



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA

ARLAINE GABRIELA PEREIRA DA SILVA

**ANÁLISE METODOLÓGICA DA MOBILIZAÇÃO DO TPACK POR
PROFESSORES DE MATEMÁTICA A PARTIR DAS COREOGRAFIAS
DIDÁTICAS**

Recife
2021

ARLAINE GABRIELA PEREIRA DA SILVA

**ANÁLISE METODOLÓGICA DA MOBILIZAÇÃO DO TPACK POR
PROFESSORES DE MATEMÁTICA A PARTIR DAS COREOGRAFIAS
DIDÁTICAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Educação Matemática e Tecnológica. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador (a): Profa. Dra. Maria Auxiliadora Soares Padilha

Recife
2021

Catálogo na fonte
Bibliotecária Natalia Nascimento, CRB-4/1743

- S586a Silva, Arlaine Gabriela Pereira da.
Análise metodológica da mobilização do TPACK por professores de matemática a partir das coreografias didáticas. / Arlaine Gabriela Pereira da Silva. – Recife, 2021.
137 f.: il.
- Orientadora: Maria Auxiliadora Soares Padilha.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE.
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2021.
Inclui Referências.
1. Docentes – Matemática – Conhecimento - Tecnologia. 2. Matemática – Conhecimento tecnológico (TPACK). 3. Matemática – Coreografias Didáticas. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Padilha, Maria Auxiliadora Soares. (Orientadora). II. Título.
- 370 (23. ed.) UFPE (CE2021-074)

ARLAINE GABRIELA PEREIRA DA SILVA

**ANÁLISE METODOLÓGICA DA MOBILIZAÇÃO DO TPACK POR
PROFESSORES DE MATEMÁTICA A PARTIR DAS COREOGRAFIAS
DIDÁTICAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovada em: 15/06/2021

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Maria Auxiliadora Soares Padilha (Orientadora e Presidente)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Jadilson Ramos de Almeida (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Ernani Martins dos Santos (Examinador Externo)
Universidade de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Ao cursar duas disciplinas como aluna especial em 2018, acreditava que ser aprovada no processo seletivo do Edumatec/UFPE seria o que faltava na minha vida para me sentir realizada. Que bom que estava errada!

Concluir um curso de mestrado e manter o foco na escrita desse texto durante um ano pandêmico, sem dúvidas, foi o mais desafiador. Graças a Deus, passei por isso ao lado de pessoas que amo, conheci pessoas maravilhosas e passei por experiências desafiadoras que me fizeram, por muitas vezes, hesitar, mas nunca desistir. Aprendi a me superar!

Por isso, agradeço e devo o resultado dessa vivência formativa a Deus e à minha família: minha mãe Laudicéa, que inúmeras vezes precisou me acalmar e me dizer que tudo daria certo, meu querido irmão Afonso e Ilgsson Braga, o qual estive ao meu lado desde o começo da minha formação na licenciatura enquanto namorado e hoje meu amado esposo.

Sou e serei eternamente grata à minha querida orientadora, Auxiliadora Padilha, por acreditar que eu conseguiria, por ser compreensiva, carinhosa e, por me apresentar todas as oportunidades desafiadoras que fizeram a pessoa, professora e pesquisadora, que sou hoje!

Sou grata aos colegas e grandes amigos que fiz durante essa caminhada, desde as disciplinas que cursei como aluna especial, até o acolhimento no Lab EDUCAT: Isabel Pauline, Ernandes Rodrigues, Marina Oliveira, Cristiane Silva, Priscilla Dutra, Maria Helena, Georgina Marafante, Neferson Barbosa, Júlia Calheiros... E aos eternos colegas de turma (os quais admiro com todas as forças!).

Agradeço desde já as contribuições dos professores da banca avaliadora, Ernani Martins e Jadilson Almeida, pois estarão marcados na minha memória por este momento e por tantos outros em que fui sua aluna.

Concluir este curso de mestrado representa o nascimento de uma nova aluna, professora, pesquisadora... enfim, uma nova pessoa! Gratidão!

RESUMO

Este estudo tem por objetivo investigar como professores de Matemática mobilizam TPACK (Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo) no planejamento do ensino com Tecnologias Digitais (TD). A forma como as TD são utilizadas na sala de aula, ou até mesmo fora dela, evidenciam o papel do professor no estabelecimento de objetivos de aprendizagem que são facilitados pelo reconhecimento de suas possibilidades pedagógicas, bem como da sua articulação com o conteúdo que se pretende explorar. Esse conjunto de conhecimentos necessários ao professor para desenvolver sua prática em ambientes que envolvem TD, surge a partir da adição da tecnologia ao seu conhecimento pedagógico do conteúdo. O desenvolvimento desse conhecimento não se dá de forma espontânea, o que exige do professor a reconstrução dos seus conhecimentos em termos teóricos e fundamentalmente metodológicos. Assim, são sujeitos da pesquisa, professores de Matemática da Educação Básica, com alguma experiência e interesse na utilização de TD em sua prática pedagógica. Nesse sentido, a metodologia desta pesquisa está fundamentada em uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo, e exploratória, segundo a natureza dos objetivos. Os procedimentos de condução deste estudo visam investigar a mobilização de TPACK por professores de Matemática no planejamento do ensino com TD, segundo os pressupostos das Coreografias Didáticas, em uma perspectiva de análise metodológica das estratégias didáticas planejadas pelos professores, com o propósito de, a partir da compreensão de suas etapas, investigar os núcleos dos elementos do TPACK, facilitando sua identificação e indícios da sua mobilização, a partir da proposição de um modelo de análise. No que tange a construção dos dados, a pesquisa foi realizada em duas etapas: solicitação e acesso a um plano de aula de cada professor, utilizando uma TD para abordar um conteúdo matemático, ambos de sua escolha, seguida de uma entrevista semiestruturada. Os resultados mostraram que o docente pode mobilizar diferentes aspectos do TPACK por todos os momentos percebidos em seu planejamento, partindo da consolidação do seu Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, considerando a antecipação das aprendizagens e o processo interno dos estudantes (com base nas suas hipóteses sobre como eles aprendem) e, principalmente, ao identificar e justificar a necessidade e as possíveis articulações do uso de uma TD com uma estratégia pedagógica definida, em vistas a promover essas aprendizagens.

Palavras-chave: Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo; TPACK; Tecnologias Digitais; Coreografias Didáticas.

ABSTRACT

This study aims to investigate how Mathematics teachers mobilize TPACK (Pedagogical Technological Knowledge of Content) in the planning of teaching with Digital Technologies (DT). The way in which DTs are used in the classroom, or even outside it, highlights the teacher's role in establishing learning objectives that are facilitated by the recognition of their pedagogical possibilities, as well as their articulation with the intended content to explore. This set of knowledge needed by the teacher to develop their practice in environments that involve DT, arises from the addition of technology to their pedagogical content knowledge. The development of this knowledge does not happen spontaneously, which requires the teacher to reconstruct their knowledge in theoretical and fundamentally methodological terms. Thus, they are research subjects, Basic Education Mathematics teachers, with some experience and interest in the use of DT in their pedagogical practice. In this sense, the methodology of this research is based on a qualitative approach of an interpretative and exploratory nature, according to the nature of the objectives. The procedures for conducting this study aim to investigate the mobilization of TPACK by Mathematics teachers in the planning of teaching with DT, according to the assumptions of Didactic Choreographies, in a perspective of methodological analysis of the didactic strategies planned by teachers, with the purpose of starting from the understanding of its stages, to investigate the cores of the TPACK elements, facilitating their identification and evidence of their mobilization, based on the proposition of an analysis model. Regarding the construction of data, the research was carried out in two stages: request and access to a lesson plan for each teacher, using a DT to address a mathematical content, both of their choice, followed by a semi-structured interview. The results showed that the teacher can mobilize different aspects of TPACK at all times perceived in their planning, starting from the consolidation of their Pedagogical Content Knowledge, considering the anticipation of learning and the students' internal process (based on their hypotheses about how they learn) and, mainly, by identifying and justifying the need and possible articulations for the use of a DT with a defined pedagogical strategy, with a view to promoting this learning.

Keywords: Pedagogical Technological Content Knowledge; TPACK; Digital Technologies; Choreographies of Teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Relação entre o professor e o aprendiz em um AVA	20
Figura 2 - Linha do tempo das fases tecnológicas na Educação Matemática ..	22
Figura 3 - Fases do desenvolvimento tecnológico em Educação Matemática .	22
Figura 4 - Habilidades para o Ensino Fundamental com sugestão de TD por ano	25
Figura 5 - Habilidades com sugestão de TD por unidade temática em cada ano	26
Figura 6 - Habilidades para o Ensino Médio com sugestão de TD por unidade temática.....	27
Figura 7 - Tipos de sugestões gerais	28
Figura 8 - Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.....	30
Figura 9 - A estrutura TPACK e seus componentes de conhecimento	31
Figura 10 - Representação dos estudos de Shulman (1987) sobre PCK.....	33
Figura 11 - Refinamento do PCK proposto por Shulman (1986)	34
Figura 12 - Pensar-com-tecnologias	35
Figura 13 - Atividade - Coeficientes de uma função quadrática	36
Figura 14 - Descrição visual dos níveis dos professores à medida que seu pensamento e entendimento se fundem com a maneira interconectada e integrada identificada pelo TPACK.....	43
Figura 15 - Os cinco componentes do TPACK.....	61
Figura 16 - Proposta prática para a mobilização de TPACK	63
Figura 17 - Elementos envolvidos na mobilização de TPACK.....	64
Figura 18 - As Coreografias Didáticas e a mobilização de TPACK	66
Figura 19 - Proposta de modelo de análise.....	68
Figura 20 - Busca dos estudos potencialmente relevantes	103
Figura 21 - Sequência de operações mentais e atuações práticas identificada na proposta do professor.....	108

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Concepção ou enfoque sobre o TPACK em destaque na RS	47
Quadro 2 - Desenho metodológico.....	58
Quadro 3 - Perfil docente dos sujeitos da pesquisa	59
Quadro 4 - Principais elementos do plano de aula de P1	70
Quadro 5 - Antecipação de P1	71
Quadro 6 - Planejamento da colocação em cena de P1	72
Quadro 7 - Sequência de operações mentais considerada por P1	72
Quadro 8 - Verificação das aprendizagens previstas por P1	73
Quadro 9 - Principais elementos do plano de aula de P2	73
Quadro 10 - Antecipação de P2	74
Quadro 11 - Planejamento da colocação em cena de P2	74
Quadro 12 - Sequência de operações mentais considerada por P2	75
Quadro 13 - Verificação das aprendizagens previstas por P2.....	75
Quadro 14 - Principais elementos do plano de aula de P3	76
Quadro 15 - Antecipação de P3	76
Quadro 16 - Planejamento da colocação em cena de P3	77
Quadro 17 - Sequência de operações mentais considerada por P3	78
Quadro 18 - Verificação das aprendizagens previstas por P3.....	78
Quadro 19 - Principais elementos do plano de aula de P4	78
Quadro 20 - Antecipação de P4	79
Quadro 21 - Planejamento da colocação em cena de P4	80
Quadro 22 - Sequência de operações mentais considerada por P4	80
Quadro 23 - Verificação das aprendizagens previstas por P4.....	81
Quadro 24 - Principais elementos dos planos de aula analisados	81
Quadro 25 - Elementos explorados na entrevista	82
Quadro 26 - Sistematização da mobilização de elementos do TPACK a partir da antecipação	85
Quadro 27 - Sistematização da mobilização de elementos do TPACK a partir da colocação em cena	86
Quadro 28 - Sistematização da mobilização de elementos do TPACK a partir dos modelos base de aprendizagem.....	88
Quadro 29 - Sistematização da mobilização de elementos do TPACK a partir do produto	90
Quadro 30 - Critérios de inclusão e exclusão.....	103
Quadro 31 - Análise piloto (do planejamento) da antecipação e PCK.....	104
Quadro 32 - Análise piloto (do planejamento) da colocação em cena e TPK	105
Quadro 33 - Análise piloto (do planejamento) dos modelos base e TCK	107
Quadro 34 - Análise piloto (do planejamento) do produto e TPACK	109
Quadro 35 - Modelo de análise (antecipação).....	112
Quadro 36 - Modelo de análise (colocação em cena)	112
Quadro 37 - Modelo de análise (modelos base de aprendizagem)	112
Quadro 38 - Modelo de análise (produto).....	112

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
1. TECNOLOGIAS DIGITAIS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	15
1.1 Fases das Tecnologias Digitais na Educação Matemática	16
1.1.1 A primeira fase	17
1.1.2 A segunda fase	18
1.1.3 A terceira fase	19
1.1.4 A quarta fase	20
1.2 Tecnologias Digitais e a BNCC	23
2. TPACK - UM <i>FRAMEWORK</i> PARA O ENSINO COM TECNOLOGIA	29
2.1 Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK)	32
2.2 Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK)	35
2.3 Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK)	37
2.4 O TPACK Matemático - Uma Revisão Sistemática da Literatura	39
3. COREOGRAFIAS DIDÁTICAS	49
3.1 Operacionalização das Coreografias Didáticas	50
3.1.1 Antecipação	50
3.1.2 Colocação em cena	51
3.1.3 Modelos base	52
3.1.4 Produto	53
3.2 Analogia e Modelo Didático	54
4. PERCURSO METODOLÓGICO	57
4.1 Sujeitos da pesquisa	58
4.2 Construção dos dados da pesquisa	59
4.2.1 Planos de aula	60
4.2.2 Entrevistas	60
4.3 Um modelo de análise	61
5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS	69
5.1 Planos de aula - Etapas das Coreografias Didáticas	69
5.1.1 A coreografia de P1	70
5.1.2 A coreografia de P2	73
5.1.3 A coreografia de P3	75
5.1.4 A coreografia de P4	78
5.2 Entrevistas - Elementos do TPACK matemático dos professores	82

CONSIDERAÇÕES FINAIS	91
REFERÊNCIAS	94
APÊNDICE A - PROTOCOLO DE REVISÃO SISTEMÁTICA (RS)	101
APÊNDICE B - ANÁLISE DO PLANO DE AULA DO ESTUDO PILOTO	104
APÊNDICE C - ROTEIRO DA ENTREVISTA	111
APÊNDICE D - MODELO DE ANÁLISE DA COREOGRAFIA DIDÁTICA	112
APÊNDICE E - ENTREVISTA/QUESTIONÁRIO DO PROFESSOR P1	113
APÊNDICE F - ENTREVISTA/QUESTIONÁRIO DO PROFESSOR P2	115
APÊNDICE G - ENTREVISTA/QUESTIONÁRIO DO PROFESSOR P3	117
APÊNDICE H - ENTREVISTA/QUESTIONÁRIO DO PROFESSOR P4	119
ANEXO A - TEXTO (PLANO DE AULA) DO ESTUDO PILOTO	121
ANEXO B - PLANO DE AULA DO PROFESSOR P1	127
ANEXO C - PLANO DE AULA DO PROFESSOR P2	128
ANEXO D - PLANO DE AULA DO PROFESSOR P3	130
ANEXO E - PLANO DE AULA DO PROFESSOR P4	136

INTRODUÇÃO

Novas formas de ensinar e aprender, as quais estão imbricadas com o desenvolvimento de habilidades e competências necessárias ao profissional do século XXI, têm encontrado nas Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), ou simplesmente TD, uma aliada para a criação de cenários alternativos de ensino e aprendizagem.

Na Educação Matemática, as tecnologias despertam o interesse dos estudantes, ao passo que caracterizam um desafio constante para os docentes (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018; CHARI, 2018), tendo em vista que, para integrá-las, estes “precisam de uma preparação que provavelmente não experimentaram ao aprender matemática nem ao aprender a ensinar matemática” (NIESS et al., 2006, p. 1).

Os diferentes tipos de tecnologia influenciam os processos de ensino e aprendizagem de maneiras próprias, exigindo atitudes específicas para abordar conteúdos, sendo, portanto, necessário discutir sobre “a base de conhecimento sobre como os alunos aprendem e como projetar o currículo que os apoia na aprendizagem de matemática com tecnologia” (NIESS, 2006, p. 201).

Essa nova abordagem pressupõe currículos focados na aprendizagem¹, centrados no processo de construção do conhecimento por parte dos estudantes, em uma perspectiva inovadora e, por isso, requerem propostas pedagógicas mais ousadas para a promoção da aprendizagem, considerando que o que foi tendência no ensino do século passado é hoje facilmente atribuído e realizado de forma automatizada pelas TD (ANDRADE, 2020).

De fato, diversas pesquisas concluíram já há algum tempo que as TD exercem a função de instrumentos mediadores dos processos de aprendizagem dos novos estudantes (PADILHA; BITTAR, 2013; BITTAR, 2015), quanto a aprender a conhecer e aprender a fazer, no sentido da orientação para novas aprendizagens (COSTA; DUQUEVIZ; PEDROZA, 2015).

Assim, é constituído um caminho de mão dupla entre os processos cognitivos individuais e os processos coletivos, de interação com outros indivíduos e com o meio (VYGOTSKY, 2001), entre teorias consolidadas e as novas técnicas, entre métodos lineares e os novos meios de acesso à

¹ <https://curriculumredesign.org/>

informação; configurando caminhos de aprendizagem não lineares (MAGDALENA; COSTA, 2005).

Diferentes tecnologias têm sido utilizadas no contexto escolar (MOSS, 2013), sobretudo com caráter motivacional, tentando aproximar a realidade dos estudantes, que já as utilizam em diversas áreas da sua vida, mas que pouco sabem explorá-las para substanciar sua aprendizagem. Entretanto, de acordo com Silva (2013), quando se trata do uso de TD no contexto educacional, a metodologia implementada e a mediação realizada no decorrer de cada atividade é que determinará sua influência na aprendizagem.

A viabilidade dessas estratégias vai depender dos saberes docentes referentes ao conteúdo, à tecnologia escolhida e às suas possibilidades pedagógicas como um meio para compreender “em que momento da aprendizagem e que tipo de atividade propor aos alunos de modo a contribuir com essa aprendizagem” (BITTAR; GUIMARÃES; VASCONCELLOS, 2008, p. 86).

Alguns pesquisadores se dedicaram a estudar os conhecimentos envolvidos no ensino com tecnologia (MISHRA; KOEHLER, 2006; 2009; NIESS, 2006; 2011; 2012), ampliando a ideia de que os conhecimentos docentes eram reconhecidos quanto ao domínio do conteúdo específico e das teorias didáticas, mais especificamente, o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, caracterizado por Lee Shulman (1986).

Com isso, emerge uma nova visão sobre o conhecimento do professor, necessário para o ensino no século XXI, em uma perspectiva de reconhecer a tecnologia como uma ferramenta conceitual e de aprendizagem (BOS, 2011; NIESS, 2011). Com efeito, as TD têm impactado significativamente o ensino da matemática — tanto o que deve ser aprendido quanto como deve ser aprendido (NIESS, 2012).

Ao considerar tal influência, Punya Mishra e Matthew Koehler (2006) propõem uma discussão sobre o conhecimento resultante das interações, interseções, limitações e possibilidades dos conhecimentos do professor sobre pedagogia, conteúdo e tecnologia, de modo a caracterizar os “conhecimentos que são necessários aos professores para desenvolverem a prática pedagógica em ambientes de aprendizagem que envolvem tecnologia” (COSTA; PRADO, 2015, p. 106) — o TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge) — Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo.

Dessa forma, corroboramos com a existência da necessidade de um aprofundamento teórico e metodológico que vai além da mobilização de conhecimentos tecnológicos, mas também de conhecimentos pedagógicos e específicos em articulação com o currículo. Assim, o TPACK do professor é o conhecimento que o permitirá “aprender como as capacidades da tecnologia mudam o que e como os alunos aprendem matemática” (NIESS et al., 2006, p. 15).

Por ser um processo complexo, o desenvolvimento do TPACK para o ensino com tecnologia pressupõe que, quando pensamos no ensino e na aprendizagem de matemática em cenários tecnológicos, aliados à necessidade de visualização e dinamização dos objetos matemáticos, devemos ponderar que “a natureza das representações e as possíveis formas de explorar conexões entre elas dependem da tecnologia utilizada” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018, p. 56). Essa característica realça o papel do professor no planejamento do ensino com as TD.

Nessa perspectiva, consideramos as Coreografias Didáticas como uma proposta metodológica que favorece o trabalho do professor na organização de “estratégias de aprendizagem (coreografias) que ‘postas em cena’ orientam os processos de aprendizagem dos estudantes” (PAIVA; PADILHA, 2009, p. 1. Grifos no original). Em conformidade, Zabalza (2009) acredita que as coreografias se apresentam como uma possibilidade para os professores de organizar o cenário de aprendizagem objetivando construções significativas para os educandos.

Portanto, compreender os conhecimentos necessários ao professor para um bom ensino com tecnologias (digitais) e, mais ainda, como esses conhecimentos são por eles mobilizados, configuram as bases do desenvolvimento da formação e da prática docente para e com o uso de TD.

Isto posto, o presente estudo visa responder o seguinte questionamento: Como os conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo se articulam e são mobilizados por professores de Matemática no planejamento para o ensino com Tecnologias Digitais na perspectiva das Coreografias Didáticas? Nesse sentido, este estudo tem como objetivo geral investigar como professores de Matemática mobilizam TPACK (Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo) no planejamento do ensino com Tecnologias Digitais. Para isso, elencamos os seguintes objetivos específicos:

- Analisar os cenários organizados pelos professores em função das aprendizagens antecipadas e das representações dos conteúdos com as TD;
- Identificar elementos do TPACK dos professores segundo o planejamento de estratégias de ensino e aprendizagem com TD;
- Relacionar a mobilização de elementos do TPACK com os pressupostos das Coreografias Didáticas a partir do planejamento do ensino com TD.

Com este estudo, buscamos contribuir para a formação docente partindo da proposta de uma análise metodológica das ações pedagógicas previstas por professores de Matemática, no planejamento da prática com TD. A ideia não foi mensurar seus conhecimentos sobre o uso da TD escolhida, mas sistematizar suas escolhas e ações no contexto das coreografias didáticas construídas, enquanto metáfora do processo de ensino e aprendizagem, a partir da identificação (busca por evidências) dos elementos do TPACK dos professores, mobilizados no desenvolvimento de estratégias de ensino e aprendizagem com TD.

Dito isso, este trabalho está organizado de modo que, no primeiro capítulo, exploramos a linha do tempo que explicita as fases das TD na Educação Matemática, a fim de compreender como, ao longo do tempo, as TD foram sendo incorporadas ao contexto escolar e como suas potencialidades foram exploradas, considerando também o que propõe a BNCC.

Em seguida, apresentamos o *framework* proposto por Mishra e Koehler (2006) para os conhecimentos mobilizados por professores em situações de ensino e aprendizagem em ambientes que envolvem tecnologia — o TPACK. Além disso, apresentamos os resultados da revisão sistemática realizada visando a caracterização do TPACK matemático.

Já no terceiro capítulo, discorremos sobre as Coreografias Didáticas, descrevendo suas etapas, destacando elementos da sua implementação e uma breve discussão sobre a analogia proposta.

O quarto capítulo contém nosso desenho metodológico e o detalhamento do modelo de análise proposto nesta pesquisa e, no quinto capítulo, é feita a análise e discussão dos dados coletados.

Por fim, tecemos as considerações finais, discutindo as limitações da pesquisa e indicações para pesquisas futuras.

1. TECNOLOGIAS DIGITAIS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Ao considerar as Tecnologias Digitais (TD) no contexto educacional, pensamos em como a sua incorporação tem modificado as relações em sala de aula, como as que os educandos criam com o conhecimento, ao passo que as escolas “ainda oferecem uma educação tradicional, baseada na informação que o professor transmite e em um currículo que foi desenvolvido para a era do lápis e papel” (VALENTE, 2018, p. 18).

Em uma breve descrição sobre o aluno de hoje e como este atua sobre as informações que o cerca, o autor (op cit) evidencia os tipos de TD, ao mesmo tempo que destaca as diferentes formas pelas quais esse novo aluno constrói conhecimento:

Ele não lê mais em material impresso e prefere ler nas telas. Quando solicitado a fazer uma pesquisa, provavelmente vai utilizar um sistema de busca como o *Google* ou os sistemas de acesso às bases de dados digitais; a biblioteca tem outra função. Tem muita facilidade para entrar em contato com as redes sociais ou com redes de especialistas e encontrar alguém que possa ajudá-lo a resolver problemas. Prefere os tutoriais *online* ou os vídeos no *YouTube* para entender como as coisas funcionam. Esse aluno certamente terá muita dificuldade para assistir a aulas expositivas por mais de 30 minutos. Em geral, acessa seu *tablet* ou *smartphone* podendo, inclusive, encontrar informação que complementa o que o professor está discutindo. Sua atenção não está mais no professor, mas em algo que está relacionado com o seu interesse (p. 17-18).

Essas tecnologias se desenvolveram em contextos diversos e a partir de necessidades diferentes, sendo um desafio na educação o reconhecimento, ou até mesmo a descoberta do seu potencial pedagógico. Disto, à medida que “amplificam²” as condições e sentidos dos sujeitos, na perspectiva discutida por Lévy (1993) em seu livro *As tecnologias da inteligência*, as tecnologias potencializam os processos de ensino e aprendizagem, pois se mostram como sendo

(...) o caminho para uma eventual transformação profunda desses processos, que ocorrerá, ou não, e que representará, ou não, uma melhora efetiva, sempre em função dos usos concretos que se dê à tecnologia (COLL; MONEREO, 2010, p. 11).

Assim, compreendemos que a construção de cenários alternativos para o processo de ensino-aprendizagem será influenciado, intimamente, pelo papel

²Segundo o autor, os recursos de simulação, por exemplo, possibilitam ações de caráter experimental, que vão além das habilidades demonstrativas da mediação humana.

que será dado a essas TD no planejamento e execução de cada momento do ato didático e a seus sujeitos — professor, aluno e conteúdo, visto que “a aula [puramente] expositiva deixou de ser importante, uma vez que o aluno consegue acessar essa mesma informação de modo mais interessante (VALENTE, 2018, p. 18)”.

Os cenários possíveis podem envolver, desde a mera reprodução de exercícios em telas de computadores, segundo constatação de Lima e Giraffa (2007), até a efetiva experimentação da matemática com tecnologias (DANTAS; BALDINI, 2018). Sendo assim, a forma como o professor pretende promover a construção de conhecimentos específicos deve ser um dos critérios para que a necessidade de uso de determinada TD se mostre uma opção fundamental, caso contrário, o docente pode recorrer a outros meios.

Essa constatação nos remete à necessidade de que

(...) as instituições de ensino, tanto do ensino básico quanto do superior, precisam estar conscientes de como as tecnologias digitais estão mudando e como elas estão alterando os processos de ensino e de aprendizagem (VALENTE, 2018, p. 17),

especialmente na educação matemática, nos mais diversos contextos, como veremos a seguir.

1.1 Fases das Tecnologias Digitais na Educação Matemática

No contexto brasileiro, sobretudo no que diz respeito às dimensões das pesquisas desenvolvidas em Educação Matemática com e para o uso de TD, Borba, Silva e Gadanidis (2018) apontam para a caracterização de quatro fases do desenvolvimento de tecnologias que, ao serem compreendidas, muito pode esclarecer sobre o papel atribuído a esses recursos na prática docente.

Por conseguinte, consideramos de suma importância o conhecimento dessas fases, pois cada uma delas é caracterizada por mudanças significativas nos processos de ensino e aprendizagem de matemática, não sendo estruturadas apenas para destacar a nova tecnologia do momento. Assim, segundo os autores (op cit),

uma nova fase surge quando inovações tecnológicas possibilitam a constituição de cenários qualitativamente diferenciados de investigação

matemática; quando o uso pedagógico de um novo recurso tecnológico traz originalidade ao *pensar-com-tecnologias*³ (p. 41, grifo dos autores).

Ao longo da descrição das quatro fases, a expressão “pensar-com-tecnologias” em destaque no trecho acima tomará sentido, e será perseguida por todo este trabalho, como sendo uma habilidade requerida do professor a ação de promovê-la.

1.1.1 A primeira fase

Caracterizada fundamentalmente pelo uso do *software* LOGO, a primeira fase teve início por volta de 1985, sendo que nos anos 1980 o uso de calculadoras simples e científicas e de computadores já era discutido em educação matemática, com a convenção do uso de expressões como “tecnologias informáticas ” (TI) ou tecnologias computacionais (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018).

O construcionismo de Papert (1980) é a principal perspectiva teórica sobre o uso pedagógico do LOGO, com base nas relações entre linguagem de programação e pensamento matemático. De fato, *softwares* com esse perfil podem ser úteis ao docente para “configurar situações de aprendizagem que ajudam a constituir contextos nos quais as ações dos usuários levem-nos à aprendizagem desejada” (GOMES et al. 2015, p. 72).

Com efeito, o panorama educacional era então explorado sob a construção de sequências de comandos para a determinação de um conjunto ordenado, ou sequencial, que daria origem a ações que resultam na constituição de figuras geométricas, executadas por uma tartaruga virtual:

a experimentação com o LOGO oferece meios para que o aluno possa estabelecer relações entre representações algébricas (os comandos) e representações geométricas dinâmicas (os movimentos executados pela tartaruga) (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018, p. 24).

Conseqüentemente, a partir dessas trocas simbólicas entre os movimentos da tartaruga (passos e giros) e os conceitos matemáticos envolvidos no procedimento (segmentos de reta e ângulos), “os registros das sequências de comandos no LOGO podem ser considerados representações do

³Em nossa perspectiva, nós pensamos-com-tecnologias, ou seja, a natureza dos problemas e da atividade matemática está em simbiose com o design das tecnologias que utilizamos, com as potencialidades das mídias que usamos para fazer sentido a conceitos ou produzir conhecimentos matemáticos (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018, p. 28).

pensamento matemático do aluno” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018, p. 24) e, por isso, muitas pesquisas foram realizadas sobre a potencialidade do uso deste *software* para o ensino e a aprendizagem de matemática (BITTAR; GUIMARÃES; VASCONCELLOS, 2008).

Ainda nesta fase, foi discutida a implementação de laboratórios de informática nas escolas, sendo que os projetos desenvolvidos para a utilização desse "catalisador" na educação (como era considerada a chegada dos computadores ao contexto educacional) tinham foco nas tecnologias e não em como poderiam constituir a prática pedagógica do professor e, menos ainda, o seu papel para a construção de conhecimentos matemáticos, pois o debate era focado na inserção e não na integração desses recursos ao sistema de ensino brasileiro.

Mais especificamente, essa inserção remete mais ao ambiente escolar do que ao contexto pedagógico, no sentido de equipar escolas e não de ampliar possibilidades didáticas, por exemplo. Enquanto, ainda mais importante,

[...] integrar um software à prática pedagógica significa que o mesmo deverá ser usado em diversos momentos do processo de ensino, sempre que for necessário e de forma a contribuir com o processo de aprendizagem do aluno (BITTAR, 2010, p. 5).

Com efeito, a diferença se apresenta mais claramente em como cada estratégia favorece o processo de aprendizagem de uma nova forma, modificando ou potencializando o que já era feito sem tecnologia.

1.1.2 A segunda fase

A segunda fase teve forte influência da acessibilidade e da popularização do uso de computadores pessoais. Tendo iniciado na primeira metade dos anos 1990, é caracterizada pelo uso de *softwares* educacionais, geralmente produzidos por empresas, governos e pesquisadores, voltados às múltiplas representações de funções e de geometria dinâmica, além do uso de sistemas de computação algébrica, com destaque para o *Winplot*⁴, o *Cabri Géomètre*⁵ e o *Maple*⁶, respectivamente (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018).

⁴ Ferramenta educacional para o estudo de funções gráficas.

⁵ *Software* comercial de geometria dinâmica.

⁶ Sistema de computação algébrica comercial, permitindo o desenho de gráficos a duas ou a três dimensões.

É tendência nessa fase a experimentação com tecnologias, por meio das quais surge a diferenciação entre desenho e construção, evidenciando que, “em geometria dinâmica (GD), o dinamismo pode ser atribuído às possibilidades em podermos utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018, p. 27) e explorando múltiplas representações (GOMES et al. 2015).

Mais especificamente, a ferramenta *arrastar* é evidenciada no estudo de geometria, ao passo que nos desenhos, ao arrastar um de seus elementos na tela de visualização de um *software* de GD, as propriedades da figura se modificam, enquanto nas construções, as propriedades que caracterizam o objeto matemático se mantêm, logo, “possibilita a simulação de diferentes casos da figura, como se o aluno estivesse verificando “todos” os casos possíveis de uma mesma família de configuração” (ZULATTO, 2003, p. 2).

No caso dos *softwares* gráficos, são criados cenários para o estudo de funções por meio de experimentações, nas quais elementos algébricos e geométricos da função são estudados simultaneamente direto da tela do computador, assim “o aluno pode formular suas próprias conjecturas e tentar verificar se elas são válidas” (ZULATTO, 2003, p. 2), o que favorece a construção e aplicação de conceitos matemáticos.

1.1.3 A terceira fase

A ampliação do acesso à *internet* deu início à esta fase por volta de 1999, sendo suas principais funções na educação de natureza informacional e comunicacional, o que deu origem às expressões "Tecnologias da Informação" e "Tecnologias da Informação e Comunicação" (TIC):

Em educação, a internet começa a ser utilizada como fonte de informações e como meio de comunicação entre professores e estudantes e para a realização de cursos a distância para a formação continuada de professores via e-mails, *chats* e fóruns de discussão, por exemplo (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018, p. 35-36).

Com destaque para a investigação matemática coletiva, os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) começam a ser utilizados de modo que as “interfaces moldam a natureza da comunicação e da interação entre os usuários (estudantes e/ou professores e pesquisadores) e, conseqüentemente, a natureza das ideias matemáticas é transformada” (BORBA; SILVA; GADANIDIS,

2018, p. 36), contando com “sistemas que podem organizar conteúdos, acompanhar as atividades e, fornecer ao estudante *suporte on-line* e comunicação eletrônica” (PEREIRA; SCHMITT; DIAS, 2007, p. 6, grifo dos autores).

Na razão direta em que surge a comunicação hipertextual como propulsora das interações no cenário *on-line* em um contexto multimodal (diferentes tipos de formatos e mídias relacionados), o material didático disponibilizado pelo professor e a tecnologia são os principais recursos mediadores do processo de ensino e aprendizagem no AVA, como pode ser observado na figura abaixo.

Figura 1 - Relação entre o professor e o aprendiz em um AVA



Fonte: (PEREIRA; SCHMITT; DIAS, 2007, p. 13).

Além disso, para um melhor aproveitamento de cursos nesta modalidade, é importante que haja “interação, cooperação e colaboração entre aprendizes, professores e tutores” (PEREIRA; SCHMITT; DIAS, 2007, p. 14), fatores que, por sua vez, destacam-se como elementos fundamentais para a efetivação da aprendizagem nesta fase.

1.1.4 A quarta fase

Em meados de 2004, a *internet* “banda larga” deu início à quarta fase, atualmente vivenciada e na qual se popularizou o uso dos termos “Tecnologias Digitais” (TD) e “Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação” (TDIC). Esta fase tem sido marcada pela velocidade com que os recursos tecnológicos se desenvolvem e modificam as relações sociais, culturais, econômicas e, especialmente, educacionais. Borba, Silva e Gadanidis (2018) elencam alguns aspectos de destaque no cenário atual, dentre eles:

- O uso de *Softwares* multiplataformas gratuitos de matemática dinâmica;

- Acesso a um nível de conhecimento ilimitado por meio da multimodalidade, com destaque para as plataformas *YouTube* e *TEDTalks*;
- Possibilidade de comunicação *on-line* instantânea e por telepresença (via *Skype* ou *Whatsapp*), complementando o uso de AVA;
- Uso de *tablets* e *smartphones*, evidenciando a tendência *Mobile Learning* (TRAXLER, 2009);
- *Internet* dentro e fora da escola e uso de redes sociais como *Facebook*, *Instagram*, *Twitter* e *Telegram*;
- Democratização dos meios de produção, edição e compartilhamento de materiais digitais, como *e-books*, vídeos, *podcasts* e Massive Open Online Course (MOOC).

