

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS GEODÉSICAS E
TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO**

ALMAIR CAMARGOS

**AVALIAÇÃO DE PROCEDIMENTOS PARA INVESTIGAÇÃO
DA CONFIABILIDADE DAS CARTAS CADASTRAIS**

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Borba Schuler

Dissertação de Mestrado

VIRTUS IMPAVIDA

**RECIFE
2006**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS GEODÉSICAS E
TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO**

ALMAIR CAMARGOS

**AVALIAÇÃO DE PROCEDIMENTOS PARA INVESTIGAÇÃO DA
CONFIABILIDADE DAS CARTAS CADASTRAIS**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, do Centro de Tecnologia e Geociências da Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, área de concentração: Geodésia Aplicada. Defendida e aprovada no dia 31/08/2006.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Borba Schuler

Recife

2006

C172a

Camargos, Almir.

Avaliação de procedimentos para investigação da confiabilidade das cartas cadastrais. – Recife: O Autor, 2006.
xiv, 92 folhas. : il. ; fig., tabs.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Engenharia Cartográfica, Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, 2006.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia cartográfica. 2. Fotogrametria. 3. Cartas cadastrais – Metodologia de investigação. 4. Geodésia I. Título.

526 CDD (22.ed.)

UFPE
BCTG/2006-124

AVALIAÇÃO DE PROCEDIMENTOS PARA INVESTIGAÇÃO DA CONFIABILIDADE DAS CARTAS CADASTRAIS

POR

ALMAIR CAMARGOS

Dissertação defendida e aprovada em 31.08.06.

Banca Examinadora:



Professor Doutor CARLOS ALBERTO BORBA SCHULER (Orientador)
Departamento de Engenharia Cartográfica - Universidade Federal de Pernambuco



Professor Doutor JOSÉ LUIZ PORTUGAL
Departamento de Engenharia Cartográfica - Universidade Federal de Pernambuco



Professor Doutor MÁRIO MONTEIRO ROLIM
Departamento de Tecnologia Rural - Universidade Federal Rural de Pernambuco

Dedico este trabalho aos meus pais

José Camargos

Oziva Camargos

À minha esposa Lindinalva Camargos,
pelo apoio e companheirismo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida e por propiciar os meios de realização do empreendimento.

Ao meu pai, José Ferreira de Camargos, minha mãe Oziva do Carmo Camargos, meus irmãos Altino Thomaz e Almerisa Tannure que sempre me incentivaram.

À minha esposa Lindinalva Oliveira Santos Camargos, pelo carinho e carisma.

Ao Prof. Dr. Carlos Alberto Borba Schuler, pela amizade, paciência, incentivo e destreza na orientação deste trabalho.

Aos meus colegas e amigos Jurandir Alves Nicácio, José Antônio Cerqueira e Luciana Lima Araujo, companheiros das muitas viagens, pelo apoio, incentivo e consideração.

Aos professores do CTG, Doutores Verônica Romão, Tarcísio, José Luiz Portugal, Lucilene Antunes, Andréia Carneiro, Andréia de Seixas, Ana Lúcia Bezerra Candeias, Msc. Adeildo Antão, pela amizade, apoio e sugestões.

Aos grandes colaboradores Prof. Dr. Mário Monteiro Rolim (Universidade Federal Rural de Pernambuco), e o Msc. Paulo Carvalho (FIDEM), pelas valiosas sugestões.

Aos colegas de mestrado Alberto, Hélio, Pablo, Marcelo, Fabiana Amorim, Moisés Batista, Aramis Leite, Agnaldo Araújo, Jonas Bezerra, Jaderlaine, Ivan Dornelas, Gustavo Brasileiro.

A todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS	xii
RESUMO	xiii
ABSTRACT	xiv
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Generalidades	1
1.2 Formulação do problema	2
1.3 Objetivos	3
1.3.1 Objetivo geral	3
1.3.2 Objetivos específicos	3
2. REVISÃO DE LITERATURA	4
2.1 Elaboração de documento cartográfico por fotogrametria	4
2.1.2 Fatores que afetam a precisão de uma carta	6
2.2 Levantamento geodésico	8
2.2.1 A estrutura do GPS	9
2.2.1.2 Posicionamento pelo método GPS	9
2.2.2 Princípio do posicionamento por satélites	9
2.2.3 Determinação das pseudodistâncias	11
2.2.4 Métodos e técnicas de posicionamento	11
2.2.4.1 Posicionamento absoluto	12
2.2.4.2 Posicionamento relativo	12
2.3 Representação cartográfica	12
2.3.1 Sistemas de projeção	13
2.3.2 Características do sistema de projeção UTM	14
2.3.3 A projeção transversa de Mercator	14

2.3.4 A Projeção conforme de Gauss	15
2.3.5 Projeção Universal Transversa de Mercator	16
2.3.6 Elementos do elipsóide	17
2.3.7 Transformação de coordenadas geográficas em coordenadas planas no sistema UTM	18
a) Coordenada Norte	18
b) Coordenada Leste	19
2.3.8 Transformação de coordenadas planas em geodésicas	19
2.3.8.1 Expressões de transformação	20
a) Latitude	20
b) Longitude	20
2.3.9 Convergência meridiana	21
2.3.9.1 Cálculo da convergência meridiana pelas coordenadas geográficas	21
2.3.10 Fator de escala	21
2.3.11 Elementos de uma base geodésica	21
2.3.12 Cálculo da distância plana	22
2.3.13 Cálculo da distância elipsóidica	22
2.3.14 Redução angular	23
2.3.15 Azimutes	24
2.3.16 Transporte de coordenadas planas	24
2.3.16.1 Cálculo do azimute plano	26
2.3.16.2 Cálculo das coordenadas aproximadas	26
2.3.16.3 Cálculo das coordenadas definitivas	27
2.4 Fundamentos de topografia	27
2.4.1 Instrumentos para a execução das operações topográficas	29
2.4.2 Nivelamento	30
2.4.2.1 Ajustamento do nivelamento	31
2.4.3 Erros nas medições topográficas	33
2.4.3.1 Verificação e retificação dos teodolitos	33
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	35
3.1 Introdução	35
3.2 Caracterização da área experimental	36
3.2.1 Sub-área bairro Cidade Universitária	37

3.2.2 Sub-área bairro Tabuleiro do Martins	37
3.2.3 Sub-área bairro Pinheiro	38
3.2.4 Sub-área bairro Ponta Verde	38
3.3 Fluxograma dos procedimentos metodológicos	38
3.3.1 Planejamento	39
3.3.1.1 Dimensionamento da amostra	40
3.3.1.2 Critério de avaliação	41
a) O Padrão de Exatidão Cartográfica	41
b) Critério da ABNT para aceite ou rejeição de plantas topográficas	42
3.3.1.3 Uso de estatística na avaliação do erro populacional	43
3.3.1.4 A Distribuição de “Student” t	43
3.3.2 Aquisição das coordenadas geodésicas	45
3.3.3 Levantamento planimétrico dos pontos de verificação	45
3.3.3.1 Bairro Cidade Universitária	46
3.3.3.2 Bairro Tabuleiro do Martins	47
3.3.3.3 Bairro Ponta Verde	49
3.3.3.4 Bairro Pinheiro	51
3.3.4 Obtenção de dados altimétricos	52
4 RESULTADOS	53
4.1 Processamento das informações	53
4.1.1 Obtenção dos fatores de escala	54
4.1.2 Obtenção dos ângulos de redução	56
4.1.3 Obtenção dos azimutes	56
4.1.4 Obtenção das distâncias no plano do sistema UTM	57
4.1.5 Cálculo e ajustamento das coordenadas	58
4.2 Obtenção de dados na base cartográfica para avaliação	59
4.2.1 Plotagem das coordenadas dos pontos de verificação determinadas no campo	59
4.2.2 Consulta dos valores das coordenadas da Base Cartográfica	61
4.3 Cálculo das altitudes	62
4.4 Análise e discussão dos resultados	63

4.4.1 Análise e discussão dos resultados obtidos x PEC	65
4.4.2 Análise e discussão dos resultados obtidos x Norma Técnica NBR 13133	66
a) Avaliação segundo o critério utilizado para distâncias	66
b) Avaliação segundo o critério utilizado para posição de pontos	68
5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	69
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	72
Anexo 1 – Rotina para cálculo do fator de escala	75
Anexo 2 – Cálculo e ajustamento das coordenadas	76
Anexo 3 – Pontos críticos da distribuição “t” de Student	90
Anexo 4 – Altimetria	91
Anexo 5 – Precisão dos pontos de verificação	92

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Princípio básico do posicionamento por satélites.	10
Figura 2 – Geometria do posicionamento por satélites.	11
Figura 3 – Gráfico de Favé.	15
Figura 4 – O fuso UTM.	16
Figura 5 - Ângulo de Redução	23
Figura 6 – Base Geodésica	26
Figura 7 – Efeito da curvatura terrestre	28
Figura 8 – Área de experimental	37
Figura 9 – Fluxograma da metodologia empregada na investigação da confiabilidade das cartas cadastrais – Maceió / AL	38
Figura 10 – Irradiamento duplo do bairro Cidade Universitária	47
Figura 11 – Irradiamento duplo do bairro Tabuleiro do Martins	49
Figura 12 – Irradiamento duplo do bairro Ponta Verde	50
Figura 13 – Irradiamento duplo do bairro Pinheiro	52
Figura 14 – Transformação de coordenadas	54
Figura 15 – Pontos de verificação do bairro Cidade Universitária	60
Figura 16 – Pontos de verificação do bairro Tabuleiro do Martins	60
Figura 17 – Pontos de verificação do bairro Ponta Verde	61
Figura 18 – Pontos de Verificação do bairro Pinheiro	61
Figura 19 – Consulta das coordenadas de pontos da Base Cartográfica	62
Figura 20 – Altitudes do bairro Ponta Verde	62

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores empíricos para elaboração de documentos cartográficos	7
Tabela 2 – classificação dos teodolitos	30
Tabela 3 – Classificação do MED.	30
Tabela 4 – Classificação dos níveis	31
Tabela 5 – Nivelamento de linhas ou circuitos e seções	32
Tabela 6 – Amostragem aleatória	40
Tabela 7 – Padrão de Exatidão Cartográfica	41
Tabela 8 – Coordenadas dos marcos geodésicos	45
Tabela 9 – Levantamento planimétrico dos pontos de verificação do bairro Cidade Universitária	46
Tabela 10 – Levantamento planimétrico dos pontos de verificação do bairro Tabuleiro do Martins	48
Tabela 11 - Levantamento planimétrico dos pontos de verificação do bairro Ponta Verde	50
Tabela 12 - Levantamento planimétrico dos pontos de verificação do bairro Pinheiro	51
Tabela 13 - Coordenadas planas no sistema UTM e coordenadas geodésicas	55
Tabela 14 – Fator de escala	55
Tabela 15 – Ângulo de redução	56
Tabela 16 – Transformação de distâncias topográficas em distâncias planas no sistema UTM	57
Tabela 17 – Coordenadas dos pontos de verificação	59
Tabela 18 – Diferença entre coordenadas calculadas e obtidas da base cartográfica	63
Tabela 19 – Resíduos das observações	64
Tabela 20 – Valores estatísticos para os pontos de verificação	65
Tabela 21 – Distâncias obtidas no campo e distâncias obtidas na carta	67
Tabela 22 – Valores estatísticos para as distâncias	68

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AL	Alagoas
C/A	Coarse Acquisition
CTS	<i>Global Conventional Terrestrial System</i>
DNSS	Defense Navigation Satellite System
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ITC	<i>International Training Center</i>
MED	Medidores Eletrônicos de Distância
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
NAVSTAR	<i>Navigation System Using Time and Ranging</i>
NG	Norte Geográfico
NNSS	<i>Navy Navigation Satellite System</i>
NQ	Norte da Quadrícula
P	<i>Precise or Protected</i>
PEC	Padrão de Exatidão Cartográfica
SAD-69	<i>South America Datum</i>
SGE	Serviço Geográfico do Exército
UFAL	Universidade Federal de Alagoas
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UTM	Universal Transverse de Mercator
UGGI	União Geodésica e Geofísica Internacional
WGS	<i>World Geodetic System.</i>

RESUMO

CAMARGOS, A. *Avaliação de procedimentos para investigação da confiabilidade das cartas cadastrais*. Recife, PE. 2006, 75 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco – UFPE.

Considerando a necessidade do conhecimento da qualidade geométrica de documentos cartográficos, tanto para o desenvolvimento de projetos de engenharia quanto para a avaliação de áreas, distâncias e volumes, e diante da indefinição de uma metodologia de teste para tais documentos, o presente trabalho apresenta uma metodologia de investigação da confiabilidade da geometria das cartas cadastrais. Essa metodologia consiste na associação da tecnologia de posicionamento por satélites com procedimentos e instrumentação topográfica como alternativa para o posicionamento de pontos identificados no terreno e na carta cadastral. A tecnologia de posicionamento por satélites apresenta grande precisão e acurácia na determinação de posição de pontos da superfície terrestre, sendo seu uso restrito a locais abertos, longe de obstáculos à passagem de sinais dos satélites. O uso de procedimentos e instrumentação topográfica vem suprir essa deficiência, ao utilizar pontos intervisíveis, com coordenadas determinadas por tecnologia de posicionamento por satélites, como base geodésica para determinação das coordenadas dos pontos de verificação da qualidade posicional do documento cartográfico. As coordenadas planas no sistema UTM (*Universal Transverse de Mercator*) são determinadas e ajustadas em ambiente computacional através de técnicas de transporte de coordenadas sobre o Plano Cartográfico, onde cada par de pontos de coordenadas conhecidas é utilizado como uma base geodésica para determinação das coordenadas de um terceiro ponto.

Palavras-chave: Fotogrametria, Geodésia, Cartografia, transporte de coordenadas, precisão de cartas.

ABSTRACT

CAMARGOS, A. *Evaluation of procedures for investigation of the reliability of cadastral maps*. Recife, PE. 2006, 75 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco – UFPE.

Considering the need for evaluating geometric quality of cartographic documents, for engineering projects development as much as for areas, distances and volumes evaluation, and before the absence of a test methodology for such documents, this work presents a methodology for investigating the geometry reliability of cadastral maps. The methodology consists in associating the satellite positioning technology with topographical instrumentation and procedures as an alternative for the positioning of identified points in the land and in the cadastral map. The satellites positioning technology presents great precision and accuracy in the determination of the position of terrestrial surface points, being restricted to open places, far away from obstacles to satellite signals. The use of procedures and topographical instrumentation supplies that deficiency, using intervisible points, with coordinates determined by satellite positioning technology as geodesic basis for coordinates determination of the verification points of the cartographic positional quality document. The plane coordinates UTM (Universal Transverse Mercator) are defined and adjusted in system computer through techniques of coordinates transport on the Cartographic Plan, where each pair of points of known coordinates is used as a geodesic basis for determination of a third point coordinates.

Key words: Photogrammetry, Geodesy, Cartography, transport of coordinates, precision of maps.

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

1.1 - Generalidades

O conhecimento da qualidade geométrica de documentos cartográficos constitui uma necessidade da comunidade usuária para que se tenha precisão na elaboração de projetos, avaliação de áreas e distâncias. Objetivando direcionar a investigação da confiabilidade de tais documentos, em 1973, o Governo Federal decretou normas para o controle da qualidade do mapeamento. O decreto contemplou apenas a cartografia sistemática elaborada na escala 1:25.000 e menores, não abrangendo documentos cartográficos em escalas maiores. Em 1994, a ABNT divulgou as normas técnicas para levantamento topográfico que incluiu normas para o controle de plantas topográficas em escala grande.

Na confecção de bases cartográficas, leva-se em consideração a curvatura da Terra, e, através da aerofotogrametria, realiza-se o levantamento dos dados de campo por intermédio de fotografias. Para que possam apresentar as características urbanas, confeccionam-se as bases cartográficas em escalas maiores que as do mapeamento sistemático, fugindo à abrangência da aplicação das normas de controle estipuladas pelo decreto do Governo Federal. Na elaboração das plantas topográficas, ainda que na mesma escala das cartas cadastrais, interpreta-se a terra como sendo plana, sendo os detalhes projetados ortogonalmente no plano topográfico. Obtêm-se os dados de campo através da topografia que se utiliza de medições diretamente no campo.

O presente trabalho sugere uma metodologia simples de teste de campo para verificar a qualidade geométrica das cartas cadastrais, enfatizando a qualidade posicional e precisão das distâncias, propiciando à entidade contratante do mapeamento uma ferramenta de ajuda ao aceite ou à rejeição do produto. Como critérios de avaliação, adotaram-se os parâmetros do PEC, por se tratar de um

documento elaborado dentro das normas cartográficas, em que se leva em consideração a curvatura da Terra, utilizando-se um sistema de projeção, em que são inseridas as distorções pertinentes do sistema adotado. Adotaram-se também os critérios de avaliação estipulados pela Norma Técnica da ABNT para plantas topográficas, que, embora tenha uma concepção diferente de levantamento, projeção e desenho, são confeccionadas em escala grande.

A análise da qualidade posicional da carta cadastral enfocando os dois critérios mostra a classificação do documento em um padrão elaborado para escalas pequenas, porém com as mesmas características de construção, e também a classificação em um padrão próprio para documentos em escala grande, porém com características diferentes de construção. O que diferencia um critério do outro são os valores dos limites de erro, sendo o padrão aplicável ao mapeamento sistemático menos rígido que o padrão aplicável às plantas topográficas.

1.2 - Formulação do problema

O Decreto-Lei nº. 89.817, de 20 de junho de 1984, estabelece que noventa por cento dos pontos bem definidos numa carta, quando testados no terreno, não deverão apresentar erro superior ao PEC planimétrico estabelecido para mapeamento sistemático. O referido Decreto-Lei prevê os testes de campo, sem mencionar a metodologia. A Norma Técnica da ABNT (1994) também estabelece que seja realizado teste de campo para verificação da confiabilidade do documento topográfico, em que noventa por cento das distâncias das plantas topográficas, quando testadas no terreno, não deverão apresentar erro superior ao erro máximo estabelecido.

Os pontos definidos na carta, que são os pontos de verificação, geralmente são arestas de edificações, cercas e muros. Uma forma rápida e precisa de obtenção das coordenadas desses pontos é a tecnologia de posicionamento por satélites. Devido aos elementos que obstruem ou refletem os sinais emitidos pelos satélites, interferindo na qualidade da medição, nem todos os pontos podem ser posicionados através dessa tecnologia, o que dificulta o processo de coleta de dados que se utiliza apenas dessa tecnologia. O presente trabalho sugere uma metodologia para obtenção das coordenadas desses pontos, através da associação de técnicas topográficas, posicionamento por satélites e transporte de coordenadas.

1.3 - Objetivos

1.3.1 - Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo geral avaliar um método para investigar a qualidade geométrica de documentos cartográficos.

1.3.2 - Objetivos específicos

Como objetivos específicos têm-se: concepção, teste da metodologia, verificação da precisão geométrica das cartas cadastrais e verificação da viabilidade de uso do método.

CAPÍTULO 2 - REVISÃO DE LITERATURA

2.1 - Elaboração de documento cartográfico por fotogrametria

Com a invenção da fotografia em 1839 pelos cientistas franceses Niepce e Daguerre, e sua utilização para fins de mapeamento pelo oficial do exército francês Laussedat em 1850, nasceu a ciência denominada Fotogrametria, em que os dados de campo passaram a ser coletados diretamente das imagens feitas pela luz nos materiais fotossensíveis. O uso de balões e aeronaves possibilitou o desenvolvimento da fotogrametria aérea, que passou a ser amplamente utilizada em mapeamentos, aumentando a rapidez e diminuindo custos (MARCHETTI & GARCIA, 1986).

A *American Society for Photogrammetry and Remote Sensing* define fotogrametria como “a ciência, arte e tecnologia de se obter informações precisas sobre objetos através de medição e interpretação de imagens fotográficas”. Para que um projeto fotogramétrico tenha sucesso, torna-se necessário que seja feito um planejamento anterior a qualquer trabalho. As primeiras e mais importantes decisões a serem tomadas no processo de planejamento são referentes aos tipos de produtos, suas escalas e precisão. Os trabalhos de planejamento podem ser sumarizados nas seguintes fases (WOLF & DEWITT, 2000):

1. planejamento do vôo fotogramétrico;
2. planejamento dos pontos de controle de campo;
3. Seleção dos instrumentos e procedimentos necessários para se alcançar os resultados necessários;
4. estimativa de custo e prazo de entrega.

O controle fotogramétrico consiste em alguns pontos, cujas posições são conhecidas em um sistema de coordenadas terrestres e cujas imagens podem ser facilmente identificadas nas fotografias. O controle de campo proporciona os meios de orientação, ou seja, relaciona as fotografias com o campo. Todas as fases de trabalho fotogramétrico requerem apoio de campo. Classifica-se em *controle horizontal*, em que a posição dos pontos de objetos é referida a um datum horizontal, e *controle vertical*, em que as alturas de objetos são referidas a um datum

vertical. Tradicionalmente, o controle terrestre é feito em duas etapas, sendo a primeira o estabelecimento de uma rede de pontos principal, que é materializada no terreno; a segunda etapa consiste no estabelecimento de pontos de controle fotográfico, através de medições na fotografia a partir da rede principal estabelecida, em que se determinam as coordenadas X, Y e Z. Essa operação, denominada aerotriangulação, baseia-se na medição de coordenadas fotográficas, e sua principal finalidade consiste na extensão ou densificação de pontos de controle ao longo de faixas ou blocos de fotos, para o uso em subseqüentes operações fotogramétricas. Ressalta-se que o estabelecimento de um bom controle de campo é de extrema importância, ao tempo em que a precisão dos produtos finais não pode ser melhor que a precisão do apoio de campo em que são baseados.

Existem erros sistemáticos associados a toda medição fotográfica, os quais poderão ser eliminados. As coordenadas fotográficas contêm erros sistemáticos provenientes de várias fontes. As principais são:

- a) distorção do filme devido à expansão, retração ou falta de planicidade;
- b) interseção dos eixos fiduciais fora do ponto principal;
- c) distorção das lentes;
- d) distorção causada pela refração atmosférica;
- e) distorção causada pela curvatura da Terra.

Para atingir o objetivo, as fotografias devem ser obtidas de câmaras fotográficas métricas, que são equipadas com mecanismos que asseguram e indicam a orientação interna das fotografias, com a necessária precisão para a finalidade implícita. A medição de objetos e sua representação gráfica são feitas através de um procedimento fotogramétrico denominado “restituição” (OLIVEIRA, 1987).

Sendo a restituição uma operação que visa obter o original fotogramétrico, esta operação consiste em transformar a projeção cônica das fotografias em projeção ortogonal, através de instrumentos e técnicas específicas, para que possam ser desenhados os pormenores planialtimétricos constituintes dos mapeamentos, segundo convenções cartográficas, representando, em determinada escala e sistema de projeção, uma região fotografada (PAREDES, 1986).

A restituição compreende as etapas: orientação do aparelho restituidor (interna e externa), estereocompilação e reambulação (LOCH & LAPOLLI, 1994).

A orientação interna consiste no restabelecimento da perspectiva interna da fotografia como ela era no instante da exposição, durante o vôo. Os elementos da orientação interna são: a distância focal, a localização do ponto principal e a distorção da lente, obtidos através dos parâmetros de calibração da câmara e de procedimentos fotogramétricos. A orientação externa consiste na determinação da posição tridimensional da câmara no instante da exposição, de forma analítica, ou em um instrumento fotogramétrico. A orientação externa divide-se em orientação relativa e orientação absoluta (OLIVEIRA, 1987).

Nos procedimentos de orientação exterior se estabelecem a posição e a orientação do feixe de raios de luz, provenientes de um modelo estereoscópico, com respeito a um sistema de coordenadas espaciais (MIKHAIL et al, 2001).

2.1.2 - Fatores que afetam a precisão de uma carta

Alguns fatores afetam a precisão de uma carta, por exemplo, o menor detalhe a ser representado na escala da carta, os erros planimétricos e os erros altimétricos. Os erros planimétricos podem ser grupados em erros da aerotriangulação e do desenho. Os erros cometidos na aerotriangulação têm como componentes: a orientação absoluta; as deformações da projeção; a observação do modelo e erro de colimação. Os erros de desenho têm como componentes o retoque da restituição e de desenho. Todos esses erros podem ser reunidos na expressão, descrita abaixo, que fornece o erro total planimétrico (PORTUGAL, 1992):

$$M_p = \sqrt{M_{pt}^2 + M_{pp}^2 + M_i^2 + M_{d1}^2 + M_{d2}^2 + M_{pc}^2} \quad (1)$$

Em que

M_p = Erro médio quadrático total planimétrico.

M_{pc} = Erro cometido na determinação planimétrica dos pontos de apoio de campo.

M_{pt} = Erro cometido na orientação absoluta, usando-se pontos de aerotriangulação.

M_{pp} = Erro devido às deformações na projeção e na observação do modelo estereoscópico.

M_i = Erro de colimação ou erro de pontaria.

M_{d1} = Erro do operador ao retocar a restituição.

M_{d2} = Erro do operador durante a gravação ou erro de desenho.

A tabela 1 mostra os elementos da equação 1, apresentando na primeira coluna a especificação de cada tipo de erro. A segunda coluna indica seu respectivo símbolo. As equações de avaliação de cada tipo de erro se expressam na terceira coluna, seguindo-se das especificações da quarta e quinta colunas.

