

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE  
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

DANILO PONTUAL DE MELO

**ANÁLISE DOS CONTEXTOS ABORDADOS NAS QUESTÕES DE  
ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NAS AVALIAÇÕES DO  
ENEM A PARTIR DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA**

CARUARU, 2015

DANILO PONTUAL DE MELO

**ANÁLISE DOS CONTEXTOS ABORDADOS NAS QUESTÕES DE  
ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NAS AVALIAÇÕES DO  
ENEM A PARTIR DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Universidade Federal de  
Pernambuco como parte dos requisitos para  
obtenção do título de licenciado em  
Matemática.

**Orientadora:** Prof<sup>a</sup> Ms. Cristiane de  
Arimatéia Rocha.

CARUARU, 2015

Catálogo na fonte:  
Bibliotecária - Simone Xavier CRB/4-1242

M528a Melo, Danilo Pontual de.  
Análise dos contextos abordados nas questões de estatística e probabilidade nas avaliações do ENEM a partir da educação matemática crítica. /. Danilo Pontual de Melo. - Caruaru: O Autor, 2015.  
75f. il. ; 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha  
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2015.  
Inclui referências bibliográficas

1. Educação matemática. 2. Contextualização. 3. Exame Nacional do Ensino Médio (Brasil). 4. Probabilidade. 5. Estatística – Estudo e ensino. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa. (Orientadora). II. Título

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2015-204)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Centro Acadêmico do Agreste

Núcleo de Formação Docente

Curso de Matemática - Licenciatura



**ANÁLISE DOS CONTEXTOS ABORDADOS NAS QUESTÕES DE  
ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NAS AVALIAÇÕES DO ENEM A  
PARTIR DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA**

**DANILO PONTUAL DE MELO**

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e **aprovada** em 23 de Julho de 2015.

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Cristiane de Arimatéa Rocha (CAA – UFPE)

(Orientadora)

---

Prof. Lucas Maciel Muniz (UFAL)

(Examinador Externo)

---

Prof. Edelweis José Tavares Barbosa (CAA – UFPE)

(Examinador Interno)

## **DEDICATÓRIA**

A minha mãe que tanto lutou e torceu para que eu realizasse meus sonhos, que Deus possa abençoar sua vida, ela merece toda felicidade do mundo.

“A matemática é o alfabeto com o qual DEUS escreveu o universo”

Pitágoras

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades e por mais essa conquista em minha vida.

Agradeço a minha mãe, avó, avô e a toda minha família, que com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa da minha vida.

À professora Cristiane Rocha pela orientação e incentivo que tornaram possível a conclusão desse trabalho.

Aos professores Edelweis Tavares e Lucas Maciel pela disponibilidade, considerações e contribuições durante a defesa desse trabalho.

Agradeço também a todos os professores que me acompanharam durante a graduação, por suas contribuições para minha formação, em especial aos professores Ana Lucia, Ana Paula, Edelweis, Elizabeth, José Marcos e Desterro.

A todos os amigos que conquistei e que fazem parte da Melhor turma CAA, pelos momentos de felicidade, bem como os momentos difíceis e que juntos conseguimos superar, e os transformamos em aprendizado, os levarei para toda vida, em especial, Alan, Alex, Aurélio, Anderson Albuquerque, Anderson Oliveira, Antônio, César, Deisiane, Geruza, Géssica, Hugo, Isabela, Ismaelle, Jaqueline, Jessica, Juliara, Mariana, Paula, Plínio, Suelane, Tamires, Tatiane e Thamyres.

Aos amigos de viagem todas as noites de Gravatá a Caruaru, com vocês as idas e vindas todas as noites se tornaram legais, as conversas e brincadeiras ajudavam a passar o tempo, muito bom ter a companhia de vocês nesses dias, e espero que a tenha pra sempre, em especial, Brunna, Danilo e Katharine, pela força e motivação.

Alan, Amanda, Bruna, Felipe, Flávia, Gisele, Jessica, João, Juliana e Wellington, amigos do ensino médio, que não deixaram a distância e o tempo acabar com nossa amizade, que se torna cada vez mais forte, e mesmo que os encontros sejam cada vez mais raros, são sempre únicos, muito bom estar com vocês e saber que mesmo distantes, estamos aí prontos pra o que der e vier. Desejo muito sucesso a todos, e que os nossos rumos nunca nos separe.

E por fim, agradeço a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desse trabalho.

## RESUMO

Discutimos o ensino contextualizado da matemática através das questões do ENEM, a partir da Educação Matemática Crítica de Skovsmose. A seleção das avaliações se deteve nos anos de 2009 até o ano 2014, na qual focalizamos questões da área de Estatística e Probabilidade. Para análise, selecionamos as seguintes categorias: Conhecimentos de Estatística e Probabilidade, Competências e Habilidades presentes na Matriz de Referência do ENEM, buscamos identificar também os diferentes tipos de referência de contexto defendidos por Skovsmose. Temos como objetivo central uma análise dos contextos presentes nas questões de Estatística e Probabilidade do ENEM, com base nos três tipos diferentes de referências defendidos por Ole Skovsmose. Apresentamos o modo como se deu a implementação do exame, bem como ele está organizado. Discutimos a Educação Estatística numa perspectiva de formação para cidadania. Além de como o ensino de Estatística e Probabilidade foi incorporado à Educação Básica com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais, em 1997. Encontramos ainda, estudos que mostram a importância de se trabalhar a Estatística numa perspectiva crítica, fazendo assim uma ligação imediata com as ideias da Educação Matemática Crítica. Após a realização de nossa análise, podemos afirmar que as competências estão bem divididas dentro da estruturação do exame, enquanto que algumas habilidades se mostram mais presentes que as outras no decorrer dos anos de aplicação do exame que foram analisados. Os conhecimentos do grupo de Estatística e Probabilidade apresentam certa variação durante esses anos. Ponto principal de nossa pesquisa, a abordagem dos contextos trabalhados nas questões do ENEM, nos mostra que ainda estão situados no paradigma do exercício, ora situados numa semi-realidade, ora situados na realidade. A presente pesquisa contribui para um aprofundamento inicial na área do ensino da Matemática, assim como no campo do ensino de Estatística e Probabilidade, mesmo que tenhamos um longo caminho a ser percorrido dentro dessa vasta área do ensino. Concluimos com o desejo de continuarmos pesquisando e discutindo assuntos pertinentes a nós enquanto profissionais da educação. Como possíveis desdobramentos de nossa pesquisa, podemos pensar como os professores podem utilizar as questões do ENEM como metodologia para o ensino das diversas áreas da Matemática, bem como diversas ideias que podem estar relacionadas com o exame enquanto campo de pesquisa e não somente como forma de seleção.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica. Contextualização. ENEM. Estatística. Probabilidade. Educação Estatística Crítica.

## ABSTRACT

We discussed the teaching of mathematics contextualized through ENEM issues, starting from the critical Mathematics Education of Skovsmose. The selection of evaluations is focused in issues between of the years 2009 and 2014 in area Statistics and Probability. For analysis, we selected the following categories: Knowledge of Statistics and Probability, Skills and Abilities present in ENEM Matriz Reference , we seek also to identify the different types of context reference defended by Skovsmose. We have as main objective an analysis of the present contexts on issues of Statistics and Probability ENEM, based on three different types of references defended by Ole Skovsmose. We present how has the implementation of the survey and how it is organized. We discussed the Educational Statistics a training perspective to citizenship. As well as how the teaching of Statistics and Probability was incorporated into the Basic Education with the publication of the National Curriculum Parameters in 1997. We also found studies that show the importance of working to Statistics a critical perspective, thus making an immediate connection with the ideas Critical Mathematics Education. After conducting our analysis, we can say that the skills are well divided into the structure of the exam, while some abilities are more present than others over the years of the survey application that were analyzed. The Knowledge of Statistics and Probability group show some variation over the years. Main point of our research, the approach of contexts worked in ENEM issues, it shows that even though are situated in the exercise paradigm, sometimes situated in a semi-reality, sometimes situated in reality. This research contributes to an initial deepening in the teaching of mathematics, as well as in the field of teaching of Statistics and Probability, even if we have a long way to go in this vast area of education. We conclude with the desire to continue researching and discussing issues relevant to us as education professionals. As possible developments of our research, we can think how teachers can use the ENEM issues as methodology for teaching the various areas of mathematics, as well as a number of ideas that may be related to the examination as search field and not only as a way to selection.

**Keywords:** Critical Mathematics Education. Contextualization. ENEM. Statistics. Probability. Critical Education Statistics.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Ambientes de aprendizagem definidos por Ole Skovsmose. ....	21
Quadro 2- Números de inscritos do ENEM.....	35
Quadro 3- Grandes áreas do ENEM.....	36
Quadro 4- Competências e Habilidades necessárias para a resolução das questões de “Matemática e suas Tecnologias” do “novo” ENEM.....	36
Quadro 5- Grupos de conhecimentos matemáticos .....	38
Quadro 6- Conhecimentos Necessários para a Resolução das Questões de “Matemática e suas Tecnologias” .....	39
Quadro 7- Notas médias nacionais do ENEM na área de “Matemática e suas tecnologias” .....	41
Quadro 8 - Competências e habilidades de estatística e probabilidade retiradas da Matriz do ENEM 2009.....	50
Quadro 9- Classificação do contexto com base nas referencias de Skovsmose.....	51

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Distribuição das questões do GCEP nas avaliações do ENEM por ano .....	52
Gráfico 2- Distribuição das questões do ENEM/2009 dentro do GCEP .....	53
Gráfico 3- Distribuição das questões do ENEM/2010 dentro do GCEP .....	54
Gráfico 4- Distribuição das questões do ENEM/2011 dentro do GCEP .....	54
Gráfico 5- Distribuição das questões do ENEM/2012 dentro do GCEP .....	55
Gráfico 6- Distribuição das questões do ENEM/2013 dentro do GCEP .....	55
Gráfico 7- Distribuição das questões do ENEM/2014 dentro do GCEP .....	56
Gráfico 8- Competências trabalhadas no GCEP .....	58
Gráfico 9- Habilidades trabalhadas no GCEP em cada ano de realização do ENEM....	61
Gráfico 10- Panorama geral das habilidades no GCEP .....	62
Gráfico 11- Ambientes de aprendizagem presentes nas provas do GCEP .....	64

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Ambiente de aprendizagem do tipo (1) .....	21
Figura 2- Ambiente de aprendizagem do tipo (3) .....	22
Figura 3- O terreno da corrida de cavalos .....	23
Figura 4- Ambiente de aprendizagem do tipo (4) .....	24
Figura 5- Questão de Desvios e Variância do ENEM/2012 .....	56
Figura 6- Questão que apresenta a competência 6 no ENEM/2009 .....	58
Figura 7- Questão que apresenta a competência 7 no ENEM/2014 .....	59
Figura 8- Exemplo de questão que trabalha a H25 .....	63
Figura 9- Ambiente de aprendizagem Exercício na Realidade .....	65
Figura 10- Ambiente de aprendizagem Exercício na Semi-realidade .....	66
Figura 11- Como os campos discutidos na pesquisa estão relacionados .....	68

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	16
1. OBJETIVOS.....	19
1.2 Para o desenvolvimento da pesquisa, apresentamos como objetivo geral: .....	19
1.2 Objetivos específicos que nos ajudam a estruturar nossa pesquisa: .....	19
2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA: UMA DISCUSSÃO!.....	20
2.1 Ambientes de aprendizagem.....	20
2.2 A investigação na Educação Matemática .....	27
2.3 Discutindo a concepção de contexto .....	30
3. ENEM: UM POUCO DA HISTÓRIA E ORGANIZAÇÃO.....	34
3.1 Implementação do exame .....	34
3.2 Organização .....	35
3.2.1 Competências e Habilidades.....	36
3.2.2 Grupos de conhecimentos.....	38
3.3 Pontuação .....	40
4. EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA: NA PERSPECTIVA DE UMA FORMAÇÃO PARA CIDADANIA .....	42
4.1 O surgimento e a importância da Educação Estatística.....	42
4.2 O ensino de Estatística de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais.....	43
4.3 A Educação Estatística numa perspectiva crítica .....	46
5. METODOLOGIA.....	49
6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	52
6.1 Uma análise dos conhecimentos presentes nas avaliações do ENEM .....	52
6.2 Uma abordagem das competências de Estatística e Probabilidade .....	57
6.3 Distribuição das Habilidades .....	60
6.4 Contextos trabalhados de acordo com os ambientes de aprendizagem defendidos por Skovsmose.....	63

6.5 Como os resultados da nossa pesquisa estão relacionados.....	67
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	70
8. REFERÊNCIAS .....	73

## INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática muitas vezes é caracterizado pelo predomínio de um roteiro pré-estabelecido de aula, onde o professor detém o conteúdo e o explica a partir de explanações teóricas e formais sobre o novo conteúdo a ser trabalhado, em seguida exemplos e exercícios. Dessa forma muitos assuntos matemáticos são vistos como distantes da realidade, e sendo assim sem aplicações reais. Após a abordagem do conteúdo em sala de aula o professor passa uma lista de exercícios repetitivos, que em grande parte, nada contribui para uma construção do conhecimento por parte do aluno.

Essa grande ênfase nas listas de exercícios, nas quais os alunos são levados a repetirem os algoritmos sem possibilitar ao menos o prazer da resolução de um problema, torna o aluno um mero executor de tarefas. Para Skovsmose este modelo tradicional de ensino pode contribuir para uma cultura de obediência e submissão consentida (SKOVSMOSE, 2000, p. 66).

Muitas vezes encontramos justificativas para certo enfoque da educação matemática fundamentada na repetição mecânica de exercícios, alguns professores defendem essa prática tomando como base a crença de que quanto maior o número de modelos que o aluno dominar, maior será sua chance de aprovação, nas mais diversas avaliações, sejam escolares, concursos e principalmente vestibulares.

Para Skovsmose (2000), a concepção de ensino aprendizagem tradicional se enquadra no paradigma do exercício. Esse paradigma se diferencia do cenário para investigação no qual os alunos são convidados a se envolver em processos de exploração e argumentação justificada. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação os alunos são responsáveis pelo processo. Os cenários de investigação serão explorados detalhadamente mais adiante.

Com base no apresentado, fundamentamos nosso trabalho na discussão de Skovsmose (2000, 2008), acerca da Educação Matemática Crítica principalmente no que confere ao ensino contextualizado da matemática.

A presente pesquisa tem como principal problemática a abordagem contextualizada do ensino da matemática, entendendo o ensino contextualizado como a ação de contextualizar, em que estabelecemos relações entre o objeto em prática ou em

estudo e o contexto considerado. Sendo assim, a contextualização não é um ato pleno por si mesmo, mas depende do sujeito que contextualiza e da concepção de contexto que o mesmo considera.

A Educação Matemática Crítica (EMC) segundo as concepções de Ole Skovsmose, que construiu os pilares de sua teoria com base na Educação Crítica. Orientado pelo interesse na emancipação, assim ele propõe a EMC como uma preocupação com o desenvolvimento da capacidade de agir do cidadão.

A ideia de educação crítica espalhou-se por todos os níveis do sistema educacional, influenciando, substancialmente, a educação matemática, fazendo surgir a educação matemática crítica.

A distinção entre o paradigma do exercício e o cenário para investigação é combinada com a diferença entre três tipos de diferentes de referência, são eles: referência à matemática pura, referência à semi-realidade e referência à situação da vida real.

Como já vimos, alguns professores justificam a postura da concepção de aprendizagem mecânica do ensino de matemática, visando provas de vestibulares, concursos e outras formas de avaliação, que segundo eles são provas que cobram conhecimentos puramente específicos dos alunos, conhecimentos que muitas vezes eles não possuem, visto que não compreendem o conceito do que estudam, na verdade apenas decoram o conteúdo para obter uma boa nota na prova.

Além dos vestibulares, temos o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) que foi criado pelo Ministério da Educação (MEC) para avaliar o desempenho escolar e acadêmico dos estudantes ao final do ensino médio. Criado em 1998, como um meio pra diagnosticar a qualidade do Ensino Médio no país. Em 2009, ele ganhou uma nova função, selecionar ingressantes em cursos superiores. Uma das características da avaliação do Enem é a contextualização de suas questões, sejam elas da área de linguagem ou de matemática e suas tecnologias, por exemplo.

Buscamos uma análise quantitativa e qualitativa das questões do Enem, tomando como base a classificação dos cenários apresentados por Ole Skovsmose, baseando-se sempre nas suas concepções acerca do ensino contextualizado.

Nossa pesquisa se justifica pela importância do debate no atual cenário educacional acerca do ensino contextualizado de Matemática, e de um modo mais preciso o ensino contextualizado de Estatística e Probabilidade.

O trabalho está organizado de modo que seja possível discutirmos e apresentarmos alguns elementos tanto da Educação Matemática Crítica, como também da Educação Estatística e Probabilidade e suas respectivas relevâncias para uma formação cidadã dos alunos, englobando também uma discussão sobre a história e organização do ENEM.

## **1. OBJETIVOS**

### **1.2 Para o desenvolvimento da pesquisa, apresentamos como objetivo geral:**

Analisar os contextos presentes nas questões de Estatística e Probabilidade do ENEM, com base nos três tipos diferentes de referências defendidos por Ole Skovsmose.

