



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

JEFFERSON WELLANO OLIVEIRA PINTO

OTIMIZAÇÃO ROBUSTA DO CONTROLE DE POÇOS DE
RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO UTILIZANDO MODELO
SUBSTITUTO

Recife
2020

JEFFERSON WELLANO OLIVEIRA PINTO

**OTIMIZAÇÃO ROBUSTA DO CONTROLE DE POÇOS DE
RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO UTILIZANDO MODELO
SUBSTITUTO**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil

Área de concentração: Simulação e Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Silvana Maria Bastos Afonso da Silva

Coorientador: Prof. Dr. Ramiro Brito Willmersdorf

Recife
2020

Catálogo na fonte
Bibliotecário Gabriel Luz, CRB-4 / 2222

P659o Pinto, Jefferson Wellano Oliveira.
Otimização robusta do controle de poços de reservatórios de petróleo utilizando modelo substituto / Jefferson Wellano Oliveira Pinto – Recife, 2020.

168 f.: figs., tabs., abrev. e siglas.

Orientador: Profa. Dra. Silvana Maria Bastos Afonso da Silva.

Coorientador: Prof. Dr. Ramiro Brito Willmersdorf.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2020.

Inclui referências e apêndice.

1. Engenharia Civil. 2. Otimização robusta. 3. Injeção de água. 4. Redução de dimensionalidade polinomial. 5. Simulação de reservatórios. I. Silva, Silvana Maria Bastos Afonso da (Orientadora). II. Willmersdorf, Ramiro Brito (Coorientador). III. Título.

UFPE

624 CDD (22. ed.)

BCTG / 2020-112

JEFFERSON WELLANO OLIVEIRA PINTO

**OTIMIZAÇÃO ROBUSTA DO CONTROLE DE POÇOS DE
RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO UTILIZANDO MODELO SUBSTITUTO**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil

Aprovada em: 27/01/2020.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Silvana Maria Bastos Afonso da Silva (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Denis José Schiozer (Examinador Externo)
Universidade de Campinas

Dr. Juan Alberto Rojas Tueros (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Bernardo Horowitz (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Renato de Siqueira Motta (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar à minha esposa Geizi pelo carinho, companheirismo e amor, que me traz apoio, felicidade e segurança.

À minha mãe, Fátima, que nunca mediu esforços para apoio pessoal e pela compreensão dos vários meses de ausência. À minha avó, Terezinha, pela humildade e carinho que sempre demonstrou para com todos. Sinto não estar presente o quanto gostaria.

À minha orientadora Silvana Bastos, pela orientação bastante participativa, incentivo e paciência dedicados ao longo desses anos de pesquisa. Aprendi bastante desde a iniciação científica há mais de 10 anos.

Ao meu co-orientador Ramiro Willmersdorf, pelas valiosas orientações semanais e demonstrações de sabedoria e perspicácia nos comentários.

Ao professor Bernardo Horowitz, pelo estímulo e dicas no estudo de alguns temas de minha tese, como os controles através de polinômios.

A todos os professores que fizeram parte da minha vida acadêmica, por todos os ensinamentos que passaram e que me influenciaram a seguir neste caminho da pesquisa e da docência.

À oportunidade de temporariamente exercer a função de professor substituto, onde dividi ensinamentos e aprendi ensinando.

Agradeço a Alberto, Lili, Júlio, Adriano, Marco, Rodolfo, Jeane, Juliana e a todos os colegas da universidade, pela amizade e conversas. A Renato pela ajuda na otimização multiobjetivo, a Leo pelas dicas no exame de qualificação. A Diogo pela ajuda em problemas gerais de computadores. A Hygor pelo apoio com o Latex.

Ao pessoal do departamento de engenharia civil e da pós-graduação em engenharia civil. Agradeço à Energi Simulation, através do prof. Leonardo, pelo apoio financeiro durante o doutoramento.

RESUMO

Um grande desafio nos problemas de otimização da vazão de injeção de água de reservatórios de petróleo está nas incertezas geradas pela variabilidade espacial e pelas formações geológicas dos reservatórios. Uma abordagem que reduz o impacto dessas incertezas, a fim de mitigar o risco, é chamada de otimização robusta cujo procedimento de otimização é conduzido sobre um conjunto de realizações do reservatório, onde são honradas as estatísticas das incertezas geológicas. Diferentes formulações de otimização robusta são apresentados, sendo aplicado em problemas uni e multiobjetivos em três diferentes modelos de reservatório. Com o intuito de reduzir o tempo de processamento do procedimento, as otimizações podem ser feitas baseadas em um pequeno conjunto de realizações representativo do conjunto original. Além disso, para reduzir o custo computacional da simulação, modelos substitutos baseados em ajuste de dados que utilizam funções de base radial (Radial Basis Function - RBF) são construídos. Neste caso, o modelo substituto é aplicado em um processo iterativo chamado de otimização por aproximação sequencial (Sequential Approximate Optimization - SAO), que utiliza o otimizador SQP (Sequential Quadratic Programming). O modelo substituto a ser utilizado em todos os casos é o RBF cúbico. Apesar dessa redução no número de realizações, ainda é grande o número de variáveis do problema de otimização, que aumenta de acordo com a quantidade de poços e do número de ciclos de controle utilizado. Mesmo com recursos computacionais disponíveis, a otimização baseada em modelos substitutos para problemas de larga escala ainda é limitada, devido ao número de amostras utilizadas crescer linearmente nestes modelos em relação à dimensão do problema. Uma abordagem proposta neste trabalho para reduzir o número de variáveis de projeto é a utilização de uma aproximação polinomial que modele os controles de vazão ou BHP dos poços no tempo, assim as variáveis de projeto se tornam os coeficientes do polinômio. Com isso, a dimensionalidade do problema fica independente do número de ciclos de controle, passa a depender apenas do grau do polinômio e do número de poços. Cada poço é modelado com um polinômio com coeficientes distintos. Assim, o número total de variáveis é o produto do número de poços pelo número de coeficientes do polinômio. A aproximação polinomial é ideal para casos com grande número de ciclos de controle; nesses casos, como o número de variáveis aumenta significativamente, utilizar as variáveis de controle diretamente se torna computacionalmente inviável para o método utilizado. São encontrados resultados com aumento na média do VPL de mais de 10% em comparação com o controle reativo, tanto utilizando ciclos de controle quanto utilizando controles polinomiais.

Palavras-chave: Otimização robusta. Injeção de água. Redução de dimensionalidade polinomial. Simulação de reservatórios.

ABSTRACT

A great challenge in waterflooding reservoir optimization problem is the spatial variability and the uncertainties of the geological parameters. An approach to reduce the impact of the uncertainties, in order to mitigate the risks, is the robust optimization whose optimization procedure is conducted over a set of reservoir realizations, where the geological uncertainty statistics are honored. Different formulations of robust optimization are presented, being applied in uni and multiobjective problems in three different reservoir models. In order to reduce the processing time of the procedure, the optimizations can be made based on a small set of realizations representative of the original set. Furthermore, in order to reduce the computational cost of the simulation, surrogate models based on data fitting using radial basis functions (RBF) are constructed. In this case the surrogate model is applied in an iterative process called Sequential Approach Optimization (SAO), which uses SQP (Sequential quadratic programming) as the optimizer. Despite the reduction in the number of realizations, the number of optimization problem variables is still large, which increases according to the number of wells and the number of control cycles used. One approach proposed in this work to reduce the number of design variables is to use a polynomial approximation that models the well controls over time, the design variables become the polynomial coefficients. So the dimensionality of the problem become time independent, depending only on the degree of the polynomial and the number of wells. Each well is modeled with a distinct polynomial and this polynomial has a given number of coefficients. Thus, the total number of variables is the product of the number of wells by the polynomial coefficients number. This polynomial approximation is suitable for cases where the number of control cycles is large, in these cases, as the number of variables increases significantly, the use of original control variables becomes computationally infeasible for the method used. Results are found with an average NPV increase of more than 10% compared to reactive control, using either control cycles or polynomial controls.

Keywords: Robust Optimization. Waterflooding. Polynomial Dimension Reduction. Reservoir simulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama das etapas de construção do modelo substituto.	26
Figura 2 – Dez pontos LHS em um espaço de projeto bidimensional	28
Figura 3 – Esquema da evolução das regiões de confiança da estratégia.	31
Figura 4 – Teorema do Contato	37
Figura 5 – Nível de preferência e relação de dominação	37
Figura 6 – Problema de otimização com uma variável e duas funções objetivo . . .	39
Figura 7 – Região viável e pontos de Pareto	39
Figura 8 – Formas da frente de Pareto de acordo com a formulação do problema de otimização	40
Figura 9 – Descrição gráfica das medidas para o cálculo da equitatividade	41
Figura 10 – Representação gráfica da ECMI num espaço bidimensional	42
Figura 11 – Conjunto viável sobre o mapeamento de f no espaço das funções objetivo	43
Figura 12 – Exemplo de ciclos de controle com tempos de mudança fixo	46
Figura 13 – Funções constantes representando as variáveis de controle em determi- nados ciclos de controle	46
Figura 14 – Diagrama de caixa	58
Figura 15 – Campo de Permeabilidade do modelo Egg	60
Figura 16 – Todos os 100 campos de permeabilidade na direção I do modelo Egg .	61
Figura 17 – Histograma do VPL do caso controle reativo	63
Figura 18 – Egg - Controle de vazão para os poços produtores e injetores e BHP para os poços produtores da abordagem CR para a realização R9, correspondente ao P50	63
Figura 19 – Egg - Campo de Permeabilidade da realização P50 do CR (realização 43), utilizada na otimização nominal	64
Figura 20 – Egg - Controle da ON para os poços produtores e injetores	65
Figura 21 – Egg - Produção acumulada de óleo e água da ON com 2 ciclos de controle	65
Figura 22 – Egg - Diagramas de caixa do VPL do controle reativo (CR), da otimi- zação nominal (ON) da otimização robusta com ranqueamento do CR (OR-CR)	66
Figura 23 – Egg - Histograma do VPL da otimização robusta (azul), do controle reativo (verde) e da otimização nominal (vermelho)	67
Figura 24 – Egg - Controle da abordagem OR-CR para os poços produtores e injetores	67
Figura 25 – Egg - Produção acumulada de óleo e água da abordagem OR-CR com 2 ciclos de controle	68
Figura 26 – Egg - Produção de líquidos e corte d'água da abordagem OR-CR . . .	68

Figura 27 – Modelo Egg: boxplots do VPL (M\$) para: CR; ON; OR-CR; OR-ON; OR-KM; OR-STD	69
Figura 28 – Egg - Controle da OR-ON, com 2 ciclos de controle, para os poços produtores e injetores	70
Figura 29 – Egg - Controle da OR-KM para os poços produtores e injetores	70
Figura 30 – Egg - Controle da OR-STD para os poços produtores e injetores	71
Figura 31 – Egg - Produção acumulada de óleo e água da OR-ON com 2 ciclos de controle	71
Figura 32 – Egg - Comparação entre a OR-ON com diferentes fatores de risco: $r = 0.5$ e $r = 0$	72
Figura 33 – Egg - Controle de vazões de líquidos passado para o simulador por polinômio de 2º grau da otimização nominal	74
Figura 34 – Egg - Controle de vazões no simulador por polinômio de 2º grau da otimização nominal	75
Figura 35 – Egg - Controle de vazões de líquidos passado ao simulador por polinômio de 2º grau da otimização robusta	76
Figura 36 – Egg - Controle de vazões no simulador por polinômio de 2º grau da otimização robusta	77
Figura 37 – Egg - Produção acumulada de óleo e água para cada poço produtor da OR utilizando a primeira abordagem polinomial	78
Figura 38 – Egg - Produção acumulada de óleo (vermelho) e água (azul) da plataforma de poços produtores da OR utilizando a primeira abordagem polinomial	79
Figura 39 – Vazão de óleo (vermelho), água (azul) e líquidos (verde) da plataforma de poços produtores	79
Figura 40 – Boxplot VPL: Polinômio caso Nominal e Polinômio caso Robusto	80
Figura 41 – Controle de vazões de líquidos passado ao simulador por polinômio de 3º grau da otimização robusta	81
Figura 42 – Egg - Diagrama de caixa do VPL da otimização nominal e robusta com controle polinomial do 2º grau e do 3º grau	81
Figura 43 – Egg - Controle inicial do polinômio 2 para os poços produtores e injetores	83
Figura 44 – Egg - Controle da ON via o polinômio 2 para os poços produtores e injetores	83
Figura 45 – Egg - Controle da OR-ON utilizando o polinômio 2 para os poços produtores e injetores	84
Figura 46 – Egg - Diagrama de caixa do VPL comparando a ON e a OR do polinômio 2 do 2º grau com o CR e a OR com controle polinomial do 3º grau do primeiro polinômio	84

Figura 47 – Egg - Controle da OR-ON via o polinômio 2, de grau 1, para os poços produtores e injetores	85
Figura 48 – Egg - Diagrama de caixa do VPL comparando a OR do polinômio 2 do 2º grau com o polinômio 2 do 1º grau e com a OR-ON com 1 ciclo de controle	86
Figura 49 – Egg - Vazão da otimização da abordagem OR-ON com 1 ciclo de controle e $r=0.5$ para os poços produtores e injetores	86
Figura 50 – Egg - Pontos de Pareto para Funções Objetivo Média e Desvio Padrão usando: a) subconjunto de 8 realizações; b) conjunto completo de 100 realizações	88
Figura 51 – Egg: Frente de Pareto robusta	89
Figura 52 – Egg - Diagramas de caixa das soluções robustas da frente de Pareto: a) VPL e b) WI	89
Figura 53 – Comparação do controle reativo do modelo Egg com uma e duas zonas de completção por poço usando CLUMP	90
Figura 54 – Esquema de múltiplas zonas com múltiplas colunas de completção	91
Figura 55 – Comparação do controle reativo do modelo Egg com uma (CR, ON e OR-ON) e duas zonas (CR-MC, ON-MC e OR-MC) de completção por poço usando pseudo poços	92
Figura 56 – Egg - Resultado da otimização robusta polinomial com duas completções comparado com uma completção	93
Figura 57 – Egg - comparação entre os resultados do modelo com duas completções da ON e OR com uso do polinômio 2 com a OR usando 2 ciclos de controle (OR-MC) e a OR com uso do primeiro polinômio (OR-Poli-MC)	94
Figura 58 – Egg: VPL médio vs simulações para cada caso	95
Figura 59 – Campo de permeabilidade da primeira realização do conjunto de 500 do modelo UNISIM-I-Mod	97
Figura 60 – Campo de permeabilidade das realizações representativas criadas pelo método de agrupamento K-means, UNISIM-I-Mod	98
Figura 61 – UNISIM-I-Mod - Campo de permeabilidade das realizações representativas P10, . . . , P90 da OR-ON	99
Figura 62 – UNISIM-I-Mod: Diagramas de caixa do VPL (M\$) dos casos: CR; ON; OR-CR; OR-ON; OR-HP; OR-KM; e OR-STDC	100
Figura 63 – Histograma do VPL: Controle Reativo (verde), Otimização Nominal (azul), OR-CR (amarelo), OR-ON (vermelho)	101
Figura 64 – UNISIM-I-Mod: Histograma do VPL da OR-CR, OR-ON, OR-HP, OR-KM e OR-STD, respectivamente	101
Figura 65 – Produção acumulada de óleo e de água da OR-ON, para todas as realizações (cinza) e realizações selecionadas (vermelho - óleo, azul - água)	102

Figura 66 – UNISIM-I-Mod - Diagramas de caixa de OR-ON utilizando diferentes tamanhos de subconjunto de realizações, variando de 3 a 11	103
Figura 67 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 3 realizações para os poços produtores e injetores	104
Figura 68 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização a OR-ON com 2 ciclos de controle e 4 realizações para os poços produtores e injetores	105
Figura 69 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 5 realizações para os poços produtores e injetores	105
Figura 70 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 6 realizações para os poços produtores e injetores	106
Figura 71 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 7 realizações para os poços produtores e injetores	106
Figura 72 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 8 realizações para os poços produtores e injetores	107
Figura 73 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 9 realizações para os poços produtores e injetores	107
Figura 74 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 10 realizações para os poços produtores e injetores	108
Figura 75 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 11 realizações para os poços produtores e injetores	108
Figura 76 – UNISIM-I-Mod: Seleção de realizações via K-means a partir de dados de saída da simulação: a) VPL vs. produção de óleo acumulado; b) VPL vs. produção de água acumulada; c) VPL vs.fator de recuperação.; d) realizações ordenadas em relação ao VPL	109
Figura 77 – UNISIM-I-Mod - Comparação da otimização robusta via OR-ON com OR-KM utilizando dados de produção com 9 realizações para ambos casos	110
Figura 78 – UNISIM-I-Mod - Vazão ótima da abordagem K-means para escolha de realizações utilizando dados de produção com 9 realizações	110
Figura 79 – UNISIM-I-Mod: Controle de vazões passado para o simulador por polinômio de 2º grau na otimização nominal	111
Figura 80 – UNISIM-I-Mod: Controle de vazões passado para o simulador por polinômio de 2º grau na otimização robusta	112
Figura 81 – UNISIM-I-Mod - diagramas de caixa VPL com uso do controle pelas duas abordagens polinomiais (Poli1 e Poli2) comparados com o CR sem histórico de produção (CR s/ hist). Este também é comparado com o CR.	114
Figura 82 – UNISIM-I-Mod - Vazão ótima da ON utilizando a segunda abordagem polinomial (ON-Poli2)	114
Figura 83 – UNISIM-I-Mod - Vazão ótima da OR utilizando a segunda abordagem polinomial e controle ótimo da ON-Poli2 como ponto inicial desta OR .	115

Figura 84 – UNISIM-I-Mod - Comparação dos resultados da OR-Polinomial 2 variando os controles iniciais da OR. Onde ‘u-in1’:controle ótimo da ON e ‘u-in2’:controle inicial da ON	115
Figura 85 – UNISIM-I-Mod - Vazão ótima da OR utilizando a segunda abordagem polinomial e controle inicial da ON-Poli2 como ponto inicial desta OR .	116
Figura 86 – UNISIM-I-Mod - Produção acumulada de óleo e de água da OR-Polinômio 2	116
Figura 87 – UNISIM-I-Mod - Comparação do VPL ao mudar o tipo de variável de controle dos poços produtores para BHP utilizando a primeira abordagem polinomial (diagrama central). Os resultados anteriores, com todos os poços controlados pela vazão, OR polinômio 1 (à esquerda) e polinômio 2 com novo ponto inicial (à direita)	117
Figura 88 – UNISIM-I-Mod - Produção acumulada de óleo e de água da OR-Polinômio 1 com mudança de controle dos poços produtores para BHP, utilizando 9 realizações selecionadas da ON-Poli1	117
Figura 89 – UNISIM: VPL médio vs simulações para cada caso	119
Figura 90 – UNISIM-I-MOD: Frente de Pareto robusta	120
Figura 91 – UNISIM-I-MOD: Diagramas de caixa das soluções robustas de Pareto: a) VPL e b) WI	120
Figura 92 – Campo de permeabilidade do modelo OLYMPUS	122
Figura 93 – OLYMPUS: Diagrama de caixa do PTA e do CR	124
Figura 94 – OLYMPUS: Comparação do CR com a ON do pior caso (P5)	125
Figura 95 – Campo de permeabilidade das realizações representativas P5, P25, P50, P75 e P95 do modelo OLYMPUS	125
Figura 96 – Controle BHP inicial para as abordagens de otimização robusta	126
Figura 97 – OLYMPUS: Controles de BHP passados ao simulador por polinômios de 2º grau do C1-SC1-OT	127
Figura 98 – OLYMPUS: Controle de BHP passado ao simulador por polinômio de 2º grau da abordagem C1-SC2-OT	128
Figura 99 – Pressão Média do Reservatório para os casos: (a) PTA, (b) RC, (c) C1-SC1-OT , (d) C1-SC1-AV	129
Figura 100 – Diagramas de caixa OLYMPUS - PTA, CR, C1-SC1-OT , C1-SC1-AV , C1-SC2-OT , C1-SC2-AV	130
Figura 101 – OLYMPUS: Controles de BHP passados ao simulador por polinômios de 2º grau da otimização robusta C2-OT	131
Figura 102 – Diagramas de caixa OLYMPUS - PTA, CR, C2-OT e C2-AV	132
Figura 103 – Pressão média do reservatório para os casos: (a) C2-OT , (b) C2-AV .	132
Figura 104 – Produção acumulada de óleo e água dos dos casos: (a) C2-OT , (b) C2-AV	133

Figura 105–Diagramas de caixa OLYMPUS - a) Comparação do PTA, CR, C3-OT e C3-AV ; b) Comparação do C2-OT , $r = 0.5$, com o C3-OT , $r = 0$.	134
Figura 106–OLYMPUS: Controle de BHP passado ao simulador por polinômio de 2º grau da otimização robusta C3-OT	135
Figura 107–Convergência das abordagens C3-OT (5 realizações) e C4-OT (50 realizações) e média do VPL das abordagens CR e PTA	136
Figura 108–Diagramas de caixa OLYMPUS - Abordagens C3-OT , C4-OT e C4-AV	137
Figura 109–OLYMPUS: Controle de BHP passado ao simulador por polinômio de 2º grau da otimização robusta C4-OT	138
Figura 110–Diagramas de caixa OLYMPUS - PTA, CR, C5-OT e C5-AV	139
Figura 111–OLYMPUS: Controle de BHP passado ao simulador em três ciclos de controle da otimização robusta C5-OT	140
Figura 112–Diagramas de caixa OLYMPUS - PTA, CR e todas as abordagens: 1: C1-SC1-OT , 2: C1-SC1-AV , 3: C1-SC2-OT , 4: C1-SC2-AV , 5: C2-OT , 6: C2-AV , 7: C3-OT , 8: C3-AV , 9: C4-OT , 10: C4-AV , 11: C5-OT , 12: C5-AV	141

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do Modelo Egg	62
Tabela 2 – Reservatório Egg: Dados/Condições operacionais de poços	62
Tabela 3 – Dados econômicos do modelo Egg	62
Tabela 4 – Média e desvio padrão do VPL das realizações originais e reduzidas a partir da OR-CR	65
Tabela 5 – Média e desvio padrão dos principais resultados do modelo Egg utilizando dois ciclos de controle	72
Tabela 6 – Egg - Subconjunto de realizações selecionadas para as abordagens OR-CR e OR-ON	73
Tabela 7 – Estatísticas do modelo Egg usando polinômios de 2º e 3º graus	82
Tabela 8 – Estatísticas do modelo Egg usando o Polinômio 2 de 1º e 2º graus e OR-ON com 1 ciclo de controle	87
Tabela 9 – Resumo das estatísticas do modelo Egg	94
Tabela 10 – Sumário das Características do Modelo UNISIM-I-MOD	96
Tabela 11 – Subconjunto de realizações selecionadas para os esquemas de ranqueamento a partir do CR, ON e histórico de produção, respectivamente	100
Tabela 12 – Média e desvio padrão do VPL de diferentes estratégias de produção	102
Tabela 13 – Média e desvio padrão do VPL utilizando tamanhos de subconjunto de realizações variando de 3 a 11	104
Tabela 14 – Média e desvio padrão do VPL das ON e OR com uso de polinômios	116
Tabela 15 – Resumo dos resultados do modelo UNISIM-I-Mod	118
Tabela 16 – Resumo das propriedades das fácies do modelo OLYMPUS	123
Tabela 17 – Informações usadas para o cálculo do VPL	123
Tabela 18 – Restrições de operação para os poços no reservatório OLYMPUS	123
Tabela 19 – Resumo dos resultados do OLYMPUS	141

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BCO	<i>Brush canyon outcrop</i>
BFGS	Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
BHP	Pressão de fundo de poço
CR	Controle reativo
DOE	Projeto de experimentos
EnKF	<i>Ensemble Kalman filter</i>
EnOpt	Otimização baseada em ensemble
ECMI	Envoltória convexa do mínimo individual
EOR	Recuperação melhorada de óleo
FR	Fator de recuperação de óleo
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
LHS	Amostragem do hipercubo latino
NBI	Intersecção do contorno normal
OOIP	Óleo original in place
ON	Otimização nominal
OR	Otimização robusta
OR-CR	Otimização robusta baseada no controle reativo
OR-HP	Otimização robusta baseada no histórico de produção
OR-KM	Otimização robusta baseada no K-means
OR-MO	Otimização robusta multiobjetivo
OR-ON	Otimização robusta baseada na otimização nominal
OR-STD	Otimização robusta com desvio padrão nas restrições
POM	Problema de otimização multiobjetivo
PRESS	Soma dos quadrados dos erros preditos

PTA	Poços totalmente abertos
RBF	Funções de base radial
RC	Região de confiança
RMSE	Raiz quadrada do erro quadrático médio
SAO	Otimização por aproximação sequencial
SQP	Programação sequencial quadrática
TPS	<i>Splines</i> de placas finas
VPL	Valor presente líquido
WCUT	Corte d'água
WI	Injeção acumulada de água

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	MOTIVAÇÃO	18
1.2	METODOLOGIA	20
1.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
1.4	OBJETIVOS	23
1.5	ORGANIZAÇÃO DA TESE	23
2	OTIMIZAÇÃO COM MODELOS SUBSTITUTOS	25
2.1	PLANO DE AMOSTRAGEM	26
2.1.1	Amostragem do Hipercubo Latino	27
2.2	FUNÇÃO DE BASE RADIAL	28
2.3	OTIMIZAÇÃO POR APROXIMAÇÃO SEQUENCIAL	30
2.3.1	Programação Quadrática Sequencial - SQP	33
3	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	36
3.1	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E CONCEITOS	36
3.1.1	Dominância	36
3.1.2	Conceito de Pareto	38
3.1.3	Qualidade da distribuição da Frente de Pareto - Equitatividade	40
3.2	MÉTODO DA INTERSECÇÃO DO CONTORNO-NORMAL	41
3.2.1	Solução NBI via SAO	43
4	FORMULAÇÃO DETERMINÍSTICA E ROBUSTA DO PROBLEMA DE GERENCIAMENTO ÓTIMO NA INJEÇÃO DE ÁGUA EM RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO	45
4.1	FUNÇÃO OBJETIVO VPL	45
4.2	VARIÁVEIS DE CONTROLE E PARÂMETROS DO MODELO	45
4.3	GESTÃO DETERMINÍSTICA	47
4.4	GESTÃO BASEADA EM INCERTEZAS	48
4.4.1	Formulação baseada no valor esperado e no desvio padrão do VPL	48
4.4.2	Subconjunto de Realizações Representativas	49
4.4.2.1	Realizações Representativas via Ranqueamento	50
4.4.2.2	Realizações Representativas via Agrupamento	51
4.4.3	Formulação do valor esperado do VPL sob restrição do desvio padrão	52
4.4.4	Formulação Robusta Multiobjetivo	52
4.5	FORMULAÇÃO ROBUSTA UTILIZANDO REDUÇÃO DE DIMENSIONALIDADE VIA POLINÔMIOS	53

4.5.1	Polinômio ordinário	53
4.5.2	Abordagem polinomial com limites respeitados	54
5	APLICAÇÕES E RESULTADOS	56
5.1	ESTRATÉGIAS E APLICAÇÕES	56
5.2	CASOS DE ESTUDO	59
5.2.1	Modelo Egg	59
5.2.2	Modelo UNISIM-I-MOD	96
5.2.3	Modelo OLYMPUS	122
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	143
	REFERÊNCIAS	145
	APÊNDICE A – OTIMIZAÇÃO HIERÁRQUICA: CURTO E LONGO PRAZO	154

1 INTRODUÇÃO

Técnicas de otimização têm sido extensivamente usadas para obter projetos viáveis e econômicos nos mais variados campos das engenharias. Atualmente as abordagens têm se tornado cada vez mais realistas, tendo sido comumente empregadas na solução de problemas não triviais da engenharia prática, incluindo o gerenciamento ótimo de reservatórios através da simulação computacional. No entanto, especificamente nesta aplicação, apenas recentemente alguns pontos têm sido abordados de modo mais incisivo.

Convencionalmente, o gerenciamento de reservatórios é fundamentado na previsão de produção baseado em um único modelo de reservatório. Contudo, na prática, incertezas e aleatoriedade são generalizadas no gerenciamento de reservatórios devido a, entre outros fatores, falta de dados geológicos precisos, como permeabilidade e porosidade. Para explicar essas incertezas, geólogos geralmente fornecem muitos modelos com igual probabilidade de ocorrência (realizações).

Além disso, a otimização determinística às vezes é instável, ou seja, pequenas perturbações nos parâmetros que governam o problema podem levar a grandes variações dos resultados (RENARD; ALCOLEA; GINSBOURGER, 2013). Nessa situação, um objetivo de otimização deve oferecer um alto grau de robustez. Esse objetivo é um projeto viável que é relativamente invariável em relação às mudanças nos parâmetros incertos, ou seja, minimiza a variabilidade. O processo de encontrar esse ótimo é conhecido como otimização de projeto robusto (OR), cujas finalidades são a melhoria e a redução da variabilidade do desempenho.

Neste trabalho, incertezas geológicas serão consideradas, representadas por um subconjunto das realizações disponíveis, escolhidas para preservar aproximadamente algumas estatísticas dos resultados da simulação que seriam obtidos com o conjunto completo de realizações (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2019). O intuito nesta tese é desenvolver uma ferramenta de otimização que leve em consideração essas incertezas e forneça com isso resultados robustos.

1.1 MOTIVAÇÃO

A atual população mundial ultrapassa sete bilhões de pessoas e, segundo projeções da ONU, é esperado alcançar 8.5 bilhões até 2030 e 9.7 bilhões de pessoas até 2050 (DESA, 2015). Com o crescimento da população há elevação da demanda por energia, com estimativas de aumento de 61% até 2050 (COUNCIL, 2013). Embora em 2050 fontes de energia renováveis tenham uma maior taxa de crescimento, combustíveis fósseis ainda terão um papel crucial na geração de energia e transporte, correspondendo entre 59% e 77% de participação, comparado a 79% em 2010 (COUNCIL, 2013). Isso indica que a utilização de combustíveis fósseis continuará sendo uma importante fonte de energia durante décadas.

Entretanto, a descoberta de novos campos de petróleo diminuiu quando há diminuição no preço do barril e conseqüente falta de investimento em exploração, como em 2015, em que atingiu o menor valor desde 1954, caindo de US\$100 em 2014 para uma média de US\$50 em 2015 e 2016. Com isso, as empresas de petróleo tendem a investir em melhores técnicas de gerenciamento de reservatórios conhecidos. Uma forma de melhorar a produção é adotar abordagens de produção que considerem a produção tanto presente quanto futura. Além de melhorar a produção, a indústria do petróleo está preocupada em diminuir os riscos inerentes à produção de óleo. Estes dois tópicos serão abordados nesta tese.

O petróleo é óleo de origem orgânica que leva milhões de anos para ser formado nas rochas sedimentares, seja em áreas marítimas ou terrestres. A matéria orgânica é formada principalmente por micro-organismos e algas que formam o fitoplâncton, que não podem sofrer processo de oxidação, necessitando então serem depositados em um ambiente apropriado, composto por sedimentos de baixa permeabilidade e condições específicas de temperatura. Sofrem um tipo de “cozimento”, em tempo geológico, iniciando em temperaturas baixas, menores que 65 °C, onde bactérias irão transformar a matéria orgânica em querogênio. Em seguida a temperatura aumenta até 165 °C para a quebra do querogênio e resulta em hidrocarbonetos líquidos e gás. Esse petróleo, que é gerado numa rocha fonte migra para uma rocha porosa dita reservatório, então quando se fala em reservatório de petróleo, subentende-se uma rocha com acumulação de petróleo, não reservatórios dos tipos que acumulam água, como piscinas ou barragens, mas uma formação rochosa, com vazios no interior (porosidade), interconectados (permeabilidade). Para haver acumulação do petróleo, deve haver contenções geológicas, ou armadilhas, para que o mesmo não se perca e termine na superfície. Essa barreira é produzida pela rocha selante, de baixa permeabilidade, como folhelhos e evaporitos (sal), e falhas para conter a migração e colocar as rochas reservatório em contato com as selantes (THOMAS, 2004).

Tipos de recuperação do óleo

O processo de recuperação do óleo é comumente dividido em três tipos: a recuperação primária, a secundária e a terciária ou recuperação melhorada de óleo (*enhanced oil recovery* - EOR). Cada uma delas corresponde a uma forma bem definida de recuperação.

A recuperação primária se refere à quantidade de óleo que pode ser retirado utilizando apenas a energia natural do reservatório, acontece quando a pressão original do reservatório é suficiente para que os fluidos escoem para a superfície devido às diferenças de pressão entre a superfície e a pressão de fundo do poço. Tem um fator de recuperação (FR) de até 20% do óleo original in place (OOIP).

A recuperação secundária envolve a aplicação de energia artificial de modo a repressurizar o reservatório e deslocar o óleo para os poços produtores. É comum que o método de recuperação secundária seja implementado antes de terminar a recuperação primária. O método mais comum de recuperação secundária é a injeção de água. Esse é o método de recuperação utilizado nesta tese. O FR secundário combinado com o primário

varia de 35% a 45%.

A recuperação avançada envolve não apenas a aplicação de pressão, mas formas de alterar as propriedades do óleo para facilitar a extração, por reduzir a viscosidade do óleo e diminuir as forças capilares. Os principais métodos são classificados em métodos térmicos, miscíveis, químicos, biológicos e eletromagnéticos. O FR da EOR pode incrementar até 20% o FR da injeção de água. (ZITHA et al., 2011; ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006; THOMAS, 2004).

1.2 METODOLOGIA

Os problemas de otimização considerados abordarão modelos de reservatório de petróleo onde estão envolvidas simulações numéricas, computacionalmente custosas.

Para reduzir o custo computacional e permitir desenvolver estudos de otimização quando não se tem informações sobre as derivadas das equações do problema a ser simulado, são utilizados modelos substitutos. É apresentada uma metodologia para a geração de modelos substitutos baseada nas Funções de Base Radial (GUTMANN, 2001; WILD; REGIS; SHOEMAKER, 2008). A técnica utilizada para integrar a otimização aos modelos substitutos é a otimização por aproximação sequencial (SAO) (ALEXANDROV et al., 1998; GIUNTA; ELDRED, 2000; HOROWITZ; AFONSO; MENDONÇA, 2013). Este procedimento utiliza a programação sequencial quadrática (*Sequential Quadratic Programming* - SQP) como otimizador (POWELL, 1978).

A metodologia SAO decompõe o processo de otimização em subproblemas, onde cada um deles é restrito a uma sub-região do espaço de projeto (região de confiança).

Uma forma de conduzir o gerenciamento ótimo dos reservatórios é através da otimização robusta, que usa um conjunto de realizações no intuito de honrar as estatísticas das incertezas geológicas. Com o objetivo de reduzir o tempo de processamento do procedimento, as otimizações podem ser feitas baseadas em um pequeno conjunto de realizações representativo do conjunto original. A seleção deste subconjunto é feita utilizando a distribuição estatística da função objetivo. Neste trabalho são utilizadas como medidas de robustez a média e o desvio padrão do VPL, do subconjunto selecionado. O resultado da otimização é então propagado a todas realizações originais a partir do cálculo do VPL de cada realização. As variáveis de projeto são controladas ora através de ciclos de controle, ora utilizando uma reparametrização através de polinômios (HOROWITZ; AFONSO; MENDONÇA, 2013; AWOTUNDE et al., 2014; AWOTUNDE et al., 2019; SOREK et al., 2017).

Uma aplicação da OR é feita em problema multiobjetivo, com a média do VPL e da água injetada como funções objetivo conflitantes. É empregada uma formulação multiobjetivo clássica, baseada na frente de Pareto, onde é utilizada a técnica intersecção do contorno normal (NBI) para obter as soluções em que cada ponto de Pareto é propagado para todas as realizações (MOTTA; AFONSO; LYRA, 2012; PINTO; AFONSO;

WILLMERSDORF, 2019).

As informações necessárias para o cálculo das funções objetivo e restrições serão obtidas através de simulações numéricas utilizando o software comercial IMEX (IMEX, 2014). As simulações são executadas em paralelo para diminuir o tempo total de otimização, mesmo assim, quando o tamanho da dimensão do problema cresce são necessários muitos processadores e licenças, que podem limitar a aplicabilidade do paralelismo.

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Essen et al. (2006), revisado em Essen et al. (2009), apresentaram uma solução para lidar com as incertezas geológicas do modelo do reservatório e chamaram de otimização robusta a abordagem que inclui os modelos geológicos diretamente na otimização, em que a incerteza é quantificada através do uso de um conjunto de realizações do modelo geológico e a função objetivo no lugar de ser o VPL passa a ser a média do VPL. Eles utilizaram o método de otimização *steepest ascent* para maximizar a função objetivo e o método adjunto para o cálculo dos gradientes. Comparado com uma otimização determinística, seguida da avaliação do ótimo no conjunto de realizações, eles mostraram um ganho de 6% no VPL médio.

Chen et al. (2009) também executaram uma otimização sobre múltiplas realizações para maximizar a média do VPL, combinando o esquema de otimização baseado em ensemble (EnOpt) com o *ensemble Kalman filter* (EnKF) para calcular o gradiente da função objetivo. Conseguem com isso uma melhoria no VPL comparado a um caso hipotético de otimização baseado em uma geologia conhecida.

Alhuthali et al. (2008) penalizou o valor esperado de sua função objetivo, tempo de chegada da frente de água, adicionando o desvio padrão na função objetivo, com o uso de um coeficiente que minimiza o risco. O gradiente é calculado a partir do jacobiano e dos cálculos residuais baseado no *streamlines*. O algoritmo de otimização é o SQP.

Yang et al. (2011) utilizando a equação considerando o risco de Alhuthali et al. (2008), e seguindo o trabalho de McLennan e Deutsch (2005) e Fenik et al. (2009), apresentaram uma abordagem para a otimização robusta que reduz o número de realizações utilizadas para o cálculo das estatísticas, média e desvio padrão, utilizando um esquema de ranqueamento das realizações. O ranqueamento é feito através do cálculo do VPL para um caso base e tomando os correspondentes percentis P10, P20, ..., P90. Com isso foi possível diminuir o número de realizações utilizadas de 100 para 9. Os resultados encontrados foram aceitáveis.

Wang et al. (2012) utilizaram um agrupamento via k-means para selecionar um subconjunto de realizações para resolver o problema de locação de poços com múltiplas realizações. Eles apresentam uma abordagem chamada otimização retrospectiva, a qual resolve uma sequência de subproblemas de otimização contendo um número crescente de realizações em cada subproblema. O resultado desta abordagem comparado com a

utilização do conjunto completo de realizações mostra que a encontrada é muito próxima enquanto o custo computacional, usando o subconjunto, é significativamente menor. E também mostra que a escolha de realizações pelo k-means apresenta melhor performance quando comparado com uma escolha aleatória de realizações.

Capolei et al. (2015) usaram uma função objetivo que considera a média e a variância na consideração da incerteza geológica a fim de mitigar o risco na produção de óleo. Eles concluem que ao utilizar a formulação média-variância, com o mesmo custo computacional de se utilizar apenas a média, é possível reduzir o risco com uma pequena perda no valor da média do VPL.

Awotunde et al. (2014) e Sorek et al. (2017) utilizaram polinômios para representar a trajetória dos controles dos poços ao longo do tempo e com isso reduzir a dimensionalidade dos problemas de gerenciamento de reservatórios de petróleo. Seus resultados mostram que foi possível diminuir significativamente o custo computacional e, inclusive, melhorar a resposta obtida comparada à otimização sem o uso do polinômio.

Quanto à otimização multiobjetivo, Liu e Reynolds (2015a) utilizaram um método baseado em gradientes, Lagrangeana aumentada, para encontrar a fronteira de Pareto via NBI (Normal Boundary Intersection) em um problema determinístico cujos objetivos foram o VPL a curto e a longo prazo em um problema de incerteza, cujos objetivos foram maximizar o valor esperado e minimizar o desvio padrão. Neste último problema, foi constatado que ao minimizar o desvio padrão do VPL juntamente com a maximização do valor esperado, notou-se uma redução significativa do maior VPL, enquanto apenas um pequeno aumento do pior VPL foi alcançado. Para aliviar esse resultado indesejável é sugerido que o problema poderia ser substituído por maximizar a expectativa e minimizar o pior VPL, sendo este representante do risco. O problema de minimizar o risco e maximizar o valor esperado usando os mesmos procedimentos de otimização baseados em gradiente é considerado em Liu e Reynolds (2015b).

Fonseca, Reynolds e Jansen (2016) utilizaram o EnOpt junto ao NBI para gerar pontos de Pareto no problema determinístico de otimizar o VPL a curto e a longo prazo.

Yasari et al. (2013) observaram que maximizar uma única função VPL a longo prazo que envolva os preços futuros do petróleo e os custos de produção e injeção de água geralmente produzirá previsões irreais de VPL por causa de variações futuras no preço do petróleo. Eles sugerem que esse problema pode ser evitado através da construção de uma frente de Pareto, onde os três objetivos conflitantes poderiam ser maximizar a receita do óleo, minimizar a produção de água e minimizar a injeção de água. Ao construir a frente de Pareto para esse problema de três objetivos, é possível encontrar, sem nenhuma simulação adicional, um valor VPL correspondente para cada ponto na frente de Pareto para qualquer valor assumido dos parâmetros econômicos, receita do óleo produzido e custos de água produzida e injetada, por cálculo direto usando a função VPL para otimização de injeção de água.

Como um dos inconvenientes no problema de injeção de água é a produção de água, na parte multiobjetivo, é proposto o uso de dois objetivos conflitantes, a maximização do valor esperado do VPL e a minimização da água produzida, utilizando modelos substitutos.

Neste trabalho é proposto o uso de métodos livres de gradientes tanto para otimização uniobjetivo quanto para a aplicação em problemas multiobjetivo do gerenciamento do controle de poços de reservatórios de petróleo levando em consideração incertezas geológicas, para isso é utilizada a técnica de otimização SAO e os controles são utilizados tanto em função de ciclos de controle quanto através de coeficientes polinomiais.

1.4 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo geral desenvolver uma ferramenta para otimização do gerenciamento de reservatórios sob incertezas geológicas através da otimização robusta utilizando diferentes formulações e técnicas para reduzir o custo computacional de todo processo de otimização. A otimização robusta é usada para reduzir a sensibilidade do modelo a incertezas, que são dadas por modelos geológicos. Os objetivos específicos se relacionam com a melhoria do desempenho computacional, que são alcançadas através de:

- cálculo das estatísticas usando simulações de MC com base em subconjuntos de modelos geológicos;
- criação e uso de modelos substitutos baseados em ajustamento de dados;
- redução de dimensionalidade via polinômios.

1.5 ORGANIZAÇÃO DA TESE

No capítulo 1 foi feita uma introdução ao tema, onde foram abordados a motivação, metodologia e revisão bibliográfica.

O capítulo 2 apresenta os conceitos gerais do algoritmo de otimização aqui utilizado, SAO, onde é apresentado o modelo substituto no qual ele vai operar, o RBF, passando pelo plano de amostragem, LHS, e o otimizador, SQP, utilizados.

O capítulo 3 é dedicado à otimização multiobjetivo, onde é mostrada sua formulação e o conceito de pontos de Pareto. Também é apresentado o método utilizado para a otimização, o NBI e como ele é adaptado ao SAO.

No capítulo 4 são apresentadas as formulações determinística e robusta do problema de injeção de água no gerenciamento de reservatórios de petróleo, passando pela função objetivo (VPL) e variáveis de controle adotadas. Na gestão determinística é feita uma consideração sobre a otimização a curto e longo prazo. Na gestão robusta são apresentadas formas de seleção de realizações representativas do modelo e da redução de dimensionalidade através de polinômios. Neste capítulo também é mostrada a formulação robusta

multiobjetivo.

O capítulo 5 é dedicado ao estudo de casos e resultados da otimização a curto e longo prazo do modelo Brush Canyon Outcrop, e da otimização robusta. Na otimização robusta são mostradas as estratégias de produção, controle reativo e a otimização nominal, que serão comparados com os diversos esquemas de OR. São estudados três modelos de reservatório, o Egg, o UNISIM-I-Mod e o OLYMPUS.

As conclusões são apresentadas no capítulo 6.

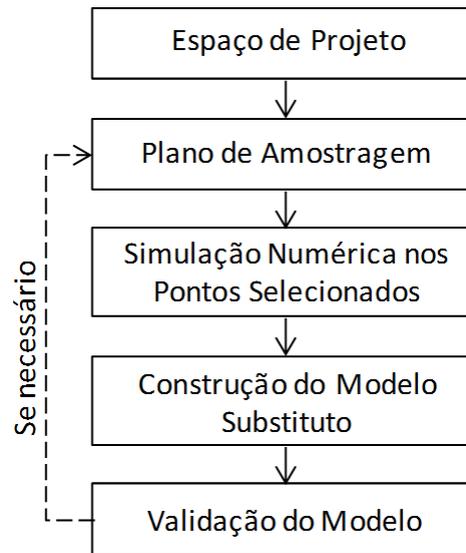
2 OTIMIZAÇÃO COM MODELOS SUBSTITUTOS

Na maioria dos problemas de otimização, podem ser encontradas dificuldades na obtenção da resposta do modelo matemático desenvolvido para representação do problema físico. Dificuldades associadas às avaliações das funções objetivo, restrições e seus gradientes. Essas dificuldades podem ser representadas por um elevado custo computacional associado (e.g., simulação numérica de reservatórios) ou uma resposta que apresente ruído numérico. Uma forma apontada na literatura (AFONSO; HOROWITZ; WILMERSDORF, 2008; SCHMIT; FARSHI, 1974; QUEIPO et al., 2005; HAN; ZHANG, 2012) de contornar estes inconvenientes é a utilização de estratégias de otimização baseadas em modelos substitutos, também conhecidos como metamodelos ou modelos aproximados.

O grande desafio científico neste tipo de abordagem é a geração de um modelo substituto o mais preciso possível, utilizando-se o menor número de avaliações do modelo de alta fidelidade. Várias técnicas podem ser utilizadas para a construção de modelos substitutos. Elas estão agrupadas em duas categorias, funcional e física (fidelidade hierárquica). A técnica funcional engloba diferentes abordagens, tais como, métodos baseados em ajuste de dados, séries polinomiais e métodos de ordem reduzida. A categoria física envolve modelos baseados na física do problema estudado. No presente trabalho, será utilizada a categoria funcional com a abordagem de ajuste de dados, que por sua vez dispõe de diversos modelos de ajustamento, tais como superfície de resposta (AFONSO; HOROWITZ; WILMERSDORF, 2008; KEANE; NAIR, 2005; GIUNTA; ELDRED, 2000), krigagem (AFONSO; HOROWITZ; WILMERSDORF, 2008), redes neurais artificiais ((NAIDU, 2004; KARTAM; FLOOD; GARRETT, 1997) e funções de base radial (GUTMANN, 2001; FORRESTER; KEANE et al., 2008; FORRESTER; KEANE, 2009), dos quais aqui são utilizadas as funções de base radial, por terem apresentado melhor desempenho em um trabalho anterior (PINTO, 2014). Mas, para a maioria dos problemas, a natureza da verdadeira função não é conhecida a priori, por isso não é claro qual modelo substituto é mais preciso.

Assim, a forma de escolher os pontos amostrais, conhecida como plano de amostragem, a maneira de construir os metamodelos e como avaliar a precisão do modelo são os pontos-chave para uma boa modelagem substituta. Estas etapas são mostradas no diagrama da Figura 1.

Figura 1 – Diagrama das etapas de construção do modelo substituto.



Fonte: o autor (2020)

2.1 PLANO DE AMOSTRAGEM

O primeiro passo para a construção de um modelo substituto baseado no ajuste de dados é a geração de uma amostra de pontos. Estes são locais no espaço de projeto em que os valores da resposta dos modelos de alta fidelidade serão calculados para construir o modelo aproximado. A seleção da amostra é uma etapa muito importante, uma vez que para casos onde a avaliação da função envolve um alto custo computacional deve-se procurar um plano de amostragem eficaz, o que significa o número mínimo de pontos que garantirá um modelo substituto com boa precisão. As técnicas de Projeto de Experimentos (DOE – Design of Experiments) (GIUNTA; WOJTKIEWICZ; ELDRED, 2003) baseiam-se neste conceito e entre as várias técnicas de plano de amostragem disponíveis na literatura encontra-se: Monte Carlo, Quase Monte Carlo (QMC), Hipercubo Latino (Latin Hypercube Sampling - LHS) (KEANE; NAIR, 2005; QUEIPO et al., 2005)), vetor ortogonal (OA) (FORRESTER; KEANE et al., 2008; GIUNTA, 2002), diagramação de Voronoi no centroide (Centroidal Voronoi Tessellation – CVT) e a diagramação de Voronoi no centroide latinizada (“Latinized” Centroidal Voronoi Tessellation - LCVT) (ROMERO et al., 2006).

Intuitivamente se pensa em espalhar as amostras de forma a cobrir uniformemente o domínio de projeto. No entanto, a definição exata de uniformidade não é imediatamente óbvia, nem tão simples de se traduzir para a obtenção de uma amostra inicial.

Aspectos quantitativos de uniformidade envolvem: (1) a igualdade com a qual os pontos são espaçados entre si no espaço de projeto; (2) uniformidade de densidade de pontos sobre todo o domínio do espaço de projeto (i.e., cobertura uniforme de todo o domínio pelo conjunto de pontos, e não apenas uma uniformidade em uma determinada região do espaço);

e (3) isotropia (sem direções preferenciais) no padrão da colocação de pontos (ROMERO et al., 2006). Cada um desses aspectos de uniformidade pode ser quantificado por diversas medidas matemáticas como descritas em (SAKA; GUNZBURGER; BURKARDT, 2007).

Nas técnicas de amostragem, uma medida de uniformidade do conjunto de pontos projetados em todos os eixos coordenados é chamada de discrepância. A discrepância diminui à medida que a uniformidade de projeção aumenta.

Neste trabalho é utilizada a amostragem do tipo LHS, pois em geral, obtém-se através desta técnica uma melhor distribuição uniforme de pontos. Isto é devido à maior regularidade na amostragem individual em cada dimensão dos parâmetros da função antes dos parâmetros serem combinados de forma aleatória para gerar o conjunto que definirá as coordenadas dos pontos da amostra (ROMERO et al., 2006).

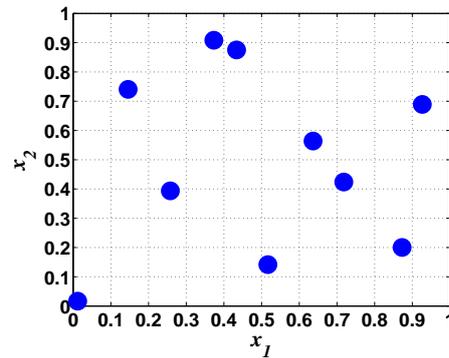
2.1.1 Amostragem do Hipercubo Latino

O planejamento experimental via LHS foi desenvolvido por McKay, Beckman e Conover (1979) como uma extensão n-dimensional da amostragem do quadrado Latino (RAJ, 1968).

Para obter uma amostra LHS, o intervalo de cada dimensão do espaço de amostragem é dividido em subintervalos, que não se sobrepõem, de igual probabilidade. Para um domínio de projeto com dimensão n , este particionamento resulta num total de m^n subintervalos no domínio de projeto, onde m é o número total de pontos da amostra. Estes m pontos são selecionados aleatoriamente no domínio de projeto obedecendo às seguintes restrições: cada ponto deve ser aleatoriamente alocado dentro de um subintervalo do domínio e para cada projeção unidimensional deste ponto só haverá um e apenas um ponto em cada subintervalo.

Considerando dez amostras e um espaço de projeto de dimensão dois, x_1 e x_2 , que é o caso do quadrado latino, ambas variáveis definidas em $[0, 1]$, a Figura 2 ilustra uma solução possível para o conjunto de amostras que satisfazem os critérios do método. Observa-se que em cada linha e em cada coluna dos intervalos das variáveis é posicionado um e apenas um ponto e que em cada subintervalo o ponto está alocado aleatoriamente.

Figura 2 – Dez pontos LHS em um espaço de projeto bidimensional



Fonte: o autor (2020)

A aleatoriedade inerente ao processo significa que existem diversas possibilidades do arranjo de amostragem atender aos critérios do LHS (FORRESTER; KEANE et al., 2008; QUEIPO et al., 2005). Como a amostragem LHS é de natureza estocástica, é aconselhável executar a geração LHS várias vezes e selecionar a melhor amostra para uso. A melhor amostra é aquela que reproduz melhor o modelo original, para isto seria necessário avaliar a função original em cada geração LHS, o que tornaria o processo bastante custoso computacionalmente. Para evitar esse custo e ainda assim selecionar uma boa amostra LHS, um coeficiente δ é determinado como (ELDRED; GIUNTA; COLLIS, 2004; KEANE; NAIR, 2005):

$$\delta = \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=i+1}^m \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} \right) \quad (1)$$

onde m é o número total de pontos da amostra. A amostra LHS que dá o valor mínimo para Δ é a amostra selecionada, ou seja, procura-se maximizar a distância entre os pontos amostrais.

De posse dos pontos amostrais, expressões de predição são desenvolvidas para avaliar a função em pontos não avaliados do domínio. Neste trabalho, os preditores são baseados em modelos de RBF (FORRESTER; KEANE et al., 2008; GUTMANN, 2001). A escolha do modelo de RBF foi feita baseada nos estudos realizados em (PINTO, 2014).

2.2 FUNÇÃO DE BASE RADIAL

O método das funções de base radial é um meio de aproximar funções multivariáveis em termos de funções mais básicas, de propriedades conhecidas e de mais fácil análise (ELSAIED et al., 2012; FORRESTER; KEANE et al., 2008). Foi desenvolvido inicialmente por Hardy (1971) para ajustar contornos topográficos irregulares de dados geográficos. Krishnamurthy (2003) adicionou um polinômio na definição do RBF para melhorar sua performance. Wu (1995) forneceu um critério para a condição positivo definido das funções de base com suporte compacto, que produziu séries de funções de base definidas positivas.

Sejam m pares de diferentes pontos $M = \{x_1, \dots, x_m\} \subseteq \mathbb{R}^n$ e respostas $F = \{y_1, \dots, y_m\} \subseteq \mathbb{R}$. Busca-se uma função de base radial (RBF) \hat{f} da forma (GUTMANN, 2001):

$$\hat{f}(x) = p(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \phi(\|x - x_i\|), \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (2)$$

que interpole os dados $(x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)$. Onde x_i é o i -ésimo dos n_c centros das funções de base e ϕ é um vetor contendo os valores das próprias funções de base ϕ , avaliados na distância Euclidiana entre um ponto x e o centro x_i das funções de base, $r = \|x - x_i\|$. Uma RBF pode ser definida como uma soma ponderada de translações de uma função básica, radialmente simétrica, ϕ , aumentada por um termo polinomial de baixo grau, p . Entre os tipos de RBF, os mais comuns são os seguintes:

Linear - $\phi(r) = r$

Cúbica - $\phi(r) = r^3$

Splines de Placas Finas (TPS) - $\phi(r) = r^2 \ln r$

Uma vez escolhidas as funções de base radial, são estimados os coeficientes λ_i da Equação 2. Isso pode ser feito pela condição de interpolação da Equação 3.

$$\hat{f}(x^{(j)}) = y^{(j)}, \quad j = 1, \dots, m \quad (3)$$

Visto que essa equação produz um sistema subdeterminado, ou seja, há mais parâmetros do que dados, as condições de ortogonalidade ou condições laterais, dadas pela Equação 4, são adicionalmente impostas aos coeficientes $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)^T$.

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i \pi_j(x_i) = 0, \quad j = 1, \dots, \hat{g} \quad (4)$$

Seja $\{\pi_1(x), \dots, \pi_{\hat{g}}(x)\}$ a base para polinômios de grau no máximo \hat{g} e seja $c = (c_1, \dots, c_{\hat{g}})$ os coeficientes que dão p em termos dessas bases. Então, as Equações 3 e 4 podem ser escritas em forma de matriz, tal como apresentado na Equação 5 (WILD; REGIS; SHOEMAKER, 2008).

$$\begin{bmatrix} A & P \\ P^T & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

onde $A_{i,j} = \phi(\|x_i - x_j\|)$, $i, j = 1, \dots, m$, $P_{i,j} = \pi_j(x_i)$, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, \hat{g}$. F é um vetor cujas entradas são os valores dos dados y_i , $i = 1, \dots, m$. Resolvendo o sistema linear da Equação 5, são determinados c e λ , conseqüentemente o modelo substituto $\hat{f}(x)$ é determinado.

Medidas de acurácia do modelo substituto

A superfície de resposta criada pelo RBF passa por todos os pontos amostrados. Entretanto, para verificar se o metamodelo é adequado são utilizados pontos adicionais para avaliar a acurácia do modelo, isso é feito através do cálculo de medidas de erro. Nesse

trabalho, duas medidas são consideradas. Elas são a raiz quadrada do erro quadrático médio (*Root Mean Square Error* – RMSE) e a soma dos quadrados dos erros preditos (*Predicted Error Sum of Squares* – PRESS) (AFONSO; HOROWITZ; OLIVEIRA, 2010; FORRESTER; KEANE et al., 2008; TARPEY, 2000). O RMSE quantifica a quantidade de erro residual entre os dados reais e as previsões nos pontos selecionados. Sua expressão é dada pela Equação 6.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{np} (f_i - \hat{f}_i)^2}{np}} \quad (6)$$

onde np é o número de pontos adicionais gerados para calcular a métrica RMSE, f_i e \hat{f}_i são os valores da função verdadeira e do metamodelo avaliados nos pontos de teste x_i , respectivamente. Esta medida foi utilizada em um trabalho anterior para testar os modelos substitutos e o modelo escolhido para esta tese está entre os que obtiveram melhores resultados do RMSE (PINTO, 2014).

A medida de erro PRESS também é chamada de método de validação cruzada “deixe um ponto de fora”. Ele avalia a precisão do modelo quando pontos individuais são omitidos dos dados usados para criar o modelo aproximado. A expressão do PRESS é dada pela equação a seguir.

$$PRESS = \sum_{i=1}^m (f_i - \hat{f}_{i,-i})^2 \quad (7)$$

onde m é o tamanho da amostra, f_i é a i -ésima observação e $\hat{f}_{i,-i}$ é o valor previsto a partir da equação ajustada obtida pela omissão do i -ésimo ponto do conjunto de dados. Quanto menor o PRESS e o RMSE, melhor a capacidade preditiva do modelo.

2.3 OTIMIZAÇÃO POR APROXIMAÇÃO SEQUENCIAL

Na otimização por aproximação sequencial (SAO), o algoritmo de otimização vai operar sobre um modelo substituto, de baixo custo computacional, ao invés de se fazer uso das respostas obtidas da simulação numérica. A metodologia SAO decompõe o problema original de otimização em sequências de subproblemas de otimização, confinados dentro de uma sub-região do espaço de projeto inicial. Um esquema de região de confiança (RC) (GIUNTA; ELDRED, 2000; GIUNTA, 2002) é usado para atualizar as variáveis de projeto para cada subproblema (iteração do SAO). Matematicamente cada subproblema pode ser definido como:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{x}}{\text{minimize}} && \hat{f}^k(\mathbf{x}) \\ & \text{sujeito à} && \hat{g}_i^k(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, n_g \\ & && \hat{h}_j^k(\mathbf{x}) = 0, \quad j = 1, \dots, n_h \\ & && x_l \leq x_l^k \leq \mathbf{x} \leq x_u^k \leq x_u, \quad k = 1, \dots, k_{\max} \\ & \text{onde} && x_l^k = x_c^k - \frac{\Delta^k}{2} \quad x_u^k = x_c^k + \frac{\Delta^k}{2} \end{aligned} \quad (8)$$

Nas equações acima, $\hat{f}^k(\mathbf{x})$ é a função objetivo substituta e $\hat{g}^k(\mathbf{x})$ e $\hat{h}^k(\mathbf{x})$ são respectivamente as n_g restrições de desigualdade e as n_h restrições de igualdade substitutas, caso as restrições sejam lineares não é necessário construir o modelo substituto da restrição. O vetor \mathbf{x} representa as variáveis de projeto, x_c^k o ponto central da RC, Δ^k o tamanho da RC e x_l^k, x_u^k são respectivamente os limites inferiores e superiores da variável de projeto na iteração k do SAO.

