Luciana Ferreira dos Santos

PINTAR, DOBRAR, RECORTAR E DESENHAR: O ensino da Simetria e das Artes Visuais em Livros Didáticos de Matemática para séries iniciais do Ensino Fundamental.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação matemática e Tecnológica.

Orientadora: profª. Drª. Rosinalda Aurora de Melo Teles

Recife

2010

Santos, Luciana Ferreira dos

Pintar, dobrar, recortar e desenhar: o ensino de simetria e das artes visuais em livros didáticos de matemática para séries iniciais do ensino fundamental/ Luciana Ferreira dos Santos. – Recife : O Autor, 2010.

216 f. : il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CE. Educação, 2010.

Inclui apêndices

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Livro didático. 3. Simetria. I. Título.

37	**CDU (2.ed.)**	**UFPE**
372.7	**CDD (22.ed.)**	**CE2010-20**

Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

ALUNA

LUCIANA FERREIRA DOS SANTOS

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO

"PINTAR, DOBRAR, RECORTAR, DESENHAR: O ENSINO DA SIMETRIA E DAS ARTES VISUAIS EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA PARA SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL."

COMISSÃO EXAMINADORA:

Rosinalda A. de Melo Teles
Presidente e Orientador
Profª Drª Rosinalda Aurora de Melo Teles

Examinador Externo
Prof. Dr. Sebastião Gomes Pedrosa

Examinador Interno
Prof.ª Drª Paula Moreira Baltar Bellemain

Recife, 24 de março de 2010.

A minha família, que sempre está comigo, não apenas neste momento, como em todos os momentos de minha vida, sendo-me sempre muito carinhosa e compreensiva.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por sua imensa bondade e sabedoria.

Aos meus familiares, por me ensinarem tudo que aprendi sobre respeito, ética e honestidade.

A Rosinalda Teles, pela paciência, companheirismo e orientação.

A Paula Bellemain, Iranete Lima, Marcelo Câmera, Paulo Figueiredo, pelo acompanhamento e sugestões.

A Emerson Melquiades, por sua orientação inicial que me introduziu nos caminhos da Arte.

Ao professor Pedrosa por sua generosa contribuição.

A todo o corpo docente da EDUMATEC que me possibilitou um aprofundamento teórico acerca da Educação Matemática e Tecnológica.

Aos companheiros de Mestrado que tanto colaboraram para a construção deste trabalho nas tardes calorosas de discussão, especialmente, a Diógenes, Izauriana, Diana, Gledson, Emerson e Cybele Regina.

Aos/às companheiros/as de luta por uma educação de qualidade das escolas Terezinha Camarotti e Alto da Macaíba, especialmente, Rosilene, Valdira, Mirian Valéria, Cristiane, Salete, Irlene, Dona Givsan, Daniela, Juliana, Dona Suzana, pelo incentivo e compreensão.

Ao professor Xavier, mestre que me apresentou Paulo Freire, com a toda sabedoria e genialidade, e que me estimula na busca por me tornar um ser humano melhor.

Nossa universidade atual forma, pelo mundo afora, uma proporção demasiado grande de especialistas em disciplinas predeterminadas, portanto artificialmente delimitadas, enquanto uma grande parte das atividades sociais, como próprio desenvolvimento da ciência, exige homens capazes de um ângulo de visão muito mais amplo e, ao mesmo tempo, de um enfoque dos problemas em profundidade, além de novos progressos que transgridam as fronteiras das disciplinas.

Licgenerowicz

RESUMO

Inserindo-se no âmbito do ensino e aprendizagem da Geometria, esta pesquisa analisa atividades que articulam Geometria e Artes Visuais na abordagem do conteúdo da Simetria nos livros didáticos de Matemática para séries iniciais do Ensino Fundamental. O estudo envolve uma revisão da literatura sobre Interdisciplinaridade, Geometria, Simetria, Artes e livros didáticos. Os procedimentos metodológicos foram baseados em etapas da análise do conteúdo e utilizamos elementos da análise teórica. A coleta de dados foi realizada em 17 coleções de livros didáticos de Matemática aprovados pelo PNLD em 2010. No estudo quantitativo, observaram-se 200 atividades que estabelecem laços de colaboração e reciprocidade entre o conteúdo da Simetria e as Artes visuais. As contribuições eram realizadas através de modalidades artísticas padrões, arquitetura, pinturas, borrões de tinta, desenhos e dobraduras. Este estudo, junto à fundamentação teórica, apontou as categorias de análise para o estudo qualitativo. Neste identificamos que as propriedades da simetria são trabalhadas de forma implícita, uma ênfase no tipo de figuras conexas, em detrimento das desconexas. O eixo de simetria, dependendo da atividade, é abordado em diferentes posições. Encontramos lacunas conceituais em relação às ações de artes (leitura, contextualização e fazer artístico). Constatamos que o elemento de visualidade “cor” é utilizado como critério para produção de figuras simétricas sem a devida explicitação que esta é uma propriedade geométrica. Averiguamos que a construção das atividades acontece basicamente à mão livre e são poucas as atividades que sugerem o uso de instrumentos de desenho, assim como os recursos materiais das artes visuais restringiram-se a lápis de cores, tinta e papel. Apesar das limitações identificadas, encontramos atividades cujas propostas indicam aportes mútuos entre o conteúdo Simetria e Artes Visuais nos livros didáticos das séries iniciais.

Palavras chaves: Simetria - Artes visuais – Interdisciplinaridade – Livro Didático

ABSTRACT

In the teaching-learning environment of Geometry, and within the interdisciplinary practices of attributing meaning to mathematical content, this study analyses activities which articulate Geometry and Visual Arts in the approach to Symmetry in textbooks on Mathematics in the initial stages of Primary School Teaching. Our methodological procedures based themselves on stages of Analysis in the work of Bardin (2009), as well as on elements of theoretical analysis in Henry. The data were collected in 17 collections of Mathematics textbooks approved by the PNLD-2010, where 200 activities establishing collaborative links and reciprocity between Symmetry and Visual Arts were mapped in the following artistic modes: pattern-making, architecture, painting, design and paper-folding. Quantitative data and theoretic bases helped form analytical categories for qualitative study which, amongst other aspects, showed that the properties of Symmetry are approached implicitly; there being an emphasis on connected figures, to the detriment of those which are adrift. The predominant position of the axis of that which is symmetrical is vertical. There exist conceptual gaps in relation to how artistic disciplines behave (reading, contextualization and artistic endeavor). Color is also a visual element used as a criterion for the production of symmetrical figures. We verify that the construction of designs in the majority of artistic modes is basically free-handed. Taking into account certain limitations, we find engravings, patterns, folding and paintings which propose mutual influences between Symmetry and Visual Arts in textbooks.

Key-words: Symmetry – Visual Arts – Interdisciplinary approach - Textbook

LISTA DE ILUSTRAÇOES

FIGURA 01:	DACOSTA, Milton. Retrato de Alexandre, 1959.	**18**
FIGURA 02:	ARARIPE, Oscar. Reflexo.	**22**
FIGURA 03:	DA VINCI, Leonardo. *Mona Lisa*.....	**36**
FIGURA 04:	CEZANNE, Paul, *Still Life with Apples*.....	**37**
FIGURA 05 :	PICASSO, Pablo. *Les demoiselles d'Avignon*.....	**38**
FIGURA 06:	MONDRIAN, Piet .*Komposition in rot*.....	**39**
FIGURA 07:	CORDEIRO, Waldemar. Estrutura Plástica.....	**40**
FIGURA 08:	DACOSTA, Milton. Figura. 1960.....	**41**
FIGURA 09:	VOLPI, Alfredo, Projeto nº 2129.....	**42**
FIGURA 10:	SIQUEIRA, Edeson. Simetria de Reflexão.....	**45**
FIGURA 11:	SIQUEIRA, Edeson. Simetria de Translação.....	**46**
FIGURA 12:	SIQUEIRA, Edeson. Simetria de Rotação.....	**46**
FIGURA 13:	SIQUEIRA, Edeson. Simetria de Reflexão por deslizamento.....	**47**
FIGURA 14:	ESCHER, Maurice. Cisnes.....	**51**
FIGURA 15:	Cerâmica Marajoara.....	**52**
FIGURA 16:	VALENTIM, Rubem. Emblema.....	**53**
FIGURA 17:	Proposta triangular.....	**60**
FIGURA 18:	ESCHER. M.C. Sky and Water.....	**66**
FIGURA 19:	FAINGUELERNT e NUNES, Faixa criada por Amanda Magno de Assis.....	**67**
FIGURA 20:	Diagrama com a fundamentação teórica da pesquisa.....	**74**
FIGURA 21:	Pintura indígena, Kaokokoxi/ largato pequeno.....	**77**
FIGURA 22:	Quadro - procedimentos metodológicos, elaborados a partir da leitura sobre Análise do Conteúdo de Bardin (2009).....	**83**
FIGURA 23:	Quadro - categorias de análise.....	**86**
FIGURA 24:	ESCHER, Maurice. [sem titulo].	**95**
FIGURA 25:	Gráfico - Frequência das atividades que articulam Simetria e Artes Visuais por volume.....	**98**

FIGURA 26:	Gráfico - Frequência das modalidades artísticas nas coleções	**105**
FIGURA 28:	BORJORNO, J. R.; AZENHA, R. Pode contar comigo. FTD. São Paulo, 2008, p.76.	**106**
FIGURA 29:	PADOVAN, D. et al. Projeto Prosa. Saraiva. São Paulo, 2008, p. 88.....	**107**
FIGURA 30:	MENEGHELLO, M.; PASSOS, Â. De olho para o futuro - matemática. Quinteto editorial. São Paulo, 2008.....	**108**
FIGURA 31:	BARROSO, J. M. Projeto Pitanguá matemática. 2ª edição, v. 3, 127. Moderna. 2008.....	**109**
FIGURA 32:	CERULLO. M. I. C. et al. Coleção: Ponto de partida matemática.Sarandi. São Paulo, 2008, p.262.....	**110**
FIGURA 33:	CENTURIÓN, Marília et al. Porta Aberta – Matemática. FTD. São Paulo. 2008, p. 76.....	**111**
FIGURA 34 :	MILANI, E. et al. Projeto conviver matemática. editora Moderna. São Paulo, 2008, p. 89.....	**112**
FIGURA 35:	TOSSATO, C. et al. Hoje é dia de matemática. Positivo, Curitiba,2007, p. 13.....	**113**
FIGURA 36:	REAME, E.; MOTENEGRO, P. Linguagem Matemática. Saraiva. São Paulo. 2008, p.209.....	**114**
FIGURA 37:	Arquitetura. Fotografia.....	**116**
FIGURA 38:	AIDAR, Márcia. Ler Mundo – Matemática. Editora Scipione. São Paulo, 2008. v. 4, p. 193.....	**119**
FIGURA 39:	SOUZA, M. H. et al. Asas para voar matemática. Editora Ática. São Paulo. 2008.v.3, p.145.....	**121**
FIGURA 40:	MILANI, Estela et al. Projeto conviver matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2008, v. 3. p. 121.....	**121**
FIGURA 41:	SOUZA, Mª. H. et al. Coleção asas para voar matemática. Editora Ática. São Paulo. 2008. V. 3, p. 144.	**123**
FIGURA 42:	TOSSATO, C. M. et al. Hoje é dia de matemática. Editora positivo, Curitiba, 2007. v.1, p 192.....	**124**
FIGURA 43:	SANCHEZ, L. B. et al. Fazendo e compreendendo matemática. 4ª edição reformulada, Saraiva. São Paulo.	

	2008. v. 3, p. 177.....	**125**
FIGURA 44:	REAME, E. et al. Linguagens Matemática. Editora saraiva. São Paulo. 2008. v. 5, p. 169.....	**126**
FIGURA 45:	BARROSO, J. M. (org). Projeto Pitanguá matemática. Editora moderna. 2ª edição, 2008. v. 2, p. 208.....	**127**
FIGURA 46:	SANCHEZ, L. B. et al. Fazendo e compreendendo matemática. . 4ª edição reformulada. Editora Saraiva, São Paulo. 2008. V. 3, p. 179.....	**128**
FIGURA 47:	REAME, E. et al. Linguagem Matemática. Saraiva. São Paulo. 2008. V. 5, p. 170.....	**129**
FIGURA 48:	SOUZA. Et al. Asas para voar matemática. Editora Ática. São Paulo. 2008. v. 4, p. 161.....	**130**
FIGURA 49:	GASTALDI; Mª. V. et al. Projeto Buriti - matemática. Editora Moderna, São Paulo 2007, v. 1, p. 117.....	**131**
FIGURA 50 :	BORDEAUX, A. L. et al. Bem-me-quer. Editora Brasil. São Paulo. 2008. v. 3, p. 71.....	**132**
FIGURA 51:	Gráfico - posições do eixo de Simetria.....	**133**
FIGURA 52:	CERULLO. Mª. I.C. et al. Ponto de partida matemática. Editora sarandi. São Paulo, 2008. v. 3, p.253.....	**134**
FIGURA 53:	BORDEAUX, A. L. et al. Bem-me-quer. 1ª edição, editora Brasil. São Paulo. 2008. v. 5, p. 206.....	**135**
FIGURA 54 :	MILANI, E. et al. Projeto conviver matemática. Moderna. São Paulo, 2008, volume 2, p. 188.....	**136**
FIGURA 55:	SOUZA, Mª. H. et al. Asas para voar matemática. Ática. São Paulo. 2008. v. 3, p. 146.....	**137**
FIGURA 56:	BUENO, A. Mª. et al. Pensar e viver – Matemática. Ática. São Paulo. V. 4, p. 147.....	**138**
FIGURA 57:	PADOVAN, D. et al. Projeto Prosa. Editora Saraiva. São Paulo, 2008. V. 4, p. 122.....	**139**
FIGURA 58:	PADOVAN, D. et al. Projeto Prosa. Editora Saraiva. São Paulo, 2008, v. 4 p. 88.....	**140**
FIGURA 59:	AIDAR, Márcia. Ler Mundo – Matemática. São Paulo, Editora scipione. v. 4, p. 192, 2008.....	**141**
FIGURA 60:	Gráfico - distribuição das figuras nas atividades.....	**142**

FIGURA 61 : MILANI, E. et al. Projeto conviver matemática. Moderna. São Paulo, 2008, volume 2, p. 189..... **143**

FIGURA 62 : DANTE, L. R. et al. Aprendendo Sempre Matemática. Editora Ática. São Paulo. 2008. v. 5, p. 94..... **144**

FIGURA 63: CERULLO. Mª. I. et al. Ponto de partida matemática. Editora Sarandi. São Paulo, 2008. v. 3, p. 257..... **145**

FIGURA 64: MILANI, Estela e outros. Projeto conviver matemática. Moderna. São Paulo, 2008, volume 1, p. 141..... **146**

FIGURA 65: PADOVAN, D. et al. Projeto Prosa. Editora Saraiva. São Paulo, 2008. V. 3, p. 174..... **146**

FIGURA 66: FERREIRA, A. et al. Fazer, compreender e criar em matemática. 3ª edição, IBEP. São Paulo, 2008, v.5, p. 148..... **147**

FIGURA 67: TOSSATO, C. M. et al. Hoje é dia de matemática. Positivo, Curitiba, 2007. v. 3, p. 10..... **148**

FIGURA 68: REAME, E. et al. Linguagem Matemática. Editora Saraiva. São Paulo. 2008. v. 4, p. 210..... **149**

FIGURA 69: MONET. Claude. O barco ateliê..... **152**

FIGURA 70: Gráfico - distribuição das atividades de Simetria e Artes Visuais, conforme as formas de leitura de imagens..... **154**

FIGURA 71: TOSSATO, C. M. et. Hoje é dia de matemática. Positivo, Curitiba, 2007. v. 5, p. 88..... **155**

FIGURA 72: DANTE, L. R. Aprendendo Sempre Matemática. Ática. São Paulo. 2008. v. 5, p. 163..... **155**

FIGURA 73: BARROSO, J. M. Projeto Pitanguá matemática. 2ª edição. Moderna. 2008. V. 2, p. 217..... **156**

FIGURA 74: DANTE, L. R. Aprendendo Sempre Matemática. 1ª edição.Ática.São Paulo. 2008. v. 3, p. 79..... **157**

FIGURA 75 : MILANI, E. et al. Projeto conviver matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2008, volume 1, p. 140..... **158**

FIGURA 76: _____. Projeto conviver matemática. Moderna. São Paulo, 2008, volume 3, p. 120..... **159**

FIGURA 77: PADOVAN, D. et al. Projeto Prosa. Saraiva. São Paulo, 2008. V. 4, p. 122..... **160**

FIGURA 78:	AIDAR, M. Ler Mundo – Matemática. São Paulo. Scipione. 2008. v. 4, p. 192.....	**161**
FIGURA 79:	BARROSO, J. M. (org). Projeto Pitanguá matemática. 2ª edição. Moderna. 2008. v. 2, p. 208.....	**162**
FIGURA 80:	TOSSATO, C. M. et al. Hoje é dia de Matemática. Positivo, Curitiba, 2007. v. 3, p. 10-11.....	**163**
FIGURA 81:	Gráfico - distribuição das atividades com contextualização nos livros didáticos.....	**165**
FIGURA 82:	Ferreira. A. et al. Fazer, compreender e criar em matemática. 3ª edição. IBEP. São Paulo, 2008. v. 5, p. 151.....	**165**
FIGURA 83:	PADOVAN, D. et al. Projeto Prosa. Saraiva. São Paulo, 2008. V. 3, p. 179.....	**166**
FIGURA 84:	REAME, E. et al. Linguagem Matemática. Editora saraiva. São Paulo. 2008. v. 5, p. 168.....	**167**
FIGURA 85:	BARROSO, J. M. (org). Projeto Pitanguá matemática. 2ª edição. Moderna, 2008. v. 3, p. 127.....	**168**
FIGURA 86:	Ferreira, A. et al. Fazer compreende e criar em matemática. 3ª edição, IBEP. São Paulo, 2008. v. 5, p. 149.....	**169**
FIGURA 87:	AIDAR; M. Ler mundo - matemática. Scipione São Paulo, 2008. v. 3, p. 193.....	**170**
FIGURA 88:	TOSSATO, C. M. et al. Hoje é dia de matemática. Positivo, Curitiba, 2007. v. 4, p. 10-11.....	**171**
FIGURA 89:	Gráfico - distribuição do Fazer Artístico por modalidade.....	**172**
FIGURA 90:	DANTE, L. R. Aprendendo Sempre Matemática. Ática. São Paulo. 2008. v. 4, p. 167.....	**173**
FIGURA 91:	AIDAR, Márcia. Ler Mundo - Matemática. Scipione. São Paulo, 2008. V. 3, p. 145.....	**174**
FIGURA 92:	MILANI, E. et al. Projeto Conviver - Matemático. Moderna. São Paulo, 2008. V. 4, p. 91.....	**175**
FIGURA 93:	_____. Projeto Conviver - Matemático. Moderna. São Paulo, 2008. V. 1, p. 141.....	**176**
FIGURA 94:	_____. Projeto Conviver – Matemática.	

	Moderna. São Paulo, 2008. V. 1, p. 145- 146.....	**177**
FIGURA 95:	_____. Projeto Conviver - Matemática.	
	moderna. São Paulo, 2008. V. 1, p. 185.....	**178**
FIGURA 96:	AIDAR, M. Ler Mundo - Matemática. Scipione. São Paulo,	
	2008. V. 5, p. 19.....	**179**
FIGURA 97:	SANCHEZ, I. B. et al. Fazendo e compreendendo matemática.Saraiva. 4ª edição reformulada, São Paulo. 2008. v. 1, p. 126.....	**180**
FIGURA 98:	SOUZA, Mª. H. et al. Coleção asas para voar matemática.	
	1ª edição. Editora Ática. São Paulo. 2008. V. 3, p. 143.	**181**
FIGURA 99:	Gráfico - tipo de papel.....	**182**
FIGURA 100:	DANTE, L. R. Aprendendo Sempre Matemática. Ática.	
	São Paulo. 2008. v. 5, p. 91.....	**183**
FIGURA 101:	GASTALDI. Mª. V. et al. Projeto Buriti-matemática.	
	Moderna, São Paulo 2007. v.3, p.152.....	**184**
FIGURA 102:	DANTE, L. R. Aprendendo Sempre Matemática. Ática.	
	São Paulo. 2008. v. 4, p. 163.....	**185**
FIGURA 103:	AIDAR; M. Ler mundo - matemática. Scipione São Paulo,	
	2008. v. 3, p. 193.....	**185**
FIGURA 104:	REAME, E. et al. Linguagem Matemática. Saraiva. São	
	Paulo. 2008. v. 5, p. 171.....	**185**
FIGURA 105:	MILANI E. et al. Projeto Conviver - Matemática. 1ª edição.	
	Moderna. São Paulo, 2008. v. 5, 102.....	**186**
FIGURA 106:	SANCHEZ, L. B. et al. Fazendo e compreendendo	
	matemática.Saraiva. 4ª edição reformulada, São Paulo.	**187**
	2008. v. 5, p. 61.....	
FIGURA 107:	BORJORNO, et al. Pode contar comigo. 1ª edição,.	
	Editora FTD. São Paulo, 2008. v. 3, p. 77.....	**188**
FIGURA 108:	Técnica Borrão de tinta.....	**191**

LISTA DE TABELAS

TABELA 01: Frequência da Simetria Articulada as Artes visuais nos Livros Didáticos de Matemática..... **96**

TABELA 02: Distribuição das atividades de acordo com as modalidades artísticas..... **103**

TABELA 03: Frequência dos tipos de Simetrias..... **118**

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CFE – Conselho Federal de Educação

CERI – Centro para Pesquisa e Inovação do Ensino

INTERCOM - Brasileira de Estudos Interdisciplinares da Comunicação

LDB - Lei de Diretrizes e Base da Educação Nacional

OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNM - Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino Médio

PNLD - Programa Nacional do Livro didático

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA
AGRADECIMENTOS
EPÍGRAFE
RESUMO
ABSTRACT
LISTA DE ILUSTRAÇÕES
LISTA DE TABELAS
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS
SUMÁRIO
1 INTRODUÇÃO..... **19**
2 PROBLEMÁTICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA..... **23**
2.1 Interdisciplinaridade: uma relação de Colaboração e Reciprocidade **23**
2.1.1 A origem da interdisciplinaridade..... **25**
2.1.2 A Interdisciplinaridade na legislação e documentos oficiais..... **27**
2.1.3 Concepções de interdisciplinaridade..... **29**
2.1.4 O lugar da interdisciplinaridade em nossa pesquisa..... **31**
2.2 Geometria: uma diversidade de temas..... **32**
2.2.1 O encontro da Geometria com as Artes Visuais ao longo do tempo..... **35**
2.2.2 Beleza, harmonia, proporção, regularidade. Afinal, o que é Simetria?..... **43**
2.2.2.1 Simetria, um olhar matemático..... **43**
2.2.2.2 Reflexão, Translação, Rotação: tipos de simetrias..... **45**
2.2.2.3 O ensino da Simetria: um olhar pedagógico **47**
2.2.2.4 Simetria e Artes Visuais: uma conexão..... **50**
2.3 O ensino da arte: uma área de conhecimento..... **55**
2.3.1 O ensino da arte: uma técnica, uma expressão, uma atividade, uma área de conhecimento..... **55**
2.3.1.1 Leitura de imagem ou obras de artes?..... **60**
2.3.1.2 A história, o espaço e o lugar da arte..... **61**

2.3.1.3 Jogo de criação..... **62**
2.3.2 Cor, linha, forma na linguagem visual..... **63**
2.3.3 Evidências de interdisciplinaridade da Geometria e das Artes Visuais..... **66**
2.4 Livro Didático: Possibilidades e Limites..... **69**
2.4.1 Livro Didático, o que é?..... **69**
2.4.2 Livro didático, possibilidades..... **71**
2.4.3 Livro didático, limites **73**
2.5 Objetivos..... **76**
2.5.1 Geral..... **76**
2.5.2 Específico..... **76**
3 SIMETRIAS E ARTES VISUAIS: LAÇOS DE COLABORAÇÃO E RECIPROCIDADE..... **78**
3.1 Procedimentos Metodológicos..... **78**
3.1.1 Pré-análise..... **79**
3.1.2 Exploração do material..... **81**
3.1.3 Tratamento dos dados..... **81**
3.2 O papel da análise teórica em nossa pesquisa..... **83**
3.3 O entrelaçamento entre Simetria e Artes visuais: categorias de análise..... **86**
3.3.1 Propriedades da Simetria de Reflexão e translação..... **86**
3.3.2 Eixo ou plano de simetria?..... **87**
3.3.3 Figura Simétrica..... **89**
3.3.4 Leitura de Obras de Artes..... **90**
3.3.5 Contextualização..... **90**
3.3.6 Fazer Artístico..... **91**
3.3.7 Elementos de visualidade (cor)..... **92**
3.3.8 Recursos Didáticos..... **92**
3.4 Apresentação dos livros didáticos..... **93**
4 LAÇOS DE COLABORAÇÃO DA SIMETRIA E DAS ARTES VISUAIS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO QUANTITATIVO..... **96**
4.1 A freqüência da simetria e artes visuais nos livros didáticos de matemática para séries iniciais..... **96**

4.1.1 Desenho..... **99**
4.1.2 Dobradura..... **99**
4.1.3 Padrão.. ..... **101**
4.1.4 Pintura..... **101**
4.1.5 Arquitetura..... **102**
4.1.6 Gravura..... **102**
4.2 Simetria e Artes Visuais nos livros didáticos: identificando alguns laços de colaboração..... **114**
5 RECIPROCIDADE DA SIMETRIA E ARTES VISUAIS NOS LIVROS DIDÁTICOS: UMA ANÁLISE QUALITATIVA..... **117**
5.1 Tipos de Simetria..... **117**
5.1.1 Simetria de Translação..... **120**
5.1.2 Simetria de Reflexão..... **122**
5.1.2.1 Propriedades da Simetria de Reflexão **122**
5.1.2.2 Eixo ou plano de Simetria?..... **133**
5.1.2.3 Figura Simétrica..... **142**
5.2 As contribuições recíprocas das Artes Visuais para Simetria em livros didáticos de matemática..... **150**
6 PINTAR, DOBRAR, RECORTAR E DESENHAR NOS LIVROS DIDÁTICOS - UMA ANÁLISE QUALITATIVA..... **153**
6.1 Leitura de obras de artes..... **153**
6.2 Contextualização..... **164**
6.3 Fazer artístico..... **173**
6.4 Elementos de visualidade (cor)..... **180**
6.5 Recursos didáticos..... **182**
6.6 Os aportes mútuos da simetria e artes visuais nos livros didáticos de matemática..... **189**
7 INTERDISCIPLINARIDADE: AVANÇOS, ENTRAVES, APORTES MÚTUOS - REFLEXÕES SOBRE SIMETRIA E ARTES VISUAIS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA PARA SÉRIES INICIAIS..... **192**
7.1 Possíveis encaminhamentos..... **196**
REFERÊNCIAS
APÊNDICE

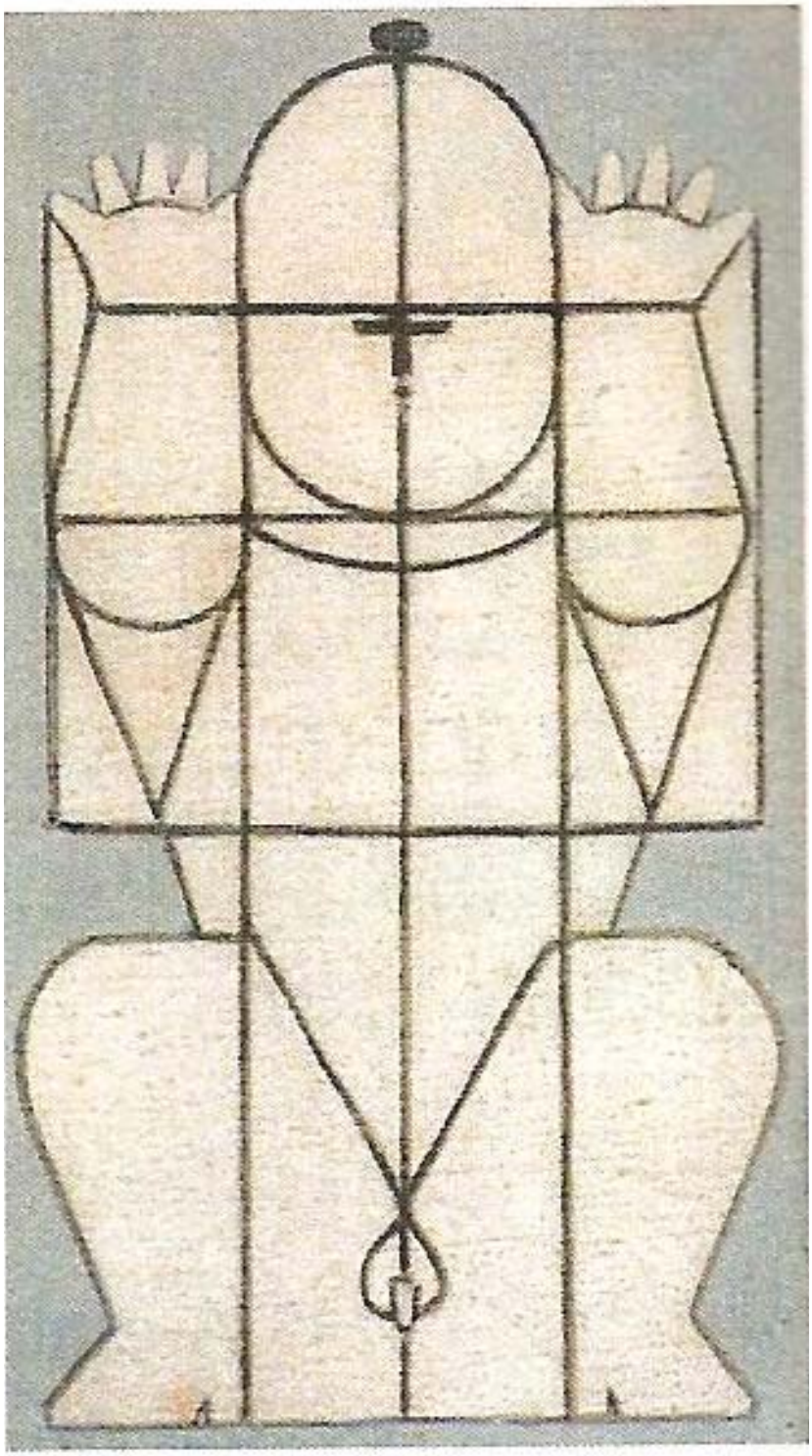


Figura 01: DACOSTA, Milton. Retrato de Alexandre, 1959. Fotografia. il. Color. Apresentada no livro didático - Projeto conviver matemática. Moderna, 2008, v. 2, p. 186.

1 INTRODUÇÃO

O presente estudo, intitulado *"Pintar, dobrar, recortar e desenhar: o ensino de Simetria e das Artes Visuais em livros didáticos de matemática para séries iniciais do Ensino Fundamental"*, insere-se na linha de Pesquisa de Didática da Matemática da Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco.

A interdisciplinaridade é vista como o coração desta pesquisa, pois guiou o nosso olhar para identificarmos momentos nos quais conhecimentos referentes à Arte Visual e à Simetria estabelecem laços de colaboração e reciprocidade em livros didáticos de matemática.

Nas últimas décadas, o termo interdisciplinaridade está presente em documentos oficiais no Brasil; entre eles, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997), o Guia do Livro Didático de Matemática – PNLD (BRASIL, 2007; 2008). Esses documentos buscam, através da palavra "interdisciplinaridade", promover um diálogo permanente entre a Matemática, a vida cotidiana do educando e as outras áreas de conhecimento. É o que se pode comprovar em:

> Com o objetivo de favorecer a atribuição de significados aos conteúdos matemáticos, dois princípios têm assumido particular destaque no ensino atual: o da contextualização e o da interdisciplinaridade (BRASIL, 2007, 2008, p.16).

Para Fazenda (2002, p.40), esta é "uma atitude, uma mudança de postura em relação ao conhecimento, uma substituição da concepção fragmentária para a unidade do ser humano, atribuindo grande ênfase ao sujeito, para que se promova uma transformação no conhecimento".

Nessa perspectiva de mudança, vemos na interdisciplinaridade a possibilidade de refletir sobre questões relacionadas ao ensino-aprendizagem da Geometria articulados às Artes Visuais. Como pesquisadores da Educação Matemática, antenados com a formação de cidadãos aptos a mobilizar de forma eficaz conhecimentos matemáticos nos propomos a investigar, buscar, realimentar novas alternativas para o ensino da Matemática. Colocamos então as seguintes questões:

a) Haveria atividades que articulam Geometria e Artes Visuais na abordagem da Simetria em livros didáticos de matemática para séries iniciais do Ensino Fundamental? Quais seriam essas atividades?
b) Quais seriam os elementos teóricos referentes ao conteúdo da Simetria e ao ensino das Artes Visuais presentes nas atividades? Ou seja, quais seriam os laços de colaboração e reciprocidade entre eles?
c) Quais as contribuições do uso das Artes Visuais para o ensino da Simetria?

Para responder essas questões, foi necessário construir uma base teórico-metodológica para fortalecer e dar suporte à pesquisa. Nosso objetivo geral é analisar laços de colaboração e reciprocidade em atividades que articulam Geometria e Artes Visuais na abordagem da Simetria em livros didáticos de Matemática para as séries iniciais do Ensino Fundamental. Assim os elementos discursivos deste trabalho foram organizados da seguinte forma:

No capítulo 1, exporemos a problemática e a fundamentação teórica da pesquisa, apresentando a nossa compreensão acerca da interdisciplinaridade, do Ensino da Geometria e da Simetria, Ensino da Arte, enquanto uma área de conhecimento, e os limites e possibilidades do uso de livros didáticos. Finalizamos o capítulo com os objetivos da pesquisa.

No capítulo 2, intitulado “Simetria e Artes Visuais: laços de colaboração e reciprocidade”, descreveremos a metodologia utilizada que se baseou na análise do conteúdo de Bardin (2009) e em alguns elementos da análise teórica proposta por Michel Henry (2006). Justificaremos nossas categorias de análise e realizaremos uma breve apresentação das coleções dos livros didáticos de matemática analisados.

No capítulo 3, “Laços de Colaboração do Conteúdo da Simetria e Artes Visuais nos Livros Didáticos de Matemática: um estudo quantitativo”, discorreremos sobre os resultados do estudo, discutindo a frequência de atividades por volume e as modalidades artísticas identificadas.

No capítulo 4, intitulado “A reciprocidade do conteúdo da Simetria e Artes visuais nos livros didáticos de matemática: um estudo qualitativo”, apresentaremos uma análise qualitativa dos elementos teóricos indicados da revisão de literatura e estudo quantitativo referentes aos aspectos didático-matemáticos da Simetria.

No capítulo 5, “Pintar, dobrar, recortar e desenhar nos livros didáticos - uma análise qualitativa”, analisaremos como as ações de ensino das Artes são abordadas conceitualmente nas atividades que articulam Simetria e Artes Visuais.

No capítulo 6, “Interdisciplinaridade: avanços, entraves, aportes mútuos, reflexões sobre Simetria e Artes Visuais nos livros didáticos de matemática das séries iniciais”, apresentaremos as reflexões sobre o ler, o contextualizar e o fazer artes na Simetria. A seguir, apresentaremos nossas considerações finais e algumas perspectivas para futuras pesquisas.

Desejamos que a leitura desta dissertação seja o primeiro passo para que os leitores reflitam e criem novas alternativas para a interdisciplinaridade entre Arte e Matemática, e Matemática e Artes, seja em livros didáticos, na formação de educadores ou nas salas de aula com os educandos.

Figura 02: ARARIPE, Oscar. Reflexo. Fotografia il color. Apresentadas no livro didático -Linguagem Matemática. Saraiva, 2008, v. 5, p. 169.

2 PROBLEMÁTICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresentamos o referencial teórico no qual se baseia a nossa pesquisa. Esse referencial está dividido em quatro itens: no primeiro, discutimos a interdisciplinaridade sob o ponto de vista histórico, legal (documentos oficiais) e as diversas concepções acerca do tema. Por fim, apresentamos nossa posição em relação ao que se diz sobre o assunto.

No segundo item, realizamos uma breve discussão sobre a Educação Matemática e Didática da Matemática. Versamos sobre o Ensino da Geometria e sua relação com as Artes Visuais ao longo do tempo. Discorremos a respeito da Simetria através de um olhar matemático e pedagógico e apresentamos os laços de colaboração e reciprocidade entre a simetria e Artes Visuais.

No terceiro item, apresentamos as artes visuais, enquanto área de conhecimento. Para isso, realizamos uma discussão acerca das diversas concepções de Ensino de Artes. Expomos os elementos de visualidade e evidências interdisciplinares entre Artes Visuais e Simetria presentes nas literaturas.

No quarto item, discutimos os limites e possibilidades presentes no livro didático; por isso, discorremos sobre as concepções de livro didático encontradas na revisão da literatura referentes a esse tema.

Com essa fundamentação teórica, construímos nossas categorias de análise, assim como analisamos os dados coletados.

2.1 Interdisciplinaridade: uma relação de Colaboração e Reciprocidade

A interdisciplinaridade tem sido abordada por diversos pesquisadores, principalmente por aqueles que investigam teorias curriculares, epistemologias e pedagogias. As discussões sobre o assunto apontam para dois aspectos: o pedagógico e o epistemológico, ambos abrangem múltiplos conceitos que muitas vezes são complementares.

Thiese (2008) considera que o primeiro enfoque da epistemologia estuda o conhecimento em seus aspectos de produção, reconstrução e socialização; a ciência e seus paradigmas; os métodos como mediação entre sujeito e realidade. Enquanto a abordagem pedagógica discute, fundamentalmente, questões de natureza curricular, de ensino-aprendizagem escolar.

As discussões referentes à interdisciplinaridade estão presentes em diversos setores da vida social: na economia, na política e na tecnologia. Na educação, contudo a presença da interdisciplinaridade “constitui um dos pressupostos diretamente relacionados com um contexto mais amplo e também muito complexo de mudanças” (THIESE, 2008, p. 545). De acordo com Moraes (2002), se a realidade é complexa, é necessária uma forma de pensar abrangente que contemple as interfaces dessa realidade.

Desse modo, entendemos que a escola, para cumprir o seu papel, que é formar cidadãos críticos, ativos e conscientes, precisa de uma reorganização na forma de ensinar, pois, ao contrário do que pensávamos, a simplificação do conhecimento por meio da fragmentação gera sujeitos com visões limitadas.

Nesse sentido, Edgar Morim (2005) defende a tese do pensamento complexo sobre uma realidade complexa, o que pode, dentre outras questões, promover uma reforma do pensamento a partir da contextualização e interdisciplinaridade do conhecimento produzido na sociedade. Para ele,

> O pensamento contextual busca sempre a relação de inseparabilidade e as inter-retroações entre qualquer fenômeno e seu contexto. (...) o complexo requer um pensamento que capte relações, inter-relações, implicações mútuas, fenômenos multidimensionais, realidades que são simultaneamente solidárias e conflitivas (como a própria democracia, que é o sistema que se nutre de antagonismo e que, simultaneamente, os regula), que respeite a diversidade, ao mesmo tempo em que a unidade, um pensamento organizador que conceba a relação recíproca entre todas as partes. (p.23)

Assim a interdisciplinaridade pressupõe uma nova forma de pensar a produção e a sistematização do conhecimento fora dos parâmetros científicos dogmáticos, no sentido de inseri-las num contexto de totalidade. O pensamento interdisciplinar é multidimensional, crítico é solidário, pois possibilita estabelecer relações de colaboração e reciprocidade entre conhecimentos que ao longo da história foram fragmentados.

Traremos, no tópico a seguir, o enfoque pedagógico da interdisciplinaridade, por sentirmos a necessidade de partir de uma discussão da origem dela a fim de compreendermos a sua importância para a pedagogia.

2.1.1 Origem da Interdisciplinaridade

A divisão da ciência no século XIX em disciplinas apartou o conhecimento das significações históricas e contextuais, distanciando-o da realidade complexa. No entanto, essa fragmentação do conhecimento incomodou professores e estudantes fazendo surgir, segundo Fazenda (2009), movimentos que reivindicavam, dentre outras mudanças, um ensino mais integrado às grandes questões sociais, políticas e econômicas da época. Evidenciaram, assim, o aspecto pedagógico da interdisciplinaridade.

De acordo com Barbosa (2006, p. 20), as comoções estudantis "são resultado de um 'mal-estar' promovido pela fragmentação e especialização do conhecimento, visto que era ignorado tudo aquilo que ultrapassava as fronteiras das disciplinas".

Face às comoções sociais, a interdisciplinaridade foi contemplada no Congresso de Nice, França, em 1969, quando, pela primeira vez, houve uma tentativa de discussão sistemática sobre o próprio termo. Segundo Machado e Cavalcante (2008), a interdisciplinaridade emergiu e se sustenta da necessidade de superar equívocos oriundos de uma prática científica que teve como âncora o positivismo. A racionalidade científica positivista separou as ciências, gerando especialistas. Compreendemos, no entanto, que

> O olhar especializado não está errado, simplesmente. Mas a lógica formal que fundamenta não permite que o movimento dialético, do interdisciplinar para o disciplinar e do disciplinar para o interdisciplinar, seja percebido concretamente (BARBOSA, 2006, p. 14).

Considerando tal aspecto, a questão da interdisciplinaridade transpôs fronteiras e, ao Brasil, chegou no final da década de 1960. Fazenda (1995) aponta três fases na teoria da interdisciplinaridade em nosso país, nas últimas três décadas do século passado.

Na década de 1970, buscou-se a construção epistemológica, ou seja, a explicitação filosófica da interdisciplinaridade. Em 1977, é fundada a sociedade Brasileira de Estudos Interdisciplinares da Comunicação (Intercom), uma associação científica sem fins lucrativos, que agrega pesquisadores em núcleos de pesquisa, os quais discutem, em diferentes eventos, seus trabalhos de pesquisas multidisciplinares na área de comunicação.

Na década de 1980, houve a explicitação das incoerências presentes na interdisciplinaridade, esse momento caracterizou-se como de constatação da

existência da interdisciplinaridade nas ciências humanas e na educação, pois se percebe que diversas práticas interdisciplinares já se vinham sendo desenvolvidas em algumas instituições de ensino. Isso foi percebido por Fazenda (1995) em pesquisas realizadas em dois períodos – de 1987 a 1989 e de 1989 a 1991. Nessas pesquisas, a autora pôde identificar com alguns profissionais, características do professor interdisciplinar: realização de pesquisas, alto grau de comprometimento com a aprendizagem dos alunos, utilização de novos procedimentos de ensino. Noutra pesquisa, essa autora procurou desenvolver uma metodologia de trabalho interdisciplinar, cujo principal objetivo era a conscientização do professor como sujeito de sua própria ação.

Na década de 1990, houve a tentativa de construção de uma nova epistemologia oriunda da própria interdisciplinaridade (projeto antropológico), mas instaurou-se um modismo interdisciplinar no Brasil. Muitas práticas intuitivas se fizeram e ainda se fazem presentes, o que impulsiona estudos e pesquisas visando ainda esclarecer a temática. Fazenda (1995, p. 35) comenta que

> O número de projetos educacionais que se intitulam interdisciplinares vem aumentando no Brasil, numa progressão geométrica, seja em instituições públicas ou privadas, em nível de escola ou de sistema de ensino. Surgem da intuição ou da moda, sem lei, sem regras, sem intenções explícitas, apoiando-se numa literatura provisoriamente difundida.

Na atualidade, a interdisciplinaridade continua sendo apontada pelos pesquisadores como “moda”, pois não há uma assimilação crítica do conceito elaborado no Congresso de Nice. Segundo Jantsch (2008, p. 145),

> Na medida em que a interdisciplinaridade foi se afirmando como moda, difícil se tornou a atividade de interlocução crítica universal entre os diferentes profissionais da educação. Uma vez sendo moda, a tônica passou a ser não o trabalho do conceito e a apropriação crítica do trabalho do conceito, mas o consumo o mais extensivo possível de uma concepção hegemônica desde o Congresso de Nice, tanto mais hegemônica quanto mais a *vulgata* da conceituação desse congresso foi socializada nos diversos âmbitos escolares.

Além disso, esse autor aponta que são restritas as discussões sobre a temática nas instituições escolares dos diferentes níveis, algo esperado numa época marcada pela moda. Ele mesmo afirma que os debates sobre o tema aconteceram e acontecem basicamente em alguns cursos de Pós-Graduação *stricto sensu*.

Jantsch (2008) aponta que o termo é concebido e assumido de forma polissêmica entre os profissionais da educação. Conforme esse autor tem sido

comum a utilização do termo em eventos científicos e/ou culturais, sem uma base epistemológica e política comum.

Apesar de não haver uma definição estanque, a interdisciplinaridade precisa ser compreendida para evitar desvios na sua prática. Por outro lado, acreditamos que a multiplicidade de conceitos não significa uma fragilidade epistemológica, mas o indício de que a temática gera inúmeras reflexões e possibilidades.

2.1.2 A Interdisciplinaridade na legislação e documentos oficiais

A interdisciplinaridade, ao chegar ao Brasil, no final da década de 1960, exerceu influência sobre a lei 5.692/71, através da Resolução 8/17 e do Parecer 4.833/75, os quais ressaltam a importância do currículo que integre conteúdos, e matérias assegurando a unidade do currículo nas diversas fases de desenvolvimento. É o que podemos observar nos fragmentos a seguir:

> As matérias fixadas, diretamente, e por seus conteúdos obrigatórios, deverão julgar-se entre si com as outras que lhes apresentam, para assegurar unidade do currículo em todas as fases do seu desenvolvimento (art. 2º RESOLUÇÃO 8/71-CFE).
>
> Assim sendo, embora exista, inicialmente, uma compartimentação do currículo em matérias, nota-se uma preocupação com a integração entre conteúdos, conhecimentos, experiências e habilidades de matérias fixas, sistematizadas pelos alunos, sob orientação do professor. (Parecer 4.833/75 – CFE).

De acordo com Fazenda (2002), a idéia de integração de matérias, presente no Parecer 4.833/75 – CFE, seria a “filosofia da nova lei” que se sustenta nos conceitos de terminalidade e continuidade. Segundo essa autora (ibid, p. 66),

> A terminalidade e continuidade devem ser buscadas numa ordenação horizontal através de aprendizagens concomitantes ao invés de conteúdos particulares. Deve se estabelecer linearmente, tendo em vista o conhecimento humano como um todo.

Apesar de a palavra interdisciplinaridade não ser utilizada, observamos que a ideia de abordar o conhecimento humano como um todo está presente nesse Parecer. De fato, a terminologia será utilizada pela primeira vez na legislação estadual de São Paulo para o ensino de 1º e 2º graus através da indicação 1/72.

> Currículo é a seqüência de experiências através das quais a escola tenta estimular o desenvolvimento do aluno. A verificação do conceito leva a concluir que problemas afetam o currículo são os mesmos que compõem o quadro das ciências pedagógicas. Daí a construção requer um embasamento teórico **interdisciplinar** que

> envolve a totalidade dos múltiplos setores componentes das instituições escolares (ind. 1/72 – CFE).

Desde de então, o termo “interdisciplinaridade” tem estado presente em diversos documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Nesse documento, a interdisciplinaridade surge associada a outro conceito o da transversalidade, mas o documento aponta as diferenças e semelhanças entre os dois conceitos.

> Ambas — transversalidade e interdisciplinaridade — se fundamentam na crítica de uma concepção de conhecimento que toma a realidade como um conjunto de dados estáveis, sujeitos a um ato de conhecer isento e distanciado. Ambas apontam a complexidade do real e a necessidade de se considerar a teia de relações entre os seus diferentes e contraditórios aspectos. Mas diferem uma da outra, uma vez que a interdisciplinaridade refere-se a uma abordagem epistemológica dos objetos de conhecimento, enquanto a transversalidade diz respeito principalmente à dimensão da didática. (BRASIL, 1997, p. 29-30)

Embora considere que a interdisciplinaridade e transversalidade possuem naturezas diferentes, o PCN (BRASIL, 1997) entende que, na prática pedagógica, ambas se alimentam mutuamente. O referido documento conceitua a interdisciplinaridade como o elo entre diferentes campos de conhecimento, pois

> questiona a segmentação entre os diferentes campos de conhecimento produzida por uma abordagem que não leva em conta a inter-relação e a influência entre eles — questiona a visão compartimentada (disciplinar) da realidade sobre a qual a escola, tal como é conhecida, historicamente se constituiu (p.30).

Os PCN’s para o Ensino Médio (BRASIL, 2000) evidenciam a LDB por destacarem dentre as diretrizes do ensino médio, uma organização curricular “orgânica” que supere a disciplinas estanques em busca da “integração e articulação dos conhecimentos, num processo permanente de interdisciplinaridade e transdisciplinaridade (p. 17)”. Na proposta de reforma curricular do PCNM (BRASIL, 2000), a interdisciplinaridade é compreendida

> a partir de uma abordagem relacional, em que se propõe que, por meio da prática escolar, sejam estabelecidas interconexões e passagens entre os conhecimentos através de relações de complementaridade, convergência ou divergência (p. 21).

Assim, no PCN para o Ensino Fundamental, no Ensino Médio a *interdisciplinaridade* surge associada ao conceito de *contextualização.* Segundo o PCNM (BRASIL, 2002, p. 13),

> buscamos dar significado ao conhecimento escolar, mediante a contextualização; evitar a compartimentalização, mediante a interdisciplinaridade; e incentivar o raciocínio e a capacidade de aprender.

Essa perspectiva, também pode ser observada no Guia do Livro Didático de Matemática (BRASIL, 2007; 2008 e 2010), com o intuito de favorecer a atribuição de significados aos conteúdos matemáticos. O documento assume como princípios norteadores a contextualização e a interdisciplinaridade. É o que se percebe em:

> A contextualização estabelece a necessidade de o ensino da Matemática estar articulado com as várias práticas e necessidades sociais, enquanto a interdisciplinaridade defende um ensino aberto para as inter-relações entre a Matemática e as outras áreas do saber científico ou tecnológico (p. 24).

Observamos que as propostas curriculares compreendem que a interdisciplinaridade sozinha, não é suficiente para atender as práticas pedagógicas. Dessa forma, associam-se aos conceitos de transversalidade e contextualização. De modo geral, é atribuído à interdisciplinaridade o papel de estabelecer inter-relações entre conhecimentos. Percebe-se, então, que os documentos buscam ultrapassar a idéia de disciplinas, adotando uma organização curricular através de áreas de conhecimentos.

No entanto, para entender o que é interdisciplinaridade, faz-se necessário mergulhar nas diversas conceituações que a norteiam, assim como as diferentes terminologias e níveis.

2.1.3 Concepções de Interdisciplinaridade

A multiplicidade de conceitos referentes à interdisciplinaridade indica, dentre outros aspectos, que ela está em construção. Neste texto, apontamos algumas definições, expressas no estado da arte, para então indicarmos a nossa concepção de interdisciplinaridade.

Iniciaremos com a definição considerada clássica, produzida em 1970, pelo CERI – Centro para Pesquisa e Inovação do Ensino –, órgão da OCDE (Documento

CERI/HE/SP/7009, apud. FAZENDA 2009), em que a interdisciplinaridade é definida como intercâmbio existente entre duas ou mais disciplinas. Identificamos que essa definição traz a ideia de integração mútua dos conceitos.

Barbosa (2006, p. 39) toma por base a etimologia da palavra - inter (entre) + disciplina (área de conhecimento) + idade (verdadeiro, qualificado, histórico) - para chegar à definição de interdisciplinaridade: “um elo (ou espaço, ou área) verdadeiro ou histórico que há entre áreas do conhecimento”. Desse modo, o autor (ibid.) compreende que a interdisciplinaridade se fundamenta no contexto teórico e histórico que explica e revela uma realidade e o conhecimento na sua totalidade dialética.

Do mesmo modo, Fazenda (2008) compreende que “não se pode de forma alguma negar a evolução do conhecimento ignorando sua história”. Porém, essa autora entende que as definições de interdisciplinaridade ultrapassam a idéia de elo entre áreas de conhecimento. Ela compreende interdisciplinaridade como “atitude de ousadia e busca, frente ao conhecimento”.

Japiassu (1976) compreende a atividade interdisciplinar como uma integração das disciplinas no nível de conceitos e métodos. A unidade do objeto não se dá de forma *a priori* nem *a posteriori*, pois o objeto real não pode ser apreendido como uma máquina que se pode manipular, tampouco se pode depreendê-lo pela organização dos dados, a partir da investigação científica.

Veiga Neto (1996) tece uma crítica ao enfoque de atitude pessoal, presente nas definições de Fazenda e Japiassu. Para ele, essa atitude representa a condução para a direção comportamental, e, assim, é entendida como responsabilidade individual. Afirma, então que ambos teorizam sobre a disciplinaridade num contexto de patologia.

Esse autor entende a interdisciplinaridade como um trabalho conjunto de várias disciplinas em direção ao mesmo objeto de pesquisa, com o propósito de aproximá-lo, cada vez mais, da realidade objetiva, à medida que constrói sua perspectiva dialética. Para ele a interdisciplinaridade é um processo pertencente à disciplinaridade e não pode ser colocada em posição antagônica.

Etges (1993) também considera a disciplinaridade e compreende a interdisciplinaridade como princípio mediador entre disciplinas, assim como considera as especificidades presentes nas disciplinas e ressalta que elas nunca podem ser levadas a um denominador comum.

> A interdisciplinaridade é um princípio mediador entre diferentes disciplinas, não poderá jamais ser elemento de redução a um denominador comum, mas elemento teórico-metodológico da diferença e da criatividade. A interdisciplinaridade é o princípio da máxima exploração das potencialidades de cada ciência, da compreensão dos seus limites, mas, acima de tudo, é o princípio da diversidade e da criatividade (p. 18).

A aceitação da diversidade implica a aceitação das disciplinas considerando as suas especificidades. Nesse sentido, Etges (ibid.) compartilha da mesma idéia de Richeter (2008) ao indicar que

> (...) a inter-relação entre duas ou mais disciplinas, sem que nenhuma se sobressaia sobre as outras, mas que se estabeleça uma relação de reciprocidade e colaboração, com o desaparecimento de fronteiras entre as áreas do conhecimento (p.85).

Entendemos que as posições apresentadas em relação à interdisciplinaridade não são antagônicas, mas complementares. Compreendemos interdisciplinaridade como uma possibilidade de investigação do objeto de conhecimento e conteúdo, a partir de atividades que promovem uma relação de reciprocidade e colaboração entre áreas de conhecimento, considerando as especificidades entre as disciplinas.

2.1.4 O lugar da Interdisciplinaridade em nossa pesquisa

A interdisciplinaridade é vista como o coração desta pesquisa, pois guiou o nosso olhar para identificamos o momento em que os conhecimentos referentes à Arte Visual e à Simetria estabelecem laços de colaboração e reciprocidade nos livros didáticos de matemática.

Segundo Tomaz e David (2008, p. 108), “atividade de artes amplia a aprendizagem matemática do aluno, porque pode gerar novos significados para o conhecimento”. Da mesma forma, a matemática desenvolver o olhar do aluno acerca do ler, compreender e fazer arte. Assim, a interdisciplinaridade é um elemento fundamental para ressignificação das formas de pensar, ser e produzir ciência.

2.2 Geometria: uma diversidade de temas

A Educação Matemática abrange uma diversidade de temas, aspectos e questões inerentes ao processo de ensino-aprendizagem do conhecimento matemático. Segundo Ubiratan D' Ambrosio (1993), a Educação Matemática é

> uma área autônoma de pesquisa em Educação, através de considerações sobre a própria natureza da matemática, na qual, abordam-se aspectos históricos, cognitivos e políticos da matemática e da sua inserção nos currículos escolares (p.17).

Essa compreensão também é compartilhada por Knijnik (2001), que defende uma Educação Matemática associada ao contexto cultural, social e o político. Assim, a Educação Matemática se constitui como um conjunto de práticas dentre as quais está a prática cientifica.

Na Educação Matemática destacamos a Didática da Matemática, área que discute diversos temas, aspectos e questões inerentes ao processo de ensino-aprendizagem do conhecimento matemático. Segundo Gálvez (1996, p.31), "a finalidade da Didática da Matemática é o conhecimento dos fenômenos e processos relativos ao ensino da matemática para controlá-los e, através deste controle, otimizar a aprendizagem dos alunos".

No contexto da Didática da Matemática, identificamos o Ensino da Geometria. Embora seja um campo da matemática que apresenta o caráter epistemológico, histórico e didático. Nesta pesquisa teremos como enfoque as questões didáticas. Iniciaremos, então, definindo o que é Geometria para entendermos o porquê do ensino dela. De acordo com Miguel e Miorim (1986),

> A geometria é o estudo das propriedades dos objetos e das transformações que podem ser submetidas – desde as transformações mais simples, que alteram apenas a posição de um objeto, às mais complexas, que destroem a sua forma até descaracterizá-la por completo (p.66).

Segundo Broitman e Itzcovich (2006), "a Geometria não é somente um conjunto de saberes formalizados ao longo da história, é também um modelo de raciocínio e dedução muito importante para a formação cultural dos sujeitos (p.175)". Nessa perspectiva, Fainguelernt (1999, p.15) considera que a Geometria é "uma ferramenta para compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos; e talvez, a parte da matemática mais intuitiva, concreta e real".

Como afirma o PCN de matemática (BRASIL; 1997), o trabalho com a geometria possibilita não apenas a vinculação do conhecimento geométrico com outras áreas, mas também com conceitos matemáticos inseridos em situações problema. Lorenzato (1995) defende que

> sem estudar geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da geometria como fator altamente facilitador para a compreensão de resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida (p.11).

Desse modo, compreendemos que a Geometria é necessária para interpretação e realização de atividades cotidianas em diversas áreas de conhecimento, como a bioquímica, a cirurgia, a escultura, a arquitetura, a arte, dentre outras que solicitam do sujeito à percepção espacial e visual.

Embora a Geometria propicie conhecimentos matemáticos que ampliam o raciocínio visual e espacial, Pavanello (2004) afirma que, o seu ensino tem sido negligenciado nos bancos escolares e muitas vezes reduzido a nomenclaturas e uso de fórmulas. Esse descaso com o ensino da Geometria pode ser atribuído a vários fatores, dentre os quais o Movimento da Matemática Moderna (década de 60 -70), que levou os matemáticos a desprezarem a abrangência conceptual e filosófica da Geometria Euclidiana[1], reduzindo-a a um exemplo de aplicação da Teoria dos Conjuntos e da Álgebra Vetorial.

Com o Movimento da Matemática Moderna, houve a diminuição da Geometria nos programas escolares e nos cursos de formação de professores do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, com consequências que sentimos até hoje. Segundo Pavanello (2004), os professores que não aprenderam Geometria, certamente desenvolveram uma atitude negativa em relação a ela e sentem-se inseguros para abordá-la em sala de aula.

Quanto aos livros didáticos, os conteúdos referentes a esse campo da matemática foram mantidos, porém só era possível encontrá-los nos últimos capítulos. Como consequência, raramente eram abordados por falta de tempo.

[1] Geometria euclidiana constituiu, durante muitos séculos um paradigma para o resto da matemática e, inclusive, para o resto das ciências. Sua grande contribuição foi o uso da demonstração formal, considerada a primeira axiomatização da história da matemática. (GALVÉS, 1996).

Atualmente, os documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), têm um eixo específico denominado o Espaço e Forma, que aborda questões referentes à Geometria no Ensino Fundamental. Também o Guia do livro didático de Matemática (BRASIL, 2007/ 2008) tem promovido um resgate deste conteúdo nos Livros didáticos dos anos iniciais e finais do ensino fundamental.

As mudanças com relação à abordagem de conteúdos de Geometria já são observadas nos livros didáticos brasileiros. Há cerca de dez anos, Pavanellho (1999) afirmava que "este costume de programar a Geometria para o final do ano letivo é, de outro modo, reforçado pelos livros didáticos que, pelo que se pode observar, abordam esses temas quase sempre por último". Atualmente, Pais (2006) aponta que na última década, a distribuição da Geometria nos livros didáticos de matemática tem se dado de forma diferente. Há livros que a apresentam na primeira parte; em outros a Geometria é apresentada na primeira e na segunda metade e, finalmente, encontram-se livros nos quais a Geometria encontra-se diluída ao longo de todos os capítulos. Para esse autor, "essa distribuição sinaliza, pelo menos, uma tendência de quebrar a idéia de que a geometria está sempre localizada nas últimas páginas (p. 10)".

Apesar dessa tendência, o Guia do Livro Didático (BRASIL, 2007/ 2008) aponta lacunas conceituais e metodológicas na sistematização do conhecimento geométrico, na identificação de propriedades, classificação, conceituação precisa, comprovação, entre outros aspectos. Pais (2006) observa que, ainda existe uma ênfase na fixação da nomenclatura das figuras geométricas e de seus elementos constitutivos.

O Guia do Livro Didático (ibid) considera que os conhecimentos geométricos estão integrados à exploração do espaço e dos movimentos, e são adquiridos, gradualmente, a partir das experiências no mundo físico e das interações propiciadas pelas diversas formas de linguagem. Apesar disso, ressalta que "o trabalho com as diversas formas de representação gráfica – vistas, perspectivas, ou outras – é muito limitado em várias das coleções resenhadas" (GUIA DO LIVRO DIDÁTICO, 2007, p.29).

Dentre os conteúdos recomendados no Guia, destacamos a Simetria, por ser um conteúdo trabalhado em praticamente todas as coleções recomendadas pelo Guia (ibid.). Além disso, esse documento observa que a relação da Geometria, por meio do conteúdo da Simetria, com as artes plásticas e a arquitetura faz-se presente

em algumas coleções, porém essa articulação limita-se a essas áreas de conhecimento. Dessa maneira, o estudo da simetria fica isolado dos demais conteúdos matemáticos de outros campos de conhecimento.

Compreendemos que a interdisciplinaridade entre essas áreas do conhecimento nos livros didáticos não significa apenas a junção de disciplinas, mas uma atitude política, uma ruptura com abordagem tradicional de ensino-aprendizagem da matemática. Conforme Ivani Fazenda (1995),

> O pensar interdisciplinar parte da premissa de que nenhuma forma de conhecimento é em si mesma exaustiva. Tenta, pois, o diálogo com outras fontes do saber, deixando-se irrigar por ela. (...) a interdisciplinaridade é uma atitude, uma ousadia à busca de uma outra forma de pensar e construir conhecimento (p. 15-18).

Para essa autora, ao substituirmos a concepção do conhecimento fragmentado pela perspectiva unitária poderemos promover uma integração horizontal entre áreas de conhecimentos que, quando associadas, possibilitam a produção de novos conhecimentos que fazem sentido para o educando e podem ser utilizados no seu dia-a-dia.

2.2.1 O encontro da Geometria com as Artes Visuais ao longo do tempo

A interdisciplinaridade da Geometria com as Artes Visuais é algo inerente às produções humanas, uma vez que, já existe a articulação entre elas nos primeiros registros históricos da humanidade. As civilizações antigas nos deixaram diversos artefatos que comprovam essa relação. Um exemplo são os egípcios, que arquitetaram monumentais pirâmides e esculturas a partir de conhecimentos geométricos, e os árabes, que a partir de linhas pintadas e quadrados perfeitos, chegaram a uma variedade de padrões repetidos repletos de Simetria.

No Renascimento, os artistas dominaram a técnica de projetar espaços reais sobre uma superfície plana, dando a noção de profundidade e de volume. Fainguelernt e Nunes (2006, p. 19) apontam que, “ao tentar compreender os princípios que governavam os processos de projeção e perspectiva, os matemáticos criaram uma nova geometria, chamada de geometria projetiva”. Os artistas, por sua vez, utilizaram desse conhecimento para pensar e fazer arte.

O artista renascentista mais aclamado é o pintor, desenhista, escultor, arquiteto e geômetra Leonardo da Vinci (1452 a 1519). Ele teceu a seguinte

advertência: “que ninguém que não seja matemático leia minhas obras”. Da Vinci pintou o retrato mais conhecido do mundo, a *Mona Lisa*, um quadro de 77 cm de altura por 53 cm de largura, cuja estrutura formal baseia-se em uma proporção chamada “seção áurea” ou divina proporção, que foi utilizada pelos gregos na busca de harmonia e estética na arquitetura.

