

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE PERNAMBUCO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS GEODÉSICAS E  
TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO

---

**ALBERTO LUIS DA SILVA**



**ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO E  
AUTOCORRELAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES GPS**

**Recife, 2005**

---

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE PERNAMBUCO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS GEODÉSICAS E  
TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO

---

---

**ALBERTO LUIS DA SILVA**

**ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO E  
AUTOCORRELAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES GPS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, do Centro de Tecnologia e Geociências da Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, área de Concentração Geodésia Aplicada, defendida e aprovada no dia 03/03/2005.

**Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Verônica Maria Costa Romão**

**Recife, 2005**

---

---

**S586e**

**Silva, Alberto Luis da**

Estudo da distribuição e autocorrelação das observações GPS / Alberto Luis da Silva. - Recife: O Autor, 2005.  
vi, 116 f., figs., gráfs., tabs.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação.

Inclui bibliografia.

1. Ciências Geodésicas. 2. Geoinformação. 3. Sistema de Posicionamento Global – GPS – autocorrelação. I. Título.

**526 CDD (22. ed.)**

**BCTG/2005-16**

# ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO E AUTOCORRELAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES GPS

POR

**ALBERTO LUIS DA SILVA**

Dissertação defendida e aprovada em 03.03.05.

Banca Examinadora:



**Prof.ª. Dr.ª. VERÔNICA MARIA COSTA ROMÃO (Orientadora)**

Departamento de Engenharia Cartográfica - Universidade Federal de Pernambuco



**Prof. Dr. ROBERT WAYNE SAMOHL**

Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas - Universidade Federal de Santa Catarina



**Prof.ª. Dr.ª. ANDRÉA DE SEIXAS**

Departamento de Engenharia Cartográfica - Universidade Federal de Pernambuco

## DEDICATÓRIA

*Dedico este trabalho:*

*A minha mãe, a meus irmãos Zé Amélio, Mirinho e Amilton, e a minha amada Fá.*

## **AGRADECIMENTOS**

A minha orientadora Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Verônica M. C. Romão pela ajuda, incentivo, apoio e confiança prestada;

Ao Prof. Ph.D. Robert Wayne Samohyl que muito contribuiu para a realização deste trabalho, apresentando sugestões e idéias de grande importância.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Cartográfica da UFPE, em especial ao Prof. Dr. Tarcísio Ferreira da Silva e Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Andréia de Seixas, pelas correções e sugestões apresentadas durante o desenvolvimento deste trabalho;

Ao Prof. Dr. Antônio Simões Silva pelas sugestões e correções apresentadas;

A todos os alunos da graduação em Engenharia Cartográfica e do mestrado, em especial ao Gustavo (Guga), Marcello (o cara), ao quarteto de Maceió, e ao grande Pablo, que me ajudou e muito na realização deste trabalho;

Ao mestrando e poeta Hélio que no início era um excelente matador de pernilongo, e depois virou um grande amigo;

A Capes pelo suporte financeiro dado durante estes dois anos de mestrado;

A todos os funcionários do Decart, em especial a Solange e a Judite, por serem prestativas e atenciosas;

A toda galera do futebol, principalmente aos pernas de pau Éder, Náldisson e Fábio, por deixarem eu fazer nesses últimos dois anos 1521 gols, superando o Pelé;

E é claro, às pessoas que eu mais amo nessa vida, minha mãe D<sup>a</sup> Maria, ao meu pai Lordemiro, que no pouco tempo que esteve entre nós lutou para que pudéssemos ter uma vida melhor, a meus irmãos, meus sobrinhos e à Fá, por superar estes dois anos mais difíceis de nossas vidas. Além de todos os meus amigos de Guiricema.

## ÍNDICE

<b>RESUMO E PALAVRAS-CHAVE</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT AND KEYWORDS</b> .....	<b>ii</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>iii</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>v</b>
<b>LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS</b> .....	<b>vi</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>2. POSICIONAMENTO GEODÉSICO COM NAVSTAR-GPS</b> .....	<b>6</b>
2.1 Equações de observação .....	7
2.1.1 Pseudodistância .....	7
2.1.2 Fase da onda portadora .....	8
2.2 Posicionamento absoluto e relativo .....	9
2.2.1 Posicionamento estático.....	10
2.2.2 Posicionamento rápido .....	11
2.3 Dupla Diferença.....	12
2.4 Cálculo das coordenadas dos satélites .....	13
2.5 Erros sistemáticos no posicionamento GPS.....	18
2.5.1 Erro da órbita do satélite .....	19
2.5.2 Erro do relógio do satélite.....	21
2.5.3 Efeito ionosférico.....	22
2.5.4 Efeito troposférico.....	23
2.5.5 Multicaminhamento .....	25
2.5.6 Perda de ciclo.....	26
2.5.7 Centro de fase da antena .....	28
2.5.8 Erro do relógio do receptor .....	29
2.6 Diluição da precisão (DOP) .....	29
2.7 Ajustamento das observações GPS pelo MMQ .....	31
2.7.1 O Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).....	32
2.7.2 Utilização do MMQ pelo GPS .....	34
2.8 Conclusão .....	34
<b>3. FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE E TESTES DE NORMALIDADE</b> ...	<b>36</b>
3.1 Função distribuição normal .....	36

3.2	Outras funções de distribuição de probabilidade.....	38
3.3	Análises da distribuição das variáveis .....	40
3.3.1	Análise gráfica .....	40
3.3.2	Análise descritiva.....	42
3.3.2.1	Coeficiente de assimetria ( <i>skewness</i> ) .....	42
3.3.2.2	Coeficiente de curtose ( <i>kurtosis</i> ) .....	43
3.3.2.3	Teste de Bera-Jarque .....	44
3.3.3	Função distribuição empírica.....	46
3.3.3.1	Teste de Kolmogorov-Smirnov .....	47
3.3.3.2	Teste de Anderson-Darling.....	48
3.3.3.3	Teste de Lilliefors .....	48
3.3.3.4	Teste de Shapiro-Wilks .....	49
3.3.3.5	Teste de Cramer-von Mises .....	50
3.3.3.6	Teste de Kuiper .....	51
3.3.3.7	Teste de Watson .....	52
3.4	Conclusão .....	52
<b>4.</b>	<b>ANÁLISES DE SÉRIES TEMPORAIS .....</b>	<b>54</b>
4.1	Séries temporais .....	54
4.1.1	Tipos de variações em séries temporais .....	56
4.1.2	Processos estocásticos .....	57
4.1.3	Séries temporais estacionárias.....	59
4.2	Função autocovariância e autocorrelação.....	60
4.2.1	Função autocovariância .....	60
4.2.2	Função autocorrelação.....	62
4.3	Correlograma .....	65
4.3.1	Interpretando o correlograma .....	65
4.3.2	Erro padrão dos coeficientes de autocorrelação .....	67
4.4	O teste de Ljung- Box.....	68
4.5	Conclusão .....	69
<b>5.</b>	<b>METODOLOGIA APLICADA .....</b>	<b>70</b>
5.1	Planejamento das observações GPS.....	70
5.2	Levantamento das observações GPS .....	71

5.3	Processamento das observações GPS .....	73
5.3.1	Processamento com o GPSurvey.....	74
5.3.2	Processamento com o ResGPS.....	75
5.3.3	Comparação dos resíduos obtidos com GPSurvey e ResGPS .....	78
5.4	Análises estatísticas dos resíduos da linha de base GPS.....	78
5.4.1	Análise da distribuição dos resíduos .....	78
5.4.2	Análise da autocorrelação das séries temporais .....	81
<b>6.</b>	<b>EXPERIMENTOS REALIZADOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....</b>	<b>82</b>
6.1	Levantamento das observações GPS .....	82
6.2	Resíduos do processamento GPS obtidos com GPSurvey e ResGPS.....	82
6.3	Análise da distribuição dos resíduos .....	86
6.3.1	Análise gráfica .....	86
6.3.2	Análise descritiva dos resíduos .....	90
6.3.3	Análise da distribuição empírica.....	94
6.4	Análise da autocorrelação das séries temporais .....	100
6.4.1	Método Gráfico (Correlograma).....	100
6.4.2	Teste estatístico de Ljung-Box .....	103
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....</b>	<b>106</b>
7.1	Conclusões.....	107
7.2	Recomendações .....	108
	<b>REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>111</b>

**ANEXOS:**

ANEXO 1: RESÍDUOS DETERMINADOS COM GPSURVEY E RESGPS -1<sup>o</sup> DIA

ANEXO 2: HISTOGRAMA DOS RESÍDUOS DETERMINADOS NO 1<sup>o</sup> DIA

ANEXO 3: GRÁFICO DE PROBABILIDADE NORMAL PARA O 1<sup>o</sup> DIA

ANEXO 4: ANÁLISE DESCRITIVA DOS RESÍDUOS

ANEXO 5: ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO EMPÍRICA

ANEXO 6: CORRELOGRAMAS

## RESUMO E PALAVRAS-CHAVE

SILVA, Alberto Luis. **Estudo da Distribuição e Autocorrelação das Observações GPS**. Recife, 2005. 116p. Dissertação (Mestrado) – Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco.

O posicionamento relativo GPS é a técnica mais utilizada atualmente nos levantamentos geodésicos, e uma das mais precisas. Entretanto, considerações realizadas em seus modelos funcionais e estocásticos podem acarretar em precisões superestimadas, ou seja, maiores do que as reais. Dentre essas considerações, duas são objetos de estudo desta pesquisa: a normalidade das observações GPS, e o processo de ruído branco que envolve as observáveis. Portanto, torna-se necessário o estudo da ocorrência desses fatores nas observações GPS, com o objetivo de ajudar no desenvolvimento de novos modelos funcionais e estocásticos.

A partir dos resíduos de cada observável obtidos do processamento de uma linha de base GPS utilizando a equação de dupla diferença, realizam-se testes estatísticos que avaliem a hipótese de normalidade da distribuição de cada uma das observáveis, assim como a hipótese de ruído branco para cada série temporal dos resíduos. Para a realização desses testes, foi necessário o desenvolvimento de um programa de processamento GPS que fornecesse descritivamente cada uma das séries residuais.

Através dos testes estatísticos foi possível verificar que nem sempre as observações GPS podem ser consideradas como normalmente distribuídas, apresentando comportamentos diferentes para cada uma das observáveis. Além disso, a hipótese de processo de ruído branco foi rejeitada, mostrando a existência de autocorrelação nas observáveis GPS. Daí, surge a necessidade de implementações nos modelos atuais, onde se possam considerar esses dois fatores no processamento das observações GPS.

**Palavras-chave:** Posicionamento Relativo; GPS; Distribuição das observações GPS; Não-Normalidade; Autocorrelação.

## ABSTRACT AND KEYWORDS

Relative GPS positioning is the most widely used technique current in geodesic surveying, and in fact one of the most precise. However, considerations concerning their functional and stochastic nature can result in overestimated precision, in other words, precision that looks better than reality. Among these considerations, two are objects of study in this research: the normality of the GPS observations, and the white noise process that involves the observable data. Therefore, it becomes necessary to study the occurrence of those factors in the GPS observations, with the objective of the development of better functional and stochastic models that estimate the true precision of GPS adjustments.

With the residuals of each observable series obtained from the processing of a GPS baseline using the double difference method, statistical tests are described and applied that evaluate the hypothesis of normality of the distribution of each one of the observable series, as well as the hypothesis of the presence of a white noise process. In order to accomplishment these tests, the development of a processing GPS program was necessary that supplied each of the residual series.

Applying the statistical tests, it was possible to verify that the GPS observations cannot always be considered as normally distributed, presenting different non-normal behaviors for each one of the observable series. Furthermore, the hypothesis of process white noise was rejected, showing the existence of autocorrelation in the data. Therefore, it appears to be a real necessity for implementating and bettering the current GPS models, to consider at least two factors in the processing of the GPS observations: the presence of non-normality and autocorrelations, thereby producing more realistic measures of GPS precision.

**Keywords:** Relative positioning; GPS; Distribution of the GPS observations; Non-normality; Autocorrelation

**LISTA DE FIGURAS**

Figura 1:	Posicionamento por ponto	10
Figura 2:	Dupla diferença entre satélites e receptores	12
Figura 3:	Anomalia verdadeira e excêntrica	15
Figura 4:	Coordenadas planas do satélite	16
Figura 5:	Coordenadas terrestres do satélite	18
Figura 6:	Efeito de um erro orbital em um posicionamento por ponto	20
Figura 7:	Efeito do multicaminhamento	25
Figura 8:	Perda de ciclo para a fase portadora	27
Figura 9:	Centro de fase eletrônico	28
Figura 10:	Geometria dos satélites e PDOP	31
Figura 11:	Distribuição normal	37
Figura 12:	Distribuição gama ( $\alpha,1$ )	39
Figura 13:	Distribuição t de student	39
Figura 14:	Distribuição exponencial	40
Figura 15:	Histograma	41
Figura 16:	Gráfico de probabilidade normal	42
Figura 17:	Coefficiente de assimetria	43
Figura 18:	Coefficiente de curtose	44
Figura 19:	Pontos percentuais da distribuição do qui-quadrado	45
Figura 20:	Função de distribuição empírica	47
Figura 21:	Variação da altura de um ponto determinado com o GPS	54
Figura 22:	Série temporal com tendência	56
Figura 23:	Temperatura média de Recife em meses sucessivos	56
Figura 24:	Série temporal aleatória e seu correlograma	66
Figura 25:	Série não estacionária com seu correlograma	66
Figura 26:	Correlograma da série sazonal da figura 19	67
Figura 27:	Região crítica formada pelo erro padrão	68
Figura 28:	Linha de base do levantamento GPS	72
Figura 29:	Resíduos do processamento de uma linha de base com GPSurvey	75
Figura 30:	Fluxograma de funcionamento do ResGPS	77
Figura 31:	Resíduos do par de satélites PRN 07 – PRN 26 – Código C/A	84
Figura 32:	Resíduos do par de satélites PRN 07 – PRN 26 – Código P	84

Figura 33	Resíduos do par de satélites PRN 07 – PRN 26 – Fase L1	85
Figura 34	Resíduos do par de satélites PRN 07 – PRN 26 – Fase L2	85
Figura 35	Histograma dos resíduos para o par de satélites PRN 07 – PRN 26	87
Figura 36	Gráfico de Prob. Normal dos resíduos para PRN 07 – PRN 26	88
Figura 37	Correlograma das observações C/A, P, L1 e L2	101

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Observáveis GPS	7
Tabela 2:	Erros sistemáticos e suas fontes	19
Tabela 3:	Levantamento das observações GPS	82
Tabela 4:	Pares de satélites utilizados nos processamentos GPS	83
Tabela 5:	Análise Descritiva dos Resíduos para o 1 <sup>o</sup> dia	90
Tabela 6:	Análise da distribuição empírica para o 1 <sup>o</sup> dia	95
Tabela 7:	Valores de Ljung-Box e seu respectivo p-valor para lag = 1	104

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ac.f	Função Autocorrelação
acv.f	Função Autocovariância
AD	Anderson-Darling
AR	Auto Regressivo
C/A	<i>Coarse Acquisition</i>
DD	Dupla Diferença
DOP	<i>Dilution of Precision</i>
FDP	Função Densidade de Probabilidade
GLONASS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GSD	<i>Geodetic Survey Division</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IGS	<i>International GPS Service</i>
JB	Bera-Jarque
KS	Kolmogorov-Smirnov
L1	Portadora L1
L2	Portadora L2
MVC	Matriz Variância-Covariância
NAVSTAR-GPS	<i>NAVigation System with Time And Ranging</i>
P	<i>Precise or Protected</i>
PRN	<i>Pseudo Random Noise</i>
RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo
RINEX	<i>Receiver Independent Exchange format</i>
TEC	<i>Total Electron Contents</i>
TRANSIT	Sistema de posicionamento baseado no efeito Doppler
USERE	<i>User Equivalent Range Error</i>
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
WGS 84	<i>World Geodetic System of 1984</i>

## 1. INTRODUÇÃO

A cada ano, a tecnologia de posicionamento denominada GNSS (*Global Navigation Satellite System*) baseada em satélites artificiais, vem sendo empregada por um grupo cada vez maior de pessoas das mais diversas áreas. Na maioria das atividades realizadas por esses grupos, o interesse maior é pela facilidade e rapidez na obtenção da posição desejada, e/ou pela velocidade com que cada objeto se movimenta, não se preocupando muito com a precisão fornecida pelo sistema para cada uma das aplicações específicas, visto que a precisão é satisfatória para a maioria dos casos.

Atualmente existem dois sistemas que compõem o GNSS: o GLONASS (*Global Navigation Satellite System*) e o GPS (*Global Positioning System*), sendo este último o mais notável e bem sucedido utilizado quase que pela totalidade dos usuários do GNSS. No futuro, um terceiro sistema de posicionamento por satélites, chamado GALILEO, que está sendo desenvolvido pela comunidade europeia, estará disponível à comunidade militar e civil, aumentando ainda mais a disponibilidade desses serviços (SEEBER 2003).

Uma das preocupações quando se emprega o sistema GPS no posicionamento geodésico, é quanto à confiabilidade dos resultados fornecidos pelo sistema, ou seja, a precisão e acurácia das coordenadas determinadas. Essa confiabilidade pode ser afetada por algumas considerações realizadas nos modelos de ajustamento utilizados nos processamentos das observações GPS, considerações estas que podem influenciar tanto na parte determinística quanto na parte estocástica do modelo adotado. Entre algumas dessas considerações podemos citar a distribuição de probabilidade e a autocorrelação das observações.

No posicionamento relativo GPS assim como em muitas outras aplicações geodésicas, os dados são usualmente processados utilizando o algoritmo dos mínimos-quadrados, seja na forma em lote ou na forma recursiva utilizando o filtro de Kalman (CHUI & CHEN 1987). Neste algoritmo, o conhecimento da relação funcional entre as observações e os parâmetros incógnitos, junto com a matriz peso,

são suficientes, não havendo necessidade de um conhecimento completo da função distribuição das observações.

Para a determinação da posição ou do tempo com o sistema GPS em ambos os aspectos estáticos ou dinâmicos, observações são usualmente coletadas durante um certo período de tempo, havendo portanto a necessidade de um modelo cuidadoso sobre ambos os aspectos funcional e estocástico, para a obtenção, por meio de um processamento adequado destes dados, de resultados significativos e confiáveis.

A análise dos resultados estimados pelo processamento GPS é dada pela precisão, pelos intervalos de confiança, e são derivados de uma distribuição de probabilidade assumida, ou seja, a interpretação dos resultados necessita do conhecimento da função distribuição das observáveis GPS. Na resolução da ambigüidade, inferências probabilísticas referentes a estimadores inteiros, também requerem o conhecimento da distribuição de probabilidade dos dados (TEUNISSEN et al 1998). Portanto, a distribuição dos dados é importante e necessária para a interpretação dos resultados do processamento. Uma prática comum é assumir que os dados são normalmente distribuídos, sendo que esta suposição é muitas vezes aceita como verdadeira, não sendo portanto, verificada. Pesquisas recentes vêm dando ênfase à distribuição das observações GPS (ROMÃO & SAMOHYL 2002).

Outro fator importante no processamento das observações GPS com o algoritmo dos mínimos-quadrados diz respeito à dependência de cada observação no tempo, ou seja, a autocorrelação. Na prática, é comumente assumido que os resíduos das observações GPS são brancos, isto é, que observações consecutivas não são correlacionadas, isso porque o processamento dos dados se torna mais facilmente implementado, devido a não existência de correlação (BORRE & TIBERIUS 2000). Nesse caso, a matriz peso ou sua inversa, a matriz variância-covariância das observações, para todas as observações envolvidas no processamento, e para todas as épocas, é, portanto, uma matriz diagonal.

Atualmente, receptores GPS podem armazenar observações com altas taxas de gravação, por exemplo, uma por segundo ou menor, e isso pode gerar uma

correlação temporal entre cada época de uma mesma observação, também conhecida como autocorrelação. Além disso, alguns trabalhos recentes têm mostrado que o atraso atmosférico diferencial é um dos principais fatores que podem gerar a correlação temporal nas observações, isso graças às diferentes camadas existentes na atmosfera (HOWIND 1999). Outra fonte suspeita de causar correlação, é o processamento interno dos dados realizado pelo receptor (BORRE & TIBERIUS 2000).

Desta forma, negligenciar a existência de correlações temporais para uma mesma observação em épocas diferentes pode levar a consequências significativas sobre os resultados do processamento dos dados, ou seja, a qualidade dos parâmetros de interesse (SAMOHYL & ROMÃO 2002).

O objetivo principal desta pesquisa é, com base no posicionamento relativo GPS, avaliar a hipótese de normalidade das observações a partir de testes estatísticos específicos aplicados aos resíduos do processamento da linha de base, e, além disso, determinar a proximidade desses resíduos com um processo de ruído branco (processo de observações não correlacionadas), a partir do coeficiente de autocorrelação. Portanto, duas hipóteses serão avaliadas: a normalidade e a não autocorrelação das observações GPS.

Os resíduos analisados foram determinados a partir do processamento dos dados de uma linha de base formada por dois receptores de dupla frequência, utilizando as equações de observação definidas pelas duplas diferenças, para cada uma das observáveis disponibilizadas pelos receptores GPS. Com isso, para cada período de observação, para cada observável, foi obtida uma série temporal representando os resíduos do processamento pelo método dos mínimos-quadrados.

Para as análises da distribuição dos dados, foram utilizados três métodos: método gráfico, análise descritiva através dos momentos empíricos e método da distribuição empírica, sendo estes dois últimos apoiados a vários testes estatísticos que serão descritos no decorrer deste trabalho.

Quanto à correlação temporal, determinou-se o coeficiente de autocorrelação para cada época da série analisada, e a partir destes, gerou-se o gráfico denominado correlograma. A estes coeficientes foram aplicados testes estatísticos para avaliar a hipótese nula de ruído branco em cada uma das séries.

O desenvolvimento deste trabalho, de acordo com as necessidades e os objetivos, pode ser basicamente dividido em quatro fases. A primeira fase refere-se à revisão bibliográfica, onde se faz um estudo sobre as equações de observações do GPS, fatores que influenciam sua qualidade, cálculo das coordenadas dos satélites, entre outros. Realiza-se também uma revisão sobre os testes estatísticos empregados nas análises da distribuição e correlação temporal das séries, a função normal, e processos estocásticos.

Podemos designar como segunda fase do projeto, o desenvolvimento de uma rotina computacional em ambiente MATLAB, com a finalidade de realizar o processamento das observações GPS, a partir dos arquivos RINEX gerados pelos receptores. Nela, utiliza-se o modelo de dupla diferença para cada uma das observáveis, que tem como resultado os resíduos do processamento pelo método dos mínimos-quadrados para cada par de satélites utilizado na dupla diferença, sendo que um é o satélite de referência.

A terceira fase é relativa à aquisição dos dados, ou seja, ao planejamento, levantamento, e ao processamento das observações GPS, a partir de dois receptores geodésicos coletando observações simultâneas, formando assim uma linha de base.

Na quarta e última fase, foram realizadas as análises dos dados obtidos na fase anterior, a partir de vários métodos que em sua maioria se apóiam a testes estatísticos. Essas análises têm como objetivo validar ou não a hipótese de normalidade dos resíduos do processamento GPS, assim como sua autodependência temporal em diferentes épocas.

Quanto à estruturação deste trabalho, ele está dividido em seis capítulos. No primeiro é realizada uma introdução geral abordando as justificativas para a

realização da pesquisa, a situação atual e sua importância, os objetivos, a metodologia utilizada para o seu desenvolvimento, e a estruturação do trabalho.

No segundo capítulo foram introduzidos alguns conceitos referentes ao sistema GPS essenciais para o desenvolvimento desta pesquisa, tais como as observáveis utilizadas no processamento, equações de observação, cálculo das coordenadas dos satélites, erros envolvidos nos levantamentos, método de posicionamento relativo e absoluto, entre outros.

Já no terceiro e quarto capítulos foram abordados assuntos referentes à função distribuição de probabilidade e séries temporais, respectivamente. Em cada um desses capítulos foram descritos conceitos necessários para sua interpretação, modelos mais utilizados, métodos de análises dos dados, nas quais a maioria se baseia em testes estatísticos.

No quinto capítulo é apresentada a metodologia empregada, os experimentos realizados neste projeto, juntamente com os resultados obtidos a partir destes experimentos. É realizada também a análise referente à distribuição e correlação das observações, a partir dos testes descritos nos capítulos anteriores.

O sexto e último capítulo apresenta as conclusões abordadas pelo autor e recomendações para trabalhos futuros. No final são apresentados as referências bibliográficas utilizadas e os anexos.

## 2. POSICIONAMENTO GEODÉSICO COM NAVSTAR-GPS

Durante muitos anos foram utilizadas várias técnicas para obter a posição precisa de pontos sobre a superfície terrestre, sendo o posicionamento por astronomia e a triangulação geodésica as principais. Com o passar do tempo, o desenvolvimento de novas tecnologias e métodos foram surgindo e a melhoria da precisão e rapidez na obtenção das posições eram inevitáveis. Isso se confirmou com o desenvolvimento de satélites artificiais de posicionamento, colocados em órbita a uma altura de aproximadamente 20.200 km, com o objetivo de melhorar a precisão das coordenadas obtidas assim como a velocidade de aquisição das coordenadas.

O Sistema de Posicionamento Global NAVSTAR-GPS (*NAVigation System with Time and Ranging – Global Positioning System*) é um sistema de satélites artificiais, baseado em rádio navegação, que fornece posições precisas em três dimensões, informações de navegação e de tempo, para usuários com equipamento adequado (SEEBER 2003). Esse sistema de posicionamento veio substituir o sistema TRANSIT baseado no efeito Doppler, e que possuía duas desvantagens principais: a primeira, refere-se ao longo período de observação para se obter a posição do ponto desejado; e a segunda, trata-se da baixa acurácia na navegação (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997).

O GPS pode ser dividido em três segmentos: Segmento Espacial que consiste basicamente na distribuição dos satélites no espaço; Segmento de Controle que é composto por estações monitoras e uma estação de controle central; e o Segmento de Usuário que é constituído pelos receptores GPS (MONICO 2000).

Neste capítulo serão discutidas as observáveis pseudodistância e fase de batimento da onda portadora, utilizadas pelo sistema NAVSTAR-GPS, juntamente com suas equações de observação, os modelos matemáticos utilizados para o posicionamento tridimensional e os erros sistemáticos que influenciam nesse tipo de posicionamento.

## 2.1 Equações de observação

As observáveis básicas do Sistema de Posicionamento Global – GPS, que permitem determinar a posição, velocidade e tempo, são a pseudodistância e a fase da onda portadora (TEUNISSEN & KLEUSBERG 1998). Em resumo essas observáveis são distâncias deduzidas através das medidas de tempo e diferença de fase, baseada na comparação entre o sinal recebido e o sinal gerado pelo receptor (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997).

Observáveis adicionais, que têm certas vantagens sobre as observáveis originais, podem ser geradas pela combinação das observáveis básicas de pseudodistância e fase da onda portadora, através de modelos matemáticos, tendo como principal objetivo eliminar ou diminuir erros sistemáticos presentes nas observáveis originais (TEUNISSEN & KLEUSBERG 1998).

Nesta pesquisa serão utilizadas equações de observação para todas as quatro observáveis do sistema GPS: os códigos modulados C/A e P, e as fases portadoras L1 e L2. Com isso, para cada par de satélites utilizados no processamento, serão determinadas quatro séries temporais, cada série correspondendo a uma observável. O comprimento de onda de cada observável, assim como as respectivas frequências são apresentadas na tabela 1 a seguir:

Observável		Comprimento de onda ( $\lambda$ )	Frequência
Código	C/A	~ 300 m	1,023 MHz
	P	~ 30 m	10,23 MHz
Fase	L1	~ 19,05 cm	1575,42 MHz
	L2	~ 24,45 cm	1227,60 MHz

Tabela 1 – Observáveis GPS.

### 2.1.1 Pseudodistância

A pseudodistância é a medida da distância entre a antena do satélite e a antena do receptor referido para uma época de emissão e recepção do código (LEICK 1994). É definido como pseudo pelo fato de haver implícito em seu valor,

erros devido principalmente ao relógio do receptor, efeitos atmosféricos, entre outros. A pseudodistância é determinada através da correlação entre o código gerado pelo satélite no instante de transmissão ( $t^t$ ), e sua réplica gerado no receptor para o instante de recepção ( $t_r$ ). A equação que determina a pseudodistância  $PD_r^s$  entre o satélite  $s$  e o receptor  $r$  é definida como (MONICO 2000):

$$PD_r^s = \rho_r^s + c[dt_r - dt^s] + I_r^s + T_r^s + dm_r^s + \varepsilon_{PD_r}^s \quad (1)$$

onde:

- $\rho_r^s$  - é a distância geométrica entre as antenas do receptor e do satélite;
- $c$  - é a velocidade da luz no vácuo;
- $dt_r$  - é o erro do relógio do receptor no instante de tempo GPS;
- $dt^s$  - é o erro do relógio do satélite no instante de tempo GPS;
- $I_r^s$  - erro causado pela refração ionosférica;
- $T_r^s$  - erro causado pela refração troposférica;
- $dm_r^s$  - erro causado pelo multicaminhamento;
- $\varepsilon_{PD_r}^s$  - resíduo da pseudodistância contendo os erros não modelados.

### 2.1.2 Fase da onda portadora

Também conhecido como diferença de fase da onda portadora, é a observável utilizada em levantamentos geodésicos. É determinado através da diferença entre a fase do sinal gerado pelo satélite no instante de transmissão, e sua réplica gerada pelo receptor no instante de recepção (LEICK 1994). Esse valor obtido corresponde à parte fracionária do ciclo da onda portadora. O número inteiro de ciclos entre a antena do satélite e do receptor, chamado ambigüidade de fase da portadora, não é conhecido, mas deve ser estimado no processamento. A equação de observação que define a diferença de fase da onda portadora  $\varphi_r^s$  é (MONICO 2000):

$$\varphi_r^s(t) = f \left( \frac{\rho_r^s - I_r^s + T_r^s + dm_r^s}{c} \right) + f(dt_r - dt^s) + (\varphi^s(t_0) - \varphi_r(t_0)) + N_r^s + \varepsilon_{\varphi_r}^s \quad (2)$$

onde:

- $f$  - é a frequência da onda portadora;
- $\varphi^s(t_0)$  - fase transmitida pelo satélite na época de referência  $t_0$ ;
- $\varphi_r(t_0)$  - fase gerada no receptor na época de referência  $t_0$ ;
- $N_r^s$  - ambigüidade;
- $\varepsilon_{\varphi_r}^s$  - resíduos não modelados na fase da onda portadora.

A partir das observáveis pseudodistância e fase de batimento da onda portadora, pode-se gerar vários modelos matemáticos através das combinações lineares formadas em uma mesma estação (diferentes observáveis), ou em estações diferentes. No caso de observações simultâneas em estações diferentes, o método de posicionamento é denominado relativo, sendo que uma das principais combinações lineares é a dupla diferença. Como neste trabalho foi utilizada essa combinação, e por ser a mais empregada pelos programas de processamento de observações GPS, não nos atentaremos para as demais combinações.

## 2.2 Posicionamento absoluto e relativo

De uma forma geral, o sistema de posicionamento global NAVSTAR-GPS pode ser dividido em duas classes principais de posicionamento: absoluto e relativo.

O posicionamento absoluto chamado de posicionamento por ponto, é aquele em que se utiliza apenas um receptor, e suas coordenadas são determinadas a partir das coordenadas dos satélites, calculadas com as efemérides transmitidas nas mensagens de navegação. Nesta técnica de posicionamento as coordenadas dos satélites e do receptor do usuário estão referenciados ao mesmo sistema de referência do Sistema GPS, o WGS-84. Quando se utiliza as efemérides precisas, disponibilizadas pelo IGS (*International GPS Service*), e as correções do relógio do satélite, disponibilizadas pelo GSD (*Geodetic Survey Division*) o posicionamento absoluto é dito “posicionamento por ponto preciso”, podendo alcançar precisão da ordem de 1m ou melhor. A figura 1 adaptada de LEICK (1994) mostra um posicionamento por ponto:

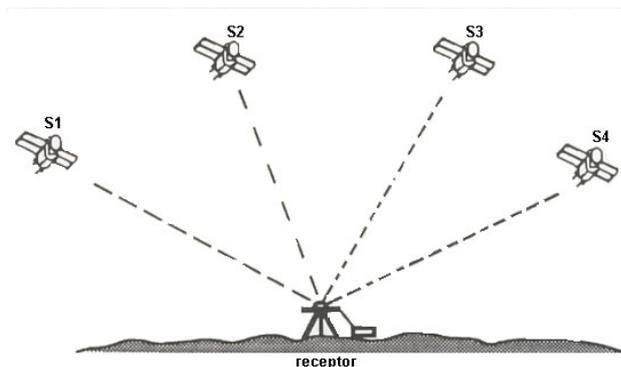


Figura 1 – Posicionamento por ponto.

O posicionamento relativo é quando se determina a coordenada de um ponto desconhecido a partir de outro(s) ponto(s) com posição conhecida, utilizando dois ou mais receptores GPS (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997). Existem várias equações de observações que podem ser utilizadas no posicionamento relativo, sendo que a principal e freqüentemente encontrada nos programas de processamento GPS é a dupla-diferença, que será mostrado na seção 2.3.

Atualmente, com a disponibilidade de apenas um receptor se consegue realizar posicionamento relativo, desde que se utilize também, dados coletados simultaneamente por equipamentos pertencentes às denominadas Redes Ativas, como por exemplo a RBMC – Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo. Mais detalhes são encontrados no site do IBGE.

De acordo com o tempo de rastreamento em cada ponto, o posicionamento relativo pode ser dividido em dois métodos: estático e rápido (SEEBER 2003).

### 2.2.1 Posicionamento estático

Posicionamento estático é quando as coordenadas são determinadas a partir de um receptor e antena estacionados em um ponto fixo (ROMÃO 2002). Neste tipo de posicionamento relativo, dois ou mais receptores coletam observações durante um longo período de tempo (no mínimo 20 minutos) (MONICO 2000).

É o método de posicionamento GPS mais preciso, pois reduz significativamente vários erros inerentes às observáveis originais (seção 2.5), devido

ao longo período de observação, sendo portanto o método de posicionamento mais utilizado atualmente.

### 2.2.2 Posicionamento rápido

Durante muito tempo, várias técnicas foram desenvolvidas para explorar o sistema de posicionamento GPS no sentido de obter coordenadas precisas a partir de levantamentos com pequeno período de observação, definindo o conceito de método rápido com GPS. Ele é dividido basicamente em três classes: método estático rápido, método semi-cinemático (*stop and go*) e método cinemático puro (SEEBER 2003).

- Método estático rápido: Segue basicamente o mesmo procedimento utilizado no posicionamento estático. A diferença principal está relacionada com o tempo de rastreamento, que varia de alguns minutos a no máximo 20 minutos dependendo da cobertura dos satélites e do receptor utilizado (MONICO 2000);
- Método semi-cinemático: Também conhecido como *stop and go*, este método baseia-se no princípio fundamental de que as coordenadas serão obtidas durante um curto período de tempo (alguns segundos). Para isso as ambigüidades devem ser resolvidas (MONICO 2000).
- Método cinemático puro: Método utilizado quando se quer determinar a trajetória de um levantamento. Muito utilizado em aplicações marítimas e aéreas, seu principal problema é a perda de sinal devido a obstruções (seção 2.5.6), havendo a necessidade de se resolver novamente à ambigüidade (SEEBER 2003).

Nos levantamentos GPS realizados nessa dissertação, foi utilizado o método de posicionamento relativo estático com longa duração, devido a sua grande utilização nos levantamentos geodésicos. O longo tempo de observação foi necessário para que uma quantidade suficiente de dados fossem coletadas, e posteriormente analisadas.

### 2.3 Dupla Diferença

O objetivo do posicionamento relativo é determinar as coordenadas de um ponto desconhecido a partir de um ponto conhecido, ou seja, determinar um vetor entre dois pontos, denominado linha de base, utilizando pelo menos dois receptores GPS coletando observações simultâneas (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997).

De várias combinações lineares possíveis para o posicionamento relativo, três se destacam: simples diferença, dupla diferença e tripla diferença; sendo que as duas últimas são derivadas da primeira. A dupla diferença é a diferença entre as observações simultâneas de dois receptores (k e m) a dois satélites (p e q), ou seja, é a diferença entre duas simples diferenças, conforme mostra a figura 2.

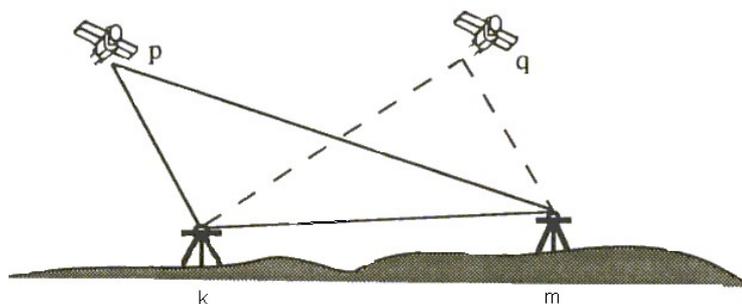


Figura 2 – Dupla diferença entre satélites e receptores (adaptada de LEICK (1994)).

Uma das principais características da diferenciação entre as observações simultâneas coletadas em duas estações diferentes utilizando a dupla diferença, é a eliminação e redução de alguns erros inerentes às observáveis originais (LEICK 1994). Entre os erros eliminados estão os erros dos relógios, tanto do receptor quanto do satélite. Em casos onde o comprimento da linha de base é pequeno, o que se aplica ao presente trabalho, alguns erros referentes à refração atmosférica (ionosfera e troposfera) reduzem significativamente, tendo pouca ou nenhuma influência no processamento das linhas de base.

A equação de observação para dupla diferença (DD) através da pseudodistância para linhas de base curta, é definido como (MONICO 2000):

$$\Delta PD_{k,m}^{p,q} = \Delta \rho_{k,m}^{p,q} - \varepsilon_{PD} \quad (3)$$

onde:

- $\Delta PD_{k,m}^{p,q} = (PD_k^p - PD_m^p) - (PD_k^q - PD_m^q)$  é a DD da pseudodistância;
- $\Delta \rho_{k,m}^{p,q} = (\rho_k^p - \rho_m^p) - (\rho_k^q - \rho_m^q)$  é a DD da distância geométrica;
- $\varepsilon_{PD}$  são os erros não modelados e resíduos aleatórios da  $\Delta PD_{k,m}^{p,q}$ .

A equação de observação para a dupla diferença através da fase de batimento da onda portadora para linhas de base curta é definido como (MONICO 2000):

$$\Delta \varphi_{k,m}^{p,q} = \frac{f}{c} (\Delta \rho_{k,m}^{p,q}) + N_{k,m}^{p,q} + \varepsilon_{\varphi} \quad (4)$$

onde:

- $\Delta \varphi_{k,m}^{p,q} = (\varphi_k^p - \varphi_m^p) - (\varphi_k^q - \varphi_m^q)$  é a DD da fase portadora;
- $N_{k,m}^{p,q} = (N_k^p - N_m^p) - (N_k^q - N_m^q)$  é a DD da ambigüidade;
- $\varepsilon_{\varphi}$  são os erros não modelados e resíduos aleatórios da  $\Delta \varphi_{k,m}^{p,q}$ .

