

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA  
PIMES/PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

ROBERTA RIBEIRO FERNANDES

O MODELO PRINCIPAL-AGENTE COM RISCO MORAL SOB A ÓTICA DA  
ECONOMIA COMPORTAMENTAL

RECIFE-PE  
2009

ROBERTA RIBEIRO FERNANDES

O MODELO PRINCIPAL-AGENTE COM RISCO MORAL SOB A ÓTICA DA  
ECONOMIA COMPORTAMENTAL

Dissertação apresentada como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Economia pelo Programa de Pós-Graduação em Economia(PIMES), Universidade Federal de Pernambuco.

ORIENTADOR: PROF.DR.FRANCISCO DE SOUSA RAMOS

RECIFE-PE  
2009

*A meu pai.*

Fernandes, Roberta Ribeiro

O modelo principal-agente com risco moral sob a ótica da economia comportamental / Roberta Ribeiro Fernandes. – Recife : O Autor, 2009.

68 folhas : fig. e tab.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCSA. Economia, 2009.

Inclui bibliografia e apêndice.

1. Modelo principal – agente. 2. Risco moral. 3. Aversão à perda. 4. Aversão ao risco. 5. Economia. I.Título.

330.1  
330

CDU (1997)  
CDD (22.ed.)

UFPE  
CSA 2009-116

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA  
PIMES/PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DO  
MESTRADO ACADÊMICO EM ECONOMIA DE

**ROBERTA RIBEIRO FERNANDES**

A Comissão Examinadora composta pelos professores abaixo, sob a presidência do primeiro, considera a Candidata Roberta Ribeiro Fernandes **APROVADA**.

Recife, 29/07/2009.



---

**Prof. Dr. Francisco de Souza Ramos**  
Orientador



---

**Prof. Dr. Álvaro Barrantes Hidalgo**  
Examinador Interno



---

**Prof. Dr. Fernando Menezes Campello de Souza**  
Examinador Externo/Depart° de Engenharia de Produção/UFPE

## **Agradecimentos**

Gostaria de agradecer a todos os professores, por tornarem o Programa de Pós-Graduação em Economia em um ambiente dedicado ao ensino e aprendizado.

Às extremamente solícitas secretárias que facilitam ao máximo a dedicação ao estudo, e, em especial, à Patrícia, por todo auxílio.

Ao Professor Francisco de Sousa Ramos, por todo o apoio e pelo inestimável aprendizado durante todo o tempo em que estive sob sua orientação e por ser sempre um Mestre e um exemplo de pessoa.

A Enaldo Sarmiento, pela amizade, pela paciência, pela crítica sempre bem colocada e pelas falas certas na hora certa.

A Thales Vieira, pelos conselhos, pela paciência e pela prontidão de ajuda e escuta em inúmeros momentos da minha vida.

A Edilton Siqueira, por sempre confortar ao dizer que chegaria ao fim, pelo ouvido amigo e pelos conselhos sempre afinados, apesar de não ser sempre o que eu preferiria ouvir.

A todos os meus amigos, por serem meus amigos.

A Abuelita, por ser uma avó maravilhosa e por entender minha ausência em um dos momentos mais difíceis de sua vida.

A Tia Ana, por sempre me provocar com questionamentos e me incentivar a ir em frente.

A minha mãe, meu apoio incondicional, por sempre dizer que eu conseguiria.

A meu pai, minha maior torcida, por sempre tentar.

*"The theory that can absorb the greatest number of facts, and persist in doing so, generation after generation, through all changes of opinion and detail, is the one that must rule all observation."*  
- ADAM SMITH

## Resumo

O modelo principal-multiagente com risco moral e agentes aversos à perda é considerado neste trabalho. O contrato ótimo para cada agente individual é um esquema de bônus, similar ao trabalho clássico de Holmstrom (1979), porém incluindo também uma dependência no grau de aversão à perda do agente quando o principal observa o tipo do agente.

Em seguida, são estudados os contratos de time. Neste cenário, o principal não observa a produção individual de cada membro do time, mas apenas a produção agregada dos mesmos. O contrato novamente é um esquema de bônus, similar a Holmstrom (1982), porém, considerando agora que a penalidade implicada não é um valor inferior a utilidade reserva do agente, a não ser no caso de agentes heterôgeneos em que o principal almeja que todos os membros do time produzam o nível eficiente.

A importância da aversão à perda como conceito econômico é estudada extensivamente, principalmente devido à inexistência na literatura de uma concordância quanto à sua definição. Em geral, a aversão à perda é abordada como desvinculada do conceito de aversão ao risco. Aqui se considera que a aversão à perda é, como alguns trabalhos da literatura já demonstram, uma parte da aversão ao risco.

**Palavras-chave:** modelo principal-agente, risco moral, aversão à perda, aversão ao risco.

## **Abstract**

The principal-multiagent model with moral hazard and loss averse agents is considered here. The optimal contract for each agent individually is a bonus scheme, similar to the classical work of Holmstrom (1979), though it is also dependent on the agent's degree of loss aversion for the case of the principal is able to observe the agent's type.

Subsequently, the team contract is studied. In this setting, the principal doesn't observe the individual production of each member of the team, he just observes the total aggregate production. The contract is again a bonus scheme, likely Holmstrom (1982), though, with the applied penalty not being a value lower than the agent's reservation utility. Unless for the case of the heterogeneous agents and the principal wishing that all agents produced efficiently.

The importance of loss aversion as an economic concept is extensively studied, mainly due to the inexistence of an agreement in the literature in relation to its definition. Usually, the loss aversion is considered as unattached to the concept of risk aversion. Here it is thought that loss aversion is, as some works in the literature suffice, a part of the risk aversion.

**Keywords:** Principal-agent model, moral hazard, loss aversion, risk aversion.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>Economia Comportamental e o Modelo Principal-Agente</b>	<b>17</b>
2.1	Teoria Clássica de Incentivos	19
2.2	Economia Comportamental e Incentivos	21
<b>3</b>	<b>Aversão ao Risco e Aversão à Perda: Onde estão as Fronteiras Definidas?</b>	<b>25</b>
3.1	Introdução	25
3.2	Aversão ao Risco	26
3.3	Críticas à Aversão ao Risco	28
3.4	Aversão à Perda	30
3.5	Como melhor definir a Aversão à Perda	34
3.6	Aversão à Perda & Aversão ao Risco	39
3.7	Conclusão	42
<b>4</b>	<b>Modelo Principal-Multiagente Comportamental</b>	<b>43</b>
4.1	Modelo	43
4.2	Contratos Individuais	49
4.2.1	Agentes com Aversão ao Risco: Caso Heterogêneo	54
4.2.2	A função desutilidade de esforço $\psi(\cdot)$	56
4.3	Contrato de Time: Inobservância de $s_i$	57
4.3.1	Agentes Homogêneos	57
4.3.2	Agentes Heterogêneos	58
4.4	Outros tipos de contratos	60
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>62</b>
<b>A</b>	<b>Apêndice Matemático</b>	<b>65</b>
<b>B</b>	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>68</b>

# Lista de Figuras

3.1 Função Utilidade da Teoria dos Prospectos

35

# Lista de Tabelas

3.1	As consequências necessárias e implausíveis da Aversão ao Risco para baixos níveis de Riqueza	29
3.2	Estimativas do Coeficiente de Aversão à Perda	39

## CAPÍTULO 1

# Introdução

Mecanismos de incentivos constituem uma das áreas de maior relevância para a Economia em termos da sua abrangência de aplicação. A filosofia de incentivos, todavia, não é restrita ao campo teórico ou à definição de contratos; na verdade, é observada nas relações humanas mais cotidianas.

Fazendo parte dos mecanismos de incentivos, o modelo principal-agente representa a situação em que um principal deseja delegar uma tarefa a um agente. Esta delegação pode ser motivada pela possibilidade de beneficiar-se de algum retorno crescente associado à divisão do trabalho, pela falta de habilidade do principal, ou ainda pelo custo de oportunidade para desempenhar a tarefa (Laffont, 2002).

Suas aplicações compreendem qualquer situação em que ocorra a necessidade de delegação. Têm-se diversos exemplos disso: em regulação, por exemplo, a agência reguladora delega a alguma prestadora de serviços públicos o atendimento de água ou eletricidade à população; em firmas, um administrador delega a um funcionário a realização de certas atividades e numa sociedade, os cidadãos delegam a um político a luta por seus interesses.

Contudo, existe um conflito entre o principal e o agente. O principal almeja pagar o mínimo valor necessário para que o agente desempenhe a atividade da melhor forma possível, o que pode ser custoso para o mesmo. Por outro lado, o agente prefere dispendir o menor esforço e receber o maior pagamento possível. Entretanto, o agente pode ter acesso à informação indisponível ao principal, criando uma assimetria de informação entre os mesmos. Com o intuito de dirimir isto, o principal desenha um contrato, ou um menu de contratos, que o agente deve escolher de acordo com os incentivos e suas restrições.

Os agentes econômicos adotados no contexto clássico deste modelo são descritos como puramente racionais, podendo ser aversos ou neutros ao risco. A neutralidade ao risco refere-se à indiferença do agente entre uma loteria com dois resultados possíveis e o recebimento certo do valor esperado desta loteria, enquanto a aversão ao risco implica na preferência pelo prêmio certo representado pelo valor esperado.

Diversos trabalhos empíricos da literatura<sup>1</sup> têm demonstrado, porém, que os agentes tendem a não ter um comportamento de acordo com aquele pressuposto pela teoria clássica. E, que mesmo em condições em que se esperaria que um agente apresentasse o comportamento de aversão ao risco ou neutralidade, isto não é o que se observa. Na verdade, os agentes agem como se fossem aversos ao tipo de loteria apresentada, e mais interessante, seriam aversos a loterias simétricas tanto no valor de ganho, no valor da perda e na probabilidade, as conhecidas *loterias justas*, que têm zero como valor esperado.

---

<sup>1</sup>Alguns destes trabalhos: Keser e Willinger (2006); Whitford e Ochs (2006); Willman, Fenton-OCreevy, Nicholson e Soane (2001); Heijdena, Pottersa e Seftonb (2009); Goette, Huffman e Fehr(2003), entre outros.

A Economia Comportamental tem incorporado estas divergências com relação ao modelo clássico, com o objetivo de aumentar o poder explanatório da economia através de bases psicológicas mais realistas. Para isto, tem como ponto central a convicção de que aspectos psicológicos mais realistas na análise econômica, tornará a economia melhor em seus próprios termos.(Camerer e Loewenstein(2003)).

Alguns dos conceitos de aspectos psicológicos dos agentes foram inicialmente cunhados pela Teoria dos Prospectos (Kahneman e Tversky (1979), Tversky e Kahneman (1992)). Esta diferencia-se das demais teorias vigentes por ser um dos primeiros trabalhos da área a discutir os conceitos de função valor, função de ponderação, ponto de referência, aversão à perda e sensibilidade marginal decrescente, e por modelar a escolha como um processo consistindo de duas fases, edição e avaliação. A primeira consiste de análises preliminares das probabilidades oferecidas, sendo editadas para uma forma mais simples, e na segunda fase, as probabilidades editadas são acessadas e a probabilidade de mais alto valor é selecionada.

Da Teoria dos Prospectos são estudados neste trabalho os conceitos de aversão à perda e de ponto de referência. A aversão à perda representa uma certa aversão por loterias simétricas como  $(0.5, x; 0.5, -x)^2$  o que reflete que nas pessoas o medo de perder é bem maior que a vontade de ganhar (ou, sentem maior desprazer por uma determinada perda que satisfação por um ganho de mesmo valor). Tal comportamento caracteriza a função de utilidade da teoria dos prospectos, denominada de função valor, como mais inclinada para perdas do que para ganhos. Este conceito é mais amplamente explorado no Capítulo 3.

O ponto de referência se caracteriza como o ponto base/inicial da escala de uma determinada análise, como a origem do plano cartesiano, podendo também se referir ao "status quo" ou ao "benchmark" de algum elemento. Em geral, o ponto de referência é a base pela qual os outros elementos são avaliados. Por exemplo, a riqueza de um indivíduo hoje seria seu ponto de referência, e serviria como base de avaliação com relação à sua riqueza futura e a variações correntes de acréscimo ou decréscimo na mesma.

Todavia, neste trabalho será adotada uma nova abordagem de aversão à perda e de ponto de referência, tal como desenvolvida por Köszegi e Rabin (2006, 2007). Esta considera que o indivíduo não avalia o prospecto obtido apenas com relação ao prospecto do "status quo", mas o avalia com relação a todos os outros prospectos. Considere, por exemplo, uma loteria com três possíveis resultados. O indivíduo não avaliará o resultado obtido dentre estes três com o valor esperado da loteria, na verdade, avaliar-lo-á com relação aos demais, obtendo um sentimento de ganho se o resultado obtido for maior que algum dos outros e um sentimento de perda se este for menor.

O ponto de referência considerado aqui, porém, não é um ponto específico, mas caracteriza-se por uma distribuição de probabilidade. Segundo Köszegi e Rabin (2006), o ponto de referência são crenças sobre os resultados possíveis, sendo definido como uma distribuição de probabilidade sobre os mesmos. A probabilidade destes, no caso, é influenciada pela informação que o agente tenha sobre a frequência relativa das realizações passadas ou sobre as condições de mercado, por aspirações e objetivos e também, pelo medo/aversão de/a uma sensação de perda.

---

<sup>2</sup>Uma loteria representada pela fórmula  $(p, x; 1 - p, y)$  significa que um sujeito recebe o prêmio  $x$  com a probabilidade  $p$  ou o prêmio  $y$  com a probabilidade  $1 - p$ .

Neste contexto, o agente não é definido como o clássico agente averso ou neutro ao risco, mas como um agente averso à perda e averso ao risco. Como será melhor explicitado no Capítulo 3, estudos na literatura sugerem que os dois conceitos não podem ser dissociados como a maior parte dos trabalhos vem adotando. Na verdade, torna-se interessante estudar qual seria a causa subjetiva da aversão ao risco e se o fato de evitar riscos não poderia estar associado a um receio de perda.

Com o objetivo de estudar que modificações na estruturação de contratos ocorreriam ao se lidar com um agente diferente do clássico agente econômico, aqui é estudado um modelo principal-multiagente de risco moral em que os agentes são aversos à perda. O principal como um agente comportamental não é considerado aqui pelo fato de que este determina os contratos da forma mais adequada para si, logo, o risco envolvido é considerado por ele antes de propor a relação contratual ao agente. Além disso, a literatura de contratos considera que o principal tende a ser pouco averso ao risco ou neutro ao risco devido à sua possibilidade de diversificar risco em múltiplas atividades. Assim, o principal é neutro ao risco no presente modelo.

A estrutura do modelo baseia-se em Holmstrom (1979,1982) e Herweg, Müller e Weinschenk (2008). Num primeiro momento, os agentes são tidos como homogêneos entre si com relação à função de utilidade  $u(\cdot)$  e à desutilidade do esforço  $\psi(e)$ , exceto em relação a função de ganho-perda  $\mu_i$ . Em seguida, os agentes considerados são heterogêneos entre si com relação a função de utilidade  $u(\cdot)$  e com relação a função de utilidade ganho-perda  $\mu_i$ , porém a função de desutilidade do esforço  $\psi(e)$  é idêntica para cada agente.

O tipo do agente será dado por uma variável  $\eta$  com duas dimensões positivamente correlacionadas entre si, onde  $\sigma_i \in [\underline{\sigma}, \bar{\sigma}]$  representa o grau de aversão ao risco de um agente  $i$  e  $\lambda_i$ , o índice de aversão à perda, logo  $\eta_i = (\sigma_i, \lambda_i)$ . Os agentes podem ter graus de aversão variados, porém dentro de um intervalo que permita a ação do agente.

Inicialmente, apenas o caso de contratos individuais será abordado, no qual o principal observa o tipo do agente<sup>3</sup> e sua produção individual, elaborando contratos individuais para cada agente (Caso de informação imperfeita e completa). Subseqüentemente, são avaliados contratos de grupo, em que o principal observa apenas a produção agregada do grupo inteiro e não a produção individual de cada agente, tendo de elaborar contratos que induzam os agentes a aplicarem um nível de esforço tido como eficiente, o qual aumenta a probabilidade de ocorrência de uma produção elevada. Aborda-se o problema considerando o caso do time de agentes homogêneos em relação ao tipo, ou heterôgeneos.

Este trabalho trata-se de uma extensão de Herweg, Muller e Weinschenk (2008) para um modelo principal multiagente e considera distintos e vários graus de aversão à perda similarmente a Langer e Waller (1997). A diferença em relação a ambos, porém, está em se considerar a aversão à perda como parte da aversão ao risco, diferentemente de Herweg et al.(2008) que analisa também os casos separadamente e Langer e Waller (1997) que considera neutralidade ao risco e aversão à perda. Ademais, este aborda tanto contratos individuais como de time para risco moral e discute o caso de contratos baseados em torneio e na avaliação da performance relativa.

---

<sup>3</sup>Pra este caso, considera-se o tipo do agente como seu grau de aversão à perda, pois num contexto mais abrangente, os diferentes graus de "medo", classificam as pessoas entre aspectos diferentes como destemido, cuidadoso, medroso, ou com medo patológico, ou em crise de pânico.

O escopo do presente trabalho tem o seguinte formato. Uma revisão da literatura na área de economia comportamental com relação ao modelo principal-agente e trabalhos que abordem aversão à perda é apresentada no Capítulo 2. O Capítulo 3 faz um estudo sobre aversão ao risco e aversão à perda. Este reflete uma abordagem inicialmente separada dos dois conceitos e uma compilação das principais definições sobre aversão à perda, a qual ainda não tem uma definição fechada e aceita uniformemente na literatura. O capítulo 4 contém o modelo propriamente dito, no qual é definido sua estrutura, variantes utilizadas e também são apresentadas as análises correspondentes. As conclusões são apresentadas no Capítulo 5.

## Economia Comportamental e o Modelo Principal-Agente

Economia, como todas as ciências, objetiva o desenvolvimento de teorias que descrevam e expliquem o relacionamento entre fenômenos. Necessita, para isto, de partir de premissas ou hipóteses, que representem em um dado modelo os fenômenos observáveis. Algumas dessas premissas, porém, podem ser inadequadas ou incorretas, ocasionando previsões errôneas.

A economia comportamental almeja aumentar o poder explanatório da economia através de bases psicológicas mais realistas. Seu ponto central é a convicção de que um aumento do realismo dos aspectos psicológicos da análise econômica tornará a economia melhor em seus próprios termos - gerando *insights* teóricos, obtendo melhores previsões de comportamentos econômicos e sugerindo melhores políticas (Camerer e Loewenstein (2003)). Mais ainda, segundo descrições encontradas na literatura, tem-se que:

*É importante enfatizar que a abordagem da economia comportamental estende a escolha racional e os modelos de equilíbrio, e não advoga abandonar estes modelos inteiramente.(Ho, Lim e Camerer (2006))*

*Economia comportamental busca usar a psicologia para informar a economia, enquanto mantém a ênfase na estrutura matemática e na explicação de dados de campo, as quais distinguem a economia das outras ciências sociais.(Camerer(1999))*

De fato, a economia comportamental é um tema vasto e composto de inúmeras teorias e modelos que têm como único fio condutor, a questão dos aspectos psicológicos dos agentes econômicos, tentando torná-los mais *Homo Sapiens* e menos *Homo Economicus*. O *Homo Economicus* representa o agente econômico da Teoria Clássica do consumidor, perfeitamente capaz de dispor de todas as informações necessárias a sua tomada de decisão, tendo assim o aparato suficiente para processá-las de forma eficiente, ou seja, o conhecido robô econômico.

Thaler(2000) aborda que a expectativa com relação a modelos futuros é que se tenha o *Homo Economics*:

- perdendo QI, fazendo com que os agentes sejam ao mesmo tempo mais e menos sofisticados do que os agentes atuais;
- tornando-se um aprendiz mais lento. Os modelos econômicos seriam mais sofisticados ao tomar os agentes como menos sofisticados e dariam mais peso ao papel dos fatores ambientais;

- pertencendo a uma espécie mais heterogênea.

Assim, a tendência esperada é que o *Homo Economicus* adquira características comportamentais mais semelhantes às capacidades que as pessoas apresentam no seu cotidiano ao tomar decisões. Entretanto, este maior realismo dos modelos tem como objetivo obter modelos tratáveis, que representem melhor o ambiente e os agentes.

Para uma melhor compreensão da diversidade de modelos existentes na economia comportamental, aborda-se de forma sucinta alguns dos mais conhecidos. Entre estes, encontram-se a Teoria dos Prospectos, o modelo de aversão à iniquidade de Fehr e Schmidt e a Teoria da Contabilidade Mental.

A Teoria dos Prospectos (Kahneman e Tversky (1979), Tversky e Kahneman (1992)) diferencia-se das teorias vigentes ao modelar a escolha como um processo de duas fases, quais sejam, edição e avaliação. A edição consiste de uma análise preliminar dos prospectos, de forma a facilitar a segunda fase. Para isto são utilizadas algumas regras e operações heurísticas que podem ser aplicadas para simplificar ou reduzir o número de opções a serem analisadas na segunda fase. A fase inicial consiste de análises preliminares das probabilidades oferecidas, nas quais tais probabilidades são frequentemente reduzidas para uma forma simplificada. Na segunda fase, as probabilidades editadas são acessadas e a probabilidade de mais alto valor é selecionada.

O modelo de Fehr e Schmidt (1999), muitas vezes referido como um modelo de culpa/inveja, é denominado de modelo de aversão à iniquidade. Entende-se por iniquidade pela falta de equidade entre o pagamento ou *payoff* recebido pelos indivíduos. O termo equidade advém do fato dos julgamentos de justiça serem baseados em algum ponto de referência neutro. Assume-se no modelo a existência de indivíduos que desgostem de resultados desiguais, onde a desigualdade reflete a sensação de culpa de um indivíduo de estar melhor que outro, e de inveja de estar pior, ambos os quais reduzem sua utilidade.

Thaler (1985) introduziu o termo 'Contabilidade Mental' para representar o paralelo entre o processo contábil utilizado pelas firmas na contabilidade e o processo mental usado pelos indivíduos, definindo-o como o conjunto de operações cognitivas usadas pelos indivíduos e consumidores para codificar, categorizar e avaliar as atividades financeiras. Entretanto, sua aplicação não é restrita à área financeira, pois assemelha-se a determinação de prioridades por um sujeito.

Os principais componentes do processo de contabilidade mental descrevem como se realiza o processo e encontram-se relacionados abaixo (Thaler(1999)):

1. a percepção de resultados e a avaliação de decisões;
2. a designação de atividades a contas específicas;
3. a determinação de períodos de tempo, aos quais, diferentes contabilidades mentais se aplicam.

Como se pode observar, não se pode falar em uma teoria concisa de economia comportamental. Na verdade, uma das maiores críticas à mesma é a multiplicidade de modelos sem uma prescrição de uso. Existem diversas tentativas de representação de como um indivíduo

toma suas próprias decisões face a limitações de apreensão de toda informação disponível e de processamento das informações as quais tem acesso.

Nas seções a seguir, o foco é direcionado para a teoria de incentivos e para a descrição do modelo principal-agente. Aborda-se inicialmente a literatura clássica deste modelo a partir dos estudos mais relevantes a este trabalho. Em seguida, expõe-se a literatura recente de modelos empíricos e teóricos que tratam de incentivos e do modelo principal-agente, conjuntamente com conceitos e teorias da economia comportamental.