### **1.2 Objetivos específicos que nos ajudam a estruturar nossa pesquisa:**

- Identificar as questões de Estatística e Probabilidade presentes nas provas do ENEM;
- Verificar os conhecimentos trabalhados em Estatística e Probabilidade nessas provas, de acordo com a matriz de referência do ENEM;
- Identificar as competências e habilidades trabalhadas, com base na matriz de referência do ENEM;
- Classificar e analisar as questões encontradas a partir dos tipos de referência de contexto

## **2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA: UMA DISCUSSÃO!**

Iniciamos nossa discussão acerca da Educação Matemática Crítica apresentando as ideias de Skovsmose (2000) no que diz respeito às aulas e a atividade de investigação em sala de aula, sobretudo nas aulas de matemática, Skovsmose (2000, p. 72) defende que:

As práticas de sala de aula baseadas num cenário para investigação diferem fortemente das baseadas em exercícios. A distinção entre elas pode ser combinada com uma distinção diferente, a que tem a ver com as “referências” que visam levar os estudantes a produzirem significados para conceitos e atividades matemáticas. (SKOVSMOSE, 2000, p.72)

Ainda segundo o autor, os esforços em que tenhamos aulas que permitam aos estudantes estarem diante de uma atividade investigativa, longe dos exercícios monótonos, têm inspirado educadores matemáticos a discutirem o significado no que diz respeito às possíveis referências dos conceitos matemáticos. Por exemplo, para ele, a ideia de fração pode ser introduzida através da ideia de divisão de pizzas e, mais tarde, o significado de fração pode ser desenvolvido pela introdução de outros conjuntos de referências.

### **2.1 Ambientes de aprendizagem**

Para Skovsmose (2000, p. 72) são possíveis diferentes tipos de referência. Primeiro, questões e atividades matemáticas podem se referir à matemática e somente a ela. Segundo, podemos encontrar atividades que se referem a uma semi-realidade; que não se trata de uma realidade que podemos observar, mas uma realidade construída, por exemplo, por um autor de livro didático. E ainda, alunos e professores podem trabalhar com tarefas com referências a situações da vida real, constituindo assim um terceiro tipo de referência.

Combinando a distinção entre os três tipos de referência e a distinção entre dois paradigmas de práticas de sala de aula, o exercício e o cenário para investigação, obtemos uma matriz com seis tipos diferentes de ambientes de aprendizagem como podemos observar no quadro que segue:

Mais adiante, veremos detalhadamente os seis tipos de ambientes de aprendizagem.

Quadro 1- Ambientes de aprendizagem definidos por Ole Skovsmose.

Tipo de referência	Exercícios	Cenário para investigação
Referência à matemática pura	(1)	(2)
Referência à semi-realidade	(3)	(4)
Referência à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000, p.73)

Skovsmose (2000) defende ainda a importância de transitar pelos diferentes ambientes de aprendizagem ao afirmar que:

Minha expectativa é que caminhar entre os diferentes ambientes de aprendizagem pode ser uma forma de engajar os alunos em ação e reflexão e, dessa maneira, dar à educação matemática uma dimensão crítica. (SKOVSMOSE, 2000, p. 66)

Apresentamos a seguir alguns exemplos que nos mostram como os diferentes tipos de ambientes de aprendizagem defendidos pelo autor podem ser apresentados nas atividades durante as aulas. Buscamos trazer exemplos da nossa área de pesquisa, Estatística e Probabilidade, para que possamos assim adentrar em nossa discussão acerca do ensino contextualizado dessa área do ensino da matemática.

O ambiente tipo (1) é aquele dominado por exercícios apresentados no contexto da “matemática pura”, como podemos verificar na Figura 1:

Figura 1- Ambiente de aprendizagem do tipo (1)

<p><b>29</b> Calcule a média, a moda e a mediana de cada um dos seguintes conjuntos de valores:</p> <p>a) <math>0 - (-1) - 1 - 2 - 1 - 0</math></p> <p>b) <math>6 - 5 - 5 - 4 - 7 - 9 - 8 - 5 - 5 - 4 - 3 - 11 - 7</math></p> <p>c) <math>10 - 9 - 8 - 7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 - 0 - (-1) - (-2) - (-3)</math></p> <p>d) <math>1 - 1 - 1 - 2 - 2 - 2 - 2 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 5</math></p>
---

Fonte: Degenszajn, Dolce, Iezzi e Périgo (2002, p. 427)

Como podemos perceber a atividade solicita apenas que o estudante calcule as medidas de tendência central de alguns conjuntos de valores, o que a classifica como

um ambiente de aprendizagem do tipo (1), onde o estudante é levado a realização de exercícios mecânicos, que não possibilitam aos alunos um ambiente de questionamentos e investigação.

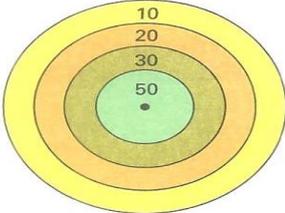
Já o ambiente tipo (2) é caracterizado como um ambiente onde os alunos são levados a questionarem as relações existentes entre os conceitos abordados nas atividades. Usando ainda como exemplo a atividade da Figura 1, se além do simples cálculo das medidas, os estudantes fossem levados a questionar como essas medidas podem estar relacionadas entre si, e assim despertar nos estudantes a capacidade crítica diante do que lhe é posto em aula, para que não realizem um cálculo onde eles não encontram significado para as variáveis em questão.

O ambiente tipo (3) é constituído por exercícios com referência à uma semi-realidade. A natureza desse ambiente pode ser ilustrada pelo seguinte exemplo:

Figura 2- Ambiente de aprendizagem do tipo (3)

**16** Num torneio olímpico de tiro ao alvo, dois competidores,  $X$  e  $Y$ , disputaram uma série de vinte tiros num alvo da forma indicada na figura e obtiveram os seguintes resultados:

Atirador	Resultado				
	50	30	20	10	0
$X$	4	6	5	4	1
$Y$	6	3	5	3	3



a) Qual é a média de pontos por tiro de cada um dos competidores?

b) Compare os desvios padrão de cada uma das séries de tiros e decida qual é o competidor com desempenho mais regular.

Fonte: Paiva (2005, p. 223)

O ambiente do tipo (3) através da Figura 2, nos mostra um contexto, mas não na realidade na qual os alunos estão normalmente inseridos, e muitas vezes os estudantes são induzidos a conceber estes exercícios como assuntos relacionados ao seu cotidiano e sequer questionam outras variáveis além das trazidas pelo problema em questão. Nesse

caso o contexto em si não acrescenta muito a problemática em questão, é o mesmo que fossem fornecidos alguns conjuntos de números e solicitasse o cálculo da média dos mesmos. Portanto estamos ainda situados no paradigma do exercício.

Assim como o ambiente do tipo (3), o tipo (4) também contém referências a uma semi- realidade, sobretudo essa realidade construída não é usada como um recurso para a produção de exercícios, mas sim, como recurso para elaboração de explorações e explicações, segundo Skovsmose (2000).

Skovsmose (2000, p. 75-76) traz em seus estudos um exemplo de uma atividade que se encaixa no ambiente do tipo (4).

Apresentamos a seguir, o exemplo, bem como a discussão estabelecida pelo autor, acerca do referido ambiente de aprendizagem.

Uma “corrida de grandes cavalos” pode servir como exemplo. O professor desenha a pista de corrida na lousa e onze cavalos com as seguintes numerações 2,3,...,12 estão prontos para iniciar. Dois dados são jogados, e a partir da soma dos números tirados, marca-se uma cruz no diagrama. Como mostra a Figura 3, a soma 6 apareceu três vezes, mais vezes que as outras somas. O cavalo 6, portanto, tornou-se o grande vencedor, seguido pelos cavalos 7 e 10.

Figura 3- O terreno da corrida de cavalos

			X							
			X	X			X			
X	X		X	X	X	X	X		X	
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	2

Fonte: Skovsmose (2000, p.75)

Podemos desenvolver a corrida de cavalos na direção de uma grande atividade de sala de aula.

O autor sugere que em uma sala de aula com crianças de 11 anos, podemos elaborar uma grande corrida de cavalos, onde a classe será dividida em dois grandes grupos, e ao jogar os dados, calcular a soma das faces, os alunos serão capazes de perceber, por exemplo, quais os “cavalos” estão avançando mais rápido, e se

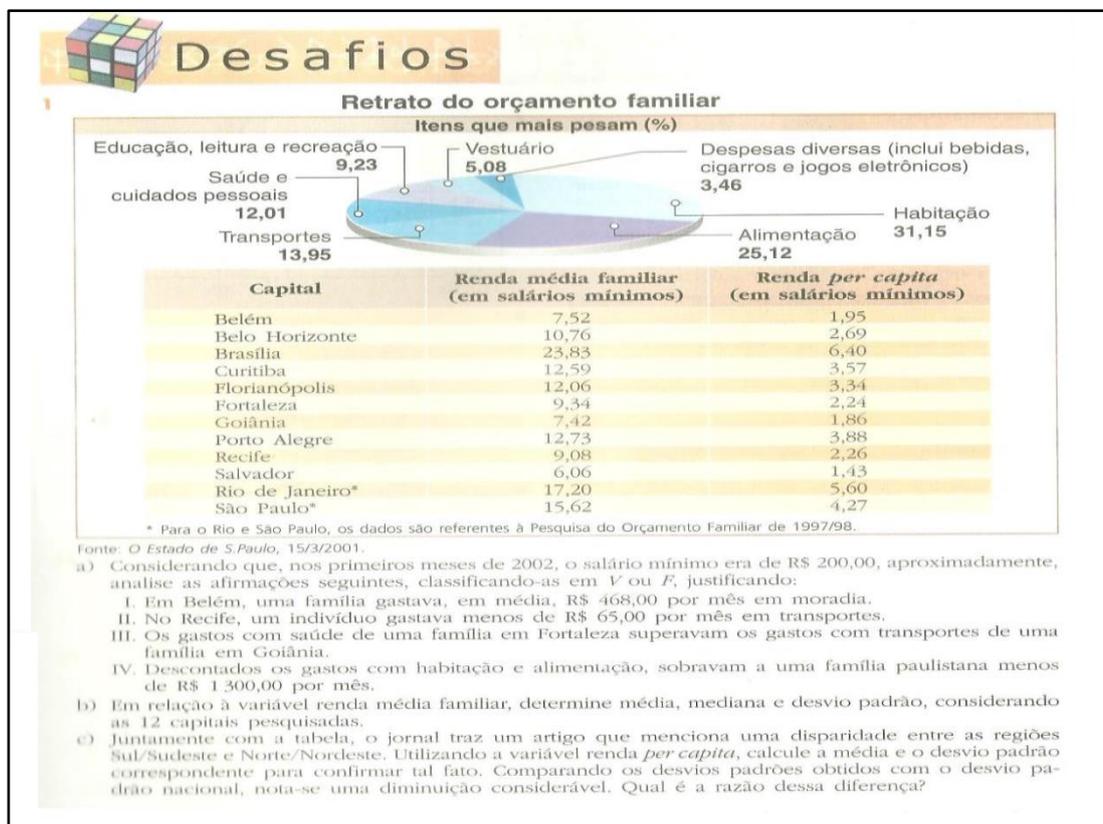
relacionarmos de modo matemático, qual a soma que está com maior frequência, ou probabilidade, ao lançarmos aleatoriamente dois dados.

Sobre a discussão presente na aula após a realização da atividade, ele afirma que:

Depois de várias corridas, não há cheiro de cavalos na sala de aula. A grande corrida de cavalos está acontecendo numa semi-realidade, mas não no paradigma do exercício. E as muitas observações sobre as habilidades dos diferentes cavalos (o cavalo número 11 precisa de algumas pílulas de vitamina) não são percebidas como obstruções. A lógica estrita que governa a semi-realidade do ambiente de aprendizagem número (3) não está em operação. A actividade toda está localizada num cenário para investigação. Muitas descobertas estão esperando as crianças. Estratégias estão para ser produzidas e aperfeiçoadas. E, uma vez que essa actividade foi escolhida para ser descrita, o aluno certamente aceitou o convite para participar da grande corrida de cavalos. (SKOVSMOSE, 2000, p. 76)

Os exercícios baseados na vida real oferecem um ambiente de aprendizagem do tipo (5). Como podemos ver na figura 4:

Figura 4- Ambiente de aprendizagem do tipo (4)



Fonte: Degenszajn, Dolce, Iezzi e Périgo (2002, p. 437)

O gráfico, um relato do orçamento familiar de acordo com as capitais do país, se apresenta como parte do exercício. Baseando-nos em dados contidos no gráfico podemos elaborar questões sobre períodos de tempo, renda média, renda per capita, etc. Todos os dados utilizados vêm da vida real, oferecendo uma condição diferente para a comunicação entre o professor e os alunos, uma vez que agora faz sentido questionar as informações oferecidas. Entretanto, essas atividades ainda estão estabelecidas no paradigma do exercício.

É possível ainda, desenvolver cenários para investigação envolvendo um grau maior de realidade, ilustrando assim o ambiente de aprendizagem do tipo (6).

Skovsmose (2000) aponta que esse ambiente pode ser explorado através da realização de projetos, onde os alunos são inseridos em um ambiente da “vida real”. Ele apresenta o exemplo de um projeto realizado por alunos da Dinamarca, onde eles foram levados a uma fazenda próxima da escola, para o cálculo da energia consumida pela respectiva fazenda.

E a partir daí, o autor aponta vários questionamentos que podem surgir, como por exemplo, as conclusões dos estudos são características apenas da fazenda escolhida?

As investigações dos alunos tornam-se exemplares, o que é um elemento essencial no trabalho de projeto. A discussão pode ser levada adiante. A agricultura dinamarquesa está fazendo coisas erradas do ponto de vista da energia? Não necessariamente. Conforme apontam as estatísticas, a agricultura norte-americana está em situação mais negativa em relação à problemática do gasto de energia.

Claro que no nosso caso, podemos trabalhar com projetos que estejam relacionados ao nosso cotidiano e contexto que estamos inseridos.

O autor sinaliza ainda a dificuldade que podemos encontrar enquanto professores para a inserção de tais ambientes de investigação na aula de matemática, mas defende que a proposição de problemas significa um passo adiante em direção aos cenários para investigação, sobretudo as atividades de formulação de problemas diferem de um trabalho de projeto, segundo ele.

Ainda sobre os diferentes ambientes de aprendizagem, ele destaca que:

Não pretendo tentar oferecer uma classificação claramente determinada, mas elaborar uma noção de ambientes de aprendizagem tendo em vista facilitar as discussões sobre as mudanças na educação matemática. (SKOVSMOSE, 2000, p. 78-79)

Skovsmose (2000) destaca que a educação matemática deve mover-se entre os diferentes ambientes de aprendizagem, mas aponta que boa parte da educação matemática está alternando entre os ambientes (1) e (3), ou seja, ou fazem referência à matemática pura ou à semi-realidade.

O ensino contextualizado de matemática pode oferecer alguns “riscos” para a atuação do professor, pois quando os alunos estão explorando um cenário, o professor não pode prever que questionamentos irão surgir. Uma forma de eliminar o risco é o professor tentar guiar todos de volta ao paradigma do exercício, à zona do conforto.

Sobre este ponto Skovsmose (2000) defende que:

Qualquer cenário para investigação coloca desafios para o professor. A solução não é voltar para a zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente. A tarefa é tornar possível que os alunos e o professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora. Isso significa, por exemplo, a aceitação de questões do tipo “o que acontece se...”, que possam levar a investigação para um território desconhecido. De acordo com a pesquisa de Penteadó, uma condição importante para os professores se sentirem capazes de trabalhar na zona de risco é o estabelecimento de novas formas de trabalho colaborativo, em particular, entre os professores, mas também juntamente com alunos, pais, professores e pesquisadores. (SKOVSMOSE, 2000, p. 83)

Uma mudança do modo estrutural das aulas de matemática, saindo do paradigma do exercício em direção aos cenários para investigação pode contribuir para a vida social dos alunos, pois na medida em que são levados a refletirem os conteúdos trabalhados em sala de aula, eles começam a refletir também o seu papel diante da sociedade.

Para Skovsmose (2000, p.84) os estudos de sala de aula que usam problemas do mundo real como ponto de partida para considerações matemáticas levaram Voigt (1998, p 195) a fazer a seguinte afirmação:

Como cidadãos do futuro, alunos terão que enfrentar muitos problemas do mundo real que parecem não ser matematicamente claros... O cidadão é competente para distinguir entre inferências matemáticas necessárias e os pressupostos de modelagem dependentes de interesses? Pode-se esperar que colocar mais atenção na qualidade da negociação do significado matemático na sala de aula pode melhorar a

educação do “leigo competente”. (VOIGT, 1998 apud SKOVSMOSE, 2000, p.84).

Skovsmose (2000, p.84) afirma ainda, que ao considerarmos o ensino contextualizado não devemos dar somente importância aos cenários para investigação em detrimento da “matemática pura”, mas que devemos ir além da aplicação puramente mecânica dos conceitos matemáticos, buscando sempre despertar a reflexão e discussão por parte do estudante.

Nem afirmaria que é suficiente construir uma educação matemática baseada somente em referências à vida real. Minha expectativa é que a busca de um caminho entre os diferentes ambientes de aprendizagem possa oferecer novos recursos para levar os alunos a agir e refletir e, dessa maneira, oferecer uma educação matemática de dimensão crítica. (SKOVSMOSE, 2000, p. 84)

## 2.2 A investigação na Educação Matemática

No que diz respeito à atividade de investigação, encontramos em outros autores posicionamentos semelhantes às concepções de Skovsmose (2000), nesse caso encontramos a questão do despertar o interesse do estudante por uma atividade focada na ação de investigar.

... investigar não significa necessariamente lidar com problemas na fronteira do conhecimento nem com problemas de grande dificuldade. Significa, apenas, trabalhar a partir de questões que nos interessam e que se apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado. (PONTE, 2003 apud CORRADI, 2011, p. 163)

Entendemos assim, que investigar corresponde a realizar descobertas, recorrendo a processos válidos, como formular problemas, explorar hipóteses, generalizar e acima de tudo construir argumentos e demonstrações.

Ainda no que diz respeito à investigação em Matemática, os autores afirmam que:

Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as

caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração. (PONTE, BROCARDI e OLIVEIRA, 2006, p. 10).

