



Universidade Federal de Pernambuco
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Centro de Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
Curso de Mestrado

VALÉRIA AGUIAR DOS SANTOS

**COMPRIMENTO E PERÍMETRO EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE SOB A
ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

RECIFE

2019

VALÉRIA AGUIAR DOS SANTOS

**COMPRIMENTO E PERÍMETRO EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE SOB A
ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Linha de Pesquisa: Didática da Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain

RECIFE

2019

Catálogo na fonte
Bibliotecária Natalia Nascimento, CRB-4/1543

- S237c Santos, Valéria Aguiar dos.
Comprimento e perímetro em livros didáticos de matemática do ensino fundamental: uma análise sob a ótica da teoria antropológica do didático. / Valéria Aguiar dos Santos. – Recife, 2019 .
115 f.
- Orientadora: Paula Moreira Baltar Bellemain.
- Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2019.
Inclui Referências e Apêndices
1. Ensino de Matemática – grandezas geométricas. 2. Teoria Antropológica.
3. Matemática – ensino fundamental. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Bellemain, Paula Moreira Baltar (Orientadora). II. Título.
- 510 (23. ed.) UFPE (CE2021-023)

VALÉRIA AGUIAR DOS SANTOS

**COMPRIMENTO E PERÍMETRO EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE SOB A
ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC, da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovada em: 30/04/2019

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain (Orientadora e Presidente)
Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Dra. Marilene Rosa dos Santos (Examinadora Interna)
Universidade de Pernambuco

Prof. Dr. José Valério Gomes da Silva (Examinador Externo)
Secretaria de Educação de Pernambuco

DEDICATÓRIA

A Deus, o meu alento para seguir e aos meus amados pais (Maria de Jesus e Elias Pessoa), que sempre me proporcionaram forças e apoio necessário para que meus objetivos tornem-se realidade.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por manter minha fé nos momentos difíceis e permitir realizar meus objetivos.

Aos meus pais, pela atenção, compreensão e apoio que sempre deram na minha formação, a eles toda a admiração e um amor incondicional.

As minhas irmãs (Virgínia e Vanuza), que sempre acompanharam minha trajetória, trazendo alegria e a verdadeira irmandade.

Ao meu noivo Rubens Karman, pelo incentivo, companheirismo e encorajamento em todos os momentos da minha vida.

Aos meus familiares, que de forma direta ou indireta passam pensamentos bons que assim ajudaram para minhas realizações.

Aos amigos, que estiveram presentes passando boas energias e compartilhando reflexões e saberes. Em especial aos amigos Almir, André e Alexandre que sempre ajudaram nos momentos da pesquisa.

A professora Paula Baltar, pela disponibilidade de orientar meu trabalho, atenção e por ter compartilhado seu vasto conhecimento comigo, a ela meu enorme agradecimento, carinho e admiração.

Agradeço aos membros da banca examinadora (José Valério e Marilene), pela disponibilidade e grandes contribuições para o trabalho.

Aos demais professores do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC / UFPE.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela bolsa de estudos de mestrado.

RESUMO

O objetivo dessa pesquisa foi investigar a abordagem de comprimento e perímetro em livros didáticos de matemática do 1º ao 9º anos do Ensino Fundamental, sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático-TAD. A fundamentação teve como suporte a TAD, desenvolvida por Yves Chevallard e seus colaboradores e apoia-se no modelo segundo o qual comprimento e perímetro são considerados como grandezas, em analogia ao modelo desenvolvido por Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian para o ensino da área de figuras planas. Do ponto de vista metodológico, inicialmente, entre os livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático, foram identificadas as coleções aprovadas de mesmos autores, nos níveis de 1º ao 3º ano, 4º e 5º ano e 6º ao 9º ano. Dentre essas, foi escolhida aquela mais adotada, segundo os dados do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação-FNDE. Foi realizada uma análise documental de textos de orientação curricular, de guias de livros didáticos e dos livros escolhidos de 1º ao 9º ano. Ao longo dos nove volumes, foram analisadas as Praxeologias Matemáticas e Didáticas relativas a comprimento e perímetro, bem como as conexões desses objetos com outros assuntos matemáticos e não matemáticos. Nossos resultados mostram que ao longo de todo o ensino fundamental o principal habitat dos objetos comprimento e perímetro é o domínio das Grandezas e Medidas, mas a existência desse domínio é mais clara na etapa de 1º ao 5º ano. Os capítulos nos quais esses objetos são estudados situam-se quase sempre na segunda metade do livro e há fortes conexões do comprimento e do perímetro com objetos de outros domínios como o da geometria e o dos números e operações, como também, as conexões no uso dos números decimais, dos deslocamentos, distanciamentos, na vida e no uso social, na geografia, esportes, entre outros.

Palavras-Chave: Grandezas geométricas; Análise praxeológica; Habitat; Nicho.

ABSTRACT

The objective of this research was to investigate the length and perimeter approach in mathematic textbooks from the first to the 9th years of elementary school, under the perspective of the Anthropological Theory of Didactics-TAD. The theses was supported by TAD, developed by Yves Chevallard and his collaborators and It is supported by the model according to which length and perimeter are considered to be quantities, in analogy to the model developed by Régine Douady and Marie-Jeanne Perrin-Glorian used to teach the area of flat figures. From the methodological point of view, initially, among the textbooks approved by the National Textbook Program, the approved collections of the same authors identified, at the levels of the first to the 3rd year, 4th and 5th year and sixth to the 9th year. Among these, the most chosen, according to data from the National Fund for the Development of Education - FNDE. A documentary analysis of curricular guidance texts, textbook guides and books chosen from first to 9th grade, it was seen. Throughout the nine volumes, Mathematical and Didactic Praxeologies related to length and perimeter were analyzed, as well as the connections of these objects with other mathematical and non-mathematical subjects. Our results show that throughout primary education, the main habitat for objects of length and perimeter is the domain of Quantities and Measures, but the existence of that is clearer in the 1st to 5th year stages. The chapters in which these objects are studied are located almost always in the second half of the book and there are strong connections of length and perimeter with objects from other domains such as geometry and numbers and operations, as well as connections using decimal numbers, displacements, distances, in life and social use, in geography, sports, and among others.

Key words: Geometric quantities; Praxeological analysis; Habitat; Niche.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Ilustração da articulação de um modelo didático	28
FIGURA 2 - Linhas Abertas e Fechadas	29
FIGURA 3 - Descrição dos conteúdos abordados no 1º, 2º e 3º anos no PNLD.....	41
FIGURA 4 - Descrição dos conteúdos abordados no 4º e 5º anos no PNLD.....	41
FIGURA 5 - Descrição dos conteúdos abordados do 6º ao 9º anos no PNLD.....	42
FIGURA 6 - Exemplo do $ST_{D.1}$ identificado no livro do 4º ano.	53
FIGURA 7 - Exemplo do $ST_{D.2}$ identificado no livro do 2º ano	53
FIGURA 8 - Exemplos do $ST_{D.3}$ e $ST_{D.4}$ identificados no livro do 9º ano.....	54
FIGURA 9 - Exemplos dos $ST_{D.5}$, $ST_{D.8}$, $ST_{D.9}$, e $ST_{D.10}$ identificados no livro do 9º ano.....	55
FIGURA 10 - Exemplos dos $ST_{D.6}$ e $ST_{D.7}$ identificados no livro do 9º ano	56
FIGURA 11 - Exemplo do $ST_{C.1}$ identificado no livro do 5º ano.	59
FIGURA 12 - Exemplo do $ST_{C.2}$ identificado no livro do 1º ano.	59
FIGURA 13 - Exemplo do T_F identificado no livro do 6º ano.	61
FIGURA 14 - Exemplo do T_E identificado no livro do 3º ano.....	62
FIGURA 15 - Exemplo do T_U identificado no livro do 4º ano.	63
FIGURA 16 - Ilustração do elemento tecnológico-teórico da conversão de unidades de medidas de comprimento	64
FIGURA 17 - Exemplo do $ST_{I.1}$ identificado no livro do 4º ano.	66
FIGURA 18 - Exemplo do T_P identificado no livro do 3º ano.	70
FIGURA 19 - Exemplos dos $ST_{P.1}$ e $ST_{P.2}$ identificados no livro do 6º ano.	71
FIGURA 20 - Exemplo do T_P identificado no livro do 3º ano	72
FIGURA 21 - Exemplo do T_M identificado no livro do 5º ano	73
FIGURA 22 - Exemplo do T_R identificado no livro do 5º ano.....	74
FIGURA 23 - Exemplo do T_S identificado no livro do 8º ano	75
FIGURA 24 - Exemplo do 1º momento identificado no livro do 1º ano	78
FIGURA 25 - Exemplo do T_S identificado no livro do 1º ano	79
FIGURA 26 - Exemplo do 1º momento identificado no livro do 2º ano.....	81
FIGURA 27 - Exemplo do T_D identificado no livro do 3º ano	83
FIGURA 28 - Exemplo identificado no livro do 4º ano	84
FIGURA 29 - Exemplo identificado no livro do 5º ano	86
FIGURA 30 - Exemplo identificado no livro do 6º ano.....	88
FIGURA 31 - Exemplo de momento de estudo identificado no livro do 6º ano.....	89
FIGURA 32 - Exemplo da técnica identificado no livro do 6º ano.....	90
FIGURA 33 - Exemplo de momento de estudo identificado no livro do 7º ano.....	91
FIGURA 34 - Exemplo de proposta da estrutura do estudo de perímetro identificado no livro do 8º ano.....	93
FIGURA 35 - Exemplo de momento de estudo identificado no livro do 8º ano.....	94
FIGURA 36 - Exemplo de momento de estudo identificado no livro do 9º ano.....	96
FIGURA 37 - Exemplo do momento da institucionalização identificado no livro do 9º ano..	97

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 - Percentual dos tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento analisados na coleção de LD	51
GRÁFICO 2 - Percentual dos tipos de tarefa em torno do conceito de perímetro analisados na coleção de LD.....	69

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - Resumo das expectativas de aprendizagem do conceito de comprimento e perímetro para os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental.	44
QUADRO 2- Identificação dos capítulos, unidades e seções envolvendo comprimento e perímetro	48
QUADRO 3 - Praxeologia Matemática do TD em torno do conceito de comprimento.	58
QUADRO 4- Praxeologia Matemática do TC em torno do conceito de comprimento.....	60
QUADRO 5 - Praxeologia Matemática do TE em torno do conceito de comprimento.	63
QUADRO 6 - Praxeologia Matemática do TU em torno do conceito de comprimento.	65
QUADRO 7 - Praxeologia Matemática do TI em torno do conceito de comprimento.	67
QUADRO 8 - Praxeologia Matemática do TP em torno do conceito de perímetro.	72
QUADRO 9 - Praxeologia Matemática do TM em torno do conceito de perímetro.....	73
QUADRO 10 - Praxeologia Matemática do TR em torno do conceito de perímetro.	75
QUADRO 11 - Praxeologia Matemática do TS em torno do conceito de perímetro.....	76
QUADRO 12 - Identificação dos momentos de estudo da Organização didática nos LD.....	98

LISTA DE TABELA

TABELA 1 - Frequência e distribuição dos tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento por LD.	50
TABELA 2 - Frequência e distribuição do tipo T1 por subtipo e por LD.	57
TABELA 3 - Frequência e distribuição do tipo TC por subtipo e por LD.	60
TABELA 4 - Frequência e distribuição do tipo TF por subtipo e por LD.	61
TABELA 5 - Frequência e distribuição do tipo TE por subtipo e por LD.	62
TABELA 6 - Frequência e distribuição do tipo TI por subtipo e por LD.	66
TABELA 7 - Frequência e distribuição dos tipos de tarefa em torno do conceito de perímetro por LD.	68
TABELA 8 - Frequência e distribuição do tipo TP por subtipo e por LD.	71
TABELA 9 - Frequência e distribuição do tipo TM por LD.	73
TABELA 10 - Frequência e distribuição do tipo TR por subtipo e por LD.	74
TABELA 11 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 1º ano.	77
TABELA 12 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 2º ano.	79
TABELA 13 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 3º ano.	82
TABELA 14 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 4º ano.	83
TABELA 15 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 5º ano.	85
Tabela 16 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 6º ano.	87
TABELA 17 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 7º ano.	91
TABELA 18 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 8º ano.	92
TABELA 19 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 9º ano.	95

LISTA DE ABREVIATURAS

EF – Ensino Fundamental

FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

LD – Livro Didático

OD – Organização Didática

OM – Organização Matemática

MEC – Ministério de Educação

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCPE – Parâmetros Curriculares de Matemática do Estado de Pernambuco

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

RECNEI – Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil

TAD – Teoria Antropológica do Didático

TD – Transposição Didática

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 CONSTRUÇÃO DA PROBLEMÁTICA DA PESQUISA	19
2.1 TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA.....	19
2.2 ELEMENTOS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO	21
2.2.1 Praxeologia Matemática.....	22
2.2.2 Praxeologia Didática.....	24
2.2.3 Ecologia do Saber	25
2.3 GRANDEZAS E MEDIDAS	27
2.3.1 Um modelo didático para o ensino de comprimento e perímetro	27
2.3.2 Estudos sobre Grandezas Geométricas nos Livros Didáticos	33
2.4 OBJETIVOS DA PESQUISA	35
2.4.1 Objetivo Geral.....	35
2.4.2 Objetivos Específicos	35
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	37
3.1 A COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS	38
3.2. CATEGORIAS ANALISADAS NA COLEÇÃO	43
4 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS	47
4.1 IDENTIFICAÇÃO DOS CAPÍTULOS QUE EXPLORAM OS SABERES DE COMPRIMENTO E PERÍMETRO.....	47
4.2 ORGANIZAÇÕES MATEMÁTICAS EM TORNO DOS OBJETOS COMPRIMENTO E PERÍMETRO.....	49
4.2.1 Identificação dos Tipos de Tarefa em torno do conceito de Comprimento	49
4.2.2 Caracterização das Praxeologias Matemáticas pontuais	52
4.2.3 Identificação dos Tipos de Tarefa em torno do conceito de Perímetro	67
4.2.4 Caracterização das Praxeologias Matemáticas.....	69

4.3 CARACTERIZAÇÃO DAS ORGANIZAÇÕES DIDÁTICAS NOS CAPÍTULOS EM TORNO DE COMPRIMENTO E PERÍMETRO.....	76
4.4 CONEXÕES DOS OBJETOS COMPRIMENTO E PERÍMETRO COM OUTROS OBJETOS MATEMÁTICOS E NÃO MATEMÁTICOS.....	99
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	101
REFERÊNCIAS.....	104
ANEXOS.....	108
APÊNDICES	112

1 INTRODUÇÃO

A noção de comprimento está presente na vida do homem desde os tempos primitivos, utilizando como referência o próprio corpo ou objetos como cordas, varas, entre outros. Tal conceito tem influência no cotidiano, como também exerce um papel importante nas atividades profissionais.

Por exemplo, o pedreiro utiliza o comprimento para calcular a quantidade de cerâmica necessária para fazer o rodapé¹ de uma cozinha; a costureira lida com essa noção ao traçar o molde de um vestido ou ao estimar a quantidade de tecido necessária para fazê-lo; o nutricionista, em uma avaliação física, realiza medidas como a da circunferência abdominal de uma pessoa, auxiliando para melhor revelar o acúmulo de gordura visceral² existente em seu corpo, a qual tem relações fortes com doenças crônicas, como problemas cardiovasculares.

Além das aplicações na vida cotidiana e nas mais variadas profissões, como ilustram os exemplos acima, o comprimento está presente no currículo ao longo da educação básica não apenas na matemática, mas também como ferramenta explícita em diversas disciplinas: na física (para determinar a distância percorrida por um corpo ao se deslocar de um ponto a outro, para calcular a velocidade média em um movimento, etc.), na geografia (ao estudar o relevo de uma região, na cartografia, para ler e interpretar mapas, etc.), entre outros.

No presente trabalho, será considerado não apenas o comprimento de linhas abertas, mas também o comprimento de linhas fechadas, ou seja, o perímetro de figuras planas. Como Barbosa (2002, p.31), consideramos o perímetro como “uma instância da grandeza comprimento”. Segundo o autor: “o conceito de perímetro passa a ser um caso particular da grandeza comprimento, diferenciando-se do objeto geométrico em si, que é a linha fechada” (p.32). Ou seja, o perímetro é um caso particular da grandeza comprimento, quando o objeto geométrico ao qual remete é uma linha fechada. Consideramos o comprimento e o perímetro, como componentes do campo das grandezas e medidas, assim como a área, o volume, a massa, a velocidade, etc.

As grandezas e medidas têm um papel importante no currículo escolar, tanto pelos aspectos já discutidos (presença marcante nas práticas sociais, possibilidades de conexão da matemática com outras disciplinas), como também pelas vinculações que permitem entre

¹ O rodapé é uma barra de cerâmica que se coloca ao longo das paredes na junção com o piso.

² A gordura visceral é a gordura acumulada nas camadas profundas do abdômen

campos da matemática. Destacamos, em relação a esse aspecto, que no estudo das grandezas geométricas, há articulações fortes entre a geometria, a aritmética e a álgebra.

Estudos anteriores investigaram questões sobre a aprendizagem de comprimento e/ou perímetro (TEIXEIRA, 2004, BARBOSA, 2007, por exemplo) e mostraram erros e lacunas na resolução de problemas sobre comprimento e perímetro tanto por parte de alunos do ensino fundamental como por parte de professores em formação. Trabalhos como o de Pessoa (2010), apesar de investigarem os conhecimentos de alunos sobre a área de figuras planas, também alertam para dificuldades dos alunos em dissociar área e perímetro.

Lima (1995, p.49) evidencia que “o ensino das grandezas geométricas faz parte de quase todo currículo escolar nos últimos cem anos” e, no entanto, “sob o ponto de vista da didática desses conceitos, muitos problemas persistem, assegurando atualidade e importância a uma discussão sobre eles” (p.49).

Considerando a importância do comprimento e do perímetro no currículo escolar, é necessário que haja uma boa construção conceitual e as pesquisas anteriores à nossa parecem indicar que isso não está acontecendo. Questionamos então se a maneira como os livros didáticos abordam esses conteúdos contribui para uma construção conceitual sólida e para a superação das dificuldades e erros observados nas pesquisas anteriores.

Meu interesse pessoal por esse tema se apoia também nas experiências profissionais vivenciadas como professora da Educação Básica de rede pública estadual e privada na cidade de Surubim-PE. Ao lecionar nos anos finais do ensino fundamental, pude identificar diversas dificuldades na compreensão dos alunos relacionadas ao âmbito das grandezas e medidas, mais especificamente à confusão entre perímetro e área, contorno e superfície. Também observei que o foco nos livros didáticos, recai sobre o cálculo do perímetro de figuras poligonais e que alguns livros didáticos definem perímetro como a soma das medidas dos lados de uma figura. Como fica a situação de figuras que não têm lados, como um círculo ou uma elipse? Será que essas figuras não têm perímetro? Na nossa visão, considerar apenas o perímetro de polígonos é uma maneira limitada de expor esse assunto.

Meu trabalho monográfico de conclusão da licenciatura em matemática (SANTOS, 2015), voltou-se a esse tema. Tomando a Teoria Antropológica do Didático como marco teórico, analisei a abordagem do perímetro em uma coleção de livros didáticos de 6º ao 9º ano e verifiquei que esse conteúdo era trabalhado de forma não sistematizada e que as questões propostas na coleção analisada não pareciam suficientes para que o perímetro cumpra plenamente seu papel no currículo.

Ao longo dos anos, o livro didático (LD) vem se constituindo em um importante instrumento de apoio aos professores de matemática no desenvolvimento e preparação de aulas exercendo grande influência nos processos de ensino e de aprendizagem. De acordo com o guia de livros didáticos do PNLD 2018 (BRASIL, 2017), o LD traz para o processo de ensino e aprendizagem mais um elemento, o seu autor, que passa a “dialogar” com o professor e com o estudante, sobre os saberes matemáticos visados.

Em Brasil (2017), defende-se que o LD é fruto de escolhas sobre o saber a ser estudado, os métodos adotados para favorecer a aprendizagem dos estudantes e a organização curricular ao longo dos anos de escolaridade. Estabelece-se, assim, uma teia de relações que interligam quatro polos: o autor e o livro didático; o professor; o estudante; e a Matemática.

Em Brasil (2018), discutem-se diversas funções dos livros didáticos tanto para os alunos, como para os professores. Dentre elas, destacamos que o livro didático ajuda no planejamento anual do ensino, seja por decisões sobre a condução metodológica, seja pela seleção e distribuição dos conteúdos ao longo de cada ano escolar; auxilia no planejamento e na gestão das aulas, pois traz esclarecimentos dos conteúdos curriculares, propõe atividades, exercícios e trabalhos; favorece a construção dos conhecimentos, assumindo o papel de texto de referência; contribui para a formação didático-pedagógica dos professores; ajuda na avaliação da aprendizagem do aluno. Concordamos com a compreensão do PNLD (BRASIL, 2017), segundo a qual o LD é um importante recurso para o professor, embora não deva ser o único.

Nossa experiência docente como também análises assistemáticas dos documentos curriculares mostravam que os conteúdos em foco na nossa pesquisa são trabalhados desde os anos iniciais até os anos finais do ensino fundamental. Desde a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), está indicado que o comprimento deve ser estudado a partir do ciclo de alfabetização³.

Assim, a questão norteadora dessa dissertação é: Como são abordados o comprimento e o perímetro nos livros didáticos, adotados nas escolas públicas do Brasil, ao longo do Ensino Fundamental (1º ao 9º anos)? Escolhemos, portanto, analisar todo o “percurso” desses saberes, desde o 1º até o 9º ano do ensino fundamental. Para fundamentar o presente trabalho, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático - TAD, desenvolvida por Yves Chevallard e seus colaboradores, uma vez que essa teoria fornece instrumentos potentes para modelizar a

³ Nos PCN os conteúdos são indicados por ciclos e não por anos. Assim, entendemos que o comprimento poderá ser trabalhado desde o 1º ano do ensino fundamental atual, uma vez que o ciclo de alfabetização, no currículo atual corresponde à etapa de 1º ao 3º ano.

atividade matemática e didática proposta em livros didáticos, como mostram pesquisas anteriores tais como Silva (2011) e Santos (2015).

Dentre as pesquisas consultadas, aquela cujo objeto de estudo mais se aproxima do nosso trabalho é o estudo de Silva (2011), que analisou a abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental, sob a ótica da TAD. Embora haja aproximações da pesquisa de Silva (2011) com a nossa, há também especificidades. Primeiramente, com as edições sucessivas do PNLD, pode haver mudanças nos livros didáticos, ao longo dos quase 10 anos que separam as duas pesquisas. Como já foi dito, Silva (2011) investigou só livros didáticos de 6º ano, mas considerou os objetos comprimento, área e perímetro, enquanto em nosso trabalho, analisamos apenas comprimento e perímetro, mas ao longo dos nove anos do ensino fundamental. Não encontramos nenhuma pesquisa anterior à nossa que tenha feito uma análise sistemática dos livros didáticos de matemática, ao mesmo tempo, dos anos iniciais e finais do ensino fundamental, investigando a abordagem desses conceitos.

O texto que segue está estruturado em capítulos e tópicos. Versando sobre a revisão de literatura, em seguida, foi abordado o tratamento dado às grandezas e medidas, procurando destacar especificamente comprimento como uma grandeza geométrica. Posteriormente, são descritos os estudos que compõem o suporte teórico da Teoria Antropológica do Didático de Chevallard, que fundamentam esta pesquisa. Também são enfocadas as características das Organizações Matemáticas - OM, das Organizações Didáticas - OD e da Ecologia do Saber.

Em seguida, serão dedicados aos procedimentos metodológicos, discutindo sobre a pesquisa de caráter documental, as categorias analisadas e os critérios de análise das questões que envolvem os saberes abordados nos livros didáticos. Outro aspecto relevante de observação é como são exploradas as situações ou tarefas nos documentos curriculares oficiais.

Após discorrer sobre os elementos teóricos, o tratamento dado ao bloco de conteúdos grandezas e medidas, os procedimentos metodológicos, o último capítulo refere-se à análise de resultados, expondo todas as características resultantes da análise dos livros, respaldada nas contribuições da TAD.

Finalmente, nas considerações finais dissertamos sobre as análises da pesquisa e seus possíveis desdobramentos. Em sequência apresentam-se as referências, anexos e apêndices.

2 CONSTRUÇÃO DA PROBLEMÁTICA DA PESQUISA

Neste capítulo serão abordados os elementos teóricos desenvolvidos por Yves Chevallard (1991, 1994, 1999) e seus colaboradores, que serão utilizados na pesquisa e alguns aspectos sobre o ensino e a aprendizagem das grandezas e medidas, procurando evidenciar, particularmente, os estudos voltados para a grandeza geométrica comprimento. O capítulo é finalizado com a formulação dos objetivos geral e específicos da pesquisa.

2.1 TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

O termo “transposição didática” foi inicialmente utilizado pelo sociólogo francês Michel Verret⁴ em 1975. Dez anos depois, Yves Chevallard, pesquisador em didática da matemática francesa, publicou a 1ª edição do livro intitulado “Transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné” que é um marco fundamental do processo de teorização dos fenômenos didáticos em torno das transformações pelas quais os saberes passam para se tornarem ensináveis em sala de aula.

Como apresenta Chevallard⁵ (1991, p.39):

Um conteúdo do saber tendo sido designado como saber a ensinar sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O “trabalho” que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino é chamado de transposição didática. (Tradução nossa)⁶.

Nesse processo, os objetos de saber escolhidos precisam ser transformados para se adaptarem às condições de realização do ensino. O primeiro elo da transposição didática é designado Transposição Didática Externa (TDe) e refere-se à passagem do que Chevallard chama de Saber Sábio ao que denomina Saber a ser ensinado. O termo externo indica que o saber a ser ensinado é resultante de processos que ainda estão do lado de fora da sala de aula. O segundo elo, a Transposição Didática Interna (TDi), diz respeito às transformações do saber a ser ensinado ao saber efetivamente ensinado, em sala de aula. Essa transformação do saber é realizada na instituição escola, mais precisamente na sala de aula, pelo professor, no contexto

⁴ VERRET, M. Le Temps d' Etude. Paris: Libraire Honoré Champion. 1975.

⁵ Segunda versão, ampliada, do livro supracitado, cuja primeira edição foi publicada em 1985.

⁶ Un contenu de savoir ayant été désigné comme savoir à enseigner subit dès lors un ensemble de transformations adaptatives qui vont le rendre apte à prendre place parmi les objets d'enseignement. Le « travail » qui d'un objet de savoir à enseigner fait un objet d'enseignement est appelé la transposition didactique.

da relação didática. Daí o termo interno, pois está inserida dentro da sala de aula, no processo do professor ao escolher sua metodologia e na vivência dos conteúdos.

Na TDe são selecionados e organizados os saberes que farão parte do currículo. Esse elo é de responsabilidade do que Chevalard (1991) chama de Noosfera, a qual é uma instituição pensante, invisível, composta por diferentes grupos sociais envolvidos na produção e comunicação de saberes.

Trazendo para o nosso caso, a atenção está voltada para como estão propostos os documentos curriculares, criados pelo Ministério da Educação, Secretarias de Educação, especialistas, técnicos que apresentam os saberes a serem ensinados em programas de conteúdos, livros didáticos, entre outros.

Quanto à TDi, a partir do Saber a ser ensinado, os professores fazem escolhas e realizam novas transformações adaptativas por meio das quais adéquam os objetos de saber às condições mais específicas da sala de aula, produzindo assim o que Chevallard (1991) chama de Saber Ensinado.

O saber efetivamente vivenciado em sala de aula pelo professor, é assim fruto de um processo que o torna adequado às possibilidades cognitivas dos alunos, passível de ser melhor compreendido pelos alunos e apresentando de acordo com a sua realidade circundante.

Chevallard (1991) parte do pressuposto de que o ensino de um determinado elemento do saber só será possível se esse elemento sofrer certas “deformações” para que esteja apto a ser ensinado, pois as condições e exigências que pesam sobre a produção dos saberes e sobre seu ensino são diferentes. O saber sábio, o saber a ser ensinado e o saber ensinado se inter-relacionam, mas não se sobrepõem.

No caso do comprimento e do perímetro, como já destacamos na introdução, esses objetos de saber são usados nas mais diversas práticas sociais e foram em algum momento da história sistematizados pelos matemáticos. Cabe então questionar o que se espera que seja ensinado sobre comprimento e perímetro atualmente no ensino fundamental brasileiro? Quando esses objetos de saber devem ser ensinados, de acordo com os documentos oficiais de orientação curricular? Entretanto, as condições e restrições que pesam sobre esses saberes são distintas nessas diferentes situações. Quando são elaborados os referenciais curriculares de certa sociedade e quando são produzidos livros didáticos, são feitas escolhas sobre o que ensinar como ensinar e quando ensinar.