Tabela 1 – Valores empíricos para elaboração de documentos cartográficos

ERRO	SÍMBOLO	VALOR	OBSERVAÇÕES	
Cometido na determinação planimétrica dos pontos de apoio de campo	Mpc	0,1 mm x Ec	Tolerância máxima admitida, segundo o T34 – 304 (Manual Técnico de Aerotriangulação).	
		60 μ m x Ed	Aerotriangulação analógica para faixas	
Cometido na orientação absoluta, utilizando-se pontos de aerotriangulação.	Mpt	40 μ m x Ed	Aerotriangulação analógica para blocos	Podem ser substituídos pelo resultado do ajuste da aerotriangulação
		20 μ m x Ed	Aerotriangulação analítica para faixas	
		10 μ m x Ed	Aerotriangulação analítica para blocos	
De colimação ou pontaria	Ml	30 μ m x Ed		
Devido às deformações na projeção e observação do modelo estereoscópico	Mpp	20 μ m x Ed	Ed = denominador da escala do diafilme	
Do operador ao retocar a restituição	Mdi	0,15 mm x Er	Er = denominador da escala da restituição	

Utiliza-se o erro médio quadrático (que pode ser calculado pela equação 1), para se estimar a precisão de uma carta. Caso o valor encontrado seja superior ao erro padrão correspondente, torna-se desnecessário o teste de campo, por caracterizar incompatibilidade de precisão, devendo seu valor ser lançado no rodapé da carta (Artigo 10 do Decreto 89.817).

2.2 - Levantamento geodésico

Utiliza-se da Geodésia para implantação e determinação precisa das coordenadas de uma rede de pontos sobre a superfície da Terra, denominada rede básica. Os métodos clássicos de medições de campo utilizados consistiam em triangulações, trilaterações e poligonações. Com o advento da era espacial e a utilização dos satélites artificiais para fins geodésicos, essa nova tecnologia tem sido explorada no estabelecimento de métodos de posicionamento cada vez mais rápidos e precisos.

O físico austríaco Johann Christian Doppler descobriu, em 1842, que a frequência observada em um receptor é diferente da emitida pela fonte geradora de ondas sonoras ou eletromagnéticas, quando possuem um movimento relativo entre si. Esse fenômeno recebeu o nome de “efeito doppler” em sua homenagem. Os americanos observaram esse efeito nas transmissões de rádio do SPUTNIK I, lançado pela antiga União Soviética, em 1957. Eles descobriram que era possível determinar a órbita do satélite através da medição da variação desse efeito em pontos de coordenadas conhecidas. Demonstrou-se posteriormente que a posição de um receptor na superfície da terra poderia ser determinada conhecendo-se a órbita do satélite. Os Estados Unidos estabeleceram programas de pesquisa a partir de 1958 para atender ao interesse da marinha em desenvolver técnicas de navegação de longo alcance. Em 1964, o sistema TRANSIT, batizado com o nome de NNSS, passou a operar continuamente com três satélites, sendo disponibilizado para a comunidade civil a partir de 1967. Algumas agências americanas como o Departamento de Defesa, a Administração Federal de Aeronáutica e do Espaço e outras se uniram e criaram o DNSS. A Marinha e a Força Aérea formularam dois projetos, o TIMATION e o SYSTEM 621 – B, de cuja união originou-se em 1973 o projeto final que recebeu o nome de NAVSTAR – GPS. Em poucos anos o GPS tornou-se reconhecido como uma alternativa de medição em Geodésia e Cartografia (LOCH & CORDINI, 1995).

Utilizaram-se dos satélites artificiais como pontos espaciais de referência para o estabelecimento de redes geodésicas. O Sistema NAVSTAR / GPS permitiu alcançar melhores resultados em precisão que o sistema *TRANSIT* (ROCHA, 2000).

A Geodésia por Satélites compreende técnicas de observação e computação que permitem solucionar problemas geodésicos de medições precisas através de satélites artificiais próximos da Terra (SEEBER, 1993).

2.2.1 - A estrutura do GPS

MONICO (2000) afirma que o GPS consiste em três segmentos: segmento espacial, segmento de controle e segmento de usuários. O segmento espacial é constituído de 24 satélites, numa altitude aproximada de 20.200km, numa configuração que permite a observação simultânea de no mínimo quatro satélites em qualquer local da superfície terrestre a qualquer hora.

Segundo FENSTERMAKER (1994), o sistema de controle é formado por cinco estações de monitoramento equipadas com instalações capazes de transmitir dados aos satélites que incluem novas efemérides, correções de relógio e mensagens de navegação.

O segmento dos usuários compreende as comunidades civis e militares equipadas com receptores que possuem a capacidade de registrar as medidas de pseudodistâncias – código de fase, com base nas frequências L1 e L2, transmitidas pelos satélites (ROCHA, 2000).

2.2.1.2 - Posicionamento pelo método GPS

O posicionamento pelo método GPS é baseado em medição direta das pseudodistâncias e das medidas de fase das ondas portadoras, entre satélite e receptor (ROCHA, 2000).

2.2.2 - Princípio do posicionamento por satélites

A determinação de coordenadas com GPS é baseada no princípio da medição das pseudodistâncias, que são distâncias satélite-receptor, afetadas por erros sistemáticos entre um receptor e quatro satélites. As coordenadas destes satélites são conhecidas e referenciadas a um sistema adequado. A partir dessas coordenadas é possível determinar as coordenadas da antena de um receptor. Do ponto de vista geométrico, a medição de três distâncias é suficiente, mas uma quarta medição é necessária para resolver o problema da falta de sincronismo entre os relógios dos satélites e o relógio do receptor (SEEBER, 1993).

A figura 1 mostra o princípio básico do posicionamento de um ponto na superfície terrestre através da tecnologia GPS, sendo R1, R2, R3 e R4 as pseudodistâncias.

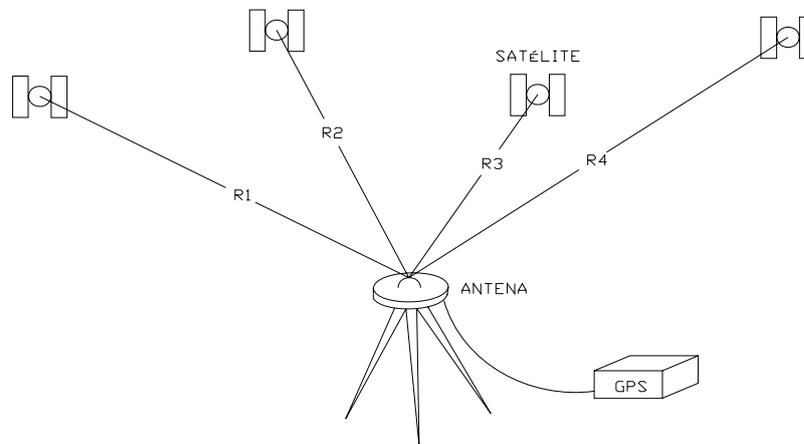


Figura 1 – Princípio básico do posicionamento por satélites (SEEBER, 1993).

Estando uma antena e um receptor instalados em uma estação B e sendo um satélite i, usando as notações da figura 2, a equação fundamental para uma pseudodistância simples é (SEEBER, 1993):

$$PR_i = |X_i - X_B| + cdt_u = c\tau_i = ((X_i - X_B)^2 + (Y_i - Y_B)^2 + (Z_i - Z_B)^2)^{1/2} + cd\tau_u \quad (2)$$

- R_i distância geométrica entre a antena do satélite i e a antena do receptor em B
- X_i posição do satélite i de componentes X_i Y_i Z_i no sistema geocêntrico CTS (ver p. x)
- X_B vetor posição da antena do receptor em B, de componentes X_B , Y_B , Z_B , no sistema geocêntrico CTS
- $d\tau_u$ erro de sincronismo do relógio entre o tempo do sistema GPS e o relógio do receptor
- c velocidade de propagação do sinal
- τ_i tempo de propagação do sinal entre o satélite e a antena em B

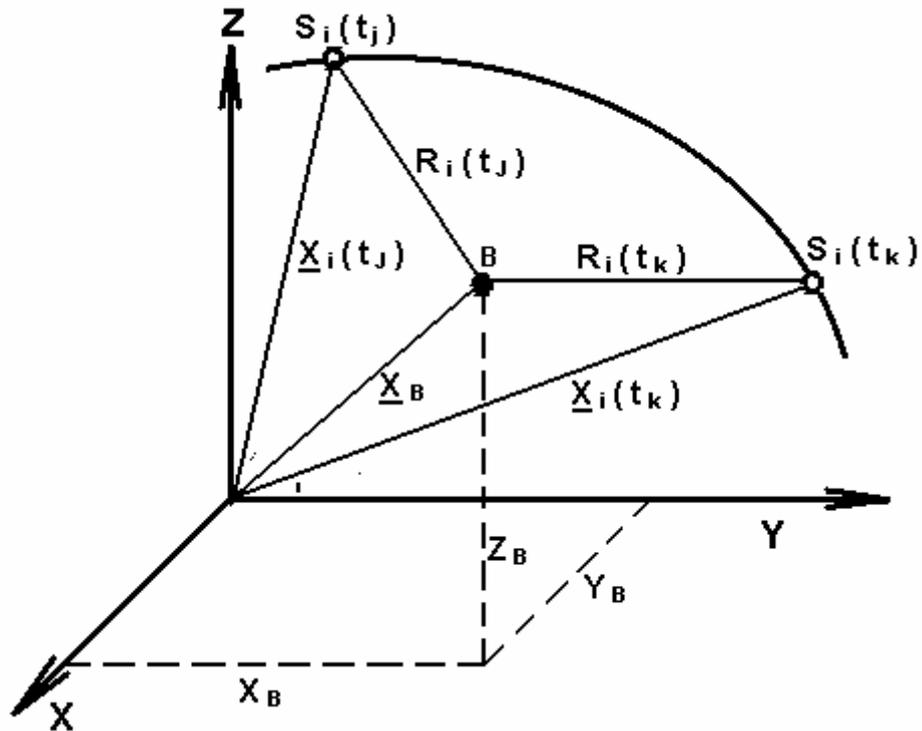


Figura 2 – Geometria do posicionamento por satélites (SEEBER, 1993).

2.2.3 - Determinação das pseudodistâncias

De acordo com SEEBER (1993), para que uma pseudodistância seja determinada, consideram-se duas observáveis fundamentais: fase do código e fase da portadora.

2.2.4 - Métodos e técnicas de posicionamento

Denomina-se posicionamento a determinação da posição de objetos com relação a um referencial específico. Quando as coordenadas estão associadas ao geocentro, o posicionamento GPS é classificado como posicionamento absoluto e quando as coordenadas estão relacionadas a um referencial materializado, através de um ou mais vértices com coordenadas conhecidas, o posicionamento é classificado como relativo (MONICO, 2000).

2.2.4.1 - Posicionamento absoluto

O posicionamento absoluto requer apenas um receptor, e a medição é feita diretamente entre o receptor e o satélite, e não se baseia em um ponto de referência para computar a correção de erros. Como resultado, as posições derivadas no modo absoluto estão sujeitas aos erros inerentes ao posicionamento por satélites (FENSTERMAKER, 1994).

A posição de um receptor pode ser determinada em tempo real através da medição das pseudodistâncias entre este e quatro satélites ou mais (ROCHA, 2000).

2.2.4.2 - Posicionamento relativo

Conhecendo-se um ponto sobre o sistema global de coordenadas, as coordenadas de um outro ponto podem ser determinadas em relação ao primeiro (ROCHA, 2000).

O conceito de posicionamento relativo decorre do fato de dois ou mais receptores rastreamos simultaneamente um grupo de pelo menos dois satélites comuns. O objetivo da realização de diferenças entre observáveis é de reduzir alguns tipos de erros. Para o posicionamento relativo, geralmente utilizam-se as duplas diferenças como observáveis fundamentais (MONICO, 2000).

Na afirmativa de ROCHA (2000), existe um sistema global que é definido por um elipsóide de referência e otimizado para se adaptar ao geóide global. O sistema GPS adota esse sistema de referência, que é denominado WGS – *World Geodetic System*. O Sistema de referência WGS 84 possui os seguintes parâmetros: Semi-eixo maior $a = 6378137,000$ m e achatamento geométrico $f = 1/298,257223563$. Por esse motivo, as medidas GPS deverão ser transformadas para o sistema de referência de cada país antes de serem utilizadas.

2.3 - Representação cartográfica

Sendo o mapa a modalidade de comunicação gráfica mais antiga, há provas bem remota da existência de mapas babilônios, egípcios, chineses etc. O mapa mais antigo que se conhece originou-se na Babilônia, tendo sido elaborado entre 3800 e 2200 anos antes da era cristã. Todos os povos antigos traçaram mapas sem que haja em tais povos o menor conhecimento de escrita, sendo, portanto, a arte de desenhar mapas mais antiga que a arte de escrever. Heródoto atribuiu aos egípcios a invenção de um método de medir os campos. Os gregos adquiriram muitos

conhecimentos com os egípcios, consolidando a geodésia; eles deram notável impulso à astronomia e à cosmografia. Deve-se a Hiparco de Bitínia a criação do sistema de coordenadas e a descoberta do movimento de precessão dos equinócios. As obras de Marino de Tiro e Cláudio Ptolomeu descreveram pela primeira vez uma autêntica cartografia, só aparecendo algo melhor quatorze séculos depois com a projeção de Mercator.

Na Idade Média, a cartografia experimentou uma regressão lamentável, tendo o progresso alcançado pelos gregos sido colocado de lado e substituído por conceitos religiosos. O incremento das viagens subterrâneas e oceânicas reacendeu a arte e a ciência da construção dos mapas. O momento determinante da cartografia moderna aconteceu em 1569, quando o belga Gerhard Kremer, conhecido como Mercator, construiu o famoso sistema de projeção que recebeu seu nome. O século XVII marcou o início dos grandes levantamentos geodésicos realizado pelos franceses, ingleses e alemães. Recentemente, a fotogrametria, o desenvolvimento de instrumentos eletrônicos e o lançamento de satélites artificiais propiciaram um avanço considerável à cartografia (OLIVEIRA, 1993).

A Associação Cartográfica Internacional define Cartografia como um conjunto de operações visando à elaboração e preparação de cartas, projetos e outras formas de expressão, bem como a sua utilização (OLIVEIRA, 1987).

2.3.1 - Sistemas de projeção

O globo geográfico é a forma de representação gráfica mais fiel da Terra, sendo considerada como uma verdadeira miniatura do planeta. Dessa forma, o globo é uma representação esferoidal enquanto que as cartas geográficas são formas de representação plana. O problema da cartografia consiste em transferir o que existe na superfície curva da Terra, para a superfície plana dos mapas (OLIVEIRA, 1993).

Para a representação da superfície da Terra, em uma superfície plana, foram criados sistemas de projeção, como forma de transferência de pontos de uma superfície, para uma posição correspondente, em outra superfície, através de métodos gráficos ou analíticos (OLIVEIRA, 1987).

Na impossibilidade do desenvolvimento da esfera sobre o plano, utilizaram-se de superfícies intermediárias que possuem a propriedade de se desenvolver, como o cone, o cilindro e também o plano. Esses três tipos de projeção apresentaram anormalidades que dificultaram a precisão métrica da representação dos detalhes.

Outras formas de projeção foram e continuam a serem idealizadas com a finalidade de minimizar as deformações. Quando algum defeito de uma projeção é banido em outra projeção, outras anormalidades aparecem. Dessa forma, não existe nenhuma projeção que elimine todos os tipos de deformações. Várias são as classificações dos sistemas de projeção, como por exemplo, a que restringe em apresentar as propriedades das projeções em: eqüidistantes, equivalentes, conformes e afiláticas. A projeção eqüidistante é a que não apresenta deformações lineares em determinada direção. A projeção equivalente tem a propriedade de não deformar as áreas. A projeção conforme não deforma ângulos e em conseqüência a forma de pequenas áreas. Por último, a projeção afilática em que todas as grandezas apresentam deformações (OLIVEIRA, 1993).

2.3.2 - Características do sistema de projeção UTM

A projeção UTM é uma projeção cilíndrica conforme que apresenta a propriedade de manter a forma dos objetos, embora deforme suas dimensões. Pode ser visualizada como um cilindro, com seu eixo contido no plano equatorial, e secante à superfície de referência, da qual uma pequena parcela será projetada. Esta parcela recebe a denominação fuso UTM (ROCHA, 2000).

2.3.3 - A projeção transversa de Mercator

A projeção transversa de Mercator consiste em se conceber o elipsóide terrestre envolvido por um cilindro na posição transversa (cilindro tangente a um meridiano qualquer). Do desenvolvimento do cilindro, tem-se o “Gráfico de Favé”. A figura 3 mostra as deformações sobre os meridianos, que se apresentam tanto mais distantes entre si, quanto maior for o afastamento dos mesmos com relação a um determinado meridiano de referência, que é o único representado em verdadeira grandeza (RAMOS, 1998).

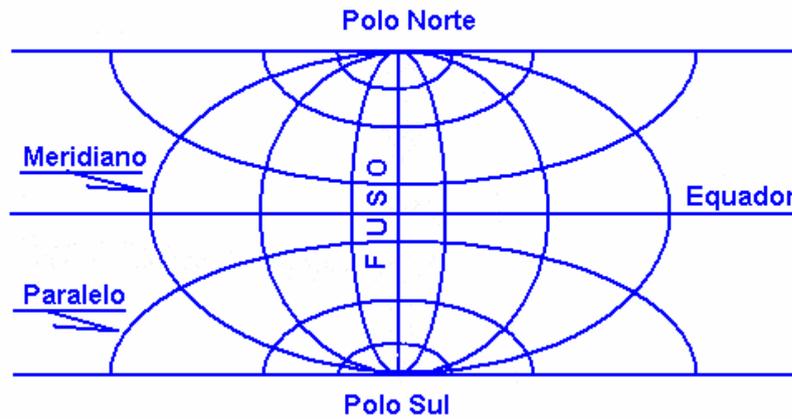


Figura 3 – Gráfico de Favé.

2.3.4 - A projeção conforme de Gauss

O geodesta francês Pierre Tardi defende a tese de que a projeção conforme de Gauss poderia ser usada sem prejuízos para os resultados dos trabalhos, no que se refere à distância linear projetada, desde que as regiões de trabalho não excedessem de 3° de afastamento do meridiano de referência. Recomenda ainda que os fusos considerados coincidam com os fusos da Carta do Mundo ao Milionésimo. Ele usou um artifício que consistia em fazer o cilindro secante ao elipsóide em vez de tangente, cortando-o em duas linhas meridianas paralelas e simétricas ao meridiano central. O objetivo do uso deste artifício foi diminuir os efeitos da deformação linear ocorrida quando da projeção de uma distância elipsóidica no plano. Dessa forma, ocorreria uma redução máxima no meridiano central, passando por dois pontos sem deformação e atingindo uma ampliação máxima nos extremos do fuso. Considerando o cilindro secante ao elipsóide, Tardi criou o coeficiente de redução K_0 . A figura 4 mostra o coeficiente de redução e as regiões de deformação da projeção (RAMOS, 1998).

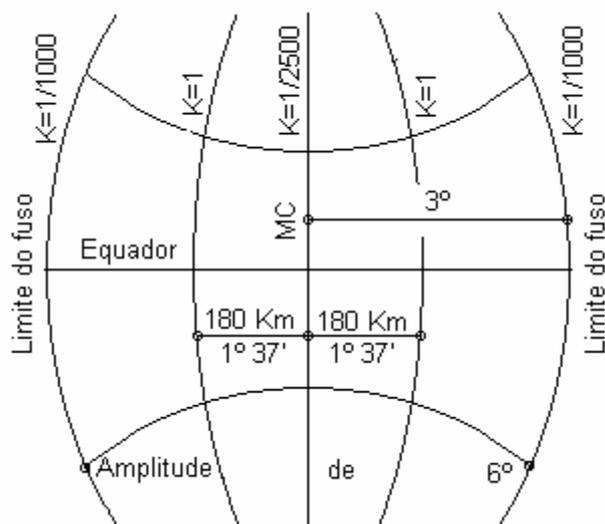


Figura 4 – O fuso UTM.

2.3.5 - Projeção Universal Transversa de Mercator

Em 1950, propuseram uma combinação para abranger a totalidade das longitudes, com base na projeção cilíndrica conforme denominada Projeção UTM. Esse sistema foi estabelecido para proporcionar uma completa cobertura, pela definição de 60 fusos, tendo cada um 6° de amplitude de longitude. O fuso 1 estende-se do meridiano 180° oeste até o meridiano 174° oeste, com o meridiano central 177° oeste. A numeração do fuso cresce para leste, em espaçamentos iguais de 6° de longitude. Por exemplo, o fuso 17 estende-se do meridiano de 84° oeste a 78° oeste com meridiano central 81° de longitude. O fator de escala ao longo do meridiano central K_0 , igual a 0,9996 para todos os fusos, resulta em uma distorção máxima de 1 parte em 2.500. Cada fuso tem sua origem na interseção do equador com o meridiano central. A abscissa leste para cada fuso é 500.000m, no meridiano central. e a ordenada ao norte é 10.000.000m no equador (WOLF & DEWITT, 2000).

Na projeção, os meridianos e os paralelos interceptam-se em ângulos retos; a linha do Equador e a linha do meridiano central de cada fuso são representadas por linhas retas; os demais meridianos e paralelos são representados por linhas côncavas, em relação ao meridiano central e aos pólos. O espaçamento entre os meridianos aumenta à medida que se afastam do meridiano central. Para manter conformidade, a escala na direção Norte-Sul também é distorcida, acarretando uma escala diferente para cada ponto (ROCHA, 2000).

O sistema UTM é um método prático para o cálculo das transformações de coordenadas planas em geográficas geodésicas e vice-versa, dos transportes de coordenadas planas sobre o elipsóide, da convergência meridiana, azimutes e lados. Tem ainda aplicação prática em transporte de coordenadas em redes secundárias, e, modernamente, nas poligonações eletrônicas cadastrais, no caso de transporte de coordenadas. Sempre que possíveis estas poligonações devem estar amarradas aos vértices de malha de triangulação de ordem superior (RAMOS, 1998).

Ainda segundo o mesmo autor, o sistema de projeção UTM foi adotado pelo SGE em 1955, conforme proposta da UGGI, aprovada na IX Assembléia de Bruxelas, em 1951.

2.3.6 - Elementos do elipsóide

O conhecimento dos elementos elipsóidicos torna-se necessário para que se efetuem os cálculos inerentes ao sistema UTM.

Definidos o semi-eixo maior e o achatamento do elipsóide, os demais elementos podem ser calculados através de expressões matemáticas.

a) achatamento

$$f = (a - b) / a \quad (3)$$

Em que:

f = achatamento

a = semi-eixo maior

b = Semi-eixo Menor

b) Primeira excentricidade

$$e^2 = [(a^2 - b^2)]^{1/2} / a \quad (4)$$

Em que:

e^2 = Primeira Excentricidade

c) Segunda Excentricidade

$$e' = [(a^2 + b^2)]^{1/2} / b \quad (5)$$

Em que:

e' = 2ª Excentricidade

d) Grande Normal

$$N = a / (1 - e^2 \text{sen}^2 \phi)^{1/2} \quad (6)$$

Em que:

N = Grande Normal

ϕ = Latitude de um ponto

e) Pequena Normal

$$N' = N (1 - e^2) \quad (7)$$

Em que:

N' = Pequena Normal

2.3.7 - Transformação de coordenadas geográficas em coordenadas planas no sistema UTM

A transformação de coordenadas geográficas em plano retangulares no sistema UTM pode ser feita através das seguintes expressões (FORTES, 1995):

a) Coordenada Norte

$$N1 = l + llp^2 + llip^4 + A'6p^6 \quad (8)$$

Em que:

$$l = B \cdot K_0 \quad (9)$$

$$B = \int_0^{\phi} [a(1-e^2)(1-e^2 \text{Sen}^2 \phi)^{-3/2}] d \phi \quad (10)$$

O desenvolvimento da integral acima resulta (RAMOS, 1998):

$$B = \alpha \phi - \beta \text{seno } \phi + \gamma \text{seno } 4\phi - \delta \text{seno } 6\phi + \varepsilon \text{seno } 8\phi - \xi \text{seno } 10\phi + \dots$$

Em que:

$$\alpha = A.K/\rho^0$$

$$\beta = B.K/2$$

$$\gamma = C.K/4$$

$$\delta = D.K/6$$

$$\varepsilon = E.K/8$$

$$\xi = F.K/10$$

$$\rho^0 = 180/\pi$$

$$K = a(1 - e^2)$$

$$A = 1 + 3/4 e^2 + 45/64 e^4 + 175/256 e^6 + 11025/16384 e^8 + 43659/65536 e^{10} + \dots$$

$$B = 3/4 e^2 + 15/16 e^4 + 525/512 e^6 + 2205/2048 e^8 + 72765/65536 e^{10} + \dots$$

$$C = 15/64 e^4 + 105/256 e^6 + 2205/4096 e^8 + 10395/16384 e^{10} + \dots$$

$$D = 35/512 e^6 + 315/2048 e^8 + 31185/131072 e^{10} + \dots$$

$$E = 315/16384 e^8 + 3465/65536 e^{10} + \dots$$

$$F = 639/131078 e^{10} + \dots$$

K_0 = coeficiente de redução do meridiano central do fuso UTM.

$$II = N \text{Sen} \varphi \text{Cos} \varphi \text{Sen}^2 1'' K_0 10^8 / 2 \quad (11)$$

$$III = [(\text{Sen}^4 1'' N \text{Sen} \varphi \text{Cos}^3 \varphi) / 24] (5 - \text{tg}^2 \varphi + 9e^2 \text{Cos} \varphi + 4 e^4 \text{Cos} \varphi K_0 10^6) \quad (12)$$

$$A'6 = [(\text{Sen}^6 1'' N \text{Sen} \varphi \text{Cos}^5 \varphi) / 720] (61 - 58 \text{tg}^2 \varphi + \text{tg}^4 \varphi + 270e^2 \text{Cos}^2 \varphi - 330e^2 \text{Sen}^2 \varphi) K_0 10^{24} \quad (13)$$

N = Coordenada Norte de um ponto no plano UTM

$N = N_1$ para o hemisfério Norte

$N = N_1 + 10000000$ para o hemisfério Sul

b) Coordenada Leste

$$E' = IV \rho + V \rho^3 + B'5 \rho^5 \quad (14)$$

$$IV = N \text{Cos} \varphi \text{ Seno} 1'' \cdot K_0 \cdot 10^4 \quad (15)$$

$$V = [(\text{Sen}^3 1'' \cdot N \cdot \text{Cos}^3 \varphi) / 6] (1 - \text{Tg}^2 \varphi + e^2 \cdot \text{Cos}^2 \varphi) \cdot K_0 \cdot 10^{12} \quad (16)$$

$$B'5 = [(\text{Sen}^5 1'' N \text{Cos}^5 \varphi) / 120] (5 - 18 \text{Tg}^2 \varphi + \text{Tg}^4 \varphi + 14e^2 \text{Cos}^2 \varphi - 58e^2 \text{Sen}^2 \varphi) K_0 10^{20} \quad (17)$$

ρ = o produto 10^{-6} pela diferença de longitudes entre o ponto considerado e o meridiano central do fuso UTM

$E = 500000 + E'$ para pontos situados a leste do meridiano central do fuso UTM

$E = 500000 - E'$ para pontos situados a oeste do meridiano central

2.3.8 - Transformação de coordenadas planas em geodésicas

O conhecimento das coordenadas geográficas se faz necessário, tendo em vista a elaboração de relatórios, memoriais e outros.