## 2.1 Teoria Clássica de Incentivos

A área de Incentivos na Economia, além de ser de grande relevância, é rica em trabalhos e aplicações. Isto se deve, primeiramente, à filosofia de incentivos não ser restrita ao campo teórico ou à definição de contratos, sendo observada nas relações humanas mais cotidianas. Por exemplo, é comum ouvir um pai prometendo ao filho algum tipo de recompensa por bom comportamento ou bom desempenho escolar, ou afirmando um castigo no caso do resultado ser insatisfatório. A busca pela obtenção de uma performance satisfatória é caracterizada pela determinação de um incentivo/uma penalidade.

Para incentivar ou induzir um indivíduo a desempenhar uma certa ação necessita-se da criação de uma "motivação" para tal, a qual pode constar de algo que se pode ganhar - uma recompensa, de algo que se pode perder - uma punição, ou pela criação de um desejo de se possuir algo, mecanismo geralmente utilizado por agências de Marketing e Propaganda.

O modelo principal-agente, especificamente, compreende qualquer situação em que ocorra a necessidade de delegação. Contudo, existe uma assimetria de informação entre o principal e o agente. Esta assimetria pode estar associada ao principal não poder observar a ação adotada pelo agente, o problema de risco moral (foco deste trabalho), ou não conhecer o tipo do agente, o problema de seleção adversa. O conceito de risco moral se refere à possibilidade de que um agente econômico mude seu comportamento de acordo com os diferentes contextos nos quais é definido o contrato. O agente pode aplicar um menor ou maior grau de esforço de acordo com os benefícios e custos que o contrato determina.

O principal almeja pagar o mínimo valor necessário para que o agente desempenhe a atividade da melhor forma possível, o que pode ser custoso para o agente. Por outro lado, o agente prefere dispendir o menor esforço e receber o maior pagamento possível e tem acesso à informação indisponível ao principal. Com intuito de dirimir a assimetria, o principal elabora um contrato, ou um menu de contratos, que induza por meio de incentivos o agente a escolher a ação preferida pelo principal atendendo às suas restrições.

No caso específico de uma firma, o dono da empresa (o principal) não consegue observar o esforço que o funcionário (o agente) aplica ao desenvolver as atividades requisitadas, observa o nível de performance ou a quantidade de produto produzida. Infelizmente, apesar da performance ser um bom indicativo do nível de esforço, este não é perfeito, pois esta pode ser afetada por fatores exógenos que não o esforço, como a quebra de um equipamento necessário ou a má qualidade de insumos. Diz-se então que a performance é uma estatística suficiente<sup>1</sup>, pois é

---

<sup>1</sup>Dada uma população com função de probabilidade ou função densidade de probabilidade pertencente a classe

a medida disponível e seu valor é dependente do esforço, embora talvez não apenas dele.

Holmstrom (1979) examina o caso de informação imperfeita num modelo de principal-agente. O principal não observa o esforço despendido pelo agente, apenas o resultado. Este resultado é função tanto do esforço quanto do estado da natureza. O contrato ótimo de *segundo-melhor* depende do efeito do incentivo, o qual é dado pela derivada da função de máxima verossimilhança do *log* da função densidade de probabilidade entre o esforço e o resultado.

Este modelo é aplicado ao estudo de seguros, concluindo-se que as políticas ótimas de seguro contra acidentes necessariamente vinculam franquias quando há risco moral. Adicionalmente, são derivadas condições necessárias e suficientes para melhorar contratos com base apenas nos pagamentos na presença de informação imperfeita, sendo também dada uma caracterização do ótimo uso desta informação.

Continuando, Holmstrom (1982) estuda o problema do principal-agente com o risco moral num contexto de múltiplos agentes tanto para o caso de certeza como de incerteza com relação à escolha dos agentes. Ao analisar a questão da incerteza no problema, o autor também examina a relevância da estatística suficiente, e define condições sob as quais uma determinada estatística é melhor quando existem outras disponíveis.

Além disso, são exploradas duas novas abordagens deste tipo de problema, considerando o "problema do carona" e competição entre os agentes. O problema do carona força o principal a administrar incentivos de forma que os agentes recebam um valor inferior ao que produziram. Isto significa que firmas cuja propriedade dos bens de produção é separada do insumo trabalho levariam vantagem em relação a firmas que constituem uma sociedade, cuja produção total é repartida entre seus membros de forma igualitária.

A questão da competição é considerada pela relevância ou não da avaliação de performance relativa<sup>2</sup>. Os resultados demonstram que a competição tem como serventia principal a extração ótima de informação dos agentes. Como é dito pelo autor, "competição é por si só sem valor". Para finalizar, este ainda investiga o papel de medidas agregadas de avaliação da performance relativa e suas implicações para regras de investimento.

McAfee e McMillan (1991) consideram um modelo principal-agente com um time de agentes, o qual está sujeito tanto a risco moral quanto à seleção adversa. A dupla assimetria de informação deve-se as variáveis esforço e habilidade interagirem de uma forma que o principal é incapaz de dissociá-las. O contrato ótimo obtido para o time quando o principal não observa produção individual é, sob certas condições, linear na produção agregada do mesmo. E no caso em que o principal observa a produção individual de cada agente, o contrato é linear na produção individualmente, similarmente ao anterior.

A questão da monitoração abordada é bastante interessante. Esta não é necessária para

---

$f_{\theta} = f_X(x|\theta)$ ;  $\theta \in \Theta$  onde  $\Theta$  é o espaço paramétrico, um estimador ou uma estatística,  $T = t(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , pode ser interpretada como o procedimento destinado a retirar da amostra aleatória,  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , informação sobre o valor desconhecido do parâmetro  $\theta$ . Esta estatística existindo, é chamada de suficiente para  $\theta$ . Assim uma estatística suficiente permite um resumo das informações trazidas pela amostra, ou seja, resume os dados sem perder nenhuma informação sobre o parâmetro  $\theta$ . Portanto, conhecida uma estatística suficiente, os dados da amostra passam a ser irrelevantes, pois nada mais dizem sobre  $\theta$ , ficaram exaustos quando se calculou a estatística T suficiente. (Guimarães(2003))

<sup>2</sup>Tradução do conceito econômico *relative performance evaluation* ou RPE, que significa que a performance de um indivíduo é avaliada de acordo com a posição dos demais agentes, ou seja, sua performance relativa.

impedir que os agentes "peguem carona", servindo mais para disciplinar o próprio monitor, ou seja, o principal de tentar adotar comportamento estratégico. Por exemplo, quando o time observa imperfeitamente sua produção agregada, o principal poderia reportar ao mesmo um valor inferior ao que este observou.

Jullien, Salanié e Salanié (2007) abordam o modelo principal-agente com risco moral estendendo-o para o caso em que a aversão ao risco do agente é sua informação privada. Assim, o modelo exibe além de risco moral também seleção adversa. O contrato ótimo para risco moral apenas considera que, apesar da expectativa ser de que agentes mais aversos ao risco prefiram esquemas de incentivos menos potentes, o valor da penalidade para o caso de fracasso depende *inter alia* da derivada cruzada da probabilidade em relação à aversão ao risco e ao valor da penalidade. Para o caso de seleção adversa e risco moral, o poder dos incentivos sempre decresce com a aversão à perda.

## 2.2 Economia Comportamental e Incentivos

Recentemente, inúmeros contextos econômicos têm observado a relevância dos conceitos suscitados pela Teoria dos Prospectos. Especificamente para a área de incentivos, um grande número de trabalhos vêm sendo desenvolvidos. Estes referem-se tanto a estudos empíricos e experimentais, como a estudos teóricos com rica modelagem. O objetivo desta seção é abordar uma parte desta incipiente literatura para obter uma melhor compreensão do tópico e uma visão geral desta área nascente.

Abordando empiricamente a decisão de alocar renda entre consumo e poupança, Bowman, Minehart e Rabin (1999) utiliza a Teoria dos Prospectos. Este relata a ocorrência de uma assimetria no consumo inconsistente com outros modelos, fato o qual é corroborado pelos dados de cinco países considerados. Esta assimetria deve-se fortemente a um "amor ao risco" em direção a perdas, aspecto que não é relacionado nem com a Teoria Clássica da Utilidade nem com a literatura de *formação de hábitos*<sup>3</sup>. Afirmam que quando há uma incerteza suficiente quanto ao futuro, o agente resiste a reduzir consumo em resposta a más notícias sobre a renda futura. Esta resistência seria maior do que a resistência em elevar consumo em resposta a boas notícias.

Köszegi e Rabin (2006) ampliam e aprimoram modelos de preferências dependente da referência<sup>4</sup> e aversão à perda. O modelo combina a utilidade ganho-perda dependente da referência com a função de utilidade econômica clássica. Um ponto a ser ressaltado é que estes definem o ponto de referência como expectativas sobre os resultados e assumem que o comportamento atende a um *equilíbrio pessoal*. Este equilíbrio implica que o indivíduo maximiza a utilidade dadas suas expectativas racionais sobre os resultados, as quais dependem de seu comportamento antecipado.

Esta teoria é aplicada ao comportamento do consumidor no trabalho. A propensão a pagar de um consumidor é determinada pela distribuição dos preços no mercado e sua expectativa de resposta aos mesmos. Enquanto a propensão de um comprador depende da sua antecipação de

<sup>3</sup>Tradução do conceito inglês *Habit Formation*. Este representa uma teoria que define que os hábitos, definidos como decisões passadas, são parte importante das escolhas dos agentes.

<sup>4</sup>Tradução do conceito econômico *reference-dependent preferences*, que significa que a preferência de um agente depende do ponto de referência do *payoff* considerado.

compra do bem, o que poderia gerar uma multiplicidade de equilíbrios pessoais. Como todos os acontecimentos são avaliados de acordo com as expectativas prévias, o consumidor sente uma perda caso pague mais do que esperava e um ganho caso pague menos.

Köszegi e Rabin (2007) desenvolvem uma extensão do modelo de Köszegi e Rabin (2006) para estudar o gosto por seguros e outras preferências sobre risco monetário. Este modelo prediz que o ambiente, através de expectativas, influencia a atitude com relação ao risco em direção a riscos de escala moderada, além de permitir que a utilidade do consumo domine atitudes em direção a riscos de larga escala. Isto previria um gosto por seguros contra riscos de larga escala independente do ambiente.

Estes criam o conceito de *choice-acclimating personal equilibrium*, definindo-o como uma decisão que maximiza a utilidade esperada, dado que determina a loteria de referência e o resultado desta, em situações nas quais considera-se o comportamento de uma pessoa quando esta compromete-se com uma decisão muito antes de um resultado ocorrer, o que afeta seu ponto de referência por este ser uma distribuição de probabilidade.

Com o desenvolvimento da economia experimental, inúmeros experimentos passaram a ser realizados com o propósito de testar empiricamente os aspectos psicológicos suscitados pela Economia Comportamental. Whitford e Ochs (2006), por exemplo, realizam um experimento para examinar como um principal implementa um contrato para um time de dois agentes, cujo produto conjunto determina o valor dos bens do principal. Estes objetivam estudar o problema dos agentes em contribuir ou não a um bem público quando a contribuição de um deles é não observável. Os resultados demonstram que os agentes dispõem de um nível de esforço mais elevado que o predito, dado o contrato imposto. Quando da inexistência de incentivos, caso os agentes confiem um no outro, é mais provável que estes apliquem um esforço mais elevado.

Fehr e Gächter (2000) e Fehr e Gächter (2002) estudam empiricamente contratos de incentivos. O primeiro afirma que reciprocidade é um importante determinante da execução de contratos e de normas sociais, pois eleva as possibilidades de ações coletivas. O último afirma que contratos de incentivos podem minar cooperação voluntária. Além disso, ambos observam que incentivos explícitos para os agentes podem ter efeitos adversos tão fortes que contratos sem incentivos são mais eficientes. Todavia, este efeito também pode estar associado a problemas de *framing*.

Gächter e Falk (2002) também estudam empiricamente a importância das normas sociais em modelos principal-agente, porém considerando a relação de longo prazo entre empregador e empregado através de um jogo repetido. Em jogos de *Gift Exchange one-shot*, reafirmam a importância da reciprocidade em incentivos. No contexto repetido deste jogo, a reputação aparece como fator relevante e a reciprocidade é mantida por alguns sujeitos, o que significa que um fenômeno reforça o outro. Reciprocidade e reputação também estão associadas a um aumento do nível de esforço do trabalhador.

Analisando o modelo principal-agente *per se*, Fehr e Schmidt (2004) e Keser e Willinger (2006) investigam-no por meio de experimentos sob diferentes enfoques. Fehr e Schmidt (2004) estudam um modelo com a delegação a um agente de duas tarefas e com o principal oferecendo dois esquemas de pagamento distintos: tarifas partidas ou bônus. Estes, similarmente a Fehr e Gächter (2000, 2002), afirmam que fortes incentivos explícitos podem ser lesivos no caso de um ambiente multi-tarefas. Com o esquema de tarifas partidas, os agentes só desem-

penham alta performance na primeira tarefa, não na segunda. Porém, com bônus, o principal recompensa apenas alto esforço em ambas tarefas, de forma que o agente atende a este requisito. Os autores suscitam que este comportamento está relacionado à aversão à iniquidade.

Keser e Willinger (2006) abordam o modelo principal-agente numa situação de risco moral com o intuito de avaliar o sucesso preditivo da Teoria de Agência padrão versus a Teoria da "Oferta Justa". Na primeira assume-se que o agente aceitará qualquer contrato que satisfaça a sua restrição de participação, enquanto que na segunda, o principal assegura seguro completo contra perdas ao agente e ainda reparte em torno de 50% os lucros com ele. Seus resultados demonstram que a Teoria da "Oferta Justa" prevê melhor contratos observados que a Teoria da Agência, contudo, seu sucesso previsto reduz-se com a queda do lucro líquido esperado.

Observando a questão de um time, van der Heijden, Pottersa e Seftonb (2009) comparam duas instituições que alocam a produção de um time através de um experimento, abordando os dois tipos de repartição de receitas, a divisão de receitas entre o time e a divisão determinada pelo líder, ambos os quais estão sujeitos a comportamento oportunístico. Entre os resultados obtidos, estes observam que os líderes conseguem superar a tentação de apropriar a produção do time, evitando o "problema do carona", e que a existência de um líder implica numa melhoria da performance do time.

Num contexto prático, Dodonova e Khoroshilov (2006) utilizam um modelo principal-agente e finanças comportamental para explicar a existência de *stock options* na compensação de executivos. O contrato ótimo de incentivos para administradores aversos à perda deve conter uma quantidade razoável de *stock options*, dado que eles não toleram penalidades. Entretanto, isto implica em um contrato de incentivos de equilíbrio de longo-prazo ineficiente possuindo muitas opções, alta sensibilidade a compensações por performance e um nível elevado destas compensações.

Para um modelo principal-agente teórico com apenas um agente, Stevens e Therevejan (2005) e Just e Wu (2005) avaliam aspectos distintos. O primeiro observa a importância da ética na determinação de contratos, e o segundo analisa a influência da aversão à perda e de ponto de referência na elaboração dos mesmos.

Em Stevens e Theravejan (2005), a ética é representada no modelo pela desutilidade que o agente sofre ao violar o nível padrão de esforço após a aceitação do contrato. Este nível de desutilidade varia conforme o grau da violação e a sensibilidade ética do agente. Sem ética, tem-se o resultado tradicional de que uma transferência fixa não induz esforço, enquanto que com uma sensibilidade ética, esta solução do modelo existe. Ademais, é examinada também a relação entre sensibilidade ética e produtividade da firma na determinação do contrato salarial ótimo.

Just e Wu (2005) adotam a função de utilidade da Teoria dos Prospectos e o ponto de referência é definido com relação ao nível de renda. O impacto observado da aversão à perda na estrutura contratual é dependente de como as outras oportunidades são avaliadas com relação ao ponto de referência. No caso das oportunidades externas serem independentes do ponto de referência, os contratos por recompensa são ótimos. Todavia, se estas oportunidades forem avaliadas com relação ao ponto de referência, os contratos com penalidades são mais eficientes.

Herweg, Müller e Weinschenk (2008) estende o modelo clássico de principal-agente com risco moral e considera agentes com preferências referência-dependente, de acordo com Kös-

zegi e Rabin (2006,2007). Eles comparam o mesmo modelo com aversão ao risco e com aversão à perda, demonstrando que os contratos sob aversão à perda são relativamente simples e constituindo-se de contratos de bônus. Afirmam, também, que para um agente suficientemente averso à perda, a abordagem de primeira ordem<sup>5</sup> não é necessariamente válida.

No caso de um modelo multiagente, Langer e Waller (1997) consideram um modelo com risco moral e aversão à perda para uma situação em que inúmeros empreendedores desejam obter um empréstimo de um banco, o principal. A estratégia de cada agente independe da estratégia dos demais, e o banco está apenas interessado se cada empréstimo gera um retorno positivo. A função de utilidade adotada é a da Teoria dos Prospectos. Observando para níveis de aversão à perda distintos, discutem o impacto da aversão à perda no grau de colateralização de equilíbrio.

Por outro lado, Itoh (2004) combina o modelo clássico de principal-agente com teorias de *preferências em relação aos outros*<sup>6</sup>, especificamente a teoria de aversão à iniquidade à la Fehr e Schmidt(1999). Este analisa o caso de um principal com um agente que se preocupa mais com o bem-estar do principal do que com o seu, o principal em geral está numa situação pior do que com um agente egoísta. Para o caso de múltiplos agentes simétricos que se preocupam um com o outro, o principal em geral explora isto elaborando contratos interdependentes, como um contrato de time ou de performance relativa.

Encinosa III, Gaynor e Rebitzer (2005) utilizam modelos de comportamento e uma pesquisa única de grupos médicos para analisar como a sociologia de grupos influencia os incentivos de pagamentos e comportamento de médicos. Concluem que interações informais influenciam tanto práticas de pagamento quanto comportamento entre membros de um grupo, que nenhum aspecto de sociologia de grupo é completamente consistente com os dados observados, e que fatores da teoria da agência, como aversão ao risco, interferem na definição de contratos, mas não explicam inteiramente o comportamento observado.

Finalizando, Bartling (2006) propõe uma explicação para o pouco uso de avaliação de performance relativa (APE). Para isto, considera um modelo clássico de principal-multiagente de risco moral com agentes aversos à iniquidade. Neste, surge um *trade-off* entre a redução de risco por APE e uma redução da iniquidade esperada por um contrato de time. Este contrato de time é ótimo mesmo para performances correlacionadas positivamente entre os agentes.

---

<sup>5</sup>Tradução do conceito inglês *First-order approach*, o qual é explicado no capítulo 4.

<sup>6</sup>Tradução do conceito econômico *Other-regarding preferences*, que significa que as preferências de um agente estão relacionadas a de outros agentes. Por exemplo, a existência de inveja por um outro agente ter certo bem.

# Aversão ao Risco e Aversão à Perda: Onde estão as Fronteiras Definidas?

## 3.1 Introdução

Incerteza e risco são componentes diários da vida em cada escolha que fazemos. Em função de circunstâncias conhecidas ou repetidamente vividas, tenta-se prever com o que se poderá lidar, como, por exemplo, o melhor caminho para o trabalho na hora do rush ou o tamanho da fila do cinema nos finais de semana. Embora, devido a própria incerteza, isto possa não se manter. Acidentes podem acontecer no melhor percurso para o trabalho transformando-o na pior escolha, ou um concerto fora da cidade atrai a maioria dos jovens deixando os cinemas vazios naquele final de semana.

Contudo, como a incerteza interfere em fatores não-econômicos diariamente, ela também é uma porção significativa nas decisões econômicas. Uma inesperada mudança na presente taxa de câmbio do dólar, pode levar muitas empresas a uma situação de insolvência, principalmente se elas não estiverem alertas e preparadas para isto. De maneira similar, a viagem da família para a Disneylândia pode ser cancelada se a moeda do país desvalorizar-se face ao dólar. Diante de tais situações, uma melhor compreensão de incerteza pode ajudar a obter modelos ou prognósticos que podem ser aplicados em todos os contextos econômicos e não-econômicos.

Em lugar de apresentar as diferentes facetas da incerteza de uma maneira descritiva, de agora em diante, as escolhas de um sujeito serão apresentadas como escolhas entre loterias, as quais serão descritas seus prêmios e as probabilidades de sua ocorrência. Os prêmios poderão ser em dinheiro, diferentes mercadorias ou mesmo outras loterias. Aqui, para facilitar a exposição, serão somente consideradas loterias que envolvam prêmios em dinheiro.

Uma loteria é representada pela fórmula  $(p, x; 1 - p, y)$ , que significa que um sujeito recebe o prêmio  $x$  com a probabilidade  $p$  e o prêmio  $y$  com a probabilidade  $1 - p$ . As preferências individuais em relação a loterias baseiam-se na teoria do consumidor clássica e aplica os símbolos  $\succ$ ,  $\succeq$  and  $\sim$  para representar preferência estrita, preferência fraca e indiferença. Se  $x = y$ , o prospecto é de pouco risco, e se  $x \neq y$ , é de alto risco. Uma loteria com valores de perdas e ganhos é denominada mista, caso contrário, é denominada singular e envolve somente ganhos ou somente perdas.

É importante considerar algumas hipóteses relativas a maneira de como um agente percebe as loterias (Varian, 1992):

1.  $(1, x; 0, y) \sim x$  - ganhar um prêmio com probabilidade 1 é ganhar o prêmio com certeza;
2.  $(p, x; 1 - p, y) \sim (1 - p, y; p, x)$  - a ordem da descrição não afeta a escolha;

3.  $[q, (p, x; 1 - p, y); 1 - q, y] \sim [qp, x; (1 - qp), y]$  - a percepção do agente depende apenas das probabilidades líquidas de cada prêmio.

Dadas as preferências de um agente sobre duas loterias como  $(p, x; 1 - p, y) \succ (q, w; 1 - q, t)$ , uma função de utilidade contínua  $U(\cdot)$ <sup>1</sup>, definida de acordo com a teoria de decisão do consumidor, representa as preferências como:

$$U(p, x; 1 - p, y) > U(q, w; 1 - q, t) \quad (3.1)$$

Neste capítulo, o objetivo é examinar de forma mais próxima duas teorias distintas que tentam explicar como um indivíduo compreende e lida com risco e incerteza: Teoria da Utilidade Esperada (Expected Utility Theory ou EUT) e Teoria dos Prospectos (Prospect Theory ou PT). Minuciosamente tentar-se-á entender melhor dois conceitos intrínsecos a cada teoria, a aversão ao risco da EUT, a qual será considerado em primeiro lugar, e a aversão à perda da PT, abordada em seguida. Pela extensa literatura existente sobre aversão ao risco, esta será considerada de uma forma mais suscinta em comparação com a aversão à perda por ser um conceito relativamente novo.

### 3.2 Aversão ao Risco

O conceito de aversão ao risco fornece uma das principais técnicas de análise em economia. Por isto, considera-se as várias definições e abordagens deste conceito. No contexto da utilidade esperada, a aversão ao risco é definida como a atitude de evitar loterias e sempre preferir fracamente o seu valor esperado à própria loteria. Isto significa que a função de utilidade do indivíduo  $u(\cdot)$  é uma função côncava,  $u''(\cdot) \leq 0$ , com a desigualdade estrita apenas no caso da aversão ao risco estrita.

Como os agentes aversos ao risco preferem fracamente ganhos certos a loterias, o custo do risco de enfrentar uma loteria pode ser determinado em termos do valor do ganho certo que ele estaria disposto a dar em lugar de enfrentar o prospecto arriscado. Esta medida monetária do custo do risco é o prêmio ao risco,  $r$ . Assumindo  $\mu$  como o valor esperado do prospecto  $(p_i, x_i)$ , onde  $i = 1, \dots, n$  e  $\sum_i p_i = 1$ , tem-se

$$u(\mu - r) = u(\mu) \quad (3.2)$$

onde  $\mu - r$  é o valor da renda certa, de forma que o agente averso ao risco é indiferente entre o valor esperado do prospecto arriscado e a renda certa. O prêmio ao risco depende, então, da atitude do indivíduo em relação ao risco e do prospecto que ele enfrenta. O prêmio será tanto maior quanto maior for o risco e quanto mais averso ao risco for o indivíduo.