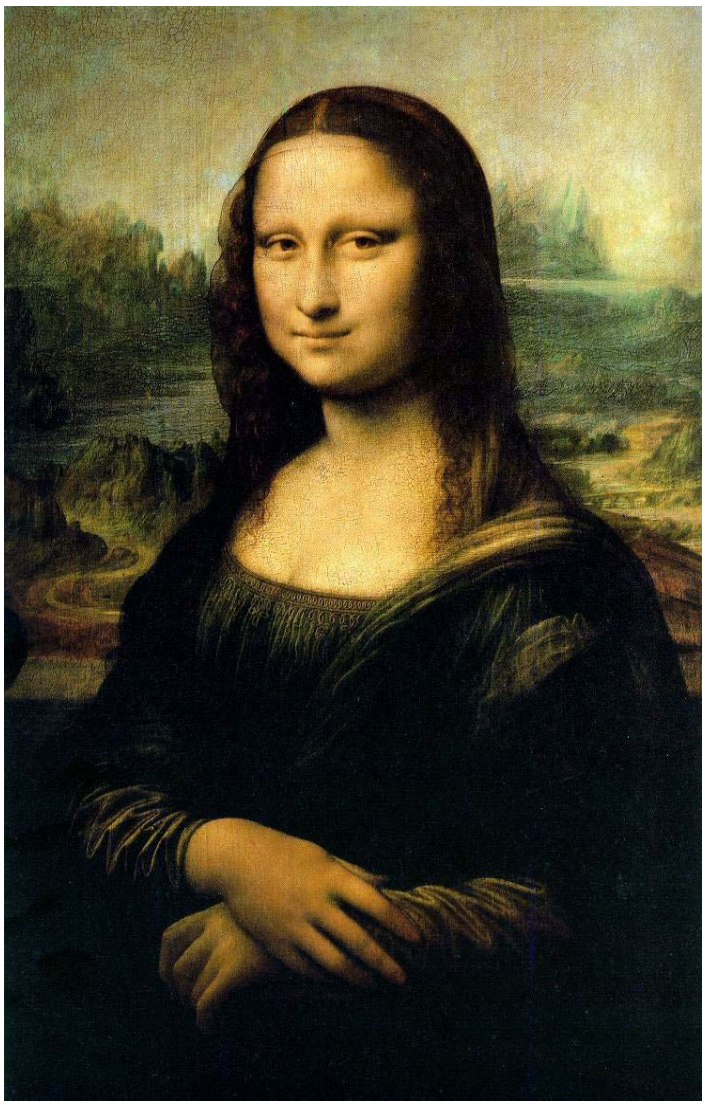


Figura 03: DA VINCI, Leonardo. *Mona Lisa*. 1503 – 1507, óleo sobre madeira de álamo 77x 53. Museu de louve. il Color. Disponível em : http://pt.wikipedia.org/wiki/Mona_Lisa.. Acesso em : 28 out. 2009.

No século XIX, identificamos o impressionista Paul Cézanne (1839-1906) que, diferente dos renascentistas, não subordinava sua obras às leis da perspectiva. Nas suas composições, de acordo com Fainguelernt e Nunes (2006, p. 20-21), “as sensações de volume e distância eram obtidas através de um jogo que suas pinturas realizavam com as cores”. Segundo essas autoras, Cézanne simplificava as figuras

que via até transformá-las em formas sólidas geométricas, como cilindros, cones, cubos. Por isso, ele é considerado precursor do Cubismo.

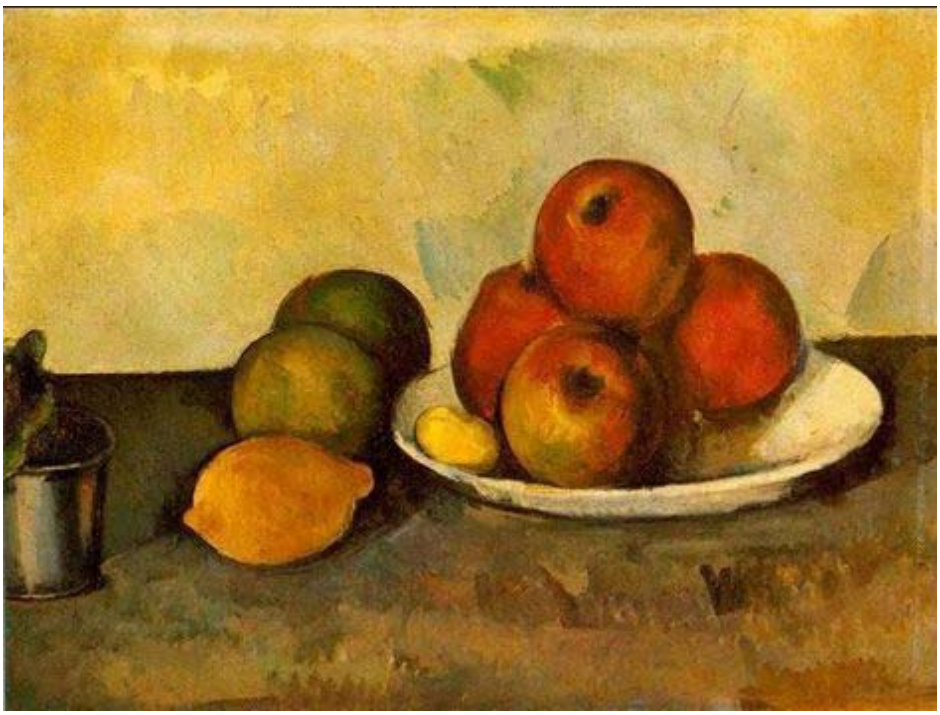


Figura 04: CEZANNE, Paul, *Still Life with Apples*.1895-1898 , Oil on canvas. 27 x 36 1/2 in (68.8 x 92.7 cm). The Museum of Modern Art, New York Venturi 736. il color. Disponível em : www.dl.ket.org/.../auth/cezanne/sl/index.htm, Acesso em : 15 jul. 2008

O Cubismo, um movimento artístico surgido no século XX, teve seu marco inicial em Paris, em 1907, com a tela *Les Demoiselles d'Avignon*, de Pablo Picasso (1881 – 1973). O movimento fundado por Picasso e George Braque propunha “a liberdade para compor e recompor as formas da realidade” (FAINGUELERNT E NUNES, 2006, P. 22). Assim, a representação do mundo nas pinturas cubistas não tinha compromisso algum com o real. As principais características do movimento eram a geometrização das formas, a renúncia à perspectiva e a representação do volume colorido sobre superfícies planas.

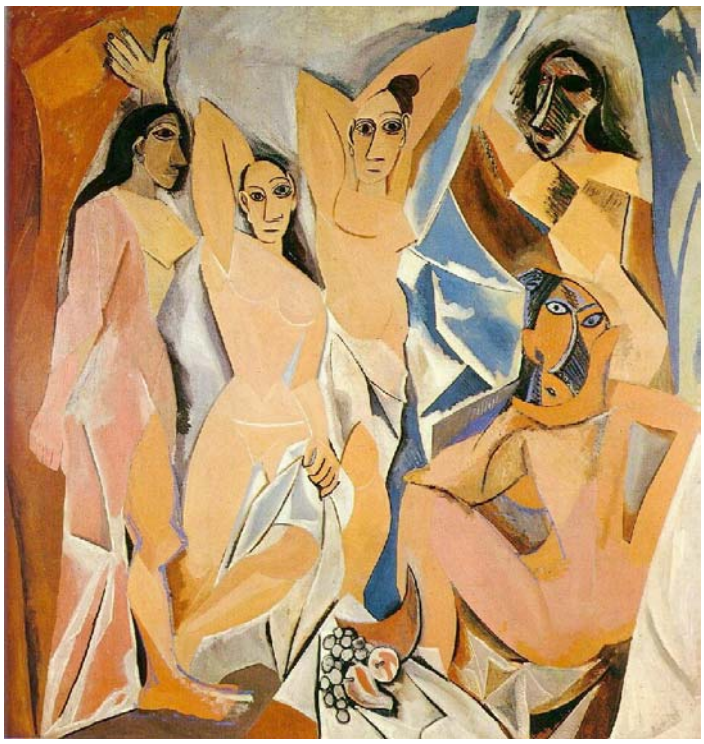


Figura 05 : PICASSO, Pablo. *Les demoiselles d'Avignon*. 1907, 280 x 288 - 25k . il Color Disponivel em :http://www.moma.org/collection/browse_results.php?object_id=79766.,.

Outro artista cujas obras apresentam elementos geométricos, Piet Mondriam (1877-1944) teve forte influência do Cubismo. Mas suas produções foram além, deixando que as figuras fossem substituídas por formas geométricas. Segundo Fainguelernt e Nunes (2006, p. 22), a partir de 1918, Mondrian realizou uma série de composições inspiradas em grades de linhas retas nas posições verticais e horizontais, em que os contornos delimitaram áreas quadradas e retangulares coloridas.

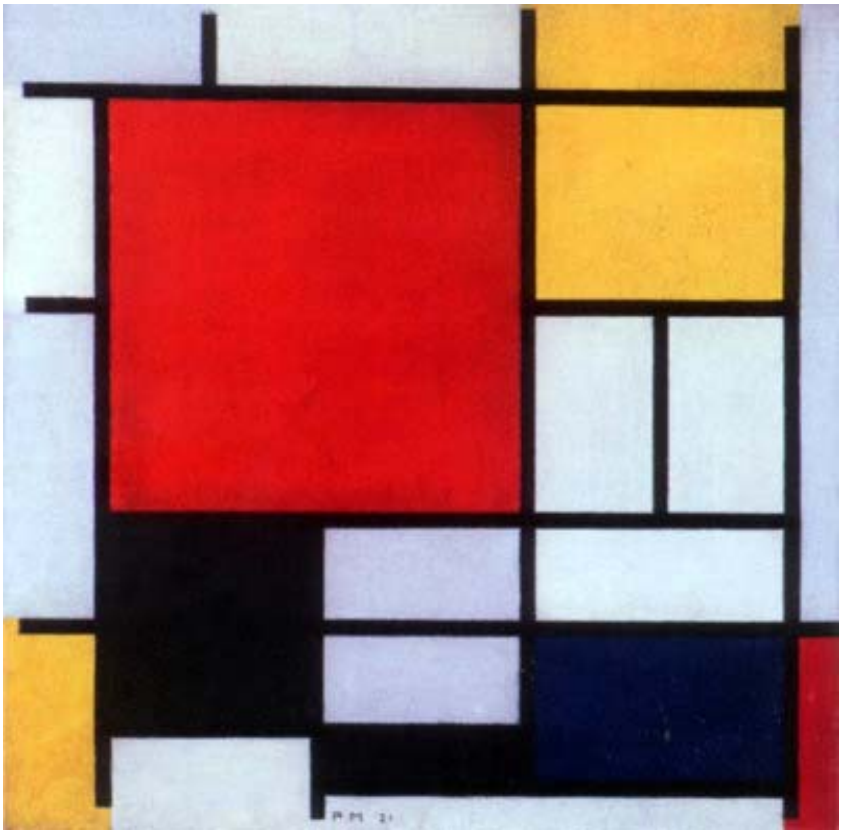


Figura 06: MONDRIAN, Piet .*Komposition in rot*, [1922]. 400 x 394 - 46k – jpg., il color
Disponível em : www.anthroposophie.net/.../mondrian_comp_rgb.jpg,. Acesso em: 24 de abr. 2009

Mondrian contribuiu para criação de um novo movimento, o Neoplaticismo ou Abstracionismo Geométrico, em que as composições de cores e formas resultavam numa expressão geométrica. Mas é preciso lembrar do Abstracionismo Lírico que busca simplesmente a livre expressão das formas e cores, fugindo da realidade concreta.

No Brasil, a abstração surge junto à arte moderna, mas apresenta maior ênfase em meados dos anos 50. O abstracionismo geométrico no Brasil teve como principais representantes Waldemar Cordeiro, Geraldo de Barros, Lothar Charoux, Ivan Serpa, Lygia Clark, Hélio Oiticica e Franz Weissmann, dentre outros.

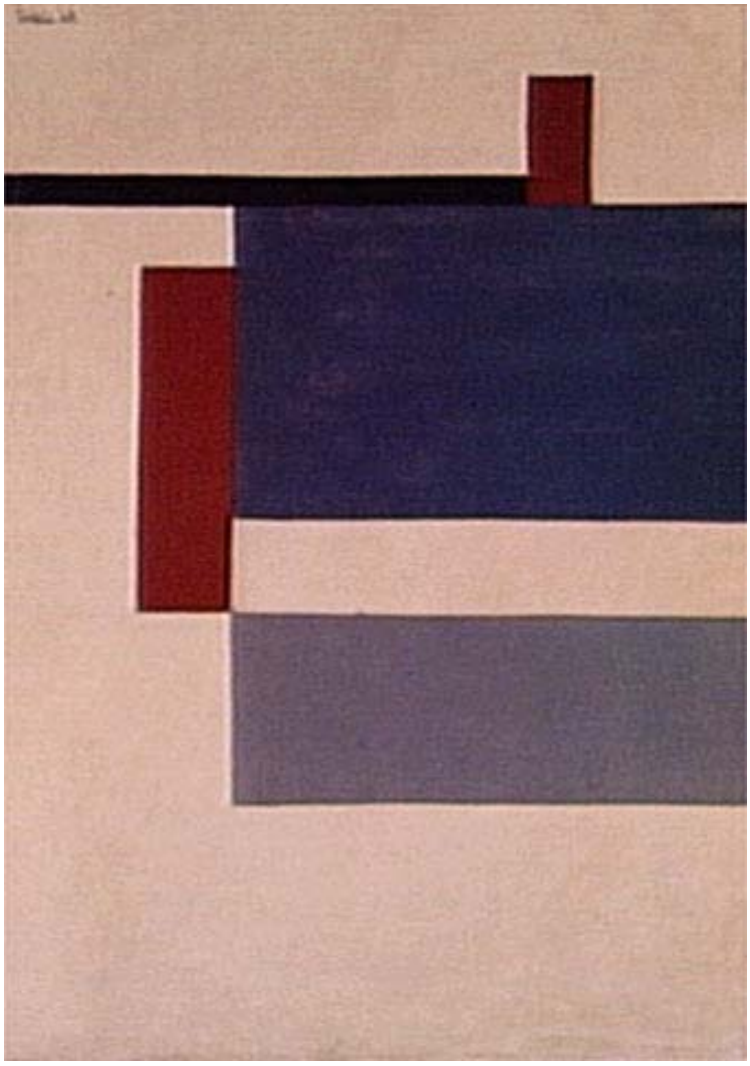


Figura 07: CORDEIRO, Waldemar. Estrutura Plástica, 1949. Têmpera sobre tela, c.s.e. 73 x 54http. ,il Color. Disponível em: //www.itaucultural.org.br/aplicexternas/enciclopedia_ic/index.cfm?fuseaction=artistas_obras&acao=menos&inicio=9&cont_acao=2&cd_verbete=3529. Acesso em: 3 de nov. 2009

Milton Dacosta é um artista brasileiro que produzia figuras humanas geometrizadas, tendo como referência o Cubismo, mas na década de 1950 aderiu ao Abstracionismo Geométrico. Podemos observar, na imagem a seguir, o grande rigor matemático, a nítida a Simetria de reflexão.

Figura 08: DACOSTA, Milton. Figura. 1960, 24 x 19 cm. óleo sobre tela. il color. Disponível em : http://www.masterarte.com/br/obra_busca.php?busca_nome=Dacosta&busca_class=q&busca_ano=q&busca_valor=q&busca=Buscar+Obras. Acesso em: 30 de nov. 2009

Outros artistas, apesar de não fazerem parte do Abstracionismo Geométrico apresentavam em suas telas elementos geométricos. Um exemplo é Volpi, que traz em suas pinturas muito do Concretismo e da Abstração Geométrica.

Figura 09: VOLPI, Alfredo, Projeto nº 2129. 50. 70 x 50 cm., il Collor. Disponível em : http://www.masterarte.com/br/obra_busca.php?busca_nome=volpi&busca_class=q&busca_ano=q&busca_valor=q&busca=Buscar+Obras., Acesso em: 30 de nov. 2009

Assim, ao longo do tempo, a Geometria e as Artes estabeleceram uma relação natural. Hoje edificamos documentos como o PCN de matemática que sugerem a inter-relação dessas áreas de conhecimento, pois acredita-se que pode contribuir para o desenvolvimento integral do ser humano, por despertar a natureza holística que compatibiliza a cognição, a história e a sociologia do conhecimento; por conseguinte, é fundamental para a evolução da sociedade. Do mesmo modo, possibilita ao sujeito sua inserção no mundo do trabalho e da cultura.

Identificamos no PCN de Matemática (1997) a sugestão de que o ensino do Espaço e da Forma “deve ser feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de artes, pintura, desenhos, esculturas e artesanatos, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a matemática e outras áreas de conhecimento”.

Nesse sentido, acreditamos que é necessária uma análise profunda das atividades mais frequentes em livros didáticos de matemática das séries iniciais do Ensino fundamental, observando como são distribuídas por coleção e volume, para entendermos como acontece a conexão entre as áreas de conhecimento. Assim, nasce o objeto a ser investigado nesta pesquisa, a interdisciplinaridade que acontece entre Geometria e Artes Visuais nos livros didáticos de matemática para os anos iniciais, tendo a Simetria como o conteúdo que estabelece vínculo entre as duas áreas de conhecimento.

Pesquisar a relação de reciprocidade e colaboração entre a Geometria através da Simetria com as Artes Visuais é, acima de tudo, uma busca de refundamentação e ressignificação do ensino da Geometria nas séries iniciais.

2.2.2 Beleza, harmonia, proporção, regularidade. Afinal, o que é Simetria?

Neste capitulo discutiremos a Simetria sob três enfoques. No primeiro, a partir do ponto de vista das pesquisas na área da Educação Matemática, buscaremos discutir questões de natureza conceitual. No segundo enfoque, enfatizaremos o ensino. Enfim no terceiro enfoque, sob o ponto de vista das Artes Visuais ao longo da história e nos dias atuais, apresentaremos as diversas acepções de artista plásticos e matemáticos sobre Simetria.

2.2.2.1 Simetria, um olhar matemático

Sob o ponto de vista matemático, a Simetria está no campo da Geometria das transformações, ramo da Geometria que estuda as transformações que acontecem por meio de regras especiais que transformam pontos do plano em outros pontos do plano. Nesse estudo, enfocaremos as transformações geométricas planas. De acordo com Mega (2001), Alves (2005) e Ripligger (2006), na Geometria moderna, a palavra “transformações” indica uma classe especial de função.

> Os conjuntos A e B são iguais no mesmo plano £. Portanto, os elementos relacionados pelas transformações são pontos e, em última instância, figuras (definidas como conjuntos de pontos). Assim cada ponto no plano £, chamado ponto original, tem um ponto associado, no mesmo plano chamado imagem. (MEGA 2001,p. 11).

As Transformações Geométricas trabalhadas no Ensino Fundamental, segundo Luz (2007), resumem-se a isométricas e a homotéticas. A primeira se refere às transformações que “conservarem as medidas das figuras (congruência), fazendo que as figuras apenas mudem de posição” (CROWE E THOMPSON, 1994). Enquanto, homotetia diz respeito à ampliação e à redução de imagens, conservando as propriedades de semelhanças das mesmas.

Nesta pesquisa, teremos como foco a isometria, especificamente a Simetria. Pesquisadores como Lopes e Nasser (1996), Mabuchi (2000), Mega (2001) e Ripplinger (2006) definem a Simetria como “movimentos rígidos”, por fazerem as figuras apenas mudarem a sua posição. Enquanto, para Rodher (1997, p.09), “Simetria é uma operação que mantém uma forma invariante”. Em ambas as acepções, a Simetria é compreendida como um processo que transforma uma entidade matemática em outra, sendo invariante com relação à forma e à conservação de distância. O Guia do Livro Didático (BRASIL, 2007, 2008) afirma que

> O conceito de simetria envolve três noções básicas: um conjunto de elementos; uma transformação “interna” desse conjunto em si mesmo; a existência de um subconjunto desse conjunto maior que fica invariante quando submetido a tal transformação (p.31).

Siqueira (2000), por sua vez, considera que a Simetria tem como elementos essenciais da formulação os conceitos de isometria e de invariância de uma figura por um grupo de isometrias. No plano, as isometrias produzem três tipos básicos de movimento e uma combinação:

- reflexões em relação a uma reta;
- translações;
- rotações em torno de um ponto;
- reflexões com deslizamento em relação a uma reta.

Rodher (1997, p.16), contudo, divide a Simetria em operações simples e composta. A operação simples seria constituída por: translação, dilatação, inversão, rotação e reflexão. Enquanto a operação combinada possui as propriedades reunidas de duas ou mais operações simples: inversão rotatória, reflexão rotatória, rotação deslizante, reflexão deslizante, dilatação deslizante, dilatação rotatória, reflexão dilatatória, rotação deslizante dilatatória, reflexão dilatatória deslizante e reflexão rotatória dilatatória.

De acordo com o autor, tais simetrias são importantes no estudo de poliedros (rotação deslizante, reflexão rotatória, inversão rotatória, etc), cristais (inversão rotatória, reflexão rotatória, inversão rotatória, etc) e movimentos dos vegetais (rotação deslizante, rotação dilatatória deslizante), mas os movimentos complexos são praticamente ausentes nas artes visuais.

Assim como as simetrias simples, as complexas conservam características tais como ângulos, forma, comprimento dos lados, distâncias, tipos e tamanhos, que alteram a posição do objeto desenhado.

2.2.2.2 Reflexão, Translação, Rotação: tipos de simetria

A Simetria de Reflexão é considera uma das mais conhecidas. Segundo Lopes e Nasser (1996, p.102), a simetria de reflexão acontece quando: "(I) a linha que une cada par de pontos correspondentes é perpendicular ao eixo de simetria e se (II) dois pontos correspondentes estão à mesma distância (perpendicular) do eixo de simetria, em lados opostos".

Siqueira (2000) define a Simetria de Reflexão como

> Dada uma reta r, diz-se que σ: $\Pi \rightarrow \Pi$ é uma reflexão com relação à r (referida como o eixo de simetria) se esta reta é a mediatriz do segmento de extremidades P e σ (P), P representando um ponto qualquer do plano (p.9).

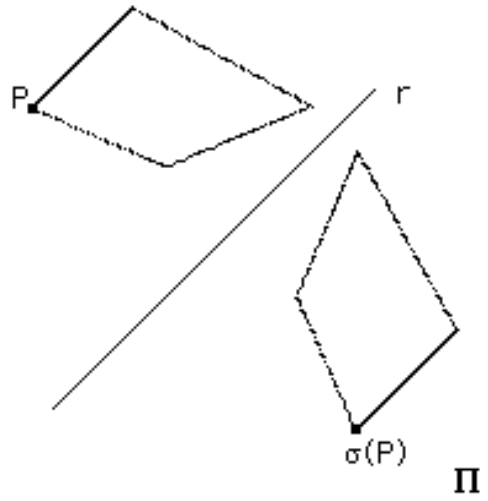


Figura 10: SIQUEIRA, Edeson. Simetria de Reflexão. Monografia, 2000, p. 30.

As translações são transformações que, segundo Ripligger (2006), fazem as figuras "deslizarem" ao longo de uma direção, a uma distância T. Para Rodhe (1997,

p. 10), “a translação corresponde a uma operação simples de Simetria e corresponde à repetição periódica de motivos que se repetem numa dada direção”. Nesse sentido, podemos apontar dois elementos característicos da Simetria de Translação: o comprimento de translação e a repetição da forma.

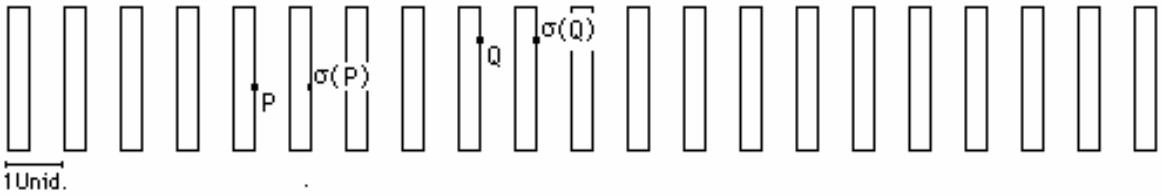


Figura 11: SIQUEIRA, Edeson. Simetria de translação. Monografia, 2000, p. 30.

Em relação à Simetria de Rotação, Lopes e Nasser (1996, p. 105) definem-na como “uma rotação de centro O e um ângulo â é uma transformação em que a imagem é obtida girando-se cada ponto da figura segundo um arco de circunferência de centro O, percorrendo um ângulo â (no sentido horário ou anti-horário)”.

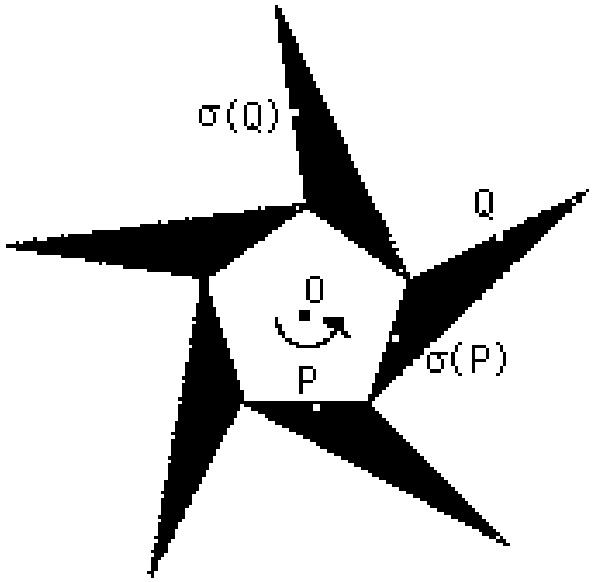


Figura 12: SIQUEIRA, Edeson. Simetria de rotação σ de 72^{o} em torno do ponto O. monografia, 2000, p. 31.

A Simetria de Reflexão por deslizamento é uma isometria menos conhecida que combina uma reflexão com uma translação em direção a um eixo de reflexão. Assim como a Simetria por Translação, a Simetria de Reflexão por deslizamento não

apresenta ponto fixo. Esse movimento vai alterar o movimento das figuras, mas não vai fixar os pontos.

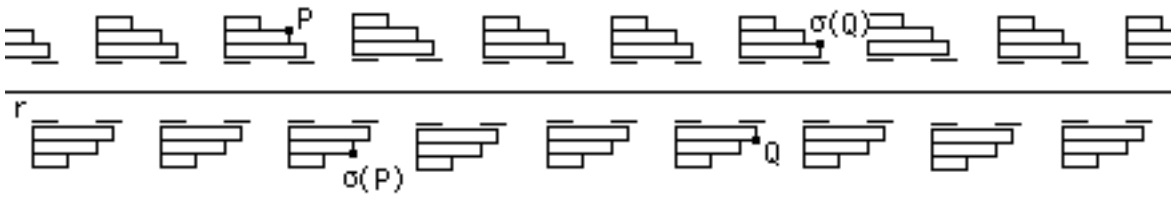


Figura 13: SIQUEIRA, Edeson. Simetria de Reflexão por deslizamento. Monografia, 2000, p. 30.

Desse modo, os movimentos de reflexão, translação e rotação são subconjuntos de uma classe maior que seria a isometria no plano, é uma função $\sigma : \Pi \rightarrow \Pi$, que preserva distância entre pontos do plano. Segundo Ripligger (2006), essas Simetrias constam nos documentos oficiais do país e estão presentes também nas discussões sobre os conteúdos no ensino da matemática.

De acordo com essa autora, essas Simetrias (reflexão, rotação e translação) podem ser amplamente desenvolvidas em sala de aula, pois estão presentes no nosso cotidiano e nos ajudam a entender melhor a Geometria.

2.2.2.3 O Ensino da Simetria: um olhar pedagógico

Com o intuito de propor parâmetros ao professor na sua prática escolar e de acordo com a nova LDB, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) trazem uma série de propostas e orientações para o ensino da Simetria em séries iniciais do Ensino Fundamental.

Para o primeiro ciclo (segundo e terceiro anos), propõe que sejam abordadas formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e as características delas: arredondadas ou não, simétricas ou não etc. (Ibid, p. 73). Nessa fase da escolaridade, a Simetria auxilia no trabalho das formas geométricas, pois enfoca questões referentes às propriedades da figura (algo presente ou não na figura/configuração).

No segundo ciclo (quarto e quinto anos), o ensino da simetria contribui para identificação de semelhanças e diferenças de polígonos. Os PCN's sugerem, ainda,

a abordagem do eixo de simetria, elemento característico da simetria de reflexão, mas ainda não faz referência a uma abordagem formal do conteúdo.

As propostas de atividade recomendam o desenvolvimento da “sensibilidade para observar simetrias e outras características das formas geométricas na natureza, nas artes, nas edificações" (p. 62). Nessa perspectiva, observa-se a proposição de diferentes atividades, como “compor e decompor figuras, perceber a simetria como característica de algumas figuras e não de outras etc.” (p. 82).

No terceiro ciclo (sexto e sétimo anos), esses parâmetros propõem que se aborde a Simetria de maneira mais formal, por isso recomenda

> Enfatizar as noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo, as classificações das figuras geométricas (quanto à planicidade, quanto à dimensionalidade), as relações entre figuras espaciais e suas representações planas, a exploração das figuras geométricas planas, pela sua decomposição e composição, transformação (reflexão, translação e rotação), ampliação e redução. (BRASIL, 1998, p. 68).

Percebemos que, nesse ciclo, busca-se aprofundar e ampliar o estudo de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as figuras planas por meio de relações mais complexas.

No quarto ciclo (oitavos e nonos anos), os PCN propõem que o conceito de congruência de figuras planas seja abordado “a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composição destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície), (ibid. p.89)”.

Com relação ao aprendizado das isometrias, Jaime e Guitérrez (1996) realizaram uma experimentação e classificaram os resultados da pesquisa a partir de três critérios: a) a análise dos componentes matemáticos da isometria que podem influir na compreensão dos alunos; b) as estratégias mais utilizadas; c) e os equívocos cometidos pelos alunos diante de situações-problemas nas transformações isométricas.

A primeira isometria discutida pelos pesquisadores é a reflexão. Eles apontam desacertos (conhecimentos não adequados) cometidos pelos alunos em situações de aprendizagem do conteúdo em questão. Esses desacertos referem-se à compreensão do conceito de reflexão. Um exemplo disso é o fato de, ao desenhar a imagem de uma figura, os estudantes desconsiderarem a equidistância que deve ser estabelecida ao eixo de pontos simétricos, assim como a perpecularied ade com relação eixo do segmento que une dois pontos simétricos.

Outro equívoco decorrente de uma interpretação deformada do eixo de simetria, pois é recorrente, no ensino da simetria, a utilização de exemplos de figura com eixo vertical. Segundo Jaime e Gutiérrez (1996), essa prática é responsável pelo fato de os alunos desenharem a imagem sempre paralelamente à figura original, mesmo que o eixo não seja paralelo a ela.

A complexidade da figura também é apontada como uma variável importante, mas a principal dificuldade está relacionada ao eixo de simetria e posição relativa ao eixo do objeto. Determinadas posições do eixo induzem mais ao erro, principalmente quando corta o objeto.

Jaime e Guitérrez (1996) também elencam estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas que envolvem a simetria de reflexão. Uma dessas estratégias é desenhar a imagem com pontos significativos da figura original, tais como vértices, no caso dos polígonos, ou das extremidades, no caso dos segmentos, unindo os pontos para obter a imagem da figura completa. Outra estratégia é desenhar a imagem apenas com um ou dois pontos significativos da figura original e completar o desenho visualizando mentalmente a posição da figura completa.

O movimento de translação é considerado por Jaime e Guitérrez (1996) como a isometria mais fácil. Esses autores apontam como única dificuldade a compreensão do vetor livre. Frequentemente, os alunos fazem o desenho do vetor ligando um ponto da figura original a um ponto mais próximo da imagem, sem que este seja o ponto correspondente da figura original. Quanto a esse tipo de isometria, os autores não discutem as estratégias utilizadas pelos alunos.

Quanto à rotação, Jaime e Guitérrez (1996) apontam que os estudantes têm dificuldade em estimar corretamente o ângulo, reconhecer a equivalência dos ângulos e reconhecer a equidistância entre centro de rotação e os pontos correspondentes da figura de imagem, assim como constatar a congruência da figura.

Esses pesquisadores ressaltam que a estratégia apresentada pelos alunos para resolver problemas de rotação consiste em começar a rotação pelo traçado de um segmento ligando outro ponto da figura original ao centro de rotação e, em seguida, estimar o ângulo e traçar o segmento que ligará o centro de rotação a imagem da figura dada, completando a figura anterior.

Analisar os desacertos cometidos pelos estudantes na resolução de problemas de simetria é essencial para a proposição de atividades significativas que

promovam de fato conhecimento sobre as isometrias. Sabemos que não há um caminho único para o ensino das Simetrias ou para qualquer outro conteúdo matemático, contudo percebemos na interdisciplinaridade entre Simetria e Artes Visuais, inúmeras possibilidades de ensino que podem despertar o interesse e a participação dos alunos.

2.2.2.4 Simetria e Artes Visuais: uma conexão

De forma intuitiva, o conteúdo Simetria pode ser entendido de diversas maneiras dependendo da área de conhecimento científica. Frequentemente a palavra “Simetria” é utilizada como sinônimo de beleza, igualdade, regularidade e proporcionalidade, visto que, os movimentos simétricos se associam a aspectos estéticos.

Contudo, nas Artes, a Simetria é percebida nas múltiplas manifestações artísticas, por isso possui conotações diferentes. Geralmente, é associada à “ordem e lei”, à métrica exata, à perfeição e, para alguns artistas plásticos, significa a prisão. Contrapondo-se a isso, a assimetria significa arbitrariedades e liberdade.

Na história, encontramos vários indícios que apontam a utilização intuitiva da Simetria. Os grandes artistas de antigas civilizações, como os gregos, ou a arte arquitetura dos grandes mestres da Idade Média apresentam obras simétricas. Segundo Fainguelernt e Nunes (2006), os árabes, a partir de um quadrado simples e linhas pintadas, apresentam uma multiplicidade de padrões repetidos e repletos de simetria. A arte islâmica, em particular, tem como característica a abstração das figuras geométricas, visto que o Islamismo não permite o uso de figuras humanas em manifestações artísticas.

O islamismo influenciou o holandês Maurits Cornelis Escher, nascido em 1898, que aplicou a geometria dos mosaicos muçulmanos em seus desenhos de repetições matemáticas, hoje difundidos em todas escolas de artes plásticas do mundo. Podemos observar na gravura “Cisnes”, talhada em madeira, que o movimento representado é uma translação.

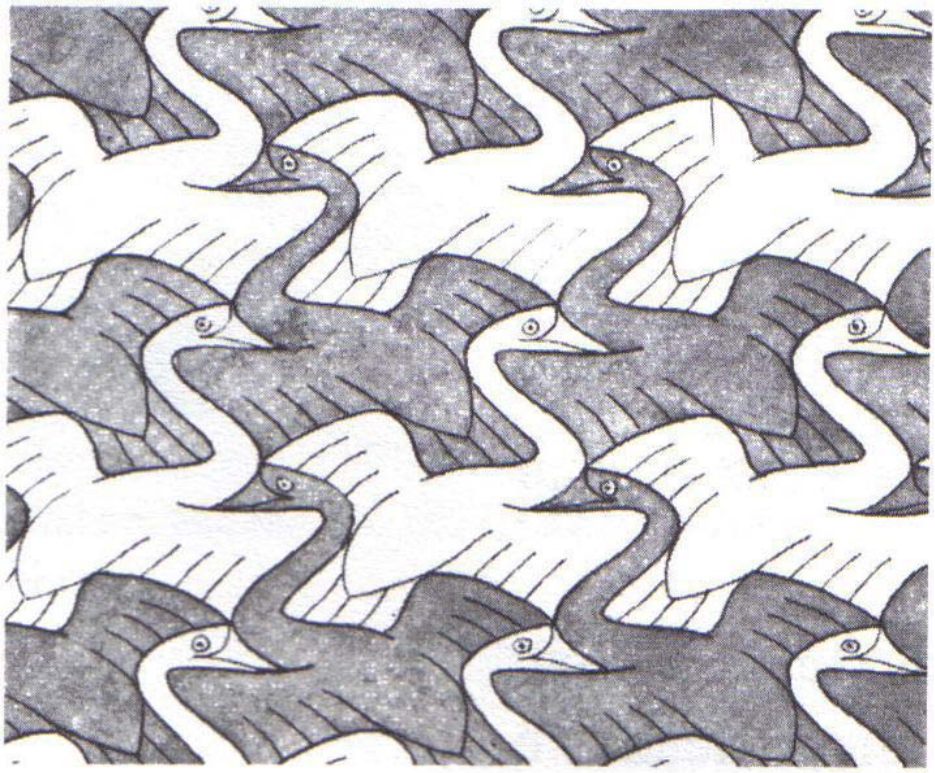


Figura 14: ESCHER, Maurice. Cisnes. Entalhe em madeira, 20 x 32 cm,1956., il color. Disponível em: http://www.pen.k12.va.us/Div/Winchester/jhhs/math/escher/angels.jpg. Acesso em: 20 de out. 2009.

Podemos identificar, nessa figura, a divisão regular do plano, com os pássaros se deslocando para mesma direção. Tanto a preservação da distância entre os pássaros quanto à invariância das figuras são atributos relevantes para o conceito de translação e qualquer outra isometria.

Os povos indígenas brasileiros também, em seus ornamentos (como chapéus, cestos, peneiras), mostram-nos diferentes trançados e figuras geométricas com conceitos simétricos, como podemos observar na cerâmica Marajoara apresentada a seguir.

Figura 15: Cerâmica Marajoara: 397 x 361 - 42k – jpg. il color. Disponível em: babeldasartes.files.wordpress.com/2008/09/pra. Acesso em: 10 de maio 2009.

Acreditamos que os padrões presentes na natureza - a exemplo da pele das cobras e do casco de uma tartaruga, os hexaedros dispostos nos favos de mel, a distribuição dos grãos de milho numa espiga - inspiram os indígenas a construírem suas obras.

Outros artistas contemporâneos - como Max Bill, Rubens Valentin, Rubem Ludolf, dentre outros - empregaram a linguagem geométrica em suas obras que possuem simetria ou assimetria, criando o movimento Concreto e Neoconcretista. Isso demonstra como, intuitivamente ou não, as regularidades e os padrões entusiasmam.

Figura 16: VALENTIM, Rubem. Emblema - acrílica/tela - 100x73cm – 1972. il color disponível em: http://www.ocaixote.com.br/galeria1/rubem_bsb07.html. Acesso em set. 2009.

De acordo com Weyl (1997) o artista realiza intuitivamente as leis matemáticas que têm origem na simetria da natureza. Ainda conforme esse autor, “raramente a assimetria é mera ausência de simetria. Mesmos nos desenhos assimétricos pode-se sentir a simetria como norma da qual se desvia sob a força de caráter não formal (p.25)”.

Dessa forma, entendemos que a Simetria torna-se elemento de referência para produção de obras de arte, sejam estas orgânicas ou abstratas, no espaço bidimensional ou tridimensional. Tomar a arte como ponto de partida para o trabalho com Simetria é uma forma de significar o conteúdo, de estabelecer laços entre campos de saber.

A abordagem desse conteúdo de ensino tomando como base a intuição, seja através da Arte ou de outra área de conhecimento, possibilita que a imaginação, a criação, a emoção e a sensibilidade sejam mobilizadas na sala de aula de matemática. Segundo Mega (2001, p.10), “frequentemente a matemática se inspira no mundo físico e idéias intuitivas para formar conceitos. Com a formalização, as

idéias intuitivas podem desaparecer, mas em geral permanecem como referência sensível, principalmente como recurso didático".

Contudo, se restringirmos o trabalho com Simetria à intuição, não estaremos impedindo que aconteça a construção formal dos conceitos, ou seja, que propriedades sejam observadas, discutidas e aprendidas? No entanto, estudos comprovam que o formalismo e a fragmentar do conhecimento, dissociando-o do contexto, das implicações sociais, políticas dificultam a construção de sentido.

Entendemos que, as relações de colaboração e reciprocidade em conteúdos, disciplinas, temas ou áreas de conhecimentos; quando estabelecidas de forma adequada possibilitam a construção de sentido e aprendizagem de novos saberes, mas é necessário pensarmos os conteúdo sob o ponto de vista intuitivo e formal.

2.3 O ensino da Arte: uma área de conhecimento

Neste item apresentamos de forma objetiva e sintética os temas relacionados ao ensino das Artes. Discutimos as concepções de ensino da arte ao longo da história brasileira e situamos nossa visão de ensino da arte. Discorremos sobre as ações (leitura, contextualização e fazer artístico) que configuram a proposta triangular de Ana Barbosa (1998). Discutimos especificamente as artes visuais e seus elementos de visualidade. Finalizamos com propostas de ensino desenvolvidas por matemáticos que evidenciam a Interdisciplinaridade entre Simetria e Artes Visuais.

2.3.1 O ensino da Arte: uma técnica, uma expressão, uma atividade e uma área de conhecimento

A arte é um dos conceitos mais controverso da história do pensamento humano. Há teóricos que a definem pela ótica metafísica; outros, a partir da concepção orgânica segundo a qual a arte é vista como algo inerente ao ser humano. Não temos a intenção, neste texto, de definir o que é Arte, mas traçar um percurso histórico do ensino das Artes no Brasil e apontar nossa concepção de Ensino de Arte em sintonia com a proposta curricular de Ana Mae Barbosa (1998), identificando os elementos de visualidade da Arte Visual.

Pesquisadores da educação em Artes - como Fusari e Ferraz (1999), Iavelberg (2003) - apontam duas vertentes que norteiam o ensino em artes no Brasil: a Idealista Liberal e Realista Progressista. A primeira engloba a Escola Tradicional, a Escola Renovada Progressista, a Escola Renovada não-diretiva e a Escola Tecnicista. De acordo Iavelberg (2003, p. 100), para a tendência a Idealista Liberal “a educação, sozinha, pode garantir a construção de uma sociedade mais igualitária e democrática”.

A tendência Realista Progressista agrega a Escola libertária, a Escola libertador, crítico-social dos conteúdos. Essa tendência surge no país na década de 60, discutindo as contribuições da escola para a formação e conscientização do povo, mas, diferente da primeira, não considera a escola como o único instrumento para formação de uma sociedade mais democrática e igualitária.

Silva (2005), em sua dissertação[2] difere das autoras ao apresentar essas tendências a partir de quatro concepções de ensino da arte que traçaram a trajetória histórica e socioepistemológica dessa área de conhecimento no Brasil. São elas: Ensino da arte como técnica, Ensino da Arte como expressão, Ensino da arte como atividade, Ensino da arte como conhecimento. A seguir, discorreremos sobre as características históricas e epistemológicas de todas as concepções de ensino de arte presentes na realidade brasileira.

O ensino da arte como técnica surge no Brasil com a presença dos jesuítas. Segundo Silva (2005), em 1549, iniciou-se o ensino de arte na Educação Brasileira, através de procedimentos informais, caracterizados pelo ensino da arte em oficinas de artesãos. O objetivo era catequizar os povos da nova terra, utilizando-se, como um dos instrumentos, do ensino de técnicas artísticas.

De acordo com esse autor em 1816, com a celebre Missão Artística Francesa trazida por Don João VI, foi criada a Academia Imperial de Belas-Artes, na qual se seguia o padrão europeu cuja proposta estética era a neoclássica. A aprendizagem acontecia através da mímese, ou seja, da cópia fiel de modelos, ou de forma natural, isto é, tudo ocorria por meio da repetição mecânica.

Após a Proclamação da República, a Academia Imperial de Belas-Artes passou a ser chamada de Escola de Belas Artes. Assim, a República marca o início da escola tradicional, que teve como representante Rui Barbosa, influenciado pelos modelos educativos americanos, ingleses e belgas. Silva (ibid.) afirma que Rui Barbosa propôs, por meio de suas reformas educacionais, a implementação do ensino de Desenho no currículo escolar, com o objetivo primordial de preparar o povo para o trabalho. Os positivistas liberais acreditavam que a arte era um poderoso veículo para o desenvolvimento do raciocínio e da racionalização da emoção, desde que ensinada através do método positivo, que subordinava a imaginação à observação.

A partir dessas ideias, os positivistas reorganizaram o ensino de arte através do retorno ao processo de aprendizagem desenvolvido em ateliês livres, baseado na imitação e na cópia de estamparias e no ensino do desenho geométrico na educação primária e secundária. Havia a supremacia da concepção de arte neoclássica com ênfase na linha, no traçado e na configuração. Segundo Ferraz e

[2] Arte como conhecimento: As concepções de ensino de arte na formação continuada dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de Recife. Dissertação apresentada ao programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal de Pernambuco. 2005

Fusari (1993), o programa de ensino em desenho era organizado da seguinte maneira:

> a) Desenho natural (observação, representação e cópia de objetos); b)Desenho decorativo (faixas, ornatos, estudo de letras, barras decorativas, painéis); c) Desenho geométrico (morfologia geométrica e estudo das construções geométricas); d) Desenho pedagógico nas escolas normais (esquema de construção de desenho para "ilustrar" aulas).

De acordo com Silva (2005), foram quase quatro séculos do ensino de arte no Brasil baseado, exclusivamente, na concepção de arte como técnica. Com consequências dessa prática, até hoje observa-se o ensino do desenho geométrico, dos elementos da linguagem visual descontextualizado da obra de arte. Na produção de artefatos, utilizam a da pintura de desenhos e figuras mimeografadas.

Silva (2005) observa que as orientações de ensino de arte como técnica se sustentam em dois pilares:

> (1) na efetivação do processo de aprendizagem da arte através do ensino de técnicas artísticas, para uma formação meramente propedêutica, que visa, como por exemplo, a preparação para a vida no trabalho; (2) e na utilização da arte como ferramenta didático-pedagógica para o ensino das disciplinas mais importantes do currículo escolar, tais como Matemática e Língua Portuguesa (p.49).

Compreendemos que o ensino da arte fundamentado nessa concepção não possui um fim em si mesmo, mas serve como âncora para se alcançarem objetivos que não estão relacionados com o ensino de arte propriamente dito, mas com outras disciplinas ou atividades profissionais.

Com relação à concepção de ensino da **arte como expressão**, Silva (2005) identifica uma trajetória menor, cerca de 20 anos, que teve influência do movimento denominado Escola Nova, já presente na Europa e nos Estados Unidos desde o final do século XIX. Com o princípio pedagógico centrado no aluno, nas aulas de artes se direcionou o ensino para a livre expressão e valorização do processo de trabalho.

Nessa concepção havia uma ênfase nos aspectos psicológicos do ser humano em detrimento dos aspectos sociais. Os conteúdos eram definidos em função das experiências vivenciadas. Segundo Martins, Picosque e Guerra (1998, p. 11), "o papel do professor era dar oportunidades para que o aluno se expresse de forma espontânea, pessoal, o que vinha a ser a valorização da criatividade como máxima do ensino da arte".

Conforme Silva (2005), é nessa,

> tendência que vai surgir à concepção de ensino de arte como lazer, auto-expressão e catarse, o que descaracteriza a arte como um conhecimento indispensável para a formação das novas gerações, passível de ser ensinado e aprendido (p. 57).

A concepção de **ensino das artes como atividade** baseia-se apenas na realização de atividades artísticas. Essa concepção resulta do esvaziamento dos conteúdos específicos da área de arte na educação escolar e foi legitimada pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), de n° 5.692, promulgada em 11 de agosto de 1971, que instituiu a obrigatoriedade do ensino de arte nos currículos das escolas de 1° e 2° graus. A partir dessa Lei, o ensino de arte no Brasil passou a ser designado por meio da rubrica “Educação Artística”.

Essa Lei, contudo, estabeleceu duas modalidades que, fazem-se referência a partes do currículo, a primeira são as disciplinas (áreas de conhecimento com objetivos, conteúdos, metodologias e processos avaliativos específicos); a segunda modalidade são as atividades conceituadas como desenvolvimento de práticas e procedimentos. Nesse contexto, coube ao ensino da arte apenas o papel de atividade.

Martins, Picosque e Guerra (1998) ressaltam que essa lei acabou criando a figura de um professor único que deveria dominar todas essas linguagens de forma eficiente. Além disso, gerou uma série de desvios que vêm comprometendo o ensino das artes. Percebemos que a concepção do ensino da arte como atividade se desobriga de qualquer substância de ensino, isto é, a concepção de ensino da arte fundamentada unicamente no fazer artístico contribuiu muito para relegar a arte a um lugar inferior na educação escolar. Segundo Silva (2005), essa compreensão custou, inclusive, a retirada do ensino de arte das três primeiras versões da nova LDBEN, nos meados da década de 1980.

Há que se registrar, contudo, a luta de arte/educadores no Brasil a partir da década de 1980, para garantir a presença da arte no currículo escolar. Nessa luta, passou-se a reivindicar que arte é um campo de conhecimento específico, composto por objetivos, conteúdos, métodos de ensino e processos de avaliação da aprendizagem próprios, e não apenas uma mera atividade, conforme poderemos verificar na concepção de ensino de arte apresentada a seguir.

Segundo a LDBEN 9.394, em seu artigo 26, parágrafo 2º “O ensino da arte constituirá componente curricular obrigatório, nos diversos níveis da Educação básica, de forma a promover o desenvolvimento cultural dos alunos”. Nessa lei, diferente da LDBEN 5.692, a arte ganha o estatuto de área de conhecimento.

Segundo Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN de Arte,

> São características desse novo marco curricular as reivindicações de identificar a área por arte (e não mais por educação artística) e de incluí-la na estrutura curricular como área com conteúdos próprios ligados à cultura artística, e não apenas como atividades.

Para Martins, Picosque e Guerra (1998, p. 13),

> A arte é importante na escola, porque é importante fora dela. Por ser um conhecimento construído pelos homens através dos tempos, a arte é patrimônio cultural da humanidade e todo ser humano deve ter acesso a esse saber.

Dessa forma, Iavelberg (2003, p.25) ressalta que "o objetivo das artes no Ensino Fundamental é construir um percurso de criação pessoal cultivado, isto é, alimentado pela produção cultural em artes". Ana Mae Barbosa (2001) afirma que

> o principal objetivo da Arte na escola é levar os indivíduos a se confrontarem com símbolos de realidade e experiências compartilhadas, o que é fundamental para a compreensão social e do mundo em que vivem. Expressão pessoal e interpretação pessoal não são construtos espontâneos, mas resultado da ativa negociação entre o indivíduo e a sociedade, capacidade e necessidade, liberdade e legalidade, particularidade e universidade (p.50).

O Ensino da arte como área de conhecimento é baseado na proposta triangular de Ana Mae Barbosa que o compreende como um sistema aberto de abordagem da Arte, seu ensino e sua história. Identificamos três campos de conhecimentos articulados: o ler, o fazer e o contextualizar, que se apresentam como relevantes para Educação Infantil; Ensino Fundamental, Ensino Médio e Educação de Jovens e Adultos, por compreender a Arte como construção histórica, social e cultural.

A proposta triangular foi sistematizada, no Brasil, por Barbosa nos anos 1980/90; com a finalidade de trabalhar as Artes Visuais a partir da sua epistemologia. Segundo Barbosa (1998),

> A proposta triangular deriva de uma dupla triangulação. A primeira é a natureza epistemológica, ao designar os componentes do ensino-aprendizagem por três ações mentais e sensorialmente básicas, quais sejam: criação (fazer artístico), leitura da obra de artes e contextualização (p. 33).

Barbosa (1998) denomina essa proposta como pós-moderna por ter como base estrutural a teoria construtivista, interacionista, dialogal e multicultural. Todas essas dimensões se encontram no ensino da arte com a finalidade de produzir conhecimento.

Neste trabalho, para realizar a análise teórica das atividades que articulam Geometria e Artes visuais nos Livros Didáticos de Matemática, levaremos em conta as três ações básicas para o processo ensino-aprendizagem da Arte apontadas por Barbosa em sua proposta triangular, que ilustramos a seguir:

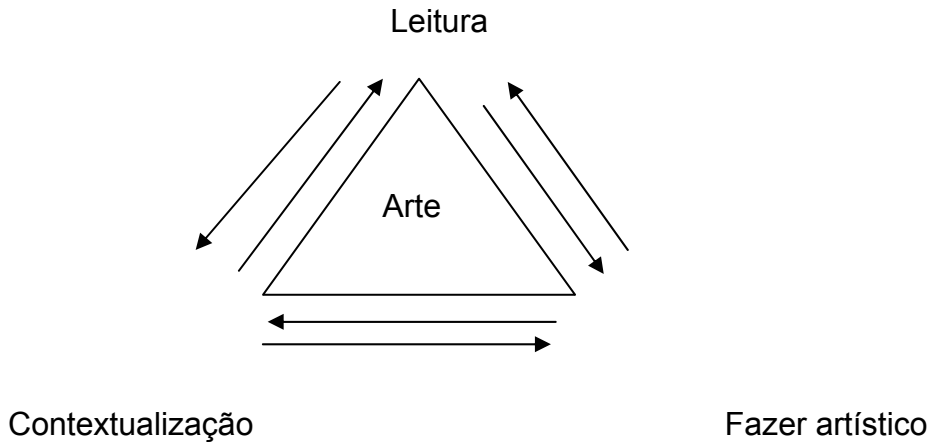


Figura 17: proposta triangular[3].

Para analisarmos as atividades que estabelecem laços de relação e reciprocidade entre Simetria e Artes Visuais, é fundamental termos conhecimento sobre o papel da leitura, do fazer artístico e da contextualização no ensino da arte.

2.3.1.1 Leitura de imagem ou obra de artes?

A palavra leitura implica muitas definições, mas Martins, Picosque e Guerra (1998, p. 31-32) sintetiza as inúmeras concepções vigentes sobre o tema em duas caracterizações: “a leitura como decodificação mecânica e a leitura como processo de compreensão”. Ambas são necessárias, pois, para compreender, precisamos decodificar e decodificar sem compreensão inviabiliza a leitura.

Para a construção do conhecimento visual, a ação da leitura é fundamental. Segundo Barbosa (2002, p. 02), “a palavra leitura sugere uma interpretação para a

[3] O diagrama foi retirado da Proposta curricular da Rede Municipal da cidade do Recife- Construindo competências (2001, p. 16).

qual colabora uma gramática, uma sintaxe, um campo de sentido decodificável, a decodificação do mundo e a poética pessoal do decodificador". Compreendemos, então que a leitura é uma ação subjetiva e atravessada pela visão de mundo e pelas experiências do sujeito. Dessa forma, existe uma pluralidade de leituras, dentre as quais destacamos a leitura de imagens e leitura de obras de artes.

Leitura de imagens ou leitura de mundo? Paulo Freire (2003) considera que aprender a ler implica aprender a ler o mundo, compreender o contexto, através de um diálogo permanente da linguagem com a realidade. Para o autor (ibid, p.11-12), "a leitura de mundo precede a leitura da palavra". Parafraseando Freire, Luis Camargo (apud. PILLAR, 2006, p. 14) diz que a leitura da imagem precede a leitura da palavra. Nesse sentido, os textos primeiros que decodificamos, interpretamos e julgamos são as imagens do mundo que nos circunda.

A leitura de uma obra de arte, segundo Pillar (2006, p.15), seria "perceber, compreender, interpretar as trama de cores, texturas, volumes, formas, linhas que constituem uma imagem. Perceber objetivamente os elementos presentes na imagem, na sua temática, sua estrutura".

Os dois tipos de leitura são complementares, pois a imagem sempre é produzida por um sujeito numa determinada época, num contexto peculiar, segundo uma visão subjetiva de mundo. Assim, para realizar uma leitura de obra de arte, é fundamental a compreensão do mundo de quem produziu a obra.

A ação de ler na arte abrange a produção artística dos alunos e dos colegas, a produção histórico-social em sua diversidade, a identificação de qualidades estéticas e significados artísticos no cotidiano, na mídia, na indústria cultural, nas práticas populares e no meio ambiente.

2.3.1.2 A história, o espaço e o lugar da arte

Contextualizar significa se situar no tempo e no espaço, no qual a obra de arte cênica, visual ou musical foi produzida. Nós, seres humanos, por sermos históricos, temos o tempo e o espaço como suportes na nossa forma de ler e fazer arte. Segundo Rubens Alves (1988 apud. MARTIN, PICOSQUE E GUERRA 1998),

> A música que me faz rir ou chorar, o alimento que me apetece ou me é indigesto, a carícia que me alegra ou me entristece: tudo isso está relacionado às minhas raízes culturais, às minhas aspirações e aquelas formas específicas de entender e sentir a vida, que são peculiares à cultura à qual pertenço (p.21).

Dessa forma, compreendemos que cada um de nós tem um repertório alimentado de experiências pessoais e culturais que guiam o nosso olhar, levando-nos a conhecer arte, assim como a construir sentidos e significações que nos permitem analisar e interpretar as produções artísticas da humanidade.

Para Barbosa (2002, p. 03), é através da contextualização de produtos e valores estéticos que a atitude multiculturalista é desenvolvida. A autora acrescenta que, "sem o exercício da contextualização, corremos o risco de que, do ponto de vista da Arte, a pluralidade cultural se limite a uma abordagem meramente aditiva[4]".

2.3.1.3 Jogo de criação.

Este é o momento da concepção, do invento, da edificação. Segundo Martins, Picosque e Guerra (1998, p. 54), "o ser humano através da linguagem da arte, forma, transforma a matéria oferecida pelo mundo da natureza e da cultura em algo significativo". Luigi Pareyson (1989, p. 32) afirma que, no jogo da criação, a arte é "um tal fazer que, enquanto faz, inventa o fazer de modo diferente".

Desse modo, o processo de criação na arte é compreendido como o desenvolvimento da criatividade do educando, dando espaço à sua expressividade nas diferentes linguagens. No fazer artístico, ressalta-se o exercício da percepção, da fantasia e da imaginação criadora. Para o PCN de artes (BRASIL, 1997, p. 32), "o fazer formas artísticas e tudo que entra em jogo na ação criadora: recursos pessoais, habilidades, pesquisa de materiais e técnicas, a relação entre perceber, imaginar e realizar um trabalho de arte".

Compreendemos que essas três ações são imperativas para o ensino-aprendizagem de Artes. E, sendo um sistema aberto, a proposta triangular não privilegia nenhum desses campos no processo de ensino-aprendizagem, nem os hierarquiza, mas enfatiza as conexões e interseções existentes entre elas. Para Barbosa (2002), sem a inter-relação entre o fazer artístico, a apreciação e a contextualização, a epistemologia da arte fica comprometida. Assim, trabalhando apenas um desses conteúdos, não estaremos abordando as artes de forma integral.

Diante dos múltiplos campos de atuação do ensino da arte, focaremos nosso olhar nas Artes Visuais, porque os livros didáticos de matemática para séries iniciais encontram-se repletos de atividades com a linguagem visual.

[4] Barbosa (2002) entende como abordagem aditiva a atitude de apenas adicionar à cultura dominante alguns tópicos relativos a outras culturas

2.3.2 Cor, linha, forma na linguagem visual

Compreendemos Artes Visuais como um campo da Arte que nos possibilita perceber e reconhecer, as qualidades estéticas nas imagens do nosso cotidiano. A linguagem visual nos coloca em contato com formas, textura, espaço, cores, linhas, dentre outros. Tradicionalmente esse campo da arte inclui o desenho, a pintura, a escultura, a arquitetura, o desenho industrial. Mas se expandirmos nosso olhar, deparamo-nos com outras manifestações artísticas como as seguintes modalidades: fotografia, artes gráficas, teatro, dança, publicidade, cinema, televisão etc.

Ferraz e Fusari (2001) consideram que o conhecimento em Artes Visuais deve acontecer por meio de um processo sistemático de discussão, análise do campo estético, artístico e cultural. Segundo essas autoras, “não basta, portanto, saber simplesmente o significado das produções visuais, mas procurar entender como são feitas e através de que regras e conceitos (p.77)”.

Conforme Martins, Picosque e Guerra (1998), para o aprendiz conhecer o campo da linguagem visual, é necessário que o professor possibilite:

> 1) a prática do pensamento visual tornando visível, materializado, através da forma e da matéria; 2) pesquisa e leitura da estrutura da linguagem visual e articulação de seus elementos constitutivos: ponto, linha, forma, cor, dimensão, movimento, volume, ritmo textura, planos, espaços e profundidade; 3) experimentação de diferentes modos da linguagem visual: pintura, desenho, gravura, escultura, modelagem, caricatura, história em quadrinho, colagem, fotografia, cinema, instalação, vídeos, tevê, informática etc.; 4) manuseio e a seleção de materiais, instrumentos, suportes e técnicas suas especificidades como recurso expressivo (p.136).

Segundo essas autoras (1998, p.136.), precisamos oportunizar experiências estéticas, pois “nutrir o olhar é alimentá-lo com muitas e diferentes imagens”, estimulando a percepção do educando de modo que este possa resolver as questões estéticas, estabelecendo relação entre os conceitos e a história da produção artística.

Ferraz e Fusari (2001) acrescentam que o ensino da linguagem visual deve promover

> A diversificação, ampliações de nosso repertório sensível – cognitivo e estudos que aprofundem nosso modo de ver, observar, expressar e comunicar imagens (desenhadas, pintadas, gravadas, impressas, modeladas, eletrografadas, fotografadas, filmadas, televisionadas, videografadas etc.) (p.78).

Desse modo, o acesso a uma pluralidade de obras de artes possibilita a construção de conhecimentos visuais. Ao nos depararmos com uma pintura ou escultura, vamos aguçando a nossa forma de ver e observar. Essas duas ações são distintas: ver significa ter uma percepção global de determinado objeto, enquanto que ao observarmos, nós delineamos o objeto, temos um olhar mais preciso. Segundo Ferraz e Fusari (2001),

> Ver significa conhecer, perceber, pela visão, alcançar com a vista os seres, as coisas e as formas do mundo ao redor. (...) observar é olhar, pesquisar, detalhar, estar atento de diferentes maneiras às particularidades visuais relacionando-as entre si (p. 78).

Assim, no ensino da linguagem visual, espera-se que os alunos aprendam a ver, a observar, a significar, a desvelar as nuances e características do próprio cotidiano. Pillar (2006) afirma que a leitura de obras de artes apresenta uma natureza diferente da leitura de imagem, porque uma obra deve ser percebida, compreendida, interpretada a partir dos elementos de visualidade que a compõem como as cores, linhas, volumes, formas e superfície, que constituem a imagem.

Nas Artes Visuais, há elementos de visualidade que possuem sua própria possibilidade expressiva e significativa. Esses elementos são utilizados pelos artistas, através de técnicas específicas para percebê-los. E apresentam-se articulados a situações compositivas indicadas por movimentos (reais e aparentes): direção, ritmo, simetria/assimetria, contrates, tensões, proposição dentre outras (FERRAZ E FUSARI, 2001).

Ostrower (1983) afirma que são cinco os elementos de visualidade: linha, superfície, volume, cor e espaço. A seguir iremos apresentar cada um desses elementos.

A **"**linha", de acordo com Kandinisky (1939, apud FERRAZ e FUSARI 2001, p. 82) "é o resultado do deslocamento de um ponto e vai concretizar-se em direção e extensão". A linha possui apenas uma dimensão espacial, o que equivale a uma só direção no espaço. Embora de dimensão unidimensional, "as linhas podem se articular expressivamente, visto que podem ser grossas, finas, brilhantes, coloridas, interrompidas (OSTROWER, 1983)".

A "cor", quando definida por meio de uma ótica física, seria uma sensação estimulada pela luminosidade. Esse elemento de visualidade, segundo Ferraz e

Fusari (2001), seria mais perceptível diante de outras cores. Quanto a isso, Ostrower (1983) considera que

> o valor exato de uma cor dependerá do conjunto que é visto. Dependerá, portanto, do contexto colorístico (...) quando entra em combinação com outras cores (quer seja a tonalidade da mesma gama ou fundo branco), cada cor recebe determinadas funções espaciais, sendo redefinidas a cada nova relação. Quer dizer, de acordo com as relações colorísticas, a mesma cor pode definir o espaço de maneiras diferentes (p.236).

Para esta autora, a cor é um elemento de visualidade que se caracteriza pela sua carga de sensualidade, visto que nos aguça os sentidos. Na cor há uma excitação dos sentidos, que é própria da cor e que não existe em nenhum outro elemento visual.

O **"**espaço" é um elemento de visualidade que está ligado ao visual do nosso ambiente. Segundo Ferraz e Fusari (2001), quando observamos uma pintura, por exemplo, mobilizamos experiências visuais já decodificadas e referentes de localização do objeto, distância e profundidades, luminosidade e áreas circundantes. A esse elemento visual agregamos relações de distância, profundidade, com noções de especialidade: transparência, superposições, direções que podem ser bidimensionais ou tridimensionais.

A "superfície" é resultante da combinação de duas dimensões, a altura e a largura. Ela acontece num plano e, para Ferraz e Fusari (2001), essas duas dimensões devem ser vistas num conjunto para serem percebidas. As superfícies podem resultar em formas fechadas, abertas, curvas, planas, regulares e irregulares.

O "volume" é visto como um elemento de visualidade que ocorre basicamente num espaço tridimensional. É uma organização espacial percebida por massa constituída de peso e densidade que avançam na altura, largura e profundidade (FERRAZ e FUSARI, 2001).

Dessa forma, compreendemos que o ensino da Arte Visual deve contemplar todos esses elementos de visualidade, possibilitando aos educandos a leitura, a percepção, a compreensão, e assim, aprimorando a sua forma de "pensar e sentir o mundo".

2.3.3 Evidências de interdisciplinaridade da Geometria e das Artes Visuais.

A interdisciplinaridade entre a Geometria e Artes Visuais, como foi dito anteriormente, é algo defendido nos documentos oficiais e por pesquisadores da área da Educação Matemática no Brasil. Por isso, encontramos na literatura inúmeras pesquisas e estudos que evidenciam a interdisciplinaridade entre Geometria e das Artes Visuais.