Note que, por se tratar de linha de base pequena, os parâmetros dos modelos se reduziram às componentes da linha de base  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  e  $\Delta Z$ , e à dupla diferença das ambigüidades. Para este trabalho, como foram realizadas observações em pontos com coordenadas conhecidas, ou seja, com linha de base fixa, suas componentes deixam de ser incógnitas do problema, restando portanto as duplas diferenças das ambigüidades assim como os resíduos não modelados pelas equações de observação.

## 2.4 Cálculo das coordenadas dos satélites

Para realizar o posicionamento utilizando o GPS, é preciso que se conheçam as coordenadas dos satélites em órbita em um sistema de referência terrestre, que servirá de referência para se determinar as coordenadas dos pontos de interesse. As posições dos satélites são determinadas a partir de informações orbitais que são transmitidas pelos satélites como parte das mensagens de navegação, ou podem ser obtidas via Internet, as quais são denominadas efemérides precisas produzidas

pelo IGS (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997). Como nesta dissertação foi utilizada apenas as efemérides transmitidas na obtenção das coordenadas dos satélites, serão descritos a seguir as equações necessárias para obtenção da posição do satélite em relação a um sistema de referência terrestre (MONICO 2000).

### (a) Instante de transmissão do sinal GPS na escala de tempo GPS

Para determinar o instante de transmissão do sinal na escala de tempo GPS, é preciso primeiramente transformar o tempo de recepção registrado pelo receptor em segundos da semana GPS, e posteriormente efetuar os seguintes cálculos conforme as equações abaixo (MONICO 2000):

$$t_{\text{GPS}}^t = t_r - \frac{PD}{c} \quad (5)$$

$$\Delta t_k = t_{\text{GPS}}^t - toe$$

onde:

- $t_{\text{GPS}}^t$  é o instante de transmissão no sistema de tempo GPS;
- $t_r$  é o instante de recepção do sinal registrado pelo receptor;
- $\Delta t_k$  é o intervalo de tempo transcorrido desde a época de origem das efemérides até o instante da transmissão do sinal;
- $toe$  é o tempo de origem das efemérides.

### (b) Anomalia verdadeira

A posição instantânea do satélite dentro de sua órbita é descrita por uma grandeza angular conhecida como anomalia (Figura 3). São três anomalias usadas: a anomalia média que é uma abstração matemática, e as anomalias excêntrica e verdadeira que são produzidas geometricamente (HOFMANN-WELLENHOF et al. 1997). Para calcular a anomalia verdadeira, seguem-se as equações abaixo (MONICO 2000):

$$\begin{aligned}
 n_0 &= \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \\
 n &= n_0 + \Delta n \\
 \overline{M}_k &= \overline{M}_0 + n\Delta t_k \\
 E_k &= \overline{M}_k + e \operatorname{sen}(E_k) \\
 \cos(v_k) &= \frac{(\cos(E_k) - e)}{(1 - e \cos(E_k))} \\
 \operatorname{sen}(v_k) &= \frac{\sqrt{1 - e^2} \operatorname{sen}(E_k)}{(1 - e \cos(E_k))}
 \end{aligned} \tag{6}$$

onde:

- $n_0$  é o movimento médio calculado;
- $GM$  é a constante gravitacional =  $3,986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ ;
- $a$  é o semi-eixo maior da órbita do satélite;
- $n$  é o movimento médio corrigido;
- $\Delta n$  é a correção ao movimento médio calculado;
- $\overline{M}_k$  é a anomalia média;
- $\overline{M}_0$  é a anomalia média no toe;
- $E_k$  é a anomalia excêntrica;
- $e$  é a excentricidade da órbita;
- $v_k$  é a anomalia verdadeira.

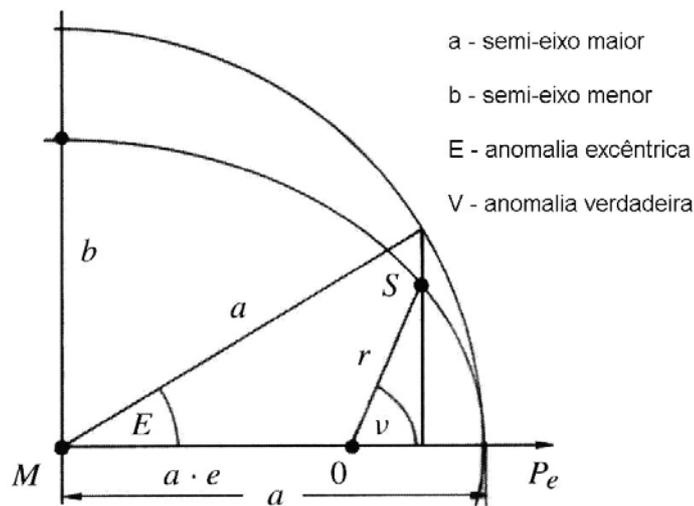


Figura 3 – Anomalia verdadeira e excêntrica (adaptada de SEEBER 2003).

### (c) Coordenadas planas dos satélites

Antes de obter as coordenadas terrestres do satélite, é preciso primeiramente posicioná-lo dentro do plano orbital através de um referencial bidimensional dextrógiro, com origem no centro de massa da Terra e com o eixo x orientado positivamente para o nodo ascendente, conforme mostra a figura 4.

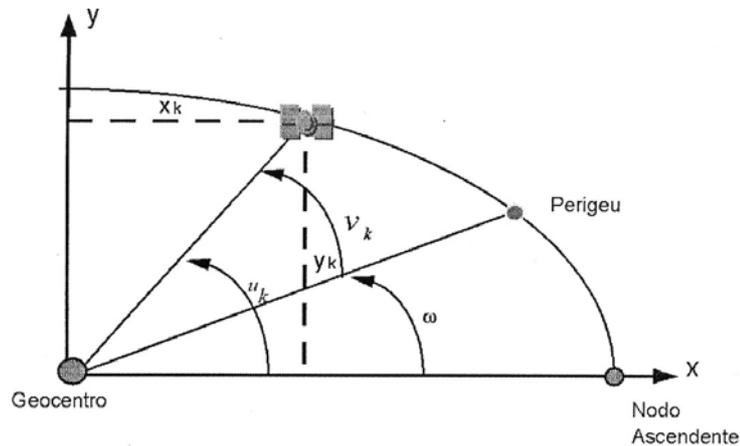


Figura 4 – Coordenadas planas do satélite (MONICO 2000).

As coordenadas do satélite no plano orbital são calculadas a partir das seguintes equações (MONICO, 2000):

$$\begin{aligned}
 \phi_k &= v_k + w \\
 \delta u_k &= c_{uc} \cos(2\phi_k) + c_{us} \sin(2\phi_k) \\
 u_k &= \phi_k + \delta u_k \\
 \delta r_k &= c_{rc} \cos(2\phi_k) + c_{rs} \sin(2\phi_k) \\
 r_k &= a(1 - e \cos(E_k)) + \delta r_k \\
 \delta i_k &= c_{ic} \cos(2\phi_k) + c_{is} \sin(2\phi_k) \\
 i_k &= i_0 + \dot{i} \Delta t_k + \delta i_k \\
 x_k &= r_k \cos(u_k) \\
 y_k &= r_k \sin(u_k)
 \end{aligned} \tag{7}$$

onde:

- $\phi_k$  é o argumento da latitude;
- $w$  é o argumento do perigeu;
- $\delta u_k$  é a correção do argumento da latitude;

- $c_{uc}$  é a amplitude do termo harmônico seno de correção do argumento da latitude;
- $c_{us}$  é a amplitude do termo harmônico cosseno de correção do argumento da latitude;
- $u_k$  é o argumento da latitude corrigido;
- $\delta r_k$  é a correção do raio vetor;
- $c_{rc}$  é a amplitude do termo harmônico cosseno de correção do raio vetor;
- $c_{rs}$  é a amplitude do termo harmônico seno de correção do raio vetor;
- $r_k$  é o raio vetor corrigido;
- $\delta i_k$  é a correção da inclinação;
- $c_{ic}$  é a amplitude do termo harmônico cosseno de correção da inclinação da órbita;
- $c_{is}$  é a amplitude do termo harmônico seno de correção da inclinação da órbita;
- $i_k$  é a inclinação corrigida;
- $i_0$  é a inclinação da órbita no toe;
- $\dot{i}$  é a variação temporal da inclinação;
- $x_k$  e  $y_k$  são as componentes da posição do satélite no plano orbital.

#### (d) Coordenadas terrestres (WGS 84) do satélite

As coordenadas planas orbitais, são transformadas para um sistema tridimensional geocêntrico fixo a Terra, que para o GPS esse sistema é o WGS 84. Essa transformação é realizada conforme as equações abaixo (MONICO 2000). A figura 5 mostra a transformação entre os referenciais orbital e terrestre.

$$\begin{aligned}
 dt^s &= a_0 + a_1(t_{GPS}^t - t_{oc}) + a_2(t_{GPS}^t - t_{oc})^2 \\
 t_{GPS} &= t_{GPS}^t - dt^s \\
 \Omega_k &= \Omega_0 + \dot{\Omega}\Delta t_k - w_e t_{GPS} \\
 X^k &= x_k \cos(\Omega_k) - y_k \sin(\Omega_k) \cos(i_k) \\
 Y^k &= x_k \sin(\Omega_k) + y_k \cos(\Omega_k) \cos(i_k) \\
 Z^k &= y_k \sin(i_k)
 \end{aligned} \tag{8}$$

onde:

- $dt^s$  é a correção do relógio do satélite;
- $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$  são coeficientes do polinômio;
- $t_{oc}$  é o tempo origem do relógio;
- $t_{GPS}$  é o tempo de transmissão corrigido para o sistema de tempo GPS;
- $\Omega_k$  é a longitude do nodo ascendente corrigida;
- $\Omega_0$  é a ascensão reta do nodo ascendente no toe;
- $\dot{\Omega}$  é a variação temporal da ascensão reta;
- $w_e$  é a velocidade de rotação da Terra =  $7,2921151467 \times 10^{-5}$  rad/s;
- $X_k$ ,  $Y_k$  e  $Z_k$  são as coordenadas terrestres (WGS 84) do satélite.

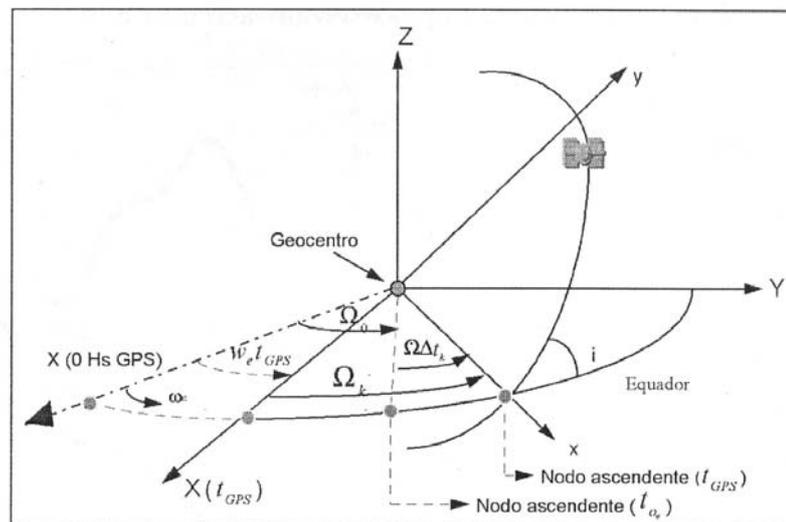


Figura 5 – Coordenadas Terrestres do satélite (MONICO 2000).

A diferença entre as coordenadas calculadas para o satélite e as coordenadas conhecidas do ponto de observação define a distância geométrica entre o satélite e o ponto em questão. Para o nosso caso em particular, essa distância é conhecida não entrando no processamento da linha de base como incógnita, restando apenas a resolução da ambigüidade no caso da fase da onda portadora e os resíduos remanescentes do processamento. Daí a importância de se calcular as coordenadas terrestres dos satélites.

## 2.5 Erros sistemáticos no posicionamento GPS

De acordo com SEEBER (2003), erros são introduzidos no processo de estimação de parâmetros, se o modelo é muito simples e não representa a realidade

física perfeitamente. No posicionamento com GPS essa afirmativa é verdadeira, havendo, portanto, alguns erros que mesmo modelados não são eliminados, permanecendo nas equações de observação. Alguns desses erros envolvidos no GPS juntamente com sua fonte são apresentados na tabela 2 (MONICO 2000):

Fontes	Erros
Satélite	Erro da órbita
	Erro do relógio
	Relatividade
	Atraso entre as duas portadoras no hardware do satélite
Propagação do sinal	Refração troposférica
	Refração ionosférica
	Perdas de ciclos
	Multicaminhamentos
	Rotação da Terra
Receptor/Antena	Erro do relógio
	Erro entre os canais
	Centro de fase da antena
Estação	Erro nas coordenadas
	Multicaminhamento
	Marés terrestres
	Movimento do Pólo
	Carga dos oceanos
	Pressão da atmosfera

Tabela 2 – Erros sistemáticos e suas fontes.

A maioria dos erros listados na tabela 2 são significativamente reduzidos quando se realizam o posicionamento relativo; principalmente quando o comprimento da linha de base é pequeno, caso em que se aplica ao presente trabalho. Devido à utilização do GPS em posicionamento geodésico, torna-se interessante conhecer alguns desses erros e a forma de reduzi-los, como será descrito a seguir.

### 2.5.1 Erro da órbita do satélite

É simples percebermos que determinando as coordenadas de um ponto utilizando o sistema GPS, a partir de uma órbita transmitida, pelo satélite a qual está

eivada de erro. Este erro será propagado para a posição do ponto de interesse, degradando a qualidade do posicionamento. A figura 6 abaixo adaptada de SEEBER (2003), mostra o erro orbital  $dr$  de um satélite, utilizando a órbita transmitida, sendo propagado para a posição do ponto de interesse, representado pelo vetor  $db$  em um método de posicionamento por ponto.

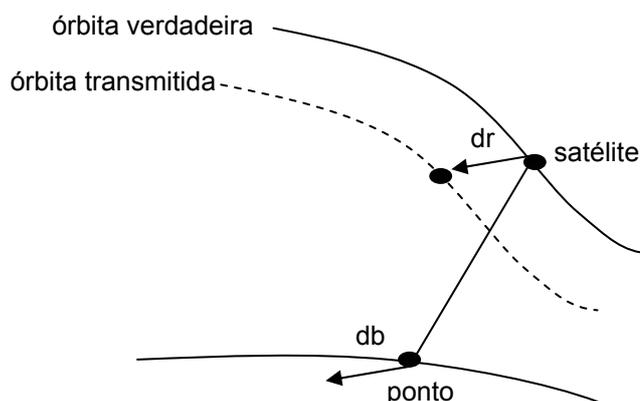


Figura 6 – Efeito de um erro orbital em um posicionamento por ponto.

A partir do que foi mostrado anteriormente é possível relacionar o erro orbital  $dr$  de um satélite com um erro  $db$  esperado na linha de base, conforme mostra a equação abaixo (SEEBER 2003):

$$\frac{db}{b} = \frac{dr}{\rho} \quad (9)$$

onde:

- $\rho$  é a distância geométrica entre o satélite e o receptor;
- $b$  é o comprimento da linha de base.

O cálculo das coordenadas do satélite no sistema de referência WGS84, utilizando as efemérides transmitidas a partir das mensagens de navegação, foi mostrado na seção 2.4. A precisão dessas coordenadas varia de 0 a 20 metros de acordo com SEEBER (2003). Existe ainda a possibilidade de se usar coordenadas dos satélites pós-processadas juntamente com o seu erro do relógio. Essas coordenadas são produzidas a partir de efemérides precisas. Essas efemérides são produzidas pelo IGS, dividindo-se em três de acordo com MONICO (2000):

- IGS: efemérides precisas, obtidas a partir de uma combinação entre órbitas, com acurácia de 5 cm para a posição do satélite e 0,3 ns para os erros dos relógios, disponibilizadas em um período de 7 a 10 dias após a observação;
- IGR: efemérides rápidas disponíveis em até 48 horas após as observações, com acurácia de 10 cm para a posição do satélite e 0,5 ns para o erro do relógio;
- IGP: efemérides preditas disponíveis algumas horas antes do levantamento GPS, com acurácia de 50 cm para a posição do satélite e 150 ns para o relógio.

Para estações próximas, ou seja, pequenas linhas de base, os erros orbitais são cancelados quando se aplica a diferenciação no posicionamento relativo, tal como a dupla diferença (SEEBER 2003). Como nos nossos experimentos foram utilizadas linhas de base curtas, os erros orbitais são cancelados não entrando na equação de observação para dupla diferença.

### **2.5.2 Erro do relógio do satélite**

Cada satélite GPS é composto por osciladores altamente precisos de Césio e Rubídio. Apesar de serem altamente estáveis, os relógios atômicos não acompanham o sistema de tempo NAVSTAR-GPS, chegando a ser no máximo de 1 milissegundo essa diferença (WELLS et al 1986).

Através das mensagens de navegação, são transmitidos os coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$  de um polinômio de segunda ordem que define o erro do relógio do satélite e que são preditos pelo segmento de controle. Essas correções são consideradas no processo de determinação das coordenadas dos satélites, como mostrado na seção 2.4-(d).

No posicionamento relativo utilizando a equação de dupla diferença, o erro do relógio do satélite é praticamente eliminado nas equações de observação, isso

graças à diferenciação de observações simultâneas utilizando o mesmo satélite observado em duas ou mais posições diferentes.

### 2.5.3 Efeito ionosférico

A ionosfera, que consiste de várias camadas atmosféricas compreendidas a uma altitude entre 50 km e 1000 km acima da superfície terrestre, proporciona um atraso na propagação do sinal GPS. Esse atraso depende do Conteúdo Total de Elétrons (TEC) ao longo do caminho do sinal e da frequência deste sinal. Os parâmetros que influenciam a ionosfera são principalmente a atividade solar e o campo geomagnético. A refração ionosférica depende da frequência do sinal propagado, localização geográfica e tempo (SEEBER 2003).

O TEC como foi dito anteriormente, é o conteúdo total de elétrons ao longo do caminho percorrido pelo sinal entre o satélite e o receptor, e representa o número de elétrons livres em uma coluna com seção transversal de  $1\text{m}^2$  de área (LEICK 1994). Esses elétrons afetam diretamente a propagação das ondas, causando um atraso nos sinais de rádio, incluindo portanto, os sinais NAVSTAR-GPS.

Devido aos índices de refração das diferentes camadas da ionosfera se afastarem da unidade, a velocidade com que as fases das ondas portadoras se propagam sofrem um retardo, enquanto que para um grupo de ondas como os códigos modulados, a velocidade sofre um avanço durante a propagação do sinal (MONICO 2000). Portanto, a pseudodistância medida a partir do código aumenta, enquanto que a pseudodistância medida com a fase portadora diminui quando comparados com a distância geométrica entre o satélite e o receptor (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997).

Uma forma de reduzir significativamente o efeito da ionosfera no posicionamento GPS é utilizar receptores de dupla frequência, onde a partir de uma combinação linear entre as observações sobre L1 e L2, denominada combinação linear livre de ionosfera  $L_0$ , elimina-se os termos de primeira ordem desse efeito, como mostra a equação abaixo (SEEBER 2003):

$$\phi(L_0) = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \phi(L1) - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \phi(L2) \quad (10)$$

onde:

- $\phi(L_0)$  é a fase da portadora livre de ionosfera;
- $\phi(L1)$  é a fase da portadora L1;
- $\phi(L2)$  é a fase da portadora L2;
- $f_1$  é a freqüência da portadora L1;
- $f_2$  é a freqüência da portadora L2.

Para receptores de simples freqüência, o método anteriormente citado não pode ser aplicado. Uma boa opção seria utilizar modelos de correção ionosférico a partir de coeficientes que são transmitidos como parte das mensagens de navegação GPS. Um desses modelos é o Klobuchar (SEEBER 2003). Uma outra forma seria utilizar o modelo regional da ionosfera, desenvolvido como tese de doutorado por CAMARGO (1999). Além dos modelos ionosféricos, o posicionamento relativo também elimina boa parte dos efeitos da ionosfera quando realizados em linhas de base curtas, devido ao fato de que as condições ionosféricas próximas serem bem semelhantes. Alguns autores dizem que de 10km a 15km de distância entre os dois pontos da linha de base, o posicionamento relativo elimina boa parte do efeito ionosférico para o caso de receptores de simples freqüência (MONICO 2000, SEEBER 2003, entre outros).

#### 2.5.4 Efeito troposférico

A troposfera é a camada mais baixa da atmosfera terrestre, composta de uma componente seca e de uma componente úmida, onde a temperatura decresce com o aumento da altitude. Sua altitude varia de 9 km nos pólos e excede os 16 km sobre o equador. Além da troposfera existem ainda mais duas camadas que afetam na propagação do sinal GPS: a tropopausa e a estratosfera. Essas três camadas formam a atmosfera neutra, e contêm átomos neutros e moléculas que afetam a propagação do sinal. A refração troposférica será considerada para essa atmosfera

neutra (troposfera, tropopausa e estratosfera), abrangendo uma altitude de 50 km (TEUNISSEN & KLEUSBERG 1998).

A refração troposférica não depende da frequência do sinal, ou seja, afetando conseqüentemente ambos sinais, o código modulado e a fase portadora. O atraso depende da temperatura, umidade e pressão, variando com a altura do usuário. Esse efeito é um atraso que pode alcançar de 2 a 2.5 metros na direção zenital e aumenta com a cosecante do ângulo de elevação, produzindo aproximadamente um atraso de 20 a 28 metros para uma elevação de 5° (LEICK 1994).

Como não há dependência da refração troposférica com a frequência da onda portadora, ela não pode ser eliminada com observações de dupla-frequência (SEEBER 2003).

Cerca de 90% da refração troposférica surge devido a componente seca e 10% devido a componente úmida. A partir dessas componentes, alguns modelos são utilizados para diminuir o atraso troposférico, sendo que um dos principais e mais utilizados pelos programas de processamento de observações GPS, é o modelo de Hopfield (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997). Outra forma de reduzir esse atraso, é utilizar máscara de elevação, ou seja, coletar dados de satélites que estejam acima de um determinado ângulo de elevação. Alguns autores sugerem de 10° a 15° para a máscara de elevação (MONICO 2000, SEEBER 2003).

No posicionamento relativo, quando as distâncias entre as estações não são grandes, o erro residual troposférico é praticamente eliminado devido à igualdade de condições da atmosfera neutra (SEEBER 2003). Como neste trabalho, foram realizadas observações GPS para pequenas linhas de base, o efeito troposférico foi desconsiderado na equação de observação (seção 2.1), e conseqüentemente no processamento das observações GPS. No capítulo 5 verificaremos que a desconsideração do efeito troposférico no processamento dos dados, não resultou em diferentes resultados para os resíduos.

### 2.5.5 Multicaminhamento

O efeito causado pelo multicaminhamento como já diz o seu nome, é o sinal transmitido pelo satélite e recebido pelo receptor via vários caminhos, como mostra a figura 7, adaptada de SEEBER (1993). O multicaminhamento é causado principalmente por superfícies refletoras próximas à antena do receptor do usuário, e de uma forma menor por reflexões nos próprios satélites durante a transmissão do sinal (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997).

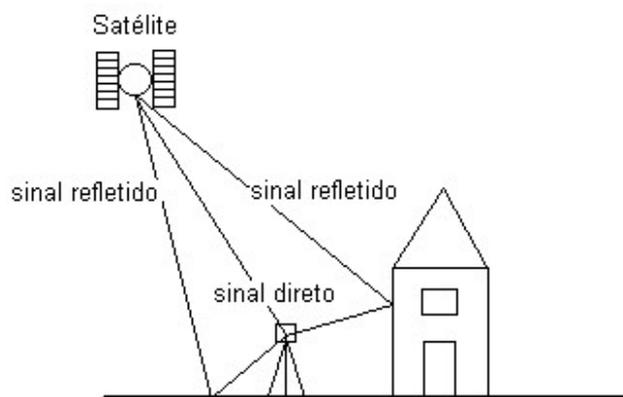


Figura 7 – Efeito do multicaminhamento.

O multicaminhamento afeta tanto as medições de código quanto as medições de fase da portadora, sendo que o efeito sobre o primeiro é duas vezes maior em termos de magnitude do que sobre o segundo (SEEBER 2003). O efeito do multicaminhamento pode chegar a um valor de 10 a 20 metros para pseudodistâncias medidas com código (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997).

Por ser altamente dependente do ambiente onde está localizado o receptor, o efeito do multicaminhamento é difícil de ser modelado, ou seja, separado do sinal direto. Procedimentos que podem minimizar este efeito são relatados a seguir:

- Repetir observações utilizando a mesma geometria entre os satélites GPS e o receptor, ou seja, em dias siderais diferentes. Esta repetição pode ser útil para verificar a presença de multicaminhamento analisando as observações dos dias diferentes (LEICK 1994);
- Realizar observações em lugares livres de obstáculos (SEEBER 2003);

- Usar antenas especiais, tais como choke ring, assim como antenas com plano de terra (SEEBER 2003);
- Utilizar receptores desenvolvidos para identificar multicaminhamento (MACHADO 2002);
- Sinais de satélites de baixa elevação são mais susceptíveis a sofrerem efeitos de multicaminhamento, sendo, portanto, interessante utilizar máscara de elevação mais altas.

O efeito do multicaminhamento sobre a fase portadora para posicionamento com linhas de base curtas, deve na maioria das vezes não ser maior do que 1cm observando com boa geometria dos satélites e um intervalo de tempo razoavelmente longo (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997). Atualmente, existem várias pesquisas em andamento estudando métodos e técnicas para diminuir o efeito do multicaminhamento nas observações GPS. Podemos citar, por exemplo, SOUZA et al (2004) e ALVES et al (2004).

### **2.5.6 Perda de ciclo**

Quando um receptor é ligado, a parte fracionária da fase portadora (diferença entre a fase transmitida pelo satélite e recebida pelo receptor, e sua réplica gerada pelo receptor) é observada e um contador inteiro é inicializado. Esse contador tem a finalidade de incrementar a cada mudança da fase de  $2\pi$  para 0, um ciclo. A partir de então, para uma determinada época a fase observada acumulada é a soma da parte fracionária com o número inteiro (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997).

Perda de ciclo (*cycle slip*) é um inesperado salto na observável fase portadora por um número inteiro de ciclos, como mostra a figura 8, adaptada de MONICO (2000). A parte fracionária da fase não é afetada por este salto nas observações subseqüentes. Essa perda pode ser entre duas épocas ou podem durar vários minutos ou mais (LEICK 1994).

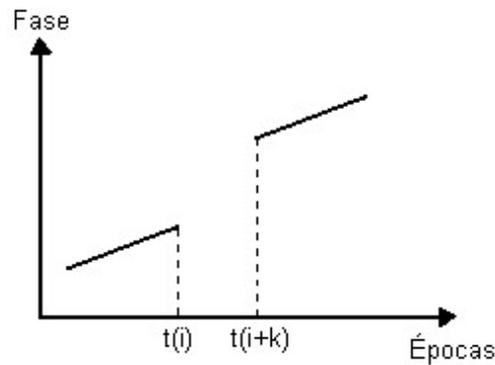


Figura 8 – Perda de ciclo para a fase portadora.

De acordo com SEEBER (2003), as razões para a perda de ciclo podem ser:

- dependentes da observação:
  - obstruções, principalmente no caso de observações cinemáticas;
  - ruído do sinal causados em particular por multicaminhamento e cintilação ionosférica;
  - baixa elevação do satélite, causando baixa potência do sinal.
- dependente do receptor:
  - sinal fraco parcialmente causado por interferências do sinal;
  - antenas inclinadas;
  - perda de ciclo causado pelo processamento do sinal.

Para detectar e corrigir a perda de ciclo, é necessário a localização do salto como mostrado na figura 8, e a determinação de seu tamanho. Essas correções são feitas por um valor fixo a partir de todas as observações de fase subseqüentes. Esse processo de determinação e correção é denotado como fixando a perda de ciclo (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997).

O requisito básico do programa desenvolvido no ambiente MATLAB para o processamento das linhas de base nesta dissertação é que as observações de fase GPS não contenham perda de ciclos. Com isso, após a coleta das observações é realizado uma seleção dos satélites e seus intervalos de tempo que serão utilizados no processamento. Isso é feito de acordo com a análise do sinal a partir dos

arquivos de observação no formato RINEX. Esse procedimento tem como objetivo retirar apenas os intervalos de observações que não contenham perdas de ciclos.

### 2.5.7 Centro de fase da antena

O centro de fase da antena é o ponto onde a medição do sinal GPS é referida, e geralmente não coincide com o centro geométrico da antena. Essa diferença depende principalmente da elevação, do azimute e da intensidade do sinal dos satélites, e é diferente para as frequências L1 e L2 (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997). A figura 9 de forma ilustrativa mostra o desvio do centro de fase da antena.

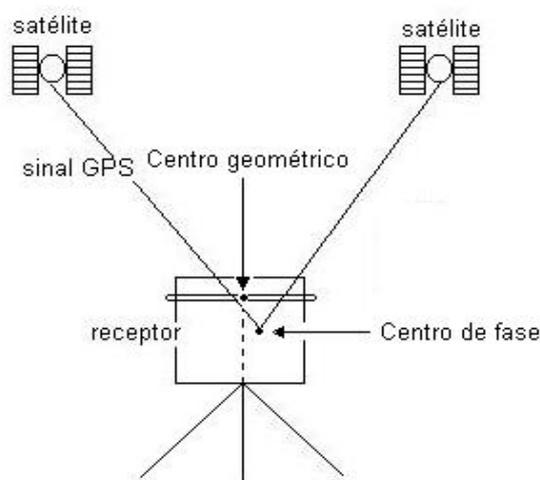


Figura 9 – Centro de fase eletrônico da antena.

Para aplicações precisas, a posição do centro de fase de todas as antenas envolvidas no projeto tem que ser conhecida exatamente (SEEBER 2003). Existem formas de identificar esses desvios, sendo uma delas o teste baseado em medições por rotação e antena em laboratório (SIMS 1985), além de métodos de calibração utilizando diferentes receptores GPS.

Alguns autores encontraram valores que variam entre 1 e 2 cm para o desvio do centro de fase para algumas antenas GPS (SIMS 1985). Portanto, é muito difícil definir um modelo para variações do centro de fase das antenas, devido ao seu comportamento individual (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997).

Se antenas do mesmo tipo forem usadas no levantamento relativo, o desvio do centro de fase e variações, serão eliminados no processo diferencial, ou seja, nas

equações de observações de simples, dupla ou tripla diferença de fase. Para isso, todas as antenas têm que ser orientadas para uma mesma posição, como por exemplo o norte magnético (SEEBER 2003). Nas observações GPS realizadas nessa dissertação, foram utilizadas pares de antenas da mesma marca e modelo, e orientadas para uma mesma direção, eliminando, assim o erro devido ao desvio do centro de fase das antenas.

### **2.5.8 Erro do relógio do receptor**

A maioria dos receptores GPS, inclusive os que foram utilizados nessa pesquisa, possuem osciladores de quartzo que são relógios de boa estabilidade interna e de custos relativamente baixos (MONICO 2000). Uma das características principais destes relógios, é que são bastante sensíveis a variações de temperatura acelerando seu processo de envelhecimento. Na prática, é importante que os osciladores de quartzo estejam expostos em condições de temperaturas estáveis e sem interferências de outras perturbações (SEEBER 2003).

Assim como o relógio do satélite, o relógio do receptor possui sua própria escala de tempo, diferindo da escala do sistema de tempo GPS, devendo portanto ser corrigida para esta última.

No posicionamento absoluto, o erro do relógio do receptor entra como incógnita nas equações de observação do modelo. Já no posicionamento relativo esse erro é praticamente eliminado não exigindo padrões de tempo altamente estáveis, mas, desde que haja simultaneidade nas observações entre as estações consideradas no levantamento (GREWAL et al 2001).

## **2.6 Diluição da precisão (DOP)**

Um dos fatores importantes para alcançar alta qualidade nos resultados utilizando o sistema NAVSTAR-GPS, principalmente no posicionamento absoluto e levantamento cinemático, é a geometria dos satélites visíveis. Essa geometria muda com o tempo de acordo com o movimento dos satélites, e é medida a partir do fator DOP (Diluição da Precisão) (HOFMANN-WELLENHOF et al 1997).

Segundo SEEBER (2003) a acurácia do posicionamento GPS depende de dois fatores:

- a acurácia da medição de pseudodistância expressa pelo UERE (*User Equivalent Range Error*) ou pelo seu desvio-padrão associado  $\sigma_r$ ;
- a configuração geométrica dos satélites observados ou rastreados.

A relação entre o  $\sigma_r$  e o DOP fornece o desvio-padrão  $\sigma$  que pode ser, por exemplo, da posição horizontal, vertical, ou para a posição 3D. De uma forma geral o  $\sigma$  pode ser determinado conforme mostra a equação abaixo (LEICK 1994):

$$\sigma = \text{DOP}\sigma_r \quad (11)$$

A partir da expressão geral, diferentes DOP's são usados, obtendo-se seus respectivos desvios - padrão (SEEBER 2003):

$\sigma_H = \text{HDOP}\sigma_r$	para posicionamento horizontal;
$\sigma_V = \text{VDOP}\sigma_r$	para posicionamento vertical;
$\sigma_P = \text{PDOP}\sigma_r$	para posicionamento 3D;
$\sigma_T = \text{TDOP}\sigma_r$	para determinação do tempo.

O PDOP é um dos DOP mais visualizados nos receptores e programas GPS. Ele pode ser interpretado como o inverso do volume  $V$  de um tetraedro que é formado entre o receptor e os satélites visíveis, conforme equação 12 e figura 10, adaptada de SEEBER (2003). A melhor geometria ocorre quando o volume  $V$  é maximizado, conseqüentemente o PDOP é minimizado (MONICO 2000).

$$\text{PDOP} = \frac{1}{V} \quad (12)$$

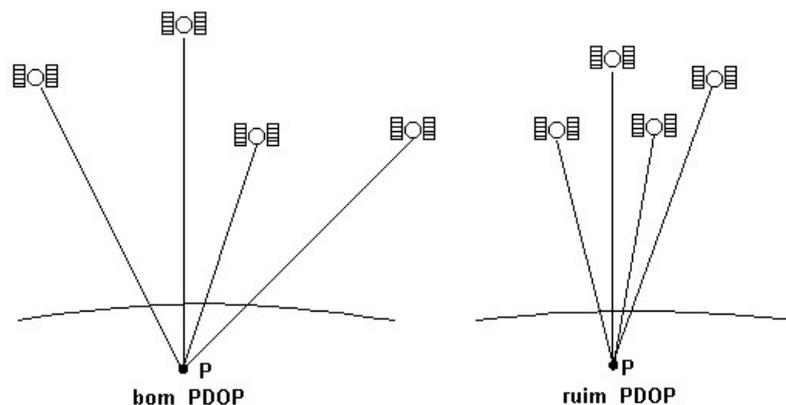


Figura 10 – Geometria dos satélites e PDOP.

Uma forma de analisar a geometria dos satélites antes do levantamento GPS, é utilizar programas de processamento que contenham o módulo de planejamento das observações. Eles fornecem além dos DOP's, a quantidade de satélites visíveis para o período do dia que será feito o levantamento, além de outras informações importantes. Para o planejamento das observações realizadas nessa dissertação, foi utilizado o módulo Quick Plan do programa GPSurvey onde se escolheu um horário onde o PDOP estava bom.

No posicionamento relativo, o PDOP assim como os outros DOP mencionados anteriormente têm pouco valor, sendo de grande utilidade no posicionamento absoluto. Uma grandeza analisada então é o RDOP (DOP relativo) (SEEBER 2003). Mas a maioria dos softwares fornecidos pelos fabricantes não calcula essa grandeza (MONICO 2000).

## 2.7 Ajustamento das observações GPS pelo MMQ

Da mesma forma que a maioria das técnicas de posicionamento, com a tecnologia GPS são realizadas várias observações para a determinação de uma grandeza. Portanto, a partir das observações redundantes, torna-se necessária a realização de um ajustamento, com o objetivo de extrair, a partir da pluralidade dos dados, um resultado que seja único e que represente com maior confiança o as grandezas que se deseja determinar (GEMAEL 1994).

Dentre os diferentes métodos de ajustamento existentes, o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) é o mais utilizado nas Ciências Geodésicas. Ele tem vantagens significativas sobre todos os outros métodos, sendo portanto, o mais adequado (WOLF & GHILANI 1996).

### 2.7.1 O Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)

O MMQ tem como princípio básico aceitar, como melhor estimativa para uma grandeza medida com redundância, o valor que torna mínima a soma dos quadrados dos resíduos, como mostra a equação 13 a seguir (GEMAEL 1994):

$$\sum_{i=1}^n v_i^2 = \min \quad (13)$$

onde  $V_i = X - L_i$  é a diferença entre o valor mais provável e o valor observado.

Quando as observações não oferecem o mesmo grau de confiança, ou seja, diferentes precisões, é introduzida na equação 13 um fator de homogeneização denominado peso ( $p_i$ ), conforme equação 14 (GEMAEL 1994). Para observações com maiores confianças (maiores precisões) os pesos serão maiores.

$$\sum_{i=1}^n p_i v_i^2 = \min \quad (14)$$

A determinação da variância, e conseqüentemente dos pesos das observações, é conhecido no ajustamento pelos mínimos quadrados como modelo estocástico (WOLF & GHILANI 1996). A matriz dos pesos  $P$ , é determinada em função da matriz variância-covariância do vetor das observações ( $\Sigma L_b$ ), e por um fator de escala denominado variância a priori ( $\sigma_0^2$ ), conforme equação 15 a seguir (GEMAEL 1994).

$$P = \sigma_0^2 \Sigma L_b^{-1} \quad (15)$$

Um exemplo de uma matriz variância-covariância com  $n$  observações ( $L_1, L_2, \dots, L_n$ ) é dado a seguir:

$$\sum L_b = \begin{bmatrix} \sigma_{L_1}^2 & \sigma_{L_1L_2} & \dots & \sigma_{L_1L_n} \\ \sigma_{L_2L_1} & \sigma_{L_2}^2 & \dots & \sigma_{L_2L_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{L_nL_1} & \sigma_{L_nL_2} & \dots & \sigma_{L_n}^2 \end{bmatrix}$$

A matriz dos pesos é simétrica, e se reduz a uma matriz diagonal quando as observações são não-correlacionadas, ou seja, quando as covariâncias ( $\sigma_{i,j}$ ) são nulas (GEMAEL 1994):

$$\sum L_b = \begin{bmatrix} \sigma_{L_1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{L_2}^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{L_n}^2 \end{bmatrix}$$

Quando se aplica um ajustamento pelo método dos mínimos quadrados em um conjunto de observações (L), para obter um resultado único e consistente (X), utiliza-se o seguinte sistema de equações normais:

$$X = (A^T P A)^{-1} (A^T P L), \quad \text{onde } A \text{ é a matriz dos coeficientes.}$$

Portanto, quando se desconsidera a correlação entre observações, a matriz P se torna diagonal, e conseqüentemente o resultado dos parâmetros de interesse (X) é alterado. Na prática, é comumente assumido que os resíduos das observações GPS são não-correlacionadas, isso porque o processamento dos dados se torna mais facilmente implementado (BORRE & TIBERIUS 2000).

