



Centro de Educação
Campus Universitário
Cidade Universitária
Recife-PE/BR CEP: 50.670-901
Fone/Fax: (81) 2126-8952
E. Mail: edumatec@ufpe.br
www.gente.eti.br/edumatec

Michaelle Renata Moraes de Santana

**O Acaso, o Provável, o Determinístico: concepções e
conhecimentos probabilísticos de professores do Ensino
Fundamental**

Recife

2011

Michaelle Renata Moraes de Santana

**O Acaso, o Provável, o Determinístico: concepções e
conhecimentos probabilísticos de professores do Ensino
Fundamental**

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Educação Matemática
e Tecnológica do Centro de Educação da
Universidade Federal de Pernambuco
como requisito parcial para obtenção do
título de Mestre em Educação Matemática
e Tecnológica.

Orientadora: Prof^a. Dra. Rute Elizabete de
Souza Rosa Borba

Recife

Julho de 2011

Santana, Michaelle Renata Moraes de

O acaso, o provável, o determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental / Michaelle Renata Moraes de Santana. – Recife: O Autor, 2011.

94 f. : il.

Orientadora: Prof^a. Dra. Rute Elizabete de S. Rosa Borba

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2011.

Inclui Referências.

1. Matemática - Estudo e Ensino
2. Probabilidade - Ensino
3. Ensino fundamental I. Borba, Rute Elizabete de Souza Rosa (Orientadora) II. Título

CDD 372.7

UFPE (CE 2011-075)

Michaelle Renata Moraes de Santana

**O Acaso, o Provável, o Determinístico: concepções e
conhecimentos probabilísticos de professores do Ensino
Fundamental**

Comissão Examinadora:

Presidente e orientador

Prof. Dr^a. Rute Elizabete de Souza Rosa Borba

Examinador Externo

Prof. Dr^a. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho

Examinador interno

Prof. Dr. Carlos Eduardo Ferreira Monteiro

Recife, 04 de julho de 2011.

Aos meus queridos pais Wilson e Fernanda

Ao meu amado esposo João Paulo

Ao meu filho Pedro, maior presente de Deus

AGRADECIMENTOS

À Deus, pelo seu amor incondicional e por me guiar em todo caminho até então percorrido.

À minha mãe Fernanda, pela infra-estrutura, apoio, paciência e confiança depositada

Ao meu pai Wilson, a quem tudo devo e que me fez ser quem hoje sou.

Em especial ao meu esposo João Paulo, que me acompanha desde o começo dessa caminhada, pela paciência e confiança, pelos momentos de partilha, de companheirismo, por me compreender, me ouvir e me entender. Obrigada por respeitar meus momentos difíceis e compreender minhas angústias, obrigada por suas palavras de otimismo que me fizeram chegar até aqui.

À minha orientadora Prof.^a Rute Borba que com carinho, serenidade, alegria e dedicação me mostrou os melhores caminhos, contribuindo não só para minha formação acadêmica, mas também para minha formação profissional e pessoal.

À Prof.^a Cíleda de Queiroz Coutinho e ao Prof.^o Carlos Eduardo Ferreira Monteiro pelas ricas contribuições e colaboração no processo de realização dessa pesquisa.

A todos os professores do curso, pela aprendizagem que provocaram.

A todos os colegas do curso, pela amizade, companheirismo, pelos momentos de partilha e aprendizagem.

À amiga Tiane, colega de curso, companheira de viagens, congressos, com quem dividi minhas aflições e que me tranquilizava nos momentos mais difíceis com seus sábios conselhos e seu bom humor

Às amigas do Grupo de Estudos em Raciocínio Combinatório do Centro de Educação (GERAÇÃO-UFPE), que abrilhantaram minha pesquisa com suas ricas contribuições e com as quais compartilhei deliciosas manhãs de quinta-feira

A todos que fazem parte do Programa de Pós-graduação de Educação Matemática e Tecnológica

Muito obrigada!

RESUMO

A formação básica em *probabilidade* torna-se indispensável ao cidadão nos dias de hoje e em tempos futuros, pois a sociedade contemporânea requer habilidades que permitam uma leitura ampla da realidade e capacidades de intervenção nas ações sociais. Baseando-se nessas ideias, a presente pesquisa teve como objetivo refletir sobre o ensino proposto desta temática com objetivo de identificar como professores do Ensino Fundamental de escolas públicas concebem o ensino de probabilidade. O quadro teórico de nosso trabalho foi composto da análise de diversas pesquisas, identificando as diferentes tendências quanto às noções básicas de probabilidade a serem abordadas no Ensino Fundamental. Para compreender como se dá a construção de um conceito nos fundamentamos na Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud, nos possibilitando observar que ao tratarmos de um conteúdo como a Probabilidade, estão envolvidos uma diversidade de outros conteúdos como, por exemplo, os conceitos de fração, razão, porcentagem, chance, acaso, entre outros. Utilizamos como procedimento metodológico a entrevista semi-estruturada, realizada com oito professores, quatro dos anos iniciais e quatro dos anos finais, que responderam ao nosso instrumento de pesquisa relacionado a concepções probabilísticas. Com isso, pudemos obter informações referentes às concepções dos professores, relacionado-as com suas formações iniciais. A pesquisa revelou que ao menos para estes participantes, professores do Ensino Fundamental exploram muito pouco os conceitos probabilísticos em suas salas de aula e que durante suas formações iniciais não foram oferecidos elementos formativos que incorporassem saberes e práticas que permitissem o desenvolvimento de abordagens educativas que orientasse o ensino das noções básicas de probabilidade em sala de aula. Em relação às noções probabilísticas, verificamos que os professores apresentam dificuldades na própria compreensão do conceito de probabilidade. Nomenclaturas como fenômeno aleatório, espaço amostral, acaso e evento, necessárias na formalização do conceito de probabilidade não foram evidenciadas pelos professores entrevistados. De um modo geral, pode-se afirmar que há indícios de que a formação inicial influencia na construção de concepções quanto ao ensino de probabilidade e de que se faz necessário possibilitar, durante o processo de formação de professores, discussões referentes à probabilidade, de forma que os docentes adquiram autonomia para trabalhar com esse conceito, favorecendo uma aprendizagem significativa dos seus alunos. Conclui-se que há uma complexidade em compreender as noções probabilísticas, reforçando a necessidade de pesquisas acadêmicas relacionadas ao ensino de probabilidade e suas noções básicas e a instrumentalização dos cursos de formação inicial e continuada na construção de estratégias que fomentem o trabalho com o aleatório para a introdução ao conceito de probabilidade.

Palavras-chave: Probabilidade - Concepções docentes – Práticas – Ensino Fundamental.

ABSTRACT

Basic training in *probability* is essential for citizens today and in future times, as contemporary society requires skills that enable a wide reading of reality and capacity for intervention in social actions. Based on these ideas, this research aimed to reflect on the theme of education proposed in order to identify as teachers of public elementary schools conceive the teaching of probability. The theoretical framework of our work consisted of analysis of several studies, identifying the different trends regarding the basics of probability to be addressed in elementary school. To understand how is the construction of a concept in based on the theory of conceptual fields proposed by Vergnaud, enabling us to observe that when dealing with content such as probability, are involved in a variety of other content such as, for example, the concepts of fraction , ratio, percent, chance, chance, among others. Used as instruments to semi-structured interviews conducted with eight teachers, four of four years of initial and final years, who responded to our survey instrument related to probabilistic concepts. With that, we could obtain information regarding the teachers' concepts, relating them to their initial training. The survey revealed that at least for these participants, elementary school teachers explore the concepts very little probability in their classrooms and during their initial training were not offered training that incorporated elements of knowledge and practices that enable the development of educational approaches orient teaching the basics of probability in the classroom. In relation to probabilistic notions, we find that teachers have difficulties in understanding the very concept of probability. Nomenclatures phenomenon as random samples, random and event, necessary to formalize the concept of probability, there were no teachers interviewed. In general, one can say that there is evidence that the initial training influences the construction of conceptions about teaching probability and that it is necessary to enable, during the process of teacher training, discussions regarding the likelihood, so that teachers acquire the autonomy to work with this concept, favoring a significant learning of their students. We conclude that there is complexity in understanding the probabilistic notions, need to refocus academic research related to teaching probability and its basics and exploitation of the initial training courses and continuing to build strategies that encourage work for the random introduction to the concept of probability.

Keywords: Probability - Concepts teachers - Practice - Elementary School.

LISTRA DE QUADROS

QUADRO 1: CÓDIGO DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	46
QUADRO 2: DESCRIÇÃO DOS OBJETIVOS DE CADA MOMENTO DA ENTREVISTA.....	49
QUADRO 3: DESCRIÇÃO DOS QUESTIONAMENTOS REALIZADOS NA ENTREVISTA	50
QUADRO 4: PERFIL SÓCIO-PROFISSIONAL DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA	54
QUADRO 5: ATUAÇÃO DOS PROFESSORES COM FORMAÇÃO EM MATEMÁTICA.....	55
QUADRO 6: CONCEITOS MATEMÁTICOS ELENCADOS PELOS PROFESSORES	56
QUADRO 7: CONCEITOS MATEMÁTICOS INDICADOS NA SITUAÇÃO S1.....	59
QUADRO 8: CONCEITOS MATEMÁTICOS INDICADOS NA SITUAÇÃO S2.....	62
QUADRO 9: CONCEITOS MATEMÁTICOS INDICADOS NA SITUAÇÃO S3.....	64
QUADRO 10: CONCEITOS MATEMÁTICOS INDICADOS NA SITUAÇÃO S4.....	66
QUADRO 11: CONCEITOS MATEMÁTICOS INDICADOS NA SITUAÇÃO S5.....	68
QUADRO 12: CONCEITOS MATEMÁTICOS INDICADOS NA SITUAÇÃO S6.....	71
QUADRO 13: CONCEITOS MATEMÁTICOS INDICADOS NA SITUAÇÃO S7.....	73
QUADRO 14: CONCEITOS MATEMÁTICOS INDICADOS NA SITUAÇÃO S8.....	75
QUADRO 15: CONCEITOS MATEMÁTICOS INDICADOS NA SITUAÇÃO S9.....	77
QUADRO 16: SÍNTESE DE COMPARATIVO ENTRE A SITUAÇÃO S4 E SITUAÇÃO S5	78
QUADRO 17: SÍNTESE DE COMPARATIVO ENTRE A SITUAÇÃO S6 E SITUAÇÃO S7	79
QUADRO 18: SÍNTESE DE COMPARATIVO ENTRE A SITUAÇÃO S8 E SITUAÇÃO S9	80
QUADRO 19: CLASSIFICAÇÃO DAS SITUAÇÕES PELO GRAU DE COMPLEXIDADE.....	81
QUADRO 20: SÍNTESE DA PROPOSTA DE ORDENAÇÃO POR GRAU DE COMPLEXIDADE	83

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: SITUAÇÃO S159

FIGURA 2: SITUAÇÃO S261

FIGURA 3: SITUAÇÃO S363

FIGURA 4: SITUAÇÃO S466

FIGURA 5: SITUAÇÃO S568

FIGURA 6: SITUAÇÃO S670

FIGURA 7: SITUAÇÃO S772

FIGURA 8: SITUAÇÃO S875

FIGURA 9: SITUAÇÃO S976

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
OBJETIVO GERAL	14
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	14
CAPÍTULO 1	16
A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS	16
CAPÍTULO 2	20
O ENSINO DE PROBABILIDADE: noções básicas	20
CAPÍTULO 3	30
ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE: DIFERENTES OLHARES ...	30
3.1 – OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL (PCN-EF)	31
3.2 – PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SOBRE ASPECTOS DIDÁTICOS DA PROBABILIDADE	33
3.2.1 – ENSINO DE PROBABILIDADE	33
3.2.2 – CURRÍCULO REFERENTE À PROBABILIDADE	36
3.2.3 – FORMAÇÃO PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE	38
3.2.4 – RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE	39
CAPÍTULO 4	43
MÉTODO	43
4.1. CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA	46
4.2. APRESENTAÇÃO E JUSTIFICATIVA DO INSTRUMENTO DE COLETA	46
4.3. CONSTRUÇÃO DO INSTRUMENTO DE COLETA	46
CAPÍTULO 5	52
APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	52
5.1. FORMAÇÃO E ATUAÇÃO PROFISSIONAL DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA	54
5.2. INVESTIGANDO O CONHECIMENTO SOBRE PROBABILIDADE	56
5.2.1. ANÁLISE DAS SITUAÇÕES	59
5.2.1.1. Situação S1	59

5.2.1.2. Situação S2	61
5.2.1.3. Situação S3	63
5.2.1.4. Situação S4	66
5.2.1.5. Situação S5	68
5.2.1.6. Situação S6	70
5.2.1.7. Situação S7	72
5.2.1.8. Situação S8	75
5.2.1.9. Situação S9	76
5.2.1.10. Análise comparativa das Situações	78
5.2.2. RELEVÂNCIA DO ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO FUNDAMENTAL	84
CONSIDERAÇÕES FINAIS	86
REFERÊNCIAS	91

INTRODUÇÃO

A formação básica em *probabilidade* torna-se indispensável ao cidadão nos dias de hoje e em tempos futuros, pois a sociedade contemporânea requer habilidades que permitam uma leitura ampla da realidade e capacidades de intervenção nas ações sociais. O entendimento de *probabilidade* requer pensamento elaborado de análise de situações, levantamento de possibilidades e julgamento do que seja provável, improvável e impossível. Nesse sentido, o ensino da *probabilidade* pode promover o desenvolvimento da capacidade crítica e da autonomia, assim como de outros conceitos matemáticos trabalhados na escola, tais como a classificação sistemática e a combinatória.

Baseando-se nessas ideias, a presente pesquisa teve como objetivo refletir sobre o ensino proposto desta temática, sobretudo, porque acredita-se que no mundo das informações, no qual estamos inseridos, torna-se cada vez mais cedo o acesso dos indivíduos a questões sociais e econômicas em que a compreensão de grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória, possibilitando a identificação de resultados possíveis desses acontecimentos.

Dessa forma, faz-se necessário que a escola estimule, desde o Ensino Fundamental, a formação de conceitos de natureza probabilística, proporcionando aos estudantes uma aquisição de conhecimentos menos compartimentalizados, ou seja, explorando os conceitos probabilísticos, envolvendo diferentes conceitos. Desenvolvimentos conceituais mais amplos podem ser obtidos por meio de experiências que permitam aos alunos fazerem observações e tirarem conclusões, desenvolvendo, assim, o pensamento científico, fundamental para suas formações.

Para que a aprendizagem matemática possa contribuir para a efetivação desse fato, é importante que estudantes desenvolvam procedimentos matemáticos diversos, que sejam confrontados com problemas variados do mundo real e que tenham possibilidades de escolherem suas próprias estratégias para solucioná-los. Segundo Lopes (1998):

Não basta ao cidadão entender as porcentagens expostas em índices estatísticos como o crescimento populacional, taxas de inflação, desemprego, ... é preciso analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade. Assim como não é suficiente ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões.

Tais considerações nos direcionam a um repensar do currículo de matemática para a Escola Básica (p.2).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) propõem um eixo de aprendizado de *tratamento de informações* que inclui a Estatística, a *Probabilidade* e a Contagem como conteúdos matemáticos de muita importância. Este eixo é relativamente novo e não estava presente em currículos anteriores.

Os PCN recomendam o trabalho com Estatística com a finalidade de que o estudante construa procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e outras representações, e que seja capaz de descrever e interpretar sua realidade, usando conhecimentos matemáticos.

Nessa perspectiva, no Ensino Fundamental, os professores devem promover uma formação na qual os estudantes pensem a respeito de diferentes questões e estabeleçam adequadamente estratégias e técnicas para solucionar problemas que permeiam sua vida – a qual inclui situações prováveis, improváveis e impossíveis, com as quais é preciso aprender a lidar.

Para Coutinho (1994), a aprendizagem da Teoria das Probabilidades torna-se mais difícil para o aluno quando não há uma intervenção didática apropriada, constatando-se que as respostas dadas pelos alunos para questões de probabilidades são diretamente influenciadas pela sua formulação e pelo seu contexto.

Oliveira e Cazorla (2008) afirmam que é papel da escola proporcionar ao estudante a formação de conceitos estatísticos e probabilísticos que o auxiliarão no exercício de sua cidadania, pois há necessidade de o indivíduo compreender as informações veiculadas, tomar decisões e fazer previsões que influenciam na sua vida pessoal e na de sua comunidade.

Nesse sentido, ensinar conceitos probabilísticos na escola é de extrema importância para o sujeito hoje, cuja relação com o mundo supera a sua própria capacidade de lidar com as certezas, ultrapassando, assim, ao âmbito das incertezas, contribuindo para o exercício pleno da cidadania com responsabilidade social na tomada de decisões. Sem esta compreensão, os indivíduos não são

capazes de julgar de forma adequada o meio que os cerca e podem se deixar levar por informações destorcidas da realidade.

Segundo Lopes (2005), a probabilidade pode ser aplicada à realidade tão diretamente quanto à aritmética elementar, não sendo preciso teorias físicas nem técnicas matemáticas complexas para sua aplicação. Esta autora defende a ideia de que a probabilidade é uma excelente oportunidade para refletir com os estudantes sobre como matematizar, como aplicar a Matemática para resolver problemas reais. Argumenta-se que para isso é preciso que o ensino das noções probabilísticas utilize uma metodologia pela qual se incentiva o aluno a descobrir por si mesmo a verdade que lhe querem inculcar, estimulando-o à descoberta, à invenção, por meio de propostas de problemas concretos e da realização de experimentos reais e/ou simulados. É através de afirmações como estas – que defendem o ensino da probabilidade desde cedo e que apresentam argumentos em favor da abordagem deste conteúdo desde os anos iniciais de escolarização – que nos fizemos refletir e definir a seguinte pergunta para a investigação, foco da presente pesquisa:

Que conhecimentos sobre Probabilidade e suas noções básicas têm professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental?

Descrevemos, a seguir, os nossos objetivos, de modo a delimitar a questão de pesquisa levantada.

Objetivo Geral

- Analisar concepções e conhecimentos de professores do Ensino Fundamental sobre a *Probabilidade*.

Objetivos Específicos

- Identificar como professores da rede pública concebem a importância do ensino de probabilidade;
- Levantar os motivos que apresentam para trabalhar, ou não, este conceito em suas salas de aula;
- Analisar conhecimentos identificados por professores de diferentes níveis de ensino;

- Verificar que noções os professores consideram ser necessárias na construção do conceito de probabilidade.

A seguir apresentaremos os capítulos constituintes da presente dissertação:

No primeiro capítulo, *A Teoria dos Campos Conceituais*, iniciamos a discussão sobre essa teoria proposta por Vergnaud (1986) e sua contribuição para compreendermos a construção do conceito de Probabilidade tendo em vista que esse conteúdo envolve uma diversidade de outros conteúdos que articulados são necessários para que se possa proporcionar um amplo aprendizado do mesmo.

