# UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS DEPARTAMENTO DE ECONOMIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

#### LUIZ BORGES DE MEDEIROS NETO

## ANÁLISE DE RISCO NA AVALIAÇÃO ECONÔMICO-FINANCEIRA DE EMPRESAS: UMA ABORDAGEM ESTOCÁSTICA UTILIZANDO SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

**RECIFE - PE** 

#### LUIZ BORGES DE MEDEIROS NETO

### ANÁLISE DE RISCO NA AVALIAÇÃO ECONÔMICO-FINANCEIRA DE EMPRESAS: UMA ABORDAGEM ESTOCÁSTICA UTILIZANDO SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia do Departamento de Economia do Centro de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. José Lamartine Távora Junior Co-orientador: Prof. Dr. Marcos Roberto Gois de Oliveira

**RECIFE - PE** 

2009

Medeiros Neto, Luiz Borges de

Análise de risco na avaliação econômico-financeira de empresas: uma abordagem estocástica utilizando simulação de Monte Carlo / Luiz Borges de Medeiros Neto. - Recife : O Autor, 2009.

96 folhas : fig.e tab.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCSA. Economia, 2009.

Inclui bibliografia e apêndices.

Empresas Avaliação.
 Investimentos.
 Avaliação de riscos.
 Título.

338.5	CDU (1997)	UFPE
332.6	CDD (22.ed.)	CSA2009 - 141

#### UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS DEPARTAMENTO DE ECONOMIA PIMES/PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

# PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DO MESTRADO PROFISSIONAL EM ECONOMIA DE

#### LUIZ BORGES DE MEDEIROS NETO

A Comissão Examinadora composta pelos professores abaixo, sob a presidência do primeiro, considera o Candidato Luiz Borges de Medeiros Neto APROVADO.

Recife, 05/10/2009.

Prof. Dr. José Lamartine Távora Junior Orientador

> Prof. Dr. Alexandre Stamford da Silva Examinador Interno

Prof. Dr. Marcos Roberto Gois de Oliveira Examinador Externo/PROPAD

Dedico esta dissertação aos meus pais, Pedro e Dvone, pelo afeto, carinho e exemplo de honestidade, simplicidade e trabalho norteador para a minha vida.

A minha noiva, Lícia, pela compreensão, apoio e incentivo dado nos momentos mais difíceis.

#### **AGRADECIMENTOS**

A Deus pelo dom da vida, pela saúde, por minha família e pela perseverança para finalizar este trabalho;

Ao Prof. Dr. Marcos Roberto Gois de Oliveira pela competência, paciência e empenho dedicados à orientação deste trabalho;

A Rio Bravo Investimentos, pela compreensão relativa à conciliação das minhas atividades acadêmicas e profissionais;

A todos os professores e funcionários do Mestrado em Economia pela compreensão e auxílio;

Aos colegas de turma, com os quais compartilhei momentos de grande aprendizado nos últimos dois anos;

Aos amigos e colegas da Rio Bravo Recife, pela paciência, compreensão e incentivo constantes:

Aos meus irmãos, Éder, Eduardo, Evandro e Pedro Junior por toda amizade, apoio e compreensão;

Aos meus pais, por terem me proporcionado educação formal, o maior bem que um ser humano pode receber e pela constante presença e apoio incondicional mesmo nesse período em que não pude estar tão presente;

A todos os que me ajudaram e apoiaram, direta ou indiretamente;

A todos vocês meu eterno muito obrigado.

"Não se gerencia o que não se mede, não se mede o que não se define, não se define o que não se entende, não há sucesso no que não se gerencia."

William Edwards Deming

#### **RESUMO**

Dentre as diversas metodologias de avaliação de empresas, a avaliação por fluxo de caixa descontado continua sendo a mais adotada na atualidade, tanto no meio acadêmico como no profissional. Embora esta metodologia seja considerada por diversos autores como a mais adequada para a avaliação de empresas no contexto atual, seu caráter projetivo remete a um componente de incerteza presente em todos os modelos baseados em expectativas futuras, o risco das premissas de projeção adotadas não se concretizarem. Uma das alternativas para a mensuração do risco inerente à avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado consiste na incorporação da Simulação de Monte Carlo ao modelo de avaliação determinístico convencional, desenvolvendo-se assim um modelo estocástico que como tal, permite uma análise estatística do risco. O objetivo deste trabalho foi avaliar a pertinência da utilização da técnica de Simulação de Monte Carlo na mensuração das incertezas inerentes à metodologia de avaliação de empresas utilizando fluxo de caixa descontado, identificando se esta metodologia de simulação incrementa a acúracia da avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado. Os resultados deste estudo comprovam a eficácia operacional da utilização da Simulação de Monte Carlo na avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado, confirmando que a adoção desta metodologia de simulação possibilita uma relevante melhoria na qualidade dos resultados em relação àqueles obtidos através da utilização do modelo determinístico de avaliação.

Palavras-chave: Avaliação de empresas; Simulação de Monte Carlo; Risco

**ABSTRACT** 

Among the various business valuation methodologies, the discounted cash flow is

still the most adopted nowadays on both academic and professional environment.

Although many authors support that methodology as the most adequate one for

business valuation, its projective feature implies in an uncertainty issue presents in all

financial models based on future expectations, the risk that the projected assumptions

does not occur. One of the alternatives to measure the risk inherent to the discounted

cash flow valuation is to add Monte Carlo Simulation to the deterministic business

valuation model in order to create a stochastic model, which can perform a statistic

analysis of risk. The objective of this work was to evaluate the pertinence regarding the

Monte Carlo Simulation adoption to measure the uncertainty inherent to the business

valuation using discounted cash flow, identifying whether the Monte Carlo simulation

enhance the accuracy of this asset pricing methodology. The results of this work

assures the operational efficacy of discounted cash flow business valuation using Monte

Carlo Simulation, confirming that the adoption of that methodology allows a relevant

enhancement of the results in comparison with those obtained by using the deterministic

business valuation model.

**Key-words:** Business Valuation; Monte Carlo Simulation; Risk.

ix

#### LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - MODELAGEM DOS COMPONENTES DO FLUXO DE CAIXA EM ESTUDOS ENVOLVENDO SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	50
Tabela 2 - Desempenho Histórico dos Direcionadores de Receita	55
TABELA 3 - ANÁLISE VERTICAL E HORIZONTAL DAS CONTAS PATRIMONIAIS	57
Tabela 4 - Análise Vertical e Horizontal das Contas de Resultado	58
Tabela 5 - Projeção dos Direcionadores de Receita e da Receita Bruta	61
Tabela 6 - Projeção de Deduções, Custos e Despesas	61
Tabela 7 - Projeção de Fluxo de Caixa	62
Tabela 8 - Custo Médio Ponderado do Capital de Terceiros	63
Tabela 9 - Cálculo do Custo Médio Ponderado do Capital	64
TABELA 10 - FLUXO DE CAIXA E PERPETUIDADE A VALOR PRESENTE	64
Tabela 11 - Resumo da Avaliação Determinística	65
TABELA 12 - MODELAGEM DOS COMPONENTES DO FLUXO DE CAIXA NO MODELO ESTOCÁSTICO	69
TABELA 13 – ESTATÍSTICAS DO MODELO ESTOCÁSTICO DE AVALIAÇÃO	76
TABELA 14 - PERCENTIS DO MODELO ESTOCÁSTICO DE AVALIAÇÃO	82

#### **LISTA DE FIGURAS**

FIGURA 1 - ESTRUTURA DE UM MODELO DESCRITIVO	33
FIGURA 2 - ESQUEMÁTICA DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	38
FIGURA 3 - O PROCESSO DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	38
FIGURA 4 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQÜÊNCIA TENDO COMO VARIÁVEL DE SAÍDA O VALOR PRESENTE LÍQUIDO	
Figura 5 - Análise da Distribuição de freqüência da variável de saída – VPL . P(VPL<0)	39
FIGURA 6- SEQÜÊNCIA ADOTADA PARA A IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO ESTOCÁSTICO UTILIZANDO SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	
FIGURA 7 - ESQUEMÁTICA DO MODELO DETERMINÍSTICO DE AVALIAÇÃO DE EMPRESAS FLUXO DE CAIXA DESCONTADO	
FIGURA 8 - MODELAGEM VARIÁVEL DE ENTRADA CRESCIMENTO DA POPULAÇÃO DA ÁR ATENDIDA POR ABASTECIMENTO DE ÁGUA	
FIGURA 9 - MODELAGEM VARIÁVEL DE ENTRADA CRESCIMENTO DA POPULAÇÃO DA ÁR ATENDIDA POR TRATAMENTO DE ESGOTO	
FIGURA 10 - MODELAGEM VARIÁVEL DE ENTRADA PERCENTUAL DAS DESPESAS  COM VENDAS SOBRE A RECEITA LÍQUIDA	72
FIGURA 11 - DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES DO PREÇO POR AÇÃO	77
FIGURA 12 - DISTRIBUIÇÃO DA FREQÜÊNCIA CUMULATIVA DE PROBABILIDADES DO PREPOR AÇÃO	ço 77
FIGURA 13 - DISTRIBUIÇÃO DA FREQÜÊNCIA CUMULATIVA DE PROBABILIDADES DO PREPOR AÇÃO X PREÇO POR AÇÃO DO MODELO DETERMINÍSTICO	
FIGURA 14 - CONTRIBUIÇÃO DAS VARIÁVEIS DE ENTRADA PARA A VARIÂNCIA DA VARIÁ  DE SAÍDA	
Figura 15 - Distribuição de probabilidades do preço por ação X cotação do 30/12/2008	
FIGURA 16 - DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES DO PREÇO POR AÇÃO X COTAÇÃO DO 31/07/2009	

#### SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
	1.1 JUSTIFICATIVA	15
	1.2 OBJETIVOS	16
	1.3 METODOLOGIA	17
	1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	18
2	AVALIAÇÃO DE EMPRESAS E RISCO	19
	2.1 AVALIAÇÃO DE EMPRESAS POR FLUXO DE CAIXA DESCONTADO	19
	2.2 ANÁLISE DE RISCO E INCERTEZA	
	2.2.1 Análise de Sensibilidade	28
	2.2.2 Análise de Cenários	
	2.2.3 Limitações das Análises Determinísticas	29
3	MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	31
	3.1 CONSTRUÇÃO DE MODELOS	
	3.2 O PROCESSO DE SIMULAÇÃO	32
	3.3 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	
	3.4 AS LIMITAÇÕES DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	. 40
	3.5 EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS	
4	METODOLOGIA	. 43
	4.1 EMPRESA OBJETO DO ESTUDO	
	4.2 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE AVALIAÇÃO DETERMINÍSTICO	
	4.3 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE AVALIAÇÃO ESTOCÁSTICO	. 48
5	RESULTADOS	55
	5.1 RESULTADOS DO MODELO DE AVALIAÇÃO DETERMINÍSTICO	
	5.1.1 Análise do Desempenho Histórico	55
	5.1.2 Projeções	59
	5.1.3 Definição da Taxa de Desconto	
	5.1.4 Desconto dos Fluxos de Caixa e Avaliação	64
	5.2 RESULTADOS DO MODELO DE AVALIAÇÃO ESTOCÁSTICO	65
	5.2.1 Desenvolvimento Conceitual do Modelo	65
	5.2.2 Implementação do Modelo de Simulação	
	5.2.3 Desenho dos Experimentos	
	5.2.4 Realização da Simulação e Análise dos Resultados	
	5.3 LIMITAÇÕES DO MODELO ESTOCÁSTICO DESENVOLVIDO	
6	CONCLUSÕES DECORRENTES DO ESTUDO E SUGESTÕES	
	6.1 CONCLUSÕES	. 85
	6.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	
	APÊNDICES	. 93

#### 1 INTRODUÇÃO

O elevado grau de competitividade dos mercados atuais exige uma agressividade estratégica que muitas vezes não é passível de se atingir no curso normal das organizações empresariais. Transações de compra, venda, incorporação, cisão e fusão surgem como alternativas de aceleração de crescimento e de fortalecimento da posição competitiva de empresas e conglomerados.

Os gestores das organizações empresariais modernas necessitam, recorrentemente, tomar decisões acerca transações de compra e venda de empresas e seus respectivos valores monetários, pois o aumento da riqueza do acionista à longo prazo, objetivo principal da administração financeira moderna, em muito depende da qualidade das transações nas quais as organizações investem seus recursos. Organizações que fazem boas transações gerarão riqueza para seus acionistas, ao passo que organizações que não o fazem, destruirão a riqueza dos seus investidores.

Diante do cenário acima exposto, as metodologias de avaliação econômicofinanceira de empresas exercem um papel relevante na economia atual, já que os gestores necessitam de valores monetários que balizem transações de compra e venda de empresas e de informações quantitativas que reduzam o grau de incerteza atrelado à estas operações. Em resumo, além de parâmetros de preço para as transações, os gestores necessitam de uma visão clara sobre os riscos inerentes às variáveis do modelo de avaliação proposto.

Historicamente, a avaliação econômico-financeira de empresas sempre foi baseada na premissa de que o valor de uma empresa poderia ser obtido através dos valores refletidos nas suas demonstrações contábeis. Entretanto, conforme ilustra Rutterford (2004) em seu artigo "From dividend yield to discounted cash flow: a history of UK and US equity valuation techniques", após a quebra da bolsa de Nova York em 1929, começou-se a questionar se o valor de uma empresa poderia ser mensurado pelos registros históricos dos ativos em seus livros contábeis.

Uma alternativa a avaliação econômico-financeira baseada puramente nas demonstrações contábeis é a metodologia de fluxo de caixa descontado, que foi formalmente articulada pela primeira vez em um artigo publicado por John Burr Williams

em 1938, que foi replicado em 1997. Neste artigo, denominado "The Theory of Investment Value", o autor afirma que os investidores estariam reticentes com a qualidade das demonstrações contábeis apresentadas e com o fato das empresas de auditoria não serem regulamentadas pela US Securities and Exchange Commission, a Comissão de Valores Mobiliários dos Estados Unidos. Como conseqüência, os investidores passaram a utilizar a geração de caixa como a métrica mais confiável para a tomada de decisão de investimento naquele momento de incerteza.

Paralelamente, alguns autores começaram a pesquisar sobre o valor do conhecimento para a sociedade, que culminaria mais tarde no reconhecimento do valor dos ativos intangíveis das empresas. De acordo com Jóia (2001), Frederick Hayek foi um dos primeiros autores a apresentar uma pesquisa sobre o uso do conhecimento na sociedade. Em 1962, Fritz Machlup, em sua obra "Knowledge: its creation, distribution, and economic significance", concluiu, com base em dados de 1958, que 34,5% do produto nacional bruto dos Estados Unidos podiam ser alocados ao setor de informação, conforme ilustra Stewart (1997).

Embora reconhecidamente eficiente, o caráter projetivo da metodologia de fluxo de caixa descontado implica em uma série incertezas. A análise dos riscos inerentes as variáveis que compõem esta ferramenta vem sendo objeto de alguns estudos formais, conforme aponta Buratto (2005). Estes estudos sugerem a utilização de ferramentas estocásticas como uma alternativa para a análise e mensuração dos riscos inerentes ao modelo de avaliação por fluxo de caixa descontado. Estas ferramentas incorporam ao modelo o risco de que cada uma das variáveis estimadas assuma um valor diferente do planejado.

O fato de considerar os fatores de risco é uma importante contribuição das ferramentas estocásticas a metodologia de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado, já que a avaliação determinística convencional desconsidera o risco, ignorando a maior razão para a modelagem financeira em si: a incerteza com relação ao futuro.

#### 1.1 Justificativa

Conforme ilustrado anteriormente, embora a metodologia de fluxo de caixa descontado seja considerada por diversos autores como a mais adequada para a avaliação de empresas no contexto atual, seu caráter projetivo remete a um componente de incerteza presente em todos os modelos baseados em expectativas futuras, o risco das premissas de projeção adotadas não se concretizarem. Este risco aumentou exponencialmente com o advento das crises econômicas mundiais, como o estouro da bolha de internet americana, ocorrida no ano 2000, e a atual crise iniciada com estouro da bolha imobiliária. A elevada volatilidade da economia global aumentou a complexidade do processo avaliação de empresas, pois o grau de incerteza dificulta a construção de cenários futuros.

A incerteza é definida por Sandroni (1999) como uma situação em que, partindose de determinado conjunto de ações, chega-se a vários resultados possíveis. Os resultados são conhecidos, mas não a probabilidade de eles ocorrerem. Souza (2004) corrobora com esta definição afirmando que a incerteza, ou seja, o desconhecimento objetivo das distribuições de probabilidades associada aos eventos é um elemento que dificulta o processo de avaliação de empresas e projetos e como tal, necessita ser identificado e mensurado.

A mensuração da incerteza, conforme defende Assaf Neto (1999), passa obrigatoriamente pela mensuração do risco que pode ser definido pela capacidade de se mensurar o estado de incerteza de uma decisão mediante o conhecimento das probabilidades associadas a ocorrência de determinados resultados. Definição esta também defendida por Sandroni (1999) que define risco como uma situação de incerteza onde as probabilidades dos eventos são conhecidas. Portanto, de acordo com Sá (1999), uma alternativa para a melhoria da capacidade preditiva em um cenário de incerteza é estimar uma distribuição de probabilidades de ocorrência de cada resultado, ou seja, mensurar-se o risco.

Umas das alternativas para a mensuração de riscos associados à modelos projetivos como o de fluxo de caixa descontado é a utilização da Simulação de Monte Carlo. Esta metodologia, que pode ser utilizada em diversos campos da ciência e que

teve sua aplicação no meio financeiro introduzida por Hertz (1964), constitui-se em um processo que opera modelos estocásticos e que lida experimentalmente com as variáveis descritas, conforme demonstra Andrade (1998). Deste modo, um modelo financeiro projetivo que utilize Simulação de Monte Carlo converter-se-ia de um modelo determinístico, que não incorpora nenhum elemento probabilístico, para um estocástico, que incorpora componentes probabilísticos essenciais para tomada de decisão em ambientes de incerteza.

Portanto, este estudo objetiva contribuir para a discussão sobre metodologias estocásticas de avaliação de empresas e consequentemente, para a tomada de decisão em ambiente de incerteza. Para tal, esta dissertação apresenta além da fundamentação teórica sobre o tema proposto, a construção, implementação prática e análise de um modelo de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado que utiliza Simulação de Monte Carlo para mensurar o risco associado as suas variáveis.

Diferente dos demais estudos até então realizados como aqueles de Bruni, Famá e Siqueira (1998), Cardoso e Amaral (2000), Sartori, Perez, Silva Junior e Sant´Anna Martins (2006), o modelo desenvolvido neste estudo adota o preço por ação e não o valor presente líquido como variável de saída ou de interesse. Este procedimento objetiva aproximar a metodologia científica da Simulação de Monte Carlo com a métrica de preço por ação adotada pelo mercado financeiro, contribuindo assim para o entendimento das vantagens da utilização da Simulação de Monte Carlo no meio profissional.

#### 1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é avaliar a pertinência da utilização da técnica de Simulação de Monte Carlo na mensuração das incertezas inerentes à metodologia de avaliação de empresas utilizando fluxo de caixa descontado, identificando assim se a Simulação de Monte Carlo incrementa a acúracia desta metodologia de apreçamento de ativos e possibilita uma melhoria na qualidade dos resultados em relação àqueles obtidos através da utilização do modelo determinístico de avaliação.

Para a consecução desse objetivo geral propõem-se, como objetivos específicos:

- apresentar as metodologias de análise de risco adotadas na avaliação de empresas;
- discorrer sobre a implementação de modelos e Simulação de Monte Carlo;
- desenvolver um modelo de avaliação de empresas utilizando Simulação de Monte Carlo;
- realizar um estudo de caso utilizando o modelo desenvolvido;
- avaliar os resultados decorrentes da aplicação prática do modelo proposto.

O presente estudo não tem como objetivo recomendar investimento ou mesmo opinar sobre o preço das ações da empresa objeto do estudo. Portanto, os valores que serão apresentados não podem ser entendidos como uma recomendação do autor quanto ao desempenho futuro e ao preço justo das ações da empresa objeto da avaliação.

#### 1.3 Metodologia

A implementação do modelo de Simulação de Monte Carlo tornou-se possível através da utilização de planilhas eletrônicas e de um software de simulação computacional. O software de planilhas eletrônicas utilizado foi o Microsoft Excel® e o de simulação computacional foi o Crystal Ball® da Oracle.

Para a aplicação da metodologia, foram utilizadas informações contábeis e financeiras da Companhia de Saneamento de Minas Gerais S.A. - Copasa, informações estas disponíveis na área de relação com investidores no site da empresa. Inicialmente, desenvolveu-se um modelo de avaliação convencional e determinístico para a empresa. Posteriormente, incorporou-se ao modelo convencional os fatores de risco a serem sensibilizados e, finalmente, conduziu-se a integração da Simulação de Monte Carlo ao modelo convencional, obtendo-se assim uma abordagem estocástica para a avaliação da empresa objeto do estudo.

O resultado final do modelo estocástico foi uma distribuição de valores para as ações da empresa objeto dos estudo, originada a partir da simulação estocástica das premissas adotadas. Esta distribuição de valores permite a realização de análises mais profundas, como por exemplo, a probabilidade da empresa está sendo negociada abaixo do seu valor justo de mercado, o que certamente é uma importante contribuição para os gestores envolvidos em processos de compra e venda de empresas.

#### 1.4 Estrutura da dissertação

O presente trabalho está estruturado em seis capítulos, além da introdução. Os capítulos 2 e 3 apresentam uma revisão da literatura sobre os temas julgados relevantes para o desenvolvimento deste estudo, como avaliação econômico-financeira de empresas por fluxo de caixa descontado, metodologias de análise de risco, Simulação de Monte Carlo, construção de modelos e processos de simulação.

O capítulo 4 apresenta a descrição detalhada da metodologia adotada para a implementação do modelo de avaliação desenvolvido. Já o capítulo 5 ilustra os resultados de cada uma das etapas realizadas para a construção do modelo e suas limitações.

Finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões e recomendações decorrentes do estudo, além de sugestões para trabalhos futuros.

#### 2 AVALIAÇÃO DE EMPRESAS E RISCO

#### 2.1 Avaliação de Empresas por fluxo de caixa descontado

Segundo Assaf Neto (2003), a avaliação de empresas através do fluxo de caixa descontado é a metodologia mais adequada para se calcular o valor econômico de uma empresa. Esta afirmação também é defendida por Copeland, Koller e Murrin (2000), que posicionam o fluxo de caixa descontado como o melhor método de avaliação de empresas por considerar todas as variáveis relevantes para se realizar o apreçamento de um ativo.