Diante das considerações, podemos evidenciar os objetivos das investigações matemáticas como define Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.23):

Ajuda a trazer para sala de aula o espírito da atividade genuína, construindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os colegas e o professor. (PONTE, BROCARDI e OLIVEIRA, 2006, p. 23).

Para Mendes (1997 apud CORRADI, 2011, p. 166), as atividades de investigação ajudam a desenvolver capacidades como a criação de “soluções pessoais para problemas novos, o desenvolvimento do espírito crítico e um sentido de uma maior cooperação”. Este autor considera que o trabalho em atividades de investigação na aula de Matemática leva os alunos a uma participação e envolvimento ativos que ajuda a criar um ambiente de trabalho estimulante e até promover novas aprendizagens.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 24) alertam que o professor não deve limitar sua metodologia. Para eles é importante que o professor e os alunos tenham autonomia para articular diferentes tipos de tarefas de maneira motivadora para que possam desenvolver o raciocínio matemático em diferentes níveis.

Conforme as concepções discutidas sobre a investigação matemática, podemos afirmar que de um modo geral investigar não é mais do que procurar conhecer, compreender e encontrar soluções para os problemas com os quais nos deparamos, ou seja, significa trabalhar a partir de perguntas que nos interessam, e que a princípio se apresentam de forma confusa, mas que é possível tornar-se clara. Trata-se de uma capacidade de grande importância e que deve permear todo o trabalho da escola, tanto dos professores quanto dos alunos.

Podemos encontrar uma reflexão próxima do mesmo pressuposto de Skovsmose (2000) nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) (BRASIL, 2000) quando o documento afirma que não significa que exercícios do tipo “calcule...”, “resolva....” devam ser eliminados, pois eles cumprem a função do aprendizado de técnicas e propriedades, mas de forma alguma são suficientes para preparar os alunos tanto para que possam continuar aprendendo, como para que

construam visões de mundo abrangente ou, ainda, para que se realizem no mundo social ou do trabalho.

Ainda sobre como devem ser apresentadas as aulas investigativas, alguns autores defendem que, as aulas investigativas são aquelas que:

... mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação. [...] Dependendo da forma como essas aulas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase de explorações e problematizações. Porém, se ocorrer, durante a atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação de investigação matemática. (FIORENTINI, LORENZATO, 2006 apud CORRADI, 2011, p. 164)

Na medida em que os professores em geral abordam a matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido, ao aluno não é dado em nenhum momento a oportunidade ou gerada a necessidade de criar nada, nem mesmo uma solução mais interessante. O aluno assim passa a acreditar que na aula de matemática o seu papel é passivo e desinteressante.

Quando uma das principais preocupações dos professores é com relação à quantidade de conteúdo trabalhado, ao invés da aprendizagem do aluno. É difícil o professor que com esse pensamento consegue se convencer de que seu objetivo principal no processo educacional é que os alunos tenham o maior aproveitamento possível, e que esse objetivo fica longe de ser atingido quando a meta do professor passa a ser cobrir a maior quantidade possível de matéria em aula.

Na medida em que, em nenhum momento no processo escolar, numa aula de matemática geram-se situações em que o aluno deva ser criativo, ou onde o aluno esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema, o aluno não vivencia situações de investigação, exploração e descobrimento. E assim o processo de pesquisa matemática é reservado a poucos indivíduos que assumem a matemática como seu objeto de pesquisa. É esse processo de pesquisa que permite e incentiva a criatividade ao se trabalhar com situações problemas.

Algumas consequências de uma prática educacional voltada para repetição de exercícios podem ser facilmente observadas por educadores e professores de matemática.

Primeiro, os alunos passam a acreditar que a aprendizagem de matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor.

O aluno, acreditando e supervalorizando o poder da matemática formal perde qualquer autoconfiança em sua intuição matemática, perdendo, dia a dia, seu "bom-senso" matemático. Além de acreditarem que a solução de um problema encontrada matematicamente não estará, necessariamente, relacionada com a solução do mesmo problema numa situação real.

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação.

### **2.3 Discutindo a concepção de contexto**

Abordaremos agora algumas concepções acerca do conceito de contexto assim como dos termos derivados do mesmo, e o como alguns autores discutem tal concepção.

Segundo Souza e Roseira (2010, p. 03), o termo contexto tem origem nas palavras latinas *cum* (com) e *texere* (tecer, fabricar) – esta última, palavra que também deu origem aos termos “texto” e “tecnologia” –, cuja nova formação – *comtexere* – sugere a ideia de entretecido, de abarcamento e de conexão de coisas.

No dicionário de filosofia de Nicola Abbagnano (2007, p. 210), encontramos uma definição de contexto como o conjunto de elementos que condicionam, de um modo qualquer, o significado de um enunciado.

Segundo Tufano (2001, p. 40), contextualizar é o ato de colocar no contexto, ou seja, colocar alguém a par de alguma coisa; uma ação premeditada para situar um

indivíduo em um lugar no tempo e no espaço desejado. Ressalta ainda, que a contextualização pode também ser entendida como uma espécie de argumentação ou uma forma de encadear ideias. E ainda, para Tufano (2001, p.41) “Contextualizar é função inicial e talvez uma das principais atribuições do professor em sua sala de aula, transformando esta caminhada, antes árdua, em um processo feliz, prazeroso”.

A contextualização é um instrumento bastante útil, desde que interpretada numa abordagem mais ampla e quando não é empregada de modo artificial. Pesquisadores da área defendem a ideia de que a contextualização estimula a criatividade, o espírito inventivo e a curiosidade do aluno.

Fossa (2001 apud FERNANDES, 2008, p. 8) relata que a História da Matemática é uma das formas de se contextualizar o ensino da Matemática escolarizada como possibilidades de situar o conhecimento no tempo e no espaço bem como motivar os alunos para um despertar para a aprendizagem da Matemática.

Segundo os estudos de Fernandes (2008, p. 3), para Fonseca (1995), contextualizar não é abolir a técnica e sua compreensão, mas sim, ultrapassar esses aspectos na busca de entender fatores externos aos que normalmente são explicitados na sala de aula, de modo que possamos compreender os conteúdos matemáticos dentro do panorama histórico, social e cultural que o constituíram:

As linhas de frente da Educação Matemática têm hoje um cuidado crescente com o aspecto sociocultural da abordagem Matemática. Defendem a necessidade de contextualizar o conhecimento matemático a ser transmitido, buscar suas origens, acompanhar sua evolução, explicitar sua finalidade ou seu papel na interpretação e na transformação da realidade do aluno. É claro que não se quer negar a importância da compreensão, nem tampouco desprezar a aquisição de técnicas, mas busca-se ampliar a repercussão que o aprendizado daquele conhecimento possa ter na vida social, nas opções, na produção e nos projetos de quem aprende. (FONSECA, 1995 apud FERNANDES, 2008, p. 4)

Para Barbosa (2004) a ideia de que o ensino da matemática é descontextualizado, consiste na crença de que a matemática pertence a um mundo exterior e quando a conectamos com situações do dia-a-dia ou de outras ciências estabelecemos a tal contextualização.

Sadovsky (2007 apud SANTOS e TELES, 2011, p. 3) considera duas formas de contextualização, para ele os objetos matemáticos na produção do conhecimento,

através do *contexto intra matemático*, consistem em situações onde o referencial para reflexão são as propriedades matemáticas. E os *contextos extra matemáticos*, são situações externas à matemática, que envolvem elementos do cotidiano ou de outras ciências, sendo eles fictícios ou situações reais, respectivamente.

A ideia do conceito de contexto é muito discutida no âmbito da Educação Matemática, sobretudo na EMC, que defende um ensino contextualizado da matemática, portanto vamos discutir essa concepção, com base nas ideias de autores e linhas de pensamento da área.

No sentido de apresentar algumas discussões acerca do conceito de contexto no que diz respeito aos interesses da pesquisa e do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, tomamos como referência as contribuições de Valero (2002) e Skovsmose (2000). A seguir podemos perceber algumas concepções, as quais consideramos pertinentes destacar, no sentido de esclarecer a discussão que nos propomos a fazer.

Encontramos em Valero (2002, p. 50), uma definição básica de contexto, para ela contexto, “é aquilo que “acompanha” um “texto”, e diz a série de circunstâncias que rodeiam um evento”. Podemos evidenciar a ligação entre contexto e Educação Matemática. Para ela existem diferentes concepções de contexto, as quais serão detalhadas a seguir.

A primeira concepção diz respeito ao *contexto de um problema matemático*, segundo ela essa variante é importante para inserir o aluno em uma construção ativa do conhecimento. Eles precisam ser colocados frente a problemas com um contexto que lhes permitam estabelecer conexões com conhecimentos que já possuem, tanto em matemática, ou na “vida real” e, assim fazer com que assimilem e reorganizem o que pensavam.

Outra concepção é o *contexto de interação*, que além de considerar as situações problemas e suas referências matemáticas e da vida real, permite não só o desenvolvimento de processos individuais de pensamento, mas também abre possibilidades de interação e negociação de significados matemáticos entre os sujeitos envolvidos, mais especificamente, entre alunos e entre esses e seus professores. Segundo a autora, sem esse contexto de interação, é impossível compreender como funciona o ensino e a aprendizagem da matemática na escola.

E ainda defende a ideia de *contexto situacional* que, refere-se a um campo de relações históricas, sociais, culturais e psicológicas, entre outras, que estão presentes e

constituem a aprendizagem, as formas de usar e as maneiras de se chegar ao conhecimento matemático.

Sobre o contexto situacional a autora defende que:

Esta concepção de contexto é mais ampla que a anterior, uma vez que numa situação não só se consideram os processos mentais que os alunos realizam a partir de uma tarefa matemática e o intercâmbio entre os participantes de uma situação, mas também as características constitutivas da situação em si mesma. (VALERO, 2002, p. 52) (Tradução nossa)<sup>1</sup>

Valero (2002, p. 54) apresenta por fim a concepção de *contexto sociopolítico*, na qual a autora busca vincular o que ocorre na sala de aula com as dimensões sociais, políticas, econômicas e históricas da sociedade. Trata-se de uma concepção geralmente não considerada pelos processos educativos tradicionais e por grande parte das pesquisas em Educação Matemática. Baseia-se na recusa da ideia de neutralidade dos conhecimentos matemáticos e na imprescindível necessidade de consideração de aspectos que se manifestam através das dimensões que constituem o macro contexto social e político.

Na prática, o professor precisa estar consciente da importância de fornecer atividades que tragam contextos relevantes para seus alunos. Esta conexão entre matemática e contexto, traz um dos pontos defendidos pela EMC, a ideia de cidadania, de fazer dos alunos sujeitos críticos frente a problemas enfrentados pela sociedade, na medida em que tragam atividades que envolvam a inclusão de referências reais que lidam com fatos e problemas sociais.

---

<sup>1</sup> (Texto original) Esta visión de contexto es más amplio que las anteriores puesto que en una situación no sólo se consideran los procesos mentales que los estudiantes llevan a cabo a partir de una tarea matemática y el intercambio entre los participantes de una situación, sino también las características constitutivas de la situación misma.

### **3. ENEM: UM POUCO DA HISTÓRIA E ORGANIZAÇÃO**

Usado aqui, como campo de pesquisa para análise dos contextos presentes nas questões de estatística e probabilidade, é interessante que vejamos um pouco de sua história de implementação e de como é dada a organização do exame, tal como suas propostas e objetivos.

#### **3.1 Implementação do exame**

O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) foi criado em 1937, autarquia federal que tem como objetivo de desenvolver estudos, avaliações, e pesquisas sobre o sistema educacional brasileiro, auxiliando, dessa forma, a formulação e implementação de políticas públicas educacionais, além de produzir informações claras e confiáveis a todos os interessados no contexto educacional do país.

Criado em 1998, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), com o objetivo de avaliar o desempenho dos estudantes ao fim da educação básica, buscando contribuir para a melhoria da qualidade desse nível de escolaridade, segundo informações disponíveis no site do INEP.

Com a implementação do Programa Universidade para Todos, o (ProUni), criado em 2004, pela Lei nº 11.096/2005 que visa o ingresso de estudantes bolsistas em universidades particulares, bolsas que podem ser tanto integrais como parciais, dependendo da oferta das mesmas e também da nota do estudante no exame, houve uma grande procura e conseqüentemente, aumentaram as inscrições no ENEM. Cerca de três milhões em todo o país, no ano de 2005. Pois para muitos era a oportunidade de ingresso no ensino superior, espaço tão disputado atualmente.

A partir de 2009, foi implantado o “novo” ENEM. As mudanças visaram contribuir para a democratização das oportunidades de acesso às vagas que são oferecidas por Instituições de Ensino Superior, as IES. O ingresso nas IES respeita a autonomia das universidades, a utilização dos resultados do ENEM para acesso ao ensino superior pode ocorrer como fase única de seleção ou combinado com seus processos seletivos.

O que observamos atualmente é uma corrente de mudança no ingresso no ensino superior, várias universidades estão usando apenas a pontuação do ENEM como forma de seleção dos estudantes.

Podemos observar também um crescente número de inscrições no Exame, desde 2009, quando o ENEM passou a servir como porta de entrada para o ensino superior no país, como mostra o quadro a seguir:

Quadro 2- Números de inscritos do ENEM

ENEM	Número de inscritos
2009	4.148.721
2010	4.626.094
2011	5.380.857
2012	5.791.332
2013	7.173.574
2014	9.519.827

Fonte: Indicadores consolidados ENEM-INEP (2014)

### 3.2 Organização

Entre os anos de 1998 e 2008 o ENEM era composto por uma prova com 63 questões distribuídas entre cinco competências e 21 habilidades. A partir de 2009 o ENEM manteve sua proposta inicial que o diferencia dos demais vestibulares das Instituições de Ensino Superior, pois é uma prova baseada nas competências e habilidades.

A Matriz de referência do ENEM 2009 aponta que cada uma das áreas do conhecimento citadas anteriormente possui competências específicas. A avaliação contém 45 questões de “Matemática e suas tecnologias”, as quais, segundo a matriz, devem desenvolver nos estudantes competências e habilidades.

Agora a prova é composta por uma redação e por 180 questões distribuídas em quatro grandes áreas que compõem os componentes curriculares do PCN, que podemos observar no quadro a seguir:

Quadro 3- Grandes áreas do ENEM

Áreas do conhecimento	Componentes Curriculares
Ciências Humanas e suas Tecnologias	História, Geografia, Filosofia e Sociologia
Ciências da Natureza e suas Tecnologias	Química, Física e Biologia
Linguagem, Códigos e suas Tecnologias E Redação	Língua Portuguesa, Literatura, Língua Estrangeira (Inglês e Espanhol), Artes, Educação Física, Tecnologia da Informação e Comunicação
Matemática e suas Tecnologias	Matemática

Fonte: ENEM-INEP (2009)

### 3.2.1 Competências e Habilidades

Competências são as modalidades estruturais da inteligência, ou seja, ações e operações que utilizamos para estabelecer relações com e entre objetos, situações, fenômenos e pessoas que desejamos conhecer. Já as habilidades decorrem das competências adquiridas e referem-se ao plano imediato do “saber fazer”. Por meio das ações e operações, as habilidades aperfeiçoam-se e articulam-se, possibilitando nova reorganização das competências.

De acordo com a Matriz de Referência para o ENEM 2009, para a resolução das questões do “novo” ENEM, o estudante utiliza sete competências básicas, as quais, por sua vez, estão relacionadas a algumas habilidades, como já discutimos, vejamos agora no Quadro 4 como as competências e habilidades estão organizadas e descritas de acordo com a Matriz de Referência:

Quadro 4- Competências e Habilidades necessárias para a resolução das questões de “Matemática e suas Tecnologias” do “novo” ENEM

Competências	Habilidades
<b>Competência 1:</b> Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.	H01: Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais; H02: Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem; H03: Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos; H04: Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas; H05: Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competências	Habilidades
<p><b>Competência 2:</b> Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.</p>	<p>H06: Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; H07: Identificar características de figuras planas ou espaciais; H08: Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma; H09: Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.</p>
<p><b>Competência 3:</b> Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.</p>	<p>H10: Identificar relações entre grandezas e unidades de medida; H11: Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano; H12: Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas; H13: Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente; H14: Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.</p>
<p><b>Competência 4:</b> Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.</p>	<p>H15: Identificar a relação de dependência entre grandezas; H16: Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais; H17: Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação; H18: Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.</p>
<p><b>Competência 5:</b> Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.</p>	<p>H19: Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas; H20: Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas; H21: Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos; H22: Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação; H23: Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.</p>
<p><b>Competência 6:</b> Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.</p>	<p>H24: Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências; H25: Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos; H26: Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.</p>

Competências	Habilidades
<p><b>Competência 7:</b> Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.</p>	<p>H27: Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos; H28: Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade; H29: Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação; H30: Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.</p>

Fonte: Matriz de Referência para o ENEM 2009

Com a Portaria N° 109, de 27 de Maio de 2009, publicada no Diário Oficial da União em 28 de Maio de 2009, ficam estabelecidas sete competências distribuídas entre 30 habilidades presentes na prova de “Matemática e suas Tecnologias”, que usaremos aqui como nosso principal campo de pesquisa.

Analisando a matriz de referência do ENEM, podemos notar que as competências das áreas seis e sete, juntamente com as habilidades 24, 25, 26, 27, 28, 29 e 30, os conhecimentos 21, 22, 23 e 24 são as que envolvem o tema de nossa pesquisa, ou seja, Probabilidade e Estatística, tais competências, habilidades e conhecimentos são detalhados e discutidos mais adiante.

