



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – CCEN
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

JESÚS PAVÓN LÓPEZ

NOVOS TIPOS DE MEMÓRIAS ÓPTICAS NÃO LINEARES USANDO
OS GRAUS DE LIBERDADE EXTERNOS DE ÁTOMOS FRIOS DE CÉSIO

Recife
2019

JESÚS PAVÓN LÓPEZ

**NOVOS TIPOS DE MEMÓRIAS ÓPTICAS NÃO LINEARES USANDO
OS GRAUS DE LIBERDADE EXTERNOS DE ÁTOMOS FRIOS DE CÉSIO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Física.

Área de Concentração: Óptica

Orientador: Prof. José Wellington Rocha Tabosa

Recife
2019

Catálogo na fonte
Bibliotecária Mariana de Souza Alves CRB4-2105

P339n Pavón López, Jesús
Novos tipos de memórias ópticas não lineares usando os graus de liberdade externos de átomos frios de césio/ Jesús Pavón López. – 2019.
168 f.: il., fig.

Orientador: José Wellington Rocha Tabosa.
Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN. Física. Recife, 2019.
Inclui referências, apêndices e anexos.

1. Óptica. 2. Armazenamento de luz. 3. Óptica não linear em átomos frios. 4. Mistura de ondas. I. Tabosa, José Wellington Rocha (orientador). II. Título.

535.2

CDD (22. ed.)

UFPE-FQ 2019-84

JESÚS PAVÓN LÓPEZ

**NOVOS TIPOS DE MEMÓRIAS ÓPTICAS NÃO LINEARES USANDO
OS GRAUS DE LIBERDADE EXTERNOS DE ÁTOMOS FRIOS DE CÉSIO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Física.

Aprovada em: 16/08/2019

BANCA EXAMINADORA

Prof. José Wellington Rocha Tabosa
Orientador
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Anderson Stevens Leônidas Gomes
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Marcio Heraclyto Gonçalves de Miranda
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Philippe Wilhelm Courteille
Examinador Externo
Universidade de São Paulo

Prof. Sebastião José Nascimento de Pádua
Examinador Externo
Universidade Federal de Minas Gerais

A todos os que amam a ciência.

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a DEUS por todo o que tenho.

Ao professor Tabosa que, com muita paciência, constância e profissionalismo, me orientou durante esta caminhada e soube preencher as dificuldades básicas da minha formação. Será sempre um exemplo a seguir e a meta à qual tentarei chegar algum dia.

A minha amada esposa Ammis, por sua incalculável ajuda em todos os aspectos, o que a torna igualmente merecedora deste trabalho. Também incluo a meu sempre “*bebê*” Josué, por me dar as forças para me levantar a cada dia, pelo seu carinho e apoio.

A meus queridos pais, porque sem eles hoje seria diferente. Também agradeço a todo o restante da minha família por seu apoio incondicional, em especial meus avôs, tios e sogro: Bertha, Eneida, Benito, Luis, Arelis, Rubán, Antonio, Gisel, Silverio, Marianela e Robersy...

A meus colegas e amigos de laboratório Allan Jones, Álvaro Mitchell e Marcia Frómeta por conseguir que o trabalho no laboratório fosse uma linda experiência, ainda nos momentos mais difíceis. Junto a Tabosa conseguimos ser uma verdadeira equipe de trabalho.

Aos professores dos Departamento de Física da Universidade de Oriente de Cuba e da UFPE que influíram na minha formação como semente de cientista. Em especial à professora Sandra por tudo o que me ensinou desde o mestrado, inclusive os valiosos conselhos. Ao professor Padrón por sua ajuda desde minha chegada.

A meus colegas e amigos da UFPE por me ajudar muito nas disciplinas e estar sempre disponíveis para tirar minhas dúvidas. Em particular a meus grandes amigos cubanos: Raudel, Yuset, Guillermo e Miguel.

A António, Márcio, Shyanne e Wannesa por sua maravilhosa amizade. A Thiago e Patrícia por sua grande ajuda nos momentos de dificuldade.

E não poderia esquecer a meu mais do que amigo Marcelo, e sua família, por me tornar mais um membro dela.

À FACEPE pelo suporte financeiro.

Resumo

Nesta tese apresentamos a implementação experimental de novos tipos de memórias ópticas não lineares baseadas nos graus de liberdade externos de átomos frios. Usamos o mecanismo de esfriamento Sisyphus assistido magneticamente para esfriar átomos de césio abaixo do limite Doppler. Dessa forma os átomos ficam confinados no potencial de uma rede óptica unidimensional produzida por dois feixes contrapropagantes e o movimento do seu centro de massa é quantizado. Incluímos mais um feixe como sonda para produzir um processo de mistura de quatro ondas, e observamos claramente a estrutura de níveis vibracionais quantizados dos átomos tanto no espectro de transmissão do feixe de sonda quanto no espectro do sinal gerado via mistura de quatro ondas. Mostramos que a informação associada ao feixe de sonda é mapeada e armazenada no meio atômico em forma de coerência entre os níveis vibracionais do movimento. Esta informação pode ser recuperada após um tempo controlado enquanto a coerência entre os níveis vibracionais sobrevive. Foi desenvolvido um modelo teórico para explicar as oscilações de Rabi observadas nos pulsos recuperados, reproduzindo qualitativamente o comportamento de ambos os sinais (transmissão do feixe de sonda e do sinal gerado). Também usamos os níveis vibracionais do movimento dos átomos confinados na rede óptica para implementar processos de mistura de seis e oito ondas. Em ambos os processos foram observadas ressonâncias sub-harmônicas, acontecendo em frações inteiras da separação em frequência entre dois níveis vibracionais adjacentes. Também mostramos a possibilidade de armazenar e recuperar informação do feixe de sonda no meio atômico, desta vez usando processos de ordem superior associados às susceptibilidades não lineares $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$. Finalmente estudamos um processo de mistura de quatro ondas em cascata capaz de gerar quatro modos diferentes acoplados entre si. Em tal processo observamos a amplificação do feixe de sonda acima de 7000 vezes sua intensidade inicial. Várias medidas indicam que o processo paramétrico está associado com as ressonâncias induzidas pelo recuo dos átomos (RIR). Observamos também a presença de auto-oscilação no sistema nos quatro modos gerados. Este mecanismo foi usado para implementar uma memória óptica na qual a informação do feixe de sonda pode ser amplificada no processo de leitura da memória. Em especial, mostramos como a informação de momento angular orbital do feixe de sonda pode ser, via interação não linear com o meio, armazenada, recuperada e amplificada após um tempo controlado.

Palavras-chave: Armazenamento de luz. Óptica não linear em átomos frios. Mistura de ondas. Redes ópticas. Espalhamento Raman estimulado. Ressonâncias sub-harmônicas.

Abstract

In this thesis we present the experimental implementation of new types of nonlinear optical memories based on the external degrees of freedom of cold atoms. We used the magnetically assisted Sisyphus cooling mechanism to cool cesium atoms to temperature below the Doppler limit. The atoms are then confined in the potential of an one-dimensional optical lattice produced by two counterpropagating beams and the movement of their center of mass is quantized. We have included one more beam as a probe to produce a four-wave mixing process, and we clearly observed the structure of quantized vibrational levels of the atoms, both in the probe beam transmission spectrum and in the generated four-wave mixing signal spectrum. We show that the information associated with the probe beam is mapped and stored in the atomic medium in the form of coherence between the vibrational levels of the movement. This information can be retrieved after a controlled time while the coherence between the vibrational levels still survives. A theoretical model was developed to explain the Rabi oscillations observed in the recovered pulses, reproducing qualitatively the behavior of both signals (probe beam transmission and generated signal). We have also used the vibrational levels of motion of the atoms confined in the optical lattice to implement six- and eight-wave mixing processes. In both processes, sub-harmonic resonances were observed, occurring at integer fractions of the frequency separation between two adjacent vibrational levels. We have also shown the possibility of store and retrieve probe beam information in the atomic medium, this time using higher-order processes associated with non-linear susceptibilities $\chi^{(5)}$ and $\chi^{(7)}$. Finally, we studied a cascade four-wave mixing process capable to generate four different coupled modes. In this process we observed the amplification of a probe beam over 7000 times its initial intensity. Some measurements indicate that the parametric process is associated with recoil induced resonances (RIR). We also observed self-oscillation in the system in the four modes generated. This mechanism was used to implement an optical memory in which the probe beam information can be amplified during the reading process of the memory. In particular, we show how the information of orbital angular momentum of the probe beam can be, via non-linear interaction with the medium, stored, retrieved and amplified after a controlled time.

Keywords: Light storage. Non-linear optics in cold atoms. Wave mixing. Optical lattices. Stimulated Raman scattering. Sub-harmonic resonances.

Lista de Figuras

Figura 1- Esquema de dois campos E_F e E_P interagindo com um sistema atômico de três níveis.....	25
Figura 2- Sistema atômico de dois níveis interagindo com um único campo eletromagnético.	38
Figura 3. Esquema representativo do deslocamento dos níveis de energia produzido pela interação da radiação com o sistema atômico.....	40
Figura 4- Representação da rede óptica unidimensional.	42
Figura 5- Representação do acoplamento $L \cdot S$ que dá lugar à estrutura fina do átomo.	44
Figura 6- Estrutura hiperfina da linha D2 do átomo de Cs.....	46
Figura 7- Conexão entre subníveis Zeeman da transição hiperfina $f = 3 \leftrightarrow f' = 2$ interagindo com dois campos de radiação com polarização circular $E1(\sigma+)$ e $E2(\sigma-)$	47
Figura 8- Conexão entre subníveis Zeeman da transição hiperfina $f = 4 \leftrightarrow f' = 3$ interagindo com um campo de radiação com polarização circular $E1(\sigma+)$	48
Figura 9- Representação esquemática de uma Armadilha Magneto-Óptica 3D.	51
Figura 10- Representação da interação de um átomo se deslocando com dois feixes co- e contra-propagantes.....	52
Figura 11- Representação do mecanismo usado para o aprisionamento dos átomos através de um gradiente de campo magnético em uma transição $F=0$ a $F=1$	53
Figura 12- Configuração espacial da distribuição de campo magnético criado por bobinas em configuração anti-Hemholtz.	54
Figura 13- Esquema experimental simplificado.....	55
Figura 14- Representação do bombeio óptico e da criação da rede óptica unidimensional...57	
Figura 15- Representação da transferência de população entre subníveis Zeeman.	58
Figura 16- Representação simplificada do mecanismo de esfriamento Sisyphus.	59
Figura 17- Esquema do potencial periódico da onda estacionária	62
Figura 18- Instalação experimental e sequência temporal utilizados no cancelamento do campo magnético, assim como a sincronização temporal dos experimentos.....	64
Figura 19- Tipos de transições de dipolo magnético que podem ser realizadas pela RF.	66
Figura 20- Espectro de RF mostrando as 15 possíveis transições de dipolo magnético feitas pela RF.....	66
Figura 21- Espectros de RF para diferentes valores de campo magnético.....	67

Figura 22- Espectro de RF para o campo magnético cancelado.....	68
Figura 23- Espectro de transmissão do feixe de prova com e sem o feixe C ₂ bloqueado.	69
Figura 24- Posição em frequência do pico de ganho como função da potência dos feixes de bombeio.	71
Figura 25- Mistura de quatro ondas envolvendo estados quantizados do movimento atômico, condição de casamento de fase e esquema experimental simplificado.	73
Figura 26- Espectros da transmissão do feixe de prova e do sinal de FWM gerado.....	74
Figura 27- Sequência temporal para os processos de escrita e leitura.....	76
Figura 28- Espectros de transmissão do feixe de prova e FWM obtidos nos processos de escrita e leitura.	77
Figura 29- Energia recuperada no processo de leitura para diferentes tempos de armazenamento.	78
Figura 30- Forma temporal dos pulsos recuperados para diferentes intensidades dos feixes de leitura.	80
Figura 31- Esquema mostrando o sistema de níveis usado no modelo teórico.	81
Figura 32- Forma temporal do pulso recuperado a partir dos resultados obtidos no modelo teórico.	85
Figura 33- Esquema experimental e sistema de níveis das misturas de seis e oito ondas.....	88
Figura 34- Esquema de casamento de fase nas misturas de seis e oito ondas.	90
Figura 35- Espectro de transmissão do feixe de prova e sinal de mistura de ondas para diferentes configurações experimentais.....	93
Figura 36- Esquema experimental simplificado mostrando a configuração usada para observar processos associados a $\chi(3)$, usando a estrutura de níveis vibracionais criados na configuração associada a processos $\chi(5)$ e $\chi(7)$	94
Figura 37- Espectros de transmissão do feixe de prova e SWM coletados com e sem a presença do feixe C ₂ (3)	95
Figura 38- Dependência da amplitude dos sinais de SWM (em preto) e EWM (em azul) com a intensidade do feixe de prova.	98
Figura 39- Posição dos picos da mistura de oito ondas como função da intensidade do feixe de prova.	99
Figura 40- Espectros de mistura de seis ondas gerada no processo de escrita (em preto), e sinal recuperado no processo de leitura (em azul).	101
Figura 41- Espectros de mistura de oito ondas gerada no processo de escrita (em preto), e sinal recuperado no processo de leitura (em azul).	103

Figura 42- Energia do pulso recuperado, obtida na configuração onde se observa $\chi(5)$, para diferentes valores do tempo de armazenamento.	104
Figura 43- Energia do pulso recuperado, obtida na configuração onde se observa $\chi(7)$, para diferentes valores do tempo de armazenamento.	105
Figura 44- Esquema simplificado da configuração experimental usada para a observação do ganho gigante.	109
Figura 45- Simulação da amplificação dos feixes gerados através da solução numérica das equações de propagação (5.1.9) - (5.1.12) ao longo do eixo z.	112
Figura 46- Ganho obtido na transmissão do feixe P como função da dessintonia deste com respeito aos feixes de bombeio.	113
Figura 47- Forma temporal dos pulsos de cada modo gerado	114
Figura 48- Forma temporal da auto-oscilação para cada modo quando a semente do feixe de prova é bloqueada.	116
Figura 49- Comparação das intensidades medidas em cada modo gerado como função da frequência de P	117
Figura 50- Ganho medido como função da intensidade da semente do feixe P.	118
Figura 51- Correlações temporais observadas em escala de nano-segundos entre os feixes gerados na direção do feixe de prova e da FFWM.	119
Figura 52- Ganho observado para diferentes valores de profundidade óptica da armadilha magneto óptic.	120
Figura 53- Espectro de transmissão do feixe de prova.	121
Figura 54- Amplitude de cada modo gerado como função da intensidade dos feixes de bombeio.	122
Figura 55- Largura de linha que apresenta o espectro de cada modo gerado como função da intensidade dos feixes de bombeio	123
Figura 56- Transição Raman estimulada entre distintos estados de energia cinética.	125
Figura 57- Forma de linha obtida teoricamente para o espectro de transmissão do campo E_P (feixe de prova) num processo RIR.	126
Figura 58- Interpretação do processo de RIR como a auto difração do feixe F na grade de densidade atômica criada pela sua interferência com o feixe P.	127
Figura 59- Interpretação do sinal de conjugação de fase óptica via mistura de quatro ondas como resultado da difração do feixe F' na grade de densidade atômica criada pelos feixes F e P.	128
Figura 60- Espectros de transmissão do feixe de prova para diferentes tempos t_0	129

Figura 61- Espectros de transmissão de todos os modos gerados para diferentes tempos t_0	130
Figura 62- Espectros de transmissão do feixe de prova (em preto) e da BFWM (em vermelho) para diferentes intensidades do feixe C_2	131
Figura 63- Forma temporal dos pulsos correspondentes à transmissão de P (em preto) e à BFWM nos processos de escrita e leitura	134
Figura 64- implementação do mecanismo de armazenamento de MAO	135

Sumário

1	Introdução.....	14
2	Fundamentos Teóricos.....	20
2.1	Introdução ao capítulo.....	20
2.2	Visão clássica da óptica não-linear desde a perspectiva das equações de Maxwell	21
2.3	Interação coerente entre os átomos e a luz. Redução de um sistema de três níveis tipo lambda a um sistema efetivo de dois níveis	24
2.4	Força sobre um sistema de dois níveis	32
2.5	Deslocamento luminoso num sistema de dois níveis	37
2.6	Estrutura atômica do átomo de Cs	42
3	Memória óptica não-linear usando os estados quantizados do movimento atômico	49
3.1	Introdução ao capítulo.....	49
3.2	Sistema experimental	50
3.3	Quantização do movimento dos átomos	56
3.4	Controle do Campo magnético.....	63
3.5	Observação de ganho e absorção Raman entre estados quantizados do movimento dos átomos	68
3.6	Mistura de quatro ondas envolvendo estados quantizados do movimento dos átomos ..	72
3.7	Armazenamento de luz usando os estados quantizados do movimento.....	75
3.8	Modelo teórico para o processo de leitura	80
3.9	Conclusões do capítulo	85
4	Observação de ressonâncias sub-harmônicas através da mistura de ondas de ordem superior. Armazenamento de luz usando processos de ordem superior.....	86
4.1	Introdução ao capítulo.....	86
4.2	Implementação experimental para a observação de processos de tipo $\chi(5)$ e $\chi(7)$	87
4.3	Evidências da observação de ressonâncias sub-harmônicas. Espectros e interpretação física	91

4.4	Implementação do mecanismo de armazenamento usando processos de ordem superior	100
4.5	Conclusões do capítulo	106
5	Observação de ganho gigante e oscilações paramétricas acopladas entre quatro modos em mistura de quatro ondas em cascata. Armazenamento de momento angular orbital usando o mecanismo de ganho	107
5.1	Introdução ao capítulo.....	107
5.2	Implementação experimental para a observação do ganho gigante	108
5.3	Observação do ganho gigante e auto-oscilação	112
5.4	Caracterização do ganho gigante e observação de correlações temporais.....	116
5.5	Limiar de oscilação	121
5.6	Explicação das ressonâncias induzidas por recuo (RIR).....	123
5.7	Origem do ganho gigante	128
5.8	Armazenamento de momento angular usando a oscilação paramétrica multimodo	132
5.9	Conclusões do capítulo	136
6	Conclusões e perspectivas.....	137
	Apêndice A- Solução analítica de uma memória baseada num sistema de três níveis interagindo com dois campos ópticos	144
	Apêndice B- Código para a solução numérica das equações (5.1.9) - (5.1.12).....	153
	Anexo A- Optical memory based on quantized atomic center-of-mass motion	155
	Anexo B- Subharmonic resonances in high-order wave mixing in the quantized atomic motion in a one-dimensional optical lattice	159
	Anexo C- Observation of giant gain and coupled parametric oscillations between four optical channels in cascaded four-wave mixing	164

1 Introdução

O amplo desenvolvimento alcançado no campo da informação quântica e processamento quântico também tem motivado um grande interesse em investigar diferentes tipos de memórias para a luz, um ingrediente crucial no qual a maioria dos protocolos quânticos são baseados. Memórias baseadas em diferentes fenômenos físicos, incluindo transparência eletromagneticamente induzida (EIT - *Electromagnetic Induced Transparency*) [1–3], oscilação coerente de população (CPO - *Coherent Population Oscillation*) [4–6], memórias de gradiente de eco (GEM - *Gradient Echo Memory*) [7,8] e pente de frequência atômica [9] são atualmente bem compreendidas e já foram mostradas provas do armazenamento de estados quânticos da luz por muitos grupos (ver [10,11] e referências nele contidas). Memórias baseadas em transições Raman para fótons individuais de banda larga também foram demonstradas [12,13].

Apesar da proposta teórica para a transferência de um estado quântico da luz para o movimento atômico [14], em todas as demonstrações anteriores, a informação óptica é armazenada usando os estados internos dos átomos, seja em forma de coerência ou de população entre os estados fundamentais. Para melhorar a capacidade de uma memória óptica, vale a pena explorar todos os graus de liberdade do sistema atômico onde a informação óptica pode ser armazenada, ou seja, não apenas os estados internos do átomo, mas também seus estados externos.

Recentemente, nosso grupo demonstrou o funcionamento de uma memória baseada nos graus de liberdade externos [15]. Neste trabalho se usaram os estados de momento linear dos átomos para implementar o mecanismo de armazenamento através do fenômeno das ressonâncias induzidas por recuo (RIR) [16,17] em um sistema de dois níveis (TLS - *Two Level System*) de átomos frios de césio. Esta memória apresenta a interessante propriedade de ser insensível ao processo de leitura, o que faz com que a informação armazenada tenha um tempo de vida útil limitado apenas pelo movimento térmico dos átomos.

Apesar do mecanismo anteriormente mencionado envolver os graus de liberdade externos dos átomos [15], este utiliza um observável com espectro contínuo para armazenar a informação.

Nesta tese, apresentaremos o funcionamento de uma memória óptica que também usa os graus de liberdade externos do átomo, mas pela primeira vez é baseada no movimento quantizado do centro de massa atômico em uma rede óptica 1-D [18]. Como a memória armazena a informação

de um feixe de prova, através de um processo não linear associado à susceptibilidade de 3ª ordem $\chi^{(3)}$, na coerência entre dois níveis vibracionais do poço de potencial óptico da rede, em princípio, ela pode armazenar estados quânticos mais gerais da luz. É importante destacar que os átomos precisam estar frios o suficiente para ficarem presos no potencial óptico produzido pela onda estacionária 1-D. Sob determinadas condições, o movimento do centro de massa atômico é quantizado no poço de potencial óptico, formando assim uma escada de estados vibracionais discretos, que são revelados através da emissão Raman estimulada ou mistura de quatro ondas (FWM – *Four-wave Mixing*), como demonstrado anteriormente em [19, 20]. Assim como a memória RIR, o processo aqui demonstrado também usa um TLS puro.

Por outro lado, desde a primeira demonstração do confinamento de átomos em um arranjo periódico de poços de potencial óptico, chamado de rede óptica [21, 22], há cerca de duas décadas e meia atrás, esses sistemas têm sido utilizados em uma grande variedade de experimentos. Redes ópticas foram demonstradas em uma, duas e três dimensões [21-27] e foram usadas para reproduzir vários efeitos observados em física do estado sólido [28]. Átomos confinados em redes ópticas têm seu espaço de Hilbert expandido como um produto direto dos estados atômicos internos e a escada de estados vibracionais externos discretos, aumentando consideravelmente a possibilidade de manipular de forma controlada a interação da luz com o sistema atômico. Desta forma podem ser implementados, por exemplo mecanismos de memórias ópticas como o descrito anteriormente [18]. Como foi mencionado, tal mecanismo de armazenamento é implementado através de um processo não linear de 3ª ordem. Porém os mecanismos de armazenamento que envolvem processos não lineares de ordem superior (especificamente associados às susceptibilidades $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$) neste tipo de sistemas, não têm sido estudados e constituem um interessante objeto devido a suas possíveis aplicações.

Memórias ópticas não lineares tem sido amplamente estudadas pelo nosso grupo, tanto do ponto de vista teórico quanto experimental [15, 29-35]. Um exemplo de aplicação de memórias óptica não lineares é o armazenamento de estados clássicos da luz, como o momento angular orbital (MAO) via diferentes ordens não lineares [30]. Neste trabalho se mostra não apenas a possibilidade de armazenar informação relacionada à carga topológica de um feixe de prova através das diferentes ordens não lineares da interação átomo-luz, mas também se mostra a possibilidade de manipular a informação armazenada segundo a ordem não linear escolhida. Ou seja, podem ser aplicadas operações lógicas sobre a carga topológica armazenada através das diferentes ordens não lineares. Entretanto, os processos de ordem superior gerados

poderiam, em princípio, ser usados nos campos da óptica e informação quântica, como uma forma de gerar pares e triadas de fótons emaranhados.

Dada a importância e aplicações que tem os processos não lineares de ordem superior, e levando em consideração que estes não tem sido estudados em redes ópticas onde os graus de liberdade externos dos átomos são quantizados, é interessante a implementação, estudo e caracterização de tais mecanismos neste sistema. Para isto usamos a quantização dos graus de liberdade externos dos átomos para demonstrar processos de mistura de ondas de altas ordens, especificamente as misturas de seis (SWM – *Six-wave Mixing*) e oito ondas (EWM – *Eight-wave Mixing*), onde observamos ressonâncias sub-harmônicas numa fração inteira da separação em frequência entre níveis vibracionais adjacentes de átomos de césio confinados em uma rede óptica 1-D [37].

Os processos de transições multifotônicas Raman, conhecidos como ressonâncias sub-harmônicas, foram observadas pela primeira vez por Trebino e Rahn usando os níveis fundamentais hiperfinos de átomos de sódio [36]. Vale ressaltar, que ressonâncias sub-harmônicas já foram observadas em átomos confinados em uma rede óptica tridimensional (3-D), tanto no espectro de FWM [20] quanto no espectro de transmissão do feixe sonda [38].

Além da observação das ressonâncias sub-harmônicas, em [37] mostramos experimentalmente que as interações de altas ordens produzidas, podem ser armazenadas na coerência induzida entre os diferentes estados vibracionais quantizados e recuperadas após um certo tempo de armazenamento. Assim estendemos o conceito descrito em [29,30], para uma memória óptica não linear baseado agora na quantização dos graus de liberdade externos dos átomos.

Por outro lado, um dos desafios no estudo das memórias ópticas é conseguir os maiores tempos de armazenamento possíveis, segundo o mecanismo usado. Como foi mostrado em [15, 18, 37] o tempo de armazenamento de memórias baseadas nos graus de liberdade externo dos átomos é basicamente limitado pelo movimento térmico. Uma possibilidade para lidarmos com este problema é amplificar a informação armazenada e desta forma tê-la acessível por um tempo maior do que a evolução livre dos átomos permite. Para isto é necessário encontrar um mecanismo para o qual o processo não linear gerado possua uma grande eficiência, seja capaz de gerar altos valores de ganho no feixe de prova e preserve a informação armazenada.

Em processos onde são implementadas oscilações ópticas paramétricas sem cavidade (MOPO - *Mirrorless Optical Parametric Oscillation*) baseados em FWM, é possível conseguir altos valores de ganho [39]. Especificamente, no caso da FWM com dois feixes de bombeio contra-

propagantes, os pares de fótons gerados se propagam em direções opostas, proporcionando o *feedback* necessário para a oscilação óptica sem a necessidade de qualquer cavidade externa. MOPO baseadas em FWM via EIT foram demonstradas em vapores térmicos de rubídio [40, 41] e recentemente também em átomos frios de rubídio [42]. Trabalhos anteriores também mostraram superradiância sem cavidade [43] e MOPO [44] com base nos graus de liberdade externos dos átomos. No entanto, em todos os estudos de MOPO mencionados anteriormente, apenas dois modos espaciais são geralmente considerados e acoplados através das equações de Maxwell-Bloch. Cabe, entretanto, mencionar que MOPO multimodo, foram demonstradas em vapor atômico de sódio [45-47], usando os estados hiperfinos.

Nesta tese apresentamos, até onde sabemos, a primeira demonstração de múltiplas FWM acopladas em uma amostra de átomos frios de cézio, explorando os graus de liberdade atômicos internos e externos. Em tal processo, observamos valores extremamente altos de ganho paramétrico saturado (maiores do que 7000), com largura de banda muito estreita e sem a necessidade de intensidades de bombeio muito altas, o que demonstra a alta eficiência do processo.

Assim, o acoplamento de todos os modos gerados permite, sob determinadas condições experimentais, que o sistema amplifique a informação armazenada em um feixe de prova. Especificamente, mostramos que tal mecanismo pode ser usado para armazenar, recuperar e amplificar informação de MAO contida em um feixe de prova. A informação de MAO do feixe de prova é transmitida via interação não linear átomo-luz para outros modos gerados no processo de MOPO, e também pode ser recuperada e amplificada nestes modos. Isto constitui um tipo de memória nunca antes estudado e faz do sistema, de forma geral, altamente promissor e extremamente rico em futuras aplicações na óptica e informação quântica.

De forma geral, podemos dizer que nesta tese se reportam os resultados obtidos na implementação de três novos tipos de memórias ópticas não lineares, todas baseadas nos graus de liberdade externo dos átomos. Para apresentar tais resultados, a tese se encontra estruturada da seguinte forma:

No capítulo 2 apresentaremos os fundamentos teóricos que facilitam a compreensão dos fenômenos experimentais observados. Especificamente apresentaremos de forma geral uma visão clássica da óptica não linear via equações de Maxwell, seguida pelo tratamento semi-clássico da interação átomo-luz através das equações ópticas de Bloch, em particular mostraremos como um sistema de três níveis tipo *lambda* pode ser reduzido a um sistema

efetivo de dois níveis (este resultado o usaremos no capítulo 3 para o modelo teórico). Também serão apresentadas as forças que atuam sobre um sistema de dois níveis que interage com um campo de radiação, em particular daremos atenção à força de dipolo, de suma importância na criação da rede óptica. Por último será apresentada brevemente a estrutura de níveis de energia internos do átomo de césio.

No capítulo 3, apresentaremos o primeiro experimento onde se mostra o uso dos estados quantizados do movimento do centro de massa de átomos confinados numa rede óptica 1-D como mecanismo para armazenar informação óptica. Primeiramente apresentaremos o princípio de funcionamento geral de uma armadilha magneto-óptica (MOT – *Magneto-Optical Trap*) e em seguida apresentaremos a configuração experimental usada na experiência. Mostramos também o mecanismo pelo qual são aprisionados os átomos na rede óptica através do esfriamento Sisyphus assistido magneticamente. Depois apresentamos os resultados experimentais e por último um modelo teórico que descreve qualitativamente a dinâmica do processo de leitura da memória.

No capítulo 4 apresentamos uma extensão da memória baseada nos estados quantizados do movimento dos átomos confinados na rede óptica, mas agora usando processos não lineares de ordem superior, nos quais são observadas ressonâncias sub-harmônicas envolvendo dois estados vibracionais adjacentes. Primeiramente apresentamos o método de resolução angular usado para escolher a ordem não linear desejada e sua implementação experimental. Seguidamente mostramos e discutimos os resultados experimentais obtidos para cada ordem não linear assim como suas particularidades. Também fazemos a comparação entre os três processos associados às ordens da susceptibilidade não linear estudadas ($\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$).

No capítulo 5 apresentamos a observação de um ganho gigante observado em um processo multimodo de MOPO baseadas em FWM, e mostramos como a alta eficiência deste processo é usada para implementar um mecanismo de armazenamento onde a informação óptica é amplificada. Inicialmente apresentamos a configuração experimental usada para a observação do processo associado ao ganho gigante para depois apresentar e discutir os resultados experimentais obtidos durante a caracterização do processo paramétrico. Dedicamos uma seção para descrever de forma geral as ressonâncias RIR, já que mostramos resultados que indicam fortemente que o processo paramétrico observado tem origem em tais ressonâncias. Por último mostramos a implementação do mecanismo de armazenamento, recuperação e amplificação da informação de MAO de um feixe de prova.

Por fim apresentamos as conclusões gerais da tese e perspectivas para futuras pesquisas relacionadas aos resultados aqui apresentados.

2 Fundamentos Teóricos

2.1 Introdução ao capítulo

Neste capítulo faremos uma revisão dos conceitos básicos e fundamentos teóricos necessários para o entendimento geral da tese.

Começaremos descrevendo os princípios da óptica não linear desde uma perspectiva totalmente clássica, fazendo para isto, uso das equações de Maxwell. Mostrando como, quando um ou mais campos são acoplados num meio não linear, surgem efeitos como a geração de harmônicos, soma e diferença de frequências, etc.

Em seguida discutiremos como pode ser estudada a interação coerente entre a luz e a matéria num tratamento quase-clássico a partir do formalismo da matriz densidade. Introduziremos algumas aproximações fundamentais para isto, como a aproximação de dipolo elétrico, sistema efetivo de dois níveis, aproximação da onda girante, entre outras.

Será analisado como, através da eliminação adiabática do estado excitado, pode ser simplificado um sistema de três níveis interagindo com dois campos ópticos a um sistema efetivo de dois níveis interagindo com um campo o que será usado posteriormente para o modelo teórico desenvolvido no capítulo. 3.

Será feita neste capítulo também uma descrição da estrutura do átomo de Cs, já que será o átomo usado em nosso sistema para os experimentos realizados. Focaremos na linha D_2 do isótopo 133 do Cs explicando e interpretando sua estrutura energética.

Por último será explicado o efeito Stark ou “light shift” e como a partir dele surge a força de dipolo, a qual é fundamental na criação de redes ópticas. Especificamente focaremos no caso unidimensional que será reanalisado no capítulo 4.

2.2 Visão clássica da óptica não-linear desde a perspectiva das equações de Maxwell

Nos cursos de Eletrodinâmica Clássica usualmente é estudada a polarização gerada num meio sujeito à presença de um campo elétrico segundo uma relação linear entre esta e o campo, como mostrado na equação (2.1.1):

$$\vec{P}(t) = \varepsilon_0 \chi \vec{E}(t), \quad (2.1.1)$$

sendo $\vec{P}$ a polarização, $\vec{E}$ o campo elétrico incidente, ε_0 a permissividade elétrica do vácuo e χ a susceptibilidade elétrica do meio. Observe-se que embora não esteja indicado de forma explícita na equação (2.1.1), tanto a polarização gerada quanto o campo elétrico incidente são também funções da posição.

Esta aproximação só é válida sob a consideração de que o campo elétrico incidente é fraco o suficiente comparado ao campo produzido pelos átomos do meio de forma a não alterar este último, e aliás considerando um meio homogêneo, isotrópico, sem perdas e não dispersivo.

Campos elétricos produzidos por luz laser, usualmente são fortes o suficiente para considerarmos a expansão da polarização em ordens mais altas [48]:

$$\vec{P}(t) = \varepsilon_0 [\chi^{(1)} \vec{E}(t) + \chi^{(2)} \vec{E}^2(t) + \chi^{(3)} \vec{E}^3(t) + \dots] = \vec{P}^{(1)}(t) + \vec{P}^{(2)}(t) + \vec{P}^{(3)}(t) + \dots, \quad (2.1.2)$$

onde $\chi^{(i)}$ e $\vec{P}^{(i)}$ (com $i > 1$) são as diferentes ordens não lineares da susceptibilidade elétrica e polarização respectivamente.

A razão pela qual esta expansão da polarização tem um papel fundamental na explicação de fenômenos não lineares envolvendo a interação entre a luz e a matéria, fica clara se analisamos a equação de onda para o campo elétrico. Esta equação é deduzida de forma simples a partir das equações de Maxwell [49], considerando que não existem cargas ou correntes livres no material. Calculando o rotacional na Lei de Faraday-Lenz:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{D} = \nabla (\nabla \cdot \vec{D}) - \nabla^2 \vec{D} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{H}. \quad (2.1.3)$$

Usando agora a Lei de Ampere-Maxwell e $\nabla \cdot \vec{D} = 0$, temos que:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}. \quad (2.1.4)$$

Na equação (2.1.3) foi usado também $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ e $\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}$. É possível observar que o termo não homogêneo na equação (2.1.4) serve como “fonte” para gerar o campo elétrico.

Reescrevendo a equação (2.1.4) convenientemente:

$$\nabla^2 \vec{E}_g(t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}_g(t) = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}^{(i)}, \quad (2.1.5)$$

onde se entende $\vec{E}_g$ como o campo gerado devido a uma polarização $\vec{P}^{(i)}$ que foi induzida no meio. O supra índice indica a ordem da polarização que foi induzida. Voltando à equação (2.1.2), analisemos como exemplo a polarização de segunda ordem na expansão. Para simplificar a explicação vamos desconsiderar por enquanto a dependência espacial do campo e focar na dependência temporal, já que o objetivo principal é mostrar a geração de campos com frequências diferentes aos campos incidentes.

$$P^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2(t). \quad (2.1.6)$$

Consideremos que dois campos E_1 e E_2 estão interagindo com o meio. Então o campo total pode ser expresso da seguinte forma:

$$E(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + C.C. \quad (2.1.7)$$

Ao calcular o quadrado do campo total, a expressão (2.1.6) fica:

$$P^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} \left(E_1^2 e^{-2i\omega_1 t} + E_2^2 e^{-2i\omega_2 t} + 2E_1 E_2 e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + 2E_1 E_2^* e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + c.c. \right) + 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} (E_1 E_1^* + E_2 E_2^*). \quad (2.1.8)$$

Da equação anterior pode-se concluir que são induzidas polarizações, e portanto, gerados campos em componentes de frequências diferentes das frequências incidentes.

$$P^{(2)}(t) = \sum_n P(\omega_n) e^{-i\omega_n t}, \quad (2.1.9)$$

onde ω_n são as diferentes componentes de frequência produzidas pela “mistura” dos campos incidentes. Estas dão origem a diferentes fenômenos não lineares.

$$\begin{array}{ll}
P(2\omega_1) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1^2 & \text{(GSH),} \\
P(2\omega_2) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_2^2 & \text{(GSH),} \\
P(\omega_1 + \omega_2) = 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1 E_2 & \text{(GSF),} \\
P(\omega_1 - \omega_2) = 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1 E_2^* & \text{(GDF),} \\
P(0) = 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} (E_1 E_1^* + E_2 E_2^*) & \text{(RO).}
\end{array} \quad (2.1.10)$$

O conjunto de expressões (2.1.10) mostram os efeitos mais simples que são gerados devido a interações não lineares entre a luz e a matéria. Conforme mostrado em cada uma das expressões, a interação de dois campos com diferentes frequências incidindo num meio que possua uma resposta não linear de segunda ordem, dá lugar a efeitos como a geração de segundo harmônico (GSH) onde devido à polarização induzida é gerado um novo campo como o dobro da frequência de cada um dos campos incidentes; geração de soma de frequência (GSF) onde se gera um novo campo com uma frequência igual à soma das frequências de cada campo incidente; analogamente à GSF também é gerado um campo com frequência igual à diferença de frequências dos campos incidentes (GDF). Por último é gerado um campo constante conhecido como campo de retificação óptica (RO), para o caso em que $\omega_1 = \omega_2$.

É interessante destacar que a geração de efeitos associados com processos não lineares de segunda ordem não são observáveis nos materiais mais comuns encontrados na natureza. Efeitos como a GSH são só observados em meios que não possuem simetria de inversão espacial como por exemplo cristais de nitrato de boro hexagonal [48].

Este tratamento anterior é válido também para processos não lineares de terceira ordem e ordens superiores, que serão os de maior interesse neste trabalho já que o sistema atômico que será estudado possui simetria de inversão espacial.

2.3 Interação coerente entre os átomos e a luz. Redução de um sistema de três níveis tipo lambda a um sistema efetivo de dois níveis

Como é bem conhecido, para o estudo de sistemas atômicos é usado o formalismo da matriz densidade ($\hat{\rho}$) [48] desde que este pode ser entendido como um ensemble de partículas. O conhecimento dos elementos da matriz densidade, permite calcular o valor esperado de uma dada grandeza física A associada ao sistema em questão, através da equação:

$$\overline{\langle A \rangle} = \sum_n (\hat{\rho} \hat{A})_{nn} = \text{tr}(\hat{\rho} \hat{A}). \quad (2.2.1)$$

Como mencionado na seção anterior, a polarização de um meio é responsável por fenômenos nos quais são gerados novos campos. Daqui a importância de conhecer a polarização induzida no sistema, o que pode ser feito uma vez determinado o momento de dipolo, lembrando que estas grandezas estão ligadas pela relação [48]:

$$\vec{P} = N \langle \vec{\mu} \rangle, \quad (2.2.2)$$

onde N é o número de átomos por unidade de volume e $\vec{\mu}$ o momento de dipolo atômico.

Para calcular o valor esperado do momento de dipolo, pode ser usada a equação (2.2.1). Uma vez que $\vec{P}$ está relacionada com o campo incidente segundo $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$, conhecendo $\vec{P}$ e $\vec{E}$ podemos calcular a susceptibilidade χ e desta forma ter acesso a características microscópicas do ensemble atômico. Por exemplo, o cálculo de χ nos permite determinar o coeficiente de absorção dado por [48]:

$$\alpha = \frac{2\omega}{c} \text{Im}[(1 + \chi)^{1/2}]. \quad (2.2.3)$$

Desta forma, fica clara a necessidade do cálculo da matriz densidade para se obter informação microscópica do sistema atômico.

Como qualquer operador quântico, a evolução temporal de $\hat{\rho}$ para um sistema atômico qualquer, obedece à equação de Heisenberg:

$$\dot{\hat{\rho}} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]. \quad (2.2.4)$$

Em sistemas atômicos, de forma geral, processos como o decaimento espontâneo, perdas de populações e coerências por tempo de voo, assim como efeitos de decoerência gerados devido

a colisões entre os átomos, fazem necessária a inclusão de termos responsáveis por efeitos de relaxação [50].

A inclusão destes termos modifica a equação (2.2.4) da seguinte forma:

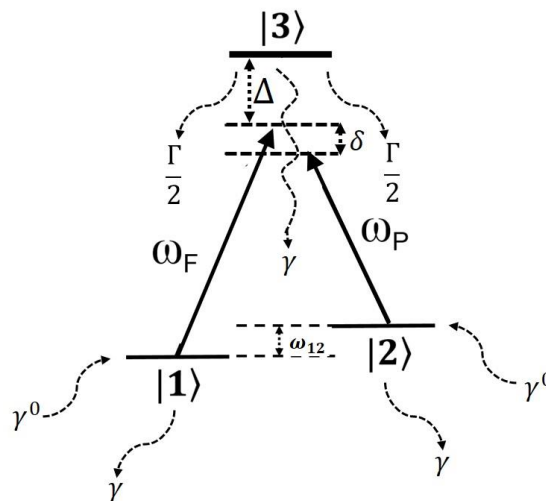
$$\dot{\hat{\rho}} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \dot{\hat{\rho}}_{rel}, \quad (2.2.5)$$

onde $\dot{\hat{\rho}}_{rel}$ fica dado por:

$$\dot{\hat{\rho}}_{rel} = -\frac{1}{2} \{ \hat{\Lambda}, \hat{\rho} \} - \hat{G} + \hat{B}. \quad (2.2.6)$$

Passemos a analisar em detalhe cada um dos termos que estão incluídos na equação que rege a evolução temporal de $\hat{\rho}$. Para isto vamos simplificar nosso sistema atômico usando um sistema de três níveis interagindo com um campo elétrico em cada transição, como mostra a figura 1, um campo forte (E_F) com frequência ω_F e um campo fraco (E_P) com frequência ω_P . Ambos os campos se propagam na mesma direção e sentido. Vamos considerar que cada campo interage com uma transição. Isto pode ser conseguido, por exemplo, escolhendo adequadamente as polarizações usadas de tal modo que as regras de seleção determinam o acoplamento dos campos.

Figura 1- Esquema de dois campos E_F e E_P interagindo com um sistema atômico de três níveis



Fonte: O autor (2019). Esquema mostrando dois campos de radiação E_F e E_P com frequências ω_F e ω_P respectivamente, interagindo com um sistema de três níveis. Δ é a dessintonia do campo E_F respeito da frequência do estado excitado, $\Delta + \delta$ é a dessintonia do campo E_P . Γ , γ e γ^0 são as taxas de decaimento espontâneo, perdas de população e ganho de população respectivamente

Começando pelo hamiltoniano do sistema, ele está formado por um hamiltoniano livre (o hamiltoniano que descreve o sistema em ausência dos campos) e uma parte de interação (Eq. 2.2.7), a qual descreve a interação entre os átomos e o campo elétrico na aproximação de dipolo elétrico.

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}_I. \quad (2.2.7)$$

Esta aproximação consiste em supor que devido à estrutura do átomo, em nosso caso alcalino como veremos na seguinte seção, teremos uma carga positiva e uma carga negativa de igual magnitude que, na interação com o campo, ficam separadas por uma determinada distância que é muito menor que o comprimento de onda da radiação luminosa com que está interagindo, pelo que efetivamente o átomo se comportará como um dipolo na presença de um campo elétrico que não varia espacialmente. Para se ter uma ideia da ordem de grandeza, usualmente o comprimento de onda dos campos usados na interação com átomos alcalinos são da ordem de 10^{-6} m, enquanto o tamanho dos átomos fica em torno de 10^{-10} m, dessa forma é razoável usar a aproximação de dipolo elétrico antes mencionada.

O operador correspondente à interação fica determinado pela seguinte equação:

$$\hat{V}_I = -\vec{\mu} \cdot \vec{E}, \quad (2.2.8)$$

onde $\vec{E}$ é o campo elétrico total que atua sobre o meio atômico e $\vec{\mu}$ determina o operador de momento de dipolo elétrico, o qual por sua vez fica determinado por:

$$\vec{\mu} = eX_{ab}|a\rangle\langle b| e^{-i\omega_{ab}t} \vec{e}_r + C. C. \quad (2.2.9)$$

Em (2.2.9), e representa a carga do elétron, ω_{ab} é a diferença de energia dividido por $\hbar$ entre dois estados arbitrários que podem ser conectados, e $X_{ab} = \langle a|\hat{r}|b\rangle$.

Por outro lado, se escrevemos o campo em sua forma complexa,

$$\vec{E} = \vec{E}_F e^{-i\omega_F t} + \vec{E}_P e^{-i\omega_P t} + C. C. \quad (2.2.10)$$

podemos observar que substituindo (2.2.10) na equação (2.2.8) e usando (2.2.9), aparecem termos que oscilam em frequências $|\omega_{ab} \pm \omega_F|$ e $|\omega_{ab} \pm \omega_P|$. Levando em consideração que a diferença das frequências são muito menores do que a soma delas, e que o tempo de resposta do detector é muito maior do que o período de oscilação dos campos, então os termos

$|\omega_{ab} + \omega_F|$ e $|\omega_{ab} + \omega_P|$ podem ser desprezados. Esta aproximação é conhecida como aproximação da onda girante.

É importante observar que, sob as considerações que estão sendo feitas, o campo E_F só conecta os estados $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ e o campo E_P só conecta os estados $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$. Isto pode ser aceito, já que se fazemos uso das regras de seleção, podemos escolher as polarizações dos campos tais que conectem os estados desejados.

Uma vez esclarecidas estas aproximações, se pode escrever na forma matricial cada um dos termos do hamiltoniano em sua forma matricial:

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hbar\omega_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \hbar\omega_{13} \end{pmatrix}. \quad (2.2.11)$$

$$\hat{V}_I = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \hbar\Omega_{13}e^{-i\omega_F t} \\ 0 & 0 & \hbar\Omega_{23}e^{-i\omega_P t} \\ \hbar\Omega_{31}e^{i\omega_F t} & \hbar\Omega_{32}e^{i\omega_P t} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.2.12)$$

Como pode ser observado, escolhemos nosso referencial de energia no estado fundamental $|1\rangle$. A frequência de Rabi Ω_{ij} , está dada por:

$$\Omega_{ij} = \Omega_{ji}^* = - \frac{eX_{ij}E_l}{\hbar}, \quad (2.2.13)$$

onde l faz referência ao sub-índice F (E_F) quando $ij = 13$ ou $ij = 31$, e l faz referência ao sub-índice P (E_P) quando $ij = 23$ ou $ij = 32$.

Voltando à equação (2.2.6): $\hat{\rho}_{rel} = -\frac{1}{2}\{\hat{\Lambda}, \hat{\rho}\} - \hat{G} + \hat{B}$, que faz referência aos termos de relaxação.

$$\hat{\Lambda} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma + \gamma \end{pmatrix}. \quad (2.2.14)$$

Este operador representa as perdas de população dos estados e, consequentemente, as

perdas de coerência do sistema. Foi considerado que todos os estados perdem população com uma taxa γ , que pode ser por exemplo a taxa de perda de população por tempo de voo, isto é, a perda de população em cada estado devido a que os átomos saem da região de interação com o campo. Γ representa a perda de população do estado excitado devido ao decaimento espontâneo, onde consideramos que a taxa de decaimento por emissão espontânea para cada um dos estados fundamentais é a mesma.

$\hat{G}$ representa as perdas de coerência entre os estados fundamentais sem estar relacionada com perdas de população. Um exemplo deste tipo de perda de coerência é o provocado por colisões, as quais não afetam as populações [51]. Este operador pode ser escrito como:

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_g \rho_{12} & 0 \\ \gamma_g \rho_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.2.15)$$

Por último, $\hat{B}$ representa o ganho de população em cada estado. Neste processo, além do ganho de população dos estados fundamentais devido ao decaimento espontâneo do estado excitado, devemos incluir o ganho de população dos estados fundamentais devido à entrada de átomos na região de interação.

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} \frac{\Gamma}{2} \rho_{33} + \gamma \rho_{11}^0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Gamma}{2} \rho_{33} + \gamma \rho_{22}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.2.16)$$

É possível destacar que não são incluídos ganhos de população no estado excitado, já que os átomos que se encontram fora da região de interação com os feixes devem estar todos no estado fundamental.

Desenvolvendo a equação (2.2.5) chegamos ao seguinte sistema de equações diferenciais acopladas:

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{11} &= -i\Omega_{13}\rho_{31}e^{-i\omega_F t} + i\Omega_{31}\rho_{13}e^{i\omega_F t} - \gamma(\rho_{11} - \rho_{11}^0) + \frac{\Gamma}{2}\rho_{33}, \\
\dot{\rho}_{22} &= -i\Omega_{23}\rho_{32}e^{-i\omega_P t} + i\Omega_{32}\rho_{23}e^{i\omega_P t} - \gamma(\rho_{22} - \rho_{22}^0) + \frac{\Gamma}{2}\rho_{33}, \\
\dot{\rho}_{33} &= -i\Omega_{31}\rho_{13}e^{i\omega_F t} - i\Omega_{32}\rho_{23}e^{i\omega_P t} + i\Omega_{23}\rho_{32}e^{-i\omega_P t} + i\Omega_{13}\rho_{31}e^{-i\omega_F t} - \\
&\quad (\Gamma + \gamma)\rho_{33}, \\
\dot{\rho}_{12} &= -i\Omega_{13}\rho_{32}e^{-i\omega_F t} + i\Omega_{32}\rho_{13}e^{i\omega_P t} + (-i\omega_{12} - \gamma - \gamma_g)\rho_{12}, \\
\dot{\rho}_{13} &= -i(\rho_{33} - \rho_{11})\Omega_{13}e^{-i\omega_F t} + i\Omega_{23}\rho_{12}e^{-i\omega_P t} + \left(-i\omega_{13} - \gamma - \frac{\Gamma}{2}\right)\rho_{13}, \\
\dot{\rho}_{23} &= -i(\rho_{33} - \rho_{22})\Omega_{23}e^{-i\omega_P t} + i\Omega_{13}\rho_{21}e^{-i\omega_F t} + \left(-i\omega_{23} - \gamma - \frac{\Gamma}{2}\right)\rho_{23}.
\end{aligned} \tag{2.2.17}$$

As equações (2.2.17) juntamente às relações $\rho_{ji} = \rho_{ij}^*$, com $i \neq j$ formam um conjunto de 9 equações chamadas equações de Bloch ópticas. Logicamente, estas 9 equações são para um sistema de três níveis, para um sistema de n níveis, tem-se n^2 equações diferenciais. Os termos diagonais representam as populações dos estados e os termos não diagonais as coerências entre dois estados determinados.

Vamos considerar agora que a dependência temporal dos elementos não diagonais da matriz densidade pode ser escrita como uma parte que varia rapidamente no tempo e outra parte que varia lentamente, isto é:

$$\begin{aligned}
\rho_{13} &= \sigma_{13}e^{-i\omega_F t}, \\
\rho_{23} &= \sigma_{23}e^{-i\omega_P t}, \\
\rho_{12} &= \sigma_{12}e^{-i\delta t} \\
\delta &= \omega_F - \omega_P - \omega_{12}, \\
\omega_F &= \omega_{13} - \Delta.
\end{aligned} \tag{2.2.18}$$

Substituindo estas relações em cada uma das equações de (2.2.17), os termos exponenciais desaparecem e temos um novo sistema de equações para a componente de ρ que varia lentamente no tempo.

$$\left. \begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} &= -i\Omega_{13}\sigma_{31} + i\Omega_{31}\sigma_{13} - \gamma(\sigma_{11} - \sigma_{11}^0) + \frac{\Gamma}{2}\sigma_{33}, \\ \dot{\sigma}_{22} &= -i\Omega_{23}\sigma_{32} + i\Omega_{32}\sigma_{23} - \gamma(\sigma_{22} - \sigma_{22}^0) + \frac{\Gamma}{2}\sigma_{33}, \\ \dot{\sigma}_{33} &= -i\Omega_{31}\sigma_{13} - i\Omega_{32}\sigma_{23} + i\Omega_{23}\sigma_{32} + i\Omega_{13}\sigma_{31} - (\Gamma + \gamma)\rho_{33}, \\ \dot{\sigma}_{12} &= -i\Omega_{13}\sigma_{32} + i\Omega_{32}\sigma_{13} + (-i\omega_{12} + i\delta - \gamma - \gamma_g)\sigma_{12}, \\ \dot{\sigma}_{13} &= -i(\sigma_{33} - \sigma_{11})\Omega_{13} + i\Omega_{23}\sigma_{12} + \left(-i\Delta - \gamma - \frac{\Gamma}{2}\right)\sigma_{13}, \\ \dot{\sigma}_{23} &= -i(\sigma_{33} - \sigma_{22})\Omega_{23} + i\Omega_{13}\sigma_{21} + \left(-i\Delta - i\delta - \gamma - \frac{\Gamma}{2}\right)\sigma_{23}, \end{aligned} \right\} \quad (2.2.19)$$

onde as dissintonias δ e Δ definidos em (2.2.18) podem ser visualizados na figura 1.

O sistema de equações (2.2.19), que o sistema de três níveis interagindo com dois campos ópticos pode ser reduzido a um sistema de dois níveis interagindo com um campo efetivo. Esta aproximação é conhecida como aproximação adiabática.

Para fazer a aproximação mencionada no parágrafo anterior, primeiro iremos eliminar adiabaticamente o estado excitado. Isto pode ser feito desde que a dissintonia Δ dos campos respeito ao estado excitado seja maior do que a taxa de decaimento espontâneo deste ($\Delta \gg \Gamma$). Satisfazendo estas condições, pode-se considerar que efetivamente a população do estado $|3\rangle$ é zero em qualquer instante. Aliás, desde que o estado excitado não seja populado em nenhum momento, pode-se considerar que as coerências relacionadas com este estado (σ_{13} e σ_{23}) não irão mudar no tempo. Matematicamente:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{33} &= 0, \\ \dot{\sigma}_{13} &= 0, \\ \dot{\sigma}_{23} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.2.20)$$

Usando estas condições nas equações 2.2.19, têm-se que:

$$\begin{aligned}
 \dot{\sigma}_{11} &= -i\Omega_{13}\sigma_{31} + i\Omega_{31}\sigma_{13} - \gamma(\sigma_{11} - \sigma_{11}^0), \\
 \dot{\sigma}_{22} &= -i\Omega_{23}\sigma_{32} + i\Omega_{32}\sigma_{23} - \gamma(\sigma_{22} - \sigma_{22}^0), \\
 0 &= -i\Omega_{31}\sigma_{13} - i\Omega_{32}\sigma_{23} + i\Omega_{23}\sigma_{32} + i\Omega_{13}\sigma_{31}, \\
 \dot{\sigma}_{12} &= -i\Omega_{13}\sigma_{32} + i\Omega_{32}\sigma_{13} + (-i\omega_{12} + i\delta - \gamma - \gamma_g)\sigma_{12}, \\
 0 &= i\sigma_{11}\Omega_{13} + i\Omega_{23}\sigma_{12} + \left(-i\Delta - \gamma - \frac{\Gamma}{2}\right)\sigma_{13}, \\
 0 &= i\sigma_{22}\Omega_{23} + i\Omega_{13}\sigma_{21} + \left(-i\Delta - i\delta - \gamma - \frac{\Gamma}{2}\right)\sigma_{23}.
 \end{aligned} \tag{2.2.21}$$

Das últimas duas equações em (2.2.21) pode-se determinar:

$$\sigma_{13} = \frac{i\sigma_{11}\Omega_{13} + i\Omega_{23}\sigma_{12}}{i\Delta + \gamma + \frac{\Gamma}{2}}, \tag{2.2.22}$$

$$\sigma_{23} = \frac{i\sigma_{22}\Omega_{23} + i\Omega_{13}\sigma_{21}}{i(\Delta + \delta) + \gamma + \frac{\Gamma}{2}}. \tag{2.2.23}$$

Substituindo (2.2.22) e (2.2.23) nas quatro primeiras equações de (2.2.21), e simplificando equação que fica para $\dot{\sigma}_{12}$:

$$\dot{\sigma}_{12} = -\frac{\sigma_{22}\Omega_{32}\Omega_{13} + |\Omega_{13}|^2\sigma_{12}}{-i(\Delta + \delta) + \gamma + \frac{\Gamma}{2}} - \frac{\sigma_{11}\Omega_{32}\Omega_{13} + |\Omega_{23}|^2\sigma_{12}}{i\Delta + \gamma + \frac{\Gamma}{2}} + (-i\omega_{12} + i\delta - \gamma - \gamma_g)\sigma_{12}. \tag{2.2.24}$$

Vamos considerar que pelo fato de que $\Delta \gg \Gamma$ e $\Delta \gg \delta$, podemos considerar iguais os denominadores na expressão anterior, assim:

$$\begin{aligned}
 \dot{\sigma}_{12} &= -i\frac{\Omega_{32}\Omega_{13}}{\Delta}\sigma_{22} + i\frac{\Omega_{32}\Omega_{13}}{\Delta}\sigma_{11} + \left(\frac{|\Omega_{13}|^2}{i\Delta} - \frac{|\Omega_{23}|^2}{i\Delta}\right)\sigma_{12} + \\
 &\quad + (-i\omega_{12} + i\delta - \gamma - \gamma_g)\sigma_{12}.
 \end{aligned} \tag{2.2.25}$$

E finalmente, reorganizando e considerando $\Omega_R = \frac{\Omega_{32}\Omega_{13}}{\Delta}$, que terá o papel de uma frequência de Rabi efetiva, como ficará claro mais adiante:

$$\dot{\sigma}_{12} = i\Omega_R(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + \left[i(\delta - \omega_{12}) - \gamma - \gamma_g + \frac{i}{\Delta}(|\Omega_{13}|^2 - |\Omega_{23}|^2)\right]\sigma_{12}. \tag{2.2.26}$$

Para as populações temos que:

$$\dot{\sigma}_{11} = -i\Omega_R\sigma_{21} + i\Omega_R^*\sigma_{12} - \gamma(\sigma_{11} - \sigma_{11}^0). \quad (2.2.27)$$

$$\dot{\sigma}_{22} = -i\Omega_R^*\sigma_{12} + i\Omega_R\sigma_{21} - \gamma(\sigma_{22} - \sigma_{22}^0). \quad (2.2.28)$$

Pode-se considerar que o termo $\frac{i}{\Delta}(|\Omega_{13}|^2 - |\Omega_{23}|^2)$ que aparece na equação (2.2.26), comparado com os outros termos dentro do colchete é muito pequeno. Fazendo esta consideração e chamando $\delta_R = \delta - \omega_{12}$ em (2.2.26), esta equação com (2.2.27) e (2.2.28) formam um conjunto de equações que descrevem um sistema efetivo de dois níveis interagindo com um campo efetivo representado por Ω_R .

$$\left. \begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} &= -i\Omega_R\sigma_{21} + i\Omega_R^*\sigma_{12} - \gamma(\sigma_{11} - \sigma_{11}^0), \\ \dot{\sigma}_{22} &= -i\Omega_R^*\sigma_{12} + i\Omega_R\sigma_{21} - \gamma(\sigma_{22} - \sigma_{22}^0), \\ \dot{\sigma}_{12} &= i\Omega_R(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + [i\delta_R - \gamma - \gamma_g]\sigma_{12}. \end{aligned} \right\} \quad (2.2.29)$$

Observe-se que conforme foi mencionado anteriormente o sistema inicial de três níveis interagindo com dois campos, foi simplificado a um sistema de dois níveis interagindo com um campo com frequência de Rabi Ω_R , o qual possui agora solução exata que analisaremos em detalhes no próximo capítulo. Uma observação interessante é que neste novo sistema, não existe decaimento espontâneo do nível excitado para o fundamental (assim como também não existe no sistema original decaimento entre os níveis $|1\rangle$ e $|2\rangle$).

