}^v \sum_{b_1=1}^{v+1} U_{b_1 b_2} P_{n-1,1,b_2} P_{n,n,b_1} + \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{b_1=v+1}^{(n-1),v} \sum_{b_2=1}^{v+1} U_{b_1 b_2} P_{i,1,b_1} P_{n,n,b_2} + \\ \sum_{b_2=2}^v \sum_{b_1=1}^v U_{b_1 b_2} P_{1,1,b_2} P_{n,2,b_1} + \sum_{i=2}^n \sum_{b_1=v+1}^{(n),v+1} \sum_{b_2=2}^v U_{b_1 b_2} P_{1,1,b_2} P_{i,2,b_1} + \\ \vdots \\ \sum_{b_3=2}^v \sum_{b_2=2}^v \sum_{b_1=1}^v U_{b_1, b_2, b_3} P_{1,1,b_3} P_{2,2,b_2} P_{n,3,b_1} + \sum_{i=3}^n \sum_{b_3=2}^v \sum_{b_2=2}^v \sum_{b_1=v+1}^{(n),v+1} U_{b_1, b_2, b_3} P_{1,1,b_3} P_{2,2,b_2} P_{i,3,b_1} + \\ \sum_{b_3=2}^v \sum_{b_2=2}^v \sum_{b_1=1}^v U_{b_1, b_2, b_3} P_{1,1,b_3} P_{3,2,b_2} P_{n,4,b_1} + \sum_{i=4}^n \sum_{b_3=2}^v \sum_{b_2=2}^{2v} \sum_{b_1=v+1}^{(n),v+1} U_{b_1, b_2, b_3} P_{1,1,b_3} P_{3,2,b_2} P_{i,4,b_1} + \\ \vdots \\ \sum_{b_1=2}^v \sum_{b_2=2}^v \dots \sum_{b_n=1}^{v+1} U_{b_1 b_2 \dots b_n} P_{1,1,b_1} P_{2,2,b_2} \dots P_{n,n,b_n} \end{array} \right\} \quad (58)$$

#### 4.2.6 Custo de retrabalho esperado $E[CR_{[\vec{j}\vec{y}]}]$

O custo de retrabalho esperado implica os custos usados na atividade de retrabalho de acordo com a política  $[\vec{j}\vec{y}]$ . Este custo é o produto do tempo de retrabalho esperado,  $E[R_{[\vec{j}\vec{y}]}]$

(descrito em 4.2.4) e o custo de retrabalho por unidade de tempo,  $c_{cr}$ . A modelagem realizada para estabelecer o tempo de retrabalho esperado permite estudar em conjunto vários comportamentos do sistema de manufatura como o aumento na proporção de itens defeituosos devido ao processo de deterioração do sistema, no qual são gerados ciclos de produção devido a reparos mínimos. Assim, este processo entrega como resultado o tempo de retrabalho esperado correspondente aos ciclos de produção, permitindo a utilização do custo de retrabalho por unidade de tempo,  $c_{cr}$ , o que permite ter a precisão adequada para estabelecer o custo de retrabalho esperado.

$$E[CR_{[\vec{j}, \vec{y}]}] = E[R_{[\vec{j}, \vec{y}]}] c_{cr} \quad (59)$$

#### 4.2.7 Custo total esperado $E[CT_{[\vec{j}, \vec{y}]}]$

O custo total esperado consiste na soma do custo de atraso  $E[D_{[\vec{j}, \vec{y}]}]$ , manutenção  $E[M_{[\vec{j}, \vec{y}]}]$  e retrabalho  $E[R_{[\vec{j}, \vec{y}]}]$ , de acordo com a política  $[\vec{j}, \vec{y}]$ , conforme descrito em (60):

$$E[CT_{[\vec{j}, \vec{y}]}] = c_t \max[0, (E[C_{[\vec{j}, \vec{y}]}] + E[R_{[\vec{j}, \vec{y}]}] - d)] + E[M_{[\vec{j}, \vec{y}]}] + E[R_{[\vec{j}, \vec{y}]}]$$

$$E[CT_{[\vec{j}, \vec{y}]}] = E[D_{[\vec{j}, \vec{y}]}] + E[M_{[\vec{j}, \vec{y}]}] + E[R_{[\vec{j}, \vec{y}]}] \quad (60)$$

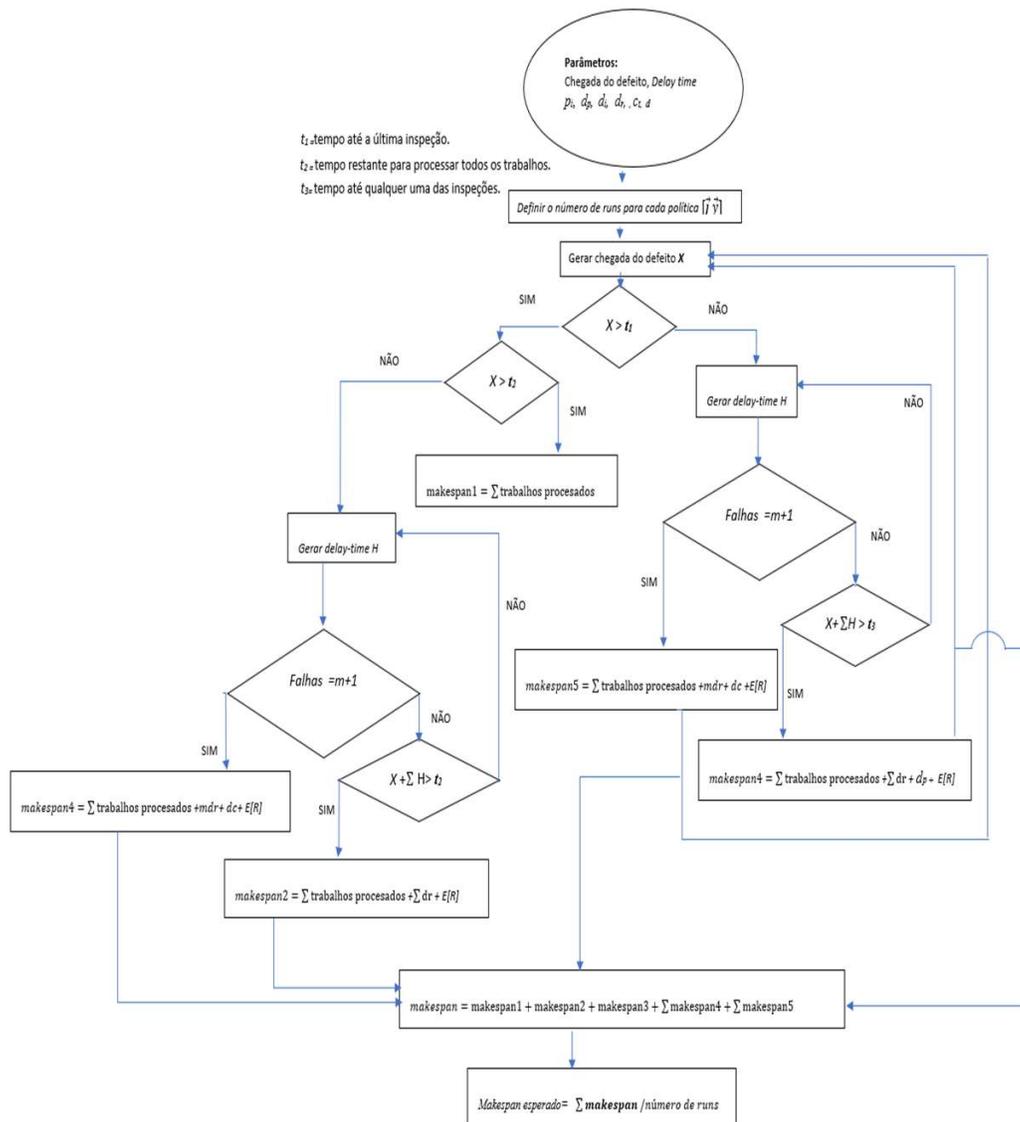
#### 4.2.8 Simulação

Dado que o desenvolvimento de expressões analíticas se torna proibitivo de ser apresentado se mais de dois trabalhos forem considerados, se estabelece o simulador equivalente sem restrições relacionadas ao número de trabalhos. O simulador não só fornece a possibilidade de definir a política de inspeção ótima para qualquer número de trabalhos, mas também a possibilidade de verificar o desenvolvimento analítico. Abaixo é apresentado o fluxograma de simulação para obter o *makespan* esperado na subseção 4.2.8.1, bem como o fluxograma de simulação para obter o custo esperado de manutenção na subseção 4.2.8.2. Por fim, a subseção 4.2.9 apresenta a validação dos processos de simulação e o desenvolvimento analítico do modelo comparando os resultados obtidos por essas duas abordagens distintas.