Nosso foco é sobre o fruto da Transposição didática externa, ou seja, o saber a ser ensinado ao longo do ensino fundamental brasileiro atual, sobre comprimento e perímetro.

2.2 ELEMENTOS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Ampliando a Transposição Didática, Chevallard e seus colaboradores desenvolveram a partir da década de 1990 a Teoria Antropológica do Didático. Segundo Chevallard (1999, p.1), essa teoria estuda o homem perante o saber matemático, e mais especificamente, perante situações matemáticas. Um motivo para utilização do termo “antropológico” é que a Teoria Antropológica do Didático (TAD) situa a atividade matemática e, em consequência, o estudo da matemática dentro do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais.

A TAD considera como elementos primitivos as Instituições (I), os Indivíduos (X) e os Objetos (O) e, portanto não são explicitamente definidos. O termo objeto é mais geral que os demais, pois as instituições e os indivíduos também são considerados na teoria como tipos particulares de objetos. Os indivíduos tornam-se sujeitos das instituições e ocupam posições específicas nas instituições. No caso de nossa pesquisa, as instituições consideradas são as classes de 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental (mais especificamente o ensino de matemática das mesmas) e os objetos de saber em foco são comprimento e perímetro. Os sujeitos são alunos hipotéticos, usuários dos livros didáticos que serão analisados.

As Relações Pessoais ($R(X, O)$) e as Relações Institucionais ($RI(O)$) também são noções básicas dessa teoria.

Dados um objeto (por exemplo, um objeto de saber) e uma instituição, a noção de relação diz respeito às práticas sociais que se realizam na instituição e que põem em jogo o objeto em questão, ou seja, “o que se faz na instituição com este objeto” (BOSCH ; CHEVALLARD, 1999, p. 80. Tradução nossa)⁷.

Dessa forma, do ponto de vista da TAD, estamos interessados na relação institucional com os objetos comprimento e perímetro, tomando como instituições o ensino de matemática do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental brasileiro.

Chevallard (1999) afirma que a TAD foi inicialmente construída como uma teoria cujo objetivo consiste em controlar os problemas da difusão de conhecimentos e de saberes

⁷ Étant donné un objet (par exemple un objet de savoir) et une institution, la notion de rapport renvoie aux pratiques sociales qui se réalisent dans l’institution et qui mettent en jeu l’objet en question, soit donc à « ce qui se fait dans l’institution avec cet objet ».

quaisquer, compreendidos em suas especificidades. O estudo das relações institucionais com os objetos de saber é feito por meio da modelização de praxeologias, o que será discutido no próximo tópico.

2.2.1 Praxeologia Matemática

A palavra praxeologia deriva do grego *práxis* e *logos*, que remete, respectivamente, à prática e à razão, ou seja, ao saber fazer e ao saber.

Uma parte da teorização da TAD consiste do desenvolvimento da noção de organização praxeológica ou praxeologia composta de quatro elementos: tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria. A noção de praxeologia permite modelizar as práticas sociais em geral e, em particular, as atividades matemáticas, baseando-se em três postulados:

1. Toda prática institucional pode ser analisada, sob diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas.
2. O cumprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica.
3. O terceiro postulado a ser enunciado refere-se à ecologia das tarefas: A ecologia das tarefas, quer dizer, as condições e restrições que permitem sua produção e sua utilização nas instituições. (ALMOULOUD, 2007, p. 114-115-116).

O bloco do saber-fazer é composto pela junção do tipo de tarefa com a técnica. A noção de tipo de tarefa supõe um objeto relativamente preciso, por exemplo: calcular o perímetro de um paralelogramo. Um exemplo de tarefa desse tipo é “calcular o perímetro de um paralelogramo cujos lados adjacentes medem 7 cm e 5 cm”. Uma técnica possível para cumprir tarefas desse tipo consiste em adicionar os comprimentos de dois lados adjacentes e multiplicar essa soma por dois. A técnica é o modo por meio do qual as tarefas de certo tipo são cumpridas.

Se usarmos somente um verbo (“calcular”, por exemplo), não se trata de um tipo de tarefa, pois, não explicita o que deve ser calculado. Ao longo do Ensino Fundamental, nas aulas de matemática, os alunos são confrontados a diversos tipos de tarefas nos quais se trata de calcular: “calcular a soma de duas frações”, “calcular o produto de dois números decimais”, “calcular as raízes de uma função polinomial de segundo grau”, “calcular o valor da hipotenusa de um triângulo retângulo, dados os comprimentos dos catetos” entre muitos outros. Nos termos da TAD, diz-se que “calcular” representa um gênero de tarefa. Observa-se

que uma tarefa é problemática quando a técnica não é dominada por um sujeito para resolvê-la.

O bloco logos, composto pela tecnologia e a teoria, designa o saber. A tecnologia pretende justificar e esclarecer as técnicas, tornar o tipo de tarefa compreensível como também explicar a(s) sua(s) técnica(s). Ela também tem a importante função de trazer elementos para modificar a técnica e ampliar seu alcance, superando suas limitações e permitindo em alguns casos, a produção de uma nova técnica. Por fim, a teoria é o discurso amplo que tem como função interpretar e justificar a tecnologia.

Bosch e Chevallard (1999) destacam que o “como resolver a tarefa” é o motor gerador de uma praxeologia: é preciso ter (ou construir) uma técnica, que deve ser justificada por uma tecnologia, a qual, por sua vez, precisa ser justificada por uma teoria. A palavra técnica diz respeito a um processo estruturado e metódico, às vezes com formulações matemáticas, que é um caso muito particular de técnica.

Segundo Chevallard (1999), na TAD um dos interesses é caracterizar as praxeologias matemáticas existentes nas instituições escolares e investigar suas condições de existência e de evolução. A TAD também proporciona “instrumentos para investigar e modelar a atividade matemática sendo um instrumento poderoso para análise” (ALMOULOU, 2007, p 111), por exemplo, de livros didáticos.

Segundo Chevallard (1999), uma OM pode ser classificada em uma das quatro categorias:

- Praxeologia pontual $[T, \tau, \theta, \Theta]$
- Praxeologia local $[T_l, \tau_l, \theta, \Theta]$
- Praxeologia regional $[T_{l\varphi}, \tau_{l\varphi}, \theta\varphi, \Theta]$
- Praxeologia global $[T_{l\varphi\kappa}, \tau_{l\varphi\kappa}, \theta\varphi\kappa, \Theta\kappa]$.

Uma praxeologia é pontual se diz respeito a um único tipo de tarefa com uma única técnica. Uma praxeologia é local se reúne vários tipos de tarefas com várias técnicas, tendo em comum o mesmo bloco tecnológico-teórico. Assim, a passagem de uma praxeologia pontual a uma praxeologia local põe em evidência a tecnologia. Já no caso de uma praxeologia regional, tem-se diferentes tecnologias, vinculadas a uma mesma teoria, que permitem construir e justificar várias técnicas associadas a diversos tipos de tarefas. Portanto, a passagem de uma praxeologia local para uma praxeologia regional colocará em primeiro

plano a teoria. Por fim, a agregação de diferentes organizações regionais associadas a diversas teorias compõe uma praxeologia global.

2.2.2 Praxeologia Didática

Em concordância com Chevallard (1999), as Praxeologias Didáticas ou Organizações Didáticas (OD) são respostas a questões do tipo: como realizar o estudo dos objetos comprimento e perímetro nos Livros Didáticos?

Segundo Farias (2008), as praxeologias didáticas estão relacionadas com as possibilidades de ação, ou seja, as diversas maneiras de organizar o processo de ensino e de aprendizagem da matemática em uma instituição. Assim, entendemos que esse processo não está limitado à atuação do professor em sala de aula, mas também inclui o livro didático. Pode-se modelizar a organização didática proposta por um livro didático, a partir da maneira como o ensino de determinado objeto de saber é estruturado.

A TAD permite modelizar as praxeologias didáticas preconizadas pela instituição, implementadas pelo LD ou ainda aquelas efetivamente realizadas em sala de aula. Chevallard (1999) propõe estudar as organizações didáticas interrogando a maneira como elas se encarregam de certas funções didáticas, as quais são chamadas na TAD de momentos didáticos (porque em algum momento essa função deve ser assegurada). O autor diferencia o desenvolvimento de uma OD em seis momentos, sendo que a ordem de apresentação não corresponde necessariamente à ordem cronológica. Inclusive esses momentos podem ser vivenciados em vários episódios. Os seis momentos do processo de estudo de uma organização matemática são esses listados abaixo.

O *primeiro momento* é o do primeiro encontro com o tipo de tarefa T, ou seja, com a organização do objeto em estudo. Este momento pode acontecer de várias maneiras, de modo a encontrar, por meio do tipo de tarefa T, pertencente ao objeto de estudo O. Este é o momento em que o aluno tem o primeiro contato com um tipo de tarefa, podendo ainda acontecer várias vezes, em função do ambiente matemático e didático em que a tarefa se produz, pois o conteúdo matemático pode aparecer em diferentes etapas do ensino, no mesmo ano ou em anos diferentes.

O *segundo momento* é o da exploração dos tipos de tarefa (T) e da elaboração de uma técnica associada. É o momento em que o aluno explora tarefas pertencentes ao tipo de tarefa

e, com isso, pode produzir ou reproduzir pelo menos uma técnica para resolver esse tipo de tarefa.

O *terceiro momento* de estudo é o da constituição do entorno tecnológico teórico, ou seja, o momento da criação ou identificação do bloco tecnológico teórico. Neste momento, a técnica é empenhada com o intuito de se perceber sua extensão, validade, e precisão. Trata-se de construir um discurso tecnológico que justifique e esclareça porque a técnica pode ser usada para resolver um tipo de tarefa.

O *quarto momento* é o momento do trabalho da organização praxeológica criada ou ainda em processo de criação, no qual são trabalhados os elementos praxeológicos elaborados para assegurar que eles serão melhorados, em particular o domínio da técnica elaborada. Nesse momento é desenvolvido o discurso tecnológico e teórico que fundamenta a utilização da(s) técnica(s) desenvolvida(s) no momento anterior.

O *quinto momento* é o da institucionalização, que tem por objeto precisar o que é exatamente a organização matemática elaborada. Neste momento, os objetos estudados são institucionalizados, passam do aspecto informal para o formal, de acordo com a instituição que respalda os objetos em estudo.

O *sexto momento* é o da avaliação, que se articula com o momento da institucionalização. Na prática, esse é o momento de reflexão para examinar o que se queria ensinar e o que foi aprendido. Podemos dizer que o momento da avaliação permite avaliar o que quer a organização matemática em estudo e também se as competências foram desenvolvidas.

No nosso caso, interrogamos de que maneira, na proposta dos livros didáticos de 1º ao 9º ano do ensino fundamental são conduzidos os momentos didáticos relativos ao estudo de comprimento e perímetro.

Assim, em conformidade com Chevallard (1999), pretendemos, por meio da organização didática, analisar o modo como é apresentada e estruturada a praxeologia matemática relativa a comprimento e perímetro em Livros Didáticos de 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

2.2.3 Ecologia do Saber

Chevallard (1994) e seus colaboradores têm nos apresentado importantes métodos para analisar a ecologia do funcionamento dos sistemas didáticos que ocorrem no ambiente das instituições de ensino.

A palavra ecologia deriva da palavra grega *oikos*, que significa “casa” ou “lugar onde se vive”. Em sentido literal, a ecologia é o estudo dos organismos “em sua casa”. A ecologia define-se usualmente como o estudo das relações dos organismos ou grupos de organismos com o seu ambiente, ou a ciência das inter-relações que ligam os organismos vivos ao seu ambiente. (ODUM, 2001, p. 04).

Ecologia de saberes é baseada em ideias oriundas da ecologia, em termos de organismos, como por exemplo, as noções de habitat e de nicho. De acordo com CHEVALLARD (1994), *habitat* é o lugar de vida, o endereço de residência da organização, ambiente conceitual de um objeto do saber e *nicho* ecológico é a função que o organismo realiza, ou seja, o lugar funcional ocupado pelo objeto do saber no sistema.

Esse ponto de vista ressalta o aspecto ecológico relativo a um objeto O, quer dizer, o aspecto do questionamento da existência real ou da inexistência desse objeto na instituição onde vive uma dada organização matemática. Essa dimensão ecológica nos permite questionar, entre outros aspectos, que lugar os objetos comprimento e perímetro ocupam no ensino de matemática de 1º ao 9º anos e que funções esses objetos cumprem? Quando comprimento e perímetro são tomados como objeto de estudo e quando servem de instrumento para o trabalho de outros conceitos? Qual o papel que comprimento e perímetro desempenham nas distintas atividades (Matemáticas e não Matemáticas)?

Para entender as dificuldades dos alunos na aprendizagem de uma noção, não basta estudar os aspectos cognitivos da aprendizagem. Tem que perguntar qual o papel que desempenha essa noção nas distintas atividades (Matemáticas e não Matemáticas) que devem aprender os alunos e a maneira como chegar a “entrar” nas atividades guiadas pelos professores (ou pela “instituição de ensino”). Porém tem que ir mais além e indagar porque esta noção faz parte do saber a ensinar na escola, em que contextos e problemáticas se inscreve inicialmente, e o porquê desta inscrição. (BOSCH; GASCON, 2007, p.392)⁸.

⁸ Para entender las dificultades de los alumnos en el aprendizaje de una noción, no basta con estudiar los aspectos cognitivos del aprendizaje. Hay que preguntarse el papel que desempeña esta noción en las distintas actividades (Matemáticas y no-Matemáticas) que deben aprender los alumnos y la manera cómo se les ha hecho “entrar” en estas actividades guiados por los profesores (o por la “institución enseñante”). Pero hay que ir más allá e indagar por qué esta noción forma parte del saber a enseñar en la escuela, en qué contextos y problemáticas se la inscribe inicialmente, y el porqué de esta inscripción. (BOSCH; GASCON, 2007, p.392).

Buscando encontrar respostas à vida, às condições e restrições por onde passam os saberes comprimento e perímetro, ao ser transposto pela Noosfera tornando-se saber a ser ensinado, no ambiente de instituições educacionais, referencial curricular e livros didáticos, que pretendemos estudar a ecologia institucional das praxeologias matemáticas e didáticas dos referidos saberes.

2.3 GRANDEZAS E MEDIDAS

Serão abordados, neste tópico, alguns aspectos das grandezas e medidas envolvendo, particularmente, a abordagem da grandeza geométrica comprimento e do conceito de perímetro em pesquisas de educação matemática.

2.3.1 Um modelo didático para o ensino de comprimento e perímetro

O referencial teórico utilizado neste trabalho para o estudo do comprimento são as pesquisas de Régine Douady e Marie Jeanne Perrin-Glorian (1989) na abordagem da área de figuras planas. Segundo essas pesquisadoras, é preciso distinguir e articular três domínios básicos: o geométrico, o das grandezas e o das medidas. Na nossa investigação esse modelo de organização conceitual é utilizado para discutir o ensino e a aprendizagem de outra grandeza geométrica, o comprimento.

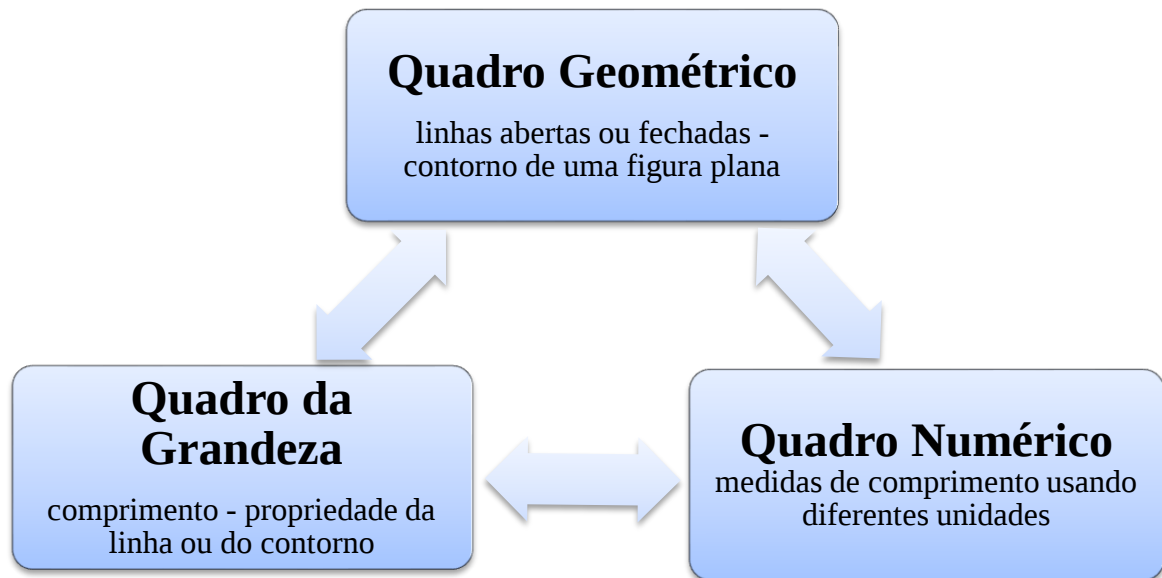
Pesquisas anteriores à nossa, como Perrot et al. (1998), Barbosa (2002, 2007), Bellemain e Lima (2002), Brito (2003), Teixeira (2004), Lima e Bellemain (2010), Silva (2011), Anwandter-Cuellar (2012), Bellemain (2015) já haviam adaptado o modelo proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) ao comprimento e/ou ao volume.

Considerando simultaneamente o comprimento e a área, Perrot *et al*, (1998) explicam:

O quadro geométrico, constituído pelas linhas e superfícies. O quadro das grandezas, comprimentos e áreas: com processos de comparação bem escolhidos, nem sempre numéricos, se pode realizar classes de equivalências de linhas, de superfícies; com processos operatórios adequados sobre linhas, superfícies, se pode induzir uma lei interna sobre as grandezas. O quadro numérico, consistindo nas medidas do comprimento das linhas e da área das superfícies, que pertencem ao conjunto de números reais não negativos: linhas ou superfícies pertencendo a mesma classe, tendo a mesma grandeza, têm também a mesma medida, qualquer que seja a unidade escolhida (PERROT *et al*, 1998, apud TEIXEIRA, 2004, p.56).

Baseando-se no modelo didático de Douady e Perrin-Glorian (1989), Barbosa (2007) propõe o diagrama a seguir, relativo ao comprimento:

FIGURA 1 - Ilustração da articulação de um modelo didático

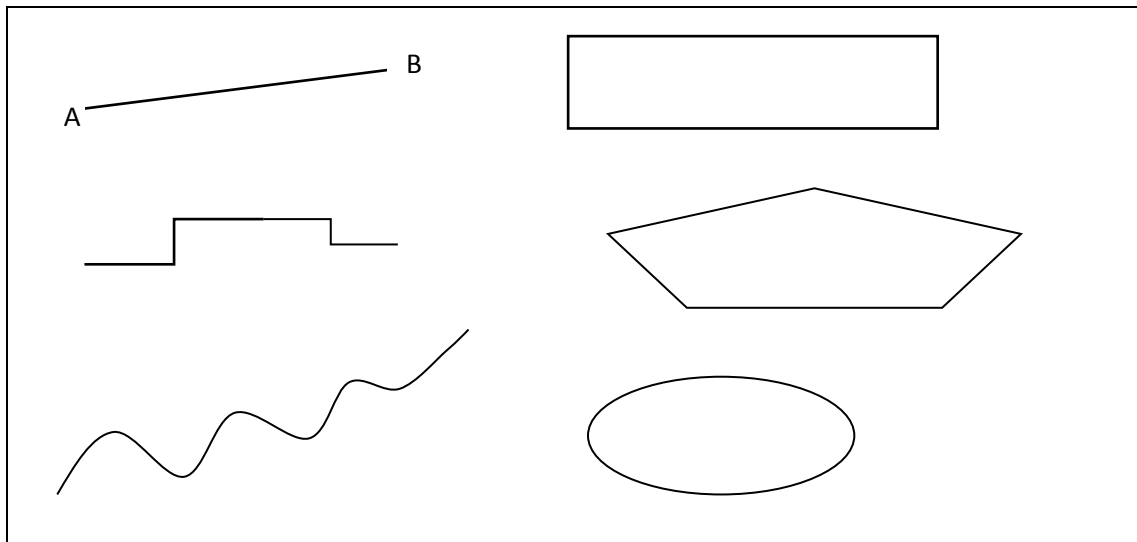


Fonte: Barbosa (2007)

Esse esquema mostra alguns dos principais componentes para investigar o ensino e a aprendizagem de comprimento e perímetro. No quadro geométrico, estão as linhas abertas e as linhas fechadas (que são contornos de figuras planas). O comprimento é uma grandeza, uma propriedade das linhas (sejam elas linhas abertas ou contornos de figuras). Já o quadro numérico é composto das medidas de comprimento usando diferentes unidades. O objeto que permite passar do quadro das grandezas para o quadro numérico é a unidade de medida e o objeto que permite passar do quadro geométrico para o das grandezas é a relação de equivalência “ter mesmo comprimento”.

Seguem-se alguns exemplos de objetos do quadro geométrico considerados nesse modelo didático.

FIGURA 2 – Linhas Abertas e Fechadas



Fonte: acervo da pesquisa

Podem-se considerar segmentos, linhas poligonais (abertas ou fechadas), mas também linhas curvas (abertas ou fechadas). Além desses, a distância entre dois pontos também é estudada e corresponde, na geometria euclidiana, ao comprimento do segmento que tem esses dois pontos como extremidades. Em consonância com a Figura 02, Lima e Bellemain (2010) apresentam uma explicação para o comprimento de linhas ou curvas fechadas:

O comprimento de uma curva fechada é o que chamamos o seu perímetro. As curvas fechadas que estudamos na escola delimitam uma região plana que é o seu interior. Em geral, dizemos que tal curva é o contorno da região. Assim, podemos também dizer que o perímetro é o comprimento do contorno de uma região. Mas é preciso cautela: o perímetro não é o próprio contorno, mas o seu comprimento. De fato, diferentes contornos podem ter o mesmo comprimento. Na linguagem usual, no entanto, tal distinção não é feita e emprega-se o termo 'perímetro' para designar o contorno de uma região e até mesmo uma região (LIMA; BELLEMAIN 2010, p.186-187).

Ainda se ouve que o perímetro é a soma das medidas de todos os lados de uma figura. Temos várias restrições a essa visão. Primeiro porque ao tratar-se de uma figura não poligonal, a qual não tem lados, não seria possível falar de perímetro. Relacionar o perímetro com os lados de uma figura leva a considerar apenas um domínio de validade restrito aos polígonos. Além disso, no modelo adotado nessa pesquisa, as medidas são números, enquanto que o perímetro é um comprimento, ou seja, uma grandeza.

Destacamos que linhas e superfícies são objetos geométricos, comprimentos e áreas são grandezas e as medidas são números que se obtém ao buscar responder à questão: quantas vezes a unidade “cabe” na grandeza medida.

Caraça (1984) nos diz que medir envolve comparar, bem como a medição exige que se saiba somar duas grandezas de mesma espécie ou dois valores relacionados a uma mesma grandeza. Com estas proposições, Caraça afirma que no problema da medição existem três fases com características distintas: a escolha da unidade; a comparação com a unidade; e a expressão numérica que é o resultado dessa comparação por um número. O aspecto quantitativo somente surge quando é indagado “quantas” vezes é mais comprido, “quantas” vezes cabe, assim a necessidade de resposta é um número, que será obtido através do uso de algum instrumento comparativo.

A medição de comprimentos, distâncias e perímetros está presente em várias atividades práticas das sociedades e envolve, mesmo que implicitamente: a escolha da grandeza e da unidade de medida, a escolha do instrumento de medição e a produção da medida da grandeza.

Textos de história da matemática como Boyer (1996), Eves (1997) e Ifrah (1997) argumentam que o homem desde os tempos primitivos sentiu a necessidade de medir coisas. Para realizar medições de comprimentos e de distâncias utilizou instrumentos, como por exemplo, cordas e varas. As unidades eram inicialmente baseadas em medidas antropométricas, ou seja, tomavam-se partes do seu próprio corpo como padrões, por exemplo: o comprimento do pé, da palma, da passada, a largura da mão, a grossura do dedo, entre outras. Unidades como a polegada, o palmo, o pé, o passo e tantas outras, são utilizadas de maneira mais ou menos formal até hoje. Entretanto, esses tipos de unidades causavam muita confusão, pois cada pessoa tem um tamanho diferente de mão, pé, passo. Em certo momento, as referências eram as medidas dos reis, mas mesmo assim, os padrões variavam de um grupo social para outro.

Em sua pesquisa, Pozebon e Lopes (2013) destacam que em toda a Europa desde a Antiguidade o ato de medir era intuitivo, os outros padrões criados não conseguiram uma propagação de uma utilização universal e homogênea, o que continuava causando confusões, erros de interpretação e desonestidade de muitos. As autoras ainda apontam para o fato de que entre as civilizações que mantinham maior contato, a padronização fazia-se necessária. Assim, em 1790, os franceses criaram o sistema métrico justamente no momento em que o

país enfrentava a Revolução Francesa, e estava tentando recomeçar sua vida econômica e social.

O metro foi estabelecido, inicialmente, igual a um décimo milionésimo da distância entre o Pólo Norte e o Equador, sobre um meridiano. Mas os instrumentos de precisão do século XVIII não eram tão perfeitos quanto os de hoje e, de alguma maneira, foi cometido um erro na medida. Quando os cientistas descobriram este erro, o comprimento do metro já estava tão difundido que permaneceu sem correção (BENDICK, 1965, p. 132-133).

Outro fator existente é que o desenvolvimento científico e tecnológico do século atual exige maneiras mais precisas possíveis de definir unidades, aperfeiçoar as medidas já determinadas e estabelecer padrões para grandezas. Assim, Pereira *et al.*, (1987) apresentam que em 1960, na XI Conferência Internacional de Pesos e Medidas foi adotado o Sistema Internacional de Unidades – SI, no qual unidades como o metro e o segundo foram redefinidos e as grandezas fundamentais foram estabelecidas: Comprimento, Área⁹, Volume, Capacidade, Massa, Tempo, Intensidade, Eletricidade, Temperatura e Intensidade Luminosa.

Dessa forma, o Sistema Internacional de Unidades define o símbolo e a unidade padronizada para cada grandeza a ser medida.

Então, foi assim que foram estabelecidas unidades padrão de comprimento normalmente conhecidas: quilômetro, hectômetro, decâmetro, metro, decímetro, centímetro e milímetro. Que são representadas, simbolicamente por km, hm, dam, m, dm, cm e mm, respectivamente. De acordo com os dados do Sistema Internacional de Unidades – SI, a unidade básica do comprimento é o metro.

São utilizados diferentes instrumentos para medição de grandes e pequenas quantidades. Para grandes comprimentos, como a extensão de ruas e estradas, distâncias entre cidades, usamos o quilômetro (km). Para medir o comprimento da moldura de um retrato, de uma régua, da circunferência de uma lâmpada, por exemplo, usamos o centímetro, que simbolicamente, é representado por cm.

Pesquisas anteriores sobre o ensino e a aprendizagem de comprimento e perímetro indicam erros persistentes.

Câmara dos Santos (1999) verificou em sua pesquisa, os efeitos de uma sequência didática para a construção do conceito de perímetro com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, na qual esses alunos só associavam o perímetro às figuras poligonais,

⁹ No nosso modelo de estudos defendemos que a superfície é o objeto geométrico, enquanto que a área é a grandeza.

apresentando dificuldades em encontrar o perímetro das figuras não poligonais. Outra dificuldade observada por esse pesquisador foi em considerar a existência de grandezas em situações que não envolviam números.

Em sua pesquisa, Teixeira (2004), investigou as concepções de estudantes de pedagogia sobre comprimento e perímetro. A autora mostrou que os estudantes, dependendo da atividade, apresentavam concepções diferenciadas, ora situadas no quadro das grandezas, ora no quadro geométrico, sendo esta última marcante nas atividades que envolviam figuras fechadas. Ainda foi observado que a inclusão do termo perímetro causou certa desestabilização em alguns alunos, que passaram a comparar as figuras pela forma e não mais por seus comprimentos, levando a conclusões e propostas de novas investigações visando a um aprofundamento nas questões referentes às concepções de alunos sobre os conceitos de comprimento e perímetro.

Na dissertação de Barbosa (2002) constatam-se dificuldades nos alunos do 5º ano quando realizam comparação de comprimentos de caminhos fechados, por não terem claros os conceitos de contorno e perímetro. Em sua tese, Barbosa (2007) continuou seu estudo com a grandeza comprimento, investigando por meio de uma sequência de atividades os eventos de visualização intitulados efeitos visuais a partir de comparações de comprimentos entre pares de caminhos abertos. Foi apontado que ao comparar comprimentos entre linhas abertas, os alunos evocam conhecimentos inspirados por fenômenos visuais.