2.4 Força sobre um sistema de dois níveis

A interação entre os átomos e a luz pode não somente alterar os níveis de energia internos dos átomos, mas também deslocar seu centro de massa. Isto é, a luz pode exercer uma força sobre o átomo.

O hamiltoniano descrevendo os graus de liberdade internos e externos de um átomo interagindo com um campo de radiação $\vec{E}(\vec{r}, t)$ está dada por:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{H}_A - \hat{\mu} \cdot \vec{E}(\hat{r}, t), \quad (2.3.1)$$

onde m , $\hat{p}$ e $\hat{r}$ são a massa total, o momento linear e a posição do átomo respectivamente, $\hat{H}_A$ é o hamiltoniano associado aos graus de liberdade interno do átomo.

Para descrever os valores esperados das grandezas associadas com os graus de liberdade externos, usamos o quadro de Heisemberg:

$$\dot{\hat{r}} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{r}, \hat{H}] = \frac{1}{i\hbar} \left[\hat{r}, \frac{\hat{p}^2}{2m} \right] = \frac{\hat{p}}{m}, \quad (2.3.2)$$

$$\dot{\hat{p}} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{p}, \hat{H}] = -\frac{1}{i\hbar} [\hat{p}, \hat{\mu} \cdot \vec{E}(\hat{r}, t)]. \quad (2.3.2)$$

Levando em consideração que:

$$[\hat{p}, f(\hat{r})] = -i\hbar \nabla f(\hat{r}), \quad (2.3.3)$$

a equação (2.3.2) pode ser escrita como:

$$\dot{\hat{p}} = \sum_{j=x,y,z} \mu_j \nabla E_j(\hat{r}, t) = m\ddot{\hat{r}}. \quad (2.3.4)$$

Tomando o valor esperado de (2.3.4) sobre a função de onda atômica:

$$m\langle \ddot{\hat{r}} \rangle = \sum_{j=x,y,z} \langle \mu_j \nabla E_j(\hat{r}, t) \rangle = m\ddot{\vec{r}}_c, \quad (2.3.5)$$

onde $\langle \hat{r} \rangle = \vec{r}_c$ é a posição do centro do pacote de onda atômico.

Considerando o limite em que o comprimento de onda de De Broglie do átomo é muito menor que o comprimento de onda da radiação ($\lambda_{DB} = h/p \ll \lambda$), temos:

$$\langle \mu_j \nabla E_j(\hat{r}, t) \rangle = \int \Psi^*(\hat{r}, t) \mu_j \nabla E_j(\hat{r}, t) \Psi(\hat{r}, t) d^3r. \quad (2.3.6)$$

Com $|\Psi(\hat{r}, t)|^2$ diferente de zero apenas em torno da região cuja dimensão é muito menor que as distâncias nas quais $E_j(\hat{r}, t)$ e $\nabla E_j(\hat{r}, t)$ variam apreciavelmente. Isto implica que podemos efetivamente considerar que $\nabla E_j(\hat{r}, t)$ é praticamente constante na região centrada em torno de $\langle \hat{r} \rangle = \vec{r}_c$. Assim podemos tratar o termo $\nabla \langle \mu_j \rangle E_j(\hat{r}, t) \approx \nabla (\langle \mu_j \rangle E_j(\hat{r}_c, t))|_{r=r_c}$.

$$m\langle \ddot{\hat{r}} \rangle = \sum_{j=x,y,z} \langle \mu_j \rangle \nabla E_j(\hat{r}_c, t) = \vec{\mathcal{F}}(t), \quad (2.3.7)$$

onde $\vec{\mathcal{F}}(t)$ é a força que governa o movimento do centro do pacote de ondas (teorema de Ehrenfest).

Para proceder ao cálculo de tal força vamos considerar um átomo localizado na origem ($\vec{r} = 0$) na presença de um campo de radiação dado por:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{e} \mathcal{E}_0(\vec{r}) \cos(\omega t + \phi(\vec{r})). \quad (2.3.8)$$

Como podemos escolher sempre que $\phi(0) = 0$, temos que:

$$\begin{aligned} \nabla E_j|_{\vec{r}=0} &= e_j \nabla \left(\mathcal{E}_0(\vec{r}) \cos(\omega t) \cos(\phi(\vec{r})) - \mathcal{E}_0(\vec{r}) \sin(\omega t) \sin(\phi(\vec{r})) \right) = \\ &= e_j \left(\cos(\omega t) \nabla \mathcal{E}_0(\vec{r}) - \sin(\omega t) \mathcal{E}_0(\vec{r}) \nabla \phi(\vec{r}) \right), \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

onde $\nabla \mathcal{E}_0(\vec{r})$ e $\nabla \phi(\vec{r})$ são calculados em $\vec{r} = 0$.

Para um sistema de dois níveis o valor médio da componente j do momento de dipolo está dado por:

$$\mu_j = -e(d_{12})_j [u \cos(\omega t) - v \sin(\omega t)], \quad (2.3.10)$$

onde $d_{12} = \langle \psi_1 | \hat{r} \cdot \hat{e}_{rad} | \psi_2 \rangle$, u e v são os valores estacionários de $2\Re(\sigma_{12})$ e $2\Im(\sigma_{12})$ respectivamente para um sistema de dois níveis, sendo eles as duas primeiras componentes do vetor de Bloch [50]. Combinando as equações (2.3.7), (2.3.9) e (2.3.10) e efetuando uma média temporal sobre o período óptico, se obtêm a força média que atua sobre o átomo:

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{F}}(t) &= \sum_{j=x,y,z} (-e)(d_{12})_j [u \cos(\omega t) - v \sin(\omega t)] e_j \left(\cos(\omega t) \nabla \mathcal{E}_0(\vec{r}) - \right. \\ &\quad \left. \sin(\omega t) \mathcal{E}_0(\vec{r}) \nabla \phi(\vec{r}) \right), \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

e usando que as medias temporais $\overline{\cos^2(\omega t)} = \overline{\sin^2(\omega t)} = \frac{1}{2}$ e $\overline{\sin(\omega t) \cos(\omega t)} = 0$, a equação acima pode ser simplificada:

$$\vec{\mathcal{F}}(t) = -\frac{1}{2} (\vec{e} \cdot \vec{\mu}_{12}) [u \nabla \mathcal{E}_0(\vec{r}) + v \mathcal{E}_0(\vec{r}) \nabla \phi(\vec{r})]. \quad (2.3.12)$$

Na equação anterior se identificam dois tipos de força. Uma componente chamada reativa, proporcional ao gradiente da amplitude e à componente em fase do dipolo atômico. E uma componente chamada dissipativa, proporcional ao gradiente da fase e à componente em quadratura do dipolo.

$$\vec{\mathcal{F}}_{Reativa} = -\frac{1}{2} (\vec{e} \cdot \vec{\mu}_{12}) u \nabla \mathcal{E}_0(\vec{r}), \quad (2.3.13)$$

$$\vec{\mathcal{F}}_{Dissip.} = -\frac{1}{2}(\vec{e} \cdot \vec{\mu}_{12})v\mathcal{E}_0(\vec{r})\nabla\phi(\vec{r}), \quad (2.3.14)$$

Podemos escrever estas em termos da frequência de Rabi.

$$\vec{\mathcal{F}}_{Reativa} = -\frac{\hbar}{2}u\nabla\Omega, \quad (2.3.15)$$

$$\vec{\mathcal{F}}_{Dissip.} = -\frac{\hbar}{2}\Omega v\nabla\phi(\vec{r}), \quad (2.3.16)$$

A força dissipativa, que dá lugar à conhecida como pressão de radiação pode ser analisada considerando o caso mais simples de um campo de radiação possuindo um gradiente de fase, isto é, um campo de onda plana.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{e}\mathcal{E}_0(\vec{r})\cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}). \quad (2.3.17)$$

De onde:

$$\nabla\phi(\vec{r}) = -\vec{k}, \quad (2.3.18)$$

e podemos escrever a força dissipativa como:

$$\vec{\mathcal{F}}_{Dissip.} = \frac{1}{2}\Omega v\hbar\vec{k}, \quad (2.3.19)$$

onde podemos usar de [50], a solução estacionaria para a componente v de modo que:

$$v = \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega}{\delta^2 + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}}. \quad (2.3.20)$$

Chegando a:

$$\vec{\mathcal{F}}_{Dissip.} = \frac{\Gamma}{4} \frac{\Omega^2}{\delta^2 + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}} \hbar\vec{k}, \quad (2.3.21)$$

e se usamos que a solução estacionaria para ρ_{22} em um sistema de dois níveis é dada por [50]:

$$\rho_{22} = \frac{\frac{\Omega^2}{4}}{\delta^2 + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}}, \quad (2.3.22)$$

obtemos:

$$\vec{\mathcal{F}}_{Dissip.} = \Gamma\rho_{22}\hbar\vec{k}. \quad (2.3.23)$$

Aqui podemos ver que a força dissipativa apresenta um termo $\Gamma \rho_{22}$ associado à taxa de emissão espontânea e o termo $\hbar \vec{k}$ que é o momento do fóton absorvido. Este tipo de força é usado para o resfriamento de átomos uma vez que absorvendo um fóton em uma direção dada, a probabilidade de emitir espontaneamente na mesma direção do fóton absorvido praticamente é nula, assim o átomo ganha momento na direção do fóton absorvido. Em particular este tipo de força será usado no próximo capítulo para a implementação da armadilha magneto-óptica que se usará no experimento.

Por outro lado, a força reativa $\vec{\mathcal{F}}_{Reativa}$ existe apenas quando a amplitude do campo depende da posição e é portanto, nula para uma onda plana. Esta força que depende da componente do dipolo, u , em fase com o campo, apenas envolve troca de energia entre o átomo e o campo. Neste processo, o átomo é apenas o mediador na redistribuição de energia (fótons) entre as ondas incidentes.

Para este caso usaremos a solução estacionária para u :

$$u = \frac{\delta \Omega}{\delta^2 + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}}. \quad (2.3.24)$$

Substituindo esta equação em (2.3.15) obtemos:

$$\vec{\mathcal{F}}_{Reativa} = -\frac{\hbar \delta}{2} \frac{\Omega \nabla \Omega}{\delta^2 + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}} = -\frac{\hbar \delta}{4} \frac{\nabla \Omega^2}{\delta^2 + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}}. \quad (2.3.25)$$

É importante notar que a direção desta força depende da dessintonia com a transição δ . Para $\delta < 0$ a força está direcionada para a região de máxima intensidade, enquanto se $\delta > 0$ ela aponta para fora desta região.

Podemos ainda notar que a força reativa deriva de um potencial da forma que segue:

$$\vec{\mathcal{F}}_{Reativa} = -\nabla U. \quad (2.3.26)$$

Onde o potencial está dado por:

$$U = \frac{\hbar \delta}{2} \ln \left(1 + \frac{\frac{\Omega^2}{2}}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \right). \quad (2.3.27)$$

Na maioria das situações experimentais em que tal força é usada, se cumpre a condição de que $\delta \gg \Gamma, \Omega$, de modo que o segundo termo no argumento do logaritmo em (2.3.27) é muito menor

do que 1. Assim, expandindo $\ln(1 + x)$ em torno a $x = 0$, e substituindo na equação anterior, obtemos:

$$U \approx \frac{\hbar\Omega^2}{4\delta}, \quad (2.3.27)$$

cujo significado físico está relacionado com o deslocamento da energia do estado fundamental do átomo devido à interação com o campo de radiação. Este efeito da mudança de energia do estado fundamental do átomo se conhece como deslocamento luminoso e novamente depende do sinal da dessintonia.

Notemos que este tipo de força reativa, ou força de dipolo (como também é chamada), não pode ser usada, por si só, para resfriar átomos. O motivo de isto é que é uma força conservativa, diferentemente de $\vec{\mathcal{F}}_{Dissip.}$. Porém, esta força combinada a outros efeitos dissipativos podem levar a mecanismos de esfriamento extremamente eficientes [52, 53]. Uma aplicação direta desta força de dipolo são as pinças ópticas, amplamente usadas em áreas de física médica, biologia e ciências da saúde em geral.

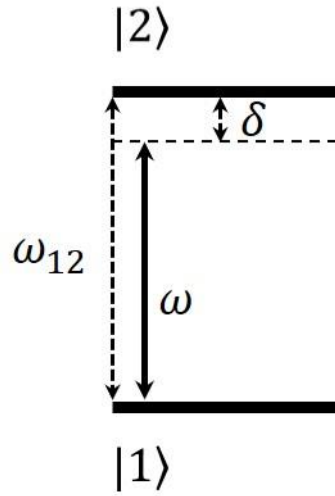
2.5 Deslocamento luminoso num sistema de dois níveis

Uma outra forma de deduzir o deslocamento luminoso, é simplesmente considerando um sistema de dois níveis e resolvendo a equação de Schrödinger do sistema.

Quando um campo de radiação interage com um sistema de átomos, não acontecem apenas mudanças nas populações e coerências, mas também acontece uma mudança nos estados de energia dos átomos.

Para analisar da forma mais simples possível o problema, vamos supor um átomo de dois níveis interagindo com um campo dessintonizado da transição como indica a figura 2.

Figura 2- Sistema atômico de dois níveis interagindo com um único campo eletromagnético



Fonte: Própria autoria (2019) - Esquema mostrando um sistema de dois níveis interagindo com um campo de radiação dessintonizado uma frequência δ do estado excitado

Partindo da equação de Schrödinger para este sistema temos:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi\rangle = \hat{H} |\Psi\rangle, \quad (2.4.1)$$

sendo:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I, \quad (2.4.2)$$

$$|\Psi\rangle = C_1 |1\rangle e^{-\frac{i}{\hbar} U_1 t} + C_2 |2\rangle e^{-\frac{i}{\hbar} U_2 t}, \quad (2.4.3)$$

onde nas equações (2.4.2) e (2.4.3), $\hat{H}_0$ e $\hat{H}_I$ são respectivamente o hamiltoniano livre e o hamiltoniano de interação na aproximação de dipolo elétrico; C_1 e C_2 são as amplitudes de probabilidade de o sistema se encontrar no estado $|1\rangle$ ou $|2\rangle$ num determinado instante; U_1 e U_2 são as energias correspondentes a cada um dos estados.

Substituindo (2.4.3) e (2.4.1), e multiplicando pela esquerda por $\langle 1|$ e $\langle 2|$, obtemos o seguinte sistema de duas equações diferenciais acopladas para C_1 e C_2 :

$$\left. \begin{aligned} i \frac{d}{dt} C_1 &= C_2 e^{i\delta t} \frac{\Omega}{2}, \\ i \frac{d}{dt} C_2 &= C_1 e^{-i\delta t} \frac{\Omega}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.4.4)$$

Fazendo uma mudança de variáveis conveniente, se pode eliminar a dependência explícita do tempo na equação (2.4.4).

$$\left. \begin{aligned} \tilde{C}_1 &= C_1 e^{-\frac{i\delta t}{2}}, \\ \tilde{C}_2 &= C_2 e^{\frac{i\delta t}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.4.4.a)$$

Substituindo no sistema (2.4.4), se obtém um sistema de equações para $\tilde{C}_1$ e $\tilde{C}_2$ equivalente ao anterior que descreve também um sistema de dois níveis interagindo com um campo, só que agora a separação em frequência entre os níveis passa a ser δ em lugar ω_{12} .

$$\left. \begin{aligned} i \frac{d}{dt} \tilde{C}_1 &= \frac{1}{2} (\delta \tilde{C}_1 + \Omega \tilde{C}_2), \\ i \frac{d}{dt} \tilde{C}_2 &= \frac{1}{2} (\Omega \tilde{C}_1 - \delta \tilde{C}_2). \end{aligned} \right\} \quad (2.4.5)$$

Uma forma de interpretar este sistema equivalente é pensar no quadro dos “átomos vestidos” proposto por Cohen [54, 55]. Nesta interpretação nosso sistema equivalente corresponderia ao estado fundamental $|1; 1\rangle$, onde está sendo indicado que o estado $|1\rangle$ do sistema original está “vestido” com o um fóton do campo; o estado excitado seria então o estado $|2\rangle$ do sistema original mais zero fótons do campo: $|2; 0\rangle$ (ver figura 3).

Fica mais claro visualizar a interpretação das equações (2.4.5) escritas na sua forma matricial onde pode-se observar que as energias não perturbadas do sistema equivalente são $\hbar \frac{\delta}{2}$ e $-\hbar \frac{\delta}{2}$.

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \tilde{C}_1 \\ \tilde{C}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\delta}{2} & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega}{2} & -\frac{\delta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{C}_1 \\ \tilde{C}_2 \end{pmatrix}. \quad (2.4.6)$$

Para resolver o sistema vamos propor uma solução do tipo:

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_1 \\ \tilde{C}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} e^{-i\lambda t}. \quad (2.4.7)$$

Logo as soluções são:

$$\lambda = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}. \quad (2.4.8)$$

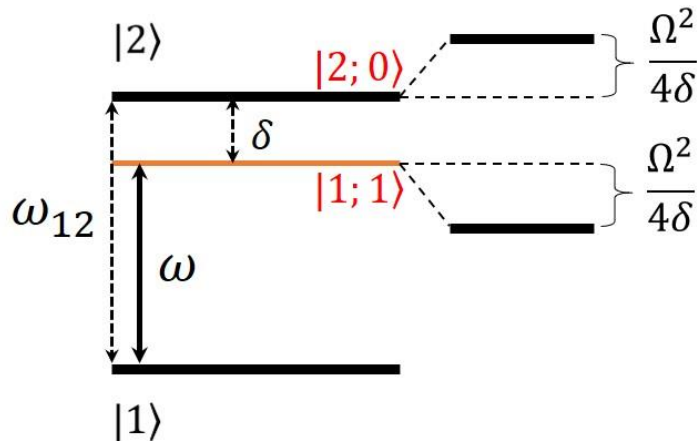
Observe-se que uma vez que $\Omega = 0$, ou seja, não há campo aplicado, as energias continuam sendo as mesmas do problema não perturbado $\hbar \frac{\delta}{2}$ e $-\hbar \frac{\delta}{2}$, como deve ser. Porém quando se considera um campo aplicado existe uma correção na energia dos níveis do sistema. Este efeito é chamado Efeito Stark a.c. ou deslocamento luminoso.

Normalmente a observação do deslocamento luminoso é apreciável apenas para grandes dessintonias onde os efeitos de absorção são desprezíveis. Então uma vez que se cumpre que $|\delta| \gg \Omega$, então podemos expandir (2.4.8), ficando as energias dos estados do sistema:

$$\lambda \approx \pm \left(\frac{\delta}{2} + \frac{\Omega^2}{4\delta} \right). \quad (2.4.9)$$

É importante observar que o deslocamento produzido nos níveis do sistema depende do sinal de δ , podendo ser positivo ou negativo. Na figura 3 se mostra um esquema simplificado com o deslocamento luminoso correspondente a $\delta < 0$.

Figura 3. Esquema representativo do deslocamento dos níveis de energia produzido pela interação da radiação com o sistema atômico



Fonte: Própria autoria (2019) - Esquema mostrando o deslocamento luminoso produzido pela interação de um átomo de dois níveis com um campo de radiação. O estado $|1; 1\rangle$ na interpretação do átomo vestido representa o nível atômico $|1\rangle$ mais um fóton do campo. O estado $|2; 0\rangle$ representa o nível atômico $|2\rangle$ mais zero fótons do campo

Voltando para nosso sistema original, podemos concluir então que ao átomo interagir com um campo elétrico com uma dissintonia pronunciada seus níveis de energia são deslocados, e no

caso de sua frequência estar abaixo da ressonância, o nível fundamental passará a ter uma energia menor que a energia não perturbada.

Se supusermos que o campo elétrico que foi aplicado não só varia no tempo, mas também possui uma modulação espacial; então a energia do nível fundamental de um átomo que se desloca pelo espaço onde o campo está modulado também mudará segundo a intensidade que possua o campo em cada ponto (figura 4). Isto é, existirá um gradiente de energia para o nível fundamental do átomo que será o responsável por átomo experimentar a força de dipolo. Esta força pode ser deduzida calculando o gradiente da energia do estado fundamental modulada espacialmente pelo campo elétrico. Por simplicidade vamos considerar que o campo está modulado ao longo da direção z , isto pode ser conseguido, por exemplo, fazendo interferir dois campos contra-propagantes.

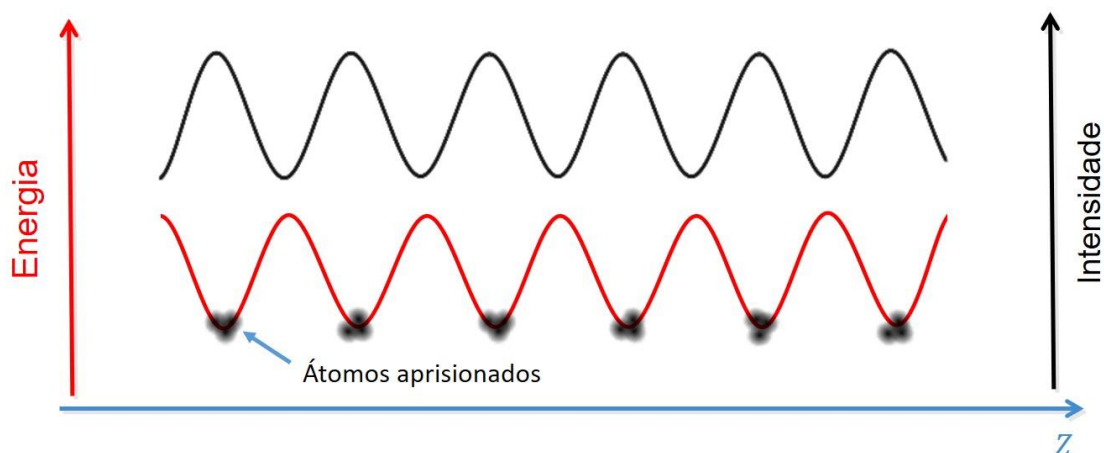
$$F_z = -\frac{\hbar\delta}{2} \frac{\Omega}{\delta^2 + \Omega^2/2 + \Gamma^2/4} \frac{\partial\Omega}{\partial z}, \quad (2.4.10)$$

E conforme foi mencionado anteriormente, os efeitos são mais apreciáveis quando o campo está muito for a da ressonância. De forma que podemos supor que $|\delta| \gg \Gamma$:

$$F_z \approx -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\hbar\Omega^2}{4\delta} \right). \quad (2.4.11)$$

Esta força atua sobre os átomos fazendo que eles tendam a se localizar nas regiões de maior intensidade do campo, onde a energia é menor. Os átomos que se deslocam ao longo da direção z com uma energia cinética menor que a altura do potencial óptico que foi criado, não poderão vencer o potencial e ficarão aprisionados nestas regiões de mínima energia ao longo da direção z , (figura 4). Nas outras duas direções o átomo é livre para se mover já que não existe força de dipolo.

Figura 4- Representação da rede óptica unidimensional



Fonte: Própria autoria (2019) - Se mostra, em vermelho, o deslocamento da energia do estado fundamental dos átomos em uma rede óptica unidimensional ao longo de z . Em preto se mostra intensidade efetiva na rede óptica

Quando a configuração dos campos é tal que são modulados nas três dimensões, os átomos com energia cinética suficientemente baixa comparada com o potencial criado (agora nas três direções), também ficarão aprisionados nas regiões de menor energia.

Este sistema é conhecido como rede óptica, devido à possibilidade de criar arranjos de átomos de acordo com a modulação espacial do campo implementada. No caso descrito anteriormente onde a modulação acontece apenas na direção z , se diz que se forma uma rede óptica unidimensional.

2.6 Estrutura atômica do átomo de Cs

O isótopo estável do átomo de cério $^{133}\text{Cs}^{55}$ mostra, em sua estrutura eletrônica, que no estado fundamental possui um elétron desemparelhado, especificamente na subcamada $6S$, as outras camadas permanecem completamente preenchidas, isto é, possui uma configuração eletrônica da forma:

$$[\text{Xe}]6S^1. \quad (2.3.1)$$

A expressão (2.3.1) aparece em notação simplificada, onde $[\text{Xe}]$ representa a estrutura eletrônica correspondente ao gás nobre Xenônio. Em notação espectroscópica a letra S corresponde ao momento angular orbital com número quântico $l = 0$, e comumente é chamado

orbital S . Dessa forma, o elétron desemparelhado ou elétron de valência que se encontra no estado fundamental com momento angular orbital $l = 0$, ao ser excitado para a subcamada $6P$, possuirá momento angular orbital $l = 1$.

Devido a seu movimento angular orbital, o elétron de valência gera um campo magnético associado a este movimento que é proporcional ao momento angular orbital $\vec{L}$. De forma intuitiva, este campo magnético pode ser visualizado se nos situamos no referencial do elétron e observamos o núcleo orbitando ao seu redor. Este campo magnético associado ao movimento angular orbital interage com o momento magnético intrínseco do elétron, ou “spin” do elétron $\vec{S}$, gerando um acoplamento entre eles, conhecido como acoplamento spin-órbita que dá lugar à estrutura fina do Cs.

O hamiltoniano associado à interação spin-órbita é descrito como:

$$\hat{H}_{LS} = (g_S - 1) \frac{\hbar^2}{m_e^2 c^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} V \right) \vec{S} \cdot \vec{L}, \quad (2.3.2)$$

onde g_S é o fator giromagnético, m_e a massa do elétron e V o potencial central. O valor esperado do hamiltoniano fornece o valor das energias associadas ao acoplamento $\vec{S} \cdot \vec{L}$. Separando a parte radial da parte angular em (2.3.2), o potencial coulombiano num átomo hidrogenoide resulta em:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} V = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3}. \quad (2.3.3)$$

Então as energias ficam dadas por:

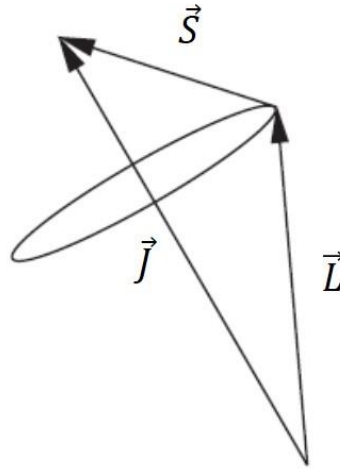
$$E_{LS} = (g_S - 1) \frac{\hbar^2}{m_e^2 c^2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle \langle \vec{S} \cdot \vec{L} \rangle. \quad (2.3.4)$$

Escolhendo a base apropriada $|m, l, j, m_j\rangle$ e escrevendo:

$$\vec{S} \cdot \vec{L} = \frac{1}{2} (\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2), \quad (2.3.5)$$

onde $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ é o momento angular total do elétron. Uma representação gráfica intuitiva do acoplamento de $\vec{L}$ com $\vec{S}$ é mostrado na figura 5.

Figura 5- Representação do acoplamento $\vec{L} \cdot \vec{S}$ que dá lugar à estrutura fina do átomo



Fonte: Própria autoria (2019)

Observe-se que na base escolhida fica simples calcular o valor esperado $\langle \vec{S} \cdot \vec{L} \rangle$.

$$E_{LS} = \frac{\beta}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \quad (2.3.6)$$

Onde $\beta = (g_S - 1) \frac{\hbar^2}{m_e^2 c^2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{na_0 l(l+\frac{1}{2})(l+1)}$, sendo n o número quântico principal e a_0 o rádio de Bohr.

Note-se que o acoplamento spin-órbita produz estados cujas energias são determinadas pelos valores de j , dados por:

$$j = |l - s|; |l - s + 1|; \dots; |l + s - 1|; l + s, \quad (2.3.7)$$

onde cada estado possui degenerescência $2j + 1$. No caso específico do cézio, para o estado fundamental $6S$ temos que $l = 0$ e $s = \frac{1}{2}$, pelo que $j = \frac{1}{2}$. Quando o átomo é excitado para o estado $6P$, $j = \{\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\}$. É possível observar então que o acoplamento spin-órbita dá lugar no Cs a duas possíveis transições, a primeira é a conhecida como linha D_1 correspondente à transição $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{1/2}$ e a segunda correspondente à transição $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ que se conhece como linha D_2 .

Por outro lado, de forma similar ao acoplamento $\vec{L} \cdot \vec{S}$, deve ser analisado também a interação do momento angular total $\vec{J}$ com o spin nuclear $\vec{I}$.

Diretamente o hamiltoniano associado a este acoplamento é:

$$\hat{H}_{IJ} = A \vec{I} \cdot \vec{J}, \quad (2.3.8)$$

sendo $A = \frac{2}{3} \mu_0 g_I g_S \mu_N \mu_B |\psi_{ns}(0)|^2$, g_I é o fator giromagnético do núcleo, μ_B o magneton de Bohr, μ_N o magneton nuclear, e $|\psi_{ns}(0)|^2$ é a probabilidade de que um elétron S se encontre no centro do núcleo atômico.

Da mesma forma como fizemos com o acoplamento spin-órbita, é possível definir um momento angular $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$, cujos números quânticos podem tomar valores:

$$f = |j - i|; |j - i + 1|; \dots; |j + i - 1|; j + i. \quad (2.3.9)$$

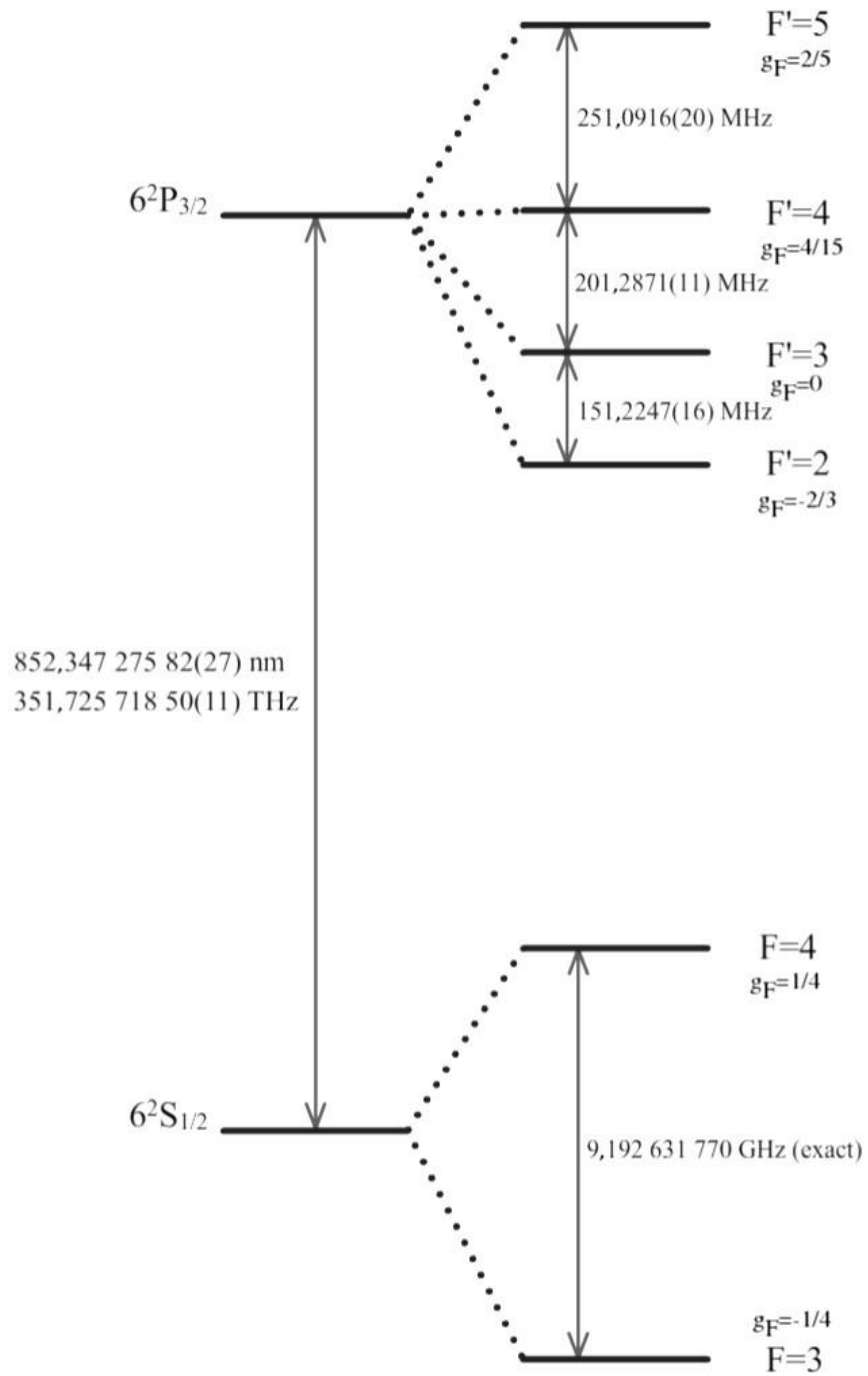
Desta forma, o acoplamento do spin nuclear com o momento angular total do elétron dá lugar a uma nova estrutura de níveis, isto é, à estrutura hiperfina. Para o caso do Cs, o spin nuclear $i = \frac{7}{2}$, no estado fundamental $6S_{1/2}$ $f = \{3; 4\}$; no estado excitado $6P_{3/2}$ então $f' = \{2; 3; 4; 5\}$. A estrutura hiperfina da linha D₂ do Cs é mostrada na figura 6; a linha D₁ não é de interesse em nosso experimento pelo que omitimos ela.

As transições entre níveis com diferentes valores de f seguem as regras de seleção usuais, isto é:

$$\Delta f = 0; \pm 1. \quad (2.3.10)$$

As transições $f = 3 \leftrightarrow f' = 2$ e $f = 4 \leftrightarrow f' = 5$, são ditas transições fechadas pelo fato de uma vez que o átomo foi excitado em qualquer uma delas, só pode decair para o estado de partida devido às regras de seleção.

Figura 6- Estrutura hiperfina da linha D2 do átomo de Cs



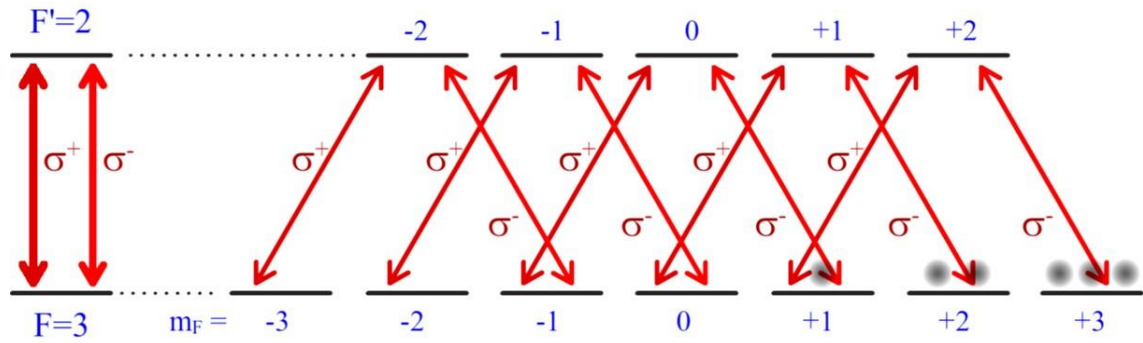
Fonte: Tomada e modificada da referência [56]

Deve ser levado em consideração que cada um dos níveis hiperfinos possui uma degenerescência Zeeman com $2f + 1$ subníveis m_f na ausência de campos magnéticos externos. Onde os possíveis m_f obedecem a:

$$m_f = -f; -f + 1; \dots; f - 1; f. \quad (2.3.11)$$

Como exemplo tomemos, por simplicidade, a transição $f = 3 \leftrightarrow f' = 2$. Ao nível $f = 3$ lhe correspondem 7 subníveis Zeeman enquanto ao nível $f' = 2$ lhe correspondem 5 subníveis (figura 7). As transições entre estes diferentes subníveis Zeeman devem satisfazer a regra de seleção $\Delta m_f = 0; \pm 1$. Campos ópticos que possuem polarizações circulares à direita (σ^+) transferem momento angular ao átomo, induzindo transições $\Delta m_f = +1$ como mostrado na figura. Contrariamente, se as polarizações são circulares à esquerda (σ^-) a transferência de momento angular ao átomo induz transições $\Delta m_f = -1$.

Figura 7- Conexão entre subníveis Zeeman da transição hiperfina $f = 3 \leftrightarrow f' = 2$ interagindo com dois campos de radiação com polarização circular $\vec{E}_1(\sigma^+)$ e $\vec{E}_2(\sigma^-)$

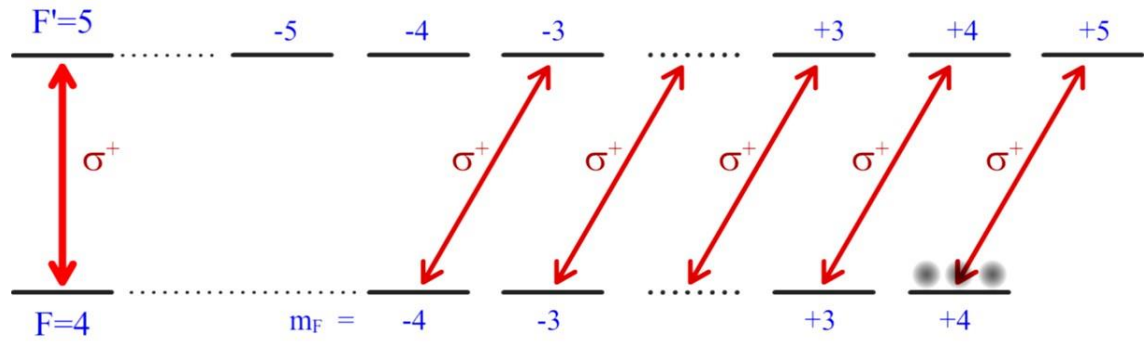


Fonte: Figura tomada da referência [51] - O bombeamento da população para os estados de maior m_F se dá devido à condição $\vec{E}_1(\sigma^+) \gg \vec{E}_2(\sigma^-)$

Como pode ser observado na figura 7, está representada a situação em que dois campos $\vec{E}_1(\sigma^+)$ e $\vec{E}_2(\sigma^-)$ estão acoplados com o sistema atômico de forma que a maior parte da população fica transferida para os subníveis com maiores m_f . Esta é uma situação em que $|\vec{E}_1(\sigma^+)| \gg |\vec{E}_2(\sigma^-)|$, pelo que a taxa de transferência efetiva de população realizada pelo campo $\vec{E}_1$ é maior que a de $\vec{E}_2$.

Para finalizar se mostra na figura 8 um esquema simplificado da estrutura Zeeman da transição $f = 4 \leftrightarrow f' = 5$ produzida pelo acoplamento com um campo óptico com polarização σ^+ . Na figura pode-se observar como toda a população é bombeada para o subnível $m_f = 4$. Isto será de especial ajuda para entender a implementação da Armadilha Magneto-Óptica usando o Cs.

Figura 8- Conexão entre subníveis Zeeman da transição hiperfina $f = 4 \leftrightarrow f' = 3$ interagindo com um campo de radiação com polarização circular $\vec{E}_1(\sigma^+)$



Fonte: Figura tomada da referência [51] - O sistema atômico passa a ser um sistema puro de dois níveis

3 Memória óptica não-linear usando os estados quantizados do movimento atômico

3.1 Introdução ao capítulo

Neste capítulo se fará a descrição do sistema experimental usado para a implementação de um novo tipo de memória óptica usando os graus de liberdade externos de átomos de Cs resfriados através de uma Armadilha Magneto-Óptica (MOT, abreviatura do inglês *Magneto-Optical Trap*). Também será discutida uma teoria que explica a dinâmica temporal dos resultados obtidos.

Em uma primeira parte, se apresenta de forma breve o princípio de operação de uma MOT, dando-se ênfase no papel dos feixes de resfriamento dessintonizados abaixo da ressonância, e a combinação das polarizações destes feixes juntamente ao gradiente de campo magnético criado através da colocação de duas bobinas em configuração anti-Helmholtz, para o aprisionamento dos átomos esfriados. Na continuação se descreve a configuração de feixes usados para a realização do experimento.

Baseado no sistema experimental e nos fundamentos descritos na seção 2.5, é explicado como se obtém o resfriamento sub-Doppler dos átomos a temperaturas bem menores que as conseguidas pela MOT, de tal forma que o movimento dos átomos fica localizado em torno dos mínimos de potencial de uma rede óptica unidimensional usando o conhecido efeito Sisyphus assistido magneticamente [52]. A sequência temporal do experimento também é discutida.

Devido ao papel fundamental desempenhado pelo campo magnético na experiência, é descrito como através da técnica de espectroscopia de micro-ondas se procede para cancelar, calibrar e controlar o campo magnético usado para a realização do experimento.

Em seguida, são apresentados e discutidos os diferentes resultados obtidos com o sistema experimental, a dependência dos sinais observados com parâmetros como a potência dos feixes e o tempo de armazenamento. Por fim, é apresentado um modelo teórico que descreve a forma temporal dos sinais recuperados após realizados os processos de escrita e leitura no experimento, mostrando claramente a presença de oscilações de Rabi associadas a um campo efetivo dado pela combinação dos feixes de leitura.

3.2 Sistema experimental

Todas as experiências descritas nesta tese possuem em comum o meio de estudo, um ensemble de átomos frios de Cs. Para o esfriamento de tais átomos, foi usada uma MOT típica, a qual descreveremos brevemente a seguir.

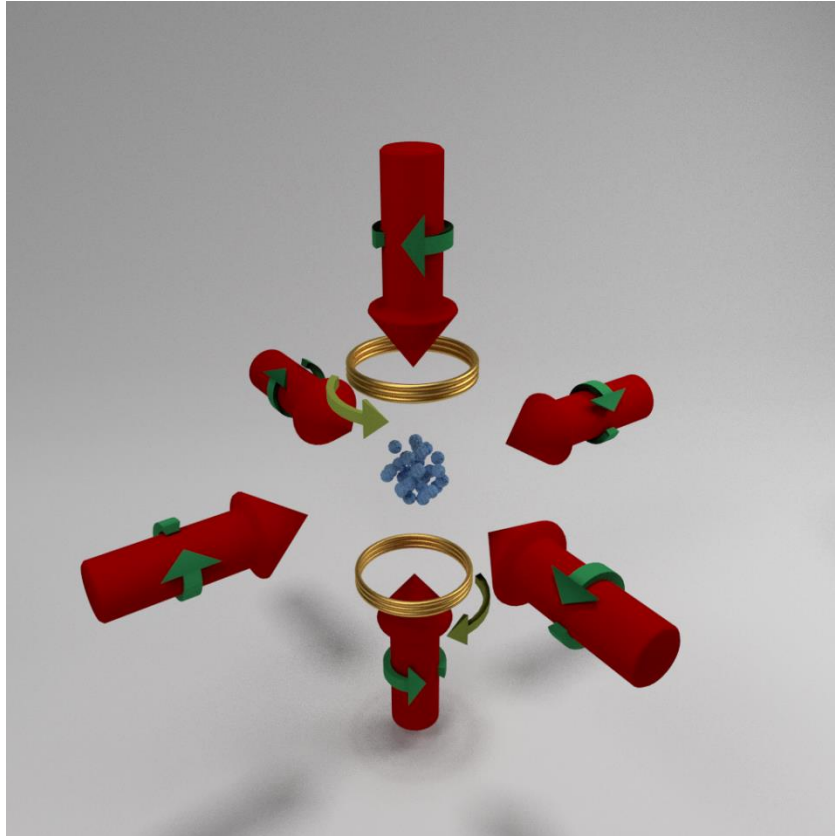
Como mostra a figura 9, a MOT é formada por três pares de feixes contra-propagantes e com polarizações circulares e opostas em cada uma das três direções (x, y, z), responsáveis pelo esfriamento dos átomos; e um gradiente de campo magnético criado por bobinas em configuração anti-Helmholtz com o objetivo de aprisionar os átomos esfriados numa região específica do espaço.

Cada par de feixes é desintonizado em aproximadamente 12 MHz da transição $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$. Isto é feito com o objetivo de que, devido ao efeito Doppler, cada feixe interaja com os átomos que possuem uma determinada componente de velocidade contrária à direção de propagação do feixe, já que a frequência “percebida” no referencial do átomo está determinada pela equação:

$$\omega' = \omega \mp \vec{k} \cdot \vec{v}, \quad (3.1.1)$$

sendo ω a frequência do laser, $|\vec{k}| = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ seu vetor de onda e $\vec{v}$ a velocidade do átomo. Perceba-se que se a componente analisada da velocidade do átomo está no mesmo sentido da propagação do feixe, este fica ainda mais dessintonizado da transição e, portanto, a probabilidade de o átomo ser excitado diminui. Ao contrário, se o átomo se movimenta no sentido contrário à propagação do feixe, a frequência ω' fica cada vez mais próxima da ressonância, tornando cada vez mais provável a excitação do átomo devido à interação com o laser. Por outro lado, uma vez que o átomo é excitado, a probabilidade de decair espontaneamente emitindo um fóton na mesma direção e sentido do fóton absorvido é praticamente nula, pelo que efetivamente o átomo perde momento (e, portanto, velocidade nesta direção). Depois de uma série de interações deste tipo o átomo fica com uma velocidade muito próxima de zero nesta direção, e desta forma, devido ao laser estar dessintonizado da ressonância, a probabilidade de ser excitado novamente pelo laser é pequena. Esta explicação pode ser visualizada na figura 10.

Figura 9- Representação esquemática de uma Armadilha Magneto-Óptica 3D



Fonte: Grupo laboratório de átomos frios (DF-UFPE) (2017) - Esquema típico de uma armadilha magneto-óptica mostrando os três pares de feixes contra-propagantes e as bobinas que geram o campo magnético

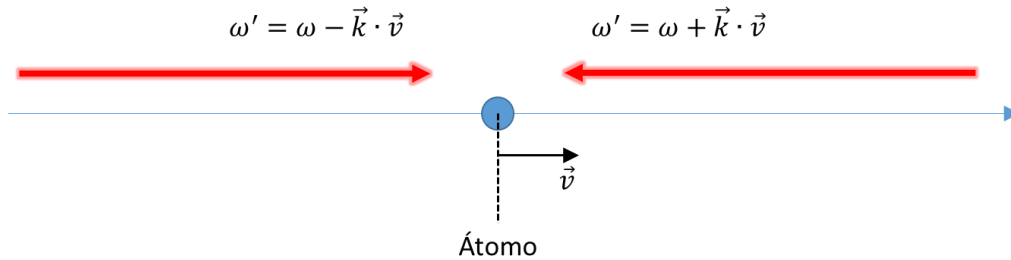
Na figura mencionada, a combinação de processos como os descritos no parágrafo anterior acontecendo nas três direções onde estão presentes os feixes, faz com que na região de intercepção de tais feixes os átomos fiquem com velocidades próximas de zero. Se fazemos a conexão com a teoria cinética, isto significa que a temperatura à que se encontra o ensemble atômico é também muito baixa.

Esta técnica possui um limite de esfriamento, conhecido como limite Doppler. Este limite está relacionado a que a taxa de absorção para cada feixe é aproximadamente a mesma para uma dada temperatura (velocidade) limite. O limite de temperatura Doppler pode ser obtido, para baixas intensidades, considerando o balanço entre o aumento de energia do átomo devido ao processo de absorção-emissão espontânea e o decréscimo de sua energia devido à força de amortecimento (dissipativa) [50], e pode ser mostrado que:

$$T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}, \quad (3.1.2)$$

sendo $\hbar$ a constante de Planck reduzida, k_B a constante de Boltzmann e Γ a taxa de decaimento espontâneo da transição. Para o césio, $T_D = 125 \mu K$.

Figura 10- Representação da interação de um átomo se deslocando com dois feixes co e contra-propagantes



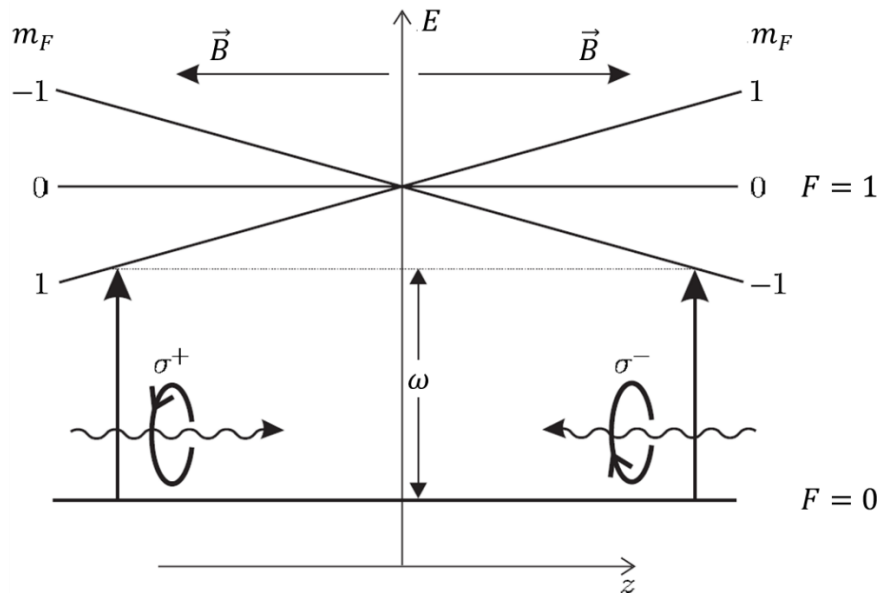
Fonte: Própria autoria (2019) - Interação de um átomo com velocidade $\vec{v}$ com dois feixes: contra e co-propagantes. Devido ao efeito Doppler as frequências “percebidas” pelo átomo são diferentes

Entretanto, embora se tenham átomos frios na região de interação com os feixes, estes se encontram dispersos e com uma densidade atômica muito baixa, devido a que podem sair da região de interação. Para aumentar a densidade de átomos frios é necessário aprisioná-los em alguma região específica do espaço, de forma que uma vez esfriados e aprisionados, as perdas sejam muito pequenas e, portanto, a densidade atômica seja grande. É aqui onde o gradiente de campo magnético mencionado no começo da seção, combinado com as polarizações dos feixes tem um papel fundamental.

Considerando, por simplicidade, só os dois primeiros níveis de um átomo com momento angular $F = 0$ no seu estado fundamental e $F = 1$ no seu primeiro estado excitado. Uma vez que um campo magnético que varia espacialmente é aplicado, por efeito Zeeman, no estado excitado deve acontecer um desdobramento dos níveis de energia em $2F + 1$ níveis como indicado na figura 11. Conforme a intensidade do campo magnético aumenta em uma direção dada, a diferencia de energia entre estes sub-níveis Zeeman m_F também aumentará. Escolhendo adequadamente as polarizações circulares dos feixes e o eixo de quantização ao longo do eixo “z”, como mostrado na figura 11, podemos fazer com que, devido às regras de seleção impostas pela conservação do momento angular, um átomo que se movimenta na direção positiva de “z” interaja mais fortemente com o feixe com polarização σ^- do que com o feixe com polarização oposta, já que a transição para o nível com $m_F = -1$ fica mais próxima da ressonância com o feixe mencionado. Assim, esta combinação resulta em uma força restauradora que obriga os átomos a ficarem concentrados na região onde o campo magnético é nulo. Uma situação similar,

acontece com átomos que se deslocam no sentido negativo do eixo “z”, os quais ficarão mais ressonantes com o feixe com polarização σ^+ .

Figura 11- Representação do mecanismo usado para o aprisionamento dos átomos através de um gradiente de campo magnético em uma transição $F=0$ a $F=1$

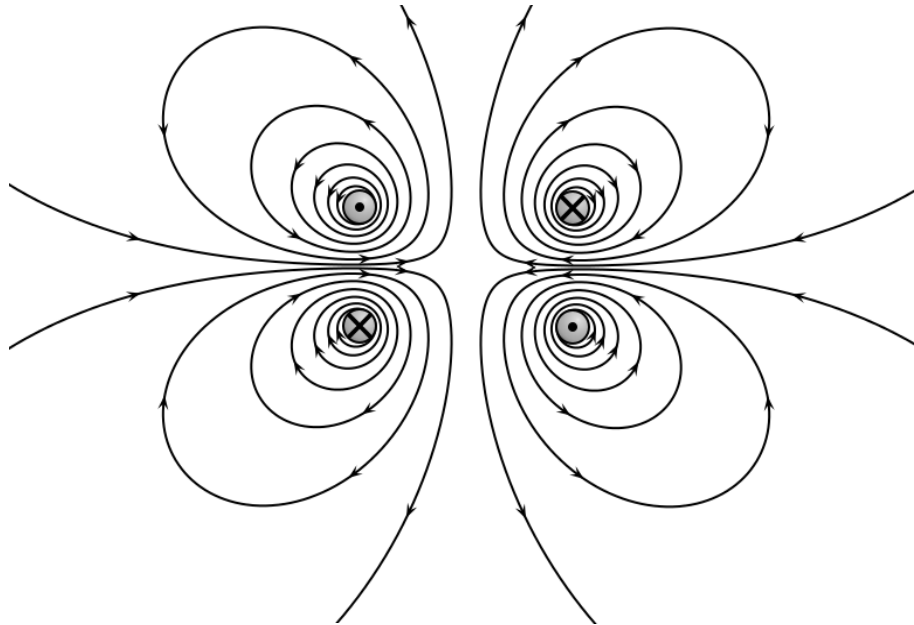


Fonte: Própria autoria (2019) - O desdobramento Zeeman provocado pelo gradiente de campo magnético no sistema torna mais provável a interação átomo-luz para átomos que se encontram em regiões com $B \neq 0$

Uma ilustração da distribuição espacial de intensidade do campo magnético produzido pelas bobinas da MOT em configuração anti-Hemholtz é mostrada na figura 12.

Como pode ser observado na região central entre as duas bobinas o campo magnético tende a zero, de modo que com esta configuração relativamente simples de bobinas, é absolutamente possível recriar a situação descrita na figura 11, concentrando os átomos em torno desta região central. Experimentalmente, é de especial importância conhecer onde se encontra esta região para alinhar a MOT, devido a que o ideal é que os feixes de resfriamento sejam alinhados de tal forma que se cruzem exatamente no ponto central entre as duas bobinas.

Figura 12- Configuração espacial da distribuição de campo magnético criado por bobinas em configuração anti-Hemholtz



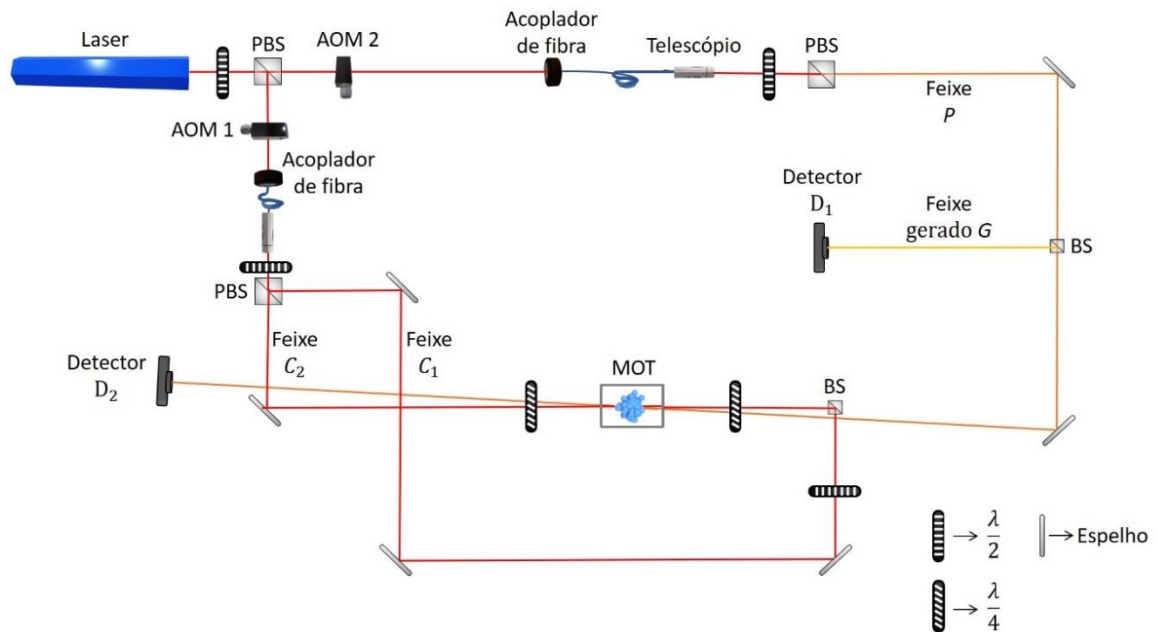
Fonte: Figura tomada do site <https://commons.wikimedia.org/> de uma simulação no programa FEMM - O campo magnético no centro entre as duas bobinas é zero.

A MOT que usamos neste experimento, como antes mencionado, funciona com os feixes dessintonizados a 12 MHz da transição $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$ a qual é uma transição fechada. Porém, existe uma probabilidade não nula de que os átomos sejam excitados para o nível $6P_{3/2}, F' = 4$, e como consequência possam decair para o estado fundamental $6S_{1/2}, F = 3$ saindo do ciclo de esfriamento-armadilhamento. Para lidar com este problema, é colocado um outro feixe sintonizado na transição $6S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 4$, cujo papel é o de colocar novamente a população perdida em $6S_{1/2}, F = 4$ por decaimento espontâneo. Este feixe é chamado de rebombeio, e é superposto com os feixes de esfriamento colocados nas direções “x” e “y”. A MOT criada possui uma profundidade óptica de 5 e a temperatura dos átomos fica em torno dos 300 μK .