O equivalente-certeza  $c$  é um outro conceito que pode explicar a aversão ao risco. É definido como o valor certo ao qual o agente fica indiferente entre receber este valor ou o prospecto. Adotando novamente  $\mu$  como o valor esperado do prospecto, tem-se:

$$u(c) = u(\mu) \quad (3.3)$$

<sup>1</sup>Para evitar duplicidade, a função de utilidade relacionada à utilidade esperada será  $u(\cdot)$ , e à Teoria dos Prospectos será  $v(\cdot)$ .

Baseado no conceito de equivalente-certeza, um modo interessante de descrever se um agente é averso ou não ao prospecto é a diferença entre o mesmo e o valor esperado do prospecto  $\mu$ . Se  $c > \mu$ , o agente é propenso ao risco, é como se ele valorasse mais o prospecto que o valor esperado. Se  $c = \mu$ , o agente é neutro ao risco, para ele os prospectos são avaliados em seu valor esperado, na realidade, ele utiliza a teoria do valor esperado no seu processo de decisão. E se  $c < \mu$ , o agente é averso ao risco, para ele os prospectos valem menos do que o seu valor esperado, de forma que ele sempre prefere o valor certo, ou o equivalente certeza.

Agora, considerando o prêmio ao risco e o equivalente-certeza:

$$u(c) = u(\mu) = u(\mu - r) \quad (3.4)$$

pode-se observar que o prêmio ao risco pode ser definido em relação ao valor esperado do prospecto e, conseqüentemente, o equivalente certeza como:

$$r = \mu - c \quad (3.5)$$

Já para avaliar a aversão a loterias de dois agentes diferentes, é necessária uma medida da aversão ao risco que não fosse afetada por transformações afins e crescentes de  $u(\cdot)$  e por outros fatores, e que dependa basicamente das preferências dos mesmos, embora refletindo a atitude de cada agente em relação ao risco.

Duas medidas da aversão ao risco que preenchem estas características são o coeficiente absoluto e o coeficiente relativo de aversão ao risco de Arrow-Pratt. A aproximação que consideram do prêmio ao risco depende somente das preferências (no caso, a primeira e a segunda derivadas da função de utilidade). Cada um destes coeficientes é apresentado a seguir:

$$r = -\frac{1}{2} \sigma_z^2 \frac{u''(\mu)}{u'(\mu)} \quad (3.6)$$

é o coeficiente absoluto de aversão ao risco e

$$r = -\frac{1}{2} \sigma_z^2 \frac{\mu u''(\mu)}{u'(\mu)} \quad (3.7)$$

é o coeficiente relativo de aversão ao risco.  $\sigma_z^2$  é a variância da loteria  $(p_i, z_i)$  com  $\mu = \sum_i p_i z_i$ .

Outra importante definição relacionada à aversão ao risco que não pode deixar de ser mencionada, é a aversão a *spreads* que preservam a média, ou forte aversão ao risco. Um indivíduo demonstra forte aversão ao risco se para loterias  $L = (p_i, x_i)$  onde  $i = 1, \dots, n$  e  $\forall \delta > 0$ , existe:

$$(p_1, x_1; \dots; p_i, x_i - \frac{\delta}{p_i}; \dots; p_j, x_j + \frac{\delta}{p_j}; \dots; p_n, x_n) \succ L \quad (3.8)$$

sempre que  $p_i, p_j > 0$ . Um aspecto interessante é que a aversão forte ao risco não depende da forma da função utilidade, como a aversão ao risco, sendo independente do modelo adotado.

A principal importância da aversão ao risco é que esta é plausível e esperada em muitas situações da vida diária. As pessoas geralmente preferem resultados certos a uma aposta com o mesmo valor esperado. Embora uma de suas principais razões é esta ser uma condição necessária quando as pessoas apresentam utilidade marginal decrescente. Este comportamento da

utilidade tem uma grande atração intuitiva, por refletir que, à medida que o consumo aumenta, a satisfação com cada unidade extra consumida se reduziria, como se observa em geral com o consumo excessivo de bens que não representem vícios.

Apesar da aversão ao risco ser um conceito importante dentro do universo da teoria da utilidade esperada, alguns trabalhos recentes sugerem que tal condição talvez não explique adequadamente muitos dos comportamentos observados, e, principalmente, como o agente se comporta em face de apostas de pequeno valor se comparadas à sua riqueza. Este tópico é melhor abordado na próxima seção.

### 3.3 Críticas à Aversão ao Risco

Usando o modelo da utilidade esperada, a aversão ao risco tem sido aplicada em diversas áreas da análise econômica onde a incerteza esteja presente. A aversão ao risco, conforme mencionado anteriormente, ocorre para agentes com função utilidade côncava sobre riqueza e apresenta-se como sendo uma característica psicológica plausível: a utilidade marginal do dinheiro (ou qualquer mercadoria, como na teoria do consumidor clássica) reduz-se com o aumento do nível da renda.

A utilidade marginal decrescente da renda é considerada um elemento intuitivo, as pessoas sentem menos uma unidade monetária extra na renda à medida que se tornam mais ricas, o que ajuda a explicar a aversão ao risco em larga escala. Conforme mencionado por Rabin(2000b), "desgostamos de grandes incertezas em nossa riqueza durante nossas vidas, porque um dólar que nos ajuda a evitar a pobreza é mais valioso do que aquele que nos ajuda a ficarmos muito ricos"(pg.1281).

Em Rabin (2000a), este afirma que

A concavidade da função utilidade da riqueza não é apenas suficiente para explicar a aversão ao risco, ela é também necessária: a utilidade marginal decrescente da riqueza é a única explicação para a aversão ao risco ... Qualquer função da utilidade da riqueza que não absurdamente prevê severa aversão ao risco sobre grandes apostas prevê desprezível aversão ao risco sobre apostas modestas.(pg.1)

Por outro lado, Rabin e Thaler(2001) chamam a atenção para o fato de que a Teoria da Utilidade Esperada falha em explicar o comportamento encontrado em experimentos e em circunstâncias comuns. A tese defendida é que a utilidade esperada não é mais conveniente em explicar comportamento, como era pensado. Segundo os mesmos, "a teoria da utilidade esperada não explica apostas de pequenos ganhos e sua previsão aponta para uma improvável recusa em apostas de alto risco".

A idéia destes, a partir de raciocínio dedutivo, considera que se um agente recusa uma aposta como  $(0.5, -10; 0.5, 11)$ , implica que este recusaria outras apostas que em plena consciência não o faria. Este exemplo extraído de Rabin e Thaler(2001) explica melhor este fato:

Suponha que você tem uma riqueza inicial de  $W$ , e que você rejeita uma aposta de 50% de chance de perder 10 e 50% de ganhar 11, em virtude da utilidade marginal decrescente da renda. Então este deve ser o caso em que  $u(W + 11) - u(W) \leq$

$u(W) - u(W - 10)$ . Logo, em média, você valoriza cada dólar entre  $W$  e  $W + 11$  a no máximo  $10/11$  tanto quanto você, em média, valoriza cada dólar entre  $W - 10$  e  $W$ . Pela concavidade, isto implicaria que você valoriza o dólar  $W + 11$  quanto muito a  $10/11$  de tanto quanto valoriza o dólar  $W - 10$ . Iterando esta observação, se você tem a mesma aversão pela aposta de "perde 10, ganha 11" ao nível de riqueza  $W + 21$ , então você valoriza o dólar  $W + 21 + 11 = W + 32$  por quando muito a  $10/11$  de quanto valoriza o dólar  $W + 21 - 10 = W + 11$ , o que significa que você valoriza o dólar  $W + 32$  por quando muito a  $10/11 \times 10/11 \approx 5/6$  de tanto quanto o dólar  $W - 10$ .

Assim, você valorizará o  $W + 210th$  dólar por quando muito 40% de tanto quanto valoriza o dólar  $W - 10$ , e o  $W + 900th$  dólar por quando muito a 2% de tanto quanto valoriza o dólar  $W - 10$ . Em palavras, rejeitando a aposta "50%-50%, perde 10, ganha 11" implica em um declínio de 10% na utilidade marginal para cada 21 dólares de acréscimo na renda permanente, o que significa que a utilidade marginal declina extramamente para mudanças substanciais na renda permanente. Você se importaria menos do que 2% com um dólar adicional quando você está 900 dólares mais rico do que agora. Esta taxa de deterioração para o valor do dinheiro é absurdamente alta, e conduz a uma absurda aversão ao risco.

Com base neste mesmo exemplo, Rabin e Thaler(2001) sugerem que em virtude da aversão a apostas simétricas, poder-se-ia encontrar este tipo de comportamento incomum:

**Tabela 3.1** As consequências necessárias e implausíveis da Aversão ao Risco para baixos níveis de Riqueza

Se um maximizador EUT Sempre Recusa	Então ele Sempre Recusa
perde 10/ganha 10,10	perde 1,000/ganha $\infty$
perde 10/ganha 11	perde 100/ganha $\infty$
perde 100/ganha 101	perde 10,000/ganha $\infty$
perde 100/ganha 105	perde 2,000/ganha $\infty$
perde 100/ganha 110	perde 1,000/ganha $\infty$
perde 1,000/ganha 1,010	perde 100,000/ganha $\infty$
perde 1,000/ganha 1,050	perde 20,000/ganha $\infty$
perde 1,000/ganha 1,100	perde 10,000/ganha $\infty$
perde 1,000/ganha 1,250	perde 6,000/ganha $\infty$
perde 10,000/ganha 11,000	perde 100,000/ganha $\infty$
perde 10,000/ganha 12,500	perde 60,000/ganha $\infty$

Fonte: Rabin and Thaler (2001)

Na realidade, dentro da estrutura da utilidade esperada, para *qualquer* função de utilidade côncava, mesmo muito pouca aversão ao risco em modestas apostas implicaria um absurdo grau de aversão ao risco com relação a grandes apostas. E recusar mesmo apostas modestas significaria que a utilidade marginal da renda deveria diminuir muito rapidamente. Desta

maneira, considerando os exemplos acima, poderia ser sugerido que a utilidade marginal decrescente da riqueza não está relacionada à aversão ao risco em relação a apostas modestas (Rabin(2000a)). Isto implica numa restrição à introdução da aversão ao risco em alguns cenários estudados e significaria que as conclusões de muitos modelos que consideram aversão ao risco independentemente do tamanho das apostas seriam errôneas.

Por outro lado, Pratt(1964) e Arrow(1974) mostraram que a Teoria da Clássica da Utilidade prevê que as pessoas são aproximadamente neutras ao risco em relação a pequenas apostas, implicando na aceitação de qualquer aposta um pouco melhor do que uma aposta razoável, caso esta seja suficientemente pequena. Todavia, isto também implicaria que prognósticos aproximados da neutralidade ao risco não se manteriam apenas para apostas desprezíveis, mas também para apostas consideráveis e economicamente importantes. Logo, aversão ao risco é usualmente invocada sobre apostas quando a teoria prevê neutralidade ao risco virtual (Rabin(2000b)).

A tese defendida por estas críticas é que a utilidade esperada é capaz de explicar aversão ao risco para grandes apostas, contudo, não para pequenas apostas. Diante disto, a aversão à perda, que será descrita na próxima seção, é considerada como uma solução para este problema. E, como Rabin e Thaler (2001) também apontam, a estrutura da política de seguros usualmente encontrada é desenvolvida para agentes miopicamente aversos à perda e não para os aversos ao risco:

A maneira mais barata e direta seria oferecer a uma pessoa todas as políticas potenciais de seguro coletadas juntas como uma grande política de seguros vendida a um preço exorbitante. Mas isto não funcionaria contra agentes miopicamente aversos à perda, porque é precisamente para coleções de apostas apresentadas conjuntamente que agentes miopicamente aversos à perda são razoavelmente neutros ao risco. É somente para riscos de pequena escala, um por vez, que as pessoas estão prontas a pagar tremendas taxas de seguro.

### 3.4 Aversão à Perda

Aversão à perda é um conceito que emergiu no artigo de Kahneman e Tversky (1979) dentro da Teoria dos Prospectos e representa uma certa aversão por loterias simétricas como  $(0.5, x; 0.5, -x)$ , o que reflete que as pessoas sentem maior desprazer por uma determinada perda que satisfação por um ganho de mesmo valor. Sua explicação psicológica origina-se do fato de que para a sobrevivência, a ocorrência de uma perda pode implicar em "morte", enquanto que a ocorrência de um ganho não representa qualquer ruptura nas atividades de reprodução ou de alimentação.

Por causa da aversão à perda, a função utilidade da Teoria dos Prospectos é tida como mais inclinada para perdas do que para ganhos. Na verdade,

Um aspecto essencial da teoria dos prospectos é que as sequências de valor representam mudanças na riqueza ou no bem estar, em vez de estados finais. Esta conclusão é compatível com os princípios básicos da percepção e análise. Nos-

so aparhos de percepção estão sintonizados para a avaliação de mudanças ou diferenças ao invés da avaliação de grandezas absolutas.

Algumas dúvidas têm sido lançadas sobre a validade deste conceito pelos teóricos da utilidade esperada. Estes consideram que a aversão à perda representa apenas um comportamento anômalo e não pertinente, pois a utilidade esperada da loteria é 0, o agente não deveria rejeitá-la. Todavia, este fenômeno foi observado em diversos experimentos relatados a seguir.

Um dos primeiros foi Kahneman e Tversky (1979). Eles reportaram resultados que entram em conflito com a teoria da utilidade esperada. Os participantes dos experimentos, em geral, apresentaram à tendência de reduzir seus resultados meramente prováveis quando comparados a resultados exatos. Tal fato contribui para a aversão ao risco em escolhas envolvendo ganhos certos e procura de risco<sup>2</sup> em escolhas envolvendo perdas certas. Por outro lado, as pessoas não descartaram da análise componentes similares a todos os prospectos, contrariando a hipótese da independência das alternativas irrelevantes. Isto, contudo, leva a preferências inconsistentes quando a mesma escolha é apresentada em formas diferentes.

O *equity premium* é um enigma dentro da estrutura da utilidade esperada. Benartzi e Thaler (1995) consideram tanto a aversão à perda como a contabilidade mental como duas possíveis explicações para este fenômeno. O resultado das simulações realizadas pelos mesmos mostraram a aversão à perda como sendo uma propriedade da utilidade exibida no *status quo*, e que o tamanho do *equity premium* é consistente com a aversão miópica à perda, se os investidores avaliarem seus *portfolios* anualmente.

Já, Willman, Fenton-OCreevy, Nicholson e Soane (2001) estudaram a administração de comerciantes em mercados financeiros pela ótica da Teoria de Prospectos através de dados obtidos em entrevistas com quatro bancos de investimento. Estes chegam a conclusão de que os gerentes focam em evitar perdas em vez de em obter ganhos.

Com uma axiomatização inovadora do prêmio à perda absoluto e relativo, Schmidt e Traub (2002) desenvolveram um experimento para investigar a condição de preferência pela aversão à perda na estrutura da Teoria dos Prospectos Cumulativa, deduzindo noções de aversão à perda crescente, constante e decrescente. Cerca de 51% de todas as escolhas foram aversas à perda e devido à sua extensão, o prêmio à perda foi positivo para a maioria das situações de escolha. Um ponto interessante a assinalar é que o público feminino exibiu uma ocorrência mais frequente e uma maior aversão à perda.

Langer e Weber (2005) argumentam, por outro lado, que a relação entre miopia e a atratividade de uma seqüência lotérica não é tão geral quanto é sugerido pela literatura. Estendendo o conceito de aversão miópica à perda para a teoria míope dos prospectos, e prevendo para perfis de risco específicos, eles descobriram que a miopia ao invés de reduzir, incrementaria a atração de uma seqüência.

Har, Eng e Sommerville (2006) utilizam dados de leilões imobiliários de Singapura com a intenção de compreender melhor a aversão à perda. Partem de uma medida de aversão à perda, onde o ponto de referência é o preço inicial de compra ou o preço mais alto que a propriedade atingiu no período de 2 anos antes da venda. Em seus resultados, aversão à perda não é uma característica clara. Por outro lado, o resultado mais marcante encontrado determina que o

---

<sup>2</sup>Tradução do termo econômico *risk seeking*.

ponto de referência relevante para mensurar uma variação na função valor não é o preço inicial de compra, mas sim o preço mais alto.

Rizzo e Zeckhauser (2002) examinaram os efeitos de uma renda de referência no comportamento de jovens médicos. A renda de referência tem um forte efeito positivo sobre ganhos adicionais para médicos que estão abaixo de seus pontos de referência, mas não para médicos que estão nos seus pontos ou acima deles, o que é dito ser explicado pela aversão à perda. Médicos também reagem fortemente a quedas nos ganhos em relação ao seus pontos de referência, e tomam medidas desagradáveis no sentido de aumentar os seus ganhos, devido à utilidade marginal da renda ser mais inclinada neste intervalo. Vale a pena ressaltar que as principais teorias rivais testadas por eles não tiveram sucesso em explicar tais resultados.

Berkelaar, Kouwenberg e Post (2003) examinaram a melhor estratégia de investimento para investidores aversos à perdas, os quais seguiriam uma carteira parcial de estratégia de seguro. Para um planejamento de curto prazo, o investidor reduziria consideravelmente o peso da carteira de ações, comparado a um investidor com uma função de utilidade potência suave, que aumenta com o prazo do investimento. O nível de aversão à perda é deduzido dos dados históricos da bolsa de valores americana e estimado por um modelo representativo de agente, levando-os a concluir que os conceitos de aversão à perda e aversão ao risco não podem ser separados.

Uma evidência significativa da aversão à perda vem da diferença entre o valor a que se está disposto a pagar (WTP) por uma mercadoria e o valor mínimo que se está disposto a aceitar (WTA) em troca de desistir desta mercadoria. Brown(2005) analisou o WTA e WTP, e as razões que levam o WTA a ultrapassar regularmente o WTP nos experimentos econômicos envolvendo o mercado de bens com amplos substitutos. Usando um genuíno experimento com dinheiro empregando um leilão de preços ao acaso, os resultados sugerem que a razão principal para a disparidade era a relutância dos indivíduos em sofrer uma perda líquida em qualquer transação, quer seja de compra ou de venda, e a tendência dos mesmos em considerar como uma perda uma venda por um preço muito abaixo do preço de mercado.

Para entender a relação entre esta relutância para com mudanças na situação presente e comercializar objetos privados, a aversão à perda e o ponto de referência, Moshinsky e Bar-Hillel (2005) desenvolveram um estudo empírico, onde os entrevistados classificavam a atração de programas apresentados. Os programas rotulados como "status quo", aumentaram sua cotação, e a explicação dos pros e contra das escolhas efetuadas forneceram evidências de que perdas parecem mais importantes do que ganhos. Assim, aversão à perda explicaria, de acordo com as observações, um viés do "status quo".

Brooks e Zank (2005) propuseram e testaram uma condição comportamental para a aversão à perda em um experimento com escolhas binárias entre loterias mistas envolvendo resultados simétricos. No agregado, uma proporção significativa das escolhas eram na direção da aversão à perda e os indivíduos foram classificados como aversos à perda, *procuradores de ganho*<sup>3</sup> ou não-classificados. A comparação do comportamento de risco para escolhas binárias em loterias envolvendo ganhos mostraram que as atitudes de risco variavam entre os domínios das loterias e que as mulheres eram proporcionalmente mais aversas à perda.

---

<sup>3</sup>Tradução do conceito *Gain seekers*, que significa um agente que busca obter ganhos em suas escolhas ou ações.

Dittricha, Guthb, Kocherc e Pezanis-Christoud (2006) analisaram o impacto da aversão à perda em um leilão simples em relação a diferentes teorias de aprendizado, no qual a mesma aposta variava estocasticamente, de forma que a mesma escolha poderia resultar em ganho ou perda. As descobertas experimentais sugeriram que a aprendizagem repetitiva, a qual considera aversão à perda, fornece resultados tão bons quanto aqueles comparados com alternativas mais sofisticadas.

Usando o singular laboratório do show de televisão "Affari Tuoi", Blavatsky e Pogrebna (2006) testaram os prognósticos da utilidade esperada e da teoria dos prospectos em loterias com grandes apostas. O concorrente é, inicialmente, presenteado com uma caixa selada contendo um prêmio em dinheiro entre um centavo e meio milhão de euros, e no decorrer do show lhe é oferecida a alternativa de trocar esta caixa por outra caixa selada com a mesma possibilidade de possíveis prêmios em dinheiro. De acordo com a utilidade esperada, ele deveria ser indiferente entre a troca de uma caixa pela outra, e pela teoria dos prospectos, ele deveria rejeitar a troca. Os resultados mostraram que a suposição da aversão à perda é violada por 46% de todos os concorrentes da amostra. Logo, os concorrentes não mostraram ser predominantemente aversos à perda quando lidam com loterias envolvendo grandes apostas.

A dependência da satisfação de vida com relação à renda relativa, ou à comparação social relativa, foi investigada por Vendrik e Woltjer (2006). Estes consideram que isto poderia estar relacionado à dependência ao ponto de referência da função valor de Kahneman e Tversky (1979). O foco do problema era saber se as características da função-valor, como concavidade para ganhos, convexidade para perdas, e aversão à perda, eram relacionadas à dependência da satisfação de vida em ganhos relativos, usando para isto novas medidas para a renda de referência obtidas de um grande painel de dados para a Alemanha considerando os anos de 1984-2001.

Os resultados descreveram a concavidade da satisfação de vida em renda relativa positiva, mas também uma inesperada e significativa concavidade da satisfação de vida em renda relativa negativa. Isto também implica em uma crescente sensibilidade da satisfação de vida para valores mais negativos de renda relativa e, conseqüentemente, a existência de aversão à perda em um significado mais amplo.

Recentemente, Gachter, Johnson e Hermann (2008) não encontraram evidência de que pessoas aversas à perda em escolhas sem risco seriam também aversas em escolhas de risco. O experimento constou da medição do nível de aversão à perda individualmente em escolhas sem risco em um experimento de efeito de dotação, extraíndo tanto WTA quando WTP de sujeitos escolhidos ao acaso. Os resultados revelaram uma substancial heterogeneidade em ambas as medidas de aversão à perda. Constatou-se que a aversão à perda em atividades de escolha sem risco e aversão à perda em atividades com risco são altamente significantes e fortemente positivamente correlacionadas, com esta aumentando com a idade, renda e riqueza, e diminuindo com a cultura.

Fellner e Sutter (2008) estudaram em um recente experimento as causas, conseqüências e possíveis curas para aversão miopíca à perda (MLA) no comportamento de investimento sob risco. Suas conclusões relatam que os horizontes de investimento e a freqüência de respostas contribuem quase igualmente para os efeitos do MLA. Deste modo, para horizontes de investimento mais extensos e menor freqüência de respostas, maior será o investimento, e quando

os indivíduos podem escolher, estes preferem em média horizontes de investimento reduzidos e respostas mais frequentes.

O impacto da aversão à perda em experimentos em torneios de *procura de renda*<sup>4</sup> foi avaliado por Kong (2008). Foi encontrada uma relação negativa entre gastos de procura de renda e aversão à perda, mas, para qualquer grau de aversão à perda, níveis de gastos de procura de renda são maiores que os esperados e o efeito da aversão à perda se torna mais fraco com a repetição do torneio.