Observamos, nos estudos de Fainguelernt (1999), Fainguelernt e Nunes (2006) sobre Matemática e Artes, diversas sugestões de autores e atividades. Nas quais são evidenciados relações entre matemática e Artes Visuais. Dentre os autores por eles sugeridos, destacamos Escher, por ter uma proximidade com o nosso conteúdo de estudo, a Simetria. Suas obras apresentam desenhos baseados em regras de grupos de simetrias, cujas representações preenchiam toda superfície pela repetição, sugerindo movimento. É o que podemos observar na imagem a seguir:

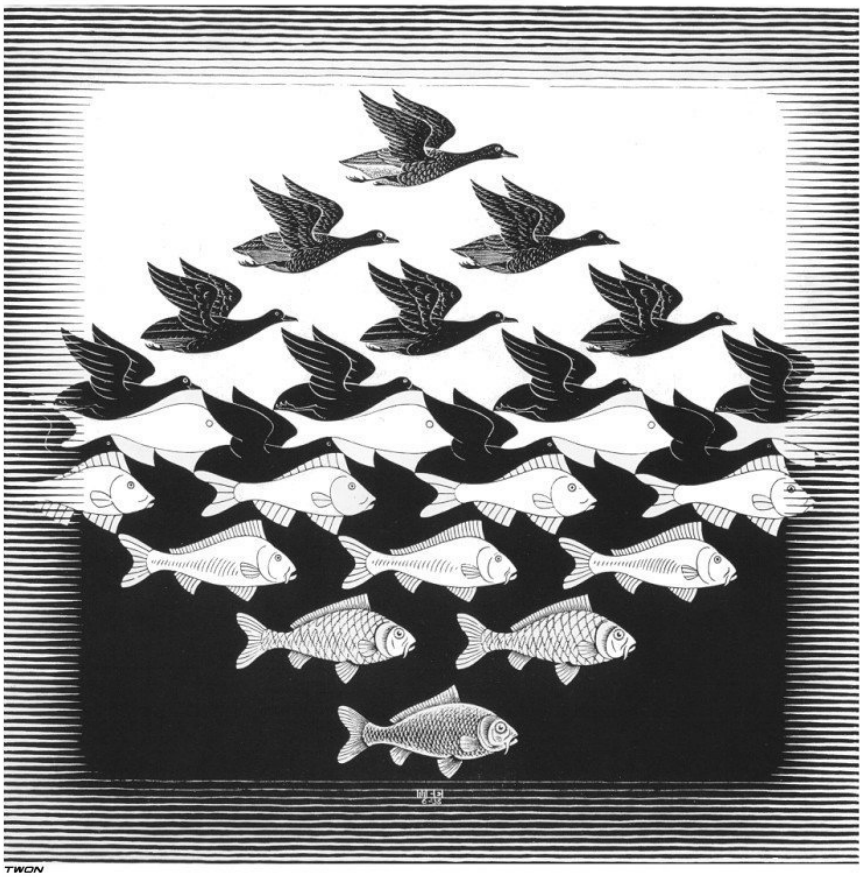


Figura 18: ESCHER. M.C. Sky and Water I . 1938. 593 x 598 - 67k – jpg. disponível em: www.owlnet.rice.edu/~psyc351/Images/Escher.jp. Acesso em: 16 nov. 2009.

As obras de Escher estão intimamente ligadas à matemática, à criação de padrões isométricos de pavimentação do plano, nos quais podemos trabalhar as transformações. De acordo com Fainguelernt (1999), Escher descobriu dezessete maneiras fundamentais de cobrir o plano usando padrões de repetição. Para esse artista, a matemática era um "portão aberto", pois possibilitava sempre o encontro de novas descobertas. Conforme a autora (ibid, p. 79), "com essa concepção, Escher utilizava a matemática como uma ferramenta que lhe ampliava a percepção e a exploração, enriquecendo seu trabalho gráfico".

Não é, no entanto, a conotação de ferramenta ou instrumento que queremos dar à Geometria, nem à Arte Visual, pois consideramos ambas como campos de saberes que apresentam características epistemológicas, sociais, culturais e cognitivas próprias.

Fainguelernt e Nunes (2006) propõem, no livro "Fazendo Arte com a Matemática", diversas práticas interdisciplinares com Geometria e Artes Visuais. Através do conteúdo da Simetria, por exemplo, propõem a produção de faixas decorativas em papel quadriculado, como podemos ver na figura abaixo.

Figura 19: FAINGUELERNT e NUNES, Faixa criada por Amanda Magno de Assis. In. Fazendo arte com matemática. Porto Alegre: Artmed, 2006 p. 99.

Outra proposta de trabalho interdisciplinar é apresentada por Milani (2001). Nesse projeto, a autora articula informática, Artes Visuais e Simetria. Através da obra do artista Milton Dacosta, ela mostra como é possível construir conhecimento rompendo com o isolamento tradicional de disciplinas.

No desenvolvimento do projeto, foram utilizados dois *softwares*, o *Paint Brush* e o *Storybook Weares*. O primeiro possibilita criar figuras, recortar, colar, girar, apagar, ampliar, pintar com pincel, *spray* ou lápis, produzir textos, dentre outros. O segundo é um programa com o qual se pode ler ou escrever uma história, incluir diversos tipos de textos, sons e ilustrá-los com imagem extraída de um banco de imagens.

Aos procedimentos metodológicos seguiram algumas sequências de atividade. Primeiro, a leitura do livro “Era uma vez uma Menina” com as ilustrações de Dacosta. Nessa fase, os conceitos matemáticos não foram abordados, para garantir o entendimento do texto. Depois da leitura, as imagens foram escaneadas.

A Simetria foi explorada no primeiro momento, com atividades de dobradura, desenhos e jogos, enquanto os alunos se familiarizavam com livro e *software.* Depois, a professora solicitou que cada aluno escolhesse uma figura para identificar a simetria e traçar-lhe o eixo usando o *Paint Brush*. Em seguida, produziram um pequeno texto sobre o assunto.

Na segunda fase, os alunos deveriam desenhar uma figura simétrica à figura dada a partir de um eixo de simetria em uma malha quadriculada no *Paint Brush*. Por fim, os alunos produziram um cartão com figuras simétricas. Essas figuras seriam construídas a partir das figuras do banco de dados das imagens que não apresentavam simetria. Com ajuda dos *softwares,* os alunos modificaram as figuras escolhidas para construir outra com propriedades simétricas e, depois, produziram um pequeno texto.

As experiências descritas mostram que um trabalho interdisciplinar é possível. Essas tentativas, segundo Moreira (1997), buscam “recuperar uma totalidade de pensamento, a qual teria sido perdida pelo fracionamento que a ciência moderna trouxe a nossa maneira de pensar”.

As experiências acima descritas serviram de referências e nortearam a nossa interpretação e análise nas atividades presentes nos livros didáticos de matemática para séries iniciais.

2.4 O livro didático: possibilidades e limites

Neste item discutiremos concepções de livro didático e as possibilidades e percalços presentes na utilização desse recurso didático. Atualmente o livro didático tem sido uma fonte de dados para pesquisas científicas. Choppin (2004) em seu estudo sob a história dos livros e edições didáticas e o estado da arte em educação e pesquisa. Observa que esses livros "vêm suscitando um vivo interesse entre os pesquisadores de uns trinta anos para cá". Pode-se comprovar esse fato observando-se pelo acréscimo de publicações sobre o tema em revistas voltadas à educação, dissertações, teses e grupos de estudos em seminários e congressos.

2.4.1 Livro didático, o que é?

O livro didático tem sido abordado na literatura por diversos pesquisadores, principalmente por aqueles que pesquisam instrumentos de ensino-aprendizagem. As discussões acerca do assunto apontam uma multiplicidade de concepções de livros didáticos, por abranger vários conceitos que muitas vezes são complementares.

Na concepção de Richaudeau (apud. LOPES, 2000, p. 37), "o livro didático é um material impresso, estruturado, destinado ou adequado a ser utilizado num processo comum de aprendizagem ou formação". Do mesmo modo, Molina (1988 p. 17) compreende o livro didático como "uma obra escrita (ou organizada, como acontece tantas vezes), com a finalidade específica de ser utilizada numa situação didática, o que a torna, em geral, anômala em outras situações". Observa-se que, para esses autores, o livro didático se caracteriza por ser especificamente escrito para utilização em sala de aula.

Goldberg (1983), ao expor sua concepção de livro didático, distingue-o do paradidático. Esse autor (1983, p. 7) considera que o livro didático tem intenção "de fazer com que o aluno aprenda, razão pela qual apresenta conteúdos selecionados, simplificados e seqüenciados". Já o paradidático "é o livro cuja função é mais de enriquecimento cultural e entretenimento, sem se preocupar com um ritmo de aprendizado a ser percebido e trabalhado pedagogicamente".

Quanto a essa concepção, Rojo (2005) afirma que o universo da discussão fica bastante limitado. A autora questiona como pode ser classificado, dentro da proposta de Goldberg, um Atlas de zoologia ou um Atlas histórico.

Preocupado com isso, Alain Chopin (2004) distinguiu quatro grandes tipos de livros escolares, organizados de acordo com sua função no processo de ensino-aprendizagem. Segundo esse autor, os livros ficaram divididos da seguinte forma: a) manuais ou livros didáticos; b) livros paradidáticos ou para-escolares; c) livros de referência; e d) as edições escolares de clássicos.

Segundo Rojo (2005), a classificação de Chopin se restringiu a impressos didáticos no suporte livro, mas é necessário ir mais além. A autora questiona, então, como se define um painel que mostre o litoral do Brasil com os vários peixes típicos de cada região, ou um painel que mostra a evolução da matemática ao longo dos séculos, com ilustrações de matemáticos e comentários de algoritmos, conceitos, problemas e sobre as sociedades, ou uma coleção de gesso acrílico ou outro plástico.

Percebemos que os pesquisadores citados limitam suas concepções ao tipo de material didático. Entendemos o livro didático a partir de uma ótica social e como recurso no processo de ensino-aprendizagem. Quanto a isso, Paulo Meksenas (1993) defende que se entende

> o livro didático como "meio de comunicação em massa", enquanto produto industrializado, gerado no âmago de uma sociedade de consumo, fruto das relações de trabalho cujas características é importante revelar, com uma dupla preocupação: a) a de apontar caminhos de superação da qualidade deste produto industrial peculiar, porque cultural e voltado para a educação sistemática; b) a de explicar um conhecimento que se constitui em recurso de uso desde apoio pedagógico, que permite tratá-lo enquanto recurso historicamente produzido e situado, o que o desloca da posição de bíblia para de um interlocutor de distâncias (autor), em que é preciso, desejável e necessário dialogar, trocar ideia, concordar ou discordar (p.96).

O caráter diferenciado apresentado por Meksenas sobre o livro didático coloca o professor como mediador entre o conhecimento que se deseja que seja aprendido e aquilo que o autor do livro espera comunicar.

Lopes (2000) afirma que o livro, sozinho, não possibilita uma aprendizagem eficaz, pois é fundamental a ação de professor em relação a esse instrumento. Segundo o autor (ibid, p. 39), "Um bom livro nas mãos de um professor despreparado pode ser um desastre, assim como um livro de baixa qualidade, nas mãos de um professor competente, pode resultar numa ótima aprendizagem".

Desse modo, Machado considera que, "utilizado de modo adequado, o livro mais precário é melhor que livro nenhum, enquanto o mais sofisticado livro pode tornar-se pernicioso, se utilizado de modo catequético" (MACHADO, 1997, p. 112).

Por mais diferentes que sejam as práticas pedagógicas dos professores ao utilizarem o mesmo livro didático, a atuação em sala de aula pressupõe substratos comuns, aos quais é possível imprimir marcas da individualidade do professor, mas aos quais não se pode fugir totalmente.

2.4.2 Livro didático, possibilidades

Considerando as diversas concepções discutidas acima, compreendemos o livro didático como um "instrumento impresso, intencionalmente estruturado para se inscrever num processo de aprendizagem, com o fim de lhe melhorar a eficácia" (GÉRARD E ROGIERS, 1998). Assim, o livro didático é um instrumento de aprendizagem no contexto escolar que possui diversas funções.

Romanatto (2004) considera que o livro didático exerce a função de instrumento de intercâmbio e inter-relação social, uma vez que permite a comunicação no tempo e no espaço, ao mesmo tempo em que se apresenta como fonte de informação. O Guia do Livro Didático de Matemática (BRASIL 2007/2008), tomando por base as considerações de Gérard e Rogiers (1998), considera que as funções mais importantes que o livro didático pode desempenhar junto ao aluno são:

> a) favorecer a aquisição de conhecimentos socialmente relevantes; b) propiciar o desenvolvimento de competências cognitivas, que contribuam para aumentar a autonomia; c) consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos adquiridos; d) auxiliar na auto-avaliação da aprendizagem; e) contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania.

Com relação ao professor, o Guia do Livro Didático de Matemática (BRASIL 2007/2008) entende que é fundamental que o livro didático cumpra as seguintes funções:

> a) auxiliar no planejamento e na gestão das aulas, seja pela explanação de conteúdos curriculares, seja pelas atividades, exercícios e trabalhos propostos; b) favorecer a aquisição dos conhecimentos, assumindo o papel de texto de referência; c) favorecer a formação didático-pedagógica; d) auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno.

No entanto, o Guia do Livro Didático de Matemática (BRASIL 2007/2008) ressalta que as funções somente serão desempenhadas se, ao usar livro didático, o professor considerar o contexto em que será utilizado, por compreender que as "funções acima referidas são históricas e socialmente situadas e, assim, sujeitas a

limitações e contradições (GUIA DO LIVRO DIDÀTICO/ BRASIL, 2007, p.10)". Diante dessa afirmação, compreendemos a necessidade do professor de adequar esse instrumento didático à sua prática pedagógica e ao contexto em que se circunscreve a vivência do aluno.

Outra consideração feita por Pereira e Melo (2007) é que, uma quantidade expressiva de docentes costuma preparar suas aulas unicamente a partir do livro didático adotado na escola. Determinados professores restringem o conteúdo abordado e a metodologia empregada ao que está sendo proposto nesse tipo de livro.

Com relação ao livro didático de matemática, observamos que esse é um recurso muito presente no ensino. De acordo com Pais (2006), o livro didático funciona como referência para a validação do saber escolar para os alunos e professores por se constituir uma importante fonte de informações para a elaboração do conhecimento matemático, no qual a generalização e abstração assumem um estatuto diferenciado em relação às outras disciplinas escolares.

Além desses fatores, o professor precisa mudar o seu desempenho, criando situações, armando dispositivos, suscitando problemas, organizando contraexemplos, mudando valores de variáveis didáticas, a fim de promover outras estratégias de ensino. Compreendemos que o docente não deve conhecer apenas sua ciência, mas também estar bem informado das possibilidades de interdisciplinaridade e contextualização, assim como precisa conhecer as peculiaridades do desenvolvimento psicológico da inteligência da criança, adolescente ou adulto.

Com relação ao aluno, O Guia do Livro Didático de Matemática (BRASIL 2007/2008), tomando por base Gérard e Rogiers (1998), considera que o livro didático, além de favorecer a aquisição de conhecimentos socialmente relevantes, pode promover o desenvolvimento de competências cognitivas que contribuam para aumentar a autonomia.

Desse modo, os livros didáticos deveriam ser, essencialmente, fontes de ideias e de aperfeiçoamento dos conceitos estudados, trazendo para a sala de aula os momentos críticos de construção ou evolução do saber.

2.4.3 Livro didático, limites

Estudiosos do tema “livro didático” apontam que esse recurso apresenta alguns limites. Segundo Riachuello (apud. LOPES 2000, p. 38), por ser um material impresso, o livro didático já limita a aprendizagem, em decorrência das diversas formas de linguagem que ele apresenta: usual, a das denominações matemáticas, as simbologias matemáticas, a linguagem gráfica, dentre outras. Além disso, o LD é destinado a grupos sociais diferentes, por isso apresenta características próprias na comunicação.

Do mesmo modo, Meksenas (1995, p. 131) observa que

> a forma e a organização dos conteúdos apresentados fazem do livro didático um produto que, recortando/reordenando aspectos da Cultura, atinge igualmente leitores diferentes, produzindo um 'espetáculo'.

Lopes (2000) destaca que o livro didático revela uma compreensão de conhecimento e aptidão do autor, diante das suas experiências num meio social e cultural. Dessa forma, ao livro didático estão subjacentes as ideologias dos autores e das editoras. Esse autor destaca que esse material didático tem alimentado os interesses do mercado editorial que cresce a olhos vistos.

Além disso, Lopes (ibid, p.38) desvela “as visões errôneas no decorrer da construção de conhecimento que estão descritas nos livros, principalmente na área de exatas”. Lentin (1997 p. 13) acrescenta que

> Nos livros didáticos estão expostos os resultados, não a maneira como foram obtidos. Quanto ao erro, esse subproduto nauseabundo, ninguém toca nele, ou então só o toca com uma ponta de uma pinça bem cumprida.

Dessa forma, os autores que ignoram os erros proferem aprendizagens erradas. Lopes (2000) também constata que os professores das séries iniciais, principalmente, por conta da formação inadequada, não detectam os erros conceituais presentes nos livros didáticos na década de 1990.

Embora, na atualidade, os livros didáticos de matemática tenham sido submetidos a uma avaliação que tem como objetivo melhorar a qualidade das obras aprovadas, tanto do ponto de vista dos conteúdos quanto da metodologia adotada, é

necessário que a formação inicial e continuada discuta as possibilidades e limites desse recurso didático tão presente em sala de aula.

Por fim, reafirmamos que o livro, sozinho, não promove a aprendizagem; é essencial a mediação significativa que o professor é capaz de fazer entre o aluno e o mundo (a sintonia entre aprendizagem e vida).

Ao buscamos uma ressignificação para o Ensino da Geometria nas séries iniciais, vemos, nos laços de colaboração e reciprocidade existentes entre Simetria e Artes Visuais, uma boa possibilidade para isso, sendo os livros didáticos um importante recurso na prática do professor.

O diagrama abaixo sintetiza como estruturamos a nossa fundamentação teórica,

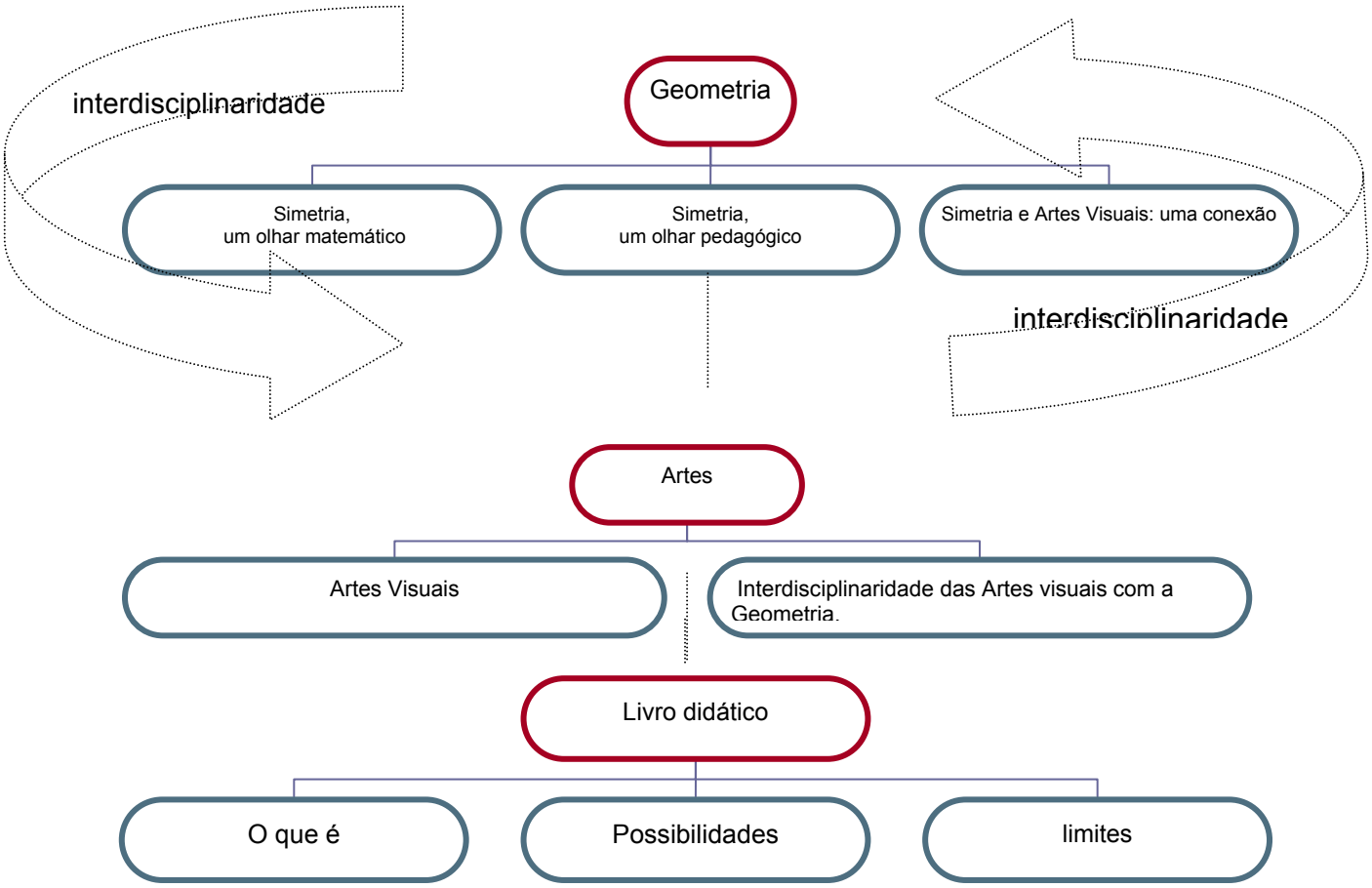


Figura 20: diagrama da fundamentação teórica da pesquisa

Ressaltamos que, embora o campo da Geometria esteja no topo do diagrama, consideramos que este não é superior as Artes Visuais. Entendemos que a inter-relação entre duas ou mais disciplinas, pode acontecer sem que nenhuma se sobressaia sobre as outras.

A análise de como se dá essa articulação entre Geometria e Simetria é importante para refletimos sobre a contribuição das Artes Visuais para matemática e da matemática para Artes Visuais, no intuito de colaborar para produção futura de atividades significativas que promovam de fato conhecimentos sobre as isometrias. Assim, empreendemos uma pesquisa cujos objetivos passamos agora a apresentar.

2.5 Objetivos

2.5.1 Geral

- Analisar laços de colaboração e reciprocidade em atividades que articulam Geometria e Artes Visuais na abordagem da Simetria em livros didáticos de Matemática para as séries iniciais do Ensino Fundamental.

2.5.2 Específicos

- Identificar atividades que articulam Simetria e Artes Visuais em Livros didáticos de matemática para as séries iniciais do Ensino Fundamental, por coleção e volume.

- Categorizar modalidades artísticas utilizadas em atividades que articulam Simetria e Artes Visuais nos Livros didáticos de matemática para as séries iniciais do Ensino Fundamental.

- Identificar elementos teóricos referentes à Simetria presentes nas modalidades das Artes Visuais.

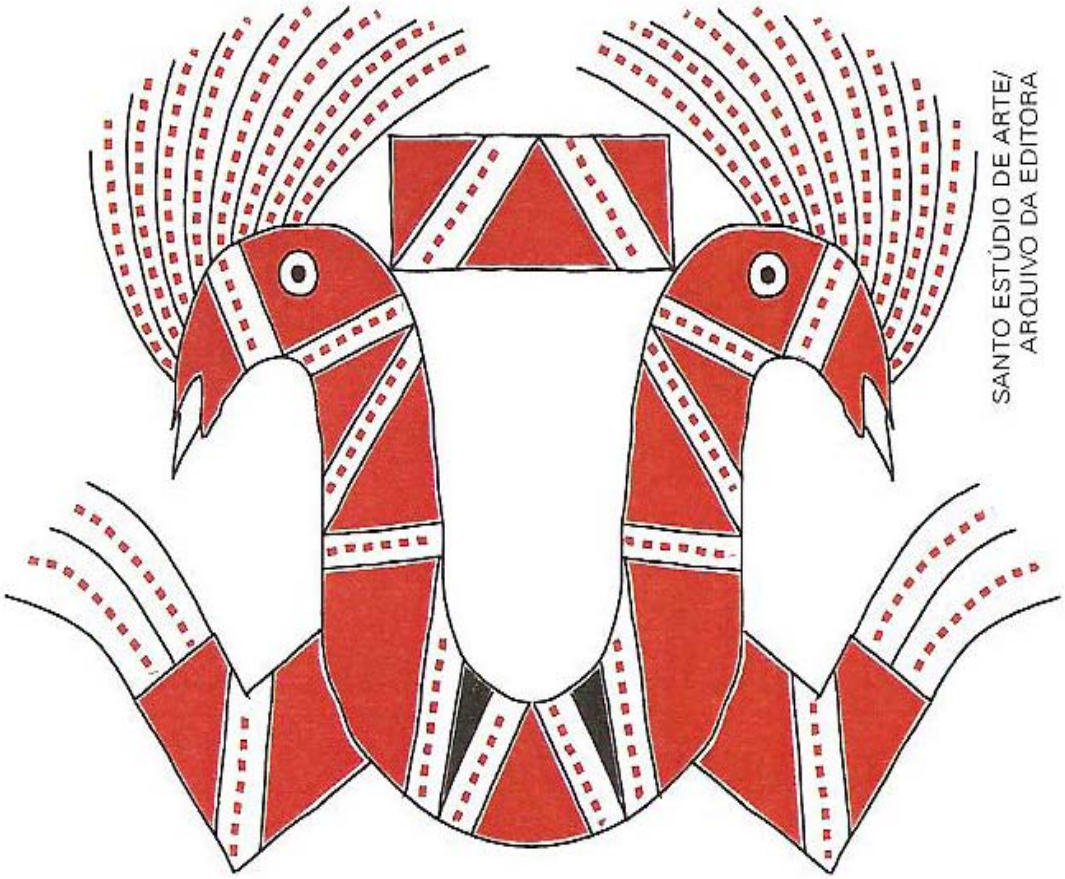


Figura 21: Pintura indígena, Kaokokoxi/ largato pequeno. Fotografia, il color. Apresentada no livro didático - Asas para voar matemática. Ática, 2008, v. 3, p. 146.

3 SIMETRIA E ARTES VISUAIS: LAÇOS DE COLABORAÇÃO E RECIPROCIDADE

Após termos apresentado a fundamentação teórica e nossos objetivos nesta pesquisa, discutiremos como estruturamos a metodologia para a realização deste estudo. No primeiro momento, tomamos por base a Análise de Conteúdo de Laurence Bardin (2009), da qual apreendemos as técnicas de unidade de contexto e registro e categorização para quantificar e interpretar as atividades que articulam Simetria e Artes Visuais nos livros didáticos de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

No segundo momento, discutimos a Análise Teórica de Michel Henry (2006), por trazer elementos que nos subsidiarão na organização das categorias de análise, a partir de aspectos matemáticos e didáticos presentes nas atividades com o conteúdo da Simetria na abordagem das Artes Visuais.

No terceiro momento, expomos teoricamente as categorias de análise criadas a partir da fundamentação teórica. Por fim, apresentamos as coleções analisadas, a organização e quantificação dos dados que serão apresentados no capítulo posterior.

3.1 Procedimentos Metodológicos

Esta seção é dedicada à apresentação dos procedimentos metodológicos da pesquisa. Tomamos por base os estudos de Bardin (2009) e Franco (2003) sobre análise de conteúdo que pode ser definida como

> um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimento temático e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) das mensagens (BARDIN, 2009, p. 44).

A escolha da análise de conteúdo justifica-se pelo fato de ela possibilitar a organização, categorização e interpretação das atividades presentes nos livros didáticos que estabelecem laços entre o conteúdo da Simetria e as Artes Visuais. A

organização de nossa pesquisa tomou por base três pólos cronológicos indicados no estudo de Bardin (2009):

1) pré-análise;
2) exploração do material;
3) tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

3.1.1 Pré-análise

Esta é a primeira fase de organização que, segundo Bardin (2009, p. 121), possui "três missões: a escolha do documento a ser submetido à análise, a formulação de hipóteses e objetivos, e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final".

Para Bardin (ibid.) esses fatores não seguem obrigatoriamente uma ordem cronológica, mas mantêm-se interligados uns aos outros, visto que a escolha do documento depende dos objetivos, os indicadores são construídos em função das hipóteses, ou as hipóteses, em função dos indicadores. A nossa pré-análise seguiu o percurso abaixo descrito.

Leitura flutuante*:* esta é a primeira atividade da pesquisa. Consiste em estabelecer contatos com os documentos a serem analisados (BARDIN, 2009). Em nossa pesquisa, realizamos a leitura nos livros didáticos para identificar a presença de articulação entre Simetria e Artes Visuais em atividades propostas nestes documentos.

Escolha dos documentos*:* esta etapa consiste em determinar o universo de documentos *a priori* susceptíveis de fornecer informações (BARDIN, 2009), Isso, em nosso estudo, aconteceu através dos livros aprovados pelo PNLD 2010 por estarem mais atuais e circularem até 2012 nas escolas. No entanto, a constituição do *corpus*[5]a ser submetido à análise implica algumas regras.

Regras de homogeneidade: "os documentos retidos devem homogêneos, obedecer a critérios precisos de escolha e não apresentar demasiada singularidade". (BARDIN, 2009, p. 124). A partir dessa constatação, criamos os seguintes critérios:

- a coleção de livro didático de matemática teria que estar aprovada pelo PNLD 2010;

[5] *Corpus*, conjunto de documentos tidos em conta para serem submetidos a procedimentos analíticos (BARDIN, 2009, p. 122).

- a coleção deveria possuir de quatro a cinco volumes para as séries iniciais;
- a coleção deveria abordar o conteúdo da Simetria utilizando algumas modalidades artísticas.

Regras de pertinência: os documentos são adequados enquanto fonte de informação (BARDIN, 200, p. 124). Em nosso estudo, os livros didáticos de matemática são considerados por autores como Gérard e Rogiers (1998), Rojo (2005), Lopes (2000) e outros, como uma fonte rica para informações e interpretações.

Objetivos: a partir da leitura flutuante nos livros didáticos e escolha dos documentos, determinamos os nossos objetivos, que já foram expostos no item 2.5.

Hipóteses: após determinarmos os objetivos, elaboramos hipóteses. Segundo Bardin (2009), as hipóteses são afirmações provisórias sobre o que pretendemos postular ou refutar. O *corpus* de hipóteses é fundamental, porque serve de guia para desenvolvermos a análise. As nossas hipóteses são:

- se existem atividades que articulam Geometria e Artes Visuais na abordagem da Simetria em livros didáticos de matemática para séries iniciais do Ensino Fundamental, então essas atividades possuem laços de colaboração e reciprocidade entre o conteúdo Simetria e as Artes Visuais.
- se há elementos teóricos referentes a esses conteúdos que precisam ser identificados, então as Artes Visuais contribuem para o ensino de Simetria e vice-versa.

Referenciação dos índices e a elaboração de indicadores: considerando o texto como uma manifestação de índices que, na análise serão explicitados, o trabalho preparatório incide em escolher esses índices em função das hipóteses prédeterminadas (BARDIN, 2009). Em nossa pesquisa, buscaremos identificar, nos enunciados das atividades, a menção explícita ou implícita dos seguintes índices:

- os processos artísticos abordados;
- elementos teóricos referentes ao conteúdo da Simetria e Artes Visuais:
  - propriedades;
  - eixo e suas posições;
  - tipos de figuras;
  - ações das Artes Visuais: leitura, contextualização e fazer artístico.

Os indicativos de contribuições da Simetria para Artes e da Arte para Simetria foram os seguintes:

- quantidade significativa de atividades que articulam Simetria e Artes visuais;
- modalidades artísticas diferentes abordando o conteúdo da Simetria;
- Indícios das ações (leitura, contextualização e fazer artístico), que mostram que as Artes Visuais são tratadas como área de conhecimento.

Preparação do material: antes da análise, realizamos uma edição de material que em nossa pesquisa aconteceu através da codificação das atividades por coleção e volume em tabelas (ver apêndice A).

3.1.2 Exploração do Material

Segundo Bardin (2009), nessa fase, devemos realizar a análise propriamente dita, que não é mais que a aplicação das decisões tomadas na fase anterior. Os procedimentos aplicados por nós foram manuais: seleção das atividades e categorização delas por coleção e volume.

3.1.3 Tratamento dos resultados obtidos e interpretação dos dados

Para realizar o tratamento dos dados, é preciso realizar a codificação, ou seja, a transformação dos dados brutos através de regras precisas. Segundo Bardin (2009), essa transformação acontece por meio de recorte, categorização e enumeração do conteúdo. Nossa pesquisa utilizou como unidade de registro e de contexto a categorização do conteúdo. As formas de enumeração propostas na análise de conteúdo não se adequaram aos nossos dados, por termos optado por analisar os enunciados e as imagens que acompanham. As formas de enumeração da análise do conteúdo aplicam-se apenas à linguagem escrita ou oral.

A unidade de registro é a menor parte do conteúdo, cuja ocorrência é levantada de acordo com as categorias. Os registros podem ser: palavra, tema, personagem ou item (FRANCO, 2003). Escolhemos como unidade de registro o tema, pela possibilidade de analisar elementos teóricos presentes nos enunciados (comandos) das atividades que articulam o tema Simetria e Artes Visuais nos livros.

Compreendemos esses enunciados como referentes[6], porque outros conceitos estão organizados em torno deles.

Quanto às unidades de contexto, entendemos que elas nos trazem subsídios para entender as mensagens presentes na unidade de registro. Conforme Bardin (2009 p. 133),

> A unidade de contexto serve de unidade de compreensão para codificar a unidade de registro e corresponder ao segmento da mensagem, cujas dimensões superiores da mensagem são ótimas para significação exata da unidade de registro.

A partir dos recortes apresentados, realizamos operações estatísticas simples (percentagens) que permitiram construir tabelas e gráficos com resultados, nos quais podemos identificar, quantitativamente, a frequência das atividades que articulavam Simetria e Artes Visuais, assim como a frequência das modalidades artísticas por coleção e volume, presentes nos Livros didáticos. A análise quantitativa dos dados será apresentada no capítulo 5.

Posterior à quantificação das unidades de registro tema, partimos para a categorização, que Franco (2003) considera como uma etapa fundamental na análise do conteúdo. Segundo essa autora (p.59) esta é "uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação seguida de um reagrupamento baseado em relação, a partir de critérios definidos". Bardin (2009) alerta que

> Classificar elementos em categorias impõe a investigação do que cada um deles tem em comum com os outros. O que vai permitir o seu agrupamento, é a parte comum existente entre eles. É possível, contudo, que outros critérios, insistam noutros aspectos de analogia, talvez modificando consideravelmente a repartição anterior (p.146)

Em nossa pesquisa, buscamos categorizar os elementos teóricos do conteúdo da Simetria e Artes identificados na revisão da literatura e no mapeamento das atividades, considerando a área de conhecimento de que esses elementos fazem parte, para então identificar interseções entre eles. Dessa forma, utilizamos alguns elementos da análise que serão apresentados no próximo item.

Elaboramos o seguinte quadro com a finalidade de ilustrar as etapas do método da Análise do Conteúdo realizada em nossa pesquisa

[6] Objeto ou referente – trata-se de temas-eixo, ao redor dos quais os discursos se organizam (BARDIN, 2009, p.132)

PRÉ-ANÁLISE	
Leitura flutuante	
Escolha do documento	Formulação das hipóteses e objetivos
Constituição do *corpus*	Elaboração dos indicadores
Preparação do material	Referenciação dos índices
EXPLORAÇÃO DO MATERIAL	
Administração da técnica no *corpus*	
TRATAMENTO DOS RESULTADOS E INTERPRETAÇÃO	
1. Regras de recorte, categorização e codificação.	
2. Operação estatística simples (percentual)	
3. Síntese e seleção dos resultados	
4. Interpretação	
5. Utilização dos resultados para análise dos elementos teóricos	

Figura 22: Quadro - procedimentos metodológicos, elaborados a partir da leitura sobre Análise do Conteúdo de Bardin (2009).

3.2 O papel da Análise Teórica em nossa pesquisa

Nosso olhar terá como parâmetro a Interdisciplinaridade, compreendida nesta pesquisa como uma possibilidade de investigação do objeto de conhecimento e conteúdo, a partir de atividades que promovem uma relação de reciprocidade e colaboração entre áreas de conhecimento, considerando as especificidades entre as disciplinas. Assim, ao olharmos uma atividade que articula Simetria e Artes Visuais, analisaremos aspectos matemáticos que caracterizam a simetria envolvida na situação, bem como analisaremos aspectos relacionados ao ensino de Artes Visuais.

Para a análise matemática e artística, utilizaremos as ideias de Henry (2006). Michel Henry realiza uma discussão cautelosa sobre análise teórica de situação didática, adotando a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau como referência básica. Ele enfatiza que uma análise teórica é favorável para a pesquisa que tem a finalidade de experimentar uma situação didática, buscando, por exemplo, controlar as variáveis e construir argumentos para validar hipótese teóricas.

Nosso estudo não objetiva a construção de situações didáticas, mas analisar atividades em livros didáticos de matemática para séries iniciais do ensino fundamental, que articulam o conteúdo da Simetria e das Artes Visuais, assim como identificar elementos teóricos subjacentes a esses conhecimentos.

Segundo Henry (2006), uma análise teórica é um conjunto de estudos que contribuem para: o conhecimento do saber em jogo numa situação didática (análise epistemológica); a descrição de seu funcionamento na evolução de uma situação (análise didática); e também para o estudo dos comportamentos possíveis dos alunos em sua gestão (análise pedagógica). Para esse autor, existem diversos aspectos que servem de guia para a realização de uma análise teórica: a análise matemática, a didática, a pedagógica e a epistemológica, bem como a transposição didática e o contrato didático dentre outros estudos.

O nosso estudo irá utilizar alguns elementos da análise matemática e didática para analisar os aspectos discutidos na fundamentação teórica sobre: Simetria, Artes Visuais e Interdisciplinaridade. Segundo Henry (2006), para realizar uma análise matemática, é necessário focarmos nosso olhar em questões referentes aos conceitos matemáticos, as estratégias de resolução e pré-requisito, ou seja, os conhecimentos necessários para uma estratégia particular. Do mesmo modo, é analisada a história de noções e conceitos, os seus contextos de emergência e sua evolução.

A análise matemática pondera sobre o papel desses conceitos contemporâneos na matemática, a sua apresentação formal, assim como o funcionamento do conhecimento na prática social. Também analisa os obstáculos epistemológicos, marco na história e na prática. (HENRY, 2006).

Enquanto a análise didática compreende os aspectos relacionados ao aluno, à tarefa e ao professor, nosso estudo pretende analisar apenas as tarefas propostas nos livros didáticos de matemática para séries iniciais do ensino fundamental.

Segundo Henry (2006), a análise da tarefa permite estudar as variáveis educacionais e os seus valores, bem como seus efeitos no uso das estratégias para resolver os problemas. Também possibilita identificar possíveis mudanças nos quadros de acordo com as instruções e analisar o efeito da descontextualização e as possíveis generalizações, tal como o reinvestimento em outras opções.

Desse modo, uma análise didático-matemática tem como foco os conceitos matemáticos na sua apresentação formal, o papel desses conceitos contemporâneos na matemática e o funcionamento do conhecimento na prática social. Compreende aspectos relacionados ao professor, ao aluno e à tarefa realizada pelos alunos.

A escolha da análise teórica sob a ótica Michel Henry para subsidiar nosso estudo traz a possibilidade de construir a pesquisa a partir de aspectos relacionados à análise matemática, tais como a apresentação formal do conceito de Simetria em seus aspectos matemáticos e a articulação desse conceito com as Artes Visuais, tomadas neste caso como uma prática social. Também possibilita construir a investigação a partir de aspectos relacionados à análise didática, tais como opções metodológicas dos autores de livros didáticos, as variáveis didáticas e seus valores, as lacunas conceituais e as possibilidades que as atividades podem apresentar na contextualização e generalizações.

A partir da revisão da literatura e dos resultados do estudo quantitativo, construímos categorias de análise que nos subsidiaram na identificação dos elementos teóricos no campo da Geometria e das Artes Visuais, presentes nas situações propostas nos livros didáticos. O quadro apresentado a seguir é uma síntese das categorias de análise que serão discutidas no próximo item.

CATEGORIAS DE ANÁLISE	
Didático-matemático	**Artes visuais**
- Propriedades da simetria de Reflexão e translação[7]	*- Leitura de obras de Artes* *- Contextualização*
- Eixo e plano de simetria	*- Fazer artístico*
- Figura Simétrica	*- Elementos de visualidade (cor) .*
***** Recurso didático é uma categoria que perpassa as duas áreas de conhecimento**.	

Figura 23: Quadro - categorias de análise

3.3 O entrelaçamento entre o conteúdo da Simetria e Artes Visuais: categorias de análise.

Neste item, discutimos teoricamente a construção das categorias de análise, identificadas no estudo quantitativo e na revisão de literatura subjacente aos dois temas. Buscamos analisar o entrelaçamento do conteúdo de Simetria com as Artes visuais em livros didáticos de matemática para séries iniciais.

3.3.1 Propriedades da Simetria de Reflexão e translação

A revisão de literatura aponta como noções essenciais na formulação do conceito de Simetria, a compreensão de isometria e de invariância de uma figura por um grupo de isometrias. De acordo com Siqueira (2000, p. 9) esses "conceitos compõem uma estrutura matemática na qual é possível uma organização dos fenômenos relativos ao conceito de simetria em qualquer espaço, em particular no plano". Assim esses conceitos se aplicam a qualquer tipo de simetria.

No que se refere à Simetria de Reflexão, podemos apontar como características essenciais as seguintes:

[7] Não abordamos rotação, porque não encontramos atividades com esse tipo de simetria.

- A preservação da distância e congruência de segmentos passa a ser mais um invariante importante para que o aluno compreenda a Reflexão Axial, a preservação da distância de um ponto ao eixo e entre dois pontos distintos (ALVES, 2005 p. 21).
    - perpendicularidade é uma noção que indica se dois objetos (retas ou planos) fazem um ângulo de 90º;
    - conservação (de forma, de tamanho, de comprimento, de alinhamento dos pontos, de medida dos ângulos.).

Quanto à Simetria de Translação, destacamos:

- repetição de forma;
- vetor livre;
- deslocamento numa direção pré-fixada.

Silva e Lima (2008), num estudo realizado em 12 (doze) das 16 (dezesseis) coleções indicadas no Guia do Livro Didático (BRASIL, 2007) do 6º ao 9º ano, verificaram que as propriedades da Simetria Reflexão eram trabalhadas quase sempre de forma implícita, cabendo ao professor a responsabilidade de explicitá-las. No que diz respeito, à Simetria de Translação, não identificamos estudos acerca de suas propriedades nos livros didáticos.

Analisar como tais propriedades são abordadas nos livros didáticos de matemática das séries iniciais no contexto das Artes Visuais pode contribuir para identificarmos em que momento o conteúdo é introduzido, visto que os estudos anteriores são das séries finais do ensino fundamental. Também pode nos ajudar a verificar se os problemas se complexificam gradualmente, como sugere o PNLD (2010), assim como perceber se a retomada do conteúdo acontece de forma adequada.

3.3.2 Eixo ou plano de Simetria?

O eixo de simetria é um elemento importante na compreensão das propriedades da Simetria Reflexão. Segundo Fernandes (2004, p. 13), “ele orienta a figura imagem, a equidistância entre ponto e ponto-imagem e a congruência entre os

ângulos". Além disso, a posição do eixo de Simetria, visto como variável didática[8], pode assumir os diferentes valores posicionais (inclinado, vertical e horizontal), o que interfere na resolução do problema, visto que determinadas posições do eixo podem gerar estratégias distintas.

Grenier (1988) observou que eixos dispostos vertical e horizontalmente em relação à folha e que ocupavam um só semiplano foram classificados como mais fáceis para as figuras dos dois tipos (pontos e segmentos). Quando as variáveis eram a direção oblíqua do eixo e a intersecção da figura com a reta de simetria, os níveis de dificuldade dos educandos aumentavam.

Siqueira (2000) também identificou, em seu estudo sobre a Simetria de Reflexão, no *Cabri-géomètre,* que os alunos apresentam maior índice de erros na atividade que o eixo estava inclinado, quando executadas no computador, porque, trabalhando com o papel no pré e pós-teste, os alunos giravam a figura, levando o eixo para posição vertical.

Esse tipo de estratégia ocorre visto que os alunos possuem maior familiaridade com o eixo na posição vertical. Os pesquisadores Jaime e Gutierrez (1996) apontam que, geralmente nos livros didáticos, assim como, em sala de aula, existe um trabalho excessivo do eixo na posição vertical. Segundo esses autores, essa prática é responsável pelo fato de os alunos construírem a imagem sempre paralela à figura original, mesmo que o eixo não esteja na vertical.

Plano de simetria, "é assim chamado, por dividir a figura espacial em duas partes iguais, como que espelhadas, uma é reflexo da outra", (CONTADOR, 2008, p. 124). O Guia do Livro didático (BRASIL, 2007) observa que, dentre as limitações encontradas nos livros didáticos para séries iniciais, há um trabalho insuficiente de distinção entre o eixo e o plano de simetria. O documento ressalta que, "essa limitação agrava-se quando a representação plana considerada é uma perspectiva do objeto espacial, na qual o possível plano de simetria corresponde a uma reta que não é, sequer, um eixo de simetria do desenho do objeto".

Explicitar, as diferenças possibilita ao aluno uma compreensão de que a simetria de reflexão acontece em dimensões espaciais diferentes. Contudo, será que

[8] Entendemos que variáveis didáticas são aquelas para as quais as escolhas de valores provocam modificações nas estratégias de resolução de problemas. [...] a importância da determinação dessas variáveis e de seus intervalos para fundamentar a construção das situações didáticas, que permitirão o surgimento do conhecimento almejado. (GÁLVEZ, 1996, p. 55).

os livros aprovados em 2010 avançaram nesse aspecto em relação aos livros de 2007 e, distinguem eixo e plano de simetria?

3.3.3 Figura Simétrica

A figura é um aspecto importante no ensino-aprendizagem do conteúdo de Simetria. Os estudos que discutem o tema apontam dois tipos de figuras: as conexas, que Alves (2005) define como aquelas formadas por uma só figura; e as desconexas, que são formadas por figuras separadas. O tipo de figura é uma das limitações observadas pelo Guia do livro didático (BRASIL, 2007, p. 32). Esse documento evidencia que as noções de "figura simétrica" seriam as desconexas e "simétrico de parte de uma figura" conexa. Embora estejam corretas, tais noções são decorrentes de conceituações distintas de simetria, o que gera ambiguidade.

Siqueira (2000) considera que

> atividades em que se pede para 'completar a figura' é possível que fique obscurecida a idéia de invariância, dado que esta idéia só emerge quando se considera a figura inteira e não cada uma de suas metades iguais(p.9).

Esse autor observa que, ao desenhar, o aluno

> apóia-se na isometria de reflexão para construir a 'outra metade' da figura, mas talvez não se evidencie para ele que a mesma isometria transforma também a 'metade desconhecida' da figura na 'metade conhecida', assegurando, dessa forma, a existência de simetria (p. 9).

Observamos que ambas são atividades de construção de figura, mas requerem do aluno competências diferentes.

Outro aspecto a ser destacado diz respeito ao contorno das figuras. Conforme Alves (2005), o contorno curvo implica a inobservância de outras propriedades (equidistância, correspondência ortogonal entre os pontos simétricos). Isso mesmo foi constatado por Siqueira, Lima e Gomes Ferreira (2002). Além dessa constatação, esses pesquisadores identificaram que os alunos apresentaram maior dificuldade nas atividades que envolvem a construção de figuras desconexas em que eles tiveram que obter o reflexo. Como estes elementos sobre Simetria discutidos acima são abordados nos livros didáticos?

3.3.4 Leitura de Obras de Artes.

Nesta categoria de análise, temos como finalidade identificar como a ação de ler é desenvolvida nos livros didáticos de matemática das séries iniciais. Compreendemos que essa ação abrange a produção artística dos alunos, a produção histórico-social em sua diversidade, a identificação de qualidades estéticas e significados artísticos no cotidiano, na mídia, na indústria cultural, nas práticas populares e no meio ambiente. Elegemos os seguintes aspectos para serem analisados nas atividades que abordam a simetria no contexto das artes visuais:

- produções visuais (originais e reproduzidas) e suas concepções estéticas nas diferentes culturas (regional, nacional e internacional). Esses aspectos são importantes se considerarmos o multiculturalismo presente na sociedade atual;
- possibilidade de os alunos “reconhecerem e experimentarem os elementos básicos da linguagem visual, em suas articulações nas imagens apresentadas pelas diferentes culturas (relações entre ponto, linha, plano, cor, textura, forma, volume, luz, ritmo, movimento, equilíbrio) (PCN DE ARTES, BRASIL, 1997, p. 46)”;
- identificação e reconhecimento de algumas técnicas e procedimentos artísticos presentes nas obras visuais;
- se a análise estética foi desenvolvida de forma sistemática para que os alunos aprendam a identificar os significados expressivos e comunicativos das formas visuais.

Como estes aspectos estão presentes nas atividades que abordam a simetria no contexto das artes visuais? Em nossa análise, buscaremos identificar como esses aspectos são contemplados nas atividades.

3.3.5 Contextualização.

A contextualização é um dos elementos constitutivos do fazer artístico e da leitura, porque recupera o tempo e o espaço em que a obra de arte foi produzida. Para essa categoria escolhemos os seguintes indicativos a serem analisados:

- leitura e discussão de textos simples, imagens e informações sobre artistas, suas biografias e suas produções;

- identificação de produtores em artes visuais como agentes sociais de diferentes épocas e culturas: aspectos biográficos e alguns produtos artísticos;
- observação, estudo e compreensão de diferentes obras de artes visuais, artistas e movimentos artísticos de diversas culturas (regional, nacional e internacional) e em diferentes tempos da história.

Em nossa análise, iremos verificar como a contextualização é tratada nas atividades tomando por base os aspectos apresentados acima e baseadas no PCN de Artes (BRASIL, 1997).

3.3.6 Fazer Artístico.

O fazer artístico é compreendido como o processo de criação na arte e, desenvolvimento da criatividade do educando, dando espaço à sua expressividade nas diferentes linguagens. Nesta ação, ressaltamos o exercício da percepção, da fantasia e da imaginação criadora. Apontados os aspectos seguintes como indicativos de análise:

- as artes visuais no fazer dos alunos, considerando as limitações dos livros didáticos: desenho, pintura, colagem, gravura, histórias em quadrinhos, produções informatizadas;
- os elementos básicos da linguagem visual em suas articulações nas imagens produzidas (relações entre ponto, linha, plano, cor, textura, forma, volume, luz, ritmo, movimento, equilíbrio);
- contato e reconhecimento das propriedades expressivas e construtivas dos materiais, suportes, instrumentos, procedimentos e técnicas na produção de formas visuais;
- seleção e tomada de decisões com relação a materiais, técnicas, instrumentos na construção das formas visuais.

Todos os indicativos apresentados acima serão analisados nas atividades que articulam Simetria e Artes Visuais.

3.3.7 Elementos de visualidade (cor).

Quando definida, por meio de uma ótica física, seria uma sensação estimulada pela luminosidade. Pedrosa (2007) compreende a cor como uma sensação e informação, tendo como referência para sua abordagem o âmbito visual da expressão.

Segundo Richeter (1999, p.43), “a cor é sensação por não ocorrer no mundo físico e sim em nosso mundo psíquico, tendo como única identidade sensorial e não figurada”. A cor não é um elemento essencial para qualquer elaboração pictórica, mas Richeter (1999, p.43) ressalta que a cor, enquanto conhecimento, linguagem e expressão tem ocupado pouco espaço no planejamento dos professores das séries iniciais.

Nos livros de matemática das séries iniciais, o Guia de Livro Didático de Matemática (BRASIL 2007) observa que a cor é considerada um critério para se construir uma figura simétrica em algumas coleções. Segundo o documento, numa visão ampla de geometria, tal critério é até aceitável, no entanto é necessário que as coleções explicitem que a cor não é um elemento geométrico, mas artístico.

As categorias apontadas acima se apresentam relacionadas a outro aspecto da educação matemática, os recursos materiais. Compreendemos que o livro didático também se apresenta como suporte solicitado de diversos recursos materiais. Dessa forma, nossa análise também incidirá sobre esses recursos.

3.3.8 Recursos Didáticos

Esse aspecto perpassa praticamente todas as categorias já citadas. Dessa forma, torna-se um elemento indispensável para analisar os aspectos didático-matemáticos, por promoverem variáveis didáticas nas situações propostas nos livros didáticos, como, por exemplo, o tipo de papel, os valores (liso, quadriculado) e o instrumento utilizado (régua e compasso), assim como nas Artes Visuais, como tinta, pincel, lápis de cores etc.

Segundo o PCN de matemática (BRASIL, 1997, p. 19),

> os recursos materiais [...] têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática.

Enquanto no ensino das Artes Visuais o PCN de Artes (BRASIL, 1997, p. 46) sinaliza diversidade de materiais, a experimentação, a utilização e a pesquisa de materiais e técnicas artísticas (pincéis, lápis, giz de cera, papéis, tintas, argila, goivas).

Buscaremos em nossa análise identificar como os recursos materiais são sugeridos e contemplados nas atividades, tanto os instrumentos de desenho geométrico como os materiais artísticos.

3.4 Apresentação das coleções analisadas

A nossa análise incidiu sobre dezessete coleções de livros didáticos de matemática aprovados pelo Programa de Livros Didáticos - PNLD de 2010 com circulação até 2012. Ressaltamos que esta é a primeira análise em livros aprovados pelo PNLD após a mudança relativa duração do ensino Fundamental. A inserção da criança aos seis anos no ensino fundamental acarretou mudanças em nas propostas pedagógicas e recursos didático, nas quais destacamos o livro didático de matemática que teve a inclusão de um novo volume de alfabetização matemática.

Assim as resenhas sobre as coleções presentes no Guia do Livro Didático estão organizadas em dois grupos: um destinado análise das coleções do 1º e 2º anos e, o outro voltado para as coleções relativas ao 3º, 4º e 5º anos.

Quanto aos dois primeiros anos do ensino fundamental, em que o aluno conta com cerca de 6 a 8 anos de idade, as coleções apresentam atividades voltadas para a alfabetização matemática das crianças. O Guia do livro didático (2010, p. 18) ressalta que,

> as propostas metodológicas para o trabalho com crianças do primeiro ano devem levar em conta que a passagem da educação infantil para o ensino fundamental seja a mais suave possível. Nesse contexto, vale lembrar que, entre aqueles que iniciarão o 1º ano, certamente haverá alunos com cinco anos e meio de idade.

Esse documento também recomenda uma atenção redobrada em relação às características das obras, para evitar rupturas, na continuidade e garantir a progressão no desenvolvimento dos conteúdos, ou seja, faz referência à condução de um processo didático coerente ao longo dos anos de escolaridade da criança.

Nosso objetivo foi identificar a frequência com que Simetria e Artes Visuais se entrelaçavam em livros didáticos de Matemática para as séries iniciais do Ensino Fundamental, por volume e coleção. Também nos propusemos categorizar as modalidades artísticas que realizavam essa articulação. As coleções analisadas foram as seguintes:

1. Aprendendo Sempre - Matemática. Luiz Roberto Dante. 1ª edição, Editora Ática. 2008
2. Asas para voar - Matemática. Maria Helena Souza et al. 1ª edição, Editora Ática. 2008
3. Bem-me-quer. Ana Lucia Bordeaux et al. 1ª edição, Editora Brasil. 2008.
4. De olho no futuro - Matemática. Marinez Meneghello et al. 1ª edição, Quinteto editorial, 2008.
5. Fazendo e Compreendendo Matemática. Lucília Bechara et al. 3ª ed. Saraiva, 2008
6. Fazer Compreender e Criar em Matemática. Aida Ferreira et al. 4ª ed. IBEP, 2008.
7. Hoje é dia de Matemática. Claudia Miriam et al. 1ª ed. Positivo, 2007.
8. Ler Mundo - Matemática. Márcia Aidar. 1ª ed. Scipione, 2008.
9. Linguagem Matemática. Eliane Reame et al. 1ª ed. Saraiva, 2008.
10. Pensar e viver – Matemática. Ana Maria Bueno et al. 1ª ed. Saraiva, 2008.
11. Pode contar comigo. José Roberto Borjorno. 1ª ed. FTD, 2008.
12. Ponto de partida - Matemática. Maria Inez Castro et al. 1ª ed. Sarandi, 2008.
13. Porta Aberta - Matemática. Marília Centurión et al. 1ª ed. FTD, 2008.
14. Projeto Buriti - Matemático. Maria Virginia Gastaldi et 1ª ed. Moderna, 2007.
15. Projeto Conviver - Matemática. Estela Milani et al. 1ª ed. Moderna. 2008.
16. Projeto Pitanguá - matemática. Juliane Matsubara et al. Moderna, 2008.
17. Projeto Prosa. Daniela Padovan et al. 1ª ed. Saraiva, 2008.

Das dezenove coleções, analisamos dezessete. Dentre elas, apenas uma era composta por quatro volumes. No total, foram analisados noventa e quatro volumes. Optamos por não examinar as coleções compostas apenas por dois volumes (alfabetização e 1º ano), porque temos a finalidade de identificar a frequência com que as situações agregam o conteúdo Simetria com Artes Visuais ao longo dos anos iniciais do ensino fundamental.

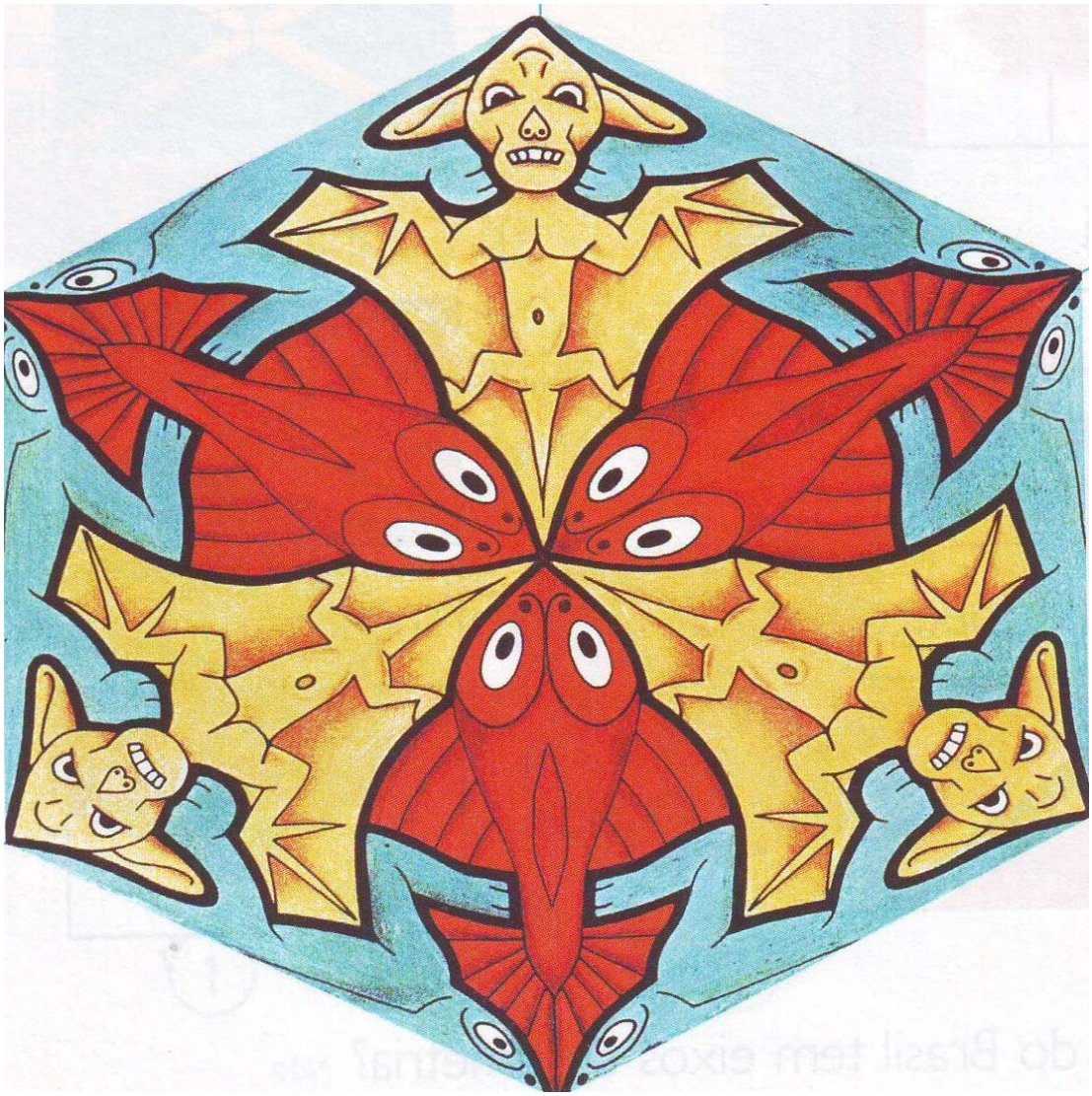


Figura 24: ESCHER, Maurice. [sem titulo]. Fotografia. il color. Apresentado no livro didático Pensar e viver – Matemática. Editora Ática, 2008 v. 4, p. 147.

4 LAÇOS DE COLABORAÇÃO DA SIMETRIA E DAS ARTES VISUAIS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO QUANTITATIVO

Neste capítulo, faremos uma análise quantitativa dos dados coletados nos livros didáticos, a partir da frequência de atividades por coleção e volume. Também observamos a frequência de atividades relativas a modalidades artísticas, o que será apresentado no decorrer da discussão dos dados.

Lembramos que nossa análise quantitativa está calcada no método de análise de conteúdo com base nas categorias apresentadas no segundo capítulo.

4.1 A frequência do conteúdo da Simetria e Artes Visuais nos livros didáticos de matemática para séries iniciais

Identificamos, em todas as coleções, atividades que articulam a Simetria com as Artes Visuais. No total, são 200 exercícios distribuídos nos cinco volumes das coleções. O volume 1 possui 9% das atividades, enquanto o volume 2 e o 4 são responsáveis por 17 % das atividades. Já o volume 3 tem 33% e o volume 5, 42 %. É o que podemos verificas na tabela 01.

Tabela 01: Frequência de atividades que articulam o conteúdo da Simetria e das Artes visuais nos Livros Didáticos de Matemática

Coleção de livros didáticos		Volume 1 (1º ano)	Volume 2 (2º ano)	Volume 3 (3º ano)	Volume 4 (4º ano)	Volume 5 (5º ano)	total
01	Aprendendo Sempre	---------	---------	**1**	**5**	**6**	**12**
02	Asas para Voar	----------	**2**	**10**	**1**	--------	**13**
03	Coleção Novo	----------	----------	**1**	**2**	**4**	**7**

	Bem-Me-Quer						
04	De Olho no Futuro	----------	----------	**3**	----------	**4**	**7**
05	Fazendo e Compreendendo Matemática	**2**	**2**	**3**	**5**	**1**	**13**
06	Fazer, Compreender e Criar	----------	----------	**5**	----------	**3**	**8**
07	Hoje é Dia de Matemática	**3**	**2**	**2**	**4**	**3**	**14**
08	Ler o Mundo Matemática	**1**	**2**	**3**	**2**	**8**	**16**
09	Linguagens da Matemática	--------	----------	---------	**2**	**5**	**7**
10	Matemática Pode Contar Comigo	---------	--------	**3**	----------	---------	**3**
11	Pensar e Viver	**3**	**2**	**4**	**1**	**4**	**14**
12	Projeto Prosa	----------	**---------**	**4**	**3**	----------	**7**
13	Ponto de Partida	---------	----------	**4**	**2**	----------	**6**
14	Porta Aberta Matemática	**1**	**5**	**2**	**3**	**6**	**17**
15	Projeto Buriti	**1**	**9**	**12**	----------	----------	**22**
16	Projeto Conviver	**6**	**4**	**6**	**4**	**1**	**21**
17	Projeto Pitanguá	-------	**6**	**6**	----------	**2**	**14**
	Total	**17**	**34**	**68**	**34**	**47**	**200**
	%	**9%**	**17%**	**33%**	**17%**	**24%**	**100%**

Conforme a tabela registrada acima, há maior incidência de atividades que articulam Simetria e Artes Visuais no volume 3, cerca de 33%. É perceptível que praticamente todas as coleções possuíam atividades que utilizavam alguma modalidade artística para trabalhar Simetria.

Os volumes 2 e 4 apresentam o mesmo percentual (17% dos exercícios). A Simetria é tratada em 10 coleções no volume 2 e em 11 coleções no volume 4. No volume 5, o número de atividades volta a crescer para 24%, a abordagem do conteúdo é tratado em 12 coleções. Verificamos que no volume 5 acontece, em algumas coleções, a revisão do conteúdo que já foi tratado de forma mais intensa nos volumes anteriores.

