UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA
CURSO DE MESTRADO

JADILSON RAMOS DE ALMEIDA

PROBLEMAS PROPOSTOS PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA: UM ESTUDO EXPLORATÓRIO NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Recife
2011

JADILSON RAMOS DE ALMEIDA

PROBLEMAS PROPOSTOS PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA: UM ESTUDO EXPLORATÓRIO NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco.

Orientador: Dr. Marcelo Câmara dos Santos

Recife

2011

Almeida, Jadilson Ramos de

Problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita: um estudo exploratório nos livros didáticos de matemática do 7º ano do ensino fundamental / Jadilson Ramos de Almeida. – Recife: O Autor, 2011.
113 f.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Câmara dos Santos

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2011.

Inclui Referências.

1. Matemática - Estudo e ensino 2. Livros didáticos - matemática 3. Equações polinomiais - Ensino fundamental I. Santos, Marcelo Câmara dos (Orientador) II. Título.

CDD 372.7 UFPE (CE 2012-005)

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

ALUNO

JADILSON RAMOS DE ALMEIDA

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO

"PROBLEMAS PROPOSTOS PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA: UM ESTUDO EXPLORATÓRIO NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL."

COMISSÃO EXAMINADORA:

Presidente e Orientador
Prof. Dr. Marcelo Câmara Dos Santos

Examinador Externo
Prof. Dr. Abraão Juvêncio De Araújo

Examinador Interno
Profª. Drª. Paula Moreira Baltar Bellemain

Recife, 20 de dezembro de 2011.

Dedico esta pesquisa a ***Deus*** *e a minha* ***mãe****, Rita Clemente Ramos de Almeida.*

AGRADECIMENTOS

É com imenso prazer que escrevo essa parte do trabalho.

Em primeiro lugar gostaria de agradecer a **Deus**, criador e regente desse universo que nos encontramos. Sem Ele nada seria possível.

À minha **família**, em especial a minha **mãe, Rita**, pela compreensão e pela confiança que sempre teve em mim e por tudo que me ensinou durante toda minha vida, e me fazer a pessoa que sou hoje.

Ao meu orientador, professor **Marcelo Câmara,** por todas as orientações, conversas e sugestões durante esses dois anos de pesquisa e pela confiança que sempre teve, acreditando que seria possível chegar ao fim dessa jornada. Sem ele não seria possível alcançar meus objetivos. Meus sinceros agradecimentos.

Aos **colegas do grupo de pesquisa**, Fenômenos Didáticos na Classe de Matemática, pelas grandes contribuições em todo percurso da pesquisa. Souberam, sem dúvida, me mostrar o valor de um trabalho coletivo na construção do conhecimento.

À **terceira turma do mestrado do EDUMATEC**, que muito me ajudou durante essa caminhada. Sou muito grato aos amigos que conquistei.

À professora **Paula** e ao professor **Abraão**, pelas contribuições feitas na qualificação e por aceitarem o convite de participarem da banca de defesa.

A todos os **funcionários e professores do EDUMATEC**, pelas sugestões e observações pertinentes durante esse percurso tão especial em minha vida profissional.

À **UFPE** por me oportunizar esse momento de crescimento profissional.

Aos meus colegas de trabalho da **Escola Municipal Maurina Rodrigues dos Santos** e da **Gerência Regional de Educação Vale do Capibaribe – Limoeiro,** por acreditarem que seria possível a realização desse sonho.

Por fim, e não menos importante, a uma pessoa que vem sendo muito importante e especial em minha vida nos últimos dois anos, **Pollyanna**. Espero que continue sendo importante e especial na minha vida por muito, mais muito tempo. Sei que sem você não teria chegado ao fim dessa caminhada.

"Nosso cérebro é o melhor brinquedo já criado: nele se encontra todos os segredos, inclusive o da felicidade."

Charlie Chaplin

RESUMO

Essa pesquisa buscou investigar os problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita nos livros didáticos de matemática do 7º ano no Brasil. Nesse sentido, nossa análise foi realizada nos livros didáticos de matemática do 7º ano das dez coleções aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2011. A análise foi realizada em dois momentos. No primeiro momento classificamos os problemas encontrados nos capítulos que têm como objeto de ensino as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, tendo como categorias iniciais as criadas por Marchand e Bednarz (1999) em sua pesquisa realizada nos livros didáticos canadenses. No segundo momento, tivemos como foco os problemas de partilha (PP), que são os problemas que têm um valor total conhecido que é repartido em partes desiguais e desconhecidas. Os PP foram classificados de acordo com o número, a natureza e o encadeamento das relações. A análise foi realizada, inicialmente, em cada livro com o propósito de traçar um perfil desses livros. Em seguida, fizemos uma análise comparativa entre os dez livros didáticos. Como resultado, destacamos que os livros didáticos têm uma forte tendência em abordar "falsos problemas", que são problemas que não favorecem a passagem da aritmética à álgebra. Também foram encontrados, em 90% dos livros analisados, problemas de estrutura aritmética, que são problemas que não justificam o uso de equações na sua solução. Em relação aos problemas de estrutura algébrica, todos os livros abordam os problemas de partilha, tendo preferência para os com encadeamento tipo fonte e com apenas uma relação, que são os considerados mais fáceis de serem resolvidos pelos estudantes. Encontramos poucos problemas de transformação e não identificamos nenhum problema de taxa. Portanto, acreditamos que os problemas propostos nos livros didáticos de matemática do 7º ano para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita nem sempre estão relacionados com esse saber matemático, assim como nem sempre favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico e a passagem da aritmética à álgebra.

Palavras-chave: Livro didático. Problemas. Problemas de estrutura algébrica. Problemas de partilha.

ABSTRACT

This reseacher aimed to investigate the issues proposed for the teaching of polynomial equations of the first degree with one unknown in the textbooks of Mathematics grade 7 in Brazil. In this sense, our analysis was carried out in textbooks of Mathematics grade 7 of the ten collections approved in the Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2011. The analysis was conducted in two stages. At first classified the problems found in the chapters that have as their object of teaching the polynomial equations of the first degree with one unknown, with the initial categories the created by Marchand and Bednarz (1999) in his research in Canadian textbooks. In the second stage, we focus on the problems of sharing, which are the problems that have a total value known to be divided into unequal parts and unknown. The PP were classified according to the number, nature and the chain of relationships. The analysis was performed first in each book for the purpose of drawing a profile of these books. Then we did a comparative analysis of the tem textbooks. As a result, we point out that textbooks have a strong tendency to approach "false problems" which are problems that do not favor the transition from arithmetic to algebra. So found in 90% of the books analyzed, arithmetic problems of structure, which are problems that do not justify the use of equations in the solution. In relation to the problems of algebraic structure, all the books deal with the problems of sharing, with preference for those with chaining and source type with only one relation, which are considered easier to be solved by students. There are few problems in processing and did not identify any issue rate. Therefore, we believe that the problems presented in textbooks of mathematics at grade 7 for the teaching of polynomial equations of the first degree with one unknown are not always related to the mathematical knowledge, and not always favor the development of algebraic thinking and the passage of arithmetic to algebra.

Keywords: Textbooks. Problems. Problems algebraic structure. Problems of Sharing.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A matemática sempre foi considerada de difícil compreensão por parte dos estudantes. Em alguns casos, a matemática era, e talvez ainda seja, determinante no futuro escolar de algumas crianças. Avaliações externas de larga escala no Brasil, como o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) em nível nacional, e o SAEPE (Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco) em nível estadual, revelam baixos índices no rendimento por parte dos estudantes no que se refere à matemática. Com relação à álgebra, essas mesmas avaliações mostram, desde a década de noventa, que as dificuldades dos estudantes, neste campo de conhecimento matemático, são ainda maiores, tendo em vista que o índice de acerto nos itens referentes à álgebra fica, muitas vezes, em torno de 40% em muitas das regiões brasileiras (BRASIL, 1998).

Pesquisas como as de Lochhead e Mestre (1995), André (2007), Costa (2010), Câmara (2010b), entre outras, mostram a fragilidade no processo de ensino e aprendizagem de álgebra. Quando se trata da resolução algébrica de problemas esta dificuldade é ainda maior.

Lochhead e Mestre (1995) mostram em sua pesquisa que as dificuldades na resolução algébrica de problemas matemáticos não são exclusividade de iniciantes em álgebra. Os autores revelam que essas dificuldades se estendem para pessoas de idades, nacionalidades e níveis de escolaridades diferentes, não se limitando àqueles que se iniciam em álgebra.

> Parece, portanto, que o ensino nos Estados Unidos, em Israel e em Fiji – e, acreditamos, em quase toda parte – não oferece aos alunos oportunidades de aprender a interpretar sequências de símbolos matemáticos. Os alunos não aprendem a ler e a escrever em matemática! Essa omissão não só limita seu desempenho na resolução de problemas, como também os coloca em séria desvantagem quando se trata de aprender a manipulação simbólica das regras da álgebra. Sem a capacidade de interpretar expressões, os alunos não dispõem de mecanismos para verificar se um dado procedimento é correto. Assim, muitas vezes eles têm de recorrer a lembranças dos procedimentos automatizados para resolver problemas (LOCHHEAD; MESTRE, 1995, p. 148).

Esses pesquisadores buscaram investigar como os estudantes de diferentes níveis de escolaridade realizavam conversões de problemas em linguagem natural para a linguagem algébrica. Como resultado de suas pesquisas, eles observaram que os estudantes mostram uma forte tendência em fazer uma associação com a ordem das palavras, da esquerda para direita ou confundem variáveis com rótulos.

Por fim, lembram que “o passo mais difícil na resolução de problemas talvez seja o processo de tradução das palavras para a álgebra” (LOCHHEAD; MESTRE, 1995, p. 152).

Seguindo essa linha de pesquisa, André (2007) buscou investigar como estudantes do 8º ano (antiga 7ª série) do Ensino Fundamental de escolas públicas realizam a conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica ligada a problemas associadas a equações polinomiais do 1º grau.

Em sua pesquisa, André (2007) utilizou como referencial teórico a teoria dos registros de representações semióticas de Duval. Nessa teoria, Duval (2003) diz que do ponto de vista cognitivo, a passagem de uma situação na linguagem natural para a linguagem matemática é mais importante do que os tratamentos em uma mesma linguagem, como por exemplo, a solução de uma equação.

Como resultados a pesquisadora identificou, assim como as pesquisas de Lochhead e Mestre (1995), que os estudantes têm dificuldades em realizar a conversão de problemas em linguagem natural para linguagem algébrica, uma vez que a média de acerto por questão ficou em torno de 3,5%.

A pesquisadora afirma ainda que existe, por parte dos estudantes, uma “forte tendência em associar a ordem em que as palavras aparecem no texto para representar os dados presentes no enunciado, ou seja, os alunos usualmente fazem a leitura linear do enunciado do problema ou situação proposta” (ANDRÉ, 2007, p. 199).

A pesquisa de Costa (2010) também buscou investigar como estudantes do 7º ano realizam a conversão de problemas envolvendo equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita. Assim como André (2007), Costa (2010) também observou que os estudantes têm muita dificuldade em realizarem a conversão dos problemas para linguagem algébrica.

Câmara (2010b) buscou investigar as estratégias de estudantes do 6º ano na resolução de problemas de estrutura algébrica relacionados com equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita. Em sua pesquisa, Câmara observou que apesar dos estudantes participantes não terem estudado álgebra formalmente, alguns conseguiram utilizar estratégias algébricas na resolução dos problemas. Esse pesquisador diz ainda que problemas de estrutura algébrica podem desenvolver, nos estudantes, o pensamento algébrico.

Nossa pesquisa está relacionada com esses problemas de estrutura algébrica. Entretanto não estamos, nesse estudo, preocupados em analisar as estratégias mobilizadas pelos alunos para resolver esses tipos de problemas, mas sim, como esses problemas estão sendo abordados nos livros didáticos de matemática adotados pelas escolas públicas brasileiras.

Nesse sentido, nossa pesquisa busca responder a seguinte questão: Quais são os problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita nos livros didáticos de matemática do 7º ano do Ensino Fundamental no Brasil?

Escolhemos fazer uma análise nos livros didáticos de matemática por acreditarmos que, atualmente, um dos principais, se não o único, material didático utilizado pelos professores brasileiros é o livro didático (BRASIL, 1998).

Para responder nossa questão de pesquisa construímos nosso texto da seguinte maneira. No capítulo 1 temos uma discussão acerca do livro didático. Discutimos, nessa parte do texto, algumas concepções de livro didático, sua importância na sala de aula e as políticas públicas voltadas para o livro didático na atualidade.

No capítulo 2 realizamos uma discussão sobre álgebra. Nesse momento temos um pouco da história desse campo de conhecimento matemático, algumas concepções de álgebra, a caracterização de um problema e de um problema de estrutura algébrica, além de realizar a classificação dos problemas de estrutura algébrica.

No capítulo 3 trazemos nossa metodologia, explicando como foi o percurso de nossa pesquisa e as categorias adotadas.

No capítulo 4 temos a análise individual dos livros didáticos, realizada em cada livro com o intuito de traçar o perfil dos LD analisados. No capítulo 5 realizamos uma análise comparativa entre os dez livros didáticos, comparando os resultados obtidos.

Concluímos nossa pesquisa no capítulo 6 com as nossas considerações finais e com algumas reflexões para pesquisas futuras, que podem esclarecer aspectos que não foram contemplados em nossa pesquisa.

1. LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Nesse capítulo temos uma breve discussão sobre o livro didático de matemática e sua importância na sala de aula. Portanto, trazemos algumas concepções de livro didático, em seguida discutimos sobre a importância desse material didático nas aulas de matemática e por fim dissertamos sobre as políticas públicas para o livro didático na atualidade.

1.1. Algumas concepções de livro didático

Bittencourt (1997) afirma que o livro didático é um dos materiais mais utilizados na escola, portanto, de fácil identificação, entretanto, de difícil definição.

Nesse sentido, acreditamos que em nossa pesquisa se faz necessária a seguinte indagação: “o que caracteriza um livro didático?” Oliveira (1984, p. 11) diz que a definição de livro didático não é tão simples. Esse autor ainda afirma que, para alguns, “todo livro é, ou pode ser didático.” Para tentar responder à indagação acima, discutiremos a seguir algumas concepções de livro didático defendidas por alguns autores.

Para Lajolo (1996, p. 4) um livro para ser didático deverá ser utilizado de maneira sistemática, atuando no processo de ensino e de aprendizagem de um “objeto de conhecimento, já consolidado como disciplina”. Ou seja, para esse autor um livro só é didático se é utilizado em sala de aula. Seguindo essa mesma linha de pensamento, Molina (1988, p. 17), diz que um livro didático é “uma obra escrita (ou organizada, como acontece tantas vezes), com a finalidade específica de ser utilizada numa situação didática, o que a torna, em geral, anômala em outras situações”.

Richaudeua (1979, apud OLIVEIRA, 1984, p. 11) defende a concepção de que “livro didático é entendido como um material impresso, estruturado, destinado ou adequado a ser utilizado num processo de aprendizagem ou formação”.

Cavalcanti (1996) define livros didáticos como sendo “publicações dirigidas tanto aos professores quanto aos alunos, que não apenas organizam os conteúdos a serem ensinados, como também indicam a forma como o professor deve planejar suas aulas e tratar os conteúdos com os alunos”.

Lopes (2009, p. 36) afirma que “os livros didáticos têm-se prestado a divulgar ‘verdades’ aceitas pela comunidade intelectualizada, resultantes de observações, estudos e pesquisas, realizados por uma pessoa, por um grupo de pessoas ou até mesmo por gerações”.

Nesse sentido, o livro didático é considerado, por muitos autores, como um material impresso, que contém um conjunto de conhecimentos na forma de conteúdos, discutidos e aprovados pela sociedade e órgãos competentes para serem ensinados em sala de aula, fazendo com que o livro didático tenha uma única finalidade, a sala de aula.

Entretanto, vale lembrar que “o livro didático é um recurso auxiliar no processo de ensino e aprendizagem e não pode, portanto, ocupar o papel dominante nesse processo” (BRASIL, 2010).

Em nossa pesquisa adotamos como caracterização de livro didático as supracitadas, ou seja, temos como livro didático um material impresso, o qual contém saberes validados pela sociedade e organizados para serem trabalhados em sala de aula, com a função de auxiliar o professor no processo de ensino, assim como ajudar os estudantes no processo de aprendizagem.

1.2. O livro didático na sala de aula

O livro didático é um dos mais importantes, se não o único apoio didático utilizado em salas de aulas de escolas públicas brasileiras tanto pelo professor como pelos alunos. Nesse sentido, esse material é de grande importância no processo de ensino e de aprendizagem das disciplinas escolares.

Freitag (1997, p. 128) lembra que

> defensores e críticos, políticos e cientistas, professores e alunos são, no momento, unânimes em relação ao livro didático: ele deixa muito a desejar, mas é indispensável em sala de aula. Se com o livro didático o ensino no Brasil é sofrível, sem ele seria incontestavelmente pior. Poderíamos ir mais longe, afirmando que sem ele o ensino brasileiro desmoronaria. Tudo se calca no livro didático. Ele estabelece o roteiro de trabalhos para o ano letivo, dosa as atividades de cada professor no dia-a-dia da sala de aula e ocupa os alunos por horas a fio em classe e em casa (fazendo seus deveres).

Portanto, o livro didático de matemática é o que, na maioria das vezes, indica para o professor “a amplitude, a sequência e, até mesmo, o ritmo de desenvolvimento do programa de matemática” (DANTE, 1996, p. 83).

Nesse sentido, o livro didático de matemática é indispensável tanto para o aluno quanto para o professor. É indispensável para o aluno por ser nele que está contido o texto base para ser estudado, assim como as atividades (exercícios) para que possam “fixar” os conceitos trabalhados na aula, além de servir como base para o professor na hora de elaborar as atividades (exercícios, testes, provas, etc.). Também é indispensável para o professor por ser o mais importante, se não o único, material didático disponibilizado para seus alunos.

Alguns documentos oficiais, como o Guia do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD/2011 lembram que “o livro didático tem sido um apoio importante para o trabalho do professor e uma fonte permanente para a aprendizagem do aluno” (BRASIL, 2010, p. 9). Esse documento ainda diz que

> o livro didático contribui para o processo de ensino-aprendizagem como um interlocutor que dialoga com o professor e com o aluno. Nesse diálogo, tal texto é portador de uma perspectiva sobre o saber a ser estudado e sobre o modo de se conseguir aprendê-lo mais eficazmente – que devem ser explicitados no manual do professor (BRASIL, 2010, p. 12).

Carvalho e Lima (2010) dizem que o livro didático é portador de escolhas, tais como, “o saber a ser estudado; os métodos adotados para que os alunos consigam aprendê-lo mais eficazmente; a organização curricular ao longo dos anos de escolaridade”. Esses pesquisadores ainda lembram que existe uma teia de relações entre o autor/livro didático, o professor, o aluno e a matemática, que pode ser representada pelo esquema abaixo.

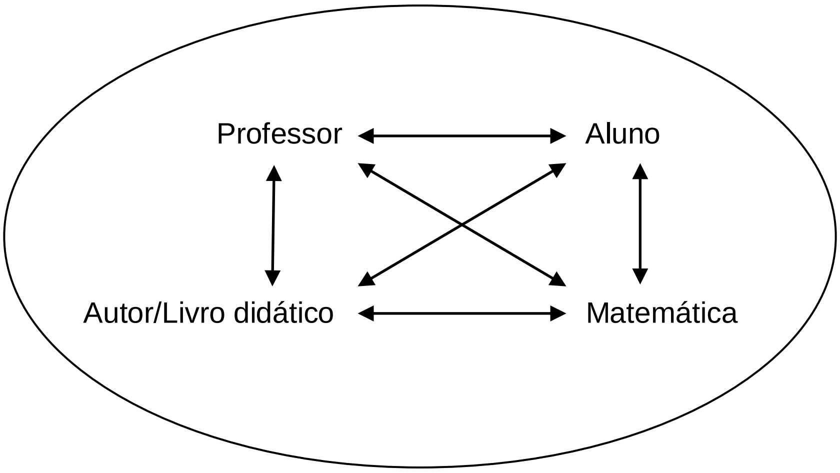


Figura 1. O livro didático na sala de aula
Fonte: Carvalho e Lima (2010, p. 15).

A partir do esquema proposto por esses autores, podemos observar que existe uma relação estreita entre o livro didático/autor, o professor, os alunos e o saber matemático, tornando esse material quase que indispensável na sala de aula de matemática nos dias atuais. Aliás, Valente (2008, p. 142) lembra que a importância do livro didático nas aulas de matemática não é de hoje, pois,

> a dependência de um curso de matemática aos livros didáticos, portanto, ocorreu desde as primeiras aulas que deram origem à matemática hoje ensinada na escola básica. Desde os seus primórdios, ficou assim caracterizada, para a matemática escolar, a ligação direta entre compêndios didáticos e desenvolvimento de seu ensino no país. Talvez seja possível dizer que a matemática se constitua na disciplina que mais tem a sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos.

Portanto, o livro didático de matemática assume um papel importante no ambiente escolar. Esse material tem funções de destaque, não só para os professores, mas também para os estudantes. Levando em consideração os textos de Gérard & Roegiers (1998, apud CARVALHO; LIMA, 2010), as funções do livro didático em relação aos alunos são:

- favorecer a aquisição de saberes socialmente relevantes;
- consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos;
- propiciar o desenvolvimento de competências e habilidades do aluno, que contribuam para aumentar a autonomia;
- contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania.

Já com relação aos professores, as funções do livro didático são:

- auxiliar no planejamento didático-pedagógico anual e na gestão das aulas;
- favorecer a formação didático-pedagógica;
- auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno;
- favorecer a aquisição de saberes profissionais pertinentes, assumindo o papel de texto de referência.

(CARVALHO; LIMA, 2010, p. 16)

Portanto, acreditamos que são muitas as funções do livro didático no processo de ensino e de aprendizagem da matemática, assim como acreditamos que esse material didático se torna, na atualidade, quase que indispensável para o ambiente escolar.

1.3. Políticas Públicas para o livro didático nos dias de hoje

Na atualidade, as políticas públicas para o livro didático são organizadas e executadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que os avalia por meio de convênio com Universidades brasileiras, e disponibiliza as resenhas dos livros aprovados no Guia do livro didático, para serem escolhidos pelos professores das escolas públicas, tendo ainda a responsabilidade de distribuição dos livros escolhidos.

O Guia é um documento disponibilizado pelo Ministério da Educação (MEC) para ajudar os professores na escolha do livro didático. No Guia do PNLD/2011 estão, entre outras informações, as resenhas das dez coleções aprovadas. Essas informações podem ajudar os professores na hora de escolher "o livro didático que seja mais adequado ao trabalho com seus alunos e ao projeto político-pedagógico da sua escola" (BRASIL, 2010, p. 9).

No Guia de matemática do PNLD/2011 encontramos uma resenha na qual contém uma síntese avaliativa das coleções aprovadas. Essa avaliação é composta por informações referentes aos LD, especialmente as relacionadas à metodologia e à abordagem dos conteúdos. Com relação aos conteúdos, a resenha mostra por meio de um gráfico, as percentagens que cada obra dedica a cada um dos campos da matemática. Por outro lado, a obra que deixar de contemplar algum desses campos será excluída do Guia. Temos, a seguir, o exemplo do gráfico utilizado nas resenhas dos LD de matemática.

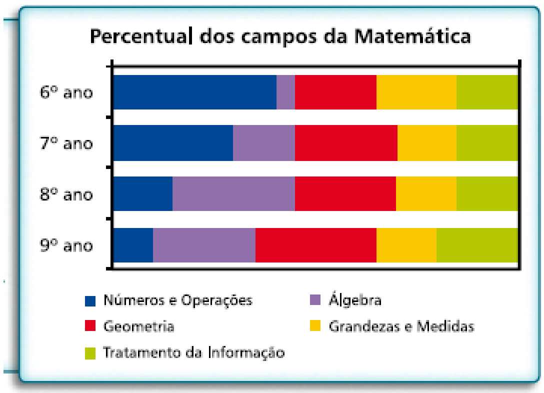


Figura 2. Extrato do gráfico dos percentuais dos campos da matemática no Guia do PNLD/2011
Fonte: Brasil (2010, p. 21)

Além disso, para cada campo da matemática é apresentado informações, como "conteúdos mais trabalhados e os menos trabalhados. Também são indicadas as dificuldades que o professor pode enfrentar na abordagem de alguns tópicos. Além disso, são assinaladas qualidades ou inadequações presentes no trabalho de conceitos e procedimentos matemáticos" (BRASIL, 2010, p. 21).

Para que uma coleção esteja no Guia, e possa ser escolhida pelos professores, ela precisa passar por uma avaliação rigorosa. Alguns dos critérios na hora da avaliação são comuns a todas as áreas. No PNLD/2011 os critérios eliminatórios comuns a todas as áreas foram:

- ✓ respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas ao ensino fundamental;
- ✓ observância de princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano;
- ✓ coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela coleção, no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados;
- ✓ correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos; observância das características e finalidades específicas do manual do professor e adequação da coleção à linha pedagógica nele apresentada;
- ✓ adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático-pedagógicos da coleção.

(BRASIL, 2010, p. 25)

As coleções que não atenderam a qualquer um dos critérios acima ficaram de fora do Guia. Além dos critérios comuns a todas as obras, as coleções de matemática são excluídas do Guia se,

- ✓ apresentar erro ou indução a erro em conceitos, argumentação e procedimentos matemáticos, no livro do aluno, no manual do professor e, quando houver, no glossário;
- ✓ deixar de incluir um dos campos da matemática escolar, a saber, números e operações, álgebra, geometria, grandezas e medidas e tratamento da informação;
- ✓ der atenção apenas ao trabalho mecânico com procedimentos, em detrimento da exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas;
- ✓ apresentar os conceitos com erro de encadeamento lógico, tais como: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas;
- ✓ deixar de propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização;
- ✓ supervalorizar o trabalho individual;
- ✓ apresentar publicidade de produtos ou empresas.

(BRASIL, 2010, p. 25-26).