O segundo capítulo trata do *Ensino de Probabilidade: noções básicas*. Nele apresentamos algumas pesquisas e as relações dessas investigações com as noções básicas de probabilidade. Nesse sentido foram enfatizados aspectos mais teóricos, destacando-se conceitos essenciais à compreensão da probabilidade.

Ensino e Aprendizagem de Probabilidade: diferentes olhares é a temática do terceiro capítulo no qual trazemos as contribuições de documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental e pesquisas relativas a aspectos didáticos da probabilidade: ensino, currículo, formação e recursos.

No quarto capítulo, *O método*, descrevemos a maneira pela qual desvelamos o objeto pesquisado, bem como os procedimentos metodológicos que orientaram o processo de construção da pesquisa.

A apresentação e análise dos resultados constitui a temática do quinto capítulo, no qual apresentamos os resultados da pesquisa, a análise detalhada das falas dos professores e seus conhecimentos em relação à Probabilidade e suas noções básicas.

Por fim, no sexto capítulo, apresentamos algumas considerações finais a partir do que a pesquisa revelou em relação ao conhecimento de Probabilidade dos professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental.

CAPÍTULO 1

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Vergnaud (1986) afirma que o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio, por parte do aprendiz acontece ao longo de um extenso período de tempo, por meio da experiência, maturidade e aprendizagem. Dessa forma, a construção de conceitos é um longo processo que envolve a articulação entre aspectos biológicos e sociais, sendo a interação com o meio a base de desenvolvimento conceitual.

Segundo Vergnaud (1996):

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, nomeadamente daquelas que relevam das ciências e das técnicas (p.155).

Quando Vergnaud (1996) propõe estudar um campo conceitual, ao invés de um conceito isolado, ele afirma que em situações-problema os conceitos se apresentam de forma articulada. Segundo o autor, um campo conceitual é um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão.

Vergnaud (2003) também defende que um conceito deve ser explorado em diferentes situações-problema, de modo que o aluno possa lidar com este conceito por meio de diferentes pontos de vista, de maneira concisa e abrangente, pois apenas as definições de termos formais não bastam para que sua construção. A vivência de situações problematizadoras é que pode proporcionar desenvolvimentos conceituais.

Vergnaud (1998) apresenta três justificativas para que se utilize o conceito de campo conceitual, como forma de análise no que se refere à obtenção do conhecimento. Essas justificativas fortalecem a necessidade de considerarem-se conceitos de forma integrada e articulada.

Primeiramente, um conceito não se forma a partir de um só tipo de situação. Sugere-se, assim, a diversificação das atividades de ensino, de forma que se permita ao estudante a aplicação de um dado conceito em diversas situações.

Uma segunda justificativa é a de que uma situação não se analisa com um só conceito, o que implica na necessidade de uma visão geral do conhecimento, contribuindo para uma melhor apropriação do mesmo por parte dos estudantes. Assim, uma situação é rica em conceitos matemáticos diversificados, bem como de conceitos de outras áreas do conhecimento.

Por fim, Vergnaud (1998) defende que a construção e apropriação do objeto matemático ao qual o conceito se relaciona, é um processo longo, sendo necessário levar em consideração a trajetória de aprendizagem dos estudantes. Não se pode, assim, considerar que conceitos são desenvolvidos em momentos isolados de contato com os mesmos, mas, sim, em processos contínuos de problematizações que envolvem os diversos conceitos em construção.

Desse modo, quando se pensa em apresentar uma nova noção aos estudantes, observa-se que este está relacionado a muitos outros e ainda mais, nas diversas situações em que ele aparece, pode envolver diferentes aspectos e operações em diferentes soluções. Esta consideração é muito relevante na organização curricular e na prática de ensino em sala de aula.

Temos, então, que a Teoria dos Campos Conceituais considera a existência de conceitos interligados, formando, assim, uma rede complexa de conceitos. Para que ocorra a construção do conhecimento conceitual, esse deve emergir dentro de situações-problema, isto é, os docentes devem fornecer situações problematizadoras que possuem significação para o aluno, e que essas tenham como objetivo fornecer potencialidades para a construção e aquisição do conceito e sua estrutura.

Como afirma Vergnaud (1996), um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino, pois é através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para o educando. As definições nem sempre são carregadas de significado para os estudantes e podem até ser memorizadas, mas nem sempre aprendidas.

A construção de um conceito envolve uma terna de conjuntos que, segundo a Teoria dos Campos Conceituais, é denominada (S, I, R) sendo S o conjunto de

situações que dão significado do conceito; I o conjunto de invariantes, ou seja, propriedades e procedimentos necessários para definir esse conceito; e R o conjunto de representações simbólicas, as quais permitem relacionar o significado desse objeto com as suas propriedades (Vergnaud,1986).

A Teoria dos Campos Conceituais nos possibilita observar que ao tratarmos de um conteúdo como a Probabilidade, está envolvida uma diversidade de outros conteúdos como, por exemplo, os conceitos de fração, razão, proporção, porcentagem, noções de chance, acaso, possibilidades, aleatoriedade, entre outros. Esses conceitos articulados são necessários para que se possa proporcionar um amplo aprendizado de Probabilidade.

Isso nos aponta mais uma vez para a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, na qual percebemos que não se pode estudar um novo conceito matemático de forma isolada, mas, sim, o relacionando com outros conceitos através de situações problematizadoras.

O capítulo a seguir trata da articulação de conceitos a serem considerados quando do ensino de Probabilidade. Estudos anteriores são nele descritos que serviram de base para o levantamento de conceitos a serem considerados em articulação com o da *probabilidade*.

CAPÍTULO 2

O ENSINO DE PROBABILIDADE: noções básicas

O objetivo deste capítulo é apresentar discussões teóricas que julgamos relevantes para a presente pesquisa e que foram consideradas para levantamento das noções básicas de *probabilidade*. Para tal, discutiremos os estudos realizados por Coutinho (1994), Azcárate, Cardeñoso e Porlán (1998), Silva (2002), Morgado et al (2004), Gonçalves (2004), Goulart (2007), Novaes e Coutinho (2009) e Oliveira (2010) e as relações dessas investigações com as noções básicas de probabilidade.

Morgado, Pitombeira, Carvalho e Fernadez (2004) em seu livro sobre a Teoria da Probabilidade discutem conceitos básicos da mesma. Segundo esses autores, *fenômenos aleatórios* acontecem constantemente em nossa vida diária e o que os diferencia de um *experimento determinístico* é que os primeiros são experimentos que, repetidos sob as mesmas condições, produzem resultados geralmente diferentes, já o segundo é um experimento que, quando repetido em condições semelhantes, conduz a resultados essencialmente idênticos.

Esses autores apresentam a probabilidade como um quociente do número de casos favoráveis sobre o número de casos possíveis. Para compreender a probabilidade a partir dessa definição, os autores dão destaque para dois conceitos – o de *espaço amostral* e o de *evento*. Segundo Morgado et al (2004), o *espaço amostral* é o conjunto dos possíveis resultados de um experimento e os elementos do espaço amostral são chamados *eventos* elementares.

As noções necessárias para a compreensão da probabilidade apresentadas no estudo de Morgado et al (2004), também estão presentes na pesquisa realizada por Coutinho (1994) que evidencia a noção de *espaço amostral* e *evento* como necessários para o desenvolvimento do pensamento probabilístico.

Coutinho (1994) teve como objetivo identificar como se dá a aquisição dos primeiros conceitos de *probabilidade* utilizando a visão frequentista proposta por Jacob Bernoulli, e coloca em evidência a dualidade do enfoque deste conceito: razão entre número de casos favoráveis e o número total de casos ou estimativa de seu valor obtida pela observação da estabilização da série de frequência experimental.

Coutinho (1994) procurou apresentar as vantagens encontradas quando da utilização da visão frequentista para o ensino dos primeiros conceitos de

probabilidade, tendo em vista que em nosso país limitava-se a explorar apenas a visão clássica, ou laplaciana que pode ser definida como:

A probabilidade de um acontecimento (evento) E , que é um subconjunto finito de um espaço amostral S , de resultados igualmente prováveis (JULIANELLI, DASSIE, LIMA E SÁ, 2009).

Em seu estudo, a autora, aplicou um questionário com dez questões no qual os alunos deveriam escolher entre as diversas situações propostas, justificando suas escolhas, com o objetivo de conhecer os que eles pensavam sobre o acaso e as concepções já existentes sobre probabilidade e suas aplicações.

Por meio das justificativas apresentadas pelos participantes do estudo, a autora procurou identificar as concepções espontâneas dos alunos e, a partir desse diagnóstico, elaborou uma sequência didática, utilizando pressupostos da Engenharia Didática, para dois grupos: um grupo de 41 estudantes franceses da segunda série do segundo grau científico e um grupo de 34 estudantes brasileiros cursando o primeiro ano de um curso de Fonoaudiologia de uma universidade particular.

Por fim, a autora apresentou o grau de influência que as concepções espontâneas dos alunos exercem sobre a aprendizagem do conceito de *probabilidade*. Das concepções espontâneas identificadas pela autora, as mais frequentes foram: que da ausência de informações sobre as condições da experiência aleatória conclui-se a equiprobabilidade, e que a probabilidade de um evento pode ser influenciada por informações obtidas pelo observador.

No que se refere às noções básicas de probabilidade, ao analisarmos a pesquisa realizada por Coutinho (1994), identificamos que a autora apresenta algumas noções necessárias como ponto de partida para o ensino do cálculo de probabilidade como: ideia de *acaso*, noções de *experiência aleatória*, *espaço amostral* e *frequência de um evento simples*.

Outra pesquisa importante que nos fornece subsídios para a discussão das noções básicas de *probabilidade* é a de Azcárate, Cardeñoso e Pórlan (1998), a qual afirma que o núcleo do pensamento probabilístico é a noção de *aleatoriedade*, que

por ser considerada habitualmente como um conceito óbvio, não tem seu significado analisado com profundidade.

Para esses autores a compreensão do sucesso aleatório tem sido um elemento chave na compreensão e desenvolvimento histórico do conhecimento probabilístico e uma clara compreensão do conceito de aleatoriedade é de crucial importância para dominar certos conceitos probabilísticos e estatísticos.

Os autores enfatizam, ainda, que a *aleatoriedade* é um conceito ambíguo que só pode ser definido em função dos instrumentos que se dispõe para provar o caráter aleatório de um fenômeno ao qual nos deparamos. Sendo assim, não existe uma forma única e precisa, universalmente válida, para definir aleatoriedade e o nível de compreensão da aleatoriedade influencia substancialmente na compreensão do conhecimento probabilístico.

Em estudo realizado com 57 professores de escola primária em formação, os autores concluíram que a forma do pensamento desse grupo de professores com relação à noção de aleatoriedade reflete um conhecimento de características intuitivas e não formalizado, se aproximando do que reconhecem como conhecimento cotidiano, ou seja, um conhecimento baseado na experiência, elaborado a partir do senso comum e não desenvolvido formalmente.

Esses resultados levam os autores a afirmarem que há uma falta de preparação dos professores neste campo do conhecimento matemático e, portanto, um tratamento frequentemente inadequado do tema.

Seguindo a linha de pensamento proposta por Azcárate, Cardeñoso e Pórlan (1998) em relação à noção de aleatoriedade, Viali e Oliveira (2010) defendem que o *experimento aleatório* é um conteúdo base e serve como ponto de partida para a caracterização dos demais conceitos. A partir dele é caracterizado o *espaço amostral* e, a partir desse, os *eventos*. O conceito de evento por sua vez possibilita que sejam apresentados os conceitos de probabilidade (clássico, frequencial e axiomático¹) e, em decorrência desses, a ideia de *probabilidade condicionada* e a caracterização de dependência e independência. Portanto, esses seriam o conjunto

¹ A concepção formal ou axiomática é uma concepção apoiada na teoria dos conjuntos e permite a construção da Teoria da Probabilidade como um campo próprio.

de conhecimentos prévios considerados pelos autores como indispensável para o bom entendimento da Teoria da Probabilidade.

Coutinho (2001) investigou o processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade pelo uso de situações didáticas para alunos de oitava série do Ensino Fundamental e primeiro ano do Ensino Médio, com o objetivo de que eles atingissem familiaridade com situações aleatórias, nas quais o conceito de probabilidade era introduzido pela comparação de estratégias desenvolvidas por meio da visão frequentista e da visão clássica.

Coutinho (2001) utilizou uma Engenharia Didática organizada em três partes: Experiência de Bernoulli, Urna de Pixel e o jogo de “Franc-Carreau”. Essas atividades tinham por objetivo introduzir o conceito de probabilidade por um enfoque experimental que possibilitasse a utilização de um processo de modelagem e permitisse ao aluno a validação de seus procedimentos e resultados pela confrontação entre visão frequentista e visão clássica.

Das conclusões obtidas pela autora, destacaremos que a introdução do conceito de probabilidade pode ser facilitada quando é realizado um trabalho que envolva situações aleatórias, como por exemplo, um sorteio, e que os resultados possam ser classificados como sucesso e fracasso.

Silva (2002) apresentou em seu estudo doze noções indicadas como constitutivas da introdução ao conceito de probabilidade, são elas: a) introdução ao conceito de probabilidades, b) tipos de experimentos: aleatório e determinístico, c) experimento aleatório, d) característica de um experimento aleatório, e) a noção de acaso, f) espaço amostral, g) evento, h) tipos de eventos, i) tipos de espaço amostral, j) definição frequentista de probabilidade, k) definição clássica de probabilidade e l) noções da história da Teoria das Probabilidades.

O autor considera essas noções integrantes de uma “introdução ao conceito de probabilidades”, visto que são noções preliminares no estudo da Teoria das Probabilidades, são as noções as quais permeiam todo o campo probabilístico e são as noções as quais, integradas a uma proposta de ensino, conduzirão à definição de probabilidade.

Nessa perspectiva, o autor realizou a aplicação de uma sequência didática na qual os conceitos ou noções que conduzem à definição de probabilidades, fossem abordados a partir de atividades ou situações-problema e que as concepções clássica e frequentista pudessem ser integradas, tendo em vista uma aprendizagem mais profunda e significativa em termos de compreensão e aplicação das probabilidades.

Silva (2002) defende que a adoção de apenas uma das visões probabilísticas no processo de ensino aprendizagem, clássica ou frequentista, proporciona uma apreensão parcial e limitada do conceito de probabilidades, enfatizando que o ensino a partir das duas concepções possibilita uma aprendizagem mais significativa e abrangente desse conceito.

Nesse sentido esse autor reforça os estudos de Coutinho (1994) que identifica como um obstáculo na formação do conceito de probabilidade a resolução de questões nas quais o caráter clássico ou frequentista de probabilidade estava envolvido, pois muitas vezes no ensino da formação do conceito de probabilidade limita-se apenas a explorar a visão clássica.

No estudo Silva (2002) ao analisar alguns livros didáticos e os Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Fundamental, observou-se que os mesmos não fazem referências a espaços amostrais não-equiprováveis e nem à visão frequentista de probabilidades, o que pode ser a causa de possíveis obstáculos para a aprendizagem significativa desse conceito.

Gonçalves (2004) realizou um estudo com o objetivo de identificar as concepções dos professores de Matemática em exercício no Ensino Fundamental sobre probabilidade, verificando se há relação entre o que os professores de Matemática, construíram quando alunos do ensino básico com as suas concepções sobre *aleatoriedade* e *probabilidade*. Para compreender o ensino de probabilidade, esse autor buscou analisar, por meio de uma organização praxeológica², livros didáticos e algumas orientações institucionais das décadas de 70, 80 e 90, sob a

² A Organização Praxeológica é um conjunto de técnicas, de tecnologias e de teorias organizadas para um tipo de tarefa e está presente na Teoria Antropológica do Didático.

hipótese de que nesse período os professores que se encontravam na época do estudo em exercício tiveram sua formação básica.

Complementando o estudo, Gonçalves (2004) aplicou um questionário constituído de duas partes: a primeira que fornecia informações sobre o perfil de cada docente e a segunda relacionada às concepções probabilísticas. O questionário foi destinado a professores da rede particular ou pública que lecionavam em anos do Ensino Fundamental. A amostra, por conveniência, foi composta de 20 professores de diferentes instituições.

Para responder à questão proposta em sua pesquisa, Gonçalves (2004) comparou a análise das duas partes do questionário, dos livros didáticos e das orientações institucionais. Em suas conclusões, Gonçalves aponta que não foi possível validar sua hipótese de pesquisa:

Iniciamos a nossa discussão pela não validação de nossa hipótese, pois há indícios de que a relação entre o que os professores de matemática, hoje em exercício, construíram quando foram alunos do Ensino Básico e suas concepções atuais sobre Aleatoriedade e Probabilidade não é verdadeira.

(...) O que observamos é que há indícios de haver uma relação pragmática, ou seja, a concepção atual sobre probabilidade pode estar relacionada à atuação profissional do professor nas séries e ao tempo que ele atua (GONÇALVES, 2004, p. 125).

A partir dos dados coletados, com uso do instrumento diagnóstico, Gonçalves (2004) concluiu que há indícios de que a prática docente influencia na mudança de concepções, pois na amostra foi possível observar que professores que obtiveram sua formação básica no mesmo período e atuam em séries ou níveis distintos possuem concepções, também distintas.

Este trabalho contribui para os nossos estudos, pois evidencia que a noção de probabilidade é construída também através da prática docente. Além disso, as categorias identificadas permitem a construção da hipótese de que os alunos também têm suas concepções assim categorizadas, pois se pode supor que as concepções docentes influenciam nas concepções discentes.

Goulart (2007), utilizando-se da Teoria Antropológica do Didático³, tal como Gonçalves (2004), analisou o discurso institucional dos conceitos probabilísticos na Escola Básica, verificando se esse discurso instrumentaliza o professor para que ele trabalhe com esses conceitos de forma que os alunos aprendam de forma significativa.

Dentro dessa perspectiva, o autor analisou o PCN, PCN+, Orientações Curriculares para o Ensino Médio, questões de probabilidade do ENEM, assim como algumas pesquisas na área de Educação Matemática consideradas como discurso institucional sobre os conceitos básicos de probabilidade.

O autor conclui em seu estudo que trabalhos referentes ao ensino e à aprendizagem de probabilidade apontam que o ensino de probabilidade deva ser conduzido do modo a permitir que o aluno confronte os dois principais pontos de vista: o ponto de vista clássico e o ponto de vista frequentista. Os estudos apontam ainda que os livros didáticos não trazem atividades que permitam a confrontação entre essas duas perspectivas e que os documentos oficiais analisados não instrumentalizam o professor, de modo que, ele possa ensinar os conceitos probabilísticos de forma significativa.