Percebemos que apenas 9% das atividades são trabalhadas no volume 1 em 6 coleções. No gráfico a seguir é possível visualizar que o número de atividades

cresce do primeiro ao terceiro volume e decai a partir do quarto volume e volta a crescer no volume 5. Identificamos que em média as atividades apresentam de seis a cinco atividades, contudo, a coleção “Projeto Buriti” da Editora no volume 2 nove atividades e possui dose no volume 3, sendo a coleção que mais possui atividades com o conteúdo da Simetria e Artes Visuais, no total são vinte duas atividades. A coleção “Asas para voar” da Editora Ática apresenta uma quantidade dez atividades no volume 3. isso indica que o conteúdo da Simetria articulado as Artes Visuais tem sido trabalhado de forma mais intensa em algumas coleções. Enquanto outras, não abordam o conteúdo com a mesma quantidade.

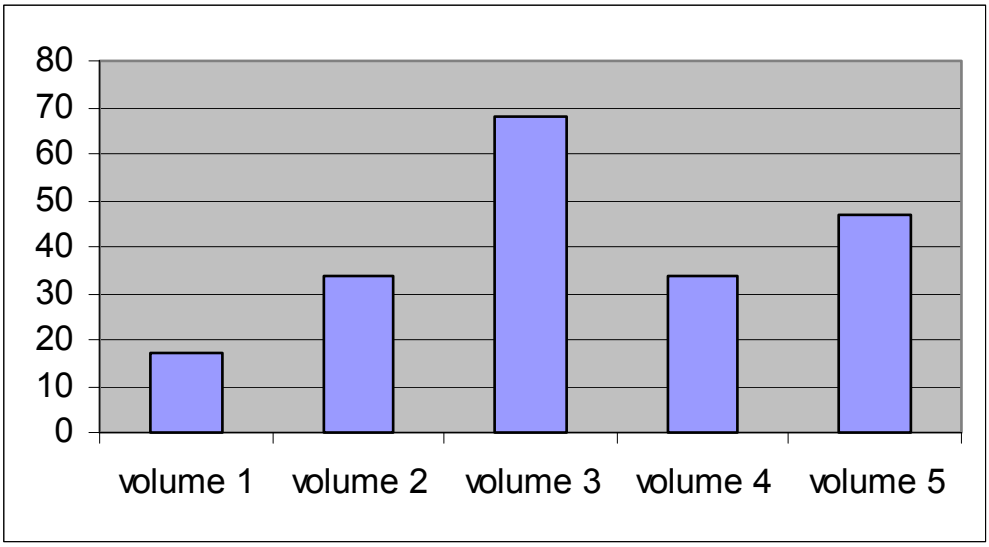


Figura 25: Gráfico-Frequência das atividades que articulam Simetria e Artes Visuais por volume

Com relação ao tipo de atividade artística proposta no ensino das Artes Visuais, identificamos no conjunto de atividades analisadas, diferentes modalidades artísticas: desenho (completar figura ou desenhar a figura simétrica), atividades que envolvem produção de dobraduras (como kirigami e origami), os padrões (artesanato, mosaicos e tapeçaria), pinturas (com borrão de tinta e pinturas de artistas conhecidos). As imagens de obras arquitetônicas e gravuras possuem mais de uma modalidade artística.

4.1.1 Desenho

No ensino das Artes Visuais, o desenho pode ser visto tanto como um procedimento, quanto como um fruto artístico. No primeiro caso, diz respeito ao processo pelo qual superfícies planas são marcadas aplicando-se sobre elas a força de um instrumento (lápis, caneta, carvão ou pincel) e movimentando-as, de modo a surgirem marcas como pontos, linhas e formas planas. Segundo Richeter (1999, p. 49), “desenhar é criar formas através de linhas”. Desse modo, um desenho apresenta-se basicamente de forma bidimensional.

Outra questão é que o desenho é algo cultivado. Segundo Iavelberg (2008, p. 24), “o conceito de desenho está diretamente relacionado com aquilo que é socialmente transmitido através do ‘horizonte de experiências’ do meio onde a criança vive”. Assim compreendemos que a forma como a criança desenha sofre influência das oportunidades que ela tem para desenhar, assim como dos modelos que lhe são oferecidos.

O desenho sempre esteve presente na Geometria. Duval (1988) e Arsac (1989) que o desenho pertence ao *locus* de exploração e de experiência, e solicita uma percepção global. Segundo Alves (2005, p. 28),

> A importância dos desenhos no ensino/aprendizagem da Geometria reside no fato de eles contribuírem para intuições e facilitarem gradativamente a passagem do concreto ao abstrato, ou seja, do desenho à figura que é o objeto teórico.

4.1.2 Dobradura

A dobradura pode ser definida a partir de duas técnicas: dobrar o papel, sem recortes e sem cola e dobrar ou recortar o papel para obter figuras. A primeira técnica, conhecida como origami, tem origem desconhecida. Acredita-se que tenha surgido na China assim que o papel foi inventado e tenha sido levada juntamente com ele para o Japão. Devido à extensão do território, foi incorporada com facilidade à cultura japonesa.

Apesar de ser uma arte milenar, a palavra “Origami” é recente. Em outros países pode ter outras denominações. Segundo Ueno (2003),

> O nome origami foi criado em 1880, através da fusão do verbo oru. (dobrar) e a palavra kami (papel), mas antigamente chamava-se origata (forma dobrada). Em outros países, também encontram-se outras denominações para essa arte, tais como papiroflexia (em

> castelhano), paperfolding (em inglês), faltenpapier (em alemão) e pliage (em francês). (p.16)

O Kirigami é uma técnica mista, pois, além de utilizar a dobradura no papel (técnica adotada no origami), também faz cortes (kiri) nele. De acordo com Ueno (2003, p. 33), “vem da fusão da palavra kiru (cortar) e kami (papel). Podem-se encontrar outras nomenclaturas para essa arte, tais como *cutting paper*, nos países de língua inglesa, e *schmeiden* na Alemanha”.

Assim como o origami, essa técnica tem sua origem na China, junto com a invenção do papel, e possui três denominações: *senshi, sanshi* e *kokushi*. Segundo Ueno (2003),

> **Senshi** - é utilizada apenas a tesoura, sendo que a forma final deriva do corte de uma alegoria ou figura dobrada seqüencialmente. **Sanshi** - o papel é recortado manualmente e é usada especialmente por crianças como passatempo ou como uma prévia do kirigami senshi. **Kokushi** - as formas das figuras são mais complexas e mais definidas, pois são utilizadas lâminas afiadas de estiletes, formando imagens positivas e negativas (p.34).

Para a construção do origami ou kirigami são necessário três elementos básicos. O primeiro é o papel, cuja forma inicial mais frequente é quadrada, contudo algumas dobraduras são realizadas com outras formas. A textura deve permitir a realização de vincos bem determinados, sem rasgar o mesmo no origami. No caso do kirigami, depende do que se pretende fazer.

O segundo elemento é a forma do origami, que permite a criação de figuras geométricas e de animais, plantas, objetos e outros. As figuras podem ser confeccionadas através de um único papel ou utilizando-se módulos, que serão encaixados formando uma figura ou objetos cortados.

Por fim, um processo como a dobradura pode ser desenvolvida, observando-se a sequência de passos realizados por um instrutor, o que leva os educandos a construírem seus conhecimentos e faz do professor um mediador para que esse processo tenha êxito.

4.1.3 Padrões

Quanto à modalidade artística padrão, que corresponde a 16% das atividades, as coleções trazem imagens de tapeçaria, cestos indígenas, mosaicos e pintura corporal dos indígenas, dentre outros. Identificamos diversas acepções acerca da palavra “padrão”, o termo pode designar um conjunto de módulos. De acordo com Ferreira, Palhares e Silva (2008 p. 30),

> Os padrões estão presentes no nosso quotidiano. Basta observarmos o meio circundante para encontrarmos os mais diversos padrões, desde o ciclo dia-noite à regularidade das nossas refeições ou ainda à geometria de algumas pavimentações de passeios ou do chão das casas, como as que podemos observar em Conímbriga.

Os padrões possuem forte relação com a matemática, especificamente com a geometria, uma vez que apresentam grande variedade de Simetrias. De acordo com Barison e Polón (2007), dependendo da forma como os padrões se repetem em uma figura, pode-se compor translação, rotação, espelho ou a combinação dessas formas.

4.1.4 Pintura

De forma genérica a pintura refere-se à técnica de sobrepor pigmento em forma líquida em uma superfície a fim de colori-la, atribuindo-lhe gradação, tons e texturas. Para Richter (1999, p. 49), pintar significa “criar formas através da superfície”. Essa ação possibilita à criança expressar plasticamente suas experiências e imaginação. Essa autora ressalta que

> Pintar é sempre diferente de perceber a pintura, apesar de serem ações complementares: ver pode estimular o fazer e o fazer pode enriquecer o ver, complexificando-o. Valorar e julgar, manipular e interpretar se complementam na construção de significados através da pintura (p.51).

O elemento fundamental da pintura é a cor. A relação formal entre as massas coloridas presentes em uma obra constitui sua estrutura fundamental, guiando o olhar do espectador e propondo-lhe sensações de calor, frio, profundidade e sombra. Para muitos pintores, a cor é considerada a base da imagem.

4.1.5 Arquitetura

As igrejas, casas, pontes e prédios públicos são obras arquitetônicas que podem ser estudadas a partir dos movimentos artísticos, como Barroco e Neoclassicismo. De acordo com a nossa concepção, ela se refere à arte ou a técnica de projetar e construir o ambiente habitado pelo ser humano. Segundo Lemos (1995),

> Arquitetura seria, então, toda e qualquer intervenção no meio ambiente criando novos espaços, quase sempre com determinada intenção plástica, para atender as necessidades imediatas ou expectativas programadas (p. 41-42).

Nesse sentido, a arquitetura trata destacadamente da organização do espaço e de seus elementos: em última instância, a arquitetura lidaria com qualquer problema de agenciamento, organização e estética em situações de instalação espacial. Segundo Lemos (1989), por ser um espaço de uso, as obras arquitetônicas precisam ser abordadas em seus aspectos estilísticos e as transformações das técnicas construtivas, ou seja, recursos humanos que geralmente eram escravos ou camponeses, materiais disponíveis; as relações climáticas e topográficas; necessidade de utilização; condições econômicas.

4.1.6 Gravura

A gravura é outra modalidade artística observada no tratamento da Simetria articulada às Artes Visuais nos livros didáticos de matemática para séries iniciais do ensino fundamental. Andriole (2003) define a gravura como, “o múltiplo de uma Obra de Arte, reproduzida a partir de uma matriz”. A gravura possui diversas técnicas que geralmente se diferenciam pelo suporte que é reproduzida. Segundo Andriole (2003) elas seriam:

- Metal; nesse processo a gravação da imagem é realizada com metal, geralmente o cobre;
- xilogravura é a técnica cuja matriz é o relevo; é produzido em madeira. Nessa técnica, a placa de madeira receberá a tinta que ficará nas partes em alto relevo e, sob pressão, será transferida para o papel;
- linóleo, técnica semelhante à xilogravura em que a gravação da imagem também receberá a tinta que ficará nas partes em alto relevo, sendo que se trata de um material sintético denominado linóleo. Segundo Andriole (2003),

essa técnica é mais recente devido ao material de sua matriz é muito utilizada pelos artistas modernos, como Picasso;

- litogravura é a matriz na qual as cópias são reproduzidas em pedra;
- serigrafia, técnica que consiste em transferir a imagem desenhada para uma "tela de nylon".

Possuímos outra categoria que denominamos “modalidades mistas” por termos verificado, mesma atividade, duas ou mais das modalidades acima apresentadas. Podemos observar na tabela 02 a freqüência com a qual as atividades são distribuídas por modalidade artística.

Tabela 02: Distribuição das atividades de acordo com as modalidades artísticas

Coleções	Desenho	Dobradura	Padrões	Pintura	Arquitetura	Gravura	Modalidade mista
01 Aprendendo Sempre	**8**	**3**	0	0	0	0	0
02 Asas para Voar	**8**	**1**	**2**	**1**	**1**	0	0
03 Coleção Novo Bem-Me-Quer	**5**	**2**	0	0	0	0	0
04 De Olho no Futuro	**2**	**4**	0	**1**	0	0	0
05 Fazendo e Compreendendo Matemática	**8**	**1**	0	**4**	0	0	0
06 Fazer, Compreender e Criar	**3**	**1**	**1**	0	**2**	0	0
07 Hoje é Dia de Matemática	**6**	**4**	0	0	**1**	**3**	0
08 Ler o Mundo Matemática	**7**	**3**	**2**	**1**	**1**	**1**	**1**
09 Linguagens da Matemática	**1**	**1**	0	**1**	**1**	0	**3**

10	Matemática Pode Contar Comigo	**1**	**1**	0	0	**1**	0	0
11	Pensar e Viver	**2**	**1**	**6**	**2**	**1**	**1**	0
12	Projeto Prosa	**1**	**4**	0	**1**	**1**	0	0
13	Ponto de Partida	**4**	**1**	**1**	**1**	0	0	0
14	Porta Aberta Matemática	**10**	**2**	**2**	**1**	**0**	0	**2**
15	Projeto Buriti	**12**	**1**	**9**	0	**1**	0	0
16	Projeto Conviver	**6**	**4**	**5**	**4**	**1**	0	**1**
17	Projeto Pitanguá	**7**	**2**	**4**	0	0	**1**	0
	Total	**91**	**36**	**32**	**17**	**11**	**6**	**7**
	%	**45%**	**17%**	**16%**	**9%**	**6%**	**3%**	**4%**

Na distribuição apresentada na tabela acima, verificamos que 16 coleções trabalham com dobradura. Apenas a coleção “Projeto Pitanguá”, da Editora Moderna, não possui atividades com essa modalidade. A modalidade “desenho” tem a maior quantidade de atividades, 91 no total, e é trabalhada em todas as coleções.

As modalidades de pintura e arquitetura são trabalhadas em dez coleções; sendo que, em quantidades diferentes. Identificamos 17 atividades com pintura e 11 com arquitetura. Os padrões estão presentes em nove coleções (no total são 32 atividades). As gravuras estão em quatro coleções (no total são 6 atividades). Por fim, a categoria “modalidades mistas”, é trabalhada em apenas quatro coleções, somando um total de sete exercícios.

O gráfico, registrado, abaixo, explana percentualmente como as modalidades artísticas estão distribuídas nas coleções analisadas. Observamos que 45% do total de atividades são desenhos; 17%, dobraduras; 16 %, padrões; 9% , pinturas; 6%, obras arquitetônicas; 3%, gravuras; e 4%, modalidades mistas.

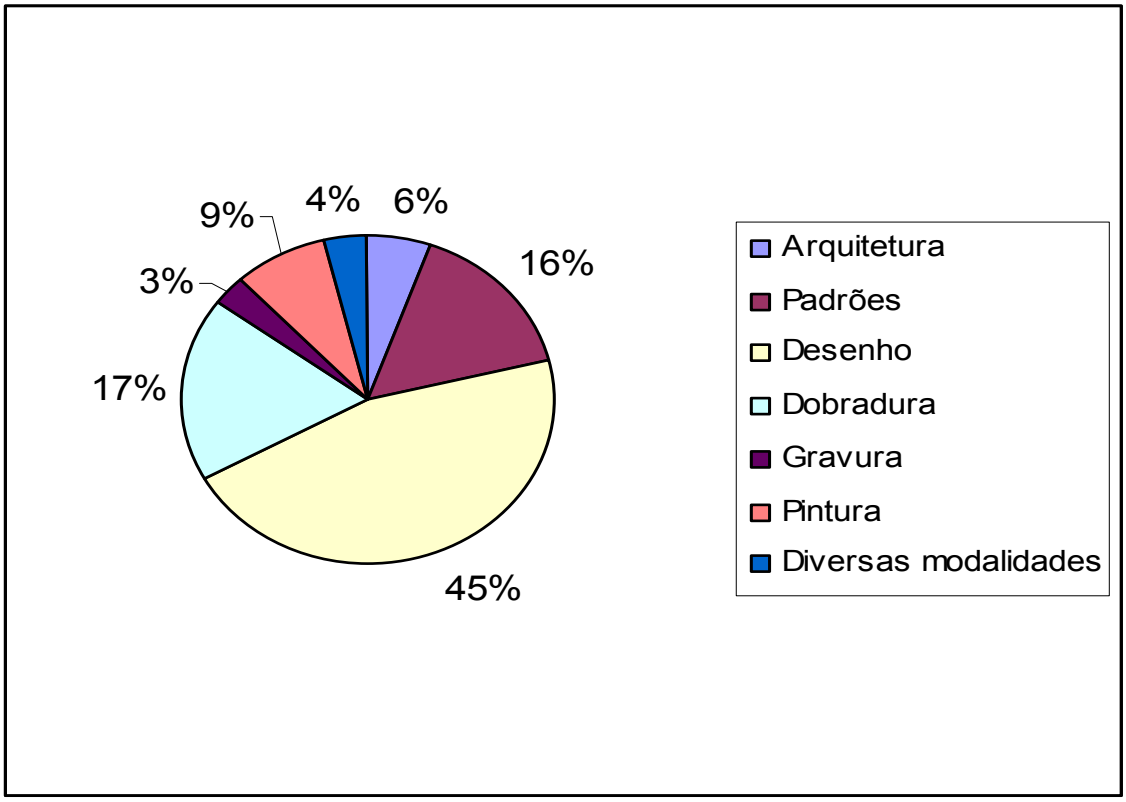


Figura 26: Gráfico - Frequência das modalidades artísticas nas coleções.

Verificamos que a modalidade “desenho” apresenta-se em maior número. Essa modalidade artística está muito presente no ambiente escolar e perpassa diversas modalidades artísticas e disciplinas. Inclusive na matemática, alguns teóricos consideram o desenho como forma de representação dos conhecimentos do aluno. Percebemos que a modalidade artística desenho apresenta 45%, ou seja, é quase metade do total das atividades, enquanto, 55% correspondem a todas as outras modalidades juntas. Deste modo, concluímos que há uma desigualdade a distribuição das modalidades artísticas nos livros didáticos.

Evidenciamos uma grande diversidade de técnicas artísticas, ou seja, verificamos que os educando têm a possibilidade de ampliar o repertório artístico nos Lds de matemática para séries iniciais. A seguir, iremos discorrer sobre cada modalidade artística, cujas atividades integram Simetria com as Artes Visuais. Recordamos aqui que compreendemos a interdisciplinaridade como uma possibilidade de colaboração e reciprocidade entre conhecimentos. Buscamos, então interpretar cada modalidade artística a partir do ponto de vista das duas áreas de conhecimento.

Nas coleções analisadas, identificamos que os desenhos são essenciais para que os alunos compreendam Simetria. Nas atividades, predomina o desenho a mão livre, mas considerando o ponto de vista do ensino das Artes Visuais, podemos dizer que os desenhos apresentados são estereotipados. Em geral, são desenhos de adultos, os quais as crianças têm que completar ou a partir das quais elas devem desenhar uma figura semelhante. Podemos observar isso no exemplo a seguir.

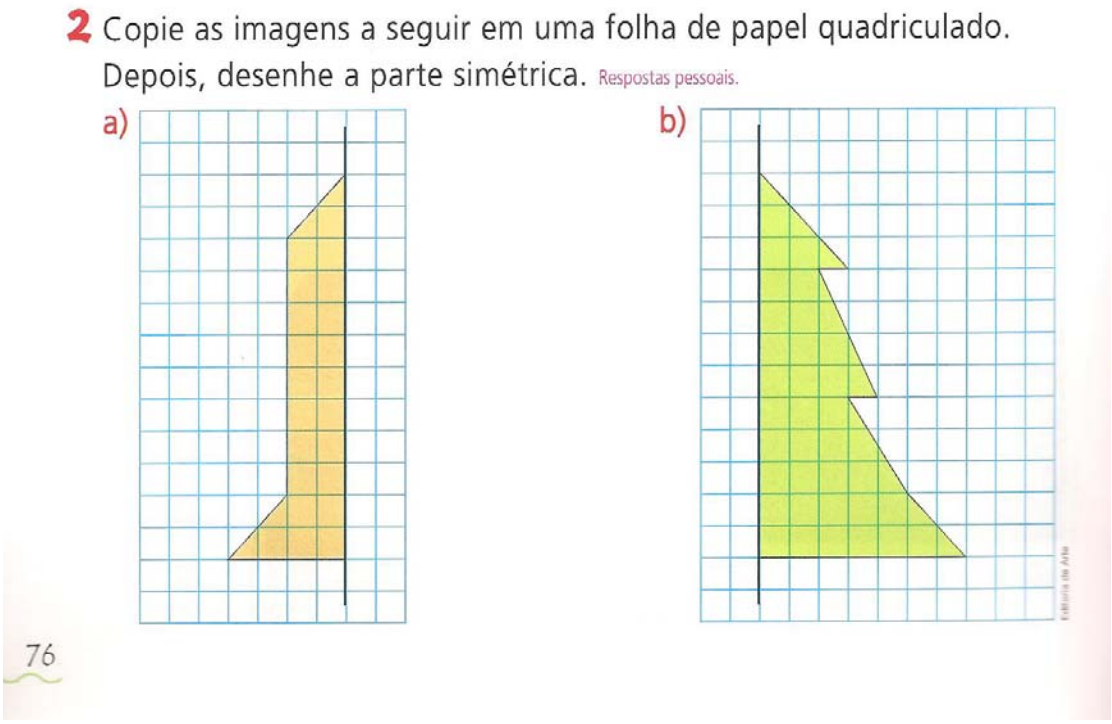


Figura 28: BORJORNO, J. R. et al. Pode contar comigo. 1ª edição, São Paulo: Editora FTD, 2008, v.3, p.76., il color.

Estudiosos do desenho da criança como Sans (2005) e Iavelberg (2008), consideram que, no ensino da arte, as crianças tenham seu repertório alimentado por desenhos de outras crianças e não por desenhos de adultos. Na perspectiva da matemática, no desenho é importante que se estabeleça uma relação dialética entre desenho e figura. Segundo Siqueira (2000, p. 36), “a dialética entre desenho e figura inclui a passagem de uma percepção global do primeiro para uma compreensão analítica da figura e das suas propriedades formais da geometria euclidiana”.

Na modalidade artística dobradura encontramos atividades com as duas técnicas Origami e Kirigami, a primeira foi identificada em apenas 7 atividades como no exemplo abaixo:

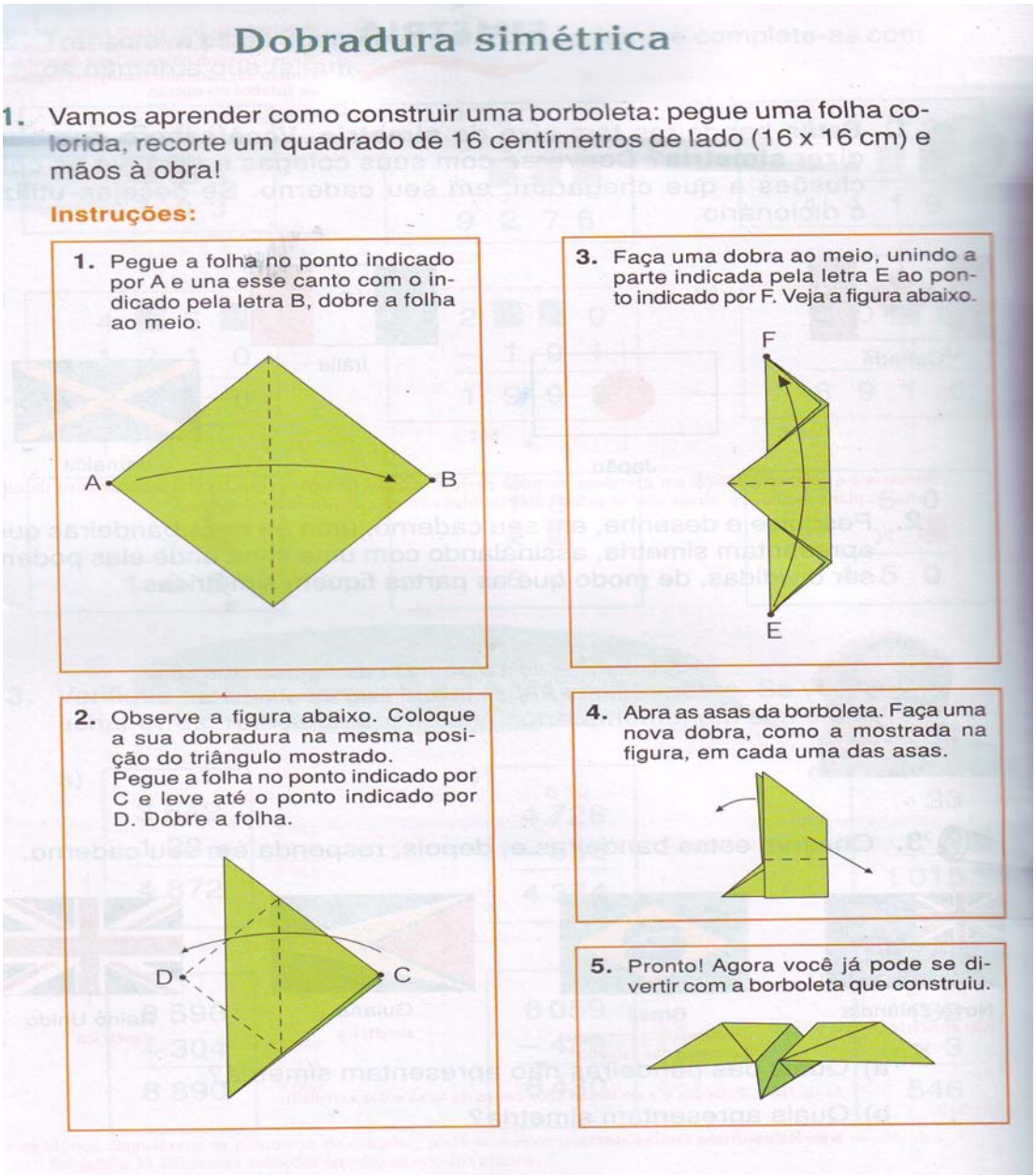


Figura 29: PADOVAN, D. et al. Projeto Prosa. Editora Saraiva. São Paulo, 2008, v. 4 p. 88. il Collor.

A atividade acima registrada mobiliza conhecimentos matemáticos que ultrapassam as fronteiras do conteúdo Simetria, pois trabalha com a idéia de metade, as formas geométricas e ponto. Assim estabelece uma relação intramatemática. A segunda técnica, kirigami foi identificada em 31 das atividades propostas nas coleções analisadas. Observamos que esse tipo de dobradura está presente em praticamente todas as coleções analisadas nos diversos volumes. O trabalho com dobradura possibilita que os alunos reflitam sobre alguns elementos da simetria, como o eixo, e propriedades, como conservação de distância e forma.

No entanto, Siqueira (2000) observa que as atividades de dobradura se inserem na categoria de movimento da figura, porque as trajetórias descritas pelos pontos da figura não permanecem no plano. O movimento nesses casos ocorre no espaço tridimensional, no qual o plano da figura está imerso. Podemos observar isso a seguir, na ilustração 30.

11 SIMETRIA

Construa um boneco de papel, utilizando:

- papel sulfite
- tesoura sem ponta
- régua
- lápis

A Dobre a folha de papel sulfite ao meio e trace uma linha na dobra formada.

B Desenhe a metade de um boneco no papel dobrado. Recorte no local indicado. Veja as ilustrações.

Observe a figura que você construiu e responda:

- Quando você dobra a figura no local marcado pela linha, as duas partes coincidem? Sim.

150

Figura 30: MENEGHELLO, M.; PASSOS, Â. De olho para o futuro - matemática. Editora Quinteto editorial. São Paulo, 2008.

As situações encontradas abordam as Simetrias de Reflexão e Translação. É solicitado que os alunos realizem translações ou reflexão do padrão como podemos observar a seguir.

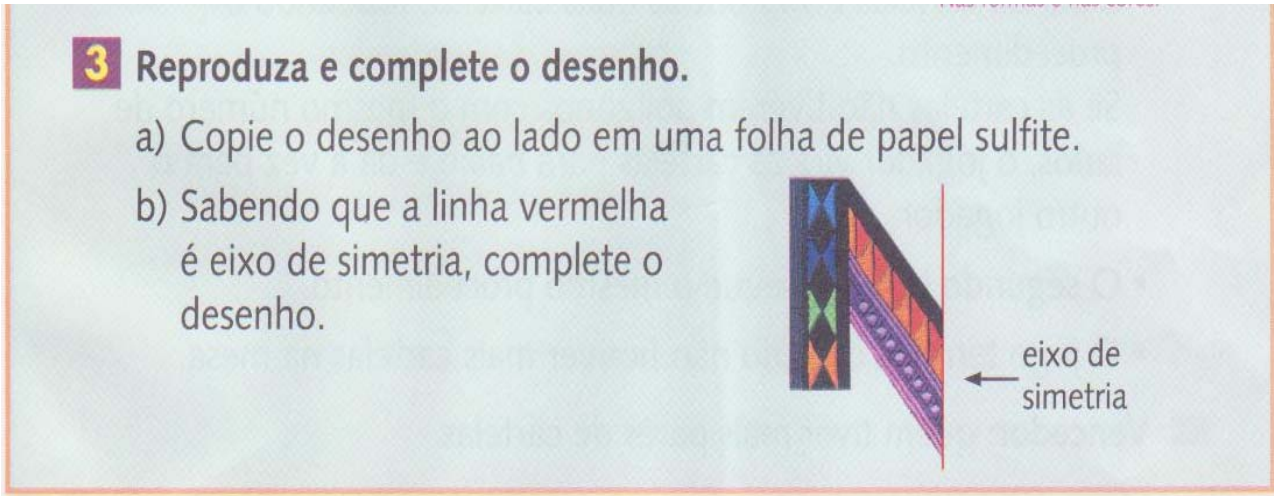
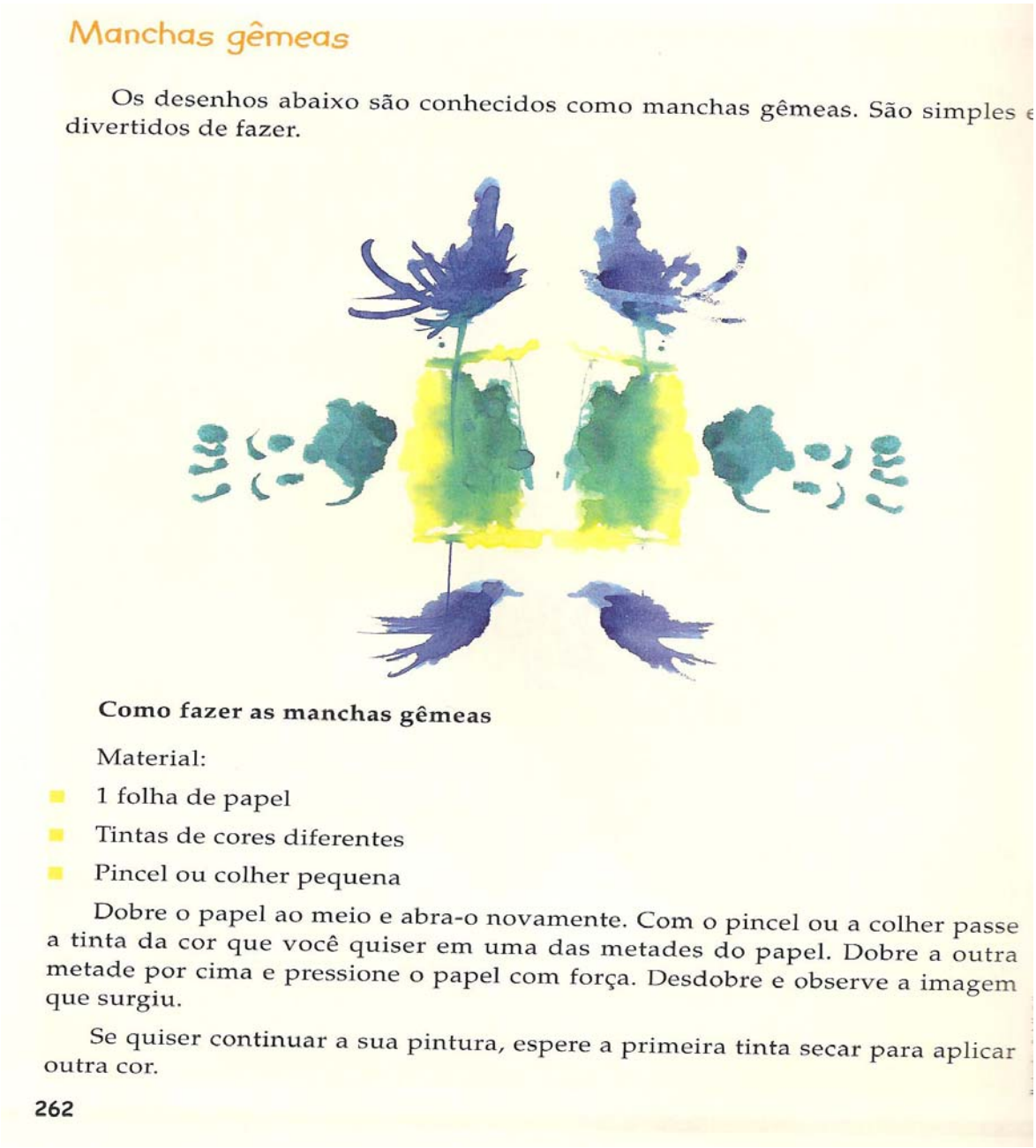


Figura 31: BARROSO, J. M. (org.). Projeto Pitanguá matemática. 2ª edição, v. 3, p. 127. Editora Moderna. 2008.il Collor.

A pintura possui um percentual de 11%. Identificamos atividades em que propunha observar pinturas de artistas conhecidos, a técnica do borrão de tinta ou desenhos para colorir. A pintura refere-se de forma genérica à técnica de aplicar pigmento na forma líquida ou não a uma superfície, a fim de colori-la, atribuindo-lhe tonalidade e texturas. Pintar e perceber a pintura são, contudo, duas ações diferentes.

Nos livros didáticos de matemática analisados, apesar de haver poucas atividades relativas à pintura, as apresentadas possibilitam as duas ações: o pintar e o observar pinturas. Além disso, as atividades com borrões de tinta se inscrevem no grupo “movimento da figura”, visto que o caminho delineado pelos pontos da figura não permanece no plano a figura, assim como as dobraduras, em que o movimento ocorre no espaço tridimensional, no qual o plano da figura está imerso. Podemos observar isso no exemplo a seguir.



Manchas gêmeas

Os desenhos abaixo são conhecidos como manchas gêmeas. São simples e divertidos de fazer.

Como fazer as manchas gêmeas

Material:

- 1 folha de papel
- Tintas de cores diferentes
- Pincel ou colher pequena

Dobre o papel ao meio e abra-o novamente. Com o pincel ou a colher passe a tinta da cor que você quiser em uma das metades do papel. Dobre a outra metade por cima e pressione o papel com força. Desdobre e observe a imagem que surgiu.

Se quiser continuar a sua pintura, espere a primeira tinta secar para aplicar outra cor.

262

Figura 32: CERULLO. Mª. et al. Ponto de partida matemática. Editora Sarandi. São Paulo, 2008, v. 3, p.262.

Identificamos que 6% das atividades abordam a Simetria de Reflexão através da leitura de imagens arquitetônicas diversas como: igrejas, museus, casas, pontes, dentre outras. As situações propostas, em geral, solicitam dos alunos a identificação da Simetria nessa obras através da apresentação de eixo de simetria. Em algumas atividades, as imagens arquitetônicas aparecem misturadas a outras imagens.

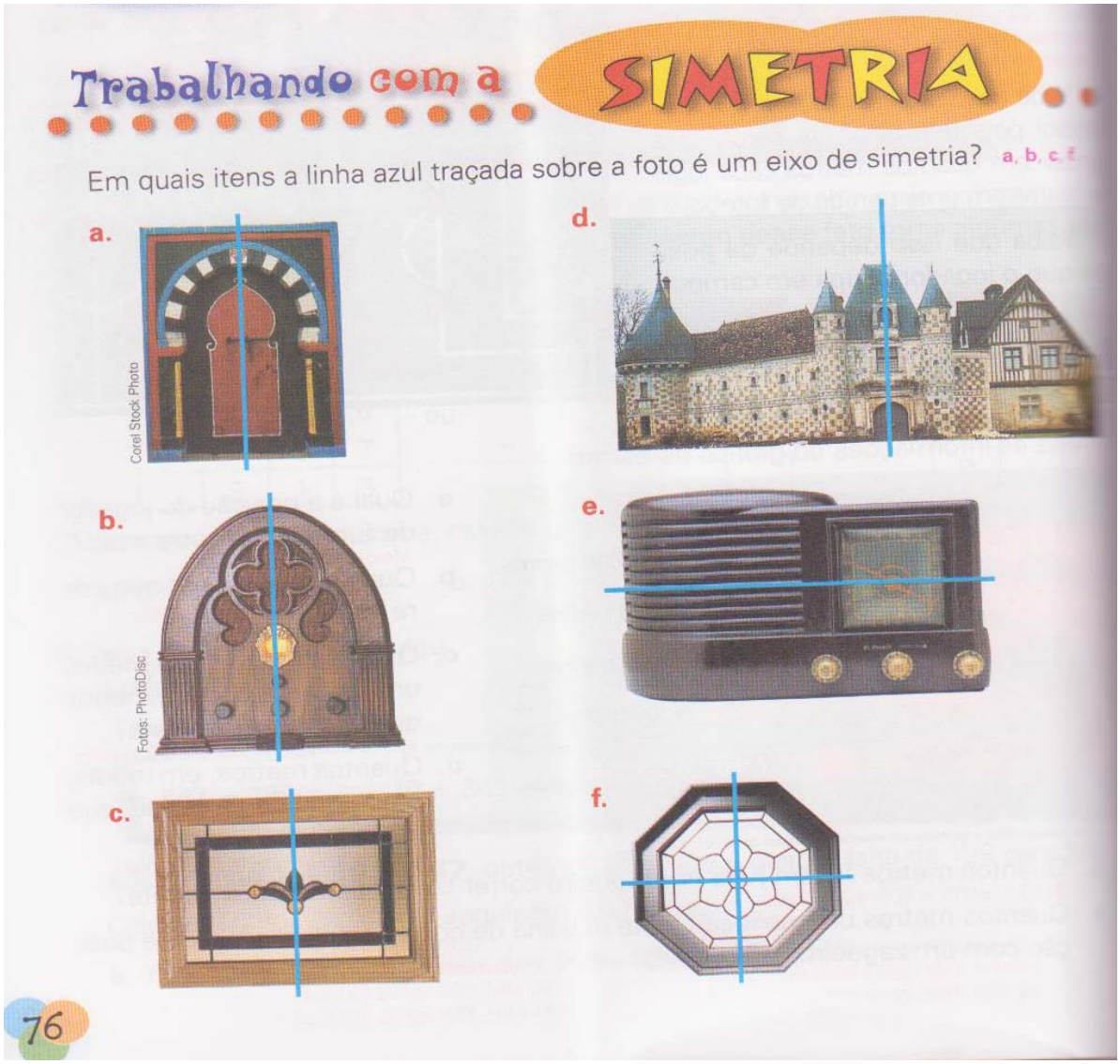
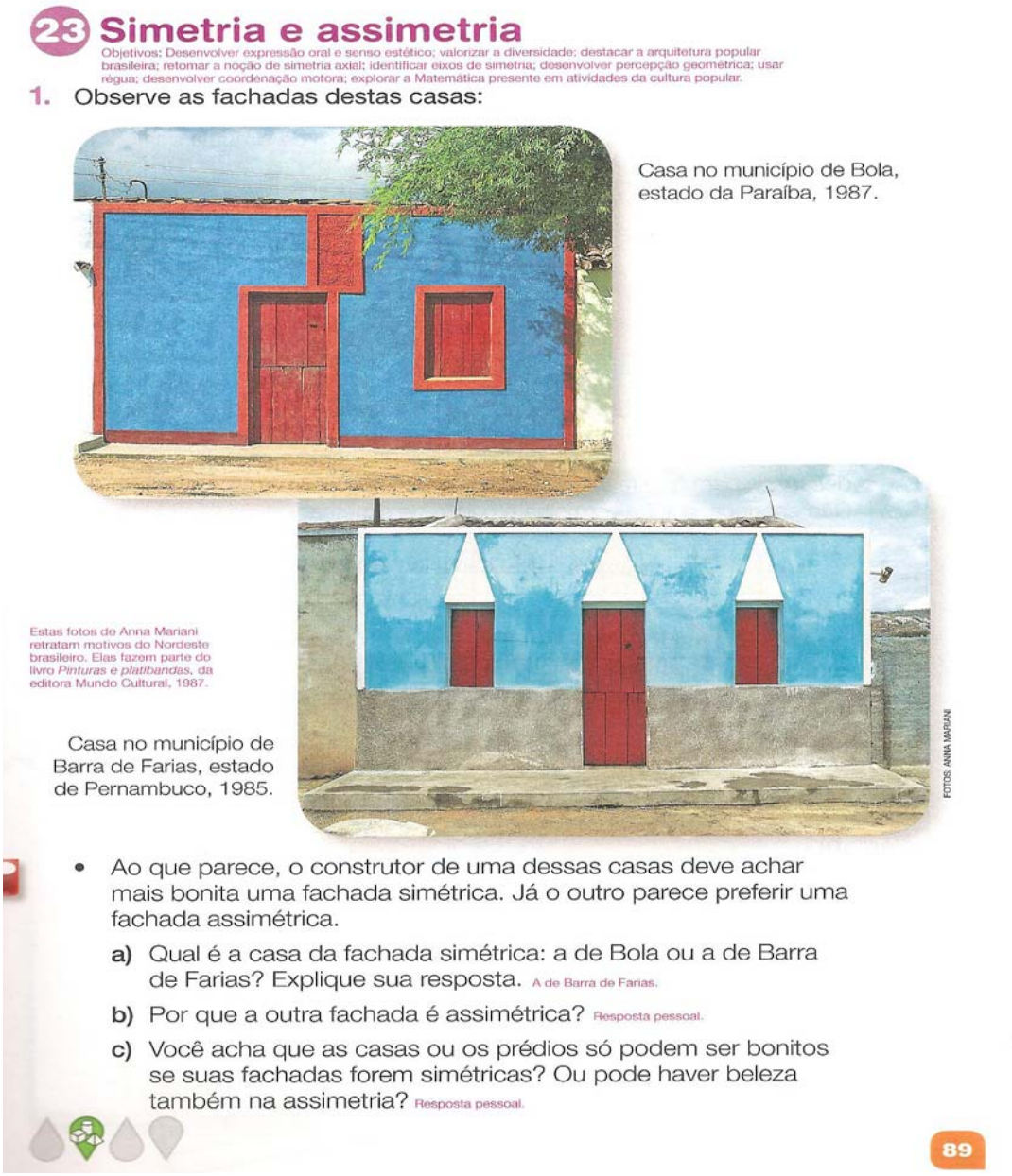


Figura 33: CENTURIÓN, Marília et al. Porta Aberta – Matemática. Editora FTD. São Paulo. 2008, p. 76.

Também, encontramos atividades que comparam imagens de arquiteturas simétricas e assimétricas. Nesse tipo de atividade, os autores explicitam diversos objetivos: desenvolver expressão estética; valorizar a arquitetura popular; identificar eixos de simetria; usar régua; dentre outros. Podemos observar isso no exemplo abaixo.



23 Simetria e assimetria

Objetivos: Desenvolver expressão oral e senso estético; valorizar a diversidade; destacar a arquitetura popular brasileira; retomar a noção de simetria axial; identificar eixos de simetria; desenvolver percepção geométrica; usar régua; desenvolver coordenação motora; explorar a Matemática presente em atividades da cultura popular.

1. Observe as fachadas destas casas:

Casa no município de Bola, estado da Paraíba, 1987.

Estas fotos de Anna Mariani retratam motivos do Nordeste brasileiro. Elas fazem parte do livro *Pinturas e platibandas*, da editora Mundo Cultural, 1987.

Casa no município de Barra de Farias, estado de Pernambuco, 1985.

FOTOS: ANNA MARIANI

- Ao que parece, o construtor de uma dessas casas deve achar mais bonita uma fachada simétrica. Já o outro parece preferir uma fachada assimétrica.

a) Qual é a casa da fachada simétrica: a de Bola ou a de Barra de Farias? Explique sua resposta. A de Barra de Farias.

b) Por que a outra fachada é assimétrica? Resposta pessoal.

c) Você acha que as casas ou os prédios só podem ser bonitos se suas fachadas forem simétricas? Ou pode haver beleza também na assimetria? Resposta pessoal.

89

Figura 34: MILANI E. et al. Projeto conviver matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2008, p. 89.

Observamos que 6% das atividades que articulam a Simetria com as Artes visuais são gravuras. As coleções, contudo, restringiram-se a uma técnica específica, a xilogravura. Atribuímos isso ao fato dessa técnica estar muito presente em nossa cultura, principalmente na arte popular.

As atividades, de modo geral, solicitavam dos alunos a identificação do eixo de simetria nas imagens ou comparava obras simétricas com assimétricas, como podemos observar a seguir:

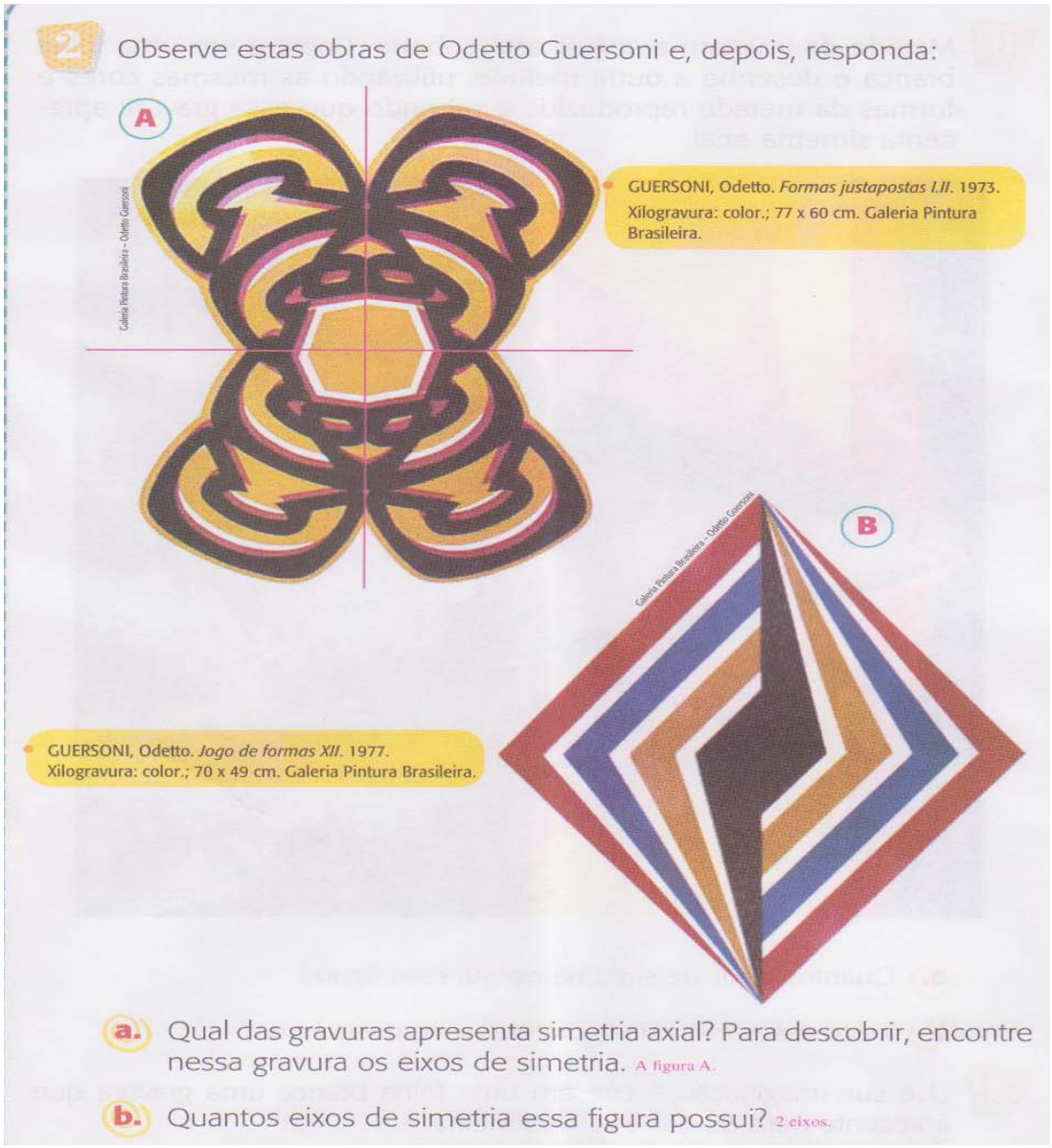


Figura 35: TOSSATO, C. M. et al. Hoje é dia de matemática. Editora Positivo, Curitiba, 1ª edição, 2007, p. 13.

As modalidades mistas são aquelas atividades que apresentam mais de um tipo de modalidade artística, ou seja, numa mesma atividade, temos imagens de pinturas, esculturas, cerâmica, arquitetura, dentre outras. Geralmente, trabalham o eixo de simetria independentemente de ser uma imagem bi ou tridimensional, como podemos verificar na figura 36.

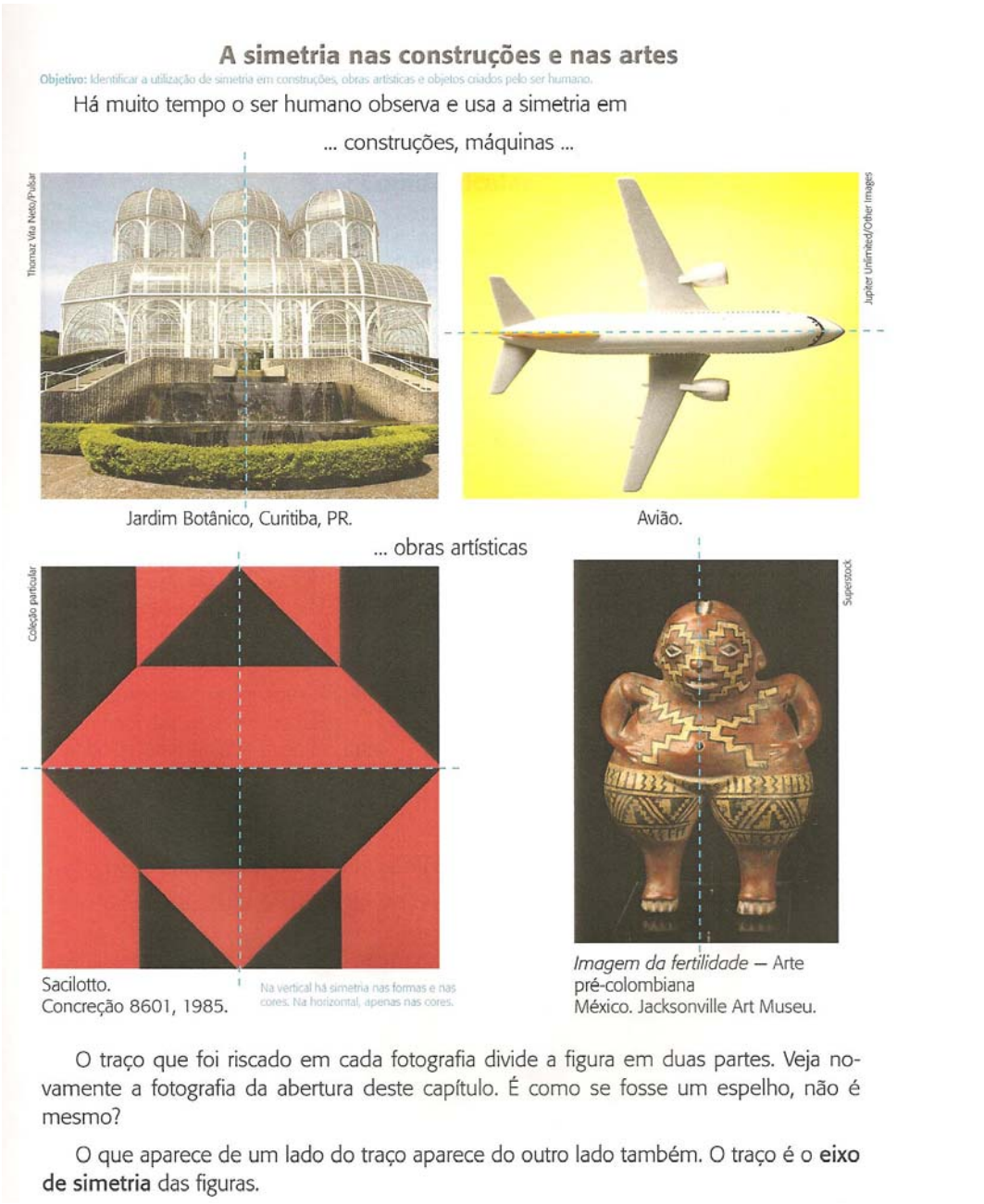


Figura 36: REAME, E; MOTENEGRO, P. Linguagem Matemática. Editora Saraiva. São Paulo. 2008, v. 4, p.209.

4.2 Simetria e Artes Visuais nos livros didáticos: identificando alguns laços de colaboração

A identificação de duzentas atividades que articulam Simetria e Artes Visuais em 17 coleções de livros didáticos de matemática, distribuídas em todos os volumes das coleções, ajuda-nos a verificar um laço de colaboração entre Geometria e Artes Visuais, suscitando a possibilidade de pensar aportes mútuos entre Geometria e

Artes Visuais. Olhando essas duzentas atividades, pudemos identificar seis modalidades artísticas: desenhos, dobradura, padrões, pintura, arquitetura e gravura.

A Simetria está integrada às Artes Visuais em todas as coleções examinadas, em quantidade bem relevante, embora a quantidade de modalidades artísticas que se apresenta nas coleções seja restrita, se levando em consideração a infinidade de possibilidades presentes no universo das Artes Visuais. Algumas coleções, como “Ler Mundo”, da Editora Scipione, “Projeto Conviver”, da Editora Moderna, e “Linguagem Matemática”, da Editora Saraiva, contemplem, senão todas, quase todas as modalidades identificadas.

Percebemos que, na distribuição das atividades, há uma concentração no volume 3, embora o PCN (BRASIL, 1997) não registre observação alguma quanto à distribuição das atividades relativas à Simetria. Apenas sugere que a Simetria seja observada através formas geométricas no primeiro e segundo ciclo do ensino fundamental. Apesar dessa concentração de atividades no volume 3, observamos que a natureza das atividades é a mesma em todos os volumes. De modo geral, solicita-se o reconhecimento e a construção de figuras simétricas.

Sob o ponto de vista da Arte, essas coleções estão oportunizando e estimulando os alunos a construírem o hábito de experimentação de técnicas, recursos e novas formas de trabalho expressivo. E sob o ponto de vista da matemática, essas coleções possibilitam vivenciar o conteúdo matemático “Simetria” através de atividades em contextos diferentes, oportunizando diversas situações para construção de significado.

Reconhecemos essa busca pela interdisciplinaridade um trabalho que surge em 1997 nos Parâmetros Curriculares Nacionais e é alimentada pelo Guia de Livro Didático (BRASIL; 2007; 2008 e 2010), que considera o ensino interdisciplinar como aquele que viabiliza a atribuição de significados aos conteúdos matemáticos.

Os dados apresentados acima contribuíram para estruturarmos o estudo que será explanado no próximo capítulo. Realizamos uma análise qualitativa das atividades sob os pontos de vista didático-matemático e artístico.

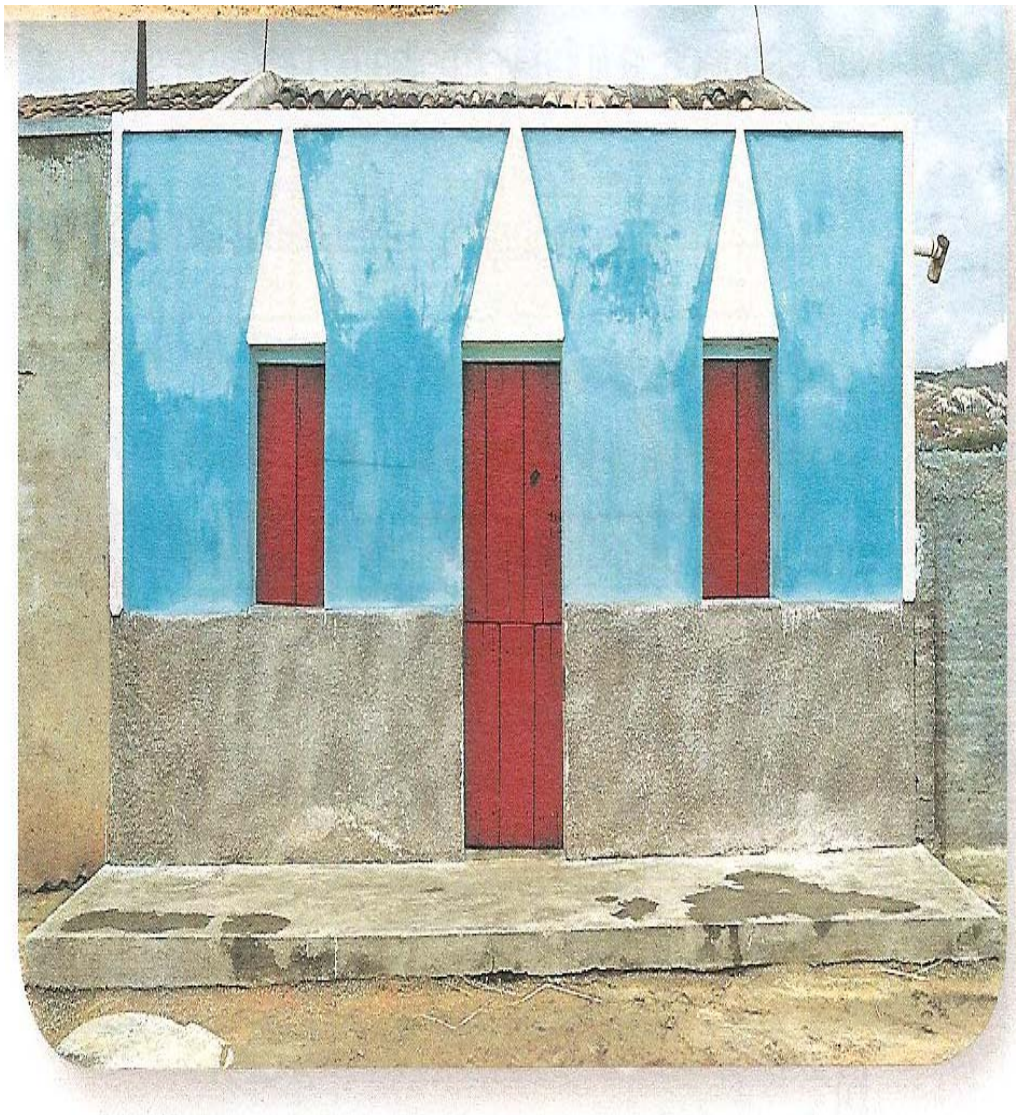


Figura 37: Arquitetura. Fotografia, il color. Apresentada no livro didático - Projeto Conviver matemática. Editora Moderna, 2008, v. 3. p. 89.

5 LAÇOS DE RECIPROCIDADE DA SIMETRIA E ARTES VISUAIS NOS LIVROS DIDÁTICOS: UMA ANÁLISE QUALITATIVA

Neste capítulo analisamos qualitativamente laços de reciprocidade entre Simetria e Artes Visuais identificadas nas atividades selecionadas nos livros didáticos analisados. A partir da revisão da literatura e dos resultados do estudo quantitativo, discutimos alguns elementos teóricos relacionados às temáticas já abordadas no segundo capítulo. A princípio, analisamos os tipos de Simetria identificados nos livros didáticos. Em seguida, a Simetria de Translação com relação à isometria, conservação de direção no deslocamento; à forma nas figuras; ao tamanho e ao ângulo das figuras.

Na Simetria de Reflexão, analisaremos as seguintes propriedades: equidistância, perpendicularidade e conservação de forma, tamanho, ângulo das figuras simétricas. Além dessas propriedades, discutiremos o elemento “eixo” e suas diversas posições. Por fim, discorreremos sobre a categoria “figuras”, tanto sob o ponto de vista da Simetria de Reflexão, quanto da Simetria de Translação. Finalizamos o capítulo com algumas reflexões.

5.1 Tipos de Simetria

A Simetria, característica que pode ser observada em algumas formas geométricas, equações matemáticas ou em outros objetos, classifica-se em diferentes tipos (como já discutido na fundamentação teórica): as simetrias simples (rotação, reflexão, translação) e as combinações, que podem ser inúmeras (inversão rotatória, reflexão rotatória, rotação deslizante, reflexão deslizante dentre outras).

Em nosso estudo, identificamos duzentas atividades que articulam Simetria e Artes visuais nos livros didáticos. Nelas predomina a Simetria do tipo reflexão (88% do total), enquanto apenas 12% das atividades abordam a Simetria de Translação, as atividades com Simetria de Rotação não foram identificadas, como podemos observar na tabela 03. As atividades estão distribuídas por coleção (ver anexo 02):

Tabela 03: Frequência dos tipos de simetrias

Coleções		Tipos de simetria	
		Reflexão	Translação
01	Aprendendo Sempre	**12**	----------
02	Asas para Voar	**11**	**2**
03	Coleção Novo Bem-Me-Quer	**7**	----------
04	De Olho no Futuro	**8**	----------
05	Fazendo e Compreendendo Matemática	**13**	----------
06	Fazer, Compreender e Criar	**7**	**1**
07	Hoje é Dia de Matemática	**13**	----------
08	Ler o Mundo Matemática	**14**	**2**
09	Linguagens da Matemática	**7**	----------
10	Matemática Pode Contar Comigo	**3**	----------
11	Pensar e Viver	**9**	**5**
12	Projeto Prosa***	**7**	
13	Ponto de Partida	**6**	**1**
14	Porta Aberta Matemática	**17**	----------
15	Projeto Buriti	**18**	**4**
16	Projeto Conviver	**15**	**6**
17	Projeto Pitanguá	**11**	**3**
Total		**178**	**22**
%		**88%**	**12%**

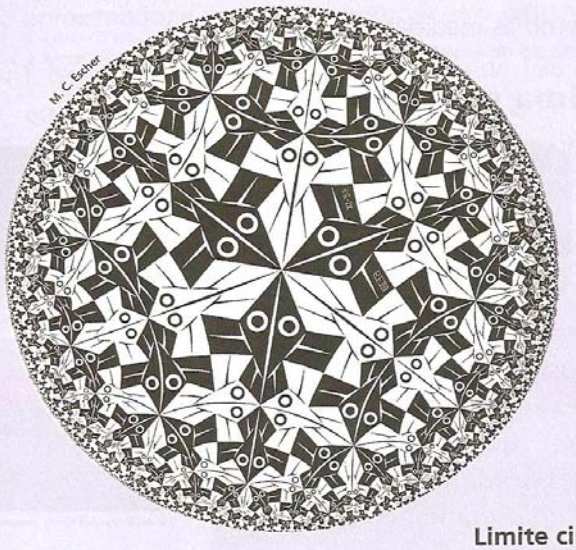
Os dados revelam que os autores dos livros didáticos analisados privilegiam a Simetria Reflexão, em detrimento das demais, como translação e rotação e a combinação das mesmas. Esse aspecto foi apontado na dissertação de Ripligger (2006).

Identificamos que as figuras com Simetria de Rotação pouco aparecem nos livros. Isso já foi constatado pelo Guia do Livro Didático (BRASIL 2007, 2008), embora Mega (2001) recomende em sua pesquisa que a Simetria de Rotação deva

ser a primeira apresentada às crianças, pela familiaridade que elas têm com essa simetria na sua vida diária. Contudo, observamos que, quando aparecem figuras com rotação, trabalha-se reflexão, como podemos verificar no exemplo a seguir:

Nosso artista

Simetria é também sinônimo de beleza de linhas e formas resultante do equilíbrio.
O artista gráfico Maurits Cornelis Escher nasceu na Holanda e viveu de 1898 a 1972.



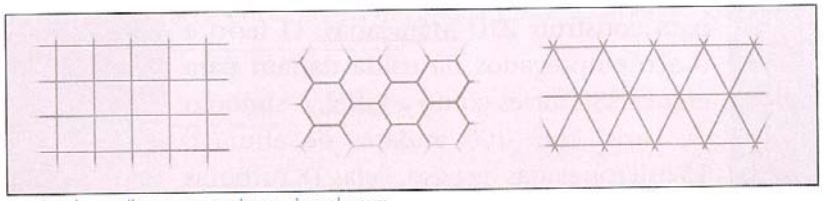
Seus trabalhos exploram ideias fascinantes e relações matemáticas.
Em 1922 esteve em Granada, na Espanha, onde visitou o Alhambra — palácio construído pelos mouros por volta do século XIV. Lá Escher se encantou com a simetria e a regularidade das formas, que vieram a influenciar sua obra. Interdisciplinaridade com História.
Veja um de seus trabalhos e repare na regularidade e na simetria das formas.

Limite circular I, de M. C. Escher, 1958.