Portanto, na atualidade, as políticas públicas voltadas para a produção e distribuição dos LD das escolas públicas brasileiras são, exclusivamente, realizadas pelo Programa Nacional do Livro Didático. Esse programa é responsável pela avaliação das coleções, com a finalidade de desenvolver uma melhoria na produção dos LD. O PNLD tem a preocupação de melhorar as obras tanto no fator físico como no conceitual. As obras que são aprovadas na avaliação realizada pelo PNLD são colocadas no Guia para que possam ser escolhidas pelos professores das escolas públicas brasileiras. Além disso, é de responsabilidade do PNLD a distribuição dos LD escolhidos pelos professores.

Entretanto, um livro didático antes de chegar nas salas de aulas das escolas públicas brasileiras passa por um longo processo, que inicia-se dois anos antes e que é compostos pelas seguintes etapas.

> a) convocação, via edital público nacional, para inscrições de livros didáticos pelos detentores de direitos autorais; b) inscrição das obras no FNDE; c) triagem dos livros, com base em especificações técnicas do edital referentes aos aspectos físicos e editoriais dos livros; d) avaliação (científica e pedagógica) das obras; e) divulgação do Guia do Livro Didático, com as resenhas das coleções aprovadas para a escolha dos professores; e) processo de escolha realizado em cada escola, com indicação das adoções pelos professores; f) negociação e aquisição dos livros escolhidos; g) distribuição dos livros nas escolas (ALBUQUERQUE, 2011, p. 22).

Na nossa pesquisa analisamos os problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau nos livros didáticos de matemática do 7º ano das dez coleções aprovados no PNLD/2011, que foi destinado aos livros do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

2. ÁLGEBRA E PROBLEMAS DE ESTRUTURA ALGÉBRICA

Nesse capítulo da dissertação temos uma discussão sobre álgebra e problemas de estrutura algébrica. Nesse sentido, trazemos um pouco da história da álgebra, sem nenhum propósito de esgotar esse tema. Em seguida temos algumas concepções de álgebra, tendo como foco a álgebra escolar. No tópico seguinte tentamos caracterizar um problema para por fim trazer a caracterização de um problema de estrutura algébrica.

2.1. Álgebra: um pouco da história

Resolvemos escrever um pouco da história da álgebra para melhor compreender o nosso objeto de pesquisa, tendo em vista que o mesmo está inserido nesse campo de conhecimento matemático. Ressaltamos que não temos a intenção de discutir a fundo a história, mas, sim, realizar uma breve discussão acerca da evolução histórica da álgebra.

A palavra álgebra é, segundo Baumgart (1992), “uma variante latina da palavra árabe al-jabr”, palavra que é encontrada no título do livro *Al-jabr wa-al-Muqabilah*. Esse livro, que foi escrito em Bagdá por volta do ano 825, pelo matemático árabe Al-Kwarizmi, é, de acordo com muitos especialistas, o primeiro tratado de álgebra. Esse trabalho tinha como objetivo ensinar soluções para os problemas cotidianos da época, como os problemas de partilha de heranças.

Na origem, a palavra álgebra esta voltada para a solução de equações, entretanto, atualmente ela tem um significado bem mais amplo. Nesse sentido, Baumgart (1992) caracteriza a álgebra tendo como enfoque duas fases, a saber.

1ª. A álgebra antiga ou elementar. É caracterizada pelo estudo das equações e métodos de resolvê-las.

2ª. A álgebra moderna ou abstrata. É caracterizada pelo estudo das estruturas matemáticas tais como grupos, anéis e corpos.

Podemos dizer que a segunda fase, a álgebra abstrata, é desenvolvida e estudada em cursos de nível superior, como as graduações, enquanto a álgebra elementar se perpetuou na Educação Básica como disciplina a ser ensinada.

Nosso objeto de pesquisa está inserido, portanto, nessa primeira dimensão da álgebra, que é trabalhada até hoje nas escolas, a álgebra elementar. Nessa pesquisa tratamos, mais especificamente, de problemas cuja representação matemática se dá por uma equação polinomial do 1º grau com uma incógnita. Nesse sentido, temos adiante uma discussão da evolução histórica dessa fase da álgebra, não nos preocupando com a álgebra abstrata.

A álgebra elementar caracterizou-se, segundo Baumgart (1992, p. 3)

> pela invenção gradual do simbolismo e pela resolução de equações (em geral com coeficientes numéricos) por vários métodos, apresentando progressos pouco importantes até a resolução 'geral' das equações cúbicas e quárticas (c. 1545) e o inspirado tratamento das equações polinomiais em geral feito por François Viète.

Quanto ao desenvolvimento da representação algébrica, podemos falar de três estágios de evolução: *o retórico (verbal), o sincopado e o simbólico.*

Na fase retórica ou verbal "não se fazia uso de símbolos nem de abreviações para expressar o pensamento algébrico" (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, P. 79). Nessa fase, tanto os problemas, quanto as equações e os esquemas operatórios eram descritos em linguagem corrente.

O período sincopado da representação do pensamento algébrico surgiu, segundo alguns pesquisadores, com Diofanto, tendo em vista que foi esse matemático que introduziu pela primeira vez uma letra ("sigma" do alfabeto grego) no lugar de uma incógnita, e começou a utilizar maneiras mais abreviadas e concisas para representar uma equação. Portanto, foi nesse período da história da álgebra que começou a surgir os símbolos utilizados hoje em dia.

A fase simbólica, que começou a despontar, segundo Baumgart (1992), por volta do ano 1500, corresponde "ao momento em que as idéias algébricas passam a ser expressas somente através de símbolos, sem recorrer ao uso de palavras" (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, P. 80). Esse estágio da evolução da representação do pensamento algébrico é utilizado até hoje nos ambientes escolares, onde está inserido nosso objeto de pesquisa. Apesar de nosso objeto de pesquisa se tratar de problemas em linguagem corrente, sua representação matemática é feita por meio de símbolos (as equações).

2.2. Algumas Concepções de Álgebra

A álgebra sempre teve um lugar de destaque no currículo de matemática, como afirma House (1995). Para uma boa parte dos estudantes, a álgebra é considerada o resultado final de muitos anos de estudos de aritmética e o início de muitos outros anos de estudos de outros ramos da matemática.

Apesar de a álgebra possuir um destaque grande na Educação Básica, ela não é tão simples de definir. Nesse sentido, temos a seguir algumas reflexões acerca desse campo de conhecimento matemático tão importante, mas sem nenhuma intenção de formular um conceito. Para tanto, iremos descrever algumas caracterizações e concepções voltadas à álgebra, foco do nosso estudo.

A álgebra foi criada, ao que tudo indica, com o intuito de resolver problemas da vida cotidiana. Nesse sentido, Dahan-Dalmedico & Peiffer (1986, apud DA ROCHA FALCÃO, 1997, p. 86) dizem que, desde a sua origem, a álgebra já era considerada como "uma síntese profunda entre as aspirações visando à resolução de problemas da vida cotidiana".

Seguindo esse ponto de vista, Da Rocha Falcão (1997, p. 86) diz que a álgebra se caracteriza como um "conjunto de conceitos e procedimentos (algoritmos) matemáticos que permitem a representação prévia e a resolução de um determinado tipo de problema, para o qual os procedimentos aritméticos mostram-se insuficientes". Esse autor ainda diz que a álgebra pode ser considerada, a partir dessa caracterização, como "um objeto de estudo em si mesma, enquanto objeto matemático descontextualizado, mas igualmente uma ferramenta de trabalho a serviço de outros domínios do saber, como a física, a economia, a psicologia, ...".

Booth (1995) diz que uma das maiores diferenças entre a aritmética e a álgebra é "a utilização, nessa última, de letras para indicar valores". Essa autora fala que as letras também aparecem na aritmética, entretanto com sentido bastante diferente. Portanto, para essa autora, uma das caracterizações da álgebra é o uso de letras para representar valores numéricos. Seguindo esse sentido, Usiskin (1995, p. 9) relata que a álgebra escolar se caracteriza pela "compreensão do significado das letras (hoje comumente chamadas variáveis) e das operações com elas".

Outros autores preferem, ao invés de uma caracterização da álgebra, falar de concepções acerca desse campo de conhecimento matemático. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) destacam quatro concepções de álgebra, a saber: *processológica; linguístico-estilística; linguístico-sintático-semânica* e *linguístico-postural*.

A primeira concepção, a processológica,

> encara a álgebra como um conjunto de procedimentos (técnicas, artifícios, processos e métodos) específicos para abordar certos tipos de problemas. Esses procedimentos específicos consistem em técnicas algorítmicas ou processos interativos que se aplicam a problemas ou conjunto de problemas, cuja resolução se baseia no seguimento de uma sequência padronizada de passos (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 82).

A segunda concepção, a linguístico-estilística, tem a álgebra como uma linguagem específica, artificialmente criada com o propósito de expressar o pensamento algébrico.

A terceira concepção, a linguístico-sintática-semânica,

> concebe a álgebra como uma linguagem específica e concisa, mas cujo poder criativo e instrumental não reside propriamente em seu domínio estilístico, mas em sua dimensão sintático-semânica. É apenas quando os signos dessa linguagem específica adquirem o caráter de símbolos, ou seja, é apenas quando se estabelece, ao nível semântico, a sutil e fundamental distinção entre o uso da letra para representar genericamente quantidades discretas ou contínuas, determinadas e particulares, e o uso da letra para representar genericamente quantidades genéricas, que essa linguagem revela sua dimensão operatória ou sintática, isto é, sua capacidade de efetuar e expressar transformações algébricas estritamente simbólicas (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 83).

A quarta concepção, a linguístico-postulacional, concebe a álgebra como "a ciência das estruturas gerais comuns a todas as partes da matemática, inclusive a lógica" Piaget e Garcia (1987, apud FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 83). Nessa concepção,

> o caráter simbólico do signo linguístico é ampliado, isto é, ele passa a representar não apenas uma quantidade geral, discreta ou contínua, mas também entidades matemáticas que não estão, necessariamente, sujeitas ao tratamento quantitativo, tais como as estruturas topológicas, as estruturas de ordem, a estrutura de espaço vetorial etc (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 83).

Usiskin (1995) é outro autor que fala de concepções de álgebra. Entretanto, ele fala de concepções de álgebra tomando como base o papel das variáveis. Esse autor destaca que a álgebra da escola básica pode ter quatro concepções diferentes, quando se toma o papel das variáveis[1] por base. São elas:

- *Álgebra como aritmética generalizada;*
- *Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas;*
- *Álgebra como estudo de relação entre grandezas;*
- *Álgebra como estudo das estruturas.*

A primeira concepção, a álgebra como aritmética generalizada, Usiskin (1995) afirma que é comum imaginar as variáveis como generalizadoras de modelos. É nessa concepção que os estudantes começam a generalizar modelos como, por exemplo, os de multiplicação, quando se tem 3.5=5.3, logo a.b=b.a, para qualquer a e b.

Ainda segundo Usiskin (1995, p. 13),

> num nível mais avançado, a noção de variável como generalizadora de modelos é fundamental em modelagem matemática. Muitas vezes encontramos relações entre números que desejamos descrever matematicamente, e as variáveis são instrumentos utilíssimos nessa descrição.

Na álgebra como aritmética generalizada, as instruções-chave para os alunos são traduzir e generalizar.

A segunda concepção é a álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas. Nessa concepção, as variáveis são consideradas

[1] Usinkin (1995) utiliza o termo variável para designar qualquer valor representado por uma letra, nesse sentido uma variável pode ser um parâmetro, uma constante, uma incógnita ou uma variável.

ou como incógnitas ou como constantes. Por exemplo, é a partir dessa concepção que estudantes começam a resolver algebricamente certos tipos de problemas. As instruções-chaves dessa concepção consistem em simplificar e resolver.

A terceira concepção é a álgebra como estudo de relações entre grandezas. Nesse caso, o que diferencia as variáveis dessa concepção com a anterior é que nessa as "*variáveis variam*".

É nessa concepção de álgebra que se encontra o estudo das funções, pois, segundo o autor,

> dentro dessa concepção, uma variável é um argumento (isto é, representa os valores do domínio de uma função) ou um parâmetro (isto é, representa um número do qual dependem outros números). Só no contexto dessa concepção existem as noções de variável independente e variável dependente. As funções surgem quase imediatamente, pois necessitamos de um nome para os valores que dependem do argumento ou do parâmetro x (USISKIN, 1995, p. 16).

A quarta concepção é a álgebra como estudo das estruturas. Nesta concepção, Usiskin (1995, p. 18) diz que "a variável é pouco mais que um símbolo arbitrário". Para compreender melhor essa concepção, observamos o exemplo dado por Usiskin (1995).

Fatorar $3x^2 + 4ax - 132a^2$

Nesse exemplo a concepção de variável não tem nenhuma relação com as concepções anteriores. Podemos dizer, então, que "não se trata de nenhuma função ou relação; a variável não é um argumento. Não há equação alguma a ser resolvida, de modo que a variável não atua como uma incógnita. Também não há nenhum modelo aritmético a ser generalizado". Sendo assim, "nesse tipo de problema o aluno tende a tratar as variáveis como sinais no papel, sem nenhuma referência numérica" (USISKIN, 1995, p. 18).

Em resumo, as concepções da Álgebra e os diferentes usos das variáveis defendidas por Usiskin (1995) são colocadas no quadro abaixo.

QUADRO 1 – Concepções da Álgebra e uso das variáveis

Concepções da Álgebra	Uso das variáveis
Aritmética Generalizada	Generalizadora de modelos Traduzir - Generalizar
Meio de resolver certo tipo de problema	Incógnita, constantes Resolver - Simplificar
Estudo das Relações	Argumentos, parâmetros Relacionar - Gráficos
Estrutura	Sinais arbitrários no papel Manipular - Justificar

Fonte: Usiskin, 1995, p. 20

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998) de Matemática do Ensino Fundamental também trazem quatro concepções de álgebra escolar tomando as diferentes funções das letras[2]. Para Câmara (2010a, p. 2)

> os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), talvez na tentativa de incorporar tradicionais práticas das escolas brasileiras, adotam a mesma tipologia de Usiskin, mas substituindo a concepção "meio de resolver problemas" pela dimensão "resolução de equações".

Para compreender melhor as concepções de Álgebra escolar definida pelos PCN, temos o quadro abaixo.

[2] Nos PCN (BRASIL, 1998) o termo "letra" tem o mesmo sentido do termo "variável" adotado por Usiskin (1995).

QUADRO 2 – Álgebra no Ensino Fundamental segundo os PCN

Fonte: BRASIL, 1998, p. 196

Na nossa pesquisa, iremos nos deter no estudo de apenas uma das concepções de álgebra definidas por Usiskin (1995), que é a "*Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*", que é a mesma dimensão definida pelos PCN como "*resolução de equações*", tendo em vista que, para resolver algebricamente problemas de estrutura algébrica envolvendo equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, se faz necessário o estudante saber resolver uma equação polinomial do 1º grau com uma incógnita.

2.3. Caracterização de um Problema

Nosso objeto de pesquisa são os problemas de estrutura algébrica. Entretanto, antes de dissertar sobre esse tema, surgiu a seguinte questão: *o que caracteriza um problema?* Portanto, realizamos uma discussão para compreender melhor a noção de problema adotado nessa pesquisa, tendo em vista que são muitas as definições adotadas para esse termo.

Santos e Ponte (2001, p. 3) dizem que “um problema é uma dificuldade, não trivial, que se pretende ultrapassar”. Porém, esses mesmos pesquisadores lembram que a noção de problema pode ser encarada de diversas maneiras. Eles destacam que, por exemplo, alguns autores caracterizam um problema tomando como base a relação existente entre o indivíduo e a situação, enquanto outros caracterizam um problema tendo como base apenas as características da própria tarefa. No primeiro caso, em que o foco é o indivíduo, uma dada situação pode ser um problema para uma determinada pessoa e não o ser para outra. Já no segundo caso, “uma dada situação será um problema se possuir um conjunto de características que se presumem problemáticas para todos os membros de um certo grupo relativamente alargado de indivíduos” (SANTOS; PONTE, 2001, p. 3).

Outra definição diz que “um problema é uma situação que difere de um exercício pelo fato de o aluno não dispor de um procedimento ou algoritmo que conduzirá com certeza a uma solução” (KANTOWSKI, 1981, apud ABRANTES, 1989, p. 3).

Glaeser (1973) buscou classificar as atividades de acordo com o comportamento dos alunos e do professor frente à situação. O quadro abaixo traz essa classificação resumida.

Quadro 3 – Classificação de Enunciados, segundo a finalidade.

Sigla	Categorias de enunciados	Comportamento do aluno	Comportamento do professor
EE	Exercícios de exposição	➔ Aprender ➔ Adquirir conhecimentos	➔ Exposição incompleta. ➔ Transmissão de conhecimentos.
P	Problemas	➔ Procurar. ➔ Encontrar.	➔ Suscitar a curiosidade. ➔ Encorajar a perseverança na pesquisa.
ED	Exercícios didáticos	➔ Treinar-se. ➔ Adquirir os mecanismos	➔ Fixar os conhecimentos, as atitudes, os hábitos.
ETT	Execução de tarefas	➔ Assumir suas responsabilidades. ➔ Conduzir bem o trabalho se engajando para subsistir aos erros.	➔ Incitar cuidados minuciosos. ➔ Exigir um "trabalho bem feito".
A	Exemplos de ilustração Exercícios de aplicação	➔ Transferir os conhecimentos teóricos num contexto prático.	➔ Abstração a outros centros de interesse.
M	Manipulação	➔ Observar. ➔ Experimentar. ➔ Reparar.	➔ Motivar os resultados de um estudo abstrato ulterior.
T	Testes	➔ Verificar o valor dos seus conhecimentos. ➔ Fazer valer as suas atitudes.	➔ Controlar os resultados da aprendizagem de cada aluno.

Fonte: GLAESER (1973, apud ARAÚJO, 2009, p. 82)

Como nosso objetivo nessa pesquisa não trata de toda essa classificação, resolvemos descrever mais detalhadamente apenas as três primeiras categorias.

No exercício de exposição, o maior interesse é o conteúdo matemático, tendo como objetivo principal a transmissão de conhecimento. Nesse tipo de atividade, as questões são muito fáceis, e a dificuldade na resolução fica em segundo plano, pois pode atrapalhar a transmissão de informações.

Os exercícios didáticos são longas listas de atividades geralmente trazidas no final dos capítulos com o intuito de treinamento e de fixação dos conteúdos trabalhados.

No caso do problema, o interessante é desenvolver a curiosidade, a busca, a pesquisa para se chegar à resposta. “É tomar consciência da natureza das suas dificuldades e se deixar conduzir a um processo de iluminação que revela a resposta (ARAÚJO, 2009, p. 83).

Outra classificação interessante acerca das atividades matemáticas trabalhadas em sala de aula é colocada por Câmara (2002). Esse autor classifica essas atividades em *problemas fechados, problemas abertos e situações-problema.*

Um problema fechado se caracteriza “como um problema cujo enunciado, ou localização, já identifica, para o aluno, qual o ‘conteúdo’ que deverá ser utilizado para resolvê-lo” (CÂMARA, 2002, p. 39).

Já para os problemas abertos como para as situações-problema o aluno deve “ser capaz de realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testá-las e validar seus resultados, provando que são verdadeiros ou, em caso contrário, mostrando algum contra-exemplo” (CÂMARA, 2002, p. 39).

Enquanto os problemas abertos levam o aluno à aquisição de um processo de resolução de problemas, ou seja, leva a uma atitude diante de um problema, a situação-problema leva o aluno à construção de um novo conceito matemático (CÂMARA, 2002, p. 40).

Em nossa pesquisa, estamos tomando como concepção de problema a noção adotada por Câmara (2002) como problema fechado, em que o enunciado e a localização do problema leva o estudante a identificar o conteúdo a ser utilizado para resolvê-lo, nesse caso, as equações polinomiais do 1° grau com uma incógnita.

2.4. Problemas de estrutura algébrica

Da Rocha Falcão (1992) diz que os problemas de estrutura algébrica[3] são aqueles para os quais os procedimentos aritméticos mostram-se enfadonhos, cansativos ou insuficientes. Ou seja, para esse autor, um problema desse tipo é dificilmente resolvido com procedimentos aritméticos.

---

[3] Vale lembrar que Da Rocha Falcão (1997) não usa o termo “problemas de estrutura algébrica”.

Gama (2003) fala que os problemas algébricos são aqueles que contêm relações entre os elementos do enunciado. Assim como Gama, Marchand e Bednarz (1999) dizem que em um problema de estrutura algébrica se faz necessário a construção de relações entre os dados (as informações) do enunciado para converter o problema em uma equação. Como nosso objeto de pesquisa são os problemas de estrutura algébrica que têm sua representação matemática na forma de uma equação polinomial do primeiro grau com uma incógnita, resolvemos adotar a definição de Marchand e Bednarz (1999), que, para definir um problema desse tipo levam em consideração a ação do estudante para resolvê-lo.

Para Marchand e Bednarz (1999) o que diferencia um problema de estrutura algébrica de um problema aritmético é que em um problema aritmético o estudante parte de valores conhecidos para determinar valores desconhecidos, como no exemplo a seguir.

João tem 12 figurinhas, Paulo tem o dobro de figurinhas de João e Carlos tem o triplo de figurinhas de João. Quantas figurinhas os três têm, ao todo?

Esse problema pode ser representado a partir de duas operações de multiplicação e duas de adição, conforme a estrutura abaixo.

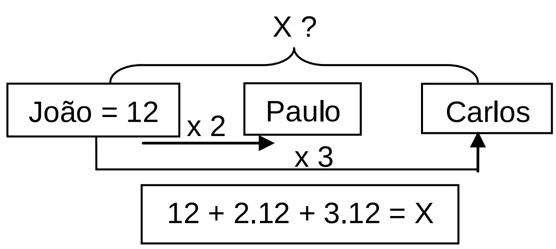


Figura 3: Esquema de um problema de estrutura aritmética.

O estudante chega à resposta por ter um valor conhecido, o número de figurinhas de João, que relaciona com os outros elementos do problema.

Já em um problema de estrutura algébrica, o estudante é levado a partir de “relações[4] para se chegar ao valor desconhecido, em um processo inverso ao problema do tipo aritmético” (CÂMARA, 2010a, p. 3). Podemos verificar essa situação no problema a seguir.

João, Paulo e Carlos têm, juntos, 72 figurinhas. Paulo tem o dobro de figurinhas de João e Carlos tem o triplo de figurinhas de João. Quantas figurinhas têm cada um?

Em uma situação desse tipo, o estudante não pode partir de um valor conhecido, mas, sim, deve estabelecer relações entre os elementos do problema, a fim de encontrar uma equação equivalente ao enunciado. Portanto, a resposta ao problema acima poderia ter a seguinte estrutura.

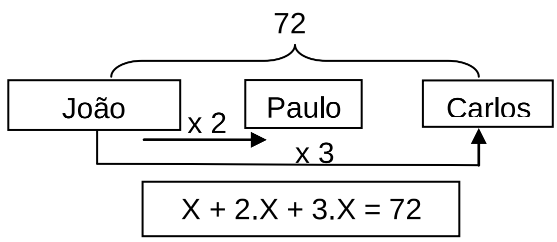


Figura 4: Esquema de um problema de estrutura algébrica.

Sendo assim, “os valores desconhecidos (incógnitas) não mais poderiam (ou deveriam) ser obtidos por uma sequência de operações aritméticas, sendo necessário estabelecer uma equação que expresse as relações” (CÂMARA, 2010a, p. 3).

Quando falamos, em nossa pesquisa, de problemas de estrutura algébrica, não significa dizer que esses tipos de problemas sejam resolvidos apenas por procedimentos algébricos, mas, sim, que os procedimentos aritméticos se tornam cansativos, enfadonhos, pouco econômicos ou insuficientes. Nesse sentido,

[4] Em um problema de estrutura algébrica as relações são entre os dados do enunciado. Esses dados são desconhecidos e formam no momento da conversão do problema as incógnitas da equação. Em um problema de estrutura aritmética existem relações entre os dados, entretanto esses dados são conhecidos.

consideramos problemas de estrutura algébrica aqueles em que o procedimento algébrico facilita na solução.

Marchand e Bednarz (1999) por meio de uma pesquisa realizada no Canadá conseguiram identificar e classificar os problemas de estrutura algébrica em três grandes classes, os “*problemas de transformação*”; os “*problemas de taxa*” e os “*problemas de partilha*”. Nessa pesquisa, Marchand e Bednarz analisaram os problemas propostos para o ensino de álgebra em duas coleções de livros didáticos para o secundário, equivalente à segunda etapa do Ensino Fundamental no Brasil.

Nossa pesquisa buscou realizar essa mesma classificação nos livros didáticos brasileiros, tendo como intuito verificar se esses tipos de problemas também aparecem nos livros adotados nas escolas brasileiras, em qual frequência, e qual tipo de problema os autores brasileiros dão mais destaque em seus livros? Entretanto, nos preocupamos em investigar apenas os LD do 7º ano, uma vez que é nesse ano que inicia, no Brasil, o ensino formal de álgebra, principalmente com o ensino de equações polinomiais do 1º grau.

2.4.1. Problemas de transformação

Os problemas de transformação se caracterizam por uma transformação que o valor inicial sofre que, por sua vez, não é dado explicitamente no enunciado do problema. Essa transformação no valor de partida gera uma nova situação, também desconhecida. Nesse caso, tanto o valor inicial é desconhecido como os valores finais, como mostrado no exemplo abaixo.

Ao ser perguntado sobre sua idade Paulo respondeu: o dobro da minha idade quatro anos atrás é igual a minha idade atual mais dezoito anos. Qual a idade de Paulo?

No problema acima, a idade de Paulo é o valor inicial e desconhecido. Nesse valor inicial foram realizadas três transformações, sendo duas aditivas, que são representadas por “*quatro anos atrás*” e “*mais dezoito anos*” e uma multiplicativa, representada pela operação “*dobro*”.