Outros autores, como Martelanc, Pasin e Cavalcante (2005) vão mais além, afirmando que além de se constituir na melhor metodologia, o fluxo de caixa descontado é atualmente a principal ferramenta empregada para avaliar empresas.

Embora seja quase um consenso nos meios acadêmico e profissional, o modelo de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado não está isento de críticas. Alguns autores, como White, Sondhi e Fried (1997) e Penman (1997), criticam esta metodologia defendendo que componentes básicos do modelo como o horizonte de projeção, o valor residual, a natureza dos fluxos de caixa e sua forma de medição são carregados de incertezas. Como exemplo de limitações da metodologia de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado, os autores acima citam casos em que o valor residual é responsável por grande parte do valor da empresa objeto da avaliação, considerando-se assim uma ponderação muito grande para um valor gerado a partir de expectativas sobre o que vai acontecer após o período de projeções explicitas.

Mesmo considerando as limitações da metodologia de fluxo de caixa, Damodaran (2002), em sua argumentação acerca das vantagens desta metodologia, é enfático ao afirmar que qualquer ativo, incluindo uma empresa, deve ser avaliado pelos benefícios esperados no futuro descontados a valor presente através de uma taxa adequada, corroborando portanto para a afirmação que a metodologia de fluxo de caixa descontado é a mais adequada para a avaliação de empresas.

A avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado pode ser dividida em cinco etapas, conforme ilustram Copeland, Koller e Murrin (2000): análise do desempenho histórico, projeção do desempenho futuro, estimativa do valor residual, estimativa de custo médio ponderado de capital e cálculos dos fluxos de caixa a data atual.

A análise do desempenho histórico é a primeira etapa do processo de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado. Segundo Correia Neto (2006): "A observação dos dados históricos dá início ao processo de avaliação pelo método do fluxo de caixa descontado e serve como análise da situação atual da empresa, provendo ao analista um maior conhecimento sobre a mesma. Eles servem como base para a projeção dos resultados, na expectativa destes fatores se repetirem no futuro ou as condições futuras não diferirem muito da atual. Porém, mesmo não havendo a expectativa de extrapolação dos dados históricos para os períodos futuros, esta série histórica pode subsidiar a construção das premissas inerentes a estes fluxos."

A observação dos dados históricos deverá ser realizada pela análise vertical e horizontal das contas patrimoniais e de resultado. De acordo com Stickney, Brown e Wahlen (2004), a análise vertical consiste na apresentação de todos os itens das demonstrações contábeis da empresa como um percentual de uma base comum, o ativo total é normalmente utilizado como a base comum do balanço patrimonial e a receita bruta das demonstrações de resultado. Por sua vez, a análise horizontal consiste na análise do crescimento histórico das contas patrimoniais e de resultado. Ainda segundo os autores, as análises vertical e horizontal das demonstrações históricas são bastante úteis para ilustrar a magnitude das mudanças nas demonstrações financeiras ao longo do tempo.

A análise do desempenho histórico via análise vertical e horizontal poderá fornecer informações sobre tendências das demonstrações históricas observadas que necessitam, de alguma maneira, serem consideradas na etapa de projeção de resultados. Portanto, esta etapa exerce um importante papel em auxiliar na definição de uma base de projeção confiável e coerente com os resultados históricos da empresa objeto da avaliação.

A segunda etapa do processo de avaliação por fluxo de caixa descontado é a projeção do desempenho futuro da empresa e, conseqüentemente, do seu fluxo de caixa projetado. Sobre esta etapa, Damodaran (2002) argumenta que a capacidade da empresa em gerar caixa com os ativos atuais, a taxa de crescimento desta geração de caixa e o tempo necessário para a empresa atingir estabilidade na sua geração de caixa são os componentes essenciais à análise. Ainda segundo o autor, o processo de projeção de desempenho futuro é bastante complexo, pois envolve não apenas a capacidade de geração de caixa dos ativos atuais como também dos ativos futuros da empresa.

Correia Neto (2006) complementa o raciocínio acima afirmando que informações de mercado e dados coletados na etapa de análise do desempenho histórico são a base para a projeção do fluxo de caixa futuro da empresa. Ross, Werterfield and Jordan (1988) vão mais além, afirmando que desde que se tenha os fluxos de caixa projetados e a taxa de desconto adequada, o cálculo do valor presente deste fluxos é extremamente básico. Entretanto, a maior dificuldade do processo de avaliação de empresas e projetos está na correta definição dos fluxos de caixa futuros e da taxa de desconto adequada.

Um outra dificuldade do processo de projeção dos fluxos dos caixa é a definição do período de projeção. Segundo Stickney, Brown e Wahlen (2004), o horizonte de projeção mais adotado é de cinco a dez anos, dependendo da indústria, da maturidade da empresa, da taxa de crescimento e do grau de previsibilidade dos fluxos de caixa.

Vale ressaltar que por mais criteriosas que as projeções possam ser, o modelo determinístico de fluxo de caixa descontado desconsidera o risco associado a incerteza sobre a realização das premissas.

Uma vez finalizada etapa de projeções, deve-se calcular o valor residual da empresa, pois de acordo com Damodaran (2002), os fluxos de caixa não podem ser projetados para sempre e após o período de projeções explicitas deve-se adotar a premissa de que as empresas têm vida infinita, interrompendo-se as projeções e calculando-se o valor residual que reflita todos os fluxos de caixa após o fim das projeções.

Correia Neto (2006) complementa afirmando que o cálculo do valor residual consiste na segunda etapa de projeção de fluxo de caixa e se inicia a partir do momento em que os fluxos de caixa se tornem constantes ou cresçam a uma taxa relativamente baixa, adotando assim um comportamento de perpetuidade consideradose a hipótese da empresa possuir vida infinita.

Segundo Damodaran (2002), a abordagem de cálculo do valor residual mais consistente com o modelo de fluxo de caixa descontado é aquela que assume que os fluxos de caixa, após o período de projeção explicita, irão crescer e uma taxa constante para sempre. Entretanto, a taxa de crescimento não poderá ser maior que a taxa de crescimento da economia na qual a empresa opera, pois nenhuma empresa consegue crescer para sempre a uma taxa maior que o crescimento da economia. Segue fórmula do cálculo do valor residual:

$$Valor \operatorname{Re} sidual = \frac{Fcn \times (1+g)}{CMPC - g} \tag{1}$$

Onde:

*g* = Crescimento do fluxo de caixa na perpetuidade;

CMPC = Custo Médio Ponderado de Capital (WACC); e

Fcn = Fluxo de Caixa do último ano de projeção.

Após a projeção do fluxo de caixa da empresa e do cálculo do valor residual, para se chegar ao valor do negócio deve-se descontar estes fluxos futuros a valor presente. A versão de fluxo de caixa adotada como padrão para a avaliação de empresas é aquela que desconta os fluxos de caixa da empresa, ou seja, os fluxos de caixa que seriam gerados se a empresa fosse financiada totalmente por capital próprio, líquido de imposto de renda..

De acordo com Damodaran (2002), o Fluxo de Caixa da Empresa pode ser definido pela seguinte fórmula:

#### Receita Líquida

- (-) Custos e Despesas Operacionais
- (=) Lucro antes do pagamento de juros, impostos, depreciação e amortização (EBITDA)
- (-) Depreciação e Amortização
- (=) Lucro antes do pagamento de juros e impostos (EBIT)
- (-) Impostos
- (=) Lucro Líquido
- (+) Depreciação e Amortização
- (-) Desembolsos de Capital
- (±) Variação do Capital de Giro
- (=) Fluxo de Caixa da Empresa

Conforme ilustram Minardi e Saito (2007), o desconto dos fluxos de caixa da empresa deve ser realizado pelo custo médio ponderado de capital, que corresponde à média ponderada da remuneração exigida pelos provedores de capital da empresa, acionistas e credores, considerando o efeito fiscal da dívida

o custo da parcela de capital de terceiros do custo médio ponderado de capital, ou seja, a remuneração exigida pelos credores, considera o nível atual das taxas de juros, o risco da empresa e os benefícios fiscais da alavancagem, conforme aponta Damodaran (2002). Entretanto, a metodologia mais adotada na prática consiste no cálculo do custo médio ponderado do capital de terceiros, que considera o custo de cada financiamento da empresa multiplicado pela sua participação percentual no endividamento total, chegando-se assim ao custo nominal de capital de terceiros. Para o cálculo do custo efetivo do capital de terceiros, considera-se ainda o benefício fiscal da alavancagem, utilizando a seguinte fórmula:

$$RDe = RDn \times (1 - IR) \tag{2}$$

Onde:

RDn = Custo nominal do capital de terceiros;

*RDe* = Custo real do capital de terceiros; e

IR = Alíquota de Imposto de Renda e Contribuição Social

Por sua vez, o custo da parcela de capital próprio do custo médio ponderado de capital, ou seja, a remuneração exigida pelos acionistas, é normalmente calculado através o modelo CAPM – Capital Assset Pricing Model, conforme ilustram Ross, Werterfield and Jordan (1988). O modelo CAPM ajusta o custo de oportunidade do capital próprio ao risco do ativo objeto do investimento. Segue fórmula de cálculo do custo médio ponderado de capital – CMPC:

$$CMPC = \left(\frac{E}{(E+D)}\right) \times RE + \left(\frac{D}{(E+D)}\right) \times RD \tag{3}$$

Onde:

E = Capital Próprio;

D =Capital de Terceiros:

RE = Custo do Capital Próprio; e

RD = Custo do Capital de Terceiros

Na primeira etapa da definição do Custo Médio Ponderado de Capital calcula-se o custo de capital próprio - RE. Para tal, utiliza-se o modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) que foi inicialmente desenvolvido por William Sharpe (1964) e John Lintner (1965) e tem se mostrado até os dias de hoje um dos modelos mais utilizado para apreçamento de ativos, segundo Pettit e Stewart (1999). Este modelo se baseia na mensuração de três variáveis essenciais, a taxa de retorno do ativo livre de risco, a taxa média de retorno da carteira de mercado e o risco específico da empresa mensurado

através do índice beta. A fórmula de cálculo do capital próprio - RE pode ser observada abaixo:

$$RE = RF + \beta(RM - RF) + \alpha_1 + \alpha_2 \tag{4}$$

Onde:

RF = Taxa de retorno de um ativo livre de risco;

 $\beta$  = Risco específico da empresa;

RM = Retorno esperado da carteira de mercado;

 $\alpha_1$  = Risco Brasil; e

 $\alpha_2$  = Risco específico da empresa à critério do avaliador.

No artigo denominado "Uma proposta metodológica para o cálculo do custo de capital no Brasil" publicado em 2008, Assaf Neto, Lima e Araújo defendem a necessidade de se utilizar dados da economia norte-americana para realização do cálculo do custo de capital próprio no Brasil. Para cada componente da equação os autores fazem as seguintes considerações:

Taxa de Retorno do Ativo Livre de Risco: este procedimento de cálculo no Brasil é prejudicado por entender-se que os títulos emitidos pelo governo devem embutir um prêmio pelo risco. Esses títulos soberanos não são efetivamente aceitos como livres de risco pelos mercados financeiros. Ademais, a série histórica dessas taxas de juros apresenta uma enorme dispersão. Diante dessa realidade, a taxa livre de risco utilizada no cálculo do custo de oportunidade do capital próprio é mais bem mensurada tendo-se como referência as taxas de juros pagas pelos melhores títulos de dívida do mundo. Como referência, destacam-se os papéis emitidos pelo tesouro do governo dos Estados Unidos, considerados como de risco zero. Essas taxas são adotadas no cálculo do custo do capital, mesmo que a empresa em avaliação não se localize no país, ou ainda, não pertença a capitais norte-americanos.

Retorno esperado da Carteira do Mercado: o cálculo dessa medida de risco em países emergentes como o Brasil traz, adicionalmente, problemas referentes à

qualidade das informações e forte volatilidade de seus valores. O longo período de altas taxas de inflação da economia nacional, seguida de períodos convivendo com percentuais bastante reduzidos, prejudicam a referência da tendência apresentada pelos indicadores de prêmio de risco de mercado. Da mesma forma, a rentabilidade da carteira de mercado de ações revela uma forte dispersão em relação a seus valores centrais, fragilizando o uso da taxa média como representativa da tendência observada. Deve ainda ser acrescentado o histórico desajuste do mercado acionário brasileiro provocado pela forte concentração de poucas ações na formação do índice de mercado e, principalmente, a restrita oferta de ações ordinárias (com direito a voto) nas bolsas de valores.

Risco específico da empresa: da mesma forma que nas medidas anteriores previstas no modelo do CAPM, o coeficiente beta será obtido por referências. Conforme se discutiu, a forte concentração do índice do mercado de ações em poucas empresas e, principalmente, a presença de um inexpressivo volume de ações ordinárias nas negociações de mercado, invalidam qualquer tentativa de trabalhar com betas obtidos das bolsas de valores brasileiras. Portanto, para o cálculo do coeficiente beta deve se realizar as seguintes etapas: identificação do setor de atividade em que a empresa brasileira atua, levantamento do beta não-alavancado médio das empresas identificadas com a empresa em avaliação e finalmente, cálculo do beta alavancado por meio da seguinte formulação:

$$\beta a = \beta d \times [1 + (D/E) \times (1 - IR)]$$
 (5)

Onde:

 $\beta a$  = Beta alavancado da empresa em análise;

 $\beta d$  = Beta Desalavancado de acordo com informações de mercado;

IR = Alíquota de Imposto de Renda e Contribuição Social da empresa; e

D/E = Dívida/ Patrimônio Líquido da empresa sob análise.

Uma importante consideração que deve ser feita é que os modelos de avaliação convencionais consideram que o custo médio ponderado de capital, ou seja, a composição entre capital próprio e de terceiros, permanece constante durante o período de projeção. Entretanto, conforme defende Correia Neto (2006), em caso de alteração da estrutura de capital da empresa, o Custo Médio Ponderado de Capital deverá ser alterado para refletir a nova relação entre capital próprio e de terceiros.

A última etapa da metodologia de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado consiste no cálculo dos fluxos de caixa a valor presente. Segundo Correia Neto (2006), tanto os fluxos de caixa do período de explícito de projeção como a perpetuidade devem ser descontados a valor presente pelo Custo Médio Ponderado de Capital. Segue fórmula para o cálculo dos fluxos de caixa a valor presente:

$$ValorEmpresa = \sum_{n=0}^{T} \frac{E[FCn]}{(1+CMPC)^n} + \frac{E[FCp]/(CMPC-g)}{(1+CMPC)^{t+1}}$$

$$(6)$$

Onde:

FCn = Fluxo de caixa no período n;

*CMPC* = Custo Médio Ponderado de Capital (WACC);

n = Período do fluxo de caixa;

FCp = Fluxo de caixa na perpetuidade;

t = Número de períodos da projeção; e

g = Taxa de crescimento do fluxo de caixa na perpetuidade

A soma do valor presente dos fluxos de caixa e da perpetuidade é chamado de valor da empresa de acordo com Damodaran (2002). Ainda segundo o autor, para se chegar ao valor das ações, deve se subtrair a dívida e adicionar as disponibilidades ao valor da empresa obtendo-se assim o valor patrimonial ou equity value. Finalmente, o valor patrimonial deve ser dividido pelo número de ações da empresa, atingindo-se assim o objetivo final da avaliação da empresa que é estimar o preço por ação.

#### 2.2 Análise de Risco e Incerteza

Os riscos e incertezas inerentes ao processo de avaliação de empresas por fluxos de caixa descontado já foram objeto de estudo de diversos autores. Diversas metodologias podem ser utilizadas para analisar a volatilidade dos fluxos de caixa. Entretanto, as três metodologias mais comuns são a análise de sensibilidade, a análise de cenários determinística e a análise de cenários por Simulação de Monte Carlo, conforme demonstram Weston e Brighan (2000).

#### 2.2.1 Análise de Sensibilidade

Segundo Casarotto e Koppitke (2000), a análise de sensibilidade consiste em analisar o efeito que a variação de um dado de entrada pode ocasionar nos resultados, verificando se uma variação de menor grau em um parâmetro pode alterar de maneira relevante o resultado anteriormente obtido. Em caso afirmativo, pode-se afirmar que o valor obtido através da metodologia de fluxo de caixa é sensível à determinado parâmetro.

Buratto (2005) complementa o pensamento acima afirmando que como os demais fatores permanecem constantes, a análise de sensibilidade permite avaliar alterações na variável de interesse decorrentes da variações observadas nas variáveis de entrada.

A variável sensibilizada pode ser qualquer componente do fluxo de caixa. No entanto, de acordo com Bruni, Fama e Siqueira (1998), o custo de capital ou a taxa de crescimento dos fluxos de caixa futuros são, normalmente, as variáveis mais sensibilizadas.

A análise de sensibilidade consiste em uma primeira tentativa, de maneira bastante simples, de considerar o risco do modelo de fluxo de caixa descontado. Esta metodologia de análise de risco fornece apenas um resultado determinístico decorrente da sensibilização de determinada variável, não fornecendo portanto, qualquer informação sobre a probabilidade de ocorrência do valor sensibilizado.

#### 2.2.2 Análise de Cenários

A metodologia de análise de cenários determinísticos, conforme afirmam Ross, Werterfield e Jordan (1988), é normalmente realizada através da construção de três cenários, um cenário base, um otimista e um pessimista, para assim se verificar o comportamento dos resultados obtidos quando as variáveis chave têm oscilações positiva e negativas.

Burato (2005) afirma que esta metodologia se sobressai sobre a análise de sensibilidade, pois a análise de uma série de cenários diferentes que a empresa pode enfrentar, a consideração da relação entre as variáveis e a comparação dos resultados a uma situação mais provável possibilitam ao tomador de decisão observar o comportamento da variável sob diferentes situações, melhorando assim sua capacidade de discernimento sobre os riscos de cada variável.

Embora represente um avanço com relação à análise de sensibilidade, a análise de cenários não soluciona a principal limitação da análise de sensibilidade já que não incorpora nenhum elemento estocástico, ou seja, continua fornecendo apenas valores determinísticos para cada cenário e não suas probabilidades de ocorrência.

#### 2.2.3 Limitações das Análises Determinísticas

Ross, Werterfield and Jordan (1988) em sua crítica ao modelo de análise de cenários argumentam que a arbitrariedade na compreensão do que é mais provável, pessimista e otimista pode variar de analista para analista. Já com relação o modelo de análise de sensibilidade os autores defendem que cada variável de forma isolada e as outras variáveis tendem a ser relacionadas, o que invalida por si só o processo de análise de sensibilidade, pois na prática seria muito difícil modificar uma variável de entrada mantendo todas as demais constantes.

Buratto (2005) complementa afirmando que a subjetividade na categorização das variáveis a serem sensibilizadas está presente tanto na análise de sensibilidade, onde aparece associada à variáveis isoladamente, como na análise de cenários, onde está associada à cenários de forma geral. Ainda segundo o autor, não é possível saber se o

número de cenários gerados é suficiente para avaliar a variável de interesse, nem há como saber qual a probabilidade de ocorrência de cada um desses cenários.

Em resumo, pode-se afirma que as análises de cenário e de sensibilidade possuem fortes limitações quanto à probabilidade de ocorrência de cada cenário ou quanto à distribuição probabilística das variáveis sensibilizadas. Estas limitações possuem uma raiz comum, ou seja, a origem determinística destas ferramentas de análise de risco, que diferente dos modelos estocásticos, fornece apenas uma visão simples e limitada sobre riscos inerentes ao fluxos de caixa futuros.

#### 3 MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

#### 3.1 Construção de Modelos

Um modelo é definido por Evans e Olson (1998) como uma abstração ou representação de um sistema real, uma idéia ou objeto. Ainda segundo os autores, os modelos podem ser prescritivos, ou seja, buscam otimização como o modelo de programação linear, ou descritivos, ou seja, descrevem relações e disponibilizam informações como o modelo de teoria das filas. Os. modelos descritivos são utilizados para explicar o comportamento dos sistemas e para prever eventos futuros a partir de entradas do processo de planejamento.

Law e Kelton (2000) classificam os modelos de acordo em 3 dimensões. A primeira dimensão é a temporal. Um modelo estático representa um sistema em um ponto particular do tempo ou onde o tempo não é um fator relevante. Por sua vez, um modelo dinâmico representa o sistema como ele se desenvolve ao longo do tempo.

A segunda dimensão é relacionada a existência de componentes probabilísticos. Um modelo determinístico é aquele que não possui nenhum componente estatístico na sua composição. Já o modelo estocástico é aquele que possui componentes probabilísticos na sua composição e no qual pelo menos alguma variável de entrada é aleatória.

Sobre esta dimensão Casarotto e Koppitke (2000) complementam que nos modelos determinísticos todas as informações são conhecidas ou assumidas como conhecidas, enquanto que nos modelos probabilísticos algumas informações são descritas como distribuições de probabilidades.

A última dimensão apresentada por Law e Kelton (2000) diz respeito a continuidade das variáveis ao longo do tempo. Um modelo é discreto quando as variáveis de estado assumem valores contínuos, ou seja, mudam instantaneamente em períodos de tempo separados. No modelo contínuo, tais variáveis assumem valores contínuos, ou seja, modificam-se continuamente ao longo do tempo.

Segundo Andrade (2000), o processo de construção de um modelo, ou modelagem, consiste na formulação das equações que representem as inter-relações do sistema e na definição de limites de variação de resultados e valores. Este processo exige uma série de etapas e inicia-se na identificação das variáveis do problema. Em seguida, defini-se as relações entre as variáveis, as condições e restrições do sistema, de modo que se possa emular de maneira mais eficiente o comportamento do sistema real objeto de análise sob diversos cenários.

A grande vantagem do processo de modelagem, de acordo com Andrade (1998), é que este possibilita analisar situações que seriam inviáveis no sistema real que foi emulado, devido ao custo ou a simples impossibilidade de realizá-las. Ainda segundo o autor, a modelagem é a etapa mais complexa do processo de simulação, já que para uma boa emulação dos sistemas por parte dos modelos, deve-se considerar todas as relações entre as variáveis endógenas e exógenas do sistema.

Finalmente, Motta e Calôba (2002) ressaltam o componente subjetivo presente do processo de modelagem, definindo este processo como uma arte onde se busca o equilíbrio entre uma impossível reprodução completa da realidade e uma simplificação excessiva que possa prejudicar a aplicabilidade prática das respostas obtidas através do experimento do modelo.