Para a transformação são necessárias, além das coordenadas planas, informações complementares, como número do fuso e o hemisfério a que pertencem as coordenadas a transformar, uma vez que existem 120 pontos com as mesmas coordenadas planas. Essas informações podem ser conseguidas pela obtenção das

coordenadas geográficas aproximadas do ponto, pela pesquisa em mapas, nas quais o argumento é a localização de uma cidade próxima. Dessa forma, determina-se a longitude do meridiano central do fuso, que é necessária ao cálculo.

As fórmulas seguintes permitem a transformação das coordenadas planas em geográficas geodésicas:

2.3.8.1 - Expressões de transformação

a) Latitude

$$\varphi = \varphi_1 - VII q^2 + VIII q^4 - D'6 \quad (18)$$

φ_1 é calculado por iteração a partir de B'_0

$$B'_0 = N'/K_0$$

O Cálculo de φ'_1 estará terminado quando for atendida a igualdade $B'_i = B'_{i+1}$. Isto ocorre normalmente na 5ª ou 6ª aproximação

N'_1 = coordenada Norte (N) se o ponto estiver no hemisfério Norte.

N_1 = diferença entre 10.000.000m e a Coordenada Norte (N), no caso do ponto localizar-se no hemisfério Sul.

$$VII = [(Tg \varphi_1) / (2N_1^2 \text{Sen} 1'')](1 + e'^2 \text{Cos} \varphi_1)(1/K_0)10_{12} \quad (19)$$

$$VIII = [(Tg \varphi_1) / (24N_1^4 \text{sen} 1'')](5 + 3Tg^2 \varphi_1 + 6E'^2 \text{Sen}^2 \varphi_1 - 3E'^4 \text{Cos}^4 \varphi_1 - 9E'^4 \text{Cos}^2 \varphi_1 \text{Sen}^2 \varphi_1)(1/K_0^4)10^{24} \quad (20)$$

$$D'6 = [Tg \varphi_1 / (720N_1^6 \text{Sen} 1'')](61 + 90Tg^2 \varphi_1 + 45Tg^4 \varphi_1 + 107e'^2 \text{Cos}^2 \varphi_1 - 162e'^2 \text{Sen}^2 \varphi_1 - 45e'^2 Tg^2 \varphi_1 \text{Sen}^2 \varphi_1)(1/K_0^6)10^{36} q^6 \quad (21)$$

b) Longitude

$$\lambda = \lambda_0 \pm \Delta\lambda \quad (22)$$

λ_0 = longitude do meridiano central

$$\Delta\lambda = IXq - Xq^3 + E'5 \quad (23)$$

$$q = E'10^{-6} \quad (24)$$

E' = diferença entre a coordenada leste (E) do ponto em questão e a coordenada do meridiano central do fuso UTM.

$$IX = (\text{Sec} \varphi_1 / N_1 \text{Sen} 1'')(1/K_0)10^6 \quad (25)$$

$$X = (\text{Sec} \varphi_1 / 6N_1^6 \text{Sen} 1'')(1 + 2Tg^2 \varphi_1 + e'^2 \text{Cos} \varphi_1)(1/K_0^3)10^{18} \quad (26)$$

$$E'5 = (\text{Sec} \varphi_1 / 120N_1^5 \text{Sen} 1'')(5 + 28Tg^2 \varphi_1 + 6e'^2 \text{Cos} \varphi_1 + 8e'^2 \text{Cos} \varphi_1 + 8e'^2 \text{Cos} \varphi_1 Tg^2 \varphi_1)(1/K_0^5)10^{30} \quad (27)$$

2.3.9 - Convergência meridiana

Na afirmativa de LIBAULT (1975), denomina-se convergência Meridiana o ângulo formado entre os meridianos e as linhas verticais da quadrícula.

2.3.9.1 - Cálculo da convergência meridiana pelas coordenadas geográficas

$$\gamma = XII\rho + XII\rho^3 + C'5\rho^5 \quad (28)$$

$$XII = 10^4 \text{Sen}\varphi \quad (29)$$

$$XIII = [(\text{Sen}^2 1'' \text{Cos}^2\varphi \text{ Sen}^2\varphi)/3](1+3e'^2 \text{Cos}^2\varphi + 2e'^4 \text{Cos}^4\varphi)10^{12} \quad (30)$$

$$C'5 = (\text{Sen}^4 1'' \text{Sen}\varphi \text{Cos}^4\varphi/15)(2-\text{Tg}^2\varphi)10^{20} \quad (31)$$

O Valor de γ é dado em quantidade de segundos do arco sexagesimal.

2.3.10 - Fator de escala

Segundo ROCHA (2000), para que se faça a redução da superfície de referência, que é o elipsóide, para a superfície plana, utiliza-se um fator de escala, representado pela letra K. A distância plana pode ser obtida pela multiplicação da distância sobre o elipsóide pelo fator de escala.

O espaçamento entre os meridianos aumenta à medida que eles se afastam do meridiano central. Para que seja mantida a proporcionalidade da projeção conforme, a escala na direção Norte-Sul também é distorcida, existindo assim uma escala diferente para cada ponto situado sobre o mesmo lado do meridiano (ROCHA, 2000).

FORTES (1995) mostra que o fator de escala pode ser calculado pela expressão:

$$K = K_0(1+XVIIIq^2+0,00003q^4) \quad (32)$$

$$XVIII = [(1+e'^2 \text{Cos}^2\varphi)/2N^2](1/K_0^2)10^{12} \quad (33)$$

2.3.11 - Elementos de uma base geodésica

RAMOS (1998) diz que o cálculo dos lados planos e elipsóidicos, dos valores das reduções angulares e outros é de grande importância no transporte de coordenadas, tanto no plano cartográfico quanto na figura elipsóidica.

Uma base geodésica é determinada por dois pontos de coordenadas conhecidas, sendo o ponto (P1) de coordenadas N_1 e E_1 e o ponto (P2) de

coordenadas N_2 e E_2 . Através das equações anteriores, calculam-se as convergências meridianas, γ_1 e γ_2 respectivamente. A determinação do azimute plano entre as estações, no sentido (P1-P2) é feito em função de ΔE , que é a diferença de abscissas e ΔN que é a diferença de ordenadas entre as duas estações. Podem-se aplicar os princípios da trigonometria simples para o cálculo da inclinação do alinhamento em função da tangente.

$$\Delta E = E_2 - E_1 \quad (34)$$

$$\Delta N = N_2 - N_1 \quad (35)$$

$$\text{tg}\alpha = \Delta E / \Delta N \quad (36)$$

α = direção P1-P2

θ = azimute plano. É o ângulo formado entre o norte da quadrícula e a direção anunciada.

2.3.12 - Cálculo da distância plana

A distância plana pode ser calculada pela lei dos senos, dos co-senos ou pelo teorema de Pitágoras:

$$Sp = \Delta E / \text{sen}\theta_{1-2} \quad (37)$$

$$Sp = \Delta N / \text{cos}\theta_{1-2} \quad (38)$$

$$Sp = [(\Delta E)^2 + (\Delta N)^2]^{1/2} \quad (39)$$

2.3.13 - Cálculo da distância elipsóidica

Consiste em reduzir ao elipsóide a distância plana em função do valor de K para a região considerada, sendo o valor de K coeficiente de redução local definido pela expressão:

$$K = K_0(1 + XVIIIq^2 + 0,00003q^4) \quad (40)$$

E o coeficiente XVIII, para a base:

$$XVIII = [(1 + e'^2 \text{Cos}^2\varphi_m) / 2N_m^2] (1/K_0^2) 10^{12} \quad (41)$$

Os valores de φ_m e N_m são calculados em função da latitude e Grande Normal de um ponto médio entre as duas estações. As coordenadas plano-retangulares do ponto médio podem ser obtidas por:

$$N_m = N_1 + \Delta N / 2 \quad (42)$$

$$E_m = E_1 + \Delta E / 2 \quad (43)$$

Conhecidas as coordenadas plano-retangulares, calculam-se as coordenadas geográficas, obtendo-se φ_m e λ_m . O valor de q é calculado em função das abscissas $E1'$ e $E2'$, conforme segue:

$$q_1 = (500000 - E1)10^{-6} \text{ se } E1 \text{ for menor que } 500000$$

ou

$$q_1 = (E1 - 500000)10^{-6} \text{ se } E1 \text{ for maior que } 500000$$

O coeficiente q_2 é calculado da mesma forma para a coordenada $E2$.

O valor de q^2 é obtido, aplicando-se a expressão:

$$q^2 = 1/3(q_1^2 + q_1q_2 + q_2^2). \quad (44)$$

O valor de q^4 se obtém em função de q^2 .

$$q^4 = (q^2)^2 \quad (45)$$

2.3.14 - Redução angular

Segundo RAMOS (1998), a representação gráfica das linhas elipsóidicas correspondentes aos meridianos, paralelos e distância entre dois pontos, é feita através de linhas curvas denominadas transformadas. O ângulo formado entre a corda e o arco da transformada denomina-se redução angular, conforme ilustração da figura 5.

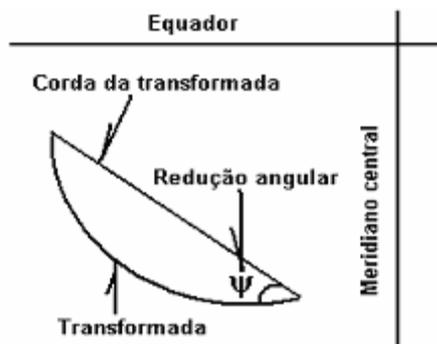


Figura 5 - Ângulo de Redução (RAMOS, 1998).

O valor da redução angular não é o mesmo nos extremos da mesma base e influencia nos cálculos dos azimutes ao longo de um polígono, resultando em um erro de fechamento inadmissível.

O cálculo da redução angular de uma base determinada pelos pontos $P1$ e $P2$ pode ser calculada pela expressão:

$$\psi_{1-2} = \Delta N(2E'_1 + E'_2) \text{ XVIII. } 6,8755 \cdot 10^{-8} \quad (46)$$

$$\psi_{2-1} = -\Delta N(E'_1 + 2E'_2) \text{ XVIII. } 6,8755 \cdot 10^{-8} \quad (47)$$

A constante $6,8755 \cdot 10^{-8}$ é gerada da expressão: $[(1/3) \cdot \text{Sen} 1''] 10^{-12}$

Em que

ψ_{1-2} = redução angular.

2.3.15 - Azimutes

Denomina-se azimute geodésico o ângulo formado entre o meridiano e a tangente à linha geodésica, em um ponto considerado, medido no sentido horário a partir do sul. Considera-se como azimute geodésico projetado (no plano do sistema UTM) o ângulo existente entre a tangente ao meridiano geográfico projetado e o arco da transformada, a partir do sul, em um ponto considerado. O ângulo formado entre o norte da quadrícula UTM (linha paralela ao meridiano central do fuso) e a corda da transformada recebe a denominação azimute plano. Esses valores assim se expressam:

$$A_{1-2} = \theta'_{1-2} \pm 180^\circ + \gamma + \psi_{1-2} \quad (48)$$

Em que

A_{1-2} = azimute geodésico projetado do ponto 1 em direção ao ponto 2

θ'_{1-2} = azimute plano

$$\theta'_{1-2} = A_{1-2} \pm 180^\circ - \gamma - \psi_{1-2} \quad (49)$$

A dedução de somar ou subtrair 180° ao azimute plano dependerá do valor calculado para o mesmo resultar em maiores ou menores que 180° (RAMOS, 1998).

2.3.16 - Transporte de coordenadas planas

O transporte de coordenadas planas é um problema rotineiro nos trabalhos geodésicos e até mesmo topográficos de recadastramentos ou fixação de marcos secundários para fins de implantação ou assentamento de projetos diversos. Esse transporte ocorre normalmente em uma poligonação, partindo e fechando em bases geodésicas conhecidas e de ordem superior. A partir de bases materializadas ao

longo de um caminhamento, através de marcos geodésicos, distantes entre si de 10km, 20km ou 30km, executam-se poligonações com o uso de uma estação total.

O ângulo medido entre duas estações é sempre um ângulo esférico. As distâncias medidas são tomadas na superfície real da Terra, devendo ser transportadas para a superfície elipsóidica.

Para redução das distâncias ao elipsóide, afirma RAMOS (1998), deve-se primeiro ser reduzidas ao geóide, através da expressão:

$$S_n = D_h - (D_h * H_m / R_m) \quad (50)$$

Em que:

S_n – Distância reduzida ao geóide.

D_h – Distância horizontal.

H_m – Altitude média da região

R_m – Raio médio da Terra

O raio médio da Terra pode ser calculado pela expressão:

$$R_m = (M * N)^{1/2} \quad (51)$$

Em que:

N – Grande Normal, que pode ser calculada pela expressão 14

M – Raio de curvatura meridiana, que, segundo SANTOS (2001), pode ser calculada pela expressão:

$$M = (a(1-e^2))/((1-e^2)\text{sen}^2\Phi)^{3/2} \quad (52)$$

A distância reduzida ao geóide pode ser reduzida ao elipsóide através da equação:

$$S_e = S_n + 1,027 * S_n^3 * 10^{-15} \quad (53)$$

Sendo uma base geodésica definida pelas suas estações M1 e M2, de coordenadas N1, E1, N2 e E2; convergências meridianas γ_1 e γ_2 respectivamente, e considerando-se uma estação M3 de distância S_e medida na superfície física e transportada ao elipsóide, a partir de M2 com uma direção α , mostradas na figura 6, as coordenadas planas E3 e N3 desta estação podem ser calculadas, segundo os itens 2.3.16.1, 2.3.16.2 e 2.3.16.3.

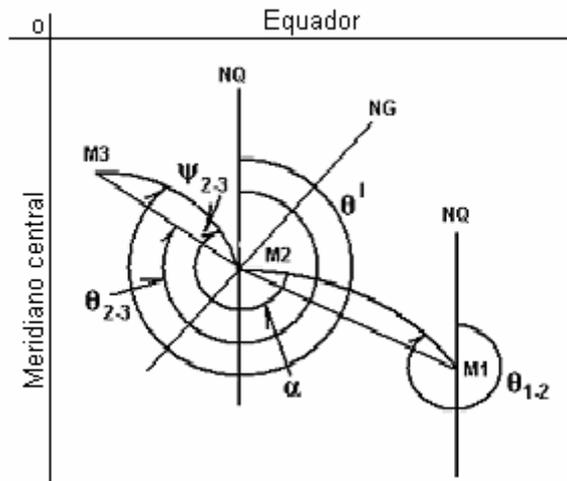


Figura 6 – Base Geodésica (RAMOS, 1998).

2.3.16.1 - Cálculo do azimute plano

O azimute plano do alinhamento formado entre o vértice da base geodésica e o ponto de coordenadas a determinar pode ser calculado por:

$$\theta_{2-3} = \theta'_{2-3} - \psi_{2-3} \quad (54)$$

$$\theta'_{2-3} = \theta_{1-2} \pm 180^\circ + \alpha - \psi_{2-1} \quad (55)$$

Como os valores das reduções angulares ψ_{2-3} e ψ_{3-2} não são conhecidos, devem ser calculados. Para que esses cálculos sejam feitos, calculam-se as coordenadas aproximadas da estação M3, fazendo-se o uso do valor do azimute geodésico projetado e da distância elipsóidica calculada. Nos lances não muito extensos, tais coordenadas são obtidas com uma aproximação menor que 5m, precisão suficiente para o cálculo dos valores das reduções angulares.

2.3.16.2 - Cálculo das coordenadas aproximadas

$$N3 \approx N2 + \text{Cos } \theta'_{2-3} \cdot Se \quad (56)$$

$$E3 \approx E2 + \text{Sen } \theta'_{2-3} \cdot Se \quad (57)$$

Conhecidas as coordenadas aproximadas de M3, pode-se calcular o valor do coeficiente XVIII, dos ângulos de redução ψ_{2-3} , ψ_{3-2} e do fator de escala K do ponto médio. A distância plana Sp pode então ser obtida por:

$$Sp = Se.K \quad (58)$$

2.3.16.3 - Cálculo das coordenadas definitivas

Conhecidos os elementos planos necessários para o transporte das coordenadas, calculam-se os valores das coordenadas de M3 como segue:

$$N3 = N2 + \text{Cos } \theta_{2-3} \cdot Sp \quad (59)$$

$$E3 = E2 + \text{Sen } \theta_{2-3} \cdot Sp \quad (60)$$

2.4 - Fundamentos de topografia

A Topografia se baseia na geometria e na trigonometria plana que se utiliza de medições, objetivando obter a representação sobre um plano de referência, da forma das dimensões e da posição relativa de uma porção limitada do terreno, sem considerar a curvatura terrestre (LOCH & CORDINI, 1995).

Consoante COMASTRI (1992), para que a finalidade da Topografia seja atingida, executa-se o levantamento topográfico, que é um conjunto de operações em que se usam métodos e instrumentos adequados para a obtenção dos elementos necessários à representação geométrica de certa extensão de terreno. Nos trabalhos de campo, procura-se obter certo número de pontos, medindo-se ângulos e alinhamentos.

Ainda segundo o mesmo autor, nos levantamentos normais de Topografia, é preferível lançar as poligonais fechadas, porque elas oferecem a comprovação do rigor do trabalho realizado. Para complementar o levantamento topográfico, utilizam-se outros métodos, como levantamento por irradiação, levantamento por interseção e outros. No levantamento por irradiação, os elementos a serem levantados são definidos pela medição de ângulos e distâncias, amarrados a uma poligonal.

Segundo LOCH & CORDINI (1995), em topografia, não há necessidade de se considerar a curvatura da Terra, porque as operações são conduzidas em áreas restritas, sendo adotado um plano tangente como superfície de referência, onde os pontos são projetados ortogonalmente. Para uma extensão de até 23km não é necessário efetuar a correção do erro devido à curvatura terrestre. A figura 7 mostra um plano tangente ao esferóide no ponto A_1 . A distância D_1 é representada pela distância entre o ponto de tangência e um ponto considerado B_1 . R é o raio médio da Terra, α é o ângulo formado entre o segmento AO e o segmento BO , D é o comprimento do arco A_1B_2 . O erro pode ser calculado pela equação:

$$D_1 = A_1B_1 = R \tan \alpha \quad (61)$$

$$D = R\alpha \quad (62)$$

A diferença entre D_1 e D é denominada erro planimétrico (ΔD) devido á curvatura terrestre.

$$\Delta D = D_1 - D \quad (63)$$

$$\Delta D = R \tan \alpha - R \alpha = R(\tan \alpha - \alpha).$$

Sendo o ângulo α muito pequeno, a função tangente pode ser desenvolvida em série de potências:

$$\tan \alpha = \alpha + \alpha^3/3 + 2 \alpha^5/15 + \dots \quad (64)$$

Devido ao valor muito pequeno do terceiro termo, esta função pode ser limitada ao segundo termo. Após algumas operações algébricas, resulta:

$$\Delta D = R \tan^3 \alpha / 3 \quad (65)$$

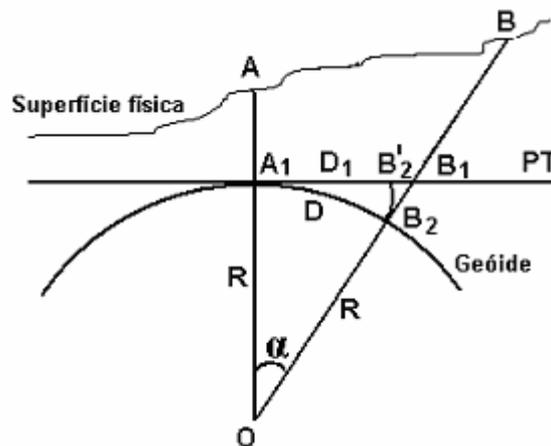


Figura 7 - Efeito da curvatura terrestre (LOCH & CORDINI, 1995).

Destacando-se α em função de R e D , pode-se escrever:

$$\Delta D = D^3/3R^2 \quad (66)$$

Para LOCH & CORDINI (1995), após qualquer trabalho de medição, os valores observados encontram-se eivados de erros. No fechamento do polígono, esses erros resultam em um erro final denominado erro de fechamento. Estando dentro do limite de tolerância, o erro deverá ser distribuído.

2.4.1 - Instrumentos para a execução das operações topográficas

COMASTRI (1992) considera os teodolitos como sendo goniômetros que medem ângulos horizontais e ângulos verticais. São dotados de lunetas, para maior nitidez e alcance das visadas, e se assentam sobre tripés.

CARDÃO (1961) exprime níveis como sendo instrumentos que indicam uma ou mais retas do plano horizontal. Fundamentados no fenômeno da gravidade, dividem-se em três grupos:

1) níveis que se baseiam no equilíbrio de corpos suspensos. São os níveis colimadores;

2) níveis que se baseiam na horizontalidade de uma superfície líquida em repouso. São os níveis d'água;

3) níveis embasados na diferença de densidade entre líquidos ou entre líquido e gás. São os níveis de bolha. Nos níveis usados em trabalhos de precisão a linha de visada é dirigida por uma luneta.

Distanciômetro eletrônico é um dispositivo que mede a diferença de fase entre ondas eletromagnéticas transmitidas e recebidas. Sendo a frequência e a velocidade conhecidas, o instrumento calcula eletronicamente a distância entre dois pontos (OLIVEIRA, 1987).

A ABNT (1994) classifica os teodolitos conforme o desvio padrão de uma direção observada em duas posições da luneta, conforme tabela 2.

Tabela 2 – classificação dos teodolitos

Classe dos teodolitos	Desvio-padrão precisão angular
1- precisão baixa	$\leq \pm 30''$
2- precisão média	$\leq \pm 07''$
3- precisão alta	$\leq \pm 02''$

Normalmente, a classificação dos teodolitos é definida pelos fabricantes ou por universidades, em bases apropriadas.

A tabela 3 descreve a classificação dos Medidores Eletrônicos de Distância (MED) conforme desvio-padrão (ABNT, 1994):

Tabela 3 – Classificação do MED.

Classes do MED	Desvio-padrão
1- precisão baixa	$\pm (10\text{mm} + 10 \text{ ppm} \times D)$
2- precisão média	$\pm (5\text{mm} + 5 \text{ ppm} \times D)$
2- precisão alta	$\pm (3\text{mm} + 2 \text{ ppm} \times D)$

Sendo

ppm = parte por milhão.

D = distância medida em km.

2.4.2 – Nivelamento

Para OLIVEIRA (1987), o termo nivelamento é aplicado às operações de medição de distâncias verticais, objetivando a determinação de altitudes.

CARDÃO (1961) indica que o nivelamento pode ser executado usando-se um dos três métodos: Nivelamento Geométrico, Nivelamento Trigonométrico e Nivelamento Barométrico.

O Nivelamento Geométrico é o que se opera segundo visadas horizontais obtidas por instrumentos e obtenção de distâncias verticais pela leitura da altura da projeção da linha horizontal em uma mira graduada.

O Nivelamento Trigonométrico é executado utilizando-se instrumentos que forneçam ângulos verticais e instrumentos que meçam ou calculem a distância horizontal. As distâncias verticais são calculadas pelo produto da distância pela tangente do ângulo de inclinação entre dois pontos. Esse nivelamento é usado quando não é necessário um resultado de grande precisão, sendo este método dezesseis a dezessete vezes menos rigoroso que o geométrico.

O Nivelamento Barométrico é fundamentado na diferença de pressão entre dois pontos, que pode ser medida com um barômetro, permitindo-se que a distância

vertical entre eles seja determinada. Não é um método preciso, sendo o seu uso indicado em levantamentos expeditos, nos quais não é exigida precisão.

Os níveis são classificados segundo o desvio padrão observado em um nivelamento duplo de um km, conforme tabela 4 (ABNT, 1994):

Tabela 4 – Classificação dos níveis.

Classe dos níveis	Desvio-padrão
1- precisão baixa	$\geq \pm 10$ mm/km
2- precisão média	$\leq \pm 10$ mm/km
3- precisão alta	$\leq \pm 3$ mm/km
4- precisão muito alta	$\leq \pm 1$ mm/km

A Norma Técnica da ABNT (1994) preconiza que existem quatro classes de nivelamento de linhas ou circuitos e de seções, que envolvem instrumentos, métodos, desenvolvimento e materialização dos pontos topográficos. Essas classes são mostradas na tabela 5 (ABNT, 1994):

2.4.2.1 - Ajustamento do nivelamento

As expressões das tolerâncias de fechamento apresentadas na tabela 5 servem de controle da precisão das operações de campo. A exatidão do apoio topográfico altimétrico é expressa pela qualidade de fechamento de circuitos ou linhas, formados por duplo nivelamento, conectando estações de altitudes conhecidas. A qualidade das operações de campo na determinação do apoio topográfico é verificada pelo controle das diferenças de nível entre o nivelamento e o contranivelamento geométricos, seção a seção e acumulados na linha ou circuito, devendo ser observados os valores limites apresentados na tabela 5.

O ajustamento de uma seção, linha ou circuito, quando nivelados e contranivelados geometricamente, é executado através da distribuição do erro de fechamento pelas diversas diferenças de nível obtidas pela média aritmética dos valores observados pelo nivelamento e pelo contranivelamento, proporcionalmente às distâncias entre lances nivelados ou às próprias diferenças de nível, conforme inclinação do terreno.