O período temporal de nosso experimento é de 22 ms. Durante os primeiros 20 ms são ligados os feixes e o campo magnético da MOT juntamente com o feixe de rebombeio, aos 20 ms os feixes e o campo magnético da MOT são desligados deixando por mais 1 ms ligado o feixe de rebombeio para preparar o sistema atômico no estado $6S_{1/2}, F = 4$. Uma vez preparado o sistema, esperamos 200 μs e só então ligamos os feixes da experiência propriamente dita.

Na figura 13 é mostrado o esquema experimental usado para a experiência estudada. A frequência de um laser semiconductor da *Toptica* modelo DL100, é travada na transição *crossover* $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 4 - 5$ usando o sinal de absorção saturada da linha D_2 do Cs. Do feixe gerado no laser, uma parte passa por um modulador acusto-óptico (AOM1) e sua frequência é dessintonizada a 6Γ da transição $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$; $\Gamma/2\pi = 5.2 \text{ MHz}$ é a taxa de decaimento espontâneo do estado excitado. Esta porção do feixe é levada através de uma fibra óptica monomodo e mantenedora da polarização até um telescópio onde será colimado e posteriormente dividido por um PBS em dois feixes contra-propagantes C_1 e C_2 (feixes de bombeio) como indicado na figura. C_1 e C_2 se superponhem na MOT com polarizações circulares e iguais (σ^+), e ambos feixes possuem a mesma intensidade que pode ser variada através do AOM.

Figura 13- Esquema experimental simplificado



Fonte: Própria autoria (2019) - Dois feixes contra-propagantes C_1 e C_2 , e mais um feixe de sonda P , interagem de forma não linear com o sistema atômico para gerar o sinal conjugado G . A transmissão de P e o sinal G são detectados nos detectores D_2 e D_1 respectivamente. O ângulo entre os feixes e a bissetriz indicada é $\theta = 2^\circ$

Adicionalmente, outra porção do feixe do laser passa pelo AOM2 e sua frequência é variada em torno da frequência dos feixes C_1 e C_2 centenas de kHz , chamaremos este feixe P ou feixe de prova. O feixe P é levado até um telescópio através de uma fibra óptica idêntica à descrita anteriormente. No telescópio é colimado de forma a ter aproximadamente o mesmo modo

espacial que os feixes de bombeio. Como indicado na figura 13, o feixe P se superpõe na MOT aos feixes de bombeio com a mesma polarização circular e formando um ângulo $\theta \approx 2^\circ$. A intensidade do feixe de prova é duas ordens de grandeza menor que a dos feixes de bombeio.

A interação não linear dos três feixes com o meio atômico produz um processo de mistura de quatro ondas, no qual o sinal gerado é coletado pelo detector D_1 como indica a figura. Mais um detector (D_2) é colocado com o objetivo de coletar a transmissão do feixe de prova. Ambos detectores são detectores de avalanche (APD), modelo APD-120A/M da *Thorlabs*.

O processo de mistura de quatro ondas que acontece neste sistema será explicado com mais detalhe na seção 3.4.

3.3 Quantização do movimento dos átomos

Como foi descrito na seção 2.5, dois feixes contra-propagantes criam uma interferência espacial na região em que eles são superpostos dando lugar a uma onda estacionária periódica. Para o caso específico em que os feixes possuem uma mesma polarização, a interferência cria regiões de máximos e mínimos espaçados com um período bem definido.

Como também mencionado na seção 2.5, uma modulação espacial da intensidade do campo luminoso, provoca uma modulação nas energias dos estados fundamentais e excitados dos átomos, dando lugar à força de dipolo, que é restauradora em direção às regiões onde a energia dos átomos é menor. O problema de se empregar esta força no esfriamento atômico é que ela é conservativa e, portanto, a energia mecânica dos átomos é preservada em todo momento.

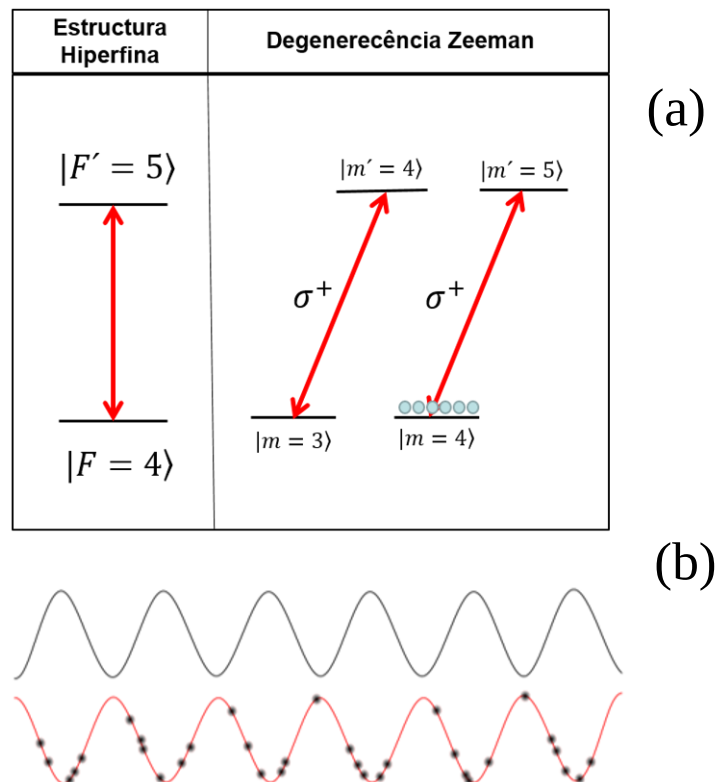
A seguir descrevemos a forma experimental na qual conseguimos o esfriamento sub-Doppler dos átomos a partir da temperatura da MOT até dezenas de μK usando o Efeito Sisyphus assistido Magneticamente (ESM) proposto por Metcalf [52], uma variante do efeito Sisyphus inicialmente proposto por Cohen-Tannoudji [53].

Na figura 14 se mostra como é criada uma rede óptica unidimensional com a configuração usada para os feixes C_1 e C_2 . Na figura 14 (a), é descrito esquematicamente como a colocação dos feixes C_1 e C_2 , ambos com polarizações σ^+ , e colocados com uma desintonia de 30 MHz da transição $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$, conseguem colocar através de processos de excitação e emissão espontânea toda a população para o subnível Zeeman $|m_F = 4\rangle$ do estado

fundamental. Desta forma se consegue um sistema puro de dois níveis. Na figura 14 (b), a linha preta indica a modulação espacial da intensidade devido à interferência dos feixes C_1 e C_2 ; a linha vermelha indica como fica modulada a energia do estado fundamental dos átomos que se encontram em diferentes regiões devido ao deslocamento luminoso. Como pode ser observado, devido à dessintonia dos feixes estar abaixo da ressonância, as regiões de mínima energia coincidem com as de máxima intensidade e vice-versa. É interessante mencionar que se a dessintonia fosse positiva os máximos e mínimos de energia seguiriam o mesmo comportamento que a intensidade (ver eq. (2.4.9)).

Uma vez que se analisou a criação de uma rede óptica unidimensional, e apenas se consideraram os efeitos devido à interação entre os átomos e a radiação luminosa, passemos a analisar quais são as consequências de colocar um campo magnético de baixa intensidade e em uma direção perpendicular à direção de propagação dos feixes ópticos.

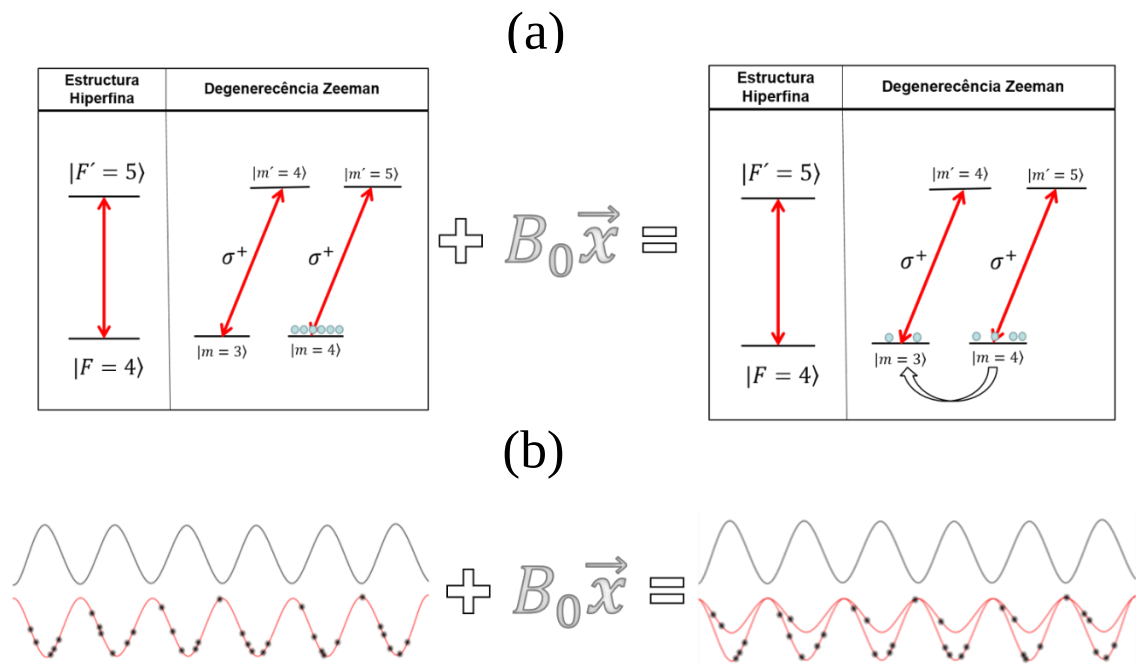
Figura 14- Representação do bombeio óptico e da criação da rede óptica unidimensional



Fonte: Própria autoria (2019) - Mostrando: a) Bombeamento óptico para o estado $|m=4\rangle$ devido à interação dos átomos com um feixe com polarização σ^+ , b) criação da rede óptica unidimensional devido à interferência espacial dos feixes contra-propagantes (linha em preto), em vermelho se indica o deslocamento da energia do nível fundamental dos átomos devido ao deslocamento luminoso

A colocação de um campo magnético fraco, transversal à direção de quantização (definida ao longo da propagação dos feixes “z”), basicamente ocasiona transições entre os subníveis Zeeman dos átomos do ensemble, sendo desprezível o deslocamento Zeeman produzido. A ação conjunta dos campos ópticos e o campo magnético sobre a estrutura Zeeman do sistema atômico é esquematizado na figura 15 (a). Como pode ser observado uma parte dos átomos que se encontravam em $|m_F = 4\rangle$ são colocados no estado $|m_F = 3\rangle$ via transições de dipolo magnético, tendo agora dois níveis populados no estado fundamental e aptos para interagir com o campo de radiação.

Figura 15- Representação da transferência de população entre subníveis Zeeman



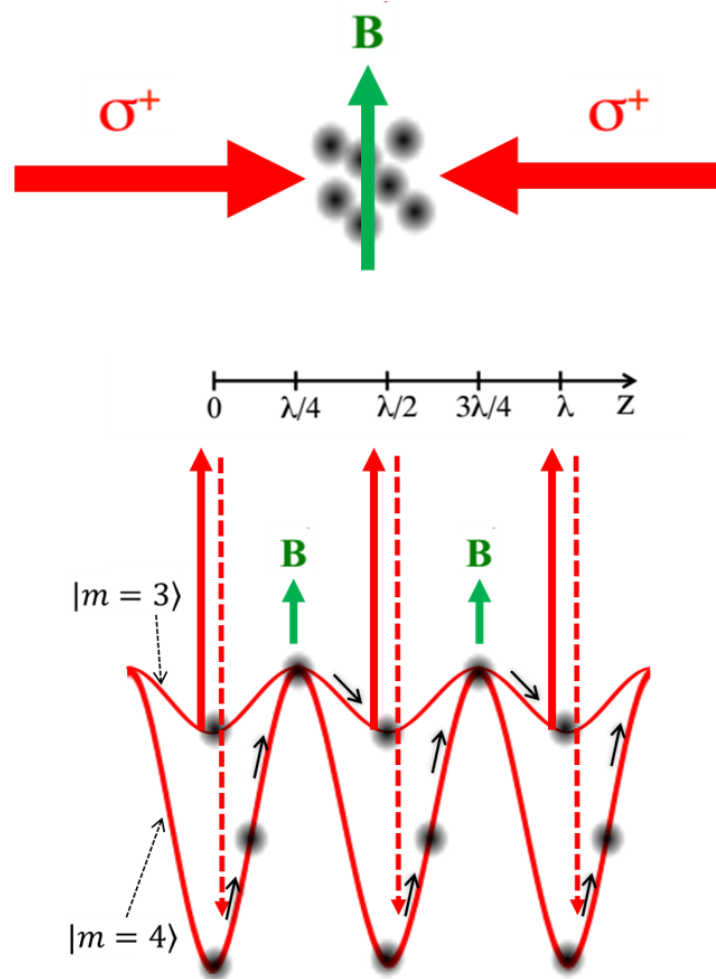
Fonte: Própria autoria (2019) - Esquema mostrando: a) a transferência de população entre sub-níveis Zeeman do estado fundamental devido à interação com um campo magnético transversal, e b) modulação espacial das energias dos dois estados Zeeman populados. A diferença do deslocamento da energia entre ambos níveis está relacionada a seus diferentes coeficientes de Clebsch-Gordan

Na figura 15 (b), pode-se observar como fica a modulação da energia do estado fundamental quando é adicionado o campo magnético. É importante destacar que se se considera apenas o campo óptico, devido ao bombeamento óptico, se tinha um sistema puro de dois níveis e apenas seu nível fundamental era modulado. Uma vez que se considera o campo magnético e temos dois níveis fundamentais, teremos duas modulações diferentes nas energias de ditos estados. A

diferença entre elas se deve a que, a transição $|m_F = 3\rangle \rightarrow |m'_F = 4\rangle$ possui um coeficiente de Clebsch-Gordan menor que a transição $|m_F = 4\rangle \rightarrow |m'_F = 5\rangle$, isto faz com que a probabilidade de absorção de um fóton seja menor para $|m_F = 3\rangle \rightarrow |m'_F = 4\rangle$ e portanto o deslocamento luminoso também seja menor. Desta forma, temos que as modulações nas energias dos dois estados fundamentais são diferentes.

Agora, pode-se observar que uma vez criada a rede óptica, podem ser feitas ainda, transições devido à interação com o campo de luz e também com o campo magnético. A probabilidade destas transições acontecerem é por sua vez, dependente da posição (figura 16) já que nas regiões onde a interferência dos feixes é construtiva, a probabilidade de interação com o campo elétrico da luz é máxima e diminui a zero nas regiões onde a interferência é destrutiva (regiões onde a energia dos estados fundamentais é máxima).

Figura 16- Representação simplificada do mecanismo de esfriamento Sisyphus



Fonte: Própria autoria (2019) - As repetidas interações do átomo com o campo elétrico nos pontos de maior intensidade, bombeando o átomo para $|m = 4\rangle$, juntamente às transições para $|m = 3\rangle$ feitas pelo campo magnético nos pontos de intensidade nula; fazem o átomo perder energia cinética ficando eventualmente aprisionado em um poço de potencial

Notando que a probabilidade de transições via dipolo elétrico é zero nas regiões de máxima energia onde a intensidade da luz é nula, temos que nestas regiões apenas as transições induzidas pelo campo magnético entre os subníveis Zeeman populados podem ser realizadas (figura 16).

Assim temos que de forma efetiva, nas regiões de maior energia dos estados atômicos é apenas o campo magnético quem induz transições entre os subníveis Zeeman, enquanto nas regiões onde a energia é mínima a taxa de transição induzida pela luz é dominante para campos magnéticos suficientemente fracos.

Vamos analisar um átomo que se movimenta com uma determinada componente de sua velocidade ao longo do eixo z (figura 16). Se este átomo se encontra no estado $|m_F = 3\rangle$ no ponto $z=0$, existe uma probabilidade alta dele ser excitado para o estado com $|m'_F = 4\rangle$ e eventualmente decair espontaneamente para $|m_F = 4\rangle$, ou seja nesta região os átomos são bombeados opticamente para o estado $|m_F = 4\rangle$. No estado com $|m_F = 4\rangle$ no ponto $z = 0$, só é possível ele ser excitado para $|m'_F = 5\rangle$, devido à polarização dos feixes, e seu decaimento poderá ser também apenas para o estado de partida $|m_F = 4\rangle$. Então, nosso átomo depois de certo tempo (da ordem de $1/\Gamma$) se encontrará no estado fundamental com $|m_F = 4\rangle$.

Quando o átomo se desloca até a posição $z = \lambda/4$ (λ é o comprimento de onda dos feixes que interferem), deverá vencer a barreira de potencial dada pela profundidade do poço (observar figura 16) às custas de sua energia cinética. Nesta posição o campo magnético, eventualmente, colocará ele no estado fundamental com $|m_F = 3\rangle$ via transição de dipolo magnético. No deslocamento do átomo até $z = \lambda/2$, a energia cinética ganha devido à força de dipolo que atrai ele até o mínimo de energia, será menor que a perda quando se deslocou desde $z = 0$ até $z = \lambda/4$, pois a profundidade do poço para um átomo em $|m_F = 3\rangle$ é menor que para um em $|m_F = 4\rangle$.

No ponto $z = \lambda/2$, com o átomo em $|m_F = 3\rangle$ o processo todo se repete, de tal forma que depois de uma determinada quantidade de vezes, o átomo não terá energia cinética suficiente para vencer a barreira de potencial e seu movimento será confinado a uma região da ordem do comprimento de onda da luz, que é da ordem do seu comprimento de onda de De Broglie. Desta forma o movimento do átomo confinado no poço de potencial óptico deve ser tratado

quanticamente, o que leva à quantização dos estados de energia associados aos seus graus de liberdade externos. Este processo é uma das técnicas usadas para fazer esfriamento sub-Doppler de um ensemble atômico.

É relativamente simples estimar a separação em frequência (ou energia) entre dois estados quantizados do movimento atômico se consideramos que, em torno do mínimo do potencial periódico podemos aproximá-lo por um potencial parabólico como indicado na figura 17.

Partindo de um resultado conhecido da seção 2.5, sabemos que o deslocamento da energia do estado fundamental dos átomos é:

$$\Delta U = \hbar \frac{\Omega^2}{4\delta} \quad (3.2.1)$$

Usando também que para um sistema de dois níveis, a equação que relaciona a frequência de Rabi e a intensidade da luz I , é dada por [50]:

$$\frac{\Omega}{\Gamma} = \sqrt{\frac{I}{2I_S}}, \quad (3.2.2)$$

onde I_S é a intensidade de saturação da transição.

Assim, o potencial criado devido à interferência dos campos ópticos pode ser expressado como:

$$\Delta U = \hbar \frac{\Gamma^2}{4\delta} \frac{I}{2I_S} = \frac{1}{2} \frac{\hbar \Gamma^2}{4\delta I_S} I_0 \cos^2(kz), \quad (3.2.3)$$

onde k é o vetor de onda, I a intensidade dos feixes, I_0 a intensidade máxima dos feixes, e δ é a dessintonia dos feixes com respeito ao estado excitado. Fazendo uma expansão em série em torno de $z = 0$, temos:

$$\Delta U = \frac{1}{2} \frac{\hbar \Gamma^2}{4\delta I_S} I_0 (1 - k^2 z^2 + \dots). \quad (3.2.4)$$

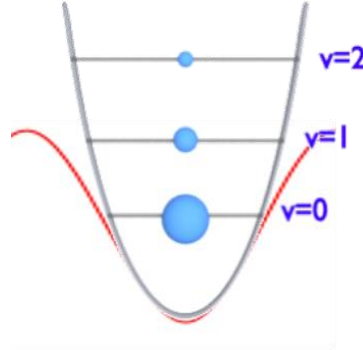
Aqui se podem identificar o primeiro termo como constante, e o segundo que depende do quadrado da posição:

$$\Delta U^{(2)} = \frac{1}{2} \frac{\hbar \Gamma^2}{4\delta I_S} I_0 k^2 z^2. \quad (3.2.5)$$

Se comparamos este potencial (3.2.5) ao potencial de um oscilador harmônico podemos identificar suas frequências características:

$$U_{harm} = \frac{1}{2} k_0 z^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 z^2. \quad (3.2.6)$$

Figura 17- Esquema do potencial periódico da onda estacionária



Fonte: Própria autoria (2019) - Aproximação representando como no fundo do potencial periódico da onda estacionária, o potencial pode ser aproximado a uma parábola, podendo fazer a analogia com o oscilador harmônico

Comparando (3.2.5) e (3.2.6):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\hbar \Gamma^2 k^2 I_0}{4m\delta I_S}}. \quad (3.2.7)$$

Substituindo nesta equação os parâmetros usados em nosso experimento: $\frac{\Gamma}{2\pi} \approx 5 \text{ MHz}$, $I_S = 1.1 \text{ mW/cm}^2$, $I_0 \approx 50 I_S$, $m \approx 2 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda} \approx 10^7 \text{ m}^{-1}$; a frequência estimada é:

$$\nu = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx 500 \text{ kHz}. \quad (3.2.8)$$

Isto significa que a frequência de separação entre dois níveis quantizados criados devido ao esfriamento Sisyphus induzido magneticamente fica da ordem de centenas de kHz.

Usando este resultado pode se estimar a temperatura dos átomos, uma vez que devem ter:

$$k_B T \lesssim \hbar \nu. \quad (3.2.9)$$

Substituindo os valores conhecidos da constante de Boltzmann (k_B), $\hbar$ e ν :

$$T \lesssim 24 \text{ } \mu\text{K}. \quad (3.2.10)$$

Ou seja, enquanto com a MOT os átomos são esfriados a centenas de micro kelvin, usando o ESM essa temperatura se reduz a poucas dezenas de micro kelvin.

3.4 Controle do Campo magnético

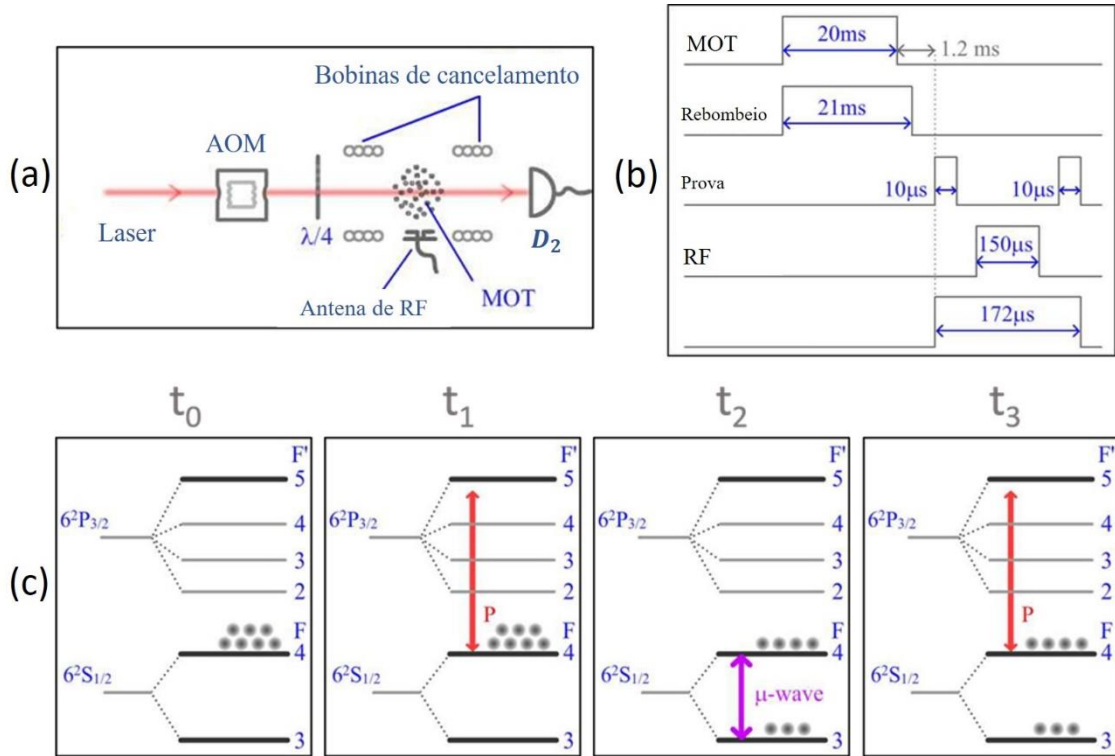
Como foi analisado na seção anterior, uma vez que o campo magnético tem um papel fundamental no esfriamento Sisyphus dos átomos e sua consequente quantização, é de especial interesse o controle do mesmo.

Antes de induzir um campo magnético controlado em nosso experimento, a primeira coisa que deveremos fazer é cancelar qualquer campo magnético residual que esteja agindo nos átomos depois que as bobinas da MOT são desligadas. Exemplos destes campos magnéticos residuais são: o campo magnético da terra, o campo produzido por estruturas a base de materiais magnéticos como podem ser o suporte de alguns dispositivos ópticos, equipamentos eletrônicos e até a mesma superfície da mesa óptica.

Para cancelar o campo magnético na região onde se encontram os átomos são utilizados três pares de bobinas, onde cada par é colocado na configuração de Helmholtz e são alimentadas de forma independente por um controlador de corrente. Estas bobinas possuem um formato quadrado e são dispostas em forma de um cubo centralizado na MOT. Desta maneira, podemos aplicar campos magnéticos (aproximadamente homogêneos e estáticos na região da MOT) nas três direções espaciais com o intuito de criar um campo magnético contrário ao campo magnético residual na região do ensemble atômico e, assim, compensá-lo.

Para determinar o campo magnético residual, se utilizará a quebra da degenerescência Zeeman nos níveis hiperfinos que é produzida por qualquer campo magnético presente. Na figura 18 (a) se apresenta o esquema experimental que será usado para determinar o campo magnético residual. Um feixe de prova, com a ajuda de um AOM é sintonizado em ressonância com a transição $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$ e sua transmissão através da MOT é coletada por um fotodetector.

Figura 18- Instalação experimental e sequência temporal utilizados no cancelamento do campo magnético, assim como a sincronização temporal dos experimentos



Fonte: Figura tomada da referência [51] - (a) Esquema experimental usado para o cancelamento do campo magnético residual. (b) Sequência temporal da experiência para cancelar o campo magnético mostrando como um pulso de RF é colocado entre os dois pulsos do feixe de prova para depois comparar o efeito causado na população dos níveis de energia do estado fundamental. (c) Diagrama mostrando os diferentes tempos em que os campos ópticos e a RF interagem com o sistema conectando diferentes estados. Em t_0 o sistema está preparado com toda a população em $F=4$, em t_1 é ligado o feixe de prova P e capturada sua transmissão, em t_2 é ligado o pulso de RF depois de ter desligado o feixe P, em t_3 é ligado novamente o feixe P e comparada sua absorção com a absorção obtida no tempo t_1

Na figura 18 (b) é descrita a sequência temporal usada para cancelar o campo magnético. Toda a sincronização temporal dos experimentos descritos é feita com ajuda de uma placa de aquisição da *National Instrument* modelo PCI-6133, com uma resolução temporal de 100 ns. O controle da placa é feito através de um programa desenvolvido em *LabView* por membros do grupo de pesquisa. Todos os dados dos experimentos são capturados através da interface do programa com um osciloscópio DSO-X 2002-A, da *Agilent*.

Ainda na figura 18, uma vez preparado o sistema em $6S_{1/2}, F = 4$ deixando o feixe de rebombeio ligado por 1 ms a mais do que os feixes da MOT, este é desligado e depois de 200 μs é ligado o feixe de prova durante 10 μs e coletada sua transmissão, de modo que se conhece a absorção que experimenta na sua passagem pelo meio atômico. Um micro segundo depois de ter desligado o feixe P, é colocada uma radiação de micro ondas cuja frequência é variada em torno da transição entre os níveis hiperfinos do estado fundamental $6S_{1/2}, F = 3 \leftrightarrow 6S_{1/2}, F =$

4 do Cs. O pulso de rádio frequência (RF) tem duração de 150 μ s, e provem de um gerador de RF modelo E8257D da *Agilent Technologies*. O controle da frequência da RF e a sincronização temporal do equipamento é feito todo através de um programa em *LabView*. Um microssegundo depois de desligar o pulso de RF, é novamente ligado o feixe *P* por mais 10 μ s e coletada sua transmissão. Comparando a absorção do feixe *P* antes e depois da RF se determina como a presença da RF mudou a população entre os níveis hiperfinos do estado fundamental do Cs.

As transições de tipo dipolo magnético feitas pela RF são chamadas: transições π quando cumprem com a regra de seleção $\Delta m_F = 0$, e transições σ quando $\Delta m_F = \pm 1$. Estes tipos de transições π e σ são representadas na figura 19 (a) e (b) respectivamente. Como pode se observar na figura, quando a RF possui uma frequência que é ressonante com uma transição envolvendo dois níveis Zeeman, parte da população que se encontrava inicialmente no estado $6S_{1/2}, F = 4$ é colocada no estado $6S_{1/2}, F = 3$. Desta forma a absorção do feixe *P* deve ser maior antes da RF se comparada com a absorção do pulso depois da RF. Quando a frequência da RF não está sintonizada com nenhuma transição, a absorção dos pulsos do feixe *P* antes e depois da RF deve ser a mesma. Então, fazendo a diferença da amplitude do pulso antes e depois da RF enquanto sua frequência é variada, teremos uma serie de picos. Cada pico significa que a RF está em ressonância com alguma transição. A separação entre os picos corresponde ao dobro do deslocamento Zeeman produzido em cada estado pelo campo magnético residual existente. O fator de dois aparece devido a que a quebra da degenerescência Zeeman possui em módulo o mesmo valor para cada estado fundamental hiperfino (ver figura 20), $g_{F=3} = -0.35 \text{ MHz/G}$ e $g_{F=4} = 0.35 \text{ MHz/G}$.

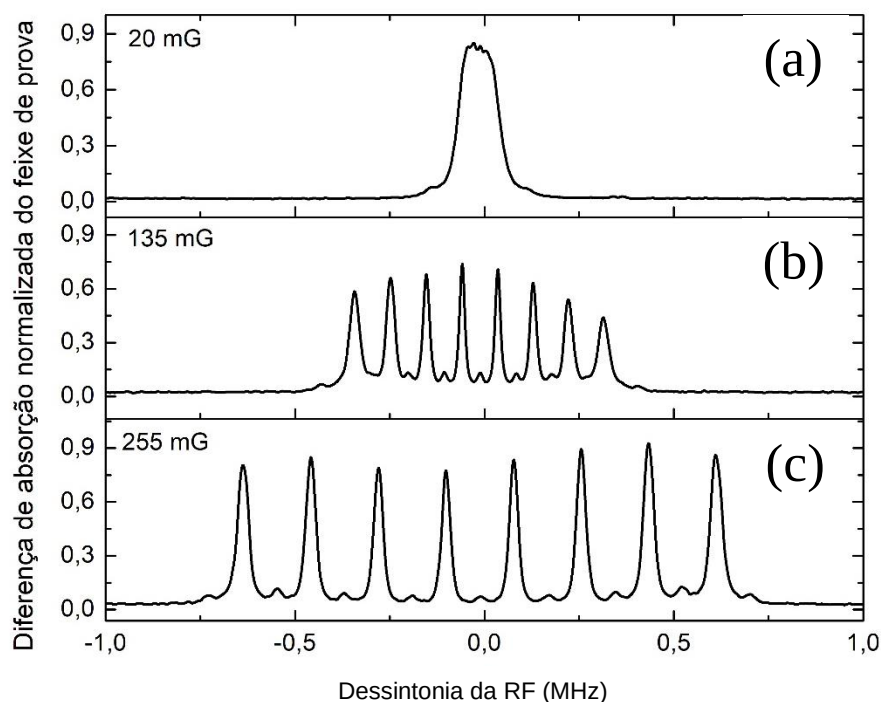
Dependendo da posição de uma antena tipo “bigode”, usada na experiência, cada tipo de transição pode ser privilegiado. Para uma orientação determinada da antena os dois tipos de transições podem ser visíveis, como se mostra na figura 20.

Na figura 20, podem observar-se 7 picos maiores e 8 menores, correspondendo a transições tipo π e σ respectivamente. Como mostra a figura, as transições tipo π foram favorecidas na posição da antena usada. O total de 15 picos corresponde à quantidade de transições possíveis, conforme mostrado na figura 19.

Uma vez que se tem este padrão de picos, com as bobinas de cancelamento do campo magnético, se aplicam campos em cada uma das direções com o fim de reduzir a separação entre os picos. Quando a separação entre os picos é muito pequena, todos colapsam a um só pico, e minimizando a largura deste então teremos cancelado o campo magnético residual.

A figura 21 mostra a diferença de absorção do feixe de prova antes e depois da RF como função da frequência da RF, para diferentes valores do campo magnético.

Figura 21- Espectros de RF para diferentes valores de campo magnético



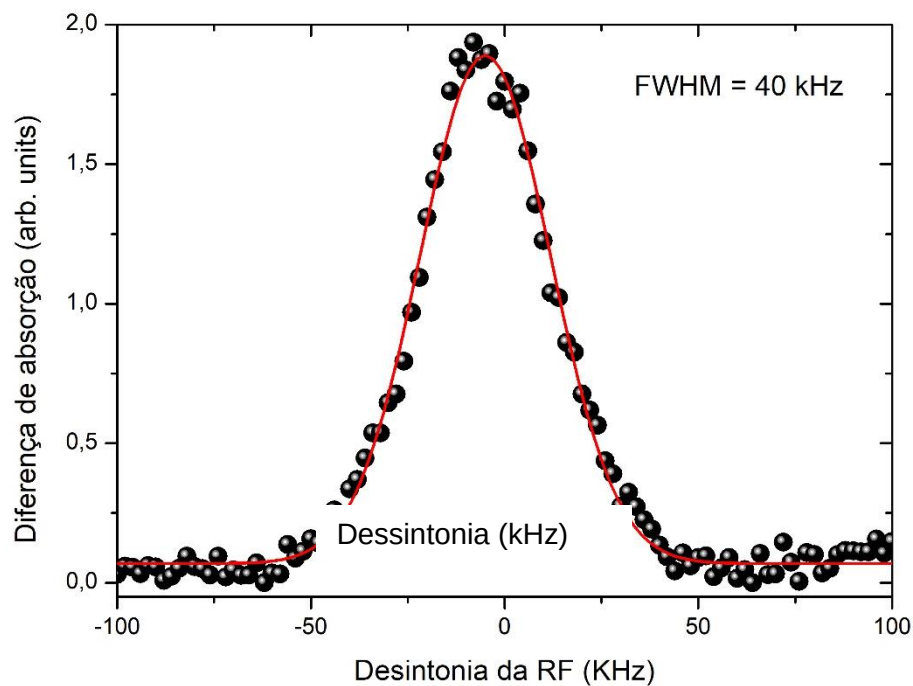
Fonte: Própria autoria (2019) - (a) $|\vec{B}| = 20 \text{ mG}$, (b) $|\vec{B}| = 135 \text{ mG}$ e (c) $|\vec{B}| = 255 \text{ mG}$. A antena foi colocada de modo que foram maximizadas as transições tipo σ

Os diferentes valores de campo magnético mostrados na figura 21 foram estimados a partir da diferença em frequência entre dois picos consecutivos uma vez que se conhece que o deslocamento Zeeman para os níveis hiperfinos do estado fundamental do Cs é $g_F = 350 \text{ kHz/G}$ [56].

Por último, na figura 22 se mostra a diferença de absorção do feixe de prova como função da frequência da RF para um campo magnético já cancelado. O campo correspondente à figura fica em torno de 8 mG como máximo.

Desta forma, é possível agora aplicar um campo magnético controlado variando a corrente das bobinas de cancelamento desejadas para valores diferentes aos que cancelam o campo magnético residual.

Figura 22- Espectro de RF para o campo magnético cancelado



Fonte: Própria autoria (2019) - Se estima que esta largura corresponde a um campo da ordem de unidades de mG

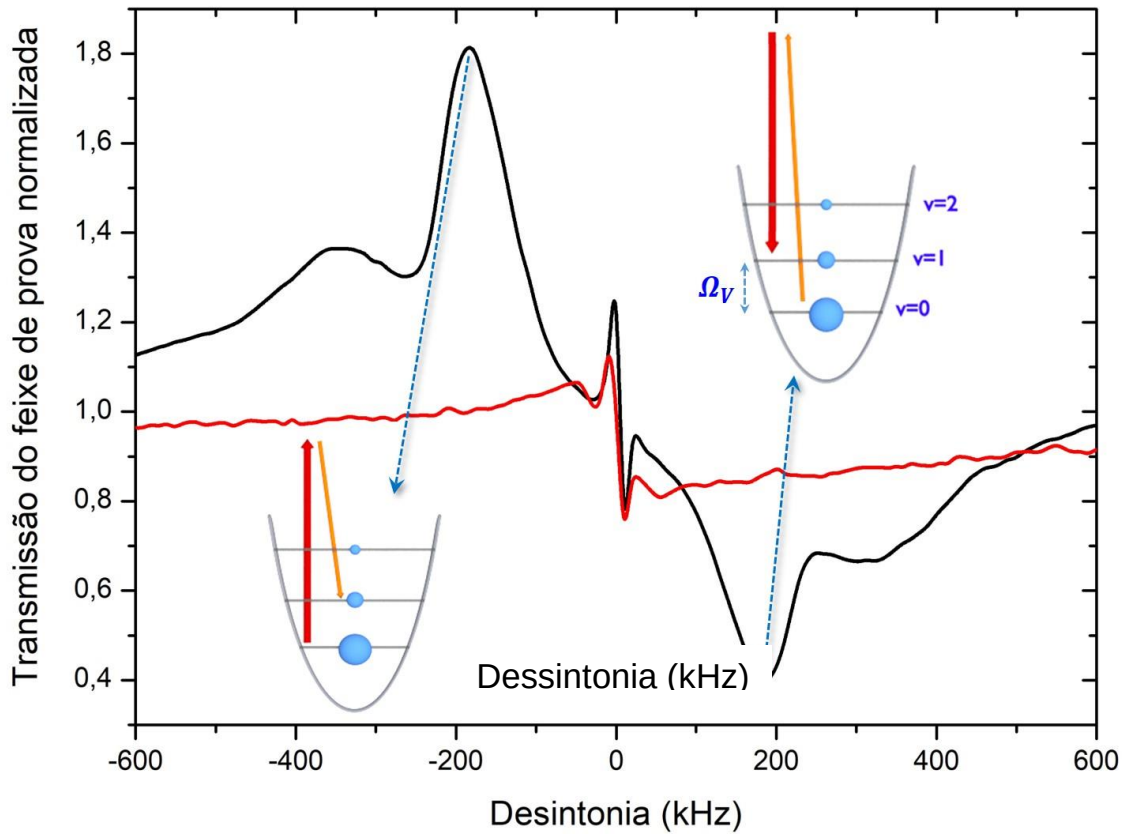
3.5 Observação de ganho e absorção Raman entre estados quantizados do movimento dos átomos

Passemos a analisar agora os sinais gerados quando os feixes de bombeio C_1 e C_2 juntamente ao feixe P , mostrados na figura 13, se combinam, mediados pela interação não linear com os átomos para resultar em processos de ganho Raman, absorção Raman e mistura de quatro ondas envolvendo os estados quantizados do movimento dos átomos.

Na figura 23 se mostra, na linha em preto, o espectro de transmissão do feixe de prova quando sua frequência é variada de -600 kHz até 600 kHz em torno da frequência dos feixes de bombeio. A frequência do feixe P é variada em passos de 9.2 kHz usando o mecanismo de

modulação em frequência de seu AOM independente mencionado anteriormente. As intensidades dos feixes de bombeio foram $I_{c_{1,2}} = 60 \text{ mW/cm}^2$ para cada um deles e para o feixe de prova foi de $I_p = 0.2 \text{ mW/cm}^2$; o diâmetro de todos os feixes era de 0.8 mm.

Figura 23- Espectro de transmissão do feixe de prova com e sem o feixe C₂ bloqueado



Fonte: Própria autoria (2019) - Espectro de transmissão do feixe de prova (linha preta) mostrando-se os picos de ganho e absorção devido a transições Raman entre níveis quantizados do movimento atômico. A linha em vermelho indica a transmissão do feixe de prova quando o feixe C₂ é bloqueado. No inset se mostram esquematicamente as transições Raman que dão lugar ao ganho e à absorção

Como se mostra na figura, quando a frequência do feixe de prova é tal que cumpre com a condição de ressonância Raman $\delta = \omega_p - \omega = \pm\Omega_V$, podem ser observados processos de ganho e absorção. Estes processos são esquematizados nos diagramas inseridos dentro da figura. Por exemplo, quando $\delta = \omega_p - \omega = -\Omega_V$, um átomo que se encontra no estado fundamental externo $|V = 0\rangle$ absorve um fóton do feixe C_1 e emite estimuladamente um fóton no feixe de prova, terminando no estado externo $|V = 1\rangle$ devido ao processo Raman (observar esquema inferior na figura que descreve este processo). Da mesma forma o átomo no estado

$|V = 1\rangle$ pode absorver um fóton do feixe de prova e emitir estimuladamente um fóton no modo C1. Estes dois processos são proporcionais às populações do estado inicial, de modo que o ganho líquido é proporcional à diferença de população entre os níveis $|V = 0\rangle$ e $|V = 1\rangle$. O ganho observado é de aproximadamente 80%.

De forma similar, quando $\delta = \omega_P - \omega = \Omega_V$, os dois processos Raman mencionados acima vão produzir uma absorção líquida no feixe de prova (observar esquema superior na figura 23).

É interessante observar, ainda na transmissão do feixe de prova, que quando a frequência do feixe P é tal que $\delta = \omega_P - \omega = \pm 2\Omega_V$, processos Raman podem acontecer envolvendo transições entre dois estados quantizados externos não adjacentes, isto é, envolvendo o estado fundamental e o segundo estado excitado do movimento dos átomos. Devido a estas transições, conhecidas na literatura como “overtones” [19], podem se observar também picos de ganho e absorção adicionais na figura, embora tenham uma amplitude menor que o processo que envolve dois estados adjacentes.

Uma outra ressonância, com forma de linha dispersiva, também é observada centrada em $\delta = 0$. Esta ressonância está associada a um processo conhecido como Ressonância Induzida por Recuo (RIR), que acontece devido a transições Raman entre diferentes estados externos, associadas a estados de momento dos átomos em uma direção transversal à propagação dos feixes. Estes estados de momento possuem um espectro contínuo e estão relacionados com a distribuição de velocidades dos átomos [16, 17]. Vários trabalhos envolvendo as ressonâncias tipo RIR tem sido estudado, inclusive pelo próprio grupo de pesquisa [15]. No capítulo 5 faremos uma breve descrição das ressonâncias RIR.

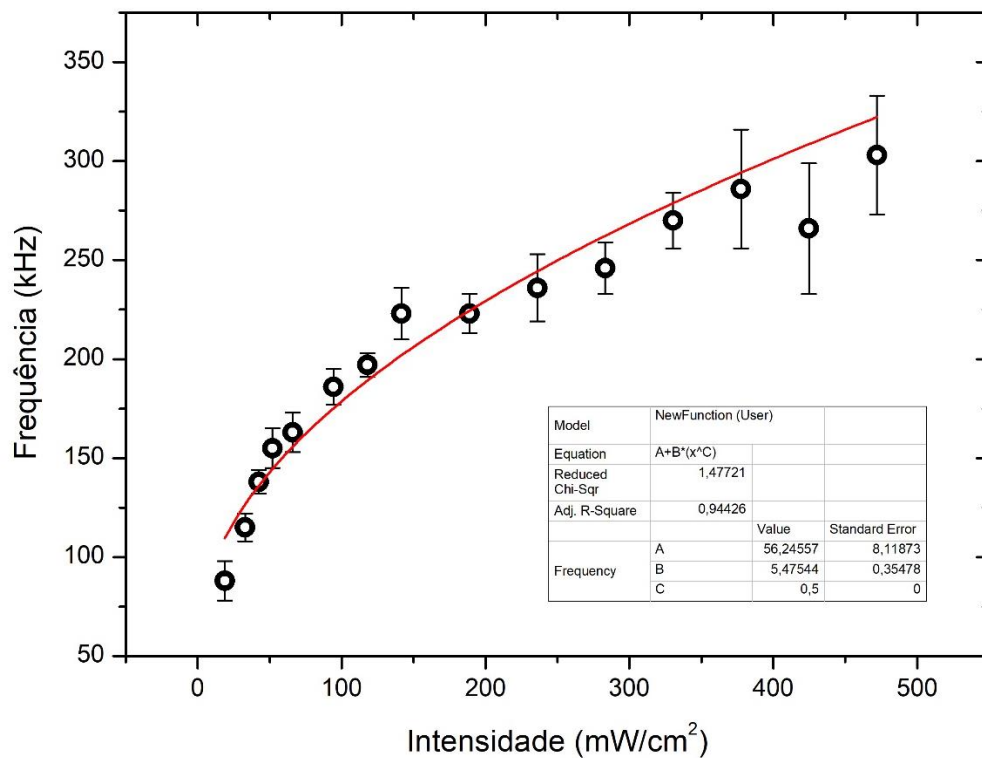
A linha em vermelho, na figura 23, corresponde ao espectro do feixe de prova adquirido na situação quando o feixe C_2 não está presente. Este espectro confirma que sem a presença da rede óptica não existe esfriamento Sisyphus, como consequência também não existirá quantização do movimento atômico e, portanto, não são observados picos de ganho e absorção além do correspondente ao processo tipo RIR.

Uma vez que os picos de ganho e absorção observados para $\delta = \omega_P - \omega = \pm\Omega_V$ e $\pm 2\Omega_V$ são interpretados como descrito acima, então a posição dos picos de ganho (ou absorção) devem oferecer a informação da separação em frequência entre os estados quantizados $|V = 0\rangle$ - $|V = 1\rangle$ e $|V = 0\rangle$ - $|V = 2\rangle$, respectivamente. Perceba-se que, do gráfico, a distância entre os níveis quantizados fica em torno dos 200 kHz; ou seja centenas de kHz como tínhamos estimado

através de suposições bem simples feitas na seção 3.3 onde se determinou que esta separação em frequência era de 500 kHz, valor da mesma ordem que o resultado experimental.

Como mostra a Eq. (3.2.7), a dependência da separação entre os primeiros níveis quantizados adjacentes depende da intensidade do feixe de bombeio segundo $\nu \sim \sqrt{I_0}$. Para comprovar esta dependência foi feita a medida a posição do pico de ganho que corresponde a $\delta = \omega_p - \omega = -\Omega_V$ como função da potência dos feixes de bombeio. Este resultado se mostra na figura 24.

Figura 24- Posição em frequência do pico de ganho como função da potência dos feixes de bombeio



Fonte: Própria autoria (2019) - A potência indicada é a mesma para ambos feixes

Na figura 24, os pontos representam a posição do pico de ganho em que $\delta = -\Omega_V$ para diferentes valores de intensidade dos feixes de bombeio. A incerteza na medida, para cada ponto, está relacionada à incerteza em estimar a posição do centro do pico. A linha vermelha indica o ajuste feito conforme ao modelo mostrado no “inset”, onde também são mostrados os parâmetros do ajuste. O parâmetro C foi mantido fixo com valor 0.5 e se observa que a curva se ajusta razoavelmente aos pontos experimentais com um coeficiente de determinação de 0.94,

o qual é bom tendo em conta as simplificações que foram levadas em consideração na Eq. (3.2.7).

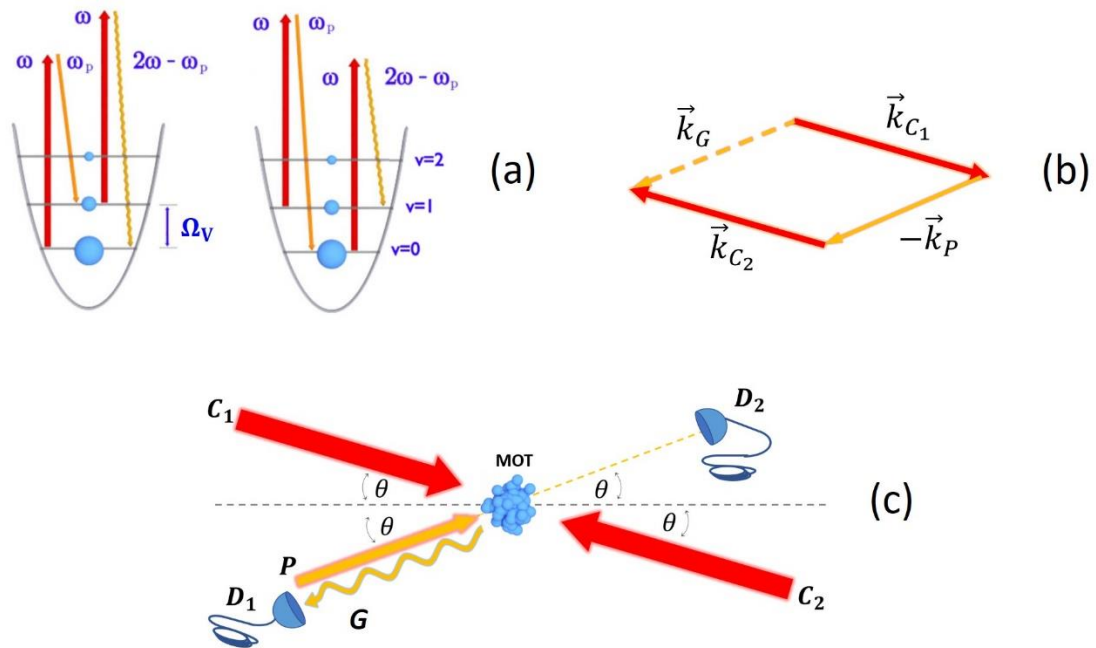
3.6 Mistura de quatro ondas envolvendo estados quantizados do movimento dos átomos

Além das transições Raman, outros processos não lineares podem ser observados neste sistema. Como mencionado anteriormente na seção 3.2, o sinal de mistura de quatro ondas (FWM) também foi observado e estudado.

Na figura 25 (a) se mostram os processos de mistura de quatro ondas gerados devido à interação não linear de terceira ordem entre os campos C_1 , C_2 e P com o sistema atômico e envolvendo os estados externos do movimento atômico. Quando o feixe de prova possui uma frequência tal que $\delta = \omega_P - \omega = -\Omega_V$, ou seja, na região de ganho, temos o processo no qual se absorve no campo C_1 e se emite no campo P , seguido pela absorção em C_2 e emissão na direção $\vec{k}_G = -\vec{k}_P$ com frequência $\omega_G = 2\omega - \omega_P = \omega + \Omega_V$. Por outro lado, na região de absorção quando $\delta = \omega_P - \omega = \Omega_V$, o mesmo processo se repete para gerar G com frequência $\omega_G = 2\omega - \omega_P = \omega - \Omega_V$. Desta forma a energia e o momento linear são conservados no processo.

A direção na qual será emitido o campo óptico gerado fica definida segundo a condição de casamento de fase, como se mostra na figura 25 (b). O detector D_I deve ser colocado na direção onde será emitido o fóton do sinal gerado $\vec{k}_G$ como se indica na figura 25 (c). Desta forma a variação total do momento do átomo é nula e, portanto, o momento linear também é conservado no processo.

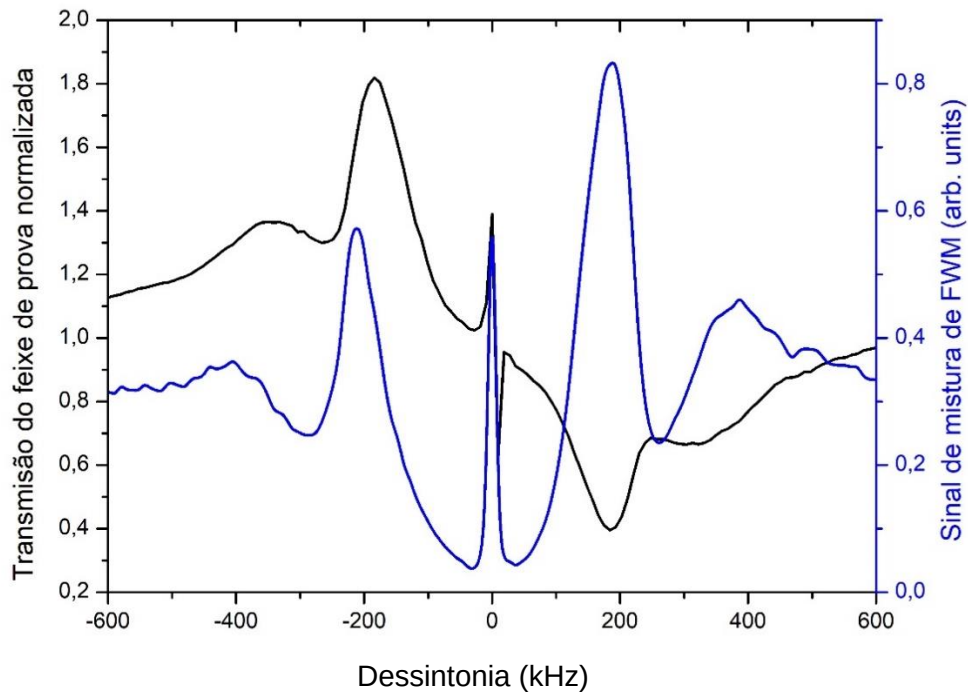
Figura 25- Mistura de quatro ondas envolvendo estados quantizados do movimento atômico, condição de casamento de fase e Esquema experimental simplificado



Fonte: Própria autoria (2019) - (a) Esquema dos processos de mistura de quatro ondas que acontecem envolvendo os estados quantizados do movimento atômico. (b) Diagrama mostrando a condição de casamento de fase para os processos de mistura de quatro ondas. (c) Esquema experimental simplificado; C_1 e C_2 são os feixes de bombeio, P o feixe de prova e G o feixe gerado, todos os feixes possuem a mesma polarização σ^+

Na figura 26 é mostrado, em azul, o sinal de FWM gerado quando é variada a frequência do feixe de prova. A linha em preto mostra a transmissão do feixe P , capturada simultaneamente ao sinal de FWM.

Figura 26- Espectros da transmissão do feixe de prova e do sinal de FWM gerado



Fonte: Própria autoria (2019) - Em preto espectro da transmissão do feixe de prova, e em azul o espectro do sinal de FWM gerado

Como pode ser observado, o sinal de FWM apresenta cinco picos bem definidos. O pico que aparece em $\delta = 0 \text{ kHz}$ e que é mais fino do que os outros, se deve a processos de mistura de quatro ondas associados à ressonância tipo RIR [15-17]. Os picos mais largos que aparecem em $\delta \approx \pm 200 \text{ kHz}$ são os picos correspondentes ao sinal de FWM que correspondem aos diagramas da figura 25 (a). Os picos que aparecem em $\delta \approx \pm 400 \text{ kHz}$ são os picos correspondentes a um sinal de mistura de quatro ondas por um processo similar ao explicado, mas envolvendo transições entre níveis quantizados não adjacentes, como no caso dos “overtones”.

É possível observar que os picos da FWM aparecem na mesma região onde aparecem os picos de ganho e absorção do feixe de prova, embora pode ser notada uma pequena diferença principalmente na região onde $\delta < 0$. Esta diferença pode ser atribuída a efeitos de propagação uma vez que o sinal de FWM, com frequência $\omega_G = \omega + \Omega_V$, pode gerar transições Raman amplificando o feixe C_2 , e desta forma ser absorvido. Para $\delta > 0$, vemos que o feixe gerado com frequência $\omega_G = \omega - \Omega_V$ pode ser amplificado via transições Raman.

Este argumento pode explicar por que o sinal de FWM tem uma amplitude maior na região com dessintonia positiva.

3.7 Armazenamento de luz usando os estados quantizados do movimento

Os termos armazenamento de luz em átomos ou memórias ópticas, se referem à possibilidade de transferir a informação de algum observável associado a um feixe a um meio atômico via interação átomo-luz. Esta informação transferida ao meio fica armazenada nele por algum tempo, seja em forma de coerência ou população [1-2, 6, 18], e é possível recuperá-la enquanto ainda é preservada.

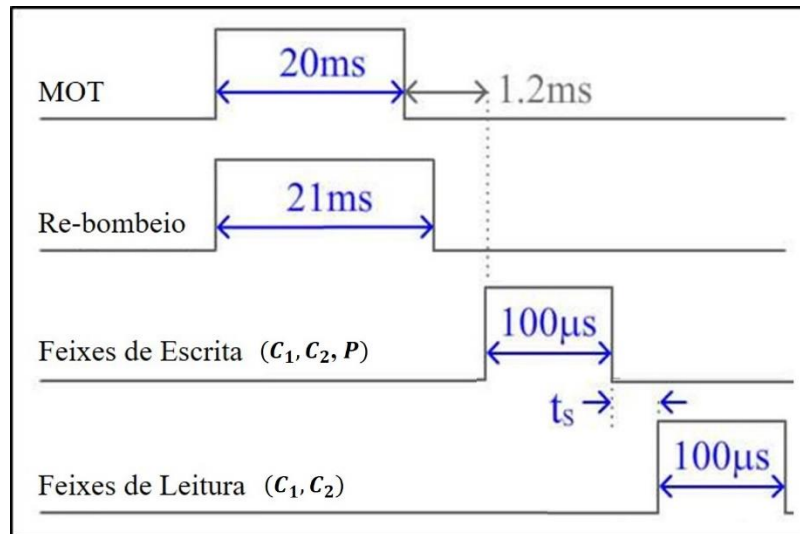
Então, voltemos a atenção para as medidas de armazenamento de luz do feixe de prova no meio atômico, e a recuperação deste depois de um tempo controlado em nosso experimento.

A figura 27 apresenta a sequência temporal seguida para a experiência de armazenamento e recuperação da luz, ou de outra forma, os processos de escrita e leitura da memória.

Depois de o sistema estar preparado no estado $6S_{1/2}, F = 4$, se espera, 200 μs e se ligam todos os feixes do experimento: C_1 , C_2 e P durante um tempo de 100 μs , tempo suficiente para o sistema atingir seu estado estacionário. A este processo, cujos resultados foram descritos na seção anterior, chamaremos processo de escrita. Ao desligar os feixes de escrita, se espera um tempo t_s que é controlado através da interface do programa, para logo após, religar apenas os feixes C_1 e C_2 , ou feixes de leitura. Os feixes de leitura são mantidos ligados durante mais 100 μs .

Durante o processo de leitura, a energia recuperada é determinada pela integração no tempo dos sinais coletados tanto no detector D_1 (associado ao sinal de FWM) quanto no detector D_2 (associado à transmissão de P).