A pesquisa realizada por Goulart (2007) no possibilita reafirmar que o conceito de probabilidade deve ser introduzido pela comparação de estratégias desenvolvidas por meio da visão frequentista e da visão clássica.

Novaes e Coutinho (2009) discutem sobre as primeiras noções de probabilidade e afirmam que em nosso cotidiano estamos cercados de fenômenos que são devidos ao acaso, nos levando a tomar decisões. Sendo assim, as autoras defendem que a Teoria das Probabilidades estuda os fenômenos que envolvem a *aleatoriedade*, ou seja, a ação do acaso.

De acordo com o livro de Novaes e Coutinho (2009), não podemos calcular o resultado de um experimento aleatório com precisão, no entanto podemos determinar o grau de incerteza na sua ocorrência, ou seja, a *probabilidade*. A partir dessa definição de probabilidade as autoras explicam que o conjunto de todos os

³ Teoria que situa a atividade matemática dentro do conjunto das atividades humanas e das instituições sociais.

possíveis resultados de um experimento aleatório é denominado de espaço amostral e que cada um desses resultados recebe o nome de evento.

As autoras apresentam ainda três enfoques distintos para a determinação de uma probabilidade são eles:

- a) O enfoque subjetivo – a probabilidade é determinada por especialistas que analisam o contexto e os resultados já conhecidos de experimentos ocorridos nas mesmas condições e posteriormente estimam um valor a ser adotado;
- b) O enfoque combinatório – a probabilidade é determinada pela razão entre o número de sucessos e o número total de casos, considerando que cada um dos casos possíveis são igualmente prováveis;
- c) O enfoque frequentista - a probabilidade é determinada pela observação da estabilização da frequência relativa acumulada de um evento que se quer estudar, quando o experimento é repetido um número infinito de vezes.

Mais uma vez, Novaes e Coutinho (2009) vem reforçar que, ao se introduzir o conteúdo de probabilidade, se faz necessário explorar alguns conceitos indispensáveis para o entendimento do mesmo, quais sejam: *aleatoriedade*, *experimento aleatório*, *espaço amostral*, *evento* e distinção entre os diferenciados enfoques na determinação da probabilidade.

Oliveira (2010) também vem afirmar que a construção do conceito de probabilidade é favorecida pela abordagem que considera a dualidade dos enfoques clássico e frequentista.

No entanto, no estudo realizado com alunos do Ensino Médio, acerca das concepções probabilísticas, Oliveira (2010) identificou que o ensino de probabilidade tem se distanciado do que defendem diversos autores: a realização do ensino de probabilidades por meio da relação entre os enfoques clássico e frequentista.

Oliveira (2010), ao analisar a nova Proposta Curricular da rede estadual de São Paulo, pode evidenciar isso, argumentando que, a nova proposta apresenta

uma visão puramente determinista do conceito de probabilidade, baseada no enfoque clássico de probabilidade.

Nos resultados de seu estudo, Oliveira (2010) pode apontar, a partir da análise das atividades e diálogos dos alunos, concepções probabilísticas, tais como: a probabilidade como proporcionalidade dentro de um conjunto; a probabilidade como comparação entre parte e todo; a probabilidade como unitária de probabilidade; a probabilidade como porcentagem; a probabilidade como complementar; confusão nos termos probabilidade e possibilidades; o acaso associado à sorte; a experiência determinística; a concepção de aleatoriedade; a concepção intuitiva de probabilidade; a equiprobabilidade e a noção de eventos complementares.

No presente capítulo foram enfatizados aspectos mais teóricos de estudos anteriormente realizados, destacando-se conceitos essenciais à compreensão da probabilidade. A seguir são analisados aspectos mais práticos de documentos e estudos anteriores, voltados ao ensino e à aprendizagem da probabilidade.

CAPÍTULO 3

ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE: diferentes olhares

3.1 – OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL (PCN-EF)

Consideramos que o estudo de conceitos probabilísticos a partir do Ensino Fundamental é essencial à formação da criança. No mundo atual, diariamente, os indivíduos recebem grande quantidade de informações e, com frequência, utilizam técnicas estatísticas – implícitas ou explícitas – para correlacionar dados e, a partir deles, tirar conclusões, bem como para compreender fenômenos aleatórios ou não-aleatórios.

No Brasil, a importância de incluir conteúdos relativos ao tratamento de dados está expressa nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997). Neste documento estão presentes os objetivos gerais do ensino de Matemática e a proposta de divisão dos conteúdos em quatro blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. No bloco de conteúdos matemáticos que diz respeito ao Tratamento da Informação são propostos estudos relativos a noções de Combinatória, Probabilidade e Estatística.

Em relação à probabilidade, o PCN-EF traz que a finalidade dos estudos deste tópico no Ensino Fundamental deve ser o seguinte:

Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de cada um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (BRASIL, 1997, p.52)

A partir do segundo ciclo são apresentados objetivos relacionados ao ensino de Probabilidade. Quanto a estudos relativos a noções de *probabilidade* especificamente nos anos iniciais da escolarização, foi possível identificar os seguintes objetivos: a) compreender noções básicas sobre resultados de acontecimentos (certo, possível, mais provável, mais frequente); b) adquirir um

vocabulário básico para falar a respeito desse conceito matemático e começar a situar as probabilidades de acontecimentos numa escala de 0 a 1; c) identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situação-problema; d) contribuir para desenvolver a capacidade crítica e autonomia do aluno para que exerça plenamente a cidadania; e) contribuir para a construção de uma pensamento não determinístico.

Para o terceiro e quarto ciclos, o documento apresenta os seguintes objetivos e conteúdos: a) resolver situações-problema que envolvam o raciocínio combinatório e a determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão; b) construir um espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos, c) elaborar experimentos e simulações para estimar probabilidades e verificar probabilidades previstas.

As finalidades apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental estão de acordo com as três noções básicas necessárias para a construção do conceito de probabilidade proposta por Coutinho (2001). São elas: a percepção do acaso, a idéia de experiência aleatória e a noção de probabilidade.

Embora experimentos e simulações apareçam em alguns momentos no documento como sugestão de conteúdo, pode-se perceber, que, para o ensino e aprendizagem de probabilidade no Ensino Fundamental, o assunto deve ser abordado por meio da definição clássica de probabilidade, com forte presença da análise combinatória. No entanto, algumas pesquisas já apontam a necessidade de se trabalhar paralelamente a definição clássica e frequentista, conforme aponta Coutinho (2002):

Este enfoque permite a confrontação dos dois principais pontos de vista quando definimos uma probabilidade: o ponto de vista clássico ou laplaciano e o ponto de vista frequentista. Nestas condições, a construção do conceito pelo aluno é feita de forma a que ele tenha menos possibilidades de mobilizá-los fora do seu domínio de validade, ou seja, com menos possibilidades de que este conceito torne-se um obstáculo para aprendizados futuros no domínio do Cálculo de Probabilidades (p. 9).

Nesse sentido, ao propor que o ensino de probabilidade no Ensino Fundamental se limite a definição clássica de probabilidade, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, além de não dar continuidade nas atividades baseadas na definição frequentista, podem induzir o docente a trabalhar de uma forma que poderá ocasionar a criação de obstáculos nos alunos, obstáculos estes, que podem interferir na aprendizagem dos conceitos probabilísticos de maneira significativa.

3.2 – ESTUDOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SOBRE ASPECTOS DIDÁTICOS DA PROBABILIDADE

3.2.1 – ENSINO DE PROBABILIDADE

Coutinho (2003) apresentou uma análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais, levantando alguns elementos da transposição didática, a partir da construção de uma adaptação da engenharia didática proposta em Coutinho (2001). Esta engenharia didática foi aplicada no contexto do ensino francês, mas também possibilitou perceber o papel do ensino da probabilidade na formação do estudante do Ensino Fundamental Brasileiro.

A autora destaca que a construção do conceito de probabilidade pelos alunos é feita a partir da compreensão de três noções básicas: percepção do acaso, idéia de experiência aleatória e a noção de probabilidade. Nesse sentido, Coutinho (2003) propõe a construção de uma rede de conhecimentos que favorecerá o aluno, ao término do Ensino Fundamental, reconhecer situações aleatórias, identificar resultados possíveis e estimar a probabilidade de alguns desses resultados.

No estudo, a autora ilustra um processo de ensino envolvendo conceitos probabilísticos pela modelagem, defendendo a viabilidade desse ensino partindo de situações experimentais vivenciadas pelos alunos desde os primeiros anos de escolarização, enfatizando, ainda, a importância de buscar situações-problema ligadas ao cotidiano dos alunos, não limitando-se às situações de jogos e às situações de equiprobabilidade, pois as limitações ao uso de experimentos

envolvendo somente moedas, dados e cartas não são suficientes para a construção da concepção de chance do aluno.

Coutinho (2003) conclui afirmando que podemos utilizar também a simulação das experiências aleatórias em ambiente informatizado, conforme resultados obtidos em suas pesquisas.

Muniz e Gonçalves (2005) buscaram identificar quais construções e processos, relacionados aos conceitos estocásticos, eram identificados na práxis de professoras que ensinam Matemática no Ensino Fundamental. Para isso vivenciaram o cotidiano de professora de 4ª série – atual 5º ano – de uma escola pública e ofereceram um curso de extensão para professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental de Formosa/GO.

Para esses autores o termo estocástico refere-se ao modelo de pensamento que possibilita ao sujeito perceber a possibilidade de um fato aleatório ocorrer. Defendem ainda que a Estocástica é uma ferramenta essencial para a constituição de um cidadão crítico, levando em consideração as incertezas como parte integrante do conhecimento humano.

A partir dessa perspectiva, Muniz e Gonçalves (2005) identificaram em sua pesquisa, ao discutirem sobre o ensino de noções estocásticas, que as professoras apresentaram obstáculos de natureza epistemológica e de natureza didática ao trabalharem com noções estocásticas. Essas dificuldades têm forte influência na prática de ensino de Probabilidade.

Como obstáculo de natureza epistemológica foi identificada a própria conceitualização de *acaso* e *aleatoriedade*, pois professores apresentaram dificuldades em lidar com esses conceitos e por consequência dessa fragilidade das professoras relativas aos conceitos de acaso e aleatoriedade, surgem as dificuldades de ensinarem noções matemáticas de Probabilidade, Análise Combinatória e Estatística.

Em relação aos obstáculos de natureza didática, os autores apontaram algumas dificuldades percebidas na práxis das professoras como: falta de motivação dos alunos; dificuldades das professoras em articular o conhecimento matemático e estatístico com outras áreas do conhecimento; não tratamento do ensino de noções

estatísticas na perspectiva experimental, se limitando ao ensino dessas noções a uma abordagem teórica e ensino da Matemática como transmissão de conteúdos, não entendendo esse ensino como construção de conceitos articulados ao contexto sociocultural do aluno.

Coutinho (2007) no estudo intitulado *Conceitos Probabilísticos: quais contextos a história aponta?* discutiu o papel da história do conceito de probabilidade na escolha de contextos para a apresentação dos primeiros conceitos probabilísticos no Ensino Fundamental, visando propiciar ao professor uma diversidade de contextos possíveis e de apreensões probabilísticas para o trabalho com a idéia de acaso e as noções de probabilidade e de modelo probabilista, sob o ponto de vista de sua gênese histórica.

Ao longo do texto, a autora focaliza a existência de um tipo de dualidade para a apreensão da noção de probabilidade devida à coexistência dos enfoques laplaciano e frequentista. Do ponto de vista laplaciano, a probabilidade é definida como a razão entre o número de eventos que realizam um sucesso e o número total de eventos resultantes da experiência. Segundo o ponto de vista frequentista, a probabilidade é definida como sendo o valor em torno do qual as freqüências relativas do evento que realiza o sucesso se estabilizam. Essa dualidade pode gerar obstáculos de ordem epistemológica e didática no processo da formação do conceito de probabilidade em situação escolar. Nesse sentido, mostra-se fundamental a identificação do contexto no qual o acaso é identificado para que se possa construir o significado do valor de probabilidade atribuído ao evento em estudo.

Oliveira e Cazorla (2008) relatam a experiência de ensinar probabilidades na 5ª série do Ensino Fundamental. Estas propuseram aos alunos uma sequência de ensino denominada de “Os passeios aleatórios de Mônica” na qual a personagem visita seus amigos utilizando diversos caminhos escolhidos de maneira aleatória a partir do lançamento de uma moeda.

Durante o jogo, foram explorados aspectos conceituais e procedimentais, tais como *experimento determinístico e aleatório, eventos, espaço amostral, replicação e simulação de experimento aleatório, amostragem*, construção de tabelas, gráficos de barra, diagrama de árvore e *estimação de probabilidades através da frequência*

relativa, com o objetivo de apresentar aos alunos conceitos básicos de probabilidade.

As autoras concluem defendendo a relevância do estudo dos rudimentos da Teoria de Probabilidades, pois é necessário na formação do aluno, compreender que muitas questões do cotidiano são de natureza aleatória, e essa teoria possibilita identificar possíveis resultados de acontecimentos aleatórios, estimando o grau de probabilidade de cada um deles, norteando nas tomadas de decisões.

3.2.2 – CURRÍCULO REFERENTE À PROBABILIDADE

Lopes (2004), em um trabalho intitulado *O ensino de probabilidade e estatísticas na escola básica nas dimensões do currículo e da prática pedagógica*, apresentou uma análise sobre o ensino da Probabilidade e da Estatística dentro do currículo de Matemática na Escola Básica. Nesse estudo o foco da discussão foram as recomendações curriculares da Matemática para a escola básica e a metodologia da resolução de problemas para o desenvolvimento do pensamento estocástico.

Segundo essa autora, a Estocástica é entendida como a articulação entre conceitos de natureza probabilística e estatística, podendo, assim, proporcionar aos alunos uma aquisição de conhecimentos menos compartimentalizados, por meio de experiências que lhes permitam fazer observações e tirar conclusões, desenvolvendo, assim, seu pensamento científico, fundamental para sua formação.

Como principal resultado obtido por Lopes (2004) tem-se que o trabalho com o conhecimento estatístico, em sala de aula, deva ocorrer por meio da resolução de problemas, exigindo, porém, a necessidade de uma mudança sobre a concepção de Estatística e Probabilidade no currículo de formação inicial e continuada dos professores da escola básica. A autora ressalta que o ensino da Probabilidade e Estatística pode ser um amplo espaço de trabalho pedagógico interdisciplinar e proporcionar, através da realização de experimentos, a exploração da ideia de acaso, possibilitando, assim, o desenvolvimento do pensamento estatístico e

probabilístico do aluno, buscando a formação de um indivíduo que exerça consciente e criticamente sua cidadania.

Viali (2008) realizou uma análise dos currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática para verificar se os futuros professores estão construindo competências mínimas para que possam atuar colocando em prática as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino de Estatística e Probabilidade nos níveis fundamental e médio.

Em sua análise, o autor utilizou dados oficiais do MEC (Ministério de Educação e Cultura) referentes ao ano de 2005. Assim, Viali (2008) verificou nos currículos dos cursos de licenciatura de 125 instituições privadas e públicas selecionadas ao acaso, a presença e a quantidade de disciplinas de Probabilidade e Estatística.

Entre os resultados encontrados por Viali (2008) pode-se destacar que os currículos não estão apresentando atualmente uma carga horária mínima adequada direcionadas para os conteúdos de Estatística e Probabilidade, o que seria necessário para que o professor em formação tivesse um domínio dessas disciplinas.

Viali (2008) chama atenção ainda para o fato, tão grave quanto uma baixa carga horária ou às vezes até nenhuma, que é a qualidade e a forma do que é ensinado aos futuros professores em seus cursos de licenciatura na disciplina que envolve tanto Estatística quanto a Probabilidade. O que acontece é que na maioria das vezes essa disciplina é compartilhada com outros cursos da área, como por exemplo, as engenharias, sendo os licenciados de Matemática um número geralmente reduzido. Nesse contexto, os futuros professores são expostos a um ensino com uma abordagem essencialmente algorítmica, totalmente desvinculada do seu contexto e com pouca ou nenhuma relação com o que futuramente terá que ensinar.

Em seu estudo, Viali (2008) conclui que os professores em formação estão muito aquém de receberem um preparo adequado para o ensino de Estatística e Probabilidade, não possibilitando, assim, que se sintam em condições de lecionar essas disciplinas. O problema está no fato de que a grande maioria dos currículos

foram reformulados para se adequarem as exigências da Lei de Diretrizes e Bases, no entanto, por uma falha da própria legislação, não há uma garantia de que os cursos de licenciatura em Matemática incluam esses conteúdos – a Estatística e a Probabilidade – nos seus currículos.

3.2.3 – FORMAÇÃO PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE

Rodrigues (2006), acreditando que a formação matemática de professores de atuação multidisciplinar é merecedora de estudos em diversos países, principalmente no que diz respeito à formação matemática inicial, realizou estudos com o objetivo de identificar proposições acerca de conhecimentos que os professores deveriam ter dos conteúdos matemáticos que irão ensinar, focalizando, especificamente, em estudos relativos a noções de probabilidade.

Após a leitura de obras de autores e documentos oficiais que versavam sobre a temática formação de professores, assim como artigos e revistas especializadas na área de Educação Matemática, Rodrigues (2006) decidiu estudar a formação matemática inicial de professores de atuação multidisciplinar, focalizando o conhecimento do conteúdo como uma das vertentes do saber docente, elegendo o conhecimento “de e sobre” noções de probabilidade como um dos componentes dessa formação.

Concluiu que os cursos de formação de professores de atuação multidisciplinar deveriam propiciar condições para que os futuros professores desenvolvessem competências e habilidades, a fim de que pudessem desempenhar suas atividades profissionais, tendo uma formação matemática que possibilitasse a compreensão de conteúdos que estivessem articulados com os que são propostos para as séries que irão atuar.

Para Rodrigues (2006) são questões como estas que precisam ser discutidas no âmbito das instituições formadoras de professores de atuação multidisciplinar: o baixo desempenho matemático que muitos desses futuros professores têm ao ingressarem na instituição universitária, o tempo destinado à sua formação

matemática e o fato de que esses professores têm ao seu encargo diversas disciplinas a ensinar.

Lopes (2008), no estudo intitulado *O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação de professores*, realizou uma discussão sobre a inserção da estatística e probabilidade no currículo de Matemática desde os anos iniciais da escola básica e as possíveis relações e/ou implicações com a formação de professores que atuam nesse nível de ensino.