Para a atualização do tamanho da RC para cada subproblema de otimização, foi considerado o termo de aceitação da função objetivo que controla o tamanho da região de confiança (GIUNTA; ELDRED, 2000). Este parâmetro demonstra a precisão da função substituta no ponto ótimo x_*^k e pode ser calculado como:

$$\rho^k = \min \left[\frac{f(x_c^k) - f(x_*^k)}{\hat{f}(x_c^k) - \hat{f}(x_*^k)}, \frac{g(x_c^k) - g(x_*^k)}{\hat{g}(x_c^k) - \hat{g}(x_*^k)} \right] \quad (9)$$

Para calcular o próximo tamanho da RC a atualização segue dessa forma:

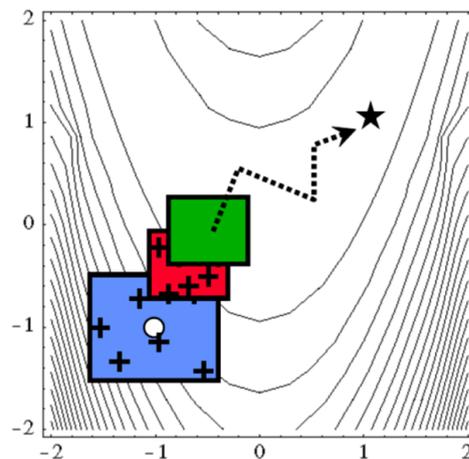
$$\begin{aligned} \Delta^{k+1} &= 0.5\Delta^k, \quad \text{se } \rho^k \leq 0.25, \\ &= \Delta^k, \quad \text{se } 0.25 < \rho^k < 0.75 \text{ ou } \rho^k > 1.25, \\ &= 2\Delta^k, \quad \text{se } 0.75 \leq \rho^k \leq 1.25. \end{aligned} \quad (10)$$

O centro da região de confiança na próxima iteração é obtido de acordo com a Equação 11

$$\begin{aligned} x_c^{k+1} &= x_*^k, \quad \text{se } \rho^k > 0, \\ &= x_c^k, \quad \text{se } \rho^k \leq 0. \end{aligned} \quad (11)$$

A Figura 3 ilustra o esquema de funcionamento da estratégia SAO. Os retângulos coloridos representam as regiões de confiança em cada iteração do SAO. As marcas em cruz são as amostras geradas através das técnicas DOE e o círculo representa o ponto central da região de confiança.

Figura 3 – Esquema da evolução das regiões de confiança da estratégia.



Fonte: (GIUNTA, 2002)

O algoritmo SAO pode ser sumarizado como segue (HOROWITZ; AFONSO; MENDONÇA, 2013):

- Passo 1.** Definir o tamanho e ponto inicial da RC;
- Passo 2.** Gerar amostras no interior da região de confiança;
- Passo 3.** Calcular as funções objetivo e restrições reais nas amostras;
- Passo 4.** Construir o modelo substituto para as funções objetivo e restrições não lineares;
- Passo 5.** Otimizar o problema dentro da RC usando as funções aproximadas sujeitas a restrições não lineares aproximadas e a restrições lineares originais;
- Passo 6.** Recalcular as funções objetivo e restrições reais no ponto ótimo encontrado no passo 5;
- Passo 7.** Checar os critérios de convergência, se algum critério for atingido, termina a otimização;
- Passo 8.** Manter/reduzir/aumentar a nova subregião de acordo com a acurácia do modelo aproximado comparado à função verdadeira e valores das restrições;
- Passo 9.** Voltar para o Passo 2.

As seguintes observações detalham melhor o algoritmo:

1. No passo 2 as amostras são obtidas usando a técnica DOE escolhida.
2. O número de amostras a ser utilizado é fixado em $m = 2n + 1$, sendo n o número de dimensões do problema;
3. Como são construídos modelos substitutos, a função objetivo e as restrições não lineares mudam a cada iteração do SAO;
4. Os critérios de parada do algoritmo são baseados em uma das seguintes condições: no número de iterações consecutivas onde a melhora na função objetivo de alta fidelidade está abaixo de uma dada tolerância; o tamanho da região de confiança atinge um valor limite; ou, número máximo de iterações do SAO é atingido.
5. O algoritmo de otimização utilizado pela estratégia SAO é o SQP (POWELL, 1978; SILVA, 2009).
6. Para a otimização robusta o procedimento é semelhante, a criação do modelo substituto leva em consideração a função robusta (média-variância).

Como apontado em (HOROWITZ; AFONSO; MENDONÇA, 2013), uma limitação do algoritmo SAO é que o número de simulações necessárias aumenta com o número de variáveis. Uma consequência é que o algoritmo se comporta melhor quanto menor o número de variáveis.

Paralelização do SAO

O passo de maior custo computacional do algoritmo SAO está no cálculo da função objetivo real nas amostras. No processo de otimização robusta essa avaliação de função se torna ainda mais custosa, visto que para obter um único ponto amostral, é necessário avaliar o número de realizações utilizadas para o cálculo das estatísticas da função objetivo. Logo, é possível paralelizar o passo 3 do SAO ou na criação dos pontos amostrais ou no cálculo das estatísticas. No ambiente Matlab a paralelização pode ser feita usando um laço *parfor* (SHARMA; MARTIN, 2008).

2.3.1 Programação Quadrática Sequencial - SQP

Um dos melhores métodos para resolver problemas de otimização não linear com restrição é o da Programação Quadrática Sequencial (GEORGILAKIS, 2009; BOGGS; TOLLE, 1995; RAO, 2009; NOCEDAL; WRIGHT, 2006).

O método tem uma base teórica que é relacionada com a solução de um conjunto de equações não lineares usando o método de Newton, e a derivação de equações não lineares simultâneas usando condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), ou condições necessárias de primeira ordem, para a função Lagrangeana do problema de otimização com restrição (RAO, 2009). O método procura se aproximar do método de Newton, que resolve problemas sem restrição e convergência quadrática. Ao nível mais externo das iterações são feitas aproximações da Hessiana da função Lagrangeana usando métodos de atualização tipo quasi-Newton. O problema de programação quadrática resultante, associado a uma busca em linha (*linesearch*) ou a uma técnica de região de confiança (*trust region*), é então resolvido para prover uma direção de busca.

A forma básica do algoritmo SQP remonta a Wilson (1963) e foi popularizado por Han (1977) e Powell (1978). Uma visão geral do SQP é encontrada em Fletcher (2000), Gill, Murray e Wright (1981) e Powell (1983).

O problema de programação não linear a ser resolvido é:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{x}}{\text{minimize}} && f(\mathbf{x}) \\
 & \text{sujeito à} && \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \\
 & && \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \\
 & && \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u
 \end{aligned} \tag{12}$$

Onde f é a função objetivo, \mathbf{g} e \mathbf{h} são, respectivamente, as restrições de desigualdade e de igualdade do problema.

A função Lagrangeana, $\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda)$, do problema 12 é dada por:

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{n_g} \lambda_i g_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{n_h} \lambda_{n_g+j} h_j(\mathbf{x}) \tag{13}$$

onde λ é o vetor com os multiplicadores de Lagrange associadas às restrições \mathbf{g} e \mathbf{h} no ponto \mathbf{x} . As condições de KKT que garantem a condição de mínimo local da função Lagrangeana na solução \mathbf{x}^* , sendo \mathbf{x}^* um mínimo local, são dadas por (HAFTKA; GÜRDAL, 1993; VANDERPLAATS, 1984):

a) Viabilidade:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_i(\mathbf{x}^*) &\leq 0 \quad i = 1, \dots, n_g \\ \mathbf{h}_j(\mathbf{x}^*) &= 0 \quad j = 1, \dots, n_h \end{aligned} \quad (14)$$

b) Estacionariedade:

$$\lambda \in \mathbb{R}^{n_g+n_h} \mid \nabla \mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda) = \nabla f(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^{n_g} \lambda_i \nabla g_i(\mathbf{x}^*) + \sum_{j=1}^{n_h} \lambda_{n_g+j} \nabla h_j(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (15)$$

c) Complementaridade:

$$\lambda_i g_i(\mathbf{x}^*) = 0, \quad i = 1, \dots, n_g \quad (16)$$

d) Positividade

$$\lambda_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n_h \quad (17)$$

Considerando uma expansão de segunda ordem em série de Taylor da função $f(\mathbf{x})$ no ponto da iteração atual, \mathbf{x}^k , de acordo com:

$$f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}^k) + \nabla f(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{H}(\mathbf{x}^k) \mathbf{d} \quad (18)$$

onde $\mathbf{d} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^k$, $\nabla f(\mathbf{x}^k)$ é o vetor gradiente de f em \mathbf{x}^k , e $\mathbf{H}(\mathbf{x}^k)$ é uma aproximação definida positiva da matriz Hessiana da função Lagrangeana $\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda)$ de 15 em \mathbf{x}^k . Inicialmente, a matriz Hessiana é tomada como a matriz identidade e é atualizada nas iterações subsequentes pelo método BFGS (método Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) (NOCEDAL; WRIGHT, 2006).

O conjunto de equações das condições KKT, 14 a 17, é transformado no seguinte subproblema de programação quadrática:

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{d}}{\text{minimize}} \quad & f(\mathbf{x}^k) + \nabla f(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{H}(\mathbf{x}^k) \mathbf{d} \\ \text{sujeito à} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}^k) + \nabla \mathbf{g}(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d} \leq 0 \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}^k) + \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

para determinar a melhor direção de busca, \mathbf{d} , a partir do ponto \mathbf{x}^k e então proceder a atualização para o próximo ponto $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \alpha^k \mathbf{d}^k$. A principal razão para usar um subproblema quadrático, isto é, um problema com uma função objetivo quadrática e restrições lineares, é que tais problemas são relativamente fáceis de resolver e ainda, em sua função objetivo, podem refletir as não-linearidades do problema original (BOGGS; TOLLE, 1995). Uma descrição detalhada deste algoritmo pode ser encontrada em (NOCEDAL; WRIGHT,

2006; BOGGS; TOLLE, 1995; VANDERPLAATS, 1984). Em resumo, as principais etapas envolvidas no algoritmo SQP convencional (Silva, 2010) são:

1. Estabelecer uma solução inicial \mathbf{x}_0 ;
2. Construir uma aproximação inicial para a matriz Hessiana dos termos quadráticos da função objetivo, $H_0 = I$;
3. Enquanto o mínimo local não for encontrado, fazer:
 - a. Resolver o subproblema para encontrar a direção de busca \mathbf{d} ;
 - b. Realizar uma busca linear para determinar o tamanho do passo α na direção \mathbf{d} ;
 - c. Atualizar a solução, remetendo-a para a posição indicada;
 - d. Atualizar a matriz Hessiana via o esquema BFGS.

Neste estudo, é utilizado o algoritmo SQP disponível na função de otimização *fmincon* (MATHWORKS, 2018) do programa comercial Matlab[®] (MATLAB, 2018). Por padrão o *fmincon* utiliza um algoritmo de pontos interiores (BYRD; GILBERT; NOCEDAL, 2000; BYRD; HRIBAR; NOCEDAL, 1999), então é preciso especificar o algoritmo SQP através do seguinte comando: *options = optimoptions('fmincon','Algorithm','sqp')*.

3 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

A maior parte dos problemas reais encontrados na área de otimização envolve a obtenção de diversos objetivos que devem ser atingidos simultaneamente. Eles geralmente são conflitantes, ou seja, não existe uma solução única que otimize todos os objetivos ao mesmo tempo. Para tal classe de problemas devemos buscar um conjunto de soluções eficientes. Neste caso, temos o chamado problema de otimização multiobjetivo, ou problema de otimização com múltiplos critérios (COLLETTE; SIARRY, 2013). Distribuições eficientes de pontos de Pareto têm sido obtidas graças ao desenvolvimento de algoritmos eficientes tais como o NBI (Normal-Boundary Intersection)(DAS; DENNIS, 1998; MOTTA, 2009; MOTTA; AFONSO; LYRA, 2012), aqui utilizado.

3.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E CONCEITOS

O problema de otimização multiobjetivo (POM) pode ser expresso como:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \mathbf{F}(\mathbf{x}) &= [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_{n_{\text{obj}}}(\mathbf{x})], \quad n_{\text{obj}} \geq 2 \quad (POM) \\ \text{sujeito à} & \\ g_i(\mathbf{x}) &\leq 0, & i &= 1, \dots, n_g \\ h_j(\mathbf{x}) &= 0, & j &= 1, \dots, n_h \\ \mathbf{x}_l^k &\leq \mathbf{x}^k \leq \mathbf{x}_u^k, & k &= 1, \dots, n \end{aligned} \quad (20)$$

onde \mathbf{x} é o vetor das variáveis de projeto $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$, x_l^k e x_u^k são os limites inferior e superior da variável x_k , respectivamente; g e h representam as funções de restrição das n_g desigualdades e das n_h igualdades, respectivamente; porém os objetivos agora formam um vetor de n_{obj} funções objetivo $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), \dots, f_{n_{\text{obj}}}(\mathbf{x})]$, as quais precisam ser minimizadas.

3.1.1 Dominância

Quando se resolve o problema de otimização multiobjetivo existem vários projetos possíveis e apenas uma pequena parcela deles será de interesse e para tal deve existir uma relação de dominância entre a solução considerada e as outras soluções (COLLETTE; SIARRY, 2013). É dito que o vetor \mathbf{x}_1 domina o vetor \mathbf{x}_2 se:

1. \mathbf{x}_1 é ao menos tão bom quanto \mathbf{x}_2 para todos os objetivos, ou seja, $f_i(\mathbf{x}_1) \leq f_i(\mathbf{x}_2)$, para todos $i \in \{1, \dots, n_{\text{obj}}\}$;
2. \mathbf{x}_1 é estritamente melhor que \mathbf{x}_2 para pelo menos um objetivo, ou seja, existe $i \in \{1, \dots, n_{\text{obj}}\}$ tal que $f_i(\mathbf{x}_1) < f_i(\mathbf{x}_2)$.

Soluções que dominam as outras, mas nenhuma outra as dominam são chamadas soluções ótimas de acordo com o conceito de Pareto (ou soluções não dominadas). Um vetor \mathbf{x} é (globalmente) ótimo de Pareto se não existir qualquer vetor \mathbf{x}' tal que \mathbf{x}' domine o vetor \mathbf{x} . Uma interpretação gráfica desta definição usa o teorema do contato, que é definido da seguinte maneira: um vetor \mathbf{x} é um ótimo de Pareto para um POM se:

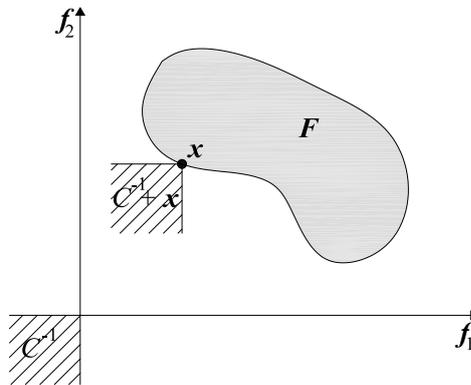
$$(C^{-1} + \mathbf{x}) \cap F = \{\mathbf{x}\} \quad (21)$$

onde F corresponde ao espaço viável e C^{-1} é o cone negativo, no espaço \mathbb{R}^k , definido da seguinte maneira (COLLETTE; SIARRY, 2013):

$$C^{-1} = \{\mathbf{x} | f(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^k \text{ e } f(\mathbf{x}) \leq 0\} \quad (22)$$

A maneira de usar esse teorema é ilustrada na Figura 4.

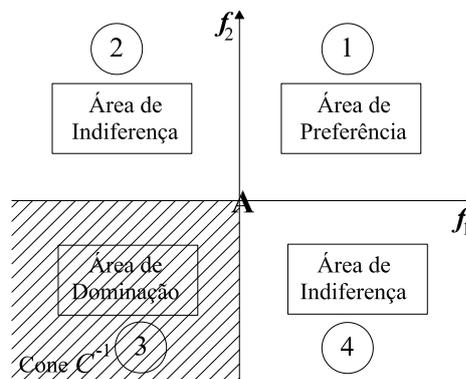
Figura 4 – Teorema do Contato



Fonte: adaptado de (COLLETTE; SIARRY, 2013)

Quando é aplicada a definição de dominância, é possível definir quatro áreas nas quais são associados um nível de preferência para cada uma. Essas áreas estão representadas na Figura 5.

Figura 5 – Nível de preferência e relação de dominação



Fonte: adaptado de (COLLETTE; SIARRY, 2013)

Por exemplo, se essa figura é centrada na solução A e compara-se essa solução com uma solução B, existem as seguintes possibilidades:

- Se a solução B pertence à área 1, então a solução A é preferível à solução B;
- Se a solução B pertence à área 3, então a solução A é dominada pela solução B;
- Se a solução B pertence à área 2 ou 4, então não é possível dizer se é preferível a solução A em comparação com a solução B ou se é preferível a solução B comparada à solução A.

3.1.2 Conceito de Pareto

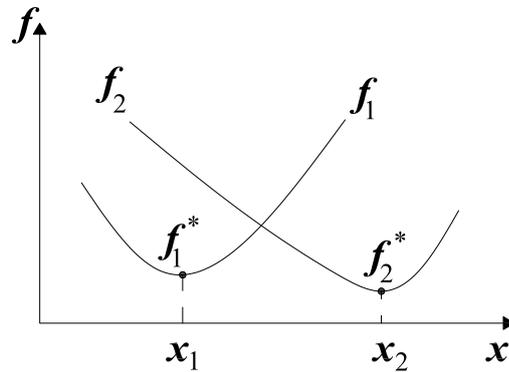
É raro o caso em que um único ponto otimize simultaneamente todas as funções objetivo em um problema de otimização multiobjetivo (COELLO, 2005). Para lidar com esse tipo de problema, geralmente procura-se por comprometerimentos, ou “*trade-offs*”, que é uma forma de determinar um ponto que satisfaça em parte os problemas de otimização multiobjetivo (POM) (Eqs 21 e 21). Neste caso, a noção de otimalidade é diferente do caso uniobjetivo, e é utilizado o termo: Otimalidade de Pareto (ARORA, 2007; COELLO, 2005).

Pontos ótimos de Pareto são pontos \mathbf{x}^P tais que não exista nenhum ponto \mathbf{x} tal que $f_k(\mathbf{x}) \leq f_k(\mathbf{x}^P)$ para todo $k = 1, \dots, n$ e $f_k(\mathbf{x}) < f_k(\mathbf{x}^P)$ para uma função objetivo ao menos.

Essa definição diz que \mathbf{x}^P é um ponto ótimo de Pareto se não existe nenhuma variável de decisão \mathbf{x} que diminuiria alguma função sem causar um aumento simultâneo em ao menos uma das outras funções. Esse conceito, quase sempre, não fornece uma única solução, mas sim um conjunto de soluções chamado de conjunto ótimo de Pareto.

A Figura 6 mostra esta situação, onde o ponto ótimo de Pareto é qualquer ponto no intervalo $\mathbf{x}_1 \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_2$. Devido às restrições, o ponto ótimo de Pareto pode estar localizado ao longo do contorno da região viável (MOTTA, 2009; MOTTA; AFONSO; LYRA, 2012).

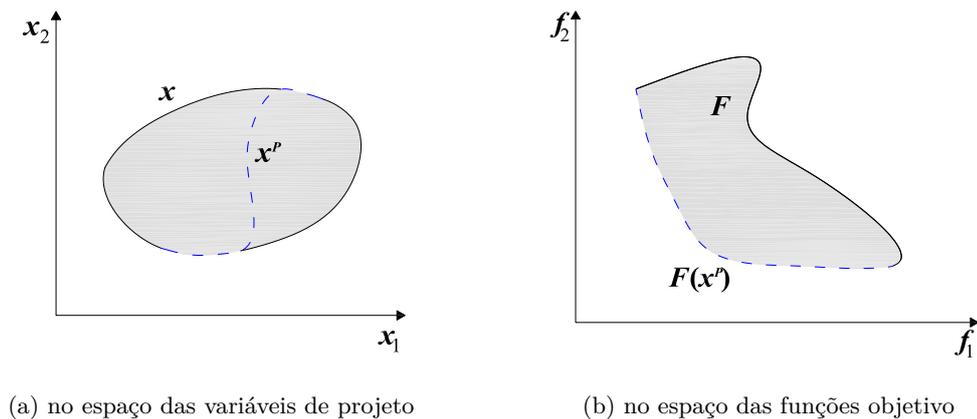
Figura 6 – Problema de otimização com uma variável e duas funções objetivo



Fonte: adaptado de (MOTTA; AFONSO; LYRA, 2012)

Em problemas de otimização multiobjetivo é muito importante formular o problema no espaço das funções objetivo. Isto pode ser feito usando-se um sistema de equações geradas pelas funções objetivo e conjuntos das restrições viáveis e ativas. Para cada projeto viável, haverá correspondentes valores das funções objetivo que definirão o espaço viável das funções objetivo. Sobre seu contorno se localizam os pontos ótimos de Pareto. Na Figura 7, tem-se o exemplo de um problema com duas variáveis de projeto e duas funções objetivo. Em ambas as Figuras 7a e 7b, a linha tracejada representa os pontos ótimos de Pareto.

Figura 7 – Região viável e pontos de Pareto



(a) no espaço das variáveis de projeto

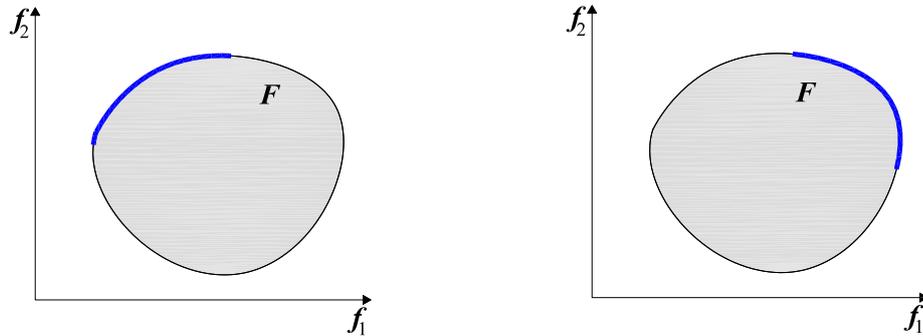
(b) no espaço das funções objetivo

Fonte: adaptado de (COLLETTE; SIARRY, 2013)

Uma propriedade que deve ser destacada é a forma da frente de Pareto, pois a mesma depende do tipo de problema considerado. A forma mais comum de frente de Pareto, quando se deseja minimizar todas as funções objetivo, é a mostrada na Figura 7b. Estas formas são típicas de problemas multiobjetivos com um conjunto convexo de soluções (COLLETTE; SIARRY, 2013). Outras diferentes formas da frente de Pareto

aparecem quando a formulação do problema de otimização é alterada, ver Figura 8, por exemplo, quando se deseja minimizar a função objetivo f_1 e maximizar a função objetivo f_2 , como mostra a Figura 8a, ou maximizar f_1 e f_2 , como mostra a Figura 8b.

Figura 8 – Formas da frente de Pareto de acordo com a formulação do problema de otimização



(a) Maximização de f_2 e minimização de f_1 (b) Maximização de f_2 e maximização de f_1

Fonte: adaptado de (COLLETTE; SIARRY, 2013)

3.1.3 Qualidade da distribuição da Frente de Pareto - Equitatividade

As soluções de Pareto devem estar bem distribuídas. Um conjunto de pontos é igualmente distribuído ao longo de uma região se nenhuma parte da região está sobre ou sub-representada nesse conjunto de pontos, comparado com outras partes. Uma medida da equitatividade, ou homogeneidade, da distribuição é descrita por (MESSAC; MATTSON, 2004; MOTTA; AFONSO; LYRA, 2012), na qual duas distâncias relacionadas com cada ponto do conjunto são calculadas, chamadas d_{inf} e d_{sup} . O parâmetro d_{inf} se refere à distância mínima de um ponto x_i a um outro ponto x qualquer. O parâmetro d_{sup} indica o diâmetro máximo de uma esfera, que tangencia o ponto x_i e que toca outro ponto qualquer do conjunto, tal que nenhum outro ponto esteja dentro da esfera. O parâmetro equitatividade é calculado segundo a Equação 23:

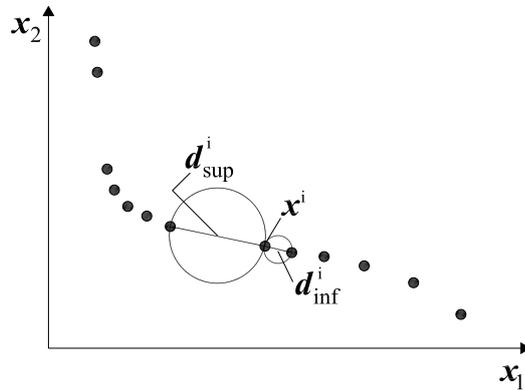
$$eq = \frac{\sigma(D)}{\mu(D)} \quad (23)$$

Na qual D é um vetor coluna formado por d_{inf} e d_{sup} :

$$D = [d_{inf}; d_{sup}] \quad (24)$$

e σ é o desvio padrão e μ é a média aritmética de D . Um conjunto de pontos é dito exatamente bem distribuído quando $eq = 0$. A Figura 9 ilustra a abordagem para a medida da equitatividade de uma distribuição de pontos (MESSAC; MATTSON, 2004).

Figura 9 – Descrição gráfica das medidas para o cálculo da equitatividade



Fonte: adaptado de (MESSAC; MATTSON, 2004)

3.2 MÉTODO DA INTERSECÇÃO DO CONTORNO-NORMAL

O método da Interseção Contorno-Normal ou *Normal Boundary Intersection* (NBI) (DAS; DENNIS, 1998; MOTTA, 2009) é uma técnica criada para encontrar pontos eficientes (ou pontos NBI) do contorno do espaço viável gerado pelos vetores objetivos alcançáveis, $F(\mathbf{x}) : \mathbf{x} \in \mathbb{C}$, que possibilitem a construção de uma curva suave, de forma que o projetista possa definir em qual daqueles pontos será considerada a solução compromisso para o problema multiobjetivo. Quando os pontos eficientes estiverem sobre uma parte do contorno suficientemente convexa daquele espaço viável, esses são definidos como pontos de Pareto. Isto acontece para a grande maioria dos casos estudados na engenharia. Porém, se aqueles pontos estiverem na parte côncava do contorno, não há a garantia de que eles sejam pontos de Pareto. Apesar disso, esses pontos contribuem para que a curva de Pareto seja definida.

A ideia central do NBI é determinar pontos em uma porção do contorno do espaço das funções objetivo, a qual contém os pontos ótimos de Pareto. Tais pontos podem ser encontrados resolvendo-se um problema de otimização. No que se segue, apresentam-se, inicialmente, algumas terminologias específicas do método para, em seguida, a metodologia ser detalhada.

Define-se \mathbf{F}^* como sendo o vetor do mínimo local das funções objetivo, denominado de Ponto Utópico (Shadow Minima ou Utopia Point) (DAS; DENNIS, 1998), representado por:

$$\mathbf{F}^* = [f_1^*, f_2^*, \dots, f_{nobj}^*] \quad (25)$$

onde cada f_i^* representa um mínimo local individual. Sendo o vetor \mathbf{x}_i^* a solução ótima de $f_i(\mathbf{x})$, $i = 1, \dots, nobj$, temos que $f_i^* = f_i(\mathbf{x}_i^*)$. Define-se a envoltória convexa do mínimo individual (ECMI) como:

$$\left\{ \phi\boldsymbol{\beta} : \boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^{nobj}, \sum_{i=1}^{nobj} \beta_i = 1, \beta_i \geq 0 \right\} \quad (26)$$

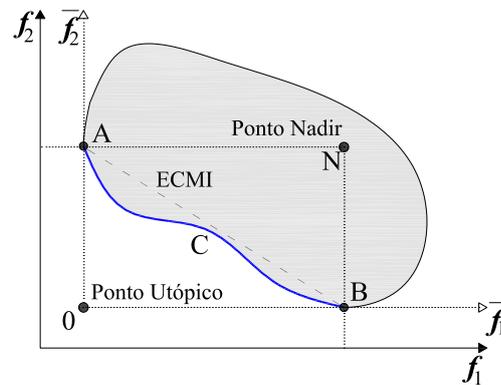
Os pontos pertencentes à ECMI são definidos por um conjunto de pontos do \mathbb{R}^{nobj} , que são definidos pelas combinações convexas de $\{\mathbf{F}(\mathbf{x}_i^*) - \mathbf{F}^*\}$ armazenados sob a forma de matriz ϕ , denominada de "pay-off". Esta matriz pode ser escrita como:

$$\phi(i, j) = f_i(\mathbf{x}_j^*) - f_i^*, \quad i = 1, \dots, nobj; \quad j = 1, \dots, nobj \quad (27)$$

Um exemplo da representação gráfica da ECMI é ilustrada na Figura 10. Nesta figura é considerado que na origem esteja o ponto de utopia \mathbf{F}^* e, dessa forma, todas as funções objetivo são não negativas, isto é, $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ é substituída por $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x})$ que é definida da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}^* \quad (28)$$

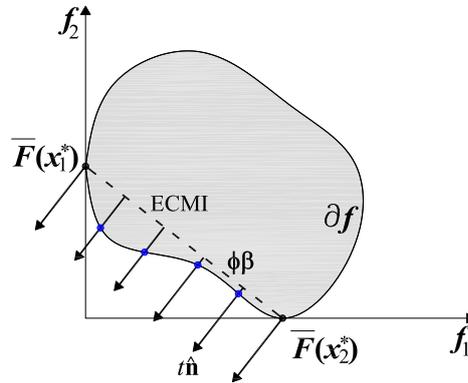
Figura 10 – Representação gráfica da ECMI num espaço bidimensional



Fonte: adaptado de (MOTTA, 2009)

Com esta redefinição, observa-se na Figura 10 que o ponto A é o ótimo da função objetivo 1, $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}_1^*)$, e o ponto B é ponto ótimo da função objetivo 2, $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}_2^*)$, 0 é a origem e ao mesmo tempo o ponto Utópico \mathbf{F}^* , o segmento tracejado é a ECMI, enquanto que o arco ACB é a fronteira de Pareto no espaço das funções objetivo. O ponto N também é um ponto característico, chamado ponto nadir, ou anti-ideal, onde suas coordenadas correspondem ao pior valor obtido de cada função objetivo.

A ideia geométrica associada ao método é que tais pontos de Pareto são encontrados a partir da interseção da reta quase-normal à ECMI, apontada para a origem, e o contorno $\partial \mathbf{f}$, como ilustrado na Figura 11. Nesta, observa-se que a família dos vetores quase-normais, uniformemente espaçados, intercepta os pontos igualmente espaçados sobre o contorno. Estes pontos serão pontos de Pareto se estiverem em uma região convexa da superfície, caso contrário, o ponto pode ou não ser um ótimo de Pareto. Em todo caso, mesmo que estes pontos não sejam ótimos, o método permite descobrir pontos em uma região convexa ou não-convexa.

Figura 11 – Conjunto viável sobre o mapeamento de f no espaço das funções objetivo

Fonte: adaptado de (MOTTA, 2009)

Dados os parâmetros β , $\phi\beta$ representa pontos sobre a ECMI. Seja \hat{n} o vetor unitário quase-normal à ECMI, i.e., a direção que liga o ponto médio da ECMI ao ponto utópico \mathbf{F}^* . Então, $\phi\beta + t\hat{n}$, com $t \in \mathbb{R}$, representa o conjunto de pontos sobre \hat{n} , que formam uma reta quase-normal à ECMI. A interseção entre a reta quase-normal à ECMI, e o contorno que define o espaço $\{\mathbf{F}(\mathbf{x}) \in \mathcal{C}\}$, onde \mathcal{C} é o espaço viável das variáveis de projeto, $\mathcal{C} = \{\mathbf{x} : h(\mathbf{x}) = 0, g(\mathbf{x}) \leq 0, \mathbf{x}^l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^u\}$, mais próximo da origem é a solução do seguinte problema de programação não linear:

$$\underset{\mathbf{x}, t}{\text{maximize}} \quad t \quad (29)$$

sujeito às restrições definidas na Equação 20 e às restrições adicionais:

$$\phi\beta + t\hat{n} = \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) \quad (30)$$

sendo esta equação de restrição a garantia do mapeamento de \mathbf{x} por $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x})$ sobre a reta quase-normal, onde $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}^*$.

O problema apresentado nas Equações 29 e 30 e as restrições da Equação 20 passam a ser definidos como um subproblema NBI, representado por NBI_β , considerando que β seja o parâmetro que caracteriza o subproblema. Resolvendo esse subproblema para um conjunto de parâmetros β , encontra-se um conjunto de pontos sobre ∂f que poderão fornecer uma curva suavizada. Esses pontos serão pontos de Pareto caso estejam numa região convexa de ∂f , caso contrário, eles poderão não ser pontos ótimos de Pareto, mas serão úteis na suavização da curva e podem permitir o julgamento através da análise da dominância do ponto se esse ponto é ou não de Pareto.

3.2.1 Solução NBI via SAO

No SAO aplicado a múltiplos objetivos, a ideia principal é basicamente a mesma empregada no SAO tradicional, aplicado a um único objetivo, onde é feita a decomposição

do problema de otimização em uma sequência de subproblemas menores, ou seja, para uso em conjunto com o NBI, cada subproblema NBI é decomposto em uma sucessão de subproblemas menores, e o algoritmo de otimização opera sobre o modelo substituído confinado uma pequena região do domínio de projeto, ao invés de usar as respostas obtidas da simulação.

Para soluções multiobjetivo via NBI, o SAO foi adaptado da seguinte maneira. Inicialmente é escolhido o número de pontos de Pareto (p). Em seguida, o algoritmo SAO é utilizado em cada uma das funções objetivo, para a solução dos ótimos individuais, para obtenção do ponto utópico \mathbf{F}^* e determinação da ECMI e do vetor $\hat{\mathbf{n}}$. Para os demais pontos pertencentes à ECMI (p pontos), o SAO é aplicado em $\widehat{\mathbf{F}}(\mathbf{x})$ que pertence às restrições adicionais $\phi\boldsymbol{\beta} + t\hat{\mathbf{n}} = \widehat{\mathbf{F}}(\mathbf{x})$, a formulação matemática é descrita na Equação 31.

$$\begin{aligned}
 & \underset{x,t}{\text{maximize}} && t \\
 & \text{sujeito à} && \hat{g}_i^k(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, n_g \\
 & && \hat{h}_j^k(\mathbf{x}) = 0, \quad j = 1, \dots, n_h \\
 & && \phi\boldsymbol{\beta} + t\hat{\mathbf{n}} = \widehat{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) \\
 & && x_l \leq x_l^k \leq x^k \leq x_u^k \leq x_u
 \end{aligned} \tag{31}$$

onde x_l^k e x_u^k são definidos da mesma forma que é apresentado na Equação 8, e as funções, \hat{g}_i^k e \hat{h}_j^k são as funções substituídas das restrições de igualdade e de desigualdade, na k -ésima iteração do SAO, já a função substituída criada para a restrição imposta pelo método NBI é criada de forma diferente das funções para as demais restrições. A função substituída para restrição do NBI é composta por termos do modelo de alta fidelidade (a esquerda da desigualdade) e pelo termo do modelo substituído (a direita da desigualdade). Para definir ϕ e $\hat{\mathbf{n}}$, é necessária o conhecimento da ECMI e do ponto utópico, \mathbf{F}^* , que são obtidos na etapa inicial da otimização. Para definição função substituída normalizada, que é apresentada no segundo termo, é considerada equação:

$$\widehat{\mathbf{F}}_k(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{F}}_k(\mathbf{x}) - \mathbf{F}^* \tag{32}$$

onde $\hat{\mathbf{F}}_k$ é a função substituída criada com o modelo de RBF, na k -ésima iteração.

Entre um subproblema e outro a RC é reiniciada para o valor inicial, enquanto que o ponto inicial do novo subproblema é tomado como o ponto ótimo do subproblema anterior.

O NBI pode encontrar dificuldades quando a frente de Pareto apresenta descontinuidades. Estas descontinuidades podem direcionar o algoritmo a fornecer soluções dominadas como resultado da otimização (OLIVEIRA, 2013).

4 FORMULAÇÃO DETERMINÍSTICA E ROBUSTA DO PROBLEMA DE GERENCIAMENTO ÓTIMO NA INJEÇÃO DE ÁGUA EM RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO

O presente trabalho se encontra dentro do contexto de gerenciamento através da injeção de água para alocação das vazões de produção e injeção (OLIVEIRA, 2006; OLIVEIRA, 2013).

A injeção de água é o principal método de recuperação secundária de óleo, devido ao baixo custo associado ao uso da água, assim como à maior estabilidade do processo se comparado ao uso de gás. Esse mecanismo de produção se aplica a dois propósitos, na varredura ou deslocamento do óleo para os poços produtores e na manutenção de pressão do reservatório que energiza o sistema. A eficácia da injeção de água depende de várias propriedades do reservatório, tais como viscosidade do óleo, razão de mobilidade entre o óleo e a água, permeabilidade, porosidade, entre outras características (ASADOLLAHI, 2012; BROUWER; JANSEN, 2002; NÆVDAL; BROUWER; JANSEN, 2006)

4.1 FUNÇÃO OBJETIVO VPL

No problema uniobjetivo a função objetivo de interesse consiste no indicador valor presente líquido (VPL), definido como o somatório dos valores das entradas e saídas do fluxo de caixa, descontados de uma taxa mínima de atratividade a uma determinada data, conforme a Equação 33. A função (J_{VPL}) pode ser vista como uma forma de soma ponderada das funções produção acumulada de óleo e injeção acumulada de água.

$$J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta) = \sum_{t=0}^{N_t} \frac{1}{(1+d)^{\tau t}} \Delta\tau_t \left[\sum_{p \in P} (r_o q_{p,t}^o - c_w q_{p,t}^w) - \sum_{p \in I} (c_{wi} q_{p,t}^w) \right] \quad (33)$$

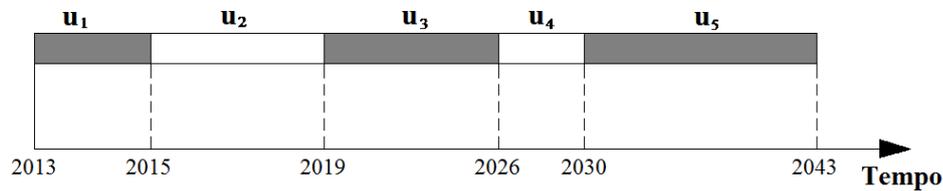
Nessa equação, \mathbf{u} é o vetor das variáveis de controle, θ é o vetor dos parâmetros do modelo do reservatório, por exemplo o campo de permeabilidade, que pertence ao espaço de incertezas desconhecido Θ ; r_o é a receita do óleo produzido; c_w e c_{wi} são os custos de produção e injeção de água; $q_{p,t}^o$ e $q_{p,t}^w$ são as vazões médias de óleo e água do poço p no tempo t ; d é a taxa de desconto anual aplicada ao capital; $\Delta\tau_t$ é o intervalo de tempo do t -ésimo passo de tempo; P e I correspondem às plataformas dos poços produtores e injetores, respectivamente; N_t é o tempo de concessão do reservatório.

4.2 VARIÁVEIS DE CONTROLE E PARÂMETROS DO MODELO

Na Equação 33, a função objetivo é função das variáveis de controle, \mathbf{u} , e dos parâmetros incertos do modelo, θ . Das possibilidades existentes quanto às variáveis de controle do problema \mathbf{u} , são aqui utilizadas as máximas vazões permitidas nos poços, que estão diretamente relacionadas à função objetivo, ou as pressões de fundo de poço, que se

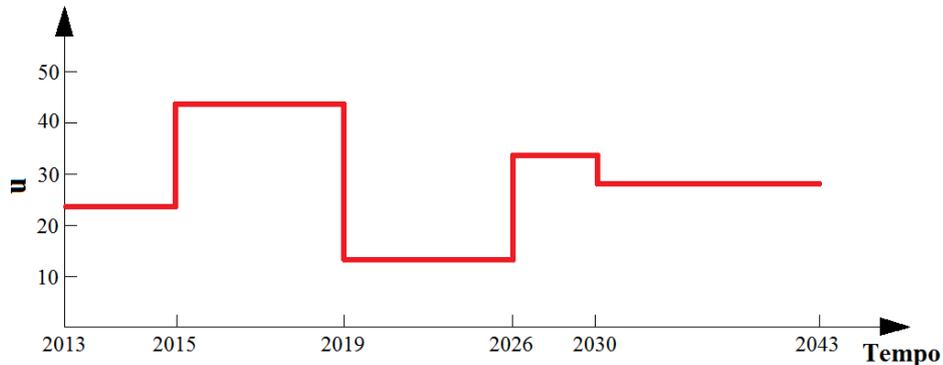
relacionam indiretamente. Estas variáveis podem ser controladas em diferentes tempos ao longo da simulação, sendo assim, as variáveis de controle são escritas como $u_{p,t}$, em que p representa o poço a qual está associada a variável e t o tempo ao longo do qual a variável é constante, o que define um ciclo de controle. Esquemáticamente, o ciclo de controle pode ser representado pela Figura 12, que também pode ser visto como uma função constante por partes, dado que em um conjunto finito de ciclos de controle, os controles são constantes em cada um deles, como mostra a Figura 13, que é uma representação da variável de controle nos ciclos de controle estabelecidos pela Figura 12.

Figura 12 – Exemplo de ciclos de controle com tempos de mudança fixo



Fonte: adaptado de (PINTO, 2014)

Figura 13 – Funções constantes representando as variáveis de controle em determinados ciclos de controle



Fonte: o autor (2019)

Embora cada poço pudesse ter seu próprio ciclo de controle, neste trabalho todos são alterados no mesmo ciclo. Desta forma, o número de variáveis de controle do problema, utilizando esta formulação, é dado por:

$$N_v = N_w \times N_{cc} \quad (34)$$

onde N_v é o número de variáveis de controle, N_w é o número de poços e N_{cc} é o número de ciclos de controle.

Quando as máximas vazões nos poços em diferentes tempos ao longo da simulação

são as variáveis de controle idealizadas para o problema é feita uma regularização das vazões através do rateio em relação à capacidade máxima do tipo do poço considerado. Logo, temos como variáveis:

$$u_{p,t} = \frac{q_{p,t}}{q_{l,\max}}, p \in P; \quad u_{p,t} = \frac{q_{p,t}}{q_{inj,\max}}, p \in I \quad (35)$$

onde $q_{p,t}$ é a vazão máxima atribuída ao poço p (produtor (P) ou injetor (I)) no intervalo de tempo t , $q_{l,\max}$ é a vazão de produção máxima de líquidos permitida para os poços produtores e $Q_{inj,\max}$ é a vazão de injeção máxima de água permitida para os poços injetores. As restrições de pressão de fundo de poço (*Bottom Hole Pressure* - BHP) são, neste caso, tratadas pelo simulador.

No caso da variável de controle ser o BHP a normalização é feita usando o mínimo BHP dos poços produtores e o máximo BHP dos poços injetores, como segue:

$$u_{p,t} = \frac{BHP_{p,t}}{BHP_{\min}}, p \in P; \quad u_{p,t} = \frac{BHP_{p,t}}{BHP_{\max}}, p \in I \quad (36)$$

onde $BHP_{p,t}$ é a pressão de fundo de poço informada ao poço p (produtor (P) ou injetor (I)) no intervalo de tempo t , BHP_{\min} é o valor mínimo do BHP para os poços produtores e BHP_{\max} é o valor máximo do BHP para os poços injetores. Para este caso, a restrição de vazão de cada poço, que se tornaria uma função não linear do BHP, é controlada pelo simulador. Em cada estudo de caso é indicada qual variável é utilizada.

4.3 GESTÃO DETERMINÍSTICA

No caso em que não há variação dos parâmetros geológicos do reservatório, é utilizada a formulação determinística do problema de injeção de água. Neste trabalho, essa formulação está relacionada à otimização nominal. Matematicamente, esta formulação pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{u}}{\text{maximize}} && J_{\text{VPL}}(\mathbf{u}, \theta) \\ & \text{sujeito à} && \sum_{p \in P} u_{p,t} \leq U_{P,\max} \\ & && \sum_{p \in I} u_{p,t} \leq U_{I,\max} \\ & && u_{p,t}^{\text{inf}} \leq u_{p,t} \leq u_{p,t}^{\text{sup}}; \quad p = 1 \dots N_w \end{aligned} \quad (37)$$

onde $U_{p,\max}$ é o máximo valor permitido para a plataforma de poços produtores e $U_{i,\max}$ é o máximo valor para a plataforma de poços injetores, ambos regularizados de acordo com o tipo de variável de controle utilizada, como mostrado na seção 4.2. Quando os controles são as vazões nos poços, U_{\max} representa Q_{\max}/q_{\max} para poços produtores ou injetores, onde Q_{\max} é a vazão máxima da plataforma correspondente. Quando a variável é o BHP,

$U_{\max} = 1$, devido ao máximo BHP da plataforma ser o mesmo do poço. Os termos $u_{p,t}^{\inf}$ e $u_{p,t}^{\sup}$ se referem aos limites inferiores e superiores das variáveis de controle, respectivamente; N_w é o número total de poços. Uma aplicação da gestão determinística, que utiliza um esquema de otimização hierárquica a curto e longo prazo é mostrada no Apêndice A.

4.4 GESTÃO BASEADA EM INCERTEZAS

Na modelagem numérica do reservatório várias simplificações são feitas a fim de permitir aliviar o alto custo computacional com a simulação de reservatórios geologicamente muito refinados. Além disso, existe muita incerteza associada à caracterização dos reservatórios, devido ao pouco conhecimento da geologia de subsuperfície, tais como dados insuficientes da sísmica, de amostras indeformadas (*core samples*) e diagrfias (*well logs*) (ESSEN et al., 2009; SIRAJ; HOF; JANSEN, 2016). As informações obtidas são válidas apenas na vizinhança próxima aos poços e a incerteza aumenta com a distância aos mesmos. O uso de dados sísmicos pode ser interpretado de várias formas para um mesmo conjunto de dados. Além disso, a distribuição verdadeira das propriedades do reservatório, tais como porosidade e permeabilidade, continuará desconhecida. Desta forma, a otimização baseada em apenas um único e incerto modelo geológico não é confiável.

Para quantificar as incertezas em um modelo geológico, métodos geoestatísticos podem ser utilizados através da construção de múltiplas realizações das propriedades do reservatório (ESSEN et al., 2009; YASARI; PISHVAIE, 2015; CAPOLEI et al., 2013). Essas realizações podem ser escritas como uma discretização do espaço de incertezas desconhecido Θ :

$$\theta_d = \{\theta_1, \dots, \theta_{N_T}\} \in \Theta \quad (38)$$

4.4.1 Formulação baseada no valor esperado e no desvio padrão do VPL

No contexto da otimização robusta, o conjunto de realizações pode ser usado de diferentes formas para tratar o impacto das incertezas. A função objetivo mais direta da otimização robusta é baseada no resultado esperado do VPL do conjunto de realizações, pois deseja-se obter uma maior média do VPL. Como a otimização do valor esperado não garante uma baixa variância do VPL, nesta abordagem a função objetivo envolve a incorporação da variância dos resultados. A variância, neste caso, representa o risco do projeto proveniente das incertezas geológicas, o qual queremos mitigar. A função objetivo na otimização robusta, J_{OR} , contando com incertezas representadas pelas múltiplas realizações,

pode ser definida da seguinte maneira (ESSEN et al., 2009; YASARI; PISHVAIE, 2015):

$$\begin{aligned}
 J_{ORVPL} &= E[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_d)] - r\sigma[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_d)] \\
 \text{onde } E[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_d)] &= \frac{1}{N_T} \sum_{i=1}^{N_T} J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_i) \\
 \text{e } \sigma[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_d)] &= \sqrt{\frac{1}{N_T - 1} \sum_{i=1}^{N_T} (J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_i) - E[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_d)])^2}
 \end{aligned} \tag{39}$$

Nesta equação, θ_d representa um número finito do conjunto de vetores dos parâmetros do modelo ou de realizações geoestatísticas, mostrado na Equação 38, N_T é o número total destas realizações, usada para caracterizar a incerteza do modelo. Percebe-se que uma avaliação da função J_{OR} requer N_T simulações do reservatório, logo a otimização robusta é N_T vezes mais custosa, computacionalmente, que a otimização determinística. O coeficiente r é um fator de risco que pondera o *trade-off* entre o valor esperado e o desvio padrão ((YASARI et al., 2013) apud (HOWARD, 1971)). De acordo com a Equação 39, um r positivo significa uma aversão ao risco, neste caso o tomador de decisão quer minimizar a variabilidade dos valores obtidos, já um r negativo significa que ele é pró-risco, neste caso em prol de um maior valor esperado aceita-se um acréscimo do risco, ou maior variabilidade do resultado, enquanto $r = 0$ significa neutralidade ao risco, ou seja, se deseja apenas maximizar o valor esperado. Neste trabalho, na maioria das aplicações, é considerado um fator r positivo, logo avesso ao risco.

A formulação da otimização robusta é apresentada na Equação 40.

$$\begin{aligned}
 &\underset{\mathbf{u}}{\text{maximize}} && J_{ORVPL} \\
 &\text{sujeito à} && \sum_{p \in P} u_{p,t} \leq U_{p,\max} \\
 & && \sum_{p \in I} u_{p,t} \leq U_{i,\max} \\
 & && u_{p,t}^{\inf} \leq u_{p,t} \leq u_{p,t}^{\sup} ; \quad p = 1 \dots N_w
 \end{aligned} \tag{40}$$

4.4.2 Subconjunto de Realizações Representativas

Como apontado anteriormente, a avaliação das funções objetivo envolvidas na otimização robusta requer a simulação de cada realização individual, isto significa que o tempo de simulação para N_T realizações seria N_T vezes maior que o tempo necessário para a otimização baseada em uma única realização, não contando com o uso de paralelização nesta avaliação. Consequentemente, seria bastante custoso utilizar todas as N_T realizações na otimização robusta.

Para superar esse problema, o passo inicial no processo de otimização robusta consiste em selecionar um subconjunto de realizações que representem a incerteza global do reservatório. Com base neste subconjunto, as estatísticas necessárias são aproximadas.

Nesta tese, duas abordagens são empregadas para essa seleção de realizações representativas, são elas esquemas baseados em ranqueamento e em clusterização, ou análise de agrupamento. Tais ferramentas visam selecionar poucos modelos representativos de um conjunto potencialmente muito grande de realizações. Após as N_T realizações serem classificadas, um pequeno conjunto de N_R realizações representativas pode ser escolhido para a otimização robusta, designado como (YANG et al., 2011):

$$\theta_R = \{\theta_1, \dots, \theta_{N_R}\} \subseteq \theta_d = \{\theta_1, \dots, \theta_{N_T}\} \subseteq \Theta \quad (41)$$

Com esse pequeno conjunto de realizações, θ_R , a formulação da otimização robusta pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{u}}{\text{maximize}} && J_{OR_{VPL,R}} = E[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_R)] - r\sigma[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_R)] \\ & \text{sujeito à} && \sum_{p \in P} u_{p,t} \leq U_{p,\max} \\ & && \sum_{p \in I} u_{p,t} \leq U_{i,\max} \\ & && u_{p,t}^{\inf} \leq u_{p,t} \leq u_{p,t}^{\sup}; \quad p = 1 \dots N_w \end{aligned} \quad (42)$$

onde

$$\begin{aligned} E[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_R)] &= \frac{1}{N_R} \sum_{i=1}^{N_R} J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_i) \\ \text{e} \quad \sigma[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_R)] &= \sqrt{\frac{1}{N_R - 1} \sum_{i=1}^{N_R} \left(J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_i) - E[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_R)] \right)^2} \end{aligned} \quad (43)$$

No término da otimização, a solução ótima obtida considerando o subconjunto N_R de realizações é propagada no conjunto original das N_T realizações. As soluções dos modelos aqui utilizados se referem à propagação no conjunto original.

4.4.2.1 Realizações Representativas via Ranqueamento

O ranqueamento é uma ferramenta popular no campo da geoestatística para selecionar realizações baseadas no seu desempenho, por exemplo em relação ao VPL, fornecendo uma visão probabilística do desempenho. As realizações são ordenadas segundo algum critério de interesse e algumas realizações representativas são selecionadas, reduzindo os parâmetros de entrada para o processo de simulação (LAJEVARDI, 2015).

Escolher aleatoriamente um subconjunto de realizações geológicas pode não representar com precisão a incerteza. O ranqueamento, por sua vez, é um método que melhor seleciona as realizações cujas respostas se mantenham nos limites esperados, ou seja, que representem com alguma precisão a incerteza de produção (FENIK et al., 2009; DEUTSCH; SRINIVASAN et al., 1996; MCLENNAN; DEUTSCH, 2005). A ideia de ordenar realizações geoestatísticas foi popularizada na geoestatística em 1992 (BALLIN et

al., 1992).

O objetivo central do ranqueamento é explorar as medidas geológicas (realizações) para selecionar com precisão as que correspondam às baixas (P10), médias (P50) e altas (P90) respostas de produção. Os resultados de produção dessas poucas realizações geológicas irão, então, caracterizar a incerteza geológica, distinguindo o comportamento da média da produção, de seus limites superiores e inferiores (MCLENNAN; DEUTSCH, 2005).

A fim de melhor caracterizar o comportamento das realizações, a principal abordagem referente ao número de realizações aqui utilizadas corresponde ao uso dos percentis P10, P20, ..., P90, que são usadas de tal forma que a média e o desvio padrão desse pequeno conjunto permaneçam o mais próximo possível dos obtidos pelo conjunto original. Dependendo do reservatório utilizado, o número de realizações pode ser alterado.

4.4.2.2 Realizações Representativas via Agrupamento

Outra maneira de obter modelos representativos de um conjunto de realizações é agrupar seus valores de VPL de acordo com alguns critérios de semelhança entre dados da realização. O agrupamento (*clustering*) destina-se a ajudar o usuário a descobrir e compreender a estrutura natural em um conjunto de dados e a abstrair o significado de um grande conjunto de dados. O objetivo da atividade de agrupamento é dividir um grupo de dados em um determinado número de subgrupos com comportamento similar (HARKANTH; PHULPAGAR, 2013).

Nesse trabalho é utilizado o algoritmo K-means (ARTHUR; VASSILVITSKII, 2007), que agrupa os dados tentando separar amostras em n grupos de igual variância, minimizando um critério conhecido como inércia ou soma de quadrados dentro da aglomeração (*cluster*). Esse algoritmo requer que o número de aglomerações seja especificado e se adapta bem a um grande número de amostras (ARTHUR; VASSILVITSKII, 2007; IGUAL; SEGUÍ, 2017; SHIRANGI; DURLOFSKY, 2016).

O algoritmo K-means divide uma amostra X de tamanho N em K aglomerações disjuntas C , cada uma descrita pela média das amostras na aglomeração. As médias são comumente chamadas de centroides de agrupamento; nota-se que elas não são, em geral, pontos de X , embora pertençam ao mesmo espaço. O algoritmo K-means tem como objetivo escolher centroides que minimizem o critério da inércia, ou soma dos quadrados, dentro da aglomeração:

$$\sum_{i=0}^N \min_{\mu_j \in C} (\|x_j - \mu_i\|^2) \quad (44)$$

A inércia pode ser reconhecida como uma medida de quão internamente coerentes são as aglomerações. Muitos algoritmos de agrupamento sofrem de ineficiência quando executados em dados de dimensões elevadas devido à inerente escassez de dados, pois à medida que o número de dimensões aumenta, as medidas de distância se tornam equivalentes (BERCHTOLD et al., 1997; PARSONS; HAQUE; LIU, 2004).

4.4.3 Formulação do valor esperado do VPL sob restrição do desvio padrão

Neste caso, a função objetivo da Equação 40 é substituída pela Equação 45a, e pela restrição da Equação 45b, relacionada com cada realização é adicionada nas restrições previamente indicadas.

$$J_{OR} = E[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_R)] \quad (45a)$$

$$\sigma[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_R)] < \sigma_{ON}[J_{VPL}(\mathbf{u}^*, \theta_R)] \quad (45b)$$

em que σ_{ON} representa o desvio padrão da otimização nominal (ON), \mathbf{u}^* é o controle ótimo da ON, e σ representa o desvio padrão para o controle atual.

4.4.4 Formulação Robusta Multiobjetivo

Nesse cenário, uma formulação multiobjetivo clássica, baseada no conceito de Pareto, é aplicada para conduzir a otimização robusta. Duas abordagens, com diferentes funções objetivo, são investigadas para levar em conta as incertezas geológicas.

A primeira abordagem tem como funções objetivo conflitantes a média e o desvio padrão do VPL. A formulação deste problema multiobjetivo é dada por:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{u}}{\text{maximize}} \quad \mathbf{F} = (E[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_R)], -\sigma[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_R)]) \\ & \text{sujeito à} \quad \sum_{p \in P} u_{p,t} \leq U_{p,\max} \\ & \quad \quad \quad \sum_{p \in I} u_{p,t} \leq U_{i,\max} \\ & \quad \quad \quad u_{p,t}^{\inf} \leq u_{p,t} \leq u_{p,t}^{\sup} ; \quad p = 1 \dots N_w \end{aligned} \quad (46)$$

onde $E[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_R)]$ e $\sigma[J_{VPL}(\mathbf{u}, \theta_R)]$ são, respectivamente, a média e o desvio padrão dos valores do VPL avaliados no subconjunto de realizações geológicas.

Já a segunda abordagem utiliza como par de funções objetivo robustas o VPL ($J_{RO_{VPL}}$), que deseja-se maximizar, e a água acumulada injetada ($J_{RO_{WI}}$), que se procura minimizar. A formulação desta abordagem é dada por:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{u}}{\text{maximize}} \quad \mathbf{F} = (J_{RO_{VPL,R}}, -J_{RO_{WI,R}}) \\ & \text{sujeito à} \quad \sum_{p \in P} u_{p,t} \leq U_{p,\max} \\ & \quad \quad \quad \sum_{p \in I} u_{p,t} \leq U_{i,\max} \\ & \quad \quad \quad u_{p,t}^{\inf} \leq u_{p,t} \leq u_{p,t}^{\sup} ; \quad p = 1 \dots N_w \end{aligned} \quad (47)$$

onde $J_{RO_{VPL,R}}$ foi definido pela Equação 42 e $J_{RO_{WI,R}}$ é escrito como:

$$J_{RO_{WI,R}} = E[J_{WI}(\mathbf{u}, \theta_R)] - r\sigma[J_{WI}(\mathbf{u}, \theta_R)] \quad (48)$$

e a água acumulada injetada $J_{WI} = \sum_{p \in I} q_{p,t}$. O desvio padrão para a água injetada segue a mesma formulação usada na Equação 43.