Esse tipo de problema é pouco proposto nos livros didáticos do Canadá do secundário 2 (equivalente ao 7º ano no Brasil). Na pesquisa de Marchand e Bednarz (1999), apenas 2% dos problemas de um dos livros, e 7% do outro livro, eram desse tipo. Esse tipo de problema é, no Canadá, mais trabalhado nos livros do secundário 1 (equivalente ao 6º ano no Brasil), uma vez que, 11% em um livro e 34% no outro livro analisados na pesquisa de Marchand e Bednarz (1999) eram problemas de transformação.

2.4.2. Problemas de taxa

Já os problemas de taxa são aqueles que se caracterizam por existirem relações entre grandezas não homogêneas, como mostrado no exemplo abaixo.

Sejam duas cidades A e B. Um homem viaja de automóvel a uma velocidade média de 80 km/h na ida. Ele volta pela mesma estrada a uma velocidade média de 60 km/h. Se ele faz toda viagem de ida e volta entre A e B em 7 horas, qual a distância entre essas duas cidades?

No caso do exemplo acima, é preciso estabelecer uma relação entre as grandezas (não-homogêneas) velocidade média, tempo e distância, para obter a solução do problema.

No Canadá, esse tipo de problema, segundo as pesquisas de Marchand e Bednarz (1999), é bem explorado no secundário 1 e 3 (equivalentes aos 6º e 8º ano no Brasil). No secundário 2 (equivalente ao 7º ano no Brasil), esse tipo de problema pouco aparece nos livros didáticos canadenses, como mostram os resultados das pesquisas de Marchand e Bednarz, nas quais, em um livro analisado, 15% dos problemas eram do tipo taxa e no outro livro apenas 7% eram problemas de estrutura algébrica do tipo taxa. Segundo essas pesquisadoras, esse tipo de problema é bem explorado nos livros do secundário 1 (73% dos problemas em um livro e 53% no outro livro eram desse tipo) e no secundário 3 (74% dos problemas em um livro e 51% no outro livro).

2.4.3. Problemas de partilha

Um problema de partilha (PP) se caracteriza por ter um valor conhecido que será repartido em partes desiguais e desconhecidas, ou seja, nesse tipo de problema, tem-se uma quantidade total conhecida e essa quantidade é repartida em outras partes desiguais e desconhecidas, como no exemplo a seguir.

Alan, Bruno e Carlos têm, juntos, 120 figurinhas. Bruno tem o dobro de figurinhas de Alan e Carlos tem 40 figurinhas a mais que Alan. Quantas figurinhas têm cada um?

Esse problema pode ser representado pela seguinte estrutura.

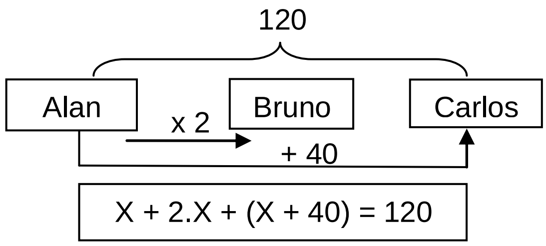


Figura 5: Esquema de um problema de partilha.

Marchand e Bednarz (1999) afirmam que um problema de partilha pode ser classificado de acordo com as relações existentes entre as partes. As autoras dizem que essa classificação leva em consideração o número, a natureza e o tipo de encadeamento dessas relações.

No caso do exemplo mostrado acima, tem-se um problema de partilha com duas relações. "*Bruno tem o dobro de figurinhas de Alan*" é uma relação e "*Carlos tem 40 figurinhas a mais que Alan*" é outra relação, sendo a primeira de natureza multiplicativa (dobro) e a segunda de natureza aditiva (a mais).

Quanto ao número de relações, podemos dizer que os alunos têm mais facilidade em resolver um problema de partilha com apenas uma relação, ao invés de um problema com mais de uma relação, como mostram os resultados de pesquisas de Marchand e Bednarz (2000). Essas pesquisadoras relatam que esse tipo de problema de partilha pouco favorece a passagem da aritmética à álgebra, uma vez que podem ser resolvidos facilmente por procedimentos aritméticos. Podemos observar um problema desse tipo no exemplo a seguir.

Paulo e Maria têm juntos 42 anos. A idade de Maria é o dobro da idade de Paulo. Quantos anos têm cada um?

Esse problema pode ser representado pelo seguinte esquema.

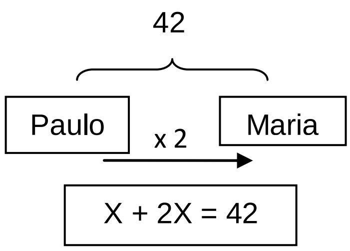


Figura 6: Esquema de um PP com uma relação.

Podemos explicar o grau de dificuldade de um problema de partilha tendo como referência a “teoria dos registros de representações semióticas”[5] de Raymond Duval. Nessa teoria, Duval (2003) defende a importância da representação, por meio de registros, de um objeto matemático, tendo em vista que não temos acesso a um saber matemático a não ser por meio de um registro. Ainda segundo esse autor, na matemática são utilizados dois tipos de transformação de representações

[5] Maiores informações sobre essa teoria pode ser encontrada no livro “Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica”, organizado por Machado (2003).

semióticas, “o tratamento e a conversão”[6]. Para tentar explicar o grau de dificuldade de um problema iremos utilizar apenas a noção de conversão, tendo em vista que, “do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão” (DUVAL, 2003, p. 16).

Além disso, Duval (2003, p. 17) lembra que a maior parte das dificuldades na resolução de problemas “pode ser explicada pelo caráter congruente ou não da conversão de um enunciado em uma escrita que permita efetuar os cálculos”. Para esse autor, “analisar a atividade de conversão, é suficiente comparar a representação no registro de partida com a representação terminal no registro de chegada” (DUVAL, 2003, p. 19). Nesse sentido, duas situações podem ocorrer.

> Ou a representação terminal transparece na representação de saída e a conversão está próxima de uma simples codificação – diz-se então que há congruência –, ou ela não transparece absolutamente e se dirá que ocorre a não-congruência. Existem na realidade muitos fatores que determinam o caráter congruente ou não-congruente de uma conversão, o que conduz a determinar as situações intermediárias (DUVAL, 2003, p. 19).

No problema de partilha com apenas uma relação, como o exemplo acima citado, além do estudante estabelecer apenas uma relação (a idade de Maria é o dobro da idade de Paulo), podemos dizer que o grau de congruência é alto, diferente dos PP com mais de uma relação. Além do que, os PP com apenas uma relação têm, na conversão, uma fonte fixa. No caso do exemplo acima, a fonte fixa é a idade de Paulo, que pode ser representada por “X”, ou outra letra qualquer, e quando o enunciado diz que Maria tem o dobro da idade de Paulo, temos “2X”.

Em sua pesquisa, que buscou investigar os problemas propostos para o ensino de álgebra no secundário, Marchand e Bednarz (1999) analisaram duas coleções do secundário 1, 2 e 3 (equivalente aos 6º, 7º e 8º ano respectivamente). Nos livros do secundário 2, essas pesquisadoras observaram que em um livro 22% dos problemas eram problemas de partilha com apenas uma relação e 61% tinham

[6] “Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro (DUVAL, 2003, p. 16). Por exemplo, resolver uma equação. Já “as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados (DUVAL, 2003, p. 16). Por exemplo, colocar em linguagem algébrica um problema que se encontra em linguagem natural.

duas relações; já no outro livro, 37,5% dos problemas eram de partilha com apenas uma relação e 11% eram problemas de partilha com duas relações. No Canadá, não foram encontrados problemas de partilha com mais de duas relações, isso pode estar associado ao fato de, no Canadá, existir um currículo a ser seguido (MARCHAND; BEDNARZ, 1999), diferente do Brasil.

Já a natureza das relações entre os dados pode ser, segundo Marchand e Bednarz (1999), aditiva, quando se lança mão de somas ou subtrações, multiplicativa, quando de multiplicações ou divisões, ou naturezas diferentes, quando se tem em um mesmo problema uma natureza aditiva e uma multiplicativa. Para entendermos melhor, temos o exemplo seguinte.

Carlos, João e Pedro têm, juntos, 56 carrinhos. João tem o dobro de carrinhos de Carlos e Pedro tem 8 carrinhos a mais que Carlos. Quantos carrinhos têm cada um?

No exemplo acima temos um problema de partilha com duas relações, sendo a primeira relação multiplicativa (João tem o dobro de figurinhas de Carlos), e a segunda relação aditiva (Pedro tem 8 carrinhos a mais que Carlos).

Em nossa análise, foi encontrado outro tipo de natureza, que chamamos de “natureza mista”. Acreditamos que isso aconteça, talvez, por nosso contexto ser diferente do contexto em que Marchand e Bednarz (1999) realizaram sua pesquisa.

No exemplo abaixo temos um PP de natureza mista, em que, na mesma relação, aparecem dois tipos de operações ao mesmo tempo (aditiva e multiplicativa), “José tem o dobro de selos de João (multiplicativa) mais 5” (aditiva).

“João e José têm, juntos, 35 selos. José tem o dobro de selos de João mais 5. Quantos selos tem cada um?”

Podemos visualizar melhor a estrutura no esquema a seguir.

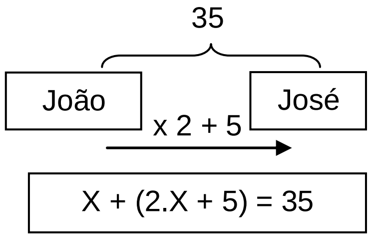


Figura 7: Esquema de um PP com uma relação de natureza mista.

Apesar das pesquisas de Marchand e Bednarz (2000) e Câmara (2010b) não contemplarem esse tipo de problema de partilha (de natureza mista), acreditamos que esse tipo de natureza das relações seja mais difícil de ser compreendida por parte dos estudantes, uma vez que é necessário levar em consideração, no momento de realizar a conversão do problema em linguagem natural para linguagem algébrica, as duas operações.

Quanto ao encadeamento das relações, Marchand e Bednarz (1999) relatam que o PP pode ser de três tipos distintos. O encadeamento pode ser do tipo "*fonte*", "*composição*" ou "*poço*".

Em um problema, cujo encadeamento é tipo fonte, as grandezas são originadas em função de apenas uma grandeza. Um problema desse tipo pode ser observado no exemplo seguinte.

Paulo, Beto e Mário vão repartir entre eles 35 figurinhas de modo que Beto fique com o dobro de Paulo e Mário fique com quatro vezes a quantidade de figurinhas de Paulo. Quantas figurinhas cada um vai receber?

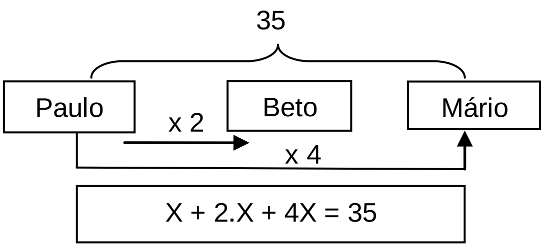


Figura 8: Esquema de um PP com ecadeamento tipo fonte.

No caso do exemplo acima, a fonte fixa é a quantidade de figurinhas de Paulo, que podemos indicar na equação pela letra “X”. Todas as outras grandezas têm como fonte o “X”, ou seja, dizer que “Beto fique com o dobro de Paulo” é representado por “2X” e dizer que “Mário fique com quatro vezes a quantidade de figurinhas de Paulo” é representado por “4X”.

Na pesquisa de Marchand e Bednarz (1999), 26% dos problemas de partilha com duas relações de um livro e 50% do outro livro eram do tipo fonte.

Nos problemas em que o encadeamento é tipo composição, as relações são estabelecidas seguindo uma sequência, como mostra o exemplo abaixo.

Paulo, Beto e Mário vão repartir entre eles 35 figurinhas de modo que Beto receba o dobro de figurinhas de Paulo e Mário receba o dobro de Beto. Quantas figurinhas cada um vai receber?

Podemos observar melhor no esquema abaixo.

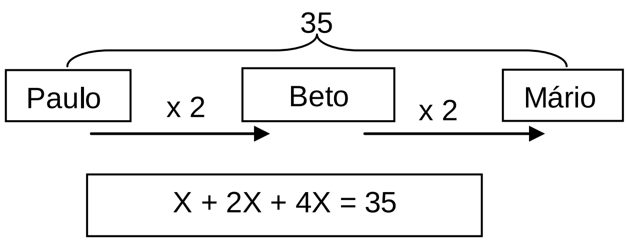


Figura 9: Esquema de um PP com encadeamento tipo composição.

Nesse problema, as relações seguem uma sequência, Beto tem o dobro de Paulo e Mário tem 20 a mais que Roberto, ou seja, a ordem Paulo - Beto - Mário.

Na pesquisa de Marchand e Bednarz (1999) 58% dos problemas de partilha com duas relações de um livro e 50% do outro livro eram PP com encadeamento tipo composição.

Já no PP com encadeamento tipo poço, as relações convergem para um dos dados do problema. O exemplo a seguir mostra um problema com esse tipo de encadeamento.

Paulo, Beto e Mário vão repartir entre eles 35 figurinhas de modo que Paulo receba metade das figurinhas de Beto e um quarto das figurinhas de Mário. Quantas figurinhas cada um vai receber?

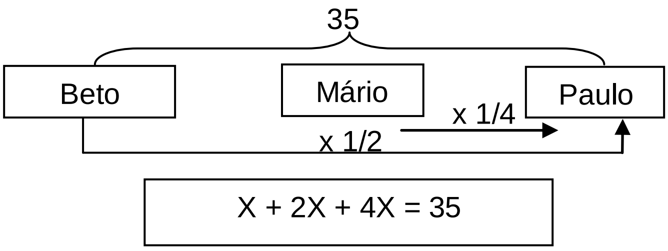


Figura 10: Esquema de um PP com encadeamento tipo poço.

No caso desse problema, as relações convergem para Paulo, ou seja, todas as relações colocadas no enunciado centralizam, convergem para um dos termos do problema. Esse tipo de problema é pouco proposto nos livros didáticos canadenses, uma vez que, na pesquisa de Marchand e Bednarz (1999) apenas em um dos livros analisados foram encontrados atividades desse tipo (16% dos PP com duas relações).

As pesquisas de Marchand e Bednarz (2000) e Câmara (2010b) identificaram o grau de dificuldade nos problemas de partilha com duas relações. Esse grau de dificuldade é bem percebido quando levamos em consideração o encadeamento das relações. Segunda essas pesquisas, os problemas de partilha tipo fonte são os considerados mais fáceis de serem resolvidos pelos estudantes, seguidos dos problemas com encadeamento tipo composição. Já os com encadeamento tipo poço são considerados mais difíceis de serem resolvidos pelos estudantes. Podemos observar melhor esse grau de dificuldade nos resultados da pesquisa de Câmara (2010b, p. 5), quando ele diz que,

> em relação ao rendimento, nossos resultados se mostraram de acordo com os resultados de Marchand e Bednarz (2000), em que os problemas de tipo poço se mostram mais difíceis para o aluno. Nesse tipo de problema, apenas 23% dos sujeitos obteve sucesso, contra 33% para problemas do tipo composição e 44% para problemas do tipo fonte.

Podemos explicar esse grau de dificuldade dos problemas de partilha, como já foi dito anteriormente, tomando como referência a teoria dos registros de representações semióticas de Duval (2003). Nesse sentido, buscamos explicar nos parágrafos seguintes o que ocasiona esse grau de dificuldade.

Em um PP com encadeamento tipo fonte, o grau de congruência, apesar de não ser total, é mais alto que em problemas com outro tipo de encadeamento. Tomando como exemplo o problema seguinte.

Paulo, Beto e Mário vão repartir entre eles 35 figurinhas de modo que Beto fique com o dobro de Paulo e Mário fique com quatro vezes a quantidade de figurinhas de Paulo. Quantas figurinhas cada uma vai receber?

Dizer que “Beto fique com o dobro de Paulo” significa na linguagem algébrica “2X” e dizer que “Mário fique com quatro vezes a quantidade de figurinhas de Paulo” significa exatamente “4X”. Ou seja, o caráter de congruência nessa conversão é bem alto. Entretanto, não podemos dizer que nesse caso existe congruência total, uma vez que o estudante precisa descobrir que o número de figurinhas de Paulo é a fonte fixa e que deve ser representado por uma letra, o “X” no caso, e a partir daí estabelecer as relações necessárias.

Em um problema com encadeamento tipo composição, o caráter de congruência diminui, aumentando assim o grau de dificuldade. Podemos observar melhor essa situação no exemplo seguinte.

Paulo, Beto e Mário vão repartir entre eles 35 figurinhas de modo que Beto receba o dobro de figurinhas de Paulo e Mário receba o dobro de Beto. Quantas figurinhas cada um vai receber?

Nesse problema, a primeira relação é igual ao do exemplo anterior, ou seja, dizer que “Beto recebe o dobro de figurinhas de Paulo” significa que o estudante pode representar essa expressão por “2X”. Agora, quando no problema diz “Mário receba o dobro de Beto” não significa “2X”, mas, sim, “2.2X”, ou seja, “4X”. Nesse caso, o caráter de não-congruência é bem alto, e, segundo Duval (2003), essa não-congruência exige dos estudantes um trabalho cognitivo maior.

Nos problemas com encadeamento tipo poço o caráter de não-congruência é ainda maior que nos problemas com encadeamento tipo composição. Podemos perceber isso no exemplo seguinte.

Paulo, Beto e Mário vão repartir entre eles 35 figurinhas de modo que Paulo receba metade das figurinhas de Beto e um quarto das figurinhas de Mário. Quantas figurinhas cada um vai receber?

Nesse problema, dizer que "Paulo recebe metade das figurinhas de Beto" significa que, no momento da conversão, o estudante tem que levar em consideração a operação inversa, ou seja, representar essa expressão por "2X" e não por "½.X". Da mesma forma, a conversão da expressão "Um quarto das figurinhas de Mário" não significa "¼.X" e sim "4X". Portanto, em um problema de partilha com encadeamento tipo poço, a representação no registro de partida não transparece no registro de chegada, caracterizando o que Duval (2003) chama de não-congruência. Nesse sentido, um problema desse tipo exige um trabalho cognitivo, por parte dos estudantes, ainda maior do que os problemas com encadeamento tipo fonte e tipo composição.

Para entendermos melhor o que foi dito, trazemos o quadro 4 com os exemplos supracitados, no qual podemos observar que os mesmos, após realizada a conversão, resultam na mesma equação. Portanto, podemos afirmar que o grau de dificuldade dos problemas não está em resolver as equações, o que Duval (2003) chama de tratamento, mas, sim, na conversão do problema em linguagem natural para a linguagem algébrica, tendo em vista que o caráter de congruência é diferente, dependendo do tipo de encadeamento.

Quadro 4: Caráter de congruência e grau de dificuldade de um PP de acordo com seu encadeamento

	Encadeamento tipo fonte	Encadeamento tipo composição	Encadeamento tipo poço
Exemplos de problemas	*Paulo, Beto e Mário vão repartir entre eles 35 figurinhas de modo que Beto fique com o dobro de Paulo e Mário fique com quatro vezes a quantidade de figurinhas de Paulo. Quantas figurinhas cada um vai receber?*	*Paulo, Beto e Mário vão repartir entre eles 35 figurinhas de modo que Beto receba o dobro de figurinhas de Paulo e Mário receba o dobro de Beto. Quantas figurinhas cada um vai receber?*	*Paulo, Beto e Mário vão repartir entre eles 35 figurinhas de modo que Paulo receba metade das figurinhas de Beto e um quarto das figurinhas de Mário. Quantas figurinhas cada um vai receber?*
Equação	$X + 2X + 4X = 35$	$X + 2X + 4X = 35$	$X + 2X + 4X = 35$
Caráter de congruência	Alto	Médio	Baixo
Grau de dificuldade	Baixo	Médio	Alto

2.4.4. Falsos Problemas

Marchand e Bednarz (1999) encontraram em sua pesquisa, realizada no Canadá, um tipo de problema que classificaram como “falsos problemas”, que são, segundo essas pesquisadoras, os problemas que fazem uma conversão direta do texto em linguagem natural para o texto em linguagem algébrica, a equação, sem ser necessário estabelecer relações entre os dados, como no exemplo abaixo.

“O dobro de um número mais 20 é igual a 50. Qual é esse número?”

O problema acima pode ser representado pela equação: $2X + 20 = 50$.

Esse tipo de problema não leva os estudantes a estabelecer relações entre os dados do problema, relações que são necessárias na caracterização de um problema de estrutura algébrica. Portanto, apesar desse problema ser representado por uma equação polinomial do 1º grau, não será considerado um problema de estrutura algébrica, em nosso trabalho.

Em problemas desse tipo ocorre, no momento da conversão da linguagem natural para a algébrica, o que Duval (2003, p. 19) chama de “uma situação de simples codificação”. Ou seja, o registro de chegada é muito próximo do registro de saída, não favorecendo aos estudantes o desenvolvimento do pensamento algébrico, como afirma Marchand e Bednarz (2000). Segundo essas pesquisadoras, o foco de um falso problema está na solução de equações.

3. MÉTODO

Essa pesquisa buscou investigar os problemas propostos nos livros didáticos de matemática do 7º ano para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita.

Nesse sentido, nossa análise foi realizada nos livros do 7º ano das dez coleções aprovadas no PNLD/2011. Resolvemos analisar os livros do 7º ano por ser nesse período escolar que, tradicionalmente, o estudo formal da álgebra escolar é iniciado no currículo de matemática da Educação Básica brasileira, e por ser nesse momento escolar que os estudantes são levados a realizar a transição do pensamento aritmético ao algébrico. Pesquisas como as de Marchand e Bednarz (1999, 2000) e Câmara (2010b) mostram que os problemas relacionados a equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita podem favorecer aos estudantes a passagem da aritmética à álgebra. Portanto, nossa análise foi realizada nos capítulos dos livros didáticos cujo objeto de ensino é as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita. Nossa pretensão foi de analisar os problemas que estavam relacionados com esse tipo de equações, quando as mesmas eram objetos de ensino.

No quadro abaixo estão organizados os livros que foram analisados por esse estudo.

Quadro 5. Livros didáticos analisados

Livro	Título	Autores	Editora
LD1	A Conquista da Matemática – Edição renovada – 7º ano	José Ruy Giovanni Júnior & Benedicto Castrucci	FTD
LD2	Aplicando a Matemática – 7º ano	Alexandre Luís Trovon de Carvalho & Lourisnei Fortes Reis	Casa Publicadora Brasileira
LD3	Matemática: Imenes e Lellis – 7º ano	Luiz Márcio Imenes & Marcelo Lellis	Moderna
LD4	Matemática – 7º ano	Edwaldo Bianchini	Moderna
LD5	Matemática e realidade – 7º ano	Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce & Antonio Machado	Atual
LD6	Matemática na medida certa – 7º ano	Marília Ramos Centurión & José Jakubovic	Scipione
LD7	Matemática: idéias e desafios – 7º ano	Iracema Mori & Dulce Satiko Onaga	Saraiva
LD8	Projeto Radix – Matemática – 7º ano	Jackson da Silva Ribeiro	Scipione
LD9	Tudo é Matemática – 7º ano	Luiz Roberto Dante	Ática
LD10	Vontade de saber Matemática – 7º ano	Joamir Roberto de Souza & Patricia Rosana Moreno Pataro	FTD

3.1. Percurso da pesquisa

Antes de iniciar a análise, temos uma breve descrição dos livros analisados. Essa descrição tomou como principal fonte de informações as resenhas encontradas nos Guias do PNLD/2011.

Nessa pesquisa tivemos como objetivo investigar quais são os problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita nos livros didáticos de matemática do 7º ano. Para responder a esse objetivo construímos nossa pesquisa em duas etapas. Primeira, classificar os problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita nos livros didáticos de matemática do 7º ano. Para essa etapa, adotamos como categorias preliminares as propostas por Marchand e Bednarz (1999), que estão resumidas no quadro abaixo.

Quadro 6. Categorias de análise

Tipos de problemas	Caracterização do problema	Exemplo
Problema aritmético	O estudante parte de valores conhecidos para determinar valores desconhecidos	João tem 12 figurinhas, Paulo tem o dobro de figurinhas de João e Carlos tem o triplo de figurinhas de João. Quantas figurinhas os três têm, ao todo?
Problema de partilha com uma relação	Problemas que tem um valor conhecido que é repartido em duas partes desiguais e desconhecidas (com uma comparação).	Paulo e Carlos Têm juntos 30 figurinhas. Carlos tem o dobro de figurinhas de Paulo. Quantas figurinhas têm cada um?
Problema de partilha com mais de uma relação	Problemas que tem um valor conhecido que é repartido em três ou mais partes desiguais e desconhecidas (com mais de uma comparação).	Alan, Bruno e Carlos têm, juntos, 120 figurinhas. Bruno tem o dobro de figurinhas de Alan e Carlos tem 40 figurinhas a mais que Alan. Quantas figurinhas têm cada um?
Problema de transformação	Os problemas de transformação se caracterizam pelas transformações que o valor inicial sofre que, por sua vez, não é dado explicitamente no enunciado do problema	Ao ser perguntado sobre sua idade Paulo respondeu: o dobro da minha idade quatro anos atrás é igual a minha idade atual mais dezoito anos. Qual a idade de Paulo?
Problema de taxa	Os problemas de taxa são aqueles que se caracterizam por existirem relações entre grandezas não homogêneas	Sejam duas cidades A e B. Um homem viaja de automóvel a uma velocidade média de 80 km/h na ida. Ele volta pela mesma estrada a uma velocidade média de 60 km/h. Se ele faz toda viagem de ida e volta entre A e B em 7 horas, qual a distância entre essas duas cidades?
Falsos problemas	Problemas que fazem uma leitura direta do texto para a montagem de uma equação, sem ser necessário estabelecer relações entre os dados.	O dobro de um número mais 20 é igual a 50. Qual é esse número?

No segundo momento, buscamos classificar os problemas de partilha, levando em consideração as variáveis envolvidas (número de relações, natureza das relações e tipo de encadeamento das relações). Nesse momento, adotamos como categorias de análise a quantidade de relações dos problemas de partilha (uma, duas, três, ...), a natureza das relações (aditiva, multiplicativa, mista ou diferente) e o encadeamento das relações (fonte, composição ou poço).