### 3.5 Como melhor definir a Aversão à Perda

Dado este número de trabalhos relatando o comportamento da aversão à perda, pode se dizer que a mesma talvez seja um conceito importante a ser vinculado à teoria da decisão. Entretanto, não existe ainda na literatura especializada uma concordância sobre a definição de aversão à perda. Na realidade, tal discussão tem sido o motivo de vários debates. A definição original é baseada na teoria dos prospectos original (OPT) em Kahneman e Tversky (1979). Daí em diante, novas interpretações do conceito e das idéias vêm sendo adicionadas, seguidas pela Teoria dos Prospectos Cumulativa (CPT) em Tversky e Kahneman (1992).

Primeiramente será explorado a versão original e a nova versão da Teoria dos Prospectos e discutidas suas implicações para o conceito de aversão à perda. Posteriormente, serão apresentadas as contribuições que apareceram durante a última década, bem como as críticas à teoria.

A avaliação de loterias mistas (Kahneman e Tversky (1979)) é definida em termos da função de valor  $v(x)$  e da função de ponderação  $w(p)$ , onde  $x$  é um resultado da loteria e  $p$  é a probabilidade associada a este resultado. Considerando  $w : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , estritamente crescente e com  $w(0) = 0$  e  $w(1) = 1$ , tem-se que

$$OPT(p_1, x_1; \dots; p_n, x_n) = \sum_{i=1}^n w(p_i) v_i \quad (3.9)$$

A função de valor  $v(\cdot)$  é contínua e crescente e com  $v(0) = 0$ . Para mudanças na riqueza,  $v(\cdot)$  é definida como côncava para ganhos ( $v''(\cdot) < 0$ , para  $x > 0$ ) e convexa para perdas ( $v''(\cdot) > 0$ , para  $x < 0$ )<sup>5</sup>, com as perdas superando os ganhos,  $v(x) - v(y) < v(-y) - v(-x) \forall x > y > 0$ .

A definição original da aversão à perda em Kahneman e Tversky (1979), conforme previamente exposta, descreve uma certa aversão por loterias simétricas, como por exemplo  $(0.5, x; 0.5, -x)$ <sup>6</sup>, e significando que  $|v(x)| \leq |v(-x)|$  para  $x > 0$  e que  $v'_+(0) \leq v'_-(0)$ , onde  $v(\cdot)$  é também mais inclinada para pequenas perdas do que para pequenos ganhos. Além do mais, é também considerado que um indivíduo não prefere grandes montantes em quaisquer apostas justas, i.e.,  $(0.5, x; 0.5, -x) \prec (0.5, y; 0.5, -y) \forall x > y > 0$ , o que implica novamente que  $v'(y) \leq v'(z) \forall z < 0 < y$ .

Os pesos de decisão  $w(\cdot)$  são inferidos de escolhas entre prospectos, porém, estes não são probabilidades e não obedecem aos axiomas de probabilidade, não devendo ser interpretados

<sup>4</sup>Representa uma tradução do conceito econômico de *rent seeking*.

<sup>5</sup>Este conceito da curvatura de  $v(\cdot)$  é também relacionado à propriedade da sensibilidade marginal decrescente.

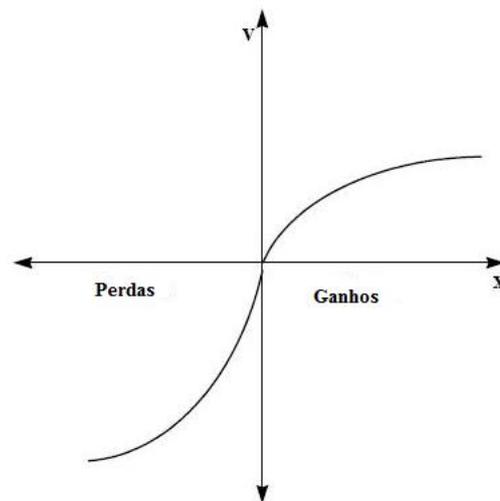
<sup>6</sup>Por ser definido inteiramente em termos de preferências, reflete um conceito puramente comportamental da parte dos agentes.

como uma medida de crença (Kahneman e Tversky (1979), pg.280). Estes são percebidos como uma probabilidade subjetiva, avaliando o impacto de eventos no prospecto desejado, não sendo assim uma medida da verossimilhança. Na verdade, sendo uma medida subjetiva, considera-se que estes superestimem pequenas probabilidades e subestimem probabilidades moderadas e grandes.

De acordo com Maggi (2004), com base em Kahneman e Tversky (1979), a função de utilidade  $v(x)$  de um indivíduo averso à perda é definida pela diferença  $x$  entre a riqueza final e o valor de referência da riqueza com  $v(0) = 0$  e têm as seguintes propriedades principais:

1.  $v$  é estritamente crescente;
2.  $v$  é convexa para  $x < 0$  e concava para  $x > 0$ , i.e., uma função com a forma de S;
3. jogos simétricos justos são recusados (caso comparados com o *status quo*):  $v(x) < -v(-x), \forall x > 0$ ;
4.  $v'(x) < v'(-x), \forall x > 0$ .

Esta função utilidade  $v(x)$  tem sido comumente representada segundo o gráfico abaixo



**Figura 3.1** Função Utilidade da Teoria dos Prospectos

A mais simples função que atende estas características e que tem sido usada na literatura é a função linear por partes a seguir,

$$v(x) = x, \quad \text{se } x \geq 0 \quad (3.10)$$

$$\lambda \cdot x, \quad \text{se } x < 0 \quad (3.11)$$

onde  $\lambda > 1$  representa o grau de aversão à perda, e Kahneman e Tversky (1992) estimaram este valor em aproximadamente 2.25. Baseada na definição de aversão a perda dada acima,

$-v(-x) > v(x) \forall x > 0$ , Abdellaoui et al.(2007) sugeriram um coeficiente do grau de aversão à perda como a média ou a mediana de  $\frac{-v(-x)}{v(x)}$ .

Evidências empíricas corroboram que a utilidade  $v(\cdot)$  seria côncava na região dos ganhos, tanto na Teoria da Utilidade Esperada quanto na Teoria dos Prospectos. A forma da função de utilidade na região das perdas já não seria tão clara. A maioria dos estudos baseados na EUT evidencia que a utilidade tem o formato convexo na região das perdas, mas cerca de 40% destes declaram que a mesma é côncava nesta região. Na EUT, a convexidade de utilidade é equivalente à procura de risco, mas para a Teoria dos Prospectos isto não se mantém. Notavelmente, as descobertas anteriores de procura de risco para perdas não forneceram, sob a Teoria dos Prospectos, evidências conclusivas em favor da utilidade convexa para a região das perdas. (Abdellaoui et al.(2007))

Considerando a Teoria Cumulativa dos Prospectos (CPT), os autores declararam que "esta incorpora a função cumulativa e amplia a teoria para prospectos incertos como para prospectos de risco, com qualquer número de resultados"(Tversky e Kahneman (1992), pg.45). Embora, esta ainda mantenha a hipótese básica sobre a função valor da Teoria dos Prospectos e foque em variações da riqueza, ao invés de em níveis finais.

A diferença na avaliação de loterias mistas entre OPT e CPT envolve a função de ponderação de probabilidade. Em CPT, esta função tem dois componentes  $w^+$ , para resultados positivos ou ganhos, e  $w^-$  para resultados que incluem um valor negativo ou perda. Estes pesos são diferenças nas probabilidades (de)cumulativas transformadas. Considerando os resultados  $i = 1, \dots, n$ , os resultados positivos são  $i = 1, \dots, k$  e os resultados negativos são  $i = k + 1, \dots, n$ . Então tem-se que:

$$CPT(p_1, x_1; \dots; p_n, x_n) = \sum_{i=1}^k [w^+(p_1 + \dots + p_i) - w^+(p_1 + \dots + p_{i-1})] v(x_i) \quad (3.12)$$

$$+ \sum_{i=k+1}^n [w^-(p_i + \dots + p_n) - w^-(p_{i+1} + \dots + p_n)] v(x_i) \quad (3.13)$$

No domínio dos prospectos com dois resultados, OPT e CPT coincidem, e então qualquer derivações e estimativas são válidas para ambas as teorias (Abdellaoui et al.(2007)). Em Tversky e Kahneman (1992), também, por assumir a homogeneidade das preferências, foi definida uma função de utilidade potência de duas partes,

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha & \text{se } x \geq 0 \\ -\lambda |-x|^\beta & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

onde  $\lambda$  representa o grau de aversão à perda. Esta especificação de  $\lambda$  resulta na convenção de escala implícita na qual  $v(1) = -v(-1) = 1$ , implicando que  $\lambda = \frac{-v(-1)}{v(1)}$  e podendo este ser considerado como um primeiro índice de aversão à perda.

Com relação à função de ponderação de probabilidade, como o funcional cumulativo é apresentado separadamente para ganhos e perdas, o peso decisivo pode ser interpretado como a contribuição marginal do respectivo evento. Todavia, ao contrário da versão original da Teoria dos Prospectos, a Teoria Cumulativa dos Prospectos satisfaz a dominância estocástica.

Para CPT, a aversão à perda não é um conceito prático se capturado somente pela curvatura da função de utilidade, mas pode ser prescrita pela forma da função de ponderação de probabilidade. Devido a isto, podem existir diferentes implicações de comportamento em diferentes teorias. Para o caso de CPT e de forte aversão à perda, a mesma pode ser representada pela função de utilidade e pela função de ponderação de probabilidade. (Schmidt e Zank (2005))

Bowman et al.(1999) reconhecem a aversão à perda como encontrada na Teoria dos Prospectos de Kahneman e Tversky e como sendo definida com base nas duas primeiras hipóteses mencionadas anteriormente em Maggi (2004), conjuntamente a hipótese que perdas dominam os ganhos. Adicionalmente, eles consideram que as evidências psicológicas sustentam que as pessoas têm um relativo desprazer por perdas, mesmo ao se comparar perdas muito pequenas a ganhos muito pequenos, e este fato é incorporado em Kahneman e Tversky. Isto significa que para  $x > 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{v'(-x)}{v'(x)} \equiv L > 1$ .

Já, Neilson (2002) introduziu o conceito de fraca aversão à perda, consistente com a condição de prêmio ao risco e baseado na utilidade média das perdas sendo em toda a parte maior que a utilidade média sobre ganhos. Uma função crescente exhibe fraca aversão à perda quando:  $f(0) = 0$  e  $\frac{f(y)}{y} \leq \frac{f(z)}{z}$  para todo  $z < 0 < y$ . Paralelamente, ele também define forte aversão à perda, consistente com a condição de demanda de ativos e baseada na utilidade marginal sobre perdas sendo em toda a parte maior que a utilidade marginal sobre ganhos, como  $f'(y) < f'(z)$  para todo  $z < 0 < y$ .

Maggi (2004) sugeriu que a fraca aversão à perda pode ser descrita como  $\sup_{x>0} \left\{ \frac{v(x)}{x} \right\} \leq \inf_{x<0} \left\{ \frac{v(x)}{x} \right\}$  e a forte aversão à perda como  $\sup_{x>0} \{v'(x)\} \leq \inf_{x<0} \{v'(x)\}$ . Também, um coeficiente de aversão à perda sugerido por Ablellaoui et al.(2007), considerando a definição de Neilson(2002) de aversão à perda e dada a função de utilidade  $v$ , seria  $\frac{\inf \left\{ \frac{v(-x)}{-x} \right\}}{\sup \left\{ \frac{v(y)}{y} \right\}}$ .

Uma outra hipótese encontrada em Bowman et al.(1999) é que  $u'(z) \geq u'(y)$ , para todo  $z < 0$  e  $y > 0$ , o que corresponde ao conceito de forte aversão à perda encontrado em Neilson (2002), e implicaria que a inclinação da função utilidade para perdas é em todo o lugar mais elevada que o declive da função de utilidade para ganhos. De acordo com Abdellaoui et al.(2007), um candidato para coeficiente deste conceito poderia ser  $\frac{\inf \{v'(x)\}}{\sup \{v'(y)\}}$ , for  $x, y > 0$ .

Kobberling e Wakker(2005), por outro lado, foi o primeiro trabalho a propor um índice de aversão à perda comportamental para representar a taxa de câmbio entre unidades de utilidade de ganhos e de perdas. Esta idéia equivale na decomposição da atitude de risco em três componentes: utilidade básica, probabilidade ponderada e aversão à perda. Tal separação é essencial caso as variações dos pontos de referência possam ser consideradas.

Assumindo a função de utilidade  $v$  com uma quina em 0 para diferentes períodos de tempo, o índice de aversão a perda  $\lambda$  pode ser observado comparando-se o primeiro ponto de referência (na quina) com outro ponto, o qual seria o novo ponto de referência. Esta função-valor  $v$ , sendo suave (diferenciável) em qualquer outro ponto diferente de 0, tem a aversão à perda como explicação plausível para a existência da quina, a qual não refletiria o valor intrínseco dos resultados, mas uma repentina mudança de resposta entre os mesmos.

Devido à diferenciabilidade de  $v$  e a quina característica, Kobberling e Wakker (2005) pro-

puseram a definição de aversão a perda como  $v'(0^-) \geq v'(0^+)$ , onde  $v'(0^-)$  e  $v'(0^+)$  são as derivativas à esquerda e à direita em 0, respectivamente. Logo, para eles, a aversão à perda é vista como uma propriedade da utilidade exibida no *status quo*.

Consideraram também convenções alternativas de escalas para taxa de câmbio entre perdas e ganhos de  $v$ . Para  $\tau > 0$  e  $-v(-\tau) = v(\tau)$ , afirmam que a resultante  $\lambda = \frac{-v(-\tau)}{v(\tau)}$  também representa aversão a perda quando  $v$  não é diferenciável. Tversky e Kahneman (1992) aproximaram com  $\tau = 1$ , e seu índice como um caso limite de  $\tau \rightarrow 0$ , tem a vantagem de ser independente de unidades monetárias, permitindo uma aplicações e comparações mais gerais.

Ao mesmo tempo, através de *Yaari's acceptance sets*, Kobberling e Wakker (2005) desenvolveram uma estrutura de preferência pela aversão à perda comparativa, que fornece uma base para a comparação do grau de aversão à perda entre dois agentes diferentes. A análise da estrutura é relativamente simples e está baseada nos conceitos primitivos da teoria da decisão (as preferências). Ademais, como está baseado em preferências, faz com que seja possível para a aversão à perda ser associada ao modelo neoclássico, o qual é importante para uma melhor compreensão do comportamento humano em relação ao risco.

O índice de aversão à perda considerado acima é de uma natureza psicológica. Deste modo, é afetado por percepções estrategicamente irrelevantes do ponto de referência. Em algumas situações pode ser desejável permitir que  $v(\cdot)$  tenha uma quina em 0, se as perdas acarretarem genuínas inconveniências não igualadas por ganhos correspondentes. Caso a mudança da utilidade marginal em torno de 0 seja drástica, mas ainda suave, ou abrupta, não é uma questão empírica, porque não se observa apostas menores do que centavos. Porém, é uma questão de modelagem pragmática. (Kobberling e Wakker (2005))

Investigando os consumidores que tipicamente recebem uma importância fixa em dinheiro cada mês e o gastam continuamente, considera-se que uma mudança abrupta da utilidade marginal no ponto de referência não é plausível. Caso existam razões genuínas, empíricas ou pragmáticas, para uma quina intrínseca da utilidade em algum ponto, e se este ponto acontece de ser o ponto de referência, este deveria ser incorporado à função de utilidade básica, e não à aversão à perda. (Kobberling e Wakker (2005))

Como Schmidt e Zank (2005) observaram, muitas definições de aversão à perda não são formuladas em termos de preferência, mas em termos da forma da função de utilidade (função potência, função linear ou a estrutura da quina). Deduz-se, então, que aversão à perda não é mais um conceito independente do modelo assumido, mas sim dependente de sua forma.

Este fato também é ressaltado por Brooks e Zank (2005). Estes mencionam que em geral pela aversão à perda ser modelada como um componente da função de utilidade, ocorrem vieses na estimação da utilidade. Além disto, chamam a atenção que para "...considerar a utilidade como a única portadora da aversão à perda é problemático, em virtude do ambíguo comportamento de escolha previsto pelo subjacente modelo de decisão". Logo, dependendo de se é utilizada na Teoria Clássica, na Teoria dos Prospectos ou na Teoria Cumulativa dos Prospectos, para o mesmo comportamento observado podem ser geradas diferentes predições.

Para perceber estas considerações empiricamente, algumas estimativas do coeficiente de aversão à perda  $\lambda$  obtidas em diferentes estudos são apresentadas na tabela a seguir. Estas refletem que na literatura existe uma miríade de formas de se avaliar e adotar a aversão à perda. Esta tabela foi tomada de empréstimo de Abdellaoui et al.(2007):

**Tabela 3.2** Estimativas do Coeficiente de Aversão à Perda

Estudo	Definição	Domínio	Estimativa
Fishburn e Kochenberg(1979)	$\frac{U'(-x)}{U'(x)}$	Dinheiro	4.8
Tversky e Kahneman(1992)	$\frac{U'(-1)}{U'(1)}$	Dinheiro	2.25
Bleichrodt et al.(2001)	$\frac{U'(-x)}{U(x)}$	Saúde	2.17
Schmidt e Traub(2002)	$\frac{U'(-x)}{U'(x)}$	Dinheiro	3.06
Pennings e Smidts(2003)	$\frac{U'(-x)}{U'(x)}$	Dinheiro	1.43
Booji e van de Kullen(2006)	$\frac{U_{\uparrow}(0)}{U_{\downarrow}(0)}$	Dinheiro	1.81
			1.79
			1.74

Fonte: Abdellaoui et al.(2007).

### 3.6 Aversão à Perda & Aversão ao Risco

Uma prática comum em aplicações de modelos econômicos é assumir que em geral os agentes devam ser aversos ao risco, com a exceção de alguns casos ou situações. A própria experiência humana revela que geralmente tenta-se evitar riscos desnecessários, pelas conseqüências que podem advir destes, das quais a principal conseqüência seria a possibilidade de perder algo definitivamente.

A lei a que se está sujeito na vida é perder, independentemente do que seja - um objeto, uma pessoa amada, um amigo, uma oportunidade, a própria vida. Um exemplo histórico disto é encontrado no Egito Antigo. Nesta época e região havia a crença na vida após a morte. Vários faraós eram sepultados em pirâmides, com seus pertences pessoais, e em muitos casos, com suas esposas e filhos, para os terem consigo "no mundo dos mortos" e prolongar a vida que tinham.

Interessante é como ao se mencionar a aversão ao risco, retorna-se tanto à palavra perda, como se esta fosse uma das razões, se não a razão principal, desta aversão. O risco, assim, estaria intrinsecamente relacionado a uma possível perda<sup>7</sup>, mas não a um possível ganho, o que remete ao conceito de aversão à perda enunciado.

A questão que obviamente surge é se existe ou não uma relação empírica forte entre os dois conceitos, e não apenas intuitiva. Alguns trabalham a seguir declaram haver claramente uma linha de tangência entre a Aversão à Perda e a Aversão ao Risco. Não existe uma posição comum da literatura com relação a isto, sendo interessante observar o que diversos trabalhos têm a dizer sobre este ponto.

Davies e Satchell (2004) observaram que pela introdução de novos elementos na EUT, a Aversão ao Risco não poderia mais ser somente explicada pela curvatura da função de utilidade, "ambas, a Aversão à Perda e a probabilidade de distorções não-lineares<sup>8</sup>, acrescentam

<sup>7</sup>Na verdade, "o risco é o valor esperado da perda". (Fernando Campelo)

<sup>8</sup>Este conceito refere-se à transformação não-linear da distribuição de probabilidade através da função de ponderação de probabilidade da CPT.

novas fontes de atitude de risco às tradicionalmente derivadas da concavidade da função de utilidade"(pg.4).

Devido a isto, a função de utilidade poderia apresentar um comportamento distinto para perdas e para ganhos. Logo, se um indivíduo fosse averso ao risco ou "procurador de risco" para um dado prospecto, isto poderia depender de uma maneira complexa da interação entre o formato da função de utilidade para as regiões de ganhos e de perdas, da função de ponderação de probabilidade e da forma da distribuição de probabilidade.

Davies e Satchell (2004) definiram aversão ao risco em termos de prêmio ao risco objetivo<sup>9</sup> e prêmio ao risco subjetivo<sup>10</sup>, implicando no conceito de aversão ao risco não ser independente da distribuição de probabilidade da loteria. Para pequenos prospectos com variâncias extremamente pequenas<sup>11</sup>, os resultados determinam condições suficientes<sup>12</sup> na forma da função de utilidade e no parâmetro de aversão à perda para garantir a aversão ao risco em pequenos prospectos no ponto de referência. A função de utilidade deveria ser côncava para ganhos e para perdas<sup>13</sup>, onde deve existir a aversão à perda, de acordo com o índice de Kobberling e Wakker (2005). Na realidade, para assegurar a aversão ao risco local para um pequeno prospecto, pode também ser o caso em que a aversão à perda exista e afete o prêmio ao risco aumentando-o.

Considerando a aversão ao risco distante do ponto de referência, o resultado reflete que a avaliação do prospecto é totalmente relacionada a perdas, o que implica que não há aversão à perda. Isto seria similar ao prêmio ao risco de Pratt-Arrow, com a função de utilidade definida para ganhos ou para perdas separadamente. Para pequenos prospectos, é somente no *status quo* que o sinal do prêmio ao risco local é dependente da função de utilidade de ganhos e perdas. Especificamente, para a função utilidade *referência-dependente*<sup>14</sup>, as restrições da mesma não são mais necessárias e suficientes para o sinal do prêmio ao risco, mas apenas suficientes.

Já no caso da função de ponderação de probabilidade não-linear e aplicando a abordagem de Arrow, a distorção da probabilidade induzida pela Teoria Cumulativa dos Prospectos aumenta sistematicamente o prêmio ao risco de Arrow, embora isto não se mantenha, caso o prêmio ao risco seja negativo. Contudo, considerando a abordagem de Pratt, os pesos de decisão da Teoria Cumulativa dos Prospectos pode tanto aumentar como reduzir o prêmio ao risco de mercado, e consequentemente, o prêmio ao risco.

Adicionalmente, Davies e Satchell (2004), quantificaram o efeito no prêmio ao risco dos pesos de decisão, tanto quanto da função utilidade referência-dependente com o da aversão à perda, no contexto do prêmio de risco subjetivo e objetivo. Para o prêmio ao risco objetivo, as condições encontradas são as condições de aversão à perda e um par de condições semelhantes

<sup>9</sup>O grau real de aversão individual ao risco ou procura ao risco(risk seeking).

<sup>10</sup>Crença individual sobre sua própria aversão ao risco ou procura ao risco.

<sup>11</sup>O que permite estudar atitude com relação ao risco local, em um ponto específico, i.e., o ponto de referência e outro ponto que não o "status quo".

<sup>12</sup>Estas condições são similares à condição de concavidade da função de utilidade de Pratt-Arrow, mas para um modelo de comportamento mais complexo.

<sup>13</sup>Ou pelo menos, qualquer convexidade local pode ser excedida por uma concavidade local após considerar a aversão à perda, como  $\lambda \cdot v''_-(0) + v''_+(0)$ . O mesmo raciocínio é aplicado para procura ao risco, embora neste caso não haja aversão à perda e a função de utilidade seja convexa para ganhos e perdas, ou qualquer concavidade local é superada de maneira similar.

<sup>14</sup>Tradução do conceito *reference-dependent*, que significa a utilidade obtida de um determinado *payoff* depende de sua posição em relação a um ponto de referência.