As variáveis de controle utilizadas em ambas abordagens são as vazões nos poços.

4.5 FORMULAÇÃO ROBUSTA UTILIZANDO REDUÇÃO DE DIMENSIONALIDADE VIA POLINÔMIOS

Nesta seção, será tratada a redução de dimensionalidade das variáveis de controle dos problemas de otimização do gerenciamento de reservatórios através da reparametrização destes controles utilizando polinômios (AWOTUNDE et al., 2014; AWOTUNDE et al., 2019; SOREK et al., 2017).

A base da teoria de aproximação de funções de uma variável real é o teorema de Weierstrass o qual tem fundamental importância no desenvolvimento de toda análise matemática (TIMAN, 1963). Para funções contínuas de uma única variável real definida em um segmento finito $[a, b]$, o teorema afirma:

Teorema 1 (Teorema de aproximação de Weierstrass). *Para qualquer função $f(x)$ contínua em $[a, b]$ existe uma sequência de polinômios ordinários que converge uniformemente para $f(x)$ em $[a, b]$*

Por polinômio ordinário se entende a seguinte função real de variável x da forma:

$$P_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \quad (49)$$

onde a_0, a_1, \dots, a_n são constantes, e n é o grau do polinômio. Esta propriedade das funções contínuas se aplica também a funções de muitas variáveis que são contínuas numa região limitada fechada \mathcal{G} .

No lugar de utilizar as variáveis de controle do problema em função dos ciclos de controle, é possível representar estas variáveis através dos coeficientes de um polinômio. Como o tempo dos ciclos de controle são conhecidos, esta formulação é independente do tempo. Desta forma, o número de variáveis de projeto pode ser significativamente reduzido, permitindo a solução de problemas com elevado número de ciclos de controle e consequentemente inviável para otimização.

4.5.1 Polinômio ordinário

Nesta abordagem, a reparametrização por um polinômio ordinário é dada pela Equação 50 (SOREK et al., 2017).

$$\tilde{\mathbf{u}}_j(a_{j,1}, a_{j,2}, \dots, a_{j,n+1}, \tilde{t}) = \sum_{k=1}^{n+1} a_{j,k} \tilde{t}^{k-1} \quad (50)$$

onde $\tilde{\mathbf{u}}$ e \tilde{t} são os controles e o tempo normalizados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \tilde{t} &= 2 \frac{t}{t_f} - 1 \\ \tilde{\mathbf{u}} &= 2 \frac{\mathbf{u} - \mathbf{u}^{\text{inf}}}{\mathbf{u}^{\text{sup}} - \mathbf{u}^{\text{inf}}} - 1 \end{aligned} \quad (51)$$

onde \mathbf{u} é a variável de controle, seja vazão ou pressão, em cada intervalo de tempo, t é o tempo decorrido desde o início da produção, \mathbf{u}^{inf} e \mathbf{u}^{ub} são, respectivamente, os limites superior e inferior da variável de controle e t_f é o último tempo de mudança dos controles. Com esta normalização o tempo de operação e os valores dos controles têm suas escalas variando no limite $[-1, 1]$. Essa mudança de escala permite melhor capturar o comportamento da multimodalidade polinomial em ambos lados dos eixos horizontal e vertical.

Dado um polinômio de grau n , então existem $n + 1$ coeficientes desconhecidos que agora representam o vetor das variáveis de projeto, dado por $\mathbf{a} = (a_{1,1}, \dots, a_{1,n+1}, \dots, a_{N_w,n+1})$.

Na formulação original do problema de injeção de água, o número de variáveis de projeto é dado por $N_{cc} \times N_w$. Enquanto que o número de variáveis na formulação robusta é independente do tempo, e é dado por $(n + 1) \times N_w$. Por exemplo, no problema associado ao modelo OLYMPUS, t deve ser ajustado a cada 3 meses do tempo 0 até o tempo de concessão $t_f = 20$ anos, correspondendo a $N_t = 80$ intervalos. Como o número de poços é $N_w = 18$, o número original de variáveis de projeto é 1440. Quando reparametrizado com um polinômio quadrático, o número de variáveis passa a ser 54.

No processo de otimização, os coeficientes \mathbf{a} são atualizados para cada tempo normalizado \tilde{t} . Então, o valor do controle passado ao simulador, para cada poço j , é dado pela seguinte expressão:

$$\mathbf{u}_{j,t} = \frac{(\tilde{\mathbf{u}} + 1)(\mathbf{u}_{ub} - \mathbf{u}_{lb})}{2} + \mathbf{u}_{lb} \quad (52)$$

Desta forma, quando $\tilde{\mathbf{u}} = -1$, $\mathbf{u}_{j,t} = \mathbf{u}_{lb}$ e quando $\tilde{\mathbf{u}} = 1$, $\mathbf{u}_{j,t} = \mathbf{u}_{ub}$. No caso em que o polinômio esteja fora do limite $[-1, 1]$ em algum intervalo de tempo, o controle é atribuído ao limite mais próximo. Desta forma a formulação do problema robusto pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{a}}{\text{maximize}} && E[J_{\text{VPL}}(\mathbf{u}(\mathbf{a}), \theta_R)] - r\sigma[J_{\text{VPL}}(\mathbf{u}(\mathbf{a}), \theta_R)] \\ & \text{sujeito à} && -1 \leq \tilde{u}_{p,\tilde{t}} \leq 1, \quad p = 1 \dots N_w \quad \tilde{t} \in [-1, 1] \\ & && -1 \leq \mathbf{a} \leq 1 \end{aligned} \quad (53)$$

4.5.2 Abordagem polinomial com limites respeitados

Na abordagem polinomial introduzida em Awotunde et al. (2014) e reutilizada posteriormente em Awotunde et al. (2019), a representação das variáveis de controle também é feita como um polinômio em função do tempo. A equação polinomial que expressa o controle de um poço j é dada por:

$$\mathbf{u}_j(\dot{t}) = \mathbf{u}_{med,j} \left[1 + \sum_{k=1}^n a_{j,k} (1 - \dot{t})^k \right] \quad (54)$$

onde \mathbf{u}_j é o controle do poço j como uma função do tempo fracionado; $a_{j,n}$ são os coeficientes polinomiais cujo grau pode variar de 1 a n , para cada poço; \dot{t} é o tempo

fracionado, $\dot{t} = \frac{t}{t_f}$, t é medido do início da operação dos poços até o tempo atual e t_f é o tempo de concessão do campo. Por exemplo, para um reservatório com tempo de concessão de 30 anos, \dot{t} no fim de 6 anos seria 0.2, e em 30 anos seria 1. Na Equação 54, $u_{med,j}$ é o controle de produção ou injeção característico médio para cada poço. Tanto $a_{j,k}$ quanto $\mathbf{u}_{med,j}$ são as variáveis de projeto a serem determinadas pelo otimizador. Assim, se um polinômio de grau n for utilizado para descrever os controles, o número de variáveis de projeto para cada poço é $n + 1$ e, assim como a abordagem do polinômio anterior, esse número é independente do tempo de duração da produção do reservatório.

É possível utilizar \dot{t} no lugar de $(1 - \dot{t})$, mas este último é preferível devido a $(1 - \dot{t})^k$ produzir um resultado maior no tempo inicial de produção e diminuir ao longo do tempo. Assim, esse polinômio segue a tendência de maiores vazões de injeção e produção mais cedo, quando o volume de óleo *in place* é maior, com posterior diminuição das taxas nos tempos finais, quando o volume é baixo (AWOTUNDE et al., 2019).

A maior diferença entre este polinômio e o anterior está no valor do limite das variáveis. Enquanto o polinômio anterior permite que o limite do controle do poço seja ultrapassado, atribuindo o limite máximo nesta condição, a presente abordagem assegura que os controles poços permaneçam dentro do limite estabelecido para cada um, de $[0, \mathbf{u}_{max}]$. Para atender a este limite, a variável $\mathbf{u}_{med,j}$ deve estar no intervalo $[0, \mathbf{u}_{max}/2]$, onde \mathbf{u}_{max} é o valor máximo da variável de controle. Quanto à variável $a_{j,k}$, seus limites devem estar no intervalo $[-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}]$. Estes limites das variáveis quando combinados com a Equação 54 asseguram que o valor do controle do poço, u_j , está necessariamente dentro do intervalo $[0, \mathbf{u}_{max}]$. Isto pode ser facilmente comprovado: o valor máximo de $(1 - \dot{t}^k)$ é 1, quando $t = 0$, se $a_{j,k} = -\frac{1}{n}$ para todos os poços, então $\sum_{k=1}^n a_{j,k} = -1$, logo $\mathbf{u}_j(\dot{t}) = 0$; se $a_{j,k} = \frac{1}{n}$ para todos os poços, então $\sum_{k=1}^n a_{j,k} = 1$, desta forma $\mathbf{u}_j(\dot{t}) = 2\mathbf{u}_{med,j}$ e se $u_{med,j} = \mathbf{u}_{max}/2$, mostra-se que $\mathbf{u}_j(\dot{t}) = \mathbf{u}_{max}$.

É feita uma regularização na variável $\mathbf{u}_{med,j}$ para todas as variáveis ficarem na mesma ordem de grandeza e ajudar na convergência durante a otimização, assim, $\tilde{\mathbf{u}}_{med,j} = \frac{2\mathbf{u}_{med,j}}{\mathbf{u}_{max}}$. Desta forma, os limites da variável $\tilde{\mathbf{u}}_{med,j}$ passam a pertencer ao intervalo $[0, 1]$. A Equação 54 se torna:

$$\tilde{\mathbf{u}}_j(\dot{t}) = \tilde{\mathbf{u}}_{med,j} \left(1 + \sum_{k=1}^n a_{j,k} \tilde{t}^k \right) \quad (55)$$

onde $\tilde{t} = (1 - \dot{t})$.

As restrições de plataforma de ambas as abordagens polinomiais são tratadas da mesma forma do caso dos ciclos de controle, considerando as restrições em cada intervalo de tempo preestabelecido. A diferença para a abordagem via ciclos de controle é que os intervalos de tempo influenciam na dimensão do problema, diferente da abordagem polinomial.

5 APLICAÇÕES E RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentadas as aplicações e resultados das técnicas propostas de otimização robusta em três modelos de reservatórios, o Egg, o UNISIM-I-Mod e o OLYMPUS.

5.1 ESTRATÉGIAS E APLICAÇÕES

As estratégias de produção utilizadas neste trabalho são descritas a seguir.

Controle Reativo (CR): uma técnica largamente utilizada na indústria devido a sua simplicidade, robustez e independência do modelo de reservatório (KROGSTAD, 2015). É um procedimento simples e intuitivo para operar poços produtores e injetores. Consiste em aplicar os controles, de vazão ou pressão, dos poços produtores e injetores nos seus valores máximos permitidos. Então, fecha-se as conexões dos poços produtores quando alguma condição é atingida, normalmente quando o corte d'água (*Water Cut* (WCUT)) para aquele poço se torna não rentável, contribuindo negativamente para o VPL. O próprio simulador faz esse controle de fechamento dos poços produtores. O máximo valor do corte d'água para o poço ser considerado econômico, $WCUT_e$, é baseado nos dados econômicos do reservatório e pode ser definido como:

$$WCUT_e = \frac{r_o}{r_o + c_w} \quad (56)$$

onde r_o e c_w são o preço do óleo e o custo de produção de água, respectivamente, em unidades monetárias por unidade de volume. O custo da injeção não é levado em consideração neste trabalho, logo, se todos os poços produtores forem fechados, não é utilizado nenhum mecanismo para o fechamento dos poços injetores.

A referência Capolei et al. (2013) apresenta melhores soluções ao utilizar o controle reativo em conjunto com a otimização robusta utilizando um método adjunto. Fato já constatado por Dehdari e Oliver (2012), ao utilizar a restrição de corte d'água em um problema determinístico utilizando SQP no reservatório Brugge. Neste trabalho, ao se referir ao controle reativo, assume-se que não foi realizada nenhuma otimização, apenas a abertura dos poços produtores e injetores e posterior fechamento dos poços produtores ao alcançar um determinado corte d'água.

Segundo (PINTO et al., 2012), ao utilizar o controle reativo com poços inteligentes, o CR apresentou melhores resultados em comparação aos poços convencionais, embora tenha apresentado resultados inferiores ao se utilizar controles proativos nos poços inteligentes.

A forma como se faz o controle reativo no simulador influencia no resultado do VPL. Como as plataformas de produção e injeção têm um limite máximo de operação, implica em nem todos os poços trabalharem, individualmente, em suas capacidades máximas. Isso quer dizer que são as plataformas de produção e de injeção que operam nas suas

capacidades máximas. Essa forma de operação dos poços é conhecida por operação em capacidade topada, com restrição de corte d'água, utilizada em alguns trabalhos como em Horowitz, Afonso e Mendonça (2013), Oliveira (2013), Pinto (2014). Nesta tese, o controle reativo é conduzido da seguinte forma: cada poço é aberto em sua capacidade máxima, é aplicado um limite para o corte d'água e o simulador controla cada poço de acordo com a capacidade da plataforma.

Otimização Nominal (ON): Consiste na otimização determinística do VPL de uma das realizações e posterior propagação do resultado obtido às N_T realizações. Considera-se, neste caso, que todas as realizações são equiprováveis. A partir do controle reativo de todas as realizações, em função do VPL, a realização correspondente ao percentil P50 é escolhida. Em seguida é realizada uma otimização utilizando a realização escolhida, tendo o VPL como função objetivo a ser maximizado e os controles de vazão dos poços produtores e injetores como variáveis de projeto. Uma vez obtido o controle de vazões ótimo, o VPL é calculado no conjunto de todas as realizações, θ_d , utilizando os controles ótimos.

Otimização Robusta (OR): abordagem de otimização em que considera as realizações selecionadas, como explicado nos tópicos 4.4.2.1 e 4.4.2.2 deste trabalho. Inicialmente é feita uma seleção das realizações representativas, seja através de ranqueamento ou de agrupamento. Em seguida é realizada uma otimização tendo como função objetivo a Equação 42, que reúne a média e o desvio padrão das realizações escolhidas na etapa da seleção das realizações. Com o resultado da otimização, procede-se do mesmo modo ao feito na otimização nominal, propaga-se o controle ótimo em todas as realizações, onde é calculado o VPL para cada uma delas. A principal vantagem desse tipo de otimização robusta, que utiliza o ranqueamento, comparado ao que usa todas as realizações (ESSEN et al., 2009) é o menor tempo de processamento.

Nesta tese foram testados vários esquemas de otimização robusta, que para os dois primeiros modelos de reservatório, estão descritos a seguir. Para o terceiro modelo utilizado, o OLYMPUS, a descrição das abordagens robustas é feita posteriormente.

OR-CR – Otimização Robusta baseada em um subconjunto de realizações ranqueados, através de determinados percentis, a partir do resultado do VPL do Controle Reativo. Este é o esquema mais simples, porque se baseia no pressuposto de que o resultado do controle reativo é adequado.

OR-ON – É também uma otimização robusta baseada em um esquema de ranqueamento, mas agora os percentis são baseados nas soluções do VPL da Otimização Nominal. Devido a esta abordagem iniciar de uma solução ótima (ON do P50), ela é mais acurada do que a OR-CR, entretanto tem um maior custo computacional devido à otimização requerida para o ranqueamento inicial. Diversos testes são feitos com esta abordagem, como verificar influência do fator de risco (r), uso de controle polinomial, uso de multicompletações.

OR-HP – consiste em usar dados de histórico de produção disponíveis para o modelo. Um ranqueamento é feito com base na diferença entre os dados de produção e os dados observados para o conjunto completo de realizações, os dados de produção são calculados usando a estratégia CR aplicada em cada realização. A métrica utilizada é a raiz do erro quadrático médio (RMSE) entre as produções de óleo (observadas e calculadas) dos poços produtores no tempo da produção histórica.

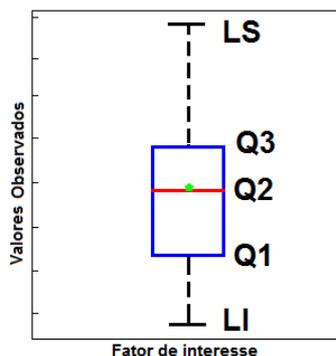
OR-KM – agrupamento do tipo K-means é usado para escolher o subconjunto de realizações. Aqui, não há necessidade de execuções de simulação para escolher os modelos representativos, em vez disso, a escolha é baseada na distância de similaridade dos parâmetros geológicos disponíveis, por exemplo, porosidade e permeabilidade.

OR-STD – é uma otimização robusta, que tem como função objetivo a média do VPL das realizações representativas baseados no ranqueamento das soluções do VPL da ON e o desvio padrão do VPL dessas realizações é incluído nas restrições do problema. As Equações 45a e 45b são utilizadas.

OR-MO - OR multiobjetivo. Consiste em usar a formulação robusta da Equação 46, em que se deseja maximizar a média do VPL e minimizar seu desvio padrão ou da Equação 47, na qual deseja-se maximizar a média do VPL e minimizar a média da água injetada, em ambas as abordagens as realizações representativas são baseadas no ranqueamento das soluções do VPL da ON. A formulação da Equação 46 é aplicada apenas no modelo Egg.

O desempenho destas estratégias é avaliado utilizando o valor da média do VPL propagado no conjunto original de realizações e do número de simulações utilizadas. Os resultados são apresentados através de histogramas e diagramas de caixa (*boxplot*). O diagramas de caixa, mostrado na Figura 14, tem o eixo vertical representando a função de interesse, no caso o VPL, e o eixo horizontal um fator de interesse, a caixa do diagrama contém a mediana (Q2), traço vermelho, o quartil inferior (Q1), onde 25% das observações são menores que Q1, e o quartil superior (Q3), onde 75% das observações são menores que Q3. A média é representada pela estrela verde.

Figura 14 – Diagrama de caixa



Fonte: (PINTO; BASTOS; WILLMERSDORF, 2016)

Algumas premissas podem ser destacadas para melhor compreensão dos resultados:

- Todas as otimizações são feitas utilizando a estratégia SAO, com o modelo substituído criado por uma RBF cúbica;
- O tamanho inicial da região de confiança é igual a 0.2 em todas as otimizações;
- O número máximo de iterações do SAO é 20
- O controle reativo é feito utilizando a configuração padrão do simulador IMEX;
- Os diagramas de caixa são feitos utilizando todo conjunto de realizações disponível para cada modelo.

5.2 CASOS DE ESTUDO

A ferramenta aqui desenvolvida é aplicada a três modelos de reservatório, o modelo Egg (ESSEN et al., 2009; PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2019), o UNISIM-I-Mod (GASPAR et al., 2015; PINTO, 2014) e o OLYMPUS (FONSECA; GEEL; LEEUWENBURGH, 2017; PINTO et al., 2019). No primeiro reservatório é assumido que não existem dados de produção disponíveis para ajuste ao histórico, então, o VPL foi utilizado como um critério de seleção para escolher o conjunto de realizações representativas. No modelo UNISIM, uma das abordagens leva em consideração os dados de quatro anos de produção.

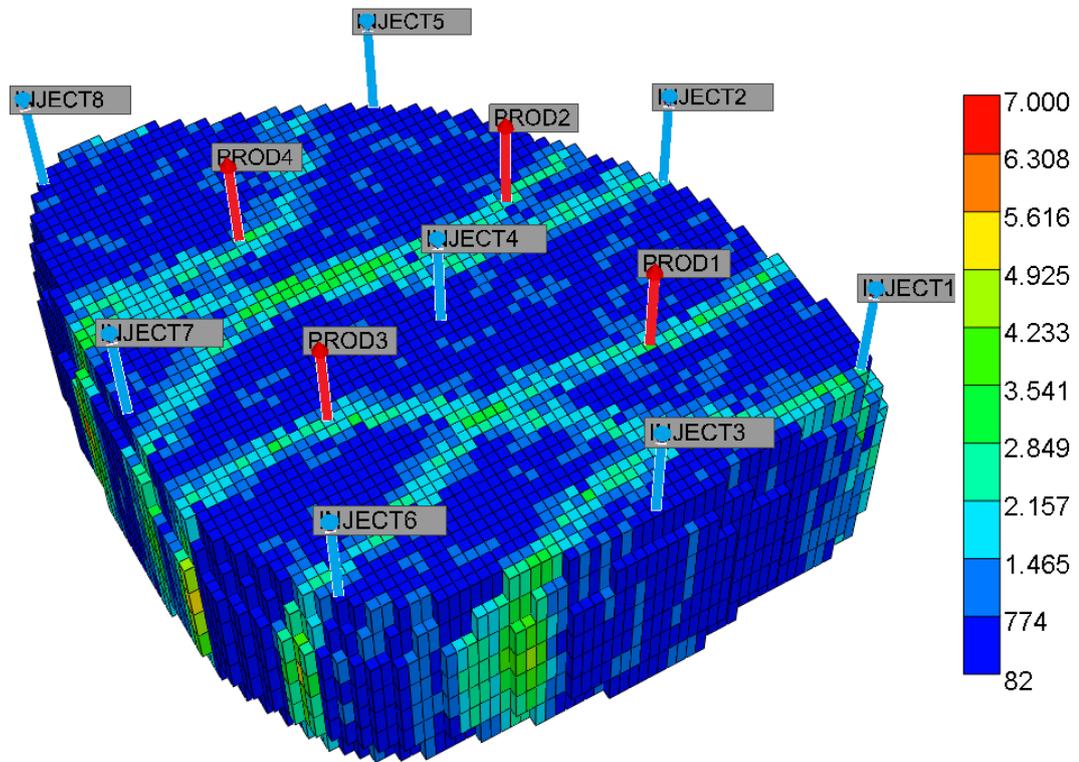
Para estes reservatórios, diferentes estratégias de produção são consideradas: Controle Reativo, Otimização Nominal e Otimização robusta utilizando as diferentes formulações apresentadas nesta tese. O desempenho de cada estratégia é avaliado utilizando a média do VPL e o número de simulações do modelo real.

5.2.1 Modelo Egg

O primeiro modelo de reservatório considerado neste trabalho é baseado no modelo sintético introduzido por Essen et al. (2009). Consiste em um reservatório 3D óleo/água que contém canais de alta permeabilidade e é composto por sete camadas verticais. A Figura 15 apresenta o campo de permeabilidade de uma única realização; ela mostra os 8 poços injetores, em azul e os 4 poços produtores, em vermelho, completados em todas as camadas. A configuração dos poços segue uma malha semelhante ao *five-spot*. O horizonte de tempo considerado é de 10 anos (3600 dias). O reservatório é altamente heterogêneo, possui um conjunto de 100 realizações, mostradas na Figura 16, que são utilizadas para capturar as incertezas geológicas deste modelo, que para este caso são as permeabilidades nas direções I, J e K. A malha consiste em $60 \times 60 \times 7 = 25.200$ células das quais 18.553 estão ativas. As células não ativas estão todas na parte externa do modelo, deixando o modelo em forma de ovo de células ativas, daí o nome do modelo. Como neste modelo não há dados de produção, todas as realizações disponíveis são consideradas equiprováveis. A Tabela 1 apresenta as propriedades do reservatório. Já as condições operacionais para os poços são apresentadas na Tabela 2.

Para o cálculo da função objetivo robusta, na Equação 42, foi adotado um fator de risco $r = 0.5$, que é considerado um fator contrário ao risco (YASARI; PISHVAIE, 2015). Nos casos em que o fator de risco é nulo, é feita uma observação a respeito.

Figura 15 – Campo de Permeabilidade do modelo Egg



Fonte: o autor (2020)

Figura 16 – Todos os 100 campos de permeabilidade na direção I do modelo Egg

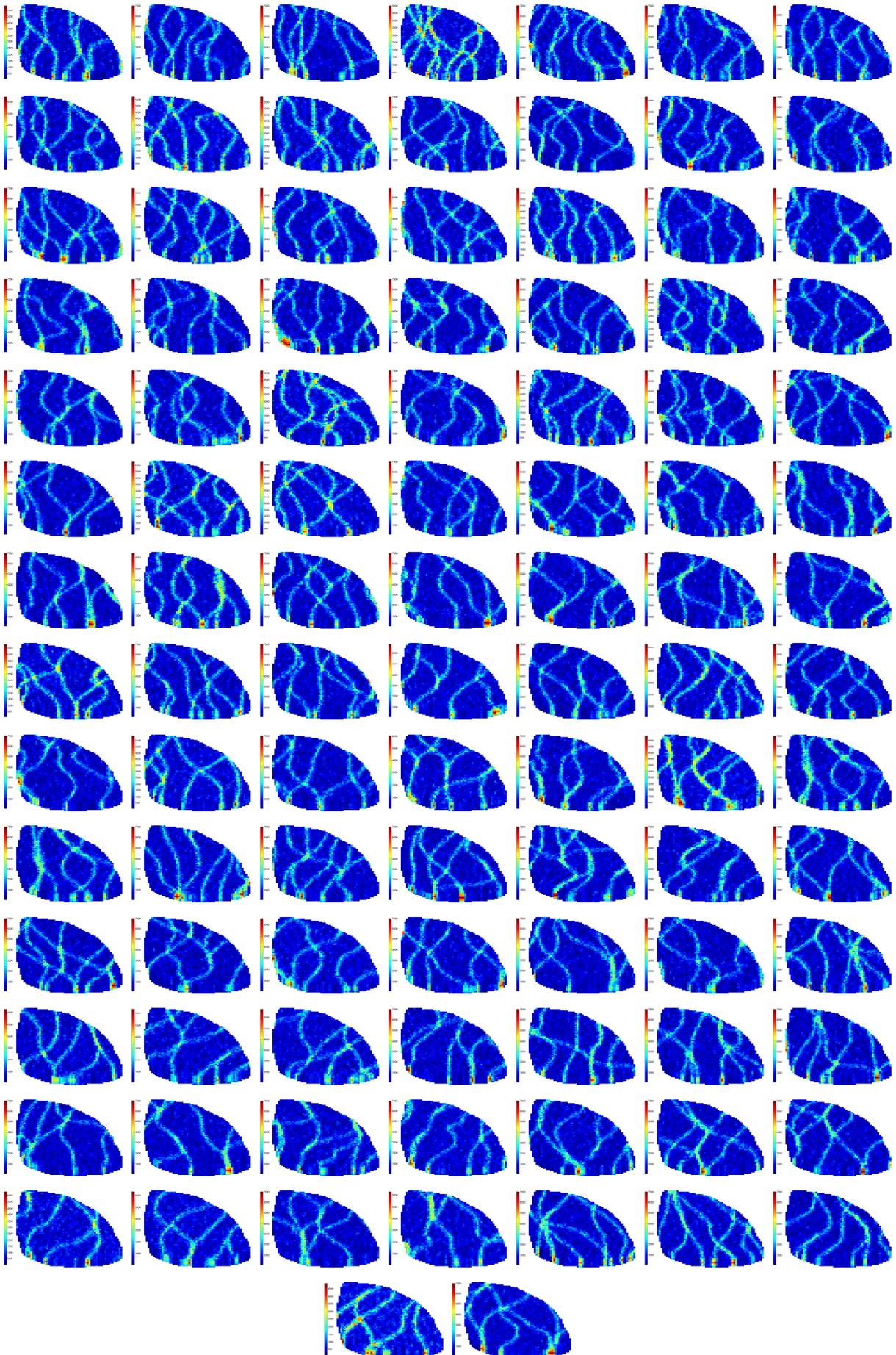


Tabela 1 – Propriedades do Modelo Egg

Parâmetros	Valores
Malha de Simulação	60x60x7
Blocos Ativos	18553
Porosidade	20%
Compressibilidade da Rocha a 200 kgf/cm^2	$1 \times 10^{-10} (kgf/cm^2)^{-1}$
Pressão de Saturação (P_{sat})	400 kgf/cm^2
Viscosidade @ T_{res}, P_{sat}	5 cP
Óleo in place (m^3)	8.54922×10^5
Tempo de concessão	10 anos

Fonte: adaptado de (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2019)

Tabela 2 – Reservatório Egg: Dados/Condições operacionais de poços

Tipo	Produtor	Injetor
BHP (kPa)	Min 39500	Max 42000
WCUT	0.87	-
Raio (m)	0.1	0.1
Geofac	0.37	0.37
Wfrac	1	1
Skin	0	0
Vazão máxima de líquido, por poço (m^3/d)	100	96
Vazão máxima de líquido, plataforma (m^3/d)	400	440

Fonte: adaptado de (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2019)

Os dados econômicos necessários para o cálculo do VPL são mostrados na Tabela 3. Notar que o VPL não está descontado, isto é, a taxa de desconto é zero, valor obtido de acordo com as referências utilizadas (ESSEN et al., 2009; YASARI; PISHVAIE, 2015; SIRAJ; HOF; JANSEN, 2016). Para as otimizações que utilizam ciclos de controle são utilizados dois ciclos.

Tabela 3 – Dados econômicos do modelo Egg

Variável	Valor
Preço do óleo ($\$/m^3$)	126
Custo de produção de água ($\$/m^3$)	19
Custo de injeção de água ($\$/m^3$)	6
Taxa de desconto (%/ano)	0

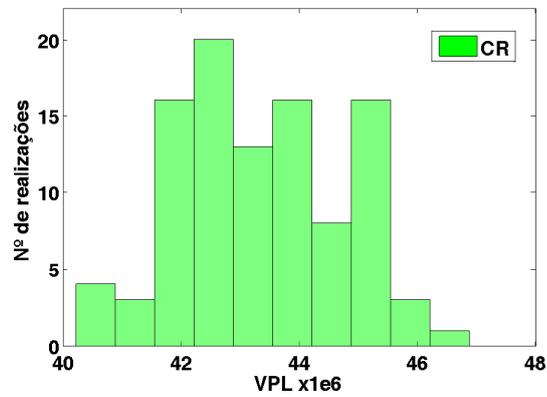
Fonte: adaptado de (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2019)

Controle Reativo (CR): O corte d'água econômico utilizado para este modelo é de 87%, o poço produtor que atingir esse valor é fechado.

O controle reativo é aplicado a cada uma das 100 realizações disponíveis. Com o resultado dessas simulações é calculado o VPL para cada realização. O histograma do CR para esse caso é mostrado na Figura 17. A média encontrada é de 43.346×10^6 \$ e esse resultado serve de base para comparação com as abordagens robustas. O controle de vazão e BHP deste caso é mostrado na Figura 18. Esses controles foram obtidos utilizando

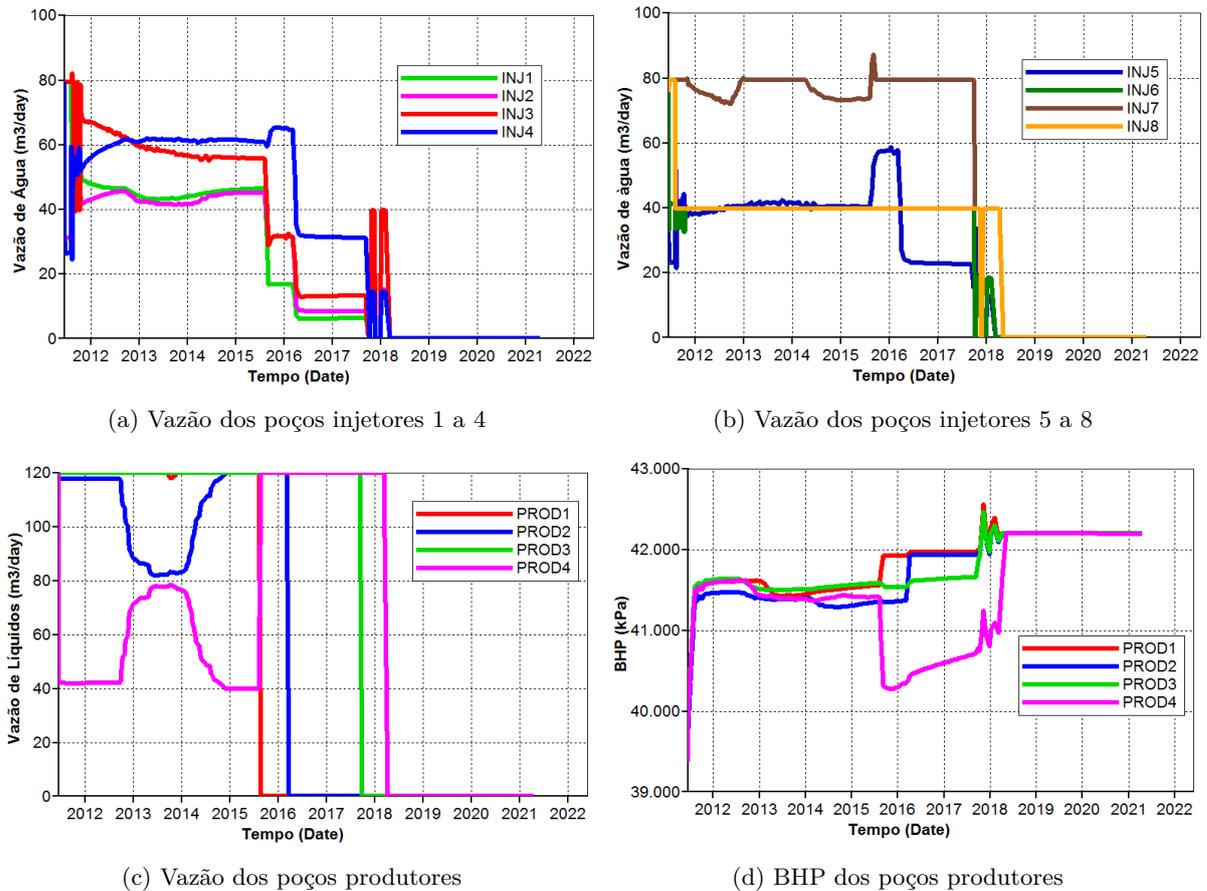
o controle padrão do IMEX, com fechamento dos poços produtores quando atingem o WCUTE.

Figura 17 – Histograma do VPL do caso controle reativo



Fonte: o autor (2020)

Figura 18 – Egg - Controle de vazão para os poços produtores e injetores e BHP para os poços produtores da abordagem CR para a realização R9, correspondente ao P50

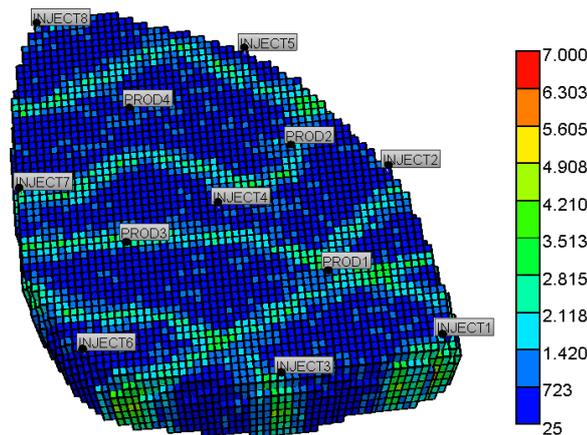


Fonte: o autor (2020)

Otimização Nominal (ON): O campo de permeabilidade da realização referente à realização mais próxima ao P50 do resultado do CR, que é utilizada na otimização nominal, é apresentada na Figura 19. É utilizado o corte d'água de 87% no simulador. O controle ótimo desta otimização é mostrado na Figura 20. Os poços produtores Prod3 e Prod4 estão fechados no primeiro ciclo e abrem no segundo, por outro lado o Prod2 atua com a máxima vazão no primeiro ciclo e baixa no segundo. Já os poços injetores mantêm uma baixa vazão nos dois ciclos, exceto os injetores Inj2 e Inj3 no segundo ciclo. Essa configuração dos poços faz com que a produção de água não seja muito grande, como mostra a Figura 21. Nesta, percebe-se um aumento da produção acumulada de óleo devido à abertura do poço produtor Prod3 e Prod4 no segundo ciclo de controle.

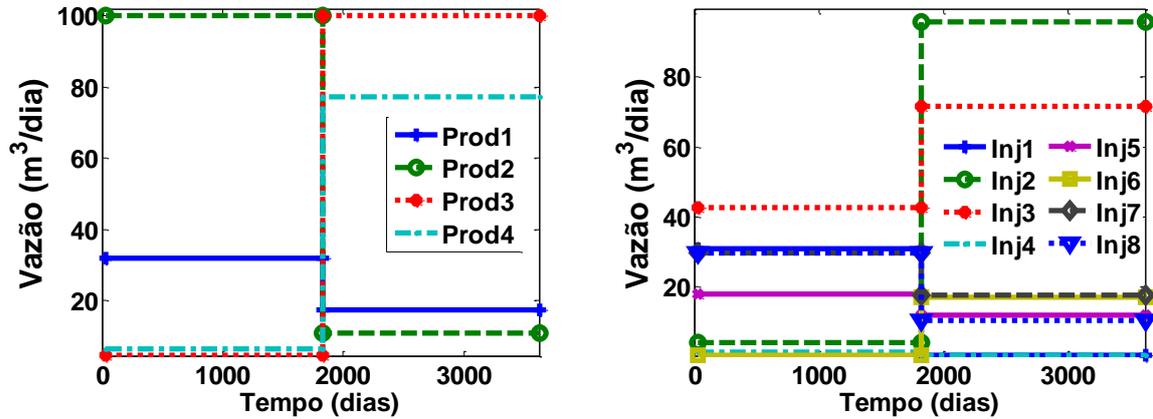
Comparando as estatísticas da ON com o CR, Figura 22, percebe-se que mais de 75% dos resultados de VPL do CR (Q3) estão abaixo dos 25% menores resultados da ON (Q1).

Figura 19 – Egg - Campo de Permeabilidade da realização P50 do CR (realização 43), utilizada na otimização nominal



Fonte: o autor (2020)

Figura 20 – Egg - Controle da ON para os poços produtores e injetores

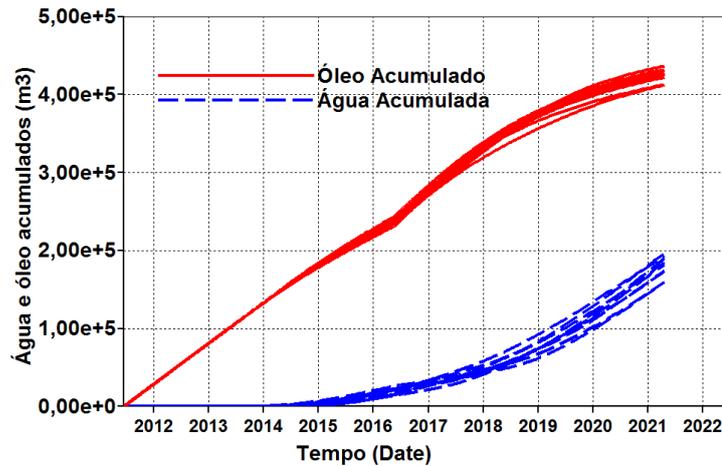


(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

Figura 21 – Egg - Produção acumulada de óleo e água da ON com 2 ciclos de controle



Fonte: o autor (2020)

Otimização Robusta (OR): Para a consideração das incertezas geológicas, é utilizado um conjunto representativo de realizações. Inicialmente foram utilizadas nove realizações, correspondentes ao P10,..., P90 do CR. A Tabela 4 apresenta as estatísticas, média e desvio padrão, do conjunto original e do conjunto reduzido das realizações. A diferença na média é de apenas 1%.

Tabela 4 – Média e desvio padrão do VPL das realizações originais e reduzidas a partir da OR-CR

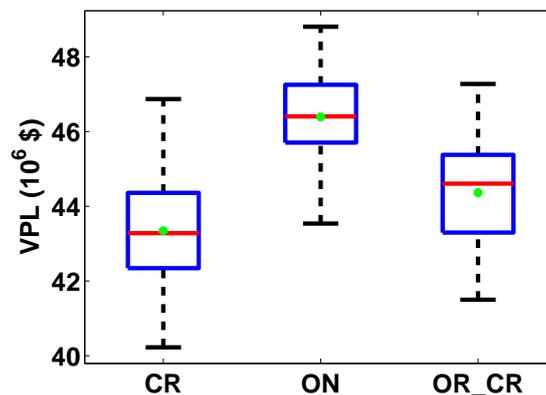
	Média ($\times 10^6$)	Desvio Padrão ($\times 10^6$)	Diferença na Média(%)
Conjunto original	43.8655	1.3273	-
Conjunto reduzido	44.3156	1.1864	1.03

Fonte: o autor (2020)

Os resultados do controle reativo, da otimização nominal e da otimização robusta via OR-CR são mostrados na Figura 22 como diagramas de caixa e na Figura 23 como histogramas. Em comparação com o controle reativo, ambas as técnicas de otimização, nominal e robusta, foram bem sucedidas. Porém, percebe-se que o uso da otimização nominal levou a resultados melhores que o uso da OR-CR, pois esta encontrou um ótimo local menor que o da ON.

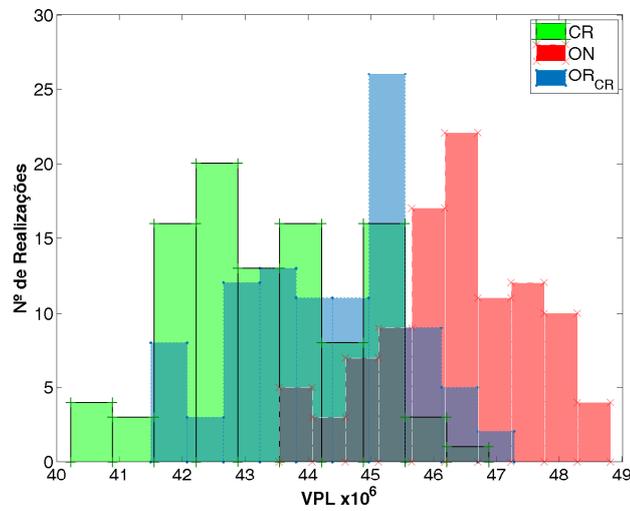
As vazões obtidas da OR-CR são mostradas na Figura 24. Diferente da ON, nenhum poço produtor é fechado e apenas no segundo ciclo de controle o poço Inj6 é fechado. Isso acarreta numa maior produção de água, conseqüentemente menor VPL, como mostra o diagrama de caixa da Figura 22 e a produção de óleo e água na Figura 25. As linhas retas neste última figura indicam que houve fechamento dos poços produtores devido a esses poços terem atingido o corte d'água máximo de 87%, como mostra a Figura 26. Nesta, é mostrada a vazão de líquidos dos poços produtores e seus respectivos cortes d'água de uma das realizações, quando o corte d'água atinge 87%, o poço produtor é fechado, como todos os produtores atingem esse valor, a produção de líquidos é interrompida, por isso os trechos constantes da Figura 25. Para este caso, poderia-se parar a simulação no momento em que todos os poços produtores são fechados. No caso da ON, apenas alguns poços produtores atingem o corte d'água máximo, por isso não ocorre esse comportamento na curva de produção.

Figura 22 – Egg - Diagramas de caixa do VPL do controle reativo (CR), da otimização nominal (ON) da otimização robusta com ranqueamento do CR (OR-CR)



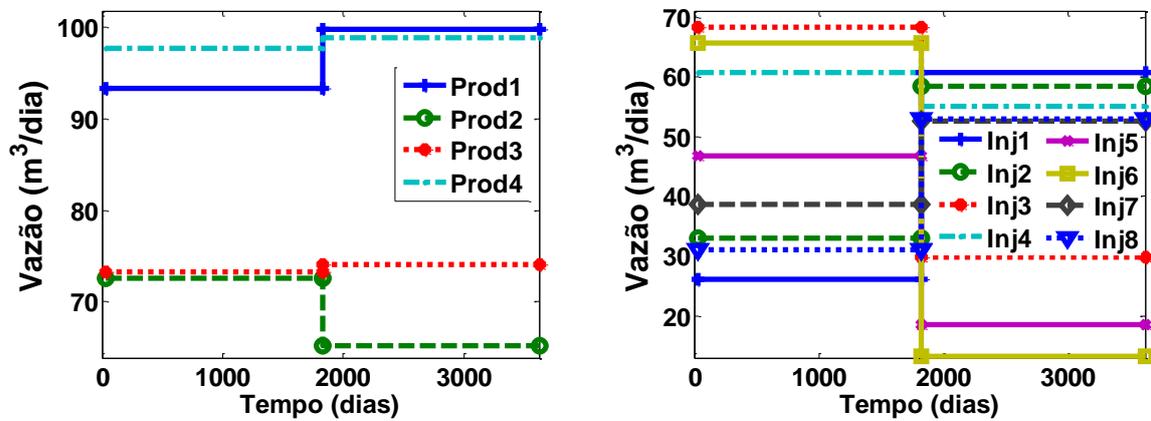
Fonte: o autor (2020)

Figura 23 – Egg - Histograma do VPL da otimização robusta (azul), do controle reativo (verde) e da otimização nominal (vermelho)



Fonte: o autor (2020)

Figura 24 – Egg - Controle da abordagem OR-CR para os poços produtores e injetores

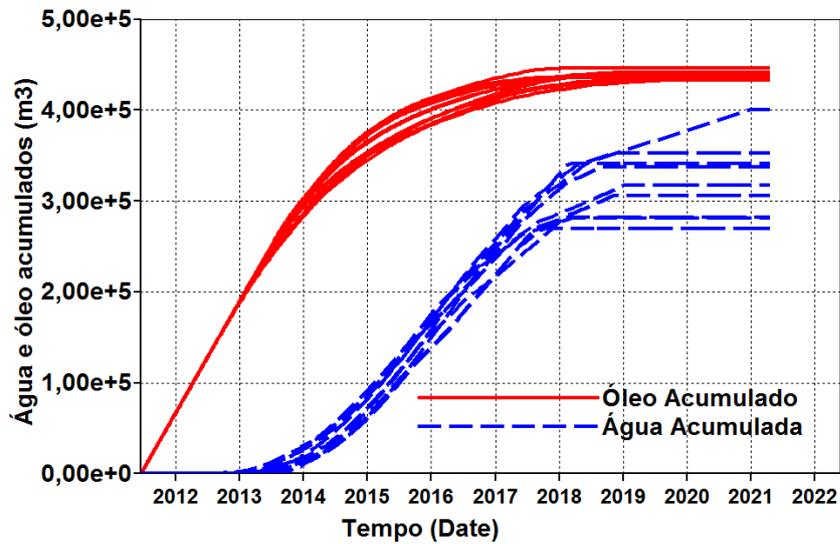


(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

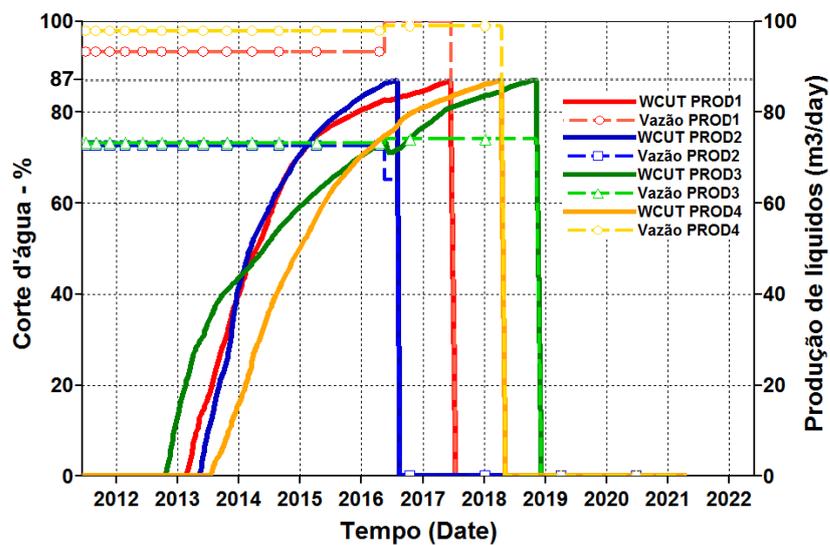
Fonte: o autor (2020)

Figura 25 – Egg - Produção acumulada de óleo e água da abordagem OR-CR com 2 ciclos de controle



Fonte: o autor (2020)

Figura 26 – Egg - Produção de líquidos e corte d'água da abordagem OR-CR



Fonte: o autor (2020)

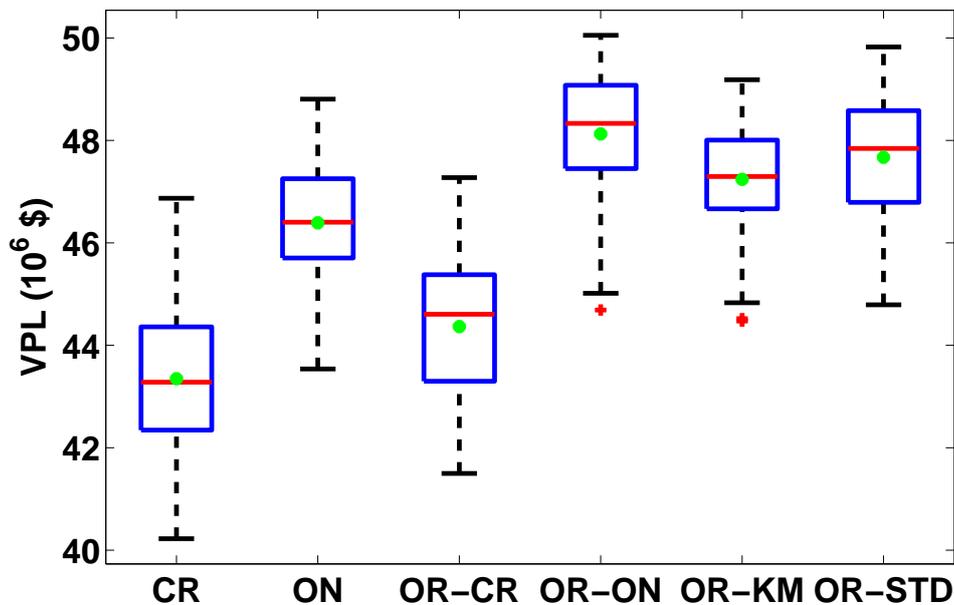
Como o resultado da otimização robusta via seleção das realizações pelo controle reativo ficou abaixo da otimização nominal, os outros esquemas de seleção de realizações para a otimização robusta são conduzidos. Para este modelo são utilizados, além da abordagem OR-CR, as OR-ON e OR-KM, baseados, respectivamente, no ranqueamento da solução da otimização nominal e no *K-means*; e a OR-STD.

A Figura 27 apresenta diagramas de caixa dos casos CR, ON, OR-CR, OR-ON, OR-KM e OR-STD, respectivamente. Exceto a OR-CR, todas as outras abordagens

apresentam médias maiores que a ON. Os controles iniciais usados nas OR-ON e OR-STD são os controles ótimos da ON, enquanto que nas OR-CR e OR-KM os controles iniciais são as máximas vazões das plataformas divididas pelo número de poços de cada plataforma. Como o resultado da OR-KM é melhor que o da OR-CR, e a diferença entre estes esquemas está nas realizações selecionadas, pode-se inferir que a escolha das realizações na OR-CR foi o que acarretou no seu baixo VPL médio.

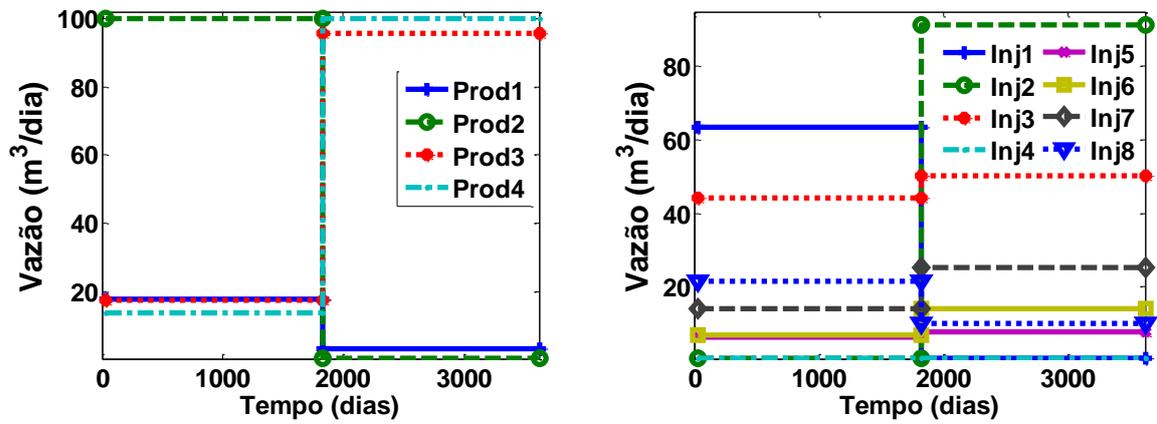
As vazões ótimas das abordagens OR-ON, OR-KM, OR-STD estão mostrados, respectivamente, nas Figuras 28, 29 e 30. Comparado com a OR-CR, há uma menor injeção de água em todos esses controles. É mostrado na Figura 31 a produção de óleo e água da OR-ON, onde verifica-se que embora a produção inicial de óleo seja baixa, a produção de água é muito menor que a do OR-CR, daí a diferença de VPL entre esses casos.

Figura 27 – Modelo Egg: boxplots do VPL (M\$) para: CR; ON; OR-CR; OR-ON; OR-KM; OR-STD



Fonte: (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2019)

Figura 28 – Egg - Controle da OR-ON, com 2 ciclos de controle, para os poços produtores e injetores

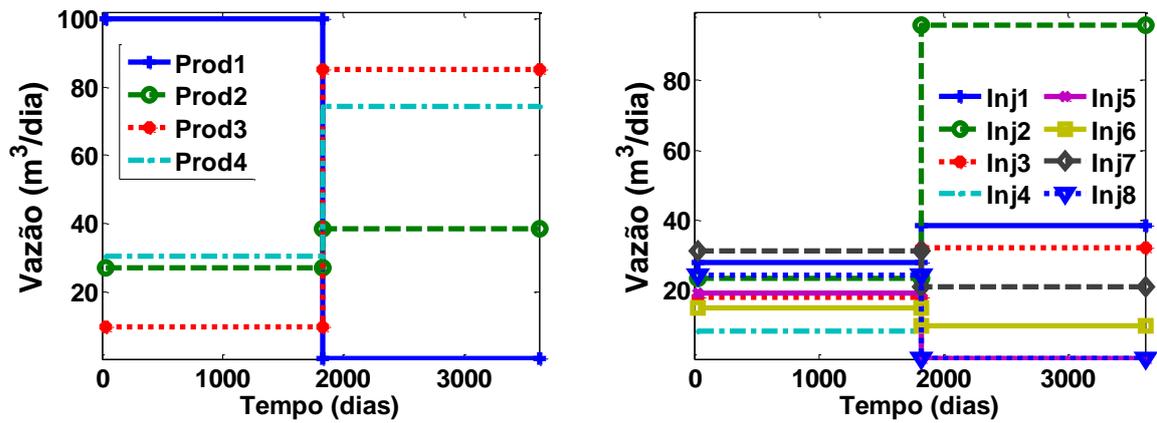


(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

Figura 29 – Egg - Controle da OR-KM para os poços produtores e injetores

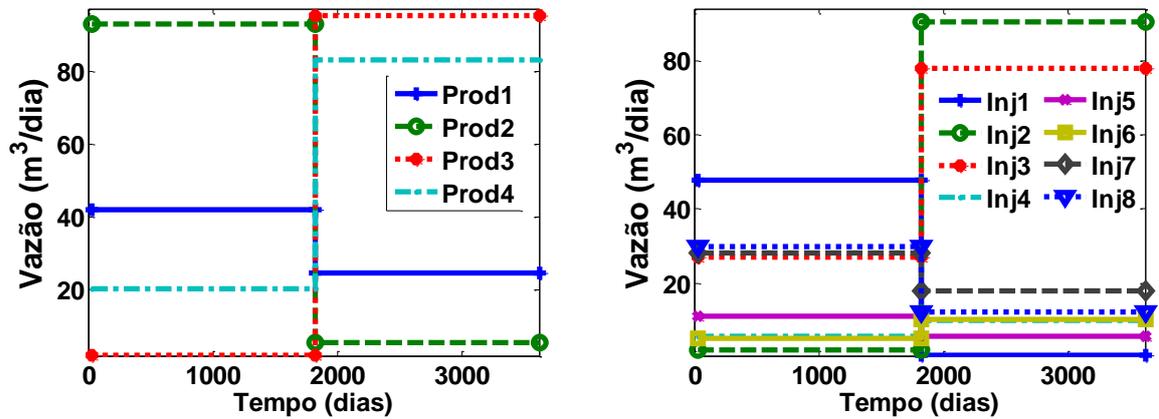


(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

Figura 30 – Egg - Controle da OR-STD para os poços produtores e injetores

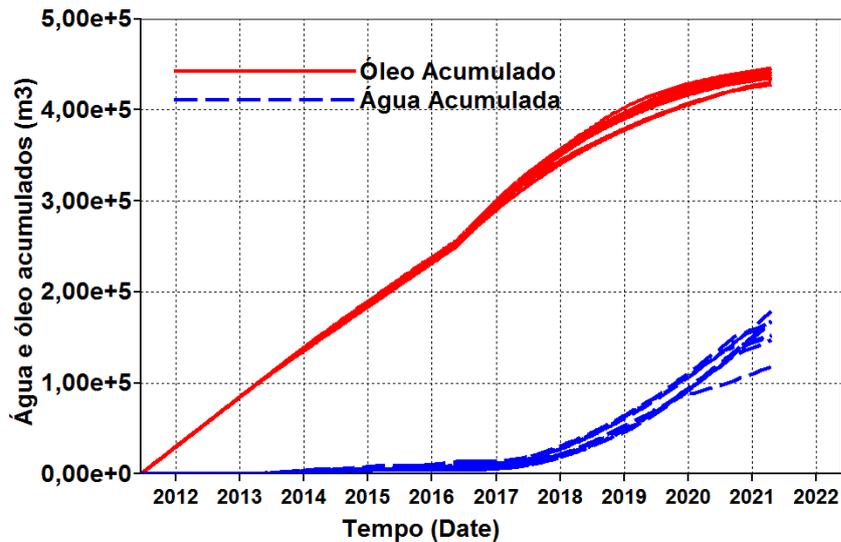


(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

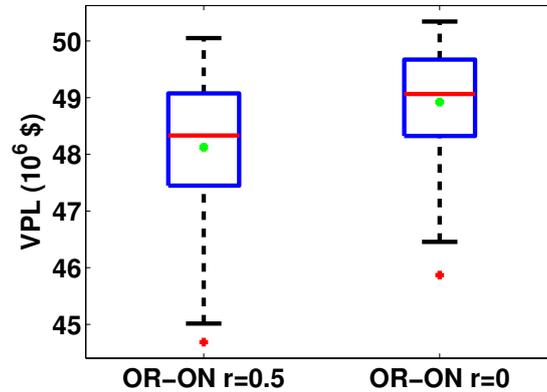
Fonte: o autor (2020)

Figura 31 – Egg - Produção acumulada de óleo e água da OR-ON com 2 ciclos de controle



Fonte: o autor (2020)

A influência do fator de risco, r , é avaliada para a OR-ON, então além do fator de risco $r = 0.5$ é avaliada uma otimização para $r = 0$. A Figura 32 compara esses fatores, e mostra que para este caso a diminuição do fator de risco não acarreta na diminuição da variabilidade do resultado, pois além do melhor valor médio, o uso do fator $r = 0$ obteve uma menor variabilidade do VPL.