#### 4.2.8.1 Fluxograma de simulação para o *makespan* esperado

O fluxograma de simulação para o *makespan* esperado é apresentado abaixo. Onde  $d_p, d_i, d_r$  representam o tempo de inatividade por substituição preventiva, inspeção e reparo mínimo, respectivamente.  $X$  representa a chegada do defeito e  $H$  representa o *delay-time*.  $E[R]$  corresponde ao tempo de retrabalho

Figura 19 – Fluxograma de simulação para *makespan*- capítulo 4

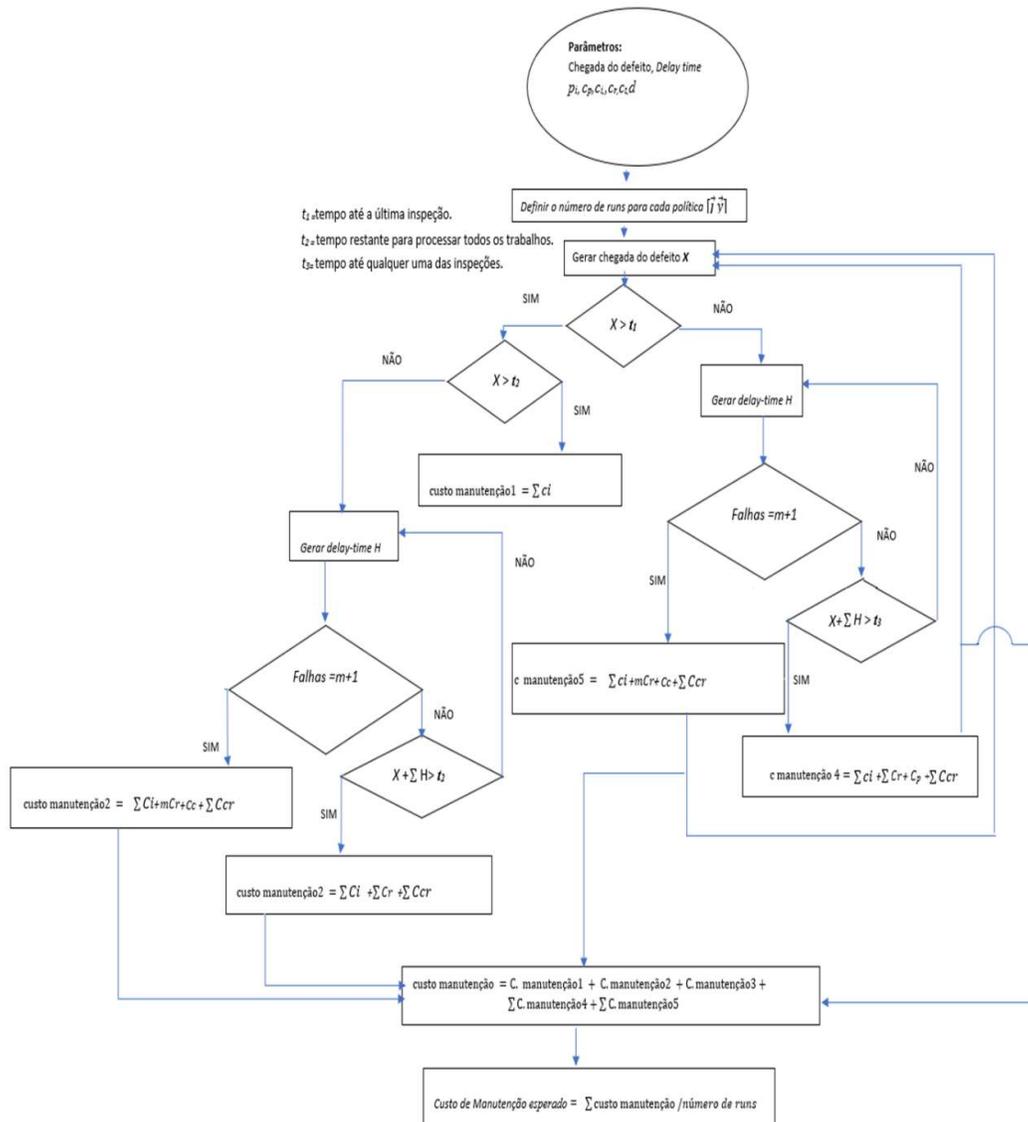


Fonte: Esta pesquisa (2021)

#### 4.2.8.2 Fluxograma de simulação para custo de manutenção esperado

O fluxograma de simulação para o custo de manutenção esperado é apresentado abaixo. Onde  $c_p$ ,  $c_i$ ,  $c_r$  representam o custo por substituição preventiva, inspeção e reparo, respectivamente.  $X$  representa a chegada do defeito e  $H$  representa o *delay-time*.

Figura 20 – Fluxograma de simulação para custo de manutenção-capítulo 4



Fonte: Esta pesquisa (2021)

#### 4.2.9 Validação dos modelos analíticos e de simulação

Dados correspondentes a dois trabalhos,  $job_1$  and  $job_2$ , foram usados para validar os modelos analíticos e de simulação. Os parâmetros foram os seguintes: chegada do defeito (distribuição *Weibull*,  $\beta = 3$ ,  $\eta = 67$  hrs); *delay-time* (distribuição exponencial  $\mu = 19$  hrs);  $p_1 = 47$  hrs;  $p_2 = 31$  hrs. Os tempos de inatividade em horas foram: (  $d_p = 7$ ;  $d_i = 2$  ;  $d_r = 40$  e  $d_c = 7$  ) e custos (  $c_p = 100$  ;  $c_i = 10$ ;  $c_r = 25$ ;  $c_c = 130$ ;  $c_t = 55$  e  $c_{cr} = 35$ ). O fator de retrabalho para cada trabalho foi  $fr_1 = 0.05$  e  $fr_2 = 0.08$ ,  $m = 1$ , e finalmente  $d = 98$ .

Tabela 17 – Validação dos modelos analíticos e de simulação

Modelo Analítico			Modelo de simulação		
<b>Makespan Esperado</b>					
Trabalhos\inspeções	0,0	0,1	Trabalhos\inspeções	0,0	0,1
1,2	99,72	98,3031	1,2	99,8132	98,3925
2,1	99,72	100,4230	2,1	99,8174	100,4975
<b>Tempo de retrabalho esperado</b>					
Trabalhos\inspeções	0,0	0,1	Trabalhos\inspeções	0,0	0,1
1,2	0,9539	0,5797	1,2	0,9642	0,5802
2,1	0,9539	0,7439	2,1	0,9598	0,7509
<b>Custo de manutenção esperado</b>					
Trabalhos\inspeções	0,0	0,1	Trabalhos\inspeções		
1,2	42,6575	57,6075	1,2	42,6835	57,6727
2,1	42,6575	49,2825	2,1	42,6835	49,3008
<b>Custo total esperado</b>					
Trabalhos\inspeções	0,0	0,1	Trabalhos\inspeções	0,0	0,1
1,2	223,1085	126,451	1,2	229,0115	132,4692
2,1	223,1085	249,4985	2,1	228,6155	254,2443

Fonte: Esta pesquisa (2021)

Os valores esperados (Tabela 17) dos modelos analíticos e de simulação correspondem ao *makespan*, tempo de retrabalho e custo de manutenção com erro relativo inferior a 1%. Este erro relativo causa uma diferença um pouco maior nos resultados observados para o custo total esperado (descrito em (60)) devido ao fator multiplicativo correspondente à penalidade de atraso por unidade de tempo, que ocorre quando o *makespan* ultrapassa a data devida, conforme descrito em (37). É importante observar que a ordem das políticas é idêntica para ambos os modelos e a diferença nos resultados está relacionada ao pressuposto 5 e 6, em que o modelo analítico considera que se depois de executar  $m$  reparos mínimos em um trabalho ou em um conjunto de trabalhos não intervencionados por inspeção, ocorrer uma falha subsequente (ou seja,  $m + 1$ ), é feita uma substituição corretiva (novo componente), que

é suficiente para terminar o trabalho que está sendo processado, pois mesmo para uma máquina não confiável, é relativamente improvável que, após uma substituição corretiva, não seja possível concluir o trabalho. Porém, no modelo de simulação, não há limitação no número de falhas, portanto os resultados são diferentes. Existem eventos infrequentes que requerem um número maior de ações corretivas para terminar um trabalho (por exemplo, após realizar a substituição corretiva devido à  $(m + 1)$ -ésima falha, uma ação mínima de reparo pode ser necessária para terminar o trabalho).

Para obter valores mais próximos entre a simulação e os resultados analíticos, é suficiente considerar que há mais reparos mínimos após a realização da substituição corretiva durante o processamento de um trabalho no modelo analítico. Porém, isso torna as expressões matemáticas do modelo analítico significativamente maiores, portanto, foi considerado para manter as expressões de tamanho adequado, mantendo um nível tolerável de erro relativo médio de 2,7% para o custo total esperado.

#### 4.3 CASO NUMÉRICO

Esta seção propõe uma política ótima  $[\vec{j} \vec{y}]$  para minimizar custos, em que é considerado um sistema crítico de componente único que faz parte de um sistema de manufatura que deve processar três lotes de produção, onde a execução de um trabalho corresponde à produção de um lote (Pinedo, 2016). A inspeção só pode ser realizada na mudança de trabalho (*setup* de produção), portanto, a decisão é realizar ou não uma inspeção após cada trabalho e estabelecer o sequenciamento dos trabalhos, ou seja;  $trabalho_1$ ,  $trabalho_2$  e  $trabalho_3$ . O sistema começa com a idade zero.

O sistema de componente único segue um processo de deterioração de duas fases, que pode ser modelado usando o conceito de *delay-time*. A ocorrência de defeitos segue uma distribuição *Weibull* com parâmetro de forma  $\beta$  e parâmetro de escala  $\eta$ , e o *delay-time*  $h, h_1, \dots, h_m$  usado neste modelo segue uma distribuição exponencial com média  $\mu$ . As características do sistema indicam que ele permanece em estado *sob controle* até executar no máximo dois reparos mínimos, ou seja,  $m = 2$ , o que gera três ciclos de estado defeituoso. Portanto, para esta configuração, três valores diferentes correspondentes à proporção de itens defeituosos são considerados  $R_1 = 0.05$ ,  $R_2 = 0.08$ , e  $R_3 = 0.12$  e os fatores de retrabalho são  $fr_1 = 0,04$ ,  $fr_2 = 0,07$ , e  $fr_3 = 0,10$ ,  $t_r = 0,5$  e data devida = 175 horas. A Tabela 18 mostra os demais parâmetros do caso numérico.