às condições de curvatura de Pratt-Arrow para a curvatura da função de utilidade para ganhos e para perdas. Estas condições, todavia, mudam com a introdução de ponderações de probabilidade dependentes do *ranking*, e as mudanças relacionam-se à forma do multiplicador da função no ponto de referência. Por outro lado, para o prêmio ao risco subjetivo, foi descoberto que o tomador de decisão pode apresentar aversão ao risco e acreditar ser *procurador de risco*<sup>15</sup> ou neutro ao risco; ou apresentar procura ao risco e acreditar ser averso ou neutro ao risco.

Brooks e Zank (2005) notaram que muitas das evidências empíricas existentes sobre atitudes ao risco são concentradas em ganhos e a descoberta predominante é aversão ao risco. Entretanto, o comportamento para perdas se diferencia consideravelmente daquele para ganhos, e freqüentemente o comportamento de procura ao risco é relatado para perdas, embora comportamentos de aversão ao risco e neutralidade ao risco também sejam observados.

Usualmente, a aversão ao risco é observada para loterias mistas. No entanto, para o caso de pequenas apostas uma descoberta típica é a procura de risco. Brooks e Zank(2005) consideram como explicação para isto o domínio especial das loterias mistas, o qual é influenciado pela aversão à perda no comportamento de escolha. Logo, aversão à perda poderia ser vista como o componente da atitude ao risco que relaciona o comportamento de risco nos domínios separados das perdas e dos ganhos. Fato este que realça a importância das loterias mistas para uma descrição completa das atitudes de risco.

Schmidt e Zank (2001) estudaram a forte aversão ao risco<sup>16</sup> na Teoria Cumulativa dos Prospectos, a qual é considerada também em aplicações teóricas da utilidade *rank-dependent* (RDU) e da utilidade esperada. Eles relatam a descoberta de que as condições para a forte aversão ao risco na CPT ou RDU coincidem caso considere-se apenas ganhos ou apenas perdas, ou seja, a utilidade é côncava no domínio dos ganhos e também côncava no domínio das perdas e ambas as funções de ponderação de probabilidade são convexas. Caso os ganhos sejam considerados simultaneamente, não se requer que a utilidade seja côncava, e, em casos extremos, a forte aversão ao risco e utilidade convexa podem coexistir na CPT.

Para o caso de forte aversão ao risco, a condição para manter a utilidade côncava para ganhos e perdas e a função de ponderação de probabilidade convexa, deve obedecer:

$$\frac{v'(0^-)}{v'(0^+)} \geq \sup_{p \in (0,1)} \frac{w^{+'}(p^+)}{w^{-'}(p^-)} \quad (3.14)$$

neste caso, a relação entre forte aversão ao risco e aversão ao risco é caracterizada pela proporção da derivada à esquerda e da derivada à direita da função de utilidade no ponto 0, onde o índice de aversão à perda de Kobberling e Wakker (2005)  $\frac{v'(0^-)}{v'(0^+)} \geq 1$  é novamente obtido.

Existe uma outra relação particular entre forte aversão ao risco e aversão à perda. Em geral, forte aversão ao risco é compatível com *procura de perda*<sup>17</sup> para utilidade côncava, se e somente se, caso a aversão à perda se mantenha. Também para o caso no qual CPT e aversão ao risco são satisfeitas, a utilidade é côncava, se e somente se, a aversão à perda mantiver-se.

<sup>15</sup>Tradução do conceito *risk seeker*, significa que um indivíduo tem predileção ou é atraído por risco em suas escolhas ou ações.

<sup>16</sup>A forte aversão ao risco é considerada de acordo como foi definida na seção aversão ao risco.

<sup>17</sup>Tradução do conceito econômico *loss seeking*.

Então, aversão à perda é essencial para a concavidade da função utilidade, e é possível dizer que: forte aversão ao risco implica aversão à perda e utilidade côncava em todos os domínios.

Rieger(2007) demonstrou que as pessoas apresentam um grau de aversão ao risco que não pode ser modelado dentro da versão padrão da Teoria dos Prospectos. Na realidade, ele prova que a escolha padrão da função de valor limita a quantidade de aversão ao risco que pode ser explicada com a Teoria dos Prospectos. A função de valor exponencial é dita como não apresentando este problema. Esta descoberta implica que "a faca corta para ambos os lados", e o conceito de aversão à perda deve ser cuidadosamente usado dentro da estrutura da utilidade esperada.

Vale a pena ainda mencionar as condições da aversão ao risco e da aversão à perda no "status quo". Davies e Satchell (2004) afirmam que aversão à perda é dependente do grau de não-linearidade na ponderação de decisão e que a probabilidade de se obter um ganho em vez de uma perda depende da condição de aversão à perda  $\frac{m_+(0)}{m_-(0)}$  ser maior que este valor para garantir aversão ao risco em toda parte.

### 3.7 Conclusão

Concluindo, este capítulo consta de uma sucinta revisão da literatura no que concerne aos conceitos de Aversão ao Risco e de Aversão à Perda, porém, mantendo-se mais ligado aos estudos vinculados a este trabalho. Seu objetivo era proporcionar não apenas uma melhor compreensão, mas principalmente, estudar mais detidamente as inúmeras abordagens do conceito de Aversão à Perda existentes. Não se espera com isso bater um martelo quanto à definição mais adequada ao termo. Este tópico ainda está sujeito a mais estudos empíricos e discussões.

Neste trabalho preferiu-se focar principalmente em dois conceitos complementares de Aversão à Perda. O primeiro refere-se realmente ao primeiro conceito de Aversão à Perda originado na Teoria dos Prospectos. Este determina que aversão à perda está associada a existência de uma certa aversão por loterias simétricas como  $(0.5, x; 0.5, -x)$ , o que refletiria que as pessoas sentem maior desprazer por uma determinada perda que satisfação por um ganho de mesmo valor. O segundo condiz com o índice de aversão à perda de Kobberling e Wakker(2005), o qual será adotado como o coeficiente  $\lambda$  da função de utilidade ganhos e perdas do modelo apresentado no próximo capítulo.

## Modelo Principal-Multiagente Comportamental

O modelo principal-multiagente representa a situação em que um principal delega uma tarefa a um grupo de agentes. Tal situação ocorre pela possibilidade de beneficiar-se de algum retorno de escala crescente associado à divisão do trabalho, pela falta de tempo ou habilidade do principal, ou pelo custo de oportunidade de desenvolver a tarefa (Laffont (2002)).

A principal característica deste modelo é que cada agente do grupo é averso à perda no sentido discutido no capítulo anterior, o que significa que os agentes não aceitarão contratos que apliquem penalidades ou que possuam a estrutura de uma aposta simétrica. Para os agentes também, perdas assomam como maiores do que ganhos de igual tamanho, limitando, assim, a intenção do principal em elaborar contratos ótimos.

Inicialmente, serão explicitadas as características e propriedades do modelo acima descrito. Em seguida, serão estudados os seguintes casos: (i) o principal é capaz de observar a produção individual de cada agente, embora não sua escolha do grau de esforço executado; (ii) os contratos de grupo, nos quais o principal observa apenas a produção agregada do grupo inteiro  $S$ , e são observadas as situações em que os agentes são homogêneos e heterôgeneos; (iii) discute-se outros tipos de contratos encontrados na literatura e o porquê não foram aqui considerados.

### 4.1 Modelo

O modelo constitui-se de um cenário de múltiplos agentes baseado em Holmstrom (1979, 1982) e Herweg, Muller e Weinschenk (2008). O proprietário de uma firma (o principal) deseja contratar um grupo de  $I$  empregados, onde  $I = 1, \dots, n$  (os agentes), para desenvolver um certo projeto na empresa. Para isto, ele estabelece um contrato de um período para os agentes. Se os agentes aceitarem-no, então cada agente escolhe o esforço  $e \in [0, E] \subset \mathfrak{R}^+$  a ser aplicado nesta tarefa.

O resultado do projeto depende do nível de esforço escolhido pelos agentes, o qual é perfeitamente observável tanto pelo principal como pelos agentes. Isto permite que qualquer contrato seja perfeitamente imposto do ponto de vista legal por qualquer corte de justiça. O esforço dos agentes, porém, é uma informação particular que não é observada pelo principal, não podendo ser considerada contratualmente.

A medida de desempenho<sup>1</sup> é  $s = S(e, \phi)$ , com  $s \in [\underline{s}, \bar{s}] \subset \mathfrak{R}^+$  e  $\phi \in \Phi$  sendo uma variável aleatória representando o estado da natureza. A partir de uma caracterização introduzida por Mirrlees (1976), a variável  $\phi$  é suprimida e  $s$  é observada como uma variável aleatória com

---

<sup>1</sup>A medida de desempenho pode ser interpretada como um resultado monetário ou um *payoff*, não havendo a necessidade da especificação de um preço.

distribuição de probabilidade condicional  $F(s, e)$ , onde  $e$  é o esforço aplicado e a função de densidade condicional  $f(s, e)$ , parametrizada pelo esforço do agente.

**Suposição 1(A1):** Para todos  $e$  e  $s$

- (i) a função de densidade  $f(., .)$  é contínua em  $[\underline{s}, \bar{s}] \times [0, E]$ , com  $f(s, e) > 0$ ;
- (ii)  $f(s, .)$  é duas vezes continuamente diferenciável, com a primeira e segunda derivadas parciais de  $f$  com respeito a  $e$ ,  $f_e$  e  $f_{ee}$ , contínuas e delimitadas em  $[\underline{s}, \bar{s}] \times [0, E]$ ;
- (iii) o valor da função de densidade é informativo sobre o esforço do agente:  $\frac{f(s, e)}{f(s, e')} \neq 1$ , com  $0 < \frac{f(s, e)}{f(s, e')} < \infty$ .

O principal é neutro ao risco com a função de utilidade  $V(\cdot)$  de Von Neumann-Morgenstern, tal que

$$V(s, e) = \int_{\mathfrak{R}} (s - w(s)) f(s, e) ds,$$

onde  $w(s) \in \mathfrak{R} \forall s$  é o salário pago ao agente quando o resultado é  $s$ , sendo que  $w(s) \geq 0^2$ . Além disso,  $V(\cdot)$  aumenta  $\forall e, s$ .

Assume-se que cada agente tem preferências referência-dependentes como explicitado em Köszegi e Rabin (2006). A utilidade total de consumir o bem/lote  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_K) \in \mathfrak{R}^K$ , quando  $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_n) \in \mathfrak{R}^K$  é o nível de referência para cada dimensão de consumo/bem  $k$ .

Ainda com base em Köszegi e Rabin (2006), esta utilidade total de um bem contitui-se de duas componentes  $v(x|r) = m(x) + n(x|r)$ , onde  $m(x)$  é a "utilidade de consumo" como tipicamente usada em economia e  $n(x|r)$  é a "utilidade de ganhos e perdas". A utilidade de consumo  $m_k(x_k)$  é a utilidade intrínseca da dimensão de consumo/bem  $k$ . A sensação de perda ou ganho relativa a qualquer atividade deve-se usualmente a expectativas prévias e a experiências passadas. Por simplicidade, é assumido que:

$$m(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^K m_k(x_k)$$

$$n(\mathbf{x}|\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^K n_k(x_k|r_k).$$

Assim,  $v(x|r)$  pode ser escrito como

$$v(\mathbf{x}|\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^K m_k(x_k) + \sum_{k=1}^K n_k(x_k|r_k).$$

Por outro lado, este modelo assume que  $n_k(x_k|r_k)$  tem uma dimensão de perda nas mudanças da "utilidade de consumo" associada para tais ganhos e perdas, como especificado abaixo.

$$n_k(x_k|r_k) = \mu(m_k(x_k) - m_k(r_k))$$

onde  $\mu(\cdot)^3$  é representada pela diferença entre a utilidade da dimensão de consumo e sua referência de valor dado pela utilidade de ganhos e perdas.

Então,  $v(\mathbf{x}|\mathbf{r})$  é dado por

<sup>2</sup>Um agente averso à perda evitará um contrato que tenha ao menos uma pequena probabilidade de um *payoff* negativo, dada sua aversão a "apostas justas". Na teoria clássica de incentivos, esta hipótese é comumente denominada de *limited liability*.

<sup>3</sup>A função  $\mu(\cdot)$  terá suas propriedades especificadas após a descrição do ponto de referência adotado.

$$v(\mathbf{x}|\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^K m_k(x_k) + \sum_{k=1}^K \mu(m_k(x_k) - m_k(r_k)). \quad (4.1)$$

Neste modelo, a dimensão espacial de consumo dos agentes contém apenas dois componentes, renda  $w(s)$  e esforço  $e$ . A utilidade intrínseca dos agentes referente à renda é estritamente crescente, côncava e ilimitada. Considerando  $m_k(x_k)$ , assume-se que  $m_1(x_1) = u(w(s))$ , com  $u'(\cdot) > 0$ ,  $u''(\cdot) \leq 0$  e  $u(0) = 0$ . A desutilidade do esforço é dada então pela segundo componente  $m_2(x_2) = \psi(e)$ . Esta aumenta com o esforço, tem um custo marginal não-decrescente e se nenhum esforço é aplicado, não há custo ( $\psi' > 0$ ,  $\psi'' \leq 0$  and  $\psi(0) = 0$ ).

Cada dimensão é avaliada de acordo com seu valor de referência. A renda de referência é vista, em Kahneman e Tversky (1979) e Tversky e Kahneman (1992), como o "status quo" antes da escolha do indivíduo, por exemplo o salário mínimo ou o salário-base para uma determinada profissão. Para Köszegi e Rabin (2006), esta referência é determinada pela expectativa de um indivíduo sobre o que este deve receber, ou a expectativa de posse futura de um determinado objeto. Por exemplo, imagine alguém entrando em um shopping-center desejando comprar um determinado objeto. Esta pessoa cria, então, uma expectativa de possuir este bem. No caso deste seu desejo não se realizar, isto provocaria nela uma sensação de perda, apesar de nunca ter tido a posse deste objeto.

Assume-se, assim, que a renda de referência para cada agente é tida como crenças sobre resultados, representada por uma função de distribuição dos possíveis resultados. A probabilidade dos resultados é subjetiva e condicionada por diversas informações disponíveis ao agente, como, por exemplo, a frequência relativa de cada realização passada destes resultados, as condições de mercado, suas aspirações, seus objetivos, e também pelo seu medo/aversão de/a uma sensação de perda<sup>4</sup>. Cada resultado é avaliado ao ser comparado a todos os demais possíveis resultados. Cada comparação é ponderada pela probabilidade de que cada resultado alternativo possa ocorrer *ex-ante*. Como o resultado efetivo é incerto antes de sua realização, a utilidade esperada *ex-ante* do agente é obtida pela média de todas estas comparações.

Logo, a utilidade de um determinado resultado é a média de como este resultado é percebido em comparação com todos os outros possíveis resultados:

$$U(\mathbf{x}|G) = \int v(\mathbf{x}|\mathbf{r})dG(\mathbf{r}) \quad (4.2)$$

com  $\mathbf{x}$  representando o resultado efetivo,  $\mathbf{r}$ , o vetor dos níveis de referência distribuídos de acordo com a função de distribuição  $G^5$ , e  $v(\mathbf{x}|\mathbf{r})$ , a função de utilidade. A escolha de um determinado resultado é dependente da comparação da sua utilidade esperada com os demais, a

<sup>4</sup>Às vezes as pessoas reduzem suas expectativas com o intuito de sentir uma perda menor. É comum encontrar pessoas comentando que "o trabalho dará errado", "lei de Murphy", "a máquina certamente quebrará". Estas são maneiras de aliviar a dor de se lidar com uma perda, caso ela aconteça, por meio de considerá-la como quase certa. A probabilidade subjetiva reduz, assim, a ansiedade e permite a ação, porém esta é uma informação privada do agente, e não observável pelo principal.

<sup>5</sup>A função de distribuição  $G$  não é condicionada por  $x$ . A probabilidade de cada evento  $r$  é subjetiva e determinada pelo agente antes do evento  $x$  realizar-se.

qual depende da ponderação supracitada e da sensação de ganho/perda advinda da comparação com um dado resultado.

Conseqüentemente, o ponto de referência do agente será representado pela distribuição  $G(r)$ , com função de densidade  $g(r) > 0$  para todo  $r$ , com  $r \in [\underline{s}, \bar{s}]$ . Devido à esta definição de ponto de referência, é perceptível que não há um ponto de referência para a desutilidade do esforço. O agente conhece perfeitamente o esforço aplicado e seu custo, não estando assim sujeito a choques externos desconhecidos.

A função de ganhos e perdas  $\mu(\cdot)$ , agora melhor definida pela compreensão do ponto de referência, satisfaz as mesmas propriedades que a "função de valor" de Tversky e Kahneman (1992), como definida em Bowman et al.(1999). Köszegi e Rabin (2006) assumem que

- B0.  $\mu(x)$  é contínua  $\forall x$ , duas vezes diferenciável para  $x \neq 0$ , e  $\mu(0) = 0$ ;
- B1.  $\mu(x)$  é estritamente crescente;
- B2. se  $y > x > 0$ , então  $\mu(y) + \mu(-y) < \mu(x) + \mu(-x)$ ;
- B3.  $\mu''(x) \leq 0$  para  $x > 0$ , e  $\mu''(x) \geq 0$  para  $x < 0$ ;
- B3'. para todo  $x \neq 0$ ,  $\mu''(x) = 0$ ;
- B4.  $\frac{\mu'_-(0)}{\mu'_+(0)} \equiv \lambda > 1$ , onde  $\mu'_-(0) \equiv \lim_{x \rightarrow 0} \mu'(-|x|)$  e  $\mu'_+(0) \equiv \lim_{x \rightarrow 0} \mu'(|x|)$ .

A hipótese B2 descreve o conceito da aversão à perda, onde perdas assomam como maiores do que ganhos de mesmo tamanho. Por outro lado, hipóteses B3 e B3' são relacionadas à propriedade chamada sensibilidade marginal decrescente. Esta propriedade implica que conforme ganhos e perdas aumentem, o agente fica menos sensível aos mesmos, o que pode implicar em um comportamento de procura de perda no domínio das perdas e evitação de ganhos<sup>6</sup> no domínio dos ganhos. B3 considera a sua existência, enquanto B3' a exclui.

De acordo com estas suposições, a função de ganhos e perdas a ser adotada é simples, não apresentando sensibilidade marginal, somente aversão à perda. Logo,  $\mu$  é linear por partes, atende a B0, B1, B2, B3' e B4,

$$\mu_i(x) = x, \quad \text{para } x > 0 \\ \lambda_i x, \quad \text{para } x < 0.$$

e reflete o fato de que perdas emergem maiores do que ganhos pela condição  $\lambda_i > 1$  do grau de aversão à perda<sup>7</sup>, onde  $\lambda$  caracteriza o peso colocado sob perdas relativas aos ganhos e é o

<sup>6</sup>Tradução do conceito *gain avoidance*, que significa uma atitude que implique em se evitar ganhos.

<sup>7</sup>Um  $\lambda \leq 1$  significa que o agente é neutro ao risco em ambos os domínios de ganhos e perdas, e provavelmente, amante do risco para perdas à medida que a função se torna menos inclinada no domínio das perdas, permitindo que grandes ou moderadas perdas sejam cobertas por poucos ou moderados ganhos.

índice de aversão à perda<sup>8</sup> do agente  $i$ , com  $\lambda \in (1, \bar{\lambda}]$ <sup>9</sup>.

Herweg, Müller e Weinschenk (2008) assumem  $\lambda \leq 2$ , como uma condição suficiente para a abordagem de primeira-ordem<sup>10</sup>. Neste modelo, considera-se que  $\lambda$  encontra-se num intervalo mais extenso. Isto se deve aos valores encontrados na literatura sobre o grau de aversão à perda, como observado na tabela Estimativas do Coeficiente de Aversão à Perda. Nesta, pode-se observar que os índices de aversão à perda calculados por diferentes pesquisadores variam de 1.43 a 4.80, englobando, assim, valores maiores do que os adotados por Herweg, Müller e Weinschenk (2008). Com o objetivo de aproximar o modelo um pouco mais da realidade, assumiu-se então  $\bar{\lambda}$  como um valor limite que não seja tão restritivo ao espectro de tipos dos agentes.

Então, com base na equação (4.1), a dimensão de consumo definida constitui-se de dois bens, renda e esforço. A utilidade intrínseca da renda será dada por  $u(w(s))$ , e a utilidade intrínseca do esforço por  $\psi(e)$ . Por outro lado, apenas a renda é avaliada também pela utilidade de ganhos e perdas  $\mu(m_k(x_k) - m_k(r_k))$ , a qual se torna  $\mu(u(w(s)) - u(w_r))$ . A utilidade referência-dependente do agente  $i$  quando o resultado  $s$  ocorre é, assim, definida como

$$U_i = u_i(w(s)) + \mu_i(u_i(w(s)) - u_i(w_r)) - \psi(e) \quad (4.3)$$

Pela escolha da função  $\mu(\cdot)$ , a equação anterior se transforma em

$$U_i = u_i(w(s)) + \int_{\{r|w(s) > w_r\}} g(r)(u_i(w(s)) - u_i(w_r))dr + \lambda_i \int_{\{r|w_r > w(s)\}} g(r)(u_i(w(s) - u_i(w_r))dr - \psi(e) \quad \forall w(s), e$$

Reorganizando a equação acima conforme sugerido por Herweg, Müller e Weinschenk (2008), obtém-se

$$U_i = u_i(w(s)) - (\lambda_i - 1) \int_{\{r|w_r > w(s)\}} g(r)(u(w_r) - u(w(s)))dr - \psi(e) \quad \forall w(s), e \quad (4.4)$$

onde  $w_r$  é o salário do resultado  $r$ , ponderado pela função de densidade de probabilidade  $g(r)$ , baseada na distribuição de probabilidade de referência.

Inicialmente, os agentes são tidos como homogêneos entre si com relação à função de utilidade  $u(\cdot)$  e à desutilidade do esforço  $\psi(e)$ , porém são heterogêneos em relação a função de ganho-perda  $\mu_i$ . Isto se deve ao desejo de se observar mais atentamente qual a implicação gerada pela incorporação da aversão à perda no modelo de principal-agente.

<sup>8</sup>No sentido de Köbberling e Wakker(2005), fato que é melhor abordado no Capítulo anterior, na seção de Aversão à Perda.

<sup>9</sup>Estes limites são definidos para restringir o conjunto a um conjunto viável em relação à solução do problema e pela intuição. Para  $\lambda$  bem perto de 1, implica praticamente neutralidade ao risco. Já  $\lambda \rightarrow \infty$  poderia implicar em uma aversão tão grande a perdas que suplantaria qualquer ação tomada pelo agente. O medo da perda seria grande ao ponto do agente preferir não adotar qualquer ação, pois nenhuma recompensa a pagaria. Assim, o limite superior determinado reflete um alto nível de aversão que ainda permite a tomada de ações.

<sup>10</sup>A Abordagem de Primeira Ordem consiste na substituição da restrição de compatibilidade de incentivos pela condição de primeira ordem da maximização da utilidade esperada. Na seção Contratos Individuais, isto será mais bem especificado, bem como outras hipóteses e condições que validam a abordagem de primeira-ordem adotada na solução do problema.

Num segundo momento, os agentes considerados são heterôgeneos entre si com relação à função de utilidade  $u(\cdot)$  e com relação à função de utilidade ganho-perda  $\mu_i$ , porém a função de desutilidade do esforço  $\psi(e)$  permanece idêntica para cada agente. Assume-se que a função de utilidade  $u_i(\cdot)$  é distinta no grau de aversão ao risco, o que representaria melhor a própria definição assumida da interrelação entre os dois conceitos.

