

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E TECNOLÓGICA
CURSO DE MESTRADO**

**ANÁLISE DA ABORDAGEM DE COMPRIMENTO,
PERÍMETRO E ÁREA EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL
SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO
DIDÁTICO**

JOSÉ VALÉRIO GOMES DA SILVA

RECIFE

2011

JOSÉ VALÉRIO GOMES DA SILVA

**ANÁLISE DA ABORDAGEM DE COMPRIMENTO, PERÍMETRO E ÁREA EM
LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL
SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do grau de mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Orientadora: Dr^a Paula Moreira Baltar Bellemain

**Recife
2011**

Silva, José Valério Gomes da

Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da teoria antropológica do didático / José Valério Gomes da Silva. – Recife: O Autor, 2011.

194 f. : il. ; graf., quad.

Orientadora: Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2011.

Inclui Referências, Anexos e apêndices.

1. Livro didático 2. Programa Nacional do Livro Didático - PNL3 3. Ensino fundamental I. Bellemain, Paula Moreira Baltar (Orientadora) II. Título

CDD 371.3

UFPE (CE 2011-063)



ALUNO

JOSÉ VALÉRIO GOMES DA SILVA

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO

“Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da teoria antropológica do didático.”

COMISSÃO EXAMINADORA:

Presidente e Orientador
Profª. Drª. Paula Moreira Baltar Bellemain

Examinador Externo
Profª. Drª. Marilena Bittar

Examinador Externo
Prof. Dr. Abraão Juvencio de Araújo

Examinador Interno
Prof. Dr. Paulo Figueiredo Lima

Recife, 25 de fevereiro de 2011.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha mãe pela paciência e compreensão e a minha amiga, professora e orientadora Paula M. Baltar Bellemain que acreditou que esse sonho de mestrado podia virar realidade.

AGRADECIMENTOS

À Deus por ter me dado muita coragem e força para persistir.

À Nossa Senhora da Conceição por ter iluminado nos momentos difíceis.

À minha avó Josefa Gomes de Andrade (in memoriam) por ter sido um exemplo de fraternidade e amor com próximo.

Aos meus pais Maria do Carmo da Silva e Severino Gomes da Silva por terem me educado.

À minha família pela paciência de estarem sempre pronta para entender este período de estudo.

À colega de graduação, amiga, orientadora e professora Dr^a. Paula Moreira Baltar Bellemain pelos momentos de aprendizados ao longo dos anos.

À colega de graduação, amiga e professora Dr^a. Verônica Gitirana pela generosidade em todos os momentos de convivência e pelas contribuições feita a minha vida acadêmica.

Ao Prof. Dr. Paulo Figueiredo Lima por ser um exemplo de profissional mostrando sempre a beleza da Matemática onde quer que esteja e pelas contribuições feitas na minha banca.

À Prof^a. Dr^a. Rosinalda Teles pelas contribuições enriquecedoras na banca de qualificação.

Ao Prof. Dr. Abraão Juvêncio de Araújo pelas contribuições importantes nas bancas de qualificação e de defesa.

À Prof^a. Marilena Bittar por ter aceitado participar da minha banca de defesa e também pelas contribuições significativas na construção da redação final dessa dissertação.

À todos os professores do programa do EDUMATEC pelo empenho e dedicação.

À todos os colegas que fazem o grupo de pesquisa PRÓ-GRANDEZAS em especial a Prof^a. Lúcia Durão pela disponibilidade em colaborar com contribuições importantes.

À todos os colegas de trabalho da Escola Dom Vital pela troca de experiência bastante rica.

À todos os colegas de trabalho da Gerência Regional de Ensino – GRE Recife Sul pela força.

À todos os colegas do Mestrado em especial aos alunos da turma de 2009 na qual aprendi muito em nossos momentos de descobertas e trocas de experiências.

À todos que fazem a secretaria do programa EDUMATEC e em especial a Marlene pela alegria e descontração que recebe todos nós.

"Há um tempo em que é preciso abandonar as roupas usadas, que já tem a forma do nosso corpo, e esquecer os nossos caminhos, que nos levam sempre aos mesmos lugares. É o tempo da travessia: e, se não ousarmos fazê-la, teremos ficado, para sempre, à margem de nós mesmos."

Fernando Pessoa

RESUMO

O presente estudo teve como objetivo analisar as abordagens de comprimento, de perímetro e de área em livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2008 e de 2011 à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Yves Chevallard e seus colaboradores. Os trabalhos de Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian, segundo os quais a abordagem de área como uma grandeza favorece a construção de seu sentido pelos alunos são tomados como base para nossas análises. O estudo foi desenvolvido em três etapas sucessivas. A primeira etapa permitiu construir uma visão geral do trabalho com esses conteúdos em todos os livros didáticos de 6º ano aprovados no PNLD/2008 e subsidiar a escolha dos livros a serem analisados na etapa seguinte. Na segunda etapa, foram identificados os tipos de tarefa contemplados e os predominantes nos capítulos referentes a comprimento, perímetro e área em oito livros. A terceira etapa consistiu na análise das organizações matemáticas pontuais em torno dos tipos de tarefa predominantes no estudo de comprimento, perímetro e área, em dois livros didáticos de 6º ano. Os resultados dessa pesquisa indicam que, na maioria das obras analisadas, a ênfase nas grandezas geométricas é insuficiente e o foco é na medida e não na grandeza. Os tipos de tarefa predominantes são a conversão de unidades de comprimento, o cálculo do perímetro e o cálculo da área de figuras planas. Com relação à conversão de unidades de comprimento, o foco é no sistema métrico decimal e as técnicas privilegiadas se apoiam na multiplicação e divisão de números decimais por potências de dez. Quanto ao cálculo do perímetro, o subtipo de tarefa principal é o cálculo do perímetro de polígonos e a técnica associada é adicionar os comprimentos dos lados do polígono. No cálculo da área de figuras planas, observa-se a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para ladrilhar a figura e o uso de fórmulas. O bloco tecnológico-teórico se apoia essencialmente nas operações fundamentais com números racionais escritos na forma decimal, nas propriedades das figuras geométricas e no campo das grandezas e medidas.

Palavras-chave: Livro Didático. Comprimento. Perímetro. Área. Teoria Antropológica do Didático.

RESUMÉ

L'objectif de cette recherche est d'analyser comme les notions de longueur, périmètre et aire sont traitées dans la sélection des manuels scolaires brésiliens approuvés par les PNLD (Programme National des Manuels Scolaires) de 2008 et 2011. La Théorie Anthropologique du Didactique développée par Yves Chevallard et ses collègues a servi de cadre théorique pour cette analyse. Les travaux de Régine Douady et Marie-Jeanne Perrin-Glorian montrent que l'approche de l'aire en tant que grandeur favorise la construction du sens de ce concept par les élèves, approche adoptée dans la présente recherche comme hypothèse initiale. L'étude a été menée selon trois phases. La première a permis de construire une vision d'ensemble du travail sur ces contenus (longueur, aire et périmètre) dans tous les manuels scolaires de 6^{ème} approuvés par le PNLD/2008. Cette étape a permis aussi de choisir les œuvres à analyser plus finement au cours de la deuxième phase. Dans cette deuxième phase, nous avons identifié les types de tâches proposées et ceux qui étaient majoritaires, dans les chapitres qui prennent la longueur, le périmètre ou l'aire en tant qu'objet d'étude de 8 livres. Dans la troisième phase, nous avons analysé les organisations mathématiques ponctuelles autour des types de tâche majoritaires dans l'étude de longueur, périmètre et aire dans 2 livres de 6^o année. Les résultats de cette recherche montrent que dans la plupart des manuels analysés, l'accent sur les grandeurs géométriques est insuffisant et l'approche privilégie les mesures et n'accorde pas suffisamment d'importance à la construction du sens de la grandeur. Les types de tâches majoritaires sont le changement d'unité de longueur, le calcul du périmètre et le calcul de l'aire de surfaces planes. En ce qui concerne la conversion des unités de longueur, l'accent est mis sur le système métrique et les techniques mises en avant sont basées sur la division et la multiplication des nombres décimaux par des puissances de dix. Pour calculer le périmètre, le sous-type de la tâche principale est le calcul du périmètre de polygones et la technique associée est celle qui consiste à ajouter les longueurs des côtés du polygone. Pour le calcul de l'aire de figures planes, les techniques employées sont le dénombrement de petits carreaux obtenus par le pavage et l'usage de formules. La composante du savoir (technologie et théorie) s'appuie essentiellement sur les opérations fondamentales avec des nombres rationnels écrits sous forme décimale, sur les propriétés des figures géométriques et sur le champ des grandeurs et mesures.

Mots clés: Manuels scolaires. Longueur. Périmètre. Aire. Théorie Anthropologique du Didactique

LISTA DE SIGLAS

BCC – Base Curricular Comum
CNE – Conselho Nacional de Educação
EF – Ensino Fundamental
EM - Ensino Médio
FAE – Fundação de Assistência do Estudante
FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento do Ensino
INEP – Instituto Nacional de Ensino e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LD – Livro Didático
MEC – Ministério da Educação
OM – Organização Matemática
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PLIDEF – Programa do Livro Didático – Ensino Fundamental
PNBE – Programa Nacional Biblioteca na Escola
PNLA-EJA – Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos
PNLD – Programa Nacional do Livro Didático
PNLEM – Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio
TAD – Teoria Antropológica do Didático

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1: Percentual de cada tipo de tarefa em torno do conceito de comprimento135
GRÁFICO 2: Percentual de cada tipo de tarefa em torno do conceito de perímetro136
GRÁFICO 3: Percentual de cada tipo de tarefa em torno do conceito de área137
GRÁFICO 4: Distribuição dos subtipos de tarefa associados T_c nos LD.....140

GRÁFICO 5: Distribuição dos subtipos de tarefa associados T_p nos LD.....	141
GRÁFICO 6: Distribuição dos subtipos de tarefa associados T_A nos LD.....	142

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1: Esquema dos tipos de situação	33
QUADRO 2: Número de LD avaliados, aprovados e não aprovados nos quatro PNLD.....	50
QUADRO 3: As coleções de LD aprovadas no PNLD 2008 e 2011	58
QUADRO 4: Dados relativos ao indicador 1 da 1ª etapa.....	61
QUADRO 5: Dados relativos ao indicador 2 da 1ª etapa.....	62
QUADRO 6: Dados relativos ao indicador 3 da 1ª etapa.....	63
QUADRO 7: Dados relativos ao indicador 4 da 1ª etapa.....	64
QUADRO 8: Palavras chave presentes nas seções ou capítulos.....	65
QUADRO 9: Lista dos gêneros, tipos e subtipos de tarefa em torno do conceito de comprimento	69
QUADRO 10: Esquema dos tipos de situações associados com os subtipos de tarefa em torno do conceito de comprimento.....	71
QUADRO 11: Frequência e distribuição dos tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento por LD	72
QUADRO 12: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_1 em torno do conceito de comprimento por subtipo e por LD	74
QUADRO 13: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_2 em torno do conceito de comprimento por subtipo e por LD	75
QUADRO 14: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_3 em torno do conceito de comprimento por subtipo e por LD	78
QUADRO 15: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_4 em torno do conceito de comprimento por subtipo e por LD	79
QUADRO 16: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_5 em torno do conceito de comprimento por subtipo e por LD	80

QUADRO 17: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_6 em torno do conceito de comprimento por subtipo e por LD	82
QUADRO 18: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_7 em torno do conceito de comprimento por subtipo e por LD	84
QUADRO 19: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_8 em torno do conceito de comprimento por subtipo e por LD	86
QUADRO 20: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_9 em torno do conceito de comprimento por subtipo e por LD	86
QUADRO 21: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_{10} em torno do conceito de comprimento por subtipo e por LD	88
QUADRO 22: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_{11} em torno do conceito de comprimento por subtipo e por LD	89
QUADRO 23: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_{12} em torno do conceito de comprimento por subtipo e por LD.	90
QUADRO 24: Lista dos gêneros, tipos e subtipos de tarefa em torno do conceito de perímetro	91
QUADRO 25: Esquema dos tipos de situações associados com os subtipos de tarefa em torno do conceito de perímetro	94
QUADRO 26: Frequência e distribuição dos tipos de tarefa em torno do conceito de perímetro por LD.....	95
QUADRO 27: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_1 em torno do conceito de perímetro por subtipo e por LD	97
QUADRO 28: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_2 em torno do conceito de perímetro por subtipo e por LD.....	99
QUADRO 29: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_3 em torno do conceito de perímetro por subtipo e por LD.....	101
QUADRO 30: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_4 em torno do conceito de perímetro por subtipo e por LD	104
QUADRO 31: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_5 em torno do conceito de perímetro por subtipo e por LD.....	105
QUADRO 32: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_6 em torno do conceito de perímetro por subtipo e por LD	107
QUADRO 33: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_7 em torno do conceito de perímetro por subtipo e por LD	108

QUADRO 34: Lista dos gêneros, tipos e subtipos de tarefa em torno do conceito de área	110
QUADRO 35: Esquema dos tipos de situações associados com os subtipos de tarefa em torno do conceito de área	114
QUADRO 36: Frequência e distribuição dos tipos de tarefa em torno do conceito de perímetro por LD.....	115
QUADRO 37: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_1 em torno do conceito de área por subtipo e por LD	117
QUADRO 38: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_2 em torno do conceito de área por subtipo e por LD.....	119
QUADRO 39: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_3 em torno do conceito de área por subtipo e por LD.....	121
QUADRO 40: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_4 em torno do conceito de área por subtipo e por LD	122
QUADRO 41: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_5 em torno do conceito de área por subtipo e por LD	124
QUADRO 42: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_6 em torno do conceito de área por subtipo e por LD.....	127
QUADRO 43: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_7 em torno do conceito de área por subtipo e por LD	129
QUADRO 44: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_8 em torno do conceito de área por subtipo e por LD	130
QUADRO 45: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_9 em torno do conceito de área por subtipo e por LD	131
QUADRO 46: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_{10} em torno do conceito de área por subtipo e por LD	132
QUADRO 47: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_{11} em torno do conceito de área por subtipo e por LD	133
QUADRO 48: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_{12} em torno do conceito de área por subtipo e por LD	134
QUADRO 49: Frequência e distribuição das tarefas do tipo T_{13} em torno do conceito de área por subtipo e por LD	134
QUADRO 50: As coleções analisadas na etapa 2 e aprovadas no PNLD 2011	142

QUADRO 51: As coleções candidatas para análise na etapa 3 e suas respectivas.....	143
---	-----

LISTA DAS FIGURAS

FIGURA 1: Organização conceitual de referência do campo das grandezas comprimento, perímetro e área e suas medidas.....	31
FIGURA 2: O Processo de transposição didática	38
FIGURA 3: A Posição 'externa' dos pesquisadores	40
FIGURA 4: Exemplo de T_1 em torno do conceito de comprimento.....	73
FIGURA 5: Exemplo de T_2 em torno do conceito de comprimento.....	75
FIGURA 6: Exemplo de T_3 em torno do conceito de comprimento.....	77
FIGURA 7: Exemplo de T_4 em torno do conceito de comprimento.....	79
FIGURA 8: Exemplo de T_5 em torno do conceito de comprimento.....	80
FIGURA 9: Exemplo de T_6 em torno do conceito de comprimento.....	82
FIGURA 10: Exemplo de T_7 em torno do conceito de comprimento.....	83
FIGURA 11: Exemplo de T_8 em torno do conceito de comprimento.....	85
FIGURA 12: Exemplo de T_9 em torno do conceito de comprimento.....	86
FIGURA 13: Exemplo de T_{10} em torno do conceito de comprimento.....	87
FIGURA 14: Exemplo de T_{11} em torno do conceito de comprimento.....	88
FIGURA 15: Exemplo de T_{12} em torno do conceito de comprimento.....	90
FIGURA 16: Exemplo de T_1 em torno do conceito de perímetro.....	97
FIGURA 17: Exemplo de T_2 em torno do conceito de perímetro.....	99
FIGURA 18: Exemplo de T_3 em torno do conceito de perímetro.....	100
FIGURA 19: Exemplo de T_4 em torno do conceito de perímetro.....	103
FIGURA 20 : Exemplo de T_5 em torno do conceito de perímetro.....	105
FIGURA 21: Exemplo de T_6 em torno do conceito de perímetro.....	106
FIGURA 22: Exemplo de T_7 em torno do conceito de perímetro.....	108
FIGURA 23: Exemplo de T_1 em torno do conceito de área.....	116
FIGURA 24: Exemplo de T_2 em torno do conceito de área.....	118
FIGURA 25: Exemplo de T_3 em torno do conceito de área.....	120
FIGURA 26: Exemplo de T_4 em torno do conceito de área.....	121

FIGURA 27: Exemplo de T_5 em torno do conceito de área.....	123
FIGURA 28: Exemplo de T_6 em torno do conceito de área.....	125
FIGURA 29: Exemplo de T_7 em torno do conceito de área.....	129
FIGURA 30: Exemplo de T_8 em torno do conceito de área.....	130
FIGURA 31: Exemplo de T_9 em torno do conceito de área.....	131
FIGURA 32: Exemplo de T_{10} em torno do conceito de área.....	132
FIGURA 33: Exemplo de T_{11} em torno do conceito de área.....	133
FIGURA 34: Exemplo de T_{12} em torno do conceito de área.....	133
FIGURA 35: Exemplo de T_{13} em torno do conceito de área.....	134
FIGURA 36: Exemplo de T_c em torno do conceito de comprimento do LD_1	144
FIGURA 37: Exemplo de T_c em torno do conceito de comprimento do LD_1	145
FIGURA 38: Exemplo de T_p em torno do conceito de perímetro do LD_1	146
FIGURA 39: Exemplo de T_A em torno do conceito de área do LD_1	146
FIGURA 40: Exemplo de T_A em torno do conceito de área do LD_1	147
FIGURA 41: Exemplo de T_A em torno do conceito de área do LD_1	149
FIGURA 42: Exemplo de T_A em torno do conceito de área do LD_1	150
FIGURA 43: Exemplo de T_c em torno do conceito de comprimento do LD_4	151
FIGURA 44: Exemplo de T_c em torno do conceito de comprimento do LD_4	152
FIGURA 45: Exemplo de T_c em torno do conceito de comprimento do LD_4	154
FIGURA 46: Exemplo de T_p em torno do conceito de perímetro do LD_4	155
FIGURA 47: Exemplo de T_p em torno do conceito de perímetro do LD_4	156
FIGURA 48: Exemplo de T_p em torno do conceito de perímetro do LD_4	157
FIGURA 49: Exemplo de T_A em torno do conceito de área do LD_4	158
FIGURA 50: Exemplo de T_A em torno do conceito de área do LD_4	159
FIGURA 51: Exemplo de T_A em torno do conceito de área do LD_4	160
FIGURA 52: Exemplo de T_A em torno do conceito de área do LD_4	160
FIGURA 53: Exemplo de T_A em torno do conceito de área do LD_4	161

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	18
1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E PROBLEMÁTICA.....	23
1.1. Um sobrevôo das pesquisas anteriores sobre comprimento, perímetro e área.....	23
1.2. Comprimento e área como grandezas.....	25
1.3. Elementos da Teoria Antropológica do Didático.....	36
1.3.1. Os elementos primitivos e suas relações	36
1.3.2. Problemática Ecológica	37
1.3.3. Transposição Didática	38
1.3.4. Noção de Praxeologia	41
1.3.5. Praxeologia Matemática	44
1.3.6. Postulados	45
1.4. Objetivos.....	46
1.4.1. Objetivo Geral.....	47
1.4.2. Objetivos Específicos	47
2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	48
2.1. Breve Histórico do Processo de Seleção e Distribuição do Livro Didático no Brasil.....	48
2.2. Visão de Conjunto das Três Etapas.....	55
2.3. Indicadores Básicos (Critérios para 1ª etapa de análise).....	56

2.4. Coleções Aprovadas no PNLD 2008/2011	57
3. ANÁLISES DOS RESULTADOS.....	60
3.1. Etapa 1: Visão Geral da Abordagem de Comprimento, Perímetro e Área nas Coleções Aprovadas no PNLD/2008	60
3.1.1. Análise dos Indicadores Básicos.....	60
3.1.2. Conclusões da Etapa 1.....	66
3.1.3. Os Livros Didáticos Escolhidos do PNLD/2008.....	67
3.2. Etapa 2: Os Tipos de Tarefa em Foco no Estudo de Comprimento, Perímetro e Área	68
3.2.1. Mapeamento dos Tipos de Tarefas.....	69
3.2.2. Conclusões da Etapa 2	135
3.3. Etapa 3: Análise de Praxeologias Pontuais relativas aos tipos de Tarefa priorizadas no estudo de Comprimento, Perímetro e Área	140
3.3.1 Os Livros Didáticos do PNLD/ 2011 Escolhidos para Análise	142
3.3.2. Caracterização das Organizações Matemáticas	143
CONSIDERAÇÕES FINAIS	163
REFERÊNCIAS	169
ANEXOS	178
APÊNDICES	180

INTRODUÇÃO

A presença da matemática na escola, segundo CHEVALLARD (1992), é consequência de sua utilização na sociedade. Ou seja, a matemática não é algo feito exclusivamente para ser ensinado na escola. Seu valor social não se reduz a um mero valor escolar e o ensino da matemática não deve ser encarado como um fim em si mesmo. Cada indivíduo deve saber um pouco de matemática para resolver ou, simplesmente, reconhecer os problemas com os quais se depara na convivência social.

O currículo escolar deve contemplar, entre outras coisas, esse elo entre escola e sociedade para que o aluno possa estar preparado para o exercício pleno da cidadania. E o currículo de matemática deve contribuir para formar esse elo, em uma sociedade voltada para o conhecimento e a comunicação.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) a proposta de currículo escolar é voltada para a cidadania com uma participação social e política, dentre outros objetivos do Ensino Fundamental (EF).

Que os alunos sejam capazes de compreender a cidadania como participação social e política assim como o exercício de direitos e deveres políticos civis e sociais, no dia-a-dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças, respeitando o outro e exigindo para si o mesmo respeito. (BRASIL, 1997, p. 7)

Os PCN são documentos oficiais de referência que, embora não tenham um caráter obrigatório, representam um esforço na tentativa de promover um ensino de qualidade voltado para a educação básica. Na Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, o documento propõe quatro blocos: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação. Sugere-se ainda que os conteúdos matemáticos sejam trabalhados em espiral.

Escolhemos focar nessa pesquisa o bloco das grandezas e medidas, por acreditar que a forte relevância social deste campo faz com que o trabalho sobre esse campo ajude a fortalecer o elo entre escola e sociedade no currículo de matemática.

Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano. (BRASIL, 1997, p. 51-52)

Nosso trabalho está inserido em um conjunto de pesquisas desenvolvidas pelo grupo “Pró-grandezas: ensino e aprendizagem das grandezas e medidas”. O grupo foi criado em 2000 com intuito de discutir situações de ensino e de aprendizagem envolvendo as grandezas geométricas. Em sua maioria é formado por estudantes de pós-graduação e professores da educação básica tendo os professores Dr^a Paula Moreira Baltar Bellemain e Dr. Paulo Figueiredo Lima como os coordenadores.

Tomando como referência os PCN, no Estado de Pernambuco, em 2008, surge a Base Curricular Comum (BCC) para as redes públicas de ensino. Fruto de um esforço conjunto da rede pública estadual e das redes públicas municipais de educação do Estado de Pernambuco, a BCC traça as grandes linhas do currículo escolar nas redes públicas de Pernambuco.

Na BCC é também destacada a importância social das grandezas e medidas: “Convém destacar a necessidade de ligação do estudo das grandezas e medidas a situações de cotidiano do aluno”. (PERNAMBUCO, 2008, p.87)

A importância de estudarmos o campo das grandezas e medidas não se limita apenas ao seu uso social. O estudo desse campo também favorece o estabelecimento de conexões com outros componentes curriculares e de articulações com outros conteúdos da Matemática. Dentro das grandezas e medidas temos as grandezas geométricas que contemplam esses aspectos, ou seja, a relevância social, as conexões com outros conteúdos da matemática escolar e as articulações com outros componentes curriculares. Em nossa pesquisa, iremos nos deter nas grandezas geométricas comprimento e área e no conceito de perímetro o qual é uma instância da grandeza comprimento.

Ao estudarmos o comprimento de curvas, o perímetro de superfícies planas ou a área de superfícies planas, nos deparamos com situações que extrapolam os espaços da sala de aula, pois estão presentes no cotidiano como, por exemplo, “Quantos metros quadrados de lajotas precisamos comprar para colocar no piso da minha casa?” ou “Qual o caminho mais curto entre minha casa e o supermercado?”

ou ainda “Quanto vou gastar de arame para cercar o meu terreno?”. São situações que nos deparamos diariamente e nem sempre fazemos a relação com os conteúdos de sala de aula, a impressão que dá é que fazem parte de mundos distintos.

O referencial teórico básico adotado nesse trabalho para o estudo de tais grandezas geométricas são as pesquisas de Douady & Perrin-Glorian (1989) na abordagem do conceito de área. As pesquisadoras afirmam que, para um aluno construir o conceito de área enquanto grandeza, faz-se necessária a distinção de três quadros: o geométrico, o das grandezas e o numérico. Como será visto na fundamentação teórica de nossa pesquisa, muitos são os trabalhos que adotam esse referencial para investigar questões relativas ao ensino e aprendizagem tanto do conceito de área como de comprimento e perímetro.

Dentre as pesquisas às quais tivemos acesso, nenhuma faz uma análise sistemática dos três conceitos comprimento, perímetro e área em Livros Didáticos. Nossa pesquisa investiga a abordagem desses conceitos em livros didáticos.

Não resta dúvida da importância dos livros didáticos (LD) na escola, seja como um suporte na elaboração, gestão e sistematização das aulas por parte do professor, seja no papel de guia na aprendizagem dos alunos.

Para a nossa pesquisa, iremos considerar o objetivo do livro didático apontado no guia do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2008 (BRASIL, 2007):

Apresentar uma proposta pedagógica de um conteúdo selecionado no vasto campo de conhecimento em que se insere a disciplina e a que se destina, organizado segundo uma progressão claramente definida e apresentado sob forma didática adequada aos processos cognitivos próprios a esse conteúdo e ainda própria à etapa de desenvolvimento e de aprendizagem em que se encontra o aluno.

Consideramos o LD como uma importante ferramenta nos processos de ensino e aprendizagem que “dialoga” com o professor e com o aluno, mas que ao mesmo tempo, não deve ser o único auxílio do professor no seu trabalho na sala de aula.

Acatamos a concepção do LD exposta no documento Recomendações para uma política de materiais didáticos, publicado pelo MEC - (ROJO, 2005, p.13):

[...] como aquele material, propositadamente elaborado para ser utilizado, tendo em vista diferentes funções, num processo de ensino e aprendizado escolar; esse material organiza-se, de forma variada e em suportes diversificados, em relação a um programa curricular, destinando-se a uma disciplina, área de saber ou conjunto de disciplinas ou áreas de saber, a uma série, a um ciclo ou a um nível de ensino;

É praticamente consensual na comunidade de Educação Matemática, a constatação de que, durante um longo período, os capítulos de geometria (os quais incluíam o trabalho com as grandezas geométricas) se encontravam no final do LD. Essa escolha acarretava prejuízos aos alunos que muitas vezes não estudavam tais conteúdos. Cabe então levantar alguns questionamentos: Será que os LD atuais ainda deixam os conteúdos de geometria e das grandezas e medidas (e mais especificamente as grandezas geométricas) no final do livro? Que aspectos são priorizados na abordagem de comprimento, perímetro e área? A ênfase dada a esses conteúdos é suficiente para que cumpram seu papel no currículo?

Para buscar resposta a essas e outras perguntas, iremos analisar esses LD à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Yves Chevallard e seus colaboradores. Essa teoria foi construída, no âmbito da Didática da Matemática com o objetivo de controlar os problemas de difusão de conhecimentos e de saberes, compreendidos em suas especificidades. Logo podemos adota-la para investigar, o problema de difusão dos conhecimentos relativos a comprimento, perímetro e área nos LD brasileiros atuais.

Escolhemos analisar os LD de 6º ano, pois nossa experiência docente mostrava que os conteúdos em foco na nossa pesquisa são trabalhados nos anos iniciais do ensino fundamental e resgatados no 6º ano como base para seu aprofundamento ao longo dos anos finais do ensino fundamental.

Diante do exposto, nosso objetivo de pesquisa é analisar as abordagens dos capítulos de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental aprovados nos PNLD/2008 e 2011 sob a ótica da TAD.

O texto está organizado em três capítulos: o primeiro apresenta a fundamentação teórica e a problemática da pesquisa; o segundo capítulo contém os

procedimentos metodológicos e o terceiro é composto das análises dos resultados. Seguem-se as considerações finais, as referências, apêndices e anexos.

Para construir a nossa problemática, no primeiro capítulo, vamos inicialmente discutir algumas pesquisas concluídas que se relacionam com o ensino e a aprendizagem de comprimento, perímetro e/ou área. Em seguida vem a apresentação dos aportes teóricos da Teoria Antropológica do Didático – TAD que fundamentam nossa pesquisa. Nosso foco se volta para a caracterização das organizações matemáticas ou praxeologias matemáticas, as quais podem ser entendidas como dois blocos que se completam: o bloco saber fazer (práxis) composto do tipo de tarefa e da técnica e o bloco saber (logos) composto pelos elementos tecnológicos-teórico. A revisão de literatura e a explicitação das bases teóricas da pesquisa permitem formular precisamente os objetivos da pesquisa.

No segundo capítulo, faremos um breve histórico do Processo de Seleção e Distribuição do livro didático no Brasil, explicitaremos os critérios de análise adotados (os quais chamamos de indicadores básicos), e construiremos uma visão geral das três etapas das análises.

A análise dos resultados, objeto do terceiro e último capítulo, está dividida em três etapas: visão geral das coleções aprovadas do PNLD/2008, os tipos de tarefas identificados nas coleções do PNLD/2008 e a análise de organizações matemáticas pontuais nas coleções aprovadas no PNLD/2011.

Nas considerações finais, os resultados das três etapas são discutidos conjuntamente e são apresentadas algumas propostas de estudos futuros, bem como as implicações pedagógicas da nossa pesquisa.

CAPÍTULO 1

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E PROBLEMÁTICA

1.1. Um sobrevôo das pesquisas anteriores sobre comprimento, perímetro e área

Muitas pesquisas contribuíram para o aprofundamento e esclarecimento de questões importantes em relação ao ensino e aprendizagem dos conceitos de comprimento, perímetro e área. Algumas realizaram estudos diagnósticos com alunos (BATURO & NASON, 1996; MELO, 2003; PESSOA, 2010) ou com professores (CAVALCANTI, 2010). Outras consistiram na elaboração e experimentação de sequências didáticas (DOUADY & PERRIN-GLORIAN, 1989; BALTAR, 1996; BARBOSA, 2007). Alguns trabalhos focaram o uso de tecnologias (KORDIKI, 2003; BALBINI & PÓLA, 2004) ou análises de livros didáticos (BARROS, 2006; SANTANA, 2006). Há ainda pesquisas que combinam elementos, como diagnóstico dos conhecimentos do professor e do aluno (D'AMORE & FANDIÑO, 2007) ou análise de LD com diagnóstico dos conhecimentos dos alunos (TELES, 2007; FERREIRA, 2010).

Há variações quanto ao local onde as pesquisas de campo foram realizadas. Duas referências importantes de nosso trabalho foram desenvolvidas na França (DOUADY & PERRIN-GLORIAN, 1989 e BALTAR, 1996). Os trabalhos realizados no Brasil contemplam diferentes regiões: Chiummo (1998), Perrota (2001), Facco (2003) em São Paulo; Balbini & Póla (2004) no Paraná; Barbosa (2007) na Paraíba e Barbosa (2002), Duarte (2002), Pessoa (2010), Ferreira (2010) e Cavalcanti (2010) em Pernambuco.

A maioria das pesquisas que servem de base para o nosso trabalho adota teorias da Didática da Matemática como marco teórico, seja a Teoria das Situações Didáticas e a Engenharia Didática criadas por Guy Brousseau; a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Gérard Vergnaud; a Dialética Ferramenta/Objeto e o Jogo

de Quadros desenvolvida por Régine Douady; ou ainda a Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval. Mas há também pesquisas que seguem outras tendências da Educação Matemática como, por exemplo, Magina que discute entre outras coisas a formação do conceito. As pesquisas voltadas para o aluno aconteceram em todos os níveis de escolaridade desde os anos iniciais do ensino fundamental (BARBOSA, 2002; SANTOS, 2007, por exemplo) passando pelos anos finais (BALTAR, 1996; GOMES, 2000; SANTOS, 2005, por exemplo) e pelo ensino médio (TELES, 2007, por exemplo) até o ensino superior (BATURO & NASON, 1996; TEIXEIRA, 2004, por exemplo).

As grandezas geométricas abordadas nesses trabalhos foram comprimento, perímetro e área. A grandeza área está presente nas pesquisas de Douady & Perrin-Glorian (1989), Santos (2005), Baturo & Nason (1996), Santana (2006), Chiummo (1998), Santos & Bellemain (2007), Gomes (2000), Facco (2003), Teles (2007), Duarte (2002), Kordaki (2003), Pessoa (2010). As grandezas área e perímetro estão presentes nos trabalhos de Baltar (1996), Barros (2006), Perrota (2001), Magina (2006), D'Amore & Fandiño (2007), Melo (2003), Ferreira (2010), Melo & Bellemain (2008) e Balbini e Póla (2004). As pesquisas de Barbosa (2002) e Teixeira (2004) focam comprimento e perímetro. O trabalho de Brito (2003) envolve a grandeza comprimento. Apenas a grandeza perímetro está presente na pesquisa de Santos (1999). No trabalho de Bellemain (2004), as grandezas estudadas foram o comprimento e a área.

Dentre as pesquisas que, como a nossa, focam a análise de livros didáticos, destacamos Barros (2006) que analisa as relações entre área e perímetro nas coleções do PNLD 2002 e 2005 e o uso desses conceitos como ferramenta em outros conteúdos e Santana (2006) que investiga o uso de recursos didáticos no estudo do conceito de área em livros didáticos dos anos finais do EF. O objeto de estudo que nos interessa dá continuidade a essas pesquisas, mas se diferencia delas em muitos pontos. Os livros analisados por Barros (2006) e Santana (2006) constavam nos guias do PNLD 2002 e 2005, enquanto os nossos são livros do PNLD 2008 e 2011. Nossa análise foca apenas os capítulos do 6º ano que tomam comprimento, perímetro e área como objetos de estudo, o que permite aprofundar a análise da abordagem desses conteúdos. Finalmente, além dos aportes teóricos relativos ao trabalho com comprimento e área como grandezas, comuns às pesquisas de Barros (2006), Santana (2006) e à nossa, utilizamos na nossa

pesquisa a TAD, o que permite lançar um olhar diferente sobre a abordagem de comprimento, perímetro e área nos LD. O breve sobrevôo de pesquisas sobre aprendizagem e ensino de comprimento, perímetro e área mostra que há muitos estudos sobre esse tema, o que fornece um bom suporte para elaborar os critérios de análises dos LD. Por outro lado, não localizamos nenhum trabalho que tomasse como foco uma análise sistemática dos três conceitos: comprimento, perímetro e área, e suas abordagens em diversas coleções. Portanto, a questão central que nos ocupa nessa pesquisa é **Como os Livros Didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental abordam os conceitos de Comprimento, Perímetro e Área?**

1.2. Comprimento e área como grandezas

Consideraremos nesse estudo o conceito de área a partir das hipóteses que norteiam as pesquisas desenvolvidas por Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian. A pesquisa de Douady e Perrin-Glorian (1989) foi realizada na França no final dos anos de 1980 no nível equivalente ao 2º ciclo do ensino fundamental brasileiro. O estudo aponta algumas dificuldades conceituais de aprendizagem apresentadas pelos alunos e com base nisso, constrói e experimenta uma engenharia didática norteada pelas seguintes hipóteses:

- O conceito de área enquanto grandeza permite aos alunos estabelecer relações necessárias entre os domínios geométrico e numérico.
- Uma associação precoce da superfície a um número favorece o amálgama entre as grandezas comprimento e área.

Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian propõem uma abordagem do conceito de área de figuras planas como uma grandeza, o que corresponde à distinção de três quadros: o geométrico, o das grandezas e o numérico.

Construir área como grandeza autônoma, para elas, exige distinguir claramente área e superfície, bem como área e número. Pesquisas realizadas no Brasil, como Chiummo (1998) e Duarte (2002), observaram dificuldades dos alunos em diferenciar superfície de área, bem como área e número. É preciso destacar que o que justifica a proposta de abordagem da área como grandeza é a análise dos

erros frequentes cometidos por alunos ou ainda alguns entraves observados na aprendizagem da área. Por isso, vamos discutir o que as pesquisas anteriores à nossa dizem sobre os entraves encontrados pelos alunos na aprendizagem de área.

O estudo de Douady e Perrin-Glorian mostrou que muitos alunos apresentavam:

- dificuldade para exprimir a área do triângulo em centímetros quadrados, dada a impossibilidade de cobrir esse triângulo com um número finito de quadrados, ou seja, a possibilidade de medir área de uma superfície dependeria, para os alunos, da compatibilidade entre a sua forma e a forma da superfície unitária;
- dificuldade em aceitar que quando o perímetro de uma superfície se altera, sua área pode permanecer inalterada e que se pode também mudar a área de uma figura sem que o perímetro mude;
- tendência em fabricar fórmula generalizando resultados para além de sua validade, como, por exemplo, realizar o produto dos comprimentos de dois lados adjacentes para encontrar a área do paralelogramo ou calcular a área do triângulo pelo produto dos comprimentos dos três lados (como se estendessem a validade da fórmula da área de um retângulo).

Tais dificuldades encontradas por Douady e Perrin-Glorian (1989) também foram detectadas em algumas pesquisas aqui no Brasil. Por exemplo, nos trabalhos de Magina (2006), os alunos apresentaram dificuldades para distinguir área e perímetro, e nos trabalhos de Duarte (2002), alguns alunos tinham dificuldade para aceitar que figuras diferentes podem ter a mesma área.

A partir da análise de erros, Douady e Perrin-Glorian (1989) caracterizaram dois tipos de concepção de área: as concepções geométricas e as concepções numéricas.

As dificuldades com os problemas que envolvem área, isto é, os erros e as lacunas decorrem da “concepção forma” e da “concepção número”. São duas concepções disjuntas, sem devido estabelecimento de relações entre o campo geométrico e o numérico (Douady e Perrin-Glorian, 1989, p.395).

As concepções numéricas são caracterizadas pelo foco exacerbado no cálculo. Um exemplo de indício dessas concepções é a ausência ou o uso

inadequado de unidades de medida, verificado também na pesquisa de Facco (2003). Nas pesquisas de Baturó & Nason (1996), foi identificado que alguns alunos, em algumas atividades, apresentam dificuldades com o conceito área e tendem a focar apenas o aspecto numérico. Outro indício de concepção numérica é o cálculo com fórmulas errôneas identificadas nas pesquisas de Melo (2003) ou mesmo o uso incorreto das fórmulas para o cálculo da área do paralelogramo identificado na pesquisa de Santos (2005).

As concepções geométricas são aquelas segundo as quais o aluno confunde a figura e a área. A mobilização desse tipo de concepção pode levar o aluno a pensar que quando uma figura é modificada por decomposição e recomposição, sem perda nem sobreposição, sua área muda.

Um erro frequente dos alunos vinculado às concepções geométricas é a convicção de que figuras de mesma área têm, forçosamente, mesmo perímetro e reciprocamente. Segundo Melo & Bellemain (2008):

A análise dos dados revelou que parte dos erros cometidos pelos alunos, na comparação das áreas estava relacionada à extensão indevida da fórmula da área do retângulo. Tanto na comparação de áreas como na de perímetros, observamos indícios de concepções numéricas e geométricas. Alguns dos erros eram associados à dificuldade dos alunos em distinguir área de perímetro de vários pontos de vista (p.1).

Na pesquisa de Chiummo (1998), foi verificada a dificuldade dos alunos em distinguir os conceitos de área e perímetro, do ponto de vista topológico (quando há uma correspondência dos conceitos de área e perímetro com objetos geométricos, ou seja, a área associada à superfície e o perímetro ao seu contorno), mesmo usando o papel quadriculado. Em Teixeira (2004), os alunos oscilam entre concepções no quadro das grandezas e concepções no quadro geométrico. Nas atividades com figuras fechadas, o termo perímetro levou os alunos a compararem as figuras observando suas formas e não pelo comprimento do contorno. Barros (2006) concluiu que a introdução das fórmulas e os tipos de atividades propostas pelos LD podem, em determinadas situações, contribuir para a construção dos conceitos de área e perímetro, enquanto que, em outros momentos, podem reforçar as dificuldades de dissociação desses conceitos. Nos trabalhos de D'Amore e

Fandiño (2007), 90% dos alunos envolvidos na pesquisa afirmam que existe a dependência entre área e perímetro.

Os resultados das pesquisas anteriores à nossa, permitiram identificar elementos de análise dos erros cometidos pelos alunos. A modelização em termos de concepções geométricas e numéricas (Douady & Perrin-Glorian; Balacheff, 1988) evidenciou as dificuldades de aprendizagem associadas ao tratamento dos problemas de área do ponto de vista puramente numérico ou considerado apenas os aspectos geométricos na construção do conceito de área (BELLEMAIN, 2000).

Quando falamos em área de uma superfície plana, é comum associar à quantidade de papel necessário para construir tal superfície. Do mesmo modo, quando queremos comparar áreas de superfícies planas, o mais comum é fazer as comparações com figuras de mesma forma. Porém, podemos ter figuras distintas que possuem a mesma área. Essa comparação pode ser feita medindo as grandezas associadas às figuras, estamos, nesse caso, usando dois quadros: o geométrico e o quadro das grandezas.

Quando ladrilhamos uma superfície plana com quadradinhos idênticos e contamos a quantidade de quadradinhos necessária para cobrir a superfície plana, encontramos um número. Ao repetirmos esse processo para a mesma superfície plana com outra unidade de área (por exemplo, triângulos idênticos cuja área é metade da área do quadradinho), encontramos outro número. Com essa atividade, fazemos a distinção entre o campo das grandezas e o campo numérico, ou seja, com unidades de área diferentes, temos medidas de área diferentes. Nos trabalhos de Gomes (2000), identificou-se que os alunos ao resolver problemas onde utilizassem outras unidades de área (por exemplo, quadradinhos de $0,5 \text{ cm}^2$ ou 2 cm^2) para o cálculo de área do retângulo desenhado no papel quadriculado por exemplo, os alunos apresentavam uma significativa evolução nos seus conhecimentos a respeito do conceito de área. Já na pesquisa de Pessoa (2010), houve um resultado satisfatório quando os alunos do 6º ano determinavam a área das figuras planas construídas nas malhas propostas contando quadradinhos, porém, se a atividade exigia a visualização de uma figura ladrilhável, os resultados não foram satisfatórios.

Quando temos uma figura, ao decompor e com os pedaços, sem perda nem sobreposição, recompomos uma nova figura, conservamos a área e nem sempre conservamos o perímetro dessa figura. Para minimizar os erros em questões como essa, podemos propor o uso de um pedaço de cordão para contornar a figura e depois medir quanto de cordão foi gasto antes da decomposição e recomposição e quanto foi gasto de cordão depois, ou seja, qual foi o comprimento desses cordões. Nas pesquisas de Ferreira (2010) as intervenções foram feitas com situações envolvendo os conceitos de perímetro e de área enquanto grandeza, nas quais ficaram evidenciados avanços entre os alunos do 3º ciclo na decomposição e recomposição de figuras planas confirmando assim, as hipóteses de Douady e Perrin-Glorian.

Santana (2006) e Ferreira (2010) fizeram também análises de LD voltadas para as grandezas comprimento e área, porém, com enfoques diferentes. Nas pesquisas de Santana (2006), foi investigado o uso dos recursos didáticos (tangram, malhas e poliminós) e a autora observou que tais recursos eram pouco explorados. Ferreira (2010) analisou o LD adotado na escola onde foi feita a coleta dos dados e constatou a predominância de situações envolvendo os conceitos de área e perímetro associados ao campo numérico.

Em relação à construção do conceito de área de figuras não usuais por alunos do 7º ano, quando introduzido por meio de fórmulas sem uma reflexão no processo utilizado, segundo a pesquisa de Chiummo (1998) os alunos apresentam dificuldades. Quanto o cálculo da área das figuras poligonais em posições não usuais, os alunos do 6º ano apresentaram dificuldades como conclui a pesquisa de Facco (2003), que também percebeu as dificuldades desses alunos quando se trata do cálculo da área de figuras não poligonais. Com relação ao uso de unidades de medida não convencionais, o trabalho de Kordaki (2003) aponta dificuldades apresentadas pelos alunos.

Pesquisas realizadas em diversos contextos educacionais, indicam certa regularidade no aparecimento desses erros. Essa constatação conduz a formular a hipótese de existência de obstáculos na aprendizagem do conceito de área e de suas relações com o comprimento (LIMA & BELLEMAIN, 2002).

O levantamento feito de pesquisas anteriores nos leva a concordar com essa afirmação, pois pesquisas feitas em contextos diferentes utilizando teorias distintas parecem convergir para a identificação de alguns entraves recorrentes, que se conectam aparentemente como manifestações de concepções numéricas e geométricas: a confusão entre área e perímetro; as lacunas no modo de lidar com unidades e fórmulas, as dificuldades em aceitar a invariância da área por decomposição e recomposição sem perda nem sobreposição, resistência em calcular a área e o perímetro de figuras não usuais, etc.

Bellemain (2004) afirma que as concepções numéricas (ou concepções número) e geométricas (ou concepções forma) se constituem um obstáculo para a construção do conceito de área enquanto grandeza e para a compreensão das relações entre comprimento e área.

Como já foi dito, a proposta de Douady e Perrin-Glorian (1989) consiste em abordar área como uma grandeza e assim distinguir e articular três quadros: o geométrico, o numérico e o das grandezas. Essa abordagem visa à superação das concepções geométricas e numéricas, as quais provocariam muitos dos entraves identificados acima. Em Perrot et al. (1998) e outros trabalhos posteriores (BARBOSA, 2007; BRITO, 2003), o esquema conceitual proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) para o estudo da área, é adaptado para comprimento.

O quadro geométrico, constituído pelas linhas e superfícies. O quadro das grandezas, comprimentos e áreas: com processos de comparação bem escolhidos, nem sempre numéricos, se pode realizar classes de equivalências de linhas, de superfícies; com processos operatórios adequados sobre linhas, superfícies, se pode induzir uma lei interna sobre as grandezas. O quadro numérico, consistindo nas medidas do comprimento das linhas e da área das superfícies, que pertencem ao conjunto de números reais não negativos: linhas ou superfícies pertencendo a mesma classe, tendo a mesma grandeza, têm também a mesma medida, qualquer que seja a unidade escolhida. (PERROT et al, 1998, p.5)

Nesse esquema foram explicitados por Bellemain (2002) dois elementos que conectam os quadros geométrico, numérico e das grandezas: a relação de equivalência (objeto que permite passar do quadro geométrico para o quadro das grandezas) e a unidade de medida (objeto que permite passar do quadro das grandezas para o quadro numérico).

A figura a seguir, fortemente inspirada dos trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989), bem como de Lima e Bellemain (2002), representa a organização conceitual de referência na nossa pesquisa.