Figura 27- Sequência temporal para os processos de escrita e leitura

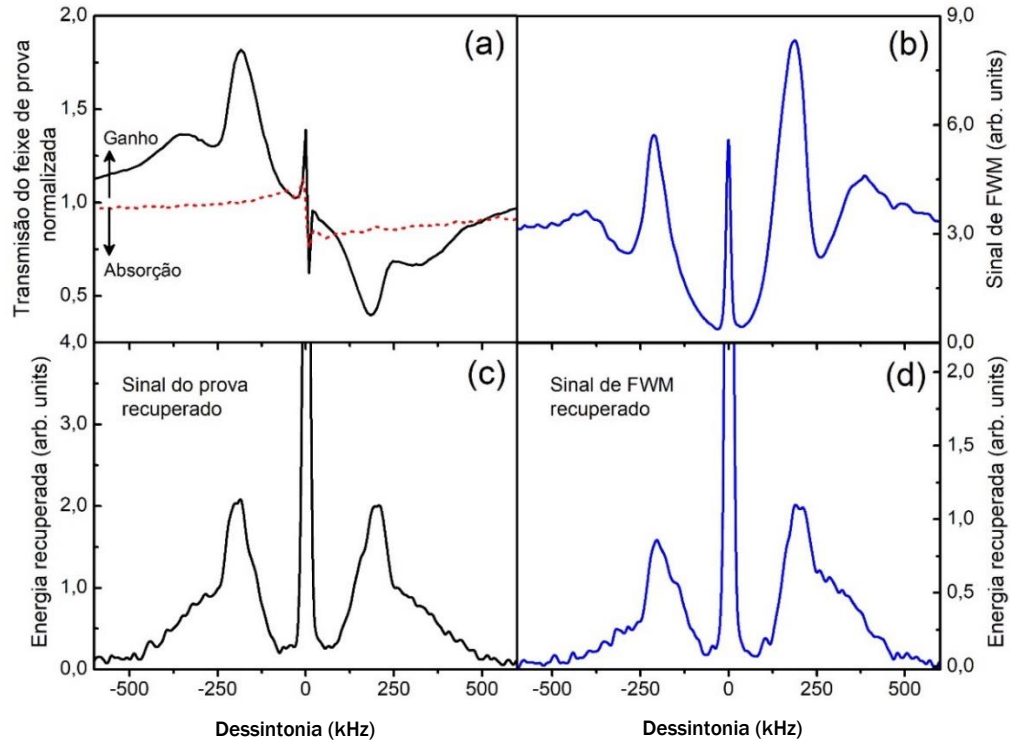


Fonte: Grupo Laboratório de átomos frios (DF-UFPE) (2018) - Sequência usada para a experiência de armazenamento de luz usando os estados quantizados do movimento dos átomos

Na figura 28 são apresentados em (c) e (d), a energia recuperada como função da frequência do feixe de prova para os sinais associados aos feixes P e FWM, respectivamente. Em (a) e (b), são apresentados os sinais correspondentes à transmissão do feixe P e de FWM respectivamente, obtidos no processo de escrita já apresentados na figura 25. A potência dos feixes de leitura foi a mesma que a usada no processo de escrita: 300 µW.

Como se observa na figura (c) e (d), em torno de $\delta = 0$ é recuperado o sinal com maior energia. Este sinal está associado novamente com um processo tipo RIR e é descrito em detalhes em [15]. Em torno de $\delta \approx \pm 200 \text{ kHz}$ podem-se observar dois picos tanto no sinal associado com P quanto no sinal associado à FWM. Comparando a posição destes picos que aparecem em (c), com os picos de ganho e absorção de (a), pode-se ver que aparecem na mesma posição, ou seja que este sinal recuperado está associado aos níveis quantizados do movimento atômico. Similarmente, comparando (d) com (b), pode-se observar como os picos do sinal recuperado correspondem à mesma posição onde aparecem os picos da FWM.

Figura 28- Espectros de transmissão do feixe de prova e FWM obtidos nos processos de escrita e leitura



Fonte: Própria autoria (2019) - (a) Espectro da transmissão do feixe de prova (em preto) no processo de escrita; a linha vermelha pontilhada indica a transmissão do feixe de prova quando é bloqueado o feixe C_2 . (b) Sinal de FWM gerado no processo de escrita. (c) e (d) Sinais recuperados no processo de leitura associados aos feixes P e FWM respectivamente

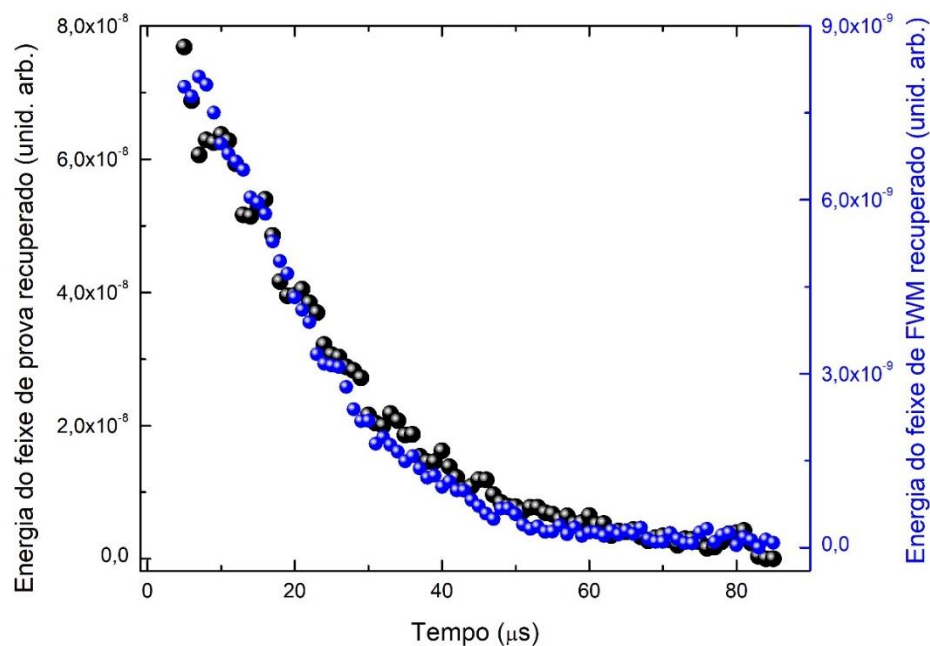
A origem deste sinal recuperado no processo de leitura, está associado ao fato de que no processo de escrita uma coerência induzida pelos feixes C_1 e P é criada entre os estados quantizados que participam do processo, por exemplo entre os estados $|V = 0\rangle$ e $|V = 1\rangle$. Depois de desligar os feixes de escrita esta coerência permanece ainda por um tempo. Se durante este tempo são ligados os feixes de leitura, eles acoplam com esta coerência para gerar os feixes recuperados. Este processo será discutido com mais detalhes no modelo teórico na seção 3.8.

Na figura 28, se pode observar que a forma de linha dos sinais recuperados associados aos níveis quantizados consiste em picos que não são simétricos. Esta assimetria se deve a que durante o processo de escrita, também se cria coerência entre os níveis não adjacentes associada aos “overtones” em torno de $\delta \approx \pm 400 \text{ kHz}$. Esta coerência também acopla com os feixes de leitura para gerar um sinal recuperado que é superposto com o sinal recuperado em torno de $\delta \approx \pm 200 \text{ kHz}$ dando lugar a um só pico não simétrico.

Com o objetivo de investigar durante quanto tempo “sobrevive” a coerência criada entre os estados quantizados, foi sintonizado o feixe P na frequência onde seu ganho é máximo e foi realizada a medida da energia do sinal recuperado como função do tempo de armazenamento t_S . Esta medida nos oferece a informação da duração de nossa memória, isto é, durante quanto tempo é possível armazenar a informação associada ao feixe de prova.

Na figura 29 podem ser observados os resultados da medida do tempo de armazenamento. Os pontos em preto mostram o comportamento da energia recuperada associada à transmissão do feixe P . A energia recuperada diminui conforme é aumentado o tempo de armazenamento, e em um tempo de aproximadamente $t_S = 20 \mu s$ cai à metade do seu valor máximo.

Figura 29- Energia recuperada no processo de leitura para diferentes tempos de armazenamento



Fonte: Própria autoria (2019) - Em preto se mostra a energia recuperada associada ao feixe de prova e em azul ao sinal de FWM

Um comportamento similar apresenta a energia recuperada associada ao sinal de FWM, representado pelos pontos em azul. Este sinal recuperado também diminui conforme se aumenta o tempo de armazenamento e segue o mesmo comportamento do que o sinal associado ao feixe P , caindo à metade do seu máximo valor também para $t_S \approx 30 \mu s$. Isto fornece uma ideia da eficiência temporal da memória.

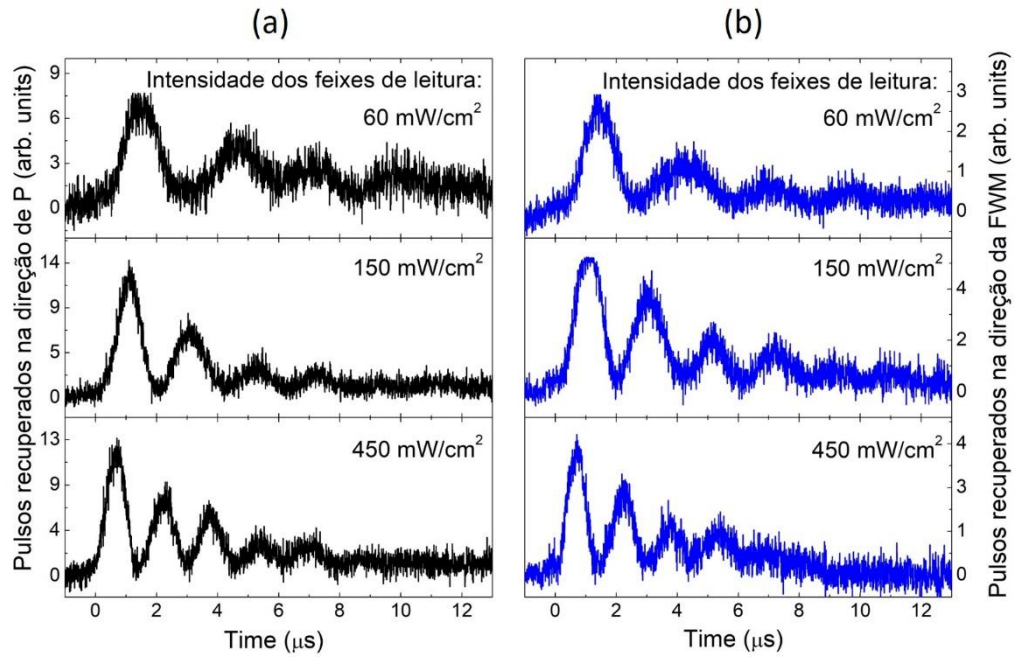
Para entender este resultado, se pode usar uma interpretação física para efeitos de armazenamento usada outras vezes por vários autores [57-59]. Esta interpretação consiste em pensar em termos de uma grade de coerência induzida no processo de escrita, na qual são difratados os feixes de leitura. Tal grade é induzida devido ao pequeno ângulo existente entre as direções dos feixes de bombeio e o feixe P , que produz uma modulação espacial da coerência induzida nos átomos. A grade é transversal à bissetriz do ângulo formado pelos feixes e seu tempo de existência é finito [58].

Esta grade será “borrada” devido à evolução livre dos átomos depois de desligados os feixes que criam a rede óptica, de modo que o tempo no qual poderemos recuperar o sinal associado à difração dos feixes de leitura na grade diminui conforme os átomos evoluem livremente.

Embora tenham sido apresentados os espectros dos sinais obtidos no processo de leitura, a forma temporal destes sinais ainda não foi discutida. Na figura 30 se mostram, em (a) a forma temporal do pulso recuperado associado ao feixe P para diferentes valores de intensidade dos feixes de leitura, e em (b) as mesmas medidas, mas para o feixe recuperado na direção do feixe da FWM.

Como se observa, em ambos sinais aparecem oscilações que decaem no tempo e cuja frequência depende proporcionalmente da intensidade dos feixes de leitura. É interessante notar que a frequência das oscilações é a mesma para ambos sinais dada uma potência fixa dos feixes de bombeio.

Figura 30- Forma temporal dos pulsos recuperados para diferentes intensidades dos feixes de leitura



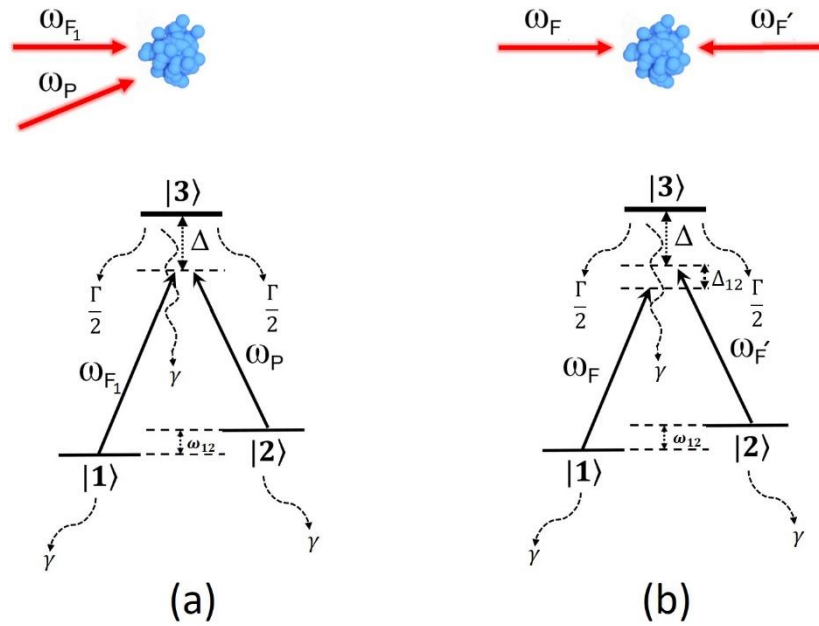
Fonte: Própria autoria (2019) - (a) Pulsos recuperados na direção do feixe P. (b) Pulsos recuperados na direção da FWM

3.8 Modelo teórico para o processo de leitura

Para entender as oscilações que aparecem na forma temporal dos sinais recuperados, foi desenvolvido um modelo teórico simples baseado num sistema de três níveis como o explicado nos fundamentos teóricos na seção 2.3.

O modelo supõe, como mencionado anteriormente, que o sinal recuperado no processo de leitura, é devido à coerência induzida no processo de escrita entre os níveis quantizados, que sobrevive por um determinado tempo depois que são desligados os feixes de escrita. A figura 31 mostra esquematicamente os processos de escrita e de leitura, em (a) e (b) respectivamente.

Figura 31- Esquema mostrando o sistema de níveis usado no modelo teórico



Fonte: Própria autoria (2019) - (a) Processo de escrita, (b) Processo de leitura

O modelo, no processo de escrita, considera que a grade de coerência entre os níveis quantizados do movimento atômico é criada devido à interação destes com os feixes F_1 e P , que formam um ângulo pequeno como mostrado em (a). No processo de leitura o modelo leva em consideração a interação dos dois feixes contra-propagantes F e F' com o meio como se mostra em (b). Os estados $|1\rangle$ e $|2\rangle$ mostrados na figura, representam o estado fundamental e primeiro estado excitado do movimento quantizado dos átomos, respectivamente. O estado $|3\rangle$ representa o estado excitado interno para o qual os átomos podem ser excitados devido à interação com os feixes F , F_1 , F' e P . Ou seja, cada átomo do ensemble estará em um estado externo ($|1\rangle$ ou $|2\rangle$), e se encontra no seu estado fundamental interno até interagir com um feixe que o excite para seu respectivo estado excitado interno $|3\rangle$. Por simplicidade, foram desprezados efeitos de perda de coerência nos estados fundamentais que não estiverem relacionados com perdas de população.

Para o processo de escrita podemos escrever as equações ópticas de Bloch que descrevem o sistema. Depois podemos fazer a eliminação adiabática do estado excitado como se explicou na seção 2.3, já que $\Delta = -6\Gamma$, e o sistema fica reduzido a um sistema de dois níveis interagindo com um campo efetivo. Calculando as populações e coerência estacionárias temos:

$$\bar{\sigma}_{11} = \frac{\frac{|\Omega_E|^2}{2} + \gamma^2 \sigma_{11}^{(0)}}{|\Omega_E|^2 + \gamma^2}, \quad (3.5.1)$$

$$\bar{\sigma}_{22} = \frac{\frac{|\Omega_E|^2}{2} + \gamma^2 \sigma_{22}^{(0)}}{|\Omega_E|^2 + \gamma^2}, \quad (3.5.2)$$

$$\bar{\sigma}_{12} = -\frac{i\Omega_E\gamma}{|\Omega_E|^2 + \gamma^2} (\sigma_{22}^{(0)} - \sigma_{11}^{(0)}), \quad (3.5.3)$$

onde $\Omega_E = \frac{\Omega_{F1}\Omega_P^*}{\Delta}$ é a frequência de Rabi efetiva para o processo de escrita.

Uma vez que sabemos a forma da coerência induzida no processo de escrita, podemos escrever as equações para o processo de leitura. Depois de fazer a eliminação adiabática do estado excitado, obtemos:

$$\sigma_{13} = \frac{\sigma_{11}\Omega_F}{\Delta} + \frac{\Omega_F\sigma_{12}}{\Delta}. \quad (3.5.4)$$

$$\sigma_{23} = \frac{\sigma_{22}\Omega_{F'}}{\Delta} + \frac{\Omega_F\sigma_{21}}{\Delta}. \quad (3.5.5)$$

E para as populações e a coerência σ_{12} :

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} &= -i\Omega_L\sigma_{21} + i\Omega_L^*\sigma_{12} - \gamma(\sigma_{11} - \sigma_{11}^0), \\ \dot{\sigma}_{22} &= -i\Omega_L^*\sigma_{12} + i\Omega_L\sigma_{21} - \gamma(\sigma_{22} - \sigma_{22}^0), \\ \dot{\sigma}_{12} &= i\Omega_L(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + [i\delta_R - \gamma]\sigma_{12}, \end{aligned} \quad (3.5.6)$$

onde $\Omega_L = \frac{\Omega_{F'}^*\Omega_F}{\Delta}$ é a frequência de Rabi efetiva para o processo de leitura.

Usando a condição de normalização para as populações, podemos escrever apenas duas equações:

$$\dot{\sigma}_{22} = -i\Omega_L^*\sigma_{12} + i\Omega_L\sigma_{21} - \gamma(\sigma_{22} - \sigma_{22}^0), \quad (3.5.7)$$

$$\dot{\sigma}_{12} = i\Omega_L(1 - 2\sigma_{22}) + [i\delta_R - \gamma]\sigma_{12}. \quad (3.5.8)$$

Este sistema é resolvido partindo da condição inicial de que existe uma coerência estacionária criada no processo de escrita conforme foi visto na equação (3.5.3). Com esta solução podemos calcular através de (3.5.4) e (3.5.5) as coerências σ_{13} e σ_{23} , cujo módulo quadrado é proporcional aos sinais recuperados. Uma descrição detalhada da resolução das equações do

modelo, em específico do sistema dado pelas equações (3.5.7) e (3.5.8), é apresentada no Anexo A.

$$\sigma_{13} = \frac{|\Omega_F||\Omega_E|\gamma e^{-\gamma t}}{4\Delta(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}) e^{i\vec{k}_P \cdot \vec{r}} (e^{i\Omega t} + 1), \quad (3.5.9)$$

$$\sigma_{23} = \frac{|\Omega_F||\Omega_E|\gamma e^{-\gamma t}}{4\Delta(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}) e^{-i\vec{k}_P \cdot \vec{r}} (e^{-i\Omega t} + 1), \quad (3.5.10)$$

onde $\Omega = \sqrt{\Omega_v^2 + \Omega_L^2}$.

Conforme pode ser observado nas equações (3.5.7) e (3.5.8), os feixes gerados terão direções dadas por $\vec{k}_P$ e $-\vec{k}_P$ respectivamente. Estas são as direções onde são observados experimentalmente os sinais gerados.

Como já mencionamos a intensidade dos sinais gerados será proporcional ao módulo quadrado das coerências calculadas, assim:

$$I^P \propto \frac{|\Omega_F|^2 |\Omega_E|^2 \gamma^2 e^{-2\gamma t}}{16\Delta^2(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)^2} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)})^2 |e^{i\Omega t} + 1|^2. \quad (3.5.9)$$

$$I^{FWM} \propto \frac{|\Omega_F|^2 |\Omega_E|^2 \gamma^2 e^{-2\gamma t}}{16\Delta^2(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)^2} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)})^2 |e^{-i\Omega t} + 1|^2. \quad (3.5.10)$$

Levando em consideração que:

$$|e^{i\Omega t} + 1|^2 = |e^{-i\Omega t} + 1|^2 = 2 + 2\cos(\Omega t) = 4\cos^2\left(\frac{\Omega}{2}t\right), \quad (3.5.11)$$

substituindo (3.5.11) em (3.5.9) e (3.5.10), temos:

$$I^P \propto \frac{|\Omega_F|^2 |\Omega_E|^2 \gamma^2}{4\Delta^2(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)^2} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)})^2 e^{-2\gamma t} \cos^2\left(\frac{\Omega}{2}t\right), \quad (3.5.12)$$

$$I^{FWM} \propto \frac{|\Omega_F|^2 |\Omega_E|^2 \gamma^2}{4\Delta^2(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)^2} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)})^2 e^{-2\gamma t} \cos^2\left(\frac{\Omega}{2}t\right). \quad (3.5.13)$$

O que mostra que a forma temporal dos sinais recuperados consiste em uma parte oscilatória, a função cosseno ao quadrado, com frequência $\frac{\Omega}{2}$, e uma função exponencial decrescente que decai com uma taxa igual a 2γ .

Fazendo o gráfico desta equação, é reproduzido o comportamento apresentado da forma temporal dos pulsos recuperados. Este resultado se mostra na figura 32, onde foram usados os parâmetros: $\frac{\gamma}{2\pi} = 40 \text{ kHz}$, $\frac{\Omega_F}{\Gamma} = 1.8$ e $\Omega_v = 200 \text{ kHz}$.

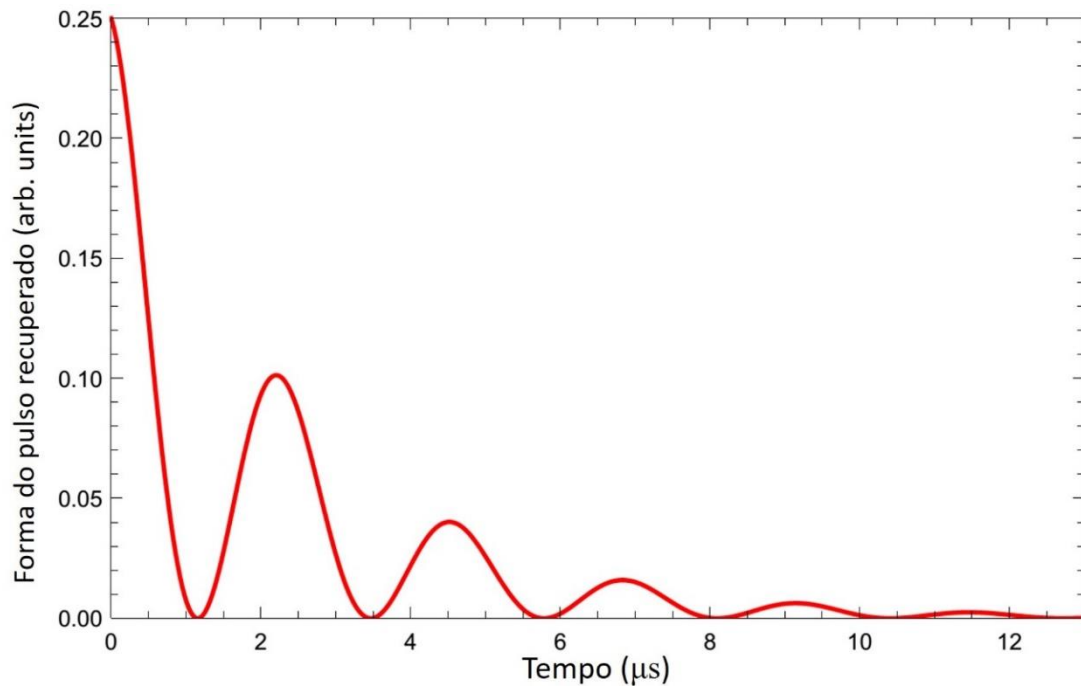
Se são comparados os gráficos da figura 32 com a figura 30, tanto (a) quanto (b), pode ser comprovado que a forma temporal de ambos sinais é exatamente a mesma, assim como foi visto nos resultados experimentais.

Apesar da boa concordância na forma, os parâmetros usados foram diferentes dos parâmetros experimentais estimados. A taxa de decaimento da coerência dos estados fundamentais usada para o gráfico é bem menor do que a taxa de bombeamento óptico estimada, porém isto faz sentido se levamos em consideração o efeito de alargamento dos tempos de relaxação da população e coerência para átomos confinados numa escala menor que o comprimento de onda da luz [60].

Por outro lado, mesmo que o modelo preveja um aumento da frequência das oscilações com o aumento da intensidade dos feixes de leitura, ele não reproduz com precisão o comportamento desta frequência como função da intensidade dos feixes de leitura. Uma possível causa para isto, é o fato de que com o aumento da intensidade dos feixes, o sistema evolui a uma nova estrutura de níveis quantizados; efeito que não foi considerado no modelo. Ainda pode-se acrescentar, que o modelo não leva em consideração a existência de outros níveis quantizados além do fundamental e primeiro estado excitado, porém a existência destes outros níveis e sua participação nos processos são claramente observados no experimento.

Uma outra diferença que pode ser observada ao comparar o resultado do modelo teórico com o experimental acontece para $t = 0$, onde temos amplitudes diferentes. Este fato se deve ao tempo de resposta da eletrônica do osciloscópio, pois se a resposta fosse instantânea uma vez que os feixes de leitura são ligados, o sinal deveria começar de um máximo como o modelo prediz. Isto deve acontecer, já que a coerência armazenada é máxima para $t = 0$.

Figura 32- Forma temporal do pulso recuperado a partir dos resultados obtidos no modelo teórico



Fonte: Própria autoria (2019)

3.9 Conclusões do capítulo

Como conclusões do capítulo, podemos afirmar que foi implementado um novo tipo de memória óptica, onde pela primeira vez se usam os estados quantizados do movimento de átomos aprisionados em uma rede óptica [18]. Isto é um fenômeno pouco intuitivo e extremamente interessante desde o ponto de vista de pesquisa básica quanto de futuras aplicações.

Este novo tipo de memória, pode ser usada em princípio, na implementação de um mecanismo para armazenar estados quânticos da luz, como por exemplo pode ser o momento angular orbital [31].

4 Observação de ressonâncias sub-harmônicas através da mistura de ondas de ordem superior. Armazenamento de luz usando processos de ordem superior

4.1 Introdução ao capítulo

No presente capítulo se apresentarão os resultados obtidos na observação de ressonâncias sub-harmônicas via não linearidades de ordem superior associadas com transições entre diferentes estados vibracionais (ou estados quantizados) do movimento atômico.

Primeiramente será feita uma descrição simplificada da configuração experimental usada para obter tais sinais de ordem superior. Se explicará de forma breve o método de resolução angular proposto por Raj et al., o qual permite resolver angularmente as várias ordens da susceptibilidade não linear [59].

Os espectros que mostram a existência de mistura de ondas de ordem superior e ressonâncias sub-harmônicas serão apresentados, discutidos e explicadas suas particularidades. Especificamente apresentaremos processos de mistura de quatro, seis (SWM) e oito (EWM) ondas.

Posteriormente será feita uma comparação entre os sinais correspondentes a não linearidades de diferentes ordens: $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$. Também se apresenta a dependência de grandezas como a amplitude dos diferentes sinais e sua posição conforme se varia a intensidade do feixe de prova.

A implementação do mecanismo de armazenamento de luz para processos de ordem superior também é discutida. Se mostra que estes processos também podem ser usados como memórias ópticas conseguindo tempos de armazenamento de aproximadamente 10 μs .

4.2 Implementação experimental para a observação de processos de tipo $\chi(5)$ e $\chi(7)$

Usualmente a estrutura de níveis vibracionais quantizados de átomos confinados em uma rede óptica é diretamente revelada por medidas da fluorescência ou da absorção de um feixe de prova [21, 22], via observação de transições Raman espontâneas e estimuladas respectivamente conforme vimos no capítulo anterior. Embora tenham sido realizados experimentos onde se observam processos de FWM para caracterizar átomos em redes ópticas [19, 20], não tem sido feitas investigações detalhadas envolvendo interações não lineares de mais altas ordens envolvendo os graus de liberdade externos.

Entretanto, foram observadas transições multifotônicas em átomos confinados em uma rede óptica tridimensional através de processos de FWM [20]. Tais transições multifotônicas são associadas com ressonâncias sub-hermônicas em processos Raman, observadas pela primeira vez por Trebino e Rahn usando os níveis fundamentais hiperfinos de átomos de sódio [36].

A seguir, apresentamos o mecanismo usado para estudar processos não lineares de ordem superior envolvendo os níveis vibracionais do movimento de átomos em uma rede óptica unidimensional, e como através destes processos se observam ressonâncias sub-harmônicas Raman entre dois estados vibracionais.

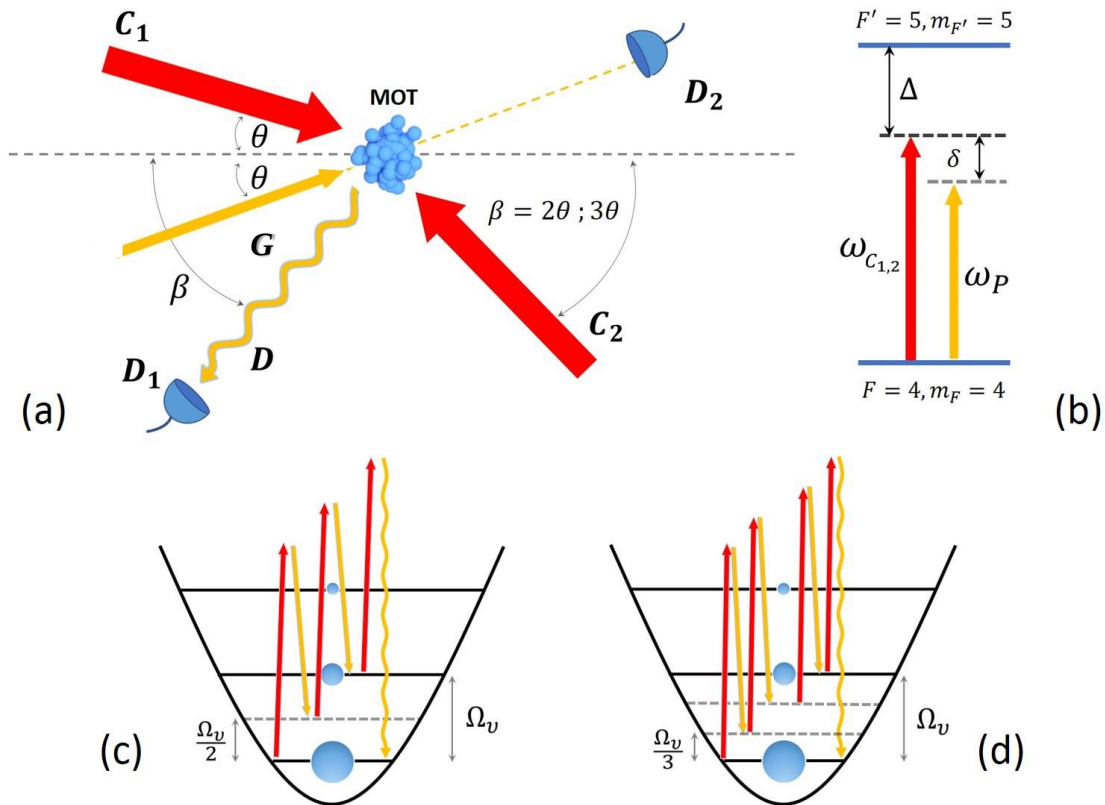
Para a observação de processos de mistura de ondas associados à altas ordens da susceptibilidade não linear, o uso da condição de casamento de fase através do método de resolução angular, tem sido muito explorado para a observação de processos não lineares em vapores atômicos ou átomos frios [59]. O método, basicamente, consiste em escolher uma configuração espacial dos feixes que permita selecionar a ordem não linear da susceptibilidade que satisfaz a condição de casamento de fase.

A implementação experimental da ideia descrita acima, é feita usando o mesmo sistema descrito no capítulo anterior com pequenas variações do ângulo entre os feixes C_1 e C_2 , como se indica na figura 33, e também da posição do detector para a captura do sinal gerado. Como pode ser observado, o ângulo β , formado entre o feixe C_2 e a bissetriz indicada com linha pontilhada, determina completamente o sinal não linear observado.

Para $\beta = \theta$, onde o ângulo $\theta = 1^\circ$ em todos os casos, temos exatamente a configuração antes estudada. Se é colocada uma configuração em que $\beta = 2\theta$, será observado um processo não

linear de ordem 5 ou SWM. Se se coloca a configuração em que $\beta = 3\theta$, o processo não linear observado será de ordem 7 ou EWM.

Figura 33- Esquema experimental e sistema de níveis das misturas de seis e oito ondas



Fonte: Própria autoria (2019) - (a) Esquema experimental simplificado onde dois feixes quase contra-propagantes C_1 e C_2 , e mais um feixe de sonda P , interagem de forma não linear com o sistema atômico para gerar o sinal conjugado G . A transmissão de P e o sinal G são detectados nos detectores D_2 e D_1 respectivamente. O ângulo entre os feixes e a bissetriz indicada é $\theta=1^\circ$. (b) Representação simplificada da estrutura hiperfina e níveis Zeeman que interagem com os feixes com frequências $\omega_{C_1} = \omega_{C_2} = \omega$ e ω_P . (c) e (d) mostram respectivamente a geração dos processos de SWM e EWM envolvendo ressonâncias subharmônicas

Os feixes C_1 e C_2 possuem a mesma polarização circular σ^+ e também a mesma frequência, estando dessintonizados em aproximadamente 30 MHz da transição $6S_{1/2}, F=4 \rightarrow 6P_{3/2}, F'=5$ como se mostra em 33 (b). O feixe P , possui a mesma polarização que os demais feixes e sua frequência é variada com um AOM independente em torno da frequência dos feixes de bombeio conforme mostrado em (b). O perfil de todos os feixes é gaussiano e seu diâmetro é aproximadamente igual a 0,8 mm. Os detectores D_1 e D_2 capturam o sinal gerado e a

transmissão do feixe P respectivamente. É importante destacar que a posição do detector D_1 depende da não-linearidade que esteja sendo observada.

Os sinais de mistura de ondas de ordem superior que serão observados, envolvem transições entre níveis quantizados do movimento dos átomos. Ou seja, da mesma forma que no capítulo anterior foi descrito, o processo de resfriamento Sisyphus assistido magneticamente é novamente usado para se obter o confinamento e a quantização do movimento atômico no potencial óptico associado à onda estacionária produzida pela interferência dos feixes C_1 e C_2 . Os processos de mistura de ondas observados, envolverão então tais níveis quantizados.

Por outro lado, consideremos os esquemas mostrados na figura 33 (c) e (d), onde se mostram os primeiros três níveis vibracionais dos átomos aprisionados. Aqui, diferentes tipos de processos podem acontecer. Por exemplo, podem ser induzidas transições Raman entre os diferentes níveis vibracionais, produzindo ganho ou absorção no feixe de prova conforme foi discutido no capítulo anterior. Além do processo de FWM que discutimos anteriormente, processos de mistura de ondas de ordem superior também podem acontecer, especificamente processos de SWM e EWM.

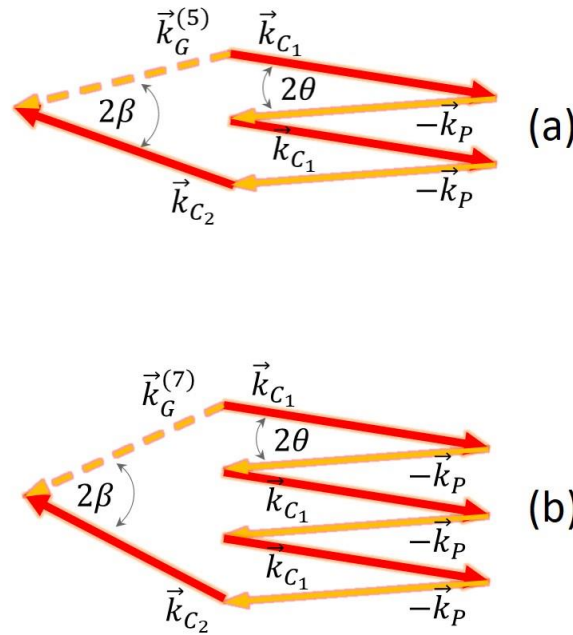
Aqui focalizaremos a atenção nos processos de mistura de ondas de ordem superior que foram claramente observados, e que estão descritos na figura 33 (c) e (d). Em 33 (c) se mostra a mistura de seis ondas quando se cumpre a condição $\delta = \omega_P - \omega = \pm \frac{1}{2}\Omega_V$; onde depois de realizar duas vezes a sequência em que se absorve um fóton do feixe C_1 e se emite estimuladamente em P , se absorve um fóton do feixe C_2 para emitir o feixe gerado na direção determinada em (a). Este tipo de ressonância é conhecido como ressonâncias sub-harmônicas e foi observado pela primeira vez por Trebino e Rahn em [36]. De forma similar a como acontece para a SWM, processos de mistura de oito ondas podem acontecer quando se cumpre que $\delta = \omega_P - \omega = \pm \frac{1}{3}\Omega_V$, figura 33 (d).

Na figura 34 se mostram os esquemas de casamento de fase para misturas de seis e oito ondas respectivamente, correspondentes aos processos antes descritos. Deve-se observar que nestas configurações, o ângulo entre os feixes que são combinados para dar lugar ao processo não linear, e o ângulo no qual será observado o sinal gerado, determinam completamente a ordem do processo.

Na figura, $\vec{k}_{C_1}$ é o vetor de onda do feixe C_1 , que usaremos como um dos feixes de bombeio juntamente ao feixe C_2 de forma similar a como foi descrito no capítulo anterior para observar

processos de FWM. $\vec{k}_p$, representa o vetor de onda do feixe de prova P que formará um ângulo fixo respeito ao feixe C_1 ; $\vec{k}_{C_2}$ é o vetor de onda do feixe C_2 . O sinal não linear observado, devido a um processo de ordem 5 ou de ordem 7, fica determinado pelos vetores de onda $\vec{k}_G^{(5)}$ e $\vec{k}_G^{(7)}$ respectivamente.

Figura 34- Esquema de casamento de fase nas misturas de seis e oito ondas



Fonte: Própria autoria (2019) - Esquema mostrando a configuração de vetores de onda para: (a) mistura de seis ondas, e (b) mistura de oito ondas

Na figura 34 (a), o processo representado corresponde, na sequência que segue, à: absorção por um átomo de um fóton do feixe C_1 , seguida da emissão estimulada de um fóton na direção do feixe P , esta mesma sequência de absorção-emissão é repetida mais uma vez para em seguida absorver um fóton do feixe C_2 e emitir o sinal de SWM gerado na direção definida na figura. Em (b) se representa um processo similar ao anterior, mas agora para a observação de um processo de EWM; a sequência de absorção-emissão dos feixes C_1 - P é repetida três vezes para logo absorver do feixe C_2 e emitir o sinal gerado na direção indicada. O sinal gerado, em ambos casos é interpretado macroscopicamente como devido a uma polarização não linear $P^{(2n+1)}$ associada à susceptibilidade não linear $\chi^{(2n+1)}$ e cumpre com a equação:

$$E_G(\vec{r}) \propto \chi^{(2n+1)} E_{C_2} E_{C_1}^n E_P^{*n} e^{i\vec{k}_G \cdot \vec{r}}, \quad (4.1.1)$$

onde E_j é a amplitude do campo elétrico associado ao feixe j , considerado como uma onda plana com vetor de onda $\vec{k}_j$ ($j=C_1, C_2, P, G$), interagindo com um átomo na posição $\vec{r}$.

Observe-se que ambos processos cumprem perfeitamente a conservação do momento linear, ficando nulo o momento linear transferido ao átomo depois da interação com os campos. De forma geral a condição de casamento de fase fica determinada por:

$$\vec{k}_G = \vec{k}_{C_2} + n(\vec{k}_{C_1} - \vec{k}_P). \quad (4.1.2)$$

Esta condição implica uma relação entre os ângulos da forma: $\text{sen}\beta = n\text{sen}\theta$ (ou $\beta = n\theta$ para θ muito pequeno), [59].

4.3 Evidencias da observação de ressonâncias sub-harmônicas. Espectros e interpretação física

Na figura 35 (b) e (c) se apresentam, no gráfico superior (em preto) o espectro de transmissão do feixe de prova correspondente aos casos em que $\beta = 2\theta$ e $\beta = 3\theta$ respectivamente. Cada caso corresponde à geometria em que se observaram sinais de SWM (para $\beta = 2\theta$) e EWM (para $\beta = 3\theta$), associado às susceptibilidades não lineares $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ respectivamente. As intensidades usadas para os feixes C_1 , C_2 e P são: $I_{C_1} = 70 \text{ mW/cm}^2$, $I_{C_2} = 90 \text{ mW/cm}^2$ e $I_P = 4 \text{ mW/cm}^2$.

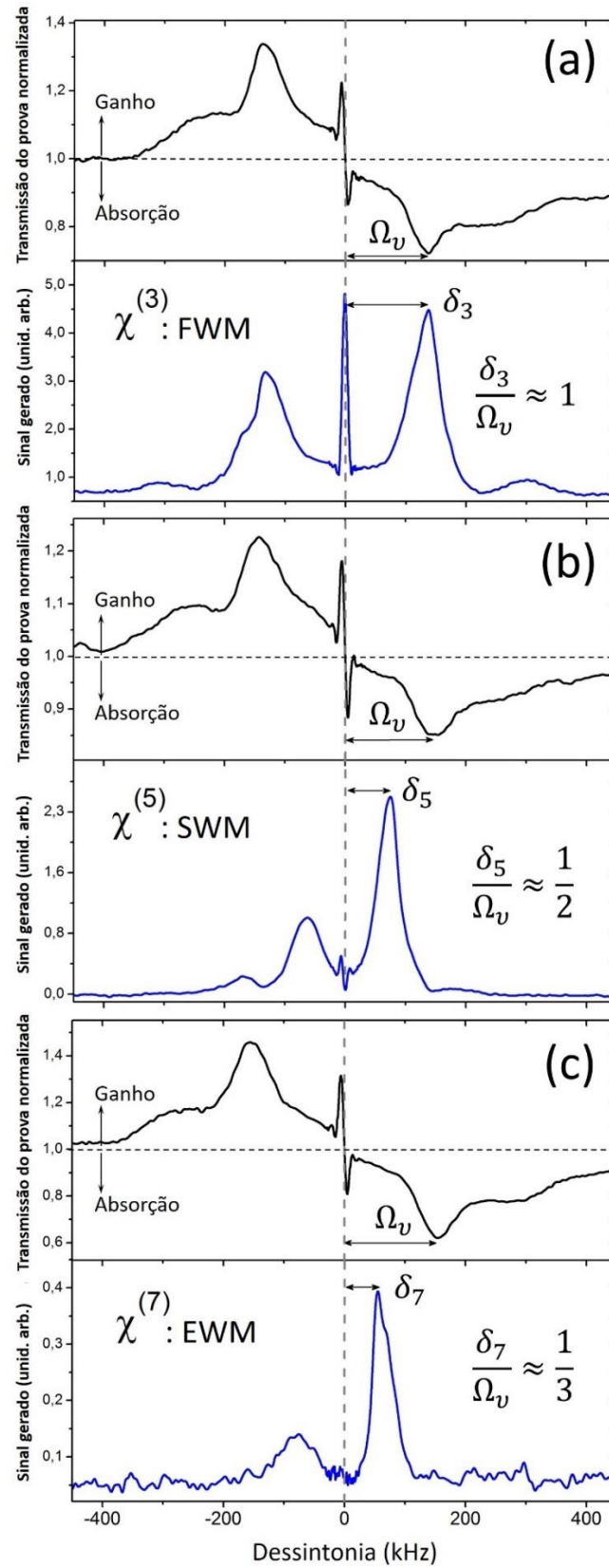
Estes espectros revelam claramente a existência de ganho e absorção Raman em valores simétricos da dessintonia “bombeio-prova” δ , que evidencia a existência de níveis vibracionais quantizados, com populações diferentes, de átomos confinados numa rede óptica unidimensional criada pelos feixes de bombeio C_1 e C_2 . A posição dos picos de ganho e absorção ($\delta \approx \pm 150 \text{ kHz}$) correspondem à separação entre dois níveis vibracionais adjacentes, conforme foi discutido no capítulo anterior. Em torno a $\delta = 0$ se observa a bem conhecida linha dispersiva típica de ressonâncias RIR [15].

Nos gráficos inferiores da figura 35 (b) e (c) se mostram os correspondentes sinais de SWM e EWM gerados (em azul), e capturados simultaneamente com seus respectivos espectros de transmissão do feixe de prova.

Focando no sinal de SWM da figura 35 (b), vemos que apresenta suas máximas amplitudes para $\delta \approx \pm 75$ kHz, exatamente na metade da separação em frequência entre níveis vibracionais adjacentes ($\delta = \frac{1}{2}\Omega_V$). Isto indica que o processo que está sendo gerado é um processo de ressonância sub-harmônica que corresponde a uma transição multifotônica como a descrita na figura 33 (c). Como pode ser observado no sinal de SWM, a amplitude do pico em $\delta = + 75$ kHz é maior que a amplitude do pico para $\delta = - 75$ kHz. Esta diferença de amplitude pode estar associada ao efeito de propagação do sinal gerado, desde que sua frequência, $\omega_G = \omega + \Omega_V$ para $\delta = - 75$ kHz, permite gerar processos Raman em que ele é absorvido. Entretanto, para $\delta = + 75$ kHz, o sinal gerado possui uma frequência $\omega_G = \omega - \Omega_V$ que permite gerar processos Raman onde é amplificado.

Por outro lado, o sinal de EWM da figura 35 (c) apresenta sua máxima amplitude para $\delta = \frac{1}{3}\Omega_V$. Isto significa que o processo de mistura de ondas gerado corresponde a uma transição multifotônica como a descrita na figura 33 (d), onde acontece três vezes a sequência na qual se absorve no feixe C_1 e se emite estimuladamente em P , logo se absorve no feixe C_2 e é emitido o feixe gerado voltando o átomo a seu estado inicial. Ou seja, que na EWM se evidencia também o processo de ressonâncias sub-harmônicas, assim como na SWM.

Figura 35- Espectro de transmissão do feixe de prova e sinal de mistura de ondas para diferentes configurações experimentais

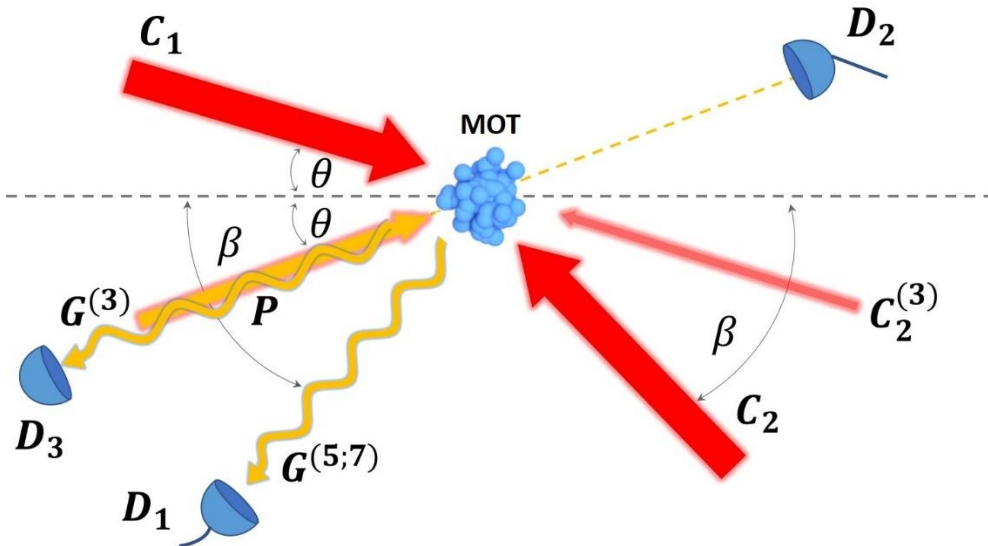


Fonte: Própria autoria (2019) - Curva preta, espectro de transmissão do feixe de prova. Curva azul, sinal de mistura de ondas na configuração experimental em que: (a) $\beta = \theta$, (b) $\beta = 2\theta$ e (c) $\beta = 3\theta$

A mesma diferença de amplitude que foi observada entre ambos picos da SWM é observada também para o caso da EWM e sua explicação se atribui aos mesmos efeitos de propagação já descritos para o caso da SWM.

Embora já foram descritas as principais características dos sinais associados a processos que envolvem $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$, é interessante fazer uma comparação destes com um sinal associado a $\chi^{(3)}$. Para fazer isto, primeiro se deve garantir que este sinal de $\chi^{(3)}$ seja obtido sob as mesmas condições em que foram obtidos os sinais de ordem superior. Por esta razão foi colocado um feixe extra $C_2^{(3)}$, contra-propagante ao feixe C_1 e com uma intensidade baixa o suficiente para não alterar a estrutura de níveis vibracionais criada pela onda estacionária devida à interferência espacial $C_1 - C_2$. Esta configuração se mostra na figura 36. Depois de criados os níveis vibracionais devido a $C_1 - C_2$, a interação não linear dos feixes C_1 , P e o feixe adicional $C_2^{(3)}$ com o meio atômico gera um processo de mistura de quatro ondas idêntico ao descrito no capítulo anterior. Nos detectores D_1 , D_2 e D_3 são capturados: a transmissão do feixe de prova, o sinal de SWM (EWM) e o sinal da FWM respectivamente.

Figura 36- Esquema experimental simplificado mostrando a configuração usada para observar processos associados a $\chi^{(3)}$, usando a estrutura de níveis vibracionais criados na configuração associada a processos $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$

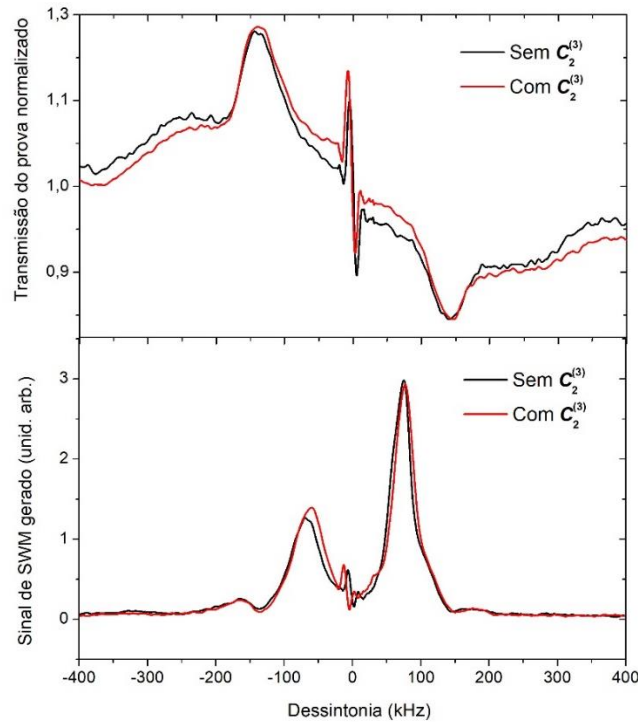


Fonte: Própria autoria (2019) - O feixe $C_2^{(3)}$ é colocado contra-propagante a C_1 com uma intensidade baixa de forma que não altere a estrutura de níveis vibracionais. O sinal de FWM gerado é coletado pelo detector D_3

Para garantir que a presença do feixe $C_2^{(3)}$ não modifica a estrutura de níveis na qual se observam os processos de ordem superior, foi feita a medida dos espectros de transmissão do feixe de prova com e sem o feixe $C_2^{(3)}$. Na figura 37 se mostram os resultados obtidos para a configuração em que $\beta = 2\theta$, isto é, observando um processo associado a $\chi^{(5)}$.

Na figura 37, no gráfico superior se mostra o espectro de transmissão do feixe de prova sem a presença do feixe $C_2^{(3)}$ em preto, e quando $C_2^{(3)}$ está presente (em vermelho). Pode ser observado que ambos sinais são praticamente iguais, especificamente se deve destacar que a posição dos picos de ganho e absorção para $\delta \approx \pm 150 \text{ kHz}$ não muda. Então podemos concluir que estrutura de níveis não é modificada com o feixe $C_2^{(3)}$. $C_2^{(3)}$ apenas está funcionando como uma sonda para registrar o sinal associado a $\chi^{(3)}$ e compará-lo com $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$, como inicialmente queríamos. No gráfico inferior da figura 37 se mostram os espectros dos sinais de SWM com e sem a presença do feixe $C_2^{(3)}$. Ambas medidas foram tomadas simultaneamente com os correspondentes espectros da transmissão de P do gráfico superior. Se observa que não existe diferença entre os sinais de SWM com e sem $C_2^{(3)}$.

Figura 37- Espectros de transmissão do feixe de prova e SWM coletados com e sem a presença do feixe $C_2^{(3)}$



Fonte: Própria autoria (2019) - Demonstra que a presença ou não do feixe $C_2^{(3)}$ não altera a estrutura de níveis vibracionais

Voltando à figura 35, em (a) se mostra o espectro de transmissão do feixe de prova (em preto) e o sinal de FWM gerado na estrutura de níveis em que $\beta = 2\theta$, ou seja, em uma situação semelhante à da figura 37 mas nas mesmas condições experimentais que 35 (b).

Uma característica interessante é a diferença observada entre a FWM e SWM ou EWM em torno $\delta = 0$, onde nos últimos dois casos não existe sinal gerado.

No capítulo anterior, para processos de terceira ordem, foi observado que em $\delta = 0$ era gerado um sinal de mistura de quatro ondas relacionado à ressonância tipo RIR. Para explicar este fato iremos usar novamente a interpretação do sinal gerado como sendo a difração do feixe C_2 em uma grade [57-59]. Como já foi estudado por diferentes autores, a interferência entre os feixes de acoplamento e prova resulta em uma modulação transversal de intensidade que possui uma dependência espacial e temporal. Esta onda transversal possui um vetor de onda $\vec{k}_{grade} = \vec{k}_{C_1} - \vec{k}_P \approx 2\theta k \hat{e}_y$ para ângulos pequenos, onde $\hat{e}_y$ é o vetor unitário na direção y , supondo que os feixes se propagam ao longo de z . Entretanto, devido ao efeito do deslocamento luminoso, o gradiente de intensidade faz com que os átomos tendam a se concentrar nas regiões de maior intensidade uma vez que experimentam uma força $\vec{F}_{Dipolo} = -\hat{e}_y \frac{d}{dy} U_{Dipolo}$, onde U_{Dipolo} é o deslocamento da energia do nível fundamental do átomo. Quando $\delta = 0$ a modulação de intensidade é estacionária e se forma uma grade de densidade atômica fixa no tempo com um período espacial [15]:

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2\sin\theta}, \quad (4.2.1)$$

onde λ é o comprimento de onda óptico. A mistura de quatro ondas devido a processos tipo RIR que foi apresentada no capítulo anterior (figura 28), pode ser interpretada como a difração do feixe de acoplamento C_2 nesta grade de densidade atômica, desde que se cumpra a condição de Bragg $\beta = \theta$. Aqui, os processos de ordem superior estariam associados à saturação desta grade espacial de densidade.

Assim, como o aumento da intensidade do feixe P não muda a distribuição espacial dos átomos, a grade de densidade atômica criada não possui termos anarmônicos pelo que a condição de Bragg só será cumprida para processos associados a $\chi^{(3)}$. Esta é a razão pela qual não são observados processos de ordem superior associados à ressonância RIR (em torno de $\delta = 0$).

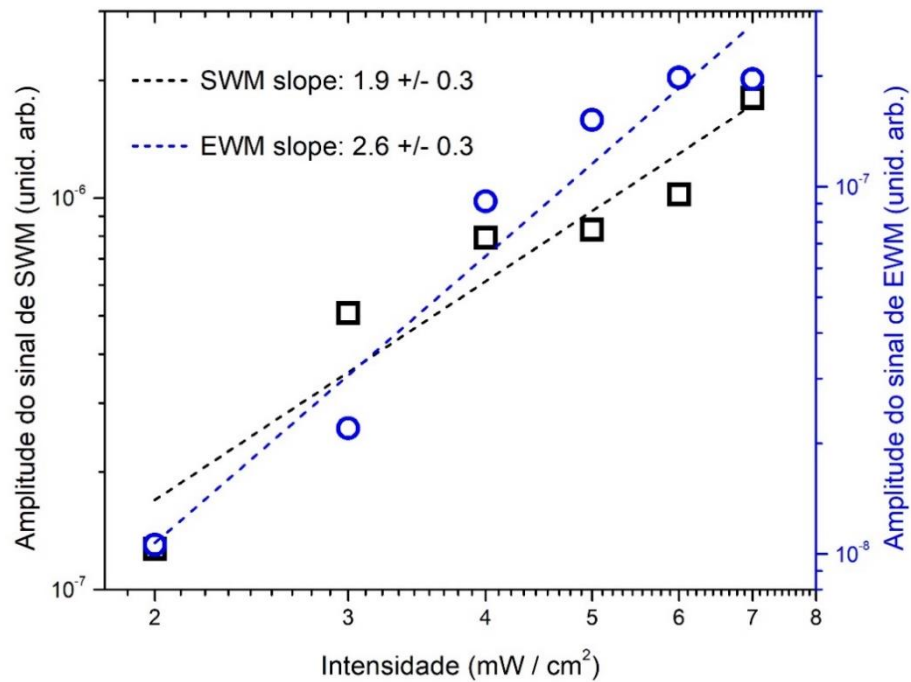
Uma outra observação interessante durante as medidas foi que, mesmo com o campo magnético cancelado, existe a estrutura de níveis quantizados e esta é muito bem definida. Este resultado pode parecer contraditório se não levamos em consideração determinadas sutilezas da medida, pois a ausência de campo magnético transversal implica que o mecanismo de esfriamento Sisyphus assistido magneticamente não funciona.