#### 3.2 O processo de Simulação

Evans e Olson (1998) definem simulação como um processo de construção de um modelo lógico ou matemático de um sistema ou de um problema de decisão, e na posterior utilização de tal modelo para compreender o comportamento do sistema ou para auxiliar na resolução do problema em questão, conforme ilustrado na Figura 1.

Já para Ingalls (2002), "simulação é o processo de projetar modelos dinâmicos de sistemas dinâmicos com o propósito de entender o comportamento do sistema ou de avaliar estratégias operacionais deste".

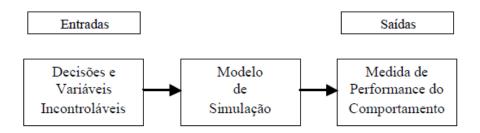


Figura 1 – Estrutura de um modelo descritivo

Fonte: Evans e Olson (1998)

Por sua vez Souza (2004) define simulação como a utilização de uma representação ou modelo de sistema real para analisar o comportamento ou desempenho deste sistema, respeitando todas as regras e condições reais a que o sistema está submetido. Ainda segundo o autor, o modelo de simulação é propriamente um conjunto de suposições ou princípios que define o sistema ou problema.

A utilização do processo de simulação, como técnica de análise de sistemas e de decisões de problemas é bastante difundida. De acordo com Evans e Olson (1998) simulações são utilizadas até mesmo em processo cotidianos e familiares como previsão do tempo, treinamento de pilotos, definição de táticas militares, etc.

O processo de simulação, de acordo com Vose (2000) e Evans e Olson (1998), pode ser dividido em cinco etapas conforme a seguir:

A primeira etapa consiste do desenvolvimento conceitual do modelo que irá replicar o sistema ou o problema a ser estudado, na definição das variáveis de entrada e definição das métricas de saída. Souza (2004) contribui para definição desta etapa afirmando que a descrição lógica do sistema, cujo estudo está sendo iniciado, também pode ser incluída na mesma. Ainda segundo o autor, o modelo de simulação deve ser o mais simples possível, tendo foco nos fatores críticos.

A segunda etapa do processo de simulação é a construção do modelo de simulação, que inclui o desenvolvimento de fórmulas e equações, a coleta de dados necessários, a definição das distribuições probabilísticas das variáveis de entrada e por fim, o desenvolvimento de uma planilha ou de um software para registrar os resultados.

O teste e validação do modelo é a terceira etapa do processo de simulação. O teste é adotado para verificar se existem erros de lógica do modelo. Por sua vez, a validação objetiva certificar que o modelo está emulando corretamente o sistema ou o problema objeto do estudo.

De acordo com Souza (2004), o teste e a validação são passos importantes para dar credibilidade ao modelo de simulação e ganhar aceitação pelos gestores e outros usuários. O teste poderá ser realizado através de técnicas padrão de engenharia de software. Já a validação pode ser realizada pela consulta a especialistas, ou seja, uma validação aparente, ou pelo processando dados históricos em um sistema real, ou seja, uma validação por dados históricos.

A quarta etapa do processo de simulação é caracterizada pelo desenho de experimentos com a utilização do modelo construído, tendo com objetivo principal determinar as variáveis a serem analisadas e as questões a serem respondidas para que se possa atingir o objetivo da simulação.

Finalmente, a quinta e última etapa do processo de simulação consiste na realização das simulações propriamente ditas para que se obtenha as informações definidas como saída do modelo. Caso os dados de saída não tenham a qualidade desejada, pode ser necessário retornar ao primeiro passo da simulação e realizar modificações no modelo.

De acordo com Buratto (2005), o objetivo final da construção de um modelo de simulação é auxiliar o tomador de decisão a melhor compreender o problema com o qual se defronta, ou seja, a simulação deve auxiliar o processo de tomada de decisão e não complicá-lo.

#### 3.3 Simulação de Monte Carlo

Segundo Souza (2004), a Simulação de Monte Carlo é um método de simulação estatística que como tal pode ser definido como uma metodologia que utiliza uma següência de números randômicos para gerar uma simulação.

Por sua vez, Evans e Olson (1998) definem Simulação de Monte Carlo como um experimento amostral cujo objetivo é estimar a distribuição de resultados possíveis da variável na qual se está interessado (variável de saída), com base em uma ou mais variáveis de entrada que se comportam de forma probabilística de acordo com alguma distribuição estipulada.

Já Law e Kelton (2000) consideram a Simulação de Monte Carlo como sendo uma abordagem que emprega a utilização de números aleatórios para resolver certos problemas estocásticos ou determinísticos, em que a passagem do tempo não possui um papel relevante.

Em seu artigo "Risk Analysis in Capital Investiment", publicado em 1964, David Hertz foi o primeiro autor a ilustrar a aplicabilidade da Simulação de Monte Carlo para a teoria financeira. Neste artigo Hertz sugeriu a utilização da Simulação de Monte Carlo na análise de projetos como forma de mensurar os riscos inerentes a cada variável. Atualmente, a metodologia possui uma extensa aplicabilidade prática nas finanças, sendo também tema de diversos artigos e livros.

A base teórica da Simulação de Monte Carlo, segundo Andrade (1998), é um conceito estatístico simples, onde **x** é uma variável aleatória com as seguintes características:

- Função de distribuição de probabilidade => f (x)
- Função cumulativa de probabilidade => F (x)

Define-se uma nova variável y = F(x), com uma distribuição uniforme sobre o intervalo fechado [0,1]. Portanto, assim como a função cumulativa de probabilidades representa as características aleatórias da variável em questão, a função y = F(x) consiste na relação entre as duas variáveis:

- Variável x, com distribuição aleatória própria.
- Variável y, com distribuição uniforme entre 0 e 1.

De acordo com Buratto (2005), a operacionalização da Simulação de Monte Carlo requer o auxílio de alguns métodos matemáticos. Evans e Olson (1998) e Vose (2000) afirmam que dentre os métodos matemáticos mais utilizados para a operacionalização da Simulação de Monte Carlo está o método da transformada inversa, que faz uso das propriedades dos números aleatórios e da função distribuição acumulada de uma variável aleatória.

Segundo Buratto (2005), um número aleatório é definido como sendo uma variável aleatória uniformemente distribuída entre 0 e 1. Já a função distribuição acumulada F(x) de uma variável aleatória X é dada por:

$$F(x) = P(X \le x) \tag{7}$$

A função acima que mostra a probabilidade P de que a variável X seja menor ou igual a x, para todo e qualquer x, possui as seguintes propriedades:

$$\frac{d}{dx}F(x) \ge 0; \tag{8}$$

$$\lim_{x \to \infty} F(x) = 0 \tag{9}$$

$$\lim_{x \to \infty} F(x) = 1 \tag{10}$$

Ainda segundo Buratto (2005), F(x) é sempre não-decrescente e assume valores entre 0 e 1. Portanto, considerando que inversa dessa função exista, ao se escolher ao acaso um determinado valor para F(x), pode-se encontrar um único valor associado de x, seja de forma explícita ou através de um algoritmo computacional. Como os números aleatórios também possuem a propriedade de assumir valores apenas no intervalo entre 0 e 1, basta gerar um número aleatório R, substituí-lo diretamente em F(x) e obter o valor associado de x.

De acordo com Evans e Olson (1998), a correta identificação das distribuições de probabilidade dos dados de entrada é fundamental no processo de simulação. Para tal, pode-se utilizar análises empíricas e históricas dos dados para então adequá-los à distribuição, ou mesmo selecionar a distribuição e adequar seus parâmetros em casos de indisponibilidade de dados.

Buratto (2005) complementa afirmando que o processo de amostragem realizado nas simulações de Monte Carlo tem como base a geração de números aleatórios. Tal mecanismo é o ponto de partida da geração das distribuições das variáveis de interesse, tendo-se como base as premissas e as distribuições associadas às variáveis de entrada e inter-relação entre as mesmas. Ainda segundo o autor, os computadores não possuem a capacidade de gerar números realmente aleatórios, pois fazem uso de um algoritmo para gerar uma seqüência de números. Portanto, os números gerados por computadores são, na realidade, pseudoaleatórios.

Diante do exposto, Law e Kelton (2000) defendem que para a correta implementação do modelo de Simulação de Monte Carlo é necessário escolher um algoritmo aritmético que forneça uma série de números que pareçam ser aleatórios, que pareçam ser uniformemente distribuídos entre 0 e 1 e que não possuam correlação.

Buratto (2005) finaliza afirmando que antes da execução da simulação, deve-se verificar se o gerador de números aleatórios a ser usado satisfaz as propriedades acima enunciadas, o que pode ser feito através de testes ou de referências que dêem suporte à sua utilização.

Uma vez entendidos os conceitos matemáticos e estatísticos que suportam a Simulação de Monte Carlo, faz-se necessário entender a sua esquemática, que é ilustrada por Grey (1995) na Figura 2:

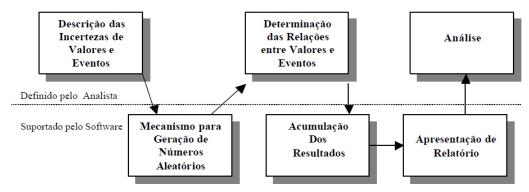


Figura 2 - Esquemática da Simulação de Monte Carlo

Fonte: Grey (1995)

Grey (1995) ilustra que partindo-se da construção do conjunto de distribuições de freqüência e da definição de suas inter-relações é possível, utilizando softwares apropriados, realizar milhares de interações e armazenar os resultados destas interações, criando assim uma distribuição de freqüência dos resultados obtidos para as variáveis definidas como de saída, conforme ilustrado nas figuras abaixo:

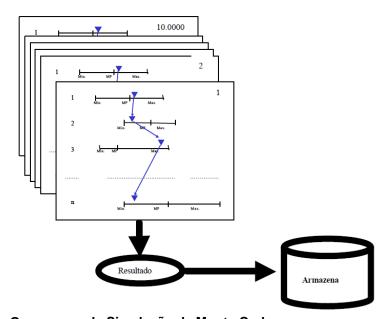


Figura 3 – O processo da Simulação de Monte Carlo

Fonte: Grey (1995)

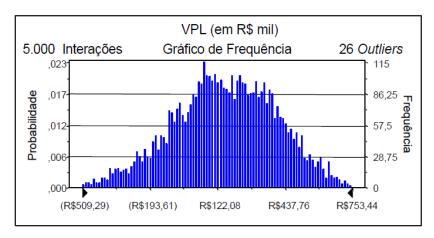


Figura 4 - Distribuição de freqüência tendo como variável de saída o Valor Presente Líquido

Fonte: Grey (1995)

Segundo Souza (2004), partindo-se da distribuição de freqüência da variável de saída pode-se medir a área de interesse desta distribuição. Como exemplo o autor apresenta uma análise que ilustra a distribuição de Valor Presente Líquido – VPL negativo, conforme ilustrado na Figura 5.

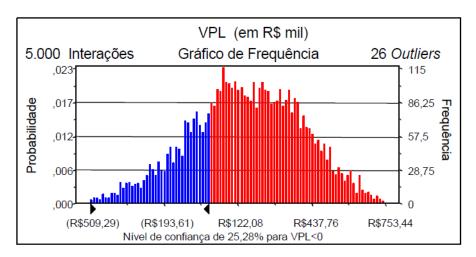


Figura 5 – Análise da Distribuição de freqüência da variável de saída – VPL . P(VPL<0) Fonte: Souza (2004)

Em virtude do requinte técnico inerente ao modelo e das limitações dos modelos de análise de risco convencionais e determinísticos, Correia Neto, Moura e Forte (2002) defendem que a Simulação de Monte Carlo é o método mais completo de mensuração

de risco dos fluxos de caixa da empresa, pois é mais dinâmico nas análises das volatilidades dos fluxos e capta de maneira mais eficiente o relacionamento entre as variáveis que compõem o fluxo de caixa da empresa.

#### 3.4 As Limitações da Simulação de Monte Carlo

Nawrocki (2001), em sua critica ao emprego da Simulação de Monte Carlo em finanças, afirma que a Simulação de Monte Carlo além de muito difícil de implementar, pode levar a decisões incorretas. Ainda segundo o autor, o principal problema desta metodologia é o conjunto de premissas tipicamente adotado na implementação da Simulação de Monte Carlo, que assume distribuições normais e coeficientes de correlação zero, premissas estas que não são representativas dos mercados financeiros.

Outro problema levantado por Nawrocki (2001) e por outros autores como Lewellen e Long (1972), Philippatos (1973), Myers (1976) e Rubinstein (1981) é a grande dificuldade de estabelecer distribuições de freqüência das variáveis, bem como as correlações serial e entre-variáveis.

Sobre este tema, Grey (1995) recomenda a utilização das probabilidades subjetivas. O autor, Clemen e Reilly (2001) e Curry (2002) sugerem que é possível representar qualquer situação através de distribuições uniformes ou triangulares, quando da ausência de série de dados.

Corroborando com a afirmação acima, Savage (1996) afirma que é possível modelar qualquer distribuição como triangular, especificando os valores mínimo, máximo e mais provável, gerando assim uma significante melhora na condição de falta de informação empírica.

Os críticos da Simulação de Monte Carlo têm ainda, historicamente, apontado a dificuldade de se utilizar softwares de simulação, visto que estes necessitavam, no passado, serem rodados em computadores com grande capacidade de processamento. Atualmente, esta situação não é mais verdadeira, pois softwares como Crystal Ball® da Oracle e @Risk® da Palisade Corporation ou mesmo alguns suplementos Microsoft

Excel® são capazes de realizar simulações em computadores pessoais com capacidade de processamento padrão. Esta dissertação, por exemplo, utilizou o Crystal Ball® para a construção de um modelo de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado utilizando Simulação de Monte Carlo.

### 3.5 Evidências Empíricas

Em seu artigo "Risk Analysis in Capital Investiment", publicado em 1964, David Hertz foi o primeiro autor a ilustrar a aplicabilidade da Simulação de Monte Carlo para a teoria financeira. Neste artigo Hertz sugeriu a utilização da Simulação de Monte Carlo na análise de projetos, como forma de mensurar os riscos inerentes fluxos de caixa de cada projeto.

Os estudos mais recentes sobre o tema têm em comum o objetivo de utilizar a Simulação de Monte Carlo para mensurar os riscos inerentes às projeções de fluxo de caixa através do desenvolvimento de modelos estocásticos em detrimento dos modelos determinísticos convencionais.

Já Souza (2004) e Buratto (2005), em suas dissertações de mestrado, aplicam a Simulação de Monte Carlo à análise de crédito. Enquanto o primeiro avalia a utilização de simulações de Monte Carlo na análise de crédito para concessão de financiamentos de longo prazo da Desenbahia, o segundo utiliza a ferramenta para analisar o principal indicador de análise de crédito do Banco Regional de Desenvolvimento do Rio Grande do Sul. Como sugestão para próximos trabalhos, as autores recomendam que novos estudos sobre o tema atentem a questões relacionadas à construção do modelo, como a modelagem das inter-relações entre as variáveis de entrada.

Por sua vez, autores como: Bruni, Famá e Siqueira (1998), Cardoso e Amaral (2000), Sartori, Perez, Silva Junior e Sant'Anna Martins (2006), e Lima, Viana, Levino e Mota (2008) desenvolveram estudos focados na utilização da Simulação de Monte Carlo para a avaliação de projetos, enquanto outros como Corrar (1993) e Correia Neto (2006) analisam o desempenho da ferramenta na avaliação de empresas. Embora apresentem finalidades distintas, tanto os estudos focados em avaliação de projetos como aqueles que têm como foco avaliação de empresas apresentam uma estrutura

comum. Partindo-se de uma projeção de fluxo de caixa, identifica-se as incertezas inerentes aos componentes do fluxo, determina-se as distribuições de probabilidade para essas variáveis, roda-se o processo de simulação e, finalmente, reporta-se os resultados a respeito da variável de interesse, comparando-se com os resultados apresentados por outras técnicas.

Nos casos acima citados, a variável de interesse é o Valor Presente Líquido dos fluxos de caixa. A utilização da Simulação de Monte Carlo permite a construção de uma distribuição de VPL's originados dos diversos cenários possíveis a partir das premissas adotadas, respondendo-se assim diversas questões, como por exemplo, qual o percentual de cenários que resultam num VPL maior que zero.

Os estudos citados chegam à conclusão de que a utilização de simulações na avaliação de projetos e de empresas, quando comparada com as abordagens determinísticas convencionais, permite uma melhor compreensão do risco envolvido no problema em estudo, disponibilizando um leque de informações mais seguras para o tomador da decisão.

#### 4 METODOLOGIA

Conforme Buratto (2005), para a incorporação da Simulação de Monte Carlo ao modelo de avaliação por fluxo de caixa descontado, deve-se partir da projeção realizada, identificar as incertezas decorrentes do fluxo de caixa e determinar as distribuições de probabilidade para essas variáveis. Após a conclusão destes procedimentos, deve-se proceder a simulação e, como conseqüência, será obtida uma distribuição de valores originados de diversos cenários possíveis a partir de premissas adotadas, e não um valor único, que é comumente obtido através da abordagem determinística convencional. Segue ilustração da seqüência adotada neste estudo para a implementação do modelo estocástico utilizando Simulação de Monte Carlo.

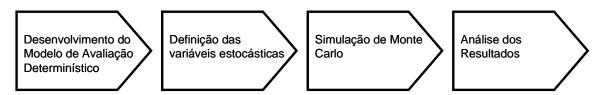


Figura 6 – Seqüência adotada para a implementação do Modelo Estocástico utilizando Simulação de Monte Carlo

Fonte: Elaboração Própria

A metodologia necessária para se desenvolver a seqüência acima descrita está ilustrada neste capítulo e pode ser dividida em duas grandes etapas. A primeira delas dedica-se a construção do modelo determinístico de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado. Já a segunda consiste na identificação das incertezas do modelo determinístico desenvolvido para então realizar-se uma análise estocástica de cenários utilizando Simulação de Monte Carlo, considerando-se assim o risco das premissas adotadas atingirem valores diferentes daqueles projetados no modelo determinístico.

#### 4.1 Empresa Objeto do Estudo

A escolha da Companhia de Saneamento de Minas Gerais S.A. - Copasa como empresa objeto da avaliação ocorreu devido à ampla disponibilidade de informações operacionais, contábeis e financeiras, visto que a empresa é listada na Bolsa de

Valores de São Paulo – Bovespa, e ao fato da empresa possuir uma estrutura de custos e receitas de fácil entendimento, devido à prestação de apenas dois tipos de serviço: abastecimento de água e tratamento de esgoto.

O modelo de avaliação desenvolvido neste estudo baseou-se nas demonstrações contábeis e financeiras auditadas dos últimos quatro anos da Copasa, informações estas disponíveis no site da empresa na área de relação com investidores. A escolha das demonstrações dos últimos quatro anos decorre do fato de que a empresa só começou a se preparar para abrir capital em 2005, o que de fato ocorreu em 2006 quando a empresa abriu capital e ingressou no Novo Mercado, nível mais alto de governança corporativa da Bovespa. No período anterior a esta data, a empresa era gerenciada com um viés político, o que distorcia fortemente seus resultados. Segue visão geral da Copasa de acordo com informações disponíveis no site da empresa:

A Copasa é a segunda maior empresa estadual de saneamento no Brasil considerando-se a receita líquida e tomando-se por base os balanços referentes ao exercício de 2007 publicados pelas dez maiores empresas do setor de saneamento no Brasil e a quarta maior em rentabilidade, considerando-se a pesquisa do Jornal Valor Econômico de agosto de 2008 que define o tamanho das companhias avaliando o lucro por patrimônio líquido.

A Revista Isto É Dinheiro premiou a Copasa como a "Melhor companhia do setor de prestação de serviços de utilidade pública" no ano de 2004, 2005, 2006, 2007 e 2008. No ano de 2007, a COPASA foi eleita a melhor "Companhia de Saneamento básico do País de 2006" pela Revista Conjuntura Econômica da Fundação Getulio Vargas. A empresa também recebeu a premiação de "Melhor empresa nacional no setor de saneamento e limpeza" no ano de 2005 e 2007 da Gazeta Mercantil/IBMEC. No ano de 2008, a Companhia recebeu o prêmio "ABRASCA de Criação de Valor" como a melhor empresa do setor de Saneamento e Serviços de Água e Gás e o prêmio "Melhor empresa do setor de saneamento" promovido pelo Jornal Valor Econômico.

As principais atividades da Companhia compreendem serviços públicos de abastecimento de água e esgotamento sanitário, incluindo planejamento, elaboração de projetos, execução, ampliação, remodelagem e exploração de serviços de saneamento.

Sua atuação é concentrada no Estado de Minas Gerais, que é o terceiro estado economicamente mais produtivo do País, responsável por aproximadamente 9,0% do PIB brasileiro no ano de 2006, segundo dados da Fundação João Pinheiro e que conta com uma população total de aproximadamente 19,5 milhões de habitantes.

Em Dezembro de 2008, a Copasa possuía Concessões para prestação de serviços de abastecimento de água em 611 municípios, atendendo a aproximadamente 12,4 milhões de clientes e concessões para prestação de serviços de esgotamento sanitário em 192 municípios, atendendo a aproximadamente 6,7 milhões de clientes.

Adicionalmente, a Companhia conduz atividades de cooperação técnica no Brasil e no exterior. No Brasil, são realizadas atividades de cooperação técnica em diversos municípios do estado de Minas Gerais e no município de Cuiabá; no exterior são conduzidas atividades de cooperação técnica no Paraguai e em Angola.

Em relação ao desempenho econômico financeiro, a Companhia obteve bons indicadores nos últimos anos. A receita líquida que foi de R\$1,1 bilhão em 2003 atingiu R\$1,9 bilhão em 2007; o Ebitda que foi de R\$400 milhões em 2003 passou para R\$666 milhões em 2007 ou R\$763 milhões quando ajustado por despesas não recorrentes; e o lucro que foi de R\$94,1 milhões em 2003 alcançou R\$329,3 milhões em 2007. No ano de 2008, a receita operacional líquida foi R\$2.060 milhões, o Ebitda ajustado foi de R\$828 milhões e o lucro líquido foi de R\$407 milhões.

### 4.2 Implementação do Modelo de Avaliação Determinístico

Conforme ilustrado anteriormente neste estudo, Copeland, Koller e Murrin (2000) dividem a avaliação determinística de empresas por fluxo de caixa descontado em cinco etapas: análise do desempenho histórico, projeção do desempenho futuro, estimativa do valor residual, estimativa de custo médio ponderado de capital e cálculos dos fluxos de caixa à data atual. A Figura 7 resume a esquemática do modelo determinístico de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado.