A aversão ao risco e a aversão à perda, no entanto, não implicam numa bidimensionalidade do tipo do agente neste modelo. Assume-se que o tipo do agente será dado por uma variável  $\eta$ , com duas dimensões positivamente correlacionadas. Define-se  $\eta_i = (\sigma_i, \lambda_i)$ , onde  $\sigma_i \in [\underline{\sigma}, \bar{\sigma}]$  representa o grau de aversão ao risco de um agente  $i$  e  $\lambda_i$ , o índice de aversão à perda conforme anteriormente explicitado.

Logo, um agente com o maior grau de aversão ao risco em relação a outro, também implica em ser um agente com um maior grau de aversão à perda em relação ao mesmo outro. Assim, um único grau de aversão ao risco está associado a um único grau de aversão à perda. A hipótese é um pouco restrita e limitante das possíveis interações entre aversão ao risco e aversão à perda. Porém, pela própria discussão do capítulo anterior, ambos parecem se relacionar positivamente e em contextos práticos, em geral, um risco maior para um agente pode estar associado ao receio de uma perda maior.

Para a solução do problema do principal ao definir um contrato, todavia, são ainda necessárias outras suposições para que este problema tenha uma solução viável e para que o esquema de pagamentos  $w(s)$  seja não-decrescente em esforço e monótono. A primeira suposição garante que à medida que o esforço aumenta, a probabilidade de um alto desempenho também deve elevar-se<sup>11</sup>.

**Suposição 2 (MLRC):** Para todo  $e \geq 0$  a função de verossimilhança  $LR(\cdot, \cdot): s \mapsto LR(s, e): = \frac{f_e(s, e)}{f(s, e)}$  é não-decrescente em  $[s, \bar{s}]$ .

Para o caso de  $f_e(s, e) < 0$ , pode-se inferir que a probabilidade de  $s$  ocorrer reduz-se com o aumento do esforço, sendo seguro afirmar que o resultado  $s$  é mais provável de ser obtido com esforços mais baixos. Já para  $f_e(s, e) > 0$ , a mesma lógica se aplica, porém, sendo mais provável de se observar com um esforço mais elevado. Neste sentido, esta relação  $\frac{f_e(s, e)}{f(s, e)}$  mede o quão forte se está inclinado a inferir de  $s$  que o agente não adotou a ação assumida.

A suposição seguinte considera que a Função de Distribuição de Probabilidade é Convexa com relação ao esforço  $e$ . Isto implica que à medida que o esforço se eleva, a probabilidade de  $F(s, e)$  de se observar  $s$  com o aumento do esforço reduz a uma taxa decrescente. Esta condição é conhecida como Condição da Convexidade da Função de Distribuição (CDFC).

**Suposição 3 (CDFC):** Para todo  $s \in [s, \bar{s}]$ , a função  $e \mapsto F(s, e) := \int_s^{\bar{s}} f(s, e) ds$  é convexa em  $\mathfrak{R}^+$ .

A hipótese de CDFC não é facilmente satisfeita por especificações naturais de  $s = S(e, \phi)$ . Todavia tem uma interpretação econômica. Considerando  $F(s, \alpha e_1 + (1 - \alpha)e_2) \leq \alpha F(s, e_1) + (1 - \alpha)F(s, e_2)$ , a distribuição da esquerda domina a distribuição da direita no sentido de dominância estocástica de primeira ordem<sup>12</sup>. Assim, a CDFC corresponde a uma forma particular

<sup>11</sup>A não ser que esteja-se lidando com um agente trapalhão.

<sup>12</sup>A dominância estocástica de primeira ordem pode ser definida como: (i) a distribuição  $F$  domina estocasticamente em primeira ordem a distribuição  $G$  se, para toda função  $u: \mathfrak{R} \Rightarrow \mathfrak{R}$  não-decrescente tem-se  $\int u(x)dF(x) \geq \int u(x)dG(x)$ ; ou (ii) a distribuição  $F$  domina estocasticamente em primeira ordem a distribuição  $G$

de retornos de escala estocasticamente decrescentes.(Holmstrom (1982))

A partir da estrutura de modelo apresentada nesta seção, o problema do principal é estudado e solucionado nas seções que seguem.

## 4.2 Contratos Individuais

Para começar, considera-se que o agente principal é capaz de estabelecer um contrato individual para cada um dos  $I$  agentes, pois observa perfeitamente a produção individual de cada agente. Ele observa o tipo  $\eta_i$  do agente, mas não pode observar sua escolha de esforço.

O agente principal deseja estabelecer um contrato que, embora ele não possa contratar sobre  $e$  devido à inobservância do mesmo, induz o agente a aplicar o maior esforço possível. Em virtude de um maior esforço implicar em uma maior produção individual, esta torna-se uma estatística suficiente para  $e$ .

O problema do principal é

$$\max_{w(s), e} EV = \int_{\underline{S}}^{\bar{S}} [s - w(s)] f(s, e) ds$$

sujeito à Restrição de Participação do agente<sup>13</sup>

$$EU = \int_{\underline{S}}^{\bar{S}} [u_i(w(s)) + \mu_i(u_i(w(s)) - u_i(w_r))] f(s, e) ds - \psi(e) \geq u_i^r$$

e à Restrição de Compatibilidade de Incentivos

$$e \in \operatorname{argmax} \int_{\underline{S}}^{\bar{S}} [u_i(w(s)) + \mu_i(u_i(w(s)) - u_i(w_r))] f(s, e) ds - \psi(e)$$

onde  $u_i^r$  é a utilidade reserva do agente  $i$ .

Nesta primeira parte, considera-se que os agentes possuem o mesmo grau de aversão ao risco  $\sigma$  e diferenciam-se quanto ao seu tipo  $\eta_i$  em relação ao grau de aversão à perda<sup>14</sup>. Substituindo a função  $\mu$  de ganhos e perdas do agente, o problema do principal torna-se

$$\max_{w(s), e} \int_{\underline{S}}^{\bar{S}} [s - w(s)] f(s, e) ds$$

sujeito a

$$\int_{\underline{S}}^{\bar{S}} [u(w(s)) + \int_{\{r|w(s) > w_r\}} g(r)(u(w(s)) - u(w_r)) dr + \lambda_i \int_{\{r|w_r > w(s)\}} g(r)(u(w(s)) - u(w_r)) dr] f(s, e) ds - \psi(e) \geq u_i^r$$

e

se, e somente se,  $F(x) \leq G(x)$ , para todo  $x \in \mathfrak{R}$ .

<sup>13</sup>Também designada como a restrição de racionalidade do agente.

<sup>14</sup>Assim, durante esta primeira parte da seção, o tipo do agente mencionado se refere apenas ao grau de aversão à perda  $\lambda_i$  e será referido apenas como o agente do tipo  $\lambda$ . A função  $u(\cdot)$ , por esta razão, será considerada o subscrito  $i$ , pois é idêntica entre os agentes.

$$e \in \operatorname{argmax} \int_{\underline{s}}^{\bar{s}} [u(w(s)) + \int_{\{r|w(s) > w_r\}} g(r)(u(w(s)) - u(w_r))dr + \lambda_i \int_{\{r|w_r > w(s)\}} g(r)(u(w(s)) - u(w_r))dr] f(s, e) ds - \psi(e)$$

A restrição de compatibilidade de incentivos indica que o nível de esforço escolhido pelo agente maximiza sua utilidade esperada. Na literatura especializada, é comum substituí-la pela condição de primeira ordem da maximização de sua utilidade esperada, abordagem denominada de Primeira Ordem. De acordo com Rogerson(1985), este problema é nomeado de problema relaxado, devido ao relaxamento desta restrição. A solução deste, porém, pode não ser a solução para o problema não-relaxado (o problema original), pois a escolha maximizadora do problema relaxado pode representar um ponto estacionário, e não um máximo. Para um máximo, a utilidade esperada do agente tem de ser côncava em relação a  $e$  no intervalo relevante.

Primeiramente, é necessário provar que a MLRC assegura a monotonicidade das soluções. Ou, que a ocorrência de um resultado maior implicaria em um maior pagamento ao agente.

**Proposição 1:** *Supondo-se  $u(\cdot)$  côncava e crescente, A1, MLCR, o problema duplamente-relaxado tem uma solução  $w^*(s)$  não-decrescente em  $[\underline{s}, \bar{s}]$ .*

**Prova:** Apêndice.

Dado a validade da proposição 1, a Abordagem de Primeira Ordem será válida se CDFC mantém-se.

**Proposição 2:** *Se  $w(s)$  é não-decrescente e CDFC mantém-se, a abordagem de primeira-ordem é válida.*

**Prova:** Apêndice.

As suposições usuais de MLRC e CDFC, as quais garantem que a função de pagamento é não-decrescente, e, por conseguinte, que a abordagem de primeira ordem é válida, são consideradas restritivas, embora extremamente usadas na literatura. Existe também uma outra abordagem introduzida por Grossman e Hart (1983), cuja caracterização é menos restritiva. Nesta o principal minimiza o custo esperado, apesar das suposições de MLRC e CDFC ainda serem consideradas na análise. Uma das principais razões para serem tidas como restritivas deve-se ao número reduzido de funções de distribuição clássicas que as satisfaziam. Todavia, LiCalzi e Spaeter (2003) fornecem exemplos de diversas funções que satisfazem tanto MLRC como CDFC.

Aplicando a abordagem de primeira ordem, a restrição (IC) é substituída pela condição de primeira ordem do problema do agente  $i$ . Reorganizando ambas as restrições (como sugerido por Herweg, Müller e Weinschenk (2008)), o problema duplamente-relaxado<sup>15</sup> do principal seria

$$\max_{w(s), e} \int_{\underline{s}}^{\bar{s}} [s - w(s)] f(s, e) ds \quad (4.5)$$

sujeito a

$$\int_{\underline{s}}^{\bar{s}} [u(w(s)) - (\lambda_i - 1) \int_{\{r|w_r > w(s)\}} g(r)(u(w_r) - u(w(s)))] f(s|e) ds - \psi(e) \geq u_i^r \quad (4.6)$$

<sup>15</sup>O problema duplamente-relaxado, segundo Rogerson (1985), aplica a condição de que a abordagem de primeira ordem pode ou não ser uma restrição ativa no ótimo, possibilitando-se testar para soluções de fronteira.

e

$$\int_{\underline{s}}^{\bar{s}} [u(w(s)) - (\lambda_i - 1) \int_{\{r|w_r > w(s)\}} g(r)(u(w_r) - u(w(s)))] f_e(s|e) ds - \psi'(e) \geq 0 \quad (4.7)$$

Para se estabelecer a existência de solução para o problema *segundo-melhor*<sup>16</sup>, necessita-se ainda da seguinte suposição.

**Suposição 4(A2):** O conjunto  $A = (w(s), e) : e \geq 0$ ,  $(w, e)$  satisfaz às equações (1.8) e (1.9), não é vazio e existe  $(w, e) \in A$  tal que  $V(w, e) > -\infty$ .

Assim, a existência de uma solução para o problema é assegurada por:

**Lema 1:** Dado  $u(\cdot)$  côncava e crescente, A1, A2, MLCR e CDFC, existe uma solução *segundo-melhor* para o problema duplamente-relaxado.

**Prova:** Apêndice

Então, as condições de primeira-ordem de Kuhn-Tucker<sup>17</sup>, para uma solução interior, adotando  $\theta$  e  $\delta$  como os respectivos multiplicadores de (PC) e (IC), são

$$\begin{aligned} \frac{\partial EV}{\partial e} + \theta \frac{\partial EU}{\partial e} + \delta \frac{\partial^2 EU}{\partial e^2} &= 0 \\ \text{o que é} \\ -f(s|e) + \theta \lambda_i (u'(w(s)) f(s, e)) + \lambda_i \delta (u'(w(s)) f_e(s, e)) &= 0 \quad \forall s \in [\underline{s}, \bar{s}] \\ \text{ou} \\ \frac{1}{u'(w(s))} &= \lambda_i \left[ \theta + \delta \left( \frac{f_e(s, e)}{f(s, e)} \right) \right] \\ \text{e} \\ EU - u_r &\geq 0 & \theta &\geq 0 & \theta [EU - u_r] &= 0 \\ \frac{\partial EU}{\partial e} &\geq 0 & \delta &\geq 0 & \delta \frac{\partial EU}{\partial e} &= 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

as quais caracterizam o *segundo-melhor* contrato a ser aplicado quando ambas as restrições estão ativas. Então,

**Lema 2:** Em qualquer solução do problema acima, ambos  $\theta > 0$  e  $\delta > 0$ , ou, ambas as restrições são ativas no *segundo-melhor* para ambos os casos.

**Prova:** Apêndice.

Assim, ambas as restrições ativas implicam que a função de pagamentos será um esquema de bônus. Para resultados que têm  $f_e(s|e) \leq 0$ , o principal preferirá estabelecer um salário fixo  $k_i$ , reduzindo o risco suportado pelo agente ao assegurar sua utilidade reserva, levando-o a aceitar o contrato. Enquanto, para resultados que são informativos de esforço, o principal fornece ao agente um bônus  $b_i$ , que induz o agente a aplicar um esforço maior que o mínimo. O esquema, contudo, não é o mesmo para cada agente, uma vez que isso depende do índice de aversão à perda individual  $\lambda_i$ , na determinação dos salário fixado e bônus ótimos.

**Corolário 1:** O esquema de bônus oferecido ao agente  $\lambda_i$  é

<sup>16</sup>O conceito de um equilíbrio de *segundo melhor*, ou em inglês, *second best*, refere-se a existência de alguma assimetria de informação que impede de se chegar ao equilíbrio de *primeiro-melhor*. Este conceito implica no alcance da situação econômica mais desejável, não havendo desperdício de recursos ou assimetria de informação.

<sup>17</sup>As condições de segunda ordem de Kuhn-Tucker são válidas pelo teorema da suficiência. A função objetiva é côncava por ser uma função linear, e as restrições são côncavas, como pode ser visto pelo sinal desigualdade.

$$w(s)_i = \begin{cases} k_i & \text{para } s \leq \bar{s} \\ k_i + b_i & \text{para } s > \bar{s} \end{cases}$$

onde  $\bar{s}$  é o resultado que determina se o agente receberá o bônus ou não, e sua ocorrência reflete que o agente dispendeu esforço.

No caso de informação perfeita, o principal é capaz de observar perfeitamente a escolha do esforço pelo agente, fornecendo a ele apenas sua utilidade reserva  $u_r$ , significando que somente a restrição de participação é considerada. Por este ser um caso particular do problema de informação imperfeita, todas as suposições acima aplicam-se e são satisfeitas.

Primeiro, o *benchmark* de solução do problema para a aversão ao risco clássica é

$$\frac{1}{u'(w(s))} = \theta \quad (4.9)$$

a qual é menos custosa para o principal do que o contrato de *primeiro-melhor* para um agente averso à perda sob informação perfeita,

$$\frac{1}{u'(w(s))} = \lambda_i \theta \quad (4.10)$$

lembrando que  $\lambda_i > 1$ .

Devido à aversão à perda do agente, o principal tem de fornecer incentivos de maior potência de forma que o agente exerça esforço, no caso de o agente sentir mais perdas que ganhos de igual valor. O principal, assim, compensa parte da redução da utilidade pela avaliação dos resultados de ganhos ou perdas da função ganho-perda. Para este agente, o principal deve reduzir ainda mais o risco suportado pelo agente comparado a um clássico agente averso ao risco. E quanto mais averso à perda um agente for, o principal deve aplicar incentivos mais potentes. Até no caso da informação perfeita, o pagamento maior está relacionado ao sentimento de perda que pode haver na avaliação dos prospectos perdidos na função ganho-perda.

Então, um dos principais resultados do modelo é:

**Corolário 2:** *Para um problema de risco moral com um agente averso à perda, o principal aplica incentivos de maior potência do que aqueles fornecidos no modelo clássico de risco moral e aversão ao risco.*

Os *segundo-melhores* contratos, entretanto, envolvem uma renda fornecida para o agente pelo principal, devido à informação assimétrica inerente à escolha da ação. Como o principal não observa a ação escolhida pelo agente, aquele deve prover mais incentivos para que o agente aplique um esforço maior.

A renda de informação<sup>18</sup> cedida a um agente  $\lambda_i$  averso à perda para induzi-lo a aplicar um grande esforço é a diferença entre a remuneração de pouco esforço e a remuneração que induz um grande esforço, segundo

$$Renda = \lambda_i \delta \left( \frac{f_e(s, e)}{f(s, e)} \right) \quad (4.11)$$

<sup>18</sup>Tradução do conceito econômico *informational rent*.

a qual é altamente dependente de quão informativa da escolha da ação a variável de desempenho é.

Infelizmente em contextos reais, o principal é incapaz de selecionar perfeitamente os agentes, evitando lidar com agentes mais aversos e contratando somente os menos aversos. Primeiramente, existe um número determinado de agentes pouco aversos no mercado, e não é fácil ter apenas agentes deste tipo, ou quase neutros ao risco. Segundo, existe uma competição entre as empresas para conseguir contratar os menos aversos, por demandarem menores salários. Esta competição, porém, desencadeia um aumento de salários para este tipo de agente no mercado, tornando não lucrativas, em alguns casos, estas contratações. Resta, assim, tentar contratar por remunerações menores os agentes menos aversos no mercado que estiverem dispostos a aceitá-las.

Assim, o que é observado na prática, é que dentro de uma empresa existe um leque de diferentes agentes em termos de lidar com o risco. A empresa tenta, então, trabalhar com empregados que produzam satisfatoriamente a maior parte do tempo. Contudo, poderíamos nos perguntar se o principal ofereceria um contrato para cada agente tipo  $\lambda_i$ , porque quanto mais averso à perda um agente é, maior é sua exigência em relação à remuneração, mesmo para ações de menor esforço.

A proposição abaixo estabelece que o principal contrataria qualquer tipo de agente tipo  $\lambda_i$ , a não ser que o lucro esperado líquido fosse negativo para algum tipo particular de agente. Todos os tipos de agentes que proporcionem um resultado não-negativo seriam contratados. Embora, o principal prefira os tipos menos aversos, já que os mesmos proporcionam um maior resultado esperado.

**Proposição 3:** *Como  $\lambda$  é observável, para um agente  $i$  with  $\lambda_i \geq \tilde{\lambda}$ , nenhum contrato será oferecido.*

**Prova:** Apêndice.

Como para um agente averso à perda, e quanto mais averso este for, o desempenho de uma tarefa sempre implica no dispêndio de esforço, sem absoluta certeza de ser recompensado adequadamente por este. Para o agente há um risco inerente na atividade, deste desempenhar a tarefa de forma excelente, pois, independente do esforço aplicado ser elevado, este pode obter um baixo nível de performance. Um exemplo seria o de um trabalhador da lavoura em uma grande empresa agrícola ter desempenhado o maior esforço possível na preparação da terra e no cultivo da colheita e o resultado da safra ser fraco devido à uma variação na pluviosidade da região, a qual seja de um valor difícil de ser medido ou observado pelo dono da fazenda.

Um ponto que vale a pena ressaltar com relação a estes resultados, é o fato do principal estar contratando agentes com base no seu índice de aversão à perda e para tal definindo contratos que o levem em conta. Ao se pensar na prática, talvez não se encontrasse uma relação unívoca. Um exemplo, porém, foi sugerido com relação a isto e que se enquadra perfeitamente aos resultados encontrados.

Considerando-se o caso de promoções para cargos mais elevados da hierarquia ou de gerência em repartições privadas e públicas<sup>19</sup>, observa que nem todos os agentes esforçam-se o

<sup>19</sup>No caso, quando se exclui da análise o desejo de status, ou quando este desejo esteja presente em todos os agentes, mas nem sempre seu valor absoluto seja suficiente para suplantar os custos associados à busca pelo status.

suficiente para obtê-los ou almejam elevar-se hierarquicamente. Os funcionários que em geral assumem estes cargos poderiam ser considerados como agentes menos aversos à perda que os demais, pois em sua maioria o diferencial de salário destes postos não comporta o maior risco enfrentado pelo agente, tanto em relação à responsabilidade mais elevada quanto na carga crescente de problemas a serem continuamente resolvidos.

#### 4.2.1 Agentes com Aversão ao Risco: Caso Heterogêneo

Na análise anterior, o tipo do agente caracterizou-se apenas por seu índice de aversão à perda com o objetivo de se compreender seu comportamento isolado da aversão ao risco no desenho de contratos individuais, ao considerar a mesma idêntica para todos os agentes. Nesta seção aborda-se o caso em que o tipo do agente é definido pela aversão ao risco e pela aversão à perda.

Logo, considera-se que a aversão ao risco será diferente entre os agentes, tal qual a aversão à perda. No entanto, a aversão ao risco de cada agente é correlacionada univocamente com o grau de aversão à perda, assim, um grau específico de aversão ao risco estaria associado a um específico grau de aversão à perda.

Continuando no estudo dos contratos individuais, o problema do principal não muda consideravelmente em sua estrutura, este ao ser capaz de observar o tipo do agente<sup>20</sup>, observa tanto sua aversão ao risco quanto à sua aversão à perda. Partindo-se do problema duplamente-relaxado do principal da seção anterior, considera-se apenas que a função utilidade poderá ter diferentes graus de aversão ao risco e à perda entre os agentes.

A função utilidade anteriormente descrita apenas por  $u(\cdot)$  para todo agente  $i$ , agora torna-se  $u_i(\cdot)$ . Ou seja, a referência do tipo do agente  $i$  em relação à sua aversão ao risco é dada pela sua função de utilidade ser individualizada. Isto não implica necessariamente que o comportamento da função será extremamente diferente, apenas que entre os agentes, a função especificará graus distintos de aversão ao risco e, conseqüentemente, aversão à perda.

Como as condições necessárias e suficientes que asseguram a existência de um equilíbrio para o problema formulado previamente, mantêm-se também para este caso, a solução encontrada pela otimização é bastante semelhante entre os casos, podendo ser sintetizada por

$$\frac{1}{u'_i(w(s))} = \lambda_i \left[ \theta + \delta \left( \frac{f_e(s, e)}{f(s, e)} \right) \right] \quad (4.12)$$

Assim, aqui o foco torna-se observar a sensibilidade do contrato ótimo à introdução do grau de aversão ao risco. Semelhantemente ao modelo anterior, a equação (4.12) define, pela performance  $s$  observada, a inclinação da curva de utilidade no valor do salário que este recebe por  $s$ , dado quão informativa de esforço esta é.

Para o mesmo grau de aversão à perda, isto significaria que para um agente com o menor grau de aversão ao risco receberia um menor salário, enquanto que um agente com um maior grau de aversão ao risco, receberia pela mesma performance  $s$ , um maior salário. Assim, para um agente averso ao risco e averso à perda, o principal tem de fornecer incentivos mais potentes

<sup>20</sup>Nesta seção,  $\eta_i$  refere-se ao tipo do agente  $i$ .

à medida que lida com um agente cada vez mais averso ao risco, assumindo a aversão à perda constante.