Segundo a autora, o estudo de conceitos estatísticos e probabilísticos a partir dos anos iniciais é essencial à formação da criança e que para se desenvolver um trabalho pedagógico, que viabilize a educação estatística, existem desafios que os professores que ensinam Matemática na educação básica têm se confrontado. Para Lopes (2008), um dos principais impedimentos ao ensino efetivo de Probabilidade e Estatística refere-se à formação dos professores e a falta de conhecimento do conteúdo a ser ensinado.

Para Lopes (2008) a formação dos professores não incorpora um trabalho sistemático sobre os conceitos de estatística e probabilidade, dificultando a possibilidade desses profissionais de desenvolverem um trabalho significativo que aborde o trabalho desses conceitos nas aulas de Matemática.

A autora defende que a formação do educador matemático que atua ou atuará na educação básica deve prever um processo de ensino e aprendizagem de conteúdos que ocorra através da resolução de problemas, simulações e experimentos, os quais permitam ao professor construir conhecimentos que lhe dê autonomia para definir por que, quando e como se deve incluir a estocástica em sua sala de aula.

3.2.4 – RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE

Santana e Borba (2010) ao analisarem os livros didáticos do 5º ano de onze coleções dentre as aprovadas pelo PNLD 2007, buscaram verificar tanto no livro do aluno quanto no manual do professor, a forma como é introduzido o conceito de

Probabilidade, que noções são abordadas acerca desse conteúdo e que tipos de atividades e representações são utilizados.

As autoras constataram que os livros analisados realizavam a introdução do conceito de probabilidade levando em consideração dois aspectos, a associação do conceito de probabilidade à ideia de porcentagem, de fração ou de combinatória e a introdução desse conceito por meio de experimentos, de jogos, situações-problema ou de uma situação do cotidiano.

No que diz respeito às noções abordadas, as autoras analisaram 66 atividades propostas nas coleções e identificaram as noções de chance, probabilidade, experimento aleatório, previsão e tentativa.

Com relação aos tipos de representações simbólicas utilizadas nas atividades presentes nos livros, apenas três tipos de representações foram utilizados: desenhos/fotografias, tabelas e gráficos. No entanto, as autoras destacam que dentre as atividades analisadas, o maior percentual observado (50%) foi de problemas apresentados apenas com enunciado e sem nenhum tipo de representação simbólica auxiliar.

Por fim, Santana e Borba (2010) concluem chamando atenção de que os livros didáticos não exploram bem a probabilidade, pois o fazem muitas vezes de forma descontextualizada e fragmentada, que os livros deveriam favorecer a construção do conceito de probabilidade a partir da compreensão de três noções básicas, a percepção do acaso; ideia de experiência aleatória e noção de possibilidade e ainda deveriam apresentar uma maior variação no que diz respeito aos tipos de representações simbólicas presentes nas atividades.

Viali e Oliveira (2010) também analisaram os conteúdos de Probabilidade em uma amostra de livros didáticos do Ensino Médio editados a partir de 2000, utilizados por professores de escolas do Rio Grande do Sul, tomando como referência as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+).

Ao analisarem os livros, os autores observaram se os conceitos de experiência aleatória, espaço amostral, evento, conceitos de probabilidade (clássico, frequentista e axiomático) e probabilidade condicionada são apresentados de forma

clara, se existia diversidade nos exemplos e exercícios e se atendiam às exigências do PCN+.

Sendo assim, Viali e Oliveira (2010) identificaram que o conceito de experiência aleatória é apresentado a partir de exemplos clássicos (jogos de moeda e baralhos) deixando de citar outros exemplos como forma de aproximar o aluno da sua realidade. Dos autores analisados, apenas três fornecem uma representação para o espaço amostral, um utilizando a mesma notação que representa o conjunto universo (U) e dois utilizam a letra grega ômega (Ω).

Com relação aos conceitos de probabilidade, nenhum dos livros didáticos analisados menciona o conceito axiomático da probabilidade, nem faz ligação dos conceitos estatísticos com os probabilísticos. Os autores dos livros didáticos se limitam a uma abordagem algorítmica e fechada, sem nenhuma interlocução com outros ramos do conhecimento.

Outro aspecto observado por Viali e Oliveira (2010) é que poucos livros introduzem os conceitos probabilísticos fazendo uso de um material atraente e ilustrativo precedido de exemplos motivadores que justifiquem sua introdução. Os exemplos apresentados nos livros, invariavelmente recorrendo aos jogos, mostram-se pouco imaginativos não dando margem a uma abordagem interdisciplinar.

Viali e Oliveira (2010) concluem afirmando que os autores dos livros didáticos permanecem introduzindo o conceito de probabilidade a partir da ideia original desse conceito, ou seja, os jogos de azar, não seguindo a orientação proposta pelos PCN+ que seria fazer o aluno vivenciar situações próximas à sua realidade, permitindo o reconhecimento da diversidade que o cerca e com a capacidade de ler e atuar nessa realidade.

O conjunto de estudos relatados nesse capítulo apontam que as diversas noções básicas – tais como aleatoriedade, acaso, chance, determinismo, possibilidade, previsão, tentativa, espaço amostral, evento, equiprobabilidade, frequência, condicionalidade – não têm sido, de modo geral, adequadamente abordados nos currículos, de formação de professores e de alunos, e nos recursos disponíveis – tais como os livros didáticos. Dessa forma, o ensino da Probabilidade

fica limitado e, em consequência, a formação dos alunos nesse conteúdo é prejudicada.

No próximo capítulo é apresentado o método do presente estudo. Nele são descritos os participantes da pesquisa, bem como os procedimentos de coleta e análise de dados.

CAPÍTULO 4

MÉTODO

No presente capítulo serão apresentados os aspectos relacionados ao percurso metodológico da pesquisa, enfatizando-se os caminhos percorridos, desde a escolha da abordagem à definição dos participantes, dos procedimentos e dos instrumentos investigativos, e por fim, a análise dos dados proposta.

Investigar determinados temas, especificamente o conhecimento acerca do ensino de Probabilidade, demanda uma abordagem de pesquisa que permita uma maior aproximação com o objeto de estudo, sobretudo, quando esse está relacionado às concepções dos sujeitos investigados. Nem sempre as pessoas estão à vontade para expor suas ideias. Além disso, de um modo geral, têm dificuldade para expressar as suas concepções, particularmente, naqueles assuntos em que habitualmente não pensam reflexivamente. Dessa forma, propôs-se questionar os participantes da pesquisa a partir da análise de atividades que pudesse levantar informações sobre suas possíveis concepções a respeito da Probabilidade e seu ensino.

Assim, optamos por realizar uma pesquisa de natureza qualitativa, recorrendo a um instrumento que nos permitisse conhecer *o quê, e como pensam* os docentes que lecionam Matemática em escolas públicas sobre o ensino de Probabilidade.

A respeito desta abordagem de pesquisa, Chizzotti (2003) destaca que:

diferentes tradições de pesquisas invocam o título qualitativo, partilhando o pressuposto básico de que a investigação dos fenômenos humanos, sempre saturados de razão, liberdade e vontade, estão possuídos de características específicas: criam e atribuem significados às coisas e às pessoas nas interações sociais e estas podem ser descritas e analisadas (2003, p. 222).

Nesse sentido, compactuamos com o pensamento do referido autor, tendo em vista que o nosso objeto de estudo é revestido de um caráter subjetivo, que não invalida ou opõem outras abordagens de pesquisa. Entretanto, nesse estudo o enfoque qualitativo nos pareceu o mais apropriado.

A opção por uma abordagem qualitativa deve-se dentre outras questões ao fato da mesma oferecer à pesquisadora subsídios para uma compreensão mais detalhada do objeto de estudo. Para Minayo (2010) essa abordagem:

responde a questões muito particulares (...) ela se preocupa, nas Ciências Sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (p.21).

Nesse sentido, a escolha pela abordagem qualitativa relaciona-se com a natureza do objeto de estudo, tendo em vista que no ambiente educacional, o processo das relações humanas é dinâmico, interativo e interpretativo. Para a presente pesquisa a natureza dos dados requeria mais uma análise qualitativa, embora dentro de Educação haja estudos que sejam indicados também análises quantitativas.

Acreditamos, que a natureza qualitativa nos aproximou da realidade estudada, oferecendo-nos elementos para melhor analisar e compreender os dados levantados. A este respeito diferentes autores como Triviños (1987) e Ludke e André (1986), indicam algumas características para a pesquisa qualitativa das quais destacamos em síntese: a) tem o ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como instrumento-chave; b) é descritiva, sendo o material coletado minuciosamente analisado, buscando retratar a complexidade que envolve a ação humana, preocupando-se com o processo de construção dos dados e não apenas com os resultados e o produto final, voltado para o que é essencial, os significados que emergem desses processos.

Vale ressaltar que os rumos da pesquisa, ora apresentada, foram se delineando ao longo de sua realização, de forma a atender as nossas inquietações. Descreve-se, a seguir, como os participantes da pesquisa foram selecionados, de modo a atender aos objetivos propostos na presente investigação.

4.1. CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Os participantes da pesquisa foram selecionados entre professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental (nos anos iniciais e nos anos finais) e que possuíam vínculos no setor público em escolas da Região Metropolitana do Recife.

Portanto, selecionamos professores com Licenciatura em Pedagogia porque atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental e professores com Licenciatura em Matemática que lecionam nos anos finais do Ensino Fundamental. Essa seleção se justifica por pensarmos ser possível um ensino de Probabilidade nos diferentes níveis de ensino, conforme apresentam documentos oficiais, os Parâmetros Curriculares e diversas pesquisas que confirmam a importância do desenvolvimento do pensamento probabilístico nos alunos desde o início de sua escolarização.

Tivemos a preocupação de selecionar oito professores que atuavam nos diferentes níveis de ensino – quatro dos anos iniciais e quatro dos anos finais – e que estivessem no exercício da docência na época da coleta de dados. Foram escolhidas por conveniência quatro escolas públicas e em cada uma delas foram entrevistados dois professores que lecionavam nos mesmos anos de ensino, anos iniciais ou finais.

Os professores estão codificados por siglas, compostas de letras e número utilizadas para resguardar suas identidades, conforme discriminação a seguir no Quadro 01. Os professores com códigos iniciados em PI são os dos anos iniciais e iniciados em PF os dos anos finais:

Quadro 1: Código dos participantes da pesquisa

Código dos professores	Níveis em que atuam
PI1	Professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental
PI2	
PI3	
PI4	
PF1	Professores dos anos finais do Ensino Fundamental
PF2	
PF3	
PF4	

4.2. APRESENTAÇÃO E JUSTIFICATIVA DO INSTRUMENTO DE COLETA

Para coletar os dados desta pesquisa, utilizamos como procedimento básico a entrevista semi-estruturada, pois compreendemos que este procedimento pode possibilitar a realização de inferências quanto aos conhecimentos dos sujeitos pesquisados, caracterizando-os. Na entrevista os participantes analisaram atividades de ensino da Probabilidade a partir de suas falas inferências foram realizadas quanto ao que concebiam sobre a Probabilidade e sobre o seu ensino.

A escolha da entrevista deve-se, sobretudo, à natureza do objeto de estudo “concepções e conhecimentos de professores do Ensino Fundamental sobre a Probabilidade”, tendo em vista que optamos por uma abordagem de pesquisa qualitativa que nos permitisse entender os sentidos dados ao ensino de Probabilidade pelos docentes.

Szymanski (2008) destaca que a entrevista tem sido um instrumento empregado em pesquisas qualitativas como uma solução para o estudo de significados subjetivos e de tópicos complexos demais para serem investigados por instrumentos fechados num formato padronizado.

Segundo Duarte (2004),

Entrevistas são fundamentais quando se precisa/deseja mapear práticas, crenças, valores e sistemas classificatórios de universos sociais específicos, mais ou menos bem delimitados, em que os conflitos e contradições não estejam claramente explicitados. Nesse caso, se forem bem realizadas, elas permitirão ao pesquisador fazer uma espécie de mergulho em profundidade, coletando indícios dos modos como cada um daqueles sujeitos percebe e significa sua realidade e levantando informações consistentes que lhe permitam descrever e compreender a lógica que preside as relações que se estabelecem no interior daquele grupo, o que, em geral, é mais difícil obter com outros instrumentos de coleta de dados (p.3).

Dentre os tipos de entrevista existentes, segundo Manzini (2004), estruturada, semi-estruturada e não-estruturada, optamos pela semi-estruturada, direcionada por um roteiro previamente elaborado, composto por questões abertas. Assim,

questionamentos básicos foram efetuados a todos os participantes, mas novas questões surgiram de acordo com o que foi respondido e comentado por cada professor.

Para Queiroz (1988), a entrevista semi-estruturada é uma técnica de coleta de dados que supõe uma conversação continuada entre informante e pesquisador e que deve ser dirigida por este de acordo com seus objetivos. As conversações efetuadas permitiram que os objetivos da pesquisa fossem atendidos e essas abriram espaços para os professores colocarem as questões que mais lhes chamavam a atenção.

Em um primeiro momento, elaboramos um estudo piloto o qual nos permitiu inferir possíveis alterações no instrumento de coleta proposto. Neste estudo piloto realizamos quatro entrevistas, sendo duas com professores que atuavam nos anos iniciais e duas com professores que atuavam nos anos finais do Ensino Fundamental. A partir da análise do estudo piloto, decidimos modificar algumas atividades presentes no instrumento, para que os professores pudessem identificar mais claramente as noções de Probabilidade envolvidas na questão.

As entrevistas foram realizadas presencialmente, gravadas em áudio, mediante autorização de cada professor, e transcritas. O roteiro contemplou questões relacionadas à Probabilidade. Os participantes foram entrevistados individualmente em salas isoladas, dentro das escolas, sendo o tempo máximo das entrevistas 60 minutos. O tempo foi propício para a investigação e os participantes se mostraram muito receptivos e dispostos a participarem da pesquisa.

Nesse sentido, entendemos que a entrevista com os participantes nos ofereceu informações importantes acerca do objeto de estudo, nos permitindo uma organização flexível e ampliação dos questionamentos à medida que as informações foram sendo fornecidas pelos entrevistados, sendo de extrema relevância a sua utilização na presente pesquisa.

4.3. CONSTRUÇÃO DO INSTRUMENTO DE COLETA

O instrumento de coleta foi organizado a partir da seleção de atividades de Probabilidade retiradas de livros didáticos aprovados no PNLD de 2007 e analisados em estudo anterior por Santana e Borba (2010). O Quadro 2 apresenta os objetivos da entrevista em cada um dos momentos e sua relação com a descrição análise posteriormente efetuada:

Quadro 2: Descrição dos objetivos de cada momento da entrevista

Momentos de Análise	Momentos da Entrevista	Objetivos
Sobre a formação e a experiência docente	1º momento	Conhecer a formação e atuação profissional de cada docente.
Investigando o conhecimento sobre Probabilidade	2º momento	Diagnosticar que noções básicas de Probabilidade os professores identificam a partir da análise de atividades.
		Verificar a importância dada por cada professor ao Ensino de Probabilidade.

No Quadro 3 a seguir podem ser melhor visualizados os questionamentos feitos aos professores participantes da entrevista. Cada momento da entrevista e as situações-problema apresentadas aos professores serão explicitadas e analisadas no Capítulo 4.

Quadro 3: Descrição dos questionamentos realizados na entrevista

Momentos da entrevista	Descrição
1º momento	Nome da escola? Série/ano que leciona? Formação Acadêmica? Participa ou participou de momentos de formação continuada? Quais? Tempo de experiência de ensino?
2º momento	Quais conceitos matemáticos são trabalhados na série/ano que você ensina? Quais conceitos podem ser trabalhados com os alunos a partir das situações que seguem? (Situação 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9) No que essas atividades se assemelham e no que diferem? (Situação 4 e 5; Situação 6 e 7; Situação 8 e 9) Qual dessas atividades seria mais facilmente resolvida por seus alunos e em qual teriam maior dificuldade? Se fosse para colocar numa ordem de complexidade, como você ordenaria essas situações? Por que a probabilidade é trabalhada (ou não é trabalhada)? No que o ensino da probabilidade pode auxiliar no desenvolvimento de seus alunos?

Na análise do material coletado utilizamos a análise de conteúdo, que nos oferece a possibilidade de analisar as mensagens, de modo a permitir a compreensão e a interpretação dos enunciados, identificando seus diversos significados. Bardin (2004) conceitua análise de conteúdo como:

um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo, as mensagens que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (p.37).

Buscando ir além do conteúdo expresso nas mensagens, Minayo (2010) enfatiza que a análise de conteúdo visa verificar hipóteses e ou descobrir o que está por trás de cada conteúdo manifesto. “(...) o que está escrito, falado, mapeado, figurativamente desenhado e/ou simbolicamente explicitado sempre será o ponto de partida para a identificação do conteúdo manifesto (seja ele explícito e/ou latente)” (p.74).

Entendemos que a entrevista elaborada e apresentada no Quadro 03 pode nos fornecer dados relevantes e consistentes em relação às concepções e conhecimentos de professores sobre Probabilidade, evidenciando o que provavelmente eles pensam e como possivelmente agem em relação a tais concepções.

Assim, buscamos identificar, os sentidos dos relatos dos participantes em relação aos seus conhecimentos de Probabilidade, verificando a importância dada ao ensino desse conteúdo e as diferentes noções necessárias à construção do conceito de Probabilidade. Levamos em consideração os textos e contextos, sempre relacionados à hipótese e aos objetivos do presente estudo, possibilitando assim a criação das categorias de análise que foram emergindo ao longo do processo de pesquisa.

A análise dos dados coletados será apresentada no próximo capítulo, na qual organizamos sinopses dos diferentes momentos da entrevista. Inicialmente apresentaremos o perfil sócio-profissional dos participantes, e em seguida faremos a discussão sobre a Probabilidade e o seu ensino. Assim, buscamos identificar, os sentidos dos relatos dos participantes em relação ao ensino de probabilidade, identificando as diferentes perspectivas presentes nas falas dos docentes.

CAPÍTULO 5

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

A presente pesquisa teve como principal objetivo analisar concepções e conhecimentos de professores do Ensino Fundamental sobre Probabilidade. Os objetivos específicos foram identificar como professores da rede pública concebem a importância do ensino de Probabilidade; levantar os motivos que apresentam para trabalhar, ou não, este conceito em suas salas de aula; analisar conhecimentos evidenciados pelos professores de diferentes níveis de ensino e verificar que noções os professores consideram ser necessárias na construção do conceito de Probabilidade.

Nesse sentido, foram entrevistados professores de diferentes formações, diversas vivências e variadas práticas docentes. Os professores participantes da pesquisa se diferiam pelo tipo de atuação em dois diferentes níveis de ensino: professores que atuavam nos anos iniciais e nos anos finais do Ensino Fundamental.

Os dados, como já dissemos, foram analisados de maneira predominantemente qualitativa, a partir das falas dos professores que participaram de uma entrevista semi-estruturada, na qual discutiram sobre as diferentes noções probabilísticas evidenciadas a partir da análise de nove atividades selecionadas de livros didáticos, assim como identificar a importância concebida ao ensino de Probabilidade no Ensino Fundamental.