Quando se trata de uma análise temporal sobre uma mesma observável GPS, a dependência entre as observações realizadas em épocas diferentes é denominada autocorrelação, e a observável, portanto, autocorrelacionada. Neste caso, a matriz variância-covariância corresponde a uma mesma observável, só que realizadas em épocas (t) diferentes:

$$\sum L = \begin{bmatrix} \sigma_{t_1}^2 & \sigma_{t_1t_2} & \dots & \sigma_{t_1t_n} \\ \sigma_{t_2t_1} & \sigma_{t_2}^2 & \dots & \sigma_{t_2t_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{t_nt_1} & \sigma_{t_nt_2} & \dots & \sigma_{t_n}^2 \end{bmatrix}$$

Da mesma forma que apresentado anteriormente, caso a observável não apresente autocorrelação, ou seja, as autocovariâncias nulas, a matriz variância-covariância será diagonal. A partir da matriz MVC de uma observável GPS, pode-se calcular a matriz dos coeficientes de autocorrelação (R) a partir da equação 40, resultando em uma matriz simétrica, com diagonal principal unitária:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{t_1 t_2} & \dots & \rho_{t_1 t_n} \\ \rho_{t_2 t_1} & 1 & \dots & \rho_{t_2 t_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{t_n t_1} & \rho_{t_n t_2} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

### 2.7.2 Utilização do MMQ pelo GPS

São vários os exemplos que podemos citar sobre a utilização do método dos mínimos quadrados pelo sistema GPS. Entre vários exemplos, alguns serão mencionados a seguir:

- Utilização do MMQ na resolução das ambigüidades para as observações de fase da onda portadora. Ele consiste em um estimador ótimo para o problema das observações de dupla diferença de fase (ANTUNES 1996);
- No processamento utilizando modelo de simples linha de base, o MMQ é utilizado quando se quer avaliar a geometria receptor-satélite no modelo adotado (TEUNISSEN 1997);
- O método dos mínimos quadrados é um bom filtro no problema de detecção e correção das perdas de ciclos (ANTUNES 1996);
- Para processar as observáveis de código e fase de batimento da onda portadora, utiliza-se o MMQ.

## 2.8 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os conceitos sobre posicionamento geodésico com NAVSTAR-GPS, as equações de observações necessárias para o

processamento das linhas de base, os efeitos que afetam as observáveis e as formas de reduzi-los, além dos métodos de posicionamento GPS e ajustamento pelo MMQ. Somado a estes conceitos o conhecimento de uma linguagem computacional, tornou-se possível o desenvolvimento de um programa com o objetivo de obter os resíduos do processamento de uma linha de base GPS.

Após a aquisição das séries residuais de cada observável utilizada no processamento, avaliou-se a distribuição e autocorrelação de cada uma dessas séries, objetivo desta pesquisa. Para isso, primeiramente é preciso ter conhecimento teórico sobre função distribuição de probabilidade, testes de normalidade e análises de séries temporais. Esses conceitos serão apresentados nos capítulos seguintes.

### 3. FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE E TESTES DE NORMALIDADE

No sistema de posicionamento global NAVSTAR-GPS, assim como em vários outros métodos de posicionamento é utilizado o método dos mínimos quadrados no processamento das observações. Este método, apesar de exigir apenas a relação funcional entre as observações e os parâmetros, juntamente com a matriz peso referente às observações para a resolução determinística do problema, requer o conhecimento a priori da distribuição dos dados. Essa distribuição é na maioria das vezes considerada como normalmente distribuída (TIBERIUS & BORRE 2000). Entretanto, essa afirmativa pode nem sempre ser verdadeira, havendo portanto, a necessidade de um estudo mais detalhado sobre esse assunto, um dos objetivos desta pesquisa, e o proposto aqui.

A função distribuição de probabilidade representa o comportamento de uma variável aleatória. Seja um conjunto de possíveis valores para uma variável aleatória  $X$  obtida a partir de um processo aleatório ou probabilístico. Quando se atribui probabilidade a cada um desses valores, seja da forma  $(X, P(X))$  onde se conhecem todos os possíveis valores da variável aleatória e suas respectivas probabilidades, seja por uma função do tipo  $F(X) = P(X)$ , obtém-se o que se denomina de função distribuição de probabilidade.

#### 3.1 Função distribuição normal

A maior parte dos fenômenos probabilísticos de natureza contínua, assim como para alguns de natureza discreta, seguem uma lei de distribuição designada por função de distribuição normal ou distribuição de Gauss.

Uma variável aleatória  $X$  é dita normal (ou  $X$  é normalmente distribuído) com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ ,  $N(\mu, \sigma^2)$ , se a função densidade de probabilidade é dada por (ROSS 1997):

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty \quad (16)$$

A equação acima, representa o modelo matemático para a função distribuição normal. Sua representação gráfica tem a forma de um sino como mostra a figura 11 a seguir:

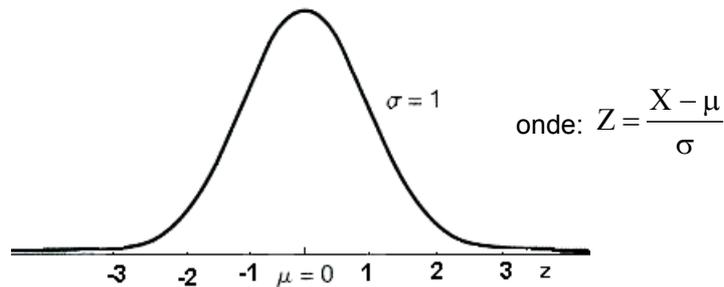


Figura 11 – Distribuição normal.

Algumas características podem ser observadas através do gráfico de uma função de distribuição normal, sendo algumas delas citadas a seguir:

- Os valores mais freqüentes (que possuem maiores probabilidades), encontram-se em torno da média diminuindo a freqüência quando se afasta desta;
- A probabilidade de um valor  $\mu + x$  ocorrer é igual a probabilidade de  $\mu - x$  ocorrer, ou seja, a distribuição da variável aleatória é simétrica em torno da média;
- Nos pontos  $\mu + \sigma$  e  $\mu - \sigma$ , o gráfico da função normal muda de concavidade, sendo denominados, portanto, de pontos de inflexão. Daí, se  $\sigma$  for relativamente grande, o gráfico tende a ser achatado; caso contrário, ele será pontiagudo (MEYER 1983);
- Quando  $x \rightarrow \pm\infty$ ,  $f(x) \rightarrow 0$ , ou seja, a função distribuição normal é assíntota com relação aos dois sentidos do eixo  $x$ . Além disso, quando a variável é contínua a probabilidade de ocorrer um ponto é praticamente zero, sendo definida, portanto, para intervalos de pontos.

Mesmo que cada amostra  $x_i$  não obedeça uma distribuição normal  $N(\mu, \sigma^2)$ , à medida que o número de amostras  $S_n = x_1, x_2, \dots, x_n$  aumenta, ou seja,  $n \rightarrow \infty$ , a

função densidade de probabilidade da variável S será normalmente distribuída. Este é o princípio básico do teorema do limite central (GLERIA et al 2004).

Um outro fator muito importante com relação à variável aleatória normal é que se X é normalmente distribuído com parâmetros  $\mu$  e  $\sigma^2$ , então  $Y = \alpha X + \beta$  é também normalmente distribuído com parâmetros  $\alpha\mu + \beta$  e  $\alpha^2\sigma^2$  respectivamente (LARSON 1982).

### 3.2 Outras funções de distribuição de probabilidade

Além da distribuição normal, existem outros modelos que são menos utilizados para representar a distribuição das variáveis aleatórias, mas que em alguns casos são bastante úteis, principalmente em testes estatísticos.

Alguns desses modelos serão apresentados a seguir, de uma forma bem simplificada, cabendo ao leitor interessado consultar outras bibliografias mais especializadas como JOHNSON & KOTS (1972), PATEL et al (1976), entre outros.

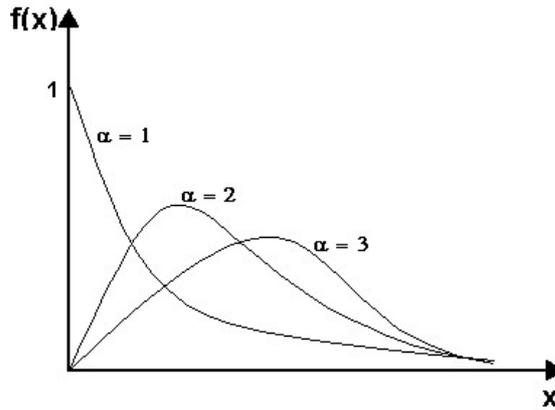
#### - Distribuição Gama:

A variável aleatória X tem distribuição Gama com parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , denotando-se  $X \sim Ga(\alpha, \beta)$ , se a função densidade é dada por (ROSS 1997):

$$P(x/\alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}, \quad x > 0 \quad (17)$$

onde: 
$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\alpha-1} dx .$$

$\Gamma(\alpha)$  é chamada de função gama. A figura 12 a seguir mostra o gráfico de uma função de distribuição gama.

Figura 12 – Distribuição gama  $(\alpha,1)$ .

### - Distribuição t de student:

A variável aleatória  $X$  tem distribuição t de student com média  $\mu$ , parâmetro de escala  $\sigma$  e  $\nu$  graus de liberdade,  $X \sim t_{\nu}(\mu, \sigma^2)$ , se a função densidade é dada por (JOHNSON et al 1994):

$$P(x/\nu, \mu, \sigma^2) = \frac{\Gamma((\nu+1)/2)\nu^{v/2}}{\Gamma(\nu/2)\sqrt{\pi}\sigma} \left[ \nu + \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2} \right]^{-(\nu+1)/2}, \quad x \in \mathbb{R} \quad (18)$$

A figura 13 mostra o gráfico de várias distribuições t de student para diferentes graus de liberdade.

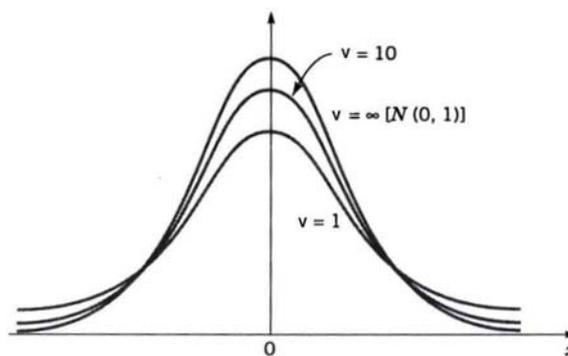


Figura 13 – Distribuição t de student.

Essa distribuição assim como a normal, é simétrica e unimodal, e o valor máximo da ordenada é alcançado quando a média é 0 (MONTGOMERY & RUNGER 2003). Ela é utilizada principalmente quando o número de amostras é inferior a 30.

**- Distribuição exponencial:**

Uma variável aleatória  $X$  tem distribuição exponencial com parâmetro  $\lambda > 0$ , se a função densidade de probabilidade é dada por (ROSS 1997):

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

A figura 14 a seguir mostra o comportamento da distribuição exponencial para uma variável aleatória  $X$ .

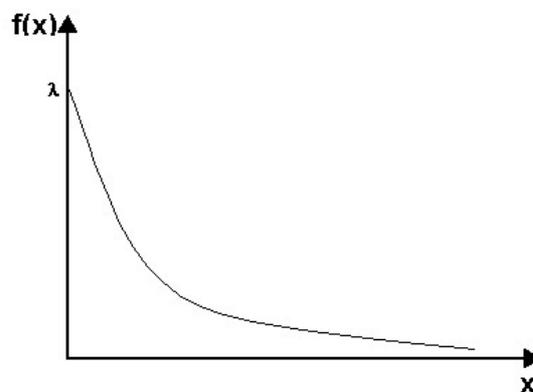


Figura 14 – Distribuição exponencial.

**3.3 Análises da distribuição das variáveis**

Existem algumas formas de analisar a distribuição amostral das variáveis aleatórias de uma população. Nessa dissertação foram realizadas análises das distribuições dos resíduos do processamento da linha de base GPS através dos métodos gráficos, usando os momentos empíricos, e através da função de distribuição empírica. Todos estes métodos avaliam a hipótese de normalidade da distribuição analisada.

**3.3.1 Análise gráfica**

Uma forma de analisar a distribuição dos dados amostrais é representá-lo graficamente de duas formas diferentes: histograma e gráfico de probabilidade normal. Essas representações gráficas são úteis para uma visualização da

distribuição dos dados, mas, por outro lado não consegue quantificar o desvio da normalidade (TIBERIUS & BORRE 2000).

### - Histograma

Uma das ferramentas mais antigas e utilizadas na análise da distribuição dos dados é o histograma. Ele consiste em um gráfico onde as variáveis são divididas em classes e cada classe representada de acordo com sua frequência. O histograma é representado como um diagrama de barras, conforme mostra a figura 15, para um conjunto de dados simulados.

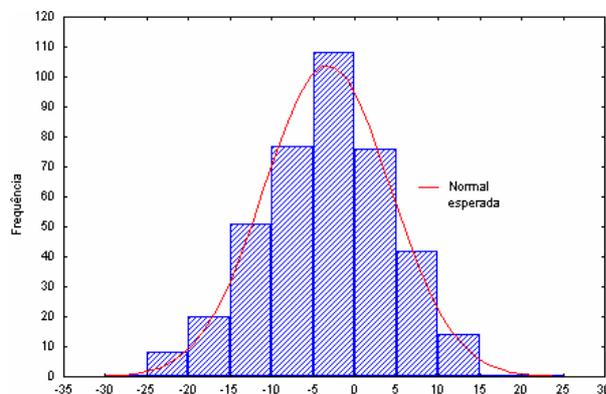


Figura 15 – Histograma.

### - Gráfico de probabilidade normal

Uma outra forma gráfica de analisar a distribuição dos dados é representá-la através do gráfico de probabilidade normal. Este gráfico consiste na transformação da função distribuição empírica através da inversa da função de distribuição normal acumulativa. Essa transformação se dá pelo fato de que na função de distribuição empírica, a análise comparativa com a função de distribuição normal é prejudicada devido à curvatura existente nesta última. Após a transformação, a função de distribuição normal teórica passa a ser uma linha reta com intercepto  $-\mu/\sigma$  e inclinação  $1/\sigma$  (TIBERIUS & BORRE 2000). A figura 16 a seguir mostra o gráfico de probabilidade normal utilizando os mesmos dados do histograma anterior.

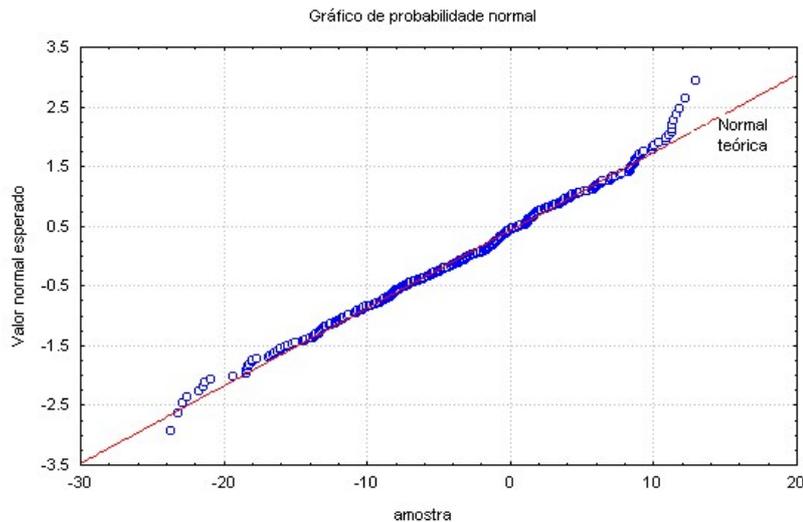


Figura 16 – Gráfico de probabilidade normal.

Quanto mais ajustada a função de distribuição empírica dos dados amostrais estiver da função distribuição normal teórica, maior é a chance dos dados estarem normalmente distribuídos.

### 3.3.2 Análise descritiva

Uma das características principais para análise da distribuição da função densidade de probabilidade são os momentos empíricos. Dentre os momentos existentes, foram utilizados nesta pesquisa a média, a variância, a assimetria e a curtose, sendo que os dois primeiros definem completamente a distribuição normal. Os dois últimos são considerados razões de momentos ou momentos padronizados, e são obtidos a partir da média e desvio-padrão (TIBERIUS & BORRE 1999).

Tanto o momento de assimetria quanto o de curtose são utilizados para analisar a normalidade da distribuição dos dados. Além disso, o teste estatístico de Beja-Jarque utiliza esses dois momentos para análise descritiva da distribuição.

#### 3.3.2.1 Coeficiente de assimetria (*skewness*)

Designado como terceiro momento amostral, o coeficiente de assimetria  $\sqrt{b_1}$  mede a simetria da distribuição dos dados, onde uma distribuição simétrica tem coeficiente de assimetria zero, uma distribuição assimétrica com larga cauda para a

direita tem  $\sqrt{b_1} > 0$ , e uma distribuição com larga cauda para a esquerda tem  $\sqrt{b_1} < 0$  (BRYN et al 2004). A figura 17 retrata este comportamento.

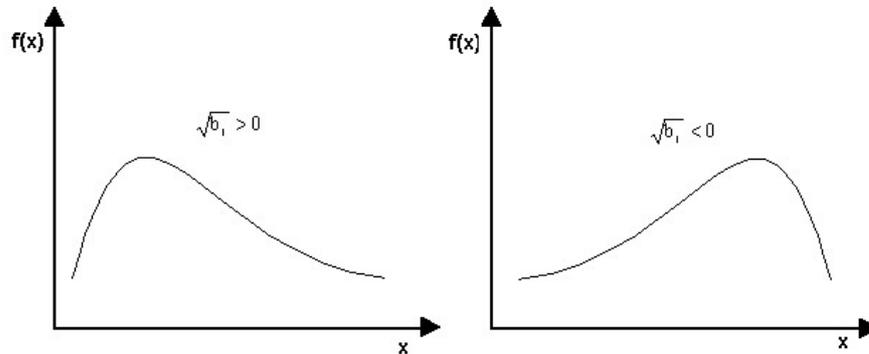


Figura 17 – Coeficiente de assimetria.

Sob a hipótese nula de normalidade, para a média e desvio-padrão temos que  $\sqrt{b_1} \sim N\left(0, \frac{6}{N}\right)$ , onde a média é zero, ou seja, o coeficiente de assimetria é igual a zero para uma distribuição normal (TIBERIUS & BORRE 1999). O coeficiente de assimetria é dado por (KIM & WHITE 2003):

$$\sqrt{b_1} = \frac{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - m_1)^3}{\left(\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - m_1)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (19)$$

onde:

- N é o tamanho da amostra;
- $m_1$  é a média amostral.

O valor de  $\sqrt{b_1}$  determinado para uma dada distribuição é comparado com o valor esperado para uma distribuição normal, tabelado em função do tamanho da amostra e do nível de significância  $\alpha$  adotado. Estes valores tabelados determinam uma região em torno de zero onde se julga ser a distribuição normal (TIBERIUS & BORRE 1999).

### 3.3.2.2 Coeficiente de curtose (*kurtosis*)

O coeficiente de curtose  $b_2$ , também conhecido como quarto momento amostral, mede a relação entre a cauda e o pico da distribuição, ou seja, o seu

achatamento. Para uma distribuição normal o  $b_2 = 3$ . Se  $b_2 > 3$  o conjunto dos dados estará localizado longe do pico, resultando em uma distribuição com pico pontiagudo e com longas caudas. Já para  $b_2 < 3$ , a distribuição terá um topo largo e achatado com curta ou nenhuma cauda (TIBERIUS & BORRE 1999).

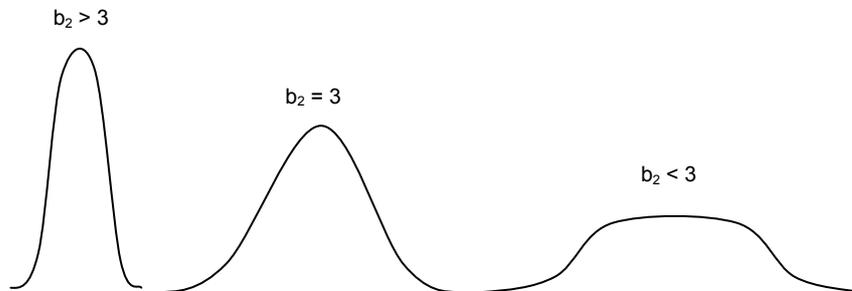


Figura 18 – Coeficiente de curtose.

Assim como o coeficiente de assimetria, o coeficiente de curtose sob a hipótese nula de normalidade, tem representação para a média e desvio-padrão da seguinte forma:  $b_2 \sim N\left(3, \frac{24}{N}\right)$  (TIBERIUS & BORRE 1999). Quando um conjunto de dados é autocorrelacionado, ou seja, existe uma correlação temporal entre eles, o coeficiente de curtose é afetado.

A seguir, é dada a equação que determina o coeficiente de curtose (BERA & PREMARATNE 2001):

$$b_2 = \frac{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - m_1)^4}{\left(\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - m_1)^2\right)^2} \quad (20)$$

O coeficiente  $b_2$  também é tabelado de acordo com seu tamanho amostral e nível de significância  $\alpha$  adotado. A partir do  $b_2$  calculado para uma determinada distribuição, aceita-se ou rejeita-se a hipótese de normalidade caso ele esteja respectivamente dentro ou fora da região envolvida pelos valores tabelados (TIBERIUS & BORRE 1999).

### 3.3.2.3 Teste de Bera-Jarque

Um dos testes estatísticos mais populares para testar a normalidade univariada em amostras é o teste de Bera-Jarque (JB). Ele consiste basicamente da

utilização dos momentos amostrais de assimetria  $\sqrt{b_1}$  e curtose  $b_2$  conforme mostra a equação a seguir (ONDER & ZAMAN 2003):

$$JB = n \left( \frac{(\sqrt{b_1})^2}{6} + \frac{(b_2 - 3)^2}{24} \right) \quad (21)$$

onde:

-  $n$  é o tamanho da amostra.

Assim como a maioria dos testes estatísticos, o teste de JB trabalha em cima de duas hipóteses, em que uma é aceita e a outra é rejeitada, de acordo com o nível de significância  $\alpha$  adotado (BRYS et al 2004):

$$\begin{cases} H_0 : \text{Os dados são amostras de uma distribuição normal;} \\ H_a : \text{Os dados não são amostras de uma distribuição normal;} \end{cases}$$

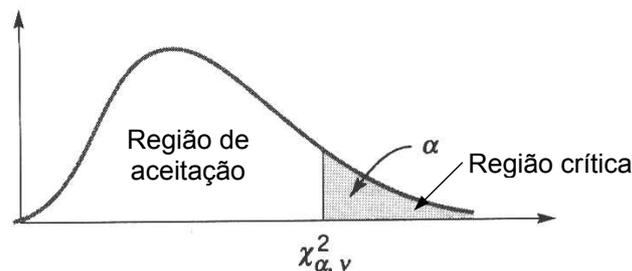


Figura 19 – Pontos Percentuais da distribuição do Qui-Quadrado.

Se o teste estatístico de Bera-Jarque de acordo com a distribuição do qui-quadrado  $JB > \chi^2_{1-\alpha}$ , a hipótese nula de normalidade não é aceita ao nível de significância  $\alpha$  (TORRES et al 2002).

O teste de JB é conhecido por suas propriedades, por testar a normalidade de distribuições, e por ser bem fácil a realização do seu cálculo. Uma limitação do teste é que ele é designado somente para testar normalidade, não sendo utilizado, portanto, para outras distribuições (DONG & GILES 2004). Além disso, o teste de JB erra muito com amostras pequenas ( $< 100$  elementos).

### 3.3.3 Função distribuição empírica

Alguns testes estatísticos utilizam a função distribuição empírica para analisar a distribuição dos dados amostrais, comparando-a com uma distribuição teórica assumida. Na maioria dos casos essa comparação é realizada com uma distribuição normal teórica.

A função distribuição empírica,  $F_N(x)$ , correspondente a uma distribuição populacional  $F(x)$ , dada por (DEWAN & SOMANATHAN 2004):

$$F_N(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(X_i \leq x) \quad (22)$$

onde:

- N é o tamanho da amostra;
- $I(A)$  é a função indicador de um conjunto A;
- $F_N(x)$  é uma função distribuição empírica.

O teorema de Glivenko-Cantelli estabelece que a função distribuição empírica converge uniformemente para a função distribuição populacional com probabilidade 1 (um) (DEWAN & SOMANATHAN, 2004).

Nos testes estatísticos, onde se utilizam a função distribuição empírica na análise da distribuição dos dados, realiza-se primeiramente uma transformação desta função, modificando o eixo x a partir da função distribuição normal acumulativa, resultando na chamada função distribuição empírica uniforme, com eixo x no intervalo  $[0,1]$ , conforme mostra a figura 20, adaptada de TIBERIUS & BORRE (1999):

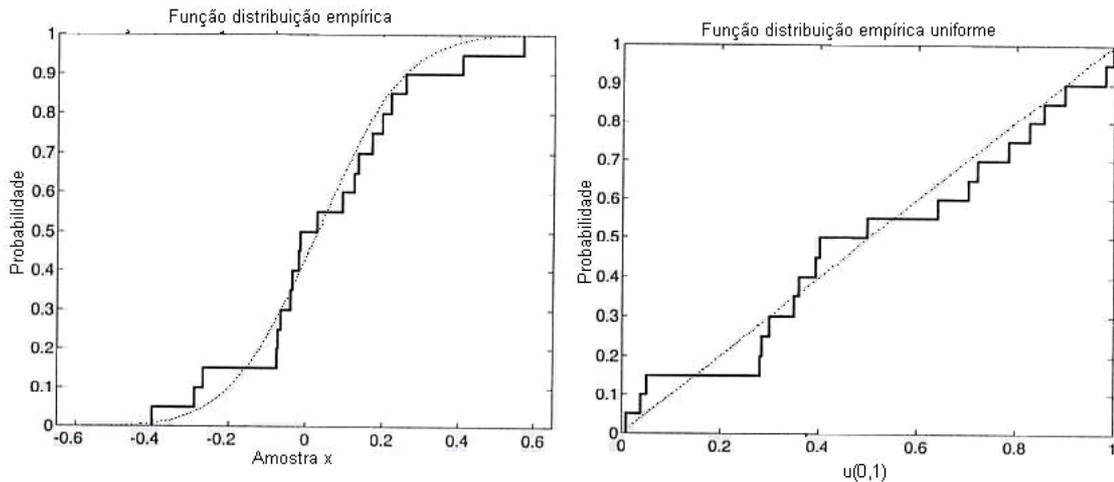


Figura 20 – Função distribuição empírica.

Nota-se que após a transformação a função distribuição teórica passa a ser uma linha reta, facilitando com isso a análise comparativa. A seguir serão apresentados sete testes de análises da função distribuição empírica. Esses testes de acordo com suas análises, podem ser divididos em duas classes:

- Sem parâmetros conhecidos: Não necessitam de parâmetros populacionais conhecidos tal como a média e o desvio-padrão na análise da distribuição dos dados. São eles: Lilliefors, Cramer-von Mises, Watson e Anderson-Darling;
- Com parâmetros conhecidos: Necessitam dos parâmetros populacionais na realização das análises da distribuição dos dados. São eles: Kolmogorov-Smirnov e Kuiper.

### 3.3.3.1 Teste de Kolmogorov-Smirnov

Um método clássico para testar a distribuição dos dados sobre uma alternativa específica é o teste estatístico D de Kolmogorov-Smirnov (KS). Este teste mede a diferença máxima absoluta entre a distribuição teórica de um modelo assumido  $F_0(x)$  e a função distribuição empírica (DUAN 2003).

De acordo com o que foi exposto anteriormente, o modelo matemático que representa o teste de KS pode ser expresso conforme mostra a equação a seguir (TIBERIUS & BORRE 1999):

$$D = \max_{-\infty < x < +\infty} |F_N(x) - F_0(x)| \quad (23)$$

A partir do valor calculado  $D$  do teste de Kolmogorov-Smirnov, e do valor tabelado  $D_k$  que é obtido em função do número de elementos da amostra e do nível de significância  $\alpha$ , verifica-se se a hipótese nula é aceita ou rejeitada, ou seja, se  $F_N(x)$  e  $F_0(x)$  são iguais ou não (TIBERIUS & BORRE 1999).

### 3.3.3.2 Teste de Anderson-Darling

Assim como o teste de KS, o teste estatístico de Anderson-Darling (AD), baseia-se na medição de distâncias, mas, em vez de uma simples distância, ele utiliza uma diferença quadrática integrada de todas as distâncias entre a função distribuição empírica e a função distribuição teórica (CHEN et al 2004). Seu valor pode ser determinado de acordo com a seguinte equação (TIBERIUS & BORRE 1999):

$$AD^2 = -N - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{ (2i-1) (\log(u_i) + \log(1-u_{N+1-i})) \} \quad (24)$$

onde:  $u_i = F_0(x_i)$

Do mesmo jeito que o teste anterior ele também possui valores tabelados ( $AD_k$ ) que estão em função do tamanho da amostra e do nível de significância  $\alpha$  adotado. Caso o valor de AD seja maior que o valor  $AD_k$ , rejeita-se a hipótese nula de igualdade entre a função distribuição empírica e a função distribuição teórica (TIBERIUS & BORRE 1999).

### 3.3.3.3 Teste de Lilliefors

O teste estatístico de Lilliefors avalia a hipótese de que uma amostra tem uma distribuição normal com média e variância não especificadas, contra a hipótese alternativa de não-normalidade. Isso quer dizer que o teste de Lilliefors é indicado principalmente quando os parâmetros populacionais não são conhecidos (CALZADA & SCARIANO 2002).

A principal diferença entre o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) e o teste de Lilliefors é a suposição realizada sobre a média e o desvio-padrão da distribuição normal. O teste de KS considera conhecidos a média e o desvio-padrão da população, enquanto que o teste de Lilliefors considera esses parâmetros desconhecidos. Neste caso quando se têm dados empíricos com média e desvio-padrão populacional desconhecidos, o teste de Lilliefors é geralmente mais relevante do que o teste de KS.

O teste estatístico de Lilliefors ( $D^*$ ) é calculado através do desvio vertical máximo entre a função de distribuição acumulativa empírica modificada pela contagem  $Z$  ( $F_N(z)$ ) e a distribuição normal acumulativa padronizada ( $\phi(z)$ ) conforme mostra a equação a seguir (CALZADA & SCARIANO 2002):

$$D^* = \sup_z \{F_N(z) - \phi(z)\}, -\infty \leq z \leq \infty \quad (25)$$

onde:  $z$  é cada valor padronizado dado por:  $z_{(k)} = \frac{(x_{(k)} - \bar{x})}{s}$

Para uma amostra de tamanho  $n$ , rejeita-se  $H_0$  em favor de  $H_1$  ao nível de significância  $\alpha$ , se e somente se o  $D^*$  exceder o ponto de percentagem superior  $D^*_\alpha(n)$ , sendo este último na maioria das vezes aproximado utilizando a simulação Monte Carlo para cada amostra  $n$  (CALZADA & SCARIANO 2002). Essa simulação de Monte Carlo, de uma forma simplificada, pode-se dizer que é equivalente à resolução de uma integral de  $n$  dimensões.

### 3.3.3.4 Teste de Shapiro-Wilks

O teste estatístico  $W$  de Shapiro-Wilks testa a normalidade de uma amostra, e é baseado na razão do melhor estimador imparcial linear do desvio-padrão populacional e da variância amostral, sendo também conhecido como um teste relativamente poderoso (DONG & GILES 2004).

Esse teste é aplicado em amostras com tamanho entre 3 e 2000 elementos e compara a razão de duas estimativas da variância,  $\hat{\sigma}^2$  e  $s^2$  como mostra a equação a seguir (LEE 1998):

$$W = \frac{\left[ \sum_{i=1}^n a_i x_{(i)} \right]^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (26)$$

onde:

- $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  é a média amostral;
- $a_i$  para  $i = 1, 2, \dots, n$  é um conjunto de pesos onde seus valores só dependem do tamanho da amostra  $n$ .

O teste  $W$  de Shapiro-Wilks tem estatística positiva e menor ou igual a 1, sendo que próximo a 1 indica normalidade da variável; caso contrário, será não-normal (SEN et al 2003).

Os valores críticos de  $W$  são tabelados para amostras com tamanho de até 50 elementos. Para grandes tamanhos amostrais as observações ordenadas de forma crescente podem ser tratados como independentes, logo  $W$  pode ser estendido para amostras superiores a 50 a partir da seguinte equação (LEE 1998):

$$W' = \frac{\left[ \sum_{i=1}^n m_i x_{(i)} \right]^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n m_i^2} \quad (27)$$

onde:

- $m_i$  é o valor esperado da normal padronizada, determinado a partir de tabelas.

### 3.3.3.5 Teste de Cramer-von Mises

A estatística de Cramer-von Mises ( $W^2$ ) testa a hipótese de normalidade a partir da medida da divergência integrada entre a função distribuição empírica das observações e a função distribuição esperada. O teste estatístico é calculado de acordo com a seguinte equação (TAUFER & JAMMALAMADAKA 2002):

$$W^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left( p(i) - \frac{2i-1}{2n} \right) \quad (28)$$

onde:

$$- p(i) = \Phi \left( \frac{[x(i) - \bar{x}]}{s} \right);$$

-  $\Phi$  é a função distribuição acumulativa da distribuição normal padronizada;

-  $n$  é o tamanho da amostra;

-  $\bar{x}$  e  $s$  são respectivamente a média e desvio-padrão dos dados.

A quantidade de elementos pertencentes à distribuição empírica tem que ser maior do que 7. O p-valor é calculado de uma estatística modificada a partir da equação a seguir:

$$Z = W \left( 1.0 + \frac{0.5}{n} \right) \quad (29)$$

### 3.3.3.6 Teste de Kuiper

O teste estatístico de Kuiper ( $V$ ) necessita do conhecimento a priori dos parâmetros da população, ou seja, a média e a variância, e é baseado sobre a quantidade que permanece invariante na re-parametrização. Este teste não trabalha bem com os dados localizados na cauda da distribuição. A estatística de Kuiper é definida por (THADEWALD & BUNING 2004):

$$V = D^+ + D^- \quad (30)$$

onde:

$$- D^+ = \sup_x (F_n(x) - F_0(x));$$

$$- D^- = \sup_x (F_0(x) - F_n(x)).$$

O teste estatístico de Kolmogorov-Smirnov pode ser também representado por  $D^+$  e  $D^-$ , sendo escrito como:  $D = \max(D^+, D^-)$ . Aplicando o teste de Kuiper, a hipótese nula  $H_0$  será rejeitada se:

$$V \geq k_{1-\alpha}^{(u)}$$

onde o valor de  $k_{1-\alpha}^{(u)}$  é determinado a partir de tabelas sendo dependentes do número de amostras e do nível de significância  $\alpha$  (THADEWALD & BUNING 2004).

### 3.3.3.7 Teste de Watson

Da família do Cramer-von Mises, Watson ( $U^2$ ) é um teste estatístico apoiado na função distribuição empírica, utiliza apenas uma única variável em seu cálculo e não necessita do conhecimento dos parâmetros populacionais média e desvio-padrão em sua análise.

A estatística de Watson é uma ferramenta muito poderosa na detecção de agrupamentos de valores para um ponto, ou seja, ele é muito útil na detecção de distorções na variância. Watson propôs uma estatística quadrática sobre o círculo (ASLAN & ZECH 2002):

$$U^2 = n \int_0^1 \left\{ F_n^*(x) - x - \int_0^1 [F_n^*(x) - x] dx \right\}^2 dx \quad (31)$$

O teste de Watson não é muito poderoso em situações onde o número de dados é limitado e quando a divergência da hipótese nula envolve mais de um pico. Além disso, ele é livre de distribuição e consistente contra todas as alternativas, e invariante da rotação (FELTS & GOLDIN 2001).

Alguns autores utilizam o método de Monte Carlo para estimar os valores críticos tanto para o teste de Watson quanto para o teste de Kuiper, não prejudicando a qualidade dos testes (FELTS & GOLDIN 2001).

## 3.4 Conclusão

De todos os testes estatísticos apresentados anteriormente, apenas o teste de Shapiro-Wilks não foi utilizado nessa pesquisa, isso porque todos as séries

temporais utilizadas foram superiores a 2000 elementos, e esse teste é aplicado somente para amostras inferiores ou iguais a esta quantidade.

Como não se conhecem os parâmetros populacionais das séries residuais das observáveis GPS, e sendo estes parâmetros necessários na utilização dos testes estatísticos Kolmogorov-Smirnov e Kuiper, foram utilizados para esses testes os parâmetros amostrais de cada série, tornando-os menos rigorosos.

Com o objetivo de avaliar a normalidade das observações GPS, neste capítulo foram apresentados alguns conceitos referentes à função distribuição de probabilidade, além de vários modelos de distribuição com ênfase na função distribuição normal, e testes de normalidade divididos em três métodos: gráfico, descritivo e empírico.

Além da distribuição das observações GPS, um fator que pode influenciar na precisão dos parâmetros estimados pelo processamento, é a autocorrelação das séries temporais. Os conceitos necessários para sua interpretação, assim como os métodos de análises utilizados nesta pesquisa serão apresentados no capítulo seguinte.

## 4. ANÁLISES DE SÉRIES TEMPORAIS

As ciências geodésicas assim como várias outras áreas de estudo como a economia, agronomia, meteorologia, entre outras, realizam observações que estão relacionadas com o tempo. Esse conjunto de observações é denominado séries temporais. Neste capítulo serão mostrados alguns conceitos importantes sobre séries temporais, assim como métodos de análises destas séries como forma de avaliar a autocorrelação de cada uma delas.

### 4.1 Séries temporais

Segundo CHATFIELD (1996), uma série temporal é uma coleção de observações realizadas seqüencialmente no tempo. Um exemplo de série temporal é mostrado na figura 21 a seguir, obtida a partir da determinação da variação temporal da altura de um ponto com o sistema GPS.