Tabela 18 – Parâmetros do caso numérico

<b>Parâmetros da chegada do defeito e <i>delay-time</i></b>		
Parâmetros da chegada do defeito	<i>Delay-time</i>	
Distribuição Weibull $\beta = 3$ $\eta = 70 \text{ horas}$	Distribuição exponencial $\mu = 20 \text{ horas}$	
<b>Tempos de processamento</b>		
$trabalho_i$	Tempo de processamento (horas)	
1	62	
2	41	
3	32	
<b>Custos e tempos de inatividade</b>		
Referência	Tempos de inatividade (horas)	Custo (\$)
Substituição preventiva ( $d_p, c_p$ )	7	140
Substituição corretiva ( $d_c, c_c$ )	17	200
Inspeção ( $d_i, c_i$ )	3	20
Reparo mínimo ( $d_r, c_r$ )	21	50
Custo da penalidade de atraso por unidade de tempo ( $c_t$ )		60

Fonte: Esta pesquisa (2021)

#### 4.3.1 Resultados

De acordo com o modelo proposto na seção 4.2 para obter a política ótima que minimiza o custo total esperado, calcula-se o makespan esperado (Tabela 19), tempo de retrabalho esperado (Tabela 20), makespan total esperado (Tabela 21), custo de manutenção esperado (Tabela 22), custo de retrabalho esperado (Tabela 23), tempo esperado de atraso (Tabela 24) e por fim, custo total esperado (Tabela 25). Os resultados são apresentados abaixo

Tabela 19 – Makespan esperado

<i>trabalho<sub>i</sub></i> \ inspeções	0,0,0	0,1,0	0,0,1	0,1,1
1,2,3	191,2623	181,6544	180,3601	<b>175,4236</b>
1,3,2	191,3083	181,6905	177, 5466	176,4741
2,1,3	191,3259	185,4161	180,3797	178,9454
2,3,1	191,2214	185,4067	178,5777	178,5046
3,1,2	191,2454	185,8446	177,5503	177,6503
3,2,1	191,3021	185,8567	178,5496	178,3943

Fonte: Esta pesquisa (2021)

A Tabela 19 do *makespan* esperado mostra que as inspeções reduzem o número de reparos mínimos e substituições corretivas que podem ocorrer durante o processamento dos trabalhos. As políticas que atribuem uma inspeção antes do terceiro trabalho (ou seja, coluna [0,0,1]) têm um desempenho melhor do que o conjunto de políticas que atribuem uma inspeção no início do segundo trabalho (ou seja, coluna [0,1,0]). Portanto, a atribuição da inspeção no início do terceiro trabalho gera uma redução maior do *makespan*. Por sua vez, as políticas que têm duas inspeções têm os valores mais baixos de *makespan* esperado. As políticas que têm pelo menos uma inspeção e que começa a sequência com o trabalho de maior tempo de processamento, tendem a ter valores de *makespan* mais baixos em suas colunas correspondentes (ou seja,  $\{(1,2,3), (0,1,0)\}$ ,  $\{(1,3,2), (0,0,1)\}$  e  $\{(1,2,3), (0,1,1)\}$ ).

Tabela 20 – Tempo de retrabalho esperado

<i>trabalho<sub>i</sub></i> \ inspeções	0,0,0	0,1,0	0,0,1	0,1,1
1,2,3	4,3477	2,8778	2,9011	<b>1,9091</b>
1,3,2	4,3387	2,8801	2,5583	2,0716
2,1,3	4,3265	3,7498	2,9117	2,1867
2,3,1	4,3603	3,7981	2,5256	2,2787
3,1,2	4,3502	4,0032	2,5832	2,0535
3,2,1	4,3411	3,9995	2,5198	2,1502

Fonte: Esta pesquisa (2021)

A Tabela 20 apresenta o tempo de retrabalho esperado de cada política, evidenciando que as políticas que realizam duas inspeções possuem o menor tempo de retrabalho esperado, pois detectam o estado defeituoso do sistema e evitam o uso de tempo em atividades de retrabalho em produtos de qualidade inferior. A realização de duas inspeções leva a uma redução de 45% no tempo de retrabalho em comparação com a não realização de inspeções. Assim, tomando-se como referência as políticas que não realizam inspeção [0,0,0] (nas quais devido à baixa variabilidade, utiliza-se como referência de retrabalho esperado 4,3 horas), quando comparadas com as políticas que realizam a inspeção no início do terceiro trabalho, o tempo de retrabalho diminui entre 32,28% e 41,40%, e no início do segundo trabalho diminui

entre 7,1% e 33%. A diferença percentual de aproximadamente 7,6% e 25,9% respectivamente deve-se às combinações apresentadas no sequenciamento dos trabalhos. Esses resultados também se refletem no custo de retrabalho esperado (Tabela 23).

Tabela 21 –Makespan total esperado

<i>trabalho<sub>i</sub></i> \inspeções	0,0,0	0,1,0	0,0,1	0,1,1
1,2,3	195,61000	184,53220	183,26120	<b>177,33270</b>
1,3,2	195,64700	184,57060	180,10490	178,54570
2,1,3	195,65240	189,16590	183,29140	181,13210
2,3,1	195,58170	189,20480	181,10330	180,78330
3,1,2	195,59560	189,84780	180,13350	179,70380
3,2,1	195,64320	189,85620	181,06940	180,54450

Fonte: Esta pesquisa (2021)

A Tabela 21 apresenta o *makespan* total esperado que é a soma do *makespan* e do tempo de retrabalho.

Tabela 22 – Custo de manutenção esperado

<i>trabalho<sub>i</sub></i> \inspeções	0,0,0	0,1,0	0,0,1	0,1,1
1,2,3	237,6563	248,0200	258,4743	263,1429
1,3,2	237,6483	247,9943	250,1243	260,1129
2,1,3	237,6501	238,1929	258,4171	271,9900
2,3,1	237,6518	238,1852	246,7097	252,3900
3,1,2	237,6495	<b>229,3957</b>	249,9914	260,8729
3,2,1	237,6489	229,4210	246,6270	248,1443

Fonte: Esta pesquisa (2021)

A Tabela 22 mostra que as políticas com os menores custos de manutenção são aquelas que atribuem o trabalho com o menor tempo de processamento no início do plano de produção, e por sua vez, realizam uma inspeção no início do segundo trabalho, ou seja  $\{(3,2,1), (0,1,0)\}$  e  $\{(3,1,2), (0,1,0)\}$ , por sua vez, o segundo grupo com o menor custo de manutenção são aqueles que não realizam inspeção  $[0,0,0]$ , visto que essas políticas em caso de falhas do sistema utilizam reparos mínimos, o que representa a ação de manutenção de menor custo e em caso de falha do sistema após dois reparos mínimos, é realizada uma substituição corretiva.

Tabela 23 – Custo esperado de retrabalho

<b>trabalho<sub>i</sub> \ inspeções</b>	0,0,0	0,1,0	0,0,1	0,1,1
1,2,3	130,4310	86,3340	87,0330	<b>57,2730</b>
1,3,2	130,1610	86,4030	76,7490	62,1480
2,1,3	129,7950	112,4940	87,3510	65,6010
2,3,1	130,8090	113,9430	75,7680	68,3610
3,1,2	130,5060	120,0960	77,4960	61,6050
3,2,1	130,2330	119,9850	75,5940	64,5060

Fonte: Esta pesquisa (2021)

A Tabela 23 apresenta o custo esperado de retrabalho que consiste em o produto do tempo de retrabalho esperado  $E[R_{[j\bar{y}}]]$  e custo por unidade de tempo  $c_{cr}$

Tabela 24 – Tempo esperado de atraso

<b>trabalho<sub>i</sub> \ inspeções</b>	0,0,0	0,1,0	0,0,1	0,1,1
1,2,3	20,6100	9,5322	8,2612	<b>2,3327</b>
1,3,2	20,6470	9,5706	5,1049	3,5457
2,1,3	20,6524	14,1659	8,2914	6,1321
2,3,1	20,5817	14,2048	6,1033	5,7833
3,1,2	20,5956	14,8478	5,1335	4,7038
3,2,1	20,6432	14,8562	6,0694	5,5445

Fonte: Esta pesquisa (2021)

O tempo de atraso esperado de cada uma das políticas é apresentado na Tabela 24, que mostra o tempo que ultrapassa o *makespan* total esperado em relação à data devida. O maior atraso ocorre quando não são realizadas inspeções, pois há uma maior execução das atividades de substituição corretiva, de reparo mínimo e retrabalho, ultrapassando significativamente a data devida. As políticas que realizam duas inspeções têm atrasos menores, as políticas da coluna [0,1,0] mostram que a atribuição da inspeção é prematura, pois a ocorrência do defeito e consequente falha podem ocorrer após a inspeção, causando paradas para manutenção e atividades de retrabalho. Enquanto as políticas na coluna [0,0,1] têm um tempo de atraso menor porque a inspeção atribuída é mais provável de detectar o estado defeituoso do sistema, as combinações da sequência de trabalhos geram variações significativas no atraso, onde o início do plano de produção com o trabalho com o tempo de processamento mais longo gera os valores de atraso mais baixos.

Tabela 25 – Custo total esperado

$trabalho_i \backslash inspeções$	0,0,0	0,1,0	0,0,1	0,1,1
1,2,3	1604,6873	906,2860	841,1793	<b>460,3779</b>
1,3,2	1606,6293	908,6333	633,1673	535,0029
2,1,3	1606,5891	1200,6409	843,2521	705,5170
2,3,1	1603,3628	1204,4162	688,6757	667,7490
3,1,2	1603,8915	1240,3597	635,4974	604,7059
3,2,1	1606,4739	1240,7780	686,3850	645,3203

Fonte: Esta pesquisa (2021)

De acordo com os resultados obtidos na Tabela 25 correspondentes ao custo total esperado, que compreende a soma dos custos de atraso, manutenção e retrabalho descritos na equação (60), a política que minimiza o custo total esperado é  $\left\{ \begin{matrix} \rightarrow * \\ j \quad y \end{matrix} \rightarrow * \right\} = \{(1,2,3), (0,1,1)\}$ . Esta política sugere realizar uma inspeção no início do  $trabalho_2$  e outra inspeção no início do  $trabalho_3$ . A sequência de trabalhos indica que inicialmente o  $trabalho_1$  deve ser processado, que tem um tempo de processamento de 64, depois  $trabalho_2$  e finalmente  $trabalho_3$  com tempos de processamento 41 e 32, respectivamente.

#### 4.4 ANÁLISES DE SENSIBILIDADE

A Tabela 26 corresponde às variações de chegada do defeito e o delay-time. Devido ao aumento do parâmetro da escala  $\eta$  (casos 4-6), a ocorrência de reparos mínimos é reduzida, portanto, o sistema tende a trabalhar mais tempo na área de produtos de alta qualidade, reduzindo assim o tempo utilizado nas atividades de retrabalho. O aumento de  $\eta$  gera uma redução nos custos de atraso, manutenção e retrabalho, o que leva a uma diminuição no custo total esperado, nos casos 4 e 5, a política ótima é mantida (ou seja,  $\{(1,2,3), (0,1,1)\}$ ), e no caso 6 a política ótima é  $\{(3,2,1), (0,0,1)\}$ . Essa modificação sugere a utilização de sistemas que garantam um parâmetro de escala maior. A redução de  $\eta$  (casos 2 e 3) permite a geração de mais ciclos de estados defeituosos do sistema (ou seja,  $R_s$ ), deste modo a proporção de itens defeituosos é aumentada, assim como as ações de manutenção e retrabalho levando a um aumento significativo no custo total esperado. Ao diminuir o valor de  $\beta$  (casos 7-10), o custo total esperado aumenta significativamente, desta forma, quando  $\beta$  tem valores mais baixos, isso torna o sistema menos previsível em termos de chegada de defeitos. Isso pode levar à ocorrência de mais falhas e ao sistema permanecer mais tempo em estado defeituoso. O contrário acontece quando  $\beta$  é aumentado (casos 11 e 12).