### 3.2.2 Grupos de conhecimentos

A Matriz que orienta a organização do ENEM, também estabelece que as questões de matemática do exame estão relacionadas a cinco grupos de conhecimentos matemáticos que devem ser abordados nas questões da área de conhecimento “Matemática e suas tecnologias”, os quais destacamos no quadro que segue:

Quadro 5- Grupos de conhecimentos matemáticos

Grupos de conhecimentos
Numéricos
Geométricos
Estatística e Probabilidade
Algébricos
Algébricos/Geométricos

Fonte: Matriz de Referência para o ENEM 2009

De uma maneira mais detalhada a matriz do ENEM 2009<sup>2</sup> classifica os conhecimentos necessários para a resolução das questões da área de matemática, explanando os conhecimentos presentes em cada grupo de conhecimentos abordados no (Quadro 6), como veremos no quadro a seguir:

Quadro 6- Conhecimentos Necessários para a Resolução das Questões de “Matemática e suas Tecnologias”

<b>Grupos de conhecimentos</b>	<b>Conhecimentos</b>
Numéricos (GCN)	C01: operações em conjuntos numéricos; C02: desigualdades; C03: divisibilidade; C04: fatoração; C05: razões e proporções; C06: porcentagem e juros; C07: relações de dependência entre grandezas; C08: sequências e progressões; C09: princípios de contagem.
Geométricos (GCG)	C10: características das figuras geométricas planas e espaciais; C11: comprimentos, áreas e volumes; C12: grandezas, unidades de medida e escalas; C13: ângulos; C14: posições de retas; C15: simetrias de figuras planas ou espaciais; C16: congruência e semelhança de triângulos; C17: teorema de Tales; C18: relações métricas nos triângulos; C19: circunferências; C20: trigonometria do ângulo agudo.
Estatística e Probabilidade (GCEP)	C21: representação e análise de dados; C22: medidas de tendência central (média, moda e mediana); C23: desvios e variância; C24: noções de probabilidade.
Algébricos (GCA)	C25: gráficos e funções; C26: funções algébricas do 1º grau; C27: funções algébricas do 2º grau; C28: polinomiais; C29: racionais, exponenciais e logarítmicas; C30: equações e inequações; C31: relações no ciclo trigonométrico e; C32: funções trigonométricas.
Algébricos/Geométricos (GCAG)	C33: plano cartesiano; C34: retas; C35: circunferências; C36: paralelismo e perpendicularidade; C37: sistemas de equações.

Fonte: Matriz de Referência para o ENEM 2009

<sup>2</sup> Nós nos referimos sempre à Matriz do ENEM 2009, visto que ela foi lançada juntamente com o “novo” ENEM, e todos os anos subsequentes a ele ainda seguem a mesma matriz.

### 3.3 Pontuação

No que diz respeito às notas obtidas no exame, segundo o Guia do Participante (BRASIL, 2012) as notas do ENEM não são calculadas levando em conta apenas o número de acertos e erros, e ainda, que a nota mínima não é “0” e que a nota máxima não é 1.000.

Segundo informações disponíveis no guia, a pontuação do ENEM é calculada mediante um modelo matemático, que encontra suporte na Teoria da Resposta ao Item (TRI), em que cada questão é um item. Essa teoria considera para o cálculo da nota a consistência da resposta segundo o grau de dificuldade de cada questão, ou seja, não importa o número de questões que o candidato acertar, mas sim a pontuação das questões acertadas, a pontuação é definida de acordo com a complexidade de cada uma, e o quantitativo de pessoas que acertaram a questão, para que assim possa ser atribuído um “peso” a cada uma e a nota final de cada estudante seja definida pela junção de tal pontuação com a nota obtida na redação.

O passo a passo de como é calculada tal nota pode ser facilmente encontrada, está disponível no site da instituição organizadora do exame, o INEP, assim como o Guia do Participante<sup>3</sup> ao qual nos referimos.

Não apresentamos aqui mais detalhes sobre o modo como as notas são calculadas, por não se tratar de um campo de nossa pesquisa, o que de fato nos interessa é uma análise crítica e detalhada das questões do ENEM, mesmo assim julgamos importante, mesmo que rapidamente abordar como a pontuação final é calculada, de um modo que não leva em conta apenas o quantitativo de acertos.

No que concerne às notas obtidas em “Matemática e suas tecnologias”, podemos perceber, como mostra o quadro a seguir, uma pequena queda na média nacional na realização do exame no ano 2014 se comparado aos anos anteriores, podemos ver ainda as notas máximas e mínimas dos participantes, lembrando que são médias nacionais.

---

<sup>3</sup> O Guia do Participante está disponível em: [http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/enem/guia\\_participante/2013/guia\\_do\\_participante\\_notas.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/guia_participante/2013/guia_do_participante_notas.pdf) Acesso em 21 de Maio de 2015.

Quadro 7- Notas médias nacionais do ENEM na área de “Matemática e suas tecnologias”

Ano da Prova	Média das Notas	Nota Mínima	Nota Máxima
2009	<sup>4</sup>	345,9	985,1
2010	576,87	313,4	973,2
2011	521,07	321,6	953,0
2012	544,43	277,2	955,2
2013	514,10	322,4	971,5
2014	473,50	318,5	973,6

Fonte: Adaptado de [www.g1.globo.com](http://www.g1.globo.com) e [www.oglobo.globo.com](http://www.oglobo.globo.com)

Após a realização das provas, cada estudante consulta sua pontuação individual no portal do INEP na internet, usando o CPF cadastrado e sua senha individual. Após a etapa de divulgação das notas individuais, a Secretaria de Educação divulga o desempenho, por região do país, estados, cidades e escolas, assim como as médias nacionais expressas no Quadro 7, com o objetivo de divulgar o desempenho dos estudantes naquele ano de realização do exame, visto que um dos objetivos primeiros do exame, era a verificação do desempenho dos estudantes ao fim da educação básica.

Na busca de um bom desempenho no ENEM, escolas e professores seguem uma tendência de busca em direção ao ensino que não restringe-se apenas a realização de atividades que não despertam nos alunos um posicionamento crítico diante de conteúdos e situações que estão sendo abordados e discutidos durante a aula, não apenas matemáticos, mas sim de um modo geral.

De acordo com o que apresentamos sobre a organização e funcionamento do Exame, podemos observar sua importância para nossa estrutura educacional, visto que hoje funciona como a principal “porta” de entrada nas instituições públicas de ensino superior, bem como forma de seleção em programas do Governo Federal para o acesso a vagas nas instituições particulares de ensino superior do país.

---

<sup>4</sup> A média nacional do ENEM/2009 não foi encontrada.

#### **4. EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA: NA PERSPECTIVA DE UMA FORMAÇÃO PARA CIDADANIA**

Apresentamos no decorrer desse capítulo, como se deu a incorporação do ensino de estatística à educação básica no Brasil, bem como a importância dessa implementação para o nosso currículo. Abordamos também o modo como o ensino da estatística e probabilidade veem sendo trabalhado dentro dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Discutimos ainda a educação estatística numa perspectiva crítica.

##### **4.1 O surgimento e a importância da Educação Estatística**

O ensino de Probabilidade e Estatística no Brasil, que até a década de 90 do século XX estava, em geral, restrito ao Ensino Superior, foi incorporado à Educação Básica com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental anos iniciais, em 1997. Nessa versão, o texto apontava, timidamente, os assuntos referentes ao Tratamento da Informação como necessários para estimular os alunos a “fazer perguntas, a estabelecer relações, a construir justificativas e a desenvolver o espírito de investigação” (BRASIL, 1997, 104). E foi de suma importância para implantação de uma educação voltada para formação social.

As informações estatísticas permeiam o cotidiano dos cidadãos e em muitos casos acabam por influenciar suas decisões. No entanto, essas informações podem conter armadilhas, que por algum motivo não conseguimos perceber e desarmar se não possuímos alguns conhecimentos básicos de Estatística.

Sobre a importância do ensino da Estatística para os cidadãos, Bem-Zvi e Garfield (2004, apud CAMPOS e WODEWOTZKI, 2007, p. 322) afirmam que “o estudo da Estatística provê ferramentas que os cidadãos, informados precisam para reagir inteligentemente às informações quantitativas no mundo que os cerca”.

Os estudos de Campos e Wodewotzki (2007) apontam para a importância de se trabalhar com dados reais, relacionando esses dados ao contexto social em que estão inseridos, interpretando os resultados, permitindo que os estudantes trabalhem em grupos colaborativos, troquem ideias, critiquem as interpretações uns dos outros, além de promover julgamentos sobre as conclusões.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.91) defendem a importância do ensino da estatística, para eles este tema matemático desempenha um papel essencial na educação para a cidadania.

Na verdade, a Estatística constitui uma importante ferramenta para a realização de projetos e investigações em numerosos domínios, sendo usada no planejamento, na recolha e análise de dados e na realização de inferências para tomar decisões. A sua linguagem e conceitos são utilizados em cada passo do dia-a-dia para apoiar afirmações em domínios como a saúde, o desporto, a educação, a ciência, a economia e a política. Todo o cidadão precisa saber quando um argumento estatístico está ou não a ser utilizado com propriedade (PONTE, BROCARDIO e OLIVEIRA, 2006, p.91).

Para Gracio e Garrutti (2005. p.1), mediante esta realidade, o ensino de Estatística deve tratar de questões da realidade dos alunos, de forma a instigá-los na percepção de como as quantificações estão inseridas nos diversos cotidianos. Ainda, segundo eles, é por meio da visualização da utilidade prática da Estatística, que os alunos perceberão sua importância no mundo real, ambiente do qual fazem parte.

#### **4.2 O ensino de Estatística de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais**

A aprendizagem da estatística desde as séries iniciais do ensino fundamental torna-se fator determinante para a construção de um ser humano crítico e atuante quando se depara a dados estatísticos, portanto é importante destacar que o ensino da estatística nas séries iniciais do ensino fundamental contribui para o desenvolvimento do cidadão que passa a analisar com mais criticidade e menos incredulidade dados de diversas pesquisas estatísticas.

Já no que diz respeito ao ensino médio, de acordo com o documento que expressa as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) (2007), o ensino de matemática no nível médio de um modo geral deve:

No ensino médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades

que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional.  
(BRASIL, 2007, p. 108)

Logo, encontramos em tais ideias, propostas que vão de encontro ao que defendem os autores anteriormente citados, que assim como o ensino de estatística, o ensino de matemática no ensino médio deve buscar contribuir para uma construção de uma visão crítica de mundo, indo ainda de encontro com o que defende a Educação Matemática Crítica.

Ainda sobre o ensino de Estatística e de Probabilidade no ensino médio podemos encontrar algumas orientações nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, e verificamos ainda que ambos estão inseridos no terceiro eixo do ensino de matemática no ensino médio, análise de dados, tal tema está organizado em três unidades temáticas, são elas:

- Estatística;
- Probabilidade;
- Contagem.

Uma das grandes competências propostas pelo PCNEM (2000) diz respeito à contextualização sócio cultural como forma de aproximar o aluno da realidade e fazê-lo vivenciar situações próximas que lhe permitam reconhecer a diversidade que o cerca e reconhecer-se como indivíduo capaz de ler e atuar nesta realidade.

Ainda no que diz respeito aos Parâmetros e o ensino de Estatística e Probabilidade, Borba, Coutinho, Guimarães, Kataoka e Monteiro (2011) trazem em um recente trabalho que, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997, 1998, 2002) ao introduzirem como um dos principais eixos do ensino de matemática na educação básica, um bloco de conteúdos intitulado, Tratamentos da informação e Análise de dados, no ensino fundamental e médio, respectivamente, com o objetivo de integrar noções de Estatística, Probabilidade e Combinatória. Eles destacam que, no que se refere ao ensino de Estatística, os PCN sugerem que se trabalhe durante os cinco primeiros anos do ensino fundamental, para que os estudantes possam aprender sobre:

Coleta, organização e descrição de dados;  
 Leitura e interpretação de dados apresentados de maneira organizada (por meio de listas, tabelas, diagramas e gráficos) e construção dessas representações.  
 Identificação de características previsíveis ou aleatórias de acontecimentos.  
 Produção de textos escritos, a partir da interpretação de gráficos e tabelas,  
 Construção de gráficos e tabelas com base em informações contidas em textos jornalísticos, científicos ou outros.  
 Obtenção e interpretação de média aritmética.  
 Exploração da ideia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte”.  
 Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades.  
 Identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais.  
 (BORBA, COUTINHO, GUIMARÃES, KATASKA, MONTEIRO, 2011, p. 4)

Os autores colocam que houve um avanço na abordagem dos conteúdos referentes à Estatística no ensino básico em pesquisas do campo da Educação Matemática.

Em contrapartida, após a divulgação dos PCN, muitas pesquisas foram realizadas envolvendo o ensino e a aprendizagem desses conteúdos para o desenvolvimento de um tipo de pensamento e raciocínio específico, e o debate sobre os conceitos estatísticos a serem trabalhados na Escola Básica foi intensificado para a busca dos conceitos de base, tais como distribuição, medidas, variabilidade, aleatoriedade, espaço amostral etc. (BORBA, COUTINHO, GUIMARÃES, KATASKA, MONTEIRO, 2011, p. 4).

Já vimos que a Matemática do ensino médio pode ser determinante para a leitura das informações que circulam na mídia e em outras áreas do conhecimento na forma de tabelas, gráficos e informações de caráter estatístico. Contudo, o ideal é que o aluno supere nessa fase da escolaridade, apenas a simples leitura de informações e reflita mais criticamente sobre seus significados. Assim, o tema proposto deve ir além da simples descrição e representação de dados, atingindo a investigação sobre esses dados e a tomada de decisões.

Ainda de acordo com o PCN+:

A Estatística e a Probabilidade devem ser vistas, então, como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a

Matemática em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas. Devem ser vistas também como formas de a Matemática quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente. Cabe à Estatística, por exemplo, analisar a intenção de voto em uma eleição ou o possível êxito do lançamento de um produto no mercado, antes da eleição em si e da fabricação do produto. Isso é feito através da pesquisa estatística, que envolve amostras, levantamento de dados e análise das informações obtidas. (BRASIL, 2002, p. 123)

### **4.3 A Educação Estatística numa perspectiva crítica**

A partir das discussões apresentadas até o momento sobre a Educação Estatística, podemos verificar várias relações com a Educação Matemática Crítica que também discutimos aqui, assim como está relacionada com as ideias e concepções acerca do contexto na Educação Matemática.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.108) não devemos dar importância apenas à representação de dados em gráficos, tabelas ou por meio das medidas de tendência central e de dispersão, deixando por tratar ou nos referindo apenas superficialmente aos aspectos relativos ao processo de investigação. Ressaltam ainda, que pelo contrário, devemos encarar a estatística como um processo que envolve a realização de investigações, formulação de questões, recolhendo, representando, organizando e interpretando dados, fazendo inferências e, a partir daí, construirmos um ciclo investigativo no ensino da estatística.

No que confere aos professores, Gal e Ginsburg (1994, apud BRITO, CAZORLA, SILVA e VENDRAMINI, 2002, p. 220) destacam que eles devem se preocupar mais com os aspectos afetivos do processo ensino-aprendizagem, buscando identificar a ansiedade, a atitude e as frustrações do aluno, propondo estratégias que visem reduzir ou eliminar esses aspectos negativos.

Na concepção da Educação Matemática Crítica, a educação deve combater as desigualdades sociais, na medida em que busca não reproduzir passivamente as diretrizes do poder dominante da sociedade, e deve desenvolver uma postura ativa. Nessa perspectiva, um dos objetos da Educação Estatística deve ser o de despertar nos estudantes o desenvolvimento da cidadania. Skovsmose (2005), alerta que essa

cidadania não pode ser passiva. Para que dessa forma a Educação Estatística possa preparar os alunos para uma cidadania crítica.

O campo de conhecimento da Estatística é repleto de aplicações no nosso cotidiano diário. Por onde quer que seja, estamos sempre diante de dados estatísticos, vivemos realizando comparações, previsões, sempre permeados de índice de desemprego, das aplicações de poupanças bancárias, ou até mesmo de previsões de qual o melhor modo de investimento. Temos ainda o caso das donas de casa, que precisam administrar o orçamento familiar a cada reajuste dos preços dos bens e serviços, básicos para toda família, todos aplicam conteúdos estatísticos.

Temos ainda, acesso através dos meios de comunicação a informações que estão intimamente ligados a dados estatísticos, são eles: gráficos, índices e análises comparativas de todas as espécies. A Estatística é usada também por profissionais dos mais diversos ramos, desde médicos, psicólogos, esportistas etc.

É com a convicção da importância da Estatística e da Educação Crítica para nossa vida cotidiana que Campos e Wodewotzki (2007) apresentam a ideia da Educação Estatística Crítica, que segundo eles, congrega os objetivos de ambas as abordagens, e que nos leva a uma pedagogia democrática, reflexiva, engajada em sua função maior de responsabilidade social para com a formação dos estudantes.

Detalhamos a seguir as principais características da Educação Estatística Crítica defendida por Campos e Wodewotzki (2007), afim de que possamos compreender como os autores defendem a ideia de tal concepção da Educação Estatística. Para eles uma Educação Estatística de visão crítica, deve:

Problematizar o ensino, trabalhar a Estatística por meio de diferentes estratégias de ensino e aprendizagem, entre elas o trabalho com projetos, no âmbito da modelagem matemática.

Permitir aos alunos que trabalhem individualmente e em grupos.

Trabalhar com dados reais, sempre contextualizados dentro de uma realidade condizente com a realidade do aluno.

Favorecer e incentivar o debate e o diálogo entre os alunos e com o professor.

Desierarquizar o ambiente de sala de aula, assumir uma postura democrática de trabalho pedagógico, delegar responsabilidades aos alunos.

Incentivar os alunos a analisar e interpretar os resultados, valorizar a escrita.

Tematizar o ensino, ou seja, privilegiar atividades que possibilitem o debate de questões sociais e políticas relacionadas ao contexto real de vida dos alunos.

Promover julgamentos sobre a validade das ideias e das conclusões, fomentar a criticidade e cobrar dos alunos o seu posicionamento perante os questionamentos levantados nos debates, compartilhando com a classe suas justificativas e conclusões.