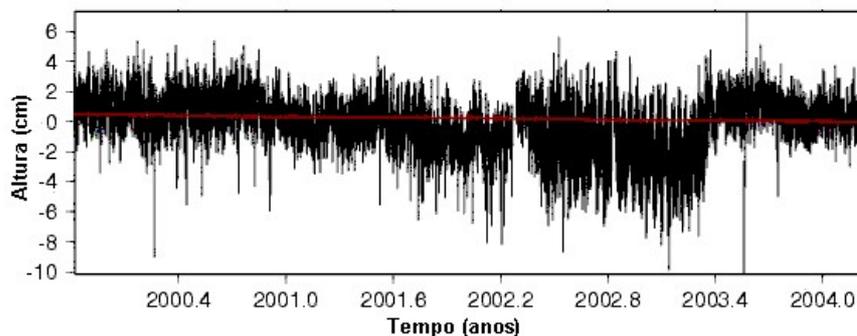


Figura 21 – Variação da altura de um ponto determinado com o GPS.

Apesar de existirem sofisticadas técnicas de análises de séries temporais fornecendo uma resposta adequada, o gráfico ainda é um bom meio de identificar algumas características dessas observações temporais, como por exemplo, tendências, sazonalidades, *outliers*. Este último corresponde aos valores aberrantes, fora dos padrões, que podem ser perfeitamente válidos, mas que por outro lado, observações extremas podem indicar, por exemplo, que os dados não são normalmente distribuídos (CHATFIELD 1996).

Uma série temporal pode ser classificada como discreta ou contínua, de acordo com a forma com que elas são obtidas. Apesar dos receptores GPS

coletarem dados continuamente no tempo, as observações são realizadas para tempos específicos igualmente espaçados, definido pelo operador através da taxa de coleta (gravação), portanto, consideraremos como série temporal discreta.

Muitas teorias estatísticas se preocupam com as amostras aleatórias de observações independentes, deixando de lado uma característica especial da análise de séries temporais, que é o fato de que observações sucessivas podem ser não independentes, e que sua análise levará em conta a ordem da série no tempo. A partir daí, pode-se definir dois tipos de séries temporais de acordo com a dependência de suas observações (CHATFIELD 1996):

- Determinística: é quando a série temporal pode ser exatamente prevista, isto é, valores futuros são exatamente determinados a partir de valores passados;
- Estocástico: é quando os valores futuros de uma série temporal são parcialmente determinados pelos valores passados, sendo que previsões exatas são impossíveis de serem realizadas.

No sistema de posicionamento global NAVSTAR-GPS, assim como em várias outras técnicas de medições, as observáveis são caracterizadas como variáveis aleatórias  $x$ , que quando agrupadas e indexadas formam um processo aleatório  $x(t)$ , definindo portanto uma série temporal. Essas variáveis aleatórias contêm ambos sinal e ruído, sendo que os parâmetros de interesses estão incluídos no sinal juntamente com parâmetros que não são de interesses. Já o ruído é uma característica inerente às observações e são, portanto, inevitáveis (PRIESTLEY 1981).

Quando se realizam observações de um fenômeno mensurável, deseja-se estimar quantidades desconhecidas (parâmetros) de uma função densidade de probabilidade (fdp). Esse processo é denominado inferência estatística. Portanto, o objetivo da análise de séries temporais é conhecer completamente ou parcialmente a função fdp (BORRE & TIBERIUS 2000).

#### 4.1.1 Tipos de variações em séries temporais

Alguns tipos de variações podem ser encontrados em séries temporais, as quais fornecem informações que auxiliam na descrição, explicação, previsão e controle das variáveis em estudo. Algumas dessas variações serão descritas a seguir:

- Tendência: como o próprio nome diz, é um movimento suave que expressa uma tendência nas observações, aumentando ou diminuindo gradualmente. Geralmente é causada por fatores que são medidos durante períodos longos de tempo (MORETTIN & TOLOI 1987). A figura 22 mostra uma série temporal com forte tendência.

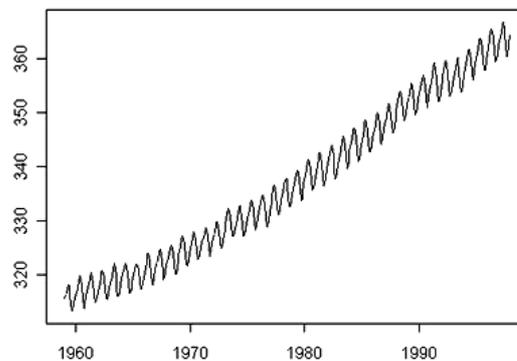


Figura 22 – Série temporal com tendência.

- Efeito sazonal: são variações intra-anuais, ou seja, mensal, trimestral ou diário que ocorrem nas séries temporais apresentando uma periodicidade em seus gráficos. Esse efeito ocorre principalmente em séries que representam a temperatura de um local, como mostra a figura 23, adaptada de CHATFIELD (1996):

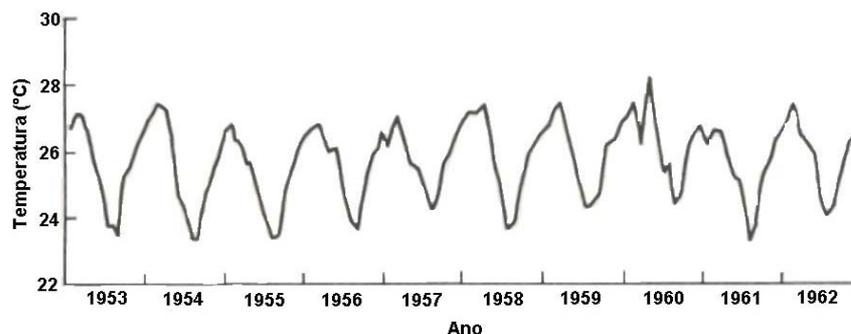


Figura 23 – Temperatura média de Recife em meses sucessivos.

- Componente aleatória: após a remoção dos efeitos de tendência e sazonalidade em uma série temporal, a parte que sobra é a componente aleatória. A suposição inicial é que ela seja uma série puramente aleatória ou ruído branco (MORETTIN & TOLOI 1987). Um exemplo de série aleatória é mostrado na figura 24.

#### 4.1.2 Processos estocásticos

Muitos processos físicos existentes no mundo real, envolvem um elemento aleatório em sua estrutura, tornando-se praticamente inerente às observações, como é o caso da maioria das medições realizadas com o NAVSTAR-GPS (TIBERIUS & BORRE 1999). Esta componente aleatória está presente em cada uma das observáveis de uma série temporal. Portanto, séries temporais são trajetórias ou realizações de um processo estocástico (MORETTIN 1999).

Matematicamente falando, um processo estocástico pode ser definido como uma coleção de variáveis aleatórias ordenadas no tempo de acordo com as leis probabilísticas e definidas para um conjunto de pontos que podem ser discretos ou contínuos (CHATFIELD 1996).

Um simples, mas útil caminho, para descrever um processo estocástico é determinar os momentos amostrais deste processo, principalmente os momentos de primeira e segunda ordem, chamados respectivamente de função média e função variância, definidos a seguir (CHATFIELD 1996):

- A função média  $\mu(t)$  é definida por:

$$\mu(t) = E[X(t)]$$

- A função variância  $\sigma^2(t)$  é definida por:

$$\sigma^2(t) = \text{Var}[X(t)]$$

Serão descritos a seguir alguns diferentes tipos de processos estocásticos que podem ser úteis para estabelecer um modelo para séries temporais GPS (CHATFIELD 1996):

### - Processo puramente aleatório

Um processo estocástico é chamado de puramente aleatório, se ele consiste de uma seqüência de variáveis aleatórias, as quais são mutuamente independentes e identicamente distribuídas (IID). A partir dessa definição segue-se que o processo puramente aleatório tem média e variância constantes e que:

$$\begin{aligned} \gamma(\tau) &= \text{cov}(x_t, x_{t+\tau}) = 0 \\ \rho(\tau) &= \begin{cases} 1 & \tau = 0 \\ 0 & \tau \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (32)$$

onde:

- $\gamma(\tau)$  é a covariância entre variáveis separadas por um intervalo  $\tau$ ;
- $\rho(\tau)$  é a autocorrelação entre variáveis separadas por um intervalo  $\tau$ .

Um processo puramente aleatório é às vezes chamado de ruído branco, por não haver correlação entre suas observações sucessivas.

### - Processo de média móvel

Supondo que  $\{Z_t\}$  seja um processo puramente aleatório com média zero e variância  $\sigma_z^2$ , um processo  $\{X_t\}$  é chamado processo de média móvel de ordem  $q$ , abreviado por MA( $q$ ) se (GALBRAITH et al 2002):

$$X_t = Z_t + \beta_1 Z_{t-1} + \dots + \beta_q Z_{t-q} \quad (33)$$

onde  $\{\beta_i\}$  são coeficientes com valores constantes, e  $Z_t \sim \text{WN}(0, \sigma^2)$ . A média, variância e a função autocorrelação (ac.f) de um processo MA( $q$ ) é dado por:

$$\begin{aligned} E(X) &= 0 \\ \text{Var}(X_t) &= \sigma_z^2 \sum_{i=0}^q \beta_i^2 \end{aligned}$$

$$\rho(\tau) = \begin{cases} 1 & \tau = 0 \\ \sum_{i=0}^{q-\tau} \beta_i \beta_{i+\tau} / \sum_{i=0}^q \beta_i^2 & \tau = 1, \dots, q \\ 0 & \tau > q \\ \rho(-\tau) & \tau < 0 \end{cases} \quad (34)$$

### - Processo autoregressivo de primeira ordem

Da mesma forma que no processo anterior, supondo que  $\{Z_t\}$  seja um processo puramente aleatório com média zero e variância  $\sigma_z^2$ ,  $\{X_t\}$  será um processo autoregressivo de primeira ordem, abreviado de AR(1) se:

$$X_t = \alpha X_{t-1} + Z_t$$

onde  $\alpha$  é um parâmetro que pode ou não variar ao longo do tempo. Esse processo é também chamado de processo Markov. Quando as observáveis são correlacionadas pelo AR(1), uma formulação equivalente pode ser dada com variáveis não-correlacionadas. Este procedimento é usado para controlar a correlação temporal em processamento de dados recursivos. A média, variância e ac.f são dados por:

$$\begin{aligned} E(X_t) &= 0 \\ \text{Var}(X_t) &= \sigma_z^2 (1 + \alpha^2 + \alpha^4 + \dots) \\ \rho(\tau) &= \alpha^{|\tau|} \end{aligned} \quad (35)$$

#### 4.1.3 Séries temporais estacionárias

Uma série temporal é dita estacionária quando suas propriedades estatísticas não mudam com o tempo, ou seja, a média e o desvio-padrão são invariantes no tempo, conseqüentemente não há tendências presentes nas séries (STRANG & BORRE 1997). Matematicamente falando, podemos dizer que uma série temporal é estacionária se a distribuição conjunta  $X(t_1), \dots, X(t_n)$  é a mesma para a distribuição conjunta  $X(t_1+\tau), \dots, X(t_n+\tau)$ , para todos os  $t_1, \dots, t_n, \tau$  (CHATFIELD 1996). Ou seja:

$$f(X_{t_1}) = f(X_{t_1+\tau})$$

as distribuições são invariantes por translações no tempo. Portanto, segue-se que:

$$\begin{aligned} E(X_{t_1}) &= E(X_{t_1+\tau}) \\ \text{Var}(X_{t_1}) &= \text{Var}(X_{t_1+\tau}) \end{aligned}$$

a média e a variância de uma série estacionária são constantes independentes do instante  $t$  (MORETTIN & TOLOI 1987).

Na maioria dos casos segundo BORRE & TIBERIUS (2000), a média e o desvio-padrão das observações GPS dispostas em uma série temporal, encontram-se razoavelmente constantes, exceto para baixas elevações dos satélites (aproximadamente  $< 30^\circ$ ). Um dos principais motivos para que as observações GPS possam não se comportar de forma estacionária, são os efeitos não modelados que permanecem nas equações de observações, como por exemplo o multicaminhamento mostrado no item 2.5.5.

## 4.2 Função autocovariância e autocorrelação

Uma das ferramentas mais importantes de análise de séries temporais, as quais descrevem as propriedades de um processo estocástico estacionário, são as funções autocovariância e autocorrelação (FULLER 1996). Estas funções serão definidas nos tópicos seguintes juntamente com suas características principais.

### 4.2.1 Função autocovariância

A função autocovariância (acv.f.) tem como característica determinar a covariância entre variáveis aleatórias de um processo estocástico, ou seja, a covariância entre  $X(t_1)$  e  $X(t_2)$ . Denomina-se autocovariância e não covariância porque ela é aplicada em uma seqüência de variáveis aleatórias de uma mesma amostra. Quando  $t_1 = t_2$  a função autocovariância se reduz a uma função variância. Portanto, a função variância é um caso particular da função covariância (CHATFIELD 1996).

Enquanto a média amostral é um estimador natural para considerar a média de uma série temporal estacionária, um número de estimadores tem sido proposto para a função autocovariância.

Os coeficientes de autocovariância  $\gamma(\tau)$ , onde as observações são separadas por um intervalo (lag)  $\tau$ , podem ser determinados através das equações mostradas a seguir, que variam de acordo com as suas características específicas (CHATFIELD 1996):

- O estimador mais usado para acv.f. é o coeficiente de autocovariância teórico definido pela seguinte equação:

$$\gamma(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-|\tau|} (x_t - \mu)(x_{t+|\tau|} - \mu) \quad (36)$$

onde:

- $N$  = tamanho da amostra;
- $\mu$  = média ou primeiro momento da população.

O desvio-padrão em  $\gamma(\tau)$  é da ordem de  $1/N$ . Estes coeficientes sucessivos podem ser altamente correlacionados, e conseqüentemente dificultar a interpretação do correlograma.

- Um estimador alternativo utilizado por alguns autores para o cálculo dos coeficientes de autocovariância é dado pela seguinte equação:

$$\gamma'(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{t=1}^{N-|\tau|} (x_t - \mu)(x_{t+|\tau|} - \mu) \quad (37)$$

onde apresenta um menor desvio-padrão, mas em compensação um erro médio quadrático maior.

- Um terceiro método para estimar acv.f. é o método de Quenouille de redução de desvios, também conhecido como estimador jackknife. Neste procedimento a série é dividida em duas, e a acv.f. amostral é estimada a partir de cada divisão e também da série inteira. Se os três resultados estimados para a autocovariância forem denotados por  $\gamma_1(\tau)$ ,  $\gamma_2(\tau)$  e  $\gamma(\tau)$ , o estimador jackknife é dado por:

$$\tilde{\gamma}(\tau) = 2\gamma(\tau) - \frac{1}{2}[\gamma_1(\tau) + \gamma_2(\tau)] \quad (38)$$

Esse estimador além de reduzir o desvio-padrão de  $1/N$  para a ordem de  $1/N^2$ , proporciona uma vantagem extra de permitir que se possa ver se ambas as divisões da série temporal possuem propriedades similares, e conseqüentemente verificar se a série é estacionária. Mas ele tem a desvantagem de requerer computação extra.

Devido a sua grande utilização, e ao fato de que os valores obtidos por cada estimador da autocovariância não diferenciam significativamente entre si quando o número de observações  $N$  é grande, faz com que nos preocupemos apenas com o coeficiente de autocovariância teórico.

A função autocovariância é caracterizada por algumas propriedades importantes, as quais algumas delas serão mostradas a seguir (FULLER 1996):

- A função autocovariância de uma série temporal estacionária é definida como não-negativa;
- A função autocovariância de uma série temporal estacionária com valores reais é igualmente uma função de  $\tau$ , isto é:

$$\gamma(\tau) = \gamma(-\tau)$$

#### 4.2.2 Função autocorrelação

Uma característica muito importante em séries temporais, e que muitas vezes é negligenciada, é a correlação entre observações de uma mesma série, denominada autocorrelação. Em observações NAVSTAR-GPS, essa autocorrelação pode estar presente, afetando a qualidade dos resultados, quando não considerada.

A função autocorrelação ac.f é uma importante ferramenta para analisar as propriedades de séries temporais, e tem como objetivo determinar o coeficiente de correlação entre as observações de uma mesma série, separadas por um intervalo

de tempo denominado lag ( $\tau$ ). Este coeficiente ajuda a visualizar o modelo de probabilidade a qual gera os dados (CHATFIELD 1996).

Um coeficiente muito conhecido e utilizado na estatística básica é o coeficiente de correlação amostral  $r$ , que mede a relação linear entre duas ou mais variáveis diferentes, conforme mostra a equação a seguir para duas variáveis  $x$  e  $y$ :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\left[ \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right]}} \quad (39)$$

onde:

$$- \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \text{ é a média da amostra } x; \quad y = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} \text{ é a média da amostra } y.$$

O coeficiente de autocorrelação difere do coeficiente de correlação pelo fato de que o primeiro considera a relação entre variáveis aleatórias de uma mesma série, enquanto que o segundo mede a relação entre variáveis aleatórias de séries diferentes. A equação que determina a função autocorrelação  $\rho(\tau)$  para um intervalo (lag)  $\tau$  é similar a que foi mostrado anteriormente para correlação linear, diferenciando pela quantidade de variáveis utilizadas, como mostra a equação a seguir (CHATFIELD 1996):

$$\rho(\tau) = \frac{\sum_{t=1}^{N-|\tau|} (x_t - \mu)(x_{t+\tau} - \mu)}{\sum_{t=1}^N (x_t - \mu)^2} \quad \text{ou} \quad \rho(\tau) = \frac{\gamma(\tau)}{\gamma(0)} \quad (40)$$

onde:

- $\gamma(0) = \sigma^2$  é a variância da série temporal;
- $\gamma(\tau)$  é a autocovariância para um intervalo  $\tau$ .

De acordo com esta última equação, a função autocorrelação pode também ser referida como função autocovariância normalizada, assumindo valores que

variam de  $-1$  a  $1$  para qualquer intervalo  $\tau$ . Ele assume valor  $1$  quando o intervalo  $\tau$  for igual a  $0$  (FULLER 1996).

Um processo de ruído puramente aleatório, produz uma seqüência de variáveis aleatórias não correlacionadas (mas não necessariamente independentes) resultando no seguinte esquema para o coeficiente de autocorrelação (BORRE & TIBERIUS 2000):

$$\rho(\tau) = \begin{cases} 1 \rightarrow \tau = 0 \\ 0 \rightarrow \tau \neq 0 \end{cases}$$

A seguir são apresentadas algumas propriedades da função autocorrelação  $\rho(\tau)$  aplicada a um processo estocástico estacionário  $X(t)$ , com média  $\mu$ , variância  $\sigma^2$  e função autocovariância  $\gamma(\tau)$  (CHATFIELD 1996):

- 1ª Propriedade: A função ac.f é simétrica com relação aos intervalos entre amostras, ou seja, a correlação entre  $X(t)$  e  $X(t+\tau)$  é a mesma da calculada entre  $X(t)$  e  $X(t-\tau)$  :

$$\rho(\tau) = \rho(-\tau)$$

O correlograma mostra com nitidez esta propriedade.

- 2ª Propriedade: O módulo da função ac.f é sempre menor ou igual a  $1$ . Esta é a propriedade usual de uma correlação:

$$|\rho(\tau)| \leq 1$$

- 3ª Propriedade: Falta de singularidade. Embora um processo estocástico tenha uma única estrutura de covariância, nem sempre sua conversão é verdadeira. Portanto, é possível encontrar muitos processos estocásticos com distribuição normal e não-normal com a mesma ac.f. Para um processo normal estacionário o qual é completamente definido pela média, variância e ac.f, a condição de invertibilidade é requerida para satisfazer a singularidade.

### 4.3 Correlograma

A partir do momento em que se determinam os coeficientes de autocorrelação de uma série temporal, é de fundamental importância saber analisá-los e tirar as conclusões necessárias sobre o conjunto de observações realizadas. Uma ferramenta muito útil na interpretação de um conjunto de coeficientes de autocorrelação é um gráfico chamado correlograma, onde  $\rho(\tau)$  está em função do intervalo de tempo  $\tau$  (CHATFIELD 1996).

Nos tópicos seguintes serão discutidos alguns métodos que podem ser utilizados para analisar o conjunto de coeficientes de autocorrelação de uma série temporal.

#### 4.3.1 Interpretando o correlograma

Nem sempre interpretar um gráfico é uma tarefa simples, principalmente quando se trata de um correlograma. É preciso ter conhecimento sobre séries temporais, além é claro, de um pouco de experiência. A seguir são descritas algumas características do correlograma de acordo com sua respectiva série temporal (CHATFIELD 1996):

##### - Série aleatória

Se uma série temporal é completamente aleatória, então para uma grande quantidade de observações  $N$ ,  $\rho(\tau) \cong 0$  para todos os  $\tau \neq 0$ , tendo aproximadamente uma distribuição  $N(0, 1/N)$ . A figura 24 adaptada de CHATFIELD (1996), mostra tanto a série temporal quanto o seu correlograma.

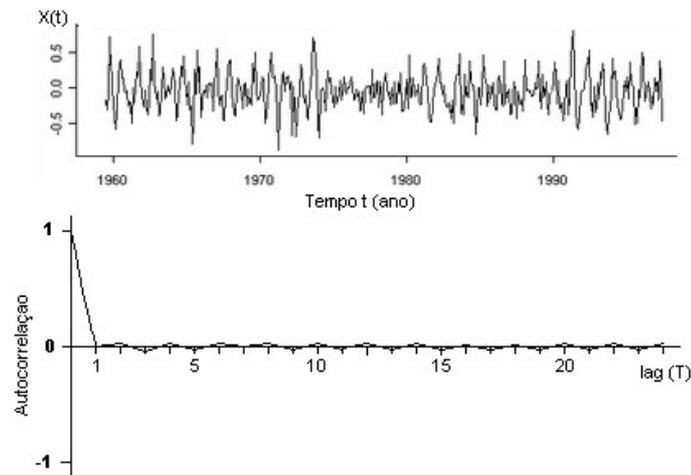


Figura 24 – Série temporal aleatória e seu correlograma.

### - Série não estacionária

Se uma série temporal contém uma tendência, então os valores do  $\rho(\tau)$  não serão iguais a zero, exceto para valores muito grande do intervalo  $\tau$ . A figura 25, adaptada de CHATFIELD (1996) mostra uma série temporal não estacionária juntamente com seu correlograma.

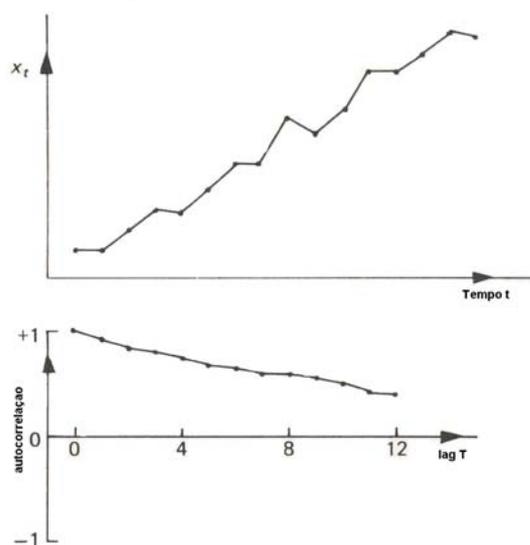


Figura 25 – Série não estacionária com seu correlograma.

### - Flutuação sazonal

Se uma série temporal contém um efeito sazonal, então seu correlograma também exibirá uma oscilação com a mesma frequência. A figura 23 mostra

uma série com flutuações sazonais. A figura 26 adaptada de CHATFIELD (1996) mostra o seu correlograma.

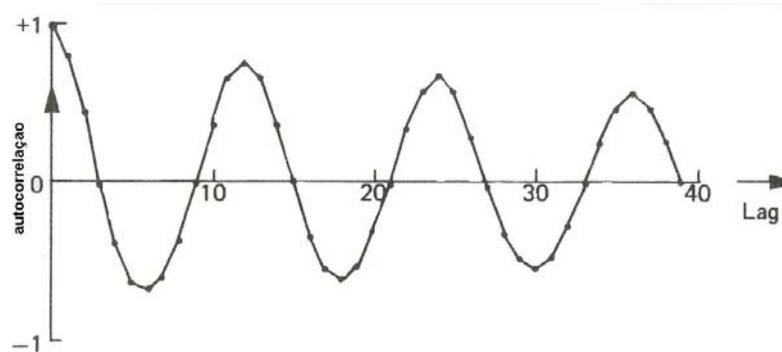


Figura 26 – Correlograma da série sazonal da figura 23.

### 4.3.2 Erro padrão dos coeficientes de autocorrelação

Uma forma de testar se o coeficiente de autocorrelação amostral (e autocorrelação parcial) é significativamente igual a zero, é especificando no correlograma a distribuição dos estimadores padrão dos coeficientes de autocorrelação (LEVICH & RIZZO 1998).

Para testar a hipótese nula de não autocorrelação (ou autocorrelação parcial) para um nível de significância de 5%, para um intervalo  $k$ , basta simplesmente comparar o valor do coeficiente amostral com o valor crítico calculado a partir da seguinte equação (LEVICH & RIZZO 1998):

$$\rho_c = \pm \frac{1.96}{\sqrt{N}} \quad (41)$$

onde:

- $\rho_c$  é o valor crítico do coeficiente de autocorrelação para um nível de significância de 5%;
- $N$  é o tamanho da amostra.

Portanto, no correlograma essa região crítica será apresentada por duas linhas retas paralela e simétricas ao eixo  $x$  (figura 27). Se o valor do coeficiente de

autocorrelação estiver fora dessa região a hipótese nula é rejeitada para um nível de 5% de significância (LEVICH & RIZZO 1998).

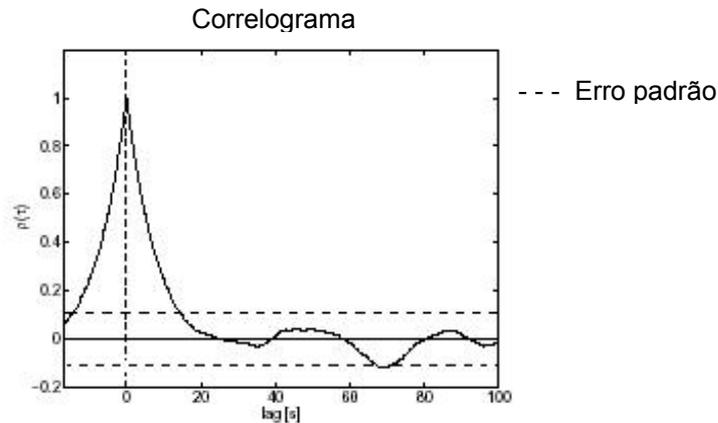


Figura 27 – Região crítica formada pelo erro padrão.

#### 4.4 O teste de Ljung- Box

O teste estatístico de Ljung-Box também conhecido como teste de portmanteau testa a autocorrelação em uma série temporal, seguindo uma distribuição Q, com as seguintes hipóteses (BRUGGEMANN et al 2004):

$H_0 : \rho(\tau) = 0 \rightarrow \tau \neq 0$  não existe autocorrelação na série;

$H_a : \rho(\tau) \neq 0$  existe pelo menos um lag autocorrelacionado.

Percebe-se a partir das hipóteses que o teste de Ljung-Box determina se uma série temporal é correlacionada ou não, mas ele não consegue mostrar em qual intervalo lag a série temporal é correlacionada (INOUE & SOLON 2004).

O teste de Ljung-Box é baseado no gráfico da autocorrelação, portanto, em vez de testar a aleatoriedade para cada lag distinto, ele testa a aleatoriedade completa determinada sobre um número de lags.

Ao contrário de alguns testes, o Ljung-Box testa a autocorrelação para todas as ordens de regressão. Ele foi originalmente desenvolvido para testar a autocorrelação em equações simples (HATEMI 2002).

A equação que define o teste de Ljung-Box é mostrada a seguir (PENA & RODRÍGUEZ 2002):

$$Q_{LB} = n(n+2) \sum_{\tau=1}^m (n-\tau)^{-1} \rho(\tau)^2 \quad (42)$$

onde:

- $Q_{LB}$  = valor para o teste de Ljung-Box;
- $n$  = tamanho da série temporal;
- $m$  = quantidade de lags sendo testado.

Quando  $m$  é pequeno, o tamanho estimado de  $Q_{LB}$  pode ser melhorado usando a distribuição escalada  $\chi^2$ . Outro fator importante é que, calculando  $Q_{LB}$  com muitos resíduos de autocorrelação, reduz-se o poder do teste de Ljung-Box (PENA & RODRÍGUEZ 2002).

Para um nível de significância  $\alpha$  adotado, a hipótese de aleatoriedade é rejeitada se (DOORNIK 1996):

$$Q_{LB} > \chi_{1-\alpha, h}^2$$

onde:

- $\chi^2$  é a função ponto percentual da distribuição do qui-quadrado;
- $h$  é o número de intervalo sendo testado.

## 4.5 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados alguns conceitos sobre análises de séries temporais, função autocovariância e autocorrelação, métodos de análises de autocorrelação tais como correlograma e o teste de Ljung-Box, com o objetivo de avaliar a correlação temporal para cada série residual de cada observável GPS utilizada no processamento. Os resultados das análises de autocorrelação, assim como das análises de normalidade, para as observações GPS realizadas nessa pesquisa, serão apresentadas no capítulo seguinte.

## 5. METODOLOGIA APLICADA

Neste capítulo, será apresentada passo a passo, a metodologia aplicada, assim como os materiais utilizados neste trabalho, cujo objetivo é testar as hipóteses estabelecidas referentes ao Sistema de Posicionamento Global. Assim, serão descritos aqui, os procedimentos utilizados para a realização do levantamento GPS, do processamento das observações GPS, das análises estatísticas, e dos programas utilizados.

As hipóteses estabelecidas neste trabalho, as quais foram avaliadas através dos testes estatísticos específicos aplicados sobre as séries residuais de um processamento GPS são:

- Normalidade das observações GPS;
- Processo não correlacionado (ruído branco) das observações GPS.

Cada experimento é descrito passo a passo, a fim de elucidar todo o processo realizado e sua importância quando executada cuidadosamente, considerando todos os fatores que possam influenciar nos resultados. Esses experimentos podem ser divididos em quatro fases, a saber:

- Planejamento das observações GPS;
- Levantamento das observações GPS;
- Processamento das observações GPS;
- Análises estatísticas dos resíduos da linha de base GPS.

### 5.1 Planejamento das observações GPS

O planejamento das observações consiste basicamente em se escolher qual o melhor horário previsto de um dia pré-estabelecido, para a realização do levantamento GPS, no que diz respeito à quantidade de satélites visíveis e sua configuração geométrica em relação ao ponto levantado.

Uma das formas utilizadas para se realizar um planejamento é através de módulos de planejamento que vêm incluídos na maioria dos programas comerciais de processamento de dados GPS. No presente trabalho, foi utilizado o módulo QuickPlan do Programa GPSurvey. Através da posição aproximada do ponto a ser levantado, e de um arquivo enviado pelo satélite denominado almanaque, obtém-se os DOPs e o número de satélites visíveis.

Para os levantamentos GPS realizados nessa pesquisa, a quantidade de satélites disponíveis era sempre superior ao número de canais do receptor utilizado (8 canais), e sua geometria estava sempre favorável para um levantamento preciso e de qualidade. Além disso, no posicionamento relativo a geometria dos satélites tem pouca influência nos resultados.

## **5.2 Levantamento das observações GPS**

Na realização do levantamento das observações GPS, foram utilizados um par de receptores de dupla frequência, modelo RASCAL pertencente ao Departamento de Engenharia Cartográfica, coletando observações simultâneas durante um certo período de tempo. Cada receptor, com taxa de gravação de 1 segundo, utilizando máscara de elevação de 10°.

A utilização da taxa de gravação de 1 segundo decorre do fato de que quanto menor a taxa, maior será a quantidade de observações, e teoricamente em consequência disso, menor será o tempo necessário de ocupação em um determinado ponto. Em contrapartida, quanto menor for a taxa de gravação, mais chances as observações terão de serem correlacionadas (BORRE & TIBERIUS 2000), colocando em dúvida, caso ocorra a correlação, a precisão do levantamento GPS com tais características.

Os pontos da linha de base ocupados pelos receptores GPS estão localizados no campus da UFPE. A escolha desses pontos seguiu algumas características, conforme mostra os itens abaixo:

- Linha de base curta, ou seja, pequena distância entre os dois pontos observados simultaneamente. Isso tem como objetivo eliminar ou diminuir significativamente a maioria dos erros sistemáticos e alguns inerentes às observações (item 2.5);
- Inexistência de superfícies que possam acarretar perdas do sinal, e conseqüentemente perdas de ciclo, dificultando assim a resolução das ambigüidades;
- O ponto UFPE pertencente à Rede Nacional GPS, está localizado na parte superior do prédio da Escola de Engenharia, e consiste em um marco de concreto com centragem fixa, cujas coordenadas foram obtidas através de levantamentos com a tecnologia GPS, a partir de 1991;
- O ponto AUX também localizado na parte superior do prédio da Escola de Engenharia, consiste em um ponto com centragem fixa, distante 3,879 metros do ponto UFPE. Suas coordenadas foram determinadas utilizando o posicionamento relativo GPS durante um período de observação superior a quatro horas, em vários dias. Na determinação das coordenadas do ponto AUX, o ponto UFPE foi considerado como referência, com suas coordenadas conhecidas e livres de erros.

A figura 28 a seguir, mostra a linha de base obtida a partir dos dois pontos considerados, UFPE e AUX. Abaixo são apresentadas as coordenadas geodésicas referentes a cada ponto no sistema WGS-84.



Figura 28 – Linha de base do levantamento GPS.

$$\begin{aligned}
 \text{UFPE} &= \begin{cases} \varphi = 08^{\circ}03'10,90236''\text{S} \\ \lambda = 34^{\circ}57'16,93763''\text{W} \\ h = 49,0530\text{m} \end{cases} \\
 \text{AUX} &= \begin{cases} \varphi = 08^{\circ}03'10,88056''\text{S} \\ \lambda = 34^{\circ}57'17,08130''\text{W} \\ h = 48,3584\text{m} \end{cases}
 \end{aligned}$$

As observações GPS foram realizadas em cinco dias diferentes durante o ano de 2004, com o intuito de disponibilizar uma quantidade suficiente de dados para as devidas análises. Além disso, em cada dia os horários das observações foram diferentes, procurando assim condições de observações diversas (configuração e elevação dos satélites, diferentes condições da refração atmosférica). Diferentes condições são importantes para que se possa analisar se alguns fatores influenciaram no resultado.

Um outro fator que deve ser considerado é que apesar dos receptores possuírem 8 canais e a linha de base ser pequena, cada um dos receptores não coletaram observações dos mesmos satélites, ou seja, os 8 satélites rastreados pelo receptor na estação UFPE, não necessariamente eram os mesmos 8 satélites rastreados na estação AUX. Geralmente a simultaneidade era entre 6 satélites. Isso é provavelmente devido ao fato de que a disponibilidade de satélites no instante da coleta dos dados foi superior a 8, que é o número de canais do tipo do receptor utilizado, e a escolha dos satélites a serem rastreados pelos receptores foram diferentes. Daí, verifica-se que o número de pares de satélites considerados na tabela 4 é inferior à capacidade total que poderia ser observada para o par de receptores utilizados.

### 5.3 Processamento das observações GPS

Após a realização das observações GPS, os dados foram descarregados através de um programa específico, e armazenados no computador. Para processar esses dados, primeiramente é necessário verificar se o programa de processamento trabalha com a extensão bruta dos arquivos GPS coletados, ou a partir desses arquivos brutos, transformá-los em um arquivo padrão denominado RINEX. Nesta

pesquisa as observações brutas do receptor RASCAL foram transformadas em arquivos RINEX utilizando o programa GRAFNAV. A partir desses arquivos, podem-se utilizar diversos programas de processamento GPS.

Nesta pesquisa foram utilizados dois programas para o processamento das observações GPS: o software comercial GPSurvey da Trimble, e uma rotina desenvolvida pelo autor, em linguagem MATLAB denominado ResGPS, ambos utilizando os arquivos RINEX das observações.

### **5.3.1 Processamento com o GPSurvey**

O GPSurvey, assim como a maioria dos softwares comerciais para processamento das observações GPS, utiliza a dupla diferença (item 2.3) como o modelo matemático básico para o posicionamento relativo. Esse modelo pode ser aplicado a cada uma das observáveis GPS ou através de uma combinação entre essas observáveis.

Como o GPSurvey utiliza a dupla diferença para o modelo matemático, os resíduos do processamento da linha de base para cada observável serão fornecidos para cada par de satélites, sendo que um desses satélites é caracterizado como de referência, geralmente o mais elevado, e o outro formando a dupla diferença juntamente com os dois pontos da linha de base.

Os resíduos do processamento da linha de base são gerados pelo GPSurvey e mostrados apenas em forma de gráfico, juntamente com as características amostrais de cada série temporal, a saber: média, desvio-padrão, máximo e mínimo. Nos métodos de análises estatísticas utilizados nessa pesquisa para avaliar a distribuição e autocorrelação das séries residuais, é necessário o conhecimento do valor de cada resíduo. Entretanto, o gráfico gerado pelo GPSurvey mostra simplesmente o comportamento temporal de cada série, não havendo como realizar análises estatísticas quanto à sua distribuição e autocorrelação a partir dos métodos propostos, apenas análises intuitivas, subjetivas e não quantitativas. Um exemplo desses gráficos dos resíduos GPS fornecidos pelo GPSurvey, é mostrado na figura 29 a seguir:

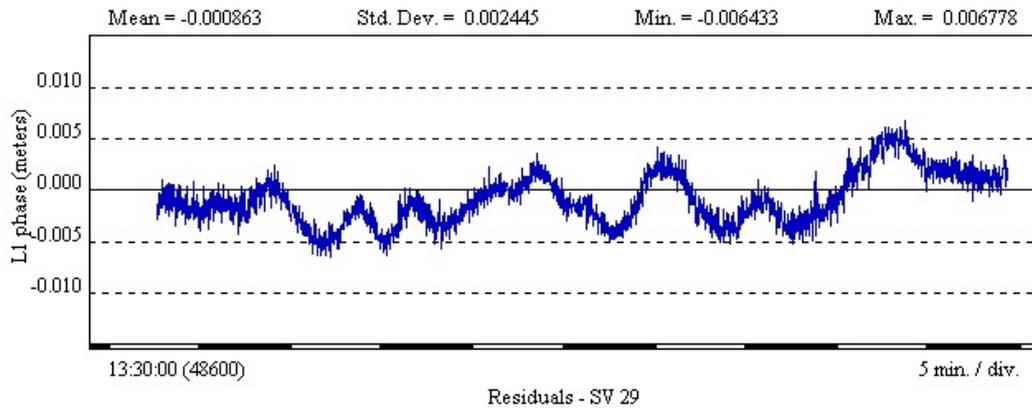


Figura 29 – Resíduos do processamento de uma linha de base com GPSurvey.

Como o GPSurvey não fornece os valores individuais de cada resíduo, torna-se necessário o processamento das observações GPS em outro programa, o qual satisfaça essa condição. A solução então, foi desenvolver um programa em linguagem MATLAB denominado ResGPS e descrito no tópico seguinte.