Figura 32 – Egg - Comparação entre a OR-ON com diferentes fatores de risco: $r = 0.5$ e $r = 0$ 

Fonte: o autor (2020)

A Tabela 5 mostra a média, o desvio padrão e o número de simulações requeridas do modelo Egg para os casos CR, ON, OR-CR, OR-ON, OR-KM e OR-STD. O número de simulações das abordagens OR-ON e OR-STD, que utilizaram a ON para a escolha das realizações, não está levando em consideração o número de simulações da ON. Isso quer dizer que a OR-KM é um pouco menos custoso que estes, mas apresenta menores valores de VPL. A Tabela 6 mostra os índices das realizações selecionadas via ranqueamento das abordagens OR-CR e OR-ON

Tabela 5 – Média e desvio padrão dos principais resultados do modelo Egg utilizando dois ciclos de controle

	Média ($\times 10^6$)	Desvio Padrão ($\times 10^6$)	No. de Simulações	Diferença % CR
Controle reativo	43.346	1.393	100	-
Otimização Nominal	46.390	1.190	1100	7.0
OR-CR	44.364	1.319	5850	2.3
OR-ON $r=0.5$	48.126	1.125	9100	11.0
OR-ON $r=0$	48.923	0.960	9100	12.9
OR-KM	47.238	1.052	9100	9.0
OR-STD	47.669	1.130	9100	10.0

Fonte: o autor (2020)

Tabela 6 – Egg - Subconjunto de realizações selecionadas para as abordagens OR-CR e OR-ON

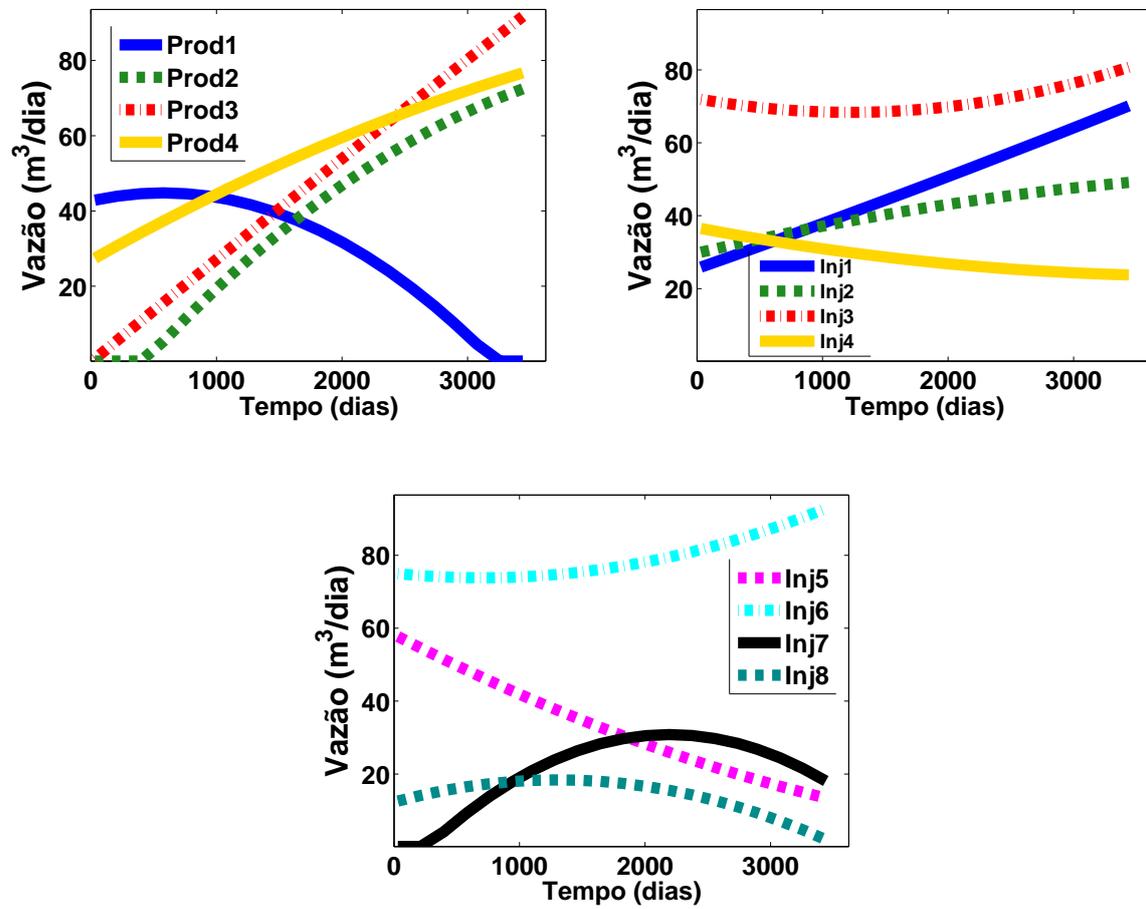
Percentil	OR-CR	OR-ON
P10	R47	R4
P20	R31	R67
P30	R28	R41
P40	R56	R16
P50	R9	R43
P60	R88	R14
P70	R72	R33
P80	R23	R60
P90	R58	R38

Fonte: o autor (2020)

Mudança de variável para coeficientes polinomiais

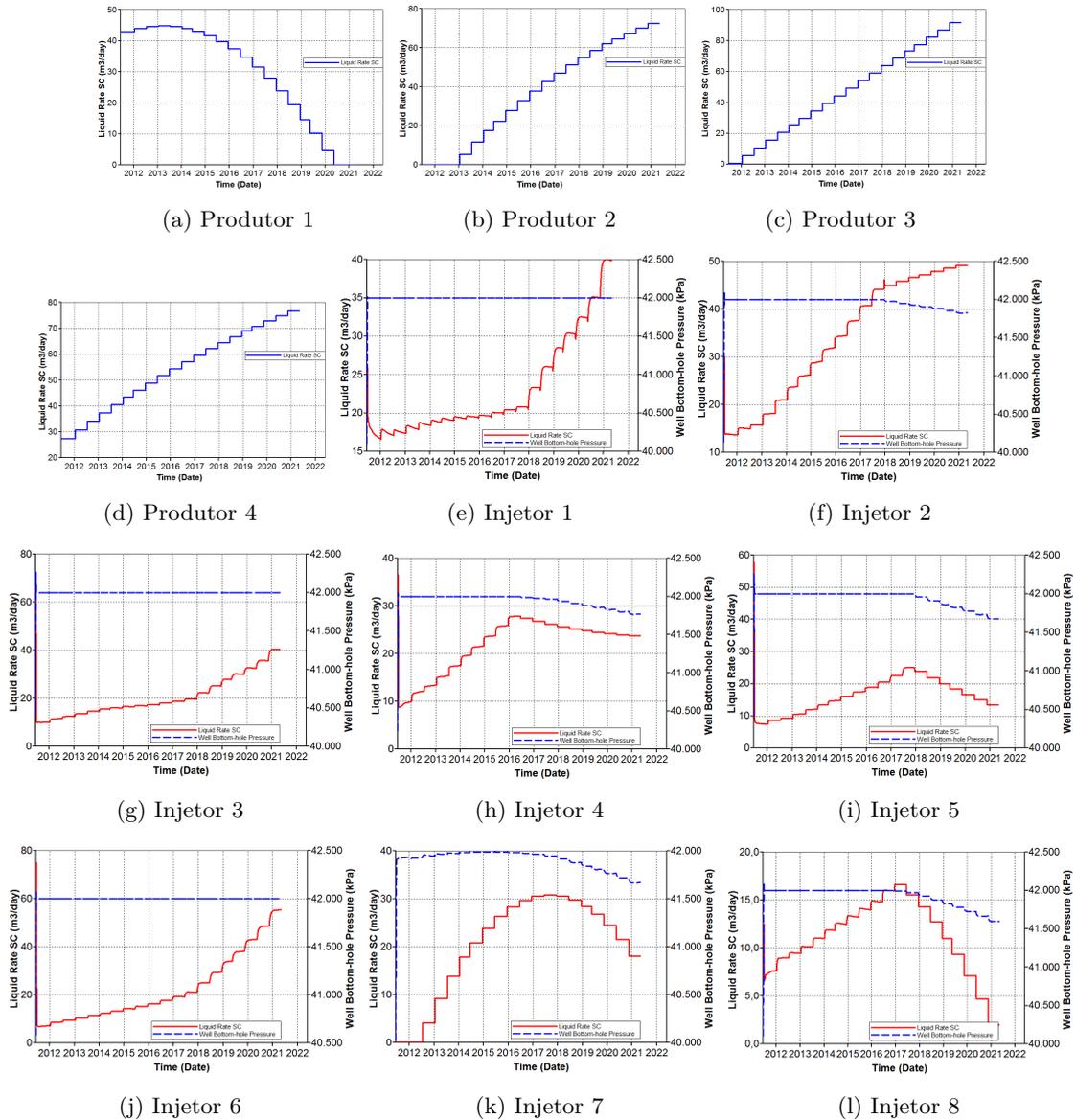
São utilizados os coeficientes de um polinômio natural do segundo grau como controle dos poços produtores e injetores, representando, para este modelo, as vazões destes poços. Os controles são passados a cada 6 meses, totalizando 20 controles fornecidos. A Figura 33 apresenta os controles de vazão passados ao simulador a partir dos coeficientes otimizados da otimização nominal do P50 do controle reativo. Nos casos em que os coeficientes fornecem valores negativos de vazão, como é o caso do PROD1, PROD2 e INJ7, estas vazões são assumidas igual a zero. A Figura 34 mostra os mesmos controles aplicados no simulador após a correção. Nota-se que os controles dos poços produtores no simulador seguem as vazões informadas pelo otimizador, enquanto no caso dos poços injetores, a máxima pressão de fundo de poço é atingida na maior parte do tempo de concessão, desta forma, a variável secundária, BHP (linha tracejada azul), controla a primária, vazão (linha contínua vermelha).

Figura 33 – Egg - Controle de vazões de líquidos passado para o simulador por polinômio de 2º grau da otimização nominal



Fonte: o autor (2020)

Figura 34 – Egg - Controle de vazões no simulador por polinômio de 2º grau da otimização nominal



Fonte: o autor (2020)

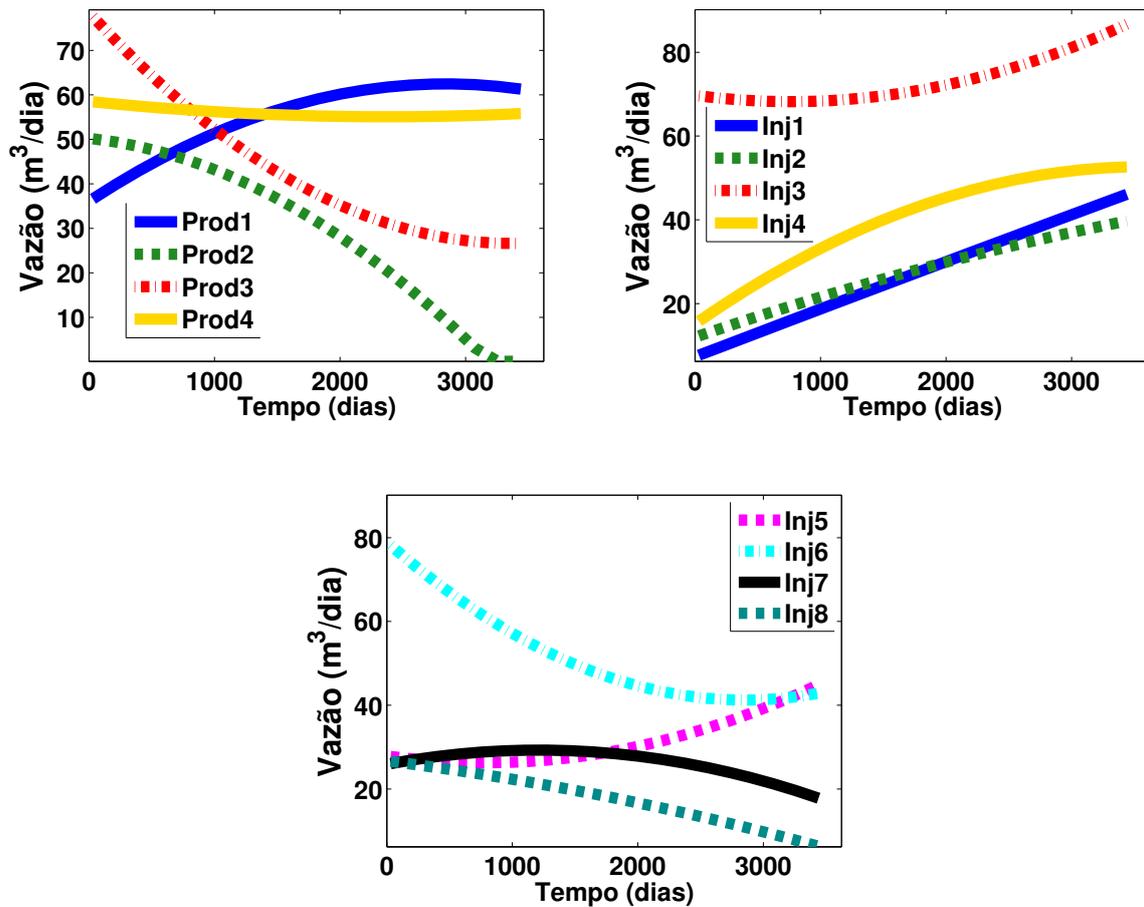
Os controles da otimização robusta são mostrados na Figura 35. Comparando os controles da otimização nominal, Figura 33, com os controles da otimização robusta, Figura 35, nota-se que os poços injetores Inj1, Inj2 e Inj3 tem controles de vazões similares.

A Figura 36 apresenta os controles de todas as realizações no simulador. Assim como no caso nominal, não houve diferença entre os controles dos poços produtores enviados pelo otimizador e o que foi utilizado pelo simulador IMEX.

Já no caso dos poços injetores, uma parte das realizações atingiu o máximo BHP, que ocasionou a queda de vazão nestes poços. Por este motivo, os gráficos das vazões dos poços injetores, em vermelho, são acompanhados de seus respectivos gráficos de BHP, em azul. As realizações representativas estão destacadas pelas linhas nas cores rosa, para a vazão e azul claro para o BHP. Nota-se que houve uma grande variação do

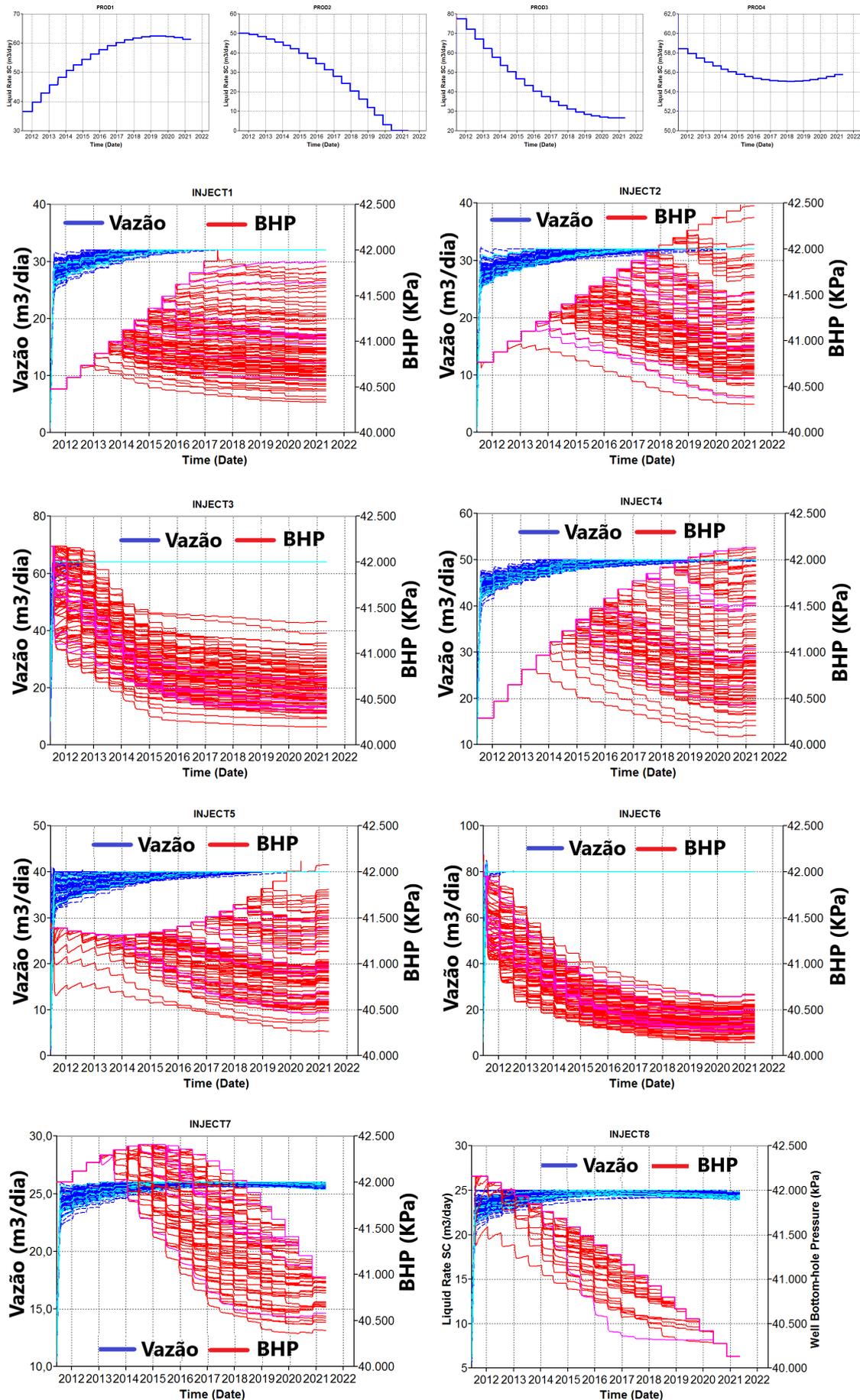
BHP, consequentemente da vazão, nos poços injetores em função dos diferentes campos de permeabilidade das realizações. Apenas os poços injetores 3 e 6 mantêm as pressões no limite superior em praticamente todo período de simulação para todas as realizações, nestes casos as vazões informadas pelo otimizador não são mantidas sendo estas controlados inteiramente pelo simulador. Nos outros poços, este fenômeno ocorre parcialmente, e não em todo período de concessão e apenas para algumas realizações.

Figura 35 – Egg - Controle de vazões de líquidos passado ao simulador por polinômio de 2º grau da otimização robusta



Fonte: o autor (2020)

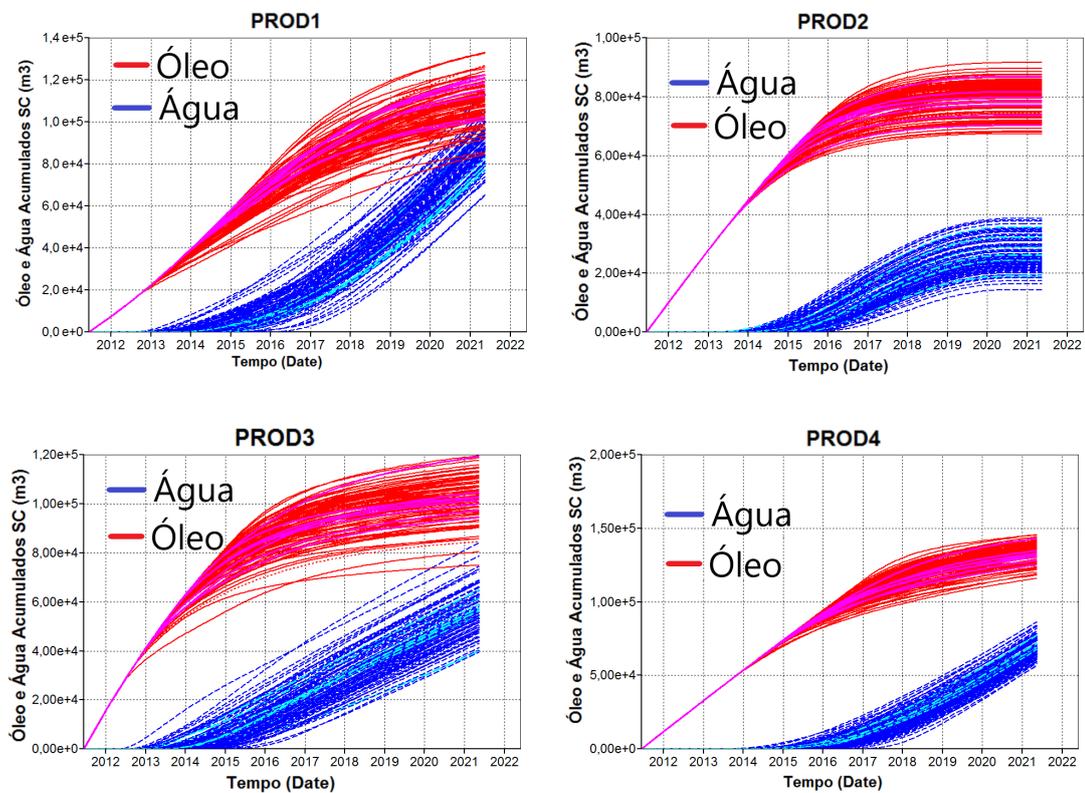
Figura 36 – Egg - Controle de vazões no simulador por polinômio de 2º grau da otimização robusta



Fonte: o autor (2018)

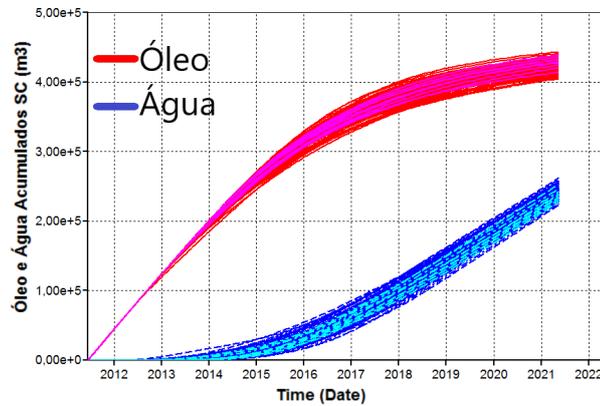
A produção acumulada de óleo e água de cada poço produtor para cada realização é mostrada na Figura 37. Como pode ser observado, os tempos de corte d'água e quantidade de água produzida diferem em cada realização. A Figura 38 apresenta a produção acumulada de óleo, linhas contínuas em vermelho, e água, linhas tracejadas em azul, da plataforma de poços produtores. As linhas mais claras representam o subconjunto de realizações, percebe-se que o subconjunto representa bem todas as realizações. O poço PROD1 tem o controle contrário ao esperado, como os outros três que produzem mais no início e diminuem a produção no fim da concessão, com isso o PROD1 apresenta uma grande produção de água, como pode ser visto na Figura 38.

Figura 37 – Egg - Produção acumulada de óleo e água para cada poço produtor da OR utilizando a primeira abordagem polinomial



Fonte: o autor (2020)

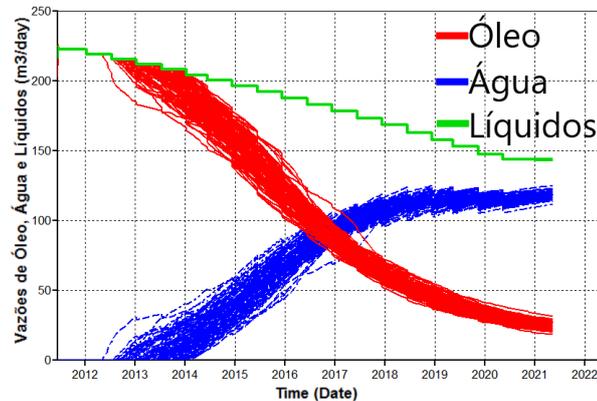
Figura 38 – Egg - Produção acumulada de óleo (vermelho) e água (azul) da plataforma de poços produtores da OR utilizando a primeira abordagem polinomial



Fonte: o autor (2020)

A Figura 39 mostra a vazão total de óleo, água e de líquidos (soma da vazão de óleo e de água) obtida da otimização robusta para todas as realizações. Nota-se que a estratégia adotada pelo otimizador é antecipar a produção de óleo, produzindo líquido, em verde, a uma maior taxa no início e decrescendo quase linearmente ao longo do período de produção.

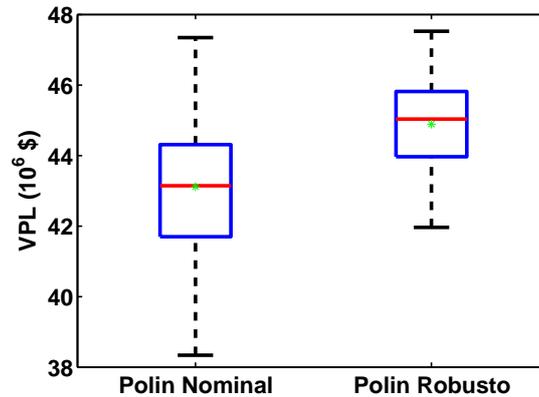
Figura 39 – Vazão de óleo (vermelho), água (azul) e líquidos (verde) da plataforma de poços produtores



Fonte: o autor (2020)

Em relação ao VPL, a Figura 40 exibe o diagrama de caixa do resultado da otimização nominal e da otimização robusta, aplicado em todas as realizações do modelo Egg, utilizando como variável de projeto coeficientes polinomiais. Percebe-se um aumento da média do VPL do caso polinomial robusto em relação à otimização polinomial nominal.

Figura 40 – Boxplot VPL: Polinômio caso Nominal e Polinômio caso Robusto

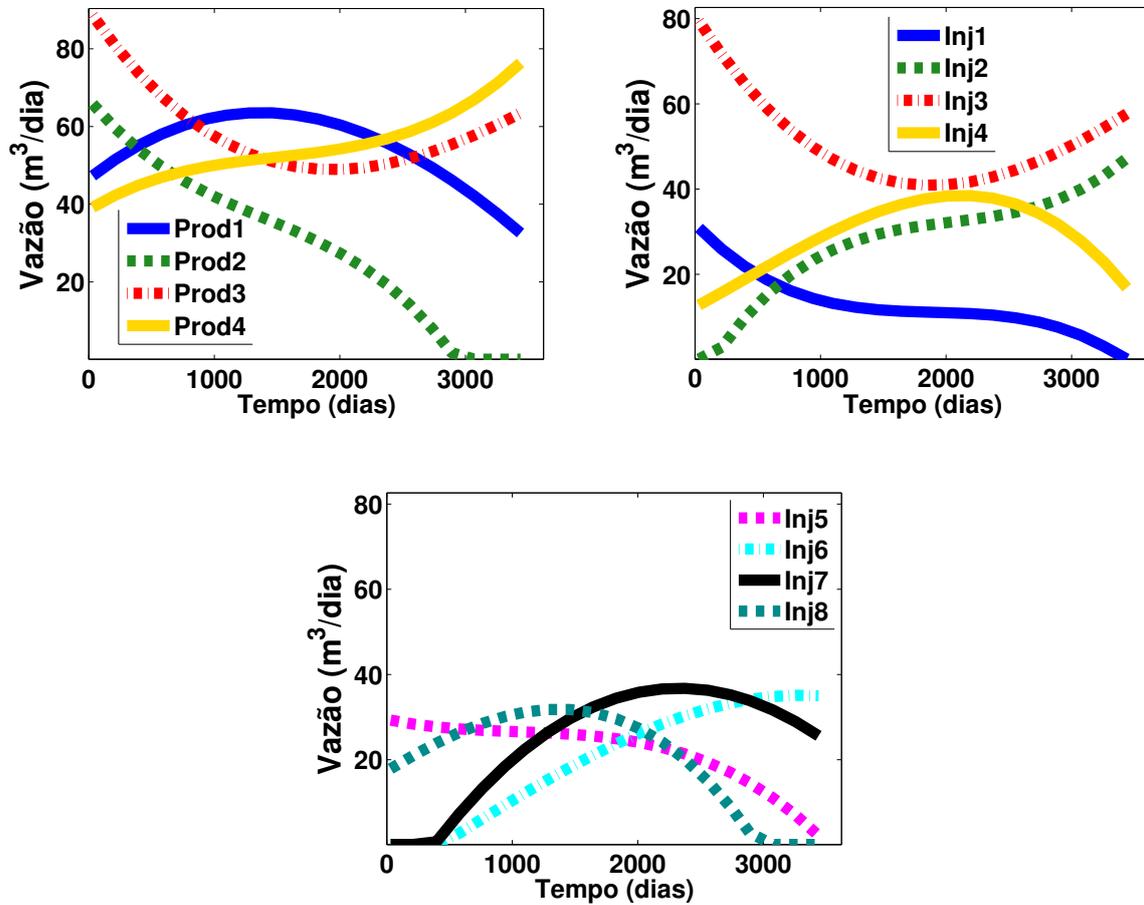


Fonte: o autor (2020)

Polinômio de 3º grau

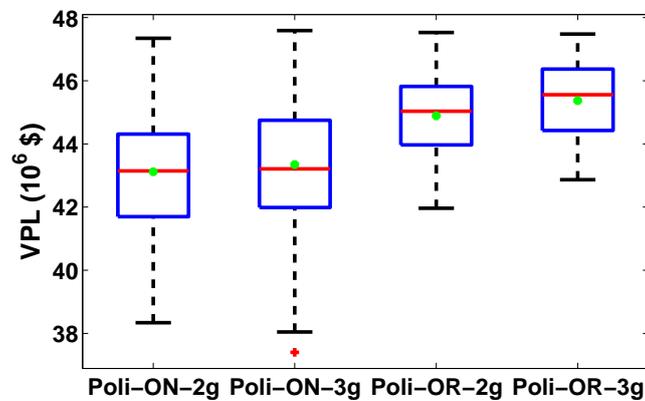
É feito um estudo com uso de polinômios do terceiro grau. O número de intervalos de controle é o mesmo utilizado anteriormente, 20 intervalos. O controle ótimo obtido da otimização robusta com polinômios 3º grau é mostrado na Figura 41. Uma comparação entre o VPL da otimização nominal e da otimização robusta através do controle com polinômios do 2º grau, já visto, e do controle com polinômios do 3º grau é mostrada na Figura 42. Como pode ser observado, o uso de um grau polinomial maior para a representação dos controles aumenta a média do VPL. Entretanto, o número de variáveis também cresce, aumentando o número de simulações necessárias. Para este modelo o número de variáveis passa de 36 para 48 variáveis. Nesta tese é dado um maior destaque ao polinômio do 2º grau porque o intuito do uso do polinômio é diminuir a dimensionalidade do problema, pois em problemas maiores, pode se tornar computacionalmente inviável utilizar polinômios de grau elevado.

Figura 41 – Controle de vazões de líquidos passado ao simulador por polinômio de 3º grau da otimização robusta



Fonte: o autor (2020)

Figura 42 – Egg - Diagrama de caixa do VPL da otimização nominal e robusta com controle polinomial do 2º grau e do 3º grau



Fonte: o autor (2020)

A Tabela 7 apresenta uma comparação entre os polinômios do 2º e 3º graus com

o controle reativo. Percebe-se que a otimização nominal utilizando o polinômio obteve praticamente os mesmos resultados do CR. Quando a otimização robusta é conduzida, os resultados melhoram e, como já verificado, o polinômio do 3º grau obteve um resultado superior ao do 2º grau.

Tabela 7 – Estatísticas do modelo Egg usando polinômios de 2º e 3º graus

Caso	Média ($\times 10^6$)	Desvio Padrão ($\times 10^6$)	Diferença CR %	Nº Simulações
CR	43.346	1.393	-	100
ON Polinômio 2º g.	43.118	1.823	-0.5	1480
ON Polinômio 3º g.	43.345	1.984	0.0	1470
OR Polinômio 2º g.	44.890	1.282	3.6	13320
OR Polinômio 3º g.	45.369	1.124	4.7	17640

Fonte: o autor (2020)

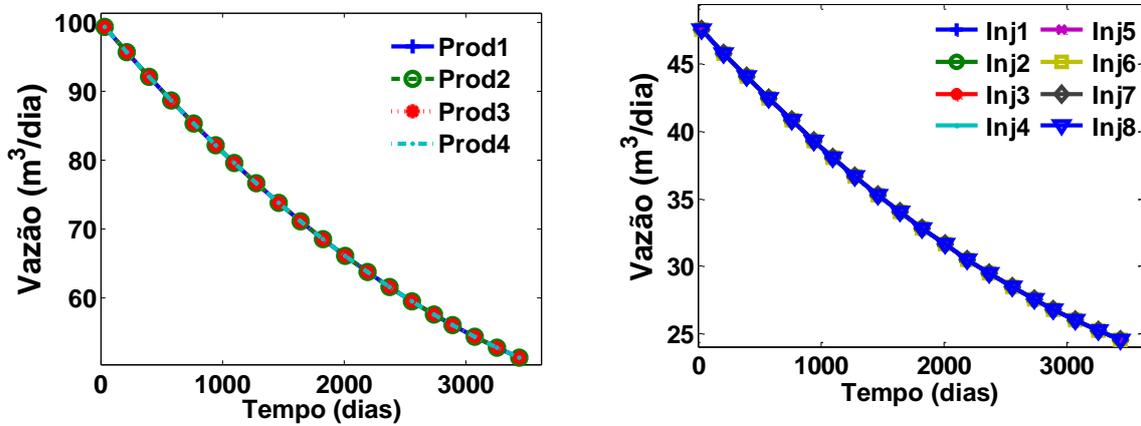
Polinômio com limites respeitados - Polinômio 2

Seja o polinômio definido pela Equação 55, do segundo grau e adotando os mesmos 20 ciclos de controle utilizados anteriormente, chamado a partir de agora de polinômio 2. Os limites dos coeficientes deste polinômio estão no intervalo $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ e para $\tilde{u}_{med,j}$ o limite está em $[0, 1]$.

O controle inicial deste polinômio é apresentado na Figura 43, o valor do VPL não é apresentado porque é calculado no subconjunto de realizações. Uma otimização nominal é conduzida utilizando a realização correspondente ao P50 do CR, que é a mesma realização utilizada para todas as ON deste modelo. O controle obtido é mostrado na Figura 44. O controle do Inj4 está embaixo do controle do Inj8. Com o resultado do VPL calculado em todas as realizações, seleciona-se as realizações representativas para a otimização robusta, cujo controle ótimo é apresentado na Figura 45. Percebe-se que o comportamento deste polinômio é bem diferente do anterior, devido às diferentes parametrizações utilizadas. No polinômio 2 os controles da vazão decrescem com o tempo, diferente do que ocorre no polinômio anterior onde alguns controles tem comportamento parabólico, inclusive aumentando a produção com o tempo como é o caso do Prod3 e Prod4 na Figura 41.

Os diagramas de caixa da Figura 46 comparam os resultados da ON (Poli2-ON-2g) e da OR (Poli2-OR-2g) deste polinômio com o CR e o melhor resultado da OR do polinômio anterior (Poli-OR-3g), do 3º grau. Nota-se um grande aumento na média do VPL já na ON deste polinômio comparado com a OR do polinômio anterior, e a OR do polinômio 2 aumentou um pouco mais o resultado da ON.

Figura 43 – Egg - Controle inicial do polinômio 2 para os poços produtores e injetores

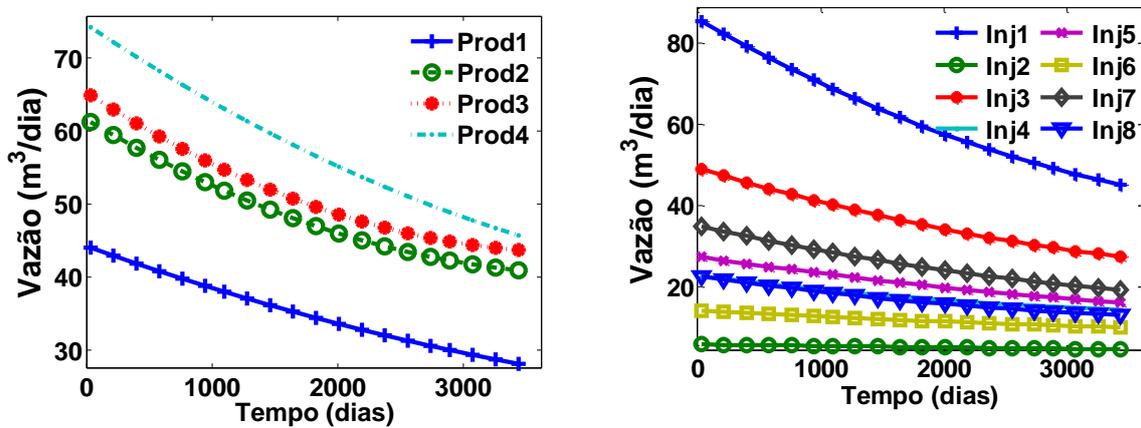


(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

Figura 44 – Egg - Controle da ON via o polinômio 2 para os poços produtores e injetores

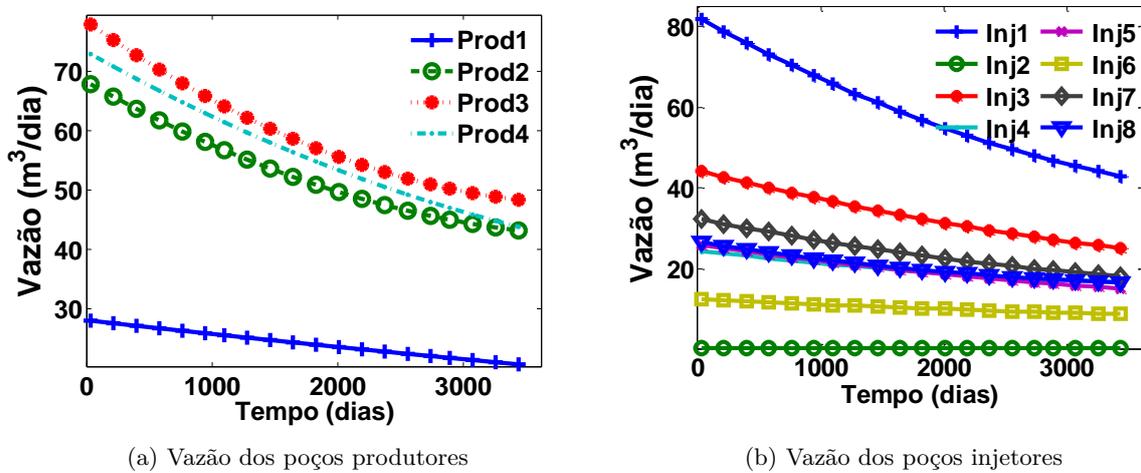


(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

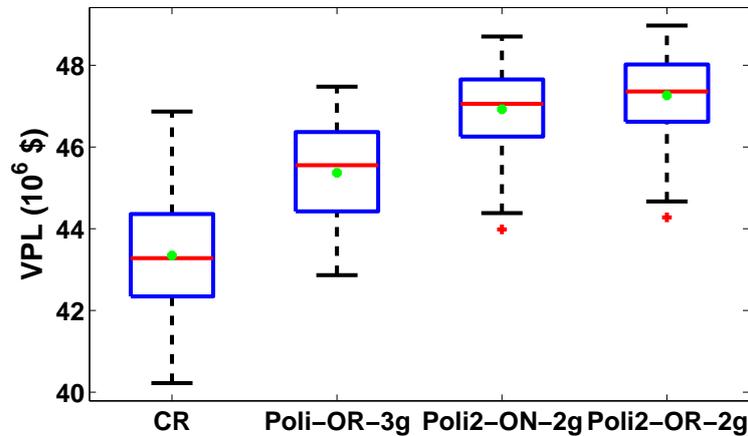
Fonte: o autor (2020)

Figura 45 – Egg - Controle da OR-ON utilizando o polinômio 2 para os poços produtores e injetores



Fonte: o autor (2020)

Figura 46 – Egg - Diagrama de caixa do VPL comparando a ON e a OR do polinômio 2 do 2º grau com o CR e a OR com controle polinomial do 3º grau do primeiro polinômio



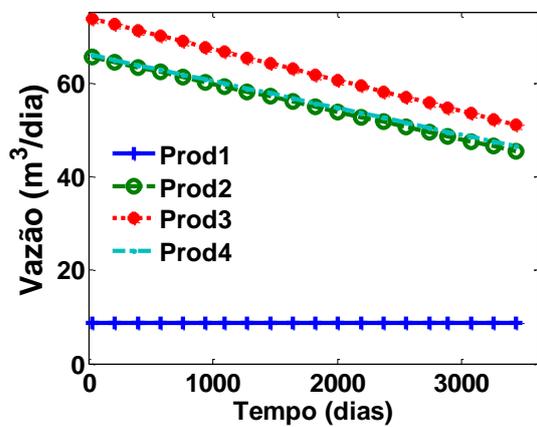
Fonte: o autor (2020)

Como pode ser observado nas Figuras 45 e 46 o comportamento da vazão é aproximadamente linear. Então, é feita uma OR utilizando o polinômio 2 do primeiro grau, as realizações selecionadas são as mesmas que foram utilizadas com o polinômio do 2º grau e o ponto inicial também foi igual, apenas retirando os coeficientes relacionados aos termos de 2ª ordem do polinômio. A Figura 47 mostra os controles ótimos obtidos da otimização. A Figura 48 compara o VPL deste polinômio com o do 2º grau. É apresentado na Tabela 8 a comparação com do polinômio 2 com o CR. Percebe-se que o polinômio do 1º grau obteve uma média de VPL melhor que o do 2º grau, mostrando que o aumento do grau do polinômio não necessariamente alcança melhores resultados. O principal motivo para este caso é que o comportamento das vazões indicava que o polinômio do primeiro

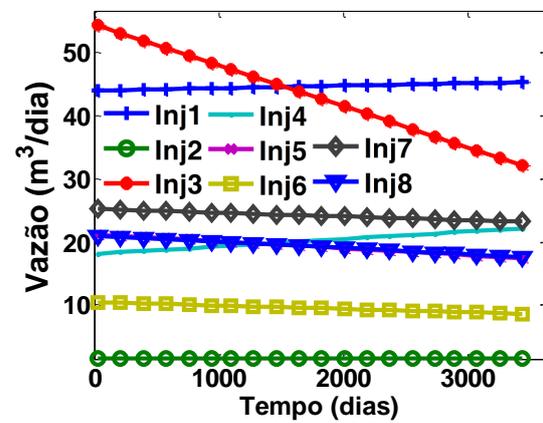
grau era mais adequado. Outro motivo é que quanto maior o grau do polinômio, mais variáveis tem o problema, o que dificulta o trabalho do otimizador. Percebe-se também que muitas das vazões ótimas resultantes do polinômio do 1º grau e algumas do 2º grau são aproximadamente constantes, o que se aproxima da abordagem que utiliza ciclos de controle.

É feita uma otimização utilizando 1 ciclo de controle, utilizando a OR-ON, a fim de comparar com o resultado do polinômio do 1º grau. O resultado é mostrado na Figura 48 e na Tabela 8. A vazão encontrada desta otimização está mostrada na Figura 49. A média do VPL ao usar 1 ciclo de controle é próxima à encontrada pelo polinômio 2 do 1º grau, como esperado.

Figura 47 – Egg - Controle da OR-ON via o polinômio 2, de grau 1, para os poços produtores e injetores



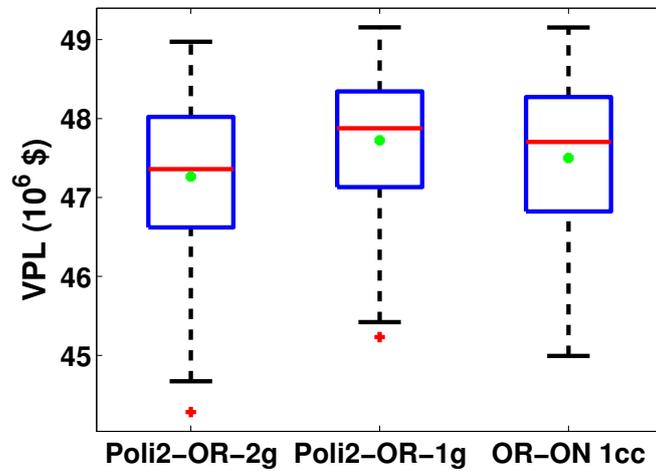
(a) Vazão dos poços produtores



(b) Vazão dos poços injetores

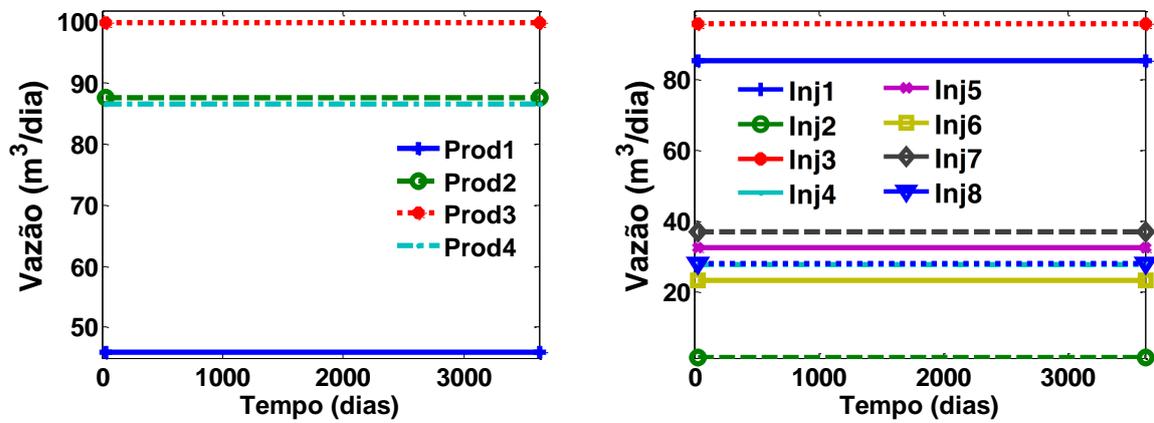
Fonte: o autor (2020)

Figura 48 – Egg - Diagrama de caixa do VPL comparando a OR do polinômio 2 do 2º grau com o polinômio 2 do 1º grau e com a OR-ON com 1 ciclo de controle



Fonte: o autor (2020)

Figura 49 – Egg - Vazão da otimização da abordagem OR-ON com 1 ciclo de controle e $r=0.5$ para os poços produtores e injetores



(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

Tabela 8 – Estatísticas do modelo Egg usando o Polinômio 2 de 1º e 2º graus e OR-ON com 1 ciclo de controle

Caso	Média ($\times 10^6$)	Desvio Padrão ($\times 10^6$)	Diferença CR %	Nº Simulações
CR	43.346	1.393	-	100
ON Polinômio 2 2g	46.925	1.028	8.3	13320
OR Polinômio 2 2g	47.265	0.963	9.0	9324
OR Polinômio 2 1g	47.723	0.888	10.1	9000
ON 1cc	47.359	0.925	9.3	542
OR-ON 1cc	47.500	0.961	9.6	3042

Fonte: o autor (2020)

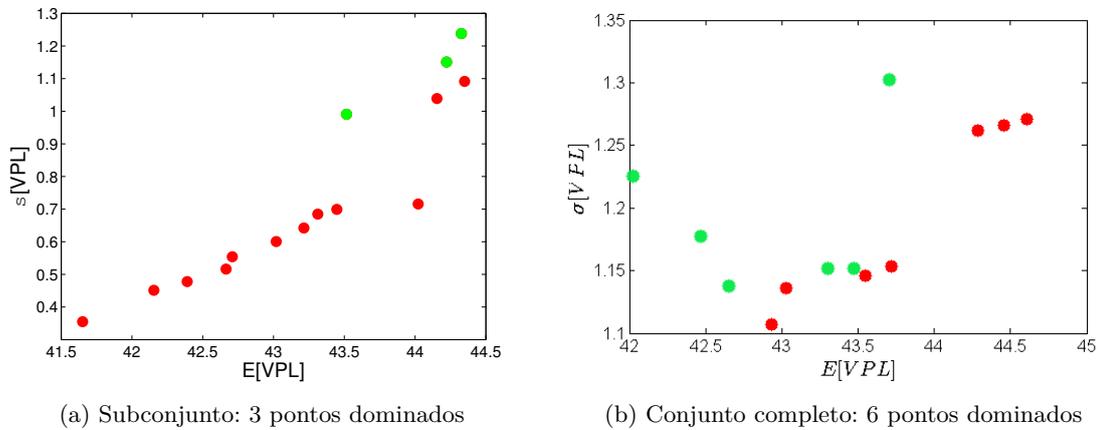
OR-MO - Otimização Robusta Multiobjetivo

Inicialmente a escolha dos múltiplos objetivos considerados para otimização é buscar maximizar a média do valor esperado do VPL enquanto se procura minimizar o desvio padrão do mesmo. Assim a formulação da otimização robusta multiobjetivo (OR-MO) é dada pela Equação 46.

Para a seleção das realizações representativas é utilizada a técnica de ranqueamento, a partir da qual são selecionadas oito realizações, igualmente espaçadas em relação aos percentis do VPL de uma otimização nominal. As realizações selecionadas são as seguintes: 31, 55, 77, 93, 87, 33, 32, 38.

É utilizada a técnica de otimização multiobjetivo NBI e são escolhidos 15 pontos para representar a frente de Pareto. A Figura 50a mostra os pontos encontrados, representando a média e desvio padrão do subconjunto de realizações, nota-se três pontos dominados, em verde e duas regiões com baixa concentração de pontos. Os pontos ótimos foram avaliados em todo conjunto de 100 realizações, e o resultado é mostrado na Figura 50b. Apesar de no subconjunto das realizações, o método NBI ter alcançado uma frente de Pareto, ao propagar o resultado no conjunto original de realizações, o resultado não seguiu o padrão encontrado. A incerteza presente nas realizações oferece graus de liberdade suficientes para esse comportamento. Devido a esse resultado, outras duas funções conflitantes são utilizadas, apresentadas a seguir.

Figura 50 – Egg - Pontos de Pareto para Funções Objetivo Média e Desvio Padrão usando: a) subconjunto de 8 realizações; b) conjunto completo de 100 realizações



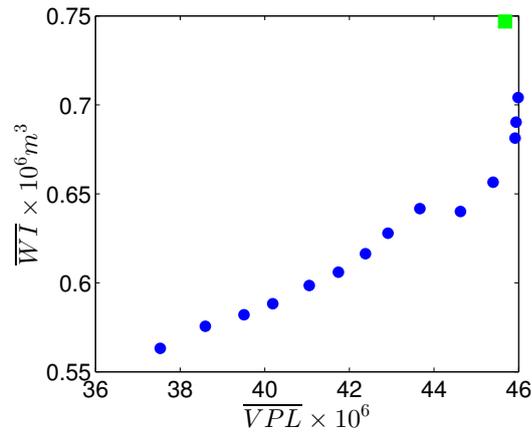
Fonte: o autor (2020)

Consideração da funções multiobjetivo \overline{VPL} x \overline{WI}

As duas funções objetivo apresentadas na Equação 47 são consideradas, são elas o \overline{VPL} (média do VPL) e a \overline{WI} (média da injeção de água acumulada). A escolha destas funções é baseada em trabalhos realizados para otimização determinística (OLIVEIRA, 2013; PINTO, 2014; AFONSO et al., 2015). Soluções de Pareto para 15 pontos foram obtidas e a frente de Pareto do \overline{VPL} com a \overline{WI} , já propagados nas 100 realizações, é mostrada na Figura 51. O ponto âncora do VPL, quadrado verde, está dominado pelos três últimos pontos da frente de Pareto. O parâmetro de equitatividade, dado pela Equação 23, para essa frente vale 0.58.

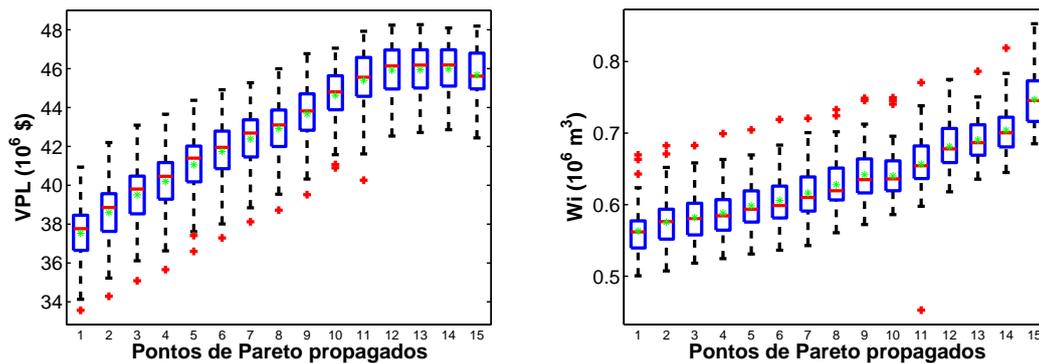
A representação da distribuição das realizações de cada solução de Pareto é mostrada para o \overline{VPL} , na Figura 52a, e para a \overline{WI} na Figura 52b. Nota-se que os pontos de Pareto do \overline{VPL} propagados apresentam maior desvio padrão quando comparados aos pontos do \overline{WI} .

Figura 51 – Egg: Frente de Pareto robusta



Fonte: (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2019)

Figura 52 – Egg - Diagramas de caixa das soluções robustas da frente de Pareto: a) VPL e b) WI



(a) VPL

(b) WI

Fonte: (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2019)

Dependendo de seus objetivos, o tomador de decisões pode escolher, por exemplo, uma solução com um VPL um pouco menor mas que produza consideravelmente menos água.

Otimização Robusta com Múltiplas Completações

O intuito deste tópico é aplicar as abordagens de otimização sob incerteza considerando que o modelo possui múltiplas zonas de completção independentes. Completção é o conjunto de operações, tais como colocação de revestimento e cimentação, destinadas a equipar o poço para produzir ou injetar fluidos de maneira segura e econômica de modo a minimizar intervenções futuras para manutenção (*workover*) (THOMAS, 2004). A completção é dita simples, quando uma única coluna de produção é descida no poço, com esse tipo de completção é possível controlar apenas uma zona de interesse. Já a completção

múltipla permite produzir ao mesmo tempo duas ou mais zonas através de uma ou mais colunas de completção descida ao poço. A vantagem da múltipla completção é poder gerenciar independentemente zonas individuais do reservatório, minimizando a injeção e produção de água e melhorando a recuperação final de óleo. Contudo, é inevitável o fluxo cruzado entre as zonas de diferentes pressões quando as válvulas estiverem abertas.

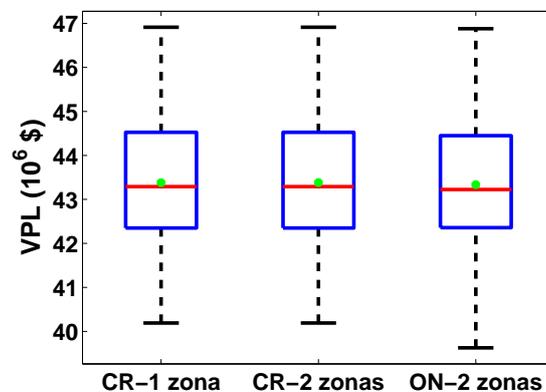
Em contrapartida, o uso de múltiplas completções acarreta no aumento do número de variáveis, tornando a otimização computacionalmente mais custosa.

O estudo da otimização robusta com os poços com múltiplas completções segue os mesmos passos utilizados anteriormente, quando cada poço foi completado em todas as sete camadas, quais sejam, efetuar a princípio o controle reativo sobre todas as realizações, selecionar a realização correspondente ao P50 para fazer uma otimização determinística e a partir deste resultado escolher as realizações representativas que são, então, utilizadas na otimização robusta.

Nesta etapa do estudo, cada poço é completado em duas zonas, a primeira da camada 1 à 4 e a segunda da camada 5 à 7. Para isso, foi utilizada uma opção de comando do simulador IMEX chamada CLUMP (*Control Layer Lumping*), que controla trechos de camadas (perfurações, completções) perfurados por um poço. A variável de controle neste caso será o multiplicador do índice de produtividade/injetividade do poço.

A comparação do controle reativo da estratégia com uma e com duas completções é mostrado na Figura 53. Ainda na Figura 53 é mostrada uma ON usando a realização correspondente ao P50 do CR com 2 zonas completadas. Nota-se que o resultado da propagação da ON ficou inferior ao CR. Como os resultados utilizando o CLUMP não se mostraram promissores para este caso, o estudo de múltiplas completções é conduzido utilizando uma abordagem diferente, com pseudo-poços.

Figura 53 – Comparação do controle reativo do modelo Egg com uma e duas zonas de completção por poço usando CLUMP

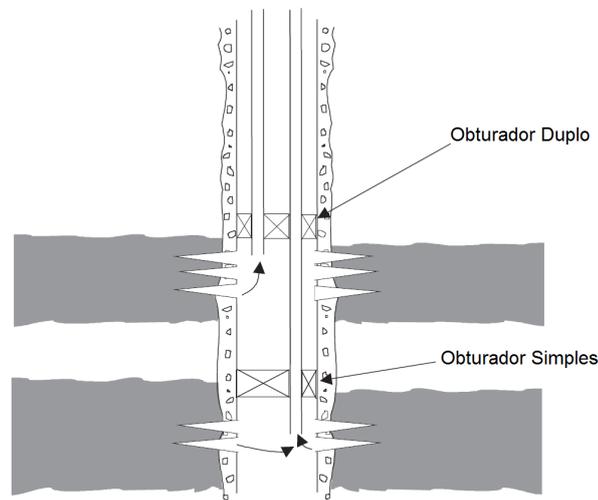


Fonte: o autor (2020)

Uso de múltiplas colunas de completção

A completção de cada zona continua a mesma considerada anteriormente. A diferença está na completção, que agora são utilizadas múltiplas colunas de completção, que consiste em utilizar duas ou mais colunas de completção em uma mesma coordenada (um único poço), para cada uma dessas zonas. A variável de controle volta a ser a vazão em cada coluna de completção. Um esquema de completção de múltiplas zonas e multiplas colunas é mostrado na Figura 54 (LYONS; PLISGA, 2016). Nesta figura, duas colunas de completção estão no mesmo poço e cada zona de produção está isolada por obturadores (*packers*).

Figura 54 – Esquema de múltiplas zonas com múltiplas colunas de completção



Fonte: Adaptada de Lyons e Plisga (2016)

Com esta configuração, cada poço é representado por dois pseudo-poços e a vazão destes deve atender a máxima vazão daquele poço. Logo, no problema de otimização surge uma restrição de capacidade de vazão para cada poço. Então, é adicionado à Equação 42 a seguinte restrição:

$$\sum_{i=1}^{N_{\text{comp}}} q_w^i \leq q_{w_{\text{max}}}, w = 1, \dots, N_w \quad (57)$$

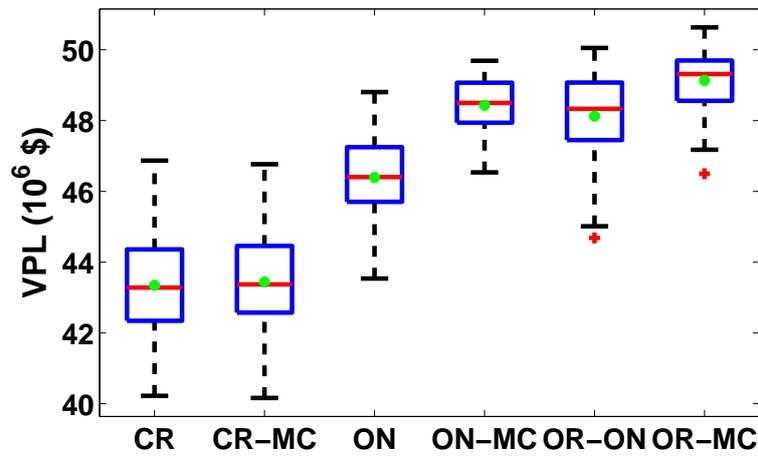
onde N_{comp} é o número de completções do poço w ; $q_{w_{\text{max}}}$ é a máxima vazão permitida para o poço; w pode ser um poço produtor ou injetor. O custo de instalação dos pseudo-poços não é levado em consideração.