Brito (2003) objetivou investigar os conhecimentos-em-ação, mobilizados por alunos do 2º ciclo do ensino fundamental, na resolução de problemas envolvendo a grandeza comprimento. Foi verificado que na comparação entre figura ou objeto com contornos iguais, houve dificuldade dos alunos do 5º ano em fazer a dissociação entre contorno e a forma da figura. As pesquisas de Barbosa (2002) e Brito (2003) mostram a importância da comparação sem medida na construção do conceito de comprimento por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental.

A pesquisa de Pessoa (2010) teve como foco principal diagnosticar as técnicas utilizadas para determinar a área de figuras planas em malha quadriculada, por alunos 6º ano do Ensino Fundamental. Percebeu-se que grande parte dos alunos apresentam dificuldades em dissociar perímetro e área, ainda que o tipo de tarefa fosse calcular área de figuras planas, eles determinavam o perímetro.

Lima e Bellemain (2010) destacam que o desempenho insatisfatório dos alunos nas questões de grandezas e medidas observado em diferentes países, o que os leva a inferir que

algumas dificuldades no ensino e na aprendizagem desse campo não dizem respeito apenas a fatores ligados ao contexto educacional, mas também à complexidade dos conceitos envolvidos.

Por outro lado, a maneira como o ensino aborda as grandezas e medidas, pode reforçar as dificuldades ou contribuir para sua superação. Em especial, de acordo com o modelo de referência que adotamos, é desejável que haja distinção entre o comprimento e os objetos geométricos, entre o comprimento e suas medidas (obtidas mediante a escolha de unidade de comprimento), bem como entre o comprimento e a área.

No tópico seguinte, vamos discutir especificamente estudos sobre a abordagem de grandezas geométricas em livros didáticos.

2.3.2 Estudos sobre Grandezas Geométricas nos Livros Didáticos

Vamos destacar neste tópico, apenas aquelas que focam na análise de Livro Didático à luz da Teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Yves Chevallard (1991, 1999) e seus colaboradores.

Bittar (2017) discute os aportes da Teoria Antropológica do Didático para investigações sobre análise de livros didáticos. A autora apresenta um desenho metodológico que permite modelizar a atividade matemática presente em um livro didático e que leva em consideração variáveis fundamentais para tal estudo, como a instituição e o indivíduo.

Silva (2011) em sua dissertação analisa, sob a ótica da TAD, a abordagem dos conceitos de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental aprovados pelo PNLD/2008 e 2011. Esse autor identifica doze tipos de tarefas relativas a comprimento e sete tipos de tarefas no trabalho com perímetro.

Os tipos de tarefa sobre comprimento elencados por Silva (2011) são:

- T1: Medir o comprimento;
- T2: Comparar comprimentos;
- T3: Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento;
- T4: Ler uma medida de comprimento;
- T5: Escolher a unidade de medida;
- T6: Escolher um instrumento de medida;
- T7: Escrever diferentes expressões de um comprimento;
- T8: Associar a unidade de medida de comprimento;
- T9: Estimar a medida de comprimento;

T10: Efetuar operações envolvendo as medidas de comprimento;

T11: Listar unidades de medida;

T12: Identificar a unidade de medida. (SILVA, 2011, p. 69)

E os tipos de tarefa em torno do perímetro são:

T1: Calcular o perímetro de figuras planas;

T2: Calcular o comprimento de um lado de um polígono;

T3: Determinar o perímetro de uma figura poligonal construída numa malha;

T4: Determinar o perímetro de uma figura poligonal conhecendo o comprimento;

T5: Determinar o perímetro de uma figura poligonal a partir da composição de figuras poligonais idênticas;

T6: Comparar o perímetro de duas ou mais figuras planas;

T7: Construir figuras planas; (SILVA, 2011, p. 91).

Os tipos de tarefas predominantes são a conversão de unidade de comprimento, o cálculo do perímetro e o cálculo de área de figuras planas. De acordo com Silva (2011), a ênfase nas grandezas geométricas nos Livros Didáticos do 6º ano analisados é insuficiente, e os aspectos destacados são, sobretudo, numéricos.

Bellemain (2015) analisou o ensino de comprimento de acordo com documentos de orientação curricular de abrangência nacional e uma coleção de Livros de Didáticos para o ciclo de alfabetização (1º ao 3º anos). Observou que o comprimento é abordado no ciclo de alfabetização como parte do domínio das Grandezas e Medidas. Verificou convergências e diferenças entre o que os referenciais curriculares preconizam e o que os LD propõem. Os tipos de tarefa “comparar comprimentos”, “medir comprimentos”, “estimar comprimentos”, “identificar as unidades de medida mais adequadas para uma situação” estão presentes tanto nos documentos de orientação curricular como nos livros didáticos analisados. Outros tipos de tarefa foram encontrados nos livros, mas não aparecem explicitamente nos documentos oficiais, como é o caso de “traçar um segmento de mesmo comprimento que um segmento dado” ou “converter unidades de medida de comprimento”, mas, que isto não deve ser considerado necessariamente como um fator negativo. No que diz respeito à ênfase dada ao uso de unidades e instrumentos convencionais, se afasta do preconizado nas orientações curriculares.

Santos (2015) fez uma Análise Praxeológica do conceito de perímetro em uma coleção 6º ao 9º anos de livros didáticos de matemática, tendo os seguintes tipos de tarefas “T₁: Calcular a medida do perímetro de figuras planas; T₂: Determinar o valor de uma grandeza, dada a medida do perímetro; T₃: Associar uma figura poligonal a uma expressão algébrica que

representa seu perímetro conhecendo a medida de seus lados e T₄: Determinar a medida do perímetro e da área simultaneamente de uma figura poligonal”. A autora defende que somente as questões propostas na coleção não são suficientes para que cumpram seu papel nos documentos curriculares oficiais, apresentando de forma não sistematizada o conteúdo proposto.

Diante do que foi abordado nas pesquisas de Silva (2011), Bellemain (2015) e Santos (2015), podemos traçar que tipos de tarefas podem ser encontrados ao longo da análise dos livros, baseando-se nessas pesquisas realizadas anteriormente.

Referentes a comprimento:

Medir o comprimento; Comparar comprimentos; Converter unidades de comprimento; Ler uma medida de comprimento; Escrever diferentes expressões de um comprimento; Associar a unidade de medida de comprimento; Estimar a medida de comprimento; Efetuar operações envolvendo as medidas de comprimento; Identificar a unidade de medida mais adequada; Traçar um segmento de mesmo comprimento que um segmento dado.

Referentes a perímetro:

Calcular o perímetro de figuras planas; Calcular o comprimento de um lado de um polígono; Determinar o perímetro de uma figura poligonal construída numa malha; Determinar o perímetro de uma figura poligonal conhecendo o comprimento; Determinar o perímetro de uma figura poligonal a partir da composição de figuras poligonais idênticas; Comparar o perímetro de duas ou mais figuras planas; Construir figuras planas;

2.4 OBJETIVOS DA PESQUISA

2.4.1 Objetivo Geral

- Investigar a abordagem de comprimento e perímetro em livros didáticos de matemática do 1º ao 9º anos do Ensino Fundamental, sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático.

2.4.2 Objetivos Específicos

- Caracterizar as praxeologias matemáticas relativas aos objetos comprimento e perímetro em livros didáticos do 1º ao 9º anos do Ensino Fundamental.

- Analisar as praxeologias didáticas relativas aos objetos comprimento e perímetro nos livros didáticos do 1º ao 9º anos do Ensino Fundamental.
- Identificar conexões dos objetos comprimento e perímetro com outros objetos matemáticos e não matemáticos nos livros didáticos do 1º ao 9º anos do Ensino Fundamental.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo são explicitadas e justificadas as principais escolhas metodológicas feitas no desenvolvimento da pesquisa. Especificamente trata-se de uma pesquisa documental, na qual o foco são os Livros Didáticos.

Entretanto, na elaboração dos critérios de análise, consideramos importante observar o que é preconizado em documentos de orientação curricular em vigor, no momento em que os livros didáticos analisados foram produzidos.

Por isso analisamos documentos curriculares oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997) o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil – RECNEI (BRASIL, 1998) e os Guias de Livros Didáticos do PNLD (BRASIL, 2015; BRASIL, 2016) referentes aos livros didáticos utilizados no ensino fundamental durante a realização dessa pesquisa. Essa escolha se justifica pelo fato de as editoras dos LD se apoiarem no PCN, para elaboração dos mesmos e porque documentos posteriores (como a Base Nacional Comum Curricular) não serviram de referência para a elaboração dos livros didáticos em uso. Além disso, no momento da publicação dos PCN e do RCNEI o ensino fundamental tinha apenas 8 anos e atualmente, o 1º ano do ensino fundamental corresponde ao último ano da Educação Infantil no final dos anos 1990.

Como no Brasil há vários níveis de decisão curricular, escolhemos também analisar um documento de orientação curricular estadual - os Parâmetros Curriculares de Matemática do Estado de Pernambuco – PCPE (PERNAMBUCO, 2012), no qual são formuladas expectativas de aprendizagem para os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental.

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) tem como objetivo predominante auxiliar o trabalho pedagógico dos professores por meio da avaliação e distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da educação básica. Após a análise das obras, o Ministério da Educação (MEC) publica o Guia de Livros Didáticos com resenhas das coleções consideradas aptas. O guia é encaminhado às escolas que escolhem, entre os títulos disponíveis, aqueles que melhor atendem ao seu projeto político pedagógico.

Art. 2º São objetivos dos programas de material didático:

- I - melhoria do processo de ensino e aprendizagem nas escolas públicas, com a consequente melhoria da qualidade da educação;
- II - garantia de padrão de qualidade do material de apoio à prática educativa utilizado nas escolas públicas;
- III - democratização do acesso às fontes de informação e cultura;
- IV - fomento à leitura e o estímulo à atitude investigativa dos alunos; e

V - apoio à atualização e ao desenvolvimento profissional do professor (BRASIL, 2010).

Com isso, pode-se observar a importância do LD como subsídio para a construção da aprendizagem. Dentre esses aspectos, sabe-se que os Livros Didáticos chegam nas salas de aula com conteúdos ainda em meio ao processo da Transposição Didática, procura-se caracterizar, como os LD apresentam as questões especificamente tratando-se do conceito de comprimento e perímetro.

Os livros didáticos são utilizados em ciclos de três anos. As obras inscritas e aprovadas no PNLD 2016 (BRASIL, 2015) e 2017 (BRASIL, 2016) destinam-se aos anos iniciais e finais do ensino fundamental, respectivamente.

3.2 A COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), voltado à avaliação e distribuição de LD aos estudantes das redes públicas de ensino brasileiras, adota como as principais funções do livro didático para os alunos: favorecer a construção de conhecimentos socialmente relevantes; propiciar o desenvolvimento de competências cognitivas que contribuam para aumentar a autonomia dos estudantes; consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos adquiridos; contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania (BRASIL, 1998), entre outras funções que auxiliam no desempenho do uso do livro.

O Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) é responsável pela operacionalização dos Programas do Livro Didático. De acordo com Brasil (2018), na execução dos programas cabe à autarquia:

- I - organizar e apoiar a inscrição de obras e dos titulares de direito autoral ou de edição;
- II - analisar a documentação e proceder à habilitação dos titulares de direito autoral ou de edição;
- III - realizar a triagem das obras, diretamente ou por meio de instituição conveniada ou contratada para este fim;
- IV - apoiar o processo de escolha ou montagem dos acervos e compilar seus resultados, a fim de subsidiar as fases de negociação, aquisição, produção e distribuição;
- IV - realizar a negociação de preços e formalizar os contratos de aquisição; e
- V - acompanhar e realizar o controle de qualidade da produção e distribuição das obras, de acordo com as especificações contratadas.

Na organização de tais documentos, atentamos inicialmente que o PNLD 2016 (BRASIL, 2015) avaliou as coleções referentes aos anos iniciais do EF, e que os mesmos correspondem a dois ciclos: Alfabetização matemática, que engloba os três primeiros anos (1º ao 3º ano) e Matemática que engloba os dois últimos anos (4º e 5º ano) dos anos iniciais do EF, tendo, cada um desses ciclos, objetivos específicos. Na alfabetização matemática, os objetivos se referem ao letramento na língua materna e à organização gradual de suas primeiras experiências com as ideias e os procedimentos matemáticos. De outro modo, no segundo ciclo, o objetivo constitui a consolidação dos conhecimentos e competências obtidos da primeira etapa. Ainda, que essa consolidação é constituída de uma maneira gradual e crescente nos anos finais do EF (6º ao 9º anos), objeto do PNLD 2017 (BRASIL, 2016) bem como a capacidade de mobilizar conhecimentos matemáticos em situações práticas do cotidiano.

Assim, nessa pesquisa, foram examinados livros didáticos de 1º ao 5º ano aprovados no PNLD 2016 (portanto, utilizados nas escolas nos anos 2016-2018) e livros didáticos de 6º ao 9º ano aprovados no PNLD 2017 (utilizados de 2017-2019).

Para possibilitar uma análise da abordagem que os conceitos estudados percorrem ao longo dos nove anos do ensino fundamental, oferecida pela visão de um mesmo autor (ou mesma equipe de autores), escolhemos analisar livros didáticos para as três etapas (1º ao 3º ano, 4º e 5º anos e 6º ao 9º ano respectivamente) que tivessem os mesmos autores. Entre as coleções com essas características, escolhemos de acordo com os dados do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação-FNDE as coleções mais adotadas no Brasil.

Segundo os guias de livros didáticos (BRASIL, 2015, BRASIL, 2016) no PNLD 2016 foram aprovadas 21 coleções destinadas aos 1º, 2º e 3º anos, e 17 coleções dos 4º e 5º anos, e no PNLD 2017 foram disponibilizadas para escolha nas escolas públicas brasileiras 11 coleções de 6º ao 9º ano.

Entre as coleções de LD do 1º ao 9º anos aprovadas nessas edições do PNLD encontramos três nas quais pelo menos parcialmente os autores eram comuns do 1º ao 9º ano:

1. *Matemática do cotidiano* (1º ao 5º ano) dos autores Antônio José Lopes Bigode e Joaquim Gimenez, *Matemática do cotidiano* (6º ao 9º ano) do autor Antônio José Lopes Bigode, editora Scipione;
2. *Projeto navegar Matemática* (1º ao 5º ano) e *Matemática - compreensão e prática* (6º ao 9º ano) do autor Ênio Silveira, editora Moderna;

3. *Ápis – Matemática* (1º ao 5º ano) e *Projeto Teláris – Matemática* (6º ao 9º ano) Luiz Roberto Dante, editora Ática.

De acordo com os dados do FNDE (em anexo), as coleções de autoria de Luiz Roberto Dante foram as mais adotadas nacionalmente, entre as coleções acima.

Em consequência disso, as coleções de livros analisadas nessa pesquisa são *Ápis – Matemática* (1º e 5º anos) e *Projeto Teláris – Matemática* (6º ao 9º anos) do autor Luiz Roberto Dante, do ano de 2012, na 2ª edição, São Paulo, editora Ática.

Observaremos a seguir o que dizem os documentos do PNLD 2016, 2017 (BRASIL, 2015, 2016) sobre os livros didáticos analisados na presente pesquisa.

Quanto aos livros de 1º ao 5º ano, observa-se que:

Na coleção, os livros são estruturados em unidades, divididas em capítulos. As unidades iniciam-se com questões voltadas à exploração dos conhecimentos prévios dos estudantes e são encerradas com a seção Ponto de chegada. Esta é composta pelas subseções Matemática nos textos, Verifique o que estudou e Auto avaliação. Outras seções aparecem ao longo dos capítulos: Jogos; Conexões; Exercícios e problemas; Desafios; Bate-papo; Você sabia?; Explorar e descobrir; Curiosidade matemática; Leitura e Raciocínio lógico. No final dos capítulos, vêm as seções Tratamento da informação; Outros contextos e Revisão cumulativa. Os livros são encerrados com um glossário e as respostas dos exercícios propostos, sugestões de leituras complementares, endereços de sites para pesquisa e a bibliografia da obra (BRASIL, 2016. p. 85-86).

As imagens a seguir trazem extratos das resenhas dos livros de 1º ao 5º ano, das duas coleções *Ápis* de Luiz Roberto Dante para os anos iniciais do Ensino Fundamental. A primeira constituída por livros didáticos de 1º ao 3º ano - **Alfabetização Matemática** e a segunda com livros para os 4º e o 5º anos – coleções de **Matemática**.

A figura 3, a seguir, traz os extratos da resenha dos livros de 1º ao 3º ano nos quais são designados os conteúdos a serem abordados referentes a comprimento e a perímetro:

FIGURA 3: Descrição dos conteúdos abordados no 1º, 2º e 3º anos no PNLD.

1º ANO – 8 UNIDADES – 219 PP.	
7	Grandezas e medidas; medidas de comprimento – tabela – medidas: de massa, de capacidade, de tempo
2º ANO – 9 UNIDADES – 272 PP.	
9	Tempo: hora, dia, semana – pesquisa, tabela, gráfico – tempo: mês, ano; comprimento: palmo, pé, passo, centímetro, milímetro, metro; capacidade: litro; massa: quilograma
3º ANO – 8 UNIDADES – 255 PP.	
8	Comprimento: unidades não padronizadas e padronizadas; medidas de massa e de capacidade – Pesquisa, tabelas simples e de dupla entrada

Fonte: adaptado de Brasil, 2015.

Destacamos na figura 4 os trechos da resenha dos livros de 4º e 5º ano da coleção analisada, nos quais o comprimento e o perímetro são mencionados entre os conteúdos trabalhados:

FIGURA 4: Descrição dos conteúdos abordados no 4º e 5º anos no PNLD

4º ano – 11 unidades – 266 pp.	
8.	Comprimento: centímetro, milímetro, metro, quilômetro, perímetro; área – figuras planas: reprodução, ampliação, redução
10.	Números decimais: décimos, centésimos, decimais maiores que 1, comparação, adição, subtração – medidas de comprimento: décimo de centímetro, centésimo do metro
5º ano – 9 unidades – 264 pp.	
9.	Medidas: comprimento, superfície, volume, massa, capacidade

Fonte: adaptado de Brasil, 2015.

Observamos nos livros destinados ao 1º ao 5º ano, que:

- o comprimento mostra-se entre os conteúdos a serem abordados em todas as resenhas dessas coleções;
- em todos os volumes, as unidades nas quais comprimento e perímetro são abordados encontram-se na segunda metade do livro (última unidade nos livros de 2º, 3º e 5º ano);
- no 1º ano apresenta um domínio de grandezas e medidas, mas já se traz medidas de comprimento, o que pode indicar uma tendência a enfatizar os aspectos numéricos;
- no 2º e 3º ano aparecem explicitamente unidades não padronizadas e padronizadas e a partir do 4º ano não há mais menção explícita a unidades não

padronizadas;

- o perímetro é apresentado apenas na resenha do livro de 4º ano;
- no livro de 4º ano há conexão explícita entre números decimais e medidas de comprimento.

Ainda no guia do PNLD é indicado que no campo das grandezas e medidas parte de atividades em que são feitas comparações de grandezas, medições com unidades não padronizadas e o desenvolvimento de cálculos por meio de estimativas. Em um segundo trecho, o guia aponta que são focalizadas as unidades padronizadas e as unidades de medida mais adequadas para a situação proposta, o que favorece a apreensão de conceitos. As demais grandezas são desenvolvidas em unidades específicas, presentes em cada um dos volumes, com poucos aprofundamentos de um livro para o seguinte (BRASIL, 2015).

Observemos a seguir os extratos das resenhas do Projeto Teláris – Matemática (6º ao 9º anos) de Luiz Roberto Dante nos quais comprimento e perímetro são abordados como objetos de estudo.

FIGURA 5: Descrição dos conteúdos abordados do 6º ao 9º anos no PNLD

6º ANO – 09 CAPÍTULOS – 04 UNIDADES – 312 PP.	
	Unidade 1 - Números naturais e geometria
	Unidade 3 - Frações e números decimais
7	Números decimais: notação, comparação, operações – comprimento e massa – porcentagem – gráficos de barras e colunas
	Unidade 4 - Grandezas e medidas
8	Comprimento e área; unidades; perímetro – pictogramas
7º ANO – 09 CAPÍTULOS – 04 UNIDADES– 304 PP.	
8º ANO – 09 CAPÍTULOS – 04 UNIDADES– 320 PP.	
7	Unidade 4 – Grandezas e medidas, geometria e estatística
	Figuras geométricas planas: perímetro, área; volume de prisma e pirâmide – gráficos de linhas
9º ANO – 09 CAPÍTULOS – 04 UNIDADES– 328 PP.	
	Unidade 3 – Geometria e trigonometria
6	Teorema de Pitágoras; relações métricas: no triângulo retângulo; na circunferência – tabelas e gráficos
7	Razões trigonométricas: tangente, seno, cosseno; polígono regular: inscrição, apótema – tabelas
	Unidade 4 – Grandezas e medidas e estatística
8	Perímetro: polígonos, circunferência; área de polígonos; área e volume de figuras geométricas espaciais – tabelas e gráficos

Fonte: adaptado de Brasil, 2016.

Observamos que:

- o comprimento surge apenas na resenha no livro do 6º ano;

- em todos os volumes, as unidades nas quais comprimento e perímetro são abordados encontram-se na segunda metade do livro;
- no livro de 7º ano não foi apresentado explicitamente comprimento e perímetro;
- no livro de 9º ano há conexão implícita entre razões trigonométricas e medidas de comprimento;
- só a partir do 9º ano é apresentado perímetros de circunferências, o que pode indicar uma tendência a enfatizar apenas perímetros de figuras poligonais.

O trabalho com as grandezas e medidas, no guia do Livro Didático destaca-se no livro do 6º ano, quando são abordadas grandezas geométricas e de outros tipos, como massa, tempo, grandezas utilizadas na informática, além de intensidade sonora e temperatura. Nos demais volumes, a ênfase recai sobre as grandezas geométricas. Também no PNLD 2017 (BRASIL, 2016), é indicado que nesta coleção a seleção dos conteúdos do campo é satisfatória, destacando-se a reflexão sobre a pertinência da escolha da unidade de medida. Acertadamente, são incentivadas a verificação empírica e a apresentação de demonstrações formais. Nota-se, também, uma valorização excessiva das conversões entre unidades, em detrimento da compreensão das relações entre as unidades (BRASIL, 2016).

Vale ressaltar que no PNLD ainda é afirmado que as diferentes medidas de grandezas são tratadas no volume do 6º ano, mas não sistematicamente retomadas nos demais anos. Por isso, sugere-se que o professor retome este conteúdo nas atividades de contextualização propostas nas seções Tratamento da informação, Outros contextos ou ainda na Revisão cumulativa.

3.2. CATEGORIAS ANALISADAS NA COLEÇÃO

Inicialmente, vamos discutir o que se propõe que seja ensinado sobre os conceitos de comprimento e perímetro nos documentos curriculares oficiais em vigor no momento da publicação dos livros didáticos analisados.

Com a publicação em 1997 dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, os conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental aparecem agrupados em quatro grandes blocos: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Nesse documento curricular, o bloco das grandezas e medidas inclui o estudo das grandezas físicas (temperatura, massa, tempo, etc.) e geométricas (área, volume e

comprimento) que propõe por sua vez uma conexão com a vida cotidiana e nas práticas sociais.

Com base em Pernambuco (2012), a partir do 1º ano do Ensino do Fundamental, a noção de comprimento pode ser abordada nas intervenções pedagógicas, mas sem se preocupar com a formalização do conceito envolvido, no 2º ano o referido conteúdo deve ser abordado sistematicamente nas intervenções pedagógicas, iniciando-se o processo de formalização.

No quadro 01 a seguir são apresentadas as expectativas de aprendizagem e/ou os objetivos designados em Pernambuco (2012), especificamente, tratando-se de comprimento e perímetro, nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. Não se trata de exigir que a aula planejada pelo professor seja de uma determinada maneira, mas, de mostrar caminhos para uma organização dos conteúdos a serem lecionados.

QUADRO 1 - Resumo das expectativas de aprendizagem do conceito de comprimento e perímetro para os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental.

Ano de escolaridade	Expectativas de aprendizagem
1º ano	Comparar comprimento de dois ou mais objetos; medir e comparar comprimentos utilizando unidades não convencionais e ordenar comprimentos.
2º ano	Comparar de maneira direta o comprimento de dois ou mais objetos; comparar comprimentos e de contornos formados por linhas retas; determinar o comprimento de caminhos, utilizando unidades não convencionais e realizar medições de comprimento sem a utilização de unidades convencionais.
3º ano	Usar unidades convencionais de medida para medir comprimentos; comparar e ordenar comprimentos; realizar estimativas de medida de comprimento e realizar conversões simples entre unidades de medidas mais comuns de comprimento.
4º ano	Compreender a noção de perímetro; comparar e ordenar comprimento; realizar estimativas de medidas de comprimento; estimar e medir o perímetro de várias figuras planas usando unidade convencional e resolver e elaborar problemas que envolvem medidas de comprimento.
5º ano	Comparar e ordenar comprimentos; reconhecer a grandeza comprimento; estimar medidas de comprimento; determinar o perímetro de quadriláteros, triângulos e outros polígonos representados em malhas quadriculadas; desenvolver estratégias para estimar e comparar o perímetro.
6º ano	Resolver e elaborar problemas envolvendo as ideias de perímetro e áreas (sem emprego de fórmulas); compreender que

	perímetro e área são independentes (por exemplo: podemos aumentar a área de uma superfície sem modificar seu perímetro); reconhecer a grandeza comprimento.
7º ano	Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida do perímetro de figuras planas; resolver e elaborar problemas envolvendo os conceitos de perímetro e área de figuras planas.
8º ano	Usar e converter, dentro de um mesmo sistema de medidas as unidades apropriadas para medir diferentes grandezas.
9º ano	Utilizar a razão de semelhança para resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo de área e perímetro de figuras planas semelhantes (por exemplo: levar o estudante a perceber que, ao duplicar o lado de um quadrado, seu perímetro aumenta na mesma razão, enquanto que sua área aumenta 4 vezes).

Fonte: adaptado de Pernambuco (2012)

Com base nas pesquisas anteriores e na breve discussão do que consta em documentos de orientação curricular (BRASIL, 1997, 1998, PERNAMBUCO, 2012, BRASIL, 2015, 2016), explicitamos os critérios de análise adotados nessa pesquisa:

- nos capítulos ou unidades em que comprimento e perímetro são tomados como objetos de estudo, quais as organizações matemáticas em torno desses objetos e quais as organizações didáticas para o seu estudo?
- ao longo dos nove anos do ensino fundamental, que conexões são feitas entre comprimento e perímetro e outros conteúdos matemáticos?

O enfoque foi além de identificar nos nove livros a presença de exemplos, exercícios, problemas, desafios, explicações que envolvem os objetos comprimento e perímetro para caracterizar as organizações matemáticas e didáticas observando também, as conexões que existem desses objetos com outros temas matemáticos.

Como já foi dito, a partir das pesquisas de Silva (2011), Bellemain (2015) e Santos (2015), encontramos os seguintes tipos de tarefa:

Medir o comprimento; Comparar comprimentos; Converter unidades de comprimento; Ler uma medida de comprimento; Escrever diferentes expressões de um comprimento; Associar a unidade de medida de comprimento; Estimar a medida de comprimento; Efetuar operações envolvendo as medidas de comprimento; Identificar a unidade de medida mais adequada; Traçar um segmento de mesmo comprimento que um segmento dado; Calcular o perímetro de figuras planas; Calcular o comprimento de um lado de um polígono; Determinar o perímetro de uma figura poligonal construída numa malha; Determinar o perímetro de uma figura poligonal conhecendo o comprimento; Determinar o perímetro de uma figura poligonal

a partir da composição de figuras poligonais idênticas; Comparar o perímetro de duas ou mais figuras planas e Construir figuras planas.

Diante desse cenário das pesquisas já realizadas e abordadas anteriormente, fizemos uma análise se houve distanciamentos ou aproximações dos tipos de tarefas encontrados na presente pesquisa.

Para cada tipo de tarefa, observamos com que frequência foi abordada em cada volume (considerando nessa contagem todos os capítulos ou unidades nas quais comprimento e perímetro aparecem). Ressaltamos que a contagem não foi das questões e sim de seus itens. Por exemplo, se a questão 1, dispõe dos itens a), b) e c), estes sim foram considerados na contagem. Como será visto no próximo capítulo, em alguns casos, foram gerados, subtipos de tarefa. Além disso, serão abordados na OM os demais elementos, como as técnicas, tecnologias e teorias.

O segundo tópico é destinado à análise da Praxeologia Didática (considerando nessa abordagem apenas os capítulos ou unidades nas quais comprimento e perímetro são objetos de estudo). Delineamos os seis momentos didáticos (Primeiro encontro; Exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica; Constituição do ambiente tecnológico-teórico; Trabalho da técnica; Institucionalização e Avaliação).