Isto pode ser melhor observado no exemplo a seguir de um agente com uma função de utilidade CARA<sup>21</sup> para o problema considerado. A função adotada será  $u_i(w(s)) = -\exp(-\sigma_i w(s))$ , onde  $\sigma_i$  é o coeficiente absoluto de aversão ao risco do agente  $i$ . Definindo o problema duplamente-relaxado do principal como:

$$\begin{aligned} & \max_{w(s), e} \int_{\underline{s}}^{\bar{s}} [s - w(s)] f(s, e) ds \\ & \text{sujeito a} \\ & \int_{\underline{s}}^{\bar{s}} [-\exp(-\sigma_i w(s)) - (\lambda_i - 1) \int_{\{r|w_r > w(s)\}} g(r) (-\exp(-\sigma_i w_r) + \exp(-\sigma_i w(s))) dr] f(s|e) ds - \\ & \psi(e) \geq u_i^r \\ & \text{e} \\ & \int_{\underline{s}}^{\bar{s}} [-\exp(-\sigma_i w(s)) - (\lambda_i - 1) \int_{\{r|w_r > w(s)\}} g(r) (-\exp(-\sigma_i w_r) + \exp(-\sigma_i w(s))) dr] f_e(s|e) ds - \\ & \psi'(e) \geq 0 \end{aligned}$$

do qual, por atender as condições necessárias e suficientes para um ótimo, tem-se que

$$\frac{1}{u_i'(w(s))} = \frac{1}{\sigma_i \exp(-\sigma_i w(s))} = \lambda_i \left[ \theta + \delta \left( \frac{f_e(s, e)}{f(s, e)} \right) \right] \quad (4.13)$$

Observa-se, então, que à medida que o coeficiente de aversão ao risco  $\sigma_i$  eleva-se, a angulação da função de utilidade em cada ponto modifica-se, sendo necessário um salário cada vez mais elevado para induzir o agente a dispender um esforço elevado. O principal reduz o risco suportado pelo agente, este tanto relacionado à aversão à perda quanto à aversão ao risco, a qual, comparada ao modelo anterior, pode assumir valores mais elevados para um dado agente em concomitância com sua aversão à perda. Isto implica que o principal tem de elaborar contratos com incentivos mais potentes. Pela estrutura do contrato ótimo do modelo, similarmente à seção anterior, este contrato se caracteriza por um contrato de bônus, como discriminado a seguir.

**Corolário 3:** *O esquema de bônus oferecido ao agente  $\eta_i$  é*

$$w(s)_i = \begin{cases} K_i & \text{para } s \leq \bar{s} \\ K_i + B_i & \text{para } s > \bar{s} \end{cases}$$

onde  $\bar{s}$  é o resultado que determina se o agente receberá o bônus ou não, e sua ocorrência é informativa do esforço dispendido. Adicionalmente, em relação ao Corolário 1,  $K_i > k_i$  e  $B_i > b_i$ .

A próxima seção aborda a relação da função desutilidade do esforço com os resultados obtidos do modelo, e possíveis problemas de especificação e novas sugestões de análise e abordagem.

<sup>21</sup>O termo significa *Constant Absolut Risk Aversion* e refere-se a uma classe de funções utilidade que apresentam aversão ao risco absoluta constante.

### 4.2.2 A função desutilidade de esforço $\psi(\cdot)$

À definição do modelo considerou-se que a função de desutilidade do esforço  $\psi(\cdot)$  seria apenas definida pelo esforço e idêntica a todos os agentes independentemente de seu tipo. O objetivo disto era focalizar inicialmente apenas na questão da aversão à perda na determinação de contratos, desconsiderando, assim, que qualquer outro elemento que não o índice de aversão à perda interferisse neste processo, e, posteriormente, no grau de aversão à perda e de aversão ao risco. Logo, os agentes seriam igualmente produtivos, porém teriam níveis de aversão distintos.

Tal fato pode parecer um pouco contraproducente ao se avaliar os resultados desta seção. O principal estaria provendo mais renda e mais incentivos para agentes aversos à perda e aversos ao risco, mas estaria incentivando o mesmo nível de esforço em todos os agentes e obtendo uma produção também similar. A pergunta que surge é: por que o principal contrataria agentes com este perfil quando poderia se restringir a agentes neutros ao risco ou fracamente aversos à perda?

Parte da explicação se deve à diversidade da população de agentes, que haveria uma restrição de um número máximo de agentes de cada tipo a cada período de tempo, e à impossibilidade do principal de arbitrar o mercado e só contratar agentes deste tipo - observação marcada anteriormente. Restringindo-se ao corrente mercado de trabalho, isso não se encontra; na verdade, as empresas definem salários idênticos para o desempenho da mesma função. Cada agente se candidataria a uma vaga, neste caso, apenas se este compensasse sua utilidade reserva, o que para agentes fortemente aversos à perda, seria um evento raro.

Outro ponto que vale a pena mencionar novamente é o fato do principal estar contratando agentes com base no seu índice de aversão à perda e na sua aversão ao risco. Partindo do exemplo sugerido com relação ao caso de promoções, para o caso de se manter a função desutilidade do esforço apenas dependente do esforço, não há mudança nos resultados, e continua a se enquadrar aos mesmos. Logo, apesar da desutilidade do esforço ser similar entre os funcionários, a chave da questão está relacionada ao fato de que para cada um, o diferencial de salário de postos mais elevados não comporta o risco enfrentado pelo agente.

Jullien, Salanié e Salanié (2007) afirmam que apenas com a formulação do esforço como um custo monetário é que se pode perceber os efeitos da variação da aversão ao risco no esforço, mas que é importante assegurar que todos os tipos de agentes (tipo definido pelo grau de aversão ao risco) tenham acesso à mesma tecnologia. Ou de outra forma, que a taxa marginal de substituição entre esforço e renda não deve depender na aversão ao risco do agente.

Apesar disto, optou-se pela introdução do esforço na função de utilidade não como um custo monetário, mas uma desutilidade, devido ao foco do problema e à escolha da função utilidade de referência-dependente. Por esta função utilidade ter como principal característica a presença da aversão à perda e do ponto de referência como a distribuição de probabilidade, torna-se difícil avaliar o esforço como custo monetário e inserindo-o na função utilidade do agente, para ressaltar os efeitos da aversão à perda no esforço. Todavia, no próprio artigo para o caso apenas de risco moral, Jullien, Salanié e Salanié (2007) afirmam que não há como determinar sem outras variáveis, se os incentivos devem ser mais potentes para um agente pouco ou muito averso ao risco.

### 4.3 Contrato de Time: Inobservância de $s_i$

Um contrato de time é caracterizado por ser oferecido a um grupo de agentes, e determinado com relação à produção agregada  $S$  do time, pois o principal não consegue observar a produção individual de cada agente no time. De acordo com Holmstrom (1982), "...time significa informalmente um grupo de indivíduos que são organizados de forma a seus insumos produtivos serem relacionados".

Neste tipo de cenário, o problema do carona é usualmente encontrado, pois se trata de um bem público, a produção agregada, em que todos devem contribuir, mas não como fiscalizar se a contribuição foi feita e o valor da mesma. Como a produção conjunta é o único indicador observável de esforço, não há como perceber qual o agente que "pegou carona", e muito menos como saber se foi apenas um ou um número maior de agentes.

O incentivo de um agente para "pegar carona" caracteriza-se pela possibilidade de desviar um pouco do acordo ótimo, e obter um nível de utilidade mais elevado, por despendendo um menor esforço e ainda receber o mesmo valor ou um valor muito próximo a este. Segundo Holmstrom (1982), "monitoramento não é necessário para prevenir que os agentes do time esquivem-se do acordo", devendo para isto, o contrato ser elaborado de forma a punir a transgressão ao punir todos os agentes. Este fato cria um incentivo para os próprios agentes resolverem o problema.

O contrato de time considerado compreenderá duas análises separadas nas quais possuem todos os agentes mesmo grau de aversão ao risco  $\sigma^{22}$ , quais sejam: (i) o caso dos agentes serem homogêneos em relação a  $\lambda$ , o que implica que seriam complementamente homogêneos; (ii) o caso dos agentes serem heterogêneos em relação a  $\lambda$ , significando que estes teriam diferentes graus de aversão à perda. Isto significa um custo mais elevado para o principal induzir um nível eficiente de esforço e reduzir a probabilidade de ocorrência do problema do carona.

#### 4.3.1 Agentes Homogêneos

A homogeneidade dos agentes facilita a elaboração dos contratos pelo principal, pois um único contrato atende às restrições de todos os agentes, sendo menos restritivo do que no caso de agentes heterogêneos que será considerado a seguir. Visando apresentar uma análise mais rica e minuciosa do problema, o mesmo será decomposto em três cenários que dependem da completude e da perfeição da informação.

Inicia-se pelo caso da informação ser perfeita e completa. Este é o caso em que o principal tem informação tanto sobre o tipo do agente ( $\lambda$ ) quanto da escolha de ação(o esforço). O mesmo é similar a um contrato individual para cada agente, pois apesar do principal não observar a produção individual  $s_i$ , este observa  $\lambda_i \forall i \in I$ , onde  $\lambda_i = \lambda_j$  para todo  $i \neq j$ .

Do ponto de vista de uma perspectiva conjunta, a homogeneidade dos agentes permite ao principal elaborar um único contrato para cada agente no nível de esforço aplicado. Tal assertiva implica num único contrato para todos os agentes, e provê apenas a utilidade reserva do agente. Este seria um contrato de *primeiro-melhor* mesmo com a inobservância da performance

<sup>22</sup>Assim, a aversão ao risco não será considerada nos modelos desta seção, similarmente ao primeiro modelo de contratos individuais. Isto se deve aos próprios resultados do modelo que introduz a variabilidade da aversão ao risco. Esta implica num novo escalonamento dos contratos, com o agente requerendo um pagamento mais elevado à medida que se torna mais averso ao risco e à perda, ou mais averso a cada elemento individualmente.

individual. O contrato é constituído apenas de um pagamento fixo  $T_i$  que é igual a utilidade reserva do agente, sendo independente da performance  $S$  e dependente do grau de aversão à perda  $\lambda_i$  dos agentes.

Para o caso de informação completa e imperfeita, no qual o principal não observa o nível de esforço dos agentes, mas apenas seu tipo, retorna-se ao problema de risco moral. Assim, o principal projeta um contrato de penalidade para os agentes, o qual é contingente no nível de produção agregada  $S$ , único sinal do nível de esforço. Conforme a proposição a seguir, a estrutura deste contrato seria um esquema de bônus, onde para o caso de uma produção agregada inferior ao nível eficiente seria apenas um pagamento fixo de valor igual à utilidade reserva de cada agente, e para um nível maior ou igual à produção eficiente, o agente receberia o pagamento fixo mais um bônus.

**Proposição 4:** *Para o caso em que um principal contrata um time de  $n$  agentes homogêneos, do qual observa apenas a produção agregada  $S$  e o tipo dos agentes  $\lambda_i$ . O esquema de bônus enfrentado por cada agente é dado por::*

$$w(S) = \begin{cases} k_i & \text{para } S < S^*, \\ k_i + b_i & \text{para } S \geq S^* \end{cases}$$

onde  $k_i$  e  $b_i$  são determinados pelo esquema de bônus do Corolário 1, e  $\lambda_i < \tilde{\lambda}_i$ , segundo Proposição 3.

**Prova:** Apêndice.

Neste caso, o principal na busca pela obtenção de melhores lucros poderia apenas oferecer ao agente a utilidade reserva no caso da produção agregada ser eficiente, e 0 no caso desta não ser atingida. Porém, este tipo de acordo deposita no agente um risco elevado, pois devido à performance também ser afetada por um variável aleatória, apesar da baixa probabilidade, pode ocorrer de todos os agentes efetuarem um alto esforço e a produção ser inferior a  $S^*$ , mesmo que por uma margem pequena.

Assim, o tipo de contrato elaborado induz um alto esforço, ao tempo em que o principal divide com os agentes o risco associado, permitindo aos mesmos aceitarem o contrato no caso da aversão à perda, pois este não implicaria em "perda", ou seja, em um pagamento negativo. Para isto, o principal provê uma renda ao agente devido à assimetria de informação e à aversão à perda.

### 4.3.2 Agentes Heterogêneos

Para o principal, lidar com agentes heterogêneos requer a elaboração de um contrato que atenda às restrições de todos os agentes de tipos diferentes ao mesmo tempo, pois este não pode contratar no nível de produção individual e oferecer um contrato com o pagamento mínimo necessário para cada agente. Então, como o contrato é no nível de produção agregada, este terá de prover um pagamento mais elevado para cada nível de produção, que faça com que os agentes ao aceitarem o contrato dispendam um nível de esforço elevado.

Como no caso anterior, a análise será dividida de acordo com a completude e perfeição da informação que o principal dispõe. Considerando em primeiro lugar o caso da informação completa e perfeita, tem-se novamente um principal contratando cada agente individualmente

no nível de esforço dispendido, o qual é perfeitamente observável pelo mesmo. Os contratos elaborados são diferentes para cada tipo de agente, similarmente ao esquema de bônus dos contratos individuais. Porém, agora os mesmos serão constituídos apenas de um pagamento fixo  $T_i$  igual a utilidade reserva de cada agente  $i$ , que independente da performance  $S$  e dependente pelo grau de aversão à perda  $\lambda_i \forall i \in I$ , onde  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , para pelo menos algum  $i \neq j$ .

Assim, o principal contratará cada agente em relação ao seu nível particular de esforço e pagará apenas a utilidade reserva de cada agente individual. Porém, diferentemente do caso de agentes homogêneos, o principal tem um custo mais elevado, devido ao fato de que quanto mais averso à perda for um agente, este requer um pagamento mais elevado para suplantar o risco da atividade. O pagamento fixo  $T_i$  será maior para os agentes com grau de aversão maior à perda.

Partindo para o caso da informação completa e imperfeita, tem-se mais uma vez um principal que observa apenas o tipo dos agentes e sua produção agregada  $S$ . Este contrato é mais restritivo quando comparado com o caso análogo dos agentes homogêneos, pois nem todos os agentes podem receber sua utilidade reserva para qualquer resultado  $S$ . A penalidade neste caso torna-se mais elevada no caso do nível de produção agregada não atingir um patamar eficiente ou maior que este.

O contrato é, similarmente ao caso para agentes homogêneos, um esquema de bônus, com um pagamento fixo  $k$  igual a utilidade reserva do agente com o menor grau de aversão à perda, para o caso de uma produção agregada inferior a  $S^*$  e com este pagamento fixo mais um bônus  $B$  para uma produção agregada eficiente. O valor  $k + B$  representa o pagamento fixo mais o bônus do agente  $i$  com o maior grau de aversão à perda do grupo, de acordo com o esquema de bônus para os contratos individuais do Corolário 1.

A seguinte Proposição explicita melhor este contrato:

**Proposição 5:** *Para o caso em que um principal contrata um time de  $n$  agentes heterogêneos, do qual observa apenas a produção agregada  $S$  e o tipo dos agentes  $\lambda_i$ , o desenho do contrato ótimo é dada por:*

$$w(S) = \begin{cases} k & \text{para } S < S^*, \\ k + B & \text{para } S \geq S^* \end{cases}$$

onde  $k$  e  $B$  são determinados pelo esquema de bônus do Corolário 1, de forma que  $k$  é o pagamento fixo do agente com menor grau de aversão à perda e  $k + B$  é o pagamento fixo mais o bônus para o agente com o maior grau de aversão à perda, e  $\lambda < \tilde{\lambda}$ , de acordo com a Proposição 3.

**Prova:** Apêndice.

Logo, no caso da produção agregada ser menor que o nível eficiente, o contrato paga ao menos a utilidade reserva do agente com o menor grau de aversão à perda. Garantindo, desta maneira, a qualquer agente o recebimento de um valor positivo, devido à incerteza inerente ao resultado e a aversão à perda. Porém, este é pequeno o suficiente para desestimular qualquer agente de aplicar pouco esforço, e receber um valor maior que sua utilidade reserva. Para induzir um nível eficiente, o principal paga ao agente o valor fixo mais um bônus, ambos com base no esquema de bônus para o agente com o maior grau de aversão à perda. Isto implica

uma renda positiva para todos os agentes, sendo esta proporcionalmente maior para os agentes com os menores os graus de aversão à perda.

O principal tem um custo mais elevado com este contrato do que com os anteriores. Isto se deve ao fato do mesmo não poder contratar cada agente individualmente, apesar de observar seu tipo, e deste desejar que todos os agentes apliquem um nível eficiente de esforço de forma a evitar a ocorrência do problema do carona. Caso ele aceitasse um certo grau de ineficiência, esta poderia se tornar elevada, em que todos os agentes "pegariam carona", o que poderia implicar num lucro negativo para o principal.

#### 4.4 Outros tipos de contratos

O estudo de incentivos com base em avaliação relativa de performance entre os indivíduos tem sido realizado extensivamente por economistas, e especialista em comportamento organizacional. A análise destes incentivos é frequentemente estudada no efeito de contratos, tanto para indivíduos sobre comportamentos individuais, quanto para performance coletiva dos mesmos. Em torneios e contratos do tipo de avaliação da performance relativa (RPE), a performance individual é observada e o indivíduo é premiado de acordo com sua posição relativa em relação aos demais agentes.

A forma mais predominante da avaliação relativa de performances são os torneios. Estes não utilizam toda a informação refletida nos resultados disponíveis, pois baseiam as compensações apenas na classificação ordinal da produção individual dos agentes. A ordenação da produção de cada agente é feita decrescentemente, do maior valor para o menor. Apenas o agente cuja produção ocupe o primeiro lugar desta ordenação é que será considerado o "vencedor" e obterá um pagamento maior que a sua utilidade reserva.

Uma vantagem dos torneios é que as classificações de produção são fáceis de medir e difíceis de serem manipuladas. Mais importante, o principal tem poucos incentivos a manipular o resultado da ordenação, pois é obrigado a recompensar o vencedor independentemente de quem este seja. No entanto, quando esta compensação é determinada com base em níveis de produção, o principal tem incentivo para trapacear e anunciar níveis de produção que requeiram menores pagamentos ao agente, principalmente nas situações onde o principal está melhor posicionado para avaliar a produção, e distorcer os valores. Para estes casos, os torneios são mais adequados para reduzir o incentivo do principal a manipular os valores.

Considerando um grupo de  $n$  funcionários em uma firma, em um torneio cada um tem apenas uma chance de  $\frac{1}{n}$  de obter o maior pagamento e uma chance de  $\frac{n-1}{n}$  de obter o pagamento que apenas satisfaz a utilidade reserva do agente. Para os agentes com aversão à perda média à alta, nenhum esforço será aplicado no desenvolvimento da atividade, pois isto os previne de experienciar uma perda quase certa, fato o qual geraria uma desutilidade extremamente elevada na parte da função ganhos e perdas.

Um raciocínio similar se aplica aos contratos baseados em RPE. Portanto, estes contratos são ineficientes para um time de agentes aversos à perda, e mais ineficiente quanto mais aversos estes forem. O contrato significa um risco elevado para um agente deste tipo enfrentar, porque deve suportar todos os riscos do desenvolvimento da atividade na circunstância de não alcançar o melhor resultado relativo. Para este tipo de agente, são mais eficientes os contratos individuais

quando o principal observa a produção individual  $s_i$  e os contratos de time, quando o principal é incapaz de observar  $s_i$ , e vê apenas a produção agregada  $S$ .

## Conclusão

Incentivos são uma área importante da Economia, e estão também presentes nas relações humanas cotidianas. Inúmeros trabalhos têm esclarecido melhor como operam, ao tempo em que novas abordagens e aplicações demonstram sua presença em esferas variadas. As novas tentativas de seu estudo devem ser "incentivadas", pois a cada dia aparecem novos pontos de vista enriquecedores que permitem uma melhor compreensão de como os incentivos interferem no comportamento humano.

Como mostrado, o modelo principal-agente é um modelo relativamente simples, e extremamente maleável a ser adotado em inúmeras aplicações. Seus requisitos básicos são o atendimento às restrições de participação e de compatibilidade dos incentivos. A assimetria de informação referente à impossibilidade de se observar perfeitamente a ação desempenhada por um indivíduo, no caso, o problema do risco moral, é presente em diversos contextos. Entre estes, pode-se citar a área de seguros, a necessidade de monitoração em qualquer área, como por exemplo em regulação, entre outros. No caso particular das firmas, os funcionários têm em geral um incentivo a "fazer corpo mole" sempre que possível, principalmente em tarefas nas quais a quantidade produtiva não pode ser observada perfeitamente.

Todavia, como extensivamente ressaltado na literatura e estudado aqui, os agentes tendem a apresentar um comportamento distinto do pressuposto pela teoria clássica econômica. Na verdade, seu comportamento seria semelhante ao que se observa na prática como cada pessoa reflete ou toma decisões. Aqui foca-se o fato dos agentes serem aversos à perda ao lidar com escolhas monetárias, e não apresentando o comportamento frente ao risco clássico. Ademais, como abordado no Capítulo 3, considera-se que o conceito de aversão à perda não pode ser desvinculado do conceito clássico de aversão ao risco. Na verdade, a aversão à perda seria um dos componentes da aversão ao risco.

Ao examinar o modelo de principal-agente sob risco moral, foi analisado tanto o caso de contratos individuais quanto de contratos de time para o caso desse tipo de agente. Para ambos tipos de contrato, foram examinadas todas as possíveis variantes quanto à informação disponível para o agente. Assim, estudou-se o caso de informação completa e perfeita, completa e imperfeita e incompleta e perfeita.

Os resultados qualitativos para os contratos individuais apenas com risco moral encontrados assemelham-se a Herweg, Muller e Weinschenk (2008), cuja função de utilidade dos agentes é bastante similar a adotada neste. Tanto este modelo como o deles, sugerem que o contrato ótimo determinado pelo principal deve ser um esquema de bônus dependente do nível de produção individual observado, o qual seria uma estatística suficiente para o esforço.

Neste modelo, o contrato individual ótimo para informação completa e imperfeita é dependente do tipo  $\eta$  do agente. A renda provida pelo principal ao agente cresce com o nível de

aversão à perda do agente e com a aversão ao risco, tanto quão informativa de esforço seja a performance observada. Um resultado particular do modelo é que, para o caso de um agente não-averso à perda, apenas averso ao risco ( $\lambda = 1$ ), este é similar ao resultado encontrado por Holmstrom (1979) para o caso de um modelo principal-agente clássico sob risco moral.

Uma das defesas ou vantagens deste modelo, refere-se ao fato de que este pode ser aplicado em cenários de neutralidade à perda, conforme a tendência corrente de definir este termo na literatura fazendo  $\lambda = 1$ , independente da aversão ou neutralidade ao risco do agente. A possibilidade de extrapolação do modelo para também representar agentes com o comportamento de procura de perdas ainda não foi estudada.

Geralmente o que se observa na sociedade neste caso é uma acumulação de tipos de agente ao redor de um tipo mais característico, ou talvez mais elevado, explicando assim a equalização de salários encontrada na sociedade para um largo espectro de agentes aversos à perda. Na verdade, a população de agentes é restrita num determinado período de tempo, havendo apenas um número fixo de agentes de cada tipo.

Um tipo específico de agente averso à perda em geral recebe uma renda maior que a sua utilidade de reserva pelo esforço aplicado, exatamente pelas firmas equalizarem salários para um grau de aversão à perda médio, considerando aqui que a aversão ao risco seja similar entre todos os agentes. Este salário representa socialmente o valor mínimo necessário para um agente poder se manter economicamente, ou é o valor que satisfaz um conjunto de agentes mais aversos à perda. Desta forma, o montante deste valor acaba satisfazendo o risco das opções "perdidas", ou seja, as opções que não se realizaram.

Um exemplo prático em que o resultado do modelo se enquadra perfeitamente, sem a necessidade de considerar equalização salarial, é o caso de promoções para cargos mais elevados da hierarquia ou de gerência em repartições privadas e públicas. Observa-se em geral que nem todos os agentes esforçam-se o suficiente para obtê-los ou almejam elevar-se hierarquicamente. Os funcionários que em geral assumem estes cargos poderiam ser considerados como agentes menos aversos à perda que os demais, pois em sua maioria o diferencial de salário destes postos não comporta o maior risco enfrentado pelo agente, tanto em relação à responsabilidade mais elevada quanto na carga crescente de problemas a serem continuamente resolvidos.