Preparar o aluno para interpretar o mundo, praticar o discurso da responsabilidade social, incentivar a liberdade individual e a justiça social, engajar os alunos numa missão maior de aperfeiçoar a sociedade em que vivem.

Utilizar bases tecnológicas no ensino, valorizando e desenvolvendo competências de caráter instrumental para o aluno que vive numa sociedade eminentemente tecnológica.

Valorizar o conhecimento reflexivo em conjunto com o conhecimento tecnológico, para o desenvolvimento de uma consciência crítica sobre o papel da Estatística no contexto social e político no qual o estudante se encontra inserido.

dotar um ritmo próprio, um *timing* flexível para o desenvolvimento dos temas.

Combinar o conhecimento produtivo e diretivo.

Evidenciar o currículo oculto, debater o mesmo com os estudantes, permitindo que eles participem das decisões tomadas e do controle do processo educacional.

Avaliar constantemente o desenvolvimento do raciocínio, do pensamento e da literacia<sup>5</sup> estatística.

Desmistificar o processo de avaliação do aluno, permitindo que ele participe das decisões e assuma responsabilidades sobre esse processo. (CAMPOS e WODEWOTZKI, 2007, p. 325)

Os autores destacam ainda a relação que existe entre o objetivo principal de se ensinar Estatística com o objetivo de desenvolver nos alunos um pensamento crítico, eles apontam que:

Dessa forma, o objetivo de ensinar Estatística deve sempre estar acompanhado do objetivo de desenvolver a criticidade e o engajamento dos estudantes nas questões políticas e sociais relevantes para a sua realidade como cidadão que vive numa sociedade democrática e que luta por justiça social em um ambiente humanizado e desalienado. (CAMPOS e WODEWOTZKI, 2007, p. 326)

---

<sup>5</sup> Segundo Campos e Wodewotzki (2007), a literacia pode ser entendida como a habilidade de argumentar, interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas, compreender o texto e o significado das informações inseridas em seu contexto. Para eles, “A literacia se manifesta como competência nos estudantes quando eles demonstram habilidade em entender os termos, ideias e técnicas estatísticas; apresentam domínio sobre o processo de coleta dos dados e a geração de estatísticas descritivas; apresentam habilidade de interpretação das informações estatísticas para corretamente descrever o que o resultado significa no contexto do problema, e, além disso, são capazes de promover um processo de comunicação das ideias estatísticas, explicando coerentemente suas ideias e seus resultados”.

## 5. METODOLOGIA

Para realização da presente pesquisa, é preciso uma análise detalhada das questões do ENEM, no nosso caso, em especial, das questões referentes à estatística e probabilidade, para tanto iremos realizar algumas etapas de análise que serão apresentadas a seguir, detalhando também sua importância para o desenvolvimento e resposta ao nosso problema de pesquisa.

Serão analisadas as provas da área “Matemática e suas tecnologias”, do ano 2009, ano considerado como o ano da implementação do “novo” ENEM, visto que ele passou a ser dividido por áreas do conhecimento, até o ano 2014, ou seja, serão analisadas seis provas do exame.

Em um momento inicial será feita uma análise quantitativa das questões de estatística e probabilidade do ENEM, nas provas dos anos anteriormente citados, feito isso, as mesmas serão classificadas em relação ao ano de aplicação, para uma comparação entre o que tínhamos em relação a questões contextualizadas de Estatística e Probabilidade antes e as possíveis mudanças no decorrer das avaliações do exame, para que assim possamos observar se houve uma mudança no sentido de introdução dessas questões, ou de estagnação no processo de implementação de questões contextualizadas durante a aplicação das provas.

O conhecimento Estatístico ou de Probabilidade abordados na Matriz do ENEM, como mostra o Quadro 6, também estará presente na nossa análise, com o objetivo de verificar quais conteúdos estão sendo cobrados dos estudantes durante a realização do exame, e quais estão sendo trabalhados na perspectiva do ensino contextualizado de matemática, ao trazerem questões que envolvam contextos e não puramente o exercício do cálculo estatístico.

Ainda em relação aos conteúdos trabalhados nas avaliações do ENEM, vamos trabalhar com as Habilidades trazidas nas questões do exame e, como elas se apresentam durante a estrutura das questões analisadas, essas Habilidades estão presentes na Matriz de Referência do ENEM, que como foi observado por nós, é a mesma durante os seis anos das provas que iremos analisar.

Como estamos tratando das questões de Estatística e Probabilidade, vamos analisar apenas as Habilidades referentes às duas áreas, cujas Competências são apresentadas nas áreas de conhecimento seis e sete, na Matriz de Referência de

Matemática e suas Tecnologias. Vejamos a seguir tais Habilidades e Competências, retiradas da Matriz do ENEM 2009, mas que é comum a todos os anos subsequentes.

Quadro 8 - Competências e habilidades de estatística e probabilidade retiradas da Matriz do ENEM 2009.

<b>Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.</b>
<b>H24</b> - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.
<b>H25</b> - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.
<b>H26</b> - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.
<b>Competência de área 7 - Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.</b>
<b>H27</b> - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.
<b>H28</b> - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.
<b>H29</b> - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.
<b>H30</b> - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

Fonte: Conteúdos das provas do ENEM-INEP (2009)

Após verificar as Competências e Habilidades trabalhadas, assim como os conteúdos abordados, vamos fazer uma análise dos contextos presentes nas questões, essa análise será feita a luz da teoria da Educação Matemática Crítica defendida por Ole Skovsmose, que classifica os contextos com base nas suas referências, como já abordamos anteriormente, quando discutimos a cerca da EMC. Para esclarecer um pouco mais, vejamos como acontecerá tal classificação.

Com base nos dois paradigmas de sala de aula defendidos por Skovsmose, o exercício e o cenário para investigação, e nos tipos de ambiente de aprendizagem defendidos pelo autor, construímos uma tabela de classificação, e para facilitar,

denominamos algumas siglas para classificar tais contextos de acordo com o paradigma e a referência encontrada, como podemos observar no quadro a seguir:

Quadro 9- Classificação do contexto com base nas referências de Skovsmose

<b>Tipo de referência</b>	<b>Exercício</b>	<b>Cenários para investigação</b>
Referência à Matemática Pura	EMP	CMP
Referência à Semi-realidade	ESR	CSR
Referência à Realidade	ER	CR

Fonte: O autor, 2015

Por fim, discutimos como as informações obtidas durante todo o processo de análise estão relacionadas com a Educação Matemática Crítica e com o ensino de estatística. Discutimos ainda como o ENEM pode contribuir para uma formação cidadã dos estudantes que se submetem ao exame, e, sobretudo, como vimos, o mesmo trás uma proposta de ensino contextualizado em sua matriz de referência, ou seja, próximo da realidade dos alunos. Após todo processo metodológico podemos realmente confirmar ou não, se tal discurso está sendo colocado em prática, ou ao menos se podemos observar um traçado de mudança. Comparando o ano inicial de análise com os anos posteriores, pois uma mudança não acontece de um dia para o outro, requer no mínimo estruturação e acima de tudo uma perspectiva de mudança em relação ao ensino da matemática, capaz de despertar nos estudantes vontade de estudar e descobrir aplicações da mesma no seu cotidiano.

Um dos pontos mais importante do nosso trabalho é justamente discutir e verificar como está ocorrendo essa estruturação do ensino contextualizado da matemática, através do ENEM, e quais são as perspectivas de mudança que podem ser observadas após a realização da presente atividade de pesquisa.

Deixamos claro, que não temos o objetivo de puramente julgar ou verificar como as questões são trabalhadas no exame, mas sim discutir a luz da Educação Matemática Crítica, o ensino contextualizado desse campo de pesquisa, que vivenciamos no nosso cotidiano e, portanto pode ser facilmente contextualizado nas aulas de matemática.

## 6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresentamos e discutimos nossos resultados de pesquisa, buscando responder aos nossos objetivos de pesquisa, dialogando sempre com nossa fundamentação teórica base.

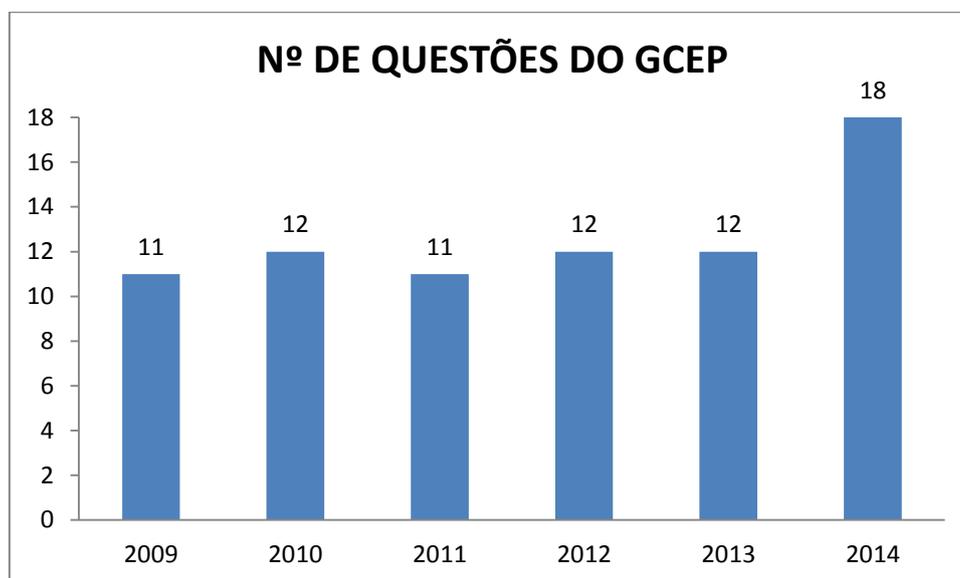
A seguir apresentamos uma análise detalhada das questões de Estatística e Probabilidade do ENEM, trazendo também exemplos para que tenhamos uma discussão dinâmica e atraente, para um fácil entendimento de nossas ideias e colocações diante dos resultados apresentados.

### 6.1 Uma análise dos conhecimentos presentes nas avaliações do ENEM

Nas seis provas analisadas, selecionamos 76 questões do Grupo de Conhecimento de Estatística e Probabilidade (GCEP).

Dentre os resultados encontrados, destacamos inicialmente o quantitativo das questões do (GCEP) no decorrer dos seis anos de aplicação do exame, os dados estão apresentados no Gráfico 1, como podemos ver:

Gráfico 1- Distribuição das questões do GCEP nas avaliações do ENEM por ano



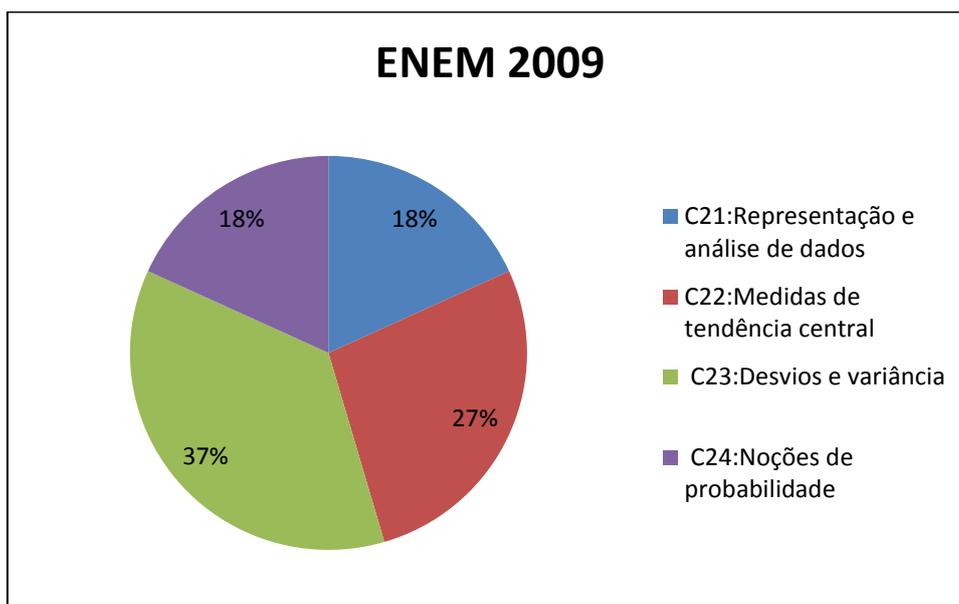
Fonte: O autor (2015).

Os conhecimentos do (GCEP) presentes nas questões do ENEM estão divididos de acordo com Matriz de referência, em quatro subgrupos de conhecimentos, são eles: C21: Representação e análise de dados, C22: Medidas de tendência central, C23: Desvios e variância e C24: Noções de probabilidade.

Ano marco de implantação do “novo” ENEM, no ENEM/2009 percebemos, como mostra o gráfico 2, que a divisão das questões do (GCEP) foi bem equilibrada, não apresentando muita variação entre os conhecimentos estabelecidos pela matriz de referência, apenas as questões de desvios e variância foram as que apresentaram uma porcentagem um pouco maior, mas não muito longe da segunda mais presente, em alguns anos posteriores houve uma variação bem maior entre os conhecimentos, como podemos ver mais adiante.

Vejamos a distribuição das questões no ENEM/2009:

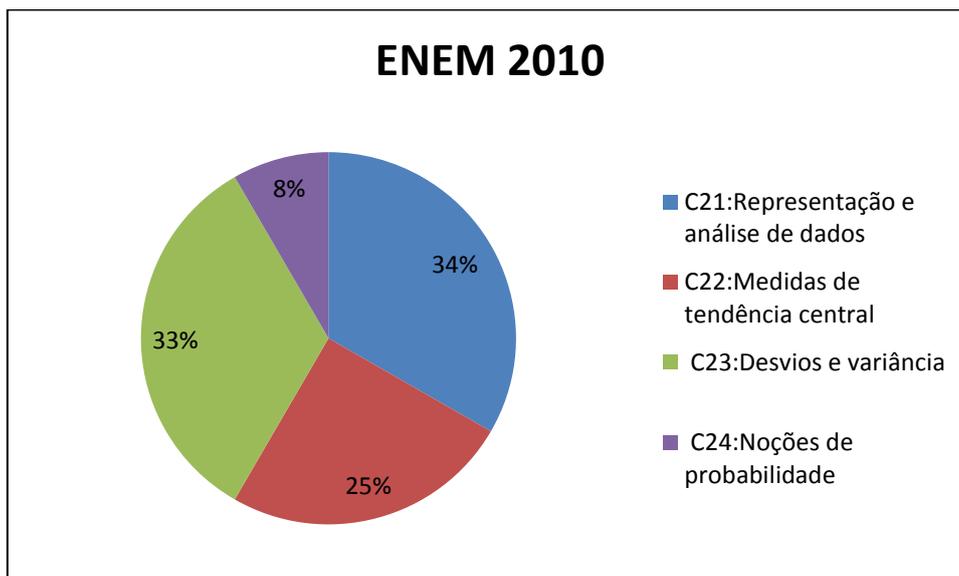
Gráfico 2- Distribuição das questões do ENEM/2009 dentro do GCEP



Fonte: O autor (2015)

Na prova do ENEM/2010 encontramos uma diminuição de 10% (dez por cento) no número das questões do grupo de noções de probabilidade se comparado ao ano anterior. Nesse ano, houve quase que uma equivalência na representação e análise de dados, e desvios e variância.

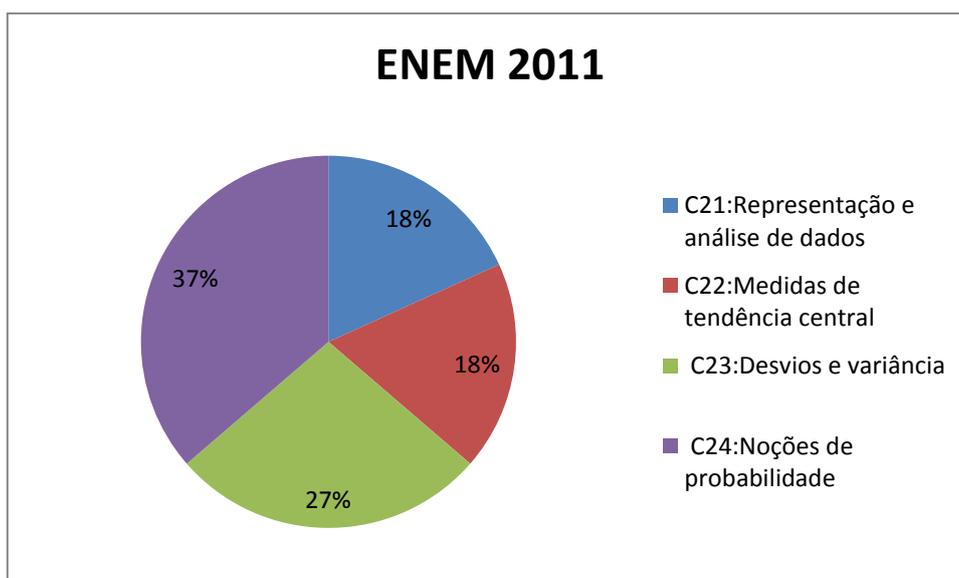
Gráfico 3- Distribuição das questões do ENEM/2010 dentro do GCEP



Fonte: O autor (2015).