E por fim, o terceiro tópico aborda as conexões dos objetos comprimento e perímetro com outros objetos matemáticos e não matemáticos nos livros didáticos, com o apoio da ecologia dos saberes, buscando indícios dos habitat (lugar onde esses saberes estão presentes) e nichos (expondo qual a função que os mesmos desempenham nos livros analisados).

4 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Neste capítulo será abordada a consolidação das análises e interpretações dos dados obtidos. No primeiro tópico, são indicadas as unidades (ou capítulos) e as seções de cada um dos livros nas quais comprimento e perímetro são objetos de estudo. O segundo tópico desse capítulo é voltado ao mapeamento dos tipos de tarefa sobre comprimento e perímetro seguido da modelização da Praxeologia Matemática proposta nos livros analisados, posteriormente, a análise da Praxeologia Didática e por fim, a identificação das conexões dos objetos em estudo com outros objetos matemáticos e não matemáticos.

4.1 IDENTIFICAÇÃO DOS CAPÍTULOS QUE EXPLORAM OS SABERES DE COMPRIMENTO E PERÍMETRO

A partir da descrição dos conteúdos feita nas resenhas das coleções, observamos no capítulo anterior a presença explícita de comprimento e/ou perímetro nos livros de todos os anos, exceto no de 7º ano. Verificamos também que os capítulos nos quais esses conteúdos são tomados como objetos de estudo estavam quase sempre situados no final do livro didático.

Percebe-se que todos os Livros Didáticos da coleção analisada dispõem de capítulos ou pelo menos seções que envolvem os referidos conceitos.

Como já havia sido sinalizado na análise das resenhas dos guias de livros didáticos, a posição dos tópicos que tratam dos conteúdos em foco na nossa pesquisa é quase sempre no final dos livros. Um fato importante é que no livro do 7º ano são abordadas linhas fechadas e linhas abertas, o que na análise das resenhas não foi identificado.

O quadro 2, a seguir, sintetiza os títulos das unidades, capítulos e seções de cada livro didático das coleções analisadas, nas quais consideramos que comprimento e perímetro estão em foco.

QUADRO 2- Identificação dos capítulos, unidades e seções envolvendo comprimento e perímetro

Livro	Localização/Títulos
1º ano	Unidade 7: GRANDEZAS E MEDIDAS Grandezas e Medidas no nosso dia a dia Medida de Comprimento
2º ano	Unidade 9: GRANDEZAS E SUAS MEDIDAS Grandeza Comprimento e algumas unidades de medida Palmo, Pé e Passo O Centímetro (cm) O Milímetro (mm) O Metro (m)
3º ano	Unidade 8: GRANDEZAS E MEDIDAS: COMPRIMENTO, MASSA E CAPACIDADE Medida de Comprimento Unidade não padronizada: palmo, pé e passo Unidade padronizada: o centímetro, o metro, o milímetro, o quilômetro.
4º ano	Unidade 8: GRANDEZAS E MEDIDAS: COMPRIMENTO E SUPERFÍCIE Medida de Comprimento e perímetro Reprodução, ampliação e redução de figuras Medida de comprimento com o centímetro Cálculo do perímetro em centímetros Medida de comprimento com o milímetro, o metro e o quilômetro
5º ano	Unidade 9: GRANDEZAS E MEDIDAS Medida de Comprimento
6º ano	Capítulo 8: GRANDEZA COMPRIMENTO Grandezas, unidades de medida e instrumentos de medida Grandeza Comprimento
7º ano	Capítulo 2: GEOMETRIA: SÓLIDOS GEOMÉTRICOS, REGIÕES PLANAS E CONTORNO Contorno (linha fechada) Linha aberta
8º ano	Capítulo 7: PERÍMETROS, ÁREAS E VOLUMES Perímetros Fórmulas para indicar perímetros
9º ano	Capítulo 8: PERÍMETROS, ÁREAS E VOLUMES Retomando e aprofundando o cálculo de perímetros

Fonte: acervo da pesquisa

Mas convergido com o que é preconizado nos documentos de orientação curricular, os títulos das unidades dão fortes indícios de um domínio das Grandezas e Medidas nos livros de 1º ao 5º ano, mas isso não é tão explícito, na coleção de 6º ao 9º ano. Os títulos das seções, ao longo de toda a coleção, parecem indicar uma ênfase nas unidades de medida e nos aspectos numéricos do estudo do domínio.

4.2 ORGANIZAÇÕES MATEMÁTICAS EM TORNO DOS OBJETOS COMPRIMENTO E PERÍMETRO

Nesta seção são apresentadas as análises de comprimento e perímetro dos livros didáticos completamente do 1º ao 9º anos escolhidos neste primeiro tópico da análise da pesquisa. Rastreou todas as tarefas que tratam de comprimento e/ou perímetro; determinamos os tipos de tarefas que aparecem pelo menos uma vez em pelo menos um volume das coleções analisadas; verificamos quantas tarefas de cada tipo foram encontradas em cada volume. E para cada tipo de tarefa observamos se havia subtipos e analisou os demais componentes do quarteto: técnicas e elementos tecnológicos e teóricos.

4.2.1 Identificação dos Tipos de Tarefa em torno do conceito de Comprimento

Entre os tipos de tarefas elencados nas pesquisas de Silva (2011), Bellemain (2015) e Santos (2015) e que potencialmente poderiam estar presentes nas coleções analisadas, os seguintes não foram encontrados ao longo dos nove volumes analisados: Ler uma medida de comprimento; Escrever diferentes expressões de um comprimento; Associar a unidade de medida de comprimento; Efetuar operações envolvendo as medidas de comprimento; Traçar um segmento de mesmo comprimento que um segmento dado.

Não encontramos em nossa análise nenhum tipo de tarefa que não tivesse sido sinalizado nessas pesquisas. Portanto, os tipos de tarefas que foram observados em pelo menos um dos livros analisados são:

T_D: Determinar a medida do comprimento;

T_C: Comparar medidas de comprimento;

T_F: Construir uma figura plana conhecendo a medida do comprimento;

T_E: Estimar a medida do comprimento;

T_U: Converter uma unidade de medida de comprimento;

T_I: Identificar a unidade de medida mais adequada a um comprimento;

Na Tabela 1, estão apresentadas as frequências e distribuições dos quantitativos dos itens, exercícios que dentro da Praxeologia Matemática identificamos como tipos de tarefa.

TABELA 1 - Frequência e distribuição dos tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento por LD

Tipos de Tarefas (T)	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
T_D	6	25	44	34	18	11	9	26	104	277
T_C	5	4	11	5	14	5	0	0	0	44
T_F	0	0	1	6	4	1	0	0	2	14
T_E	6	6	17	9	9	5	0	0	4	56
T_U	0	0	5	27	14	30	0	0	0	76
T_I	0	0	0	8	0	4	0	0	0	12
Total	17	35	78	89	59	56	9	26	110	479

Fonte: acervo da pesquisa

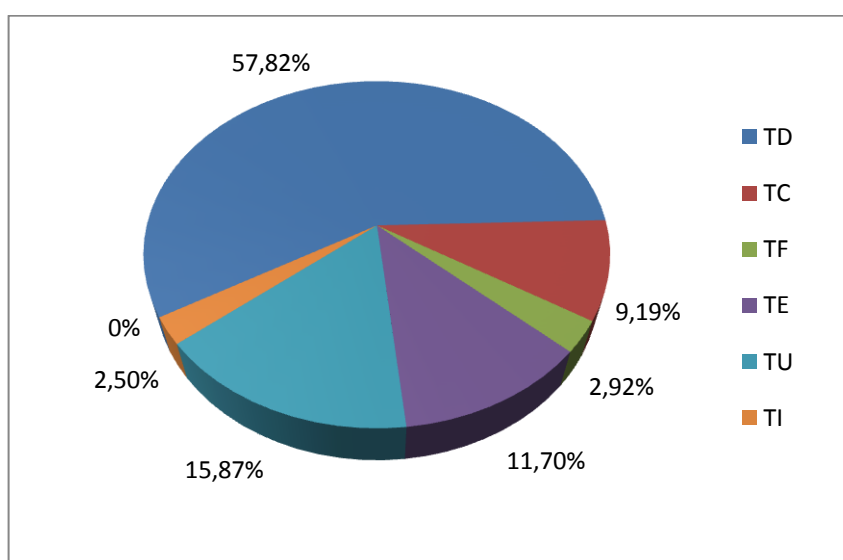
Podemos observar que na tabela acima,

- O tipo de tarefa presente em todos os livros é T_D;
- há um crescimento na quantidade de ocorrências do 1º até o 4º ano, em seguida decresce no 5º e 6º ano, mas com uma presença baixa no 7º e 8º ano, e uma forte presença no 9º ano;
- do 1º ao 3º ano são 130 ocorrências (27%), sendo mais de metade delas no 3º ano, no 4º e 5º ano são 148 tarefas (31%) e do 6º ao 9º ano juntos são 201 (42%), sendo que mais da metade delas no 9º ano;
- os livros de 4º e 6º ano são os únicos nos quais há tarefas de todos os tipos considerados;
- T_C é presente ao longo dos anos iniciais e no 6º ano, depois desaparece;
- T_E é explorado em quase todos os livros, exceto, no 7º e 8º ano;
- T_U é o tipo de tarefa com segunda maior frequência e esse tipo de tarefa se concentra entre o 3º e o 6º ano;

- dentre os tipos de tarefas considerados, o único no qual eventualmente se poderia ter uma abordagem não numérica é T_C que representa menos de 10% das ocorrências.

Em paralelo com esses dados, o quadro acima aponta um forte indício de que o maior número de itens se concentra no campo numérico, determinando e convertendo medidas de comprimento, deixando os campos geométricos e o das grandezas carentes de uma variedade de tarefas. Confirma-se a tendência, observada em pesquisas anteriores como a de Silva (2011), de que os aspectos destacados sejam, sobretudo, numéricos.

GRÁFICO 1 - Percentuais dos tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento nos LD analisados



Fonte: acervo da pesquisa

Em relação à análise dos LD, o Gráfico 01, mostra que no mapeamento dos itens em torno do conceito de comprimento, há um grande destaque para tarefas do tipo T_D : “Determinar a medida do comprimento”, com quase 60% das ocorrências. Os tipos de tarefa T_U : “Converter uma unidade de medida de comprimento” e T_E : “Estimar a medida do comprimento” tiveram 15,87% e 11,70% ocorrências respectivamente, e a quantidade de tarefas do tipo T_C : “Comparar comprimentos” corresponde a quase 10%. Já a presença das tarefas do tipo T_F : “Construir uma figura plana conhecendo a medida do comprimento” e T_I : “Identificar a unidade de medida” é escassa, com menos de 3% cada uma.

Esses resultados se aproximam em alguns aspectos com a pesquisa de Silva (2011), em relação à ênfase dada aos aspectos, sobretudo, numéricos, enquanto as grandezas geométricas nos Livros Didáticos analisados pelo autor são muito pouco exploradas.

4.2.2 Caracterização das Praxeologias Matemáticas pontuais

Nesse tópico, para cada tipo de tarefa, são indicados eventuais subtipos, são contabilizadas as tarefas de cada subtipo em cada volume, são dados exemplos, são modelizadas as técnicas e os elementos tecnológico-teóricos correspondentes.

T_D : DETERMINAR A MEDIDA DO COMPRIMENTO

No tipo de tarefa “Determinar o comprimento”, encontramos dez subtipos de tarefas: ST_{D.1}: Determinar uma medida do comprimento utilizando unidade convencional. ST_{D.2}: Determinar uma medida de comprimento utilizando unidade não convencional. ST_{D.3}: Determinar o comprimento da hipotenusa, dadas as medidas dos catetos. ST_{D.4}: Determinar o comprimento de um cateto, dados, a medida da hipotenusa e de outro cateto. ST_{D.5}: Determinar o comprimento do cateto oposto a um ângulo, dadas, a medida da hipotenusa e a desse ângulo. ST_{D.6}: Determinar o comprimento do cateto oposto a um ângulo, dadas a medida do cateto adjacente e a desse ângulo. ST_{D.7}: Determinar o comprimento do cateto adjacente a um ângulo, dadas a medida da hipotenusa e a desse ângulo. ST_{D.8}: Determinar o comprimento do cateto adjacente a um ângulo, dadas a medida do cateto oposto e a desse ângulo. ST_{D.9}: Determinar o comprimento da hipotenusa, dadas a medida do cateto oposto a um ângulo e a desse ângulo. ST_{D.10}: Determinar o comprimento da hipotenusa, dadas a medida do cateto adjacente e de um ângulo.

FIGURA 6 - Exemplo do ST_{D,1} identificado no livro do 4º ano.

1 Deslocamento, localização e medida

Juliana foi à padaria, e Ivo foi à farmácia, ambos de bicicleta.

Observe a figura e a legenda e responda no caderno.

Como esta legenda indica uma escala, cada centímetro na figura corresponde a 50 m na realidade.

a) Quantos metros Juliana percorreu? *500 metros (10 x 50)*

b) Quantos metros Ivo percorreu? *500 metros (10 x 50)*

c) Se Juliana fizer seu trajeto (ida e volta) três vezes em um dia, quantos metros ela vai percorrer? *3000 metros (500 x 500 = 1000; 3 x 1000 = 3000)*

Fonte: Dante (2015d, p.221).

No caso desse exemplo, nos itens a e b da atividade 1, trata-se de determinar a distância supostamente percorrida por dois personagens. A unidade de comprimento a ser utilizada é o metro, e trata-se, em última instância, de determinar os comprimentos de linhas poligonais abertas com as marcas de unidades de comprimento e em seguida utilizar a escala fornecida, na qual um centímetro no desenho corresponde a 50 metros na realidade.

O item c corresponde ao tipo de tarefa determinar a medida do comprimento, seja adicionando os comprimentos ou multiplicando o comprimento por um escalar.

FIGURA 7 - Exemplo do ST_{D,2} identificado no livro do 2º ano.

1 Vamos utilizar partes do corpo para medir? *Respostas pessoais.*
Nessas medidas, aceite soluções como "quase 3", "um pouco mais de 2" e outras.

a) Usando o palmo, meça o comprimento do lado maior da sua carteira e registre a medida aqui: _____

b) Usando o pé, meça a largura da porta da sala de aula: _____

c) Usando o passo, meça a largura e o comprimento da sala de aula.

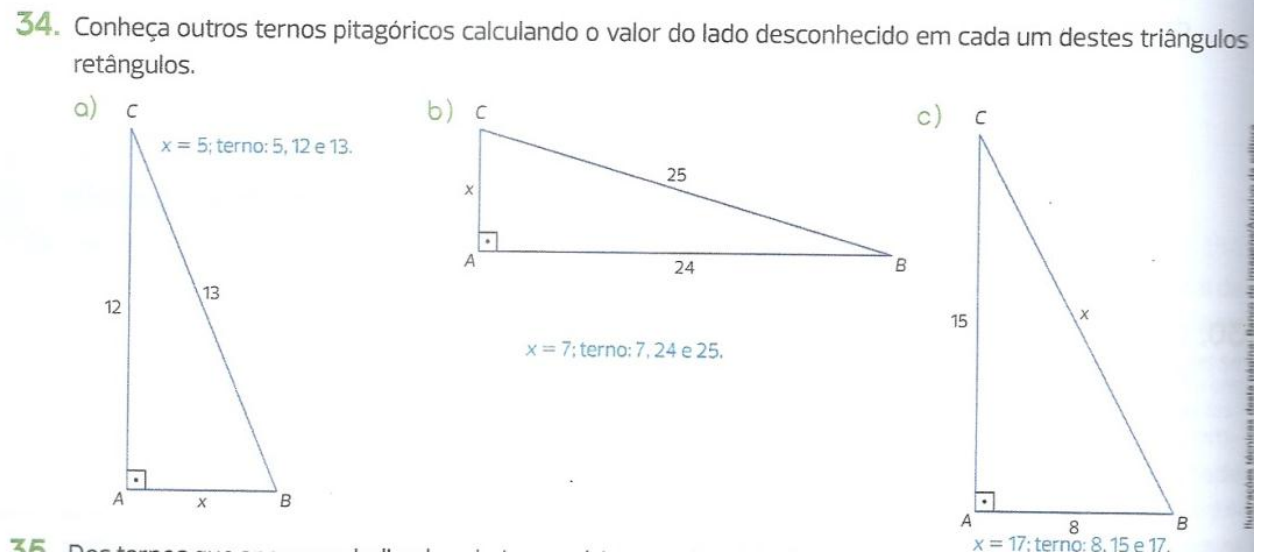
Largura: _____ passos Comprimento: _____ passos

Chame a atenção dos alunos para o fato de que, quanto menor a unidade de medida usada, maior é o número que fornece a medida.

Fonte: Dante (2015b, p.252).

Nos três itens dessa atividade, trata-se de determinar comprimentos utilizando unidades antropométricas, também conhecidas como unidades não convencionais: o palmo, o pé e o passo.

FIGURA 8 - Exemplos do ST_{D.3} e ST_{D.4} identificados no livro do 9º ano



Fonte: Dante (2016d, p.184).

Na figura 8, pode-se observar, na linha da predominância do numérico já sinalizado e convergente com a revisão de literatura, que não há nenhuma unidade de medida sinalizada nem no enunciado, nem nas figuras nem tampouco nas respostas esperadas no manual do professor.

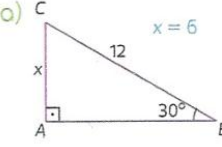
FIGURA 9 - Exemplos dos ST_{D.5}, ST_{D.8}, ST_{D.9}, e ST_{D.10} identificados no livro do 9º ano

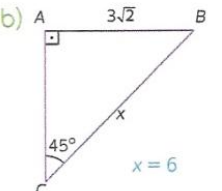
1. Usando a tabela abaixo, calcule o valor de x em cada caso.

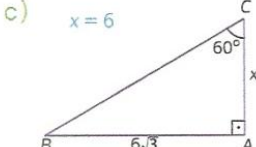
Razões trigonométricas

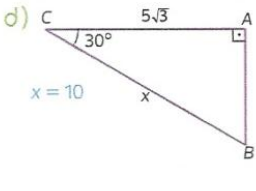
	sen	cos	tg
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

t

a)  x = 6

b)  x = 6

c)  x = 6

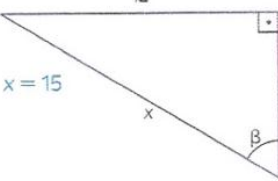
d)  x = 10

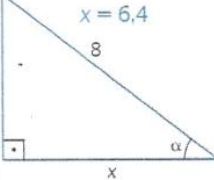
Fonte: Dante (2016d, p.219).

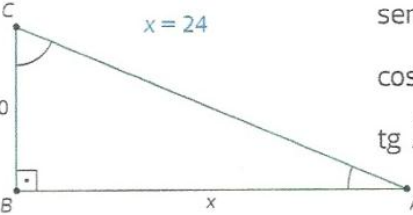
Por exemplo, no caso das atividades anteriores, o domínio numérico era o dos inteiros ou dos decimais, enquanto aqui, o campo da trigonometria traz os números irracionais e contrariamente às tarefas do 4º ano e do 2º ano que ilustram os subtipos de tarefa D₁ e D₂, em que se tratava de medição empírica, amparada nos objetos gráficos, nos casos das figuras 8, 9 e 10, trata-se de uma medição teórica, baseada no cálculo que se apoia em objetos geométricos abstratos.

FIGURA 10 - Exemplos dos $ST_{D,6}$ e $ST_{D,7}$ identificados no livro do 9º ano

17. Calcule o valor de x em cada item a partir dos valores dados.

a)  $\cos \beta = 0,6$

b)  $x = 6,4$

c)  $x = 24$

9  Veja as resoluções deste exercício no Manual do professor.

Ilustrações técnicas desta página: Banco de Imagens/Arquivo da editora

Fonte: Dante (2016d, p.203).

Um aspecto importante é que os subtipos relacionados ao tipo de tarefa determinar o comprimento, também são ferramentas para o estudo de outros conteúdos, como por exemplo, a trigonometria.

A tabela abaixo mostra a distribuição dos itens dos exercícios desse tipo de tarefa por subtipos.

TABELA 2 - Frequência e distribuição do tipo T_1 por subtipo e por LD.

Subtipos de tarefa	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
ST_{D.1}	2	19	37	33	17	10	9	24	45	196
ST_{D.2}	4	6	7	1	1	1	0	0	0	20
ST_{D.3}	0	0	0	0	0	0	0	1	15	16
ST_{D.4}	0	0	0	0	0	0	0	1	26	27
ST_{D.5}	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3
ST_{D.6}	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5
ST_{D.7}	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3
ST_{D.8}	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2
ST_{D.9}	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4
ST_{D.10}	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Total	6	25	44	34	18	11	9	26	104	277

Fonte: acervo da pesquisa

Podemos perceber a partir dos dados da tabela acima que:

- ST_{D.1} Determinar uma medida do comprimento utilizando unidade convencional é o único subtipo presente em todos os volumes;
- ST_{D.2} Determinar uma medida de comprimento utilizando unidade não convencional aparece ao longo dos anos iniciais e no 6º ano e depois desaparece
- Os outros subtipos só são observados no 8º e 9º ano.
- Em todos os anos (exceto o 1º) ao comparar as ocorrências de $T_{D.1}$ e $T_{D.2}$, a quantidade de $T_{D.1}$ é bem maior (aproximadamente 70%), ou seja, de modo geral, o uso de unidades não convencionais é bem menos frequente do que o de unidades convencionais.

QUADRO 3 - Praxeologia Matemática do T_D em torno do conceito de comprimento.

Tipo de Tarefa	T_D : Determinar a medida do comprimento.
Técnicas	τ_1: Usando algum recurso como unidade de medida convencional ou não convencional, contando quantas unidades de comprimento é representado, o número total dessas unidades, corresponde à medida do comprimento. τ_2: O uso da fórmula ($a^2 = b^2 + c^2$) em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa (a) é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos (b e c). τ_3: O uso de fórmulas $\text{Sen}\alpha: \frac{CO}{H}$ $\text{Cos}\alpha: \frac{CA}{H}$ $\text{Tg}\alpha: \frac{CO}{CA}$ Considerando no triângulo retângulo, hipotenusa (H), cateto oposto (CO) e cateto adjacente (CA).
Elementos Tecnológico-teóricos	(θ, Θ) : - Sistema métrico decimal - Grandezas e medidas - Conjuntos dos números reais - Teorema de Pitágoras - Razões trigonométricas

Fonte: acervo da pesquisa

A Praxeologia Matemática do T_D tem uma variedade de técnicas e elementos tecnológico-teóricos, envolvendo medições, cálculos, unidades de medidas convencionais ou não convencionais. Com a principal intenção de responder o tipo de tarefa, a técnica não necessariamente apresenta um recurso para fazer as medições, pois alguns casos as medidas de alguns lados já podem aparecer expostas.

T_C : COMPARAR MEDIDAS DE COMPRIMENTO

Em relação ao tipo de tarefa T_C : Comparar comprimentos, encontramos dois subtipos: $ST_{C.1}$: Comparar comprimentos com o uso de medidas; $ST_{C.2}$: Comparar comprimentos sem o uso de medidas.

FIGURA 11 - Exemplo do ST_{C.1} identificado no livro do 5º ano.

Fonte: Dante (2015e, p.210).

Na figura acima, a questão solicita uma a comparação de medidas de comprimento, mas para resolução se faz necessário às mudanças de unidade e dos valores decimais como exigências da situação.

FIGURA 12- Exemplo do ST_{C.2} identificado no livro do 1º ano.

Fonte: Dante (2015a, p.166).

Nesse exemplo, atividade 1, trata-se de comparar comprimentos sem o uso de medidas. Essa comparação pode ser realizada visualmente para a resolução do comando da atividade.

A Tabela 3, a seguir mostra a distribuição dos itens dos exercícios desse tipo de tarefa por subtipos.

TABELA 3 - Frequência e distribuição do tipo T_C por subtipo e por LD.

Subtipos de tarefa	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
$ST_{C.1}$	1	3	9	4	14	5	0	0	2	38
$ST_{C.2}$	4	1	2	1	0	0	0	0	0	8

Fonte: acervo da pesquisa

Percebe-se que nos volumes de 7º e 8º ano não foram observadas tarefas do tipo comparar comprimentos. Apenas no 1º ano há presença mais marcante de tarefas do subtipo $ST_{C.2}$: Comparar comprimentos sem o uso de medidas. Do 2º ao 4º ano, embora pouco numerosas ainda se observa tarefas desse subtipo, mas a partir do 5º ano, todas as tarefas do tipo comparar comprimentos se apoiam na comparação de medidas. De modo geral, ao longo dos 9 anos mais de 80% das tarefas do tipo T_C são numéricas, o que reforça ainda mais a observação feita anteriormente por Silva (2011), que a ênfase nas grandezas geométricas nos LD analisados é insuficiente, e os aspectos destacados são, sobretudo, numéricos.

QUADRO 4- Praxeologia Matemática do T_C em torno do conceito de comprimento.

Tipo de Tarefa	T_C : Comparar medidas do comprimento.
Técnica	τ : Verificando ou deduzindo quantas vezes uma contém a outra, ou seja, comparando qual linha que está sendo medida é mais comprida ou mais curta, possibilita saber qual menor comprimento (distância) a ser percorrido. Assim, se duas linhas tiverem a mesma medida, terão o mesmo comprimento.
Elementos Tecnológico-teóricos	(θ, Θ) : -Sistema métrico decimal -Grandezas e medidas -Geometria

Fonte: acervo da pesquisa

Com intuito de comparar medidas de comprimento, se justifica em observar, medir ou calcular, comprimentos diferentes, podendo ser utilizados diferentes unidades de medidas.

T_F : CONSTRUIR UMA FIGURA PLANA CONHECENDO A MEDIDA DO COMPRIMENTO

Como já foi dito, encontramos apenas quatorze ocorrências desse tipo de tarefa, as quais estão presentes nos livros do 3º, 4º, 5º, 6º e 9º anos. A figura a seguir traz um exemplo de T_F .

FIGURA 13 - Exemplo do T_F identificado no livro do 6º ano.

46. Trace em seu caderno um segmento de reta AB com medida de comprimento igual a 5 cm. Depois, usando régua e esquadro, complete a figura de modo a obter um retângulo $ABCD$ com dimensões de 5 cm e 3 cm.

Fonte: Dante (2016a, p.85).

Observamos na tabela abaixo o T_F não é abordado em todos os livros, apenas o 3º, 4º, 5º, 6º e 9º ano.

TABELA 4 - Frequência e distribuição do tipo T_F por subtipo e por LD.

Tipos de tarefa	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
T_F	0	0	1	6	4	1	0	0	2	14

Fonte: acervo da pesquisa

Embora esse tipo de tarefa tenha sido observado, os demais componentes da praxeologia não foram encontrados. Percebemos na análise dos livros que o autor supõe que os alunos já conheçam alguma técnica para a resolução deste tipo de tarefa, como também a justificativa da mesma, pois os argumentos não são explicitados.

T_E : ESTIMAR A MEDIDA DO COMPRIMENTO

FIGURA 14 - Exemplo do T_E identificado no livro do 3º ano.

2 Estimativas Esclareça aos alunos que nem sempre as respostas serão exatas, como 6 palmos, 10 pés ou 12 passos. Auxilie-os a fazer arredondamentos. Por exemplo, 5 palmos e mais da metade de um palmo, arredondem para 6 palmos; 5 palmos e menos da metade de um palmo, arredondem para 5 palmos.

Inicialmente a classe escolhe um aluno para efetuar as medições. Antes que ele comece, você deve anotar suas próprias estimativas no quadro abaixo. Depois, registre as medidas aproximadas obtidas por esse aluno e compare com as estimativas que você fez. *Respostas pessoais.*

	Estimativa	Medida real
Largura da porta	_____ palmos	_____ palmos
Comprimento da sala	_____ pés	_____ pés
Largura da sala	_____ passos	_____ passos
Largura da lousa	_____ palmos	_____ palmos
Lado maior da mesa do professor	_____ pés	_____ pés
Altura da carteira	_____ palmos	_____ palmos

Fonte: Dante (2015c, p.226).

Exemplificando o T_E, a figura acima solicita que sejam feitas estimativas de medidas utilizando unidades não padronizadas como pés, passos, palmos, que estão presentes na sala de aula. Acerca da análise, foram contabilizados cinquenta e seis itens do referido tipo de tarefa, distribuídos nos LD do 1º ao 9º ano.

TABELA 5 - Frequência e distribuição do tipo T_E por subtipo e por LD.

Tipos de tarefa	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
T _E	6	6	17	9	9	5	0	0	4	56

Fonte: acervo da pesquisa

Observamos na tabela acima que apenas o 7º e 8º ano não dispõem desse tipo de tarefa. Outro aspecto é que no 3º ano tem um maior quantitativo (aproximadamente 30%) do T_E em toda a coleção analisada.

QUADRO 5 - Praxeologia Matemática do T_E em torno do conceito de comprimento.