Diminuir a média do *delay-time*  $\mu$  (casos 13 e 14) aumenta o número de reparos mínimos, portanto, há mais ciclos em um estado defeituoso, o que leva a um aumento de itens defeituosos e substituições corretivas para evitar que o sistema mude para um estado *fora de controle*, resultando em um alto custo total esperado. Modificar a média do *delay-time* para valores maiores (casos 15 - 17) aumenta a janela de oportunidade para detectar o sistema em um estado defeituoso, portanto, nos casos 15 e 16, a política ótima permanece e para o caso 17 ( $\mu=40$ ) a política ótima é realizar uma inspeção antes de iniciar o terceiro trabalho e iniciar a produção com o trabalho com o menor tempo de processamento, reduzindo assim o custo total esperado.

Tabela 26 – Variações de chegada do defeito e o delay-time

Caso	$\eta$	$\beta$	$\mu$	$d_i$	$d_p$	$d_c$	$d_r$	$C_i$	$C_p$	$C_c$	$C_r$	$C_t$	$c_{cr}$	$d$	$E[T_{RC}[\bar{y}]]$	$E[M[\bar{y}]]^*$	$E[CT[\bar{y}]]^*$	$\xrightarrow{j} \xrightarrow{y}$
1	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	177,3327	263,1429	460,3779	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
2	42	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	202,4575	395,76	2146,695	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
3	56	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	186,9101	315,97	1105,684	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
4	84	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	171,5178	226,515	270,915	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
5	98	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	165,9422	189,57	227,37	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
6	110	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	162,2919	126,2629	172,7629	{{(3,2,1), (0,0,1)}}
7	70	0,6	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	194,0169	315,0433	1553,7343	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
8	70	1	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	187,6232	297,1933	1137,3523	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
9	70	1,8	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	182,6877	274,815	804,924	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
10	70	2,4	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	179,2389	265,825	582,142	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
11	70	3,6	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	176,716	261,16	419,392	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
12	70	4,2	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	167,9862	253,625	306,209	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
13	70	3	12	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	189,5762	304,265	1232,348	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
14	70	3	16	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	182,0713	280,05	759,171	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
15	70	3	24	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	173,8435	252,755	310,634	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
16	70	3	28	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	171,643	245,71	305,422	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
17	70	3	40	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	170,1149	192,7057	262,7437	{{(3,2,1), (0,0,1)}}

Fonte: Esta pesquisa (2021)

A Tabela 27 que corresponde às variações dos tempos de inatividade devido a ações de manutenção, ao aumentar o tempo de inatividade de inspeção  $d_i$  (casos 21-23) aumenta o *makespan*, principalmente porque o plano de produção é estabelecido no início do processo, portanto as inspeções devem ser rigorosamente realizadas, o que gera custo de atraso. Assim, essa modificação gera um aumento significativo no custo total esperado. No caso 23, o tempo de inatividade de inspeção  $d_i$  é aumentado para 7, em que a política ótima estabelece uma inspeção antes de iniciar o terceiro trabalho e o sequenciamento do trabalho começa com *trabalho<sub>1</sub>*, depois *trabalho<sub>3</sub>* e termina com *trabalho<sub>2</sub>*. A diminuição de  $d_i$  (casos 18-20) reduz o custo total esperado, especialmente diminui o custo por atraso. O caso 18 não gera

custo de atraso, pois o *makespan* é menor que a data devida. A sensibilidade produzida por  $d_i$  sugere que cada esforço para reduzir  $d_i$  gera direta e significativamente uma melhoria no processo.

Ao modificar os valores do tempo de inatividade por substituição preventiva  $d_p$  (casos 24-29), a política ótima permanece, no entanto, existem variações significativas no custo total esperado. Ao realizar um grande aumento em  $d_p$  (caso 29), a política ótima considera apenas uma inspeção no início do terceiro trabalho  $\{(1,3,2), (0,0,1)\}$  e atribui *trabalho*<sub>2</sub> a ser processado por último, portanto, esta política estipula que durante os dois primeiros trabalhos (*trabalho*<sub>1</sub> e *trabalho*<sub>3</sub>), se ocorrem falhas, reparos mínimos são feitos, pretendendo que o sistema permaneça em um estado *sob controle* até que a inspeção correspondente e a consequente substituição preventiva sejam realizadas.

As variações de tempo de inatividade por substituição corretiva  $d_c$  (casos 30-35) são as menos sensíveis em relação aos outros tempos de inatividade por ações de manutenção ( $d_i, d_p, d_r$ ), uma vez que os reparos mínimos que precedem a substituição corretiva, na maioria dos casos, mantêm o sistema em um estado de controle. Quando  $d_c$  diminui (caso 30), a política ótima muda de  $\{(1,2,3), (0,1,1)\}$  para  $\{(1,3,2), (0,0,1)\}$ . Esta política não utiliza tempo de inspeção e possível substituição preventiva durante o processamento dos dois primeiros trabalhos e em caso de falhas, são realizados reparos mínimos e substituição corretiva, portanto não há custos de atraso, apenas custos de manutenção e retrabalho. As sequências de trabalho usam os trabalhos com maior e menor tempo de processamento no início do plano de produção para alcançar um melhor equilíbrio entre as ações de manutenção e retrabalho para um custo total esperado ótimo.

Ao modificar o tempo de inatividade por reparo mínimo  $d_r$  (casos 37-41), a política ótima permanece a mesma, entretanto, o custo total esperado é muito sensível às variações em  $d_r$ . Ao realizar uma grande diminuição em  $d_r$  (casos 36), a política ótima muda para  $\{(3,1,2), (0,1,0)\}$ , então quando ocorrem falhas, a maior parte do processo de produção recebe ações de manutenção correspondendo a reparos mínimos devido ao pequeno tempo de inatividade de  $d_r$ , assim, os trabalhos com o tempo de processamento mais longo (ou seja, *trabalho*<sub>1</sub> e *trabalho*<sub>2</sub>) não sofrem intervenção de uma inspeção. A sensibilidade gerada por  $d_r$  sugere o desenvolvimento de procedimentos que reduzam o tempo de execução dos reparos mínimos, diminuindo o custo total esperado.

Tabela 27 –Variações tempos de inatividade por ações de manutenção

Caso	$\eta$	$\beta$	$\mu$	$d_i$	$d_p$	$d_c$	$d_r$	$C_i$	$C_p$	$C_c$	$C_r$	$C_t$	$c_{cr}$	$d$	$E[T_{RC[j\bar{y}]}$ ]	$E[M_{[j\bar{y}]}]^*$	$E[CT_{[j\bar{y}]}]^*$	$\rightarrow^{**}\rightarrow^*$ $j \quad y$
1	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	177,3327	263,1429	460,3779	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
18	70	3	20	1	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	173,3298	263,1429	334,749	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
19	70	3	20	1,8	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	175,118	263,1429	328,8669	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
20	70	3	20	2,4	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	176,3436	263,1429	402,6429	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
21	70	3	20	3,6	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	178,4627	263,1429	528,5079	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
22	70	3	20	4,2	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	180,6074	263,1429	656,8839	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
23	70	3	20	7	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	184,4087	250,1243	891,3953	{{(1,3,2), (0,0,1)}}
24	70	3	20	3	1	17	21	20	140	200	50	60	30	175	172,0231	263,1429	320,4159	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
25	70	3	20	3	4,2	17	21	20	140	200	50	60	30	175	174,2629	263,1429	320,6499	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
26	70	3	20	3	5,6	17	21	20	140	200	50	60	30	175	176,1357	263,1429	389,4129	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
27	70	3	20	3	8,4	17	21	20	140	200	50	60	30	175	178,8546	263,1429	552,0219	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
28	70	3	20	3	9,8	17	21	20	140	200	50	60	30	175	179,6775	263,1429	600,2739	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
29	70	3	20	3	28	17	21	20	140	200	50	60	30	175	194,6875	250,1243	1508,1233	{{(1,3,2), (0,0,1)}}
30	70	3	20	3	7	1	21	20	140	200	50	60	30	175	172,5512	250,1243	325,7183	{{(1,3,2), (0,0,1)}}
31	70	3	20	3	7	10,2	21	20	140	200	50	60	30	175	177,1379	263,1429	447,9579	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
32	70	3	20	3	7	13,6	21	20	140	200	50	60	30	175	177,2793	263,1429	456,2109	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
33	70	3	20	3	7	20,4	21	20	140	200	50	60	30	175	178,3664	263,1429	521,3289	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
34	70	3	20	3	7	23,8	21	20	140	200	50	60	30	175	178,8316	263,1429	549,1329	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
35	70	3	20	3	7	40	21	20	140	200	50	60	30	175	180,5901	263,1429	655,8219	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
36	70	3	20	3	7	17	1	20	140	200	50	60	30	175	150,0753	229,3957	349,3957	{{(3,1,2), (0,1,0)}}
37	70	3	20	3	7	17	12,6	20	140	200	50	60	30	175	167,2685	263,1429	320,9319	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
38	70	3	20	3	7	17	16,8	20	140	200	50	60	30	175	171,6174	263,1429	319,9899	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
39	70	3	20	3	7	17	25,2	20	140	200	50	60	30	175	182,2271	263,1429	753,1689	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
40	70	3	20	3	7	17	29,4	20	140	200	50	60	30	175	186,8404	263,1429	1029,3159	{{(1,2,3), (0,1,1)}}
41	70	3	20	3	7	17	34	20	140	200	50	60	30	175	192,6697	263,1429	1380,5979	{{(1,2,3), (0,1,1)}}

Fonte: Esta pesquisa (2021)

A Tabela 28 corresponde às variações dos custos de manutenção. Quando os custos por inspeção  $C_i$ , substituição preventiva  $C_p$ , substituição corretiva  $C_c$  e reparo mínimo  $C_r$ , são modificados (casos 42-46, 47-51, 52-56 e 57-60 respectivamente), a política ótima permanece  $\{(1,2,3), (0,1,1)\}$ , esses custos influenciam o custo de manutenção esperado. No entanto,  $C_p$  e  $C_r$  são os custos mais sensíveis.