Conforme destacam Dantas e Baldini (2018), o fato de

(...) os recursos integrados a navegadores ou em aplicativos para dispositivos móveis permitiram que usuários comuns (não especializados em programação) possam produzir materiais, recursos ou a própria rede e, ainda, se conectarem a pessoas de diferentes lugares (p. 2),

aumentam significativamente as possibilidades de cenários de aprendizagem, extrapolando os muros da escola, por meio das quais os alunos estudam e aprendem onde, quando, como e com quem quiserem. Esses cenários devem ser compreendidos como “o resultado de uma ação planejada em um momento ou em momentos distintos para proporcionar uma experiência de aprendizagem” (GOMES et al. 2015, p. 22).

Além disso, para contextualizar, o cenário global atual de quarentenas — devido à pandemia do Novo Coronavírus (COVID-19) — tem evidenciado o uso de plataformas *on-line* como a *Khan Academy*⁷, por exemplo, para o estudo de matemática em casa e a realização de *lives* em diversas redes sociais, como o *Instagram*, na promoção de discussões fundamentais para auxiliar professores de todo o país a desenvolverem estratégias *on-line*. A figura abaixo sistematiza essas novas tecnologias dentre as fases apresentadas.

⁷ A Khan Academy oferece exercícios, vídeos de instrução e um painel de aprendizado personalizado que habilita os estudantes a aprender no seu próprio ritmo dentro e fora da sala de aula (<https://pt.khanacademy.org/>).

Figura 2 - Linha do tempo das fases tecnológicas na Educação Matemática



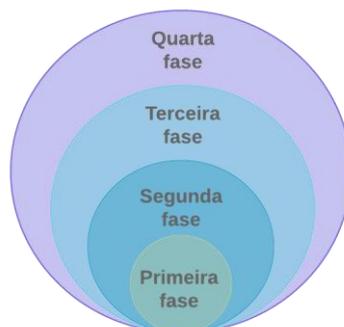
Fonte: A autora (2020).

Por ainda estarmos vivenciando esta fase, não nos deteremos a delimitá-la com relação aos recursos disponíveis, tendo em vista que a cada dia surge um novo *app* ou ainda uma nova plataforma de estudos como possibilidade de investigação em matemática, sugerindo ainda que:

Considerando aspectos como a comunicação ubíqua, uso da robótica, inteligência artificial, computadores quânticos e realidade aumentada, entre outros, poderíamos refletir se estamos caminhando para uma quinta fase, em alguma dimensão, com mudanças qualitativas em relação aos aspectos da quarta fase, que envolvem multimodalidade, integração entre geometria dinâmica e representações múltiplas, entre outros. Que possibilidades se abrem? Quais são os novos problemas gerados? (CHIARI, 2018, p. 362).

Em função disso, as pesquisas em educação tecnológica variam bastante entre as tendências que tão rapidamente entram e saem de moda, mas como podemos concluir a partir da figura abaixo, as fases se sobrepõem e, muitas vezes, apenas retomam problemas de fases anteriores para circunstâncias mais atuais.

Figura 3 - Fases do desenvolvimento tecnológico em Educação Matemática



Fonte: (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018, p. 42).

Nesta seção, nos preocupamos em apresentar as dimensões da tecnologia educacional das pesquisas em Matemática, com o objetivo de compreender como, ao longo do tempo, as tecnologias foram sendo

incorporadas ao contexto escolar, ou não, e como suas potencialidades foram exploradas.

Assim, a fim de compreender como essas tecnologias estão tendo suporte por meio do currículo brasileiro, na consecutiva seção discutiremos sobre as TD e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de modo que seja possível inferir sobre a sua influência nos processos de ensino e aprendizagem e, principalmente, nos papéis de professores e alunos nesses processos.

1.2 Tecnologias Digitais e a BNCC

Os recursos tecnológicos citados nas fases acima ganharam seu espaço na Educação Matemática a partir de necessidades específicas que surgiram gradualmente, como a automatização de algumas ações por meio do uso de calculadoras simples e científicas, o uso dos *softwares* de matemática dinâmica para a experimentação de conceitos e, mais recentemente, a proposição de se trabalhar colaborativamente e em constante comunicação, facilitada pelo acesso amplo à informação, tem cooperado para a utilização de ambientes virtuais de aprendizagem e plataformas multimodais na educação.

Os aspectos que caracterizam cada fase, evidenciam a tomada de decisão de professores, no que diz respeito a tentativas para construção de cenários de aprendizagem realmente férteis para a experimentação da matemática por meio das tecnologias vigentes, o que demonstra, significativamente, os desafios pelos quais esses profissionais passaram e passam até hoje para se adaptar a essa nova perspectiva didática.

No médio prazo, parece inevitável que, diante dessa oferta de meios e recursos, o professorado abandone progressivamente o papel de transmissor de informação, substituindo-o pelos papéis de seletor e gestor dos recursos disponíveis, tutor e consultor no esclarecimento de dúvidas, orientador e guia na realização de projetos e mediador de debates e discussões (COLL; MONEREO, 2010, p. 31).

Esses desafios relacionam, de maneira visceral, os conhecimentos necessários ao professor para selecionar, explorar e avaliar esse tipo de recurso, além da sua articulação com objetivos de ensino e, principalmente, de aprendizagem, de modo que torne efetiva a sua implementação.

Quanto a isso, no ano de 2020 foi homologado um documento de caráter normativo que visa orientar o processo educativo em termos de assegurar as aprendizagens essenciais a serem desenvolvidas por todos os estudantes

durante a Educação Básica — a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Essa proposta amplia orientações já dispostas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e traz novas possibilidades para o planejamento das aulas, porém com alguns pontos de atenção:

Cada escola ou rede deverá pensar com muito cuidado no seu currículo, uma vez que a BNCC prescreve os conteúdos essenciais em cada ano escolar, mas não define a forma, o método que levará os estudantes ao desenvolvimento das habilidades de maior complexidade e significação (HONORIO, 2021).

O documento é estruturado e fundamentado em competências básicas, gerais e específicas, que devem ser garantidas aos estudantes durante cada período escolar. Além disso, são descritas habilidades que “expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares” (BRASIL, 2018, p. 29), enquanto as competências se mostram como formas de aplicá-las com proficiência, mais especificamente:

Na BNCC, competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 8).

No entanto, o que muda, basicamente, é que “com a homologação da BNCC, as redes de ensino e escolas particulares terão diante de si a tarefa de construir currículos, com base nas aprendizagens essenciais estabelecidas na BNCC” (BRASIL, 2018, p. 20), sendo portanto importante compreender que “as competências e diretrizes são comuns, os currículos são diversos (BRASIL, 2018, p. 11).

Isto posto, o papel do professor da Educação Básica tem cada vez mais a essência de acreditar nos seus alunos, atendendo agora a maiores expectativas quanto ao que devem aprender nesta fase da vida acadêmica, de modo que

[...] espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações (BRASIL, 2018, p. 265),

capacidades que podem ser potencializadas pelo uso de TD, pois, por exemplo, “a utilização de um software pode permitir melhor compreensão do funcionamento cognitivo do aluno, favorecer a individualização da aprendizagem e desenvolver a autonomia do estudante” (BITTAR, 2015, p. 3).

Sobre isso, temos que a quinta competência geral da Educação Básica trata especificamente do uso de tecnologias digitais no contexto educacional e propõe um uso prático e reflexivo voltado para a formação integral do estudante:

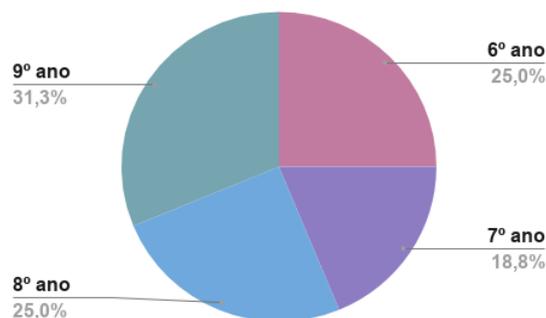
Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

Além disso, a importância do uso das TD e/ou a competência para utilizá-las podem ser identificadas na descrição das demais competências, ao considerar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo digital, a criação de soluções tecnológicas para problemas reais, a utilização da linguagem digital; a fim de valorizar e promover uma cultura digital nas escolas (BRASIL, 2018).

No que tange às competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, oito no total, uma trata explícita e especificamente do uso de TD como meio para a compreensão: “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BRASIL, 2018, p. 267).

Em uma visão inicialmente quantitativa, pode ser identificado um total de 121 habilidades (relacionadas ou não ao uso de TD) a serem desenvolvidas para Matemática durante o Ensino Fundamental, sendo 34 para o 6º ano, 37 para o 7º ano, 27 para o 8º ano e 23 para o 9º ano. Algo ainda mais interessante pode ser observado na figura abaixo, onde são representadas, de maneira geral, as porcentagens destas habilidades que de alguma forma sugerem o uso de uma TD.

Figura 4 - Habilidades para o Ensino Fundamental com sugestão de TD por ano

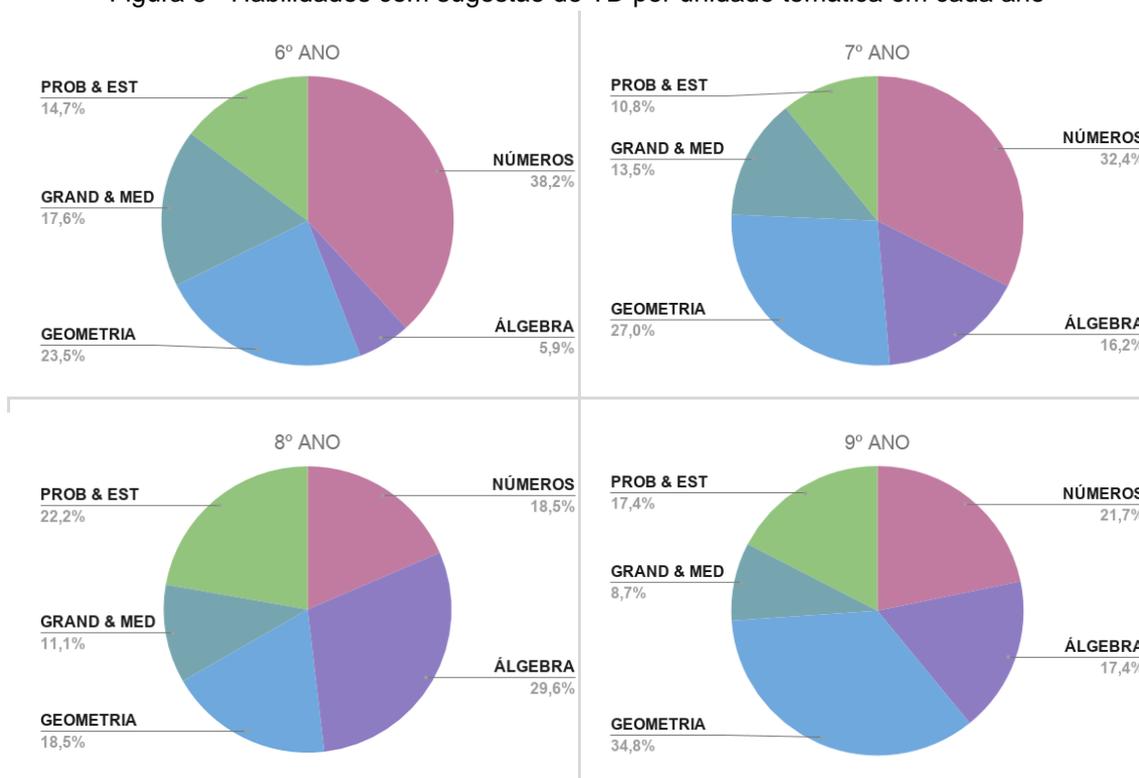


Fonte: A autora (2020).

As referências ao uso de TD para o desenvolvimento das habilidades vão desde sugestões realmente opcionais, caracterizando apenas um outro modo de realizar a exploração do conceito, quanto sugestões bastante específicas, de caráter por vezes impositivo, quanto ao uso da TD como constitutiva do processo de aprendizagem, o que pode ser facilmente constatado a partir dos exemplos selecionados abaixo:

- (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, *por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais* (p. 303);
- (EF08MA15) Construir, *utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica*, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares (p. 315);
- (EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, *com e sem uso de softwares de geometria dinâmica* (309);
- (EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, *preferencialmente com o uso de tecnologias digitais*, no contexto da educação financeira (p. 317); (BRASIL, 2018, grifo da autora).

Figura 5 - Habilidades com sugestão de TD por unidade temática em cada ano



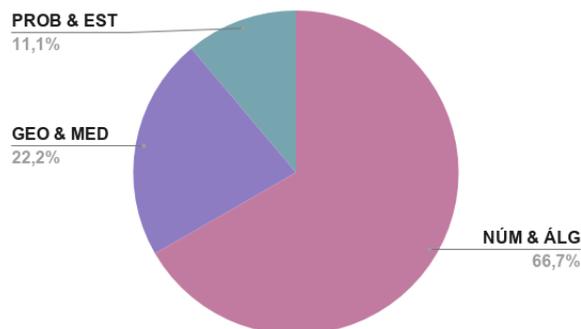
Fonte: A autora (2020).

Podemos ainda considerar os dados que representam as sugestões do uso de algum tipo de TD para o desenvolvimento de habilidades por unidade temática em cada ano (Figura 5), assim,

(...) as tecnologias digitais, em especial, são situadas como importantes ferramentas na modelagem e resolução de problemas matemáticos. A principal mudança está no reconhecimento de que elas não são um elemento separado da Matemática (NOVA ESCOLA, p. 8).

Enquanto, no que diz respeito às competências específicas de Matemática para o Ensino Médio, a categorização das unidades temáticas muda e passa a se relacionar duas a duas dentre as habilidades propostas. Assim, das 43 habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes durante o Ensino Médio em Matemática, 21 relacionam a unidade de Números e Álgebra, 12 as de Geometria e Medidas e 10 as de Probabilidade e Estatística. Na Figura 6, a seguir, podemos observar a porcentagem dessas habilidades que, de alguma forma, sugerem o uso de TD por blocos de unidades temáticas.

Figura 6 - Habilidades para o Ensino Médio com sugestão de TD por unidade temática

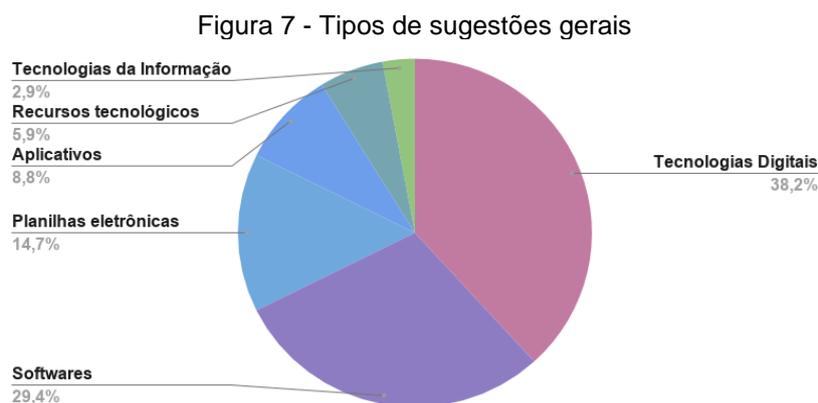


Fonte: A autora (2020).

Quanto às referências ao uso de TD para o desenvolvimento das habilidades para o Ensino Médio, são feitas apenas sugestões que apresentam as TD como um complemento para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática:

- (EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, *com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica*, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados (p. 545);
- (EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, *incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra* (p. 546); (BRASIL, 2018, grifo da autora).

Sobre a natureza das sugestões, agora considerando as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes para o Ensino Fundamental e Médio, podemos observar na Figura 7, a seguir, que o termo Tecnologias Digitais é o mais utilizado para sugerir a integração de recursos tecnológicos ao desenvolvimento dessas habilidades e os aplicativos aparecem ainda timidamente, mas em maior quantidade nas indicações para o Ensino Médio, o que pode estar relacionado ao nível de maturidade e de acesso a esse tipo de recurso pelos estudantes.



Fonte: A autora (2020).

Ao discutir sobre como as aulas devem ser planejadas considerando o contexto dessa nova proposta, valorizando as relações existentes entre as unidades temáticas, a Revista Nova Escola ⁸destaca:

Nesse sentido, o planejamento das aulas deve ser estruturado de modo que, por meio das atividades e das ações do professor, os alunos associem ideias; percebam que uma tarefa não se restringe a um objetivo limitado; compreendam que uma ideia transita de uma tarefa para outra, de um problema para o outro; possam explorar uma situação, discuti-la, generalizá-la; possam comparar e contrastar procedimentos; possam representar uma situação ou conceito em Matemática de muitas formas diferentes (p. 33-34).

Segundo Costa e Prado (2015), “levar o aluno a aprender e a pensar com as TDIC não é um processo simples, pois demanda do professor novas aprendizagens e reconstrução de conhecimentos, na perspectiva de desenvolvimento profissional” (p. 116), à medida que requer a competência para “selecionar, produzir, aplicar e avaliar recursos didáticos e tecnológicos para apoiar o processo de ensinar e aprender” (BRASIL, 2018, p. 17). No próximo capítulo, abordaremos uma estrutura que explicita e discute os conhecimentos necessários ao professor para ensinar com tecnologia.

⁸ <https://novaescola.org.br/>

2. TPACK - UM *FRAMEWORK* PARA O ENSINO COM TECNOLOGIA

Das calculadoras aos ambientes virtuais de aprendizagem, concepções sobre o uso de recursos tecnológicos no âmbito da sala de aula foram sendo formadas, em termos práticos e metodológicos, sobretudo acerca de cenários de aprendizagem possíveis. Isso porque “as reflexões e práticas que provocaram a aproximação dos educadores com as tecnologias estão relacionadas à emergência de uma nova abordagem educacional” (ALMEIDA; SILVA, 2018, p. 129), de modo a atender às atuais formas de ensinar e aprender⁹.

As TD têm papel fundamental no desenvolvimento de habilidades e competências para o século XXI, como vimos no capítulo anterior, sendo assim responsáveis por mudar a natureza da sala de aula ou mesmo por possuir o potencial para tal (MISHRA; KOEHLER, 2006). Assim, os diferentes tipos de tecnologias influenciam os processos de ensino e aprendizagem de maneiras próprias, exigindo atitudes específicas para abordar conteúdos, sendo, portanto, necessário “entender como o ensino e a aprendizagem mudam quando tecnologias específicas são usadas” (BOS, 2011, p. 169).

Nesse sentido, diversos trabalhos na área têm apresentado como resultado, a dificuldade dos professores em articular um recurso tecnológico a objetivos pedagógicos bem definidos e coerentes com suas estratégias, como um obstáculo para não utilizarem TD em suas aulas (BITTAR, 2010; GOMES et al. 2015). Mais especificamente, discutem que professores de matemática enfrentam desafios ao planejar aulas e atividades integradas à tecnologia, indicando que estes precisam desenvolver seu conhecimento profissional para integração tecnológica (RÍORDÁIN; JOHNSTON; WALSH, 2016).

Essa dificuldade se torna evidente ao serem observados problemas relacionados ao conteúdo e a modos de exploração do conteúdo com a tecnologia, como concluem Rocha e Bittar (2017) em um estudo com o *Software Superlogo* em uma proposta de formação continuada: “um professor que possui dificuldades em relação às propriedades das figuras geométricas planas terá dificuldade em usar o software” (p. 172); da mesma forma, “uma deficiência no TK [Conhecimento Tecnológico] ou TCK [Conhecimento Tecnológico do Conteúdo] dos professores terá impacto na integração da tecnologia ao ensino

⁹ <https://curriculumredesign.org/>

e aprendizagem” (RÍORDÁIN; JOHNSTON; WALSH, 2016, p. 4, tradução nossa, adaptado).

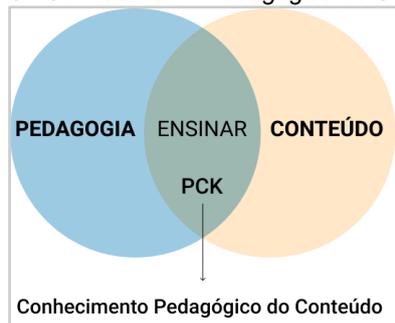
Essa é uma preocupação bastante atual, a julgar que, por muito tempo, os conhecimentos do professor estavam restritos ao conhecimento disciplinar específico, de modo que “quando se iniciaram as licenciaturas no Brasil, elas se constituíam de três anos de formação específica e mais um ano para a formação pedagógica” (DAVID; MOREIRA, 2013), o chamado “modelo 3+1, bacharelado + didática”. Os saberes docentes giravam em torno então de dominar o conteúdo e, em segundo plano, das formas de “transmiti-lo”.

Dessarte, Mishra e Koehler (2006) apontam que “diferentes abordagens em relação à formação de professores enfatizaram um ou outro domínio do conhecimento, com foco no conhecimento do conteúdo (C) ou no conhecimento da pedagogia (P)” (p. 1021). Em função disso, Shulman (1986) concebe os saberes docentes relacionando esses conhecimentos, antes considerados separadamente, de modo a fundamentar uma nova dimensão de conhecimento — o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Pedagogical Content Knowledge - PCK):

Dentro da categoria de conhecimento pedagógico de conteúdo, incluo, para os tópicos mais ensinados na área de assunto, as formas mais úteis de representação dessas ideias, as mais poderosas analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações - mais especificamente, as maneiras de representar e formular o assunto que o torna compreensível para os outros. Como não há formas de representação mais poderosas, o professor deve ter em mãos um verdadeiro arsenal de formas alternativas de representação, algumas das quais derivam de pesquisas, enquanto outras se originam na sabedoria da prática (SHULMAN, 1986, p. 9, tradução nossa).

Além disso, Mishra e Koehler (2006) destacam a importância de que o “PCK existe na interseção de conteúdo e pedagogia. Assim, vai além de uma simples consideração de conteúdo e pedagogia isoladamente” (p. 1021, tradução nossa), como ilustrado na figura abaixo.

Figura 8 - Conhecimento Pedagógico do Conteúdo



Fonte: Baseado em Shulman (1986).

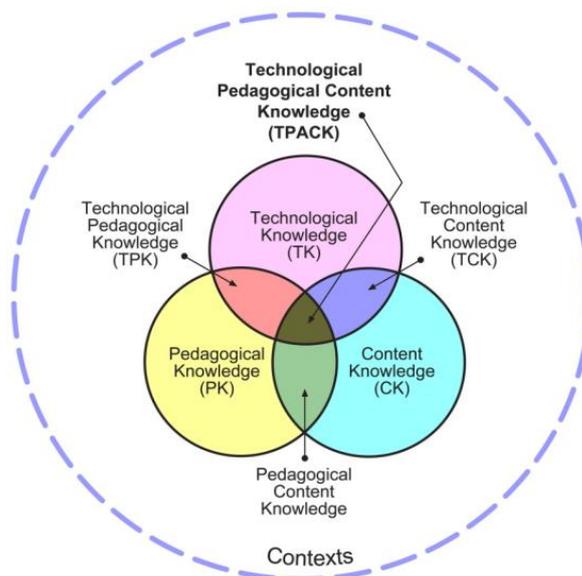
Ao consultar as fases das TD na Educação Matemática, percebemos que justamente na década de 1980 as tecnologias começam a ganhar espaço no cenário educacional, a partir do qual o estudo apresentado por Shulman (1986) permanece válido, mas demanda uma investigação que contemple agora as dificuldades dos professores em utilizá-las para fins pedagógicos, à medida que, “para o professor, o conhecimento de tecnologia não é estanque e separado, mas ocorre em contexto e também se intercepta com os domínios da pedagogia e do conteúdo a ensinar” (COSTA; PRADO, 2015, p. 108).

Essa necessidade é evidenciada por Silva, Torres e Dias-Trindade (2019):

Sobre o uso e implantação de tecnologias em ambientes escolares, os aspectos sobre o domínio do conhecimento técnico, pedagógico e do conteúdo devem ser considerados, pois o uso das tecnologias digitais da informação e comunicação – TDIC presumem uma articulação tecnológica e pedagógica com o conteúdo no processo de ensino e aprendizagem (p. 3).

Ao estudarem os conhecimentos envolvidos nesse processo, Punya Mishra e Matthew Koehler (2006) observaram a necessidade da construção/reconstrução, por parte do professor, de três domínios de conhecimento: pedagogia, tecnologia e conteúdo.

Figura 9 - A estrutura TPACK e seus componentes de conhecimento



Fonte: (KOEHLER; MISHRA, 2009, p. 63).

Mais que isso, esses pesquisadores identificaram e estabeleceram as principais interações que compõem as interseções entre esses componentes que são fundamentais em ambientes de aprendizagem, em uma estrutura conceitual (Figura 9), a fim de propor uma discussão em níveis teórico,

pedagógico e metodológico: o TPACK¹⁰ — Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo (Technological Pedagogical Content Knowledge).

Esse *framework* explicita mais do que os principais âmbitos da formação docente, e sim como estão imbricados e se inter-relacionam dando origem a formas de conhecimento específicas e necessárias à docência com tecnologia, visto que “o uso de tecnologia demanda a mobilização de conhecimentos além daqueles normalmente mobilizados pelos professores ao exercerem sua função” (BITTAR, 2015, p. 4).

A partir dessa estrutura, destacamos: o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), o Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK), o Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK) e o Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo (TPCK ou TPACK). Sendo este último, o tipo de conhecimento a ser mobilizado pelo professor (de matemática) para ensinar com tecnologia, o que implica:

conhecer as características específicas de cada tecnologia digital selecionada, sejam os softwares, os simuladores, os objetos de aprendizagem, as linguagens de programação, entre outros que precisam estar conectadas aos campos particulares da matemática [...] de modo a criar atividades, desenvolver estratégias pedagógicas que possam levar o aluno a vivenciar ideias fundantes da matemática e situações ricas para aprendizagem (COSTA; PRADO, 2015, p. 104).

A seguir, nos aprofundaremos na caracterização desses elementos e a partir de suas relações, considerando que “um arcabouço teórico conceitual sobre a relação entre tecnologia e ensino pode transformar a conceitualização e a prática da educação, da formação e do desenvolvimento profissional dos professores” (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1019, tradução nossa), a fim de compreender como esses conhecimentos se apresentam em situações de ensino.

2.1 Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK)

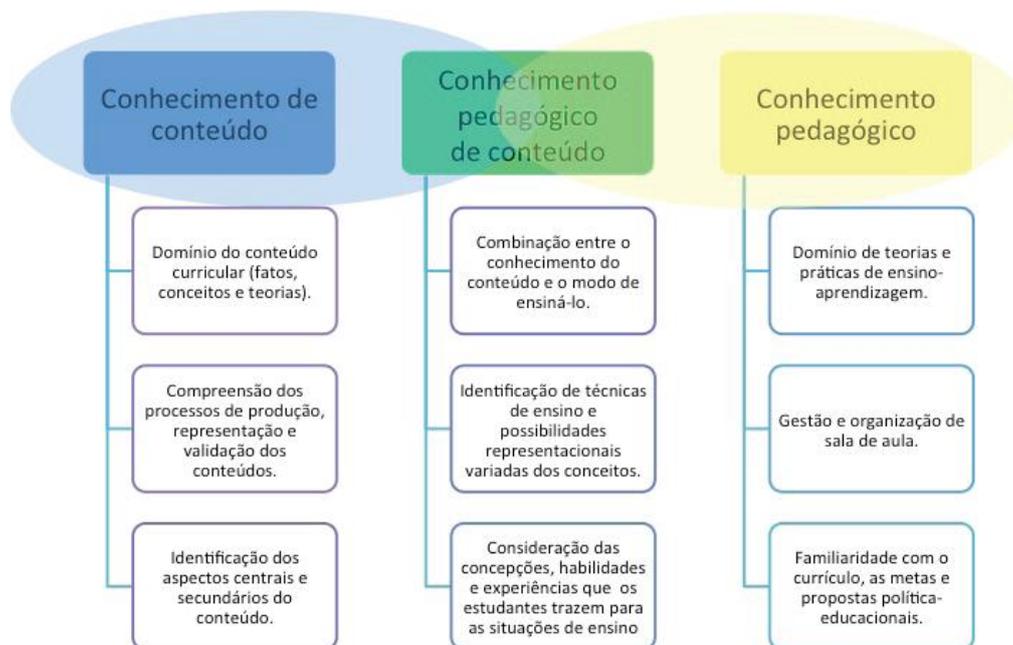
O Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) é referente ao conteúdo curricular, também presente nos livros didáticos e em documentos oficiais, como a BNCC, sendo, portanto, o conhecimento do professor sobre um conteúdo

¹⁰ Inicialmente os autores adotaram a sigla TPCK e depois a renomearam para TPACK - com pronúncia “tee-pack”, para que a sonoridade nos remeta à ideia de um “pacote total” (*total package*) (COSTA; PRADO, 2015, p. 108).

específico aliado ao seu conhecimento sobre como ensinar esse conteúdo, e que, segundo Shulman (1986),

representa a mistura de conteúdo e pedagogia em uma compreensão de como tópicos, problemas ou questões específicos são organizados, representados e adaptados aos diversos interesses e habilidades dos alunos, e apresentados para instrução (p. 8, tradução nossa).

Figura 10 - Representação dos estudos de Shulman (1987) sobre PCK



Fonte: (NAKASHIMA; PICONEZ, 2016, p. 237)

Desde a definição de Shulman (1986) para o PCK, o conceito tem recebido algumas contribuições para adequar esse conhecimento ao contexto em que é considerado. Ainda em consonância com as ideias do autor, Mishra e Koehler (2006) ressaltam que

esse conhecimento inclui saber quais abordagens de ensino se ajustam ao conteúdo e, da mesma forma, saber como elementos do conteúdo podem ser organizados para um melhor ensino. [...] Também inclui conhecimento do que os alunos trazem para a situação de aprendizagem, conhecimento que pode ser facilitador ou disfuncional para a tarefa de aprendizagem específica em questão (p. 1027, tradução nossa).

Este último componente do PCK, que inclui os conhecimentos dos estudantes e sua influência no processos de aprendizagem, é considerado nos estudos de Hill et al. (2008), segundo a complexidade desse construto e ao tratar de seus diferentes níveis, em vista dos “muitos sistemas de conhecimento que são fundamentais para o ensino, incluindo o conhecimento do pensamento e da aprendizagem do aluno” (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1019).

Com efeito, o PCK relaciona duas formas de pensar e organizar o conteúdo que, segundo Cid-Sabucedo, Pérez-Abellás e Zabalza (2009), se

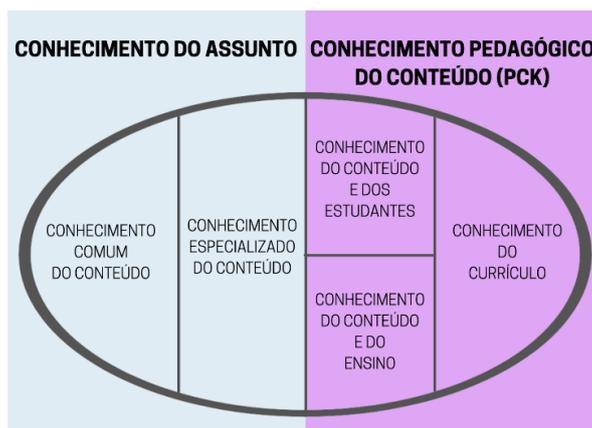
estabelece “tanto do ponto de vista científico, ao selecionar os conteúdos, quanto didático, ao prepará-los para o ensino-aprendizagem. Caracterizando, assim, a competência profissional docente de planificar o processo de ensino e aprendizagem.

No contexto da Educação Matemática, o PCK ou conhecimento matemático para o ensino, requer uma compreensão mais específica, em detrimento da apresentada até agora por Shulman (1986; 1987), em busca da “intersecção entre o conhecimento do conteúdo e a prática de ensino” (SILVA; SANTOS, 2014, p. 4) em Matemática. Nesse sentido, diversos autores se debruçaram sobre o estudo do PCK do professor de matemática, discutindo sobre os Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL *et al* 2008) e os Conhecimentos Específicos do Professor de Matemática (SILVA; SANTOS, 2014), em interação.

É a partir das contribuições de Ball, Hill e Bass (2005) e Ball *et al* (2008) que trataremos do que os professores precisam saber e ser capazes de fazer para ensinar matemática (Figura 11).

Ao propor um refinamento da categorização e caracterização dada por Shulman (1986) ao PCK, Ball *et al.* (2008) apresentam sua hipótese de que o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo na verdade pode ser subdividido da seguinte forma:

Figura 11 - Refinamento do PCK proposto por Shulman (1986)



Fonte: Adaptado de Ball *et al* (2008).

Nessa perspectiva, enquanto o Conhecimento do Currículo contempla os conhecimentos dos objetivos educacionais e o Conhecimento Comum do Conteúdo interage com habilidades matemáticas relacionadas a outros contextos, que não o ensino, o destaque dessa nova proposição vai para a caracterização do Conhecimento Especializado do Conteúdo, um conhecimento

matemático intimamente relacionado à prática, mas que não requer conhecimento adicional dos alunos ou do ensino, ainda que não seja familiar aos matemáticos.

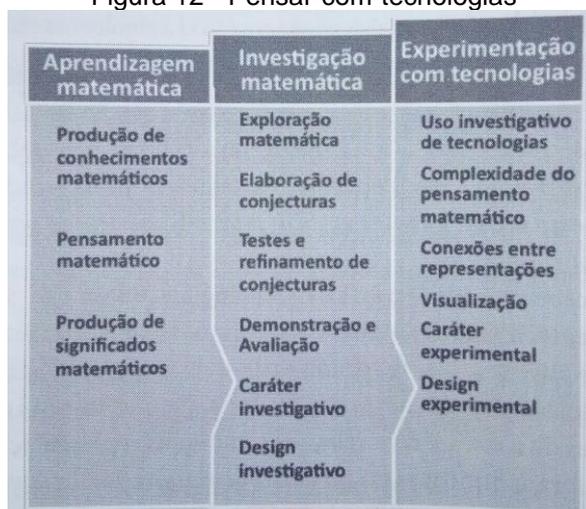
Por exemplo, reconhecer uma resposta errada é Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), enquanto avaliar a natureza do erro pode ser Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) ou Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos (KCS), dependendo se o professor se baseia predominantemente no seu conhecimento matemático e na sua capacidade de realizar um tipo de análise matemática ou, em vez disso, extrai-se da experiência com os alunos e da familiaridade com erros comuns dos alunos. Decidir a melhor forma de remediar o erro pode exigir Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT) (BALL et al., 2008, p. 11, tradução nossa).

Essa forma de compreender o conhecimento pedagógico do conteúdo do professor de matemática, torna clara a influência da experiência docente em sala de aula, bem como das suas crenças sobre como se aprende matemática, sugerindo o aspecto multidimensional do PCK (HILL; BALL; SCHILLING, 2004).

2.2 Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK)

Considerando que o Conhecimento Tecnológico do professor implica, basicamente, o manejo de editores de textos, planilhas, *internet*, *hardware* de computador e ferramentas de *softwares*, as conexões com o seu Conhecimento do Conteúdo — assunto a ser aprendido ou ensinado — aparecem, à medida que ele explora e conhece as representações alternativas do conteúdo na TD, passando, assim, a pensar-com-tecnologia, na perspectiva de Borba, Silva e Gadanidis (2018), “para analisar aspectos do papel das mídias digitais na produção de significados e conhecimentos matemáticos” (p. 50).

Figura 12 - Pensar-com-tecnologias



Fonte: (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018, p. 60)

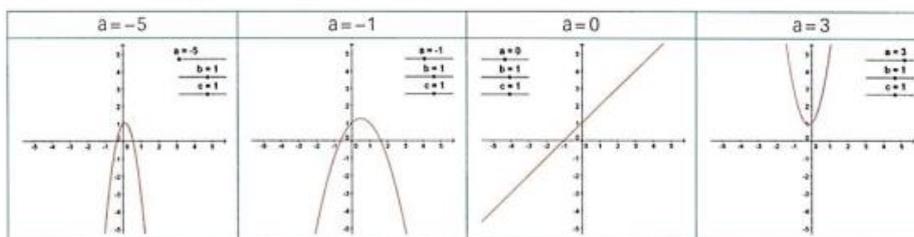
A partir do quadro representado anteriormente, na Figura 12, os autores sistematizaram os principais elementos do processo de pensar-com-tecnologias, tendo em vista a sua implementação.