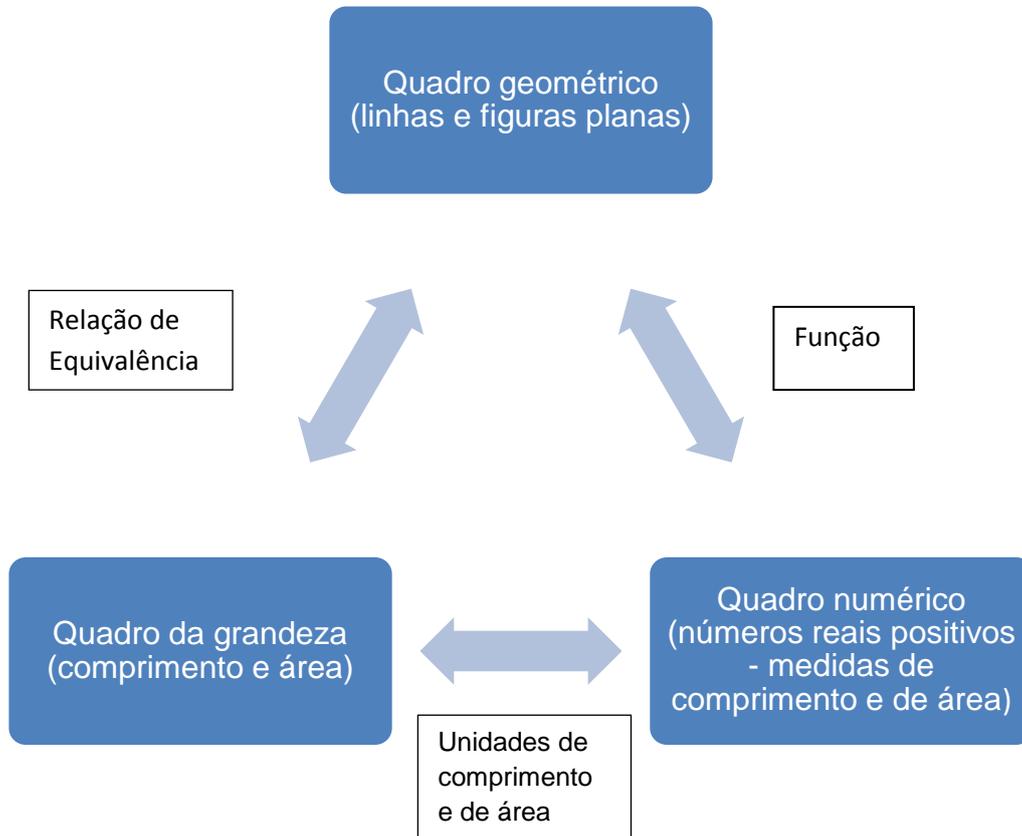


FIGURA 1: Organização conceitual de referência do campo das grandezas comprimento e área e suas medidas.

Esse mapeamento, proposto por Douady e Perrin-Glorian tem estimulado pesquisadores franceses e brasileiros a desenvolverem estudos, considerando esses quadros, que permitem, entre outros aspectos, tirar da obscuridade o conceito de grandeza. (BARBOSA, 2002, p.31)

Segundo Barbosa (2007), discutir o conceito de grandeza tem duplo sentido: o de natureza epistemológica e o de natureza didática.

A perspectiva epistemológica, por permitir a reflexão da construção de um conceito que no processo evolutivo transitou nas instâncias do quadro geométrico, perpassando pelo quadro das grandezas até atingir o quadro numérico. A perspectiva didática, por permitir que seja considerado o estabelecimento das relações de tais quadros,

tanto em pesquisas quanto na esfera do saber ensinar. (BARBOSA, 2007)

Ainda segundo Barbosa (2007):

Fazer vir à tona o conceito de grandeza talvez seja o aspecto mais louvável desse mapeamento dos quadros propostos por Douady e Glorian, especialmente porque alerta pesquisadores e educadores sobre a passagem precoce do quadro geométrico para o quadro numérico desconsiderando o quadro das grandezas.

No diagrama anterior, os quadros (geométrico, numérico e o das grandezas) se relacionam entre si, porém são quadros distintos. Isso nos leva a questionar se a proposta dos LD favorece a compreensão de comprimento e área como grandezas.

Baltar (1996) investigou a aprendizagem de área e perímetro sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud e seus colaboradores. Classifica as situações que dão sentido ao conceito de área em três grandes classes: situações de comparação, situações medida e situações de produção. Nessa pesquisa iremos classificar as situações também na análise dos capítulos de comprimento e perímetro.

Podemos associar a cada uma dessas situações vários exemplos; escolhemos um de cada tipo para ilustrá-las.

- Situações de comparação.

Exemplo: Dando uma só mão de tinta, em qual das paredes o pintor gastaria mais tinta.



(fonte: Atividades de área e perímetro/projeto de Rede Ciências e Matemática na escola de 1º e 2º graus em Pernambuco– LEMAT/1988)

- Situações de medida.

Exemplo: Usando uma régua, meça os lados do retângulo abaixo e calcule o seu perímetro.



(Fonte: Atividades de área e perímetro /projeto de Rede Ciências e Matemática na escola de 1º e 2º graus em Pernambuco – LEMAT/1988).

- Situações de produção.

Exemplo: Numa folha de papel quadriculado, considerando um quadradinho dessa folha (\square) como unidade de medida, desenhe polígonos de:

- a) área igual a 16 quadradinhos; c) área igual a 48 quadradinhos;
 b) área igual a 11 quadradinhos; d) área igual a 8,5 quadradinhos;

(Fonte: LD₇, p. 262).

Tais situações foram organizadas por Ferreira (2010) como mostra o quadro seguinte no qual está em foco a área e a relação entre área e perímetro.

QUADRO 1: Esquema dos tipos de situação

SITUAÇÕES	COMPARAÇÃO	ESTÁTICA	Sem unidade de medida		
			Com unidade de medida	Não-convencional Convencional	
		DINÂMICA	Variação da área e do perímetro por deformação ou transformação geométrica		
	Otimização da área por invariância do perímetro e vice versa				
	MEDIDA	EXATA	Com unidade de medida não-convencional		
			Com unidade de medida convencional		
		ENQUADRAMENTO	Aproximações		
	MUDANÇA DE UNIDADE		Com unidade de medida	Não-convencional Convencional	
	PRODUÇÃO		Mesma área que a de uma figura dada		
			Área maior ou menor que a de uma figura dada		
		Com área dada			

Fonte: Ferreira (2010)

Ferreira (2010) acrescenta à classificação de Baltar (1996) a ‘Mudança de Unidade’ e para cada tipo de situação especificada, explicita subsituações. Na nossa análise, tomaremos essa classificação como base, mas ampliaremos identificando outros tipos de situação bem como classificando as tarefas relativas a comprimento.

Quando pensamos em comprimento de uma curva, devemos considerar que curvas distintas podem ter o mesmo comprimento. Uma questão que provoca

entraves de natureza conceitual é achar que a grandeza comprimento é equivalente ao segmento de reta, enquanto que podemos também pensar em linhas que não são segmentos. O comprimento nos dá a ideia de distância entre dois pontos, já o segmento está contido no quadro geométrico que é o quadro onde se encontram as figuras. Poucos alunos concluem que a distância é o comprimento de um segmento.

Livros didáticos que abordam estas e outras atividades tratando dessas diferenças contribuirão para percebermos as distinções entre a grandeza comprimento e as linhas como objetos geométricos. A pesquisa de Barbosa (2002) constata dificuldades nos alunos do 5º ano quando realizam comparação de comprimentos de caminhos fechados por não terem claros os conceitos de contorno e perímetro. No trabalho de Santos (1999), as dificuldades foram com o uso da régua, favorecendo a ideia de que só existe comprimento de segmentos. Já em Santos (2005), uma das conclusões é a verificação de erros frequentes pela omissão ou o uso incorreto da régua graduada por parte de alunos do 9º ano de uma escola municipal do Recife. Na pesquisa de D'Amore & Fandiño (2007), a dificuldade está associada às grandezas comprimento e perímetro quando as figuras são não convexas.

Barbosa (2002, p.31) situou “o conceito de perímetro como uma instância da grandeza comprimento, por sua vez do campo conceitual da grandeza área”. Complementou dizendo: “o conceito de perímetro passa a ser um caso particular da grandeza comprimento, diferenciando-se do objeto geométrico em si, que é a linha fechada” (p.32). No nosso estudo, iremos adotar tais considerações. No trabalho de Santos (1999), os alunos do 5º ano apresentaram o perímetro apenas das figuras poligonais apontando dificuldades em encontrar o perímetro das figuras não poligonais, outra dificuldade é considerar a existência de grandezas em situações que não envolvam números. Em Brito (2003), na comparação entre figura/objeto com contornos iguais, houve dificuldade dos alunos do 5º ano em fazer a dissociação entre contorno e a forma.

Na construção do conceito área enquanto grandeza Douady & Perrin-Glorian (1989) afirmam:

Que é preciso elaborar um processo de aprendizagem de área relacionando-a com o lugar ocupado por uma superfície no plano. Do ponto de vista matemático, o que se procura é uma função,

denominada função medida, que associa superfícies planas a números, de tal forma que seu domínio seja um certo conjunto de superfícies planas e seu contradomínio seja o conjunto de números reais não-negativos.

Na medição de área, atribui-se um número real positivo a cada superfície plana, ou seja, constrói-se uma função (função área) com valores numéricos, de modo que comparar superfícies planas reduz-se a comparar números, que são as medidas de área. Para isto escolhemos uma superfície de valor um (superfície unitária). A partir daí, a medição de área de uma superfície plana consiste na indagação intuitiva: “Quantas vezes a superfície unitária cabe na superfície plana em questão?”. Em outras palavras,

$A_U: \mathcal{E} \rightarrow \mathbb{R}_+$ A_U – função área de unidade U;
 $\mathcal{S} \rightarrow A_U(\mathcal{S})$ \mathcal{S} – uma superfície plana;
 \mathbb{R}_+ – conjunto dos números reais não-negativos;
 $A_U(\mathcal{S})$ – número real positivo qualquer;
 \mathcal{E} - um conjunto de superfícies planas.

Construída a função área, definimos área como sendo uma classe de equivalência de superfícies planas de mesma área, pertencentes ao conjunto \mathcal{E} . E a área da superfície unitária passa a ser denominada de unidade de área.

$$S_1 \text{ é equivalente a } S_2 \Leftrightarrow A_U(S_1) = A_U(S_2)$$

Analogamente, construímos a função comprimento, que atribui números reais positivos – as medidas – a curvas de um conjunto apropriado.

$H_U: \mu \rightarrow \mathbb{R}_+$ H_U – função comprimento de unidade U;
 $\mathcal{L} \rightarrow H_U(\mathcal{L})$ \mathcal{L} – uma curva;
 \mathbb{R}_+ – conjunto dos números reais não-negativos;
 $H_U(\mathcal{L})$ – número real positivo qualquer;
 μ - um conjunto de curvas (incluindo segmentos de reta e linhas poligonais).

Definida a função comprimento, o conceito de comprimento é definido como uma classe de equivalência de curvas que “têm o mesmo comprimento”.

$$L_1 \text{ é equivalente a } L_2 \Leftrightarrow H_U(L_1) = H_U(L_2)$$

Para que tenhamos uma análise significativa no capítulo 3, a nossa fundamentação em relação aos conceitos de comprimento, perímetro e área, vista

anteriormente, deverá está bem articulada com a Teoria Antropológica do Didático (TAD), pensando nisso, iremos apresentar alguns elementos dessa teoria que poderão dá suporte aos resultados da nossa pesquisa.

1.3. Elementos da Teoria Antropológica do Didático

1.3.1. Os elementos primitivos e suas relações

Uma das contribuições mais importantes da Teoria da Transposição Didática e da Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvidas por Yves Chevallard e seus colaboradores, é de considerar o papel das Instituições na análise de fenômenos didáticos. Chevallard (1999) propõe na sua abordagem antropológica evidenciar o papel das instituições no sistema didático que originalmente é composto pelo professor, pelo aluno e pelo saber.

Na TAD são considerados elementos primitivos: INSTITUIÇÃO (I), INDIVÍDUO (X) e OBJETO (O).

Objeto é toda entidade, material ou não, que existe para ao menos um indivíduo (CHEVALLARD, 1998, p. 81). Segundo Maia (2008) os OBJETOS (O) são os elementos de base da construção teórica elaborada por Chevallard. Como objetos matemáticos, podemos citar, por exemplo, o quadrado, o perímetro, o número natural. Mas na TAD, consideram-se também objetos o livro didático, a tarefa ou ainda o quadro negro.

A palavra INSTITUIÇÃO (I), dentro da TAD tem um significado mais amplo que o uso corrente. Dependendo da pesquisa, ela pode ser: uma escola, uma disciplina, um curso, uma sala de aula, uma família, um livro e outras. Em nosso trabalho, as instituições em foco são os livros didáticos de matemática.

Segundo Chevallard, a partir do momento em que um indivíduo X passa a ocupar determinadas posições nas instituições, ele se torna sujeito dessas instituições. A partir do momento em que um indivíduo X torna-se sujeito de uma instituição I, um objeto O existente em I vai existir para X sob a exigência da relação institucional R_I (O). De outra maneira, a relação pessoal R (X, O) vai se construir, ou

vai se modificar, sob a exigência da R_1 (O). Chevallard define aprendizagem como a mudança da relação pessoal do indivíduo com certo objeto.

Segundo Chevallard, existem quatro tipos de instituições: PRODUÇÃO, UTILIZAÇÃO, ENSINO e TRANSPOSITIVAS. As universidades são exemplos de instituições de produção de saberes científicos. Uma empresa de construção civil é uma instituição de utilização dos saberes produzidos pela engenharia. As escolas funcionam, prioritariamente, como instituições de ensino. E, por fim, as instituições transpositivas – as noosferas (Noosfera é o lugar onde os saberes matemáticos são manipulados para fins de ensino).

1.3.2. Problemática Ecológica

Partindo dos termos primitivos (O, X, I), Chevallard e seus colaboradores desenvolvem a TAD sob uma perspectiva ecológica, como um meio de questionar o real: “O que existe e por quê? O que não existe e por quê? O que poderia existir? Sob quais condições? Quais os objetos podem viver sob tais condições ou, ao contrário, quais são os objetos impedidos de viver nestas condições?” (CHEVALLARD IN ARTAUD, 1997, p.1).

Segundo Maia (2008), a formulação destas questões, as quais contemplam uma problemática do tipo ecológica, levou Chevallard a inspirar-se na ecologia biológica, principalmente no conceito de ecossistema. O ecossistema surgiu em 1930 nos trabalhos dos botânicos, os quais buscavam compreender a organização das plantas em sociedade. O ecologista americano Paul Colinvaux, em sua obra “Invitation à la science de l’écologie”, descreve o nascimento desse conceito: “O ecossistema descreve uma ideia, uma criação do homem: definimos uma parcela de terra de tamanho que nos convém e estudamos o funcionamento da vida, considerando o conjunto inerte e o vivo, para ver como eles interagem. O conceito de ecossistema constitui uma forma de olhar a natureza. Trata-se então de considerar, no estudo de um ser vivo, não somente com os outros seres vivos, mas também o meio físico, químico no qual ele vive. Fazendo uma analogia com esse conceito e olhando agora para um saber matemático, Chevallard identifica que

nenhum saber pode viver isolado, e para conhecer esse saber, é preciso conhecer o meio em que ele vive e como é a relação deste saber com os outros saberes.

A TAD pode ser considerada um prolongamento da Teoria da Transposição Didática a partir da Problemática Ecológica.

1.3.3. Transposição Didática

O termo “transposição didática”, segundo Chevallard (1991), foi usado pela primeira vez, no sentido dessa pesquisa, pelo sociólogo francês Michel Verret em sua tese de doutoramento: “Le temps des études” em 1975. Verret tratava, nesse trabalho, do estudo sociológico da distribuição do tempo das atividades escolares, com objetivo de contribuir para a compreensão das funções sociais dos estudantes.

Chevallard buscou esclarecer a escolha da palavra “transposição” para nomear o processo em questão, referindo-se ao sentido musical do termo, que designaria a passagem de formas melódicas de um tom para outro, ou seja, um processo de “transformação adaptativa” a um novo contexto (CHEVALLARD, 1997b, p.4-5). A teoria de Chevallard vem corrigir um equívoco tradicional: a discussão sobre os saberes escolares tratados como um assunto secundário para alguns pesquisadores. Assumindo a representação triangular do sistema didático (saber, professor e aluno) proposto por Chevallard (1991, p.23), os saberes escolares passaram a ter outro tratamento pelos pesquisadores, mesmo havendo o reconhecimento da complexidade das relações dos três vértices do sistema didático.

Para Chevallard apud Bosch & Gascón (2006), deve-se usar “saberes” para distinguir o saber matemático produzido pelos matemáticos e outros pesquisadores; o saber matemático “a ensinar” tal como são propostos oficialmente nos programas e documentos curriculares; o saber matemático tal como é realmente ensinado pelos professores em suas aulas; e o saber matemático “aprendido” pelos estudantes no sentido de disponibilizar um pouco no final do processo de aprendizagem como também para iniciar novos processos de aprendizagem. Como mostra a figura 2 seguinte.

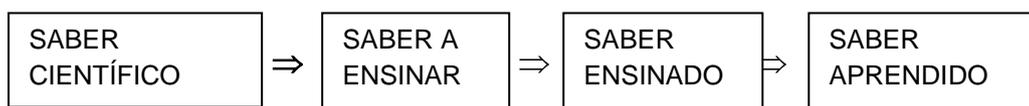


FIGURA 2: O processo de transposição didática (Bosch & Gascón, 2006 p.392).

Chevallard define conhecimento¹ como a própria relação pessoal ou institucional estabelecida com os objetos do mundo. A busca individual ou coletiva desse conhecimento constituiria o estudo.

Um conjunto de saber que tenha sido definido como saber a ensinar sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-la apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O 'trabalho' que faz de um objeto de saber a ensinar, um objeto de ensino, é chamado de transposição didática (CHEVALLARD, 1991, p.39).

Pensando nos conceitos primitivos e na noção de saber, Chevallard (1989b) enuncia que:

- todo saber é saber de uma instituição;
- um mesmo objeto do saber pode viver em instituições diferentes;
- para que um saber possa viver em uma instituição, é necessário que ele submeta a certo número de exigências, o que implica que ele se modifique, caso contrário não pode se manter na instituição.

Podemos completar a figura 1 (mostrada anteriormente) em que Bosch & Gascón (2006) denominaram de “o modelo epistemológico de referência” que constitui o modelo teórico básico para o pesquisador, no qual se baseia geralmente dos dados empíricos das três instituições consideradas: a comunidade matemática, o sistema educativo e a escola ou a aula.

¹ Chevallard apresenta uma diferenciação entre conhecimento e saber, utilizando na maior parte dos seus estudos escritos, o termo saber. O saber parece ser um conceito mais amplo.

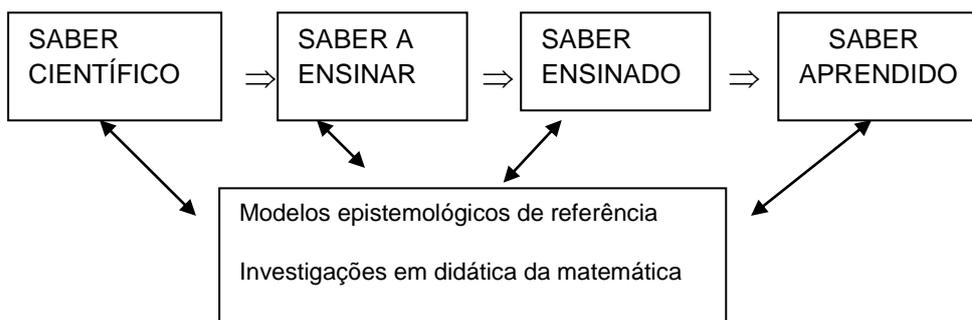


FIGURA 3: A posição 'externa' dos pesquisadores (Bosch & Gascón, 2006 p.394).

Quando um determinado saber científico passa a ser considerado como saber a ensinar, ele deve passar por um controle social de aprendizagens, que define uma progressão no tempo sobre o que deve ser ensinado e quando deve ser ensinado, bem como verifica o desenvolvimento dos conhecimentos dos alunos de acordo com a progressão adotada (ARAUJO, 2009).

No processo de transposição didática simbolizada pela figura 2, o entorno social inclui os matemáticos, as famílias dos alunos, as instâncias políticas de decisão. Já no sistema didático stricto sensu, atuam os professores e alunos; a noosfera seria encarregada de realizar a interface entre a sociedade e as esferas de produção dos saberes. Na teoria da transposição didática, em uma das diversas análises do sistema didático, a grande problemática² é a transformação pela qual devem passar os saberes para se tornarem escolarizáveis.

Os saberes recebem outras denominações como saber a ensinar ou saber escolar ao passarem por outras instituições intermediárias (diretrizes ou parâmetros curriculares, programas, livros, etc.) formadas por elaboradores de políticas públicas e educacionais, pedagogos, educadores, autores de Livros Didáticos, professores, etc. (Henry, 1991, Chevallard, 1991)

Tais programas, currículos, livros didáticos aparecem então como instrumentos reguladores no sentido de que eles vão normatizar o que deve ser

² O conjunto de questões às quais um determinado saber busca responder (CHEVALLARD APUD LEITE, 2004).

ensinado na escola, o saber a ensinar, consolidando uma primeira etapa da transposição didática externa (BRITO MENEZES, 2006).

A busca de uma ferramenta que permitirá modelizar com maior detalhe as práticas matemáticas, incluindo sua dimensão material, e dos saberes matemáticos como componente inseparável das práticas, dá lugar à noção de praxeologia matemática dentro do marco da Teoria Antropológica do Didático.

A TAD situa a atividade matemática, e conseqüentemente a atividade de estudo em matemática, no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais. [...] falar validamente de didática da matemática, por exemplo, supõe falar de certos objetos distintos – a matemática, de início, e, em seguida, solidariamente os alunos, os professores, os livros, etc. (CHEVALLARD, 1998, p. 91).

1.3.4. A Noção de Praxeologia

Numa organização praxeológica, identificamos: tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. E, de uma forma detalhada, iremos estudar essas ideias.

Tarefa

Na noção de praxeologia, estão presentes as ideias de tarefas t e de tipos de tarefas representados por T . Dizemos que uma tarefa (t) pertence a um tipo de tarefa (T) quando t faz parte de T . Uma tarefa ou um tipo de tarefa se exprime por um verbo expressando uma ação. Por exemplo: calcular a área do quadrado de lado 3 cm, medir a distância entre dois pontos dados e outros.

A noção de tarefa, ou mais precisamente do tipo de tarefa, supõe um objetivo preciso, por exemplo: medir a altura de um paralelogramo é um tipo de tarefa, mas “medir” não, pois não explicita o que é para medir. Da mesma forma, calcular a área de um retângulo é um tipo de tarefa, mas somente “calcular” não é um tipo de tarefa. Para esses exemplos “medir” e “calcular” são gêneros de tarefas.

Um gênero de tarefa somente existe sob forma de diferentes tipos de tarefas. Ao longo dos anos na escola, por exemplo, o gênero “calcular” vai se enriquecendo

de novos tipos de tarefas e será no ensino médio onde os alunos vão aprender, pela primeira vez, a calcular um determinante, por exemplo, e mais tarde, se seguirem cursos ligados às ciências exatas, irão calcular uma derivada. Outros exemplos de gêneros de tarefas são: demonstrar ..., construir ..., exprimir ..., subir ..., desenvolver ..., dividir ..., cumprimentar ..., integrar ...

Segundo Chevallard, tarefas, tipos de tarefas, gêneros de tarefas são elementos que são reconstruídos em cada instituição específica, não são criados pela natureza.

Técnica

A uma maneira de resolver a tarefa (t) damos o nome de técnica (τ). Uma praxeologia relativa a um tipo de tarefa T contém em princípio uma técnica τ relativa a T. Ela compõe o bloco chamado prático-teórico, que é uma maneira genérica de nomearmos o saber-fazer formado pelo par (tipo de tarefa, técnica).

Apesar de existir uma tendência geral de algoritmização, a técnica não precisa ser algorítmica ou quase algorítmica. Por exemplo, fazer um desenho, constituir uma família, são tipos de tarefas para as quais não existe necessariamente uma técnica algorítmica.

Em uma instituição (I) dada, a respeito de um tipo de tarefa T dado, existe pelo menos uma técnica (τ) institucionalmente reconhecida.

Ainda sobre as técnicas observamos que:

- as técnicas permitem agrupar as questões;
- cada técnica tem sempre limitações para determinados tipos de tarefa;
- uma tarefa é problemática quando um sujeito não domina a técnica para resolvê-la.

Para Chevallard (1999), uma tarefa é rotineira quando a resposta para ela é imediata e é problemática quando é necessário elaborar toda uma organização para realizar a tarefa.

Tecnologia

A existência de uma técnica supõe a existência de um discurso interpretativo e justificativo dessa técnica no âmbito da sua aplicação e da validação da mesma. A tecnologia visa tanto tornar o tipo de tarefa compreensível como também justificar a(s) sua(s) técnica(s). Dependendo da história da instituição dada, as justificativas teóricas podem ser sistematizadas por meio das tecnologias ou de exemplos particulares e/ou empíricos. Certos elementos da tecnologia parecem 'racionais' ao serem estudados em uma instituição dada, mas podem parecer pouco 'racionais' ao serem estudados em outra instituição.

A tecnologia também tem a importante função de trazer elementos para modificar a técnica e ampliar seu alcance, superando suas limitações e permitindo, em alguns casos, a produção de uma nova técnica.

Em uma instituição (I) qualquer, para um tipo de tarefa (T), uma técnica (τ) relativa a T deverá vir sempre acompanhada, pelo menos, de vestígios de tecnologia θ . Por vezes, certos elementos tecnológicos são integrados à técnica. Neste caso, técnica assume uma característica de auto tecnologia, ou seja, a própria técnica agrega também a sua tecnologia.

Teoria

As tecnologias são afirmações mais ou menos explícitas. São proposições, definições, teoremas, e outras. Em certos momentos podemos pedir explicação da tecnologia, passando para um nível maior de justificação – explicação, nesse momento passamos para o nível teoria (Θ). A teoria é um discurso amplo que tem como função interpretar e justificar a tecnologia, ou seja, é a tecnologia da tecnologia. A teoria não necessita uma justificativa, sendo (τ , θ , Θ) para Chevallard suficiente para análise de uma tarefa. Para se entender o que está fazendo, é preciso atuar matematicamente com eficiência. Faz-se necessário uma prática matemática eficaz. A palavra 'praxeologia' vem de **práxis** (o bloco saber fazer composto pelo tipo de tarefa e a técnica) e **logos** (o bloco do saber composto pela tecnologia e pela teoria).

Não há práxis sem logos, mas também não há logos sem práxis. Ao unir as duas faces da atividade matemática, obtemos a noção de praxeologia: para responder a um determinado tipo de questão matemática é necessário elaborar uma praxeologia matemática constituída por um tipo de problema determinado por uma ou várias técnicas, sua tecnologia e a teoria correspondente (CHEVALLARD, BOSCH E GASCÓN, 2001).

Dentre as praxeologias, vamos nos interessar pelas praxeologias relativas a saberes matemáticos.

1.3.5. Praxeologia Matemática

Uma Praxeologia Matemática ou Organização Matemática é elaborada em torno de uma noção ou conceito inerente à matemática e é constituída dos elementos: tipos de tarefa, técnicas, tecnologia e teoria, os quais constituem, como já foi visto, os blocos saber-fazer e saber. Nesta pesquisa, iremos identificar as praxeologias matemáticas em torno dos conceitos de comprimento, perímetro e área.

Em torno de um tipo de tarefa T , encontramos, inicialmente, pelo menos uma técnica (τ), explicada por uma tecnologia (θ) a qual por sua vez é justificada por uma teoria (Θ). Uma praxeologia é dita pontual $[T, \tau, \theta, \Theta]$ quando é relativa a um tipo de tarefa.

Geralmente, em uma instituição I dada, uma determinada teoria (Θ) responde por várias tecnologias (θ_j), e, cada uma por sua vez, justifica e torna inteligível várias técnicas (τ_{ij}) correspondentes a diversos tipos de tarefas (T_{ij}). As organizações pontuais se unem, primeiramente, em organizações locais, $[T_i, \tau_{ij}, \theta, \Theta]$, centradas sobre uma tecnologia θ determinada, em seguida, em organizações regionais, $[T_i, \tau_{ij}, \theta_j, \Theta]$, formadas em torno de uma teoria (Θ). É chamado de organização global o complexo praxeológico $[T_{ijk}, \tau_{ijk}, \theta_{jk}, \Theta_k]$ obtido em uma instituição dada pela aglutinação de diversas organizações regionais, correspondendo a diversas teorias (Θ_k). Na passagem da organização pontual para a local, o destaque é para a

tecnologia (θ), e na passagem da organização local para a regional, as atenções estão voltadas para a teoria (Θ). Isso mostra que o bloco saber [θ , Θ] justifica o bloco do saber-fazer [T , τ], sendo esse bloco uma aplicação do bloco saber.

A organização praxeológica nem sempre se apresenta padronizada como foi mostrado anteriormente, mesmo na organização pontual. O tipo de tarefa onde a organização matemática se constrói pode ser mal identificada, causando problemas para os outros elementos (τ , θ , Θ).

Segundo Chevallard (1998), não existe um mundo institucional ideal no qual as atividades humanas sejam formadas por praxeologias bem adaptadas que permitam realizar todas as tarefas desejadas de uma maneira eficaz, segura e inteligente. “As praxeologias envelhecem na medida em que seus componentes (T , τ , θ , Θ) perdem seus créditos ou tornam-se opacos, dando origem à constituição de novas praxeologias necessárias ao melhor funcionamento de uma determinada instituição e em decorrência dos novos tipos de tarefas (tipos de problemas) que apresentam a essa instituição”. (CHEVALLARD, 1998, p. 96) Como exemplo, podemos citar a reforma da “matemática moderna”, nos anos 1970, que expulsou vários elementos teóricos e tecnológicos “clássicos” tidos como obsoletos.

Segundo Chevallard, um dos interesses da TAD é caracterizar as praxeologias matemáticas existentes nas instituições escolares e investigar suas condições de existência e de evolução.

1.3.6. Os Postulados

Na TAD, as noções de tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria permitem modelar a prática social em geral e, em particular, a atividade matemática, baseando-se em três postulados:

1. “Toda prática institucional pode ser analisada, sob diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas.
2. O cumprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica.
3. O terceiro postulado a ser enunciado refere-se à ecologia das tarefas: A ecologia das tarefas, quer dizer, as condições e restrições que permitem sua produção e sua utilização nas instituições”.(ALMOULOUD, 2007, p. 114-115-116)

A noção de Praxeologia Matemática ou também chamado por Chevallard de Organização Matemática surge da necessidade, em uma instituição dada, de realizar ou resolver um tipo de tarefa matemática bem definida como já vimos. No caso dessa pesquisa, vamos caracterizar Organizações Matemáticas relativas aos conceitos de comprimento, perímetro e área em LD.

Instituição é um elemento primitivo da TAD e, portanto, não admite definição, mas Chevallard (2003) dá ideia de seu significado na teoria:

“dispositivo social total, que certamente pode ter uma extensão muito pequena (ou reduzida) no espaço social, mas que permite e impõe a seus sujeitos, quer dizer a pessoas X que vêm ocupar diferentes posições, maneiras próprias de fazer e de pensar”. (CHEVALLARD, 2003, p.132)

Vamos considerar na nossa pesquisa o livro didático como instituição. São sujeitos dessa instituição os autores dos livros, os professores usuários e os alunos usuários, os quais ocupam diferentes posições na instituição. O modo como os livros estão estruturados e a proposta de trabalho dos conteúdos matemáticos permite e impõe a seus sujeitos maneiras próprias de fazer e de pensar matematicamente.

1.4. Objetivos da Pesquisa

1.4.1. Objetivo Geral

Analisar a abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental aprovados no PNLD/2008 e 2011 sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático.

1.4.2. Objetivos Específicos

Identificar indícios da importância atribuída e dos aspectos enfatizados nos livros didáticos de 6º ano aprovados no PNLD 2008, relativos ao campo das grandezas e medidas e especificamente às grandezas geométricas comprimento, perímetro e área.

Mapear e classificar os tipos de tarefa presentes nos capítulos de comprimento, perímetro e área de livros didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental aprovados no PNLD/2008.

Identificar os tipos de tarefa predominantes na abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental aprovados no PNLD/2008.

Caracterizar as Organizações Matemáticas pontuais em torno dos tipos de tarefas predominantes na abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de 6º ano do Ensino Fundamental aprovados no PNLD/2011.

CAPÍTULO 2

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Escolhemos o estudo de livros didáticos porque estamos convencidos de que se trata de uma ferramenta de extrema importância no apoio ao professor e ao aluno. Optamos pelo 6º ano porque comprimento, perímetro e área são conceitos trabalhados nos anos iniciais, retomados e ampliados nos anos finais do ensino fundamental. Nossa experiência docente mostra que frequentemente é feita no livro do 6º ano uma revisão do que foi trabalhado nos anos iniciais e dentre os conteúdos estudados estão as grandezas geométricas.

Nesta pesquisa, só serão analisados os capítulos onde os conceitos de comprimento, perímetro e área são objetos de estudo. Tais conceitos estão presentes em outros capítulos, como ferramenta articuladora de outros conteúdos. Entretanto, optamos por focar apenas o seu estudo como objeto, a fim de ter condições de realizar uma análise mais minuciosa.

2.1. Breve Histórico do Processo de Seleção e Distribuição do Livro Didático no Brasil

Neste tópico, levantamos alguns pontos sobre a trajetória do processo de seleção e distribuição do livro didático, a partir da década de 1980, a fim de reforçar o argumento da importância deste recurso na educação escolar em nosso país.

No início da década de 80, o governo decidiu passar a responsabilidade do livro didático para a fundação de assistência ao estudante (FAE), que foi criada através da Lei 7091 reunindo vários programas existentes na época na incumbência de gerenciar alguns programas do LD, entre eles, o PLIDEF (programa do livro didático – ensino fundamental). Tal medida resultou nos seguintes problemas apontados por Freitag et al. (1993): dificuldades de distribuição do LD nos prazos

determinados, lobbies das empresas e editoras junto aos órgãos estatais responsáveis, autoritarismo implícito na tomada de decisão por parte do governo.

Em 1985, foi implantado o PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) o qual ganhou rapidamente apoio, pois a escolha dos livros didáticos estava, a partir de agora, sob a responsabilidade da gestão da escola por meio de listas de livros enviadas pelo antigo Ministério de Educação, Cultura e Esportes. Porém, os livros que compunham tais listas não eram submetidos a nenhum tipo de avaliação. Em 1993, ocorre mais um avanço importante: o atual Ministério de Educação (MEC) institui a primeira comissão de avaliação dos LD publicados no país, cujo objetivo era identificar possíveis falhas de conteúdos e metodologias e elaborar um guia para nortear a escolha dos LD pelas escolas. O primeiro guia do PNLD foi publicado em 1998. Com o processo de avaliação, foi possível minimizar erros grosseiros, os professores das escolas públicas passaram a contar com um documento de apoio à escolha dos seus livros e as editoras e autores dos livros começaram a adequar seus livros às exigências de qualidade feitas pelo Programa.

As coleções de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental, que estão em foco na nossa pesquisa, já foram submetidas a cinco avaliações: PNLD/1999, PNLD/2002, PNLD/2005, PNLD/ 2008 e o PNLD/2011. No princípio, os livros eram avaliados isoladamente, ou seja, em uma mesma coleção, o livro da 6º ano poderia ser recomendado e o livro da 8º ano ser excluído. Atualmente, são avaliadas coleções e, portanto, ou a coleção é recomendada como um todo, ou excluída como um todo. Cabe à editora submeter ou não uma coleção ao processo de avaliação do PNLD. Logo, se uma coleção não consta no guia, ela pode ter sido excluída, mas pode também não ter sido avaliada. Por outro lado, só podem ser adotadas nas escolas públicas brasileiras, coleções que passaram pelo processo de avaliação e foram aprovadas, ou seja, as escolas só podem escolher coleções de LD que constam no guia em vigor. O quadro abaixo apresenta o quantitativo de livros didáticos avaliados, aprovados e não aprovados a cada edição do PNLD. Adotamos o critério livro (considerando cada coleção com quatro livros) para homogeneizar com as primeiras edições do Programa quando eram avaliados os livros isoladamente.

QUADRO 2: Nº de livros avaliados, aprovados e não aprovados nos quatro PNLD.

SITUAÇÕES DOS LIVROS	ANO			
	1999	2002	2005	2008
AVALIADOS	72	68	116	112
APROVADOS	38	52	92	64
NÃO APROVADOS	34	16	24	48

Fonte: PNLD/2008.

Em relação ao guia do PNLD 2011, não estão disponíveis todos os dados do quadro anterior, apenas a informação de que foram aprovadas 10 coleções, ou seja, 40 livros.

Além do PNLD, existem no Brasil outros programas envolvendo o livro didático como: PNBE (Programa Nacional Biblioteca na Escola) que é executado pelo FNDE em parceria com a Secretaria de Educação Básica do Ministério da Educação e apoio logístico das Secretarias estaduais e municipais de Educação; PNLA – EJA (Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos) que consiste na distribuição de obras didáticas (livro do alfabetizando e o manual do alfabetizador) de acordo com os dados do censo escolar da educação básica realizado pelo INEP; PNLEM (Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio) implantado em 2004, atualmente inserido no PNLD, o programa prevê a distribuição de LD para alunos do Ensino Médio público de todo país.

O exame de um livro acontece a partir de várias exigências, sendo que uma delas é o seu enquadramento nos critérios eliminatórios expostos nos guias. Por exemplo, no edital do PNLD 2008, eram eliminadas as coleções com erros na apresentação dos conceitos e informações básicas; aquelas com incoerência metodológica; aquelas que traziam desrespeito às exigências legais e jurídicas de documentos como: a Constituição Federal, Estatuto da Criança e do Adolescente, Leis das Diretrizes e Bases da Educação Básica e o Conselho Nacional de Educação.

Os LD de matemática que desrespeitassem os critérios eliminatório eram excluídos do PNLD/2008, e, portanto, não poderiam ser adotados em escolas públicas. Para preservar a unidade e a articulação didático-pedagógica entre os

volumes, foi excluída a coleção que teve um ou mais volumes não atendendo às exigências do processo de avaliação.

No PNLD/2011, os critérios eliminatórios ficaram divididos em duas partes: os critérios eliminatórios comuns a todas as áreas e os critérios eliminatórios para o componente curricular. No componente curricular de Matemática foi excluída a coleção que:

- Apresentar erro ou indução a erro em conceitos, argumentação e procedimentos matemáticos, no livro do aluno, no manual do professor e, quando houver, no glossário;
- Deixar de incluir um dos campos da Matemática escolar, a saber, números e operações, álgebra, geometria, grandezas e medidas e tratamento da informação;
- Der atenção apenas ao trabalho mecânico com procedimentos, em detrimento da exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas;
- Apresentar os conceitos com erro de encadeamento lógico, tais como: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas.
- Deixar de propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização; supervalorizar o trabalho individual;
- Apresentar publicidade de produtos ou empresas. (BRASIL, 2010, p. 25-26)

Além desses critérios em relação ao LD, o manual do professor também possui seus critérios eliminatórios, pois, segundo o guia do PNLD/2011 deveria:

- Apresentar orientações metodológicas para o trabalho do ensino-aprendizagem da Matemática.
- Contribuir com reflexões sobre o processo de avaliação da aprendizagem de Matemática;
- Apresentar orientações para a condução de atividades propostas. (BRASIL, 2010, p.26)

Além dos critérios eliminatórios, também havia critérios classificatórios que ajudam a caracterizar e fazer uma análise crítica das coleções. A ficha de avaliação das obras para o programa em 2011 consta dos seguintes itens:

“Coleção: código

Menção: (Aprovada ou Excluída)

PARTE I – IDENTIFICAÇÃO GERAL

1 – Descrição da obra

2 – Conteúdos por volume

PARTE II – ANÁLISE AVALIATIVA

(Para cada item abaixo indique sim, parcialmente, ou não e justifique)

1 – Respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas ao Ensino Fundamental

1.1 – A coleção respeita a proibição de trazer informações que contrariem, de alguma forma, a legislação vigente, como o Estatuto da Criança e do Adolescente e o Estatuto do Idoso.

2 – Observância de princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano

2.1 – Os textos e as ilustrações da coleção são livres de preconceitos ou estereótipos que levem a discriminações de qualquer tipo.

2.2 – A coleção é isenta de doutrinação política ou religiosa.

2.3 – A coleção apresenta-se sem publicidade de artigos, serviços ou organizações comerciais.

3 – Coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela coleção, no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados

3.1 – A metodologia adotada contribui para o desenvolvimento de capacidades básicas do pensamento autônomo e crítico (a compreensão, a memorização, a análise, a síntese, a formulação de hipóteses, o planejamento, a argumentação).

3.2 – Há adequação e coerência metodológica entre os diferentes volumes.

Metodologia do ensino e aprendizagem

3.3 – A metodologia adotada na coleção caracteriza-se predominantemente por:

3.3.1 – Introduzir os conteúdos por explanação teórica seguida de atividades resolvidas e propostas de cunho aplicativo.

3.3.2 – Introduzir o conteúdo apresentando um ou poucos exemplos, seguidos de alguma sistematização e, depois de atividades de aplicação.

3.3.3 – Partir de atividades propostas para só depois sistematizar os conteúdos.

3.3.4 – Iniciar por atividades propostas, seguidas da sistematização, sem dar oportunidade ao aluno de tirar conclusões próprias.

3.3.5 – Constituir-se de uma lista de atividades propostas, e deixar a sistematização dos conteúdos a cargo do professor.

3.3.6 – Outras modalidades, explicitar:

3.4 – A coleção valoriza e incentiva:

3.4.1 – o uso de conhecimentos já trabalhados na coleção;

3.4.2 – o uso de conhecimentos extraescolares;

3.4.3 – a interação entre alunos.

3.5 – A coleção favorece o desenvolvimento de competências complexas, como:

3.5.1 – observar, explorar e investigar;

3.5.2 – estabelecer relações, classificar e generalizar;

3.5.3 – argumentar, tomar decisões e criticar;

- 3.5.4 – visualizar;
- 3.5.5 – utilizar a imaginação e a criatividade;
- 3.5.6 – conjecturar e provar;
- 3.5.7 – expressar e registrar ideias e procedimentos.
- 3.6 – A coleção apresenta situações que envolvem:
 - 3.6.1 – questões com falta ou excesso de dados;
 - 3.6.2 – desafios;
 - 3.6.3 – problemas com nenhuma solução ou com várias soluções;
 - 3.6.4 – utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas;
 - 3.6.5 – comparação de diferentes estratégias na resolução de problemas;
 - 3.6.6 – verificação de processos e resultados pelo aluno;
 - 3.6.7 – formulação de problemas pelo aluno;
- 3.7 – A coleção valoriza o desenvolvimento de habilidades relativas ao:
 - 3.7.1 – cálculo mental;
 - 3.7.2 – cálculo por estimativa
- 3.8 – A coleção estimula a utilização de recursos didáticos diversificados:
 - 3.8.1 – materiais concretos;
 - 3.8.2 – instrumentos de desenho geométrico;
 - 3.8.3 – calculadora;
 - 3.8.4 – outros recursos tecnológicos;
 - 3.8.5 – leituras complementares.
- Contextualização
- 3.9 – Na coleção, os conhecimentos matemáticos são contextualizados, de forma significativa, no que diz respeito a:
 - 3.9.1 – a própria matemática;
 - 3.9.2 – as práticas sociais atuais;
 - 3.9.3 – a história da Matemática;
 - 3.9.4 – outras áreas do conhecimento.
- Formação da cidadania
- 3.10 – A coleção contribui para a construção da cidadania.
- 4 – Correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos. A coleção, incluindo livro do aluno, glossário e manual do professor, apresenta os conteúdos sem:
 - 4.1 – erro conceitual;
 - 4.2 – indução ao erro;
 - 4.3 – erro de informações básicas.
- Seleção e distribuição dos conteúdos matemáticos
- 4.4 – A coleção apresenta adequadamente os conhecimentos relativos a números e operações; álgebra; geometria; grandezas e medidas; tratamento da informação, quanto a:
 - 4.4.1 – seleção;
 - 4.4.2 – distribuição;
 - 4.4.3 – articulação entre o conhecimento novo e o já abordado;
 - 4.4.4 – articulação entre os diversos campos da Matemática;
- Abordagem dos conteúdos
- 4.5 – A coleção contribui para a compreensão dos conceitos e procedimentos matemáticos, favorecendo a atribuição de significados aos conteúdos do campo:
 - 4.5.1 – Números e operações;
 - 4.5.2 – Álgebra;
 - 4.5.3 – Geometria;

4.5.4 – Grandezas e medidas (incluindo as grandezas geométricas);
4.5.5 – Tratamento da informação (estatística, probabilidade e combinatória).

4.6 – A coleção articula os diferentes significados de um mesmo conceito;

4.7 – A coleção articula as diferentes representações matemáticas (língua materna, linguagem simbólica, desenhos, gráficos, tabelas, diagramas, ícones, etc.);

4.8 – Na coleção há equilíbrio e articulação entre conceitos, algoritmos e procedimentos.

5 – Observância das características e finalidades específicas do manual do professor e adequação da coleção à linha pedagógica nele apresentada

5.1 – O manual do professor explicita os pressupostos teóricos e os objetivos que nortearam a elaboração da coleção.

5.2 – Há coerência entre os pressupostos teóricos explicitados no manual do professor e o livro do aluno.

5.3 – O manual do professor emprega uma linguagem clara.

5.4 – O manual do professor traz subsídios para a atuação do professor em sala de aula:

5.4.1 – apresentando orientações metodológicas para o trabalho com o livro do aluno;

5.4.2 – sugerindo atividades diversificadas (projetos, pesquisas, jogos etc.) além das contidas no livro do aluno;

5.4.3 – apresentando resoluções das atividades propostas aos alunos;

5.4.4 – contribuindo para reflexões sobre o processo de avaliação do aluno.

5.5 – O manual do professor favorece a formação e a atualização do professor:

5.5.1 – sugerindo leituras complementares;

5.5.2 – apresentando a bibliografia utilizada pelo autor;

5.5.3 – indicando fontes de informação.

6 – Adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático-pedagógicos da coleção

6.1 – A coleção apresenta as ilustrações sem erros ou indução a erro que comprometam a compreensão do conteúdo matemático.

Parte textual

6.2 – A estrutura da coleção é hierarquizada (títulos, subtítulos etc.), sendo evidenciada por meio de recursos gráficos.

6.3 – A coleção apresenta um sumário que auxilia na localização dos conteúdos matemáticos.

6.4 – A coleção apresenta índice remissivo.

6.5 – Na coleção, a revisão é isenta de erros.

Linguagem

6.6 - A linguagem utilizada na coleção é adequada ao aluno a que se destina quanto:

6.6.1 – ao vocabulário;

6.6.2 – à clareza na apresentação dos conteúdos e na formulação das instruções;

6.6.3 – ao emprego de vários tipos de texto.

Qualidade visual

6.7 – Os textos e ilustrações da coleção são distribuídos nas páginas de forma adequada e equilibrada.

6.8 – Na coleção os textos mais longos são apresentados de forma a não desencorajar a leitura.