Tabela 28 – Variações dos custos de manutenção

Caso	$\eta$	$\beta$	$\mu$	$d_i$	$d_p$	$d_c$	$d_r$	$C_i$	$C_p$	$C_c$	$C_r$	$C_t$	$c_{cr}$	$d$	$E[T_{RC}[\bar{j}, \bar{y}]]$	$E[M[\bar{j}, \bar{y}]]^*$	$E[CT[\bar{j}, \bar{y}]]^*$	$\vec{j} \rightarrow \vec{y}$
1	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	177,3327	263,1429	460,3779	{(1,2,3), (0,1,1)}
42	70	3	20	3	7	17	21	12	140	200	50	60	30	175	177,3327	247,8433	445,0783	{(1,2,3), (0,1,1)}
43	70	3	20	3	7	17	21	16	140	200	50	60	30	175	177,3327	255,1169	452,3519	{(1,2,3), (0,1,1)}
44	70	3	20	3	7	17	21	24	140	200	50	60	30	175	177,3327	271,5465	468,7815	{(1,2,3), (0,1,1)}
45	70	3	20	3	7	17	21	28	140	200	50	60	30	175	177,3327	280,0693	477,3043	{(1,2,3), (0,1,1)}
46	70	3	20	3	7	17	21	50	140	200	50	60	30	175	177,3327	322,1050	519,3419	{(1,2,3), (0,1,1)}
47	70	3	20	3	7	17	21	20	70	200	50	60	30	175	177,3327	197,8567	395,0917	{(1,2,3), (0,1,1)}
48	70	3	20	3	7	17	21	20	84	200	50	60	30	175	177,3327	210,6034	407,8384	{(1,2,3), (0,1,1)}
49	70	3	20	3	7	17	21	20	112	200	50	60	30	175	177,3327	237,4466	434,6816	{(1,2,3), (0,1,1)}
50	70	3	20	3	7	17	21	20	168	200	50	60	30	175	177,3327	291,0933	488,3283	{(1,2,3), (0,1,1)}
51	70	3	20	3	7	17	21	20	196	200	50	60	30	175	177,3327	316,4436	513,6786	{(1,2,3), (0,1,1)}
52	70	3	20	3	7	17	21	20	140	100	50	60	30	175	177,3327	247,2167	444,4517	{(1,2,3), (0,1,1)}
53	70	3	20	3	7	17	21	20	140	120	50	60	30	175	177,3327	250,5167	447,7517	{(1,2,3), (0,1,1)}
54	70	3	20	3	7	17	21	20	140	160	50	60	30	175	177,3327	258,6184	455,853	{(1,2,3), (0,1,1)}
55	70	3	20	3	7	17	21	20	140	240	50	60	30	175	177,3327	273,3566	470,5916	{(1,2,3), (0,1,1)}
56	70	3	20	3	7	17	21	20	140	280	50	60	30	175	177,3327	393,8861	591,1211	{(1,2,3), (0,1,1)}
57	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	30	60	30	175	177,3327	240,6321	437,8656	{(1,2,3), (0,1,1)}
58	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	40	60	30	175	177,3327	248,305	445,5423	{(1,2,3), (0,1,1)}
59	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	60	60	30	175	177,3327	275,8575	473,0925	{(1,2,3), (0,1,1)}
60	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	70	60	30	175	177,3327	284,3843	481,6193	{(1,2,3), (0,1,1)}

Fonte: Esta pesquisa (2020)

A Tabela 29 corresponde às variações dos custos de penalidade por atraso retrabalho e data devida. Ao modificar  $C_t$  (casos 61-64), a política ótima permanece  $\{(1,2,3), (0,1,1)\}$ , mas o custo total esperado é muito sensível às variações em  $C_t$ , portanto, é relevante reduzir ou controlar tanto o tempo de atraso quanto o custo por unidade de tempo associado ao replanejamento da produção, consumo de energia, uso indevido da força de trabalho, estoque, entre outros.

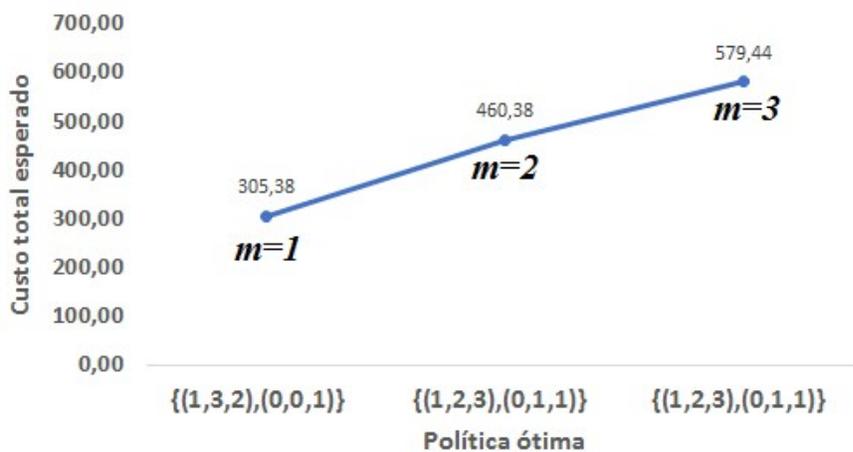
Ao modificar o custo do retrabalho  $c_{cr}$  (casos 65-68), a política ótima permanece porque ter duas inspeções significa menos tempo de retrabalho; no entanto, aumentar  $c_{cr}$  produz um aumento significativo no custo total esperado. Aumentar  $d$  (caso 71) nenhum custo de atraso é gerado, portanto o custo total esperado corresponde à soma dos custos de manutenção e retrabalho, desta forma a política ótima muda para  $\{(3,2,1), (0,1,1)\}$ . Ao diminuir  $d$  (casos 69 e 70), a política ótima permanece e há um aumento significativo no custo total esperado.

Tabela 29 – Variações de custos por penalidade de atraso, retrabalho e data de devida

Caso	$\eta$	$\beta$	$\mu$	$d_i$	$d_p$	$d_c$	$d_r$	$C_i$	$C_p$	$C_c$	$C_r$	$C_t$	$c_{cr}$	$d$	$E[T_{RC}[\bar{j}, \bar{y}]]$	$E[M[\bar{j}, \bar{y}]]^*$	$E[CT[\bar{j}, \bar{y}]]^*$	$\overrightarrow{j} \rightarrow \overrightarrow{y}$
1	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	175	177,3327	263,1429	460,3779	{(1,2,3), (0,1,1)}
61	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	36	30	175	177,3327	263,1429	404,3931	{(1,2,3), (0,1,1)}
62	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	48	30	175	177,3327	263,1429	432,3855	{(1,2,3), (0,1,1)}
63	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	72	30	175	177,3327	263,1429	488,3703	{(1,2,3), (0,1,1)}
64	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	84	30	175	177,3327	263,1429	516,3627	{(1,2,3), (0,1,1)}
65	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	18	175	177,3327	263,1429	437,4687	{(1,2,3), (0,1,1)}
66	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	24	175	177,3327	263,1429	448,9233	{(1,2,3), (0,1,1)}
67	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	36	175	177,3327	263,1429	471,8325	{(1,2,3), (0,1,1)}
68	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	42	175	177,3327	263,1429	483,2871	{(1,2,3), (0,1,1)}
69	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	105	177,3327	263,1429	4660,377	{(1,2,3), (0,1,1)}
70	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	140	177,3327	263,1429	2560,377	{(1,2,3), (0,1,1)}
71	70	3	20	3	7	17	21	20	140	200	50	60	30	210	177,3327	263,1429	320,4159	{(3,2,1), (0,1,1)}

Fonte: Esta pesquisa (2021)

Uma característica importante deste estudo é a utilização de um número máximo de reparos mínimos consecutivos em trabalhos que não são intervencionadas por inspeção, de forma a evitar que o sistema mude para um estado fora de controle. Para a análise desenvolvida foi convencionado um valor  $m=2$ . De modo que, uma vez que haja dois mínimos reparos, o sistema deverá ser substituído na falha subsequente. Observa-se, porém, que ao estabelecer valores distintos de  $m$ , há variações no custo total esperado, assim como, na indicação de quando realizar inspeções, conforme pode ser visto na Figura 21

Figura 21 – Sensibilidade do custo total esperado devido às variações de  $m$ 

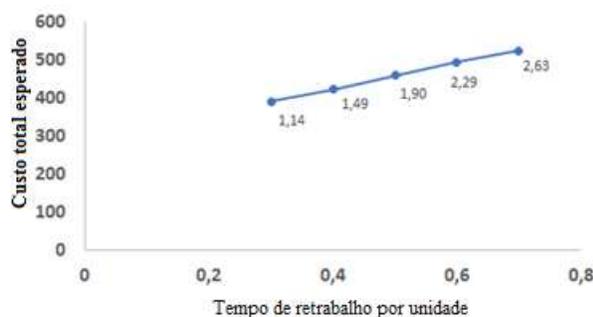
Fonte: Esta pesquisa (2021)

Percebe-se que usando  $m = 1$  obtém-se um menor custo total esperado, ou seja, na análise de sensibilidade havia se convencionado o valor de  $m=2$ , isto é, é possível realizar no máximo 2 reparos mínimos mantendo o sistema em estado sob controle, no entanto, ao executar um máximo de um reparo mínimo resulta em um custo total esperado mais baixo. Portanto, para o sistema de produção, é melhor reduzir os possíveis ciclos de estados defeituosos, realizando uma substituição corretiva em caso de falha posterior ao realizar um reparo mínimo, portanto, esta decisão permite um melhor equilíbrio entre os custos associados às atividades de retrabalho e custos associados às atividades de manutenção.