A seguir, apresentaremos e discutiremos os dados resultantes das entrevistas realizadas com oito professores que corresponderam aos critérios de seleção citados anteriormente. Desse modo, os participantes da pesquisa foram codificados de acordo com o nível de escolaridade que atuavam, conforme pode ser observado no Quadro 01 (p.46). Na apresentação dos dados realizamos a transcrição das falas dos participantes e salientamos que extratos destas, foram grifadas para dar destaque nas análises efetuadas.

5.1. FORMAÇÃO E ATUAÇÃO PROFISSIONAL DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Nesse primeiro momento da entrevista procuramos identificar as diferentes formações e atuações profissionais dos docentes participantes do estudo. Questionamos a respeito da formação acadêmica dos entrevistados, sobre seu tempo de experiência de ensino de Matemática, quanto ao ano que leciona e sobre formações continuadas vivenciadas.

Os professores participantes da pesquisa tinham diferentes formações, possuindo cada um os requisitos exigidos para atuação nos níveis nos quais trabalhavam. Salientamos que dos oito professores entrevistados apenas dois deles, um dos anos iniciais e outro dos anos finais possuíam apenas a graduação enquanto os outros seis buscaram estudos de pós-graduação, em nível de especialização. No Quadro 04 podem ser observadas informações caracterizadoras dos participantes do presente estudo.

Quadro 4: Perfil sócio-profissional dos Participantes da Pesquisa

Prof.	Formação Acadêmica	Anos de Ensino	Atuação
PI1	Pedagogia (UFPE); Especialização em Psicopedagogia (FAFIRE)	10 anos	Anos iniciais do Ensino Fundamental
PI2	Pedagogia (UFPE); Especialização em Formação de Educadores (UFRPE)	07 anos	Anos iniciais do Ensino Fundamental
PI3	Pedagogia (FAFIRE); Especialização em Gestão Educacional (FAFIRE)	17 anos	Anos iniciais do Ensino Fundamental
PI4	Pedagogia (FUNESO)	25 anos	Anos iniciais do Ensino Fundamental
PF1	Licenciatura em Matemática (UFPE); Especialização no Ensino da Matemática (UPE)	03 anos	Anos finais do Ensino Fundamental
PF2	Licenciatura em Matemática (UPE); Especialização em Matemática Financeira (UPE)	06 anos	Anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio
PF3	Licenciatura em Matemática (UFPE); Especialização no Ensino da Matemática (UFRPE)	27 anos	Anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio
PF4	Licenciatura em Matemática (UFPE)	06 anos	Anos finais do Ensino Fundamental

Observamos no grupo entrevistado que todos participantes possuem graduação nas respectivas áreas. Verificamos ainda que seis professores possuem pós-graduações *latu sensu* em cursos diversos e que apenas dois dos participantes, PI4 e PF4 possuem apenas graduação. Destacamos ainda que as instituições de graduação dos participantes são diversas, indicando diferentes possibilidades de formação inicial e apenas PI3 e PI4 não tiveram experiência em instituições públicas.

Em relação ao tempo de experiência de ensino, os professores possuem mais de cinco anos em sala de aula com exceção de PF1 que leciona apenas há três anos. Além disso, os professores PI4 e PF3 apresentam mais de 20 anos de experiência, aspecto esse que pode ser um diferenciador no discurso desses professores.

Outro elemento observado foi que os professores com formação acadêmica em Pedagogia atuam em turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental, mais especificamente no 4º e 5º ano, turmas nas quais são introduzidos conceitos relacionados ao nosso objeto de estudo, o ensino de Probabilidade.

Os professores com Licenciatura em Matemática lecionam nos anos finais do Ensino Fundamental, especificamente no 7º ano do Ensino Fundamental (como observamos no Quadro 5), entretanto os professores PF2 e PF3 atuam também em turmas do Ensino Médio.

Quadro 5: Atuação dos Professores com Formação em Matemática

Professor	Anos de atuação
PF1	7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental
PF2	7º ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio (1º ao 3º ano)
PF3	7º ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio (1º e 2º ano)
PF4	6º, 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental

Os participantes também foram questionados sobre a participação em encontros/cursos de formação continuada, pois buscávamos entender se esses professores tinham a possibilidade de aperfeiçoar suas competências profissionais.

Destacamos aqui o conceito de formação continuada como sendo a formação dos professores dotados de formação inicial profissional, visando o seu aperfeiçoamento pessoal e profissional. Entendemos que a formação contínua visa o

aperfeiçoamento dos saberes, das técnicas, das atitudes necessárias ao exercício da profissão de professor.

Segundo Santiago (2006),

a criação das condições para garantir uma base material indispensável ao trabalho pedagógico parece fundamental, do mesmo modo que é fundamental uma política de formação continuada que, entre outras coisas, permita a invenção, a criação e a reflexão sobre a prática (p.84).

Foi possível identificar por meio dos dados que há uma preocupação com a formação em serviço, tanto por parte dos profissionais, que buscam participar desses momentos, como também por parte das instituições que promovem a formação continuada aos seus profissionais. Todos os professores afirmaram ter participado de momentos de formação continuada oferecidos pela rede de ensino que atuam. No entanto professores que lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental enfatizaram que nenhuma das formações oferecidas era específica para a disciplina de Matemática.

5.2. INVESTIGANDO O CONHECIMENTO SOBRE PROBABILIDADE

Segundo Novaes e Coutinho (2009), em nosso cotidiano estamos cercados de fenômenos que são devidos ao acaso, no lançamento de uma moeda, por exemplo, sabemos que a face voltada para cima pode ser cara ou coroa, no entanto não podemos afirmar que sairá cara no primeiro lançamento da moeda. Nesse caso, definem probabilidade como fenômenos em que o acaso vai determinar a série de resultados, no entanto não podemos calcular com precisão os mesmos, e sim determinar o grau de incerteza na sua ocorrência.

Entendemos que o ensino de Probabilidade é importante, pois leva o educando a compreender que a matemática não se reduz ao verdadeiro e ao falso de suas proposições, nem que existe só o possível e o impossível e, portanto, que a matemática é um instrumento útil para seu desempenho na sociedade. Por isso, a importância de reconhecer alguns aspectos referentes ao ensino desse conteúdo, a

fim de descobrir o que pode permear esse ensino nos dias atuais. Nesse momento da entrevista procuramos identificar na fala dos professores informações sobre as noções de probabilidade.

Sendo assim, questionamos os professores investigados que conceitos matemáticos são trabalhados por eles nas turmas nas quais eles lecionam com o objetivo de verificar se no discurso desses professores era evidenciado a presença do conteúdo de *probabilidade*. No quadro a seguir podemos observar os conteúdos descritos pelos professores como sendo os conceitos abordados por eles em sala de aula.

Quadro 6: Conceitos matemáticos elencados pelos professores

Professor	Conceitos matemáticos indicados
PI1	Frações, sistema de numerações, figuras geométricas, expressões numéricas, as quatro operações, tratamento da informação, gráficos e tabelas, números romanos, sistema de numeração decimal.
PI2	Conceito aditivo, multiplicativo, as quatro operações, fração, percentagem, probabilidade, estatística, figuras geométricas.
PI3	Operações fundamentais, geometria, estatística, situações problema, números naturais e racionais.
PI4	Sistema de numeração decimal, situações problema, as quatro operações, medidas, sistema monetário.
PF1	Quadrilátero, triângulo, círculo e circunferência, fatoração, álgebra, função do 1º e 2º grau, relações métricas e relações trigonométricas, áreas de figuras planas, volume, equação do 2º grau, potenciação, radiciação.
PF2	Equação, ângulo, conjunto numérico, figuras planas, proporcionalidade, regra de três, frações.
PF3	As quatro operações, problemas, sistema de numeração, sistema decimal, potenciação, radiciação, divisibilidade, expressões numéricas, frações, máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum, áreas das figuras geométricas, perímetro, sistema de medidas.
PF4	Potenciação, radiciação, equação de 2º grau, função de 1º grau, áreas de figuras planas, função polinomial.

Diante do que foi exposto no Quadro 6, no que se refere aos conteúdos trabalhados pelo professores entrevistados, observamos que apenas um professor dos anos iniciais, PI2, fez menção ao conteúdo de probabilidade. Os professores, PI1 e PI3, relataram trabalhar com tratamento da informação e estatística respectivamente, no entanto, não destacaram a probabilidade como conteúdo.

Pelo que foi observado não podemos afirmar que os professores entrevistados não trabalham a probabilidade em suas salas de aula, pois os mesmos podem ter esquecido esse conteúdo em suas falas, porém o que verificamos é que os professores não enfatizam a probabilidade, dando pouca atenção a esse conteúdo.

Observamos ainda que os professores dos anos iniciais como trabalham apenas nos 4º e 5º anos propuseram conteúdos semelhantes, enquanto que os professores dos anos finais, que atuam em diferentes níveis de escolaridade (Ensino Fundamental e Médio), propuseram conteúdos variados.

Em seguida, apresentamos aos professores investigados nove situações envolvendo a Probabilidade. As atividades foram selecionadas de livros didáticos considerando as noções abordadas pelos seus autores ao explorarem o conteúdo de Probabilidade. Sendo assim, as atividades selecionadas para o instrumento de pesquisa envolveram diferentes noções como as de chance, possibilidades e probabilidade.

As situações eram, inicialmente, apresentadas ao professor uma de cada vez e era dado um tempo para ele ler, analisar e posteriormente comentar sobre a mesma. Posteriormente, as mesmas situações, foram apresentadas juntas para que o professor pudesse realizar uma análise das semelhanças e diferenças entre elas.

Ao apresentar a situação questionávamos aos professores que conteúdos poderiam ser explorados a partir dela. Na próxima seção apresentamos uma análise detalhada de cada situação, primeiramente foram descritas as noções que acreditamos estar sendo abordadas e posteriormente a fala dos professores em relação aos conteúdos que poderiam ser explorados em cada situação.

5.2.1. ANÁLISE DAS SITUAÇÕES

5.2.1.1. Situação 1



Figura 1: Situação S1⁴

Objetivos: Nessa situação esperávamos que os participantes percebessem que existem situações do cotidiano nas quais não existe a ação do acaso. Conforme a situação acima, não é possível lavar a louça, pois acabou a água na torneira.

Quadro 7: Conceitos matemáticos indicados na Situação 1

Professor	Sínteses dos conceitos matemáticos a partir da Situação 1
PI1	Estimativa, Hora, Tempo, Quantidade, Classificação, Agrupamento, Medidas e Grandezas.
PI2	Medidas, Quantidade, Operações e <i>Probabilidade</i>
PI3	Quantidade, Geometria
PI4	Contagem
PF1	Raciocínio lógico e Possibilidades
PF2	Operações e Figuras Planas
PF3	Operações naturais, com números inteiros, negativos, positivos, subtração.
PF4	Subtração, Conjuntos Numéricos

⁴ Atividade selecionada do livro: BUENO, A; LEITE, A; TAVARES, S. Coleção Pensar e Viver – 4ª série – 2. ed. São Paulo: Editora Ática, 2004.

Observamos a partir do Quadro 7 que os conceitos elencados pelos professores não convergem para algum conteúdo específico. No entanto, nos anos iniciais os professores relacionam a situação com a ideia de quantidade, enquanto que os professores dos anos finais relacionam com operações e conjuntos numéricos.

Apenas PI2, ao analisar a Situação 1, afirmou que poderia ser abordado o conteúdo de Probabilidade.

E: *Agora eu vou lhe apresentar algumas situações. Ao analisar essa primeira situação que conceitos você acha que podem ser explorados a partir dela?*

PI2: *Bom, poderia usar o conceito de medidas, poderia ainda, fazer alguns problemas envolvendo as operações e a probabilidade também.*

Os participantes PI1 e PF1, afirmaram que na Situação 1 poderiam ser explorados conteúdos de estimativa⁵ (relacionada a Estatística) e possibilidades (relacionada a Combinatória), como vemos no fragmento abaixo:

E: *Eu irei mostrar algumas situações e a medida que eu for apresentando as situações iremos discutindo um pouquinho pode ser? Dá uma olhadinha nessa primeira situação e fala que conteúdos matemáticos podem ser explorados a partir dela.*

PI1: *Os conteúdos poderiam ser: estimativa, quantidade, classificação, agrupamento por tamanho, os pratos, talheres. Agora sem água ela não teria como lavar, poderia esperar algum tempo. Poderia até trabalhar a hora nesse caso.*

PF1: *Poderia se explorada a parte de raciocínio lógico, a questão das possibilidades.*

Mesmo não enfatizando a probabilidade, observamos que esses participantes conseguiram identificar noções que consideramos fazer parte das noções básicas para a introdução ao conteúdo de probabilidade.

Observamos no extrato de PI1 que ele conseguiu visualizar o experimento determinístico da Situação 1. Um experimento determinístico, de acordo com Batanero e Godino (2002) e Cazorla e Santana (2010), são aqueles que quando repetidos, nas mesmas condições, conduzem ao mesmo resultado.

⁵ É o valor que o estimador (ou estatística) toma em uma amostra determinada. Vide Cazorla e Santana (2010).

Dos professores entrevistados apenas PF4 e PI3 não observaram o experimento determinístico, conforme apresenta o fragmento a seguir:

PI3: *Nessa primeira situação observamos que a água acabou na torneira, mas ela poderia ter a opção de pegar um balde, se tivesse um poço... No entanto, nesse caso como só tem a torneira ela teria que esperar a água voltar.*

A partir desse extrato, o professor PI3 evidenciou diversas possibilidades para a resolução da Situação 1, apresentando alternativas para a sua solução com base em situações ou experiências vivenciadas no dia-a-dia. Esse tipo de solução também pode ser apresentada por alunos dos diferentes níveis. Constata-se então que as experiências vivenciadas podem influenciar na resolução das situações propostas.

5.2.1.2. Situação 2

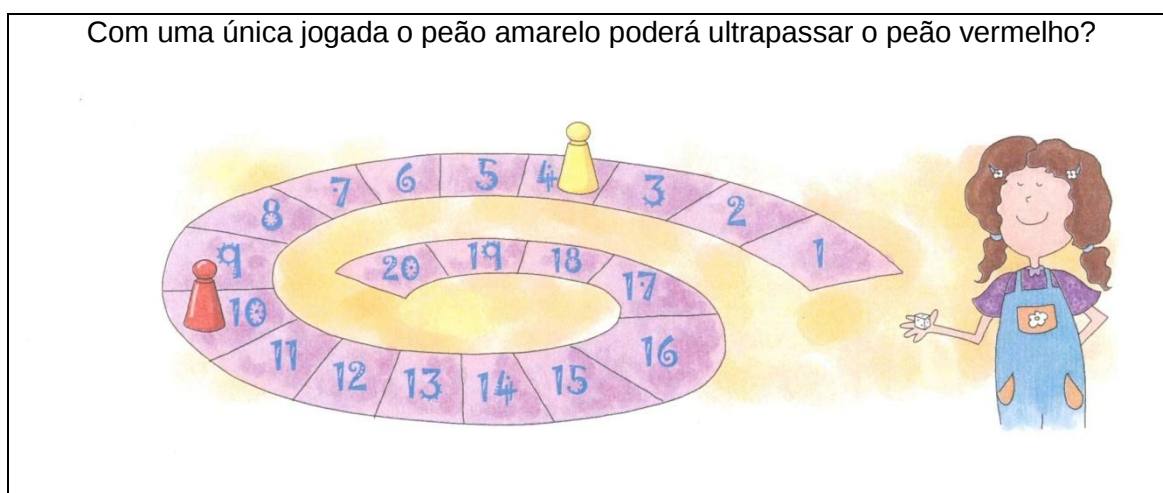


Figura 2: Situação S2⁶

Objetivos: Ao apresentar a Situação 2 esperávamos que os professores entrevistados percebessem a noção de chance. Dessa forma, seria necessário observar que ao jogar um dado de seis faces, com uma única jogada, o peão amarelo não teria chance de ultrapassar o peão vermelho pois o mesmo se encontra seis casas a frente do peão amarelo e o jogador, ao lançar o dado, mesmo obtendo

⁶ Atividade selecionada do livro: BUENO, A; LEITE, A; TAVARES, S. Coleção Pensar e Viver – 4ª série – 2. ed. São Paulo: Editora Ática, 2004.

um número seis não conseguiria sair a frente pois o máximo que ele alcançaria era chegar na mesma casa que o peão vermelho se encontra.

Quadro 8: Conceitos matemáticos indicados na Situação S2

Professor	Sínteses dos conceitos matemáticos a partir da Situação 2
PI1	Contagem, número sucessor e antecessor, sequência numérica, adição, cores, escrita de numerais, unidade, dezena.
PI2	<i>Probabilidade</i> , adição, contagem.
PI3	<i>Probabilidade</i> , sequência numérica, número naturais, noção de quantidade.
PI4	Leitura e escrita de numerais, relação número X quantidade, soma, subtração.
PF1	Porcentagem, <i>probabilidade</i> , raciocínio lógico
PF2	Operações
PF3	Contagem, <i>probabilidade</i>
PF4	<i>Probabilidade</i> , adição e subtração

Na Situação 2 todos os professores observaram que não há chance do peão amarelo ultrapassar o peão vermelho de acordo com as condições dadas. Observamos que cinco dos professores evidenciam a probabilidade como conteúdo a ser explorado nessa situação. Em contrapartida, três professores não citam a probabilidade ao analisarem essa situação: PI1 e PI4 que relacionam com ideias relativas ao conceito de número e PF2 que relaciona com a ideia de operações.

Apesar de alguns professores dos anos iniciais indicarem a probabilidade como um dos conteúdos que podem ser trabalhados a partir da Situação 2, observamos que todos eles relacionam a atividade a sequência numérica ou a contagem, pois esses conteúdos são os mais explorados nesse nível de ensino.

Nos fragmentos abaixo observamos algumas indicações dadas pelos professores dos anos finais:

E: Na Situação 2 que conteúdos podem ser explorados?

PF1: Hum... Aqui eu posso trabalhar porcentagem, posso trabalhar probabilidade e posso trabalhar raciocínio lógico também.

E: Porque você afirmou que seria possível trabalhar a probabilidade?

PF1: Porque veja só, eu tenho quantas possibilidades de jogar o dado? E qual a probabilidade de eu tirar um seis e alcançar o pião vermelho? Então qual a

probabilidade de eu não alcançar o pião vermelho? A gente pensa nas probabilidades...

Verificamos a partir do extrato acima que o professor PF1 faz relação do conceito de porcentagem com o de Probabilidade. Essa relação foi enfatizada por Oliveira (2010) ao defendê-la como uma das concepções probabilísticas dos alunos de Ensino Médio na resolução de problemas.