3. Observe a obra e descreva o que você vê.

4. Procure eixos de simetria. Apoie a régua sobre as imagens e tente perceber se as partes coincidiriam, caso a figura fosse dobrada.

5. Em malhas como estas, faça desenhos que apresentem regularidade e simetria.



Forneça cópias das malhas para os alunos desenharem.

TROQUE IDEIAS

Exponha seu trabalho para a classe.

Figura 38: AIDAR, M. Ler Mundo – Matemática. Editora Scipione. São Paulo, 2008. v. 4, p. 193, il Color.

Na sequência de atividades acima registrada, ainda que seja apresentada uma figura simétrica por rotação (atividade 4), tem-se como finalidade identificar

eixos de Simetria. Na atividade 5, solicita-se que os alunos desenhem, nas malhas apresentadas, figuras com regularidade, ou seja, construam uma figura com translações.

Além desse aspecto, não encontramos recomendações explícitas quanto ao tipo de Simetria a ser abordado ao longo das séries iniciais em documentos oficiais. O PCN (BRASIL, 1997) sugere que se identifiquem características das figuras geométricas, percebendo-se semelhanças e diferenças entre elas, por meio de reconhecimento e produção de figuras simétricas, mas não faz referência ao tipo de simetria a ser trabalhado ao longo dos anos iniciais.

O Guia do Livro Didático (Brasil, 2007, 2008), embora conceitue os três tipos básicos de simetria (rotação, reflexão e translação), não faz indicações quanto à distribuição dos diferentes tipos de simetria nas coleções. Desse modo, fica a critério dos autores de livros didáticos escolherem o tipo de Simetria a ser trabalhado. Nesse estudo constatamos os autores privilegiam a Simetria de Reflexão, pois 88% das atividades abordam este tipo de Simetria.

Consideramos que as simetrias de rotação, reflexão e translação produzem tipos diferentes de transformação, e todas estão muitos presentes no vocabulário e nas brincadeiras das crianças, através de denominações como giros, trocas, deslizamentos. Então, por que não propor atividades com esses diversos tipos existentes?

5.1.1 Simetria de Translação

A translação, como já dissemos, é um tipo de simetria que está presente em 22 atividades nas modalidades padrão e dobradura. Ressaltamos que apenas duas delas são com dobradura, na qual o recorte remete à ideia de deslocamento.

Na Simetria de Translação, buscamos analisar aspectos referentes à conservação de distância no deslocamento de uma figura, à conservação de forma, de tamanho, de ângulo, assim como se a atividade indica se a direção da figura no deslocamento deve ser mantida.

No conjunto de figuras observadas, não identificamos nas atividades indícios que levassem o educando a perceber que as figuras devem manter a direção ao serem deslocadas. Com podemos observar na atividade a seguir, não há menção da direção que deve ser mantida, apenas se solicita que o aluno crie um mosaico.

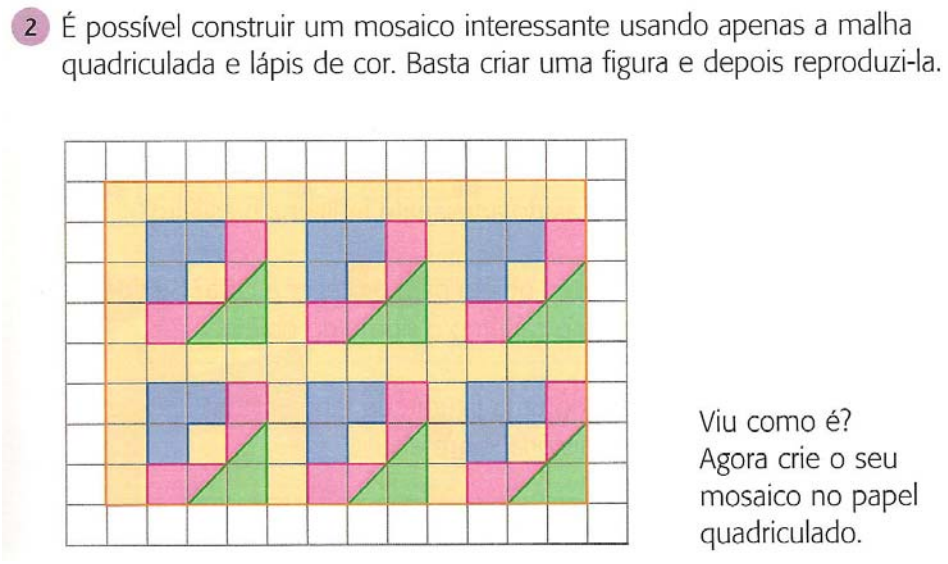


Figura 39: SOUZA, M. H. et al. Asas para voar matemática. Editora Ática. São Paulo. 2008.v.3, p.145., il color.

Com relação à conservação da distância entre as figuras, percebemos que a maioria aparecia conjugada sem a necessidade de estabelecer distâncias, como em atividades com padrões, a exemplos das dobraduras. Nas figuras que apareciam desconexas não identificamos, contudo, explicitações com relação à distância entre uma figura e outro ponto que deveria ser preservado no deslocamento. Também não encontramos observações com relação à conservação de forma, comprimento e ângulos das figuras.

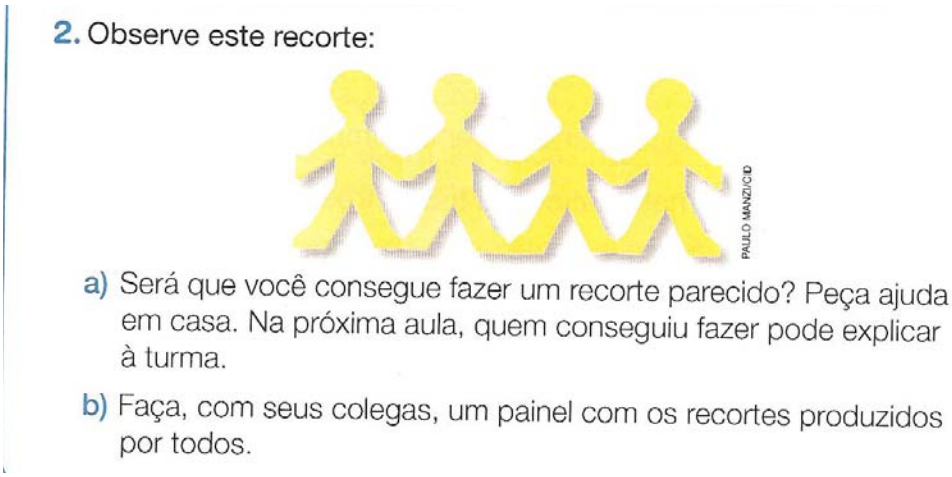


figura 40: MILANI, E. et al. Projeto conviver matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2008, v. 3. p. 121., il Color.

Na atividade acima, não observamos qualquer questionamento que leve o aluno pensar sobre a regularidade, a forma ou comprimento da figuras que foram conservados ao realizar o deslocamento. Tais indagações poderiam estimula o aluno a pensar sobre conceitos matemáticos na figura.

A não explicitação de conceitos de simetria de translação é verificada em diversos estudos sobre as transformações geométricas, como o de Silva e Lima (2008), Mega (2001) e Ripligger (2006), e em outros que constataram o enfoque intuitivo na abordagem da simetria no ensino fundamental.

5.1.2 Simetria de Reflexão

Neste item, discutiremos a Simetria de Reflexão contemplada em 88% das atividades. A princípio, analisaremos as propriedades dessa Simetria, essencial para a construção do conceito. Dentre as propriedades referentes à Simetria de Reflexão, discorreremos sobre equidistância em relação ao eixo, perpendicularidade e conservação de forma, tamanho e comprimento. Também estudaremos outros elementos característicos desse tipo de Simetria, o eixo.

5.1.2.1 Propriedades da Simetria de Reflexão

a) Equidistância

Nas modalidades artísticas identificadas neste estudo - desenho, dobradura, arquitetura, gravura e pintura -, observamos que não se faz menção à equidistância, embora algumas atividades oportunizem a explicitação dessa propriedade. Observamos no exemplo seguinte.

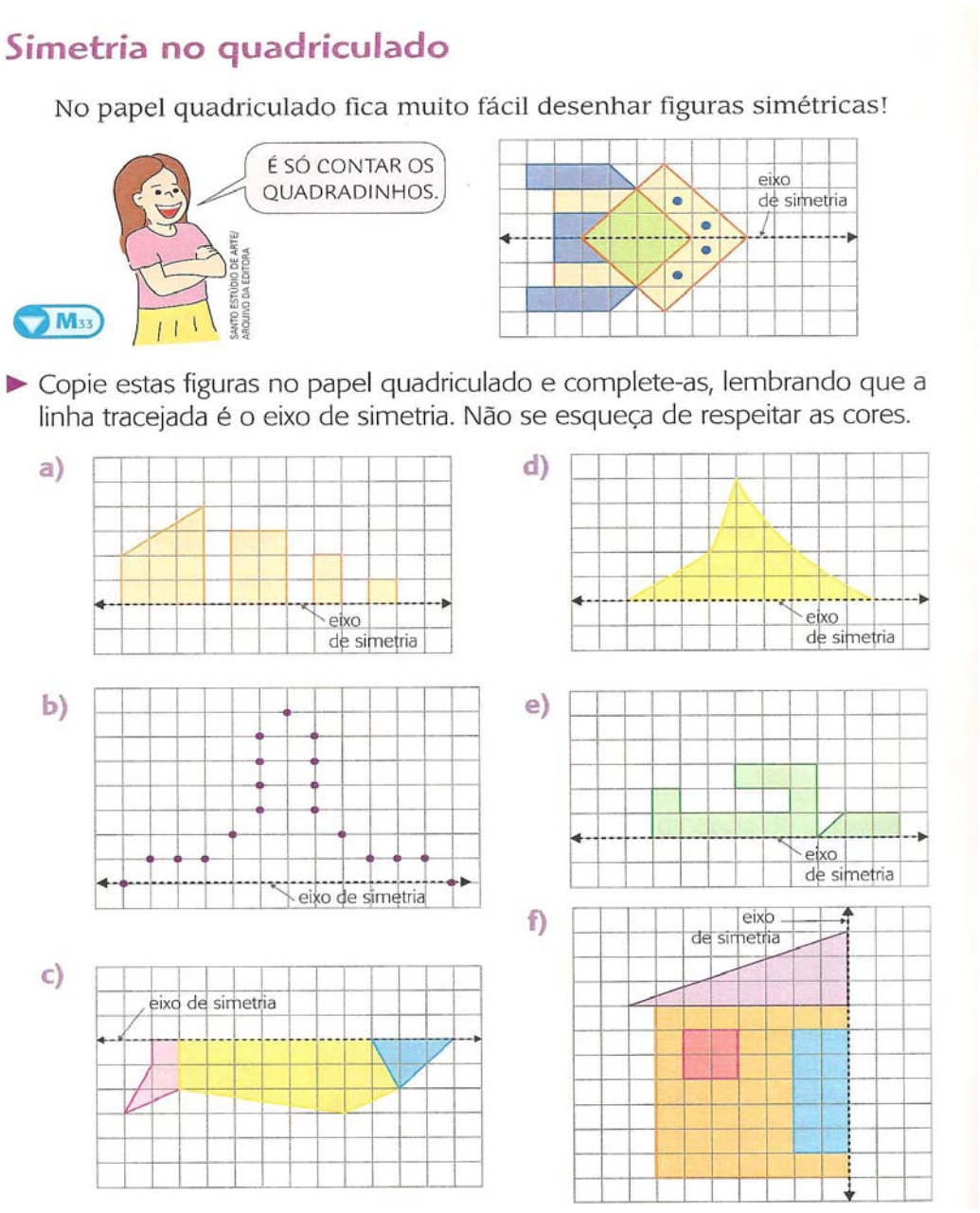


Figura 41: SOUZA, M. H. et al. Asas para voar matemática. Editora Ática. São Paulo. 2008. V. 3, p. 144. il. Color.

O enunciado da atividade acima estimula o aluno a utilizar a malha quadriculada fornece uma unidade de comprimento pela distancia de dois pontos consecutivos como unidade medida para construir o desenho. Entendemos que, implicitamente, a atividade propõe que o aluno complete a imagem estabelecendo pontos na malha quadriculada com a mesma distância em relação ao eixo da parte conhecida da figura.

No exemplo a seguir, podemos observar uma etapa de uma sequência de atividades com dobradura do tipo kirigami. O aluno é solicitado a perceber a Simetria na figura.

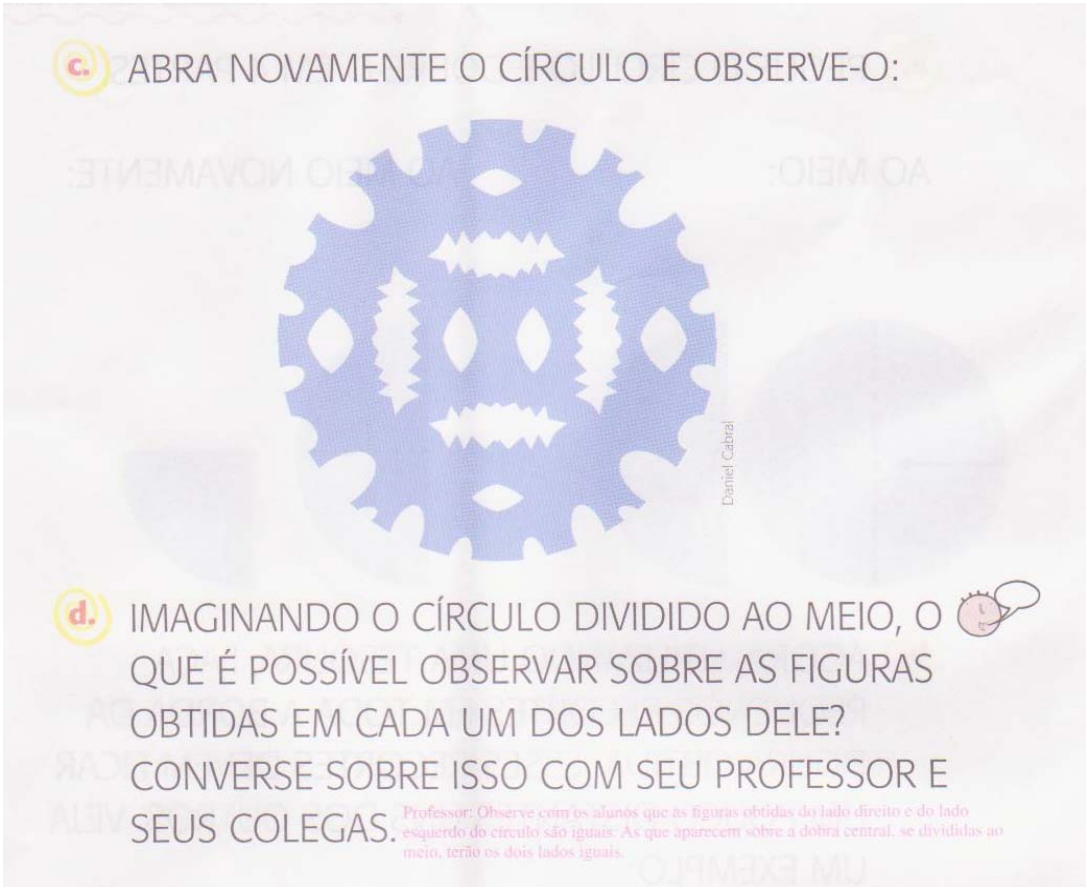
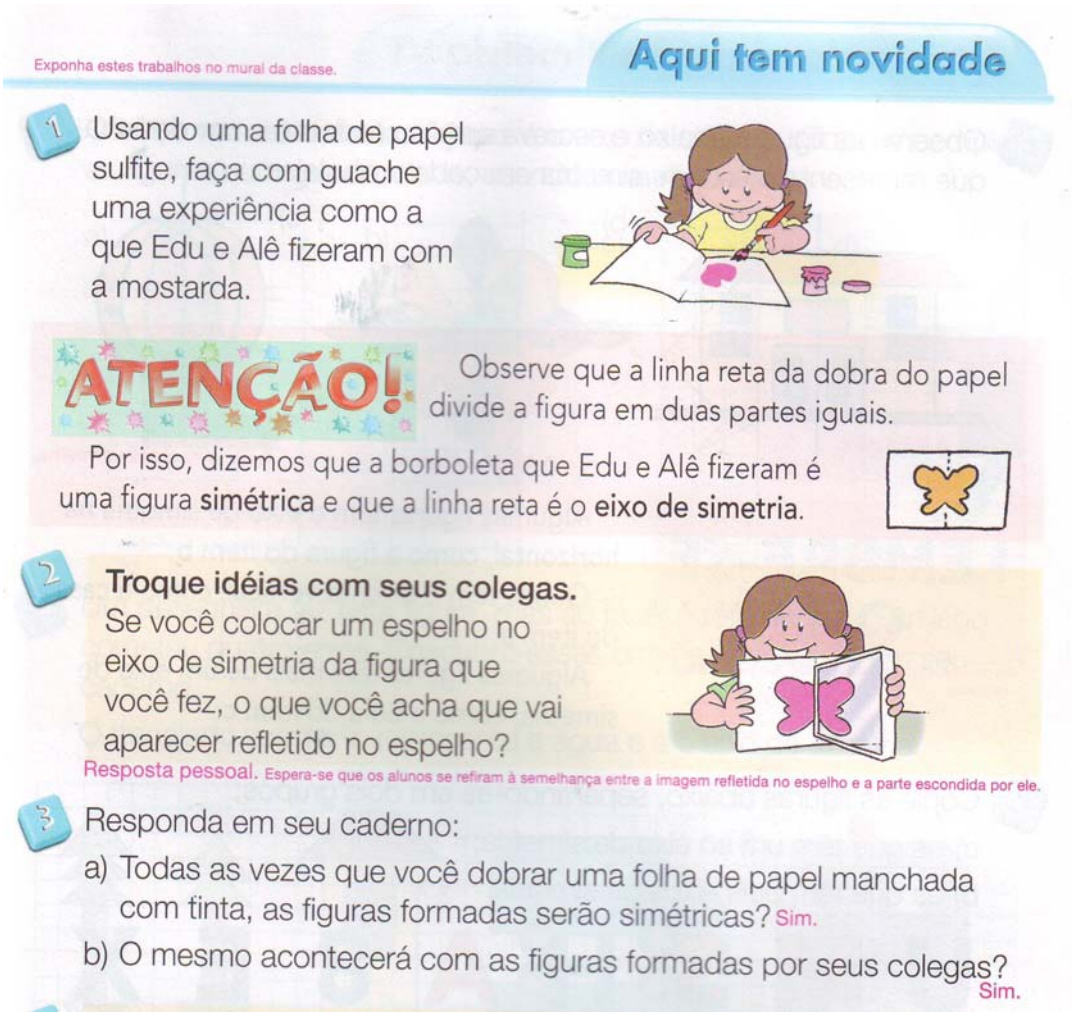


Figura 42: TOSSATO, C. M. et al. Hoje é dia de matemática. Editora Positivo, Curitiba, 2007. v.1, p 192. il Color.

Essa atividade, contudo, conduz o aluno a pensar sobre a equidistância presente na dobradura, mesmo havendo possibilidade de ele verificar se a distância está sendo conservada com instrumento de medida, como cordão, régua, fita métrica, dentre outros. Essa lacuna também é observada nos exercícios com borrão de tinta, na modalidade artística pintura. Observamos o exemplo abaixo exposto:



Exponha estes trabalhos no mural da classe.

Aqui tem novidade

1 Usando uma folha de papel sulfite, faça com guache uma experiência como a que Edu e Alê fizeram com a mostarda.

ATENÇÃO! Observe que a linha reta da dobra do papel divide a figura em duas partes iguais.

Por isso, dizemos que a borboleta que Edu e Alê fizeram é uma figura **simétrica** e que a linha reta é o **eixo de simetria**.

2 **Troque idéias com seus colegas.**
Se você colocar um espelho no eixo de simetria da figura que você fez, o que você acha que vai aparecer refletido no espelho?
Resposta pessoal. Espera-se que os alunos se refiram à semelhança entre a imagem refletida no espelho e a parte escondida por ele.

3 Responda em seu caderno:
a) Todas as vezes que você dobrar uma folha de papel manchada com tinta, as figuras formadas serão simétricas? Sim.
b) O mesmo acontecerá com as figuras formadas por seus colegas? Sim.

Figura 43: SANCHEZ, L. B. et al. Fazendo e compreendendo matemática. 4ª edição reformulada, Editora Saraiva. São Paulo. 2008. v. 3, p. 177., il Color

Nas atividades com arquitetura, com as diferentes das modalidades até então citadas, há possibilidade de tratar a Simetria de maneira mais formal, considerando-se que as fotografias das obras arquitetônicas não possuem a exatidão necessária para que os alunos verifiquem a equidistância em relação ao eixo. Isso corrobora com o aspecto intuitivo, característico das atividades artísticas, apontado por Mega (2001). Podemos observá-lo a seguir.

Simetria no espelho d'água

Proponha aos alunos que levem para a sala objetos, fotografias, ilustrações que apresentem simetria. Eles podem fazer uma exposição dos trabalhos para que todos os alunos possam apreciar. Sugira aos responsáveis que participem dessa atividade.

Observe a fotografia a seguir.

José Fuste Raga/Corbis/Latin Stock

A ponte e sua imagem refletida na água parecem formar uma única cena. É como se fosse um espelho. A impressão é a de que a ponte e sua imagem se completam.

Figura 44: REAME, E. et al. Linguagem Matemática. Editora saraiva. São Paulo. 2008. v. 5, p. 169., il Collor.

Nas modalidades “gravura” e nas “modalidades mistas”, devido ao número menor de atividades, identificamos poucos indícios dessa propriedade. De modo geral, as atividades exploram a leitura de imagens e solicitam que os alunos comparem os dois lados da figura em relação ao eixo, a fim de identificarem a igualdade entre eles, mas não há referência à equidistância, como podemos observar no exemplo a seguir:

- Imagine uma linha vertical passando exatamente pelo meio da gravura.

  O que é possível perceber ao compararmos as duas partes da obra?

  Espera-se que o aluno perceba que as duas partes apresentam elementos simétricos, como se estivessem refletidos num espelho.

Figura 45: BARROSO, J. M.(org). Projeto Pitanguá matemática. Editora moderna. 2ª edição, 2008. v. 2, p. 208., il Collor.

A atividade acima registrada apresenta uma solicitação ao aluno quanto à comparação das duas partes da obra. Segundo os autores da obra em que aparece essa atividade, espera-se que os alunos percebam os elementos simétricos como se estivessem num espelho. No entanto, não explicitam que, apesar de possuírem inúmeros elementos simétricos, as figuras representadas no espelho são diferentes. Deste modo, a obra torna-se assimétrica por não conservar a forma das figuras.

Embora, não seja uma obra simétrica a atividades trabalha a noção aproximada de simetria.

Na exploração das atividades não se esgotam as possibilidades de levar o aluno a perceber que a figura espelho deve conservar a mesma distância que a figura imagem em relação ao eixo. A ausência de uma abordagem dessa propriedade confirma o que Mega (2001, p. 34) considera como “tratamento intuitivo e menos formal da simetria”.

Compreendemos que o ensino da Simetria nas séries iniciais deve acontecer nos primeiros anos de forma intuitiva, mas deve ir se complexificando gradativamente ao longo dos anos, de modo que os alunos cheguem aos anos finais do ensino fundamental com um conhecimento formal do conteúdo, assim como sugerem o Guia do Livro Didático (BRASIL, 1997; 1998).

B) Perpendicularidade

A perpendicularidade é uma propriedade que aparece de forma implícita nas modalidades artísticas. Na modalidade “desenhos”, eles são apresentados de tal maneira que possibilita traçar retas perpendiculares com precisão. Até mesmo a malha quadriculada facilita essa atividade. Observamos a figura abaixo exposta.

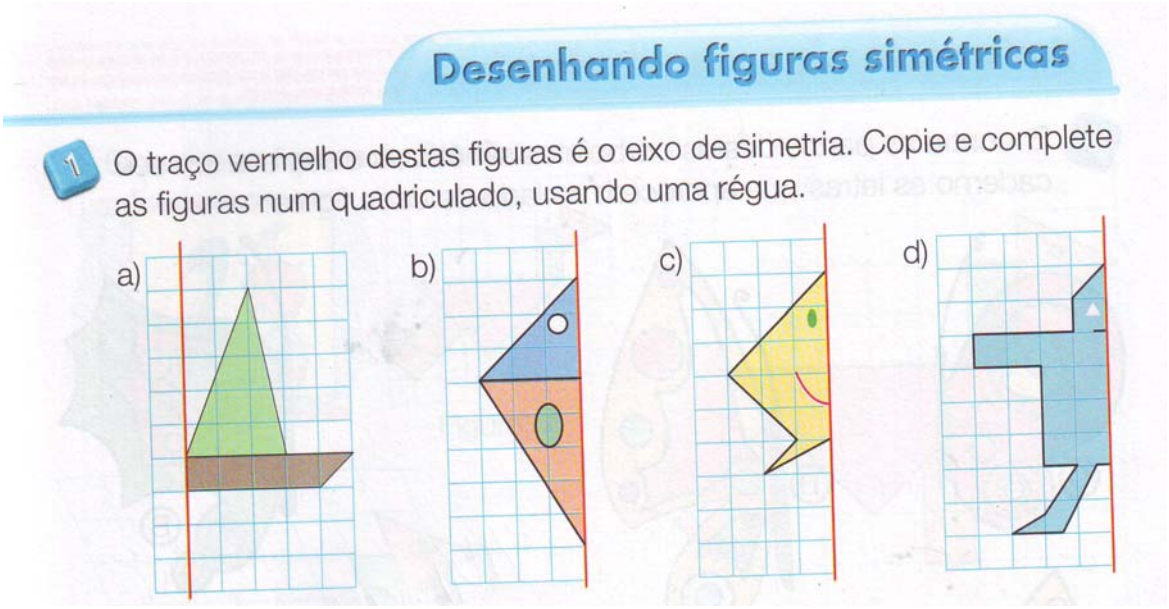


Figura 46: SANCHEZ, L. B. et al. Fazendo e compreendendo matemática. . 4ª edição reformulada. Editora Saraiva, São Paulo. 2008. V. 3, p. 179., il Collor.

Essa propriedade, no entanto, não é tratada nas atividades que envolvem Simetria. Identificamos que as coleções abordam o perpendicularismo como um conteúdo à parte, que não tem relação alguma com a Simetria. Essa atitude se contrapõe ao que propõe o Guia do Livro Didático de matemática (BRASIL, 2010; 2008; 2007): um ensino aberto para as inter-relações entre conteúdos matemáticos, assim como entre outras áreas do saber científico.

Nas atividades que envolvem dobradura, identificamos a mesma lacuna. Geralmente não há referência ao perpendicularismo das dobraduras apresentadas, assim como das produzidas pelos alunos. Conforme o PCN (BRASIL, 1997), a perpendicularidade é uma característica das figuras planas que deve ser explorada a partir do 2º ciclo.

Identificamos atividades de produção de dobraduras nas quais o vinco estabelecido possibilita evidenciar tal aspecto. No exemplo a seguir, o pontilhado do desenho permite apontar essa questão.

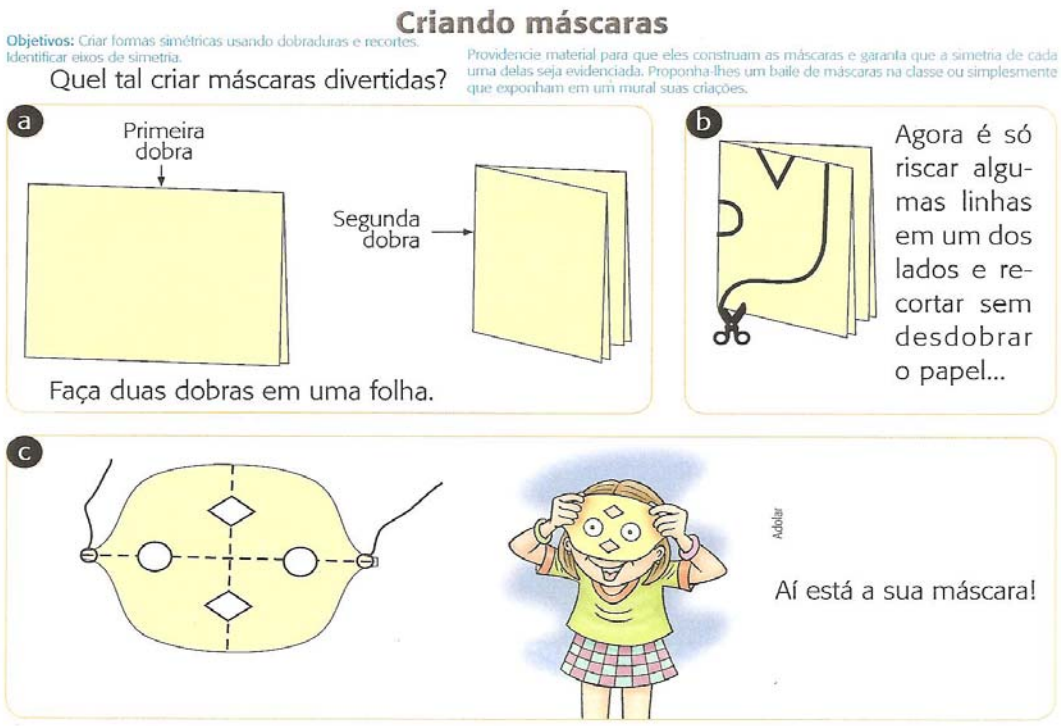


Figura 47: REAME, E. et al. Linguagem Matemática. Editora Saraiva. São Paulo. 2008. V. 5, p. 170, il Color.

Compreendemos que, por tratar-se do último volume das séries iniciais, a exploração dessa propriedade na atividade acima exposta poderia acontecer de

forma mais aprofundada, visto que o PNLD (Brasil, 2007; 2008; 2010) recomenda que gradativamente os conteúdos sejam aprofundados nos seus aspectos formais.

Nas modalidades “Pintura”, “Gravura” e “Arquitetura”, não identificamos referência a essa propriedade, apesar de que algumas obras arquitetônicas simétricas apresentam perpendiculares entre eixos e segmentos que unem ponto e imagem. Vejamos a imagem abaixo:

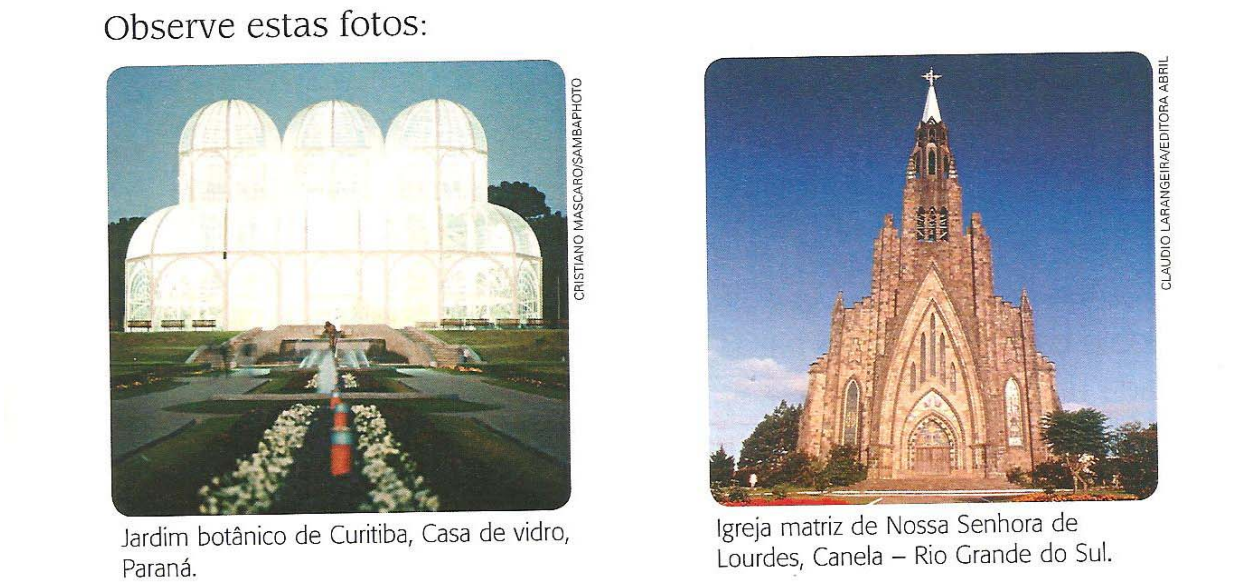


Figura 48: SOUZA, et al. Asas para voar matemática. Ática. São Paulo. 2008. v. 4, p. 161., il Collor.

Podemos observar na imagem da ‘Casa de vidro’, do Jardim Botânico da cidade de Curitiba, que ela é composta por retas perpendiculares, mas esse aspecto não é ressaltado na imagem nem nos enunciados das atividades.

Apesar de a perpendicularidade ser uma característica das figuras que possuem reflexão, constatamos que, nos últimos volumes das séries iniciais, as coleções trabalham esse conteúdo de forma desarticulada da Simetria.

C) Conservação (de forma, de comprimento, de alinhamento dos pontos).

Na modalidade “desenho”, observamos, em algumas atividades, a solicitação de desenhar a figura imagem “exatamente igual” à figura original. Esse comando deixa subentendido que, ao produzir uma figura igual à primeira, se estará conservando a forma da figura. Podemos observar isso no exemplo a seguir.

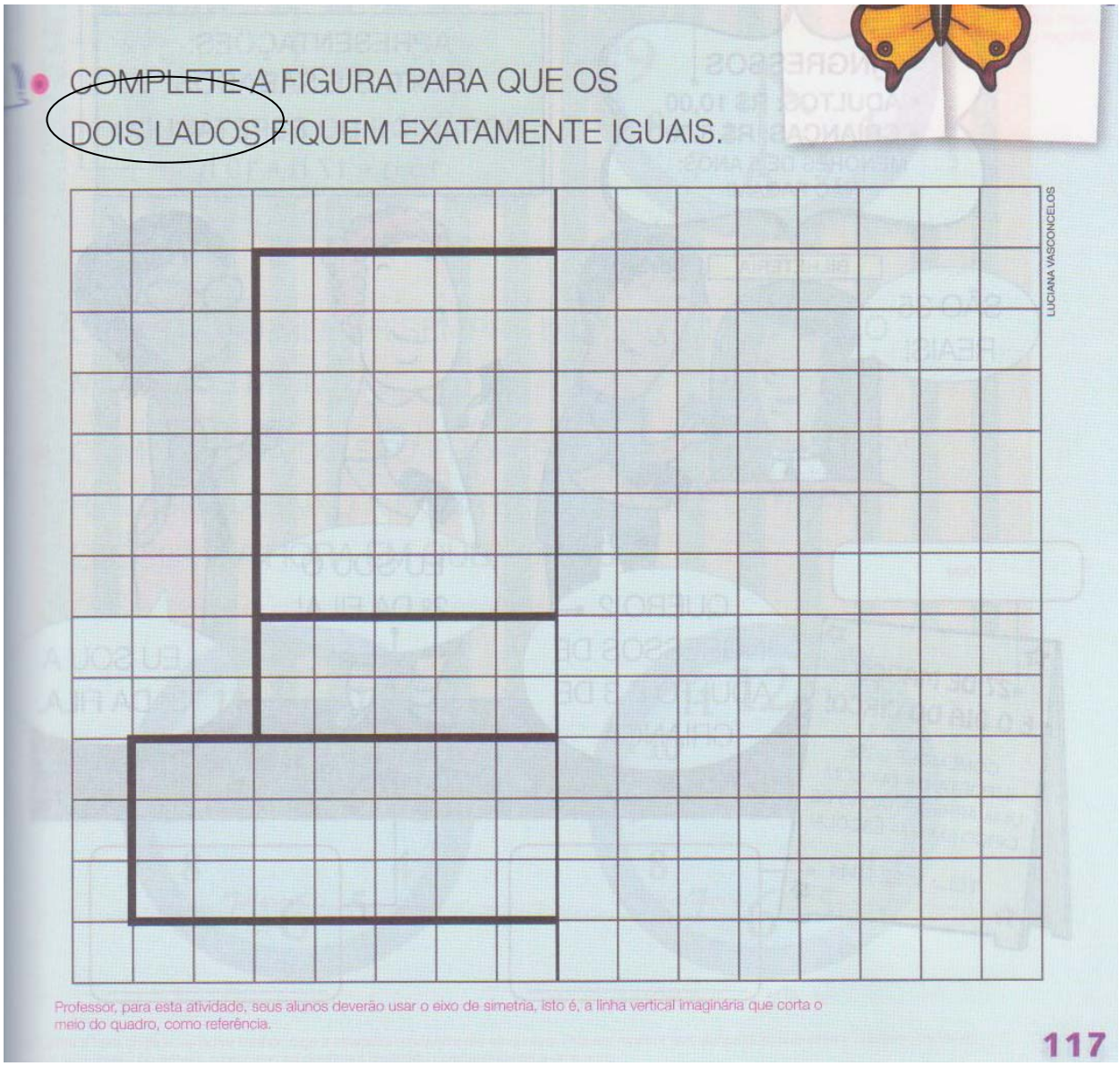


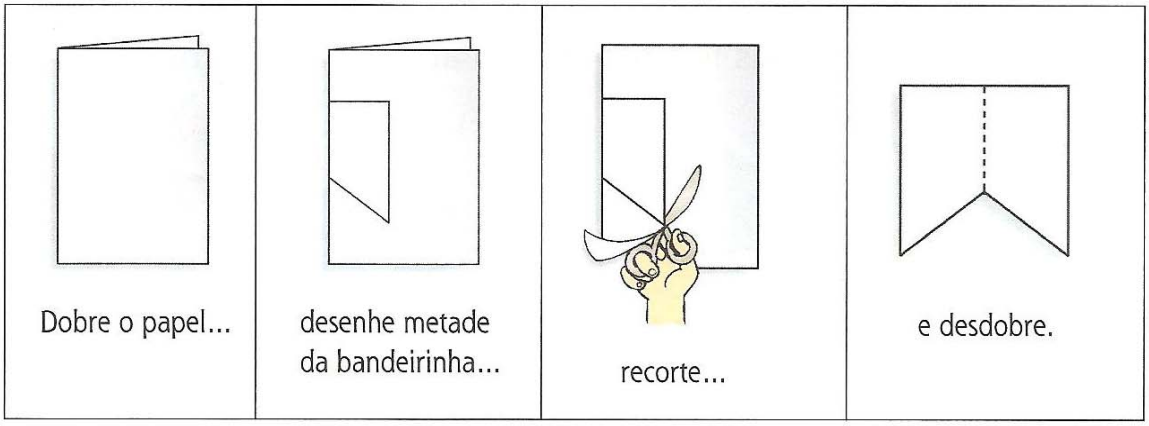
Figura 49: GASTALDI; Mª.V. et al. Projeto Buriti - matemática. Moderna. São Paulo 2007, v. 1, p. 117. il Color.

Quanto à dobradura e à pintura, as atividades abordam essa propriedade a partir da sobreposição de uma figura à outra. Percebemos isso através da enunciação das palavras. O estudo de Silva e Lima (2008) observa que a maioria dos autores privilegia a abordagem por sobreposição de figuras. No entanto,

percebemos que isso acontece sem se esclarecer que o que está sendo observado é a conservação de forma, comprimento e ângulos nas figuras produzidas. Observamos o exemplo a seguir.

Simetria

Você sabe fazer uma bandeirinha? Não? É hora de aprender!



Professor, fale aos alunos sobre a obra de Volpi e as famosas *Bandeirinhas*. Incentive os alunos a fazer composições com as bandeirinhas.

Pronto!

Quando a bandeirinha é dobrada ao meio, as duas partes coincidem. Dizemos, então, que a bandeirinha é uma figura que apresenta **simetria**. A linha que passa pela dobra é chamada de **eixo de simetria**.

Figura 50 : BORDEAUX, A.L. et al. Bem – me- quer. Editora Brasil. São Paulo. 2008. v. 3, p. 71., il Color.

Entendemos que a enunciação *as duas partes coincidem*, sugere a ideia de conservação de forma e comprimento. Explicitar, contudo, tais aspectos podem facilitar a compreensão do aluno sobre Simetria.

Nas modalidades artísticas “Arquitetura”, “Gravura” e “Modalidades Mistas”, não identificamos enunciações que remetessem às propriedades de conservação.

No conjunto de atividades analisadas, percebemos que as coleções não esclarecem aos alunos que, para construírem uma figura exatamente igual à figura original, assim como sobrepô-las, é imperativo conservar os comprimentos dos segmentos, a forma da figura inicial e os ângulos.

5.1.2.2 Eixo ou plano de Simetria?

Embora o eixo de Simetria suscite inúmeras questões, nossa análise teve como enfoque as posições do eixo e plano de simetria, porque a literatura sobre o assunto aponta lacunas conceituais em relação a esses aspectos. Observamos as atividades que trabalham especificamente a construção e reconhecimento do eixo de simetria, ou seja, não iremos analisar neste momento as atividades que abordam a construção de figuras simétricas em relação ao eixo.

Os dados revelaram que, das 178 atividades relativas à Simetria de Reflexão, 72 trabalham especificamente o eixo de Simetria. Dentre essas, 23 atividades, que correspondem a 31% do total, são de construção e abordam o eixo numa única posição (vertical); 15 atividades; que representam 20% do total, trabalham a construção do eixo em posições diferentes (vertical, horizontal e inclinado). O mesmo percentual foi encontrado nas atividades de reconhecimento em que o eixo está numa única posição. Em 19 atividades, que correspondem a 26% do total, solicita-se que o aluno reconheça as diferentes posições do eixo. Em 2 atividades (3%), a posição do eixo está indeterminada.

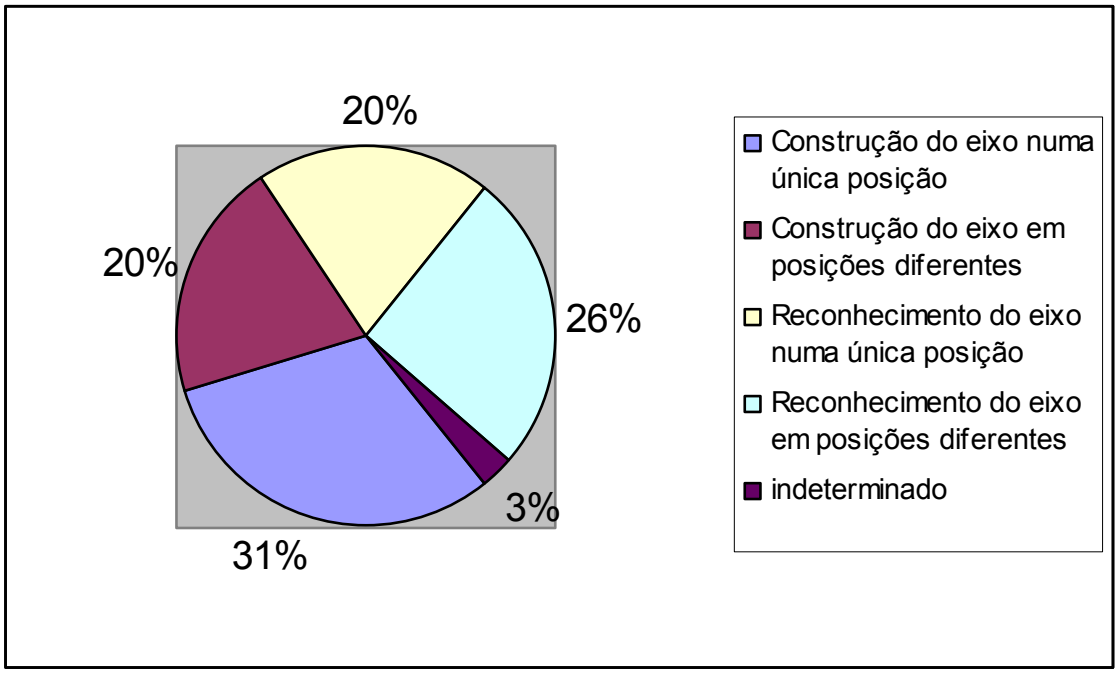


Figura 51: Gráfico - Posições do eixo de Simetria

Considerando as atividades de construção e reconhecimento, identificamos que 51% delas trabalham o eixo numa única posição, enquanto 46% trabalham posições diferentes do eixo. Os percentuais indicam um equilíbrio em relação às propostas de atividades que provocam desafios diferentes para o aluno ao mudarem a posição do eixo de Simetria.

Identificamos maior número de atividades que trabalham o eixo de simetria em posições diferentes na modalidade artística “Desenho”. Esse é um aspecto positivo, visto que, segundo Alves (2005) a mudança da posição do eixo contribui para os educandos percebam que a ortogonalidade é constante, embora o eixo mude de posição.

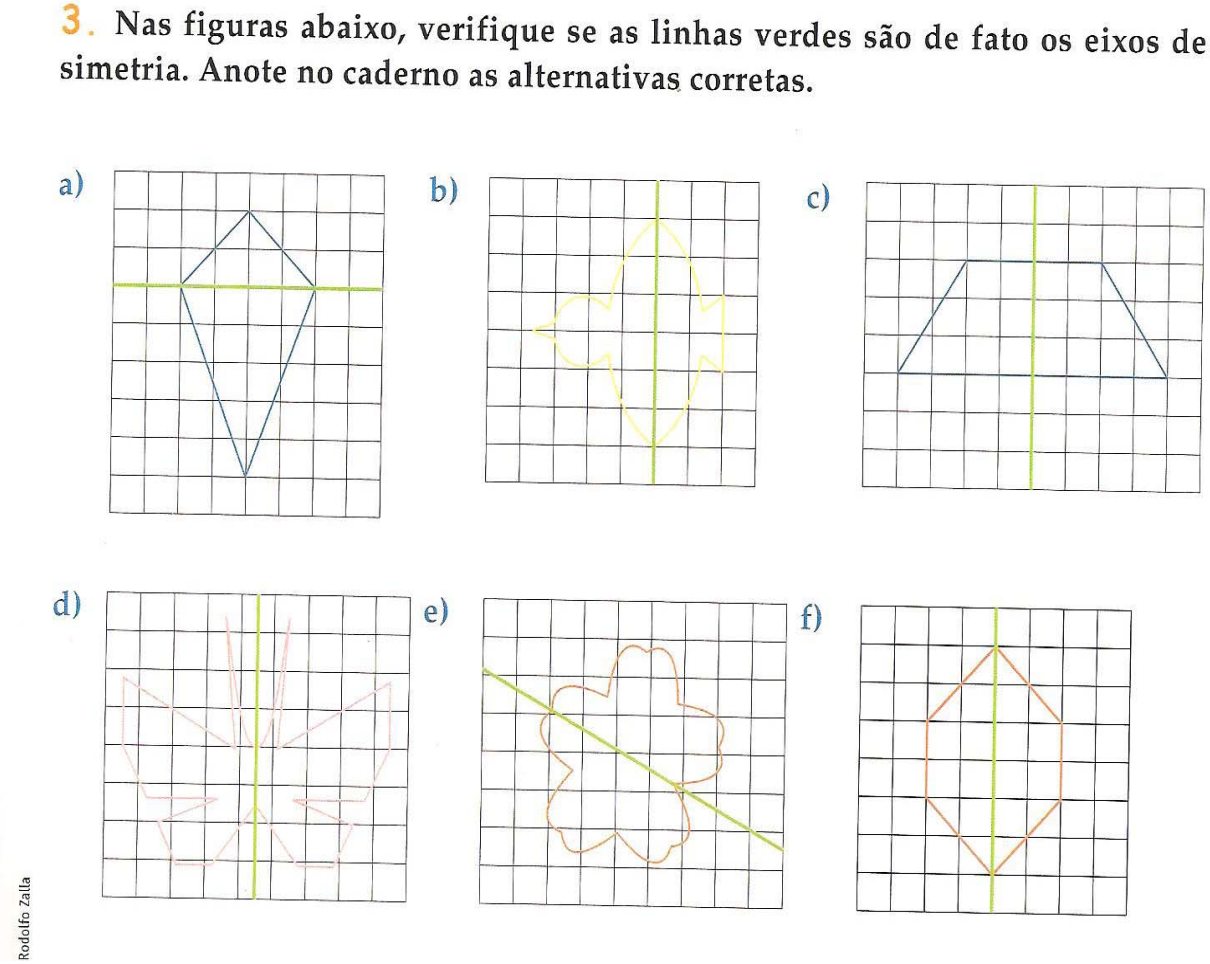
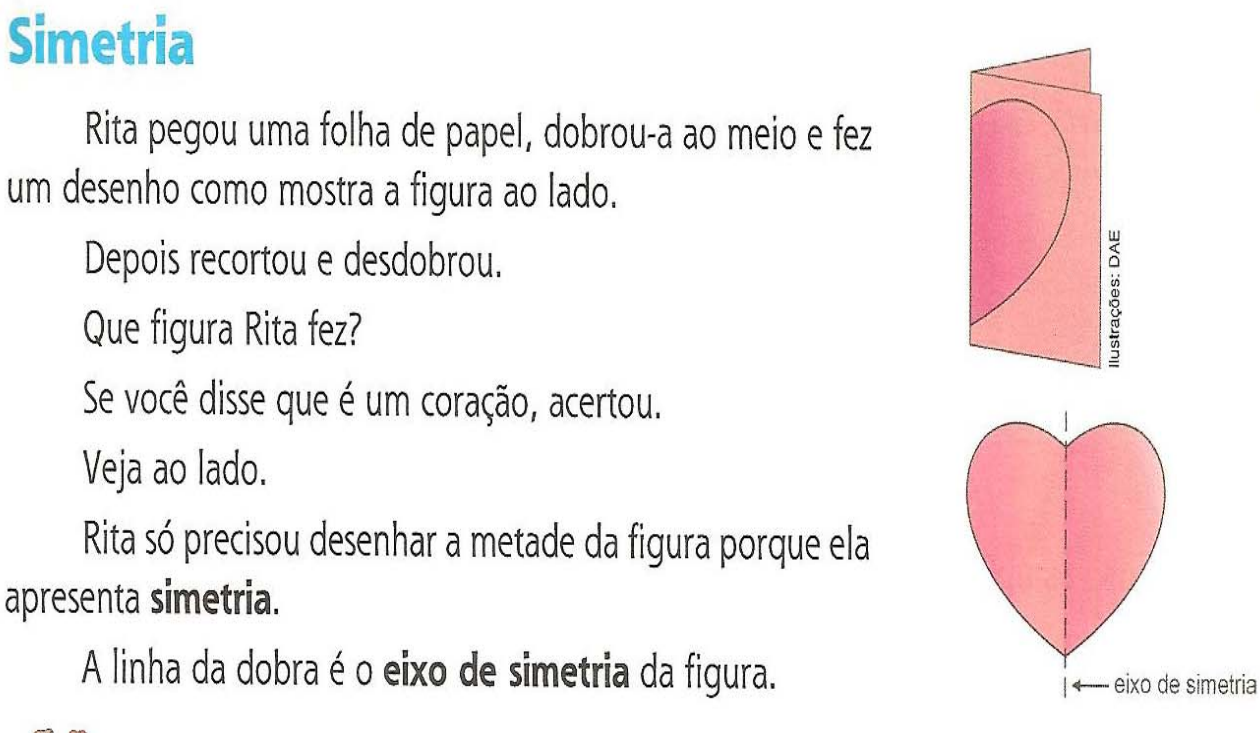


Figura 52: CERULLO. M. I. et al. Ponto de partida matemática. Editora Sarandi. São Paulo, 2008. v. 3, p.253., il Color.

Na modalidade “Dobradura”, as atividades referem-se à descoberta do eixo de simetria através do vinco realizado ao dobrar-se o papel. Identificamos que, dependendo da figura a ser construída, o eixo pode ter uma única posição ou várias. Verificamos que, nas figuras propostas pelos autores, predomina o trabalho numa única posição, como podemos observar no exemplo abaixo:



Simetria

Rita pegou uma folha de papel, dobrou-a ao meio e fez um desenho como mostra a figura ao lado.

Depois recortou e desdobrou.

Que figura Rita fez?

Se você disse que é um coração, acertou.

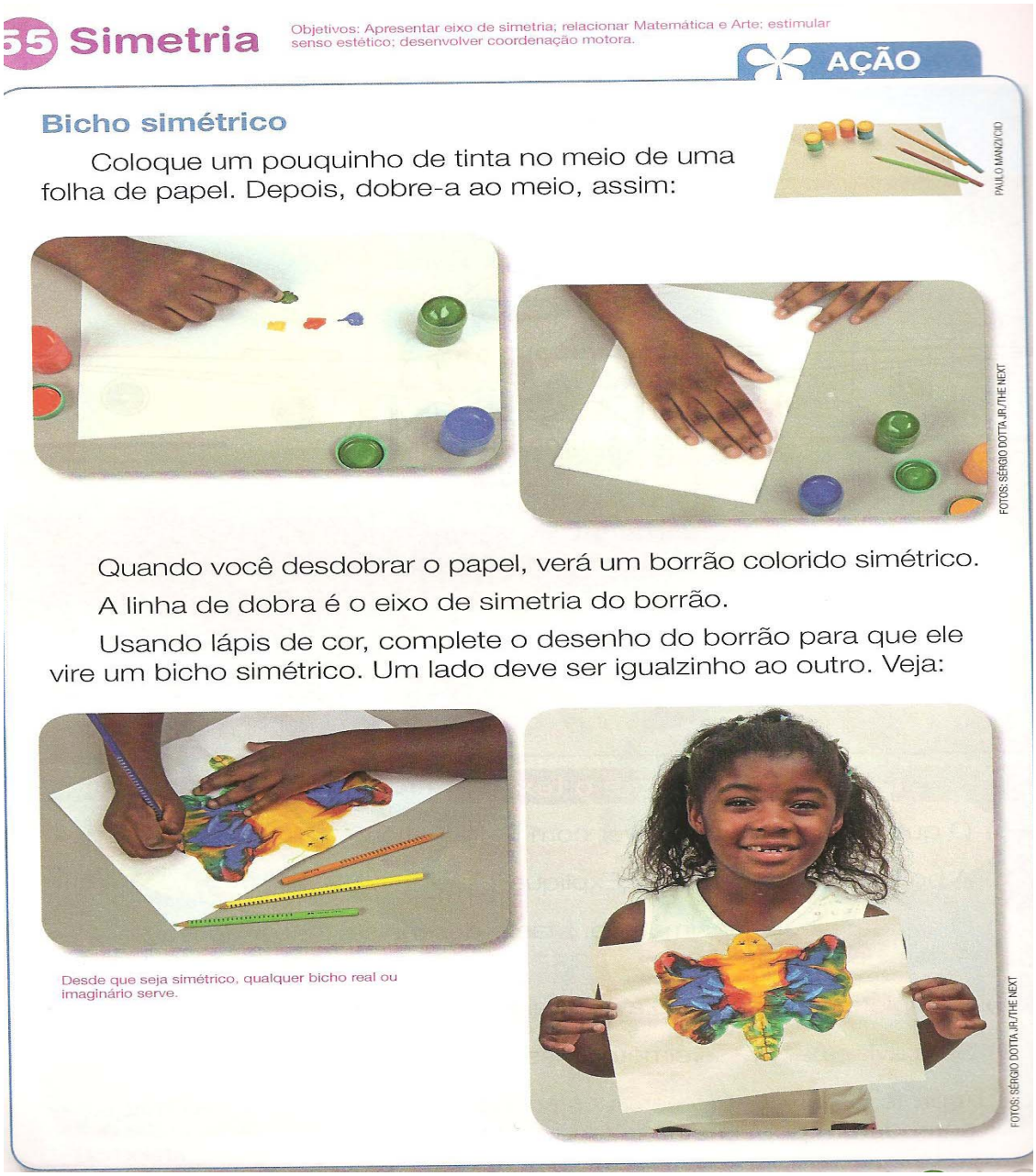
Veja ao lado.

Rita só precisou desenhar a metade da figura porque ela apresenta **simetria**.

A linha da dobra é o **eixo de simetria** da figura.

Figura 53: BORDEAUX, A. L. et al. Bem – me- quer. Editora Brasil. São Paulo. 2008. v. 5, p. 206,

No conjunto de atividades relativas à modalidade “Pintura”, encontramos atividades de reconhecimento de eixo em pinturas, ou construção do eixo por meio da técnica de borrões de tinta, na qual se solicita ao aluno dobrar o papel com tinta para formar o eixo de uma figura simétrica. Segundo Siqueira (2000), esse artifício permite a produção do eixo da Simetria de Reflexão de modo bem acessível a alunos de quase todos os níveis de escolaridade. Observamos essa técnica no exemplo abaixo.



55 Simetria

Objetivos: Apresentar eixo de simetria; relacionar Matemática e Arte; estimular senso estético; desenvolver coordenação motora.

AÇÃO

Bicho simétrico

Coloque um pouquinho de tinta no meio de uma folha de papel. Depois, dobre-a ao meio, assim:

PAULO MANZI/OID

FOTOS: SÉRGIO DOTTA JR./THE NEXT

Quando você desdobrar o papel, verá um borrão colorido simétrico.

A linha de dobra é o eixo de simetria do borrão.

Usando lápis de cor, complete o desenho do borrão para que ele vire um bicho simétrico. Um lado deve ser igualzinho ao outro. Veja:

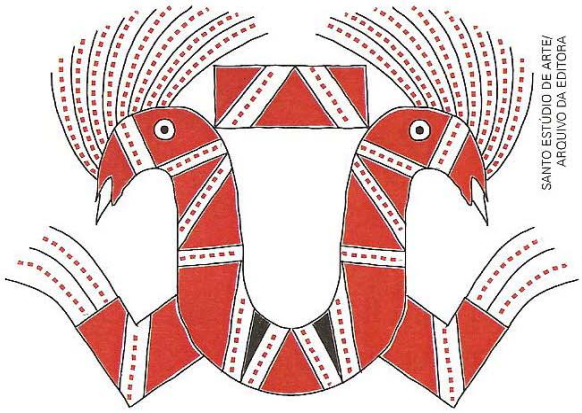
Desde que seja simétrico, qualquer bicho real ou imaginário serve.

FOTOS: SÉRGIO DOTTA JR./THE NEXT

Figura 54: MILANI, Estela e outros. Projeto conviver matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2008, volume 2, p. 188., il Collor.

Na técnica, acima exposta, percebemos apenas a instrução de dobrar o papel na posição vertical. As pinturas, em sua maioria, também apresentam o eixo traçado verticalmente. Algumas pinturas, como no exemplo abaixo, também evidenciam o trabalho com o eixo numa única posição.

Os índios brasileiros usam bastante simetria nos objetos que fazem. Esta figura simétrica representa um lagarto e aparece desenhada num objeto chamado "roda de teto".



kaokokoxi/Lagarto pequeno

A "roda de teto" é um escudo circular que os indígenas costumam colocar no teto das casas para protegê-las, evitando que algum mal aconteça.

DEVEMOS RESPEITAR AS CRENÇAS DE TODOS.

1. Você conhece outras peças do artesanato indígena brasileiro?

2. Seus familiares usam algum objeto para proteger a casa? Se você respondeu sim, escreva no caderno o nome do objeto.

3. Crie no papel quadriculado uma figura que tenha algum tipo de simetria e invente uma história sobre ela.

Figura 55: SOUZA, M. H. Asas para voar matemática. Editora Ática. São Paulo. 2008. v. 3, p. 146.il Collor.

Nas atividades com gravura, encontramos duas que trabalham o eixo explicitamente: uma aborda o eixo na posição vertical, e outra atividade de reconhecimento trabalha a quantidade de eixos numa figura. Verifiquemos essa constatação no exemplo.

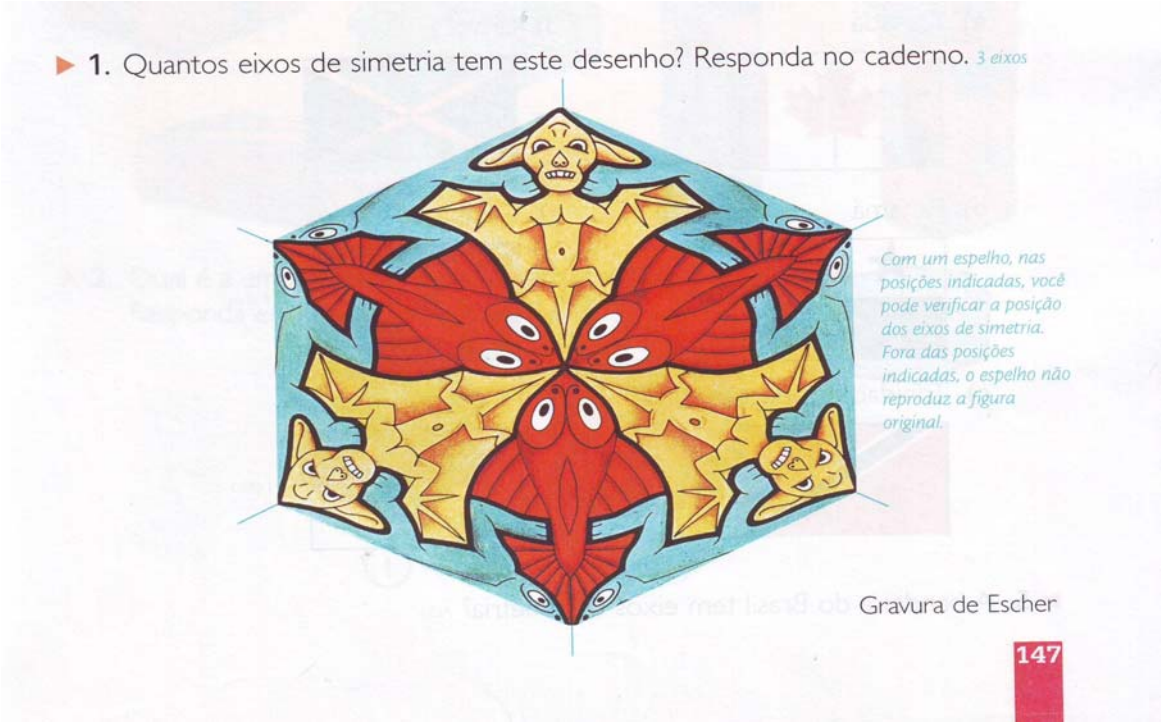


Figura 56 : BUENO, A. M. et al. Pensar e viver – Matemática. Editora Ática. São Paulo. V. 4, p. 147.

Estudos como o de Alves (2005), de Siqueira (2000) e de Jaime e Gutiérre (1996) ressaltam a importância de trabalhar as diversas posições do eixo na simetria reflexão. Entendem que essa variável é fundamental na apropriação das propriedades da simetria e alertam que a abordagem de apenas uma posição do eixo pode dar origem a uma concepção errônea sobre a simetria de reflexão. No entanto, temos que refletir sobre as limitações que essa modalidade artística pode ter em trabalhar o eixo de simetria nas suas diversas posições.

Quanto ao plano de simetria, encontramos 18 atividades que correspondem a 8% do total das 200 atividades que abordam o conteúdo da Simetria em articulação com as Artes Visuais. As atividades estão presentes em 10 coleções, em três modalidades artísticas (arquitetura, dobradura e modalidades mistas).

Encontramos onze atividades com fotografias de obras arquitetônicas como igrejas, casas e museus, como podemos observar a seguir:

Arco do Triunfo
França

Taj Mahal
Índia

Fotografias: Jupiter Unlimited/Other Images

MAGEM E CONTEXTO

1. Observe os monumentos retratados nessas páginas. Você já foi a algum deles ou já viu essas imagens em algum lugar? Converse com os colegas e o professor.
Resposta pessoal.

2. Estime a altura da estátua do Cristo Redentor. Para fazer a estimativa, observe o tamanho da mureta. Depois, compare sua estimativa com a altura real da estátua.
A altura da estátua é de 30 metros e se contar o pedestal é de 38 metros.

3. Observe as imagens do Arco do Triunfo e do Taj Mahal e tente imaginar que você traçou uma linha reta vertical exatamente no meio de cada figura, como se a estivesse partindo na metade. O que você observa se comparar as duas metades?
Espera-se que os alunos percebam que os monumentos têm seus lados simétricos se traçada uma linha horizontal no mei de cada um deles.

Figura 57: PADOVAN, D. et al. Projeto Prosa. Editora Saraiva. São Paulo, 2008. V. 4, p. 122., il Color.

A atividade acima solicita ao aluno que ele imagine uma linha reta vertical exatamente no meio de cada figura. Os autores não explicitam para o aluno que esta linha vertical trata-se de um eixo de simetria, bem como que por serem

tridimensionais as obras arquitetônicas reais possuem na verdade um plano de simetria.

Identificamos quatro atividades com dobraduras do tipo origami que resultam em figuras tridimensionais; as dobraduras, segundo Siqueira (2001) possuem um duplo dinamismo, porque as trajetórias descritas pelos pontos da figura não permanecem no plano a figura. O movimento nesses casos ocorre no espaço tridimensional, no qual o plano da figura está imerso. Além disso, a dobradura resulta numa figura tridimensional, ou seja, não possui eixo de simetria, mas um plano.