Amostragem do Hipercubo Latino com restrições lineares de desigualdade

Uma modificação na forma do LHS é feita para levar em conta as restrições de desigualdade que surgiram, Equação 57. Agora, a amostra gerada encontra-se em um espaço viável que respeita as restrições lineares de desigualdade na forma: $Ax \leq b$.

A Figura 55 compara os resultados do controle reativo, da ON e da OR com e sem o uso de pseudo poços nas duas zonas citadas anteriormente. Com o uso dos pseudo-poços foi possível melhorar os resultados quando comparado com os respectivos casos com apenas uma completção. Esses resultados indicam a importância da aplicação dos chamados poços inteligentes na otimização. Esta aplicação teve como finalidade mostrar que é possível utilizar otimização robusta em poços multicompletados.

Figura 55 – Comparação do controle reativo do modelo Egg com uma (CR, ON e OR-ON) e duas zonas (CR-MC, ON-MC e OR-MC) de completção por poço usando pseudo poços

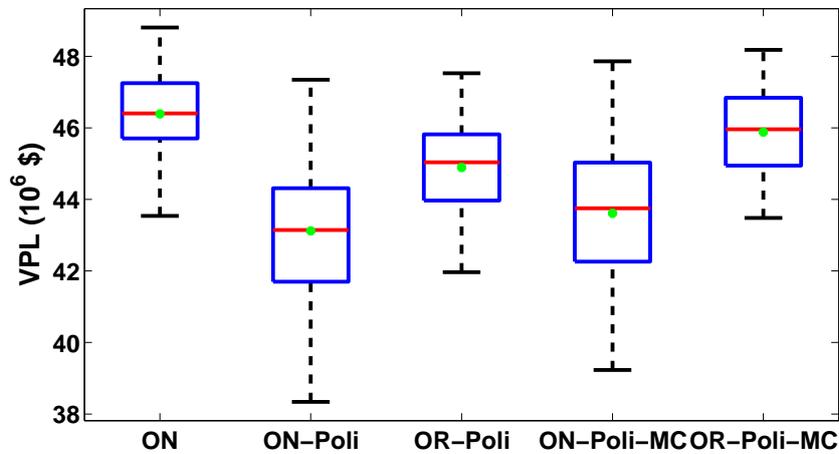


Fonte: o autor (2020)

Uso de múltiplas colunas de completção e Polinômio

O mesmo problema com duas completções é aplicado com o uso do primeiro esquema de polinômios. Os resultados, mostrados na Figura 56, comparam a otimização nominal com polinômio (ON-Poli-MC) com a otimização nominal com 2 ciclos de controle (ON) e com a otimização nominal com uso do polinômio com uma completção (ON-Poli). Devido ao resultado da ON-Poli ser inferiores ao da ON, levou ao resultado de ON-Poli-MC também ser inferior ao da ON, mas superior ao da ON-Poli. Comparando apenas os casos polinomiais, nota-se uma melhora nos resultados com o uso da multipla completção.

Figura 56 – Egg - Resultado da otimização robusta polinomial com duas completções comparado com uma completção

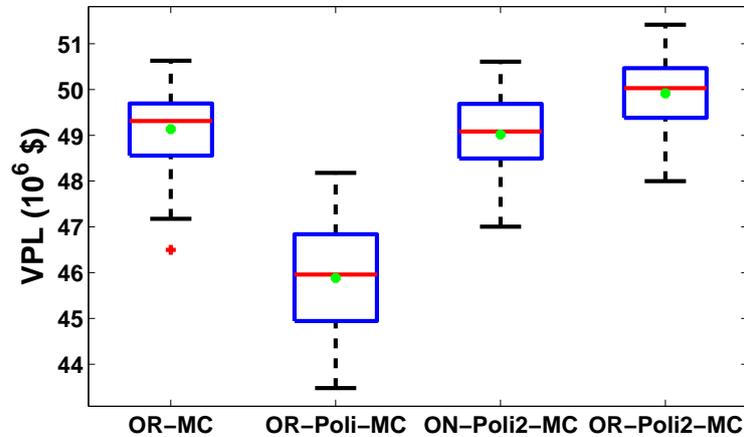


Fonte: o autor (2020)

Considerando agora o Polinômio 2, é feita uma comparação com a otimização robusta com dois ciclos de controle (OR-MC) e com a otimização robusta com uso do primeiro polinômio (OR-Poli-MC), o resultado é mostrado na Figura 57. O uso do segundo polinômio obteve resultados superiores aos casos comparados.

A Tabela 9 resume todos os resultados uni objetivo do modelo Egg. Pode-se destacar que o melhor resultado ao se utilizar uma completção foi da OR-ON com $r = 0$, com aumento de 13% do VPL médio em relação ao CR. Para duas completções o polinômio 2 obteve o maior aumento, de 15% em relação ao CR. Notar que o controle reativo com uma ou duas completções tem resultados semelhantes, então a comparação das múltiplas completções com o CR é válida. Quanto ao uso dos polinômios, fica clara a vantagem do segundo tipo. A Figura 58 mostra a relação do VPL médio com o número de simulações para cada caso.

Figura 57 – Egg - comparação entre os resultados do modelo com duas completções da ON e OR com uso do polinômio 2 com a OR usando 2 ciclos de controle (OR-MC) e a OR com uso do primeiro polinômio (OR-Poli-MC)



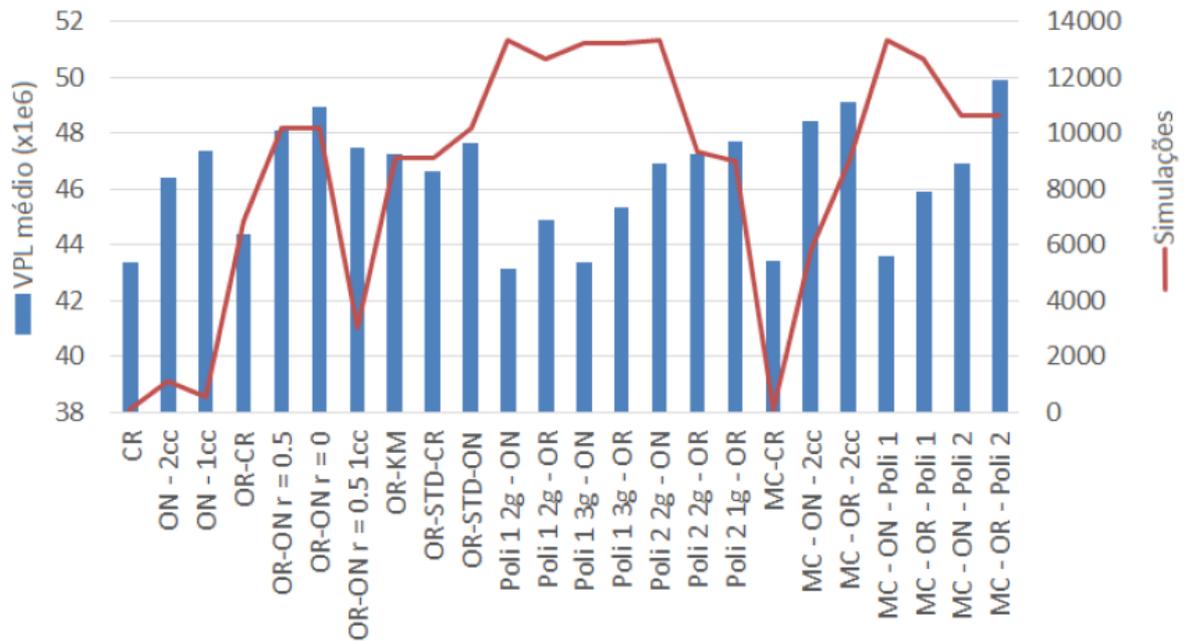
Fonte: o autor (2020)

Tabela 9 – Resumo das estatísticas do modelo Egg

Caso	min ($\times 10^6$)	max ($\times 10^6$)	Média ($\times 10^6$)	σ ($\times 10^6$)	Dife- rença CR %	Nº Simu- lações	It. SAO
CR	40.2245	46.8685	43.3460	1.393	-	100	-
ON - 2cc	43.5373	48.8048	46.3902	1.190	7.0	1100	20
ON - 1cc	45.0203	48.9286	47.3590	0.925	9.3	442	17
OR-CR	41.4977	47.2736	44.3643	1.319	2.3	5850	15
OR-ON-2cc r = 0	45.8699	50.3423	48.9230	0.960	12.9	9100	20
OR-ON-2cc r=0.5	44.6873	50.0503	48.1256	1.125	11.0	9100	20
OR-ON-1cc r=0.5	44.9917	49.1536	47.5000	0.961	9.6	3040	13
OR-KM	44.4742	49.1835	47.2375	1.052	9.0	9100	19
OR-STD-CR	30.0912	49.0999	46.6112	2.573	7.5	9100	19
OR-STD-ON	44.7911	49.8236	47.6693	1.129	10.0	9100	19
Polinômio 1 2g-ON	38.3392	47.3438	43.1180	1.823	-0.5	13320	20
Polinômio 1 2g-OR	41.9643	47.5268	44.8900	1.282	3.6	12654	19
Polinômio 1 3g-ON	37.4018	47.5879	43.3448	1.984	0.0	13230	15
Polinômio 1 3g-OR	42.8648	47.4770	45.3692	1.124	4.7	13230	15
Polinômio 2 2g-ON	43.9843	48.7064	46.9254	1.028	8.3	13320	20
Polinômio 2 2g-OR	44.2810	48.9729	47.2654	0.963	9.0	9324	14
Polinômio 2 1g - OR	45.2316	49.1555	47.7234	0.888	10.1	9000	20
MC-CR	40.1649	46.7680	43.4410	1.336	0.2	100	-
MC-ON-2cc	46.5348	49.6882	48.4300	0.781	11.7	5850	13
MC-OR-2cc	46.4993	50.6301	49.1354	0.828	13.4	5850	20
Polinômio 1 2g-MC-ON	39.2318	47.8590	43.6085	1.946	0.6	13320	20
Polinômio 1 2g-MC-OR	43.4797	48.1783	45.8820	1.183	5.9	13320	19
Polinômio 2 2g-MC-ON	43.9843	48.7064	46.9254	1.028	8.3	12654	16
Polinômio 2 2g-MC-OR	47.9970	51.4145	49.9138	0.782	15.2	10656	16

Fonte: o autor (2020)

Figura 58 – Egg: VPL médio vs simulações para cada caso



Fonte: o autor (2020)

Discussão do Modelo Egg: Verificou-se que ao utilizar o subconjunto de realizações baseado em CR o modelo apresenta o menor resultado entre os esquemas robustos utilizados, devido à má representação das realizações selecionadas. Ao escolher as realizações baseadas em uma prévia otimização nominal, os resultados melhoraram consideravelmente, chegando a 13% de aumento no \overline{VPL} em relação ao obtido pelo CR.

A primeira abordagem de polinomial não apresentou bons resultados, obtendo uma variação de apenas 4.7% em relação ao CR. O segundo tipo de polinômio prioriza os máximos controles iniciais e os diminui com o passar do tempo e, desta forma, obteve resultados tão bons quanto aos encontrados com a utilização do ciclo de controle, com aumento de até 10.1% comparado com o CR, o que valida sua utilização em outros modelos.

A aplicação da otimização robusta com duas completções dos poços apresentou uma melhora em relação aos casos com uma única completção e a segunda abordagem polinomial obteve o melhor valor entre as abordagens utilizadas. O custo da instalação destes pseudo poços não foi levado em consideração, mas os resultados mostram que se o custo total de instalação for menor que 1000000.00\$, os múltiplos poços são viáveis.

5.2.2 Modelo UNISIM-I-MOD

O modelo de simulação, mostrado na Figura 59, foi construído a partir do UNISIM-I-AD (GASPAR; SCHIOZER, 2013) e utilizado de forma determinística em Pinto (2014), vale notar que esta é uma versão simplificada em relação ao número de poços e ao cenário econômico adotado em relação ao descrito em Gaspar et al. (2015). O reservatório tem 6 poços produtores e 3 poços injetores. Os quatro primeiros poços produtores e todos poços injetores são abertos na data inicial (31/05/2013) com um intervalo de abertura de 30 dias, começando pelos poços produtores. Os últimos dois produtores, PROD5 e PROD6, foram abertos simultaneamente após os primeiros 4 anos de operação. O tempo de concessão é de 30 anos, podendo funcionar até (01/06/2043).

Características gerais das condições de operação para os poços e os dados econômicos para o cálculo do VPL são apresentados na Tabela 10.

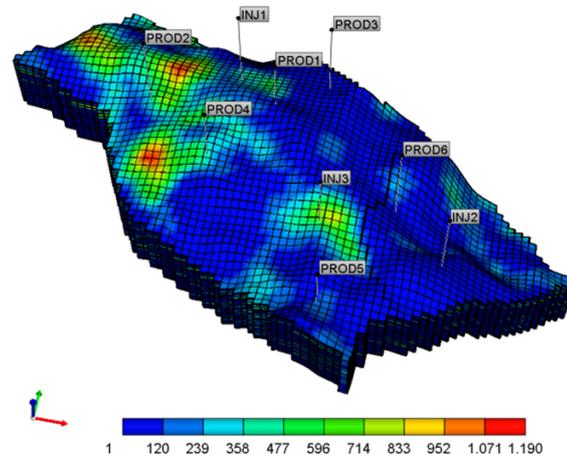
O reservatório é heterogêneo, com zonas de alta e baixa permeabilidade. Um conjunto de 500 cenários geológicos equiprováveis está disponível e a Figura 59 mostra o campo de permeabilidade do primeiro cenário deste conjunto com a localização dos poços, que é repetida para todas as outras realizações.

Tabela 10 – Sumário das Características do Modelo UNISIM-I-MOD

Parâmetros	Valores
Malha de Simulação	81x58x20
Blocos Ativos	36403
Porosidade	0 a 20%
Permeabilidade horizontal	1 a 1190 mD
Permeabilidade vertical	2 a 1785 mD
Compressibilidade da Rocha a 200 kgf/cm^2	$5.3 \times 10^{-6} (kgf/cm^2)^{-1}$
Pressão de Saturação (P_{sat})	210.03 kgf/cm^2
Viscosidade @ T_{res}, P_{sat}	0.97 cP
Tempo de concessão	30 anos
BHP Mínimo dos produtores	36 kgf/cm^2
BHP Máximo dos injetores	350 kgf/cm^2
Vazão máxima de líquido da plataforma de produtores	9000 m^3/dia
Vazão máxima de água da plataforma de injetores	13500 m^3/dia
Vazão máxima de líquido dos poços produtores	1500 m^3/dia
Vazão máxima de água dos poços injetores	5000 m^3/dia
Raio	0.156 m
Preço do óleo	25 $\$/m^3$
Custo de produção de água	5 $\$/m^3$
Custo de injeção de água	2 $\$/m^3$
Taxa de desconto	9.3 $\%/ano$

Fonte: adaptado de (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2019)

Figura 59 – Campo de permeabilidade da primeira realização do conjunto de 500 do modelo UNISIM-I-Mod



Fonte: o autor (2020)

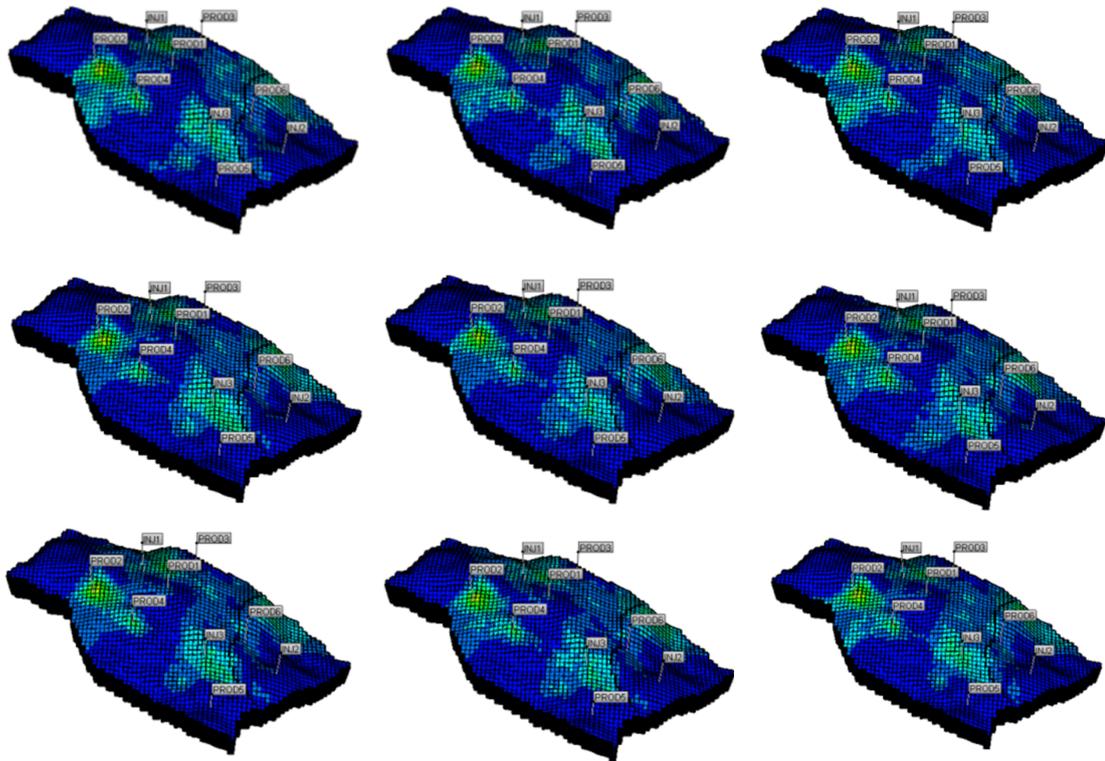
Para o controle reativo, considerando os dados para o caso analisado, o corte d'água econômico vale $WCUT_e = 0.83$. Nas abordagens de otimização não foi utilizada a restrição de corte d'água.

Para calcular as estatísticas aproximadas, foram selecionadas algumas realizações. Os subconjuntos de realizações usando o esquema k-means, com base na porosidade, permeabilidade nas direções I, J e K, e a razão entre espessura porosa e espessura total (*net-to-gross ratio* (NTG)), está indicado na Figura 60 e o subconjunto que utiliza o esquema de ranqueamento (P10,..., P90) com base na otimização nominal (ON) está indicado na Figura 61, em ambas as abordagens é mostrado apenas o campo de permeabilidade.

O processo para obter as realizações considerando o procedimento de agrupamento por meio da estratégia K-means (RO-KM) não captura necessariamente o conjunto original de realizações, mas as realizações geradas por esse procedimento apresentam os aspectos globais das realizações originais, como pode ser observado comparando-se as Figuras 60 e 61.

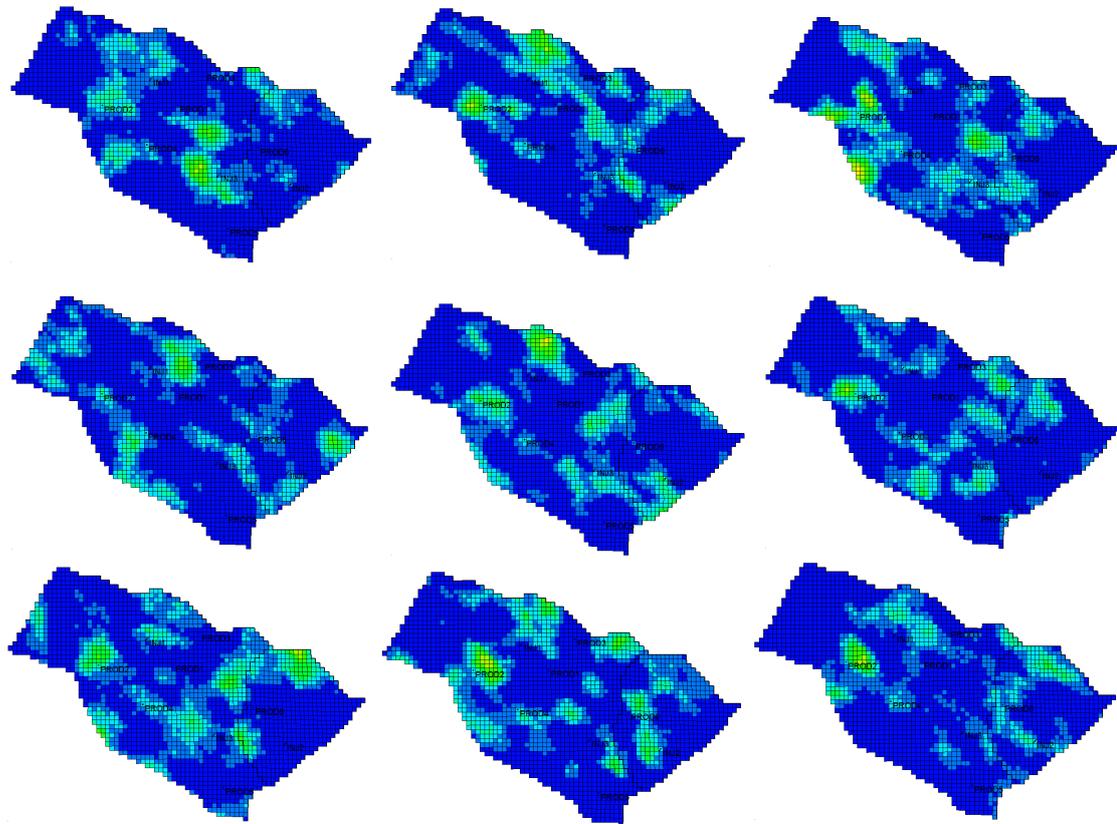
As Figuras 62 e 63 mostram as soluções encontradas usando o esquema de agrupamento e elas apresentam pior resultado quando comparadas com as soluções de OR usando subconjunto baseado em esquemas de classificação.

Figura 60 – Campo de permeabilidade das realizações representativas criadas pelo método de agrupamento K-means, UNISIM-I-Mod



Fonte: o autor (2020)

Figura 61 – UNISIM-I-Mod - Campo de permeabilidade das realizações representativas P10, ..., P90 da OR-ON



Fonte: o autor (2020)

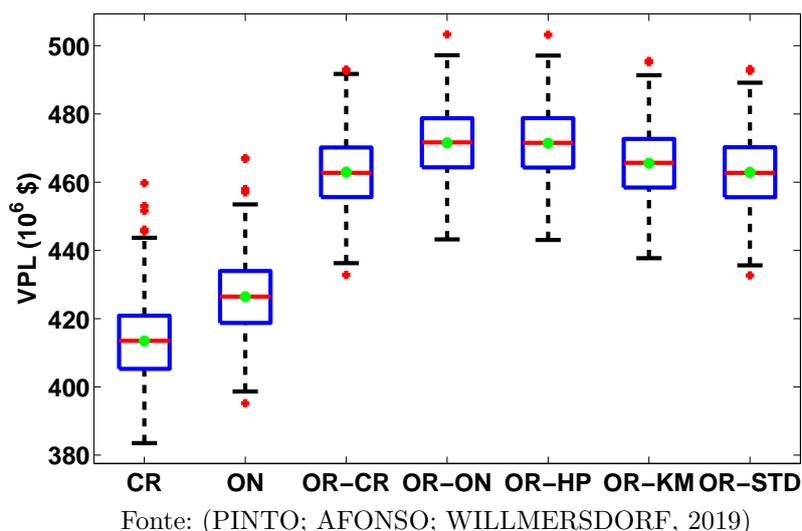
A Figura 62 mostra os diagramas de caixa para as seguintes situações: CR, ON, OR-CR, OR-ON, OR-HP, OR-KM e OR-STD. Nesta figura, pode ser observado que todos os resultados da otimização robusta foram muito melhores que os casos controle reativo e otimização nominal. O limite inferior dos resultados da otimização robusta é melhor que o quartil superior do CR e da ON.

A Tabela 11 apresenta as realizações que foram selecionadas para cada subconjunto utilizado nas abordagens OR-CR, OR-ON e OR-HP. Apesar dos resultados similares das abordagens OR-ON e OR-HP, pode-se verificar que as realizações utilizadas são diferentes. A média e desvio padrão dos resultados de cada estratégia de produção são mostrados na Tabela 12. Nesta tabela é possível ver uma pequena diferença entre as médias do VPL das abordagens OR-ON e OR-HP. Também pode ser observado que a maioria dos resultados dos esquemas robustos apresentam desvio padrão abaixo de 10.5 M\$ enquanto a média do VPL está acima de 462 M\$.

A melhor solução de otimização robusta encontrada é para a OR-ON, seguido pela OR-HP no qual o histórico de reservatório fornecido foi considerado. A comparação entre os diagramas de caixa OR-CR e OR-ON, destaca a importância de usar soluções da otimização nominal para serem propagadas a fim de calcular as estatísticas. Isso significa

que o controle ótimo é aplicado a todas as realizações, as saídas são avaliadas e classificadas e aquelas correspondentes às realizações P10-P90 são as selecionadas para calcular as estatísticas durante todo o processo de otimização. Finalmente, a solução do OR-STD apresenta resultados próximos à OR-CR, como pode ser visto na Figura 62 e Tabela 12.

Figura 62 – UNISIM-I-Mod: Diagramas de caixa do VPL (M\$) dos casos: CR; ON; OR-CR; OR-ON; OR-HP; OR-KM; e OR-STD



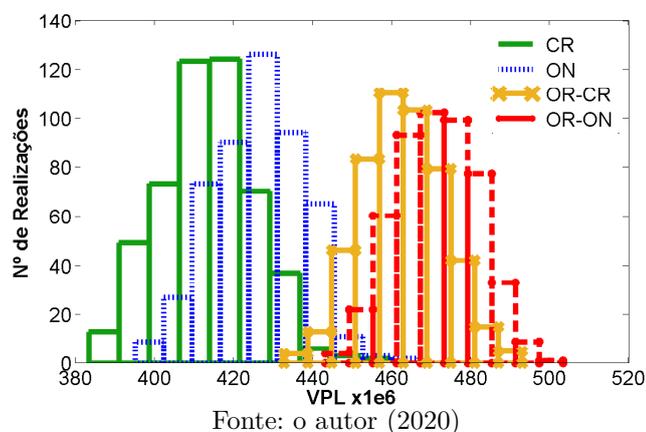
A Figura 63 mostra histogramas para alguns dos casos analisados. São eles: controle reativo em barras verdes, otimização nominal em barras azuis, OR-CR em barras amarelas e OR-ON em barras vermelhas. A comparação entre esses histogramas mostra que o correspondente à OR-ON apresenta o melhor resultado, pois seu histograma é mais deslocado para a direita, representando uma média maior, e é mais estreito, representando um desvio padrão menor.

Tabela 11 – Subconjunto de realizações selecionadas para os esquemas de ranqueamento a partir do CR, ON e histórico de produção, respectivamente

Percentil	OR-CR	OR-ON	OR-HP
P10	R69	R255	R258
P20	R131	R175	R145
P30	R354	R180	R339
P40	R127	R438	R137
P50	R170	R365	R75
P60	R207	R289	R49
P70	R448	R209	R193
P80	R154	R164	R17
P90	R471	R363	R162

Fonte: (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2019)

Figura 63 – Histograma do VPL: Controle Reativo (verde), Otimização Nominal (azul), OR-CR (amarelo), OR-ON (vermelho)



A Figura 64 apresenta histogramas das otimizações robustas para as abordagens OR-CR, OR-ON, OR-HP, OR-KM e OR-STD, confirmando as observações previamente feitas a respeito da qualidade das diferentes técnicas.

Figura 64 – UNISIM-I-Mod: Histograma do VPL da OR-CR, OR-ON, OR-HP, OR-KM e OR-STD, respectivamente

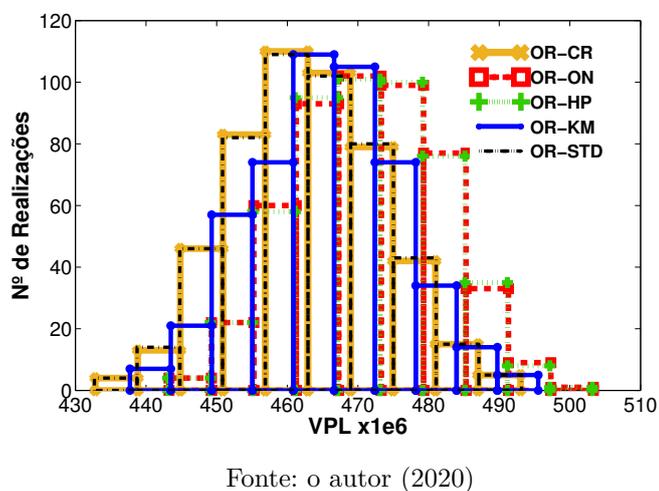


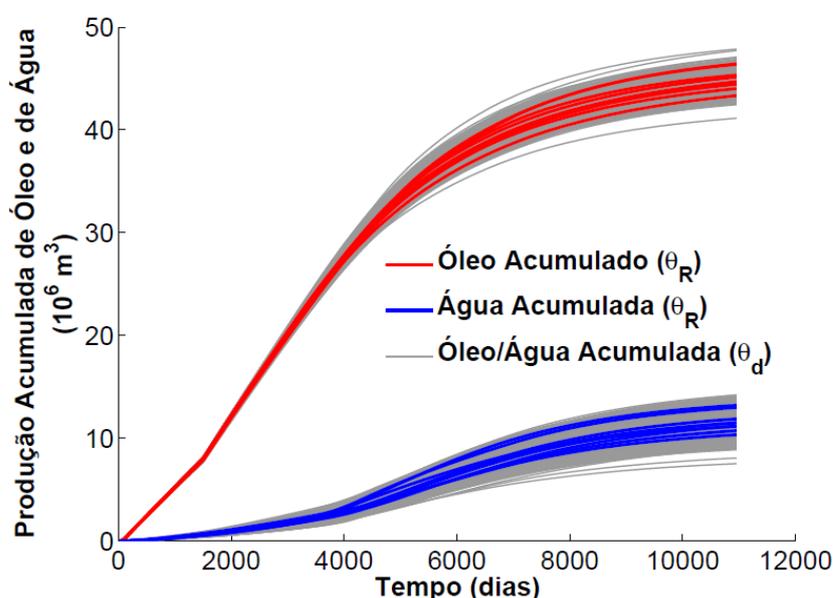
Tabela 12 – Média e desvio padrão do VPL de diferentes estratégias de produção

Estratégias	E(VPL) (10^8 \$)	σ (VPL) (10^8 \$)	Diferença do CR %	No. de Simulações
CR	4.144	0.121	-	500
ON	4.264	0.115	2.91	1260
OR-CR	4.629	0.104	11.71	7340
OR-ON	4.715	0.101	13.79	7340
OR-HP	4.714	0.101	13.77	7340
OR-KM	4.656	0.103	12.35	7340
OR-STD	4.629	0.105	11.70	7340

Fonte: o autor (2020)

A Figura 65 apresenta as produções acumuladas de óleo e de água utilizando o controle ótimo do melhor esquema mostrado na Tabela 12, que é a OR-ON. As linhas cinza representam as produções de todas as realizações e as linhas azuis e vermelhas representam a produção acumulada de óleo e de água, respectivamente, das 9 realizações selecionadas para a OR-ON. Nota-se uma baixa produção de água, principalmente devido ao pequeno número de poços injetores em relação ao de produtores.

Figura 65 – Produção acumulada de óleo e de água da OR-ON, para todas as realizações (cinza) e realizações selecionadas (vermelho - óleo, azul - água)



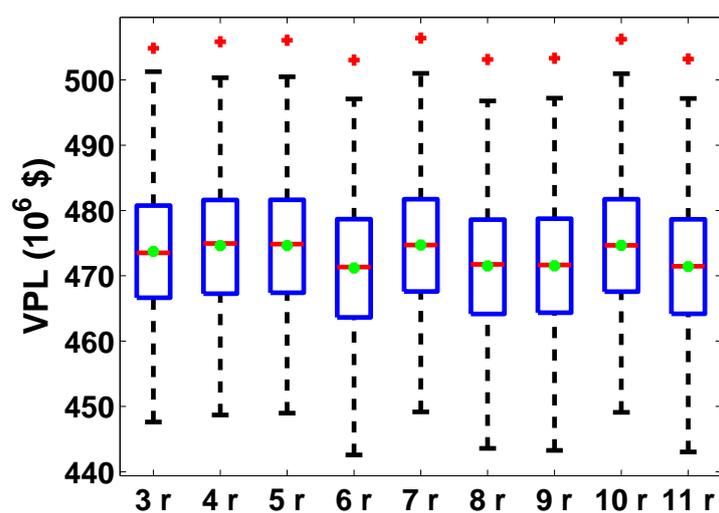
Fonte: (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2019)

Influência do tamanho do subconjunto de realizações

É conduzido agora um estudo para verificar a influência do tamanho do subconjunto de realizações. Na Figura 66 é feita uma comparação de otimizações robustas baseadas na OR-ON, com o número de realizações selecionadas variando de 3 a 11. O resultado mostra que, para este modelo, não há uma relação direta entre o número de realizações e a

variação do VPL. Os valores da média e do desvio padrão deste estudo são mostrados na Tabela 13. Os resultados utilizando 4, 5, 7 e 10 realizações obtiveram as maiores médias, com uma melhora de 14.5 % em relação à estratégia do CR. O desvio padrão de todos os casos é baixo e um pouco menor do que o desvio do CR. Os controles de vazões ótimos dos poços produtores e injetores para os subconjuntos de 3 a 11 realizações são mostrados, respectivamente, da Figura 67 à Figura 75. Para os poços Prod5 e Prod6, considerar que a representação dos controles é iniciada após os primeiros 4 anos de operação, quando estes são abertos. Nota-se uma semelhança nos controles dos poços injetores dos casos de melhores médias, 4, 5, 7 e 10, que indica que são os poços injetores deste modelo que têm maior influência no VPL. Quanto aos poços produtores, a maioria deles trabalham em suas capacidades máximas.

Figura 66 – UNISIM-I-Mod - Diagramas de caixa de OR-ON utilizando diferentes tamanhos de subconjunto de realizações, variando de 3 a 11



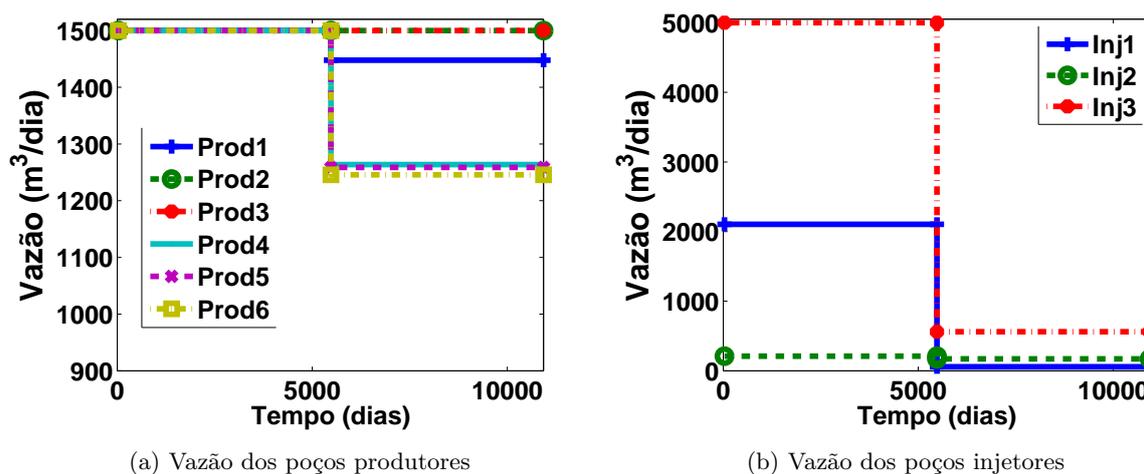
Fonte: o autor (2020)

Tabela 13 – Média e desvio padrão do VPL utilizando tamanhos de subconjunto de realizações variando de 3 a 11

Estratégias	E(VPL) (10^8 \$)	σ (VPL) (10^8 \$)	Diferença E(VPL) (%)
CR	4.144	0.121	-
OR 3r	4.737	0.101	14.32
OR 4r	4.746	0.100	14.54
OR 5r	4.746	0.101	14.54
OR 6r	4.712	0.103	13.71
OR 7r	4.747	0.101	14.56
OR 8r	4.715	0.101	13.79
OR 9r	4.715	0.101	13.79
OR 10r	4.747	0.100	14.54
OR 11r	4.714	0.101	13.76

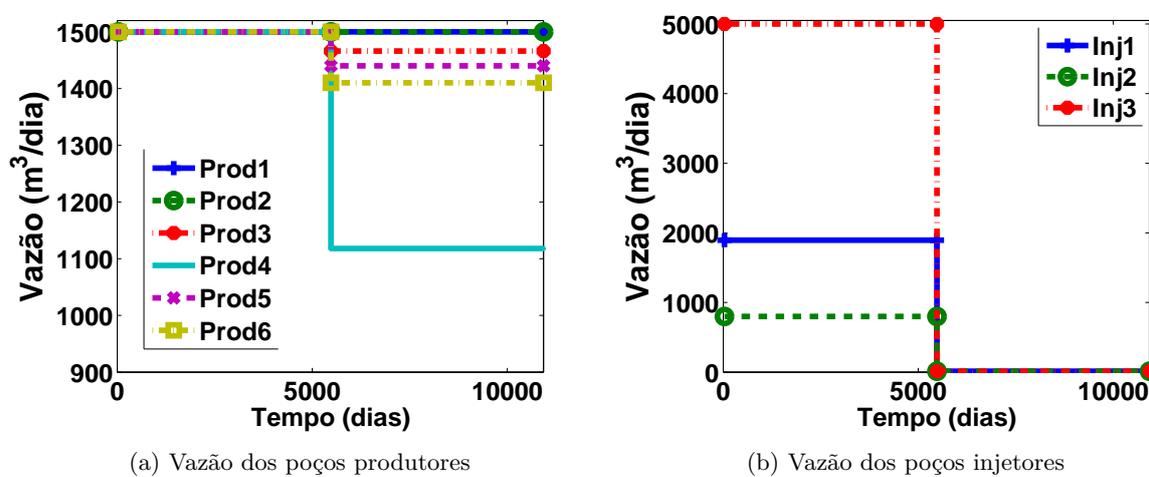
Fonte: o autor (2020)

Figura 67 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 3 realizações para os poços produtores e injetores



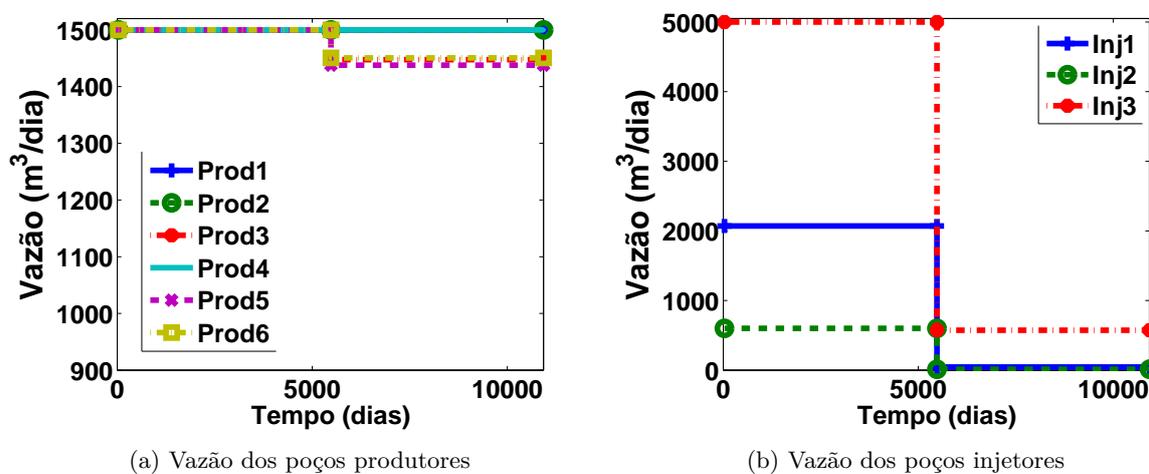
Fonte: o autor (2020)

Figura 68 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização a OR-ON com 2 ciclos de controle e 4 realizações para os poços produtores e injetores



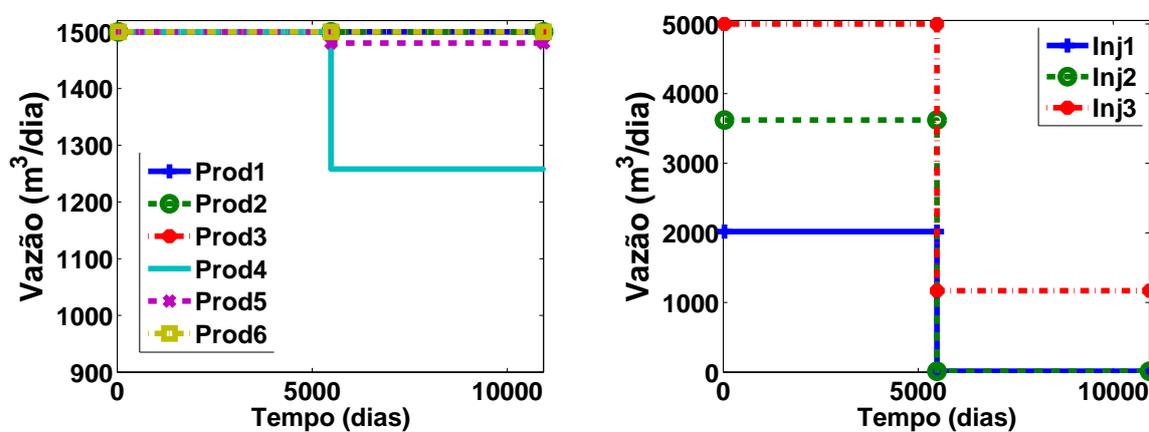
Fonte: o autor (2020)

Figura 69 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 5 realizações para os poços produtores e injetores



Fonte: o autor (2020)

Figura 70 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 6 realizações para os poços produtores e injetores

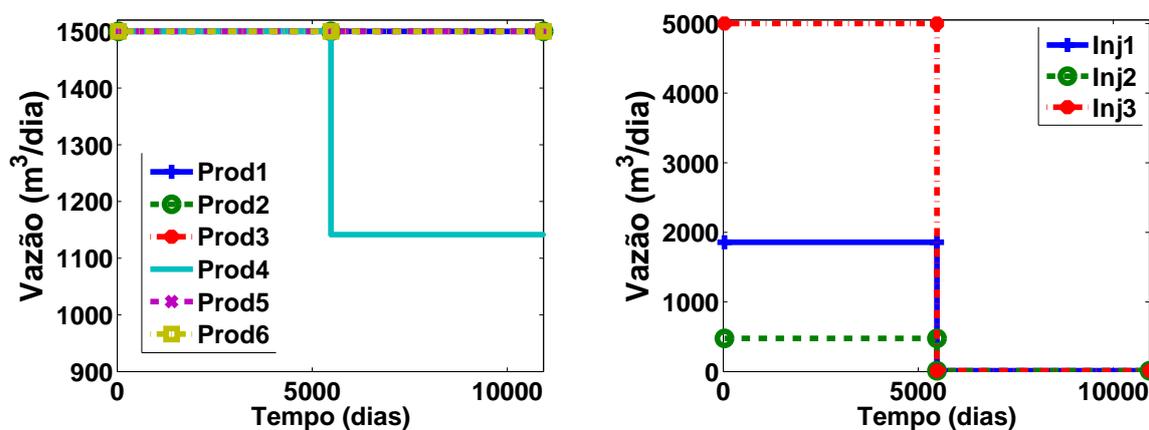


(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

Figura 71 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 7 realizações para os poços produtores e injetores

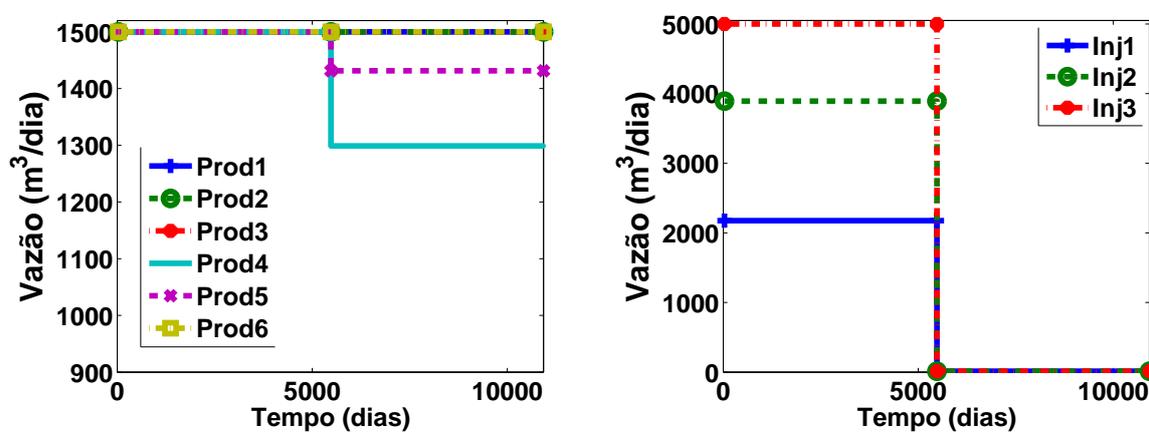


(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

Figura 72 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 8 realizações para os poços produtores e injetores

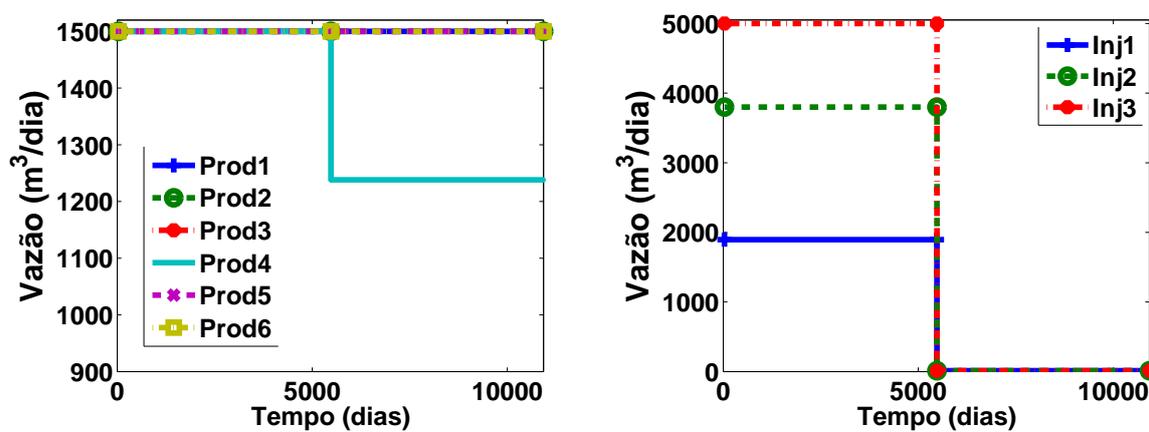


(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

Figura 73 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 9 realizações para os poços produtores e injetores

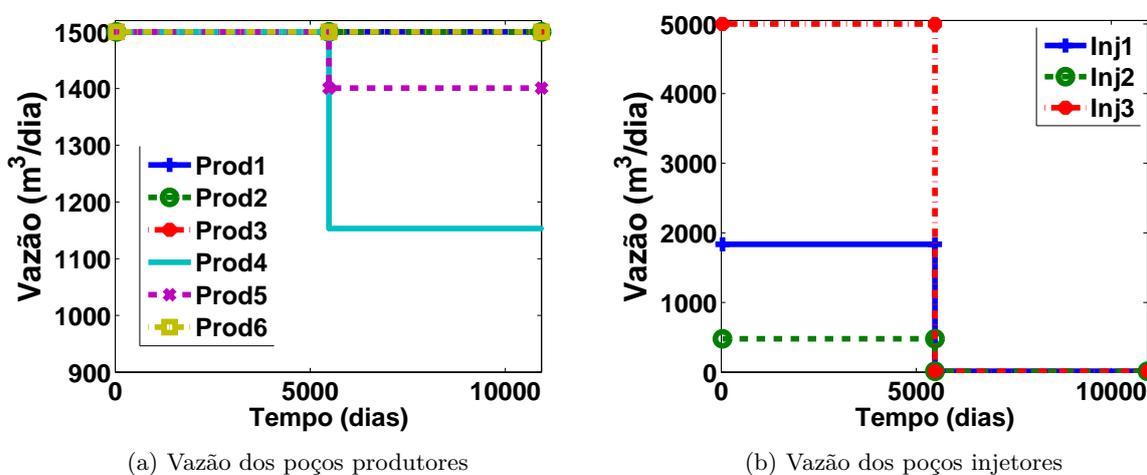


(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

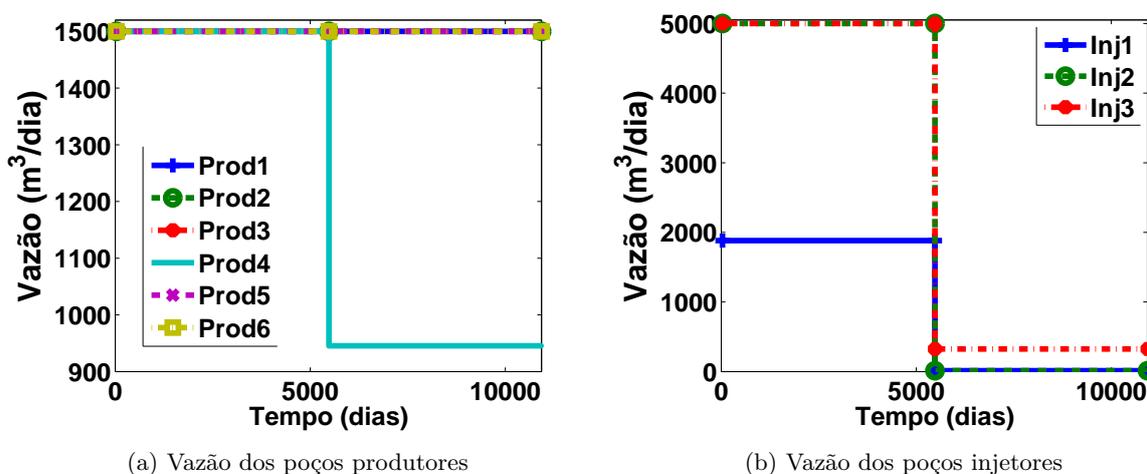
Fonte: o autor (2020)

Figura 74 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 10 realizações para os poços produtores e injetores



Fonte: o autor (2020)

Figura 75 – UNISIM-I-Mod - Vazão da otimização da OR-ON com 2 ciclos de controle e 11 realizações para os poços produtores e injetores



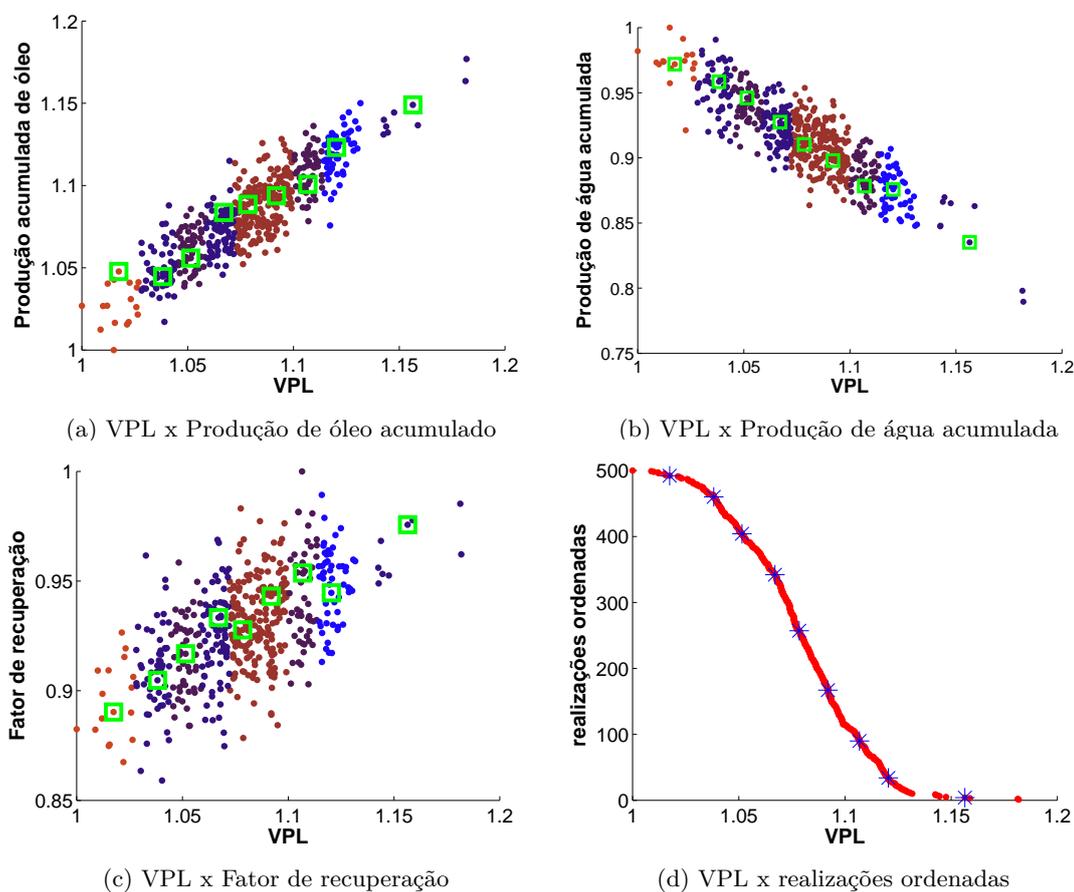
Fonte: o autor (2020)

Uso do K-means nos dados de saída da simulação para seleção de realizações

Neste estudo, a técnica de agrupamento via K-means é aplicada para selecionar realizações a partir de dados de saída do simulador. A escolha dos dados de saída é baseada em Meira et al. (2016), que afirma que realizações próximas ao P10, P50 e P90 do VPL devem ser selecionadas, mas tal seleção deve ser feita de maneira que essas realizações também sejam representativas em termos de: produção acumulada de óleo, produção acumulada de água e fator de recuperação de óleo. As 500 realizações fornecidas são usadas para simular o resultado da ON e nove pontos são selecionados. O agrupamento pode ser visto através de gráficos cruzados destes dados de saída, como mostra a Figura 76. Nota-se

que em todos os gráficos cruzados a seleção é homogênea. Os pontos selecionados estão marcados seja em quadrados verdes ou asteriscos azuis.

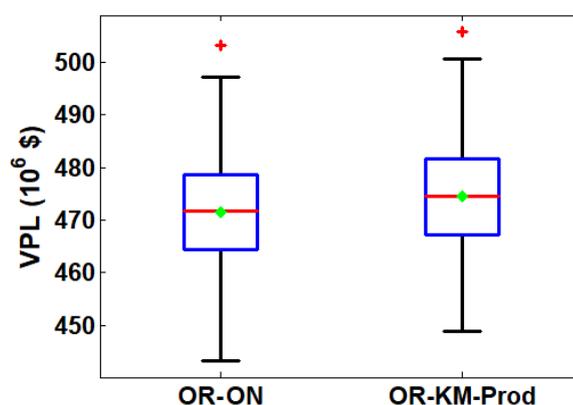
Figura 76 – UNISIM-I-Mod: Seleção de realizações via K-means a partir de dados de saída da simulação: a) VPL vs. produção de óleo acumulado; b) VPL vs. produção de água acumulada; c) VPL vs.fator de recuperação.; d) realizações ordenadas em relação ao VPL



Fonte: Autor. Baseado em Meira et al. (2016)

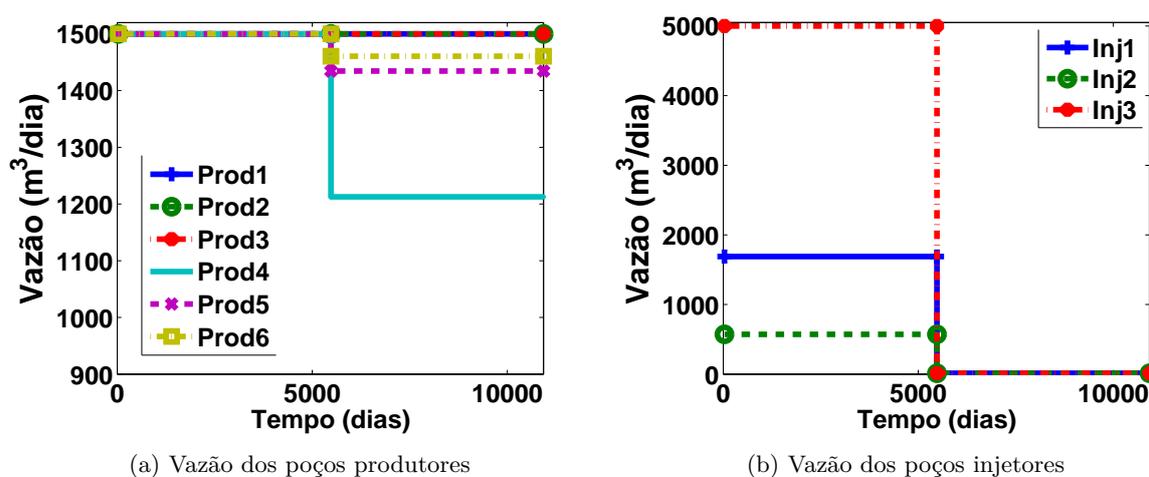
É feita uma otimização robusta utilizando as realizações selecionadas da Figura 76. O resultado é comparado com a OR-ON e é mostrado na Figura 77. Houve uma melhora no resultado, mostrando que esse uso do K-means, utilizando o mesmo número de realizações, é mais eficiente que selecionar as realizações baseado apenas nos dados de VPL. A vazão ótima desta abordagem pode ser conferida na Figura 78 e é bastante semelhante à Figura 68, ou seja, utilizando o esta abordagem, foi possível capturar o mesmo comportamento de vazão dos melhores casos encontrados no estudo do tamanho do subconjunto de realizações.