Assim, o Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK) resulta da capacidade do professor de compreender “a maneira pela qual o assunto pode ser alterado pela aplicação da tecnologia” (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1028, tradução nossa), considerando que, nessa perspectiva, a produção de conhecimento matemático tem caráter experimental, relacionando a produção de significados com as conexões entre representações e que, conseqüentemente, o pensamento matemático se dá pelo pensar-com-tecnologias. Quanto a isso, é preciso ter atenção, pois, enfaticamente:

A escolha de tecnologias oferece e restringe os tipos de ideias de conteúdo que podem ser ensinadas. Da mesma forma, certas decisões de conteúdo podem limitar os tipos de tecnologias que podem ser usadas. A tecnologia pode restringir os tipos de representações possíveis, mas também pode permitir a construção de representações mais novas e mais variadas (KOEHLER; MISHRA, 2009, p. 65).

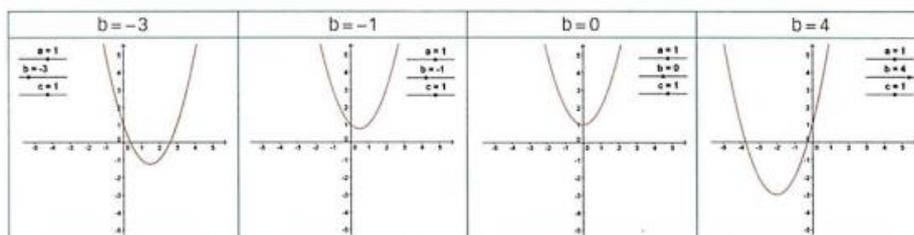
Figura 13 - Atividade - Coeficientes de uma função quadrática

• $b = c = 1$ (Apenas o coeficiente a está sofrendo alterações.)



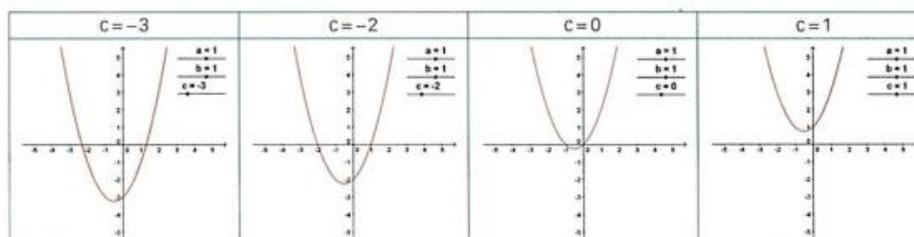
► Note que, quando $a = 0$, a função correspondente é $f(x) = x + 1$, que não é quadrática.

• $a = c = 1$ (Apenas o coeficiente b está sofrendo alterações.)



► Note que, quando $b = 0$, a parábola é simétrica em relação ao eixo y .

• $a = b = 1$ (Apenas o coeficiente c está sofrendo alterações.)



► Note que a parábola intersecta o eixo y no ponto de coordenadas $(0, c)$.

Fonte: (BALESTRI, 2016, p. 123).

Portanto, o TCK permite ao professor explorar e utilizar recursos tecnológicos conhecidos por ele para experimentação do conteúdo. Com efeito, o estudo da representação gráfica de uma Função Quadrática por meio da manipulação de controles deslizantes no *Software* Geogebra é um exemplo clássico da mobilização de TCK. Nesse tipo de atividade, o professor utiliza seus conhecimentos tecnológicos sobre a ferramenta controle deslizante do *software*, bem como seus conhecimentos sobre funções quadráticas, para representar esse objeto matemático na TD.

Como podemos ver na Figura 13, o conhecimento das ferramentas (construção, janela de visualização (representação geométrica), janela de álgebra (representação algébrica), controle deslizante (dinamização e manipulação de gráficos de funções)), aliado às características identificáveis da parábola (intervalos, coordenadas, concavidade, raízes, pontos de máximo e mínimo e posições relativas aos eixos), dão origem a uma construção que permite ao estudante conjecturar sobre os efeitos que a alteração de cada coeficiente da função resulta em sua representação, tal qual geralmente é o objetivo do professor de matemática, neste caso.

É importante ainda destacar que especificidades das TD devem ser exploradas com vistas ao conteúdo a ser ensinado, sendo fundamental compreender que

um objeto (matemático) sendo representado pelo Logo ou pelo Geogebra tem características diferentes que o professor que vai trabalhar com esses artefatos deve conhecer. Como determinado software representa a medida de um segmento? Trata-se de uma aproximação? Medida, nesse caso, é um número racional? (BITTAR, 2015, p. 15).

Em suma, o conhecimento tecnológico do professor articulado ao seu conhecimento do conteúdo, dá origem a um novo tipo de conhecimento — TCK — capaz de facilitar, de forma lógica, a experimentação de conceitos matemáticos.

2.3 Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK)

Saber utilizar recursos tecnológicos digitais para fazer um pagamento ou se comunicar através das redes sociais, não implica dispor do conhecimento necessário para aplicá-los em sala de aula. O conhecimento pedagógico do

professor é um diferencial para seu uso na escola, à medida que “é uma forma genérica de conhecimento que está envolvida em todas as questões de aprendizagem do aluno, gerenciamento de sala de aula, desenvolvimento e implementação do plano de aula e avaliação do aluno” (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1027, tradução nossa).

Ampliando essa ideia, a compreensão do conhecimento tecnológico pedagógico requer, fundamentalmente,

[...] um entendimento das possibilidades da tecnologia e como elas podem ser aproveitadas de maneira diferente de acordo com as mudanças no contexto e nos propósitos [...]. O TPK se torna particularmente importante porque os programas de software mais populares não são projetados para fins educacionais. [...] As tecnologias baseadas na Web, como blogs ou podcasts, são projetadas para fins de entretenimento, comunicação e redes sociais (KOEHLER; MISHRA, 2009, p. 65 - 66, tradução nossa).

Em seus estudos sobre a integração de tecnologias digitais na sala de aula de matemática, Artigue (2000) “alerta que há uma dupla função desse uso para ensinar. Uma função é pragmática, contribuindo para a produção de respostas, e a outra é epistêmica, auxiliando na compreensão dos objetos matemáticos envolvidos” (apud COSTA; PRADO, 2015, p. 104). Assim, cabe ao professor conhecer e explorar ambas, segundo seus objetivos.

Visto que essas tecnologias “diferem profundamente entre si quanto às suas possibilidades e limitações para representar a informação [...] e essas diferenças têm, por sua vez, implicações do ponto de vista educacional” (COLL; MONEREO, 2010, p. 17). Por outro lado, as TD “geralmente oferecem representações mais novas e variadas [...] e maior flexibilidade na navegação por essas representações (NYIKAHADZOYI, 2015, p. 19), sendo, portanto, papel do professor considerar as especificidades dos recursos disponíveis ao elaborar critérios de escolha e avaliação.

Existem metodologias que favorecem o uso de TD no contexto educacional, como as Metodologias Ativas e o Ensino Híbrido¹¹, que justificam o conhecimento tecnológico e pedagógico do professor através da personalização do ensino. Na proposição de métodos próprios, a escolha do recurso digital A em detrimento do recurso digital B, deve ser justificada pela coerência entre a estratégia de ensino escolhida e as ferramentas que se queira explorar na

¹¹ BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. DE M. **Ensino Híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.

prática, resultando na caracterização das possibilidades de uso e no aproveitamento do potencial pedagógico da TD.

Sobre isso, consideramos que

a adoção de um recurso tecnológico para uso didático deve levar em conta, antes de qualquer outro critério, o potencial pedagógico do mesmo, relacionado ao objetivo de aprendizagem e as ações cognitivas mobilizadas pelo aprendente ao utilizar determinado recurso como meio para aprendizagem. [...] Sendo assim, o potencial pedagógico do recurso é definido por suas características próprias e que efeitos elas produzem nas aprendizagens (PADILHA; ZABALZA, 2015, p. 8).

Portanto, o TPK permite ao professor saber selecionar os recursos tecnológicos mais alinhados com os objetivos de ensino e aprendizagem estabelecidos para a sua prática. Esse tipo de conhecimento envolve também, tal qual Rocha e Bittar (2017) constataram em sua pesquisa, a “reflexão realizada pelo aluno em cada atividade” (p. 171), à medida que “exige uma busca de uso da tecnologia voltada para o futuro, criativa e de mente aberta, não por si mesma, mas pelo avanço do aprendizado e da compreensão dos alunos” (KOEHLER; MISHRA, 2009, p. 66). Esta afirmação ganha força ao considerarmos que

quando a situação envolve o uso de TIC é preciso refletir acerca de se, e como, a ferramenta tecnológica escolhida pode fazer parte do meio elaborado para favorecer a construção do conhecimento pelo aluno. Na perspectiva aqui defendida, o professor deve usar este e qualquer outro material em sua prática pedagógica de modo a oferecer possibilidades de progressão aos alunos. Não se trata de ilustrar conceitos anteriormente vistos (BITTAR, 2015, p. 6).

Sendo assim, o TPK se mostra necessário ao professor em termos da estruturação do cenário de aprendizagem, favorecido pela TD para a proposição de atividades adequadas. Logo, “para criar o TPK, é necessário um entendimento mais profundo das restrições e possibilidades das tecnologias e dos contextos disciplinares nos quais elas funcionam” (KOEHLER; MISHRA, 2009, p. 65).

Na próxima seção, discutiremos sobre como esse tipo de conhecimento se relaciona com o conteúdo, dando origem ao TPACK e, mais especificamente, no caso em que o conteúdo é matemático.

2.4 O TPACK Matemático - Uma Revisão Sistemática da Literatura

Na perspectiva do TPACK, conforme os professores pensam sobre conceitos específicos da sua disciplina, eles também precisam considerar como

podem ensinar as grandes ideias desses conceitos de tal modo que a tecnologia os represente de uma forma compreensível para os alunos (NIESS, 2006), integrando, assim, seus conhecimentos tecnológicos ao seu PCK, expandindo suas possibilidades pedagógicas, ou ainda, sua capacidade didática (CID-SABUCEDO; PÉREZ-ABELLÁS; ZABALZA, 2009).

De maneira geral, cada elemento do TPACK justifica uma ação do professor para a mobilização de um conhecimento específico situado pelo contexto. Sendo assim, é possível compreender a influência de seus componentes a partir de perguntas simples que direcionam sua operacionalização:

- CK - Qual a grande ideia do conceito *y*?
- PK - Quais requisitos pedagógicos gerais?
- TK - Como utilizar o *software x*?
- PCK - Como ensinar/promover a aprendizagem do conceito *y*?
- TCK - Como utilizar o *software x* para representar o conceito *y*?
- TPK - Como (e por que) utilizar o *software x* para ensinar?
- TPACK - Como (e por que) utilizar o *software x* para ensinar/promover a aprendizagem do conceito *y*?

Disto, segundo Gur e Karamete (2015), a operacionalização do PCK pressupõe uma análise dos alunos e a formulação de objetivos da atividade com suporte do CK, PK e TK, enquanto o TCK e o TPK têm foco no recurso baseado em TIC, em termos do CK e do TK, respectivamente, e assim, a partir do TPACK, o professor planeja atividades de instrução, de modo que as dimensões anteriores são sintetizadas para otimizar a aprendizagem dos alunos.

Nesse sentido, o desafio dos educadores é justamente investigar e compreender como propor o uso de uma tecnologia, digital ou não, para ser usada como ferramenta para pensar, em vez de ferramenta para substituir o pensamento (NIESS, 2006) e, portanto, mobilizar TPACK.

No entanto, pensar um conceito por meio da tecnologia tem muito mais influência da natureza do conteúdo em estudo, o que sugere que o TPACK tem uma caracterização diferente para grandes áreas curriculares, isto é, “o conhecimento dos professores é delimitado por uma disciplina escolar específica” (TABACH, 2011, p. 263), como a Matemática, especificamente.

Em busca dessa caracterização, foi realizada uma revisão sistemática da literatura (Apêndice A) na base do Portal de Periódicos Capes, tendo o mês de

Julho de 2020 como marco temporal da pesquisa. De maneira geral, buscamos por estudos que envolvessem a matemática e a mobilização de TPACK, em termos empíricos, realizados dentro de um prazo máximo de 10 anos, ou seja, de 2010 a 2020, por se tratar de uma pesquisa sobre TD.

Tendo como base os estudos de Grossman (1990), que considerava quatro elementos básicos do TPACK — conhecimento das dificuldades dos alunos com um tópico específico e abordá-las usando a tecnologia; conhecimento de estratégias e métodos de ensino para um tópico específico usando tecnologia; conhecimento de materiais curriculares disponíveis para o ensino de um tópico específico usando tecnologia; conhecimento de avaliação de um tópico específico com tecnologia — Akkoç (2010) acrescentou um quinto elemento — conhecimento de como usar várias representações de um tópico específico com tecnologia — para a compreensão da sua operacionalização.

No entanto, em seu estudo com futuros professores de Matemática, Akkoç (2010) explora o TPACK para um conhecimento matemático específico e se concentrou no primeiro elemento, a fim de investigar como dois futuros professores de matemática integram a tecnologia em suas aulas para resolver as dificuldades dos alunos com o conceito de radianos.

A partir da identificação das dificuldades na literatura, — reconhecer números reais como medidas em radianos, descrever radianos como uma razão de dois comprimentos (comprimento do arco de um ângulo central de um círculo e raio do círculo) e reconhecer π como igual a 180° — os participantes discutiram como estas poderiam ser abordadas durante uma aula usando ferramentas tecnológicas.

Logo, para Akkoç (2010), o TPACK é uma estrutura útil para explorar o que os professores precisam saber ou desenvolver para um ensino eficaz de determinado conteúdo. Assim, ao realizar seu estudo com futuros professores, sobretudo com foco nas possíveis dificuldades conceituais dos alunos, o autor evidencia a importância da formação inicial docente, no sentido da proposição de experiências significativas para a constituição do TPACK do professor.

Sobre isso, Polly e Orrill (2012) enfatizam que uma formação fundamentada nos princípios do TPACK, reitera a importância de uma formação com tecnologia em contexto e, em sua pesquisa, compreendem o TPACK como um conhecimento que permite aos professores usar a tecnologia para explorar

tarefas matemáticas, discutir abordagens para resolvê-las e incorporar conceitos matemáticos.

Dentre os seus resultados, destacamos dois fatores interessantes: segundo os autores (op cit), para os professores sujeitos da pesquisa, "a tecnologia era vista como uma forma de estender ou aprofundar sua compreensão, permitindo-lhes criar múltiplas representações de tarefas" (POLLY; ORRILL, 2012, p. 29), como sendo sua principal função para a aprendizagem com tecnologia; bem como "muitos [participantes] relataram que a tecnologia só ajuda os alunos a aprender matemática quando eles são capazes de usar a tecnologia para configurar a tarefa" (POLLY; ORRILL, 2012, p. 14).

A partir desses relatos, percebemos o pensar-com-tecnologias proposto por Borba, Silva e Gadanidis (2018) e a possibilidade de múltiplas representações como sendo um fator determinante para muitos professores ao propor o uso de TD para o ensino e para a aprendizagem de conceitos matemáticos, tal qual um fator determinante do seu potencial pedagógico. Sobre isso:

A percepção sobre o papel da tecnologia restrita a facilitar representações e agilizar processos, ao mesmo tempo em que revela dificuldade dos professores para vislumbrar potenciais diversos de recursos tecnológicos em face às demandas inerentes a conceitos e procedimentos matemáticos distintos, sugere uma crença ingênua de que a recorrência a ilustrações construídas e acessadas por meio de um software, por exemplo, significa a integração de tecnologia no ensino de Matemática (BASNIAK; ESTEVAM, 2018, p. 17).

Portanto, Basniak e Estevam (2018) caracterizam o TPACK do professor de Matemática como sendo o conhecimento que lhe é necessário para reconhecer o potencial pedagógico da tecnologia, como ferramenta de ensino e aprendizagem de Matemática, de modo a promover a compreensão de conceitos e processos matemáticos de maneira interessante e significativa para o aluno, à medida que "os professores se envolvem ativamente na orientação da aprendizagem matemática dos alunos com tecnologia" (p. 5).

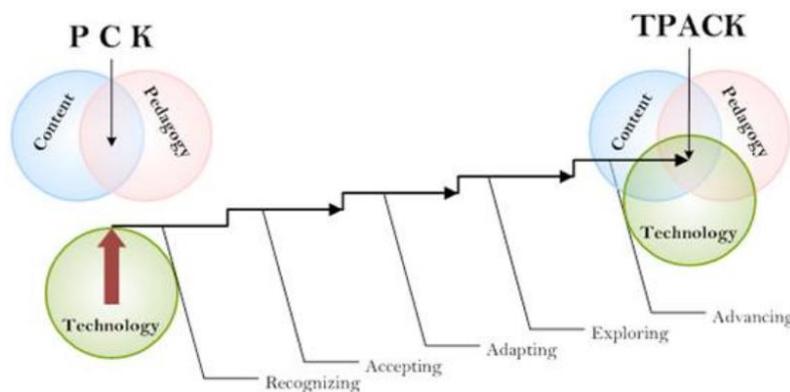
Além disso, consideram quatro componentes centrais relacionados ao Mathematics TPACK descritos por Niess et al. (2009):

- I. Uma concepção abrangente sobre o que significa ensinar um determinado assunto, como a Matemática, integrando a tecnologia no processo;

- II. Conhecimento sobre a compreensão, o pensamento e a aprendizagem dos alunos, com a tecnologia, em campos específicos como a Matemática;
- III. Conhecimento do currículo e de materiais curriculares que integram a tecnologia no ensino e na aprendizagem da Matemática;
- IV. Conhecimento de estratégias de ensino e representações para o ensino e a aprendizagem, com tecnologia, de tópicos matemáticos específicos.

Nesse sentido, os autores investigam os níveis de desenvolvimento do TPACK de professores de Matemática, segundo descrito por Niess et al. (2009):

Figura 14 - Descrição visual dos níveis dos professores à medida que seu pensamento e entendimento se fundem com a maneira interconectada e integrada identificada pelo TPACK



Fonte: (NIESS et al., 2009, p. 10).

Ao considerar o processo de desenvolvimento do TPACK docente, temos uma estrutura inicial:

1. Reconhecimento - os professores reconhecem o alinhamento da TD com o conteúdo de matemática, mas ainda não a integram ao processo de ensino e aprendizagem;
2. Aceitação - os professores formam uma atitude favorável ou desfavorável em relação ao ensino e aprendizagem de matemática com uma TD apropriada;
3. Adaptação - os professores se envolvem em atividades que levam à escolha de adotar e rejeitar o ensino e a aprendizagem de matemática com uma TD apropriada;
4. Exploração - os professores integram ativamente o ensino e a aprendizagem de matemática com uma TD apropriada;
5. Avanço - os professores avaliam os resultados da decisão de integrar o ensino e a aprendizagem de matemática com uma TD apropriada.

Essa caracterização dos estágios de desenvolvimento do professor ao aprender a integrar uma TD ao ensino e aprendizagem de matemática, nos ajuda a compreender o processo de utilização e aceitação, ou não, das TD no âmbito da Educação Matemática, como visto em cada uma das fases descritas no capítulo um.

Por outro lado, elucida o esforço requerido do professor ao projetar e planejar experiências com “o conteúdo do assunto e desenvolver o conhecimento da tecnologia, juntamente com seu impacto na compreensão desse assunto em si, bem como no ensino e aprendizado desse assunto” (NIESS et al., 2006, p. 4).

Esse contexto de uma caracterização com foco no processo de construção do TPACK do professor de Matemática nos remete ao estudo de Crisan e Geraniou (2017), a partir do qual estruturaram uma experiência formativa para professores e futuros professores de Matemática por meio da análise e reflexão crítica sobre experiências de aprendizagem com TD.

Na sua proposta, os professores desenvolvem TPACK a partir do que eles chamam de RiTPACK, uma intervenção pedagógica partindo do desenvolvimento de um PCK consolidado e propondo a reflexão sobre “como o ambiente digital oferece suporte ao trabalho matemático dos alunos” (CRISAN; GERANIOU, 2017, p. 4), através do uso de casos de vídeo online. Em suas conclusões, os autores afirmam ter contribuído na tomada de decisão docente sobre o uso de TD para o favorecimento do aprendizado de seus alunos, com base nas interações propostas com recursos digitais e conceitos matemáticos.

Para Tabach (2011) importou considerar o TPACK em termos das características propostas por Mishra e Koehler (2006), a fim de facilitar a identificação de elementos da sua operacionalização nas declarações do professor:

- Uma compreensão da representação de conceitos usando tecnologia;
- Técnicas pedagógicas que utilizam tecnologias em maneiras construtivas para ensinar conteúdo;
- Conhecimento do que torna os conceitos difíceis ou fáceis para aprender e como a tecnologia pode ajudar a corrigir alguns dos problemas que os alunos enfrentam;
- Conhecimento do conhecimento prévio dos alunos e teorias da epistemologia;

- Conhecimento de como as tecnologias podem ser usadas para construir sobre o conhecimento existente e para desenvolver novas epistemologias ou fortalecer as antigas.

Em seu estudo, Açıkgul e Aslaner (2020) compreendem o TPACK matemático como o conhecimento que representa o uso da tecnologia para apoiar as estratégias pedagógicas específicas da matemática, tendo como objetivo explicar como a percepção de futuros professores sobre PCK e tecnologia educacional interagem entre si, com foco nas dimensões CK, PCK, TCK e TPACK, ao se concentrarem em um único conteúdo — polígonos.

Em consonância, Arnal-Bailera e Oller-Marcén (2017) ao analisar o TPACK de futuros professores em atividades com demonstrações matemáticas, no contexto da Geometria, destacam a dificuldade na introdução da componente pedagógica a um bom conhecimento do conteúdo e até tecnológico, principalmente “sobre as mudanças que o uso da tecnologia gera no ensino e na aprendizagem” (p. 137).

Dentre as tarefas propostas na investigação da mobilização do TPACK, esteve o planejamento de uma atividade, a qual propôs a inter-relação entre os três domínios do conhecimento, a partir de: um aspecto específico do currículo, do planejamento de uma atividade relacionada à demonstração (feita nas etapas anteriores com e sem TD) e de uma indicação da avaliação.

No entanto, “todas as propostas consistiam, essencialmente, em demonstrar um resultado concreto” (ARNAL-BAILERA; OLLER-MARCÉN, 2017, p. 151), sem a diferenciação de métodos, ainda que os sujeitos tenham recebido uma formação para o uso do *software* Geogebra voltada para o TCK, evidenciando a necessidade de uma experiência com conhecimentos pedagógicos em articulação e sua importância; o que resultou na restrição do uso da ferramenta centrada no professor com o papel de apenas apoiar sua explicação.

Nessa perspectiva, Alizadeh-Jamal et al. (2018) investigam o TPACK de professores de Matemática no contexto das suas crenças sobre o ensino com tecnologia, sendo o *software* Geogebra a TD envolvida. Sobre isso, destacam que “os métodos de ensino dos professores são fortemente dominados por seus conhecimentos e crenças, especialmente o conhecimento de tecnologia e as crenças que eles têm sobre ensino e aprendizagem” (p. 38).

Dessa forma, preconizam o uso de TD para melhorar a qualidade de ensino a partir da compreensão docente sobre os benefícios e desvantagens do uso da TD, neste caso, do Geogebra. Com efeito, considerando as diferentes formas em que os objetos podem ser exibidos no *software*, os professores precisam considerar que estes métodos “estão relacionados entre si e um objeto pode ser transformado automaticamente em outros métodos demonstrativos, independentemente de como é criado” (ALIZADEH-JAMAL et al., 2018, p. 27).

Já a partir dos estudos de Koh (2019), foi apresentada uma nova nomenclatura para o TPACK matemático: o TPMK — Technological Pedagogical Mathematical Knowledge. E, especificamente nesta pesquisa, o autor examina os diferentes tipos de TPMK que são necessários para apoiar o planejamento de aulas integradas à tecnologia para investigação matemática com problemas autênticos.

Nesse sentido, o TPACK matemático é caracterizado como o conhecimento dos professores para integração de tecnologia no ensino de Matemática que, segundo Cox e Graham (2009), pode ser manifestado como as atividades integradas à tecnologia desenvolvidas por professores. Isto é, o TPMK é mobilizado a partir do uso de tecnologia para apoiar pedagogias específicas com o conteúdo de matemática, do uso de representações do conteúdo matemático com tecnologia e ao planejar atividades com o apoio de manipulativos virtuais (KOH, 2019).

De fato, de acordo com Nyikahadzoyi (2015), ao estudar sobre o TPACK do professor de matemática para ensinar o conceito de uma Função, sobretudo com o uso de TD, declara que “os professores precisam saber, não apenas o conceito de uma função, mas também a maneira pela qual o conceito pode ser alterado pela aplicação da tecnologia” (p. 19).

A partir disso, caracteriza esse conhecimento com base em Shulman (1986), no *framework* TPACK proposto por Mishra e Koehler (2006) e segundo a proposição de Ball, Bass e Hill (2005) sobre o Conhecimento Matemático para o Ensino. Após a tentativa feita, discutem a dificuldade de estruturar um modelo abrangente para consolidar os conhecimentos tecnológico-pedagógicos dos professores sobre um conceito específico e concluem que “a integração da tecnologia na sala de aula é um processo e os professores sempre estarão em diferentes estágios no processo de difusão” (NYIKAHADZOYI, 2015, p. 20).

Este último resultado nos leva ao recente trabalho de Freitas e

Spangenberg (2019), a partir do qual foram analisados dados quantitativos e qualitativos visando identificar os níveis de TPACK de professores de matemática e as barreiras para integração das TIC, a fim de compreenderem as necessidades de formação continuada para o seu uso.

Essa investigação foi realmente intrigante, à medida que pontuou o foco no desenvolvimento de habilidades puramente tecnológicas como uma fraqueza das iniciativas de formação continuada para a integração de TIC na prática pedagógica do professor, bem como sugerem que esses programas devem priorizar a consolidação do PCK do professor e, a partir daí, caminhar para o desenvolvimento do TPACK, apostando que só assim essa integração representará “um meio de estruturar e enriquecer o ensino existente e estratégias de aprendizagem” (FREITAS; SPANGENBERG, 2019, p. 10).

Nesse sentido, destacamos as contribuições de Young (2016), a partir do enfoque dado aos construtos relacionados às funções didáticas da tecnologia na sala de aula de matemática, à medida que considera “imperativo que os construtos teóricos sejam refinados por meio da especificação empírica, que por sua vez deve guiar as aplicações em sala de aula” (p. 20).

No quadro abaixo, apresentamos uma sistematização (em ordem cronológica) da concepção do TPACK ou enfoque dado pelos autores dos trabalhos considerados nesta revisão sistemática, ao se debruçarem em suas pesquisas sobre o assunto.

Quadro 1 - Concepção ou enfoque sobre o TPACK em destaque na RS

Autoria	Concepção ou enfoque sobre o TPACK
Akkoç (2010)	Conhecimento das dificuldades dos alunos com um tópico específico e abordá-las usando a tecnologia.
Tabach (2011)	Representação, técnicas pedagógicas, dificuldades conceituais, conhecimentos prévios dos alunos e desenvolvimento de novos conhecimentos.
Polly e Orrill (2012)	Conhecimento que permite aos professores usar a tecnologia para explorar tarefas matemáticas, discutir abordagens para resolvê-las e incorporar conceitos matemáticos.
Nyikahadzoyi (2015)	A maneira pela qual o conceito pode ser alterado pela aplicação da tecnologia.
Young (2016)	Funções didáticas da tecnologia na sala de aula de matemática.
Crisan e Geraniou (2017)	Conhecimento sobre como o ambiente digital oferece suporte ao trabalho matemático dos alunos.

Autoria	Concepção ou enfoque sobre o TPACK
Arnal-Bailera e Oller-Marcén (2017)	Um aspecto específico do currículo, do planejamento de uma atividade relacionada à demonstração e de uma indicação da avaliação.
Basniak e Estevam (2018)	Conhecimento necessário para reconhecer o potencial pedagógico da tecnologia, como ferramenta de ensino e aprendizagem de Matemática.
Alizadeh-Jamal et al. (2018)	Compreensão docente sobre os benefícios e desvantagens do uso da TD.
Spangenberg e Freitas (2019)	Necessidades de formação continuada para o uso de TIC.
Koh (2019)	Conhecimento dos professores para integração de tecnologia no ensino de Matemática — atividades integradas à tecnologia desenvolvidas por professores.
Açikgul e Aslaner (2020)	Conhecimento que representa o uso da tecnologia para apoiar as estratégias pedagógicas específicas da matemática.

Fonte: Elaborado pela autora (2020).

No capítulo seguinte, apresentaremos o construto teórico a que esse estudo se propõe a refinar com este propósito.

3. COREOGRAFIAS DIDÁTICAS

A fim de romper com a ideia de que os processos de ensino e aprendizagem são independentes, e sim baseados nas hipóteses dos professores sobre como os alunos aprendem, Oser e Baeriswyl (2001) estabeleceram uma metáfora com o mundo da dança — *Choreographies of Teaching* — na qual os professores são coreógrafos e os alunos são os dançarinos, evidenciando as interações que articulam as ações de ensinar e aprender.

Nesta analogia, os autores “refletem sobre como nem sempre a intenção de ensino atinge o real aprendido dos alunos” (PADILHA, 2019, p. 51), considerando que “a performance de um bailarino nunca é independente da coreografia em que se produz a atuação dele” (PADILHA; ZABALZA; SOUZA, 2017, p. 117), dando origem ao que Zabalza (2005) chama de Coreografias Didáticas.

De fato, “a maneira como apresentamos o conteúdo e as tarefas aos nossos alunos acaba afetando sua maneira de aprender” (ZABALZA, 2011, p. 83), o que, além de romper com o paradigma anterior, admite a importância do planejamento de ensino e do processamento da aprendizagem, sobre os quais Oser e Baeriswyl (2001) consideram as distinções entre a criação de condições para atividades concretas dos alunos, ou seja, planejar e disponibilizar estratégias e recursos — *estrutura visível*; e a criação de condições para o interior, isto é, o processo de aprendizagem em si ou as operações mentais — *estrutura profunda*.

Assim, por meio das Coreografias Didáticas (ZABALZA, 2005) compreendemos o processo de aprendizagem através da relação entre a estrutura profunda e a estrutura visível, propondo a articulação intencional da atividade interna dos educandos e do ensino estruturado. Mais especificamente,

ao relacionar os processos internos dos alunos (estrutura não visível) às ações intencionais de promoção de aprendizagens que os professores organizam e põem em prática (estrutura visível), esses dois processos podem ser mais eficientes, pois tornam-se mais claras a interdependência e articulação entre eles, promovendo aprendizagens mais profundas e significativas (PADILHA, 2019, p. 52).

De fato, coreografias didáticas são desenvolvidas no âmbito das aprendizagens proporcionadas pelos docentes (MIRANDA; VEIGA, 2016), o que demanda a mobilização de conhecimentos específicos e sobretudo pedagógicos

na estruturação de cenários, de modo a conduzir o aluno em direção a aprendizagem (MARQUES, 2020). Nos tópicos seguintes, será apresentado o caminho percorrido pelo professor na operacionalização dessas coreografias, por meio de suas etapas.

3.1 Operacionalização das Coreografias Didáticas

Uma coreografia didática se dá, portanto, por meio da compreensão e articulação de quatro níveis ou etapas — antecipação, colocação em cena, modelos base e produto — que, por sua vez, estão imbricados entre si e, ao serem considerados, permitem ao professor ter clareza para propor situações realmente necessárias para que a aprendizagem ocorra.

A partir dessa necessidade, os professores antecipam as aprendizagens dos educandos e organizam estratégias com os recursos disponíveis (coreografias externas) que, ao serem vivenciadas, mobilizam operações mentais nos estudantes (coreografias internas) necessárias para atingir as aprendizagens previstas.

3.1.1 Antecipação

A antecipação está relacionada com a competência dos professores em planejar a aprendizagem dos alunos. De acordo com Oser e Baeriswyl (2001), teorias psicológicas de aprendizagem (comportamental, construtivista, sócio-construtivista) interagem nesta fase com modelos de ensino, pelos quais o professor antecipa o resultado desejado para a aprendizagem do aluno e inicia atividades apropriadas de aprendizagem.

Nesta fase, o conteúdo é estruturado e simplificado para identificar uma clara estratégia de aprendizagem, passo a passo. Sobre isso, Padilha e Zabalza (2015) explicitam que “é preciso compreender como cada recurso irá compor o cenário, quais serão as suas contribuições para a aprendizagem dos alunos e como seus sistemas simbólicos (dos recursos e dos alunos) irão interagir” (p. 14).

Os modelos de processos mentais abordados variam dependendo do nível de conhecimento do professor sobre as possibilidades de ação com os

conteúdos. Por isso, para a realização desta etapa, Padilha et al. (2010) elencam os pré-requisitos necessários ao docente. São eles:

- clareza na definição dos resultados desejados;
- competência para selecionar atividades apropriadas a esse objetivo formativo.

Assim, o professor poderá refletir e elencar, a partir dos objetivos da aula, as aprendizagens que os estudantes irão mobilizar, sendo elas cognitivas, comportamentais ou instrumentais e afetivas, além de caracterizar os tipos de conteúdos a serem trabalhados — conceituais, procedimentais, comportamentais e atitudinais (ZABALA, 1998), como proposto em Marques (2020), isto é, construir cenários de aprendizagem.

3.1.2 Colocação em cena

Na segunda fase, o foco está na ação do professor sobre recursos pedagógicos e tecnológicos, em que cada uma dessas ações contém uma hipótese sobre um efeito assumido sobre o funcionamento cognitivo dos estudantes. Após antecipar os resultados de aprendizagem dos estudantes, agora o professor é capaz de “definir estratégias mais adequadas para amplificar e dar significado a essas ações” (PADILHA, 2019, p. 52).

Ainda segundo a autora (op cit.), esta cena é flexível e contempla os métodos, materiais e recursos no planejamento para o ambiente da dança. Essa estrutura de planejamento real do professor se caracteriza como parte da estrutura visível da coreografia. Entretanto,

o papel ativo e protagonista do aluno não se contrapõe à necessidade de um papel igualmente ativo por parte do educador. [...] Dito de outro modo, a natureza da intervenção pedagógica estabelece os parâmetros em que pode se mover a *atividade mental* do aluno (ZABALA, 1998, p. 38, grifo do autor),

o que, por sua vez, evidencia a articulação desta etapa com a etapa seguinte (modelos base).

Os requisitos especificados por Padilha et al. (2010) para o estabelecimento desse componente, são:

- concepções implícitas no desenvolvimento da coreografia;
- propósito da formação e das atividades adequadas para o alcance dos objetivos propostos.

3.1.3 Modelos base

Agora, é pertinente considerar “a sequência de operações mentais ou atuações práticas que o educando tem de executar para alcançar a aprendizagem” (PADILHA et al., p. 7, 2010) e que “será facilitada e enriquecida pela forma como o professor coloca em cena as coreografias planejadas” (PIRES, p. 58). Com foco nas operações mentais do aluno,

o conceito de modelo base é, em primeiro lugar, baseado na diferenciação entre a estrutura superficial e a estrutura profunda de ensino e, em segundo lugar, baseado na suposição de que o processo de aprendizagem prossegue os objetivos e é específico do domínio (BAERISWYL, 2008, p. 6, tradução nossa),

sendo assim, os objetivos de aprendizagem deverão orientar como o processo de aprendizagem será coreografado, tendo em vista que “por trás de qualquer prática educativa sempre há uma resposta a ‘por que ensinamos’ e ‘como se aprende’” (ZABALA, 1998, p. 33).

De maneira geral, os modelos base de aprendizagem pressupõem “a) uma atividade interior do estudante; b) o desequilíbrio no processo para aprendizagem e; c) a realização (ou produto) do estudante na ligação dos elementos” (SOUZA, 2015, p. 48), isto é, permite ao professor perceber e considerar o percurso a ser trilhado pelo estudante para construir determinado conhecimento e, principalmente, como irá colocá-lo nessa trilha, em primeiro lugar.

Oser e Baeriswyl (2001) descrevem 15 tipos de modelos base, mais especificamente, apresentam algumas etapas operacionais que orientam o ensino para a sua mobilização, bem como, mais recentemente, Souza (2015) apresenta uma sistematização desses modelos, considerando seus objetivos e principais características.