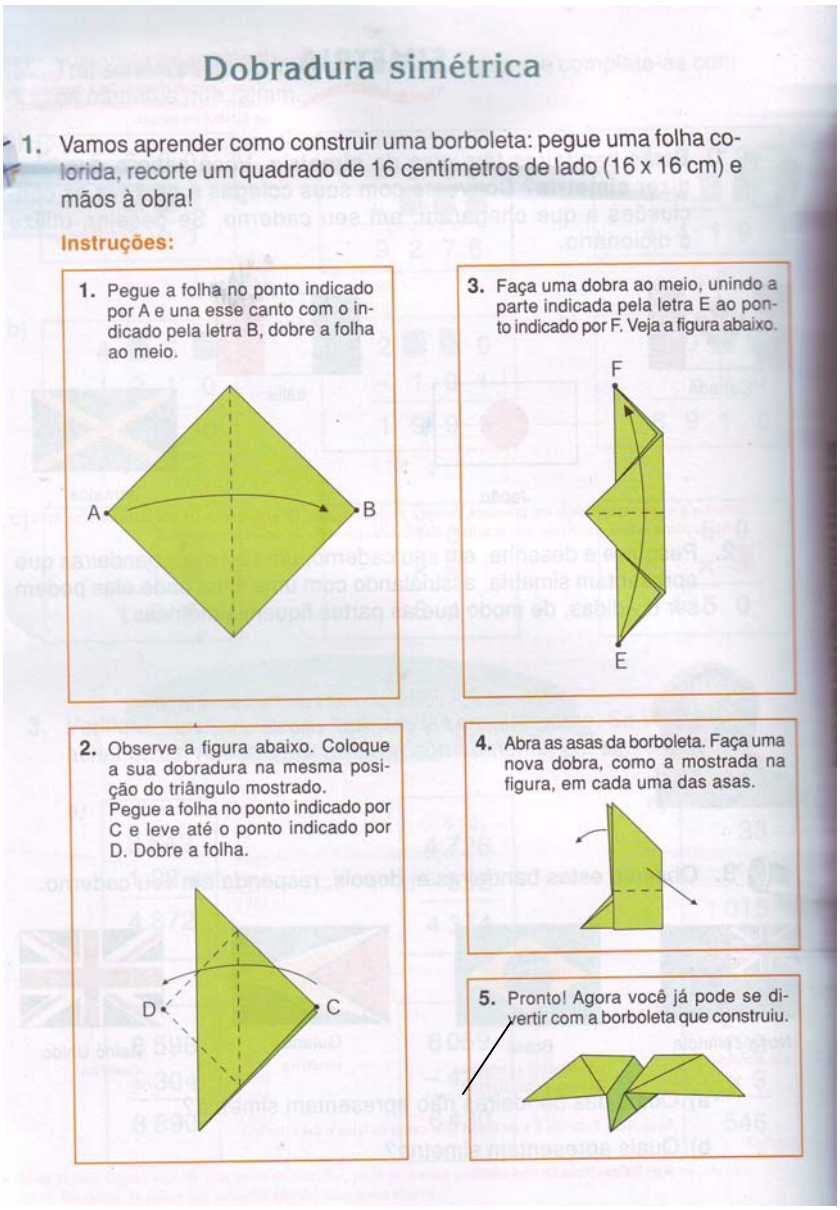


Figura 58: PADOVAN, D. et al. Projeto Prosa. Editora Saraiva. São Paulo, 2008, v. 4 p. 88. il Color.

Na categoria modalidade mista, observamos três atividades com imagens fotográficas de cerâmicas, esculturas e monumentos arquitetônicos numa única atividade, como podemos observar no exemplo a seguir:

Serão necessárias cópias das malhas formadas por polígonos.

20 Regularidade, simetria e estética

Simetria, regularidades e estética

Além de trabalhar com ideias matemáticas, como simetria e regularidades, o tema explora a sensibilidade estética — interdisciplinaridade com Artes.

1. Observe as imagens e diga em que casos a simetria está presente.

Acervo Museu de Ontario, Toronto, Canadá

Desencontro de losangos, de Arcangelo Ianelli, 1973.

Andrea Zahra/Editora Abril

Tigela de cerâmica.

João Caldas/Olhar Imagem

Cerâmica marajoara.

Coleção Nemirovsky/MAM Rio de Janeiro

Figura sentada, de Vicente do Rego Monteiro, 1924.

2. Nas imagens simétricas, identifique os eixos de simetria.

192

Figura 59: AIDAR, Márcia. Ler Mundo – Matemática. São Paulo, Editora scipione. v. 4, p. 192, 2008. il Color.

Na atividade acima, solicita-se que o aluno observe as figuras simétricas e identifique o eixo de simetria em fotografias de cerâmicas, cujas imagens apresentam perspectiva.

Constatamos que, reproduções fotográficas de cerâmicas, dobraduras, obras arquitetônicas e esculturas estão presentes nas atividades com Simetria e

Artes visuais nos livros didáticos das séries iniciais. No entanto, não se explicita nos enunciados que as obras de artes reais não possuem eixo de simetria, mas um plano de simetria e, que o eixo só é possível nas fotografias dessas imagens. Assim como, que nas figuras com perspectiva não se trata de um eixo de simetria, mas uma reta. Observamos que, esses aspectos são apontados pelo Guia do livro didático (BRASIL, 2007), como limites nos livros de 2007, mas que perduraram os livros didáticos de 2010.

5.1.2.3 Figura Simétrica

Observamos que o ensino da Simetria nos livros de matemática para séries iniciais segue um aspecto considerado básico e essencial pelo PCN de matemática (BRASIL, 1997) para esse nível da educação básica: relacionar observações do mundo real com representações nas quais destacamos as figuras.

Neste estudo, destacamos dois tipos de figuras, as conexas e desconexas, que estão presentes na Simetria de Reflexão e Translação. Encontramos 166 atividades com figuras conexas o que corresponde a 82%. Com figuras desconexas, identificamos 21 atividades, o que corresponde a 11%, e 13 atividades, o que corresponde 7%, em que não foi possível determinar o tipo de figura, visto que se tratava de produções livres de desenhos ou padrões. Podemos observar no gráfico essas nossas constatações.

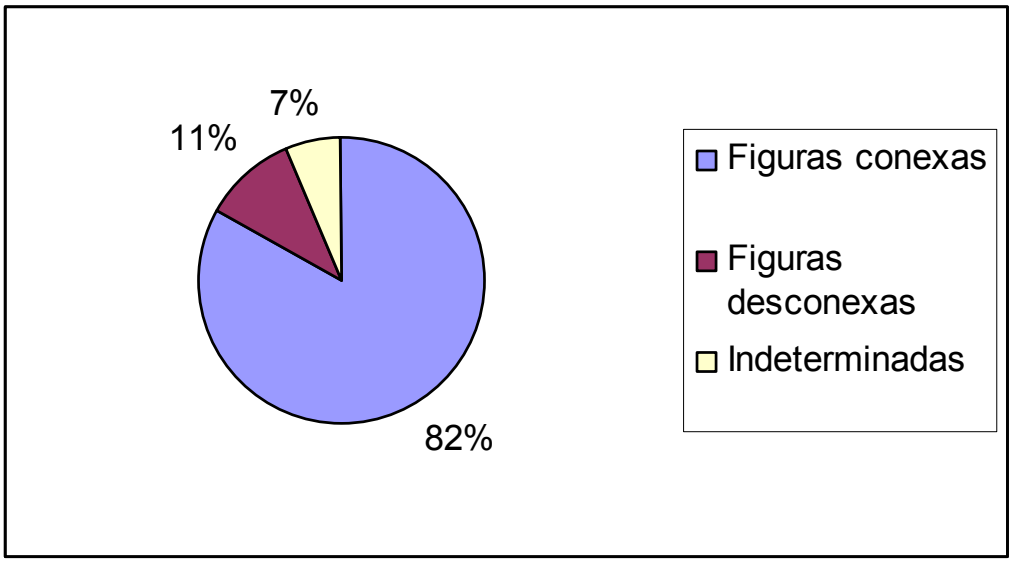


Figura 60: Gráfico - distribuição das figuras nas atividades

Na modalidade “desenho”, as figuras tidas como conexas são aquelas cortadas por eixo de simetria. Nas translações, estamos considerando conexas as que não estabelecem distância no deslocamento. Elas correspondem a 83%, num universo de 91 desenhos. Enquanto as figuras desconexas, isto é, as figuras separadas do eixo ou que estabelecem intervalo de espaço no caso das translações, estão presentes em 17% das atividades.

Constatamos que predominam as atividades com figuras conexas. Há aquelas em que se propõe ‘completar a figura’. Percebemos que a invariância da figura é ofuscada, pois esse aspecto só é ressaltado quando se considera a figura inteira e não cada uma de suas “metades iguais”. Siqueira (2000) observa que, o aluno apoia-se na isometria de reflexão para construir a ‘outra metade’ da figura, mas não lhe é explicito que a mesma isometria transforma também a ‘metade desconhecida’ da figura na ‘metade conhecida’, garantindo que a figura se torne simétrica (ver exemplo).

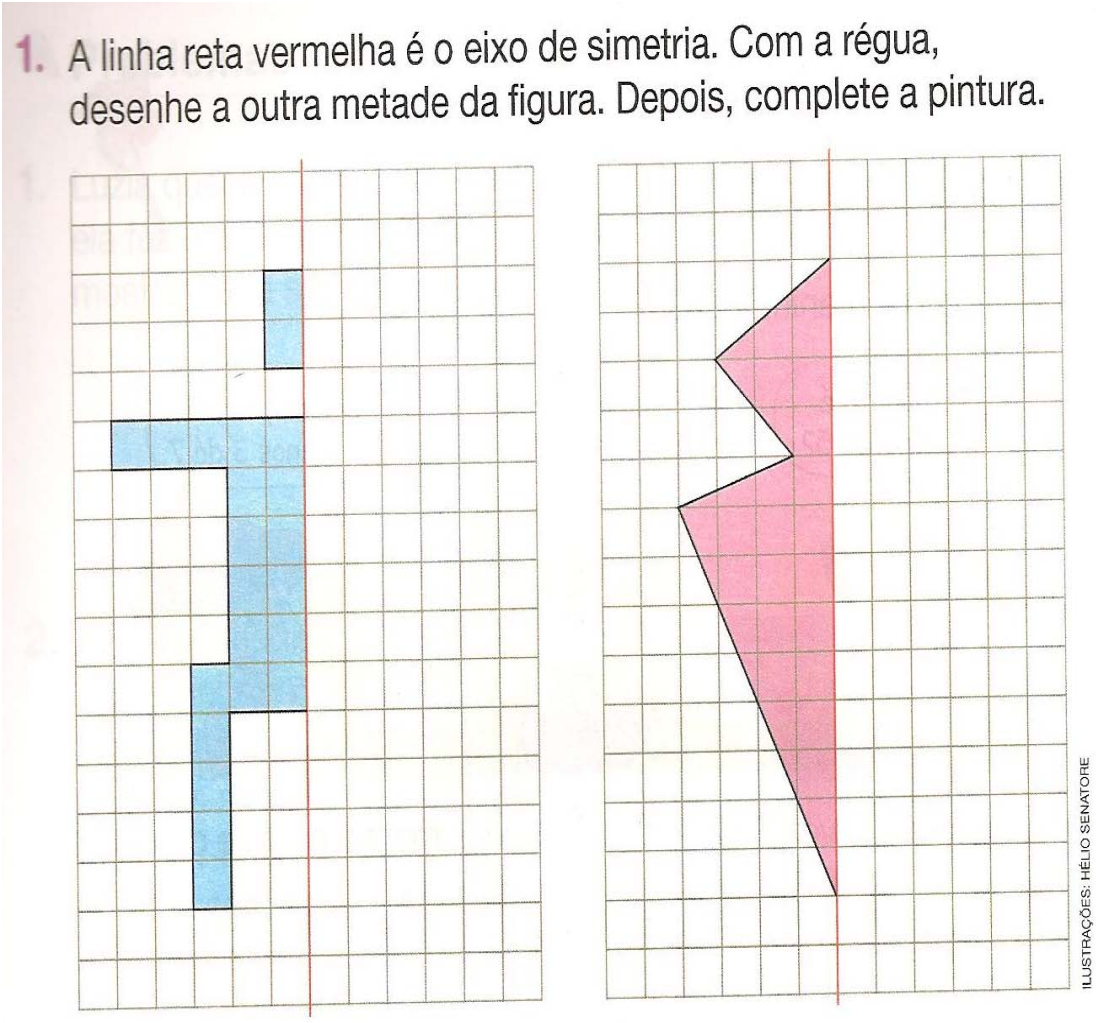


Figura 61: MILANI, E. et al. Projeto conviver matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2008, v. 2, p. 189., il Color.

Nas figuras desconexas, a invariância e a isometria são mais evidentes, pois o aluno tem uma visualização global da figura e da distância estabelecida em relação ao eixo. Também encontramos atividades que apresentam os dois tipos de figuras, como podemos observar a seguir.

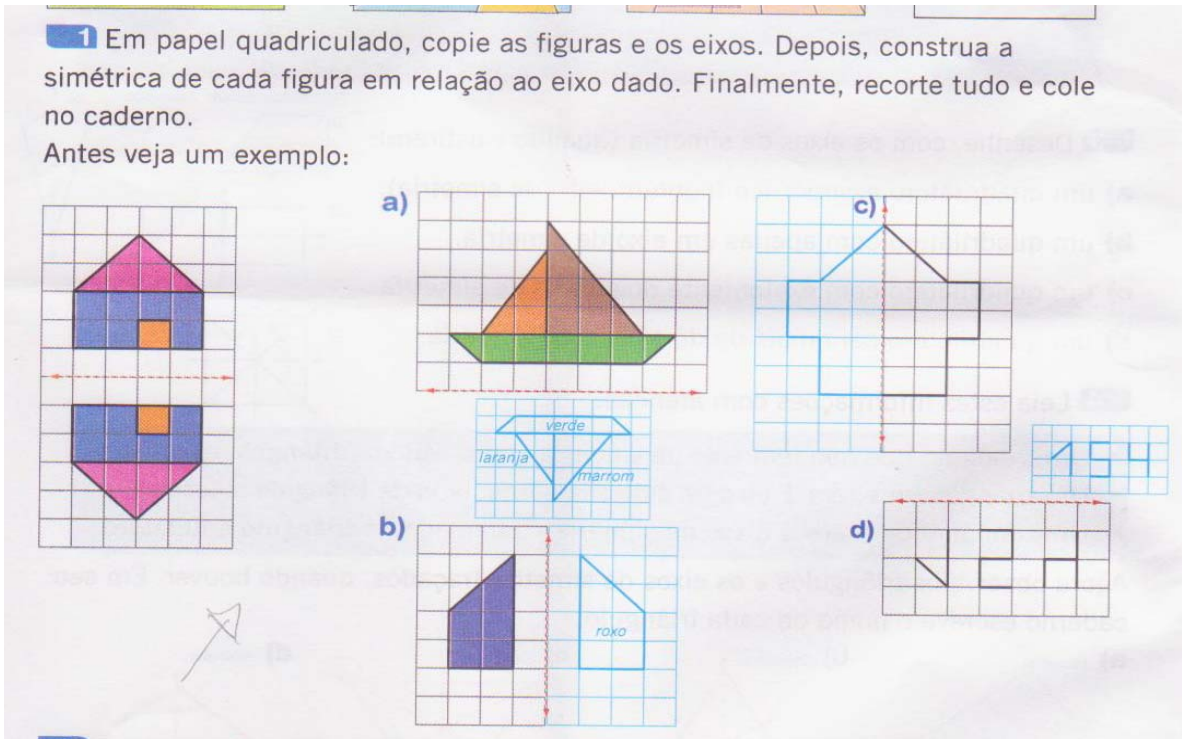


Figura 62: DANTE, Luiz Roberto. Aprendendo Sempre Matemática. Editora Ática. São Paulo. 2008. v. 5, p. 94. il Color.

A atividade acima registrada, contudo, aborda a construção dos dois tipos de figuras diferentes sob o ponto de vista da conceitualização da Simetria, pois as figuras conexas são cortadas por um eixo dividindo a figura em duas partes, enquanto as figuras desconexas têm sua imagem refletida em relação ao eixo. No caso das figuras transladadas, a diferença está em estabelecer-se distância, ou não, ao realizar-se o deslocamento. Não identificamos distinção entre os tipos apresentados. Esse aspecto também foi constatado pelo Guia do Livro Didático (Brasil, 2007; 2008). Segundo esse documento as noções de figura simétrica (desconexa) e de simétrico de parte de uma figura (conexa) podem gerar ambiguidade, o que dificulta a aprendizagem.

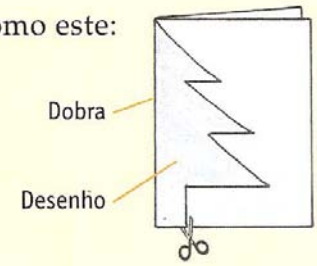
Com relação à “dobradura” (origami ou kirigami), encontramos apenas atividades de reconhecimento ou construção de dobraduras conexas. Consideramos que esta é uma característica dessa modalidade artística, a ação de dobrar faz com que as “duas partes iguais” da figura com simetria de reflexão coincidam por superposição, ou seja, a invariância da figura é evidenciada quando as “duas partes iguais” são sobrepostas.

Dona Lúcia foi convidada para falar aos alunos algumas coisas sobre simetria e ensinou-os a fazer vários enfeites de papel. Leia com atenção as dicas que ela deu:

Enfeite de papel

- Pegue uma folha de papel sulfite e dobre-a ao meio:

- No papel, faça um desenho como este:



- Recorte o papel na linha desenhada.
- Desdobre o papel com cuidado e observe a figura que você fez.

Figura 63: CERULLO. M. I. et al. Ponto de partida matemática. Editora Sarandi. São Paulo, 2008. v. 3, p. 257. il Color.

Nos padrões das 32 atividades, 22 são conexas. Apenas 10 atividades apresentam distância no deslocamento das figuras, estas atividades consideramos como figuras desconexas. De modo geral, os problemas solicitam que padrões sejam completados em malha quadriculada, ou pede-se que se identifique em que momento a regularidade do padrão é quebrada. Ver exemplo:

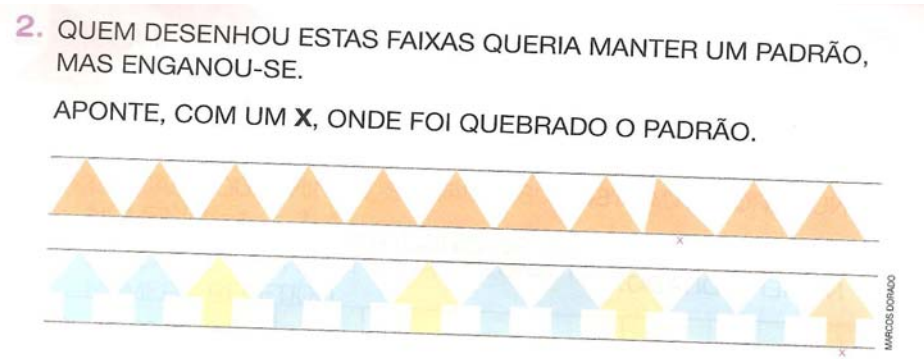


Figura 64: MILANI, E. et al. Projeto conviver matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2008, v. 1, p. 141., il Collor.

Observamos que a atividade acima busca evidenciar questões referentes à regularidade do padrão por meio da quebra de harmonia através da cor, deixando obscurecidas questões referentes à forma da figura, à direção fixada, à distância estabelecida entre as figuras. Assim, perde-se a oportunidade de destacar um aspecto importante apontado pelo PCN de matemática (BRASIL, 1997), que é o fato das crianças poderem descobrir regularidades presentes nas figuras geométricas.

Na modalidade **"**pintura" as imagens observadas, os desenhos a serem pintados, assim como as pinturas produzidas através dos borrões de tinta são figuras conexas a um eixo imaginário ou produzido, por meio do vinco estabelecido ao dobrar a folha (ver exemplo).

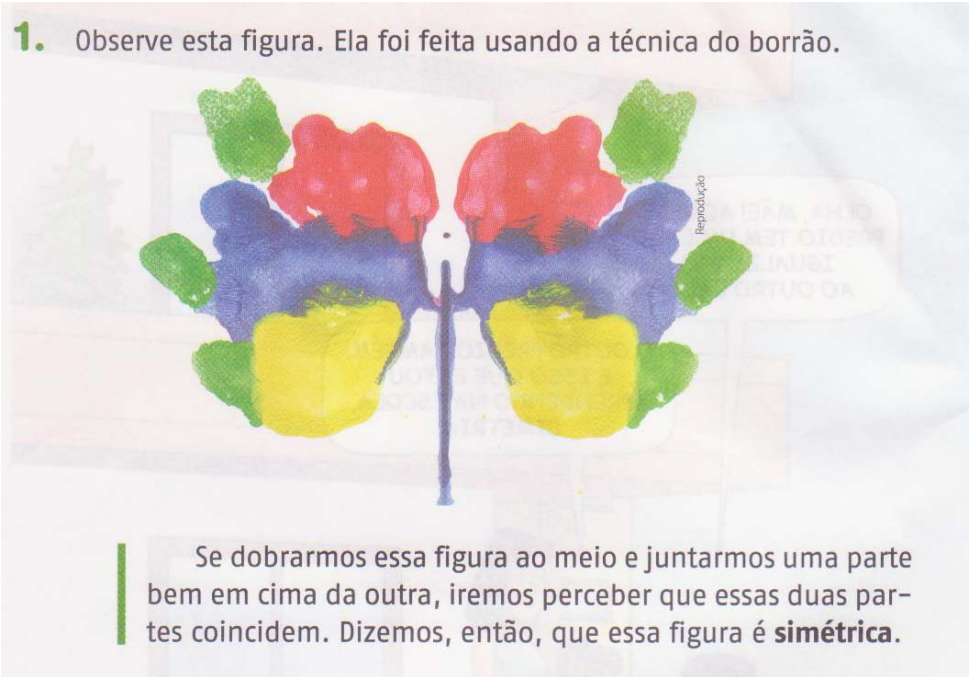


Figura 65: PADOVAN, D. et al. Projeto Prosa. Editora Saraiva. São Paulo, 2008. V. 3, p. 174. il Color.

Na atividade acima, a imagem apresenta-se quase desconexa ao eixo, mas há uma linha que interliga um lado ao outro, tornando a figura conexa. Outro aspecto observado diz respeito ao contorno da figura que, além de ser curvo, não é preciso. Isso pode dificultar a percepção da conservação de forma, equidistância, congruência dos contornos. Siqueira (2002) observa, no seu estudo, que os alunos apresentam maior dificuldade na preservação das propriedades citadas quando contorno da figura é curvo. No entanto, esse tipo de contorno está presente em praticamente quase todas as figuras relacionadas às modalidades artísticas observadas nas atividades selecionadas por esta pesquisa.

Na arquitetura, as fotografias apresentadas são de imagens inteiras das obras arquitetônicas. A partir delas, propõe-se que um eixo imaginário seja estabelecido nas figuras. Assim, consideramos essas imagens como conexas, embora o eixo não exista na imagem real, por tratar-se de um objeto espacial (ver exemplo).

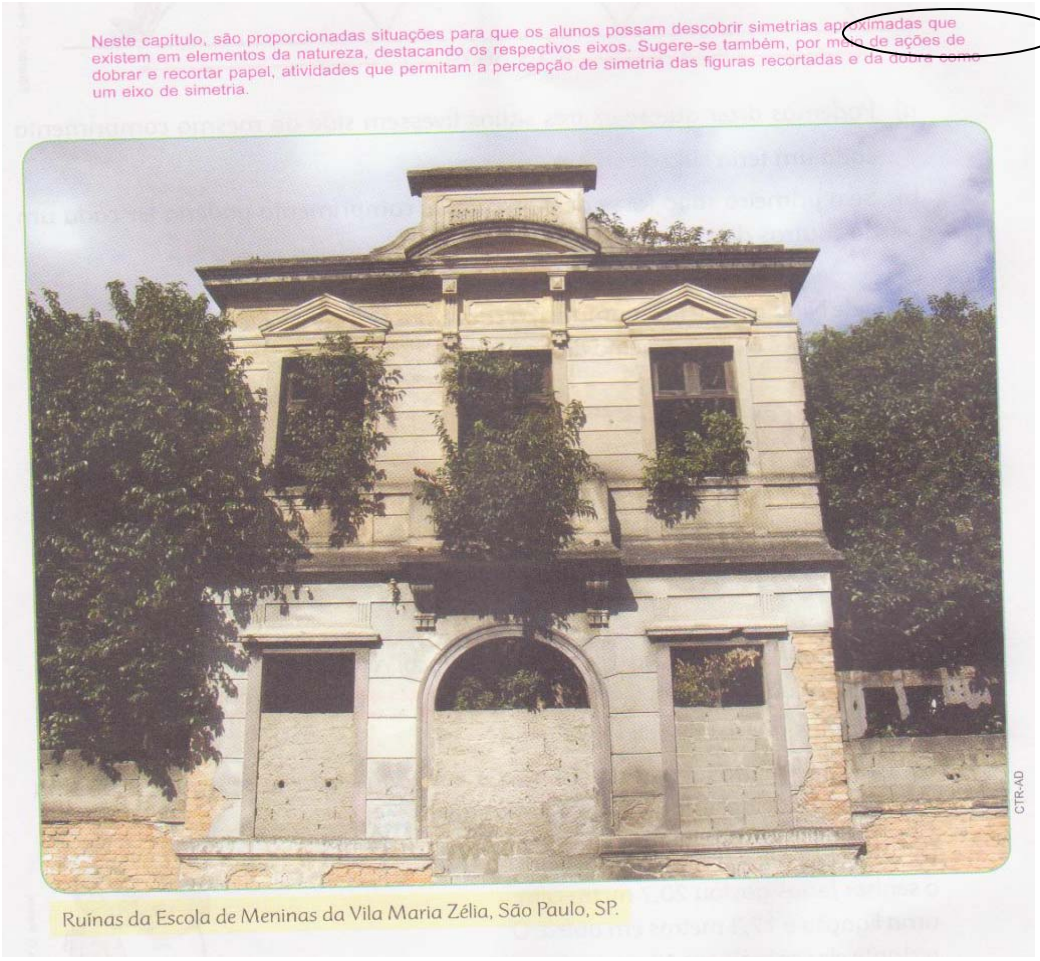


Figura 66: FERREIRA, A. et al. Fazer, compreender e criar em matemática. 3ª edição, IBEP. São Paulo, 2008, v.5, p. 148., il Color.

No que se refere às “Gravuras”, identificamos que todas as figuras são conexas estabelecendo uma interseção da figura com o eixo (cruza o eixo). Na atividade a seguir, o eixo intersecção a figura de forma imaginária.

Figura 67: TOSSATO, C.M. et al. Hoje é dia de matemática. Editora positivo, Curitiba, 2007. v. 3, p. 10. il Color.

Segundo os estudos de Siqueira (2000), Grenier (1988) e Alves (2005), os alunos construíram o reflexo com facilidade em figuras conexas nos quais tinham que completar a figura, mas as construções que envolviam figuras conexas que o eixo cortava a figura foram caracterizadas como difíceis, resultando em um grande número de questões em branco. Esses estudos nos levam a pensar no tipo de figura a ser introduzida no trabalho com simetria nos livros didáticos das séries iniciais,

assim como nos fazem ver que podemos abordá-la como uma variável didática para gerar estratégia de resolução diferente ao longo dos volumes nas coleções de livro didático.

Quanto à categoria, “Modalidades Mistas”, percebemos, nas poucas atividades que a contemplam, que as figuras abordadas são conexas com, de modo geral são utilizadas na identificação e construção de figuras, como podemos observar a seguir:

O trabalho com simetria nas séries iniciais chama a atenção para identificação e criação de padrões. Isso pode ser feito por meio de diferentes estratégias, tais como: dobradura, recorte e desenho na malha pontilhada.

Criando figuras simétricas

Veja duas maneiras de fazer um desenho que tenha simetria.

a

Para a primeira você vai precisar de uma folha de papel, lápis e tesoura.

Pegue a folha de papel e dobre-a ao meio.

Depois de pronto, recorte o seu desenho sem desdobrar a folha.

Agora pinte a outra parte do desenho e... aí está!

Dobre a folha ao meio. Em uma das partes faça a pintura que quiser, até a linha de dobra.

Oriente seus alunos para que usem tesoura com ponta arredondada.

b

Ilustrações: Evandro Luiz

Faça em uma metade da folha o desenho que você quiser.

A linha de dobra servirá como **eixo de simetria**!

d

Outra maneira é usar tinta colorida e pincel.

f

Dobre a outra parte da folha sobre a pintura. Pressione com a sua mão...

... e abra a folha!

Figura 68: REAME, E.; MOTENEGRO, P.. Linguagem Matemática. Editora saraiva. São Paulo. 2008. v. 4, p. 210., il Color.

Observamos que a atividade acima agrupa duas atividades (dobradura e borrão de tinta) que, apesar de terem procedimentos muito semelhantes, podem gerar dificuldades diferentes na percepção da invariância da figura quando sofre uma transformação, pois a dobradura, o contorno da figura, mesmo curvo, apresenta precisão maior que o borrão de tinta. De acordo com Alves (2005), Siqueira (2000) e Jaime e Gutiérre (1996), a complexidade da figura é um elemento importante no ensino-aprendizagem da simetria, pois pode promover mudanças de estratégias.

5.2 Contribuições recíprocas das Artes visuais e da Simetria em livros didáticos de matemática.

Neste capítulo foram trazidos elementos que nos fazem refletir sobre a abordagem do conteúdo Simetria em livros didáticos de matemática para séries iniciais. Verificamos que predomina a Simetria de Reflexão, enquanto a de Translação é pouco abordada e a de Rotação não identificadas atividades. Esses dados nos levaram ao seguinte questionamento: por que essa opção pela ampla abordagem da Simetria de Reflexão em detrimento das outras?

Além dessa questão, percebemos que, embora as propriedades das simetrias sejam essenciais para que os alunos construam um conhecimento formal sobre simetria, elas não são exploradas nas atividades, predominando o caráter intuitivo e pragmático da simetria sem uma complexificação dela ao logo dos volumes, como sugere o Guia do Livro Didático (BRASIL, 2007; 2008).

Percebemos que o eixo de Simetria é um elemento muito presente nas atividades de construção ou reconhecimento de figuras simétricas. Verificamos que a posição do eixo está atrelado ao tipo de figura que é sugerido na atividade. Constatamos, então, que atividades com dobradura e borrões de tinta propõem figuras na posição vertical.

Observamos que, embora reproduções fotográficas de cerâmicas, dobraduras, obras arquitetônicas e esculturas estejam presentes nas atividades com Simetria e Artes visuais os enunciados, não explicitam que as obras de artes reais não possuem eixo de simetria, mas um plano de simetria e, que o eixo só é possível nas fotografias dessas imagens. Assim como, que nas figuras com perspectiva não se trata de um eixo de simetria, mas uma reta.

Quanto às figuras, encontramos dois tipos, - as conexas e desconexas. Percebemos que as figuras sugeridas nas atividades eram, em sua maioria, conexas, mas compreendemos que, ao longo dos anos iniciais, os alunos devem ter contatos com diferentes tipos de figuras, pois as estratégias mobilizadas para resolver um problema em figuras desconexas são diferentes das acionadas nas figuras conexas.

Os resultados indicam que as modalidades artísticas colaboram de forma significativa para a abordagem do conteúdo da simetria, através da contextualização e ludicidade. Contudo, verificamos que abordagem da Simetria e Artes Visuais nestes livros, ainda se apresenta de forma superficial, limitando-se apenas a exploração intuitiva das simetrias.

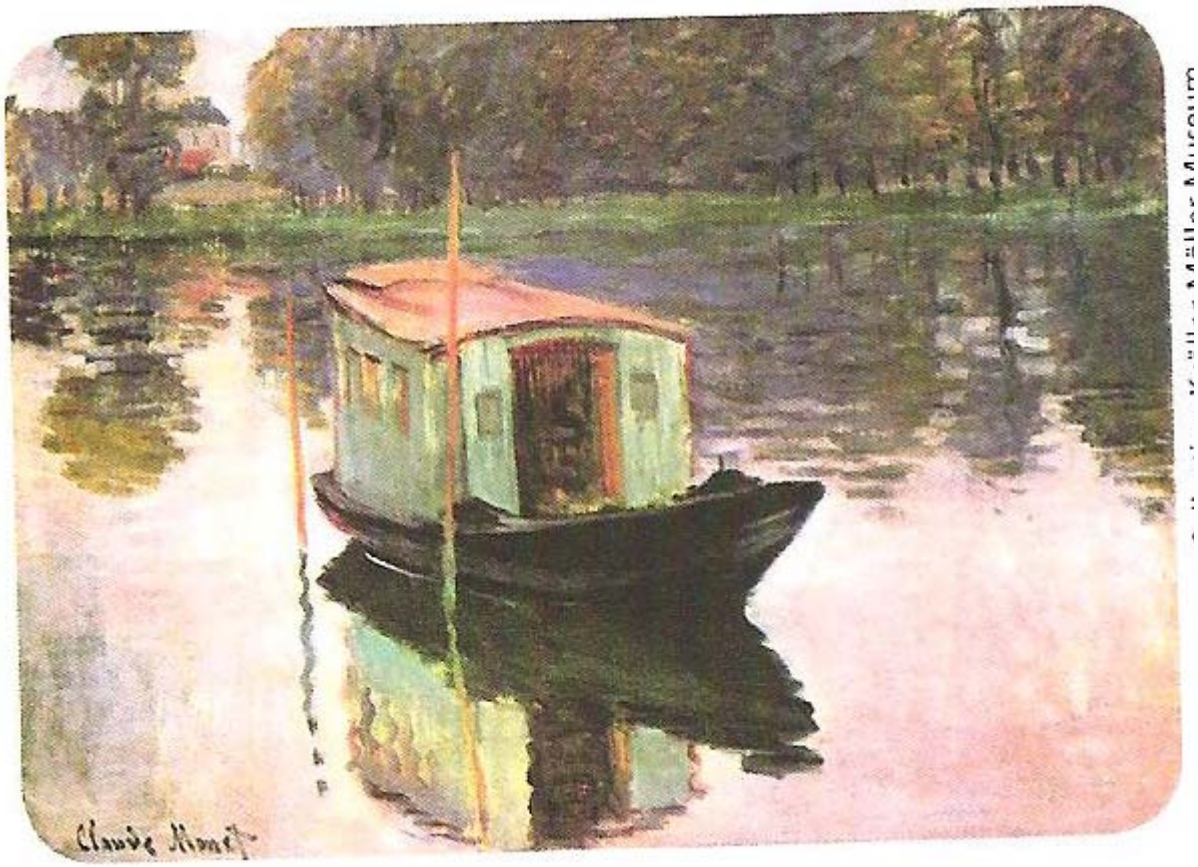


Figura 69: MONET. Claude. O barco ateliê. Fotografia. il color. Apresentado no livro didático - ler mundo – matemática. Editora scipione. 2008. , v. 5., p. 191.

6 PINTAR, DOBRAR, RECORTAR E DESENHAR NOS LIVROS DIDÁTICOS - UMA ANÁLISE QUALITATIVA

Neste capítulo realizaremos uma análise sobre Artes visuais. Primeiramente, veremos como a leitura de obras de artes é desenvolvida nas atividades que abordam o conteúdo da Simetria articulado às modalidades artísticas, já apresentadas no capítulo 4. Faremos análise da contextualização e sua importância nas atividades que articulam Artes Visuais e Simetria. Apresentaremos como o fazer artístico é trabalhado nos exercícios. Realizaremos uma análise da abordagem do elemento de visualidade "cor" nas atividades a partir do ponto de vista da Geometria e das Artes Visuais. Além disso, discutiremos os recursos didáticos propostos nas atividades.

6.1 Leitura de obras.

Neste capítulo buscamos analisar a ação de leitura nas atividades que estabelecem laços de reciprocidade entre Simetria e Artes Visuais. Primeiramente, veremos as formas de leitura desenvolvidas nos livros didáticos.

A princípio, identificaremos uma leitura superficial dos desenhos e imagens; também a leitura de instruções; a leitura de imagens e a leitura de reproduções de obras de artes. Relembramos que nossa análise buscará identificar se as atividades contemplam os seguintes aspectos, já apresentados no capítulo 2:

- produções visuais (reproduzidas) e suas concepções estéticas nas diferentes culturas (regional, nacional e internacional);
- Reconhecimento e experimentação dos elementos básicos da linguagem visual em suas articulações nas imagens apresentadas pelas diferentes culturas (relações entre ponto, linha, plano, cor, forma, luz, ritmo, movimento, equilíbrio);
- identificação e reconhecimento de algumas técnicas e procedimentos artísticos presentes nas obras visuais.

Dentre as 200 atividades analisadas nesta pesquisa, a atividade de leitura está presente em 194 delas, distribuídas em todas as modalidades artísticas, com exceção das atividades de construção livre de figuras simétricas. Podemos observar a distribuição percentual das atividades de Simetria e Artes Visuais, conforme o tipo de leitura, no gráfico abaixo.

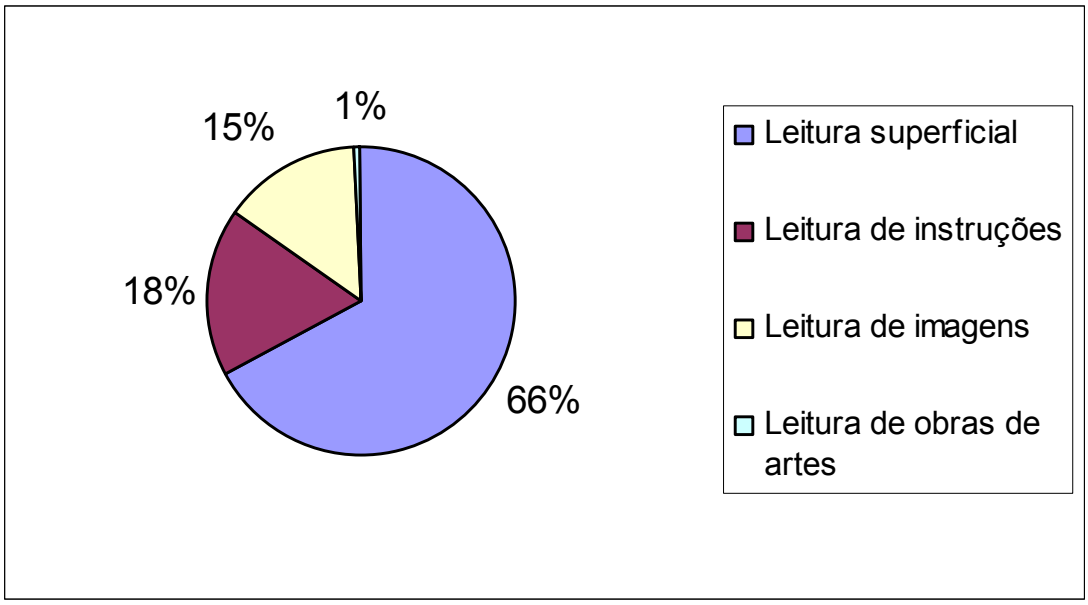


Figura 70: Gráfico - Distribuição das atividades de Simetria e Artes Visuais, conforme as formas de leitura de imagens.

A leitura superficial de imagens que não solicita do aluno nenhum tipo de apreciação estética é realizada em 66% das atividades. Esse tipo de leitura apresenta uma série de lacunas, no que diz respeito ao ensino da Arte Visual, pois as imagens são desenhos estereotipados, que não exigem do aluno tipo algum de análise estética. Está presente em praticamente todas as modalidades, mas nos desenhos identifica-se grande número de atividades de leitura superficial. Os desenhos de adultos não trazem a possibilidade de os alunos alimentarem o próprio repertório de imagens, como podemos observar nos exemplos a seguir. Apesar de os desenhos serem de coleções diferentes são muito semelhantes.

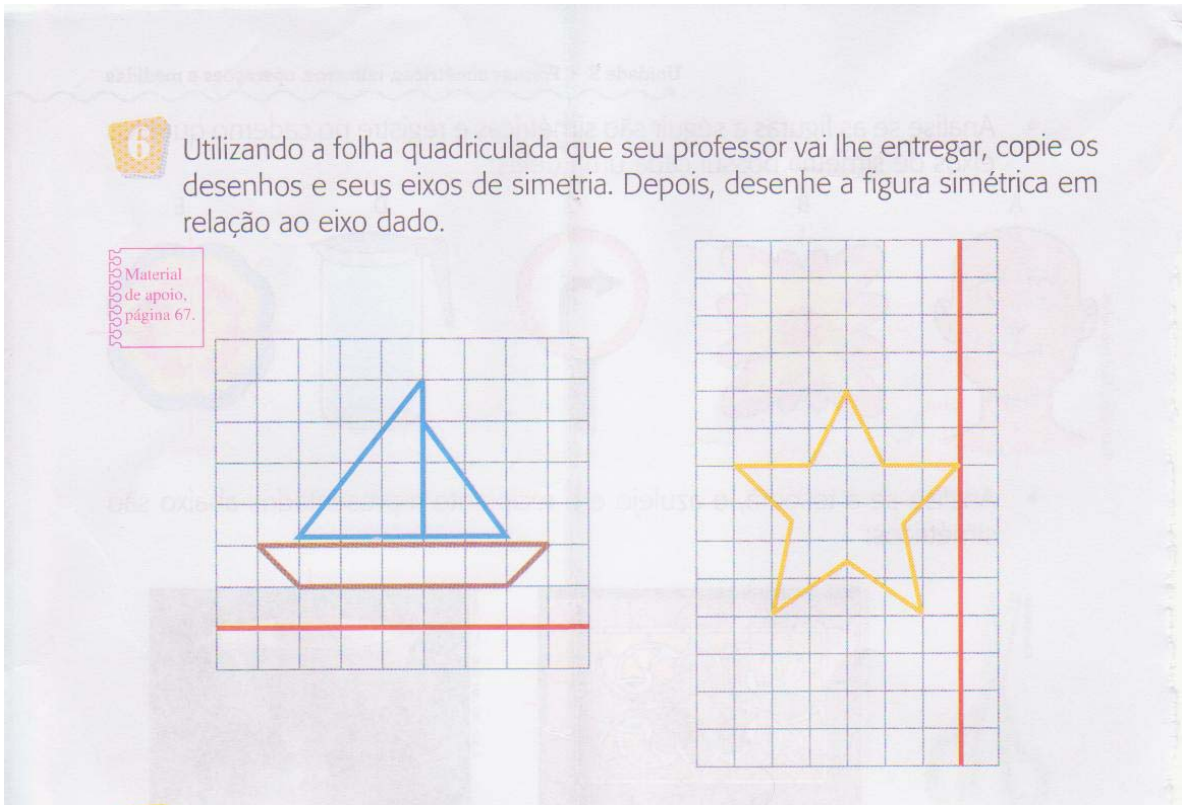


Figura 71: TOSSATO, C. M. et al. Hoje é dia de matemática. Editora Positivo, Curitiba, 2007. v. 5, p. 88. , il Color.

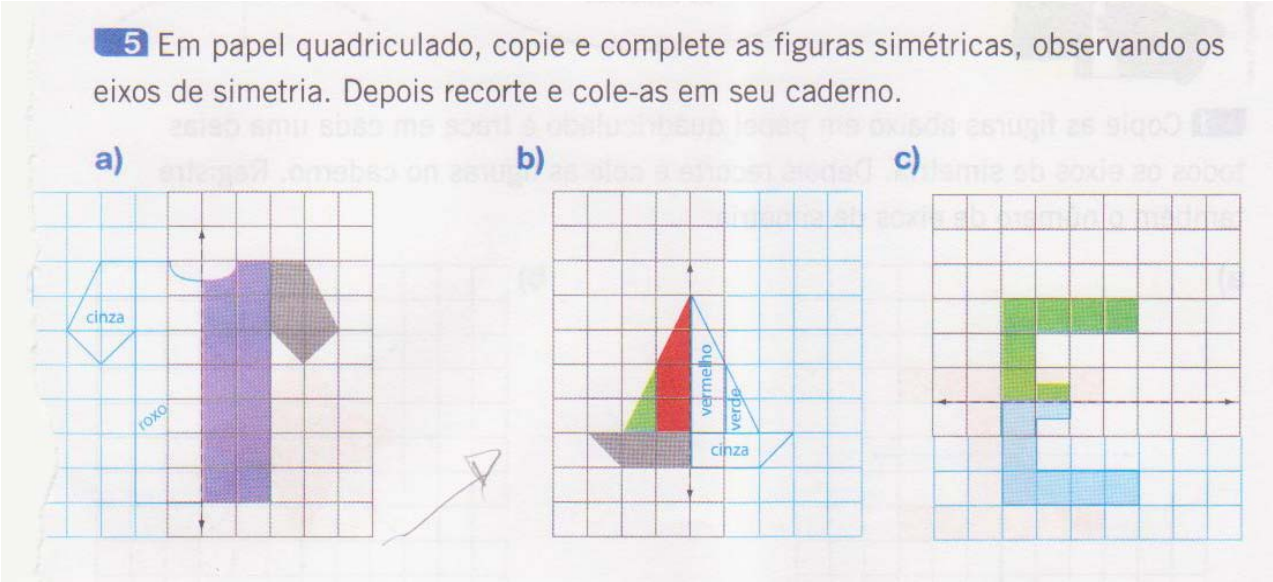


Figura 72: DANTE, Luiz Roberto. Aprendendo Sempre Matemática. Editora Ática. São Paulo. 2008. v. 5, p. 163. il Color.

Além disso, por serem muito parecidos, os desenhos não despertam nos alunos a consciência e novos modos de sensibilidade, como propõe Martins, Piscosque e Guerra (1998), um aspecto necessário na proposta triangular. Espera-se que, por serem livros destinados a crianças, também apresente desenhos de

crianças. Segundo França (2003), que observou as produções de outras crianças, elas se familiarizam e sentem-se mais seguras com os trabalhos de seus pares, pois, dessa forma, estarão observando e apreciando produções de colegas da mesma faixa etária, com os quais muitas vezes, partilha os mesmos sentimentos de insegurança e/ou interesse.

Nos padrões, também identificamos a leitura superficial em atividades que solicitam apenas a percepção da Simetria, que seria um elemento matemático e estético, sem menção a outros elementos de visualidade. É o que podemos ver no exemplo abaixo.

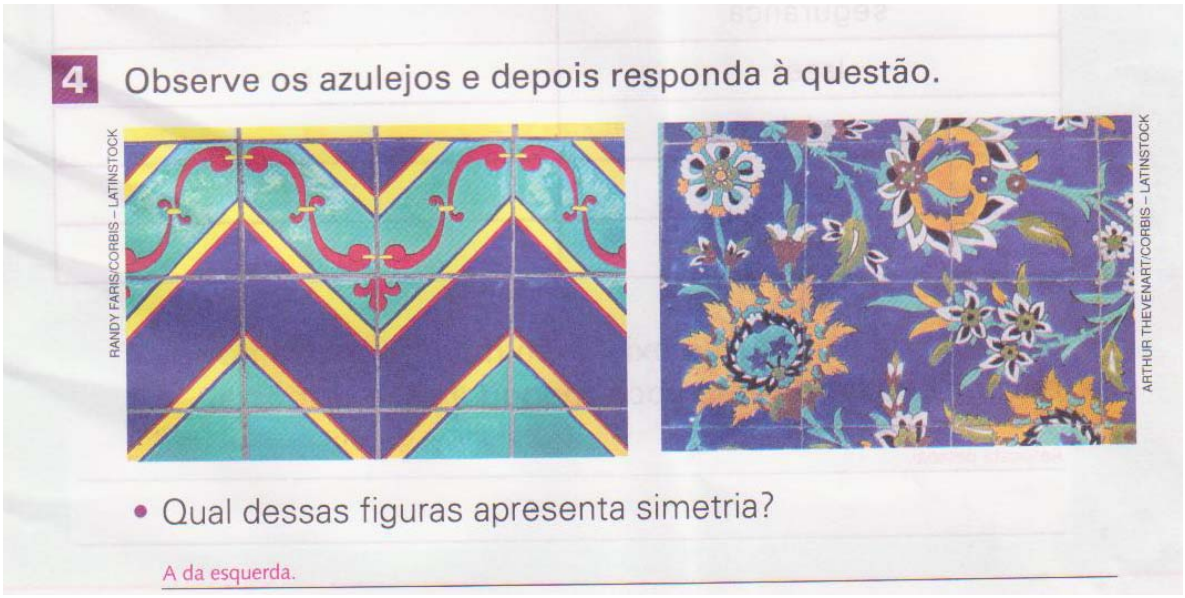


Figura 73: BARROSO, J. M.(org.). Projeto Pitanguá matemática.2ª edição, Editora moderna. 2008. V. 2, p. 217., il Color.

Embora as imagens sejam de azulejos, algo muito presente em monumentos culturais como igrejas, casarões e outros ambientes, a leitura não solicita do aluno tipo algum de análise estética e, sob o ponto de vista matemático, a atividade é superficial, pois a exploração restringe-se à identificação da simetria sem discutir o tipo, a possibilidade de traçar o eixo apenas na posição vertical, tipo de figura e outros aspectos a serem evidenciados numa atividade de Simetria. Assim, consideramos que essa atividade realiza uma leitura superficial.

Na leitura de instruções, que corresponde a 18 %, assim como na leitura superficial, os alunos não realizam qualquer análise estética, pois as imagens têm

apenas a função de instruir o aluno no desenvolvimento da atividade. Identificamos esse tipo de leitura nas dobraduras e pinturas com borrão de tinta. Embora essa técnica possibilite a exploração dos elementos de visualidade (cores e formas), a leitura de instruções restringe-se aos desenhos que ilustram os comandos para fazer as dobraduras, ou orientam passo-a-passo como o aluno produzir o borrão de tinta. pode-se verificar isso no exemplo abaixo.

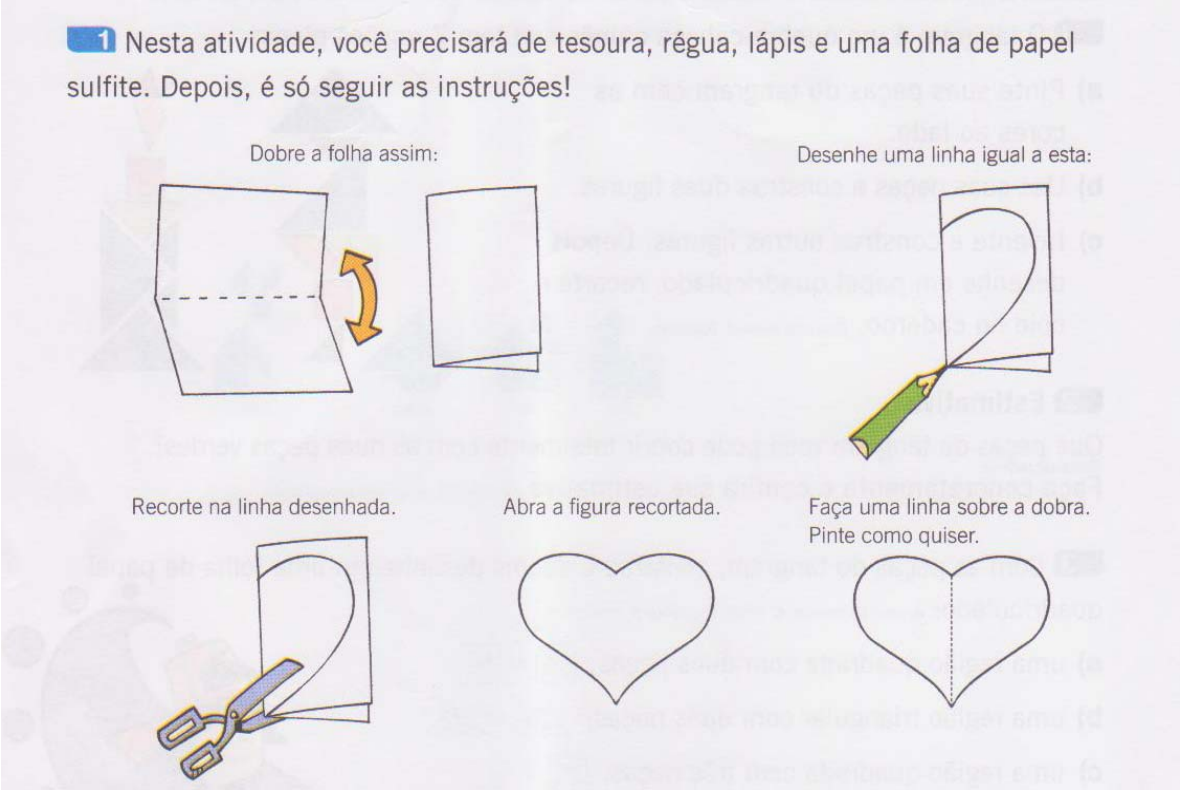


Figura 74: DANTE, Luiz Roberto. Aprendendo Sempre Matemática. Editora Ática.São Paulo. 2008. v. 3, p. 79

Ressaltamos que a leitura de uma obra de arte é diferente da leitura de uma instrução. Na primeira, segundo Pillar (2006), os alunos são solicitados a perceber elementos visuais: linhas, cores, textura e superfície. Enquanto a leitura de uma instrução tem a única finalidade de instruir para que o sujeito chegue a determinado produto. Nesse caso, não é necessária uma interpretação profunda dos aspectos estéticos.

A leitura de imagens corresponde a 15%. Apresenta-se uma obra desenvolvida por um artista ou grupo étnico, num dado contexto histórico-cultural, ou uma obra arquitetônica, mas não se faz análise das obras. Esse tipo de leitura é identificado nas modalidades “Pintura”, “Arquitetura”, nos “Padrões”, nos quais

encontramos a leitura de imagem nos contextos da tapeçaria e artesanatos indígenas, como podemos comprovar no exemplo abaixo.

47 FAZER ARTE COM PADRÕES GEOMÉTRICOS

Objetivos: Promover as manifestações artísticas nacionais. Valorizar diferentes culturas. Relacionar Matemática e Arte. Identificar padrões geométricos.

O POVO INDÍGENA MEHINAKO VIVE NO PARQUE NACIONAL DO XINGU, NO ESTADO DO MATO GROSSO.

DANÇA DO PAPAGAIO, POVO INDÍGENA MEHINAKO, ALDEIA UIAIPIUKU, 2002.

1. OBSERVE O CESTO TIMBÓ, FEITO PELOS MEHINAKO. ELE É USADO NA PESCA:

PAULO MANZI/OTB

CESTO TIMBÓ FEITO PELO POVO INDÍGENA MEHINAKO DO ALTO XINGU, ESTADO DO MATO GROSSO, 2002.

http://www.pontosolidario.com.br/mehinako.htm

O DESENHO QUE ENFEITA O CESTO TEM FORMAS GEOMÉTRICAS.

- QUE FORMA PREDOMINA NO CESTO?
  Triângulo.
- OBSERVE AS FAIXAS DO CESTO. DESCREVA O PADRÃO DESTA FAIXA:

SANTIAGO

Esperam-se respostas como: triângulo preto, triângulo laranja, triângulo preto, triângulo laranja ...; um triângulo para cima, um triângulo para baixo, um triângulo para cima, um triângulo para baixo.

140 CENTO E QUARENTA

Figura 75 : MILANI, E. et al. Projeto conviver matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2008, volume 1, p. 140., il Collor.

Observamos que, na atividade acima registrada, o educando é direcionado a perceber e analisar aspectos matemáticos presentes na obra de arte, como as

formas geométricas, as formas em que predominam as regularidades. Além disso, as imagens estão contextualizadas. Apesar de não explorar elementos de visualidade do artesanato, a atividade repertoria o aluno com imagens para uma produção posterior.

Numa Proposta Triangular de educação multicultural, contudo, esse tipo de leitura da obra de arte ou imagem não é suficiente, pois é necessário o desenvolvimento de competências em múltiplos sistemas de perceber, avaliar, acreditar e fazer. Por outro lado, temos que considerar que se trata de um livro didático, ou seja, de um material que apresenta uma série de limitações. Além disso, trata-se de um livro de matemática produzido por matemáticos.

Na modalidade “pintura”, mesmo que as imagens de obras de artes permitam a leitura dos elementos de visualidade (linhas, cores, formas), além de composições artísticas e matemáticas, como as Simetrias e Assimetrias que as pinturas apresentam, as atividades identificadas solicitam a leitura apenas dos aspectos matemáticos, como a identificação do eixo. É o que podemos observar no exemplo a seguir.

Figura 76: MILANI, E. et al. Projeto conviver matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2008, v. 3, p. 120., il Color.

Na atividade acima escaneada, busca-se, através da observação dos quadros, levar o aluno a olhar, pesquisar e identificar eixos de simetria, mas limita-se à observação matemática, pois não se atenta para as características estéticas dos quadros. A mesma questão é percebida nas atividades cuja modalidade artística é arquitetura, pois os alunos são convidados a "observar[9]" para identificar simetrias e assimetrias presentes em portas, janelas, colunas, dentre outras, mas não é estimulada a ultrapassar os aspectos matemáticos presentes nas obras arquitetônicas (ver exemplo).

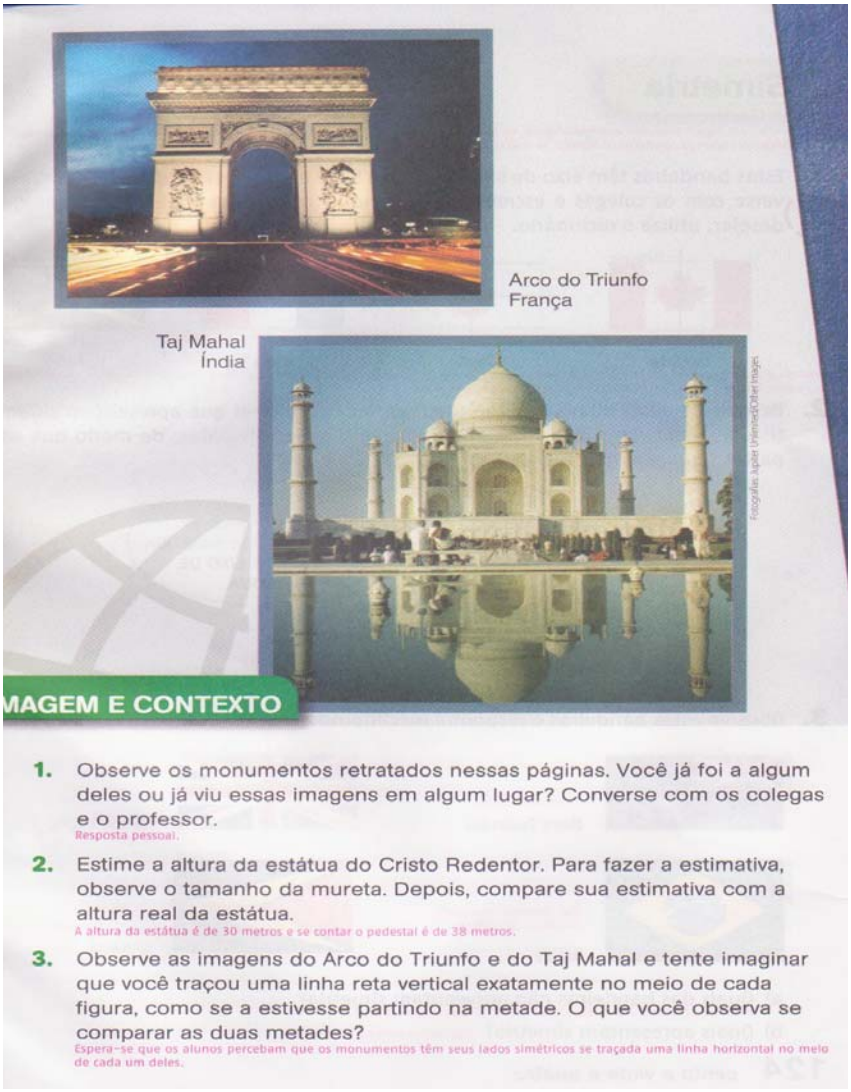


Figura 77: PADOVAN, D. et al. Projeto Prosa. Editora Saraiva. São Paulo, 2008. V. 4, p. 122., il Color.

[9] Segundo Ferraz e Fusari (2001), observar e ver são atividades de leitura visual distintas. Enquanto ver se restringe a conhecer e alcançar com a vista as coisas e suas formas, a observação solicita o pesquisar e a identificação de peculiaridades numa obra de arte.

Na modalidade mista, apesar de serem apresentadas imagens que trazem a possibilidade de se realizar uma apreciação analítica e fazer-se um julgamento das qualidades estéticas e diferenças presentes nas diversas obras apresentadas, a leitura não se limita à identificação de um eixo imaginário. Pode ser constatado isso no exemplo seguinte.

20 Regularidade, simetria e estética

Simetria, regularidades e estética

Além de trabalhar com ideias matemáticas, como simetria e regularidades, o tema explora a sensibilidade estética — interdisciplinaridade com Artes.

1. Observe as imagens e diga em que casos a simetria está presente.

Acervo Museu de Ontario, Toronto, Canadá

Desencontro de losangos, de Arcangelo Ianelli, 1973.

Andrea Zaha/Editora Abril

Tigela de cerâmica.

João Caldas/Olhar imagem

Cerâmica marajoara.

Coleção Nemirovsky/MAM Rio de Janeiro

Figura sentada, de Vicente do Rego Monteiro, 1924.

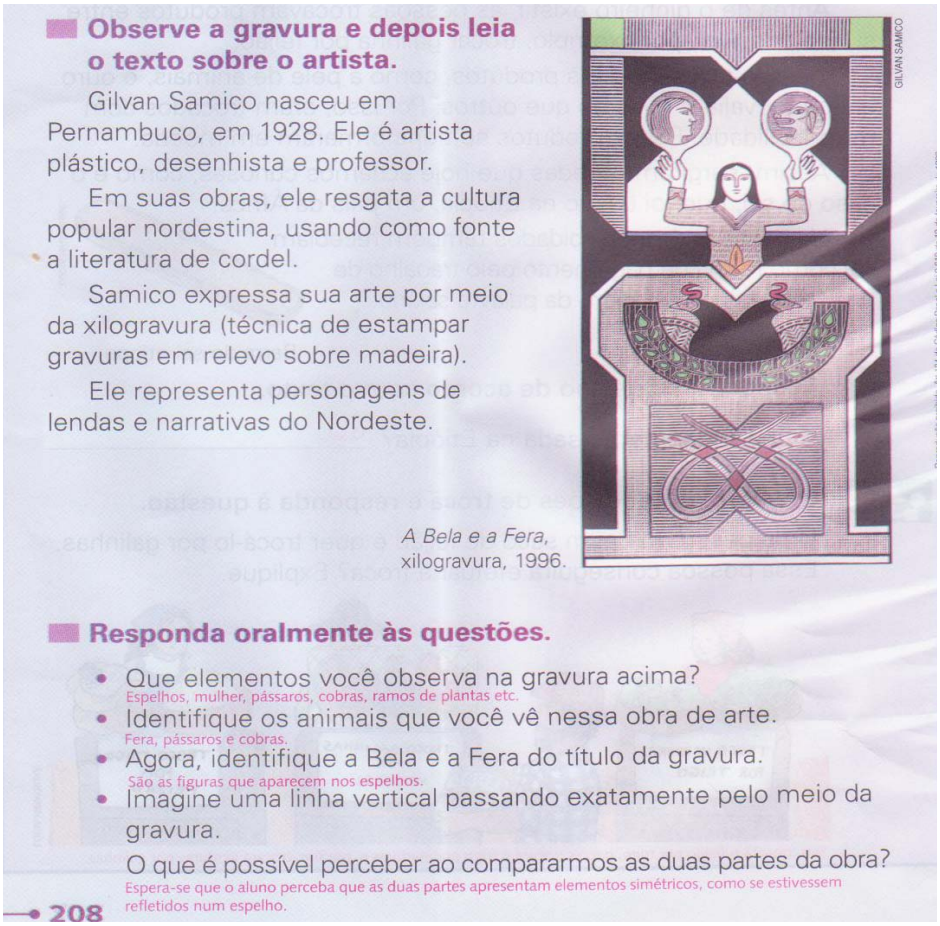
2. Nas imagens simétricas, identifique os eixos de simetria.

Figura 78: AIDAR, Márcia. Ler Mundo – Matemática. São Paulo, Editora scipione. v. 4, p. 192, 2008. il Color.

Observamos, na atividade acima, a solicitação de que os alunos observem a figura que representa a obra e identifiquem o eixo. Contudo, não seria interessante que o autor explicitasse que a obra original possui um plano de simetria e não um eixo? A distinção entre eixo e plano de simetria é sugerida pelo Guia do Livro Didático (BRASIL, 2007,2008) e considerada importante na conceituação de simetria.

Além disso, apesar de o livro ter como objeto de estudo conceitos matemáticos, por tratar-se de um livro de matemática, perde-se a possibilidade de explorar aspectos referentes à leitura da obra, como diferenças de estilos entre os pintores, entre as cerâmicas, as formas, linhas e volumes dispostos nas duas pinturas, assim como as cores e as padronizações das cerâmicas, o que seria bastante interessante do ponto de vista da interdisciplinaridade. Outra implicação, diz respeito à necessidade de investigar se a formação do professor prepara-o para lidar com a interdisciplinaridade presente nos livros didáticos de matemática das séries iniciais.