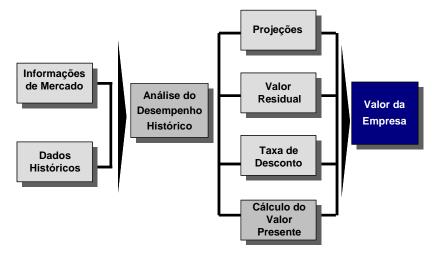


Figura 7 – Esquemática do modelo determinístico de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado.

Fonte: Elaboração Própria

A primeira etapa desenvolvida para a construção do modelo determinístico de avaliação consistiu na análise do desempenho histórico da empresa, objetivando o entendimento do comportamento histórico dos principais direcionadores de receita, bem como das contas patrimoniais e de resultado da Companhia. Foram analisadas as demonstrações dos últimos 4 anos e dos últimos 16 trimestres, APÊNDICES A e B. De acordo com Correia Neto (2006), esta etapa é fundamental para a metodologia de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado, pois os dados coletados na mesma servem de base para a projeção do fluxo de caixa futuro da empresa.

Uma vez finalizada a análise do desempenho histórico, procedeu-se a projeção do desempenho futuro da empresa sob o enfoque operacional, sendo o resultado não-operacional, incluindo o resultado financeiro, avaliado à parte.

A projeção do desempenho futuro dos fluxos de caixa considerou as variáveis que influenciam a operação da empresa e a projeção dos resultados esperados. A identificação dos direcionadores de valor do negócio baseou-se na análise dos demonstrativos históricos e em variáveis macroeconômicas que consideram o ambiente econômico, social e político nos qual a empresa está inserida. As seguintes premissas foram utilizadas para a projeção dos fluxos de caixa da empresa:

- ⇒ As projeções foram expressas em moeda de poder aquisitivo constante, ou seja, as projeções de receitas e despesas não incorporaram nenhum componente inflacionário;
- ⇒ A data-base da avaliação foi dia 31 de dezembro de 2008;
- ⇒ Adotou-se um único cenário projetivo, que considerou as operações futuras da empresa e suas perspectivas;
- ⇒ Os fluxos de caixa foram projetados anualmente de 2009 a 2013;
- ⇒ Utilizou-se o modelo Debt Free, ou seja, as projeções não consideram o endividamento no fluxo de caixa da empresa.
- ⇒ O imposto de Renda e a Contribuição Social sobre o Lucro foram projetados de acordo com a legislação em vigor na data-base da avaliação;
- ⇒ Taxa de depreciação dos ativos atuais e dos novos investimentos foi de 5,9%, o que equivale a taxa média dos últimos 2 anos;

Após a conclusão da etapa do cálculo dos fluxos de caixa futuros, calculou-se o valor residual da empresa. Para tal, assumiu-se que os fluxos de caixa, após o quinto ano de projeção, irão crescer e uma taxa constante para sempre. A taxa de crescimento adotada para a perpetuidade foi de 3% ao ano, taxa de crescimento esta considerada adequada para um empresa em estágio de maturidade.

O passo seguinte ao cálculo dos fluxos de caixa projetados e do valor residual, consistiu na definição da taxa de desconto pela qual os fluxos futuros e o valor residual foram descontados. A taxa de desconto utilizada foi o custo médio ponderado de capital.

Para o cálculo do custo do capital próprio foram utilizados dados históricos da economia norte-americana, disponíveis no site de informações financeiras Bloomberg. Adicionalmente, foram utilizadas informações de longa maturidade coerentes com a perpetuidade assumida por este modelo de avaliação e representativas do comportamento esperado do mercado de referência no longo prazo.

Segue abaixo as premissas adotadas para o cálculo do custo de capital próprio da empresa:

- ⇒ Taxa livre de risco: 5,16% ao ano média aritmética do retorno histórico do título do governo americano - T-bond de janeiro de 2000 à dezembro de 2008;
- ⇒ Retorno esperado da carteira de mercado: 7,10% ao ano média aritmética do retorno histórico da bolsa de Nova York – NYSE, de 1926 à 2008;
- ⇒ Risco Brasil: 2,18% ao ano média aritmética dos últimos 36 meses do Risco Brasil, calculado pela diferença entre as taxas de retorno dos títulos de longo prazo C-Bond brasileiro e T-Bond americano;
- ⇒ Risco específico à critério do avaliador: 3,5% ao ano risco político envolvendo o controle estatal da empresa;
- ⇒ Beta deslavancado: 0,59 beta desalavancado do setor de utilidades, tendo como fonte o site de informações financeiras de Aswath Damodaran, professor da Universidade de Nova York e uma das maiores autoridades mundiais em avaliação de empresas.

Por sua vez, para o cálculo do custo de capital de terceiros considerou-se o custo médio nominal ponderado de todas as fontes de financiamento da empresa.

A última etapa do modelo determinístico de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado desenvolvido neste estudo consistiu no desconto a valor presente dos fluxos de caixa e do valor residual da empresa objeto da avaliação.

# 4.3 Implementação do Modelo de Avaliação Estocástico

Uma vez concluída a construção do modelo determinístico convencional, iniciouse a etapa do desenvolvimento do modelo estocástico utilizando Simulação de Monte Carlo. Esta seção do estudo dedica-se a ilustração detalhada dos passos adotados para a construção do modelo de Simulação de Monte Carlo, que de acordo com Vose (2000) e Evans e Olson (1998), pode ser dividido em cinco etapas a saber:

desenvolvimento conceitual do modelo, construção do modelo de simulação, teste e validação do modelo, desenho de experimentos com a utilização do modelo construído e realização das simulações propriamente ditas e análise dos resultados.

A primeira etapa desenvolvida para a construção do modelo de avaliação estocástico foi o desenvolvimento conceitual do modelo. Segundo Evans e Olson (1998), esta etapa consiste na compreensão e definição do problema em estudo com a definição dos objetivos da pesquisa, assim como a definição das variáveis de entrada e das variáveis de interesse.

Conforme ilustrado anteriormente, o problema decisório que envolve este estudo diz respeito à avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado e suas implicações no processo de apreçamento de ações. Com base no modelo determinístico construído, realizou-se uma avaliação da adequação da metodologia de Simulação de Monte Carlo para a resolução do problema em questão.

Tomando-se com a base a lista de possíveis variáveis de entrada, avaliou-se quais destas seriam modeladas como variáveis de entrada estocásticas do modelo de simulação. Para tal, utilizou-se informações obtidas quando da construção do modelo determinístico e pesquisas à revisão bibliográfica de estudos envolvendo análise estocástica de fluxo de caixa utilizando Simulação de Monte Carlo.

Buratto (2005) no seu estudo sobre aplicação da Simulação de Monte Carlo à análise de crédito produziu um resumo sobre o tratamento dado por alguns estudos a cada uma das possíveis variáveis de entrada de modelos baseados em fluxo de caixa descontado, conforme ilustrado na Tabela 1.

Tomando-se como base a Tabela 1 e considerando o modelo determinístico, pôde-se iniciar a definição das variáveis de entrada do modelo estocástico desenvolvido neste estudo.

Tabela 1 – Modelagem dos componentes do fluxo de caixa em estudos envolvendo Simulação de Monte Carlo

Componente/ Estudo	Bruni, Famá e Siqueira (1998) <sup>1</sup>	Neto, Moura e Forte (2002) <sup>2</sup>	Rodrigues (2003) <sup>3</sup>	Souza (2004) <sup>4</sup>
Receita bruta	Variável de	Variável de	Variável de entrada	Variável de
	entrada	entrada		entrada
Impostos e	% de Receita	% de Receita	% de Receita bruta	Não informado
Devoluções	bruta	bruta		
CPV	% de Receita	% de Receita	% de Receita bruta	Variável de
	bruta	bruta		entrada
Despesas	Determinística	Variável de	Variável de entrada	Variável de
administrativas		entrada		entrada
Despesas com	Determinística	Variável de	Variável de entrada	Variável de
vendas		entrada		entrada
Despesas	Determinística	Variável de	Variável de entrada	Variável de
financeiras		entrada		entrada
Juros do	Determinística	Determinística	Variável de entrada	Variável de
financiamento				entrada
I.R. e C.S.S.L.	% de Resultado	% de Resultado	% de Resultado	Não informado
	operacional	operacional	operacional	
Depreciações	Determinística	Determinística	Variável de entrada	Não informado
utiliza Custos	Variávois ao invés de	CPV e agrupa as	componentes referentes	a Despesas em

utiliza Custos Variáveis ao invés de CPV e agrupa as componentes referentes a Despesas em Despesas fixas;

Fonte: Buratto (2005)

Todos os modelos apresentados na Tabela 1, mais o modelo do próprio Buratto (2005), consideram a receita bruta como uma variável de entrada, com exceção do modelo de Bruni, Famá e Siqueira (1998) que adotou uma decomposição da receita bruta em preço e quantidade. Entretanto, nenhum dos estudo analisados considera os direcionadores de receita como variáveis de entrada.

Conforme ilustrado por Buratto (2005), as variáveis de entrada receita bruta podem ser representadas por sub-componentes, o que foi adotado por este estudo ao considerar a utilização de direcionadores de receita como variáveis de entrada, pois estas são as variáveis que realmente influenciam a quantidade e, consequentemente, a receita em um modelo de preços constantes.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> utiliza *Custos Variáveis* ao invés de *CPV* e agrupa as componentes referentes a Despesas em *Despesas fixas*;

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> agrupa Despesas administrativas e Despesas com vendas em Despesas operacionais;

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> apresenta como *Custos* todas as componentes que envolvem custos e despesas operacionais. Como se trata de um trabalho que avalia a utilização de um modelo por uma instituição financeira, algumas informações não são explicitamente apresentadas.

Os estudos acima citados também não utilizam uma métrica objetiva para definir quais variáveis do modelo determinístico serão utilizados como variáveis de entrada do modelo estocástico. Diferente deste estudo, que adotou uma premissa quantitativa para suportar a decisão sobre quais serão as variáveis de entrada do modelo. Para tal, além de considerar a relevância da sensibilização de cada possível variável de entrada para a consistência interna do modelo e para o resultado da variável de interesse, utilizou-se o coeficiente de variação como métrica quantitativa.

Embora segundo Levine, Berenson e Stephan (2005), a definição sobre se um determinado coeficiente de variação representa uma dispersão pequena, média ou grande é complexa e depende da aplicação dos dados analisados, considerou-se para este estudo que variáveis cujos coeficientes de variação são menores que 10% possuem uma dispersão aceitável para que se utilize o valor médio como premissa, não necessitando portanto serem sensibilizadas. Portanto, só foram consideradas variáveis de entrada do modelo estocástico aquelas variáveis cujos coeficientes de variação superaram o patamar de 10%

Uma vez definidas quais serão as variáveis de entrada relacionadas aos direcionadores de receita, realizou-se o mesmo procedimento para os componentes relacionadas a custos e despesas. Segundo Souza (2004), a análise das variáveis de entrada relacionadas a custos e despesas é realizada baseando-se em estimativas da projeção, em parâmetros setoriais e no histórico dos balanços dos anos anteriores. O autor também sugere a divisão entre custos e despesas fixas e variáveis, divisão esta que foi adotada neste estudo.

O tratamento dado aos custos e despesas variáveis consistiu na analise das variações históricas do percentual de cada um dos custos e despesas sobre a receita líquida, replicando a metodologia adotada no estudo Bruni, Famá e Siqueira (1998). Deste forma, calculou-se se os percentuais destes sobre a receita bruta possuem grande dispersão. Já o tratamento adotado para os custos e despesas considerados fixos, foi de verificar a relevância de cada item para o modelo de avaliação estocástico, bem como de calcular a variação histórica de cada custo e despesa.

Para os demais componentes do fluxo de caixa da empresa, ou seja, volume de investimentos, necessidade de capital de giro, taxa de depreciação e de imposto de renda e contribuição social, as premissas adotadas para o modelo determinístico foram replicadas para o modelo estocástico

Concluída a definição das variáveis de entrada, a próxima atividade da etapa de desenvolvimento conceitual do modelo consistiu na definição da variável de saída. Segundo Buratto (2005), para que se defina a variável de saída a ser utilizada, deve-se ter em mente que a mesma necessita estar diretamente relacionada com o problema de decisão em estudo, servindo como uma medida de referência para alguma dimensão que se queira avaliar.

O presente estudo dedica-se a avaliação estocástica de empresas por fluxo de caixa descontado. Portanto, a variável de saída deveria ser consistente com este objetivo. Ao se analisar estudos de autores que incorporaram a Simulação de Monte Carlo a avaliação de empresas e projetos por fluxo de caixa descontado como: Bruni, Famá e Siqueira (1998), Cardoso e Amaral (2000), Sartori, Perez, Silva Junior e Sant'Anna Martins (2006), Lima, Viana, Levino e Mota (2008), Corrar (1993) e Correia Neto (2006) pôde-se perceber que em todos os casos a variável de interesse ou de saída é o valor presente líquido do fluxo de caixa. A adoção do valor presente líquido como variável de saída da Simulação de Monte Carlo permite a construção de uma distribuição de VPL's originados dos diversos cenários possíveis, respondendo-se assim diversas questões, como por exemplo, qual o percentual de cenários que resultam num VPL maior que zero.

Diferente dos demais estudos, o modelo de avaliação de empresas utilizando Simulação de Monte Carlo objeto deste estudo adotou o preço por ação e não o valor presente líquido como variável de interesse. Este procedimento objetivou aproximar a metodologia científica da Simulação de Monte Carlo com a métrica de preço por ação adotada pelo mercado financeiro, contribuindo assim para o entendimento das vantagens da utilização da Simulação de Monte Carlo no meio profissional.

A adoção do preço por ação como variável de saída da Simulação de Monte Carlo permitiu também a construção de uma distribuição de probabilidade do preço justo da ação originado dos diversos cenários possíveis, respondendo-se assim a diversas questões, como por exemplo, qual a probabilidade da ação está sendo negociada abaixo do seu valor justo e qual o preço ideal de compra e de venda de uma ação com um determinado grau de confiabilidade.

A segunda etapa para a construção do modelo de simulação caracterizou-se pela construção do modelo de simulação propriamente dito. De acordo com Buratto (2005), esta etapa inclui o desenvolvimento de fórmulas e equações apropriadas, a coleta de dados necessários, a determinação das distribuições de probabilidades associadas às variáveis de entrada e suas correlações e finalmente, a construção ou definição de uma forma para registrar os dados.

Considerando que para o desenvolvimento do modelo de avaliação determinístico apresentado anteriormente neste estudo, já coletou-se todos os dados necessários e desenvolveu-se uma planilha de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado utilizando o Microsoft Excel®, partiu-se para a avaliação das questões relacionadas a modelagem das variáveis estocásticas de entrada, ou seja, a definição das distribuições de probabilidade associadas a cada variável estocástica de entrada e a definição das correlações entre as mesmas.

De acordo com Grey (1995), na construção de modelos de avaliação de risco não se procura representar dados anteriormente medidos, até porque dificilmente eles existem. O que se procura é descrever a crença existente sobre a incerteza de valores e eventos através de funções densidades de probabilidades, que possam ser utilizadas nas amostragens aleatórias dos valores simulados. Este posicionamento é sustentado também por Savage (1996), Evans e Olson (1998) e Clemen e Reilly (2001).

Partindo-se da afirmação acima e tomando-se como base as demonstrações históricas da empresa foram construídas séries históricas de cada uma das variáveis de entrada. A construção destas séries teve como objetivo testar o ajuste da série de dados as distribuições normal, lognormal, triangular, uniforme, exponencial, logística e

Pareto. Para o teste de ajuste foi utilizado o software de simulação Cristal Ball® da Oracle e tomou-se como base os critérios de Kolmogorov-Smirnoff, Qui-quadrado e Anderson-Darling, APÊNDICE C.

O desenho dos experimentos foi a terceira etapa percorrida para a construção do modelo de simulação objeto deste estudo. Segundo Buratto (2005), esta etapa envolve a determinação de questões a serem respondidas pelo modelo e de especificações no software utilizado para a realização da simulação.

Conforme descrito anteriormente, o software utilizado para a execução das simulações foi o Crystal Ball® da Oracle, que funciona como um suplemento do Microsoft Excel®. Definiu-se que o número de simulações a serem realizadas seria 10.000, número este que segundo Souza (2004) é grande o suficiente para permitir que os resultados (média e desvio-padrão das variáveis de saída) se estabilizem, além de permitir que se obtenham gráficos com uma maior densidade de pontos.

Quanto ao processo amostral, optou-se pela utilização do método de Monte Carlo. Método este, que segundo Buratto (2005), tem como foco principal a análise da distribuição gerada como um todo e não na acurácia das estatísticas geradas pelas simulações, caso em que seria recomendado o uso do método Hipercubo Latino.

Com o objetivo de aumentar a precisão do modelo, utilizou-se também o dispositivo de controle de precisão do Cristal Ball®. Este procedimento, segundo Weckman, Hardy e Wainwright (2000), implica no aumento do nível de precisão dos resultados, pois à medida que a simulação vai se desenvolvendo, são calculadas as médias dos resultados obtidos, até que a variação dessas médias esteja dentro do intervalo de precisão definido, quando então o processo é interrompido.

A última etapa desempenhada para a construção do modelo estocástico objeto deste estudo foi a realização das simulações com base no desenho de experimento para que se pudesse obter o conjunto de informações especificado, permitindo assim a análise dos resultados.

#### **5 RESULTADOS**

# 5.1 Resultados do Modelo de Avaliação Determinístico

### 5.1.1 Análise do Desempenho Histórico

Nesta etapa, foram considerados como direcionadores de receita a população da área atendida, o nível de cobertura de água e esgoto, o volume médio e a quantidade de pessoas por ligação e as tarifas dos serviços de abastecimento de água e tratamento de esgoto. A Tabela 2 ilustra o desempenho histórico dos direcionadores de receita da empresa.

Tabela 2 – Desempenho Histórico dos Direcionadores de Receita

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE MINAS GERAIS S.A COPASA							
	Desem	penho Histórico [	Direcionadores Rec	ceita			
	2005	2006	2007	2008			
Operação - Água							
População da área atendida	11.398.158	11.782.533	12.258.824	12.655.102			
Crescimento da população das concessões de água		3,4%	4,0%	3,2%			
População atendida - água	11.136.000	11.508.000	11.983.000	12.402.000			
Nível de cobertura de água	97,7%	97,7%	97,8%	98,0%			
Pessoas/ligação (água)	3,80	3,79	3,78	3,78			
Ligações água	2.928.091	3.036.041	3.174.254	3.278.101			
Crescimento no número de ligações (%)	0%	3,7%	4,6%	3,3%			
Volume/ligação (m3/ano) - água	210,9	189,6	185,8	181,4			
Volume vendido de água (1000 x m3)	617.600	575.671	589.718	594.644			
Crescimento do volume vendido em m3		-6,8%	2,4%	0,8%			
Tarifa água (R\$/m3)	1,83	2,30	2,64	2,92			
Receita Bruta com água	1.133.166	1.323.966	1.559.249	1.734.441			
Operação - Esgoto							
População da área atendida	6.769.976	7.088.995	7.615.563	8.282.717			
Crescimento da população das concessões de esgoto		4,7%	7,4%	8,8%			
População atendida - esgoto	5.592.000	5.791.000	6.244.000	6.791.000			
Nível de cobertura de esgoto	82,6%	81,7%	82,0%	82,0%			
Pessoas/ligação (esgoto)	4,20	4,16	4,11	4,07			
Ligações de esgoto	1.330.000	1.392.232	1.519.146	1.667.647			
Crescimento no número de ligações (%)		4,7%	9,1%	9,8%			
Volume/ligação (m3/ano) - esgoto	239,7	218,3	209,1	195,7			
Volume vendido de esgoto (1000 x m3)	318.856	303.869	317.726	326.406			
Crescimento do volume vendido em m3		-4,7%	4,6%	2,7%			
Tarifa esgoto (R\$/m3) - coleta + tratamento	1,58	1,78	1,63	1,71			
% tarifa de esgoto / água	86,2%	77,4%	61,6%	58,5%			
Receita Bruta com esgoto	504.466	541.071	517.584	556.620			
Número de Ligações (água + esgoto)	4.258.091	4.428.273	4.693.400	4.945.748			
Receita Bruta Total	1.637.632	1.865.037	2.076.833	2.291.061			

Fonte: Elaboração própria

Alguns comentários são necessários quando da análise da tabela abaixo, visto que as premissas de projeção adotadas consideraram, além de dados de mercado, o desempenho histórico da companhia.

Conforme observado na Tabela 2, dois dos principais direcionadores de receita de abastecimento de água analisados não apresentaram grandes variações ao longo do tempo. O nível de cobertura de abastecimento de água permaneceu em torno de 97,8% e a quantidade de pessoas por ligação de água se mantém em aproximadamente 3,79. Por sua vez, o crescimento da população da área atendida, o volume em m3 por ligação de água e a tarifa média praticada sofreram importantes variações ao longo do tempo, indicando que estes direcionadores de receita apresentam uma maior dificuldade de projeção.

Já quando analisou-se a operação de tratamento de esgoto observou-se que população da área atendida cresceu a taxas que apresentam volatilidade, que o nível de cobertura de situou-se em torno de 82% e que a quantidade de pessoas por ligação esgoto é de aproximadamente 4,14. Finalmente, pôde-se observar que a tarifa média por m3 de esgoto tratado e o volume em m3 por ligação de esgoto sofreram variações importantes ao longo do tempo.

A segunda etapa da análise do desempenho histórico consistiu na análise vertical e horizontal nas contas patrimoniais da empresa, conforme ilustrado na Tabela 3:

A análise da evolução histórica dos ativos da empresa permitiu a observação de um forte incremento no ativo circulante no ano de 2006 e a manutenção desta conta em um patamar que varia entre 20% a 24% do ativo total. A ativo não circulante situa-se entre 5% a 7% do ativo total, não sofrendo grandes variações. Finalmente, quando analisou-se o ativo permanente observou-se uma redução relevante em termos relativos desta conta no ano de 2007 e a manutenção da mesma em um nível entre 67% a 70% do ativo total.