Os modelos são: aprendizagem através da experiência pessoal, aprendizagem por descoberta, desenvolvimento como objetivo educacional, resolução de problemas, construção de conhecimento (aprendendo o significado das palavras), construção de conceitos, aprendizagem contemplativa, uso de estratégias de aprendizagem, desenvolvimento de rotinas e aprendizagens, aprendizagem através de mobilidade, aprendizagem social, aprendizagem através de discursos reais, construção de valores e valor de identidade, aprendizagem por hipertexto e aprender a negociar.

A mobilização desses modelos pressupõe uma operacionalização das ações dos estudantes, tais como, no caso do modelo base da resolução de problemas, é necessário:

1. Compreender e reformular a tarefa do problema;
2. Desenvolver estratégias/heurísticas e levantar hipóteses;
3. Testar hipóteses (por tentativa e erro);
4. Avaliar e aplicar as soluções encontradas (se necessário, redesenhar o elemento 2) e relacionar a solução a uma compreensão mais ampla da aprendizagem.

No entanto, Oser e Baeriswyl (2001) explicitam uma crítica ao fato de muitos professores não considerarem essas ações como subtarefas, dificultando o estabelecimento das "condições necessárias para que os alunos mobilizem as ferramentas e operações que podem ser utilizadas na aprendizagem" (ROSA; OREY, 2017, p. 441), isto é, do roteiro de aprendizagem a ser desenvolvido.

Como explicitado na descrição da etapa anterior, "este modelo base, por sua vez, é influenciado pelas ações que os professores promovem em suas estratégias didáticas" (PADILHA, 2019, p. 50). Para a organização desta fase, as competências necessárias ao docente são, segundo Padilha et al. (2010):

- capacidade de identificar as fases que constituem esse processo;
- favorecimento da mobilização das operações necessárias para a aprendizagem dos alunos.

Nesse sentido, consideramos neste trabalho, não a identificação de cada tipo de modelo base descrito por Oser e Baeriswyl (2001) nem suas etapas (por vezes, negligenciadas), mas sim o que compreendemos ser comum a todos eles.

3.1.4 Produto

Com relação ao produto, de acordo com Oser e Baeriswyl (2001), o professor deve estar preocupado com duas coisas: o domínio do conhecimento e da prática de habilidades. Assim, o produto não se refere apenas a uma produção concreta feita pelos estudantes, mas ao resultado previsto da sequência cognitiva e prática do educando, intrinsecamente relacionado com a avaliação contínua das aprendizagens.

Por isso, o professor deve ter conhecimento de que diferentes tipos de conteúdos são ensinados e aprendidos de diferentes formas e, portanto, devem ser avaliados utilizando instrumentos e critérios distintos. Por isso,

é preciso insistir que tudo quanto fazemos em aula, por menor que seja, incide em maior ou menor grau na formação de nossos alunos. A maneira de organizar a aula, o tipo de incentivos, as expectativas que depositamos, os materiais que utilizamos, cada uma destas decisões veicula determinadas experiências educativas, e é possível que nem sempre estejam em consonância com o pensamento que temos a respeito do sentido e do papel que hoje em dia tem a educação (ZABALA, 1998, p. 29).

Além disso, é fundamental que o professor, nesta fase da coreografia, seja capaz de promover a formação integral dos estudantes. Dessa forma, o produto pode se constituir de conteúdos atitudinais, não apenas de conteúdos factuais e conceituais — comumente priorizados no currículo, isto é, além dos resultados esperados pelo seguimento curricular, questões como autonomia e motivação, por exemplo, tendo em vista que também podem ser antecipados.

De maneira geral, um modelo com essas características propõe a reflexão e a organização das ideias que os professores têm do que ensinar, como estruturar a prática e a compreensão do porquê faz sentido da forma em que se planeja, considerando o desenvolvimento dos educandos. Na próxima seção, discutiremos sobre como esse construto teórico pode ser compreendido e apresentado, em termos didáticos.

3.2 Analogia e Modelo Didático

Ao relacionar as estruturas externas e internas do processo de ensino e aprendizagem, as Coreografias Didáticas se apresentam como uma forma de estruturar as ações docentes, em vistas a mobilização das aprendizagens dos alunos, a partir da criação de cenários de aprendizagem. Com as TD, esses cenários são mais flexíveis, baseados em recursos, multimídias e apresentam uma estrutura não linear (CABERO et al. 2007), possibilitando a exploração de diferentes espaços e ferramentas.

De acordo com Padilha (2019), existem duas formas de compreender as Coreografias Didáticas: como analogia (ou metáfora) e como modelo didático. Como apresentado até agora, “a analogia das coreografias didáticas nos permite

compreender melhor como esses cenários se compõem e se integram na busca de atingir aprendizagens profundas e significativas” (PADILHA, p. 839).

Além disso, a compreensão da metáfora expande a noção de prática pedagógica, à medida que considera qualquer prática docente uma coreografia didática, ainda que não tenham sido planejadas com base em seus pressupostos, isto é, “metaforizar a dinâmica da sala de aula” (PIRES, p. 57).

Por outro lado, compreender as Coreografias Didáticas como modelo didático (inovador) (PADILHA, 2019) significa basear cada ato didático nesses pressupostos. A saber: conceber a aprendizagem enquanto processo ativo, considerar a existência de estilos de aprendizagem diferenciados, desenvolver a metacognição enquanto elemento auto regulador da aprendizagem e compreender que a aprendizagem deve condicionar o ensino.

Assim, o professor planeja as ações com foco no ato de aprender do educando, se preocupando em estruturar o passo a passo da atividade que pretende propor e relacionando o modelo de processo mental previsto de acordo com suas reflexões e do seu nível de formação (OSER; BAERISWYL, 2001; PADILHA, 2019), tendo em vista que “o processo de aprendizagem, ou seja, a estrutura não visível, deve ser o princípio de todo processo educativo” (PADILHA, 2019, p. 54).

Logo,

podemos usar a metáfora das Coreografias Didáticas para análise de práticas que não foram produzidas a partir dos pressupostos destas (conforme podemos ver em SOUZA, 2016), mas também podemos defini-las como um modelo de ensinagem (PADILHA; ZABALZA, 2015). [...] as Coreografias Didáticas podem ser denominadas um modelo didático que visa a promoção de práticas de ensinagem profundas e significativas (PADILHA, 2019, p. 50).

Em vistas à sua implementação, a necessidade de significação do conhecimento está atrelada à antecipação das aprendizagens e à identificação de modelos base essenciais para a compreensão de determinados conceitos e, apenas como consequência disto, o professor deve esperar atingir os objetivos pedagógicos elencados por ele para cada atividade.

Portanto, ao planejar, o professor deve refletir sobre as aprendizagens necessárias aos estudantes e, a partir delas, traçar caminhos favoráveis à sua construção. Nessa perspectiva, o planejamento “evita que o professor defina estratégias de ensino independentes das operações mentais, comportamentais

e afetivas que os alunos precisam mobilizar para aprender" (PADILHA, 2019, p. 54). De qualquer forma,

na coreografia didática o professor precisa pensar sobre os passos que seus alunos irão desenvolver, mas também no cenário da aprendizagem, de maneira estratégica. [...] Partindo da compreensão de como o aluno irá aprender, o professor planeja como seus alunos irão se mover nesse cenário. Também procura prever as relações que se estabelecem entre alunos-alunos, alunos-professor e as atividades definidas e desenvolvidas a partir dessas relações (PADILHA, p. 839-840).

Ademais, ao planejar a prática com tecnologias (digitais), é preciso antes compreender que essa atitude implica na mudança de papéis entre os sujeitos envolvidos no ato didático, visto que “o professor tendo fluência tecnológica, tem a necessidade de pensar em como vai ensinar seus alunos com as TDIC, o que implica também saber o processo de aprender por parte dos alunos (EIDELWEIN et al., 2016, p. 89)”.

Assim, enquanto conhecedor das especificidades do conteúdo, de estratégias pedagógicas e das aprendizagens a serem mobilizadas, o professor precisa também “refletir sobre formas de trabalhar o conteúdo matemático no ambiente digital escolhido e isso em uma perspectiva que coloque o aluno no centro do processo, como sujeito ativo e corresponsável por sua aprendizagem” (ROCHA; BITTAR, 2017, p. 163).

No capítulo seguinte, veremos como os construtos teóricos apresentados até aqui se articulam e como serão utilizados na direção da análise dos dados.

4. PERCURSO METODOLÓGICO

A fim de melhor compreender o nosso objeto de estudo e atender aos objetivos previamente estabelecidos, a metodologia desta pesquisa está fundamentada em uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo. Além disso, é exploratória, segundo a natureza dos objetivos (GONSALVES, 2001).

Os procedimentos de condução deste estudo têm como objetivo principal investigar a mobilização de TPACK por professores de Matemática no planejamento do ensino com TD, segundo os pressupostos das Coreografias Didáticas.

Nesse sentido, utilizamos a metáfora das Coreografias Didáticas (OSER; BAERISWYL, 2001; ZABALZA, 2005; PADILHA, 2019) em uma perspectiva de análise metodológica (SOUZA, 2015) das estratégias didáticas planejadas pelos professores sujeitos da pesquisa, com o propósito de, a partir da compreensão de suas etapas, investigar os núcleos dos elementos do TPACK, facilitando sua identificação e indícios da sua mobilização, a partir da proposição de um modelo de análise.

Nessa perspectiva, um estudo piloto foi realizado antes do exame de qualificação desta pesquisa, a fim de validar o modelo de análise proposto. Para isso, foi selecionada uma sequência didática elaborada por um professor do ensino superior para uma aula na educação básica, sobre diagonais de polígonos com o *software* GeoGebra, por apresentar os elementos fundamentais de um plano de aula. O planejamento do professor e sua análise se encontram, respectivamente, no Anexo A e no Apêndice B.

Com efeito, concordamos que “as coreografias didáticas são uma forma de antecipar, planejar, pôr em prática e avaliar” (SOUZA, 2016, p. 54) ações pedagógicas, ao mesmo tempo em que flexibiliza a utilização de recursos, tais como TD.

No Quadro 2 a seguir, apresentamos o desenho metodológico desta investigação, revisitando os objetivos específicos, apresentando os instrumentos de coleta selecionados e a descrição do método de análise adotado, de modo a tornar mais clara sua relação.

Quadro 2 - Desenho metodológico

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	MÉTODO DE ANÁLISE	CATEGORIAS DE ANÁLISE
Analisar os cenários organizados pelos professores em função das aprendizagens antecipadas e das representações dos conteúdos com as TD;	Planos de aula	Análise Textual Discursiva (Moraes; Galiazzi, 2011)	Etapas das Coreografias Didáticas (Padilha, 2019)
Identificar elementos do TPACK dos professores segundo o planejamento de estratégias de ensino e aprendizagem com TD;	Entrevistas		Elementos do TPACK (Koehler; Mishra, 2009)
Relacionar a mobilização de elementos do TPACK com os pressupostos das Coreografias Didáticas a partir do planejamento do ensino com TD.	Modelo de CD		Componentes do TPACK (Akkoç, 2010)

Fonte: Elaborado pela autora (2020).

4.1 Sujeitos da pesquisa

Os sujeitos da pesquisa são professores de Matemática da Educação Básica, dos níveis Fundamental e Médio da rede pública de ensino, com alguma experiência e interesse na utilização de TD em sua prática pedagógica. Coincidentemente, os quatro professores possuem entre 20 e 30 anos de idade com experiência docente média de 5 anos, o que implica numa maior possibilidade de experiências formativas, até mesmo na graduação, sobre TDIC (ZULATTO, 2003).

Um dos professores possui apenas o título de graduado, enquanto os demais possuem como maior titulação a Especialização, sobretudo para o ensino de Matemática. Todos eles já utilizaram, pelo menos uma vez, a TD selecionada para o desenvolvimento do seu planejamento e afirmaram ter um nível de experiência significativo quanto ao seu uso (Quadro 3).

Para garantir a confidencialidade dos professores e a ética do trabalho, estes serão identificados na análise dos dados como P1, P2, P3 e P4, segundo a ordem de recebimento dos planos. O quadro a seguir sistematiza as informações coletadas sobre o perfil docente dos sujeitos da pesquisa.

Quadro 3 - Perfil docente dos sujeitos da pesquisa

PERFIL DOCENTE	P1	P2	P3	P4
Nível de Ensino (atuação)	Ensino Fundamental	Ensino Fundamental e Médio	Ensino Fundamental	Ensino Médio
Faixa etária	Entre 20 e 30 anos	Entre 20 e 30 anos	Entre 20 e 30 anos	Entre 20 e 30 anos
Maior titulação	Especialização	Especialização	Graduação	Especialização
Experiência docente	Mais de 5 anos	Mais de 5 anos	Menos de 5 anos	Menos de 5 anos
Frequência que utiliza TD nas aulas	Já utilizei	Utilizo às vezes	Utilizo sempre	Utilizo às vezes
Nível de experiência com a TD escolhida (1 a 5)	3	4	4	4

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Apesar de não considerarmos todas essas variáveis na análise (como a idade dos professores e tempo de formação), buscamos uma melhor caracterização do seu perfil. Além disso, quanto à quantidade de sujeitos, acreditamos ser uma quantidade suficiente para acessar a uma certa diversidade de contextos, níveis de ensino e propostas, tendo como base os estudos consultados na RS.

4.2 Construção dos dados da pesquisa

No que tange a construção dos dados, a pesquisa foi realizada em duas etapas. A primeira consistiu na solicitação e acesso a um plano de aula de cada professor, utilizando uma TD para abordar um conteúdo matemático, ambos de sua escolha. Um formulário eletrônico foi elaborado através do *Google Forms* como um meio direto para solicitar e receber os planos, além de conter algumas perguntas para caracterizar seus perfis e experiência com TD.

Consideramos planos de aula instrumentos válidos (SAMPAIO; COUTINHO, 2015), tendo em vista que o TPACK dos professores é executado, em parte, durante o planejamento (HARRIS; HOFER, 2011), onde os objetivos de aprendizagem devem estar bastante claros e focados na potencialização e na exploração dos recursos em favor do desenvolvimento do educando.

De acordo com Cid-Sabucedo, Pérez-Abellás e Zabalza (2009), o processo de planificação contém, de maneira geral, componentes chaves da mobilização dos conhecimentos docentes sobre a disciplina e a própria atividade de planejamento, de um objetivo que guiará todos os passos e, a partir da antecipação, estruturar “uma estratégia processual que inclua as tarefas a serem realizadas, a sequência de atividades e alguma forma de avaliação ou encerramento do processo” (p. 5).

4.2.1 Planos de aula

A coleta dos dados foi feita por meio do acesso ao plano de aula do professor, através do qual buscamos identificar e compreender os elementos que o docente considera e prioriza ao elaborar suas estratégias de ensino e articular os objetivos previstos com o recurso escolhido, fundamentalmente à TD, segundo a mobilização de TPACK.

Foi solicitado um plano de aula detalhado com o uso de alguma TD para o ensino de um conteúdo matemático, ambos da escolha do professor. Destacamos a importância de se conhecer bem a TD selecionada e de evidenciar o papel desta em cada passo de aprendizagem dos alunos e as ações deles diante desse recurso, bem como as atividades propostas.

Além disso, tivemos o cuidado em explicitar, no início do processo de coleta de dados, mais especificamente, no momento de compartilhamento do *link* do formulário via *Whatsapp*, que o plano de aula deveria ser feito pelo próprio professor, a partir dos elementos e da organização que já considera. Também não exigimos que o plano tivesse produção inédita para a pesquisa, sendo possível para o professor criar um plano do zero ou adaptar um plano antigo, de uma aula já experienciada ou não.

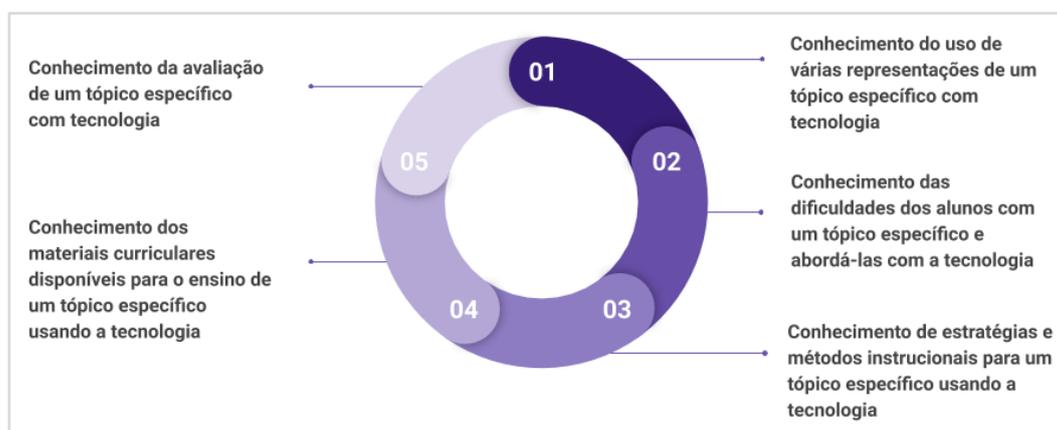
Acreditamos que esse último elemento possibilitou ao professor agregar seus conhecimentos da experiência prévia com a sequência didática planejada, promovendo um momento de reflexão no sentido do aprimoramento de estratégias.

4.2.2 Entrevistas

A segunda etapa constou de uma entrevista realizada por meio de formulário eletrônico, para melhor adequação à disponibilidade dos professores, como uma forma de explorar mais amplamente situações de interesse da pesquisadora (MARCONI; LAKATOS, 2017), com base nos elementos considerados por Akkoç (2010), na direção do TPACK (Figura 10).

Além disso, é válido ressaltar que a entrevista foi pensada para ser realizada via videoconferência com cada um dos professores, mas o processo de validação do roteiro demorou mais do que o esperado e o contexto dos professores estava imerso nas atividades burocráticas e de recuperação das aprendizagens do fim de ano, ainda mais de um ano escolar tão atípico como 2020.

Figura 15 - Os cinco componentes do TPACK



Fonte: Baseada em Akkoç (2010).

O processo de validação do roteiro de perguntas contou com a contribuição de dois doutores pesquisadores na área de Educação Tecnológica, que teceram sugestões e questionamentos pertinentes para a sua adaptação (Apêndice C). A proposição da entrevista teve o objetivo de esclarecer aspectos dos conhecimentos revelados pelos professores na etapa anterior, mais especificamente, por que, para que e como determinada tecnologia pode colaborar para a aprendizagem matemática (BASNIAK; ESTEVAM, 2018).

4.3 Um modelo de análise

Compreendemos que o desenvolvimento da mentalidade do professor para o uso de tecnologias digitais no ensino é um processo complexo (NIESS *et al.*, 2006), que envolve uma estruturação conceitual que inclui o "conhecimento

do pensamento e da aprendizagem no aluno, conhecimento do assunto e, cada vez mais, conhecimento de tecnologia" (KOEHLER; MISHRA, 2009, p. 61), em termos fundamentalmente metodológicos.

Em consonância com os autores (op cit.), Costa e Prado (2015) reforçam a necessidade de construção/reconstrução, por parte do professor, dos seus conhecimentos sobre pedagogia, conteúdo e tecnologia, mais especificamente o TPACK. Com efeito:

(...) em processos formativos com a intenção de auxiliar o professor a construir o TPACK, é necessário que se proponham situações com tecnologia, que tenham como ponto de partida o conhecimento específico do conteúdo e envolvam discussões pedagógicas e também as ligadas às implicações do uso dos recursos tecnológicos no ensino como forma de estruturação do pensamento (p. 117).

Assim, o que é proposto pode ser caracterizado como um passo a passo lógico para o professor mobilizar os conhecimentos necessários para ensinar com tecnologia de modo que os estudantes sejam capazes de pensar com tecnologia. Sobre isto, evidencia Bittar (2010):

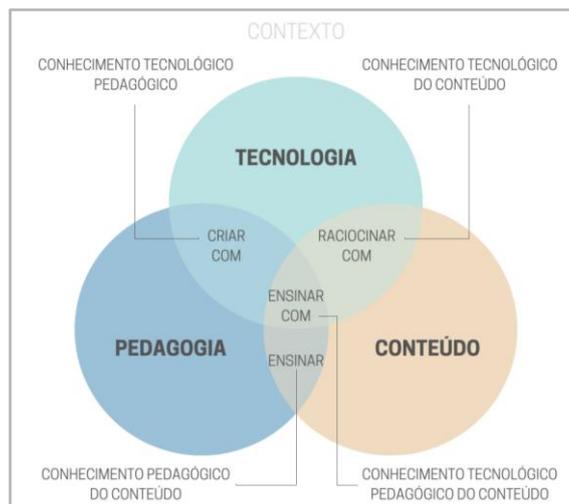
Os professores necessitam, portanto, conhecer as tecnologias disponíveis e estudar possibilidades de uso dessa ferramenta como mais um recurso didático para o processo de aprendizagem. [...] a aprendizagem deve ser favorecida com situações que a tornem mais significativa e que os alunos possam interagir entre si e com a máquina, construindo conhecimentos, vivenciando situações que, muitas vezes, não tinham sentido, ou tinham outro sentido, no ambiente papel e lápis (p. 220).

Isto posto, fica evidente que “as TDIC demandam conhecimentos diversos os quais são necessários para que o professor de Matemática possa ‘raciocinar com’, ‘criar com’ e ‘ensinar com’ tecnologia” (COSTA; PRADO, 2015, p. 102). Consideramos que essas ações podem ser relacionadas ao conceito de TPACK e seus elementos, de modo que professores reconstruam seus conhecimentos à medida que avançam no processo de apropriação do conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo para efetivamente ensinar com tecnologia, como apresentado na Figura 16, a seguir.

O ato de *ensinar* é naturalmente relacionado ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo do professor e segue diretamente da definição descrita por Shulman (1986), evidenciando a

capacidade do professor para transformar o conhecimento do conteúdo que ele possui em formas que são pedagogicamente poderosas e agora adaptadas às variações, capacidades e antecedentes apresentados pelos alunos (SHULMAN, 1987, p. 15).

Figura 16 - Proposta prática para a mobilização de TPACK



Fonte: Elaborada pela autora (2020).

Ao relacionar o Conhecimento Tecnológico Pedagógico à ação de *criar com* tecnologia, consideramos o desenvolvimento da capacidade do professor de estabelecer critérios para escolha de recursos tecnológicos, sua compreensão do potencial pedagógico das tecnologias disponíveis e o seu conhecimento das possibilidades de uso dessas ferramentas, para assim ser capaz de criar estratégias de aprendizagem com tecnologia.

De fato, o TPK “é o conhecimento da existência de diversos componentes e recursos tecnológicos e, como eles podem ser utilizados no cenário de ensino e aprendizagem” (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1028), em determinados tipos de atividades de aprendizagem (KOEHLER; MISHRA, 2005; 2009; HARRIS; MISHRA; KOEHLER, 2009).

Já a relação entre o Conhecimento Tecnológico do Conteúdo e o *raciocinar com* tecnologia, se fundamenta na propriedade do professor de compreender a representação do conteúdo na TD utilizada, bem como o conhecimento de suas ferramentas e funções mais pertinentes para explorar um conteúdo específico. Contempla ainda, a capacidade do professor de “entender como os estudantes podem aprender por meio de diferentes ferramentas e como estas se adequam ao conteúdo em estudo” (CIBOTTO; OLIVEIRA, 2017, p. 18), evidenciando o entendimento para considerar uma sequência de operações mentais e/ou atuações práticas para a construção de aprendizagens com a TD.

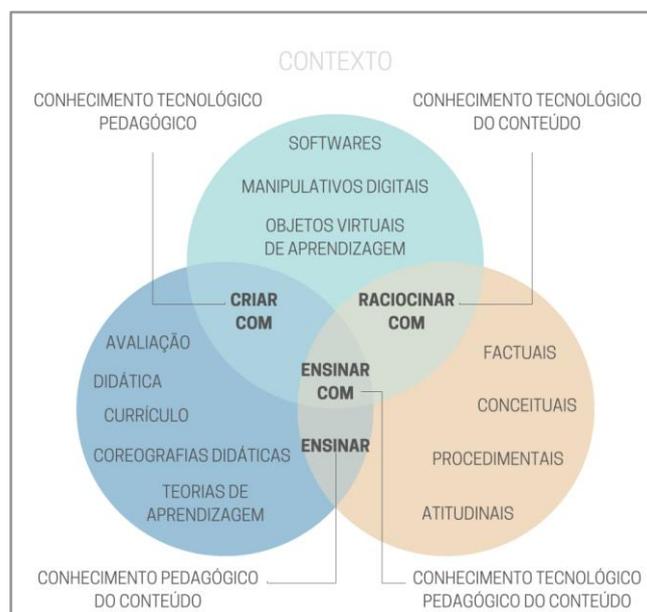
Por fim, sobre a relação entre o Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo e o *ensinar com* tecnologia, compreendemos que o "pacote" de conhecimentos necessários ao professor para desenvolver sua prática em

ambientes tecnológicos de aprendizagem está completo e ele é capaz de selecionar os recursos digitais adequados para ensinar um conteúdo específico, de organizar estratégias que proporcionem ao educando aprender e pensar o conteúdo com a tecnologia utilizada, de estruturar o pensamento do estudante e ter clareza do papel da tecnologia nesse processo.

Em vista disso, estas ações poderão ser desenvolvidas e potencializadas por propostas metodológicas que consideram sequências de estratégias didáticas como um “conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (ZABALA, 1998, p. 18) — o modelo didático das Coreografias Didáticas.

No esquema abaixo (Figura 17), é possível observar alguns dos elementos inerentes à compreensão de cada tipo de conhecimento, que vão desde a representação de conceitos por meio da tecnologia, até a construção de conhecimento matemático com tecnologia:

Figura 17 - Elementos envolvidos na mobilização de TPACK



Fonte: Elaborada pela autora (2020).

Os Conhecimentos Pedagógicos são originados de diferentes campos como Pedagogia, Didática, Currículo e outros, que se aplicam ao aprendizado do aluno (CIBOTTO; OLIVEIRA, 2017), bem como gestão da sala de aula, desenvolvimento de plano de aula, sua implementação e avaliação do estudante (OSER; BAERISWYL, 2001; ZABALZA, 2005). Portanto, “requer uma compreensão das capacidades cognitivas, sociais e teorias de desenvolvimento

da aprendizagem e como elas se aplicam aos estudantes na sala de aula” (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1027).

Os Conhecimentos do Conteúdo permitem a compreensão do assunto a ser ensinado (MISHRA; KOEHLER, 2006), ao passo que as intenções educacionais dos professores devem ser guiadas “em relação às capacidades que se pretende desenvolver nos alunos” (ZABALA, 1998, p. 27), sejam elas cognitivas, afetivas, comportamentais ou motoras, visando a formação integral do educando.

Os Conhecimentos Tecnológicos são bastante dinâmicos e exigem frequente atualização (MISHRA; KOEHLER, 2006; HARRIS; MISHRA; KOEHLER, 2009). Contemplam, além de habilidades com o uso de tecnologias analógicas, as tecnologias digitais — “essas englobam computadores, robôs, chips, softwares, vídeos, dentre outros e a maneira de utilizar esses recursos, mesmo de maneira trivial, a exemplo de operações de planilhas ou editores de texto” (CIBOTTO; OLIVEIRA, 2017, p. 15).

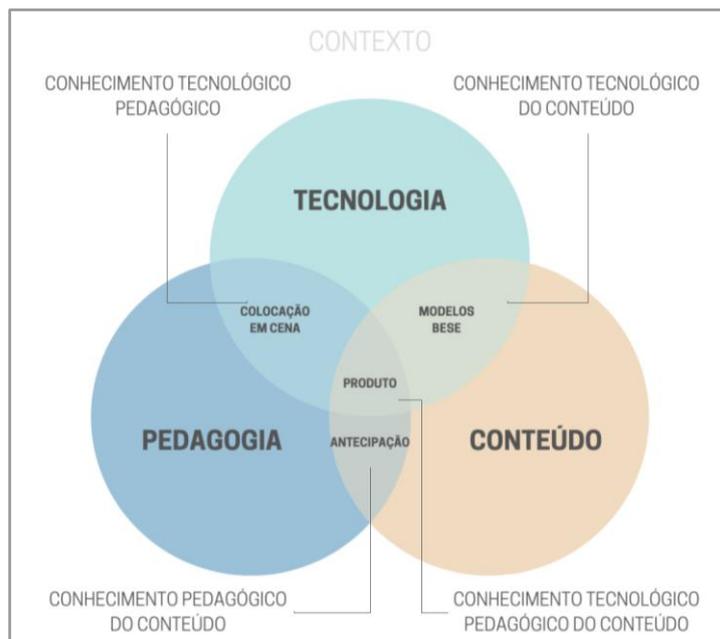
Além disso, nesse mesmo diagrama, as Coreografias Didáticas são percebidas como um elemento da área pedagógica, mais especificamente, como um modelo didático (PADILHA, 2019) que, por meio das suas interações com a aprendizagem de conteúdos e do uso de recursos tecnológicos, se apresentam como uma possibilidade de estruturar o processo de ensino e aprendizagem para o uso de TD.

Na razão direta em que indicamos essa nova abordagem, surgem novos papéis para as conexões existentes e o desenvolvimento dos conhecimentos envolvidos. A proposição feita está ilustrada na Figura 18, a seguir.

Nesse processo, a antecipação não fica alheia ao Conhecimento Tecnológico, mas tem ênfase no Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, isto é, na ação de ensinar, conforme exige do professor a habilidade de conhecer “estratégias que possam ser mais adequadas para o ensino [de Matemática] que favoreçam a compreensão do aluno sobre o conteúdo abordado” (COSTA; PRADO, 2015, p. 109), bem como explicitado por Basniak e Estevam (2018) em seu estudo sobre o TPACK do professor de Matemática:

(...) o estudo sugere que o desenvolvimento do Mathematics TPACK implica a priorização do conhecimento pedagógico de Matemática, em detrimento do conhecimento matemático específico ou do conhecimento tecnológico, tendo como horizonte a integração consciente, justificada e, portanto, intencional da tecnologia a partir de uma dimensão pedagógica (p. 20).

Figura 18 - As Coreografias Didáticas e a mobilização de TPACK



Fonte: Elaborada pela autora (2020).

E, a partir disso, permite ao professor:

- definir o assunto e os conteúdos;
- antecipar os resultados de aprendizagem;
- pensar o cenário ideal.

Já a colocação em cena, associamos ao Conhecimento Tecnológico Pedagógico, isto é, à ação de *criar com tecnologia*, à medida que, para isso, o professor deve ser capaz de compreender as “técnicas pedagógicas que usam as tecnologias de forma construtiva para ensinar” (COSTA; PRADO, 2015, p. 116) e refletir sobre as possibilidades de uso da tecnologia para o aluno construir conhecimento.

No caso da planificação de aulas, por exemplo, o TPK é operacionalizado por meio da seleção, conciliação e sequência de atividades de aprendizagem (HARRIS, 2008; SAMPAIO; COUTINHO, 2015). Assim, o docente poderá organizar o cenário adequado, selecionar os recursos e materiais necessários, bem como estruturar um modelo de ensino com atividades apropriadas para o alcance das aprendizagens antecipadas. Logo, estão relacionados à mobilização do TPK:

- estabelecimento de critérios válidos para escolha da TD;
- compreensão do potencial pedagógico da TD;
- conhecimento de suas possibilidades de uso.

Já os modelos base, relacionamos com o Conhecimento Tecnológico do Conteúdo em termos de *raciocinar com* tecnologia, pois assim é possível que o docente compreenda a maneira pela qual a abordagem do conteúdo (matemático) muda com a aplicação da tecnologia (COSTA; PRADO, 2015). Sendo assim, é imprescindível que o professor considere uma sequência de operações mentais e proponha atuações práticas pertinentes, o que possibilita, sobretudo, a identificação dos modelos base necessários para a construção do conhecimento. Assim, são contemplados no TCK do professor:

- compreensão da representação do conteúdo;
- conhecimento das ferramentas e suas funções para explorar o conteúdo;
- conhecimento para considerar uma sequência de operações mentais e/ou atuações práticas pertinentes.

Por último, mas definitivamente não menos importante, relacionamos o produto ao Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo, ou seja, à ação de *ensinar com* tecnologia, visto que ao ter esse conhecimento bem desenvolvido, o professor é capaz de criar condições favoráveis para o estudante aprender com tecnologia e fazer a verificação das aprendizagens, na perspectiva de aprender e pensar o conteúdo com a tecnologia utilizada.

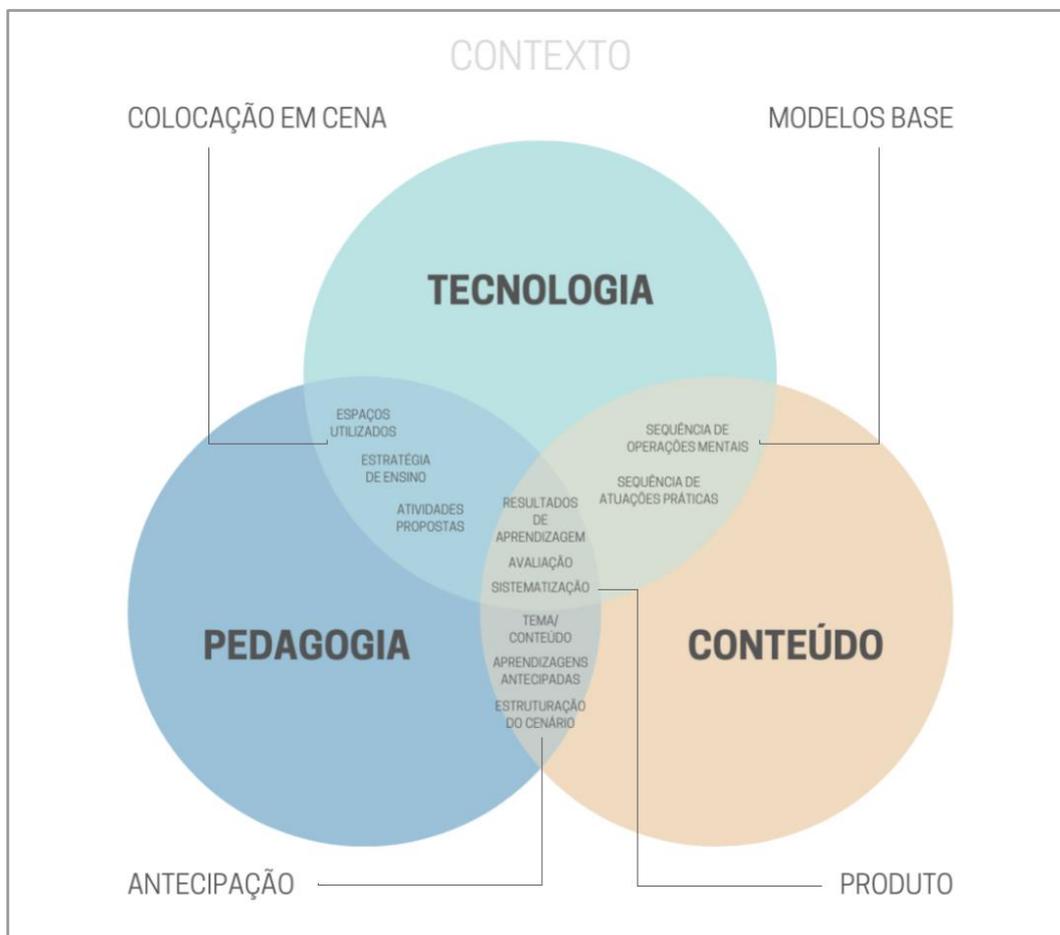
Dessa forma, o produto será vinculado à sistematização do domínio do conhecimento, à observação do domínio da prática de habilidades e à avaliação das aprendizagens antecipadas. Assim, são considerados possíveis indícios do TPACK:

- conhecimento para selecionar os recursos tecnológicos adequados para ensinar um conteúdo específico;
- conhecimento de estratégias que proporcionam ao aluno aprender e pensar o conteúdo com a tecnologia utilizada;
- conhecimento para propor formas de sistematização das aprendizagens previstas de modo a possibilitar sua verificação.

Na prática, o modelo proposto (Apêndice D) para análise dos planos de aula com TD dos professores sujeitos da pesquisa consta de relacionar: antecipação e PCK, colocação em cena e TPK, modelos base e TCK, produto e TPACK (Figura 19); de modo a facilitar a compreensão de suas fases — ainda que inter-relacionadas, mas não-lineares — e ao compreender que:

(...) a relação entre as operações de pensamento e os conteúdos desenvolvidos para atingir os objetivos de aprendizagem devem ser interrelacionados ao ser definida a coreografia didática. A coreografia didática deve prever as ações cognitivas a serem realizadas pelos alunos e, em consequência, sua aprendizagem (PADILHA, 2019, p. 50).