Ilustrações

6.9 – As ilustrações enriquecem a leitura dos textos, auxiliando a Compreensão”. (BRASIL, 2010, p. 26 – 31)

É recomendado pelo guia/2011 um percentual de 14,6 % dos conteúdos do campo das Grandezas e Medidas nos LD do 6º ano, aproximadamente. Na análise de cada campo procura-se avaliar como se dá o seu desenvolvimento. São assinalados os conteúdos mais e o menos presente na obra. Também são apontadas as dificuldades que o professor pode enfrentar na abordagem de alguns tópicos.

O exposto deixa claro a crescente evolução no processo de escolha e avaliação dos LD o que torna um dos elementos importante da política educacional brasileira atual. Pesquisar as abordagens dos LD numa pesquisa científica só faz colaborar com a Educação, contribuindo assim, para a melhoria da sua qualidade na medida em que fornece ao professor e ao aluno um material de apoio à política docente e à aprendizagem da matemática.

2.2. A Visão de Conjunto das Três Etapas

As nossas análises dos livros didáticos foram divididas em três etapas. A 1ª etapa permitiu fornecer uma visão geral das coleções aprovadas no PNLD/2008 em particular, nos capítulos de comprimento, perímetro e área e ao mesmo tempo subsidiou a escolha das coleções para as etapas seguintes.

Na 2ª etapa, fizemos um mapeamento dos tipos de tarefas nos capítulos de comprimento, perímetro e área das oito coleções escolhidas na 1ª etapa como também identificamos os tipos de tarefas mais presentes nos três capítulos. No momento de escolha das coleções analisadas na 3ª etapa, já havia sido publicado o guia do PNLD 2011. Decidimos então escolher para a terceira etapa, obras do PNLD 2011 que tivessem sido analisadas na 2ª etapa de pesquisa. Três livros atendiam a

essas condições. Dentre eles, optamos pelas coleções mais votadas de acordo com dados do FNDE.

A 3ª e última etapa consistiu na caracterização das praxeologias pontuais relativas aos tipos de tarefa predominantes em cada capítulo, de acordo com a etapa 2.

2.3. Os Indicadores Básicos (Critérios para 1ª etapa de análise)

A análise da 1ª etapa por meio dos indicadores básicos teve um interesse por si mesmo que é de analisar de modo transversal o tratamento de comprimento, perímetro e área nos LD de matemática do 6º ano aprovados no PNLD/2008. Ao mesmo tempo esses indicadores tiveram a função específica nessa pesquisa de nortear a escolha das coleções a serem analisadas na 2ª etapa. Os cinco indicadores básicos estão numerados e listados da seguinte forma:

I - O percentual das páginas dedicadas ao campo das grandezas e medidas nos LD do 6º ano de cada coleção aprovada baseado na análise das resenhas do guia do PNLD/ 2008. As grandezas geométricas são parte do campo mais amplo das Grandezas e Medidas. Por meio desse critério, observamos um indício da importância atribuída nos LD de 6º ano ao campo das Grandezas e Medidas.

II – A posição dos capítulos de comprimento, perímetro e área no Livro do 6º ano aprovado no PNLD/2008. É censo comum que muitos professores seguem a ordem de tratamento dos conteúdos proposta pelo livro didático adotado na escola. Logo, se os capítulos se situam no início do livro, há maior chance de que sejam trabalhados. Colocar os conteúdos no final do livro é, para nós, um indício de baixo prestígio para os conteúdos, pois se corre o risco de que o capítulo não seja estudado por falta de tempo.

III - A quantidade de páginas dos capítulos de comprimento, perímetro e área em cada LD aprovado no guia de 2008. Este é também um indício da importância atribuída na obra aos conteúdos em foco na pesquisa.

IV - O título de cada capítulo envolvendo comprimento, perímetro e área e os títulos das seções que compõem cada capítulo em cada livro do 6º ano

aprovado no PNLD/2008. Partimos do pressuposto de que os títulos dos capítulos e das seções sinalizam o que é focalizado no texto. Pretendíamos, especificamente, identificar indicações da abordagem de comprimento, perímetro e área como grandezas ou ao contrário se a ênfase era nos aspectos de cálculo e nas unidades de medida.

V – A quantidade de escolas públicas do Estado de Pernambuco que escolheram as coleções aprovadas no guia/2008. É importante considerarmos esse indicador, pois nos mostra a representatividade da coleção no Estado de Pernambuco que é o Estado onde se realizou a pesquisa.

Os critérios I a IV dizem respeito à importância atribuída aos conteúdos em foco na pesquisa. A intenção de ter uma visão panorâmica de todas as obras aprovadas no PNLD em um tempo curto, levou a escolher critérios bem objetivos, que pudessem ser rastreados rapidamente. Não se pretende com a 1ª etapa, ter resultados conclusivos sobre o prestígio do campo, pois sabemos da limitação de nossas escolhas metodológicas. Entretanto, consideramos que esse conjunto de critérios pode apontar para tendências a serem investigadas tanto nas etapas posteriores da nossa pesquisa como em outras pesquisas em temas correlatos.

2.4. Coleções Aprovadas nos PNLD de 2008 e 2011

Nesta seção, listaremos as coleções aprovadas nos guias de 2008 e 2011. No quadro seguinte, teremos os autores dos LD que tiveram suas coleções aprovadas nos dois PNLD. Optamos em analisar os LD aprovados no guia/2008 na 1ª e 2ª etapas dessa pesquisa porque no início da mesma era o guia mais atual porém, no término da 2ª etapa surgiu o guia/2011, daí então, resolvemos analisar as obras aprovadas no novo guia na 3ª etapa. Sendo assim, não foi possível usar os critérios de escolha dos 8 LD na 2ª etapa para os livros aprovados no PNLD/2011.

QUADRO 3: As coleções aprovadas nos PNLD 2008 e 2011.

COLEÇÕES	PNLD/2008	PNLD/2011
COLEÇÃO 1	X	
COLEÇÃO 2	X	-
COLEÇÃO 3	X	
COLEÇÃO 4	X	X
COLEÇÃO 5	X	X
COLEÇÃO 6	X	X
COLEÇÃO 7	X	X
COLEÇÃO 8	X	-
COLEÇÃO 9	X	X
COLEÇÃO 10	X	
COLEÇÃO 11	X	X
COLEÇÃO 12	X	
COLEÇÃO 13	X	-
COLEÇÃO 14	X	
COLEÇÃO 15	X	
COLEÇÃO 16	X	-
COLEÇÃO 17	-	X
COLEÇÃO 18	-	X
COLEÇÃO 19	-	X
COLEÇÃO 20	-	X

Observando o quadro 3 identificamos seis coleções que foram aprovadas nos guias de 2008 e 2011 são elas: coleção 4; coleção 5; coleção 6; coleção 7; coleção 9 e coleção 11. As razões de escolha das coleções serão detalhadas no capítulo seguinte, mas podemos explicitar os LD do 6º ano avaliados:

- na 1ª etapa os 16 livros aprovados no PNLD 2008: coleções 1 a 16;
- na 2ª etapa 8 obras aprovadas no PNLD 2008: LD₁; LD₂; LD₃; LD₄; LD₅; LD₆; LD₇; LD₈.
- na 3ª etapa 2 obras aprovadas nos guias 2008 e 2011: LD₁; LD₄.

Sendo que os oito LD escolhidos para segunda etapa correspondem as seguintes coleções da 1ª etapa:

LD₁ = COLEÇÃO 9;

LD₂ = COLEÇÃO 10;

LD₃ = COLEÇÃO 3;

LD₄ = COLEÇÃO 5;

LD₅ = COLEÇÃO 13;

LD₆ = COLEÇÃO 14;

LD₇ = COLEÇÃO 11;

LD₈ = COLEÇÃO 16;

CAPÍTULO 3

3. Análise dos Resultados

3.1. ETAPA 1: Visão Geral da Abordagem de Comprimento, Perímetro e Área nas coleções aprovadas no PNLD/2008.

Como já foi dito, com essa etapa pretendíamos ter uma visão panorâmica (embora superficial) da abordagem de comprimento, perímetro e área, nos livros de 6º ano das dezesseis coleções aprovadas no PNLD/2008 bem como subsidiar a escolha das oito coleções a serem analisadas na 2ª etapa. Seguem-se os resultados relativos aos quatro indicadores básicos, a saber: o percentual do campo das grandezas e medidas, a posição dos capítulos nos livros, a quantidade de páginas nos capítulos e os títulos dos capítulos e seções.

3.1.1. Análise dos Indicadores Básicos

Indicador 1 – Percentual das páginas do Campo das Grandezas e Medidas

O primeiro critério indica, em termos percentuais, o quanto o campo das grandezas e medidas está presente em cada LD do 6º ano. O quadro a seguir foi construído com base nas informações extraídas nos gráficos que constam nas resenhas do guia do PNLD/2008. Cabe ainda observar que se recomenda no guia

que aproximadamente 20% do livro de 6º ano seja dedicado ao campo das Grandezas e Medidas.

QUADRO 4: Dados relativos ao indicador 1 da 1ª etapa

I - OS PERCENTUAIS DAS PÁGINAS DEDICADAS AO CAMPO DAS GRANDEZAS E MEDIDAS NOS LD DO 6º ANO	
COLEÇÕES	PERCENTUAL
COLEÇÃO 1	8%
COLEÇÃO 2	10%
COLEÇÃO 3	17%
COLEÇÃO 4	12%
COLEÇÃO 5	22%
COLEÇÃO 6	17%
COLEÇÃO 7	11%
COLEÇÃO 8	15%
COLEÇÃO 9	12%
COLEÇÃO 10	12%
COLEÇÃO 11	10%
COLEÇÃO 12	13%
COLEÇÃO 13	10%
COLEÇÃO 14	21%
COLEÇÃO 15	17%
COLEÇÃO 16	32%

Como se pode observar, apenas três das coleções analisadas dedicam mais de 20% do livro de 6º ano ao campo das Grandezas e Medidas. Quatro coleções apresentam um percentual entre 15 % e 20% e a maioria das coleções (nove das 16 coleções aprovadas) dedicam menos de 15% ao campo das Grandezas e Medidas. Destaca-se a coleção 16 com 32% de seus conteúdos envolvendo o domínio das Grandezas e Medidas, como também as coleções 14 e 5. Tais coleções apontam para indícios de importância atribuída ao campo das Grandezas e Medidas.

Indicador 2: Posição dos Capítulos nos Livros

Algumas coleções organizam-se em módulos, outras em capítulos, outras em unidades ou ainda em itens. O quadro seguinte mostra os resultados de nossa análise sobre a posição relativa do trabalho com comprimento, perímetro e área enquanto objetos próprios de estudo. Para isso, consideramos o total de capítulos, unidades ou módulos de cada livro e a posição dos capítulos que tratam dos conteúdos em foco na nossa pesquisa em cada livro de 6º ano aprovado no PLND/2008.

QUADRO 5: Dados relativos ao indicador 2 da 1ª etapa

II - POSIÇÃO DO(S) CAPÍTULO(S) OU UNIDADE(S) DE COMPRIMENTO, PERÍMETRO E ÁREA.		
COLEÇÕES	POSIÇÃO DOS CONTEÚDOS	TOTAL DE UNIDADES OU CAPÍTULOS OU MÓDULOS NO LD
COLEÇÃO 1	Unidade 14	14 unidades
COLEÇÃO 2	Capítulo 13	14 capítulos
COLEÇÃO 3	Unidades 5 e 15	15 unidades
COLEÇÃO 4	Unidade 1, Unidades 5 e 7	10 unidades e 1 unidade de exercícios complementares
COLEÇÃO 5	Capítulos 9 e 10	10 capítulos
COLEÇÃO 6	Unidades 10 e 12	12 unidades
COLEÇÃO 7	Itens 8 e 12	15 itens (numerados)
COLEÇÃO 8	Capítulo 7	7 capítulos
COLEÇÃO 9	Capítulos 7 e 8	9 capítulos
COLEÇÃO 10	Unidade 7 – Capítulos 21, 23 e 25	8 unidades com um total de 28 capítulos
COLEÇÃO 11	Unidade 8	8 unidades
COLEÇÃO 12	Capítulos 4 e 15	18 capítulos
COLEÇÃO 13	Unidades 7 e 8	11 unidades
COLEÇÃO 14	Módulo 3/ Capítulo 6 & Módulo 7 /Capítulo 17	8 módulos com 20 capítulos
COLEÇÃO 15	Capítulos 16 e 17	19 capítulos
COLEÇÃO 16	Itens: 10, 24, 38, 39, 40, 44 (numeração nossa)	48 itens (não numerados)

Percebemos que nenhum dos dezesseis livros aprovados aborda todo o conteúdo de comprimento, perímetro e área na primeira metade do livro. Em quase um terço das coleções, uma parte desses conteúdos é estudada na primeira metade do livro, enquanto outra parte é estudada ao final. Isso é um sinal positivo embora ainda tímido, na antecipação do tratamento desses conteúdos na sala de aula. Por outro lado, em 11 das 16 coleções, todo o trabalho com as grandezas geométricas é concentrado na segunda metade do livro de 6º ano e, em muitos deles, trata-se dos últimos capítulos ou unidades. Destacam-se as coleções 3 e 14 onde um dos capítulos em estudo está na 1ª parte da obra, um indício de algum prestígio para tal conteúdo e conseqüentemente, para o campo das Grandezas e Medidas.

Indicador 3: Quantidade de Páginas nos Capítulos

Outro indício do prestígio atribuído pelos livros aos conteúdos em foco na pesquisa é a quantidade de páginas dedicadas ao tratamento desses conteúdos como objetos de estudo. Por isso, elencamos a quantidade total de páginas do livro analisado e a quantidade de páginas dos capítulos, módulos ou unidades que tomam comprimento, perímetro e/ou área como objetos de estudo a fim de calcular o percentual das páginas dedicadas a esses conteúdos. O quadro a seguir apresenta os dados coletados com respeito a esse indicador.

QUADRO 6: Dados relativos ao indicador 3 da 1ª etapa

III – QUANTIDADE DE PÁGINAS DOS CAPÍTULOS DE COMPRIMENTO, PERÍMETRO E ÁREA NOS LIVROS DO 6º ANO			
AUTOR(ES)	NÚMEROS DE PÁGINAS	NÚMERO TOTAL DE PÁGINAS	% DE pp.
COLEÇÃO 1	14	243	6%
COLEÇÃO 2	25	272	9%
COLEÇÃO 3	22	282	8%
COLEÇÃO 4	35	305	11%
COLEÇÃO 5	26	262	10%
COLEÇÃO 6	33	285	12%
COLEÇÃO 7	16	230	7%
COLEÇÃO 8	16	239	7%
COLEÇÃO 9	25	262	10%
COLEÇÃO 10	20	286	7%
COLEÇÃO 11	18	298	6%
COLEÇÃO 12	24	296	8%
COLEÇÃO 13	28	238	12%
COLEÇÃO 14	20	267	7%
COLEÇÃO 15	28	248	11%
COLEÇÃO 16	49	194	25%

Quatro dos livros analisados dedicam menos de 20 páginas aos conteúdos em foco, três deles dedicam mais de 30 páginas e a maioria dos livros (nove das 16 coleções) destina entre 20 e 30 páginas aos referidos conteúdos. Do mesmo modo, tomando a quantidade relativa de páginas como indício da importância atribuída aos conteúdos, em nove dos 16 livros, os capítulos que tomam comprimento, perímetro e área como objetos de estudo ocupam menos de 10% do livro. A análise cruzada dos quadros 4 e 6 evidencia que, em 12 das 16 obras, mais da metade das páginas dedicadas ao campo das Grandezas e Medidas é concentrada nos capítulos que

tratam de comprimento, perímetro e área. Podemos selecionar as coleções 16, 13, 4, 5 e 9 como as que expressam indícios de importância aos conteúdos em destaque.

Indicador 4: Títulos dos Capítulos e das Seções

O próximo quadro nos informa os títulos de cada capítulo (unidade, módulos ou itens) por livro didático. Com esse indicador podemos observar os conteúdos mais enfatizados pelos respectivos autores.

QUADRO 7: Dados relativos ao indicador 4 da 1ª etapa

IV - TÍTULO DOS CAPÍTULOS DE COMPRIMENTO, PERÍMETRO E ÁREA DE CADA LD DO 6º ANO	
COLEÇÕES	TÍTULOS
COLEÇÃO 1	Unidade 14: MEDIDAS
COLEÇÃO 2	Capítulo 13: OS SISTEMAS DE MEDIDAS
COLEÇÃO 3	Unidade 5: MEDIDAS E HISTÓRIA Unidade 15: ESTUDANDO MEDIDAS
COLEÇÃO 4	Unidade 1/ seção 8: JUNTANDO TUDO Unidade 5: MEDIDAS E FUNÇÕES Unidade 7: MEDINDO SUPERFÍCIES
COLEÇÃO 5	Capítulo 9: GRANDEZAS E MEDIDAS Capítulo 10: PERÍMETROS, ÁREAS E VOLUMES
COLEÇÃO 6	Unidade 10: MEDIDAS DE COMPRIMENTO E DE MASSA Unidades 12: ÁREAS E VOLUMES
COLEÇÃO 7	Capítulo 8: MEDIDAS E NÚMEROS DECIMAIS Capítulo 12: ÁREAS E PERÍMETRO
COLEÇÃO 8	Capítulo 7: MEDIDAS
COLEÇÃO 9	Capítulo 7: OS NÚMEROS DECIMAIS E AS MEDIDAS
COLEÇÃO 10	Capítulo 21: UNIDADE DE COMPRIMENTO Capítulo 23: POLÍGONOS Capítulo 25: UNIDADES DE ÁREA

COLEÇÃO 11	Unidade 8: GRANDEZAS E MEDIDAS
COLEÇÃO 12	Capítulo 4: MEDIDAS DE COMPRIMENTO Capítulo 15: MEDIDAS DE SUPERFÍCIES
COLEÇÃO 13	Unidade 7: NÚMEROS DECIMAIS Unidade 8: ÁREAS
COLEÇÃO 14	Capítulo 6: MEDIDAS DE COMPRIMENTO Capítulo 17: MEDIDAS DE SUPERFÍCIES
COLEÇÃO 15	Capítulo 16: MEDIDA DE COMPRIMENTO Capítulo 17: ÁREAS
COLEÇÃO 16	_____ (*)

(*) O LD não dispõe de uma organização por unidade nem por capítulo.

O próximo quadro indica as palavras chave mais usadas nos títulos das seções dos capítulos de comprimento, perímetro e área de cada LD analisado. No apêndice 41, se encontra um quadro com os títulos na íntegra das seções.

QUADRO 8: Palavras chave presentes nas seções dos capítulos

PALAVRAS CHAVE DAS SEÇÕES	QUANTIDADES DE LD
Medir; Medindo; Medição; Medida; Calcular.	16
Unidades; Padrões de Medida.	8
Sistema Métrico Decimal; Sistema Internacional de Medida; m, cm, Km; m ² , cm ² , Km ² .	9
Unidades Agrárias; Unidades não convencionais.	4
Quadro das Medidas; Conversão; Transformação; Mudança.	3
Estimativa; Estimando; Aproximações; arredondamento.	3
Área do Retângulo; Área do Quadrado.	14
Área do paralelogramo.	2
Área do Triângulo.	3
Instrumentos de medida; Tangram.	2
Área e Perímetro.	3
História das Medidas.	2
Decomposição de Figuras.	1
Comparar.	1
Comprimento de circunferência.	1
Grandeza.	1

Todos os 16 livros tratam de “medidas” ou suas variações nos títulos dos capítulos ou nos títulos das seções. Mais de 50% dos livros tratam dos temas: “Área do retângulo e/ou Área do quadrado” (14) e “Sistema Métrico Decimal” e suas variações (9). Enquanto que apenas um livro didático dos 16 traz como título “Decomposição de Figuras”; “Comparar”; “Grandeza” ou “Comprimento de Circunferência”. Constatamos que os títulos dos capítulos e seções das obras estão voltados para a “medida” e “unidade de medida”, porém, podemos destacar as coleções 5 e 11 que traz o tema “grandeza” para as discussões.

3.1.2. Conclusões da Etapa 1

A análise dos LD nos permite identificar algumas tendências preocupantes. Os indicadores “percentual das páginas dedicadas ao campo das grandezas e medidas”; “posição dos capítulos nos LD” e “quantidade de páginas” dos capítulos que focam comprimento, perímetro e área indicam que a importância atribuída ao trabalho com esses conteúdos como objetos de estudo próprios é insuficiente, o que pode comprometer a possibilidade de que eles cumpram sua função articuladora no currículo. A maioria dos livros didáticos de 6º ano aprovados no PNLD/2008 dedica menos de 15% ao campo das Grandezas e Medidas, ou seja, menos que o recomendado pelo guia/2008 (20%), o trabalho com comprimento, perímetro e área é concentrado na segunda metade do livro, ou seja, corre o risco desses conteúdos não serem vivenciados pelos alunos e ocupa menos de 10% dos livros, ou seja, um número de página pequena para ser feito um estudo mais aprofundado dos conceitos enquanto grandeza.

Além disso, a análise dos títulos de capítulos e seções aponta para uma ênfase na medida e nas unidades e a noção de grandeza não parece receber muita atenção. Diversas pesquisas (DOUADY E PERRIN-GLORIAN, 1989; CHIUMMO, 1998, SANTOS, 1999; BARBOSA, 2002; DUARTE, 2002; BRITO, 2003; FACCO, 2003; MELO, 2003; BELLEMAIN, 2004; SANTOS, 2005; BARBOSA, 2007) convergem no sentido de que a abordagem de comprimento, perímetro e área como grandezas contribui para a atribuição de sentido a esses conceitos pelos alunos de ensino fundamental. Pode-se, portanto, manifestar certa preocupação que poucas

coleções analisadas manifestem, na escolha dos títulos de seus capítulos e seções, a intenção de explorar de modo explícito a noção de grandeza.

Quando um LD traz para os seus leitores apenas situações voltadas para o número como: conversão de unidades de medida, aplicação de fórmulas para o cálculo da área de figuras planas, etc. pode-se levar os alunos a desenvolver concepções numéricas, segundo as quais comprimento, perímetro e área são apenas números. Trata-se de indícios sobre o que é privilegiado e uma análise mais detalhada dos conteúdos dos capítulos seria necessária para confirmar a tendência em focar os aspectos numéricos (o que, segundo nossas referências provoca dificuldades conceituais de aprendizagem) ou, ao contrário, mostrar que, embora os títulos sinalizem ênfase no aspecto numérico o trabalho desenvolvido, permitem dar sentido a comprimento, perímetro e área como grandezas, favorecendo a distinção entre os quadros geométrico, numérico e das grandezas, como as pesquisas sugerem.

Os indicadores básicos nessa etapa 1 foram utilizados também como critérios de escolha para a seleção de oito LD dos dezesseis analisados do PNL D 2008 com o intuito de serem analisados na etapa 2. Esses oito LD foram escolhidos a partir das coleções que se destacaram ao longo das análises dos cinco indicadores.

3.1.3. Os Livros Didáticos Escolhidos do PNL D/2008

Baseados nos estudos dos indicadores básicos escolhemos os oito LD que foram analisados na etapa 2, selecionamos inicialmente as quatro coleções mais escolhidas no Estado de Pernambuco segundo o FNDE; a coleção 3 porque além de ser a mais indicada, ela tem um dos seus dois capítulos na primeira metade do LD; a segunda mais escolhida foi a coleção 5, que é também uma das poucas que traz a ideia de grandezas na sua discussão, além de dedicar 22% dos seus conteúdos para as grandezas e medidas sendo maior que o recomendado pelo PNL D/2008. A terceira coleção mais votada é 10 que também traz a discussão sobre grandezas, porém, deixa essa unidade para o último capítulo; e a quarta coleção mais escolhida é a 9 que também nos chamou atenção pelo fato de ser o único LD dos dezesseis

aprovados no PNLD 2008 que optou em colocar a seção de perímetro dentro do capítulo de geometria.

As outras quatro coleções foram escolhidas por trazerem, dentro da análise dos indicadores básicos, aspectos que julgamos interessante a essa pesquisa. A coleção 13 é uma delas que observamos ser a 2ª em quantidade de páginas dedicada as grandezas: comprimento, perímetro e área. A outra é a coleção 14 que possui um percentual de grandezas e Medidas no seu LD do 6º ano maior que o recomendado pelo guia 2008 de 21%. A coleção 11 também foi escolhida por ter seu LD do 6º ano com o 3º maior em quantidade de páginas dedicada às grandezas geométricas em estudo e por trazer, dentro do capítulo de área, além da discussão envolvendo retângulos e quadrados como a maioria das coleções, o estudo sobre paralelogramos e triângulos. E a última coleção que iremos analisar na próxima etapa é a 16 por ter o maior percentual de grandezas e medidas no LD do 6º ano dentre as coleções de 32% e possuir o maior número de páginas de todas as coleções envolvendo os capítulos de comprimento, perímetro e área.

Os LD analisados nessa pesquisa estão identificados por um número pelo fato de não ser o nosso objetivo em comparar tais coleções, nem atribuir um juízo de valor as mesmas. O nosso intuito é de identificar as praxeologias pontuais contidas em cada coleção, bem como caracterizá-las dentro da organização matemática.

3.2. ETAPA 2: Os Tipos de Tarefa em Foco no Estudo de Comprimento, Perímetro e Área

Nesta etapa foram analisados os capítulos de comprimento, perímetro e área dos oito livros didáticos escolhidos na etapa 1. Identificamos os tipos de tarefa (T) abordados e verificamos o tipo de tarefa mais frequente no estudo de cada um dos três conceitos em foco. Os demais componentes da OM (técnica, tecnologia e teoria) não foram analisados nesta etapa.

3.2.1. Mapeamento dos Tipos de Tarefas

Os tipos de tarefa foram agrupados por gênero de tarefa e cada tipo de tarefa pôde gerar subtipos de tarefas. Identificamos os tipos de tarefa mais contemplados ao longo de cada capítulo em questão para, na 3ª etapa, analisarmos a OM.

TIPOS DE TAREFA EM TORNO DO CONCEITO DE COMPRIMENTO

No universo dos oito livros didáticos de 6º ano analisados, identificamos 12 tipos de tarefa relativos a comprimento:

- T₁: Medir o comprimento;
- T₂: Comparar comprimentos;
- T₃: Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento;
- T₄: Ler uma medida de comprimento;
- T₅: Escolher a unidade de medida;
- T₆: Escolher um instrumento de medida;
- T₇: Escrever diferentes expressões de um comprimento;
- T₈: Associar a unidade de medida de comprimento;
- T₉: Estimar a medida de comprimento;
- T₁₀: Efetuar operações envolvendo as medidas de comprimento;
- T₁₁: Listar unidades de medida;
- T₁₂: Identificar a unidade de medida.

No quadro seguinte, esses tipos de tarefa estão agrupados por gêneros e estão classificados em subtipos.

QUADRO 9: Lista dos gêneros, tipos e subtipos de tarefa em torno do conceito de comprimento.

GÊNEROS DE TAREFA	TIPOS DE TAREFA (T)	SUBTIPOS DE TAREFA (st)
MEDIR	T ₁ : Medir o comprimento	st ₁₁ : Medir o comprimento de curvas simples não poligonais; st ₁₂ : Medir o comprimento de segmentos utilizando qualquer instrumento de medida; st ₁₃ : Medir o comprimento de objetos.

COMPARAR	T₂ : Comparar comprimentos	st₂₁ : Comparar comprimentos com medida; st₂₂ : Comparar comprimentos sem medidas.
CONVERTER	T₃ : Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento	st₃₁ : Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal imediatamente inferior; st₃₂ : Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal imediatamente superior; st₃₃ : Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal; st₃₄ : Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico em outra unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal; st₃₅ : Converter uma unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal em uma outra unidade do sistema métrico decimal.
LER	T₄ : Ler uma medida de comprimento	st₄₁ : Ler uma medida de comprimento expressa em unidades convencionais;
ESCOLHER	T₅ : Escolher a unidade de medida	st₅₁ : Escolher uma unidade de medida de comprimento convencional adequada;
	T₆ : Escolher um instrumento de medida	st₆₁ : Escolher um instrumento de medida de comprimento mais adequado para medir um determinado objeto.
ESCREVER	T₇ : Escrever a medida de comprimento de um objeto	st₇₁ : Escrever a medida de comprimento de um objeto por extenso; st₇₂ : Escrever a medida de comprimento de um objeto de acordo com a frase dada.
ASSOCIAR	T₈ : Associar a unidade de medida de comprimento	st₈₁ : Associar o nome da unidade de medida de comprimento ao seu respectivo símbolo;
ESTIMAR	T₉ : Estimar a medida de comprimento	st₉₁ : Estimar a medida de comprimento de um objeto.

EFETUAR	T₁₀ : Efetuar operações envolvendo comprimentos	st₁₀₁ : Adicionar comprimentos; st₁₀₂ : Subtrair comprimentos.
LISTAR	T₁₁ : Listar unidades de medida	st₁₁₁ : Listar unidades de medida de comprimento convencionais; st₁₁₂ : Listar unidades de medida de comprimento não-convencionais.
IDENTIFICAR	T₁₂ : Identificar a unidade de medida	st₁₂₁ : Identificar a unidade de medida de comprimento dado o par (medida, unidade).

O quadro 10, a seguir, estabelece algumas conexões entre os tipos de tarefa identificados na nossa pesquisa e a classificação das situações que dão sentido a área proposta por Baltar (1996) e retomada por Ferreira (2010) com algumas adaptações.

QUADRO 10: Esquema dos tipos de situação associados com os subtipos de tarefas do capítulo de comprimento

SITUAÇÕES	Comparação	Estática	Sem unidade de medida		st₂₂
			Com unidade de medida	Não-convencional	st₂₁
		Convencional		st₂₁	
	Dinâmica	-			-
		-			-
	Medida	Exata	Com unidade de medida não-convencional		st₁₁; st₁₂; st₁₃
			Com unidade de medida convencional		st₁₁; st₁₂; st₁₃
		Enquadramento	Aproximações		st₉₁
	Mudança de unidade		Com unidade de medida	Não-convencional	-
				Convencional	st₃₁; st₃₂; st₃₃
				Convencional ↔ Não-convencional	st₃₄; st₃₅
	Produção		Mesmo comprimento que o de uma figura dada		-
			Comprimento maior ou menor que o de uma figura dada		-
Com comprimento dado			-		

Fonte: Ferreira (2010)

O quadro mostra que dentro dos capítulos de comprimento não identificamos nenhuma situação de produção. As situações de medida e de mudança de unidade são as mais contempladas pelos subtipos de tarefa. Temos também sete tipos de tarefa que não se enquadram em nenhuma situação, como por exemplo, escolher a unidade de medida (T_5) ou escrever a medida de comprimento de um objeto (T_7).

No quadro seguinte, estão os quantitativos dos exercícios propostos, exercícios resolvidos e exemplos que correspondem a cada um dos tipos de tarefa identificados.

QUADRO 11: Frequência e Distribuição dos tipos de tarefa em torno do conceito de comprimento por LD.

Tipos de Tarefas	LD₁	LD₂	LD₃	LD₄	LD₅	LD₆	LD₇	LD₈	TOTAL
T₁	7	6	15	12	9	11	28	6	94
T₂	2	2	1	-	2	1	7	1	16
T₃	24	11	12	34	5	1	19	10	113
T₄	3	-	-	-	-	-	-	-	3
T₅	16	7	1	4	1	6	8	8	51
T₆	-	-	-	1	1	5	1	1	9
T₇	-	-	-	1	-	-	8	-	9
T₈	7	-	-	-	-	-	-	-	7
T₉	-	2	3	-	-	4	6	-	15
T₁₀	7	4	5	4	2	1	5	-	26
T₁₁	-	2	-	-	-	-	-	-	2
T₁₂	-	-	-	-	-	-	-	1	1
TOTAL	65	33	39	59	19	31	77	23	345

No quadro anterior, podemos perceber que os tipos de tarefa T_1 (Medir o comprimento), T_3 (Converter uma unidade de medida de comprimento em outra unidade de comprimento) e T_5 (Escolher uma unidade de medida) aparecem em todos os oito LD. Em nenhum LD foram identificados os doze tipos de tarefa.

As tarefas de conversão de uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento (tarefas do tipo T_3) representam mais que um quarto das tarefas do capítulo de comprimento (32%). As pesquisas discutidas na fundamentação teórica, a partir dos trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989) mostram a importância de estabelecer relações entre os aspectos numéricos, geométricos e das grandezas no estudo das grandezas geométricas. Diante disso, preocupa-nos a

predominância tão nítida das tarefas de conversão de unidades, que geralmente não reforçam as relações entre os aspectos mencionados acima e podem ser abordadas simplesmente do ponto de vista do cálculo numérico.

Em seguida, detalhamos cada tipo de tarefa que apresentaremos como um exemplo para ilustrar, além de um quadro relatando o quantitativo de subtipos de tarefa e seus respectivos comentários. Também produzimos, para cada tipo de tarefa, um gráfico de barras que ajudará na visualização de pontos que precisem de mais detalhes. Tais gráficos se encontram nos apêndices.

T₁: MEDIR O COMPRIMENTO

FIGURA 4

1 Rui *comparou* o comprimento de seu *palmo* com o comprimento de sua mesa de estudo. Obteve como resultado o *número 5*, que é a *medida* do comprimento da mesa, tendo como *unidade* o palmo. Assim:



Medida do comprimento da mesa = 5 palmos

Meça o comprimento de sua carteira usando como unidade o seu palmo e depois o centímetro. *Resposta pessoal.*

Medir é comparar duas grandezas de mesmo tipo.

Não se esqueça: em uma medida, deve sempre aparecer o **número** acompanhado da **unidade** de medida usada: **5 palmos**, **10 cm**, etc.

Fonte: LD₄ – Questão1 p. 223

No tipo de tarefa “Medir o Comprimento”, encontramos três subtipos de tarefa:

st₁₁: Medir o comprimento de curvas simples não poligonais;

st₁₂: Medir o comprimento de segmentos utilizando qualquer instrumento de medida;

st₁₃: Medir o comprimento de objetos.

O quadro abaixo mostra a distribuição dos exercícios desse tipo de tarefa por subtipos.

QUADRO 12: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Medir o Comprimento” por subtipo e por LD.

T ₁ : MEDIR O COMPRIMENTO									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st₁₁	3	-	-	3	-	-	-	-	6
st₁₂	-	3	12	4	6	8	7	5	45
st₁₃	4	3	3	5	3	3	21	1	43
TOTAL	7	6	15	12	9	11	28	6	94

O quadro acima mostra que:

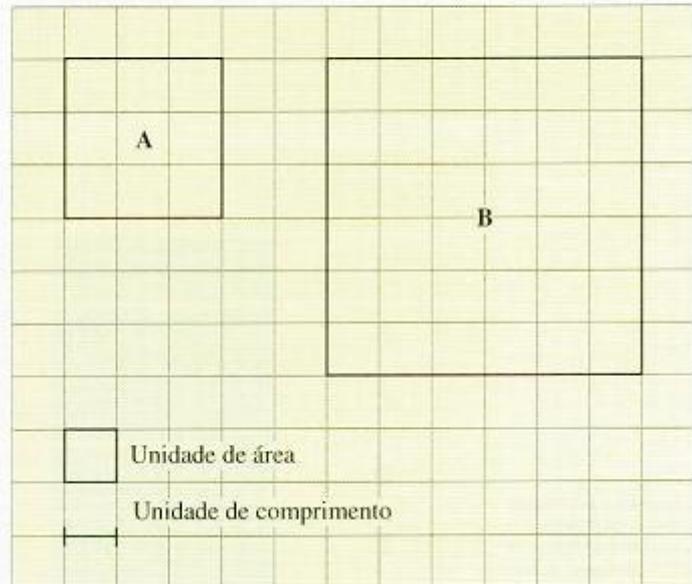
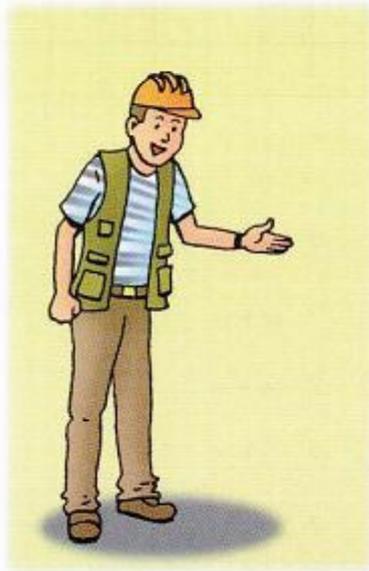
- apenas o subtipo **st₁₃**: “Medir o comprimento de objetos” é contemplado em todas as coleções ;
- o subtipo **st₁₂**: “Medir o comprimento de segmentos utilizando qualquer instrumento de medida” só não foi observado em uma coleção;
- as frequências de **st₁₂** e **st₁₃** são praticamente iguais;
- o subtipo **st₁₁**: “Medir o comprimento de curvas simples não poligonais” é pouco frequente e só foi observado em duas coleções.

Como foi dito na fundamentação teórica, Santos (1999) chama a atenção para a dificuldade dos alunos em considerarem o comprimento de figuras não poligonais. A baixa frequência do subtipo **st₁₁** não favorece a compreensão pelos alunos de possibilidade de medir o comprimento de linhas curvas.

T₂: COMPARAR COMPRIMENTOS

FIGURA 5

Utilize o quadrado da folha de papel quadriculado como unidade de área e o lado desse quadrado como unidade de comprimento.



b) Compare a medida do lado do quadrado B com a do quadrado A. O que você conclui?
A medida do lado do quadrado B é o dobro da medida do lado do quadrado A.

Fonte: LD₅ – Questão 1b) p.188-189

Ao tipo de tarefa “Comparar Comprimentos” associamos dois tipos de tarefa:

st₂₁ : Comparar comprimentos com medida;

st₂₂ : Comparar comprimentos sem medida.

O quadro seguinte mostra como se distribui os exercícios desse tipo de tarefa por subtipos.

QUADRO 13: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Comparar Comprimentos” por subtipo e por LD.

T ₂ : COMPARAR COMPRIMENTOS									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st₂₁	2	2	1	-	1	1	7	1	15
st₂₂	-	-	-	-	1	-	-	-	1

TOTAL	2	2	1	-	2	1	7	1	16
--------------	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Como já foi observado, as tarefas do tipo “Comparar Comprimentos” são muito pouco abordadas nos livros analisados como consta no quadro anterior. A análise por subtipos mostra ainda:

- em um dos livros analisados não identificamos nenhum exercício ou exemplo deste tipo de tarefa;
- o subtipo **st₂₁**: “Comparar comprimentos com medida” é abordado em sete dos oito livros e destes, apenas em um LD o quantitativo é um pouco mais expressivo (sete exercícios, enquanto nos demais só aparecem uma ou duas vezes).
- o subtipo **st₂₂**: “Comparar comprimentos sem medida” só foi identificado em um LD e apenas uma vez.

As pesquisas de Barbosa (2002) e Brito (2003) mostram a importância da comparação sem medida na construção do conceito de comprimento por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. A pouca ênfase dada a esse tipo de tarefa nos LD analisados é preocupante, pois pode provocar o desenvolvimento de concepções numéricas. Como já foi argumentado na fundamentação teórica, a mobilização de concepções numéricas provoca erros e gera entraves no estudo das grandezas geométricas, como por exemplo, o uso inadequado de unidades de medida.

T₃: CONVERTER UMA UNIDADE DE COMPRIMENTO EM OUTRA UNIDADE DE COMPRIMENTO

FIGURA 6

11. Resolva o problema em seu caderno.
A torre Eiffel tem altura de 320 m. É adequado afirmar que essa torre tem aproximadamente meio quilômetro? Por quê?

8



Não, pois meio quilômetro são 500 metros (180 metros maior que 320 metros).

Fonte: LD₂ - Questão 11 p.284

Encontramos cinco subtipos de tarefa do tipo de tarefa “Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento”:

st₃₁: Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal imediatamente inferior;

st₃₂: Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal imediatamente superior;

st₃₃: Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal;

st₃₄: Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico em outra unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal;

st₃₅: Converter uma unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal em uma outra unidade do sistema métrico decimal.

O próximo quadro mostra a distribuição dos exercícios desse tipo de tarefa por subtipos.

QUADRO 14: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento” por subtipo e por LD.

T₃: CONVERTER UMA UNIDADE DE COMPRIMENTO EM OUTRA UNIDADE DE COMPRIMENTO									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st₃₁	4	-	2	6	-	-	-	-	12
st₃₂	5	1	1	7	1	-	3	-	18
st₃₃	15	7	5	16	4	1	16	2	66
st₃₄	-	3	-	3	-	-	-	2	5
st₃₅	-	-	4	2	-	-	-	6	12
TOTAL	24	11	12	34	5	1	19	10	113

A análise do quadro 14 mostra que:

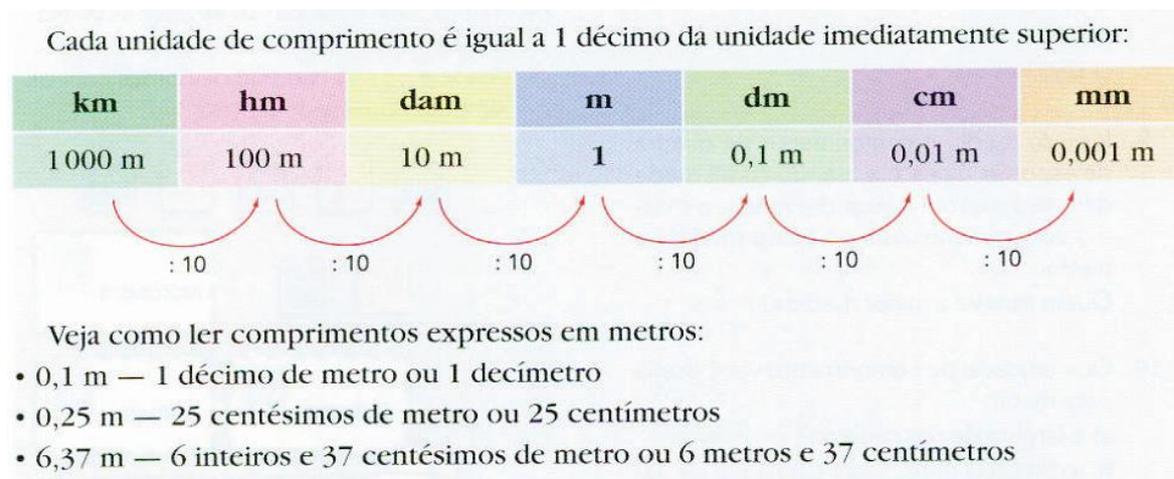
- um LD contempla todos os subtipos de tarefa;
- apenas **st₃₃**: “Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal” está presente em todos os LD e é amplamente majoritário, ou seja, representa mais de 50% das tarefas do tipo T₃;
- um LD apresenta quatro dos cinco subtipos; três LD com três subtipos de tarefa e um LD com dois subtipos dos cinco identificados.

As conversões internas ao sistema métrico decimal são nitidamente priorizadas uma vez que, além das tarefas do subtipo **st₃₃**, aquelas dos subtipos **st₃₁**: “Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal imediatamente inferior” e **st₃₂**: “uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal imediatamente superior” são mais frequentes que **st₃₄**: “Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico em outra unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal” e **st₃₅**: “Converter uma unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal em uma outra unidade do sistema métrico decimal” que envolvem unidades não convencionais. Kordaki (2003) aponta dificuldades dos alunos ao trabalhar com unidades não convencionais, mostrando que, independente da abordagem com as

grandezas geométricas, é importante também o uso de unidades não convencionais. As atividades propostas nos LD ainda são insuficientes.

T₄: LER UMA MEDIDA DE COMPRIMENTO

FIGURA 7



Fonte: LD₁ – exemplos p.235

Esse tipo de tarefa foi encontrado apenas em LD₁ e com o subtipo **st₄₁**: “Ler uma medida de comprimento expressa em unidades convencionais” não encontramos em nenhum dos LD analisados como mostra o próximo quadro.

QUADRO 15: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Ler uma medida de comprimento” por subtipo e por LD

T ₄ : LER UMA MEDIDA DE COMPRIMENTO								
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈
st₄₁	3	-	-	-	-	-	-	-

No livro didático analisado, esse tipo de tarefa foi inserido em caráter informativo.

T₅: ESCOLHER A UNIDADE DE MEDIDA

FIGURA 8

6. Copie as frases seguintes, substituindo o \square pela unidade mais adequada.
- a) A distância de Fortaleza a Recife é de 800 \square , aproximadamente. **km**
- b) O comprimento do pé de João é 25 \square . **cm**
- c) João pintou um muro de 200 \square de altura. **cm**
- d) A espessura de uma folha de cartolina é de 1 \square . **mm**

Fonte: LD₇ – Questão 6 p. 200

Ao tipo de tarefa “Escolher a unidade de medida” associamos um único subtipo de tarefa: **st₅₁**: “Escolher uma unidade de medida de comprimento convencional adequada” como mostra o quadro seguinte.

QUADRO 16: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Escolher a unidade de medida” por subtipo e por LD

T ₅ : ESCOLHER A UNIDADE DE MEDIDA									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st₅₁	16	7	1	4	1	6	8	8	51

No quadro anterior observamos que:

- todos os LD analisados abordam **st₅₁**: “Escolher uma unidade de medida de comprimento convencional adequada”;
- em sete dos oito LD há menos de 10 exercícios desse subtipo, sendo que em dois deles identificamos apenas um exercício;
- em uma coleção o quantitativo de exercícios desse subtipo é maior que 10.

Essas observações nos mostram que a compreensão mais ampla no processo de medida pode ficar prejudicada, porque a escolha de unidade muito raramente fica a cargo do aluno.

A “escolha de unidades adequadas” pode ter dois caminhos complementares. Um deles é quando estão envolvidas duas ou mais grandezas, como por exemplo, comprimento e área. Neste caso, podem contribuir para distinguir grandezas de naturezas distintas, pela identificação das unidades que correspondem a cada grandeza. Facco (2003) identificou dificuldades entre os alunos com as unidades de medida. Segundo a pesquisadora, eles fazem confusão entre as unidades de medida de perímetro e as unidades de medida de área. O outro caminho relativo à escolha de uma unidade adequada diz respeito às diferentes unidades associadas a uma grandeza, como no caso de comprimento, a polegada, o milímetro, o centímetro, o metro, o quilômetro e assim por diante. Ter noção de que o quilômetro não é uma unidade adequada para medir o comprimento de uma formiga é um aspecto importante da aprendizagem das grandezas e medidas que tem repercussões não só na escola como na vida cotidiana e nas práticas profissionais.

T₆: ESCOLHER UM INSTRUMENTO DE MEDIDA

FIGURA 9

4 Abaixo estão representados alguns instrumentos utilizados para medir comprimentos.



Micrômetro

Professora(a): Verifique se os alunos reconhecerem os instrumentos que aparecem nesta atividade. Se possível, leve alguns desses instrumentos para a sala de aula para que os alunos os manuseiem e percebam sua utilidade.

Fita métrica

Régua

Professora(a): Deixe aos alunos que os instrumentos apresentados nesta página não estão proporcionais entre si.

Trena

Paquímetro

Metro articulado

Professora(a): Verifique se os alunos compreenderam o significado da expressão “margem de erro menor que 1 mm”.
O **paquímetro** e o **micrômetro** são instrumentos utilizados para realizar medições de grande precisão, com margens de erro menores que 1 mm.
Agora, escreva em seu caderno qual desses instrumentos é mais adequado para medir: *respostas esperadas:*

- o comprimento de uma sala; *trena ou metro articulado*
- a cintura de uma pessoa; *fita métrica*
- o comprimento de um segmento de reta; *régua*
- a altura de uma porta; *trena ou metro articulado*
- a espessura de um parafuso. *micrômetro ou paquímetro*

Fonte: LD₆ – Questão 4 p.78

Ao tipo de tarefa “Escolher um instrumento de medida”, associamos um único subtipo de tarefa: st₆₁: “Escolher um instrumento de medida de comprimento mais adequado para medir um determinado objeto” como mostra o quadro seguinte.