Tabela 3 – Análise Vertical e Horizontal das Contas Patrimoniais

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE MINAS GERAIS S.A COPASA									
ANÁLISE VERTICAL E HORIZONTAL									
Balanço Patrimonial R\$ (mil)	20	2005   2006   20				07	008		
		% Ativo Total		% Ativo Total		% Ativo Total		% Ativo Total	
Ativo Circulante	336.847	9%	1,140,241	23%	1,374,216	24%	1,228,536	20%	
% Cresc.			238,5%		20,5%		-10,6%		
Caixa & Investimentos	63.089	2%	768.676	16%	989.493	17%	786.128	13%	
Recebíveis	234.346	7%	326.995	7%	349.177	6%	408.307	7%	
Estoque	21.335	1%	26.780	1%	26.512	0%	24.856	0%	
Outros	18.077	1%	17.790	0%	9.034	0%	9.245	0%	
Ativo não circulante % Cresc.	218.386	6%	245.376 12,4%	5%	345.063 40,6%	6%	420.464 21,9%	7%	
78 Cresc.			12,470		40,078		21,370		
Ativo Permanente	3.031.199	85%	3.539.032	72%	4.044.833	70%	4.601.642	74%	
% Cresc.			16,8%		14,3%		13,8%		
Imobilizado	5.181.315		5.675.372		6.368.470		7.133.860		
depreciação acumulada	(2.151.081)		(2.298.428)		(2.507.724)		(2.735.999)		
Imobilizado Líquido	3.030.234	84%	3.376.944	69%	3.860.746	67%	4.397.861	70%	
intangível			161.123	3%	182.868	3%	190.020	3%	
Investimentos	965	0%	965	0%	1.219	0%	13.761	0%	
Ativo Total	3.586.432		4.924.649		5.764.112		6.250.642		
% Cresc.			37,3%		17,0%		8,4%		
		% Passivo Total		% Passivo Total		% Passivo Total		% Passivo Total	
Passivo Circulante	372.034	10%	538.134	11%	521.670	9%	548.051	9%	
% Cresc.			44,6%		-3,1%		5,1%		
Fornecedores	55.298	2%	122.314	2%	92.600	2%	70.117	1%	
Outras	225.649	6%	304.968	6%	318.218	6%	300.061	5%	
Endividamento de Curto Prazo	91.087	3%	110.852	2%	110.852	2%	177.873	3%	
Passivo não circulante	1.156.891	32%	1.129.464	23%	1.731.084	30%	1.899.290	30%	
% Cresc.			-2,4%		53,3%		9,7%		
Dívida de longo prazo	849.007	24%	922.775	19%	1.314.735	23%	1.465.603	23%	
Outros passivos	307.884	9%	206.689	4%	416.349	7%	433.687	7%	
Patrímonio Líquido	2.057.507	57%	3.257.051	66%	3.511.358	61%	3.803.301	61%	
% Cresc.			58,3%		7,8%		8,3%		
Ações	1.715.989	48%	2.632.242	53%	2.632.242	46%	2.632.265	42%	
Lucro acumulado	341.518	10%	624.809	13%	879.116	15%	1.171.036	19%	
Passivo Total	3.586.432		4.924.649		5.764.112		6.250.642		
% Cresc.			37,3%		17,0%		8,4%		

Fonte: Elaboração própria

Como última etapa da análise do desempenho histórico, realizou-se a análise vertical e horizontal das contas de resultado da empresa para se obter o comportamento histórico dos custos, despesas e receitas, conforme demonstrado na Tabela 4:

A análise vertical e horizontal das contas de resultado da empresa ilustrou que a receita bruta vem crescendo, recorrentemente, a taxas superiores a 10% ao passo que as deduções sobre receita bruta não apresentaram grandes oscilações, situando-se em torno de 10%.

O custo dos serviços prestados encontra-se entre 34% a 37% da receita líquida, apresentando uma variação de 3 pontos percentuais de 2005 para 2008. Já as despesas com vendas variam entre 6% e 9% da receita líquida.

As despesas operacionais e administrativas apresentaram uma forte redução ao longo do tempo, passando de 18% da receita líquida em 2005 para 14% em 2008, o que indica que o crescimento da companhia tem ajudado na diluição dos custos fixos sobre uma base maior de receita. Por sua vez, os outros resultados operacionais normalmente são negativos, atingindo um pico de 7% da receita líquida em 2007.

Finalmente, o EBITDA apresenta-se sempre em patamares superiores a 35% da receita líquida, tendo como percentual mínimo 35,8% em 2007 e máximo de 40,3% em 2008.

Tabela 4 – Análise Vertical e Horizontal das Contas de Resultado

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE MINAS GERAIS S.A COPASA									
ANTO DE VERTO DE LA CONTROLE DEL CONTROLE DE LA CONTROLE DEL CONTROLE DE LA CONTR									
ANÁLISE VERTICAL E HORIZONTAL           Demostração do Resultado R\$ (mil)         2005         2006         2007         2008									
Demostração do Resultado R\$ (IIIII)	200	% RB	200	% RB	200	% RB	200	% RB	
Receita Bruta	1.637.632	100%	1.865.037	100%	2.076.833	100%	2.291.061	100%	
% Cresc.	1.037.032	10076	13,9%	10076	11,4%	10070	10,3%	10076	
Serviços de água	1.133.166	69%	1.323.966	71%	1.559.249	75%	1.734.441	76%	
Serviçõs de Esgoto	504.466	31%	541.071	29%	517.584	25%	556.620	24%	
Deduções de receita	(161.054)	-10%	(183.125)	-10%	(213.357)	-10%	(236.746)	-10%	
		% RL		% RL		% RL		% RL	
Receita Líguida	1.476.578	100%	1.681.912	100%	1.863.476	100%	2.054.315	70 KL	
CSP	(505.501)	-34%	(571.456)	-34%	(687.359)	-37%	(754.593)	-37%	
Depreciação	(206.199)	-14%	(199.457)	-12%	(198.768)	-11%	(227.285)	-11%	
Lucro Bruto	764.878	52%	910.999	54%	977.349	52%	1.072.437	52%	
% Cresc.			19,1%		7,3%		9,7%		
Despesas Com Vendas	(134.318)	-9%	(140.286)	-8%	(110.665)	-6%	(151.110)	-7%	
% Cresc.	,		4,4%		-21,1%		36,5%		
Despesas Oper. e Adm.	(264.639)	-18%	(301.194)	-18%	(272.765)	-15%	(289.878)	-14%	
% Cresc.	44.004	40/	13,8%	40/	-9,4%	70/	6,3%	40/	
Outro resultado operacional EBIT	14.381 <b>380.302</b>	1% <b>26%</b>	(12.632) <b>456.887</b>	-1% <b>27%</b>	(126.475) <b>467.444</b>	-7% <b>25%</b>	(30.704) <b>600.746</b>	-1% <b>29%</b>	
% Cresc.	380.302	26%		21%	_	25%		29%	
% Cresc.			20,1%		2,3%		28,5%		
Receita/Despesa Financeira	(157.250)	-11%	(24.435)	-1%	(30.797)	-2%	(74.315)	-4%	
Equivalência Patrimonial	` '	0%		0%	, ,	0%	(18.424)	-1%	
Lucro operacional (não ajustado)	223.052	15%	432.453	26%	436.647	23%	508.007	25%	
Resultado Não Operacional	(1.447)	0%	(806)	0%		0%		0%	
Lucro antes do Impostos	221.605	15%	431.647	26%	436.647	23%	508.007	25%	
·									
Taxa Efetiva de Imposto	30%	0%	33%	0%	-33%	0%	-37%	0%	
Impostos a pagar	(65.868)	-4%	(141.986)	-8%	(142.042)	-8%	(185.504)	-9%	
Lucro depois de impostos	155.737	11%	289.661	17%	294.605	16%	322.503	16%	
Reversão do juros sobre capital	_	0%	90.688	5%	79.208	4%	115.861	6%	
Participação Estatutária	(19.549)	-1%	(23.911)	-1%	(20.821)	-1%	(24.612)	-1%	
Lucro líquido	136.188	9%	356.438	21%	352.992	19%	413.752	20%	
EBITDA	586.498	39,7%	656.344	39,0%	666.212	35,8%	828.030	<u>40,3</u> %	

Fonte: Elaboração Própria

# 5.1.2 Projeções

Segundo Stickney, Brown e Wahlen (2004), ao se avaliar uma empresa em que as receitas e os custos venham crescendo a taxas relativamente constantes ao longo do tempo e que não exista nenhuma indicação que fatores econômicos, fatores específicos da indústria ou da empresa irão se modificar drasticamente, as taxas de crescimento históricas podem ser um bom indicador das taxas futuras. Partindo-se desta premissa e considerando a característica do modelo de negócio da empresa, ou seja, um monopólio, as projeções dos direcionadores de receita foram realizadas com base no desempenho histórico conforme premissas a seguir:

- ⇒ Crescimento da população da área atendida por abastecimento de água: 3,18% ao ano – crescimento médio anualizado dos últimos 15 trimestres;
- ⇒ Nível de cobertura do serviço de abastecimento de água: 97,81% cobertura média dos últimos 16 trimestres;
- ⇒ Número de pessoas por ligação de água: 3,79 número médio dos últimos 16 trimestres;
- ⇒ Volume médio por ligação de água: de 194,56 m3/ano volume médio anualizado dos últimos 16 trimestres;
- ⇒ Tarifa média do serviço de abastecimento de água: R\$ 2,92 por m3 tarifa média do ano de 2008, pois considerou-se o preço constante ao longo de todo período projetivo já que a tarifa é reajustada pela inflação e o modelo construído é de preços e custos constantes;
- ⇒ Crescimento da população da área atendida por tratamento de esgoto: 5,94% ao ano – crescimento médio anualizado dos últimos 15 trimestres;
- ⇒ Nível de cobertura do serviço de tratamento de esgoto: 82,17% cobertura média dos últimos 16 trimestres;
- ⇒ Número de pessoas por ligação de esgoto: 4,15 número médio dos últimos 16 trimestres;

- ⇒ Volume médio por ligação de esgoto: 221,6 m3/ano volume médio anualizado dos últimos 16 trimestres;
- ⇒ Tarifa média do serviço de tratamento de esgoto: R\$ 1,71 por m3 tarifa média do ano de 2008, pois considerou-se o preço constante ao longo de todo período projetivo já que a tarifa é reajustada pela inflação e o modelo construído é de preços e custos constantes;

Partindo-se da mesma premissa de que as operações da empresa apresentam um grau razoável de previsibilidade, as projeções de deduções, custos e despesas também foram realizadas com base no desempenho histórico, conforme premissas a seguir:

- ⇒ Deduções sobre Receita Bruta: 10,1% da receita bruta percentual de dedução médio dos últimos 16 trimestres;
- ⇒ Custo dos serviços prestados CSP: 35,5% da receita líquida percentual médio dos últimos 16 trimestres;
- ⇒ Despesas com Vendas: 7,7% da receita líquida percentual médio dos últimos 16 trimestres;
- ⇒ Despesas operacionais e administrativas: crescimento médio de 2,85% ao ano - crescimento médio anualizado dos últimos 15 trimestres;
- ⇒ Outros Resultados Operacionais: Valor fixo de R\$ (38.858) mil valor médio anualizado dos últimos 16 trimestres:

As Tabelas 5 e 6 apresentam as projeções dos direcionadores de receita e da Receita Bruta e as projeções de deduções, custos e despesas da empresa para os próximos cinco anos, respectivamente:

Tabela 5 – Projeção dos Direcionadores de Receita e da Receita Bruta

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE MINAS GERAIS S.A COPASA							
	De	esempenho Pro	ojetado Direcio	nadores Rece	ita		
	2009	2010	2011	2012	2013		
Operação - Água							
População da área atendida	13.058.017	13.473.761	13.902.741	14.345.379	14.802.110		
Crescimento da população das concessões de água	3,2%	3,2%	3,2%	3,2%	3,2%		
População atendida - água	12.779.446	13.186.321	13.606.149	14.039.344	14.486.331		
Nível de cobertura de água	97,9%	97,9%	97,9%	97,9%	97,9%		
Pessoas/ligação (água)	3,79	3,79	3,79	3,79	3,79		
Ligações água	3.371.886	3.479.240	3.590.013	3.704.312	3.822.251		
Crescimento no número de ligações (%)	2,9%	3,2%	3,2%	3,2%	3,2%		
Volume/ligação (m3/ano) - água	193,3	193,3	193,3	193,3	193,3		
Volume vendido de água (1000 x m3)	651.953	672.710	694.128	716.228	739.031		
Crescimento do volume vendido em m3	9,6%	3,2%	3,2%	3,2%	3,2%		
Tarifa água (R\$/m3)	2,92	2,92	2,92	2,92	2,92		
Receita Bruta com água	1.901.599	1.962.142	2.024.613	2.089.073	2.155.586		
Operação - Esgoto							
População da área atendida	8.774.300	9.295.058	9.846.723	10.431.129	11.050.221		
Crescimento da população das concessões de esgoto	5,9%	5,9%	5,9%	5,9%	5,9%		
População atendida - esgoto	7.215.867	7.644.131	8.097.814	8.578.422	9.087.554		
Nível de cobertura de esgoto	82,2%	82,2%	82,2%	82,2%	82,2%		
Pessoas/ligação (esgoto)	4,14	4,14	4,14	4,14	4,14		
Ligações de esgoto	1.741.701	1.845.071	1.954.577	2.070.582	2.193.472		
Crescimento no número de ligações (%)	4,4%	5,9%	5,9%	5,9%	5,9%		
Volume/ligação (m3/ano) - esgoto	220,3	220,3	220,3	220,3	220,3		
Volume vendido de esgoto (1000 x m3)	383.659	406.429	430.551	456.104	483.174		
Crescimento do volume vendido em m3	17,5%	5,9%	5,9%	5,9%	5,9%		
Tarifa esgoto (R\$/m3) - coleta + tratamento	1,71	1,71	1,71	1,71	1,71		
% tarifa de esgoto / água	58,5%	58,5%	58,5%	58,5%	58,5%		
Receita Bruta com esgoto	654.253	693.083	734.218	777.794	823.956		
Número de Ligações (água + esgoto)	5.113.586	5.324.312	5.544.590	5.774.894	6.015.723		
Receita Bruta Total	2.555.852	2.655.225	2.758.831	2.866.867	2.979.542		

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 6 – Projeção de Deduções, Custos e Despesas

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE MINAS GERAIS S.A COPASA										
Desempenho Projetado Deduções, Custos e Despesas										
Demostração do Resultado R\$ (mil)	2009	9	2010	)	2011	_	2012		2013	
Deduções de receita	(258.293)	% RB -10,1%	(268.336)	% RB -10,1%	(278.806)	% RB -10,1%	(289.723)	% RB -10,1%	(301.110)	% RB -10,1%
Custos CSP	(818.928)	% RL -35,5%	(850.767)	% RL -35,5%	(883.963)	% RL -35,5%	(918.578)	% RL -35,5%	(954.679)	% RL -35,5%
<b>Despesas</b> Despesas Com Vendas	(178.022)	-7,7%	(184.944)	-7,7%	(192.160)	-7,7%	(199.685)	-7,7%	(207.533)	-7,7%
% Cresc. Despesas Oper. e Adm.	<b>11,7%</b> (302.887)	-13,1%	<b>3,9%</b> (311.508)	-13,0%	<b>3,9%</b> (320.375)	-12,9%	<b>34,6%</b> (329.494)	-12,7%	<b>134,6%</b> (338.872)	-12,6%
% Cresc. Outro resultado operacional	<b>2,8%</b> (38.858)	-1,7%	<b>2,8%</b> (38.858)	-1,6%	<b>2,8%</b> (38.858)	-1,6%	<b>2,8%</b> (38.858)		<b>2,8%</b> (38.858)	
EBITDA	970.334	42,0%	1.012.726	42,2%	1.057.045	42,2%	1.103.386	42,3%	1.151.848	42,3%

Fonte: Elaboração Própria

Uma vez realizadas as projeções de receitas, custo e despesas da empresa, outros dois componentes do fluxo de caixa necessitaram ser projetados, o capital de giro e necessidade de reinvestimentos.

O cálculo da necessidade de capital de giro e da necessidade de reinvestimentos foi realizado com base no desempenho histórico. As seguintes premissas foram adotadas para o cálculo de capital de giro e da necessidade de reinvestimentos:

- ⇒ Prazo médio de recebimento: 67 dias prazo médio dos últimos 4 anos;
- ⇒ Prazo médio de estoque: 14 dias prazo médio dos últimos 4 anos;
- ⇒ Prazo médio de pagamento a fornecedores: 50 dias prazo médio dos últimos 4 anos;
- ⇒ Prazo médio de pagamento de outros passivos circulantes: 227 dias prazo médio dos últimos 4 anos.
- ⇒ Investimento 2009 a 2013: R\$ 537.115 mil ao ano investimento do ano de 2008:

O resumo do fluxo de caixa projetado da empresa pode ser observado na Tabela 7. Nesta tabela pode-se observar também as projeções de EBITDA, da variação de capital de giro, dos investimentos e do Imposto de Renda e da Contribuição Social.

Tabela 7 – Projeção de Fluxo de Caixa

2000		de Caixa Pro	jetado	
2009	2010	2011	2012	2013
970.559	1.013.404	1.058.230	1.105.139	1.154.234
(29.822)	(5.689)	(6.016)	(6.361)	(6.726)
940.737	1.007.715	1.052.214	1.098.778	1.147.50
(537.115)	(537.115)	(537.115)	(537.115)	(537.115
(152.110)	(161.290)	(165.757)	(170.931)	(176.849
	(29.822) <b>940.737</b> (537.115)	(29.822) (5.689) <b>940.737 1.007.715</b> (537.115) (537.115)	(29.822)       (5.689)       (6.016)         940.737       1.007.715       1.052.214         (537.115)       (537.115)       (537.115)	(29.822)     (5.689)     (6.016)     (6.361)       940.737     1.007.715     1.052.214     1.098.778       (537.115)     (537.115)     (537.115)     (537.115)

Fonte: Elaboração Própria

#### 5.1.3 Definição da Taxa de Desconto

Conforme especificado na etapa de metodologia, o Custo Médio Ponderado de Capital – CMPC foi a taxa de desconto adotada neste estudo para o desconto dos fluxos de caixa e da perpetuidade. O custo de capital próprio foi calculado utilizando-se o modelo CAPM e o custo nominal de capital de terceiros foi definido como sendo o custo médio ponderado de todas as fontes de financiamento da empresa objeto da análise, conforme demonstrado na Tabela 8:

Tabela 8 – Custo Médio Ponderado do Capital de Terceiros

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE MINAS GERAIS S.A COPASA								
Composição do C	usto da Dívida	em 31/12/2009						
Financiamento	Valor em R\$ mil	Custo Anual Efetivo	% Dívida Total	Ponderação				
Caixa Econômica Federal	673.848,00	10,61%	41,00%	4,35%				
Governo Estadual Banco de Desenvolvimento de Minas Gerais	28.959,00	15,38%	1,76%	0,27%				
Tesouro Nacional	173.277,00	5,74%	10,54%	0,61%				
BNDES	13.394,00	8,14%	0,81%	0,07%				
União Federal	94.050,00	1,79%	5,72%	0,10%				
Debênture Primeira Emissão	259.813,00	10,05%	15,81%	1,59%				
Debênture Segunda Emissão	400.135,00	8,69%	24,35%	2,12%				
Total	1.643.476,00		Custo da Dívida	9,10%				

Fonte: Elaboração Própria

O custo médio ponderado de 9,10% ao ano acima apresentado corresponde ao custo nominal do capital de terceiros, para o cálculo do custo efetivo, considerou-se o benefício fiscal da alavancagem.

Após a cálculo do custo de capital próprio e de terceiros, pôde-se enfim obter o Custo Médio Ponderado de Capital da empresa. Como o modelo de fluxo de caixa projetado foi o real, utilizou-se uma taxa de desconto real, ou seja, que não considerou a inflação. Para realizar tal ajuste, extraiu-se do CMPC nominal obtido, 12,30% ao ano, a taxa de inflação americana projetada de 2%, percentual projetado pela *NABE* – *Nacional Association of Business Economics*, obtendo-se assim um CMPC real de 10,10% ao ano, conforme ilustrado na Tabela 9.

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE MINAS GERAIS S.A. - COPASA Cálculo do Custo Médio Ponderado de Capital Custo do capital próprio Custo do capital de terceiros Taxa livre de risco (US T-Bond) Prêmio de mercado de grandes empresas (Retorno Histórico NYSE) 7,10% Beta Desalavançado 0,59 Beta Alavancado 0.76 Risco País (Spread Emissão Soberana Brasileira) 2,18% Risco específico relacionado 3,50% Custo do capital de terceiros (a) Custo do capital próprio 15,03% (a) Participação do capital de terceiros (b) Participação do capital próprio 69,8% (b) Taxa efetiva de imposto de renda 10,49% Custo do capital próprio ponderado (a x b) Custo do capital de terceiros ponderado 1,81% **CMPC** nominal 12,30% Taxa de inflação Americana projetada 2,00% CMPC real 10,10%

Tabela 9 – Cálculo do Custo Médio Ponderado do Capital

Fonte: Elaboração Própria

# 5.1.4 Desconto dos Fluxos de Caixa e Avaliação

Utilizando-se a fórmula descrita no capítulo de metodologia, descontou-se o valor presente dos fluxos de caixa e a perpetuidade da empresa, conforme observado na Tabela 10.

Tabela 10 – Fluxo de Caixa e Perpetuidade a Valor Presente da Copasa

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE MINAS GERAIS S.A COPASA							
			Fluxo de C	aixa Projetad	0		
	2009	2010	2011	2012	2013	Perpetuidade	
EBITDA	970.559	1.013.404	1.058.230	1.105.139	1.154.234	1.154.234	
. Variação de Capital de Giro	(29.822)	(5.689)	(6.016)	(6.361)	(6.726)	(6.726)	
EBITDA (Líquido de Capital de Giro)	940.737	1.007.715	1.052.214	1.098.778	1.065.576	1.065.576	
. Investimentos	(537.115)	(537.115)	(537.115)	(537.115)	(537.115)	(537.115)	
. Imposto de Renda e Contribuição Social	(152.110)	(161.290)	(165.757)	(170.931)	(176.849)	(176.849)	
Fluxo de Caixa da Empresa	<u>251.512</u>	309.310	349.342	390.732	433.544	433.544	
Taxa de Desconto ==>	0,908	0,825	0,749	0,680	0,618	0,618	
Fluxo de Caixa a Valor Presente	228.435	<u>255.155</u>	<u>261.737</u>	265.888	267.952	3.886.081	

Fonte: Elaboração Própria

Para finalizar a avaliação, realizou-se o ajuste da dívida líquida, que consiste no valor total da dívida menos as disponibilidades na data-base da avaliação, dia 31/12/2008. Este procedimento foi realizado pois como o endividamento não foi

projetado nos fluxos de caixa, o valor da dívida foi subtraído do valor da empresa, para se obter o valor patrimonial ou *Equity Value*. Finalmente, para o cálculo do valor da ação, dividiu-se o *Equity Value* pela quantidade de ações da empresa, conforme ilustrado na Tabela 11.