Essas duas etapas da análise foram realizadas, inicialmente, em todos os livros separadamente, em seguida temos uma análise comparativa entre os LD.

4. ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Nesse momento temos as análises realizadas nos livros separadamente. Nesse sentido, temos uma breve descrição de cada livro e em seguida os resultados das análises. Vale lembrar que as análises foram feitas apenas nos capítulos que têm como objeto de ensino as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita.

4.1.1. Descrição do LD1 – A Conquista da Matemática: edição renovada – 7º ano - José Ruy Giovane Jr & Benedicto Castrucci

Nessa coleção, o ensino de álgebra aparece efetivamente no 7º ano, sendo reforçado no 8º e no 9º ano. No livro do 7º ano, foco da nossa pesquisa, os autores trazem como conteúdos de álgebra as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, equações polinomiais do 1º grau e sistemas de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas e inequações do 1º grau.

O capítulo desse livro que trata de equações polinomiais do 1º grau é intitulada "*Estudando as Equações*" e é dividida nas seguintes seções: Igualdade; equações; conjunto universo e conjunto solução de uma equação; equações equivalentes; equações do 1º grau com uma incógnita; usando equações na resolução de problemas; aplicação das equações: as fórmulas matemáticas; equações de 1º grau com duas incógnitas e sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Não analisamos as duas últimas seções por se tratarem de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas.

Segundo o Guia do PNLD/2011 os conteúdos de um mesmo campo de conhecimento, nesse livro, estão demasiadamente concentrados, o que pode dificultar as conexões com outros campos de conhecimentos (BRASIL, 2010, p. 43).

Com relação ao ensino de álgebra, o Guia reforça que a transição do raciocínio aritmético para algébrico, nessa coleção, é feita de maneira mais rápida que o desejável. O cálculo com expressões algébricas é extenso demais e o estudo das equações e dos sistemas de equações baseia-se nos princípios da equivalência. Não observamos, na resenha do Guia, nenhuma referência à resolução de problemas. Segundo esse documento, na metodologia de ensino e aprendizagem dessa obra,

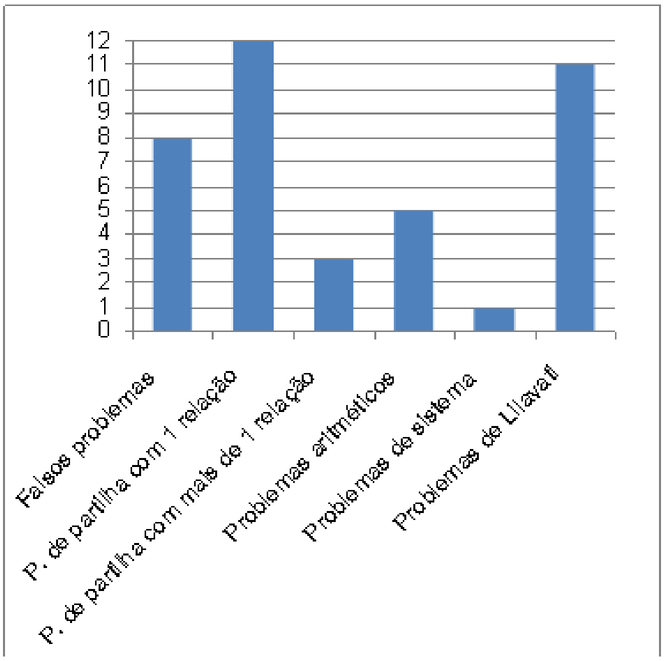
> privilegia-se a apresentação formal dos conteúdos e é dada ênfase à habilidade de cálculo. Os conceitos e procedimentos são introduzidos por meio de exemplos, seguidos de sistematização dos resultados. Além disso, há destaque para regras e algoritmos, com pouco espaço para o aluno formular conjecturas e exercitar a criatividade. A apresentação muito diretiva dos conteúdos também não favorece uma participação ativa dos alunos na construção de seus conhecimentos (BRASIL, 2010, p. 45).

4.1.2. Análise do LD1

A nossa análise levou em consideração os problemas apresentados no capítulo que trata de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, não nos preocupamos em analisar as atividades que tratam simplesmente da resolução de equações.

No primeiro momento temos, no gráfico 1, a distribuição dos 40 problemas encontrados.

Gráfico 1. Frequência dos problemas do LD1.



Nesse livro foi encontrado um problema que geralmente é trabalhado na parte que trata de sistema de duas equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas e o classificamos como problema relativo a sistema. Esse problema se encontra no extrato mostrado abaixo.

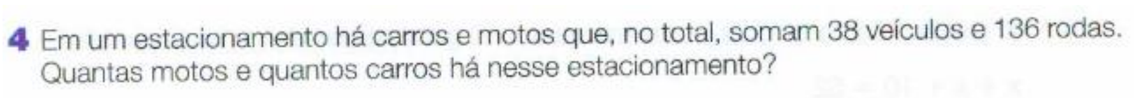

4 Em um estacionamento há carros e motos que, no total, somam 38 veículos e 136 rodas. Quantas motos e quantos carros há nesse estacionamento?

Figura 11: Extrato de um problema de sistema
Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2009, p. 147)

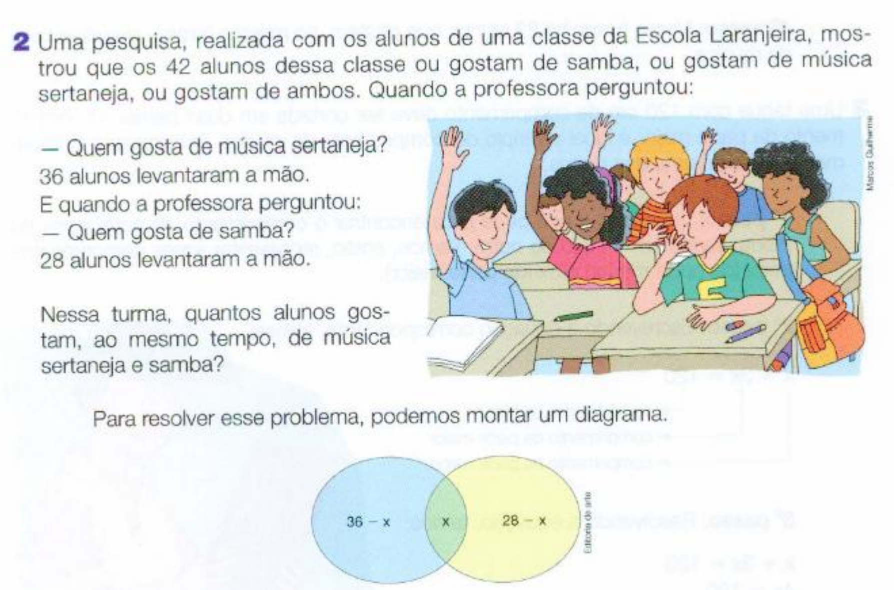
Esse tipo de problema é bastante comum na parte dos livros didáticos que trata de sistema e é resolvido facilmente utilizando o seguinte esquema.

$$\begin{cases} X + Y = 38 \\ 2X + 4Y = 136 \end{cases}$$

Entretanto, o autor tenta mostrar como resolver esse problema utilizando uma equação polinomial do 1º grau com uma incógnita.

Acreditamos que esse tipo de problema seja melhor compreendido pelo estudante quando é resolvido por meio de um sistema de equações. Portanto, pensamos que não seja adequado o tipo de solução proposta pelo autor, tendo em vista que a álgebra surgiu para facilitar a resolução de problemas.

Mesmo se tratando do capítulo do livro cujo objeto de ensino é a álgebra, encontramos 12% dos problemas como sendo de estrutura aritmética. Como exemplo desse tipo de problema, encontrado no LD1, temos a figura seguinte.



2 Uma pesquisa, realizada com os alunos de uma classe da Escola Laranjeira, mostrou que os 42 alunos dessa classe ou gostam de samba, ou gostam de música sertaneja, ou gostam de ambos. Quando a professora perguntou:

— Quem gosta de música sertaneja?
36 alunos levantaram a mão.
E quando a professora perguntou:
— Quem gosta de samba?
28 alunos levantaram a mão.

Nessa turma, quantos alunos gostam, ao mesmo tempo, de música sertaneja e samba?

Para resolver esse problema, podemos montar um diagrama.

Figura 12: Extrato de um problema de estrutura aritmética
Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2009, p. 145)

Esse problema pode ser resolvido com algumas operações aritméticas, sem a necessidade da utilização de uma equação, como é proposto pelo autor nos passos seguintes. Não que um problema desse tipo não possa ser resolvido por meio de uma equação, mas acreditamos que seria interessante trazer também a resposta utilizando procedimentos aritméticos para que os estudantes pudessem refletir sobre qual ferramenta melhor se adéqua na solução do problema.

1º passo: No diagrama, a parte em verde (x) representa o número de alunos que gostam, ao mesmo tempo, dos dois tipos de música.
A parte em azul (36 − x) representa o número de alunos que gostam de música sertaneja, mas não gostam de samba.
A parte em amarelo (28 − x) representa o número de alunos que gostam de samba, mas não gostam de música sertaneja.

2º passo: A soma desses números é o total de alunos da sala. Assim, montamos a equação:

$$\underbrace{(36 - x)}_{\text{gostam apenas de música sertaneja}} + \underbrace{x}_{\text{gostam dos dois tipos de música}} + \underbrace{(28 - x)}_{\text{gostam apenas de samba}} = \underbrace{42}_{\text{total de alunos}}$$

3º passo: Resolvendo a equação, temos:

$$(36 - x) + x + (28 - x) = 42$$
$$36 - \cancel{x} + \cancel{x} + 28 - x = 42$$
$$-x + 64 = 42$$
$$-x = 42 - 64$$
$$-x = -22$$
$$x = 22$$

4º passo: Nessa turma há 22 alunos que gostam, ao mesmo tempo, dos dois tipos de música.

Figura 13: Extrato da resolução de um problema de estrutura aritmética por meio de uma equação.
Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2009, p. 145 - 146)

Também foi detectada uma categoria de problemas classificada por Marchand e Berdnarz (1999) como falsos problemas, que são aqueles que trazem uma tradução direta das equações, como no extrato seguinte, retirado do LD1. No LD1, 20% eram atividades desse tipo.

5. Ao triplo de um número adicionamos 90. O resultado é igual ao quíntuplo do mesmo número. Qual é esse número? 45

Figura 14: Extrato de um falso problema.
Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2009, p. 137)

Esse tipo de problema pode não favorecer ao aluno o desenvolvimento do pensamento algébrico, tendo em vista que trabalha apenas com a representação de uma equação, sem levar o aluno a estabelecer relações entre os dados do enunciado, relações que são necessárias na caracterização de um problema de estrutura algébrica.

Outro tipo de problema encontrado não se encaixou em nenhuma das categorias pré-definidas em nosso projeto de pesquisa. Temos abaixo um exemplo desse tipo de problema.

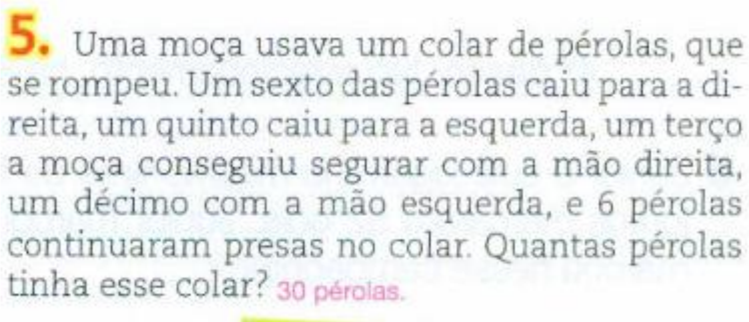

5. Uma moça usava um colar de pérolas, que se rompeu. Um sexto das pérolas caiu para a direita, um quinto caiu para a esquerda, um terço a moça conseguiu segurar com a mão direita, um décimo com a mão esquerda, e 6 pérolas continuaram presas no colar. Quantas pérolas tinha esse colar? 30 pérolas.

Figura 15: Extrato de um problema de “Lilavati”
Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2009, p. 148)

Esse tipo de situação é, ao que tudo indica, inspirado nos problemas antigos como, por exemplo, o problema de Lilavati, nome que resolvemos adotar para as atividades que têm esse tipo de estrutura. Um problema desse tipo se caracteriza por existir um valor total desconhecido (o total de pérolas) que é repartido em partes também desconhecidas e em uma parte conhecida (no caso do exemplo acima 6 pérolas).

A maior parte dos problemas propostos aos alunos é do tipo partilha, com 38%. Isso talvez ocorra por esse tipo de problema ser considerado como fundamental para o surgimento da álgebra (DA ROCHA FALCÃO, 1997). Outros pesquisadores acreditam que esse tipo de problema possa ajudar na transição da aritmética a álgebra (MARCHAND; BEDNARZ, 2000; CÂMARA, 2010).

Entretanto, 80% dos problemas de partilha (PP) encontrados nesse livro são considerados os mais fáceis de serem resolvidos pelos estudantes, que são os PP com encadeamento tipo fonte e com apenas uma relação de comparação (MARCHAND; BEDNARZ, 2000). Diferente dos outros livros, o LD1 e o LD6 são os únicos que priorizam os PP com uma relação de natureza multiplicativa (no caso do LD1 67% dos PP com 1 relação são de natureza multiplicativa).

Com relação aos problemas de partilha com mais de uma relação, encontramos 1 com encadeamento tipo fonte com 2 relações aditivas, 1 com encadeamento tipo fonte com 3 relações multiplicativas e 1 com encadeamento tipo composição com 5 relações multiplicativas, ou seja, os autores do LD1 não buscaram diversificar os tipos de problemas de partilha no seu livro.

Portanto, apesar de nossa análise ter sido feita no capítulo destinado ao ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, cerca de 32,5% dos problemas propostos aos estudantes pode não favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico, que são os falsos problemas e os problemas aritméticos.

4.2.1. Descrição do LD2 – Aplicando a Matemática – 7º ano - Alexandre Luís Trovon de Carvalho & Lourisnei Fortes Reis

A coleção distribui a álgebra nos quatro livros da coleção, tendo um espaço maior para esse campo de conhecimento matemático no livro do 8º ano. O Guia do PNLD/2011 lembra que a principal característica dessa coleção é o uso da ideia intuitiva de função na apresentação da maior parte dos conceitos, desde o 6º ano.

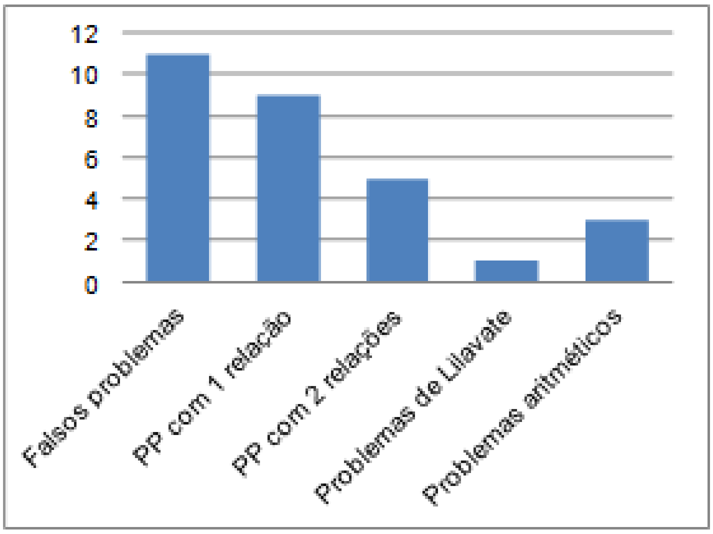
A parte do livro que trata de equações polinomiais do 1º grau, foco de nossa pesquisa, é intitulada “Expressões e Equações” e é dividida nos seguintes tópicos “Modelos para Expressões”, “Sentenças Envolvendo Letras”, “Equações – Que Bichos São Esses?” e “Sistemas – Tentativa e Erro”. No caso desse livro, a parte que trata de sistemas de duas equações com duas incógnitas está junto com a parte que trata de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, portanto vale lembrar que nossa análise trata apenas do trecho que fala de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita.

Com relação à metodologia de ensino e aprendizagem, o Guia do PNLD/2011 diz que “a obra caracteriza-se pela introdução e desenvolvimento dos assuntos por meio de exemplos e de diálogos com o aluno que, progressivamente, podem levá-lo à apropriação dos novos conteúdos” (BRASIL, 2010, p.51).

4.2.2. Análise do LD2.

Em relação à quantidade de problemas apresentados no capítulo referente ao trabalho com equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, podemos perceber que os autores do LD2 deram preferência aos problemas de partilha e aos falsos problemas, como mostra o gráfico 2.

Gráfico 2. Frequência dos problemas do LD2.



A partir desses resultados, podemos verificar que 48% dos 29 problemas propostos aos estudantes pelo LD2 não facilita aos alunos a passagem do raciocínio aritmético ao algébrico. No caso dos problemas aritméticos (10% dos problemas), eles podem ser resolvidos mais facilmente com procedimentos aritméticos, ao invés dos algébricos. Já 38% dos problemas são considerados falsos problemas, que são os que no momento da conversão o registro de partida (o enunciado) transparece no registro de chegada (a equação), caracterizando o que Duval (2003) chama de simples codificação.

Não encontramos problemas do tipo transformações nem do tipo taxa.

Dos problemas de partilha, nove têm apenas uma relação, ou seja, assim como o LD1, a preferência do LD2 também é para os PP com apenas uma relação. Podemos observar um exemplo desse tipo de problema no extrato seguinte.

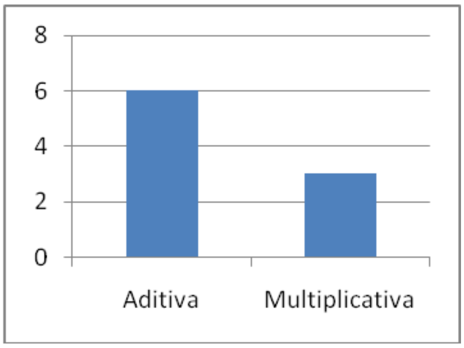
Situação 1

Ana Paula e Joyce são irmãs. Joyce é 2 anos mais velha que Ana Paula. A idade das duas juntas é de 24 anos. Qual a idade de cada uma?

Figura 16: Extrato de um PP com uma relação
Fonte: Carvalho e Reis (2009, p. 138)

Outra classificação que fizemos com os problemas de partilha com uma relação levou em consideração a natureza da relação. O gráfico 3 mostra essa classificação.

Gráfico 3. Classificação dos PP com uma relação quanto à natureza das relações.



Podemos observar que os autores do LD2 têm preferência pela relação de natureza aditiva. Isso talvez ocorra por essa operação ser, na concepção do autor, considerada mais fácil de ser resolvida, além de ser a primeira operação estudada na aritmética. Entretanto, em sua pesquisa, Câmara (2010) observou que os estudantes encontram maiores dificuldades em resolverem PP com a relação de natureza aditiva.

Encontramos no LD2 apenas 5 PP com duas relações, que são os problemas que, segundo pesquisas como as de Marchand e Bednarz (2000) e Câmara (2010), podem facilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico pelos iniciantes em álgebra.

Desses problemas, quatro são de encadeamento tipo fonte, o considerado mais fácil de ser resolvido, sendo dois de natureza multiplicativa e dois de natureza diferente (primeira relação aditiva e segunda multiplicativa).

Apenas um problema de partilha tem o encadeamento tipo composição, que é o com grau de dificuldade médio, segundo Marchand e Bednarz (2000) e Câmara

(2010). O PP com encadeamento tipo composição é de natureza diferente, sendo a primeira aditiva e a segunda multiplicativa, que são os PP tipo composição, mais difíceis de serem resolvidos (CÂMARA, 2010).

Não encontramos nenhum PP com encadeamento tipo poço, os considerados mais difíceis de serem resolvidos.

Portanto, o LD2 não prioriza, no capítulo que tem como objetivo o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, problemas que favoreçam o desenvolvimento do pensamento algébrico, tendo em vista que quase metade dos problemas, cerca de 48%, são falsos problemas ou problemas aritméticos.

4.3.1. Descrição do LD3 – Matemática: Imenes & Lellis – 7º Ano – Luiz Márcio Imenes & Marcelo Lellis

A obra desses autores caracteriza-se, segundo o Guia do PNLD/2011 “pela abordagem equilibrada de conceitos, algoritmos e procedimentos e por favorecer o desenvolvimento da autonomia intelectual do aluno” (BRASIL, 2010, p. 59). Ainda segundo o Guia, os conteúdos são retomados e aprofundados ao longo da coleção. Outra informação interessante é que a “introdução dos novos conceitos é feita por meio de textos que focalizam conteúdos já explorados, situações do cotidiano dos alunos ou de outras áreas do saber” (BRASIL, 2010, p. 59).

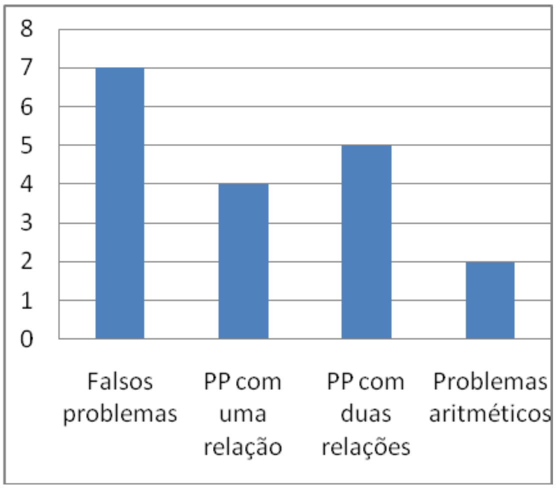
O ensino de álgebra, nessa coleção, é feito desde o livro do 6º ano, no qual “o aluno é estimulado a descobrir padrões numéricos e geométricos, com base na observação de regularidades” (BRASIL, 2010). Entretanto, o ensino formal desse campo de conhecimento matemático é iniciado no 7º ano e trabalhado mais efetivamente no 8º e no 9º ano. O Guia do PNLD/2011 lembra, ainda, que a obra valoriza a conversão de expressões algébricas em linguagem natural para a linguagem matemática, além de destacar que “a compreensão dos procedimentos para a resolução de equações, sistemas de equações e problemas é mais valorizada do que sua mecanização” (BRASIL, 2010). Entretanto, em nossas análises observamos que no livro do 7º ano encontramos poucos problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita (18 problemas), além de cerca de 39% desses problemas serem falsos problemas, que são os problemas que levam os estudantes, no momento da conversão da linguagem natural para linguagem algébrica, a fazerem o que Duval (2003) chama de uma simples codificação.

O livro do 7º ano dessa coleção traz dois capítulos voltados especificamente para o ensino de álgebra. Um intitulado “Usando letras para calcular em matemática” e outro com o título de “Equações”, que foi o analisado em nossa pesquisa, por ser nesse capítulo que se tem o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita.

4.3.2. Análise do LD3.

Em relação à quantidade de problemas (18) do LD3 apresentados no capítulo referente ao trabalho com equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, podemos perceber que a preferência é para problemas de partilha e os falsos problemas, como mostra o gráfico 4.

Gráfico 4. Frequência dos problemas do LD3.



Assim como os LD1 e LD2, o LD3 também tem em seu capítulo destinado ao ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, problemas que podem não favorecer aos estudantes o rompimento do pensamento aritmético para o pensamento algébrico, que são os falsos problemas (39% dos problemas) e os problemas aritméticos (11% dos problemas).

Dos problemas de estrutura algébrica, categorias formuladas por Marchand e Bednarz (1999), conseguimos identificar, assim como nos LD1 e LD2, apenas os de partilha, sendo 4 com uma relação e 5 com duas relações.

Dos PP com uma relação, três são de natureza aditiva e apenas um é de natureza multiplicativa.

Na classificação dos problemas de partilha com duas relações, levando em consideração o tipo de encadeamento e a natureza das relações, observamos que a preferência dos autores são por problemas tipo fonte (2 problemas), que são os mais fáceis de serem resolvidos pelos estudantes, e composição (3 problemas), que são os que os estudantes têm um grau médio de dificuldade na resolução.

Quanto à natureza dos PP com duas relações, observamos que os autores colocam problemas bem diferentes, tendo em vista que, por exemplo, nos PP com encadeamento tipo fonte um tem as duas relações aditivas e o outro tem as relações diferentes, sendo a primeira multiplicativa e a segunda mista, como mostra o exemplo a seguir.

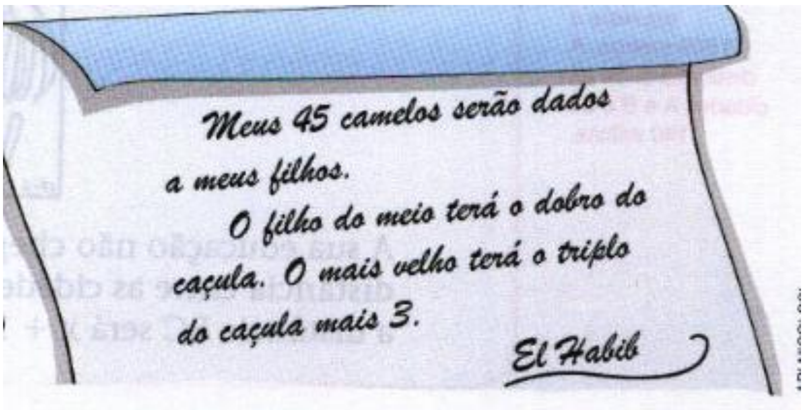


Figura 17: Extrato de um PP tipo fonte com a 1ª relação aditiva e a 2ª multiplicativa.
Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 261)

Esse tipo de relação (de natureza mista) não é encontrado nas pesquisas de Marchand e Bednarz (1999), uma vez que, no Canadá os problemas de partilha propostos pelos livros didáticos aos estudantes são apenas de natureza aditiva ou multiplicativa. Isso talvez ocorra pelo fato de no Canadá existir um programa de matemática a ser seguido, diferentemente do Brasil. Um programa de ensino, na maioria das vezes, estabelece, para o professor, a natureza das atividades a serem realizadas em sala de aula.