QUADRO 17: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Escolher um instrumento de medida” por subtipo e por LD.

T ₆ : ESCOLHER UM INSTRUMENTO DE MEDIDA									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st ₆₁	-	-	-	1	1	5	1	1	9

O quadro nos informa que o subtipo st_{61} é pouco frequente nos LD analisados. Quase metade dos livros analisados (três dos oito livros) não traz nenhum exercício que corresponda a esse tipo de tarefa. Outros quatro livros trazem apenas um exercício desse tipo e apenas um livro de 6º ano dedica um pouco mais de atenção à escolha de instrumento de medida de comprimento mais adequado a uma situação.

As pesquisas anteriores à nossa apontam para a necessidade de refletir mais profundamente sobre a questão dos instrumentos de medida no estudo de comprimento. Santos (2005) observou dificuldades dos alunos no uso da régua graduada e Santos (1999) destacou que o uso exclusivo da régua como instrumento de medida de comprimento reforça a ideia de que só os segmentos têm comprimento. Consideramos, por isso, que é importante que o aluno saiba que há diversos instrumentos que permitem medir comprimentos e que se aproprie dos procedimentos de medida com uso desses instrumentos. A pouca ênfase a esse aspecto induz a pensar que a abordagem proposta nos livros analisados não favorece a superação das dificuldades apontadas por Santos (2005) e por Santos (1999).

T₇: ESCREVER A MEDIDA DE COMPRIMENTO DE UM OBJETO

FIGURA 10

b) Trezentos e oitenta metros.

12. Escreva no caderno, por extenso, cada um dos comprimentos:

a) 3,750 km	c) Doze metros e quarenta centímetros.
b) 0,380 km	c) 12,40 m
	d) 0,60 m
	d) Sessenta centímetros.
	(Existem outras respostas.)

13. Escreva no caderno as medidas seguintes, usando números e a unidade metro:

a) Doze metros e quinze centímetros.	12,15 m.
b) Doze metros e quinze milímetros.	12,015 m.
c) Cinquenta centímetros.	0,50 m.
d) Cinco centímetros.	0,05 m.

Do mesmo modo que nas tarefas de tipo T_4 , o que está em jogo fundamentalmente nesse tipo de tarefa é a aprendizagem de uma linguagem, ou seja, são as convenções relativas à conversão entre representação simbólica de um comprimento (composta da expressão que associa um número e uma unidade de comprimento) e a representação em linguagem verbal.

Ao tipo de tarefa “Escrever diferentes expressões de um comprimento” associamos dois subtipos de tarefa:

st₇₁: Escrever a expressão de um comprimento por extenso;

st₇₂: Escrever simbolicamente um comprimento a partir da representação em linguagem verbal.

O quadro abaixo mostra a distribuição dos exercícios desse tipo de tarefa por subtipos.

QUADRO 18: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Escrever a medida de comprimento de um objeto” por subtipo e por LD.

T ₇ : ESCREVER A MEDIDA DE COMPRIMENTO DE UM OBJETO									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
t ₇₁	-	-	-	-	-	-	4	-	4
t ₇₂	-	-	-	1	-	-	4	-	5
TOTAL	-	-	-	1	-	-	8	-	9

Como se pode observar, em seis dos oito livros analisados esse tipo de tarefa não foi identificado, em um outro livro apenas o subtipo st₇₂ é abordado uma única vez, apenas no LD₇, se destaca do universo analisado, pois nele foram identificados os dois subtipos de tarefa st₇₁: “Escrever a medida de comprimento de um objeto por extenso” e st₇₂: “Escrever a medida de comprimento de um objeto de acordo com a frase dada” em quantidade não desprezível (quatro exercícios de cada tipo) Esse tipo de tarefa envolve a aprendizagem de conversões na leitura e escrita de expressões relativas a comprimento, mas também envolvem a compreensão da relação entre números decimais e medidas. Não é foco de nossa pesquisa, mas em

trabalhos posteriores, pode-se investigar a repercussão da abordagem marginal dessa questão na aprendizagem das grandezas geométricas e suas medidas.

T₈: ASSOCIAR A UNIDADE DE MEDIDA DE COMPRIMENTO

FIGURA 11

14. Vamos colar os selos nos envelopes correspondentes?
 Associe no seu caderno os nomes com os símbolos correspondentes:

m	cm	dm	dam	km
hm	mm	hectômetro	hm	
decâmetro	dam	milímetro	mm	
centímetro	cm	decímetro	dm	
metro	m	quilômetro	km	

Fonte: LD₁ – Questão14 p.236

No tipo de tarefa “Associar a unidade de medida de comprimento”, associamos um subtipo de tarefa: **st₈₁**: “Associar o nome da unidade de medida de comprimento ao seu respectivo símbolo”. O quadro a seguir mostra a distribuição dos exercícios desse tipo de tarefa por subtipos.

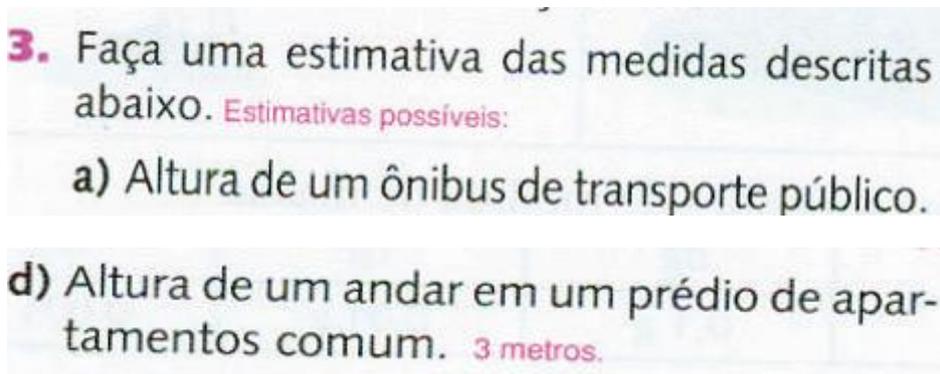
QUADRO 19: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Associar a unidade de medida de comprimento” por subtipo e por LD.

T ₈ : ASSOCIAR A UNIDADE DE MEDIDA DE COMPRIMENTO								
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈
st ₈₁	7	-	-	-	-	-	-	-

Identificamos T₈ apenas no LD₁. Assim como T₇, a realização de tarefas de outros tipos pode envolver de forma implícita o tipo de tarefa T₈. Esse tipo de tarefa, assim como T₇ e T₄, remete à aprendizagem de convenções relativas à linguagem no campo das grandezas geométricas e suas medidas.

T₉: ESTIMAR A MEDIDA DE COMPRIMENTO

FIGURA 12



Fonte: LD₂ – Questão 3 a) e d) p.282

Ao tipo de tarefa “Estimar a medida de comprimento”, associamos um subtipo de tarefa: st₈₁: “Estimar a medida de comprimento de um objeto”. O quadro abaixo mostra a distribuição dos exercícios desse tipo de tarefa por subtipos.

QUADRO 20: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Estimar a medida de comprimento” por subtipo e por LD.

T ₉ : ESTIMAR A MEDIDA DE COMPRIMENTO									
Subtipos de	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL

tarefas									
st ₉₁	-	2	3	-	-	4	6	-	15

É um tipo de tarefa importante na formação do conceito de comprimento, porém, são abordados em quatro dos oito LD e, mesmo assim, com poucas situações. Como em nosso cotidiano nem sempre nos deparamos com situações exatas de medições, trazer para o LD do 6º ano mais questões de estimativas pode aproximar o livro de situações reais.

T₁₀: EFETUAR OPERAÇÕES ENVOLVENDO COMPRIMENTOS

FIGURA 13

43 Calcule a medida de comprimento do percurso abaixo e indique seu valor em centímetros, em metros e em decímetros. 12,9 cm; 0,129 m; 1,29 dm

$57 + 32 + 40 = 129 \text{ mm} = 12,9 \text{ cm} = 0,129 \text{ m} = 1,29 \text{ dm}$

Fonte: LD₄ – Questão 43 p.236

No exemplo dado acima, o que se solicita do aluno é que adicione os comprimentos dos segmentos para obter o comprimento total da linha poligonal. Como os comprimentos são dados em diferentes unidades, para adicionar os comprimentos não será suficiente adicionar os números que representam as medidas de comprimento dos segmentos. A técnica empregada poderá envolver a realização de uma tarefa de conversão de unidades de comprimento.

Ao tipo de tarefa “Efetuar operações envolvendo comprimentos”, associamos dois subtipos de tarefa:

st₁₀₁: Adicionar comprimentos.

st₁₀₂: Subtrair comprimentos.

O quadro a seguir mostra a distribuição dos exercícios desse tipo de tarefa por subtipos.

QUADRO 21: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Efetuar operações envolvendo as medidas de comprimento” por subtipo e por LD.

T ₁₀ : EFETUAR OPERAÇÕES ENVOLVENDO COMPRIMENTOS									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st ₁₀₁	7	3	4	3	2	-	1	-	20
st ₁₀₂	-	1	1	1	-	1	4	-	6
TOTAL	7	4	5	4	2	1	5	-	26

Observando o quadro anterior percebemos que:

- quatro dos oito LD abordam os dois subtipos de tarefa: **st₁₀₁**: “Adicionar comprimentos” e **st₁₀₂**: “Subtrair comprimentos”;
- dos outros quatro LD, dois abordam apenas **st₁₀₁**: “Adicionar comprimentos” um LD foi identificado apenas **st₁₀₂**: “Subtrair comprimentos” e no último LD nenhum subtipo é contemplado;
- As situações de adição envolvendo medidas de comprimento (st₁₀₁) são identificadas na maioria dos exercícios (20).

T₁₁: LISTAR UNIDADES DE MEDIDA

FIGURA 14

1. Responda às questões em seu caderno.
 - a) Que unidades de medida baseadas no corpo humano você conhece?
 - b) Quais grandezas constituíam a base do Sistema Métrico Decimal?
 - c) O relógio mede que grandeza? Em qual unidade de medida?

Fonte: LD₂ – Questão 1 a) p.279

Ao tipo de tarefa “Listar unidades de medida”, associamos dois subtipos de tarefa:

st₁₁₁: Listar unidades de medida de comprimento convencionais;

st₁₁₂: Listar unidades de medida de comprimento não-convencionais.

O quadro abaixo mostra a distribuição dos exercícios desse tipo de tarefa por subtipos.

QUADRO 22: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Listar unidades de medida” por subtipo e por LD.

T₁₁: LISTAR UNIDADES DE MEDIDA								
Subtipos de tarefas	LD₁	LD₂	LD₃	LD₄	LD₅	LD₆	LD₇	LD₈
st₁₁₁	-	1	-	-	-	-	-	-
st₁₁₂	-	1	-	-	-	-	-	-
TOTAL	-	2	-	-	-	-	-	-

Esse tipo de tarefa foi identificado de forma explícita apenas no LD₂. Analisando esses LD, percebemos que esse tipo de tarefa também está presente em outras situações de forma implícita.

T₁₂: IDENTIFICAR A UNIDADE MEDIDA DE COMPRIMENTO

FIGURA 15

Observamos que apenas o LD₈ apresenta o **st**₁₂₁ e de forma não expressiva. Da mesma forma que os gêneros: “LER”, “ESCREVER”, “ASSOCIAR” e “LISTAR” o gênero “IDENTIFICAR” podem estar implícitos nos enunciados de outros exercícios.

TIPOS DE TAREFA EM TORNO DO CONCEITO DE PERÍMETRO

Identificamos nos livros analisados, oito tipos de tarefa no trabalho com perímetro:

T₁: Calcular o perímetro de figuras planas;

T₂: Calcular o comprimento de um lado de um polígono;

T₃: Determinar o perímetro de uma figura poligonal construída numa malha;

T₄: Determinar o perímetro de uma figura poligonal conhecendo o comprimento;

T₅: Determinar o perímetro de uma figura poligonal a partir da composição de figuras poligonais idênticas;

T₆: Comparar o perímetro de duas ou mais figuras planas;

T₇: Construir figuras planas;

Esses tipos de tarefa se agrupam nos gêneros calcular, determinar, comparar, construir e medir e geram vários subtipos, que estão organizados no quadro seguinte:

QUADRO 24: Lista dos gêneros, tipos e subtipos de tarefa em torno do conceito de perímetro.

GÊNERO DE TAREFA	TIPOS DE TAREFA (T)	SUBTIPOS DE TAREFAS (st)
CALCULAR	T ₁ : Calcular o perímetro de figuras planas	st ₁₁ : Calcular o perímetro de um quadrado conhecendo o comprimento dos seus lados
		st ₁₂ : Calcular o perímetro de um retângulo conhecendo o comprimento dos seus lados
		st ₁₃ : Calcular o perímetro de um triângulo conhecendo o comprimento dos seus lados

		st₁₄ : Calcular o perímetro de um losango conhecendo o comprimento de seus lados
		st₁₅ : Calcular o perímetro de um paralelogramo conhecendo o comprimento de seus lados
		st₁₆ : Calcular o perímetro de um trapézio conhecendo o comprimento dos seus lados
		st₁₇ : Calcular o perímetro de uma figura não poligonal
		st₁₈ : Calcular o perímetro de uma figura poligonal diferente do quadrado, retângulo, triângulo, losango, paralelogramo ou trapézio conhecendo o comprimento dos seus lados
	T₂ : Calcular o comprimento de um lado de um polígono	st₂₁ : Calcular o comprimento do lado de um quadrado conhecendo o seu perímetro
		st₂₂ : Calcular o comprimento de um lado de uma figura poligonal conhecendo o seu perímetro e o comprimento dos outros lados
		st₂₃ : Calcular o comprimento e largura de um retângulo conhecendo sua área e seu perímetro
DETERMINAR	T₃ : Determinar o perímetro de uma figura poligonal construída numa malha utilizando como unidade o comprimento do lado da figura que compõe a malha	<p>st₃₁: Determinar o perímetro de um retângulo ou de figuras que possam ser decomposta em retângulos construído numa malha quadriculada utilizando como unidade o comprimento do lado do quadrado que compõe a malha</p> <p>st₃₂: Determinar o perímetro de um quadrado construído numa malha quadriculada utilizando como unidade o comprimento do lado do quadrado que compõe a malha</p> <p>st₃₃: Determinar o perímetro de figuras poligonais numa malha triangular utilizando como</p>

		<p>unidade de medida o comprimento do lado de um triângulo que compõe a malha</p>
	<p>T₄: Determinar o perímetro de um polígono conhecendo comprimentos relativos à figura</p>	<p>st₄₁: Determinar o perímetro de um retângulo a partir do comprimento do lado de um quadrado que será usado para ladrilhar toda a superfície do retângulo</p>
		<p>st₄₂: Determinar o perímetro de um quadrado a partir do comprimento do lado de um quadrado menor que será usado para ladrilhar toda a superfície do quadrado maior</p>
		<p>st₄₃: Determinar o perímetro de uma figura poligonal diferente do retângulo e do quadrado a partir do comprimento do lado de um quadrado que será usado para ladrilhar toda a superfície da figura</p>
	<p>T₅: Determinar o perímetro de uma figura poligonal a partir da composição de figuras poligonais idênticas</p>	<p>st₅₁: Determinar o perímetro de um paralelogramo a partir da composição de seis triângulos idênticos conhecendo o comprimento de sua base e de sua altura</p>
COMPARAR	<p>T₆: Comparar o perímetro de duas ou mais figuras planas</p>	<p>st₆₁: Comparar o perímetro de duas ou mais figuras poligonais</p>
CONSTRUIR	<p>T₇: Construir figuras planas, a partir de dados relativos ao perímetro</p>	<p>st₇₁: Construir numa malha quadriculada polígonos com o mesmo perímetro de um polígono dado</p>
		<p>st₇₂: Construir polígonos a partir do perímetro dado</p>
		<p>st₇₃: Construir numa malha quadriculada polígonos diferentes com o mesmo perímetro dado</p>
		<p>st₇₄: Construir polígonos em malhas quadriculadas, com área e perímetro dados.</p>
		<p>st₇₅: Construir retângulos em malha quadriculada, dada a medida de um de seus lados e do seu perímetro</p>
		<p>st₇₆: Construir numa malha quadriculada retângulos de mesmo perímetro dado, e</p>

	com áreas diferentes também dadas
	st₇₇ : Construir numa malha quadriculada polígonos a partir do perímetro dado

Quando fazemos uma diferenciação entre ‘CALCULAR’ e ‘DETERMINAR’ para os capítulos de perímetro e área, é porque acreditamos que o foco da ação desses gêneros é distinto. No caso de ‘CALCULAR’, a ação envolve um cálculo com uso implícito ou explícito de alguma fórmula. Já o gênero ‘DETERMINAR’ remete, por exemplo, ao uso de malhas, composição, decomposição e recomposição de figuras e leitura nesses suportes das medidas necessárias para encontrar o perímetro ou a área procurados. Ou seja, tipos de tarefas envolvendo tais gêneros requerem diferentes técnicas para realizá-las.

No quadro seguinte, estamos associando a classificação de Baltar (1996) e a organização de Ferreira (2010) com os subtipos de tarefa que classificamos no quadro 25 usando adaptações para o capítulo de perímetro.

QUADRO 25: Esquema dos tipos de situação associados com os subtipos de tarefa dos capítulos de perímetro

SITUAÇÕES	Comparação	Estática	Sem unidade de medida		-
			Com unidade de medida	Não-convencional	-
		Convencional		st ₆₁ ; st ₆₂	
		Dinâmica	-		-
	-		-		
	Medida	Exata	Com unidade de medida não-convencional		st ₃₁ ; st ₃₂ ; st ₃₃ ; st ₄₁ ; st ₄₂ ; st ₄₃
			Com unidade de medida convencional		st ₁₁ ; st ₁₂ ; st ₁₃ ; st ₁₄ ; st ₁₅ ; st ₁₆ ; st ₁₇ ; st ₁₈ ; st ₂₁ ; st ₂₂ ; st ₂₃ ; st ₅₁ ; st ₈₁ ; st ₈₂
		Enquadramento	Aproximações		-
	Mudança de unidade		Com unidade de medida	Não-convencional	-
				Convencional	-
	Produção		Mesmo perímetro que a de uma figura dada		st ₇₁
			Perímetro maior ou menor que a de uma figura dada		-
			Com perímetro dado		st ₇₂ ; st ₇₃ ; st ₇₇
			Com perímetro dado e área dada		st ₇₄

			Com o comprimento dos lados dado e o perímetro dado	st ₇₅
			Mesmo perímetro dado e áreas diferentes dadas	st ₇₆

Fonte: Ferreira (2010)

Podemos observar que as tarefas dos gêneros calcular e determinar correspondem às situações de medida, embora, de nosso ponto de vista, remetam a técnicas distintas. A concentração dos subtipos de tarefa selecionados no quadro anterior é na situação de medida. A comparação de perímetros de figuras planas sem medida não foi identificada em nenhum LD, bem como também situações envolvendo aproximações de perímetros. Essa tendência é preocupante, uma vez que, como mostram diversas pesquisas anteriores à nossa, discutidas na fundamentação teórica, o trabalho com as grandezas geométricas, excessivamente voltado para os aspectos numéricos, sem fortalecer as conexões entre os domínios geométrico, numérico e das grandezas não permite ao aluno atribuir um sentido robusto a esses conteúdos e resolver satisfatoriamente os problemas relativos a esse campo.

No quadro seguinte, estão os quantitativos dos exercícios, exercícios resolvidos e exemplos que dentro da OM identificamos como tipos de tarefa.

QUADRO 26: Frequência e Distribuição dos tipos de tarefa em torno do conceito de perímetro por LD.

Tipos de Tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
T ₁	14	5	8	18	5	9	3	8	70
T ₂	-	-	2	1	-	2	1	8	14
T ₃	-	-	-	-	15	-	5	21	41
T ₄	1	7	3	7	-	-	-	28	46
T ₅	-	-	-	-	-	-	-	1	1
T ₆	-	-	-	-	5	1	-	2	8
T ₇	-	1	-	1	3	-	3	2	10
TOTAL	15	13	13	27	28	12	12	70	190

Observando o quadro 26 percebemos que:

- o tipo de tarefa T₁: “Calcular o perímetro de figuras planas” é o único que foi identificado nos oito LD;

- o LD₈ é a única obra que contemplam os oito tipos de tarefa;
- com um LD contemplando cinco tipos de tarefas; dois LD com quatro tipos de tarefa; em três LD identificados três tipos de tarefa; e um LD com apenas um tipo de tarefa.

O quadro anterior aponta um forte indício de que o maior número de exercícios se concentra no campo numérico, deixando os campos geométricos e o das grandezas carentes de uma variedade de atividades. Considerando Douady & Perrin-Gorian (1989) e pesquisas posteriores, a construção do conceito de perímetro enquanto grandeza depende da relação entre os campos geométrico e numérico. Os LD analisados desse ponto de vista terminam reforçando a dificuldade do aluno em tal conceito, uma vez que muitas das tarefas propostas aos alunos focam os aspectos numéricos. É claro que a análise dos outros componentes da organização matemática pode apontar para conexões entre os campos em jogo, mas a predominância nítida, do ponto de vista quantitativo, de tarefas cujo foco é a atribuição de uma medida para o perímetro de uma figura é um forte indicativo da ênfase no campo numérico.

Cada tipo de tarefa classificada foi mapeado nos oito LD analisados e organizados em figuras que representam os exemplos de cada tipo de tarefa e em tabelas com seus respectivos comentários.

T₁: CALCULAR O PERÍMETRO DE UMA FIGURA PLANA

FIGURA 16

Atividades

7 Encontre o perímetro das figuras A, B e C.

professora): Na atividade 7, procura-se levar o aluno a perceber que o perímetro de uma figura composta de duas ou mais figuras não corresponde à soma do perímetro das figuras.

A FIGURA ABAIXO É FORMADA PELAS FIGURAS A, B E C. PARA ENCONTRAR SEU PERÍMETRO, BASTA ADICIONAR OS PERÍMETROS DAS FIGURAS A, B E C.

A afirmação de Rodolfo está correta? Justifique sua resposta. não; Resposta pessoal.
Se sua resposta for negativa, encontre o perímetro da figura formada. 20 cm

Fonte: LD₆ – Questão 7 p.80

No exemplo acima, o comando solicita que o aluno encontre o perímetro das figuras. Classificamos como uma tarefa do tipo “calcular o perímetro de uma figura plana”, pois a técnica solicitada requer um cálculo para resolver tal situação.

Ao tipo de tarefa “Calcular o perímetro de uma figura plana”, associamos oito subtipos de tarefa:

st₁₁: Calcular o perímetro de um quadrado conhecendo o comprimento dos seus lados;

st₁₂: Calcular o perímetro de um retângulo conhecendo o comprimento dos seus lados;

st₁₃: Calcular o perímetro de um triângulo conhecendo o comprimento dos seus lados;

st₁₄: Calcular o perímetro de um losango conhecendo o comprimento de seus lados;

st₁₅: Calcular o perímetro de um paralelogramo conhecendo o comprimento de seus lados;

st₁₆: Calcular o perímetro de um trapézio conhecendo o comprimento dos seus lados;

st₁₇: Calcular o perímetro de uma figura não poligonal;

st₁₈: Calcular o perímetro de uma figura poligonal diferente do quadrado, retângulo, triângulo, losango, paralelogramo ou trapézio conhecendo o comprimento dos seus lados.

O quadro abaixo mostra a distribuição dos exercícios desse tipo de tarefa por subtipos.

QUADRO 27: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Calcular o perímetro de uma figura plana” por subtipo e por LD.

T₁: Calcular o Perímetro de uma Figura Plana									
Subtipos de tarefas	LD₁	LD₂	LD₃	LD₄	LD₅	LD₆	LD₇	LD₈	TOTAL
st₁₁	3	1	1	3	-	1	1	3	13
st₁₂	3	3	2	1	2	7	2	3	23
st₁₃	4	-	1	2	-	1	-	1	9

st₁₄	1	-	-	-	-	-	-	-	1
st₁₅	1	-	1	-	-	-	-	-	2
st₁₆	-	1	2	1	-	-	-	-	4
st₁₇	-	-	-	9	-	-	-	-	9
st₁₈	2	-	1	2	3	-	-	2	10
TOTAL	14	5	8	18	5	9	3	8	70

Observando o quadro anterior notamos que:

- o único subtipo que foi identificado nos oito LD é o **st₁₂**: “Calcular o perímetro de um retângulo conhecendo o comprimento dos seus lados”;
- o subtipo **st₁₁**: “Calcular o perímetro de um quadrado conhecendo o comprimento dos seus lados” está presente em sete dos oito LD;
- já os subtipos **st₁₄**: “Calcular o perímetro de um losango conhecendo o comprimento de seus lados” e **st₁₇**: “Calcular o perímetro de uma figura não poligonal”, foram contemplados em apenas um LD dos oito.

Santos (1999) identificou que alunos das séries iniciais do EF só consideravam perímetro de figuras poligonais. A ausência desse tipo de tarefa em sete LDs analisados é, portanto, preocupante, uma vez que, neste caso, o LD vai ajudar os alunos a superar o entrave apontado por Santos. Em nenhum LD, identificamos os oito subtipos de tarefa. Identificamos poucas figuras não-convexas no cálculo direto do perímetro, podendo dar a impressão de que só é possível calcular o perímetro de figuras convexas. Essa dificuldade foi identificada por D’Amore e Fandiño (2007) em sua pesquisa.

T₂: CALCULAR O COMPRIMENTO DE UM LADO DE UM POLIGONO

FIGURA 17

TOTAL	-	-	2	1	-	2	1	8	14
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Três dos oito LD analisados não têm nenhuma tarefa deste tipo e quatro LD abordam esse tipo de tarefa de forma pontual. Apenas um LD parece tratar desse tipo de tarefa com certo destaque. Os subtipos de tarefa st_{21} (“Calcular o comprimento do lado de um quadrado conhecendo o seu perímetro”) e st_{23} (“Calcular o comprimento e a largura de um retângulo conhecendo sua área e seu perímetro”) foram identificados apenas no LD₈ e, coincidentemente, é o LD que tem o maior número de subtipos de tarefas do tipo T₂.

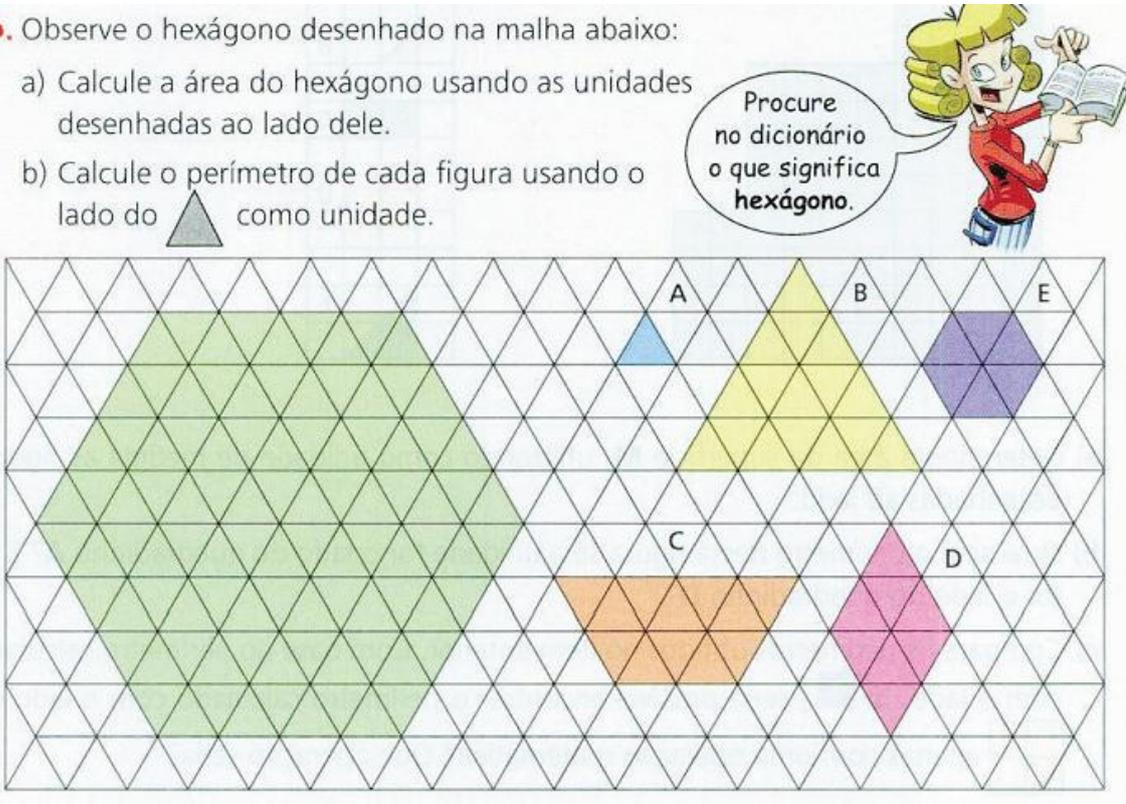
T₃: DETERMINAR O PERÍMETRO DE UMA FIGURA POLIGONAL CONSTRUÍDA NUMA MALHA UTILIZANDO COMO UNIDADE DE MEDIDA O COMPRIMENTO DO LADO DA FIGURA QUE COMPÕE A MALHA

FIGURA 18

3. Observe o hexágono desenhado na malha abaixo:

- Calcule a área do hexágono usando as unidades desenhadas ao lado dele.
- Calcule o perímetro de cada figura usando o lado do  como unidade.

Procure no dicionário o que significa **hexágono**.



The figure shows a triangular grid. A large green hexagon is formed by 12 small triangles. To its right are five smaller shapes: a blue triangle (A), a yellow triangle (B), a purple hexagon (E), an orange trapezoid (C), and a pink diamond (D). A small grey triangle is shown as a unit. A cartoon girl with a speech bubble says 'Procure no dicionário o que significa hexágono.'

Na situação acima, o comando solicita que o aluno ‘calcule’ o perímetro das figuras. Classificamos como uma tarefa do tipo “Determinar o perímetro de uma figura poligonal construída numa malha utilizando como unidade de medida o comprimento do lado da figura que compõe a malha”, pois a técnica solicitada na malha é de contagem do lado de cada ladrilho que compõe seu contorno.

Ao tipo de tarefa “Determinar o perímetro de uma figura poligonal construída numa malha utilizando como unidade de medida o comprimento do lado da figura que compõe a malha”, associamos três subtipos de tarefa:

st₃₁: Determinar o perímetro de um retângulo ou de figuras que possam ser decomposta em retângulos construídos numa malha quadriculada utilizando como unidade o comprimento do lado do quadrado que compõe a malha;

st₃₂: Determinar o perímetro de um quadrado construído numa malha quadriculada utilizando como unidade o comprimento do lado do quadrado que compõe a malha;

st₃₃: Determinar o perímetro de figuras poligonais numa malha triangular utilizando como unidade de medida o comprimento do lado de um triângulo que compõe a malha;

QUADRO 29: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Determinar o perímetro de uma figura poligonal construída numa malha utilizando como unidade de medida o comprimento do lado da figura que compõe a malha” por subtipo e por LD.

T₃: DETERMINAR O PERÍMETRO DE UMA FIGURA POLIGONAL CONSTRUÍDA NUMA MALHA UTILIZANDO COMO UNIDADE DE MEDIDA O COMPRIMENTO DO LADO DA FIGURA QUE COMPÕE A MALHA									
Subtipos de tarefas	LD₁	LD₂	LD₃	LD₄	LD₅	LD₆	LD₇	LD₈	TOTAL
st₃₁	-	-	-	-	12	-	5	6	23
st₃₂	-	-	-	-	3	-	-	2	5
st₃₃	-	-	-	-	-	-	-	13	13
TOTAL	-	-	-	-	15	-	5	21	41

Observando o quadro 29 percebemos que:

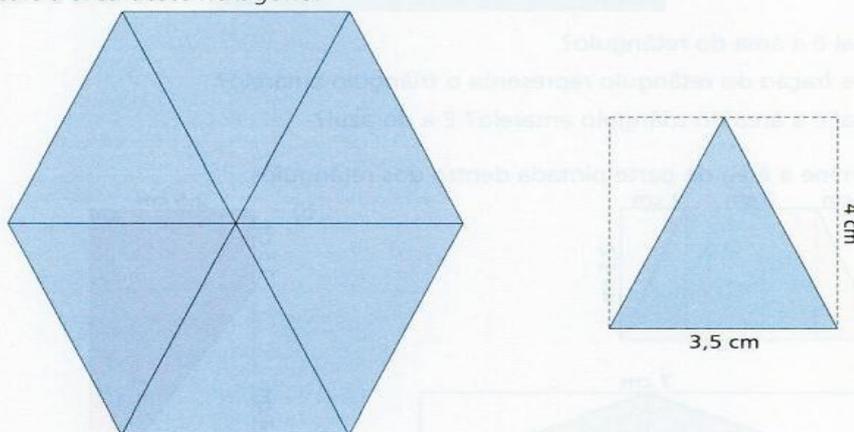
- o **st₃₁**: “Determinar o perímetro de um retângulo ou de figuras que possam ser decomposta em retângulos construídos numa malha quadriculada utilizando como unidade o comprimento do lado do quadrado que compõe a malha” foi identificado em três LD;
- o **st₃₂**: “Determinar o perímetro de um quadrado construído numa malha quadriculada utilizando como unidade o comprimento do lado do quadrado que compõe a malha” foi identificado em dois LD;
- o **st₃₃**: “Determinar o perímetro de figuras poligonais numa malha triangular utilizando como unidade de medida o comprimento do lado de um triângulo que compõe a malha” em apenas um LD, com quantidade significativa (13 tarefas desse tipo).

Cinco dos oito LD não têm nenhuma tarefa do tipo T_3 (“Determinar o perímetro de uma figura poligonal construída numa malha utilizando como unidade de medida o comprimento do lado da figura que compõe a malha”). Dos três LD, apenas o LD₈ apresenta os três subtipos de tarefa. Do total de 37 tarefas, 19 foram identificados no LD₈. O uso de unidades não-convencionais é uma das dificuldades dos alunos observada por Kordaki (2003). O quadro mostra que a malha é pouco explorada nos capítulos de perímetro dos LD de 6º ano analisados, o que confirma o trabalho de Santana (2006).

T₄: DETERMINAR O PERÍMETRO DE UMA FIGURA POLIGONAL A PARTIR DO COMPRIMENTO DO LADO DE UM LADRILHO QUE SERÁ USADO PARA LADRILHAR TODA A SUPERFÍCIE DA FIGURA

FIGURA 19

7. Calcule a área deste hexágono:



- a) Qual é a área do triângulo?
 b) Qual é a área e qual é o perímetro do hexágono?

Fonte: LD₈ – Questão 7 b) p.176

Na questão acima, o comando solicita que o aluno ‘calcule’ o perímetro das figuras. Classificamos como uma tarefa do tipo “T₄: Determinar o perímetro de um polígono conhecendo comprimentos relativos à figura”, pois a técnica solicitada requer um ladrilhamento do triângulo no hexágono para resolver a situação.

Associamos três subtipos de tarefa ao tipo de tarefa: “Determinar o perímetro de uma figura poligonal a partir do comprimento do lado de um ladrilho que será usado para ladrilhar toda a superfície da figura”:

st₄₁: Determinar o perímetro de um retângulo a partir do comprimento do lado de um quadrado que será usado para ladrilhar toda a superfície do retângulo;

st₄₂: Determinar o perímetro de um quadrado a partir do comprimento do lado de um quadrado menor que será usado para ladrilhar toda a superfície do quadrado maior;

st₄₃: Determinar o perímetro de um polígono diferente do retângulo e do quadrado a partir do comprimento do lado de um quadrado que será usado para ladrilhar toda a superfície da figura;

QUADRO 30: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Determinar o perímetro de uma figura poligonal a partir do comprimento do lado de um ladrilho que será usado para ladrilhar toda a superfície da figura” por subtipo e por LD.

T₄: DETERMINAR O PERÍMETRO DE UMA FIGURA POLIGONAL A PARTIR DO COMPRIMENTO DO LADO DE UM LADRILHO QUE SERÁ USADO PARA LADRILHAR TODA A SUPERFÍCIE DA FIGURA									
Subtipos de tarefas	LD₁	LD₂	LD₃	LD₄	LD₅	LD₆	LD₇	LD₈	TOTAL
st₄₁	-	2	3	1	-	-	-	10	16
st₄₂	-	-	-	1	-	-	-	-	1
st₄₃	1	5	-	5	-	-	-	18	28
TOTAL	1	7	3	7	-	-	-	28	46

Observando o quadro acima notamos que:

- metade dos LD não apresenta nenhum subtipo dessa tarefa;
- mais de dois terços das tarefas desse tipo estão concentradas no LD₈, sendo que, neste LD, não foi identificada tarefa do subtipo **st₄₂**: “Determinar o perímetro de um quadrado a partir do comprimento do lado de um quadrado menor que será usado para ladrilhar toda a superfície do quadrado maior”;
- nos demais LD analisados, esse tipo de tarefa é pouco frequente, e concentra-se no subtipo **st₄₃**: “Determinar o perímetro de um polígono diferente do retângulo e do quadrado a partir do comprimento do lado de um quadrado que será usado para ladrilhar toda a superfície da figura”, especificamente nos LD₁, LD₂ e LD₄ e no subtipo **st₄₁**: “Determinar o perímetro de um retângulo a partir do comprimento do lado de um quadrado que será usado para ladrilhar toda a superfície do retângulo” localizado no LD₃.

T₅: DETERMINAR O PERÍMETRO DE UMA FIGURA POLIGONAL A PARTIR DA COMPOSIÇÃO DE FIGURAS POLIGONAIS IDÊNTICAS

FIGURA 20

Como vimos no quadro anterior, apenas o LD₈ traz um único tipo de tarefa (T₅). Reforçando a falta de situações em LD na construção do perímetro enquanto grandeza através da relação do campo geométrico com o numérico.

T₆: COMPARAR O PERÍMETRO DE DUAS OU MAIS FIGURAS PLANAS

FIGURA 21

4 Determine a área e o perímetro de cada figura abaixo, copiando e completando a tabela no seu caderno.

Você deverá utilizar:

- ✓ o quadrado da folha de papel quadriculado, como unidade de medida para calcular a área;
- ✓ o lado desse quadrado como unidade de comprimento para achar o perímetro.

Figura	Área	Perímetro
A	? 14 □	? 28
B	? 16 □	? 22
C	? 22 □	? 26
D	? 16 □	? 16
E	? 21 □	? 22
F	? 16 □	? 22

Dica para o professor: Como o perímetro é o contorno da figura, o aluno, na figura A, tem de considerar também o contorno interior da figura.

c) Qual a figura que possui o maior perímetro?

A

d) E o menor?

D

Fonte: LD₅ – Questão 3 c) e d) p.187-188.

QUADRO 32: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Comparar o perímetro de duas ou mais figuras planas” por subtipo e por LD.

T₆: COMPARAR O PERÍMETRO DE DUAS OU MAIS FIGURAS PLANAS									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st₆₁	-	-	-	-	5	1	-	2	8

Esse tipo de tarefa está ausente em cinco dos oito livros analisados. Situações de comparação de perímetros de figuras poligonais mesmo com medida são abordadas em poucos LD e quando as figuras não são poligonais, tais situações não foram identificadas. Barbosa (2002), observando alunos das séries iniciais do EF, identificou dificuldade na comparação de comprimentos de caminhos fechados, levando a confusão entre os conceitos de contorno e perímetro. Brito (2003) aponta dificuldades dos alunos na comparação entre figuras ou objetos com contornos iguais e na dissociação entre o contorno e a forma da figura. Do mesmo modo em Teixeira (2004) os alunos oscilam entre concepções no quadro das grandezas e concepções no quadro geométrico. Segundo Teixeira, o termo perímetro levou os alunos a comparar as figuras através de suas formas e não pelo comprimento do contorno. A ausência de tarefas desse subtipo nos preocupa, uma vez que se trata de dificuldades identificadas nas pesquisas e sobre as quais os LD analisados não intervêm.

T₇: CONSTRUIR FIGURAS PLANAS

FIGURA 22

st₇₁	-	-	-	1	-	-	-	-	1
st₇₂	-	1	-	-	-	-	-	1	2
st₇₃	-	-	-	-	-	-	1	-	1
st₇₄	-	-	-	-	3	-	-	-	3
st₇₅	-	-	-	-	-	-	1	-	1
st₇₆	-	-	-	-	-	-	-	1	1
st₇₇	-	-	-	-	-	-	1	-	1
TOTAL	-	1	-	1	3	-	3	2	10

Esse tipo de tarefa é tratado de modo marginal nos LD analisados – dos oito LD e, considerando os sete subtipos, só foram identificadas dez tarefas desse tipo.

Três das oito coleções não apresentam nenhuma tarefa do tipo T₇. Observa-se também certa dispersão entre os subtipos – cinco dos sete subtipos aparecem uma única vez; um subtipo aparece duas vezes (uma vez em cada LD) e um subtipo aparece três vezes concentrados em um único LD. Esses indícios apontam para o papel marginal atribuído a esse tipo de tarefa nos LD analisados.

TIPOS DE TAREFA EM TORNO DO CONCEITO DE ÁREA

A análise dos LD permitiu identificar 13 tipos de tarefa em torno do conceito de área:

T₁: Calcular a área de figuras planas;

T₂: Calcular o comprimento de um lado, de uma altura ou de uma diagonal de uma figura plana conhecendo sua área;

T₃: Calcular a área total da superfície de uma figura espacial;

T₄: Determinar a área de uma figura plana;

T₅: Construir figuras planas;

T₆: Comparar as áreas de figuras planas;

T₇: Converter uma unidade de área em outra unidade de área;

T₈: Escolher a unidade de área mais adequada;

T₉: Ler uma medida de área;

T₁₀: Efetuar operações fundamentais usando a medida da área de figuras planas;

T₁₁: Estimar a medida da área de figuras geométricas;

T₁₂: Identificar a unidade de área usada para medir a superfície de uma figura poligonal;

T₁₃: Associar o símbolo de uma unidade de área ao seu respectivo nome.

O quadro a seguir apresenta os tipos de tarefa organizados por gêneros e com indicação de subtipos de tarefa.

QUADRO 34: Lista dos gêneros, tipos e subtipos de tarefa em torno do conceito de área.

GÊNERO DE TAREFA	TIPOS DE TAREFA (T)	SUBTIPOS DE TAREFA (st)
'CALCULAR	T ₁ : Calcular a área de figuras planas	<p>st₁₁: Calcular a área de um quadrado conhecendo o comprimento dos seus lados</p> <p>st₁₂: Calcular a área de um retângulo conhecendo o comprimento dos seus lados</p> <p>st₁₃: Calcular a área de um triângulo conhecendo o comprimento de um de seus lados tomado como base e da altura relativa a essa base</p> <p>st₁₄: Calcular a área de um paralelogramo conhecendo o comprimento de um de seus lados tomado como base e da altura relativa a essa base</p> <p>st₁₅: Calcular a área de um losango conhecendo os comprimentos de suas diagonais</p> <p>st₁₆: Calcular a área de um trapézio conhecendo os comprimentos de suas bases e de sua altura</p> <p>st₁₇: Calcular a área de um quadrado conhecendo o seu perímetro</p> <p>st₁₈: Calcular a área de um retângulo conhecendo o seu perímetro e uma relação entre os comprimentos dos lados</p> <p>st₁₉: Calcular a área</p>

	<p>T_2: Calcular o comprimento de um lado, de uma altura ou de uma diagonal de uma figura plana conhecendo sua área.</p>	<p>aproximada de uma figura plana</p> <p>st₁₁₀: Calcular a área de um triângulo equilátero conhecendo seu perímetro e o comprimento da altura</p> <p>st₂₁: Calcular o comprimento do lado de um quadrado conhecendo sua área</p> <p>st₂₂: Calcular o comprimento de um lado do retângulo conhecendo sua área e o comprimento do outro lado</p> <p>st₂₃: Calcular o comprimento da altura de um triângulo conhecendo sua base e sua área</p> <p>st₂₄: Calcular o comprimento da diagonal de um losango conhecendo o comprimento da outra diagonal e sua área</p> <p>st₂₅: Calcular os comprimentos das bases de um trapézio conhecendo a sua área, o comprimento da altura e uma relação entre essas bases</p> <p>st₂₆: Calcular o comprimento da altura de um paralelogramo conhecendo sua área e sua base</p> <p>st₂₇: Calcular os comprimentos dos lados de um retângulo conhecendo sua área e seu perímetro</p> <p>st₂₈: Calcular o comprimento e a largura de um retângulo conhecendo sua área e seu perímetro</p>
	<p>T_3: Calcular a área total da superfície de uma figura espacial</p>	<p>st₃₁: Calcular o valor aproximado da área total da superfície de um prisma conhecendo o comprimento de suas arestas</p> <p>st₃₂: Calcular a área total da superfície de um prisma conhecendo o comprimento de suas arestas</p> <p>st₃₃: Calcular o valor aproximado da área total da superfície de uma pirâmide conhecendo o comprimento de suas arestas e a altura relativa a cada face</p>
<p>DETERMINAR</p>	<p>T_4: Determinar a área de uma figura plana</p>	<p>st₄₁: Determinar a área de uma figura poligonal construída numa malha</p> <p>st₄₂: Determinar a área de uma figura não-poligonal construída numa malha</p>

		<p>st₄₃: Determinar a área de uma figura poligonal, ladrilhável com número finito de superfícies unitárias</p> <p>st₄₄: Determinar a área de uma figura plana a partir da quantidade de unidades de área</p> <p>st₄₅: Determinar a área aproximada de uma figura não poligonal construída numa malha</p> <p>st₄₆: Determinar a área de uma figura poligonal a partir da decomposição e composição em outra figura poligonal</p> <p>st₄₇: Determinar a área de uma figura não poligonal decompondo e compondo numa outra figura não poligonal</p>
CONSTRUIR	T ₅ : Construir figuras planas, conhecendo sua área.	<p>st₅₁: Construir numa malha quadriculada figuras poligonais distintas com a mesma área dada</p> <p>st₅₂: Construir numa malha quadriculada figuras poligonais distintas de mesma área</p> <p>st₅₃: Construir uma figura poligonal a partir da área dada</p> <p>st₅₄: Construir uma figura poligonal a partir da área dada e do comprimento de seus lados também dados</p> <p>st₅₅: Construir figuras poligonais em malhas quadriculadas a partir da área e do perímetro dados</p> <p>st₅₆: Construir numa malha quadriculada uma figura poligonal a partir da área dada</p> <p>st₅₇: Construir numa malha quadriculada retângulos de mesma área e perímetros distintos</p>
COMPARAR	T ₆ : Comparar as áreas de figuras planas	<p>st₆₁: Comparar as áreas de figuras poligonais</p> <p>st₆₂: Comparar as áreas de figuras não poligonais</p> <p>st₆₃: Comparar a área exata de uma figura poligonal com sua área estimada</p>
CONVERTER	T ₇ : Converter uma unidade de área em outra unidade de área	st₇₁ : Converter uma unidade de área do sistema métrico decimal em outra unidade de área também do sistema

		métrico decimal imediatamente inferior
		st₇₂ : Converter uma unidade de área do sistema métrico decimal em outra unidade de área também do sistema métrico decimal
		imediatamente superior
		st₇₃ : Converter uma unidade de área do sistema métrico decimal em outra unidade de área qualquer do sistema métrico decimal
		st₇₄ : Converter uma unidade de área não convencional numa unidade de área do sistema métrico decimal
		st₇₅ : Converter uma unidade de área do sistema métrico decimal numa outra unidade de área não convencional
		st₇₆ : Converter uma unidade de área não convencional numa outra unidade de área não convencional
ESCOLHER	T₈ : Escolher a unidade de área mais adequada	st₈₁ : Escolher a unidade de área convencional mais adequada
		st₈₂ : Escolher a unidade de área não convencional mais adequada
LER	T₉ : Ler uma medida de área	st₉₁ : Ler uma medida de área expressa em unidades convencionais
EFETUAR	T₁₀ : Efetuar operações fundamentais usando a medida da área de figuras planas	st₁₀₁ : Efetuar adições e/ou subtrações usando a medida da área de figuras planas
		st₁₀₂ : Efetuar multiplicações e/ou divisões usando a medida da área de figuras planas
ESTIMAR	T₁₁ : Estimar a medida da área de figuras geométricas	st₁₁₁ : Estimar a medida da área de figuras planas
IDENTIFICAR	T₁₂ : Identificar a unidade de área usada para medir a superfície de uma figura poligonal	st₁₂₁ : Identificar a unidade de área usada para ladrilhar uma figura poligonal dada, sabendo qual a quantidade de unidade usada
ASSOCIAR	T₁₃ : Associar o símbolo de uma unidade de área ao seu respectivo nome	st₁₃₁ : Associar o símbolo de uma unidade de área convencional ao seu respectivo nome

Alguns subtipos de tarefa até aqui listados em torno dos capítulos comprimento, perímetro e área trazem nuances motivadas pelas técnicas em jogo, mesmo que isso não tenha sido objeto de análise nesta etapa. A nossa classificação para o capítulo de área, em termos do tipo de tarefa e a classificação de Baltar (1996) em situações, estão associadas no quadro organizado por Ferreira (2010) com algumas adaptações.