Tabela 5 – Nivelamento de linhas ou circuitos ou seções

classe	Metodologia	Desenvolvimento			Tolerâncias de fechamento	
				Mínimo		
IN Geométrico.	Nivelamento geométrico a ser executado com nível classe 3, utilizando miras dobráveis, centimétricas, devidamente aferidas, providas de prumo esférico, leitura a ré e vante dos três fios, visadas eqüidistantes com diferença máxima de 10 metros, ida e volta em horários distintos e com pontos de segurança (PS) a cada km, no máximo.	10 km	80 m	15 m	12 mm \sqrt{K}	
IIN Geométrico	Nivelamento geométrico a ser executado com nível classe 2, utilizando miras dobráveis, centimétricas, devidamente aferidas, providas de prumo esférico, leitura a ré e vante dos três fios, visadas eqüidistantes com diferença máxima de 10 metros, ida e volta ou circuito fechado e com pontos de segurança (PS) a cada 2 km, no máximo.	10 km	80 m	15 m	20 mm \sqrt{K}	
IIIN Trigonométrico	Nivelamento trigonométrico a ser realizado através de medidas de distâncias executadas com medidor eletrônico de distância – MED – classe 1, leituras recíprocas (vante e ré) em uma única série, ou medidas de distâncias executadas à trena de aço devidamente aferida com controle estadimétrico de erro grosseiro, leituras de ângulo vertical conjugadas, direta e inversa, em uma série com teodolito classe 2 ou estação total classe 2.	Princ.	10 km	500 m	40 m	40 0.15 m \sqrt{K}
		Sec.	5 km	300 m	30 m	20 0.20 m \sqrt{K}
IVN Taqueométrico	Nivelamento taqueométrico a ser realizado através de leitura dos três fios sobre miras centimétricas, devidamente aferidas, providas de prumo esférico, leitura vante e ré, leitura do ângulo vertical simples, com correção de PZ ou índice obtida no início e no fim da jornada de trabalho, por leituras conjugadas direta e inversa, com teodolito classe 1.	Princ. Sec	5 km	150 m	30 m	40 0.30 m \sqrt{K}
Taqueo.			2 km	150 m	30 m	20 0.40 m \sqrt{K}

Notas:

- a) IN, IIN, IIIN, e IVN são classes do nivelamento.
- b) K = extensão nivelada em km, medida em um único sentido.
- c) Princ. = principal. Sec = secundária. PS = ponto de segurança.

2.4.3 Erros nas medições topográficas

Na medição de grandezas angulares e lineares, cometem-se erros, causados pela imperfeição dos instrumentos, falha dos operadores, e outros pequenos erros de origem desconhecida.

Na medição de ângulos são utilizados os teodolitos, que são goniômetros providos de luneta. Eles apresentam as seguintes partes: uma base contendo parafusos niveladores (parafusos calantes), limbos destinados a medições de ângulos horizontais e verticais, um eixo vertical de rotação, denominado eixo principal, sendo concêntrico ao círculo horizontal, onde giram os montantes da luneta. Possuem também um eixo horizontal, denominado eixo secundário, que é o eixo de rotação da luneta. A luneta é um tubo que possui a objetiva em uma extremidade e a ocular na outra extremidade. Na ocular, existem dois fios ortogonais, um vertical, denominado fio colimador e outro horizontal, denominado fio nivelador (COMASTRI, 1992).

Teoricamente, os eixos dos teodolitos devem ser ortogonais, o que pode ser verificado por operações com o teodolito. As operações de retificações devem ser executadas através de parafusos próprios, conforme orientação dos manuais dos fabricantes, antes de uma jornada de trabalho, visto que a trepidação de transporte, choques e quedas causam sua desretificação (LOCH & CORDINI, 1995).

2.4.3.1 Verificação e retificação de teodolitos

Ainda segundo o mesmo autor, verifica-se a verticalidade do eixo principal na operação de calagem. Quando o instrumento apresenta o eixo principal na vertical, a bolha do nível permanece na posição central do tubo, em qualquer posição de giro do teodolito. Caso a bolha apresente variação, a retificação é feita pela correção da metade de seu deslocamento, atuando-se no parafuso correspondente. A retificação do eixo vertical, realiza-se, quando necessária, apontando-se a luneta para uma mira graduada, com o ângulo correspondente a uma visada horizontal. Na seqüência, inverte-se a posição da luneta e visa-se o mesmo ponto depois efetua-se

a leitura do ângulo vertical. Constatando-se valores diferentes, calcula-se a média, em seguida, aponta-se novamente a luneta para a mira, atua-se no parafuso de chamada do movimento vertical até registrar o valor da média. Retifica-se o nível da luneta através do parafuso próprio. A verificação do perpendicularismo entre os eixos de colimação e de rotação da luneta é feita através da visada de um fio de prumo, na posição direta e inversa. Se a diferença de leitura for diferente de 180° , procede-se à retificação.

A calibração de campo dos MED é realizada em uma linha base implantada no campo, contendo certo número de pilares, espaçados, com determinados critérios. Quando as distâncias entre os pilares são conhecidas, torna-se possível determinar a constante aditiva, a correção de escala e estimativa de elementos do erro cíclico.

CAPÍTULO 3 – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 – Introdução

As bases cartográficas podem ser usadas para as mais diversas atividades de planejamento e administração pública, como, planejamento de saneamento, eletrificação e urbanização. Devido à necessidade de exatidão das cartas para que os projetos possam lograr êxito, deve ser feita uma investigação a respeito de sua confiabilidade e de sua precisão.

O objetivo do presente trabalho é propor e estudar uma metodologia para a avaliação da precisão de documentos cartográficos. O método consiste na obtenção de um conjunto de pontos de controle por rastreamento de satélites, os quais serão utilizados como bases geodésicas, de onde serão obtidas as coordenadas de novos pontos através da utilização de instrumentos topográficos, e técnicas de transporte de coordenadas sobre o plano, no sistema UTM.

A associação da tecnologia de posicionamento por satélites, procedimentos e instrumentação topográfica são uma alternativa para o posicionamento de pontos de verificação para o qual não é possível elaborar o rastreamento por satélites. O transporte das coordenadas para os pontos obtidos por topografia pode ser feito sobre o elipsóide, sobre o plano topográfico ou sobre o plano do sistema UTM. Nessa metodologia, o transporte de coordenadas é feito diretamente sobre o plano cartográfico, no sistema de projeção UTM, no qual se utilizam dois pontos geodésicos intervisíveis de coordenadas UTM, determinadas através da tecnologia de posicionamento por satélites, para cada região de investigação. Esses dois pontos são usados como vértices de uma base geodésica. Em cada vértice, instala-se o instrumento topográfico, que será utilizado para a medição de pontos de verificação através da técnica de irradiação duplo, que possibilita o ajustamento pelo método dos mínimos quadrados, de forma fácil e eficaz. Na execução dos testes de campo, as coordenadas dos pontos da base de apoio foram transportadas de dois marcos geodésicos pertencentes à Rede GPS do IBGE.

Utilizou-se cada par de pontos de coordenadas conhecidas como uma base geodésica, da qual se obteve um azimute plano. As coordenadas do terceiro ponto foram determinadas através do azimute plano calculado, do ângulo azimutal e da distância medida em campo e transformada para o plano do sistema UTM.

Para a verificação da qualidade altimétrica do documento cartográfico, executou-se um nivelamento geométrico, a partir de um marco geodésico de altitude conhecida, formando um circuito fechado, tendo as altitudes sido ajustadas, após a verificação do erro de fechamento com o limite estipulado pela norma técnica 13.133 da ABNT (1994).

Compararam-se as coordenadas dos pontos de verificação medidas no campo com as coordenadas dos mesmos pontos obtidas da base cartográfica. Compararam-se também as altitudes dos pontos medidas no campo e suas correspondentes na base, elaborando-se um estudo estatístico para verificação da qualidade geométrica do documento cartográfico.

3.2 – Caracterização da área experimental

Testou-se essa metodologia na verificação da qualidade posicional da base cartográfica digital, de propriedade da Prefeitura Municipal de Maceió – AL, confeccionada na escala 1:2.000, que cobre os 233km² de seu município, em um total de 303 folhas, elaborada pelo consórcio Maplan Aerolevantamentos e Esteio – Engenharia e Aerolevantamentos, em abril de 2000. Devido as suas características, essas cartas são denominadas cartas de feições urbanas.

O município situa-se dentro de um retângulo limitado por coordenadas planas no sistema UTM: 8.924.600 N, 8.952.000 N, 190850 E e 219.400 E do fuso 25, que tem como meridiano central o meridiano de 33° de longitude Oeste.

Subdividiu-se a área de estudo em quatro sub-áreas, onde se coletaram as amostras. A primeira localiza-se no bairro Cidade Universitária, que dista 13km a noroeste da região central; a segunda localiza-se no bairro Tabuleiro do Martins distante 8km a noroeste; a terceira, localiza-se no bairro Pinheiro, distando 3km a noroeste da região considerada; e a última localiza-se no bairro Ponta Verde, distando 4km a sudeste da região central considerada. A figura 8 ilustra a área experimental, mostrando as quatro sub-áreas.

A região central considerada localiza-se na Praça Centenário, pertencente ao bairro Farol, e tem coordenadas UTM: 8.931.960 N e 200.000 E; é tida pelos residentes como o marco inicial da cidade.

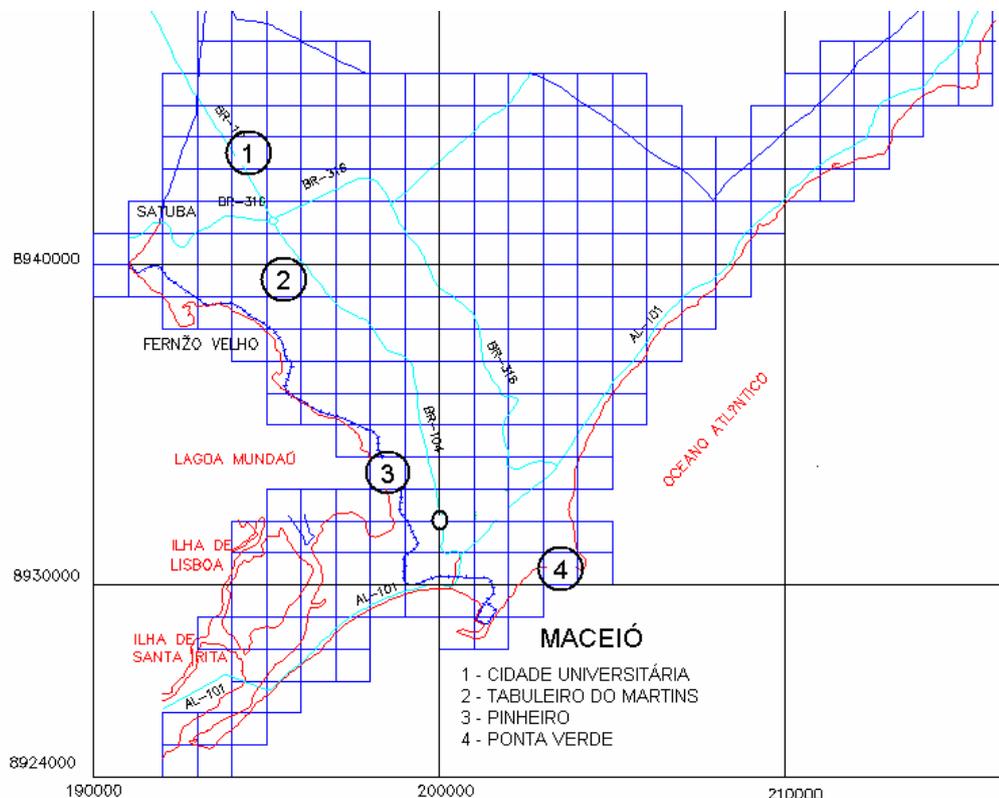


Figura 8 – Área experimental.

3.2.1 – Sub-área bairro Cidade Universitária

A área de estudo é parte do bairro Cidade Universitária, que se localiza entre o aeroporto e a Universidade Federal de Alagoas, às margens da BR 316. Com características de bairro residencial, apresenta edificações regulares baixas e ruas pavimentadas. A área pesquisada tem coordenadas UTM 8943500 N e 193900 E. Tem como altitude média 88m.

3.2.2 – Sub-área bairro Tabuleiro do Martins

Localiza-se no bairro Tabuleiro do Martins, em uma posição intermediária com relação à região central e à periferia. Com característica predominante de área residencial, apresenta focos com atividades comerciais. A grande maioria de suas edificações é de porte pequeno e casas baixas, de construção regular. É

urbanizado, apresentando a maioria de suas ruas com pavimentação. Tem como coordenadas UTM 8.939.000 N e 195.700 E, com altitude média de 90m.

3.2.3 – Sub-área bairro Pinheiro

Situa-se mais próximo da região central que as duas sub-áreas já descritas. Totalmente urbanizado, possui as ruas pavimentadas, apresentando um grande número de edificações com mais de um pavimento, sendo composto de áreas residenciais e de áreas comerciais. Tem como coordenadas UTM 8.934.000 N e 198.800 E. Sua altitude média é de 52m.

3.2.4 – Sub-área bairro Ponta Verde

Esta área experimental é parte do bairro Ponta verde. Localiza-se próxima a região central e ao litoral. Totalmente urbanizada, de características residencial e turística, possui centros comerciais e rede hoteleira. A maioria das edificações é de grande porte e com vários pavimentos. Tem como coordenadas UTM 8.930.000 N e 204.000 E. Sua altitude média é de 3m.

3.3 – Fluxograma dos procedimentos metodológicos

Para estabelecer as fases da metodologia e realizar a análise dos resultados, organizou-se a seqüência dos procedimentos que são ilustrados no fluxograma da figura 9.

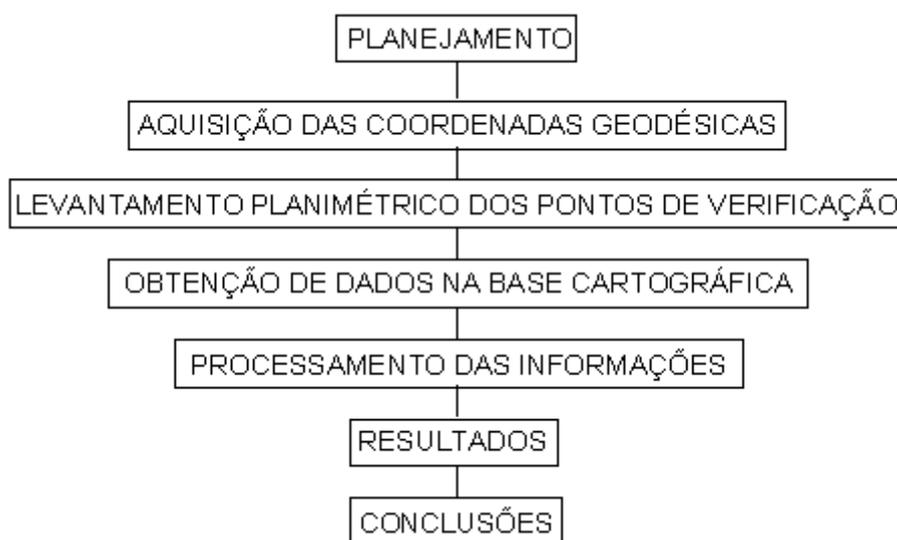


Figura 9 – Fluxograma da metodologia empregada para a investigação da confiabilidade das cartas cadastrais – Maceió / AL.

3.3.1 – Planejamento

Através de uma consulta na base cartográfica digital escolheram-se as sub-áreas de estudo, tendo como referência a existência de uma rede geodésica de apoio topográfico¹. Adotou-se como critério de escolha a existência de pares de marcos geodésicos intervisíveis, objetivando sua utilização como bases geodésicas.

Plotaram-se na base cartográfica em estudo os pontos correspondentes aos marcos geodésicos através de suas coordenadas. Imprimiu-se uma carta cadastral de cada sub-área, com identificação dos marcos geodésicos. Visitou-se cada local, para reconhecimento dos marcos geodésicos. Escolheram-se os pontos de verificação, identificados no documento cartográfico e no terreno e visíveis dos dois marcos geodésicos. Escolheram-se como pontos de verificação planimétrica as divisas de lotes, por serem os pontos de fácil identificação no terreno e nas cartas cadastrais. Os meio-fios, embora bem definidos na base geodésica e no terreno, tornaram-se de difícil definição puntual, por apresentarem as extremidades como linhas curvas. A identificação da posição de cruzamentos das ruas também apresentou dificuldade de definição, sendo utilizados, entretanto, como pontos de verificação da altimetria.

Definidos os pontos de verificação, planejou-se a estratégia de levantamento. Somente a base geodésica do bairro Cidade Universitária não apresentou problemas de visibilidade dos pontos de verificação a partir dos dois marcos. As demais bases geodésicas apresentaram problemas. Apesar de boa visibilidade de um marco geodésico para o outro, não foi possível avistar o mesmo ponto de verificação das duas extremidades. Escolheram-se pontos de apoio intermediários, que foram materializados através de pinos chumbados junto ao meio-fio. Determinaram-se as coordenadas desses novos pontos através de medições com estação total e técnicas de transporte de coordenadas. Nos processos de levantamento, utilizaram-se os pontos de apoio como vértices de bases geodésicas menores os quais possibilitaram a medição dos pontos de verificação pelo método do irradiação duplo.

1 - Rede geodésica implantada pelo engenheiro civil José Antônio Cerqueira, funcionário da Prefeitura Municipal de Maceió. jantcerqueira@uol.com.br

3.3.1.1 Dimensionamento da amostra

Para diminuir as operações de campo, deve-se trabalhar com um número mínimo de pontos de teste, sem incorrer no risco de condenar um documento cartográfico de boa qualidade, nem de aceitar um documento de má qualidade.

O IBGE considera 10 pontos distribuídos por carta do mapeamento sistemático como sendo suficiente para representar o conjunto. Para que se tenha uma idéia da qualidade geral da carta, em um teste menos rígido, 2 ou 3 pontos são suficientes (NOVAES, 1971).

Sendo a escala 1:25.000 a maior do mapeamento sistemático, e considerando-se que esta carta cobre uma região limitada por dois meridianos distantes 7'30" de diferença de longitude e por dois paralelos também distantes 7'30" de diferença de latitude, correspondente a uma polígono esférico de aproximadamente 13,8km X 13,7km (para a latitude de 10°), apenas 2 ou 3 pontos são suficientes para representar a carta. Esta região corresponde a uma área de 189km². A área experimental tem apenas 233km², sendo, portanto, menor que a área coberta por duas cartas geográficas do mapeamento sistemático. Segundo o IBGE, 20 pontos são suficientes para representar o conjunto e 4 ou 6 pontos dão uma idéia da qualidade geral do documento.

A Norma técnica NBR 13.133 (1994) indica a quantidade de pontos para a amostragem aleatória, tendo como argumento a quantidade de pontos constituintes do documento cartográfico, como mostra a tabela 6:

Tabela 6 – Amostragem aleatória (ABNT, 1994)

Amostragem aleatória	
Até 500 pontos	3% (mínimo de 10)
De 501 a 1.000 pontos	2% (mínimo de 15)
Acima de 1.000 pontos	1% (mínimo de 20)

3.3.1.2 – Critério de avaliação

a) O Padrão de Exatidão Cartográfica

O artigo 8º do decreto nº. 89.817 de 20 de junho de 1984 estabelece que noventa por cento dos pontos bem definidos numa carta, quando testados no terreno, não deverão apresentar erro superior ao Padrão de Exatidão Cartográfica Planimétrico estabelecido e, ainda, noventa por cento dos pontos isolados de altitude, quando testados no terreno, não deverão apresentar erro superior ao Padrão de Exatidão Cartográfica Altimétrico estabelecido (OLIVEIRA, 1987).

O artigo 9º do decreto citado estabelece que as cartas sejam classificadas nas classes A, B e C segundo sua exatidão e os critérios mostrados na tabela 6. O artigo 8º do Decreto-Lei Nº. 243 de 28 de fevereiro de 1967 preconiza que o Padrão de Exatidão Cartográfica é aplicável ao mapeamento sistemático, elaborado nas escalas 1:2.5000 e menores. Para efeito de parâmetro de comparação, estendeu-se o citado Padrão para a escala 1:2.000, que é a escala do documento cartográfico a ser investigado, sendo esse critério mostrado na tabela 7.

Tabela 7 – Padrão de Exatidão Cartográfica

Classes	Escala 1:25000			Escala 1:2000					
	A (mm)	B (mm)	C (mm)	A (m)	B (m)	C (m)	A (m)	B (m)	C (m)
PEC planimétrico	0,5	0,8	1,0	12,5	20	25	1,0	1,6	2,0
Erro-Padrão planimétrico	0,3	0,5	0,6	7,5	12,5	15	0,6	1,0	1,2
PEC altimétrico ²	1/2 (Eq.)	3/5 (Eq.)	3/4 (Eq.)	5,0	6,0	7,5	1,0	1,2	1,5
Erro-Padrão altimétrico	1/3 (Eq.)	2/5 (Eq.)	1/2 (Eq.)	3,3	4,0	5,0	0,6	0,8	1,0 33

2- Para pontos interpolados entre duas curvas de nível. No caso de ponto cotado, o valor a ser adotado deve ser 1/4 da equidistância vertical.

A segunda, a terceira e a quarta coluna da tabela 6 indicam os valores para serem multiplicados pela escala da carta e pela eqüidistância vertical respectivamente, conforme a classe da carta. As colunas quinta, sexta e sétima mostram o resultado da multiplicação desses valores pela escala da carta e pela eqüidistância das curvas de nível, para uma carta na escala 1:25.000, e eqüidistância vertical de 10 metros. Adotou-se o mesmo procedimento para uma carta na escala 1:2.000 e eqüidistância vertical 1 m, cujos resultados são mostrados nas colunas oitava, nona e décima.

b) Critério da ABNT para aceite ou rejeição de plantas topográficas

A ABNT (1994) estabelece que o padrão de exatidão planimétrico para o levantamento topográfico deve ser definido a partir do desvio padrão admissível, sendo dado por 1,645 vezes esse desvio padrão, para 90% das distâncias testadas.

O desvio padrão admissível para distâncias medidas na planta e suas homólogas medidas no terreno deve ser um desvio padrão m tal que:

$$m \leq \pm 0,2 \cdot E \cdot K \cdot (2)^{1/2} \quad (67)$$

Em que:

m = desvio padrão em m

0,2 = erro de graficismo adotado (mm)

(2)^{1/2} devido ao fato da distância em planta ser definida por dois pontos observados nesta.

K = valor relativo à classe do levantamento quanto à medição de distância de detalhes, compreendendo:

K=1, para distâncias medidas com MED (Medidor eletrônico de distâncias), K = 1,5 para distâncias medidas com trena de aço e K = 2,5 para distâncias medidas com trena de fibra, ou por taqueometria.

Segundo a referida norma, o desvio padrão ou erro quadrático médio pode ser obtido pela expressão:

$$m = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n d_1^2} \quad (68)$$

Em que:

d_1^2 = diferença entre as leituras obtidas em planta e no terreno, para o alinhamento.

O desvio-padrão admissível para as discrepâncias entre coordenadas de pontos obtidos em planta e as obtidas em campo por procedimentos topográficos com a finalidade de testá-las é calculado pela expressão:

$$m \leq \pm 0,4 \cdot E \cdot K \cdot (2)^{1/2} \quad (69)$$

3.3.1.3 - Uso de estatística na avaliação da média do erro populacional

Supõe-se que de uma amostra contendo 10 pontos, nove deles devem satisfazer ao padrão especificado. Uma amostra com 20 pontos, 18 deles devem atender ao padrão e assim sucessivamente.

Para amostras com $N > 30$, denominadas grandes amostras, SPIEGEL (1985) afirma que a distribuição amostral de várias estatísticas é aproximadamente normal, sendo que a aproximação melhora com o crescimento de N . Para amostras pequenas, em que $N < 30$, essa aproximação não é boa, e se torna pior com a diminuição de N , sendo necessárias algumas modificações. A teoria das pequenas amostras tem fornecido resultados válidos tanto para pequenas quanto para grandes amostras.

3.3.1.4 – A Distribuição de “Student” t

A Distribuição de “Student” é um estimador estatístico, construído para analisar uma população de eventos a partir de uma amostra composta por poucos elementos, geralmente menores que trinta, podendo também ser usada para amostras maiores.

Define-se a estatística:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{N-1} = \frac{\bar{X} - \mu}{\hat{S}/\sqrt{N}} \quad (70)$$

semelhantemente a z, dada por

$$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{N}} \quad (71)$$

Considerando-se amostras de tamanho N, extraídas de uma população normal (ou aproximadamente normal), de média μ , e se para cada amostra calcula-se o valor de t, por meio da média amostral \bar{x} e desvio padrão S ou \hat{S} , pode-se obter a distribuição amostral de t que é dada por:

$$Y = \frac{Y_0}{\left(1 + \frac{t^2}{N-1}\right)^{N/2}} = \frac{Y_0}{\left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{(v+1)/2}} \quad (72)$$

em que Y_0 depende de N, de modo que a área subtendida sob a curva (mostrada no anexo 3) é igual a 1, e que a constante $v = (N - 1)$ é denominada número de graus de liberdade.

Utiliza-se a distribuição de *Student* na construção de um intervalo de confiança para uma média populacional μ , a partir de uma média amostral "X" de variância S^2 , com 90% ou 95% de certeza. A média amostral e a variância e o desvio padrão podem ser calculados pelas expressões, respectivamente (SPIEGEL, 1985):

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (73)$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (74)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (75)$$

Em que:

n = número de observações

X_i = Valor observado

$$\mu = \bar{x} \pm t_{\alpha} \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (76)$$

t_{α} = Valor tabelado em função de α e gl

α = (1 - nível de confiança) / 2

gl = grau de liberdade (n-1) 42-45

3.3.2 - Aquisição das coordenadas geodésicas

Obtiveram-se as coordenadas planas no sistema UTM dos marcos da Rede Geodésica de Apoio Topográfico, de uso no levantamento cadastral municipal, situados dentro da área de estudo. Determinaram-se essas coordenadas através da tecnologia de posicionamento por satélites GPS, cujos valores são mostrados na tabela 8.