Já os PP com duas relações e encadeamento tipo composição, um tem as duas relações de natureza multiplicativa, que são os PP tipo composição que os estudantes encontram mais facilidade na resolução (CÂMARA, 2010), um tem as duas relações aditivas e o outro tem a primeira relação aditiva e a segunda multiplicativa. Podemos observar melhor um problema desse tipo no extrato seguinte.


14. No programa *A arca da felicidade*, do famoso animador Juju Literato, um prêmio de R$ 270,00 foi distribuído deste modo: a menor parte para o terceiro colocado, R$ 50,00 a mais para o segundo colocado e o dobro desta última quantia para o campeão.

a) Escreva a sentença matemática correspondente à situação descrita.
b) Quanto receberá cada premiado?

Figura 18: Extrato de um PP tipo composição com a 1ª relação aditiva e a 2ª multiplicativa.
Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 263).

Para converter esse problema para linguagem algébrica, o estudante tem um trabalho cognitivo um pouco alto, uma vez que, o caráter de congruência desse problema é baixo. Quando o enunciado diz que “a menor parte para o terceiro”, esse valor deve ser representado por “X” ou outra letra qualquer. Quando o enunciado diz “R$ 50,00 a mais para o segundo colocado”, essa expressão deve ser representada por “X + 50”. E finalmente, quando diz que “o dobro dessa última quantia para o campeão", essa expressão não pode ser representada por "2X", mas sim por "2.(X + 50)", ou seja, a representação matemática não mostra congruência com a representação em linguagem natural. No exemplo do extrato acima, os autores dão uma dica aos estudantes que pode ajudar no momento da conversão, lembrando que é necessário o uso dos parênteses.

4.4.1. Descrição do LD4 – Matemática – 7º Ano - Edwaldo Bianchini

Segundo o Guia do PNLD/2011, a coleção desse autor caracteriza-se pela apresentação dos conteúdos com a leitura de textos contextualizados na matemática, na história da matemática e nas práticas do cotidiano. Existem muitos exercícios propostos, sendo a maioria de fixação de regras e de procedimentos, e as definições matemáticas são dadas rapidamente, sem levar o aluno a construir o conceito esperado.

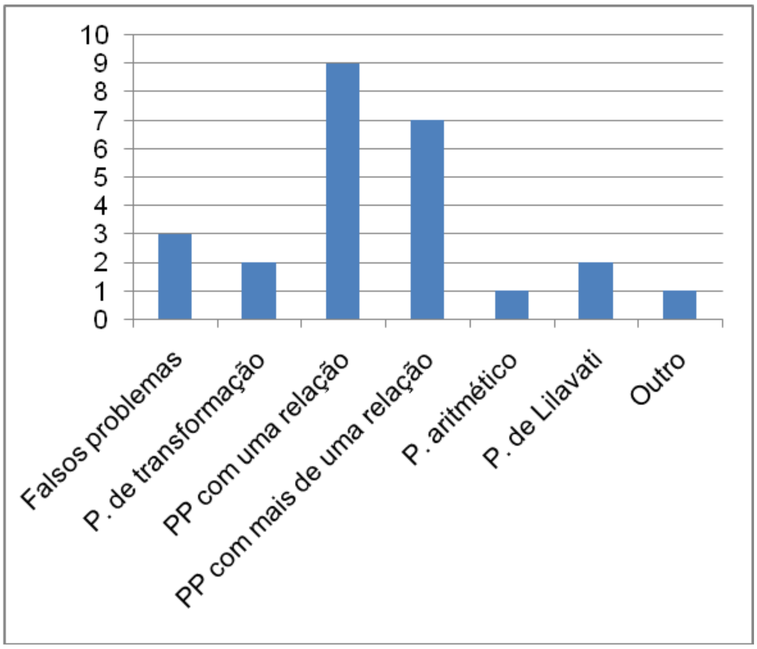
O ensino de álgebra inicia-se, efetivamente, no livro do 7º ano, no qual é excessiva a abordagem na resolução de equações, de inequações e de sistemas de equações polinomiais do primeiro grau (BRASIL, 2010, p. 37).

O livro do 7º ano dessa coleção traz três capítulos voltados para o ensino de álgebra. Um intitulado de "Equações", outro com o título de "Inequações" e um último chamado de "Sistema de equações". No capítulo foco de nossa pesquisa, intitulado de equações, é trabalhado um pouco da história da álgebra, expressões algébricas e valor numérico de uma expressão algébrica, termos algébricos e equações polinomiais do 1º grau, parte que trabalha equações equivalentes e resolução de equações.

4.4.2. Análise do LD4

O LD4 prioriza, no capítulo que tem como objetivo o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, os problemas de partilha, como pode se observar no gráfico 5, que apresenta distribuição dos 25 problemas encontrados.

Gráfico 5. Frequência dos problemas do LD4.



Nesse livro, diferente dos outros, são poucos os problemas que podem não favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico, como os falsos problemas (3 problemas) e os problemas aritméticos (1 problema).

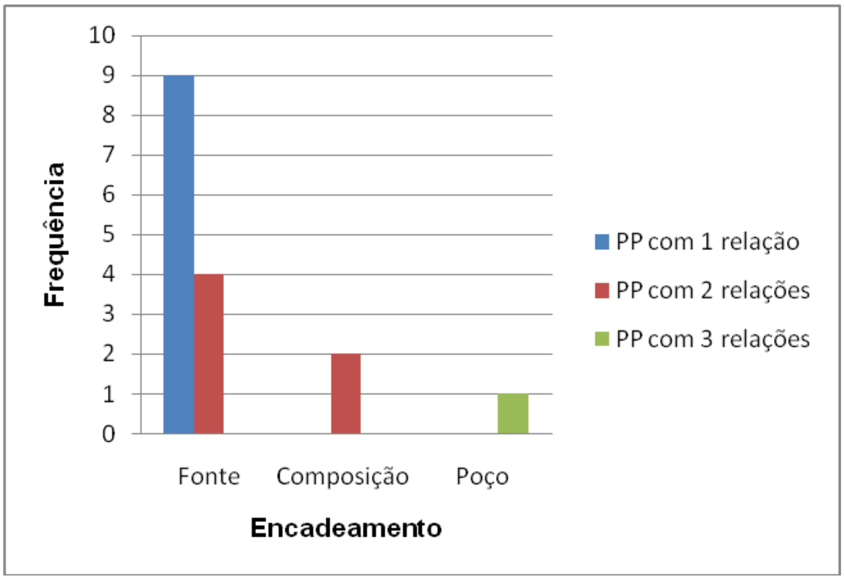
Esse livro é o primeiro que traz o problema de estrutura algébrica classificado como problemas de transformação, além de trazer também exemplos de problemas de Lilavati.

Novamente, assim como os outros livros analisados anteriormente, o LD4 dá preferência aos problemas de partilha com apenas uma relação. Nesse tipo de problema é necessário estabelecer apenas uma relação de comparação entre as informações do enunciado, diferente dos que têm duas ou mais relações. Também vale lembrar, que o caráter de congruência nos PP com uma relação é mais alto que nos PP com mais de uma relação.

Observamos que a maior parte dos PP com uma relação são de natureza aditiva (67% dos PP com 1 relação), seguindo, novamente, o mesmo padrão dos outros livros analisados até o momento. Isso talvez ocorra por essa operação ser uma das mais trabalhadas nos anos anteriores de escolaridade, ou por ser considerada por muitos a mais fácil e a primeira a ser ensinada aos estudantes na aritmética.

No gráfico 6 observamos a classificação dos PP quanto ao encadeamento e o número de relações.

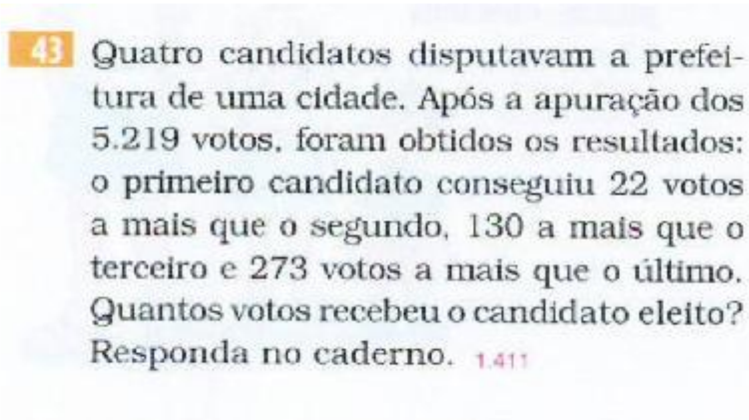
Gráfico 6. Classificação dos PP do LD4 quanto o encadeamento e o número de relações.



Verificamos, a partir do gráfico 6 acima, que o LD4 privilegia, assim como os outros livros, os PP de encadeamento tipo fonte com 1 relação (PPF1) (56% dos PP), seguido dos problemas de partilha tipo fonte com 2 relações (PPF2) (37,5% dos PP). Encontramos apenas 2 problemas de partilha tipo composição com 2 relações (PPC2) e um problema de partilha tipo poço com 3 relações (PPP3).

Dos problemas de partilha tipo fonte com duas relações três têm as suas relações de natureza multiplicativa, que são, segundo Câmara (2010), os problemas com duas relações que os estudantes têm mais facilidade de resolverem. Já os problemas com encadeamento tipo composição, um tem as duas relações aditivas e o outro tem a primeira relação aditiva e a segunda multiplicativa, que são os problemas tipo composição que os estudantes têm maiores dificuldades na resolução.

Esse livro é o único que traz, mesmo em quantidade pequena (1 problema), os problemas de partilha considerados mais difíceis de serem resolvidos pelos estudantes, que são os problemas de partilha com encadeamento tipo poço. Podemos verificar esse problema no extrato seguinte.



43 Quatro candidatos disputavam a prefeitura de uma cidade. Após a apuração dos 5.219 votos, foram obtidos os resultados: o primeiro candidato conseguiu 22 votos a mais que o segundo, 130 a mais que o terceiro e 273 votos a mais que o último. Quantos votos recebeu o candidato eleito? Responda no caderno. 1.411

Figura 19: Extrato de um PP tipo poço com três relações.
Fonte: Bianchini (2006, p. 114)

Além desse problema ser do tipo poço, ele tem três relações, que o torna ainda mais difícil. Problemas com esse número de relações não aparecem nas pesquisas de Marchand e Bednarz (1999).

Para realizar a conversão desse problema, o estudante precisa levar em consideração as operações inversas às que estão no enunciado, ou seja, a equação que representa esse problema em linguagem algébrica é:

$X + (X - 22) + (X - 130) + (X - 237) = 5219$

Portanto, quando se lê “22 a mais que o segundo”, não representamos por “X + 22”, e sim por “X – 22”, quando se lê “130 a mais que o terceiro”, não significa, no momento da conversão, “X + 130”, e sim “X – 130”, e por fim, quando se lê “273 votos a mais que o último”, não podemos representar pela expressão “X + 273” e sim por “X – 273”.

Nesse caso, conseguimos observar que o grau de dificuldade desse problema está no momento da conversão, tendo em vista que esse problema é totalmente não-congruente, ou seja, o registro de partida (em linguagem natural) não transparece no registro de chegada (em linguagem algébrica).

4.5.1 Descrição do LD5 - Matemática e realidade – 7º Ano - Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce & Antonio Machado

A obra desses autores caracteriza-se, segundo o Guia do PNLD/2011, pelas conexões existentes entre os campos matemáticos, além das articulações entre os conhecimentos que estão sendo abordados e aqueles apresentados em anos anteriores. Entretanto, "a obra dá atenção excessiva a procedimentos, algoritmos e fórmulas e, após a apresentação de poucos exemplos, passa rapidamente à sistematização dos conteúdos. Assim, não oferece muitas oportunidades para o aluno pensar de forma autônoma" (BRASIL, 2010, p. 65).

O ensino de álgebra inicia-se, efetivamente, no 7º ano, sendo mais explorado no 8º e no 9º ano.

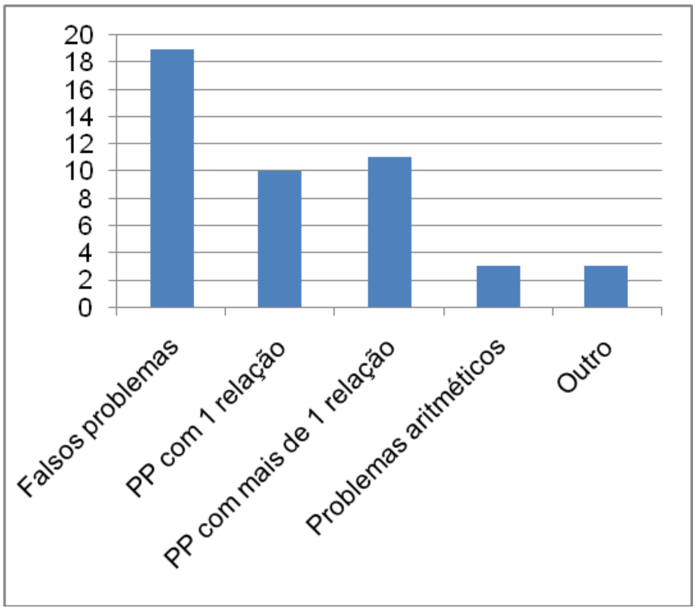
> "No livro do 7º ano, a linguagem algébrica é iniciada com a tradução, em símbolos, de expressões da língua materna, tais como *"o dobro de um número"*. São estudadas as noções de variável, de expressão algébrica e de valor numérico, bem como as representações geométricas das expressões algébricas. As equações são focalizadas, inicialmente, como uma ferramenta para a descoberta de um número desconhecido (BRASIL, p. 68).

O livro do 7º ano tem uma unidade dedicada ao ensino de álgebra, com os seguintes capítulos: "Noções iniciais de álgebra", "Equações", "Resolução de problemas", "Sistemas" e "Inequações". Nossa pesquisa foi realizada nos três primeiros capítulos dessa unidade.

4.5.2. Análise do LD5.

Em relação à quantidade de problemas, 46 no total, apresentados no capítulo referente ao trabalho com equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, podemos perceber que os autores do LD5 dão preferência, assim como os autores de outros livros, aos problemas de partilha e aos falsos problemas, como mostra o gráfico 7.

Gráfico 7. Frequência dos problemas do LD5.

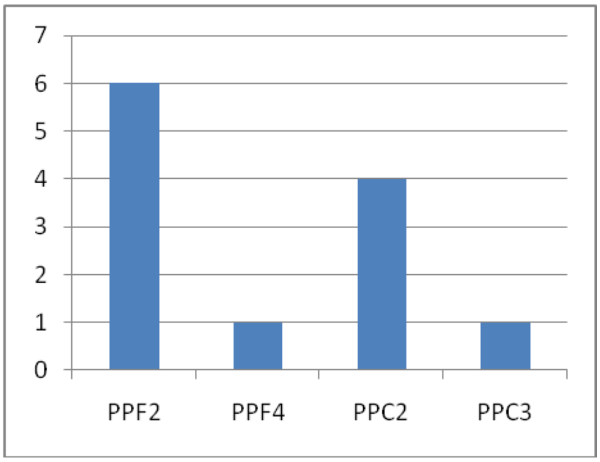


Nesse primeiro momento, podemos observar que os problemas propostos no LD5 para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, nem sempre têm relação com esse objeto de ensino, como os problemas aritméticos. Também foi observado que os autores desse livro propõem excessivamente os falsos problemas (41% dos problemas), que, apesar de serem representados por uma equação, não levam os estudantes a estabelecer relações entre os dados do enunciado, relações que são necessárias para caracterizar um problema de estrutura algébrica, segundo Marchand e Bednarz (1999; 2000). Portanto, boa parte dos problemas do LD5 talvez não favoreça aos estudantes o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Com relação aos problemas de estrutura algébrica, encontramos no LD5 apenas os de partilha, dos quais 10 têm encadeamento tipo fonte com uma relação, sendo três de natureza multiplicativa e sete de natureza aditiva. Ou seja, o LD5 dá preferência, assim como a maioria dos outros livros analisados, aos PP com uma relação de natureza aditiva.

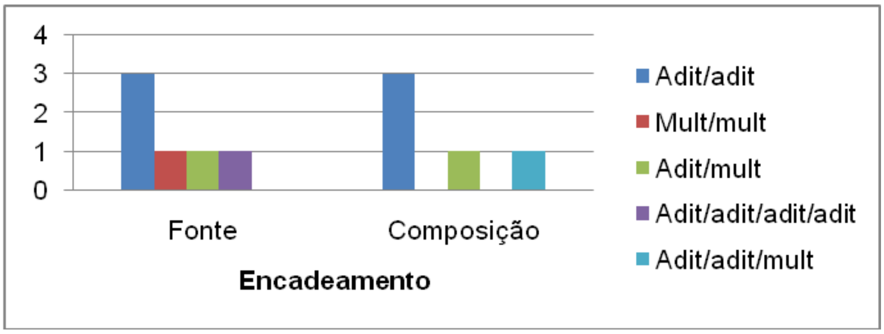
Outra classificação feita com os problemas de partilha levou em consideração o encadeamento e o número de relações dos problemas. O resultado pode ser observado no gráfico 8.

Gráfico 8. Classificação dos PP do LD5 quanto o encadeamento e o número de relações.



O LD5, como mostra o gráfico 8 acima, não propõe problemas de partilha com encadeamento tipo poço. Já os PP com encadeamento tipo fonte são os que mais aparecem no LD5. Isso talvez ocorra por esse tipo de problema ser considerado o mais fácil de ser resolvido. Quanto à natureza das relações, temos a seguinte classificação.

Gráfico 9. Classificação dos PP com mais de 1 relação quanto a natureza das relações.



Podemos verificar que tanto nos PP com encadeamento tipo fonte quanto nos do tipo composição, a preferência é para os com as duas relações aditivas. Esse tipo de relação está entre as mais difíceis de serem resolvidas pelos estudantes, principalmente quando o encadeamento é do tipo composição.

Uma curiosidade são os problemas com mais de duas relações, pois são problemas com um grau de dificuldade maior que os de duas relações. Podemos observar no exemplo abaixo um PP desse tipo.

103 Quatro amigos se reuniram para comer numa lanchonete. A conta, de R$ 52,00, foi paga da seguinte forma: Vicente pagou R$ 2,00 a mais que Rubens; Rubens pagou R$ 3,50 a mais que Laerte; Laerte pagou a metade do que Válter pagou.

a) Quem pagou a maior quantia? Quanto foi? Valter: R$ 17,20

b) Quem pagou a menor quantia? Quanto foi? Laerte: R$ 8,60

Figura 20: Extrato de um PP tipo composição com três relações.
Fonte: Iezzi, Dolce e Machado (2009, p. 191).

Podemos dizer que esse problema tem um grau de dificuldade um pouco elevado, tendo em vista que o encadeamento das relações é do tipo composição e com três relações. Após a conversão, esse problema resulta na seguinte equação.

“X + ½.X + (½.X + 3,5) + (½.X + 3,5 + 2) = 52.

No momento da conversão do exemplo supracitado o caráter de congruência é muito baixo, uma vez que o registro de partida (o enunciado em linguagem natural) não transparece no registro de chegada (em linguagem algébrica). Ou seja, o estudante deve iniciar sua representação pelo valor pago por Valter, que pode ser representado pela letra “X”. Em seguida representar o valor de Laerte que segundo o enunciado “Laerte pagou a metade do que Valter pagou”, podendo ser representado por “½.X”. Quando no enuncido diz “Rubens pagou R$ 3,50 a mais que Laerte”, não pode ser representado por “X + 3,5”, mas sim, por “½.X + 3,5”. E quando é dito no enunciado que “Vicente pagou R$ 2,00 a mais que Rubens”, o estudante deve representar por “½.X + 3,5 + 2” e não por “X + 2”.

Nesse sentido, acreditamos que os estudantes encontram dificuldades em um problema desse tipo, uma vez que, no momento da conversão ele não pode fazer uma associação do registro em liguagem algébrica com a ordem das palavras do enunciado, como é feito por alguns estudantes na pesquisa de André (2007).

4.6.1. Descrição do LD6 - Matemática na medida certa – 7º Ano - José Jakubovic & Marília Ramos Centurión

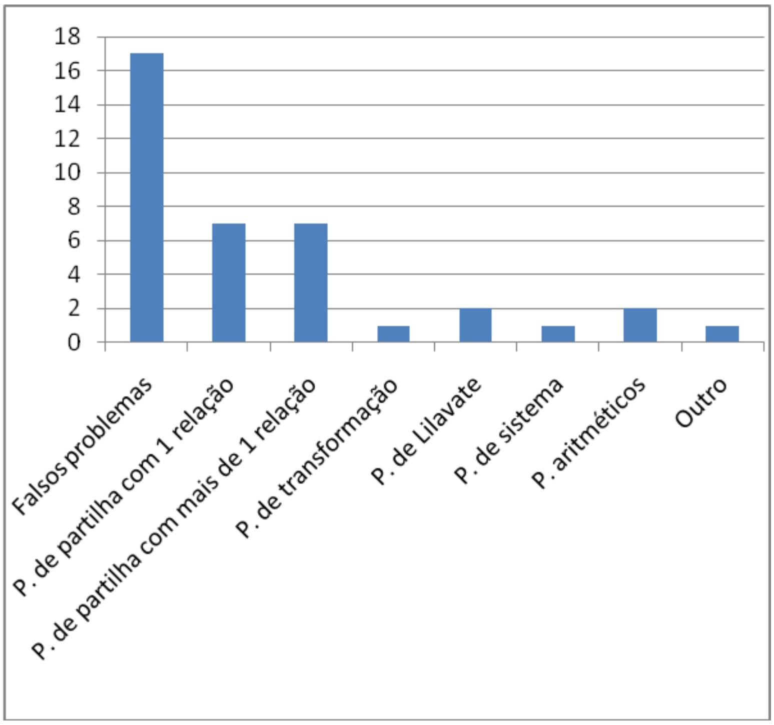
Nessa coleção “a apresentação dos conteúdos é logo seguida de atividades de aplicação, sem que haja propostas ao aluno de uma maior exploração preliminar dos assuntos tratados” (BRASIL, 2010, p. 71). Outro destaque dado pelo Guia do PNLD/2011 é com relação à boa articulação entre os conteúdos dentro do mesmo campo da matemática escolar.

Com relação ao ensino de álgebra, a coleção traz o uso de letras para representar valores desconhecidos desde o 6º ano, porém de maneira mais informal. No 7º ano, é apresentada a noção de equações, que são “introduzidas por meio da balança de dois pratos e, também, para representar situações envolvendo incógnitas, em particular para resolver problemas com o algoritmo da regra de três” (BRASIL, 2010, p. 74). É no 8º e no 9º ano que o ensino de álgebra se destaca, pois, nesses anos o espaço dedicado ao ensino de álgebra é bem maior.

4.6.2. Análise do LD6

Na análise realizada no LD6 conseguimos identificar, na parte do livro que tem como objeto de ensino as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, 38 problemas. Os tipos de problemas encontrados nesse LD estão apresentados no gráfico 10 seguinte.

Gráfico 10. Frequência dos problemas do LD6.



Assim como boa parte dos livros analisados, o LD6 também prioriza os falsos problemas, tendo em vista que 45% dos problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita fazem uma leitura direta de uma equação, sem levar os estudantes a estabelecer relações entre os dados do enunciado, relações estas que são necessárias para caracterizar um problema de estrutura algébrica. Também encontramos problemas de estrutura aritmética (5% dos problemas). Portanto, 50% dos problemas encontrados no LD6 pode não favorecer aos estudantes a possibilidade de desenvolver o pensamento algébrico.

Apenas 3% dos problemas encontrados são de transformação, uma classe dos problemas de estrutura algébrica que também é pouco encontrada nas pesquisas de Marchand e Bednarz (1999).

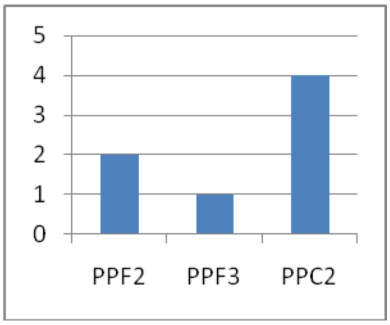
Também encontramos, mesmo que em pouca quantidade, os problemas que chamamos de Lilavati e os que são representados por um sistema de duas equações.

Dos problemas encontrados, 37% são problemas de partilha, sendo metade com apenas uma relação e metade com mais de uma relação. Ou seja, metade dos problemas de partilha encontrados no LD6 são considerados mais fáceis de serem resolvidos pelos estudantes, que são os problemas de partilha com apenas uma relação.

Dos problemas de partilha com apenas uma relação, dois têm as relações de natureza aditiva e cinco têm as relações de natureza multiplicativa. Ou seja, o LD1 e o LD6 são os únicos livros que trazem mais PP com uma relação de natureza multiplicativa, enquanto os outros livros preferem os de natureza aditiva.

Com relação ao encadeamento e à quantidade de relações dos problemas de partilha com mais de uma relação, observamos que o LD6 aborda preferencialmente problemas com duas relações, como mostra o gráfico 11, além de a preferência ser por problemas com encadeamento tipo composição.

Gráfico 11. Classificação dos PP com mais de 1 relação quanto o encadeamento e o número de relações.



Dos problemas com duas relações e encadeamento tipo fonte (PPF2), um tem as duas relações aditivas e o outro tem as duas relações multiplicativas, e o com três relações (PPF3) todas são aditivas. Já os problemas com encadeamento tipo composição e com duas relações (PPC2), um tem as duas relações de natureza aditiva e três têm a primeira relação aditiva e a segunda multiplicativa, que são os mais difíceis de serem resolvidos. A seguir temos um exemplo desse tipo de problema extraído do LD6.

1. Surpresa! Seu Manoel vai gratificar seus três empregados com um total de R$ 150,00! João receberá R$ 10,00 a mais que Antônio. Pedro receberá o dobro de João. Quanto receberá cada um?

Cor & Forma Studio de Artes Gráficas/Arquivo

Figura 21: Extrato de um PP tipo composição com a 1ª relação aditiva e a 2ª multiplicativa.
Fonte: Jakubovic e Centurión (2009, p. 122).