QUADRO 35: Esquema dos tipos de situação associados com os subtipos de tarefas do capítulo de área

SITUAÇÕES	Comparação	Estática	Sem unidade de medida		-
			Com unidade de medida	Não-convencional	-
				Convencional	st ₆₁ ; st ₆₂ ; st ₆₃ ;
		Dinâmica	Variação da área e do perímetro por deformação ou transformação geométrica		
	Otimização da área por invariância do perímetro e vice versa			-	
	Medida	Exata	Com unidade de medida não-convencional		st ₄₁ ; st ₄₂ ;
			Com unidade de medida convencional		st ₁₁ ; st ₁₂ ; st ₁₃ ; st ₁₄ ; st ₁₅ ; st ₁₆ ; st ₁₇ ; st ₁₈ ; st ₁₁₀ ; st ₂₁ ; st ₂₂ ; st ₂₃ ; st ₂₄ ; st ₂₅ ; st ₂₆ ; st ₂₇ ; st ₃₂ ; st ₄₁ ; st ₄₂ ; st ₄₃ ; st ₄₄ ; st ₄₆ ; st ₄₇ ;
		Enquadramento	Aproximações		st ₁₉ ; st ₃₁ ; st ₃₃ ; st ₄₅ ; st ₁₁₁ ;
	Mudança de unidade		Com unidade de medida	Não-convencional	st ₇₄ ; st ₇₅ ; st ₇₆ ;
				Convencional	st ₇₁ ; st ₇₂ ; st ₇₃ ;
	Produção		Mesma área		st ₅₂ ;
			Mesma área que a de uma figura dada		st ₅₁ ;
			Mesma área e perímetros distintos		st ₅₇
			Área maior ou menor que a de uma figura dada		-
			Com área dada		st ₅₃ ; st ₅₆ ;
Com área dada e comprimento dos lados dados			st ₅₄ ;		
Com área e perímetro dados			st ₅₅ ;		

Fonte: Ferreira (2010)

Observando os quadros 34 e 35, vemos que a concentração maior de subtipos de tarefa está associada às situações de medida e mudança de unidade.

No quadro seguinte, estão os quantitativos dos exercícios, exercícios resolvidos e exemplos que dentro da OM identificamos como tipos de tarefa.

QUADRO 36: Frequência e Distribuição dos tipos de tarefa em torno do conceito de área por LD

Tipos de Tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
T ₁	28	7	10	19	10	9	38	15	136
T ₂	-	-	2	9	1	3	4	6	25
T ₃	-	-	1	3	-	1	-	7	12
T ₄	6	21	18	8	18	9	8	44	132
T ₅	-	4	1	2	1	-	4	3	15
T ₆	2	2	-	-	14	9	37	7	71
T ₇	34	-	13	11	-	6	30	-	94
T ₈	2	-	1	-	1	-	1	-	5
T ₉	3	-	-	-	-	-	-	-	3
T ₁₀	5	2	2	-	-	1	4	2	16
T ₁₁	-	-	-	2	-	1	-	-	3
T ₁₂	-	-	-	-	-	-	-	1	1
T ₁₃	6	-	-	-	-	-	-	-	6
TOTAL	86	36	48	54	45	39	126	85	519

Observando o quadro acima notamos:

- os tipos de tarefa T₁: “Calcular a área de figuras planas”; T₄: “Determinar a área de uma figura plana” e T₇: “Converter uma unidade de área em outra unidade de área” que envolvem diretamente o campo numérico representam juntos 70% do total dos exercícios identificados;
- o tipo de tarefa T₆: “Comparar as áreas de figuras planas” de um modo geral obteve um percentual razoável de 14%, apesar de dois LD não trazerem nenhum exercício e dois dos oito LD terem quantitativos pouco expressivos;
- O LD₁ e o LD₄ obtiveram quantitativos razoáveis nos tipos de tarefa T₁: “Calcular a área de figuras planas” e T₄: “Determinar a área de uma figura plana” os quais o foco é no número;
- identificamos o T₅: “Construir figuras planas” em seis dos oito LD mesmo de forma tímida.

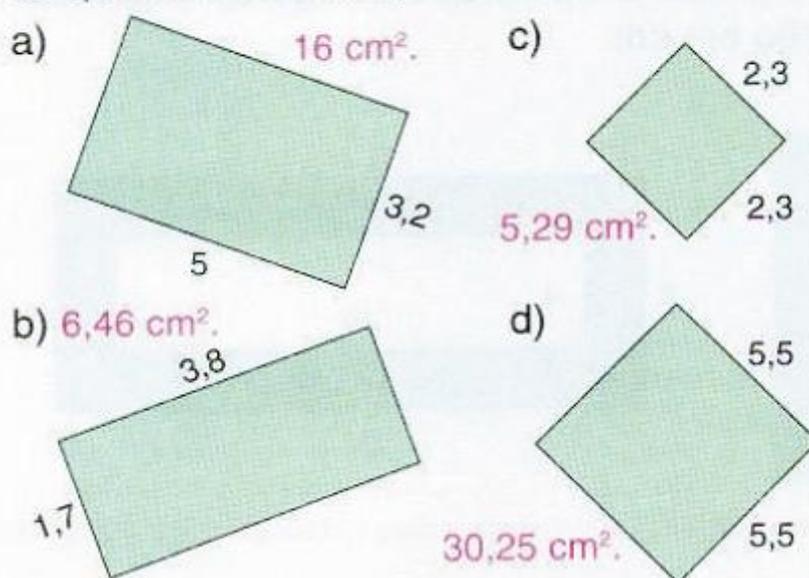
Baturo e Nason (1996) identificam dificuldades nos alunos em relação ao conceito de área. Segundo eles, existe uma tendência nos alunos em focar o aspecto numérico. Santos (1999), com os alunos das séries iniciais do EF, percebe uma relação forte deles com o número em atividades relacionadas às grandezas geométricas; os alunos terminam concluindo que só existe grandeza nas situações com números. Melo (2003) percebeu que os alunos das séries finais do EF estavam resolvendo situações envolvendo a área de qualquer figura plana usando a fórmula do cálculo da área do retângulo, ou seja, estavam com dificuldades em relacionar os aspectos geométricos e numéricos dos problemas sobre área. Confirmando o que foi dito, Duarte (2002) identificou dificuldades por parte dos alunos em fazer a distinção entre a grandeza área e sua medida. No quadro 38, percebemos que o foco dos LD analisados é no aspecto numérico, podendo não contribuir para minimizar os entraves identificados nas pesquisas ou até mesmo reforçar a tendência de desenvolvimento de concepções numéricas que levam a erros e dificuldades no trabalho com área.

A partir da listagem dos tipos de tarefa e seus respectivos subtipos, iremos mapear cada LD utilizando exemplos, quadros e seus respectivos comentários com o objetivo de obter alguns indícios sobre como é abordado ao longo do capítulo o conceito de área.

T₁: CALCULAR A ÁREA DE FIGURAS PLANAS

FIGURA 23

23. Calcule a área dos retângulos e quadrados, sabendo que as medidas apresentadas estão em **cm**:



Fonte: LD₇ – Questão 23 p.273

Associamos esse tipo de tarefa T₁: “Calcular a área de figuras planas” a dez subtipos:

st₁₁: Calcular a área de um quadrado conhecendo o comprimento dos seus lados;

st₁₂: Calcular a área de um retângulo conhecendo o comprimento dos seus lados;

st₁₃: Calcular a área de um triângulo conhecendo o comprimento de um de seus lados tomado como base e da altura relativa a essa base;

st₁₄: Calcular a área de um paralelogramo conhecendo o comprimento de um de seus lados tomado como base e da altura relativa a essa base;

st₁₅: Calcular a área de um losango conhecendo os comprimentos de suas diagonais;

st₁₆: Calcular a área de um trapézio conhecendo os comprimentos de suas bases e de sua altura;

st₁₇: Calcular a área de um quadrado conhecendo o seu perímetro;

st₁₈: Calcular a área de um retângulo conhecendo o seu perímetro e uma relação entre os comprimentos dos lados;

st₁₉: Calcular a área aproximada de uma figura plana;

st₁₁₀: Calcular a área de um triângulo equilátero conhecendo seu perímetro e o comprimento da altura.

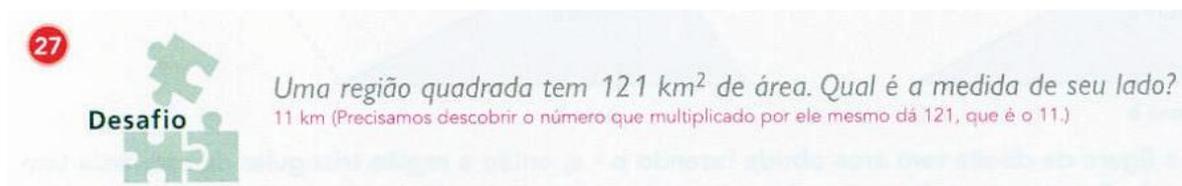
QUADRO 37: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Calcular a área de figuras planas” por subtipo e por LD.

T ₁ : CALCULAR A ÁREA DE FIGURAS PLANAS									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st₁₁	5	4	4	1	4	1	9	4	32
st₁₂	19	3	6	4	6	8	5	6	57
st₁₃	4	-	-	5	-	-	8	2	19
st₁₄	-	-	-	1	-	-	6	-	7
st₁₅	-	-	-	2	-	-	-	1	3
st₁₆	-	-	-	3	-	-	5	2	10
st₁₇	-	-	-	1	-	-	-	1	2
st₁₈	-	-	-	1	-	-	-	-	1
st₁₉	-	-	-	1	-	-	3	1	5
st₁₁₀	-	-	-	-	-	-	2	-	2
TOTAL	28	7	10	19	10	9	38	15	138

Apenas os subtipos **st₁₁** (“Calcular a área de um quadrado conhecendo o comprimento dos seus lados”) e **st₁₂** (“Calcular a área de um retângulo conhecendo o comprimento dos seus lados”) são identificados nos oito LD. Além disso, juntos os subtipos **st₁₁** e **st₁₂** totalizam 64% das tarefas de tipo T₁. Dos dez subtipos de tarefa o **st₁₂**, é o que possui a maior quantidade de ocorrências (57) nos oito LD. Notamos também que apenas o LD₄ contempla nove dos dez tipos de tarefa; em dois LD foram identificados sete tipos de tarefa e em quatro LD, identificamos apenas o **st₁₁** e o **st₁₂**. Vemos positivamente a tendência das obras analisadas em deixar os cálculos diretos com o uso das fórmulas de área do triângulo, paralelogramo, trapézio e losango (**st₁₃**, **st₁₄**, **st₁₅**, **st₁₆**, **st₁₇**) para os anos seguintes, ou seja, parece que o foco no uso precoce de fórmulas está menos acentuado do que esperávamos.

T₂: CALCULAR O COMPRIMENTO DE UM LADO, DE UMA ALTURA OU DE UMA DIAGONAL DE UMA FIGURA PLANA CONHECENDO SUA ÁREA.

FIGURA 24



Fonte: LD₄ – Questão 27 p.257

Associamos esse tipo de tarefa T₂: “Calcular o comprimento de um lado, de uma altura ou de uma diagonal de uma figura plana conhecendo sua área” aos oito subtipos:

- st₂₁**: Calcular o comprimento do lado de um quadrado conhecendo sua área;
- st₂₂**: Calcular o comprimento de um lado do retângulo conhecendo sua área e o comprimento do outro lado;
- st₂₃**: Calcular o comprimento da altura de um triângulo conhecendo sua base e sua área;
- st₂₄**: Calcular o comprimento da diagonal de um losango conhecendo o comprimento da outra diagonal e sua área;
- st₂₅**: Calcular os comprimentos das bases de um trapézio conhecendo a sua área, o comprimento da altura e uma relação entre essas bases;
- st₂₆**: Calcular o comprimento da altura de um paralelogramo conhecendo sua área e sua base;
- st₂₇**: Calcular os comprimentos dos lados de um retângulo conhecendo sua área e seu perímetro;
- st₂₈**: Calcular o comprimento e a largura de um retângulo conhecendo sua área e seu perímetro.

QUADRO 38: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Calcular o comprimento do lado ou da altura ou da diagonal de uma figura plana” por subtipo e por LD.

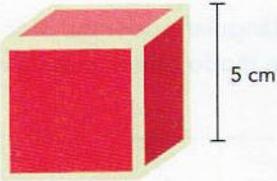
T ₂ : CALCULAR O COMPRIMENTO DE UM LADO, DE UMA ALTURA OU DE UMA DIAGONAL DE UMA FIGURA PLANA CONHECENDO SUA ÁREA.									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st ₂₁	-	-	2	3	-	1	2	3	11
st ₂₂	-	-	-	-	1	1	-	1	3
st ₂₃	-	-	-	2	-	1	1	1	5
st ₂₄	-	-	-	2	-	-	-	-	2
st ₂₅	-	-	-	1	-	-	-	-	1
st ₂₆	-	-	-	1	-	-	-	-	1
st ₂₇	-	-	-	-	-	-	1	-	1
st ₂₈	-	-	-	-	-	-	-	1	1
TOTAL	-	-	2	9	1	3	4	6	25

Em dois dos oito livros, não foi identificada nenhuma tarefa desse tipo. Nos demais LD, são trabalhadas tarefas desse tipo, mas pouco numerosas – há no máximo três tarefas de um mesmo subtipo o que indica uma escolha de não enfatizar o cálculo do comprimento associado à figura a partir de dados sobre sua área. Essa escolha nos parece acertada, uma vez que a resolução de tarefas desse tipo exige um uso sofisticado das fórmulas o que, de acordo com as pesquisas, deve ser trabalhado quando a construção conceitual estiver mais solidificada.

T₃: CALCULAR A ÁREA TOTAL DA SUPERFÍCIE DE UMA FIGURA ESPACIAL

FIGURA 25

26 Liliane estava brincando de montar um cubo com cartolina e fita-crepe.



Aproximadamente:

- Quantos centímetros quadrados de cartolina ela gastou?
150 cm² (6 × 25)
- Quantos centímetros de fita-crepe ela gastou?
60 cm (o cubo tem 12 arestas; então ela gastou 12 × 5 = 60 cm de fita-crepe).

Fonte: LD₄ – Questão 26 a) p.257

Associamos esse tipo de tarefa T_3 : “Calcular a área total da superfície de uma figura espacial” em três subtipos:

st₃₁: Calcular o valor aproximado da área total da superfície de um prisma conhecendo o comprimento de suas arestas;

st₃₂: Calcular a área total da superfície de um prisma conhecendo o comprimento de suas arestas;

st₃₃: Calcular o valor aproximado da área total da superfície de uma pirâmide conhecendo o comprimento de suas arestas e a altura relativa a cada face;

QUADRO 39: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo “Calcular a área total da superfície de uma figura espacial” por subtipo e por LD

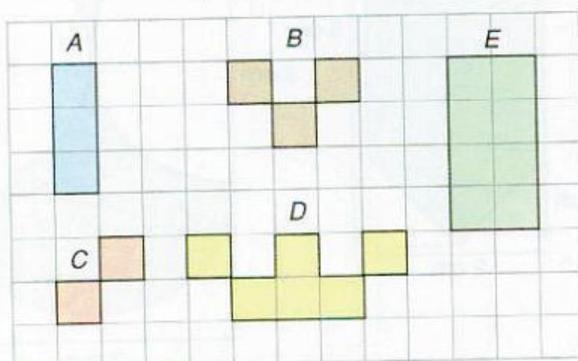
T₃: CALCULAR A ÁREA TOTAL DA SUPERFÍCIE DE UMA FIGURA ESPACIAL									
Subtipos de tarefas	LD₁	LD₂	LD₃	LD₄	LD₅	LD₆	LD₇	LD₈	TOTAL
st₃₁	-	-	-	2	-	-	-	-	2
st₃₂	-	-	1	-	-	1	-	7	9
st₃₃	-	-	-	1	-	-	-	-	1
TOTAL	-	-	1	3	-	1	-	7	12

O subtipo de tarefa com um maior número de situações é o st_{32} (“Calcular a área total da superfície de um prisma conhecendo o comprimento de suas arestas”). O LD8 é o livro onde foi identificado um quantitativo significativo, porém só contempla o st_{32} . Enfim, percebemos que são poucos subtipos, mas eles aparecem em metade dos LD analisados. Um tipo de tarefa voltado ao campo numérico, porém podendo explorar os outros campos numa mesma situação.

T₄: DETERMINAR A ÁREA DE UMA FIGURA PLANA

FIGURA 26

1. Calcule o perímetro (em lados de quadradinhos, e a área (em quadradinhos) de cada figura.



Fonte: LD₂ - Questão 1 p. 291.

Na situação acima, o comando solicita que o aluno ‘calcule’ a área das figuras. Classificamos como uma tarefa do tipo “Determinar a área de uma figura plana”, pois a técnica solicitada é a contagem dos quadradinhos.

Associamos esse tipo de tarefa T₄: “Determinar a área de uma figura plana” aos sete subtipos:

st₄₁: Determinar a área de uma figura poligonal construída numa malha;

st₄₂: Determinar a área de uma figura não-poligonal construída numa malha;

st₄₃: Determinar a área de uma figura poligonal, ladrilhável com número finito de superfícies unitárias;

st₄₄: Determinar a área de uma figura plana a partir da quantidade de unidades de área;

st₄₅: Determinar a área aproximada de uma figura não poligonal construída numa malha;

st₄₆: Determinar a área de uma figura poligonal a partir da decomposição e composição em outra figura poligonal;

st₄₇: Determinar a área de uma figura não poligonal decompondo e compondo numa outra figura não poligonal.

QUADRO 40: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo T₄: “Determinar a área de uma figura plana” por subtipo e por LD.

T ₄ : DETERMINAR A ÁREA DE UMA FIGURA PLANA									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st₄₁	-	12	-	2	8	4	-	4	30
st₄₂	-	4	-	-	-	-	-	-	4
st₄₃	4	2	16	5	3	2	2	29	63
st₄₄	-	-	-	-	4	-	3	5	12
st₄₅	-	-	-	-	-	3	-	1	4
st₄₆	2	1	2	1	3	-	3	5	17
st₄₇	-	2	-	-	-	-	-	-	2
TOTAL	6	21	18	8	18	9	8	44	132

O subtipo **st₄₃**: “Determinar a área de uma figura poligonal, ladrilhável com número finito de superfícies unitárias” concentra quase metade das tarefas e é o único que aparece em todos os LD. Em seguida, destacam-se **st₄₆**: “Determinar a área de uma figura poligonal a partir da decomposição e composição em outra figura poligonal” por estar ausente em apenas um LD e **st₄₁**: “Determinar a área de uma figura poligonal construída numa malha” por ter sido observado com frequência embora a grande quantidade desse subtipo seja no LD₂.

A frequência com que esse tipo de tarefa é observado merece destaque. Todos os LD analisados trazem alguns exemplos e/ou exercícios o que sinaliza um trabalho com ladrilhamento ou com uso de malha. É um bom sinal o fato de que, para atribuir um número à área de figuras, a fórmula não é o único caminho.

Na coleção de LD analisada por Ferreira (2010), o ladrilhamento de figuras planas com uso de superfícies unitárias foi contemplado. A exploração de situações de determinação de área usando decomposição e recomposição foi feita na sequência didática. Gomes (2000) mostra que alunos de 7º ano do EF utilizam a estratégia de contagem de unidades de área para obter a medida de área de retângulos. A análise de Pessoa (2010) evidencia que o desempenho dos alunos na determinação de área de figuras na malha é satisfatório quando a contagem é suficiente, mas há entraves importantes quando a resolução dos problemas exige decompor e recompor para determinar sua área.

st₅₁	-	-	-	2	-	-	1	-	3
st₅₂	-	-	1	-	-	-	-	2	3
st₅₃	-	3	-	-	-	-	2	-	5
st₅₄	-	1	--	-	--	-	-	-	1
st₅₅	-	-	-	-	1	-	-	-	1
st₅₆	-	-	-	-	-	-	1	-	1
st₅₇	-	-	-	-	-	-	-	1	1
TOTAL	-	4	1	2	1	-	4	3	15

A exploração de tarefas desse tipo é marginal (dois LD não apresentam nenhuma tarefa desse tipo e nos demais o quantitativo é baixo). Nas oito coleções, considerando os sete subtipos, só há 15 ocorrências.

Nas pesquisas de Baltar (1996) e Ferreira (2010), esse tipo de tarefa corresponde às situações de produção, as quais têm um papel importante na construção do sentido de área como grandeza. É preocupante que os LD abordem tão poucas tarefas desse tipo, pois essa lacuna pode reforçar as dificuldades na construção do conceito de área pelos alunos de ensino fundamental. Questões propostas nos LD envolvendo situações de produção são importantes, pois ajuda na construção da área enquanto grandeza no momento em que a relação entre os campos geométrico e numérico acontecem.

T₆: COMPARAR AS ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

FIGURA 28

Para começo de conversa...

Fotografias de mesmo tamanho foram colocadas em três porta-retratos diferentes.

a) Qual dos porta-retratos acima possui a maior superfície?

Fonte: LD₆ – 'Para começar a conversa' a) p.220

Associamos esse tipo de tarefa T₆: “Comparar as áreas de figuras planas” a três subtipos:

st₆₁: Comparar as áreas de figuras poligonais;

st₆₂: Comparar as áreas de figuras não poligonais;

st₆₃: Comparar a área exata de uma figura poligonal com sua área estimada.

QUADRO 42: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo T₆: “Comparar as áreas de figuras planas” por subtipo e por LD.

T₆: COMPARAR AS ÁREAS DE FIGURAS PLANAS									
Subtipos de tarefas	LD₁	LD₂	LD₃	LD₄	LD₅	LD₆	LD₇	LD₈	TOTAL
st₆₁	2	2	-	-	11	8	37	7	67
st₆₂	-	-	-	-	-	1	-	-	1
st₆₃	-	-	-	-	3	-	-	-	3
TOTAL	2	2	-	-	14	9	37	7	71

O que chama a nossa atenção com relação ao quadro acima:

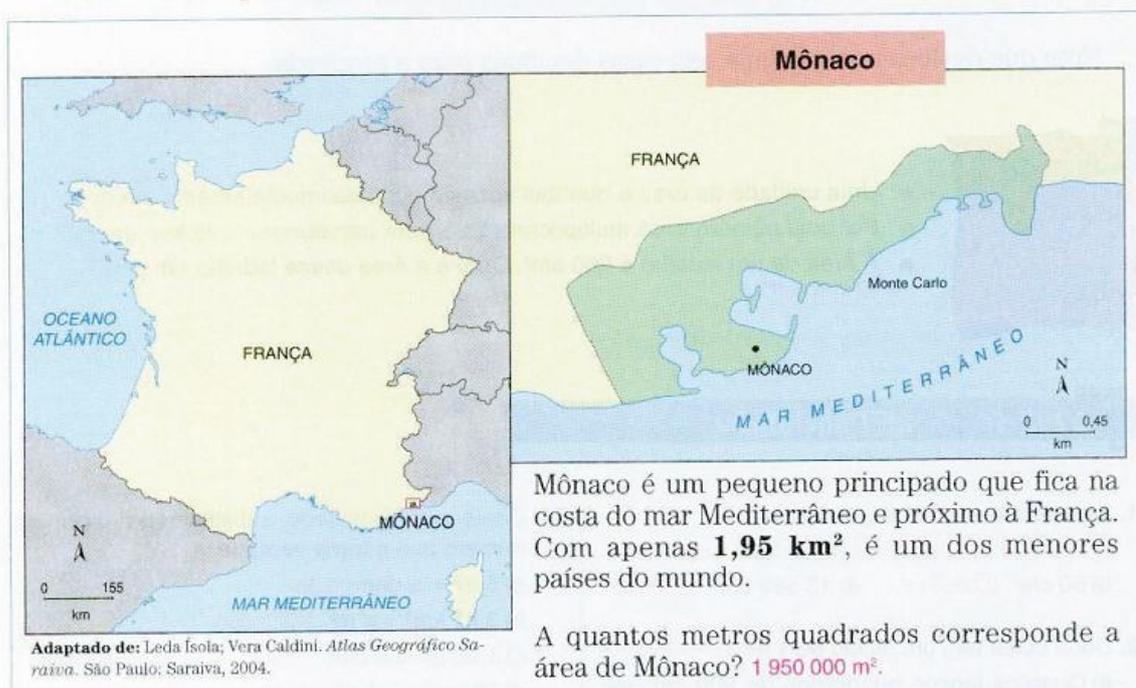
- Duas coleções não trazem nenhuma tarefa desse tipo;
- Uma das coleções (LD₇) concentra mais da metade das ocorrências;
- Há também forte concentração em **st₆₁**: “Comparar as áreas de figuras poligonais” em relação a **st₆₂**: “Comparar as áreas de figuras não poligonais” e **st₆₃**: “Comparar a área exata de uma figura poligonal com sua área estimada” que são pouco frequentes quantitativamente e em apenas um LD.

Os entraves na comparação de áreas são apresentados em pesquisas. Por exemplo, Kordaki (2003) observa a comparação de área e de perímetro. Nos LD, a pouca ênfase aos problemas de comparação é, portanto, preocupante, uma vez que pode provocar a quase ausência desse tipo de tarefa em sala de aula, caso o professor não complemente seu planejamento com outros recursos. As situações de comparação favorecem a compreensão na construção do conceito de área enquanto grandeza, pois fortalece a relação entre o campo das grandezas e o geométrico.

T₇: CONVERTER UMA UNIDADE DE MEDIDA DE ÁREA EM OUTRA UNIDADE DE MEDIDA DE ÁREA

FIGURA 29

Analisar a situação seguinte:



Fonte: LD₇ – Questão introdutória p. 267

Associamos esse tipo de tarefa T₇: “Converter uma unidade de medida de área em outra unidade de medida de área” a seis subtipos:

st₇₁: Converter uma unidade de área do sistema métrico decimal em outra unidade de área também do sistema métrico decimal imediatamente inferior;

st₇₂: Converter uma unidade de área do sistema métrico decimal em outra unidade de área também do sistema métrico decimal imediatamente superior;

st₇₃: Converter uma unidade de área do sistema métrico decimal em outra unidade de área qualquer do sistema métrico decimal;

st₇₄: Converter uma unidade de área não convencional numa unidade de área do sistema métrico decimal;

st₇₅: Converter uma unidade de área do sistema métrico decimal numa outra unidade de área não convencional;

st₇₆: Converter uma unidade de área não convencional numa outra unidade de área não convencional.

QUADRO 43: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo T₇: “Converter uma unidade de medida de área em outra unidade de medida de área” por subtipo e por LD.

T₇: CONVERTER UMA UNIDADE DE MEDIDA DE ÁREA EM OUTRA UNIDADE DE MEDIDA DE ÁREA									
Subtipos de tarefas	LD₁	LD₂	LD₃	LD₄	LD₅	LD₆	LD₇	LD₈	TOTAL
st₇₁	6	-	3	1	-	-	5	-	15
st₇₂	3	-	3	1	-	-	2	-	9
st₇₃	15	-	1	3	-	-	11	-	30
st₇₄	5	-	2	3	-	2	3	-	15
st₇₅	5	-	1	1	-	2	7	-	16
st₇₆	-	-	3	2	-	2	2	-	9
TOTAL	34	-	13	11	-	6	30	-	94

Três dos oito LD não abordam esse tipo de tarefa, o que pode ser um indício de deslocamento do foco do trabalho com grandezas e medidas. Por outro lado, há duas obras (LD₁ e LD₇) que trazem numerosas tarefas desse tipo. Tais subtipos foram chamados por Ferreira (2010) de ‘situações de mudança de unidade de área’ e segundo Baltar(1996), estão associados às situações de medida contidas no campo numérico. O excesso de situações desse tipo em detrimento de outras situações também importantes pode levar a uma impressão errônea de que a área de figuras planas se resume a um número, podendo levar os alunos a concepções numéricas identificadas por Douady & Perrin-Glorian (1989). O enfoque nas situações cujo objetivo é a compreensão da unidade de área pode favorecer muito mais a aprendizagem do aluno desse conteúdo do que regras de mudança de unidades. Facco (2003) identificou dificuldades no uso das unidades de área, em que os alunos mostraram uma confusão ao usar a unidade de perímetro no lugar da unidade de área.

T₈: ESCOLHER UMA UNIDADE DE ÁREA MAIS ADEQUADA

FIGURA 30

53. Que unidade você usaria para medir a área do vídeo do televisor da sua casa?
cm²

Fonte: LD₁ – Questão 53 p. 257

Associamos esse tipo de tarefa T₈: “Escolher uma unidade de área mais adequada” a dois subtipos:

st₈₁: Escolher a unidade de área convencional mais adequada;

st₈₂: Escolher a unidade de área não convencional mais adequada.

QUADRO 44: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo T₈: “Escolher uma unidade de área mais adequada” por subtipo e por LD.

T ₈ : ESCOLHER UMA UNIDADE DE ÁREA MAIS ADEQUADA									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st₈₁	2	3	-	-	1	-	1	-	7
st₈₂	-	-	1	-	-	-	-	-	1
TOTAL	2	3	1	-	1	-	1	-	8

O quadro anterior mostra que a escolha de uma unidade de área adequada é pouco abordada nos LD analisados (apenas oito ocorrências), havendo total ausência desse tipo de tarefa em dois LD. Além disso, apenas um LD apresenta uma única vez o **st₈₂**: “Escolher a unidade de área não convencional mais adequada” o que mostra uma concentração no uso de unidades convencionais. Kordaki (2003), em sua pesquisa, identificou as dificuldades de alunos com as unidades de medida não convencionais no momento em que eles elaboravam estratégias para a conservação da área de polígonos não convexos usando uma ferramenta tecnológica. Já em Gomes (2000), foi identificada uma significativa melhoria nos problemas envolvendo unidades de área não convencionais quando os alunos do 7º ano realizavam o cálculo da área do retângulo.

T₉: LER UMA MEDIDA DE ÁREA

FIGURA 31

Veja como ler áreas expressas em metros quadrados:

- $0,01 \text{ m}^2$ — 1 centésimo de metro quadrado ou 1 decímetro quadrado
- $0,17 \text{ m}^2$ — 17 centésimos de metro quadrado ou 17 decímetros quadrados
- $2,8173 \text{ m}^2$ — 2 inteiros e 8173 décimos-milésimos de metro quadrado ou 2 metros quadrados e 8173 centímetros quadrados

Fonte: LD₁ – exemplos p. 257.

QUADRO 45: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo T₉: “Ler uma medida de área” por subtipo e por LD.

T ₉ : LER UMA MEDIDA DE ÁREA									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
St ₉₁	3	-	-	-	-	-	-	-	3

Apenas no LD₁ foi identificado um subtipo de tarefa de T₉. Achamos que o gênero de tarefa “Ler” pode ser trabalhado implicitamente em outros tipos de tarefa em que o foco da situação não seja a leitura.

T₁₀: EFETUAR OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS USANDO A ÁREA DE FIGURAS PLANAS

FIGURA 32:

- 15.** Você sabia que o Brasil é o quinto maior país do mundo em extensão? Ele tem 8 514 204,9 km².

Os três maiores países do mundo em extensão:

- 1º: Rússia – 17 075 400 km²
- 2º: Canadá – 9 970 610 km²
- 3º: China – 9 536 499 km²

- a) Pesquise em livros ou fale com seu professor de Geografia para descobrir qual é o 4º maior país do mundo em extensão.
- b) O Brasil tem quantos quilômetros quadrados a menos que o maior país do mundo?
- c) Fazendo uma estimativa, responda quantas vezes a Rússia é maior que o Brasil.

Fonte: LD₈ – Questão 15 b), c) p. 153

QUADRO 46: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo T₁₀: “Efetuar operações fundamentais usando a área de figuras planas” por subtipo e por LD.

T ₁₀ : EFETUAR OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS USANDO A ÁREA DE FIGURAS PLANAS									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st ₁₀₁	5	2	1	-	-	1	4	1	14
st ₁₀₂	-	-	1	-	-	-	-	1	2
TOTAL	5	2	2	-	-	1	4	2	16

É um tipo de tarefa pouco frequente. É positivo por ela ser voltada para o foco das operações numéricas, por outro lado, pode contribuir para fazer uma conexão com outros componentes curriculares como é o caso do exemplo acima ou mesmo trazer exercícios de relevância social.

T₁₁: FAZER ESTIMATIVAS DA ÁREA DE UM OBJETO

FIGURA 33

55 Estimando áreas

Indique que objetos ou locais você imagina que podem ter as seguintes áreas:

a) 1 cm^2 b) 1 m^2 c) 1 km^2 d) 1 hm^2

Resposta pessoal.

Fonte: LD₅ – Questão 55 p.239

QUADRO 47: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo T₁₁: “Estimar a área de um objeto” por subtipo e por LD.

T ₁₁ : ESTIMAR A ÁREA DE UM OBJETO									
Subtipos de tarefas	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈	TOTAL
st ₁₁₁	-	-	-	2	-	1	-	-	3

O tipo de tarefa T₁₁ é pouco frequente sendo contemplado em dois dos oito LD. Essa constatação é algo negativo quando pensamos nas conexões que tal subtipo pode realizar com as práticas sociais, pois no cotidiano a “estimativa” e “aproximação” são sempre presentes quando se trata de medições práticas, as quais por princípio não podem ser exatas.

T₁₂: IDENTIFICAR A UNIDADE DE ÁREA USADA PARA MEDIR A SUPERFÍCIE DE UMA FIGURA POLIGONAL

FIGURA 34

5. Carlos utilizou quatro peças para cobrir o hexágono. Que peças ele usou?

Fonte: LD₈ – Questão 5 p.52.

QUADRO 48: Frequência e Distribuição das tarefas do tipo T₁₂: “Identificar a unidade de área usada para medir a superfície de uma figura poligonal” por subtipo e por LD.

T₁₂: IDENTIFICAR A UNIDADE DE ÁREA USADA PARA MEDIR A SUPERFÍCIE DE

O LD₁ é o único que identificamos o tipo de tarefa T₁₃, mesmo sabendo que o gênero de tarefa “Associar” pode estar presente em outras tarefas.

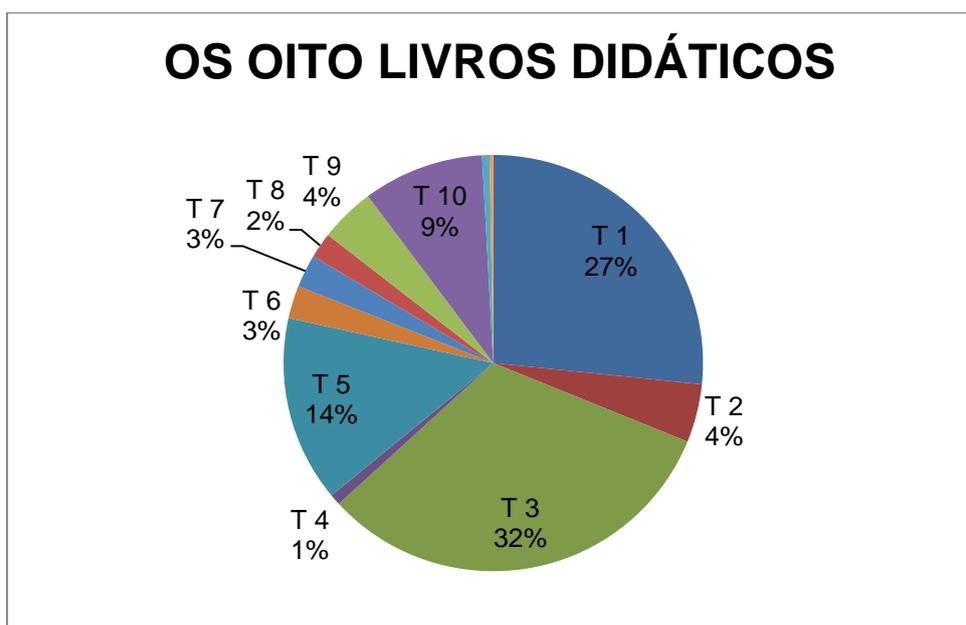
3.2.2. Conclusões da Etapa 2

Diante do exposto nas análises desta etapa sinalizamos aspectos relevantes e conclusivos que apresentaremos inicialmente por capítulo analisado e em seguida numa visão de conjunto.

CAPÍTULO DE COMPRIMENTO

A partir dos dados coletados nos doze tipos de tarefa desse capítulo, produzimos um gráfico de setores como um elemento a mais que subsidiará as conclusões.

GRÁFICO 1: Percentual dos tipos de tarefa em torno do conceito de Comprimento.

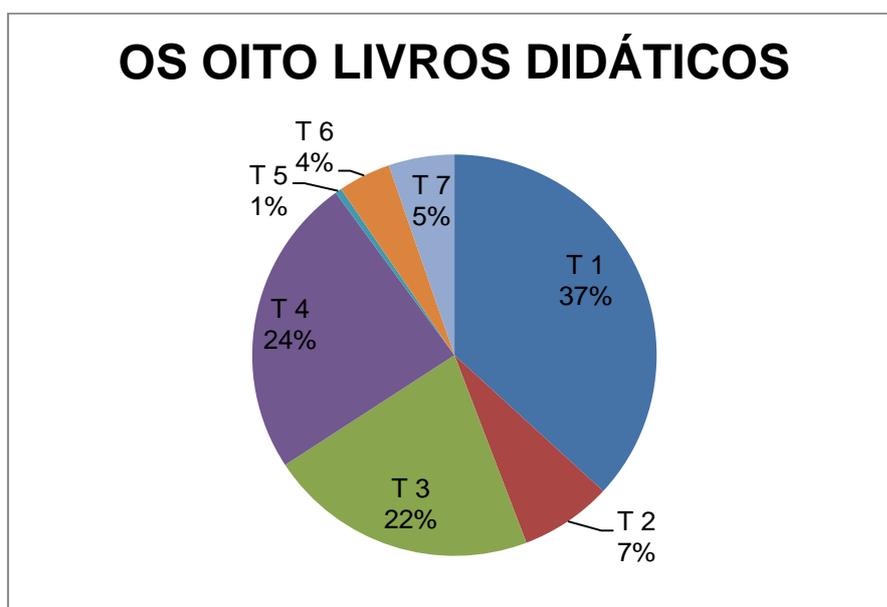


O gráfico 1 mostra que as tarefas do T₁ :” Medir um comprimento” e T₃: ”Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento” são as mais frequentes e são as que nos remete aos aspectos numéricos apenas. Notamos também que o tipo de tarefa relacionada diretamente com medida (T₁: Medir um comprimento) atinge 27% dos exercícios identificados nos oito LD, deixando claro que o foco é muito forte com relação a “medida” e ainda muito tímido com relação a grandeza. LD com tantas questões nas quais o foco é no aspecto numérico e prioriza a medida de comprimento, pode levar os alunos que tem acesso a essas obras a uma não compreensão do conceito de comprimento enquanto grandeza. Tais conclusões reforçam as pesquisas anteriores onde o aluno termina associando o conceito de comprimento a um simples número.

CAPÍTULO DE PERÍMETRO

Em relação aos capítulos de perímetro analisados nos itens anteriores, foram verificados alguns pontos importantes que podemos visualizar no gráfico que segue:

GRÁFICO 2: Percentual dos tipos de tarefa em torno do conceito de Perímetro.



O enfoque dos capítulos de perímetro também se situa nas “Medidas” como mostra o gráfico 2 e com a ausência de discussões em torno da “Grandeza”. A

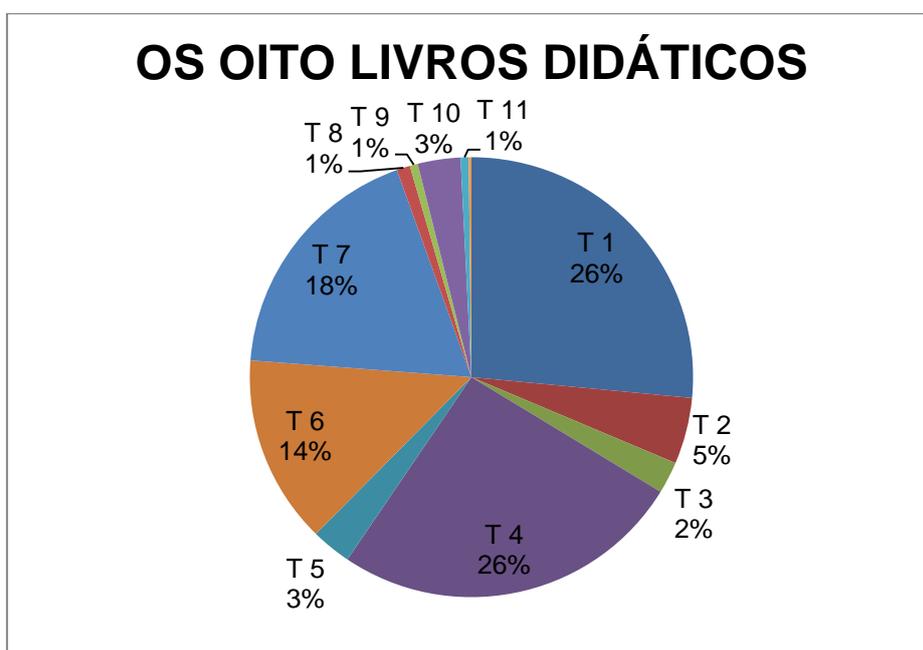
maioria das situações dentro dos capítulos de perímetro era ligada ao tipo de tarefa: T₁: “Calcular o perímetro de uma figura plana” (37%), ou seja, dentro do campo numérico em que as situações se resumiam à soma dos comprimentos dos lados das figuras poligonais, dando uma falsa impressão de que só existe grandeza nas situações com números. Falta talvez uma discussão sobre as relações e a distinção entre os conceitos de contorno e perímetro como uma grandeza.

Há um percentual razoável de situações que partem do campo geométrico para campo numérico com o tipo de tarefa T₄: “Determinar o perímetro de uma figura poligonal construída numa malha utilizando como unidade de medida o comprimento do lado de uma figura que compõe a malha” (24%). Observamos que esse tipo de tarefas no conjunto dos oito LD.

CAPÍTULO DE ÁREA

O capítulo de área analisado nos oito LD deixa reflexões que podemos visualizar por meio do gráfico 3:

GRÁFICO 3: Percentual dos tipos de tarefa em torno do conceito de Área.



Nos oito LD, o tipo de tarefa mais frequente é T_1 : “Calcular a área de figuras planas” (26%), o qual lida com o cálculo da área através da substituição de valores numéricos em fórmulas. As tarefas de tipo T_7 : “Converter uma unidade de área em outra unidade de área” também são bastante presentes (18%). Além do primeiro e do sétimo tipo de tarefa, existem três tipos de tarefa onde a ênfase é também no numérico como o T_2 (“Calcular o comprimento do lado ou da altura ou da diagonal de uma figura plana”), T_3 (“Calcular a área total da superfície de uma figura espacial”) e T_{10} (“Efetuar operações fundamentais usando a medida da área de figuras planas”) que juntos representam 10% das questões identificadas.

Alguns LD tiveram percentuais expressivos também com situações que fazem a passagem do campo geométrico para o campo numérico como T_4 : “Determinar a área de uma figura plana” (26%) com subtipos de tarefa envolvendo figuras planas construídas em malhas, figuras planas ladrilhadas etc..

Não encontramos nenhum tipo de tarefa envolvendo a área de figuras diferentes do quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo, losango e trapézio. Tampouco encontramos situações de cálculo de área com figuras não poligonais. Na verdade a maioria dos LD abordava apenas o cálculo da área do retângulo e do quadrado. Consideramos que esse é um ponto positivo, pois o foco exacerbado em figuras usuais tende ao uso desnecessário das fórmulas. Essa pode também ser uma consequência da escolha metodológica da nossa pesquisa ao focar apenas o 6º ano, pois muitas obras provavelmente abordam tais conteúdos nos anos subsequentes, por exemplo, no caso de adotarem uma metodologia em espiral.

As situações de medida estão sempre presentes nos oito LD. Mas além delas, encontramos em alguns livros situações de comparação e de produção num quantitativo razoável. Pode-se interpretar essa presença como um indício de a preocupação da obra em abordar situações que contribuam para a construção do conceito área enquanto grandeza, favorecendo o estabelecimento de relação entre os campos geométrico e numérico segundo os estudos de Douady e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996) e Ferreira (2010).

O mapeamento dos tipos de tarefa e subtipos de tarefa encontrados nos capítulos relativos a comprimento com 345 exercícios, perímetro com 190 e área com 519 exercícios em oito LD de 6º ano aprovados no PNLD 2008 permitem observar algumas tendências:

- o foco da maioria das discussões envolve a medida trazendo uma lacuna nas discussões envolvendo as grandezas;
- o campo numérico é o mais privilegiado, apesar de percebermos indícios de melhora em relação a tipos de tarefa envolvendo a interação com outros campos;
- há ênfase nas situações de medida e de conversão de medida;
- as situações de comparação ainda permanecem com um quantitativo pouco expressivo, principalmente se essas situações não envolvem medida;
- as situações de produção nas obras analisadas são poucas em relação aos capítulos de perímetro e área não identificando nenhuma situação no capítulo de comprimento;
- o trabalho com estimativas e aproximações nas obras está no início em alguns LD e em outros não iniciou ainda.

O LD, uma ferramenta importante no cotidiano das aulas, precisa estar em consonância com as pesquisas construídas nesse tema, as quais recomendam a vivência de situações que levem ao estabelecimento de relações entre os domínios geométrico, numérico e das grandezas (Douady e Perrin-Glorian, 1989).