Figura 19 - Proposta de modelo de análise



Fonte: Elaborada pela autora (2020).

Ao propor este modelo, destacamos a importância de que esses elementos sejam considerados e percebidos durante o planejamento da prática pedagógica do professor e, especialmente, das aprendizagens com as TD.

5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Nesta etapa, nos guiaremos pelos objetivos estabelecidos nesta pesquisa e a partir da compreensão da influência da fundamentação teórica estruturada, ao considerar o método de Análise Textual Discursiva proposto por Moraes e Galiazzi (2011), à medida que:

(...) pode ser compreendida como um processo auto-organizado de construção de compreensão em que novos entendimentos emergem a partir de uma sequência recursiva de três componentes: a desconstrução dos textos do 'corpus', a unitarização; o estabelecimento entre os elementos unitários, a categorização; o captar o emergente em que a nova compreensão é comunicada e validada (p. 12, adaptado).

A partir de uma leitura inicial cuidadosa dos dados coletados através dos planos de aula e das respostas às entrevistas, elencamos como categorias de análise (MORAES; GALIAZZI, 2011) dos planos de aula *a priori*: (a) a antecipação desenvolvida, (b) o planejamento da colocação em cena, (c) as sequências de operações mentais propostas (explícita ou implicitamente) e (d) a verificação dos resultados de aprendizagem esperados (produto da aprendizagem).

Para a análise das entrevistas, em busca de elementos de sentido para responder a questão proposta pela pesquisa, definimos como categorias: (a) PCK, (b) TCK, (c) TPK e (d) TPACK matemático dos professores.

Por fim, nos propomos a analisar as conexões existentes entre as TD, o conteúdo curricular e a abordagem pedagógica estruturada em vistas a facilitar o ensino e a aprendizagem (RÍORDÁIN; JOHNSTON; WALSH, 2016), com base nos elementos descritos por Akkoç (2010): (a) dificuldades conceituais dos alunos, (b) representações do conteúdo, (c) estratégias de ensino e, (d) currículo e avaliação.

5.1 Planos de aula - Etapas das Coreografias Didáticas

Com a intenção de facilitar a compreensão e dispor os dados de uma forma mais clara e concisa, a interpretação dos dados com base nas categorias explicitadas para a análise dos planos e das entrevistas será desenvolvida em conjunto, tendo em vista ainda o atendimento ao terceiro objetivo específico definido para o estudo.

Assim, as coreografias estruturadas serão apresentadas a partir de agora e serão discutidas na seção subsequente, a partir do aprofundamento da relação de suas etapas e da mobilização de elementos do TPACK. Para isso, destacamos em *itálico* trechos das falas dos professores, mais especificamente, das suas respostas à entrevista.

5.1.1 A coreografia de P1

A fim de introduzir mais facilmente a proposta de P1, apresentamos os principais elementos do seu plano no quadro abaixo:

Quadro 4 - Principais elementos do plano de aula de P1

Ano	Tema	Conteúdo	Objetivo(s)	Duração	TD
9º	Função	Função do 1º grau	Aprender os elementos da função do 1º grau, o que cada um desses elementos representa de forma isolada, os possíveis gráficos de uma função do 1º grau e como essas funções se apresentam no nosso cotidiano.	1h40min	Software Geogebra

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

De maneira geral, a estratégia proposta no plano de aula é descrita por P1 tendo como foco a *“necessidade de tornar mais concreto conceitos considerados abstratos, pensando na aquisição de novos conceitos”*. Atribuimos essa perspectiva do “tornar mais concreto” ao fato de que “construções geométricas possam ser arrastadas pela tela mantendo-se os vínculos estabelecidos durante a realização da construção” (ZULATTO, 2003, p. 1), em um *software* de geometria dinâmica como o Geogebra, destacando o uso da TD para a manipulação virtual de objetos matemáticos (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018).

Além disso, P1 afirma ter consultado a BNCC como referência para o seu planejamento, mas indica que *“infelizmente na BNCC não há sugestão do uso de nenhuma tecnologia digital para ensino de funções”*. De fato, especificamente para o desenvolvimento da habilidade descrita para o 9º ano, que envolve como objetos de conhecimento as funções e suas representações numérica, algébrica e gráfica, não há indicação do uso de uma TD:

(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis (BRASIL, 2018, p. 317).

Todavia, na quinta competência específica para Matemática, o documento faz as recomendações para o uso de TD, na perspectiva da validação de estratégias e resultados (BRASIL, 2018) e, em seguida, destaca que “esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos” (BRASIL, 2018, p. 298). Ou seja, ainda que não haja menção para o uso de TD para a operacionalização de determinadas habilidades, o professor, a partir de uma compreensão clara do papel da TD, pode articular o seu uso aos objetivos de aprendizagem pretendidos.

Segue a coreografia estruturada de P1:

Quadro 5 - Antecipação de P1

ANTECIPAÇÃO		PCK
TEMA / CONTEÚDO	Função do 1º grau	<i>Os estudantes podem apresentar dificuldades com operações básicas e substituições de elementos algébricos por elementos numéricos (muito comum nesses primeiros contatos com o assunto).</i>
APRENDIZAGENS ANTECIPADAS	<ul style="list-style-type: none"> - expor os conhecimentos prévios sobre o assunto; - relacionar a ideia de função apresentada com outros exemplos; - reconhecer a relação de interdependência entre grandezas; - compreender a importância do tema na nossa realidade; - identificar elementos de uma função do 1º grau; - construir um repertório de exemplos de funções do 1º grau; - reconhecer os tipos de função do 1º grau; - conhecer a representação gráfica de funções do 1º grau; - compreender a influência de cada elemento da função na sua representação gráfica; - relacionar os elementos da função à sua representação gráfica; - discutir e selecionar/criar uma situação que envolva o conceito de função. 	
ESTRUTURAÇÃO DO CENÁRIO	Exposição do conteúdo de forma oral, com o auxílio do quadro e demonstração no Geogebra através do computador do professor conectado a um projetor. No entanto, não fica claro na estratégia descrita se os alunos teriam acesso a computadores ou mesmo ao app do Geogebra a partir de smartphones.	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Quadro 6 - Planejamento da colocação em cena de P1

COLOCAÇÃO EM CENA		TPK
ESPAÇOS UTILIZADOS	Sala de aula - computador, Geogebra, projetor e quadro branco.	<p>- (...) essa tecnologia permite de forma muito mais prática e rápida a demonstração de vários exemplos diferentes, exemplos esses que podem propostos pelos alunos inclusive [...]. Com a utilização do GeoGebra há uma adição de dinamicidade a aula.</p> <p>- (...) o GeoGebra permite a explicação desses elementos através da plotagem dos gráficos.</p> <p>- Há a possibilidade de abordar a substituição dos elementos algébricos pelos numéricos através da criação de uma linha de parametrização dos valores que serão utilizados no lugar de cada uma das variáveis.</p>
ESTRATÉGIA DE ENSINO	<ul style="list-style-type: none"> - Questionar a turma sobre o que é uma função; - Apresentar um exemplo de função do cotidiano; - Apresentar o contexto histórico das funções; - Apresentar a definição formal de Função do 1º grau; - Apresentar os tipos de função do 1º grau; - Apresentar a representação gráfica de funções do 1º grau no software Geogebra a partir de exemplos; - Dividir os alunos em grupos. 	
ATIVIDADES PROPOSTAS	Não foi possível identificar, no plano de P1, que atividades serão realizadas com os estudantes durante a aula.	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Quadro 7 - Sequência de operações mentais considerada por P1

MODELOS BASE DE APRENDIZAGEM		TCK
SEQUÊNCIA DE OPERAÇÕES MENTAIS	A representação gráfica de funções, sobretudo com o uso do Geogebra, a partir da integração da janela de álgebra e da janela de visualização, permite ao estudante visualizar, identificar, compreender, comparar, analisar e relacionar grandezas, elementos e representações de forma mais dinâmica e interativa.	<p>- O conceito de Função será representado não de forma isolada mas sim atrelada aos possíveis gráficos de uma função do 1º grau, permitindo que o estudante identifique a relevância de cada elemento da função e como isso pode diferenciar as funções.</p>
SEQUÊNCIA DE ATUAÇÕES PRÁTICAS	Ligada ao desenvolvimento da habilidade: (EF09MA06) - Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis (BRASIL, 2018).	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Quadro 8 - Verificação das aprendizagens previstas por P1

PRODUTO		TPACK
FORMAS DE SISTEMATIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS PREVISTAS	Divisão dos estudantes em grupos para a exposição de funções em contexto.	<p>- Através do GeoGebra é possível modelar os gráficos das funções do 1º grau, bem como mostrar a funcionalidade de cada elemento da função do 1º.</p> <p>- Quando o aluno participa de uma aula onde estão sendo abordados os elementos da função no GeoGebra e expõe para a turma como acredita que será o comportamento da função com a alteração de algum elemento predeterminado, esse demonstra que está compreendendo e relacionando esses conhecimentos novos aos conhecimentos considerados subsunçores. Nessa exposição podemos avaliar a aprendizagem do estudante.</p>
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DO DOMÍNIO DO CONHECIMENTO	A partir da explicação dos estudantes.	
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA PRÁTICA DE HABILIDADES	Descrição do comportamento da função a partir da alteração de um ou mais elementos.	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

5.1.2 A coreografia de P2

Apresentação geral do plano de P2:

Quadro 9 - Principais elementos do plano de aula de P2

Ano	Tema	Conteúdo	Objetivo(s)	Duração	TD
1º (EM)	Economia	Introdução à Função Quadrática	Conhecer, aplicar, relacionar conceitos	-	Software Geogebra

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Como descrição da proposta apresentada em seu plano, P2 descreve:

“A ideia é usar um recurso tecnológico como uma ferramenta para melhorar tanto a visualização como conseguir fazer a relação entre a álgebra e a geometria. Com isso, foi utilizado o programa Geogebra como ponte para o assunto, sendo usado durante toda aula, como também nas atividades.”.

Ainda no texto do planejamento, P2 elenca as habilidades previstas na BNCC (BRASIL, 2018) cujo desenvolvimento estaria relacionado com o que seria estabelecido na aula:

[EM13MAT502] Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

[EM13MAT302] Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

No entanto, tanto a forma como foram descritos os objetivos quanto a falta de detalhes sobre a realização das atividades, dificultaram a identificação do cenário de aprendizagem previsto. Por isso, acreditamos que a estratégia proposta tenha sido pautada nas tarefas indicadas no livro didático que apoiou a sua construção; algo semelhante ao apresentado na Figura 7 (capítulo dois). Segue a coreografia estruturada:

Quadro 10 - Antecipação de P2

ANTECIPAÇÃO		PCK
TEMA / CONTEÚDO	Economia - Introdução à Função Quadrática	<p>- Uma das grandes dificuldades apresentadas é a falta de conhecimento sobre os conceitos básicos de Geometria que deveriam ter sido trabalhados/estudados nas séries anteriores.</p> <p>- O livro didático trás propostas para que sejam utilizados recursos tecnológicos, entretanto de maneira breve, enfatizando apenas um conteúdos do capítulo, então tento conciliar com artigos e planos de aula pesquisados.</p>
APRENDIZAGENS ANTECIPADAS	<ul style="list-style-type: none"> - ler e interpretar dados apresentados em tabelas e gráficos; - visualização gráficos e relacionar conceitos; - resolver exercícios. 	
ESTRUTURAÇÃO DO CENÁRIO	Os objetivos não se mostraram suficientemente detalhados para orientar com clareza o processo de ensino e aprendizagem.	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Quadro 11 - Planejamento da colocação em cena de P2

COLOCAÇÃO EM CENA		TPK
ESPAÇOS UTILIZADOS	Material de apoio disponibilizado no Google Classroom antes do momento síncrono da aula via Google Meet, exposição da manipulação do Software por meio do compartilhamento de tela e atividade proposta por Google Forms.	<p>- As construções são feitas de maneira bem simples, a fim de que todos entendam as relações e como manusear.</p> <p>- Contribuir para o desenvolvimento do ensino-aprendizagem de forma dinâmica e interativa.</p> <p>- A ideia é que seja sugerido um problema e a partir dele, seja feita uma construção no Geogebra, a fim de destacar elementos chaves para a conceituação de Função.</p>
ESTRATÉGIA DE ENSINO	<ul style="list-style-type: none"> - disponibilizar texto de apoio (versão impressa e digital); - propor a utilização do Software Geogebra; - exposição do conteúdo via Google Meet; - propor exercícios (versão impressa e digital); - monitoramento no Google Classroom e Whatsapp; - utilização do Google Forms para realização de atividade de nivelamento. 	
ATIVIDADES PROPOSTAS	Não foi possível identificar, no plano de P2, que atividades serão realizadas com os estudantes durante a aula.	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Quadro 12 - Sequência de operações mentais considerada por P2

MODELOS BASE DE APRENDIZAGEM		TCK
SEQUÊNCIA DE OPERAÇÕES MENTAIS		<p>- Podemos fazer uma relação rápida entre diferentes áreas da matemática, uma melhor visualização, como também aprender com as mudanças de coeficientes, gráficos e a relação entre eles.</p> <p>- Como existe a possibilidade de trabalhar também esses conceitos básicos de Geometria no Geogebra, abri espaço na aula para que esses conteúdos fossem apresentados de maneira clara e objetiva, a partir de construções e exemplos.</p>
SEQUÊNCIA DE ATUAÇÕES PRÁTICAS	Relação com o desenvolvimento das habilidades (EM13MAT502) e (EM13MAT302) previstas na BNCC.	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Quadro 13 - Verificação das aprendizagens previstas por P2

PRODUTO		TPACK
FORMAS DE SISTEMATIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS PREVISTAS	-	<p>Na última parte, é disponibilizada a atividade para a turma, onde podem usar o Geogebra e colocar em prática o que foi estudado.</p>
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DO DOMÍNIO DO CONHECIMENTO	No que diz respeito à avaliação das aprendizagens previstas, também não há muita clareza do que verificar, apenas há uma indicação de que seria feita individualmente a partir de uma atividade via formulário eletrônico.	
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA PRÁTICA DE HABILIDADES	-	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

5.1.3 A coreografia de P3

Apresentação geral do plano de P3:

Quadro 14 - Principais elementos do plano de aula de P3

Ano	Tema	Conteúdo	Objetivo(s)	Duração	TD
6º	Igualdades e desigualdades matemáticas	Equações e inequações	Relacionar equações e inequações com a balança de dois pratos; Resolver equações e inequações	1h40min	OVA – Simulador PhET

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Ao descrever a proposta geral do planejamento, P3 descreve: “*Busco utilizar um Objeto virtual de Aprendizagem para demonstração dos conceitos matemáticos de Igualdade e desigualdade.*”, o que viria a ter um caráter experimental (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018), a partir de um recurso manipulativo. Segue a coreografia estruturada:

Quadro 15 - Antecipação de P3

ANTECIPAÇÃO		PCK
TEMA / CONTEÚDO	Igualdades e desigualdades - Equações e Inequações	<p>- Entender como tais conteúdos estão presentes no cotidiano faz com que a matemática produzida faça sentido. Se levassemos inicialmente esses conceitos sem uma abordagem contextualizada teríamos uma Matemática meramente abstrata, porém com a utilização das ferramentas podemos explorar a arte da técnica.</p> <p>- Dificuldades conceituais: Valores desconhecidos. Saber o valor exato do equilíbrio entre aquilo que estava sendo abordado na pesagem.</p>
APRENDIZAGENS ANTECIPADAS	<ul style="list-style-type: none"> - relembrar os conceitos de igualdade e desigualdade; - compreender o funcionamento de uma balança de dois pratos (digital); - compor igualdades e desigualdades em uma balança de dois pratos (digital); - relacionar o conceito de igualdade com a ideia de equilíbrio na balança; - comparar o peso de objetos para descobrir valores desconhecidos; - relacionar o conceito de desigualdade com a ideia de desequilíbrio na balança; - resolver problemas de igualdade e desigualdade. 	
ESTRUTURAÇÃO DO CENÁRIO	Uso da balança de dois pratos, a partir de um OVA (Objeto Virtual de Aprendizagem).	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Quadro 16 - Planejamento da colocação em cena de P3

COLOCAÇÃO EM CENA		TPK
ESPAÇOS UTILIZADOS	Sala de aula, (OVA) Explorador de Igualdades: Noções Básicas	- (...) o <i>Objeto Virtual de Aprendizagem</i> tem como <i>objetivo principal</i> realizar a <i>demonstração</i> através da <i>manipulação da ferramenta</i> por meio dos <i>Estudantes</i> . A <i>medida que eles acrescentam</i> e/ou <i>retiram</i> objetos a <i>ferramenta</i> vai se <i>portar de forma diferente</i> .
ESTRATÉGIA DE ENSINO	<ul style="list-style-type: none"> - fazer uma explanação dos conceitos de igualdade e desigualdade a partir de exemplos de fácil compreensão; - discutir a veracidade de expressões de igualdade; - propor a utilização de um simulador da balança de dois pratos para explorar os conceitos de igualdade e desigualdade; - explicar o funcionamento de uma balança de dois pratos; - estimular os estudantes a representar relações de igualdade e desigualdade por meio de expressões, utilizando a balança de dois pratos; - apresentar o funcionamento da ferramenta; - explicar a relação de igualdade e equilíbrio, assim como de desigualdade e desequilíbrio a partir de exemplos, da relação de pesos e analogias; - discutir a linguagem matemática descrita na balança; - simular uma feira livre com a utilização de uma balança física; - propor a resolução de problemas. 	
ATIVIDADES PROPOSTAS	<p>Produzir um relatório respondendo as seguintes perguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Com a balança em equilíbrio, acrescente um objeto com o mesmo peso (ou o mesmo objeto) nos dois pratos. A balança continua em equilíbrio? - Você acha que sempre que, partindo da balança em equilíbrio, adicionarmos quantidades iguais nos pratos o equilíbrio se mantém? - Acrescente 3 bolas vermelhas em cada prato. A balança continua em equilíbrio? - Você acha que sempre que, partindo da balança em equilíbrio, retirarmos quantidades iguais nos pratos o equilíbrio se mantém? - Acrescente no prato esquerdo duas bolas vermelhas, um cubo, e uma bola 1. Acrescente no prato direito duas bolas vermelhas e quatro bolas número 1. Agora, retire as mesmas quantidades de ambos os pratos de forma que no prato esquerdo reste apenas o cubo (comece retirando uma bola número 1 de cada lado. Qual outro item se repete em ambos os pratos e você pode retirar?). Observe a expressão no topo da página e responda quanto pesa o cubo. 	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Quadro 17 - Sequência de operações mentais considerada por P3

MODELOS BASE DE APRENDIZAGEM		TCK
SEQUÊNCIA DE OPERAÇÕES MENTAIS	Relembrar, compreender, realizar composições, relacionar, comparar e resolver problemas.	Representação dos conceitos: <i>Através dos conceitos de Equilíbrio e Desequilíbrio de uma balança.</i>
SEQUÊNCIA DE ATUAÇÕES PRÁTICAS	Relaciona a habilidade prevista na BNCC: (EF06MA14)	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Quadro 18 - Verificação das aprendizagens previstas por P3

PRODUTO		TPACK
FORMAS DE SISTEMATIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS PREVISTAS	Divisão da turma em duplas ou trios para a produção de um relatório orientado a partir das respostas dos estudantes para algumas questões pertinentes, que visam direcionar a sistematização das aprendizagens antecipadas. Além disso, indica o encerramento da atividade por meio de um quiz virtual na ferramenta Kahoot!, dinamizando o processo avaliativo.	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Sim. Inclusive uma avaliação prática. Como proposto em plano através de uma atividade com simulação a uma feira livre os estudantes mostrariam a perspectiva de utilização dos conceitos de igualdade e desigualdade.</i> - <i>Através de um jogo de avaliação disponível no próprio simulador.</i>
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DO DOMÍNIO DO CONHECIMENTO		
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA PRÁTICA DE HABILIDADES		

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

5.1.4 A coreografia de P4

Apresentação geral do plano de P4:

Quadro 19 - Principais elementos do plano de aula de P4

Ano	Tema	Conteúdo	Objetivos	Duração	TD
2º (EM)	Funções Trigonométricas	Funções Seno, Cosseno e Tangente; Círculo trigonométrico	Compreender e analisar/identificar as funções trigonométricas; Identificar as funções trigonométricas; Analisar as construções dos gráficos das funções; Associar pontos do círculo trigonométrico no gráfico das funções.	1h40min	Software Geogebra

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Ao descrever a proposta apresentada em seu plano, P4 explica:

“A ideia central do uso do software era apresentar aos alunos uma ferramenta em que pudessem construir os gráficos das funções trigonométricas e acompanhar de forma mais dinâmica e fiel a mudança a cada comando dado. Estabelecer relação dos pontos extremos do círculo trigonométrico no plano cartesiano e associar a ponto dos gráficos das funções trigonométricas.”

Assim, vai de encontro ao previsto pela BNCC para o desenvolvimento do pensamento algébrico no Ensino Médio, mais especificamente, “identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la, utilizando diferentes escritas algébricas” (BRASIL, 2018, p. 527). Segue a coreografia estruturada.

Quadro 20 - Antecipação de P4

ANTECIPAÇÃO		PCK
TEMA / CONTEÚDO	Funções Trigonométricas	<p>- Estabelecer relação dos pontos extremos do círculo trigonométrico no plano cartesiano e associar a ponto dos gráficos das funções trigonométricas.</p> <p>- Os alunos tinham dificuldade em "enxergar" as variações do gráfico a cada ponto dado (...).</p> <p>- Como construir gráficos de função trigonométrica vai exigir um conhecimento básico dos valores de cada função em determinados pontos eu dei o exemplo que de construção de funções do 1º e 2º grau que eles já viram em algum momento e acabei associando essa mesma construção para as funções trigonométricas utilizando pontos estratégicos da função.</p>
APRENDIZAGENS ANTECIPADAS	<ul style="list-style-type: none"> - construir gráficos de funções trigonométricas; - visualizar variações gráficas a partir de mudanças na função; - compreender o comportamento das funções trigonométricas. 	
ESTRUTURAÇÃO DO CENÁRIO	Aula online expositiva a partir da construção e manipulação de funções no Geogebra, inicialmente feitas pelo professor.	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Quadro 21 - Planejamento da colocação em cena de P4

COLOCAÇÃO EM CENA		TPK
ESPAÇOS UTILIZADOS	Utilização de recursos digitais como mesa digitalizadora e o software Geogebra.	<p>- A ideia central do uso do software era apresentar aos alunos uma ferramenta em que pudessem construir os gráficos das funções trigonométricas e acompanhar de forma mais dinâmica e fiel a mudança a cada comando dado.</p> <p>- (...) achei que seria mais interessante usar o Geogebra 2D tanto para a visualização deles e para otimizar a aula.</p> <p>- Era um recurso mais dinâmico e necessário no momento de aula a distância, certamente sem o uso da mesma iria ficar mais difícil (tanto para desenhar quanto a questão do tempo de aula) mostrar situações específicas em cada função. Os alunos tendem a prestar mais atenção quando utilizamos uma situação tecnológica (ainda mais por não trabalharem com tanta frequência).</p> <p>- Pude perceber que quando eu fazia o gráfico a mão e comparava cada ponto com o Geogebra os alunos realmente comprovavam que estávamos fazendo correto. Um outro ponto é que os alunos podiam explorar funções mais complexas que certamente demandaria bem mais tempo e dificuldade para representar ela no quadro.</p>
ESTRATÉGIA DE ENSINO	<p>- construir gráficos de funções trigonométricas;</p> <p>- mostrar aos alunos as variações ocorridas a cada ponto escolhido ou mudança específica na função;</p> <p>- propor a utilização do Geogebra para o acompanhando simultâneo do comportamento da função.</p>	
ATIVIDADES PROPOSTAS	Não foi possível identificar, no plano de P4, que atividades serão realizadas com os estudantes durante a aula.	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Quadro 22 - Sequência de operações mentais considerada por P4

MODELOS BASE DE APRENDIZAGEM		TCK
SEQUÊNCIA DE OPERAÇÕES MENTAIS	Observação da manipulação feita pelo professor, seguida de explicações orais, dos elementos das funções trigonométricas, segundo a compreensão do seu comportamento.	<p>- Inicialmente ao estudar funções na trigonometria eu dei exemplos de funções do 1º e 2º grau mostrando que conseguiríamos representar escolhendo pontos no plano cartesiano, mas que na trigonometria deveríamos escolher pontos "inteligentes" que os chamei de extremos do círculo trigonométrico (pontos em que sabíamos os valores aplicados na função) e com isso pudemos traçar os gráficos das funções com mais facilidade.</p> <p>- Acredito que pode ser feito de outra forma, mas como estávamos preocupados construção de gráficos e sua relação com o círculo trigonométrico essa seria a forma mais "simples" de conseguir traçar os gráficos.</p>
SEQUÊNCIA DE ATUAÇÕES PRÁTICAS	Relaciona a habilidade prevista na BNCC: (EM13MAT306).	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Quadro 23 - Verificação das aprendizagens previstas por P4

PRODUTO		TPACK
FORMAS DE SISTEMATIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS PREVISTAS	Além do acesso às construções dos alunos, não fica claro se P4 solicitou que estes fariam enunciações orais ou escritas, sobre as suas conclusões.	<i>Basicamente eu iria avaliar observando se os alunos conseguiram construir os gráficos das funções, a escolha dos pontos estratégicos e se relacionaram corretamente com o círculo trigonométrico.</i>
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DO DOMÍNIO DO CONHECIMENTO	Construção de gráficos à mão de algumas funções dadas, a partir da identificação dos pontos extremos do círculo trigonométrico.	
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA PRÁTICA DE HABILIDADES	Construção de funções no aplicativo do Geogebra (versão mobile), a fim de comparar e visualizar seu comportamento em diferentes pontos extremos.	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

O quadro abaixo sistematiza, a partir dos relatos de cada professor, segundo os objetivos da aula descrita e a TD escolhida, um breve apontamento acerca do papel da TD em cada coreografia didática estruturada. Para isso, retomamos os objetivos de aula:

Quadro 24 - Principais elementos dos planos de aula analisados

	P1	P2	P3	P4
Objetivo(s)	Aprender os elementos da função do 1º grau, o que cada um desses elementos representa de forma isolada, os possíveis gráficos de uma função do 1º grau e como essas funções se apresentam no nosso cotidiano.	Conhecer, aplicar, relacionar conceitos.	Relacionar equações e inequações com a balança de dois pratos; Resolver equações e inequações .	- Compreender e analisar/identificar as funções trigonométricas. - Identificar as funções trigonométricas - Analisar as construções dos gráficos das funções - Associar pontos do círculo trigonométrico no gráfico das funções.
TD escolhida	Software Geogebra	Software Geogebra	OVA - Simulador PhET	Software Geogebra
Papel da TD na CD	Manipulação e visualização	Visualização	Simulação (experimentação)	Visualização e construção

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

A importância de retomar os objetivos descritos nos planos no quadro acima, justifica-se pela necessidade de alinhamento do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo do professor com a escolha da TD e, principalmente,

o uso que será feito desta para favorecer o processo de ensino-aprendizagem. Esse alinhamento é explorado na próxima seção.

5.2 Entrevistas - Elementos do TPACK matemático dos professores

Em seu estudo sobre os conhecimentos de professores de matemática sobre o conceito de uma função, Nyikahadzoyi (2015, p. 20) indica a seguinte caracterização:

1. As múltiplas representações e sequências de ensino para uso no ensino do conceito de uma função com tecnologia;
2. Dificuldades dos alunos com o conceito de uma função e como abordá-las usando a tecnologia;
3. Estratégias e métodos instrucionais para ensinar o conceito de uma função usando a tecnologia;
4. Materiais curriculares disponíveis para ensinar o conceito de uma função usando tecnologia;
5. Padrões de avaliação para avaliar a compreensão dos alunos sobre o conceito de uma função em um ambiente mediado por tecnologia.

Essa caracterização vai de encontro justamente com os elementos considerados na produção do roteiro da entrevista, sistematizados abaixo.

Quadro 25 - Elementos explorados na entrevista

ESTRATÉGIA DE ENSINO	REPRESENTAÇÃO	DIFICULDADES CONCEITUAIS (ESTUDANTES)	MATERIAIS CURRICULARES	AValiaÇÃO
Justificativa da escolha da estratégia	Representação do conceito na TD escolhida	Consideração de possíveis dificuldades conceituais	Referências para a construção do plano	Possibilidade de avaliação com a TD escolhida segundo o plano
Papel da TD escolhida	Conhecimento de uma diversidade de formas de representação	Descrição das dificuldades conceituais	Indicação do material curricular consultado para o uso de TD	Avaliação da aprendizagem com a TD escolhida
Justificativa do desenvolvimento da estratégia com TD		Abordagem das dificuldades conceituais com a TD escolhida		Experiência com a aula planejada

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Dos quatro planos analisados, todos eles se detiveram ao trabalho com a Álgebra — funcional, a partir do uso de variáveis para expressar relações entre grandezas (P1, P2 e P4) — explorando o *software* Geogebra como TD — e como meio de resolver certo tipo de problema com incógnitas (P3) — utilizando um Objeto Virtual de Aprendizagem. As propostas vão de encontro ao que diz a BNCC sobre o trabalho com a unidade temática, mais especificamente, sobre a necessidade de que “os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação (BRASIL, 2018, p. 271).

De modo geral, apesar de não termos definido uma TD específica, a presença do Geogebra já era esperada neste estudo, à medida que permite exibir objetos matemáticos como pontos e diagramas de funções (graficamente), como coordenadas de pontos e equações (algebricamente), em células de planilhas (ALIZADEH-JAMAL et al., 2018) e como lugar geométrico, bem como é de fácil acesso e apresenta um funcionamento intuitivo.

Com relação aos fatores mais relevantes indicados pelos professores para o uso do Geogebra, além da dinamicidade e do fator motivacional, destacamos a facilidade de construir e visualizar o gráfico de funções, na intenção de obter representações exatas e ganhar tempo. Nas palavras de P4: *“certamente sem o uso da mesma iria ficar mais difícil (tanto para desenhar quanto a questão do tempo de aula) mostrar situações específicas em cada função”*. O que pode ser ainda mais positivo para o aluno quando, segundo Alizadeh-Jamal et al. (2018), o professor direciona esse tempo para ser gasto com argumentação e raciocínio, se aproveitando da opção de arrastar e suas possibilidades de exploração do objeto, para conjecturar e testar hipóteses, por exemplo.

No caso específico de P3, identificamos que o plano foi ligeiramente adaptado de uma sequência didática disponibilizada na *internet*, mas a partir da entrevista, foi possível estabelecer conexões entre o que estava proposto no plano e as intenções do professor em sua coreografia: *“Busco utilizar um Objeto virtual de Aprendizagem para demonstração dos conceitos matemáticos de Igualdade e desigualdade.”*

De acordo com Drijvers, Boon e Van Reeuwijk (2010) apud Young (2016), existem três funcionalidades didáticas principais para o uso de TD na sala de aula de matemática: fazer matemática, praticar habilidades e compreensão conceitual. Mais especificamente:

Fazer matemática refere-se ao uso de tecnologia para completar tarefas que poderiam ser feitas manualmente. Isso aumenta a eficiência computacional, o que pode libertar o aluno de cálculos árduos para resolver problemas mais realistas. Enquanto a prática de habilidades refere-se a tarefas mais repetitivas que requerem feedback imediato para desenvolver a compreensão processual ou instrumental. Finalmente, quando a tecnologia é usada para desenvolver conceitos, ela está associada à construção de entendimentos mais profundos e a fazer conexões.

Com base nessa caracterização, percebemos que, apesar dos objetivos de aprendizagem elencados pelos professores terem sido estabelecidos para um momento de primeiro contato com os conceitos matemáticos em tela, o uso das TD por P1, P2 e P4 foram justificados pela praticidade na construção gráfica de funções e pela dinamicidade do processo de visualização, com poucos elementos focados no “fazer conexões” destacado acima. Diferentemente do proposto por P3:

“o Objeto Virtual de Aprendizagem tem como objetivo principal realizar a demonstração através da manipulação da ferramenta por meio dos Estudantes. A medida que eles acrescentam e/ou retiram objetos a ferramenta vai se portar de forma diferente”,

evidenciado assim, o pensar-com-tecnologia discutido por Borba, Silva e Gadanidis (2018).

A partir das análises dos planos de aula e das coreografias estruturadas, a fim de respeitar o método de análise utilizado e garantir a qualidade dos dados analisados, nos propomos a partir de agora a tecer "argumentos centralizadores ou teses parciais para cada uma das categorias, ao mesmo tempo em que exercita[mos] a elaboração de um argumento central ou tese para sua análise como um todo" (MORAES; GALIAZZI, 2011, p. 33. Grifos no original).

Para isso, vamos revisitar os passos do professor em cada etapa das Coreografias Didáticas definidos no capítulo quatro, mais especificamente, na descrição do modelo de análise proposto, a fim de orientar essa busca por argumentos. Assim, a antecipação permite ao professor:

- definir o assunto e os conteúdos;
- antecipar os resultados de aprendizagem;
- pensar o cenário ideal.

Na antecipação, P1 mobiliza o PCK à medida que se baseia no seu conhecimento matemático em conjunto com a sua experiência com os alunos, segundo Ball et al. (2008). Enquanto P2 mobiliza o PCK nesta etapa, à medida que busca complementar a proposta do livro didático referência, na perspectiva

de explorar diferentes representações para o conceito de Função (NYIKAHADZOYI; 2015), mais especificamente, gráfica e algébrica, evidenciando a importância de materiais que ajudem os professores a usar a tecnologia de maneira mais eficiente no ensino de matemática.

Por outro lado, P3 e P4 mobilizam o PCK na antecipação, baseado na conceitualização de Shulman (1986), tendo em vista o conhecimento das “formas mais úteis de representação dessas ideias, as mais poderosas analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações” (p. 9), que podem ter influência dos seus próprios processos de aprendizagem do conteúdo.

Quadro 26 - Sistematização da mobilização de elementos do TPACK a partir da antecipação

ANTECIPAÇÃO - PCK			
P1	P2	P3	P4
se baseia no seu conhecimento matemático em conjunto com a sua experiência com os alunos, segundo Ball et al. (2008)	busca complementar a proposta do livro didático referência, na perspectiva de explorar diferentes representações para o conceito de Função (NYIKAHADZOYI; 2015)	baseado na conceitualização de Shulman (1986), tendo em vista o conhecimento das “formas mais úteis de representação dessas ideias, as mais poderosas analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações” (p. 9), que podem ter influência dos seus próprios processos de aprendizagem do conteúdo.	

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Sobre o TPK, estão relacionados à mobilização no planejamento da colocação em cena:

- estabelecimento de critérios válidos para escolha da TD;
- compreensão do potencial pedagógico da TD;
- conhecimento de suas possibilidades de uso.

No planejamento da colocação, P1 mobiliza o TPK à medida que, ao traçar algumas estratégias de ensino, demonstra “a capacidade de escolher uma ferramenta com base em sua aptidão [...] e a capacidade de aplicar essas estratégias usando as tecnologias disponíveis” (NYIKAHADZOYI, 2015, p. 18).

Já P2, mobiliza o TPK ao demonstrar clareza sobre o papel da TD na estratégia definida e sua articulação com os objetivos previstos para a aula, à medida que o uso do Geogebra, de maneira geral, consiste em dar exemplos de propriedades por meio de casos concretos a partir da ilustração (LASA; WILHELMI, 2013), um nível inicial, porém válido para a construção de sentidos.

Analogamente, P3 mobiliza o TPK ao reconhecer “como os alunos adquirem habilidades” (NYIKAHADZOYI, 2015, p. 19) e mediar o uso da ferramenta a partir de questionamentos pertinentes para fazer com que o aluno reflita, por meio das conexões existentes entre a TD e a estratégia de aprendizagem prevista.

Enquanto P4 mobiliza o TPK no planejamento da colocação em cena, à medida que pressupõe que os estudantes “poderiam continuar formando implicações e explicações, tornar-se mais confiantes em seu raciocínio e ver facilmente as relações” (ALIZADEH-JAMAL et al., 2018, p. 36), considerando a facilidade e a exatidão nas construções proporcionadas pelo software, em vista a favorecer a compreensão dos estudantes.