Tabela 8 – Coordenadas dos marcos geodésicos.

Local	Marco	Coordenadas UTM		Altitude
		Norte	Este	Ortométrica
Pinheiro	M25A	8934409,366	198874,590	52,165
	M25B	8934500,417	199100,464	52,856
Tabuleiro	M48A	8939130,624	195734,057	93,661
	M48B	8939080,845	196068,346	89,551
Ponta Verde	M11A	8930574,785	204175,616	4,165
	M11B	8930613,048	204061,603	3,195
Cidade Universitária	M70A	8943558,511	193996,652	88,499
	M70B	8943646,718	194130,132	88,744

Na nomenclatura dos marcos mostrados na tabela 7, a letra M indica que é um marco geodésico. Os dois algarismos indicam a identificação do vértice na rede. As letras A e B indicam que é um par de pontos intervisíveis.

3.3.3 – Levantamento planimétrico dos pontos de verificação

Na execução do levantamento planimétrico, utilizou-se uma Estação Total da marca Carl Zeiss, modelo Elta S20, de precisão linear 2mm + 2ppm, e de precisão angular 3", dotada de prisma e bastão telescópico de 2,40m.

O levantamento planimétrico de cada sub-região se iniciou com a instalação da estação total em um dos marcos. Após a centralização e a calagem do instrumento, visou-se o outro marco, no qual se instalou a baliza no bipé, para

obtenção do alinhamento de referência angular. Visou-se um ponto de verificação, em que se colocou um prisma. Anotou-se o valor do ângulo e da distância observados. Deslocou-se o prisma para o ponto de verificação seguinte, onde se realizou outra visada com a luneta da estação total. Registrados o ângulo e a distância, repetiram-se as operações para todos os pontos de verificação escolhidos. Deslocou-se o instrumento para o outro marco geodésico, e realizaram-se a centralização e a calagem. Visou-se o outro marco geodésico com a luneta do instrumento para se obter o alinhamento de referência angular. Visaram-se os mesmos pontos de verificação observados da estação anterior, caracterizando o irradiação duplo.

3.3.3.1 – Bairro Cidade Universitária

No bairro Cidade Universitária escolheram-se cinco pontos de verificação, localizados na rua “G”, entre a rua “projetada” e a rua “J”, próximos à igreja católica “Nossa Senhora Aparecida” e uma quadra de esportes. Escolheram-se para pontos de verificação muros divisores de lotes, de fácil identificação no terreno e na base cartográfica. Realizados os procedimentos do item 3.3.2, registraram-se os valores angulares e lineares, mostrados na tabela 9. A primeira coluna indica o local de instalação do instrumento. A segunda coluna indica os pontos visados. A quinta coluna mostra o valor do ângulo entre o alinhamento base e o alinhamento do ponto de verificação, obtido pela diferença entre o valor angular final e o inicial.

Tabela 9 – Levantamento planimétrico dos pontos de verificação do bairro Cidade Universitária.

Estação	P. Visado	Direção			Distância (m)	Ângulo azimutal		
		grau	min	seg		grau	min	seg
M70A	M70B	311	54	29,1	159,873			
	1	311	15	47,9	133,936	359	21	18,8
	2	316	24	23,5	129,658	4	29	54,4
	3	316	36	35,4	94,459	4	42	6,3
	4	316	57	40,9	72,082	5	3	11,8
M70B	M70A	317	8	23,4	59,215	5	13	54,3
	1	317	39	24,6	159,860			
	2	320	56	17,2	25,982	3	16	52,6
	3	299	16	20,1	32,258	341	36	55,5
	4	310	56	54,2	66,191	353	17	29,6
	5	313	33	42,2	88,303	355	54	17,6
	5	314	37	10,5	101,062	356	57	45,9

A figura 10 ilustra o croqui do trabalho executado no bairro Cidade Universitária, em que M70A e M70B são os marcos geodésicos, de coordenadas descritas na tabela 7. P1, P2, P3, P4 e P5 representam os pontos escolhidos para verificação. As linhas irradiadas dos marcos para os pontos mostram o irradiação duplo.

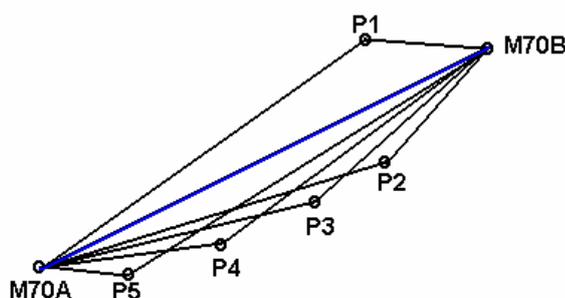


Figura 10 – Irradiação duplo do bairro Cidade Universitária.

3.3.3.2 - Bairro Tabuleiro do Martins

No bairro Tabuleiro do Martins escolheram-se oito pontos de verificação, localizados na rua “Santa Luzia”, entre as rua “Nova Brasília” e “Paz”, próximos ao ginásio “Teotônio Vilela”. Escolheram-se para pontos de verificação muros divisores de lotes, de fácil identificação no terreno e na base cartográfica.

Devido a grande distância entre os dois marcos geodésicos M48A e M48B, a presença de vegetação, e a posição em diagonal da linha base de referência angular, que impossibilitaram o irradiação duplo, tornou-se necessário o estabelecimento de dois pontos auxiliares intermediários, denominados C1 e C2, materializados através de pinos chumbados no meio fio da calçada.

Instalou-se a estação total no marco M48B, visou-se o marco M48A, formando o alinhamento de referência. Visaram-se os pontos auxiliares C1 e C2. Registraram-se os valores angulares e os valores lineares. Instalou-se a estação total no marco M48A, visou-se o marco M48B, formando outro alinhamento de referência. Visaram-se os pontos auxiliares C1 e C2. Registraram-se os valores angulares e os valores lineares, caracterizando o irradiação duplo para as estações auxiliares. Realizaram-se os procedimentos do item 3.3.2, sendo os valores registrados mostrados na tabela 10.

Tabela 10 – Levantamento planimétrico dos pontos de verificação do bairro
Tabuleiro do Martins

Estação	P. Visado	Direção			Distância (m)	Ângulo Azimutal		
		grau	min	Seg		grau	min	seg
M48B	M48A	100	55	27,1	337,7346			
	C2	101	51	47,7	174,9111	0	56	21
M48B	C1	100	58	42	70,3126	0	3	15
	1	92	5	21,4	56,233	351	6	39
	2	90	45	52,3	50,4823	349	47	10
	3	88	15	4,8	41,9953	347	16	23
	4	85	53	31,9	36,2041	344	54	50
	5	79	39	59	27,0252	338	41	17
C1	M48B	82	5	15,4	70,3127	0	0	0
	1	128	18	27,2	13,2423	46	13	12
	2	106	47	3,4	23,1528	24	41	48
	3	100	7	16,5	31,3687	18	2	1,1
	4	96	38	23,6	39,7484	14	33	8,2
	5	94	35	9,5	46,6519	12	29	54
	C2	258	41	18,4	103,7091	176	36	3
C2	C1	255	54	4,7	103,689	0	0	0
C2	M48A	79	40	29,4	163,5608	183	46	25
	6	173	58	42,1	9,2903	94	18	13
	7	93	1	30,6	42,6503	13	21	1,2
	8	90	26	10,6	50,1848	10	45	41
M48A	M48B	288	55	26,5	337,7316	0	0	0
M48A	C2	290	9	26,5	163,5649	1	13	60
	C1	289	50	49,9	266,9872	359	41	23
	6	286	54	35,9	164,4968	356	45	9,4
	7	285	33	59,6	122,5158	355	24	33
	8	285	29	25,6	114,6744	355	19	59
	M48B	288	55	26,5	337,7316	358	46	0
M48A	M48B	288	55	26,5	337,7316	0	0	0
	C1	289	14	3,1	69,9475	0	18	37
	C2	290	9	26,5	163,5649	1	13	60

A figura 11 mostra o esquema do levantamento topográfico por irradiação duplo executado a partir da estação M48B, para os pontos de verificação P1, P2, P3, P4 e P5, e da estação auxiliar C1 para os mesmos pontos. A figura mostra também o irradiação duplo a partir da estação M48A para os pontos P6, P7 e P8, e da estação auxiliar C2 para os mesmos pontos.

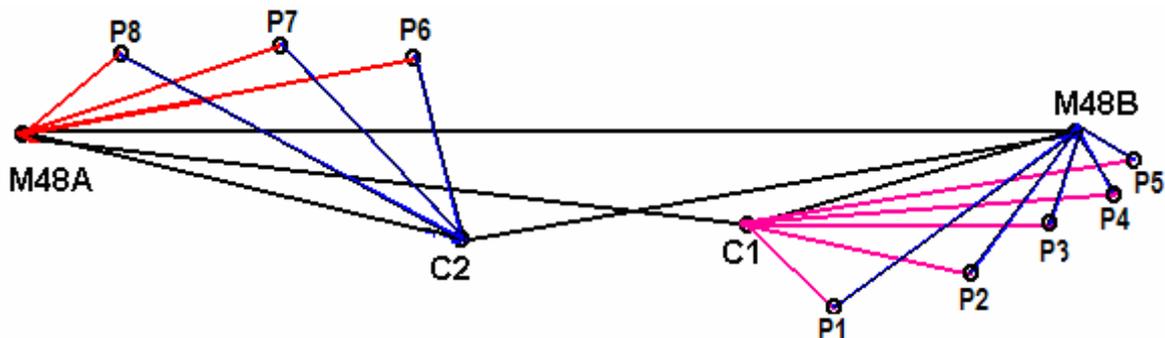


Figura 11 – Irradiamento duplo do bairro Tabuleiro do Martins.

3.3.3.3 - Bairro Ponta Verde

No bairro Ponta Verde, escolheram-se quatro pontos de verificação, localizados na rua Deputado Humberto Guimarães, entre a avenida Robert Kennedy e a rua Desembargador Gerônimo de Albuquerque, próximos à praça Gogó da Ema. Escolheram-se para pontos de verificação muros divisores de lotes, de fácil identificação no terreno e na base cartográfica.

Devido à falta de visibilidade dos pontos de verificação a partir dos marcos geodésicos M11A e M11B, que impossibilitaram o irradiação duplo, tornou-se necessário o estabelecimento de um ponto auxiliar intermediário, denominado G1, que foi materializado através de um pino chumbado no meio fio da calçada. Instalou-se a estação total no marco M11A, visou-se o marco M11B, formando o alinhamento de referência para observações angulares. Visou-se o ponto auxiliar G1. Visou-se o marco M11A, obtendo-se o alinhamento de referência para observações angulares. Visou-se a estação auxiliar G1. Instalou-se a estação total na estação auxiliar G1. Visou-se o marco M11A, estabelecendo-se o alinhamento de referência para observações angulares para os pontos de verificação, caracterizando o irradiação duplo desses pontos. Realizaram-se os procedimentos do item 3.3.2, sendo os valores registrados mostrados na tabela 11.

Tabela 11 – Levantamento planimétrico dos pontos de verificação do bairro Ponta Verde

Estação	P. Visado	Direção			Distância (m)	Ângulo azimutal		
		grau	min	seg		grau	min	seg
M025A	M025B	356	25	33,7	235,9022			
	A1	359	48	55,2	77,7414	3	23	21,5
	A2	0	15	38	149,5271	3	50	4,3
M25B	M25A	0	0	0	235,9111			
	A1	38	24	44	166,043	358	24	44
	A2	353	56	58,7	149,5271	353	56	58,7
A1	M025A	10	8	50				
	A2	184	37	46,1	73,9529	174	28	56,1
	1	52	43	39,4	16,4564	42	34	49,4
	2	99	4	13,6	12,3192	88	55	23,6
	3	170	13	27,2	50,516	160	4	37,2
	4	172	54	22,1	62,3502	162	45	32,1
	5	174	41	49,3	74,1874	164	32	59,3
A2	A1	319	50	57,4	73,9723			
	1	328	5	0	85,8406	8	14	2,6
	2	329	23	37,9	73,9999	9	32	40,5
	3	346	36	55,2	27,9849	26	45	57,8
	4	4	25	9,9	18,0582	44	34	12,5
	5	45	56	5,4	12,8299	86	5	8
	M025B	322	8	10,3	148,5792	2	17	12,9

A figura 12 mostra o esquema do levantamento topográfico por irradiação duplo executado no Bairro Ponta verde, a partir do marco geodésico M11B e do marco geodésico M11A para a estação auxiliar G1 e para os pontos de verificação P1, P2, P3, P4 E P5.

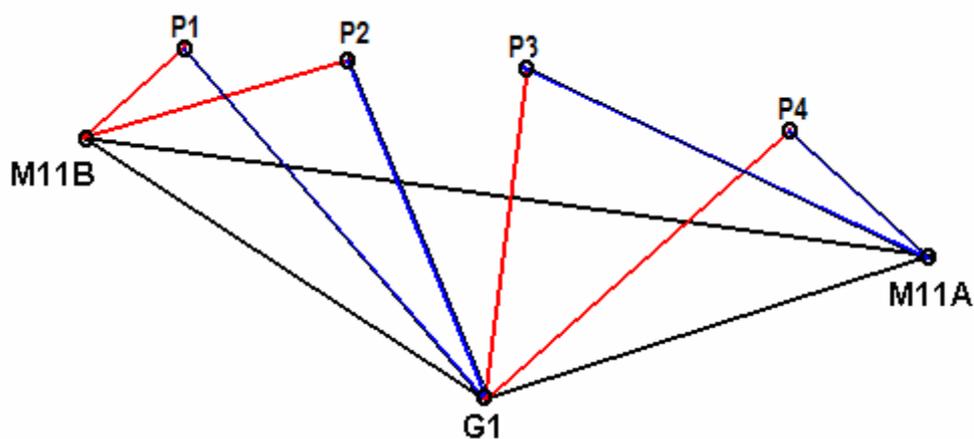


Figura 12 – Irradiação duplo do bairro Ponta Verde

3.3.3.4 - Bairro Pinheiro

No bairro Pinheiro, escolheram-se cinco pontos de verificação, localizados na rua Dona Tereza Azevedo, entre a rua Camaragibe e a rua Professor José da Silva Camerino, próximos ao Hospital de Sanatório. Escolheram-se para pontos de verificação muros divisores de lotes, de fácil identificação no terreno e na base cartográfica.

Devido à grande distância entre os dois marcos geodésicos e a impossibilidade de realizar irradiação duplo nos pontos de verificação, tornou-se necessário o estabelecimento de duas estações auxiliares, que foram materializadas através de pinos chumbados no meio fio da calçada e denominadas A1 e A2. Com a estação total instalada no marco geodésico M025A, visou-se o marco geodésico M025B, obtendo-se o alinhamento de referência para observações angulares. Visaram-se as estações auxiliares A1 e A2. Instalou-se o instrumento na estação auxiliar A1. Visou-se o marco geodésico M025A, caracterizando o duplo irradiação. Visou-se a estação auxiliar A2. Realizaram-se os procedimentos do item 3.3.2, sendo os valores registrados mostrados na tabela 12.

Tabela 12 – Levantamento planimétrico dos pontos de verificação do bairro Pinheiro.

Estação	P. Visado	Direção			Distância (m)	Ângulo Azimutal		
		grau	min	seg		grau	min	seg
M025A	M025B	356	25	33,7	235,902			
	A1	359	48	55,2	77,7414	3	23	22
	A2	0	15	38	149,527	3	50	4,3
M25B	M25A	0	0	0	235,911			
	A1	358	24	44	166,043	358	24	44
	A2	353	56	58,7	149,527	353	56	59
A1	M025A	10	8	50				
	A2	184	37	46,1	73,9529	174	28	56
	1	52	43	39,4	16,4564	42	34	49
	2	99	4	13,6	12,3192	88	55	24
	3	170	13	27,2	50,516	160	4	37
	4	172	54	22,1	62,3502	162	45	32
A2	5	174	41	49,3	74,1874	164	32	59
	A1	319	50	57,4	73,9723			
	1	328	5	0	85,8406	8	14	2,6
	2	329	23	37,9	73,9999	9	32	41
	3	346	36	55,2	27,9849	26	45	58
	4	4	25	9,9	18,0582	44	34	13
	5	45	56	5,4	12,8299	86	5	8
M025B	322	8	10,3	148,579	2	17	13	

A figura 13 mostra o esquema do levantamento topográfico por irradiação duplo executado no Bairro Pinheiro, a partir do marco geodésico M25A e do marco

geodésico M25B para as estações auxiliares A1 e A2 e das estações auxiliares para os pontos de verificação P1, P2, P3, P4 E P5.

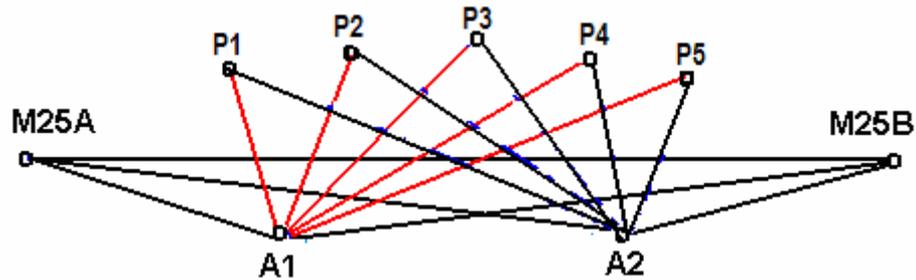


Figura 13 – Irradiação duplo do bairro Pinheiro.

3.3.4 – Obtenção de dados altimétricos.

Com os dados da tabela 7, procederam-se aos nivelamentos geométricos, nas quatro sub-áreas. As altitudes dos cruzamentos de ruas foram medidas, por serem pontos cotados na base cartográfica e de fácil identificação no terreno. Esse procedimento recebeu um tratamento diferenciado do levantamento planimétrico porque o objetivo do presente trabalho é testar uma metodologia para planimetria. Os dados do levantamento altimétrico são apresentados nas quatro primeiras colunas do anexo 4.

CAPÍTULO 4 - RESULTADOS

4.1 – Processamento das informações

Antecedendo as atividades, estimou-se a precisão do documento cartográfico através do cálculo do M_p (Erro Quadrático Médio). Considerando a escala da carta 1:2.000, e a escala de restituição com o mesmo valor da escala da carta e resolvendo a equação 1, encontrou-se o valor de M_p igual a 0,414m. Pela comparação deste valor com os Erros-Padrões estabelecidos pelo PEC, estimou-se a precisão da carta classificando-a, quanto à planimetria, como carta Classe A.

Caso o valor do M_p encontrado fosse maior que os Erros-Padrões estabelecidos pelo PEC, tornar-se-iam desnecessários os testes de campo por incompatibilidade de precisão, devendo o valor do M_p ser lançado no rodapé da carta, conforme estipula o Artigo 10 do Decreto 89.817.

As medições de distâncias no campo são tomadas da superfície física, que é irregular, devendo ser projetadas no plano topográfico, por meio de uma horizontalização obtida através da multiplicação da distância medida pelo quadrado do seno do ângulo zenital medido no plano vertical. A estação total utilizada efetua esse cálculo internamente, já fornecendo a distância horizontalizada. Como as cartas cadastrais são elaboradas através do sistema de projeção UTM, as distâncias são deformadas para que se obtenha a conformidade, sendo essa deformação introduzida e também avaliada por um fator de escala. Como superfície de referência, o sistema UTM utiliza o elipsóide de revolução, devendo as distâncias medidas sobre o plano topográfico ser projetado no elipsóide. Essa projeção das distâncias do plano topográfico para o elipsóide passa por uma fase intermediária de projeção sobre o geóide.

4.1.1 - Obtenção dos fatores de escala

Para tornar possível a projeção da distância elipsóidica para a superfície plana do sistema UTM, necessitou-se do cálculo do fator de escala. Determinou-se o valor das coordenadas geodésicas Latitude e Longitude a partir das coordenadas planas do sistema UTM, dos pontos onde se pretende calcular os fatores de escala, para serem utilizadas como parâmetros no cálculo do fator de escala, conforme indica a equação 33. Procedeu-se à transformação, através do software DataGeosis. A figura 14 mostra a tela do resultado da transformação.

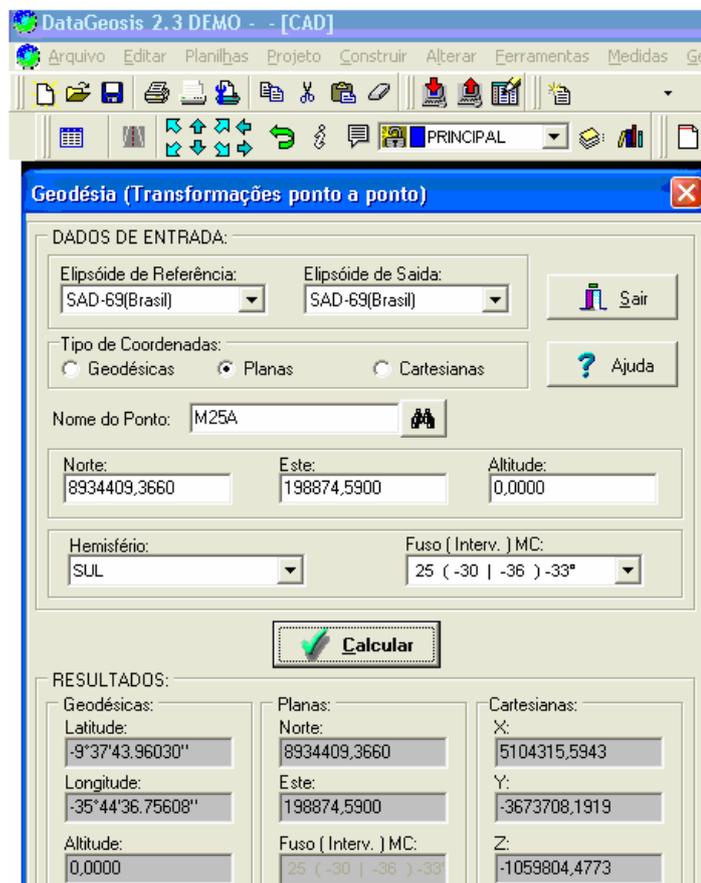


Figura 14 – Transformação de coordenadas.

A tabela 13 mostra o resultado das transformações de coordenadas planas em coordenadas geodésicas. Utilizaram-se esses valores no cálculo dos fatores de escala.

Tabela 13 – Coordenadas planas no sistema UTM e coordenadas geodésicas.

Local	Ponto	Coordenadas Planas		Coordenadas Geodésicas					
		Norte	Este	Latitude			Longitude		
				grau	min	seg	grau	min	seg
Pinheiro	M25A	8934409,366	198874,590	-9	37	43,9603	-35	44	36,7561
	M25B	8934500,417	199100,464	-9	37	41,0579	-35	44	29,3295
Tabuleiro	M48A	8939130,624	195734,057	-9	35	9,58896	-35	46	18,431
	M48B	8939080,845	196068,346	-9	35	11,2955	-35	46	7,48989
P. Verde	M11A	8930574,785	204175,616	-9	39	50,049	-35	41	44,0106
	M11B	8930613,048	204061,603	-9	39	48,7752	-35	41	47,7378
C. Univer- sitária	M70A	8943558,511	193996,652	-9	32	45,1265	-35	47	14,1891
	M70B	8943646,718	194130,132	-9	32	42,2929	-35	47	9,79234

Com base nas equações 32 e 33 elaborou-se no software “MATLAB” uma rotina para cálculo do fator de escala, conforme apresentado no anexo 1.

A tabela 14 mostra o valor do fator de escala obtido para cada marco geodésico. A quarta coluna mostra o valor do fator de escala, com 13 decimais, multiplicado pela distância 400 m. A quinta coluna mostra o fator de escala, com 5 decimais, multiplicado pela mesma distância. Sendo a diferença máxima entre os dois resultados de apenas 3 mm, pode-se, sem prejuízo, adotar um fator de escala único com cinco decimais, para cada local investigado, uma vez que essa diferença (3 mm) aproxima-se da precisão do distanciômetro utilizado, que é de 2mm + 2 ppm.

Tabela 14 – Fator de escala.

Local	Ponto	Fator de escala	K(13)*400	
		(K)	m	K(5)*400 m
Pinheiro	M25A	1,000723738	400,289	400,288
	M25B	1,000722001	400,289	400,288
Tabuleiro	M48A	1,000747249	400,299	400,296
	M48B	1,000744731	400,298	400,296
P. Verde	M11A	1,000682081	400,273	400,272
	M11B	1,000686109	400,274	400,272
C. Universitária	M70A	1,00076044	400,304	400,304
	M70B	1,000759428	400,304	400,304

4.1.2 - Obtenção dos ângulos de redução

Através das expressões 41, 46 e 47, desenvolveu-se em uma planilha eletrônica o cálculo dos ângulos de redução. A tabela 15 mostra os valores obtidos.

Tabela 15 – Ângulo de redução

Local	Marco	Latitude			Coordenadas planas no sistema UTM		Ângulo de redução (segundo)	
		grau	min	seg	Este	Norte	Âng red 1-2	Âng red 2-1
Pinheiro	M25A	-9	38	11,5508	198874,590	8934409,366	-0,07008	-0,07006
	M25B	-9	38	9,7563	199100,464	8934500,417		
Tabuleiro	M48A	-9	38	7,0083	195734,057	8939130,624	0,038709	0,038695
	M48B	-9	38	9,7563	196068,346	8939080,845		
P.Verde	M11A	-9	38	7,0083	204175,616	8930574,785	-0,02894	-0,02895
	M11B	-9	38	4,4726	204061,603	8930613,048		
Cidade Universitária	M70A	-9	38	5,0727	193996,652	8943558,511	-0,06900	-0,06899
	M70B	-9	38	4,4726	194130,132	8943646,718		

A 6ª coluna mostra os valores dos ângulos de redução das bases geodésicas determinadas pelos marcos M(i)A para os marcos M(i)B e a 7ª coluna mostra o ângulo de redução das mesmas bases no sentido inverso. Sendo os valores da redução angular inferiores ao décimo do segundo do grau, valores esses menores que a precisão da estação total utilizada e, sendo as distâncias medidas inferiores a 400m, o arco da transformada se confunde com a corda, podendo esses ângulos ser desprezados.