Os capítulos de comprimento dos LD analisados trazem uma quantidade maior de tipos de tarefa referente à **conversão de unidades de comprimento**. Os capítulos de perímetro têm como destaque as situações que envolvem **o cálculo direto do perímetro de figuras planas** e nos capítulos de área, o que prevalece são os subtipos de tarefa que envolve o **cálculo da área de figuras planas** usando diretamente a fórmula. No gráfico com o percentual dos tipos de tarefa envolvendo o conceito de área, há um empate entre T_1 e T_4 , no entanto, ao olharmos o quantitativo de exercícios, verificamos que o T_1 : “Calcular a área de uma figura plana” possui um maior número de situações.

Como identificamos apenas os tipos de Tarefa e com eles foi permitido constatar algumas tendências globais. Agora no intuito de nos aprofundarmos um pouco mais, sentimos a necessidade de uma próxima etapa que pudéssemos identificar os outros elementos da praxeologia matemática.

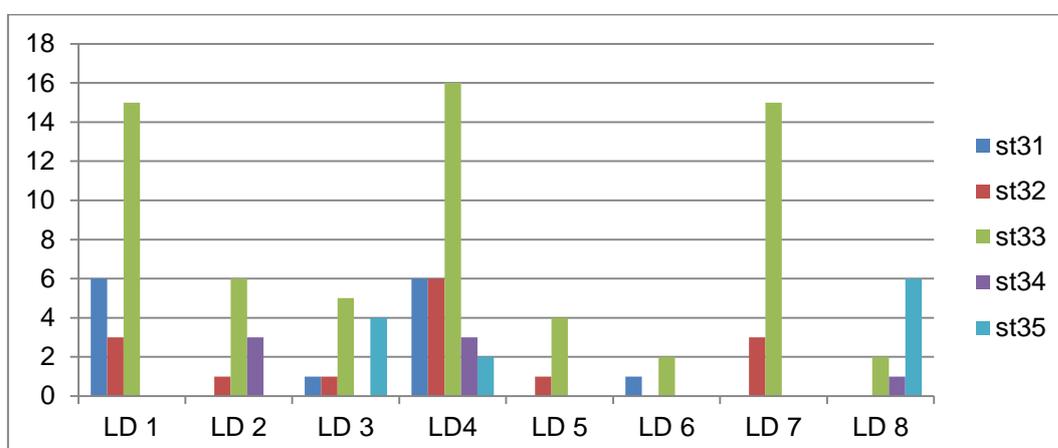
3.3. **Etapa 3:** Análise de Praxeologias Pontuais relativas aos tipos de Tarefa priorizadas no estudo de Comprimento, Perímetro e Área

Nesse momento, iremos renomear esses tipos de tarefas que foram mais frequente na segunda etapa para facilitar o estudo nessa etapa 3. Nosso objetivo aqui é caracterizar as praxeologias matemáticas pontuais em torno dos tipos de tarefa mais frequentes no estudo de comprimento, perímetro e área. Como já foi dito, no capítulo de comprimento investigamos a OM relativa ao tipo de tarefa T_c , ou seja, iremos identificar suas técnicas e seus elementos tecnológicos-teórico.

CAPÍTULO DE COMPRIMENTO – T_c : “**converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento**”.

O gráfico seguinte mostra como estão distribuídos os subtipos de tarefa identificados no tipo de tarefa T_c ao longo dos oito LD analisados na etapa 2 .

GRÁFICO 4: Distribuição dos subtipos de tarefa associado a T_c nos LD



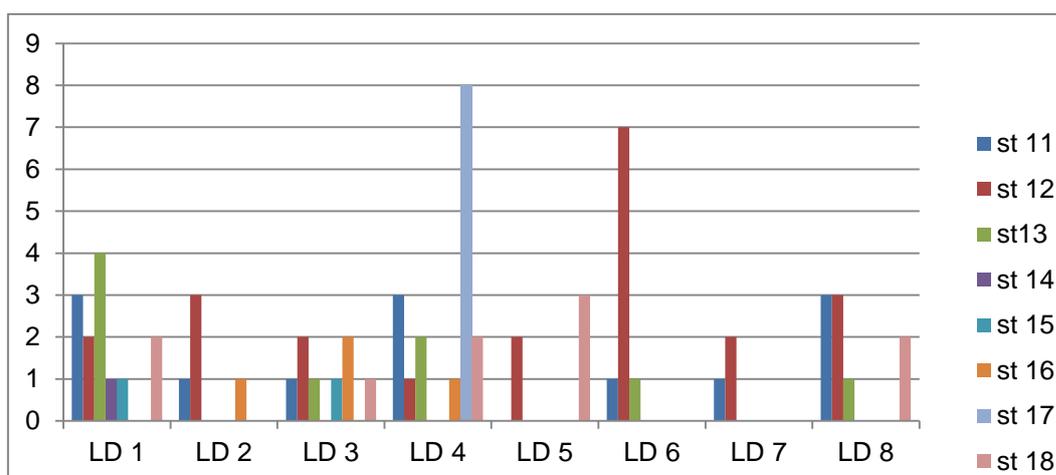
Cada conjunto de subtipos de tarefa por LD é diferente. Em quase todas as coleções, há um predomínio nítido de **st₃₃**: Converter uma unidade de comprimento

do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal.

CAPÍTULO DE PERÍMETRO – T_p : “**calcular o perímetro de uma figura plana**”.

Do mesmo modo, o gráfico 5 mostra a distribuição dos subtipos de tarefa associados ao tipo de tarefa T_p nos oito LD analisados na etapa 2.

GRÁFICO 5: Distribuição dos subtipos de tarefa associados a T_p nos LD.

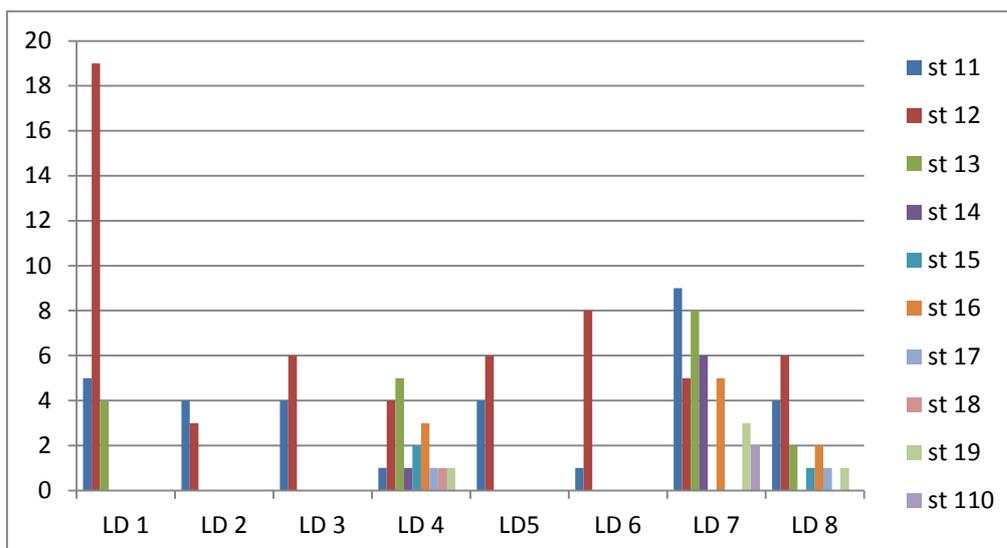


O conjunto de subtipos de tarefa é diferente em cada LD e, ao contrário do gráfico anterior, não há uma predominância de um único subtipo ao longo dos LD.

CAPÍTULO DE ÁREA – T_A : “**calcular a área de figuras planas**”.

O gráfico a seguir traz as informações de T_A nos oito LD.

GRÁFICO 6: Distribuição dos subtipos de tarefa associados a T_A nos LD.



No conjunto dos subtipos cada LD, possui uma organização: o **st₁₂**: “Calcular o perímetro de um retângulo conhecendo o comprimento dos seus lados” é o subtipo predominante em cinco dos oito LD.

3.3.1. Os Livros Didáticos do PNLD/ 2011 Escolhidos para Análise

Para escolhermos os dois LD aprovados no PNLD/2011, estes deveriam ter sido aprovados no PNLD/2008 e, além disso, analisados na etapa 2 dessa pesquisa, ou seja, estar entre os oito LD analisados. O quadro seguinte mostra os possíveis candidatos.

QUADRO 50: As coleções analisadas na etapa 2 e aprovadas no PNLD/2011.

COLEÇÕES ANALISADAS NA	AP NO	AP NO
ETAPA 2	PNLD/2008	PNLD/2011
LD ₁	X	X
LD ₂	X	-
LD ₃	X	-
LD ₄	X	X
LD ₅	X	-
LD ₆	X	-

LD ₇	X	X
LD ₈	X	-

Logo, as coleções que poderiam ter sido analisadas na próxima etapa são: LD₁, LD₄ e LD₇. Para decidir quais as coleções, apoiamo-nos no critério da adoção pelas escolas, nos dados aos quais tivemos acesso para a escolha da 1ª ou 2ª opção no estado de Pernambuco no PNLD/2008 e a escolha pelas escolas públicas brasileiras no PNLD 2011. Como mostra o quadro seguinte.

QUADRO 51: As coleções candidatas para análise na etapa 3.

AS TRÊS COLEÇÕES CANDIDATAS PARA ETAPA 3	PNLD/2008	PNLD/2011
	POSIÇÃO	POSIÇÃO
LD ₁	4º	2º
LD ₄	2º	4º
LD ₇	7º	8º

Fonte: FNDE

Diante das informações do quadro 51, escolhemos analisar: LD₁ e LD₄ que se mantiveram entre as quatro coleções mais escolhidas nos dois últimos PNLD. Para atingirmos os objetivos da etapa 3, vamos analisar cada capítulo dos dois LD em dois tempos:

- a identificação do bloco saber fazer;
- a identificação do bloco saber.

3.3.2. Caracterização das organizações Matemáticas

A) A ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA RELATIVA À COMPRIMENTO

Bloco saber fazer

No capítulo de comprimento do LD₁, a seção que será analisada é “Unidades de comprimento”. O conceito de comprimento é sistematizado através do tipo de

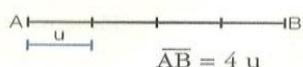
tarefa “medir comprimentos” utilizando de imediato uma unidade de comprimento genérica. A técnica envolvida nesses exemplos é fazer comparação entre a unidade de medida e o segmento a ser medido como mostra a figura seguinte.

FIGURA 36

Quando queremos medir a extensão de uma curva simples, nós a convertemos em um segmento de reta de igual tamanho e, em seguida, medimos esse segmento.

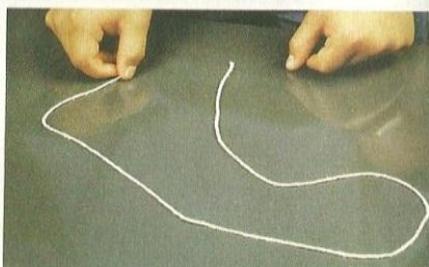
Para medir um segmento de reta AB , escolhemos um segmento unitário u , que será a *unidade de medida*: .

Em seguida, verificamos quantas vezes u cabe em \overline{AB} . A medida de \overline{AB} na unidade u é o *comprimento* de \overline{AB} .

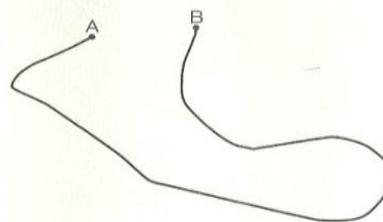


O comprimento de \overline{AB} é igual a $4u$.

Vamos agora imaginar que cortamos um pedaço de barbante e desenhamos com ele uma curva simples AB . Observe:



Lucy Oliveira



Vamos medir a extensão dessa curva usando duas unidades de medida diferentes e ver o que acontece:

- unidade escolhida:  u 
medida obtida: $\overline{AB} = 8u$

- unidade escolhida:  v 
medida obtida: $\overline{AB} = 4v$

235

Fonte: LD₁ – p.235

A obra, ao introduzir o conceito de comprimento, mostrou, por meio de um exemplo, que podemos obter medidas diferentes para o comprimento de um segmento, quando utilizamos unidades de medida diferentes, fazendo a distinção entre o campo das grandezas (comprimento) e o campo numérico (valor numérico encontrado).

Como já foi dito, os resultados da 2ª etapa conduziram a escolher o tipo de tarefa que denominamos aqui T_c: “**Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento**”, para identificar os demais elementos da OM em torno desse tipo de tarefa.

Foram identificados três subtipos de tarefa: st_{c1} : “converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra imediatamente inferior”, st_{c2} : “converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra imediatamente superior” e st_{c3} : “converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento qualquer”, como mostra a figura seguinte.

FIGURA 37

Mudanças de unidade

Já vimos que cada unidade de comprimento é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior e é igual a 0,1 da unidade imediatamente superior. Daí decorrem as seguintes regras práticas para realizar mudanças de unidade:

- Para passar de uma unidade para outra imediatamente inferior, devemos fazer uma multiplicação por 10, ou seja, basta deslocar a vírgula um algarismo para a direita.
Por exemplo:

Vamos expressar 3,72 dam em metros:
 $3,72 \text{ dam} = (3,72 \times 10) \text{ m} = 37,2 \text{ m}$

- Para passar de uma unidade para outra imediatamente superior, devemos fazer uma divisão por 10, ou seja, basta deslocar a vírgula um algarismo para a esquerda.
Por exemplo:

Vamos expressar 389,2 cm em decímetros:
 $389,2 \text{ cm} = (389,2 : 10) \text{ dm} = 38,92 \text{ dm}$

- Para passar de uma unidade para outra qualquer, basta aplicar sucessivas vezes uma das regras anteriores.
Por exemplo:

Vamos expressar:

- 3,548 km em metros:
 $3,548 \text{ km} = 35,48 \text{ hm} = 354,8 \text{ dam} = 3548 \text{ m}$
- 87,5 dm em hectômetros:
 $87,5 \text{ dm} = 8,75 \text{ m} = 0,875 \text{ dam} = 0,0875 \text{ hm}$

Fonte: LD₁ – p.238/239

No extrato acima são explicitadas as técnicas para realizar as tarefas do tipo Tc, ou seja, τ_{c1} : “Para passar de uma unidade de comprimento para outra unidade imediatamente inferior, devemos multiplicar por 10, ou seja, basta deslocar a vírgula um algarismo para direita”, τ_{c2} : “Para passar de uma unidade de comprimento para outra unidade imediatamente superior, devemos dividir por 10, ou seja, basta deslocar a vírgula um algarismo para esquerda” e τ_{c3} : “Para passar de uma unidade de comprimento para outra unidade qualquer, basta aplicar sucessivas vezes τ_{c1} e/ou τ_{c2} ”. O LD₁ traz as técnicas sistematizadas e não apenas sugeridas através dos

exemplos resolvidos. Tal obra não aborda transformações de unidades que não pertençam ao sistema métrico decimal.

No LD₄ o capítulo de comprimento está dividido em seções. A que iremos estudar tem como título: “Trabalhando com as unidades de medida/ transformações entre as unidades de medida de comprimento”. O T_c está presente, porém, diluído nas técnicas (a obra chama de “processo prático de mudança de unidade”). Os exemplos confirmam a presença das três técnicas (τ_{c1} , τ_{c2} e τ_{c3}), portanto as mesmas não estão escritas de forma implícita.

FIGURA 38

Transformações entre as unidades de medida de comprimento

Vejam um processo prático de mudança de unidades de medida de comprimento do sistema decimal de medidas.

Observe a sequência dos quadros com as unidades de medida de comprimento do sistema decimal de medidas.

km hm dam m dm cm mm

Cada unidade vale 10 vezes a que fica à sua direita.

1 cm = 10 mm	1 hm = 10 dam	1 dam = 100 dm (10 × 10)
1 mm = 0,1 cm	1 dam = 0,1 hm	1 dm = 0,01 dam

Veja os exemplos:

a) 3,728 m = ? cm 1 m = 100 cm 3,728 × 100 = 372,8 cm

Multiplicar por 100 equivale a “andar” com a vírgula duas casas para a direita, ou seja, 3,728 m = 372,8 cm.

b) 423 hm = ? km 1 hm = 0,1 km 423 : 10 = 42,3

Dividir por 10 equivale a “andar” com a vírgula uma casa para a esquerda, ou seja, 423 hm = 42,3 km.

m dm cm

↙ ↘

km hm

↙

Grandezas e medidas 255

Fonte: LD₄ – p. 255

FIGURA 39

Outros exemplos:

c) 3,4 dm = 340 mm	e) 42 dam = 4,2 hm	g) 4,2 m = 0,0042 km
d) 28,7 cm = 0,287 m	f) 82 dm = 820 cm	h) 0,8 hm = 80 m

dm cm mm

↙ ↘

m dm cm

↙ ↘

Fonte LD₄ – p.256

O livro LD₄ tem outra seção com o título: “Outras unidades de comprimento” onde estabelece relações entre a polegada e a unidade do sistema decimal centímetro, como também a milha terrestre relacionando com o quilômetro e o

metro. Nesta seção o tipo de tarefa T_c também está presente de forma implícita deixando que o leitor elabore os subtipos de tarefa st_{c4} : “Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico em outra unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal” e st_{c5} : “Converter uma unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal em outra unidade do sistema métrico decimal” quanto às técnicas não são explicitadas. Como o autor não resolve nenhuma situação fica difícil identificar tais técnicas. Talvez se espere que o leitor elabore sua própria técnica baseada nas anteriores (τ_{c1} , τ_{c2} e τ_{c3}). Como mostra a figura 40.

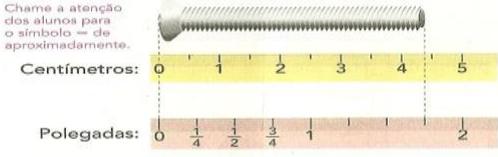
FIGURA 40

Outras unidades de comprimento

Vamos, agora, examinar mais algumas unidades de medida de comprimento, que não pertencem ao sistema decimal de medidas.

- A polegada
 - 1 polegada \approx 25 mm ou 1 polegada \approx 2,5 cm

Chame a atenção dos alunos para o símbolo \approx de aproximadamente.



Centímetros: 0 1 2 3 4 5

Polegadas: 0 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ 1 2

- A milha terrestre
 - 1 milha vale, aproximadamente, 1,609 km.
 - Nos cálculos, usaremos:
 - 1 milha terrestre: 1,6 km ou 1 600 m

Fonte: LD₄ – p. 257

Bloco saber

Vamos identificar os elementos do bloco saber que permitem justificar as técnicas apresentadas. O componente tecnológico-teórico relativo ao tipo de tarefa: T_c : “**Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento**”. Foram observados três subtipos de tarefa com as respectivas técnicas. O subtipo st_{c1} : “converter uma unidade de comprimento do sistema métrico

decimal em outra imediatamente inferior” é associado à técnica τ_{c1} : “Para passar de uma unidade de comprimento para outra unidade imediatamente inferior, devemos multiplicar por 10, ou seja, basta deslocar a vírgula um algarismo para direita”; ao subtipo st_{c2} : “converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra imediatamente superior” corresponde a técnica τ_{c2} : “Para passar de uma unidade de comprimento para outra unidade imediatamente superior, devemos dividir por 10, ou seja, basta deslocar a vírgula um algarismo para esquerda”; e para realizar tarefas do subtipo st_{c3} : “converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento qualquer” a técnica empregada é τ_{c3} : “Para passar de uma unidade de comprimento para outra unidade qualquer, basta aplicar sucessivas vezes τ_{c1} e/ou τ_{c2} ”.

Como se pode observar no extrato do LD, reproduzido figura 38, a tecnologia que justifica as técnicas supracitadas é essencialmente que “cada unidade de comprimento é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior e é igual a 0,1 da unidade imediatamente superior.” Essa tecnologia por sua vez, se apoia nas características do sistema métrico decimal, nas relações entre sistema numérico decimal e sistema métrico decimal e nas operações fundamentais com números racionais escritos na forma decimal.

No capítulo de comprimento do LD₄ identificamos o tipo de tarefa T_c : **“Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento”** na seção: “Trabalhando com as unidades de medida”. Cujos subtipos de tarefa são: st_{c1} , st_{c2} , st_{c3} , st_{c4} : “Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico em outra unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal” e st_{c5} : “Converter uma unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal em outra unidade do sistema métrico decimal” sendo esses dois últimos não identificados no LD₁. Como vimos anteriormente às técnicas τ_{c1} , τ_{c2} e τ_{c3} também se faz presente na 1ª parte “Transformações entre as unidades de comprimento”. Já na 2ª parte “Outras unidades de comprimento” os subtipos de tarefa st_{c4} e st_{c5} não estão associados a nenhuma técnica, pois não é proposto nenhum exemplo resolvido, a apresentação dessa 2ª parte traz uma figura e os elementos tecnológico-teóricos θ_c : **“Operações fundamentais com números racionais”** justificada pela teoria Θ : **“Os**

números racionais” dos quais também estão presentes na 1ª parte. Confirmando também no LD₄ a presença de organizações pontuais.

B) A ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA RELATIVA AO PERÍMETRO

Bloco Saber Fazer

Dentro do capítulo “Poligonal e Polígonos”, está localizada a seção envolvendo a grandeza perímetro que foi intitulada “Perímetro de um polígono”. Pelo título dessa seção, concluímos que o LD₁ só considera perímetro se for de um polígono, ou seja, a obra não trata de modo explícito do perímetro de figuras não poligonais. A escolha de focar o perímetro de polígonos leva também a definir perímetro como “a soma do comprimento dos lados de um polígono”, o que é confirmado pela análise do manual do professor. Observe a figura seguinte.

FIGURA 41

 **O tamanho da cerca**

Seu Pedro quer fazer uma cerca para colocar suas galinhas. A área do terreno disponível tem a forma de um polígono com as seguintes medidas:



Quanto vai medir a cerca?
Para calcular quanto de cerca será necessário, seu Pedro precisa somar as medidas do terreno:

$$1,5 \text{ m} + 1,5 \text{ m} + 1,5 \text{ m} + 1 \text{ m} + 3 \text{ m} = 8,5 \text{ m}$$

Portanto, a cerca vai medir 8,5 m.

248

Perímetro de um polígono

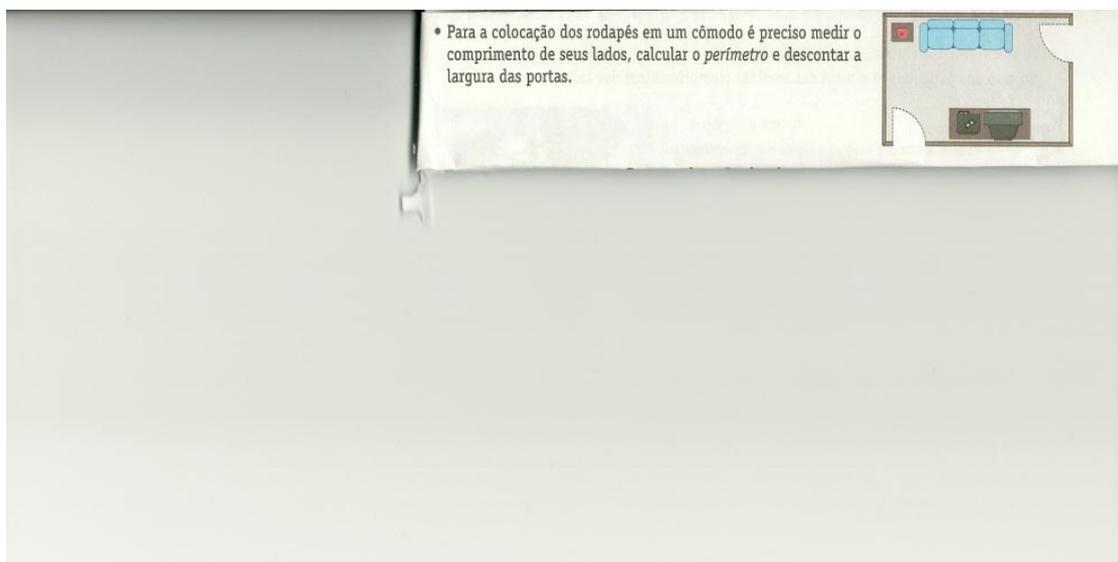
A soma dos comprimentos de todos os lados do terreno chama-se *perímetro*.
O perímetro do polígono da figura é 8,5 m.

O *perímetro* de um polígono é a soma dos comprimentos de todos os lados do polígono.

O LD₁ inicia o estudo do perímetro com uma situação que ele mesmo chamou de “O tamanho da cerca” em que o tipo de tarefa é “calcular ‘quanto de cerca’ será necessário”. O LD preferiu na situação falar a palavra “cerca” ao invés de “perímetro”, caso contrário o tipo de tarefa seria T_p: **“Calcular o perímetro de uma figura plana”** mais especificamente o subtipo st_{p8}: “Calcular o perímetro de uma figura poligonal diferente do quadrado, retângulo, triângulo, losango, paralelogramo e do trapézio conhecendo o comprimento dos seus lados”. A técnica está explícita no LD₁ e chamaremos de τ_{p1} : “Adicionar o comprimento dos lados do polígono”. Ao introduzir depois a seção “Perímetro de um polígono”, a obra não apresenta nenhum exemplo e, se referindo ao exemplo da “cerca”, conceitua perímetro, ou seja, justifica a técnica usada no exemplo da “cerca” apresentando a tecnologia dessa técnica.

No LD₄ o capítulo de perímetro vem junto de outras grandezas com o título “Perímetros, áreas e volumes”. Na introdução desse capítulo o autor envolve o leitor no planejamento e compra de materiais de construção talvez com o objetivo de iniciar a discussão do conceito de perímetro. Propondo dois exemplos onde um deles relacionado com o conceito de perímetro. Como mostra a figura 41.

FIGURA 42



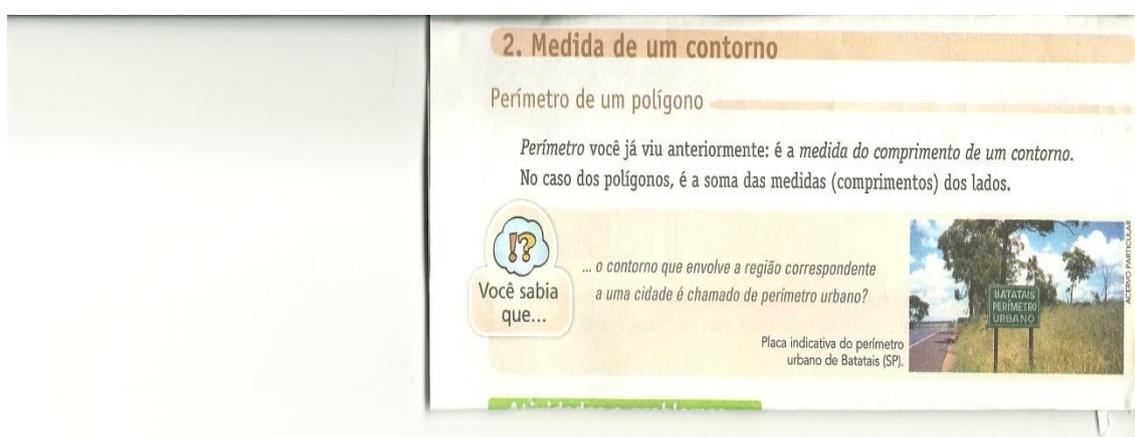
Fonte: LD₄ – p.271

A situação proposta não estava resolvida suponhamos que o autor considera que o aluno já havia estudado o conceito de perímetro no 5º ano ou o intuito era de apenas exemplificar. No exemplo, o tipo de tarefa em questão é o T_p mais

especificamente st_{p2} : “Calcular o perímetro de um retângulo conhecendo o comprimento dos seus lados” e suponhamos que a técnica seja τ_{p1} : “Adicionar o comprimento dos lados de um polígono”, pois, como a situação não está resolvida não podemos ter certeza.

A primeira seção tem como o título: “Medida do contorno”, a priori pensamos que o título da seção já poderia sinalizar qual o conceito de perímetro que o autor quer passar, pois no manual do professor foi dito que o trabalho dessa seção inclui o contorno de circunferência. Veja a figura 43.

FIGURA 43



Fonte: LD₄ – p.272

O LD₄ conceitua o perímetro para uma figura plana qualquer e depois particulariza para o caso do polígono. E como LD supõe que o aluno já estudou não sistematiza nenhum tipo de tarefa muito menos uma técnica, apenas deixa claro os elementos tecnológico-teórico e propõe uma série de situações.

Em seguida, surge a seção: “Comprimento de uma circunferência” onde o autor sugere uma situação. Veja a figura 44.

FIGURA 44

Comprimento de uma circunferência

Acompanhe a situação a seguir.

O professor deu como lição de casa para seus alunos encontrar a medida do contorno (C) de algum objeto ligado ao dia-a-dia deles que tivesse a forma circular. Em seguida determinar o comprimento do diâmetro (d) e finalmente calcular o quociente de C por d ($C : d$).

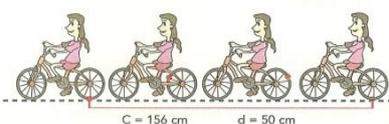
Veja como Nelsinho e Sônia fizeram para obter a medida do comprimento da circunferência (C) e observe os valores obtidos para C e d .



Nelsinho contornou o fundo de um tambor de forma circular com uma fita métrica e descobriu a medida desse contorno, ou seja, o comprimento da circunferência. Mediu também o comprimento do diâmetro dessa circunferência.



Para descobrir o comprimento da circunferência da roda traseira de sua bicicleta, Sônia fez uma marca de giz na roda, andou com a bicicleta em linha reta e mediu a distância entre as duas marcas deixadas no chão. Mediu também o comprimento do diâmetro da roda.



Nelsinho obteve 3,15 ($2,52 \text{ m} : 0,8 \text{ m} \approx 3,15$) e Sônia 3,12 ($156 \text{ cm} : 50 \text{ cm} \approx 3,12$).

Note que nos dois casos o quociente de C por d deu aproximadamente 3.

Fonte: LD₄ - p.273

Nesta seção a situação parte de uma tarefa para casa que um professor passou para seus alunos e apresenta a solução de dois alunos: Nelsinho e Sônia. Os exemplos propõem o tipo de tarefa T_p : “Calcular o perímetro de uma figura plana” especificamente o subtipo de tarefa st_{p7} : “Calcular o perímetro de uma figura não poligonal”. A técnica τ_{p2} : “Medir o contorno de uma circunferência usando um instrumento de medida” é a usada por Nelsinho e Sônia na figura 43.

Bloco Saber

No capítulo de perímetro do LD₁, os elementos praxeológicos já identificados são: T_p : “**Calcular o perímetro de uma figura plana**” mais especificamente o subtipo st_{c8} : “Calcular o perímetro de uma figura poligonal diferente do quadrado, retângulo, triângulo, losango, paralelogramo e trapézio conhecendo o comprimento dos seus lados” e a técnica τ_{p1} : “Adicionar o comprimento dos lados de um polígono”. O que justifica a técnica e que portanto consiste na tecnologia é a definição de perímetro de um polígono como “a soma dos comprimentos de todos os lados do polígono”. Essa justifica se apoia, por sua vez no **Conceito e**

propriedades de segmento de reta, Conceito e propriedades de figuras geométricas planas e Operações fundamentais com números racionais escritos na forma decimal.

No capítulo de perímetro do LD₄ a seção: “Medida de um contorno” traz o tipo de tarefa que identificamos por T_p . Essa seção está dividida em duas partes a primeira se intitula “Perímetro de um polígono” onde o autor apresenta apenas os elementos tecnológico-teóricos: θ_p : **Conceito e propriedades de segmento de reta, Conceito e propriedades de figuras geométricas planas e Operações fundamentais de números racionais.** Justificados pelas teorias Θ : **Grandezas e Medidas e Números racionais.** Na segunda parte: “Comprimento de uma circunferência” os elementos já identificados são: T_p : **“Calcular o perímetro de uma figura plana”** especificamente o subtipo de tarefa st_{p7} : “Calcular o perímetro de uma figura não poligonal”. A técnica associada é τ_{p2} : “Medir o contorno de uma circunferência usando um instrumento de medida”. Os elementos tecnológico-teóricos identificados nessa 2ª parte é o mesmo θ_c e Θ .

C) A ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA RELATIVA À ÁREA

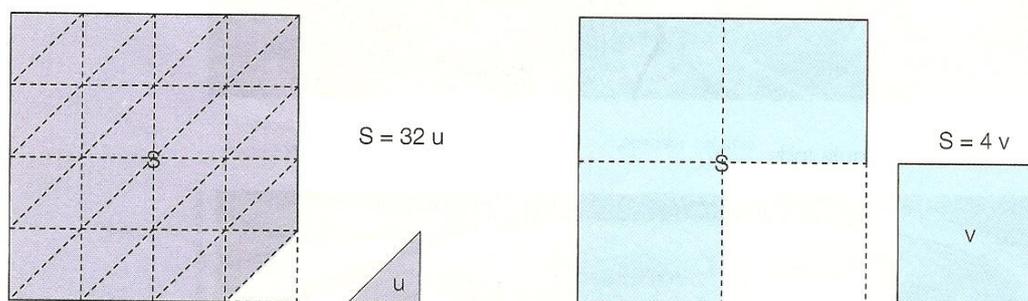
O capítulo de área do LD₁ se inicia utilizando as peças do Tangram para exemplificar uma região plana ou superfície plana. Em seguida, o conceito de área é introduzido com a seção: “Medidas de área”. A obra apresenta o significado de medir: “Medir uma superfície significa compará-la com outra, tomada como unidade, ...” apresentando dois exemplos. Observem na figura 45.

FIGURA 45

Medidas de área

Medir uma superfície significa compará-la com outra, tomada como unidade, e estabelece quantas vezes a unidade cabe na superfície medida.

Nos exemplos abaixo, a superfície S está sendo comparada com a unidade u e com a unidade v .



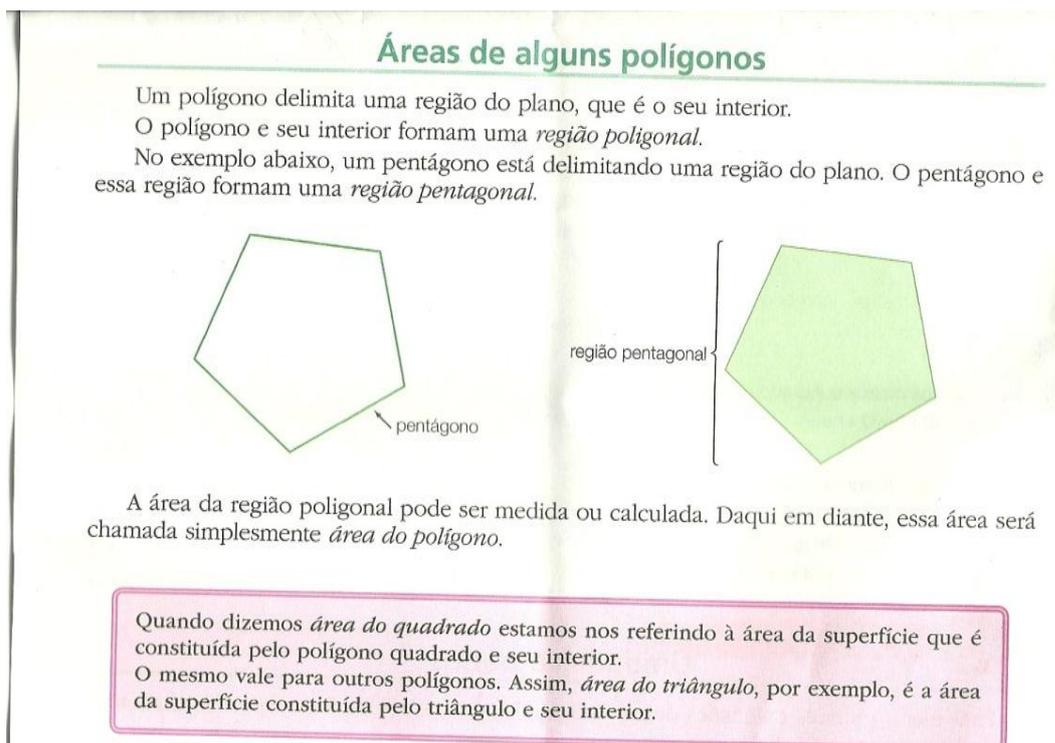
Observe que a superfície S apresenta medidas de acordo com a unidade usada.

Fonte: LD₁ – p. 256

O tipo de tarefa que está posto segundo o quadro da lista de tipos de tarefas da etapa 2 é o T₄: “Determinar a área de uma figura plana” mais especificamente o subtipo st₄₃: “Determinar a área de uma figura poligonal ladrilhando esta figura a partir da medida da área de um ladrilho”. A técnica identificada para resolver essa tarefa é τ_{41} : “Escolher a unidade de área adequada, ladrilhar a figura poligonal usando a unidade de área escolhida e em seguida comparar a quantidade de superfícies unitárias usadas”. A seção em questão exibe de forma explícita o tipo de tarefa e a técnica usada na sua resolução. Se pensarmos no jogo de quadros criado por Douady e Perrin-Glorian (1989) e seus colaboradores, os exemplos analisados fazem a passagem do campo geométrico para o campo numérico. Com essa atividade, fazemos a distinção entre o campo das grandezas e o campo numérico, ou seja, com unidades de área diferentes temos medidas de área diferentes.

A seção “Áreas de alguns polígonos” é iniciada listando noções importantes: interior de um polígono, região poligonal, área do polígono e exemplos para cada noção. A figura 46, a seguir, traz a introdução do tema área de polígonos na obra..

FIGURA 46



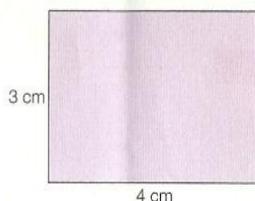
Fonte: LD₁ – p.262

Em seguida, dentro da mesma seção, o LD₁ apresenta “Área do retângulo” e “Área do quadrado”. No caso do retângulo, o LD parte de um exemplo direto apresentando inicialmente a figura do retângulo e, no seu enunciado, podemos identificar o tipo de tarefa T_A (calcular a área de figuras planas). A técnica usada para resolver esse exemplo é a τ_{41} : “Escolher a unidade de área adequada, ladrilhar a figura poligonal usando a unidade de área escolhida e em seguida comparar a quantidade de superfícies unitárias usadas para o ladrilhamento”. Ou seja, o retângulo é quadriculado com quadradinhos de 1cm de comprimento de lado, sendo encontrada a área contando o número de quadradinhos e associando ao produto do comprimento dos lados. Seguindo imediatamente de uma generalização para todos os retângulos, parte de um exemplo e já generaliza para todos (o que vale para um, vale para todos). Como se sabe, em matemática, para afirmar que um resultado é válido dentro de um universo de valores não é suficiente que ele seja verdadeiro para um valor específico dado.

FIGURA 47

Área do retângulo

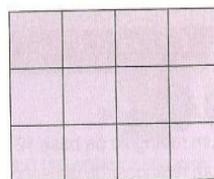
Se um retângulo tem 4 cm de comprimento e 3 cm de largura, qual é a sua área?



262

Para calcular a área, basta dividir o comprimento em 4 partes de 1 cm e a largura em 3 partes de 1 cm. Traçando as linhas divisórias, o retângulo fica dividido em 12 centímetros quadrados. Ou seja, sua área é 12 cm^2 :

$$\text{área} = 4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}^2$$



A área do retângulo é igual ao produto do comprimento pela largura:
 área do retângulo = comprimento \times largura

Note que o comprimento e a largura devem apresentar medidas na mesma unidade. Se essa unidade for o centímetro, a área será dada em centímetros quadrados. Se a unidade for o metro, a área será dada em metros quadrados.

Fonte: LD₁ – p. 262-263

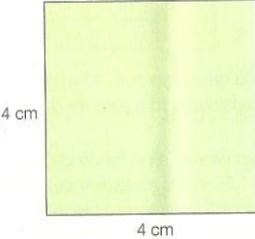
O tipo de tarefa que identificamos nesse momento é T_A: “**Calcular a área de figuras planas**” especificamente o subtipo st_{A2}: “Calcular a área de um retângulo dada a medida do comprimento e da largura” para resolver essa tarefa a técnica τ_{A1} : “Multiplicar o comprimento pela largura do retângulo, e o produto será a medida da área da figura”. Observando o exemplo anterior sob a ótica do Jogo de quadros de Douady & Perrin-Glorian (1989), percebemos uma relação entre o campo geométrico e o campo numérico. Baseando-se na classificação de Baltar (1996), esse exemplo trata-se de uma situação de medida apesar de que, no momento que definimos a unidade de medida, realizamos uma comparação entre a unidade de medida unitária e a figura a ser medida.

A seção “a área do quadrado” no LD₁ introduz a fórmula da área de um quadrado de modo análogo à fórmula da área de um retângulo, como mostra a figura 48.

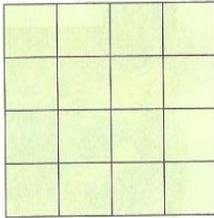
FIGURA 48

Área do quadrado

Se um quadrado tem 4 cm de lado, qual é a sua área?



Note que esse quadrado é um retângulo de comprimento 4 cm e largura 4 cm. Então, dividindo os lados e traçando as linhas divisórias, o quadrado ficará dividido em 16 cm²:

$$\text{área} = 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2$$


A *área do quadrado* é igual ao produto da medida do lado por ela mesma:
 área do quadrado = lado \times lado

263

Fonte: LD₁ – p. 263

No subtema “Área do quadrado”, também é iniciado por um exemplo e associado à figura de um quadrado. A resolução do exemplo inicia-se quadriculando com quadradinhos de 1 cm de comprimento do lado, levando o leitor rapidamente a associar o cálculo da área do quadrado ao produto dos comprimentos de dois lados (comprimento e largura). O tipo de tarefa identificada é também o T_A, porém, o subtipo de tarefa muda, em relação ao exemplo anterior, para o st_{A1}: “Calcular a área de um quadrado dado o comprimento do seu lado”.

O LD₄ inicia a discussão sobre área conceituando essa grandeza através de um exemplo com o tampo da mesa e a folha de papel, ou seja, apresenta o conceito de área através da medida da área associando imediatamente a um número, segundo o autor, esse número é resultado da comparação da figura plana com uma unidade de área. Como mostra a figura 49.

FIGURA 49

3. Medida de uma superfície: área de uma região plana

Calcular a área de uma figura plana é medir a região ou a porção do plano ocupada por essa figura. Isso é feito comparando-se a figura plana com uma unidade de área. O resultado é um número que exprime quantas vezes a figura plana contém a unidade de área considerada.

Veja a situação seguinte:

Para cobrir o tampo da mesa com folhas de papel sulfite, Valdemar precisou de 10 folhas. Isso significa que:

A superfície do tampo da mesa tem área de 10 unidades, considerando a superfície de uma folha como unidade.

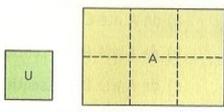


Acompanhe outro exemplo.

Considere a figura plana **A** desenhada no plano desta folha. Tomemos como unidade de área (**U**) a região quadrada em verde.

A figura plana **A** contém 6 vezes essa unidade de área.

Assim, a área da figura **A** é de 6 unidades de área, ou seja, $6U$.



Você sabia que...

... uma das primeiras noções geométricas a despertar o interesse do ser humano foi o cálculo de áreas? Ele é milenar. Tanto os egípcios como os babilônios (povos que habitaram a Mesopotâmia, região que hoje corresponde ao Iraque) já conheciam o cálculo de áreas de figuras geométricas simples. Esses conhecimentos foram motivados por questões práticas de agrimensura. Isto justifica o fato de que a palavra geometria significa literalmente "medida da terra".

10

Fonte: LD₄ – p.276

O tipo de tarefa que está colocado nesta seção envolvendo os dois exemplos é T₄: “Determinar a área de uma figura plana” mais especificamente o subtipo st₄₃: “Determinar a área de uma figura poligonal ladrilhando esta figura a partir da medida da área de um ladrilho”. A técnica identificada para resolver essa tarefa: τ₄₁: “Escolher a unidade de área adequada, ladrilhar a figura poligonal usando a unidade de área escolhida e em seguida comparar a quantidade de unidade área usada”.

A seção “Área de uma região retangular” se inicia com um exemplo resolvido e em seguida, a dedução da “fórmula da área de uma região retangular”. Como mostra a figura 50.

FIGURA 50

Área de uma região retangular

Examine esta região retangular:



Ela tem as seguintes medidas:

- comprimento: 5 cm;
- largura: 3 cm;
- área da região retangular: 15 cm² (contando quadradinhos).

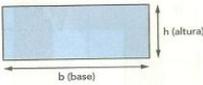
Note que $5 \times 3 = 15$.

Assim, a área dessa região retangular é dada pelo produto dos números que indicam suas dimensões:

$$A = (5 \times 3) \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$$

Fórmula da área de uma região retangular

Para calcular a área de qualquer região retangular basta multiplicar a medida da base (comprimento) pela medida da altura (largura), ou seja:



Área = (medida da base) \times (medida da altura)

ou

$$A = b \cdot h$$

Observação: As dimensões de um retângulo são chamadas de comprimento e largura ou, respectivamente, de base e altura. Se as dimensões são dadas em cm, a área será dada em cm². Se as dimensões são dadas em m, a área será dada em m², e assim por diante.

10
Perímetros, áreas e volumes

278

Fonte: LD₄ – p. 278

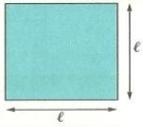
O exemplo resolvido envolvendo a área do retângulo exibe um objeto ostensivo quadriculado com quadradinho de 1cm de lado para inicialmente ser contado os quadradinhos e logo depois ser associado ao produto do comprimento pela largura. O manual do professor: um n^o pequeno de exemplo nem sempre é suficiente para uma generalização. O tipo de tarefa desse exemplo é o T_A: **“Calcular a área de figuras planas”** especificamente o subtipo é st_{A2}: “Calcular a área de um retângulo dado a medida do comprimento e da largura” para resolver essa tarefa a técnica usada foi a τ_{A1} : “Multiplicar o comprimento pela largura do retângulo o produto será a medida da área da figura”. Em seguida, a fórmula para o cálculo da área de qualquer retângulo é apresentada usando inclusive os termos “base” e “altura” e suas respectivas simbologias. Os PCN apontam que no 6^o ano devemos evitar generalizações e que o foco principal seja na construção do conceito. O exemplo em questão mostra uma relação de equivalência, ou seja, a passagem do campo geométrico para o campo numérico.

No LD₄ existem outras seções envolvendo outras figuras poligonais como: quadrado, triângulo, paralelogramo, trapézio e losango, porém não é proposto nenhum exemplo resolvido. As seções se restringem apenas na dedução geométrica das fórmulas, ou seja, se restringe apenas aos elementos tecnológico-teóricos. Como mostram as figuras seguintes.

FIGURA 51

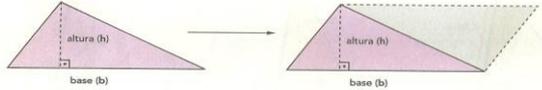
Área de uma região quadrada

A região quadrada é um caso particular de região retangular, na qual todos os lados têm medidas iguais. Se representamos por ℓ a medida de cada lado de uma região quadrada, a área é obtida assim:

$$A = \ell \times \ell \text{ ou } A = \ell^2$$


Área de uma região triangular

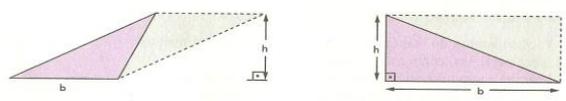
Observe as figuras abaixo. Por elas vemos que a partir de uma região triangular podemos obter uma região com a forma de um paralelogramo de mesma base e mesma altura, de modo que a área da região triangular seja a metade da área da região obtida.