E: *E nessa Situação 2, que conteúdos podem ser explorados? Primeiro você tenta resolver a situação tudo bem?*

PF4: *Ela está usando um dadinho não é isso?*

E: *É.*

PF4: *Ela não consegue continuar porque o dado é até seis e ela vai chegar aqui no dez, o máximo que ela consegue é ficar igualzinha ao peão vermelho.*

E: *E se o peão amarelo estivesse na casa cinco?*

PF4: *Existe a probabilidade da garotinha tirar um seis, sendo assim ela conseguiria ultrapassar o peão vermelho. Acho que o que poderia está explorando aqui é a probabilidade não é? Antigamente a gente só introduzia a probabilidade no 2º ano do Ensino Médio, hoje a gente já ver o primeiro conceito de probabilidade no 7º ano.*

Observamos a partir do extrato que o professor PF4 indica o início do ensino de probabilidade no 7º ano, no entanto, os Parâmetros Curriculares Nacionais propõe o trabalho desde os anos iniciais.

5.2.1.3. Situação 3

Os meninos jogaram a moeda para saber qual dos dois times começará a partida. Qual dos times poderá começar o jogo?



Figura 3: Situação S3⁷

⁷ Atividade selecionada do livro: BUENO, A; LEITE, A; TAVARES, S. Coleção Pensar e Viver – 4ª série – 2. ed. São Paulo: Editora Ática, 2004.

Objetivos: Na Situação 3 esperávamos que os professores percebessem que no cotidiano estamos sempre cercados de fenômenos que são devidos ao acaso, como por exemplo, um sorteio de cara ou coroa para determinar quem tem a posse de bola no início de um jogo de futebol. Observamos também que essa situação trata do número total de possibilidades. Nota-se que nessa situação o número de possibilidades não está explícito.

Quadro 9: Conceitos matemáticos indicados na Situação S3

Professor	Sínteses dos conceitos matemáticos a partir da Situação 3
PI1	<i>Probabilidade</i> , adição, subtração.
PI2	Chance, <i>probabilidade</i> , números ordinais, quantidade, importância das regras.
PI3	<i>Probabilidade</i> , espaço
PI4	<i>Probabilidade</i> , sistema monetário, sistema de numeração decimal.
PF1	<i>Probabilidade</i> , porcentagem.
PF2	Possibilidade, análise combinatória.
PF3	<i>Probabilidade</i> , operações de números inteiros.
PF4	<i>Probabilidade</i>

Ao analisar o Quadro 9 verificamos que sete professores afirmaram que seria possível explorar a probabilidade a partir da Situação 3.

Dos professores entrevistados apenas três (PF1, PF2 e PF3) dos anos finais, indicaram como resposta da Situação 3 duas possibilidades; PI1 e PI4 disseram não saber responder e os demais professores responderam utilizando a porcentagem (50%) dos times iniciarem o jogo.

A Base Curricular Comum do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2008) orienta o trabalho com a ideia de chance, desde os anos iniciais, pois possibilita ao aluno a construção da ideia de Probabilidade. A noção de chance ficou evidenciada na fala do professor PI2 conforme podemos observar abaixo.

E – E nessa Situação 3 que conteúdos matemáticos poderiam ser explorados?

PI2 – Bem, **aqui os meninos teriam que esperar a moeda cair e saber quem é cara e quem é coroa.** Aqui poderíamos explorar o conceito de chance não é? A probabilidade de acertar uma vez, a questão dos números ordinais, quantidade, a importância das regras num jogo, acho que é basicamente isso.

Vemos a partir desse recorte a necessidade desse professor (PI2) em relacionar a Situação 3 a uma ação real (esperar a moeda cair), o que pode se justificar por se tratar de um professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Esse fato, pode ser o início de exploração da *concepção frequentista*, apontada por Coutinho (1994), Gonçalves (2004), Goulart (2007), Novaes e Coutinho (2009) e Oliveira (2010).

Outro aspecto que gostaríamos de chamar atenção é com relação à fala do professor PF2, podemos perceber é que o professor ao analisar a questão ele afirma que é possível trabalhar com possibilidades e associa esse conteúdo ao ensino de análise combinatória.

E – Que conteúdos matemáticos podem ser explorados nessa Situação 3?

PF2 – Aqui qualquer um dos times poderia começar o jogo. Nessa a gente poderia trabalhar a questão da possibilidade, a análise combinatória.

Portanto, salientamos a necessidade de reflexão sobre o número total de possibilidades, no ensino de Probabilidade, pois como indicam Pessoa e Borba (2009), uma das dificuldades dos alunos do Ensino Fundamental está na enumeração sistematizada e no esgotamento das possibilidades. Para o ensino de probabilidade as autoras Novaes e Coutinho (2009) trazem a relação entre o enfoque frequentista e o enfoque combinatório para auxiliar o cálculo de probabilidade.

5.2.1.4. Situação 4



Figura 4: Situação S4⁸

Objetivos: Na Situação 4 esperávamos que os professores percebessem que a noção de probabilidade envolvida seria a noção de chance. Além disso, a discussão sobre o que é mais provável, ou menos provável pode vir auxiliar a listagem de possibilidades. Nota-se também que nessa situação a própria representação auxilia a listagem das possibilidades por explicitar esse número.

Quadro 10: Conceitos matemáticos indicados na Situação S4

Professor	Sínteses dos conceitos matemáticos a partir da Situação 4
PI1	Probabilidade, estimativa, cores, combinação.
PI2	Probabilidade, multiplicação.
PI3	Combinação, análise combinatória.
PI4	Probabilidade
PF1	Combinação, probabilidade
PF2	Análise combinatória
PF3	Comparação, probabilidade
PF4	Probabilidade

Nessa Situação 4, seis dos professores participantes (PI1, PI2, PI4, PF1, PF3, PF4) evidenciaram a possibilidade de se trabalhar a probabilidade. No entanto, o que podemos observar é que no contexto em que a situação é apresentada, no

⁸ Atividade selecionada do livro: NETTO, S e PANOSSIAN, M. Coleção Um passo de cada vez – 4ª série – São Paulo: Editora Escala Educacional, 2005.

contexto evidenciado (roupas), quatro professores (PI1, PI3, PF2, PF1) afirmaram a possibilidade de se explorar a combinatória. Percebemos que alguns professores confundem o conteúdo de probabilidade com o de análise combinatória quando se trata da questão de descrever possibilidades.

E – E nessa Situação 4, o que você pode afirmar dela?

PI4 – Essa aqui é probabilidade, a probabilidade aqui seria sair bermuda.

E – E aí, o que a gente poderia explorar com o aluno?

PI4 – Probabilidade mesmo.

E – E dentro da probabilidade que conceitos chaves a gente poderia está explorando?

PI4 – Estimativa, possibilidades, a questão da lógica.

Todos os professores entrevistados identificaram a bermuda como item mais provável, o que pode se justificar pela a explicitação apresentada pela situação. No relato abaixo, do professor PF1, podemos verificar essa observação:

E – Que conteúdos podemos está explorando nessa Situação 4?

PF1 – Aqui eu posso trabalhar combinação e probabilidade. Nesse caso a probabilidade de sair mais é bermuda, já que eu tenho três, sendo assim são três maneiras diferentes de fazer a mesma pergunta.

Observamos no relato desse professor a necessidade de experiências diferenciadas em sua prática como justificativa para não ensinar probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental.

E – Você trabalha probabilidade com suas turmas?

PF1 – Não. Esses assuntos assim de probabilidade, análise combinatória é mais para o Ensino Médio. Não vemos com tantos detalhes no Ensino Fundamental, vemos uma vez ou outra.

E – E se no caso você trabalhasse probabilidade, que conceitos chaves você acha que é importante para trabalhar com esse conteúdo?

PF1 – Acontecimentos possíveis e acontecimentos prováveis.

E – Mais alguma coisa?

PF1 – Rapaz, é porque como eu não trabalho como o assunto a gente fica meio bitolado aos assuntos de 5ª a 8ª série.

Salientamos que o professor PF1 considerou que o ensino de Probabilidade deve ser mais explorado no Ensino Médio, diferente do professor PF4 que argumentou que esse conteúdo pode ser apresentado a partir dos anos finais.

5.2.1.5. Situação 5

- 6** Num globo há 3 bolas numeradas conforme indica a figura. Três bolas serão extraídas uma após a outra, sem reposição.
- Quantos números diferentes poderão ser formados?
 - Qual a chance de o número formado ser 548?
 - Qual a chance de o número formado ser ímpar?
 - Resolva os itens a, b e c, supondo as extrações com reposição (depois de cada sorteio a bola é colocada novamente no globo).



Figura 5: Situação S5⁹

Objetivos: A Situação 5 também envolve a noção de chance, no entanto difere da Situação 4 no que diz respeito a questão do contexto pois a Situação 4 trata de roupas e a Situação 5 já explora a questão de bolas num globo. Outro ponto que difere é que a Situação 5 exige um pouco mais na sua resolução, pois além de não haver a explicitação das possibilidades, ainda solicita a descrição dos resultados quando há reposição das bolas.

Quadro 11: Conceitos matemáticos indicados na Situação S5

Professor	Sínteses dos conceitos matemáticos a partir da Situação 5
PI1	Unidade, dezena e centena, adição, multiplicação, antecessores, sucessores, valor relativo, <i>probabilidade</i> , estatística.
PI2	Operações, <i>probabilidade</i> , ordem, número real.
PI3	Geometria, noção de quantidade, quadro de valor e lugar.
PI4	Números pares, ímpares, estimativa, raciocínio lógico, leitura de numerais, antecessor e sucessor.
PF1	<i>Probabilidade</i> , porcentagem, raciocínio lógico.
PF2	Combinatória, número par e ímpar, unidade, centena e dezena.
PF3	Análise combinatória, <i>probabilidade</i> , porcentagem, operações de números inteiros.
PF4	<i>Probabilidade</i> , porcentagem, razão, simplificação, fração.

⁹ Atividade selecionada do livro: BONLORNO, J.; BONJORN, R. e OLIVARES, A. Coleção Fazendo a Diferença – 8ª série – São Paulo: Editora FTD, 2006.

Nessa Situação 5, cinco professores (PI1, PI2, PF1, PF3, PF4) identificaram a probabilidade como um conteúdo a ser explorado a partir da questão. Uma noção que surgiu na fala de um dos professores, PI4, foi a noção de estimativa, noção essa que consideramos ser uma noção básica no ensino de probabilidade.

Observamos também que a partir dessa situação alguns professores dos anos finais já associam o conteúdo de probabilidade com o de porcentagem, conforme discutido na Situação 2.

E – E nessa Situação 5, o que podemos explorar? Como você resolveria?

PF3 – Bom, nós temos aqui seis números diferentes. Ai eu vou fazer o fatorial. A chance é uma em seis.

E – E se houver reposição das bolas?

PF3 – Bom, eu teria aqui... Eu posso formar seis números, é uma em seis também. A letra b é uma em seis também. A letra c é uma em duas. Nessa situação eu poderia explorar análise combinatória, probabilidade, porcentagem e operações de números inteiros.

PF4: Esse tipo de problema eu trabalho no 7º ano... Então eu trabalharia a probabilidade, a parte de porcentagem, para eles reconhecerem uma fração centesimal... Explicaria que 5% seria a mesma coisa que você colocar 25 sobre 100, então porcentagem, probabilidade, razão, simplificação, fração...

Observamos no extrato de PF4 a relação que ele faz da probabilidade com os conceitos de fração, razão e porcentagem desde o 7º ano do Ensino Fundamental. Nesse caso, encontramos outra concepção apontada no estudo de Oliveira (2010), com alunos do Ensino Médio, que é a *probabilidade como comparação entre parte e todo*. Nesse estudo, a autora indica a forte concentração de problemas dessa natureza no Caderno do Professor da Proposta Curricular da rede estadual de São Paulo.

Em relação à resolução da Situação 5 apenas PF2 conseguiu acertar todo problema. Os professores dos anos iniciais PI1, PI2 e PI4 tiveram dificuldades apenas quando foi solicitado para a resolução dos itens supondo as extrações com reposição nos demais itens fazem corretamente. Já os professores PI3, PF1 e PF3 não conseguem acertar nenhum dos itens propostos na situação.

Observamos a seguir o extrato do professor PF4 quando questionado sobre a resolução dessa situação:

PF4: Existe uma formulazinha para fazer isso, mas para ser sincero eu não me lembro.

Observamos nesse extrato que o professor associou a Probabilidade a Combinatória, afirmando a necessidade da utilização de fórmulas para resolução dessa situação. Contudo defendemos que a fórmula em questão não é a única maneira para resolver a situação, posto que os professores que a resolveram, não o fizeram com o uso de fórmula.

5.2.1.6. Situação 6

70

Uma caixa contém 3 bolas azuis, 5 bolas vermelhas e 2 bolas amarelas. Retirando uma delas ao acaso, qual é a probabilidade de:

a) ser bola azul?

b) não ser bola azul?

c) não ser bola amarela?

d) ser bola amarela ou vermelha?

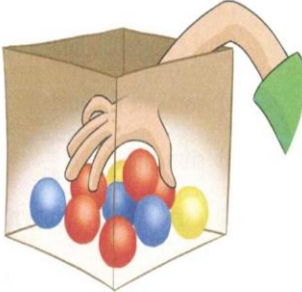
An illustration of a hand reaching into a cardboard box. Inside the box, there are several colored balls: three blue, five red, and two yellow. The hand is shown from the side, with the index finger pointing towards the balls. A green arrow points from the hand towards the balls.

Figura 6: Situação S6¹⁰

Objetivos: Nessa situação esperávamos que os participantes identificassem a noção de probabilidade como a própria questão já explícita em seu enunciado e que evidenciassem a noção de acaso também.

¹⁰ Atividade selecionada do livro: DANTE, L. Tudo é Matemática– 8ª série – São Paulo: Editora Ática, 2005.

Quadro 12: Conceitos matemáticos indicados na Situação S6

Professor	Sínteses dos conceitos matemáticos a partir da Situação 6
PI1	<i>Probabilidade</i> , figuras geométricas, adição, cores.
PI2	<i>Probabilidade</i> , operações, figuras geométricas, raciocínio lógico, situação problema.
PI3	Quantidade, tipos de figuras, espaço, <i>probabilidade</i> .
PI4	<i>Probabilidade</i> , raciocínio lógico.
PF1	<i>Probabilidade</i> , porcentagem, raciocínio lógico.
PF2	<i>Probabilidade</i> .
PF3	Números inteiros, <i>probabilidade</i> , comparação, análise combinatória.
PF4	<i>Probabilidade</i> , fração, subtração, adição, divisão, porcentagem.

Como era de se esperar todos os professores afirmaram que a situação abordava o conteúdo de probabilidade por deixar claro em seu enunciado, como podemos observar na fala de PF2.

E – Como você resolveria a Situação 6 e que conteúdos poderíamos explorar?

PF2 – A resposta seria 3 em 10, 7 em 10, 8 em 10 e 7 em 10. O conteúdo seria a probabilidade como aqui já está dizendo.

Observamos nesse extrato que o professor resolve corretamente a Situação 6, e além desse professor apenas PI2 e PF3 também resolvem corretamente. No entanto, a noção de acaso não foi evidenciada por nenhum deles.

Outra solução para a Situação 6 foi apresentada pelo professor PI3 no fragmento a seguir:

PI3: Nesse caso aí ela quer saber qual é a probabilidade de ser bola azul, 1; não ser bola azul, 0; não ser bola amarela, 0; ser bola amarela ou vermelha, 7.

Constatamos nesses dois extratos as diferentes representações utilizadas; o professor dos anos finais estabelece uma relação entre o número de casos favoráveis e o número de caso total, enquanto que o professor dos anos iniciais não estabelece essa relação. Outro aspecto observado é o significado dado pelo professor PI3 para as probabilidades de *não ser bola azul* ou *não ser bola amarela*, para as quais identifica a impossibilidade de ocorrência do evento, já que na caixa existem bolas azuis e amarelas. Essa dificuldade poderia ser minimizada com a compreensão da probabilidade como complementar, também indicada como uma das concepções probabilísticas por Oliveira (2010).

Observamos a partir do Quadro 12 que mais uma vez alguns professores fazem relação do conteúdo de probabilidade com o de porcentagem, fração e análise combinatória a exemplo de PF1, PF3 e PF4. Na fala de PF4 ainda conseguimos evidenciar algumas noções que o professor considera como noções iniciais no ensino de probabilidade.

E – Que conceitos estariam envolvidos nessa Situação 6?

PF4 – Olha, além daqueles conceitos iniciais de probabilidade, fração, simplificação de fração, poderíamos explorar subtração, adição, divisão e novamente eu volto para aquela parte de porcentagem.

E – Certo, então que palavras, conceitos chaves você poderia associar a probabilidade?

PF4 – Então, costumo sempre começar falando em um evento, seria também uma previsão, estimativa, possibilidades, é isso.

No relato acima, o professor PF4, explicitou a associação do evento à probabilidade, que de acordo com Silva (2002) é uma das noções constitutivas do conceito de Probabilidade.

5.2.1.7. Situação 7

Bia jogou 2 dados de cores diferentes e obteve soma 8 ($4 + 4$).



a) Indique todas as possibilidades de obter soma 8 e escreva quantas são as possibilidades.

b) Em que caso o número de possibilidades é maior: obter soma menor do que 4 ou soma maior do que 10?

c) Quantas são as possibilidades de se obter a soma 12?

Figura 7: Situação S7¹¹

¹¹ Atividade selecionada do livro: DANTE, L. Coleção Aprendendo Sempre – 5º ano – São Paulo: Editora Ática, 2008.

Objetivos: Na Situação 7 esperávamos que os participantes evidenciassem a noção de possibilidades, assim como a construção da definição de espaço amostral. Essa situação permite a discussão sobre essa definição, pois exige a descrição da relação de alguns dos casos possíveis.

Quadro 13: Conceitos matemáticos indicados na Situação S7

Professor	Sínteses dos conceitos matemáticos a partir da Situação 7
PI1	Adição, subtração, multiplicação, <i>probabilidade</i> , tratamento da informação, maior que, menor que.
PI2	<i>Probabilidade</i> , situações problema.
PI3	Noção de quantidade, <i>probabilidade</i> .
PI4	<i>Probabilidade</i> , relação número X quantidade, raciocínio lógico.
PF1	Quatro operações, estatística.
PF2	Operações, relação entre maior que e menor que, combinatória.
PF3	Operações, comparação, porcentagem, <i>probabilidade</i> .
PF4	Fração, <i>probabilidade</i> , simplificação.