Tipo de Tarefa	T_E : Estimar a medida do comprimento
Técnica	τ : Estimando cada comprimento à unidade de medida adequada e realizando mentalmente a medição com pouca exatidão do comprimento.
Elemento Tecnológico-teórico	(θ, Θ): -Sistema métrico decimal -Grandezas e medidas

Fonte: acervo da pesquisa

 T_U : CONVERTER UMA UNIDADE DE MEDIDA DE COMPRIMENTO

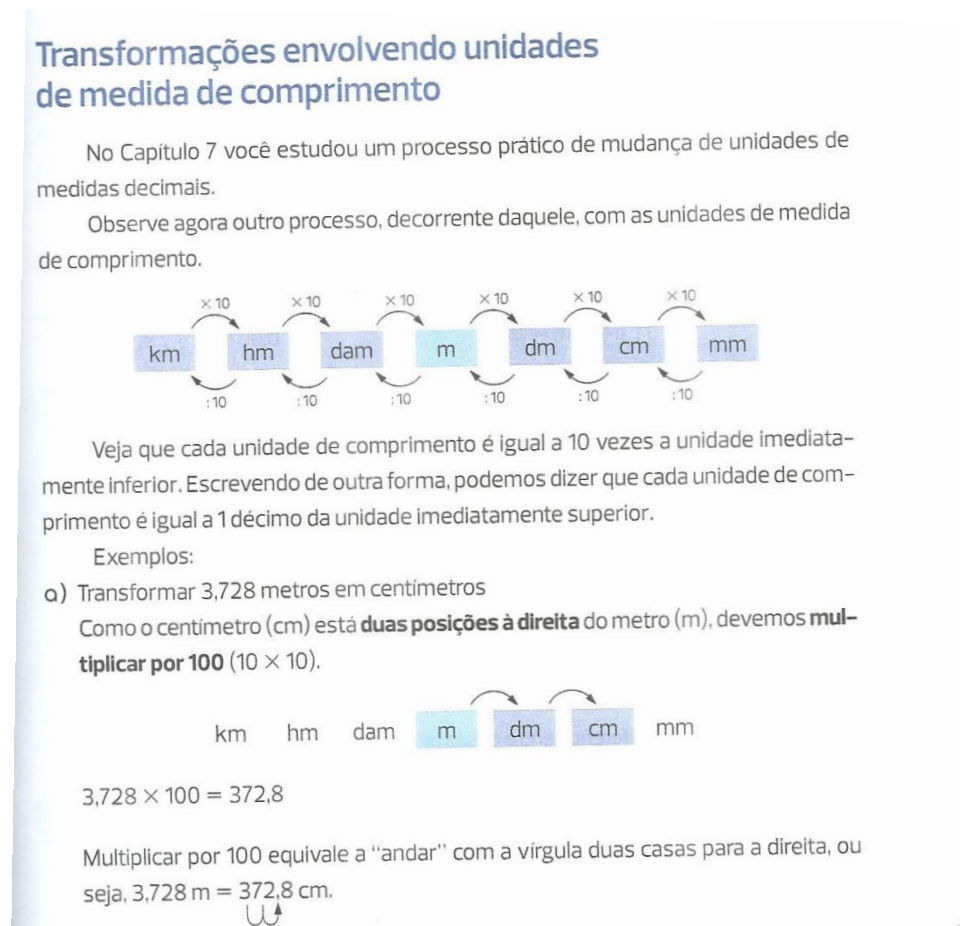
Esse tipo de tarefa tem por intuito fazer uma conversão de uma unidade de medida para outra unidade de medida de comprimento. Esse tipo tarefa não gerou subtipos, ela por si só representa os itens referentes ao seu modelo, que em uma grande quantidade, totalizou nos livros analisados setenta e seis itens, deles, estão presentes a partir do LD do 3º ano ao 6º ano, sendo mais frequentes exercícios no 6º ano. A Figura 15 apresenta um exemplo do T_U , identificados nos itens a), b), c), d) e) e f) da questão 4 do LD do 4º ano.

FIGURA 15 - Exemplo do T_U identificado no livro do 4º ano.

Fonte: Dante (2015d, p.193).

Contrariamente à maioria dos demais tipos de tarefa, as técnicas e os elementos tecnológico-teóricos relativos a esse tipo de tarefa são mais explícitos em relação a T_U , como se pode observar a seguir:

FIGURA 16 - Ilustração do elemento tecnológico-teórico da conversão de unidades de medidas de comprimento



Fonte: Dante (2016a, p.235).

Na figura acima é explorada o elemento tecnológico-teórico da conversão de unidades de medidas de comprimento. Percebemos que a ilustração justifica a técnica de multiplicar ou dividir a medida inicial por 10^i , ou seja, 10, 100 ou 1000.

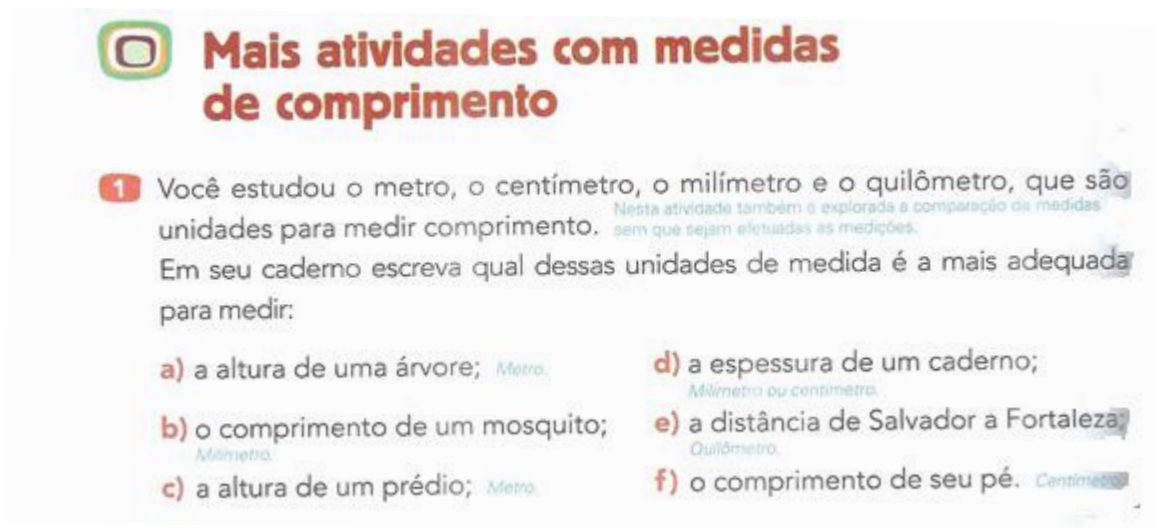
QUADRO 6 - Praxeologia Matemática do T_U em torno do conceito de comprimento.

Tipo de Tarefa	T_U : Converter uma medida de comprimento dada em uma unidade u para a expressão desse comprimento com outra unidade v .
Técnica	As unidades de comprimento do sistema métrico são posicionadas da maior para a menor (km, hm, dam, m, dm, cm e mm). τ_1 : Para transformar uma medida dada em uma unidade maior em uma medida em unidade menor verifica-se a quantas posições à direita da unidade inicial se situa a unidade final. Se a unidade final está a i posições da unidade inicial, multiplica-se a medida inicial por 10^i τ_2 : Para transformar uma medida dada em uma unidade menor em uma medida em unidade maior verifica-se a quantas posições à esquerda da unidade inicial se situa a unidade final. Se a unidade final está a i posições da unidade inicial, divide-se a medida inicial por 10^i
Elemento Tecnológico-teórico	(θ, Θ): -Sistema métrico decimal -Conjuntos dos números Reais

Fonte: acervo da pesquisa

Como, por exemplo, ter uma medida em km e convertê-la para hm, será necessário apenas multiplicar por 10, caso o comando fosse o inverso, seria apenas dividir por 10, como está apresentado na ilustração acima.

T_1 : IDENTIFICAR A UNIDADE DE MEDIDA PADRONIZADA MAIS ADEQUADA A UM COMPRIMENTO

FIGURA 17 - Exemplo do ST_{I,1} identificado no livro do 4º ano.

Fonte: Dante (2015d, p.196)

Nesse exemplo, da atividade 1 nos itens a), b), c), d), e) e f), tratam-se de identificar a unidade de medida convencional mais adequada a um comprimento. As unidades de comprimento a serem utilizadas são: metro, milímetro, metro, centímetros, quilômetro e centímetro, respectivamente, assim identificando os comprimentos de linhas poligonais abertas com as marcas de unidades de medidas. Com tipo de tarefa T_I: identificar a unidade de medida de comprimento padronizada mais adequada podemos observar na Tabela 6 abaixo, que nesse tipo estão presentes em apenas dois anos (4º e 6º anos) nos Livros didáticos analisados.

TABELA 6 - Frequência e distribuição do tipo T_I por subtipo e por LD.

Tipos de tarefa	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
T_I	0	0	0	8	0	4	0	0	0	12

Fonte: acervo da pesquisa

Em relação aos elementos do saber fazer, fizemos inferência baseada no manual do professor, pois não encontramos nos livros uma explicação explícita em relação à técnica e aos elementos tecnológico-teóricos. Sendo assim, temos no Quadro 7:

QUADRO 7 - Praxeologia Matemática do T_I em torno do conceito de comprimento.

Tipo de Tarefa	T_I : Identificar a unidade de medida mais adequada a um comprimento.
Técnica	τ : Identificar se a medida do comprimento dada é grande ou pequena e relacionar com as unidades de medidas mais adequadas, o metro é a unidade-padrão de comprimento, existem também outras unidades de comprimento que derivam dele. São seus múltiplos (usados para medir grandes distâncias: km, hm e dam) e submúltiplos (usados para medir pequenas distâncias: dm, cm e mm).
Elemento Tecnológico-teórico	(θ, Θ): -Sistema métrico decimal -Grandezas e medidas

Fonte: acervo da pesquisa

4.2.3 Identificação dos Tipos de Tarefa em torno do conceito de Perímetro

No âmbito dos tipos de tarefas elencados nas pesquisas de Silva (2011) e Santos (2015) e que possivelmente poderiam estar presentes nas coleções investigadas, os seguintes não foram encontrados ao longo dos nove volumes analisados: Associar uma figura poligonal a uma expressão algébrica que representa seu perímetro conhecendo a medida de seus lados; Determinar a medida do perímetro e da área simultaneamente de uma figura poligonal; Calcular o comprimento de um lado de um polígono; Determinar o perímetro de uma figura poligonal construída numa malha; Determinar o perímetro de uma figura poligonal a partir da composição de figuras poligonais idênticas.

Encontramos em nossa análise apenas um tipo de tarefa: Estimar a medida do perímetro, que não foi sinalizado nessas pesquisas, mas foi explorado nos livros da presente análise. Portanto, os tipos de tarefas que foram observados em pelo menos um dos livros analisados são:

T_P : Calcular a medida do perímetro;

T_M : Construir uma figura conhecendo a medida do perímetro;

T_R : Comparar medidas de perímetros;

T_S : Estimar a medida do perímetro.

A identificação dos quatro tipos de tarefas em torno do conceito de perímetro no mapeamento da coleção analisada pode destacar explicitamente que há tipos de tarefa que são semelhantes aos tipos de tarefas anteriormente abordados na construção da problemática.

A tabela 5 apresenta a frequência e distribuição desses tipos de tarefa ao longo dos nove anos de ensino fundamental.

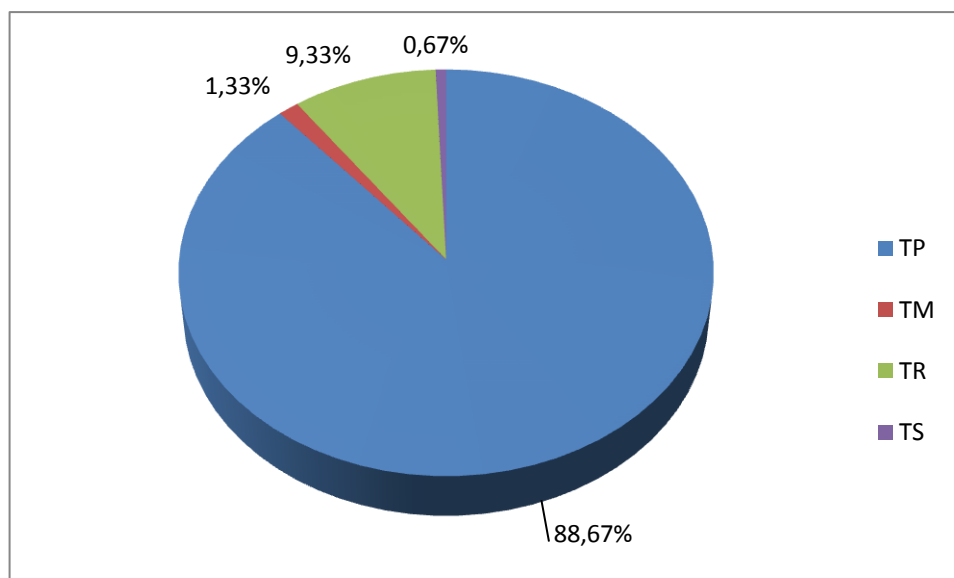
TABELA 7 - Frequência e distribuição dos tipos de tarefa em torno do conceito de perímetro por LD.

Tipos de Tarefas (T)	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
T_P	0	1	1	18	3	20	8	43	39	133
T_M	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2
T_R	0	0	0	0	2	5	0	6	1	14
T_S	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
Total	0	1	1	20	5	25	8	50	40	150

Fonte: acervo da pesquisa

Observamos na Tabela 7, que o LD do 1º ano não contempla nenhum tipo de tarefa, e que nenhum livro contempla todos os tipos de tarefas. Os LD do 2º e 3º anos contemplam apenas o tipo de tarefa T_P: Calcular a medida do perímetro. No 4º ano há uma presença mais marcante do perímetro, mantendo a concentração em tarefas do tipo T_P. Na etapa do 6º ao 9º ano, a quantidade de tarefas relativas ao perímetro é maior nos livros de 8º e 9º anos, seguida do 6º ano, enquanto no 7º ano, a presença é baixa. A tabela acima nos mostra o predomínio bastante nítido das tarefas de tipo T_P. O gráfico a seguir traz a distribuição geral dos tipos de tarefa sobre perímetro nos livros de 1º ao 9º ano.

GRÁFICO 2 - Percentual dos tipos de tarefa em torno do conceito de perímetro analisados na coleção de LD.



Fonte: acervo da pesquisa

Percebe-se que as tarefas do tipo T_P : Calcular a medida do perímetro correspondem a quase 90% das ocorrências, as tarefas do tipo T_R : Comparar medidas de perímetros têm quase 10% e a presença dos outros dois tipos de tarefa encontrados - T_M : Construir uma figura conhecendo a medida do perímetro e T_S : Estimar a medida do perímetro – é marginal. Essa constatação sinaliza uma concentração forte no campo numérico, deixando os campos geométrico e o das grandezas provavelmente em segundo plano.

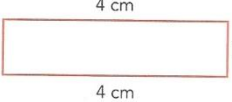
4.2.4 Caracterização das Praxeologias Matemáticas

Os tipos de tarefa classificadas foram mapeados nos LD do 1º ao 9º anos, assim, analisados e organizados em figuras que representam os exemplos de cada tipo de tarefa e em tabelas com seus respectivos comentários. Especificamente no mapeamento dos itens em torno do conceito de perímetro, foi contabilizado um total de 150 itens nos livros analisados. Nesse tópico temos o intuito de caracterizar as Praxeologias Matemáticas pontuais em torno de cada tipo de tarefa.

T_P : CALCULAR A MEDIDA DO PERÍMETRO

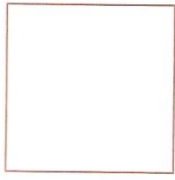
FIGURA 18 - Exemplo do T_p identificado no livro do 3º ano.

VOCÊ SABIA QUE... ... a medida do comprimento de um contorno é chamada de **perímetro** do contorno?

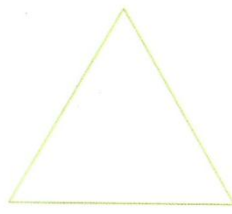


O perímetro do retângulo acima é 10 cm ($4 + 1 + 4 + 1 = 10$).

5 Indique o perímetro de cada contorno, em centímetros. Em seguida, desenhe um retângulo com perímetro igual ao do triângulo.



12 cm ($4 \times 3 = 12$).



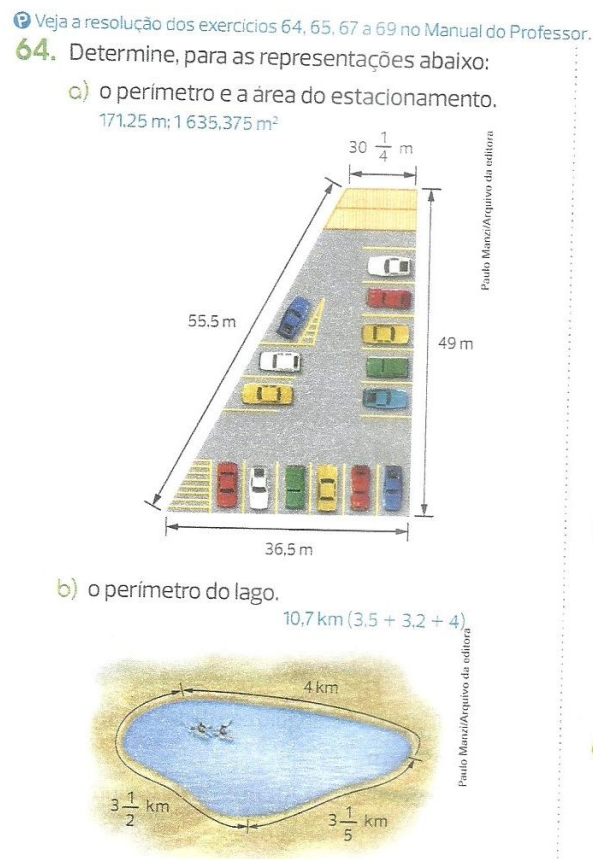
12 cm ($3 \times 4 = 12$).

*Resposta pessoal.
Exemplos: retângulo de 5 cm por 1 cm,
retângulo de 4 cm por 2 cm, etc.*

Fonte: Dante (2015c, p. 230).

Na Figura 16 acima, o comando da questão solicita para calcular o perímetro de figuras poligonais, estas sendo um quadrado e um triângulo. Vale salientar que em diversas questões que abordam especificamente este tipo, estão inseridos todos os modelos de quadriláteros notáveis: quadrado, retângulo, paralelogramo, losango ou trapézio, como também polígonos e algumas figuras não poligonais, por exemplo, circunferências. Na figura 19 mostra um exemplo $ST_{P,1}$ no item a da questão 64 e no item b exemplifica $ST_{P,2}$.

FIGURA 19 - Exemplos dos ST_{P,1} e ST_{P,2} identificados no livro do 6º ano.



Nesse exemplo, a atividade 64, no item a) trata-se de: calcular a medida do perímetro de uma figura poligonal e no item b) de calcular a medida do perímetro de uma figura não poligonal. Podemos perceber a aproximação com Bellemain (2015) no que diz respeito à ênfase dada ao uso de unidades de medidas.

Foram encontrados cento e trinta e três itens nos livros analisados, distribuídos entre os nove volumes e entre os dois subtipos, como indica a tabela a seguir:

TABELA 8 - Frequência e distribuição do tipo T_p por subtipo e por LD.

Subtipos de tarefa	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
ST _{P,1}	0	1	1	17	3	19	8	30	22	101
ST _{P,2}	0	0	0	1	0	1	0	13	17	32

Fonte: acervo da pesquisa

Percebe-se que aproximadamente 76% das ocorrências são do subtipo **ST_{P,1}**: Calcular a medida do perímetro de uma figura poligonal. Por volta de 62% das tarefas encontradas são situadas nos volumes de 8º e 9º ano. Entre os volumes dos anos iniciais há uma quantidade maior no 4º ano e a presença no 6º ano também é expressiva.

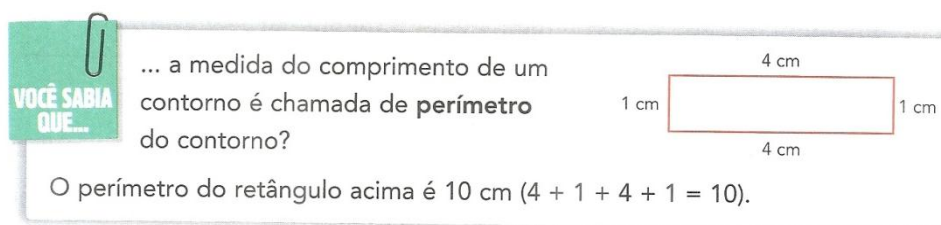
QUADRO 8 - Praxeologia Matemática do T_P em torno do conceito de perímetro.

Tipo de Tarefa	T _P : Calcular a medida do perímetro.
Técnica	τ_1 : Calcular a soma das medidas dos lados de uma figura poligonal. τ_2 : Calcular o perímetro de um círculo é necessário que se faça o uso da fórmula $C = 2\pi r$. τ_3 : Calcular a soma das medidas do contorno de uma figura não poligonal.
Elemento Tecnológico-teórico	(θ, Θ) : -Sistema métrico decimal -Conjuntos dos números Reais -Grandezas e medidas

Fonte: acervo da pesquisa

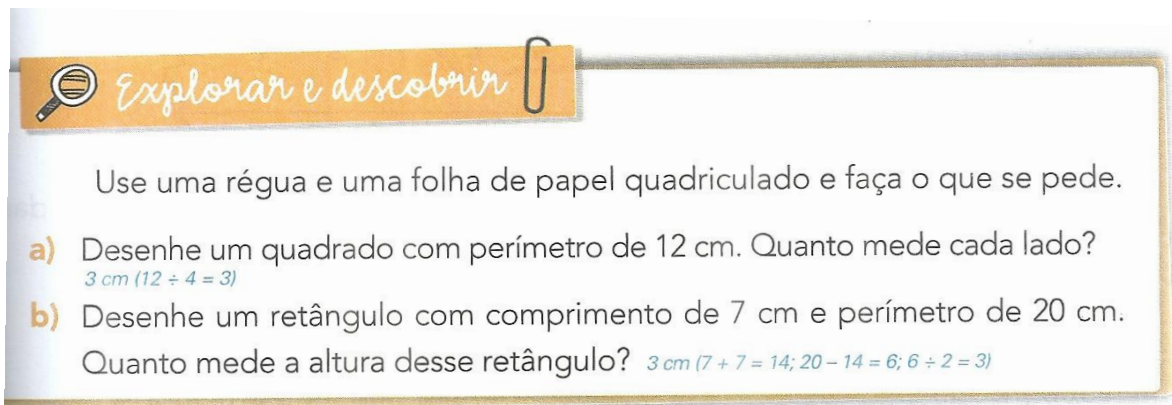
Como indica a figura 20, o perímetro é definido como “a medida do comprimento de um contorno”, o que permite que não se restrinja a figuras poligonais. Como nos exercícios, incluem figuras não poligonais, na forma do exemplo do item b) na figura 19.

FIGURA 20 – Exemplo do T_P identificado no livro do 3º ano



Fonte: Dante (2015c, p 230)

T_M: CONSTRUIR UMA FIGURA CONHECENDO A MEDIDA DO PERÍMETRO

FIGURA 21 - Exemplo do T_M identificado no livro do 5º ano

Fonte: Dante (2015e, p. 259).

Na figura acima que exemplifica um modelo do T_M , o comando pede para que os alunos desenhem figuras com perímetro dado. Neste comando as medidas estão representadas em números naturais e é utilizado o suporte do papel quadriculado.

TABELA 9 - Frequência e distribuição do tipo T_M por LD.

Tipos de tarefa	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
T_M	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2

Fonte: acervo da pesquisa

Cinco dos nove LD analisados não têm nenhuma tarefa deste tipo e apenas um LD aborda esse tipo de tarefa de forma pontual. O tipo de tarefa T_M “Construir uma figura conhecendo a medida do perímetro” foi identificado apenas no 5º ano, totalizando dois itens.

QUADRO 9 - Praxeologia Matemática do T_M em torno do conceito de perímetro.

Tipo de Tarefa	T_M : Construir uma figura conhecendo a medida do perímetro.
Técnica	τ : Conhecendo a medida do contorno de uma figura e utilizando algum instrumento de medida ou o apoio de uma malha quadriculada desenhar a figura de acordo com as medidas dadas.
Elemento Tecnológico-teórico	(θ, Θ) : - Conjuntos dos números Naturais - Grandezas e medidas - Propriedades da figura geométrica plana (Geometria).

Fonte: acervo da pesquisa

T_R: COMPARAR MEDIDAS DE PERÍMETROS

FIGURA 22 - Exemplo do T_R identificado no livro do 5º ano.

4 A medida mínima do lado das placas quadradas na região rural é 0,60 m; na região urbana é 0,45 m.

a) Em qual dessas duas regiões a medida mínima é maior? Na região rural: 15 cm
0,60 - 0,45 = 0,15;
0,15 m = 15 cm ou 60 - 45 = 15.
Quantos centímetros a mais do que a medida da outra região?

b) Qual deve ser o perímetro mínimo, em metros, da placa que indica "Cuidado animais" na região rural? E o da placa que indica "Área escolar" na região urbana? Região rural: 2,4 m (4 × 0,60 = 2,40); região urbana: 1,8 m (4 × 0,45 = 1,80).

c) Compare os perímetros que você encontrou no item anterior. A medida menor corresponde a $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ ou $\frac{3}{4}$ da medida maior? (Medida menor: 1,80 m ou 180 cm; medida maior: 2,40 m ou 240 cm. 240 ÷ 2 = 120; 120 cm ou 1,20 m; 240 ÷ 3 = 80 e 2 × 80 = 160; 160 cm ou 1,60 m; 240 ÷ 4 = 60 e 3 × 60 = 180; 180 cm ou 1,80 m)

Fonte: Dante (2015d, p.189).

Esse tipo de tarefa tem como intenção comparar medidas de perímetros, seja pela utilização de cálculos ou não, as quais foram encontradas apenas em quatro LD, entre eles os 5º, 6º, 8º e 9º ano, totalizando 14 itens.

TABELA 10 - Frequência e distribuição do tipo T_R por subtipo e por LD.

Subtipos de tarefa	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
ST _{R.1}	0	0	0	0	2	5	0	6	1	14

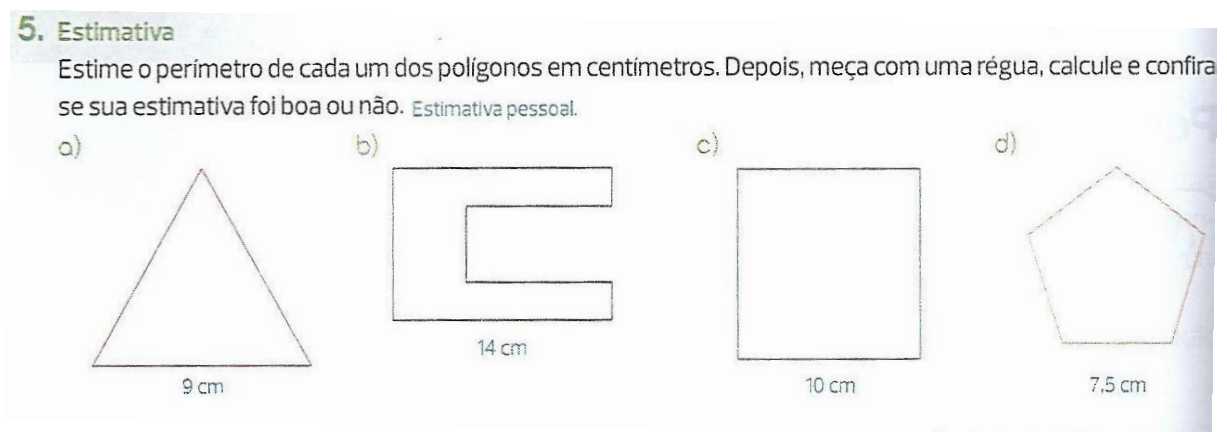
Fonte: acervo da pesquisa

Esse tipo de tarefa está ausente em cinco, dos nove livros analisados. Situações de comparação de medidas de perímetros de figuras poligonais são abordadas em poucos LD, apenas no 5º e 6º anos iniciais e 8º e 9º anos finais. Quando as figuras não são poligonais, tais situações não foram encontradas.

QUADRO 10 – Praxeologia Matemática do T_R em torno do conceito de perímetro.

Tipo de Tarefa	T_R : Comparar medidas de perímetros.
Técnica	τ : Verificar ou deduzir quantas vezes uma contém a outra, ou seja, comparando qual linha fechada que está sendo medida é mais comprida ou mais curta.
Elemento Tecnológico-teórico	(θ, Θ) : -Sistema métrico decimal -Conjuntos dos números Reais -Grandezas e medidas

Fonte: acervo da pesquisa

 T_S : ESTIMAR A MEDIDAS DO PERÍMETROFIGURA 23 – Exemplo do T_S identificado no livro do 8º ano

Fonte: Dante (2016c, p.220).