Para realizar a conversão desse problema para a linguagem algébrica, o estudande é levado a estabelecer relações entre as informações contidas no enunciado e perceber que nem sempre a representação algébrica é congruente com o que está dito no enunciado. Por exemplo, o aluno tem que perceber que o valor de Antônio é o menor valor e pode ser representado, por exemplo, por uma letra qualquer, como a letra “X”. Quando o texto diz que “João receberá R$ 10,00 a mais que Antônio” o estudante deve representar essa informação por “X + 10”. Nesse caso, o caráter de congruência é até alto. Agora quando o texto diz que “Pedro receberá o dobro de João”, nessa parte da conversão não existe congruência alguma, uma vez que essa frase não significa “2X”, mas sim, “2(X + 10)”, ou seja, o grau de dificuldade nessa parte da conversão é considerado elevado, tendo em vista que a representação no registro de chegada não transparece na representação de saída.

4.7.1. Descrição do LD7 - Matemática: idéias e desafios – 7º Ano – Iracema Mori & Dulce Satiko Onaga

A obra destaca-se pela articulação entre os campos da matemática escolar. E, “quase sempre, os conceitos e procedimentos já apresentados são retomados antes da introdução de outros que os ampliam” (BRASIL, 2010, p. 53). Além disso, a coleção inclui diferentes atividades, como exercícios, problemas, leituras, trabalhos individuais e em grupos, mas predominam as relacionadas a cálculos numéricos ou algébricos.

O ensino de álgebra inicia mais efetivamente no 7º ano, sendo reforçado no 8º e no 9º ano. No 7º ano são exploradas as expressões algébricas, equações polinomiais do 1º grau e sistemas de equações polinomiais do 1º grau.

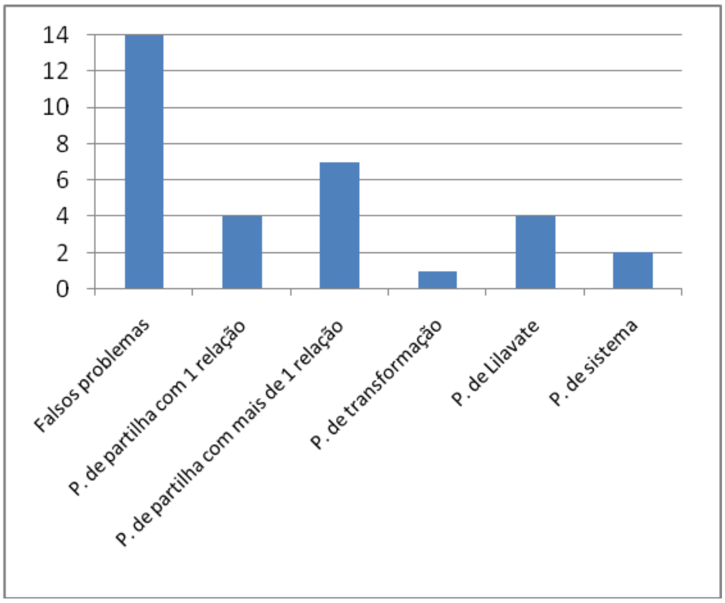
> A linguagem algébrica é introduzida em situações relacionadas à descoberta de um elemento desconhecido ou do termo geral de uma sequência. Privilegia-se a apresentação de um grande número de regras e de procedimentos algébricos, em detrimento do uso da linguagem simbólica, para representar, deduzir, sintetizar e provar (BRASIL, 2010, p. 56).

4.7.2. Análise do LD7

Na análise realizada no LD7, conseguimos identificar 32 problemas, sendo que esse livro exagera na abordagem dos falsos problemas, assim como boa parte dos livros analisados. Isso nos leva a pensar que esses autores vêem a álgebra "como um conjunto de procedimentos (técnicas, artifícios, processos e métodos) específicos para abordar certos tipos de problemas" (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 82), ou seja, adotando a concepção de álgebra processológica.

Podemos verificar a distribuição dos problemas no gráfico 12 a seguir.

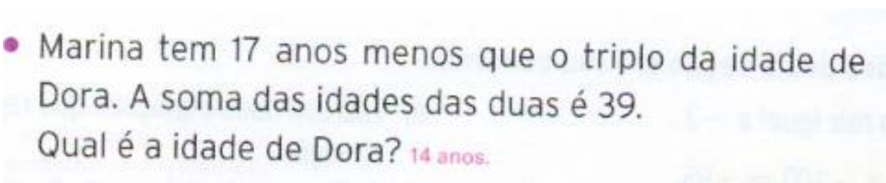
Gráfico 12. Frequência dos problemas do LD7.



Podemos verificar que as autoras do LD7 priorizam os problemas que pode não favorecer aos estudantes o desenvolvimento do pensamento algébrico, que são os falsos problemas, problemas que, no momento da conversão, é necessário realizar o que Duval (2003) chama de simples codificação.

Também encontramos problemas de transformação no LD7 (1 problema), problemas que raramente aparecem nos livros analisados. Encontramos também problemas de Lilavati (4 problemas) e problemas de sistema (2 problemas).

Destacamos nesse livro a existência de problemas de partilha com relação de natureza mista, tipo de relação que não aparece nos estudos realizados por Marchand e Bednarz (1999). Dos problemas de partilha com uma relação, encontramos um com relação de natureza multiplicativa e três com relação de natureza mista. Diferentemente dos outros livros, esse explora bem mais os PP com uma relação de natureza mista e não traz nenhum de natureza aditiva. Podemos observar um problema de natureza mista no extrato seguinte.



- Marina tem 17 anos menos que o triplo da idade de Dora. A soma das idades das duas é 39. Qual é a idade de Dora? 14 anos.

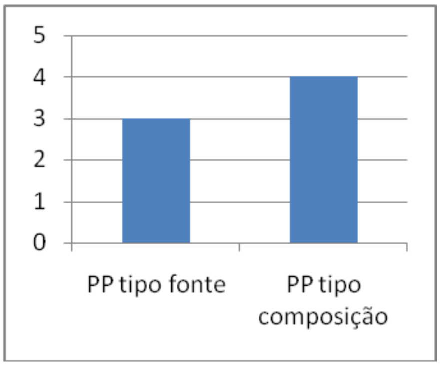
Figura 22: Extrato de um PP com uma relação de natureza mista.
Fonte: Mori e Onaga (2009, p. 161)

Em um problema como do exemplo supracitado existe em uma mesma relação de comparação duas operações (aditiva e multiplicativa). Nesse sentido, esse problema é representado pela seguinte equação.

“X + (3X - 17) = 39”

Com relação aos problemas de partilha com mais de uma relação, todos tinham duas relações e a classificação de acordo com o encadeamento das relações pode ser vista no gráfico 13 a seguir.

Gráfico 13. Classificação dos PP quanto o encadeamento das relações.

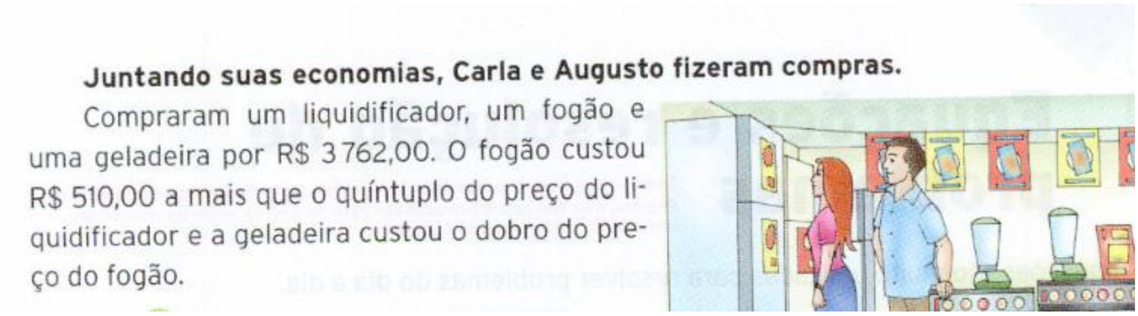


Dos problemas de partilha tipo fonte, dois têm as duas relações aditivas e um tem a primeira relação aditiva e a segunda mista.

Diferente de boa parte dos livros analisados, o LD7 traz mais problemas de partilha tipo composição e não tipo fonte. Entretanto, não encontramos nenhum problema com encadeamento tipo poço.

Na classificação feita nos problemas de partilha tipo composição, levando em consideração a natureza das relações, observamos que um problema tem as duas relações multiplicativas e um tem a primeira relação multiplicativa e a segunda aditiva, que são os PP tipo composição que os estudantes encontram mais facilidade em resolver (CÂMARA, 2010b).

Também foi encontrado um PP tipo composição com a primeira relação multiplicativa e a segunda mista e outro com a primeira relação mista e a segunda multiplicativa. Esse problema pode ser visto no extrato seguinte.



Juntando suas economias, Carla e Augusto fizeram compras.

Compraram um liquidificador, um fogão e uma geladeira por R$ 3 762,00. O fogão custou R$ 510,00 a mais que o quíntuplo do preço do liquidificador e a geladeira custou o dobro do preço do fogão.

Figura 23: Extrato de um PP tipo composição com a 1ª relação mista e a 2ª multiplicativa.
Fonte: Mori e Onaga (2009, p. 156).

Acreditamos que esse problema exige um trabalho cognitivo muito grande no momento de resolvê-lo, uma vez que o caráter de congruência desse problema é muito baixo. A conversão do problema para a linguagem algébrica tem como resultado a seguinte equação, na qual “a geladeira custou o dobro do preço do fogão” é representado pela expreção “2(5X + 510)”, ou seja, a expressão em linguagem algébrica não tem nenhuma relação com a expressão em linguagem natural.

$X + (5X + 510) + 2(5X + 510) = 3762$

Esse tipo de problema, de natureza mista, não é encontrado nos livros didáticos canadenses, como mostram as pesquisas de Marchand e Bednarz (1999). No Canadá os problemas de partilha propostos aos estudantes têm até duas relações de naturezas aditivas ou multiplicativas, podendo ter, no máximo, um problema com uma relação de natureza aditiva e outra relação multiplicativa. No Brasil, encontramos problemas com mais de duas relações, além de problemas com natureza mista, como mostra o exemplo acima. Isso talvez aconteça pelo fato de no Brasil não termos um programa para seguir, diferente do Canadá.

4.8.1. Descrição do LD8 - Projeto Radix – Matemática – 7º Ano – Jackson da Silva Ribeiro

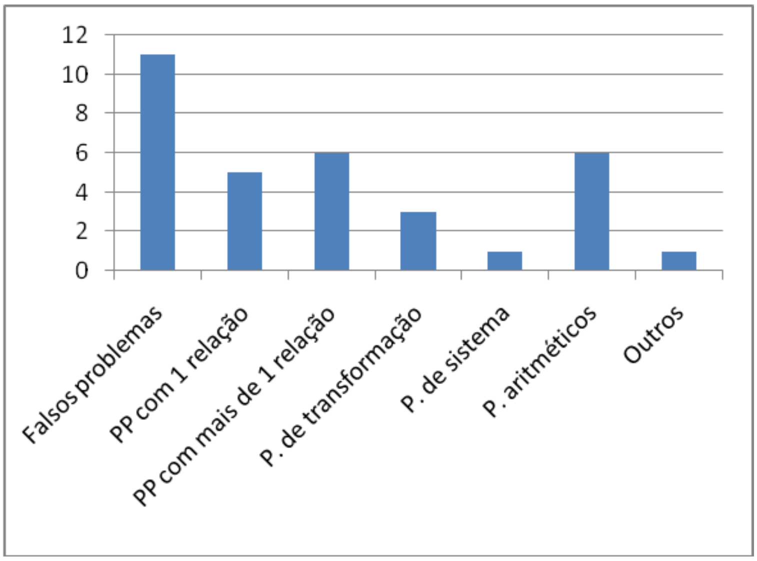
Na coleção, de forma geral, os conteúdos são apresentados gradativamente, sendo ampliados e aprofundados a cada ano. No caso da álgebra existe um cuidado nos dois primeiro anos, sendo iniciado efetivamente no 7º ano o ensino desse campo da matemática. “No entanto, nota-se um ritmo excessivamente acelerado no trabalho com seus conteúdos nos dois últimos anos” (BRASIL, 2010, p. 77).

No 7º ano é trabalhado, em um único capítulo, expressões algébricas, e equações polinomiais do 1º grau. “Para a resolução de equações do 1º grau são apresentadas três estratégias didáticas: o uso de balança, de tentativas e de esquemas com setas relacionadas à ideia de operações inversas. No entanto, estas três estratégias não são exploradas nas atividades” (BRASIL, 2010, p. 80).

4.8.2. Análise do LD8

Iniciamos nossa análise trazendo um gráfico com a distribuição dos 33 problemas encontrados no capítulo do LD8, que tem como objeto de ensino as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita.

Gráfico 14. Frequência dos problemas do LD8.



Nesse momento podemos observar que a maior parte dos problemas do LD8 talvez não favoreça o desenvolvimento do pensamento algébrico, tendo em vista que 33% dos problemas fazem uma leitura direta de uma equação, que são os falsos problemas e 18% dos problemas são resolvidos mais facilmente por procedimentos aritméticos. Ou seja, 51% dos problemas pode não favorecer a passagem da aritmética à álgebra.

Encontramos um problema que é resolvido por um sistema de duas equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas, ou seja, um problema que talvez não devesse estar nesse capítulo do livro, já que o foco são as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita. Não que um problema desse tipo não possa ser resolvido por meio de uma equação polinomial do 1º grau com uma incógnita, mas é bem mais econômico utilizar um sistema de duas equações ao invés de uma equação.

Encontramos nesse livro três problemas de transformação, que são uma classe de problemas também encontrados na pesquisa realizada por Marchand e Bednarz (1999). Esses tipos de problemas se caracterizam pelas transformações que o valor inicial sofre, e vale lembrar que esse valor inicial é desconhecido, levando o estudante a estabelecer relações para chegar na equação que representa o problema.

Com relação aos problemas de partilha com uma relação, encontramos dois de natureza aditiva, dois de natureza multiplicativa e um de natureza mista.

Já os problemas de partilha com mais de uma relação, todos têm duas relações, sendo que dois têm o encadeamento tipo fonte e as duas relações aditivas e três têm o encadeamento tipo composição, sendo dois com as duas relações aditivas e um com a primeira relação aditiva e a segunda multiplicativa. Segundo pesquisas de Câmara (2010b), esse tipo de PP com encadeamento tipo composição, no qual a primeira relação é aditiva, são os que os estudantes encontram maiores dificuldades em resolverem.

4.9.1. Descrição do LD9 - Tudo é Matemática – 7º Ano – Luiz Roberto Dante

Segundo o Guia do PNLD/2011, a metodologia adotada na coleção valoriza a resolução de problemas. Entretanto, no momento da análise observamos que isso não é bem colocado no capítulo que trata de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, uma vez que 39% dos problemas encontrados são falsos problemas, nos quais acreditamos que o foco está na resolução de equações.

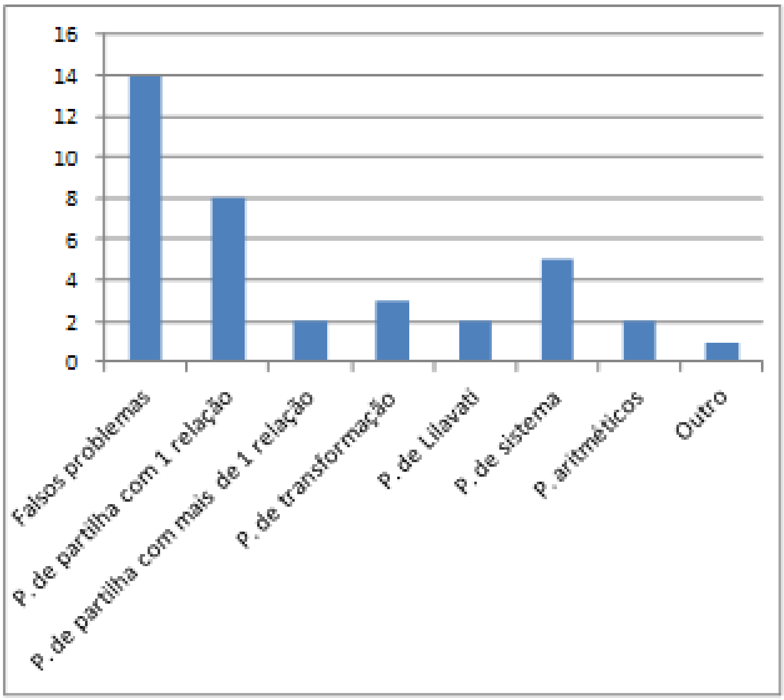
O ensino de álgebra inicia no 7º ano, sendo bem reforçado no 8º ano.

> No volume do 7º ano, as expressões algébricas são estudadas por meio da passagem da língua materna para a algébrica. As letras são usadas para expressar generalizações de propriedades operatórias e, também, para representar números desconhecidos em equações e sistemas de equações ou intervalos numéricos nas inequações (BRASIL, 2010, p. 86).

4.9.2. Análise do LD9

No LD9 conseguimos identificar 36 problemas, no qual apenas um não foi possível enquadrar em nenhuma categoria de análise de nossa pesquisa, como mostra o gráfico 15.

Gráfico 15. Frequência dos problemas do LD9.



Observamos que o LD9 aborda de forma exagerada os falsos problemas, tendo em vista que 39% dos problemas propostos por esse livro, no capítulo que tem como objeto de ensino as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, são desse tipo. Também encontramos problemas aritméticos, que da mesma forma que os falsos problemas, não favorecem aos estudantes o desenvolvimento do pensamento algébrico (MARCHAND; BEDNARZ, 2000). Portanto, quase metade (44%) dos problemas propostos pelo LD9 (falsos problemas e problemas aritméticos), na parte do livro que teria como objetivo levar os estudantes a desenvolver o pensamento algébrico, talvez não tenha esse propósito.

Outra informação interessante é com relação aos problemas que são resolvidos por um sistema de duas equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas, os quais o autor aborda na parte do livro analisada e tenta levar os estudantes a resolverem esses tipos de problemas por meio de uma equação. Acreditamos que mostrar aos estudantes maneiras diferentes para resolver um mesmo problema seja interessante, mas nos casos que identificamos, problemas que são mais facilmente resolvidos por sistema, o autor não mostra outra alternativa de solução.

Encontramos também problemas de transformação e problemas de Lilavati, mesmo que em quantidades pequenas.

Com relação aos problemas de partilha, observamos que o LD9 tem preferência explícita por PP com apenas uma relação, que são os considerados mais fáceis de serem resolvidos pelos estudantes. Desses PP com apenas uma relação, três são de natureza multiplicativa e cinco de natureza aditiva.

Já os problemas de partilha com duas relações se resumem a apenas dois, com encadeamento tipo composição e com a primeira relação aditiva e a segunda multiplicativa.

Não foi encontrado nenhum problema de partilha tipo fonte com mais de uma relação e nenhum com encadeamento tipo poço. Esse dado é interessante, tendo em vista que esse é o único livro analisado que não aborda problemas de partilha com mais de uma relação e encadeamento tipo fonte.

4.10.1. Descrição do LD10 - Vontade de saber Matemática – 7º Ano – Joamir Souza & Patricia Moreno Pataro

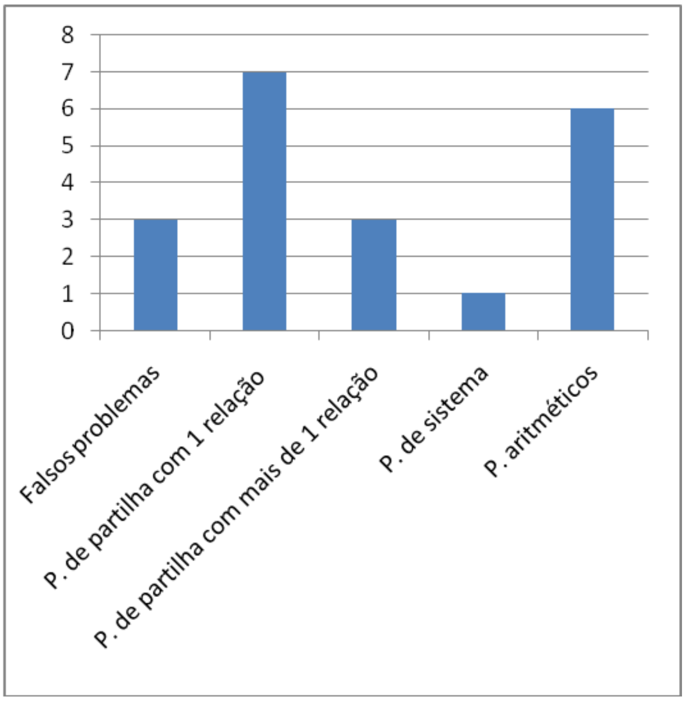
O Guia do PNLD/2011 destaca na coleção a revisão dos conteúdos, entretanto lembra que nem sempre são aprofundados ou ampliados, tornando-se muitas vezes repetitivos.

O ensino de álgebra inicia no 7º ano, com a introdução da linguagem algébrica, e é aprofundado no 8º e no 9º ano. No capítulo do 7º ano que trata de álgebra são trabalhadas as expressões algébricas, as fórmulas e as equações.

4.10.2. Análise do LD10

Ao analisarmos o LD10 encontramos 20 problemas. A distribuição por tipo de problemas encontra-se no gráfico 16 a seguir.

Gráfico 16. Frequência dos problemas do LD10.



Podemos verificar, a partir do gráfico 16, que os autores do LD10 reservam 30% dos problemas aos problemas de estrutura aritmética, que são os problemas que são resolvidos mais facilmente com procedimentos aritméticos do que com os procedimentos algébricos. Lembramos que esse tipo de problema (de estrutura aritmética) até pode ser resolvido por procedimentos algébricos, por meio de uma equação, por exemplo. Entretanto, Da Rocha Falcão (1992) lembra que um problema se torna algébrico quando o procedimento aritmético se torna cansativo, enfadonho ou insuficiente, ou seja, tornando o uso da álgebra justificável. No caso dos problemas de estrutura aritmética encontrados nos livros, a álgebra não assume esse propósito de facilitar na resolução. Como exemplo de um problema de estrutura aritmética, trazemos o extrato seguinte.

Figura 24: Extrato de um problema de estrutura aritmética
Fonte: Souza e Pataro (2009, p. 157).

Esse problema pode ser facilmente resolvido com simples operações aritméticas, sem ser necessária a utilização de procedimentos algébricos. Podemos resolver esse problema com uma operação de subtração e uma divisão, como mostra os passos seguintes.

70 – 42 = 28

28 / 0,35 = 80.

Portanto, os procedimentos aritméticos não se tornam cansativos ou insuficientes para resolver um problema desse tipo, sendo assim, fica injustificável o uso de álgebra para resolver esse tipo de problema.

No entanto, diferente dos outros livros, encontramos poucos exemplos dos falsos problemas, apenas 15% dos problemas.

Não identificamos nenhum problema de transformação nesse livro e nem de Lilavati. Foi identificado apenas um problema que pode ser resolvido mais facilmente com um sistema simples de duas equações.

Com relação aos problemas de partilha, assim como os outros livros, a maior parte é de PP com apenas uma relação (35% dos problemas), sendo quatro de natureza aditiva e três de natureza mista. O LD10 foi o único livro que não encontramos PP com uma relação de natureza multiplicativa.

Já os PP com mais de uma relação (15% dos problemas), todos têm duas relações, sendo um com encadeamento tipo fonte com as duas relações aditivas, e o outro também tipo fonte, só que com a primeira relação aditiva e a segunda multiplicativa. O terceiro é do tipo composição com a primeira relação aditiva e a segunda multiplicativa.

Até o momento as análises foram feitas em cada livro separadamente, buscando traçar um perfil dos LD. Observamos de modo geral que os livros didáticos de matemática brasileiros nem sempre trazem, nos capítulos que têm como objeto de ensino as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, problemas relacionados a esse saber matemático.

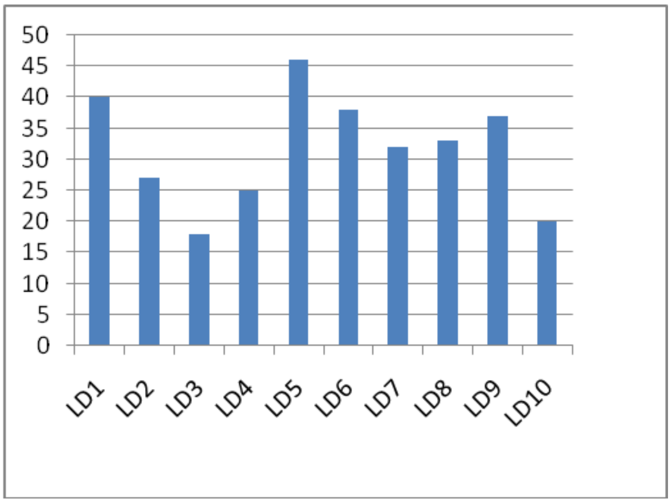
No capítulo seguinte temos uma análise comparativa entre os livros analisado, buscando comparar os resultados com a finalidade de observar semelhanças e diferenças entre os LD.

5. ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS LIVROS

Nesse momento nossa análise foi feita levando em consideração os dados obtidos nos dez livros analisados com a finalidade de comparar os resultados.

Analisando todos os livros, encontramos 316 problemas nos capítulos que têm como objeto de ensino as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita. Nesse primeiro momento, observamos que os livros trazem, em média, 32 problemas. Entretanto, existe uma grande variação na quantidade de problemas propostos (de 18 a 46 problemas) entre os livros, como mostra o gráfico 17.

Gráfico 17. Frequência absoluta de problemas por livro didático.