Como a figura obtida à direita tem área $b \cdot h$, então a região triangular da esquerda tem área $A = (b \cdot h) : 2$.

Indicamos assim: $A = \frac{b \cdot h}{2}$

Veja mais dois exemplos.



A área da figura toda é igual a $b \cdot h$. Por isso, a área da região triangular é a metade de $b \cdot h$, ou seja, $A = (b \cdot h) : 2$.

Assim, a área de uma região triangular é dada por:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \text{ (medida da base vezes medida da altura dividido por 2)}$$

Perímetros, áreas e volumes 10

Fonte: LD₄ – p.279 e p.281

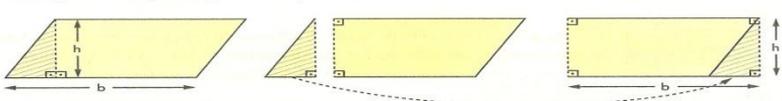
FIGURA 52

Área de uma região limitada por um paralelogramo

Para determinar a fórmula que expressa a área de uma região plana limitada por um paralelogramo, vamos transformar esse problema em outro do qual já conhecemos a solução. Isso é muito comum em Matemática.

Paralelogramo é todo quadrilátero com os lados opostos paralelos.

Transladamos a parte hachurada da região limitada pelo paralelogramo e obtemos uma região retangular com área equivalente, com base de medida b e altura de medida h .



Assim, a área da região limitada por um paralelogramo de base medindo b e altura medindo h é dada por:

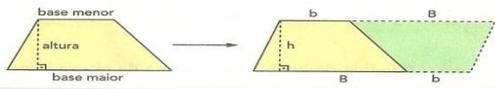
$$A = b \cdot h$$

Área de uma região limitada por um trapézio

Você se lembra do trapézio? É o quadrilátero que tem apenas dois lados paralelos, como este ao lado.

Imagine agora uma região plana determinada por um trapézio. Com duas regiões iguais a ela podemos sempre obter uma região plana cujo contorno é um paralelogramo.

Veja o exemplo:



Trapézio
 B: medida da base maior
 b: medida da base menor
 h: medida da altura

Paralelogramo
 B + b: medida da base
 h: medida da altura
 Área: $(B + b) \cdot h$

Como a área da região limitada pelo paralelogramo é $(B + b) \cdot h$, então a área da região que tem a forma de trapézio é:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Perímetros, áreas e volumes 10

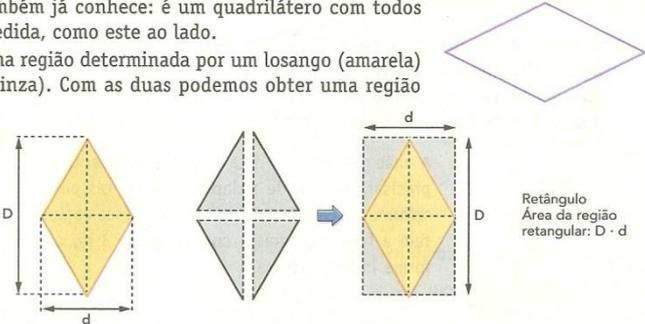
Fonte: LD₄ – p. 280 e p. 282-283

FIGURA 53

Área de uma região limitada por um losango

Losango você também já conhece: é um quadrilátero com todos os lados de mesma medida, como este ao lado.

Imagine agora uma região determinada por um losango (amarela) e outra igual a ela (cinza). Com as duas podemos obter uma região retangular. Veja:



Losango
D: medida da diagonal maior
d: medida da diagonal menor

Retângulo
Área da região retangular: $D \cdot d$

A sequência das figuras acima mostra que a área da região determinada pelo losango de diagonais medindo D e d corresponde à **metade** da área de uma região retangular de comprimento D e largura d .

Assim, a área da região determinada pelo losango é dada por:

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

Fonte: LD₄ – p. 283

Bloco saber

Em relação ao capítulo de área no LD₁ nas seções “Área do retângulo” e “Área do quadrado”, os elementos da organização matemática já identificados são: T_A: “**Calcular a área de figuras planas**” especificamente os subtipos st_{A1}: “Calcular a área de um quadrado dado o comprimento do seu lado” e st_{A2}: “Calcular a área de um retângulo dado a medida do comprimento e da largura” para resolver essas tarefas a técnica τ_{A1} : “Multiplicar o comprimento pela largura do retângulo o produto será a medida da área da figura”. A tecnologia que justifica a técnica exposta na obra consiste no ladrilhamento do retângulo (ou quadrado) com superfícies unitárias de 1 cm^2 seguida da contagem de superfícies unitárias, a qual é facilitada pela observação implícita da contagem de linhas e colunas seguida da multiplicação entre a quantidade de linhas e a quantidade de colunas. Cabe ressaltar que essa explicação só é suficiente no caso de retângulos cujas medidas dos lados são naturais. As teorias nas quais essa tecnologia se apoia são relativas aos campos das grandezas e medidas, da geometria e dos números racionais escritos na forma decimal, bem como das operações com grandezas e com números.

O capítulo de área de LD₄, mais especificamente a seção: “Área de uma região retangular” donde identificamos os elementos: o T_A: **“Calcular a área de figuras planas”** especificamente o subtipo st_{A2}: “Calcular a área de um retângulo dado a medida do comprimento e da largura” para resolver essa tarefa a técnica usada foi a τ_{A1}: “Multiplicar o comprimento pela largura do retângulo o produto será a medida da área da figura”. A seção contém um exemplo resolvido apoiado por três objetos ostensivos: um retângulo quadriculado com medidas conhecidas, um retângulo com medidas genéricas e a fórmula do cálculo da área. Os elementos tecnológico-teóricos identificados são também θ_A: **Conceito e propriedades de segmento de reta, Conceito e propriedades de figuras geométricas planas e Operações fundamentais de números racionais**. Justificados pelas teorias ⊕: **Grandezas e Medidas e Números racionais**.

O primeiro contato das outras seções: “Área de uma região quadrada”, “Área de uma região limitada por um paralelogramo”, “Área de uma região triangular”, “Área de uma região limitada por um trapézio” e “Área de uma região limitada por um losango” com a organização matemática foi através de deduções geométricas da fórmula do cálculo da área dessas figuras poligonais por isso, os elementos do bloco saber-fazer não estão bem definidos. Já o bloco saber fica bem definido com θ_A: **Conceito e propriedades de segmento de reta, Conceito e propriedades de figuras geométricas planas e Operações fundamentais de números racionais**. Justificados pelas teorias ⊕: **Grandezas e Medidas e Números racionais**.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso objetivo nessa dissertação foi analisar as abordagens dos conceitos de comprimento, perímetro e área em Livros Didáticos (LD) de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental (EF) aprovados nos PNLD/2008 e PNLD/2011 sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático criada por Yves Chevallard e seus colaboradores.

A partir do nosso objetivo de pesquisa verificamos que trabalhos anteriores apontavam para algumas dificuldades com relação às grandezas geométricas comprimento, perímetro e área. Algumas delas como: construir o conceito de área em figuras planas não usuais; diferenciar área e perímetro de figuras planas usando o papel quadriculado; diferenciar a superfície da área de uma figura plana; considerar que o perímetro só é possível se for de figuras poligonais; na comparação de comprimentos de caminhos fechados; dissociar a grandeza área de sua medida; em verificar que figuras diferentes podem ter a mesma área; confusão entre as unidades de medida de área e as unidades de medida do perímetro; no registro das unidades de medida de área; etc. Então, resolvemos analisar as abordagens de comprimento, perímetro e área nos LD no sentido de identificar escolhas que favorecem a superação dessas dificuldades ou, ao contrário, escolhas que podem reforçar tais dificuldades.

Para fundamentar nossa pesquisa além da engenharia didática construída por Douady & Perrin-Glorian (1989), nos utilizamos da pesquisa de Baltar (1996) especificamente da classificação de situações que dão sentido ao conceito de área como as situações de medida, de comparação e de produção. Apoiamo-nos também em outras pesquisas posteriores principalmente as que construíram os conceitos de comprimento e perímetro como grandeza.

Para atingirmos o nosso objetivo geral: “Analisar a abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental aprovados no PNLD/2008 e 2011 sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático” definimos quatro objetivos específicos que por sua vez geraram três estudos. Para Identificar indícios da importância atribuída e dos aspectos enfatizados nos livros

didáticos de 6º ano aprovados no PNLD 2008, relativos ao campo das grandezas e medidas e especificamente às grandezas geométricas comprimento, perímetro e área tivemos o primeiro estudo do qual pudemos ter uma visão geral de todos os LD de matemática do 6º ano aprovados no PNLD/2008. Essa primeira etapa foi baseada em cinco indicadores básicos que ao mesmo tempo nos serviram para construir os critérios de escolha de oito livros didáticos dos dezesseis aprovados.

Qual o índice da importância atribuída nas obras ao campo das Grandezas e Medidas? Escolhemos alguns indicadores que apontam para tendências sobre a importância atribuída aos conteúdos em foco na pesquisa: “percentual das páginas dedicadas ao campo das grandezas e medidas”; “posição dos capítulos nos LD” e “quantidade de páginas dos capítulos que focam comprimento, perímetro e área como objeto de estudo”.

Onze dos dezesseis LD deixaram os capítulos em foco na 2ª metade das obras, reforçando a observação de pesquisas anteriores que mostram que os conteúdos de geometria e de grandezas e medidas eram predominantemente tratados no final do LD. A maioria dos LD do 6º ano aprovados no PNLD/2008 dedica menos de 15% ao Campo das Grandezas e Medidas e ocupa menos de 10% dos livros.

Por outro lado, as várias etapas da pesquisa apontaram uma ênfase na ‘medida’ e nas ‘unidades’ e a noção de ‘grandezas’ não parece receber atenção. Verificamos que toda a obra traz a ‘medida’ como tema em seus capítulos ou seções enquanto que temas como: “Decomposição de figuras planas”; “Comparação”; “Grandezas”; “Comprimento de circunferência” foi contemplado em apenas uma obra cada um.

Com o objetivo de mapear e classificar os tipos de tarefa presentes nos capítulos de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental aprovados no PNLD/2008, foi identificado os tipos de tarefa nesses capítulos em oito LD escolhidos na etapa anterior. Nessa segunda etapa de estudo em cada capítulo associamos a nossa classificação dos tipos de tarefa com a classificação de Baltar (1996) utilizando a organização de Ferreira (2010).

Como resultado significativo da etapa dois, pudemos verificar que no capítulo de comprimento o foco dos oito LD é na medida e a maioria dos subtipos de tarefa identificados nas obras eram situações de medida e de mudança de unidade de medida de comprimento. O tipo de tarefa que identificamos em maior quantidade nesse capítulo foi T_3 : “converter uma unidade comprimento em outra unidade de comprimento” que segundo a representação dos quadros de Douady (1989) estão presentes no campo numérico.

Com relação aos capítulos de perímetro das obras estudadas pudemos concluir que também as abordagens são voltadas para a medida e não para a grandeza. No quadro organizado por Ferreira (2010) são as situações de medida que predominaram os subtipos de tarefa. O tipo de tarefa que mais apareceu nos oito LD foi “Calcular o perímetro de uma figura plana”, o qual foi alvo da etapa 3 da pesquisa.

Nos capítulos de área não foi diferente o foco também era em função da medida, porém notamos em algumas obras uma tendência nas abordagens voltadas para a grandeza. Na associação com a classificação de Baltar (1996) notamos que a maioria dos subtipos de tarefa são situações de medida e de mudança de unidade de área. Nossos dados confirmam a pesquisa de Ferreira (2010) a qual constata a predominância de situações envolvendo os conceitos de área e de perímetro associados ao campo numérico. O tipo de tarefa que ocupou mais espaço nos capítulos de área foi “calcular a área de figuras planas” e que foi aprofundado na etapa 3.

O mapeamento dos tipos de tarefa e subtipos de tarefa encontrados nos capítulos relativos a comprimento com 345 exercícios, perímetro com 190 e área com 519 exercícios em oito LD de 6º ano aprovados no PNLD 2008 permitiu observar algumas tendências:

- o foco da maioria das discussões envolve a medida trazendo uma lacuna nas discussões envolvendo as grandezas;
- o campo numérico é o mais privilegiado, apesar de percebermos indícios de melhora em relação a tipos de tarefa envolvendo a interação com outros campos;
- uma ênfase nas situações de medida e de conversão de medida;

- as situações de comparação ainda permanecem com um quantitativo preocupante, principalmente se essas situações não envolvem medida;
- as situações de produção nas obras analisadas são poucas em relação aos capítulos de perímetro e área não identificando nenhuma situação no capítulo de comprimento;
- o trabalho com estimativas e aproximações nas obras está no início em alguns LD e em outros não iniciou ainda.

Usando o critério de representatividade das coleções nas escolas públicas de Pernambuco no PNLD 2008 e do Brasil em 2011 foram escolhidos dois LD que estavam na lista dos oito livros escolhidos no primeiro estudo e também tivessem sido aprovados no PNLD/2011. Nestas duas obras foram identificadas as praxeologias pontuais dos tipos de tarefa que predominavam em cada capítulo em estudo a partir da segunda etapa. Identificamos os tipos de tarefa predominantes na abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental aprovados no PNLD/2008.

Com intuito de caracterizar as Organizações Matemáticas pontuais em torno dos tipos de tarefas predominantes na abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de 6º ano do Ensino Fundamental aprovados no PNLD/2011. As praxeologias matemáticas pontuais identificadas em torno dos tipos de tarefa mais presentes na etapa dois mostrou nessa etapa as técnicas usadas para resolver os tipos de tarefa e os elementos tecnológico-teórico que justifiquem tais técnicas. Com relação ao tipo de tarefa: “conversão de unidades de comprimento”, o foco é no sistema métrico decimal e as técnicas privilegiadas se apoiam na multiplicação e divisão de números decimais por potência de dez. Quanto ao cálculo do perímetro, o subtipo de tarefa mais presente é o “cálculo do perímetro de polígonos” e a técnica associada é adicionar os comprimentos dos lados do polígono. No capítulo de área o tipo de tarefa “calcular a área de figuras planas” estava associado as técnicas de contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para ladrilhar a figura plana e o uso de fórmulas. Em relação ao bloco tecnológico-teórico, este estava apoiado nas operações fundamentais com números racionais escritos na forma decimal, nas propriedades das figuras geométricas e no campo das grandezas e medidas.

Em síntese, concluímos que a ênfase dada às obras em relação aos conteúdos de comprimento, perímetro e área não é suficiente para que eles cumpram seu papel no currículo. Os aspectos priorizados reforçam o aprendizado desses conceitos associados a ‘medida’ e ‘unidades’ podendo colaborar com o surgimento de concepções numéricas. Ao invés de favorecer uma abordagem voltada para compreensão desses conceitos enquanto grandeza como afirma Douady (1989). Os capítulos de geometria e de grandezas e medidas ainda continuam, em sua maioria, no final do LD podendo não ser discutidos no 6º ano. Quanto às atividades propostas nos três capítulos segue uma tendência em abordar poucas situações de comparação e de produção segundo a classificação de Baltar (1996), bem como, as que tratam das diferenças entre a grandeza comprimento e as linhas como objeto geométrico.

Como pistas para novas pesquisas seria analisar os capítulos de comprimento, perímetro e área em torno dos objetos ostensivos e não-ostensivos segundo a definição de Bosch e Chevallard (1999). Outra sugestão de estudos futuros é analisar a abordagem dos capítulos de comprimento, perímetro e área sob à ótica da problemática ecológica onde Chevallard afirma que “nenhum saber pode viver isolado, e para conhecer esse saber é preciso conhecer o meio em que ele vive e como é a relação desse saber com outros saberes”. Então, poderíamos analisar a abordagem desses conceitos ao longo de todo LD do 6º ano.

Como prolongamento da nossa pesquisa: a identificação das praxeologias didáticas nos capítulos de comprimento, perímetro e área das obras aprovadas no PNLD/2008; a avaliação das praxeologias matemáticas pontuais identificadas na pesquisa; identificar as praxeologias matemática e didática pontuais de todas as obras aprovadas no PNLD/2011; uma análise da abordagem dos conceitos de comprimento, perímetro e área em todos os volumes das coleções aprovadas no PNLD/2008 no intuito de verificar se os tipos de tarefa marginais ou ausentes no volume do 6º ano seriam identificados nos outros volumes.

Consideramos que a TAD enquanto teoria para análise da abordagem dos conceitos de comprimento, perímetro e área em LD a mais adequada para investigar o nosso problema de pesquisa, pois situa a atividade matemática no conjunto das atividades humanas e controla os problemas de difusão dos conhecimentos relativos a tais conceitos. Esperamos que essa pesquisa possa conduzir os educadores

matemáticos numa escolha consciente de atividades e situações em LD, que possibilite a construção da aprendizagem dos conceitos de comprimento, perímetro e área enquanto grandeza. Como também contribua em tornar suas aulas mais atrativas proporcionando um maior envolvimento em seus alunos.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba- PR. Ed. UFPR, 2007.

ANDRINI, A. & ZAMPIROLO, M. J. C. V. **Novo Praticando Matemática**. Editora do Brasil. São Paulo, 2006.

ARAÚJO, A. J. **O ensino de álgebra no Brasil e na França, estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da Teoria Antropológica do Didático**, tese de doutorado em educação, UFPE, Recife, 2009.

ARTAUD, M. Cours Introduction à L'approche Ecologique du Didactique – L'Ecologie des Organisations Mathématiques et Didactiques. Creshsto, Orléons, 1997.

BALTAR, P. M. **Enseignement et aporprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. Tese de Doutorado em Didática da Matemática pela Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BARBOSA, P. R. **Efeitos de uma sequência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação), UFPE, Recife, 2002.

_____. **Efeitos de Visualização em Atividades de Comparação de Comprimentos de Linhas Abertas**. Tese de Doutorado em Educação. UFPE. Recife, 2007.

BARROS, A. L. S. **Uma análise das relações entre área e perímetro em livros didáticos de 3º e 4º ciclos do ensino fundamental**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação). UFPE. Recife, 2006.

BATURO, A.; NASON, R. Student teacher's subject matter knowledge within the domain of area measurement. **Educational Studies in Mathematics** v.31, p. 235-268, 1996.

BELLEMAIN, P. M. B. **Estudo de situação relativa ao conceito de área**. In: ENDIPE – Encontro de Didática e Prática de Ensino, 10, 2000, Rio de Janeiro. Anais ... 2000.

_____ **Um Candidato a Obstáculo à Aprendizagem dos Conceitos de Comprimento e Área como Grandezas**. Rio de Janeiro. II HTEM, 2004.

BELLEMAIN, P. M. B.; Lima, P. F. **Um estudo da noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental e Médio**. Natal SBHMata, 2002.

BIANCHINI, E. **Matemática**. Editora: Moderna. São Paulo, 2009.

BIGODE, A. J. L. **Matemática Hoje é Feita Assim**. Editora: FTD. São Paulo, 2006.

BONJORNO, A. O. **Fazendo a Diferença – Matemática**. Editora: FTD. São Paulo, 2006.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. Ostensifs et sensibilité eux ostensifs. Recherches en didactique des mathématiques. 19/1. 1999. p. 77-124.

BOSCH, M.; FONSECA, C.; GASCÓN, J. **Incompletitud de las Organizaciones Matemáticas Locales em las Instituciones Escolares**. In: Recherches em Diddactique des Mathématiques, v. 24/2.3, Grenoble, França: La Pensée Sauvage, 2004, p. 205- 250.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. 25 años de Transposicton Didáctica. In: RUIZ-HIGUERAS, L.; ESTEPA, A.; GARCIA, F. J. (Eds.). España: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén, 2006. Sociedad, Escuela y Matemáticas. **Aportaciones de la teoría Antropológica de lo Didáctico**, p. 385-406. 2006.

BRASIL. Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental. **Guia Nacional do Livro Didático (6º ao 9º ano)** – PNLD 2002. Brasília 2001.

_____ Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental. **Guia Nacional do Livro Didático (6º ao 9º ano)** – PNLD 2005. Brasília 2004.

_____ **Ministério da Educação/** Secretaria de Educação Básica/ Departamento de Políticas de Ensino Fundamental/ Coordenação de Avaliação de Materiais Didáticos e Pedagógicos. **Recomendações Para uma Política de Materiais Didáticos.** Redação Provisória: Roxane Rojo. PNLD 2007. Brasília Junho/2005.

_____ Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental. **Guia Nacional do Livro Didático (6º ao 9º ano)** – PNLD 2008. Brasília 2007.

_____ Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Básica. **Guia Nacional do Livro Didático (6º ao 9º ano)** – PNLD 2011. Brasília 2010.

_____ Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1998. Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental.

BRITO, A. F. **Um estudo sobre a influência do uso de materiais manipulativos na construção do conceito de comprimento como grandeza no 2º ciclo do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação). UFPE. Recife, 2003.

CARVALHO, A. L. T.; REIS, L. F. **Aplicando a Matemática.** Editora: Casa Publicadora Brasileira. Tatuí, 2007.

_____ **Aplicando a Matemática.** Editora: Casa Publicadora Brasileira. Tatuí, 2009.

CAVALCANTI, R. F. G. **Grandezas e Medidas na Educação Infantil.** Dissertação (Mestrado em Educação). UFPE. Recife, 2010.

CHEVALLARD, Y. **Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège – Deuxième partie.** Perspectives curriculaires: la notion de modélisation. Petit x, 5, 51-94, IREM de Grenoble, 1989.

_____ **La Transposition didactique.** Du savoir savant au savoir enseigné. France: La pensée sauvage, 1991.

_____ **Concepts Fondamentaux de La Didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique.** 1992.

_____ **La Problématique Écologique, un Style D'Approche Du Didactique.** 1997.

_____ **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique.** Actes de l'U.E. de la Rochelle. 1998. p. 91-118.

_____ **L'Analyse de Des Pratiques Enseignantes en Théorie Anthropologique Du Didactique.** 1999.

_____. Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. Communication aux **3es Journées d'étude franco-québécoises** (Université René-Descartes Paris 5, 17-18 juin 2002). Paru dans S. Maury S. & M. Caillot (éds), **Rapport au savoir et didactiques**, Éditions Fabert, Paris, 2003, p. 81-104. Disponível em:

<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Approche_anthropologique_rapport_au_savoir.pdf>

Acesso em: 15 Fev. 2011.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas O elo perdido entre o ensino e aprendizagem.** Tradução: Daisy Vaz Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CHIUMMO, A. **O Conceito de Áreas de Figuras Planas: Capacitação para Professores do Ensino Fundamental**. São Paulo. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. PUC – SP. São Paulo. 1998.

D'AMORE, B.; FANDIÑO, M.I.P. Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. **Revista Latinoamericana de Investigacion em Matematica Educativa**. vol.10, nº001. março, 2007.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. Editora: Ática. São Paulo, 2007.

_____ **Tudo é Matemática**. Editora: Ática. São Paulo, 2009.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. In: **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, n.4, p. 387-424, 1989.

DUARTE, J. H. **Análise de Situações Didáticas para a Construção do Conceito de Área, como Grandeza, no Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação). UFPE. Recife, 2002.

FACCO, S. R. **Conceito de área. Uma proposta de ensino-aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Educação). PUC-SP. São Paulo, 2003.

FERREIRA, L. F. D. **A Construção do Conceito de Área e da Relação entre Área e Perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: Estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais**. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife, 2010.

FREITAG. et al. **O livro didático em questão**. São Paulo: Cortez, 1993.

GOMES, G. H. **Um Estudo de Área com Alunos da 6ª série do Ensino Fundamental**. São Paulo. 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática).

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. PUC – SP. São Paulo, 2000.

IMENES, L. M. P.; LELLIS, M. C. T. **Matemática para Todos**. Editora: Scipione. São Paulo, 2007.

Matemática para Todos. Editora: Moderna. São Paulo, 2009.

JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. C. T.; CENTURIÓN, M. R. **Matemática na Medida Certa**. Editora: Scipione. São Paulo, 2007.

Matemática na Medida Certa. Editora: Scipione. São Paulo, 2009.

JUNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática – Edição Renovada**. Editora: FTD. São Paulo, 2009.

KORDAKI, M. The effect of tools of a computer microworld on student's strategies regarding the concept of conservation of area. **Educational Studies in Mathematics**. v. 52, 2003, p.177-209.

LEITE, M. S. **Contribuições de Brasil Bernstein e Yves Chevallard para a Discussão do Conhecimento Escolar**. Dissertação. PUC –RIO. Rio de Janeiro, 2004.

LIMA, P. F. **Uma experiência de formação continuada tratando do conceito de área**. In ENDIPE – Encontro de Didática e Prática de Ensino, 10. 2000, Rio de Janeiro, Anais...2000.

LONGEN, A. **Matemática em Movimento**. Editora do Brasil. São Paulo, 2007.

MACHADO, A. S.; IEZZI, G.; DOMINGUES, H. H.; DOLCE, O. **Matemática e Realidade**. Editora: Saraiva. São Paulo, 2005.

MACHADO, A. S.; IEZZI, G.; DOLCE, O. **Matemática e Realidade**. Editora: Saraiva. São Paulo, 2009.

MAGINA, S.; SILVA, A.; RODRIGUES, C.; SOUZA, J.; PERENTELLI, L.; FERREIRA, L.; FERRAZ, M.; GUIDINI, S.; PEREIRA, S. **A Competência de Alunos dos Ensinos Fundamental e Médio em Resolver Problemas de Áreas e Perímetro: Um Estudo Diagnóstico**. Produzido na Disciplina: “Aspectos Cognitivos” do Curso de Mestrado da PUC-SP. 2º semestre de 2006.

MAIA, C. K. **A Organização Prexeológica do Objeto Triângulo nos Livros da 7ª série do Ensino Fundamental**. Dissertação da UFSC. Florianópolis – 2008.

MELO, M. A. P. **Um estudo de conhecimentos de alunos de 5ª a 8ª série do ensino fundamental sobre os conceitos de área e perímetro**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências). UFRPE. Recife, 2003.

MELO, M. A. P. & BELLEMAIN, P. M. B. **Identificando Concepções Numéricas e Geométricas na Resolução de um Problema de Área e Perímetro**. 2º SIPEMAT. 2008.

MODERNA, E. **Projeto Araribá – Matemática**. Editora Moderna. São Paulo, 2006.

MORI, I.; ONAGA, D. S. **Matemática - Idéias e Desafios**. Editora: Saraiva. São Paulo, 2007.

_____ **Matemática - Idéias e Desafios**. Editora: Saraiva. São Paulo, 2009.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática/secretaria de educação** – Recife: SE. 2008.

PERROTA, R. C. **O Ensino de Área e Perímetro através de Modelagem.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), PUC-SP, São Paulo, 2001.

PESSOA, G. S. **Um Estudo Diagnóstico sobre o Cálculo da Área de Figuras Planas na Malha Quadrículada: influência de algumas variáveis.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e tecnológica. UFPE. Recife, 2010.

POLI, E.; VIEIRA, F.; SOSSO, J.; CAVALCANTE, L. G. **Para Saber Matemática.** Editora: Saraiva. São Paulo, 2006.

REGO, A. L. B.; RUBINSTEIN, C.; MARQUES, E. O.; BORGES, E. M. F.; PORTELA, G. M. Q. **Matemática na Vida e na Escola.** Editora do Brasil. São Paulo, 2007.

RIBEIRO, J. S. **Projeto Radix – Matemática.** Editora: Scipione. São Paulo, 2009.

SANTANA, W. M. G. **O Uso de Recursos Didáticos no Ensino do Conceito de Área: uma análise de livros didáticos para as séries finais do ensino fundamental.** Dissertação, UFPE, Recife, 2006.

SANTOS, M. C. Efeitos de uma sequência didática para a construção do conceito de perímetro no 2º ciclo do ensino fundamental. In: **EPENN – Encontro de Pesquisa em Educação Norte Nordeste**, 4., 1999, Salvador. Anais do IV EPENN.

SANTOS, M. R. **Resolução de Problemas envolvendo Área do Paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas.** Recife 178 f. Dissertação do Mestrado (Mestrado em Ensino das Ciências). UFRPE. Recife, 2005.

SANTOS, M. R. & BELLEMAIN, P. M. B. A Área do Paralelogramo no Livro Didático de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, nº 23, ano 13, Recife, 2007.

SILVA, M. F. F. **Frações e Grandezas Geométricas: Um estudo exploratório da abordagem em livros didáticos.** Dissertação, UFPE 2004.

SOARES, E. & RIBEIRO, J. S. **Construindo Consciências Matemática**. Editora: Scipione. São Paulo, 2008.

SOUZA, J.; PATARO, P. M. **Vontade de Saber Matemática**. Editora: FTD. São Paulo, 2009.

SOUZA, M. H. S. & SPINELLI, W. **Matemática**. Editora: Ática. São Paulo, 2005.

TELES, R. A. M. **A Influência de Imbricações entre Campos Conceituais na Matemática Escolar, um estudo sobre fórmulas de área de figuras geométricas planas**. Tese. UFPE 2007.

TEIXEIRA, S. G. **Concepções de alunos de Pedagogia sobre os conceitos de comprimento e perímetro**. Dissertação (Mestrado em Educação), UFPE, Recife, 2004.

TOSATTO, C. M. PERACCHI, E. P. F. & ESTEPHAN, V. M. **Idéias e Relações**. Editora: Positivo. Belo Horizonte, 2005.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUM, J. (direção). **Didáticas das Matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1986. Cap. 3. p. 166-169. (Coleção Horizontes Pedagógicos). 1986.

ANEXOS

ANEXO A - Quadro das Escolhas dos Livros Didáticos pelas escolas da rede Pública em Pernambuco segundo dados do FNDE.

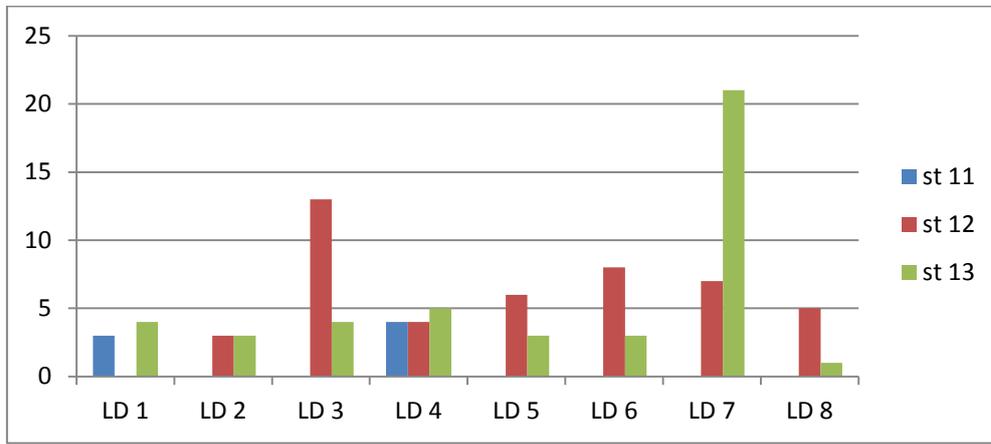
TÍTULO DAS COLEÇÕES	Escolha		1ª Opção
	1a opção	2a Opção	Recife
004 - Aplicando a Matemática	17	11	9
020 - Tudo é Matemática	150	83	16
021 – Matemática	1	2	0
039 - Matemática na vida e na escola	8	17	2
040 - Novo praticando Matemática	45	84	11
041 - Matemática em Movimento	3	1	1
050 - Matemática Hoje é Feita Assim	1	11	0
054 - Fazendo a Diferença – Matemática	204	151	18
066 - Projeto Araribá – Matemática	103	100	11
082 - Idéias e Relações	0	3	0
095 - Matemática para todos	13	12	2
096 - Matemática na medida certa	29	54	4
097 - Construindo Consciências – Matemática	20	19	5
144 - Matemática e Realidade	82	98	23
145 - Para Saber Matemática	15	18	4
146 - Matemática: idéias e desafios	13	26	3
Não efetuaram a escolha	9	23	1
TOTAL	713	713	110

ANEXO B: COLEÇÕES MAIS SOLICITADAS NO PNLD 2011 - ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL (6º AO 9º ANO)

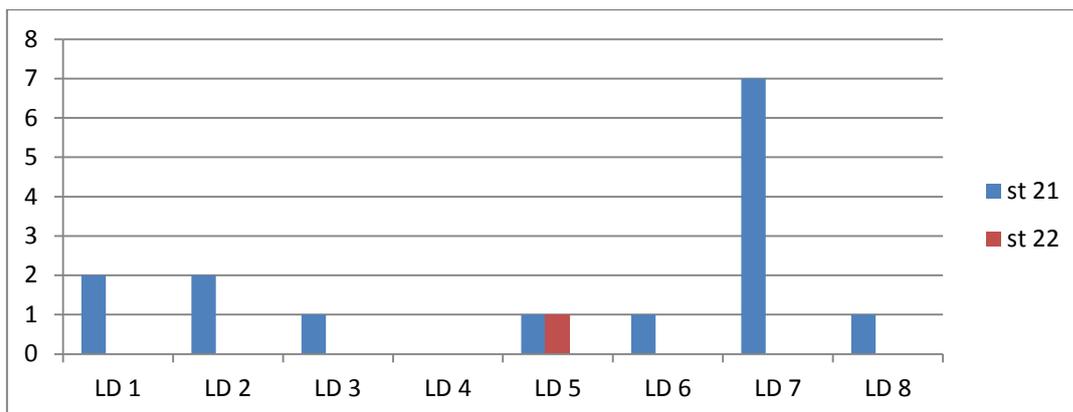
ITEM	COMPONENTE CURRICULAR	NOME DO LIVRO	SÉRIE	QTDE DE EXEMPL.
1ª	Matemática	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA	6º Ano	1.403.108
	Matemática	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA	7º Ano	1.250.312
	Matemática	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA	8º Ano	1.127.213
	Matemática	A CONQUISTA DA MATEMÁTICA	9º Ano	1.056.852
2ª	Matemática	MATEMÁTICA E REALIDADE	6º Ano	573.142
	Matemática	MATEMÁTICA E REALIDADE	7º Ano	507.805
	Matemática	MATEMÁTICA E REALIDADE	8º Ano	461.692
	Matemática	MATEMÁTICA E REALIDADE	9º Ano	438.323
3ª	Matemática	MATEMÁTICA	6º Ano	425.449
	Matemática	MATEMÁTICA	7º Ano	368.669
	Matemática	MATEMÁTICA	8º Ano	321.078
	Matemática	MATEMÁTICA	9º Ano	299.881
4ª	Matemática	TUDO É MATEMÁTICA - 6º ANO	6º Ano	398.912
	Matemática	TUDO É MATEMÁTICA - 7º ANO	7º Ano	356.904
	Matemática	TUDO É MATEMÁTICA - 8º ANO	8º Ano	317.007
	Matemática	TUDO É MATEMÁTICA - 9º ANO	9º Ano	298.798
5ª	Matemática	PROJETO RADIX - MATEMÁTICA	6º Ano	365.605
	Matemática	PROJETO RADIX - MATEMÁTICA	7º Ano	339.402
	Matemática	PROJETO RADIX - MATEMÁTICA	8º Ano	317.665
	Matemática	PROJETO RADIX - MATEMÁTICA	9º Ano	306.974
6ª	Matemática	MATEMÁTICA - IMENES & LELLIS	6º Ano	198.828
	Matemática	MATEMÁTICA - IMENES & LELLIS	7º Ano	181.133
	Matemática	MATEMÁTICA - IMENES & LELLIS	8º Ano	166.810
	Matemática	MATEMÁTICA - IMENES & LELLIS	9º Ano	163.715
7ª	Matemática	VONTADE DE SABER MATEMÁTICA	6º Ano	202.460
	Matemática	VONTADE DE SABER MATEMÁTICA	7º Ano	181.972
	Matemática	VONTADE DE SABER MATEMÁTICA	8º Ano	166.171
	Matemática	VONTADE DE SABER MATEMÁTICA	9º Ano	156.668
8ª	Matemática	MATEMÁTICA - IDEIAS E DESAFIOS	6º Ano	127.035
	Matemática	MATEMÁTICA - IDEIAS E DESAFIOS	7º Ano	110.383
	Matemática	MATEMÁTICA - IDEIAS E DESAFIOS	8º Ano	96.685
	Matemática	MATEMÁTICA - IDEIAS E DESAFIOS	9º Ano	92.840
9ª	Matemática	MATEMÁTICA NA MEDIDA CERTA	6º Ano	80.997
	Matemática	MATEMÁTICA NA MEDIDA CERTA	7º Ano	73.954
	Matemática	MATEMÁTICA NA MEDIDA CERTA	8º Ano	67.200
	Matemática	MATEMÁTICA NA MEDIDA CERTA	9º Ano	64.603
10ª	Matemática	APLICANDO A MATEMÁTICA	6º Ano	18.732
	Matemática	APLICANDO A MATEMÁTICA	7º Ano	17.033
	Matemática	APLICANDO A MATEMÁTICA	8º Ano	15.954
	Matemática	APLICANDO A MATEMÁTICA	9º Ano	15.804

APÊNDICES

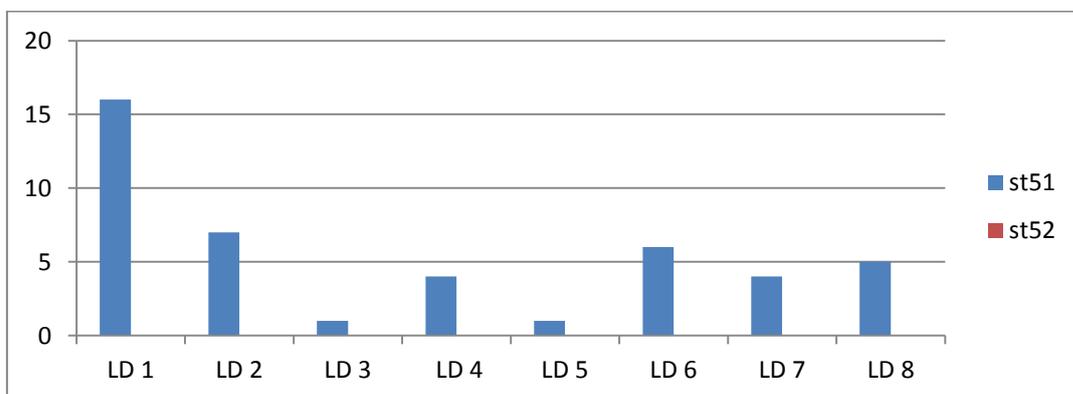
Apêndice 1: GRÁFICO com os dados de T_1 - Comprimento



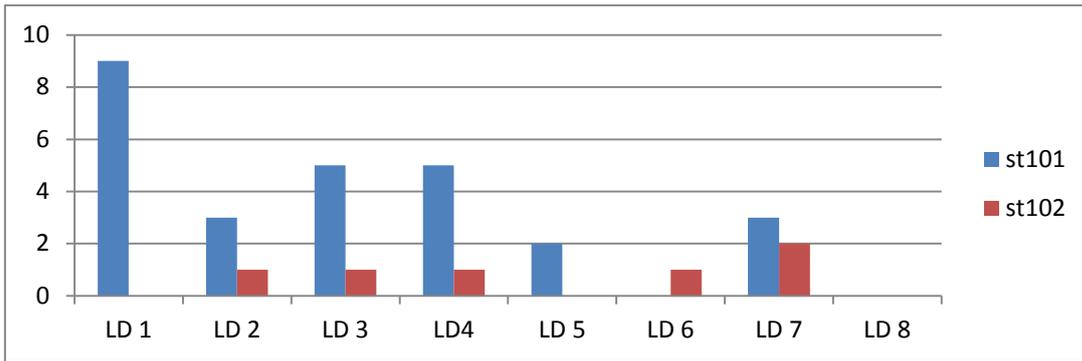
Apêndice 2: GRÁFICO com os dados de T_2 - Comprimento



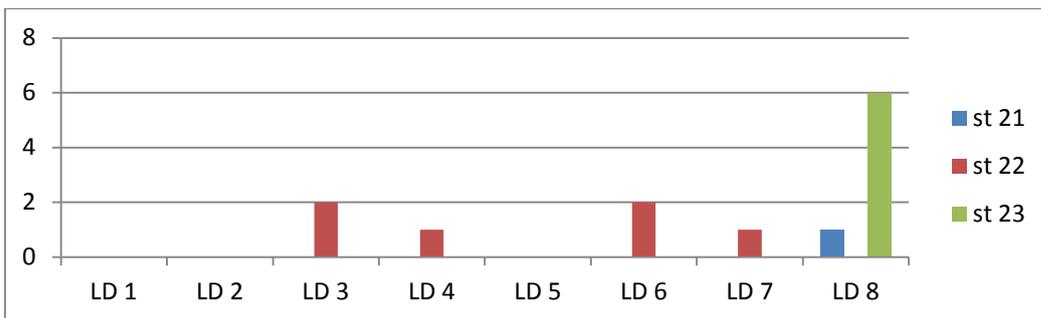
Apêndice 3: GRÁFICO com os dados de T_5 - Comprimento



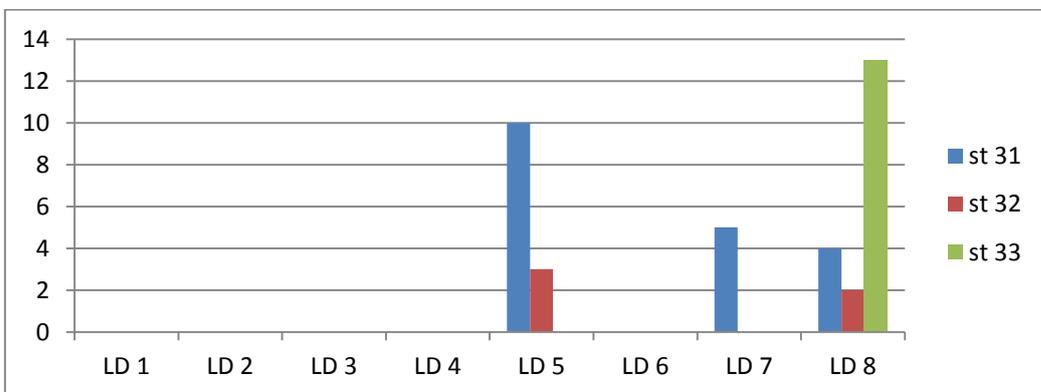
Apêndice 4: GRÁFICO com os dados de T_{10} - Comprimento



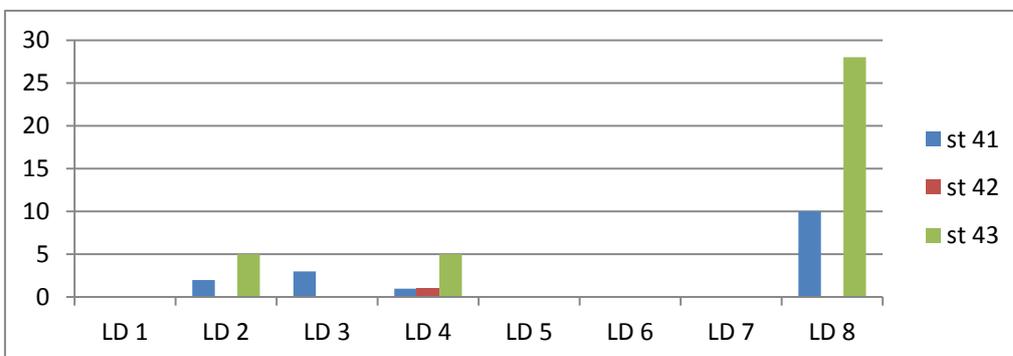
Apêndice 5: GRÁFICO com os dados de T_2 – Perímetro



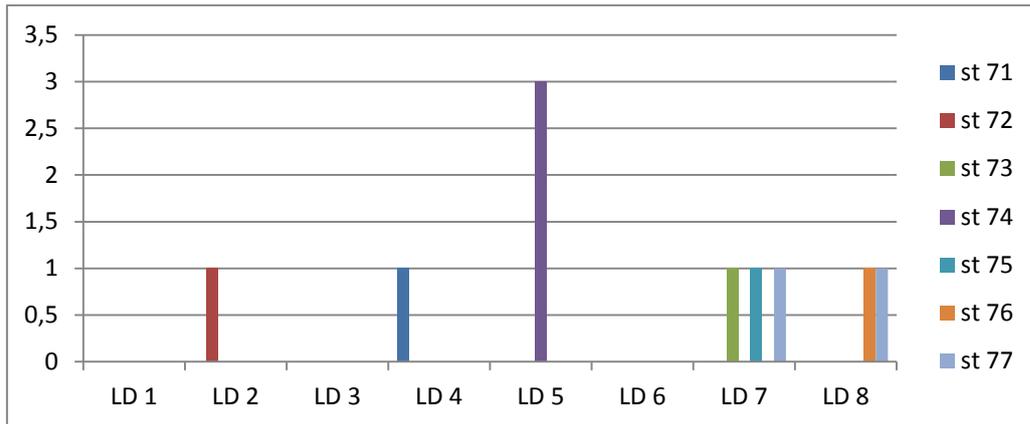
Apêndice 6: GRÁFICO com os dados de T_3 – Perímetro



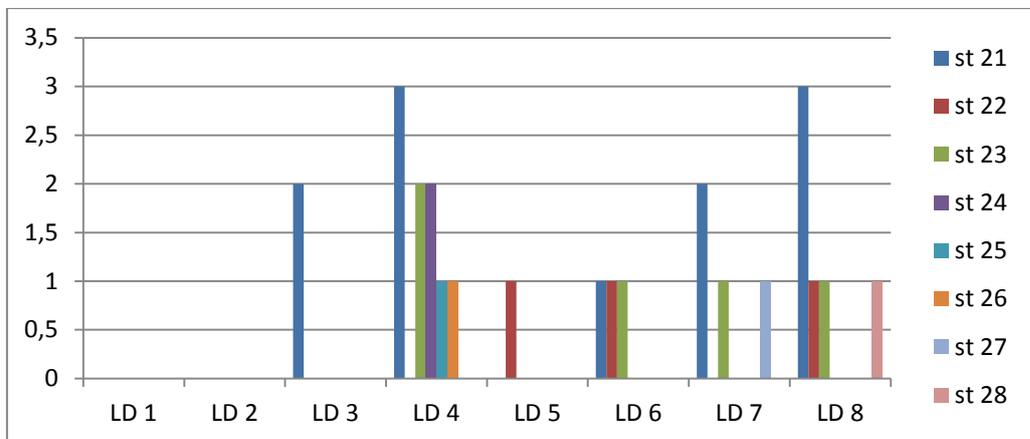
Apêndice 7: GRÁFICO com os dados de T_4 – Perímetro



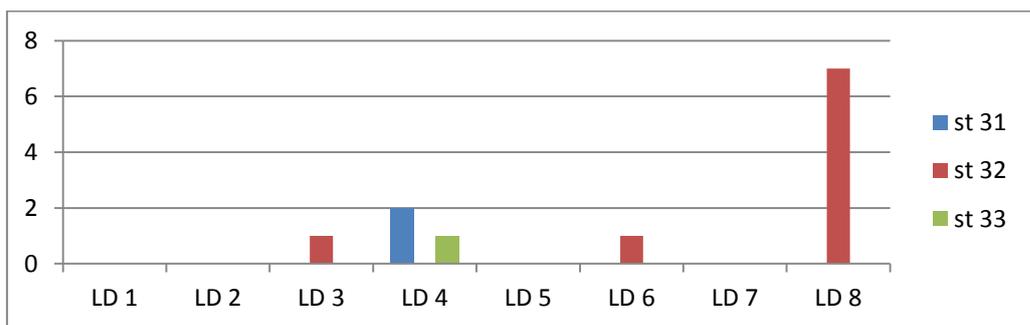
Apêndice 8: GRÁFICO com os dados de T_7 – Perímetro