Com base na análise de sensibilidade, é possível concluir que se a modificação do valor de  $m$  para um valor inferior resulta em um menor custo total esperado, é necessário ajustar o valor de  $m$  na programação de produção, e se ao modificar o valor de  $m$  a um valor superior, obtém-se um menor custo total esperado, o modelo sugere a utilização de um componente que garanta um maior número de reparações enquanto o sistema permaneça em um estado de controle.

As variações do tempo de retrabalho por unidade  $t_r$  influenciam os fatores de retrabalho que ocorrem nos ciclos de estado defeituoso, portanto, ao variar  $t_r$ , os fatores de retrabalho também variam de acordo com a equação (45). Caso o tempo de retrabalho por unidade venha a ser prolongado, isso implica em um aumento de custo, tanto maior, quanto maior for a proporção de itens defeituosos. Desta forma, as variações de  $t_r$  implicam em variações, tanto no *makespan*, quanto no custo de retrabalho. A Figura 22 mostra a sensibilidade em torno das variações de  $t_r$  em relação ao custo total esperado em que a política ótima é mantida nas variações realizadas, ou seja,  $\{(1,2,3), (0,1,1)\}$ .

Figura 22 – Sensibilidade do custo total esperado devido a variações de  $t_r$ .  $E[R_{[j\bar{y}}]]$  (—●—)



#### 4.5 COMPARAÇÃO DOS MODELOS

As características do primeiro modelo (Capítulo 3) indicam que o gestor do processo produtivo deve estabelecer uma política de inspeção e uma sequência de trabalhos, a fim de minimizar custos, visto que o sistema de manufatura possui um componente crítico propenso a falhas, e se ocorrerem falhas durante o processamento, reparos mínimos devem ser feitos.

As características do segundo modelo (Capítulo 4) indicam que o gestor do processo produtivo deve estabelecer uma política de inspeção e uma sequência de trabalhos, a fim de minimizar custos, visto que o sistema de manufatura possui um componente crítico propenso a falhas. O gestor também possui as informações de dados históricos do comportamento do sistema em termos de qualidade, ou seja, possui informações suficientes para estabelecer a proporção de itens defeituosos que ocorrem nos ciclos de produção que são gerados entre os reparos do componente crítico.

Portanto, o primeiro modelo converge em todos aqueles processos que apresentam fragilidade na gestão da qualidade, ou processos que não possuem gestão do conhecimento suficiente para estabelecer o impacto decorrente da operação do sistema, enquanto defeituoso, na qualidade do produto.

A fim de mostrar as implicações que os dois modelos têm, utilizou-se o caso numérico descrito no modelo 1 (capítulo 3), no qual foram considerados variações de parâmetros que cobrem uma variedade grande de potenciais cenários práticos. Estas variações e os resultados estão descritos na análise de sensibilidade. Para ilustrar melhor os prejuízos decorrentes da ausência de informação da influência da degradação do sistema na qualidade do *output* (percentual de itens defeituosos produzidos), vamos considerar alguns resultados advindo do uso do modelo 1 e observar, se alterações significativas ocorreriam, quando a noção da afetação da qualidade pelo estado de degradação do sistema, fosse de conhecimento do gerente de manutenção.

Os casos considerados para a análise comparativa foram os seguintes:

Caso 3 tabela 13, este caso corresponde a modificação do parâmetro da escala  $\eta$  correspondente à chegada de defeitos, ( $\eta = 84$ ). Para este caso, a sequência ótima de trabalhos e inspeções que sugere o modelo 1 para minimizar custos é  $\{(2,3,1), (0,1,1)\}$ .

Caso 4 tabela 13, esse caso corresponde a modificação do parâmetro da escala  $\eta$ , correspondente à chegada de defeitos, ( $\eta = 112$ ). Para este caso, a sequência ótima de trabalhos e inspeções que sugere o modelo 1 para minimizar os custos é  $\{(2,1,3), (0,0,1)\}$ .

Caso 8 tabela 13, este caso corresponde a modificação do parâmetro da forma  $\beta$  correspondente à chegada de defeitos, ( $\beta = 2,4$ ). Para este caso, a sequência ótima de trabalhos e inspeções que sugere o modelo 1 para minimizar os custos é  $\{(2,3,1), (0,1,1)\}$ .

Caso 7 tabela 14, em que se modifica o tempo de inatividade por inspeção ( $d_i = 1,6$ ). Para este caso, a sequência ótima de trabalhos e inspeções que sugere o modelo 1 para minimizar os custos é  $\{(2,3,1), (0,1,1)\}$ .

No entanto, ao utilizar cada um dos casos descritos acima no modelo 2 e considerando o custo por retrabalho ( $c_{cr} = 30$ ), custo por substituição corretiva ( $C_c = 200$ ) e tempo de substituição corretiva ( $d_c = 6$ ), as políticas ótimas mudam, ou seja, ao usar os dados anteriormente indicados como entrada para o modelo 2; soluções diferentes são produzidas do que quando usando o modelo 1.

Para determinar o custo de não levar em consideração o impacto do processo de deterioração do sistema na qualidade dos produtos, ou seja, determinar o custo da "ignorância" quanto ao efeito que a deterioração do sistema produz na qualidade dos produtos, faremos uso de uma análise comparativa. Para tanto, a avaliação dos casos é realizada no modelo 2, ou seja, a solução fornecida pelo modelo 1 é utilizada como entrada para o modelo 2, a fim de estabelecer o custo total esperado e, por sua vez, fazer uma comparação de custos com a solução ótima produzida pelo modelo 2. Nos casos descritos acima, obviamente, a solução ótima produzida pelo modelo 2 apresenta um custo menor em relação aos resultados do uso do modelo 2, parametrizado com os valores das variáveis de decisão fornecidas como solução do modelo 1, conforme descrito na Tabela 30. Essa diferença de custos pode ser denominada de custo da "ignorância". Os resultados obtidos para os dois modelos distintos são apresentados na Tabela 30. Os termos usados na tabela são os seguintes *makespan* total esperado  $E[T_{RC}[\bar{y}]]$ , custo esperado de manutenção  $E[M[\bar{y}]]$ , tempo de retrabalho esperado  $E[R[\bar{y}]]$  e custo total esperado  $E[CT[\bar{y}]]$ .

Tabela 30 – Comparação dos modelos 1 e 2

<b>Chegada de defeitos (parâmetro de escala <math>\eta=84</math>) e <math>m=1</math></b>						
	Sequência Jobs e inspeção	$E[T_{RC j\bar{y}}]$	$E[M j\bar{y}]$	$E[R j\bar{y}]$	$E[CT j\bar{y}]$	Custo ignorância
Sequência sugerida modelo 1, calculada modelo 2	{{(2,3,1), (0,1,1)}	126,4598	155,4500	0,5841	995,9630	86,1646
<b>Sequência ótima modelo 2</b>	{{(2,1,3), (0,0,1)}	125,6603	105,3514	0,7144	909,7984	
<b>Chegada de defeitos (parâmetro de escala <math>\eta=112</math>) e <math>m=2</math></b>						
	Sequência jobs e inspeção	$E[T_{RC j\bar{y}}]$	$E[M j\bar{y}]$	$E[R j\bar{y}]$	$E[CT j\bar{y}]$	
Sequência sugerida modelo 1, calculada modelo 2	{{(2,1,3), (0,0,1)}	120,3107	62,7422	0,9	605,2772	26,0549
<b>Sequência ótima modelo 2</b>	{{(2,3,1), (0,1,1)}	119,2428	102,0823	0,5	579,2223	
<b>Chegada de defeitos (parâmetro de forma <math>\beta=2,4</math>) e <math>m=1</math></b>						
	Sequência jobs e inspeção	$E[T_{RC j\bar{y}}]$	$E[M j\bar{y}]$	$E[R j\bar{y}]$	$E[CT j\bar{y}]$	Custo ignorância
Sequência sugerida modelo 1, calculada modelo 2	{{(2,3,1), (0,1,1)}	114,1923	85,9171	0,2613	303,3711	70,8362
<b>Sequência ótima modelo 2</b>	{{(2,1,3), (0,0,1)}	113,3474	55,8829	0,3094	232,5349	
<b>Tempo de inatividade por inspeção <math>d_i = 1, 6</math> e <math>m=1</math></b>						
	Sequência jobs e inspeção	$E[T_{RC j\bar{y}}]$	$E[M j\bar{y}]$	$E[R j\bar{y}]$	$E[CT j\bar{y}]$	Custo ignorância
Sequência sugerida modelo 1, calculada modelo 2	{{(2,3,1), (0,1,1)}	111,4676	74,8786	0,1967	154,1596	60,1947
<b>Sequência ótima modelo 2</b>	{{(2,1,3), (0,0,1)}	110,8759	43,9929	0,2059	93,9649	

Fonte: Esta pesquisa (2021)

A diferença que se apresenta entre a política (sequência de *jobs* e inspeções) sugerida pelo modelo 1 e a política ótima do modelo 2, na tabela 30, se deve ao fato do modelo 1 não considerar a possibilidade de produção de itens defeituosos, portanto, omite o tempo utilizado no retrabalho que influencia o custo total esperado e, por sua vez, não considera o custo implícito nas atividades de retrabalho. Portanto, ao não se levar em conta o impacto que a deterioração do sistema causa na qualidade, pode-se ter um aumento de custos, além de se usar um sequenciamento de trabalhos e inspeções que não são os melhores, conforme mostrado na Tabela 30 que apresenta aumentos de 9,4%, 4,7%, 30,4% e 64% respectivamente, por sua vez esse aumento de custo deve ser ajustado à perda econômica anual. Também deve ser considerado se existem outras estações de trabalho no processo de produção que apresentam condições semelhantes. Portanto, o custo da “ignorância” pode representar custos significativos nos processos de produção. Dessa forma, esta análise chama atenção para a

necessidade de um planejamento atento que proporcione ações mais efetivas a aspectos inerentes a realidade.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo elabora-se um conjunto de considerações finais baseado nos estudos desenvolvidos nos capítulos anteriores, portanto são descritos a seguir; as conclusões, limitações e trabalhos futuros.