A leitura da obra de arte que está presente em 1% das atividades diferencia-se das demais, porque, além de ser apresentada a obra de um artista ou de um grupo étnico, esse tipo de leitura busca desenvolver a análise e a habilidade de descobrir qualidades estéticas na obra de artes como cores, formas, linhas, texturas, volumes que constituem a imagem. Identificamos atividades com esse tipo de abordagem apenas na modalidade “Gravura”, como podemos observar no exemplo a seguir:



Observe a gravura e depois leia o texto sobre o artista.

Gilvan Samico nasceu em Pernambuco, em 1928. Ele é artista plástico, desenhista e professor.

Em suas obras, ele resgata a cultura popular nordestina, usando como fonte a literatura de cordel.

Samico expressa sua arte por meio da xilogravura (técnica de estampar gravuras em relevo sobre madeira).

Ele representa personagens de lendas e narrativas do Nordeste.

GILVAN SAMICO

A Bela e a Fera, xilogravura, 1996.

Responda oralmente às questões.

- Que elementos você observa na gravura acima?
  Espelhos, mulher, pássaros, cobras, ramos de plantas etc.
- Identifique os animais que você vê nessa obra de arte.
  Fera, pássaros e cobras.
- Agora, identifique a Bela e a Fera do título da gravura.
  São as figuras que aparecem nos espelhos.
- Imagine uma linha vertical passando exatamente pelo meio da gravura.

  O que é possível perceber ao compararmos as duas partes da obra?
  Espera-se que o aluno perceba que as duas partes apresentam elementos simétricos, como se estivessem refletidos num espelho.

208

Figura 79: BARROSO, J. M. (org.). Projeto Pitanguá matemática. 2ª edição. Editora moderna. 2008. v. 2, p. 208. il Color.

Percebemos que as atividades acima conduzem a uma leitura mais completa, além disso, contextualiza a obra do artista, pois estimulam a percepção das qualidades das linhas, formas, cores, texturas, movimentos, ritmos e temas da uma obra enfocada. E isso que propõe Barbosa (1998) em sua proposta triangular, e também o PCN de Artes (BRASIL, 1997). Noutra atividade, observamos que, após a leitura, o autor busca explorar a análise de elementos estéticos da obras. Observemo-la.

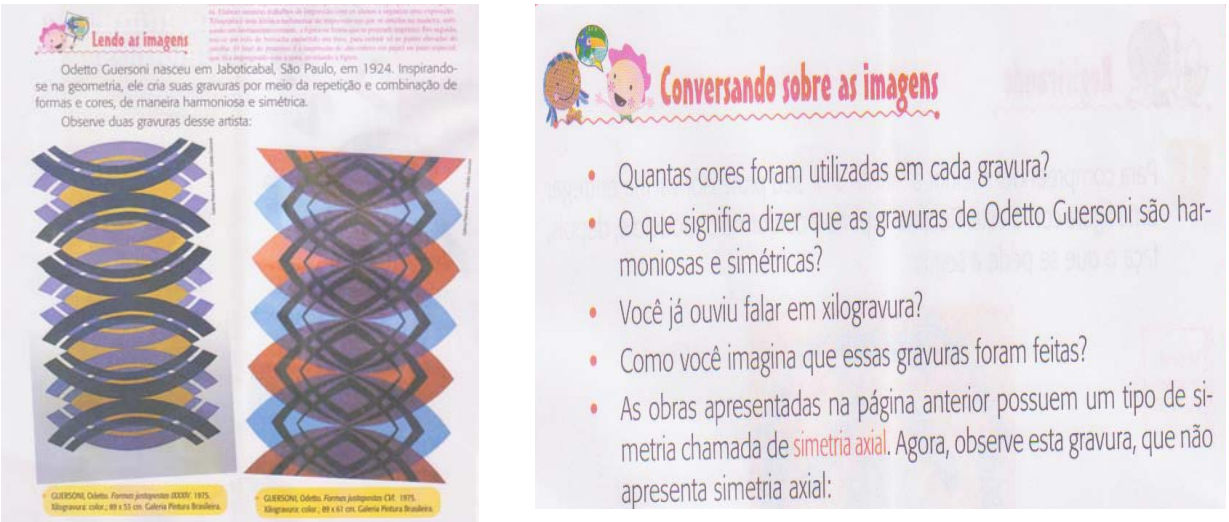


Figura 80: TOSSATO, C. M. et al. Hoje é dia de matemática.Editora positivo, Curitiba, 2007. v. 3, p. 10-11. , il Color.

Neste capítulo foram trazidos alguns elementos que caracterizam a atividade de leitura nos livros didáticos de matemática para séries iniciais do ensino Fundamental. Identificamos que a leitura acontece de forma diferente nas modalidades artísticas. Nos desenhos, predomina a leitura superficial, o estereótipo e apresentação de trabalhos de adultos. Não se estimula qualquer tipo de análise visual. Em modalidades artísticas como dobraduras e borrões de tinta, encontra-se a leitura de instruções. Entendemos que esse tipo de leitura é necessário para que o aluno realize a atividade, mas poderiam ser explorados os elementos de visualidade, como cores, formas, linhas, dentre outros, nas produções.

A leitura de imagens em pinturas, arquitetura e em modalidades mistas convida em algumas atividades, o aluno a observar, mas não estimula a analisar

características e peculiaridades visuais das imagens. Por conta disso, distancia-se da conceitualização de leitura defendida nesta pesquisa. A leitura de obras de arte foi identificada apenas na modalidade artística “gravura”, pois nessa modalidade, observa-se a análise das características visuais das imagens, assim como de elementos matemáticos, como eixo de simetria.

As reflexões apresentadas sobre a atividade de leitura mostram que ainda está presente a concepção de arte como uma atividade, pois a leitura se resume à simples realização de atividades artísticas sem um caráter didático.

6.2 Contextualização

No universo das 200 atividades mapeadas nos livros didáticos analisados, encontramos apenas 20 atividades, em 8 coleções, com contextualização, embora se saiba que a contextualização implique conhecer arte por meio de um estudo da história, o que leva o aluno ao entendimento do contexto, tempo e espaço em que obra de arte foi criada. Nas atividades que articulam Simetria e Artes Visuais, quando se contempla a contextualização, são apresentadas informações insuficientes sobre as imagens, dificultando a compreensão do contexto em que a imagem foi produzida.

Podemos visualizar, no gráfico abaixo, observamos a disparidade entre as atividades que apresentam algum tipo contextualização das imagens e as atividades que não qualquer tipo de contextualização. Verificamos que, nas atividades que apresentam contextualização, predominam as legendas (5% das atividades). Embora estejam longe do que esperamos de uma atividade contextualizadora de obras de arte, elas identificam a produção artística através do título, ano, nome do artista e local onde a obra pode ser encontrada. Identificamos, em 4% das atividades, informações resumidas sobre o povo, o local em que a obra foi realizada. Apenas 1% do total de atividades apresenta a biografia do autor e informações sobre a obra de arte. A distribuição das atividades por volume e coleção pode ser observada no (ver apêndice c).

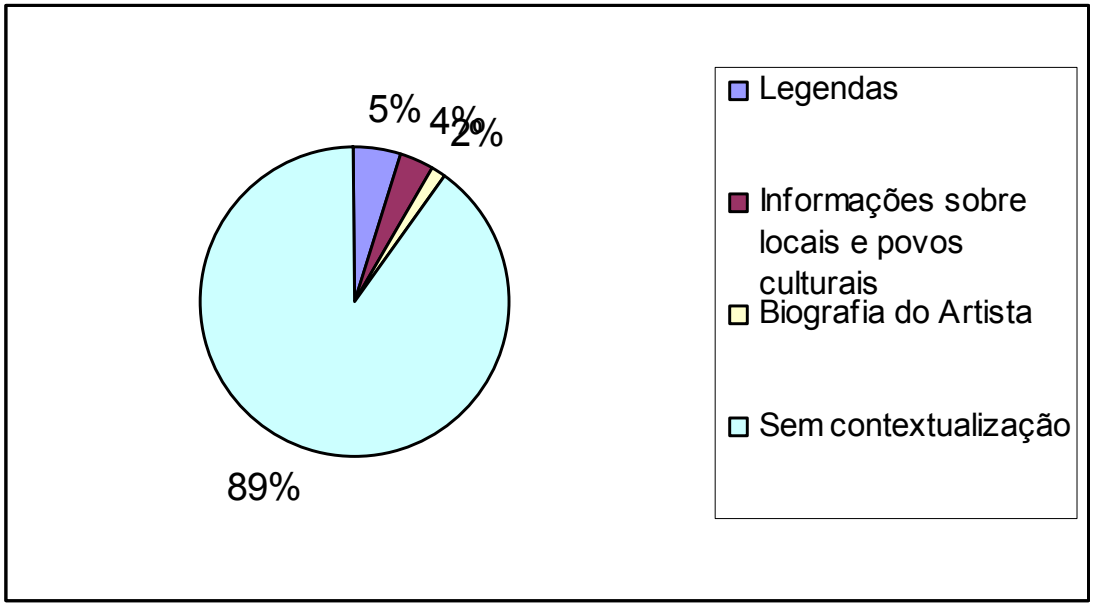


Figura 81: Gráfico - distribuição das atividades com contextualização nos livros didáticos

Nas modalidades “desenhos” e “dobraduras”, a contextualização é um aspecto praticamente inexistente. Identificamos apenas um desenho que teve como contextualização uma atividade anterior de arquitetura. Observemos isso no exemplo registrado abaixo.

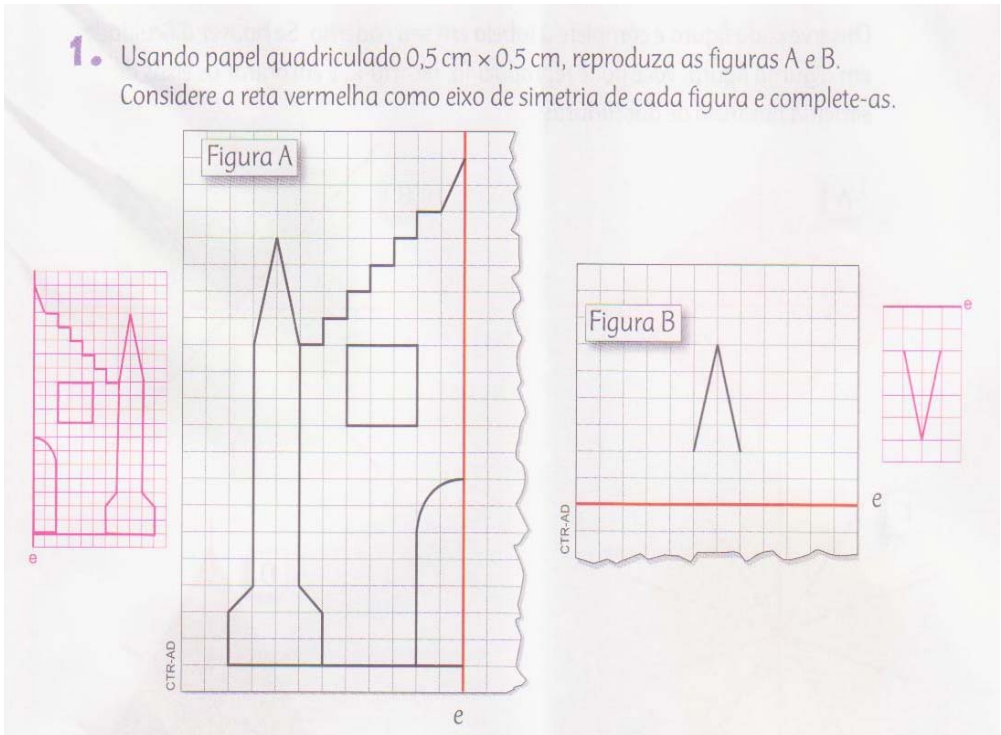


Figura 82: FERREIRA. A. et al Fazer, compreender e criar em matemática. 3ª edição.Editora IBEP. São Paulo, 2008. v. 5, p. 151., il Color.

Nas dobraduras, foram abordadas as técnicas de origami e kirigami, arte de origem oriental que se espalhou pelo mundo e foi incorporada por muitas culturas orientais e ocidentais. Não percebemos, contudo, referência alguma ao contexto histórico e sociocultural no qual a arte teve origem. De modo geral, as atividades restringem-se às instruções de como dobrar e cortar o papel, como podemos observar no exercício a seguir.

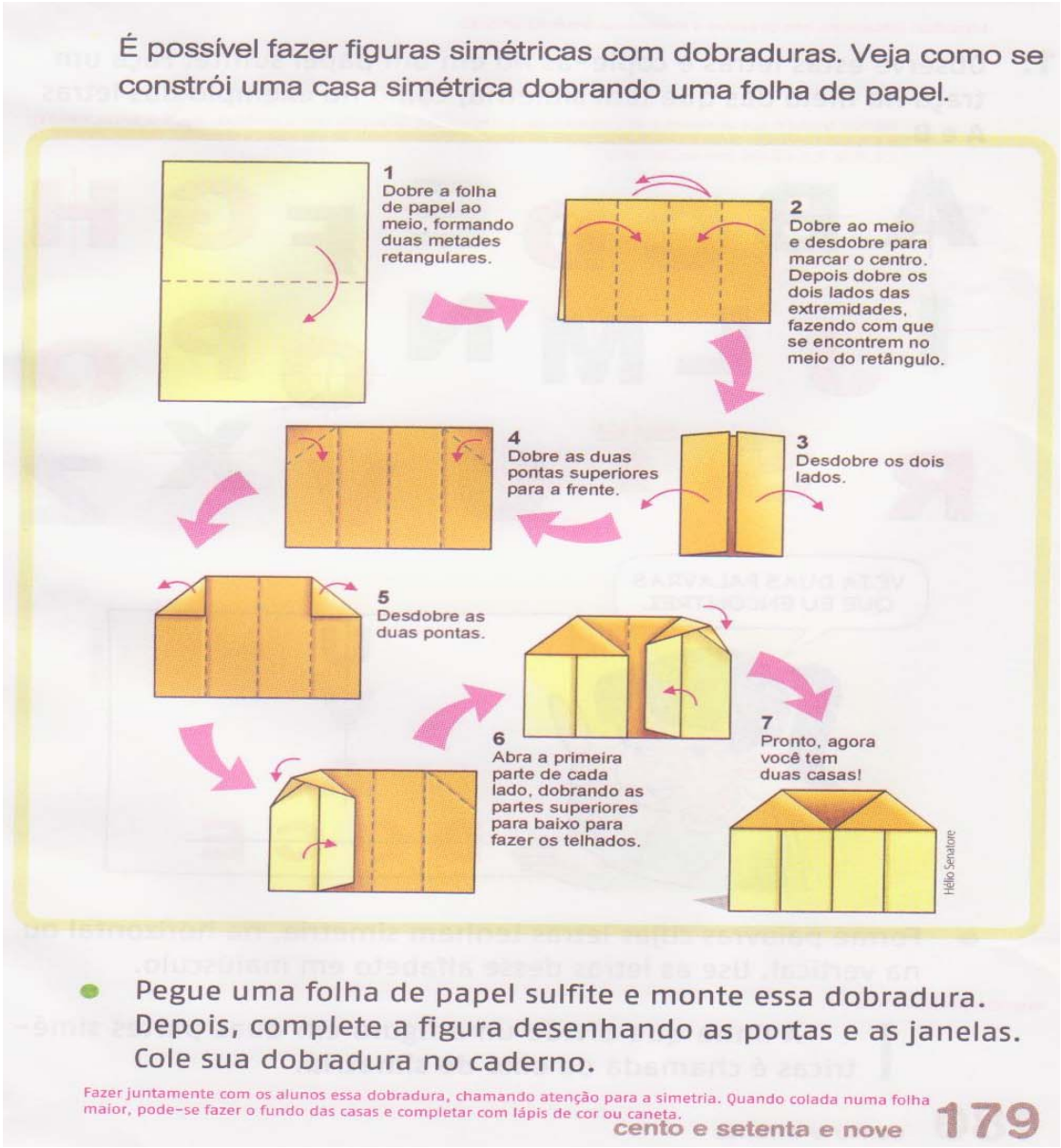


Figura 83: PADOVAN, D. et al. Projeto Prosa. Editora Saraiva. São Paulo, 2008. V. 3, p. 179., il Color.

Segundo Barbosa (2002) a contextualização estabelece um diálogo com a obra, facilita a leitura das imagens. Dessa forma, o aluno terá acesso a imagens de outras épocas. A contextualização pode ser realizada com os desenhos de outras

crianças, se os livros apresentarem obras de crianças. No caso das dobraduras, há possibilidade do livro trazer informações do tempo e lugar de origem, as diferenças entre as técnicas de origami e kirigami, e importância dela para a cultura oriental.

Percebemos alguns indícios de contextualização em 10 atividades, o que correspondem percentualmente a 5% do total. Essas atividades apresentam legendas que acompanham as imagens nas modalidades “pintura”, “arquitetura” e “modalidades mistas”, como podemos observar no exemplo a seguir.

que elas lhes causam, sobre as formas e as cores e, principalmente, chame a atenção deles para a simetria presente.

Geometria e Arte

Simetria é uma ideia que o ser humano utiliza para criar padrões de beleza, ordem, harmonia, equilíbrio...

A simetria está na natureza, em produções artísticas, em construções...

Igreja de São Francisco de Assis, Ouro Preto, Minas Gerais.

Observe o traço azul que foi riscado na fotografia. Ele divide a figura em duas partes. Esse traço é o **eixo de simetria** da figura.

Pintura em cerâmica – Francisco Brennand.

Nesta fotografia, há dois traços, um azul e um verde. Esses traços são os **dois eixos de simetria** da figura.

Odetto Guersoni. **Formas Justapostas**, 1975, escultura em metal e laminado, 178 cm × 58 cm.

• Imagine um espelho sobre cada um desses traços. O que você veria no espelho? Que tal fazer a experiência? A imagem da figura refletida.

Figura 84: REAME, Eliane; MOTENEGRO, Priscila. Linguagem Matemática. Editora saraiva. São Paulo. 2008. v. 5, p. 168., il Color.

Observamos que a atividade acima apresenta três obras de artes. A modalidade arquitetura informa apenas o nome da igreja e o local dela. A respeito de uma das pinturas, há informações sobre o nome da pintura, o ano em que foi produzida, o tipo de material utilizado, o autor da obra e as suas dimensões. A legenda da pintura de Brennand informa apenas sobre o autor e o tipo de material. Percebemos que uma legenda apresenta mais informações que outras, ou seja, não há homogeneidade quanto à quantidade e natureza das informações.

Embora, saibamos que as legendas são subsídios fundamentais para identificarmos a obra de arte, elas não são suficientes para contextualizar as imagens, pois, segundo Zagonel (2008), para que a contextualização aconteça, o aluno precisa de elementos, como: tempo, espaço, contexto, biografia do autor da obra. Dessa forma, poderá situar o produto artístico no meio em que vive ou naquele em que foi gerado.

Em 7 atividades 4%, nas modalidades “padrões” e “arquitetura”, identificamos informações sobre o grupo cultural e local em que o artesanato foi produzido. Vejam o exemplo a seguir.

Figura 85: BARROSO, Juliane Matsubara (org). Projeto Pitanguá matemática. 2ª edição. Editora Moderna, 2008. v. 3, p. 127., il Color.

Em 3 atividades com obras arquitetônicas, encontramos informações acerca do período histórico em que foi construída, por quem foi pensada ou decorada, além de uma atividade apresentar o mapa que situa o aluno geograficamente. Todavia, há coleções que apresentam apenas a imagem sem contextualizá-la, com pequena legenda. Embora tais informações sejam importantes, não são suficientes para que o aluno entenda o contexto social, político e econômico em que a obra foi criada.

Figura 86: Ferreira, A. et al. Fazer compreende e criar em matemática. 3ª edição, editora IBEP. São Paulo, 2008. v. 5, p. 149., il Color.

A contextualização é um forte elemento para conhecermos e estabelecermos um diálogo entre diferentes épocas, povos e culturas. Barbosa (2002) afirma que, sem a contextualização, corremos o risco de, do ponto de vista da Arte Visual, nos limitamos a, sem dialogarmos, adicionar à cultura dominante alguns elementos relativos a outras culturas.

Encontramos 3 atividades de gravura (2% do total), que realizam a contextualização através do texto biográfico do artista, o qual apresenta informações sobre o artista e fatos que influenciaram sua obra, como podemos observar abaixo:

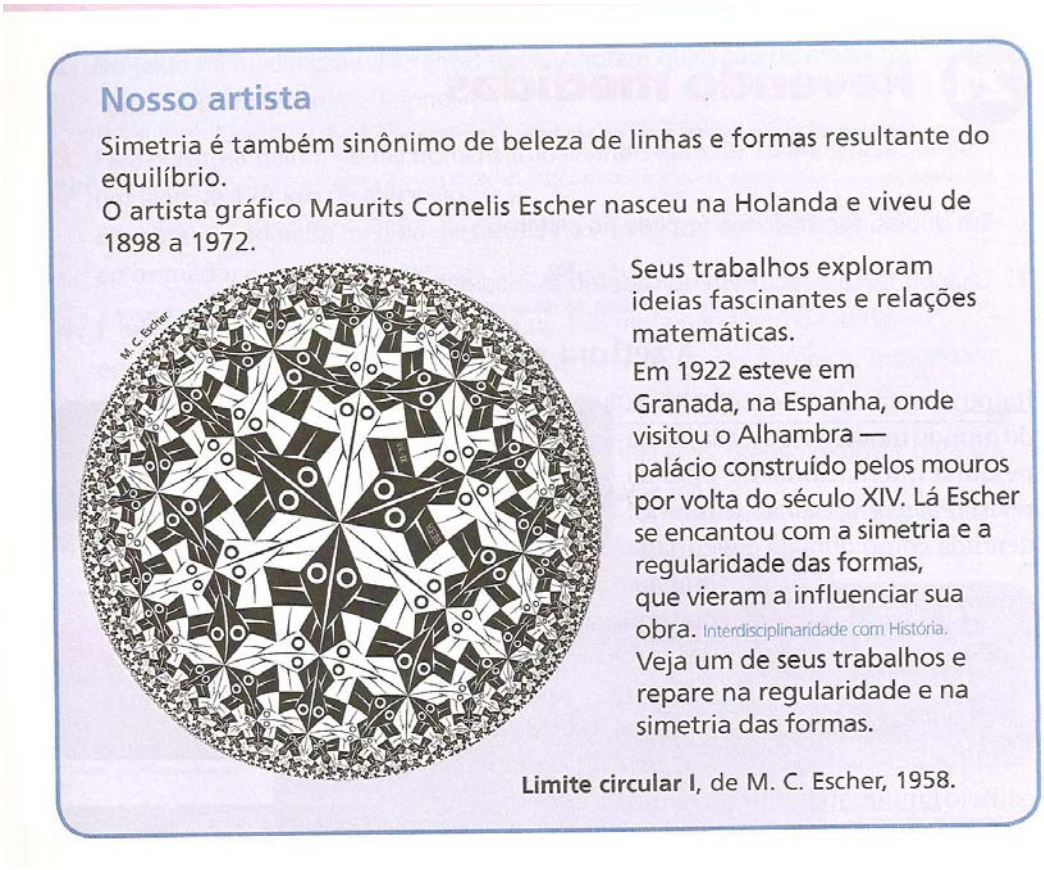
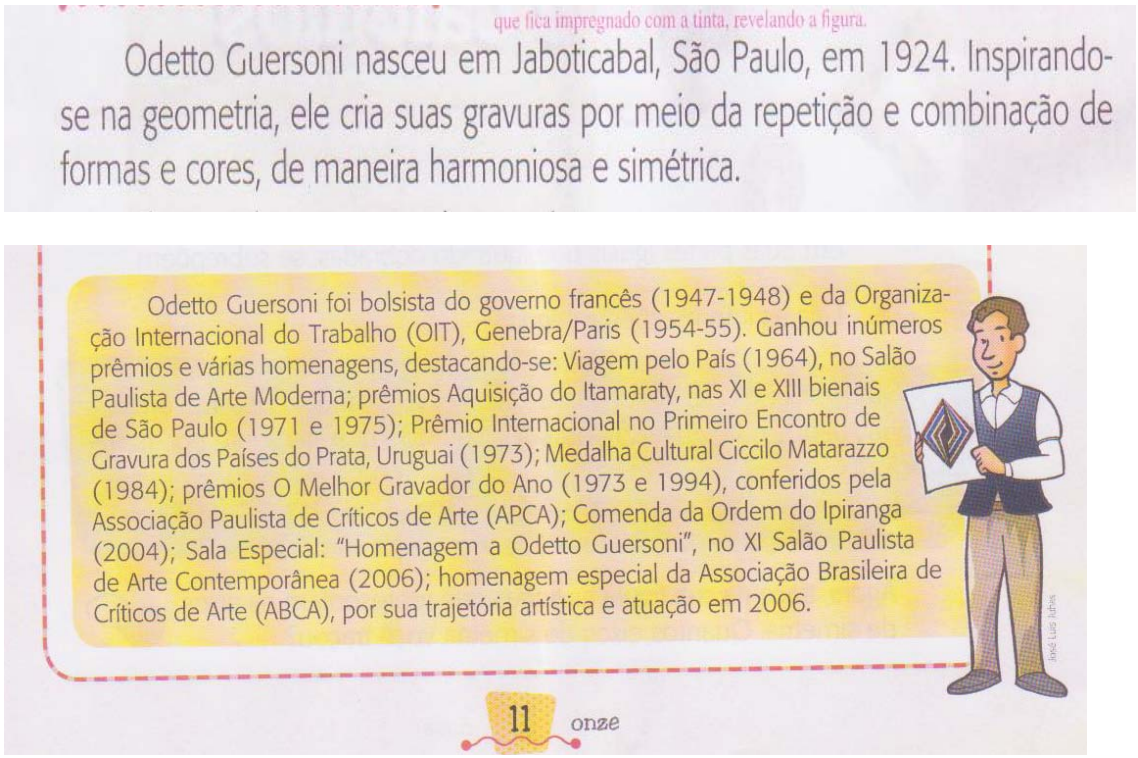


Figura 87: AIDAR; Márcia. Ler mundo - matemática., Editora scipione São Paulo, 2008. v. 3, p. 193., il Color.

Na atividade acima, há informações sucintas sobre a vida do Escher e os lugares que o influenciaram a utilizar Simetria em suas obras. Vemos uma intenção clara dos autores em promover a interdisciplinaridade do conteúdo da Simetria com a história da arte. Segundo Arslan e Iavelberg (2006), a biografia do autor é o principal enfoque para abordar a história da arte. Além disso, através da imagem e biografia do Escher.

Noutra atividade, além da biografia do autor ou de informações acerca do local onde ele viveu, há registro da trajetória artística dele, como podemos observar no exemplo seguinte.



que fica impregnado com a tinta, revelando a figura.

Odetto Guersoni nasceu em Jaboticabal, São Paulo, em 1924. Inspirando-se na geometria, ele cria suas gravuras por meio da repetição e combinação de formas e cores, de maneira harmoniosa e simétrica.

Odetto Guersoni foi bolsista do governo francês (1947-1948) e da Organização Internacional do Trabalho (OIT), Genebra/Paris (1954-55). Ganhou inúmeros prêmios e várias homenagens, destacando-se: Viagem pelo País (1964), no Salão Paulista de Arte Moderna; prêmios Aquisição do Itamaraty, nas XI e XIII bienais de São Paulo (1971 e 1975); Prêmio Internacional no Primeiro Encontro de Gravura dos Países do Prata, Uruguai (1973); Medalha Cultural Ciccilo Matarazzo (1984); prêmios O Melhor Gravador do Ano (1973 e 1994), conferidos pela Associação Paulista de Críticos de Arte (APCA); Comenda da Ordem do Ipiranga (2004); Sala Especial: "Homenagem a Odetto Guersoni", no XI Salão Paulista de Arte Contemporânea (2006); homenagem especial da Associação Brasileira de Críticos de Arte (ABCA), por sua trajetória artística e atuação em 2006.

11 onze

Figura 88: TOSSATO, C. M. et al. Hoje é dia de matemática, Editora positivo, Curitiba, 2007. v. 4, p. 10-11. , il Color.

As autoras ressaltam, contudo, que o texto biográfico pode conduzir o leitor a uma interpretação “anedótica” se não estabelecer uma conexão entre a biografia a obra de arte. As atividades identificadas, porém utilizam a biografia para contextualizar as imagens, ou seja, estabelece a articulação do texto biográfico com a obra. Além desse aspecto, Barbosa (1998) aponta que, a contextualização não se limita a ensinar ao aluno apenas a biografia ou história do autor, mas desenvolve também a capacidade de formular suposição, avaliar e justificar as informações que contextualizam a obra.

Entendemos que, para desenvolver essas capacidades, é necessária uma reorientação na forma como Simetria e Artes Visuais estabelecem laços de reciprocidade nos livros didáticos, assim como na abordagem que o professor faz do livro didático.

Esta categoria dedicou-se à análise da contextualização nos livros didáticos das séries iniciais. Percebemos indícios de contextualização em legendas que identificam as obras de artes, mas não trazem informações são suficientes para que o aluno realize uma interpretação da obra de arte.

Encontram-se, nos livros didáticos, informações sobre o local e povo a etnia que produziu o artesanato ou arquitetura, contudo elas são insatisfatórias, pois são conhecimentos concisos sobre a obra. As atividades que promoveram a contextualização foram aquelas que apresentaram o texto biográfico dos artistas, essas informações são resumidas.

Enfim, a contextualização é uma ação importante no ensino da arte, visto que possibilita ao aluno perceber como Simetria e Artes Visuais estabeleceram laços ao longo da história e pode ser fundamental para que o aluno encontre sentido e significado em aprender matemática e artes.

6.3 Fazer artístico

Esta categoria discute como o livro didático oportuniza momentos para o aluno desenvolver o seu potencial criativo, a capacidade de elaboração de imagens e experimentação de recursos, técnicas e de novas formas de expressar. Do total de atividades analisadas 126 (63%) oportunizam o fazer artístico em modalidades artísticas (desenho, pintura, dobradura, padrões e modalidades mistas). O gráfico abaixo apresenta a distribuição dessa categoria por modalidade artística.

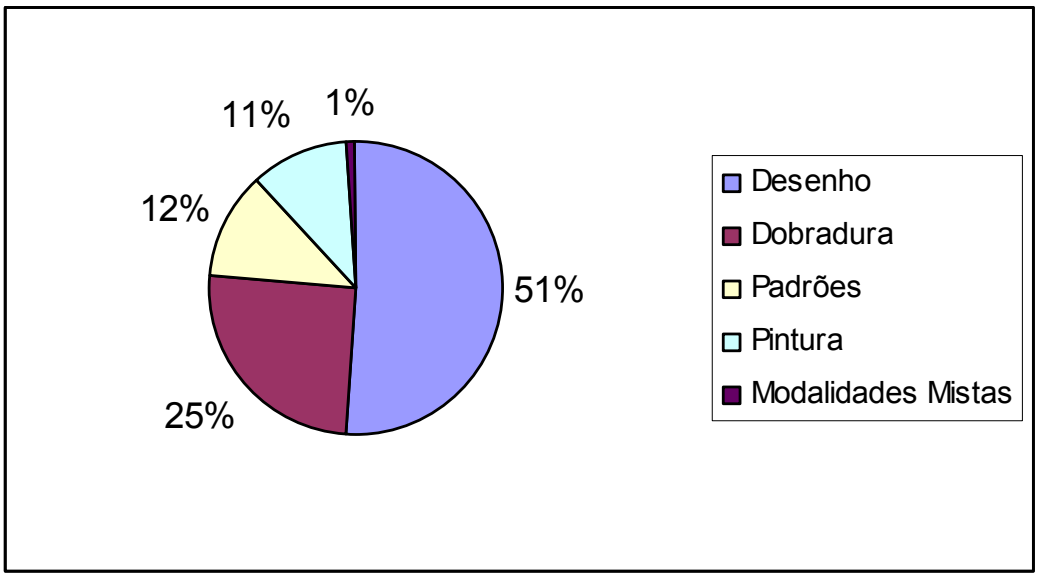


Figura 89: Gráfico - distribuição do Fazer Artístico por modalidade.

Os dados revelam que a modalidade “desenho” está em metade das atividades que solicitam dos educandos o fazer artístico, mas há algumas ressalvas em relação ao modo como essa categoria é abordada nessa modalidade e em algumas atividades com padrão. A cópia de desenhos de adultos é muito estimulada nos enunciados das atividades, como se os desenhos simétricos fossem privilégio dos mais velhos. Podemos observar isso na atividade a seguir:

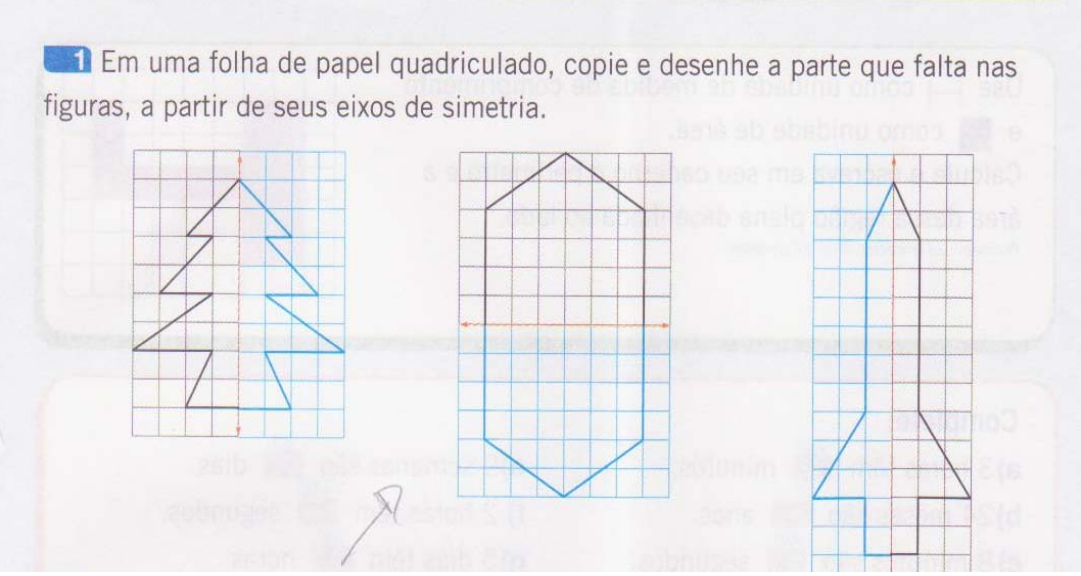


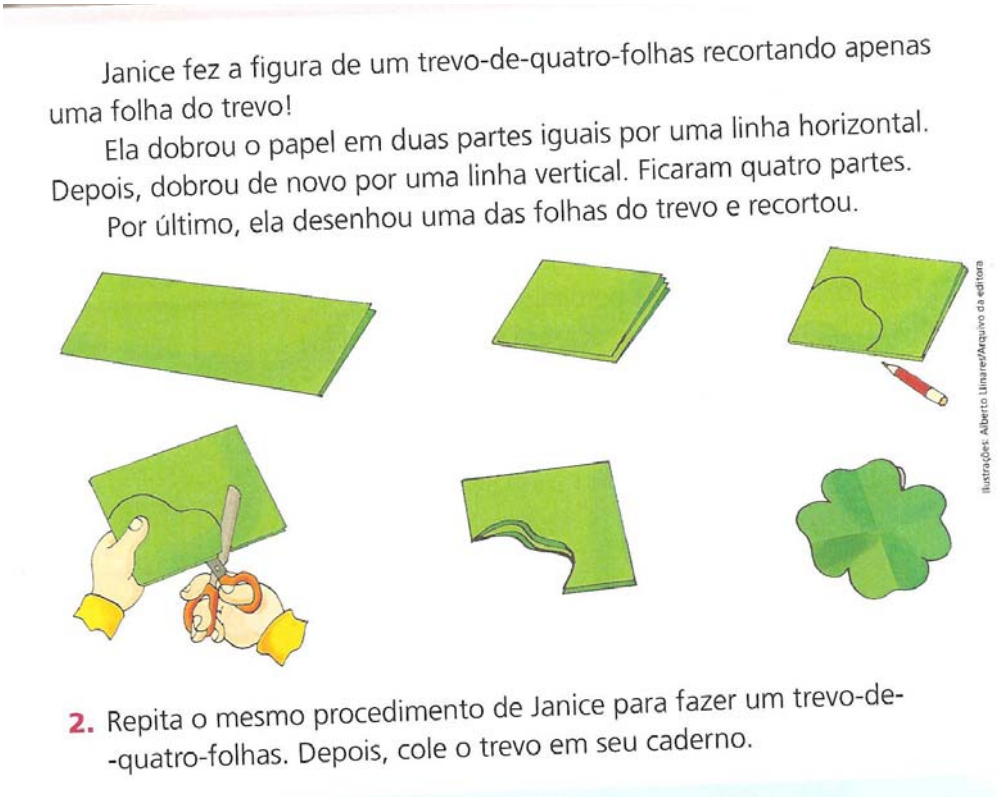
Figura 90: DANTE, Luiz Roberto. Aprendendo Sempre Matemática, Editora Ática. São Paulo. 2008. v. 4, p. 167., il Color.

Necessariamente, o educando não precisa copiar a figura, pois ele pode criar na malha outros desenhos Simétricos. Observar desenhos simétricos para fazer intervenções gráficas deles pode ser uma atividade interessante, mas ressaltamos que uma intervenção gráfica é diferente de copiar, pois promove um mergulho na imagem, leva o aprendiz a pensar criticamente sobre ela, enquanto a cópia não exige qualquer esforço mental. Como afirma Pillar (2006), a cópia promove o aprimoramento técnico, sem transformação do que é copiado.

O fazer artístico pode ser um grande aliado para que o aluno entenda aspectos da Simetria. Ao elaborar uma figura simétrica em malha quadriculada, por exemplo, a criança precisa considerar questões referentes à conservação de forma, ângulos, distância, e, dependendo do nível de escolarização, a perpendicularidade. Caso seja uma translação, o aluno precisa pensar sobre a direção do deslocamento, a conservação de distância entre uma figura e outra a ser deslocada. Nesse sentido,

a arte contribui com o desenvolvimento do estudante, dando sentido à aprendizagem da matemática. Do mesmo modo, as propriedades da simetria oportunizam a composição de uma obra de arte, a ordem, a regularidade e a estética, seja nas imagens simétricas, seja nas assimétricas.

Na modalidade “dobradura” que corresponde a 25% do total, assim como a técnica de borrão de tinta da modalidade “pintura”, são apresentadas atividades em que os alunos têm a possibilidade de vivenciar, em vários momentos, o invento, a descoberta e a criação. Há, contudo, nessas atividades proposição de apenas a instruções que limitam a criatividade dos alunos. Entendemos que a instrução é necessária, mas não devemos nos restringir a ela. É fundamental que haja momentos nos quais os alunos possam experimentar as múltiplas possibilidades de dobrar e cortar o papel. Não é, porém, o que se observa no exemplo abaixo, em que se solicita que o aluno apenas repita os procedimentos.



Janice fez a figura de um trevo-de-quatro-folhas recortando apenas uma folha do trevo!

Ela dobrou o papel em duas partes iguais por uma linha horizontal. Depois, dobrou de novo por uma linha vertical. Ficaram quatro partes.

Por último, ela desenhou uma das folhas do trevo e recortou.

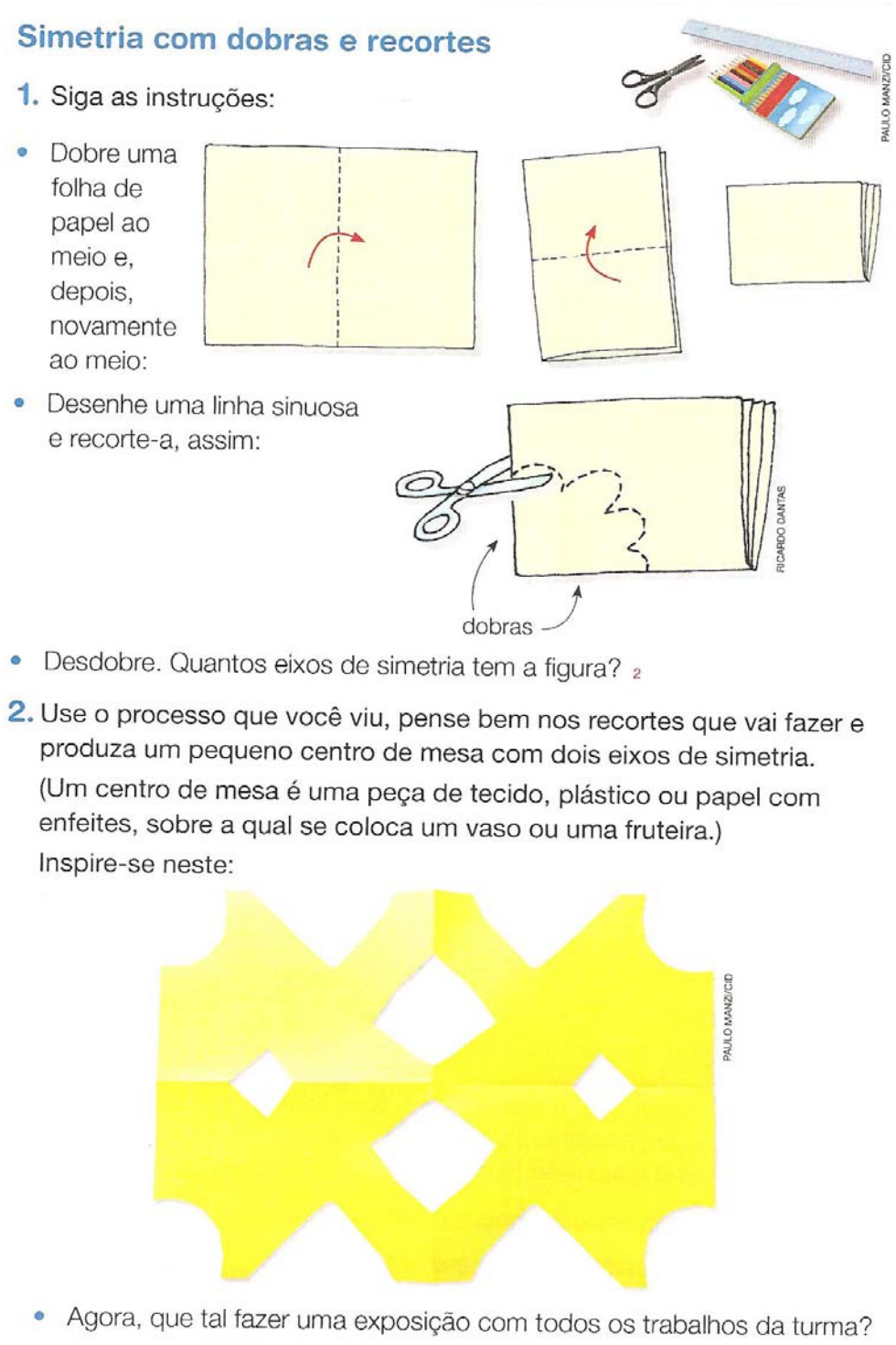
Ilustrações: Alberto Llinares/Arquivo da editora

2. Repita o mesmo procedimento de Janice para fazer um trevo-de-quatro-folhas. Depois, cole o trevo em seu caderno.

Figura 91: AIDAR, Márcia. Ler Mundo - Matemática. Editora Scipione. São Paulo, 2008. V. 3, p. 145., il Color.

Um aspecto a ser observado do ponto de vista do ensino das Artes Visuais é que a coleção “Conviver – Matemática”, da Editora Moderna, sugere a exposição do trabalho para os colegas. Em todas as modalidades trabalhadas, destacamos que

essa coleção apresenta quase todas modalidades artísticas identificadas, com exceção da gravura. De acordo com Iavelberg (2008), a observação do trabalho do colega amplia o repertório do aluno, assim como favorece a percepção de outras soluções para resolver problemas. Observamos na proposta abaixo:



Simetria com dobras e recortes

1. Siga as instruções:

- Dobre uma folha de papel ao meio e, depois, novamente ao meio:

- Desenhe uma linha sinuosa e recorte-a, assim:

- Desdobre. Quantos eixos de simetria tem a figura? 2

2. Use o processo que você viu, pense bem nos recortes que vai fazer e produza um pequeno centro de mesa com dois eixos de simetria.
(Um centro de mesa é uma peça de tecido, plástico ou papel com enfeites, sobre a qual se coloca um vaso ou uma fruteira.)
Inspire-se neste:

- Agora, que tal fazer uma exposição com todos os trabalhos da turma?

Figura 92: MILANI, E. et al. Projeto Conviver - Matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2008. V. 4, p. 91,

Nos padrões, que representam 11% das atividades de produção artística, identificamos atividades que apresentavam imagens antes da proposta e produção, oportunizando que o aluno amplie o seu repertório, pois estimulam a capacidade de elaboração de novas imagens. Iavelberg (2008) recomenda que o nível de conhecimento acerca de imagens do aluno seja ampliado por obras de arte e desenhos de outras crianças.

Ressaltamos que é fundamental o cuidado ao propor-se uma atividade, cujo objetivo é a cópia da imagem. A seguir podemos observar dois exemplos, num mesmo volume, em que se estimula, em um, a cópia e segundo a criação de padrões simétricos e assimétricos.

Figura 93: MILANI, E. et al. Projeto Conviver - Matemática. Editora moderna. São Paulo, 2008, v. 1, p. 141, il color.

A atividade acima, apesar de oferecer um bom modelo para o aluno, perde a oportunidade de estimulá-lo a elaborar o próprio padrão a partir dos recursos disponíveis em sala de aula, pois solicita que o aluno apenas copie o padrão sem pensar sobre o que está fazendo. Segundo Pillar (2006), esse tipo de atividade é de aprimoramento técnico, não de criação.

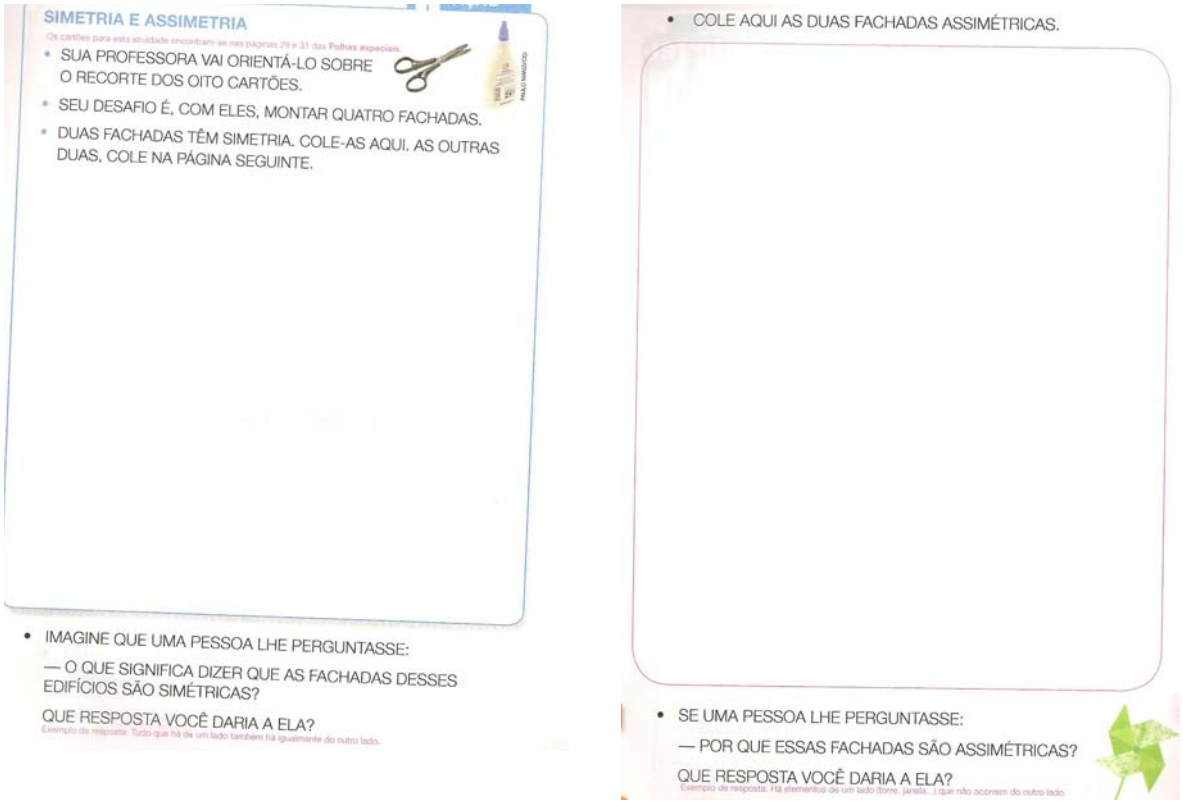


Figura 94: MILANI, E. et al. Projeto Conviver - Matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2008. v. 1, p. 145- 146., il Color.

As atividades acima mostram outro momento do mesmo volume. Neste há possibilidade de inventar e, assim, desenvolver a elaboração de imagens a partir do próprio repertório e do que é exposto no livro. Para Barbosa (1998), os alunos precisam produzir para conscientizarem-se da própria capacidade de elaborar imagens, experimentando os recursos da linguagem e as técnicas existentes. Dessa forma, atividades como as do segundo exemplo possibilitam a expressão do aluno.

Na modalidade “pintura”, o fazer artístico é contemplado em atividades que solicitam a pintura de figuras prontas. De acordo com Martins, Picosque e Guerra (1998), este é um vestígio da concepção tradicional de ensino de artes, segundo a

qual fazer arte é pintar desenhos prontos, elaborados por adultos. É o que podemos observar na atividade abaixo registrada.

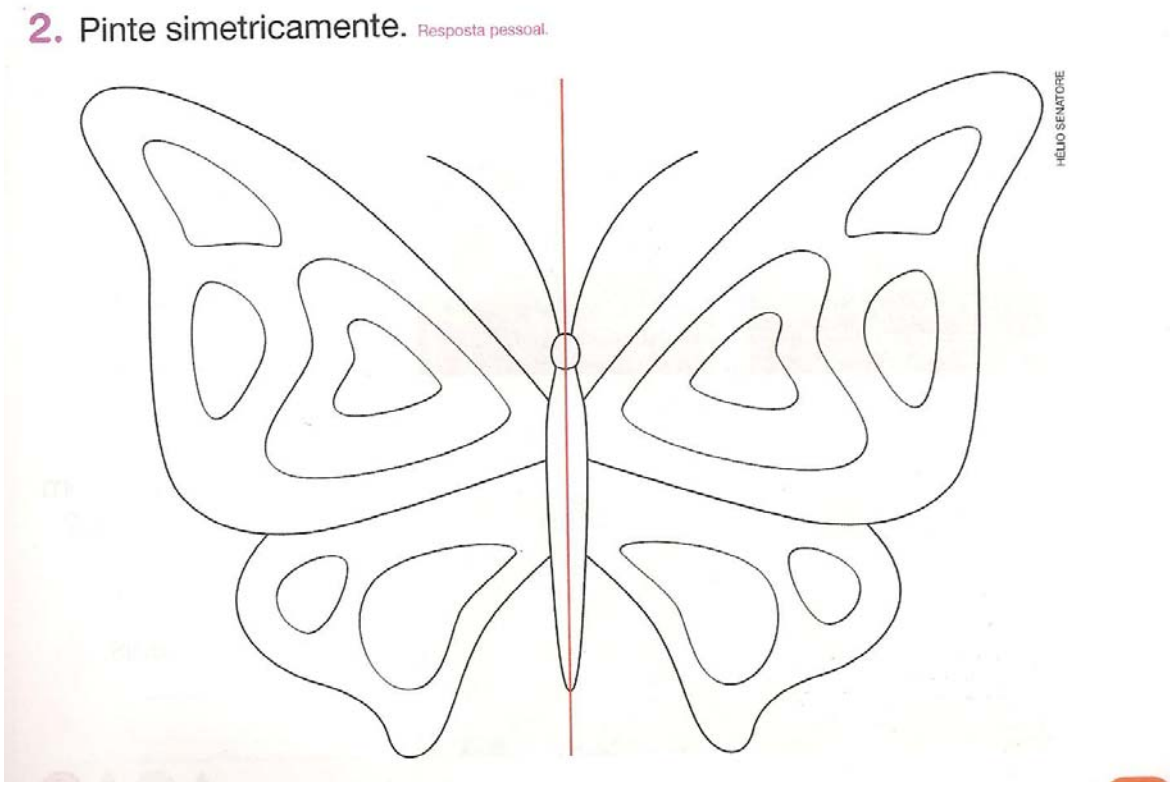
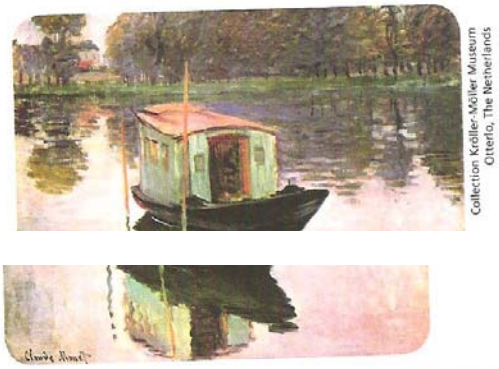


Figura 95: MILANI, E. et al. Projeto Conviver - Matemática. Editora moderna. São Paulo, 2008. V. 1, p. 185., il Color.

Arslan e Iavelberg (2006) na discussão sobre intervenção gráfica apontam que este trabalho é apreciado pelos alunos, porque não exige esforço cognitivo, pois a imagem, estando pronta, basta preenchê-la com cores. Essas autoras ressaltam, contudo, que a criação de imagens também é muito apreciada pelos alunos, quanto propostas como desafio.

Em contrapartida, encontramos atividades de pintura que incentivam a produção livre. É o que podemos observar na atividade em que há uma leitura da pintura “O barco ateliê”, de Claude Monet. Nessa atividade se espera que o aluno identifique a inversão da imagem refletida e a linha da água como divisão da própria figura. Depois é proposto que o estudante produza uma pintura com a imagem refletida.

2. No detalhe da obra chamada **O barco ateliê**, o pintor também usou a imagem refletida.



a) Como o pintor fez isso? Espera-se que os alunos descrevam a inversão da imagem refletida e identifiquem a linha da água como divisão das duas figuras.

b) Repare que a imagem refletida do barco não está completa. Que elementos estão faltando? Faltam as janelas da frente do barco.

c) No caderno, faça um desenho e a sua imagem refletida.

TROQUE IDEIAS

Exponha o seu trabalho para a classe.

191

Figura 96: AIDAR, Márcia. Ler Mundo - Matemática. Editora Scipione. São Paulo, 2008. V. 5, p. 19., il Color.

Essa categoria mostra que quantidade não indica qualidade. Embora o aluno tenha, nos livros didáticos de matemática, a possibilidades de relacionar-se com o fazer artístico através de seis modalidades artísticas, poucas são as possibilidades de construção do novo, de interpretação e recriação.

Encontramos, porém, indícios de produção livre subsidiada por imagens. O estímulo à apreciação de obras feitas pelas crianças e jovens em sala de aula traz a arte para a realidade a que a escola pertence e contribui para estimular o olhar observador e crítico da comunidade estudantil.

Com relação à interdisciplinaridade com o conteúdo de Simetria, o fazer artístico implica a construção de uma figura. Para isso, o aluno tem que considerar as propriedades do tipo de simetria abordado. Para fazer, por exemplo, uma faixa simétrica o aluno é estimulado ao deslocar a figura, conservar a forma, a distância entre uma e outra, manter a direção. Nesse sentido, os laços de colaboração entre Artes Visuais e Simetria são estabelecidos. A questão é que essas propriedades precisam ser explicitadas ao longo dos volumes para que o conhecimento seja construído.

6.4 Elementos de visualidade cor.

Nesta categoria analisaremos como os livros abordam o elemento de visualidade “cor”. Das sete modalidades observadas, apenas na modalidade “desenho” aparece a cor. Identificamos enunciados que tratavam a cor como elemento geométrico; nas demais modalidades, quando citada, a cor possui o caráter de elemento de visualidade.

Das 17 coleções, identificamos que sete apresentam mensagens que nos levam a interpretar que a cor, nessas coleções, está sendo considerada como elemento geométrico. Vejamos o exemplo seguinte.

Figura 97: SANCHEZ, L. B. et al. Fazendo e compreendendo matemática. Editora Saraiva. 4ª edição reformulada, São Paulo. 2008. v. 1, p. 126., il Color.

A atividade acima, através da palavra “iguais”, sugere a ideia de que, para ser uma figura simétrica, basta pintar da mesma cor os dois lados da figura. Essa atividade trata a cor como propriedade essencial para que a figura seja simétrica, sem explicitar outras propriedades, como conservação (forma, ângulo, comprimento) e equidistância. Além disso, sob o ponto de vista do ensino da arte, a imagem acima

já está pronta, bastando ao aluno preenchê-la com cores predeterminadas. Segundo Arslan e Iavelberg (2006), esse tipo de atividade não estimula qualquer esforço intelectual. Assim, talvez a atividade não promova aprendizado sobre Simetria nem Artes visuais.

Noutra coleção, identificamos uma sequência de atividades que, embora trabalhe a cor como uma propriedade da simetria, não explicita que este é um elemento de visualidade das Artes Visuais, e não da Geometria. Vejamos o exemplo abaixo:

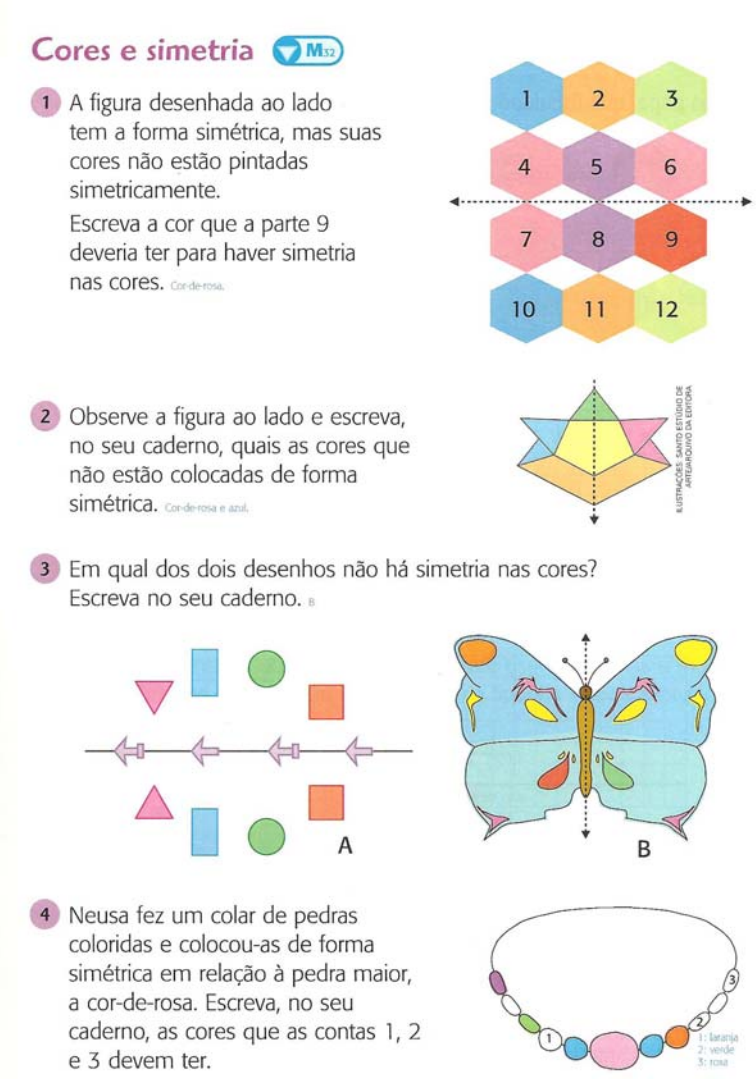


Figura 98: SOUZA, Maria Helena e til. Coleção asas para voar matemática. Editora Ática. São Paulo. 2008.,v. 3, p. 143. il. Color.

As atividades acima confirmam um aspecto observado pelo Guia do Livro Didático (BRASIL, 2007; 2008), segundo o qual, para estabelecer a cor como um critério de produção de figura simétrica, é necessário explicitar que se trata de uma

propriedade não geométrica. Sob o ponto de vista da arte, a cor é compreendida como um elemento importante, mas os estudantes devem ter a oportunidade de escolher e experimentar as diversas cores em suas produções.

6.5 Recursos didáticos

Nesta categoria de análise, verificamos como os recursos didáticos que auxiliam os alunos na realização das atividades são sugeridos. Atentamos para o tipo de papel sugerido (liso, quadriculado e pontilhado), instrumentos de desenho geométrico (régua, esquadro, compasso e outros) e materiais artísticos (tinta, cola, lápis de cores etc).

Entendemos que os recursos didáticos têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Segundo o PCN de matemática (BRASIL, 1997), esses recursos precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão; a base da atividade matemática.

O tipo de papel é uma variável didática importante no ensino da Simetria, porque ele pode gerar mudanças de estratégias na resolução dos problemas. Em nosso estudo, identificamos três tipos de papel: a malha quadriculada, presente em 32% das atividades; o papel liso, em 24%; e outros tipos (1%). Percebemos que 43% das atividades são imagens ou não especificam o tipo de papel a ser utilizado. Podemos observar essa distribuição no gráfico abaixo.

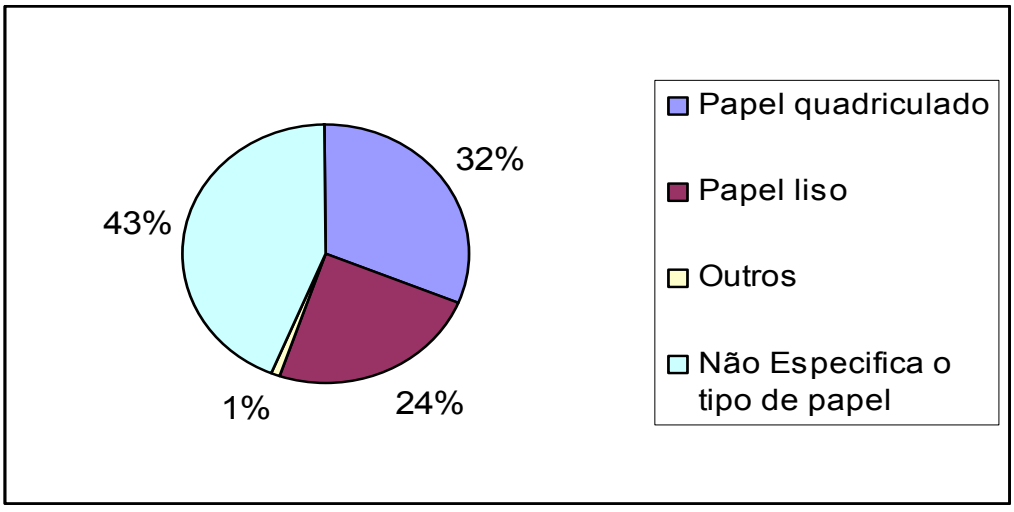


Figura 99: Gráfico - tipo de papel.

Identificamos a presença da malha quadriculada nas modalidades “desenho”, “dobradura” e “padrões”. Percebemos que os desenhos são os que mais utilizam determinado papel, principalmente nas atividades de construção de figuras. Atribuímos esse índice ao fato de a malha quadriculada facilitar a construção da figuras, devido à possibilidade de utilizar os quadradinhos como unidade de medida. Assim, contando os quadrados da malha, o aluno constrói a figura simétrica. No entanto, não identificamos na literatura estudos que comprovem essa hipótese. Podemos observar isso na proposta a seguir.

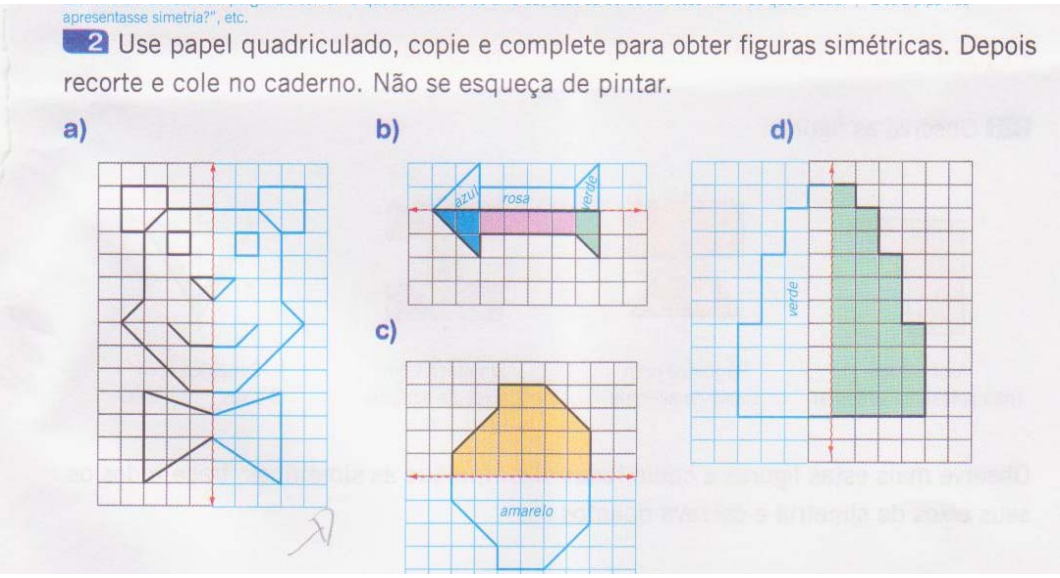


Figura 100: DANTE, Luiz Roberto. Aprendendo Sempre Matemática.Editora Ática. São Paulo. 2008. v. 5, p. 91, il Color.