Apesar de não fornecer os resíduos individualmente, o GPSurvey foi utilizado nessa pesquisa como forma de avaliar a qualidade do resultado do processamento GPS utilizando o programa ResGPS. Essa avaliação consiste simplesmente em comparar visualmente a semelhança entre os gráficos de cada processamento obtido pelos dois programas, utilizando as mesmas observáveis e pares de satélites, assim como os mesmos arquivos de navegação e observação.

### 5.3.2 Processamento com o ResGPS

O programa ResGPS foi desenvolvido pelo autor em uma rotina MATLAB, com a finalidade de obter os resíduos do processamento de uma linha de base GPS, a partir dos dados de navegação e observação contidos nos arquivos RINEX fornecidos pelos receptores.

Este programa, assim como o GPSurvey, utiliza também a dupla diferença (item 2.3) das observáveis como modelo matemático básico. Com isso, requer o conhecimento do satélite de referência para formar os pares de satélites, juntamente

com os pontos rastreados. Este método é o mais comum entre os softwares de processamento GPS.

Algumas considerações importantes quanto ao programa ResGPS são feitas a seguir, como forma de elucidar melhor seu funcionamento e exigências no seu processamento:

- Ele foi desenvolvido com a finalidade de obter os resíduos do processamento da linha de base GPS, exigindo o conhecimento das coordenadas precisas dos dois pontos considerados no levantamento;
- Tanto as observações da fase L1 quanto da fase L2 terão que ser isentas de perda de ciclo, ou seja, no processamento há apenas uma incógnita referente à ambigüidade para cada observável de fase utilizada;
- O processamento da linha de base é realizado com observações coletadas simultaneamente, ou seja, um par de receptores rastreando dados GPS em dois pontos distintos no mesmo horário;
- O ResGPS não utiliza nenhum modelo para a correção de alguns erros remanescentes do processamento relativo, tais como, efeitos da ionosfera e troposfera, entre outros. Por isso, sua utilização fica restrita a pequenas distâncias de linha de base;
- Outro fator importante no processamento GPS com o ResGPS, é que os relógios dos receptores envolvidos não devem possuir qualquer forma de falta de sincronismo, ou seja, atrasos ou adiantamentos. Isso é constatado através dos arquivos de observação.

Satisfazendo todas as exigências acima, o ResGPS após o processamento da linha de base fornece os resíduos do ajustamento das observações redundantes para cada uma das observáveis utilizadas no processamento, para cada par de

satélites considerados. O fluxograma apresentado na figura 30 a seguir, mostra todo o procedimento utilizado pelo programa ResGPS na obtenção das séries residuais.

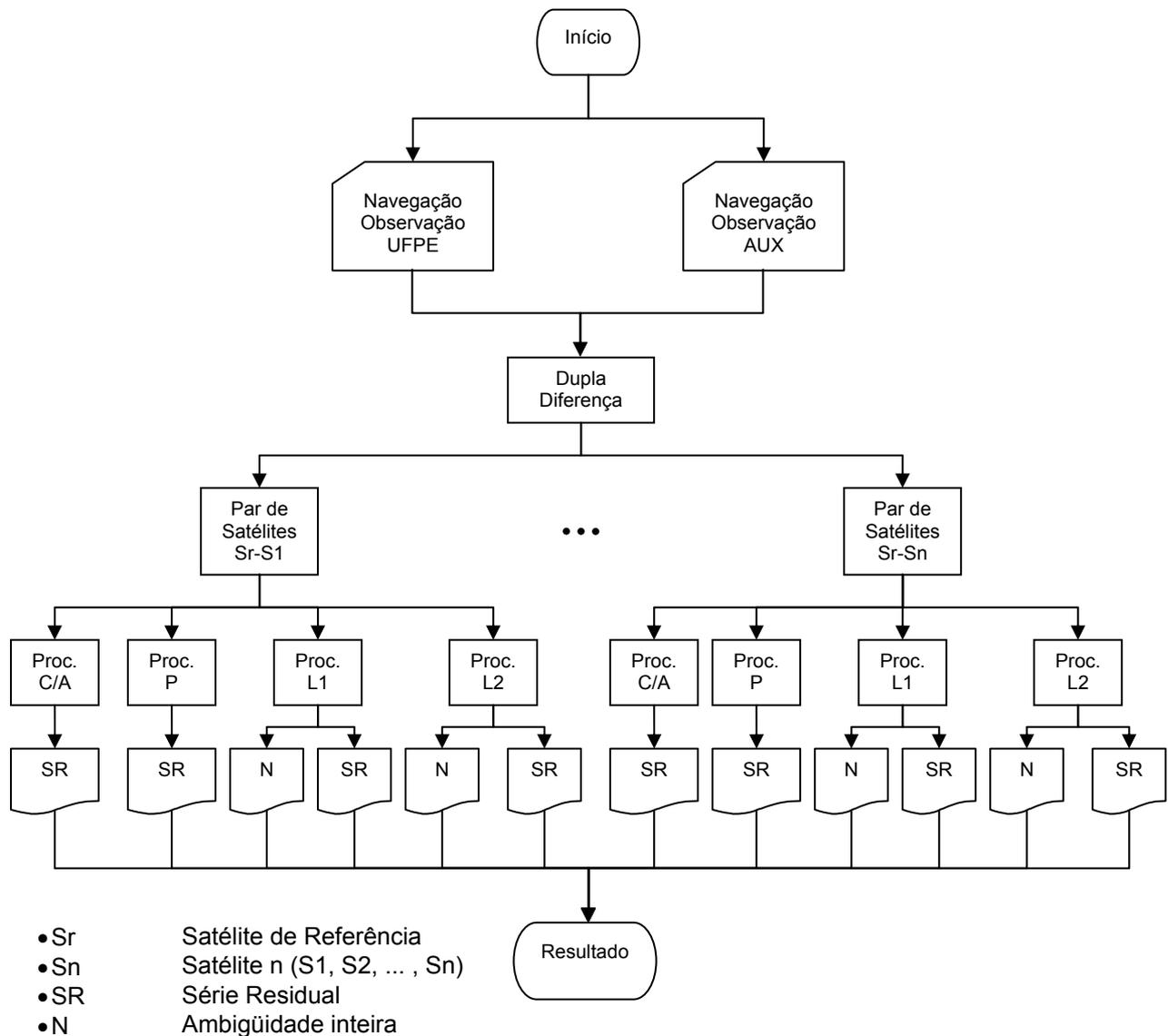


Figura 30: Fluxograma de funcionamento do programa ResGPS.

Após a aquisição dos resíduos da linha de base com o ResGPS, torna-se necessário a avaliação de sua qualidade. Uma forma de realizar essa avaliação é comparar através dos gráficos os resíduos obtidos a partir do ResGPS com aqueles obtidos com o software GPSurvey, utilizando os mesmos dados, as mesmas observáveis e os mesmos pares de satélites. Essa comparação será realizada no tópico seguinte.

### **5.3.3 Comparação dos resíduos obtidos com GPSurvey e ResGPS**

Como serão realizadas análises estatísticas e descritivas dos resíduos do processamento da linha de base obtidos com o ResGPS, é preciso primeiramente, realizar uma análise qualitativa desses dados. Uma forma encontrada foi comparar graficamente o comportamento temporal dos resíduos, assim como os resultados obtidos, tanto com o software GPSurvey quanto com o ResGPS. Cada série temporal representa o resultado obtido por cada um dos programas, utilizando os mesmos parâmetros no processamento.

### **5.4 Análises estatísticas dos resíduos da linha de base GPS**

Conforme mencionado no início deste capítulo, as análises estatísticas assim como outras análises realizadas nesta pesquisa, tiveram como objetivo principal avaliar a distribuição dos resíduos das séries temporais a partir de uma distribuição teórica (normal), assim como a autocorrelação de cada uma dessas séries com relação ao tempo. Essas análises dividiram-se em dois tópicos:

- Análise da distribuição dos resíduos;
- Análise da autocorrelação das séries temporais.

Cada um desses tópicos está subdividido em vários métodos utilizados na realização das análises em questão. Os métodos que utilizam testes estatísticos para avaliar as hipóteses de normalidade e autocorrelação das observações GPS, trabalham em cima de hipóteses, onde aceitam ou rejeitam conforme mostra a figura 19 da página 45. Neste trabalho, o nível de significância  $\alpha$  adotado foi de 5%, ou seja, o teste está avaliando a hipótese com 95% de confiabilidade.

#### **5.4.1 Análise da distribuição dos resíduos**

Após o processamento das observações GPS, foram determinadas para cada par de satélites, para cada observável GPS, uma série temporal dos resíduos com dimensão igual ao número de épocas correspondente ao levantamento.

Com o objetivo de avaliar a normalidade da função distribuição de probabilidade de cada uma dessas séries a partir de uma distribuição normal teórica, foram utilizados nessa pesquisa três métodos de análise da distribuição:

- **Análise gráfica (seção 3.3.1):**

Dois métodos foram utilizados na análise gráfica:

- Histograma;
- Gráfico de probabilidade normal;

- **Análise descritiva (seção 3.3.2):**

Uma forma mais consistente na análise da distribuição da função densidade de probabilidade de uma série temporal é utilizar os momentos empíricos através do teste estatístico de Bera-Jarque, como forma de avaliar se a distribuição dos resíduos do processamento GPS segue uma distribuição normal. A formulação matemática do teste de Bera-Jarque é mostrada no item 3.3.2.3.

Como o teste estatístico de Bera-Jarque é determinado em função do coeficiente de assimetria e curtose, ele pode revelar resultados diferentes quando comparados com aqueles obtidos com o método gráfico do histograma. Isso é devido principalmente ao coeficiente de curtose, pois este coeficiente amostral é muito difícil de ser visualizado pelo histograma.

Métodos utilizados:

- Coeficiente de assimetria;
- Coeficiente de curtose;
- Teste de Bera-Jarque;

- **Análise de distribuição empírica (seção 3.3.3):**

Conforme abordado no capítulo 3, existem inúmeros testes estatísticos que utilizam a função distribuição empírica como forma de avaliar sua normalidade. Essa avaliação consiste na comparação entre a função distribuição empírica dos dados e a função distribuição teórica, que no nosso caso é a distribuição normal. Essa

comparação é realizada de diversas maneiras caracterizando assim os diferentes testes existentes.

Nesta pesquisa foram utilizados seis testes estatísticos baseados na comparação de distribuição empírica, com o objetivo de analisar a normalidade das séries temporais obtidas dos processamentos da linha de base GPS. O teste de Shapiro-Wilks não foi utilizado porque as séries temporais analisadas são superiores a 2000 elementos (seção 3.3.3.4).

Testes utilizados:

- Teste de Lilliefors;
- Teste de Cramer-von Mises;
- Teste de Watson;
- Teste de Anderson-Darling;
- Teste de Kolmogorov-Smirnov;
- Teste de Kuiper;

Antes de realizar as análises dos resultados, algumas considerações quanto aos testes serão apresentadas a seguir:

- Nos testes de distribuição empírica que utilizam os parâmetros populacionais (média e desvio-padrão) como dados de entrada, e sendo estes desconhecidos, foram utilizados os parâmetros amostrais de cada série temporal analisada. Esse procedimento faz com que os testes fiquem menos rigorosos;
- Quanto maior for o número de amostras, mais próximos dos parâmetros populacionais estarão a média e o desvio-padrão amostral. Desse modo, os testes que utilizam os parâmetros conhecidos, tornam-se mais rigorosos à medida que aumentam o número de amostras;
- Os testes estatísticos de Cramer-von Mises, Watson e Anderson-Darling, podem ser calculados, tanto utilizando, quanto não utilizando os parâmetros conhecidos. Como nessa pesquisa não se conhecem os parâmetros

populacionais, e sendo os testes que não utilizam esses parâmetros conhecidos mais rigorosos, eles serão utilizados apenas nesta segunda condição.

#### **5.4.2 Análise da autocorrelação das séries temporais**

Um outro objetivo desta pesquisa é avaliar a autocorrelação dos resíduos do processamento GPS, ou seja, determinar se uma série de resíduos obtida a partir do processamento utilizando uma observável GPS se correlaciona no tempo. Essa propriedade é de fundamental importância em modelos estocásticos na avaliação da precisão dos parâmetros determinados.

Conforme abordado teoricamente no capítulo 4, serão apresentados neste trabalho os resultados da análise de autocorrelação nas séries temporais. Para isso, foram utilizados dois métodos:

- **Método gráfico através do Correlograma:**

O correlograma conforme item 3.3 mostra graficamente o coeficiente de autocorrelação para cada intervalo (lag). Esse intervalo representa o espaçamento entre as observações, ou seja, a distância entre épocas. Nos levantamentos GPS realizados nessa pesquisa a taxa de gravação foi de 1 segundo, conseqüentemente épocas espaçadas por intervalo de 1 segundo.

- **Teste estatístico de Ljung-Box:**

Conforme apresentado no tópico 4.4, o teste de Ljung-Box avalia se uma série temporal é autocorrelacionada através de processos estatísticos, seguindo uma distribuição qui-quadrado. Para cada coeficiente de autocorrelação, ele determina um valor, a partir da equação 42, o qual será comparado com a função ponto percentual da distribuição do qui-quadrado, para um nível de significância adotado.

## 6. EXPERIMENTOS REALIZADOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com o objetivo de dar suporte prático às considerações descritas nos capítulos anteriores, neste capítulo serão apresentados os experimentos realizados nessa pesquisa. A partir desses experimentos, análises foram realizadas com o intuito de avaliar as hipóteses estabelecidas, ou seja, a normalidade e o processo de ruído branco das observações GPS.

Serão apresentados também, os resultados de cada fase dos experimentos obtidos a partir das técnicas descritas nos capítulos anteriores, juntamente com as respectivas análises dos resultados.

### 6.1 Levantamento das observações GPS

A tabela 3 a seguir, apresenta os detalhes referentes a cada dia das observações GPS.

Levantamento	Data	Horário		Tempo de Rastreio
		Início	Fim	
1º dia	06/06/2004	10:32:40	11:19:20	00:46:41
2º dia	12/08/2004	09:44:28	10:20:00	00:35:33
3º dia	26/10/2004	10:46:57	11:20:58	00:34:02
4º dia	05/11/2004	11:49:19	12:23:00	00:33:42
5º dia	09/11/2004	16:10:00	16:55:00	00:45:01

Tabela 3 – Levantamento das observações GPS.

### 6.2 Resíduos do processamento GPS obtidos com GPSurvey e ResGPS

Antes de mostrar os resultados de cada série temporal, é exibido na tabela 4 a seguir, os pares de satélites utilizados no processamento para cada dia na qual foram realizadas as observações.

<b>Dia</b>	<b>Data</b>	<b>Par de Satélite</b>	<b>Nº de épocas</b>
<b>1º Dia</b>	<b>06/06/2004</b>	PRN 07 – PRN 04	2801
		PRN 07 – PRN 26	
		PRN 07 – PRN 28	
		PRN 07 – PRN 29	
<b>2º Dia</b>	<b>12/08/2004</b>	PRN 17 – PRN 05	2133
		PRN 17 – PRN 09	
		PRN 17 – PRN 10	
		PRN 17 – PRN 24	
<b>3º Dia</b>	<b>26/10/2004</b>	PRN 06 – PRN 14	2042
		PRN 06 – PRN 15	
		PRN 06 – PRN 16	
		PRN 06 – PRN 21	
		PRN 06 – PRN 22	
<b>4º Dia</b>	<b>05/11/2004</b>	PRN 14 – PRN 01	2022
		PRN 14 – PRN 03	
		PRN 14 – PRN 15	
		PRN 14 – PRN 22	
<b>5º Dia</b>	<b>09/11/2004</b>	PRN 11 – PRN 16	2701
		PRN 11 – PRN 20	
		PRN 11 – PRN 23	

Tabela 4 – Pares de satélites utilizados nos processamentos GPS.

Outros satélites foram utilizados no processamento, mas não foram incluídos nas análises por não haver uma quantidade significativa de épocas, e/ou porque possuíam muitas perdas de ciclo. Geralmente esses satélites eram os que apresentavam baixa elevação no instante do levantamento.

Como a quantidade de séries temporais utilizados nessa pesquisa é bastante grande, ou seja, são 20 pares de satélites, cada um com quatro observáveis (C/A, P, L1 e L2) totalizando 80 séries temporais, será mostrado neste item, apenas a comparação entre os pares de satélites PRN 07 – PRN 26 do 1º dia, obtidos a partir do processamento das observações GPS utilizando o software GPSurvey e o ResGPS. As demais séries do 1º dia encontram-se no ANEXO 1. Para os outros dias as séries não serão apresentadas, mas foram utilizadas nas análises.

As próximas figuras mostram os resíduos da linha de base UFPE-AUX para o par de satélites PRN 07- PRN 26, para cada uma das observáveis utilizadas. A figura 31 é o resultado do processamento utilizando o código C/A como observável. Esse código apresentou uma variação de  $\approx \pm 2,0$  m nos resíduos.

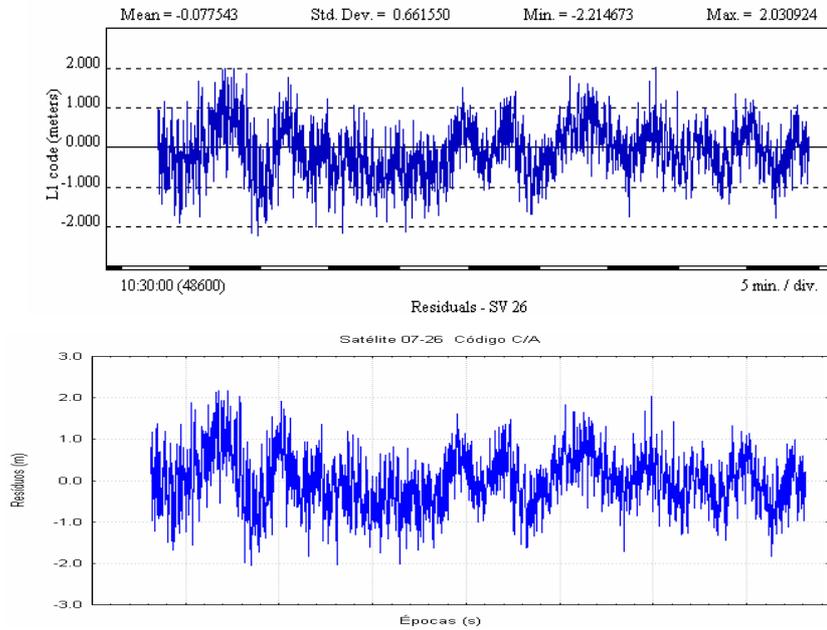


Figura 31 – Resíduos do par de satélites PRN 07 – PRN 26 – Código C/A.  
Acima: GPSurvey – Abaixo: ResGPS.

A figura 32 apresenta os resíduos do processamento utilizando o código P como observável. Esse código apresentou para esse par de satélites uma variação de  $\approx \pm 5,0$  m.

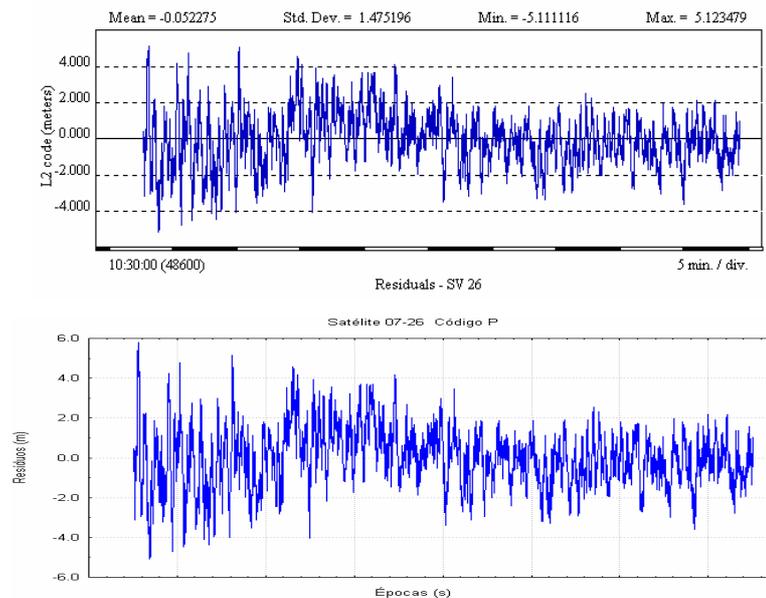


Figura 32 – Resíduos do par de satélites PRN 07 – PRN 26 – Código P.  
Acima: GPSurvey – Abaixo: ResGPS.

Da mesma forma que as figuras anteriores, a figura 33 apresenta os resíduos da linha de base para o par de satélites PRN 07 – PRN 26, utilizando a fase L1 como observável. Essa fase apresentou uma variação residual  $\approx \pm 0,008$  m.

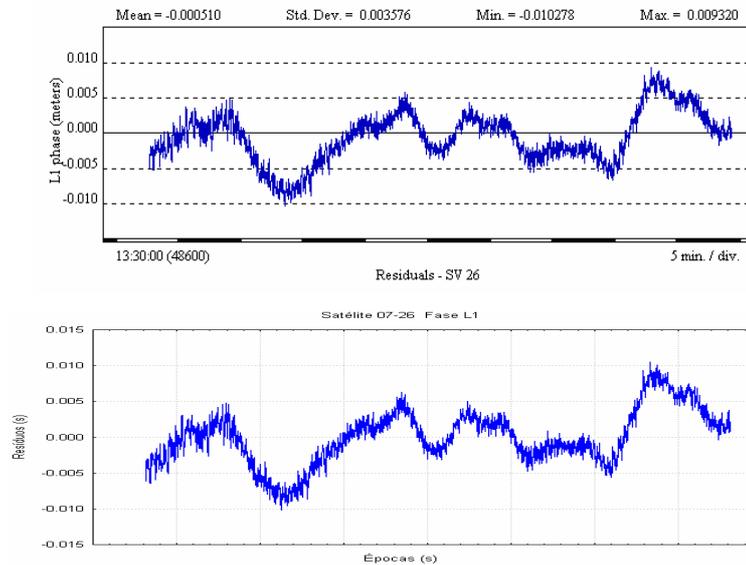


Figura 33 – Resíduos do par de satélites PRN 07 – PRN 26 – Fase L1.  
Acima: GPSurvey – Abaixo: ResGPS.

Por último, a figura 34 mostra os resíduos da mesma linha de base, só que utilizando a fase L2 como observável. A variação residual apresentada foi de  $\approx \pm 0,03$  m.

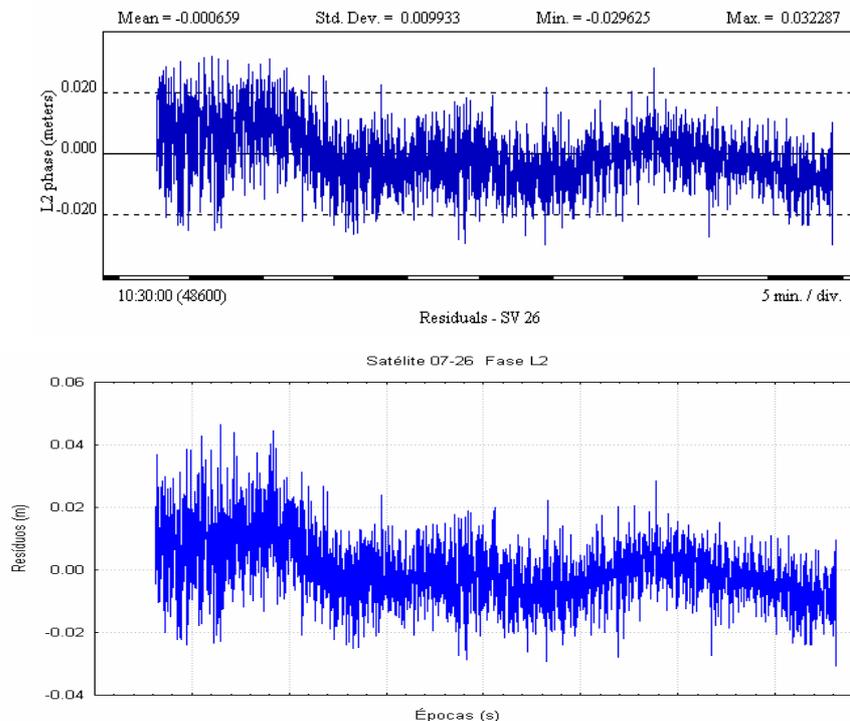


Figura 34 – Resíduos do par de satélites PRN 07 – PRN 26 – Fase L2.  
Acima: GPSurvey – Abaixo: ResGPS.

De acordo com as figuras acima, os resultados obtidos a partir do processamento GPS utilizando os programas GPSurvey e ResGPS são muito semelhantes, tanto no comportamento de cada série temporal para cada observável, quanto nos valores individuais para cada resíduo. Isso mostra que mesmo o ResGPS não utilizando alguns modelos de correções utilizadas pelo GPSurvey, para uma distância pequena entre os dois pontos que formam a linha de base, os resultados obtidos com ambos os programas são semelhantes.

Essa semelhança entre as séries temporais fornecidas pelo GPSurvey e ResGPS também é válida para os demais pares de satélites utilizados nas análises, conforme mostra o ANEXO 1.

Como os resíduos obtidos com o ResGPS foram muito semelhantes quando comparado com os resíduos obtidos pelo GPSurvey, torna-se possível então uma análise estatística destas séries temporais. Essas análises consistem basicamente em avaliar a função distribuição de probabilidade de cada série temporal comparando-as com uma distribuição teórica (normal), e além disso avaliar também a autocorrelação temporal de cada uma das séries obtidas para cada par de satélites.

Essas análises estatísticas foram realizadas segundo vários métodos descritos nos capítulos 3 e 4. Os resultados obtidos através destas análises serão apresentados no tópico seguinte.

### **6.3 Análise da distribuição dos resíduos**

#### **6.3.1 Análise gráfica**

- **Histograma**

Na figura 35 são apresentados os histogramas para cada uma das séries temporais obtidas para cada observável, referente ao par de satélites PRN 07 – PRN 26, observados no 1<sup>o</sup> dia. Note que juntamente com o histograma é mostrada a distribuição normal teórica ajustada para cada conjunto de dados.

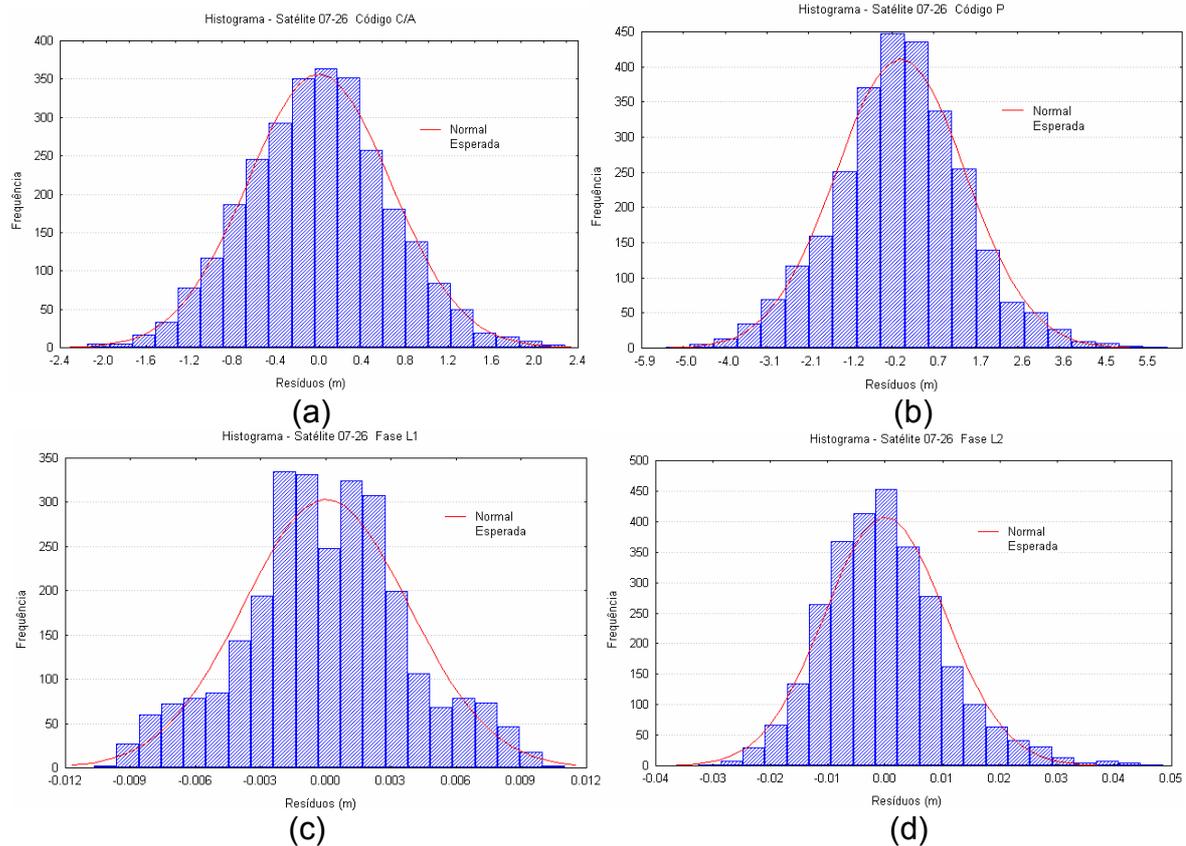


Figura 35 – Histograma dos resíduos para o par de satélites PRN 07 – PRN 26.

(a) – Código C/A; (b) – Código P (c) – Fase L1 (d) – Fase L2.

De acordo com os histogramas apresentados na figura 35 para o par de satélites PRN 07 – PRN 26, verifica-se que a observável L1 é a série temporal que mais se distancia de uma distribuição normal esperada, apresentando uma distribuição bimodal, ou seja, duas distribuições com médias diferentes. Enquanto que, a observável C/A é a que mais se aproxima da normalidade. Entretanto, essa análise é muito subjetiva e depende muito da experiência do analisador.

Outro fator importante em análises de histograma, no que diz respeito à normalidade dos dados, é que algumas características da distribuição não são fáceis de serem visualizadas com o histograma, como por exemplo o quarto momento amostral denominado curtose.

Portanto, o histograma é utilizado nessa pesquisa mais para visualizar a distribuição dos resíduos de cada observável, do que propriamente um método de análise de distribuição, isso porque ele não quantifica o ajuste dos dados com uma distribuição assumida, e conseqüentemente não se podem tirar conclusões seguras e confiáveis a respeito da normalidade dos resíduos.

Os histogramas referentes aos outros pares de satélites, utilizados no 1º dia, estão apresentados no ANEXO 2. Mesmo não podendo tirar muitas conclusões a cerca da normalidade dos dados com os histogramas, é bom salientar que o comportamento dos histogramas para as mesmas observáveis mas com pares de satélites diferentes são semelhantes, ou seja, o resíduo da observável L1 manteve para cada par de satélites uma distribuição mais afastada da normal, enquanto que o código C/A de acordo com os histogramas, era a observável mais próxima de ter uma distribuição normal de acordo com seus resíduos.

### • Gráfico de probabilidade normal

Uma outra forma de representar graficamente a distribuição dos resíduos de um par de satélites, é através do gráfico de probabilidade normal. A figura 36 apresenta o gráfico de probabilidade normal para o par de satélites PRN 07 – PRN 26 para cada uma das observáveis GPS.

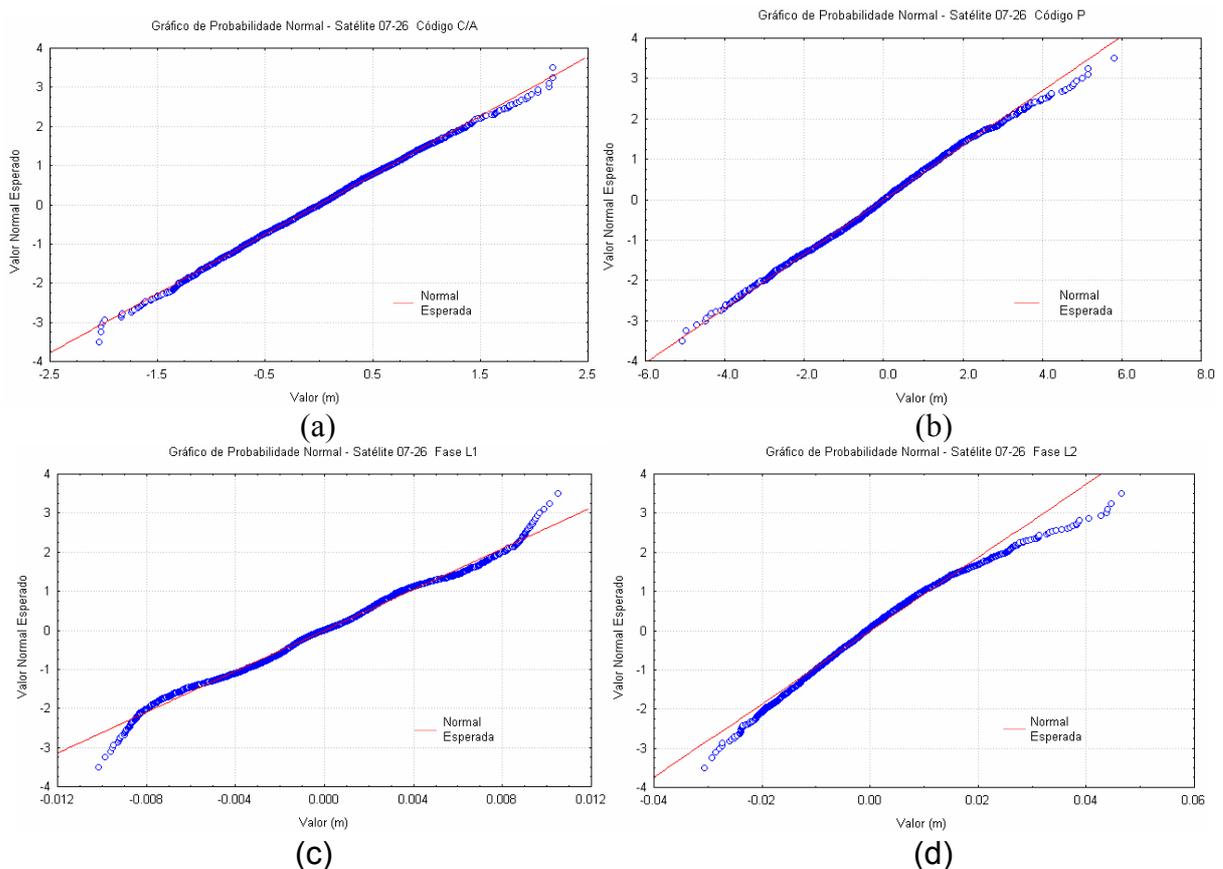


Figura 36 – Gráfico de Probabilidade Normal dos resíduos para o par de satélites.

PRN 07 – PRN 26 – (a) Código C/A ; (b) Código P; (c) Fase L1; (d) Fase L2.

Assim como o histograma, o gráfico de probabilidade normal não quantifica o ajuste de uma distribuição amostral com a distribuição normal esperada, mas ao contrário do histograma, sua interpretação gráfica quanto à normalidade dos dados é mais visível. Mesmo assim, é muito difícil tirar conclusões definitivas e concretas simplesmente analisando o gráfico de probabilidade normal isoladamente, sem auxílio de um método estatístico.

Da figura 36, verifica-se que a distribuição dos resíduos do par de satélites PRN 07 – PRN 26 utilizando o código C/A se aproxima mais da normal esperada, ou seja, se ajusta melhor à linha reta que representa a distribuição normal. Já os resíduos obtidos utilizando a fase L1 e L2, não se ajustam muito bem à linha reta representante da normal esperada, e conseqüentemente há uma chance menor desta distribuição ser normal quando comparada com as demais observáveis.

O resultado dessa análise utilizando o gráfico de probabilidade normal para o par de satélites PRN 07 – PRN 26 é semelhante à que foi realizada utilizando os histogramas, ou seja, a distribuição dos resíduos do código C/A com uma probabilidade maior de ser normal quando comparados com os resíduos obtidos com a fase L1 e fase L2. Essa análise gráfica também foi verificada para os demais gráficos de probabilidade normal utilizando os resíduos dos outros pares de satélites, as quais são apresentadas, para o 1º dia, no ANEXO 3.

Entretanto, a análise gráfica por si só não é suficiente para avaliar a função distribuição de probabilidade de um conjunto de dados, seja na forma de histograma, seja na forma de gráfico de probabilidade normal, ou utilizando ambos. Essas duas técnicas consistem basicamente em ferramentas gráficas que podem auxiliar na interpretação da distribuição de um conjunto de dados, mas não tirar conclusões concretas com relação a uma distribuição específica.

Com isso torna-se necessário a utilização conjunta dos métodos gráficos com outros métodos de análise da distribuição dos dados, como forma de avaliar a hipótese de normalidade dos resíduos obtidos a partir do processamento GPS. Os dois próximos métodos utilizam análises descritivas (3.3.2) e função distribuição empírica (3.3.3) respectivamente, como forma de avaliar a distribuição dos dados.

### 6.3.2 Análise descritiva dos resíduos

A tabela 5 a seguir, apresenta os resultados obtidos de uma análise descritiva realizada sobre os resíduos do processamento GPS para o 1º dia de observação, utilizando cada um dos pares de satélites observados, juntamente com cada uma das observáveis do GPS. Nessa tabela, N é o tamanho da amostra. A linha referente à probabilidade nos diz para cada coluna o p-valor do teste aplicado à referida observável de acordo com o teste estatístico de Bera-Jarque, ou seja, para um nível de significância  $\alpha = 5\%$ , rejeita-se a hipótese de normalidade se p-valor < 0.05. As tabelas para os demais dias estão apresentadas no ANEXO 4.

N = 2801	Satélite 07-04	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	-0.027482	0.426582	4.45E-12	-6.40E-12
	Desv. Padrão (m)	0.5046	1.317857	0.002492	0.009264
	Assimetria	-0.11566	0.262732	0.373654	0.278331
	Curtose	2.924927	3.848362	2.837104	3.540579
	Bera-Jarque	6.902734	116.2217	68.27497	70.26984
	Probabilidade (p-valor)	0.0317	0	0	0

N = 2801	Satélite 07-26	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	-0.001791	-0.004135	-5.93E-13	8.64E-13
	Desv. Padrão (m)	0.66065	1.478807	0.003806	0.010592
	Assimetria	0.093634	0.033346	0.00694	0.543735
	Curtose	3.025266	3.403898	2.922964	3.886264
	Bera-Jarque	4.167349	19.55811	0.715089	229.6882
	Probabilidade (p-valor)	0.1245	0.0001	0.6994	0

N = 2801	Satélite 07-28	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.378178	0.091017	-1.61E-12	-0.000239
	Desv. Padrão (m)	0.690184	1.645609	0.003357	0.010952
	Assimetria	0.028452	0.011402	-0.220979	0.006906
	Curtose	2.931381	3.284875	2.024279	2.811177
	Bera-Jarque	0.927438	9.532038	133.9064	4.183407
	Probabilidade (p-valor)	0.6289	0.0085	0	0.1235

N = 2801	Satelite 07-29	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.028295	0.094204	2.59E-12	6.43E-13
	Desv. Padrão (m)	0.476883	0.955437	0.002743	0.006889
	Assimetria	0.014191	0.087683	0.503953	0.435708
	Curtose	2.910921	3.468779	2.599157	3.12994
	Bera-Jarque	1.020112	29.23617	137.3132	90.59497
	Probabilidade (p-valor)	0.6005	0	0	0

Tabela 5 – Análise Descritiva dos Resíduos para o 1º dia.