Mesmo estando claramente na situação, nenhum dos professores evidenciaram a noção de possibilidade. No entanto, seis dos participantes (PI1, PI2, PI3, PI4, PF3, PF4) já conseguem afirmar que é possível trabalhar a probabilidade a partir da Situação 7, na fala de um dos professores fica claro o reconhecimento de que a probabilidade é um conteúdo que atualmente vem sendo um pouco mais explorado, conforme podemos observar a seguir.

E – Nessa Situação 7, o que poderíamos explorar?

PI4 – Irá contemplar novamente a probabilidade, o raciocínio lógico, relação número/quantidade, estou vendo que isso está muito na moda, a probabilidade.

Outro ponto observado é que mais uma vez, outros conteúdos estão sendo associados ao ensino de probabilidade como é o caso de fração e porcentagem como afirmam PF3 e PF4. Nessa Situação 7, acreditamos que a noção de possibilidade pode está sendo associada ao conteúdo de combinatória.

Apenas os professores PI3, PF3 e PF4 conseguiram listar corretamente as possibilidades da Situação 7, como podemos observar no extrato de PF3.

E – Como você resolveria essa Situação 7 e que conteúdos poderíamos explorar a partir dela?

PF3 – *Todas as possibilidades seria: 2+6, 3+5, 4+4. Na letra b eu teria 1 e 2, 1 e 1, e maior que 10 eu teria 5 e 6, 6 e 6. Na letra c é apenas uma, 6+6. Poderia está explorando operações em N, operação em Z, comparação, adição, subtração, probabilidade e a porcentagem.*

PI3: *Ela poderia colocar de 2 em 2 se fossem 4 dados, mas são 2 ... Então ela poderia colocar um dado com 5 e outro dado com 3, poderia colocar um com 4 mais 4 ... eu colocaria 2 possibilidades.... e 6 mais 2. São 3 possibilidades. Na letra B seriam 2 possibilidades. E maior que 10 seria 2 possibilidades. E para dar maior que 12, uma possibilidade.*

Observamos na fala do professor PI3 a tentativa de relacionar aspectos da adição ($2+2+2+2$) com a listagem de possibilidades, quando o mesmo sugere a resolução da situação utilizando 4 dados. Isso se justifica pelo nível de escolaridade no qual atua, fato esse que pode ser constatado nos demais professores dos anos iniciais em diversos momentos da nossa entrevista.

Os demais professores não conseguiram ou não quiseram responder o problema. Acreditamos que um dos fatores que possam ter contribuído para essa atitude foi o tempo e o ambiente disponibilizado para a realização das entrevistas.

5.2.1.8. Situação 8

5. Durante a cerimônia de casamento, a noiva carrega nas mãos um buquê de flores. Assim que a cerimônia termina ela, de costas, lança o buquê por sobre os ombros para que alguma moça o pegue. Dizem que a moça que o pegar será a próxima a casar.



No casamento da Cris e do Paulo estavam presentes 24 moças solteiras para pegar o buquê.

a) Escreva no caderno a razão que mostra a probabilidade que cada moça tem de pegar o buquê.

b) Quanto é, em porcentagem, a probabilidade que você calculou?

Figura 8: Situação S8¹²

Objetivos: Nessa Situação 8 tínhamos como objetivo que os participantes identificassem a noção de probabilidade expressa em razão e em porcentagem.

Quadro 14: Conceitos matemáticos indicados na Situação S8

Professor	Sínteses dos conceitos matemáticos a partir da Situação 8
PI1	<i>Probabilidade</i> , porcentagem.
PI2	Porcentagem, <i>probabilidade</i> , fração.
PI3	Porcentagem, regra de três, <i>probabilidade</i> , razão.
PI4	<i>Probabilidade</i> , porcentagem, razão.
PF1	<i>Probabilidade</i> , quatro operações, dízima periódica, fração, números irracionais, porcentagem.
PF2	<i>Probabilidade</i> , porcentagem, divisão, fração.
PF3	<i>Probabilidade</i> , operações de multiplicação e divisão, porcentagem, comparação.
PF4	Porcentagem, <i>probabilidade</i> , frações.

¹² Atividade selecionada do livro: SPINELLI, W. e SOUZA, M. Coleção Matemática – 6ª série – São Paulo: Editora Ática, 2005.

Nessa Situação 8 todos os professores afirmaram que os conteúdos que poderiam ser explorados seriam a porcentagem e a probabilidade, tendo em vista que estavam explícitos na situação.

E – Que conteúdos poderíamos estar explorando nessa Situação 8? Como você resolveria?

PI2 – Bem, a possibilidade é 1 para 24. Estaria explorando a porcentagem, probabilidade, fração e a interpretação do problema num é? Acredito que é só isso.

Observamos ainda que todos os professores resolveram o item a dessa situação e conseguiram expressar a probabilidade em forma de fração. Com relação ao item b, que solicitava o valor da probabilidade em porcentagem os professores apenas deixam o indicativo da divisão por se tratar de uma divisão não exata. Conforme indica o professor PF1:

PF1: Nesse caso eu tenho apenas uma tentativa, porque só joga o buquê uma vez, então... cada moça vai ter... teria que dividir. Vai dá infinito, não é?

5.2.1.9. Situação 9

6. Um casal pretende ter dois filhos. Veja as possibilidades para os sexos das duas crianças:

menino 	menina 	menina 	menino 
menina 	menina 	menino 	menino 

a) O que é mais provável: nascer primeiro uma menina ou um menino?
 b) O que é mais provável: nascerem duas crianças do mesmo sexo ou de sexos diferentes?
 c) Qual é a probabilidade de nascer primeiro um menino e depois uma menina?
 d) E a probabilidade de que os dois filhos sejam do mesmo sexo?

Figura 9: Situação S9¹³

¹³ Atividade selecionada do livro: SPINELLI, W. e SOUZA, M. Coleção Matemática– 6ª série – São Paulo: Editora Ática, 2005.

Objetivos: Nessa Situação 9 os objetivos eram levar os professores a observarem os eventos mais prováveis e a noção de probabilidade expressa em porcentagem a partir da comparação de probabilidade.

Quadro 15: Conceitos matemáticos indicados na Situação S9

Professor	Sínteses dos conceitos matemáticos a partir da Situação 9
PI1	Combinação, <i>probabilidade</i> .
PI2	Possibilidades, <i>probabilidade</i> .
PI3	Possibilidade, <i>probabilidade</i> , razão.
PI4	<i>Probabilidade</i> , raciocínio lógico.
PF1	<i>Probabilidade</i> .
PF2	Combinatória, <i>probabilidade</i> , fração.
PF3	Porcentagem, <i>probabilidade</i> , comparação.
PF4	<i>Probabilidade</i> , porcentagem, fração.

Apenas três professores (PI3, PF2, PF4) afirmaram que a partir da Situação 9 poderíamos explorar o conteúdo de fração. Outro ponto observado é que mais uma vez alguns professores associam a combinatória e a descrição de possibilidades ao conteúdo de probabilidade, como é o caso de PI1, PI2, PI3 e PF2.

E – Como você resolveria essa Situação 9 e quais conteúdos poderiam ser explorados?

PI3 – Na verdade ela já descreve as possibilidades num é? É... O que é mais provável, menina ou menino? No caso há uma igualdade de 50%.

E – E o que a gente pode está explorando aqui com os alunos?

PI3 – Noção de porcentagem, probabilidade, está trabalhando também razão.

Observamos a partir do Quadro 15 que apenas o professor PF3 elencou a comparação como uma das possibilidades de conteúdos que pode ser trabalhado. Acreditamos que a Situação 9 pode permitir a partir das comparações propostas, melhor compreensão sobre o conceito de probabilidade.

5.2.1.10. Análise comparativa das Situações

Após esse momento, propomos aos participantes que eles realizassem uma análise comparativa das situações apresentadas anteriormente, identificando algumas diferenças ou semelhanças entre elas. Iniciamos retomando a Situação 4 e Situação 5 com o objetivo de que os professores percebessem que as duas situações exploravam a noção de chance, no entanto, se diferenciavam no contexto apresentado. A seguir um quadro síntese da análise dos participantes.

Quadro 16: Síntese de comparativo entre a Situação 4 e Situação 5

Professor	Semelhanças entre Situação 4 e Situação 5	Diferenças entre Situação 4 e Situação 5
PI1	Combinação e <i>Probabilidade</i>	Contexto
PI2	Possibilidades, Chance	Contexto
PI3	<i>Probabilidade</i>	Valor posicional dos números
PI4	Chance, <i>Probabilidade</i>	Nenhuma
PF1	Chance	Contexto
PF2	Combinação	Contexto
PF3	Possibilidade, Comparação, <i>Probabilidade</i>	Contexto
PF4	<i>Probabilidade</i> , chance	Contexto

Apenas quatro professores, PI2, PI4, PF1 e PF4 identificaram que as duas situações se assemelhavam, pois exploravam a noção de chance. Com relação às diferenças, com exceção de PI3 e PI4, todos os professores concordaram que as situações se diferenciavam no contexto.

Podemos constatar a partir do Quadro 16 que professores dos anos iniciais apontam a probabilidade como principal semelhança entre as situações. Em relação às diferenças apontadas destacamos o professor PI3 quando pontuou que na Situação 5, poderia abordar a noção de quadro valor e lugar, a partir da possibilidade de formar centenas com os algarismos propostos, diferentemente da Situação 4.

Verificamos ainda no fragmento abaixo, a preocupação do professor PF1 em propor situações significativas para o aluno, buscando relações com o cotidiano.

PF1: ... eu acho que no caso da Situação 4 algumas perguntas são de melhor visualização, porque na Matemática quanto mais perto chegar da realidade do aluno melhor, não que a Situação 5 não a tenha, é uma situação real também. Mas a 4 faz mais parte do cotidiano dele, portanto, mais fácil assimilação. Não sei se do conteúdo em si, mas da introdução do conteúdo quanto mais perto chegar da vida do aluno melhor e em relação ao conceito elas são bem parecidas também.

Nesse sentido, para propiciar a construção da noção de probabilidade o professor deve escolher situações que permitam ao aluno experimentar e realizar simulações que evidenciem relações com o mundo ao seu redor, auxiliando na tomada de decisões consciente.

Posteriormente retomamos a Situação 6 e a Situação 7 para que eles também realizassem comparações. Nosso objetivo era que os professores percebessem que as situações se diferenciavam no contexto e nas noções exploradas, já que a Situação 6 aborda a noção de probabilidade e a Situação 7 explora a noção de possibilidades. A seguir um quadro síntese da análise dos participantes.

Quadro 17: Síntese de comparativo entre a Situação 6 e Situação 7

Professor	Semelhanças entre Situação 6 e Situação 7	Diferenças entre Situação 6 e Situação 7
PI1	Possibilidade, <i>Probabilidade</i>	Contexto
PI2	Possibilidades	Contexto
PI3	Noção de quantidade	Contexto
PI4	<i>Probabilidade</i> , Estimativa	Contexto
PF1	Nenhuma	Possibilidade e <i>probabilidade</i>
PF2	Forma de resolução	Nenhuma
PF3	Possibilidades	Contexto
PF4	Possibilidades	Contexto

Na comparação entre as Situações 6 e 7, apenas um participante, PF1, identificou que as situações se diferenciavam tanto no contexto como nas noções exploradas, tendo em vista, que uma abordava a noção de possibilidade e a outra de probabilidade, como apresentamos a seguir:

PF1: *Já sei, aqui na Situação 7 eu estou falando só de possibilidades; iniciando um conceito de probabilidade também, mas de uma maneira inicial. Os alunos resolveriam essa situação mesmo sem ter visto o conceito de probabilidade. Já na Situação 6 não, aqui o aluno tem que ter o conceito já consolidado na cabeça.*

Observamos a partir do Quadro 17 a dificuldade de diferenciação das noções de possibilidade e probabilidade a partir das semelhanças identificadas tanto pelos professores dos anos iniciais, como dos anos finais, como podemos verificar no extrato a seguir:

PF3: *O contexto é diferente, se assemelham na questão das possibilidades.*

PI4: *Eu acho que todas as atividades aqui ela passam por probabilidade, estimativas e raciocínio lógico.*

E por fim, solicitamos que retomassem a Situação 8 e a Situação 9 para também realizar comparações. Nosso objetivo era que os professores percebessem que as situações se diferenciavam no contexto e se assemelham na noção de probabilidade. A seguir um quadro síntese da análise dos participantes.

Quadro 18: Síntese de comparativo entre a Situação 8 e Situação 9

Professor	Semelhanças entre Situação 8 e Situação 9	Diferenças entre Situação 8 e Situação 9
PI1	<i>Probabilidade</i>	Porcentagem
PI2	Possibilidades	Grau de complexidade
PI3	Possibilidade e <i>probabilidade</i>	Contexto
PI4	<i>Probabilidade</i>	Razão e contexto
PF1	<i>Probabilidade</i>	Razão e porcentagem
PF2	Possibilidade	Contexto
PF3	Possibilidade, <i>probabilidade</i>	Nenhuma
PF4	Nenhuma	Porcentagem

Ao realizar a análise comparativa entre as situações 8 e 9, apenas os participantes PI2, PF2 e PF4 não identificaram a noção de probabilidade presente em ambas as situações.

Observamos a partir do Quadro 18 que professores PI1, PF1 e PF4 apresentaram como diferenças entre as situações o conceito de porcentagem. Nesse caso, salientamos que a Situação 8 solicita a probabilidade em forma de porcentagem explicitamente, enquanto que a Situação 9 deixa a critério de quem vai resolvê-la a maneira de representar a probabilidade, ou seja, pode abordar a porcentagem de maneira implícita.

Os professores PI4 e PF1 apontaram como diferença entre as situações a abordagem do conceito de razão, isso pode ter se evidenciado tendo em vista que no enunciado da Situação 8 solicita que seja descrita a razão que representa a probabilidade do evento, como observamos no extrato a seguir:

PF1: *Em todas duas eu já tenho que ter um conceito de probabilidade mais consolidado. Além da probabilidade na Situação 8 você tem que saber qual é a porcentagem. Eu acho que a Situação 9 poderia responder de maneira mais simples apesar de ter essa expressão (mais provável)... A diferença entre as duas situações é no que se refere a razão e a porcentagem solicitada na Situação 8.*

Perguntamos ainda aos professores entrevistados quais das situações os seus alunos resolveriam com maior facilidade ou dificuldade. No quadro abaixo podemos observar como os professores classificaram as situações em termos de grau de complexidade na resolução pelos alunos.

Quadro 19: Classificação das situações pelo grau de complexidade

Professor	Situações mais fáceis dos alunos resolverem	Situações mais difíceis dos alunos resolverem
PI1	S1, S2, S7 e S4	S3, S5, S6, S9, S8
PI2	S2, S7, S3	S6 e S8
PI3	S2, S3, S4, S5, S6 e S7	S1, S8 e S9
PI4	S2 e S6	S3 e S8
PF1	S1, S2, S3 e S4	S5, S6, S7, S8 e S9
PF2	S1, S2, S3, S4 e S7	S5, S6, S8 e S9
PF3	S1, S2, S3, S4 e S7	S5, S7, S8 e S9
PF4	S1, S2, S3, S4	S5, S6, S7, S8 e S9

A partir do Quadro 19 os professores dos anos iniciais indicaram como situações de maior facilidade as situações S2 e S7 e a de maior dificuldade a Situação 8. Nesse caso, a dificuldade dessa situação se justifica aparentemente por solicitar a probabilidade em forma de porcentagem, o que necessita de uma divisão inexata.

Os professores dos anos finais consideraram como mais fácil as situações S1, S2, S3 e S4 e como mais difíceis as situações S5, S8 e S9.

O que podemos verificar é que os professores de uma forma geral avaliaram as primeiras situações como sendo mais fáceis de resolver, justificam que a forma como essas situações são apresentadas, com desenhos e com contextos próximos da realidade dos alunos ajudam na compreensão e resolução por parte dos mesmos, como podemos observar abaixo.

E – Entre essas situações qual delas seriam mais facilmente resolvida pelos seus alunos?

PF1 – Essa da louça (S1), a do peão (S2), da moeda (S3) e das roupas (S4), por causa do nível de abstração deles, e nessas como estão relacionadas mais ao dia-a-dia. Essas primeiras situações são conceitos introdutórios ainda. As outras já envolvem o conceito em sua totalidade, já fica mais difícil.

E – Dentre essas situações, qual delas seria mais facilmente resolvida pelos seus alunos?

PI4 – Com facilidade a do peão (S2), a da caixa (S5). A do buquê (S8) eles teriam dificuldade. A da roupa (S4), da louça (S1), do peão (S2), da moeda (S3), achei elas mais fáceis porque estão mais próximas da realidade deles, não seria com tanta facilidade, mas com algumas dicas eles resolveriam sim.

No entanto, as demais situações já exigem que o aluno tenha um conhecimento, nem que seja inicial, do conteúdo que está sendo explorado, no caso, a probabilidade, o que torna as questões pouco mais difíceis de resolver.

Pedimos então aos professores que ordenassem as situações pelo grau de complexidade a partir de suas avaliações.

Quadro 20: Síntese da proposta de ordenação por grau de complexidade

Professor	Proposta de ordenação por grau de complexidade das situações
PI1	S1 – S2 – S7 – S4 – S3 – S5 – S6 – S9 – S8
PI2	S1 – S3 – S2 – S7 – S4 – S9 – S6 – S5 – S8
PI3	S3 – S2 – S4 – S5 – S6 – S7 – S8 – S1 – S9
PI4	S4 – S1 – S2 – S3 – S7 – S5 – S6 – S9 – S8
PF1	S1 – S2 – S3 – S4 – S7 – S5 – S6 – S8 – S9
PF2	S1 – S3 – S2 – S4 – S7 – S6 – S9 – S5 – S8
PF3	S1 – S3 – S2 – S4 – S7 – S8 – S5 – S6 – S9
PF4	S3 – S2 – S4 – S1 – S5 – S7 – S9 – S8 – S6

Os professores consideraram que a situação menos complexa seria a Situação 1, com exceção de PI3 e PF4 que consideraram como menos complexa a Situação 3 e PI4 que considerou a Situação 4 como menos complexa. Entre as situações mais complexas, os professores elegeram as Situações 8 e 9, com exceção de PF4 que considerou a Situação 6 como a mais complexa.

Observamos que a ordenação proposta pelos professores sinalizou o aspecto visual das situações, a relação com o cotidiano dos alunos e algumas noções introdutórias, conforme apresentamos nos extratos a seguir:

PI4: A da roupa (S4), da louça (S1), do pião (S2), da moeda (S3), dos dados (S7), roleta (S5), caixa (S6), filhos (S9) e buquê (S8). Achei as primeiras mais fáceis porque estão mais próximas da realidade deles, eles não resolveriam com tanta facilidade, mas com algumas dicas sim.