Esse tipo de tarefa foi mapeado em apenas um Livro Didático que foi o 8º ano, o comando pede para os alunos estimarem a medida do perímetro de figuras poligonais, conhecendo apenas a medida do comprimento de um lado da figura.

QUADRO 11- Praxeologia Matemática do T_S em torno do conceito de perímetro.

Tipo de Tarefa	T _S : Estimar a medida do perímetro
Técnica	τ : Estimando cada comprimento dos lados da figura à unidade de medida adequada e realizando mentalmente a medição com pouca exatidão de extensão do perímetro.
Elemento Tecnológico-teórico	(θ, Θ): -Sistema métrico decimal -Grandezas e medidas -Geometria

Fonte: acervo da pesquisa

A partir dessas análises foi possível observar que a falta da ênfase dada ao uso dos aspectos geométricos, se afasta do que é preconizado nas orientações curriculares, tendo a existência de algumas lacunas referentes à abordagem de comprimento e perímetro. Embora tenhamos identificado 6 tipos de tarefa relativos a comprimento e 4 tipos de tarefa relativos ao perímetro, o que prevaleceu foi uma ênfase nas tarefas dos tipos: Determinar a medida do comprimento e Calcular a medida do perímetro, ou seja, os tipos de tarefas que mais se destacam, são aqueles em que é preciso atribuir um número.

4.3 CARACTERIZAÇÃO DAS ORGANIZAÇÕES DIDÁTICAS NOS CAPÍTULOS EM TORNO DE COMPRIMENTO E PERÍMETRO

Nos próximos parágrafos apresentamos nossa análise das Organizações Didáticas referentes a comprimento e/ou perímetro presentes nos livros didáticos analisados. Nossa atenção se volta para a busca de indícios acerca da proposta de cada LD para a condução pelo professor dos momentos de estudo especificados por Chevallard (1999) - Primeiro encontro com o tipo de tarefa; Exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica; Constituição do ambiente tecnológico-teórico; Trabalho da técnica; Institucionalização e Avaliação. Escolhemos nessa análise considerar apenas os capítulos ou unidades que tomam comprimento e perímetro como objetos de estudo.

Essa análise será apresentada tomando a cada vez um LD, observando inicialmente os tipos de tarefas contemplados naquele ano e interrogando se há indícios da proposta do LD para os momentos de estudo e caso haja, comentando de que maneira o LD propõe que seja

vivenciado cada momento. A análise da OD não foi realizada separando tipo de tarefa por tipo de tarefa e sim tomando as OM locais agregadas em torno do comprimento e/ou perímetro.

1º ano (Capítulo 7)

De acordo com as informações na seguinte tabela, no livro do 1º ano foram analisadas pelo menos três tipos de tarefa. Observamos também uma maior ênfase trabalhada nas tarefas do tipo determinar e estimar medidas de comprimento.

TABELA 11 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 1º ano.

	T _D	T _C	T _F	T _E	T _U	T _I	T _P	T _M	T _R	T _S
1º ano	6	5	0	6	0	0	0	0	0	0

Fonte: acervo da pesquisa

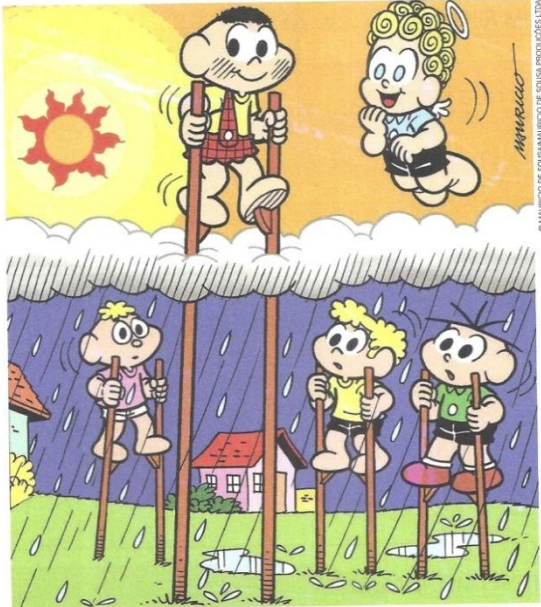
O autor inicia o capítulo fazendo referência a uma imagem de um pai medindo a altura de seu filho, e faz algumas perguntas: Como o pai está medindo a altura de seu filho? Qual é a altura do menino? E Quanto a você, quem mede sua altura?. Mas o capítulo é destinado ao ensino de grandezas e medidas, em relação a comprimento vamos nos deter a apenas o tópico nomeado de Medida de Comprimento.

Em seguida é pedido para que os alunos façam comparações, como mostra a figura seguinte:

FIGURA 24 – Exemplo do 1º momento identificado no livro do 1º ano

MEDIDA DE COMPRIMENTO

1 OLHE SÓ! HUMBERTO, XAVECO E CEBOLINHA ESTÃO TOMANDO CHUVA, MAS O CASCÃO E O ANJINHO NÃO. POR QUÊ? CONVERSE COM SEUS COLEGAS. *Resposta pessoal.*



MAURICIO DE SOUSA. CAPA DO ALMANAQUE DO CASCÃO, N. 5, 2007.

AGORA RESPONDA:

- QUEM TEM PERNAS DE PAU MAIS COMPRIDAS? Cascão.
- QUANTOS PERSONAGENS TÊM PERNAS DE PAU DO MESMO COMPRIMENTO? 3. ELES ESTÃO ACIMA OU ABAIXO DAS NUVENS? Abaixo.
- QUEM ESTÁ ACIMA DAS NUVENS? Cascão e Anjinho.
- QUEM ESTÁ ABAIXO DAS NUVENS? Humberto, Xaveco e Cebolinha.

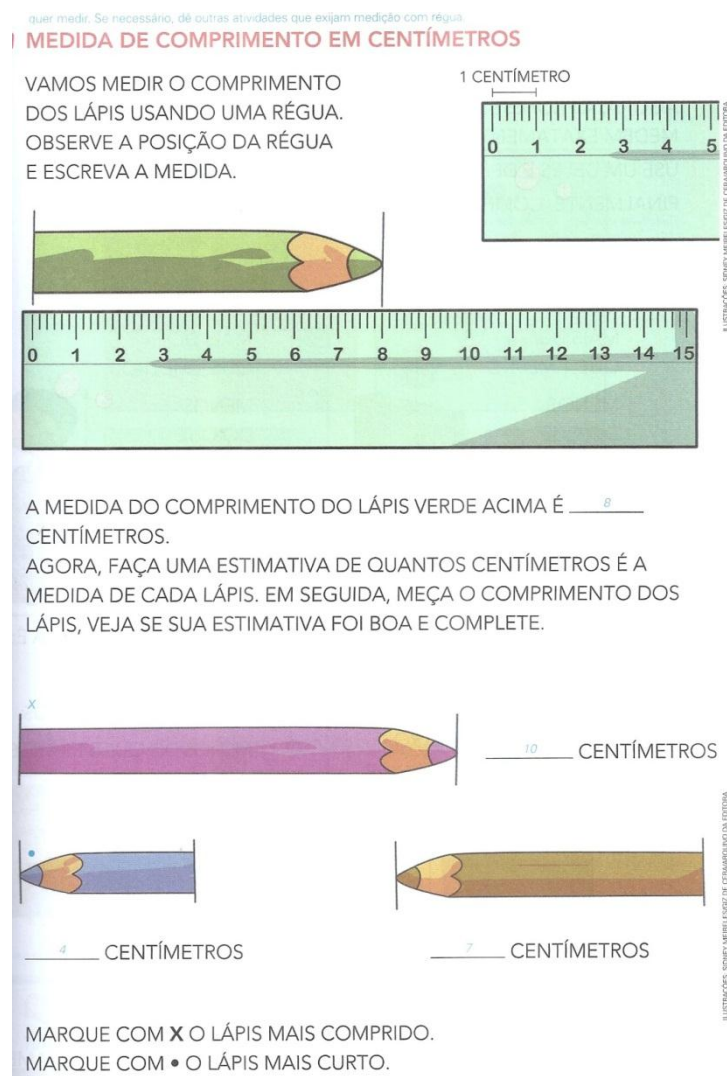
Fonte: Dante (2015a, p.169).

Dessa maneira, entendemos que este livro demonstra, na introdução do capítulo, certa consonância com as orientações dos PCPE (2012), que propõem comparar os comprimentos de dois ou mais objetos, medir e ordenar comprimentos.

Na introdução de comprimento, o autor opta por fazê-lo por meio de um exercício, caracterizando o 1º encontro com o tipo de tarefa T₂: Comparar medidas de comprimento. Logo em seguida, observa-se a apresentação de comentários e de outros tipos de tarefas T₁: Determinar a medida do comprimento e T₄: Estimar a medida do comprimento, mostrando a utilização da régua como um instrumento da técnica para resolução, que caracterizam o momento da exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica, referente à medição do

lápiz por meio da técnica (τ_1), colocando informações que se confundem com o momento de trabalho da técnica, relativo à técnica em questão, pois parece pretender reforçar a mesma no momento de sua apresentação ao leitor, como mostra na figura 25.

FIGURA 25 – Exemplo do T_S identificado no livro do 1º ano



Fonte: Dante (2015a, p.171)

Em resumo os momentos que identificamos foram o primeiro, o segundo, o terceiro que constitui o bloco do tecnológico-teórico, e o quarto momento, pois não localizamos o quinto e o sexto momento de avaliação. Visto que não pretendemos fazer inferências nos momentos identificados no livro.

2º ano (capítulo 9)

Em conformidade com as informações na seguinte tabela, no livro do 2º ano foram analisadas menos quatro tipos de tarefa. Identificamos também uma maior ênfase trabalhada nas tarefas do tipo determinar a medida do comprimento e com menor ênfase calcular a medida do perímetro.

TABELA 12 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 2º ano.

	T _D	T _C	T _F	T _E	T _U	T _I	T _P	T _M	T _R	T _S
2º ano	25	4	0	6	0	0	1	0	0	0

Fonte: acervo da pesquisa

Neste livro o autor inicia o capítulo apresentando o tópico Grandeza comprimento e algumas unidades de medida. Nas primeiras páginas mostra ilustrações de situações com tipos de tarefas T₁, tendo instrumentos como recursos inerentes à técnica, figurando o momento do primeiro encontro com o tipo de tarefa e o momento da exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica, exemplificando o que acontece quando se mede objetos de formas convencionais ou não convencionais, dentre outras situações mencionadas, e segue propondo atividades para que o aluno reflita acerca do que foi tratado nas páginas anteriores, como o exemplo que segue:

FIGURA 26 – Exemplo do 1º momento identificado no livro do 2º ano



Fonte: Dante (2015b, p. 252).

Observamos que a questão é para determinar a medida de comprimento dos diversos objetos e consideraremos como uma tarefa do tipo T a qual provavelmente deverá ser resolvida empregando a técnica: usando algum recurso ou instrumento como unidade de medida convencional ou não convencional, contando quantas unidades de comprimento é representado, o número total dessas unidades, corresponde à medida do comprimento.

Trata-se mais uma vez, portanto, do momento de trabalho da técnica que visa melhorar essa técnica, ou seja, no instante de se usar o instrumento mais adequado para solução da tarefa e dispensar outros, caracterizando também o momento de constituição do ambiente tecnológico-teórico.

O momento de institucionalização e o momento de avaliação não foram identificados. Acreditamos que por fazer parte dos anos iniciais, a intenção do autor não é de institucionalizar os saberes e sim de trabalhá-los de maneira informal.

3º ano (capítulo 8)

Na seguinte tabela são apresentados dados referentes à análise do livro do 3º ano que foram analisadas seis tipos de tarefa. Identificamos também um maior destaque trabalhado no

tipo de tarefa determinar a medida do comprimento e com menores destaques construir uma figura plana conhecendo a medida do comprimento e calcular a medida do perímetro.

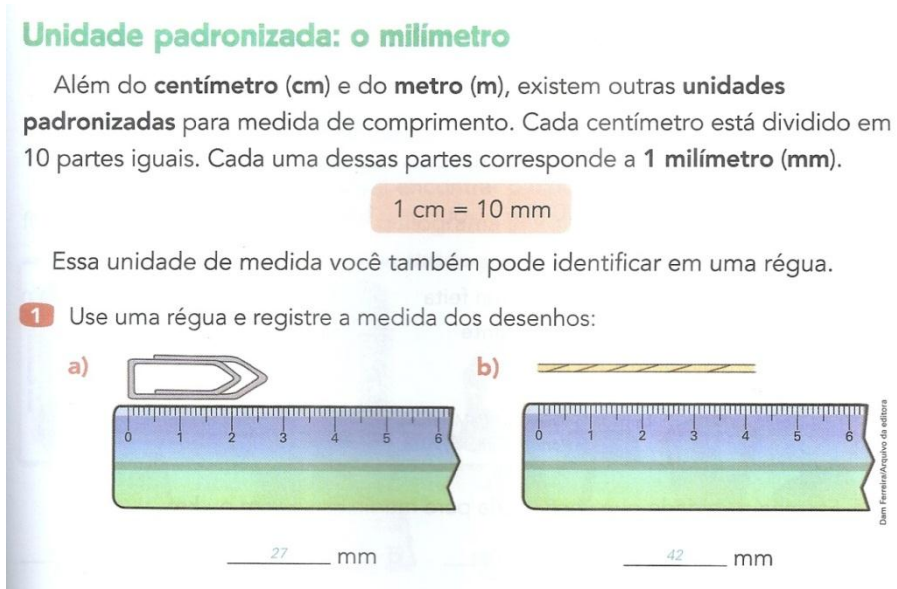
TABELA 13 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 3º ano.

	T _D	T _C	T _F	T _E	T _U	T _I	T _P	T _M	T _R	T _S
3º ano	44	11	1	17	5	0	1	0	0	0

Fonte: acervo da pesquisa

Neste capítulo o autor introduz o tópico medida de comprimento solicitando para que os alunos determinem a medida do comprimento, utilizando unidades não convencionais, ou seja, partes do corpo (palmo, pé e passo). Solicita, também, que os alunos façam estimativas do comprimento da sala, usando ainda partes do corpo. Neste estudo podemos identificar o momento do primeiro encontro com o tipo de tarefa; momento da exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica e o momento de institucionalização, tendo o primeiro encontro com os tipos de tarefas T_D e T_E; a técnica, utilizando de unidade de medida não convencional, contando quantas unidades de comprimento são representadas pelo número total dessas unidades e realizando mentalmente a medição de comprimento; o momento da institucionalização da organização; respectivamente.

Em seguida são apresentadas unidades de medidas convencionais, como, o centímetro, o metro, o milímetro e o quilômetro.

FIGURA 27 – Exemplo do T_D identificado no livro do 3º ano

Fonte: Dante (2015c, p. 233).

Como podemos perceber nas figuras acima, acreditamos que o autor tem a intenção de justificar a técnica de medidas convencionais no momento de constituição do ambiente tecnológico-teórico e no momento de trabalho da técnica, vale ressaltar, que para os tipos de tarefas realizadas no início do tópico, utilizando unidades não convencionais, não foram identificados esses momentos. Como também, não identificamos o momento de avaliação.

4º ano (capítulo 8)

Segundo as informações na tabela seguinte, no livro do 4º ano foram analisadas oito tipos de tarefa. Identificamos também uma maior exibição nas tarefas do tipo determinar e converter uma unidade de medida de comprimento.

TABELA 14 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 4º ano.

	T _D	T _C	T _F	T _E	T _U	T _I	T _P	T _M	T _R	T _S
4º ano	34	5	6	9	27	8	18	2	0	0

Fonte: acervo da pesquisa

O autor inicia o capítulo com o tópico “Medida de comprimento e perímetro” com o momento do primeiro encontro com o tipo de tarefa identificado nos tipos de tarefas relativos aos objetos de comprimento e perímetro. É notória a primeira abordagem sobre perímetro nos livros, até aqui, analisados, como podemos ver na figura seguinte:

FIGURA 28 – Exemplo identificado no livro do 4º ano

Objetivos

- Explorar as grandezas comprimento e superfície, bem como suas unidades de medida.
- Explorar a ideia de perímetro.
- Introduzir a noção de área.
- Resolver problemas envolvendo essas grandezas e suas medidas.

Veja o Manual do Professor.

Medida de comprimento e perímetro

1 Mariana quer enfeitar seu cartaz colocando fita colorida ao redor dele. Para isso, ela o contornou com seu palmo e descobriu que a volta toda tem 18 palmos. Mariana obteve uma **medida de comprimento** igual a 18 palmos. Ela usou uma unidade de medida de comprimento não padronizada. Responda em seu caderno:

a) Qual foi essa unidade de medida?
O comprimento do palmo dela.

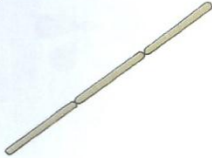
b) Ela poderia ter usado uma unidade de medida padronizada.
Qual unidade seria mais adequada? O centímetro.

Pergunte aos alunos que outras unidades de medida não padronizadas eles conhecem. Pergunte também que instrumento de medida poderia ser usado para descobrir a medida do contorno do cartaz (régua, fita métrica, etc.).

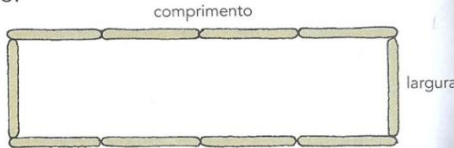


Ahl Ilustrações/Arquivo da editora

2 Maria está representando figuras geométricas com palitos. Veja o que ela fez e registre as medidas em seu caderno.



Um **segmento de reta**.
A medida do seu comprimento é igual a palitos.
3



Um **retângulo**.
Medida do comprimento: palitos.
Medida da largura: palito.
Medida do contorno todo: palitos.
10

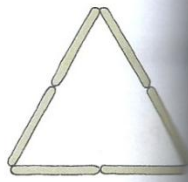


A medida do comprimento de um contorno chama-se **perímetro**.

Veja agora o triângulo construído por Lucas e registre no caderno.

a) Há palitos em cada lado.
2

b) O perímetro é de palitos.
6



Fonte: Dante (2015d, p. 184)

A técnica utilizada está em calcular a soma das medidas dos lados da figura poligonal (retângulo), caracterizando o momento da exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica. Na figura acima o menino tem sua fala ilustrada em um balão, expõe o conceito de perímetro, ou seja, esclarece o porquê de usar esta técnica, detectando o momento de constituição do ambiente tecnológico-teórico e o momento de trabalho da técnica. O momento de institucionalização é identificado quando perímetro é legitimado no LD, conceituando-o como a medida do comprimento de um contorno. E não identificamos o momento de avaliação.

5º ano (capítulo 9)

Em consonância com as informações na seguinte tabela, no livro do 5º ano foram identificados sete tipos de tarefa. Observamos um destaque maior nos tipos de tarefas determinar a medida do comprimento, converter uma unidade de medida de comprimento e comparar medidas de comprimento.

TABELA 15 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 5º ano.

	T _D	T _C	T _F	T _E	T _U	T _I	T _P	T _M	T _R	T _S
5º ano	18	14	4	9	14	0	3	0	2	0

Fonte: acervo da pesquisa

O autor introduz mais um capítulo com tarefas, neste ele enfatiza as unidades de medidas de comprimento, principalmente na T_U: converter uma unidade de medida de comprimento, caracterizando o momento do primeiro encontro com o tipo de tarefa, como pode ver na figura seguinte:

FIGURA 29 – Exemplo identificado no livro do 5º ano

Estimule em toda a unidade o uso de material concreto. Por exemplo, na atividade 5 é interessante trabalhar com régua ou fita métrica.

5 Veja.



Para medir pequenos comprimentos, geralmente usamos o **centímetro (cm)** e o **milímetro (mm)**, que você já conhece. Há também o **decímetro (dm)**, menos usado.

O centímetro (cm) é a centésima parte do metro. $1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m} = 0,01 \text{ m}$	O milímetro (mm) é a milésima parte do metro. $1 \text{ mm} = \frac{1}{1000} \text{ m} = 0,001 \text{ m}$	O decímetro (dm) é a décima parte do metro. $1 \text{ dm} = \frac{1}{10} \text{ m} = 0,1 \text{ m}$
---	---	---

Agora copie e complete no caderno de acordo com as informações acima ou olhando em uma régua ou fita métrica.

a) $1 \text{ m} = \frac{\quad}{100} \text{ cm}$	d) $1 \text{ cm} = \frac{\quad}{10} \text{ mm}$	g) $1,4 \text{ cm} = \frac{\quad}{14} \text{ mm}$
b) $1 \text{ m} = \frac{\quad}{1000} \text{ mm}$	e) $1 \text{ dm} = \frac{\quad}{10} \text{ cm}$	h) $0,35 \text{ m} = \frac{\quad}{350} \text{ mm}$
c) $1 \text{ m} = \frac{\quad}{10} \text{ dm}$	f) $0,5 \text{ m} = \frac{\quad}{50} \text{ cm}$	i) $20 \text{ cm} = \frac{\quad}{2} \text{ dm}$

Fonte: Dante (2015e, p.225).

Na figura acima podemos ver indícios do momento da exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica, ou seja, da técnica utilizada para a conversão de unidades de medidas. Neste tópico analisado não conseguimos identificar o momento de constituição do ambiente tecnológico-teórico; momento de trabalho da técnica; momento de institucionalização e o momento de avaliação.

Em síntese podemos perceber que nos livros dos anos iniciais do ensino Fundamental, começam para resolver um tipo de tarefa referente aos objetos estudados, com poucos ou sem nenhum exemplo. O que nos mostra que o professor precisa estar interagindo com os alunos para a abordagem destes objetos de estudos.

6º ano (Capítulo 8)

Na seguinte tabela são apresentados dados referentes à análise do livro do 6º ano que foram analisadas oito tipos de tarefa. Identificamos também um maior destaque trabalhado no tipo de tarefa construir uma figura plana conhecendo a medida do comprimento e calcular a medida do perímetro.

Tabela 16 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 6º ano.

	T _D	T _C	T _F	T _E	T _U	T _I	T _P	T _M	T _R	T _S
6º ano	11	5	1	5	30	4	20	0	5	0

Fonte: acervo da pesquisa

O autor inicia o capítulo “Grandeza Comprimento e Grandeza Superfície”, com uma introdução fazendo uma descrição, após a construção e o revestimento interno de uma piscina, e explica que para azulejar o revestimento interno da piscina é preciso calcular a área, e, para azulejar o seu contorno, é preciso calcular seu perímetro. Sendo assim, o autor continua explicitando que uma única situação pode envolver diversos tipos de grandezas e medidas, aprofundando no estudo da grandeza comprimento e da grandeza área, em especial, perímetros e áreas.

Em seguida, é detalhado um tópico “A ideia de medida e suas unidades”, onde o autor Dante (2016a) conceitua a ideia de medir “é comparar duas grandezas de mesma espécie, verificando quantas vezes uma contém a outra”. O autor acrescenta que para medir uma grandeza podemos usar unidades não padronizadas de medida, como o passo, e unidades padronizadas de medida, como o metro. Esclarecendo o momento de constituição do ambiente tecnológico-teórico.

Na figura abaixo intitulada de grandeza comprimento, podemos identificar o momento de trabalho da técnica:

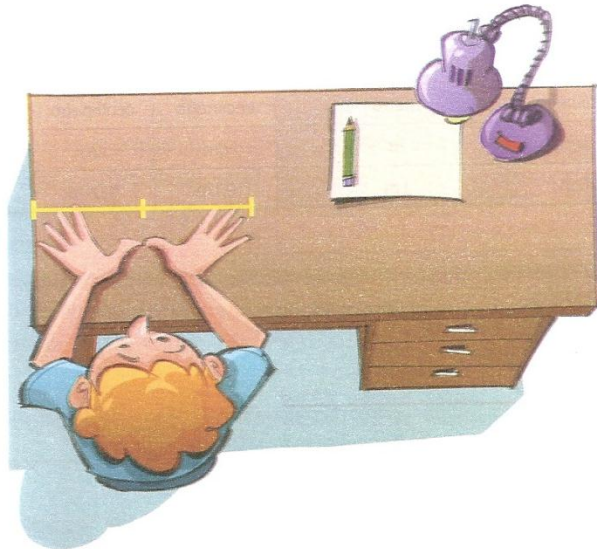
FIGURA 30 – Exemplo identificado no livro do 6º ano.

4 Grandeza comprimento

Acompanhe a seguinte situação:

Adolfo **comparou** o **comprimento** de seu **palmo** com o comprimento do tampo de sua mesa de estudo e encontrou 5.

O **número 5** e o comprimento do palmo como unidade dão a **medida** do comprimento do tampo da mesa.



Medida do comprimento do tampo da mesa: **5 palmos** de Adolfo.



Explorar e descobrir

Atividades em dupla

1. Meçam o comprimento do tampo da carteira usando como unidade de medida o comprimento do palmo de um de vocês e, depois, o comprimento do palmo do outro. A seguir, respondam:
 - a) Que medidas vocês obtiveram? *Resposta pessoal.*
 - b) As medidas encontradas por outros colegas da classe foram iguais às medidas obtidas pela sua dupla? *Resposta pessoal. Geralmente as medidas são diferentes.*
 - c) Por que isso aconteceu? *Porque as unidades de medida usadas são diferentes, ou seja, os tamanhos dos palmos em geral são diferentes.*
2. Agora, meçam o comprimento do tampo da carteira com uma régua, usando o centímetro como unidade. Depois, respondam:
 - a) Que medida vocês obtiveram? *Resposta pessoal.*
 - b) As medidas encontradas por outros colegas da classe foram iguais às medidas obtidas pela sua dupla? *Resposta esperada: Sim.*
 - c) Por que isso aconteceu? *Porque a unidade de medida utilizada é a mesma: o centímetro.*

Nessas atividades usamos uma **unidade de medida não padronizada** (palmo) e uma **unidade de medida padronizada** (centímetro).

Fonte: Dante (2016a, p.233).

Em seguida foi o primeiro encontro com a tarefa T1, caracterizando o momento do primeiro encontro com o tipo de tarefa em que o comando é para medir o comprimento do tampo da carteira usando como unidade de medida o comprimento do palmo, e depois

comparar as medidas encontradas pelos colegas. Em seguinte momento da exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica, fazendo a mesma medição utilizando a régua, também.

Podemos perceber que este capítulo é bastante dedicado aos saberes de comprimento e perímetro, o autor enfatiza as técnicas, como também, existe uma grande variedade de tipos de tarefas mapeadas neste capítulo.

FIGURA 31 – Exemplo de momento de estudo identificado no livro do 6º ano

Unidades de medida de comprimento						
No Sistema Internacional de Unidades, o metro (m) é a unidade-padrão (ou unidade fundamental) de comprimento. Há também outras unidades de comprimento que derivam dele. São seus múltiplos (usados para medir grandes distâncias) e submúltiplos (usados para medir pequenas distâncias).						
Múltiplos do metro			Unidade-padrão (ou unidade fundamental)	Submúltiplos do metro		
quilômetro	hectômetro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Fonte: Dante (2016a, p.234).

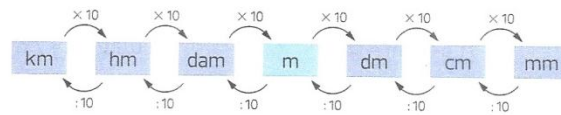
Nesse exemplo da figura 31 acima é apresentado um quadro com as unidades de medida de comprimento, tendo como unidade-padrão o metro. Mostrando ainda os seus múltiplos e submúltiplos.

FIGURA 32 – Exemplo da técnica identificada no livro do 6º ano

Transformações envolvendo unidades de medida de comprimento

No Capítulo 7 você estudou um processo prático de mudança de unidades de medidas decimais.

Observe agora outro processo, decorrente daquele, com as unidades de medida de comprimento.

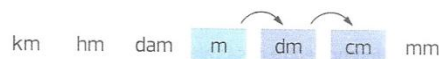


Veja que cada unidade de comprimento é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior. Escrevendo de outra forma, podemos dizer que cada unidade de comprimento é igual a 1 décimo da unidade imediatamente superior.

Exemplos:

- a) Transformar 3,728 metros em centímetros

Como o centímetro (cm) está **duas posições à direita** do metro (m), devemos **multiplicar por 100** (10×10).



$$3,728 \times 100 = 372,8$$

Multiplicar por 100 equivale a "andar" com a vírgula duas casas para a direita, ou seja, $3,728 \text{ m} = 372,8 \text{ cm}$.