Tabela 11 – Resumo da Avaliação Determinística da Copasa

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE MINAS GERAIS S.A COPASA							
Resumo da Avaliação							
Fluxo de Caixa a Valor Presente	1.279.167						
(+) Perpetuidade	3.886.081						
Enterprise Value / EV / Valor da Empresa	5.165.248						
(+) Ajustes Diversos	(1.291.035)						
Equity Value / Valor Patrimonial	3.874.213						
Número de Ações	115.165						
Preço por ação	33,64						

Fonte: Elaboração Própria

# 5.2 Resultados do Modelo de Avaliação Estocástico

#### 5.2.1 Desenvolvimento Conceitual do Modelo

Considerando que a seção de desenvolvimento conceitual do modelo tem como principal finalidade a definição das variáveis de entrada e das variáveis de interesse e que o modelo adotado utilizou o coeficiente de variação como métrica quantitativa, segue descrição dos procedimentos adotados para a definição das variáveis estocásticas de entrada e da variável de saída.

Partindo-se do modelo determinístico, definiu-se que os seguintes componentes poderiam ser modelados como variável de entrada do modelo estocástico: crescimento da população da área atendida, nível de cobertura de água e esgoto, volume médio por ligação de água e esgoto, quantidade de pessoas por ligação de água e esgoto, tarifas dos serviços de abastecimento de água e tratamento de esgoto, deduções sobre

vendas, custo dos serviços prestado – CSP, despesas com vendas, despesas administrativas e outro resultado operacional.

Para o cálculo dos coeficientes de variação de cada possível variável de entrada foram utilizados os resultados da empresa dos últimos 16 trimestres, bem como assumiu-se que os resultados históricos se constituem em um bom indicativo dos resultados futuros, premissa esta bastante coerente se consideramos que trata-se de uma empresa de utilidades que detém monopólio na prestação dos seus serviços na sua área geográfica de atuação. Segue abaixo os critérios de escolha de cada variável de entrada do modelo estocástico relacionadas aos direcionadores de receita:

- ⇒ Crescimento da população da área atendida por abastecimento de água: considerada como variável de entrada, pois o crescimento deste indicador, além de possuir uma forte dispersão, implica no aumento da base de clientes da empresa, principal direcionador do volume de água tarifado coeficiente de variação de 40,3%;
- ⇒ Nível de cobertura do serviço de abastecimento de água: não considerada como variável de entrada, pois este percentual apresentou um comportamento praticamente estável nos últimos 16 trimestres e já parece dá sinais de ter atingido um percentual próximo do limite máximo factível de ser atingido - coeficiente de variação de 0,33%;
- ⇒ Número de pessoas por ligação de água: não considerada como variável de entrada, pois este indicador possui, historicamente, um baixo grau de dispersão, refletindo um componente demográfico da região que não deverá se alterar ao longo do tempo - coeficiente de variação de 0,41%;
- ⇒ Volume médio por ligação de água: não considerada variável de entrada, pois a pequena variação deste indicador corrobora para a constatação do os hábitos de consumo de água não se modificam ao longo do tempo coeficiente de variação de 6,8%;
- ⇒ Tarifa média do serviço de abastecimento de água: não considerada como variável de entrada, pois as variações históricas e futuras da tarifa foram e

- serão consequência de repasses inflacionários. Como o modelo desenvolvido foi de preços e custos constantes, o preço da data base da avaliação será o preço real, em moeda constante, da tarifa no futuro;
- ⇒ Crescimento da população da área atendida por tratamento de esgoto: considerada como variável de entrada, pois, além de possuir forte dispersão, o crescimento deste indicador implica no aumento da base de clientes da empresa, principal direcionador do volume de esgoto tarifado coeficiente de variação 63,9%;
- ⇒ Nível de cobertura do serviço de tratamento de esgoto: não considerada como variável de entrada, pois este percentual apresentou um comportamento praticamente estável nos últimos 16 trimestres e já parece dá sinais de ter atingido um percentual próximo do limite máximo factível de ser atingido - coeficiente de variação de 0,52%;
- ⇒ Número de pessoas por ligação de esgoto: não considerada como variável de entrada, pois este indicador possui, historicamente, um pequeno grau de dispersão, refletindo um componente demográfico da região que não deverá se alterar ao longo do tempo - coeficiente de variação de 0,52 %;
- ⇒ Volume médio por ligação de esgoto: não considerada variável de entrada, pois a pequena variação deste indicador corrobora para a constatação do os hábitos de consumo relacionados ao tratamento de esgoto não se modificam ao longo do tempo - coeficiente de variação de 7%;
- ⇒ Tarifa média do serviço de tratamento de esgoto: não considerada como variável de entrada, pois as variações históricas e futuras da tarifa foram e serão conseqüência de repasses inflacionários. Como o modelo desenvolvido foi de preços e custos constantes, o preço da data base da avaliação será o preço real, em moeda constante, da tarifa no futuro.

Foram considerados custos e despesas variáveis, as deduções sobre a receita, o custo dos serviços prestados e as despesas com vendas. Para a definição de quais custos e despesas variáveis seriam consideradas variáveis de entrada adotou-se as seguintes premissas:

- ⇒ % de deduções sobre a receita bruta: não considerada como variável de entrada, pois este percentual apresentou um comportamento praticamente estável ao longo do tempo - coeficiente de variação de 2,8%;
- ⇒ % dos custos dos serviços prestados sobre receita líquida: não considerada como variável de entrada, pois este percentual apresentou uma pequena variação ao longo do tempo que permite a adoção do percentual médio como o percentual a ser projetado - coeficiente de variação de 4,84%;
- ⇒ % das despesas com vendas sobre a receita bruta: considerada como variável de entrada, pois este indicador possui uma variação ao longo do tempo que não permite a adoção do percentual médio como o percentual a ser projetado - coeficiente de variação de 19,8 %;

Já com relação aos custos fixos, segue abaixo as premissas adotadas para a definição de quais custos e despesas fixos seriam consideradas variáveis de entrada:

- ⇒ Despesas operacionais e administrativas: não considerada variável de entrada, pois a pequena variação ao longo do tempo permite a utilização de um valor determinístico – coeficiente de variação de 8,78%;
- ⇒ Outros resultados operacionais não considerada variável de entrada por conta com pouca relevância para o modelo de avaliação desenvolvido.

Com base nas premissas acima adotadas, a Tabela 12 resume a modelagem que foi adotada para cada componente do fluxo de caixa da empresa.

Tabela 12 – Modelagem dos componentes do fluxo de caixa no modelo estocástico

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE MINAS GERAIS S.A COPASA								
Modelagem dos Componentes do Fluxo de Caixa - Modelo Estocástico								
Componente	Tipo	Tratamento Matemático	Modelagem					
Crescimento da população da área atendida - água	Direcionador de Receita	Estocástico	Variável de entrada					
Nível de cobertura de abastecimento de agua	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico					
Número de pessoas por ligação de água	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico					
Volume médio por ligação de água	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico					
Tarifa média do serviço de abastecimento de água	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico					
Crescimento da população da área atendida - esgoto	Direcionador de Receita	Estocástico	Variável de entrada					
Nível de cobertura de tratamento de esgoto	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico					
Número de pessoas por ligação de esgoto	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico					
Volume médio por ligação de esgoto	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico					
Tarifa média do serviço de tratamento de esgoto	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico					
% Deduções sobre a Receita Bruta	Custo Variável	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico					
% Custo dos serviços prestados sobre receita líquida	Custo Variável	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico					
% despesas com vendas sobre receita líquida	Despesa variável	Estocástico	Variável de entrada					
Despesas operacionais e administrativas	Despesa fixa	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico					
Outros resultados operacionais	Despesa fixa	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico					

Fonte: Elaboração Própria

# 5.2.2 Implementação do Modelo de Simulação

Considerando que a etapa de construção do modelo de simulação inclui o desenvolvimento de fórmulas e equações apropriadas, a coleta dos dados necessários, a determinação das distribuições de probabilidades associadas às variáveis de entrada e suas correlações e a construção ou definição de uma forma para registrar os dados e que as duas primeiras etapas já foram realizadas quando da definição do modelo determinístico, esta seção teve como objetivo a definição das distribuições de probabilidades associadas às variáveis de entrada e suas correlações.

A primeira variável de entrada estudada foi o percentual de crescimento da população da área atendida por abastecimento de água. Após a verificação de qual distribuição de probabilidade melhor se ajustava a série histórica desta variável, constatou-se que a distribuição normal era aquela que possuía maior aderência aos dados históricos disponíveis. Entretanto, em caso de utilização desta distribuição de probabilidade para a realização da Simulação de Monte Carlo corria-se o risco de gerar dados que poderiam distorcer o modelo, pois ao considerar a média e o desvio padrão da variável de entrada crescimento da população da área atendida o gerador de números aleatórios do Cristal Ball® poderia gerar um crescimento negativo, ou seja, uma retração da população da área atendida por abastecimento de água, o que é praticamente impossível de acontecer na prática.

Como forma de evitar a distorção acima descrita, adotou-se a distribuição triangular como a distribuição de probabilidade da variável de entrada crescimento da população da área atendida por abastecimento de água. Desta maneira, modelou-se os percentuais de crescimento mínimo, máximo e esperado de forma a evitar possíveis distorções no modelo.

A Figura 8 ilustra a modelagem adotada para a variável de entrada crescimento da população da área atendida por abastecimento de água.

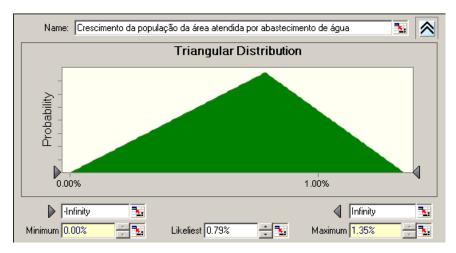


Figura 8 – Modelagem variável de entrada crescimento da população da área atendida por abastecimento de água

Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Cristal Ball®

A segunda variável de entrada, o percentual de crescimento da população da área atendida por tratamento de esgoto, recebeu o mesmo tratamento adotado para a primeira variável, percentual de crescimento da população da área atendida por abastecimento de água, pois a definição da distribuição de probabilidade desta variável como normal, geraria a mesma distorção citada anteriormente. Portanto, atribui-se a distribuição triangular para a distribuição de probabilidade desta variável conforme demonstrado na Figura 9.

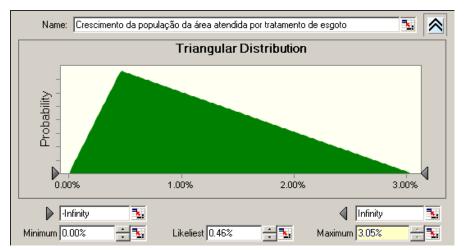


Figura 9 – Modelagem variável de entrada crescimento da população da área atendida por tratamento de esgoto

Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Cristal Ball®

Embora Buratto (2005) faça uma ressalva a adoção da distribuição triangular afirmando que a grande desvantagem da utilização dessa distribuição está no fato de que a mesma é truncada, ou seja, valores inferiores ao mínimo estipulado e valores superiores ao máximo modelado não serão gerados na simulação. A utilização da deste tipo de distribuição é sugerida por Souza (2004) que cita autores como Grey (1995), Savage (1996) Clemen e Reilly (2001) e Curry (2002), os quais defendem a utilização da distribuição triangular, afirmando que é possível representar qualquer situação através de distribuições triangulares, especificando os valores mínimo, máximo e mais provável e gerando assim uma significante melhora na condição de falta de informação empírica.

Para a terceira variável de entrada, percentual das despesas com vendas sobre a receita líquida, procedeu-se ao teste de ajuste utilizando o Cristal Ball® que resultou na definição da distribuição normal como aquela mais aderente a série histórica desta variável de entrada. A Figura 10 ilustra a modelagem adotada para esta variável de entrada.

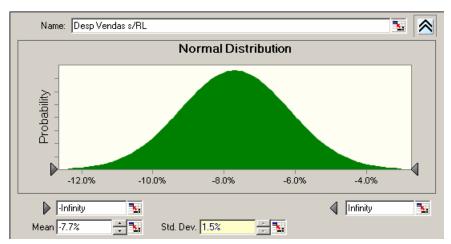


Figura 10 – Modelagem variável de entrada percentual das despesas com vendas sobre a receita líquida

Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Cristal Ball®

Uma vez definidas as distribuições de probabilidade das variáveis de entrada, analisou-se a existência de correlação entre as mesmas. Para tal, foi realizado um estudo de correlação entre as variáveis de entrada. Constatou-se a existência de correlação de 0,52 entre o crescimento da população da área atendida por abastecimento de água e o crescimento da população atendida por tratamento de esgoto. Esta correlação foi considerada estatisticamente significativa através realização do teste t para o coeficiente de correlação.

Por sua vez, a correlação da variável de entrada percentual das despesas com vendas sobre a receita líquida com as demais variáveis não foi calculada, pois seria incoerente correlacionar um percentual de crescimento, métrica das duas primeiras variáveis de entrada, com um percentual sobre a receita líquida, métrica da terceira variável de entrada.

#### **5.2.3 Desenho dos Experimentos**

Com base no modelo de avaliação determinístico desenvolvido anteriormente neste estudo, desenvolveu-se um modelo estocástico para calcular o preço por ação.

A especificação do modelo estocástico seguiu as mesmas premissas definidas para o modelo determinístico, mais a incorporação das variáveis estocásticas e suas premissas. Partindo-se do modelo determinístico desenvolvido no Microsoft Excel® e utilizando o software de Simulação Cristal Ball®, as seguintes especificações foram realizadas:

- ⇒ O crescimento da população da área atendida por abastecimento de água, o crescimento da população da área atendida por tratamento de esgoto e o percentual das despesas com vendas sobre a receita líquida foram modelados como variáveis de entrada com distribuição de probabilidade triangular e normal seguindo os parâmetros ilustrados anteriormente neste estudo;
- ⇒ As variáveis estocásticas de entrada relacionadas a crescimento tiveram seus valores sensibilizados aplicados ano a ano na projeção, ou seja, considerou-se um percentual estocástico de crescimento para cada ano;
- ⇒ A variável estocástica percentual das despesas com vendas sobre a receita líquida teve seu valor sensibilizado aplicado para todos os anos de projeção, ou seja, considerou-se um percentual estocástico das despesas com vendas sobre a receita líquida para todos os anos de projeção;
- ⇒ A correlação entre as variáveis crescimento da população da área atendida por abastecimento de água e por tratamento de esgoto foi considerada e definida ano a ano de acordo com valores já apresentados;
- ⇒ O valor por ação foi definido como variável de saída;
- ⇒ A simulação foi realizada e a partir de um gerador de números aleatórios foram selecionados valores possíveis para as variáveis de entrada, levando-se em consideração os parâmetros estipulados anteriormente;

- ⇒ Os demais componentes da planilha, que estão completamente relacionados por fórmulas, foram calculados automaticamente a partir da variação das variáveis de entrada;
- ⇒ Com base no conjunto de simulações realizadas, foi gerada uma distribuição do valor por ação, que é a variável de saída do modelo.

#### 5.2.4 Realização da Simulação e Análise dos Resultados

Para fins deste estudo, a análise dos resultados foi dividida em três seções. A primeira seção é caracterizada pela análise das principais estatísticas obtidas através da utilização do modelo estocástico, verificando assim a capacidade das estatísticas analisadas em prever o preço justo por ação da empresa objeto do estudo.

- ⇒ Confiabilidade: o grau de confiabilidade indica o número de cenários em que o preço por ação da empresa encontra-se acima de um parâmetro utilizado como referência. Portanto, quanto maior o percentual de cenários acima desse balizador, maior seria a probabilidade do preço por ação situar-se acima da referência. Essa medida, no entanto, apresenta um problema básico, pois não considera a posição e a dispersão da distribuição. Independente do parâmetro que se utilize, o nível de confiabilidade informará o percentual de cenários abaixo e acima desse valor, mas não mostrará como estarão distribuídos esses cenários, confirmando que esta estatística não deve ser considerada de forma isolada para prever o preço por ação.
- ⇒ Média: esta estatística fornece um relevante indicativo sobre o preço por ação obtido através do modelo estocástico, pois dada uma variabilidade constante, quanto maior for a média obtida no modelo estocástico, maior será o preço por ação da empresa. Entretanto, enquanto medida de tendência central, a média também não contempla a variabilidade dos

dados, não podendo ser considerada de forma isolada para prever o preço por ação da empresa.

- ⇒ Desvio-padrão: esta estatística fornece a variabilidade observada no preço por ação, mostrando como o valor da empresa é afetado pelas incertezas modeladas. O desvio-padrão isoladamente também não é capaz de prever o preço por ação da empresa.
- ⇒ Coeficiente de variabilidade: como visto acima, tanto a média quanto o desvio-padrão fornecem informações relevantes acerca o preço por ação da empresa. Entretanto, também é verdade que as duas estatísticas anteriores apresentam restrições no que diz respeito ao seu uso de forma isolada para mensurar o preço por ação. Portanto, a utilização de o coeficiente de variação pode propiciar um melhor entendimento sobre o preço por ação obtido, pois permite analisar sua variabilidade.
- ⇒ Mínimo: O valor mínimo indica o valor por ação mínimo obtido na simulação, ou seja, o pior cenário gerado. Pode-se supor que, em geral, quanto menor for essa estatística, menor será o preço por ação. Entretanto, o preço por ação mínimo da simulação não pode ser analisado isoladamente, pois a distribuição de probabilidades da simulação é quem realmente define as probabilidades de ocorrência de cada preço por ação.
- ⇒ Máximo: O valor máximo indica o valor por ação máximo obtido na simulação, ou seja, o melhor cenário gerado. Pode-se supor que, em geral, quanto maior for essa estatística, maior será o preço por ação. Entretanto, assim como ocorre com relação ao preço mínimo, o preço máximo por ação não pode ser analisada isoladamente, pois a distribuição de probabilidades da simulação é quem realmente define as probabilidades de ocorrência de cada preço por ação.

Conforme observado, a análise isolada de estatísticas do modelo estocástico desenvolvido não é capaz de prever o preço por ação da empresa objeto do estudo. Para tal, as estatísticas devem ser analisadas em conjunto para que se possa chegar a conclusões quanto à variável de saída do modelo, neste caso, o preço por ação.

A segunda seção da etapa de análise consistiu na interpretação dos resultados do modelo estocástico tanto isoladamente, como em comparação com o modelo determinístico desenvolvido anteriormente neste estudo. Iniciou-se esta etapa através da interpretação das estatísticas da simulação realizada, conforme Tabela 13.

Tabela 13 – Estatísticas do Modelo Estocástico de Avaliação

Projeção: Preço por Ação						
Estatística	Valores Projetados					
Número de Simulações	10.000					
Média	31,26					
Mediana	31,27					
Moda	24,14					
Desvio Padrão	3,69					
Variância	13,6					
Assimetria	0,07					
Curtose	2,92					
Coeficiente de Variação	11,8%					
Valor Mínimo	18,12					
Valor Máximo	45,79					
Erro Padrão da Média	0,04					

Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Cristal Ball®

Conforme ilustrado na Tabela 13, o preço por ação médio obtido através do modelo de avaliação estocástico utilizando Simulação de Monte Carlo foi de R\$ 31,26, valor este 7,6% menor que o valor obtido pelo modelo determinístico que foi R\$ 33,64. Entretanto, ao analisar-se o valor médio, deve-se considerar as medidas de dispersão como o desvio padrão - 3,69 e o coeficiente de variação - 11,8%, pois como métrica de tendência central, a média não considera a variabilidade dos dados.

Ainda analisando a Tabela 13, pôde-se observar que o menor preço por ação obtido nas simulações foi de R\$ 18,11 e que o maior preço por ação foi de R\$ 45,79. Entretanto, ocorrência deste valores não pode ser analisada isoladamente por motivos anteriormente descritos neste estudo. Sobre os valores máximos e mínimos o que se pode afirmar é que, de acordo com o modelo estocástico desenvolvido, 100% dos valores de preço por ação obtidos situam-se entre os valores mínimo e máximo, conforme demonstrado na Figura 11.

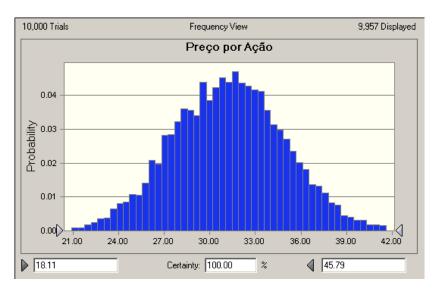


Figura 11 – Distribuição de Probabilidades do Preço por Ação

Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Cristal Ball®

A distribuição de freqüência cumulativa de probabilidades, ilustrada na Figura 12, também forneceu importante contribuição para a análise dos resultados obtidos. Tomando-se como base o preço por ação médio obtido R\$ 31,36, pôde-se concluir que 50,08% dos valores obtidos para o preço por ação da empresa encontram-se acima do valor médio.

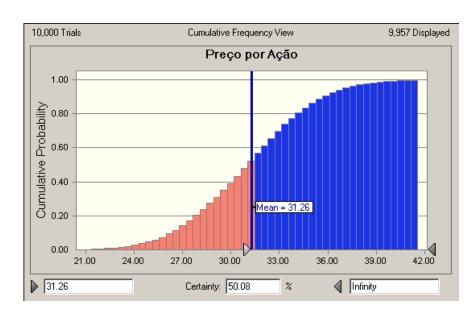


Figura 12 – Distribuição da freqüência cumulativa de probabilidades do preço por ação

Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Cristal Ball®

Pôde-se ainda, utilizando a distribuição de freqüência cumulativa de probabilidades, verificar-se a probabilidade da avaliação determinística ter superestimado o preço por ação da empresa, quando da definição de um preço por ação de R\$ 33,64. Conforme demonstrado na Figura 13, de acordo com o modelo estocástico desenvolvido, existe uma probabilidade de 74,34%, de que avaliação determinística tenha superestimado o preço por ação da empresa.

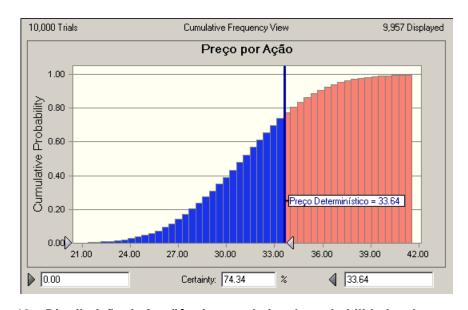


Figura 13 – Distribuição da freqüência cumulativa de probabilidades do preço por ação X preço por ação do modelo determinístico

Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Cristal Ball®

Para um melhor entendimento da modelagem estocástica desenvolvida, utilizouse ainda o função de análise de sensibilidade do Cristal Ball® para identificar quais variáveis de entrada mais contribuiram para a variância da variável de saída, conforme ilustrado na Figura 14.