Por outro lado, desenhar contratos para agentes com graus heterogêneos de aversão ao risco implica um custo adicional ao principal, superior ao custo do clássico agente averso ao risco devido à presença da aversão à perda e superior quanto mais averso este agente for, fato considerado na literatura clássica. Na verdade, o interessante é que a aversão ao risco e a aversão à perda no caso retroalimentando-se. O aumento de uma isolada implica na necessidade de incentivos mais potentes, e o aumento concomitante das duas também, apesar de não poder predizer se este aumento caracterizaria-se em retornos constantes, crescentes ou decrescentes da "escala" do grau de aversão ao risco e à perda na definição do contrato ótimo.

Os contratos de time abordam dois casos distintos, quando os agentes pertencentes ao time são homogêneos e quando são heterogêneos. O time de agentes homogêneos foi considerado por Holmstrom (1982), o qual define para o caso de incerteza um contrato baseado numa regra de divisão da produção obtida entre os agentes, a qual vincula ao resultado uma penalidade para uma produção inferior a determinada no contrato. Este trabalho utiliza um tipo similar de contrato, porém, não implica numa perda ao agente. O mesmo tem aversão à perda a apostas

simétricas. Assim, a penalidade máxima que este poderia receber é a sua utilidade reserva quando a produção agregada é inferior à eficiente. Ademais, a estrutura do contrato desestimula os agentes a quererem "pegar carona".

Para o caso dos contratos de time para agentes heterogêneos, a análise é similar, apesar do resultado ser um pouco diferente, devido ao principal almejar que todos os agentes pertencentes ao time produzam de forma eficiente. Logo, o contrato será como em Holmstrom (1982) um esquema de bônus, apesar do esquema em si ser um pouco distinto. Para evitar que qualquer tipo de agente resolva esquivar-se de realizar a atividade, o principal aplica penalidades mais fortes aos agentes. O único agente que recebe a utilidade reserva no caso do time não produzir eficientemente é o agente menos averso à perda. Para os demais, isto é uma penalidade, pois sempre receberiam valor inferior a sua utilidade reserva neste estado da natureza, porém, não receberiam um valor negativo, evitando a aversão à aposta simétrica.

O modelo tentou abordar todas as formas de contratos que poderiam ser oferecidas a um grupo de agentes homogêneos/heterogêneos dependendo do tipo de informação disponível ao principal quanto a escolha e o tipo dos agentes. Apesar de conseguir representar as circunstâncias a que este trabalho se propôs, este não é de todo destituído de falhas ou de possibilidades de melhoria. Talvez o estudo de casos específicos de funções de utilidade dos agentes ou uma aplicação deste modelo teórico possam apresentar resultados que contradizam com a teoria, todavia, no momento não há nada que aponte para isto.

Quanto as melhorias, estas poderiam considerar o estudo tanto da aversão à perda quanto da sensibilidade marginal decrescente. Além de ambas serem citadas na literatura de economia experimental como presentes na tomada de decisão, um modelo que abordasse estes dois elementos poderia se mostrar mais bem representativo do comportamental dos agentes em suas decisões cotidianas. Mais ainda, poderia implicar em estruturas de contratos que fossem mais eficientes.

## Apêndice Matemático

Este apêndice apresenta as provas das proposições e lemas deste capítulo na ordem em que surgem no texto.

### Prova da Proposição 1

Carlier e Dana (2005) provam que a monotonicidade é uma condição ótima e necessária para o problema duplamente-relaxado e provam a existência de monotonicidade de  $s$  para o caso de  $\lambda = 1$ .

Para  $\lambda > 1$ . Dado MLRC,  $u(\cdot)$  côncava e crescente e A1,  $w(s)$  é não decrescente e monótona em  $s$ . Será provado que  $w(s)$  também é não decrescente e monótono em  $\lambda$ .

Supondo que  $\lambda$  decresce  $w(s)$  e que existe um grupo  $\tilde{S} = \{s \in \tilde{S} | \frac{f_e(s,e)}{f(s,e)} \geq 0\}$ , no qual  $s$  é informativo do esforço aplicado. Então, isto implica que dentro de  $\tilde{S}$ ,  $w(\tilde{s})$  cresce com  $s$  para um dado  $\lambda$ . Então um maior esforço seria compatível com os incentivos.

Agora supondo que existe um conjunto  $\hat{\Lambda}$  tal que  $\bar{\lambda} > \hat{\lambda}_i > \tilde{\lambda}$ . Como  $\hat{\lambda}_i \rightarrow \bar{\lambda}$ ,  $w(\tilde{s})$  diminuiria com  $\lambda_i$ . Para  $\tilde{s} \rightarrow \bar{s}$  e  $\hat{\lambda}_i \rightarrow \bar{\lambda}$ , isto implicaria que  $w(\tilde{s})$  é não-crescente à medida em que o resultado se eleva. Então  $w(\tilde{s})$  não seria monótono em  $\tilde{S}$ . Contradição - então  $w(s)$  é não-decrescente e monótono em relação a  $\lambda$  e  $s$ . ■

### Prova da Proposição 2

Dado que  $u(\cdot)$  é côncava e crescente, que CDFC mantém-se e que  $w(\cdot)$  é monótono e não-decrescente em  $[\underline{s}, \bar{s}]$ , conforme foi provado na Proposição 1, então  $e \mapsto E[U(w, e)]$  é côncava, como provado por Carlier e Dana (2005) para o caso de  $\lambda = 1$ .

Para  $\lambda > 1$ , assumindo que  $w$  é limitado, tem-se

$$E[U_i] = \int_{\underline{s}}^{\bar{s}} [u(w(s)) - (\lambda_i - 1) \int_{w_r | w_r > w(s)} g(r)(u(w_r) - u(w(s)))dr] f(s, e) ds - \psi(e)$$

E integrando por partes

$$E[U_i] = u(w(\bar{s})) - (\lambda_i - 1) \int_{w_r | w_r > w(s)} g(r)(u(w_r) - u(w(\bar{s})))dr - \int_{\underline{s}}^{\bar{s}} [u'(w(s)) + (\lambda_i - 1)u'(w(s))]F(s, e)ds - \psi(e)$$

Agora, diferenciando duas vezes em relação a  $e$

$$\frac{\partial^2 E[U_i]}{\partial e^2} = - \int_{\underline{s}}^{\bar{s}} [\lambda_i u'(w(s))] F_{ee}(s, e) ds - \psi''(e)$$

Então, dado que  $u'(\cdot) > 0$ ,  $\psi''(\cdot) \geq 0$  e CDFC, o que implica  $F_{ee}(s, e) \geq 0$ , a função da utilidade esperada é côncava em relação a  $e$ . Por esta razão,  $e \mapsto E[U(w, e)]$  é côncava para  $\lambda > 1$ .

A prova da limitação de  $w(\cdot)$  para  $\lambda_i > 1$ . Suponha que  $w(\cdot)$  não é limitado e considere a seqüência  $w_n$  definida para  $n$  suficientemente grande e para  $\lambda_i \in (1, \bar{\lambda}]$  limitado, por:

$$w_n(s) = \begin{cases} w(\underline{s} + \frac{1}{n}) & \text{if } s \in [\underline{s}, \underline{s} + \frac{1}{n}] \\ w(s) & \text{if } s \in [\underline{s} + \frac{1}{n}, \bar{s} - \frac{1}{n}] \\ w(\bar{s} - \frac{1}{n}) & \text{if } s \in [\bar{s} - \frac{1}{n}, \bar{s}] \end{cases}$$

Então, de acordo com o argumento prévio,  $\forall n, e \mapsto E[U(w_n, e)]$  é côncava. Já que  $w$  é uma sequência monótona limitada, então para  $e \geq 0$ , ela converge para

$$\lim_n E[U(w_n, e)] = E[U(w, e)]$$

o que prova o resultado para  $\lambda > 1$ , dado  $\lambda \in (1, \bar{\lambda}]$  limitado. ■

### Prova do Lema 1

Segundo Carlier e Dana (2005), para as Proposição 1 e Proposição 2 válidas, dado  $\lambda = 1$ , então o Lema é provado. Como ambas as proposições mantêm-se para  $\lambda > 1$  também, a prova está estabelecida. ■

### Prova do Lema 2

Suponha que  $\theta = 0$  e que existe um conjunto  $\tilde{S} \subset [\underline{s}, \bar{s}]$  tal que  $f_e(\tilde{s}|e) \leq 0$ . Isto implicaria que a realização de  $\tilde{s} \in \tilde{S}$  seria menos informativa de que um maior esforço foi aplicado. Também,  $u'(w(s)) \leq 0$  para tal  $\tilde{s}$ , o que é impossível, devido a  $u'(w(s)) \geq 0 \forall s \in [\underline{s}, \bar{s}]$ . Logo,  $\theta > 0$ .

Similarmente, se  $\delta = 0$ , isto implicaria um salário fixo  $\frac{1}{u'(w(s))} = \lambda_i \theta$  para cada desempenho  $s$ , o que induziria o agente a escolher um esforço baixo, violando a restrição (IC). Logo,  $\delta > 0$ . ■

### Prova da Proposição 3

Dado  $w(s)$  não-decrescente e monótono em  $\lambda, s$ . Considere um conjunto  $\hat{\Lambda}$  tal que  $\bar{\lambda} > \lambda_i > \tilde{\lambda}$ . O ótimo  $w^*(s)$  é definido pelo programa do principal para cada agente tipo  $\lambda$ . *Ceteris paribus*, o valor  $\tilde{\lambda}$  é o que implica um lucro esperado nulo para o principal,  $\int_s [s - \tilde{w}^*(s)] f(s, e) ds = 0$ , dado o ótimo esquema  $\tilde{w}^*(s)$  para o tipo  $\tilde{\lambda}$ .

Isto implica que, para todo  $\lambda_i \in \hat{\Lambda}$ , o esquema de bônus ótimo  $w^*(s)$  para cada tipo é tal que  $\int_s [s - w^*(s)] f(s, e) ds < 0$ . Então, a utilidade esperada do principal seria negativa, implicando que o principal não contrataria nenhum agente  $\lambda_i \in \hat{\Lambda}$ . ■

### Prova da Proposição 4

Definindo  $k_i$  e  $b_i$  como o esquema de bônus do Corolário 1 para o agente  $\lambda_i$  e  $S^* = S(e^*, \phi)$ , onde  $\phi \in \Phi$ , tal que  $S^* = \sum_i s_i(e_i^*)$ , onde  $s_i(e_i^*)$  é a produção individual do agente  $i$  dado o nível de esforço eficiente  $e_i^*$  quando ambos são observáveis.

Logo, o contrato paga ao menos a utilidade reserva do agente no caso da produção agregada for menor que o nível eficiente, o que garante ao agente um valor fixo devido à incerteza inerente ao resultado. Para aplicar um nível eficiente, o principal paga ao agente o valor fixo mais um bônus, o qual compreende uma renda positiva para o agente.

A produção individual de cada agente define um jogo entre estes, onde as estratégias inobserváveis são os níveis de esforço individuais. O vetor  $e^*$  de esforços eficientes para todos os  $n$  agentes é um equilíbrio deste jogo se para todo agente  $i$  que pertence ao grupo e para todo nível de esforço  $e_i$ ,

$$\begin{aligned} & [u(k_i + b_i) - (\lambda_i - 1) \int_{w_r | w_r > w(s)} g(r)(u(w_r) - u(w(s)))] (1 - F_i(S^*, e^*)) - \psi_e(e_i^*) \geq \\ & \left[ u(k_i + b_i) - (\lambda_i - 1) \int_{w_r | w_r > w(s)} g(r)(u(w_r) - u(w(s))) \right] (1 - F_i(S^*, (e_{-i}^*, e_i))) - \psi_e(e_i) \end{aligned}$$

Logo, um desvio unilateral de  $e^*$  para cada agente  $i$ , não gera um pagamento maior de quando este aplica o esforço  $e_i^*$ .

Assim, o contrato implementa  $e^*$ ,  $S^*$  e nenhum agente tem incentivo para desviar do acordo. E o principal recebe um lucro positivo, pois  $\lambda < \tilde{\lambda}$ . ■

**Prova da Proposição 5**

Definindo  $k$  e  $k + B$  com base no esquema de bônus do Corolário 1, onde  $k$  é o pagamento fixo do agente com menor grau de aversão à perda e  $k + B$  é o pagamento fixo mais o bônus para o agente com o maior grau de aversão à perda, e  $S^* = \sum_i s_i(e_{i^*})$ , onde  $s_i(e_{i^*})$  é a produção individual do agente  $i$  dado o nível de esforço eficiente  $e_{i^*}$  quando ambos são observáveis.

A partir das hipóteses acima, o desenvolvimento da prova é similar a da Proposição 5. ■

## Referências Bibliográficas

Abdellaoui, M.; Bleichrodt, H. & Paraschiv, C. (2007). Loss Aversion Under Prospect Theory: A Parameter-Free Measurement. *Management Science*, 53:10; 1659-1674.

Arrow, K. (1974). *Essays in the Theory of Risk-Baring*. Chicago, Markham.

Bartling, B. (2006). Relative vs. Team Performance Evaluation with Averse Agents. *Discussion Paper*. University of Munich.

Benartzi, S. & Thaler, R.H. (1995) Myopic Loss Aversion and the Equity Premium Puzzle. *The Quarterly Journal of Economics*, 110:1, 73-92.

Berklaar, A.; Kouwenberg, R. & Post, T. (2004). Optimal Portfolio Choice under Loss aversion. *Review of Economics and Statistics*, 86:4, 973-987.

Blavatsky, P. & Pogrebna, G. (2006). Loss Aversion? Not with Half-a-Million on the Table!. Institute for Empirical Research in Economics, University of Zurich. *Working Paper Series*, ISSN 1424-0459.

Bleichrodt, H. & Pinto, J.L. (.). An Experimental Test of Loss aversion and Scale Compatibility. *Mimeo*

Bowman, D., Minehart, D. & Rabin, M. (1999). Loss aversion in a consumption±savings model. *Journal of Economic Behavior & Organization*, Vol. 38, 155-178.

Brown, T.C. (2005). Loss aversion without the endowment effect, and other explanations for the WTA/WTP disparity. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 57; 367-379.

Brooks, P. and Zank, H. (2005). Loss Averse Behavior. *The Journal of Risk and Uncertainty*, 31:3; 301-25.

Camerer, C. (1999). Behavioral economics: Reunifying psychology and economics. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 96, 10575-10577.

Camerer, C.F. & Lowenstein, G. (2003) *Behavioral Economics: Past, Present and Future*. *Advances in Behavioral Economics*. Princeton University Press.

Carlier, G. & Dana, R.-A. (2005). Existence and Monotonicity of Solutions to Moral Hazard Problems. *Journal of Mathematical Economics*, 41, 826-843.

Davies, G.B. & Satchell, S.E. (2004). The behavioral Components of Risk Aversion. Faculty of Economics and Politics, University of Cambridge, *Discussion Papers*, CWPE 0458.

Dittrich, D., Güth, W., Kocher, M. & Pezanis-Christou, P. (2006). Loss Aversion and Learning to Bid. *Discussion Papers on Strategic Interaction*, No. 2005-03.

Dodonova, A. & Khoroshilov, Y. (2006) Optimal Incentive Contracts for Loss-Averse Managers: Stock Options versus Restricted Stock Grants. *The Financial Review*, 41, 451-482.

Encinosa III, W., Gaynor, M. & Rebitzer, J.B. (2005). The Sociology of Groups and Economic Incentives: Theory and Evidence on Compensation Systems. *IZA Discussion Paper No.*

1851. *Journal of Economic Behavior Organization* Volume 62, Issue 2, February 2007, Pages 187-214

Fairchild, R.(2004) Behavioral Finance in a Principal-agent Model of Capital Budgeting. *School of Management of the University of Bach Working Paper*, No.2004.08.

Fehr, E. & Gächter, S.(2000) Fairness and Retaliation: The Economics of Reciprocity. *Journal of Economic Perspectives*, 14, 159-181.

Fehr, E. & Gächter, S.(2002) Do Incentive Contracts Undermine Voluntary Cooperation? *Institute for Empirical Research in Economics Working Paper*, No.34.

Fehr, E. & Schmidt, K.M.(1999) A theory of fairness, competition and cooperation. *The Quarterly Journal of Economics*, August 1999, 817-868.

Fehr, E., Schmidt, K.(2004) Fairness and Incentives in a Multi-Task Principal-Agent Model. *Mimeo*

Fellner, G. & Sutter, M.(2008). Causes, consequences, and cures of myopic loss aversion. *Jena Economic Research Papers*, No. 2008-004.

Gächter, S., Johnson, E.J. & Herrmann, A.(2008). Individual-Level Loss Aversion in Riskless and Risky Choices. *IZA Discussion Papers*, No. 2961.

Goette, L., Huffman, D. & Fehr, E.(2003). Loss Aversion and Labor Supply. *IZA Discussion Paper*, no. 927.

Grossman, S.J. & Hart, O.D.(1983). An Analysis of the Principal-Agent Problem. *Econometrica*, 51:1, 7-45.

Guimarães, P.R.B.(2003) Apostila da Disciplina de Inferência Estatística I. Disponível em: <http://www.leg.ufpr.br/paulojus/CE209/ce209teorica.pdf>.

Har, N.P., Eng, O.S., Sommerville, T.(2005). Loss Aversion: The Reference Point Matters. *Working Paper Centre for Urban Economics and Real Estate*, No.2005-01.

Herweg, F., Müller, D. e Weinschenk, P.(2008). *Bonn Econ Discussion Paper*, 17/2008. University of Bonn.

Ho,T., Lim,N. & Camerer, C.(2006) Modeling the psychology of consumer and firm behavior with behavioral economics. *Journal of Marketing Research*, 43, 307-331.

Holmstrom, B. (1979). Moral hazard and observability. *Bell Journal of Economics*, 10:1; 74-91.

Holmstrom, B.(1982). Moral hazard in teams. *Bell Journal of Economics*, 13, 324-340.

Itoh, H.(2004). Moral Hazard and Other-regarding Preferences. *The Japanese Economic Review*, 55(1), 18-45.

Jullien, B., Salanié, B. & Salanié, F.(2007) Screening Risk-averse Agents under Moral Hazard: Single-crossing and the CARA Case. *Journal of Economic Theory*, 1, 151-169.

Just, D.R. & Wu,S.(2005) Loss Aversion and Reference Points in Contracts. *Mimeo at the SCC-76 Meeting*.

Kahneman, D.& Tversky, A.(1979) Prospect Theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47:2, 263-291.

Keser, C. & Willinger, M.(2007). Theories of behavior in principalagent relationships with hidden action. *European Economic Review*, 51, 1514-1533.

Kobberling, V. & Wakker, P.(2005). An index of Loss Aversion. *Journal of Economic Theory*, 122; 119-131.

- Kong, X.(2008).Loss Aversion and Rent-Seeking: An Experimental Study. *CeDEx Discussion Paper*, No. 2008-13.
- Köszegi, B. & Rabin, M.(2006). A Model of Reference-dependent Preferences. *The Quarterly Journal of Economics*, 121(4), 1133-1165.
- Köszegi, B. & Rabin, M.(2007). Reference-dependent Risk Attitudes. *American Economic Review*, 97(4), 1047-1073.
- Laffont, J.J., e Tirole, J.(1986). Using Cost Observation to Regulate Firms. *The Journal of Political Economy*, 94:3, 614-641.
- Laffont, J. & Martimort, D.(2002) *Theory of Incentives*. Princeton University Press.
- Langer,T. & Waller,P.(1997) Implementing Behavioral Concepts into Banking Theory: The Impact of Loss Aversion on Collateralization.
- Langer, T. & Weber, M.(2005) Myopic Prospect Theory versus Myopic Loss Aversion: How general is the Phenomenon? *Journal of Economic Behavior & Organization*, 56:1, 25-38.
- LiCalzi, M. & Spaeter, S.(2003). Distributions for the first-order approach to principal-agent problems. *Journal of Economic Theory*, 21, 167-173.
- Maggi, M.A.(2004). A characterization of S-shaped utility functions displaying loss aversion. *Discussion Paper University of Pavia*, No.165(04-04).
- Mas-Collel, A., Whiston, M. & Green, J.(1995) *Microeconomic Theory*. Oxford University Press.
- Mirrlees, J.(1976). The Optimal Structure of Incentives and Authority within an Organization. *The Bell Journal of Economics*, 7:1, 105-131.
- Moshinsky and Bar-Hillel(2005). Loss Aversion and the Status-Quo Label Bias. *Hebrew University of Jerusalem Discussion Paper Series*, No. dp373.
- Neilson, W.S.(2002). Comparative Risk Sensitivity with Reference-Dependent Preferences. *The Journal of Risk and Uncertainty*, 24:2; 131-142.
- Pratt, J.(1964). Risk Aversion in the Small and in the Large, *Econometrica*, 32, 123-36.
- Rabin, M.(2000a). Diminishing Marginal Utility of Wealth Cannot Explain Risk Aversion. *Mimeo*.
- Rabin, M.(2000b) Risk Aversion and Expected-Utility Theory: A Calibration Theorem. *Econometrica*, 68:5, 1281-1292.
- Rabin, M. & Thaler, R.H.(2001). Anomalies: Risk Aversion. *Journal of Economic Perspectives*, 15:1, 219-232.
- Rieger, M.O.(2007). Too Averse for Prospect Theory? *ISB Discussion Paper*.
- Rizzo, J.A. & Zeckhanser, R.J.(2002) Reference Incomes, Loss Aversion, and Physician Behavior.*The Review of Economics and Statistics*, 85:4, 909-922.
- Rogerson, W.(1985). The First-Order Approach to Principal-Agent Problems. *Econometrica*, 53, 1357-1368.
- Schmidt, U. & Traub, S.(2002). An Experimental Test of Loss Aversion. *The Journal of Risk and Uncertainty*, 25:3; 233-249.
- Schmidt, U. & Zank, H.(2001). Risk Aversion in Cumulative Prospect Theory. *Mimeo*
- Schmidt, U. & Zank, H.(2005). What is Loss Aversion? *The Journal of Risk and Uncertainty*, 30:2, 157-167.

- Stevens, D., Therevajan, A.(2005) Is There Room Within Principal-Agent Theory for Ethics? *Mimeo*
- Thaler, R.H.(1985) Mental Accounting and consumer choice. *Marketing Science*, 4, 199-214.
- Thaler, R.H.(1999) Mental Accounting Matters. *Journal of Behavioral Decision Making*, 12, 183-206.
- Thaler, R.H.(2000). From Homo Economicus to Homo Sapiens. *Journal of Economic Perspectives*, 14:1, 133-141.
- Tversky, A. & Kahneman,D.(1992) Advances in Prospect Theory: Cumulative representation of Uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, 5:4, 297.
- van der Heijdena, E., Pottersa,J. & Seftonb, M.(2009). Hierarchy and opportunism in teams. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 69, 3950.
- Varian, H.(1992). *Microeconomic Analysis*. W.W.Norton & Company.
- Vendrik, M. & Woltjer, G.(2006). Happiness and Loss Aversion: When Social Participation Dominates Comparison. *IZA Discussion Papers*, No. 2218.
- Wakker, P. & Tversky, A.(1993). An Axiomatization of Cumulative Prospect Theory. *Journal of Risk and Uncertainty*, 7:7, 147-176.
- Whitford, A.B. & Ochs, H. L.(2006). Principal-Agent Negotiations with Teams of Agents: Experimental Evidence. Disponível em SSRN: <http://ssrn.com/abstract=782728>
- Willman, P., Fenton-O'Creivy, M., Nicholson, N. e Soane, E.(2001) Traders, Managers and Loss Aversion in Investment Banking; A Field Study. *Mimeo*