A explicação de tal ganho se deve ao ângulo entre os feixes quase contra-propagantes C_1 e C_2 . Se definimos a direção de quantização ao longo da direção de propagação de C_1 , não é possível considerar mais que o feixe C_2 possui a mesma polarização σ^+ que C_1 . C_2 terá agora uma pequena componente de polarização σ^- e também π . A componente σ^- pode, segundo as regras de seleção, fazer transições entre os sub-níveis Zeeman $|m_F = 4\rangle \rightarrow |m_F = 3\rangle$. Desta forma esta componente σ^- passa a jogar o mesmo papel que o campo magnético, e constitui em si, uma nova variante do mecanismo de esfriamento Sisyphus. Este novo mecanismo foi estudado em detalhes pelo grupo e será apresentado futuramente [61].

Segundo a equação (4.1.1): $E_G(\vec{r}) \propto \chi^{(2n+1)} E_{C_2} E_{C_1}^n E_P^{n*} e^{i\vec{k}_G \cdot \vec{r}}$, a intensidade do sinal gerado de ordem $(2n + 1)$ deve ser proporcional à intensidade do feixe de prova elevada à n -ésima potência. Para comprovar isto, se fizeram medidas da amplitude do sinal gerado para diferentes intensidades do feixe de prova como mostra a figura 38.

Na figura 38, todos os eixos estão em escala logarítmica. Os pontos em preto são as medidas das amplitudes máximas do processo de SWM, enquanto os pontos em azul se referem ao sinal de EWM. O ajuste linear feito a cada conjunto de pontos, indica que o coeficiente angular para cada sinal é consistente com a equação (4.1.1), obtendo-se $n = 1.9$ para o processo de SWM e $n = 2.6$ para o processo de EWM. A dispersão dos pontos experimentais observada poderia ser devida a que, para se observar processos de altas ordens, é necessário aumentar a intensidade do feixe de prova a valores comparáveis aos feixes de bombeio. O aumento desta intensidade, não varia apenas a eficiência do processo, mas também pode modificar a estrutura de níveis vibracionais.

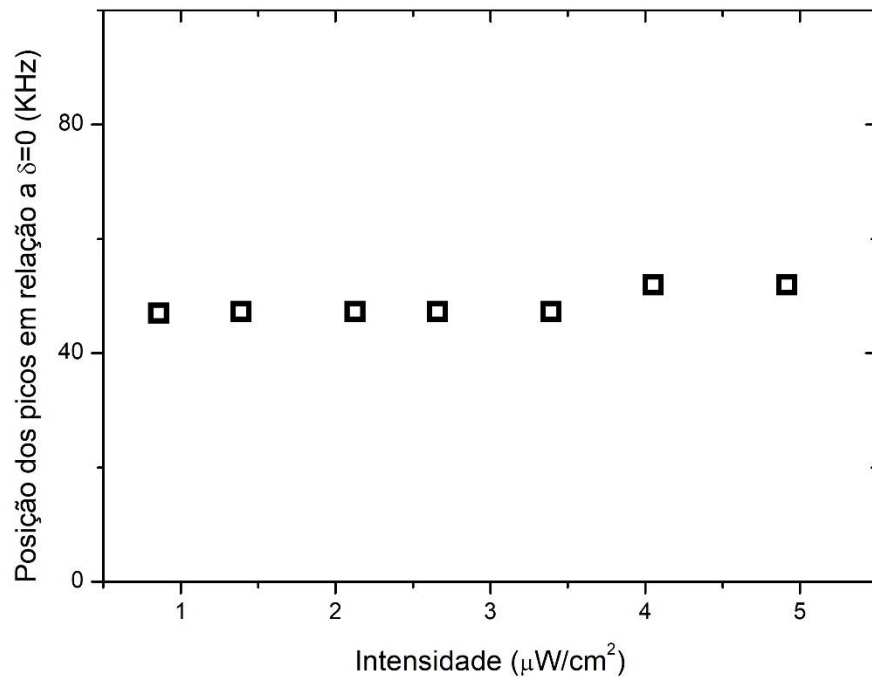
Figura 38- Dependência da amplitude dos sinais de SWM (em preto) e EWM (em azul) com a intensidade do feixe de prova



Fonte: Própria autoria (2019) - As linhas pontilhadas indicam o ajuste linear feito em cada caso

Na figura 39 são apresentadas as medidas correspondentes à posição dos picos de um processo de EWM. Se mostra a posição do pico maior para diferentes valores de intensidade de P ; como visto anteriormente o maior pico aparece para $\delta > 0$. Como se observa, para a faixa de intensidades utilizadas, a posição em frequência do pico varia muito pouco.

Figura 39- Posição dos picos da mistura de oito ondas como função da intensidade do feixe de prova.



Fonte: Própria autoria (2019)

A abordagem teórica para se descrever as ressonâncias sub-harmônicas em processos de ordem superior tem sido considerada por vários autores [62-65]. Porém a referência que mais se aproxima ao nosso sistema experimental é um trabalho teórico desenvolvido por H. Wallis [65], onde mostra a existência de ressonâncias sub-harmônicas em um sistema tipo *lambda*. Em este trabalho, ele considera um sistema de três níveis interagindo com dois campos modulados em amplitude, onde cada campo acopla com uma transição.

Depois de escrever as equações de Bloch ópticas para o sistema, e tomar as componentes periódicas da matriz densidade fazendo uma expansão em série de Fourier, mostra que é possível chegar a uma relação de recorrência entre os termos periódicos $n - 1$, n e $n + 1$ [65]. A relação de recorrência é resolvida pelo método de frações continuadas na sua variante matricial [66], e mostra a existência das ressonâncias sub-harmônicas neste sistema.

4.4 Implementação do mecanismo de armazenamento usando processos de ordem superior

No capítulo anterior foi descrita a implementação de um mecanismo de armazenamento de luz usando a coerência induzida entre diferentes níveis vibracionais do movimento atômico. Os feixes recuperados, estavam relacionados a processos associados a $\chi^{(3)}$. Em trabalhos anteriores realizados pelo grupo [29], se mostrou a possibilidade de criar um mecanismo de armazenamento de luz que envolvesse processos de ordem superior. Este mecanismo estava relacionado à coerência criada entre diferentes sub-níveis Zeeman da transição hiperfina $6S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 2$.

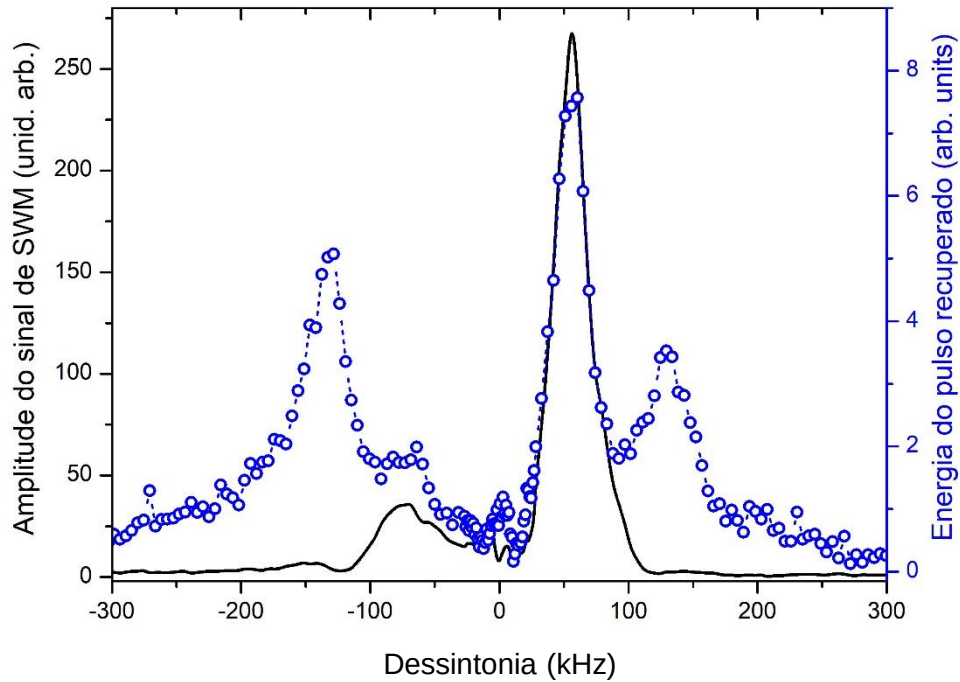
Nesta seção se mostra como é possível armazenar informação óptica envolvendo processos não lineares de ordem superior, mas agora usando a coerência induzida entre diferentes estados vibracionais dos átomos confinados. Tal mecanismo, constitui um novo tipo de memória óptica e é uma extensão do mecanismo descrito no capítulo anterior.

A sequência temporal do experimento é basicamente a mesma que a descrita na figura 27 da seção 3.7. Depois de desligar os feixes do ciclo de resfriamento e o rebombeio, se esperam 200 μ s e colocamos os feixes de escrita (C_1 , C_2 e P) nas configurações em que $\beta = 2\theta$ para observar processos de SWM, e $\beta = 3\theta$ para observar EWM. Os feixes de escrita são mantidos por 100 μ s para ambos processos estudados, tempo suficiente para o sistema atingir o estado estacionário. Neste processo de escrita é que se obtêm os sinais não lineares analisados nas seções anteriores.

Após passados os 100 μ s da escrita, todos os feixes são desligados e se espera um tempo controlado t_s , após o qual, são ligados apenas os feixes C_1 e C_2 por mais 100 μ s. Este, como no caso de $\chi^{(3)}$, é o processo de leitura, no qual focamos a atenção no feixe recuperado em D_1 (figura 27 (a)).

Na figura 40 se mostra, em preto o sinal de mistura de seis ondas obtido no processo de escrita como função da dessintonia do feixe de prova. Como pode ser observado se comparado com a figura 35 (b), os sinais são em essência os mesmos. Os pontos em azul mostram a energia do pulso recuperado após um tempo de armazenamento $t_s = 5 \mu$ s, isto é, fazendo uma integração temporal do sinal capturado no osciloscópio durante o processo de leitura.

Figura 40- Espectros de mistura de seis ondas gerada no processo de escrita (em preto), e sinal recuperado no processo de leitura (em azul)



Fonte: Própria autoria (2019)

Pode ser observado que a cada pico correspondente a processos envolvendo ressonâncias sub-harmônicas no processo de escrita, lhe corresponde também picos no sinal recuperado. A origem deste sinal recuperado pode ser entendida se pensamos em termos da coerência induzida pelos feixes de escrita. No processo de escrita, para a condição em que $\frac{\delta_5}{\Omega_V} = \frac{1}{2}$ foi descrito que existia um processo de mistura de seis ondas envolvendo ressonâncias sub-harmônicas entre diferentes níveis vibracionais. Este processo induz uma coerência entre estes níveis e, depois de um $t_5 = 5 \mu s$, os feixes de leitura (C_1 e C_2) acoplam com tal coerência que ainda sobrevive um tempo depois de desligar os feixes de escrita. A diferença de amplitude entre estes picos se deve ao mesmo processo de ganho ou absorção Raman do sinal gerado devido a sua propagação, como descrevemos anteriormente.

O fato mais interessante deste sinal recuperado é que ele apresenta quatro picos bem definidos, diferentemente do sinal de mistura de ondas obtido no processo de escrita. Aliás, os picos laterais, que claramente não estão associados a processos sub-harmônicos apresentam uma amplitude razoável. Estes picos acontecem exatamente na posição do ganho e absorção Raman no espectro de transmissão do feixe de prova, aproximadamente em $\delta \approx \pm 150 kHz$. Se

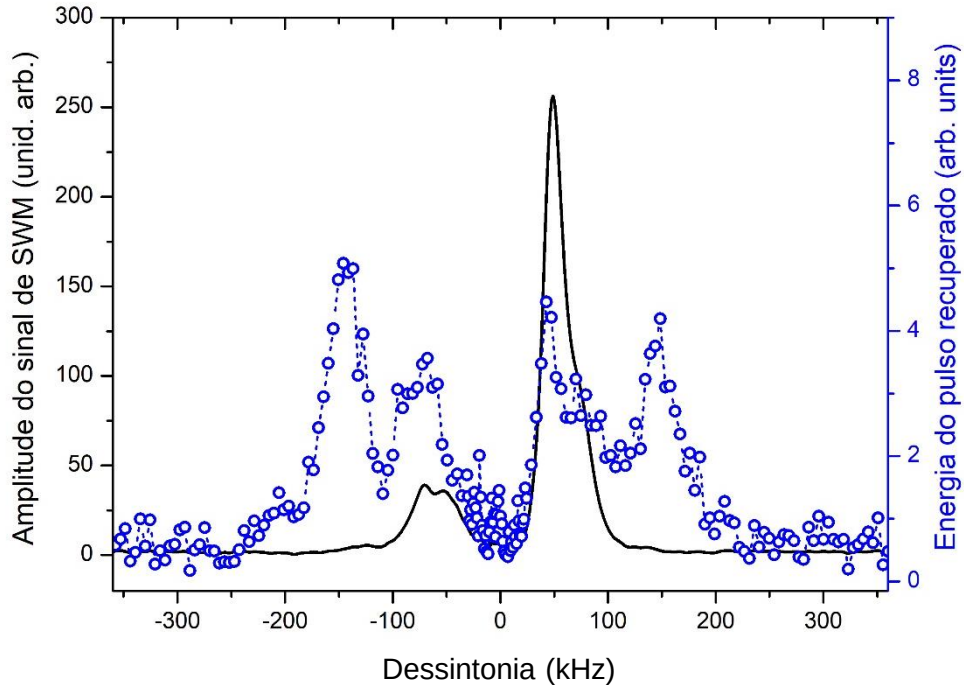
pensamos que este sinal se deve à coerência induzida em algum processo de mistura de ondas, então está associado a um processo de mistura de seis ondas envolvendo os três primeiros estados vibracionais do movimento atômico, uma vez que $\delta = \Omega_V$. É muito interessante observar que, apesar deste sinal de mistura de ondas não ser observado de forma clara no processo de escrita, no processo de leitura o sinal recuperado associado a este, fica da ordem dos sinais associados a ressonâncias sub-harmônicas. Isto poderia estar relacionado ao fato de que a coerência induzida através de ressonâncias sub-harmônicas envolve transições entre níveis virtuais, enquanto a coerência induzida devido à SWM entre os três primeiros níveis vibracionais envolve só transições entre níveis reais. Isto indica que a coerência induzida envolvendo transições entre níveis reais é menos sensível a processos de decoerência que a induzida através de transições que envolvem níveis virtuais.

Observações semelhantes, foram realizadas para o processo associado a $\chi^{(7)}$. Os resultados obtidos são mostrados na figura 41, onde novamente temos em preto, o sinal de mistura de oito ondas obtido no processo de escrita e em azul a energia do pulso recuperado após um tempo de armazenamento de 5 μ s.

Como se observa, os picos laterais apresentam neste caso uma amplitude maior que a dos picos associados a ressonâncias sub-harmônicas. Os picos laterais estão relacionados à coerência induzida devido a um processo de EWM envolvendo os quatro primeiros níveis vibracionais do movimento dos átomos. Por outro lado, as misturas de ondas (EWM) associadas a processos sub-harmônicos incluem transições que envolvem três níveis virtuais conforme mostra a figura 33 (d).

Se olharmos para a SWM na figura 41, a amplitude do sinal que envolve transições entre os três primeiros níveis vibracionais é fracamente observável. Porém na figura 40, o sinal de EWM que envolve transições entre os quatro primeiros níveis vibracionais não é observado.

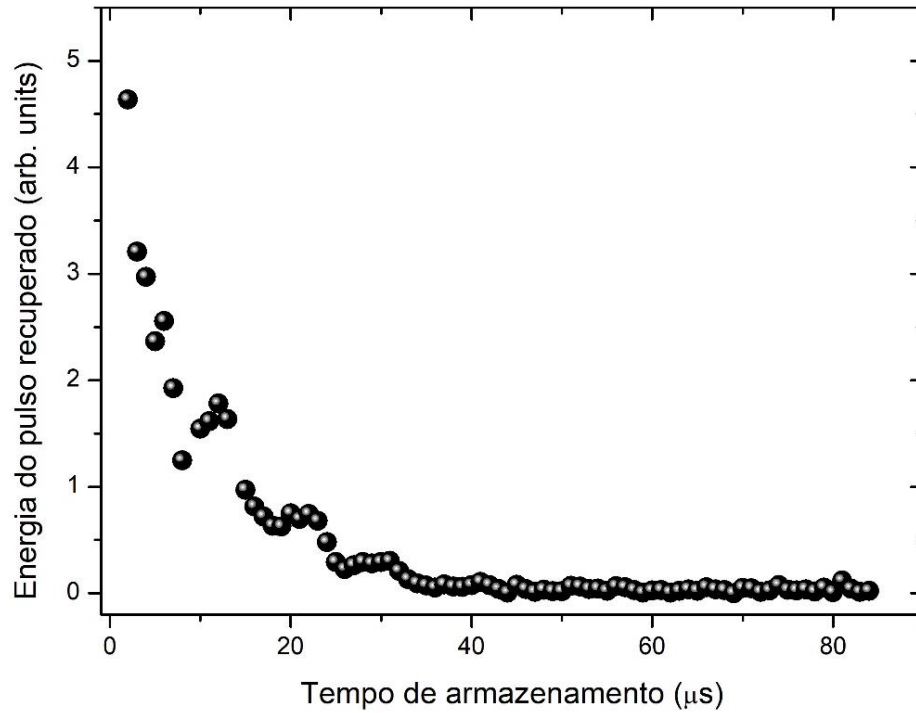
Figura 41- Espectros de mistura de oito ondas gerada no processo de escrita (em preto), e sinal recuperado no processo de leitura (em azul)



Fonte: Própria autoria (2019)

Na figura 42 se mostra a dependência da energia do pulso recuperado com o tempo de armazenamento para o processo associado a $\chi^{(5)}$ que envolve ressonâncias subharmônicas. A medida foi tomada variando o tempo de armazenamento t_s desde $2 \mu s$ até $84 \mu s$, mantendo um passo de $1 \mu s$ e para uma dessintonia entre os feixes $\delta = \Omega_V/2$. Esta medida fornece a informação da eficiência temporal da memória para esta ordem não linear, ou seja, indica por quanto tempo a informação óptica fica armazenada no meio após desligar os feixes de escrita. O tempo de armazenamento efetivo é de aproximadamente uns $10 \mu s$, o que é menor que o tempo observado para processos $\chi^{(3)}$ onde $t_s = 20 \mu s$.

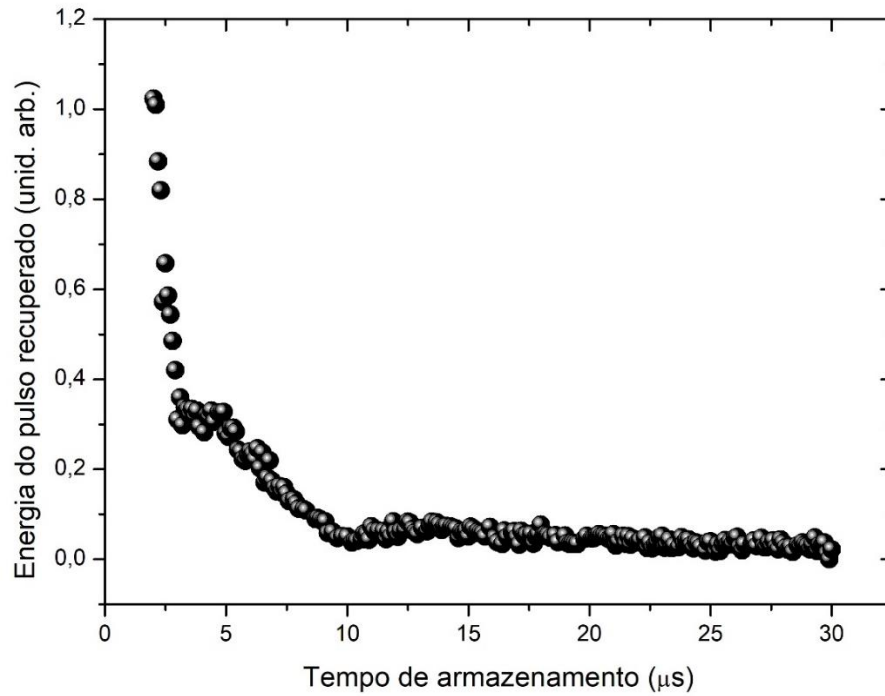
Figura 42- Energia do pulso recuperado, obtida na configuração onde se observa $\chi^{(5)}$, para diferentes valores do tempo de armazenamento



Fonte: Própria autoria (2019) - A frequência do feixe de prova foi mantida fixa onde o sinal de mistura de ondas associada a ressonâncias sub-harmônicas foi máxima

Na figura 43 se mostra a mesma dependência da energia recuperada como função do tempo de armazenamento, mas para processos associados a $\chi^{(7)}$ mantendo $\delta = \Omega_V/3$. Diferentemente da memória associada a $\chi^{(5)}$ o tempo de armazenamento foi variado desde $2 \mu s$ até $30 \mu s$ com o objetivo de obter uma melhor resolução, já que para este processo a memória é temporalmente menos eficiente que nos casos anteriores. O tempo de armazenamento efetivo neste caso é ainda menor que para $\chi^{(5)}$, $t_s \approx 3 \mu s$.

Figura 43- Energia do pulso recuperado, obtida na configuração onde se observa $\chi^{(7)}$, para diferentes valores do tempo de armazenamento



Fonte: Própria autoria (2019) - A frequência do feixe de prova foi mantida fixa onde o sinal de mistura de ondas associada a ressonâncias sub-harmônicas foi máxima.

Como pode ser observado, na medida que se aumenta a ordem do processo observado, o tempo de armazenamento efetivo diminui. Para explicar isto vamos pensar novamente em termos da grade de coerência formada no processo de escrita. Esta grade é borrada com a evolução livre dos átomos depois de desligar os feixes de leitura, pois os átomos deixam de estar localizados. O período espacial da grade, para um processo de ordem n é [29]:

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2n \sin \theta}. \quad (4.3.1)$$

Assim, com o aumento da ordem não linear observada, o período espacial da grade diminui, pelo que o processo de evolução livre dos átomos afeta mais a processos com um período menor. Uma descrição detalhada desta dependência do tempo de armazenamento com a ordem não linear foi analisada teórica e experimentalmente pelo grupo na referência [29].

Estes novos tipos de memórias ópticas não lineares de ordem superior, também poderiam ser usados, em princípio, para armazenar estados quânticos da luz o que abre um espectro grande de possibilidades para usá-las em áreas de óptica quântica e informação quântica.

4.5 Conclusões do capítulo

Neste capítulo, foram observadas misturas de seis e oito ondas associadas a processos não lineares relacionados a $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ respectivamente, envolvendo ressonâncias subharmônicas entre os primeiros dois níveis vibracionais de átomos confinados em uma rede óptica. Para isto foi usado o método de resolução angular via casamento de fase para as diferentes ordens da susceptibilidade não linear.

Foi implementado um mecanismo de armazenamento de luz para estes processos de ordem superior evidenciando a diminuição do tempo de armazenamento da memória com o aumento da ordem do processo. O processo de armazenamento de luz, é interpretado como o mapeamento da informação óptica dos feixes na coerência entre os estados vibracionais dos átomos confinados.

A pesar de não ter sido observado sinal de mistura de ondas associado a transições envolvendo mais de dois níveis vibracionais no processo de escrita, o processo de leitura deixou claro a existência de coerência entre os três ou quatro primeiros níveis vibracionais.

5 Observação de ganho gigante e oscilações paramétricas acopladas entre quatro modos em mistura de quatro ondas em cascata. Armazenamento de momento angular orbital usando o mecanismo de ganho

5.1 Introdução ao capítulo

No presente capítulo apresentaremos a observação do ganho óptico gigante e oscilações paramétricas em múltiplos processos de mistura de quatro ondas (FWM). Estes processos que geram ganho acima de 7000 estão relacionados não apenas aos níveis internos dos átomos, mas também aos graus de liberdade externos dos mesmos.

Iniciaremos descrevendo a implementação experimental para se observar o referido ganho e os múltiplos processos de FWM observados. Também será explicado como os quatro modos gerados serão acoplados via equações de Maxwell para induzir o mecanismo de realimentação que os amplifica em sua propagação pela amostra de átomos.

Posteriormente apresentaremos e discutiremos tanto o espectro do ganho gigante quanto a forma temporal de todos os modos gerados. Também mostraremos como o sistema pode “auto-oscilar” mesmo sem a presença de nenhuma semente do feixe de prova.

Para caracterizar os sinais observados, um estudo experimental detalhado de sua evolução conforme são variados diferentes parâmetros experimentais é realizado. Entre os parâmetros que se variaram se encontram: intensidade do feixe de prova, intensidade dos feixes de bombeio, campo magnético aplicado e profundidade óptica da MOT. Também se mostra a presença de fortes correlações temporais entre dois modos gerados. Este estudo permite-nos concluir que a origem dos processos paramétricos se encontra ligada aos graus de liberdade externos dos átomos, especificamente às ressonâncias induzidas por recuo (RIR).

Assim, uma breve explicação sobre o fenômeno RIR será apresentada para em seguida, mostrar medidas que confirmam que tais ressonâncias são a origem dos processos paramétricos observados.

Finalmente, a alta eficiência do processo é usada para a implementação de um mecanismo de memória óptica, onde em particular demonstraremos o armazenamento e a recuperação de luz

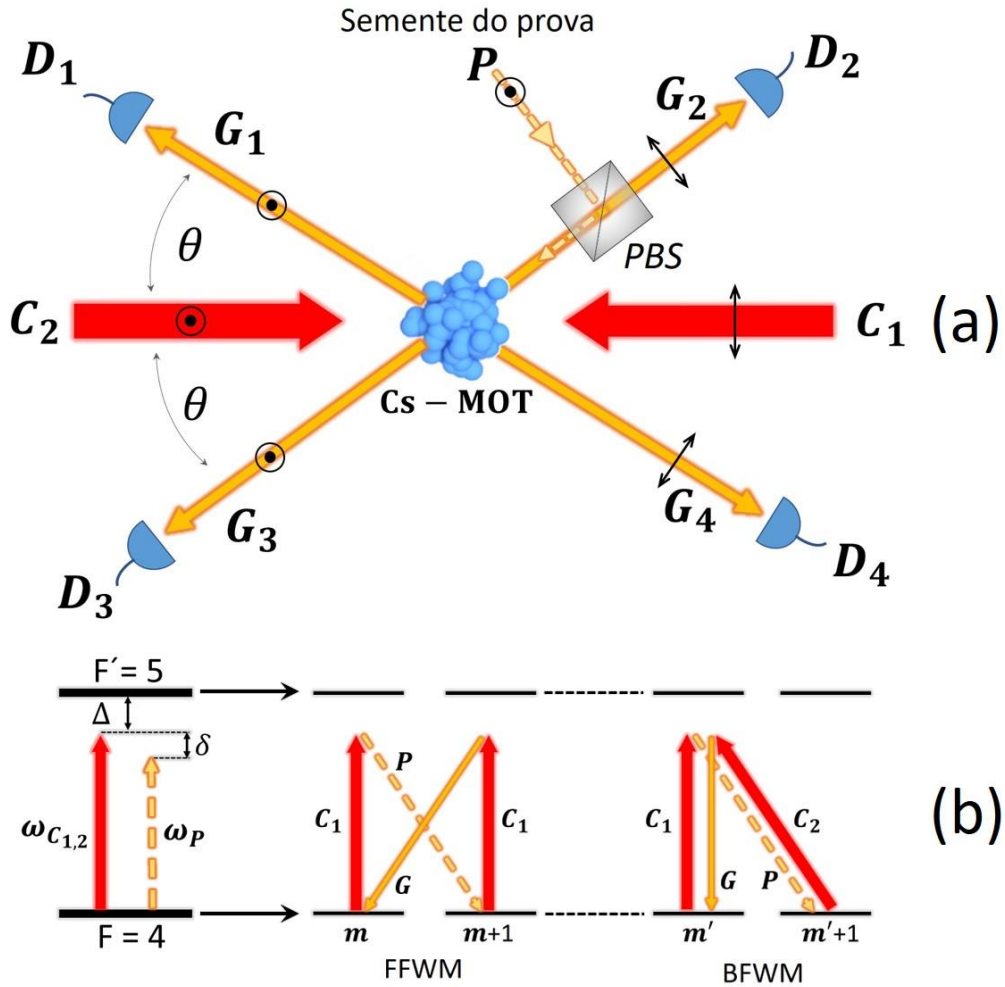
com momento angular orbital. Por fim discutiremos uma propriedade específica deste novo tipo de memória que permite a amplificação da informação armazenada.

5.2 Implementação experimental para a observação do ganho gigante

Processos paramétricos com altos valores de ganho têm chamado a atenção e são amplamente estudados devido às suas aplicações à óptica e informação quântica. Especificamente processos de FWM com um ganho de aproximadamente 10 tem sido implementado para gerar imagens emaranhadas, com possíveis aplicações à multiplexão de variáveis contínuas [67, 68]. Entretanto, a implementação de osciladores ópticos paramétricos sem cavidade (MOPO - *Mirrorless Optical Parametric Oscillation*) baseados em processos de FWM também tem levado a altos valores de ganho [45-47]. Apesar de usualmente serem considerados apenas o estudo de dois modos espaciais gerados, nestes trabalhos foi demonstrado que processos de MOPO multimodais podem ser implementados via FWM em vapor atômico de sódio. Particularmente em [69], foram obtidos valores de ganho de aproximadamente 35 para altas densidades atômicas.

Apresentamos a seguir a implementação do sistema que permite o estudo de processos MOPO multimodo via FWM em átomos frios, e permite obter altos valores de ganho saturado e auto-oscilação. A figura 44 (a) mostra o esquema experimental simplificado usado, no qual dois feixes contrapropagantes C_1 e C_2 , com a mesma intensidade e polarizações lineares ortogonais, incidem na amostra de átomos frios de Cs obtida através de uma MOT com uma densidade óptica ~ 5 . Adicionalmente, um feixe de prova (P) com intensidade $\sim 10^4$ vezes menor que os feixes de bombeio e polarização linear ortogonal ao feixe C_1 incide na amostra formando um ângulo $\theta \approx 1^\circ$. Os feixes C_1 e C_2 são dessintonizados da transição $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$ em $\Delta = 30 \text{ MHz}$, enquanto a frequência do feixe P é variada aproximadamente 1 MHz em torno à frequência dos feixes de bombeio como se mostra no primeiro esquema da figura 44 (b), onde δ representa a dessintonia com respeito aos feixes de bombeio.

Figura 44- Esquema simplificado da configuração experimental usada para a observação do ganho gigante



Fonte: Própria autoria (2019) - (a) Esquema simplificado da configuração experimental usada para a observação do ganho gigante. Dois feixes contra-propagantes C_1 e C_2 com polarizações lineares ortogonais e um feixe de prova P com polarização ortogonal a C_1 , interagem com o meio para gerar os quatro modos mostrados (G_i). (b) Esquema parcial de sub-níveis Zeeman associados com a transição fechada $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$ mostrando dois possíveis processos de mistura de quatro ondas: gerada para a frente (FFWM) e para atrás (BFWM)

Na figura 44 (b) também é mostrado como, na configuração experimental descrita e para $\delta \approx 0$, a interação não linear dos feixes com a estrutura Zeeman degenerada dos átomos, pode gerar dois tipos de FWM. A primeira, FFWM (do inglês *forward four wave mixing*), é uma FWM gerada para a frente dando lugar ao sinal G_1 mostrado em (a). Este sinal se deve à sequência em que se absorve um fóton do feixe C_1 , se emite estimuladamente em P , mais uma vez se absorve C_1 e se emite o fóton no modo G_1 , o qual possui a mesma frequência e polarização de P e na direção determinada pela condição de casamento de fase para pequenos ângulos:

$$\vec{k}_{G_1} = 2\vec{k}_{C_1} - \vec{k}_P, \quad (5.1.1)$$

onde $\vec{k}_{G_1}$, $\vec{k}_{C_1}$ e $\vec{k}_P$ são os vetores de ondas dos feixes G_1 , C_1 e P respectivamente.

Um outro processo de FWM que pode acontecer, está mostrado no terceiro esquema da figura 44 (b) e é chamado de BFWM (do inglês *backward four wave mixing*). Tal processo é resultado da sequência em que se absorve um fóton do feixe C_1 , se emite estimuladamente em P , se absorve agora em C_2 e, o fóton no modo G_2 é gerado com a mesma frequência e polarização ortogonal ao feixe P . A condição de casamento de fase neste caso não é restringida a pequenos ângulos e é dada por:

$$\vec{k}_{G_2} = -\vec{k}_P. \quad (5.1.2)$$

Se os processos paramétricos anteriormente descritos possuem uma alta eficiência, G_1 e G_2 funcionam, por sua vez, como feixes de prova para gerar via os mesmos processos não lineares descritos, os feixes G_3 e G_4 com as polarizações indicadas na figura e vetores de ondas dados por:

$$\vec{k}_{G_3} = -\vec{k}_{G_2}, \quad (5.1.3)$$

$$\vec{k}_{G_4} = -\vec{k}_{G_1}. \quad (5.1.4)$$

Para fechar o ciclo, também os feixes G_3 e G_4 acoplam parametricamente com os feixes de bombeio para gerar G_1 e G_2 , funcionando como um mecanismo contínuo de realimentação. Como resultado a estes múltiplos processos de FWM em cascata, podem ser obtidas em cada modo gerado, intensidades que superam em milhares de vezes a intensidade do feixe de prova inicial.

Podemos entender o processo se pensamos em termos da polarização macroscópica que será induzida no meio devido aos múltiplos processos não lineares de 3ª ordem. Desta forma podemos definir:

$$P_1^{(3)} = \chi_f^{(3)} E_{C_1}^2 E_{G_3}^* + \chi_b^{(3)} E_{C_1} E_{C_2} E_{G_4}^* + \chi_s E_{G_1}, \quad (5.1.5)$$

$$P_2^{(3)} = \chi_f^{(3)} E_{C_2}^2 E_{G_4}^* + \chi_b^{(3)} E_{C_1} E_{C_2} E_{G_3}^* + \chi_s E_{G_2}, \quad (5.1.6)$$

$$P_3^{(3)} = \chi_f^{(3)} E_{C_1}^2 E_{G_1}^* + \chi_b^{(3)} E_{C_1} E_{C_2} E_{G_2}^* + \chi_s E_{G_3}, \quad (5.1.7)$$

$$P_4^{(3)} = \chi_f^{(3)} E_{C_2}^2 E_{G_2}^* + \chi_b^{(3)} E_{C_1} E_{C_2} E_{G_1}^* + \chi_s E_{G_4}, \quad (5.1.8)$$

onde $P_i^{(3)}$ são as polarizações não lineares de 3ª ordem induzidas no meio no modo i ; $\chi_f^{(3)}$ é a susceptibilidade de 3ª ordem que gera processos de FFWM e $\chi_b^{(3)}$ é a susceptibilidade de 3ª ordem que gera processos de BFWM; E_{C_1}, E_{C_2} e E_{G_i} são os campos associados aos feixes C_1, C_2 e aos feixes gerados G_i respectivamente.

Substituindo as equações anteriores nas equações de propagação de Maxwell para os campos na aproximação paraxial [45], ficamos com:

$$\frac{d}{dz} \mathcal{E}_{G_1} = -c_f \mathcal{E}_{G_3}^* - c_b \mathcal{E}_{G_4}^* - \frac{\alpha_a}{2} \mathcal{E}_{G_1}, \quad (5.1.9)$$

$$\frac{d}{dz} \mathcal{E}_{G_2} = c_f \mathcal{E}_{G_4}^* + c_b \mathcal{E}_{G_3}^* + \frac{\alpha_a}{2} \mathcal{E}_{G_2}, \quad (5.1.10)$$

$$\frac{d}{dz} \mathcal{E}_{G_3} = -c_f \mathcal{E}_{G_1}^* - c_b \mathcal{E}_{G_2}^* - \frac{\alpha_a}{2} \mathcal{E}_{G_3}, \quad (5.1.11)$$

$$\frac{d}{dz} \mathcal{E}_{G_4} = c_f \mathcal{E}_{G_2}^* + c_b \mathcal{E}_{G_1}^* + \frac{\alpha_a}{2} \mathcal{E}_{G_4}, \quad (5.1.12)$$

onde z é a direção de propagação dos feixes e α_a é o coeficiente de absorção linear de cada feixe. Nestas equações foram definidos por simplicidade:

$$c_f = -ik\chi_f^{(3)} E_{C_1}^2 / 2\epsilon_0, \quad (5.1.13)$$

$$c_b = -ik\chi_b^{(3)} E_{C_1} E_{C_2} / 2\epsilon_0, \quad (5.1.14)$$

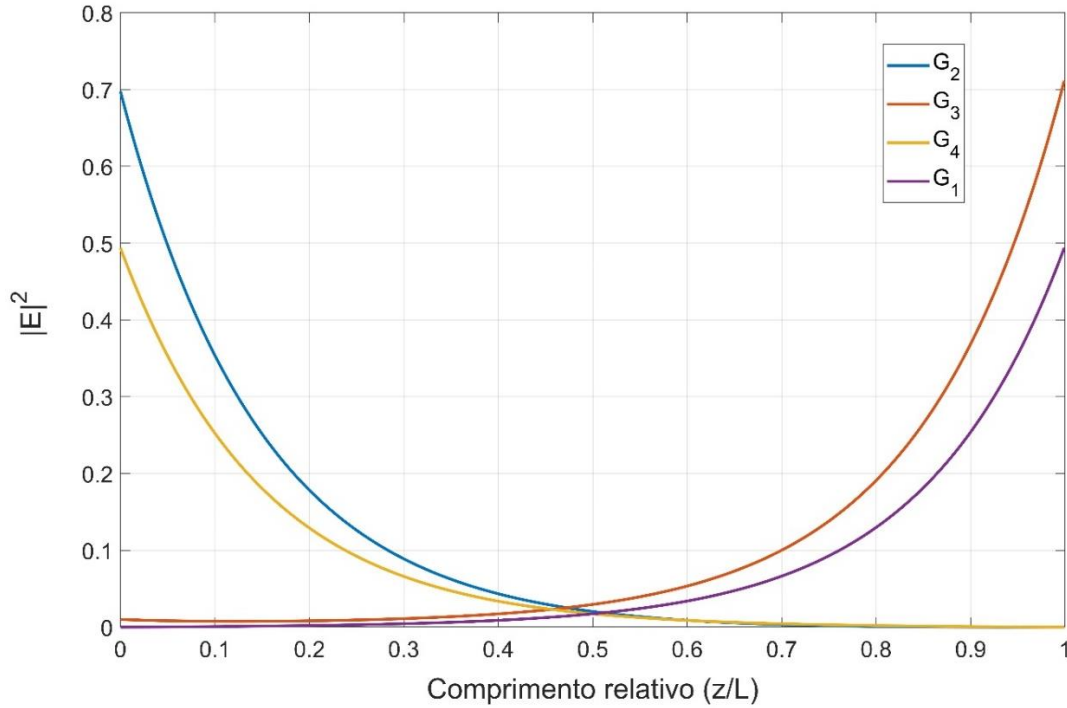
$$\alpha_a = -ik\chi_s / \epsilon_0, \quad (5.1.15)$$

onde em todos os casos foi considerado $k = |\vec{k}_{G_2}| \approx |\vec{k}_{G_3}|$.

O sistema (5.1.9) - (5.1.12) mostra como na propagação pelo meio, todos os modos estão acoplados entre si. A solução numérica do sistema se apresenta na figura 45, onde se plotam os módulos quadrados dos campos calculados para cada iteração.

Para a solução numérica, por simplicidade se consideraram todos os termos reais e os valores usados foram similares aos usados por Motomura em [45]: $c_f = c_b = 5$, para α_a usamos dois valores, $\alpha_a = 10$ para os modos G_2 e G_4 e $\alpha_a = 5$ para os modos G_1 e G_3 . Isto foi feito para poder observar todos os modos por separados, já que mantendo o mesmo valor para todos os coeficientes de absorção os modos G_1 e G_3 estariam superpostos na figura, assim como G_2 e G_4 . As condições de contorno usadas foram $\mathcal{E}_{G_1}(0) = 0$, $\mathcal{E}_{G_3}(0) = 0.1$, $\mathcal{E}_{G_2}(z = L) = 0$ e $\mathcal{E}_{G_4}(z = L) = 0$, onde L é o comprimento do meio.

Figura 45- Simulação da amplificação dos feixes gerados através da solução numérica das equações de propagação (5.1.9) - (5.1.12) ao longo do eixo z



Fonte: Própria autoria (2019) - Uma pequena semente no modo G₃ gera os outros modos os quais acoplam e são amplificados

A figura mostra como com uma pequena entrada dada por $\mathcal{E}_{G_3}(0) = 0.1$, durante a propagação, todos os modos acoplados são gerados e amplificados até alcançar aproximadamente as mesmas amplitudes. O resultado obtido é similar ao obtido de forma analítica por Harada et al. em [47].

5.3 Observação do ganho gigante e auto-oscilação

Devido à realimentação existente entre os diferentes modos gerados, especificamente a semente do feixe de prova é amplificada durante sua interação com o meio obtendo-se altos valores de ganho. Vamos definir o ganho da seguinte forma:

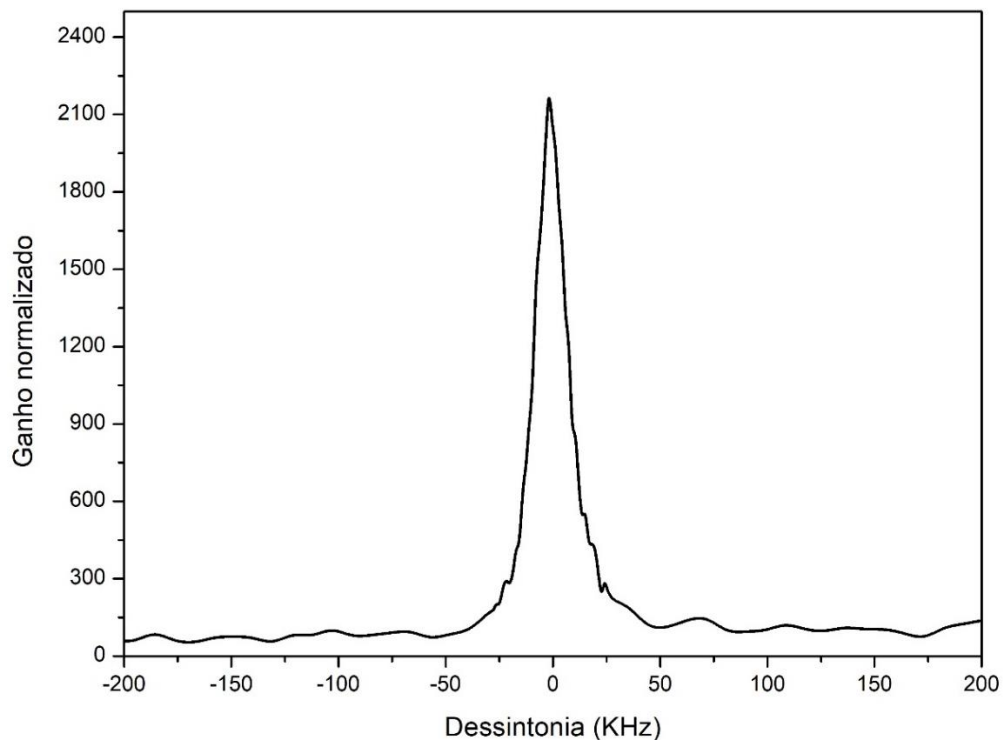
$$Ganho = \frac{I}{I_0}, \quad (5.2.1)$$

onde I é a intensidade do feixe de prova na saída da MOT e I_0 a intensidade incidente.

É importante ressaltar esta definição de ganho devido a que o ganho observado em nosso caso é um ganho saturado. Ou seja, para determinadas condições experimentais, o ganho diminui drasticamente com o aumento de I_0 .

Na figura 46 se apresenta o ganho no feixe de prova como função da dessintonia do feixe de prova com respeito aos feixes de bombeio. Ou seja, esta curva se obtém medindo a intensidade gerada no modo G_3 conforme é variada a frequência da semente de P , o valor de ganho é calculado segundo (5.2.1).

Figura 46- Ganho obtido na transmissão do feixe P como função da dessintonia deste com respeito aos feixes de bombeio



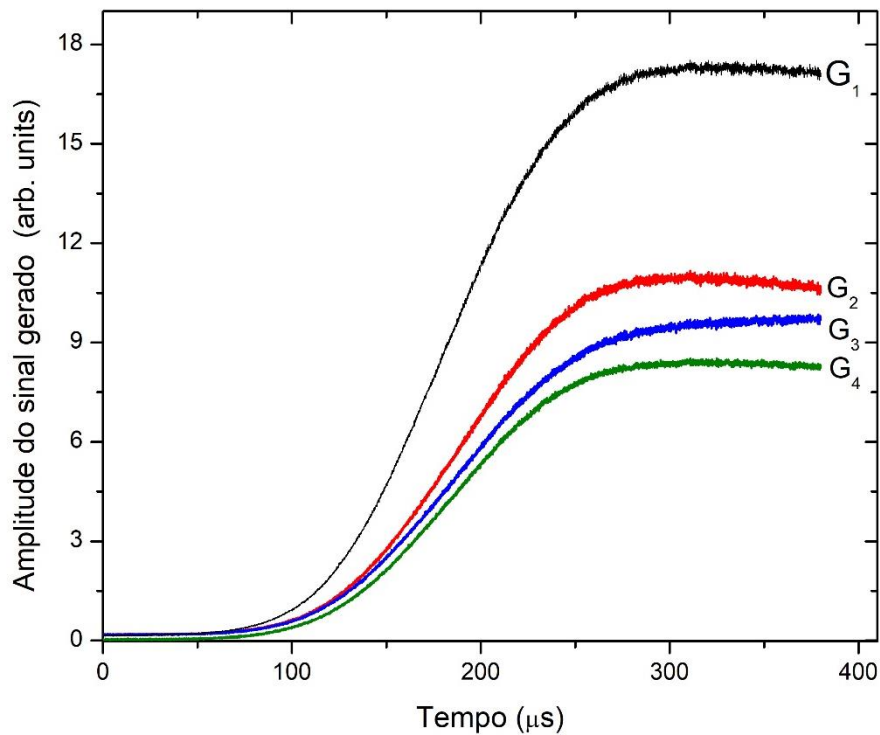
Fonte: Própria autoria (2019)

Como se observa na figura, foram obtidos valores de ganho em torno de 2200 na ressonância ($\delta = 0$), usando intensidades de 120 mW/cm^2 nos feixes de bombeio e $6 \text{ }\mu\text{W/cm}^2$ no feixe de prova. Tal valor de ganho indica uma alta eficiência do processo paramétrico, que depende fortemente da frequência de P , já que os valores máximos de ganho são obtidos próximos de $\delta = 0$. A curva de ganho apresenta uma largura à meia altura de 19 kHz , o que indica que o

processo paramétrico poderia estar relacionado não apenas à estrutura Zeeman do átomo, mas também aos graus de liberdade externo dos mesmos, especificamente a ressonâncias RIR [15].

A obtenção dos espectros é feita a partir da integração temporal do sinal obtido uma vez que este atinge o estado estacionário. Na figura 47 se mostram a forma temporal dos quatro modos gerados para $\delta = 0$ usando intensidades iguais a 90 mW/cm^2 para os feixes de bombeio e $10 \text{ }\mu\text{W/cm}^2$ para o feixe P .

Figura 47- Forma temporal dos pulsos de cada modo gerado



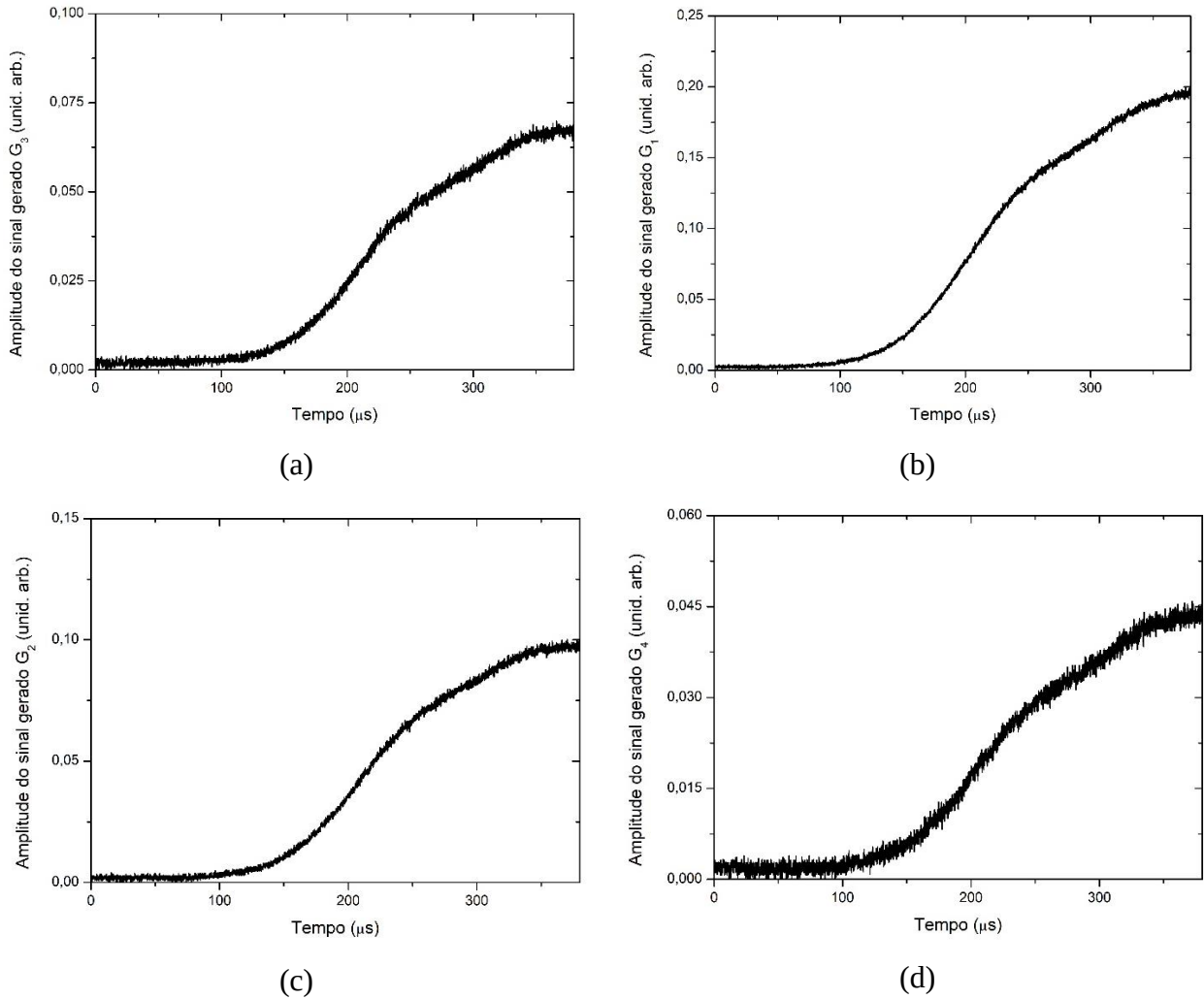
Fonte: Própria autoria (2019) – Os pulsos dos modos gerados apresentam a mesma ordem de amplitude e todos evoluem da mesma forma atingindo o estado estacionário em torno aos $300 \text{ }\mu\text{s}$

Diferentemente dos capítulos anteriores, o tempo no qual são mantidos ligados os feixes C_1 , C_2 e P é de $380 \text{ }\mu\text{s}$ devido a que o estado estacionário, para as intensidades observadas, é atingido após os $200 \text{ }\mu\text{s}$. Como se observa, os quatro modos gerados começam a amplificar-se após dezenas de μs e evoluem para amplitudes da mesma ordem. As diferenças entre os diferentes modos, se deve à alta sensibilidade de cada modo ao alinhamento tanto dos feixes quanto dos detectores. Foi observado que com o incremento da intensidade dos feixes de bombeio, o tempo para atingir o estado estacionário se reduz. Para altas intensidades dos feixes de bombeio,

entretanto, a amplitude dos sinais gerados começa a cair logo após atingir o estado estacionário devido a que os átomos saem da transição de interação por efeito de bombeamento óptico.

Na figura 48 se apresentam em (a), (b), (c) e (d) as formas temporais dos sinais G_3 , G_1 , G_2 e G_4 respectivamente, quando a semente do feixe P é bloqueada. Como se mostra existe geração de feixes macroscópicos nas direções dos detectores que cumprem com a condição de casamento de fase imposta mesmo sem a semente do prova. Ou seja, que o sistema auto-oscila na direção em que estamos detectando. É importante destacar que, apesar de detectar auto-oscilação na direção dos detectores, a mesma acontece em vários outros modos espaciais formando um cone em torno a direção onde o casamento de fase é satisfeito [45]. A auto-oscilação apresenta uma amplitude duas ordens de grandeza menor se a comparamos com o sinal com o feixe de prova presente. Foi também observado que a auto-oscilação apresenta grandes flutuações de amplitude no tempo de observação devido à competição entre os diferentes modos espaciais que podem gerá-la.

Figura 48- Forma temporal da auto-oscilação para cada modo quando a semente do feixe de prova é bloqueada



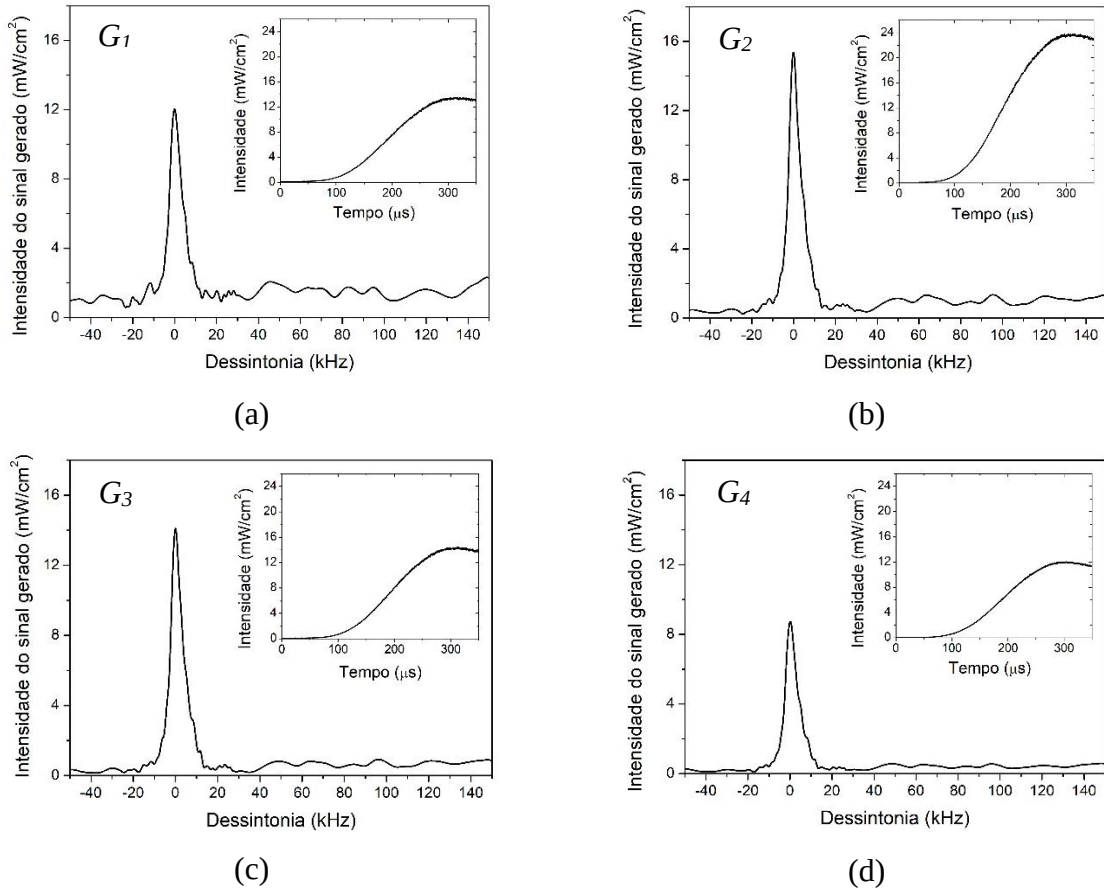
Fonte: Própria autoria (2019) - Em (a), (b), (c) e (d) se mostram respectivamente os modos G_3 , G_1 , G_4 e G_2

5.4 Caracterização do ganho gigante e observação de correlações temporais

Para entender o processo foram feitas várias medidas onde diferentes parâmetros experimentais foram mudados.

Na figura 49 se apresentam as intensidades dos feixes gerados G_1 , G_2 , G_3 e G_4 {em (a), (b), (c) e (d)} como função da frequência do feixe de prova, quando se usam intensidades de 90 mW/cm^2 para os feixes de bombeio e 10 μW/cm^2 para o feixe P . No *inset* de cada figura temos a forma temporal do pulso em cada caso.

Figura 49- Comparação das intensidades medidas em cada modo gerado como função da frequência de P

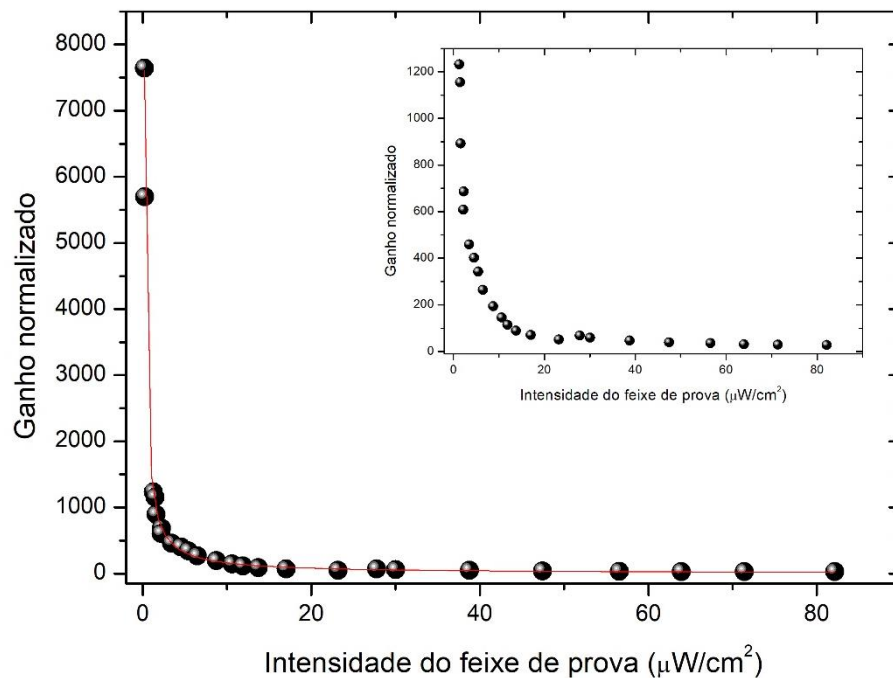


Fonte: Própria autoria (2019) – As intensidades são da mesma ordem e a forma de linha é a mesma para todos os modos. Modos: (a) G_1 , (b) G_2 , (c) G_3 e (d) G_4 . No inset se apresentam as intensidades de cada modo como função do tempo

A figura confirma que todos os sinais tem a mesma ordem, e pode ser observado que as formas de linha também coincidem, e apresentam uma mesma largura de linha de aproximadamente 15 kHz. Fora da região $-20 \text{ kHz} < \delta < 20 \text{ kHz}$ o sinal gerado é muito menor, e se deve a que mesmo quando não se cumpre a condição de ressonância para o processo, existe auto-oscilação. Se, na ressonância, comparamos a intensidade com que se incidiu o feixe de prova ($10 \mu\text{W}/\text{cm}^2$) com as intensidades geradas em cada modo vemos que estas são de aproximadamente 1000 vezes maiores, o que mostra a grande eficiência do processo em todos os modos gerados.