Figura 77 – UNISIM-I-Mod - Comparação da otimização robusta via OR-ON com OR-KM utilizando dados de produção com 9 realizações para ambos casos



Fonte: o autor (2020)

Figura 78 – UNISIM-I-Mod - Vazão ótima da abordagem K-means para escolha de realizações utilizando dados de produção com 9 realizações



(a) Vazão dos poços produtores

(b) Vazão dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

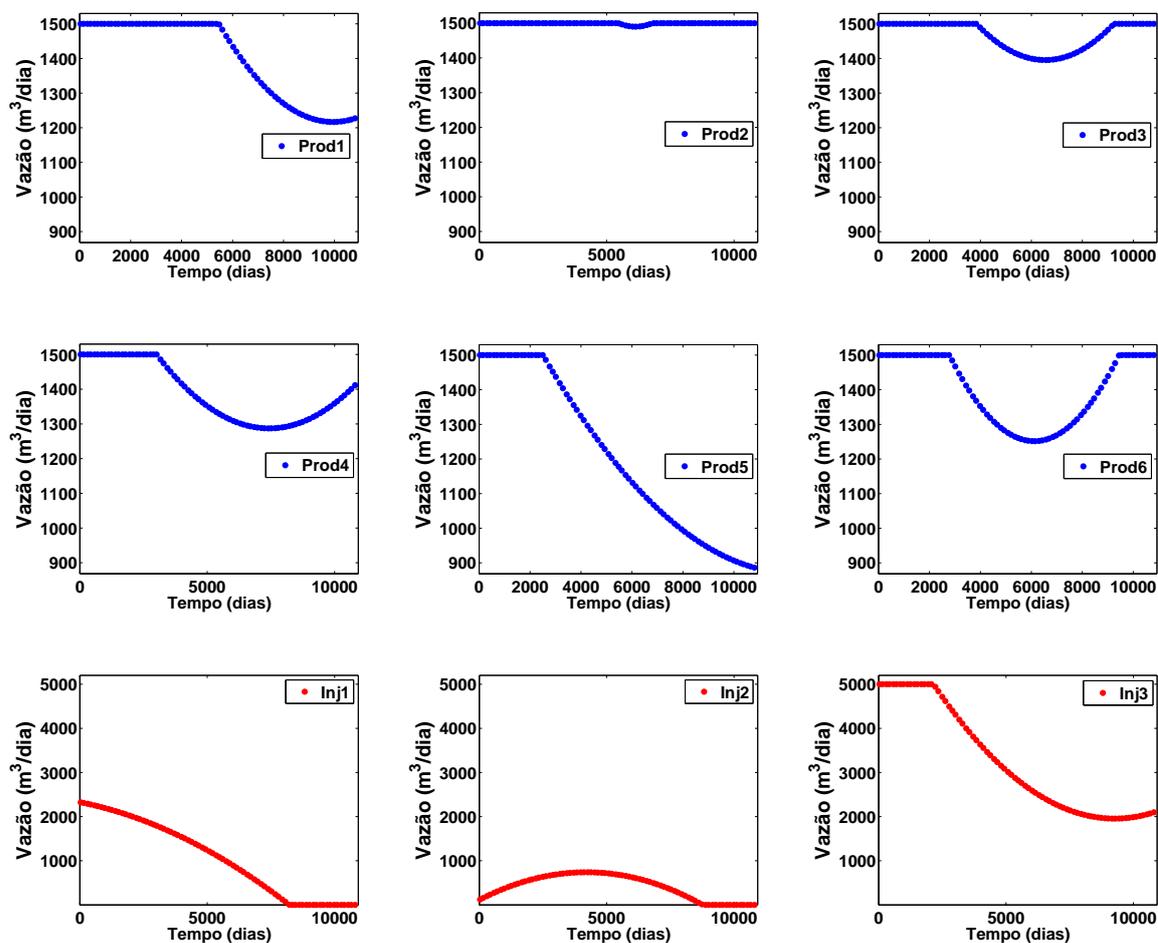
Controle de Vazão por Polinômio

A aplicação do controle de vazão via polinômios, com o intuito de diminuir o número de dimensões das variáveis de controle, também é feita para este modelo. Assim como no modelo Egg, neste são utilizados os coeficientes de um polinômio natural do segundo grau para representar o controle dos poços produtores e injetores, representando as vazões destes poços. Os 30 anos de concessão são divididos em 80 controles e para este caso todos os poços são abertos simultaneamente no início da operação, diferente do caso base em que os PROD5 e PROD6 são abertos após os 4 primeiros anos de produção. Para efeito de comparação mais justa, é feito um controle reativo também abrindo todos os poços no início da operação do reservatório, a média do VPL deste CR sem histórico,

é de 471.64M\$. Este CR é dito sem histórico porque não usa o esquema de abertura apresentado no início desta seção.

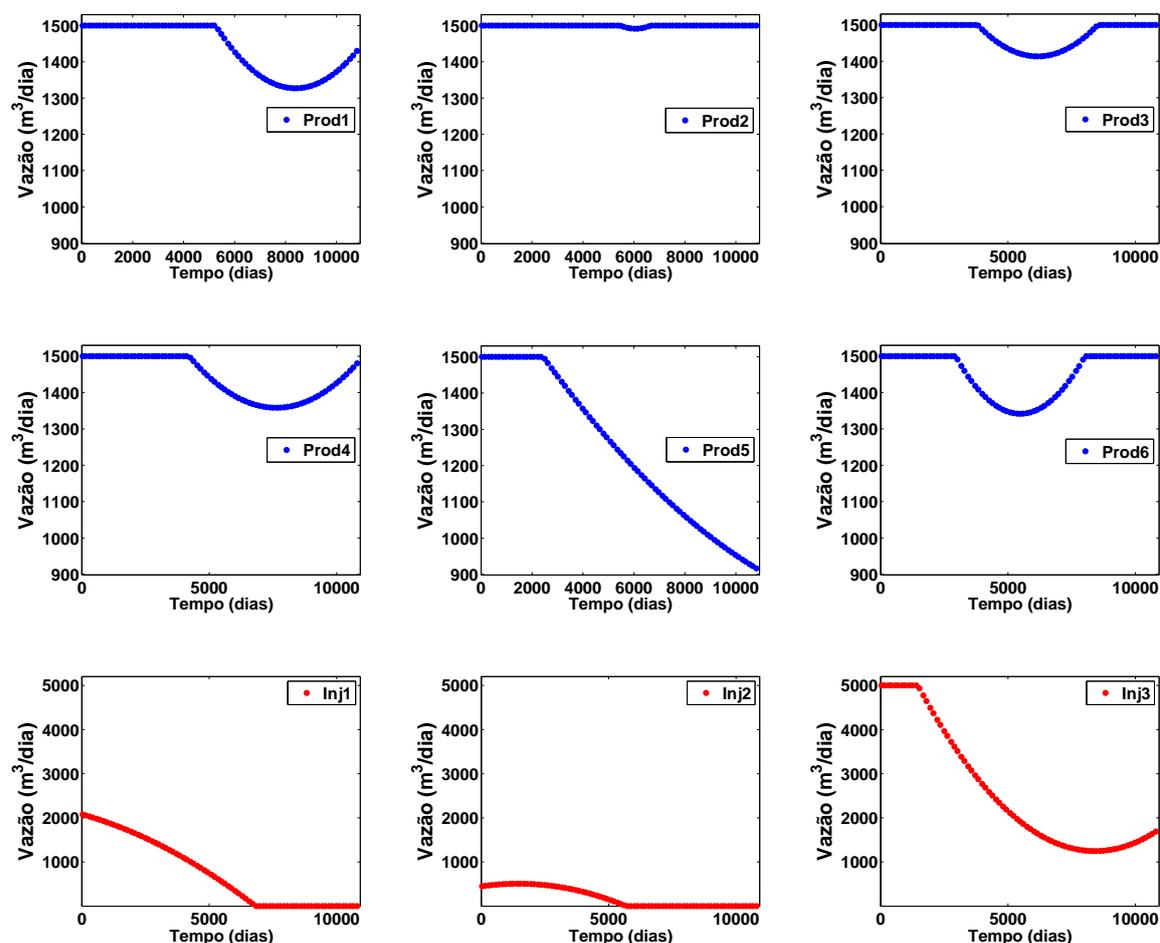
É feita uma ON polinomial utilizando a mesma realização da ON anterior, os controles ótimos fornecidos ao simulador são apresentados na Figura 79. Quanto à OR-ON, os controles ótimos podem ser observados na Figura 80. Em ambos os casos, quando os coeficientes polinomiais fornecem valores fora dos limites de vazão, os limites superior ou inferior são usados.

Figura 79 – UNISIM-I-Mod: Controle de vazões passado para o simulador por polinômio de 2º grau na otimização nominal



Fonte: o autor (2020)

Figura 80 – UNISIM-I-Mod: Controle de vazões passado para o simulador por polinômio de 2º grau na otimização robusta



Fonte: o autor (2020)

Os resultados de VPL obtidos da ON e da OR utilizando esta primeira abordagem polinomial são mostrados na Figura 81 e são comparados com a segunda abordagem polinomial, mostrada a seguir, e com o CR sem o histórico de produção. Comparando o CR sem histórico com a ON-Poli1, percebe-se que houve pouca mudança na média do VPL, mas uma diminuição na variância dos resultados. Quanto à otimização robusta (OR-Poli1), o aumento da média do VPL foi pouco significativo em relação à ON-poli1. O ponto inicial utilizado na OR-ON-Poli foi a solução da ON-poli, então, o otimizador provavelmente ficou preso em uma região de ótimo local, visto que os controles de ambas as soluções são semelhantes. Os valores da média, desvio padrão e número de iterações podem ser consultados na Tabela 14. Para este caso, o número de simulações utilizando o polinômio é maior que o número requerido nas otimizações anteriores (Tabela 12) porque nestas são utilizados apenas dois ciclos de controle, equivalente a duas variáveis por poço, enquanto que no caso do uso de polinômios são utilizados três coeficientes por poço que equivale a três variáveis por poço, independente do número de ciclos de controle. Logo, só

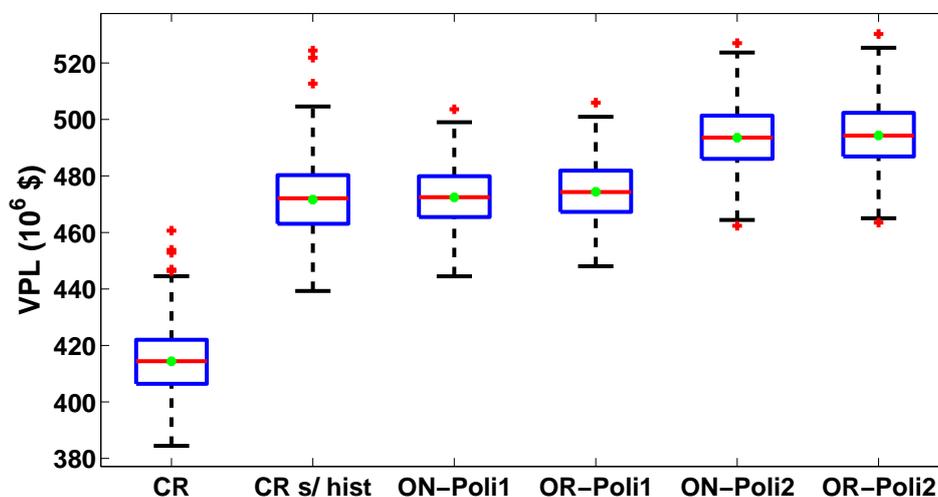
teria-se um ganho computacional ao ser comparado com uma otimização com mais de três ciclos.

Utilizando a segunda abordagem polinomial (Polinômio 2), obteve-se resultados muito melhores que os encontrados anteriormente. Na ON a média do VPL foi de 493.53, o que corrobora com os resultados encontrados no modelo Egg utilizando este polinômio. O controle ótimo encontrado é mostrado na Figura 82. Para a otimização robusta, é utilizado um subconjunto com 4 realizações e o resultado obtido é similar ao da ON, como mostra a Figura 83, onde o controle dos poços produtores é igual ao da ON e os controles dos poços injetores apresentam uma pequena mudança. A média do VPL do caso robusto é de 494.36, que representa um acréscimo de 4.6% em relação ao CR sem histórico. O diagrama de caixa da segunda abordagem pode ser conferido na Figura 81 (ON-Poli2 e OR-Poli2).

Assim como no polinômio anterior, o resultado similar entre a ON e a OR se deve ao ponto inicial utilizado na OR, que é igual ao ótimo encontrado na ON, o que deixou a OR em uma localidade de ótimo local. Para verificar se de fato é isso que ocorre, a OR é conduzida partindo de um ponto inicial diferente, onde é escolhido o ponto inicial da ON, não o ponto ótimo. A Figura 84 mostra a comparação dessas duas OR a partir de controles iniciais diferentes, onde u_{in1} é o controle inicial da OR igual ao controle ótimo da ON e u_{in2} representa o controle inicial da OR igual ao controle inicial da ON. O resultado dos controles é mostrado na Figura 85 e mostra que de fato a OR anterior estava presa em uma região de ótimo local, já que agora as vazões dos poços injetores são diferentes da ON com polinômio. Vale ressaltar que nem sempre ao utilizar o ponto ótimo da ON na OR esse problema ocorre, pois as realizações utilizadas em cada caso são diferentes, o que leva a resultados de VPL diferentes. Ou seja, um ótimo local de uma realização não é necessariamente um ótimo local de um conjunto de realizações, como mostra os resultados da ON e da OR-ON deste mesmo reservatório, cujos resultados são bastante diferentes.

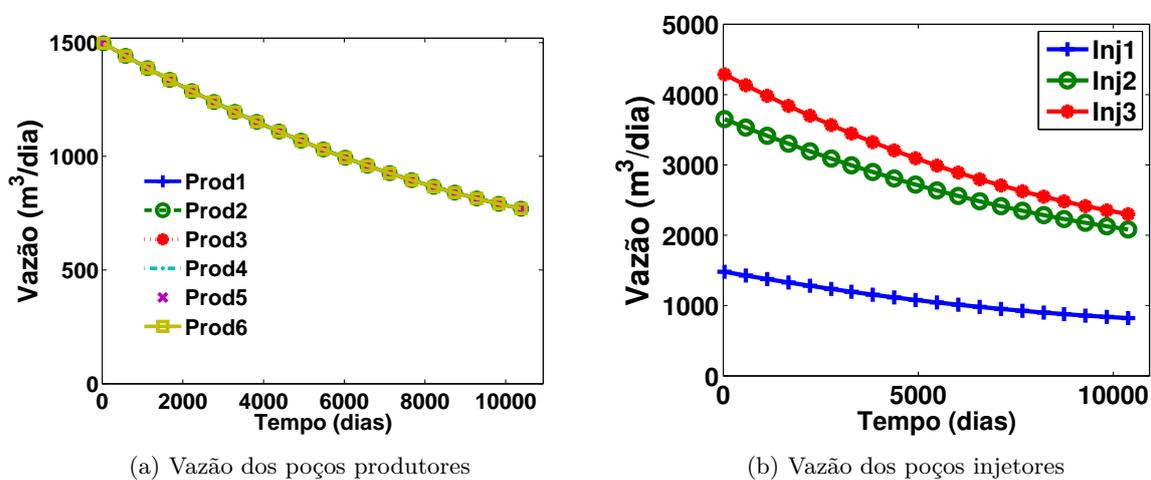
A Figura 86 mostra a produção acumulada de óleo e de água do caso OR-Polinômio 2 para as quatro realizações utilizadas na otimização (R474, R79, R192 e R76), as linhas contínuas e tracejadas representam diferentes realizações, as vermelhas são o óleo acumulado e as azuis a água acumulada. A produção de água ainda continua baixa, embora um pouco maior que a da OR-ON, mas a produção de óleo também é maior, principalmente no início da produção, em que o óleo vale mais devido à taxa de desconto.

Figura 81 – UNISIM-I-Mod - diagramas de caixa VPL com uso do controle pelas duas abordagens polinomiais (Poli1 e Poli2) comparados com o CR sem histórico de produção (CR s/ hist). Este também é comparado com o CR.



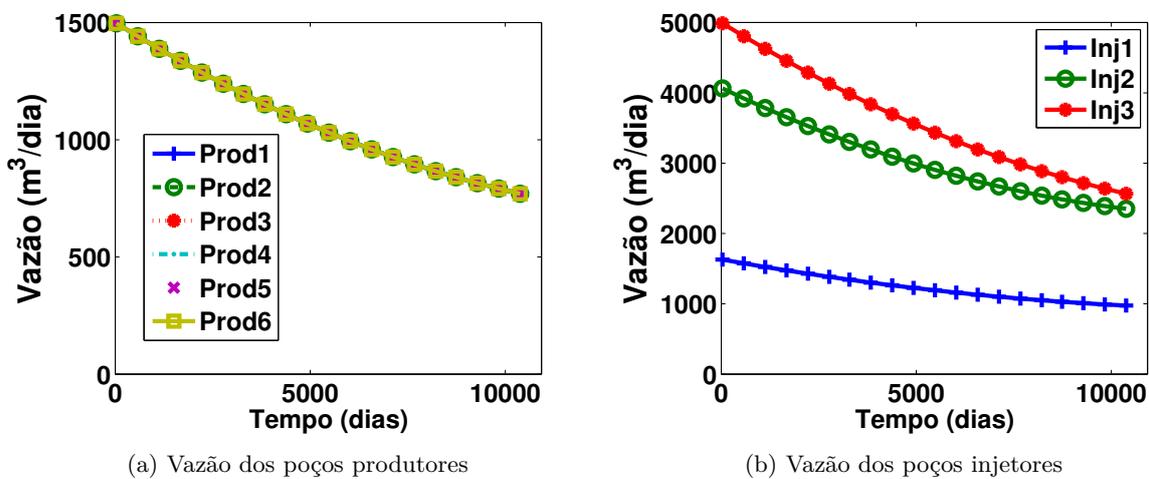
Fonte: o autor (2020)

Figura 82 – UNISIM-I-Mod - Vazão ótima da ON utilizando a segunda abordagem polinomial (ON-Poli2)



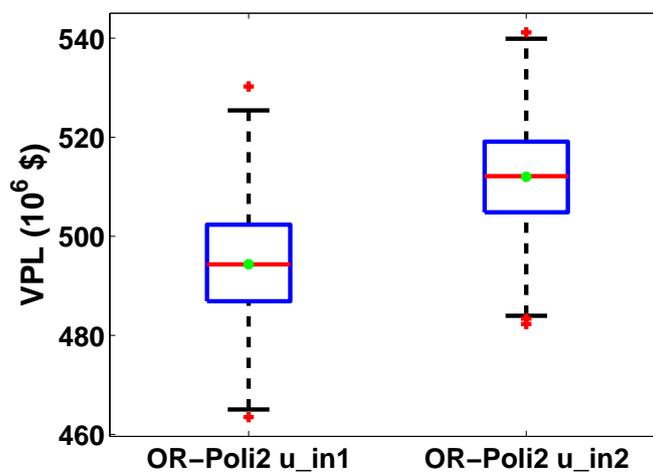
Fonte: o autor (2020)

Figura 83 – UNISIM-I-Mod - Vazão ótima da OR utilizando a segunda abordagem polinomial e controle ótimo da ON-Poli2 como ponto inicial desta OR



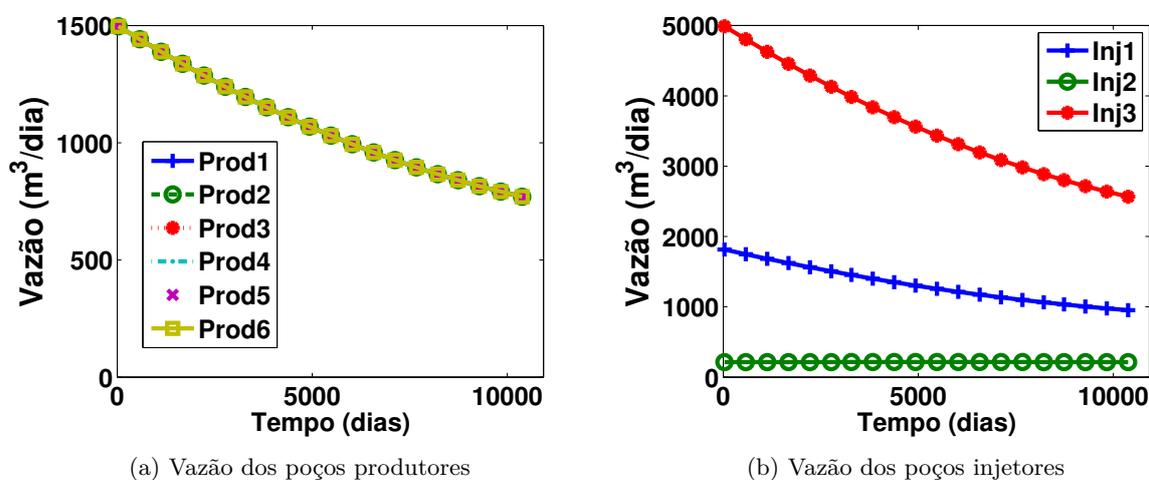
Fonte: o autor (2020)

Figura 84 – UNISIM-I-Mod - Comparação dos resultados da OR-Polinomial 2 variando os controles iniciais da OR. Onde 'u-in1': controle ótimo da ON e 'u-in2': controle inicial da ON



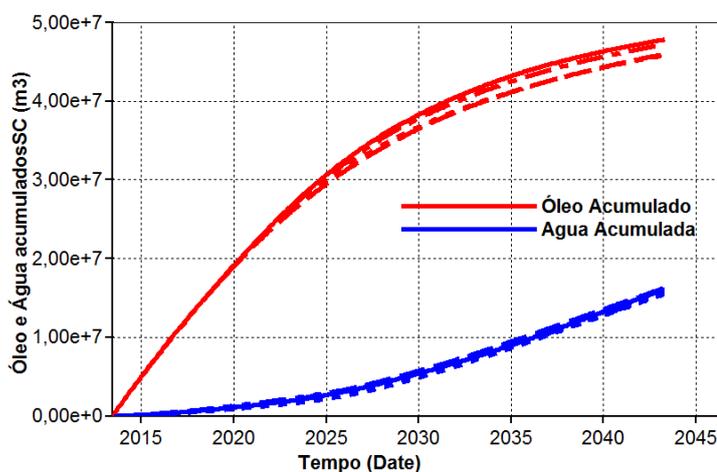
Fonte: o autor (2020)

Figura 85 – UNISIM-I-Mod - Vazão ótima da OR utilizando a segunda abordagem polinomial e controle inicial da ON-Poli2 como ponto inicial desta OR



Fonte: o autor (2020)

Figura 86 – UNISIM-I-Mod - Produção acumulada de óleo e de água da OR-Polinômio 2



Fonte: o autor (2020)

Tabela 14 – Média e desvio padrão do VPL das ON e OR com uso de polinômios

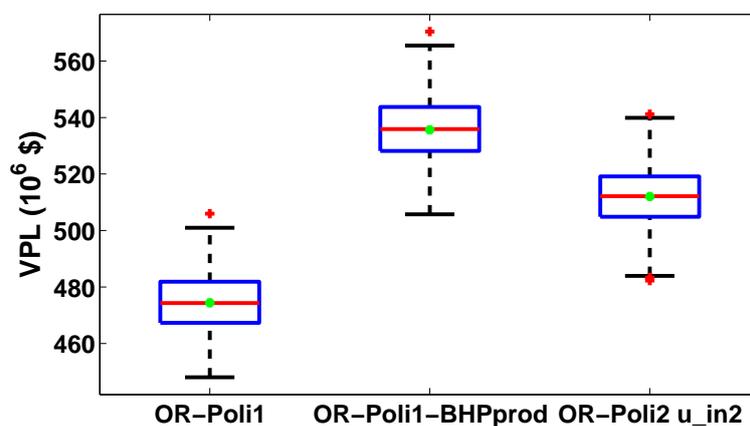
Estratégias	Média (10^8 \$)	Desvio Padrão (10^8 \$)	No. de Simulações
ON-Poli 1	4.724	0.107	1220
OR-ON-Poli 1	4.744	0.105	10080
ON-Poli 2	4.935	0.109	1452
OR-ON-Poli 2	4.944	0.113	3860

Fonte: o autor (2020)

No que segue, é realizado um estudo com a mudança do tipo de controle dos poços produtores. Agora o BHP destes poços são controlados, enquanto para os poços injetores os controles continuam sendo a vazão. São utilizados os coeficientes do primeiro tipo de

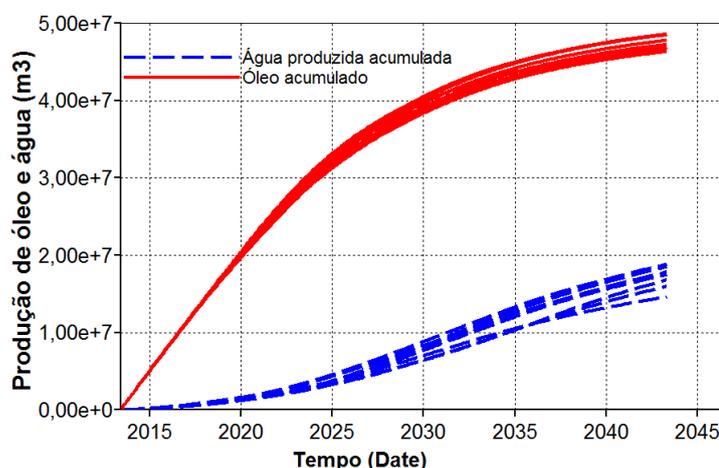
polinômio como variáveis de projeto. A Figura 87 compara este resultado de mudança de variável, com os melhores resultados usando polinômio em que todos os poços são controlados pela vazão, são eles a OR polinômio 1 (à esquerda) e polinômio 2 com novo ponto inicial (à direita). A diferença de valores mostra que a melhor escolha de controles para esse modelo é o BHP para os poços produtores e a vazão do poços injetores. A Figura 88 mostra a produção acumulada de óleo e de água deste caso. Comparando com a Figura 86 percebe-se um pequeno aumento na produção de óleo do caso atual, por exemplo em 2030, em que algumas realizações atingem a produção de $4.0e7 m^3$, enquanto que o polinômio 2 não atinge.

Figura 87 – UNISIM-I-Mod - Comparação do VPL ao mudar o tipo de variável de controle dos poços produtores para BHP utilizando a primeira abordagem polinomial (diagrama central). Os resultados anteriores, com todos os poços controlados pela vazão, OR polinômio 1 (à esquerda) e polinômio 2 com novo ponto inicial (à direita)



Fonte: o autor (2020)

Figura 88 – UNISIM-I-Mod - Produção acumulada de óleo e de água da OR-Polinômio 1 com mudança de controle dos poços produtores para BHP, utilizando 9 realizações selecionadas da ON-Poli1



Fonte: o autor (2020)

A Tabela 15 resume todos os resultados uniobjetivo do modelo UNISIM-I-Mod. Os valores da diferença em relação ao CR dos casos polinomiais são calculados em relação ao CR sem histórico e os valores estão marcados com um ‘*’. Nota-se que a otimização robusta deste modelo consegue uma melhora de mais de 14% em relação ao CR. Mostra também que aumentando o número de realizações, como na OR-ON, os resultados além de não necessariamente melhorarem, demandam mais simulações. O último resultado mostra que para este modelo o controle do BHP é mais sensível do que o controle de vazões, conseguindo melhores resultados apenas com a mudança de tipo de variável de controle.

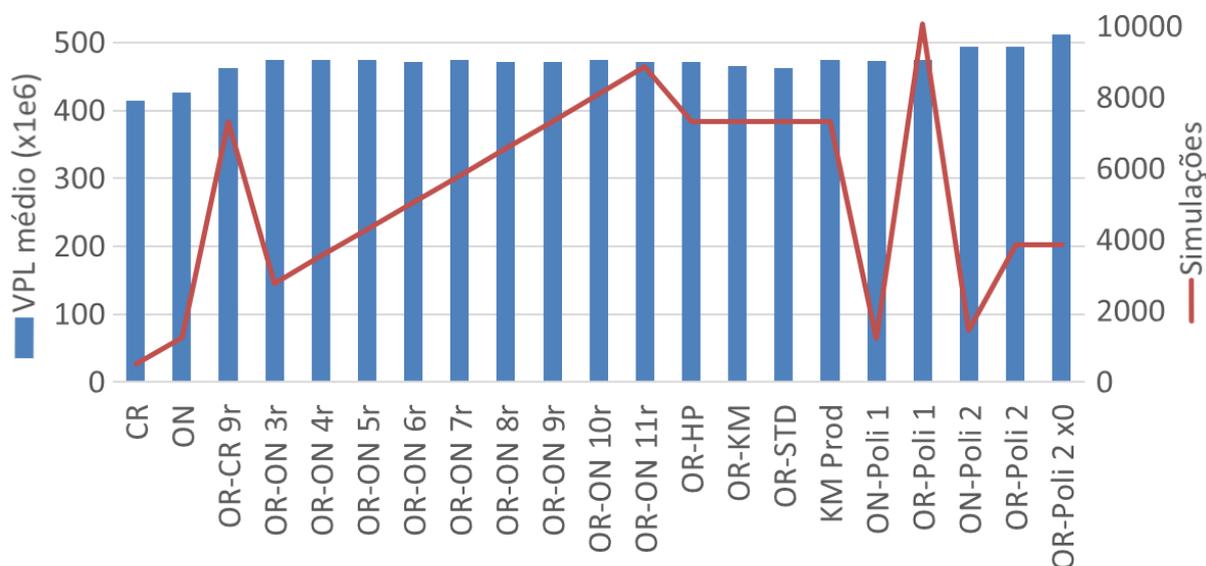
A Figura 89 mostra a relação do VPL médio com o número de simulações para cada caso deste modelo.

Tabela 15 – Resumo dos resultados do modelo UNISIM-I-Mod

Caso	min ($\times 10^8$)	max ($\times 10^8$)	Média ($\times 10^8$)	σ ($\times 10^8$)	Dife- rença CR %	Nº Simu- lações	It. SAO
CR	3.845	4.606	4.144	0.121	-	500	-
ON	3.952	4.670	4.264	0.115	2.91	1260	20
OR-CR	4.328	4.930	4.629	0.104	11.71	7340	20
OR-ON 3r	4.476	5.048	4.737	0.101	14.32	2780	20
OR-ON 4r	4.487	5.059	4.746	0.100	14.54	3540	20
OR-ON 5r	4.490	5.061	4.746	0.101	14.54	4300	20
OR-ON 6r	4.426	5.030	4.712	0.103	13.71	5060	20
OR-ON 7r	4.492	5.064	4.747	0.101	14.56	5820	20
OR-ON 8r	4.436	5.031	4.715	0.101	13.79	6580	20
OR-ON 9r	4.433	5.033	4.715	0.101	13.79	7840	20
OR-ON 10r	4.491	5.062	4.747	0.100	14.54	8100	20
OR-ON 11r	4.430	5.032	4.714	0.101	13.76	8860	20
OR-HP	4.431	5.032	4.714	0.101	13.77	7340	20
OR-KM	4.377	4.955	4.656	0.103	12.35	7340	20
OR-STD	4.327	4.932	4.629	0.105	11.7	7340	20
K-Means Prod	4.488	5.059	4.747	0.103	14.56	7340	20
CR sem histórico	4.393	5.244	4.716	0.132	14.01	500	-
ON-Polinômio 1	4.445	5.036	4.725	0.107	0.17*	1220	20
OR-Polinômio 1	4.480	5.059	4.744	0.105	0.59*	10080	20
ON-Polinômio 2	4.624	5.270	4.935	0.109	4.64*	1450	17
OR-Poli 2 u-in1	4.635	5.303	4.944	0.113	4.82*	3860	15
OR-Poli 2 u-in2	4.823	5.412	5.120	0.108	8.56*	3860	15
ON-Poli 1 BHP-prod	5.057	5.704	5.356	0.116	13.57*	10580	20

Fonte: o autor (2020)

Figura 89 – UNISIM: VPL médio vs simulações para cada caso



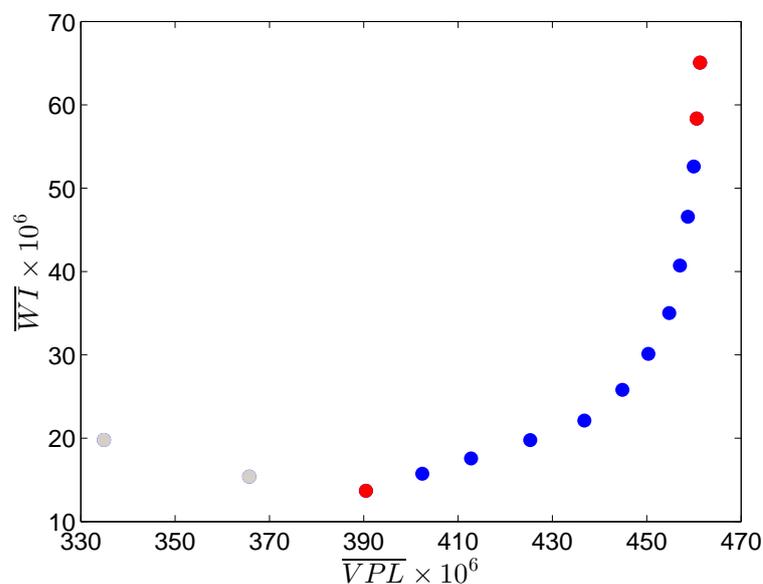
Fonte: o autor (2020)

OR-MO - Otimização Robusta Multiobjetivo

As duas funções objetivo apresentadas na Equação 47 foram consideradas, que são \overline{VPL} e \overline{WI} (média da injeção de água acumulada). Soluções de Pareto para 15 pontos foram obtidas e os resultados são apresentados na Figura 90. Destes pontos, dois estão dominados e estão marcados em cinza. Três pontos são selecionados em vermelho, um deles representa o ponto com a menor média de injeção acumulada de água, outro é o ponto com maior VPL médio e o terceiro ponto delimita uma região em que a mudança na média do VPL é muito pequena comparada com a diminuição dos valores médios do WI . O parâmetro de equitatividade para essa frente de Pareto é de 0.42.

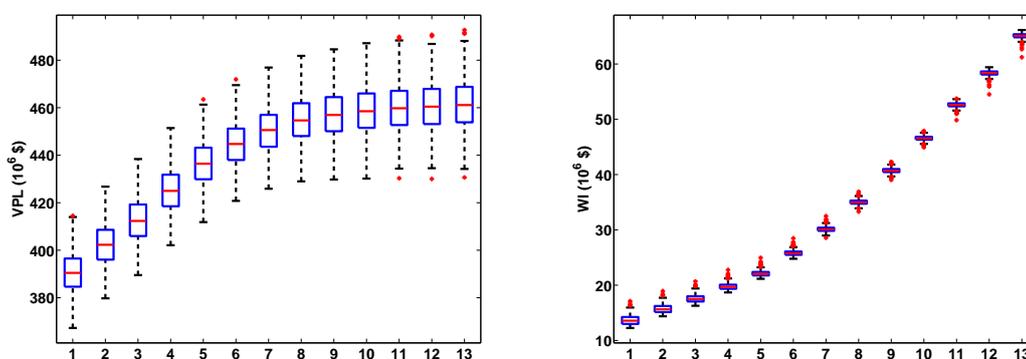
Em seguida, cada solução de Pareto é propagada considerando o conjunto original de realizações (500 realizações). Para o \overline{VPL} , a frente é apresentada na Figura 91a, e para o \overline{WI} , na Figura 91b. Como se pode notar, os pontos de Pareto propagados do \overline{VPL} apresentam maior desvio padrão quando comparados aos pontos do \overline{WI} .

Figura 90 – UNISIM-I-MOD: Frente de Pareto robusta



Fonte: o autor (2020)

Figura 91 – UNISIM-I-MOD: Diagramas de caixa das soluções robustas de Pareto: a) VPL e b) WI



(a) VPL

(b) WI

Fonte: (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2019)

Discussões sobre o modelo UNISIM-I-Mod:

Na otimização via ciclos de controle, a OR com realizações escolhida baseadas na prévia ON obteve o melhor VPL médio e menor desvio padrão, conforme o esperado.

- A OR baseada no histórico de produção também obteve resultado satisfatório, muito próximo do citado acima com a vantagem de não precisar de uma otimização anterior, logo com menos simulações totais.

- A análise de sensibilidade do tamanho do subconjunto de realizações mostrou pouca influência na média do VPL, com menos de 1% de variação, na faixa avaliada de 3 a 11 realizações. Logo, é possível escolher menos realizações sem perda de robustez.

- O uso do esquema K-means para a criação de realizações geológicas forneceu

resultados abaixo dos casos comentados acima, mas um pouco melhor que a OR-CR, cujo ranqueamento das realizações é baseado no CR. Já a utilização do esquema K-means para selecionar realizações, ao se basear em dados de saída da simulação como VPL, produção de óleo e água e FR, apresentou resultados tão bons quanto da OR-ON, em ambos foram utilizados dados da ON.

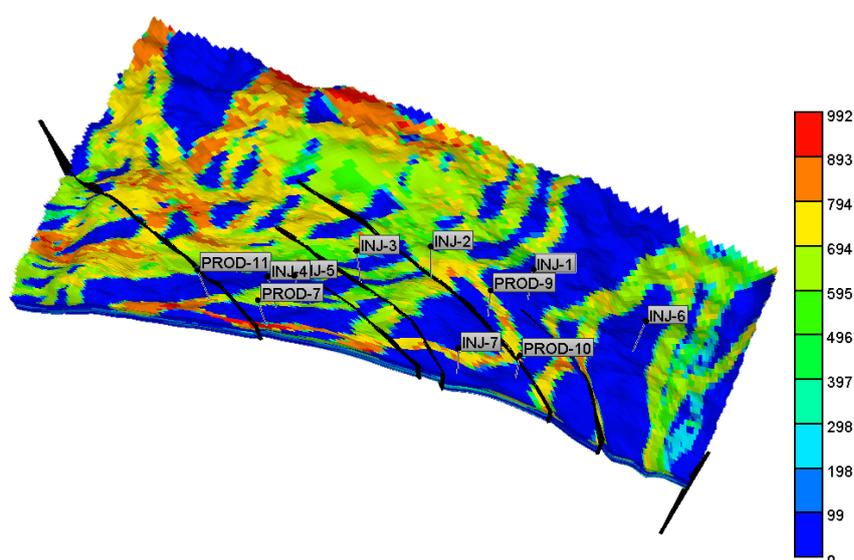
- Nas abordagens polinomiais não é utilizado o esquema de abertura de poços igual ao das abordagens anteriores, assim sendo, os resultados são comparados com um CR com mesmo esquema de abertura, sem considerar um histórico de produção. A utilização da primeira abordagem polinomial obteve resultados pouco melhores ao do CR. Já a segunda abordagem polinomial apresentou resultados melhores, com ganho de 8.5% em relação ao CR. Isso devido à característica desse polinômio de iniciar o controle com valores altos e baixar ao longo do tempo, respeitando assim o que se esperaria do campo, que é produzir mais no início e diminuir a produção ao longo do tempo, a fim de aumentar o VPL. Com a mudança de variável de controle dos poços produtores de vazão para BHP, usando o primeiro polinômio, houve um aumento de 13.6% em relação ao CR, logo para o modelo UNISIM-I-Mod a escolha mais adequada de controle é essa.

5.2.3 Modelo OLYMPUS

O campo OLYMPUS, Figura 92, é um modelo de reservatório sintético preparado pela TNO (*Netherlands Organisation for Applied Scientific Research*) para um exercício de otimização e de desenvolvimento de campo (FONSECA; GEEL; LEEUWENBURGH, 2017). A preparação do modelo do reservatório foi inspirada por um campo virgem do Mar do Norte. O campo possui uma extensão de 9x3 km. Em um lado, o campo é limitado por uma falha selante. Além dessa, o campo tem outras 6 falhas menores no reservatório. O reservatório tem 50m de espessura e o modelo tem 16 camadas. O reservatório consiste de duas zonas, separadas por uma camada de folhelho impermeável. A zona superior do reservatório contém canais fluviais de areias embutidas em folhelhos de planície de inundação. A zona inferior do reservatório consiste em camadas alternadas de areias grossas, médias e finas com um mergulho predeterminado semelhante a uma sequência estratigráfica clinoformal. O modelo tem apenas duas fases, óleo e água.

O modelo consiste em células de grade de aproximadamente 50 m x 50 m x 3 m cada. Nenhum procedimento de upscaling foi realizado. Todas as propriedades geológicas e petroquímicas foram modeladas nesta mesma grade. O modelo tem aproximadamente 341.728 células de grade, das quais 192.750 estão ativas. As células inativas são principalmente associadas à barreira de folhelho de camada única no modelo.

Figura 92 – Campo de permeabilidade do modelo OLYMPUS



Fonte: o autor (2020)

Quatro diferentes tipos de fácies foram modelados nas diferentes camadas. Uma visão geral dessas fácies nas diferentes zonas é fornecida na Tabela 16. Propriedades geológicas como porosidade, permeabilidade e Net-To-Gross (NTG) foram geradas usando técnicas geoestatísticas padrão para os diferentes tipos de fácies.

Tabela 16 – Resumo das propriedades das fácies do modelo OLYMPUS

Tipos de Fácies	Zonas Presentes	Faixa de Porosidade	Faixa de Permeabilidade	Net-to-Gross
Canal de areia	Topo	0.2-0.35	400-1000 mD	0.8-1
Folhelho	Topo e Barreira	0.03	1 mD	0
Areia grossa	Fundo	0.2-0.3	150-400 mD	0.7-0.9
Areia	Fundo	0.1-0.2	75-150 mD	0.75-0.95
Areia fina	Fundo	0.05-0.1	10-50 mD	0.9-1

Fonte: o autor (2020)

Os valores de permeabilidade nas direções X e Y são idênticos. A permeabilidade na direção Z é 10% da permeabilidade na direção X.

Os poços produtores e injetores são operados com limites para pressão e vazões. Os parâmetros econômicos e as restrições operacionais estão listadas nas Tabelas 17 e 18, respectivamente.

Tabela 17 – Informações usadas para o cálculo do VPL

Contribuição	Valor
Preço do óleo ($\$/m^3$)	283
Custo de produção de água ($\$/m^3$)	38
Custo de injeção de água ($\$/m^3$)	13
Fator de desconto anual	0.08
Fim do tempo de concessão (anos)	20

Fonte: o autor (2020)

Tabela 18 – Restrições de operação para os poços no reservatório OLYMPUS

Tipo	Valor
Máxima vazão de produção de líquido da plataforma (m^3/dia)	14000
Máxima vazão de produção de óleo do poço (m^3/dia)	900
Máxima vazão de injeção de água do poço (m^3/dia)	1600
BHP do Injetor(bar)	235
BHP do Produtor(bar)	150

Fonte: o autor (2020)

As variáveis de controle utilizadas neste modelo são as pressões de fundo de poço de cada poço, as quais são reparametrizadas por um polinômio quadrático, cuja formulação é dada pela Equação 53. As restrições de vazão são tratadas pelo simulador. O intervalo de tempo utilizado é de 3 meses, durante 20 anos, para os 18 poços, logo o número de variáveis resultante do polinômio quadrático é de 54 variáveis. Sem o uso do polinômio o número de variáveis seria 1440.

As estratégias utilizadas para comparação de resultados para este modelo são (PINTO et al., 2018):

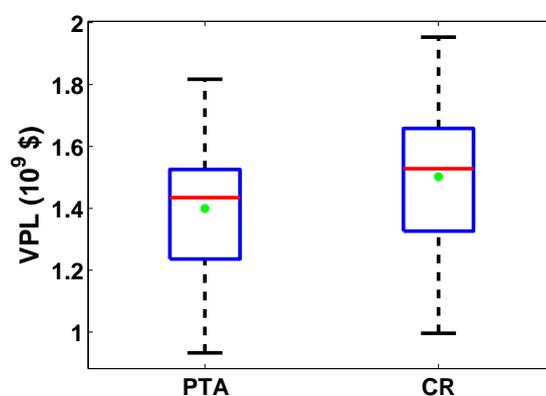
Todos os poços totalmente abertos (PTA): Consiste em definir os poços

produtores e os poços injetores na vazão máxima permitida ou na pressão mínima permitida no furo inferior (BHP) até o final do ciclo de vida.

Controle reativo (CR): Nesta situação, os poços produtores trabalham na pressão mínima permitida no fundo do poço (BHP) enquanto os poços injetores na máxima. Há fechamento de um poço produtor quando o corte d'água para esse poço se torna antieconômico, que para este modelo corresponde a 88%.

Um diagrama de caixa do PTA e do CR é mostrado na Figura 93. No CR percebe-se o aumento na média do VPL (de 7%) pela aplicação do corte d'água em relação ao PTA.

Figura 93 – OLYMPUS: Diagrama de caixa do PTA e do CR

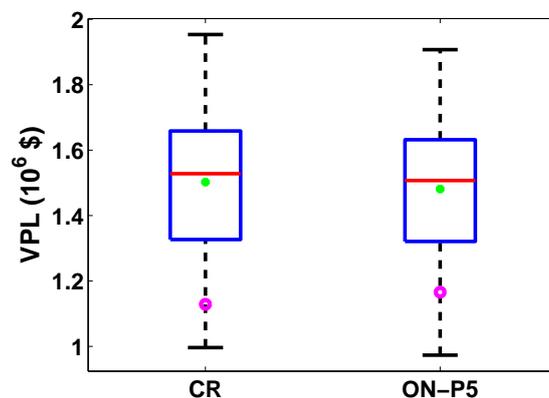


Fonte: o autor (2020)

Seguindo os passos adotados nos modelos anteriores, é feita uma otimização nominal, desta vez partindo de uma realização cujo VPL representa o percentil P5 do resultado do controle reativo, que é próximo ao pior caso. Essa escolha é feita na expectativa de que a otimização do pior caso dê um resultado melhor que otimizando o VPL médio do controle reativo. A Figura 94 mostra que a realização P5, círculos rosa, foi melhorada com a otimização nominal, mas a média do caso ON ficou abaixo da média do CR, pontos verdes. Além disso, o pior caso da ON-P5 ficou abaixo do pior caso do CR, que não era esperado, visto que a realização utilizada para a ON foi uma próxima do pior caso do CR, então pelo menos o pior caso deveria ter sido melhorado, esse resultado mostra que a incerteza deste modelo é grande.

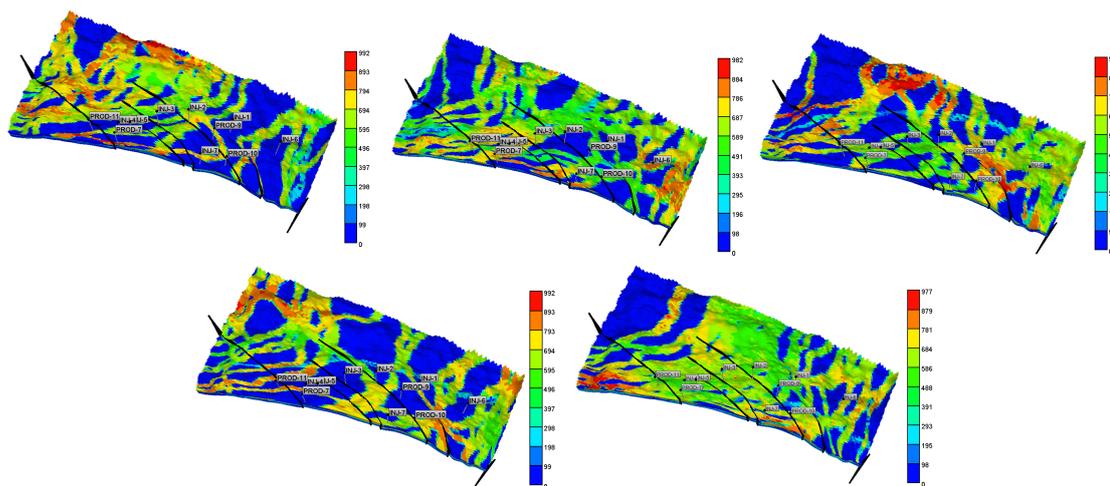
Devido a este resultado, o subconjunto de realizações é escolhido pelo ranqueamento dos resultados do VPL do controle reativo e é dado pelas realizações R4, R16, R44, R38 e R49, correspondentes respectivamente aos percentis P5, P25, P50, P75 e P95. Os campos de permeabilidade dessas realizações são mostrados na Figura 95.

Figura 94 – OLYMPUS: Comparação do CR com a ON do pior caso (P5)



Fonte: o autor (2020)

Figura 95 – Campo de permeabilidade das realizações representativas P5, P25, P50, P75 e P95 do modelo OLYMPUS

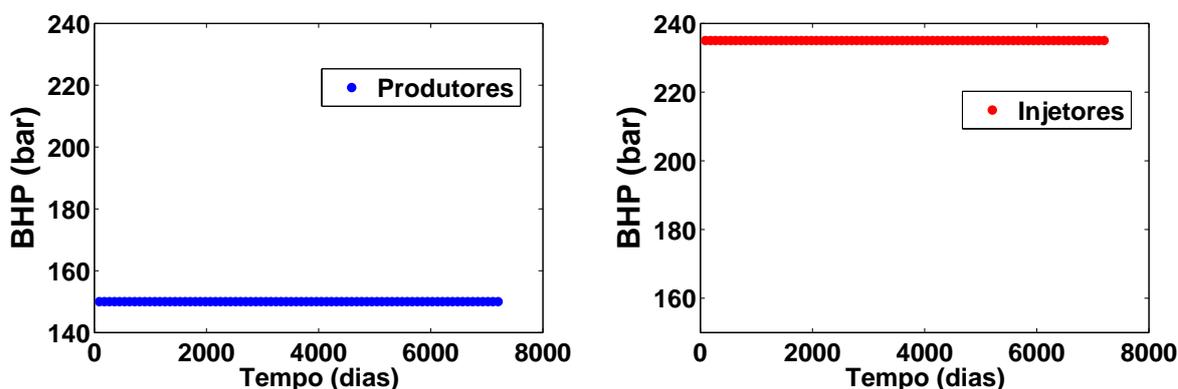


Fonte: Pinto2019

• Otimização Robusta

A Figura 96 mostra o controle inicial de todos os casos utilizados na otimização robusta deste modelo. Os BHPs dos poços produtores no valor mínimo e dos poços injetores no valor máximo reproduzem o CR, ou seja, significa possibilidade de maior vazão para os poços produtores e injetores.

Figura 96 – Controle BHP inicial para as abordagens de otimização robusta



(a) BHP inicial para todos os poços produtores

(b) BHP inicial para todos os poços injetores

Fonte: (PINTO et al., 2019)

Devido a características como o tempo de processamento, que é muito maior neste caso, aproximadamente 50 minutos por simulação; a variação do VPL em relação ao CR, que é pequena em relação aos outros modelos, as abordagens deste modelo são diferentes das abordagens dos modelos anteriores e são mostradas a seguir.

Uma observação, todos os diagramas de caixa são feitos com a propagação do resultado em todas as 50 realizações.

• Caso 1

Neste estudo é avaliado o comportamento do subconjunto de realizações em relação aos percentis tomados. São testados dois subconjuntos de cinco realizações cada:

Subconjunto 1: P5, P25, P50, P75 e P95

Subconjunto 2: P5, P80, P85, P90 e P95

A função objetivo utiliza um fator de risco $r = 0.5$. É aplicada uma restrição de corte d'água (WCUT) de 88% no simulador, durante a otimização. No final da otimização o resultado é propagado nas 50 realizações. Além disso, com o controle ótimo é feita uma avaliação sem a aplicação do WCUT no simulador.

Desta forma temos as seguintes abordagens:

C1-SC1-OT: Caso 1, subconjunto 1, otimização com WCUT;

C1-SC1-AV: Caso 1, subconjunto 1, avaliação sem WCUT;

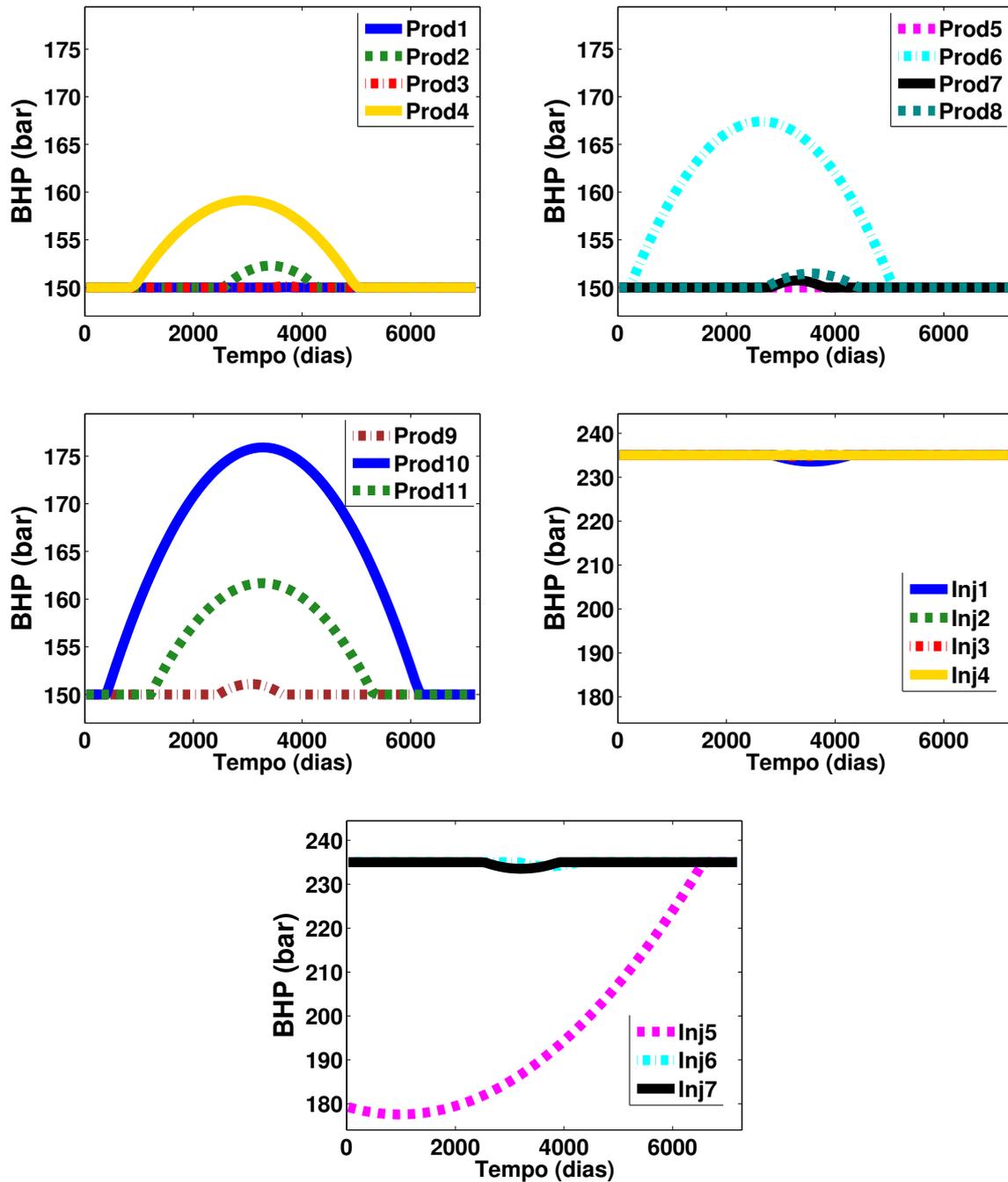
C1-SC2-OT: Caso 1, subconjunto 2, otimização com WCUT;

C1-SC2-AV: Caso 1, subconjunto 2, avaliação sem WCUT;

Os controles de BHP provenientes da otimização robusta, fornecidos pelo otimizador, são mostrados na Figura 97 para o subconjunto 1; e na Figura 98 para o subconjunto 2. Pode-se ver que quando os limites destas variáveis são alcançados, a trajetória do controle é ajustada para o limite mais próximo. Nota-se que para os poços injetores, com exceção do Inj5, todos os outros estão em suas pressões máximas.

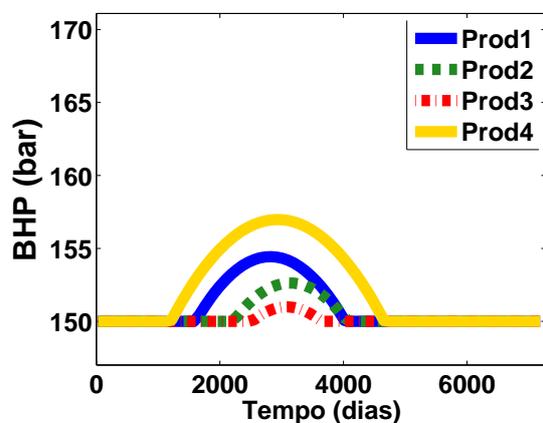
Além disso, é possível notar a semelhança de controles entre as abordagens C1-SC1-OT e C1-SC2-OT.