PF2: A da louça (S1), a da moeda (S3), a do pião (S2), a das roupas (S4), a dos dados (S7), a da caixa (S6), a dos filhos (S9), a da roleta (S6) e a do buquê (S8). Eu organizaria dessa forma porque as primeiras são situações que não precisam muito de cálculo matemático, só olhando a figura a gente responde. Nas outras começam as dificuldades... Devido ao nível da pergunta.

PF1: S1, S2, S3, S4, S7, S5, S6, S8 e S9. Eu organizei dessa forma por causa do nível de abstração dos alunos, e as primeiras situações como estão relacionadas mais ao dia-dia deles eles resolvem mais facilmente... Essas primeiras situações são conceitos introdutórios ainda. As outras como já envolvem o conceito em sua totalidade já fica mais difícil.

5.2.2. RELEVÂNCIA DO ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO FUNDAMENTAL

Em seguida, questionamos aos entrevistados porque a probabilidade deve ser trabalhada ou não no Ensino Fundamental. A seguir expomos algumas das afirmações dos professores:

PI1 – *Não tenho muita experiência no ensino de probabilidade. Para falar a verdade, eu nunca trabalhei na escola e muito menos no curso de Pedagogia. Eu busco me esforçar para trabalhar determinados conteúdos com os alunos para que no futuro eles não sintam essa dificuldade que eu senti. Eu não conheço nenhum colega meu que tenha trabalhado probabilidade. Eu confesso que eu nunca trabalhei, tem no livro, mas eu nunca trabalhei. Eu acho que deve ser trabalhado no Ensino Fundamental, mas de maneira mais adequada, observando a questão da linguagem. Até porque é importante para a nossa vida cotidiana. Eu acho que ajuda o aluno a entender situações cotidianas, interferir em situações do dia-a-dia deles.*

PI4 – *Deve ser trabalhada, com certeza, pois está muito presente no contexto dos alunos além de estimular o raciocínio e o pensamento.*

PF4 – *Eu acho que sim. Eu acho que deveria fazer uma reformulação total dos conteúdos do Ensino Fundamental porque eles tratam muito da Matemática abstrata, você não toca muito nessa parte de probabilidade. Esses conceitos são coisas que a gente vê no dia-a-dia e eu acho que é pouco explorado no fundamental. Só ver um pouquinho no 7º ano e só vai ver no 2º ano do Ensino Médio...a probabilidade é algo que está no dia-a-dia e deveria ser mais explorada.*

Nesse caso, os professores afirmaram que a probabilidade dever ser sim trabalhada no Ensino Fundamental, desde os anos iniciais, pois acreditam que a probabilidade está presente no dia-a-dia do aluno e o torna mais reflexivo.

Ainda observamos as lacunas na sua formação inicial identificadas pelo professor dos anos iniciais PI1 e que apesar da Probabilidade está presente nos livros didáticos, os professores não sentem segurança de ensinar esse assunto, corroborando com os estudos de Rodrigues (2006) e Viali (2008).

E por fim, questionamos ao professores entrevistados no que eles acham que o ensino da probabilidade pode auxiliar o desenvolvimento de seus alunos. Observamos os seguintes fragmentos:

E – No que a probabilidade pode ajudar no desenvolvimento do aluno?

PI3 – *A probabilidade ajuda a criar a noção de possibilidades, mecanismos que o aluno tem de escolher a partir de determinado objeto ou situação-problema.*

E – No que a probabilidade pode ajudar no desenvolvimento do aluno?

PF3 – *Com a probabilidade os alunos já teriam uma ideia de como operar. É importante porque estaria aumentando o grau de capacidade, de entendimento de situações da vida cotidiana.*

Verificamos nos extratos acima mais uma vez a afirmativa de que a probabilidade auxilia os alunos a lidar com situações da vida cotidiana, tornando-o mais reflexivo, mais pensante. Esse fato também é indicado nas pesquisas de Oliveira e Cazorla (2008), pois segundo as autoras faz-se necessário para a formação do aluno crítico e reflexivo a compreensão que muitas questões do cotidiano são de natureza aleatória.

No extrato do professor PI4, observamos a indicação da necessidade de subsídios que orientem o professor na sua prática, norteados seu trabalho com as noções probabilísticas com os alunos.

E – No que a probabilidade pode contribuir no desenvolvimento do aluno?

PI4 – *No contexto deles, no seu dia-a-dia. Agora eu acho complicado é que a gente não tem um momento para pensar nisso, de fazer dessa forma. A gente faz os problemas de probabilidade por fazer. A gente até teve uma oportunidade de trabalhar com a Coordenadora essas questões para gente trabalhar com os alunos, mas mesmo assim você fica muito no inicial. Eu sinto falta de atividade, o professor para planejar aula tem que ter tempo. Se você trabalhasse um horário só teria mais tempo para pesquisar, para trocar experiências.*

Nesse sentido, concordamos com Silva (2002) que indica a necessidade de uma busca constante por processos de ensino que possibilitem o debate entre os estudantes para promover a conscientização dos conceitos probabilísticos auxiliando-os na leitura de mundo. E ainda iniciativas que promovam aos professores o tempo para que participem de momentos de formação contínua e discussões entre pares sobre as noções probabilísticas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No desenvolvimento dessa pesquisa, buscamos aprofundar nossos conhecimentos acerca do tema *Probabilidade*. Pesquisamos livros, dissertações, teses, periódicos, artigos, sites da internet, e realizamos um levantamento junto a professores analisando as falas desses docentes com o objetivo de organizar conhecimentos e concepções dos mesmos referentes à *probabilidade*.

Como todo trabalho científico, nosso estudo passou por algumas reorganizações e aprimoramentos antes de atingir sua forma atual. Também, como em toda investigação, reconhecemos que nossas considerações finais não são produtos acabados, mas sim um conjunto dos principais resultados verificados em nossa pesquisa.

Ao longo da nossa pesquisa buscamos analisar concepções e conhecimentos de professores do Ensino Fundamental sobre a Probabilidade, verificando que noções os professores consideram ser necessárias na construção desse conceito.

Os dados foram construídos em uma única etapa – uma entrevista semi-estruturada, inserida em uma abordagem qualitativa de pesquisa. Desde a definição dos instrumentos e procedimentos metodológicos, até a sua execução, houve compromisso ético, seja na garantia e preservação do anonimato dos participantes, seja na fiel utilização dos relatos dos professores para a realização das análises e sua publicação.

Os achados foram relevantes e evidenciaram uma diversidade de sentidos atribuídos pelos docentes, revelando dúvidas e incompreensões, no que se refere às noções básicas na construção do conceito de probabilidade.

A partir do que foi observado, pode-se concluir que, ao menos para estes participantes, professores do Ensino Fundamental exploram muito pouco os conceitos probabilísticos em suas salas de aula, justificando que os livros didáticos utilizados não oferecem subsídios para se trabalhar com esse conteúdo. Paralelo a isso, como evidenciado em Oliveira e Cazorla (2008), durante suas formações iniciais não foram oferecidos elementos formativos que incorporassem saberes e práticas que permitissem o desenvolvimento de abordagens educativas que orientasse o ensino das noções básicas de *probabilidade* em sala de aula.

Constatamos, ainda, que professores dos anos iniciais abordam o conteúdo

de *probabilidade* fazendo uma relação com as técnicas de contagem, limitando-se a situações de jogos, ou escolhas de uma entre várias possibilidades de resultados de uma contagem.

Podemos observar também que, quase todos os professores, ao analisarem as situações, relatavam diversos conteúdos matemáticos que poderiam ser explorados – como os números e operações com os mesmos, geometria e medidas, sem ser dado muito destaque ao conteúdo de Probabilidade. Por um lado, consideramos esse aspecto como um ponto positivo, pois, como amplamente defendido na Educação Matemática, é preciso articular os eixos matemáticos entre si. Por outro lado, entretanto, verificamos que parece haver incompreensões de como se deve articular esses eixos, dando a devida atenção a cada um dos conceitos envolvidos por si mesmo.

Outro conceito que gostaríamos de destacar é a *porcentagem*. Observamos que os professores não vincularam o trabalho com esse conceito à probabilidade, tendo em vista ser o mesmo uma ferramenta matemática necessária à construção do conceito de probabilidade e às experiências probabilísticas.

Em relação às noções probabilísticas, verificamos que os professores dos anos iniciais apresentam dificuldades na própria compreensão do conceito de *probabilidade*. Nomenclaturas como *fenômeno aleatório*, *espaço amostral*, *acaso* e *evento*, necessárias na formalização do conceito de *probabilidade* não foram evidenciadas pelos professores entrevistados. Com base nessa fragilidade apresentada pelos professores, relativa às noções probabilísticas, surgem as dificuldades de se explorar a Probabilidade em sala de aula, pois, sem a construção conceitual, dificilmente os professores conseguem construir significativamente os conceitos necessários para a aprendizagem das noções probabilísticas.

O que percebemos é que os professores se sentem despreparados para o ensino de noções probabilísticas devido às dificuldades encontradas na elaboração de conceitos que exigem construção reflexiva sobre a ideia de *acaso* e *aleatoriedade*. Para Batanero (2001) esses conceitos implicam novas perspectivas relativas à própria forma dos professores conceberem a realidade que os cerca, constituindo o desenvolvimento da literacia estatística e, assim, de cidadãos atuantes autonomamente na sociedade.

Observamos também que os professores dos dois níveis de escolarização apresentam conhecimentos de algumas das noções de *probabilidade*. Entretanto, parecem ter concepções de ensino da Probabilidade diferenciadas, tendo em vista que os professores dos anos finais são especialistas (diplomados em Licenciatura em Matemática) que segundo Coutinho (2003), acarreta em uma formação matemática mais aprofundada, porém, isso não garante uma concepção padronizada, se entendermos como concepção uma interiorização do saber e uma forma de mobilização própria a cada indivíduo.

Ficou evidenciado, ainda, que muitos professores, não se sentem preparados para explorar em suas salas de aula o conceito de *probabilidade*. Os mesmos justificam que em suas formações iniciais não vivenciaram experiências que os orientassem no trabalho com esse conceito. Como afirma Viali (2008), a falta de preparação do professor de Matemática para o desenvolvimento dos conteúdos relacionados à Estatística faz com que ele, muitas vezes, prefira não trabalhar com estes conteúdos em suas salas de aula.

Refletindo sobre a formação do professor que ensina Matemática, consideramos que os cursos de formação de professores deveriam proporcionar condições para que os futuros professores desenvolvessem competências e habilidades, a fim de que pudessem desempenhar suas atividades profissionais, tendo uma formação matemática que possibilitasse a compreensão de conteúdos que estivessem articulados com os que são propostos para os anos de ensino que irão atuar, constituindo-se numa base sólida e flexível para suas escolhas curriculares.

Nesse sentido, pensar nessa formação é primeiramente assumir que o atual currículo não responde a essa necessidade, visando um processo de mudança curricular que habilite o professor ser um agente ativo e reflexivo que participa da produção de conhecimento, atendendo as demandas sociais, culturais, econômicas e políticas da sociedade atual.

Acreditamos que seja necessária a realização na escola de um trabalho mais aprofundado envolvendo conceitos probabilísticos, desde os anos iniciais, que favoreça a construção do conceito de *probabilidade* a partir de noções básicas, tais como: percepção do *acaso*, idéia de *experiência aleatória* e a noção de

probabilidade, conforme propõe Coutinho (2001). Para isso, porém, se faz necessário proporcionar ao professor, durante o seu processo de formação, discussões referentes ao ensino de probabilidade, de forma que esse professor adquira autonomia para trabalhar com esse conceito e favoreça uma aprendizagem significativa dos seus alunos.

Para os professores, proporcionar o ensino das noções probabilísticas aos estudantes os auxiliarão no exercício de sua cidadania, pois há necessidade de o indivíduo compreender que muitas questões do cotidiano são de natureza aleatória, saber estimar o grau de probabilidade de cada uma delas e nortear suas tomadas de decisões.

Tudo isso nos leva a reconhecer a complexidade em compreender as noções probabilísticas e reforçam a necessidade de mais pesquisas acadêmicas relacionadas ao ensino de probabilidade e suas noções básicas e a instrumentalização dos cursos de formação inicial e continuada na construção de estratégias que fomentem o trabalho com o aleatório para a introdução ao conceito de probabilidade, de forma que o professor adquira autonomia para formular e executar uma organização matemática e didática desse conteúdo visando a Escola Básica.

REFERÊNCIAS

AZCÁRATE, P; CARDEÑOSO, J.M e PORLÁN, R. Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. **Enseñanza de las ciencias**, v.16, n.1, p.85-97, 1998.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições Setenta, 2004.

BATANERO, C. **Didáctica de la estadística**. Granada: Grupo de Educación Estadística Universidade de Granada, 2001.

BATANERO, C. e GODINO, J. **Estocástica y su didáctica para maestros**. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (1º e 2º ciclos do ensino fundamental). v.3. Brasília: MEC, 1997.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

CAZORLA, I e SANTANA, E. (Org.). **Do tratamento da informação ao letramento estatístico**. Itabuna: Via Literatum, 2010. p.126

CHIZZOTTI, A. A pesquisa qualitativa em Ciências Humanas e Sociais: evolução e desafios. **Revista Portuguesa de Educação**. v. 16, n.2. Universidade do Minho. Portugal, 2003. p. 221-236.

COUTINHO, C. **Introdução ao conceito de probabilidade pela visão frequentista – estudo epistemológico e didático**. 1994. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

_____. **Introduction aux situations aléatoires dès le Collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II**. 2001. 338f. Tese (Doutorado em Matemática). Grenoble Université Joseph Fourier, França.

_____. Probabilidade Geométrica: Um contexto para a modelização e a simulação de situações aleatórias com Cabri. In: **25ª Reunião Anual da ANPEd**. Caxambu, 2002.

_____. Modelagem, simulação e as orientações dos PCN-EF para o ensino de probabilidade. In: SEMINÁRIO IASI DE ESTATÍSTICA APLICADA, 9., 2003, Rio de Janeiro. **Estatística na Educação e Educação em Estatística**. Rio de Janeiro, 2003.

_____. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **Revemat : Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 2, p. 50-67, 2007.

DUARTE, R. Entrevistas em pesquisas qualitativas. **Educar em Revista**, 2004. v.24, p. 213-225.

GONÇALVES, M. C. **Concepções de professores e o ensino de probabilidade na escola básica**. 2004. 95f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

GOULART, A. **O discurso sobre os conceitos probabilísticos para a escola básica**. 2007. 88f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

JULIANELLI, J; DASSIE, B; LIMA, M. SÁ, I. **Curso de análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.

LOPES, C. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular**. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação). UNICAMP, Campinas.

_____. O ensino de probabilidade e estatística na escola básica nas dimensões do currículo e da prática pedagógica. In: SIMPOSIO IBEROAMERICANO DE ENSEÑANZA MATEMÁTICA, 16., 2004, Castelló. **Anais do XVI Simposio Iberoamericano de Enseñanza Matemática**. Castelló: Universitat Jaume I, 2004.

_____. O desenvolvimento da Probabilidade e da Estatística. In: ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 18. 2005, Campinas. **Anais do XVIII Encontro Regional de Professores de Matemática**. Campinas: UNICAMP, 2005.

_____. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Caderno Cedes**. v. 28, n. 74. , Campinas, jan./abr. 2008. p. 57-73. Disponível em: < <http://www.cedes.unicamp.br>>. Acesso em 14 dez. 2010.

LUDKE, M; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MANZINI, E. **Entrevista: definição e classificação**. Marília: Unesp, 2004

MINAYO, M.C. de S. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 29 ed. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2010.

MORGADO, A.C; PITOMBEIRA, J.C; CARVALHO, P.C.P e FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. SBM, Rio de Janeiro, 2004.

MUNIZ, C. A.; GONÇALVES, H. J. L. A educação estatística no ensino fundamental: discussões sobre a práxis de professoras que ensinam matemática no interior de Goiás. **Educação Matemática em Revista**, SBEM, v.18/19, n.12, p.26-34, 2005.

NOVAES, D; COUTINHO, C. **Estatística para a educação profissional**. São Paulo: Atlas, 2009.

OLIVEIRA, P. **Probabilidade**: Concepções construídas e mobilizadas por alunos do Ensino Médio à luz da Teoria das Concepções. 2010. 197f. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

OLIVEIRA, S.; CAZORLA, I. Ensinando probabilidades no ensino fundamental. **Educação Matemática em Revista**, SBEM, v.24, n.13, p.3-6, 2008.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base curricular comum para as redes públicas de ensino de Pernambuco: Matemática**. Recife; SE, 2008.

PESSOA, C.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **ZETETIKÉ**, UNICAMP, v.1, 2009.

QUEIROZ, M. Relatos orais: do “indizível” ao dizível”. In: VON SIMSON, O. (Org.). **Experimentos com histórias de vida**. São Paulo: Editora Revista dos Tribunais, 1988. p.68-80.

RODRIGUES, J. M. S. Formação matemática de professores de atuação multidisciplinar nas séries iniciais do ensino fundamental: indicativos para estudos de noções de probabilidade. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. **Anais do III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Águas de Lindóia, 2006.

SANTANA, Michaelle e BORBA, Rute. Como a Probabilidade tem sido abordada nos livros didáticos de Matemática de anos iniciais de escolarização. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador, 2010.

SANTIAGO, E. Formação, currículo e prática pedagógica em Paulo Freire. In: BATISTA NETO, J. (Org.); SANTIAGO, E. (Org.). **Formação de professores e prática pedagógica**. Recife, Fundação Joaquim Nabuco: Massangana, 2006. pp.73-84.

SILVA, I. **Probabilidades**: a visão laplaciana e a visão frequentista na introdução do conceito. 2002. 174p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SZYMANSKI, H. (Org.). **A entrevista na educação: a prática reflexiva**. 2. ed. Brasília: Liber Livro Editora, 2008.

TRIVIÑOS, A. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 2009.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, v.1, p. 75-90, 1986.

_____. A teoria dos campos conceituais. In: Brun, Jean (dir.). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p.155-191.

_____. A comprehensive theory of representation for Mathematics Education. **Journal of Mathematical Behavior**, v.2, n.17, p. 167-181, 1998.

_____. A gênese dos campos conceituais. In: Grossi, E (Org.). **Por que ainda há quem não aprende? A teoria**. Rio de Janeiro: Vozes, 2003, p. 21-64.

VIALI, L. O ensino de Estatística e Probabilidade nos cursos de licenciatura em Matemática. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA. 18., 2008, Estância de São Pedro. **Anais do 18º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística**. Estância de São Pedro, 2008.

VIALI, L; OLIVEIRA, P. Uma análise de conteúdos de Probabilidade em livros didáticos do Ensino Médio. In: LOPES, C; COUTINHO, C; ALMOULOU, S. (Org.). **Estudos e reflexões em educação estatística**. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2010. p.85-104.