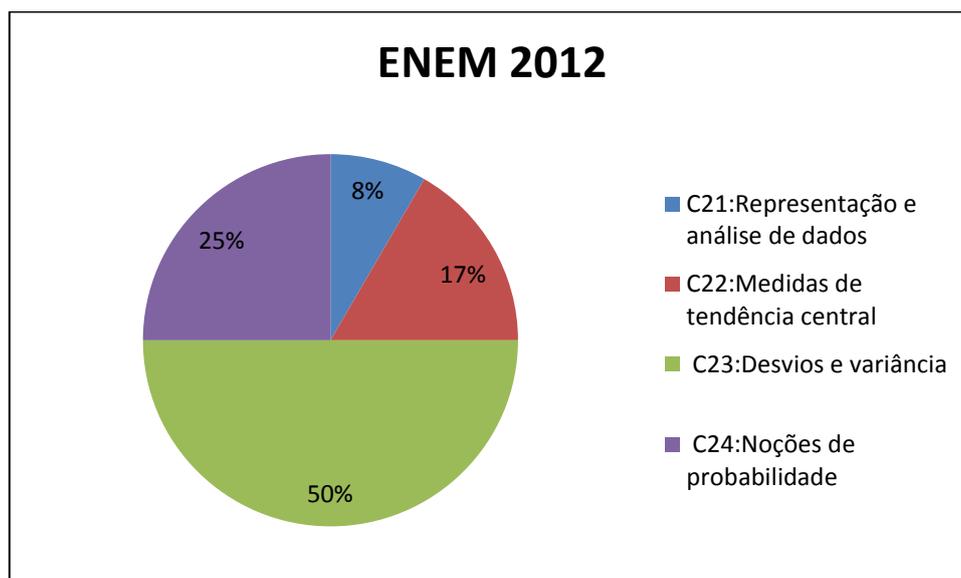
A partir de uma análise dos gráficos a seguir podemos perceber que desvios e variância estão sempre entre os conhecimentos mais presentes nas avaliações do exame, representando 50% (cinquenta por cento) das questões do (GCEP) no ENEM/2012. Já o campo de noções de probabilidade variou bastante no ENEM/2011 se compararmos com o ENEM/2010, aumentou em cerca de 30% (trinta por cento).

Gráfico 4- Distribuição das questões do ENEM/2011 dentro do GCEP



Fonte: O autor(2015)

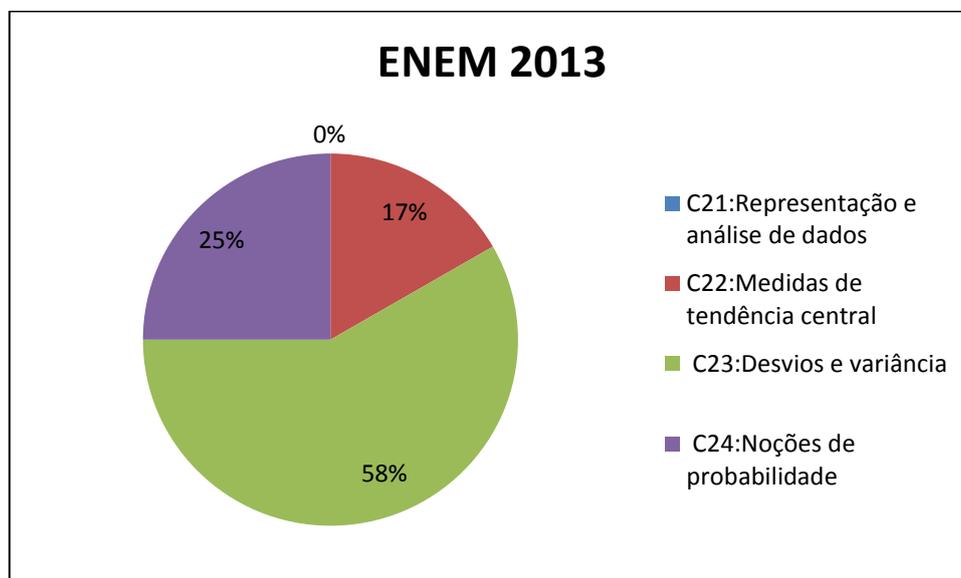
Gráfico 5- Distribuição das questões do ENEM/2012 dentro do GCEP



Fonte: O autor(2015)

Houve também uma predominância do conhecimento de desvios e variância na prova do ENEM/2013 como podemos observar no gráfico 6, enquanto que não encontramos nenhuma questão da área de representação e análise de dados.

Gráfico 6- Distribuição das questões do ENEM/2013 dentro do GCEP

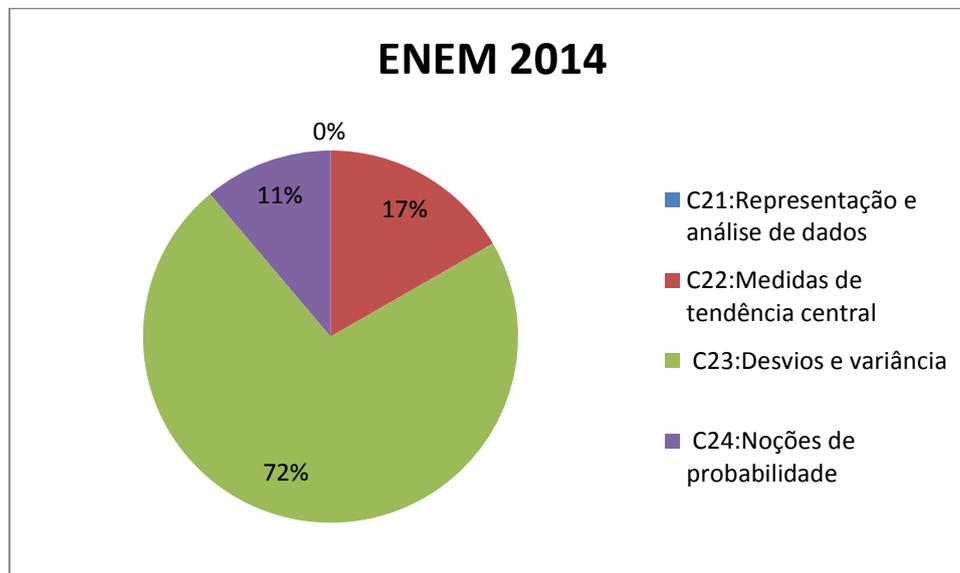


Fonte: O autor (2015)

Na prova do ENEM/2014, assim como na prova do ENEM/2013, nenhuma questão de representação e análise de dados foi encontrada, em contrapartida encontramos um grande número, 72% (setenta e dois por cento) das questões do

(GCEP) que estão no campo dos conhecimentos de desvios e variância. Como podemos observar:

Gráfico 7- Distribuição das questões do ENEM/2014 dentro do GCEP



Fonte: O autor(2015)

Em apenas um ano de aplicação do ENEM o conhecimento de desvios e variância não foi o que apresentou o maior número de questões na área do (GCEP).

Diante disso, temos a seguir um exemplo de uma questão situada no campo de desvios e variância, como podemos ver na Figura 3 retirada do ENEM/2012:

Figura 5- Questão de Desvios e Variância do ENEM/2012

**QUESTÃO 172**

Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de sua propriedade. Os talhões têm a mesma área de 30 000 m<sup>2</sup> e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90 kg/talhão. O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60 kg por hectare (10 000 m<sup>2</sup>).

A variância das produções dos talhões expressa em (sacas/hectare)<sup>2</sup> é

**A** 20,25.  
**B** 4,50.  
**C** 0,71.  
**D** 0,50.  
**E** 0,25.

Fonte: ENEM 2012 - Caderno Amarelo

O que aponta para importância de se trabalhar com tal ramo da estatística em sala de aula, para que os alunos estejam preparados e habituados com tais situações problema quando realizarem o exame de avaliação nacional. Faz-se interessante que o professor se utilize, por exemplo, de questões do próprio ENEM em sala de aula, para que junto com os estudantes possam estudar cada ponto abordado na atividade e que podem surgir como empecilho para a compreensão do que está sendo abordado e discutido na atividade.

Após a análise dos conhecimentos trabalhados nas avaliações do exame, vejamos um pouco sobre as competências que estão relacionadas com a área de Estatística e Probabilidade, e como elas podem estar relacionadas com o ensino de tal área.

## **6.2 Uma abordagem das competências de Estatística e Probabilidade**

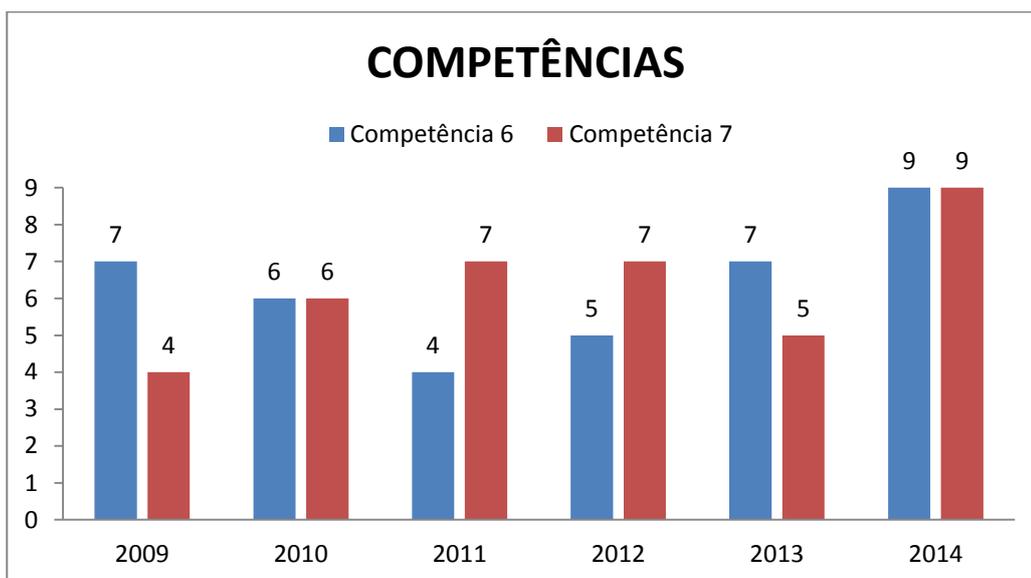
A área do conhecimento de Matemática e suas tecnologias como já vimos antes, está dividida em sete competências, dentre as quais destacamos as competências seis e sete, que estão em consonância com o tema de nossa pesquisa.

Vejamos então como estas competências estão sendo trabalhadas dentro da estruturação do exame, e ainda, como elas podem estar relacionadas com o ensino de Estatística e Probabilidade na educação básica.

De acordo com as informações disponíveis na Matriz de Referência para a elaboração do ENEM, na competência seis o estudante deve ser capaz de interpretar dados de caráter científico ou social a partir da leitura de gráficos e tabelas, e por meio deles realizar previsões de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação. Enquanto a competência sete tem como objetivo a compreensão do caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos, sejam eles naturais ou sociais, e a utilização de instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

Após uma análise detalhada das questões selecionadas, buscamos classificar qual competência trabalhada de acordo com a estrutura e o modo como são apresentadas. Os resultados dessa análise estão expressos no gráfico 8, durante os seis anos de aplicação do exame que estamos analisando.

Gráfico 8- Competências trabalhadas no GCEP



Fonte: O autor(2015)

Um exemplo de cada competência abordada pode ser observado nas figuras a seguir:

Figura 6- Questão que apresenta a competência 6 no ENEM/2009

**Questão 148**

A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão – ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	2,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3.  
Disponível em: [www.mec.gov.br](http://www.mec.gov.br). Acesso em: 14 jul. 2009.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é

A inferior a 0,18.  
 B superior a 0,18 e inferior a 0,50.  
 C superior a 0,50 e inferior a 1,50.  
 D superior a 1,50 e inferior a 2,80.  
 E superior a 2,80.

Fonte: ENEM 2009 - Caderno Azul

Na questão da figura 6, aplicada no ENEM/2009 o estudante deve ser capaz de interpretar os dados presentes na tabela e por meio deles encontrar a alternativa correta.

Já na figura 7, podemos ver um exemplo de questão onde é trabalhada a competência 7, a partir de dados apresentados em uma distribuição estatística o estudante deve ser capaz de interpretar tais informações e assim construir uma argumentação para resolução da questão apresentada.

Figura 7- Questão que apresenta a competência 7 no ENEM/2014

**QUESTÃO 138**

Os candidatos K, L, M, N e P estão disputando uma única vaga de emprego em uma empresa e fizeram provas de português, matemática, direito e informática. A tabela apresenta as notas obtidas pelos cinco candidatos.

Candidatos	Português	Matemática	Direito	Informática
K	33	33	33	34
L	32	39	33	34
M	35	35	36	34
N	24	37	40	35
P	36	16	26	41

Segundo o edital de seleção, o candidato aprovado será aquele para o qual a mediana das notas obtidas por ele nas quatro disciplinas for a maior.

O candidato aprovado será

A K.

B L.

C M.

D N.

E P.

Fonte: ENEM 2014 - Caderno Rosa

Podemos observar que as competências da área de estatística e probabilidade estão bem divididas dentro das questões do exame, sendo equivalentes no ENEM/2010 e no ENEM/2014.

Essas competências são importantes para instigar nos alunos o pensamento crítico dos estudantes, fazendo assim uma ponte com a Educação Matemática Crítica, ainda se fizermos uma relação com o que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais, encontramos que:

A competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição

analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas. Tanto isso é verdade que sabemos do fracasso dos alunos quando propomos a análise de situações onde devem ser relacionados dados ou fatos diversos ou quando é necessária a tomada de decisão entre diferentes e possíveis caminhos de resolução. Nesse caso, percebemos que, mesmo quando possuem informações e conceitos, os alunos não os mobilizam, não os combinam eficientemente, desanimam, esperam a explicação do professor, não se permitem tentar, errar, não confiam em suas próprias formas de pensar. (BRASIL, 2007, p. 112-113)

Diante disso, percebemos a importância do professor tomar o seu papel de formador de um cidadão crítico, incentivando cada vez mais que seus alunos busquem interpretar situações que são colocadas diante deles, argumentando, não tendo medo de errar, sobretudo confiar em suas formas de pensar como aponto o documento.

Enfatizamos ainda que uma abordagem com base nessas competências, não significa necessariamente um abandono de alguns conteúdos e propriedades no ensino da matemática, e encontramos uma ideia parecida quando os documentos que organizam o currículo a educação básica no país, afirmam que “Não se trata de separar o ensino de conteúdos específicos das competências, pelo contrário, essas são duas dimensões da aprendizagem que devem ocorrer conjuntamente.” (BRASIL, 2007, p. 113).

### **6.3 Distribuição das Habilidades**

Destacamos agora como o exame trabalha as habilidades dentro da estruturação da prova de “Matemática e suas tecnologias”.

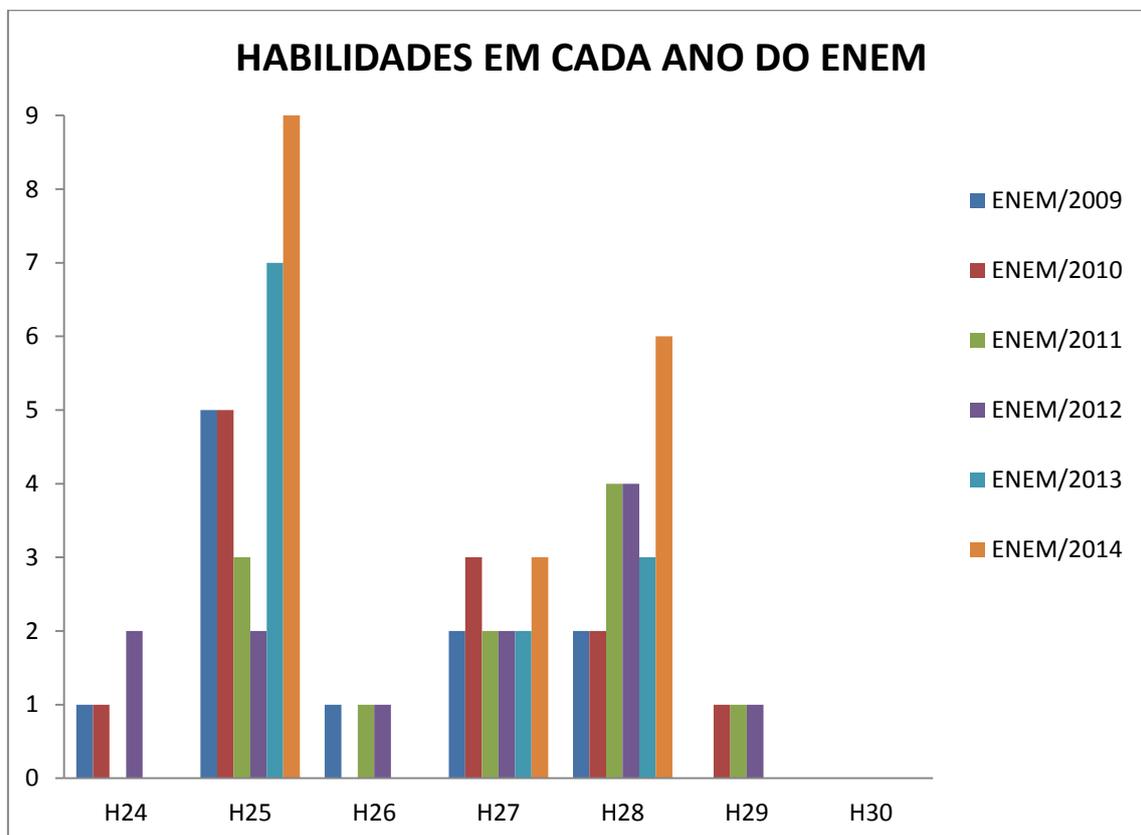
Algumas habilidades estão mais presentes que outras, e também discutimos isso aqui mais adiante.

De acordo com a Matriz de referência, dentro do (GCEP) encontramos seis habilidades relacionadas ao nosso campo de estudo, o ensino de Estatística e Probabilidade.

A seguir, apresentamos a distribuição das habilidades que foram trabalhadas durante os seis anos de aplicação do exame.

No Gráfico 9, podemos visualizar como elas estão organizadas em cada ano de aplicação, observando quais as que estão em evidência e quais as que aparecem em um quantitativo menor.