Analisando a Figura 14, percebeu-se que a variável de entrada que mais contribuiu para a variância da variável de saída foi o percentual das despesas com vendas sobre a receita líquida, responsável por 40,6% da variância. Este resultado pode ser interpretado como um indicativo da consistência do modelo estocástico, pois como o percentual estocástico de despesas com vendas sobre a receita líquida foi

aplicado como um percentual único para todos os anos de simulação, esta variável de entrada impactou o modelo estocástico nos cinco anos de projeção e na perpetuidade, justificando assim a sua expressiva contribuição para a variância do preço por ação.

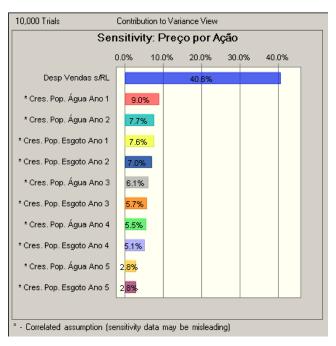


Figura 14 – Contribuição das variáveis de entrada para a variância da variável de saída Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Cristal Ball®

Com relação às variáveis de crescimento de população da área atendida, aquelas relacionadas ao crescimento da população atendida por abastecimento de água (Cresc. Pop. Água) apresentaram uma maior contribuição para a variância do preço por ação que aquelas relacionadas as crescimento da população da área atendida por abastecimento de esgoto (Cresc. Pop. Esgoto). Este fato decorreu da maior participação da receita pela prestação do serviço de abastecimento de água na receita total da empresa. Pôde-se observar ainda que a contribuição das variáveis de entrada para a variância do preço por ação é reduzida conforme se aumenta o tempo de projeção ao qual a variável está relacionada. Este resultado encontra-se em linha com o modelo de fluxo de caixa descontado, onde os resultados dos primeiros anos são descontados por um período menor e, consequentemente, possuem um maior peso na avaliação.

A terceira e última seção de análise dos resultados do modelo estocástico diz respeito à comparação dos resultados obtidos com as cotações de mercado da empresa, tomando-se como premissa básica que o modelo estocástico foi capaz de avaliar corretamente a distribuição de probabilidades dos possíveis preços por ação. Embora o presente estudo não tenha como objetivo recomendar investimento ou analisar o valor pelo qual as ações da empresa estavam ou estão sendo negociadas no mercado secundário, a realização de análises tomando-se como base as cotações do preço por ação ordinária da Copasa permitiu o alcance de conclusões bastante úteis para a tomada de decisão de investimento em empresas de capital aberto.

Uma primeira análise desenvolvida nesta etapa caracterizou-se pela comparação da distribuição da probabilidade dos preços por ação da empresa obtida através do modelo estocástico com a cotação das ações na data base das avaliações estocástica e determinística para se identificar oportunidades de arbitragem. Plotando-se a cotação das ações ordinárias da Copasa no dia 30/12/2008, R\$ 18,81 de acordo com o site de informações financeiras Bloomberg, no gráfico das distribuições de probabilidade do modelo estocástico desenvolvido conclui-se que, de acordo com este modelo, existe uma probabilidade de quase 100% de que o preço por ação da empresa estivesse subavaliado pelo mercado em 30/12/2008, conforme ilustrado na Figura 15.

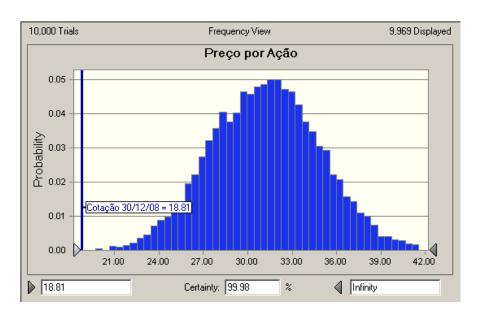


Figura 15 – Distribuição de probabilidades do preço por ação X cotação do dia 30/12/2008 Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Cristal Ball®

Seguindo-se o mesmo racional da análise anterior, comparou-se desta feita a distribuição de probabilidade dos preços por ação da empresa com a cotação das ações do dia 31/07/2009, R\$ 25,25 de acordo com o site de informações financeiras Bloomberg. Ao plotar-se o valor da cotação das ações em 31/07/2009 na distribuição de probabilidade do modelo estocástico observou-se que, de acordo com o modelo estocástico desenvolvido, ao adquirir as ações da Copasa ao preço de R\$ 25,25 por ação, um possível investidor teria uma chance de 95,10% de auferir alguma rentabilidade por estar comprando as ações abaixo do seu valor justo, conforme ilustrado da Figura 16.

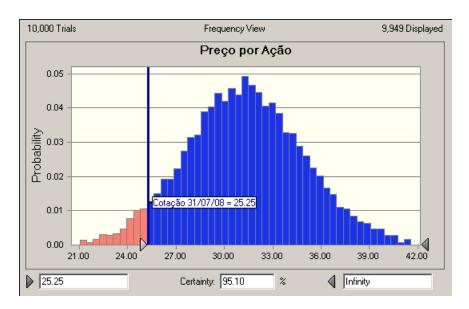


Figura 16 – Distribuição de probabilidades do preço por ação X cotação do dia 31/07/2009 Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Cristal Ball®

Finalmente, em uma tentativa de estimar-se o potencial de valorização das ações da empresa, calculou-se, a partir da cotação das ações do dia 30/12/2008 – R\$ 18,81, o percentil de cada potencial de valorização, conforme demonstrado na Tabela 14.

Ao analisar-se a Tabela 14, atingiu-se conclusões importantes para uma decisão de investimento, como por exemplo que, de acordo com o modelo estocástico desenvolvido, existe uma probabilidade de 50% de que o potencial de valorização das ações da empresa seja de mais de 66,24%, que percentual máximo de valorização das

ações da empresa é de 143,43% e que existe menos de 0% de chance do preço por ação da empresa sofrer variação negativa.

Tabela 14 – Percentis do Modelo Estocástico de Avaliação

	Estimativa: Preço por Ação							
Percentil	Valor estimado em R\$	Cotação 30/12/08 em R\$	Potencial de Valorização %					
0%	18,1	18,81	-3,67%					
10%	26,6	18,81	41,20%					
20%	28,1	18,81	49,23%					
30%	29,3	18,81	55,50%					
40%	30,3	18,81	61,03%					
50%	31,3	18,81	66,24%					
60%	32,2	18,81	71,08%					
70%	33,2	18,81	76,40%					
80%	34,4	18,81	82,78%					
90%	36,0	18,81	91,39%					
100%	45,8	18,81	143,43%					

Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Cristal Ball®

Em resumo, tanto as análises isoladas dos resultados do modelo estocástico desenvolvido, como a comparação dos seus resultados com aqueles do modelo determinístico e com as cotações de mercado se constituem apenas em exemplos de possíveis interpretações obtidas através da implementação de um modelo estocástico de avaliação de empresas utilizando Simulação de Monte Carlo.

Conforme observado neste capítulo do estudo, a utilização da Simulação de Monte Carlo na avaliação de empresas, quando comparada com as abordagens determinísticas convencionais, permite uma melhor compreensão do risco envolvido no problema em estudo, disponibilizando um leque de informações mais seguras para o tomador da decisão, o que se corrobora as conclusões de Kelliher e Mahoney (2000) e de outros autores já citados neste trabalho.

#### 5.3 Limitações do Modelo Estocástico Desenvolvido

O modelo desenvolvido tem como premissa básica que o fluxo de caixa descontado é a melhor metodologia de avaliação de empresas. Partindo-se desta premissa, construiu-se um modelo determinístico que, posteriormente, foi transformado

em um modelo estocástico através da sensibilização de algumas de suas variáveis de entrada utilizando Simulação de Monte Carlo.

Conforme demonstrado, a construção do modelo estocástico permitiu uma análise mais precisa dos resultados obtidos quando da avaliação da empresa objeto deste estudo. Entretanto, o fato do modelo estocástico ser uma derivada do modelo determinístico implica que a realização de uma modelagem financeira inadequada neste último, implicaria necessariamente em uma falha de modelagem também no estocástico. Portanto. avaliação do modelo modelo а estocástico. necessariamente por uma verificação das principais premissas do modelo determinístico. Segue algumas das principais limitações do modelo desenvolvido neste estudo:

- ⇒ Empresa objeto da avaliação: a utilização da Companhia de Saneamento de Minas Gerais S.A. – Copasa como empresa objeto da avaliação possibilitou uma simplificação e um melhor entendimento do modelo de avaliação desenvolvido. Entretanto, o alto grau de previsibilidade do modelo de negócio da empresa minimiza a necessidade de incorporação de componentes estocásticos ao modelo de avaliação.
- ⇒ Utilização de valores médios como premissas de projeção: a utilização de valores médios como premissas de projeção é justificada para a avaliação de empresas com um modelo de negócio previsível como a empresa objeto deste estudo. Para empresas que apresentem um modelo de negócio mais volátil, esta pode não ser a prática mais adequada.para a realização de projeções
- ⇒ Anualização de valores trimestrais: este estudo adotou como premissa a anualização de algumas variáveis obtidas através de séries históricas trimestrais. Este procedimento pode levar a resultados discrepantes se aplicado a avaliação de empresas que possuem um modelo de negócio diferente da empresa objeto do estudo ou que possuam alta volatilidade ou sazonalidade nos seus fluxos de caixa.

- ⇒ Utilização do coeficiente de variação como critério de decisão quantitativo para as variáveis de entrada: a definição de que apenas as variáveis que possuíssem coeficiente de variação de mais de 10% seriam consideradas variáveis de entrada estocásticas pode ser adequada para a empresa objeto do estudo. Entretanto, o percentual de 10% é aparentemente arbitrário, sem nenhuma fundamentação ou justificativa teórica.
- ⇒ Utilização de distribuição de probabilidade triangulares: Conforme ilustrado anteriormente, a utilização da distribuição de probabilidade triangular é amplamente defendida por diversos autores. Entretanto, a utilização desta distribuição de probabilidades neste estudo, truncou os resultados das variáveis de entrada cuja distribuição de probabilidade é triangular e, conseqüentemente, também pode ter truncado os resultados da variável de saída do modelo desenvolvido.
- ⇒ Comparação dos resultados do estudo com cotações do mercado: a comparação dos resultados do estudo com as cotações do valor das ações da Copasa no mercado, parte da premissa que o modelo desenvolvido é capaz de ilustrar na sua totalidade a distribuição de probabilidade para o preço por ação da empresa. Esta premissa não é necessariamente verdadeira visto que o valor obtido por uma avaliação por fluxo de caixa descontado é um valor de referência e não o valor inquestionável do preço por ação da empresa.
- ⇒ Ausência da etapa de teste e validação do modelo: por não ser escopo deste estudo, o modelo estocástico desenvolvido não passou pela etapa de teste e validação. Etapas estas que poderiam ter identificado algumas outras limitações e pontos de melhoria.

#### 6 CONCLUSÕES DECORRENTES DO ESTUDO E SUGESTÕES

#### 6.1 Conclusões

Esta dissertação teve como objetivo avaliar a pertinência da utilização da técnica de Simulação de Monte Carlo na mensuração das incertezas inerentes à metodologia de avaliação de empresas utilizando fluxo de caixa descontado. A ênfase foi colocada na verificação da melhoria na qualidade dos resultados do modelo estocástico em relação àqueles obtidos através da utilização do modelo determinístico. Após a finalização deste trabalho, pode-se chegar as seguintes conclusões:

A utilização da Simulação de Monte Carlo e a conseqüente transformação do modelo de avaliação determinístico em estocástico melhorou consideravelmente na qualidade dos resultados relacionados à variável de saída do modelo de avaliação desenvolvido neste estudo. O desenvolvimento de um modelo estocástico permitiu, por exemplo, a obtenção de uma distribuição de preços por ação e suas probabilidades de ocorrência, resultado este muito mais completo que um preço por ação único e determinístico obtido através da utilização do modelo determinístico.

O exercício da Simulação de Monte Carlo permite ampliar a percepção das incertezas de variáveis, suas inter-relações e conseqüências, contribuindo decisivamente para a tomada de decisão em um ambiente de incerteza.

A utilização da Simulação de Monte Carlo na avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado permite a realização de uma série de análises impossíveis de serem realizadas através de um modelo determinístico convencional, como por exemplo analisar a probabilidade do preço por ação obtido situar-se acima ou abaixo de um parâmetro chave como o valor médio ou a cotação atual das ações da empresa no mercado.

A utilização de distribuições de probabilidades subjetivas permite a implementação da Simulação de Monte Carlo mesmo em situações em que não se consegue identificar a distribuição de probabilidade associada as variáveis de entrada.

Em vários estudos analisados sobre o tema, a escolha das variáveis de entrada do modelo estocástico é baseada em critérios subjetivos e sem levar em conta

nenhuma métrica quantitativa. Diferente deste estudo, que adotou uma métrica quantitativa, no caso o coeficiente de variação, como um dos critérios utilizados para a escolha das variáveis de entrada do modelo estocástico.

A realização de um estudo de caso utilizando uma empresa listada na Bolsa de Valores de São Paulo permitiu a verificação das vantagens e das dificuldades práticas da implementação de um modelo estocástico de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado.

A utilização de probabilidades subjetivas, o uso do julgamento pessoal e a utilização de critérios subjetivos para a definição das funções densidade de probabilidades ainda se constituem na principal fonte de críticas da utilização da Simulação de Monte Carlo.

Diante do exposto, pode-se afirmar que a despeito de suas limitações, a metodologia de Simulação de Monte Carlo constitui-se em uma poderosa ferramenta para a análise de riscos inerentes à avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado, contribuindo decisivamente para a acurácia desta metodologia de avaliação e para a tomada de decisão em ambiente de incerteza.

#### 6.2 Recomendações para trabalhos futuros

Como tentativa de reduzir ou mesmo minimizar as limitações do modelo desenvolvido, os seguintes procedimentos são recomendados para trabalhos futuros:

A utilização, como empresa objeto do estudo, de uma companhia que possua uma maior volatilidade no seu modelo de negócio e, conseqüentemente, no seu fluxo de caixa, permitindo assim uma visualização mais aprofundada dos benefícios da utilização da Simulação de Monte Carlo para a avaliação de empresa com modelos de negócio voláteis.

A adoção de séries históricas mais longas, caso seja possível, para a definição das premissas de projeção, possibilitando um tratamento estatístico mais elaborado para os dados.

O aprofundamento dos estudos sobre utilização de critérios quantitativos para a definição das variáveis de entrada estocásticas, reduzindo assim a subjetividade na definição destes componentes do modelo estocástico.

O aprofundamento dos estudos sobre a sobre utilização de distribuição de probabilidades subjetivas e seu impacto nos resultados do modelo estocástico.

A comparação dos resultados obtidos através de modelos de avaliação estocásticos de companhias abertas com o comportamento do preço das ações no mercado após a avaliação, verificando assim se o modelo foi adequado em estimar o desempenho futuro das ações.

A realização da etapa de teste e validação do modelo de modo que permita a construção de um modelo estocástico com o maior rigor técnico possível.

Dentre as áreas de que se tomou conhecimento no decorrer deste trabalho, a utilização de redes neurais e de opções reais para a avaliação de risco poderiam ser áreas de estudo aplicáveis na avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado. Portanto, como sugestão para estudos futuros dentro da área de pesquisa de avaliação de empresas, recomenda-se a verificação das possibilidades de aplicação das metodologias de redes neurais e de opções reais para avaliar o risco inerente à avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, Sandro Canesso. **Um Modelo de Medição de Risco de Crédito.** Revista Resenha BM&F, n°140, p. 17 – 23, 1998.

ANDRADE, Eduardo Luís. **Introdução à Pesquisa Operacional:** métodos e modelos para a análise de decisão. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

ASSAF NETO, Alexandre. Mercado Financeiro – São Paulo: Atlas, 1999.

ASSAF NETO, Alexandre. Finanças corporativas e valor. São Paulo: Atlas, 2003.

ASSAF NETO, Alexandre; LIMA, Fabiano Guasti; ARAÚJO, Adriana Maria Procópio de. **Uma Proposta Metodológica para o cálculo do Custo de Capital no Brasil**. RAUSP. Revista de Administração, v. 43, p. 72-83, 2008.

BLOOMBERG. **Bloomberg Website**. Disponível em: <a href="http://www.bloomberg.com">http://www.bloomberg.com</a>> Acesso em: 01 ago. 2009.

BRUNI, Adriano Leal; FAMÁ, Rubens; SIQUEIRA, José de Oliveira. **Análise do Risco** na **Avaliação de Projetos de Investimento: Uma Aplicação do Método de Monte Carlo.** Caderno de Pesquisas Em Administração. , v.1, p. 62 - 74, 1998.

BURATTO, Marco Vales. Quantificação Construção e Avaliação de um Modelo de Monte Carlo para Analisar a Capacidade de Pagamento das Empresas em Financiamentos de Longo Prazo. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pósgraduação em Administração, Mestrado Acadêmico em Contabilidade e Finanças, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

CARDOSO, Douglas; AMARAL, H. F. O uso da Simulação de Monte Carlo na elaboração do Fluxo de Caixa Empresarial: uma proposta para quantificação das incertezas ambientais. In: XX ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2000, São Paulo, SP. Anais do ENEGEP 2000, 2000.

CASAROTTO FILHO, Nelson; KOPITTKE, Bruno Hartmut. **Análise de Investimentos** - 9 ed. 9. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2000. v. 1. 400 p.

COPASA. **Copasa Website**. Disponível em: <a href="http://www.copasa.com.br">http://www.copasa.com.br</a>> Acesso em: 15 jun. 2009.

CLEMEN, Robert T.; REILLY, Terence. **Making hard decisions with DecisionTools**® 2nd rev. ed. USA, Duxbury, 2001.

COPELAND, Tom, KOLLER, Tim, MURRIN, Jack. **Avaliação de empresas** "Valuation": calculando e gerenciando o valor das empresas. São Paulo, MAKRON Books, 2000.

CORRAR, Luiz João. O modelo econômico da empresa em condições de incerteza - aplicação do método de simulação de Monte Carlo. Caderno de Estudos Fipecafi Fea Usp, São Paulo, n. 08, p. 01-13, 1993.

CORREIA NETO, Jocildo Figueiredo; MOURA, Heber José de; FORTE, Sérgio Henrique Cavalcante Arruda. **Modelo Prático de Previsão de Fluxo de Caixa Operacional para Empresas Comerciais Considerando os Efeitos do Risco, através do Método de Monte Carlo**. REAd. Revista Eletrônica de Administração, Rio Grande do Sul, v. 8, p. 1-1, 2002.

CORREIA NETO, Jocildo Figueiredo. **Avaliação de uma software house através da simulação de Monte Carlo**. Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Fortaleza, 2006.

CURRY, Renwick E. The Problems with "The Problems with Monte Carlo Simulation" 2002.

DAMODARAN, Aswath. **Finanças Corporativas Aplicadas – Manual do Usuário.** Tradução Jorge Ritter.- Porto Alegre: Bookman, 2002.

DAMODARAN, Aswath. **Website.** Disponível em: <a href="http://www.stern.nyu.edu/~adamodar/">http://www.stern.nyu.edu/~adamodar/</a> Acesso em: 17 jun. 2009.

EVANS, James R.; OLSON, David L. Introduction to Simulation and Risk Analysis. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1998.

GREY, Stephen. **Practical Risk Assessment for Project Management.** England: John Wiley & Sons Ltda., 1995.

HERTZ, David B. **Risk analysis in capital investment**. Harvard Business Review, 1964; v. 57, n. 5, p. 169-181.

INGALLS, Ricki G. **Introduction to simulation**. Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference.

JÓIA, Luiz Antonio. **Medindo o Capital Intelectual**. RAE - Revista de Administração de Empresas, São Paulo, 2001.

KELLIHER, Chistopher F.; MAHONEY, L. S. **Using Monte Carlo Simulation to improve long-term investment decisions.** The Appraisal Journal, Chicago, v. 68, lss. 1, p. 41-56, Jan. 2000.

LAW, Averill M.; KELTON, W. David. **Simulation modelling and analysis.** 3. ed. New York: McGraw-Hill: 2000.

LEVINE, David M.; BERENSON, Mark L.; STEPHAN, David. **Estatística: Teoria e Aplicações usando o Microsoft Excel em Português.** Rio de Janeiro: 3 edição LTC, 2005.

LEWELLEN, Wilbur G.; e LONG, Michael S. **Simulation versus Single-Value Estimates in Capital Expenditure Analysis.** Decision Sciences, outubro/1972, p. 19-34.

LIMA, Eurico Cavalcanti Pincovsky; VIANA, Joana Coelho; LEVINO, Natallya de Almeida; MOTA, Caroline Maria de Miranda. **Simulação de Monte Carlo auxiliando a análise de viabilidade econômica de projetos**. IV Congresso Nacional de Excelência em Gestão, Nitéroi, 2008.

LINTNER, John. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investment in Stock Portfolios and Capital Budgets. Review of Economics and Statistics, 47, p13-37, February 1965.

MARTELANC, Roy; PASIN, Rodrigo; CAVALCANTE, Francisco. **Avaliação de empresas: um guia para fusões & aquisições e gestão de valor.** São Paulo: Pearson Prentice, 2005.

MINARDI, Andrea Maria Accioly Fonseca; SAITO, R. . **Orçamento de Capital.** RAE. Revista de Administração de Empresas, v. 47, p. 79-83, 2007.

MOTTA, Regis da Rocha; CALÔBA, Guilherme Marques. **Análise de Investimentos – Tomada de decisão em projetos industriais.** – São Paulo: Atlas, 2002.

MYERS, Stephen, "Postscript: Using Simulation for Risk Analysis," Modern Developments in Financial Management, S. Myers, ed. New York: Praeger Publications, 1976, pp. 457–463.

NAWROCKI, David. **The problems with Monte Carlo Simulation**. in Journal of Financial Planning; Vol. 14 issue: 11, pgs. 92-103. 2001. [Acesso em: 28 de maio de 2009] Disponível na World Wide Web :<a href="http://proquest.umi.com/pqdweb">http://proquest.umi.com/pqdweb</a>

PENMAN, Stephen H. A synthesis of equity valuation techniques and the terminal value calculation of the dividend discount model. Review of Accounting Studies 2, 303-323, 1997.