- b) Transformar 423 hectômetros em quilômetros

Como o quilômetro (km) está **uma posição à esquerda** do hectômetro (hm), devemos **dividir por 10**.



$$423 : 10 = 42,3$$

Dividir por 10 equivale a "andar" com a vírgula uma casa para a esquerda, ou seja, $423 \text{ hm} = 42,3 \text{ km}$.

c) $3,4 \text{ dm} = 340 \text{ mm}$

d) $28,7 \text{ cm} = 0,287 \text{ m}$

e) $4,2 \text{ m} = 0,0042 \text{ km}$

Fonte: Dante (2016a, p.235).

Na situação acima, exemplificando a técnica utilizada pela figura 32, o enunciado dispõe em explicar as transformações das unidades de medida. Portanto, os momentos de institucionalização e de avaliação, não foram explorados nesse capítulo.

7º ano (capítulo 2)

De acordo com os dados da seguinte tabela, no livro do 7º ano foram identificados apenas dois tipos de tarefas: determinar a medida do comprimento e calcular a medida do perímetro.

TABELA 17 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 7º ano.

	T _D	T _C	T _F	T _E	T _U	T _I	T _P	T _M	T _R	T _S
7º ano	9	0	0	0	0	0	8	0	0	0

Fonte: acervo da pesquisa

Esse capítulo é destinado para o ensino de sólidos geométricos, em um tópico intitulado Alguns tipos de figuras geométricas, o autor traz uma pequena explanação sobre linhas fechadas e abertas, como podemos ver na figura seguinte:

FIGURA 33 – Exemplo de momento de estudo identificado no livro do 7º ano



Fonte: Dante (2016b, p.49).

Neste tópico não foi possível identificarmos todos os momentos. Apenas foi exposto os momentos do primeiro encontro com o tipo de tarefa e o da constituição do ambiente

tecnológico-teórico. O que podemos ter o comprimento de linhas fechadas (contorno) e de linhas abertas, sendo muito pouco explorados os saberes estudados neste tópico, acreditamos que não foi o interesse do autor se deter em comprimento.

8º ano (capítulo 7)

Em relação às informações na seguinte tabela, no livro do 8º ano foram exploradas pelo menos quatro tipos de tarefa. Identificamos também uma maior ênfase trabalhada no tipo de tarefa calcular a medida do perímetro e com menor ênfase estimar a medida do perímetro.

TABELA 18 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 8º ano.

	T _D	T _C	T _F	T _E	T _U	T _I	T _P	T _M	T _R	T _S
8º ano	26	0	0	0	0	0	43	0	6	1

Fonte: acervo da pesquisa

Destinado um tópico e não o capítulo todo, para o ensino de perímetros, o autor inicia o tópico lembrando que em matemática, perímetro indica a medida do comprimento de um contorno. Identificamos o momento de constituição do ambiente tecnológico-teórico. Em seguida, é o primeiro encontro com o tipo de tarefa calcular a medida do perímetro de figuras planas, caracterizando o 1º momento.

FIGURA 34 – Exemplo de proposta da estrutura do estudo de perímetro identificado no livro do 8º ano

2 Perímetros

Você já ouviu falar em “perímetro urbano”? É a expressão usada para se referir ao contorno da parte urbana de um município. Observe ao lado o perímetro urbano aproximado da cidade de Teresina (PI), representado com uma linha amarela na imagem de satélite.

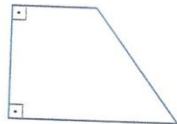
Em Matemática, **perímetro** indica a medida do comprimento de um contorno.

Imagem de satélite do perímetro urbano da cidade de Teresina (PI). Foto de 2015.

Perímetro de um polígono

Explorar e descobrir

Reproduza os polígonos abaixo em seu caderno, meça todos os lados e responda às questões, para descobrir o perímetro dos dois polígonos.

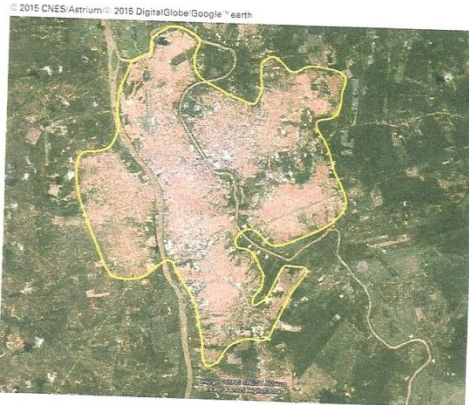
a) No triângulo:

- Quais são as medidas dos 3 lados? 5 cm, 2 cm e 4 cm.
- Qual é a soma dessas medidas? 11 cm (5 + 2 + 4 = 11).

b) No trapézio:

- Quais são as medidas dos 4 lados? 3 cm; 2 cm; 1,5 cm e 2,5 cm.
- Qual é a soma dessas medidas? 9 cm (3 + 2 + 1,5 + 2,5 = 9).

Ilustrações: Modificações desta página: Banco de Imagens/Arquivo da editora



© 2015 CNES/Astrium © 2015 DigitalGlobe/Google Earth

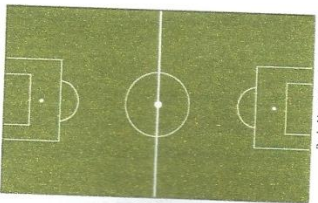
Quando o contorno é um polígono, o perímetro é a **soma das medidas de comprimento de seus lados**.

Observe mais um exemplo. O perímetro do campo de futebol desenhado abaixo é obtido assim:

$$100 + 73 + 100 + 73 = 346 \text{ m}$$

ou

$$2 \cdot 100 + 2 \cdot 73 = 200 + 146 = 346 \text{ m}$$



Paulo Mascarenhas da silveira

Estimule os alunos a descrever situações da vida real nas quais há necessidade de calcular um perímetro. Por exemplo, para colocar uma fita de renda em volta de uma toalha de mesa.

Fonte: Dante (2016c, p.219).

Podemos identificar, também, quando o autor tem a intenção de melhorar a técnica, expondo que quando o contorno é um polígono, o perímetro é a soma das medidas de comprimento de seus lados. Posteriormente, observa-se um exemplo da técnica para a

resolução de um tipo de tarefa, caracterizando assim, o momento de trabalho da técnica e o momento da exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica, respectivamente.

Dando continuidade ao tópico o autor explicita o assunto do perímetro do círculo.

FIGURA 35 – Exemplo de momento de estudo identificado no livro do 8º ano

Comprimento da circunferência (perímetro do círculo)

Você já estudou este assunto no Capítulo 1. Vamos retomá-lo.

A professora pediu a seus alunos, como lição de casa, que encontrassem o perímetro (C) de algum objeto ligado ao dia a dia e que tivesse a forma circular. Em seguida, deviam determinar a medida do comprimento do diâmetro (d) e finalmente calcular o quociente de C por d ($C : d$).

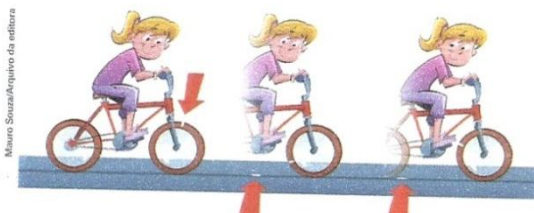


Observe como Nelson e Sônia fizeram:

- Nelson contornou o fundo de uma lata de leite em pó de forma circular com uma fita métrica e descobriu o seu perímetro, ou seja, o comprimento da circunferência. Mediu também o comprimento do seu diâmetro.



- Para descobrir o comprimento da circunferência da roda traseira de sua bicicleta, Sônia fez uma marca de giz na roda, andou com a bicicleta em linha reta e mediu a distância entre as duas marcas deixadas no chão. Mediu também o comprimento do diâmetro da roda.



No Capítulo 1, constatamos que:

Comprimento da circunferência (C) : medida do diâmetro (d) = π (pi), com $\pi \approx 3,14$.

Fazendo a operação inversa, temos:

Comprimento da circunferência (C) = π (pi) · medida do diâmetro (d), ou seja, $C = \pi \cdot d$.

Como a medida do diâmetro (d) é o dobro da medida do raio (r), isto é, $d = 2r$, podemos escrever $C = \pi \cdot 2 \cdot r$ ou ainda: $C = 2\pi r$. Assim, a medida do comprimento de uma circunferência é dada por:

$$C = 2\pi r \quad \text{ou} \quad C = \pi \cdot d$$

O resultado da divisão ($C : d$) é sempre um número próximo de 3, qualquer que seja a circunferência.

Você já estudou que esse número, que é irracional, é chamado de **pi** e seu símbolo é π . Nos cálculos, usamos para esse número valores racionais aproximados. Por exemplo: $\frac{22}{7}$, $3\frac{1}{7}$ ou 3,14.



Fonte: Dante (2016c, p.221).

Mais uma vez os momentos de institucionalização e de avaliação, não foram explorados. Acreditamos que não seja a intenção do autor explorar esses momentos.

9º ano (capítulo 8)

Conforme as informações na seguinte tabela, no livro do 9º ano foram exploradas pelo menos cinco tipos de tarefa. Percebemos também uma maior ênfase trabalhada nas tarefas do tipo determinar a medida do comprimento.

TABELA 19 - Tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento e perímetro no LD do 9º ano.

	T _D	T _C	T _F	T _E	T _U	T _I	T _P	T _M	T _R	T _S
9º ano	104	0	2	4	0	0	39	0	1	0

Fonte: acervo da pesquisa

Assim como em algumas análises anteriores, neste capítulo temos apenas um tópico destinado ao ensino de perímetro. O tópico inicia com o cálculo de perímetro de um polígono, como ilustrado na figura seguinte:

FIGURA 36 – Exemplo de momento de estudo identificado no livro do 9º ano

2 Retomando e aprofundando o cálculo de perímetros

Perímetro de um polígono

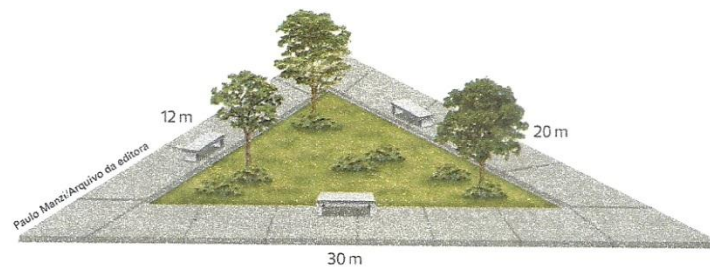
Pense rápido: como se calcula o perímetro de um losango? E o perímetro de um paralelogramo?

Nos exercícios seguintes, vamos trabalhar com a ideia de perímetro dos polígonos.

A praça representada abaixo tem a forma triangular com lados de 30 m, 20 m e 12 m.

Seu perímetro é calculado assim:

$$P = 30 \text{ m} + 20 \text{ m} + 12 \text{ m} = 62 \text{ m}$$



Lembre-se: perímetro é a medida do comprimento de um contorno. No caso dos polígonos, o perímetro é obtido com a soma das medidas do comprimento de seus lados.

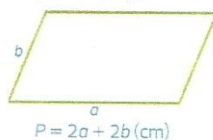


Exercícios e problemas

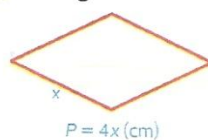


- Carlos quer colocar uma cerca, do tipo alambrado, no pasto onde fica seu gado. O pasto tem forma retangular de dimensões 100 m por 140 m. Ele pretende pôr um mourão a cada 20 m para prender a cerca. Quantos metros de cerca e quantos mourões Carlos precisa comprar?
480 m de cerca $(2(100 + 140))$ e 24 mourões $((480 : 20))$
- Escreva em seu caderno uma fórmula para determinar o perímetro em relação às medidas dos lados (em centímetros) de cada polígono. Antes, atribua letras para representar essas medidas.

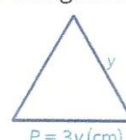
a) Paralelogramo



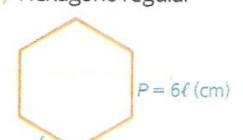
b) Losango



c) Triângulo equilátero



d) Hexágono regular



Fonte: Dante (2016d, p.225).

Na figura acima podemos ter o primeiro encontro do tipo de tarefa T_P : Calcular o perímetro de uma figura, especificamente tratando-se de uma praça de forma triangular, caracterizando o 1º momento. O 2º momento é identificado com a resolução do cálculo do perímetro (soma das medidas do comprimento de seus lados). O balão ao lado exposto pela imagem da professora caracteriza o 3º e o 4º momento de estudo, pois justifica a técnica de forma teórica e visa melhorar a técnica que foi utilizada, como também, nos exercícios e

problemas é pedido o perímetro de variadas figuras planas poligonais, visando aprimorar a técnica.

Em seguida é abordado o perímetro de uma circunferência, que também foi explorado no livro anterior do 8º ano.

FIGURA 37 – Exemplo do momento da institucionalização identificado no livro do 9º ano



Vista aérea do Coliseu, em Roma, Itália. Sua construção foi iniciada em 72 d.C. Foto de 2011.

Perímetro de uma circunferência

Há mais de 2000 anos, o ser humano descobriu uma relação entre a medida do comprimento de uma circunferência (C) e a medida de seu diâmetro (d).

Antigos povos usaram essa descoberta para desenhar suas construções.

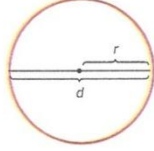


Diagrama de uma circunferência com raio r e diâmetro d .

A primeira relação usada foi: $\frac{C}{d} = 3$ ou $C = 3 \cdot d$.

No século XVIII a.C., no Egito, o escriba Ahmes utilizou o valor $3 + \frac{13}{81}$ para o quociente $\frac{C}{d}$. Já os babilônios usavam o valor $3 + \frac{1}{8}$.

Em 250 a.C., Arquimedes de Siracusa (287 a.C.–212 a.C.) provou que o quociente $\frac{C}{d}$ está entre $\frac{223}{71}$ e $\frac{22}{7}$ (ou seja, entre 3,1408 e 3,1429).

Durante séculos, os seres humanos tentaram encontrar um valor exato para esse número. Primeiro usaram fração; depois, a forma de número decimal; mas não tiveram êxito. A expressão decimal que eles encontravam era sempre 3 inteiros e uma parte decimal que continuava sempre sem que aparecesse uma dízima periódica ou uma decimal exata:

3,14159265358979323846...

Em 1874, o matemático inglês William Shanks (1812–1882) calculou esse quociente ($C : d$) com 707 algarismos para a parte decimal.

Com o uso da informática, nos séculos XX e XXI, foram alcançadas quantidades cada vez maiores de casas decimais para esse número. Em 2010, o engenheiro japonês Shigeru Kondo e o estudante americano Alexander Yee, com a ajuda de um computador especial construído em casa, alcançaram uma precisão de 5 trilhões de casas decimais, sem que se obtivesse uma dízima periódica ou uma decimal exata.

Para evitar o uso dessa forma decimal complicada, foi adotado o símbolo π (pi), primeira letra da palavra grega *perímetros* (περίμετρος). Assim, a fórmula que representa a relação entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do diâmetro é:

$$\frac{C}{d} = \pi \quad \text{ou} \quad C = \pi \cdot d \quad \text{ou ainda} \quad C = 2\pi r$$

Hoje sabemos que π é um número irracional. Entretanto, para efetuar cálculos, usamos valores racionais aproximados para π , como 3,14 ($\pi \approx 3,14$) ou $3\frac{1}{7}$ ($\pi \approx 3\frac{1}{7}$).

Este assunto foi abordado no 8º ano desta coleção.

Fonte: Dante (2016d, p.226).

A partir da figura acima podemos identificar que a institucionalização dos saberes é dada com explicação e demonstração da fórmula utilizada. Novamente não identificamos o 6º momento de estudo.

No quadro 12 a seguir é apresentada uma síntese da identificação dos momentos da OD nos livros do 1º ao 9º ano. Momentos que foram explorados nos livros analisados são representados pela cor verde e os que não foram explorados estão representados pela cor vermelha.

QUADRO 12- Identificação dos momentos de estudo da Organização didática nos LD.

	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
1º momento									
2º momento									
3º momento									
4º momento									
5º momento									
6º momento									

Fonte: acervo da pesquisa

Podemos perceber a ênfase no primeiro momento, ou seja, primeiro encontro com o tipo de tarefa e outra evidência é que momento de avaliação não foi explorado em nenhum volume.

Em suma, podemos perceber que nesses livros a presença do professor é muito importante, pois em alguns livros a técnica é desvelada a partir da sequência de passos, de itens, esta sequência desvela a técnica. Por outro lado, a inspiração do aluno desenvolver espontaneamente as suas estratégias, acreditamos que pode estar relacionado com a ruptura do ensino tradicional. O que acreditamos ser negativo, se essa ruptura for radical demais.

Não encontramos uma discussão sobre o trabalho de comprimento e perímetro como grandezas, que passa então, pela distinção e articulação entre os domínios da geometria, das grandezas e dos números e operações. Como por exemplo: perímetro e contorno (destacar que figuras diferentes podem ter perímetros iguais); comprimento/perímetro e medidas de comprimento/perímetro (mudando a unidade, muda a medida, mas o comprimento não se altera).

Pouco foi focado a discussão de contorno em si, junto com comprimento e perímetro como grandeza, sendo insuficiente o destaque dado ao Quadro das Grandezas, de acordo com

as discussões no modelo didático de articulação dos quadros de Douady e Perrin-Glorian (1989).

4.4 CONEXÕES DOS OBJETOS COMPRIMENTO E PERÍMETRO COM OUTROS OBJETOS MATEMÁTICOS E NÃO MATEMÁTICOS

Neste tópico será realizada uma breve análise ecológica da abordagem de comprimento e perímetro nos livros didáticos de 1º ao 9º anos analisados. Mais especificamente, nosso interesse se volta para o que Chevallard (1994) chama de **habitat** - o lugar de vida, o endereço de residência da organização, o ambiente conceitual de um objeto do saber – e **nicho** ecológico - a função que o organismo realiza. Ou seja, trata-se de analisar em cada Livro Didático em quais capítulos vivem os saberes e que função desempenha, ora é fundamental, ora é suporte. Para essa análise foram considerados não só os capítulos e unidades nos quais comprimento e perímetro são objetos de estudo, e sim todos os trechos em que esses conceitos são mencionados ao longo dos 9 livros didáticos analisados.

No domínio das grandezas e medidas o enfoque é maior nos primeiros anos, ou seja, do 1º ao 3º ano, com a função de comparação sem medida, ordenar objetos, o uso de instrumentos (régua), operações em deslocamentos. Podemos perceber que todas as tarefas propostas nesses anos têm por objetivo trabalhar com objetos matemáticos, ainda como uma noção, e sem institucionalizar os saberes. No Livro do 2º ano é perceptível o início da abordagem com as unidades de medidas como o centímetro, o milímetro e o metro. Tendo uma ênfase maior em relação nessa abordagem, mas todos com contextos matemáticos.

No livro do 3º ano foi iniciada a apresentação das unidades de medidas não convencionais pela primeira vez em toda a coleção, como também, o contexto de deslocamento, localização e distância. A partir do 4º ano, as grandezas e medidas ganham uma força ainda maior, pois inicia a abordagem sobre perímetro com o uso de palitos.

Bem como, no domínio da geometria a ênfase dada com maior frequência a partir do 4º ano até o 9º ano, são as utilizações de sólidos geométricos, triângulos, teorema de Pitágoras, trigonometria entre outros.

Embora comprimento e perímetro tenham uma conexão maior com as grandezas e medidas, outro domínio muito relacionado com os saberes em estudo, são os números e operações, principalmente nos anos finais do ensino fundamental.

Podemos encontrar essas conexões no uso dos números decimais; nos deslocamentos na malha quadriculada e entre ruas ou casas; distanciamentos entre cidades ou estados; no uso social, na geografia, uso de esportes, entre outros.

Apesar de números e operações serem um domínio como consta no PCN Brasil (1997), consideramos a álgebra como outro domínio diferente de números e operações, ou seja, ambos sendo, como é apresentado no documento estadual PCPE, Pernambuco (2012). Entretanto a álgebra, também apresenta um grande destaque nos anos finais dos livros analisados, em especial ao explorar cálculos algébricos para resoluções de questões envolvendo comprimento e/ou perímetro.

Podemos perceber que no livro do 9º ano tem uma maior quantidade de habitat e nicho, ou seja, em muitos são os lugares sendo estudado comprimento apoiado também em outras funções. Como por exemplo, razões trigonométricas que utiliza do comprimento para relacionar-se com outros saberes da matemática.

No entanto podemos destacar que em toda a análise ecológica realizada, são muitos os endereços que exercem diferentes funções e utilização de comprimento e perímetro, ora sendo fundamental, ora sendo suporte, ou seja, os referidos objetos analisados desempenham uma atribuição muito importante na matemática, pois servem como um auxílio para o ensino de outros objetos de saber.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho teve por objetivo investigar a abordagem de comprimento e perímetro em livros didáticos de matemática do 1º ao 9º anos do Ensino Fundamental, sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. A TAD, desenvolvida por Yves Chevallard e seus colaboradores fornece instrumentos teóricos e metodológicos para analisar o que se propõe que seja ensinado e como se propõe que esse ensino seja conduzido.

Apoiado em pesquisas anteriores (DOUADY E PERRIN-GLORIAN, 1989; BARBOSA, 2007; SILVA, 2011; BELLEMAIN, 2015 e SANTOS, 2015), adotamos a abordagem de comprimento como grandeza e o perímetro, como uma instância da grandeza comprimento, no caso das curvas fechadas. Essa visão inclui o perímetro de polígonos que pode ser calculado adicionando os comprimentos dos seus lados, mas não se restringe a essas figuras, pois se trata do comprimento do contorno de figuras planas, sejam elas poligonais ou não.

Iniciando o mapeamento na coleção adotada, foi verificado que todos os Livros Didáticos dispunham de capítulos com questões em torno do conceito de comprimento e perímetro, nos quais, foram contabilizados 629 itens abordados, nos livros do 1º ao 9º anos. Os capítulos relacionados a grandezas e medidas, grandezas geométricas ainda continuam, em sua maioria, na segunda metade dos LD.

Para atingir o objetivo geral, foram precisos três objetivos específicos definidos em: caracterizar as praxeologias matemáticas e analisar as praxeologias didáticas relativas aos objetos comprimento e perímetro em livros didáticos do 1º ao 9º anos do Ensino Fundamental; e identificar conexões dos objetos comprimento e perímetro com outros objetos matemáticos e não matemáticos nos livros didáticos do 1º ao 9º anos do Ensino Fundamental.

A modelização da praxeologia matemática em torno do conceito de comprimento foram dispostas em seis tipos de tarefa, categorizados em: T_D : “Determinar a medida do comprimento”, com 57,82%, a T_C : “Comparar comprimentos” enumerou-se em 9,19% dos itens e a T_F : “Construir uma figura plana conhecendo a medida do comprimento” e T_E : “Estimar a medida do comprimento” tiveram respectivamente a quantidade de 2,92% e 11,70%. O T_U : “Converter uma unidade de medida de comprimento” foi o segundo tipo mais enumerado com 15,87%. E por fim, o T_I : Identificar a unidade de medida, que teve 2,50%.

Em torno do conceito de perímetro foram mapeados quatro tipos de tarefas sendo eles: T_P : “Calcular a medida do perímetro” com um grande destaque na quantidade de itens computado em 88,67%, o T_M : “Construir uma figura conhecendo a medida do perímetro” teve

o menor índice de itens, com apenas 1,33%, por seguinte com 9,33% de itens o T_R : “Comparar medidas de perímetros” e por fim T_S : “Estimar a medida do perímetro” com 0,67%.

Analisando como se desenvolve a Organização Didática nos livros, segundo os momentos didáticos descritos na Teoria Antropológica do Didático, percebemos que em relação ao primeiro momento, há uma predominância em abordar os conceitos relativos aos objetos comprimento e perímetro colocando o aluno como solucionador das tarefas. Isso acontece via análise da ênfase dada aos gêneros de tipos de tarefas relacionados a determinar e calcular.

Em face aos dados apresentados e de acordo com o modelo didático de articulação dos quadros: (Geométricos, da Grandeza e Numérico), foi identificado que nos livros analisados a medida de comprimento foi o que mais prevaleceu dando uma ênfase nas questões de desenvolver medida e de conversão de medida. E referente a perímetro, o destaque dado foi em relação ao cálculo da medida.

Isso sugere que se o professor não considerar outros tipos de tarefas, além das apresentadas nos Livros Didáticos, com o saber comprimento e perímetro a aprendizagem poderá ficar fadada a esses dois tipos de tarefas. Como uma das consequências disso, podemos destacar a falsa impressão causada nos estudantes de que saber o assunto comprimento se resume apenas em saber usar técnicas de conversão de unidades ou cálculo de comprimentos de “objetos prontos”.

Em virtude do que foi mencionado, foi possível verificar que a ênfase dada, nos livros analisados, particularmente aos referidos conceitos tem-se situações que priorizam e reforçam o aprendizado desses conteúdos associado a determinar medidas e unidades, podendo colaborar com o surgimento de concepções numéricas.

Destacamos que em relação às conexões dos objetos comprimento e perímetro com outros objetos matemáticos e não matemáticos, um estudo forte no domínio das grandezas e medidas, como também, há articulações amplas entre a geometria, a aritmética e a álgebra.

Ao estudar os PCN verificamos a grande importância dada ao ensino das grandezas e medidas, que permite que o aluno estabeleça conexões entre a Matemática e outras áreas de conhecimento. Entende-se que as grandezas e medidas podem possibilitar ao professor explorar situações problema.

Vale ressaltar a importância de estudos e pesquisas dos referidos saberes para o meio acadêmico, vistos que em meios a tantos obstáculos, sejam por parte das abordagens pouco

exploradas nos livros didáticos ou planos de aulas incoerentes, discursos algumas vezes divulgados de forma limitada, entre outros aspectos que dificultam ou distanciam a aprendizagem. De forma que esses aspectos possam ser melhorados ou até mesmo corrigidos em meio à relevância da importância tida para o desenvolvimento do conhecimento e também em tornar as aulas de matemática mais atrativas, proporcionando um maior envolvimento em seus alunos com o conteúdo apresentado.

Não foi analisado e nem observado na pesquisa o uso do livro pelo professor na sala de aula. Mas podemos extrair desses resultados da referida pesquisa uma recomendação aos professores no sentido de completar a abordagem dos LD, realizando em sala de aula atividades que envolvam comparação de comprimentos e produção de linhas sem que o aspecto numérico seja central, como também, se houver possibilidade adiantar últimos capítulos, que como foi apresentado ainda continua na sua maioria no final, assim, contribuir para uma boa abordagem dos referidos saberes.

Como sugestão de continuidade seria interessante e de grande aporte, desenvolver pesquisas e novas investigações no que tange os objetos de comprimento e perímetro por serem escassos na área acadêmica. Quanto ao prolongamento da nossa pesquisa: analisar os impactos dessa abordagem sobre a aprendizagem dos alunos, ou ainda aprofundar a análise das conexões com conteúdos da matemática e de outras disciplinas escolares em coleções de livros didáticos dos anos iniciais e finais do ensino fundamental, como também, do ensino médio, sob a ótica da TAD.

REFERÊNCIAS

ANWANDTER-CUELLAR, N. **Place et rôle des grandeurs dans la construction des domaines mathématiques numérique, fonctionnel et géométrique et de leurs interrelations dans l'enseignement au collège en France**. Tese de doutorado HPDS (Histoire Philosophie et Didactique des Sciences). Montpellier : Université Montpellier 2, 2012.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba- PR. Ed. UFPR, 2007.

BARBOSA, P. R. **Efeitos de uma sequência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação), UFPE, Recife, 2002.

_____. **Efeitos de Visualização em Atividades de Comparação de Comprimentos de Linhas Abertas**. Tese de Doutorado em Educação. UFPE. Recife, 2007.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. Natal: Editora da SBHMat, 2002.

BELLEMAIN, P. M. B. **Ensinar Comprimento no ciclo de Alfabetização**. VI SIPEM (Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática), Pirenópolis, 2015.

BENDICK, J. **Pesos e medidas**. São Paulo: Fundo de Cultura, 1965.

BITTAR, M. **A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos**. In: Zetetiké, Campinas, SP, v.25, n. 3, set./dez.2017, p.364-387.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. **Ostensifs et sensibilité eux ostensifs**. Recherches en didactique des mathématiques. 19/1. 1999.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. 25 años de Transposicton Didáctica. In: RUIZ-HIGUERAS, L.; ESTEPA, A.; GARCIA, F. J. (Eds.). España: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén, 2006. Sociedad, Escuela y Matemáticas. **Aportaciones de la teoría Antropológica de lo Didáctico**, p. 385-406. 2007.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Ed. Edgard, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília. MEC, 1997.

_____. Referencial curricular nacional para a educação infantil/Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. — Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. MEC, 1998. Disponível em <<http://www.mec.gov.br/sef/estrut2/pcn/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 06/05/2017.

_____. **Guia de livros didáticos: PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: ensino fundamental anos iniciais**. — Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2015.