De acordo com os resultados apresentados na tabela 5 e no ANEXO 4, determinados a partir da realização de uma análise descritiva dos resíduos utilizando os momentos amostrais e o teste estatístico de Bera-Jarque, podem-se realizar algumas análises dos resultados obtidos para cada um dos dias.

#### • 1º Dia

- De acordo com o teste estatístico de Bera-Jarque, a um nível de significância  $\alpha = 5\%$ , aplicado a cada uma das séries temporais para cada par de satélites, a hipótese de normalidade é rejeitada para todos os resíduos obtidos com a observável P.
- Com exceção do par de satélites PRN 07 – PRN 26, as séries temporais que tiveram o menor valor para Bera-Jarque e conseqüentemente uma maior probabilidade, foram as determinadas utilizando o código C/A, concordando com a análise realizada através dos histogramas e gráfico de probabilidade normal. Entretanto, a hipótese de normalidade foi rejeitada para o par de satélites PRN 07 – PRN 04;
- Para o par de satélites PRN 07 – PRN 26, a série temporal obtida com a observável L1 apresentou menor valor para o teste de Bera-Jarque, contrariando a análise realizada com o gráfico de probabilidade normal e histograma. Isso se deve ao fato de que a análise gráfica não é uma boa ferramenta de análise do coeficiente de curtose. Já para Bera-Jarque, este coeficiente influencia no valor de seu resultado, e conseqüentemente na análise do teste de normalidade;

**• 2º Dia**

- Conforme mostra a tabela A4.1 do ANEXO 4, para o mesmo nível de significância adotado anteriormente e utilizando o teste estatístico de Bera-Jarque, nenhuma série temporal obtida com a observável L1 apresentou distribuição normal, confirmando o que já se tinha avaliado através do método gráfico;
- Os resíduos determinados a partir do código C/A de acordo com o teste de Bera-Jarque, estão normalmente distribuídos, com exceção do par de satélites PRN 17 – PRN 05;
- O comportamento dos resíduos determinados a partir das observáveis P e L2 apresentam em sua maioria uma distribuição não normal, com exceção do par de satélites PRN 17 – PRN 10.

**• 3º Dia**

- De acordo com a tabela A4.2 do ANEXO 4, e seguindo o mesmo raciocínio dos dias anteriores, utilizando o teste de Bera-Jarque, as séries temporais determinadas com as observáveis C/A e L1 não apresentaram uma distribuição normal;
- Nesse 3º dia nenhuma observação teve resultados significativos quanto à normalidade de seus dados, sendo que a observável P foi a que apresentou um melhor resultado, mesmo assim apenas dois dos cinco pares de satélites apresentaram distribuição normal.

**• 4º Dia**

- A tabela A4.3 do ANEXO 4 apresenta os resultados das análises descritivas utilizando os dados observados no quarto dia. Seguindo os mesmos resultados obtidos com os dados dos dias anteriores, utilizando o teste de Bera-Jarque, rejeita-se a hipótese de normalidade entre os resíduos da linha de base GPS obtidas com a observável L1 para todos os pares de satélites com exceção do PRN 14 – PRN 01;

- Os resíduos obtidos com as observáveis C/A e P apresentaram normalidade em quase todos os pares de satélites rastreados, com exceção do par PRN 14 – PRN 22 para C/A e PRN 14 – PRN 15 para P, que apresentaram distribuição não normais. Já os resíduos obtidos com a observável L2, para dois pares de satélites a hipótese de normalidade foi aceita, e para os outros dois foram rejeitadas.

#### •5º Dia

- Muito semelhante aos resultados obtidos no quarto dia, de acordo com a tabela A4.4 do ANEXO 4 onde mostra os valores do teste estatístico de Bera-Jarque, rejeita-se a hipótese de normalidade para todos os resíduos determinados a partir da observável L1 para cada par de satélites utilizados;
- Todas as observáveis com exceção da fase L1, apresentaram duas séries temporais normalmente distribuídas e uma com distribuição não normal, sendo que para o par de satélites PRN 11 – PRN 23 com exceção é claro da fase L1, as séries temporais apresentaram-se normalmente distribuídas.

Analisando descritivamente através do teste de Bera-Jarque a hipótese de normalidade para todas as séries temporais determinadas do processamento GPS de uma linha de base, utilizando observações de vários dias com vários pares de satélites e observáveis diferentes, chega-se a algumas conclusões :

- Os resíduos obtidos com a observável C/A apresentaram em sua maioria uma distribuição normal, entretanto essa afirmativa tem que ser realizada de uma forma cautelosa apoiada com outros testes estatísticos que possam comprovar essa situação, como por exemplo, testes de distribuição empírica;
- A observável L1 apesar de ser a mais precisa, e conseqüentemente a que apresenta os menores valores residuais, foi a observável que apresentou a maior discrepância de seus resíduos comparados com uma distribuição normal, sendo que em quase todas as séries obtidas a partir desta

observável, o p-valor foi zero. Esse resultado é semelhante ao apresentado por Silva et al (2004);

- Tanto a observável P quanto a L2 apresentaram de uma forma geral, com algumas exceções, rejeição da hipótese nula de normalidade. Essa rejeição foi mais fortemente evidenciada sobre L2;
- De uma forma geral, percebe-se que os resíduos determinados com a observável C/A tende a apresentar uma distribuição mais normal quando comparado com os resíduos obtidos com as demais observáveis.

Entretanto, essas primeiras conclusões realizadas a partir dos resultados apresentados pelo teste estatístico de Bera-Jarque, precisam ser reforçadas através de outros métodos estatísticos. Assim, no próximo tópico serão apresentados os resultados determinados a partir de testes estatísticos que utilizam a função distribuição empírica. Esses testes foram aplicados aos mesmos dados obtidos nos levantamentos GPS mostrados anteriormente.

### **6.3.3 Análise da distribuição empírica**

A tabela 6 apresenta os resultados dos testes estatísticos aplicados à função distribuição empírica, utilizando os dados do 1º Dia, para cada uma das observáveis utilizadas, para cada par de satélites considerados.

Assim como no teste de JB, cada teste apresentado na tabela 6 tem associado a seu valor uma probabilidade, ou seja, um p-valor determinado para cada série, comparando-o com o nível de significância adotado. Os resultado das análises de distribuição empírica para os demais dias estão apresentadas no ANEXO 5.

N = 2801	Satelite 07-04	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.018403	0.019866	0.035608	0.029464
	Probabilidade	0.0290	0.0126	0	0
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.201191	0.313746	0.901308	0.685749
	Probabilidade	0.0052	0.0002	0	0
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.1693	0.272241	0.656895	0.555474
	Probabilidade	0.0083	0.0003	0	0
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	1.112728	2.46173	7.550476	4.382133
	Probabilidade	0.0065	0	0	0
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.976201	1.053834	1.889164	1.562861
	Probabilidade	0.2964	0.2167	0.0016	0.0151
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	1.527454	1.867249	3.001542	2.640927
	Probabilidade	0.1568	0.0002	0	0

N = 2801	Satelite 07-26	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.016459	0.025198	0.029145	0.040323
	Probabilidade	0.0770	0.0003	0	0
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.07471	0.420903	0.592388	1.345312
	Probabilidade	0.2428	0	0	0
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.064813	0.420422	0.592385	0.990699
	Probabilidade	0.2900	0	0	0
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	0.517307	2.50839	4.634925	8.805624
	Probabilidade	0.1892	0	0	0
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.873103	1.33665	1.54575	2.138678
	Probabilidade (%)	0.4309	0.0561	0.0168	0.0002
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	1.260931	2.315763	2.972569	3.230136
	Probabilidade	0.4460	0.0009	0	0

N = 2801	Satelite 07-28	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.008424	0.014417	0.072114	0.009803
	Probabilidade	> 0.1	> 0.1	0	> 0.1
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.020122	0.159767	4.466723	0.034485
	Probabilidade	0.9675	0.0177	0	0.7798
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.01922	0.158579	4.303045	0.034282
	Probabilidade	0.9700	0.0119	0	0.7417
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	0.182828	1.082227	27.69351	0.37896
	Probabilidade	0.9114	0.0077	0	0.4057
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.446887	0.764777	3.826349	0.520217
	Probabilidade	0.9884	0.6024	0	0.9495
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	0.832023	1.521906	6.934535	1.009633
	Probabilidade	0.9656	0.1609	0	0.8101

N = 2801	Satelite 07-29	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.011382	0.016981	0.082456	0.041235
	Probabilidade	> 0.1	0.0601	0	0
	<b>Cramer-von Mises (W<sup>2</sup>)</b>	0.040884	0.102157	5.583267	1.430409
	Probabilidade	0.6656	0.1051	0	0
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Watson (U<sup>2</sup>)</b>	0.040881	0.098534	4.80133	1.060466
	Probabilidade	0.6096	0.0954	0	0
	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	0.292179	0.955119	30.08518	8.672677
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	Probabilidade	0.6057	0.0159	0	0
	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.603784	0.900795	4.374143	2.18739
	Probabilidade	0.8592	0.3916	0	0.0001
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	1.062831	1.558065	6.312615	3.277397
	Probabilidade	0.7389	0.1357	0	0

Tabela 6 – Análise da distribuição empírica para o 1º dia.

Serão apresentados a seguir, para cada dia, as análises dos resultados de cada teste de distribuição empírica aplicados nas diversas séries temporais, de acordo com a tabela 6 mostrada anteriormente e as tabelas apresentadas no ANEXO 5. Estes testes baseiam-se na hipótese básica de normalidade e são aplicados a um nível de significância  $\alpha = 5\%$ .

#### • 1º Dia

- Aplicando os testes de análises de distribuição empíricos sobre os resíduos do processamento GPS, conclui-se que a normalidade das séries temporais determinadas com a observável L1 é rejeitada para todos os testes aplicados conforme mostra a tabela 6;
- Exceto para o par de satélites PRN 07 – PRN 04, os resíduos obtidos com a observável C/A apresentaram normalidade segundo todos os testes estatísticos aplicados;
- Os resíduos do processamento utilizando as observáveis P e L2 apresentaram não normalidade em quase todos os pares de satélites, com exceção do PRN 07 – PRN 29 para P e PRN 07 – PRN 28 para L2;
- Os resultados encontrados para o 1º Dia utilizando as análises de distribuição empírica, foram semelhantes àqueles determinados utilizando as análises descritivas através do teste de Bera-Jarque.

**• 2º Dia**

- Assim como no dia anterior, todos os testes estatísticos rejeitaram a hipótese de normalidade dos resíduos obtidos com a observável L1, conforme mostra a tabela A5.1 do ANEXO 5;
- Repetindo o que já havia acontecido anteriormente, os resíduos determinados com a observável C/A, exceto para o par de satélites PRN 17 – PRN 05, apresenta-se normalmente distribuídos;
- Os resíduos obtidos com a observável L2 com exceção do par de satélites PRN 17- PRN 10, não se apresentaram normalmente distribuídos. Já para a observável P, duas apresentaram distribuição normal e as outras duas não, conforme tabela A5.1 do ANEXO 5;
- Para os dados do 2º dia, as análises de distribuição empírica também encontraram resultados semelhantes àquelas obtidas a partir das análises descritivas através do teste de Bera-Jarque.

**• 3º Dia**

- Conforme mostra a tabela A5.2 do ANEXO 5, para todos os testes estatísticos aplicados, a hipótese de normalidade é rejeitada para os resíduos determinados a partir das observáveis L1, com exceção apenas do teste de Kolmogorov-Smirnov para o par de satélites PRN 06 – PRN 15 a qual aceitou a hipótese de normalidade. Essa discordância entre o teste de Kolmogorov-Smirnov e os demais é negligenciada, visto que este teste é menos rigoroso que os demais;
- Diferentemente do que havia sido encontrado para os dias anteriores, os resíduos obtido com a observável C/A não apresentam uma distribuição normal de acordo com os testes utilizados, com exceção para o par de satélites PRN 06 – PRN 16 onde todos os testes aceitaram a normalidade dos dados;

- Da mesma forma que aconteceu com os resíduos da observável C/A, para a observável L2 os resíduos também não apresentaram normalidade de acordo com a maioria dos testes, com exceção para o par de satélites PRN 06 – PRN 15. Já para os resíduos obtidos com a observável P, dois apresentaram normalidade em suas distribuições;
- Assim como nos dias anteriores, a semelhança entre os resultados obtidos a partir das análises de distribuição empírica e das análises descritivas com o teste de Bera-Jarque, continuou ocorrendo.

#### •4º Dia

- A hipótese de normalidade é rejeitada para todos os resíduos obtidos a partir da observável L1, de acordo com os testes estatísticos utilizados conforme mostra a tabela A5.3, com exceção dos testes de Kolmogorov-Smirnov e Kuiper para algumas séries;
- Os resíduos determinados com a observável L2 de acordo com os testes estatísticos apresentaram-se normalmente distribuídos com exceção do teste de Lilliefors para o par de satélites PRN 14 – PRN 03, sendo este teste um dos mais rigorosos em análises de distribuição;
- A hipótese de normalidade foi aceita em quase todas as séries residuais obtidas com a observável P, com exceção daquela apresentada pelo par de satélites PRN 14 – PRN 15. No caso da observável C/A, duas séries apresentaram normalidade, como mostra a tabela A5.3;
- Já para estes dados, as análises de distribuição empírica e a análise descritiva com o teste de Bera-Jarque não se apresentaram tão semelhantes como anteriormente.

#### •5º Dia

- Todas as séries residuais obtidas com a observável L1 apresentaram de acordo com os testes estatísticos, rejeição na hipótese de normalidade em suas distribuições, conforme mostra a tabela A5.4 no ANEXO 5;

- Os resíduos obtidos com as observáveis P e L2 apresentaram rejeição na hipótese de normalidade para todos os pares de satélites utilizados, com exceção do par PRN 11 – PRN 23. Já a observável C/A apresentou resíduos normalmente distribuídos com exceção do par de satélites PRN 11 – PRN 16;
- Os resultados determinados com os testes de distribuição empírico são semelhantes àqueles apresentados pelo teste de Bera-Jarque, com exceção dos resultados para o par de satélites PRN 11 – PRN 16 para as observáveis P e L2.

As análises dos resultados apresentadas anteriormente e realizadas individualmente para cada dia, são resultantes do método de distribuição empírico, as quais foram utilizados vários testes estatísticos aplicados em várias séries temporais. A seguir serão apresentadas as conclusões de acordo com os resultados obtidos a partir do método de análise de distribuição empírico empregado nas observáveis GPS:

- Para todos os resíduos determinados no processamento GPS com a observável L1, a hipótese de normalidade foi rejeitada a um nível de significância  $\alpha = 5\%$ , de acordo com os seis testes estatístico de distribuição empírica utilizados. Isso reforça o que já tinha sido encontrado tanto nas análises gráficas quanto nas análises descritivas com o teste de Bera-Jarque;
- O código C/A é a observável que apresentou os resíduos mais próximos de uma distribuição normal, de acordo com a análise de distribuição empírica. Entretanto, parece não ser uma regra. Outros fatores podem estar influenciando nas análises das distribuições, como por exemplo as elevações dos satélites;
- Tanto a observável P quanto L2 apresentaram de uma forma geral resíduos com tendências em serem rejeitadas as hipóteses de normalidade para suas distribuições. Mas, assim como acontece na observável C/A, não pode

ser considerado que sempre essas observáveis apresentarão tais comportamentos para os resíduos. E isso dificulta muito o desenvolvimento de modelos estocásticos no processamento das observações GPS. É preciso realizar um estudo para saber quais são os possíveis fatores que influenciam essas observáveis, e as formas de eliminá-los.

Apesar de serem realizados diferentes métodos de análises da função distribuição de probabilidade como forma de avaliar sua distribuição, resultados obtidos em cada método não foram significativamente diferentes quando comparados entre si. Isso faz com que conclusões tomadas a partir desses resultados se tornem mais confiáveis. Além disso, em cada tipo de análise realizada foram utilizados diferentes métodos estatísticos, o que torna ainda mais confiáveis os resultados.

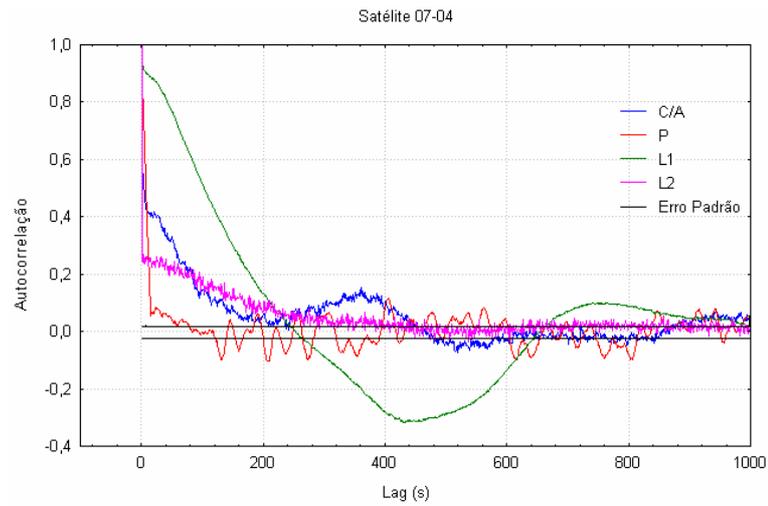
#### **6.4 Análise da autocorrelação das séries temporais**

Os resultados das análises de autocorrelação para todas as séries temporais definidas pelos resíduos do processamento GPS, serão apresentados a seguir para cada um dos dois métodos mencionados anteriormente. Esses resíduos foram os mesmos utilizados nas análises da função distribuição de probabilidade e determinados a partir dos levantamentos GPS mostrados na tabela 4.

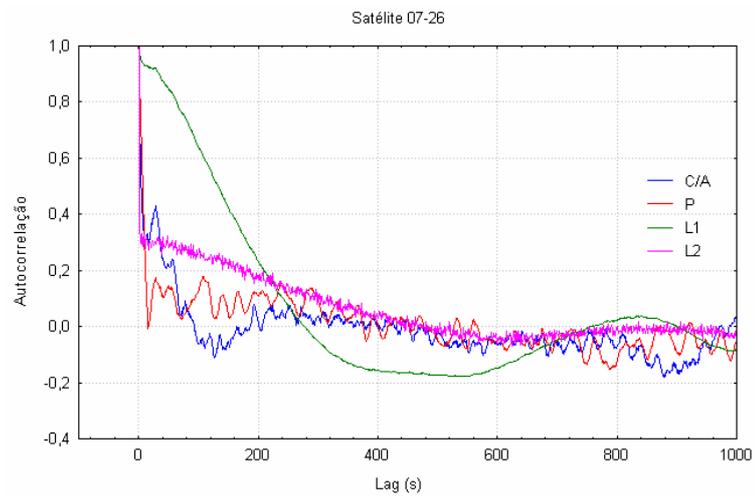
##### **6.4.1 Método Gráfico (Correlograma)**

A figura 37 apresentada a seguir, mostra os correlogramas referente ao processamento das observações GPS para o 1<sup>o</sup> dia, para cada par de satélites utilizados. Cada gráfico possui quatro correlogramas, sendo que cada um correspondente à observável utilizada no processamento.

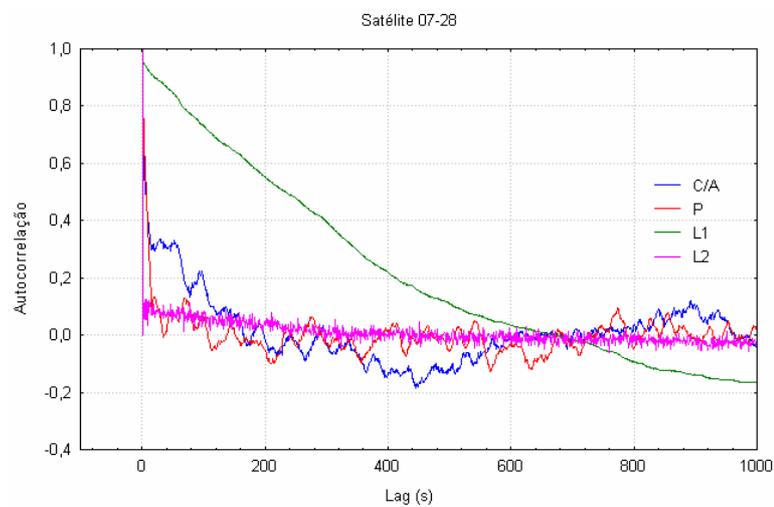
## Satélite PRN 07 – PRN 04



## Satélite PRN 07 – PRN 26



## Satélite PRN 07 – PRN 28



## Satélite PRN 07 – PRN 29

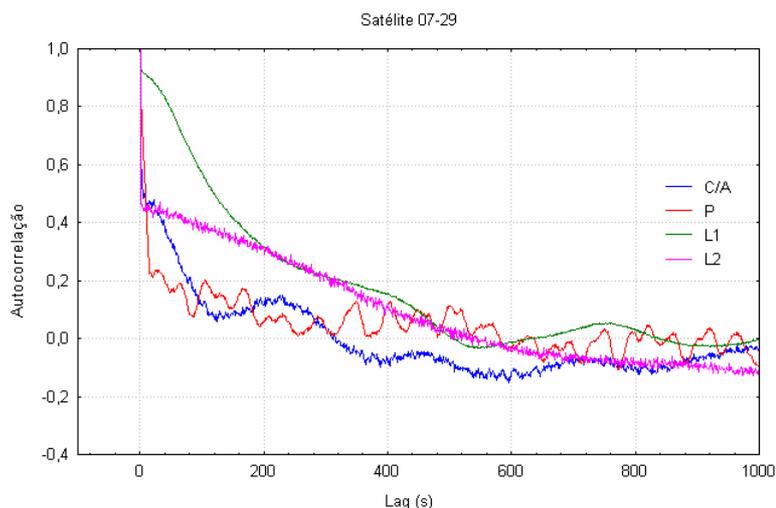


Figura 37 – Correlograma das observações C/A, P, L1 e L2 (1º Dia).

De acordo com os correlogramas apresentados anteriormente referente ao 1º dia, e os demais apresentados no ANEXO 6, obtêm-se alguns resultados quanto a autocorrelação dos resíduos processados para cada uma das observáveis GPS. Esses resultados serão analisados a seguir, e foram obtidos a partir dos correlogramas, caracterizando portanto o método gráfico.

- Independente dos pares de satélites utilizados no processamento, o comportamento dos correlogramas para uma mesma observável são semelhantes, mesmo quando comparados com os correlogramas de outros dias;
- Como era de se esperar, de acordo com os correlogramas apresentados, à medida que aumenta o intervalo entre as observações, ou seja, aumentando  $j(x_i, x_{i+j})$ , o coeficiente de autocorrelação diminui tendendo a zero. Esse comportamento, apesar de ser observado em todas as quatro observáveis GPS, não acontece de forma homogênea;
- Conforme explicado no item 4.3.2, introduzindo em cada um dos gráficos de correlograma as duas linhas horizontais simétricas em relação ao eixo x, definidas pelos estimadores padrão dos coeficientes, conforme mostra a figura 37 para o par de satélites PRN 07 – PRN 04, pode-se verificar se a

hipótese de ruído branco é aceita em um nível de significância desejado. Como o número de amostras é relativamente grande, os valores que determinam o limite da região de aceitação da hipótese nula são pequenos. Portanto, em um nível de significância  $\alpha = 5\%$ , a hipótese nula de ruído branco é rejeitada para todos os resíduos obtidos do processamento GPS, para cada uma das observáveis;

- Os resíduos obtidos com a observável L1 apresentaram as maiores correlações, decrescendo lentamente à medida que o número de lag aumenta. Isso mostra uma forte correlação entre as observações, mesmo quando essas estão distantes uma das outras;
- Os correlogramas para as demais observáveis C/A, P e L2, apesar de apresentarem um comportamento melhor do que L1, também estão autocorrelacionadas.

Apesar do correlograma ser uma ferramenta muito boa em análises de autocorrelação, é preciso realizar outro método como forma de garantir uma confiabilidade maior dos resultados apresentados anteriormente. A seguir serão apresentados os resultados obtidos utilizando o teste estatístico de Ljung-Box.

#### **6.4.2 Teste estatístico de Ljung-Box**

A tabela 7 a seguir, apresenta os resultados do teste de Ljung-Box para o primeiro intervalo, ou seja, lag = 1 onde geralmente são os mais correlacionados. Este teste foi aplicado em todas as séries temporais do processamento GPS, para cada par de satélites e observáveis utilizadas. Além disso é apresentado também o p-valor de cada teste realizado pelo Ljung-Box.

Dia	Par de Satélite		Observáveis			
			C/A	P	L1	L2
1º Dia	PRN 07 – PRN 04	Ljung-Box	918,22	1984,78	2431,73	166,90
		p-valor	0	0	0	0
	PRN 07 – PRN 26	Ljung-Box	1292,37	2003,52	2634,68	305,86
		p-valor	0	0	0	0
	PRN 07 – PRN 28	Ljung-Box	1256,59	1769,42	2583,00	0,003
		p-valor	0	0	0	0,95
	PRN 07 – PRN 29	Ljung-Box	1022,51	1852,38	2437,72	600,82
		p-valor	0	0	0	0
2º Dia	PRN 17 – PRN 05	Ljung-Box	950,62	1550,18	1878,18	50,62
		p-valor	0	0	0	0
	PRN 17 – PRN 09	Ljung-Box	445,88	1370,65	1817,52	449,17
		p-valor	0	0	0	0
	PRN 17 – PRN 10	Ljung-Box	489,74	1534,25	2003,34	20,51
		p-valor	0	0	0	0
	PRN 17 – PRN 24	Ljung-Box	713,57	1439,06	1792,49	297,89
		p-valor	0	0	0	0
3º Dia	PRN 06 – PRN 14	Ljung-Box	639,98	1503,07	1673,82	95,45
		p-valor	0	0	0	0
	PRN 06 – PRN 15	Ljung-Box	843,38	1586,81	1778,07	2,41
		p-valor	0	0	0	0,12
	PRN 06 – PRN 16	Ljung-Box	819,20	1559,01	1659,58	12,76
		p-valor	0	0	0	0
	PRN 06 – PRN 21	Ljung-Box	1147,75	1586,07	1843,08	17,20
		p-valor	0	0	0	0
PRN 06 – PRN 22	Ljung-Box	703,11	1442,97	1722,38	53,95	
	p-valor	0	0	0	0	
4º Dia	PRN 14 – PRN 01	Ljung-Box	482,82	1421,64	1397,56	15,15
		p-valor	0	0	0	0
	PRN 14 – PRN 03	Ljung-Box	482,69	1393,82	1345,48	23,38
		p-valor	0	0	0	0
	PRN 14 – PRN 15	Ljung-Box	656,83	1346,06	1300,90	35,56
		p-valor	0	0	0	0
	PRN 14 – PRN 22	Ljung-Box	814,08	1358,30	1246,27	14,75
		p-valor	0	0	0	0
5º Dia	PRN 11 – PRN 16	Ljung-Box	806,40	1960,17	2290,84	139,98
		p-valor	0	0	0	0
	PRN 11 – PRN 20	Ljung-Box	967,70	2130,78	2518,24	394,73
		p-valor	0	0	0	0
	PRN 11 – PRN 23	Ljung-Box	912,76	1745,65	2518,04	34,02
		p-valor	0	0	0	0

Tabela 7 – Valores de Ljung-Box e seu respectivo p-valor para lag = 1.

A partir dos resultados determinados com o teste estatístico de Ljung-Box e seu respectivo p-valor apresentados na tabela 7, podem-se realizar algumas análises destes resultados quanto a autocorrelação de cada uma das séries avaliadas. Nessas análises foram consideradas, além dos resultados apresentados na tabela 7 para lag = 1, os resultados obtidos com lags superiores.

- De acordo com o teste de Ljung-box todas as séries de resíduos avaliadas apresentaram uma forte autocorrelação em um nível de significância  $\alpha = 5\%$ , com exceção das séries PRN 07 – PRN 28 e PRN 06 – PRN 15 ambas determinadas com a observável L2. Além disso, tirando essas duas séries apresentadas anteriormente, todos os resultados tiveram p-valor iguais a zero o que evidencia o forte correlacionamento;
  
- A observável L1 foi a que apresentou os maiores valores para o teste de Ljung-Box em todas as séries residuais avaliadas, com exceção do 4º dia, onde os resíduos obtido com a observável P foram maiores. Além disso, à medida que aumenta o número de lag, o decréscimo da autocorrelação é lento caracterizando uma série altamente correlacionada, mesmo para lags grandes. Por isso, o teste de Ljung-box rejeitou a hipótese de ruído branco em todos os lags considerados;
  
- Ao contrário da observável L1, L2 apresentou os melhores resultados de acordo com o teste de Ljung-box, entretanto, apenas duas séries já citadas anteriormente apresentaram uma distribuição não correlacionada;
  
- Entre os códigos, C/A apresentou resultado um pouco melhor do que o código P, embora em nenhum deles a hipótese nula de ruído branco foi aceita, independente do nível de significância adotado.

Independente do método de análise da autocorrelação, ficou claro que todas as séries analisadas apresentaram um comportamento não aleatório ao longo do tempo, havendo portanto uma correlação temporal entre os resíduos de uma mesma série. Essa correlação quando não considerada no processamento das observações GPS, pode influenciar no modelo estocástico utilizado e conseqüentemente na qualidade dos parâmetros estimados caracterizada pela precisão.

## 7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Com o passar dos anos, a prática de posicionamento geodésico de alta precisão ficou cada vez mais evidenciada. Isso graças a dois aspectos principais: o surgimento de novas tecnologias com maiores precisões e facilidades de utilização, e o crescimento de suas aplicações nos levantamentos geodésicos para as mais diversas áreas. Dentre essas novas tecnologias, uma se destaca pela rapidez e precisão do levantamento geodésico, o chamado Sistema de Posicionamento Global (GPS), e é sem dúvida a mais utilizada e bem sucedida entre todas. Entretanto, por se tratar de uma técnica que sofre influências em todos os seus segmentos (Tabela 2), e por estas influências afetarem a precisão fornecida pelo sistema, torna-se importante que elas sejam modeladas e eliminadas.

Algumas considerações realizadas nos modelos de processamento GPS podem ser invalidadas devido a presença de erros inerentes às observáveis. Dentre estas considerações, duas foram alvos de estudo desta pesquisa:

- A normalidade das observações GPS;
- A autocorrelação das observações GPS.

O objetivo principal dessa pesquisa foi avaliar a hipótese de normalidade das observações GPS, a partir de testes estatísticos específicos aplicados sobre os resíduos resultantes do processamento da linha de base, e além disso estabelecer a proximidade desses resíduos com um processo de ruído branco, ou seja, um processo não correlacionado.

Foram realizadas diversas observações GPS, conforme ilustrado no capítulo 5, como requisito para obtenção dos resíduos do processamento de uma linha de base GPS. Esses resíduos, por serem inerentes às observações, representam seu comportamento estatístico. Portanto, a partir destes resíduos foram realizados testes com a finalidade de avaliar o comportamento da função distribuição de probabilidade, juntamente com a autocorrelação de cada uma das séries de resíduos apresentadas.

## 7.1 Conclusões

De acordo com os resultados e suas análises apresentados no capítulo anterior, podem-se realizar algumas conclusões a cerca das análises descritas, objetivando avaliar as hipóteses apresentadas, como forma de contribuição desta pesquisa. Assim, tais conclusões são:

- a) Assim como já havia sido evidenciado em TIBERIUS & BORRE (1999), a hipótese de normalidade da distribuição das observações GPS pode nem sempre ser considerada como verdadeira, principalmente quando há influências de fatores como multicaminhamento e refração atmosférica nas observações;
- b) As observáveis C/A, P, L1 e L2 apresentaram comportamentos residuais diferentes, quando comparadas entre si, de acordo com suas funções distribuições de probabilidade. Essa diferença entre as distribuições de cada uma das observáveis, pode exigir a utilização de modelos estocásticos diferenciados no processamento, seja quando utilizadas isoladamente, ou quando combinadas entre si;
- c) Apesar de as observações L1 apresentarem os menores resíduos no processamento GPS, sua distribuição não indicou normalidade. Esse foi o resultado apresentado por quase todos os testes estatísticos aplicados nessa pesquisa;
- d) Dentre as três observáveis C/A, P e L2, a observável C/A foi a única que apresentou as séries residuais normalmente distribuídas. Já as séries residuais determinadas com o código P e fase L2 não apresentaram o mesmo comportamento quanto à normalidade, variando para cada par de satélites utilizados. Essa variação, segundo TIBERIUS & BORRE (1999), pode ter sido causada pelas diferentes elevações dos satélites, já que satélites mais elevados estão menos susceptíveis a efeitos atmosféricos, e portanto, são maiores as chances de possuírem distribuição normal;

- e) A não normalidade das observáveis L1, P e L2 resultantes dos experimentos realizados nessa pesquisa, e descritos nos itens b, c e d anteriores, segundo TIBERIUS & BORRE (1999) é devido ao comportamento periódico apresentado nas séries residuais, causado possivelmente pelos erros não modelados, ou não eliminados completamente no posicionamento relativo, principalmente pelo multicaminhamento, e pelo atraso atmosférico diferencial (ionosférico e troposférico), sendo este último um dos principais causadores para que os dados de fase não estejam normalmente distribuídos. Por isso, modelos regionais ionosféricos, modelos troposféricos, técnicas que evitam o multicaminhamento, tornam-se indispensáveis para o posicionamento de alta precisão com o GPS;
- f) Para todas as séries residuais analisadas, a hipótese de processos de ruído branco foi rejeitada, havendo portanto autocorrelação temporal para cada uma das observáveis GPS. De acordo com BORRE & TIBERIUS (2000), essa autocorrelação é devida principalmente a dois fatores: à alta taxa de coleta utilizada pelo receptor GPS, caso em que se aplica a esta pesquisa; e devido ao processamento do sinal pelo receptor, o qual introduz uma dependência nas séries temporais. Portanto, a utilização de observações com altas taxas de coleta, ainda não é um método muito adequado no posicionamento geodésico;
- g) A consideração da autocorrelação das observáveis no modelo estocástico do processamento GPS torna-se de extrema importância. Entretanto, são precisos modelos diferenciados representativos de cada uma das observáveis utilizadas, visto que a autodependência temporal existente em cada observável GPS não se mostrou homogênea, apresentando comportamento diferenciado para cada uma das observáveis. Essas considerações quando realizadas, podem representar melhor a qualidade dos parâmetros determinados.

## 7.2 Recomendações

Levando-se em conta as conclusões apresentadas acima, é interessante que trabalhos futuros possam dar continuidade ao assunto, como forma de procurar

melhorar ainda mais o desempenho do posicionamento relativo preciso GPS. Desse modo, algumas recomendações serão apresentadas a seguir, com o intuito de estimular novas pesquisas relativas a esse assunto:

- a) Definir um modelo de distribuição que melhor se ajuste aos resíduos de cada uma das observáveis GPS, assim como avaliar se os resultados determinados com essas novas distribuições a partir dos processos estocásticos diferenciam significativamente do modelo normal utilizado atualmente;
- b) Considerar a autocorrelação temporal da observável no processamento GPS, a partir da implementação no processo estocástico, e determinar sua influência na qualidade dos parâmetros, verificando se o mesmo é significativo;
- c) Testes de normalidades em séries temporais podem ser afetados pela presença de autocorrelação, induzindo a um resultado que pode não ser verdadeiro. Por isso, torna-se interessante modelar separadamente cada um desses dois fatores quando considerados nas equações GPS;
- d) Avaliar a influência do comprimento da linha de base GPS nos resíduos do processamento, verificando se a distribuição apresenta os mesmos resultados que apresentaram nesta pesquisa, quando comparado com uma distribuição normal;
- e) Desenvolver a mesma metodologia aplicada nesta pesquisa, só que ao invés de processar as observações com um modelo de dupla diferença, processar utilizando um modelo de simples diferença. Essa análise permitirá avaliar o comportamento de cada série residual, para cada observável, referenciados apenas a um satélite. Esse método pode mostrar com maior clareza se a elevação do satélite influencia no comportamento residual do processamento;
- f) Utilizar modelos de correção ionosférico e troposférico nas equações de observações, assim como métodos que reduzem o multicaminhamento, como

forma de avaliar o comportamento das séries residuais sem a presença destes efeitos. Além disso, utilizar mais de um modelo de receptores e diferentes taxas de coletas como forma de avaliar a influência desses fatores na autocorrelação das observáveis GPS;

- g) Incluir nos softwares de processamento GPS, gráficos que mostrem a distribuição dos resíduos da observável utilizada, assim como os correlogramas de cada série residual apresentada.

A garantia de que levantamentos geodésicos estão sendo realizados adequadamente com o sistema GPS está diretamente relacionada à precisão e acurácia das coordenadas apresentadas pelo sistema. Daí surge a necessidade de modelos matemáticos que representem da melhor forma possível as influências que afetam a qualidade destas coordenadas. Entretanto, a eliminação de alguns erros torna-se quase que impossível, sendo considerado, portanto, como inerentes às observações. Por isso, é preciso que novas pesquisas surjam, com a finalidade de melhorar ainda mais o posicionamento geodésico através desse maravilhoso sistema que é o GPS.

---

**REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

- ALVES, D. B. M.; MONICO, J. F. G.; JUNIOR, M. M.: **Atenuação de erros sistemáticos no posicionamento relativo GPS utilizando dados de receptores de simples frequência**, I Simpósio de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Recife, UFPE, 2004.
- ANTUNES, C.: **Método seqüencial de ajustamento no tratamento de observações GPS**, Conferência de Cartografia e Geodésia, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, pág: 5 a 16, Lisboa, 1996.
- ASLAN, B.; ZECH, G.: **Comparison of different goodness-of-fit tests**, Proceedings of Advanced Statistical Techniques in Particle Physics, University of Durham, 19-22 March 2002.
- BERA, A. K.; PREMARATNE, G.: **Adjusting the Tests for Skewness and Kurtosis for Distributional Misspecifications**, University of Illinois at Urbana-Champaign -Department of Economics and National University of Singapore - Department of Economics, 2001.
- BORRE, K.; TIBERIUS, C.: **Time Series Analysis of GPS Observables**, Proc, of the 13th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Salt Lake City, Utah, September 19-22, 2000, pp. 1885-1894 (2000).
- BRUGGEMANN, R.; LUTKEPOHL, H.; SAIKKONEN, P.: **Residual Autocorrelation Testing for Vector Error Correction Models**, ECO Working Paper, European University Institute, 2004.
- BRYN, G.; HUBERT, M.; STRUYF, A.: **A robustification of the jarque-bera test of normality**, COMPSTAT'2004 Symposium, 2004.
- CALZADA, M. E.; SCARIANO, S. M.: **Visual EDF Software to Check the Normality Assumption**, Presented at the 15<sup>th</sup> International Conference on Technology in Collegiate Mathematics, Orlando, October 31-November 4, 2002.
- CAMARGO, P. O.: **Modelo regional da ionosfera para uso em posicionamento com receptores de uma frequência**. Curitiba, 1999. 191p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Paraná.
- CHATFIELD, C.: **The analysis of time series, an introduction**, CHAPMAN & HALL, 1996.