PETTIT, Justin; STEWART, Stern. Corporate Capital Costs: A Practitioner's Guide. Journal of Applied Corporate Finance, Vol 12, Num 1, p.113-120, 1999.

PHILIPPATOS, George C. Financial Management: Theory and Techniques. San Francisco: Holden Day, 1973.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W. E JORDAN, Bradford D. **Princípios de Administração Financeira**; tradução Antonio Zoratto Sanvicente. –São Paulo: Atlas, 1998.

RUBINSTEIN, Reuven Y. **Simulation and the Monte Carlo Method.** New York: John Wiley and Sons, 1981.

RUTTERFORD, Janette. From dividend yield to discounted cash flow: a history of UK and US equity valuation techniques. Accounting, Business & Financial History, 14:2 (2004), 115-49. Publisher: Routledge (Taylor & Francis Group). ISSN 09585206. ISSN (electronic) 14664275.

SÁ, Geraldo Tosta de. Administração de investimentos: Teoria de carteiras e gerenciamento do risco; supervisão técnica, Eduardo Fortuna. — Rio de Janeiro: Qualitymark Ed., 1999.

SANDRONI, Paulo Henrique Ribeiro. **Novíssimo Dicionário de Economia.** 3. ed. São Paulo: Best-Seller (Nova Cultural), 1999. v. 5.000. 750 p.

SARTORI, Marco Antônio; PEREZ, Ronaldo; SILVA JUNIOR, A. G.; SANT'ANNA MARTINS, D.D. . **Utilização da simulação de Monte Carlo em estudo de implantação de unidade agroindustrial de produção de banana chips.** In: XIII SIMPEP (Simpósio de Engenharia de Produção), 2006, Bauru - SP. Anais do XIII SIMPEP (Simpósio de Engenharia de Produção), 2006.

SAVAGE, Sam. **Statistical Analysis For The Masses** published in Statistics and Public Policy, edited by Bruce Spencer, Oxford University Press, 1996.

SHARPE, William F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. The Journal of Finance, New York, Vol XIX, Num 3, p. 425-443, 1964.

SOUZA, Marcelo Cardoso Mesquita de. **Quantificação das incertezas na avaliação de projetos: o modelo utilizado na Agência de Fomento do Estado da Bahia.** Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

STEWART, Thomas A., Intellectual Capital: the New Wealth of Organizations. New York: Currency Doubleday, 1997.

STICKNEY, Clyde P.; BROWN, Paul R.; WAHLEN, James M. . Financial Reporting and Statement Analysis: a strategic perspective. Thomson, 2004

VERGARA, Sylvia Constant. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. São Paulo: Atlas, 1997.

VOSE, Dan. Risk Analysys: a quantitative guide. 2ª Sussex: John Wiley & Sons Ltd., 2000.

WERCKMAN, Carol; HARDY, Terry; WAINWRIGHT, Eric. **Cristal Ball User Manual** – Decisioneering, Inc. Denver, Colorado USA 2000.

WESTON, J. Fred.; BRIGHAM, Eugene F. **Fundamentos da Administração Financeira**. 10ª Ed. São Paulo: Makron Books, 2000.

WILLIAMS, John Burr, G.I. **The Theory of Investment Value,** reprinted. ed. Fraser Publishing, 1997.

WHITE, Gerald L.; SONDHI, Ashwinpaul C.; FRIED, Dov. The Analysis and Use of Financial Statements, 2nd. ed., John Wiley & Sons, 1997.

#### **APÊNDICES**

**APÊNDICE A – Desempenho Histórico dos Direcionadores de Receita.** 

APÊNDICE B – Desempenho Histórico das deduções, custos e despesas.

APÊNDICE C – Verificação dos ajuste da distribuição de probabilidade das variáveis de entrada do modelo estocástico

### APÊNDICE A – DESEMPENHO HISTÓRICO DOS DIRECIONADORES DE RECEITA

COMPANHIA DE SANEAMENTO DE MINAS GERAIS S.A COPASA										
		DESEMP	ENHO HISTÓRICO	DOS DIRECIONA	ADORES DE RECI	EITA				
	1T 2005	2T 2005	3T 2005	4T 2005	2005	1T 2006	2T 2006	3T 2006	4T 2006	2006
Operação - Água										
População da área atendida	11.252.838	11.284.979	11.311.157	11.398.158	11.398.158	11.462.793	11.576.098	11.677.222	11.782.533	11.782.533
Crescimento da população das concessões de água		0,29%	0,23%	0,77%		0,57%	0,99%	0,87%	0,90%	3,4%
População atendida - água	10.904.000	10.969.000	11.051.000	11.136.000	11.136.000	11.245.000	11.333.000	11.432.000	11.508.000	11.508.000
Nível de cobertura de água	96,9%	97,2%	97,7%	97,7%	97,7%	98,1%	97,9%	97,9%	97,7%	97,7%
Pessoas/ligação (água)	3,82	3,82	3,81	3,80	3,80	3,81	3,80	3,80	3,79	3,79
Ligações água	2.852.748	2.870.804	2.900.551	2.928.091	2.928.091	2.951.860	2.980.403	3.011.440	3.036.041	3.036.041
Crescimento no número de ligações (%)		0,63%	1,04%	0,95%		0,81%	0,97%	1,04%	0,82%	3,7%
Volume/ligação (m3/ano) - água	53,2	53,3	53,2	54,2	210,9	52,4	46,0	46,9	47,0	189,6
Crescimento		0,26%	-0,30%	1,86%		-3,18%	-12,28%	1,90%	0,28%	-10,1%
Volume vendido de água (1000 x m3)	151.733	153.089	154.208	158.570	617.600	154.773	137.072	141.136	142.690	575.671
Crescimento do volume vendido em m3		0,89%	0,73%	2,83%		-2,39%	-11,44%	2,96%	1,10%	-6,8%
Tarifa água (R\$/m3)	1,64	1,90	1,93	1,87	1,83	2,04	2,40	2,43	2,35	2,30
Receita Bruta com água	248.860	290.198	297.188	296.920	1.133.166	315.314	329.380	343.489	335.783	1.323.966
		17%	2%	-0,09%		6,19%	4,46%	4,28%	-2,24%	
Operação - Esgoto										
População da área atendida	6.644.608	6.654.457	6.657.767	6.769.976	6.769.976	6.815.217	6.869.880	6.926.417	7.088.995	7.088.995
Crescimento da população das concessões de esgoto		0,15%	0,05%	1,69%		0,67%	0,80%	0,82%	2,35%	4,7%
População atendida - esgoto	5.422.000	5.450.000	5.486.000	5.592.000	5.592.000	5.643.000	5.702.000	5.742.000	5.791.000	5.791.000
Nível de cobertura de esgoto	81,6%	81,9%	82,4%	82,6%	82,6%	82,8%	83,0%	82,9%	81,7%	81,7%
Pessoas/ligação (esgoto)	4,20	4,20	4,18	4,21	4,20	4,17	4,18	4,17	4,16	4,16
Ligações de esgoto	1.290.529	1.298.744	1.312.506	1.329.557	1.330.000	1.354.243	1.362.546	1.376.744	1.392.232	1.392.232
Crescimento no número de ligações (%)		0,64%	1,06%	1,30%		1,86%	0,61%	1,04%	1,12%	4,7%
Volume/ligação (m3/ano) - esgoto	60,3	61,1	60,7	61,6	239,7	59,4	53,5	54,1	54,6	218,3
Volume vendido de esgoto (1000 x m3)	77.880	79.407	79.670	81.899	318.856	80.501	72.916	74.493	75.959	303.869
Crescimento do volume vendido em m3		1,96%	0,33%	2,80%		-1,71%	-9,42%	2,16%	1,97%	-4,7%
Tarifa esgoto (R\$/m3) - coleta + tratamento	1,41	1,65	1,65	1,61	1,58	1,68	1,79	1,83	1,82	1,78
% tarifa de esgoto / água	86,2%	86,9%	85,7%	86,0%	86,2%	82,4%	74,6%	75,3%	77,5%	77,4%
Receita Bruta com esgoto	110.134	130.758	131.650	131.923	504.466	135.205	130.776	136.592	138.498	541.071
Número de Ligações (água + esgoto)	4.143.277	4.169.548	4.213.057	4.257.648	4.258.091	4.306.103	4.342.949	4.388.184	4.428.273	4.428.273
Receita Bruta Total	358.994	420.956	428.838	428.843	1.637.632	450.519	460.156	480.081	474.281	1.865.037

### APÊNDICE A (CONTINUAÇÃO) – DESEMPENHO HISTÓRICO DOS DIRECIONADORES DE RECEITA

DESEMPENHO HISTÓRICO DOS DIRECIONADORES DE RECEITA										
	1T 2007	2T 2007	3T 2007	4T 2007	2007	1T 2008	2T 2008	3T 2008	4T 2008	2008
Operação - Água										
População da área atendida	11.873.340	12.014.286	12.095.918	12.258.824	12.258.824	12.401.720	12.468.366	12.575.510	12.655.102	12.655.102
Crescimento da população das concessões de água	0,77%	1,19%	0,68%	1,35%	4,0%	1,17%	0,54%	0,86%	0,63%	3,2%
População atendida - água	11.624.000	11.774.000	11.854.000	11.983.000	11.983.000	12.114.000	12.218.999	12.324.000	12.402.000	12.402.000
Nível de cobertura de água	97,9%	98,0%	98,0%	97,8%	97,8%	97,7%	98,0%	98,0%	98,0%	98,0%
Pessoas/ligação (água)	3,79	3,78	3,78	3,78	3,78	3,78	3,78	3,78	3,78	3,78
Ligações água	3.064.984	3.115.210	3.134.899	3.174.254	3.174.254	3.206.475	3.231.957	3.259.199	3.278.101	3.278.101
Crescimento no número de ligações (%)	0,95%	1,64%	0,63%	1,26%	4,6%	1,02%	0,79%	0,84%	0,58%	3,3%
Volume/ligação (m3/ano) - água	46,3	46,6	47,2	48,8	185,8	45,7	45,4	45,7	46,5	181,4
Crescimento	-1,50%	0,64%	1,29%	3,31%	-2,0%	-6,26%	-0,72%	0,78%	1,69%	-2,4%
Volume vendido de água (1000 x m3)	141.894	145.136	147.937	154.751	589.718	146.541	146.636	149.032	152.435	594.644
Crescimento do volume vendido em m3	-0,56%	2,28%	1,93%	4,61%	2,4%	-5,31%	0,06%	1,63%	2,28%	0,8%
Tarifa água (R\$/m3)	2,44	2,71	2,72	2,70	2,64	2,70	2,89	3,07	3,00	2,92
Receita Bruta com água	346.847	392.793	401.794	417.815	1.559.249	395.366	424.266	457.460	457.349	1.734.441
	3,29%	13,25%	2,29%	3,99%		-5,37%	7,31%	7,82%	-0,02%	
Operação - Esgoto										
População da área atendida	7.189.024	7.363.415	7.446.061	7.615.563	7.615.563	7.701.373	7.807.317	8.037.805	8.282.717	8.282.717
Crescimento da população das concessões de esgoto	1,41%	2,43%	1,12%	2,28%	7,4%	1,13%	1,38%	2,95%	3,05%	8,8%
População atendida - esgoto	5.895.000	6.038.000	6.143.000	6.244.000	6.244.000	6.339.000	6.402.000	6.591.000	6.791.000	6.791.000
Nível de cobertura de esgoto	82,0%	82,0%	82,5%	82,0%	82,0%	82,3%	82,0%	82,0%	82,0%	82,0%
Pessoas/ligação (esgoto)	4,15	4,14	4,11	4,11	4,11	4,11	4,09	4,15	4,07	4,07
Ligações de esgoto	1.420.557	1.457.758	1.493.435	1.519.146	1.519.146	1.541.783	1.563.763	1.587.793	1.667.647	1.667.647
Crescimento no número de ligações (%)	2,03%	2,62%	2,45%	1,72%	9,1%	1,49%	1,43%	1,54%	5,03%	9,8%
Volume/ligação (m3/ano) - esgoto	53,0	53,7	53,7	55,3	209,1	51,5	51,8	51,6	50,4	195,7
Volume vendido de esgoto (1000 x m3)	75.225	78.351	80.208	83.942	317.726	79.375	81.015	81.918	84.098	326.406
Crescimento do volume vendido em m3	-0,97%	4,16%	2,37%	4,66%	4,6%	-5,44%	2,07%	1,11%	2,66%	2,7%
Tarifa esgoto (R\$/m3) - coleta + tratamento	1,76	1,57	1,60	1,60	1,63	1,59	1,72	1,76	1,75	1,71
% tarifa de esgoto / água	72,0%	58,1%	58,8%	59,1%	61,6%	58,9%	59,6%	57,3%	58,2%	58,5%
Receita Bruta com esgoto	132.318	123.096	128.151	134.019	517.584	126.068	139.747	144.050	146.755	556.620
Número de Ligações (água + esgoto)	4.485.541	4.572.968	4.628.334	4.693.400	4.693.400	4.748.258	4.795.720	4.846.992	4.945.748	4.945.748
Receita Bruta Total	479.165	515.889	529.945	551.834	2.076.833	521.434	564.013	601.510	604.104	2.291.061

## APÊNDICE B – DESEMPENHO HISTÓRICO DAS DEDUÇÕES, CUSTOS E DESPESAS

COMPAN	HIA DE S	ANEA	MENTO D	E MINA	S GERA	IS S.A.	- COPAS	SA		
				~ ~						
Demostração do Resultado R\$ (mil)	Desem 1T 20		istórico Dedi 2T 20		istos e Des 3T 2		4T 2	005	200	05
Domostragae de resantade rep (mm)	11.20	% RB	2120	% RB	0.2	% RB	7	% RB		% RB
Deduções de receita	(34.873)	-9,7%	(41.387)	-9,8%	(42.625)	-9,9%	(42.169)	-9,8%	(161.054)	-9,8%
Custos		% RL		% RL	(	% RL		% RL	/··	% RL
CSP	(112.228)	-35%	(129.513) <b>15,4%</b>	-34%	(130.268) <b>0.6%</b>	-34%	(133.492) <b>2,5</b> %	-35%	(505.501)	-34%
Despesas					,					
Despesas Com Vendas % Cresc.	(27.802)	-8,6%	(32.612) <b>17,3</b> %	-8,6%	(33.222) <b>1,9</b> %	-9%	(40.682) <b>22,5</b> %	-10,5%	(134.318)	-9%
Despesas Operacionais e Administrativas	(57.582)	-18%	(65.656)	-17%	(66.622)	-17%	(74.779)	-19%	(264.639)	-18%
% Cresc.	E 104	2%	14,0%	20/	1,5%	00/	12,2%	0%	14 201	10/
Outro resultado operacional  EBITDA	5.194 <b>131.703,0</b>	40,6%	6.987 <b>158.775</b>	2% <b>41,8%</b>	1.665 <b>157.766</b>	0% <b>40,8%</b>	535 <b>138.256</b>	35,8%	14.381 <b>586.500</b>	1% <b>39,7%</b>
Demostração do Resultado R\$ (mil)	1T 20		2T 20		3T 2	006	4T 2	006	200	
zemestragae de resultado rep (mm)	11 20	% RB	21 20	% RB	31 2	% RB	712	% RB	200	% RB
Deduções de receita	(43.939)	-9,8%	(44.936)	-9,8%	(47.388)	-9,9%	(46.862)	-9,9%	(183.125)	-9,8%
Custos		% RL		% RL		% RL		% RL		% RL
CSP	(128.931) <b>-3,4</b> %	-32%	(142.406) <b>10.5</b> %	-34%	(146.125) <b>2,6%</b>	-34%	(153.994) <b>5,4</b> %	-36%	(571.456) <b>13,0</b> %	-34%
Despesas	-3,470		10,570		2,070		3,470		13,070	
Despesas Com Vendas	(35.450)	-8,7%	(34.976)	-8%	(34.282)	-8%	(35.578)	-8%	(140.286)	-8%
% Cresc.  Despesas Operacionais e Administrativas	<b>-12,9%</b> (78.968)	-19%	<b>-1,3%</b> (80.303)	-19%	<b>-2,0%</b> (69.093)	-16%	<b>3,8</b> % (72.830)	-17%	<b>4,4%</b> (301.194)	-18%
% Cresc.	5,6%		1,7%		-14,0%		5,4%		13,8%	
Outro resultado operacional EBITDA	(5.631) <b>157.600,0</b>	-1% <b>38,8%</b>	2.486 <b>160.021</b>	1% <b>38,5%</b>	7.693 <b>190.886</b>	2% <b>44,1%</b>	(17.180) <b>147.837</b>	-4% <b>34,6%</b>	(12.632) <b>656.344</b>	-1% <b>39,0%</b>
		20,0		<u> </u>				3.35		<u>==,=</u> ,=
Demostração do Resultado R\$ (mil)	1T 2007	% RB	2T 2007	% RB	3T 2007	% RB	4T 2007	% RB	2007	% RB
Deduções de receita	(48.223)	-10,1%	(52.472)	-10,2%	(55.036)	-10,4%	(57.626)	-10,4%	(213.357)	-10,3%
Custos		% RL		% RL		% RL		% RL		% RL
CSP	(162.061) <b>5,2%</b>	-38%	(165.553) <b>2,15</b> %	-36%	(176.130) <b>6,39</b> %	-37%	(183.615) <b>4,25</b> %	-37%	(687.359) <b>20,3</b> %	-37%
Despesas	3,2%		2,15%		0,39%		4,25%		20,3%	
Despesas Com Vendas	(32.908)	-8%	(33.457)	-7%	(21.918)	-5%	(22.382)	-5%	(110.665)	-6%
% Cresc. Despesas Operacionais e Administrativas	<b>-7,5%</b> (64.371)	-15%	<b>1,67%</b> (63.810)	-14%	<b>-34,5</b> % (71.725)	-15%	<b>2,1%</b> (72.859)	-15%	<b>-21,1%</b> (272.765)	-15%
% Cresc.	-11,6%	-1376	-0,87%	-1470	12,4%	-1370	1,6%	-1376	-9,4%	-1370
Outro resultado operacional EBITDA	2.077 <b>173.679,0</b>	0% <b>40,3%</b>	(2.772) <b>197.825,0</b>	-1% <b>42,7%</b>	(143.960) <b>61.176</b>	-30% <b>12,9%</b>	18.180 <b>233.532</b>	4% <b>47,3%</b>	(126.475) <b>666.212</b>	-7% <b>35,8%</b>
			l — — —							
Demostração do Resultado R\$ (mil)	1T 20	08 % RB	2T 20	08 % RB	3T 2	008 % RB	4T 2	008 % RB	200	08 % RB
Deduções de receita	(54.104)	-10,4%	(56.745)	-10,1%	(61.898)	-10,3%	(63.999)	-10,6%	(236.746)	-10,3%
Custos		% RL		% RL		% RL		% RL		% RL
CSP	(177.174)	-38%	(186.085)	-37%	(193.476)	-36%	(197.858)	-37%	(754.593)	-37%
Despesas	-3,5%		5,03%		3,97%		2,26%		9,8%	
Despesas Com Vendas	(35.524)	-8%	(43.266)	-9%	(35.829)	-7%	(36.491)	-7%	(151.110)	-7%
% Cresc.	58,7%	100/	21,79%	4.407	-17,2%	1.40/	1,8%	4.50/	<b>36,5</b> %	4.40/
Despesas Operacionais e Administrativas % Cresc.	(61.165) <b>-16,1</b> %	-13%	(71.351) <b>16,65</b> %	-14%	(75.593) <b>5,9%</b>	-14%	(81.769) <b>8,2</b> %	-15%	(289.878) <b>6,3%</b>	-14%
Outro resultado operacional EBITDA	(2.406) <b>191.061,0</b>	-1% <b>40,9%</b>	1.757 <b>208.323,0</b>	0% <u><b>41,1</b></u> %	8.729 <b>243.443</b>	2% <b>45,1</b> %	(38.784) <b>185.203</b>	-7% <b>34,3</b> %	(30.704) <b>828.030</b>	-1% <b>40,3</b> %

# APÊNDICE C – VERIFICAÇÃO DO AJUSTE DA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DAS VARIÁVEIS DE ENTRADA DO MODELO ESTOCÁSTICO

Verificação do Ajuste da	Distribuição de Pr	1		
Variável: Crescimento da	População da áre			
Ranked by: Chi-Square				
Distribution	A-D	Chi-Square	K-S	Parameters
Normal	.1604	.4000	.0904	Mean=0.79%,Std. Dev.=0.32%
Triangular	.2249	.4000	.1358	Minimum=-0.05%,Likeliest=0.87%,Maximum=1.59%
Lognormal	.5738	.4000	.1598	Mean=0.81%,Std. Dev.=0.42%
Logistic	.1525	.4000	.0926	Mean=0.79%,Scale=0.18%
Uniform	.4742	28.000	.1689	Minimum=0.15%,Maximum=1.43%
Pareto	26.202	28.000	.4008	Location=0.21%,Shape=0.82992
Exponential	22.834	52.000	.3382	Rate=11867.43%

Verificação do Ajuste Variável: Crescimento	,	obabilidade ea atendida por tratame	ento de esaoto	7
Ranked by: Chi-Squa				7
Distribution	A-D	Chi-Square	K-S	Parameters
Normal	.2889	.0000	.1317	Mean=1.48%,Std. Dev.=0.95%
Triangular	.2716	.0000	.1325	Minimum=-0.61%,Likeliest=1.38%,Maximum=3.79%
Uniform	.2866	.0000	.1401	Minimum=-0.16%,Maximum=3.26%
Logistic	.3108	.0000	.1464	Mean=1.46%,Scale=0.56%
Lognormal	10.433	28.000	.2179	Mean=1.96%,Std. Dev.=3.17%
Pareto	33.483	28.000	.4463	Location=0.04%,Shape=0.30794
Exponential	.7146	36.000	.2098	Rate=6288.99%

Ranked by: Chi-So	quare				
Distribution	A-D	Chi-Square		K-S	Parameters
Normal	.7999		65.000	.1895	Mean=-7.7%,Std. Dev.=1.5%
Logistic	.6450		65.000	.1922	Mean=-7.8%,Scale=0.8%
Triangular	.8460		75.000	.2380	Minimum=-11.7%,Likeliest=-8.3%,Maximum=-3.0%
Uniform	1	3.696	125.000	.2617	Minimum=-10.9%,Maximum=-4.1%
Lognormal	'	'		'	
Pareto	'	'		'	
Exponential	'	'		'	