Como visto na figura anterior todos os modos gerados tem a mesma ordem e apresentam a mesma forma de linha, desta forma, podemos usar apenas a medida do ganho (no modo G_3) para caraterizar a eficiência do processo sem a necessidade de apresentar os outros modos, que apresentarão o mesmo comportamento. O estudo do ganho como função da intensidade do feixe P se mostra na figura 50.

Figura 50- Ganho medido como função da intensidade da semente do feixe P

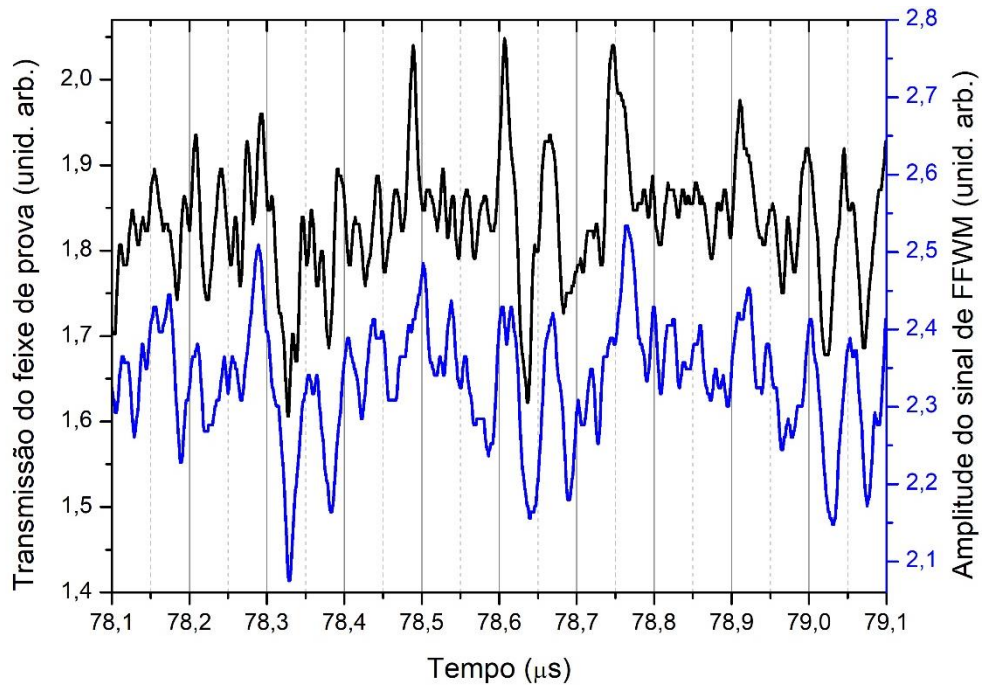


Fonte: Própria autoria (2019) - No inset se apresenta o mesmo gráfico sem os primeiros dois pontos para melhor visualização do comportamento com ganhos abaixo de 1000

No *inset* da figura se apresenta a evolução do ganho desconsiderando os primeiros dois pontos, o objetivo desta figura é observar em detalhes o comportamento onde se tem a maior quantidade de pontos. Como tínhamos mencionado este ganho satura fortemente com a potência do feixe de prova permanecendo praticamente constante a partir dos $20 \mu\text{W}/\text{cm}^2$. A linha em vermelho é um ajuste puramente matemático usando a equação $y = ax^{-1}$, mas se ajusta perfeitamente aos pontos experimentais inclusive aos correspondentes aos maiores ganhos obtidos, o que mostra que a dependência do ganho com a intensidade do feixe de prova é linear inversa. Se esta dependência permanece, o sistema pode tornar-se ideal para aplicações em óptica quântica, onde altos ganhos em processos paramétricos podem levar à observação de estados comprimidos (*squeezing*) do campo eletromagnético.

Outro indício de que este sistema é promissor neste sentido são as medidas que mostram a existência de correlações temporais entre dois modos escolhidos (G_1 e G_3). Tal medida se mostra na figura 51, onde em preto se tem a transmissão do feixe de prova (G_3) e em azul a mistura de ondas gerada para a frente (G_1).

Figura 51- Correlações temporais observadas em escala de nano-segundos entre os feixes gerados na direção do feixe de prova e da FFWM



Fonte: Própria autoria (2019)

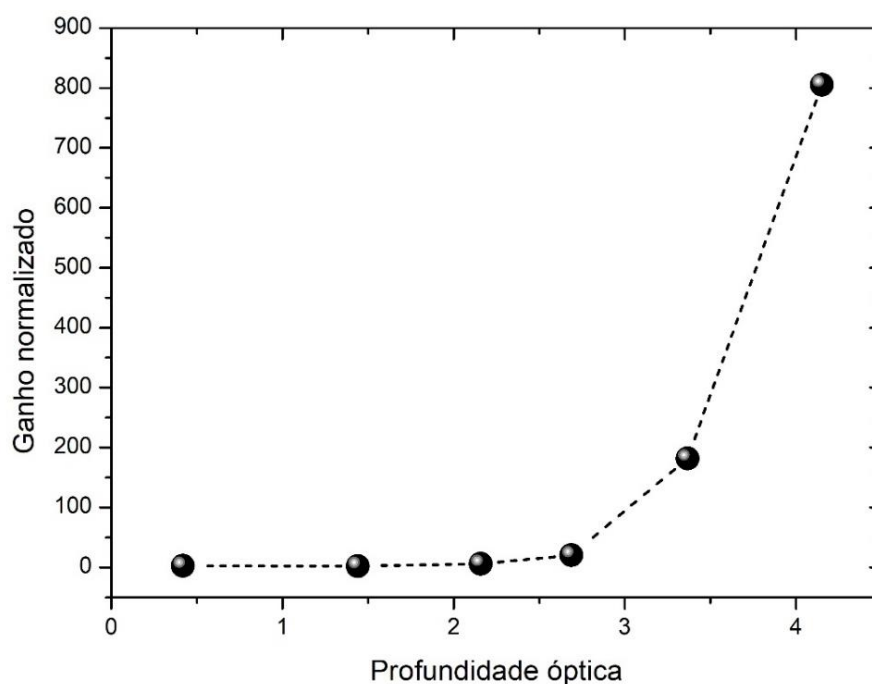
Esta medida foi capturada no osciloscópio com os feixes em ressonância ($\delta = 0$), sem fazer nenhum tipo de média na forma temporal dos sinais que foram coletados durante $1 \mu s$. A medida mostra uma clara correlação temporal entre ambos modos gerados mesmo nesta escala de tempo, onde se aprecia que pequenas flutuações em um modo são acompanhadas de flutuações também no outro modo. Tal correlação é completamente anulada se o feixe de prova é bloqueado, onde fica apenas a auto-oscilação. A observação de correlação temporal depende fortemente do alinhamento e da alta eficiência do processo.

É importante ressaltar que as correlações observadas no sistema não são correlações quânticas. Para se evidenciar correlações de natureza quântica neste sistema, será necessário implementar um sistema de detecção homodina balanceada que permita a medida de flutuações abaixo do ruído quântico do vácuo. Futuras pesquisas nesta direção estão sendo implementadas pelo grupo.

A eficiência de processos paramétricos similares, depende fortemente da densidade atômica [69]. Assim fizemos também medidas da dependência do ganho com a profundidade óptica do

meio. Esta medida é apresentada na figura 52 e como se observa, o ganho aumenta conforme se aumenta a profundidade óptica, existindo um limiar em torno a uma profundidade óptica de 3. Para profundidades ópticas entre 2.5 e 3 se bem o ganho é maior que 10, este valor está muito longe dos maiores ganhos que obtivemos. Para profundidades ópticas menores que 3, onde o ganho é menor que ~ 100 , o sistema não apresenta auto-oscilação.

Figura 52- Ganho observado para diferentes valores de profundidade óptica da armadilha magneto óptica



Fonte: Própria autoria (2019) – Se mostra que o ganho é fortemente dependente da densidade atômica

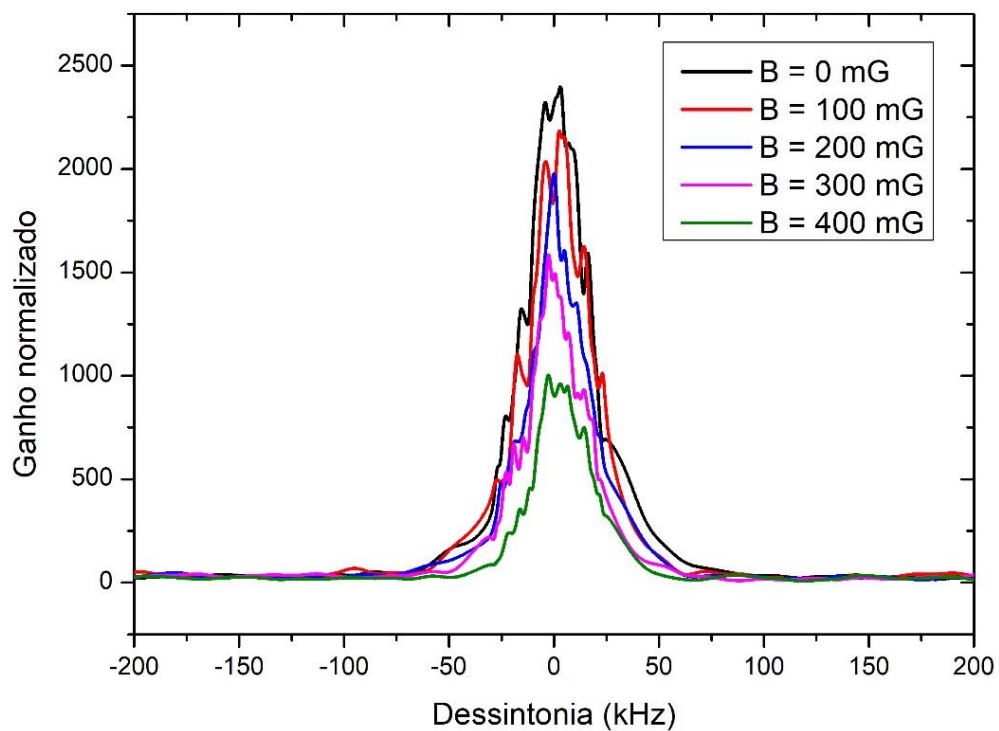
Este resultado é consistente com outros reportados na literatura, especificamente em sistemas similares ao nosso, onde se obtêm altos valores de ganho devido a processos paramétricos associados a transições envolvendo os graus de liberdade externos dos átomos [69]. Neste trabalho o ganho também depende fortemente da densidade atômica do meio. Em particular se consegue valores de ganho acima de 30 em uma armadilha bidimensional em forma de charuto, usando ressonâncias RIR.

Também estudamos o comportamento do ganho para diferentes valores de um campo magnético transversal aplicado. Este resultado se mostra na figura 53, onde se apresentam os espectros de transmissão do feixe de prova para diferentes valores do campo magnético

aplicado na direção perpendicular à propagação dos feixes. A calibração do campo magnético foi feita usando a técnica de espectroscopia de micro-ondas descrita no capítulo 3.

Pode ser observado que o campo magnético diminui ligeiramente a eficiência do processo paramétrico. Uma possível explicação a isto, é que devido à aplicação do campo magnético transversal acontece uma redistribuição da população entre os sub-níveis Zeeman, levando a uma mudança na população dos estados que participam do processo. Se observa também que apesar da diminuição do ganho com o campo magnético aplicado, a forma de linha e a largura à meia altura são pouco alteradas, indicando que a natureza do processo continua sendo a mesma e é fracamente sensível a campos magnéticos externos.

Figura 53- Espectro de transmissão do feixe de prova



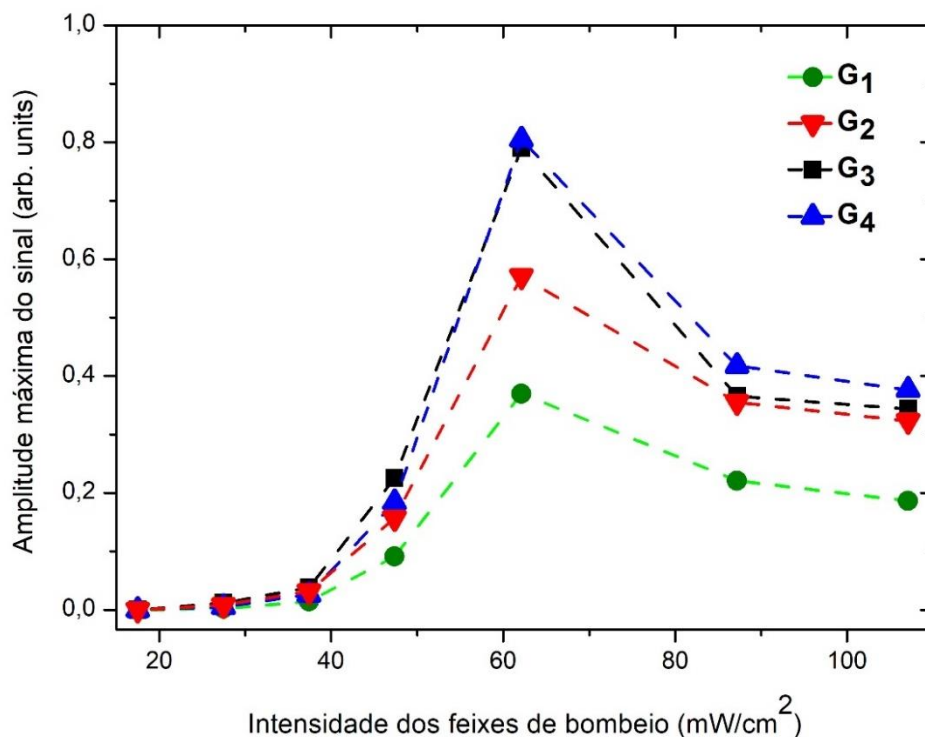
Fonte: Própria autoria (2019) – Se mostra a dependência do ganho com o campo magnético transversal aplicado

5.5 Limiar de oscilação

Na figura 54 se mostra a dependência da amplitude dos modos gerados com a intensidade dos feixes de bombeio usando uma intensidade do feixe de prova em torno a $\sim 10 \mu W/cm^2$. É

interessante observar que todos os modos apresentam o mesmo comportamento conforme é variada a intensidade de C_1 e C_2 . Isto pode ser entendido pelo fato de que, como os modos estarão acoplados entre si como mostram as equações (5.1.9)-(5.1.12), o aumento da eficiência do processo afetará a todos da mesma forma. Se observa também que para todos os modos gerados existe um limiar próximo dos 40 mW/cm^2 , a partir do qual os feixes gerados começam a crescer rapidamente. A partir dos $\sim 60 \text{ mW/cm}^2$ se chega a um regime de saturação onde os sinais deixam de crescer e, para as maiores intensidades existe a tendência a diminuir a amplitude provavelmente devido a efeitos de bombeamento óptico.

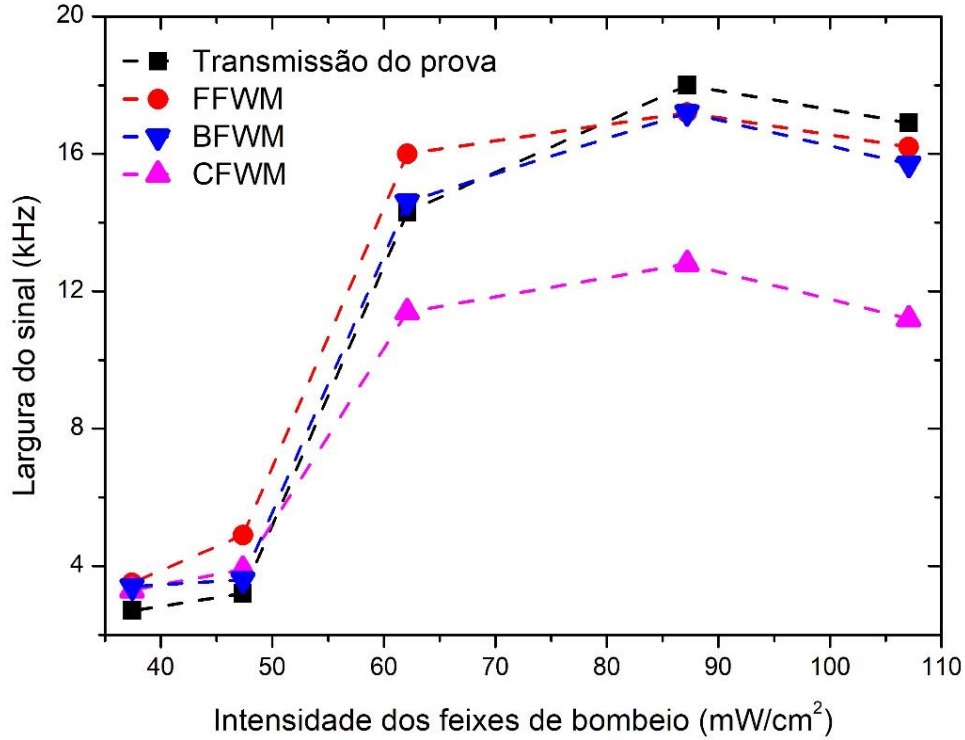
Figura 54- Amplitude de cada modo gerado como função da intensidade dos feixes de bombeio



Fonte: Própria autoria (2019) - Se observa como todos os modos apresentam o mesmo comportamento

Por último, na figura 55, se apresentam os resultados da medida da largura à meia altura do espectro de cada modo como função da intensidade dos feixes C_1 e C_2 . A largura de todos os modos gerados se mantem em torno dos 4 kHz até 50 mW/cm^2 . A partir desta intensidade a largura cresce rapidamente e se mantem constante em torno aos 16 kHz. Este comportamento em específico é observado no espectro de transmissão do feixe de prova em ressonâncias RIR [15].

Figura 55- Largura de linha que apresenta o espectro de cada modo gerado como função da intensidade dos feixes de bombeio



Fonte: Própria autoria (2019)

5.6 Explicação das ressonâncias induzidas por recuo (RIR)

Na seção anterior foi mencionado como outros autores reportaram a observação de altos valores de ganho induzido por processos paramétricos em sistemas similares ao nosso [45-47, 69]. Em particular o trabalho de Vengalattore e Prentiss [69], reporta valores de altos ganhos associados a processos tipo RIR em átomos ultrafrios de Cs, o que torna interessante fazer uma descrição física mais detalhada das ressonâncias RIR devido à semelhança com nosso sistema.

Nos capítulos anteriores associamos o fenômeno RIR com a curva dispersiva que se observava, em torno de $\delta = 0$, na transmissão do feixe de prova nos diversos espectros apresentados.

Para se entender o fenômeno, na figura 56 se mostra ilustrativamente a interação entre dois campos ($\vec{E}_F(\omega_F)$ e $\vec{E}_P(\omega_F + \delta)$) com um átomo de dois níveis. Entre os campos $\vec{E}_F$ e $\vec{E}_P$ existe um pequeno ângulo θ como se mostra em (c) e (d) e, $\vec{E}_P$ (campo de prova) tem uma amplitude

muito menor. Nesta situação, o átomo pode interagir com ambos os campos de forma a absorver num campo e emitir estimuladamente no outro, o que pode ser chamado como redistribuição de energia entre os modos do campo. Assim, em (a) e (c) se exemplifica a redistribuição de um fóton do campo $\vec{E}_F$ para o campo $\vec{E}_P$ amplificando assim o campo de prova. O processo de redistribuição de um fóton do campo de prova para o campo $\vec{E}_F$, é também possível levando a uma absorção no feixe de prova, figura 56 (b) e (d).

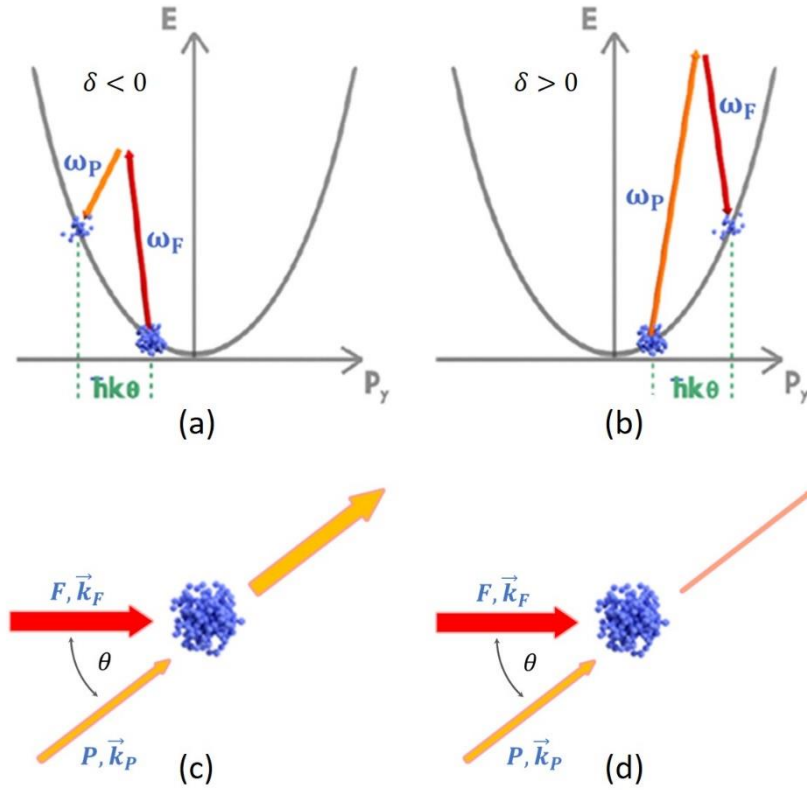
No processo de absorção-emissão, o átomo volta para seu estado fundamental interno $|g\rangle$ emitindo um fóton com frequência $\omega_F + \delta$, porem seu estado de momento é modificado de $\vec{p}$ para $\vec{p} + \Delta\vec{p}$. Este $\Delta\vec{p}$ está diretamente relacionado à diferença entre os vetores de onda dos fótons absorvido e emitido, de forma que $\Delta\vec{p} = \hbar(\vec{k}_P - \vec{k}_F)$.

Entretanto, a probabilidade de ocorrer um processo de amplificação ou atenuação do feixe de prova, depende intrinsecamente da quantidade de átomos nos estados de momento iniciais da transição de dois fótons, como se mostra em (a) e (b). Se os campos tem a mesma frequência, ou seja $\delta = 0$, os dois processos de redistribuição de fótons possuem a mesma probabilidade de ocorrer, pois envolvem estados de momento que possuem a mesma população. Desta maneira, um processo se sobrepõe ao outro e nenhuma variação nas intensidades dos feixes é observada.

Porém quando $\delta \neq 0$, os campos realizam transições Raman envolvendo estados de momento distintos, com populações diferentes, e isso faz com que um processo seja favorecido com relação ao outro de tal forma que o feixe de prova ganha ou perde energia proporcionalmente à diferença de população dos estados externos envolvidos. Este processo que envolve a transição entre dois estados de momento e resultam em uma absorção/amplificação dos feixes é o que chamamos de ressonância induzida por recuo (RIR).

Levando em consideração a conservação da energia e do momento no sistema como um todo, devemos considerar os estados internos e externos do átomo, de modo que, em lugar de considerar o átomo como um sistema de dois níveis, deveremos considerá-lo um sistema composto, possuindo estados $|g_i\rangle = |g\rangle \otimes |\vec{p}_i\rangle$ e $|e_i\rangle = |e\rangle \otimes |\vec{p}_i\rangle$, onde $|e\rangle$ faz referência ao estado excitado interno e $|\vec{p}_i\rangle$ está relacionado ao estado de momento do átomo, lembrando que $\vec{p}$ apresenta um espectro contínuo. Nestas condições, a interação dos campos com os átomos pode ser interpretada como uma transição Raman (ou espalhamento Raman) que conecta um estado externo de momento a outro.

Figura 56- Transição Raman estimulada entre distintos estados de energia cinética



Fonte: Figura tomada e modificada da referência [51] - (a) e (b) Transição Raman estimulada entre distintos estados de energia cinética que, devido a diferença de população entre os estados, resultam em uma amplificação ou atenuação conforme ilustrado em (c) e (d), respectivamente

A forma de linha para a ressonâncias tipo RIR está dada pela equação (5.4.1) a qual está deduzida de forma detalhada na referência [51] considerando um sistema de três níveis com dois estados fundamentais: $|g\rangle \otimes |\vec{p}_i\rangle$ e $|g\rangle \otimes |\vec{p}_i + \Delta\vec{p}\rangle$.

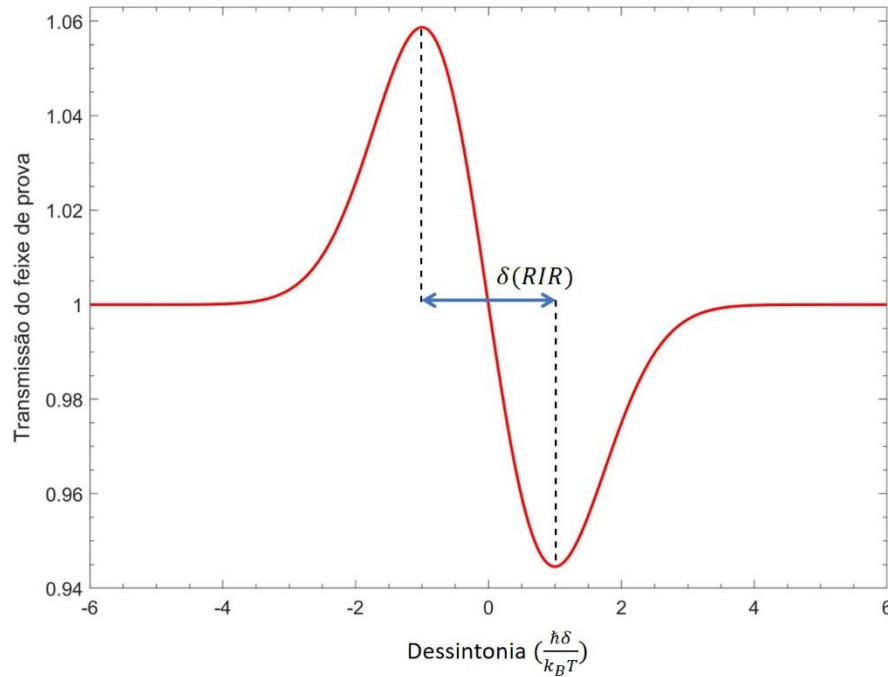
$$g(\delta) = \eta \frac{|\Omega_F|^2 \Omega_P}{\Delta^2} \frac{\hbar \delta}{\sqrt{\pi} u k_B T} e^{-\frac{\delta^2}{2(k\theta u)^2}}, \quad (5.4.1)$$

onde η é uma constante relacionada às propriedades do meio, Ω_F e Ω_P são as frequências de Rabi associadas aos campos $\vec{E}_F$ e $\vec{E}_P$, Δ a dessintonia respeito ao estado excitado, δ e θ a dessintonia e o ângulo entre os feixes respectivamente, u a velocidade mais provável dos átomos a uma dada temperatura T .

Fazendo um gráfico da equação (5.4.1) levando em consideração a propagação pelo meio se obtém o gráfico da figura 57, o qual mostra a forma de linha que apresenta o espectro de

transmissão do feixe de prova devido ao processo RIR com largura $\delta(RIR) = 2k\theta u$. Em particular se observa ganho para $\delta < 0$ e absorção para $\delta > 0$ relacionados a processos de espalhamento Raman conforme os descritos na figura 56 (a) e (b).

Figura 57- Forma de linha obtida teoricamente para o espectro de transmissão do campo E_P (feixe de prova) num processo RIR

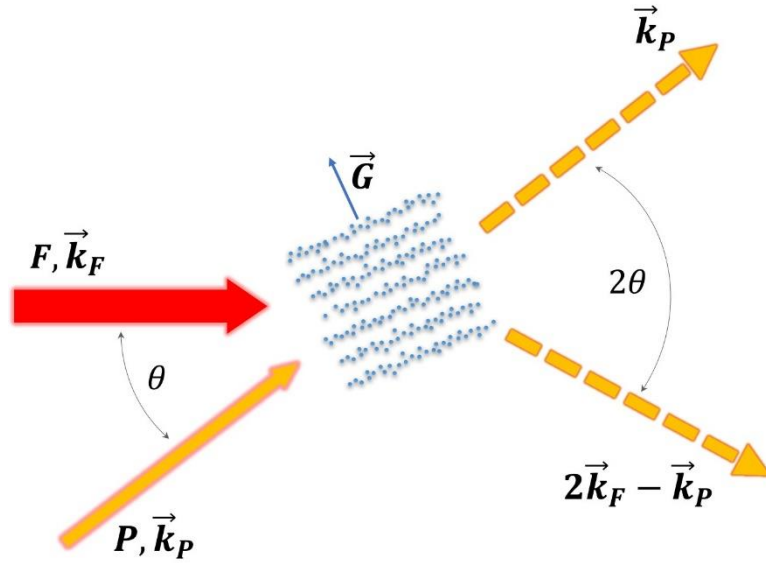


Fonte: Própria autoria (2019) - É possível verificar uma região ganho ($\delta < 0$) e uma região de absorção ($\delta > 0$)

A forma de linha para o processo RIR pode também ser interpretada como se originando de uma difração de Bragg numa grade de densidade atômica. Aqui, a interferência entre os feixes F e P dá origem a um padrão periódico de intensidades ao longo da direção $\vec{G} = \vec{k}_F - \vec{k}_P$. Como ambos os feixes estão sintonizados abaixo da ressonância, os átomos tendem a se localizar em torno dos máximos de intensidade, criando assim a grade de densidade, com período espacial $\Lambda = \frac{2\pi}{|\vec{G}|}$.

A difração de Bragg do feixe F na grade, produz feixes espalhados nas direções $\vec{k}_G = \vec{k}_F \pm \vec{G}$, isto é, ao longo das direções $\vec{k}_G = \vec{k}_P$ e $\vec{k}_G = 2\vec{k}_F - \vec{k}_P$. Estes processos são mostrados na figura 58 abaixo.

Figura 58- Interpretação do processo de RIR como a auto difração do feixe F na grade de densidade atômica criada pela sua interferência com o feixe P



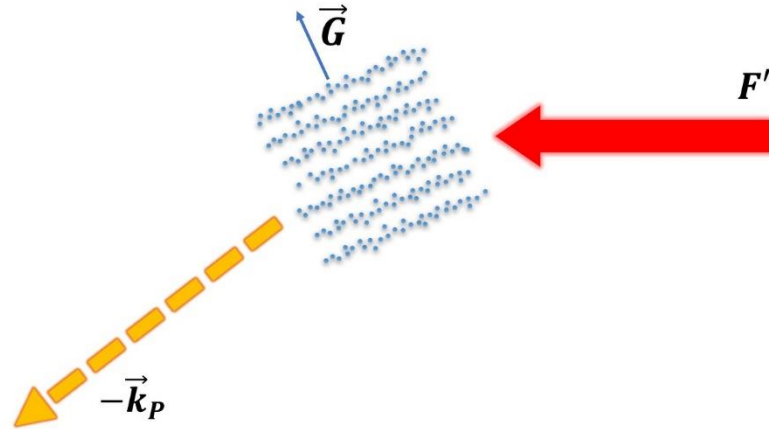
Fonte: Própria autoria (2019)

Assim, vemos que o sinal difratado na direção $\vec{k}_P$ interfere com o feixe P incidente, o que determina a intensidade total transmitida ao longo deste feixe. Em particular, para $\delta \neq 0$, a grade induzida se move com velocidade $v = \frac{\delta}{|\vec{G}|}$, e tendo em vista o tempo de resposta finito do meio atômico em acompanhar o movimento da grade, resulta que para $\delta < 0$ há interferência construtiva (ganho), enquanto que para $\delta > 0$ a interferência é destrutiva (absorção). Para $\delta = 0$ a grade é estacionária e não há redistribuição de energia entre os feixes ao longo da direção $\vec{k}_P$.

Por outro lado, nesta condição ($\delta = 0$), a componente de difração de Bragg ao longo da direção $2\vec{k}_F - \vec{k}_P$ é maximizada. Cabe destacar que este processo corresponde a um processo de mistura de quatro ondas para frente e satisfaz a condição de casamento de fase apenas para pequenos valores do ângulo θ entre os feixes F e P .

Por fim, notamos que a grade de densidade formada pela interferência entre os feixes F e P , pode também difratar um outro feixe F' , contrapropagante ao feixe F ($\vec{k}_{F'} = -\vec{k}_F$). Neste caso o feixe difratado se propaga ao longo da direção $\vec{k}_G = \vec{k}_F + \vec{G} = -\vec{k}_P$, que corresponde ao conhecido sinal de conjugação de fase óptica via mistura de quatro ondas. A figura 59 ilustra este processo.

Figura 59- Interpretação do sinal de conjugação de fase óptica via mistura de quatro ondas como resultado da difração do feixe F' na grade de densidade atômica criada pelos feixes F e P



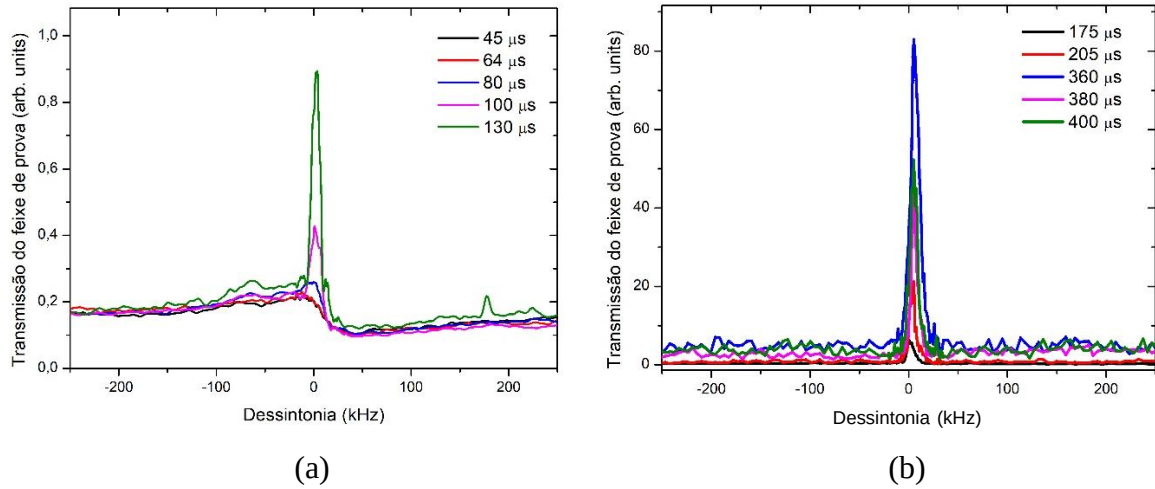
Fonte: Própria autoria (2019)

5.7 Origem do ganho gigante

O fato de os sinais gerados no processo terem seus máximos em torno de $\delta = 0$ e largura de linha estreita ($\sim 15 \text{ kHz}$) sugerem que o mecanismo de RIR deva ter um papel na origem destes sinais. Assim, realizaremos uma série de medidas auxiliares para confirmar esta hipótese.

Na figura 60 se apresentam os espectros de transmissão do feixe de prova (modo G_3), mantendo as mesmas condições experimentais, mas variando o tempo a partir do qual iniciamos a integração do sinal. Normalmente as medidas anteriores são todas integradas durante $10 \mu\text{s}$, começando a integrar no estado estacionário para um $t_0 = 300 \mu\text{s}$. No caso da figura 56 este t_0 foi variado conforme os valores mostrados em (a) e (b). As intensidades usadas foram $I_{C_{1,2}} = 90 \text{ mW/cm}^2$ e $I_P = 10 \mu\text{W/cm}^2$.

Figura 60- Espectros de transmissão do feixe de prova para diferentes tempos t_0



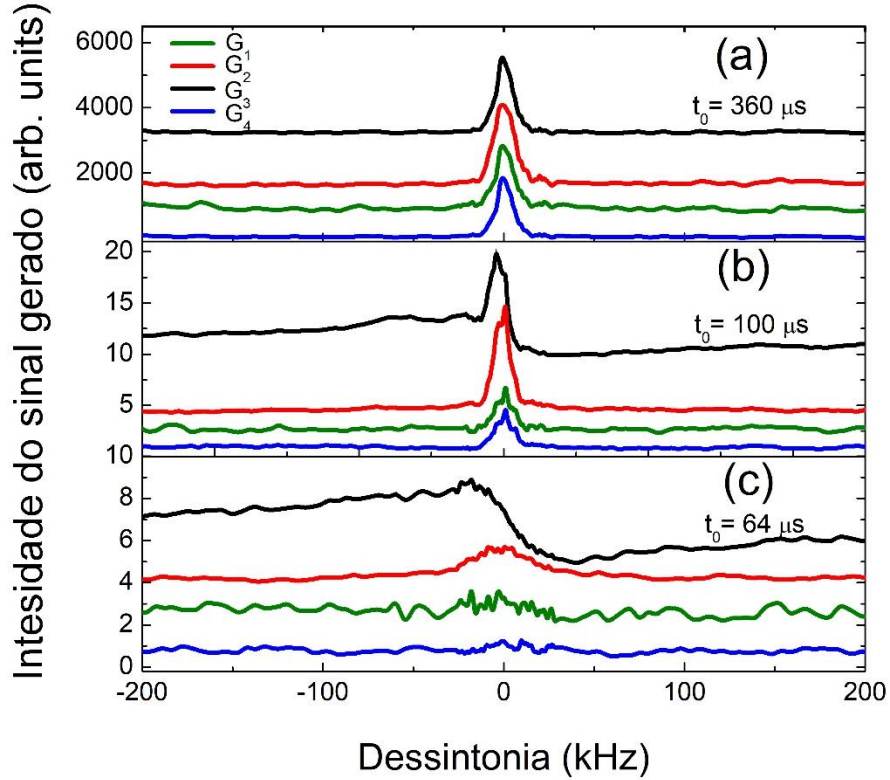
Fonte: Própria autoria (2019) – Se mostra como o processo muda de comportamento para um pico centralizado em $\delta = 0$ associado a RIR

Como se observa em (a) integrando nos primeiros tempos $45 - 80 \mu s$ o espectro do sinal apresenta uma forma de linha dispersiva e com uma largura de aproximadamente $100 kHz$, uma largura maior que a tipicamente observada para as RIR. Esta forma de linha mostra ganho e absorção Raman associados à estrutura Zeeman dos átomos [70]^(*). Como a localização dos átomos para formar a grade de densidade que dá lugar ao processo RIR demora um certo tempo, o mecanismo RIR só se manifesta após este intervalo de tempo. Para tempos mais longos, mostrados em (a), vemos como começa a surgir um pico bem definido centralizado em $\delta = 0$ e com uma largura de linha bem mais estreita $\sim 15 kHz$, agora sim associado as ressonâncias RIR, embora ainda preserve um pouco a forma dispersiva relacionada às transições Raman mencionadas anteriormente. Em (b) se pode observar como o pico central vai crescendo e dominando conforme se aumenta t_0 . Isto acontece porque para estes tempos longos a dinâmica de acoplamento com os outros modos gerados se torna mais importante, e o processo paramétrico em cascata passa a dominar.

^(*) Também podem contribuir para este sinal, ressonâncias Raman associadas a estados vibracionais originados pelo gradiente de polarização.

A evolução dos outros modos gerados para diferentes t_0 é mostrada na figura 61.

Figura 61- Espectros de transmissão de todos os modos gerados para diferentes tempos t_0



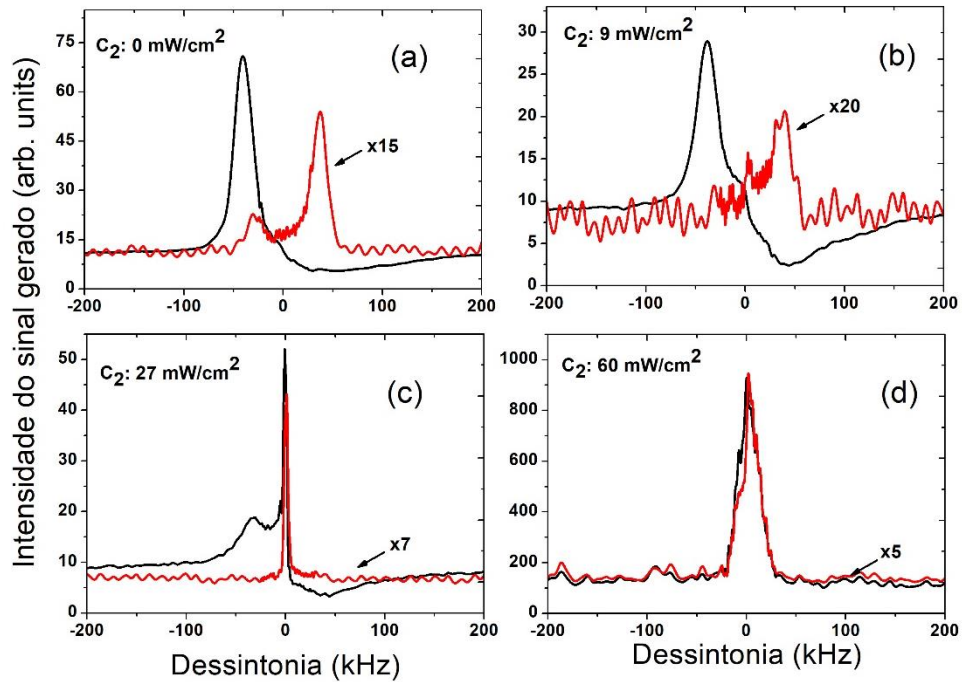
Fonte: Própria autoria (2019)

A figura 61 (c) mostra como para $t_0 = 64 \mu s$, temos sinal apenas no modo G_3 , que corresponde à transmissão do feixe de prova, e o modo G_2 que corresponde à BFWM, ambos os sinais apresentando larguras maiores que as associadas ao processo RIR. Em 61 (b), para $t_0 = 100 \mu s$, os átomos já começaram a se localizar na grade de densidade, o modo G_2 começa a cobrar importância e acopla com os campos de bombeio para gerar os modos G_3 e G_4 , que por sua vez acoplam para gerar G_1 como indicam as equações (5.1.9)- (5.1.12). A partir deste ponto, com os quatro modos definidos, o sistema evolui de tal forma que cada modo realimenta aos outros como explicado na seção 5.1 e para $t_0 > 300 \mu s$ os quatro modos possuem a mesma amplitude e a forma dispersiva não é mais apreciável no modo G_3 . Desta forma o processo RIR passa a dominar a dinâmica do sistema.

Finalmente um outro conjunto de medidas, sugere também que o processo tem origem nas ressonâncias RIR. Na figura 62 se apresentam os espectros dos modos G_3 e G_1 conforme se

varia a intensidade do feixe C_2 , mantendo fixa as intensidades $I_{C_1} = 60 \text{ mW/cm}^2$ e $I_P = 10 \text{ } \mu\text{W/cm}^2$. A linha em preto é a transmissão de P (G_3) e a linha em vermelho é o sinal de FFWM (G_1).

Figura 62- Espectros de transmissão do feixe de prova (em preto) e da BFWM (em vermelho) para diferentes intensidades do feixe C_2



Fonte: Própria autoria (2019) - (a) $I_{C_2} = 0$, (b) $I_{C_2} = 9 \text{ mW/cm}^2$, (c) $I_{C_2} = 27 \text{ mW/cm}^2$ e (d) $I_{C_2} = 60 \text{ mW/cm}^2$

Como se observa na figura 62 (a), quando a intensidade de C_2 é nula a forma de linha dispersiva é relacionada ao ganho e absorção Raman envolvendo os sub-níveis Zeeman. Perceba que na configuração de polarização usada, sem a presença do feixe C_2 , nenhuma interferência entre os feixes C_1 e P pode criar a grade de densidade responsável pelo processo RIR. Entretanto, observamos em (a) um pequeno sinal para $\delta = 0$ associado à FFWM, embora este sinal seja maximizado nas regiões de ganho e absorção Raman. Conforme se aumenta a intensidade de C_2 , a interferência deste feixe com P é responsável pela criação da grade de densidade na qual o feixe C_1 será difratado para gerar o sinal correspondente à BFWM (G_2) associada ao processo RIR em torno de $\delta = 0$. Isto é mostrado na sequência de figuras 62 (b)-(c)-(d). Como se explicou na figura anterior, tal sinal de BFWM acopla com os demais modos para gerar os quatro sinais da mesma ordem centralizados em $\delta = 0$.

5.8 Armazenamento de momento angular usando a oscilação paramétrica multimodo

Dadas as características deste ganho gigante, uma possível aplicação imediata é usá-lo para implementar um mecanismo de armazenamento de luz. Devido a que todos os modos crescem no tempo a partir de uma pequena semente, este poderia ser um ótimo sistema não só para armazenar informação de um feixe prova, mas também para fazer a multiplexação desta informação nos demais modos.

A ideia é que, se no processo de escrita algum observável do sistema excitado sobrevive por certo tempo (t_s) após desligados os feixes de escrita, o acoplamento com os feixes de leitura amplificará a informação armazenada neste observável do sistema. Isto constitui um mecanismo de armazenamento, amplificação e multiplexação da informação contida em um feixe nunca antes implementado.

Para implementar tal ideia, foi usado um modulador espacial de fase de luz (SLM) para colocar momento angular orbital (MAO) no feixe de prova. O SLM basicamente terá o papel de transformar um feixe gaussiano em um feixe Laguerre-Gauss (LG).

Para entender de forma geral as propriedades de um feixe LG e o fato do feixe possuir momento angular orbital, partimos da equação de Helmholtz escalar:

$$\nabla^2 \theta + k^2 \theta = 0. \quad (5.6.1)$$

Uma solução possível para esta equação é uma função composta por um termo que fornece o perfil de fase transversal e outro termo que depende explicitamente do fator de fase longitudinal e^{ikz} , tal como:

$$\theta(x, y, z) = \psi(x, y, z)e^{ikz}, \quad (5.6.2)$$

onde $\psi(x, y, z)$ é a distribuição de amplitude do modo. Substituindo (5.6.2) em (5.6.1) temos que:

$$\nabla_t^2 \psi + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi + 2ik \frac{\partial}{\partial z} \psi = 0, \quad (5.6.3)$$

sendo $\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$. A equação acima pode ser simplificada se tomarmos ela no regime paraxial, onde impomos que o perfil da onda muda lentamente com z , e portanto, satisfaz as seguintes condições:

$$\left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right| \ll \left| \nabla_t^2 \psi \right|, \left| k \frac{\partial \psi}{\partial z} \right|. \quad (5.6.4)$$

Assim, a equação (5.6.3) no regime paraxial se transforma em:

$$\nabla_t^2 \psi + 2ik \frac{\partial}{\partial z} \psi = 0. \quad (5.6.5)$$

Uma solução da equação acima, em coordenadas cilíndricas, foi obtida por Allen et al. na referência [71] e está dada por:

$$\psi_{lp}^{LG}(\rho, \phi, z) = \frac{C_{lp}^{LG}}{\sqrt{w(z)}} \left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{|l|} e^{\left[-\frac{\rho^2}{w^2(z)} \right]} L_p^{|l|} \left(\frac{2\rho^2}{w^2(z)} \right) e^{\left[-ik \frac{\rho^2 z}{2(z_R^2 + z^2)} \right]} \underline{e^{il\phi}} e^{[-i(2p+|l|+1)\chi(z)]}, \quad (5.6.6)$$

onde $l = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$, $p = \{0, 1, 2, \dots\}$. $L_p^{|l|}$ são os polinômios generalizados de Laguerre, e C_{lp}^{LG} uma constante de normalização dada por:

$$C_{lp}^{LG} = \sqrt{\frac{p! 2^{|l|+1}}{\pi(|l|+p)!}}. \quad (5.6.7)$$

O índice p está relacionado com a quantidade de anéis concêntricos no perfil de intensidade. Por exemplo, para um modo de LG com índice $p = 0$ têm-se um único anel concêntrico, já para $p = 1$, têm-se 2 anéis concêntricos.

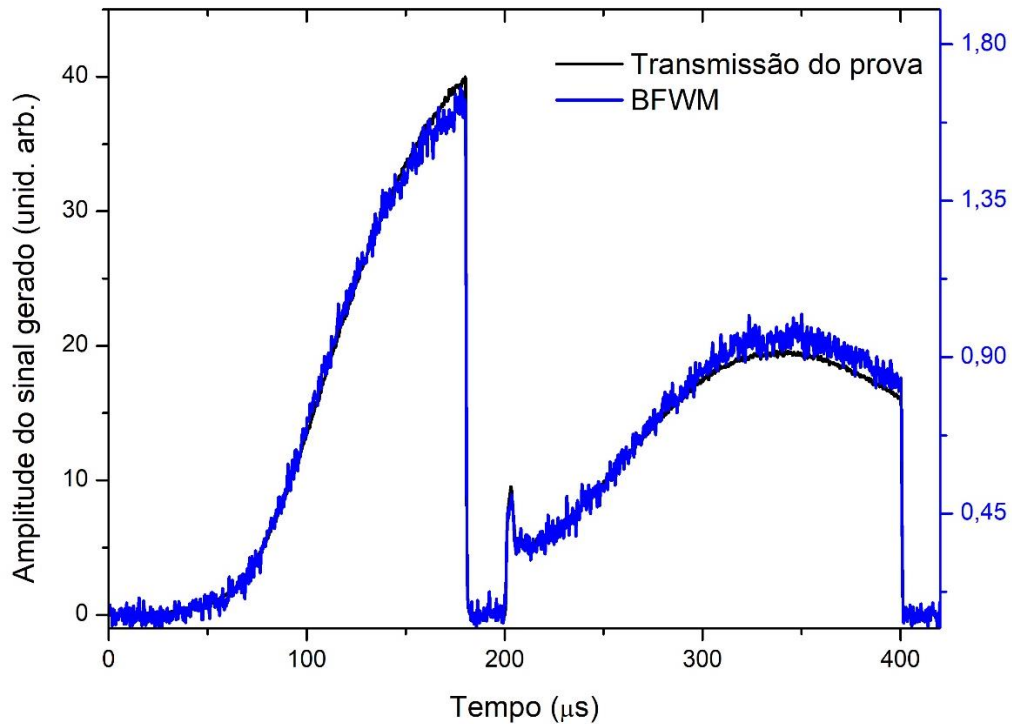
O índice l , contido no termo de fase azimutal que está sublinhado na equação (5.6.6), está associado a "carga topológica" do modo. De certa forma, a carga topológica representa a quantidade de fatores 2π acumulados ao integrar o gradiente de fase em torno do eixo de propagação. A partir da solução determinada acima também é possível demonstrar que a cada fóton do campo está associado um momento angular $L_z = l\hbar$ [71].

Para a implementação experimental da ideia, foi colocado um MAO no feixe de prova através de sua reflexão em um SLM Hamamatsu que utiliza a tecnologia LCOS (*Liquid-Crystal-on-Silicon*). Nele, um holograma associado ao modo LG que se queira produzir se imprime em sua tela de cristal líquido de tal forma que o feixe gaussiano refletido nesta tela passa a ter o modo do campo desejado.

O mecanismo de escrita-leitura é basicamente o mesmo que o usado nos capítulos anteriores com exceção dos tempos durante os quais são mantidos os feixes. Neste caso, o tempo em que se mantêm ligados os feixes de escrita (C_1 , C_2 e P) é de $180 \mu s$. Já os feixes de leitura (C_1 e C_2) foram mantidos ligados durante $200 \mu s$ e, entre os feixes de escrita e leitura o tempo t_s pode ser variado entre $2 - 200 \mu s$.

Na figura 63 se mostram as formas temporais dos modos G_3 (transmissão do prova) em preto e G_2 (BFWM) em azul durante os processos de escrita e leitura. O tempo de armazenamento usado foi de $t_s = 20 \mu s$, as intensidades para os feixes foram $I_P = 100 \mu W/cm^2$ para o processo de escrita e $I_{C_{1,2}} = 60 mW/cm^2$ tanto para a escrita quanto para a leitura.

Figura 63- Forma temporal dos pulsos correspondentes à transmissão de P (em preto) e à BFWM nos processos de escrita e leitura



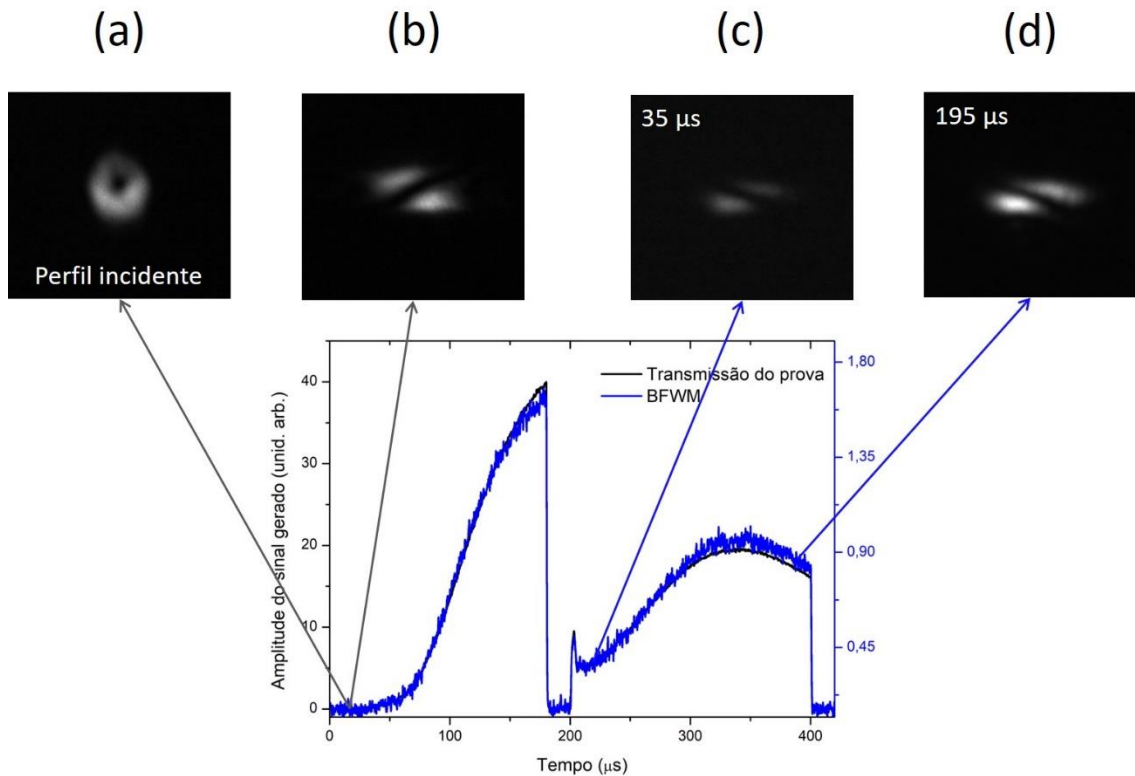
Fonte: Própria autoria (2019)

Como se observa, durante o processo de escrita, ambos modos apresentam basicamente o mesmo comportamento que foi descrito anteriormente na seção 5.3. Durante o processo de leitura, a informação armazenada no meio via grade de densidade atômica no presente caso, acopla com os feixes C_1 e C_2 para gerar e amplificar ambos modos. É válido destacar que os outros modos também são amplificados durante o processo de leitura embora não foram

mostrados na figura já que a medida do armazenamento de MAO foi implementada só nos modos G_3 e G_2 .

Na figura 64 (a) se mostra o perfil espacial do feixe de prova no qual foi colocada uma carga topológica $l = -1$ antes do feixe incidir na MOT. Para todas as observações se usou uma lente esférica biconvexa e uma câmera CCD sincronizada à placa de aquisição. Através do método proposto em [72], a inclinação da lente antes da câmera CCD permite criar um padrão de auto-interferência no qual o número de franjas escuras representa o valor da carga topológica. Em (b) se mostra o valor da carga topológica usada no feixe de referência P para o perfil mostrado em (a).

Figura 64- implementação do mecanismo de armazenamento de MAO



Fonte: Própria autoria (2019) - Mostrando: (a) Perfil espacial de referência no feixe de prova e (b) carga topológica correspondente ao perfil (a). (c) e (d) cargas topológicas recuperadas no modo correspondente à BFWM 35 μ s e 190 μ s após ligar os feixes de leitura

Em (c) e (d) se mostram os valores das cargas topológicas observadas no processo de leitura no modo correspondente à BFWM. Como se pode observar o número de franjas escuras é o mesmo em ambos casos o que mostra que o módulo da carga topológica foi preservado e transmitido

do modo incidente G_3 para o modo G_2 . O fato das franjas estarem com inclinação contrária com respeito ao modo incidente mostrado em (b) significa que eles apresentam MAO opostos, de acordo com a conservação do MAO para o processo de FWM [73].

Um outro fato interessante é que se observamos o contraste das figuras recuperadas (c) e (d), podemos ver que a informação armazenada não apenas é preservada e transmitida a outro modo, mas também é amplificada no processo de leitura. Este mecanismo de amplificação da informação armazenada poderia constituir um importante passo para futuras aplicações em novos protocolos de informação clássica ou quântica. Também devemos ressaltar que conseguimos recuperar a informação armazenada para tempos de armazenamento superiores a $100 \mu s$, o que indica ser uma memória com longo tempo de vida.

Medidas preliminares indicaram que tal informação de MAO também é transmitida ao modo G_1 (FFWM), o que é razoável se levamos em consideração o acoplamento de todos os feixes entre si. Mas para conclusões definitivas medidas mais sistemáticas deverão ser feitas nos outros dois modos.