Figura 97 – OLYMPUS: Controles de BHP passados ao simulador por polinômios de 2º grau do C1-SC1-OT

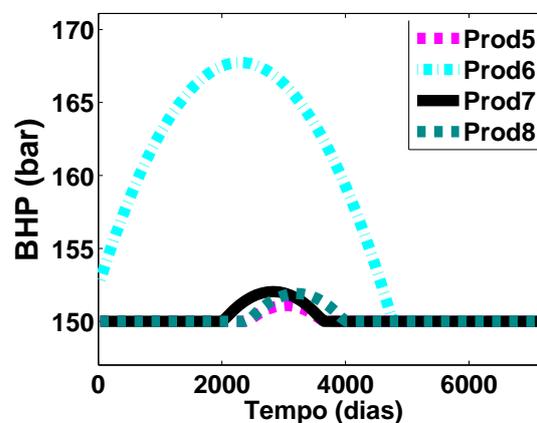


Fonte: o autor (2020)

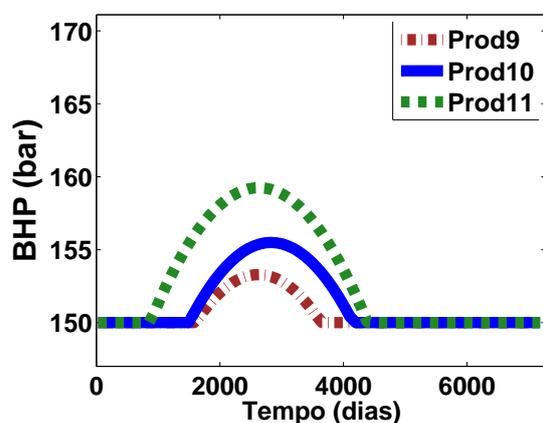
Figura 98 – OLYMPUS: Controle de BHP passado ao simulador por polinômio de 2º grau da abordagem C1-SC2-OT



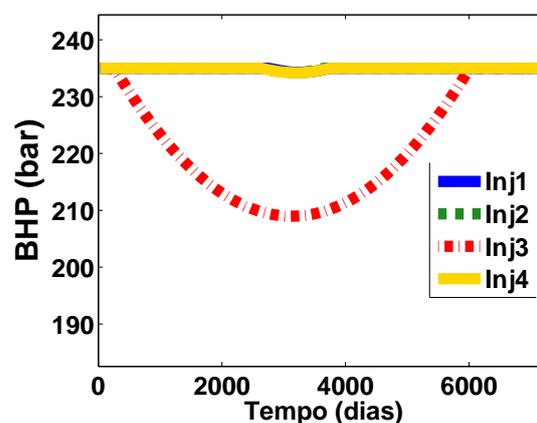
(a) BHP dos poços produtores



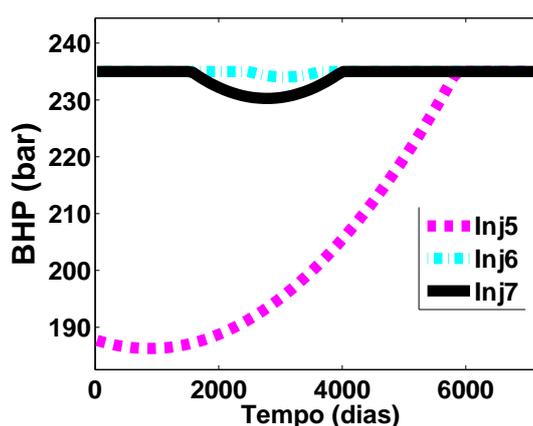
(b) BHP dos poços produtores



(c) BHP dos poços produtores



(d) BHP dos poços injetores



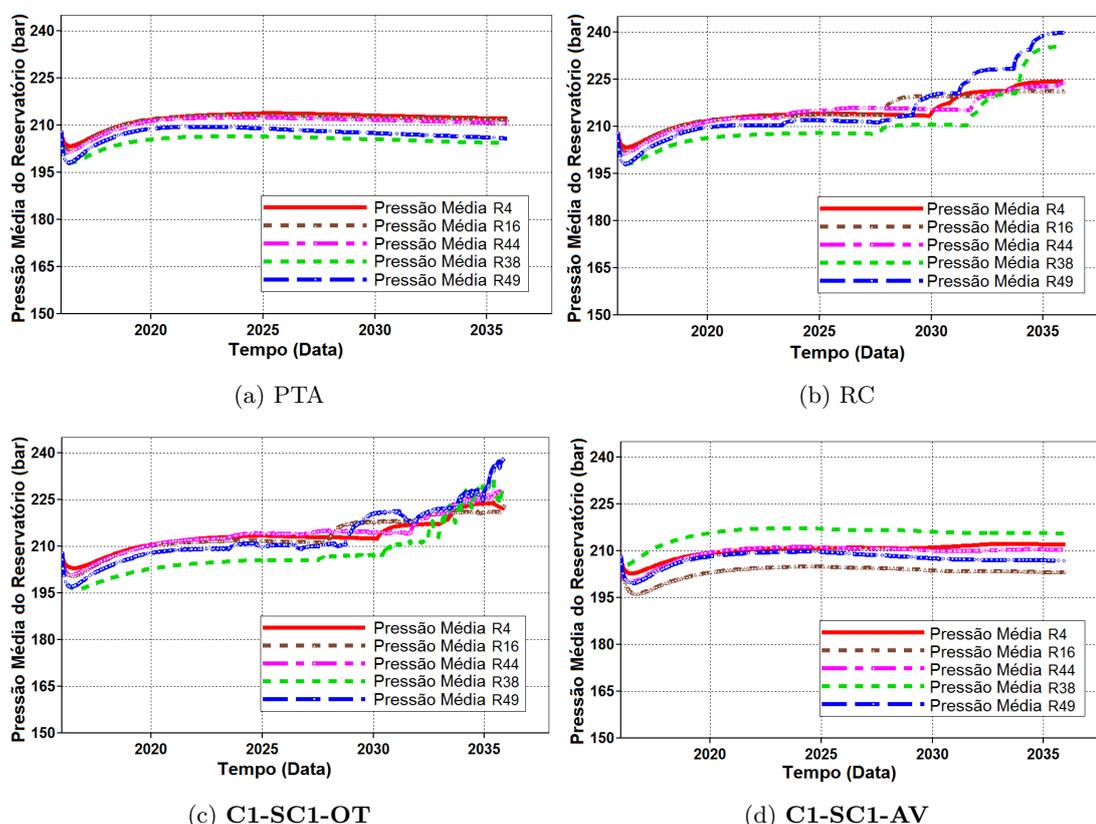
(e) BHP dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

A Figura 99 mostra a pressão média do reservatório, nas realizações selecionadas, para os casos: (a) PTA, (b) CR, (c) C1-SC1-OT, (d) C1-SC1-AV. Pode-se observar que quando o controle reativo é aplicado, Figuras 99 (b) e (c), há um aumento na pressão

do reservatório devido ao fechamento de poços produtores sem o fechamento de poços injetores, que continuam operando até o final do tempo de concessão.

Figura 99 – Pressão Média do Reservatório para os casos: (a) PTA, (b) RC, (c) **C1-SC1-OT**, (d) **C1-SC1-AV**.

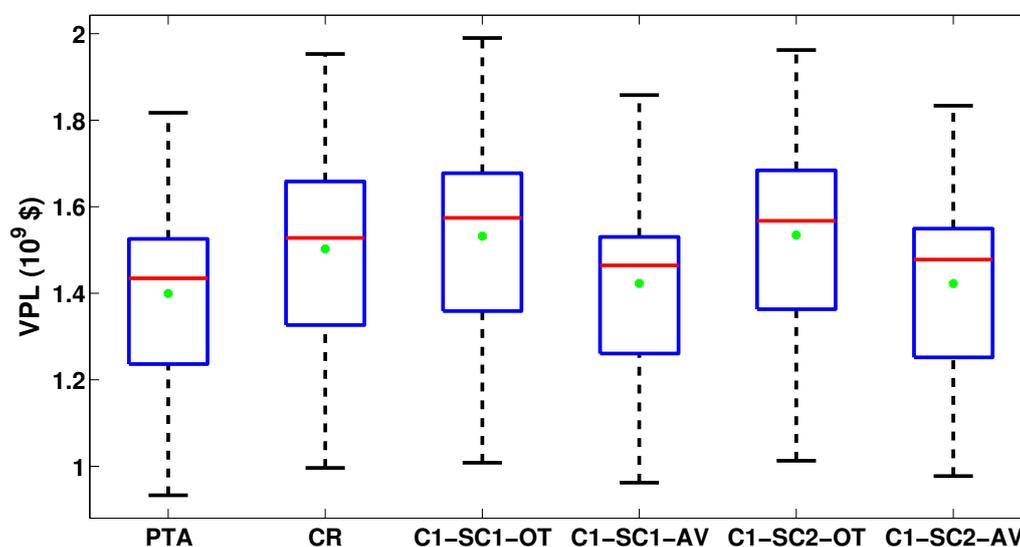


Fonte: o autor (2020)

Os diagramas de caixa da Figura 100 permitem comparar soluções dos resultados das abordagens do Caso 1 entre si e com as abordagens PTA e CR. As abordagens **C1-SC1-OT** ($\overline{VPL} = 1.5319 \times 10^9$) e **C1-SC1-AV** ($\overline{VPL} = 1.4227 \times 10^9$) são semelhantes a, respectivamente, **C1-SC2-OT** ($\overline{VPL} = 1.5346 \times 10^9$) e **C1-SC2-AV** ($\overline{VPL} = 1.4223 \times 10^9$), com variação de no máximo 0.2%. Esses resultados mostram uma indiferença nas respostas médias do VLP de acordo com os subconjuntos de realizações selecionadas, desde que a seleção envolvesse os casos extremos, pior caso (P5) e melhor caso (P95). Desta forma, daqui em diante, apenas o subconjunto 1 será utilizado.

Em relação ao CR e ao PTA, verifica-se que o VPL médio do **C1-SC1-OT** aumenta em relação ao CR, visto que o aquele é uma otimização do CR. Ao não permitir o fechamento dos poços produtores com o corte d'água, **C1-SC1-AV**, observa-se uma diminuição do VPL em relação ao CR, visto que se comporta de forma semelhante ao PTA, com a diferença dos controles serem otimizados, logo há uma melhora do **C1-SC1-AV** em relação ao PTA.

Figura 100 – Diagramas de caixa OLYMPUS - PTA, CR, C1-SC1-OT, C1-SC1-AV, C1-SC2-OT, C1-SC2-AV



Fonte: o autor (2020)

• Caso 2

No Caso 2 vamos estudar a influência da retirada da restrição do WCUT no simulador durante a otimização.

Temos as seguintes abordagens:

C2-OT: Caso 2, otimização sem WCUT no simulador;

C2-AV: Caso 2, avaliação do ótimo do **C2-OT** com WCUT no simulador;

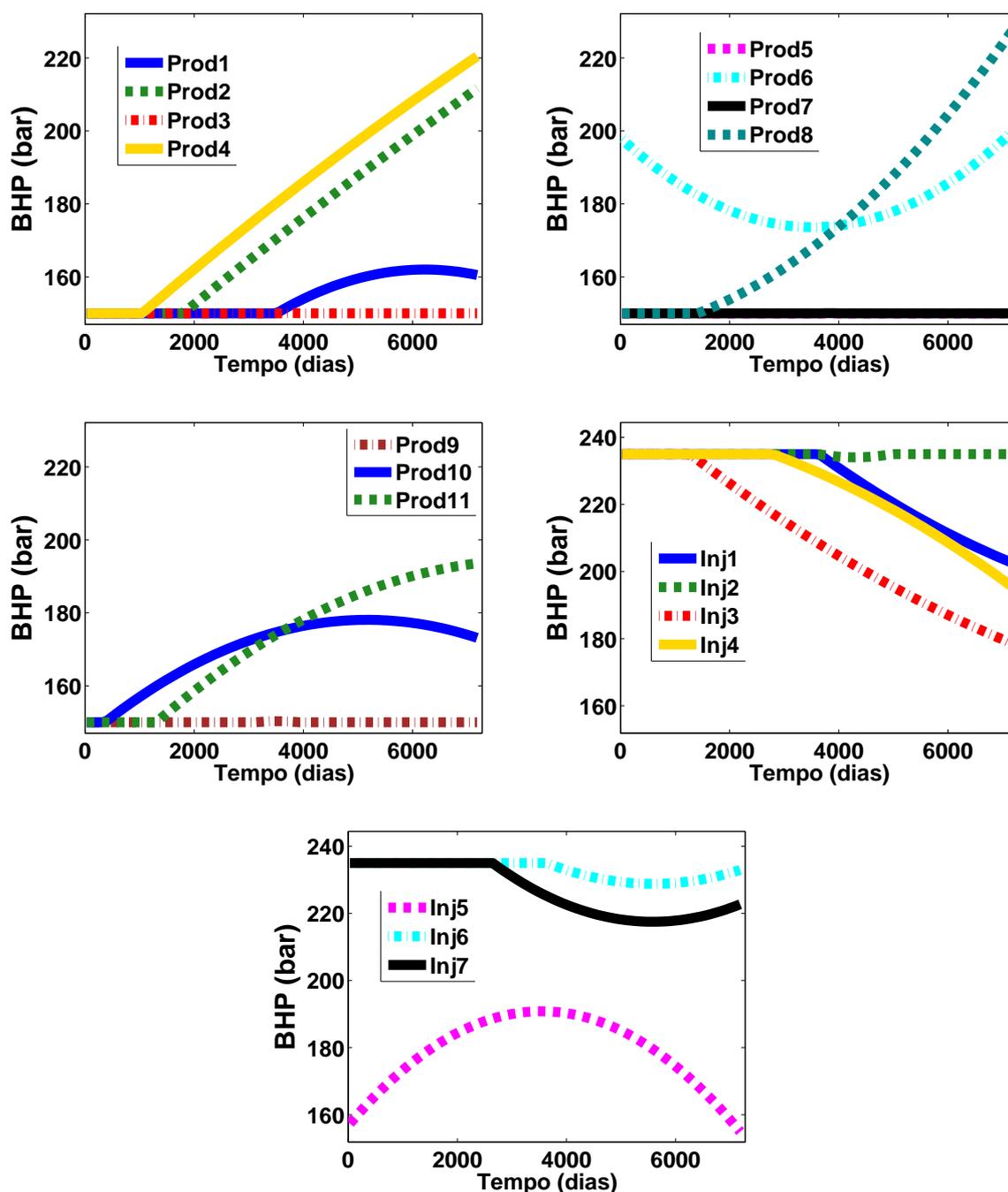
O controle do cenário **C2-OT** passado pelo otimizador é mostrado na Figura 101. Já se nota um comportamento distinto em relação à abordagem **C1-SC1-OT**, na abordagem atual a maioria dos poços produtores iniciam com uma máxima produção (mínimo BHP de 150 bar) e terminam com uma diminuição da produção (aumentam o BHP), assim como a maioria dos poços injetores que iniciam na máxima injeção e baixam ao longo do tempo de concessão.

A partir deste ponto ótimo é conduzida a simulação de todas as realizações, adicionando a restrição de corte d'água ao simulador (**C2-AV**). Os diagramas de caixa da Figura 102 mostram uma comparação do **C2-OT** ($\overline{VPL} = 1.5244 \times 10^9$) e **C2-AV** ($\overline{VPL} = 1.5455 \times 10^9$) com as abordagens PTA e CR.

Percebe-se que ao otimizar sem o corte d'água (**C2-OT**) o \overline{VPL} encontrado é próximo ao do **C1-SC1-OT**, mas a comparação mais apropriada é com o **C1-SC1-AV**, que também não tem o corte d'água, neste caso, há um aumento de 7.1% do \overline{VPL} . Comparando os casos com corte d'água, o \overline{VPL} do **C2-AV** é 0.9% maior que o **C1-SC1-OT**. Logo, a abordagem de otimização sem a restrição do corte d'água é mais adequada

para este modelo e serão utilizadas desta forma daqui em diante.

Figura 101 – OLYMPUS: Controles de BHP passados ao simulador por polinômios de 2º grau da otimização robusta **C2-OT**



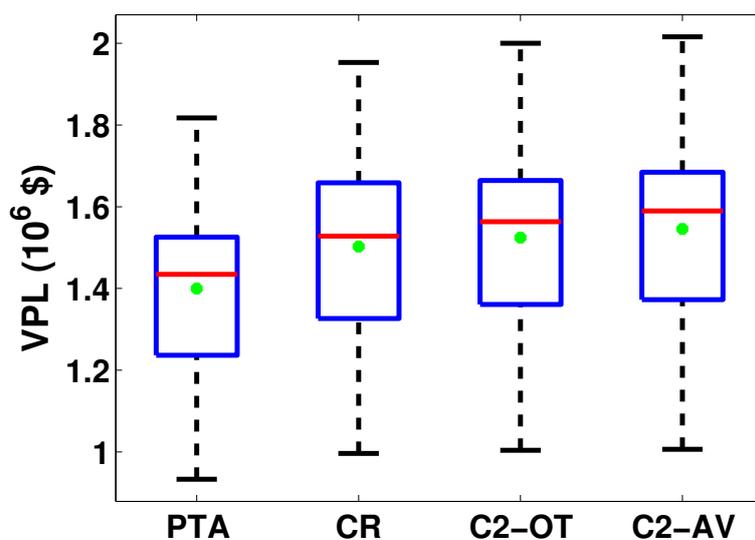
Fonte: o autor (2020)

A Figura 103 mostra a pressão média do reservatório para o **C2-OT** e para o **C2-AV**. Percebe-se que as pressões do **C2-OT** se comportam de maneira semelhante às pressões do **C1-SC1-AV**, pois ambas não utilizam a restrição de corte d'água. Já as pressões do **C2-AV** se comportam de forma semelhante às pressões do **C2-OT**, o que

mostra que os controles obtidos sem uso da restrição de corte d'água é mais bem aplicável que o do **C1-SC1-OT**, que leva em conta essa restrição.

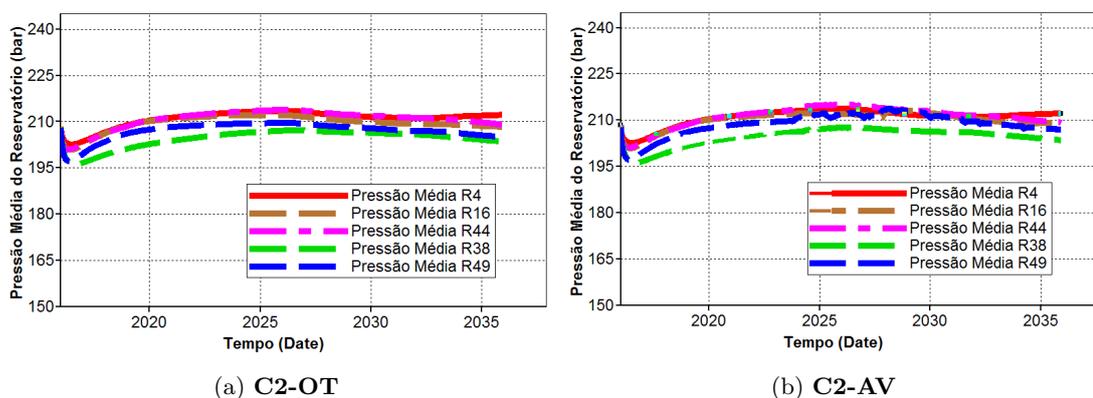
A Figura 104 mostra a produção acumulada de óleo e de água para as abordagens **C2-OT** e **C2-AV** das realizações selecionadas. A principal diferença está na realização R49, correspondente ao P5, que tem uma menor produção de água devido ao fechamento dos produtores ao atingir o corte d'água de 88%.

Figura 102 – Diagramas de caixa OLYMPUS - PTA, CR, C2-OT e C2-AV

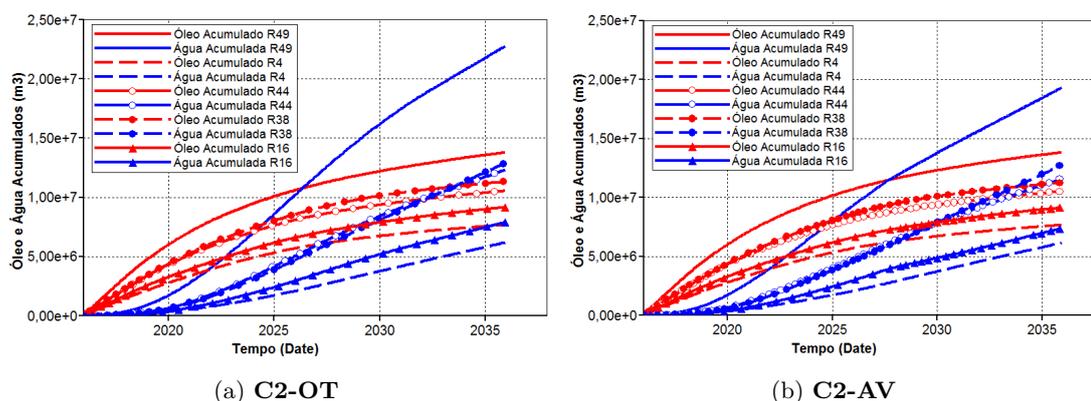


Fonte: o autor (2020)

Figura 103 – Pressão média do reservatório para os casos: (a) C2-OT, (b) C2-AV



Fonte: o autor (2020)

Figura 104 – Produção acumulada de óleo e água dos dos casos: (a) **C2-OT**, (b) **C2-AV**

Fonte: o autor (2020)

• Caso 3

Neste estudo vamos verificar a influência do fator de risco (r). Até agora foi utilizado $r = 0.5$, vamos comparar os resultados com $r = 0$. Lembrando que estamos usando o primeiro subconjunto de realizações e a otimização é conduzida sem WCUT no simulador.

As abordagens deste caso são as seguintes:

C3-OT: Caso 3, otimização sem fator de risco na função objetivo, ou seja $r = 0$;

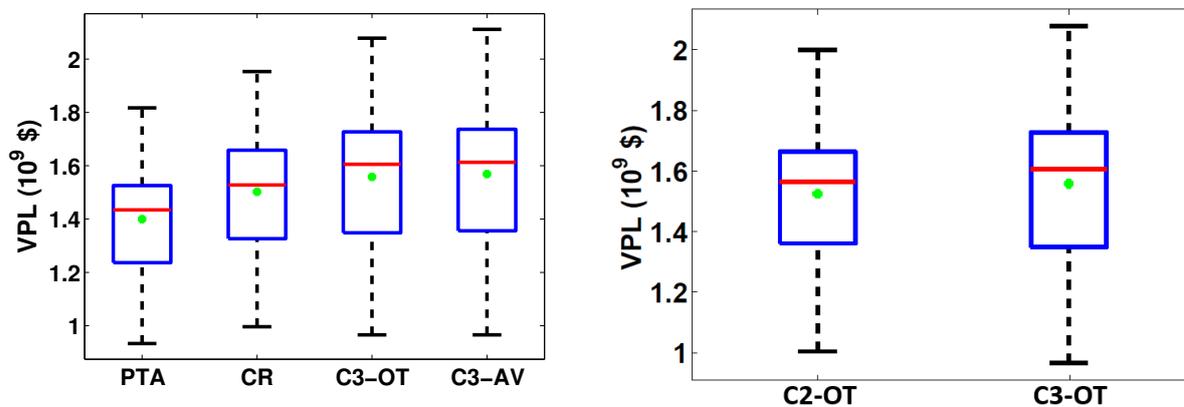
C3-AV: Caso 3, avaliação do ótimo do **C3-OT** com WCUT no simulador;

A Figura 105a mostra os diagramas de caixa dos casos base e das abordagens **C3-OT** ($\overline{VPL} = 1.5585 \times 10^9$) e **C3-AV** ($\overline{VPL} = 1.5691 \times 10^9$). Houve uma melhoria do resultado proveniente da otimização (**C3-OT**) e a propagação da solução usando a restrição sobre o corte d'água (**C3-AV**). Isso embasa a preferência da otimização sem restrição de corte d'água.

Na Figura 105b é feita uma comparação do **C2-OT**, $r = 0.5$, com o **C3-OT**, $r = 0$, para mostrar a influência do fator de risco. O resultado está de acordo com o esperado, um aumento na média do VPL seguido de um aumento na variabilidade dos resultados quando o desvio padrão não é levado em consideração, $r = 0$.

A Figura 106 mostra os controles de BHP passados ao simulador para este caso. Nota-se uma semelhança de comportamento dos controles deste caso com o controle encontrado no **C2-OT**. Os poços que apresentam controles diferentes são os Prod6, com maior BHP, Inj3 e Inj5 com menor BHP.

Figura 105 – Diagramas de caixa OLYMPUS - a) Comparação do PTA, CR, **C3-OT** e **C3-AV**; b) Comparação do **C2-OT**, $r = 0.5$, com o **C3-OT**, $r = 0$

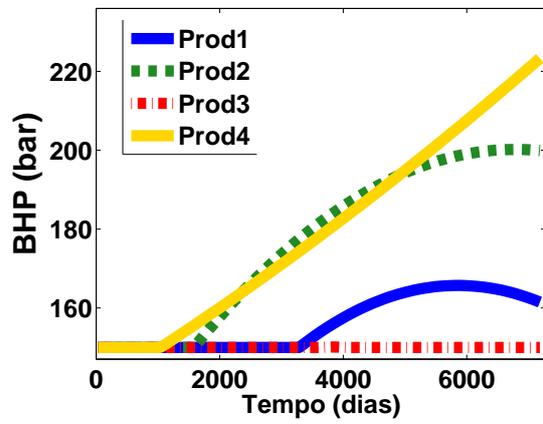


(a) PTA, CR, **C3-OT** e **C3-AV**

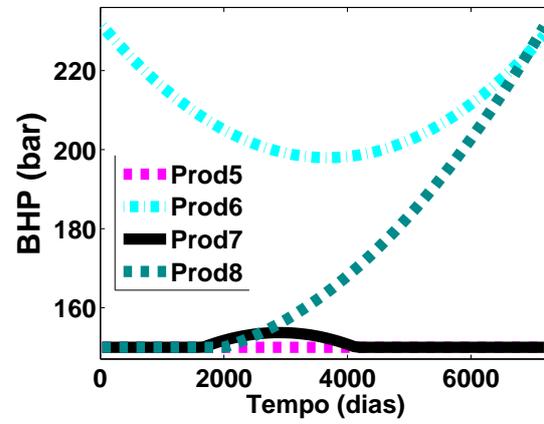
(b) **C2-OT** ($r = 0.5$) e **C3-OT** ($r = 0$)

Fonte: o autor (2020)

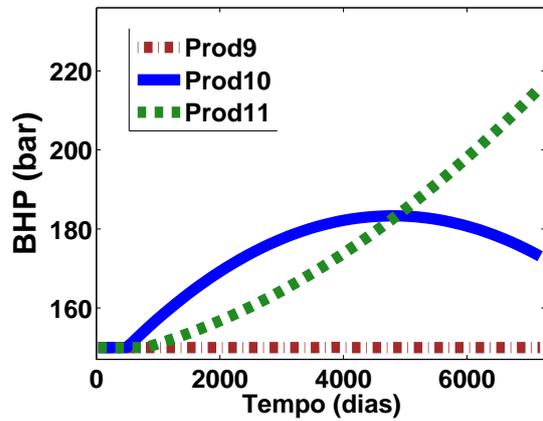
Figura 106 – OLYMPUS: Controle de BHP passado ao simulador por polinômio de 2º grau da otimização robusta C3-OT



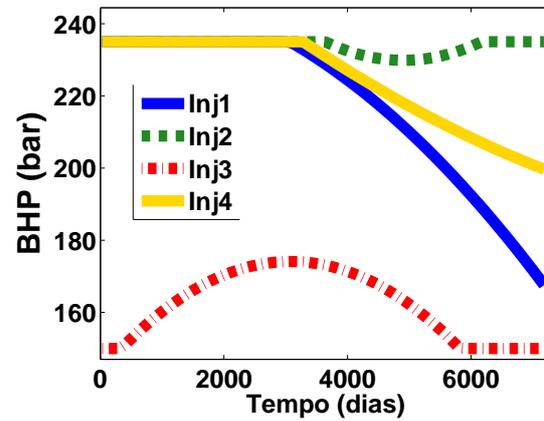
(a) BHP dos poços produtores



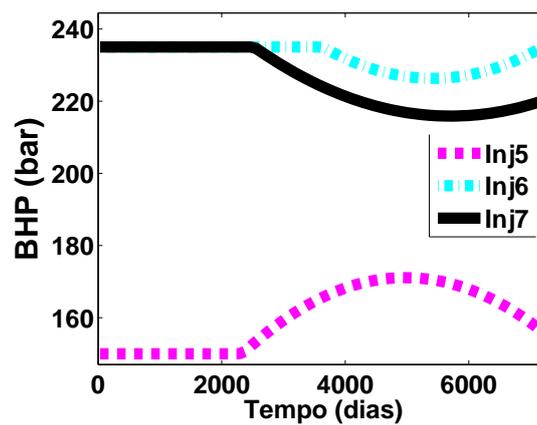
(b) BHP dos poços produtores



(c) BHP dos poços produtores



(d) BHP dos poços injetores



(e) BHP dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

- **Caso 4**

Este estudo utiliza todas as 50 realizações. O fator de risco é $r = 0$. Não utiliza restrição de corte d'água durante a otimização. As abordagens desse caso são:

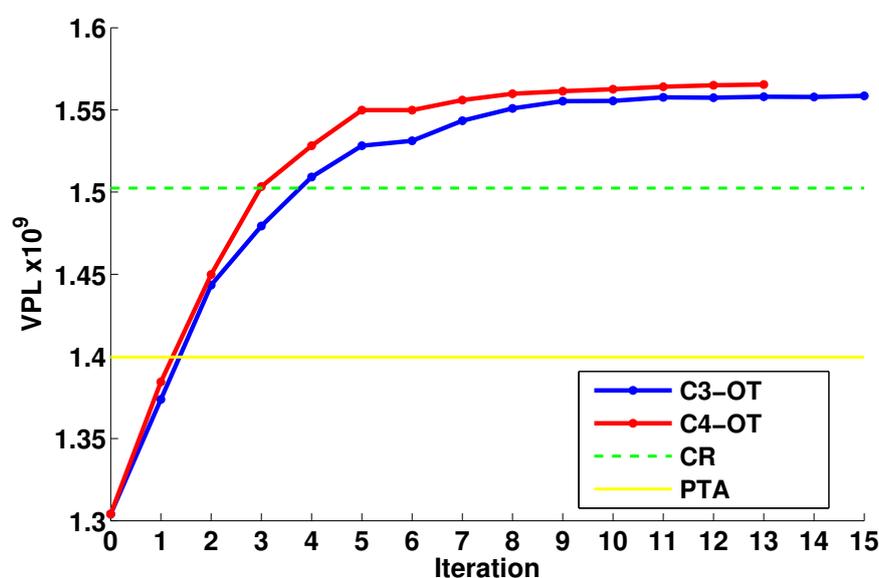
C4-OT: Caso 4, otimização com todas as realizações;

C4-AV: avaliação do ótimo do **C4-OT** com WCUT no simulador.

A Figura 107 apresenta a evolução da média do VPL das abordagens **C3-OT** e **C4-OT** e o VPL das abordagens CR e PTA. Todos os resultados mostram melhora em relação ao CR. Ao utilizar as 50 realizações no processo de otimização obtém-se um resultado um pouco melhor ($\overline{VPL} = 1.5655 \times 10^9$) comparado ao caso em que se usa o subconjunto de realizações ($\overline{VPL} = 1.5585 \times 10^9$). No entanto, o custo computacional, por iteração, do **C4-OT** (5500 simulações) é 10 vezes maior do que o custo do **C3-OT** (550 simulações). Logo, devido ao excessivo custo computacional, não é aconselhável, para a metodologia utilizada, usar o conjunto completo das realizações.

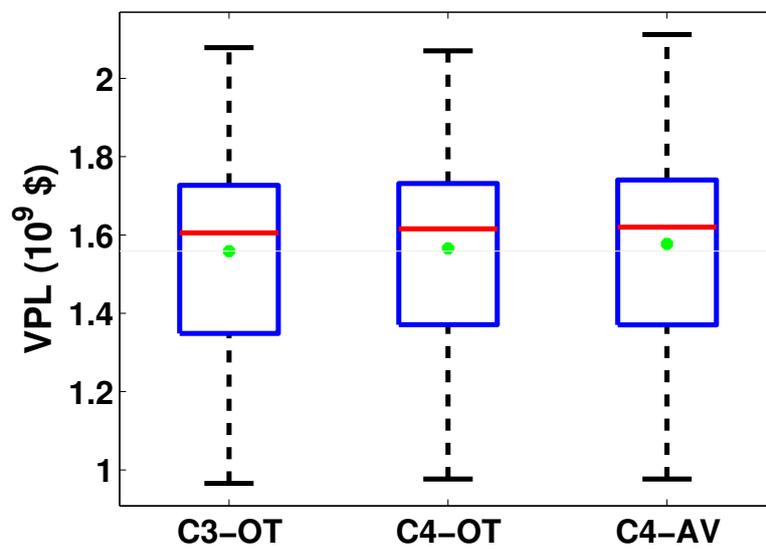
A Figura 108 mostra o diagrama de caixa das abordagens **C3-OT**, **C4-OT** e **C4-AV**, mostrando que os resultados são muito semelhantes, tanto na média quanto no desvio padrão, comprovando a vantagem do subconjunto de realizações. A Figura 109 mostra os controles de BHP passados ao simulador. Observa-se que o comportamento dos controles da Figura 109 é semelhante ao da Figura 106.

Figura 107 – Convergência das abordagens **C3-OT** (5 realizações) e **C4-OT** (50 realizações) e média do VPL das abordagens CR e PTA



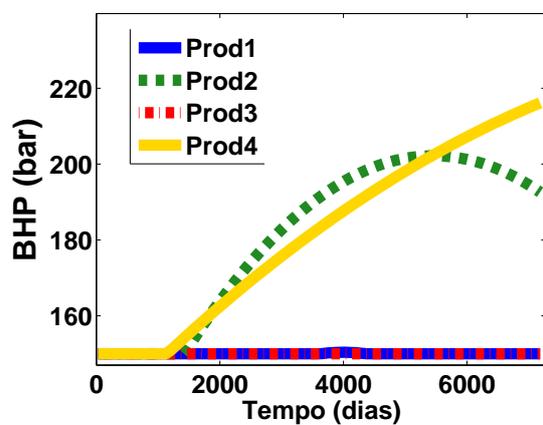
Fonte: o autor (2020)

Figura 108 – Diagramas de caixa OLYMPUS - Abordagens C3-OT, C4-OT e C4-AV

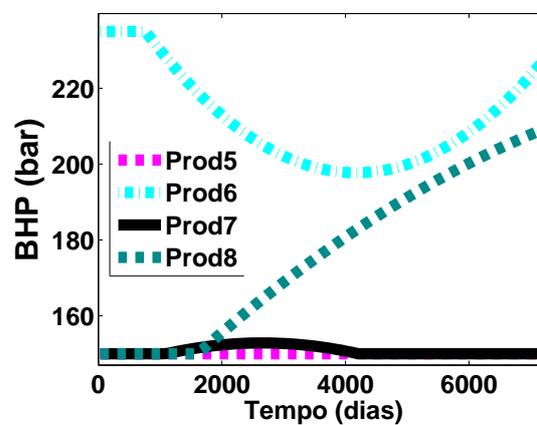


Fonte: o autor (2020)

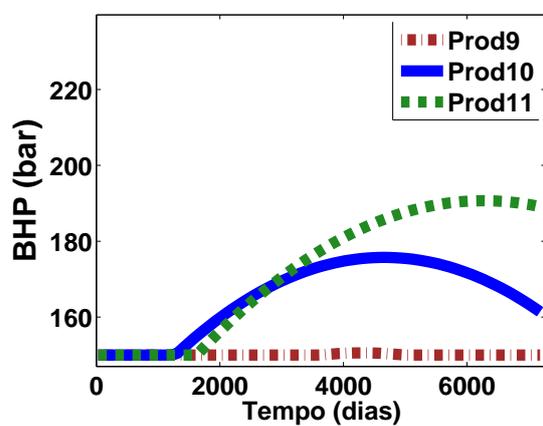
Figura 109 – OLYMPUS: Controle de BHP passado ao simulador por polinômio de 2º grau da otimização robusta C4-OT



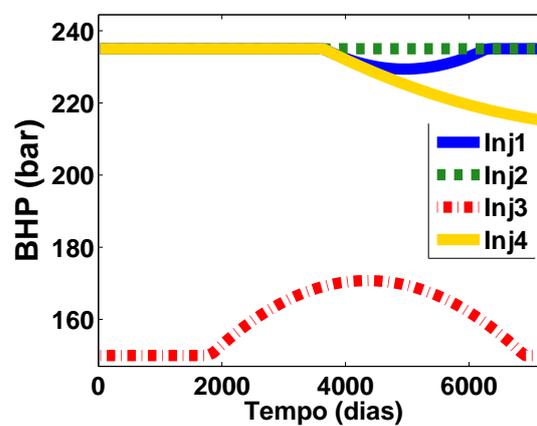
(a) BHP dos poços produtores



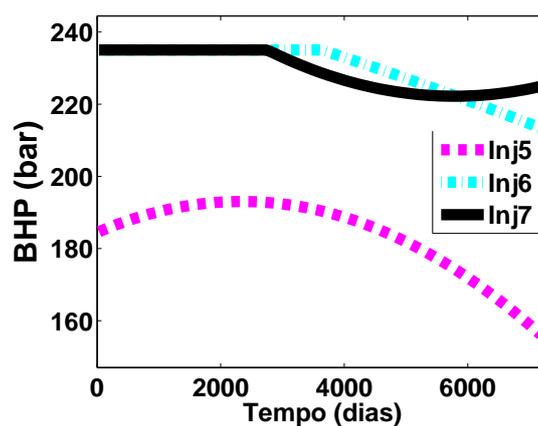
(b) BHP dos poços produtores



(c) BHP dos poços produtores



(d) BHP dos poços injetores



(e) BHP dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

- **Caso 5**

Neste estudo, os poços são controlados diretamente pela pressão de fundo de poço, utilizando ciclos de controle, sem uso de polinômios. Devido ao número de variáveis crescer com o número de ciclos de controle utilizados, são utilizados apenas três ciclos, totalizando o mesmo número de variáveis utilizadas na abordagem polinomial, que são 54 variáveis. Utiliza o primeiro subconjunto de realizações, $r = 0$ e otimização sem WCUT.

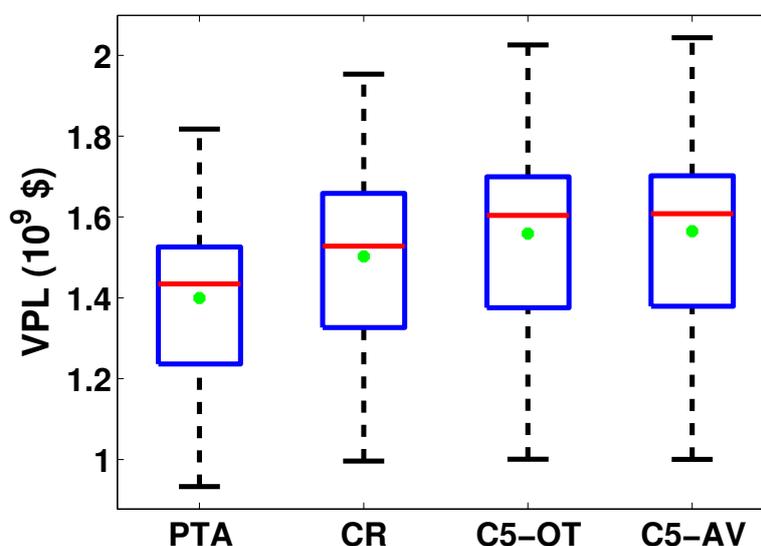
Assim como nos casos anteriores temos as seguintes abordagens:

C5-OT: Caso 5, três ciclos de controle na otimização.

C5-AV: avaliação do **C5-OT** utilizando o WCUT no simulador.

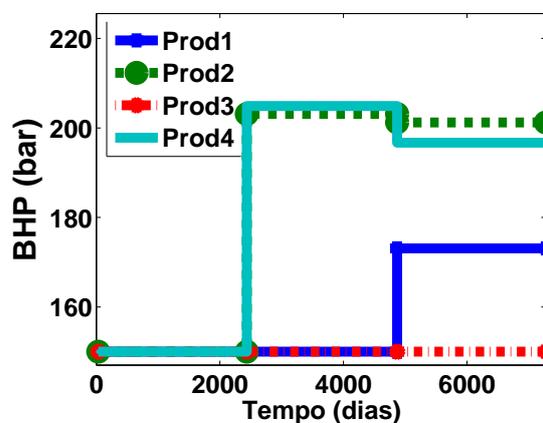
O **C5-OT**, obteve o seguinte resultado: $\overline{VPL} = 1.5591$, enquanto o **C5-AV** obteve $\overline{VPL} = 1.5648$. Uma comparação destes resultados com os obtidos pelo CR pode ser visualizada na Figura 110 e o controle ótimo obtido é mostrado na Fig. 111. A melhora da média do VPL em relação ao CR é de 3.8% para o **C5-OT** e de 4.2% para o **C5-AV**, que é consistente com os resultados encontrados pelas abordagens anteriores.

Figura 110 – Diagramas de caixa OLYMPUS - PTA, CR, C5-OT e C5-AV

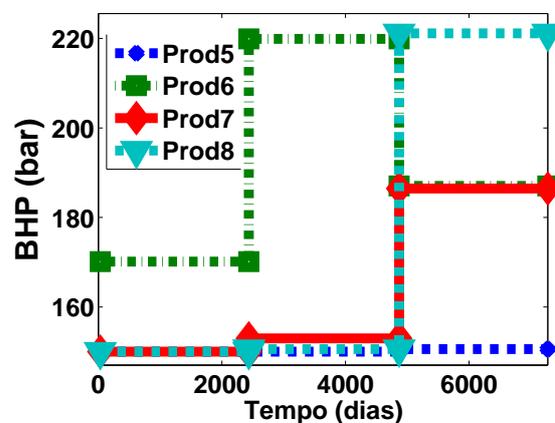


Fonte: o autor (2020)

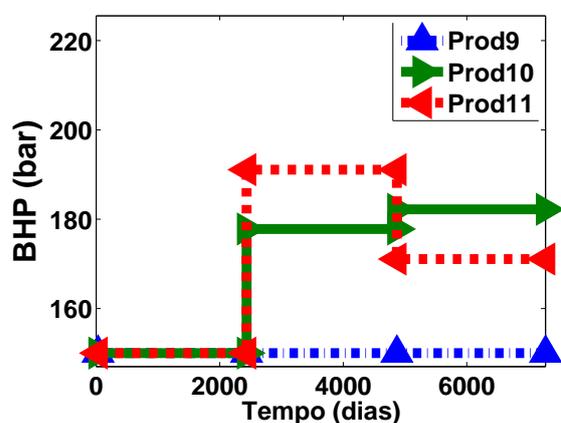
Figura 111 – OLYMPUS: Controle de BHP passado ao simulador em três ciclos de controle da otimização robusta C5-OT



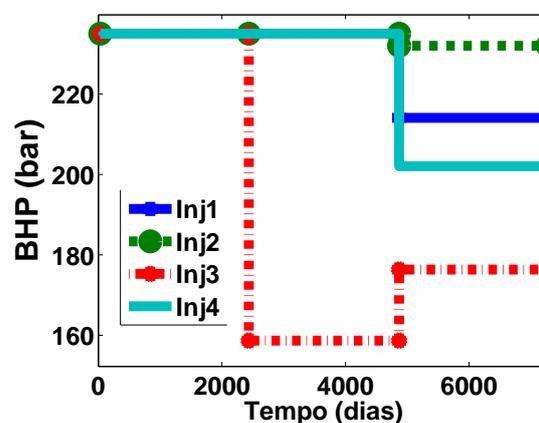
(a) BHP dos poços produtores



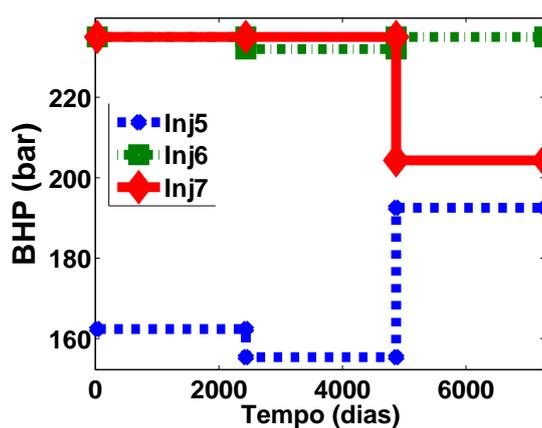
(b) BHP dos poços produtores



(c) BHP dos poços produtores



(d) BHP dos poços injetores



(e) BHP dos poços injetores

Fonte: o autor (2020)

A Tabela 19 resume todos os resultados do modelo OLYMPUS. Embora as maiores médias tenham sido encontradas utilizando todas as 50 realizações, C4-OT e C4-AV, foram as mais custosas computacionalmente, logo não há vantagem em utilizar todo o

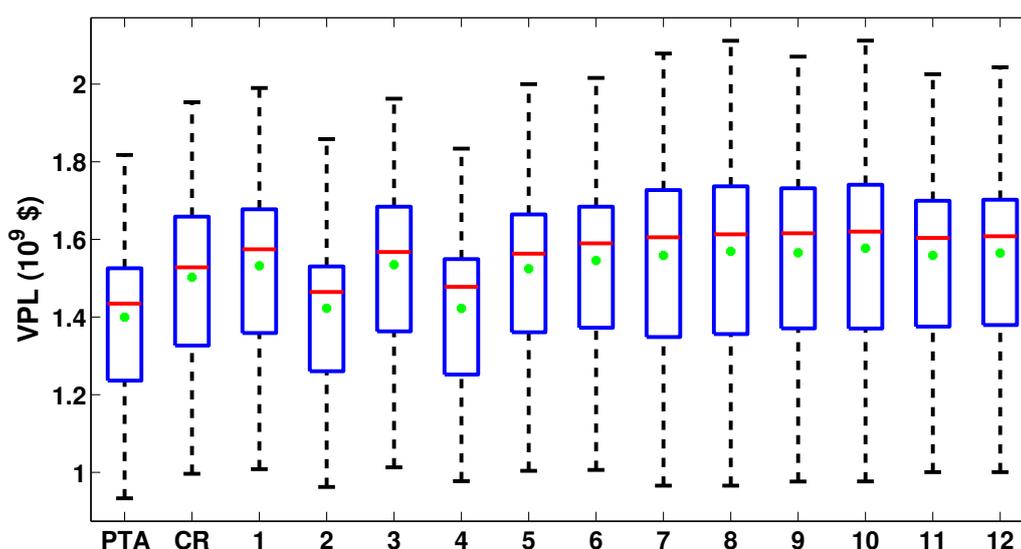
conjunto de realizações. Um resultado muito próximo e cerca de dez vezes menos custoso foi encontrado utilizando um subconjunto de 5 realizações, **C3-OT** e **C3-AV**. A Figura 112 mostra os diagramas de caixa de todos os casos.

Tabela 19 – Resumo dos resultados do OLYMPUS

Casos	Média inicial ($\times 10^9$)	Min ($\times 10^9$)	Max ($\times 10^9$)	Média Final ($\times 10^9$)	Desvio Padrão ($\times 10^9$)	Diferença % CR	Avaliações	It. SAO
PTA	-	0.933	1.817	1.400	0.203	-6.8	50	-
CR	-	0.996	1.953	1.502	0.227	-	50	-
C1-SC1-OT	1.304	1.007	1.989	1.532	0.234	2	7200	13
C1-SC1-AV	-	0.962	1.858	1.423	0.208	-5.3	50	-
C1-SC2-OT	1.304	1.013	1.962	1.535	0.232	2.2	8300	15
C1-SC2-AV	-	0.977	1.834	1.422	0.206	-5.3	50	-
C2-OT	1.304	1.004	2.001	1.524	0.231	1.5	8850	16
C2-AV	-	1.006	2.016	1.546	0.240	2.9	50	-
C3-OT	1.304	0.966	2.079	1.559	0.244	3.8	8300	15
C3-AV	-	0.966	2.112	1.569	0.250	4.5	50	-
C4-OT	1.304	0.977	2.071	1.566	0.242	4.2	71550	13
C4-AV	-	0.977	2.112	1.577	0.250	5	50	-
C5-OT	1.327	1.001	2.025	1.559	0.243	3.8	9950	18
C5-AV	-	1.000	2.043	1.565	0.245	4.2	50	-

Fonte: o autor (2020)

Figura 112 – Diagramas de caixa OLYMPUS - PTA, CR e todas as abordagens: 1: **C1-SC1-OT**, 2: **C1-SC1-AV**, 3: **C1-SC2-OT**, 4: **C1-SC2-AV**, 5: **C2-OT**, 6: **C2-AV**, 7: **C3-OT**, 8: **C3-AV**, 9: **C4-OT**, 10: **C4-AV**, 11: **C5-OT**, 12: **C5-AV**



Fonte: o autor (2020)

Discussão sobre o modelo OLYMPUS: O maior reservatório estudado, que foi o mais desafiador desse trabalho, com 18 poços e precisando controlá-los a cada 3 meses

durante 20 anos, que daria inicialmente 1440 variáveis. A técnica de otimização aqui utilizada, SAO, não conseguiria trabalhar com tantas variáveis, visto que em um espaço de variáveis tão grande a criação de modelos substitutos seria inviável. O modelo substituto seria muito pobre e demandaria muitas simulações, 2881, para a criação de cada modelo para cada realização. Daí a aplicação dos coeficientes polinomiais como variáveis controle. Isto foi posto para justificar a mudança de abordagem em relação aos outros modelos.

- São escolhidas 5 realizações representativas do conjunto original de 50 (P5, P25, P50 e P95), que é justificado pelo estudo do número de realizações do modelo UNISIM-I-Mod.

- A utilização da restrição de corte d'água durante a otimização (**C1-SC1-OT**) fornece resultados pouco consistentes com esse parâmetro, porque ao retirar essa restrição e simular com o mesmo controle ótimo (**C1-SC1-AV**) o resultado sofre uma grande variação. O que não ocorre ao retirar a restrição durante a otimização (**C2-OT**) e posteriormente aplicá-la com o controle ótimo encontrado (**C2-AV**).

- A escolha de 5 diferentes realizações, no **C1-SC2-OT** (P5, P80, P85, P90 e P95), não afetou significativamente o resultado em relação às realizações iniciais (**C1-SC1-OT**).

- O fator de risco $r = 0.5$ penaliza a média do VPL mas não garante, em todos os reservatórios, uma menor variabilidade nos resultados, como se esperava inicialmente pelos resultados de (CAPOLEI et al., 2015).

- Ao utilizar 3 ciclos de controle (**C5-OT**) o VPL médio encontrado é similar ao da abordagem polinomial do **C3-OT**. Esse resultado corrobora com o resultado do primeiro polinômio no UNISIM-I-Mod. A segunda abordagem polinomial não foi utilizada neste modelo.

- Houve bastante ganho de tempo computacional ao utilizar a computação paralela. Principalmente no OLYMPUS sem paralelismo não teria sido viável a conclusão das otimizações. Uma estimativa para o uso sequencial, para uma média de 50 minutos de cada simulação, fornece 280 dias para os casos com subconjunto de realizações e 6 anos para o caso que utilizou todo o conjunto (**C4-OT**). Paralelizando foi possível concluir cada resultado em aproximadamente 30 dias.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, a otimização do gerenciamento de reservatórios através do método de recuperação secundária de injeção de água foi conduzida na presença de incertezas geológicas. Isto foi possível graças ao acoplamento do simulador IMEX, com uma técnica de otimização baseada em modelos substitutos e na escolha de um subconjunto de realizações para o cálculo das estatísticas necessárias.

Vários esquemas de otimização robusta foram abordados, variando desde a formulação do problema à forma de escolha das realizações. Foram levados em consideração problemas uniobjetivos para três modelos de reservatório disponíveis na literatura, dos quais dois também foram tratados como problemas de otimização multiobjetivos. Os resultados encontrados foram comparados com as soluções via o esquema do emprego do controle reativo (CR). As seguintes conclusões e recomendações são feitas:

- Utilizar o subconjunto de realizações baseado em CR apresenta, geralmente, menores médias de VPL devido à má representação das realizações selecionadas;
- A escolha do subconjunto de realizações baseado na ON apresenta melhores resultados;
- Um histórico de produção ajuda na escolha do subconjunto de realizações, obtendo resultados tão bons quanto aqueles da OR-ON, com a vantagem de não precisar de uma otimização anterior;
- A utilização do esquema K-means para selecionar realizações, baseado em dados de saída da simulação como VPL, produção de óleo e água e FR, apresenta resultados tão bons quanto a OR-ON, neste caso com o mesmo custo computacional.
- A segunda abordagem polinomial fornece resultados tão bons quanto os encontrados com a utilização do ciclo de controle, com a vantagem da dimensionalidade do problema ficar independente do tempo;
- Há uma melhora na função objetivo ao utilizar múltiplas completações em relação aos casos com uma única completação;
- É possível escolher um número pequeno de realizações (4 a 5) sem perda de robustez/representatividade.
- Com a mudança de variável de controle dos poços produtores de vazão para BHP, usando o primeiro polinômio, houve um aumento de 13.6% em relação ao CR, logo para o modelo UNISIM-I-Mod a escolha mais adequada de controle é essa.
- Foram obtidas frentes de Pareto utilizando a técnica NBI acoplada com a técnica SAO. As frentes geradas tiveram um bom comportamento e representam o maior \overline{VPL} que pode ser obtido para uma determinada quantidade de água injetada.
- É preferível não utilizar a restrição de corte d'água durante a otimização, pois a otimização fornece resultados pouco consistentes com esse parâmetro;
- O fator de risco $r = 0.5$ penaliza a média do VPL para pouca diminuição do risco

(variabilidade do resultado);

- Como cada modelo tem um comportamento diferente, não é possível utilizar uma única abordagem que se comporte bem em todos os casos. Então, recomenda-se fazer estudos iniciais de análise de sensibilidade do modelo em relação à variável de controle, em seguida estudar qual a melhor abordagem de escolha de subconjunto de realizações, posteriormente decidir se é necessário e qual o melhor redutor de dimensionalidade das variáveis de controle.

- Por fim, mas não menos importante, para o processo de otimização recomenda-se modelos substitutos e procedimentos de processamento paralelo.

• Trabalhos futuros

Aplicar refinamentos (competitividade, conectividade, regularização) na superfície de resposta (VPL); o VPL do campo, neste caso, seria decomposto como a soma do VPL de cada poço.

- Utilizar curvas de iso-utilidade para caracterizar o trade-off no problema multiobjetivo.

- Reparametrizar a variável de controle usando expressões trigonométricas no lugar de polinômios.

- Na criação do modelo substituto, distribuir a amostragem nas realizações ao invés de calcular a média em cada ponto amostral, para capturar a incerteza.

- Aplicação da estratégia SAO ao problema WAG (*Water Alternating Gas*).

- Otimização Robusta do WAG.

- Otimizar cada ciclo de controle por etapas, ou seja, utilizar tempos curtos durante a otimização, a fim de diminuir o tempo de simulação e conseguir prever, quando for o caso, o tempo de abandono do reservatório, caso o mesmo se torne antieconômico.

- Resolver restrições do reservatório através de restrições não lineares no otimizador. Atualmente essas restrições são resolvidas impondo-as no próprio modelo, por exemplo, ao utilizar controles de vazões e o modelo tem restrição de BHP, esta é limitada pelo simulador, como uma variável secundária e não pelo otimizador. Isso faz com que as variáveis primárias não sejam atendidas quando a secundária é atingida.

- Levar em consideração o custo de injeção de água no controle reativo.

- Considerar o custo de instalação dos pseudo-poços quando utilizar multiplacompletação.

- Adicionar um mecanismo de fechamento dos poços injetores quando os poços produtores são fechados. Por exemplo, através do controle do BHP dos poços injetores, que aumenta com o fechamento dos poços produtores.

REFERÊNCIAS

- AFONSO, S. M. B.; HOROWITZ, B.; OLIVEIRA, L. C. de. Hybrid multicriteria solutions for optimum reservoir management. *In: FOURTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON SOFT COMPUTING TECHNOLOGY IN CIVIL, STRUCTURAL AND ENVIRONMENTAL ENGINEERING*, 40., 2015, Dubrovnik, Croácia. **Proceedings [...]**. Escócia: Civil-Comp Press, 2015.
- _____. Waterflooding management through the combination of global and local optimization strategies. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING OPTIMIZATION*, 2., 2010, Lisboa. **Proceedings [...]**. Lisboa: CONAL, 2010.
- AFONSO, S. M. B.; HOROWITZ, B.; WILMERSDORF, R. B. Comparative study of surrogate models for engineering problems. *In: SEVENTH CONFERENCE ON ENGINEERING DESIGN OPTIMIZATION*, 7., 2008, Bath. **Proceedings [...]**. Bath: ASMO-UK, 2008.
- ALEXANDROV, N. M.; DENNIS, J. E.; LEWIS, R. M.; TORCZON, V. A trust-region framework for managing the use of approximation models in optimization. **Structural optimization**, v. 15, n. 1, p. 16–23, 1998.
- ALHUTHALI, A. H. H.; DATTA-GUPTA, A.; YUEN, B. B. W. and FONTANILLA, J. P. Optimal rate control under geologic uncertainty. *In: SYMPOSIUM ON IMPROVED OIL RECOVERY*, 2008, Tulsa. **Proceedings [...]**. Tulsa, Oklahoma, USA: Society of Petroleum Engineers, 2008.
- ARORA, J. S. **Optimization of structural and mechanical systems**. Singapore: World Scientific Publishing, 2007.
- ARTHUR, D.; VASSILVITSKII, S. K-means++: The advantages of careful seeding. *In: EIGHTEENTH ANNUAL ACM-SIAM SYMPOSIUM ON DISCRETE ALGORITHMS*, 18., 2007, USA. **Proceedings [...]**. USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007.
- ASADOLLAHI, M. **Waterflooding optimization for improved reservoir management**. 2012. 145 f. Tese. (Doctor of Philosophy in Petroleum Engineering and Applied Geophysics). Norwegian University of Science and technology, Trondheim, 2012.
- AWOTUNDE, A. A. On the joint optimization of well placement and control. *In: SAUDI ARABIA SECTION TECHNICAL SYMPOSIUM AND EXHIBITION*, 2014, Al-Khobar. **Proceedings [...]**. Arábia Saudita: Society of Petroleum Engineers, 2014.
- AWOTUNDE, A. A. A comprehensive evaluation of dimension-reduction approaches in optimization of well rates. **SPE Journal**, 2019.
- BALLIN, P.; JOURNEL, A. G.; AZIZ, K. Prediction of uncertainty in reservoir performance forecast. **Journal of Canadian Petroleum Technology**, v. 31, n. 04, 1992.
- BERCHTOLD, S.; BOHM, C.; KEIM, D. A.; KRIEGEL, H. P. A cost model for nearest neighbor search in high-dimensional data space. *In: SIXTEENTH ACM SIGACT-SIGMOD-*

SIGART SYMPOSIUM ON PRINCIPLES OF DATABASE SYSTEMS, 16., 1997, New York. **Proceedings** [...]. New York: Association for Computing Machinery, 1997. Doi: 10.1145/263661.263671.

BOGGS, P. T.; TOLLE, J. W. Sequential quadratic programming. **Acta numerica**, Cambridge University Press, v. 4, p. 1–51, 1995.

BROUWER, D.; JANSEN, J. Dynamic optimization of water flooding with smart wells using optimal control theory. *In: EUROPEAN PETROLEUM CONFERENCE*, 2002, Aberdeen. **Proceedings** [...]. Aberdeen: Society of Petroleum Engineers, 2002. Doi: 10.2118/78278-MS.

BYRD, R. H.; GILBERT, J. C.; NOCEDAL, J. A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming. **Mathematical programming**, Springer, v. 89, n. 1, p. 149–185, 2000.

BYRD, R. H.; HRIBAR, M. E.; NOCEDAL, J. An interior point algorithm for large-scale nonlinear programming. **SIAM Journal on Optimization**, SIAM, v. 9, n. 4, p. 877–900, 1999.

CAPOLEI, A.; SUWARTADI, E.; FOSS, B.; JORGENSEN, J. B. Waterflooding optimization in uncertain geological scenarios. **Computational Geosciences**, Springer, v. 17, n. 6, p. 991–1013, 2013.

_____. A mean–variance objective for robust production optimization in uncertain geological scenarios. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier, v. 125, p. 23–37, 2015.

CHEN, Y.; OLIVER, D. S.; ZHANG, D. Efficient ensemble-based closed-loop production optimization. **SPE Journal**, Society of Petroleum Engineers, v. 14, n. 04, p. 634–645, 2009.

COELLO, C. A. C. Recent trends in evolutionary multiobjective optimization. *In: Evolutionary multiobjective optimization*. Springer, London, 2005. p. 7–32.

COLLETTE, Y.; SIARRY, P. **Multiobjective optimization: principles and case studies**. Springer Science & Business Media, 2013.

COUNCIL, W. World energy scenarios: composing energy futures to 2050. 2013. Disponível em: <<https://www.worldenergy.org/publications/entry/world-energy-scenarios-composing-energy-futures-to-2050>>. Acesso em 23 mai. 2018.

DAS, I.; DENNIS, J. E. Normal-boundary intersection: A new method for generating the pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems. **SIAM Journal on Optimization**, SIAM, v. 8, n. 3, p. 631–657, 1998.

DEHDARI, V.; OLIVER, D. S. Sequential quadratic programming for solving constrained production optimization–case study from brugge field. **SPE journal**, v. 17, n. 03, p. 874–884, 2012.

DESA, U. **World population prospects: The 2015 revision, key findings and advance tables**. United Nations Department of Economic and Social Affairs. New York, 2015.

DEUTSCH, C. V.; SRINIVASAN, S. Improved reservoir management through ranking stochastic reservoir models. *In: SPE/DOE IMPROVED OIL RECOVERY SYMPOSIUM*, 1996, Tulsa. **Proceedings [...]**. Tulsa: SPE, 1996.

ELDRED, M.; GIUNTA, A.; COLLIS, S. Second-order corrections for surrogate-based optimization with model hierarchies. *In: AIAA/ISSMO MULTIDISCIPLINARY ANALYSIS AND OPTIMIZATION CONFERENCE*, 10., 2004, Albany. **Proceedings [...]**. New York: AIAA/ISSMO, 2004.

ELSAYED, K.; VUCINIC, D.; d'IPPOLITO, R.; LACOR, C. Comparison between RBF and kriging surrogates in design optimization of high dimensional problems. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING OPTIMIZATION*, 3., 2012, Rio de Janeiro. **Proceedings [...]**. Rio de Janeiro, Brazil: EngOpt, 2012.