4.1.3 Obtenção dos azimutes

Os azimutes utilizados foram calculados usando-se as coordenadas planas no sistema UTM, entre cada par de marcos geodésicos intervisíveis, através das equações 34, 35 e 36. Esse tipo de azimute é denominado azimute projetado, e como mostra a equação 49, não deve ser acrescentada a convergência meridiana. A equação 54 indica que o azimute plano é calculado a partir do azimute projetado, diminuído da redução angular. Conforme mostrado no item 4.1.1, a redução angular pode ser desprezada, tornando o azimute projetado igual ao azimute plano.

O azimute do alinhamento formado entre um vértice da base geodésica e um ponto de verificação pode ser calculado pela expressão 55. Calcularam-se os

azimutes dos alinhamentos através do software MATLAB, na planilha construída para o cálculo das coordenadas dos pontos de verificação, apresentada no anexo 2.

4.1.4 - Obtenção das distâncias no plano do sistema UTM

Transformaram-se distâncias medidas no plano topográfico para o geóide através da equação 50 e transportaram-nas para o elipsóide por intermédio das equações 51, 52 e 53. Projetaram-se as distâncias do geóide para o plano do sistema de projeção UTM, utilizando-se a equação 58. A tabela 16 mostra os resultados dessas transformações.

Tabela 16 – Transformação de distâncias topográficas em distâncias planas no sistema UTM

Local	Estação	Ponto visado	Distância Topográfica	Distância Geóide	Distância Elipsóide	Fator de Escala	Distância no plano UTM
Tabuleiro do Martins	M48B	1	56,2330	56,2330	56,2330	1,000745	56,2749
		2	50,4823	50,4823	50,4823	1,000745	50,5199
		3	41,9953	41,9953	41,9953	1,000745	42,0266
		4	36,2041	36,2041	36,2041	1,000745	36,2311
		5	27,0252	27,0252	27,0252	1,000745	27,0453
	M48A	6	164,4968	164,4968	164,4968	1,000745	164,6194
		7	122,5158	122,5158	122,5158	1,000745	122,6071
		8	114,6744	114,6744	114,6744	1,000745	114,7598
Cidade Universitária	M70A	1	133,9359	133,9359	133,9359	1,000760	134,0377
		2	129,6580	129,6580	129,6580	1,000760	129,7565
		3	94,4590	94,4590	94,4590	1,000760	94,5308
		4	72,0824	72,0824	72,0824	1,000760	72,1372
		5	59,2145	59,2145	59,2145	1,000760	59,2595
Ponta Verde	M11A	G1	75,9925	75,9925	75,9925	1,000682	76,0443
		P3	60,7425	60,7425	60,7425	1,000682	60,7839
		P4	24,4426	24,4426	24,4426	1,000682	24,4593
	G1	P1	46,0228	46,0228	46,0228	1,000682	46,0542
		P2	17,5669	17,5669	17,5669	1,000682	17,5789
Pinheiro	A1	1	16,4564	16,4564	16,4564	1,000724	16,4683
		2	12,3192	12,3192	12,3192	1,000724	12,3281
		3	50,5160	50,5160	50,5160	1,000724	50,5526
		4	62,3502	62,3502	62,3502	1,000724	62,3953
		5	74,1874	74,1874	74,1874	1,000724	74,2411

Os valores das distâncias topográficas, geoidais e elipsóidicas apresentaram o mesmo valor devido à proximidade das três superfícies de projeção na região de

estudo e a grandeza das medidas efetuadas serem consideradas pequenas em relação às medições geodésicas.

4.1.5 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

O local de investigação de cada sub-área é pequeno (inferior a um quadrado de quatrocentos metros de lado). O fator de escala calculado em um dos vértices pode ser utilizado para todo o local de investigação, tornando-se desnecessário o cálculo de coordenadas aproximadas, mostradas nas equações 56 e 57. O cálculo das coordenadas definitivas pode ser elaborado através das equações 59 e 60. Utilizando-se do software MATLAB, construíram-se duas rotinas para o cálculo das coordenadas dos pontos de verificação, sendo uma para os pontos localizados a esquerda da base geodésica e a outra para os pontos localizados a direita da base geodésica. A utilização de duas rotinas é necessária para que o modelo matemático seja aplicado corretamente. A rotina, além de fornecer as coordenadas ajustadas dos pontos de verificação pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), fornece também a precisão do ajustamento. As rotinas são mostradas no anexo 2. A terceira e a quarta coluna da tabela 15 mostram os resultados do cálculo das coordenadas dos pontos de verificação obtidas da referida rotina.

Tabela 17 – Coordenadas dos pontos de verificação

Nº de ordem	Ponto	Coordenadas calculadas	
		Este	Norte
Bairro Pinheiro			
1	P1	198930,531	8934440,282
2	P2	198941,51	8934444,989
3	P3	198985,563	8934464,071
4	P4	198996,682	8934468,921
5	P5	199007,703	8934473,757
Bairro Cidade Universitária			
6	P1	194107,639	8943633,664
7	P2	194110,186	8943621,339
8	P3	194079,524	8943603,989
9	P4	194060,104	8943592,827
10	P5	194048,862	8943586,542
Bairro Ponta Verde			
11	P1	204062,603	8930616,467
12	P2	204091,946	8930606,632
13	P3	204119,319	8930597,731
14	P4	204154,049	8930586,287
Bairro Tabuleiro do Martins			
15	P1	196012,087	8939082,171
16	P2	196017,826	8939080,987
17	P3	196026,355	8939079,113
18	P4	196032,229	8939077,972
19	P5	196041,79	8939075,723
20	P6	195897,149	8939112,793
21	P7	195855,622	8939120,288
22	P8	195847,846	8939121,098

4.2 – Obtenção de dados na base cartográfica para avaliação

4.2.1 – Plotagem das coordenadas dos pontos de verificação determinadas no campo

Plotaram-se as coordenadas dos pontos de verificação obtidas das observações de campo na base cartográfica em estudo. Com uma linha uniu-se cada ponto de verificação à base geodésica que lhe deu origem, objetivando destacar o ponto e mostrar o irradiação duplo executado. As figuras 10, 11, 12 e 13 apresentam os pontos de verificação plotados através de suas coordenadas calculadas e os pontos correspondentes pertencentes à base, referentes às áreas de estudo: Bairro cidade Universitária, Bairro Tabuleiro do Martins, Bairro Ponta Verde e Bairro Pinheiro, respectivamente.

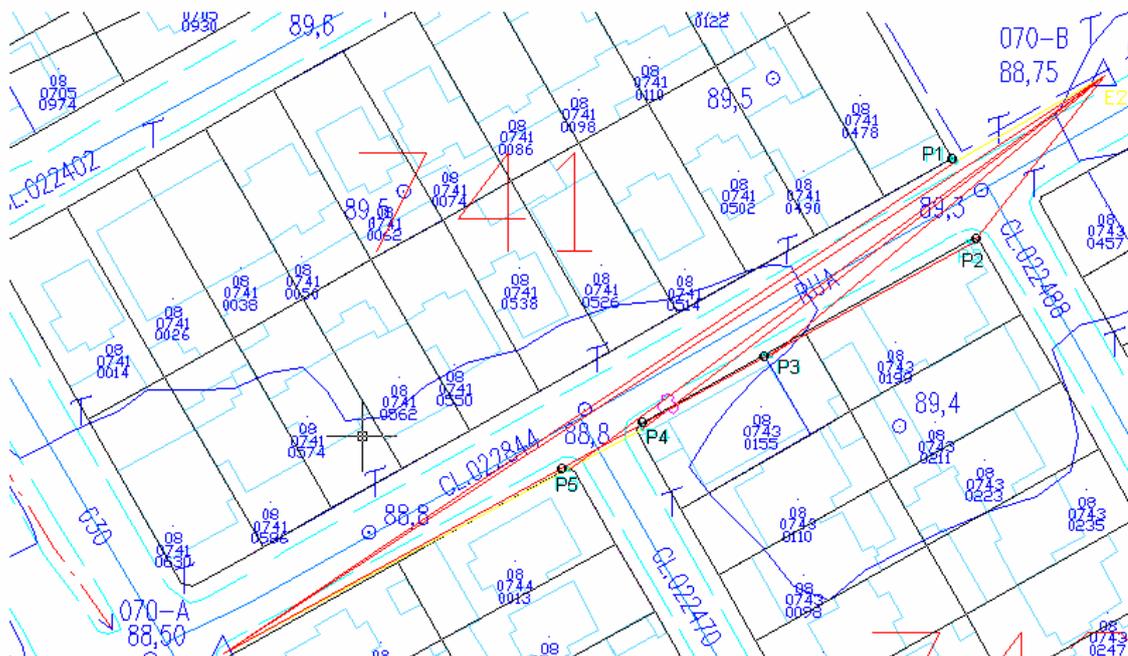


Figura 15 – Pontos de verificação do bairro Cidade Universitária.

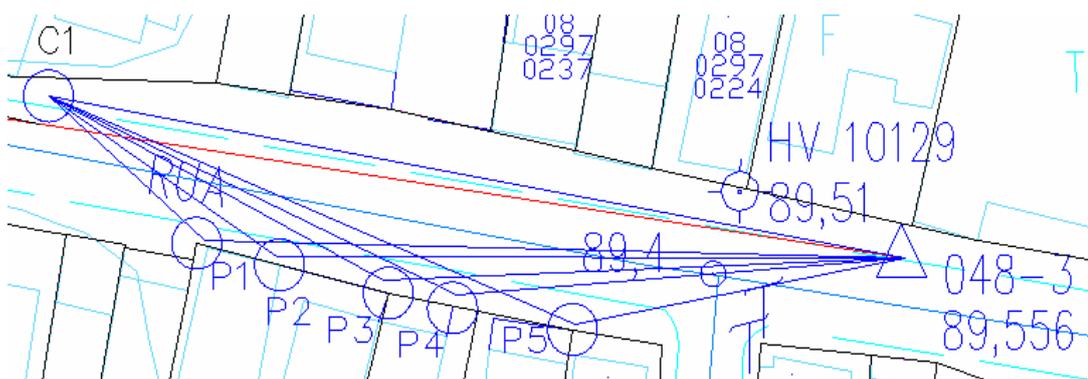


Figura 16 – Pontos de Verificação do bairro Tabuleiro do Martins

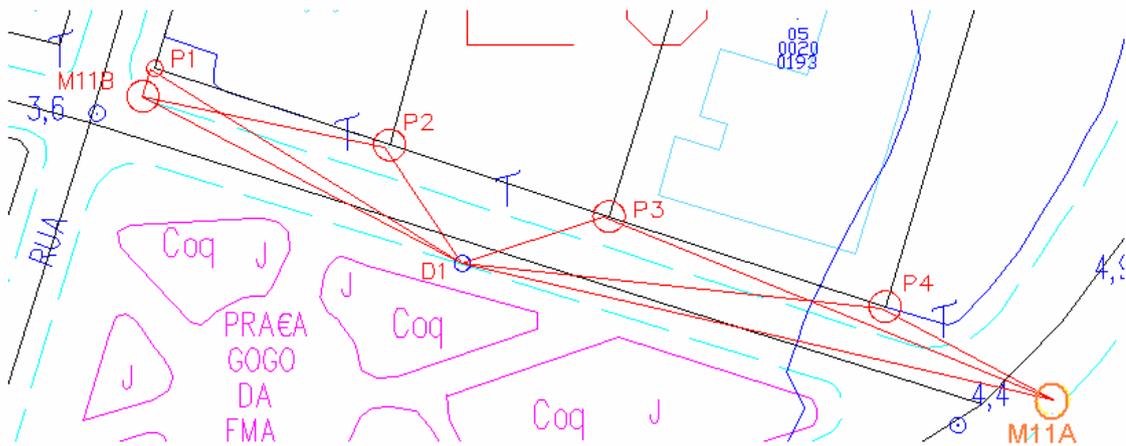


Figura 17 – Pontos de verificação do bairro Ponta Verde.

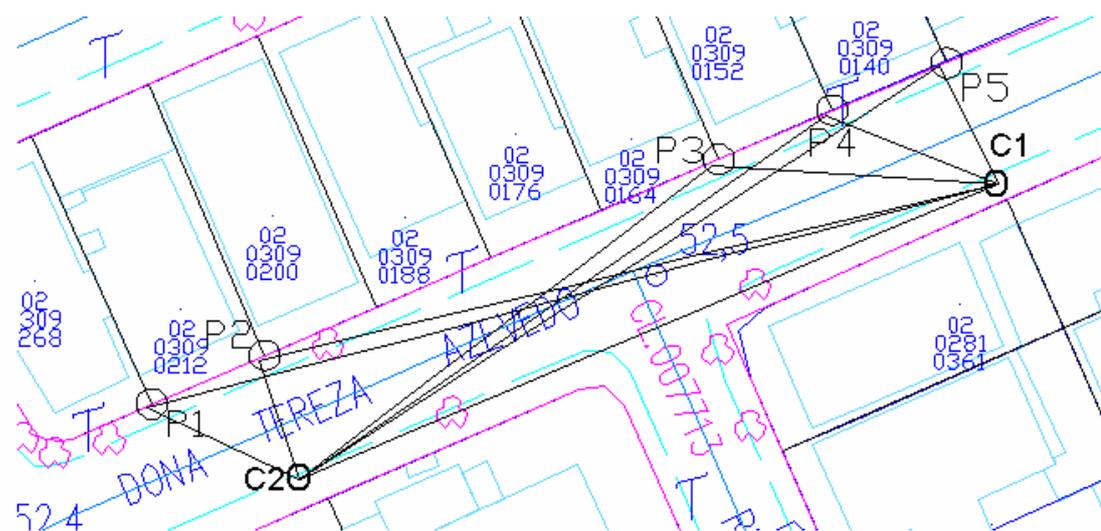


Figura 18 – Pontos de verificação do bairro Pinheiro.

4.2.2. – Consulta dos valores das coordenadas da Base Cartográfica

Através do Software AUTOCAD MAP, realizou-se uma consulta sobre as cartas digitais do município de Maceió, as quais estão no formato padrão DWG, objetivando obter o valor das coordenadas planas, no sistema UTM, dos pontos escolhidos para verificação. As coordenadas de cada ponto foram obtidas, como mostra a figura 19. A tabela 17 apresenta os valores das coordenadas dos pontos de

verificação, obtidos da base cartográfica, mostrando o valor da abscissa coordenada Este (Leste) na quinta coluna e da ordenada coordenada Norte na sexta coluna.

A nona coluna do anexo 4 apresenta o valor das altitudes pesquisadas na base cartográfica.

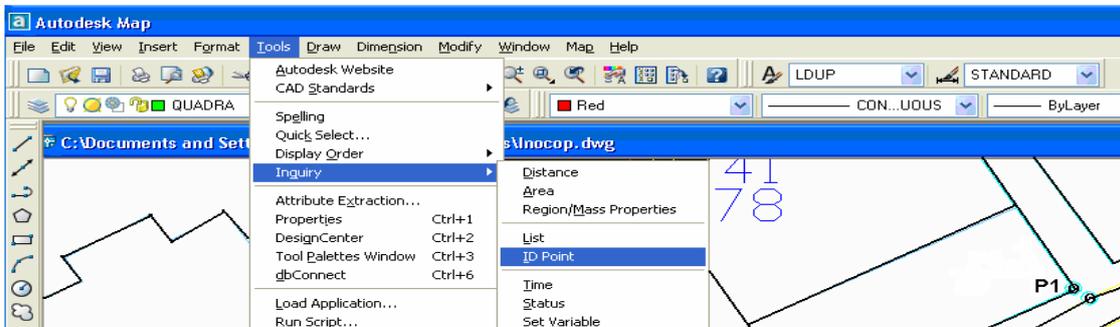


Figura 19 - Consulta das coordenadas de pontos da Base Cartográfica

4.3 – Cálculo das altitudes

Elaborou-se o cálculo das altitudes através de planilha eletrônica. Apresentaram-se os resultados na quinta, sexta, sétima e oitava colunas do anexo 4.

A figura 20 mostra os cruzamentos de ruas do bairro Ponta Verde, com suas respectivas altitudes.

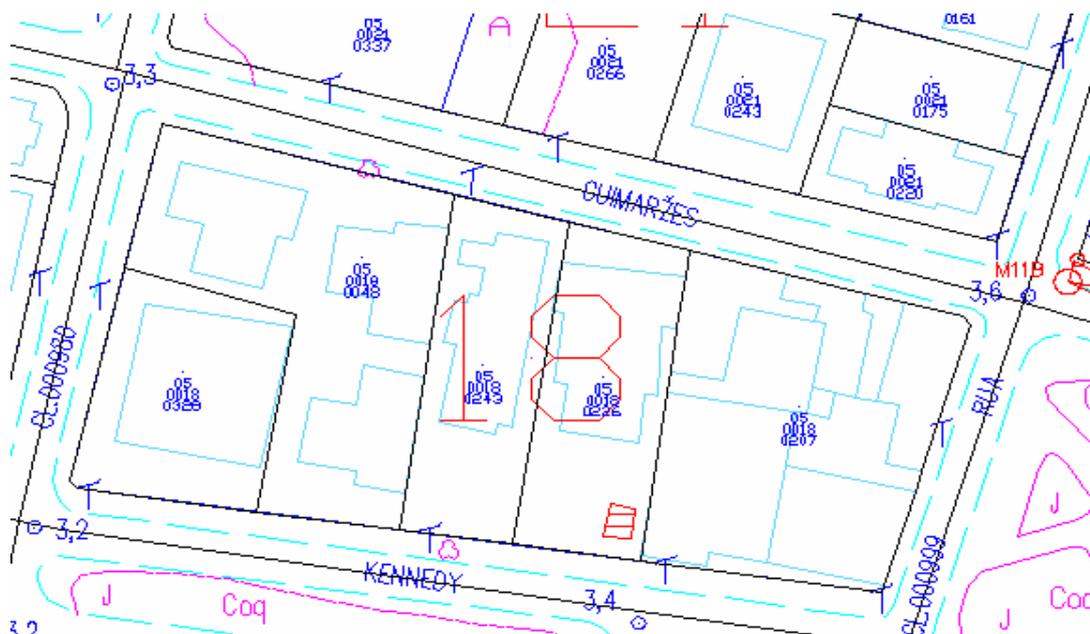


Figura 20 – Altitudes do bairro Ponta Verde (Cartas digitais de Maceió, 2000).

4.4 - Análise e discussão dos resultados

Procedeu-se à comparação entre as coordenadas obtidas da Base Cartográfica e as coordenadas medidas em campo, sendo o resultado mostrado na tabela 18. O anexo 4 mostra o resultado da comparação entre altitudes obtidas da Base Cartográfica e as altitudes medidas no campo.

Tabela 18 – Diferença entre coordenadas calculadas e coordenadas obtidas da base cartográfica

Nº de ordem	Ponto	Coordenadas planas no sistema de projeção UTM				Diferença		
		Calculadas		Obtidas da base		Este (m)	Norte (m)	Linear (m)
		Este	Norte	Este	Norte			
1	P1	198930,531	8934440,282	198931,060	8934440,700	-0,529	-0,418	0,674
2	P2	198941,51	8934444,989	198942,030	8934445,460	-0,520	-0,471	0,702
3	P3	198985,563	8934464,071	198986,220	8934464,640	-0,657	-0,569	0,869
4	P4	198996,682	8934468,921	198997,260	8934469,440	-0,578	-0,519	0,777
5	P5	199007,703	8934473,757	199008,310	8934474,240	-0,607	-0,483	0,776
6	P1	194107,639	8943633,664	194107,030	8943634,140	0,609	-0,477	0,773
7	P2	194110,186	8943621,339	194109,440	8943621,490	0,746	-0,151	0,762
8	P3	194079,524	8943603,989	194078,490	8943604,030	1,034	-0,041	1,035
9	P4	194060,104	8943592,827	194059,930	8943593,560	0,174	-0,733	0,753
10	P5	194048,862	8943586,542	194048,750	8943586,670	0,112	-0,128	0,170
11	P1	204062,603	8930616,467	204063,093	8930616,579	-0,490	-0,112	0,502
12	P2	204091,946	8930606,632	204092,500	8930606,900	-0,554	-0,268	0,615
13	P3	204119,319	8930597,731	204119,960	8930597,860	-0,641	-0,129	0,654
14	P4	204154,049	8930586,287	204154,540	8930586,480	-0,491	-0,193	0,528
15	P1	196012,087	8939082,171	196011,385	8939082,052	0,701	0,119	0,711
16	P2	196017,826	8939080,987	196018,050	8939080,380	-0,224	0,607	0,647
17	P3	196026,355	8939079,113	196026,780	8939078,190	-0,425	0,923	1,016
18	P4	196032,229	8939077,972	196031,930	8939077,050	0,299	0,922	0,969
19	P5	196041,790	8939075,723	196041,580	8939075,380	0,210	0,343	0,402
20	P6	195897,149	8939112,793	195897,130	8939112,670	0,019	0,123	0,124
21	P7	195855,622	8939120,288	195855,890	8939120,110	-0,268	0,178	0,321
22	P8	195847,846	8939121,098	195848,450	8939120,840	-0,604	0,258	0,657

A sétima e a oitava colunas da tabela 18 mostram a diferença entre as abcissas e as ordenadas dos pontos de verificação calculadas através dos dados de campo e as coordenadas dos mesmos pontos obtidas da base cartográfica. A nona coluna da referida tabela mostra o valor da diferença linear entre os pontos, obtido pelo teorema de Pitágoras.

A segunda coluna da tabela 19 apresenta os resíduos das observações, em ordem crescente, que representam a diferença entre as coordenadas dos pontos de verificação obtidas no campo e as coordenadas dos mesmos pontos obtidas da base

cartográfica. Avaliou-se a média amostral \bar{x} para o experimento, através da equação 78. A terceira coluna da referida tabela apresenta a diferença entre cada valor e a média amostral e a quarta coluna apresenta o quadrado desses valores.

O anexo 5 apresenta a precisão planimétrica e altimétrica dos pontos de verificação.

Tabela 19 – Resíduos das observações.

Nº de ordem	Resíduos X_i	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$
1	0,124	-0,532	0,283
2	0,17	-0,486	0,236
3	0,321	-0,335	0,112
4	0,402	-0,254	0,065
5	0,502	-0,154	0,024
6	0,528	-0,128	0,016
7	0,615	-0,041	0,002
8	0,647	-0,009	0,000
9	0,654	-0,002	0,000
10	0,657	0,001	0,000
11	0,674	0,018	0,000
12	0,702	0,046	0,002
13	0,711	0,055	0,003
14	0,753	0,097	0,009
15	0,762	0,106	0,011
16	0,773	0,117	0,014
17	0,776	0,120	0,014
18	0,777	0,121	0,015
19	0,869	0,213	0,045
20	0,969	0,313	0,098
21	1,016	0,360	0,129
22	1,035	0,379	0,143
Soma	14,437		1,223

Obteve-se o valor da variância, do desvio padrão e da média populacional (com 90% de certeza), desenvolvendo-se as equações 74, 75 e 76. A tabela 20 apresenta esses valores.

Tabela 20 – Valores estatísticos para os pontos de verificação

Elementos	Símbolo	Valor
Média amostral	\bar{x}	0,6562 (m)
Variância	S^2	0,0582 (m)
Desvio padrão	S	0,24135 (m)
(1- nível de confiança)	α	0,05
Grau de liberdade	g.l	21
Valor da tabela (anexo 3)	t_{α}	1,721
Intervalo de confiança limite inferior	μ_1	0,5676 (m)
Intervalo de confiança limite superior	μ_2	0,7448 (m)

4.4.1 – Análise e discussão dos resultados obtidos x PEC

A distribuição t de “Student” indica que a média dos erros planimétricos de toda população se encontra entre 0,56m e 0,74m, com 90% de certeza. Para a classificação do documento cartográfico, segundo o PEC, utilizou-se da média populacional, cujos valores são mostrados na tabela 8. Sendo μ_2 o limite do intervalo superior para a média populacional < 1m, o documento se enquadra na classificação carta classe A. Sendo o erro padrão planimétrico estipulado pelo PEC, de valor 0,6m para cartas classe A, superior ao desvio padrão da média amostral, de valor calculado 0,24135, confirma a classe A para as cartas analisadas. Aplica-se o PEC em cartas nas escalas 1:25.000 e menores. Utilizou-se desse critério, como uma extensão para a escala 1:2.000, por se tratar de um documento cartográfico obtido por fotogrametria. Devido ao fato de ter sido o documento em estudo elaborado em escala maior que as escalas preconizadas pelo PEC, adotou-se também o critério estabelecido pelas Normas Técnicas da ABNT, aplicável em documento topográfico elaborado em escala grande.

Para altimetria, 90% dos pontos não devem apresentar discrepâncias maiores que 1/4 da equidistância vertical. As cartas digitais investigadas apresentam

eqüidistância vertical de 1m. O erro máximo admissível de 0,25m, só foi ultrapassado por 1 ponto da amostra que contém 21 elementos. O desvio padrão apresentou o valor 0,243m. (mostrado no anexo 4), valor esse menor que o estipulado pelo PEC, para escalas pequenas, que é de 1/3 da eqüidistância vertical. A Norma Técnica, que estabelece limites de erro para desenho topográfico elaborado em escala grande, apresenta o mesmo valor estipulado pelo PEC para altimetria. Os padrões altimétricos confirmam o documento cartográfico como documento classe “A”.

4.4.2 - Análise e discussão dos resultados obtidos X Norma Técnica NBR 13.133

Utilizou-se também do padrão de exigência da ABNT (1994), que trata da aceitação ou rejeição de documentos topográficos, normalmente elaborados em escala grande, englobando a escala do documento em estudo. A referida norma técnica utiliza dois critérios para aceite ou rejeição de plantas topográficas, com base em testes realizados em campo: o critério utilizado para distâncias medidas no terreno e suas homólogas medidas nas plantas topográficas, e o critério da verificação da qualidade posicional de pontos.

a) Avaliação segundo o critério utilizado para distâncias

O critério de rejeição deve ser estabelecido a partir da exatidão entre as distâncias medidas no desenho topográfico final e as de suas homólogas medidas no terreno.