5.9 Conclusões do capítulo

Foi observado um ganho óptico extremamente elevado (com valores chegando acima de 7000) em um feixe de prova, originado por processos de mistura de quatro ondas acoplados. O processo foi implementado em uma amostra de átomos frios de Cs sem necessidade de altas intensidades dos feixes de bombeio. O fenómeno de auto-oscilação sem a presença do feixe de prova também foi observado.

Um estudo experimental sistemático foi realizado e, indicou que a origem física do mecanismo de ganho está relacionada ao fenómeno de RIR. A observação de correlações temporais em escalas de tempo de nano-segundos faz o sistema promissor para futuras pesquisas na direção da óptica quântica, especificamente interessante seria investigar correlações abaixo do limite de *shot-noise*, mostrando estados de *squeezing* no processo.

Se mostrou que a alta eficiência dos múltiplos processos paramétricos acoplados, permitem criar um mecanismo de armazenamento de MAO, sua transferência entre dois modos distintos e a amplificação da informação de MAO armazenada. Acreditamos que estas características possam ser importantes em futuras aplicações nas áreas de óptica e informação quântica.

6 Conclusões e perspectivas

Como conclusões gerais, podemos afirmar que foi implementado um novo tipo de memória óptica, onde pela primeira vez se usam os estados quantizados do centro de massa de átomos confinados em uma rede óptica unidimensional. A informação de um feixe de prova é mapeada e fica armazenada na coerência induzida entre dois estados vibracionais adjacentes. Esta informação pode ser recuperada após um certo tempo de armazenamento devido ao acoplamento dos feixes de leitura com a coerência induzida no processo de escrita. O modelo teórico desenvolvido reproduz qualitativamente as oscilações de Rabi observadas nos pulsos recuperados.

Este novo tipo de memória, é um fenômeno pouco intuitivo e extremamente interessante desde o ponto de vista de pesquisa básica quanto de futuras aplicações e pode ser usada, em princípio, na implementação de um mecanismo para armazenar estados clássicos e quânticos da luz, como por exemplo estados com momento angular orbital.

Também foram observadas misturas de seis e oito ondas associadas a processos não lineares relacionados a $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ respectivamente, envolvendo ressonâncias sub-harmônicas entre os primeiros dois níveis vibracionais de átomos confinados na rede óptica 1-D. Para isto foi usado o método de resolução angular via casamento de fase das diferentes ordens da susceptibilidade não linear. Foi implementado um mecanismo de armazenamento de luz para estes processos de ordem superior, mostrando ser possível armazenar a interação não linear de ordem superior nas coerências entre estados vibracionais de átomos confinados em redes ópticas. Em particular, verificamos que o processo de leitura desta memória revela de forma mais clara a existência de coerências criadas entre níveis vibracionais não adjacentes.

Os processos não lineares de ordem superior estudados, poderiam ser usados nas áreas de óptica e informação quântica para armazenar estados quânticos da luz e/ou gerar pares ou triadas de fótons correlacionados.

Por último, foi observado um inusual ganho gigante (com valores chegando acima de 7000) associado a processos de mistura de quatro ondas acoplados. O processo foi implementado em uma amostra de átomos frios de Cs sem necessidade de altas intensidades dos feixes de bombeio. O fenômeno de auto-oscilação sem a presença do feixe de prova também foi observado.

O estudo da variação dos sinais gerados conforme variamos diversos parâmetros experimentais, indicou que a origem física do processo está relacionada a ressonâncias RIR. A alta eficiência dos múltiplos processos paramétricos acoplados foi empregada para criar um mecanismo de armazenamento de MAO, sua transferência entre dois modos distintos e a amplificação da informação de MAO armazenada.

A observação de correlações temporais em escalas de tempo de nano-segundos faz o sistema promissor para futuras pesquisas na direção da óptica quântica, especificamente interessante seria estudar a observação de correlações abaixo do limite de *shot-noise*, mostrando estados de *squeezing* no processo. Todo isto faz do sistema, um sistema extremamente rico em futuras aplicações na óptica e informação quântica.

Referências

- [1] C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi, and L. V. Hau, *Nature* 409, 490 (2001).
- [2] D. F. Phillips, M. Fleischhauer, A. Mair, Y. Yokoi, R. L. Walsworth, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* 86, 783 (2001).
- [3] M. D. Lukin, *Rev. Mod. Phys.* 75, 457 (2003).
- [4] M.-A. Maynard, F. Bretenaker, and F. Goldfarb, *Phys. Rev. A* 90, 061801 (2014).
- [5] A. J. F. de Almeida, J. Sales, M.-A. Maynard, T. Lauprêtre, F. Bretenaker, D. Felinto, F. Goldfarb, and J. W. R. Tabosa, *Phys. Rev. A* 90, 043803 (2014).
- [6] A. J. F. de Almeida, S. Barreiro, W. S. Martins, R. A. de Oliveira, L. Pruvost, D. Felinto, and J. W. R. Tabosa, *Opt. Lett.* 40, 2545 (2015).
- [7] M. Hosseini, B. Sparkes, G. Hetet, G. Longdell, J. J. Lam, and B. Buchler, *Nature* 461, 241 (2009).
- [8] D. B. Higginbottom, B. M. Sparkes, M. Rancic, O. Pinel, M. Hosseini, P. K. Lam, and B. C. Buchler, *Phys. Rev. A* 86, 023801 (2012).
- [9] M. Afzelius, C. Simon, H. de Riedmatten, and N. Gisin, *Phys. Rev. A* 79, 052329 (2009).
- [10] A. I. Lvovsky, B. C. Sanders, and W. Tittel, *Nat. Photonics* 3, 706 (2009).
- [11] C. Simon, M. Afzelius, J. Appel, A. Boyer de la Giroday, S. J. Dewhurst, N. Gisin, C. Y. Hu, F. Jelezko, S. Kroll, J. H. Muller, J. Nunn, E. S. Polzik, J. G. Rarity, H. De Riedmatten, W. Rosenfeld, A. J. Shields, N. Skold, R. M. Stevenson, R. Thew, I. A. Walmsley, M. C. Weber, H. Weinfurter, J. Wrachtrup, and R. J. Young, *Eur. Phys. J. D* 58, 1 (2010).
- [12] P. S. Michelberger, T. F. M. Champion, M. R. Sprague, K. T. Kaczmarek, M. Barbieri, X. M. Jin, D. G. England, W. S. Kolthammer, D. J. Saunders, J. Nunn, and I. A. Walmsley, *New J. Phys.* 17, 043006 (2015).
- [13] D. G. England, K. A. G. Fisher, J.-P. W. MacLean, P. J. Bustard, R. Lausten, K. J. Resch, and B. J. Sussman, *Phys. Rev. Lett.* 114, 053602 (2015).
- [14] A. S. Parkins and H. J. Kimble, *J. Opt. B* 1, 496 (1999).

- [15] A. J. F. de Almeida, M.-A. Maynard, C. Banerjee, D. Felinto, F. Goldfarb, and J. W. R. Tabosa, *Phys. Rev. A* 94, 063834 (2016).
- [16] J.-Y. Courtois, G. Grynberg, B. Lounis, and P. Verkerk, *Phys. Rev. Lett.* 72, 3017 (1994).
- [17] D. R. Meacher, D. Boiron, H. Metcalf, C. Salomon, and G. Grynberg, *Phys. Rev. A.* 50, R1992 (1994).
- [18] Lopez, J. P., de Almeida, A. J. F., Felinto, D., & Tabosa, J. W. R. *Optics letters*, 42(21). (2017).
- [19] B. Lounis, P. Verkerk, J.-Y. Courtois, C. Salomon, and G. Grynberg, *Europhys. Lett.* 21, 13 (1993).
- [20] A. Hemmerich, M. Weidemuller, and T. Hansch, *Europhys. Lett.* 27, 427 (1994).
- [21] P. Verkerk, B. Lounis, C. Salomon, C. Cohen-Tannoudji, J.- Y. Courtois, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* 68, 3861 (1992).
- [22] P. S. Jessen, C. Gerz, P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston, R. J. C. Spreeuw, and C. I. Westbrook, *Phys. Rev. Lett.* 69, 49 (1992).
- [23] G. Grynberg, B. Lounis, P. Verkerk, J.-Y. Courtois, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* 70, 2249 (1993).
- [24] A. Hemmerich and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* 70, 410 (1993).
- [25] A. Hemmerich, C. Zimmermann, and T. W. Hänsch, *Europhys. Lett.* 22, 89 (1993).
- [26] P. S. Jessen and I. H. Deutsch, *Adv. At.Mol. Opt.* 37, 95 (1996).
- [27] L. Guidoni and P. Verkerk, *J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt.* 1, R23 (1999).
- [28] I. Bloch, J. Dalibard, and S. Nascimbene, *Rev. Mod. Phys.* 80, 885 (2008).
- [29] Borba, G. C. ; Felinto, D. ; Tabosa, J. W. R. *Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics*, v. 34, (2017).
- [30] De Oliveira, R. A. ; Borba, G. C. ; Martins, W. S. ; Barreiro, S. ; Felinto, D. ; Tabosa, J. W. R. *Optics Letters*, v. 40, (2015).
- [31] De Almeida, A. J. F.; Barreiro, S.; Martins, W. S.; De Oliveira, R. A.; Felinto, D.; Pruvost, L.; Tabosa, J. W. R. *Optics Letters*, v. 40, 2545, (2015).

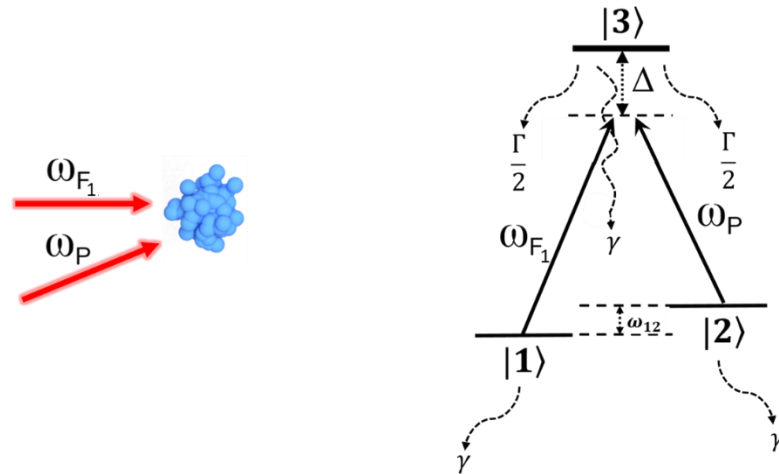
- [32] Almeida, A. J. F.; Sales, J.; Maynard, M.; Laupretre, T.; Bretenaker, F.; Felinto, D.; Goldfarb, F.; Tabosa, J. W. R. *Physical Review. A*, v. 90, (2014).
- [33] De Oliveira, R. A.; Pluvost, L.; Barbosa, P. S.; Martins, W. S.; S. Barreiro; Felinto, D. ; Bloch, D. ; Tabosa, J. W. R. *Applied Physics. B, Lasers and Optics (Print)*, v. 1, (2014).
- [34] Mendes, M. S. ; Saldanha, P. L. ; Tabosa, J. W. R. ; Felinto, D. *New Journal of Physics*, v. 15, (2013).
- [35] De Oliveira, R. A. ; Felinto, D. ; Tabosa, J. W. R. *Physical Review. A*, v. 88, 023844-1, (2013).
- [36] R. Trebino and L. Rahn, *Opt. Lett.* 12, 912 (1987).
- [37] Lopez, J. P., A. J. F. de Almeida, and J. W. R. Tabosa. *Physical Review A* 97.3 (2018).
- [38] A. Hemmerich, C. Zimmermann, and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* 72, 625 (1994).
- [39] D. M. Pepper, D. Fekete, and A. Yariv, *Opt. Lett.* 33, 41 (1978).
- [40] A. Zibrov, M. Lukin, and M. O. Scully, *Phys. Rev. Lett.* 83, 4049 (1999)
- [41] Sushere S. Sahoo, Snigdha S. Pati, and Ashok Mohapatra, *Phys. Rev. A* 98, 063838 (2018)
- [42] Yefeng Mei, Xianxin Guo, Luwei Zhao, and Shengwang Du, *Phys. Rev. Lett.* 119, 150406 (2017)
- [43] Joel A. Greenberg and Daniel J. Gauthier, *Phys. Rev. A* 86, 013823 (2012).
- [44] Alexander Schilke, Claus Zimmermann, Philippe W. Courteille, and William Guerin, *Nature Photonics* 6,101 (2012)
- [45] Koji Motomura, Mayumi Tsukamoto, Akira Wakiyama, Ken-ichi Harada, and Masaharu Mitsunaga, *Phys. Rev. A* 7, 043817 (2005).
- [46] Ken-ichi Harada, Minoru Ogata, and Masaharu Mitsunaga, *Opt. Lett.* 32, 1111 (2007).
- [47] Ken-ichi Harada, Nonuhito Hayashi, Kenji Mori, and Masaharu Mitsunaga, *J. Opt. Soc. Am. B* 25, 40 (2008).
- [48] Boyd, Robert W. “Nonlinear optics”. Elsevier, 2003.
- [49] Jackson, John David. “Classical electrodynamics”. (1999).

- [50] Foot, Christopher J. Atomic physics. Vol. 7. Oxford University Press, (2005).
- [51] Allan Johnes Ferreira de Almeida. Tese de doutorado. DF-UFPE (2019).
- [52] B. Sheevy, S. Shang, P. Van der Straten, S. Hatamian, and H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 64, 858 (1990).
- [53] Dalibard, Jean, and Claude Cohen-Tannoudji. JOSA B 6.11 (1989)
- [54] Cohen-Tannoudji, C., B. Diu, and F. Laloë. (1977).
- [55] Cohen-Tannoudji, Claude, Jacques Dupont-Roc, and Gilbert Grynberg. pp. 678. Wiley-VCH, (1998).
- [56] Steck, Daniel A. “Cesium D line data.” (2003).
- [57] J. W. R. Tabosa, A. Lezama, and G. C. Cardoso. Opt. Commun. 165, 59–64 (1999).
- [58] Borba, G. C., D. Felinto, and J. W. R. Tabosa. JOSA B 34.12 (2017).
- [59] Raj, R. K., Gao, Q. F., Bloch, D., & Ducloy, M. Opt. Commun. 51(2). (1984).
- [60] Courtois, J-Y., and G. Grynberg. Physical Review A 46.11 (1992).
- [61] A. M. G. de Melo, J. P. Lopez and J. W. R. Tabosa. “All optical variant for the magnetically assisted Sisyphus cooling mechanism”. SPSAS and XVI Jorge André Swieca School on Non linear and Quantum Optics. (2018)
- [62] Agarwal, G. S. Optics letters 13.6 (1988).
- [63] Kyrölä, Erkki, and Stig Stenholm. Optics Communications 22.2 (1977).
- [64] Trebino, Rick, and Larry A. Rahn. Optics letters 15.7 (1990).
- [65] Wallis, H. Physical Review A 52.2 (1995).
- [66] Cai, Tianwu, and N. P. Bigelow. Optics communications 104.1-3 (1993).
- [67] C. F. McCormick, A. M. Marino, V. Boyer, and P. D. Lett, Phys. Rev. A 78, 043816 (2008).
- [68] V. Boyer, A. M. Marino, R. C. Pooser, and Paul D. Lett, Science 321, 544 (2008).
- [69] Vengalattore, Mukund, and Mara Prentiss. Physical Review A 72.2 (2005).
- [70] Tabosa, J. W. R., et al. Physical Review Letters 66.25 (1991).

- [71] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman. Physical Review A, 45, (1992).
- [72] Pravin Vaity, J. Banerji, and R.P. Singh. Physics Letters A, 377(15), (2013).
- [73] Moretti, D., D. Felinto, and J. W. R. Tabosa. Physical Review A 79.2 (2009).

Apêndice A- Solução analítica de uma memória baseada num sistema de três níveis interagindo com dois campos ópticos

Escrita



$$\Omega_E = \frac{\Omega_{F_1} \Omega_P^*}{2 \Delta}, \quad \Delta \gg \text{taxa de decaimento espontâneo do estado } |3\rangle.$$

Eliminação adiabática de $|3\rangle$.

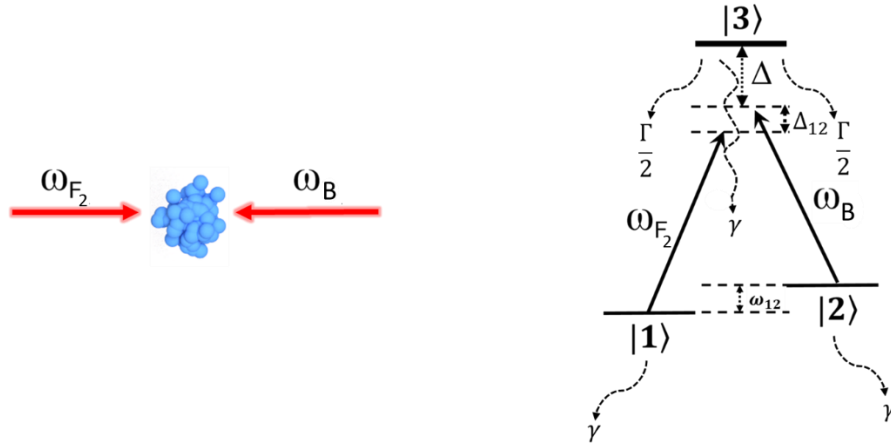
$$\begin{cases} \sigma_{13} \approx -\frac{\Omega_{F_1}}{2 \Delta} \rho_{11} - \frac{\Omega_P}{2 \Delta} \sigma_{12}, & (1a) \\ \sigma_{23} \approx -\frac{\Omega_P}{2 \Delta} \rho_{22} - \frac{\Omega_{F_1}}{2 \Delta} \sigma_{21}. & (1b) \end{cases}$$

No estado estacionário, com ressonância de dois fótons, temos:

$$\begin{cases} \bar{\rho}_{11} = \frac{\frac{|\Omega_E|^2}{2} + \gamma^2 \rho_{11}^{(0)}}{|\Omega_E|^2 + \gamma^2}, & (2a) \\ \bar{\rho}_{22} = \frac{\frac{|\Omega_E|^2}{2} + \gamma^2 \rho_{22}^{(0)}}{|\Omega_E|^2 + \gamma^2}, & (2b) \\ \bar{\sigma}_{12} = -\frac{i \Omega_E \gamma}{|\Omega_E|^2 + \gamma^2} [\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}], & (2c) \end{cases}$$

Com $\rho_{11}^{(0)}$ e $\rho_{22}^{(0)}$ sendo as populações de níveis fundamentais do meio sem a atuação dos campos, e γ o tempo de vida do estado devido ao tempo de vôo dos átomos.

Leitura



$$\Omega_L = \frac{\Omega_{F_2} \Omega_B^*}{2 \Delta}, \quad \Delta \gg \text{taxa de decaimento espontâneo do estado } |3\rangle.$$

Equações de Bloch para população e coerência fundamentais, após eliminação adiabática do estado excitado:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = -\frac{i \Omega_L^*}{2} \sigma_{12} + \frac{i \Omega_L}{2} \sigma_{21} - \gamma \rho_{22} + \gamma \rho_{22}^{(0)}, \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial t} = -i \left(\Delta'_{12} - \frac{|\Omega_{F_2}|^2}{4 \Delta} - \frac{|\Omega_B|^2}{4 \Delta} \right) \sigma_{12} + \frac{i \Omega_L}{2} (1 - 2 \rho_{22}) - \gamma \sigma_{12}. \end{cases} \quad (3a) \quad (3b)$$

$$\text{Onde, } \Delta_L = \left(\Delta'_{12} - \frac{|\Omega_{F_2}|^2}{4 \Delta} - \frac{|\Omega_B|^2}{4 \Delta} \right)$$

Solução:

$$S = -\frac{i \Omega_L^* \sigma_{12}}{2}, \quad S^* = \frac{i \Omega_L \sigma_{21}}{2}, \quad (4)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = S + S^* - \gamma \rho_{22} + \gamma \rho_{22}^{(0)}, & (5a) \\ \frac{\partial S}{\partial t} = -i \Delta_L S + \frac{|\Omega_L|^2}{4} (1 - 2 \rho_{22}) - \gamma S. & (5b) \end{cases}$$

$$S_r = \frac{S + S^*}{2}, \quad S_i = \frac{S - S^*}{2i}, \quad (6)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial(e^{\gamma t} \rho_{22})}{\partial t} = 2 S_r e^{\gamma t} + \gamma \rho_{22}^{(0)} e^{\gamma t}, & (7a) \\ \frac{\partial S_r}{\partial t} = \Delta_L S_i - \gamma S_r + \frac{|\Omega_L|^2}{4} (1 - 2 \rho_{22}), & (7b) \\ \frac{\partial(e^{\gamma t} S_i)}{\partial t} = -\Delta_L S_r e^{\gamma t}. & (7c) \end{cases}$$

Multiplicando a equação (7b) por $e^{\gamma t}$ e depois derivando em t, obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[e^{\gamma t} \frac{\partial S_r}{\partial t} \right] &= -\Delta_L^2 S_r e^{\gamma t} - \gamma \frac{\partial}{\partial t} [e^{\gamma t} S_r] + \frac{|\Omega_L|^2}{4} \frac{\partial}{\partial t} (e^{\gamma t}) - \frac{|\Omega_L|^2}{2} [2 S_r e^{\gamma t} + \gamma \rho_{22}^{(0)} e^{\gamma t}] \\ &= -(\Delta_L^2 + \gamma^2 + |\Omega_L|^2) S_r e^{\gamma t} - \gamma e^{\gamma t} \frac{\partial S_r}{\partial t} + \frac{|\Omega_L|^2 \gamma}{4} (1 - 2 \rho_{22}^{(0)}) e^{\gamma t}, \\ \gamma e^{\gamma t} \frac{\partial S_r}{\partial t} + e^{\gamma t} \frac{\partial^2 S_r}{\partial t^2} &= -(\Delta_L^2 + \gamma^2 + |\Omega_L|^2) S_r e^{\gamma t} - \gamma e^{\gamma t} \frac{\partial S_r}{\partial t} + \frac{|\Omega_L|^2 \gamma}{4} (1 - 2 \rho_{22}^{(0)}) e^{\gamma t}, \\ \frac{\partial^2 S_r}{\partial t^2} + 2\gamma \frac{\partial S_r}{\partial t} + (\Delta_L^2 + \gamma^2 + |\Omega_L|^2) S_r &= \frac{|\Omega_L|^2 \gamma}{4} (1 - 2 \rho_{22}^{(0)}), \quad (8) \end{aligned}$$

A solução para S_r pode então ser escrita como:

$$S_r = S_r^h + S_r^p, \quad (9)$$

Onde S_r^h é solução da equação homogênea

$$\frac{\partial^2 S_r^h}{\partial t} + 2\gamma \frac{\partial S_r^h}{\partial t} + (\Delta_L^2 + \gamma^2 + |\Omega_L|^2) S_r^h = 0, \quad (10)$$

e S_r^p é uma solução particular da eq. (8). Como S_r^p , iremos usar a constante:

$$S_r^p = \frac{|\Omega_L|^2 \gamma}{4} \frac{(1 - 2\rho_{22}^{(0)})}{(\Delta_L^2 + \gamma^2 + |\Omega_L|^2)}, \quad (11)$$

As soluções de (10) são da forma:

$$S_r^h(t) = Ae^{r_+ t} + Be^{r_- t}, \quad (12)$$

com

$$r_{\pm} = \frac{-2\gamma \pm \sqrt{4\gamma^2 - 4(\Delta_L^2 + \gamma^2 + |\Omega_L|^2)}}{2} = -\gamma \pm i\Omega, \quad (13)$$

$$\text{e } \Omega = \sqrt{\Delta_L^2 + |\Omega_L|^2}$$

$$S_r(t) = Ae^{-(\gamma-i\Omega)t} + Be^{-(\gamma+i\Omega)t} + S_r^p, \quad (14)$$

Utilizando eq. (14) em (7c):

$$e^{\gamma t} S_i(t) - S_i(0) = -\Delta_L \left\{ \frac{A}{i\Omega} (e^{i\Omega t} - 1) + \frac{B}{(-i\Omega)} (e^{-i\Omega t} - 1) + \frac{S_r^p}{\gamma} (e^{\gamma t} - 1) \right\}$$

$$S_i(t) = S_i(0)e^{-\gamma t} - \Delta_L \left\{ -i \frac{A}{\Omega} e^{-(\gamma-i\Omega)t} + i \frac{B}{\Omega} e^{-(\gamma+i\Omega)t} + e^{\gamma t} \left[i \frac{A}{\Omega} - i \frac{B}{\Omega} - \frac{S_r^p}{\gamma} \right] + \frac{S_r^p}{\gamma} \right\}, \quad (15)$$

Utilizando (14) em (7a):

$$\begin{aligned}
 e^{\gamma t} \rho_{22}(t) - \rho_{22}(0) &= 2 \left\{ \frac{A}{i\Omega} (e^{i\Omega t} - 1) + \frac{B}{(-i\Omega)} (e^{-i\Omega t} - 1) + \frac{S_r}{\gamma} (e^{\gamma t} - 1) \right\} + \rho_{22}^{(0)} (e^{\gamma t} - 1) \\
 \rho_{22}(t) &= \rho_{22}(0) e^{-\gamma t} + 2 \left\{ -i \frac{A}{\Omega} e^{-(\gamma - i\Omega)t} + i \frac{B}{\Omega} e^{-(\gamma + i\Omega)t} + e^{-\gamma t} \left[i \frac{A}{\Omega} - i \frac{B}{\Omega} - \frac{S_r^p}{\gamma} \right] + \frac{S_r^p}{\gamma} \right\} - \rho_{22}^{(0)} e^{-\gamma t} \\
 &\quad + \rho_{22}^{(0)}, \tag{16}
 \end{aligned}$$

Para encontrarmos A e B, precisamos incluir as condições iniciais.

$$S_r(0) = A + B + S_r^p, \tag{17}$$

$$\dot{S}_r(0) = \Delta_L S_i(0) - \gamma S_r(0) + \frac{|\Omega_L|^2}{4} [1 - 2\rho_{22}(0)] = -(\gamma - i\Omega)A + (\gamma + i\Omega)B, \tag{18}$$

$$B = S_r(0) - A - S_r^p \tag{19}$$

e,

$$\Delta_L S_i(0) - \gamma S_r(0) + \frac{|\Omega_L|^2}{4} [1 - 2\rho_{22}(0)] = -(\gamma - i\Omega)A - (\gamma + i\Omega)[S_r(0) - A - S_r^p],$$

$$2i\Omega A = \Delta_L S_i(0) + i\Omega S_r(0) + \frac{|\Omega_L|^2}{4} [1 - 2\rho_{22}(0)](\gamma + i\Omega)S_r^p,$$

$$A = \frac{S_r(0)}{2} - i \frac{\Delta_L}{2\Omega} S_i(0) - i \frac{|\Omega_L|^2}{8\Omega} [1 - 2\rho_{22}(0)] + i \frac{(\gamma + i\Omega)}{2\Omega} S_r^p. \tag{20}$$

Coerências óticas:

A partir da eq. (1), temos para o processo de leitura

$$\begin{cases} \sigma_{13}(t) = -\frac{\Omega_{F_2}}{2\Delta}\rho_{11}(t) - \frac{\Omega_B}{2\Delta}\sigma_{12}(t) \\ \sigma_{23}(t) = -\frac{\Omega_B}{2\Delta}\rho_{22}(t) - \frac{\Omega_{F_2}}{2\Delta}\sigma_{21}(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{13}(t) = -\frac{\Omega_{F_2}}{2\Delta} + \frac{\Omega_{F_2}}{2\Delta}\rho_{22}(t) + \frac{\Omega_B}{i\Delta\Omega_L^*}S(t) \\ \sigma_{23}(t) = -\frac{\Omega_B}{2\Delta}\rho_{22}(t) - \frac{\Omega_{F_2}}{i\Delta\Omega_L^*}S^*(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{13}(t) = -\frac{\Omega_{F_2}}{2\Delta} + \frac{\Omega_{F_2}}{2\Delta}\rho_{22}(t) - i\frac{\Omega_B}{\Delta\Omega_L^*}[S_r(t) + iS_i(t)], \\ \sigma_{23}(t) = -\frac{\Omega_B}{2\Delta}\rho_{22}(t) + i\frac{\Omega_{F_2}}{\Delta\Omega_L}[S_r(t) - iS_i(t)]. \end{cases} \quad (21a)$$

$$\quad (21b)$$

Em (21), vamos substituir (14), (15) e (16). Obtemos:

$$\begin{aligned} \sigma_{13}(t) = \frac{\Omega_{F_2}}{\Delta} \left\{ -i\frac{A}{\Omega}e^{-(\gamma-i\Omega)t} + i\frac{B}{\Omega}e^{-(\gamma+i\Omega)t} + e^{\gamma t} \left[i\frac{A}{\Omega} - i\frac{B}{\Omega} \right] \right\} \\ - \frac{i\Omega_B}{\Delta\Omega_L^*} \left\{ Ae^{-(\gamma-i\Omega)t} + Be^{-(\gamma+i\Omega)t} + iS_i(0)e^{\gamma t} \right. \\ \left. - i\Delta_L \left[-\frac{iA}{\Omega}e^{-(\gamma-i\Omega)t} + \frac{iB}{\Omega}e^{-(\gamma+i\Omega)t} + e^{-\gamma t} \left(\frac{iA}{\Omega} - \frac{iB}{\Omega} \right) \right] \right\} + \sigma_{13}^{SCF1}(t), \end{aligned} \quad (22a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{23}(t) = -\frac{\Omega_B}{\Delta} \left\{ -i\frac{A}{\Omega}e^{-(\gamma-i\Omega)t} + i\frac{B}{\Omega}e^{-(\gamma+i\Omega)t} + e^{-\gamma t} \left[i\frac{A}{\Omega} - i\frac{B}{\Omega} \right] \right\} \\ + i\frac{\Omega_{F_2}}{\Delta\Omega_L} \left\{ Ae^{-(\gamma-i\Omega)t} + Be^{-(\gamma+i\Omega)t} - iS_i(0)e^{-\gamma t} \right. \\ \left. + i\Delta_L \left[-i\frac{A}{\Omega}e^{-(\gamma-i\Omega)t} + i\frac{B}{\Omega}e^{-(\gamma+i\Omega)t} + e^{-\gamma t} \left(i\frac{A}{\Omega} - i\frac{B}{\Omega} \right) \right] \right\} + \sigma_{23}^{SCF1}(t), \end{aligned} \quad (22b)$$

onde σ_{13}^{SCF1} e σ_{23}^{SCF1} são polarizações que não gerarão campos nas direções do feixe P ou de seu conjugado por não conterem as condições iniciais para tal. Segue que

$$\begin{aligned} \sigma_{13}(t) = i\frac{e^{-\gamma t}}{\Delta} \left\{ e^{i\Omega t} \left[-\frac{A\Omega_{F_2}}{\Omega} - \frac{\Omega_B A}{\Omega_L^*} + \frac{\Omega_B \Delta_L A}{\Omega_L^* \Omega} \right] + e^{-i\Omega t} \left[\frac{B\Omega_{F_2}}{\Omega} - \frac{\Omega_B B}{\Omega_L^*} - \frac{\Omega_B \Delta_L B}{\Omega_L^* \Omega} \right] \right. \\ \left. + \left[\Omega_{F_2} \left(\frac{A}{\Omega} - \frac{B}{\Omega} \right) - \frac{i\Omega_B S_i(0)}{\Omega_L^*} - \frac{\Omega_B \Delta_L}{\Omega_L^*} \left(\frac{A}{\Omega} - \frac{B}{\Omega} \right) \right] \right\} + \sigma_{13}^{SCF1}(t), \end{aligned} \quad (23a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{23}(t) = -i\frac{e^{-\gamma t}}{\Delta} \left\{ e^{i\Omega t} \left[-\frac{A\Omega_B}{\Omega} + \frac{\Omega_{F_2} A}{\Omega_L} + \frac{\Omega_{F_2} \Delta_L A}{\Omega_L \Omega} \right] + e^{-i\Omega t} \left[\frac{B\Omega_B}{\Omega} + \frac{\Omega_{F_2} B}{\Omega_L} - \frac{\Omega_{F_2} \Delta_L B}{\Omega_L \Omega} \right] \right. \\ \left. + \left[\Omega_B \left(\frac{A}{\Omega} - \frac{B}{\Omega} \right) - \frac{i\Omega_{F_2} S_i(0)}{\Omega_L} - \frac{\Omega_{F_2} \Delta_L}{\Omega_L} \left(\frac{A}{\Omega} - \frac{B}{\Omega} \right) \right] \right\} + \sigma_{23}^{SCF1}(t), \end{aligned} \quad (23b)$$

Da configuração geométrica do experimento e de termos $|\Omega_{F_2}| = |\Omega_B|$, notamos que:

$$\Omega_{F_2} = \Omega_B^* \Rightarrow \begin{cases} \Omega_{F_2} = |\Omega_B| e^{-i\vec{k}_B \cdot \vec{r}}, & (24a) \\ \Omega_B = |\Omega_B| e^{i\vec{k}_B \cdot \vec{r}}, & (24b) \\ \Omega_L = |\Omega_L| e^{-2i\vec{k}_B \cdot \vec{r}}, & (24c) \end{cases}$$

De modo que as equações (23) podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} \sigma_{13}(t) = i \frac{e^{-\gamma t}}{\Delta} |\Omega_B| e^{-i\vec{k}_B \cdot \vec{r}} & \left\{ e^{i\Omega t} A \left[-\frac{1}{\Omega} - \frac{1}{|\Omega_L|} + \frac{\Delta_L}{|\Omega_L| \Omega} \right] + e^{-i\Omega t} B \left[\frac{1}{\Omega} - \frac{1}{|\Omega_L|} - \frac{\Delta_L}{|\Omega_L| \Omega} \right] \right. \\ & \left. + \left[\frac{1}{\Omega} \left(1 - \frac{\Delta_L}{|\Omega_L|} \right) (A - B) - \frac{iS_i(0)}{|\Omega_L|} \right] \right\} + \sigma_{13}^{SCF1}(t), \end{aligned} \quad (25a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{23}(t) = -i \frac{e^{-\gamma t}}{\Delta} |\Omega_B| e^{i\vec{k}_B \cdot \vec{r}} & \left\{ e^{i\Omega t} A \left[-\frac{1}{\Omega} + \frac{1}{|\Omega_L|} + \frac{\Delta_L}{|\Omega_L| \Omega} \right] + e^{-i\Omega t} B \left[\frac{1}{\Omega} + \frac{1}{|\Omega_L|} - \frac{\Delta_L}{|\Omega_L| \Omega} \right] \right. \\ & \left. + \left[\frac{1}{\Omega} \left(1 - \frac{\Delta_L}{|\Omega_L|} \right) (A - B) - \frac{iS_i(0)}{|\Omega_L|} \right] \right\} + \sigma_{23}^{SCF1}(t), \end{aligned} \quad (25b)$$

Consideremos agora $|\Delta_L| \ll |\Omega_L|$, segue que:

$$\frac{1}{\Omega} = \frac{1}{\sqrt{\Delta_L^2 + |\Omega_L|^2}} \approx \frac{1}{|\Omega_L|} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta_L^2}{|\Omega_L|^2} \right) \approx \frac{1}{|\Omega_L|} \quad (26)$$

e,

$$\begin{cases} \sigma_{13}(t) \approx i \frac{e^{-\gamma t}}{\Delta} |\Omega_B| e^{-i\vec{k}_B \cdot \vec{r}} \left\{ -\frac{2A}{|\Omega_L|} e^{i\Omega t} + \frac{(A - B)}{|\Omega_L|} - \frac{iS_i(0)}{|\Omega_L|} \right\} + \sigma_{13}^{SCF1}(t) & (27a) \\ \sigma_{23}(t) = -i \frac{e^{-\gamma t}}{\Delta} |\Omega_B| e^{i\vec{k}_B \cdot \vec{r}} \left\{ \frac{2B}{|\Omega_L|} e^{-i\Omega t} + \frac{(A - B)}{|\Omega_L|} - \frac{iS_i(0)}{|\Omega_L|} \right\} + \sigma_{23}^{SCF1}(t), & (27b) \end{cases}$$

Usando as equações (19) e (2)

$$\begin{aligned} \sigma_{13}(t) \approx i \frac{e^{-\gamma t}}{\Delta |\Omega_L|} |\Omega_B| e^{-i\vec{k}_B \cdot \vec{r}} & \left\{ - \left[S_r(0) - \frac{i\Delta_L}{|\Omega_L|} S_i(0) \right] e^{i\Omega t} - \frac{i\Delta_L}{|\Omega_L|} S_i(0) - iS_i(0) \right\} \\ & + \sigma_{13}^{SCF2}(t) \end{aligned} \quad (28a)$$

$$\sigma_{23}(t) \approx -i \frac{e^{-\gamma t}}{\Delta |\Omega_L|} |\Omega_B| e^{i\vec{k}_B \cdot \vec{r}} \left\{ \left[S_r(0) + \frac{i\Delta_L}{|\Omega_L|} S_i(0) \right] e^{-i\Omega t} - \frac{i\Delta_L}{|\Omega_L|} S_i(0) - iS_i(0) \right\} + \sigma_{23}^{SCF2}(t) \quad (28b)$$

Com $\sigma_{13}^{SCF2}(t)$ e $\sigma_{23}^{SCF2}(t)$ novas funções sem conjugação de fase.

Aplicando novamente a condição $|\Delta_L| \ll |\Omega_L|$,

$$\begin{cases} \sigma_{13}(t) \approx i \frac{e^{-\gamma t}}{\Delta |\Omega_L|} |\Omega_B| e^{-i\vec{k}_B \cdot \vec{r}} \{-S_r(0)e^{i\Omega t} - iS_i(0)\} + \sigma_{13}^{SCF2}(t), & (29a) \\ \sigma_{23}(t) \approx -i \frac{e^{-\gamma t}}{\Delta |\Omega_L|} |\Omega_B| e^{i\vec{k}_B \cdot \vec{r}} \{S_r(0)e^{-i\Omega t} - iS_i(0)\} + \sigma_{23}^{SCF2}(t), & (29b) \end{cases}$$

Partindo de (6) e usando (2c):

$$\begin{aligned} S_r(0) &= \frac{S(0) + S^*(0)}{2} = -\frac{i\Omega_L^* \sigma_{12}}{4} + \frac{i\Omega_L \sigma_{21}}{4} \\ &= -\frac{i}{4} |\Omega_L| e^{2i\vec{k}_B \cdot \vec{r}} \left[-\frac{i\Omega_E \gamma}{(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}) \right] \\ &\quad + \frac{i}{4} |\Omega_L| e^{-2i\vec{k}_B \cdot \vec{r}} \left[\frac{i\Omega_E^* \gamma}{(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}) \right], \end{aligned} \quad (30)$$

Considerando:

$$\Omega_{F_1} = |\Omega_{F_1}| e^{-i\vec{k}_B \cdot \vec{r}},$$

$$\Omega_P = |\Omega_P| e^{-i\vec{k}_P \cdot \vec{r}}$$

$$\Rightarrow S_r(0) = -\frac{|\Omega_L| |\Omega_E| \gamma}{4(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}) \left[e^{i\vec{k}_B \cdot \vec{r} + i\vec{k}_P \cdot \vec{r}} + e^{-i\vec{k}_B \cdot \vec{r} - i\vec{k}_P \cdot \vec{r}} \right] \quad (31)$$

Temos também:

$$iS_i(0) = \frac{S(0) - S^*(0)}{2} = -\frac{|\Omega_L| |\Omega_E| \gamma}{4(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}) \left[e^{i\vec{k}_B \cdot \vec{r} + i\vec{k}_P \cdot \vec{r}} - e^{-i\vec{k}_B \cdot \vec{r} - i\vec{k}_P \cdot \vec{r}} \right] \quad (32)$$

Substituindo (31) e (32) em (29):

$$\begin{cases} \sigma_{13}(t) = i \frac{|\Omega_B||\Omega_E|\gamma e^{-\gamma t}}{4\Delta(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}) e^{i\vec{k}_P \cdot \vec{r}} (e^{i\Omega t} + 1) + \sigma_{13}^{SCF3}(t), & (33a) \\ \sigma_{23}(t) = i \frac{|\Omega_B||\Omega_E|\gamma e^{-\gamma t}}{4\Delta(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}) e^{-i\vec{k}_P \cdot \vec{r}} (e^{-i\Omega t} + 1) + \sigma_{23}^{SCF3}(t), & (33b) \end{cases}$$

Com $\sigma_{13}^{SCF3}(t)$ e $\sigma_{23}^{SCF3}(t)$ funções sem conjugação de fase.

Temos então que as polarizações nas direções do feixe prova e conjugado serão proporcionais a:

$$\begin{cases} \sigma_{13}^c(t) = i \frac{|\Omega_B||\Omega_E|\gamma e^{-\gamma t}}{4\Delta(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}) e^{i\vec{k}_P \cdot \vec{r}} (e^{i\Omega t} + 1), & (33a) \\ \sigma_{23}^p(t) = i \frac{|\Omega_B||\Omega_E|\gamma e^{-\gamma t}}{4\Delta(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}) e^{-i\vec{k}_P \cdot \vec{r}} (e^{-i\Omega t} + 1), & (33b) \end{cases}$$

Levando a sinais nos detectores do prova e conjugado de:

$$\begin{cases} I^C(t) \propto \frac{|\Omega_B|^2 |\Omega_E|^2 \gamma^2 e^{-2\gamma t}}{16\Delta^2(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)^2} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)})^2 |e^{i\Omega t} + 1|^2, & (34a) \\ I^P(t) \propto \frac{|\Omega_B|^2 |\Omega_E|^2 \gamma^2 e^{-2\gamma t}}{16\Delta^2(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)^2} (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)})^2 |e^{-i\Omega t} + 1|^2 & (34b) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} |e^{i\Omega t} + 1|^2 &= |e^{-i\Omega t} + 1|^2 = (1 + e^{i\Omega t})(1 + e^{-i\Omega t}) = 1 + e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t} + 1 = 2 + 2 \cos(\Omega t) \\ &= 4 \cos^2\left(\frac{\Omega}{2} t\right), \end{aligned} \quad (35)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} I^P(t) \propto |\Omega_B|^2 (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)})^2 e^{-2\gamma t} \cos^2\left(\frac{\Omega}{2} t\right), & (36a) \\ I^C(t) \propto |\Omega_B|^2 (\rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)})^2 e^{-2\gamma t} \cos^2\left(\frac{\Omega}{2} t\right), & (36b) \end{pmatrix}$$

Apêndice B- Código para a solução numérica das equações (5.1.9) - (5.1.12)

Implementar em MatLab.

```
clear all
```

```
clc
```

```
N = 1000;
```

```
dz = .001;
```

```
E1 = zeros(1,N);
```

```
E2 = .1;
```

```
E3 = zeros(1,N);
```

```
E4 = 0 ;
```

```
C1 = 3.5;
```

```
C2 = C1;
```

```
As = 10;
```

```
Aa = 5;
```

```
for ii = 1:N-1
```

```
    E1(N-ii) = E1(N-ii+1) - (C1*E3(N-ii+1) + C2*E4(ii) + Aa*E1(N-ii+1)/2)*dz;% B
```

```
    E2(ii+1) = (-C1*E4(ii) - C2*E3(N-ii+1) - Aa*E2(ii)/2)*dz + E2(ii);% F
```

```
    E3(N-ii) = E3(N-ii+1) - (C1*E1(N-ii+1) + C2*E2(ii) + As*E3(N-ii+1)/2)*dz;% B
```

```
    E4(ii+1) = (-C1*E2(ii) - C2*E1(N-ii+1) - As*E4(ii)/2)*dz + E4(ii);% F
```

```
end
```

```
% figure,
```

```
% subplot(4,1,1), plot(abs(E1).^2), title('E1')
```

```
% subplot(4,1,2), plot(abs(E2).^2), title('E2')

% subplot(4,1,3), plot(abs(E3).^2), title('E3')

% subplot(4,1,4), plot(abs(E4).^2), title('E4')


z = linspace(0,N-1,length(E1))*dz;

figure,

plot(z,abs(E1).^2,z,abs(E2).^2,z,abs(E3).^2,z,abs(E4).^2,'linewidth',2)

legend('G_2','G_3','G_4','G_1')

set(gca,'fontsize',15)

grid
```

Anexo A- Optical memory based on quantized atomic center-of-mass motion

4474 Vol. 42, No. 21 / November 1 2017 / Optics Letters

Letter

Optics Letters

Optical memory based on quantized atomic center-of-mass motion

J. P. LOPEZ, A. J. F. DE ALMEIDA, D. FELINTO, AND J. W. R. TABOSA*

Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, 50670-901 Recife, PE, Brazil

*Corresponding author: tabosa@df.ufpe.br

Received 5 September 2017; revised 29 September 2017; accepted 2 October 2017; posted 3 October 2017 (Doc. ID 306293); published 26 October 2017

We report a new type of optical memory using a pure two-level system of cesium atoms cooled by the magnetically assisted Sisyphus effect. The optical information of a probe field is stored in the coherence between quantized vibrational levels of the atoms in the potential wells of a 1-D optical lattice. The retrieved pulse shows Rabi oscillations with a frequency determined by the reading beam intensity and are qualitatively understood in terms of a simple theoretical model. The exploration of the external degrees of freedom of an atom may add another capability in the design of quantum-information protocols using light. © 2017 Optical Society of America

OCIS codes: (270.1670) Coherent optical effects; (190.4380) Nonlinear optics, four-wave mixing; (020.3320) Laser cooling.

<https://doi.org/10.1364/OL.42.004474>

The phenomenal development achieved in the field of quantum-information and quantum processing has also driven a great interest to investigate different types of memories for light, a crucial ingredient on which most of the quantum protocols are based. Memories relying on different physical phenomena including electromagnetically induced transparency [1–3], coherent population oscillation [4–6], gradient echo memories [7,8], and atomic frequency comb [9] are now well understood and proof of principle of the storage of quantum states of light have been reported by many groups (see [10,11] and references therein). Raman-based memories for broadband single photons have also been demonstrated [12,13]. Despite the theoretical proposal for the transfer of a quantum state of light to atomic motion [14], in all these demonstrations the optical information is stored using the internal states of atoms, either in the form of ground-state coherences or ground-state populations. To enhance the capability of an optical memory, it will be worth exploring all degrees of freedom of the atomic system where the optical information can be stored, i.e., not only the internal states of the atom, but also its external states. Recently, our group has demonstrated the operation of such a memory based on external degrees of freedom [15]. More specifically, we used the recoil induced resonance (RIR) [16,17] to store the optical information of a weak probe beam in the

spatially modulated atomic density induced by a spatially dependent light shift. Moreover, the RIR memory can operate in a pure two-level system (TLS) and is not sensitive to the reading process, being accessible several times during its lifetime. This interesting property, however, may limit its use to the storage of only particular states of light and not general quantum states [18].

In this Letter, we report the operation of an optical memory which also employs the external degrees of freedom of the atom, but now is based on the quantized atomic center-of-mass motion in a 1-D optical lattice. Since the memory stores information in the coherence between two vibrational levels of the trap's potential well, in principle, it may be able to store more general quantum states of light. As for the RIR memory, the process demonstrated here also uses a pure TLS. However, the atoms have to be cold enough to be trapped in the optical potential produced by a 1-D standing wave. Under such conditions, the atomic center-of-mass motion is quantized in the optical potential well, thus forming a ladder of discrete vibrational states, which are revealed either through stimulated Raman emission or four-wave mixing, as demonstrated previously in [19,20]. Our optical memory was implemented using cold cesium atoms cooled by the magnetically induced laser cooling mechanism, first demonstrated by [21]. We observe that the retrieved pulse presents clear Rabi oscillations with a frequency determined by the intensity of the reading beams. A simple theoretical model considering an effective two-photon transition between the two vibrational ground states captures the main characteristics of the observed behavior.

We use an ensemble of cold cesium atoms with an estimated optical density of 5 and a temperature of order of 300 μ K, obtained from a conventional magneto-optical trap (MOT). The experiment is performed using the hyperfine transition $6S_{1/2}(F=4) \leftrightarrow 6P_{3/2}(F'=5)$, which allows both the selection of a pure TLS associated with the transitions $F=4$, $m_F=+4 \rightarrow F'=5$, $m_{F'}=+5$, and an efficient Sisyphus cooling mechanism. The atoms are initially prepared into the $F=4$ ground state by switching off the trapping beams and the MOT quadrupole magnetic field 1 ms before switching off the repumping beam. We cancel any residual magnetic field to the level of ≈ 1 mG using a microwave spectroscopy technique [15,22]. After this initial preparation, the magnetically

assisted Sisyphus cooling mechanism is implemented by turning on, approximately 1 ms after turning off the MOT repumping beam, two counter-propagating pumping beams with equal circular polarization σ^+ and redshifted from the atomic resonance by $\Delta = 6\Gamma$, where $\Gamma/2\pi = 5.2$ MHz is the excited state spontaneous decay rate, thus providing the 1-D potential wells associated with the corresponding standing wave. We define the quantization direction along the propagation directions of these additional pumping beams, which can be switched on and off by an acousto-optic modulator (AOM). An applied transverse magnetic field of magnitude $B_T \approx 100$ mG, therefore, induces the ground-state magnetic level transitions $m_F = 4 \rightarrow m_F = 3$ at the nodes of the optical standing wave, leading to the Sisyphus cooling.

To observe the quantized atomic motion in the optical potential, while the two counter-propagating pumping beams [hereafter called coupling beams (C_1 and C_2)] are on, we also have the presence of a weak probe beam (P) forming a small angle $\theta \approx 2^\circ$ with the direction of the nearly co-propagating coupling beam C_1 , as schematically shown in the Fig. 1(a). Coupling and probe beams are left on for a period of 100 μ s, a time long enough for the system to attain a stationary state. The polarization of the probe beam is also circular with the same ellipticity as the coupling beams, but its frequency, controlled by an independent AOM, is detuned by δ , as compared with the common frequency $\omega_{C_1} = \omega_{C_2} = \omega$ of the coupling beams. This is indicated in the partial cesium D_2 line Zeeman level scheme shown in Fig. 1(b). First, we record the probe transmission and the four-wave mixing (FWM) conjugate beam, which counter-propagates to the probe beam, as

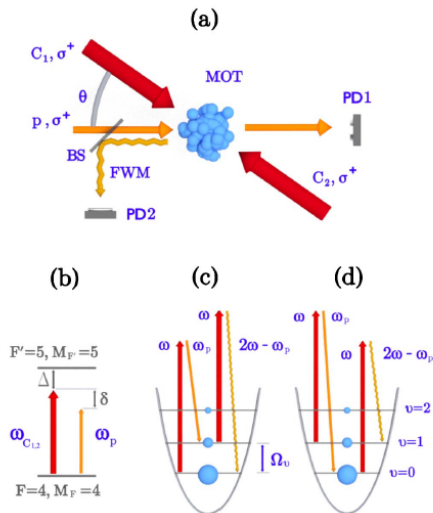


Fig. 1. (a) Simplified experimental beams configuration to observe the Raman gain/absorption and FWM in the quantized vibrational levels of the atoms in the optical potential. BS, beam splitter; PD, photodiode. (b) Partial Zeeman hyperfine levels of the cesium D_2 line interacting with the two coupling beams (C_1 and C_2), with the same frequency $\omega_{C_1} = \omega_{C_2} = \omega$, and the probe (P) beam, with frequency $\omega_P = \omega - \delta$. (c) and (d) Quantized vibrational levels showing the diagrammatic interaction with the coupling and probe beams to originate the (c) probe gain and (d) absorption, as well as the corresponding FWM conjugate signal.

indicated in Fig. 1(a), as a function of the coupling-probe detuning δ . Both beams are detected by fast avalanche photodiodes. The spectra are shown in Fig. 2(a) for the case where the intensity of each coupling beam and the intensity of the probe beam are 60 mW/cm² and 0.2 mW/cm², respectively. These spectra are recorded point by point as the detuning δ is changed in steps of 10 kHz. As we can see, a single-pass gain and absorption of about 80% are observed when the coupling-probe detuning satisfies the Raman resonance condition, i.e., $\delta = \omega_P - \omega = \pm\Omega_v$, where Ω_v is the separation between the lower vibrational levels, as indicated in Figs. 1(c) and 1(d). We can also clearly observe the overtones associated with the Raman resonance condition $\delta = \pm 2\Omega_v$. Under the same conditions, the FWM signal, associated with absorption of one photon from each coupling beam and the simultaneous emission of one photon into the probe beam, is resonantly enhanced and we have verified that the frequency of the generated FWM beam is equal to $\omega \mp \Omega_v$. The measured peak reflectivity of the FWM process is of the order of 20%. The central narrower features appearing at $\delta = 0$ in both probe transmission and FWM spectra are associated with RIR and have been described before [15,16]. The observation of Raman gain and absorption arises as a consequence of the population difference between the involved vibrational levels, as has been already evidenced in [19]. The positions of these sideband resonances vary approximately with the square root of the intensity of the coupling beams. The dashed curve shown in Fig. 2(a) corresponds to the probe transmission spectrum when the nearly counter-propagating coupling beam is blocked. In this case, the vibrational level structure does not exist, and only the RIR process is observed.

We now turn our attention to the light storage measurements using this quantized vibrational level scheme. For this aim, after the system has attained the stationary state, we switch off all the beams. The system is then allowed to evolve freely for a controllable storage time τ_s , after which only the two counter-propagating coupling beams are switched back on, therefore

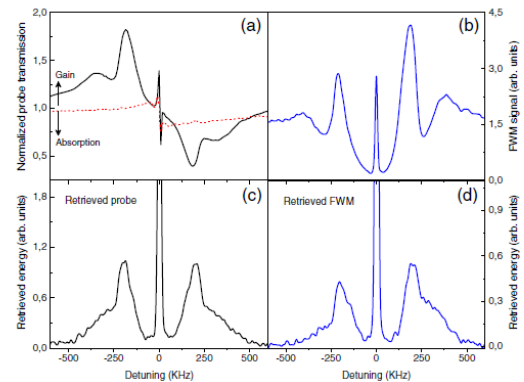


Fig. 2. (a) Probe transmission and (b) FWM signal as a function of the coupling-probe detuning δ for the beam configuration shown in Fig. 1(a). All the beams have the same circular polarization. Corresponding light storage spectra for the (c) probe and (d) conjugate beams. In both cases, we plot the retrieved energy obtained by time integration of the corresponding retrieved pulse. The dotted curve in (a) corresponds to the probe transmission when the counter-propagating coupling beam C_2 is blocked.

acting as the reading beams. We then record the retrieved probe and conjugate beams. The retrieved pulse energy is then measured by integrating in time the retrieved pulse temporal shape associated with the probe and the conjugate beams. Using this procedure, we recorded the light storage spectra shown in Figs. 2(c) and 2(d) for the probe and conjugate beams, respectively, as a function of the detuning δ and for a storage time of $\tau_s = 2 \mu\text{s}$. As can be seen, in addition to the retrieved signal observed around $\delta = 0$ and associated with the RIR memory [15], now we also can recover the signals, both from the probe and conjugate beams, for $\delta = \pm\Omega_p$. These spectra also clearly show the retrieval of the signals associated with the overtones $\delta = \pm 2\Omega_p$. The similar resonant character observed in the retrieved probe and conjugate energy spectra and the transmission and FWM spectra indicates that this new type of memory stores the optical information into the coherence induced between the position-momentum states of the atoms associated with the original quantized vibrational levels. This is different from the RIR memory mechanism, where the probe information is stored into an induced atomic density grating. By changing the storage time we have also measured the lifetime of the memory, which is of the order of $30 \mu\text{s}$ and is shown to be not very sensitive to stray magnetic fields.

In Fig. 3, we show the retrieved probe- and conjugate-pulse temporal shapes, measured simultaneously, for different intensities of the counter-propagating coupling beams in the reading process. Here, the coupling-probe detune in the writing process is fixed around the gain peak. The retrieved signals clearly show an oscillation with a frequency that depends on the intensity of the reading beams. The pulses raise time is mainly limited by the electronics. In order to understand this observed behavior, we have developed a simple theoretical model to describe the reading process of the memory. First, we should note that the observation of the light storage described above means that the quantized vibrational level structure, which is associated with a certain distribution of atomic momenta in each level, is preserved even after the confining coupling beams have been turned off. Therefore, our model considers a simple three-level system composed of two ground states, $|1\rangle$ and $|2\rangle$, and an excited state $|3\rangle$, interacting with two counter-propagating reading beams with equal Rabi frequency Ω_R and having the same optical frequency, which are also red-detuned by $\Delta = 6\Gamma$ from the optical transition. Thus, this level scheme, shown

in the inset of Fig. 4, represents the internal (ground and excited states) and external (two ground levels) degrees of freedom of the atom. We should then solve the corresponding density matrix equation, under the initial condition that there exists a stationary coherence (σ_{12}^{st}) between the two ground states, which is proportional to the effective Rabi frequency in the writing process, i.e., $\sigma_{12}^{\text{st}} \propto \Omega_E = \Omega_C \Omega_p^*/2\Delta$, where Ω_C and Ω_p are the initial Rabi frequency of the coupling and probe beams, respectively. We have then calculated the optical coherences induced in each arm of the considered three-level system, from which we can obtain the respective retrieved field amplitude. Due to the large optical detuning, the excited state population can be adiabatically eliminated and we can easily obtain the optical coherences, which are given by

$$\sigma_{13}(t) = \frac{i|\Omega_R||\Omega_E|\gamma e^{-\gamma t}}{4\Delta(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)} \Delta\rho^{(0)} e^{i\vec{k}_p \cdot \vec{r}} (e^{i\Omega t} + 1), \quad (1)$$

$$\sigma_{23}(t) = \frac{i|\Omega_R||\Omega_E|\gamma e^{-\gamma t}}{4\Delta(|\Omega_E|^2 + \gamma^2)} \Delta\rho^{(0)} e^{-i\vec{k}_p \cdot \vec{r}} (e^{-i\Omega t} + 1). \quad (2)$$

The optical coherences $\sigma_{13}(t)$ and $\sigma_{23}(t)$ generate the retrieved fields propagating, respectively, along the directions of the probe beam wavevector $\vec{k}_p$ and the direction conjugate to it, $-\vec{k}_p$. In the above equations, $\Omega = \sqrt{\Omega_p^2 + \Omega_E^2}$, where $\Omega_E = |\Omega_R|^2/2\Delta$ is the effective Rabi frequency in the reading process, and γ is the common decay rate for the ground-state populations and coherence. Finally, $\Delta\rho^{(0)} = \rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}$ is the initial ground-state population difference before the application of the probe beam.