Gráfico 9- Habilidades trabalhadas no GCEP em cada ano de realização do ENEM



Fonte: O autor(2015)

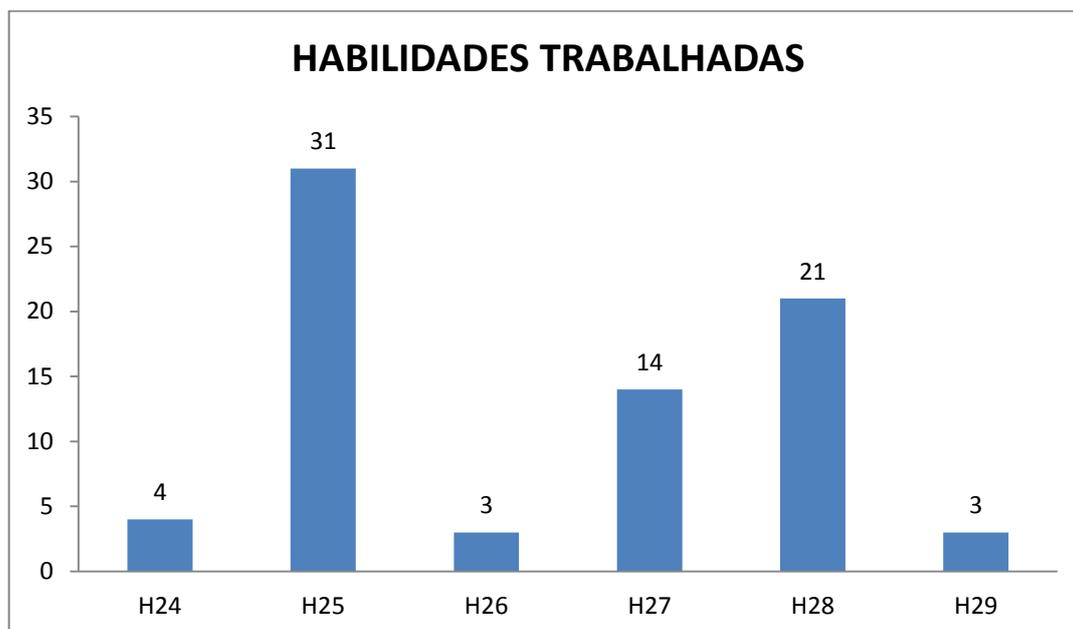
De acordo com os dados apresentados, com exceção da H30<sup>6</sup>, que não foi encontrada em nenhum ano de aplicação do exame, percebemos que as habilidades apresentam uma alguma variação em relação aos anos de aplicação.

Notamos ainda que as únicas habilidades presentes em todos dos anos foram: H25, H27 e H28. A H24, bem como a H26 e H29 estão presentes em apenas três anos de realização do ENEM.

No Gráfico 10 podemos observar a distribuição das habilidades durante os anos de aplicação do exame que estamos analisando, assim podemos ter uma ideia de como elas fora trabalhadas de um modo geral no decorrer dos anos.

<sup>6</sup> Adotamos a sigla H30 em relação à Habilidade 30, assim como as outras habilidades.

Gráfico 10- Panorama geral das habilidades no GCEP



Fonte: O autor( 2015)

Podemos observar de acordo com o gráfico acima, que a H25 se sobressaiu em relação às demais, seguida da H28 e da H27, respectivamente.

Um dos destaques de nossa análise é que não encontramos nenhuma questão do (GCEP) que trabalhe a H30, como já destacamos anteriormente, abordamos isso mais adiante quando fazemos nossas considerações após a finalização de nossa pesquisa.

A H25 tem o objetivo de despertar no estudante que ele seja capaz de resolver problemas com dados apresentados em tabelas ou gráficos. Sendo assim vejamos um exemplo de uma questão do exame que apresentou tal habilidade.

Analisando a questão apresentada na Figura 8, percebemos que a mesma trabalha com gráficos, em relação ao PIB municipal da cidade de Guarulhos, que possui a economia que mais cresce em indústrias, comparando com o PIB nacional e com o de São Paulo (Estado) e São Paulo (Capital), a partir dos dados apresentados no gráfico, a questão solicita que o estudante avalie a diferença entre o maior e menor centro em crescimento das indústrias.

Fazendo uma relação com os conhecimentos trabalhados, de acordo com a matriz de referência, percebemos também que a questão trabalha o conhecimento C21: Representação e análise de dados.

Figura 8- Exemplo de questão que trabalha a H25



Fonte: ENEM 2013 - Caderno Amarelo

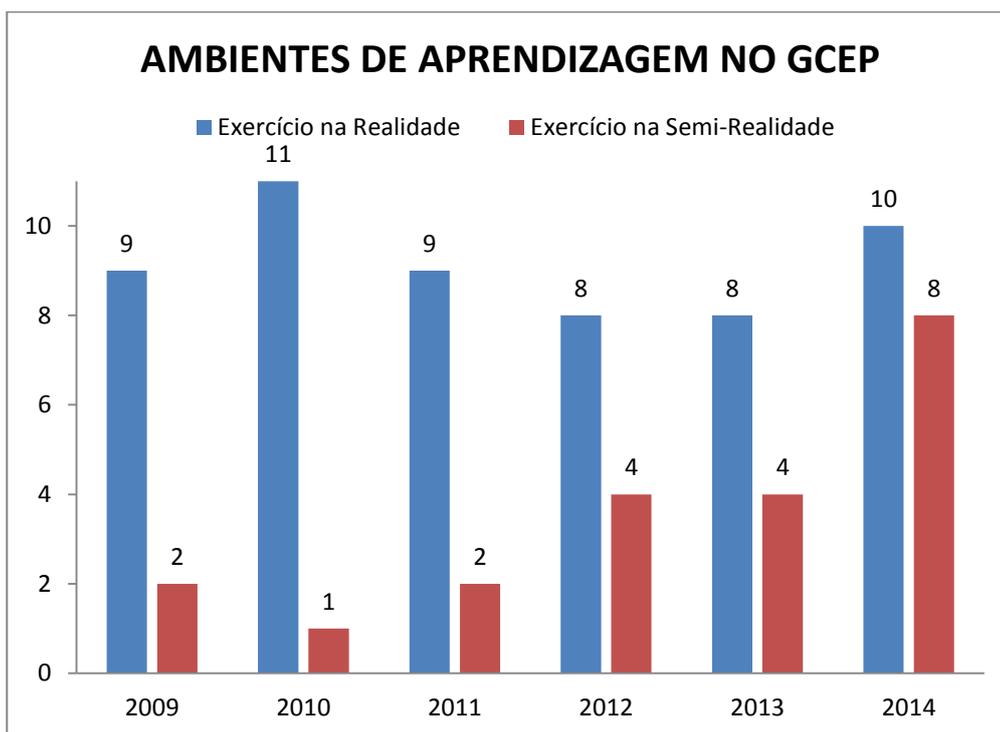
#### 6.4 Contextos trabalhados de acordo com os ambientes de aprendizagem defendidos por Skovsmose

Vejamos agora como os ambientes de aprendizagem estão inseridos na estrutura das questões que compõem o exame. Como já destacamos em nossa metodologia, usaremos como base de classificação os diferentes ambientes de aprendizagem defendidos por Skovsmose (2000), para a classificação de nossos ambientes. E além disso, de acordo com o Quadro 9, estruturamos algumas siglas para designar aos tipos de ambientes.

Destacamos desde já, que apenas ambientes de aprendizagem do tipo Exercícios, estes por sua vez, ou estão situados na realidade ou numa semi-realidade.

No Gráfico a seguir podemos observar como os ambientes estão apresentados em cada ano de aplicação da prova.

Gráfico 11- Ambientes de aprendizagem presentes nas provas do GCEP



Fonte: O autor(2015)

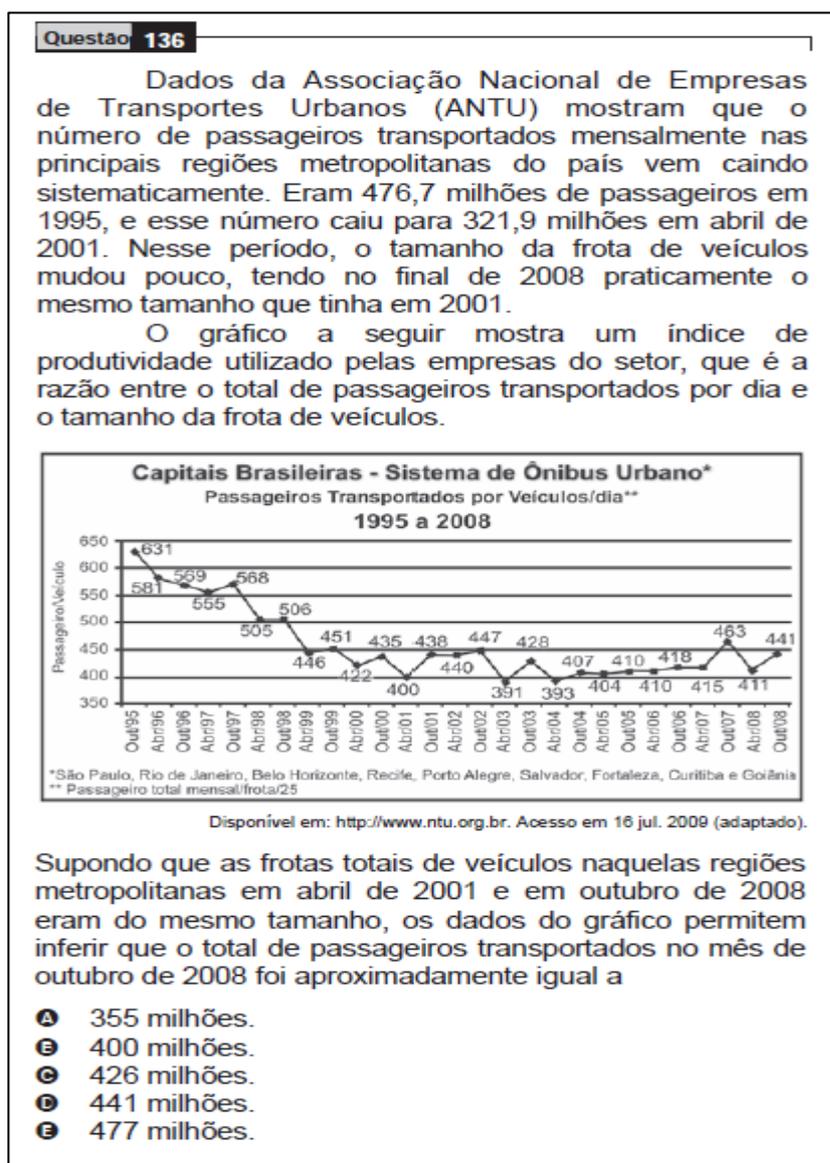
Como podemos observar no Gráfico 11, o exercício na realidade se sobressai em relação ao exercício na semi-realidade em todos os anos analisados. E os dois predominam em relação aos demais ambientes, visto que não encontramos nenhum dos outros em nossa análise.

Nosso resultado de pesquisa vai contrário ao que defende Skovsmose (2000), quando ele afirma que durante o ensino de matemática, devemos transitar pelos diferentes ambientes de aprendizagem, quando o autor afirma que “a educação matemática deve mover-se entre os diferentes ambientes”, o autor reforça ainda que não devemos abandonar os exercícios da Educação Matemática.

Mais adiante podemos observar alguns exemplos que nos mostram como os ambientes estão presentes nas questões do exame, um exemplo de cada tipo de ambiente de aprendizagem.

Na figura 9 observamos o ambiente de aprendizagem do tipo Exercício na Realidade, ou seja, os dados do problema estão situados na realidade, porém o que se pede na questão ainda está situado no paradigma do exercício, não possibilitando uma atividade de investigação, requer apenas o cálculo de algoritmos.

Figura 9- Ambiente de aprendizagem Exercício na Realidade



Fonte: ENEM 2009 - Caderno Azul

Assim como acontece nos exercícios situados na realidade, os dados da questão presente na Figura 9 são dados reais. São dados da Associação Nacional de Empresas de Transportes Urbanos (ANTU). Nesse caso referem-se ao sistema de ônibus urbano das capitais brasileiras do ano 1995 a 2008. Mostram o número de passageiros transportados mensalmente nas principais regiões metropolitanas do país.

Nesse caso, mesmo os dados apresentados sendo adquiridos de uma realidade facilmente vivenciada pelos estudantes, visto que a grande maioria utiliza o transporte urbano no nosso país, a atividade ainda está situada no paradigma do exercício, pois ela solicita apenas do estudante a verificação através do gráfico o número de passageiros em um determinado período de tempo.

Mesmo estando ainda situada no paradigma do exercício, apontamos baseados nas ideias de Skovsmose (2000) para importância de se trabalhar com questões desse tipo nas aulas de matemática, pois agora faz sentido o questionamento das informações fornecidas pela situação que nos é colocada como situação problema, que pode ser facilmente vivenciada por qualquer um de nós.

E foge ainda do que o autor aponta, segundo ele a grande parte das atividades matemáticas estão relacionadas ou a Matemática Pura, ou a uma Semi-Realidade. Ainda em relação a isso, em contrapartida podemos perceber que as questões do (GCEP) em todos os anos observados apresenta predominância do ambiente que se situa no Exercício na Realidade.

Dentre os dois tipos de ambiente que estão presentes nas atividades do (GCEP), o segundo mais presente foi o em que o ambiente de aprendizagem se situa numa semi-realidade, ou seja, uma realidade que dificilmente pode ser observada na prática do dia-a-dia, e que na maioria das vezes é construída pelo autor que formulou a situação presente na questão.

Figura 10- Ambiente de aprendizagem Exercício na Semi-realidade

**Questão 174**

O diretor de um colégio leu numa revista que os pés das mulheres estavam aumentando. Há alguns anos, a média do tamanho dos calçados das mulheres era de 35,5 e, hoje, é de 37,0. Embora não fosse uma informação científica, ele ficou curioso e fez uma pesquisa com as funcionárias do seu colégio, obtendo o quadro a seguir:

TAMANHO DOS CALÇADOS	NÚMERO DE FUNCIONÁRIAS
39,0	1
38,0	10
37,0	3
36,0	5
35,0	6

Escolhendo uma funcionária ao acaso e sabendo que ela tem calçado maior que 36,0, a probabilidade de ela calçar 38,0 é

A  $\frac{1}{3}$   
 B  $\frac{1}{5}$   
 C  $\frac{2}{5}$   
 D  $\frac{5}{7}$   
 E  $\frac{5}{14}$

Mesmo que o contexto de uma escola possa parecer um ambiente facilmente vivenciado pelos estudantes, no caso da atividade da Figura 10, ele não acrescenta muito a resolução da questão. Visto que é mais uma realidade construída pra que possa ser trabalhado o cálculo da probabilidade, do mesmo modo que foi trabalhado com as funcionárias da escola, podíamos mudar para as funcionárias de um hospital, por exemplo, e com os dados numéricos, chegaríamos ao mesmo resultado.

Esse sim é um dos ambientes de aprendizagem mais presentes nas aulas de matemática, segundo aponta os estudos de Skovsmose (2000), e segundo o mesmo autor não é que devemos erradicar atividades desse tipo das nossas aulas, mas sim tentar trazer para os alunos, situações desafiadoras e que permita, não só os alunos, mas também os professores a entrarem em uma área de investigação matemática.

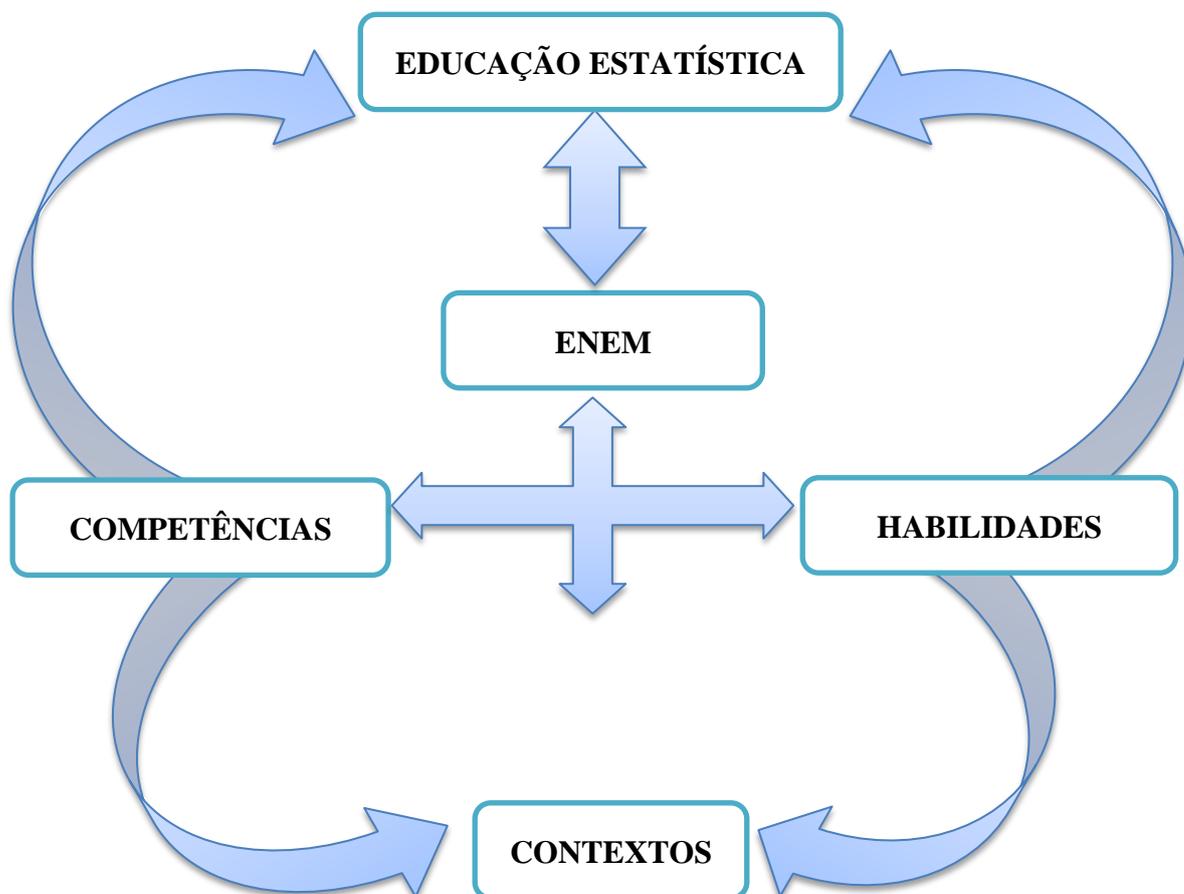
## **6.5 Como os resultados da nossa pesquisa estão relacionados**

Buscamos evidenciar a seguir como os resultados da nossa pesquisa estão relacionados, ou seja, como as questões da área de Estatística e Probabilidade presentes nas provas do ENEM estão articuladas com nossas discussões acerca da Educação Matemática Crítica e Educação Estatística, na perspectiva do ensino contextualizado da Matemática. Na Figura 11 ilustramos como estruturamos a relação entre os campos abordados na pesquisa.