### 5.1 CONCLUSÕES

A presente pesquisa teve como objetivo desenvolver modelos que permitam integrar o sequenciamento de trabalhos e políticas de inspeção em um sistema de um único componente, de forma a minimizar custos. Este sistema apresenta um processo de deterioração modelado pelo conceito de *delay-time*.

Os modelos propostos descrevem que as decisões relativas à atribuição de inspeções e à sequência de trabalhos devem ser cuidadosamente pensadas de forma a proporcionar um bom desempenho em termos do custo total esperado.

A produção em lote corresponde à execução lógica de um conjunto de trabalhos que cada vez mais exigem maiores critérios de customização, desta forma os modelos propostos podem ser usados como uma ferramenta de planejamento da produção que pode proporcionar custos finais mais baixo e, por conseguinte, uma margem de lucro maior. Por sua vez, os modelos permitem estudar sistemas de manufatura que limitam o número de reparos mínimos, pois podem afetar a qualidade da produção. Apesar de ter seu uso exemplificado em um sistema de manufatura, os modelos podem ser aplicados em uma variedade grande de cenários, os quais podem envolver problemas de planejamento de equipamento de transportes, planejamento de manutenção de estradas e vários outros contextos relevantes.

Em um contexto real, quando o sistema muda para um estado defeituoso e ocorrem falhas subsequentes, normalmente há um aumento nos itens defeituosos, produzindo atividades de retrabalho e manutenção, portanto, quando uma inspeção oportuna é atribuída, o sistema muda para o estado bom evitando tempo de inatividade devido ao retrabalho, reparos mínimos e substituições corretivas, e por conseguinte reduzindo custos. Baseado nesses argumentos, os modelos foram apresentados detalhadamente para um melhor entendimento e por sua vez, fornecer *insights* para que o gerente de manutenção estabeleça uma política de inspeção e sequenciamento de trabalhos, de modo a atender os requisitos de qualidade, além de manter o sistema em funcionamento com o menor custo total esperado.

O modelo, além de gerar o sequenciamento dos trabalhos e a política de inspeção que minimiza o custo total esperado, gera informações que permitem decidir quais abordagens devem ser aprofundadas a fim de melhorar o processo produtivo, por exemplo, a análise de sensibilidade sugere o desenvolvimento de procedimentos para reduzir o tempo de inatividade por inspeção, reparos mínimos e substituição preventiva. Da mesma forma, a análise de sensibilidade indica que os parâmetros de confiabilidade do sistema influenciam significativamente nos custos, portanto este estudo pode ser utilizado em sistemas de manufatura que contenham sistemas críticos de um único componente, que podem ser adquiridos de diferentes fabricantes, onde cada fabricante pode fornecer sistemas com diferentes parâmetros de confiabilidade, as características dos modelos permitem estudar esses parâmetros e estabelecer a política ótima de inspeção e sequenciamento de trabalhos para minimizar custos.

## 5.2 LIMITAÇÕES E TRABALHOS FUTUROS

O presente estudo limita-se a sistemas de componente único. Tem-se como hipótese que as distribuições dos tempos de chegada dos defeitos e os tempos de *delay time* são conhecidas. Além disso, o modelo descrito no capítulo 4 limita-se a sistemas que podem estabelecer informações associadas ao número máximo de reparos mínimos permitidos em que o sistema permanece *sob controle* estatístico e a proporção de itens defeituosos produzidos durante o estado defeituoso seja conhecida.

A análise de sensibilidade gera uma base de conhecimento sobre a integração da sequência de trabalhos e política de inspeção para um sistema de componente único; portanto, estudos futuros podem abordar o desenvolvimento de heurísticas e meta-heurísticas que permitem a criação de métodos de solução que fornecem resultados ótimos ou quase ótimos para problemas que envolvam um maior número de trabalhos.

Pesquisas futuras podem considerar o estudo de diferentes modos de falha que podem afetar o sistema, bem como aprofundar na integração da sequência de trabalhos e políticas de inspeção em sistemas multicomponentes, de forma a estudar como esta integração afeta o desempenho de um processo produtivo que depende de sistemas bem mais complexos.

Os modelos desenvolvidos permitem o estudo de sistemas de manufatura que devem processar  $n$  trabalhos e têm a possibilidade de atribuição de inspeções entre trabalhos. Porém, pesquisas futuras podem considerar o estudo de processos produtivos em que haja restrição quanto ao número de inspeções, em que essas restrições geralmente obedecem às condições

econômicas e/ou de disponibilidade, ou seja, as inspeções devem ser agendadas com antecedência, portanto deve ser resolvido um problema de agrupamento para o processamento dos trabalhos.

Finalmente, devido à variabilidade em termos de tempo de processamento que um trabalho pode ter, é relevante estabelecer uma pesquisa futura que considere os tempos de processamento de trabalhos como variáveis aleatórias.

## REFERÊNCIAS

- Ahmadi, R., & Newby, M. (2011). Maintenance scheduling of a manufacturing system subject to deterioration. *Reliability Engineering and System Safety*, *96*(10), 1411–1420. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2011.05.004>
- Al-Salamah, M. (2018). Economic production quantity with the presence of imperfect quality and random machine breakdown and repair based on the artificial bee colony heuristic. *Applied Mathematical Modelling*, *63*, 68–83. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.06.034>
- Alberti, A. R., Cavalcante, C. A. V., Scarf, P., & Silva, A. L. O. (2018). Modelling inspection and replacement quality for a protection system. *Reliability Engineering and System Safety*, *176*(November 2017), 145–153. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2018.04.002>
- Andrew K.S. Jardine Albert H.c. tsang. (2013). *Maintenance, Replacement, and Reliability ; Theory and Applications*. (Vol. 7).
- Azimpoor, S., & Taghipour, S. (2019). Optimal job scheduling and inspection of a machine with delayed failure. *International Journal of Production Research*, *0*(0), 1–21. <https://doi.org/10.1080/00207543.2019.1680900>
- Badía, F. G., Berrade, M. D., Cha, J. H., & Lee, H. (2018). Optimal replacement policy under a general failure and repair model: Minimal versus worse than old repair. *Reliability Engineering and System Safety*, *180*(August), 362–372. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2018.07.032>
- Badía, F. G., Berrade, M. D., & Lee, H. (2020). An study of cost effective maintenance policies: Age replacement versus replacement after N minimal repairs. *Reliability Engineering and System Safety*, *201*(April), 106949. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.106949>
- Beheshti-Fakher, H., Nourelfath, M., & Gendreau, M. (2016). deteriorating system Joint planning of production and maintenance in a single Joint planning of production and maintenance in a single Joint planning of production and maintenance in a single machine deteriorating system machine deteriorating system Scien. *IFAC-PapersOnLine*, *49*(12), 745–750. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.863>
- Berrade, M. D., Scarf, P. A., & Cavalcante, C. A. V. (2015). Some insights into the effect of maintenance quality for a protection system. *IEEE Transactions on Reliability*, *64*(2), 661–672. <https://doi.org/10.1109/TR.2015.2417431>
- Berrade, M. D., Scarf, P. A., & Cavalcante, C. A. V. (2017). A study of postponed replacement in a delay time model. *Reliability Engineering and System Safety*, *168*, 70–79. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2017.04.006>
- Berrade, M. D., Scarf, P. A., & Cavalcante, C. A. V. (2018). Conditional inspection and maintenance of a system with two interacting components. *European Journal of Operational Research*, *268*(2), 533–544. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.01.042>
- Bouslah, B., Gharbi, A., & Pellerin, R. (2016). Integrated production, sampling quality control and maintenance of deteriorating production systems with AOQL constraint. *Omega (United Kingdom)*, *61*, 110–126. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.07.012>

- Calixto, E. (2016). Reliability and Maintenance. *Gas and Oil Reliability Engineering*, 159–267. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-805427-7.00003-8>
- Cassady, C. R., & Kutanoglu, E. (2005). Integrating preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *Ieee Transactions on Reliability*, 54(2), 304–309. <https://doi.org/10.1109/TR.2005.845967>
- Cavalcante, C. A. V., Lopes, R. S., & Scarf, P. A. (2018). A general inspection and opportunistic replacement policy for one-component systems of variable quality. *European Journal of Operational Research*, 266(3), 911–919. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.10.032>
- Cavalcante, C. A. V., Scarf, P. A., & Berrade, M. D. (2019). Imperfect inspection of a system with unrevealed failure and an unrevealed defective state. *IEEE Transactions on Reliability*, 68(2), 764–775. <https://doi.org/10.1109/TR.2019.2897048>
- Cavalcante, C., Scarf, P., Almeida, A., & Neto, C. (2015). A two-phase inspection policy for a single component preparedness system with a mixed time to failure distribution. *Reliability, Risk and Safety: Theory and Applications*, 1, 525–530. <https://doi.org/10.1201/9780203859759.ch72>
- Colledani, M., & Tolio, T. (2011). Integrated analysis of quality and production logistics performance in manufacturing lines. *International Journal of Production Research*, 49(2), 485–518. <https://doi.org/10.1080/00207540903443246>
- Duffuaa, S., Kolus, A., Al-Turki, U., & El-Khalifa, A. (2020). An integrated model of production scheduling, maintenance and quality for a single machine. *Computers and Industrial Engineering*, 142, 106239. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106239>
- Feng, H., Xi, L., Xiao, L., Xia, T., & Pan, E. (2018). Imperfect preventive maintenance optimization for flexible flowshop manufacturing cells considering sequence-dependent group scheduling. *Reliability Engineering and System Safety*, 176(April), 218–229. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2018.04.004>
- Fitouhi, M. C., & Nourelfath, M. (2012). Integrating noncyclical preventive maintenance scheduling and production planning for a single machine. *International Journal of Production Economics*, 136(2), 344–351. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.12.021>
- Gao, K., Peng, R., Qu, L., & Wu, S. (2020). Jointly optimizing lot sizing and maintenance policy for a production system with two failure modes. *Reliability Engineering and System Safety*, 202. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.106996>
- Ghaleb, M., Taghipour, S., Sharifi, M., & Zolfagharinia, H. (2020). Integrated production and maintenance scheduling for a single degrading machine with deterioration-based failures. *Computers & Industrial Engineering*, 143(October 2019), 106432. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106432>
- Gouiaa-Mtibaa, A., Dellagi, S., Achour, Z., & Erray, W. (2018). Integrated Maintenance-Quality policy with rework process under improved imperfect preventive maintenance. *Reliability Engineering and System Safety*, 173(November 2017), 1–11. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2017.12.020>
- Hadidi, L. A., Al-Turki, U. M., & Rahim, M. A. (2015). Practical implications of managerial decisions to integrate production scheduling and maintenance. *International Journal of Systems Assurance Engineering and Management*, 6(3), 224–230.