In Fig. 4, we plot the retrieved pulse shape calculated using this theoretical model. In order to fit the experimentally observed oscillation frequency for the case where the intensity of the reading beams are equal to 150 mW/cm^2 , we had to adjust the expected Rabi frequency, for the transition between the involved Zeeman levels, by a factor of 0.2. According to Eqs. (1) and (2), the model predicts the same temporal pulse shapes for the retrieved probe and conjugate beams. In addition, in the calculated pulse shape, we used a decay rate of about $\gamma/2\pi = 40 \text{ kHz}$. While this value is much smaller than the estimated optical pumping rate, it is consistent with the well known effect of lengthening of the relaxation times of population and coherence for atoms confined in a scale smaller than

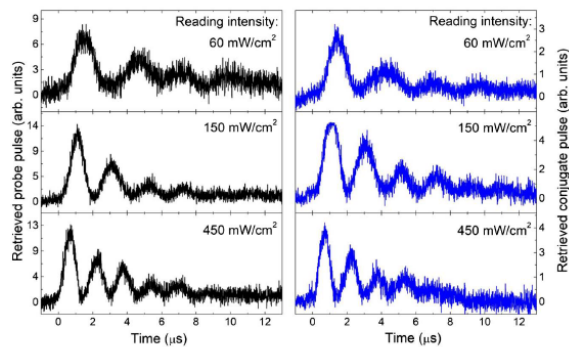


Fig. 3. Retrieved pulse temporal shape for three different intensities, indicated in the figure frames, of the reading beams. *Left column*, retrieved probe beam; *right column*, retrieved conjugate beam.

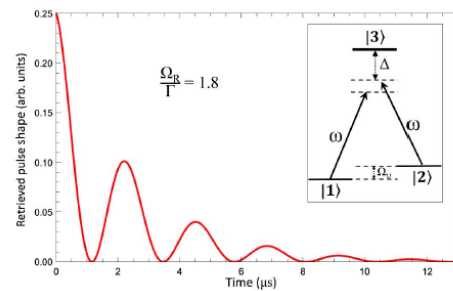


Fig. 4. Calculated retrieved pulse temporal shape obtained using the theoretical model described in the text. The model predicts the same temporal shape for both probe and conjugate retrieved pulses. Inset: the effective three-level system showing the coupling with the two reading beams with the same Rabi frequency Ω_R and detuned from resonance by $\Delta \gg \Omega_p, \Gamma, \Omega_R$.

the light wavelength λ [23]. However, while the calculated pulse shapes clearly predicts the observed Rabi oscillations determined by the intensity of the reading beams (Ω_R), the model does not predict correctly the observed variation of the oscillation frequency for high reading beam intensities. One possible reason for this disagreement could be that for increasing the reading beam intensity the system evolves to a different structure of quantized vibrational levels which is not accounted for by our simple model. In addition, the model neglects the existence of higher excited vibrational states, which are clearly revealed in the experiment. However, due to the over-simplification of this theoretical description, we consider that it still captures the main characteristics of the observed behavior.

In summary, we have demonstrated the operation of a new type of optical memory which is based on the quantized atomic motion in an optical potential well. The memory was implemented using a pure TLS of cold cesium atoms, with the optical information being stored in the external degrees of freedom of the atoms. Specifically, we demonstrated that optical information can be reversibly mapped into the coherence between quantized vibrational levels of atoms trapped in 1-D optical lattices and retrieved after a controlled time, which is limited mainly by the atomic motion. The present memory, in principle, can be used to store a quantum state of light and could represent a great improvement in the capability to perform quantum processing by exploring simultaneously the different degrees of freedom of an atom. Moreover, relying on the atomic motion of neutral atoms, this memory is insensitive to stray magnetic and electric fields which certainly expands its applicability.

Funding. Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq); Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE).

REFERENCES

1. C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi, and L. V. Hau, *Nature* **409**, 490 (2001).
2. D. F. Phillips, M. Fleischhauer, A. Mair, Y. Yokoi, R. L. Walsworth, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 783 (2001).
3. M. D. Lukin, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 457 (2003).
4. M.-A. Maynard, F. Bretenaker, and F. Goldfarb, *Phys. Rev. A* **90**, 061801 (2014).
5. A. J. F. de Almeida, J. Sales, M.-A. Maynard, T. Lauprêtre, F. Bretenaker, D. Felinto, F. Goldfarb, and J. W. R. Tabosa, *Phys. Rev. A* **90**, 043803 (2014).
6. A. J. F. de Almeida, S. Barreiro, W. S. Martins, R. A. de Oliveira, L. Pruvost, D. Felinto, and J. W. R. Tabosa, *Opt. Lett.* **40**, 2545 (2015).
7. M. Hosseini, B. Sparkes, G. Hetet, G. Longdell, J. J. Lam, and B. Buchler, *Nature* **461**, 241 (2009).
8. D. B. Higginbottom, B. M. Sparkes, M. Rancic, O. Pinel, M. Hosseini, P. K. Lam, and B. C. Buchler, *Phys. Rev. A* **86**, 023801 (2012).
9. M. Afzelius, C. Simon, H. de Riedmatten, and N. Gisin, *Phys. Rev. A* **79**, 052329 (2009).
10. A. I. Lvovsky, B. C. Sanders, and W. Tittel, *Nat. Photonics* **3**, 706 (2009).
11. C. Simon, M. Afzelius, J. Appel, A. Boyer de la Giroday, S. J. Dewhurst, N. Gisin, C. Y. Hu, F. Jelezko, S. Kroll, J. H. Muller, J. Nunn, E. S. Polzik, J. G. Rarity, H. De Riedmatten, W. Rosenfeld, A. J. Shields, N. Skold, R. M. Stevenson, R. Thew, I. A. Walmsley, M. C. Weber, H. Weinfurter, J. Wrachtrup, and R. J. Young, *Eur. Phys. J. D* **58**, 1 (2010).
12. P. S. Michelberger, T. F. M. Champion, M. R. Sprague, K. T. Kaczmarek, M. Barbieri, X. M. Jin, D. G. England, W. S. Kolthammer, D. J. Saunders, J. Nunn, and I. A. Walmsley, *New J. Phys.* **17**, 043006 (2015).
13. D. G. England, K. A. G. Fisher, J.-P. W. MacLean, P. J. Bustard, R. Lausten, K. J. Resch, and B. J. Sussman, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 053602 (2015).
14. A. S. Parkins and H. J. Kimble, *J. Opt. B* **1**, 496 (1999).
15. A. J. F. de Almeida, M.-A. Maynard, C. Banerjee, D. Felinto, F. Goldfarb, and J. W. R. Tabosa, *Phys. Rev. A* **94**, 063834 (2016).
16. J.-Y. Courtois, G. Grynberg, B. Lounis, and P. Verkerk, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3017 (1994).
17. D. R. Meacher, D. Boiron, H. Metcalf, C. Salomon, and G. Grynberg, *Phys. Rev. A* **50**, R1992 (1994).
18. W. K. Wootters and W. H. Zurek, *Nature* **299**, 802 (1982).
19. B. Lounis, P. Verkerk, J.-Y. Courtois, C. Salomon, and G. Grynberg, *Europhys. Lett.* **21**, 13 (1993).
20. A. Hemmerich, M. Weidemüller, and T. Hansch, *Europhys. Lett.* **27**, 427 (1994).
21. B. Sheevey, S. Shang, P. Van der Straten, S. Hatamian, and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 858 (1990).
22. L. Veissier, "Quantum memory protocols in large cold atomic ensembles," *These de Doctorat (Université Pierre et Marie Curie)*, (2013).
23. J.-Y. Courtois and G. Grynberg, *Phys. Rev. A* **46**, 7060 (1992).

Anexo B- Subharmonic resonances in high-order wave mixing in the quantized atomic motion in a one-dimensional optical lattice

PHYSICAL REVIEW A **97**, 033821 (2018)

Subharmonic resonances in high-order wave mixing in the quantized atomic motion in a one-dimensional optical lattice

J. P. Lopez, A. J. F. de Almeida, and J. W. R. Tabosa*

Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, 50670-901 Recife, PE, Brazil



(Received 11 January 2018; published 14 March 2018)

We report on the observation of subharmonic resonances in high-order wave mixing associated with the quantized vibrational levels of atoms trapped in a one-dimensional optical lattice created by two intense nearly counterpropagating coupling beams. These subharmonic resonances, occurring at $\pm 1/2$ and $\pm 1/3$ of the frequency separation between adjacent vibrational levels, are observed through phase-match angularly resolved six- and eight-wave mixing processes. We investigate how these resonances evolve with the intensity of the incident probe beam, which couples with one of the coupling beams to create anharmonic coherence gratings between adjacent vibrational levels. Our experimental results also show evidence of high-order processes associated with coherence involving nonadjacent vibrational levels. Moreover, we also demonstrate that these induced high-order coherences can be stored in the medium and the associated optical information retrieved after a controlled storage time.

DOI: [10.1103/PhysRevA.97.033821](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.97.033821)

I. INTRODUCTION

Since the first demonstration of the confinement of atoms in a periodic array of optical potential wells, called optical lattice [1,2], about two and half decades ago, these systems have been used in a great variety of experiments. Optical lattices have been demonstrated in one, two, and three dimensions [1–7] and have been employed to mimic several effects of solid-state physics [8]. Atoms tightly confined in optical lattices have their Hilbert space expanded as a direct product of the atomic internal states and the ladder of discrete external vibrational states, therefore increasing considerably the possibility for controllable light manipulation of the atomic system. Recently, our group has demonstrated the use of the external degrees of freedom of atoms, both continuous [9] and quantized atomic states [10], to store optical information associated with a probe beam. These new types of optical memories, being associated with the external atomic motion of neutral atoms, are in principle less sensitive to stray magnetic and electric fields and therefore may allow one to achieve longer storage time.

Usually, the quantized vibrational level structure of atoms in optical lattices is directly revealed either by fluorescence or probe absorption measurements, as it was first demonstrated in [1,2], respectively via the observation of spontaneous and stimulated Raman transitions between vibrational states. Although in the very early experiments four-wave mixing (FWM) has also been used to investigate and characterize atoms in optical lattices [11,12], no detailed investigation on the general high-order nonlinear interaction of light with these atomic quantized external degrees of freedom has been performed to date. It is however worth mentioning that multiphoton transitions have been observed in atoms confined in a three-dimensional (3D) optical lattice both in the FWM spectrum [12] as well as in the probe transmission spectrum [13]. These multiphoton transitions are associated with the subharmonic

Raman resonances first observed by Trebino and Rahn [14] using the ground-state hyperfine levels of sodium atoms.

In this article we use the quantized atomic external degrees of freedom to demonstrate high-order wave mixing processes, specifically six-wave mixing (SWM) and eight-wave mixing (EWM) processes, leading to subharmonic resonances at integer fraction of the frequency separation between adjacent vibrational levels of cesium atoms confined in 1D optical lattice. We use an angularly resolved phase-matched technique to select a specific order of the nonlinear susceptibility $\chi^{(2n+1)}$ [15]. Moreover, we also demonstrate experimentally that these high-order interactions can be stored into the coherence between the vibrational levels in such a way that the system can remember it after some storage time. Indeed, this concept of a nonlinear optical memory based on the Zeeman high-order nonlinear susceptibility was introduced by our group in two recent publications [16,17] and used to demonstrate the manipulation of orbital angular momentum of light. Here we extend this concept for a nonlinear optical memory based now on the quantized atomic external degrees of freedom.

It is worth mentioning that the optical memory based on the recoil induced resonance (RIR) demonstrated in [9], although also relying on the continuous atomic external degrees of freedom, does not allow the storage of high-order light-atom interaction, as we will discuss later on. Furthermore, the observation of the light storage spectrum has proved to be an efficient and more sensitive way to identify coherence between nonadjacent vibrational levels, and associated with high-order interaction as also will be discussed. Finally, we point out that the observation of these high-order light-atom interactions can, in principle, be employed to generate multiphoton quantum correlations, an essential tool in any quantum protocol involving more than two nodes distributed between communication channels. Of course, exploring the external degrees of freedom of an atomic system certainly will increase the capability for developing new and more complex quantum information protocols.

*Corresponding author: tabosa@df.ufpe.br

II. EXPERIMENTAL SCHEME AND RESULTS

The observation of high-order nonlinear processes was performed using cesium atoms obtained from a MOT with an optical density of 5 and an initial temperature of approximately 300 μ K. The experimental scheme is a slight modification of the one described previously in Ref. [10]. The atoms are initially prepared in the $6S_{1/2}(F=4)$ hyperfine ground state by switching off the trapping beams and the MOT magnetic quadrupole field 1 ms before the switching off of the MOT repumping beam. We use three pairs of Helmholtz coils to compensate for stray magnetic fields through a microwave spectroscopy technique described in [9,18]. After this state preparation period, we turn on the two coupling beams, specified by C_1 and C_2 , together with the probe beam P , according to the geometry depicted in Fig. 1(a). All the three incident beams, as well as the generated beam D , are coplanar. The angle 2θ between coupling beam (C_1) and the probe beam (P) is equal to 2° , while the angle β indicated in the figure is fixed according to the order of the process to be analyzed. For this incident beam geometry, the optical electrical-field amplitude generated by the nonlinear polarization component $P^{(2n+1)}$, associated with the nonlinear effective susceptibility $\chi^{(2n+1)}$, is given by

$$\mathcal{E}_D(\vec{r}) \propto \chi^{(2n+1)} \mathcal{E}_{C_2} \mathcal{E}_{C_1}^n \mathcal{E}_P^{*n} e^{i\vec{k}_D \cdot \vec{r}}, \quad (1)$$

where $\mathcal{E}_j$ represents the electric-field amplitude associated with beam j , considered as a plane wave with wave vector $\vec{k}_j$ ($j = C_1, C_2, P, D$) for an atom at position $\vec{r}$. The phase-matching condition imposes that the signal is generated with a wave vector given by $\vec{k}_D = \vec{k}_{C_2} + n(\vec{k}_{C_1} - \vec{k}_P)$ and propagates along the direction satisfying $\sin\beta = n \sin\theta$ (or $\beta = n\theta$ for small values of θ), provided all the beams have nearly the

same frequency. As we can infer from the diagrams in Fig. 1(c) and Fig. 1(d), energy conservation also imposes a different frequency for the generated beam, which differs from the pump frequency by the frequency separation, Ω_v , between adjacent vibrational levels. The signal is uniquely due to the $\chi^{(2n+1)}$ nonlinear susceptibility and corresponds to $(2n+2)$ -wave mixing process.

The coupling beams have the same frequency ω which is red detuned by approximately $\Delta = 6\Gamma$ ($\Gamma/2\pi = 5.2$ MHz) from resonance of the closed transition $F=4, m_F = +4 \rightarrow F'=5, m_{F'} = +5$, while the frequency of the probe beam is detuned by δ in relation to the common frequency of the coupling beams, i.e., $\omega_P = \omega - \delta$, as indicated in the Cs partial Zeeman level scheme shown in Fig. 1(b). The coupling and the probe beams can be switched on and off by independent acousto-optic modulators, which also allow us to vary the detuning δ . All the beams having initially the same linear polarization pass through quarter waveplates in order to produce the same circular polarization states defined according to the beam propagation direction. However, different from the case of exactly counterpropagating coupling beam configuration used previously in [10], in the present case the two coupling beams propagate along slightly different directions. Thus, if we define the quantization direction along one of the coupling beams, say the C_1 beam, so this beam has a pure σ^+ circular polarization, the coupling beam C_2 will have small components of opposite σ^- circular polarization, as well as π linear polarization, owing to the small value of the angle θ . Similar consideration also applies to the polarization of the probe beam. Under these conditions, one can consider that the two coupling beams mainly will pump all the atoms in the highest magnetic sublevel $F=4, m_F=4$ and will produce the standing wave, which will provide the 1D potential wells responsible for the magnetically assisted Sisyphus cooling mechanism in the presence of a small applied transverse magnetic field, as was first demonstrated in [19]. Indeed, in our present configuration, we have observed that due to the small opposite circular polarization component present in one of the coupling beams one needs effectively a smaller transverse magnetic field to attain the same amount of cooling, an effect we are currently investigating more systematically.

The incident beams C_1 , C_2 , and P are left on for about 100 μ s, a time long enough for the operation of the Sisyphus cooling mechanism and for the system to reach steady state. Under these conditions, if the sample longitudinal temperature T is sufficiently low, the atoms are trapped in the potential wells and the system will present a ladder of vibrational levels. The vibrational levels will have different populations when the thermal energy $k_B T$ is smaller than the vibrational energy level separation $\hbar\Omega_v$, where k_B is the Boltzmann constant and Ω_v is the classical atomic oscillating frequency in the optical potential well. In our experiment we have typically $\Omega_v \approx 150$ kHz.

First, in the upper frames of Figs. 2(b) and 2(c), we show the probe transmission spectra corresponding to the case where $\beta = 2\theta$ and $\beta = 3\theta$, respectively, the geometries which correspond to the observation of SWM and EWM processes, associated to the nonlinear susceptibilities $\chi^{(5)}$ and $\chi^{(7)}$, respectively. The intensity of the coupling beams, C_1 and C_2 , and the probe beam, P , are respectively equal to 70 mW/cm², 90 mW/cm², and 4 mW/cm². These spectra

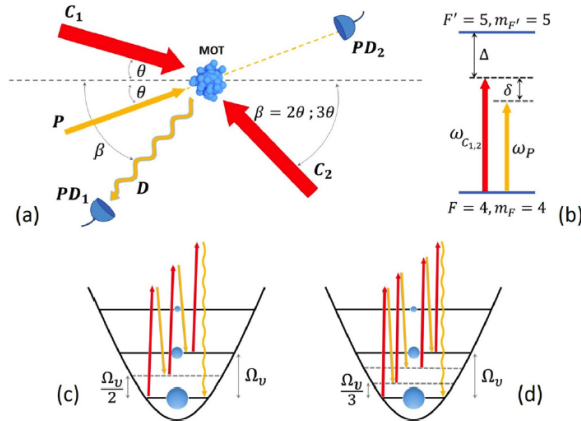


FIG. 1. (a) Simplified experimental beams configuration to observe SWM and EWM processes, corresponding respectively to the cases $\beta = 2\theta$ and $\beta = 3\theta$. PD (photodiode). (b) Partial Zeeman hyperfine levels of the cesium D_2 line interacting with the two coupling beams (C_1 and C_2), with the same frequency $\omega_{C_1} = \omega_{C_2} = \omega$, and the probe (P) beam, with frequency $\omega_P = \omega - \delta$. (c),(d) Quantized vibrational levels showing the diagrammatic interaction with the coupling and probe beams to generate the corresponding D beam, associated with the $\chi^{(5)}$ and $\chi^{(7)}$ processes.

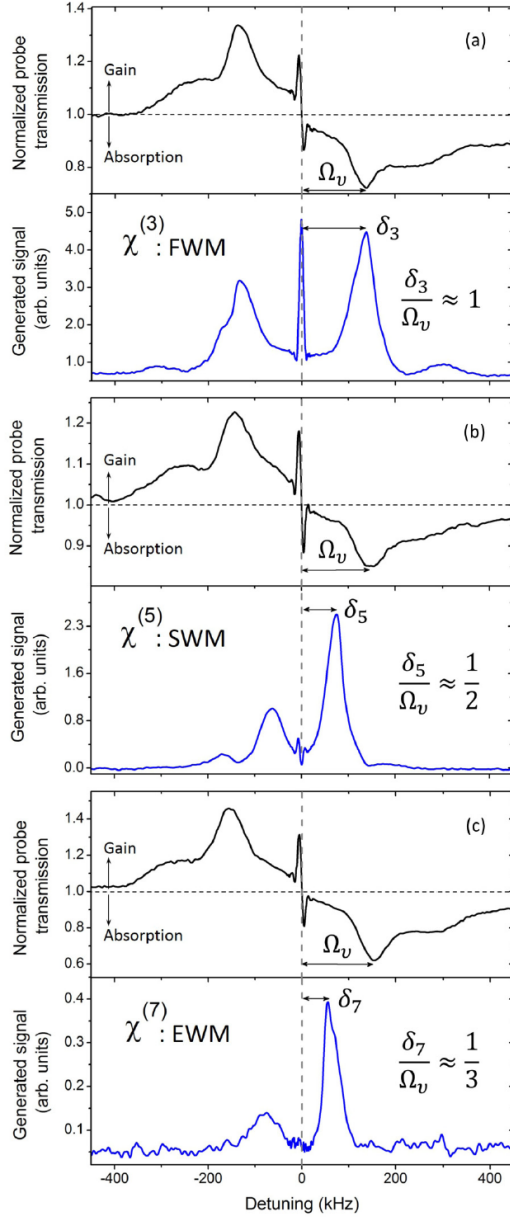


FIG. 2. (a) Probe transmission and FWM signal spectra recorded as a function of the coupling-probe detuning δ for the beam configuration shown in Fig. 1(a), for the case of $\beta = 2\theta$, but adding a weak extra counterpropagating beam to the beam C_1 in order to generate the probe conjugate FWM signal using the same vibrational level structure associated with the $\chi^{(5)}$ process. (b) Probe transmission and SWM signal spectra, corresponding to $\beta = 2\theta$; (c) probe transmission and EWM signal spectra, corresponding to $\beta = 3\theta$.

reveal clearly the Raman gain and absorption at symmetrical values of the coupling-probe detuning δ , evidencing the existence of quantized vibrational levels, having different populations, of the atoms trapped in the optical potential wells created by the two coupling beams. The narrow dispersive

shaped resonance around $\delta = 0$ corresponds to the well-known RIR signal [9,20,21].

In the bottom frames of Figs. 2(b) and 2(c) we show respectively the associated SWM and EWM generated signals, recorded simultaneously with the corresponding probe transmission spectrum. The generated signal in Fig. 2(b) [Fig. 2(c)] thus corresponds to the sequential absorption of two (three) photons from the coupling beam C_1 followed by the emission of two (three) photons into the probe beam P to create a coherence grating between the two adjacent vibrational levels, which will scatter one photon from the corresponding coupling beam C_2 to generate the photon associated with the SWM (EWM) process. As depicted in the diagrammatic schemes shown in Fig. 1(c) and Fig. 1(d) these wave mixing processes are resonant when the coupling-probe detuning is respectively equal to $\delta_5 = \pm\Omega_v/2$ and $\delta_7 = \pm\Omega_v/3$, where Ω_v is the frequency separation of the pair of adjacent vibrational levels. The corresponding value of Ω_v in each case is determined by the relative position of the Raman absorption (or gain), as indicated in the upper frames of Figs. 2(b) and 2(c). The fact that the left peak associated with the $\chi^{(7)}$ signal is not exactly at a symmetric position as the right peak is attributed to propagation effects, since the frequency of the generated signal corresponding to the peak on the left experiences Raman absorption, while the one on the right experiences Raman gain, which tends to maximize its peak amplitude. We also should note the presence of symmetrically placed extra side peaks in the spectrum of the generated $\chi^{(5)}$ signal in Fig. 2(b). We attribute these peaks to the creation of Raman coherence involving more than one pair of vibrational levels, a process which is resonant for $\delta = \pm\Omega_v$ as can be seen from the diagrammatic interaction shown in Fig. 1(c). One possible reason for the smaller efficiency associated with these peaks could be attributed to the fact that such a process will only be resonant in the limit of a perfectly harmonic potential well, where the levels are equally spaced.

For the sake of comparison, we have also recorded in the bottom frame of Fig. 2(a) the signal corresponding to the usual FWM process, which is resonant for $\delta_3 = \pm\Omega_v$ and presents a very narrow peak around $\delta = 0$, associated with the RIR effect, as also described previously in [9]. To measure this signal, we added an extra weak-coupling beam, with intensity of 10 mW/cm² and counterpropagating to the coupling beam C_1 , to the same beam configuration of Fig. 2(b) in order to generate the FWM signal using the same vibrational level structure associated with the SWM configuration. This is confirmed by the practically unchanged probe transmission spectrum shown in the upper frame of Fig. 2(a). It is worth noticing that the probe transmission and FWM spectra clearly show the overtone peaks associated with Raman resonances connecting high excited vibrational levels, as was also observed previously [10,11].

III. EXPERIMENTAL ANALYSIS AND DISCUSSIONS

In Fig. 3 we plot the peak intensity of the generated signal for different probe beam intensities for the $\chi^{(5)}$ and $\chi^{(7)}$ processes, respectively. As we should expect, the corresponding measured slopes of approximately 1.9 ± 0.3 and 2.6 ± 0.3 are consistent with the values of 2 and 3 predicted by Eq. (1). The dispersion

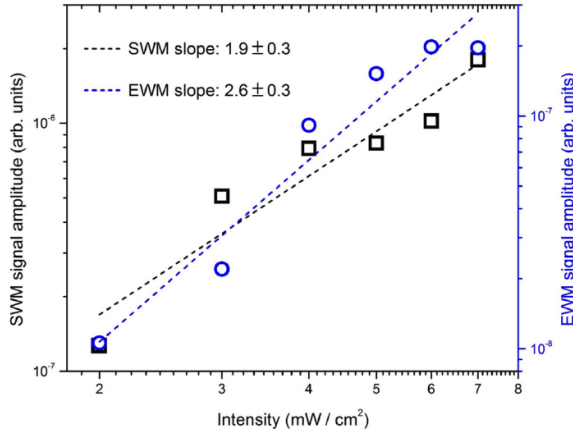


FIG. 3. Dependence of the generated signal peak amplitude with the intensity of the probe beam, for fixed intensities of the coupling beams. Circles: for the SWM ($\chi^{(5)}$) process; squares: for the EWM ($\chi^{(7)}$) process. The corresponding dotted lines correspond to linear best fitting.

in the experimental data points could be due to the fact that the high-order processes occur for high values of the probe beam intensity, comparable to that of the coupling beams, which determine the vibrational level structure. Thus the increase in the intensity of the probe beam not only changes the efficiency of the nonlinear process, but could also affect the vibrational level structure. As described in [15], these high-order processes can be interpreted as Bragg diffraction into an anharmonic induced grating. For high intensity of the probe beam the coherence grating induced by the coupling beam C_1 and the probe beam P , which has a spatial period of $\Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$, where λ is the optical wavelength, becomes anharmonic giving rise to high-order diffraction of the coupling beam C_2 . However, one remarkable difference between these high-order spectra associated with the $\chi^{(5)}$ and $\chi^{(7)}$ processes in relation to the spectrum of the $\chi^{(3)}$ process appears around $\delta = 0$, where only the FWM process presents the signal originated by the RIR effect. As it is well known, both the probe transmission and the FWM signals around $\delta = 0$ are associated with the RIR effect and can be interpreted as the diffraction of one of the coupling beams into the atomic density grating induced by the periodic optical potential (with spatial period Λ) [9,13] created by the probe beam and the nearly copropagating coupling beam. Therefore, since this atomic density grating does not present anharmonic terms as we increase the intensity of the probe beam, the associated optical potential maintains essentially the same periodic spatial shape. Thus the Bragg condition is only satisfied for the lowest nonlinear order.

Similar to our previous demonstration of the storage of optical information via high-order nonlinear interaction using the Zeeman sublevels [17], we have also demonstrated here that these external quantized atomic level structures can be used to store high-order nonlinear light-atom interaction. Thus, in order to demonstrate the light storage in the present system, the incident beams are left on for a time of order of 100 μ s, after which we switch off all the beams. The light storage signal is obtained when we switch back on only the two coupling beams

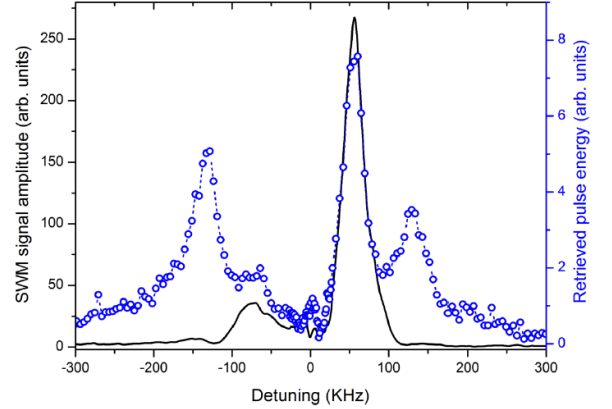


FIG. 4. Spectrum of the generated signal associated with the SWM process (continuous curve) and the corresponding light storage signal, obtained after a storage time of 5 μ s (circled curve).

and detect the retrieved signal generated by the corresponding nonlinear process. Thus, in Fig. 4 we have recorded the generated signal associated with the SWM process and the corresponding light storage signal, i.e., the retrieved pulse energy, both for the same values of intensities of the coupling beams, after a storage time of 5 μ s. The storage time associated with this memory is mainly limited by the atomic motion [10]. Although the two extra symmetrically placed side peaks are barely seen in the continuously generated SWM signal, the light storage signal presents essentially the same spectral structure, but allows a better resolution for the retrieval of the signals associated with storage of coherence between the ground and higher vibrational levels as compared with the one associated with adjacent vibrational levels. A similar behavior was also observed for the signal associated with the EWM process. This indicates that the induced coherence is less sensitive to decoherence processes in the former case, where the high-order Raman resonances involve real vibrational levels, in contrast with the Raman resonances at subharmonic frequencies which are created via virtual levels. We are currently pursuing further investigation on this effect.

IV. CONCLUSIONS

In summary, we have observed subharmonic resonances associated with SWM and EWM processes employing the quantized atomic center-of-mass motion and associated with the $\chi^{(5)}$ and $\chi^{(7)}$ nonlinear susceptibilities, respectively. These subharmonic resonances are observed, respectively, at $\pm 1/2$ and $\pm 1/3$ of the frequency separation between adjacent vibrational levels, and originate from high-order coherence between these vibrational levels. High-order SWM associated with coherence involving the ground level and higher vibrational levels was also observed. Moreover, we have demonstrated that the high-order nonlinear light-atom interaction can be stored into these induced coherences, which opens up the possibility to manipulate optical information as, for instance, the one contained in the orbital angular momentum of light, as well as to generate multiphoton correlations, exploring the external degrees of freedom of atoms confined in optical lattices.

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge M. Frometa for important experimental assistance. This work was supported by the Brazilian grant agencies

CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) and FACEPE (Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco).

-
- [1] P. Verkerk, B. Lounis, C. Salomon, C. Cohen-Tannoudji, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3861 (1992).
 - [2] P. S. Jessen, C. Gerz, P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston, R. J. C. Spreeuw, and C. I. Westbrook, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 49 (1992).
 - [3] G. Grynberg, B. Lounis, P. Verkerk, J.-Y. Courtois, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2249 (1993).
 - [4] A. Hemmerich and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 410 (1993).
 - [5] A. Hemmerich, C. Zimmermann, and T. W. Hänsch, *Europhys. Lett.* **22**, 89 (1993).
 - [6] P. S. Jessen and I. H. Deutsch, *Adv. At. Mol. Opt.* **37**, 95 (1996).
 - [7] L. Guidoni and P. Verkerk, *J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt.* **1**, R23 (1999).
 - [8] I. Bloch, J. Dalibard, and S. Nascimbene, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 885 (2008).
 - [9] A. J. F. de Almeida, M.-A. Maynard, C. Banerjee, D. Felinto, F. Goldfarb, and J. W. R. Tabosa, *Phys. Rev. A* **94**, 063834 (2016).
 - [10] J. P. Lopez, A. J. F. de Almeida, D. Felinto, and J. W. R. Tabosa, *Opt. Lett.* **42**, 4474 (2017).
 - [11] B. Lounis, P. Verkerk, J.-Y. Courtois, C. Salomon, and G. Grynberg, *Europhys. Lett.* **21**, 13 (1993).
 - [12] A. Hemmerich, M. Weidemüller, and T. Hänsch, *Europhys. Lett.* **27**, 427 (1994).
 - [13] A. Hemmerich, C. Zimmermann, and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 625 (1994).
 - [14] R. Trebino and L. Rahn, *Opt. Lett.* **12**, 912 (1987).
 - [15] R. K. Raj, Q. F. Gao, D. Bloch, and M. Ducloy, *Opt. Commun.* **51**, 117 (1984).
 - [16] R. A. de Oliveira, G. C. Borba, W. S. Martins, S. Barreiro, D. Felinto, and J. W. R. Tabosa, *Opt. Lett.* **40**, 4939 (2015).
 - [17] G. C. Borba, D. Felinto, and J. W. R. Tabosa, *J. Opt. Soc. Am. B* **34**, 2528 (2017).
 - [18] L. Veissier, These de Doctorat, Laboratoire Kastler Brossel, Université Pierre et Marie Curie, 2013.
 - [19] B. Sheezy, S. Q. Shang, P. van der Straten, S. Hatamian, and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 858 (1990).
 - [20] J.-Y. Courtois, G. Grynberg, B. Lounis, and P. Verkerk, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3017 (1994).
 - [21] D. R. Meacher, D. Boiron, H. Metcalf, C. Salomon, and G. Grynberg, *Phys. Rev. A* **50**, R1992(R) (1994).

Anexo C- Observation of giant gain and coupled parametric oscillations between four optical channels in cascaded four-wave mixing

PHYSICAL REVIEW A **100**, 023839 (2019)

Observation of giant gain and coupled parametric oscillations between four optical channels in cascaded four-wave mixing

J. P. Lopez, A. M. G. de Melo, D. Felinto, and J. W. R. Tabosa^{*}

Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, 50670-901 Recife, PE, Brazil



(Received 17 April 2019; published 26 August 2019)

In this work, we explore both the internal and external atomic degrees of freedom to demonstrate the observation of giant gain and parametric oscillation in multiple four-wave mixing (FWM) processes in a sample of cold cesium atoms. We employ a standard backward FWM beam configuration to achieve parametric probe-beam gains exceeding 2000. This giant gain is accompanied by the generation of three other beams of equivalent power emitted along the directions satisfying the phase-matching conditions for multiple cascade forward and backward FWM triggered by the incident probe and the counterpropagating pumping beams. Moreover, we have also observed a simultaneous threshold for parametric oscillation of the four coupled optical fields with the pump intensity. These results point to an alternative pathway to generate multipartite correlated optical fields associated with long-lived atomic systems for applications in quantum information.

DOI: [10.1103/PhysRevA.100.023839](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.100.023839)

I. INTRODUCTION

Optical parametric amplification, or the exchange of energy between different light fields mediated by an atomic medium, plays a fundamental role in the generation of classical and nonclassical light [1]. This phenomenon is usually governed by the second-order ($\chi^{(2)}$) or third-order ($\chi^{(3)}$) nonlinear susceptibility associated, respectively, with the three- and four-wave mixing (FWM) nonlinear processes. Forward FWM with gain factors on the order of 10 associated with strong intensity squeezing [2] is behind, for example, the generation of entangled images [3], with possible applications in the multiplexing of continuous-variable quantum communication protocols. With the addition of a cavity around the nonlinear medium, optical parametric oscillators (OPOs) based on three-wave mixing have found a wide range of applications in quantum information as well, with the notable achievement in recent years of large-scale entangled quantum states [4,5]. In most applications of quantum optics, the OPO works below its oscillation threshold. However, above-threshold OPOs have also been applied recently for the generation of multi-color hexapartite entanglement [6,7].

Optical parametric oscillation can actually be achieved even without a cavity, using phase conjugation to reflect waves inside a nonlinear medium. Since the first theoretical proposals for such mirrorless optical parametric oscillation (MOPO) based on three- and four-wave mixing [8,9], which occurred more than four decades ago, several experimental demonstrations of this phenomenon have been reported [10–12]. Specifically, in the case of FWM with two counterpropagating pumping beams, the generated photon pair propagates in opposite directions, thus providing the distributed feedback necessary for optical oscillation without the need of any

external cavity. FWM-based MOPO via electromagnetically induced resonance (EIT) was demonstrated in thermal rubidium vapors [13,14] and more recently also in cold rubidium atoms [15]. Previous work has also reported cavityless super-radiance [16] and MOPO [17] based on the atomic external degrees of freedom. In the previously mentioned MOPO studies, only two spatial modes are usually considered to be coupled. Nevertheless, it was also demonstrated that multi-mode MOPO can be achieved via multiple FWM processes in a sample of sodium thermal atoms [18–20], exploring the atomic internal degrees of freedom. In particular, in their four-wave parametric oscillation scheme the coupled-mode wave vectors and frequencies lead to Stokes and anti-Stokes modes shifted from the pump frequency by the sodium hyperfine splitting. Also, due to the much larger Doppler broadening, this multiple parametric oscillation depends critically on the position of the pump frequency inside the Doppler width, and EIT is crucial for canceling the absorption of the generated fields.

In this work, we present a demonstration of multiple parametric four-wave mixing in a sample of cold atoms exploring both the internal and external atomic degrees of freedom, where the restrictive conditions mentioned above are not required for the observation of MOPO. As a result, we report on the observation of extremely high values of saturated optical parametric gain (on the order of 2000) with a very narrow bandwidth (around 15 kHz) and moderate pump intensities (180 mW/cm² total). This gain on a probe beam is accompanied by simultaneous generation by the medium of three other beams of similar intensity. We measured a simultaneous oscillation threshold for the four fields, highlighting their fundamentally coupled nature.

II. EXPERIMENTAL SETUP AND RESULTS

Our basic configuration consists of two counterpropagating pumping beams (C_1 and C_2) with orthogonal linear

^{*}Author to whom all correspondence should be addressed: tabosa@df.ufpe.br

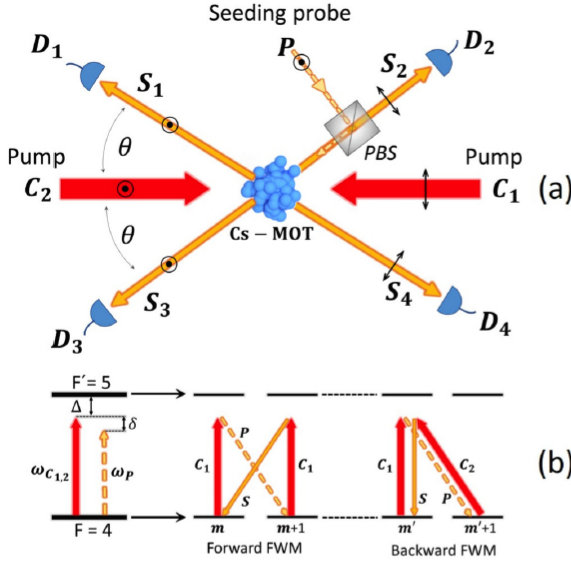


FIG. 1. (a) Simplified experimental beam configuration to observe multiple FWM processes. The two counterpropagating pumping beams (C_1 and C_2) with linear orthogonal polarizations and the seeding probe (P) orthogonally polarized to C_1 generate the four modes specified by S_1 , S_2 , S_3 , and S_4 , with the indicated polarizations and incident at different avalanche photodetectors (D). (b) Partial Zeeman levels associated with the cesium closed transition $6S_{1/2}, F=4 \rightarrow 6P_{3/2}, F'=5$, showing the interaction diagrams associated with forward and backward FWM processes. The pump frequencies are $\omega_{C_1} = \omega_{C_2} = \omega$, and the probe (P) frequency is $\omega_P = \omega - \delta$.

polarizations and a very weak seeding probe beam (P) with linear polarization orthogonal to that of the nearly copropagating pump beam, as depicted in Fig. 1(a). The two pump beams have the same frequency ω and wave vectors $\vec{k}_{C_2} = -\vec{k}_{C_1}$, while the seeding probe has frequency $\omega - \delta$ and wave vector $\vec{k}_P$. For such beam geometry interacting nearly in resonance with a Zeeman degenerate two-level system, several nonlinear third-order $\chi^{(3)}$ processes can occur. As examples, consider the two processes shown in the diagrammatic photon-atom interaction picture of Fig. 1(b), where the two signals S_1 and S_2 , with wave vectors $\vec{k}_{S_1} = 2\vec{k}_{C_1} - \vec{k}_P$ and $\vec{k}_{S_2} = -\vec{k}_P$, are generated, satisfying phase matching for $\theta \ll 1$ via nearly degenerate forward and backward FWM, respectively. In particular, coherent Bragg scattering associated with recoil-induced resonance (RIR), also contributes to the signal generated along the direction $\vec{k}_{S_2}$ [21,22]. The polarization of the generated signals S_1 and S_2 is determined by the angular momentum selection rules, and it is specified in Fig. 1(a). If the efficiency of these FWM processes is sufficiently high, the generated signals S_1 and S_2 act as the new seeding beams to generate, via the same nonlinear processes, the signals S_3 and S_4 , with wave vectors $\vec{k}_{S_3} = -\vec{k}_{S_2}$ and $\vec{k}_{S_4} = -\vec{k}_{S_1}$ and the indicated polarizations in Fig. 1(a). Closing the feedback loop, the signals S_3 and S_4 couple parametrically with the pumping beams to generate again the S_1 and S_2 signals. As a result of these multiple cascading FWM processes, one can

obtain, in each generated mode, optical powers that exceed by a huge factor the power of the incident seeding beam. In the following, we describe the experimental apparatus and results.

In the experiment, we employed cold cesium atoms obtained from a conventional magneto-optical trap (MOT), with atomic clouds of approximately 1 mm diameter and an optical depth of 5, initially prepared in the higher hyperfine ground state $6S_{1/2}, F=4$. The trapping and the repumping beams, as well as the MOT quadrupole magnetic field, are turned off during all measurements. We use a microwave spectroscopy technique to cancel any stray magnetic field, as described previously in [23,24]. The pump beams C_1 and C_2 have approximately the same diameter of 0.8 mm and are provided by an external cavity diode laser locked to a saturated absorption signal. They have their frequencies shifted by an acousto-optic modulator (AOM) detuned by about $\Delta = 6\Gamma$ ($\Gamma/2\pi = 5.2$ MHz) below the resonance frequency of the cesium closed transition $6S_{1/2}, F=4 \rightarrow 6P_{3/2}, F'=5$. The seeding probe P with a slightly smaller diameter is also obtained from the same laser, and its frequency can be scanned around the pump frequency by an independent AOM.

We used auxiliary beams to align the four avalanche photodetectors along the four symmetric directions making an angle of $\theta = 1^\circ$ with the pumping beams. The angle θ is determined by the incident seeding beam. The pumping and seeding beams are turned on for a period of 400 μ s. For $\delta = 0$, in the insets of Fig. 2 we show the time evolution of each generated signal. As can be seen, after some tens of μ s the generated signals start to build up, reaching approximately maxima values of the same order of magnitude. The time required to reach the stationary state decreases with increasing pumping beam intensity, and for longer excitation times all signal amplitudes show a slight reduction due to optical pumping, which removes the atoms from the interacting transition. For pumping beams with the same intensity of 90 mW/cm² and a seeding probe intensity of 10 μ W/cm², we show in Fig. 2 the maximum signal amplitudes as a function of the probe-pump detuning $-\delta$ for the four generated signals. If we define the optical gain as the ratio between the generated intensity and the intensity of the incident seeding probe, these data correspond to a gain of about 1000. We should note that the four generated signals have approximately the same intensity. Furthermore, it is worth mentioning that under specific conditions, we have observed maximum gain exceeding 2000. Indeed, we observed that this measured giant gain saturates strongly for increasing probe beam intensity, in a manner similar to gain saturation in conventional lasers.

III. EXPERIMENTAL ANALYSIS AND DISCUSSIONS

As theoretically discussed in [21] and experimentally observed in [25], for the above polarization configuration the probe transmission spectrum can have contributions from different mechanisms associated with Raman and parametric FWM processes involving either the internal or the external atomic degrees of freedom. This lin $\perp$ lin pump polarizations configuration gives rise to Sisyphus cooling and to the creation of vibrational levels for atoms localized in the potential wells of the associated optical lattice, and to the corresponding

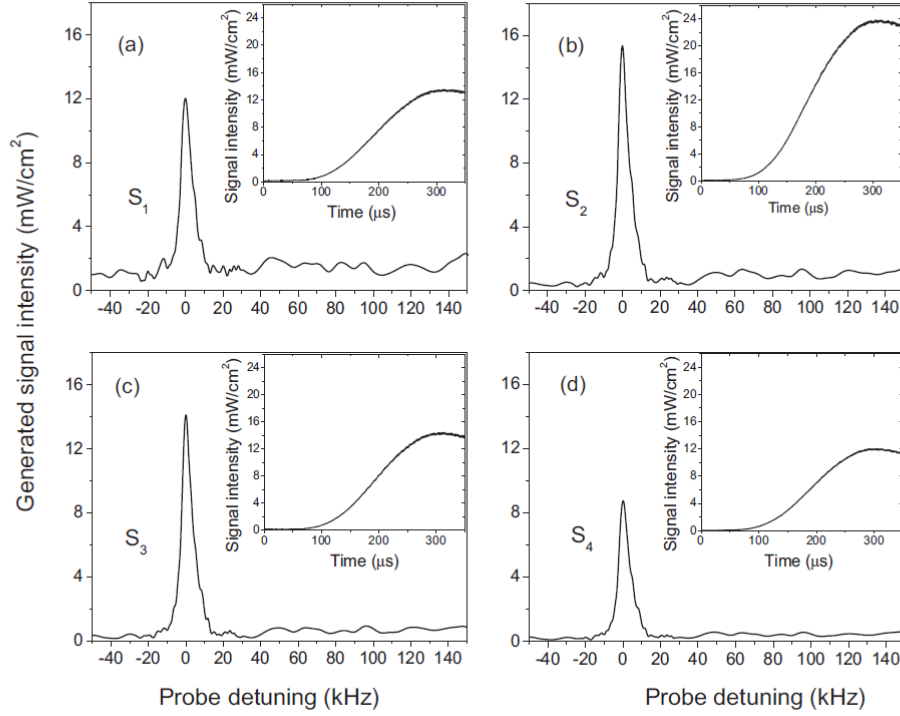


FIG. 2. Measured signal spectrum as a function of the probe detuning, $\omega_p - \omega$, corresponding to each generated mode, as indicated in each frame. Inset: Time evolution of the amplitude of each generated signal, for $\delta = 0$, after turning on the incident beams at $t = 0$.

Raman absorption and gain involving these vibrational levels [26–28]. At the same time, the counterpropagating pump C_2 and the incident probe can also give rise to RIR as well as to the associated FWM via the Bragg scattering process. The present polarization configuration can also produce Raman gain and absorption involving the internal Zeeman states with different populations [29,30].

Thus, to better understand the observed gain mechanism, we have measured the spectrum of each generated signal, under the same experimental conditions as in Fig. 2, at different times after the turning on of the beams, as shown in Fig. 3. For short times ($t_0 \sim 64 \mu\text{s}$), the probe transmission spectrum reveals an absorption and gain that have mainly a structure associated with Raman transitions involving the internal Zeeman levels. The corresponding width of the dispersive feature of the probe transmission spectrum, of the order of 100 kHz, is consistent with the minimum spread in Zeeman shifts we have measured by the μ -wave spectroscopy technique employed for cancellation of the magnetic field. As it takes some time for the atoms to populate the vibrational levels as well as to create the density grating responsible for the generation of the RIR signals, we should expect a time delay for these mechanisms to manifest themselves. Therefore, only for later times ($t_0 \sim 100 \mu\text{s}$) can we see the appearance of the narrower central peak associated with the RIR process, having a width of the order of 15 kHz [25,28], which then evolves according to the coupled cascading FWM to reach a steady state where all the generated modes have approximately the same intensity for much later times ($t_0 \sim 300 \mu\text{s}$).

In another series of measurements, we recorded the probe beam transmission for different values of the intensity of the counterpropagating pumping beam C_2 , keeping the intensity

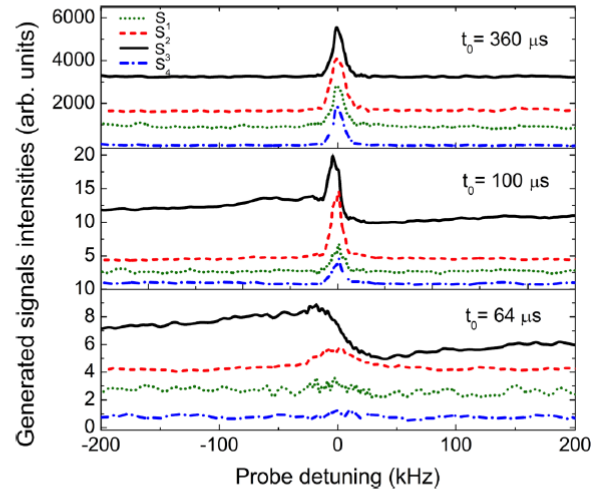


FIG. 3. Time evolution of the probe transmission and the FWM spectra recorded in different times (t_0) after the turning on of the incident beams, as indicated in each frame. The curves were shifted vertically in each frame for better visualization, but the vertical scales determine the relative amplitudes between them.

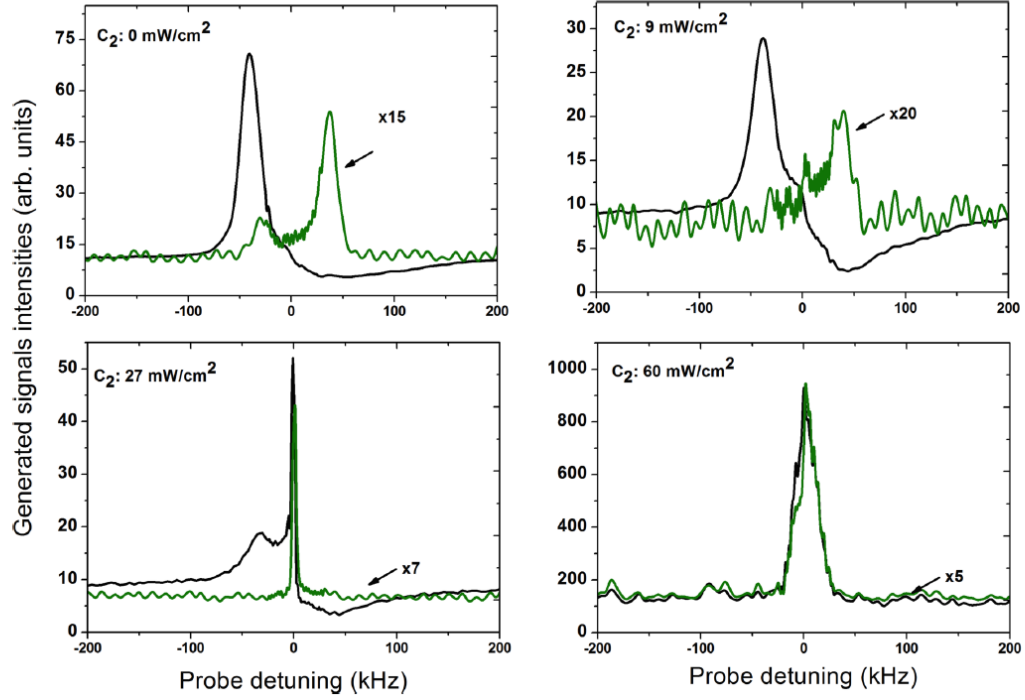


FIG. 4. Probe transmission (S_3) (black) and forward FWM (S_1) (green) spectra for different values of the pumping intensity C_2 and for a fixed intensity of the pumping beam C_1 equal to 60 mW/cm^2 , taken at stationary regime ($t_0 \sim 300 \mu\text{s}$).

of the C_1 beam fixed at 60 mW/cm^2 . As shown in Fig. 4(a), for zero intensity of the C_2 pump, we obtain the well-known dispersive line shape showing absorption and gain in the probe transmission spectrum [29,30]. We have also recorded the spectrum of the associated forward FWM signal, shown by the green curve. We note that, for this particular situation, this is the only allowed FWM process. However, for increasing values of the C_2 pump intensity, the transmission spectrum evolves with the simultaneous generation of the corresponding backward FWM signals, as shown in Figs. 4(b) and 4(c), with the formation of the central narrow peak associated with the RIR phenomenon. Finally, for higher C_2 intensities all four modes are generated, leading to a constructive interference around $\delta = 0$ and to sustained oscillation through the mentioned cascade multiple FWM processes producing macroscopic signals in all four modes with comparable intensities. We have verified experimentally that the appearance of the narrow gain peak in the probe transmission spectrum is accompanied by the simultaneous generation of the FWM signals in the other three modes, and that the gain reaches its maximum when the two pumping intensities are equal.

Finally, in Fig. 5 we present the dependence of each generated signal intensity with the common intensity of the pumping beams. This result clearly reveals a threshold behavior for this coupled parametric amplification. We have also verified experimentally an optical density threshold value of about 3 for this gain mechanism. Moreover, for sufficiently high pumping beam intensity we have observed that the system builds up spontaneously in self-oscillation without the need of any seeding beam. As this self-oscillation can occur in

many different spatial modes existing inside a cone around the pumping beam, the competition and coupling between these modes should induce fluctuations in time for the intensity measured in each detector, a fact we have observed experimentally.

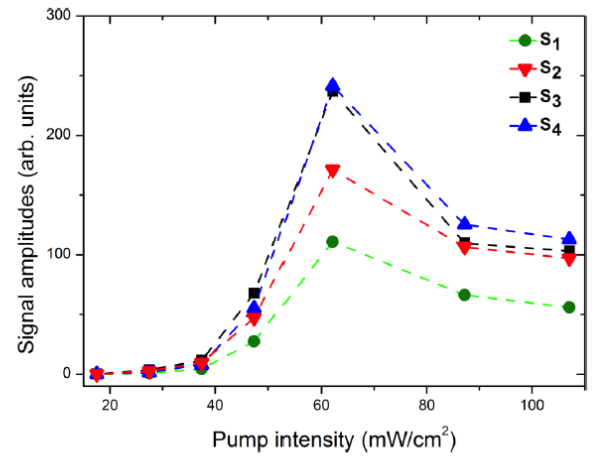


FIG. 5. Dependence of the amplitude of the generated signals as a function of the common intensity of the pumping beams, measured at $t_0 \sim 300 \mu\text{s}$, revealing a threshold behavior with a threshold pump intensity of about 40 mW/cm^2 . We attribute the different relative amplitudes for the corresponding signals in Fig. 2 to their high sensibility to alignment over the ensemble and on the detectors.

IV. CONCLUSIONS

In summary, we have demonstrated experimentally the observation of giant gain (up to 2000) and self-oscillation via multiple cascading parametric FWM in a sample of cold cesium atoms for moderate intensities of the pumping beams. We have monitored the time evolution of the various mechanisms responsible for the generation of several FWM processes, and we verified experimentally that the main contribution comes from processes associated with the RIR phenomenon. Furthermore, we believe that we have found a very promising system to investigate a branch of interesting

quantum physical phenomena, such as, for example, multi-mode quantum correlations, and storage and multiplexing of optical information. Indeed, we are currently investigating the use of this mechanism for light storage and for the production of high-intensity quantum correlated beams.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the Brazilian grant agencies CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) and FACEPE (Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco).

-
- [1] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997).
 - [2] C. F. McCormick, A. M. Marino, V. Boyer, and P. D. Lett, *Phys. Rev. A* **78**, 043816 (2008).
 - [3] V. Boyer, A. M. Marino, R. C. Pooser, and P. D. Lett, *Science* **321**, 544 (2008).
 - [4] S. Yokoyama, R. Ukai, S. C. Armstrong, C. Sornphiphatphong, T. Kaji, S. Suzuki, J.-i. Yoshikawa, H. Yonezawa, N. C. Menicucci, and A. Furusawa, *Nat. Photonics* **7**, 982 (2013).
 - [5] M. Chen, N. C. Menicucci, and O. Pfister, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 120505 (2014).
 - [6] A. S. Coelho, F. A. S. Barbosa, K. N. Cassemiro, A. S. Villar, M. Martinelli, and P. Nussenzveig, *Science* **326**, 823 (2009).
 - [7] F. A. S. Barbosa, A. S. Coelho, L. F. Muñoz-Martínez, L. Ortiz-Gutiérrez, A. S. Villar, P. Nussenzveig, and M. Martinelli, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 073601 (2018).
 - [8] S. E. Harris, *Appl. Phys. Lett.* **9**, 114 (1966).
 - [9] A. Yariv and D. M. Pepper, *Opt. Lett.* **1**, 16 (1977).
 - [10] D. M. Pepper, D. Fekete, and A. Yariv, *Opt. Lett.* **33**, 41 (1978).
 - [11] J. R. R. Leite, P. Simoneau, D. Bloch, S. L. Boiteux, and M. Ducloy, *Europhys. Lett.* **2**, 747 (1986).
 - [12] M. Pinard, D. Grandclement, and G. Grynberg, *Europhys. Lett.* **2**, 755 (1986).
 - [13] A. S. Zibrov, M. D. Lukin, and M. O. Scully, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4049 (1999).
 - [14] S. S. Sahoo, S. S. Pati, and A. K. Mohapatra, *Phys. Rev. A* **98**, 063838 (2018).
 - [15] Y. Mei, X. Guo, L. Zhao, and S. Du, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 150406 (2017).
 - [16] J. A. Greenberg and D. J. Gauthier, *Phys. Rev. A* **86**, 013823 (2012).
 - [17] A. Schilke, C. Zimmermann, P. W. Courteille, and W. Guerin, *Nat. Photon.* **6**, 101 (2012).
 - [18] K. Motomura, M. Tsukamoto, A. Wakiyama, K.-i. Harada, and M. Mitsunaga, *Phys. Rev. A* **71**, 043817 (2005).
 - [19] K.-i. Harada, M. Ogata, and M. Mitsunaga, *Opt. Lett.* **32**, 1111 (2007).
 - [20] K.-i. Harada, N. Hayashi, K. Mori, and M. Mitsunaga, *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, 40 (2008).
 - [21] J. Guo, *Phys. Rev. A* **49**, 3934 (1994).
 - [22] J. Greenberg and D. J. Gauthier, *Europhys. Lett.* **98**, 24001 (2012).
 - [23] L. Veissier, Thèse de Doctorat, Laboratoire Kastler Brossel, Université Pierre et Marie Curie, 2013.
 - [24] A. J. F. de Almeida, M.-A. Maynard, C. Banerjee, D. Felinto, F. Goldfarb, and J. W. R. Tabosa, *Phys. Rev. A* **94**, 063834 (2016).
 - [25] J. Greenberg, B. L. Schmittberger, and D. J. Gauthier, *Opt. Express* **19**, 22535 (2011).
 - [26] P. Verkerk, B. Lounis, C. Salomon, C. Cohen-Tannoudji, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3861 (1992).
 - [27] M. Brzozowska, T. M. Brzozowski, J. Zachorowski, and W. Gawlik, *Phys. Rev. A* **73**, 063414 (2006).
 - [28] J. P. Lopez, A. J. F. de Almeida, D. Felinto, and J. W. R. Tabosa, *Opt. Lett.* **42**, 4474 (2017).
 - [29] J. W. R. Tabosa, G. Chen, Z. Hu, R. B. Lee, and H. J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3245 (1991).
 - [30] D. Grison, B. Lounis, C. Salomon, J. Y. Courtois, and G. Grynberg, *Europhys. Lett.* **15**, 149 (1991).