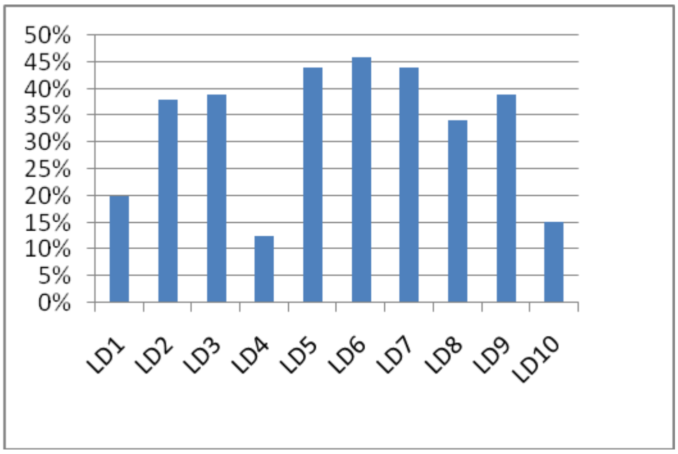


Apesar de alguns documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais, alegarem que o ensino da matemática se torna mais eficaz e significativo com a resolução de problemas, conseguimos observar que isso não é muito considerado por alguns autores de livros didáticos de matemática, uma vez que a média foi 32 problemas no capítulo que tem como objetivo o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita. E em alguns livros a quantidade de problemas é bem menor que a média, como o LD3, que traz apenas 18 problemas.

Em seguida buscamos observar a importância que os livros dão a cada tipo de problema. Para essa análise não levamos em consideração os problemas que não conseguimos categorizar, uma vez que o total desses problemas foi insignificante (2% do total de problemas).

No gráfico 18 temos a distribuição dos percentuais dos falsos problemas por livro didático.

Gráfico 18. Percentual dos falsos problemas por LD.



Nesse momento, podemos observar que boa parte dos livros didáticos explora excessivamente esse tipo de problema. Vale lembrar que os falsos problemas podem não favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico (MARCHAND; BEDNARZ, 2000), uma vez que não levam os estudantes a estabelecer relações entre os dados do enunciado. Temos um exemplo desse tipo de problema no extrato seguinte.

32 A diferença entre certo número e 10 é igual à terça parte desse número. Que número é esse?

Figura 25: Extrato de um falso problema.
Fonte: Dante (2009, p. 125)

Em um problema desse tipo a ênfase está, ao que tudo indica, na conversão direta do enunciado em linguagem natural para linguagem algébrica. Nesse caso, temos o que Duval (2003) chama de simples codificação, uma vez que, o registro de chegada (em linguagem algébrica) está bem próximo do registro de partida (em linguagem natural).

Os LD2, LD3, LD5, LD6, LD7, LD8 e LD9 dedicam mais de 30% dos problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita aos falsos problemas. Por conta disso, acreditamos que os autores desses livros têm como concepção de álgebra, pelo menos transparece no capítulo analisado, a que Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) chamam de "processológica". Nessa concepção a álgebra é encarada

> como um conjunto de procedimentos (técnicas, artifícios, processos e métodos) específicos para abordar certos tipos de problemas. Esses procedimentos específicos consistem em técnicas algorítmicas ou processos interativos que se aplicam a problemas ou conjunto de problemas, cuja resolução se baseia no seguimento de uma sequência padronizada de passos (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p. 82).

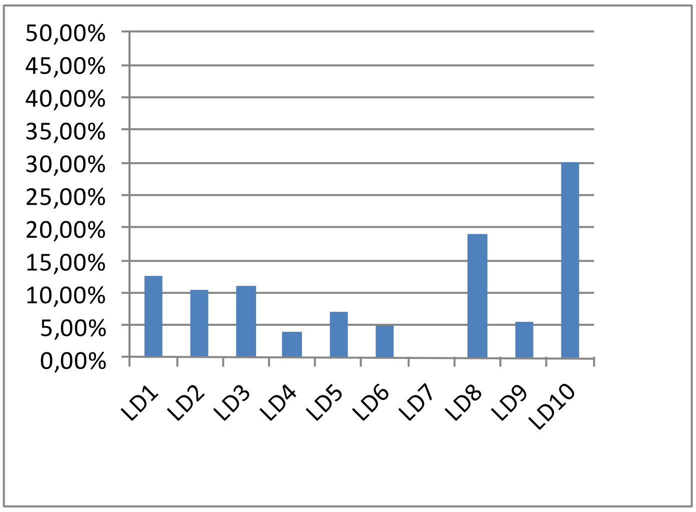
Em problemas desse tipo (falsos problemas), a ênfase está, ao que tudo indica, na resolução da equação obtida na conversão, uma vez que o estudante não tem nenhum trabalho cognitivo no momento de converter o problema em linguagem natural para a linguagem algébrica, uma vez que o caráter de congruência é muito alto, caracterizando o que Duval (2003) chama de simples "codificação".

Apesar de um falso problema ter como resultado, após a conversão, uma equação, para Gama (2003), Marchand e Bednarz (1999) esse tipo de problema não pode ser considerado um problema de estrutura algébrica, tendo em vista que, para esses autores, para que um problema seja de estrutura algébrica é preciso existir relações entre os elementos, os dados, as informações do enunciado para construir uma equação equivalente ao problema, o que não acontece nos falsos problemas.

Portanto, os livros didáticos de matemática do 7º ano aprovados no PNLD/2011 trazem, em média, um terço dos seus problemas dedicados ao ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita sendo falsos problemas, ou seja, problemas que pode não favorecer aos estudantes o desenvolvimento do pensamento algébrico.

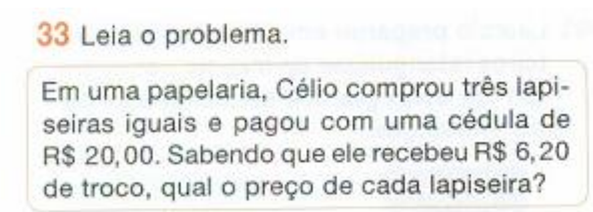
Outro tipo de problema encontrado em alguns livros, assim como os falsos problemas, também pode não favorecer aos estudantes a passagem da aritmética à álgebra, que são os problemas de estrutura aritmética. No gráfico 19 temos a distribuição dos percentuais desse tipo de problema por livro didático.

Gráfico 19: Percentuais dos problemas de estrutura aritmética por LD.



Conseguimos observar que os livros didáticos de matemática utilizados nas escolas públicas brasileiras dedicam, em média, 10,5% dos seus problemas encontrados no capítulo que tem como objeto de ensino as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita a problemas de estrutura aritmética. Entretanto, observamos que existe uma grande variação desses percentuais por livro didático (de 0% a 30%). Verificamos que o LD7 é o único livro que não aborda esse tipo de problema no capítulo analisado, entretanto, esse LD tem uma forte preferência pelos falsos problemas (48% dos problemas). O LD8, e principalmente o LD10, dedicam, a esse tipo de problema, uma porcentagem bem maior em relação aos outros livros analisados.

Temos no extrato seguinte, retirado de um LD, um problema de estrutura aritmética.


33 Leia o problema.

Em uma papelaria, Célio comprou três lapiseiras iguais e pagou com uma cédula de R$ 20,00. Sabendo que ele recebeu R$ 6,20 de troco, qual o preço de cada lapiseira?

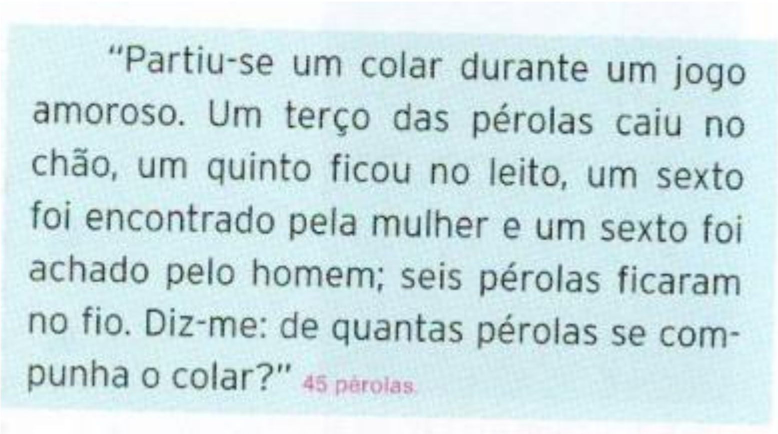
Figura 26: Extrato de um problema de estrutura aritmética
Fonte: Souza e Pataro (2009, p. 157)

Um problema desse tipo até pode ser resolvido por procedimentos algébricos, como, por exemplo, o uso de equações. Entretanto, o uso de estratégias algébricas não são justificadas, uma vez que, para que um problema seja de estrutura algébrica, ou seja, resolvido por procedimentos algébricos, a utilização de procedimentos aritméticos têm que ser enfadonho, cansativos ou insuficiente (DA ROCHA FALCÃO, 1992), o que não acontece com o exemplo acima. O problema do extrato supracitado pode ser resolvido facilmente por duas operações aritméticas simples. Uma subtração (20,00 – 6,20 = 13,80) e uma divisão (13,80 : 3 = 4,60). Ou seja, os procedimentos aritméticos não são enfadonhos, cansativos nem muito menos insuficientes para resolver esse tipo de problema.

Portanto, acreditamos que um problema desse tipo talvez não deveria aparecer nos capítulos dos livros que têm como um dos objetivos principais levar os estudantes a desenvolverem o pensamento algébrico, uma vez que não se justifica o uso de estratégias algébricas para resolver um problema de estrutura aritmética .

Além disso, observamos que todos os livros adotam, no capítulo analisado, a definição de problema colocada por CÂMARA (2002, p. 39) como “problema fechado”. Para esse pesquisador um problema fechado se caracteriza “como um problema cujo enunciado, ou localização, já identifica, para o aluno, qual o ‘conteúdo’ que deverá ser utilizado para resolvê-lo”. Acreditamos nisso uma vez que nenhum dos livros discute outra maneira de resolver os problemas propostos nos capítulos analisados a não ser utilizando as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita.

Em nossa análise, conseguimos identificar um tipo de problema que acreditamos que seja inspirado nos problemas antigos, como o da personagem “Lilavati”. Temos no extrato seguinte um exemplo desse tipo de problema, que chamamos de “problemas de Lilavati”.



"Partiu-se um colar durante um jogo amoroso. Um terço das pérolas caiu no chão, um quinto ficou no leito, um sexto foi encontrado pela mulher e um sexto foi achado pelo homem; seis pérolas ficaram no fio. Diz-me: de quantas pérolas se compunha o colar?" 45 pérolas.

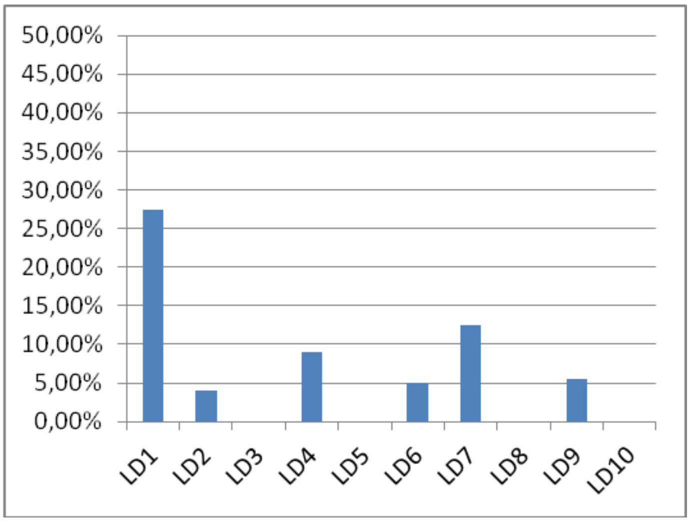
Figura 27: Extrato de um problema de Lilavati.
Fonte: Mori e Onaga (2009, p. 177)

Em um problema desse tipo, temos um valor total desconhecido (o total de pérolas) que é repartido em partes também desconhecidas e em uma parte conhecida (no caso do exemplo seis pérolas). Acreditamos que esse problema seja de estrutura algébrica uma vez que é necessário estabelecer relações entre o total e as partes. No exemplo acima temos como resultado, após a conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica, a seguinte equação.

"X/3 + X/5 + X/6 + X/6 + 6 = X"

No gráfico 20 temos a distribuição dos percentuais dos problemas de Lilavati por livro didático.

Gráfico 20: Percentuais dos problemas de Lilavati por LD.



Podemos verificar que o LD1 tem uma forte preferência pelos problemas de Lilavati, o qual dedica quase 30% dos problemas do capítulo analisado a esse tipo de problema. Não encontramos pesquisas que mostram a importância desse tipo de problema no desenvolvimento do pensamento algébrico. Entretanto, acreditamos que os problemas de Lilavati possam facilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que levam os estudantes a estabelecer relações entre as informações contidas no enunciado. Os LD3, LD5, LD8 e LD10 não propõem problemas de Lilavati.

Além dos problemas de Lilavati, também encontramos em alguns livros, problemas que são mais facilmente resolvidos utilizando um sistema de duas equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas. Trazemos no extrato seguinte um exemplo desse tipo de problema.

4 Em um estacionamento há carros e motos que, no total, somam 38 veículos e 136 rodas. Quantas motos e quantos carros há nesse estacionamento?

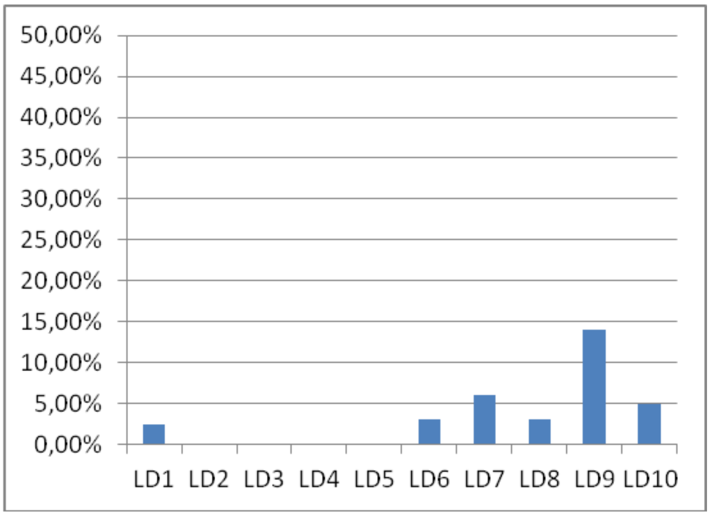
Figura 28: Extrato de um problema de sistema
Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2009, p. 147)

Esse problema pode ser resolvido mais facilmente utilizando um sistema de equações. Temos abaixo o resultado da conversão do problema.

$$\begin{cases} X + Y = 38 \\ 2X + 4Y = 136 \end{cases}$$

No gráfico 21 temos a distribuição dos percentuais dos problemas de sistema por livro didático.

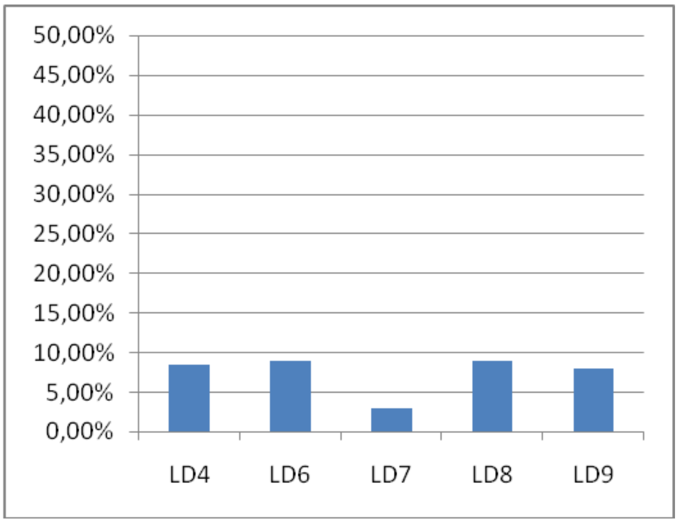
Gráfico 21: Percentuais dos problemas de Sistema por LD.



Com relação aos problemas de sistema, temos como destaque o LD9, que tem mais de 10% dos problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita sendo problemas desse tipo. Acreditamos que a resolução de um problema desse tipo utilizando uma equação polinomial do 1º grau com uma incógnita até possa ser levada para discussão em sala de aula, desde que não seja a única estratégia de solução, como é proposto nos livros didáticos de matemática analisados. Os LD2, LD3, LD4 e LD5 não trazem problemas de sistema.

Dos problemas de estrutura algébrica classificados por Marchand e Bednarz (1999) conseguimos identificar nos livros didáticos de matemática brasileiros do 7º ano os problemas de transformação e de partilha. Não conseguimos identificar problemas de taxa. Encontramos problemas de transformação em apenas cinco dos dez livros analisados e em pequena percentagem, como mostra o gráfico 22.

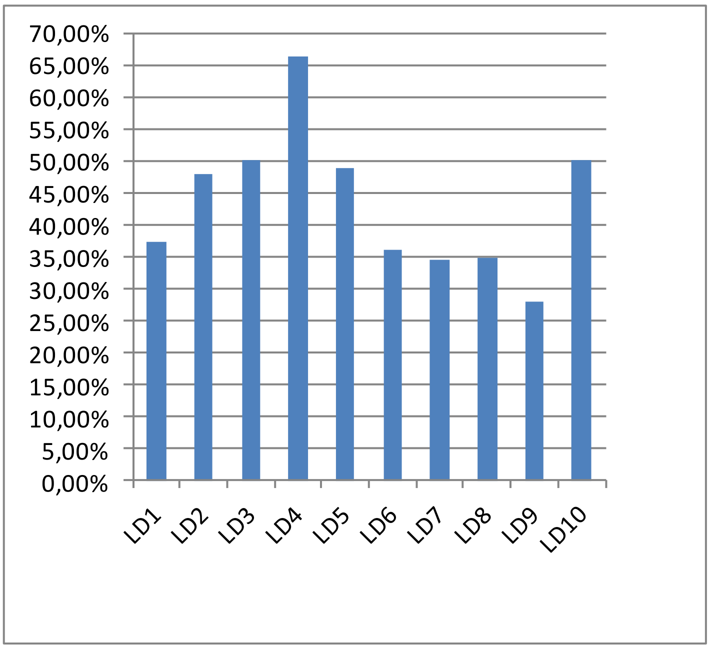
Gráfico 22: Percentuais dos problemas de transformações por LD.



Não encontramos problemas de transformação nos LD1, LD2, LD3, LD5 e LD10. Nos outros livros didáticos, o destaque para esse tipo de problemas não é tão grande, uma vez que todos os livros trazem menos de 10% dos seus problemas sendo desse tipo. A média dos problemas de transformação nos LD brasileiros é de 4%. Isso também acontece nos livros didáticos canadenses do secundário 2 (equivalente ao 7º ano no Brasil) analisados na pesquisa de Marchand e Bednarz (1999), uma vez que essas pesquisadores encontraram, em média, 4,5% dos problemas de sua pesquisa sendo desse tipo.

Conseguimos identificar, em todos os livros analisados problemas de partilha, uma média de 44% por LD. No gráfico 23 temos a distribuição dos percentuais dos problemas de partilha por livro didático.

Gráfico 23: Percentuais dos problemas de partilha por LD.



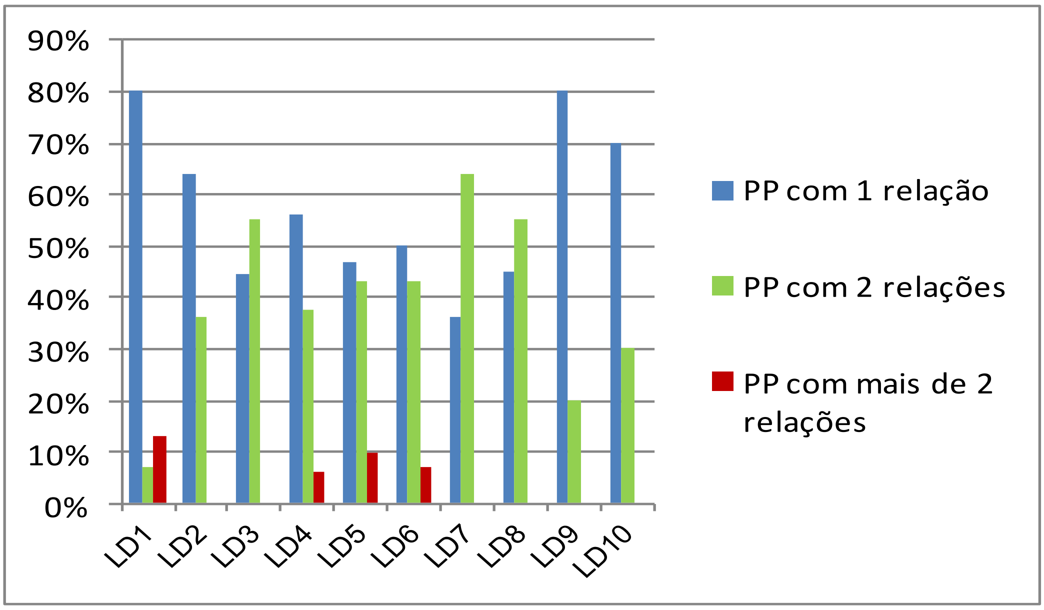
Na análise foi verificado que, em todos os livros, a maior parte dos problemas de estrutura algébrica são problemas de partilha. Destacamos o LD4, no qual 66,5% dos seus problemas são de partilha.

Vale lembrar que esse tipo de problema deu origem, ao que tudo indica, ao início da álgebra com os problemas de partilha de heranças. Pesquisas como as de Marchand e Bednarz (2000) e Câmara (2010) mostram que esse tipo de problema pode favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico. Portanto, destacamos os LD2, LD3, LD5 e LD10, que reservam cerca de 50% dos problemas do capítulo analisado para os problemas de partilha. O destaque é ainda maior para o LD4, o qual possui cerca de 65,5% dos problemas proposto para o ensino de equações polinomial do 1º grau com uma incógnita para os problemas de partilha.

Segundo Marchand e Bednarz (1999), os problemas de partilha podem ser classificados de acordo com as relações existentes entre os dados do enunciado. Ainda segundo essas pesquisadoras, os problemas de partilha podem favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico e a passagem da aritmética a álgebra. Nesse sentido, o foco da nossa análise a partir desse momento serão os problemas de partilha. Portanto, nossa análise levou em consideração, a partir desse momento, apenas os problemas de partilha.

Começamos nossa classificação dos problemas de partilha levando em consideração o número de relações. Observamos que os livros analisados trazem em média 57% dos seus problemas de partilha dedicados aos com uma relação, 39% aos com duas relações e 4% aos com mais de duas relações. No gráfico 24 temos a distribuição da percentagem dos problemas de partilha por LD levando em consideração o número de relações.

Gráfico 24: Classificação dos PP de acordo com o número de relações por LD.



Observamos que, com exceção dos LD3, LD7 e LD8, todos os outros livros didáticos reservam um espaço maior para os problemas de partilha com apenas uma relação. Os LD1, LD2, LD4, LD6, LD9 e LD10 chegam a dedicar mais de 50% dos seus problemas de partilha aos com uma relação.

Podemos observar um exemplo desse tipo de problema no extrato seguinte.

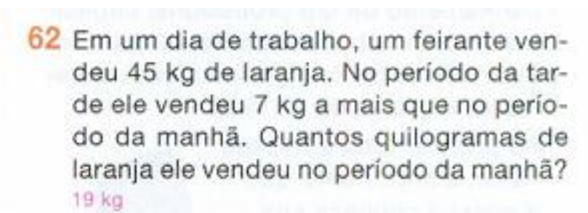

62 Em um dia de trabalho, um feirante vendeu 45 kg de laranja. No período da tarde ele vendeu 7 kg a mais que no período da manhã. Quantos quilogramas de laranja ele vendeu no período da manhã?
19 kg

Figura 29: Extrato de um PP com uma relação.
Fonte: Souza e Parato (2009, p. 164)

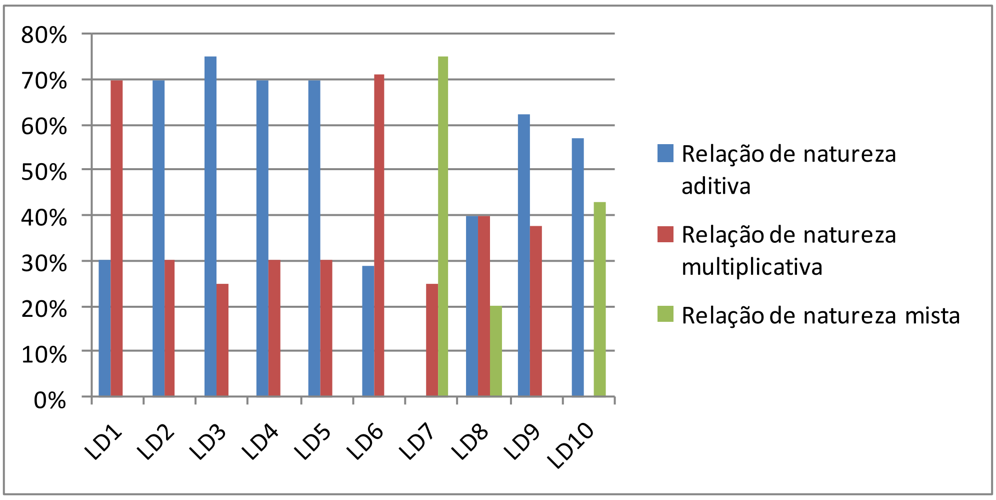
Um problema de partilha com uma relação pode ser resolvido por procedimentos aritméticos, uma vez que em um problema desse tipo o estudante é levado a estabelecer uma única relação a partir de uma fonte fixa (no caso do exemplo acima a fonte fixa é a quantidade de laranjas vendidas no período da manhã), ou seja, todos os problemas de partilha com uma relação tem o encadeamento tipo fonte. Além disso, esse tipo de problema tem um caráter de congruência considerado alto (DUVAL, 2003). Portanto, 70% dos livros analisados preferem abordar esse tipo de problema de partilha, talvez pelo fato desse tipo de problema ser mais fácil de ser resolvido pelos estudantes.

Nos LD1, LD4, LD5 e LD6 encontramos problemas de partilha com mais de duas relações. Esse tipo de problema não é encontrado nos livros didáticos canadenses analisados na pesquisa de Marchand e Bednarz (1999). No caso do Canadá, acreditamos que os livros não abordam PP com mais de duas relações por conta do programa curricular existente nesse país. Já no caso do Brasil, como não existe um programa a ser seguido, os autores de livros didáticos podem abordar problemas de diversos tipos.