<https://doi.org/10.1007/s13198-014-0291-9>

Hajej, Z., Rezg, N., & Gharbi, A. (2020). Joint production preventive maintenance and dynamic inspection for a degrading manufacturing system. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. <https://doi.org/10.1007/s00170-020-06325-3>

Hsu, C. J., Low, C., & Su, C. T. (2010). A single-machine scheduling problem with maintenance activities to minimize makespan. *Applied Mathematics and Computation*, 215(11), 3929–3935. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2009.11.040>

Jarebrant, C., Almström, P., Löfving, M., Widfeldt, M., & Wadman, B. (2018). Evaluation of flexible automation for small batch production. *Procedia Manufacturing*, 25, 177–184. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2018.06.072>

Jelali, M. (2013). *Statistical process control. Advances in Industrial Control*. [https://doi.org/10.1007/978-1-4471-4546-2\\_8](https://doi.org/10.1007/978-1-4471-4546-2_8)

Johnsen, B. (2017). The Pulp and Paper Industry. *Industrial & Engineering Chemistry*, 27(5), 514–518. <https://doi.org/10.1021/ie50305a006>

Kim, M. S., & Sarkar, B. (2017). Multi-stage cleaner production process with quality improvement and lead time dependent ordering cost. *Journal of Cleaner Production*, 144, 572–590. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2016.11.052>

Lam, Y., Zhu, L. X., Chan, J. S. K., & Liu, Q. (2004). Analysis of data from a series of events by a geometric process model. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, 20(2), 263–282. <https://doi.org/10.1007/s10255-004-0167-x>

Lu, S., Liu, X., Pei, J., T. Thai, M., & M. Pardalos, P. (2018). A hybrid ABC-TS algorithm for the unrelated parallel-batching machines scheduling problem with deteriorating jobs and maintenance activity. *Applied Soft Computing Journal*, 66, 168–182. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.02.018>

Mamabolo, R. M., & Beichelt, F. E. (2004). Maintenance Policies with Minimal Repair. *Economic Quality Control*, 19(2), 143–166. <https://doi.org/10.1515/EQC.2004.143>

Masmoudi, O., Delorme, X., & Gianessi, P. (2019). Job-shop scheduling problem with energy consideration. *International Journal of Production Economics*. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.03.021>

Montgomery, Douglas C. (2017). *Applied Statistics and Probability for Engineers. Journal of Quality Technology* (Vol. 30). <https://doi.org/10.1080/00224065.1998.11979825>

Ouaret, S., Kenné, J. P., & Gharbi, A. (2018). Stochastic optimal control of random quality deteriorating hybrid manufacturing/remanufacturing systems. *Journal of Manufacturing Systems*, 49(September), 172–185. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2018.10.002>

Pacheco, J., Porras, S., Casado, S., & Baruque, B. (2018). Variable neighborhood search with memory for a single-machine scheduling problem with periodic maintenance and sequence-dependent set-up times. *Knowledge-Based Systems*, 145, 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2018.01.018>

Pan, E., Liao, W., & Xi, L. (2010). Single-machine-based production scheduling model integrated preventive maintenance planning. *International Journal of Advanced*

*Manufacturing Technology*, 50(1–4), 365–375. <https://doi.org/10.1007/s00170-009-2514-9>

Pinedo, M. (2016). *Scheduling : theory, algorithms, and systems*. Retrieved from [https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=M4-RCwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR7&ots=i-bYvbdUk3&sig=9vhsROj\\_aPkZmSCJq9xO6GBVzLY#v=onepage&q&f=false](https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=M4-RCwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR7&ots=i-bYvbdUk3&sig=9vhsROj_aPkZmSCJq9xO6GBVzLY#v=onepage&q&f=false)

Rivera-Gómez, H., Gharbi, A., Kenné, J. P., Montaña-Arango, O., & Corona-Armenta, J. R. (2020). Joint optimization of production and maintenance strategies considering a dynamic sampling strategy for a deteriorating system. *Computers and Industrial Engineering*, 140, 106273. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106273>

Rivera-Gómez, H., Gharbi, A., Kenné, J. P., Montaña-Arango, O., & Hernández-Gress, E. S. (2018). Subcontracting strategies with production and maintenance policies for a manufacturing system subject to progressive deterioration. *International Journal of Production Economics*, 200, 103–118. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2018.03.004>

Rose, O. (2005). Modeling Tool Failures in Semiconductor Fab Simulation. *Proceedings of the 2004 Winter Simulation Conference, 2004.*, 2, 826–830. <https://doi.org/10.1109/wsc.2004.1371548>

Sarkar, B., Cárdenas-Barrón, L. E., Sarkar, M., & Singgih, M. L. (2014). An economic production quantity model with random defective rate, rework process and backorders for a single stage production system. *Journal of Manufacturing Systems*, 33(3), 423–435. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2014.02.001>

Sarkar, B., & Moon, I. (2011). An EPQ model with inflation in an imperfect production system. *Applied Mathematics and Computation*, 217(13), 6159–6167. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2010.12.098>

Sarkar, B., & Moon, I. (2014). Improved quality, setup cost reduction, and variable backorder costs in an imperfect production process. *International Journal of Production Economics*, 155(2007), 204–213. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.11.014>

Sarkar, B., Sana, S. S., & Chaudhuri, K. (2010). Optimal reliability, production lot size and safety stock in an imperfect production system. *International Journal of Mathematics in Operational Research*, 2(4), 467–490. <https://doi.org/10.1504/IJMOR.2010.033441>

Scarf, P. A., Cavalcante, C. A. V., & Lopes, R. S. (2019). Delay-time modelling of a critical system subject to random inspections. *European Journal of Operational Research*, 278(3), 772–782. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.04.042>

Seiti, H., & Hafezalkotob, A. (2019). Developing the R-TOPSIS methodology for risk-based preventive maintenance planning: A case study in rolling mill company. *Computers and Industrial Engineering*, 128(April 2018), 622–636. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.01.012>

Sett, B. K., Sarkar, S., & Sarkar, B. (2017). Optimal buffer inventory and inspection errors in an imperfect production system with preventive maintenance. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 90(1–4), 545–560. <https://doi.org/10.1007/s00170-016-9359-9>

Sinisterra, W. Q., & Cavalcante, C. A. V. (2020). An integrated model of production scheduling and inspection planning for resumable jobs. *International Journal of Production Economics*, 227(July 2019), 107668. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2020.107668>

- Souissi, O., Benmansour, R., & Artiba, A. (2016). An accelerated MIP model for the single machine scheduling with preventive maintenance. *IFAC-PapersOnLine*, 49(12), 1945–1949. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.915>
- Taghipour, S., & Azimpoor, S. (2018). Joint Optimization of Jobs Sequence and Inspection Policy for a Single System with Two-Stage Failure Process. *IEEE Transactions on Reliability*, 67(1), 156–169. <https://doi.org/10.1109/TR.2017.2775958>
- Taleizadeh, A. A., Samimi, H., Sarkar, B., & Mohammadi, B. (2017). Stochastic machine breakdown and discrete delivery in an imperfect inventory-production system. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 13(3), 1511–1535. <https://doi.org/10.3934/jimo.2017005>
- Tayyab, M., & Sarkar, B. (2016). Optimal batch quantity in a cleaner multi-stage lean production system with random defective rate. *Journal of Cleaner Production*, 139, 922–934. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2016.08.062>
- Wang, W. (2011). Maintenance models based on the np control charts with respect to the sampling interval, 124–133. <https://doi.org/10.1057/jors.2009.165>
- Wang, W. (2012). An overview of the recent advances in delay-time-based maintenance modelling. *Reliability Engineering and System Safety*, 106, 165–178. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2012.04.004>
- Xia, T., Fang, X., Gebraeel, N., Xi, L., & Pan, E. (2019). Online Analytics Framework of Sensor-Driven Prognosis and Opportunistic Maintenance for Mass Customization, 141(May), 1–12. <https://doi.org/10.1115/1.4043255>
- Xia, T., Jin, X., Xi, L., & Ni, J. (2015). Production-driven opportunistic maintenance for batch production based on MAM-APB scheduling. *European Journal of Operational Research*, 240(3), 781–790. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.08.004>
- Xia, T., Tao, X., & Xi, L. (2017). Operation Process Rebuilding ( OPR ) -Oriented Maintenance Policy for Changeable System. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 14(1), 139–148. <https://doi.org/10.1109/TASE.2016.2618767>
- Xia, T., & Xi, L. (2019). Manufacturing paradigm-oriented PHM methodologies for cyber-physical systems. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 30(4), 1659–1672. <https://doi.org/10.1007/s10845-017-1342-2>
- Xia, T., Xi, L., Pan, E., & Ni, J. (2017). Recon fi guration-oriented opportunistic maintenance policy for recon fi gurable manufacturing systems, 166(November 2016), 87–98. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2016.09.001>
- Yang, L., Ye, Z. sheng, Lee, C. G., Yang, S. fen, & Peng, R. (2019). A two-phase preventive maintenance policy considering imperfect repair and postponed replacement. *European Journal of Operational Research*, 274(3), 966–977. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.10.049>
- Ye, Y., Li, J., Li, Z., Tang, Q., Xiao, X., & Floudas, C. A. (2014). Robust optimization and stochastic programming approaches for medium-term production scheduling of a large-scale steelmaking continuous casting process under demand uncertainty. *Computers and Chemical Engineering*, 66, 165–185. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2014.02.028>
- Zahedi, Rojali, & Yusriski, R. (2017). Stepwise Optimization for Model of Integrated Batch

Production and Maintenance Scheduling for Single Item Processed on Flow Shop with Two Machines in JIT Environment. *Procedia Computer Science*, 116, 408–420.  
<https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.10.081>