Para o cálculo de distâncias no terreno ou no documento cartográfico utilizaram-se as coordenadas dos pontos de verificação na expressão:

$$D = ((E2-E1)^2 - (N2-N1)^2)^{1/2} \quad (66)$$

Em que:

E1 e N1 são as coordenadas de um ponto de verificação.

E2 e N2 são as coordenadas do outro ponto de verificação.

A tabela 21 mostra os resultados das distâncias obtidas no campo e de suas homólogas obtidas das cartas cadastrais.

Tabela 21 – Distâncias obtidas no campo e distâncias obtidas na carta.

Nº de ordem	Distância entre par de pontos									
	Obtidas no campo				Obtidas da base			Xi	(Xi- \bar{X})	(Xi- \bar{X}) ²
	Par	Delta X	Deltay	Distância	Delta X	Delta Y	Distância			
1	PI-P2	10,979	4,707	11,945	10,97	4,760	11,9580	-0,013	-0,028	0,001
2	P2-P3	44,053	19,082	48,008	44,19	19,180	48,1730	-0,165	-0,180	0,032
3	P3-P4	11,119	4,850	12,131	11,04	4,800	12,0380	0,092	0,077	0,006
4	P4-P5	11,021	4,837	12,035	11,05	4,800	12,0480	-0,012	-0,028	0,001
5	PI-P2	2,547	12,324	12,585	2,41	12,650	12,8780	-0,293	-0,308	0,095
6	P2-P3	30,662	17,350	35,230	-30,95	17,460	35,5350	-0,305	-0,320	0,102
7	P3-P4	19,420	11,161	22,399	-18,56	10,470	21,3090	1,090	1,075	1,155
8	P4-P5	11,242	-6,285	12,879	-11,18	-6,890	13,1330	-0,253	-0,269	0,072
9	PI-P2	29,343	-9,835	30,948	29,41	-9,679	30,9590	-0,012	-0,027	0,001
10	P2-P3	27,373	-8,900	28,783	27,46	-9,040	28,9100	-0,126	-0,142	0,02
11	P3-P4	34,730	11,444	36,567	34,58	11,380	36,4040	0,162	0,147	0,022
12	PI-P2	5,739	-1,185	5,860	6,67	-1,672	6,8710	-1,011	-1,026	1,053
13	P2-P3	8,529	-1,874	8,732	8,73	-2,190	9,0000	-0,268	-0,284	0,080
14	P3-P4	5,874	-1,141	5,984	5,15	-1,140	5,2750	0,709	0,694	0,482
15	P4-P5	9,561	-2,249	9,822	9,65	-1,670	9,7930	0,028	0,013	0,000
16	P6-P7	41,527	7,495	42,198	-41,24	7,440	41,9060	0,292	0,277	0,077
17	P7-P8	-7,776	0,811	7,819	-7,44	0,730	7,4760	0,343	0,328	0,107

A nona a décima e a décima primeira colunas da tabela 21 apresentam os resíduos, a diferença entre cada resíduo e a média, e o quadrado dessa diferença. Utilizaram-se desses elementos nos cálculos da variância e do desvio padrão da amostra.

A tabela 22 apresenta esses valores e o valor de t_{α} obtido da tabela relativa à distribuição de *Student*, apresentada no anexo 3, para um grau de liberdade igual a 16 e um nível de confiança de 90%. Com base nesses dados, avaliou-se a média populacional, com limites inferior igual a μ_1 e limite superior igual a μ_2 , cujos valores também são mostrados na referida tabela.

Tabela 22 – Valores estatísticos para as distâncias

Elementos	Símbolo	Valor (m)
Média amostral	\bar{X}	0,0153
Variância	S^2	0,2066
Desvio padrão	S	0,4545
1- nível de confiança	α	0,005
Grau de liberdade	g.l	16
Valor da tabela (anexo 3)	t_{α}	1,746
Intervalo de confiança limite inferior	μ_1	-0,1772
Intervalo de confiança limite superior	μ_2	0,2078

O valor para o desvio padrão, calculado pela equação 87 é $m=0,4545$. Considerando-se $K = 1$, a equação 86 pode ser calculada, sendo obtido: $0,4545 \leq 0,5657$. O valor obtido indica que o desvio padrão da amostra é menor que o desvio padrão máximo admissível, o que confirma a aceitação do documento cartográfico.

b) Avaliação segundo o critério utilizado para posição de pontos

O desvio padrão posicional m , calculado pela equação 68, é de 0,241m. Substituindo-se na equação 69, tem-se:

$0,241m \leq 0,8m$, confirmando a aceitação do documento cartográfico.

CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O método proposto para obtenção de coordenadas de campo de pontos de controle para verificação da qualidade geométrica de documentos cartográficos mostrou-se prático. Executaram-se os trabalhos de campo com simplicidade e rapidez, podendo ser executado por qualquer profissional da Topografia. A associação de topografia e geodésia por satélites tornaram possível a escolha do local mais apropriado ao rastreamento de satélites, no qual se observaram os elementos que interferem nos sinais emitidos pelos satélites, como a presença de vegetais de grande porte ou a proximidade de edificações. Esses elementos obstruem a passagem do sinal dos satélites, impossibilitando uma boa qualidade nos resultados de processamento das linhas-base. Outros elementos, como grades, refletem os sinais emitidos pelos satélites, o que aumenta seu percurso, incorrendo em aumento da pseudo-distância. Esse fenômeno, denominado multicaminhamento, também induz ao erro, comprometendo a precisão do levantamento. O posicionamento por satélites tem sido usado como uma ferramenta de grande precisão nas operações de georreferenciamento, mas apresenta esse inconveniente de alcance limitado. Objetivando preencher esta lacuna, a associação de posicionamento por satélites, levantamento topográfico e técnicas de transporte de coordenadas sobre a superfície de projeção, utilizada na construção da base cartográfica, possibilitou georreferenciar os pontos não posicionáveis através da geodésia por satélites, embora necessários para atingir o fim a que se destinam.

Elaboraram-se os cálculos de georreferenciamento, ajustamento e estatísticos em ambiente computacional de forma eficiente e simples. Como a investigação é de caráter pontual, sendo necessária uma base geodésica (par de marcos geodésicos intervisíveis), para cada sub-região analisada, os cálculos geodésicos se confundem

com os cálculos topográficos. Na execução das operações cartográficas de transporte de coordenadas, torna-se necessária, além da projeção das distâncias do plano topográfico para a superfície do geóide e desta para a superfície do elipsóide, a multiplicação dessas distâncias por um fator de escala, que atua como agente projetante das distâncias da superfície do elipsóide para a superfície de projeção do sistema UTM.

A técnica de levantamento topográfico por irradiação duplo proporcionou o ajustamento das observações pelo método dos mínimos quadrados, que forneceu a precisão de cada ponto de verificação. A propagação do erro do marco geodésico para o ponto de verificação teve como valor máximo 70mm. O Método de Investigação da Confiabilidade de Cartas Cadastrais podendo ser utilizado em documentos cartográficos ou topográficos elaborados em escalas maiores. A diferença entre o emprego do método em cartas elaboradas no plano do sistema de projeção UTM e em plantas topográficas está no emprego do fator de escala para o primeiro caso e o não emprego do fator de escala para o segundo caso.

Na escolha do número de pontos de investigação, deve-se levar em consideração o rigor desejado. Na avaliação geral da precisão do documento, o IBGE considera que são suficientes 2 a 3 pontos por carta de mapeamento sistemático. Duas cartas na escala 1:25.000, que é a maior escala do mapeamento sistemático, cobrem uma região maior que a do município estudado, sendo que, para este caso, 4 a 6 pontos dão uma idéia geral da qualidade do serviço. Esse tipo de investigação tem um custo relativamente baixo, podendo ser executado por qualquer órgão contratante do serviço de mapeamento, evitando que o trabalho seja recebido sem nenhum teste. O IBGE considera ainda que 10 pontos por carta do mapeamento sistemático são suficientes para representar o conjunto. Nesse caso, 20 pontos satisfazem a condição do dimensionamento da amostra. Dessa forma, a amostra representativa do todo é pequena, devendo a análise estatística se utilizar de um (ou mais) estimador da média populacional para pequenas amostras.

A Norma Técnica da ABNT estabelece, que para teste de aceite ou rejeição de plantas topográficas, as quais normalmente são confeccionadas em escala grande, englobando a escala das cartas cadastrais, o número mínimo deve ser 20 pontos de testes para uma população com mais de 1.000 pontos de verificação. A referida Norma Técnica não estabelece outro patamar, deixando a margem de interpretação que 20 pontos são suficientes para se analisar a qualidade geométrica

de qualquer documento, em um teste não muito rigoroso. Em testes mais rigorosos, recomenda a Norma Técnica que seja utilizada uma amostra contendo 1% da população. Nesse caso, deverá ser feita uma contagem do número total de pontos de verificação possíveis e calculado o percentual. Se o documento possuir mais de 3.000 pontos de verificação, a amostra deverá ter mais de 30 pontos, podendo ser utilizada a distribuição Normal, indicada para grandes amostras. Mas, deve-se levar em consideração que a distribuição de *Student* é recomendada para amostras grandes também.

Para classificação do documento cartográfico utilizaram-se dois critérios: um empregado em cartas geográficas nas escalas 1:25.000 e menores, denominado PEC, no qual se adotou o mesmo procedimento estendido para cartas na escala 1:2000 em virtude de ser a base cartográfica analisada construída com a mesma metodologia utilizada no mapeamento sistemático. O outro critério, estabelecido pela Norma Técnica NBR 13133 – Execução de levantamento topográfico, foi adotado por ser indicado para plantas topográficas em escala grande.

Para o primeiro critério, utilizou-se o estimador de intervalo de média populacional “Distribuição de Student”, indicado para amostras pequenas (número menor que trinta elementos). Esse estimador classificou o documento como sendo “carta classe A”, que, segundo o padrão estipulado, indica ser a carta da melhor qualidade. O segundo critério utilizou o desvio padrão amostral, que também se mostrou menor que o limite estabelecido, indicando que o documento é aceito em nível de planta topográfica.

O resultado da pesquisa mostrou que o documento cartográfico analisado é de boa qualidade, sendo indicado aos fins a que se destina. O método estudado mostrou-se eficiente, aplicável e de custo relativamente baixo.

CAPÍTULO 6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 13.133, Execução de Levantamento Topográfico – Procedimento**. Rio de Janeiro. 1994. 35 p.

BRASIL. **Decreto nº 89.817 de 30 de março de 1983. Normas para o Controle de Qualidade de Documentos Cartográficos**. Brasília, Diário Oficial da União, 1984.

BRISOLLA, M.R. **Desenvolvimento e Implementação de um Sistema Integrado de Fotogrametria e Cartografia Digital**. Presidente Prudente, UNESP, 1993. 58 p.

CARDÃO, C. **Topografia**. Belo Horizonte, MG. Estabelecimentos Gráficos Santa Maria, 1961. 347 p.

COMASTRI, J. A. **Topografia; planimetria**. 2.ed. Viçosa, UFV, MG. Imprensa. Universitária, 1992. 336 p.

COSTA NETO, P.L.O. **Estatística Aplicada às Ciências Exatas**. São Paulo, SP. Edgar Blucher, 1996. 264 p.

LIBAULT, A. **Geocartografia**. São Paulo, SP. Ed. Universidade de São Paulo, 1975. 526 p.

LOCH, C.; CORDINI, J. **Topografia Contemporânea: Planimetria**. Florianópolis, SC. Ed. UFSC, 1995. 347 p.

LOCH, C. LAPOLLI, E. M. **Elementos Básicos da Fotogrametria e sua Utilização**. Florianópolis, SC. Ed. UFSC, 1994. 104 p.

FENSTERMAKER, L. K. **Remote Sensing Thematic Accuracy Assessment: A Compendium**. American Society for Photogrammetry and Remote Sensing. Bethesda, 1994. 413 p.

FORTES, L. P. S. **Tabelas para cálculo no sistema de projeção universal transversa de Mercator – UTM (elipsóide internacional de 1967)**. Rio de Janeiro, RJ. IBGE, 1995. 284 p.

MARCHETTI, D. A. B. GARCIA J. G. **Princípios de fotogrametria e fotointerpretação**. São Paulo, SP. Ed. Nobel, 1986. 257 p.

MIKAIL, E.M. BETHEL, J.S. McGLONE, J.C. **Introduction to Modern Photogrammetry**. New York. John Wiley & Sons, Inc, 2001. 479 p.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS**. São Paulo, SP. Ed. UNESP, 2000. 287 p.

NOVAES, J. R. D. **Teste de cartas**. Revista Brasileira de Cartografia. Rio de Janeiro, RJ, nº 02, p. 18-22, 1971.

OLIVEIRA, C. **Dicionário Cartográfico**. Rio de Janeiro, RJ. IBGE, 1987. 645 p.

PAREDES, E.A. **Práticas Aerofotogramétricas e suas Aplicações na Engenharia**. Brasília – DF: CNPq; Maringá, PR. CONCITEC, 1986. 249 p.

PORTUGAL, M.Q.J.L. **Pré-processamento e Armazenamento de Dados Altimétricos Obtidos por Restituição Digital**. Dissertação de Mestrado. Ciências em Sistemas e Computação, Instituto Militar de Engenharia. Rio de Janeiro, 1979. 121 p.

RAMOS, D. **Geodésia na Prática**. Araraquara, SP. MDATA Informática Ltda, 1998. 220 p.

ROCHA, C.H.B. **Geoprocessamento: Tecnologia Transdisciplinar**. Juiz de Fora, MG. Ed. Do Autor, 2000. 220 p.

SEEBER, G. **Satellite Geodesy**. Berlin , New York. Walter de Gruyter, 1993. 530 p.

SILVA, I. **Curso de Mensuração. The Global Position System – GPS**, Alagoas, 1995.

SPIEGEL, M. R; tradução, revisão e adaptação CRUSIUS, C. A. **Estatística**. São Paulo . McGraw-Hill, 1985, 2. ed. 454 p.

WOLF, P. R; DEWITT, B.A. **Elements of Photogrammetry: With Applications in GIS**. 3 ed. U.S.A.: McGraw- Hill Book Company, 2000. 607 p.

Anexo 1 – Rotina para cálculo do fator de escala

SOFTWARE MATLAB
CÁLCULO DO FATOR ESCALA K
PONTO M25A
Local: Bairro Pinheiro.

```
'Dados do elipsoide'  
'a = semi eixo maior'  
a=6378160  
'b= semi-eixo menor'  
b=6356774.719  
e2=0.006694541  
'e2=quadrado da Primeira excentricidade'  
e22=0.006739661  
'e22=quadrado da segunda excentricidade'  
'Dados de campo'  
'ponto E1'  
XE1=198874.59  
YE1=8934409.366  
Long=-35.74354336  
Lat=-9.628877861  
Latr=Lat*pi/180  
'N=grande Normal'  
N=a/(1-e2*sin(Latr))^(1/2)  
XVIIIa=(1+e22*cos(Latr)^2)/(2*N^2)  
XVIIIb=(1/(0.9996^2))*1e+012  
XVIII=XVIIIa*XVIIIb  
q=(XE1-500000)*1e-006  
'K=fator de escala'  
K=0.9996*(1+XVIII*q^2+0.00003*q^4)
```

```
K =      1.0007237376018  
M25A
```

Obtém-se o fator de escala do próximo ponto pela substituição das coordenadas planas e geodésicas do ponto já calculadas, pelas coordenadas do ponto a serem calculadas.

Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

Ajustamento das observações pelo método dos Mínimos Quadrados e determinação de coordenadas.

Considerando que o georreferenciamento para distâncias inferiores a 400 m. pode ser feito diretamente no plano do sistema UTM, aplicando-se somente o fator de escala K às distâncias observadas, a determinação das coordenadas de pontos, o ajustamento das observações e sua precisão podem ser elaborados através do método paramétrico do método dos mínimos quadrados. A figura 1 ilustra o irradiação duplo do ponto $P1$, a ser georreferenciado, executado a partir dos marcos geodésicos $E1$ e $E2$ e seus elementos pertinentes.

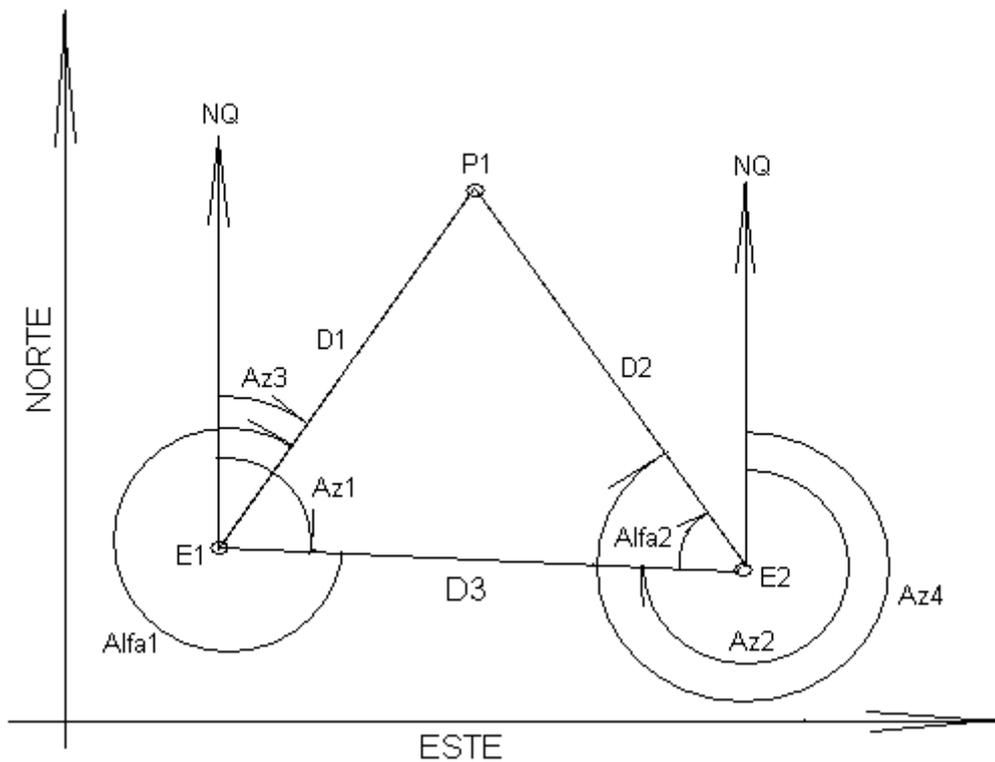


Figura 1 – Irradiação duplo.

Com base na figura 1 são considerados:

Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

Elementos dados:

X_{E1} = Coordenada X do marco E1

Y_{E1} = Coordenada Y do marco E1

X_{E2} = Coordenada X do marco E2

Y_{E2} = Coordenada Y do marco E2

Elementos medidos

α_1 = Ângulo azimutal entre as direções E1E2 e E1P1

α_2 = Ângulo azimutal entre as direções E2E1 e E2P1

D_1 = Distância entre o marco E1 e o ponto P1

D_2 = Distância entre o marco E2 e o ponto P1

D_3 = Distância entre os marcos E1 e E2

Desvio padrão das medições

σ_{α_1} = σ_{α_2} , que é a precisão do goniômetro.

σ_{D_1} = σ_{D_2} que é a precisão do distanciômetro.

1 - Matriz dos valores medidos

$L_b = [D_1; D_2; \alpha_1; \alpha_2]$

2 - Determinação dos valores iniciais

2.1 – Determinação dos azimutes

$$\alpha_1 = \arctg((X_{E2} - X_{E1}) / (Y_{E2} - Y_{E1}))^{1/2} \quad (1)$$

$$\alpha_2 = \arctg((X_{E1} - X_{E2}) / (Y_{E1} - Y_{E2}))^{1/2} \quad (2)$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 + \alpha_1 + 180^\circ \quad (3)$$

(continua)

Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

Az1 = Azimute da direção E1E2

Az2 = Azimute da direção E2E1

Az3 = Azimute da direção E1P1

2.2 – Determinações das coordenadas iniciais do ponto P1

$$XoP1 = XE1 + D1 \cdot \text{seno} (Az3) \quad (4)$$

$$YoP1 = YE1 + D1 \cdot \text{co-seno} (Az3) \quad (5)$$

XoP1 = Coordenada X do ponto P1

YoP1 = Coordenada Y do ponto P1

$$Az4 = \text{atan}((XoP1 - XE2)^2 + (YoP1 - Ye2)^2)^{1/2}$$

Az4 = Azimute da direção E2P1

3. – Modelo matemático

A determinação das coordenadas iniciais do ponto P1 a ser georreferenciado, associadas às coordenadas dos dois marcos geodésicos E1 e E2 proporcionam a existência de três pontos no plano que definem o triângulo E1E2P1, mostrado na figura 1. Com base nesses três pontos, elaboraram-se quatro equações definidoras do modelo matemático destinado a iniciar as operações de ajustamento. As funções F1 e F2 definem as distâncias do marco E1 ao ponto P1 e do marco E2 ao ponto P1, respectivamente. A função F3 define o ângulo azimutal entre as direções E1E2 e E1P1. A função F4 define o ângulo azimutal entre as direções E2E1 e E2P1. Essas distâncias e essas direções são ilustradas na figura 1.

$$F1 = [(XoP1 - XE1)^2 + (YoP1 - YE1)^2]^{1/2} \quad (6)$$

$$F2 = [(XoP1 - XE2)^2 + (YoP1 - YE2)^2]^{1/2} \quad (7)$$

$$F3 = \text{arctg} \frac{XE2 - XE1}{YE2 - YE1} - \text{arctg} \frac{XoP1 - XE1}{YoP1 - YE1} \quad (8)$$

$$F4 = \text{arctg} \frac{XoP1 - XE2}{YoP1 - YE2} - \text{arctg} \frac{XE1 - XE2}{YE1 - YE2} \quad (9)$$

Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

3.1 Matriz dos valores iniciais

A matriz dos valores iniciais, aos quais serão aplicadas as correções fica definida:

$$L_0 = [D1; F2; Alfa1; F4]$$

4 – Derivadas das funções do modelo matemático

No ajustamento de observações pelo método dos mínimos quadrados deve ser feita a derivada primeira das funções para que os resíduos sejam mínimos. Calcularam-se as derivadas parciais em relação a X e em relação a Y das funções F1, F2, F3 e F4, igualando-se a zero cada derivada parcial, cujos desenvolvimentos e resultados são mostrados nas equações 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 e 17.

$$\begin{aligned}\frac{\partial F1}{\partial X} &= \frac{1}{2} [(X_{oP1} - X_{E1})^2 + (Y_{oP1} - Y_{E1})^2]^{-1/2} \cdot 2 (X_{oP1} - X_{E1}) \\ \frac{\partial F1}{\partial X} &= \frac{(X_{oP1} - X_{E1})^2}{[(X_{oP1} - X_{E1})^2 + (Y_{oP1} - Y_{E1})^2]^{1/2}} \\ \frac{\partial F1}{\partial X} &= \frac{(X_{oP1} - X_{E1})^2}{D1}\end{aligned}\tag{10}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial F1}{\partial Y} &= \frac{1}{2} [(X_{oP1} - X_{E1})^2 + (Y_{oP1} - Y_{E1})^2]^{-1/2} \cdot 2 (Y_{oP1} - Y_{E1}) \\ \frac{\partial F1}{\partial Y} &= \frac{(Y_{oP1} - Y_{E1})^2}{[(X_{oP1} - X_{E1})^2 + (Y_{oP1} - Y_{E1})^2]^{1/2}} \\ \frac{\partial F1}{\partial Y} &= \frac{(Y_{oP1} - Y_{E1})^2}{D2}\end{aligned}\tag{11}$$

Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

$$\frac{\partial F2}{\partial X} = \frac{1}{2} [(XoP1 - XE2)^2 + (YoP1 - YE2)^2]^{-1/2} \cdot 2 (XoP1 - XE2)$$

$$\frac{\partial F2}{\partial X} = \frac{(XoP1 - XE2)}{[(XoP1 - XE2)^2 + (YoP1 - YE2)^2]^{1/2}}$$

$$\frac{\partial F2}{\partial X} = \frac{(XoP1 - XE2)}{F2} \quad (12)$$

$$\frac{\partial F2}{\partial Y} = \frac{1}{2} [(XoP1 - XE2)^2 + (YoP1 - YE2)^2]^{-1/2} \cdot 2 (YoP1 - YE2)$$

$$\frac{\partial F2}{\partial Y} = \frac{(YoP1 - YE2)}{[(XoP1 - XE2)^2 + (YoP1 - YE2)^2]^{1/2}}$$

$$\frac{\partial F2}{\partial Y} = \frac{(YoP1 - YE2)}{F2} \quad (13)$$

$$\frac{\partial F3}{\partial X} = \frac{1}{1 + \left(\frac{XE2 - XE1}{YE2 - YE1}\right)^2} \cdot \frac{(YE2 - YE1)(1) - 0(XE2 - XE1)}{(YE2 - YE1)^2} - \frac{1}{1 + \left(\frac{XoP1 - XE1}{YoP1 - YE1}\right)^2} \cdot \frac{(YoP1 - YE1)(1) - 0(XoP1 - XE1)}{(YoP1 - YE1)^2}$$

$$\frac{\partial F3}{\partial X} = \frac{1}{\frac{(XE2 - XE1)^2}{(YE2 - YE1)^2} + 1} \cdot \frac{(YE2 - YE1)}{(YE2 - YE1)^2} - \frac{1}{\frac{(XoP1 - XE1)^2}{(YoP1 - YE1)^2} + 1} \cdot \frac{(YoP1 - YE1)}{(YoP1 - YE1)^2}$$

$$\frac{\partial F3}{\partial X} = \frac{(YE2 - YE1)}{\frac{(XE2 - XE1)^2}{(YE2 - YE1)^2} + 1} \cdot \frac{1}{(YE2 - YE1)^2} - \frac{(YoP1 - YE1)}{\frac{(XoP1 - XE1)^2}{(YoP1 - YE1)^2} + 1} \cdot \frac{1}{(YoP1 - YE1)^2}$$

$$\frac{\partial F3}{\partial X} = \frac{(YE2 - YE1)}{(XE2 - XE1)^2 + (YE2 - YE1)^2} - \frac{(YoP1 - YE1)}{(XoP1 - XE1)^2 + (YoP1 - YE1)^2}$$

$$\frac{\partial F3}{\partial X} = \frac{(YE2 - YE1)}{D3^2} - \frac{(YoP1 - YE1)}{D1^2} \quad (14)$$

Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

$$\frac{\partial F_3}{\partial Y} = \frac{1}{1 + \left(\frac{XE2 - XE1}{YE2 - YE1}\right)^2} \cdot \frac{(YE2 - YE1) \cdot 0 - (1) \cdot (XE2 - XE1)}{(YE2 - YE1)^2} - \frac{1}{1 + \left(\frac{XoP1 - XE1}{YoP1 - YE1}\right)^2} \cdot \frac{(YoP1 - YE1) \cdot 0 - (1) \cdot (XoP1 - XE1)}{(YoP1 - YE1)^2}$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial Y} = \frac{1}{\frac{(XE2 - XE1)^2}{(YE2 - YE1)^2} + \frac{(YE2 - YE1)^2}{(YE2 - YE1)^2}} \cdot \frac{(-)(XE2 - XE1)}{(YE2 - YE1)^2} - \frac{1}{\frac{(YoP1 - YE1)^2}{(YoP1 - YE1)^2} + \frac{(XoP1 - XE1)^2}{(YoP1 - YE1)^2}} \cdot \frac{(-)(XoP1 - XE1)}{(YoP1 - YE1)^2}$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial Y} = -\frac{(XE2 - XE1)}{\frac{(XE2 - XE1)^2 + (YE2 - YE1)^2}{(YE2 - YE1)^2} \cdot \cancel{(YE2 - YE1)^2}} + \frac{(XoP1 - XE1)}{\frac{(YoP1 - YE1)^2 + (XoP1 - XE1)^2}{(YoP1 - YE1)^2} \cdot \cancel{(YoP1 - YE1)^2}}$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial Y} = -\frac{(XE2 - XE1)}{(XE2 - XE1)^2 + (YE2 - YE1)^2} + \frac{(XoP1 - XE1)}{(YoP1 - YE1)^2 + (XoP1 - XE1)^2}$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial Y} = \frac{(YoP1 - YE1)}{D1^2} - \frac{(XE2 - XE1)}{D3^2} \quad (15)$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial X} = \frac{1}{1 + \left(\frac{XoP1 - XE2}{YoP1 - YE2}\right)^2} \cdot \frac{(YoP1 - YE2) \cdot (1) - 0 \cdot (XoP1 - XE2)}{(YoP1 - YE2)^2} - \frac{1}{1 + \left(\frac{XE1 - XE2}{YE1 - YE2}\right)^2} \cdot \frac{(YE1 - YE2) \cdot (1) - 0 \cdot (XE1 - XE2)}{(YE1 - YE2)^2}$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial X} = \frac{1}{\frac{(YoP1 - YE2)^2 + (XoP1 - XE2)^2}{(YoP1 - YE2)^2}} \cdot \frac{(YoP1 - YE2)}{(YoP1 - YE2)^2} - \frac{1}{\frac{(YE1 - YE2)^2 + (XE1 - XE2)^2}{(YE1 - YE2)^2}} \cdot \frac{YE1 - YE2}{(YE1 - YE2)^2}$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial X} = \frac{1}{\frac{(YoP1 - YE2)^2 + (XoP1 - XE2)^2}{\cancel{(YoP1 - YE2)^2}}} \cdot \frac{\cancel{(YoP1 - YE2)}}{\cancel{(YoP1 - YE2)^2}} - \frac{1}{\frac{(YE1 - YE2)^2 + (XE1 - XE2)^2}{\cancel{(YE1 - YE2)^2}}} \cdot \frac{\cancel{YE1 - YE2}}{\cancel{(YE1 - YE2)^2}}$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial X} = \frac{(YoP1 - YE2)}{(YoP1 - YE2)^2 + (XoP1 - XE2)^2} - \frac{YE1 - YE2}{(YE1 - YE2)^2 + (XE1 - XE2)^2}$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial X} = \frac{YoP1 - YE2}{D1^2} - \frac{YE1 - YE2}{D3^2} \quad (16)$$

Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

$$\frac{\partial F_4}{\partial Y} = \frac{1}{1 + \left(\frac{X_{oP1} - X_{E2}}{Y_{oP1} - Y_{E2}}\right)^2} \cdot \frac{(Y_{oP1} - Y_{E2}) \cdot 0 - (1) \cdot (X_{oP1} - X_{E2})}{(Y_{oP1} - Y_{E2})^2} - \frac{1}{1 + \left(\frac{X_{E1} - X_{E2}}{Y_{E1} - Y_{E2}}\right)^2} \cdot \frac{(Y_{E1} - Y_{E2}) \cdot 0 - (1) \cdot (X_{E1} - X_{E2})}{(Y_{E1} - Y_{E2})^2}$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial Y} = \frac{1}{\frac{(Y_{oP1} - Y_{E2})^2}{(Y_{oP1} - Y_{E2})^2} + \frac{(X_{oP1} - X_{E2})^2}{(Y_{oP1} - Y_{E2})^2}} \cdot \frac{(-) \cdot (X_{oP1} - X_{E2})}{(Y_{oP1} - Y_{E2})^2} - \frac{1}{\frac{(Y_{E1} - Y_{E2})^2}{(Y_{E1} - Y_{E2})^2} + \frac{(X_{E1} - X_{E2})^2}{(Y_{E1} - Y_{E2})^2}} \cdot \frac{(-) \cdot (X_{E1} - X_{E2})}{(Y_{E1} - Y_{E2})^2}$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial Y} = - \frac{1}{\frac{(Y_{oP1} - Y_{E2})^2 + (X_{oP1} - X_{E2})^2}{(\cancel{Y_{oP1} - Y_{E2}})^2}} \cdot \frac{(X_{oP1} - X_{E2})}{(\cancel{Y_{oP1} - Y_{E2}})^2} + \frac{1}{\frac{(Y_{E1} - Y_{E2})^2 + (X_{E1} - X_{E2})^2}{(\cancel{Y_{E1} - Y_{E2}})^2}} \cdot \frac{(X_{E1} - X_{E2})}{(\cancel{Y_{E1} - Y_{E2}})^2}$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial Y} = - \frac{(X_{oP1} - X_{E2})}{(Y_{oP1} - Y_{E2})^2 + (X_{oP1} - X_{E2})^2} + \frac{(X_{E1} - X_{E2})}{(Y_{E1} - Y_{E2})^2 + (X_{E1} - X_{E2})^2}$$

$$\frac{\partial F_4}{\partial Y} = \frac{(X_{E1} - X_{E2})}{D_3^2} - \frac{(X_{oP1} - X_{E2})}{D_2^2} \quad (17)$$

A Matriz A, também denominada matriz das derivadas, definida por:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X} & \frac{\partial F_1}{\partial Y} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X} & \frac{\partial F_2}{\partial Y} \\ \frac{\partial F_3}{\partial X} & \frac{\partial F_3}{\partial Y} \\ \frac{\partial F_4}{\partial X} & \frac{\partial F_4}{\partial Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(X_{oP1} - X_{E1})^2}{D_1} & \frac{(Y_{oP1} - Y_{E1})^2}{D_2} \\ \frac{(Y_{oP1} - Y_{E2})}{F_2} & \frac{(Y_{oP1} - Y_{E2})}{F_2} \\ \frac{(Y_{E2} - Y_{E1})}{D_3^2} - \frac{(Y_{oP1} - Y_{E1})}{D_1^2} & \frac{(Y_{oP1} - Y_{E1})}{D_1^2} - \frac{(X_{E2} - X_{E1})}{D_3^2} \\ \frac{(Y_{oP1} - Y_{E2})}{D_1^2} - \frac{(Y_{E1} - Y_{E2})}{D_3^2} & \frac{(X_{E1} - X_{E2})}{D_3^2} - \frac{(X_{oP1} - X_{E2})}{D_2^2} \end{bmatrix}$$

Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

4 – Matriz dos pesos

A matriz dos pesos, onde se considera a precisão das medidas angulares e das medidas lineares, indicadas no manual do fabricante dos instrumentos utilizados fica assim definida:

$$P=[1/\text{SigD1}^2 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 1/\text{SigD2}^2 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1/\text{SigAlf1}^2 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 1/\text{SigAlf2}^2]$$

5 – Processamento

Em ambiente computacional são executadas as operações com as matrizes¹

$$L=L_0-L_b$$

$$N=A^*P*A$$

$$U=A^*P*L$$

$$X=-\text{inv}(N)*U$$

5.1 – Matriz dos resíduos (valores a serem aplicado aos valores iniciais)

$$V=L+A*X$$

5.2 Matriz das observações ajustadas

$$L_a=L_b+V$$

5.3 - Coordenadas ajustadas

Com as observações ajustadas, procede-se o cálculo das coordenadas ajustadas do ponto P1:

$$D_{11}=L_a(1,1)$$

$$D_{12}=L_a(2,1)$$

$$ALFA_{11}=1*L_a(3,1)$$

$$ALFA_{12}=L_a(4,1)$$

$$AZE1_P1a=AzE2_E1+ALFA_{11}-180-360$$

$$XP1a1=XE1+D_{11}*\sin(AZE1_P1a*\pi/180)$$

$$YP1a1=YE1+D_{11}*\cos(AZE1_P1a*\pi/180)$$

$$\text{deltaX1}=XP1a1-X_{oP1}$$

Onde:

D₁₁=distância 1 ajustada

D₁₂=distância 2 ajustada

ALFA₁₁=Alfa1 ajustado

ALFA₁₂=Alfa 2 ajustado

XP1a1=Coordenada X ajustada do ponto P1

YP1a1=Coordenada Y ajustada do ponto P1

deltaX1=diferença entre a coordenada inicial e a coordenada ajustada. Esta diferença pode ser diminuída a valores cada vez menores através de iterações.

Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

5.4 – Precisão dos parâmetros

A precisão dos parâmetros calculados pode ser avaliada, em ambiente computacional, pelas expressões:

$$\sigma^2 = V^T P V / 2$$

$$\sigma_X = \sigma^2 \text{inv}(N)$$

$$\text{prec1} = (1 * \sigma_X(1,1))^{(1/2)}$$

$$\text{prec2} = (1 * \sigma_X(2,2))^{(1/2)}$$

prec1 = precisão do ajustamento das distâncias.

prec2 = precisão do ajustamento dos ângulos.

6 – BIBLIOGRAFIA

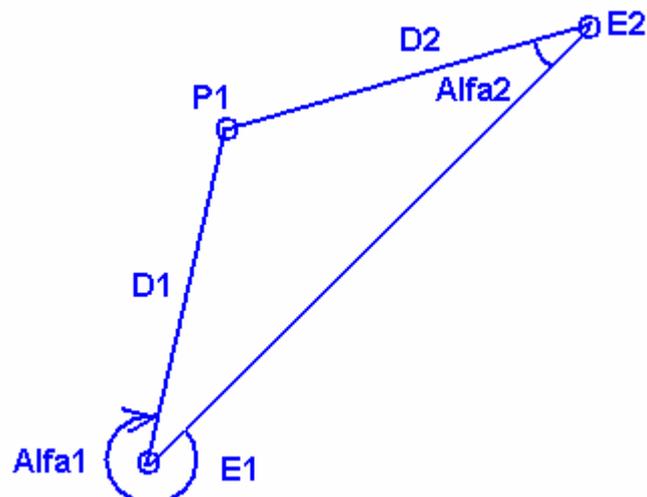
DALMOLIN, Q. Ajustamento por mínimos quadrados. Curitiba, PR. Imprensa Universitária, 2002. 174 p.

GEMAEL, C. Introdução ao ajustamento de observações. Curitiba, PR. Imprensa Universitária, 1994. 319 p.

Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

Rotina para transporte de coordenadas com ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados, a ser aplicado no software MATLAB.

CADERNETA DE CAMPO							Ângulo entre
Bairro CIDADE UNIVERSITÁRIA							alinhamentos
EST	PV	GRAU	MIN	SEG	DISTÂNCIA	GRAU DEC.	
E1	E2	311	54	29,1	159.8728	311.9080833	
	1	311	15	47,9	133.9359	311.2633056	359.3552223
	2	316	24	23,5	129.6580	316.4065278	4.498444478
	3	316	36	35,4	94.4590	316.6098333	4.701750033
	4	316	57	40,9	72.0824	316.9613611	5.053277811
	5	317	8	23,4	59.2145	317.1398333	5.231750033
E2	E1	317	39	24,6	159.8601	317.6568333	
	1	320	56	17,2	25.9823	320.9381111	3.281277811
	2	299	16	20,1	32.2579	299.27225	341.6154167
	3	310	56	54,2	66.1911	310.9483889	353.2915556
	4	313	33	42,2	88.3030	313.5617222	355.9048889
	5	314	37	10,5	101.0624	314.6195833	356.96275



Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

Instruções;

A estação E1 e a estação E2 são os marcos de referência (base geodésica)

P1 é o ponto do qual se deseja calcular as coordenadas.

Para calcular as coordenadas do ponto basta substituir as coordenadas dos dois marcos, as duas distâncias e os dois ângulos.

Copiar a planilha abaixo e colar no software MATLAB

Obs: as distâncias devem ser multiplicadas pelo fator de escala por se tratar de um transporte de coordenadas sobre o plano cartográfico no sistema UTM.

XE1=193996.652

YE1=8943558.511

XE2=194130.132

YE2=8943646.718

'Medidos'

Alfa1=359.35522223

Alfa2=3.281277811

D1=133.9359*1.00076

D2=25.9823*1.00076

SigAlf1=3

SigAlf2=3

D3=((XE2-XE1)^2+(YE2-YE1)^2)^(1/2)

SigD1=0.002+(2/1000000)*D1

SigD2=0.002+(2/1000000)*D2

'AzE1_E2=Azimute de E1 para E2'

DeltaXE1_E2=XE2-XE1

DeltaYE1_E2=YE2-YE1

AzE1_E2=atan(DeltaXE1_E2/DeltaYE1_E2)*180/pi

AzE2_E1=AzE1_E2+180

AzE1_P1=AzE2_E1+Alfa1-180-360

'determinação dos valores iniciais'

XoP1=XE1+D1*sin(AzE1_P1*pi/180)

YoP1=YE1+D1*cos(AzE1_P1*pi/180)

Alfao1=Alfa1

Alfao2=(atan((XoP1-XE2)/(YoP1-YE2))-atan((XE1-XE2)/(YE1-YE2)))*180/pi

'Modelo matemático'

F1=((XoP1-XE1)^2+(YoP1-YE1)^2)^(1/2)

F2=((XoP1-XE2)^2+(YoP1-YE2)^2)^(1/2)

F3=atan(((XE2-XE1)/(YE2-YE1)))*180/pi-atan(((XoP1-XE1)/(YoP1-YE1)))*180/pi

F4=atan(((XoP1-XE2)/(YoP1-YE2)))*180/pi-atan(((XE1-XE2)/(YE1-YE2)))*180/pi

'Calculo das derivadas'

dF11=(XoP1-XE1)/D1

dF12=(YoP1-YE1)/D1

dF21=(XoP1-XE2)/F2

dF22=(YoP1-YE2)/F2

dF31=(YE2-YE1)/D3^2-(YoP1-YE1)/D1^2

$$dF32=(YoP1-YE1)/D1^2-(XE2-XE1)/D3^2$$

Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

$$dF41=(YoP1-YE2)/F2^2-(YE1-YE2)/D3^2$$

$$dF42=(XE1-XE2)/D3^2-(XoP1-XE2)/F2^2$$

'Matriz A'

$$A=[dF11 \ dF12; dF21 \ dF22; dF31 \ dF32; dF41 \ dF42]$$

$$Lo=[D1; F2; Alfa1; F4]$$

$$Lb=[D1; D2; Alfa1; Alfa2]$$

$$L=Lo-Lb$$

$$P=[1/SigD1^2 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 1/SigD2^2 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1/SigAlf1^2 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 1/SigAlf2^2]$$

$$N=A'*P*A$$

$$U=A'*P*L$$

$$X=-inv(N)*U$$

$$V=L+A*X$$

$$La=Lb+V$$

'Coordenadas ajustadas'

$$D11=1*La(1,1)$$

$$D12=1*La(2,1)$$

$$ALFA11=1*La(3,1)$$

$$ALFA12=1*La(4,1)$$

$$AZE1_P1a=AzE2_E1+ALFA11-180-360$$

$$XP1a1=XE1+D11*sin(AZE1_P1a*pi/180)$$

$$YP1a1=YE1+D11*cos(AZE1_P1a*pi/180)$$

$$AZE2P1a=AzE1_E2+ALFA12+180$$

$$XP1a2=XE2+D12*sin(AZE2P1a*pi/180)$$

$$difX=XP1a1-XP1a2$$

$$YP1a2=YE2+D12*cos(AZE2P1a*pi/180)$$

$$difY=YP1a1-YP1a2$$

$$deltaX1=XP1a1-XoP1$$

'Precisao dos parametros'

$$sigma2=V'*P*V/2$$

$$sigmaX=sigma2*inv(N)$$

$$prec1=(1*sigmaX(1,1))^(1/2)$$

$$prec2=(1*sigmaX(2,2))^(1/2)$$

OBSERVAÇÃO: SE $\text{deltaX1} = \text{XP1a1} - \text{XoP1} > 1 \text{ mm}$, deverá se feita uma ou mais de uma iteração até que $\text{deltaX1} = \text{XP1a1} - \text{XoP1}$ seja $< 1 \text{ mm}$.

ITERAÇÃO

Copiando a seqüência abaixo e colando-a no software MATLAB, após o primeiro cálculo, é feita uma iteração. Colando novamente é feita uma nova iteração.

$$XoP1=XP1a1$$

$$YoP1=YP1a1$$

$$F1=((XoP1-XE1)^2+(YoP1-YE1)^2)^(1/2)$$

$$F2=((XoP1-XE2)^2+(YoP1-YE2)^2)^(1/2)$$

$$F3=\text{atan}(((XE2-XE1)/(YE2-YE1)))*180/\text{pi}-\text{atan}(((XoP1-XE1)/(YoP1-YE1)))*180/\text{pi}$$

$F4 = \text{atan}(((XoP1 - XE2)/(YoP1 - YE2))) * 180/\pi - \text{atan}(((XE1 - XE2)/(YE1 - YE2))) * 180/\pi$
Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

```
'Calculo das derivadas'  
dF11=(XoP1-XE1)/D1  
dF12=(YoP1-YE1)/D1  
dF21=(XoP1-XE2)/F2  
dF22=(YoP1-YE2)/F2  
dF31=(YE1-YoP1)/D1^2  
dF32=(XoP1-XE1)/D1^2  
dF41=(YE2-YoP1)/F2^2  
dF42=(XE2-XoP1)/F2^2  
'Matriz A'  
A=[dF11 dF12;dF21 dF22;dF31 dF32;dF41 dF42]  
Lo=[D1;F2;Alfa1;F4]  
Lb=[D1;D2;Alfa1;Alfa2]  
L=Lo-Lb  
P=[1/SigD1^2 0 0 0;0 1/SigD2^2 0 0;0 0 1/SigAlf1^2 0;0 0 0 1/SigAlf2^2]  
N=A*P*A  
U=A*P*L  
X=-inv(N)*U  
V=L+A*X  
La=Lb+V  
'Coordenadas ajustadas'  
D11=1*La(1,1)  
D12=1*La(2,1)  
ALFA11=1*La(3,1)  
ALFA12=1*La(4,1)  
AZE1_P1a=AzE2_E1+ALFA11-180-360  
XP1a1=XE1+D11*sin(AZE1_P1a*pi/180)  
YP1a1=YE1+D11*cos(AZE1_P1a*pi/180)  
AZE2P1a=AzE1_E2+ALFA12+180  
XP1a2=XE2+D12*sin(AZE2P1a*pi/180)  
difX=XP1a1-XP1a2  
YP1a2=YE2+D12*cos(AZE2P1a*pi/180)  
difY=YP1a1-YP1a2  
deltaX1=XP1a1-XoP1
```

PRECISÃO DOS PARÂMETROS
COPIAR E COLAR NO MATLAB.

O resultado prec1 é a precisão da coordenada Este (m) calculada.
Prec2 é a precisão da coordenada Norte calculada.

```
'Precisao dos parametros'  
sigma2=V'*P*V/2  
'Precisao dos parametros'
```

Anexo 2 - Cálculo e ajustamento das coordenadas

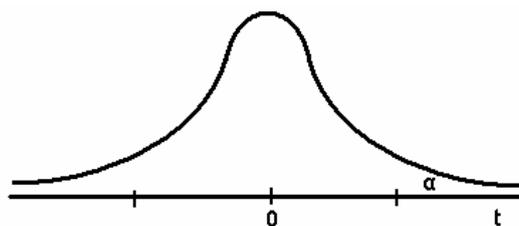
$$\sigma^2 = V^T P V / 2$$

$$\sigma_X = \sigma^2 \text{inv}(N)$$

$$\text{prec1} = (1 * \sigma_X(1,1))^{(1/2)}$$

$$\text{prec2} = (1 * \sigma_X(2,2))^{(1/2)}$$

Anexo 3 – Pontos críticos da distribuição “t” de Student



α	0,250	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,003	0,001	0,001
g.l									
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,637	127,32	318,310	636,620
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	22,326	31,598
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,213	12,924
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,020	4,785	5,408
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,537
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,257	3,189
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,767
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,567	2,673	3,047	3,408	3,674
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
120	0,677	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	2,860	3,160	3,376

Adaptado de SPIEGEL (1985)

Anexo 4 - Altimetria

Estaca	Leitura de Mira			Média	visada	Plano Ref	Altitude Calc.	Altitude Base	Dif altitude	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
	FI	FM	FS								
M070B	1282	1509	1738	1509,5	RE	90,708	89,198	89,300	-0,102	0,106	0,011
1	1310	1425	1540	1425,0	VANTE		89,283	89,300	-0,017	0,022	0,000
2	1253	1500	1748	1500,3	VANTE	90,783	89,207	89,006	0,201	0,201	0,162
2	916	1075	1235	1075,3	RE	90,283					
M070A	1150	1320	1490	1320,0	VANTE		88,963	88,500	0,463	0,458	0,210
3	1088	1289	1490	1289,0	VANTE		88,994	88,754	0,24	0,289	0,084
M025A	1411	1742	2073	1742,0	RE	53,772	52,030	52,170	-0,140	0,144	0,021
1	1285	1400	1514	1399,8	VANTE		52,372	52,400	-0,028	0,032	0,001
2	1079	1208	1539	1258,5	VANTE		52,514	52,500	0,014	0,009	0,000
2	1091	1326	1559	1325,5	RE	53,839					
3	1037	1166	1295	1166,0	VANTE		52,673	52,500	0,173	0,169	0,028
3	1276	1403	1530	1403,0	RE	54,076					
M025 B	1075	1247	1419	1247,0	VANTE		52,829	52,852	-0,023	0,027	0,001
M11B	730	1028	1324	1027,5	RE	4,628	3,600				
1	869	1128	1387	1128,0	VANTE		3,500	3,300	0,200	0,195	0,038
2	965	1398	1827	1397,0	VANTE		3,231	3,2	0,031	0,027	0,001
2	1238	1422	1609	1422,8	RE	4,654					
3	1172	1358	1540	1357,0	VANTE		3,297	3,400	-0,103	0,107	0,012
3	1070	1350	1639	1352,3	RE	4,649					
4	745	1122	1500	1122,3	VANTE		3,527	3,700	-0,173	0,177	0,031
4	1334	1470	1616	1472,5	RE	4,999					
M11B	1220	1400	1579	1399,8	VANTE		3,600				
M48B	1485	1850	2222	1851,8	RE	91,179	89,327	89,556	-0,229	0,233	0,054
1	1620	1910	2208	1912,0	VANTE		89,267	89,400	-0,133	0,137	0,019
2	429	689	950	689,3	VANTE		90,490	90,700	-0,211	0,215	0,046
2	2015	2360	2705	2360,0	RE	92,850					
3	1402	1450	1499	1450,3	VANTE		91,399	91,400	-0,001	0,005	
4	1660	1865	2071	1865,3	RE	93,265					
5	786	885	983	884,8	VANTE		92,130	92,100	0,250	0,276	0,076
5	1666	1750	1836	1750,5	RE	94,130					
M48A	1017	1073	1128	1072,8	VANTE		93,058	93,289	-0,231	0,617	0,380
				Média							0,0042
				Variância							0,0588
				Desvio Padrão							0,2425

Anexo 5 – Precisão dos pontos de verificação

Local	Estação	Precisão	Precisão	Ponto visado	Precisão	Precisão	Precisão final			
		Leste (mm)	Norte (mm)		Leste (mm)	Norte (mm)	Este (mm)	Norte (mm)	Linear (mm)	
Tabuleiro do Martins	M48B	15	16	C1	0	0	15	16	22	
				1	8	0	23	16	28	
				2	0	0	15	16	22	
				3	0	0	15	16	22	
				4	0	0	15	16	22	
	M48A	14	15	C2	0	0	14	15	21	
				6	0	0	14	15	21	
				7	0	0	14	15	21	
				8	0	0	14	15	21	
Cidade Universitária	M70A	15	15	1	0	0	15	15	21	
				2	0	0	15	15	21	
				3	0	0	15	15	21	
				4	0	0	15	15	21	
				5	0	0	15	15	21	
Ponta Verde	M11A	49	50	G1	0	0	49	50	70	
				P3	3	2	49	50	70	
				P4	0	0	49	50	70	
	G1				P1	0	0	49	50	70
					P2	0	0	49	50	70
Pinheiro	M25A A1	25	32	A1	0	0	25	32	41	
				1	0	0	25	32	41	
				2	0	0	25	32	41	
				3	8	17	26	36	44	
				4	0	8	25	33	41	
5	7	0	26	32	41					