Os problemas de partilha com duas ou mais relações podem favorecer o desenvovimento do pensamento algébrico e a passagem da aritmética a álgebra, segundo pesquisas de Marchand e Bednarz (2000) e Câmara (2010b). Dos livros analisados, apenas os LD3, LD7 e LD8 trazem mais problemas de partilha com duas relações.

Outra classificação que realizamos levou em consideração a natureza das relações. No gráfico 25 a seguir temos a classificação dos problemas de partilha com uma relação levando em consideração a natureza das relações. Observamos que os livros têm preferência por PP com uma relação aditiva, uma vez que, em média, 54% dos problemas com uma relação têm a natureza aditiva, enquanto, os de natureza multiplicativa são, em média, 32% dos problemas e os com natureza mista são, em média, apenas 14%.

Gráfico 25: Classificação dos PP com uma relação levando em consideração a natureza das relações por LD.



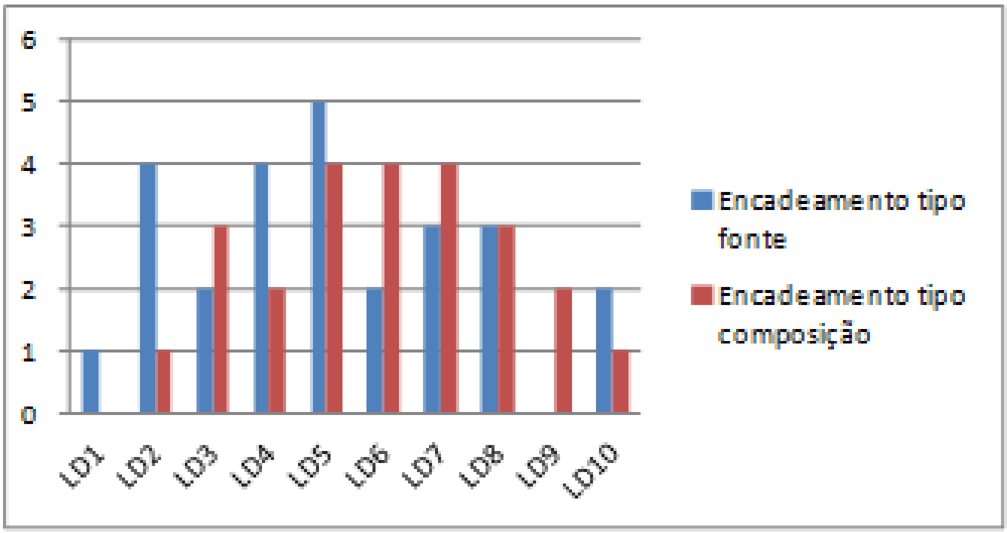
Em 60% dos livros analisados (LD2, LD3, LD4, LD5, LD9 e LD10) foram privilegiados os problemas de partilha com uma relação de natureza aditiva. Isso talvez ocorra pelo fato de, na aritmética, essa ser a primeira operação a ser trabalhada e a considerada por muitos a mais fácil.

Os LD1 e LD6 são os únicos livros que exploram mais problemas de natureza multiplicativa, ao invés de problemas de natureza aditiva. No LD7 a preferência foi para os problemas de partilha com relação de natureza mista e, nesse mesmo livro, não são trabalhados os problemas de natureza aditiva. Já os problemas de natureza multiplicativa não são trabalhados no LD10.

Os problemas de natureza mista, que aparecem no LD7, LD8 e LD10, não foram encontrados, assim como os PP com mais de duas relações, na pesquisa de Marchand e Bednarz (1999).

Quanto aos problemas com duas relações, observamos que 50% dos livros analisados preferem os com encadeamento tipo fonte, que são os PP com duas relações considerados mais fáceis de serem resolvidos pelos estudantes. No gráfico 26 temos a quantidade dos problemas de partilha com duas relações por livro didático, além da classificação pelo tipo de encadeamento. Resolvemos trazer quantidade em vez de porcentagem, tendo em vista que a quantidade dos problemas de partilha com duas relações é pequena.

Gráfico 26: Classificação dos PP com duas relações de acordo com o encadeamento das relações por LD.



A partir de nossa observação, constatamos que são poucos os problemas de partilha com duas relações propostos pelos livros didáticos de matemática. Dos 316 problemas identificados nos dez livros analisados, apenas 48 eram desse tipo, ou seja, 15% dos problemas.

Em nossa análise, não encontramos problemas de partilha com duas relações com encadeamento tipo poço. Isso talvez ocorra por esse tipo de problemas de partilha ser considerado o mais difícil de ser resolvido pelos estudantes.

O LD1, LD9 e LD10 parece não dá muita importância a esse tipo de problemas, tendo em vista que são poucos os PP com duas relações nesses LD.

Com relação à natureza das relações dos PP com duas relações, conseguimos observar que existe uma grande variedade nos tipos de natureza. Para observarmos essa classificação, trazemos o quadro seguinte.

Quadro 7: Classificação dos PP com duas relações de acordo com a natureza das relações por LD.

		Tipos de relações						
		Adit/adit	Mult/mult	Adit/mult	mult/adit	Mult/mista	Mista/mult	Adit/mista
Livros didáticos	LD1	1						
	LD2		2	2				
	LD3	2	1	1		1		
	LD4	2	3	1				
	LD5	6	1	2				
	LD6	2	1	3				
	LD7	2	1		1	1	1	1
	LD8	5		1				
	LD9			2				
	LD10	1		2				
	Total	18	9	14	1	2	1	1

Conseguimos observar que, assim como nos problemas de partilha com apenas uma relação, nos problemas de partilha com duas relações a preferência dos livros didáticos é para a relação de natureza aditiva. Isso pode acontecer por conta dessa operação, como já foi dito, ser a primeira trabalhada na aritmética assim como considerada, por muitos, a mais fácil.

Entretanto, a pesquisa de Câmara (2010) mostrou que os estudantes encontram mais dificuldades em resolverem problemas de partilha com esse tipo de relação, principalmente se o encadeamento for do tipo composição. Dos 24 problemas de partilha com duas relações e encadeamento tipo composição, 19 tinham a primeira relação aditiva.

Trazemos no extrato seguinte um exemplo desse tipo de problema.

5 Há 46 bolinhas de gude para serem repartidas entre Raul, Artur e Fernandinho. Raul deve receber 3 bolinhas a mais que Artur, e Artur, 2 bolinhas a mais que Fernandinho. Quantas bolinhas deve receber cada um?

Figura 30: Extrato de um PP tipo composição com a 1ª relação aditiva e a 2ª aditiva.
Fonte: Fonte: Iezzi, Dolce e Machado (2009, p. 188)

Um problema desse tipo tem um grau de dificuldade alto uma vez que seu caráter de congruência, no momento da conversão, é considerado muito baixo. Para construir uma equação equivalente ao enunciado, o estudante pode, no primeiro momento, representar o valor de Fernandinho por “X”. Quando o enunciado diz que “Arthur, (recebe) 2 bolinhas a mais que Fernandinho”, se o estudante representou o valor de Fernandinho por “X” ele deve representar então essa expressão por “X + 2”. Quando o enunciado diz que “Raul deve receber 3 bolinhas a mais que Arthur”, isso não significa, como na sentença anterior, “X + 3”, e sim, “(X + 2) + 3”, ou “X + 5”. Portanto, a expressão algébrica não expressa o que está na expressão em linguagem natural. Outro fator de dificuldade é que a ordem da leitura não pode ser levada em consideração.

Por fim, a equação equivalente ao enunciado seria:

“X + (X + 2) + (X + 2 + 3) = 46”.

Com relação aos problemas com mais de duas relações destacamos o único problema com encadeamento tipo poço encontrado nos dez livros analizados. A seguir temos o extrato desse problema.

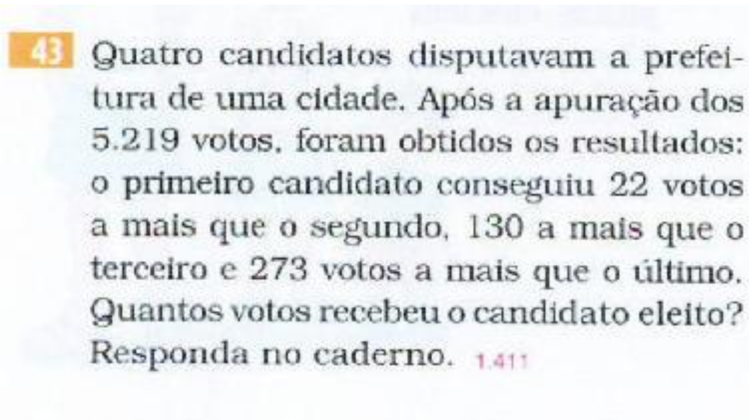

43 Quatro candidatos disputavam a prefeitura de uma cidade. Após a apuração dos 5.219 votos, foram obtidos os resultados: o primeiro candidato conseguiu 22 votos a mais que o segundo, 130 a mais que o terceiro e 273 votos a mais que o último. Quantos votos recebeu o candidato eleito? Responda no caderno. 1.411

Figura 31: Extrato de um PP tipo poço com três relações.
Fonte: Bianchini (2006, p. 114)

Para realizar a conversão desse problema o estudante é levado a considerar as operações inversas as que estão no enunciado, ou seja, a equação equivalente a esse problema é:

X + (X – 22) + (X – 130) + (X – 237) = 5219

Nesse sentido, quando lemos “22 a mais que o segundo”, não representamos por “X + 22”, e sim por “X – 22”, quando lemos “130 a mais que o terceiro”, não significa, no momento da conversão, “X + 130”, e sim “X – 130”, e por fim, quando lemos “273 votos a mais que o último”, não podemos representar pela expressão “X + 273” e sim por “X – 273”.

Nesse caso, consiguimos observar que o grau de dificuldade desse problema é considerado alto, uma vez que no momento da conversão o caráter de congruência é muito baixo, ou seja, o registro de partida (em linguagem natural) não transparece no registro de chegada (em linguagem algébrica) (DUVAL, 2003).

Portanto, acreditamos que os livros didáticos de matemática não têm uma regularidade na abordagem dos problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, tendo em vista que abordam diversos tipos de problemas no capítulo referente a esse saber matemático e nem sempre esses problemas têm relação com esse tipo de equação. Encontramos, em nossas análises, uma quantidade considerada alta de falsos problemas, uma média de 33% por livro, problemas de estrutura aritmética, uma média de 10,5% por livro e problemas de sistema, uma média de 3,5% por livro analisado. Dos problemas de estrutura algébrica que consideramos ter uma relação direta com equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita encontramos problemas de Lilavati, cerca de 6% por livro, problemas de transformação, cerca de 4% por livro e em quantidade maior os problemas de partilha, uma média de 43% por livro analisado.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse trabalho tínhamos como questão de pesquisa investigar os problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita nos livros didáticos de matemática do 7º ano do Ensino Fundamental. Nesse sentido, realizamos nossa análise nos livros didáticos do 7º ano das dez coleções de matemática aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático 2011. Nossa análise foi realizada apenas nos capítulos que tinham como objeto de ensino as equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita.

Em nossa pesquisa adotamos como categorias preliminares de análise as criadas por Marchand e Bednarz (1999) em sua pesquisa realizada em livros didáticos de matemática canadenses. Essas pesquisadoras conseguiram identificar três tipos de problemas propostos para o ensino de equações, a saber. "Problemas de estrutura aritmética", "falsos problemas" e "problemas de estrutura algébrica".

Os problemas de estrutura aritmética são problemas que são resolvidos mais facilmente por procedimentos aritméticos ao invés de procedimentos algébricos. Os falsos problemas são, segundo essas pesquisadoras, problemas que fazem uma leitura de um texto em linguagem natural para obter uma equação, sem levar os estudantes a estabelecer relações entre as informações do enunciado, gerando no momento da conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica o que Duval (2003) chama de simples codificação. Já os problemas de estrutura algébrica, segundo Marchand e Bednarz (1999), são aqueles que se caracterizam pelas relações existentes entre os dados do enunciado, ou seja, no momento de converter o problema de estrutura algébrica em linguagem natural para linguagem algébrica o estudante é levado a estabelecer relações entre as informações contidas no enunciado do problema.

Os problemas de estrutura algébrica foram classificados em três categorias, os "problemas de taxa", os "problemas de transformação" e os "problemas de partilha". Os problemas de taxa se caracterizam por existirem relações entre grandezas não homogêneas. Os problemas de transformação se caracterizam pelas transformações que o valor inicial sofre que, por sua vez, não é dado no enunciado.

Já os problemas de partilha são os que têm um valor conhecido que é repartido em partes desiguais e desconhecidas.

Os problemas de partilha (PP) podem ser classificados de acordo com o número de relações de comparações existente entre os dados do enunciado (uma, duas, três, ...). Outra classificação para os PP pode ser feita levando em consideração a natureza das relações, que pode ser aditiva, quando se lança mão de somas ou subtrações, multiplicativas, quando se têm multiplicações ou divisões, e mistas, quando em uma mesma relação temos as naturezas aditivas e multiplicativas. Por fim, podemos classificar um problema de partilha levando em consideração o encadeamento das relações. Nesse caso um PP pode ter o encadeamento tipo fonte, no qual as grandezas são originadas em função de apenas uma grandeza. Os PP com encadeamento tipo composição as relações são estabelecidas seguindo uma sequência. Já os PP com encadeamento tipo poço as relações convergem para um dos dados do problema.

Além das categorias criadas por Marchand e Bednarz (1999), conseguimos identificar duas outras categorias. Uma que chamamos de “problemas de sistema”, que são os problemas que são resolvidos mais facilmente por um sistema de duas equações ao invés de apenas uma equação. Outra que chamamos de “problemas de Lilavati”, que são os problemas que acreditamos serem inspirados nessa personagem histórica.

Em nossa análise conseguimos identificar, nos capítulos analisados, 316 problemas, ou seja, uma média de 32 problemas por livro didático (LD). Entretanto, constatamos que existe uma grande variação na quantidade de problemas, de 18 a 46 problemas, entre os livros.

Observamos, também, que nem sempre os problemas propostos nos LD de matemática do 7º ano para o ensino das equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita têm relação com esse saber matemático. Encontramos problemas de estrutura aritmética em 90% dos livros analisados (uma média de 10,5% dos problemas por LD). Em um problema desse tipo, o uso de estratégias algébricas não é justificado, uma vez que podemos resolver problemas dessa natureza pela simples utilização de operações aritméticas, ou seja, os procedimentos aritméticos não são cansativos, enfadonhos nem muito menos insuficientes para resolver um problema desse tipo.

Encontramos ainda, problemas que podem não favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico e a passagem da aritmética à álgebra, que são os falsos problemas. Nesse caso encontramos uma média de 33% dos problemas sendo falsos problemas. Marchand e Bednarz (2000) lembram que esse tipo de problema pode não favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico nem a passagem da aritmética à álgebra por não levarem os estudantes, no momento de converterem um falso problema em linguagem natural para a linguagem algébrica, a estabelecerem relações entre as informações do enunciado, uma vez que o caráter de congruência é praticamente total.

A ênfase nesse tipo de problema pode revelar que, para o LD, o mais importante no trabalho com a álgebra escolar seria a resolução de equações, e não a sua aplicação na resolução de problemas. Em nossa pesquisa investigamos apenas os problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, entretanto, acreditamos que seria interessante uma investigação para verificar qual a ênfase dada pelos LD nos processos de resolução de equações, em relação aos problemas.

Também encontramos, mesmo que em quantidade pequena, em média 3,5% dos problemas por LD, problemas que estão relacionados a um sistema de duas equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas. Um problema desse tipo até pode ser resolvido por meio de uma equação polinomial do 1º grau com uma incógnita, entretanto, o uso de um sistema torna a solução mais econômica, que é o propósito da álgebra, tornar a solução de um problema mais econômica e mais simples. Nesse sentido, acreditamos que um problema desse tipo até possa ser tratado no capítulo de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita, desde que o livro mostre aos estudantes outras maneiras de resolvê-lo, o que não acontece nos livros analisados. Outra questão para pesquisas futuras, que não tínhamos interesse nesse momento, seria que tipos de problemas são propostos no trabalho com sistemas de equações.

Outro tipo de problema identificado em 60% dos livros foram os problemas de Lilavati. Nesse caso, os livros trazem cerca de 6% dos problemas propostos nos capítulo analisados sendo desse tipo. Esse tipo de problema, assim como os problemas de partilha, foram problemas fundamentais no surgimento da álgebra escolar.

Dos problemas de estrutura algébrica classificados por Marchand e Bednarz (1999), não conseguimos identificar os que elas chamam de problemas de taxa. Os problemas de transformação, assim como no Canadá, aqui no Brasil também são poucos explorados nos LD de matemática do 7º ano. No Canadá, Marchand e Bednarz (1999) encontraram, em média, 4,5% dos problemas dos livros sendo desse tipo, enquanto em nossa pesquisa encontramos, em média, 4% dos problemas sendo problemas de transformação.

Em nossa pesquisa, assim como nas de Marchand e Bednarz (1999), quase a metade (43%) dos problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita são problemas de partilha. Isso talvez ocorra pelo fato de esse tipo de problema ter sido fundamental para o surgimento da álgebra, como lembra Da Rocha Falcão (1992). Esse tipo de problema pode favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico e a passagem da aritmética à álgebra, como mostram as pesquisas de Marchand e Bednarz (2000) e Câmara (2010b), uma vez que levam os estudantes a estabelecer relações entre os dados, as informações do enunciado.

Dos problemas de partilha encontrados nos LD analisados, observamos que os LD dão preferência pelos que têm apenas uma relação de comparação, e geralmente essa relação é de natureza aditiva. Acreditamos que isso talvez ocorra pelo fato de essa operação ser a primeira trabalhada na aritmética e considerada, por muitos, a mais fácil. Dos PP com mais de uma relação, também observamos que a preferência é para os que têm pelo menos uma relação de natureza aditiva. Entretanto, a pesquisa de Câmara (2010b) observou que os estudantes encontram mais dificuldade em resolver os problemas de partilha que têm relações de natureza aditiva.

Portanto, acreditamos que os problemas propostos nos LD de matemática do 7º ano para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita nem sempre estão relacionados com esse saber matemático, assim como nem sempre favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico e a passagem da aritmética à álgebra.

Por fim, temos a certeza que nossa pesquisa não respondeu todas as questões relacionadas ao saber matemático pesquisado. Nesse sentido, discutimos a seguir algumas limitações do nosso estudo e deixamos algumas questões, que, talvez, possam ser respondidas em pesquisas futuras.

Uma primeira questão para pesquisas futuras pode ser "que álgebra está sendo proposta nos livros didáticos de matemática do 7º ano?" Uma vez que uma limitação do nosso estudo tem relação com a escolha que fizemos ao analisar apenas os problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita nos capítulos dos LD que têm como objeto de ensino esse saber matemático.

Outra questão é "como estão propostos os problemas para o ensino de equações nos livros didáticos de matemática?" Ou seja, se aparecem para introduzir o ensino de equações, ou como exemplos resolvidos, ou como exercícios propostos. Tendo em vista que nossa pesquisa buscou classificar os problemas e não observou como eles estão sendo abordados nos livros didáticos.

Outra limitação foi por escolhermos analisar apenas um livro de cada coleção, nesse sentido seria interessante investigar "como e quais os problemas propostos nos livros didáticos de matemática do 8º e do 9º ano para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita?" Com o propósito de verificar se os livros do 8º e do 9º ano seguem a mesma propostas dos livros do 7º ano.

Também não analisamos o Manual do professor dos livros pesquisados. Nesse sentido, seria interessante "investigar as propostas colocadas nos manuais dos professores dos livros didáticos de matemática do 7º ano com relação ao ensino de equações polinomiais do 1º grau?" Tendo como intuito verificar se as propostas dos manuais dos professores estão de acordo com as colocadas nos livros dos alunos.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. Um (bom) problema (não) é (só)... In: **Educação e Matemática**, 1989.

ALBUQUERQUE, A. G. **A ideia de semelhança nas associações entre entidades da geometria, em livros didáticos de matemática para o ensino fundamental.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica. UFPE, 2011.

ANDRÉ, R. C. M. **Investigando a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica: o equacionamento de enunciados de problemas à luz dos registros de representação semiótica.** Dissertação de Mestrado em Educação. UFPE, 2007

ARAÚJO, L. F. **Rompendo o contrato didático: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos**. Tese de Doutorado em Educação, UFPE, Recife, 2009.

BAUMGART, J. K. **História da Álgebra**. São Paulo. Atual. 1992.

BIANCHINI, E**. Matemática** – 7º ano. 6ª Ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BITTENCOURT, C. M. F. **Livro didático: concepções e usos.** Recife: SEE/Governo do Estado de Pernambuco, 1997.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que iniciam em álgebra. In: In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P.; (Org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental. **Guia Nacional do Livro Didático (6º ao 9º ano)** – PNLD 2011. Brasília 2010.

_______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** P. 22, Brasília: MEC, SEF. 1998.

CÂMARA, M. (a) Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: o que estamos fazendo em nossas salas de aulas? In: **Anais do X ENEM**, Salvador, 2010.

__________. (b) Estratégias utilizadas por alunos de 6º ano na resolução de problemas de estrutura algébrica. In: **Anais do X ENEM**, Salvador, 2010.

__________. Um exemplo de situação-problema: o problema do bilhar. In: **Revista do Professor de Matemática**. V. 50. Sociedade Brasileira de Matemática. 2002.

CARVALHO, A. L. T.; REIS, L. F. **Aplicando a matemática** – 7º ano. 2ª Ed. Tatuí, SP: Casa Publicadora Brasileira, 2009.

CARVALHO, J. B. P.; LIMA, P. F. Escolha e uso do livro didático, p.137-169. In: BRASIL, Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica. **Coleção Explorando o Ensino**, V. 17. Brasília. 2010.

CAVALCANTI, Z. **Cadernos da TV escola: Livros etc...-** Brasília, Ministério da Educação e do Desporto, Secretária de Educação a Distância, 1996. 58p.

CENTURIÓN, M. R.; JAKUBOVIC, J. **Matemática na medida certa** – 7º ano. São Paulo: Scipione, 2009.

COSTA, W. R. **Investigando a Conversão da Escrita Natural para Registros em Escrita Algébrica em Problemas Envolvendo Equações de Primeiro Grau.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco. 2010.

DAHAN-DALMEDICO, A. e PEIFFER, J. **Une histoire dês mathématique**. Paris: Seuil. 1986.

DANTE, L. R.; Livro Didático de Matemática: uso ou abuso? In**: em aberto**, ano – 16, n. 69. Brasília, 1996.

_______, L. R. **Tudo é matemática** – 7º ano. 3ª Ed. São Paulo: Ática, 2009.

DA ROCHA FALCÃO, J. T. A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas. In: SCHLIEMANN, A. D. Et al. **Estudos em psicologia da educação matemática.** Recife: Editora Universitária da UFPE, 1997.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003.

FIORENTINI, D.; MIORIN, M. A. & MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica Elementar. In: **Pro-Posições**. Vol. 4, nº 1[10]. 1993.

FREITAG, B. **O livro didático em questão**. São Paulo: Cortez, 1989.

GAMA, C. PAL Tool: uma ferramenta cognitiva para organização e representação de problemas algébricos. In: **XIV Simpósio Brasileiro de Informática na Educação** – NCE – IM/UFRJ, Rio de Janeiro. 2003.

GÉRARD, F.M., ROEGIERS, X. **Conceber e avaliar manuais escolares**. Porto: Porto Editora, 1998.

GLAESER, G. Pédagogie de l'exercice et du problème, in **Le livre du Problème -** (vol.I). Lyon - Paris: CEDIC. 1973.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. e CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática – Edição renovada** – 7º ano. São Paulo: FTD, 2009.

HOUSE, P. A. Reformular a álgebra da escola média: por que e como? In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P.; (Org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A**. Matemática e realidade** – 7º ano. 6ª Ed. São Paulo: Atual, 2009.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Matemática: Imenes e Lellis** – 7º ano. 1ª Ed. São Paulo: Moderna, 2009.

RIBEIRO, J. S**. Projeto Radix: matemática** – 7º ano. São Paulo: Scipione, 2009.

KANTOWSKI, M. G. Problem solving. In: **Fennema** (Ed.) Mathematics Educations Research Implications for the 80's. p. 111 – 126. 1981

LAJOLO, M. **Livro didático: um (quase) manual do usuário.** Brasília: Em aberto, Ano 16, n. 69, 1996.

LOCHHEAD, J. & MESTRE, J. P.; Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P.; (Org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

LOPES, J. A. O livro didático, o autor e as tendências em Educação Matemática. In: LOPES, C. A. E.; NACATO, A. M. (Org.). **Escritas e leituras na educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

MORI, I.; ONAGA, D. S. **Matemática: ideias e desafios** – 7º ano. 15ª Ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

MARCHAND, P. & BEDNARZ, N. L'enseignement de l'algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves. **In Bulletin AMQ**, Vol. XXXIX, N°4. Québec: AMQ, 1999.

___________________________. Développement de l'algèbre dans un context de resolution de problems. **In Bulletin AMQ**, Vol. XL, N°4. Québec: AMQ, 2000.

MOLINA, O. **Quem engana quem? Professor x Livro Didático**. 2ª ed. Campinas: Papirus, 1988.

OLIVEIRA, J. B. A. **A política do livro didático**. Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1984.

PIAGET, J. e GARCIA, R. Psicogénese e história das ciências. Lisboa: Publicação Dom Quixote, 1987.

SANTOS, L. & PONTE, J. P. **A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: Um estudo com três professoras do ensino secundário. In:** Actas do XII Seminário de Educação Matemática. **Lisboa, 2001.**

SOUZA, J. R.; PATARO, P. R. M. **Vontade de saber matemática** – 7º ano. São Paulo: FTD. 2009.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P.; (Org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. In: **ZETETIKÉ**, Unicamp, v. 16, n. 30, 2008.