Além disso, evidencia fatores motivacionais e de verificação de resultados como pontos fortes do uso da TD escolhida, à medida que os estudantes podem ganhar tempo com a construção gráfica de funções complexas para realizar tarefas de alto nível cognitivo (ANDRADE, 2020) e verificar hipóteses.

Quadro 27 - Sistematização da mobilização de elementos do TPACK a partir da colocação em cena

COLOCAÇÃO EM CENA - TPK			
P1	P2	P3	P4
ao traçar algumas estratégias de ensino, demonstra “a capacidade de escolher uma ferramenta com base em sua aptidão [...] e a capacidade de aplicar essas estratégias usando as tecnologias disponíveis” (NYIKAHADZOYI, 2015, p. 18).	demonstrar clareza sobre o papel da TD na estratégia definida e sua articulação com os objetivos previstos para a aula, à medida que o uso do Geogebra, de maneira geral, consiste em dar exemplos de propriedades por meio de casos concretos a partir da ilustração (LASA; WILHELMI, 2013)	reconhecer “como os alunos adquirem habilidades” (NYIKAHADZOYI, 2015, p. 19) e mediar o uso da ferramenta a partir de questionamentos pertinentes para fazer com que o aluno reflita	pressupõe que os estudantes “poderiam continuar formando implicações e explicações, tornar-se mais confiantes em seu raciocínio e ver facilmente as relações” (ALIZADEH-JAMAL et al., 2018, p. 36), considerando a facilidade e a exatidão nas construções proporcionadas pelo software

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Agora, sobre os modelos base de aprendizagem considerados enquanto sequência de operações mentais e atuações práticas mobilizadas pelos estudantes para aprender, são contemplados no TCK do professor:

- compreensão da representação do conteúdo;
- conhecimento das ferramentas e suas funções para explorar o conteúdo;
- conhecimento para considerar uma sequência de operações mentais e/ou atuações práticas pertinentes.

Assim, no que diz respeito à estruturação de uma sequência de operações mentais favorável à compreensão do estudante sobre o assunto, P1 mobiliza o TCK ao indicar o “conhecimento do que torna os conceitos difíceis ou fáceis para aprender e como a tecnologia pode ajudar a corrigir alguns dos problemas que os alunos enfrentam” (MISHRA; KOEHLER, 2006).

Ainda sobre a sequência de operações mentais, apesar de não estar clara em seu planejamento, P2 mobiliza o TCK à medida que propõe o uso do Geogebra para representar graficamente as funções na intenção de facilitar a compreensão do aluno para as possíveis relações conceituais existentes e demonstra ter conhecimento sobre as ferramentas do *software* que possibilitariam essas articulações com o conteúdo (MISHRA; KOEHLER, 2006), apenas não descreve como.

A proposta didática organizada por P3 para o 6º ano, visa explorar as propriedades da igualdade como objetos de conhecimento descritos na BNCC e relaciona a habilidade:

(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas (BRASIL, 2018, p. 303).

Nesse sentido, P3 mobiliza o TCK à medida que demonstra conhecer as “capacidades representacionais e funcionais das TICs para melhor explicar o conteúdo de matemática” (FREITAS; SPANGENBERG, 2019, p. 3), permeadas pela relação entre os pesos dos objetos e as ideias de equilíbrio e desequilíbrio imbricados aos conceitos de igualdade e desigualdade, respectivamente.

Por se caracterizar como o primeiro contato dos estudantes com o conteúdo, a prática planejada por P4 relaciona, de certo modo, as bases para o desenvolvimento da habilidade:

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria (BRASIL, 2018, p. 536).

Assim, P4 mobiliza TCK ao articular sua estratégia de ensino às possibilidades do software, em vistas a explorar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre tipos mais básicos de funções e estabelecer conexões com sua representação na TD. Isto é, “a profundidade do conteúdo aprendido é aumentada, ao invés de fundamentalmente alterada” (HARRIS; HOFER, 2011, p. 223).

Quadro 28 - Sistematização da mobilização de elementos do TPACK a partir dos modelos base de aprendizagem

MODELOS BASE DE APRENDIZAGEM - TCK			
P1	P2	P3	P4
indicar o “conhecimento do que torna os conceitos difíceis ou fáceis para aprender e como a tecnologia pode ajudar a corrigir alguns dos problemas que os alunos enfrentam” (MISHRA; KOEHLER, 2006).	propõe o uso do Geogebra para representar graficamente as funções na intenção de facilitar a compreensão do aluno para as possíveis relações conceituais existentes e demonstra ter conhecimento sobre as ferramentas do software que possibilitariam essas articulações com o conteúdo (MISHRA; KOEHLER, 2006)	demonstra conhecer as “capacidades representacionais e funcionais das TICs para melhor explicar o conteúdo de matemática” (FREITAS; SPANGENBERG, 2019, p. 3)	articular sua estratégia de ensino às possibilidades do software, em vistas a explorar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre tipos mais básicos de funções e estabelecer conexões com sua representação na TD. Isto é, “a profundidade do conteúdo aprendido é aumentada, ao invés de fundamentalmente alterada” (HARRIS; HOFER, 2011, p. 223).

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Na caracterização dada ao produto, são considerados possíveis indícios do TPACK do professor:

- conhecimento para selecionar os recursos tecnológicos adequados para ensinar um conteúdo específico;
- conhecimento de estratégias que proporcionam ao aluno aprender e pensar o conteúdo com a tecnologia utilizada;
- conhecimento para propor formas de sistematização das aprendizagens previstas de modo a possibilitar sua verificação.

Novamente e a partir do desenvolvimento de uma estratégia de verificação das aprendizagens, P1 mobiliza o TPACK ao demonstrar como a TD

pode ser usada para construir conhecimento a partir do conhecimento existente e para desenvolver novas ideias sobre o conteúdo (MISHRA; KOEHLER, 2006).

Por outro lado, P2 sugere que os alunos replicariam a estratégia de construção e manipulação do *software* demonstrada, mas que, no entanto, “*não saberia como avaliar um aluno utilizando esse recurso*”, resumindo seu uso “*apenas como ponte para o conteúdo*”. Essas declarações indicam que P2 não mobilizou TPACK, por não ter clareza dos efeitos da prática do conteúdo com a TD nos resultados de aprendizagem dos alunos (LÉVY, 1993).

No sentido da verificação das aprendizagens, P3 mobiliza o TPACK ao passo que compreende e busca promover, por meio da TD, a compreensão de que “o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita” (BRASIL, 2018, p. 270), fator importantíssimo para a generalização da ideia para a determinação de valores desconhecidos — que por sua vez, foram considerados na antecipação dessas aprendizagens.

No que diz respeito à avaliação e verificação das aprendizagens, P4 descreve dois momentos. No primeiro, propõe aos alunos a construção de gráficos de algumas funções dadas, a partir da identificação dos pontos extremos do círculo trigonométrico, apenas com o uso de lápis e papel. Em seguida, indica o uso do aplicativo do Geogebra para a construção da mesma função, em vistas a comparação e a visualização do seu comportamento a cada ponto extremo colocado.

Desse modo, a estratégia avaliativa proposta por P4 reduz, inicialmente, o papel da TD escolhida à verificação de resultados, como no uso de uma calculadora, pois afirma não saber “*se ele [Geogebra] iria dá conta*”. Logo, considera apenas as atuações práticas dos estudantes ao solicitar que também construam os gráficos no *software* para comparação, o que indica uma possível mobilização do TPACK na mediação das discussões sobre o comportamento da função na TD.

Quadro 29 - Sistematização da mobilização de elementos do TPACK a partir do produto

PRODUTO - TPACK			
P1	P2	P3	P4
demonstrar como a TD pode ser usada para construir conhecimento a partir do conhecimento existente e para desenvolver novas ideias sobre o conteúdo (MISHRA; KOEHLER, 2006).	não mobilizou TPACK, por não ter clareza dos efeitos da prática do conteúdo com a TD nos resultados de aprendizagem dos alunos (LÉVY, 1993).	compreende e busca promover, por meio da TD, a compreensão de que “o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita” (BRASIL, 2018, p. 270), fator importantíssimo para a generalização da ideia para a determinação de valores desconhecidos — que por sua vez, foram considerados na antecipação dessas aprendizagens.	reduz, inicialmente, o papel da TD escolhida à verificação de resultados, como no uso de uma calculadora, pois afirma não saber “se ele [Geogebra] iria dá conta”. Logo, considera apenas as atuações práticas dos estudantes ao solicitar que também construam os gráficos no software para comparação, o que indica uma possível mobilização do TPACK na mediação das discussões sobre o comportamento da função na TD.

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados coletados (2021).

Assim, concluímos a análise e discussão dos dados analisados, à medida que o desenho metodológico traçado nos permitiu:

Compreender como diferentes construções TPACK se desenvolvem no processo de design de aula dos professores [caracteriza] uma maneira de analisar as transformações dinâmicas de construções, bem como os caminhos que os professores usam para criar TPMK ou suas estratégias de aula (KOH, 2019, p. 1198. Adaptado).

Finalmente, no tópico seguinte, teceremos nossas considerações finais sobre o objeto de estudo, conscientes das limitações, mas também da importância do trabalho realizado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, foram analisadas as estratégias de ensino com as TD e sua articulação com os objetivos de aprendizagem elencados, mais especificamente, a mobilização do TPACK do professor de Matemática no planejamento de uma aula, em uma perspectiva intencional de orientação do processo interno dos estudantes (resultados de aprendizagem).

Analisar planos de aulas se caracterizou um desafio, tendo em vista os diferentes modelos apresentados e relação do conteúdo proposto com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) no que se refere a *o que ensinar*, enquanto *o como* diz respeito à percepção do professor. Mais geralmente, os planejamentos analisados, juntamente com as suas justificativas, nos ajudaram a compreender a importância da sua construção, a partir do mínimo de reflexão sobre como os alunos aprendem e, em seguida, sobre como promover essa aprendizagem, sobretudo com as TD.

Ao retomar os objetivos elencados inicialmente, bem como as adaptações sofridas durante o aprofundamento do referencial teórico:

- Analisar os cenários organizados pelos professores em função das aprendizagens antecipadas e das representações dos conteúdos com as TD;
- Identificar elementos do TPACK dos professores segundo o planejamento de estratégias de ensino e aprendizagem com TD;
- Relacionar a mobilização de elementos do TPACK com os pressupostos das Coreografias Didáticas a partir do planejamento do ensino com TD;

percebemos, a partir do estabelecimento dessa relação de construtos, em termos teóricos e metodológicos, um meio para compreender a influência de uma estratégia de ensino com o uso de uma TD no sequenciamento dos passos de aprendizagem dos estudantes e como essas definições estão imbricadas com a forma pela qual os conhecimentos pedagógicos do conteúdo dos professores interagem com tecnologias educacionais (KOEHLER; MISHRA, 2009).

Com relação à nossa questão de pesquisa: *“Como os conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo se articulam e são mobilizados por professores de Matemática no planejamento para o ensino com Tecnologias Digitais na perspectiva das Coreografias Didáticas?”*, concluímos que o professor pode mobilizar diferentes aspectos do TPACK por todos os momentos

percebidos em seu planejamento, partindo da consolidação do seu Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, considerando a antecipação das aprendizagens e o processo interno dos estudantes (com base nas suas hipóteses sobre como eles aprendem) e, principalmente, ao identificar e justificar a necessidade e as possíveis articulações do uso de uma TD com uma estratégia pedagógica definida, em vistas a promover essas aprendizagens.

Sem definir um conteúdo matemático para a elaboração dos planos, não tivemos elementos suficientes para caracterizar o TPACK dos professores de forma mais específica, o que, segundo a experiência apresentada, tornaria necessário um acompanhamento contínuo com os docentes, em vistas a explorar esse Conhecimento Pedagógico do Conteúdo em articulação com uma TD também específica, e também fugiria dos objetivos elencados neste trabalho.

No entanto, ao fundamentar essas conexões com as Coreografias Didáticas, foi possível compreender as dificuldades de professores em estabelecer objetivos de aprendizagem bem definidos, justamente por não relacionar conveniente e adequadamente o recurso utilizado à promoção destes a partir da ação do estudante e, principalmente, à avaliação dessas aprendizagens, com e/ou sem a TD.

Ademais, elencamos como limitações deste estudo, o meio pelo qual as entrevistas foram realizadas, considerando que o formato de conversa com o professor, seja presencial ou online, poderia ter levado a um melhor aprofundamento de alguns elementos do plano, principalmente das atividades propostas, da representação do conteúdo e do contexto avaliativo. Destacamos ainda a possibilidade de retorno aos professores, não apenas pela apresentação dos resultados do estudo através desta dissertação, mas como uma etapa adicional ao desenho metodológico aqui desenvolvido, em vistas a contribuir para o reconhecimento do TPACK e para a compreensão da influência das estruturas visíveis no processamento das estruturas profundas, propostas pelas Coreografias Didáticas

Enquanto indicações para pesquisas futuras, consideramos a possibilidade de retornar aos professores com as Coreografias Didáticas estruturadas a partir da metáfora e realizar uma experiência formativa para a compreensão e implementação de suas etapas e dos seus pressupostos enquanto modelo didático inovador (PADILHA, 2019), à medida que se mostrou promover uma compreensão mais clara e intencional das ações pedagógicas

para o ensino, na direção da construção de aprendizagens significativas, especialmente para o planejamento com as TD.

Ademais, ao considerar o contexto dos professores no momento da realização da coleta de dados — o cenário pandêmico da COVID-19, surgem novas necessidades de discussão e de formação docente para o ensino online, remoto e híbrido, na direção proposta por Archambault e Crippen (2009), que traz como principais resultados o fato de professores da Educação Básica em atuação online (participantes da pesquisa), se sentirem muito bem com seus conhecimentos relacionados ao PCK, mas menos confiantes sobre seus conhecimentos no âmbito da tecnologia, com destaque para uma menor relação entre os domínios da tecnologia e pedagogia, do que entre tecnologia e conteúdo, evidenciando a importância e a relevância do estudo em tela.

Em suma, esperamos contribuir para uma ampliação dos construtos teóricos apresentados e discutidos neste estudo, mais especificamente a partir das considerações sobre o modelo proposto para operacionalizar o TPACK docente, em uma perspectiva teórico-metodológica, bem como para a formação pedagógica e tecnológica do conteúdo do professor de Matemática, ampliando os horizontes do ensino com tecnologia em contexto.

REFERÊNCIAS

AÇIKGÜL, K.; ASLANER, R. Effects of Geogebra supported micro teaching applications and technological pedagogical content knowledge (TPACK) game practices on the TPACK levels of prospective teachers. **Education and Information Technologies**, v. 25, n. 3, p. 2023-2047, 2020.

AKKOÇ, H. Investigating the development of prospective mathematics teachers' technological pedagogical content knowledge with regard to student difficulties: the case of radian concept. **Society for Research into Learning Mathematics**, v. 30, n. 3, p. 1, 2010.

ALIZADEH-JAMAL, M. et al. A study on the changes on teachers' knowledge and beliefs after a workshop based on mathematics education software, by relying on Fuzzy analysis. **PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática**, v. 13, n. 1, p. 19-40, 2018.

ALMEIDA, F. J.; SILVA, M. G. M. Reflexões sobre tecnologias, educação e currículo: conceitos e trajetórias. In: **Tecnologia e educação: passado, presente e o que está por vir / organizado por: José Armando Valente, Fernanda Maria Pereira Freire e Flávia Linhalis Arantes**. – Campinas, SP: NIED/UNICAMP, p. 17 - 41, 2018.

ANDRADE, J. P. Aprendizagem visível: a importância da visibilidade do próprio processo de aprendizagem - fundamentação e prática. I Simpósio de Inovação em Práticas Pedagógicas. Online. Consciência do aprendizado: avaliação e documentação como instrumentos de aprendizagem. Little Maker (Org.). Campinas, 26 mai. 2020.

ARCHAMBAULT, L.; CRIPPEN, K. Examining TPACK among K-12 online distance educators in the United States. **Contemporary issues in technology and teacher education**, v. 9, n. 1, p. 71-88, 2009.

ARNAL-BAILERA, A.; OLLER-MARCÉN, A. M. Formación del profesorado y demostración matemática. Estudio exploratorio e implicaciones. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 31, n. 57, p. 135-157, 2017.

BAERISWYL, F. J. Keynote address. **New Choreographies of Teaching in Higher Education**. V Congresso Iberoamericano de Docencia Universitaria. Valencia, 29 October 2008.

BALESTRI, R. Matemática: interação e tecnologia, volume 1 / Rodrigo Balestri. -- 2. ed. -- **São Paulo: Leya**, 2016.

BALL, D. L. et al. Content knowledge for teaching: What makes it special. **Journal of teacher education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BALL, D. L.; HILL, H. C.; BASS, H. **Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?**. 2005.

BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G.. Conhecimento tecnológico e pedagógico de matemática revelado por professores quando relatam suas práticas. Amazônia: **Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 14, n. 31, p. 03-21, 2018.

BITTAR, M. Uma proposta para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica de professores de matemática. **EM TEIA-Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana,[SI]**, v. 6, n. 3, 2015.

BITTAR, M. A escolha de um software educacional e a proposta pedagógica do professor: estudo de alguns exemplos da matemática. In: BELINE, W.; LOBO DA COSTA. N.M. (org). **Educação Matemática, tecnologia e formação de professores: algumas reflexões**. Campo Mourão: Editora FECILCAM, p. 215-242, 2010.

BITTAR, M.; GUIMARÃES, S. D.; VASCONCELLOS, Mônica. A integração da tecnologia na prática do professor que ensina matemática na educação básica: uma proposta de pesquisa-ação. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, v. 3, n. 1, p. 84-94, 2008.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. - 2. ed. ; 2. reimp.-Belo Horizonte : Autêntica Editora. - (Coleção Tendências em Educação Matemática), 2018.

BOS, B. Professional development for elementary teachers using TPACK. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, v. 11, n. 2, p. 167-183, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, 2018.

CABERO, J.; CEJUDO, M. C. L.; ROMÁN-GRAVÁN, P. (2007) La tecnología cambió los escenarios: el efecto Pigmalión se hizo realidad. *Comunicar: Revista científica iberoamericana de comunicación y educación*, N. 28, 2007. (p. 177-182).

CHIARI, A. S. S. Tecnologias Digitais e Educação Matemática: relações possíveis, possibilidades futuras. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 26, 2018.

CIBOTTO, R. A. G.; OLIVEIRA, R. M. M. A. TPACK–Conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo: uma revisão teórica. **Imagens da Educação**, v. 7, n. 2, p. 11-23, 2017.

CID-SABUCEDO, A.; PÉREZ-ABELLÁS, A.; ZABALZA, M. A. Las prácticas de enseñanza declaradas de los " mejores profesores " de la Universidad de Vigo. **RELIEVE. Revista electrónica de investigación y evaluación educativa**, v. 15, n. 2, p. 1-29, 2009.

COLL, C.; MONEREO, C. **Psicologia da Educação Virtual**: Aprender e ensinar com as tecnologias da informação e da comunicação. Artmed Editora, 2010.

COSTA, N, M, L.; PRADO, M. E. B. B. **A Integração das Tecnologias Digitais ao Ensino de Matemática**: desafio constante no cotidiano escolar do professor. Revista Perspectivas da Educação Matemática - UFMS, v. 8, n. 16, p. 99 – 120, 2015.

CRISAN, C.; GERANIOU, E. Using video cases to encourage participants' engagement with research and theory: Emergent pedagogies from an online course on digital technologies for mathematical learning. **British Society for Research into Learning Mathematics**, 2017.

DANTAS, S. C. **O que é o GeoGebra?** Disponível em: https://www.academia.edu/27464051/O_QUE_%C3%89_O_GEOGEBRA. Acesso em: 14 de Fev. de 2020.

DANTAS, S. C.; BALDINI, L. A. F. **Produção de conhecimentos matemáticos e tecnológicos na resolução de problemas com o geogebra**. VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil, 2018.

DAVID, M. M. M.; MOREIRA, P. C. **Formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. Autêntica, 2013.

EIDELWEIN, L. P. S. et al. **A ambiência pedagógica digital**: aprendizagem da docência e coreografias didáticas digitais na educação básica. 2016.

GOMES, A. S. et al. Cultura digital na escola: habilidades, experiências e novas práticas. **Recife: Pipa Comunicação**, 2015.

GONSALVES, E. P. Escolhendo o percurso metodológico. **GONSALVES, Elisa Pereira. Conversas sobre iniciação à pesquisa científica**, v. 4, p. 63-73, 2001.

GUR, H.; KARAMETE, A. A short review of TPACK for teacher education. **Educational Research and Reviews**, v. 10, n. 7, p. 777-789, 2015.

HARRIS, J. B. TPACK in inservice education: Assisting experienced teachers' planned improvisations. In AACTE Committee on Innovation & Technology (Eds.), **Handbook of technological pedagogical content knowledge for educators** (pp. 251–271). New York, NY: Routledge, 2008.

HARRIS, J. B.; HOFER, M. J. Technological pedagogical content knowledge (TPACK) in action: A descriptive study of secondary teachers' curriculum-based, technology-related instructional planning. **Journal of Research on Technology in Education**, v. 43, n. 3, p. 211-229, 2011.

HARRIS, J. B.; MISHRA, P.; KOEHLER, M. Teachers' technological pedagogical content knowledge and learning activity types: Curriculum-based

technology integration reframed. **Journal of research on technology in education**, v. 41, n. 4, p. 393-416, 2009.

HONORIO, T. B. **BNCC e Matemática: vamos falar sobre o assunto?** Disponível em: <<https://mathema.com.br/bncc/bncc-matematica/>>. Acesso em 17 mai. 2021.

KOEHLER, M; MISHRA, P. **What is technological pedagogical content knowledge (TPACK)?**. Contemporary issues in technology and teacher education, v. 9, n. 1, p. 60-70, 2009.

KOH, J. H. L. Articulating teachers' creation of technological pedagogical mathematical knowledge (TPMK) for supporting mathematical inquiry with authentic problems. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 17, n. 6, p. 1195-1212, 2019.

LASA, A.; WILHELMI, M. R. Use of GeoGebra in explorative, explanatory and demonstrative moments. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657**, v. 2, n. 1, p. 52-64, 2013.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência**. Editora 34, 1993.

LIMA, J.; GIRAFFA, L. M. M. **Preciso planejar um software para trabalhar conteúdos de matemática: como fazer?**. Colabor@ (Curitiba), v. 4, p. 2, 2007.

MARQUES, P. H. S. **Percepção docente acerca da aprendizagem dos alunos a partir das coreografias didáticas desenvolvidas em atividades de ensino por investigação**. 2020. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. **Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge**. Teachers college record, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, 2006.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. Análise textual discursiva. **Ijuí: Editora Unijuí**, 2011.

NIESS, M. L. Guest Editorial: Preparing teachers to teach mathematics with technology. **Contemporary Issues in Technology and Teacher Education**, v. 6, n. 2, p. 195-203, 2006.

NIESS, M. L. Investigating TPACK: Knowledge growth in teaching with technology. **Journal of educational computing research**, v. 44, n. 3, p. 299-317, 2011.

NIESS, M. L. Re-Thinking Pre-Service Mathematics Teachers Preparation: Developing Technological, Pedagogical, and Content Knowledge (TPACK). In: **Developing Technology-Rich Teacher Education Programs: Key Issues**. IGI Global, p. 316-336, 2012.

NIESS, M. L. et al. **Guiding inservice mathematics teachers in developing a technology pedagogical knowledge (TPCK)**. In: annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA. 2006.

NIESS, M. L. et al. **Mathematics teacher TPACK standards and development model**. Contemporary issues in technology and teacher education, v. 9, n. 1, p. 4-24, 2009.

NOVA ESCOLA. **BNCC na prática** - Tudo que você precisa saber sobre Matemática. s/d. Disponível em:
<<https://novaescola.org.br/bncc/conteudo/139/bncc-em-pdf-faca-download-do-livro-digital-para-matematica>>. Acesso em 21 mai. 2020.

NYIKAHADZOYI, M. R. TEACHERS'KNOWLEDGE OF THE CONCEPT OF A FUNCTION: A THEORETICAL FRAMEWORK. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 13, n. 2, p. 261-283, 2015.

OSER, F. K.; BAERISWYL, F. J. Choreographies of teaching: bridging instruction to learning”, in RICHARDSON, Virginia (org). **Handbook of research on teaching**. 4. ed. Washington: American Educational Research Association (AREA), p. 1031 – 1065, 2001.

PADILHA, M. A. **NUEVOS ESCENARIOS DE COREOGRAFÍAS DIDÁCTICAS CON TIC**.

PADILHA, M. A. S. Coreografias Didáticas: um modelo didático inovador. In: **Inovações pedagógicas e coreografias didáticas : das tecnologias e metodologias às práticas efetivas** / Querte Teresinha Conzi Mehlecke / Maria Auxiliadora Soares Padilha [Organizadoras]. São Paulo: Editora Cajuína, p. 49 - 56, 2019.

PADILHA, M. A. S.; ZABALZA, M. A.; SOUZA, C. V. Coreografias didáticas e cenários inovadores na educação superior. **Revista Docência e Cibercultura**, v. 1, n. 1, p. 115-134, 2017.

PADILHA, M. A. S.; ZABALZA, M. A. **Coreografias Didáticas no Ensino Superior: um cenário de integração de TICS na docência universitária**. Relatório de pesquisa – Pós-Doc (Capes). Universidade de Santiago de Compostela. Universidade Federal de Pernambuco. 2015.

PADILHA, M. A. S.; et al. Ensino na Docência Online: um olhar à luz das Coreografias Didáticas. **Em Teia| Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana-ISSN: 2177-9309**, v. 1, n. 1, 2010.

PEREIRA, A. T. C.; SCHMITT, V.; DIAS, M. R. A. C. Ambientes virtuais de aprendizagem. **AVA-Ambientes Virtuais de Aprendizagem em Diferentes Contextos**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, p. 4-22, 2007.

PIRES, G. R. O. **O Ato Pedagógico como Coreografia: Metaforizando as Práticas Pedagógicas**. DIVERSIDADE, DIFERENÇA E DEFICIÊNCIA.

POLLY, D.; ORRILL, C. Developing technological pedagogical and content knowledge (TPACK) through professional development focused on technology-rich mathematics tasks. **Meridian**, v. 15, 2012.

RÍORDÁIN, M. N.; JOHNSTON, J.; WALSHE, G. Making mathematics and science integration happen: key aspects of practice. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 47, n. 2, p. 233-255, 2016.

ROCHA, K. M.; BITTAR, M. **Uma proposta de formação continuada de professores à luz da abordagem dos Conhecimento Pedagógicos Tecnológicos do Conteúdo**. VIDYA, v. 37, n. 1, p. 161-175, 2017.

ROSA, M.; OREY, D. C. Uma fundamentação teórica para as coreografias didáticas no ambiente virtual de aprendizagem A theoretical foundation for didactic choreographies in a virtual learning environment. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 19, n. 2, 2017.

SAMPAIO, P. A. S. R.; COUTINHO, C. P. O professor como construtor do currículo: integração da tecnologia em atividades de aprendizagem de matemática. **Revista brasileira de educação**, v. 20, n. 62, p. 635-661, 2015.

SHULMAN, L. S. **Those who understand: Knowledge growth in teaching**. Educational researcher, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, Lee. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard educational review**, v. 57, n. 1, p. 1-23, 1987.

SILVA, D. W.; SANTOS, J. R. V. CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: UM 'NOVO'OLHAR SOBRE UMA TEORIZAÇÃO. **Anais do Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 8, n. 1, 2014.

SILVA, O. H. M.; TORRES, P.; DIAS-TRINDADE, S. **Instrumentalizando a prática pedagógica mediada com tecnologias digitais no Ensino de Matemática**. Boletim Gepem, n. 75, 2019.

SOUZA, C. V. **Gamificação na Educação Superior: experimentações na docência**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

SPANGENBERG, E. D.; FREITAS, G. Mathematics teachers' levels of technological pedagogical content knowledge and information and communication technology integration barriers. **Pythagoras**, v. 40, n. 1, p. 1-13, 2019.

TABACH, M. A mathematics teacher's practice in a technological environment: A case study analysis using two complementary theories. **Technology, Knowledge and Learning**, v. 16, n. 3, p. 247-265, 2011.

VALENTE, J. A. Inovação nos processos de ensino e de aprendizagem: o papel das tecnologias digitais. In: **Tecnologia e educação: passado, presente e o que está por vir** / organizado por: José Armando Valente, Fernanda Maria Pereira Freire e Flávia Linhalis Arantes. – Campinas, SP : NIED/UNICAMP, p. 17 - 41, 2018.

YOUNG, J. R. Unpacking TPACK in Mathematics Education Research: A Systematic Review of Meta-Analyses. **International Journal of Educational Methodology**, v. 2, n. 1, p. 19-29, 2016.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar.** / Antoni Zabala; tradução Ernani F. da F. Rosa - Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZABALZA, M. **Didáctica universitaria.** Conferencia pronunciada en la Pontificia Universidad Javeriana de Cali, el 9 de febrero de 2005.

ZABALZA, M. A. **Ser profesor universitario hoy.** La Cuestión universitaria, 5, 69-81. 2009.

ZABALZA, M. A. **Metodología docente.** 2011.

ZULATTO, R. B. A. O perfil dos professores de Matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica em suas aulas. **SEMINARIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 2, 2003.

APÊNDICE A - PROTOCOLO DE REVISÃO SISTEMÁTICA (RS)

Arlaine Gabriela Pereira da Silva
Maria Auxiliadora Soares Padilha

Objetivo

Essa revisão sistemática da literatura se caracteriza como parte da pesquisa de dissertação de mestrado da primeira autora, sob orientação da segunda, intitulada “*Análise metodológica da mobilização do TPACK por professores de Matemática a partir das Coreografias Didáticas*”, cujo objetivo geral é investigar como professores de Matemática mobilizam TPACK (Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo) no planejamento do ensino com Tecnologias Digitais. Disto, surgiu a necessidade de realizar uma busca mais aprofundada sobre a operacionalização do TPACK no contexto da educação matemática, isto é, caracterizar o Conhecimento Tecnológico Pedagógico de Matemática.

Questões para a busca

Portanto, apresentamos a Revisão Sistemática (RS) realizada, a fim de responder o seguinte questionamento:

- Como o TPACK, especificamente relacionado a tecnologias digitais, tem sido aplicado ao conhecimento matemático nas pesquisas?
- Como o TPACK matemático, especificamente relacionado a tecnologias digitais, tem sido caracterizado e mobilizado segundo as pesquisas?

Estratégias de busca e de seleção

O método utilizado segue os passos descritos em Costa & Zoltowski (2014) proposto por Petticrew & Roberts (2006) que, por sua vez, organiza o planejamento de uma revisão sistemática em oito etapas: delimitação da questão a ser pesquisada; escolha das fontes de dados; eleição das palavras-chave para a busca; busca e armazenamento dos resultados; seleção de artigos pelo resumo, de acordo com critérios de inclusão e exclusão; extração dos dados dos

artigos selecionados; avaliação dos artigos; síntese e interpretação dos dados; embora sabendo que “essas etapas, por vezes, se relacionam e não ocorrem de maneira sequencial” (COSTA; ZOLTOWSKI, 2014, p. 54). Foram então considerados os indicadores:

1. **Fonte:** Os procedimentos de condução deste estudo têm como objetivo principal analisar a caracterização do TPACK matemático proposta por trabalhos acadêmicos disponíveis no Portal de Periódicos da CAPES. Esta escolha decorreu pelo fato do Portal permitir a pesquisa de trabalhos acadêmicos e literatura e apresentar filtros pertinentes aos critérios de inclusão e exclusão definidos no protocolo desta RS. O alcance ao conteúdo integral do portal foi feito por meio do acesso remoto via CAFE (Comunidade Acadêmica Federada) e da identificação com e-mail institucional da UFPE.
2. **Palavras-chave e strings:** Inicialmente, as palavras-chave foram elencadas objetivamente para o retorno de trabalhos que envolvessem as duas principais temáticas de interesse, tendo em vista que estas “sintetizam os conceitos ou as variáveis principais investigados em determinado estudo” (COSTA; ZOLTOWSKI, 2014, p. 58). Disto, definimos como palavras-chave dessa busca: TPACK, Technological Pedagogical Content Knowledge, Matemática e Conhecimento Matemático. Assim, algumas *strings* puderam ser formadas, tais como: “TPACK” OR “Technological Pedagogical Content Knowledge” AND “Matemática” OR “Conhecimento Matemático”; sendo ainda adaptadas ao método de busca da base. Logo, obtivemos: TPACK OR “Technological Pedagogical Content Knowledge” AND Mathematic* OR Matemátic*.
3. **Data de publicação:** Tendo o mês de Julho de 2020 como marco temporal da pesquisa, as autoras compartilharam a supervisão da busca.
4. **Busca e armazenamento dos resultados:** A organização dos resultados se deu por meio da catalogação dos dados em uma planilha, com informações do título do documento, tipo, autoria e ano de publicação. Na figura abaixo, estão sistematizadas as quantidades por tipos de trabalhos encontrados no Portal de Periódicos Capes, publicados entre 2010 e 2020.

Figura 20 - Busca dos estudos potencialmente relevantes



Fonte – Elaborada pela autora (2020).

5. Critérios para a seleção dos estudos: De acordo com o objetivo e questão a ser respondida durante a RS, foram estabelecidos os critérios de inclusão e exclusão para a seleção de trabalhos que deverão compor o *corpus* de análise da pesquisa. Os seis critérios estão sistematizados no quadro abaixo.

Quadro 30 - Critérios de inclusão e exclusão

		Critérios de inclusão	Critérios de exclusão
a	Contexto	Ensino de Matemática	Outras áreas do conhecimento
b	Período	2010 a 2020	Datas inferiores
c	Idiomas	Português, Inglês e Espanhol	Outros idiomas
d	Palavras-chave	Identificadas	Não identificadas
e	Natureza dos estudos	Estudos de natureza empírica sobre a mobilização / operacionalização do TPACK para Matemática	Estudos estritamente teóricos ou que não relacionam o TPACK com a Matemática
f	Tecnologias Digitais	Conhecimento Tecnológico voltado para o uso de Tecnologias Digitais	Conhecimento Tecnológico sobre outros tipos de tecnologias

Fonte – Elaborado pela autora (2020).

O processo inicial de inclusão e exclusão de trabalhos se deu através da análise dos resumos, o que resultou na exclusão de 24 trabalhos. Além disso, foi necessária uma análise mais aprofundada, anterior à definição do *corpus* de análise, a partir das metodologias dos estudos, a fim de remover possíveis dúvidas sobre o atendimento aos critérios de inclusão estabelecidos. Desta forma, foram excluídos ainda 11 trabalhos, o que nos retornou o quantitativo de estudos a serem analisados na íntegra, isto é, 12 trabalhos, para responder a questão de pesquisa.

APÊNDICE B - ANÁLISE DO PLANO DE AULA DO ESTUDO PILOTO

Iniciamos esta análise realizando o preenchimento do modelo de Coreografia Didática proposto, segundo as categorias de análise: antecipação, colocação em cena, modelos base, produto, PCK, TCK, TPK e TPACK.