Os resultados nos mostram que as questões de Estatística e Probabilidade presentes nas avaliações do ENEM durante os anos analisados, estão em sua maioria situadas na realidade, ou em uma semi-realidade, segundo as concepções de ambientes de aprendizagem definidos por Skovsmose (2000), o que para nós é importante para um ensino que busque desenvolver nos alunos uma capacidade de dimensão crítica e cidadã. E encontramos na Educação Estatística Crítica, justamente a defesa de tal postura do ensino da Matemática, na medida em que defende que os dados sejam reais, sempre contextualizados dentro de uma realidade condizente com a realidade do aluno.

E ainda, de acordo com a Matriz do ENEM, as Competências e Habilidades buscam que os estudantes submetidos ao exame sejam capazes de interpretar e discutir fenômenos e dados científicos e sociais, evidenciando assim a importância do ensino contextualizado.

Figura 11- Como os campos discutidos na pesquisa estão relacionados



Fonte: O autor(2015)

Em relação ao ensino contextualizado, podemos observar um crescente número de discussões acerca dessa corrente de ensino da matemática, de acordo com os estudos apresentados até aqui. De acordo com nossos resultados, podemos observar que a matriz que estrutura o ENEM segue a mesma linha de pensamento. Apontando também para o que defende Skovsmose (2000) na EMC e que estamos em concordância. Ao se defender um ensino contextualizado não buscamos a exclusão do ensino de cálculos de algoritmos, por exemplo, esse por sua vez também possui sua importância na formação do estudante, e afirmamos ainda, ele está contextualizado, mas contextualizado no ambiente de aprendizagem do Exercício com referência à Matemática Pura, se nos situarmos de acordo com o que defende Skovsmose (2000). Desse modo, defendemos

sim, que não limitemos o ensino da matemática a tal cálculo, mas sim, que busquemos nos direcionar sempre para um ensino de perspectiva crítica como aponta o autor.

Na busca de alternativas para que possamos promover um ensino contextualizado, podemos abordar o uso das questões do ENEM na sala de aula, não como mecanismo de verificação da aprendizagem, mas sim como forma de discussão dos dados e resultados apresentados, como forma de debater questões sociais e políticas relacionadas ao contexto real de vida dos alunos, e assim promover uma forma de favorecer e incentivar o debate e o diálogo entre alunos e professor. Ao realizar tal discussão, podemos buscar desenvolver nos estudantes as Competências e Habilidades que são abordadas na Matriz do exame.

De acordo com o discutimos e apresentamos sobre os resultados encontrados, podemos perceber a existência de um movimento de transição no ensino da matemática, no que diz respeito questão do ensino contextualizado. Enquanto professores, devemos colocar os estudantes diante de situações desafiadoras, e que levem os mesmos a buscar soluções para as mesmas, sempre abordando numa perspectiva crítica. Porém, como vimos, atividades situadas no ambiente de aprendizagem do Exercício com referência à Matemática Pura, também cumprem seu papel na formação dos alunos.

O que pode acontecer algumas vezes, é a busca da contextualização, quando na verdade nem tudo pode ser contextualizado. O problema é quando só fazemos a parte fictícia da Educação Matemática, deixando assim a busca da contextualização. O que faz com que a Matemática seja vista como algo despolitizado, desfazendo a relação social da Matemática. Portanto, não se precisa contextualizar tudo, mas devemos sim na medida do possível buscar o ensino contextualizado.

A ideia é que as questões busquem além do contexto, abordar também os cenários de investigação, o que pode ser atingido realizando algumas adaptações nas questões do ENEM, para que as mesmas se tornem cenários para investigação. Principalmente para que desde cedo alunos consigam compreender a estatística não só como uma ferramenta de leitura do mundo, mas para que consigam utiliza-la para apresentar ao mundo um pouco da sua realidade.

## 7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Destacamos aqui os pontos de maior importância durante a realização de nossa pesquisa, os principais resultados encontrados, bem como alguns possíveis desdobramentos que podemos desenvolver a partir de nossa pesquisa.

Durante as discussões acerca do que defende a Educação Matemática Crítica podemos perceber por meio das ideias do principal autor da área que a Educação Matemática pode organizar-se entre os diferentes ambientes de aprendizagem. Embora Skovsmose (2000) aponte que boa parte da educação matemática está alternando entre os ambientes que fazem referência à matemática pura ou à semi-realidade.

Apresentamos e discutimos também a concepção de contexto, assim como as facetas de uma atividade de investigação durante a aula de matemática, e concluímos que investigar corresponde realizar descobertas, recorrendo a processos válidos, como formular problemas, explorar hipóteses, generalizar e acima de tudo construir argumentos e demonstrações.

Em nossas análises, de início verificamos que as questões do Grupo de Conhecimento de Estatística e Probabilidade apresentaram uma variação entre os anos de 2009 ao ano de 2013, apresentando crescimento no ano de 2014, representando quase que 50% (cinquenta por cento) do quantitativo das questões de Matemática e suas Tecnologias nesse ano. Reforçando assim, a importância e a necessidade do ensino de Estatística e Probabilidade como discutimos no momento que tratamos da Educação Estatística dentro de uma perspectiva crítica.

No que diz respeito às Competências da área estudada, estruturadas pela matriz do ENEM, concluímos que estão bem distribuídas durante os anos de aplicação do exame em que analisamos, em relação às Habilidades, afirmamos que apenas uma Habilidade não foi encontrada em nossa análise, e uma se destacou quantitativamente em relação às demais.

Em relação aos ambientes de aprendizagem defendidos por Skovsmose (2000), encontramos apenas dois tipos de ambientes em nossa análise, o exercício situado na realidade apresenta predominância, seguido dos exercícios situados numa semi-realidade, o que vai de encontro em parte com o que aponta Skovsmose (2000), quando ele aponta que boa parte do ensino faz referência à Semi-realidade. Em contrapartida não encontramos nenhuma questão que faz referência a Matemática Pura.

Diante disso, destacamos a importância da abordagem contextualizada na estruturação das questões do ENEM, mesmo que ainda estejam situadas no paradigma do exercício, pois a partir dessa abordagem, as escolas, sobretudo os professores de Matemática assim como de outras disciplinas podem voltar-se para o ensino contextualizado, onde o aluno possa encontrar significado para o que está sendo estudado em sala.

Defendemos também que o ensino da matemática vá além do simples uso de exercícios situados numa semi ou em uma realidade facilmente encontrada no nosso cotidiano, mas sim, que consigamos mesmo que de maneira introdutória colocar os alunos diante de situações investigativas durante as discussões em sala de aula, para que assim possamos colocar em prática as ideais da Educação Matemática Crítica, em que os estudantes sintam-se participantes ativos do processo educacional.

Por se tratar de um exame, no qual existe um tempo cronometrado para realização das questões, bem como um mecanismo de seleção para o ensino técnico ou superior, mesmo apresentando tais contextualizações, o aluno está em um momento individual de formulação de ideias nas resoluções das atividades propostas. Por isso acreditamos que nem todos os estudantes podem desenvolver uma capacidade crítica numa perspectiva cidadã no momento de realização do exame, mas se o professor tráz pra sala algumas questões e as trabalha numa perspectiva de investigação, isso pode sim contribuir fortemente para um bom ensino de matemática, do ponto de vista da investigação, e ainda recai em um dos pontos que apresentamos em nossa pesquisa, quando apontamos que o ensino deve favorecer e incentivar o debate e o diálogo entre os alunos e o professor, na medida em que eles discutem dados situados no contexto real dos sujeitos envolvidos.

A presente pesquisa contribuiu para um aprofundamento inicial na área de Educação Matemática, assim como no campo do ensino de Estatística e Probabilidade, mesmo que tenhamos consciência de que estamos apenas começando e que temos muito caminho a ser percorrido dentro dessa vasta área do ensino, convictos de que devemos sempre buscar, apresentar e discutir eixos que se mostrem importantes para uma melhor formação enquanto profissionais da educação, e que possuem uma perspectiva de mudança no que está posto enquanto sistema educacional, e sobretudo em relação a metodologia utilizada pelo professor de Matemática.

Concluimos nossa pesquisa com o desejo de continuarmos discutindo assuntos pertinentes a nós enquanto profissionais da educação. Como possíveis desdobramentos

de nossa pesquisa, que podem vir a ser desenvolvidos por nós no campo de pesquisa situado na perspectiva crítica, podemos pensar, por exemplo, em um ponto citado anteriormente, em que discutimos como os professores podem utilizar as questões do ENEM como forma de metodologia para o ensino das diversas áreas do ensino da Matemática, bem como diversas ideias que podem estar relacionadas com o exame enquanto campo de pesquisa e não somente como forma de seleção, o que por muitas vezes prejudica nossa visão quando tratamos certos exames apenas numa perspectiva quantitativa que envolve apenas os elementos de acertos ou erros, quando na verdade, sabemos que a atividade de ensino é muito mais complexa que a simples verificação quantitativa de tais elementos.

## 8. REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. C. A "contextualização" e a Modelagem na educação matemática do ensino médio. Encontro Nacional de Educação Matemática, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004. 1 CD-ROM. Disponível em: <http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-16-22-25.pdf> > Acesso em 20 de Junho de 2015.
- BORBA, R., COUTINHO, C., GUIMARÃES, G., KATAOKA, V. Y., MONTEIRO, C. Educação Estatística No Ensino Básico: Currículo, Pesquisa e Prática em Sala de Aula. **EM TEIA**- Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife (PE) vol. 2, n.2, 2011. Disponível em: < [file:///C:/Users/Acer/Downloads/36-133-1-PB%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Acer/Downloads/36-133-1-PB%20(1).pdf) > Acesso em 23 de Maio de 2015.
- BRASIL, PCN Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação e Desporto – Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.
- BRASIL, PCN+: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação e Desporto – Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2007.
- BRITO, M., CAZORLA I., SILVA, C., VENDRAMINI, C. Atitudes em relação à estatística e à matemática, **Psico-USF**, v. 7, n. 2, p. 219-228, 2002. Disponível: < <http://www.scielo.br/pdf/pusf/v7n2/v7n2a11> > Acesso em 06 de Junho de 2015.
- CAMPOS, C., WODEWOTZKI, M. A Educação Estatística, a Modelagem Matemática e a Educação Crítica: Um Projeto, **Teoria e Prática da Educação**, v.10, n. 3, p. 321-331, 2007. Disponível em: < <http://www.dtp.uem.br/rtp/volumes/v10n3/001.pdf> > Acesso em 06 de Junho de 2015.
- CORRADI, D. Investigações Matemáticas. **Revista da Educação Matemática da UFOP**, - XI Semana da Matemática e III Semana da Estatística, Ouro Preto (MG) vol. I, p.162-175, 2011.
- DEGENSZAJN, D., DOLCE, O., IEZZI, G., PÉRIGO, R. **Matemática**: volume único, Atual, 2ª edição, São Paulo, 2002.  
Matriz de Referência para o ENEM 2009 (2009). Brasil. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&task=doc\\_download&gid=841&Itemid](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=841&Itemid)> Acesso em 21 de Maio de 2015.
- ENEM 2009 – Exame Nacional do Ensino Médio. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. Disponível em: <<http://www.enem.inep.gov.br/>> Acesso em 01 Junho de 2015.

ENEM 2010 – Exame Nacional do Ensino Médio. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. Disponível em: <<http://www.enem.inep.gov.br/>> Acesso em 14 Junho de 2015.

ENEM 2011 – Exame Nacional do Ensino Médio. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. Disponível em: <<http://www.enem.inep.gov.br/>> Acesso em 14 Junho de 2015.

ENEM 2012 – Exame Nacional do Ensino Médio. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. Disponível em: <<http://www.enem.inep.gov.br/>> Acesso em 01 Junho de 2015.

ENEM 2013 – Exame Nacional do Ensino Médio. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. Disponível em: <<http://www.enem.inep.gov.br/>> Acesso em 14 Junho de 2015.

ENEM 2014 – Exame Nacional do Ensino Médio. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. Disponível em: <<http://www.enem.inep.gov.br/>> Acesso em 01 Junho de 2015.

FERNANDES, S. S. A Contextualização no Ensino de Matemática – Um estudo com alunos e professores do ensino fundamental da rede particular de ensino do Distrito Federal. Disponível em: <<https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22006/SusanadaSilvaFernandes.pdf>> Acesso em 09 de Julho de 2015.

Guia do Participante ENEM 2012 (2012). Brasil. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/enem/guia\\_participante/2013/guia\\_do\\_participante\\_notas.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/guia_participante/2013/guia_do_participante_notas.pdf)> Acesso em 21 de Maio de 2015.

GRÁCIO, M., GARRUTTI, E. Estatística Aplicada a Educação: Uma Análise de Conteúdos Programáticos de Planos de Ensino e de Livros Didáticos. Artigo. 2005. Disponível em: <[http://www.fcav.unesp.br/RME/fasciculos/v23/v23\\_n3/A8\\_Maria\\_Claudia.pdf](http://www.fcav.unesp.br/RME/fasciculos/v23/v23_n3/A8_Maria_Claudia.pdf)> Acesso em 16 de Janeiro de 2015

Ministério da Educação, INEP. Portal do Exame Nacional do Ensino Médio. Brasil Disponível em: <[http://portal.inep.gov.br/c/journal/view\\_article\\_content?groupId=10157&articleId=11890&version=1.0](http://portal.inep.gov.br/c/journal/view_article_content?groupId=10157&articleId=11890&version=1.0)> Acesso em 10 de Fevereiro de 2015.

PAIVA, M. Matemática: Volume único, Moderna, 1ª edição, São Paulo, 2005.

PONTE, J. P., BROCARD, J. OLIVEIRA, H. (2006). Investigações Matemáticas na Sala de Aula. Belo Horizonte: Autêntica.

SANTOS, D. C. S. dos, TELES, R. A. de M. Temática socioambiental e as grandezas e medidas: contexto ou pretexto? XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, Recife (PE) vol.2, p., 2011.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. BOLEMA- Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP) vol.13, n.14, p. 66-91, 2000. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/textos/skovsmose\(Cenarios\)00.pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/textos/skovsmose(Cenarios)00.pdf)> Acesso em 22 de Maio de 2015.

SKOVSMOSE, O. Guetorização e globalização: um desafio para a Educação Matemática. Zetetiké. Campinas, v. 13, n. 24, p. 113-142, 2005. Disponível em: <[http://www.academia.edu/6255520/Guetoriza%C3%A7%C3%A3o\\_e\\_globaliza%C3%A7%C3%A3o\\_um\\_desafio\\_para\\_a\\_Educa%C3%A7%C3%A3o\\_Matem%C3%A1tica\\_1](http://www.academia.edu/6255520/Guetoriza%C3%A7%C3%A3o_e_globaliza%C3%A7%C3%A3o_um_desafio_para_a_Educa%C3%A7%C3%A3o_Matem%C3%A1tica_1)> Acesso em 07 de Junho de 2015.

SKOVSMOSE, O. Desafios da Educação Matemática Crítica. São Paulo: Papirus. 2008.

SOUZA, N., ROSEIRA, N. As Noções de Contexto/Contextualização no processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática. Disponível em: <[http://www.uesb.br/mat/semat/seemat2/index\\_arquivos/co10.pdf](http://www.uesb.br/mat/semat/seemat2/index_arquivos/co10.pdf)> Acesso em 11 de Abril de 2015.

TUFANO, W. Contextualização. FAZENDA, I. Dicionário em Construção: Interdisciplinaridade. São Apulo: Cortez, 2001. Disponível em: <[file:///C:/Users/Acer/Downloads/FAZENDA,%20Ivani.%20Interdisciplinaridade%20-%20Dicion%C3%A1rio%20em%20Constru%C3%A7%C3%A3o%20\(2\).pdf](file:///C:/Users/Acer/Downloads/FAZENDA,%20Ivani.%20Interdisciplinaridade%20-%20Dicion%C3%A1rio%20em%20Constru%C3%A7%C3%A3o%20(2).pdf)> Acesso em 29 de Maio de 2015.

VALERO, P. Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. QUADRANTE: Revista Teórica e de Investigação, Lisboa, PT, v. 11, n. 1, p. 49-59, 2002. Disponível em: <[http://www.apm.pt/files/Quadrante\\_volXI\\_1\\_consideraciones\\_469246878417a.pdf](http://www.apm.pt/files/Quadrante_volXI_1_consideraciones_469246878417a.pdf)> Acesso em 22 de Maio de 2015.