- CHEN, X.; FAN, Y.; PATTON, A.: **Simple Tests for Models of Dependence Between Financial Time Series: with Applications to U.S. Equity Returns and Exchange Rates**, 2004.
- CHUI, C. K.; CHEN, G.: **Kalman filtering with real-time applications**, Berlin: Springer-Verlag, 1987.
- DEWAN, I.; SOMANATHAN, R.: **Poverty targeting in public programs: A comparison of alternative nonparametric methods**. Indian Statistical Institute, Delhi, June, 2004.
- DOORNIK, J. A.: **Testing Vector Error Autocorrelation and Heteroscedasticity**, unpublished paper, Nuffield College, Oxford, September 1996.
- DONG, L. B.; GILES, D. E. A.: **AN EMPIRICAL LIKELIHOOD RATIO TEST FOR NORMALITY**, Econometrics Working Paper, Department of Economics, University of Victoria, February, 2004.
- DUAN, J.C.: **A Specification Test for Time Series Models by a Normality Transformation**, NBER/NSF Time Series Conference in September 2003.
- FELTS, C. J.; GOLDIN, G. A.: **Partition-based goodness-of-fit tests on the line and the circle**, Australian & New Zealand Journal of Statistics, Volume 43(2), 207-220, 2001.
- FONSECA, E. S.: **O sistema GPS como ferramenta para a avaliação da refração ionosférica no Brasil**, Tese de doutorado, 176 p, USP, 2002.
- FULLER, W. A.: **Introduction to statistical time series**. Second edition, ed. John Wiley & Sons, inc. 1996.
- GALBRAITH, J. W.; ULLAH, A.; WALSH, V. Z.: **Estimation of the vector moving average model by vector autoregression**, Econometric Reviews, vol. 21, pp. 205 – 219, 2002.
- GEMAEL, C.: **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**, Editora da UFPR, 319 p, Curitiba, 1994.
- GLERIA, I.; MATSUSHITA, R.; SILVA, S.: **Sistemas complexos, criticalidade e leis de potência**, Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 26, n. 2, p. 99 - 108, 2004.
- GREWAL, M. S.; WEILL, L. R.; ANDREWS, A. P.: **Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration**, John Wiley & Sons. Inc. 2001.

- HATEMI, A.: **Multivariate Tests for Autocorrelation in the Stable and Unstable VAR Models**, This paper was presented at the *Conference for Econometric Modelling* in Pretoria, 3-5 July 2002.
- HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. (1997). **Global Positioning System: Theory and Practice**. 4.rev. ed. New York, Springer-Verlag Wien.
- HOWIND, J.; KUTTERER, H.; HECK, B.: **Impact of temporal correlations on GPS-derived relative point positions** *Journal of Geodesy*, 73: 246-258, 1999.
- IBGE, **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística** (Brasil), Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC). Material disponível em: < [www.ibge.gov.br](http://www.ibge.gov.br) > Acesso em: 15 de agosto de 2004.
- INOUE, A.; SOLON, G.: **A Portmanteau Test for Serially Correlated Errors in Fixed Effects Models**, Manuscripts Submitted for Publication, may 2004.
- JOHNSON, N. L.; KOTZ, S.; BALAKRISHNAN, N.: **Continuous univariate distribution**, 2 nd. ed. New York: John Wiley, 1994.
- JOHNSON, N. L.; KOTZ, S.: **Distributions in statistics continuous multivariate distributions**, New York, Wiley, 333p, 1972.
- KIM, T.H.; WHITE, H.: **On More Robust Estimation of Skewness and Kurtosis: Simulation and Application to the S&P500 Index**, September 2003.
- LARSON, H.J.: **Introduction to probability theory and statistical inference**. 3<sup>a</sup> edition, ed. John Wiley & Sons, 1982.
- LEE, Y. H.: **Fisher Information Test of Normality**, Dissertation submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Statistics, 1998.
- LEICK, A.: **GPS: satellite surveying**. Second edition, ed. John Wiley & Sons, inc. 1994.
- LEVICH, R. M.; RIZZO, R. C.: **Alternative Tests for Time Series Dependence Based on Autocorrelation Coefficients**, Salomon Center working paper S-99-8. December, 1998.

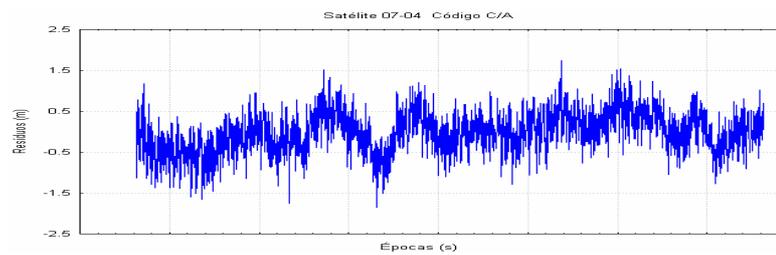
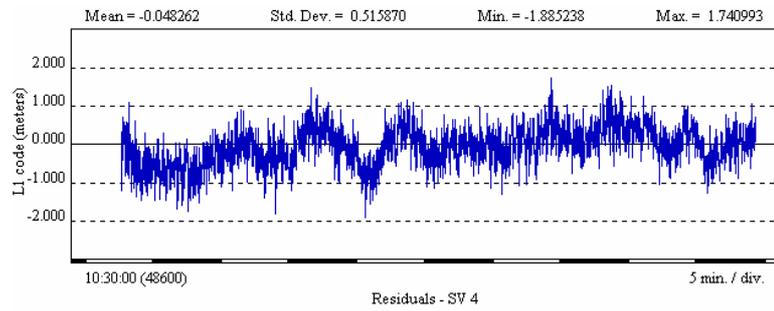
- MACHADO, W. C.: **Solução rápida das ambigüidades GPS para aplicações no posicionamento relativo de bases curtas**. Presidente Prudente, 2002. 126p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista (UNESP).
- MEYER, P.L.: **Probabilidade: aplicações à estatística**. 2ª edição, Editora LTC, 1983.
- MONICO, J.F.G.: **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: Descrição, fundamentos e aplicações**, UNESP, Presidente Prudente, 2000.
- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C.: **Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros**, Ed. LTC, 2ª edição, 2003.
- MORETTIN, P.A.: **Ondas e ondaletas, da análise de Fourier a análise de ondaletas**, São Paulo: ed. USP, 272 p, 1999.
- MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M.: **Séries temporais**, Editora Atual, São Paulo, 1987.
- ONDER, A. O.; ZAMAN, A.: **A Test for Normality Based on Robust Regression Residuals**, *Developments in Robust Statistics: International Conference on Robust Statistics*, Physica-Verlag, Heidelberg, 296-306, 2003.
- PATEL, J. K.; KAPADIA, C. H.; OWEN, D. B.: **Handbook of statistical distributions**, New York, Basel: Marcel Dekker, 302p, 1976.
- PENA, D.; RODRÍGUEZ, J.: **“A Powerful Portmanteau Test of Lack of Fit for Time Series”**, *The Journal of American Statistical Association*, 97, 457, 2002.
- PRIESTLEY, M.B.: **Spectral analysis and time series**. Probability and mathematical statistics, a series of monographs and textbooks. Academic Press Ltd, London/San Diego, 1981.
- ROMÃO, V. M. C.: **Conceitos de geodésia**, Recife: UFPE, 2002.
- ROMÃO, V. M. C.; SAMOHYL, R. W.: **Procedimentos de detecção de erros grosseiros (blunders,outliers) e não-normalidade nas observações GPS**. In: X CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO PORTUGUESA DE INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL, Guimarães: Associação Portuguesa de Investigação Operacional - APDIO, 2002. v. 1, CD-ROM.
- ROSS, S.M.: **Introduction to probability models**. 6ª edition, ed. Academic Press, 1997.

- SAMOHYL, R. W.; ROMÃO, V. M. C.: **The question of the precision of global positioning system-GPS adjustment under parameter and residual auto-correlation**. In: 150 SINAPE – SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 2002, Águas de Lindóia. Anais do Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística. 2002. v. 1, CD-ROM.
- SEEBER, G. **Satellite Geodesy: Foundations, Methods and Applications**. 2nd Edition, Berlin New York, Walter de Gruyter, 2003.
- SEN, P. K.; JURECKOVÁ, J.; PICEK, J.: **Goodness-of-Fit Test of Shapiro-Wilk Type with Nuisance Regression and Scale**, AUSTRIAN JOURNAL OF STATISTICS Volume 32, Number 1&2, 163–177, 2003.
- SILVA, A. L.; ROMÃO, V. M. C.; SILVA, T. F.; SILVA, A. S.; SAMOHYL, R. W.: **Normalidade e correlação das observações GPS**, I Simpósio de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, UFPE, Recife, 2004.
- SILVA, A. L.; ROMÃO, V. M. C.; SILVA, T. F.; SILVA, A. S.; SAMOHYL, R. W.: **Análise da distribuição e correlação das observações GPS**, Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário – COBRAC, UFSC, Florianópolis, 2004.
- SIMS, M. L.: **Phase center variations in the geodetic TI4100 GPS receiver system's conical spiral antenna**. Proc. 1<sup>st</sup> Int. Symp. Precise Positioning with GPS, vol. 1, 227-244, Rockville 1985.
- SOUZA, E. M.; MONICO, J. F. G.; POLEZEL, W. G. C.: **Atenuando o multicaminhamento: possibilidades e técnicas**, I Simpósio de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Recife, UFPE, 2004.
- STRANG, G.; BORRE, K.: **Linear algebra, geodesy and GPS**. Wellesley-Cambridge Press. 1997.
- TAUFER, E.; JAMMALAMADAKA, S. R.: **Testing Exponentiality by comparing the Empirical Distribution Function of the Normalized Spacings with that of the Original Data**. Contributo a ICAAF 2002, Hong Kong, Dicembre 2002.
- TEUNISSEN, P. J. G.: **GPS double difference statistics: with and without using satellite geometry**, Journal de Geodesy, 71: 137-148, 1997.
- TEUNISSEN, P.; KLEUSBERG, A. (1998). **GPS for Geodesy**. 2.ed. Springer-Verlag Berlin.

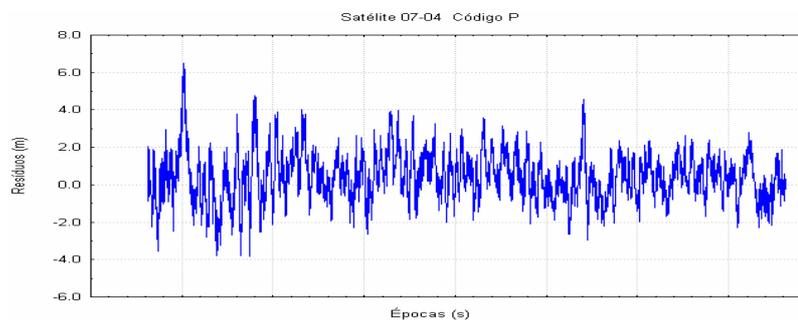
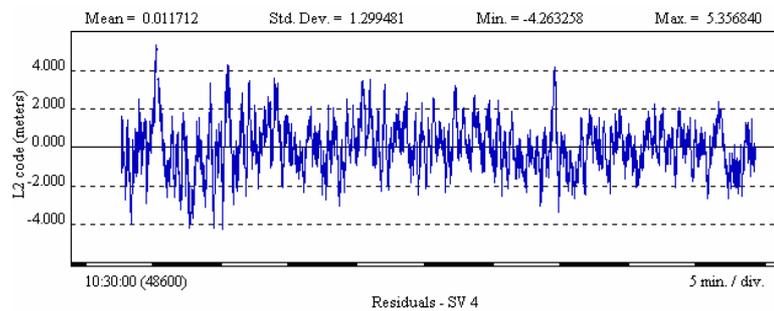
- 
- TEUNISSEN, P.; ODIJK, D.; JOOSTEN, P.: **A probabilistic evaluation of correct GPS ambiguity resolution**. Proceedings of ION GPS-98, pages 1315-1323, Nashville, TN, September 15-18, 1998.
- THADEWALD, T.; BUNING, H.: **Jarque-Bera Test and its Competitors for Testing Normality - A Power Comparison**. Institute for Statistics and Econometrics, Free University Berlin, Boltzmannstr. 20, 14195 Berlin, Germany, 2004.
- TIBERIUS, C.C.J.M.; BORRE, K.: **Probability distribution of GPS code and phase data**. Zeitschrift fur Vermessungswesen, 1999. 124(8)
- TIBERIUS, C.C.J.M.; BORRE, K.: **Are GPS data normally distributed?**, International Association of Geodesy Symposia; 121, pp. 243-248, Berlin, 2000.
- TORRES, R.; BONOMO, M.; FERNANDES, C.: **A Aleatoriedade do Passeio na Bovespa: Testando a Eficiência do Mercado Acionário Brasileiro**, RBE Rio de Janeiro 56(2):199-247 ABR./JUN. 2002.
- WELLS, D., BECK, N., DELIKARAOGLU, D., KLEUSBERG, A., KRAKIWSKY, E. J., LACHAPELLE, G., LANGLEY, R. B., NAKIBOGLU, M., SCHWARZ, K. P., TRANQUILLA, J.M., VANICEK, P. **Guide to GPS Positioning**, Fredericton, New Brunswick, Canadá: Canadian GPS Associates, 1986.
- WOLF, P. R.; GHILANI, C. D.: **Adjustment computations: statistics and least squares in surveying and GIS**, 3rd ed., John Wiley & Sons, INC., EUA, 1996.

**ANEXO 1**  
**RESÍDUOS DETERMINADOS COM GPSURVEY E RESGPS**  
**PARA O 1<sup>o</sup> DIA**

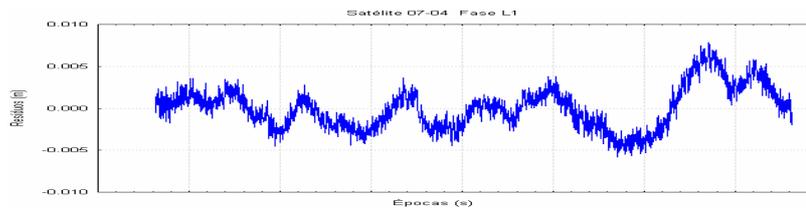
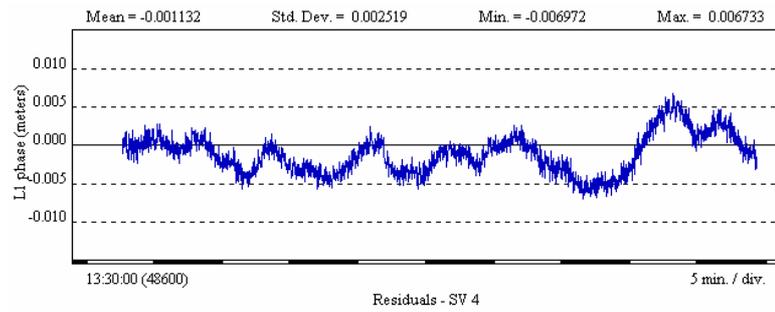
### Satélites PRN 07 – PRN 04



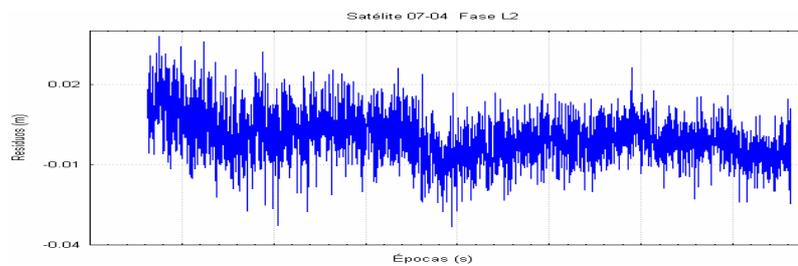
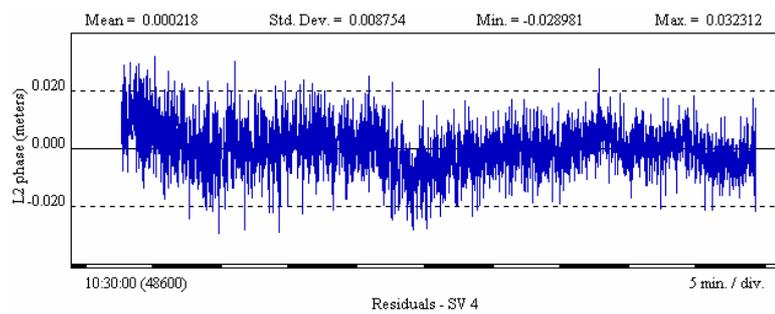
Código C/A – Acima: GPSurvey Abaixo: ResGPS



Código P – Acima: GPSurvey Abaixo: ResGPS

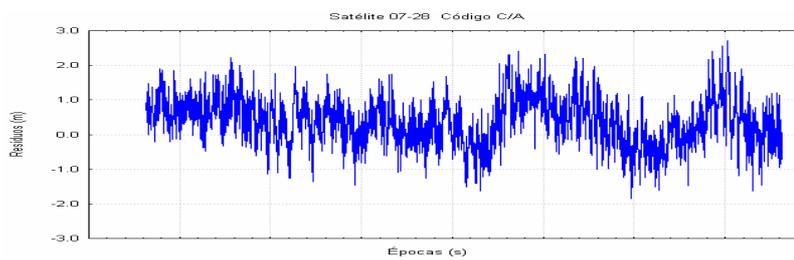
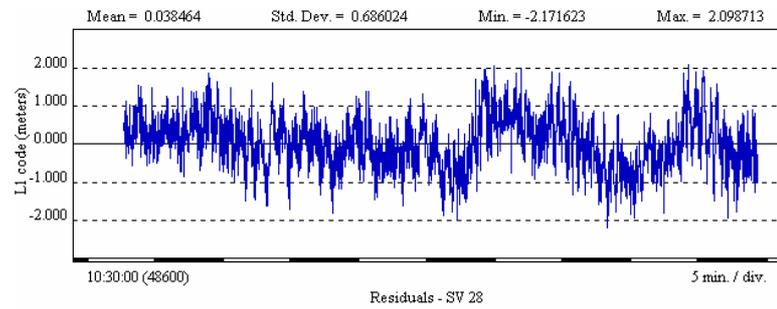


Fase L1 – Acima: GPSurvey Abaixo: ResGPS

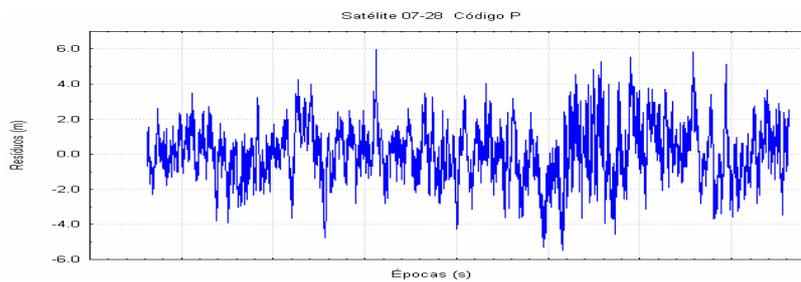
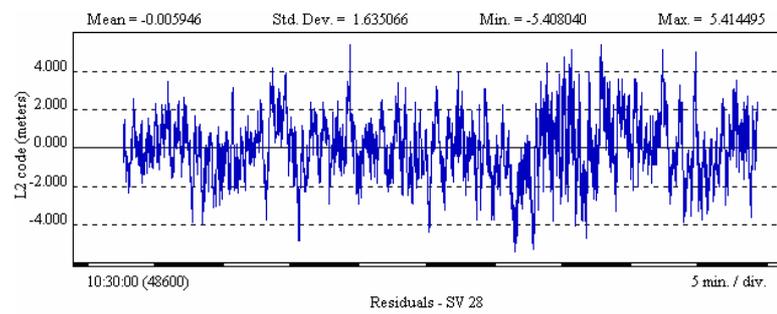


Fase L2 – Acima: GPSurvey Abaixo: ResGPS

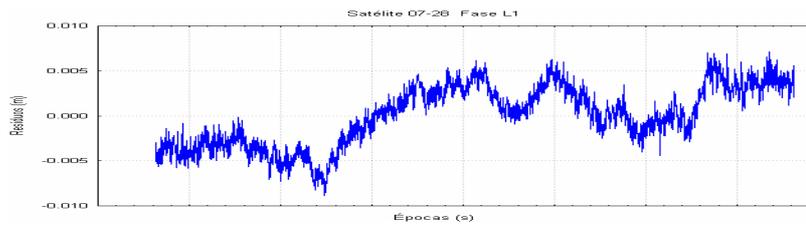
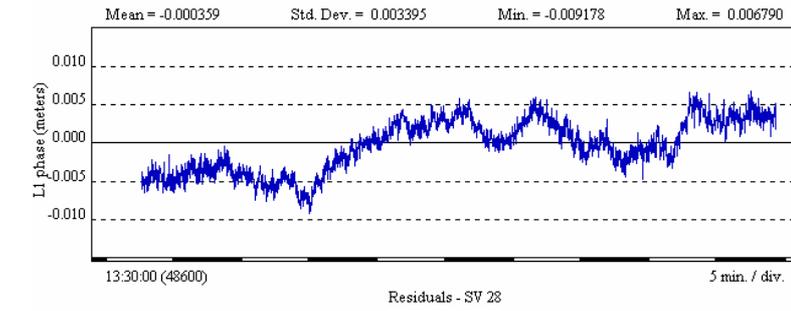
### Satélites PRN 07 – PRN 28



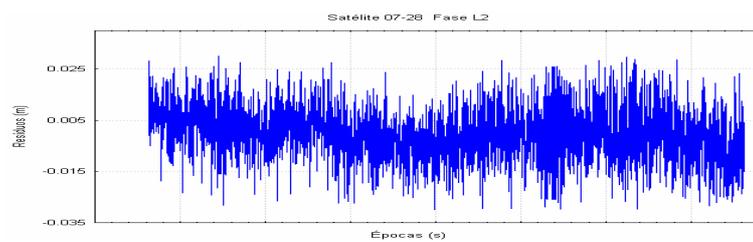
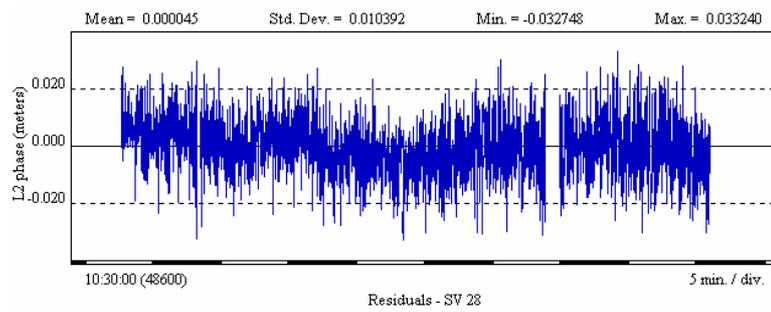
Código C/A – Acima: GPSurvey Abaixo: ResGPS



Código P – Acima: GPSurvey Abaixo: ResGPS

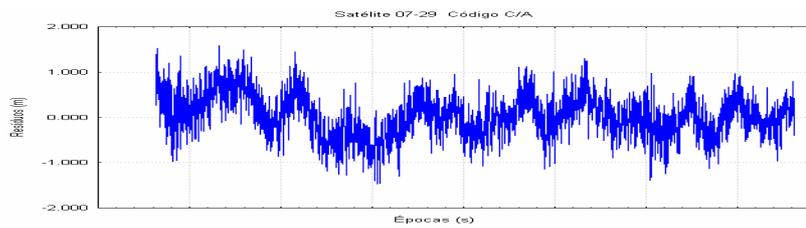
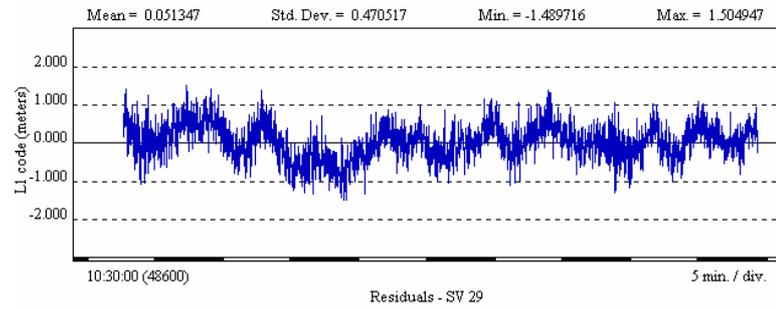


Fase L1 – Acima: GPSurvey Abaixo: ResGPS

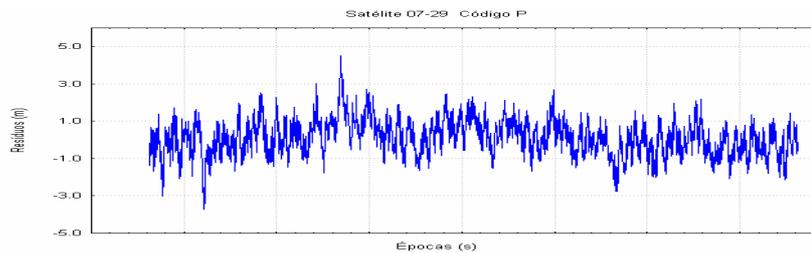
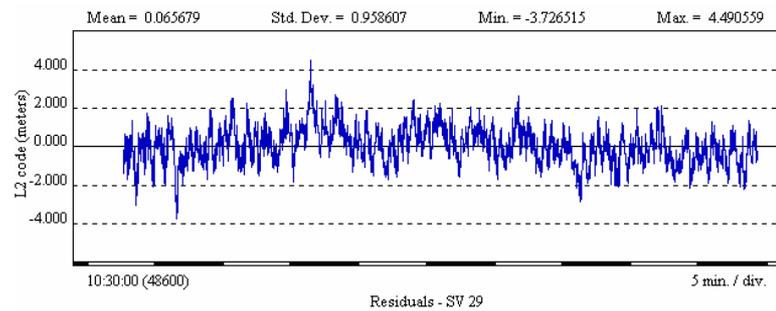


Fase L2 – Acima: GPSurvey Abaixo: ResGPS

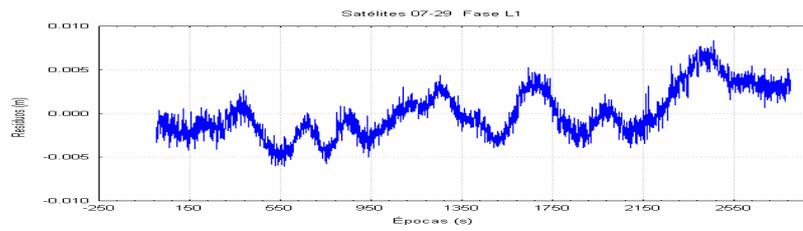
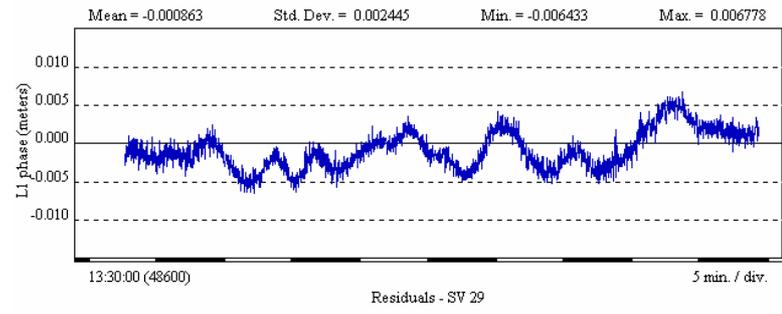
### Satélites PRN 07 – PRN 29



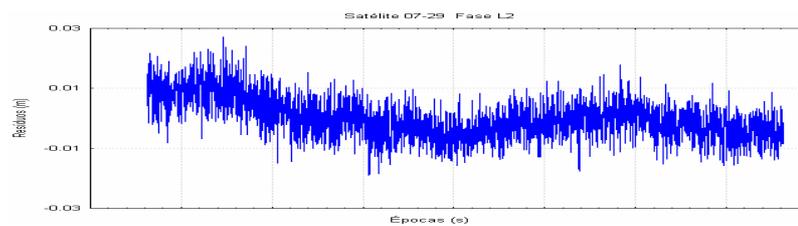
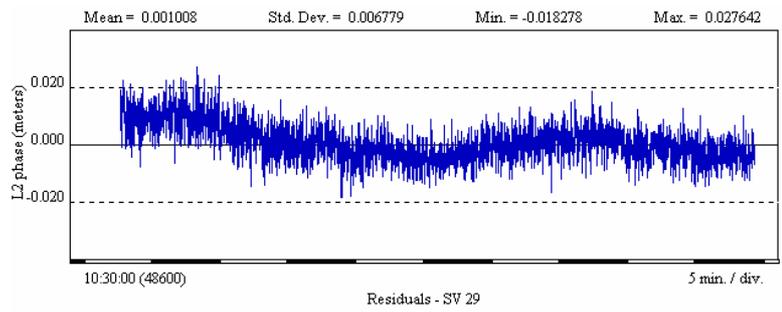
Código C/A – Acima: GPSurvey Abaixo: ResGPS



Código P – Acima: GPSurvey Abaixo: ResGPS



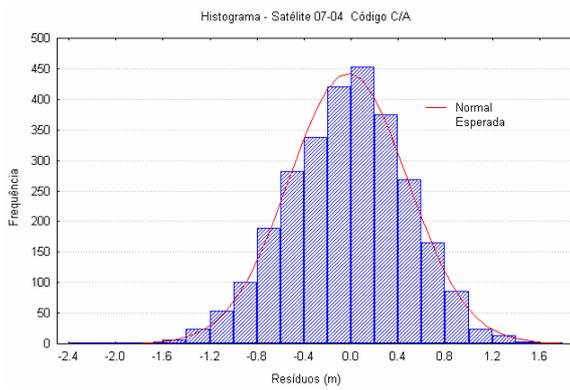
Fase L1 – Acima: GPSurvey Abaixo: ResGPS



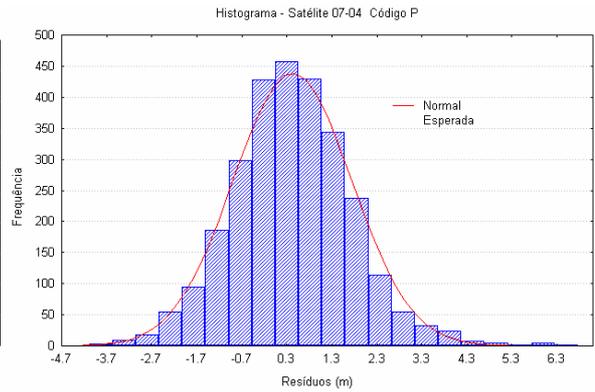
Fase L2 – Acima: GPSurvey Abaixo: ResGPS