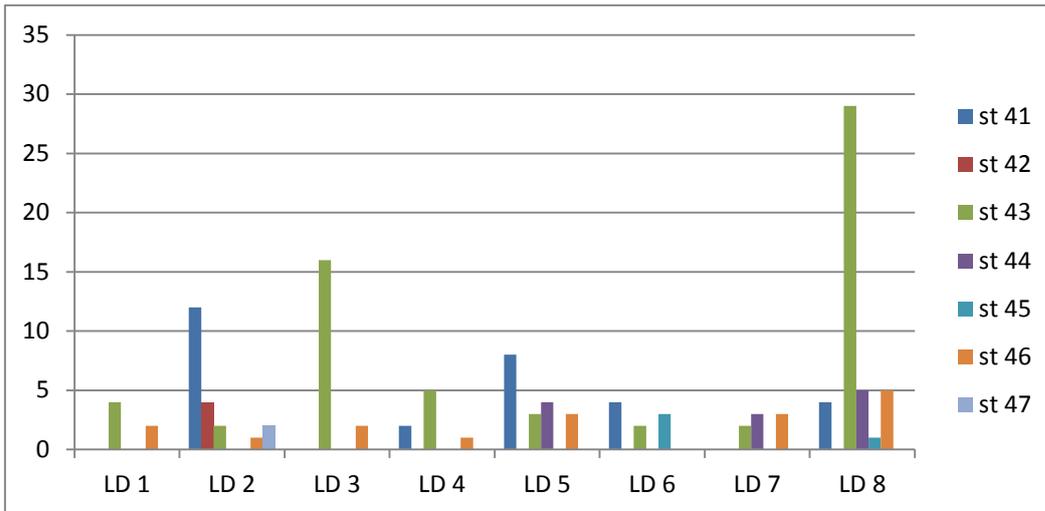
Apêndice 9: GRÁFICO com os dados de T_2 - Área



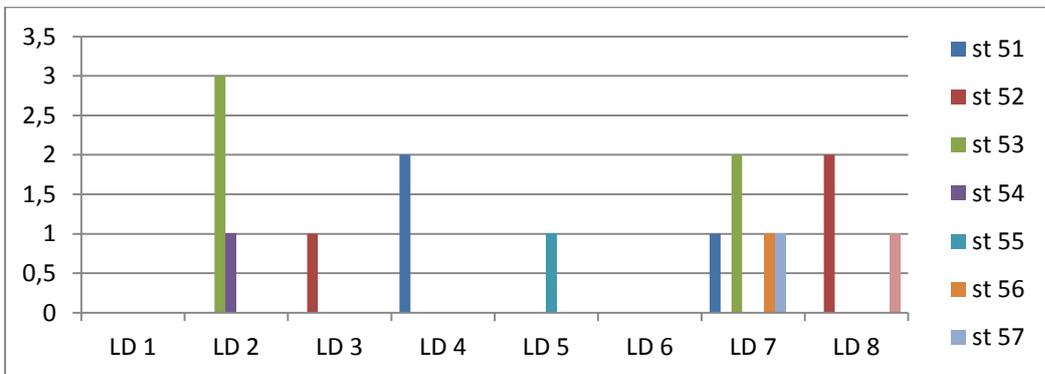
Apêndice 10: GRÁFICO com os dados de T_3 - Área



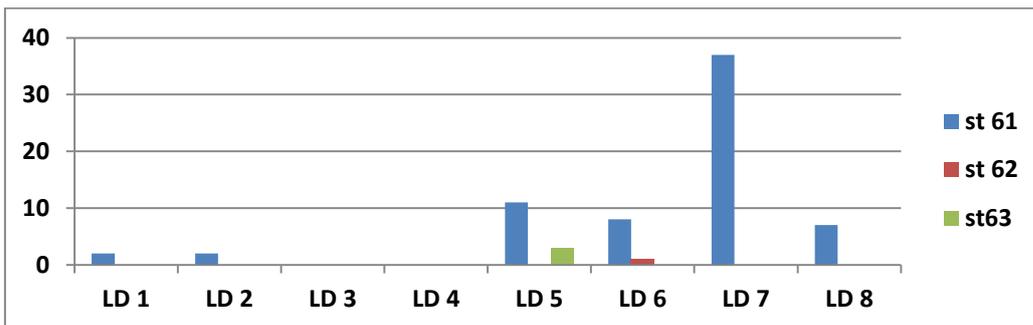
Apêndice 11: GRÁFICO com os dados de T_4 - Área



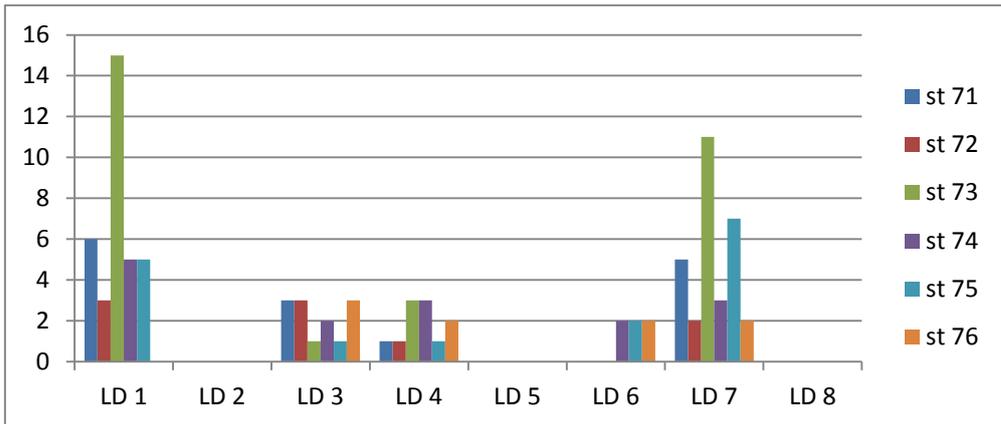
Apêndice 12: GRÁFICO com os dados de T_5 – Área



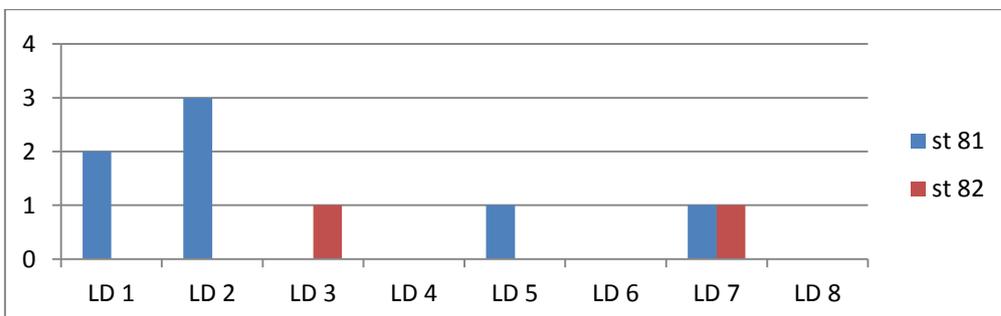
Apêndice 13: GRÁFICO com os dados de T_6 – Área



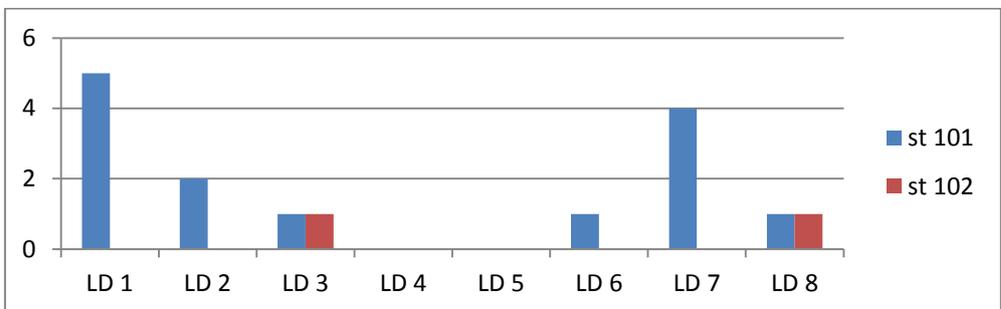
Apêndice 14: GRÁFICO com os dados de T_7 – Área



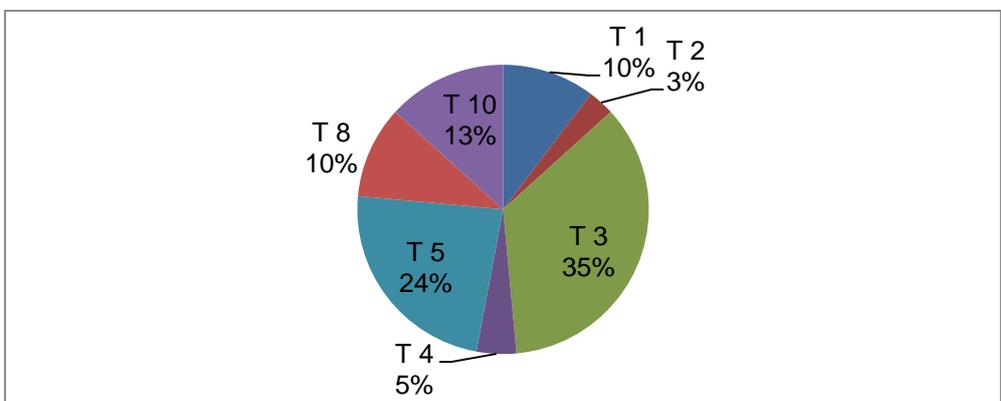
Apêndice 15: GRÁFICO com os dados de T₈ - Área



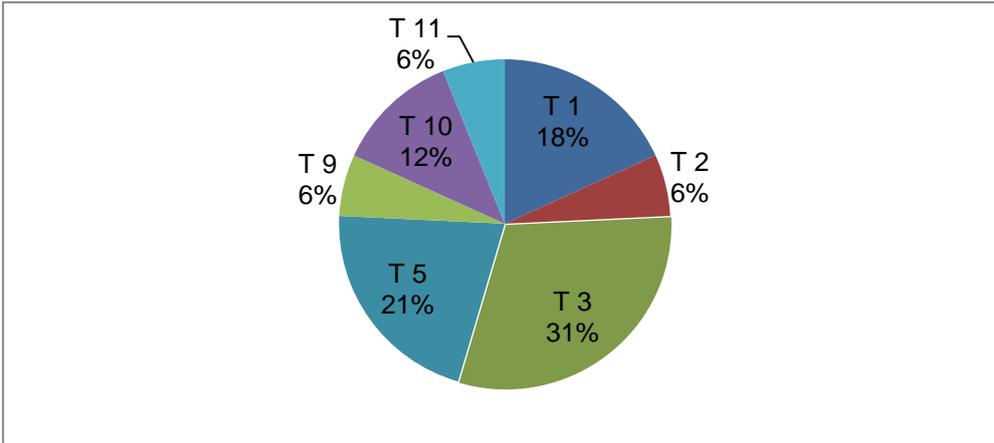
Apêndice 16: GRÁFICO com os dados de T₁₀ - Área



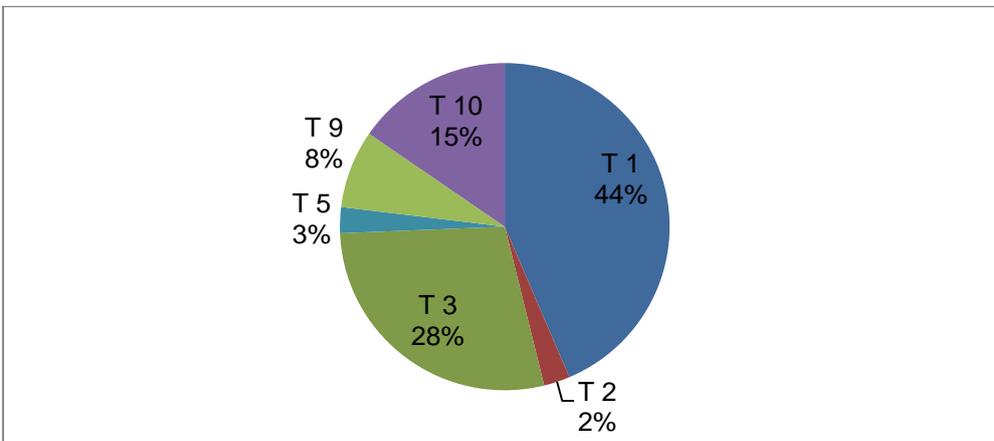
Apêndice 17: GRÁFICO com os dados de LD₁ - Comprimento



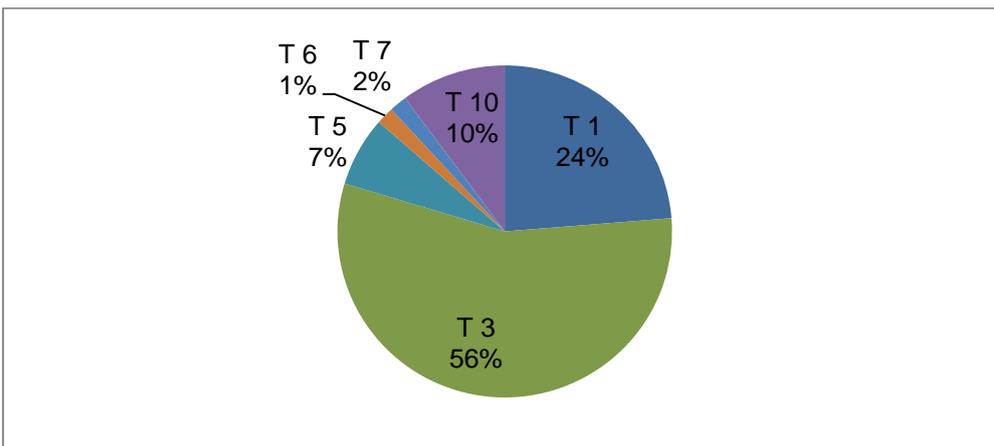
Apêndice 18: GRÁFICO com os dados de LD₂ - Comprimento



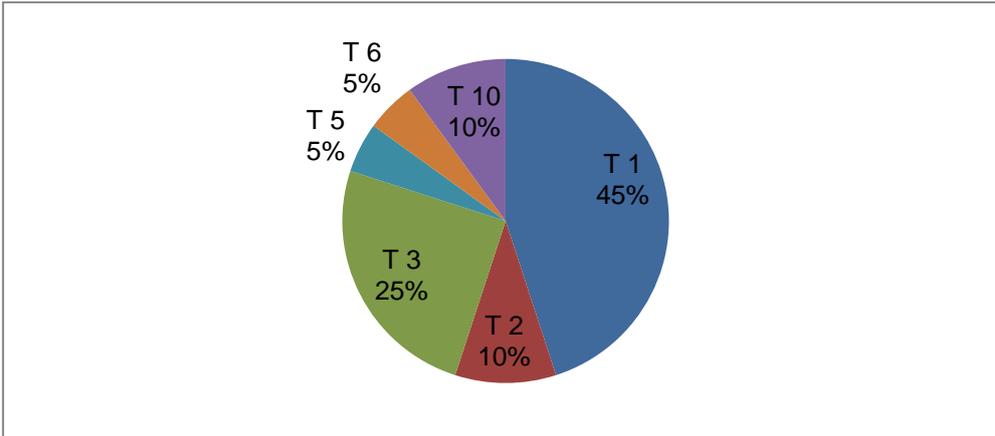
Apêndice 19: GRÁFICO com os dados de LD₃ – Comprimento



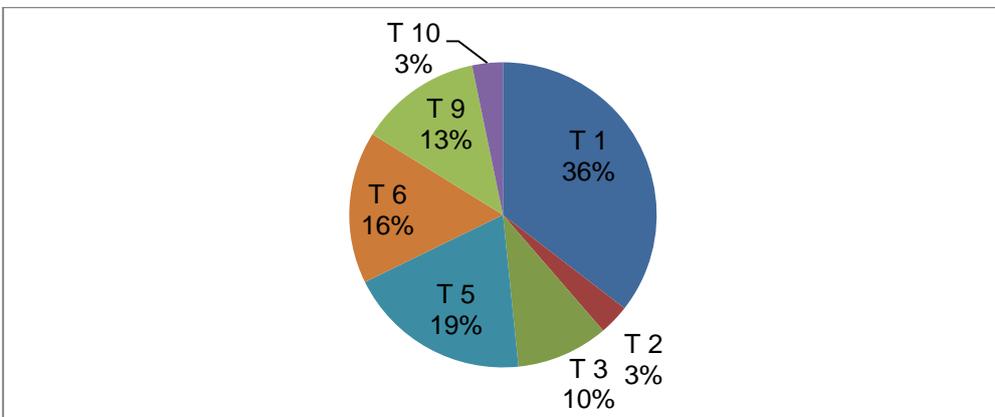
Apêndice 20: GRÁFICO com os dados de LD₄ – Comprimento



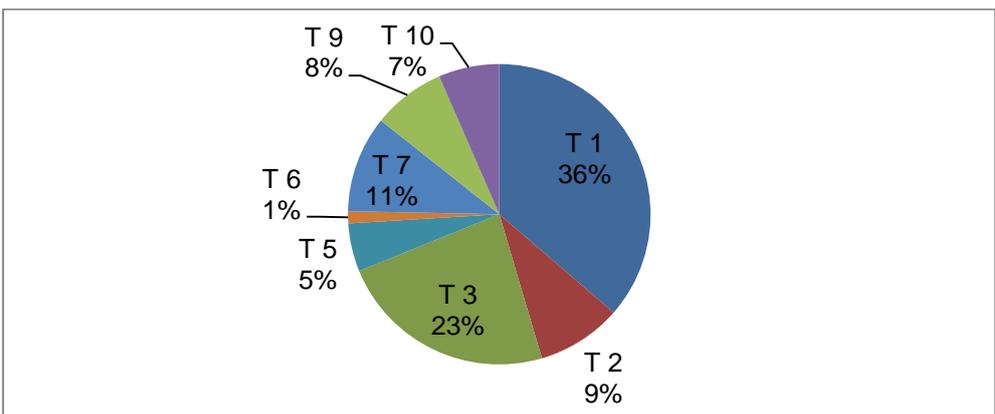
Apêndice 21: GRÁFICO com os dados de LD₅ – Comprimento



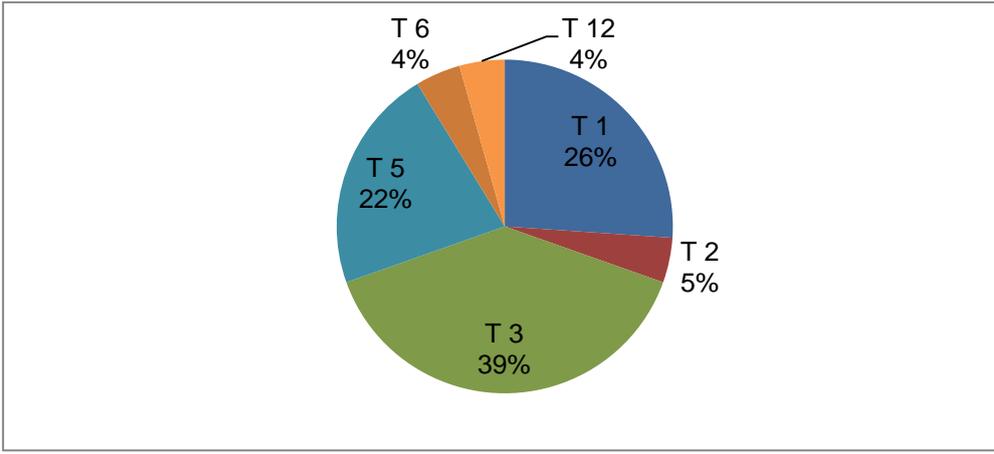
Apêndice 22: GRÁFICO com os dados de LD₆ – Comprimento



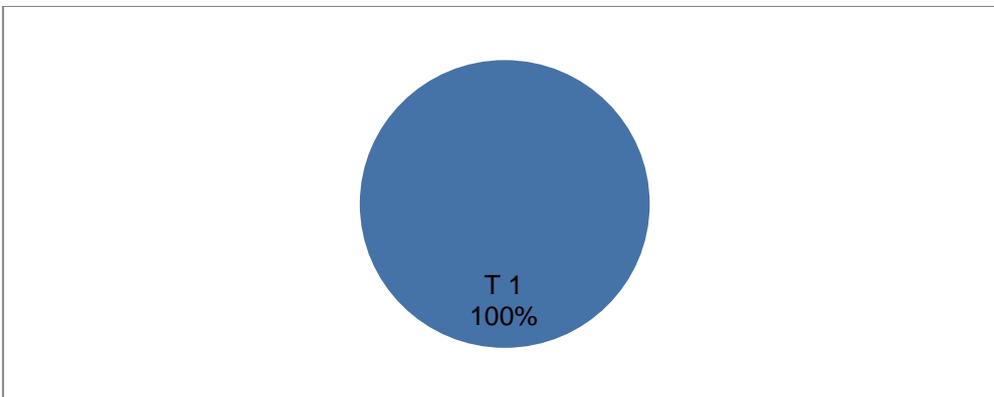
Apêndice 23: GRÁFICO com os dados de LD₇ – Comprimento



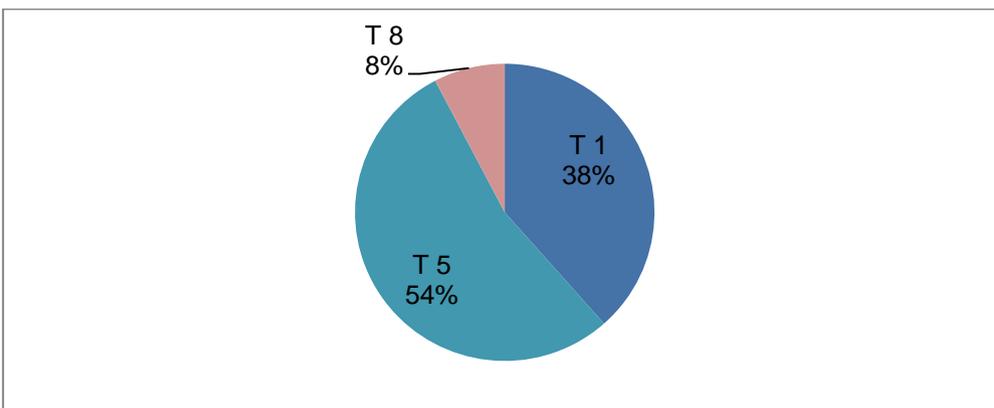
Apêndice 24: GRÁFICO com os dados de LD₈ – Comprimento



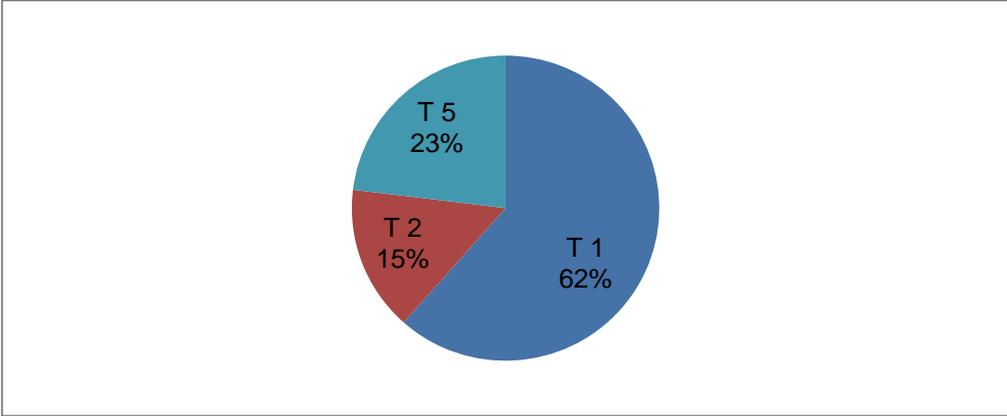
Apêndice 25: GRÁFICO com os dados de LD₁ – Perímetro



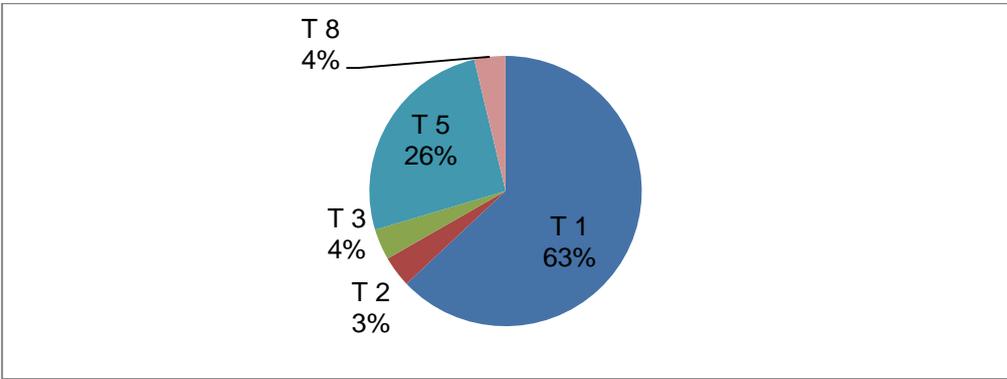
Apêndice 26: GRÁFICO com os dados de LD₂ – Perímetro



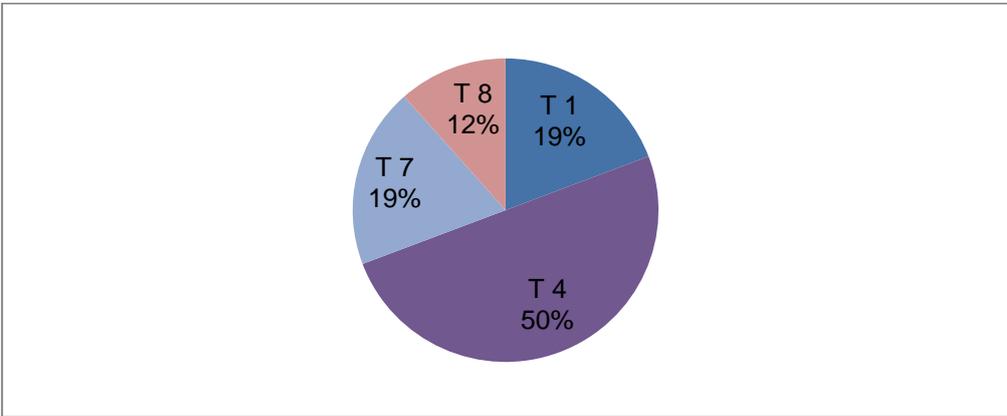
Apêndice 27: GRÁFICO com os dados de LD₃ – Perímetro



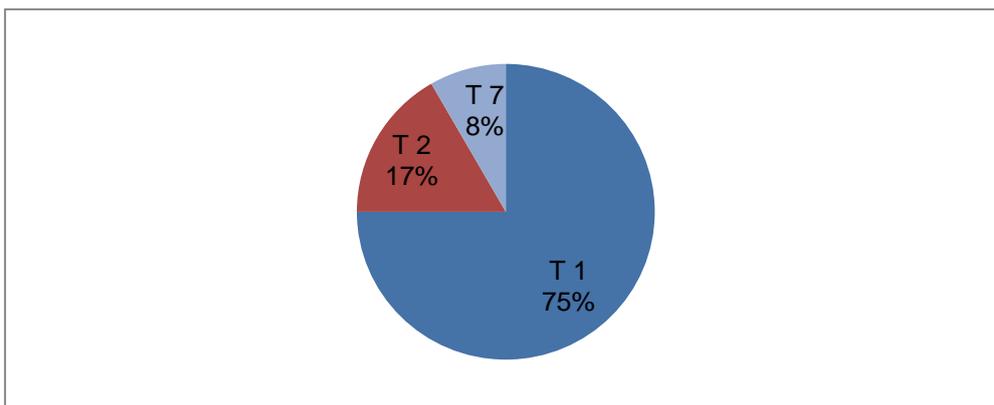
Apêndice 28: GRÁFICO com os dados de LD₄ – Perímetro



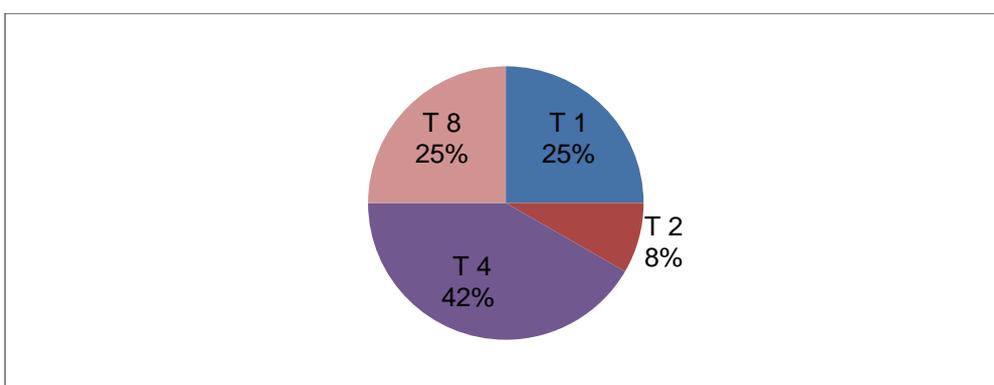
Apêndice 29: GRÁFICO com os dados de LD₅ – Perímetro



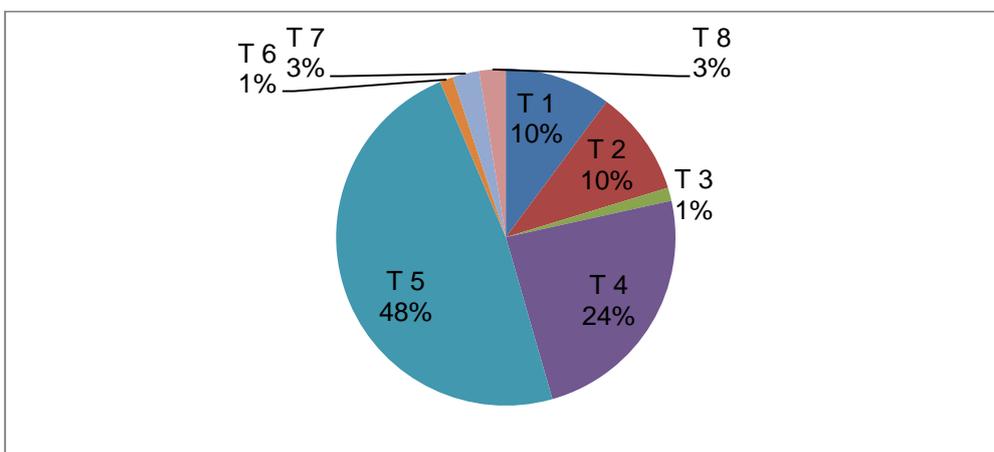
Apêndice 30: GRÁFICO com os dados de LD₆ – Perímetro



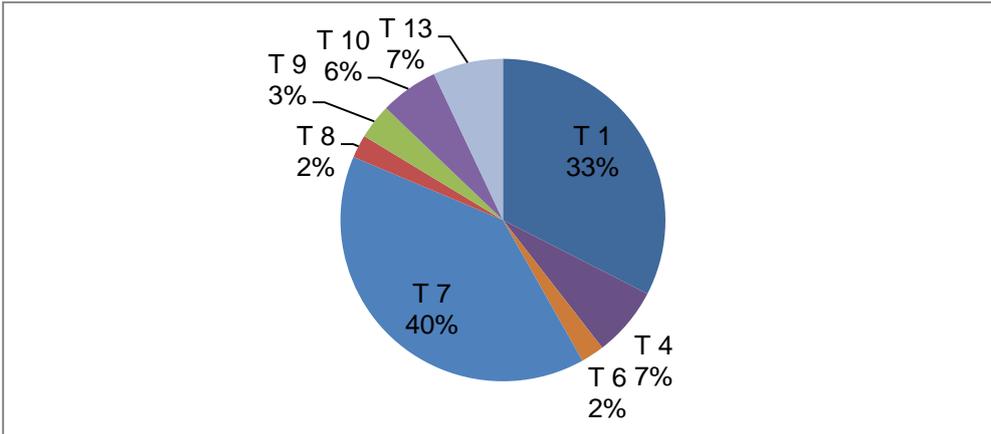
Apêndice 31: GRÁFICO com os dados de LD₇ – Perímetro



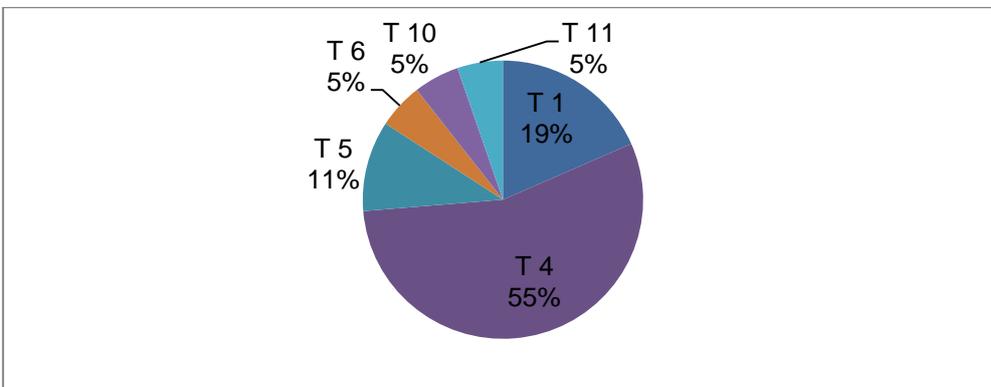
Apêndice 32: GRÁFICO com os dados de LD₈ – Perímetro



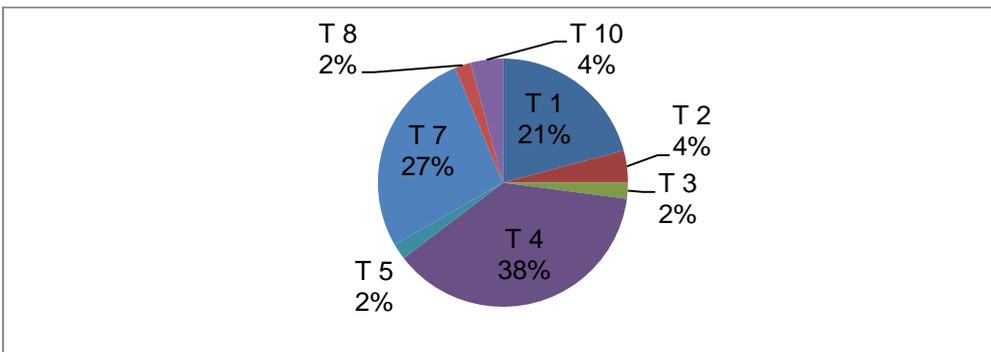
Apêndice 33: GRÁFICO com os dados de LD₁ – Área



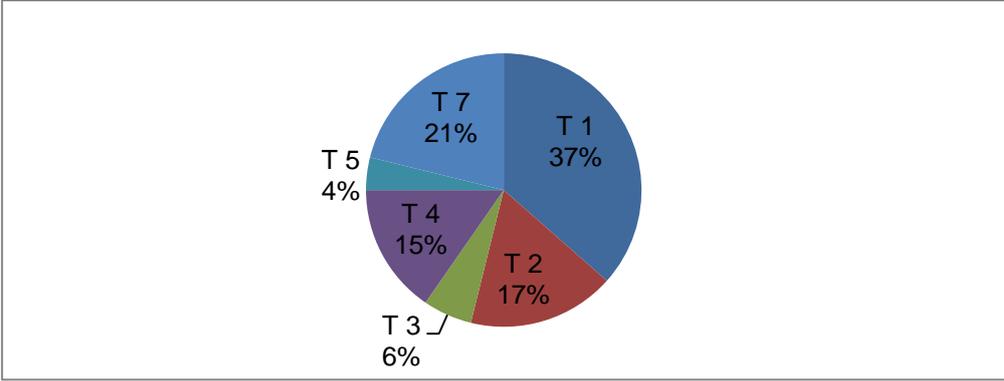
Apêndice 34: GRÁFICO com os dados de LD₂ – Área



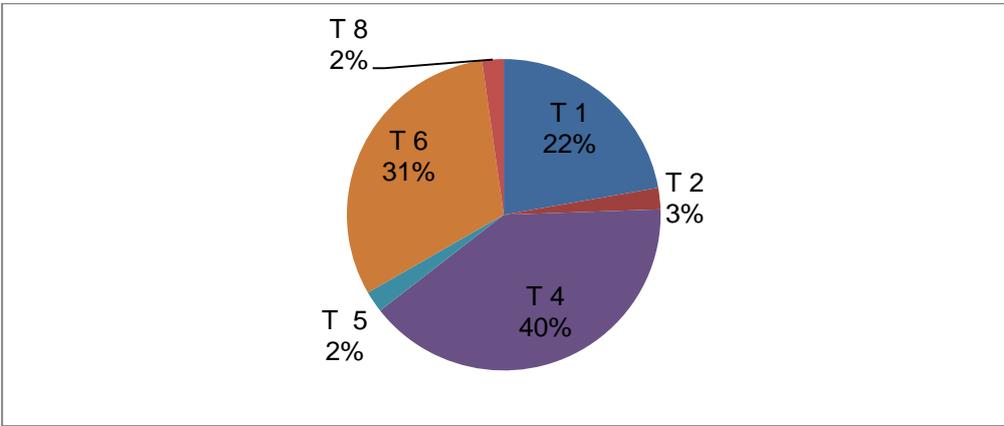
Apêndice 35: GRÁFICO com os dados de LD₃ – Área



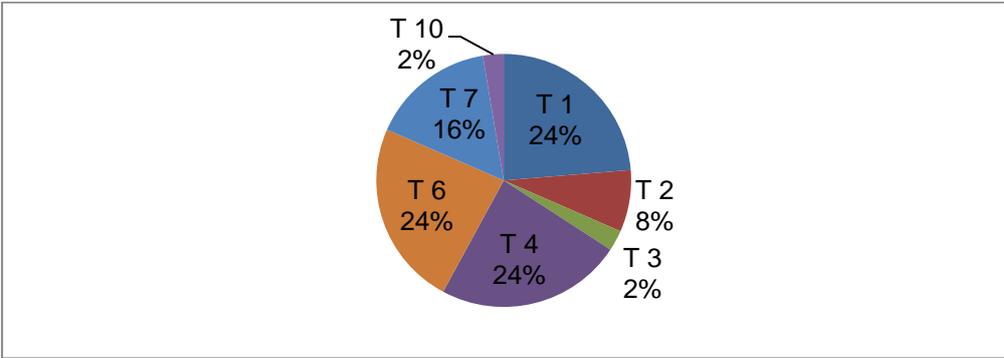
Apêndice 36: GRÁFICO com os dados de LD₄ – Área



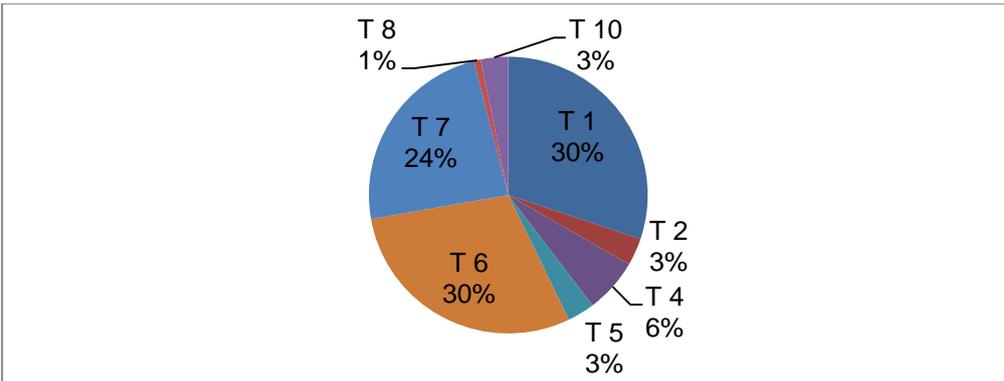
Apêndice 37: GRÁFICO com os dados de LD₅ – Área



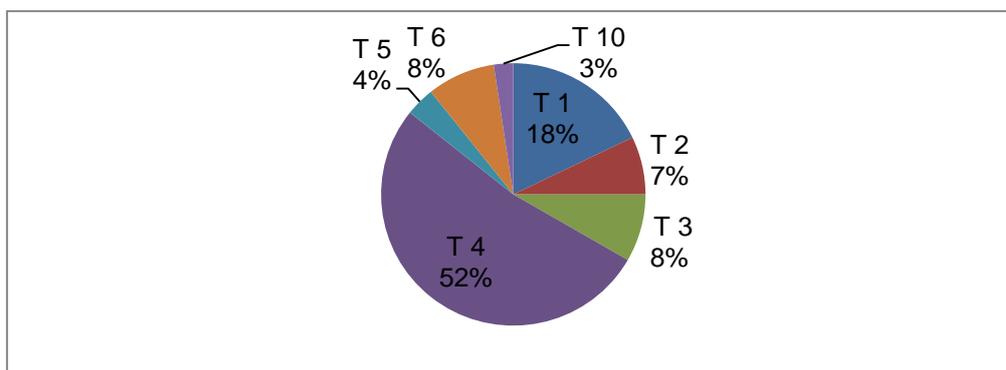
Apêndice 38: GRÁFICO com os dados de LD₆ – Área



Apêndice 39: GRÁFICO com os dados de LD₇ – Área



Apêndice 40: GRÁFICO com os dados de LD₈ – Área



Apêndice 41: QUADRO com os títulos dos capítulos e das seções dos LD do guia 2008.

TÍTULO DOS CAPÍTULOS E DAS SEÇÕES ENVOLVENDO COMPRIMENTO, PERÍMETRO E ÁREA DE CADA LD DO 6º ANO		
COLEÇÕES	TÍTULOS	
COLEÇÃO 1	Unidade 14: MEDIDAS O que é medir? Comprimentos no sistema métrico decimal Conversões entre unidades de medida de comprimento Medindo Superfícies	A área do retângulo Relacionando km ² , m ² e cm ² Estimando áreas
COLEÇÃO 2	Capítulo 13: OS SISTEMAS DE MEDIDAS A criação de padrões de medidas O sistema métrico decimal Os instrumentos de medida Outras medidas de comprimento	Perímetro de figuras planas Medidas de superfície e cálculo de áreas Área do triângulo Área do quadrado Palitos, áreas e perímetros Aproximação e estimativas
COLEÇÃO 3	Unidade 5: MEDIDAS E HISTÓRIA Medindo comprimentos Medindo superfícies Unidade 15: ESTUDANDO MEDIDAS	Medida de comprimento Medida de superfície Área do Retângulo Área do Quadrado Unidades Agrárias
COLEÇÃO 4	Unidade 1/ seção 8: JUNTANDO TUDO Unidade 5: MEDIDAS E FUNÇÕES	Unidade 7: MEDINDO SUPERFÍCIES Perímetro x área Unidades de medida de área Retângulos e Unidades agrárias
COLEÇÃO 5	Capítulo 9: GRANDEZAS E MEDIDAS Introdução Explorando a idéia de medida Unidades de medida de comprimento Unidades de área Revisão cumulativa Capítulo 10: PERÍMETROS, ÁREAS E	Perímetro de um contorno Comprimento da circunferência (perímetro do círculo) Área de uma superfície Área de uma região retangular Área de uma região limitada por um paralelogramo Área de uma região triangular Área de uma região limitada por um trapézio

	VOLUMES Introdução	Área de uma região determinada por um losango Atividades envolvendo área e perímetro
COLEÇÃO 6	Unidade 10: MEDIDAS DE COMPRIMENTO E DE MASSA Medindo comprimentos O metro, múltiplos e submúltiplos Estimativas e medidas Quadro das medidas de comprimento Mudanças de unidades de comprimento Unidades 12: ÁREAS E VOLUMES	Medindo superfícies Metro quadrado, múltiplo e submúltiplos Mudança de unidades de superfície Arredondamentos e estimativas Área de retângulos e quadrados Área de paralelogramos Área de triângulos
COLEÇÃO 7	Capítulo 8: MEDIDAS E NÚMEROS DECIMAIS Medidas de comprimento Conversando sobre o texto Ação Capítulo 12: ÁREAS E PERÍMETRO	Noção de área Conversando sobre o texto Área de retângulos Conversando sobre o texto Unidades de medida de área Conversando sobre o texto
COLEÇÃO 8	Capítulo 7: MEDIDAS Perímetro de um polígono Vamos medir? O sistema métrico Transformação de unidades	Metro quadrado e quilômetro quadrado Área do Retângulo Área do quadrado
COLEÇÃO 9	Capítulo 7: OS NÚMEROS DECIMAIS E AS MEDIDAS A Necessidade de Medir Os Números Decimais e o Metro Obtendo o Perímetro de Figuras Geométricas Planas Capítulo 8: MEDINDO SUPERFÍCIE	Medindo Superfícies Unidade de Medida de Área: o Metro Quadrado Áreas de Figuras Planas
COLEÇÃO 10	Capítulo 21: UNIDADE DE COMPRIMENTO Um pouco de história As medidas de comprimento hoje Unidade padrão de comprimento Mudanças de unidade Capítulo 23: POLÍGONOS Perímetro de um polígono Capítulo 25: UNIDADES DE ÁREA	De volta ao Tangram Medidas de área Unidade padrão de área Múltiplos e submúltiplos Mudanças de unidade Unidades agrárias Áreas de alguns polígonos Área do Retângulo Área do quadrado
COLEÇÃO 11	Unidade 8: GRANDEZAS E MEDIDAS Grandezas O que é medir? Sistema Internacional de Unidades Um pouco de história Algumas unidades do SI Comprimento, massa e capacidade Metro, decímetro e centímetro Metro centímetro e milímetro	Quilômetro e metro Quadro de unidades Conceito de perímetro e de área Centímetro quadrado Decomposição de figuras para calcular área Área de um retângulo Área de um quadrado Metro quadrado Outras unidades de medida de área Medidas agrárias
COLEÇÃO 12	Capítulo 4: MEDIDAS DE COMPRIMENTO De quilômetro a milímetro	Área Unidades de medida de superfície Área do quadrado e do retângulo

	Capítulo 15: MEDIDAS DE SUPERFÍCIES	Transformação de unidades de área
COLEÇÃO 13	Unidade 7: NÚMEROS DECIMAIS Unidades de medida	Unidade 8: ÁREAS Áreas Unidades de medida de área
COLEÇÃO 14	Capítulo 6: MEDIDAS DE COMPRIMENTO Medindo comprimentos Perímetro Capítulo 17: MEDIDAS DE SUPERFÍCIE Medidas de superfície	Calculando áreas Unidades de medida de superfície Área do quadrado
COLEÇÃO 15	Capítulo 16: MEDIDA DE COMPRIMENTO Medir e Comparar Múltiplos do metro Outras medidas de comprimento Capítulo 17: ÁREAS	Unidades de área Medida padrão em áreas Área de um Retângulo
COLEÇÃO 16	Itens (não numerados) Qual é a área? Qual é o perímetro? Jogos e descobertas Formas geométricas e frações Medidas Como calcular a área de quadrados e retângulos	Metro quadrado e centímetro quadrado Área de quadrados e potenciação Conhecendo mais as áreas e perímetros Trabalhando com várias idéias e relações