Identificamos que, das 32 atividades com padrão, apenas duas são com papel liso e papel quadriculado por facilitar a construção dos padrões retilíneos ou circulares, aspectos constatados por Barison (2007) para quem, todas as ornamentações geométricas, por mais complexas que sejam, seguem uma ordem com padrões que se repetem em arranjos retilíneos ou circulares. Por isso a construção desses padrões segue uma malha, basicamente quadrada, retangular ou triangular. É o que podemos observar no exemplo a seguir.

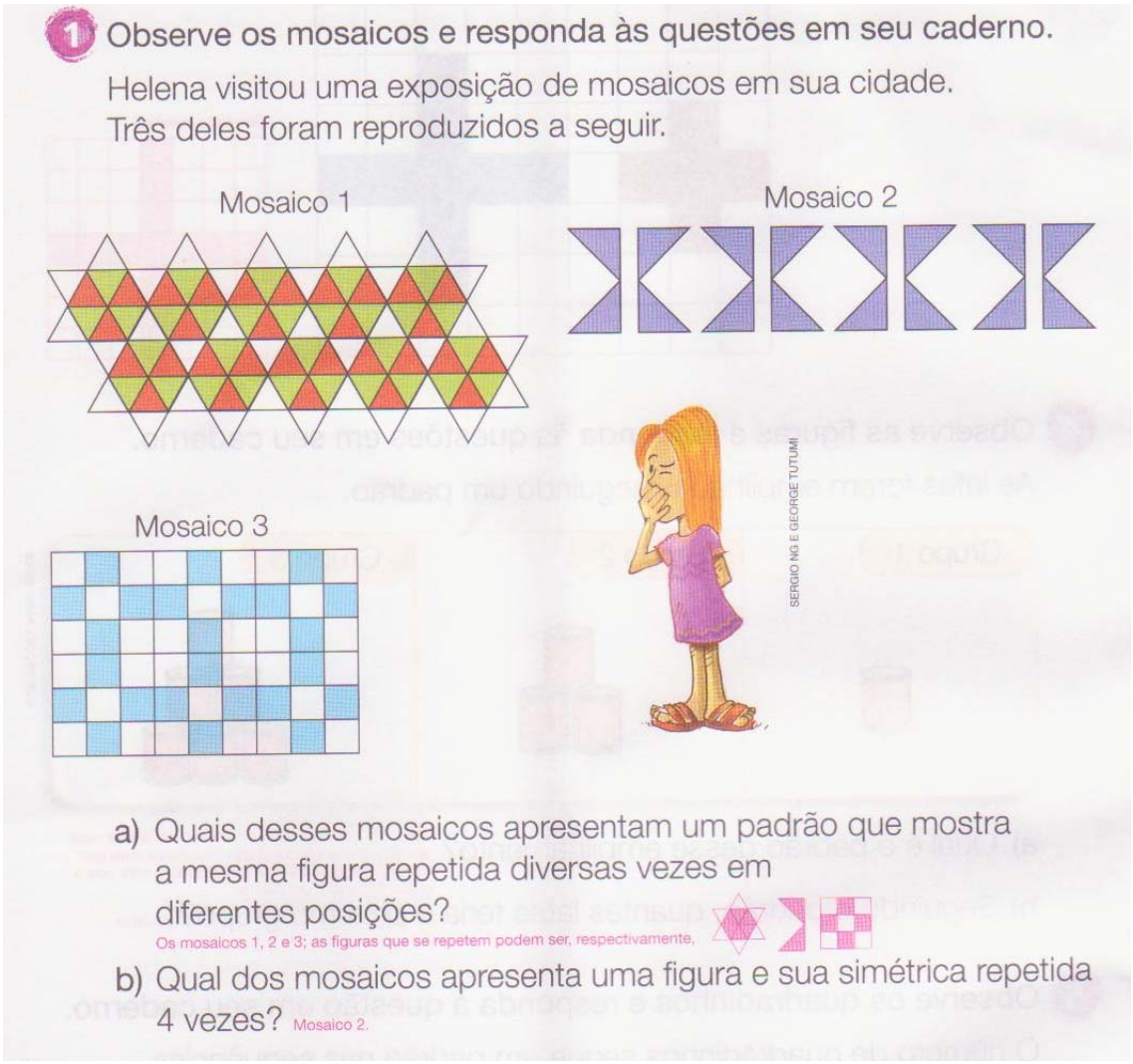


Figura 101: GASTALDI. Mª. V. et al. Projeto Buriti-matemática. Editora Moderna. São Paulo 2007. v.3, p. 152, il Color.

Dessa forma, a malha torna-se um recurso indispensável para construção de padrões na sala de aula, apesar termos encontrado atividades que produziram padrões sem malha, dispensando dessa forma a precisão que a malha possibilita, mas que promovem outro tipo de desafio.

Verificamos que as modalidades “dobradura”, “pintura” e dos “desenhos” utilizarem papel liso, pois o objetivo dessas atividades é que o aluno perceba a conservação de forma, distância e ângulo através da sobreposição do papel, por meio de uma dobra. Desse modo, a malha quadriculada não traz contribuição alguma.

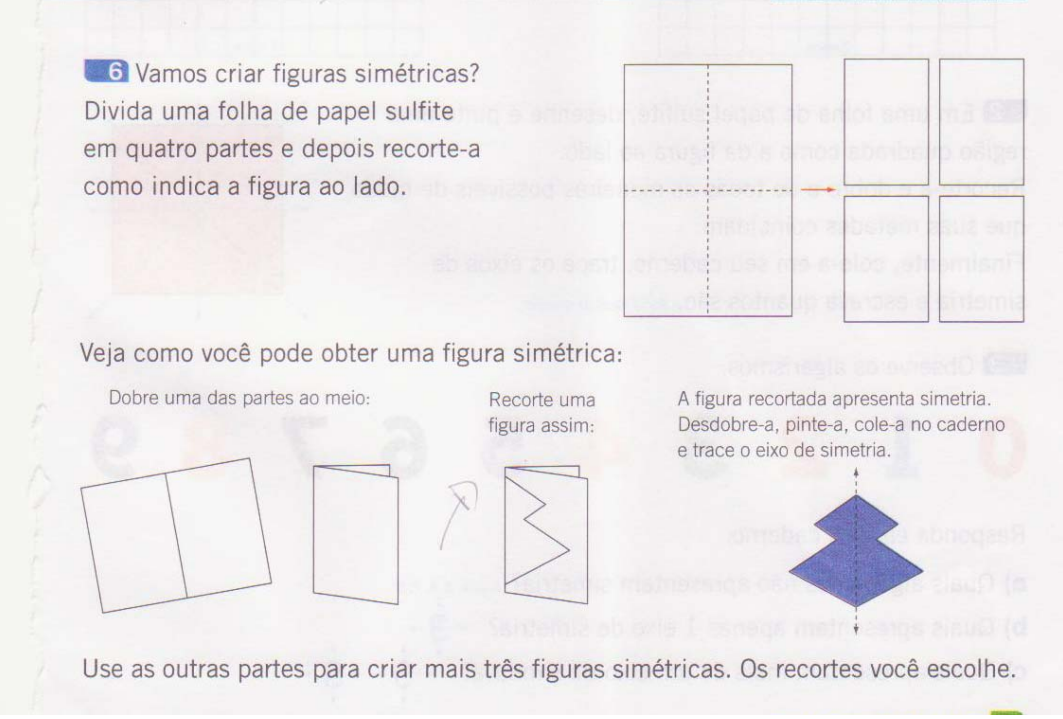


Figura 102: DANTE, Luiz Roberto. Aprendendo Sempre Matemática. Editora Ática. São Paulo. 2008. v. 4, p. 163., il Color.

Encontramos uma atividade de desenho “malhas triangulares”, “hexagonal” e uma pontilhada e, uma com padrão com malha triangular. Supomos que o tipo de malha interfere na resolução de problemas com simetria, mas não identificamos na literatura científica estudos que confirmem ou refutem essa hipótese (ver exemplos).

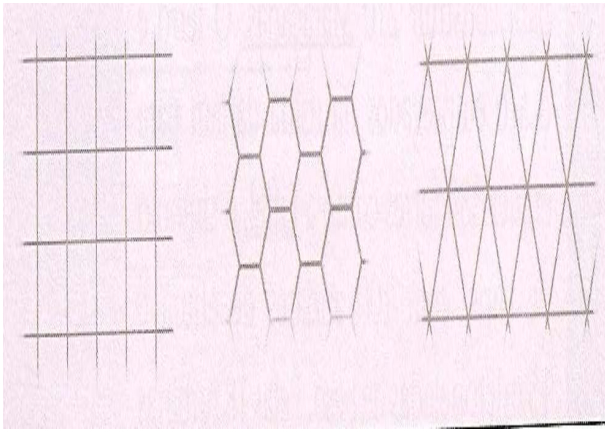


Figura 103: AIDAR; Márcia. Ler mundo - matemática. Editora Scipione São Paulo, 2008. v. 3, p. 193., il Color

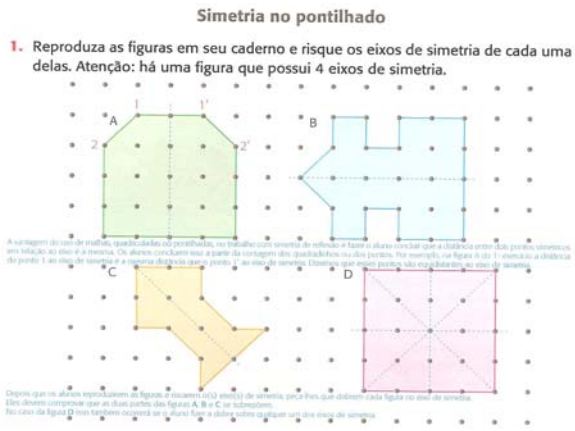


Figura 104: REAME, Eliane; MOTENEGRO, Priscila. Linguagem Matemática. Editora Saraiva. São Paulo. 2008. v. 5, p. 171., il Color.

Com relação aos instrumentos de desenhos geométricos, constatamos que são pouco anunciados nas atividades. Das 200 atividades que trabalham Simetria e Artes visuais, apenas nove fazem menção à utilização de instrumentos de desenhos geométricos.

Em apenas três coleções - Projeto Conviver – Matemática, “da Editora Saraiva”, De Olho no futuro – Matemática, “da Editora Quinteto Editorial”, e “Projeto Buriti – Matemática”, da Editora Moderna - há enunciados ou desenhos que sugerem a utilização da régua como instrumento para a construção das figuras simétricas. Apenas uma coleção, a “Fazer e Compreender Matemática” sugere a utilização do compasso (ver exemplos).

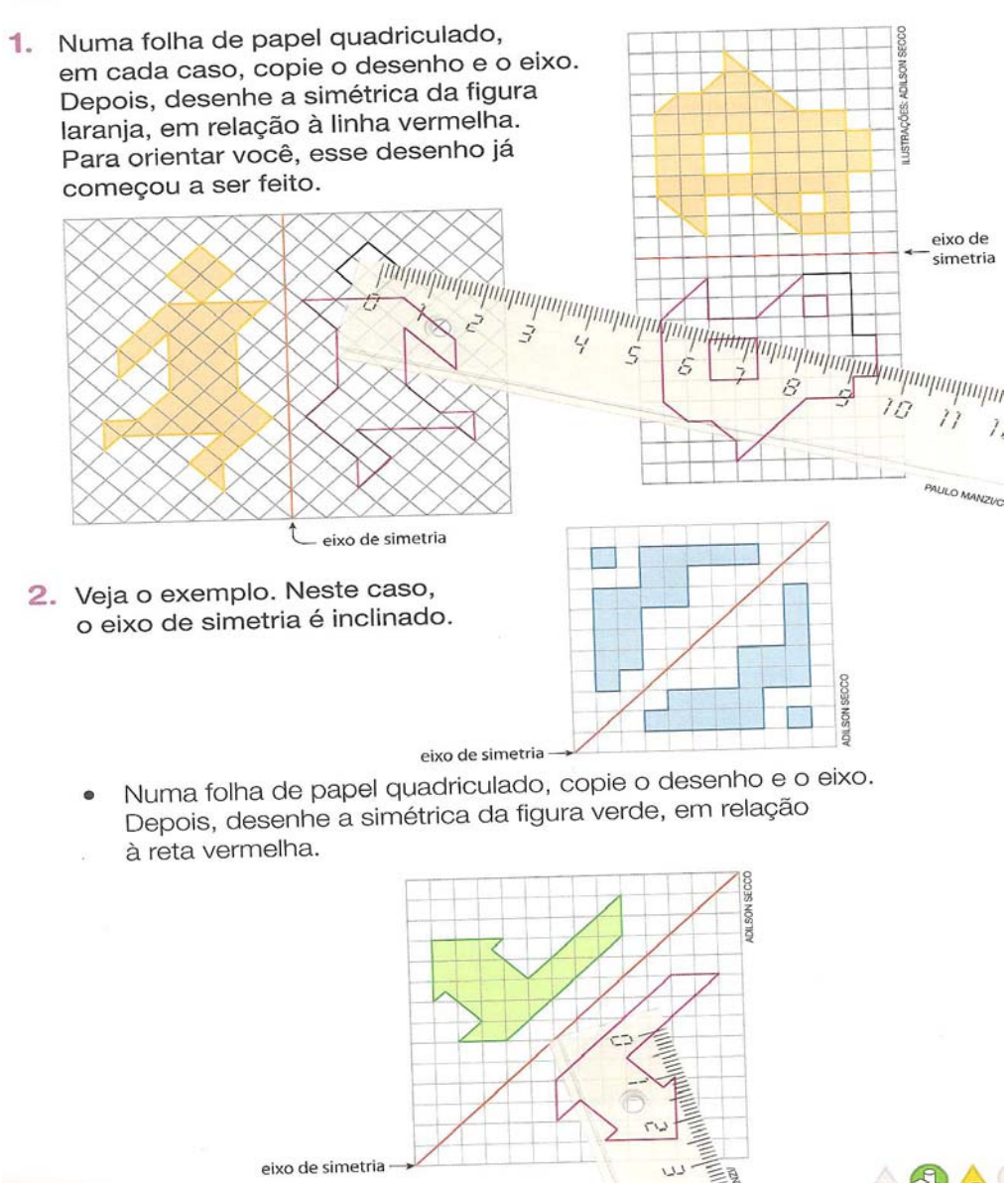


Figura 105: MILANI E. et al. Projeto Conviver - Matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2008. v. 5, 102., il Color.

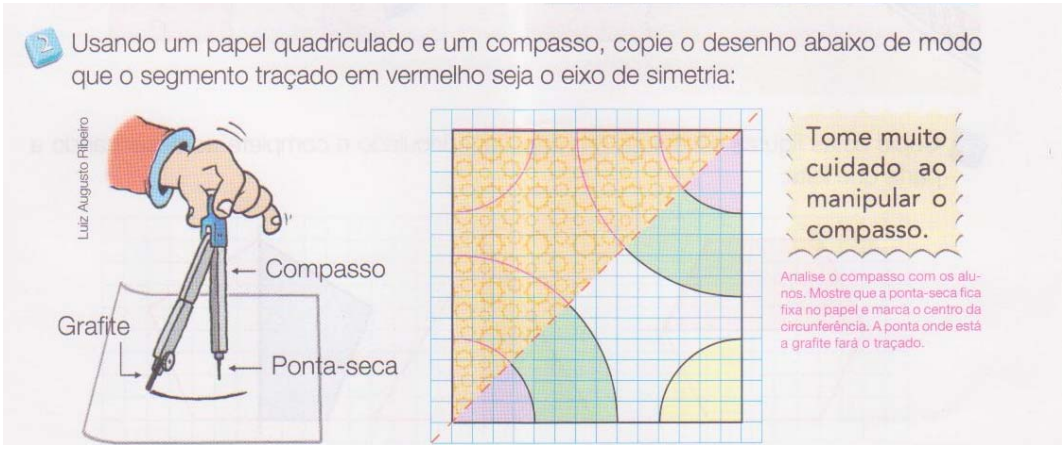


Figura 106: SANCHEZ, lucília Bechara; e outros. Fazendo e compreendendo matemática. Editora Saraiva. 4ª edição reformulada, São Paulo. 2008. v. 5, p. 61., il Color.

O número insignificante de atividades com instrumentos de desenho geométrico, nos livros didáticos de matemática das séries iniciais para trabalhar simetria, indica que predominam atividades que sugerem construções de figuras, eixos ou translações a mão livre. Esse aspecto também é constatado, nos estudos de Silva e Lima (2008), em livros de matemática do 6º ao 9º ano. Esses dados indicam que são poucas as oportunidades de manuseio de instrumentos de desenho oferecidas por livros didáticos de matemática durante o Ensino Fundamental.

Nas dobraduras, o material utilizado restringiu-se ao papel, lápis e tesoura, porque a atividade não requer o uso de outros materiais. A régua ou cordão podem ser utilizados, caso o professor tenha como proposta evidenciar as propriedades da Simetria de Reflexão (equidistância, perpendicularidade, conservação de forma). Vejamos o exemplo abaixo.

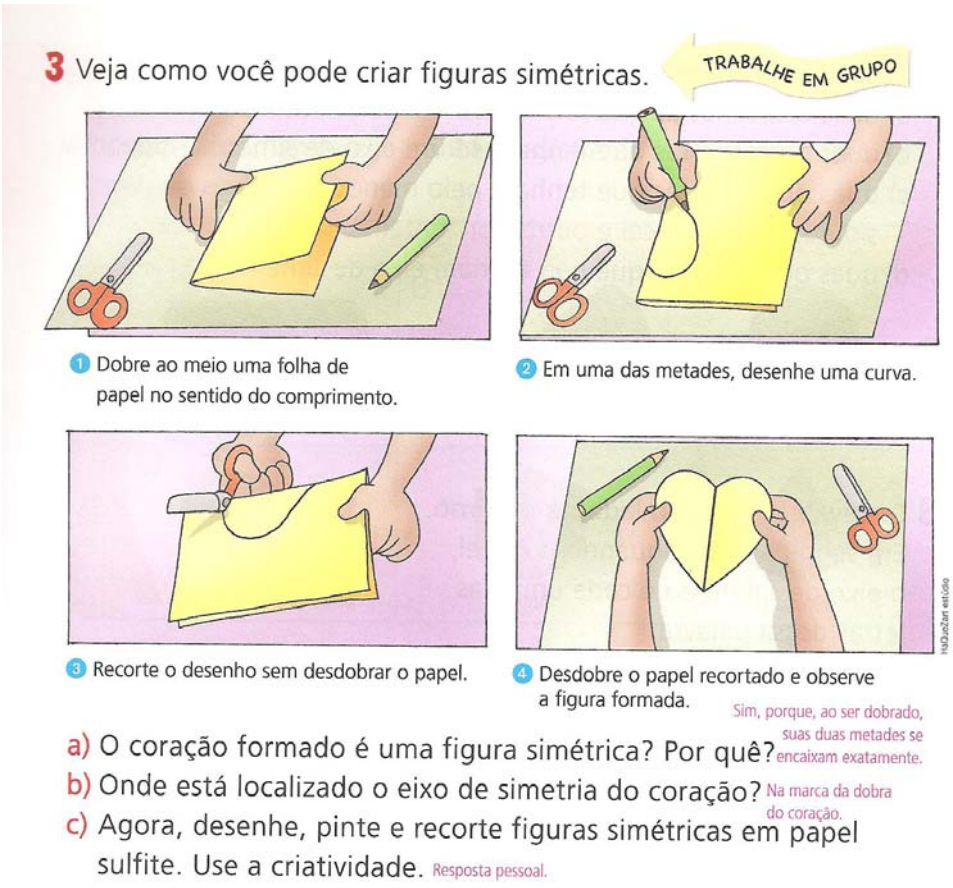


Figura 107: BORJORNO, et al. Pode contar comigo.Editora FTD. São Paulo, 2008. v. 3, p. 77., il Color.

As atividades de pintura são à mão livre. Os materiais utilizados são: tinta, lápis de cor e papel liso. Não observamos sugestões de materiais diferentes, embora os PCN de artes (Brasil, 1997) recomendem que os alunos devem ter contato e reconhecimento dos materiais, suportes, instrumentos, procedimentos e técnicas na produção de formas visuais. Isso, contudo, que não ocorre nos livros didáticos analisados.

Nesta categoria, percebemos diversas limitações dos recursos materiais sugeridos nos livros didáticos. Predomina o papel quadriculado e liso, quando deveria haver uma igualdade em relação à quantidade distribuída pelos volumes, pois consideramos que a diversidade de atividades em papel diferente, pode promover a aprendizagem.

Os instrumentos de desenho limitam-se à régua e ao compasso, assim como os recursos materiais utilizados nas Artes Visuais estão circunscritos à tinta, ao lápis de cor, à tesoura e ao papel. Contrapondo o PCN de matemática e Artes (BRASIL, 1997) que sugerem a utilização de instrumentos de desenho geométrico, materiais e

suportes variados garantindo a experimentação, utilização e pesquisa de materiais e técnicas artísticas.

6.6 Os aportes mútuos do conteúdo da Simetria e das Artes Visuais nos livros didáticos de matemática.

Neste capítulo foi possível delinear como as ações de ensino das Artes Visuais são trabalhadas nos livros didáticos de matemática das séries iniciais. Constatamos diferentes formas de leitura das atividades, mas, dentre elas, a leitura de obras de arte se restringiu às gravuras nas poucas atividades referentes a essa modalidade artística. Embora se trate de obras que contemplam a simetria, uma qualidade da obra, o senso estético, não era enfocado de forma a estimular os alunos a julgarem essa qualidade nas obras, assim como perceberem os elementos visuais.

A contextualização é pouco tratada nas atividades. Identificamos indícios, como legendas e informações sobre o grupo cultural que produziu a obra, mas poucas foram as atividades que apresentaram a biografia do artista e reflexões que motivassem os alunos a julgarem, refletirem sobre o contexto e as razões de produção da obra de arte.

Quanto ao fazer artístico, embora presente em várias atividades, encontramos poucos exercícios que estimularam o potencial criativo dos alunos. As atividades, em sua maioria, solicitavam a cópia de desenhos adultos, desprezando a capacidade do aluno de elaborar imagens através do próprio repertório ou do livro didático.

A experimentação de recursos, técnicas e novas formas de fazer também são escassas nos livros, quando aborda o conteúdo de Simetria articulado as Artes Visuais. Apesar de necessários, os instrumentos de desenho foram pouco recomendados nas coleções analisadas. Quando isso acontecia, limitava-se à régua. Também os recursos para artes visuais estão restritos a tinta e lápis de cores.

Com relação ao elemento de visualidade, analisamos a cor, que é trabalhada como propriedade geométrica em algumas coleções, em atividades em que os alunos têm que pintar desenhos prontos.

A proposta Triangular considera que as três ações de ensino da arte devem estar interligadas em todos os momentos do ensino da arte e da matemática.

Contudo, constatamos que isso não ocorre, pois predomina o fazer artístico em detrimento da leitura e contextualização. Para autora a abordagem dessas ações em momentos distintos compromete a epistemologia do ensino da arte.

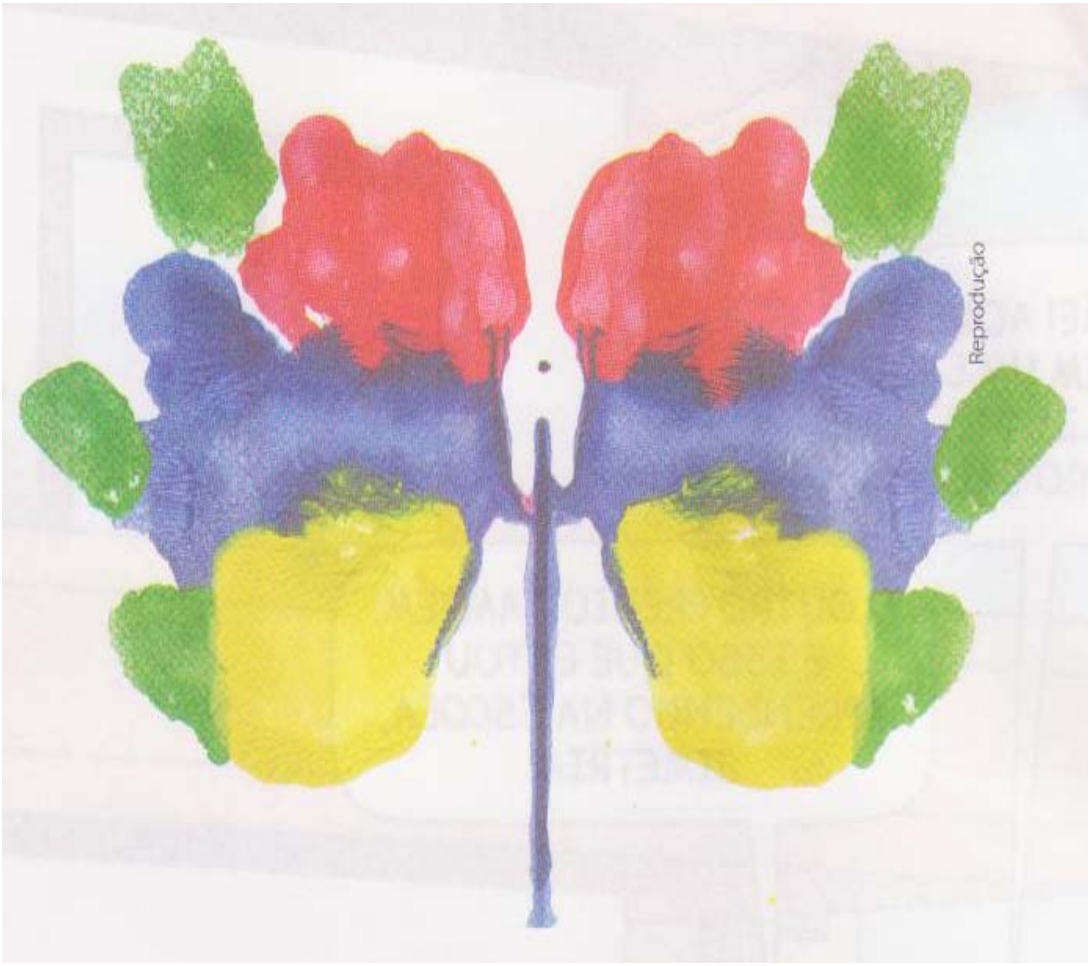


Figura 108: técnica Borrão de tinta. Apresentada no livro didático - Projeto Prosa – matemática editora Saraiva, 2008, v. 3, p. 174

7 INTERDISCIPLINARIDADE: AVANÇOS, ENTRAVES, APORTES MÚTUOS - REFLEXÕES SOBRE SIMETRIA E ARTES VISUAIS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA PARA SÉRIES INICIAIS.

Discutiremos, neste capítulo, alguns pontos relevantes de nossa análise, feita a partir da ótica quantitativa e qualitativa, das atividades que articulam Simetria e Artes Visuais. Inicialmente, organizaremos nossa síntese de acordo com os pontos que consideramos essenciais na pesquisa. Relacionaremos os resultados com os documentos oficiais (Guia do Livro didático e PCN), e com a revisão de literatura a partir da qual tivemos acessos a estudos relativos ao assunto da pesquisa, tanto inscritos na área pedagógica quanto os que priorizam a perspectiva epistemológica.

Constatamos, no estudo quantitativo, uma frequência considerável de atividades que articulam Simetria e Artes Visuais nos livros didáticos, distribuídas de forma crescente pelos volumes. Isso aponta uma tendência de articular-se ensino da Geometria com outras áreas de conhecimento, como propõe o Guia do Livro Didático. Embora tenhamos identificado uma abordagem que prima pela interdisciplinaridade do conteúdo da Simetria com o das Artes Visuais, percebemos que a relação da primeira com outras áreas intramatemáticas ainda é incipiente.

A relação entre Simetria e Artes Visuais é incontestável, porque as artes Visuais são inerentes à Geometria, assim como, a Geometria é inerente às Artes Visuais. Isso pode ser comprovado observando o que foi construído pela humanidade ao longo da história. Entendemos, então, porque o PCN de matemática (BRASIL, 1997) recomenda que o ensino da Geometria se dê por meio das artes entre outros. Os livros didáticos que, se baseiam nesses parâmetros e nos princípios do Guia dos Livros Didático têm trazido atividades em que diversas modalidades artísticas são contempladas.

Verificamos seis modalidades artísticas que abordam a Simetria. Todas elas trazem a possibilidade de explorar a Simetria a partir do ponto de vista intuitivo e formal. Percebemos, contudo, que prevalece o enfoque intuitivo apontado pelos PCN (BRASIL 1997), segundo o qual as atividades de artes introduzem a Simetria de modo pragmático, favorecendo o desenvolvimento de aquisições intuitivas pelos alunos.

Entendemos que a Simetria precisa ser trabalhada, a princípio, de forma intuitiva, adequada ao nível de aprendizagem do aluno, mas a complexificação

desse conteúdo deve acontecer gradativamente de forma que garanta aos alunos chegarem ao 6º ano com um conhecimento mais formal sobre Simetria.

Dentre as modalidades artísticas, o desenho é a mais contemplada nas atividades. A prática de desenhar é muito recorrente na escola e utilizada por diversas áreas de conhecimento como forma de representação do pensar da criança. Na matemática não é diferente, principalmente na Geometria, pois vem tornando-se uma atividade necessária para a construção e o reconhecimento da Simetria.

Essa modalidade traz a possibilidade de trabalhar diversos elementos do conteúdo, como construção de figuras simétricas, e o eixo no caso de Simetria de Reflexão. Utilizando-se instrumentos de medida, poder-se-iam explorar propriedades como equidistância e perpendicularidade, mas percebemos que não há, nas atividades por nós analisadas, menções explícitas dessas propriedades.

Na dobradura, os dois tipos apresentados, origami e kirigami, apresentam diferenças quanto ao movimento da figura e dimensões espaciais. Em ambos, as trajetórias descritas pelos pontos da figura não permanecem no plano dela. O movimento, nesses casos, ocorre no espaço tridimensional, no qual o plano da figura está imerso. Esse aspecto foi observado por Siqueira (2000) em sua pesquisa.
Além disso, o kirigami, apesar de ter sua trajetória no espaço, resulta em uma figura bidimensional, enquanto o origami tem como produto uma figura tridimensional. Evidenciar tais características é fundamental para que os alunos não confundam, por exemplo, eixo e plano de simetria.

As coleções utilizam a arquitetura para introduzir o conteúdo simetria, deste modo possibilitam que os alunos explorem as imagens para descobrir a Simetria de forma intuitiva. Apesar das construções arquitetônicas serem repletas de simetria ou assimetrias e a comparação de tais aspectos contribuírem para a aprendizagem do conteúdo, os livros analisados não explicitam que por tratam-se de fotografias são indicados eixos de simetria, porém, o objeto real, ou seja, as construções arquitetônicas são tridimensionais, não possuem eixo, mas um plano de simetria.

Os padrões são um tipo de modalidade artística que traz a possibilidade de trabalhar com os diversos tipos de Simetria. Destacamos a translação pelo deslocamento das figuras, conservação de forma e direção, mas observamos que

essas características não são exploradas nas atividades por nós analisadas nas coleções de livros didáticos.

Quando observamos as atividades que envolvem pinturas, percebemos que foram aplicados princípios da Simetria na construção delas, ou seja, foram enfocadas ideias matemáticas que estão por trás de belas pinturas. As atividades buscam evidenciar tal aspecto por meio da identificação de eixo e da construção de figuras simétricas, através dos borrões de tinta. No entanto, essas atividades não apresentam explicitamente as propriedades que tornam uma figura simétrica.

As atividades com gravura, embora sejam poucas, trazem a imagem e exploram a simetria de forma muito intuitiva, mas possibilitam várias referencias às propriedades da simetria.

O eixo de simetria, apesar de ser considerado um elemento essencial para a percepção da Simetria de reflexão, não foi bem trabalhado nas atividades, pois não detectamos nenhuma articulação entre o conceito de transformação e o eixo de simetria de uma figura. O eixo de simetria é uma variável importante para o trabalho do professor, mas observamos que em algumas modalidades artísticas - como dobradura, pintura e modalidades mistas - predomina o eixo na posição vertical.

Nas figuras apresentadas nas coleções, identificamos um desequilibro na quantidade de tipos de figuras, visto que predominam as figuras conexas, em detrimento das desconexas. Essas figuras possuem características distintas sob o ponto de vista da conceituação de simetria. Alguns estudiosos, como Siqueira (2000) e Alves (2005), apontam as figuras desconexas como as que geram mais dificuldade. As atividades propostas utilizam figuras com contornos retos e curvos, dispostos em diferentes posições em relação ao eixo de simetria (paralelos, perpendiculares, inclinados).

No entanto, Alves (2005) considera importante propiciar aos alunos o trabalho com diferentes tipos de figuras para a construção do conhecimento sobre Simetria. Dessa forma, faz-se necessário que os livros explicitem as diferenças e busquem uma distribuição igualitária das figuras nas atividades, pois o tipo de figura gera estratégias de resolução de problemas diferentes.

Em relação às atividades de ensino das Artes Visuais, percebemos a presença de diversas formas de leitura: a leitura superficial, de instrução, de imagens e de obras de arte. Nas três primeiras, a leitura acontece de forma contrária ao que é proposto por Barbosa (1995). Apenas na modalidade “gravura”

identificamos uma leitura que ultrapassar a descrição dos aspectos formais da obra e propõe uma análise dela.

A contextualização só foi verificada nas poucas coleções em que aparecem as modalidades de arquitetura, pintura, padrões e gravura, mas poderia ter sido trabalhada nas demais modalidades, visto que desenhos, padrões e dobraduras estão presentes na história, estabelecendo relações com a matemática.

Identificamos alguns indícios de “contextualização” em legendas que identificam a obra de arte. Informações breves sobre local e povo indígena que produziu o artesanato. Encontramos também a biografia do autor e local onde viveu. Como na coleção “Hoje é dia de matemática”, que traz as obras do pintor Odetto Guersoni. Apesar de necessárias, tais informações não são suficientes para a contextualização, pois segundo Barbosa (2007), além de “ensinar estética, história e crítica da arte, precisamos desenvolver a capacidade de formular hipóteses, julgar, justificar e contextualizar julgamentos acerca de imagens e da arte”.

O fazer artístico é um dos componentes da arte mais contemplado, mas isso ocorreu através da cópia de imagens que pouco estimulam o aluno elaborar imagens e utilizar a própria expressão. De acordo com o PNC de artes (BRASIL, 1997) Esse componente deve desenvolver o potencial criativo dos alunos. É fundamental, então, que os livros proponham atividades em que os alunos elaborem desenhos, pinturas, colagem, recorte, dobraduras e gravuras de modo livre, sem a utilização da cópia.

A cor, embora esteja presente em diversas modalidades, é pouco explorada como um conhecimento. A cor desenvolve o exercício estético de ver, interpretar e interrogar o visto, mas quando enunciada de forma explícita, ela, que é um elemento de visualidade que tem como função despertar sensações é utilizada nas atividades como critério para produção de figura simétrica. Não se esclarece que a cor não é uma propriedade geométrica, mas estética.

Quanto aos recursos didáticos, percebemos uma tendência muito forte da malha quadriculada em detrimento dos outros tipos de papel. Há nas atividades, pouco estímulo ao uso de instrumentos de desenho que podem ser facilitadores para o trabalho com as propriedades da simetria.

Observamos uma tendência de ruptura com uma educação baseada na formação de modelos, memorizações e fragmentação do conhecimento. Percebemos sinais de uma educação que prima pela interdisciplinaridade e

contextualização. Esses indícios apontam para uma ressignificação no ensino da matemática.

7.1 Possíveis encaminhamentos.

Ao escrever-se uma dissertação, é sempre preciso fazer opções sobre o caminho a ser tomado e sobre os conteúdos a tratar. O conhecimento em todas as áreas é muito amplo e não se esgota numa pesquisa. Ao contrário, muitas pesquisas indicam uma nova forma de pensar em determinadas áreas de conhecimento ou em conteúdos, gerando novas interrogações. Nesse sentido, buscamos entender os aportes mútuos entre Artes Visuais e Simetria. Para isso, fizemos a análise, tanto do ponto de vista da Geometria, quanto do ponto de vista das Artes Visuais, de 200 atividades que articulam essas áreas de conhecimento em livros didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental. Os dados possibilitaram a identificação de laços de colaboração e reciprocidade entre elas, bem como possibilidades e lacunas existentes nessa relação. Mas, principalmente, despertaram novas questões.

Em nossa compreensão, o ensino da Geometria, assim como de outros campos da matemática, deve acontecer por meio de um processo formativo que estabelece relações de inseparabilidade e colaboração entre conteúdos e áreas de conhecimento. Entendemos a interdisciplinaridade como uma tendência que precisa ser incorporada às propostas dos livros didáticos, por trazer, dentre outros benefícios, as inter-retroações entre o conteúdo matemático e o seu contexto de uso. Além disso, a interdisciplinaridade permite a interação entre todas as partes de um conhecimento. Diante de tais considerações, surge a questão:

Os *nossos professores do ensino fundamental, em sua formação inicial e continuada, foram preparados para trabalhar de forma interdisciplinar as atividades presentes nos livros didáticos?*

Ao utilizar uma dobradura, uma pintura ou gravura, os autores de livros didáticos, ainda que de forma incipiente e muitas vezes inadequada, como constatamos em nossa pesquisa, por conta do pragmatismo que os orientou na elaboração das atividades, tornaram conceitos complexos em noções acessíveis a crianças de diversas faixas etárias, encurtando a distância entre o mundo matemático e o artístico.

Nesse sentido, a arte aproxima a matemática das crianças, possibilitando-lhe noções intuitivas sobre o conteúdo de simetria, apreciar obras de arte, conhecer monumentos arquitetônicos do Brasil ou padrões presentes em de diversas culturas indígenas. Percebemos que, embora os livros didáticos de matemática apresentem limitações gráficas e lacunas conceituais quanto ao conteúdo da Simetria, e das Artes Visuais, eles constituem um dos poucos materiais impressos que possibilitam o acesso da criança à arte no Brasil.

Afinal que material está disponível em todas as salas de aula e lares do Brasil que oportuniza ao aluno conhecer obras de artistas como Escher, Odetto Guersoni e outros, além do livro didático?

Com relação às opções metodológicas identificadas, tanto em relação às Artes Visuais como em relação à Simetria, percebemos que não há variedade. As atividades propostas no volume 2 também estão nos volumes 3, 4, 5 da mesma coleção, sem uma gradativa complexificação dos conteúdos. Esse aspecto nos faz indagar:

Que atividades devem ser abordadas na apresentação do conteúdo Simetria, utilizando as Artes visuais ao longo das séries iniciais? Como complexificá-las de modo que sejam sempre desafiantes e gerem conhecimento?

Compreendemos que o livro didático é apenas um instrumento no processo de ensino-aprendizagem que pode favorecer, sim, a aquisição de conhecimentos socialmente relevantes; propiciar o desenvolvimento de competências cognitivas, que contribuam para aumentar a autonomia do aluno. Mas, se não estiver nas mãos de um professor que saiba adequar esse instrumento didático à sua prática pedagógica e ao contexto em que se circunscreve a vivência do aluno, ele servirá apenas para preencher as prateleiras empoeiradas das escolas e dos lares brasileiros.

Nesse sentido, é fundamental que o professor tenha consciência e domínio sobre os campos de conhecimento discutidos neste estudo; caso contrário, o aprofundamento conceitual que propomos, para a interdisciplinaridade entre Artes e Geometria, especificamente no conteúdo Simetria, não fará sentido. Esta seria, a nosso ver, uma possibilidade de continuidade para esta pesquisa: analisar o uso que o professor faz dessas atividades em sala de aula; que limites e possibilidades podem ser vislumbrados em sua prática.

Concluímos este estudo consciente de que o grande desafio para um novo fazer matemático é modificar as atuais práticas. Desejamos que o nosso trabalho

estimule mais pesquisas sobre esta temática, que envolve ideias importantes sobre a possibilidade da abordagem de conteúdos matemáticos de modo significativo e interdisciplinar, contribuindo assim para minimizar a fragmentação das disciplinas e construir uma visão de totalidade. Por outro lado, acreditamos que a integração entre disciplinas é possível de ser realizada em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALVES, D. S. **Simetria Axial:** uma seqüência didática para alunos da 6ª série com o uso de software de geometria dinâmica**.** Dissertação (Mestrado em educação) – Programa de Pós-Graduação – Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife /PE, 2005.

ANDRIOLE, M. **Gravura:** conceito, história e técnicas. Disponível em: http://www.karuska.com.br/conceito_artigo02.shtml. Acesso em : 15 set. 2009.

ARSAC, G. ***La construction du concept de figure chez les éléves de 12 ans***. *PME XIII*, Paris, p. 85-93. 1989.

ARSLAN, L. M; IAVELBERG, R. **Ensino de Arte**.São Paulo: Thomson, 2006.

BARBOSA, Sebastião. C**. interdisciplinaridade na escola:** conceituação e exercício a partir de oficinas. Goiana: Editora UFG. 2006.

BARBOSA, Ana Mae. **Tópicos Utópicos**. Belo Horizonte: C/Arte, 1998.

_____. **Arte: perspectivas multiculturais: A multiculturalidade na educação estética.** Disponível em: http://www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2002/mee/meetxt3.htm . Acesso em 21 de mar. de 2009.

_____. (Org.). **Arte-Educação:** Leitura no subsolo. São Paulo: Cortez, 2001.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 5692/71.** Brasília: MEC, 1971.

_____. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9.394/96**. Brasília, 1996.

_____. **Parecer nº 4.833/75,** de 3 de dezembro de 1975, do CFE. Núcleo comum e organização curricular, a nível de 1º grau. *In:* Documenta nº 181, Rio de Janeiro, dez.1975c. Disponível em: http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/cd010901.pdf. Acesso em: 10 jan. 2009.

_____. **Resolução nº 8/71,** de 1º de dezembro de 1971, do CFE. Fixa o núcleo – comum para os currículos do ensino de 1º e 2º graus, definindo-lhe os objetivos e a amplitude. Disponível em : http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/cd010901.pdf. Acesso em: 30 nov. 2009.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais -** Ensino Médio -, parte 1 _ Bases Legais. Brasília: MEC, 2002.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais** - v.3 - Matemática. Brasília: MEC, 1997.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais -** temas transversais. Brasília: MEC, 1997.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais** - v.6 – Arte. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. **Guia do Livro Didático – Matemática:** Séries/ anos iniciais do Ensino Fundamental. PNLD. Brasília: MEC, 2007.

_____. **Guia do Livro Didático - Matemática -** Séries/ anos finais do Ensino Fundamental. PNLD. Brasília: MEC, 2008.

_____. **Guia do Livro Didático - Matemática – Séries iniciais do Ensino Fundamental.** PNLD. Brasília: MEC, 2010.

_____. **Ensino Fundamental de Nove Anos:** orientações gerais. Brasília, DF: MEC/SEB, 2004. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Ensfund/noveanorienger.pdf. Acesso em: 28 nov. 2009.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. 5ª edição. Lisboa: Edições 70, 2009.

BARISON, Mª. B. ; POLÀ, M. C. R. **Construção de padrões islâmicos no ensino de desenho geométrico:** Artesanato & tecnologia. Disponível em: http://www.degraf.ufpr.br/artigos_graphica/CONSTRUCAODEPADROES.pdf. Acesso em: 23 jan. 2009.

BROITMAN, C.; ITZCOVICH, H. – **Geometria nas séries iniciais do ensino fundamental:** problemas de seu ensino, problema para seu ensin**o** - In: PANIZZA, Mabel (org.) – Ensinar matemática na educação infantil e nas series iniciais – Análises e propostas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

CHALEGRE, M. B. R; GOMES FERREIRA, V.G. **Explorando a simetria de reflexão axial na 4ª série do Ensino Fundamental com a mira.** In: Anais do XIV EPEN - Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste, Salvador, BA, 1999, 1 CD ROM.

CHIZZOTTI. A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. São Paulo: Cortez, 2001.

CHOPIN, A. **História dos livros e das edições didáticas:** sobre o estado da arte. Educação e Pesquisa - Revista da Faculdade de Educação da USP. São Paulo, Universidade de São Paulo, v. 30, n. 3, set./dez. 2004, p. 564-565.

CONTADOR, P. R. M. **A matemática na vida e na arte**. São Paulo: Editora livraria da física, 2007.

CROWE, D. W., THOMPSON, T.M. **Os usos modernos da Geometria.** In: LINDQUIST, M. M. SHULTE, A., (org.): Aprendendo e ensinando geometria. Trad. Hygino Domingues, São Paulo: Atual, 1994, p.133 -136.

D' AMBROSIO. U. **Educação matemática :** uma visão do Estado da Arte. Pro – Posições, v. 4, nº 1, p. 7-17, mar. 1993.

DUVAL, R. ***Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruences,*** Annales de didactiques et de sciences cognitives, Vol. 1. IREM de Strasbourg, p. 57-74. 1988.

ETGES, N. J. **Ciência, interdisciplinaridade e educação**. In: JANTSCH, A. P. & BIANCHETTI, L. (orgs.) interdisciplinaridade - para além da filosofia do sujeito. Petrópolis: vozes, 1997.

FAINGUELERNT. E. K; NUNES. K. R. A. **Fazendo Arte com matemática**. Porto Alegre: Artmed. 2006.

FAINGUELERNT. E. K. **Educação Matemática:** representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artmed. 1999.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade:** história, teoria e pesquisa. 2ª ed. São Paulo : Ed. Papirus, 1995.

_____. **Integração e Interdisciplinaridade no Ensino Brasileiro**. 5. ed. São Paulo: Edições Loyola. 2002.

_____. **Interdisciplinaridade - transdisciplinaridade:** visões culturais e epistemológicas e as condições de produção. Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino – ENDIPE. Porto Alegre – RS, 2008.

_____. **Práticas interdisciplinares na Escola**. 11. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

FERNANDES, S. **Uma Análise Vygotskiana da Apropriação do Conceito de Simetria por Aprendizes sem Acuidade Visual**. Dissertação (Mestrado em Educação matemática) Universidade Pontificada de São Paulo - São Paulo/SP, 2004.

FERREIRA, D; PALHARES, P; SILVA, J. N. **Padrões e jogos matemáticos**. REVEMAT. v. 3., p. 30-40, UFSC, 2008.

FRANÇA, L. C. Z. **Novos olhares para o processo criativo.** In: TINOCO, Eliane de Fátima (org). Possibilidades e Encantamentos Trajetória de professores no Ensino de Arte. Uberlândia: E. F. Tinoco, 2003.

FRANCO. Mª L. P.B. **Análise do conteúdo**. Brasília: Plano editoral, 2003.

FREIRE, P. **Importância do ato de ler**. 44. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

FUSARI, Mª F. R; FERRAZ, Mª H. C. De T. **Arte na Educação Escolar**. 2ª ed. Cortez editora. São Paulo. 2001.

_____. **Metodologia de ensino de arte**. São Paulo: Cortez, 1999.

GÁLVEZ, G. **Didática da Matemática**. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org.) – Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GÉRARD, F. e ROEGIERS, X. **Conceber e avaliar manuais escolares**. Porto: Porto, 1998.

GOLDBERG, M.A**. Por uma Política do Livro Escolar Integrada à Educação Democrática.** São Paulo : FDE, 1983.

GASTALDI; Mª.V. et al. **Projeto Buriti - matemática**. 1. ed. Editora Moderna, São Paulo 2007.

GRENIER, D. ***Construction et étude du fonctionnement d'um processus d' enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième.*** Tese (Doutorado em Didática da Matemática), Université Joseph Fourier, Grenoble , 1988.

HENRY, M. ***Analyse Theorique de Situations Didactiques***. In Anais do SIPEMAT. Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação – Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2006, CD ROM.

IAVELBERG, R. **O desenho cultivado da criança: prática e formação de educadores**. 2. ed. Porto Alegre: editoras Zouk, 2008.

_____. **Metodologia do ensino de Arte.** São Paulo: Cortez, 2003.

_____. **Para gostar de aprender arte:** sala de aula de formação de professores. Porto Alegre: Artmed, 2003.

JAIME, A. P.; GUTIÈRREZ, A. R. ***El grupo de las Isometria:*** *Del Plano*. Madri: editorial Sintesis, 1996.

JANTSCH. A. P. **O conceito de interdisciplinaridade e a cultura universitária.** Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino – ENDIPE. Porto Alegre – RS, 2008. CD ROM.

JAPIASSÚ, H. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. Rio de Janeiro: Ed. Imago, 1976.

KNIJNIK, G. **Educação matemática, exclusão social e Política do conhecimento**. in. BOLEMA: Boletim de Educação matemática. Ano 14. nº. 16, 2001. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/igce/matematica/bolema/Bolema16.pdf. Acesso em: 20 fev. 2009.

LEMOS, C. A. C. **O que é arquitetura**. São Paulo: editora brasiliense. 1995.

_____. **A história da casa Brasileira.** São Paulo: Contexto, 1989.

LENTIN, J.P. **Penso, logo me engano:** um breve histórico do besteirol científico. Trad. Marcos Bagno. 4. ed. São Paulo: Ática, 1997.

LOPES, J. A. **Livro didático de Matemática:** Concepções, seleção e possibilidades frente a descritores de análise de tendência em educação Matemática. Tese (Doutorado em Educação matemática), Pós-Graduação - Universidade Estadual de

Campinas – UNICAMP - São Paulo/ SP, 2000. Disponível em: http://biblioteca.universia.net/ficha.do?id=3273782. Acesso em: 30 agos. 2008.

LOPES, M. L. L; NASSER, L. **Geometria: na era da imagem e do movimento**. Rio de Janeiro: UFRJ, 1996.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?**. A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Disponível em: www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais%5Cco0109.doc. Acesso em: 10 agos. 2008.

LUZ, V. A. **O estudo sobre as Transformações Geométricas:** da reforma da matemática moderna aos dias atuais. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) Pós - Graduação - Universidade Pontificada de São Paulo. São Paulo/SP, 2007. Disponível em: http://biblioteca.universia.net/ficha.do?id=26694484. Acesso em: 24 fev. 2008

MABUCHI, S. T. **Transformações geométricas - a trajetória de um conteúdo não incorporado às práticas escolares.** Dissertação (mestrado em Educação Matemática) Pós - Graduação - Universidade Pontificada de São Paulo. São Paulo/SP, 2000. disponível em: http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/MABUCHI_setsuko.html. acesso em: 21 de jun. 2008.

MACHADO, G. Mª. A. CAVALCANTI. R. J. P. U. **interdisciplinaridade e pensamento Freiriano:** refletindo sobre a classe Multisseriada. In: GOMES. Fátima. JOFILI. Zélia. O lugar da interdisciplinaridade no discurso de Paulo Freire: Múltiplos Olhares. Recife: Ed. Bagaço, 2008.

MACHADO, N. J. **Ensaios transversais:** Cidadania e Educação. São Paulo: Escrituras editora, 1997.

MARTINS. M. C. et. al. **Didática do Ensino da Arte a língua do mundo:** poetizar, fruir e conhecer arte. São Paulo: FTD, 1998.

MEGA. É. **Ensino/Aprendizagem da rotação na 5ª série**: um estudo comparativo em relação ao material utilizado. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001. Disponível em: www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/elio_**mega**.pdf. Acesso em: 30 jun. 2008

MEKSENAS. P. **O livro didático é o papel social dos autores**. Contexto e educação. UNIJUI. Ano 8, nº 32, out. / dez. 1993, p. 92 -108.

_____. **Contexto do livro didático e comunicação**. PERSPECTIVA. Florianópolis, UFSC/CED, NUP, n. 24 p. 129 -143. 1995. Disponível em: http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/viewFile/10646/10177. Acesso 15 fev. 2010.

MIGUEL, A; MIORIM, M. A. – **O Ensino da matemática no primeiro grau** – Projeto magistério. São Paulo: Ed. Atual, 1986.

MILANI, E. **Informática e a comunicação matemática**. in SMOLE, K. S. e DINIZ; M. I. Ler ,escrever e resolver problema: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

MOLINA. O. **Quem engana quem? – Professor x Livro didático**. São Paulo: Papirus, 1988.

MORAES, Mª. C. **O paradigma educacional emergente**. São Paulo: Papirus, 2002.

MOREIRA, A. F. **Currículos e Programas no Brasil**. Campinas: Ed. Papirus, 1997.

MORIN, E. **Educação e Complexidade, os setes saberes e outros ensaios**. São Paulo: Cortez, 2005.

OSTROWER. F. **Universo da Arte.** 13ª ed. Rio de Janeiro: Campos, 1983.

PADOVAN, D. et al. **Projeto Prosa**. São Paulo: Editora Saraiva, 2008.

PAIS, L. C. **Estratégias de ensino de Geometria em livros didáticos de matemática em nível de 5ª a 8ª série do ensino fundamental** – 2006. Disponível em: http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_29/estrategias.pdf. Acesso em: 30 mar. 2009.

PAREYSO, L. **Os problemas da estética**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

PAVANELLO, R. M. **A Geometria no Ensino Fundamental.** Teoria e Prática da Educação, Maringá. v. 1, n. 2, p. 33-41, 1999.

_____. **A geometria nas séries iniciais do ensino fundamental**: contribuições da pesquisa para o trabalho escolar. SBEM, v. 2. São Paulo. 2004.

PEDROSA,T. **Significado e Significante da Cor no Processo Informacional:** Estudo aplicado na Avaliação de Interfaces Digitais para a Web. Dissertação (Mestrado em Ciência da Informação) Universidade Federal da Bahia- Salvador - BA, 2007.Disponível em: www.posdesign.com.br/artigos/dissertacao_tais/02%20Cap2.pdf – acesso em : 28 set. 2009.

PEREIRA, A. C. C; PEREIRA, D. E ; MELO, E. A. P . **Livros Didáticos de Matemática: uma discussão sobre seu uso em alguns segmentos educacionais**. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Minas Gerais, 2007. p. 1-8. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos/CC45464014268T.doc. Acesso em: 30 mar. 2008.

PILLAR, A. D. (Org.). **A Educação do Olhar no ensino das artes**. 4ª edição. Porto Alegre: Mediação, 2006.

RICHETER, S. **Manchando e narrando:** o prazer visual de jogar com cores. In. Cunha, Suzana R. V. (org.) Cor, som e movimento: a expressão plástica, musical e dramática no cotidiano da criança. Porto alegre: Mediação, 1999.

RICHTER, I. M. **Multiculturalidade e interdisciplinaridade**. In. Barbosa, Ana Mae. Inquietações e Mudanças no Ensino da Arte. (org.), 5ª ed. Cortez Editora. São Paulo. 2008.

RIPPLINGER, H. M. G. **Simetria nas práticas escolares**. Dissertação de (Mestrado em Educação Matemática) . Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 2006. disponível em: http://dspace.c3sl.ufpr.br/dspace/bitstream/1884/3951/1/Grzybowski%20Ripplinger,H.M..pdf. Acesso em: 10 abr.2008.

ROHDE, G. **Simetria:** Rigor e imaginação. Porto Alegre: Edipucrs, 1997.

ROJO, R. **Recomendações para uma política e materiais didáticos**. MEC: Brasil, 2005.

ROMANATTO, M. C. **O livro didático:** alcances e limites. In: VII Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004, São Paulo. Anais. São Paulo, 2004. Disponível em: http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesasredondas/mr19-Mauro.doc. acesso em: 30 maio 2008.

SANS, P. T. C. **Fundamentos para Ensino das Artes plásticas**. São Paulo: Alínea editora, 2005.

SILVA, E. M. A. **Arte como conhecimento: as concepções de ensino de arte na formação continuada dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de Recife.** Dissertação (Mestrado em Educação) Pós-Graduação Centro de Educação - Universidade Federal de Pernambuco-UFPE.

SILVA, E. O; LIMA, I. M, S. **Análise de livros didáticos do ensino fundamental:** o caso da simetria de reflexão. Anais XVI CONIC - congresso de iniciação cientifica da UFPE. 2008. CD- Ron.

SIQUEIRA, J. E. de Melo. **Explorando a simetria de reflexão:** uma seqüência didática no *Cabri-Géomètre.* Monografia (Licenciatura) - Universidade Federal de Pernambuco. Departamento de Matemática, 2000.

_____. et al. **Explorando a Simetria de Reflexão: uma seqüência didática no Cabri-Géomètre**. In: V Encontro Pernambucano de Educação Matemática, 2002, Garanhuns. Anais do V EPEM. Recife: SBEM, 2002. 1 CD-ROM.

SOUZA. B. M. **Simetria na Arte Islâmica**. Disponível em : http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Posteres%5Cp037.doc. Acesso em: 30 abr. 2009.

THEISEN, J. **A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo de ensino-aprendizagem**.In.Revista Brasileira de Educação.ANPED. Set. / Dez. v.13, n. 39, p.545-554, 2008.

TOMAZ, V. S.; DAVID, Mª. M. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula.** Belo horizonte: Editora Autêntica, 2008.

UENO, T. R. **Do origami tradicional ao origami arquitetônico:** uma trajetória histórica e técnica do artesanato em papel e suas aplicações no design contemporâneo. Dissertação de (mestrado em Design) . Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, São Paulo. Disponível em: www.scribd.com/doc/28984150/**Design**-e-to. Acesso em: 17 jun.2008

VEIGANETO, A.J. **A ordem das disciplinas**. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal do Rio Grande do Sul- UFRGS. Porto Alegre, 1996. Disponível em: http://orion.ufrgs.br/faced/alfredo/anped94.htm. Acesso em: 12 de jul. de 2008

WEYL, H. **Simetria**. Trad. Victor Baranauskas - São Paulo: Edusp, 1997.

ZAGONEL, B. **Metodologia do ensino de artes**. Curitiba: XIBPEX, 2008.

Apêndice

Apêndice A – distribuição atividades por coleção e volume

Modalidades Artísticas																					
coleções	desenho					dobradura					padrões					pintura				
	v1	v2	v3	v4	v5	v1	v2	v3	v4	v5	v1	v2	v3	v4	v5	v1	v2	v3	v4	v5
Aprendendo Sempre	-	-	-	4	4	-	-	1	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Asas para Voar	-	2	6	-	-	-	-	1	-	-	-	-	2	-	-	-	-	1	-	-
Coleção Novo Bem-Me-Quer	-	-	-	2	3	-	-	1	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
De Olho no Futuro	-	-	1	-	1	-	-	1	-	3	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-
Fazendo e Compreendendo Matemática	-	-	2	4	2	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	1	2	1	-	-
Fazer, Compreender e Criar	-	-	2	-	1	-	-	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	
Hoje é Dia de Matemática	-	2	-	1	3	2	-	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Ler o Mundo Matemática	1	-	-	-	6	-	-	3	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-	-	1
Linguagens da Matemática	-	-	-	-	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-
Pode Contar Comigo	-	-	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Pensar e Viver	-	-	1	-	1	-	1	-	-	-	-	-	3		3	2	-	-	-	-
Projeto Prosa	-	-	1	-	-	-	-	2	2	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-
Ponto de Partida	-	-	3	-	1	-	-	1	-	-	-	-	-	1	-	-	1		-	-
Porta Aberta Matemática	-	2	1	1	6	1	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-	1	-	-	-
Projeto Buriti	1	1	10	-	-	-	-	1	-	-	-	6	3	-	-	-	-	-	-	-
Projeto Conviver	-	1	3	1	1	-	-	2	2		5	-	-	-	-	3	1	-	-	-
Projeto Pitanguá	-	3	2	-	2	-	2	-	-	-	-	1	3	-	-	-	-	-	-	-
Total	**2**	**11**	**33**	**13**	**32**	**3**	**4**	**17**	**6**	**6**	**5**	**11**	**12**	**1**	**3**	**6**	**5**	**4**	**1**	**1**
Total por modalidade			**91**					**36**					**32**					**17**		
%			**45%**					**16%**					**16%**					**9%**		

Continuação da tabela.....

coleções	arquitetura					Gravura					Modalidades mistas					Total de atividades por coleção
	v1	v2	v3	v4	v5	v1	v2	v3	v4	v5	v1	v2	v3	v4	v5	
Aprendendo Sempre	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	12
Asas para Voar	-	-	-	**1**	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13
Coleção Novo Bem-Me-Quer	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		7
De Olho no Futuro	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7
Fazendo e Compreendendo Matemática	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13
Fazer, Compreender e Criar	-	-	**1**		**2**	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	8
Hoje é Dia de Matemática	-	-	-	-	**1**	-	-	-	**3**	-	-	-	-	-	-	14
Ler o Mundo Matemática* **	-	-	-	-	**1**	**-**	**-**	**-**	**1**	**-**	**-**	**-**	**-**	**1**	**-**	16
Linguagens da Matemática* **	-	-	-	-	**1**	-	-	-	-	-	-	-	-	**2**	**1**	7
Pode Contar Comigo	-	-	**1**	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3
Pensar e Viver	**-**	**-**	**-**	**-**	**1**	**-**	**-**	**-**	**1**	**-**	**-**	**-**	**-**	**-**	**-**	14
Projeto Prosa* **				**1**	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7
Ponto de Partida	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7
Porta Aberta Matemática	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	**2**	-	17
Projeto Buriti	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	**-**	-	22
Projeto Conviver	-	-	-	**1**	-	-	-	-	-	-	**1**	-	-	-	-	21
Projeto Pitanguá	-	-	-	-	-	-	**1**	-	-	-	-	-	-	-	-	13
Total	**0**	**0**	**2**	**3**	**6**	**0**	**1**	**0**	**5**	**-**	**1**	**0**	**0**	**5**	**1**	200
Total por modalidade			**11**					**6**					**7**			200
%			**6%**					**3%**					**4%**			100%

Apêndice – B

Listamos a seguir as coleções de livros didáticos aprovados pelo PNLD em 2010, que foram utilizadas como fonte de coleta de dados da pesquisa.

AIDAR, M**. Ler Mundo – Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Scipione, 2008.

BARROSO, J. M. (org.). **Projeto Pitanguá matemática**. 2 ed. São Paulo: Editora Moderna. 2008.

BORDEAUX, A. I. et. al. **Bem – me- quer**. São Paulo: Editora Brasil. 2008.

BORJORNO, J. R. et al. **Pode contar comigo**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2008.

BUENO, A. M. et al. **Pensar e viver – Matemática**. 1.ed. São Paulo: Editora Ática, 2008.

CENTURIÓN, M. et al. **Porta Aberta – Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD.. 2008.

CERULLO. Mª. et al. **Ponto de partida matemática**. 1ed. São Paulo: Editora Sarandi, 2008.

DANTE, Luiz Roberto. **Aprendendo Sempre Matemática**. 1. ed. São Paulo Editora Ática, 2008.

FERREIRA, A. et al. **Fazer, compreender e criar em matemática**. 3. ed. São Paulo: IBEP, 2008.

GASTALDI. Mª V. et al. **Projeto Buriti matemática**. São Paulo: editora Moderna. 2007

MENEGHELLO, M.; PASSOS, Â. **De olho para o futuro - matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Quinteto editorial, 2008.

MILANI. E. et al. **Projeto conviver matemática.** 1ª ed. São Paulo: Editora Moderna, 2008.

PADOVAN, D. et al. **Projeto Prosa**. São Paulo: Editora Saraiva, 2008.

REAME, E.; MOTENEGRO, P. **Linguagem Matemática.** 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2008.

SANCHEZ, L. B. et al. **Fazendo e compreendendo matemática**. 4.ed. reformulada, São Paulo: Editora Saraiva, 2008.

SOUZA, M. H. et al. **Asas para voar matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2008.

TOSSATO, C. M. et al. **Hoje é dia de matemática**. 1.ed. Curitiba: Editora Positivo, 2007.

Apêndice C

Distribuição das atividades de contextualização por coleção e volume.

coleção	Desenho					Padrões					Pintura					Arquitetura					Modalidade mista					Gravura				
	V1	V2	V3	V4	V5	V1	V2	V3	V4	V5	V1	V2	V3	V4	V5	V1	V2	V3	V4	V5	V1	V2	V3	V4	V5	V1	V2	V3	V4	V5
1. Asas para voar	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2. Fazer, compreender e matemática	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3. Hoje é dia de matemática	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-
4. Ler mundo matemática	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-		1	-	-	-	1 -	-	-	-	-	1	-
5. Linguagem matemática	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	1	1	-	-	-	-	-
6. Projeto conviver	-	-	-	-	-	2	-	-	-	-	-	1	1	-	-	-	-	-	1	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7. Projeto Pitanguá	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-
8. Projeto prosa	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Total	-	-	-	-	**1**	**2**	**1**	**1**	-	-	-	**1**	**1**	-	**2**	-	-	**1**	**1**	**2**	**1**	-	-	**2**	**1**	-	**1**	**1**	**1**	-
Total por modalidade			**1**					**4**					**4**					**4**					**4**					**3**		