No primeiro momento da análise, após a realização da leitura flutuante de todo o material, nos concentramos em identificar trechos e informações referentes às categorias de análise estabelecidas *a priori*, começando pela antecipação das aprendizagens e os elementos do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) mobilizado pelo professor, até o produto e as evidências de TPACK. Os dados selecionados estão descritos nos quadros a seguir:

Quadro 31 - Análise piloto (do planejamento) da antecipação e PCK

ANTECIPAÇÃO	
TEMA / CONTEÚDO	Diagonais de polígonos
APRENDIZAGENS ANTECIPADAS	<ul style="list-style-type: none"> - perceber que a partir de cada vértice parte a mesma quantidade de diagonais; - compreender a necessidade de multiplicar a quantidade de diagonais que partem de cada vértice pela quantidade total de vértices para descobrir a quantidade total de diagonais de cada polígono; - comparar a quantidade total de diagonais que partem de um único vértice obtida pelo cálculo com a quantidade visualizada na tela do computador; - perceber que as diagonais estão sendo contadas duas vezes e considerar a divisão por dois;
ESTRUTURAÇÃO DO CENÁRIO	um aluno por computador para a manipulação da construção feita previamente pelo professor no <i>software</i> Geogebra e com caderno à mão para anotações;
ELEMENTOS DO PCK	<p>P₁: “Se fosse realizada com os objetos de uma aula tradicional de Matemática (quadro, giz, lápis e papel), orientaria os alunos a desenharem polígonos de três, quatro, cinco, seis e mais lados e a traçar as diagonais a partir de um único vértice. Em seguida, orientaria os alunos a compor uma tabela com três colunas cuja primeira linha conteria os títulos das colunas: quantidade de lados, quantidade de diagonais que partem de um único vértice e quantidade total de diagonais. No passo seguinte, orientaria os alunos a traçarem as diagonais a partir de um único vértice de cada polígono e a preencher as duas primeiras colunas da tabela, analisando, cada um dos polígonos. Para preencher a última coluna da tabela, não seria necessário traçar todas as diagonais de cada polígono. Nesse passo, nos concentraríamos na análise de cada polígono e dos dados da tabela e, daí, surgiria um método de cálculo que considerasse multiplicar a quantidade de diagonais que partem de um único vértice pela quantidade de vértices e, também, uma divisão por dois para eliminar as contagens repetidas, o que se traduziria no processo de generalização e em uma sentença matemática.”</p>

P₂: “Porém minha intenção era realizar uma aula sobre o mesmo tópico utilizando o GeoGebra. Para que fosse possível abordar polígonos e suas diagonais, seria necessário construir um arquivo em um momento prévio à aula que teria uma dinâmica um pouco diferente para a interação com os alunos.”;

Fonte: Elaborado pela autora com base no material analisado (2020).

A partir da estruturação da antecipação do professor, foi possível identificar com clareza as aprendizagens a serem mobilizadas pelos estudantes a partir do desenvolvimento e da composição das ações necessárias previstas e propostas. Além disso, a estruturação do cenário foi apresentada de maneira coerente, segundo os recursos selecionados e o processo experimental desenhado.

Com efeito, o professor mobiliza o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) na idealização das possibilidades pedagógicas que favoreçam a estratégia de aprendizagem concebida por ele, evidenciando que “esse conhecimento inclui saber quais abordagens de ensino se ajustam ao conteúdo e, da mesma forma, saber como elementos do conteúdo podem ser organizados para um melhor ensino” (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1027), como evidenciado no trecho P₁.

Da mesma forma, como explicitado por Basniak e Estevam (2018), o uso da TD é feito de forma consciente e intencional a partir da antecipação das aprendizagens desejadas e considerando o papel e o potencial da mesma segundo o que se quer propor, como observado em P₂.

Quadro 32 - Análise piloto (do planejamento) da colocação em cena e TPK

COLOCAÇÃO EM CENA	
ESPAÇOS UTILIZADOS	sala de aula com computadores, construção no software geogebra, caderno para anotações.
ESTRATÉGIA DE ENSINO	<ul style="list-style-type: none"> - “abordar a expressão matemática para o cálculo da quantidade de diagonais de um polígono convexo por meio de generalizações”; - estratégia: escolha de um tópico de estudo, escolha de uma forma de abordagem, estruturação de um método de ensino e imaginar enunciações; experimentação com o GeoGebra: <ul style="list-style-type: none"> - propor a manipulação de um arquivo no <i>software</i> a partir da modificação de parâmetros; - facilitar a visualização gráfica e dinâmica dos objetos matemáticos; - promover discussões sobre os dados observados; - fazer enunciações e questionamentos e solicitar que os alunos façam registros nos cadernos; - generalizar as ideias apresentadas em uma sentença

	matemática;
ATIVIDADES PROPOSTAS	<ul style="list-style-type: none"> - “após os alunos manipularem o arquivo para conhecerem suas funcionalidades, sugeriria que eles selecionassem no controle deslizante n uma quantidade de lados/vértices para um polígono, por exemplo, $n = 5$”; - “depois, pediria que variassem o valor de v de 1 a 5”; - “em seguida, selecionariam um valor maior para n e novamente variariam o valor de v de 1 a n”; - responder: “qual a quantidade total de diagonais que partem de um único vértice de um polígono de 5, 6 ou 7 vértices?”; - responder: “qual a quantidade total de diagonais de cada um desses polígonos?”; - “solicitaria que os alunos exibissem todas as diagonais do polígono, e contassem para verificar se o cálculo realizado corresponderia as diagonais exibidas em um pentágono ou hexágono, por exemplo”; - discutir sobre os cálculos realizados;
ELEMENTOS DO TPK	<p>P₃: “Outro ponto que considero relevante é argumentar que ao desenhar os polígonos no caderno e traçar suas diagonais, como foi proposto na aula sem a utilização do computador, é possível analisar um polígono e outro em um mesmo campo visual, pois eles podem ser desenhados lado a lado ou em uma mesma página do caderno. O arquivo construído no GeoGebra também permite a análise de casos particulares, mas não permite olhar para um polígono e outro em um mesmo campo visual ou em um mesmo momento como no caderno. Manipulando o controle deslizante n, ora o polígono é um quadrilátero, ora um pentágono, ora um hexágono, entre outros. O arquivo poderia ser construído de modo a exibir mais de um polígono na tela com suas diagonais, mas não foi construído assim, pois havia uma intenção ao exibir um polígono a cada valor selecionado no controle deslizante n. A construção tinha o objetivo de fazer com que o foco de atenção do aluno estivesse na estrutura geral dos polígonos e de suas diagonais para que a sentença matemática fosse obtida a partir do percebido como genérico na situação.”;</p> <p>P₄: “Um último passo consistiu em certo cuidados com aspectos visuais: desenhar os lados do polígono em vermelho e as diagonais em azul para que fosse imprimida certa diferenciação entre ambos; delimitar uma área em que ficassem os controles deslizantes e as caixas de exibir/esconder elementos. O polígono foi posicionado no centro da Janela de Visualização para que ocupasse o principal foco de olhar do usuário do computador. Além disso, recursos e janelas desnecessárias foram ocultadas para que não desviassem a atenção no momento de uso do arquivo.”</p>

Fonte: Elaborado pela autora com base no material analisado (2020).

O Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK) do professor, na fase de planejamento da colocação em cena, é mobilizado à medida que o mesmo demonstra justificar a atividade proposta apresentando clareza sobre a possibilidade de uso da tecnologia digital escolhida, evidenciando a sua “capacidade de escolher uma ferramenta com base em sua adequação, [e das] estratégias para usar as disponibilidades da ferramenta (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1028), o que explicita, especialmente, a sua intenção pedagógica, como identificamos em P₃.

A clareza da utilização dessas estratégias está evidenciada nas atividades propostas, de modo que sugerem os passos do ensino para a concretização dos passos de aprendizagem, alinhados às aprendizagens antecipadas na etapa anterior (antecipação) e caracterizando a estruturação do pensamento que será discutida na etapa seguinte (modelos base).

Além disso, ao se mostrar meticuloso com relação aos detalhes envolvidos na representação da sua construção, a fim de evitar distrações e possíveis equívocos por parte dos alunos, o professor, mobiliza TPK em termos do “conhecimento de estratégias pedagógicas e [d]a capacidade de aplicar essas estratégias ao uso de tecnologias (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1028). Com o objetivo também declarado no mesmo trecho, em P_4 percebemos ainda os cuidados do professor em aprimorar aspectos visuais da sua construção.

Quadro 33 - Análise piloto (do planejamento) dos modelos base e TCK

MODELOS BASE DE APRENDIZAGEM	
SEQUÊNCIA DE OPERAÇÕES MENTAIS	- observar, perceber, compreender, comparar, conjecturar; modelos base: resolução de problemas, estratégias de aprendizado;
SEQUÊNCIA DE ATUAÇÕES PRÁTICAS	- manipular, calcular, anotar;
ELEMENTOS DO TCK	P₅ : “Os elementos apresentados sob essa referência são chamados de controles deslizantes. O de nome n foi construído para servir como um seletor gráfico de valores naturais de 3 a 15.” P₆ : “Os itens indicados sob esse número são caixas para exibir/esconder elementos. A primeira, de legenda diagonais de um vértice, quando marcada com o clique do mouse, exibe as diagonais de um único vértice correspondente ao número v . A segunda, de legenda diagonais de todos os vértices, exibe ou oculta as diagonais que partem de todos os vértices de um polígono de n lados.”

Fonte: Elaborado pela autora com base no material analisado (2020).

O Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK) do professor foi mobilizado em todo o processo de construção do arquivo no GeoGebra, à medida que explorou como o *software* age sobre o objeto matemático, utilizando comandos e ferramentas necessárias para sua representação e estudo, tais como a utilização de controles deslizantes para dinamizar a criação de polígonos a partir da variação da quantidade de lados/vértices e para a criação de diagonais, enquanto, na prática, ganha tempo para manter o foco dos estudantes no que mais importa, em comparação ao trabalho com instrumentos de desenho geométrico.

Analogamente, ao desenvolver sua estratégia com o *software*, o professor, explícita ou implicitamente, faz o delineamento de uma sequência de operações mentais necessárias aos estudantes para construir as aprendizagens previstas, isto é: “como nossas estratégias didáticas mobilizam as estruturas cognitivas dos alunos, ou seja, que operações mentais eles mobilizam para aprender? Eles refletiram, compararam, observaram, relacionaram, levantaram hipóteses etc.?” (PADILHA, 2019, p. 49).

A sequência identificada nesta proposta está representada na figura abaixo.

Figura 21 - Sequência de operações mentais e atuações práticas identificada na proposta do professor



Fonte: Elaborada pela autora (2020).

Por outro lado, compreendendo ainda a forma como o conteúdo foi abordado, consideramos que

ao permitir que os alunos “brinquem” com construções geométricas, isso também muda a natureza da aprendizagem da geometria; as provas por construção são uma forma de representação em matemática que não estava disponível antes dessa tecnologia (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1028).

Quanto aos modelos base identificados na proposta do professor, destacamos etapas operacionais presentes no modelo da resolução de problemas e de estratégias de aprendizado, de modo que a experimentação do conteúdo se deu com base na busca por desenvolver estratégias/heurísticas e levantar hipóteses, segundo a aplicação de forma consciente dessas estratégias com a orientação do professor.

Quadro 34 - Análise piloto (do planejamento) do produto e TPACK

PRODUTO	
FORMAS DE SISTEMATIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS PREVISTAS	- registros do caderno.
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DO DOMÍNIO DO CONHECIMENTO	- participação na discussão.
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA PRÁTICA DE HABILIDADES	- observação.
ELEMENTOS DO TPACK	<p>P₇: “Alguns elementos me vieram de imediato à mente: o arquivo seria utilizado pelos alunos e deveria permitir aos mesmos modificar a quantidade de lados de um polígono, exibir diagonais a partir de um único vértice e, também, de todos os vértices; os alunos utilizariam computadores e, a partir das modificações de parâmetros, visualizariam efeitos gráficos dinamicamente.”;</p> <p>P₈: “A partir dessa perspectiva, considero legítimo afirmar que as escolhas realizadas no momento da construção e “materializadas” em um arquivo delimitam o que pode ser enunciado no momento de seu uso. Em outras palavras, o arquivo foi construído com vista à produção de certos significados e, nesse movimento, eliminou algumas possibilidades, uma vez que não cria condições de serem feitas certas enunciações.”</p>

Fonte: Elaborado pela autora com base no material analisado (2020).

Em P₇, o professor demonstra mobilizar seu Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo enquanto considera que “a organização do cenário (imaginado) condiciona a natureza das interações, os diferentes tipos de negociações de significados e os conhecimentos produzidos no ambiente de aprendizagem construído” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018, p. 52). Assim, pressupõe as relações que os estudantes podem fazer com o conhecimento matemático em estudo, a partir da experimentação com o *software*.

Ademais, em P₈, o professor mostra ter clareza das implicações de suas escolhas pedagógicas, no arquivo construído e na representação do conteúdo, tornando visíveis as conexões, interações, possibilidades e restrições entre e dentre conteúdo, pedagogia e tecnologia, como Mishra e Koehler (2006; 2009) propõem em seu framework.

Mais especificamente, o professor compreende que “a decisão sobre uma ferramenta tecnológica específica oferecerá restrições nas representações que

podem ser desenvolvidas e no conteúdo” (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1030) e procura evitar enunciações que possam confundir os estudantes durante a experimentação.

Como o foco do professor, em seu texto, foi demonstrar sua estratégia para o planejamento de uma aula com o Geogebra, finalizamos a análise dos dados com uma visão clara da sua abordagem metodológica e do papel da TD no processo de experimentação do conteúdo e da promoção do pensar-com-Geogebra, enquanto a mobilização do TPACK se tornava visível.

APÊNDICE C - ROTEIRO DA ENTREVISTA

- Explique, de maneira geral, a proposta apresentada no seu plano de aula.
- 1. Justifique a escolha da estratégia de ensino desenvolvida no plano.
 - a. Qual o papel da tecnologia digital escolhida nessa estratégia?
 - b. Como esse papel oportuniza algum tipo de experiência diferenciada de ensino e/ou de aprendizagem **do conteúdo**, em comparação com uma aula sem a tecnologia digital?
- 2. De que forma(s) o **conceito matemático** será representado na Tecnologia Digital escolhida, de acordo com o plano?
 - a. É possível representar **esse conceito matemático** de outras formas utilizando a tecnologia digital escolhida? Se não, por quê? Se sim, como? (descrever)
- 3. Você considerou possíveis dificuldades conceituais dos estudantes ao planejar sua aula?
 - a. Que possíveis dificuldades conceituais os estudantes podem ter sobre **este conteúdo matemático**?
 - b. Como abordá-las usando a tecnologia digital escolhida?
- 4. Você consultou ou tomou como referência algum documento oficial ou material curricular disponível para o ensino **desse conceito matemático**? Se sim, qual?
 - a. Esse material sugere o uso de uma tecnologia digital? Se sim, como? Se não, quais materiais curriculares disponíveis você conhece para o ensino **desse conceito matemático** com a tecnologia digital escolhida?
- 5. De acordo com seu planejamento, a tecnologia digital escolhida pode ser utilizada para avaliar a aprendizagem dos estudantes? Justifique.
 - a. Como a aprendizagem **desse conteúdo matemático** pode ser avaliada utilizando a tecnologia digital escolhida?
- Você já deu essa aula antes? Se sim, você fez alguma alteração no plano? Em caso afirmativo, que tipo de mudanças você fez?

APÊNDICE D - MODELO DE ANÁLISE DA COREOGRAFIA DIDÁTICA

Quadro 35 - Modelo de análise (antecipação)

ANTECIPAÇÃO		ELEMENTOS DO PCK
TEMA / CONTEÚDO		
APRENDIZAGENS ANTECIPADAS		
ESTRUTURAÇÃO DO CENÁRIO		

Fonte: Elaborado pela autora (2020).

Quadro 36 - Modelo de análise (colocação em cena)

COLOCAÇÃO EM CENA		ELEMENTOS DO TPK
ESPAÇOS UTILIZADOS		
ESTRATÉGIA DE ENSINO		
ATIVIDADES PROPOSTAS		

Fonte: Elaborado pela autora (2020).

Quadro 37 - Modelo de análise (modelos base de aprendizagem)

MODELOS BASE DE APRENDIZAGEM		ELEMENTOS DO TCK
SEQUÊNCIA DE OPERAÇÕES MENTAIS		
SEQUÊNCIA DE ATUAÇÕES PRÁTICAS		

Fonte: Elaborado pela autora (2020).

Quadro 38 - Modelo de análise (produto)

PRODUTO		ELEMENTOS DO TPACK
FORMAS DE SISTEMATIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS PREVISTAS		
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DO DOMÍNIO DO CONHECIMENTO		
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA PRÁTICA DE HABILIDADES		

Fonte: Elaborado pela autora (2020).

APÊNDICE E - ENTREVISTA/QUESTIONÁRIO DO PROFESSOR P1

Explique, de maneira geral, a proposta apresentada no seu plano de aula.	De forma geral, a proposta apresentada no plano de aula tem o interesse em apresentar aos estudantes o que é uma função do primeiro grau e também relacionar a esse tipo de funções exemplos que fazem parte do cotidiano desses estudantes.
Tecnologia Digital escolhida:	Geogebra
ESTRATÉGIA DE ENSINO	
Justifique a escolha da estratégia de ensino desenvolvida no plano.	A estratégia utilizada foi focada na necessidade de tornar mais concreto conceitos considerados abstratos, pensando na aquisição de novos conceitos através da ancoragem de subsunçoes.
Qual o papel da tecnologia digital escolhida nessa estratégia?	Através do GeoGebra é possível modelar os gráficos das funções do 1º grau, bem como mostrar a funcionalidade de cada elemento da função do 1º.
Como esse papel oportuniza algum tipo de experiência diferenciada de ensino e/ou de aprendizagem de Equações e Inequações, em comparação com uma aula sem a tecnologia digital?	Além que quebrar um pouco da monotonia das aulas onde apenas o professor pensa nos exemplos e os expõe para os alunos num quadro branco, essa tecnologia permite de forma muito mais pratica e rápida a demonstração de vários exemplos diferentes, exemplos esses que podem propostos pelos alunos inclusive, coisa que não seria feita numa aula com apenas o quadro branco sendo usado como tecnologia, uma vez que um ou outro aluno não teria seu exemplo utilizado devido ao tempo total da aula. Com a utilização do GeoGebra há uma adição de dinamicidade a aula.
REPRESENTAÇÃO	
De que forma(s) os conceitos de Igualdade e Desigualdade serão representados na Tecnologia Digital escolhida, de acordo com o plano?	O conceito de Função será representado não de forma isolada mas sim atrelada aos possíveis gráficos de uma função do 1º grau, permitindo que o estudante identifique a relevância de cada elemento da função e como isso pode diferenciar as funções.
É possível representar esses conceitos matemáticos de outras formas utilizando a tecnologia digital escolhida? Se não, por quê? Se sim, como? (descrever)	Acredito não ser possível porque o GeoGebra permite a explicação desses elementos através da plotagem dos gráficos. Não consigo nesse momento relacionar outra maneira que não seja essa acima citada.
DIFICULDADES CONCEITUAIS	
Você considerou possíveis dificuldades conceituais dos estudantes ao planejar sua aula?	Sim

Que possíveis dificuldades conceituais os estudantes podem ter sobre este conteúdo matemático?	Os estudantes podem apresentar dificuldades com operações básicas e substituições de elementos algébricos por elementos numéricos (muito comum nesses primeiros contatos com o assunto).
Como abordá-las usando a tecnologia digital escolhida?	Há a possibilidade de abordar a substituição dos elementos algébricos pelos numéricos através da criação de uma linha de parametrização dos valores que serão utilizados no lugar de cada uma das variáveis. Sobre as operações básicas, sua abordagem é realizada ao longo da explicação do conteúdo.
MATERIAIS CURRICULARES	
Você consultou ou tomou como referência algum documento oficial ou material curricular disponível para o ensino desses conceitos matemáticos? Se sim, qual?	Base Nacional Comum Curricular (BNCC).
Esse material sugere o uso de uma tecnologia digital? Se sim, como? Se não, quais materiais curriculares disponíveis você conhece para o ensino desses conceitos matemáticos com a tecnologia digital escolhida?	Não, infelizmente na BNCC não há sugestão do uso de nenhuma tecnologia digital para ensino de funções e infelizmente não conheço nenhum material que sugira a abordagem de funções através de tecnologias digitais.
AVALIAÇÃO	
De acordo com seu planejamento, a tecnologia digital escolhida pode ser utilizada para avaliar a aprendizagem dos estudantes? Justifique.	Depende, se for utilizada de forma isolada, essa tecnologia não tem valia sobre a avaliação da aprendizagem, se for utilizada em união com outros elementos da aula, pode ser considerada com um instrumento de avaliação mas é importante não atribuir um peso muito relevante a essa ferramenta, uma vez que é apenas um suporte.
Como a aprendizagem desse conteúdo matemático pode ser avaliada utilizando a tecnologia digital escolhida?	Quando o aluno participa de uma aula onde estão sendo abordados os elementos da função no GeoGebra e expõe para a turma como acredita que será o comportamento da função com a alteração de algum elemento predeterminado, esse demonstra que está compreendendo e relacionando esses conhecimentos novos aos conhecimentos considerados subsunçores. Nessa exposição podemos avaliar a aprendizagem do estudante.
Você já deu essa aula antes? Se sim, você fez alguma alteração no plano? Em caso afirmativo, que tipo de mudanças você fez?	Essa aula já foi dada antes e desde então nenhuma alteração foi adicionada.

APÊNDICE F - ENTREVISTA/QUESTIONÁRIO DO PROFESSOR P2

Explique, de maneira geral, a proposta apresentada no seu plano de aula.	A ideia é usar um recurso tecnológico como uma ferramenta para melhorar tanto a visualização como conseguir fazer a relação entre a álgebra e a geometria. Com isso, foi utilizado o programa Geogebra como ponte para o assunto, sendo usado durante toda aula, como também nas atividades.
Tecnologia Digital escolhida:	Geogebra
ESTRATÉGIA DE ENSINO	
Justifique a escolha da estratégia de ensino desenvolvida no plano.	Como possuo alunos que não têm acesso à internet, é recomendado que façamos textos de apoio para que esses consigam aprender e responder as atividades propostas. No geral, a aula é dividida em três partes, a primeira é quando divulgo o texto e vídeo para todos os alunos via whatsapp, Google Classroom ou impresso (apenas texto), nessa fase é esperado que eles leiam, se questionem e cheguem na aula por videoconferência com dúvidas e diálogos, sendo essa a segunda fase. Nessa fase é quando o recurso Geogebra é utilizado. As construções são feitas de maneira bem simples, a fim de que todos entendam as relações e como manusear. Na última parte, é disponibilizada a atividade para a turma, onde podem usar o Geogebra e colocar em prática o que foi estudado.
Qual o papel da tecnologia digital escolhida nessa estratégia?	Contribuir para o desenvolvimento do ensino-aprendizagem de forma dinâmica e interativa.
Como esse papel oportuniza algum tipo de experiência diferenciada de ensino e/ou de aprendizagem de Equações e Inequações, em comparação com uma aula sem a tecnologia digital?	Podemos fazer uma relação rápida entre diferentes áreas da matemática, uma melhor visualização, como também aprender com as mudanças de coeficientes, gráficos e a relação entre eles.
REPRESENTAÇÃO	
De que forma(s) os conceitos de Igualdade e Desigualdade serão representados na Tecnologia Digital escolhida, de acordo com o plano?	A ideia é que seja sugerido um problema e a partir dele, seja feita uma construção no Geogebra, a fim de destacar elementos chaves para a conceituação de Função.
É possível representar esses conceitos matemáticos de outras formas utilizando a tecnologia digital escolhida? Se não, por quê? Se sim, como? (descrever)	Acredito que sim, porém não criei/pensei em outra estratégia.
DIFICULDADES CONCEITUAIS	
Você considerou possíveis	Sim

dificuldades conceituais dos estudantes ao planejar sua aula?	
Que possíveis dificuldades conceituais os estudantes podem ter sobre este conteúdo matemático?	Uma das grandes dificuldades apresentadas é a falta de conhecimento sobre os conceitos básicos de Geometria que deveriam ter sido trabalhados/estudados nas séries anteriores.
Como abordá-las usando a tecnologia digital escolhida?	Como existe a possibilidade de trabalhar também esses conceitos básicos de Geometria no Geogebra, abri espaço na aula para que esses conteúdos fossem apresentados de maneira clara e objetiva, a partir de construções e exemplos.
MATERIAIS CURRICULARES	
Você consultou ou tomou como referência algum documento oficial ou material curricular disponível para o ensino desses conceitos matemáticos? Se sim, qual?	Sim, utilizei o livro didático utilizado pela escola e alguns exemplos pesquisados de maneira informal na internet.
Esse material sugere o uso de uma tecnologia digital? Se sim, como? Se não, quais materiais curriculares disponíveis você conhece para o ensino desses conceitos matemáticos com a tecnologia digital escolhida?	O livro didático trás propostas para que sejam utilizados recursos tecnológicos, entretanto de maneira breve, enfatizando apenas um conteúdos do capítulo, então tento conciliar com artigos e planos de aula pesquisados.
AVALIAÇÃO	
De acordo com seu planejamento, a tecnologia digital escolhida pode ser utilizada para avaliar a aprendizagem dos estudantes? Justifique.	Acredito que não, ela seria utilizada apenas como ponte para o conteúdo.
Como a aprendizagem desse conteúdo matemático pode ser avaliada utilizando a tecnologia digital escolhida?	Eu não saberia como avaliar um aluno utilizando esse recurso.
Você já deu essa aula antes? Se sim, você fez alguma alteração no plano? Em caso afirmativo, que tipo de mudanças você fez?	Sim, mas exatamente como está no plano, sem alterações.

APÊNDICE G - ENTREVISTA/QUESTIONÁRIO DO PROFESSOR P3

Explique, de maneira geral, a proposta apresentada no seu plano de aula.	Busco utilizar um Objeto virtual de Aprendizagem para demonstração dos conceitos matemáticos de Igualdade e desigualdade.
Tecnologia Digital escolhida:	Objeto Virtual de Aprendizagem (OVA) Explorador de Igualdades: Noções Básicas
ESTRATÉGIA DE ENSINO	
Justifique a escolha da estratégia de ensino desenvolvida no plano.	Sabemos que o conceito de Igualdade e Desigualdade é abordado muitas vezes de forma simplória. Porém, são duas competências matemáticas extremamente presentes em vivências cotidianas. Através desse plano de aula, buscamos demonstrar a praticidade da utilização desses conceitos.
Qual o papel da tecnologia digital escolhida nessa estratégia?	o Objeto Virtual de Aprendizagem tem como objetivo principal realizar a demonstração através da manipulação da ferramenta por meio dos Estudantes. A medida que eles acrescentam e/ou retiram objetos a ferramenta vai se portar de forma diferente.
Como esse papel oportuniza algum tipo de experiência diferenciada de ensino e/ou de aprendizagem de Equações e Inequações, em comparação com uma aula sem a tecnologia digital?	Entender como tais conteúdos estão presentes no cotidiano faz com que a matemática produzida faça sentido. Se levassemos inicialmente esses conceitos sem uma abordagem contextualizada teríamos uma Matemática meramente abstrata, porém com a utilização das ferramentas podemos explorar a arte da técnica.
REPRESENTAÇÃO	
De que forma(s) os conceitos de Igualdade e Desigualdade serão representados na Tecnologia Digital escolhida, de acordo com o plano?	Através dos conceitos de Equilíbrio e Desequilíbrio de uma balança.
É possível representar esses conceitos matemáticos de outras formas utilizando a tecnologia digital escolhida? Se não, por quê? Se sim, como? (descrever)	Sim. Podemos colocar o simulador em um aparelho retroprojeter, levar uma balança física para os alunos e trabalhar por meio de representações.
DIFICULDADES CONCEITUAIS	
Você considerou possíveis dificuldades conceituais dos estudantes ao planejar sua aula?	Sim
Que possíveis dificuldades conceituais os estudantes podem ter sobre este conteúdo matemático?	Valores desconhecidos. Saber o valor exato do equilíbrio entre aquilo que estava sendo abordado na pesagem.

Como abordá-las usando a tecnologia digital escolhida?	Acredito que o papel do professor na mediação vai ser importante, principalmente no que tange mostrar aos estudantes quando as balanças estão em equilíbrio ou desequilíbrio.
MATERIAIS CURRICULARES	
Você consultou ou tomou como referência algum documento oficial ou material curricular disponível para o ensino desses conceitos matemáticos? Se sim, qual?	sim. BNCC
Esse material sugere o uso de uma tecnologia digital? Se sim, como? Se não, quais materiais curriculares disponíveis você conhece para o ensino desses conceitos matemáticos com a tecnologia digital escolhida?	PDDE PARANÁ
AValiação	
De acordo com seu planejamento, a tecnologia digital escolhida pode ser utilizada para avaliar a aprendizagem dos estudantes? Justifique.	Sim. Inclusive uma avaliação prática. Como proposto em plano através de uma atividade com simulação a uma feira livre os estudantes mostrariam a perspectiva de utilização dos conceitos de igualdade e desigualdade.
Como a aprendizagem desse conteúdo matemático pode ser avaliada utilizando a tecnologia digital escolhida?	Através de um jogo de avaliação disponível no próprio simulador.
Você já deu essa aula antes? Se sim, você fez alguma alteração no plano? Em caso afirmativo, que tipo de mudanças você fez?	Sim. Já alterei. Adicionei uma simulação de Feira Livre local.

APÊNDICE H - ENTREVISTA/QUESTIONÁRIO DO PROFESSOR P4

Explique, de maneira geral, a proposta apresentada no seu plano de aula.	A ideia central do uso do software era apresentar aos alunos uma ferramenta em que pudessem construir os gráficos das funções trigonométricas e acompanhar de forma mais dinâmica e fiel a mudança a cada comando dado. Estabelecer relação dos pontos extremos do círculo trigonométrico no plano cartesiano e associar a ponto dos gráficos das funções trigonométricas.
Tecnologia Digital escolhida:	Geogebra
ESTRATÉGIA DE ENSINO	
Justifique a escolha da estratégia de ensino desenvolvida no plano.	Os alunos tinham dificuldade em "enxergar" as variações do gráfico a cada ponto dado e no momento presencial não tinha o recurso para utilizar na escola. Então quando puder utilizar meus equipamentos na aula online achei que seria mais interessante usar o Geogebra 2D tanto para a visualização deles e para otimizar a aula.
Qual o papel da tecnologia digital escolhida nessa estratégia?	Era um recurso mais dinâmico e necessário no momento de aula a distância, certamente sem o uso da mesma iria ficar mais difícil (tanto para desenhar quanto a questão do tempo de aula) mostrar situações específicas em cada função. Os alunos tendem a prestar mais atenção quando utilizamos uma situação tecnológica (ainda mais por não trabalharem com tanta frequência).
Como esse papel oportuniza algum tipo de experiência diferenciada de ensino e/ou de aprendizagem de Equações e Inequações, em comparação com uma aula sem a tecnologia digital?	Oportuniza possibilidade de nova prática, acredito que esses alunos em específico não tinha aulas de matemática com utilização de recursos tecnológicos. Pude perceber que quando eu fazia o gráfico a mão e comparava cada ponto com o Geogebra os alunos realmente comprovavam que estávamos fazendo correto. Um outro ponto é que os alunos podiam explorar funções mais complexas que certamente demandaria bem mais tempo e dificuldade para representar ela no quadro.
REPRESENTAÇÃO	
De que forma(s) os conceitos de Igualdade e Desigualdade serão representados na Tecnologia Digital escolhida, de acordo com o plano?	Inicialmente ao estudar funções na trigonometria eu dei exemplos de funções do 1º e 2º grau mostrando que conseguiríamos representar escolhendo pontos no plano cartesiano, mas que na trigonometria deveríamos escolher pontos "inteligentes" que os chamei de extremos do círculo trigonométrico (pontos em que sabíamos os valores aplicados na função) e com isso pudemos traçar os gráficos das funções com mais facilidade.
É possível representar esses conceitos matemáticos de outras formas utilizando a tecnologia	Acredito que pode ser feito de outra forma, mas como estávamos preocupados construção de gráficos e sua relação com o círculo trigonométrico essa seria a

digital escolhida? Se não, por quê? Se sim, como? (descrever)	forma mais "simples" de conseguir traçar os gráficos.
DIFICULDADES CONCEITUAIS	
Você considerou possíveis dificuldades conceituais dos estudantes ao planejar sua aula?	Sim
Que possíveis dificuldades conceituais os estudantes podem ter sobre este conteúdo matemático?	Como construir gráficos de função trigonométrica vai exigir um conhecimento básico dos valores de cada função em determinados pontos eu dei o exemplo que de construção de funções do 1º e 2º grau que eles já viram em algum momento e acabei associando essa mesma construção para das funções trigonométricas utilizando pontos estratégicos da função.
Como abordá-las usando a tecnologia digital escolhida?	Dando exemplos em funções já vistas antes.
MATERIAIS CURRICULARES	
Você consultou ou tomou como referência algum documento oficial ou material curricular disponível para o ensino desses conceitos matemáticos? Se sim, qual?	Eu utilizei o livro didático da escola.
Esse material sugere o uso de uma tecnologia digital? Se sim, como? Se não, quais materiais curriculares disponíveis você conhece para o ensino desses conceitos matemáticos com a tecnologia digital escolhida?	Em parte do capítulo sugeri o uso de calculadora científica para calcular ângulos não notáveis e do próprio Geogebra para traçar os gráfico e acompanhar as mudanças a cada comando escolhido.
AVALIAÇÃO	
De acordo com seu planejamento, a tecnologia digital escolhida pode ser utilizada para avaliar a aprendizagem dos estudantes? Justifique.	Por ter sido aula a distância e não ter tido uma avaliação formalmente falando eu não sei se ele iria dá conta.
Como a aprendizagem desse conteúdo matemático pode ser avaliada utilizando a tecnologia digital escolhida?	Basicamente eu iria avaliar observando se os alunos conseguiram construir os gráficos das funções, a escolha dos pontos estratégicos e se relacionaram corretamente com o círculo trigonométrico.
Você já deu essa aula antes? Se sim, você fez alguma alteração no plano? Em caso afirmativo, que tipo de mudanças você fez?	Não, nunca fiz. Essa foi a primeira turma que utilizei recurso tecnológico.

ANEXO A - TEXTO (PLANO DE AULA) DO ESTUDO PILOTO

Episódio 1: construção de um arquivo para uma aula de Matemática

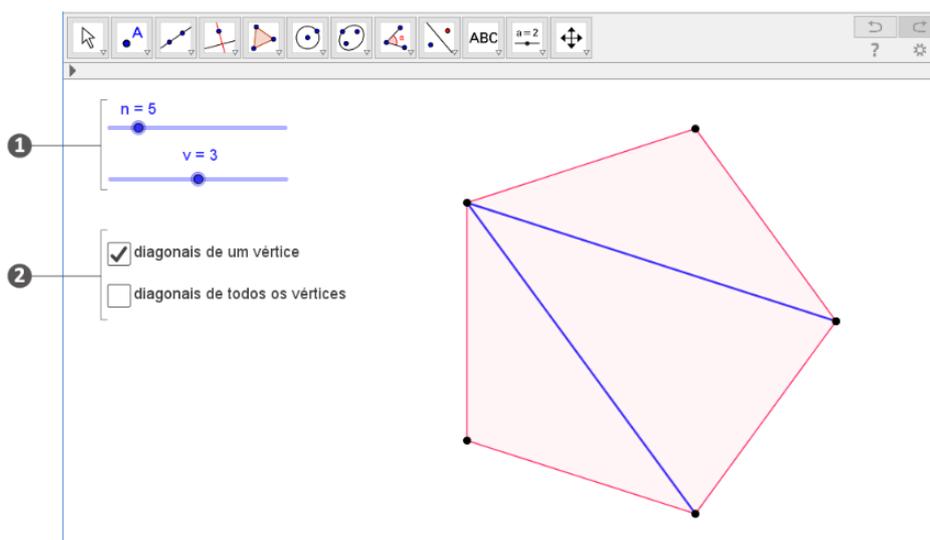
A aula seria sobre diagonais de polígonos. A minha intenção era abordar a expressão matemática para o cálculo da quantidade de diagonais de um polígono convexo por meio de generalizações. Se fosse realizada com os objetos de uma aula tradicional de Matemática (quadro, giz, lápis e papel), orientaria os alunos a desenharem polígonos de três, quatro, cinco, seis e mais lados e a traçar as diagonais a partir de um único vértice. Em seguida, orientaria os alunos a compor uma tabela com três colunas cuja primeira linha conteria os títulos das colunas: quantidade de lados, quantidade de diagonais que partem de um único vértice e quantidade total de diagonais. No passo seguinte, orientaria os alunos a traçarem as diagonais a partir de um único vértice de cada polígono e a preencher as duas primeiras colunas da tabela, analisando, cada um dos polígonos. Para preencher a última coluna da tabela, não seria necessário traçar todas as diagonais de cada polígono. Nesse passo, nos concentraríamos na análise de cada polígono e dos dados da tabela e, daí, surgiria um método de cálculo que considerasse multiplicar a quantidade de diagonais que partem de um único vértice pela quantidade de vértices e, também, uma divisão por dois para eliminar as contagens repetidas, o que se traduziria no processo de generalização e em uma sentença matemática.