_____. Ministério da Educação. **PNLD 2017: matemática** – Ensino fundamental anos finais / Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2016.

BRITO, A. F. **Um estudo sobre a influência do uso de matérias manipulativos na construção do conceito de comprimento como grandeza no 2º ciclo do ensino fundamental**. 2003. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação), UFPE, Recife, 2003.

CÂMARA DOS SANTOS, M. **Efeitos de uma sequência didática para a construção do conceito de perímetro no 2º ciclo do ensino fundamental**. In: EPENN – Encontro de Pesquisa em Educação Norte Nordeste, 4. Anais do IV EPENN. Salvador, 1999.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Sá da Costa, 1984.

CHEVALLARD, Y. **La Transposition Didactique: Du Savoir Savant au Savoir Enseigné**. Grenoble, La pensée Sauvage, 1991.

_____. **Les processus de transposition didactique et leur theorisation**. 1994. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Les_processus_de_transposition.pdf. Acessado em 22.09.2018.

_____. **L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique**. 1999.

DANTE, L. R. **Ápis: Alfabetização Matemática** - 1º ano. 2 ed, São Paulo, editora ática, 2015a.

DANTE, L. R. **Ápis: Alfabetização Matemática** - 2º ano. 2 ed, São Paulo, editora ática, 2015b.

DANTE, L. R. **Ápis: Alfabetização Matemática** - 3º ano. 2 ed, São Paulo, editora ática, 2015c.

DANTE, L. R. **Ápis: Matemática** - 4º ano. 2 ed, São Paulo, editora ática, 2015d.

DANTE, L. R. **Ápis: Matemática** – 5º ano. 2 ed, São Paulo, editora ática, 2015e.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris** - 6º ano. 2 ed, São Paulo, editora ática, 2016a.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris** – 7º ano. 2 ed, São Paulo, editora ática, 2016b.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris** – 8º ano. 2 ed, São Paulo, editora ática, 2016c.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris** – 9º ano. 2 ed, São Paulo, editora ática, 2016d.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. In: **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, n.4, 1989.

EVES, H. W. **Introdução à história da matemática**. 2.ed. Campinas, São Paulo: Unicamp, 1997.

FARIAS, K. S. C. S. **A representação do espaço nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Programa de Pós-graduação em Educação. Dissertação de mestrado, Campo Grande-MS, 2008.

IFRAH, G. **História Universal dos Algarismos**: Tomo 1 e 2. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2 v, 1997.

LIMA, P. F. Considerações sobre o Ensino do conceito de área. In: **Semana de estudos em psicologia da educação matemática**, 1995, Recife: UFPE, 1995.

LIMA, P. F., BELLEMAIN, P. M. B. **Grandezas e Medidas** In: **Matemática: Ensino Fundamental (Coleção Explorando o Ensino)**. 1 ed. Brasília: Ministério da Educação: Secretaria da Educação Básica, 2010, v.17, p. 167-200.

LIMA, L.; MOISÉS, R. **A Fração – a Repartição da Terra**. São Paulo: CEVEC-CIARTE, 1998.

ODUM E. P. **Fundamentos de Ecologia**. Serviço de Educação e Bolsas. Fundação Catalouste Gulbenkian. 6ª edição. 2001.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 4. ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

PEREIRA, T. M., et al. **Matemática nas séries iniciais**. Ijuí: Livraria Unijuí. 1987.

PERNAMBUCO. **Parâmetros curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio**, 2012.

PESSOA, G. S. **Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada: influências de algumas variáveis**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. UFPE. Recife, 2010.

POZEBON, S.; LOPES, A. R. L. V. **Grandezas e Medidas: Surgimento Histórico e Contextualização Curricular**. VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática. Ulbra: Canoas, RS, 2013. Disponível em:
<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/971/908> . Acesso em: 10/10/17.

SANTOS, V. A. **O conceito de perímetro sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático: uma análise de uma coleção de livros didáticos de matemática**. Trabalho de Conclusão de curso (monografia), Universidade de Pernambuco. Campus Mata Norte- Nazaré da Mata, 2015.

SILVA, J. V. G. **Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. Dissertação (Mestrado), UFPE. Recife, 2011.

TEIXEIRA, S. G. **Concepções de alunos de Pedagogia sobre os conceitos de comprimento e perímetro**. Dissertação (Mestrado em Educação), UFPE, Recife, 2004.

ANEXOS

ANEXO 1: PNLD 2016 - Coleções mais distribuídas por componente curricular Alfabetização Matemática (1º, 2º e 3º ano).

Seq.	Código Livro	Título do Livro	Tipo L: Livro do Aluno M: Livro do Professor	Qtde de Exemplares	Qtde por Coleção
1º	27696C3219	ÁPIS - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 1º ANO	L	420.189	1.411.498
	27696C3219	ÁPIS - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 1º ANO	M	16.004	
	27696C3220	ÁPIS - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 2º ANO	L	439.485	
	27696C3220	ÁPIS - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 2º ANO	M	16.594	
	27696C3221	ÁPIS - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 3º ANO	L	500.780	
	27696C3221	ÁPIS - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 3º ANO	M	18.446	
2º	27894C3219	PROJETO COOPERA ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	202.509	679.473
	27894C3219	PROJETO COOPERA ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	7.544	
	27894C3220	PROJETO COOPERA ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	213.135	
	27894C3220	PROJETO COOPERA ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	7.869	
	27894C3221	PROJETO COOPERA ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	239.746	
	27894C3221	PROJETO COOPERA ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	8.670	
3º	27869C3219	PORTA ABERTA - EDIÇÃO RENOVADA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	168.252	565.390
	27869C3219	PORTA ABERTA - EDIÇÃO RENOVADA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	6.553	
	27869C3220	PORTA ABERTA - EDIÇÃO RENOVADA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	175.131	
	27869C3220	PORTA ABERTA - EDIÇÃO RENOVADA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	6.758	
	27869C3221	PORTA ABERTA - EDIÇÃO RENOVADA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	201.086	
	27869C3221	PORTA ABERTA - EDIÇÃO RENOVADA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	7.610	
4º	27893C3219	PROJETO BURITI MATEMÁTICA	L	162.999	545.846
	27893C3219	PROJETO BURITI MATEMÁTICA	M	6.136	
	27893C3220	PROJETO BURITI MATEMÁTICA	L	168.905	
	27893C3220	PROJETO BURITI MATEMÁTICA	M	6.320	
	27893C3221	PROJETO BURITI MATEMÁTICA	L	194.357	
	27893C3221	PROJETO BURITI MATEMÁTICA	M	7.129	
5º	27842C3219	NOVO BEM-ME-QUER ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	141.821	475.685
	27842C3219	NOVO BEM-ME-QUER ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	5.066	
	27842C3220	NOVO BEM-ME-QUER ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	148.676	
	27842C3220	NOVO BEM-ME-QUER ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	5.296	
	27842C3221	NOVO BEM-ME-QUER ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	168.965	
	27842C3221	NOVO BEM-ME-QUER ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	5.861	
6º	27788C3219	LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	88.360	294.684
	27788C3219	LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	3.258	
	27788C3220	LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	91.979	
	27788C3220	LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	3.354	
	27788C3221	LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	104.000	
	27788C3221	LIGADOS.COM ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	3.733	
7º	27669C3219	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	81.593	275.034
	27669C3219	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	3.124	
	27669C3220	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	85.070	
	27669C3220	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	3.223	
	27669C3221	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	98.386	
	27669C3221	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	3.638	
8º	27718C3219	APRENDER JUNTOS ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	63.490	212.080
	27718C3219	APRENDER JUNTOS ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	2.376	
	27718C3220	APRENDER JUNTOS ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	66.102	
	27718C3220	APRENDER JUNTOS ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	2.447	
	27718C3221	APRENDER JUNTOS ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	74.946	
	27718C3221	APRENDER JUNTOS ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	2.719	
9º	27671C3219	A ESCOLA É NOSSA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 1º ANO	L	63.175	210.487
	27671C3219	A ESCOLA É NOSSA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 1º ANO	M	2.341	
	27671C3220	A ESCOLA É NOSSA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 2º ANO	L	65.814	
	27671C3220	A ESCOLA É NOSSA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 2º ANO	M	2.417	
	27671C3221	A ESCOLA É NOSSA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 3º ANO	L	74.080	
	27671C3221	A ESCOLA É NOSSA - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 3º ANO	M	2.660	
	27922C3219	PROJETO NAVEGAR MATEMÁTICA	L	59.913	
	27922C3219	PROJETO NAVEGAR MATEMÁTICA	M	2.348	

10º	27922C3220	PROJETO NAVEGAR MATEMÁTICA	L	62.568	203.023
	27922C3220	PROJETO NAVEGAR MATEMÁTICA	M	2.420	
	27922C3221	PROJETO NAVEGAR MATEMÁTICA	L	73.036	
	27922C3221	PROJETO NAVEGAR MATEMÁTICA	M	2.738	
11º	27729C3219	APRENDER, MUITO PRAZER! - 1º ANO	L	55.724	187.901
	27729C3219	APRENDER, MUITO PRAZER! - 1º ANO	M	2.094	
	27729C3220	APRENDER, MUITO PRAZER! - 2º ANO	L	58.086	
	27729C3220	APRENDER, MUITO PRAZER! - 2º ANO	M	2.162	
	27729C3221	APRENDER, MUITO PRAZER! - 3º ANO	L	67.392	
	27729C3221	APRENDER, MUITO PRAZER! - 3º ANO	M	2.443	
12º	27916C3219	PROJETO LUMIRÁ - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 1º ANO	L	56.159	186.393
	27916C3219	PROJETO LUMIRÁ - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 1º ANO	M	2.002	
	27916C3220	PROJETO LUMIRÁ - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 2º ANO	L	58.583	
	27916C3220	PROJETO LUMIRÁ - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 2º ANO	M	2.080	
	27916C3221	PROJETO LUMIRÁ - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 3º ANO	L	65.274	
	27916C3221	PROJETO LUMIRÁ - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 3º ANO	M	2.295	
13º	27745C3219	FAZENDO E COMPREENDENDO MATEMÁTICA	L	52.284	176.612
	27745C3219	FAZENDO E COMPREENDENDO MATEMÁTICA	M	1.998	
	27745C3220	FAZENDO E COMPREENDENDO MATEMÁTICA	L	54.253	
	27745C3220	FAZENDO E COMPREENDENDO MATEMÁTICA	M	2.064	
	27745C3221	FAZENDO E COMPREENDENDO MATEMÁTICA	L	63.683	
	27745C3221	FAZENDO E COMPREENDENDO MATEMÁTICA	M	2.330	
14º	27840C3219	NOSSE LIVRO DE MATEMÁTICA 1º ANO	L	50.745	163.897
	27840C3219	NOSSE LIVRO DE MATEMÁTICA 1º ANO	M	1.782	
	27840C3220	NOSSE LIVRO DE MATEMÁTICA 2º ANO	L	52.203	
	27840C3220	NOSSE LIVRO DE MATEMÁTICA 2º ANO	M	1.837	
	27840C3221	NOSSE LIVRO DE MATEMÁTICA 3º ANO	L	55.360	
	27840C3221	NOSSE LIVRO DE MATEMÁTICA 3º ANO	M	1.970	
15º	27695C3219	ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA - 1º ANO	L	38.519	129.377
	27695C3219	ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA - 1º ANO	M	1.438	
	27695C3220	ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA - 2º ANO	L	40.021	
	27695C3220	ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA - 2º ANO	M	1.477	
16º	27695C3221	ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA - 3º ANO	L	46.260	123.012
	27695C3221	ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA - 3º ANO	M	1.662	
	27747C3219	FAZER, COMPREENDER E CRIAR EM MATEMÁTICA - 1º ANO	L	36.609	
	27747C3219	FAZER, COMPREENDER E CRIAR EM MATEMÁTICA - 1º ANO	M	1.408	
	27747C3220	FAZER, COMPREENDER E CRIAR EM MATEMÁTICA - 2º ANO	L	38.324	
	27747C3220	FAZER, COMPREENDER E CRIAR EM MATEMÁTICA - 2º ANO	M	1.457	
	27747C3221	FAZER, COMPREENDER E CRIAR EM MATEMÁTICA - 3º ANO	L	43.586	
	27747C3221	FAZER, COMPREENDER E CRIAR EM MATEMÁTICA - 3º ANO	M	1.628	
17º	27935C3219	SABER MATEMÁTICA 2ª EDIÇÃO RENOVADA 2ª ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	36.255	120.105
	27935C3219	SABER MATEMÁTICA 2ª EDIÇÃO RENOVADA 2ª ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	1.327	
	27935C3220	SABER MATEMÁTICA 2ª EDIÇÃO RENOVADA 2ª ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	38.253	
	27935C3220	SABER MATEMÁTICA 2ª EDIÇÃO RENOVADA 2ª ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	1.387	
	27935C3221	SABER MATEMÁTICA 2ª EDIÇÃO RENOVADA 2ª ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	41.391	
	27935C3221	SABER MATEMÁTICA 2ª EDIÇÃO RENOVADA 2ª ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	1.492	
18º	27834C3219	MUNDO AMIGO ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	28.449	96.119
	27834C3219	MUNDO AMIGO ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	1.122	
	27834C3220	MUNDO AMIGO ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	29.308	
	27834C3220	MUNDO AMIGO ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	1.155	
	27834C3221	MUNDO AMIGO ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	34.759	
	27834C3221	MUNDO AMIGO ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	1.326	
19º	27831C3219	MATEMÁTICA DO COTIDIANO - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 1º ANO	L	20.547	70.319
	27831C3219	MATEMÁTICA DO COTIDIANO - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 1º ANO	M	779	
	27831C3220	MATEMÁTICA DO COTIDIANO - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 2º ANO	L	21.790	
	27831C3220	MATEMÁTICA DO COTIDIANO - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 2º ANO	M	819	
	27831C3221	MATEMÁTICA DO COTIDIANO - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 3º ANO	L	25.449	
	27831C3221	MATEMÁTICA DO COTIDIANO - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA 3º ANO	M	935	
20º	27830C3219	MATEMÁTICA COM SALADIM	L	16.974	58.081
	27830C3219	MATEMÁTICA COM SALADIM	M	653	
	27830C3220	MATEMÁTICA COM SALADIM	L	17.693	
	27830C3220	MATEMÁTICA COM SALADIM	M	680	
	27830C3221	MATEMÁTICA COM SALADIM	L	21.288	
	27830C3221	MATEMÁTICA COM SALADIM	M	793	

21º	27906C3219	PROJETO JIMBOÊ ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	14.755	49.747
	27906C3219	PROJETO JIMBOÊ ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	535	
	27906C3220	PROJETO JIMBOÊ ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	15.614	
	27906C3220	PROJETO JIMBOÊ ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	563	
	27906C3221	PROJETO JIMBOÊ ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	17.655	
22º	27906C3221	PROJETO JIMBOÊ ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	625	11.137
	27805C3219	MALABARES - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	3.429	
	27805C3219	MALABARES - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	123	
	27805C3220	MALABARES - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	3.508	
	27805C3220	MALABARES - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	127	
23º	27805C3221	MALABARES - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	L	3.813	4.287
	27805C3221	MALABARES - ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA	M	137	
	27833C3219	MATEMÁTICA EM SEU TEMPO - 1º ANO - ENSINO FUNDAMENTAL - ANOS INICIAIS	L	1.303	
	27833C3219	MATEMÁTICA EM SEU TEMPO - 1º ANO - ENSINO FUNDAMENTAL - ANOS INICIAIS	M	50	
	27833C3220	MATEMÁTICA EM SEU TEMPO - 2º ANO - ENSINO FUNDAMENTAL - ANOS INICIAIS	L	1.325	
	27833C3220	MATEMÁTICA EM SEU TEMPO - 2º ANO - ENSINO FUNDAMENTAL - ANOS INICIAIS	M	51	
	27833C3221	MATEMÁTICA EM SEU TEMPO - 3º ANO - ENSINO FUNDAMENTAL - ANOS INICIAIS	L	1.505	
	27833C3221	MATEMÁTICA EM SEU TEMPO - 3º ANO - ENSINO FUNDAMENTAL - ANOS INICIAIS	M	53	

ANEXO 2: PNLD 2016 - Coleções mais distribuídas por componente curricular Matemática - 4º e 5º Ano.

Seq.	Código Livro	Título do Livro	Tipo L: Livro do Aluno M: Livro do Professor	Qtde de Exemplares	Qtde por Coleção
1º	27707C0222	ÁPIS - MATEMÁTICA 4º ANO	L	532.304	1.106.328
	27707C0222	ÁPIS - MATEMÁTICA 4º ANO	M	19.720	
	27707C0223	ÁPIS - MATEMÁTICA 5º ANO	L	534.479	
	27707C0223	ÁPIS - MATEMÁTICA 5º ANO	M	19.825	
2º	27903C0222	PROJETO COOPERA MATEMÁTICA	L	285.087	585.201
	27903C0222	PROJETO COOPERA MATEMÁTICA	M	10.373	
	27903C0223	PROJETO COOPERA MATEMÁTICA	L	279.454	
	27903C0223	PROJETO COOPERA MATEMÁTICA	M	10.287	
3º	27892C0222	PROJETO BURITI MATEMÁTICA	L	269.026	555.739
	27892C0222	PROJETO BURITI MATEMÁTICA	M	9.838	
	27892C0223	PROJETO BURITI MATEMÁTICA	L	267.097	
	27892C0223	PROJETO BURITI MATEMÁTICA	M	9.778	
4º	27878C0222	PORTA ABERTA - EDIÇÃO RENOVADA - MATEMÁTICA	L	246.368	513.244
	27878C0222	PORTA ABERTA - EDIÇÃO RENOVADA - MATEMÁTICA	M	9.271	
	27878C0223	PORTA ABERTA - EDIÇÃO RENOVADA - MATEMÁTICA	L	248.257	
	27878C0223	PORTA ABERTA - EDIÇÃO RENOVADA - MATEMÁTICA	M	9.348	
5º	27670C0222	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA - MATEMÁTICA	L	157.621	327.418
	27670C0222	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA - MATEMÁTICA	M	5.796	
	27670C0223	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA - MATEMÁTICA	L	158.183	
	27670C0223	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA - MATEMÁTICA	M	5.818	
6º	27727C0222	APRENDER JUNTOS MATEMÁTICA	L	98.488	203.537
	27727C0222	APRENDER JUNTOS MATEMÁTICA	M	3.592	
	27727C0223	APRENDER JUNTOS MATEMÁTICA	L	97.869	
	27727C0223	APRENDER JUNTOS MATEMÁTICA	M	3.588	

7º	27923C0222	PROJETO NAVEGAR MATEMÁTICA	L	89.102	186.100
	27923C0222	PROJETO NAVEGAR MATEMÁTICA	M	3.317	
	27923C0223	PROJETO NAVEGAR MATEMÁTICA	L	90.307	
	27923C0223	PROJETO NAVEGAR MATEMÁTICA	M	3.374	
8º	27847C0222	NOVO BEM-ME-QUER MATEMÁTICA	L	87.227	180.525
	27847C0222	NOVO BEM-ME-QUER MATEMÁTICA	M	3.103	
	27847C0223	NOVO BEM-ME-QUER MATEMÁTICA	L	87.077	
	27847C0223	NOVO BEM-ME-QUER MATEMÁTICA	M	3.118	
9º	27734C0222	APRENDER, MUITO PRAZER! - 4º ANO	L	71.686	148.815
	27734C0222	APRENDER, MUITO PRAZER! - 4º ANO	M	2.599	
	27734C0223	APRENDER, MUITO PRAZER! - 5º ANO	L	71.905	
	27734C0223	APRENDER, MUITO PRAZER! - 5º ANO	M	2.625	
10º	27841C0222	NOSSO LIVRO DE MATEMÁTICA 4º ANO	L	55.037	113.355
	27841C0222	NOSSO LIVRO DE MATEMÁTICA 4º ANO	M	1.936	
	27841C0223	NOSSO LIVRO DE MATEMÁTICA 5º ANO	L	54.463	
	27841C0223	NOSSO LIVRO DE MATEMÁTICA 5º ANO	M	1.919	
11º	27680C0222	A ESCOLA É NOSSA - MATEMÁTICA 4º ANO	L	54.814	111.828
	27680C0222	A ESCOLA É NOSSA - MATEMÁTICA 4º ANO	M	2.005	
	27680C0223	A ESCOLA É NOSSA - MATEMÁTICA 5º ANO	L	53.080	
	27680C0223	A ESCOLA É NOSSA - MATEMÁTICA 5º ANO	M	1.929	
12º	27936C0222	SABER MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA - MATEMÁTICA	L	53.392	109.739
	27936C0222	SABER MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA - MATEMÁTICA	M	1.925	
	27936C0223	SABER MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA - MATEMÁTICA	L	52.512	
	27936C0223	SABER MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA - MATEMÁTICA	M	1.910	
13º	27748C0222	FAZER, COMPREENDER E CRIAR EM MATEMÁTICA - 4º ANO	L	42.816	89.870
		FAZER, COMPREENDER E CRIAR EM MATEMÁTICA - 4º ANO	M	1.633	
		FAZER, COMPREENDER E CRIAR EM MATEMÁTICA - 5º ANO	L	43.746	
		FAZER, COMPREENDER E CRIAR EM MATEMÁTICA - 5º ANO	M	1.675	
14º	27839C0222	MUNDO AMIGO MATEMÁTICA	L	42.260	87.827
	27839C0222	MUNDO AMIGO MATEMÁTICA	M	1.592	
	27839C0223	MUNDO AMIGO MATEMÁTICA	L	42.382	
	27839C0223	MUNDO AMIGO MATEMÁTICA	M	1.593	
15º	27863C0222	PEQUENOS EXPLORADORES MATEMÁTICA	L	35.290	73.142
	27863C0222	PEQUENOS EXPLORADORES MATEMÁTICA	M	1.330	
	27863C0223	PEQUENOS EXPLORADORES MATEMÁTICA	L	35.181	
	27863C0223	PEQUENOS EXPLORADORES MATEMÁTICA	M	1.341	
16º	27913C0222	PROJETO JIMBOÊ MATEMÁTICA	L	24.219	49.983
	27913C0222	PROJETO JIMBOÊ MATEMÁTICA	M	841	
	27913C0223	PROJETO JIMBOÊ MATEMÁTICA	L	24.078	
	27913C0223	PROJETO JIMBOÊ MATEMÁTICA	M	845	
17º	27832C0222	MATEMÁTICA DO COTIDIANO - 4º ANO	L	23.473	46.840
	27832C0222	MATEMÁTICA DO COTIDIANO - 4º ANO	M	844	
	27832C0223	MATEMÁTICA DO COTIDIANO - 5º ANO	L	21.703	
	27832C0223	MATEMÁTICA DO COTIDIANO - 5º ANO	M	820	

APÊNDICES

APÊNDICE 01 – Análise Ecológica do LD do 1º ano.

CAPÍTULOS	TÓPICOS
Capítulo 1- Vocabulário Fundamental	Mais comprido e mais curto.
Capítulo 2 - Números até 10	Os números na classe de unidades.
Capítulo 7 – Grandezas e Medidas	Mais comprido e mais curto.
	A régua, como um instrumento de medida.
	Subtração

APÊNDICE 02 – Análise Ecológica do LD do 2º ano.

CAPÍTULOS	TÓPICOS
Capítulo 2 – Sólidos Geométricos	Adição e representação dos sólidos geométricos.
Capítulo 9 – Grandezas e Medidas	Medidas não convencionais.
	Centímetro (cm)
	Milímetro (mm)
	Metro (m)

APÊNDICE 03 – Análise Ecológica do LD do 3º ano.

CAPÍTULOS	TÓPICOS
Capítulo 1 – Números	Adição e deslocamento.
Capítulo 8 – Grandezas e Medidas: comprimento, massa e capacidade.	As unidades de medidas não convencionais (palmo, pé e passo).
	Multiplicação e ampliação de figuras.
	Subtração e redução de figuras.
	As unidades de medidas convencionais: centímetro (cm), metro (m), milímetro (mm) e quilômetro (km).
	Deslocamento e localização (norte, sul, leste e oeste).
	Fazer medidas na quadra da escola.
	Salto em distância

APÊNDICE 04 – Análise Ecológica do LD do 4º ano.

CAPÍTULOS	TÓPICOS
Capítulo 1 – Sistemas de Numeração	A distância entre Natal e João Pessoa.
Capítulo 2 – Sólidos Geométricos	As três dimensões (comprimento, largura e altura).
Capítulo 5 – Adição e Subtração com números naturais	Operações inversas
	Adição com números na classe da unidade de milhar.
Capítulo 8 – Grandezas e Medidas: comprimento e superfície	Medida de comprimento e perímetro, utilizando palitos para contagem.
	Deslocamento na malha quadriculada
	Reprodução, ampliação e redução de figuras.
	Medida de comprimento e perímetro em centímetros.
	Medida de comprimento em milímetro, metro e quilômetro.
	Conversão de unidades de medidas.
	Distâncias percorridas com atividades físicas
	Explorar distâncias no mapa com as cidades de Cuiabá, Goiânia, Campo Grande e Coxim.

APÊNDICE 05 – Análise Ecológica do LD do 5º ano.

CAPÍTULOS	TÓPICOS
Capítulo 1 – Sistema de Numeração Decimal	Arredondamentos nas distâncias entre São Paulo e Rio de Janeiro.
Capítulo 3 – Adição e Subtração com números naturais	Subtração
	Distância aproximada Americana a São Paulo, passando por Campinas.
Capítulo 4 – Multiplicação e Divisão com Números Naturais	Máximo Divisor Comum (mdc)
Capítulo 7 – Retomando a Geometria	Triângulos
Capítulo 8 – Números Decimais	Números decimais
	Operações com números decimais
	Distâncias entre cidades paulistas
Capítulo 9 – Grandezas e Medidas	Medida de comprimento
	Conversão de unidades
	Segmentos de reta
	Área

APÊNDICE 06 – Análise Ecológica do LD do 6º ano.

CAPÍTULOS	TÓPICOS
Capítulo 3 – Geometria: sólidos geométricos, ângulos e polígonos.	Construções com réguas
Capítulo 4 – Potenciação, raiz quadrada e expressões numéricas.	Conversão de unidades de medida
Capítulo 6 – Frações e Porcentagens	Porcentagem
Capítulo 7 – Números decimais	Números decimais
	Conversão de unidades em números decimais
	Operações com números decimais (perímetro)
Capítulo 8 – Grandeza comprimento e grandeza superfície	Unidades de medida de comprimento convencionais e não convencionais.
	Conversão de unidades de medida de comprimento.
	Perímetro de polígonos
	Área
	Fração

APÊNDICE 07 – Análise Ecológica do LD do 7º ano.

CAPÍTULOS	TÓPICOS
Capítulo 2 – Geometria: sólidos geométricos, regiões planas e contornos.	Perímetro (artesanato)
	Comprimento da aresta
Capítulo 3 – Números Racionais	Perímetro usando números decimais
Capítulo 4 – Equações do 1º grau com uma incógnita.	Expressões algébricas

APÊNDICE 08 – Análise Ecológica do LD do 8º ano.

CAPÍTULOS	TÓPICOS
Capítulo 1 – Conjuntos numéricos: dos números naturais aos reais.	Números irracionais
	Comprimento circunferência, diâmetro e raio.
Capítulo 2 – Expressões algébricas	Expressões algébricas (perímetro)
Capítulo 3 – Ângulos, triângulos e quadriláteros.	Polígono regular
	Desigualdade triangular
Capítulo 4 – Cálculo algébrico	Polinômios
Capítulo 5- Equações e sistemas de equações	Equações
Capítulo 7 – Perímetros, áreas e volumes.	Perímetro de polígonos
	Localização do estado de São Paulo
	Uso de escala
	Comprimento circunferência, diâmetro e raio.
	Teorema de Pitágoras

APÊNDICE 09 - Análise Ecológica do LD do 9º ano.

CAPÍTULOS	TÓPICOS
Capítulo 2 – Equações e sistemas de equações do 2º grau.	Equações
Capítulo 3 – Explorando a ideia de função	Ideia de função
	Função afim
Capítulo 4 – Proporcionalidade em geometria	Proporcionalidade na circunferência
	Retângulo de ouro
	Proporcionalidade
	Escala
	Teorema de Tales
Capítulo 5 – Semelhança	Ampliação de redução de figuras
	Razão
	Semelhanças de triângulos
Capítulo 6 – Relações métricas no triângulo retângulo e na circunferência	Teorema de Pitágoras
	Relações métricas no triângulo retângulo
Capítulo 7 – Introdução à trigonometria	Razões trigonométricas
Capítulo 8 – Perímetros, áreas e volumes.	Perímetro de polígonos
	Perímetro de circunferências
	Comprimento de um arco de uma circunferência
	Área
	Dimensões
Capítulo 9 – Estatística, Combinatória e Probabilidade.	Relações métricas no triângulo retângulo
	Razões trigonométricas
	Perímetro de circunferências