ESSEN, G. V.; ZANDVLIET, M.; HOF, P. V.; BOSGRA, O.; JANSEN, J. D. Hierarchical long-term and short-term production optimization. **SPE Journal**, v. 16, n. 01, p. 191–199, 2011.

_____. Robust waterflooding optimization of multiple geological scenarios. *In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION*, 2006, San Antonio. **Proceedings [...]**. Texas: SPE, 2006.

_____. Robust waterflooding optimization of multiple geological scenarios. **SPE Journal**, v. 14, n. 01, p. 202–210, mar. 2009.

FENIK, D.; NOURI, A.; DEUTSCH, C. V. Criteria for ranking realizations in the investigation of SAGD reservoir performance. *In: CANADIAN INTERNATIONAL PETROLEUM CONFERENCE*, 2009, Calgary. **Proceedings [...]**. Calgary: Petroleum Society of Canada, 2009.

FLETCHER, R. **Practical Methods of Optimization**. John Wiley and Sons, 2000.

FONSECA, R.; GEEL, C.; LEEUWENBURGH, O. Description of Olympus reservoir model for optimization challenge. **Integrated Systems Approach to Petroleum Production**, 2017.

FONSECA, R. M.; REYNOLDS, A. C.; JANSEN, J. D. Generation of a Pareto front for a bi-objective water flooding optimization problem using approximate ensemble gradients. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier BV, v. 147, p. 249–260, 2016.

FORRESTER, A.; KEANE, A. et al. **Engineering design via surrogate modelling: a practical guide**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.

FORRESTER, A. I.; KEANE, A. J. Recent advances in surrogate-based optimization. **Progress in aerospace sciences**, Elsevier, v. 45, n. 1-3, p. 50–79, 2009.

GASPAR, A. T. et al. **UNISIM-IM: study case for management variables optimization of reservoir exploitation strategy**. 2015.

GASPAR, A. T.; SCHIOZER, D. **Caso de Estudo para Seleção de Estratégia de Exploração de Reservatório Baseado no Campo UNISIM-I**. Campinas, SP, 2013.

GEORGILAKIS, P. S. **Spotlight on modern transformer design**. London: Springer Science & Business Media, 2009.

GILL, P. E.; MURRAY, W.; WRIGHT, M. H. **Practical optimization**. London: Academic press, 1981.

GIUNTA, A. Use of data sampling, surrogate models, and numerical optimization in engineering design. *In: AEROSPACE SCIENCES MEETING & EXHIBIT, 40.*, 2002, Reno. **Proceedings [...]**. Reno: AIAA, 2002.

GIUNTA, A.; ELDRED, M. Implementation of a trust region model management strategy in the DAKOTA optimization toolkit. *In: SYMPOSIUM ON MULTIDISCIPLINARY ANALYSIS AND OPTIMIZATION, 8.*, 2000, Long Beach. **Proceedings [...]**. California: AIAA, 2000.

GIUNTA, A.; WOJTKIEWICZ, S.; ELDRED, M. Overview of modern design of experiments methods for computational simulations. *In: AEROSPACE SCIENCES MEETING AND EXHIBIT, 41.*, 2003, Reno. **Proceedings [...]**. Reno: AIAA, 2003.

GUTMANN, H.-M. A radial basis function method for global optimization. **Journal of global optimization**, Springer, v. 19, n. 3, p. 201–227, 2001.

HAFTKA, R. T.; GÜRDAL, Z. **Elements of structural optimization**. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 3rd edition, 1993.

HAN, S.-P. A globally convergent method for nonlinear programming. **Journal of optimization theory and applications**, Springer, v. 22, n. 3, p. 297–309, 1977.

HAN, Z. H.; ZHANG, K. S. Surrogate-based optimization. **Real-world applications of genetic algorithms**, p. 343–362, 2012.

HARDY, R. L. Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces. **Journal of geophysical research**, Wiley Online Library, v. 76, n. 8, p. 1905–1915, 1971. Doi: 10.1029/JB076i008p01905.

HARKANTH, S.; PHULPAGAR, B. A survey on clustering methods and algorithms. **International Journal of Computer Science and Information Technologies**, Citeseer, v. 4, n. 5, p. 687–691, 2013.

HASAN, A. **Optimization and control of petroleum reservoirs**. 2013. 126 f. Tese. (Doctor of Philosophy in Engineering Cybernetics). Norwegian University of Science and technology, Trondheim, 2013.

HOROWITZ, B.; AFONSO, S. M. B.; MENDONÇA, C. V. P. de. Surrogate based optimal waterflooding management. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier, v. 112, p. 206–219, 2013. Doi: 10.1016/j.petrol.2013.11.006.

HOWARD, R. A. Proximal decision analysis. **Management Science**, INFORMS, v. 17, n. 9, p. 507–541, 1971.

IGUAL, L.; SEGÚI, S. Introduction to Data Science - A Python Approach to Concepts, Techniques and Applications. **Undergraduate Topics in Computer Science**. 2017.

IMEX, C. **Advanced Oil/Gas Reservoir Simulator Version 2014 User's Guide**. 2014.

JANSEN, J. D.; BROUWER, R.; DOUMA, S. G. Closed loop reservoir management. *In: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2009, The Woodlands. Proceedings [...]*. The Woodlands, Texas: Society of Petroleum Engineers, 2009.

KARTAM, N.; FLOOD, I.; GARRETT, J. H. **Artificial neural networks for civil engineers: fundamentals and applications**. USA: American Society of Civil Engineers, 1997.

KEANE, A.; NAIR, P. **Computational approaches for aerospace design: the pursuit of excellence**. Chichester: John Wiley & Sons, 2005.

KRISHNAMURTHY, T. Response surface approximation with augmented and compactly supported radial basis functions. *In: STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS, AND MATERIALS CONFERENCE, 44., 2003, Norfolk. Proceedings [...]*. Norfolk: AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC, 2003. Doi: 10.2514/6.2003-1748.

KROGSTAD, J. A. **Control-Switching Strategies for Reservoir Water-Flooding Management**. 2015. 107 f. Dissertação. (Master of Science in Cybernetics and Robotics). NTNU, Trondheim, 2015.

LAJEVARDI, S. **Improved Probabilistic Representation of Facies through Developments in Geostatistical Practice**. 2015. 197 f. Tese. (Doctor of Philosophy in Mining Engineering). University of Alberta, Alberta, 2015.

LIU, X.; REYNOLDS, A. C. Gradient-based multi-objective optimization with applications to waterflooding optimization. **Computational Geosciences**, Springer Science and Business Media LLC, v. 20, n. 3, p. 677–693, 2015.

LIU, X.; REYNOLDS, A. C. Multiobjective optimization for maximizing expectation and minimizing uncertainty or risk with application to optimal well control. *In: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2015, Houston. Proceedings [...]*. Houston: Society of Petroleum Engineers, 2015.

LYONS, W. C.; PLISGA, G. J. Production engineering. *In: Standard handbook of petroleum and natural gas engineering*. Oxford: Elsevier, 2016.

MATHWORKS. **Matlab fmincon - Find Minimum of Constrained Nonlinear Multivariable Function, Documentation of mathwork**. 2018. <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html?s_tid=doc_ta>. Acesso em 14 jan. 2019.

MATLAB, T. O. **User's Guide The Math Works**. Natick, MA, 2018.

- MCKAY, M. D.; BECKMAN, R. J.; CONOVER, W. J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. **Technometrics**, Taylor & Francis, Ltd., v. 21, n. 2, p. 239–245, 1979.
- MCLENNAN, J. A.; DEUTSCH, C. V. **Local ranking of geostatistical realizations for flow simulation**. Technical report 114, CCG annual report 7, University of Alberta, Edmonton, 2005.
- MEIRA, L. A.; COELHO, G. P.; SANTOS, A. A. S.; SCHIOZER, D. J. Selection of representative models for decision analysis under uncertainty. **Computers & geosciences**, Elsevier, v. 88, p. 67–82, 2016.
- MESSAC, A.; MATTSON, C. A. Normal constraint method with guarantee of even representation of complete pareto frontier. **AIAA journal**, v. 42, n. 10, p. 2101–2111, 2004.
- MOTTA, R. **Otimização Robusta de Estruturas Utilizando o Método da base Reduzida**. 2009. 121 f. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Civil). UFPE, Recife, 2009.
- MOTTA, R. d. S.; AFONSO, S. M.; LYRA, P. R. A modified NBI and NC method for the solution of n-multiobjective optimization problems. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 46, n. 2, p. 239–259, 2012.
- NÆVDAL, G.; BROUWER, D. R.; JANSEN, J.-D. Waterflooding using closed-loop control. **Computational Geosciences**, Springer Science and Business Media LLC, v. 10, n. 1, p. 37–60, apr 2006. Doi: 10.1007/s10596-005-9010-6.
- NAIDU, S. L. **Neural network surrogate model for multidisciplinary design optimization**. 2004. 100 f. Dissertação. (Mestrado em Engenharia). Indian Institute of Technology, Bombay, 2004.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. **Numerical optimization**. New York: Springer Science & Business Media, 2006.
- OLIVEIRA, D. F. B. **Técnicas de otimização da produção para reservatórios de petróleo**. 2006. 116 f. Dissertação. (Mestrado em Engenharia de Reservatórios). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.
- OLIVEIRA, L. C. d. **Estratégia híbrida aplicada ao gerenciamento ótimo de reservatórios**. 2013. 101 f. Tese. (Doutorado em Engenharia de Reservatórios). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.
- PARSONS, L.; HAQUE, E.; LIU, H. Subspace clustering for high dimensional data: a review. **Acm Sigkdd Explorations Newsletter**, ACM, v. 6, n. 1, p. 90–105, 2004.
- PINTO, J. W. O. **Uso da otimização sequencial aproximada a problemas uni e multiobjetivos de gerenciamento de reservatórios**. 2014. 138 f. Dissertação. (Mestrado em Engenharia de Reservatórios). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.
- PINTO, J. W. O.; AFONSO, S. M. B.; WILLMERSDORF, R. B. Hierarchical optimization in short-term and long-term of reservoir management through surrogate models. *In: IBERIAN*

LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, 38., 2017, Florianópolis. **Proceedings [...]**. Florianópolis: Brazilian Association of Computational Methods in Engineering, 2017.

_____. Robust optimization formulations for waterflooding management under geological uncertainties. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Springer Science and Business Media LLC, v. 41, n. 11, oct 2019.

_____. Uma abordagem para consideração de otimização robusta em reservatório de petróleo. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia**, v. 2, n. 17, p. 35–54, 2016.

PINTO, J. W. O.; TUEROS, J. A. R.; HOROWITZ, B.; AFONSO, S. M. B.; WILLMERSDORF, R. B. Gradient-free strategies to robust well control optimization. *In*: EAGE/TNO WORKSHOP ON OLYMPUS FIELD DEVELOPMENT OPTIMIZATION, 2018, Barcelona. **Proceedings [...]**. Barcelona: European Association of Geoscientists & Engineers, 2018.

_____. Gradient-free strategies to robust well control optimization. **Computational Geosciences**, Springer Science and Business Media LLC, 2019. Doi: 10.1007/s10596-019-09888-7.

PINTO, M. A. S.; BARRETO, C. E.; SCHIOZER, D. J. Comparison between conventional and intelligent wells with reactive and proactive controls under economic uncertainty. *In*: SPE INTERNATIONAL PRODUCTION AND OPERATIONS CONFERENCE & EXHIBITION. 2012, Doha. **Proceedings [...]**. Doha, Qatar: Society of Petroleum Engineers, 2012.

POWELL, M. J. Algorithms for nonlinear constraints that use lagrangian functions. **Mathematical programming**, Springer, v. 14, n. 1, p. 224–248, 1978.

POWELL, M. J. Variable metric methods for constrained optimization. *In*: **Mathematical programming the state of the art**. Bonn: Springer, 1983. p. 288–311. ISBN 978-3-642-68874-4.

QUEIPO, N. V. et al. Surrogate-based analysis and optimization. **Progress in aerospace sciences**, Elsevier, v. 41, n. 1, p. 1–28, 2005.

RAJ, D. **Sampling theory**. New York: McGraw-Hill, 1968.

RAO, S. S. **Engineering optimization: theory and practice**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.

RENARD, P.; ALCOLEA, A.; GINSBOURGER, D. Stochastic versus deterministic approaches. *In*: **Environmental Modelling**. [S.l.]: John Wiley & Sons, Ltd, 2013. p. 133–149.

ROMERO, V. J. et al. Comparison of pure and “latinized” centroidal voronoi tessellation against various other statistical sampling methods. **Reliability Engineering & System Safety**, Elsevier, v. 91, n. 10-11, p. 1266–1280, 2006.

ROSA, A. J.; CARVALHO, R. de S.; XAVIER, J. A. D. **Engenharia de reservatórios de petróleo**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SAKA, Y.; GUNZBURGER, M.; BURKARDT, J. Latinized, improved LHS, and CVT point sets in hypercubes. **International Journal of Numerical Analysis and Modeling**, v. 4, n. 3-4, p. 729–743, 2007.

SCHMIT, L. A.; FARSHI, B. Some approximation concepts for structural synthesis. **AIAA journal**, v. 12, n. 5, p. 692–699, 1974.

SHARMA, G.; MARTIN, J. MATLAB R: A language for parallel computing. **International Journal of Parallel Programming**, Springer Science and Business Media LLC, v. 37, n. 1, p. 3–36, oct 2008.

SHIRANGI, M. G.; DURLOFSKY, L. J. A general method to select representative models for decision making and optimization under uncertainty. **Computers & Geosciences**, Elsevier, v. 96, p. 109–123, 2016.

SILVA, M. F. da. **Estratégias de aproximação para a otimização estrutural**. 2009. 98 f. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

SIRAJ, M. M.; HOF, P. M. Van den; JANSEN, J. D. Robust optimization of water-flooding in oil reservoirs using risk management tools. **IFAC-PapersOnLine**, Elsevier, v. 49, n. 7, p. 133–138, 2016.

SOREK, N.; GILDIN, E.; BOUKOUVALA, F.; BEYKAL, B.; FLOUDAS, C. A. Dimensionality reduction for production optimization using polynomial approximations. **Computational Geosciences**, Springer, v. 21, n. 2, p. 247–266, 2017.

TARPEY, T. A note on the prediction sum of squares statistic for restricted least squares. **The American Statistician**, Informa UK Limited, v. 54, n. 2, p. 116–118, 2000. Doi: 10.1080/00031305.2000.10474522.

THOMAS, J. E. **Fundamentos de engenharia de petróleo**. Rio de Janeiro: Interciência, 2004.

TIMAN, A. F. **Theory of approximation of functions of a real variable**. New York: Pergamon Press, 1963.

VANDERPLAATS, G. N. **Numerical optimization techniques for engineering design: with Applications**. New York: McGraw-Hill, New York, 1984.

WANG, H. et al. Optimal well placement under uncertainty using a retrospective optimization framework. **SPE Journal**, Society of Petroleum Engineers, v. 17, n. 01, p. 112–121, 2012.

WILD, S. M.; REGIS, R. G.; SHOEMAKER, C. A. Orbit: Optimization by radial basis function interpolation in trust-regions. **SIAM Journal on Scientific Computing**, SIAM, v. 30, n. 6, p. 3197–3219, 2008.

WILSON, R. **A Simplified Algorithm for Concave Programming**. 1963. 130 f. Tese. (Doctor of Business Administration). Harvard University, Cambridge, Massachusetts, Graduate School of Business of Administration, 1963.

WU, Z. Compactly supported positive definite radial functions. **Advances in Computational Mathematics**, Springer Science and Business Media LLC, v. 4, n. 1, p. 283–292, 1995. Doi: 10.1007/BF03177517.

YANG, C. et al. Robust optimization of SAGD operations under geological uncertainties. **SPE Reservoir Simulation**, 2011.

YASARI, E.; PISHVAIE, M. R. Pareto-based robust optimization of water-flooding using multiple realizations. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier, v. 132, p. 18–27, 2015.

YASARI, E. et al. Application of multi-criterion robust optimization in water-flooding of oil reservoir. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier, v. 109, p. 1–11, 2013. Doi: 10.1016/j.petrol.2013.07.008.

ZITHA, P. et al. Increasing hydrocarbon recovery factors. 2011. 1–9 p. Disponível em: <<https://www.spe.org/en/industry/increasing-hydrocarbon-recovery-factors/>>. Acesso em 18 jun. 2019

APÊNDICE A – OTIMIZAÇÃO HIERÁRQUICA: CURTO E LONGO PRAZO

Na maioria dos estudos de otimização da produção, a meta da melhoria da produção a curto prazo é negligenciada. Como resultado, as vazões de produção e injeção obtidas da otimização muitas vezes resultam em uma diminuição considerável dos índices de rendimento no curto prazo (ESSEN et al., 2009).

Do ponto de vista operacional, a decisão de como operar os poços é bastante crítica, pois as estratégias de otimização adotadas por engenheiros de reservatório e por engenheiros de produção podem diferir expressivamente. Fazendo uma analogia, a abordagem do engenheiro de reservatório é voltada para a otimização do reservatório em todo seu tempo de concessão, enquanto que o engenheiro de produção procura otimizar a produção mais imediata após a abertura dos poços. Em termos operacionais isso significa que o engenheiro de reservatório tende a produzir o óleo em uma vazão mais baixa no início e gradualmente aumenta a vazão de produção, já o engenheiro de produção adota uma estratégia mais agressiva inicialmente, produzindo o óleo à máxima vazão já nos ciclos de controle iniciais e à medida que o tempo passa a produção de óleo diminui (HASAN, 2013). Cada opção possui prós e contras, a estratégia de produzir mais óleo a curto prazo pode deixar uma quantidade de óleo apreciável no reservatório, em compensação esta opção não sofre tanto com as grandes incertezas presentes, tais como no preço do óleo, que ocorrem numa produção a longo prazo.

Foi observado (JANSEN; BROUWER; DOUMA, 2009) que diferentes estratégias de otimização de injeção de água resultam em valores praticamente iguais do VPL ao final da produção. Nesta referência conclui-se que o problema de otimização ao longo dos ciclos de controle é mal-posto e contém mais variáveis que o necessário. Como resultado, existem múltiplas soluções para o problema de otimização, isto é, diferentes controles ótimos que devem chegar a resultados ótimos semelhantes em um subconjunto do espaço das variáveis de controle.

Nesta seção é estudada uma estrutura de otimização hierárquica com múltiplos objetivos. A função objetivo é o VPL, dado pela Equação 33. No cálculo do VPL, é utilizada a taxa de desconto anual, d , como parâmetro usado para dar ênfase à otimização ou a curto ou a longo prazo (ESSEN et al., 2011).

São utilizadas duas abordagens para a condução da otimização hierárquica (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2017).

Na primeira abordagem, para otimização a longo prazo, a taxa de desconto considerada para o cálculo do VPL não é alterada, focando em recuperação. Em um cenário realista, a otimização da produção a curto prazo teria o objetivo de maximizar a produção de óleo ao longo de um curto horizonte de tempo definido. Esse exercício seria repetido com o passar do tempo (i.e., utilizando uma abordagem de horizonte móvel). Na prática,

o que pode acontecer na otimização a curto prazo são várias otimizações com diferentes curtos tempos de concessão. Então, para simplificar, o objetivo a curto prazo é substituído por um objetivo que não requer esse procedimento ao longo do período de concessão, enquanto ainda enfatiza a importância da produção a curto prazo. É escolhido o segundo objetivo idêntico ao primeiro, mas com a adição de uma taxa de desconto anual alta, por exemplo, de 25%. Assim, a produção a curto prazo é ponderada muito mais intensamente que a produção futura.

Os passos para conduzir a otimização hierárquica podem ser descritos da seguinte forma:

1. O VPL é maximizado via busca local utilizando a metodologia SAO, usando, para o cálculo do VPL (Equação 33), a taxa de desconto d real ao longo do tempo, no modelo utilizado neste trabalho $d = 9.3\%$. Este é chamado de VPL a longo prazo “verdadeiro” e a estratégia de vazão será denotada por q_{LT} ;
2. O VPL é maximizado a curto prazo utilizando uma taxa de desconto $d_{ST} = 25\%$, a ser aplicada no VPL. Nesta otimização é imposta uma restrição adicional tal que no final do tempo de concessão, T , o VPL da otimização a curto prazo tem que ser maior ou igual ao VPL encontrado na otimização a longo prazo, $VPL_{ST}^T \geq VPL_{LT}^T$.
3. A solução do procedimento hierárquico consiste em utilizar o controle ótimo obtido na etapa 2 na expressão do VPL considerando a taxa de desconto verdadeira.

Notas:

1. Para decidir qual taxa d_{ST} utilizar, pode-se fazer múltiplas otimizações com diferentes taxas de desconto, por exemplo de 25%, 50% e 75%, e tomar aquela que apresentar o melhor VPL a curto prazo para prosseguir com a otimização hierárquica.
2. Para o cálculo da restrição $VPL_{ST}^T \geq VPL_{LT}^T$ é utilizada a taxa de desconto verdadeira para ambos VPLs a curto e longo prazo.

Na segunda abordagem, o valor da taxa de desconto, d , não é alterado. A estratégia de otimização a longo prazo consiste em otimizar o VPL, conforme a Equação 33, tal como feito anteriormente. Para conduzir a otimização a curto prazo, considera-se como ponto de partida a solução obtida da otimização a longo prazo. A estratégia consiste em aumentar a diferença entre a produção de óleo em um curto intervalo de tempo preestabelecido t_{ST} e a produção de óleo obtida da estratégia a longo prazo neste mesmo intervalo t_{ST} . A função objetivo a curto prazo é dada pela Equação 58.

$$f_{ST} = \sum_{t=1}^{t_{ST}} (q_t^o - q_{LT,t}^o) \quad (58)$$

Onde f_{ST} é a função objetivo a curto prazo, q_t^o é a vazão de óleo acumulado resultante da simulação atual, $q_{LT,t}^o$ é a vazão de óleo acumulado resultante da otimização

a longo prazo, que se mantém constante na segunda otimização.

O objetivo principal é obter um VPL final igual, ou próximo, ao encontrado pela estratégia a longo prazo e aumentar o VPL a curto e médio prazo. Para isso, é utilizada uma estrutura de otimização hierárquica, em que são realizadas duas otimizações consecutivas, o VPL a longo prazo, dado pela Equação 33, serve como o objetivo primário. Em seguida é realizada a otimização a curto prazo, utilizando a Equação 58 como função objetivo, tal que a otimalidade do primeiro objetivo restringe o problema de otimização secundário, ou seja, no final do tempo de concessão, T , o VPL da otimização a curto prazo tem que ser maior ou igual ao VPL encontrado na otimização a longo prazo, $J_{\text{VPL}_{\text{ST}}} \geq J_{\text{VPL}_{\text{LT}}}^*$, que é semelhante à restrição da primeira abordagem. A segunda abordagem hierárquica é resolvida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 & \text{maximize} && J_{\text{VPL}} \\
 & \text{sujeito à} && \sum_{p \in P} q_{p,t} \leq Q_{l,\max} \\
 & && \sum_{p \in I} q_{p,t} \leq Q_{inj,\max} \\
 & && u_{p,t}^{inf} \leq u_{p,t} \leq u_{p,t}^{sup}; \quad p = 1 \dots N_w
 \end{aligned} \tag{59}$$

Em seguida

$$\begin{aligned}
 & \text{maximize} && f_{\text{ST}} \\
 & \text{sujeito à} && J_{\text{VPL}_{\text{ST}}} \geq J_{\text{VPL}_{\text{LT}}}^* \\
 & && \sum_{p \in P} q_{p,t} \leq Q_{l,\max} \\
 & && \sum_{p \in I} q_{p,t} \leq Q_{inj,\max} \\
 & && u_{p,t}^{inf} \leq u_{p,t} \leq u_{p,t}^{sup}; \quad p = 1 \dots N_w
 \end{aligned} \tag{60}$$

Onde $q_{p,t}$ são as vazões nos poços produtores, P , e injetores, I ; $Q_{l,\max}$ e $Q_{inj,\max}$ são as máximas vazões de produção de líquido e injeção de água em cada ciclo de controle t ; n_w e n_t são o número de poços e o número de ciclos de controle; $J_{\text{VPL}_{\text{ST}}}$ é o valor do VPL com o controle utilizado em f_{ST} ; J_{VPL}^* é o resultado da otimização da Equação 59.

CASO ESTUDADO - OTIMIZAÇÃO A CURTO E LONGO PRAZO

As simulações usam dados do modelo sintético Brush Canyon Outcrop (BCO) apresentado por (OLIVEIRA, 2006). As principais características do modelo BCO são apresentadas na Tabela A.1.

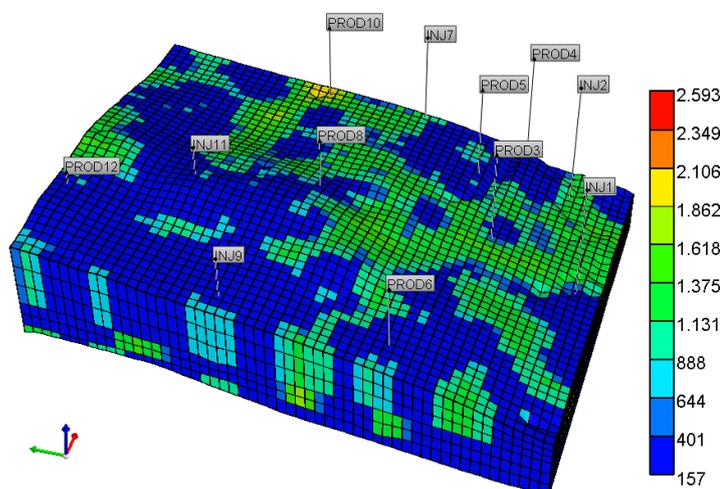
Tabela A.1 – Características dos Reservatórios, dados operacionais dos poços e parâmetros econômicos

Parâmetros	Valores
Malha de Simulação	43x55x6
Porosidade	16% a 28%
Permeabilidade horizontal (k_h)	157 a 2592 mD
Permeabilidade vertical (k_v)	30% de k_h
Pressão de Saturação (P_{sat})	101.97 kgf/cm^2
Viscosidade @ T_{res} , P_{sat}	0.77 cP
Óleo in place (m^3)	8,1881 x 10 ⁷
Tempo de concessão	24 anos
Vazão de líquidos no poço Produtor	Max 900 m^3/d
Vazão de líquidos na plataforma de produção	Max 5000 m^3/d
Vazão de água no poço Injetor	Max 1500 m^3/d
Vazão de água na plataforma de injeção	Max 5750 m^3/d
Preço do óleo	25 $\$/m^3$
Custo de produção de água	5 $\$/m^3$
Custo de injeção de água	2 $\$/m^3$
Taxa de desconto de referência	9.3 %/ano

Fonte: (HOROWITZ; AFONSO; MENDONÇA, 2013)

O mapa de permeabilidade na direção I do modelo BCO é mostrado na Figura A.1. A condição de operação considerada é a não topada com três ciclos de controle (PINTO, 2014).

Figura A.1 – Permeabilidade direção I do modelo BCO



Fonte: (HOROWITZ; AFONSO; MENDONÇA, 2013)

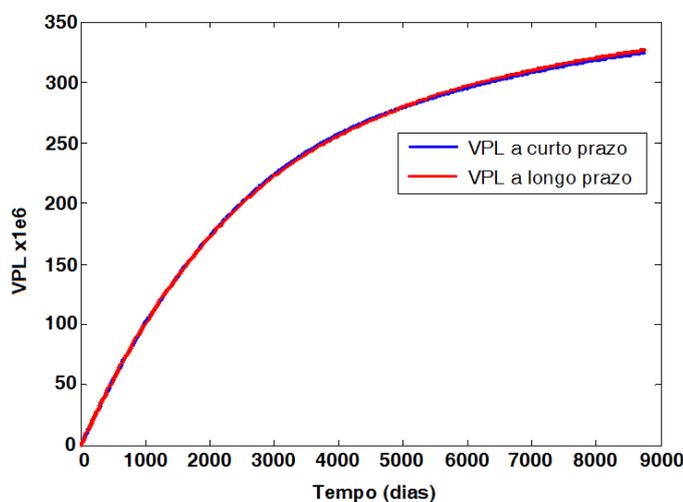
A permeabilidade na direção J é igual à da direção I . O número total de poços no modelo BCO é 12, que estão distribuídos em sete poços produtores e cinco poços injetores.

Primeira abordagem hierárquica

Anteriormente à aplicação do processo hierárquico, objetivando caracterizar as otimizações a curto e longo prazos, foram feitas duas otimizações considerando diferentes

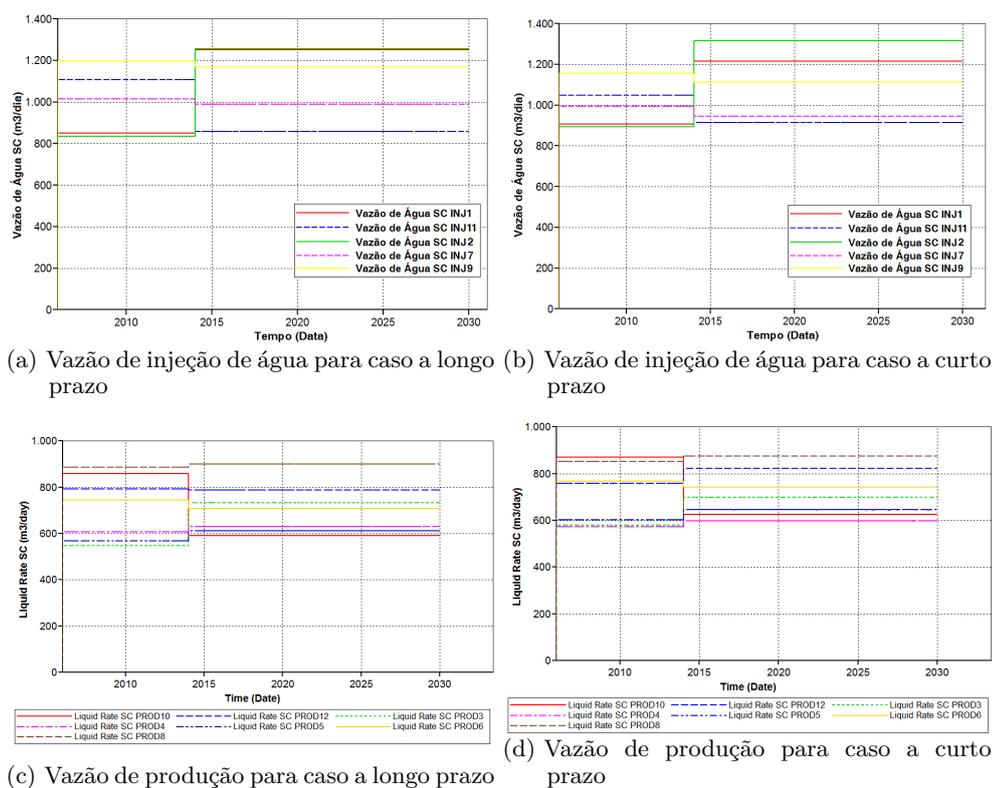
valores para taxa de desconto, $d = 0.25$ e $d = 0.093$. Com o resultado obtido da otimização utilizando como função objetivo o VPL com diferentes taxas de desconto, o VPL é recalculado a partir dos controles ótimos obtidos considerando uma taxa de desconto de $d = 0.093$, valor considerado na literatura (OLIVEIRA, 2013), denominando este VPL de referência. A Figura A.2 mostra a o gráfico da variação do VPL, com $d = 0.093$, ao longo do tempo de concessão do reservatório considerando o controle ótimo das duas otimizações. A linha azul representa a estratégia a curto prazo e a linha vermelha a estratégia a longo prazo. Como pode ser observado, não houve mudança significativa de resultados, mostrando que, para esse caso, a variação da taxa de desconto não produziu variação do VPL. Pode ser observado na Figura A.3 que os controles de vazão ótimos para cada um desses casos apresentaram valores diferentes, mostrando que o otimizador encontrou pontos ótimos distintos, embora não tenha havido mudança significativa no resultado do VPL. Esse resultado semelhante do VPL pode ser atribuído à baixa capacidade de vazão diária da plataforma de produção desse modelo de reservatório, como pode ser visto na Figura A.4, a qual mostra, em linhas contínuas, que a vazão de líquido dos poços produtores se mantém topada em $5000 \text{ m}^3/d$ durante todo o tempo de concessão do reservatório. Diante desse comportamento, não é possível aplicar a estratégia hierárquica para esse caso.

Figura A.2 – VPL das otimizações a curto ($d = 0.25$) e a longo ($d = 0.093$) prazo do modelo BCO



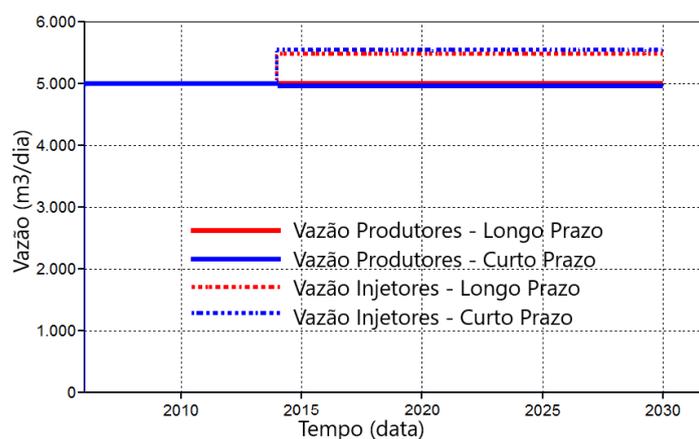
Fonte: o autor (2020)

Figura A.3 – Vazão dos poços produtores e injetores das abordagens a longo e curto prazo



Fonte: o autor (2020)

Figura A.4 – Vazão de líquido da plataformas de produção e injeção para as abordagens a curto prazo (linhas azuis) e longo prazo (linhas vermelhas)

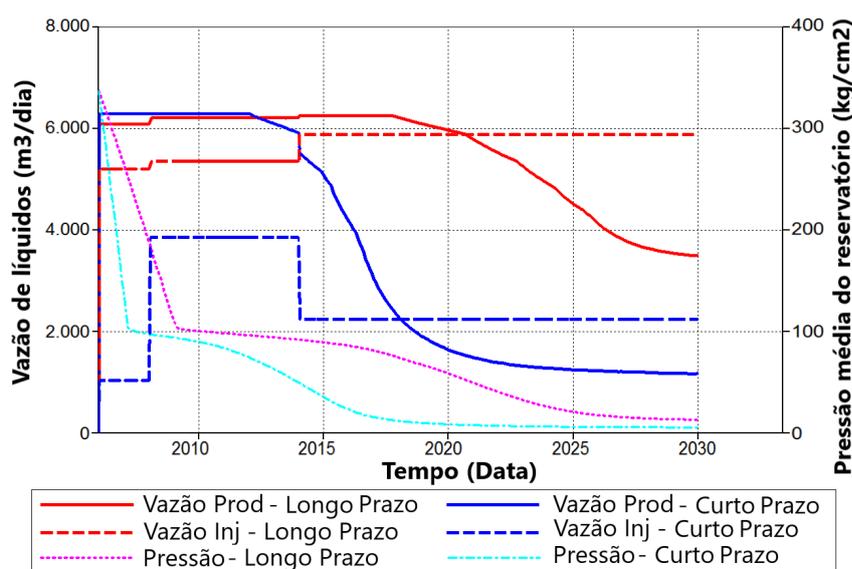


Fonte: o autor (2020)

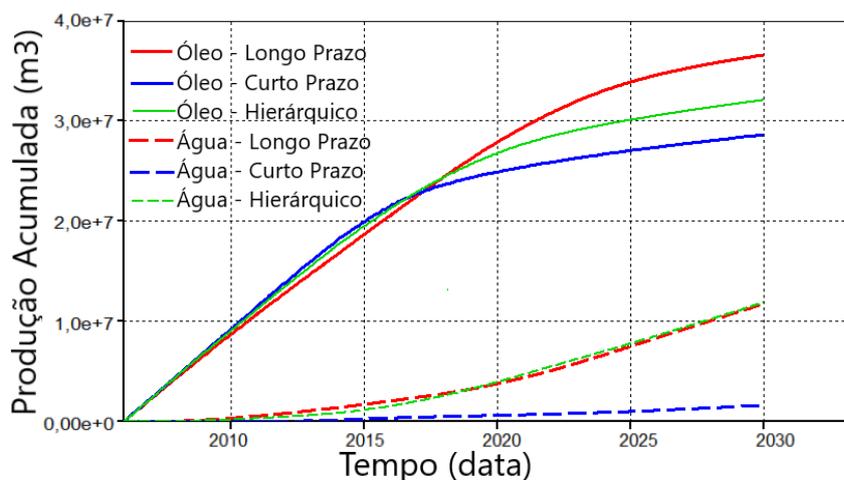
Um novo estudo para o mesmo reservatório é agora feito, considerando alterações nas vazões das plataformas de produção e injeção. Agora, a máxima vazão da plataforma de produção é $Q_{Prod,max} = 6300m^3/d$, ou seja, é possível produzir sem restrições, e a máxima vazão da plataforma de injeção é $Q_{Inj,max} = 6750m^3/d$, neste caso ainda existe restrição de injeção. A Figura A.5 mostra curvas de produção de líquido em linhas contínuas, e

injeção de água, linhas tracejadas, para otimizações feita a longo prazo (curvas vermelhas), considerando a taxa de desconto $d = 0.093$, e para a otimização feita a curto prazo (curvas azuis), considerando a taxa de desconto $d = 0.25$. Pode-se notar que a otimização a longo prazo enfatiza uma maior recuperação de óleo do reservatório, através de uma maior injeção de água, enquanto que a otimização a curto prazo foca em produção máxima de óleo nos primeiros anos com uma baixa injeção de água, como pode ser visto na Figura A.6, que mostra a produção acumulada de óleo e água para os dois casos de otimização. Esse resultado é coerente com a produção a curto e longo prazo de acordo com a analogia aos engenheiros de produção e de reservatório, apresentada no início do capítulo. A Figura A.6 também mostra o resultado da otimização hierárquica, em verde, que apresenta maior produção de óleo no fim do tempo de concessão em relação ao curto prazo, com piora da produção de óleo a longo prazo. A Figura A.7 mostra o VPL das otimizações a curto prazo, longo prazo e hierárquica para $d = 0.25$.

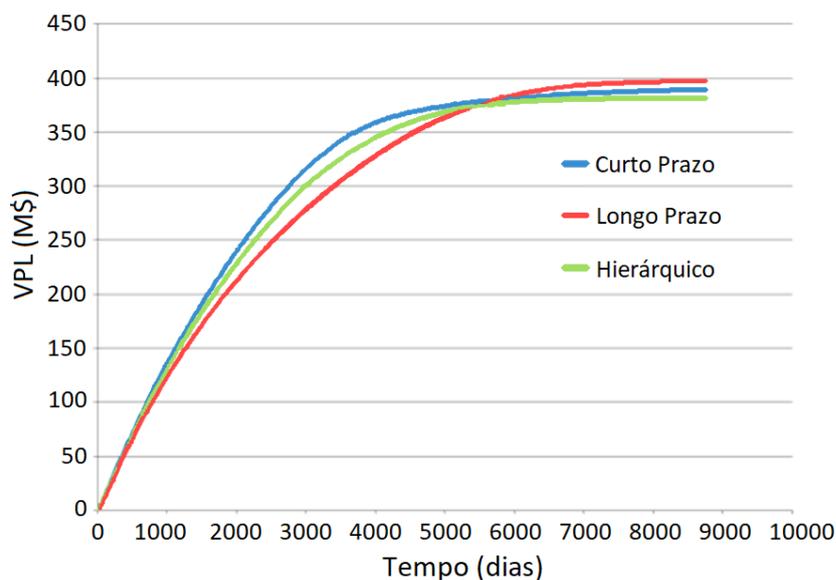
Figura A.5 – Curvas de produção de líquidos, injeção de água e pressão média do reservatório



Fonte: (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2017)

Figura A.6 – Produção acumulada de óleo e água para taxa de desconto a curto prazo $d = 0.25$ 

Fonte: o autor (2020)

Figura A.7 – VPL das otimizações: curto prazo (azul); longo prazo (vermelho), hierárquica (verde), para a taxa de desconto $d = 0.25$ 

Fonte: (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2017)

O mesmo procedimento foi repetido considerando agora uma taxa de desconto $d = 0.5$. Pode ser visto, na Figura A.8, o aumento da produção de óleo da otimização hierárquica em relação à otimização a curto prazo. A Figura A.9 mostra o VPL das três otimizações conduzidas, nesta percebe-se que o resultado da otimização hierárquica (verde) até aproximadamente 5000 dias produz um VPL maior que o VPL a longo prazo (vermelho). Após esse tempo, não consegue-se manter este desejado comportamento. Embora não tenha conseguido atingir a meta do VPL a longo prazo, já observa-se uma melhoria em relação ao VPL do estudo anterior. O critério de parada atingido foi o de pequeno tamanho

da região de confiança, mas a solução encontrada é inviável, pois uma restrição foi violada, a do VPL hierárquico que está abaixo da curva de VPL a longo prazo. Comparando a Figura A.9 com a Figura A.7, pode-se dizer que o aumento da taxa de desconto, de 0.25 para 0.5, conduziu a um maior VPL a curto prazo, embora tenha degradado a solução no longo prazo.

A Tabela A.2 apresenta os resultados numéricos do VPL em oito anos e no fim do tempo de concessão, para mostrar a diferença de resultado da produção a curto e a longo prazo. O ganho foi baseado na baixa injeção e redução de produção de água.

Figura A.8 – Produção acumulada de óleo e água para a taxa de desconto $d = 0.5$

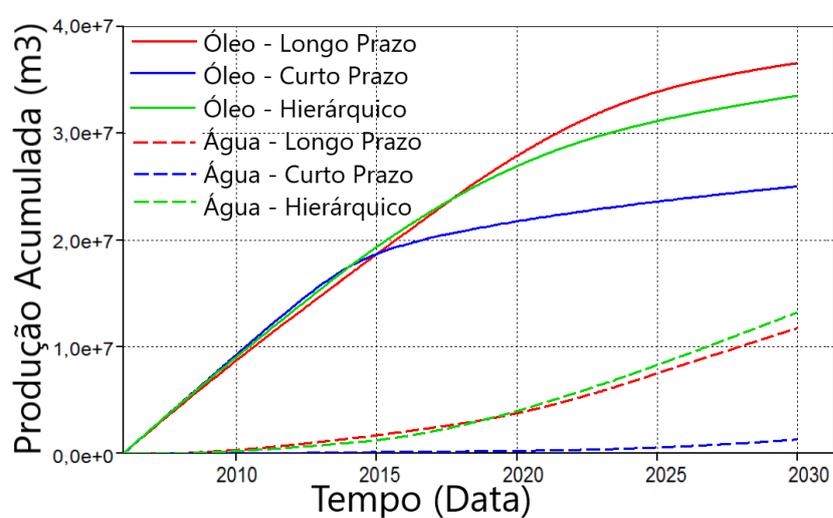
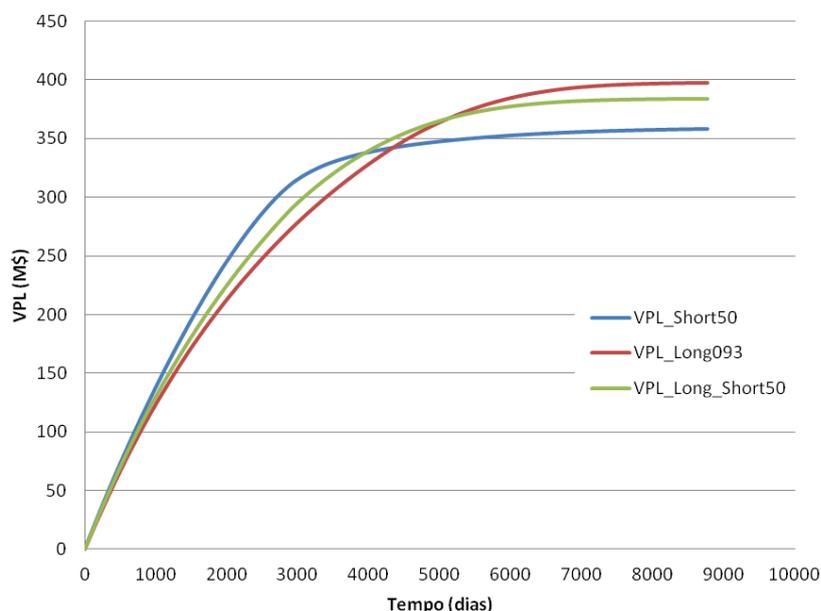


Figura A.9 – VPL das otimizações: curto prazo (azul); longo prazo (vermelho), hierárquica (verde), para a taxa de desconto $d = 0.5$



Fonte: (PINTO; AFONSO; WILLMERSDORF, 2017)

Tabela A.2 – Resultado das otimizações do VPL da abordagem 1, a taxa de desconto para o cálculo final do VPL é 0.093

Estratégia	VPL (M\$) em 8 anos	VPL (M\$) em 24 anos
Curto prazo ($d = 0.5$)	312,3	358,5
Longo prazo	274,0	397,3
Hierárquico ($d = 0.5$)	291,0	384,0

Fonte: o autor (2020)

Segunda abordagem hierárquica

No segundo estágio da otimização hierárquica a função objetivo consiste na diferença entre a produção de óleo atual e a obtida pela otimização do primeiro estágio (maximização do VPL) em um intervalo de tempo, t_{ST} , igual a oito anos, considerado como curto prazo.

Na Figura A.10 são mostradas as curvas do VPL para as situações a longo prazo (vermelho), hierárquico (verde) e para fins ilustrativos a curva do VPL a curto prazo (azul) e o controle reativo (laranja). O controle reativo é discutido com mais detalhe na seção 5.1, consiste, para este caso em atribuir vazões máximas aos poços produtores e injetores e fechar os poços produtores quando estes produzirem muita água, que é quantificada quando se atinge o corte d'água de 0.83. Analisando inicialmente os resultados das estratégias da otimização a curto e longo prazo, pode-se notar que, em um horizonte de até 5500 dias, o VPL da estratégia a curto prazo é maior que o da estratégia a longo prazo. Enquanto que a estratégia a longo prazo apresenta um VPL maior no fim do tempo de concessão.

Aplicando a otimização hierárquica, foi possível obter a curva verde (tracejada) da

Figura A.10, mostrando o VPL final igual ao encontrado pela estratégia a longo prazo (curva vermelha contínua) e uma melhoria no VPL em médio prazo. A Tabela A.3 exibe os resultados numéricos do VPL em oito e vinte e quatro anos, representando o curto e o longo prazo, é observado um aumento de 7.7% do VPL em 8 anos resultante da otimização hierárquica em relação à otimização a longo prazo.

A Figura A.11 mostra a produção acumulada de óleo e água dos casos estudados nesta segunda abordagem. Nesta figura é possível notar que a quantidade de óleo produzida no fim da concessão pela estratégia do controle reativo foi a mesma da estratégia a longo prazo, mas isso não significa um maior VPL, devido à alta produção de água do controle reativo.

A Figura A.12 mostra a água injetada acumulada e nos ajuda a entender porque o VPL do caso hierárquico no fim do tempo de concessão é igual ao da estratégia a longo prazo. A quantidade de óleo da otimização hierárquica é maior no curto prazo, onde devido à taxa de desconto o VPL tem maior valor, e a produção e injeção de água neste intervalo é menor, onerando menos o VPL. No fim do tempo de concessão, onde a taxa de desconto tem menor influência no cálculo do VPL, a produção a longo prazo é maior, fazendo com que o VPL final se equilibre.

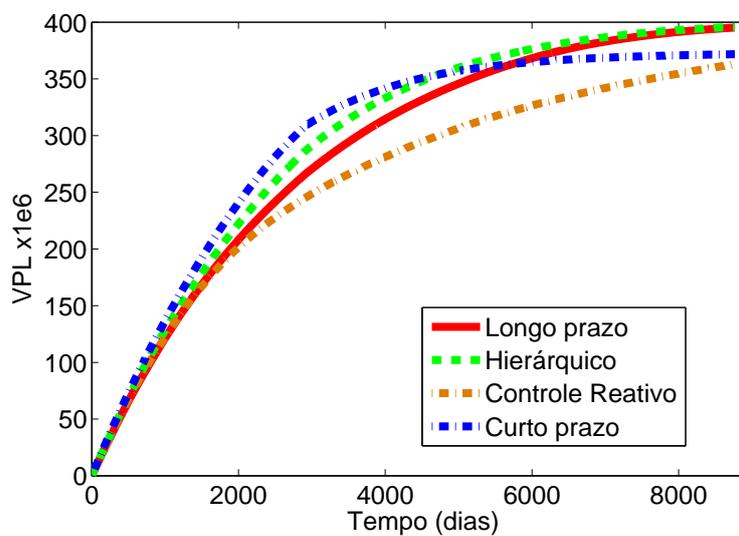
A Figura A.13 mostra as vazões dos poços produtores e injetores para os casos otimizados de curto prazo, longo prazo, hierárquico e para o controle reativo. Observando os poços injetores, percebe-se que a estratégia de curto prazo, linha contínua azul, foi injetar menos água comparado com as outras estratégias; uma consequência disso foi uma baixa pressão do reservatório, observada na Figura A.14, em que se verifica uma queda na produção devido a essa queda de pressão. Quanto aos poços produtores, pode ser observado que nos primeiros 8 anos, todas as estratégias apresentaram um comportamento semelhante, de produzir o máximo de líquido, enquanto no restante do tempo de concessão a estratégia a curto prazo baixou a vazão permitida, e as outras estratégias mantiveram uma alta produção para a maioria dos poços.

Tabela A.3 – Resultado das otimizações do VPL da abordagem 2

Estratégia	VPL (M\$) em 8 anos	VPL (M\$) em 24 anos
Controle Reativo	245.6	363.0
Curto prazo	309.0	371.7
Longo prazo	266.6	395.3
Hierárquico	287.1	395.9

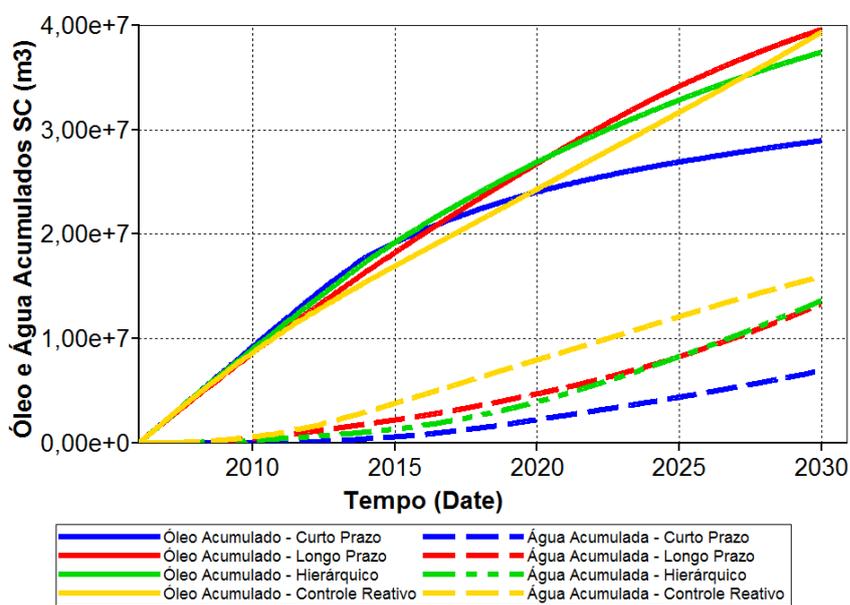
Fonte: o autor (2020)

Figura A.10 – VPL a curto e a longo prazo usando otimização hierárquica



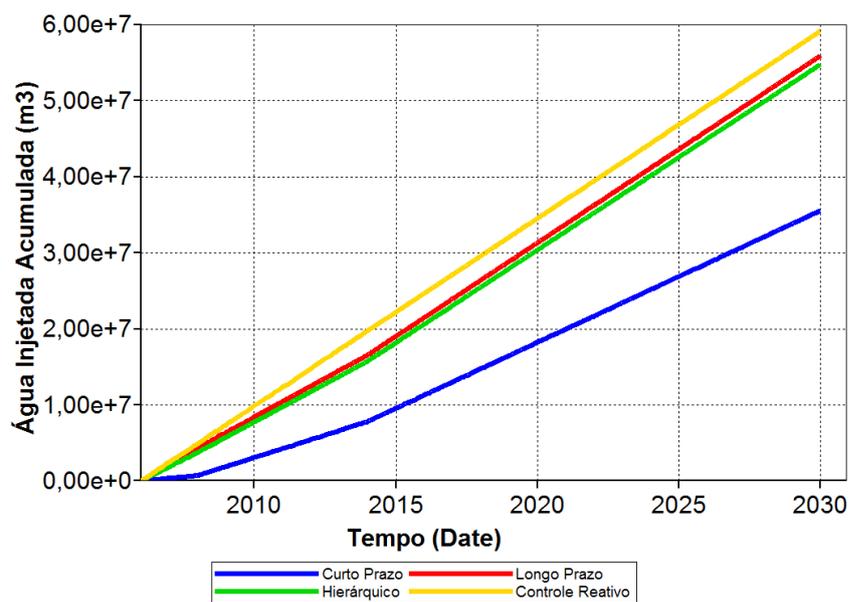
Fonte: o autor (2020)

Figura A.11 – Produção acumulada de óleo e água resultantes das otimizações a curto prazo, longo prazo, hierárquico e controle reativo



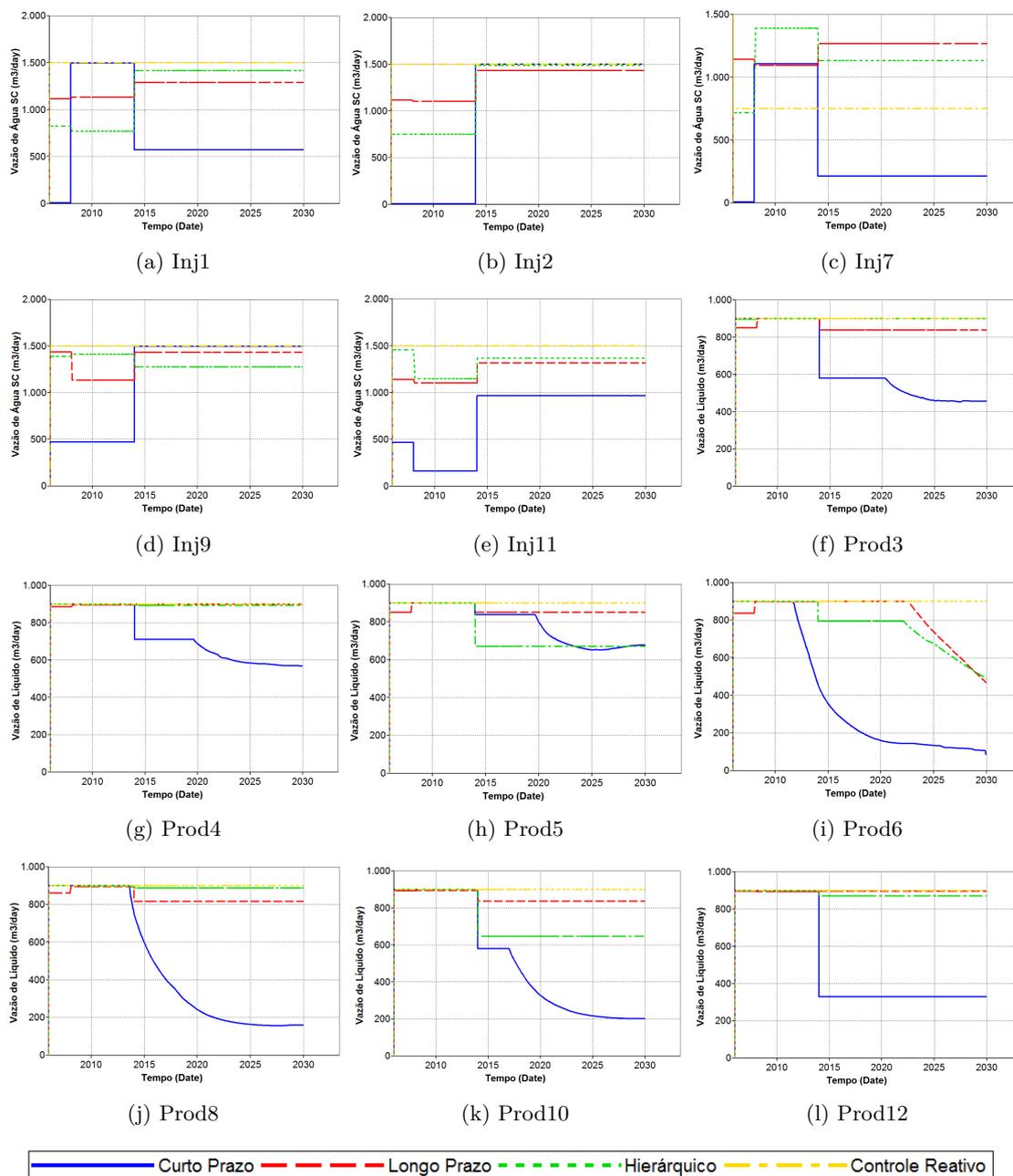
Fonte: o autor (2020)

Figura A.12 – Injeção acumulada de água resultantes das otimizações a curto prazo, longo prazo, hierárquico e controle reativo



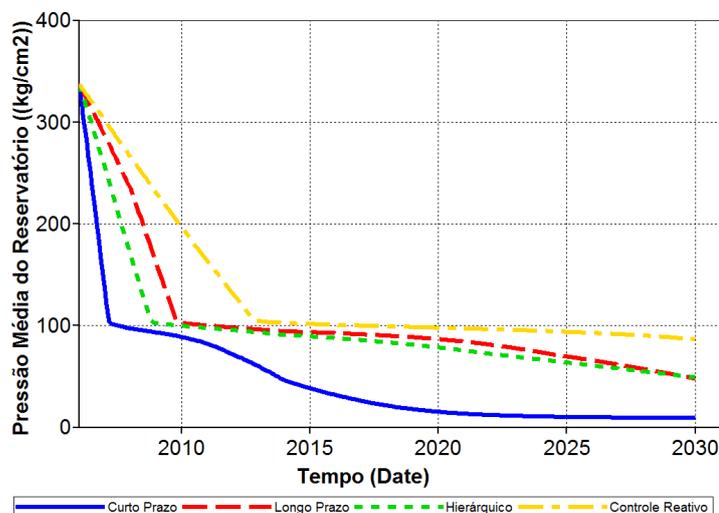
Fonte: o autor (2020)

Figura A.13 – Controle de vazões de todos os poço da otimização a curto prazo, longo prazo e hierárquica



Fonte: o autor (2020)

Figura A.14 – Pressão média do reservatório resultantes dos casos de otimização a curto prazo, longo prazo, hierárquico e do controle reativo



Fonte: o autor (2020)

A aplicação de otimização a curto e longo prazo no modelo determinístico BCO mostra que a variação da taxa de desconto proposta pela literatura não é bem sucedida neste modelo. A mudança de funções objetivo aqui proposta, que é aumentar a produção de óleo a curto prazo e manter o VPL a longo prazo, consegue melhorar o VPL a curto prazo e manter o VPL a longo prazo igual ao de uma otimização apenas a longo prazo.