Porém minha intenção era realizar uma aula sobre o mesmo tópico utilizando o GeoGebra. Para que fosse possível abordar polígonos e suas diagonais, seria necessário construir um arquivo em um momento prévio à aula que teria uma dinâmica um pouco diferente para a interação com os alunos.

Alguns elementos me vieram de imediato à mente: o arquivo seria utilizado pelos alunos e deveria permitir aos mesmos modificar a quantidade de lados de um polígono, exibir diagonais a partir de um único vértice e, também, de todos os vértices; os alunos utilizariam computadores e, a partir das modificações de parâmetros, visualizariam efeitos gráficos dinamicamente. Além disso, pensei que no momento da aula eu conversaria com os alunos a respeito do que seria possível observar na tela do computador, e, a partir de suas enunciações, eles fariam registros em seus cadernos.

Tendo em vista os objetivos traçados para o momento de aula, o cenário composto pelos recursos tecnológicos disponíveis e pela quantidade de alunos da turma, me envolvo em uma atividade: construir um arquivo no GeoGebra voltado ao ensino e à aprendizagem de um tópico de Matemática escolar. Nesse movimento, componho o meu interlocutor, aquele para quem o arquivo seria construído.

Após algum tempo de trabalho utilizando o GeoGebra, o arquivo¹² foi concluído e tinha o seguinte aspecto visual:



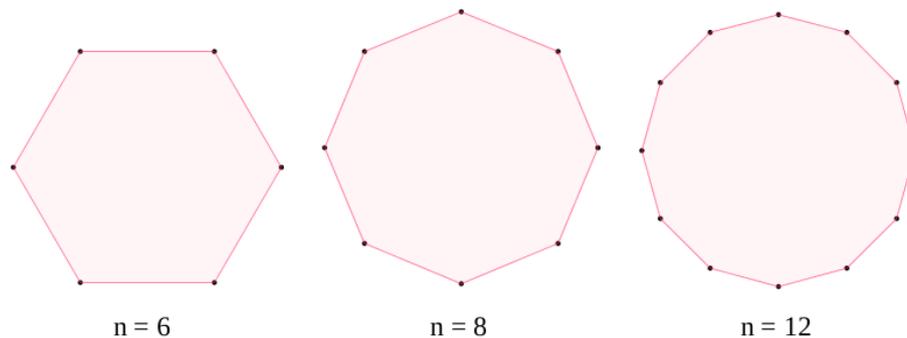
A partir deste ponto, passo a justificar algumas escolhas feitas por mim no momento da construção. Os números **1** e **2** que aparecem na imagem acima não fazem parte do layout do arquivo, são marcadores de elementos cuja descrição é apresentada a seguir. É importante salientar ainda que escrevo utilizando os verbos no futuro do pretérito, para caracterizar a descrição de um momento em que a aula era planejada. E naquele momento, eu estava em uma dinâmica em que eram consideradas possibilidades para essa aula.

1 - Os elementos apresentados sob essa referência são chamados de controles deslizantes. O de nome n foi construído para servir como um seletor gráfico de valores naturais de 3 a 15.

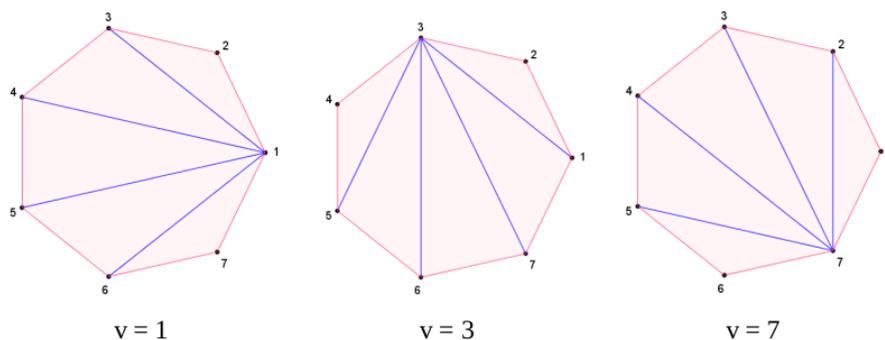


¹² Arquivo disponível em www.ogeogebra.com.br/tese/diagonais.php.

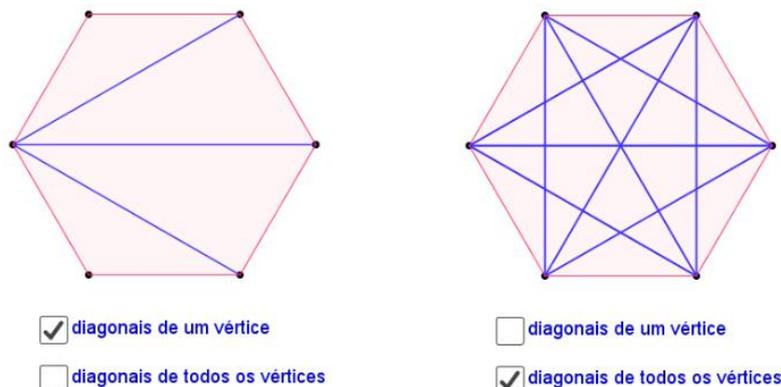
Assim, utilizando o mouse, o aluno poderia modificar a quantidade de lados/vértices do polígono e verificar o resultado de sua modificação dinamicamente.



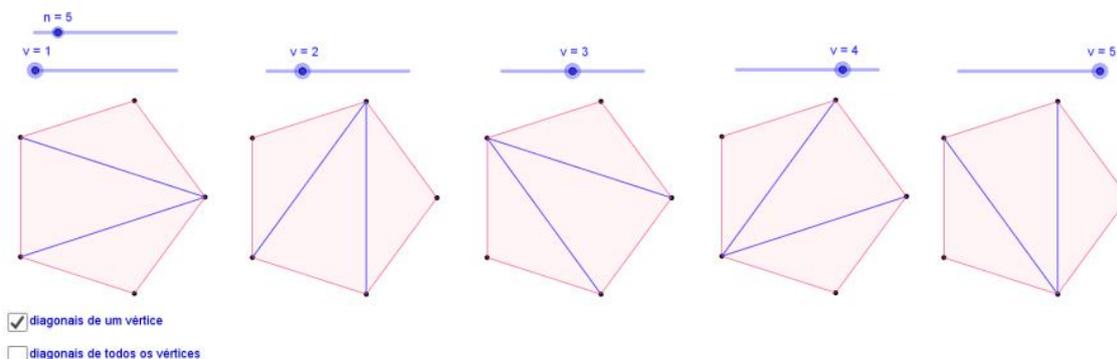
Com o controle deslizante v , o aluno poderia selecionar um vértice do polígono do qual devem partir as diagonais. Por exemplo, para um polígono de 7 vértices, o valor de v pode assumir os valores 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, vértices dos quais “partem as diagonais”.



2 - Os itens indicados sob esse número são caixas para exibir/esconder elementos. A primeira, de legenda diagonais de um vértice, quando marcada com o clique do mouse, exibe as diagonais de um único vértice correspondente ao número v . A segunda, de legenda diagonais de todos os vértices, exibe ou oculta as diagonais que partem de todos os vértices de um polígono de n lados.



No momento da aula, após os alunos manipularem o arquivo para conhecerem suas funcionalidades, sugeriria que eles selecionassem no controle deslizante n uma quantidade de lados/vértices para um polígono, por exemplo, $n = 5$. Depois, pediria que variassem o valor de v de 1 a 5.



Em seguida, selecionariam um valor maior para n e novamente variariam o valor de v de 1 a n . A ideia é que, fazendo isso, percebessem que a partir de cada vértice parte a mesma quantidade de diagonais. Depois disso, eu perguntaria: qual a quantidade total de diagonais que partem de um único vértice de um polígono de 5, 6 ou 7 vértices? A próxima pergunta seria: qual a quantidade total de diagonais de cada um desses polígonos? Daí, é bem provável que surgiria a ideia de multiplicar a quantidade de diagonais que partem de cada vértice pela quantidade total de vértices. Nesse momento, solicitaria que os alunos exibissem todas as diagonais do polígono, e contassem para verificar se o cálculo realizado corresponderia as diagonais exibidas em um pentágono ou hexágono, por exemplo.

Eu tinha em vista promover uma discussão em sala de aula e levar os alunos a perceberem que se realizássemos os cálculos sugeridos anteriormente, obteríamos uma quantidade maior do que a quantidade que seria possível ser visualizada na tela do computador.

Acredito que ao realizar os cálculos, por exemplo, para o pentágono e para o hexágono os alunos perceberiam o motivo de tal fato e, a partir daí, seria interessante discutir a possibilidade de uma divisão por dois para obter a quantidade de diagonais após multiplicar a quantidade de diagonais que partem de um único vértice pela quantidade de vértices do polígono.

Outro ponto que considero relevante é argumentar que ao desenhar os polígonos no caderno e traçar suas diagonais, como foi proposto na aula sem a utilização do computador, é possível analisar um polígono e outro em um mesmo

campo visual, pois eles podem ser desenhados lado a lado ou em uma mesma página do caderno.

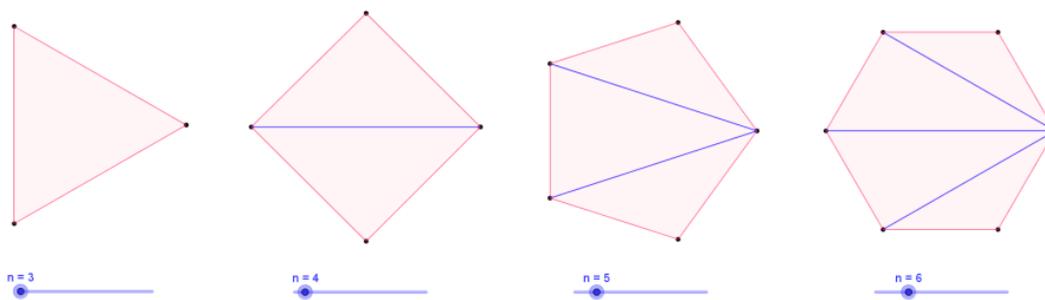
O arquivo construído no GeoGebra também permite a análise de casos particulares, mas não permite olhar para um polígono e outro em um mesmo campo visual ou em um mesmo momento como no caderno. Manipulando o controle deslizante n , ora o polígono é um quadrilátero, ora um pentágono, ora um hexágono, entre outros.

O arquivo poderia ser construído de modo a exibir mais de um polígono na tela com suas diagonais, mas não foi construído assim, pois havia uma intenção ao exibir um polígono a cada valor selecionado no controle deslizante n . A construção tinha o objetivo de fazer com que o foco de atenção do aluno estivesse na estrutura geral dos polígonos e de suas diagonais para que a sentença matemática fosse obtida a partir do percebido como genérico¹³ na situação.

A partir dessa perspectiva, considero legítimo afirmar que as escolhas realizadas no momento da construção e “materializadas” em um arquivo delimitam o que pode ser enunciado no momento de seu uso. Em outras palavras, o arquivo foi construído com vista à produção de certos significados e, nesse movimento, eliminou algumas possibilidades, uma vez que não cria condições de serem feitas certas enunciações.

Atento a outras demandas, percebi que havia a possibilidade de utilizar o arquivo para estudo de ângulos internos de um polígono. Para isso, bastaria fixar o valor de v em 1, para que as diagonais de um polígono partissem apenas do “primeiro vértice”. Em seguida, os alunos modificariam o valor de n para 3, 4, 5, 6,..., 15, obtendo um triângulo, um quadrilátero, um pentágono e outros polígonos.

¹³ A situação “generalizada” emerge quando os alunos passam a falar do que é comum a um conjunto de casos particulares [...] ao passo que a situação “genérica” emerge quando tratamos diretamente daquilo que é geral numa situação [...] (LINS, 2004, p. 114).



Alguns questionamentos poderiam guiar o meu trabalho de investigação com os alunos:

- Qual é a soma dos ângulos internos de um triângulo?
- Em quantos triângulos cada polígono é decomposto pelas diagonais que partem de um único vértice?
- É possível obter uma sentença matemática para calcular a soma dos ângulos internos de um polígono convexo?

As situações imaginadas durante a construção do arquivo, juntamente com o que foi considerado antes de iniciar o processo de construção, foram úteis para obter um arquivo com as funcionalidades apresentadas. Um último passo consistiu em certo cuidados com aspectos visuais: desenhar os lados do polígono em vermelho e as diagonais em azul para que fosse imprimida certa diferenciação entre ambos; delimitar uma área em que ficassem os controles deslizantes e as caixas de exibir/esconder elementos. O polígono foi posicionado no centro da Janela de Visualização para que ocupasse o principal foco de olhar do usuário do computador. Além disso, recursos e janelas desnecessárias foram ocultadas para que não desviassem a atenção no momento de uso do arquivo.

Com tudo isso em vista, o arquivo foi compreendido como pronto para aquela aula que almejava. Aliás, ele é o produto da aula que eu tinha em mente, pois ele foi construído após escolher um tópico de estudo, escolher uma forma de abordagem, pensar em um método de ensino, imaginar que alguém faria as enunciações que faço com a legitimidade que aceito (interlocutor).

Portanto, esse é um exemplo de um processo que utilizo para construção de um arquivo no GeoGebra, útil à uma aula de Matemática.

ANEXO B - PLANO DE AULA DO PROFESSOR P1

Plano de aula – função

Público alvo: Alunos do 9º ano do ensino fundamental

Tema: função

Objetivos: aprender os elementos da função do 1º grau, o que cada um desses elementos representa de forma isolada, os possíveis gráficos de uma função do 1º grau e como essas funções se apresentam no nosso cotidiano.

Conteúdo: função do 1º grau

Duração: 1h e 40 minutos

Recursos utilizados: computador, GeoGebra, projetor e quadro branco.

Metodologia: A aula se inicia com o questionamento “o que é uma função?” para causar inquietação e também checar o que os alunos podem conhecer sobre este assunto. Uma vez encerradas as sugestões dos alunos para o que pode vir a ser uma função, será apresentado um exemplo de função que pode ser encontrado em seu cotidiano, o mesmo tem como função causar mais inquietação nos alunos, os levando a relacionar com outras situações que podem também ser exemplos de função.

Para contextualizar as funções e antes de apresentar sua definição formal, os alunos serão apresentados a história das funções, desde a época em que surgiram até objetivo com o qual foram criadas, porém isso tudo de forma sucinta para que o foco da aula não seja desviado. Após essa apresentação histórica da função os alunos serão apresentados a sua definição formal, passando por cada um de seus elementos e como esses funcionam de forma isolada.

É importante que os alunos formem bons subsunçores acerca disso para que não sintam dificuldades nos próximos passos. Uma vez assimiladas essas informações, os alunos serão apresentados aos possíveis tipos de uma função do 1º grau. É de fundamental importância exemplificar cada um desses exemplos, uma vez que é o primeiro contato dos alunos com tal conteúdo.

Por fim, é importante mostrar também que para cada um desses tipos temos também um gráfico que o representa e que cada elemento da função está ligado a um elemento específico desse gráfico. Para fazer essa relação será utilizado um software de matemática (GeoGebra), visando trazer dinamicidade a criação dos gráficos e explicação dos elementos que o compõem.

Avaliação: A avaliação será realizada de maneira formativa e os alunos serão convidados a trabalhar em grupos. Cada grupo irá expor uma situação onde as funções estão presentes e além disso, deverão expor a função presente em tal situação bem como apresentá-las ao resto da turma a explicando.

ANEXO C - PLANO DE AULA DO PROFESSOR P2

PLANO DE AULA

PROFESSOR	DISCIPLINA	SÉRIE
P2	Matemática	1ª série do Ensino Médio

HABILIDADES DA BNCC

[EM13MAT502] Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

[EM13MAT302] Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

OBJETIVO	CONTEÚDOS
<ul style="list-style-type: none"> Conhecer, aplicar, relacionar conceitos. 	1º ano
ESTRATÉGIAS	Economia - Introdução à Função Quadrática.
<ul style="list-style-type: none"> Texto de apoio para alunos que não tem acesso à internet e link na plataforma Google Classroom; Ler e interpretar dados apresentados em tabelas e gráficos; Utilizar o Geogebra para visualização dos gráficos e relacionar conceitos; Utilizar o Google Forms para levar a atividade de nivelamento de maneira dinâmica e com melhor visualização do desempenho individual e geral da turma; Monitoramento virtual pelo WhatsApp e Google Classroom; Aula por videoconferência no Google Meet; Exercício nas plataformas e impressa. 	

REFERÊNCIAS PARA O ESTUDANTE	ATIVIDADES E DATAS PARA ENVIO	
<p>Canais do youtube: Equaciona com Paulo Pereira, Ferretto Matemática.</p>	ATIVIDADES	DATA DE ENVIO
<p>Livro didático: Souza, Joamir Roberto de #Contato matemática, 1o, 2o ou 3o ano / Joamir Roberto de Souza, Jacqueline da Silva Ribeiro Garcia. – 1. ed. – São Paulo: FTD, 2016. – (Coleção #Contato matemática).</p>	<p>Semana 1 1- Leitura do texto indicado (impressão ou pdf no Google Classroom); 2- Aula expositiva pelo Google Meet, utilizando as ferramentas PowerPoint e Geogebra; 3- Responder ao questionário no Google Classroom.</p>	

ANEXO D - PLANO DE AULA DO PROFESSOR P3

ESCOLA DE REFERÊNCIA EM ENSINO FUNDAMENTAL
PROFº P3

Igualdades e desigualdades matemáticas: utilizando a balança de dois pratos

Disciplina(s)/Área(s) do Conhecimento:

Matemática

Competência(s) / Objetivo(s) de Aprendizagem:

- Relacionar equações e inequações com a balança de dois pratos;
- Resolver equações e inequações.

Conteúdos:

- Equações e inequações.

Palavras-Chave:

- Equações. Inequações. Balança de dois pratos.

Previsão para aplicação:

2 aulas (50 min/aula)

Proposta de Trabalho:

1ª Etapa: Início de conversa

Os conceitos de igualdade permeiam de forma incisiva toda a Matemática experimentada durante a vida escolar. Especialmente a partir do 6º ano do Ensino Fundamental, os tipos de elaborações que os estudantes lidam exigem que esses conceitos estejam bem consolidados.

Igualdade matemática é a proposição de equivalência existente entre duas expressões algébricas conectadas por meio do sinal =, em que ambas expressam o mesmo valor.

A relação de igualdade estabelecida em tal expressão é usada para denotar que dois objetos matemáticos expressam o mesmo valor.

$$9 - 1 = 8$$

Igualdade matemática é uma expressão composta por dois membros. O membro direito, à esquerda do sinal de igualdade e o membro esquerdo, à direita do sinal de igualdade. A solução da afirmação anterior revela a afirmação de igualdade

de expressões. Assim, o membro esquerdo retorna um valor de oito, igual ao valor do membro direito, que também é oito.

Uma expressão de igualdade é dita falsa, quando o resultado de um de seus membros é diferente do outro. Portanto, a expressão a seguir acaba sendo falsa.

$$10x + 2 = 5 * (2x + 5)$$

Como o resultado desta expressão é: $10x + 2 = 10x + 25$ a dita expressão acaba sendo falsa.

Da mesma forma, é dito que uma expressão de igualdade torna-se verdadeira quando o resultado de ambos os membros da abordagem acaba tendo o mesmo valor. Portanto, a expressão a seguir é verdadeira.

$$10x + 2 = 5 * (2x + 1)$$

Como o resultado dessa expressão é: $10x + 2 = 10x + 5$, essa expressão é verdadeira.

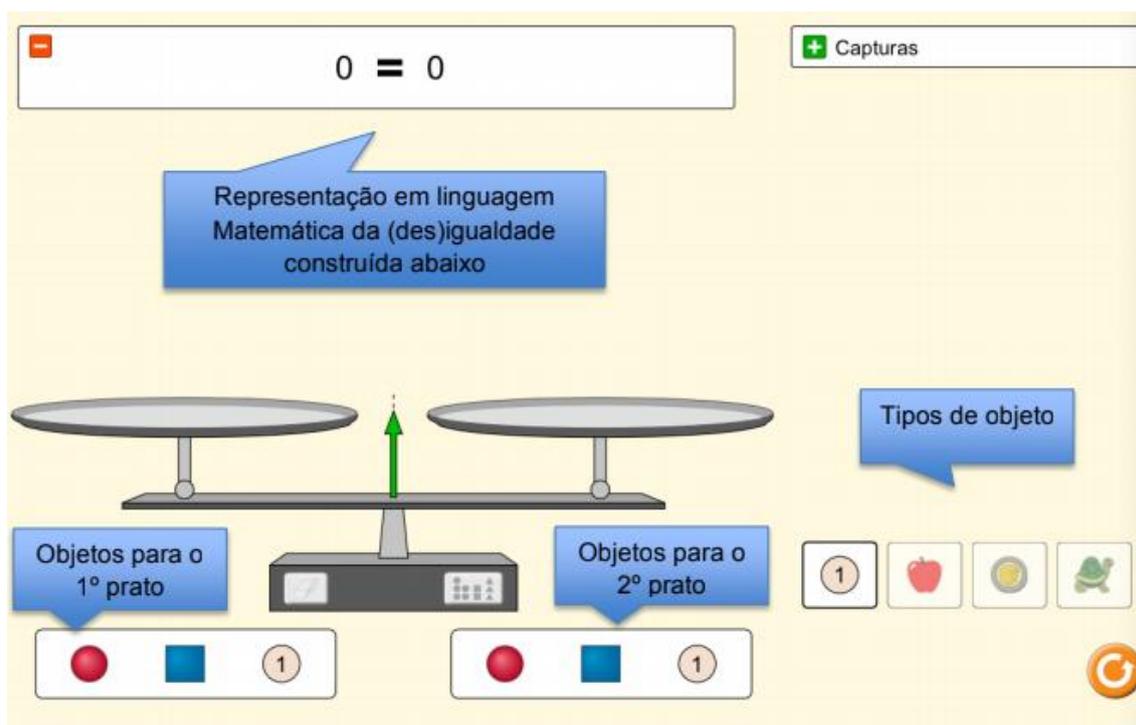
Nesse plano de aula, por meio de um Objeto Virtual de Aprendizagem através do uso de Simuladores Matemáticos, exploraremos o conceito de igualdade e desigualdade matemática e estimularemos os estudantes a representarem essas relações por meio de expressões e uma balança de dois pratos.

2ª Etapa: Objeto Virtual de Aprendizagem - Igualdades

Nessa etapa, os alunos utilizarão o Objeto Virtual de Aprendizagem (OVA) Explorador de Igualdades: Noções Básicas, disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer-basics/latest/equality-explorer-basics_pt.html. Os alunos irão acessar a página e terão que clicar no botão “Noções Básicas”.



Os alunos serão direcionados para uma página como essa.

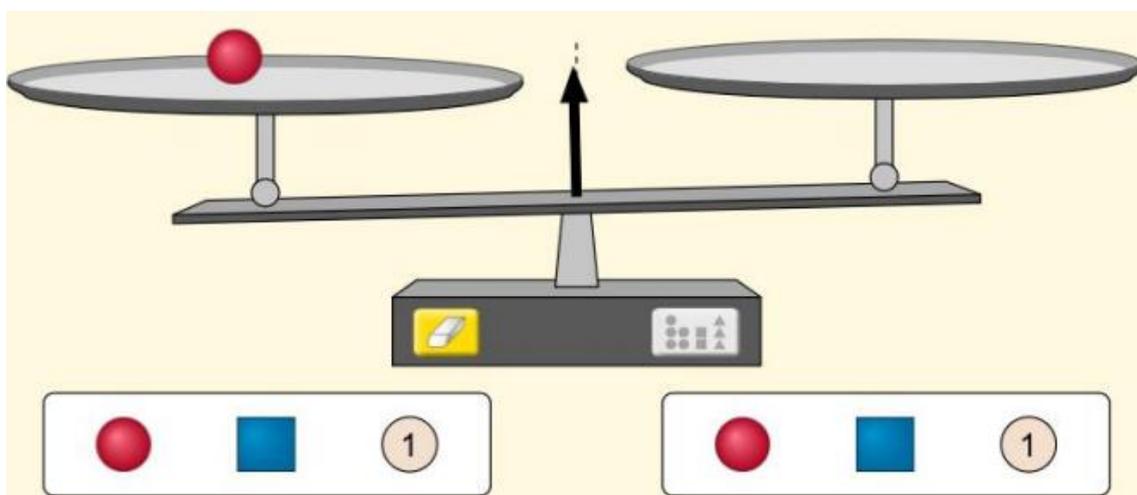


Apresente aos estudantes o funcionamento da ferramenta. Observe, na imagem acima, como utilizar alguns dos botões.

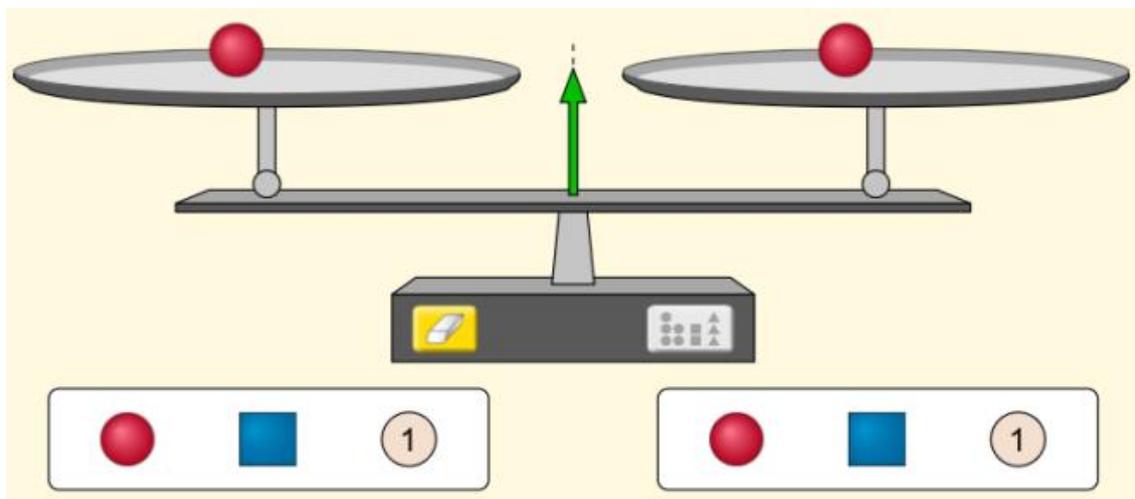
Na parte inferior da página estão os objetos que podem ser utilizados para compor as igualdades ou desigualdades desejadas. Esses objetos serão arrastados para os pratos a fim de elaborar a composição desejada. Observe também que há vários tipos de objeto que podem ser escolhidos.

Antes de iniciar a prática com o aplicativo, explique o funcionamento da balança de dois pratos. Lembre-os que quando os pratos possuem o mesmo peso, a balança estará em equilíbrio. Uma analogia para aproximá-los dessa proposta são as gangorras em parques infantis: quando duas pessoas pesam a mesma coisa, é possível obter equilíbrio facilmente.

Vejamos um exemplo. Solicite aos estudantes que arrastem uma bola vermelha para o 1º prato e observem o que acontece.



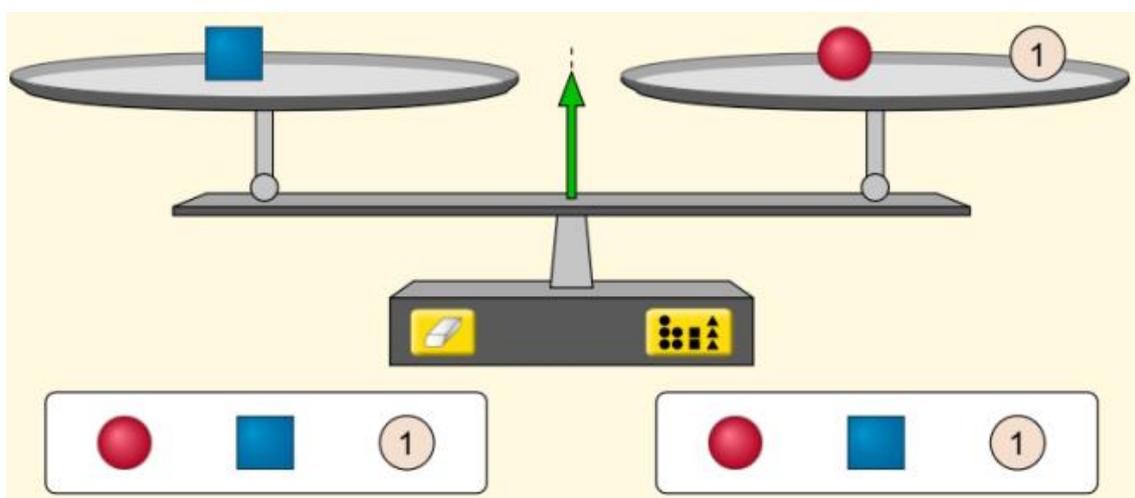
Note que o prato da esquerda está mais baixo que o prato da direita. Agora, posicione uma bola do mesmo tipo no segundo prato.



Agora os pratos estão em equilíbrio. Observe também que no topo da página o software descreveu em linguagem matemática o que é observado nas balanças.

$$1 \bullet = 1 \bullet$$

O que faz sentido! Agora parta para outro exercício. Solicite aos estudantes que componham o seguinte sistema:

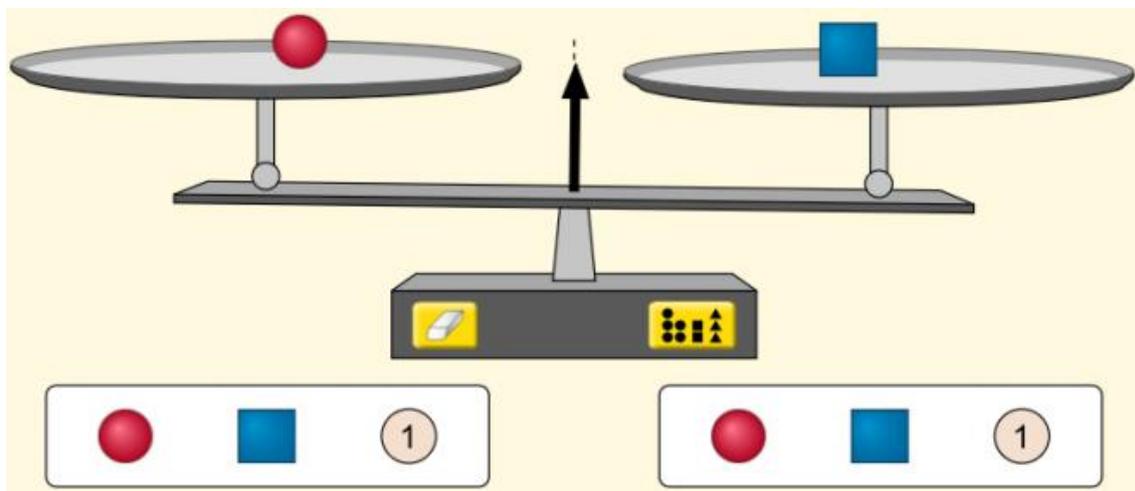


Note que, apesar de não sabermos quanto “pesa” cada um desses objetos, por comparação, podemos concluir que um cubo pesa o mesmo que uma bola vermelha junto com uma bola com o número 1. Em linguagem matemática obtemos que:

$$1 \blacksquare = 1 \bullet + 1$$

3ª Etapa: Objeto Virtual de Aprendizagem - Desigualdades

Agora vamos explorar desigualdades. Solicite aos estudantes que elaborem a seguinte composição:



Questione o grupo sobre qual dos pratos está mais pesado. A resposta correta é o prato do cubo, pois está mais baixo em relação à bola. Observe que, matematicamente, teremos a seguinte expressão:

$$1 \text{ bola vermelha} < 1 \text{ cubo}$$

Leremos: 1 bola vermelha é menor que 1 cubo.

Conclua com os alunos que o cubo pesa mais que a bola vermelha e peça para descobrirem se algum dos objetos dessa página pesa mais que o cubo. Além disso, peça para que descubram se a bola vermelha pesa mais do que a bola com o número 1.

Os estudantes devem concluir que o cubo é o objeto mais pesado e que a bola vermelha pesa mais que a bola com número 1.

4ª Etapa: Atividade Prática

Iremos simular uma feira Livre com interdisciplinaridade a História de Feira Nova e trabalhar com uma balança física para que os estudantes compreendam as situações vivenciadas comunitariamente.

4ª Etapa: Finalizando a discussão

Para finalizar, solicite aos alunos, em duplas ou trios e utilizando o aplicativo online, que produzam no caderno um relatório respondendo as seguintes perguntas:

- Com a balança em equilíbrio, acrescente um objeto com o mesmo peso (ou o mesmo objeto) nos dois pratos. A balança continua em equilíbrio?
- Você acha que sempre que, partindo da balança em equilíbrio, adicionarmos quantidades iguais nos pratos o equilíbrio se mantém?
- Acrescente 3 bolas vermelhas em cada prato. A balança continua em equilíbrio?
- Você acha que sempre que, partindo da balança em equilíbrio, retirarmos quantidades iguais nos pratos o equilíbrio se mantém?
- Acrescente no prato esquerdo duas bolas vermelhas, um cubo, e uma bola 1. Acrescente no prato direito duas bolas vermelhas e quatro bolas número 1. Agora, retire as mesmas quantidades de ambos os pratos de forma que no prato esquerdo reste apenas o cubo (comece retirando uma bola número 1 de cada lado. Qual outro item se repete em ambos os pratos e você pode retirar?). Observe a expressão no topo da página e responda quanto pesa o cubo.

Encerramentos a atividade com um Quiz desenvolvido No Kahoot e trabalhado em grupo.

PLANO DE AULA ADAPTADO MEDIANTE PANDEMIA DO COVID-19.

ANEXO E - PLANO DE AULA DO PROFESSOR P4

2º ANO DO ENSINO MÉDIO

IDENTIFICAÇÃO		
Disciplina	Professor(a):	e-mail
Matemática	P4	-

Assunto	Funções Trigonométricas
Tempo	1 hora e 40 minutos

PLANO DE AULA

OBJETIVO GERAL
- Compreender e analisar/identificar as funções trigonométricas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS
- Identificar as funções trigonométricas - Analisar as construções dos gráficos das funções - Associar pontos do círculo trigonométrico no gráfico das funções

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO
1.1 Função Seno 1.2 Função Cosseno 1.3 Função Tangente 1.4 Círculo trigonométrico

METODOLOGIA
Minha área de formação é em matemática, no início deste ano eu pude lecionar aulas presenciais e a distância para turmas do ensino médio. Em especial, na turma do 2º ano pude trabalhar a construção de gráficos de funções trigonométricas e inicialmente no presencial eu pude perceber a dificuldade (não sou muito bom em desenhar) que era construir os gráficos "a

mão" no quadro e mostrar aos alunos suas diferenças/variações a cada ponto escolhido ou mudança específica na função. Além do mais, nem sempre o gráfico reproduzido no quadro ficava tão claro para o aluno. Na outra semana em que foi decretado o lockdown pude experimentar os recursos imagéticos através de softwares como Geogebra 2D e a prática foi muito melhor, tendo em vista que os alunos ficaram mais animados e confessaram que a aula ficou mais dinâmica.

Então com a utilização dos recursos (imagens/animações/vídeos) + explicação oral eu pude perceber que minha prática ficou mais interessante tanto para mim quanto para os alunos, pude otimizar a aula e deixar mais interativa/atrativa (uma vez que a última experiência tinha sido com gráficos construídos a mão e nem sempre saem bons) e conseguiu abordar o assunto de uma forma mais suavizada pois os alunos observavam os comandos dados no software e acompanhando simultaneamente como se comportava a função conseguiram compreender melhor o conteúdo. Nesse caso específico eu acredito que foi importante construir um diálogo mais efetivo entre os canais de processamento auditivo e visual (Geogebra 2D) para os alunos compreenderem melhor o assunto.

RECURSOS DIDÁTICOS UTILIZADOS

- Notebook
- Mesa digitalizadora
- Software Geogebra 2D

PROCEDIMENTO DE AVALIAÇÃO

A avaliação aconteceu dividida em dois momentos:

1º os alunos construíram os gráficos de algumas funções dadas "a mão" identificando os pontos chamados de extremos do círculo trigonométricos;

2º utilizaram o software pelo celular e construíram a mesma função a fim de comparar a construída anteriormente e visualizando seu comportamento a cada ponto extremo colocado.