**ANEXO 2**  
**HISTOGRAMA DOS RESÍDUOS**  
**DETERMINADOS PARA O 1º DIA**

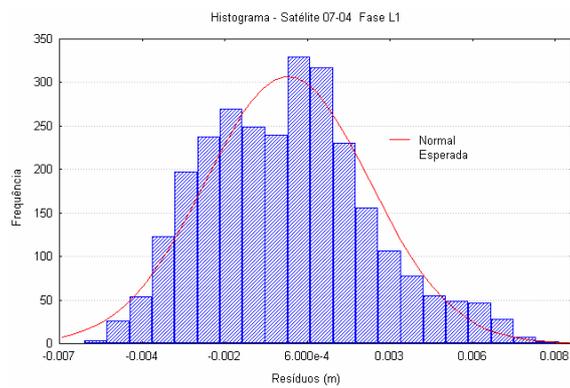
Satélites PRN 07 – PRN 04



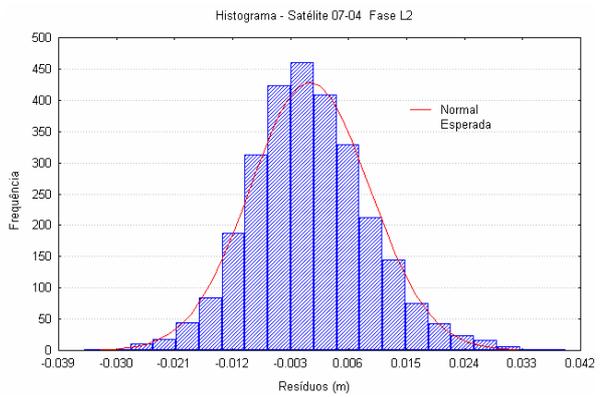
C/A



P

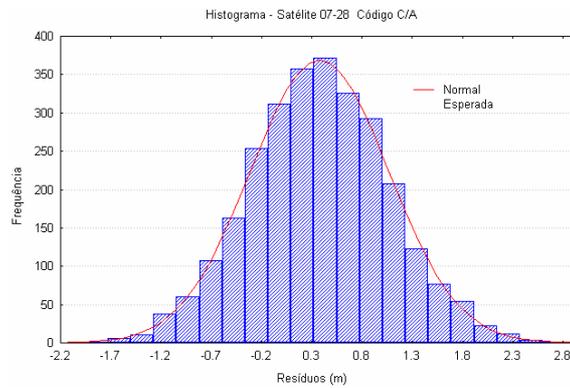


L1

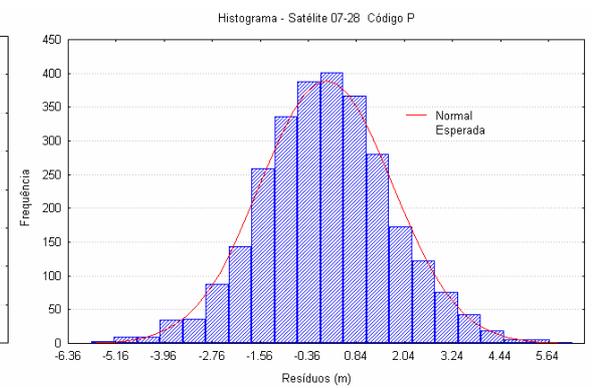


L2

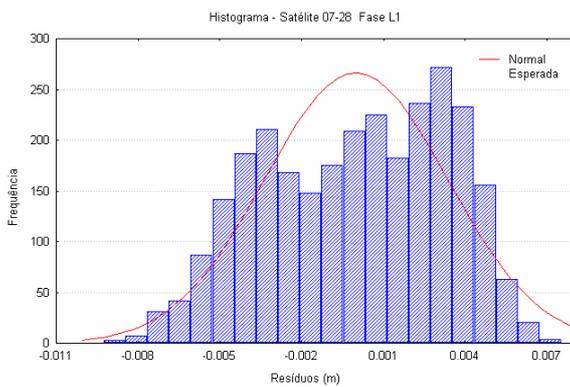
Satélites PRN 07 – PRN 28



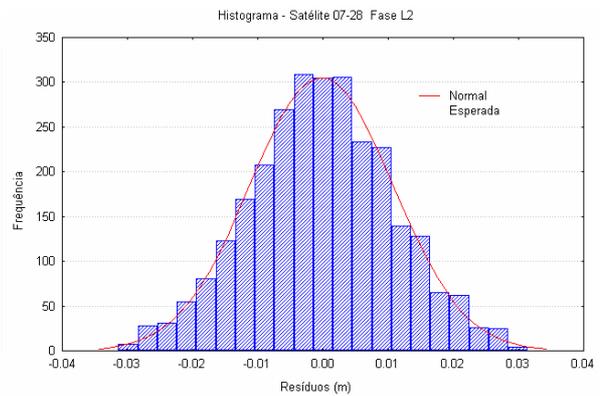
C/A



P

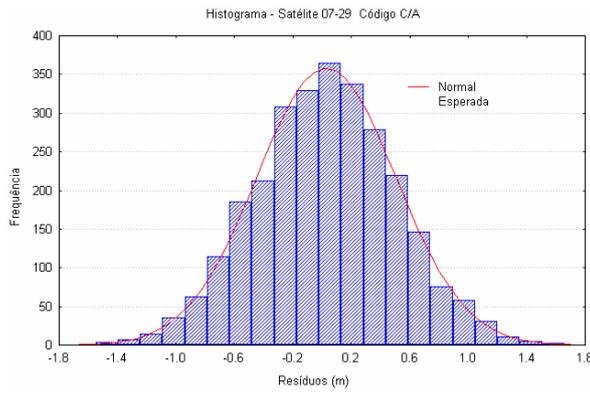


L1

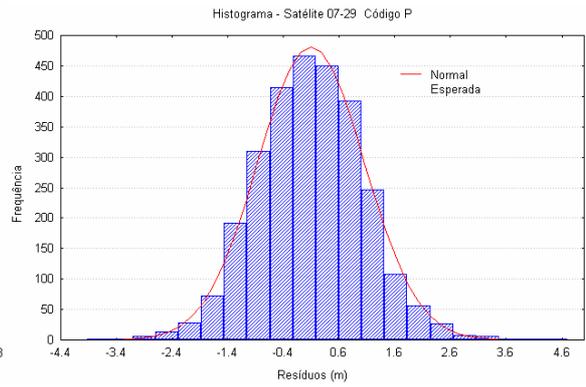


L2

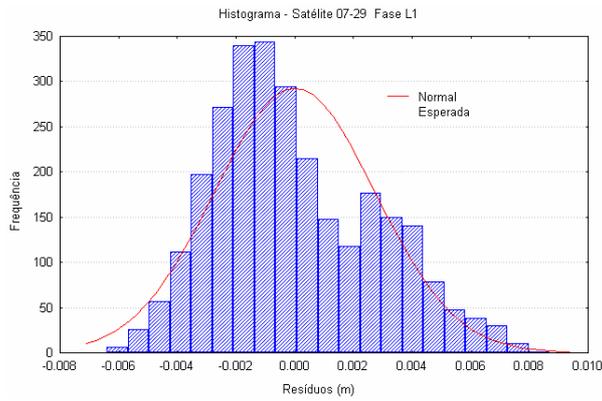
Satélites PRN 07 – PRN 29



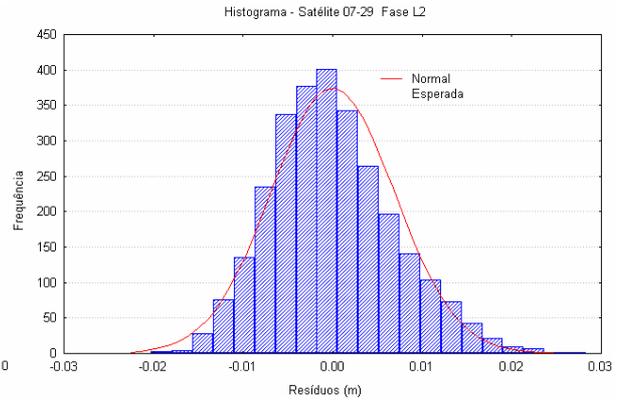
C/A



P



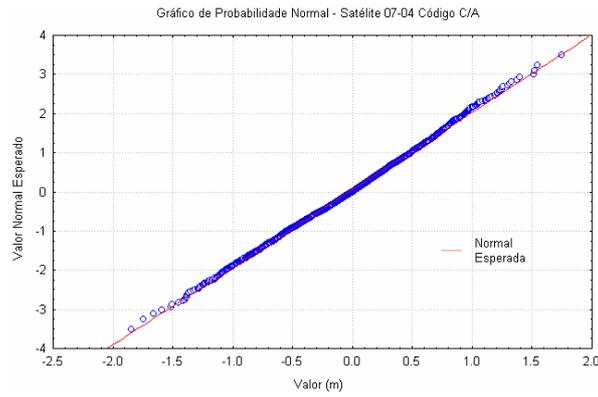
L1



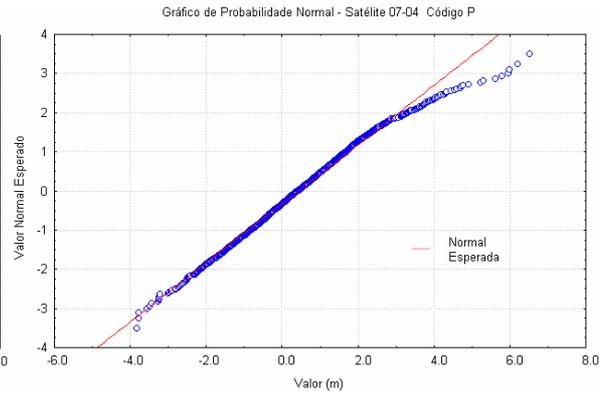
L2

**ANEXO 3**  
**GRÁFICO DE PROBABILIDADE NORMAL PARA O 1<sup>o</sup> DIA**

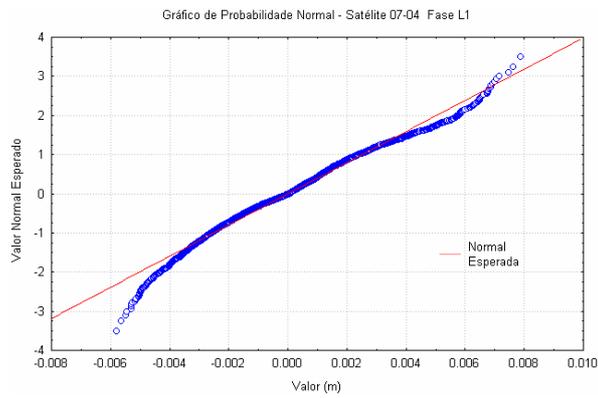
Satélites PRN 07 – PRN 04



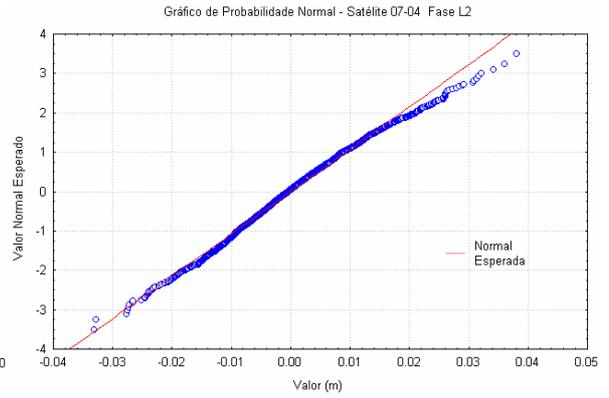
C/A



P

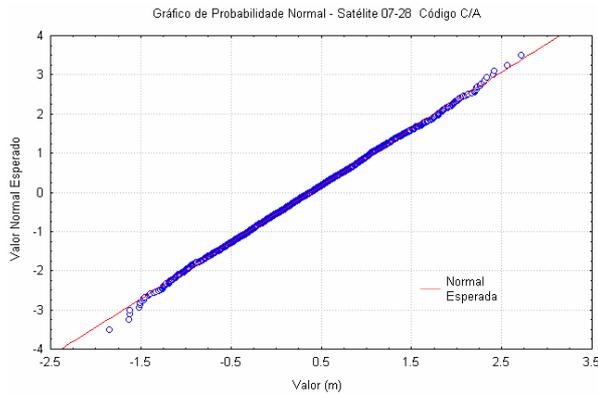


L1

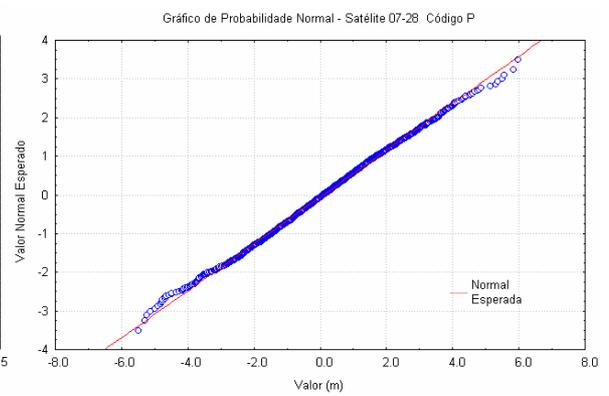


L2

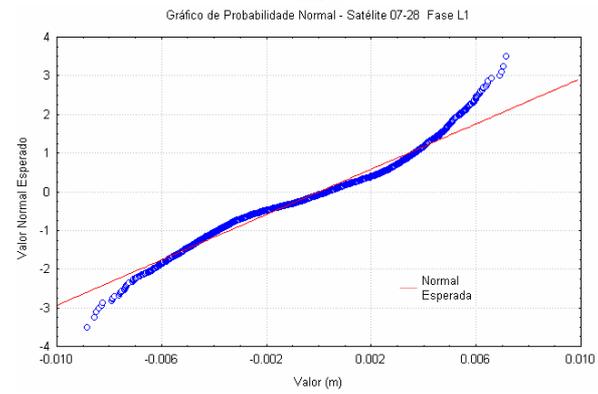
Satélites PRN 07 – PRN 28



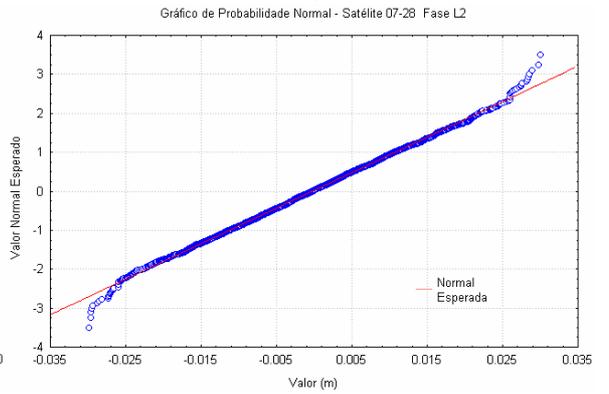
C/A



P

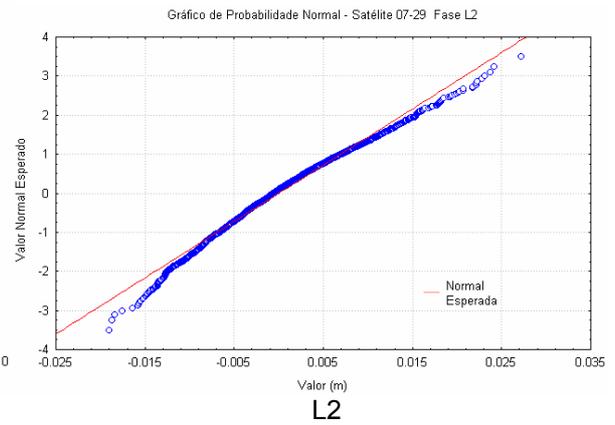
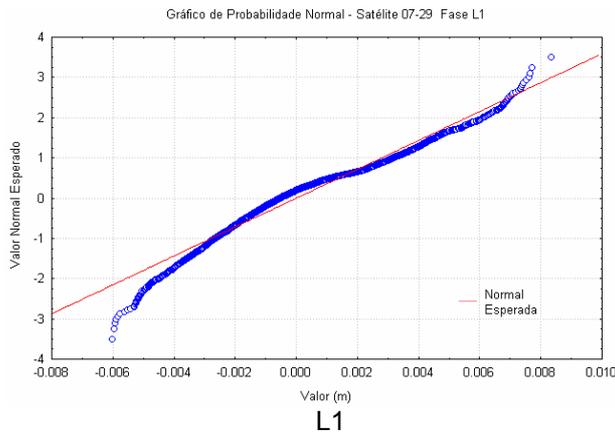
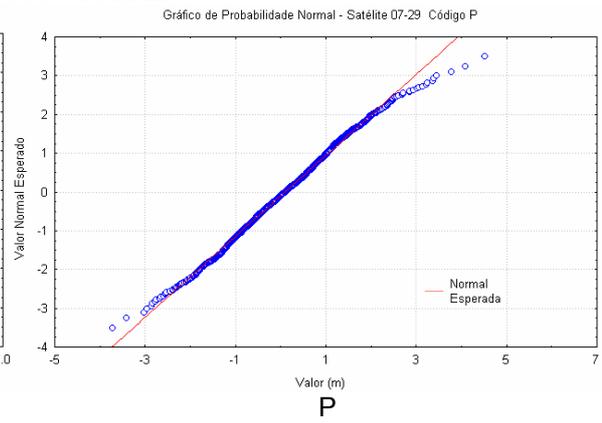
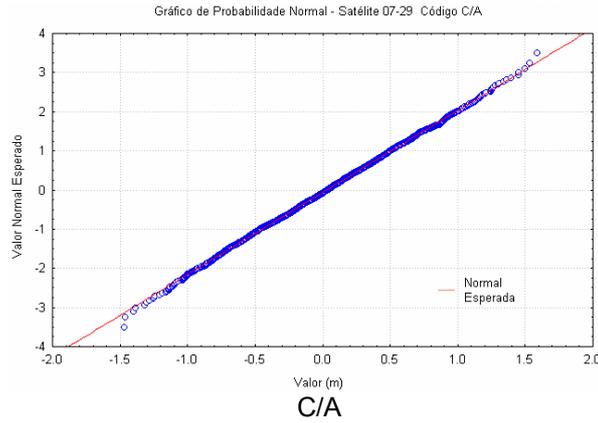


L1



L2

Satélites PRN 07 – PRN 29



**ANEXO 4**  
**ANÁLISE DESCRITIVA DOS RESÍDUOS**

Tabela A4.1 – Análise Descritiva dos Resíduos para o 2º Dia

N = 2133	Satélite 17-05	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.059049	-0.1164	1.36E-11	-9.21E-07
	Desv. Padrão (m)	0.69249	1.667508	0.002356	0.011688
	Assimetria	-0.013539	-0.070943	-1.030485	-0.225608
	Curtose	2.594805	4.002233	3.551062	3.10967
	Bera-Jarque	14.65694	91.06149	404.494	19.16358
	Probabilidade (p-valor)	0.0007	0	0	0.0001

N = 2133	Satélite 17-09	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	-0.051045	-0.252236	2.23E-12	-8.00E-12
	Desv. Padrão (m)	0.293093	0.56391	0.001334	0.004287
	Assimetria	0.071334	0.108916	-0.132492	-0.121117
	Curtose	3.205639	2.728534	2.090485	2.822668
	Bera-Jarque	5.567272	10.76675	79.75953	8.009743
	Probabilidade (p-valor)	0.0618	0.0046	0	0.0182

N = 2133	Satélite 17-10	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.224288	-0.203683	-9.09E-12	9.65E-06
	Desv. Padrão (m)	0.467469	1.246478	0.003	0.007791
	Assimetria	0.07198	-0.042026	-0.400411	-0.100992
	Curtose	3.153918	2.914447	2.421769	3.010843
	Bera-Jarque	3.947405	1.278365	86.71253	3.636316
	Probabilidade (p-valor)	0.1389	0.5277	0	0.1623

N = 2133	Satélite 17-24	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	-0.008776	-0.059917	6.73E-12	-7.32E-12
	Desv. Padrão (m)	0.333923	0.628478	0.001533	0.004462
	Assimetria	-0.058859	0.080671	0.035076	0.144759
	Curtose	3.206611	3.300468	2.20976	2.956539
	Bera-Jarque	5.025502	10.33723	55.93798	7.617396
	Probabilidade (p-valor)	0.0810	0.0057	0	0.0228

Tabela A4.2 – Análise Descritiva dos Resíduos para o 3º Dia

N = 2042	Satelite 06-14	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.054598	0.228528	-8.43E-12	-9.06E-12
	Desv. Padrão (m)	0.448661	1.119076	0.001717	0.006288
	Assimetria	-0.172883	-0.084349	0.338658	0.217461
	Curtose	2.949067	2.525304	2.940003	3.039371
	Bera-Jarque	10.3928	21.59374	39.33891	16.22595
	Probabilidade(p-valor)	0.0055	0	0	0.0003

N = 2042	Satelite 06-15	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.111739	-1.16795	2.95E-13	-2.62E-06
	Desv. Padrão (m)	0.690829	2.396271	0.00253	0.012793
	Assimetria	-0.323173	-0.142415	-0.221726	-0.015847
	Curtose	3.199326	2.960269	2.723147	2.947606
	Bera-Jarque	38.92506	7.03691	23.25309	0.319034
	Probabilidade (p-valor)	0	0.0296	0	0.8526

N = 2042	Satelite 06-16	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	-0.073596	0.025926	-1.23E-11	1.87E-05
	Desv. Padrão (m)	0.709468	2.050856	0.002178	0.010621
	Assimetria	0.093921	0.022655	0.392433	-0.015593
	Curtose	3.309211	3.223469	2.600982	2.503413
	Bera-Jarque	11.13711	4.423581	65.95917	21.06421
	Probabilidade (p-valor)	0.0038	0.1095	0	0

N = 2042	Satelite 06-21	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.066978	-0.205743	-4.09E-12	0.000314
	Desv. Padrão (m)	0.72278	1.709646	0.00272	0.009421
	Assimetria	-0.323672	-0.008028	-0.374414	0.146228
	Curtose	3.064473	2.76963	2.770195	2.835133
	Bera-Jarque	36.00821	4.537338	52.20334	9.589901
	Probabilidade (p-valor)	0	0.1035	0	0.0083

---

N = 2042	Satelite 06-22	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	-0.052332	0.714673	-1.61E-12	-1.87E-12
	Desv. Padrão (m)	0.407478	0.85593	0.001702	0.004771
	Assimetria	0.21952	-0.09756	0.784451	-0.137141
	Curtose	3.098406	3.433779	3.097205	2.937677
	Bera-Jarque	17.22424	19.24889	210.2325	6.731326
	Probabilidade (p-valor)	0.0002	0.0001	0	0.0345

Tabela A4.3 – Análise Descritiva dos Resíduos para o 4<sup>o</sup> Dia

N = 2022	Satélite 14-01	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.076108	0.646672	-9.18E-12	1.43E-05
	Desv. Padrão (m)	0.41058	1.045225	0.001548	0.006089
	Assimetria	0.060095	0.011813	0.035913	0.133947
	Curtose	2.903291	3.125213	2.841799	3.196544
	Bera-Jarque	2.005	1.367929	2.543214	9.300889
	Probabilidade (p-valor)	0.3670	0.5046	0.2804	0.0096

N = 2022	Satélite 14-03	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.0838	0.455709	-4.01E-12	6.58E-13
	Desv. Padrão (m)	0.415598	1.030678	0.001503	0.005408
	Assimetria	0.107889	-0.072358	-0.239564	0.000403
	Curtose	2.915496	3.154529	2.83427	3.078444
	Bera-Jarque	4.524294	3.776278	21.65474	0.518478
	Probabilidade (p-valor)	0.1041	0.1514	0	0.7716

N = 2022	Satélite 14-15	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.011273	0.602503	4.84E-12	-1.54E-11
	Desv. Padrão (m)	0.456897	0.974297	0.001469	0.005369
	Assimetria	0.102615	0.207951	-1.164231	-0.058633
	Curtose	2.904933	2.929199	6.26106	3.26538
	Bera-Jarque	4.309977	14.99546	1352.739	7.09199
	Probabilidade (p-valor)	0.1159	0.0006	0	0.0288

N = 2022	Satélite 14-22	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.105505	0.383125	-7.67E-12	-2.07E-05
	Desv. Padrão (m)	0.584519	1.130965	0.001357	0.006843
	Assimetria	0.151549	-0.08657	0.110952	-0.046672
	Curtose	3.193529	3.147598	2.591951	3.078453
	Bera-Jarque	10.89541	4.36101	18.17656	1.252643
	Probabilidade (p-valor)	0.0043	0.1130	0.0001	0.5346

Tabela A4.4 – Análise Descritiva dos Resíduos para o 5<sup>o</sup> Dia

N = 2701	Satelite 11-16	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.202162	0.363272	-7.52E-12	9.23E-06
	Desv. Padrão (m)	0.44355	1.197909	0.002212	0.007282
	Assimetria	-0.23309	-0.035407	0.470818	-0.094482
	Curtose	3.248498	2.925138	2.355929	3.119799
	Bera-Jarque	31.40748	1.195068	146.4738	5.633727
	Probabilidade (p-valor)	0	0.5502	0	0.0598

N = 2701	Satelite 11-20	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	0.082494	0.414252	7.60E-12	-7.72E-12
	Desv. Padrão (m)	0.443902	1.305413	0.003269	0.007668
	Assimetria	0.023689	0.200245	-0.554326	0.455118
	Curtose	2.851059	3.900816	2.267154	3.40265
	Bera-Jarque	2.749176	109.375	198.7677	111.4903
	Probabilidade (p-valor)	0.2529	0	0	0

N = 2701	Satelite 11-23	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Estatística Descritiva	Média (m)	-0.029076	0.020314	3.86E-12	-5.61E-05
	Desv. Padrão (m)	0.642732	1.438859	0.003545	0.008512
	Assimetria	-0.073902	0.076168	0.259925	0.041778
	Curtose	3.020116	3.015194	2.246919	2.8828
	Bera-Jarque	2.504113	2.63768	94.23959	2.331561
	Probabilidade (p-valor)	0.2859	0.2674	0	0.3117

**ANEXO 5**  
**ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO EMPÍRICA**

Tabela A5.1 – Análise da Distribuição Empírica para o 2º Dia

N = 2133	Satelite 17-05	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.021414	0.02407	0.107509	0.027542
	Probabilidade	0.0261	0.0067	0	0.0008
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.255138	0.279743	8.662156	0.392099
	Probabilidade	0.0011	0.0006	0	0
	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.254901	0.278356	6.695653	0.311963
	Probabilidade	0.0005	0.0003	0	0.0001
	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	1.662453	2.119252	56.33577	2.277967
	Probabilidade	0.0003	0	0	0
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.99161	1.114623	4.978776	1.275198
	Probabilidade	0.2791	0.1666	0	0.0774
	<b>Kuiper (V)</b>	1.984283	2.015055	8.138821	1.911123
	Probabilidade	0.0112	0.0091	0	0.0183

N = 2133	Satelite 17-09	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.016758	0.02241	0.073632	0.022346
	Probabilidade	> 0.1	0.016	0	0.0165
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.063839	0.167003	3.673619	0.32819
	Probabilidade	0.3368	0.0143	0	0.0002
	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.059594	0.14752	3.585519	0.319662
	Probabilidade	0.3435	0.0173	0	0.0001
	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	0.404745	0.98038	20.6976	2.166988
	Probabilidade	0.3534	0.0138	0	0
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.776034	1.037715	3.409476	1.033672
	Probabilidade	0.5836	0.2317	0	0.2356
	<b>Kuiper (V)</b>	1.231417	1.561644	6.458558	2.037055
	Probabilidade	0.4884	0.1334	0	0.0078

N = 2133	Satelite 17-10	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.013823	0.014723	0.071979	0.015643
	Probabilidade	> 0.1	> 0.1	0	> 0.1
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.049233	0.063483	2.995611	0.078239
	Probabilidade	0.5211	0.3405	0	0.2184
	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.046823	0.062438	2.561195	0.063805
	Probabilidade	0.5131	0.3132	0	0.2996
	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	0.405599	0.439681	22.63894	0.467795
	Probabilidade	0.3517	0.2922	0	0.2501
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.640132	0.681793	3.33217	0.724272
	Probabilidade	0.8071	0.7413	0	0.6705
	<b>Kuiper (V)</b>	1.067541	1.20823	6.653723	1.066719
	Probabilidade	0.7323	0.5226	0	0.7334

N = 2133	Satélite 17-24	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.016891	0.013358	0.041699	0.020056
	Probabilidade	> 0.1	> 0.1	0	0.0484
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.087422	0.069707	1.345219	0.179574
	Probabilidade	0.1661	0.2822	0	0.0098
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.086111	0.063292	1.342623	0.151585
	Probabilidade	0.1451	0.3047	0	0.015
	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	0.532132	0.459926	8.361926	1.062163
	Probabilidade	0.1738	0.2613	0	0.0087
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.782173	0.618565	1.933963	0.929112
	Probabilidade	0.5734	0.8388	0.0011	0.3538
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	1.275929	1.126883	3.810129	1.400498
	Probabilidade	0.4250	0.6451	0	0.2709

Tabela A5.2 – Análise da Distribuição Empírica para o 3º Dia

N = 2042	Satelite 06-14	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.021711	0.023944	0.037637	0.027128
	Probabilidade	0.0289	0.0097	0	0.0016
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.138468	0.340983	0.930495	0.215476
	Probabilidade	0.0339	0.0001	0	0.0034
	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.101579	0.329892	0.722927	0.163667
	Probabilidade	0.0856	0.0001	0	0.0100
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	1.01923	2.177133	6.151362	1.230618
	Probabilidade	0.0110	0	0	0.0033
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.983742	1.084921	1.705348	1.229337
	Probabilidade	0.2878	0.1898	0.006	0.0973
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	1.436762	2.121044	2.926687	1.701722
	Probabilidade	0.02338	0.0042	0	0.0646

N = 2042	Satelite 06-15	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.027172	0.022515	0.026521	0.013354
	Probabilidade	0.0016	0.0198	0.0023	> 0.1
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.342416	0.242306	0.34421	0.065808
	Probabilidade	0.01	0.16	0.01	0.3174
	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.231836	0.203451	0.264337	0.064178
	Probabilidade	0.0011	0.0027	0.0004	0.2960
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	2.368539	1.603391	2.469651	0.436359
	Probabilidade	0	0.0004	0	0.2975
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	1.231174	1.020157	1.200304	0.604919
	Probabilidade	0.0965	0.2490	0.1121	0.8577
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	1.896379	1.698865	2.007633	1.203308
	Probabilidade	0.0201	0.0656	0.0095	0.5299

N = 2042	Satelite 06-16	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.016831	0.019164	0.044103	0.030179
	Probabilidade	> 0.1	0.0848	0	0.0002
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.087247	0.112687	1.480595	0.22702
	Probabilidade	0.167	0.0754	0	0.0025
	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.082412	0.109767	1.156972	0.225303
	Probabilidade	0.1636	0.064	0	0.0013
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	0.579812	0.624366	10.92558	1.593434
	Probabilidade	0.1317	0.104	0	0.0004
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.762617	0.868336	1.998483	1.367518
	Probabilidade	0.6060	0.4379	0.0007	0.0475
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	1.30826	1.450152	3.994878	2.193576
	Probabilidade	0.3814	0.2210	0	0.0024

N = 2042	Satélite 06-21	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.038179	0.016836	0.053173	0.02898
	Probabilidade	0	> 0.1	0	0.0005
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.596245	0.087513	1.694243	0.162488
	Probabilidade	0	0.1657	0	0.0163
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.452469	0.08738	1.392741	0.146511
	Probabilidade	0	0.1392	0	0.0179
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	3.620641	0.528462	10.03575	0.988157
	Probabilidade	0	0.1775	0	0.0132
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	1.729941	0.762837	2.409681	1.312269
	Probabilidade	0.0050	0.6056	0	0.0639
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	2.377246	1.510108	3.837687	1.940162
	Probabilidade	0.0005	0.1698	0	0.0151

N = 2042	Satélite 06-22	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.028423	0.02278	0.091359	0.02016
	Probabilidade	0.0007	0.0174	0	0.0568
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.276233	0.180758	5.85729	0.203076
	Probabilidade	0.0006	0.0095	0	0.0049
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.215155	0.167728	4.627544	0.17165
	Probabilidade	0.0019	0.0087	0	0.0077
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	1.556066	1.078723	37.11973	1.168514
	Probabilidade	0.0005	0.0079	0	0.0047
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	1.287873	1.032166	4.13963	0.913274
	Probabilidade	0.0725	0.2371	0	0.3747
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	1.848133	1.810039	6.830297	1.589578
	Probabilidade	0.0273	0.0345	0	0.1163

Tabela A5.3 – Análise da Distribuição Empírica para o 4º Dia

N = 2022	Satelite 14-01	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.012858	0.015155	0.018951	0.015974
	Probabilidade	> 0.1	> 0.1	0.092	> 0.1
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.044837	0.057188	0.136198	0.109868
	Probabilidade	0.5930	0.412	0.0363	0.0824
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.040792	0.056456	0.136042	0.085996
	Probabilidade	0.6114	0.3803	0.0256	0.1456
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	0.282034	0.392176	0.817631	0.747332
	Probabilidade	0.6379	0.3781	0.0347	0.0517
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.57975	0.683306	0.854655	0.719965
	Probabilidade	0.8899	0.7388	0.4583	0.6778
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	0.964744	1.290367	1.451612	1.242952
	Probabilidade	0.8628	0.4052	0.2196	0.4716

N = 2022	Satelite 14-03	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.020758	0.010596	0.031063	0.020822
	Probabilidade	0.0441	> 0.1	0.0001	0.0429
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.169555	0.029387	0.495868	0.097522
	Probabilidade	0.0132	0.8556	0	0.1217
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.143826	0.025934	0.396763	0.097152
	Probabilidade	0.0196	0.8812	0	0.1002
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	1.008881	0.249001	3.041121	0.529117
	Probabilidade	0.0117	0.7479	0	0.1768
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.935967	0.477757	1.398966	0.939488
	Probabilidade	0.3450	0.9764	0.0399	0.3406
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	1.491848	0.904283	2.222046	1.694335
	Probabilidade	0.1844	0.9199	0.0019	0.0673

N = 2022	Satelite 14-15	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.013443	0.024809	0.077145	0.017098
	Probabilidade	> 0.1	0.0061	0	> 0.1
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.059216	0.267073	3.602744	0.080563
	Probabilidade	0.3874	0.0008	0	0.2038
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.048217	0.199198	2.919196	0.069814
	Probabilidade	0.4965	0.0031	0	0.2465
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	0.415433	1.732352	24.19709	0.557016
	Probabilidade	0.3335	0.0002	0	0.1505
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.606138	1.118592	3.479247	0.771085
	Probabilidade	0.8561	0.1637	0	0.5918
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kuiper (V)</b>	1.146593	1.862863	5.106017	1.305729
	Probabilidade	0.6154	0.0249	0	0.3847

N = 2022	Satélite 14-22	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.022773	0.013271	0.020434	0.012209
	Probabilidade	0.0175	> 0.1	0.0506	> 0.1
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.148403	0.039768	0.227787	0.049078
	Probabilidade	0.025	0.6863	0.0024	0.5234
	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.135074	0.038648	0.199572	0.044175
	Probabilidade	0.0265	0.6538	0.0031	0.5509
	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	1.144356	0.268578	1.630304	0.345672
	Probabilidade	0.0054	0.6826	0.0003	0.4837
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	1.026806	0.598396	0.923484	0.550287
	Probabilidade	0.2424	0.8664	0.3611	0.9225
	<b>Kuiper (V)</b>	1.751509	1.052555	1.741694	0.945845
	Probabilidade	0.0488	0.7533	0.0516	0.8824

Tabela A5.4 – Análise da Distribuição Empírica para o 5º Dia

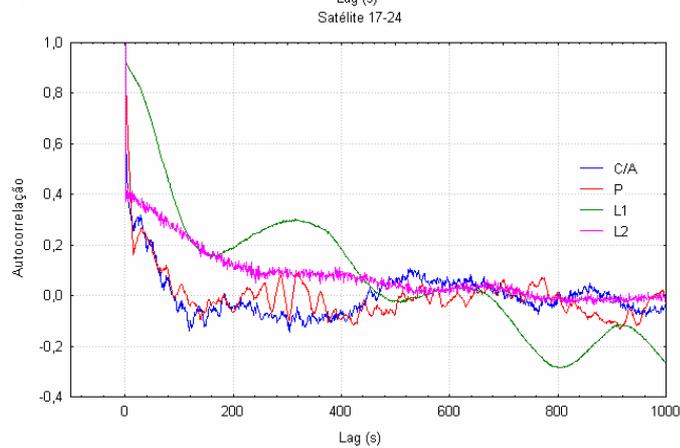
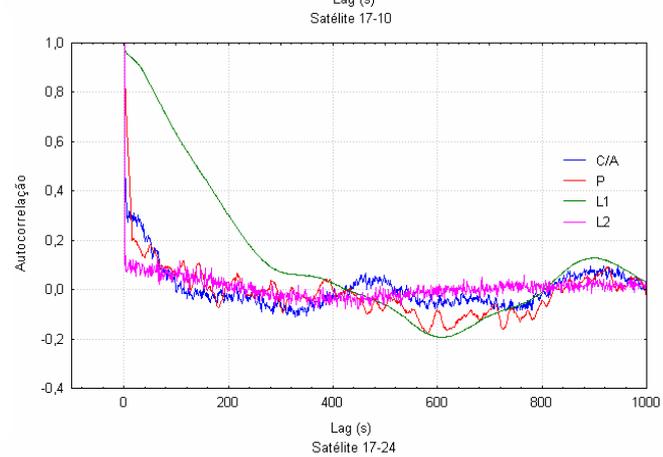
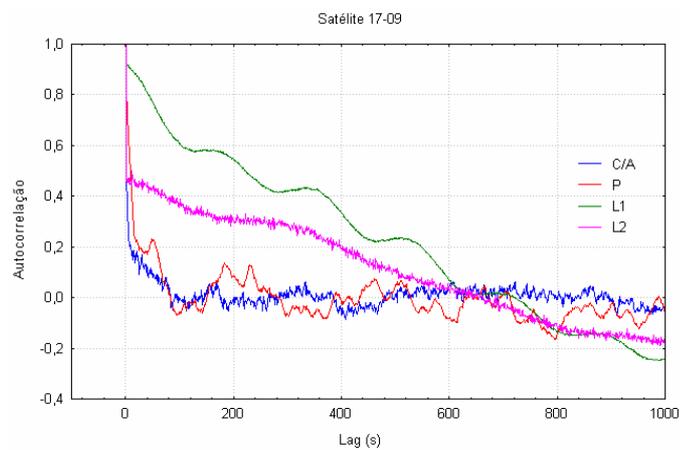
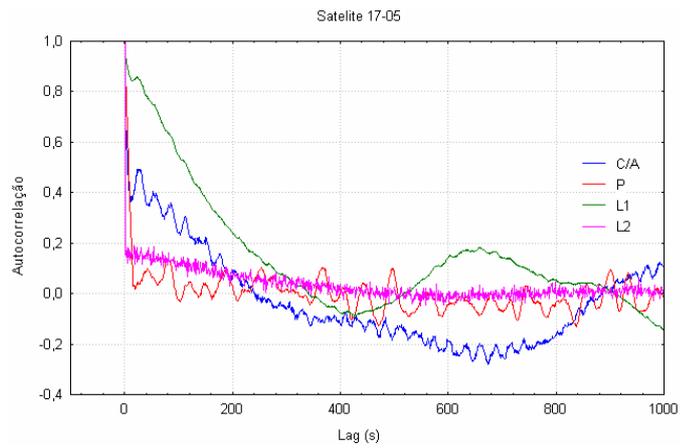
N = 2701	Satelite 11-16	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.024535	0.014872	0.086143	0.019181
	Probabilidade	0.0007	> 0.1	0	0.0228
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.338739	0.153586	5.047124	0.14434
	Probabilidade	0.0001	0.0214	0	0.0283
	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.254404	0.149652	4.440875	0.124664
	Probabilidade	0.0005	0.0161	0	0.0380
	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	2.131409	0.96862	30.95074	0.852967
	Probabilidade	0	0.0147	0	0.0284
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	1.27809	0.7747	4.486232	0.999276
	Probabilidade	0.0762	0.5858	0	0.2708
	<b>Kuiper (V)</b>	1.870869	1.538089	6.902153	1.458969
	Probabilidade	0.0270	0.1492	0	0.2128

N = 2701	Satelite 11-20	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.008792	0.035224	0.119584	0.05087
	Probabilidade	> 0.1	0	0	0
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.033134	1.194821	9.719678	1.671506
	Probabilidade	0.8016	0	0	0
	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.031145	1.138924	8.693456	1.291042
	Probabilidade	0.8004	0	0	0
	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	0.251642	8.063292	54.30958	9.778216
	Probabilidade	0.7393	0	0	0
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.457979	1.834918	6.229854	2.650021
	Probabilidade	0.9847	0.0024	0	0
	<b>Kuiper (V)</b>	0.866153	3.345496	9.215726	3.89461
	Probabilidade	0.9470	0	0	0

N = 2701	Satelite 11-23	Código C/A	Código P	Fase L1	Fase L2
Teste de distribuição empírica sem parâmetros conhecidos	<b>Lilliefors (D)</b>	0.013018	0.009635	0.053344	0.013132
	Probabilidade	> 0.1	> 0.1	0	> 0.1
	<b>Cramer-von Mises (<math>W^2</math>)</b>	0.072879	0.029284	2.12037	0.08095
	Probabilidade	0.2565	0.8570	0	0.2014
	<b>Watson (<math>U^2</math>)</b>	0.061464	0.023195	1.902323	0.07741
	Probabilidade	0.3233	0.9224	0	0.1926
	<b>Anderson-Darling (AD)</b>	0.561204	0.274544	14.03066	0.428219
	Probabilidade	0.1469	0.6626	0	0.3111
Teste de distribuição empírica com parâmetros conhecidos	<b>Kolmogorov-Smirnov (D)</b>	0.678168	0.50193	2.778763	0.683903
	Probabilidade	0.7472	0.9627	0	0.7378
	<b>Kuiper (V)</b>	1.085625	0.836811	4.627556	1.277829
	Probabilidade	0.7063	0.9633	0	0.4224

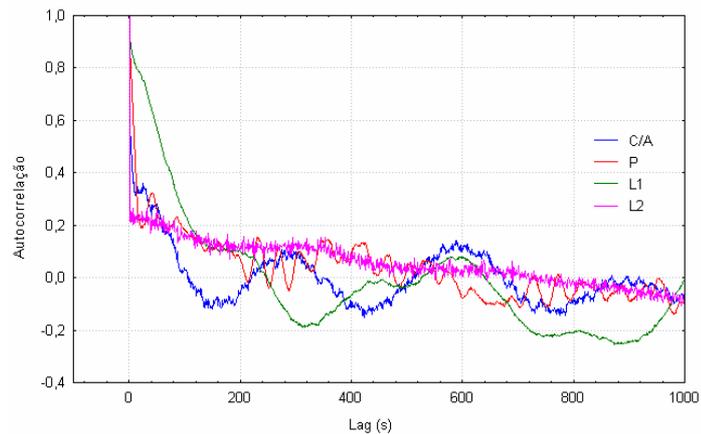
**ANEXO 6**  
**CORRELOGRAMAS**

## 2º dia

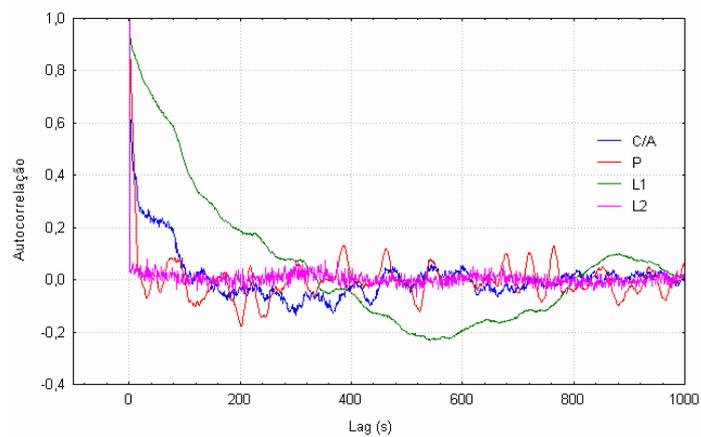


### 3º dia

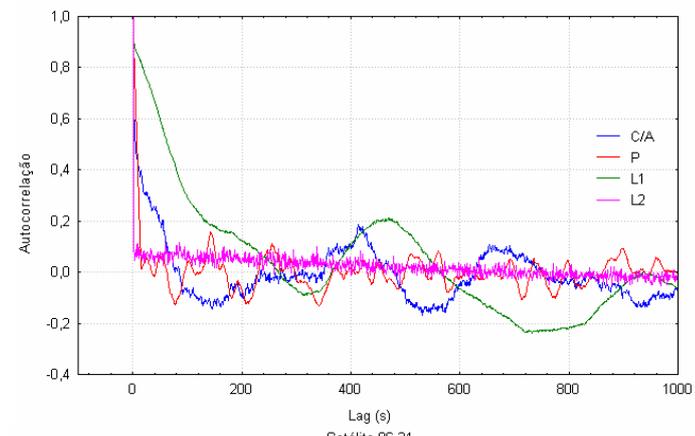
Satélite 06-14



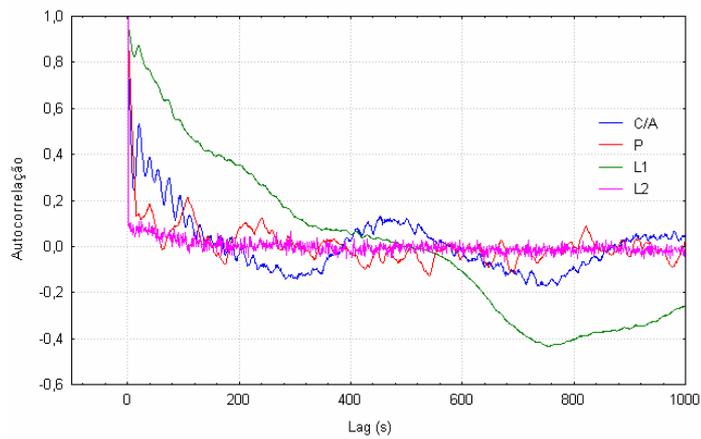
Satélite 06-15

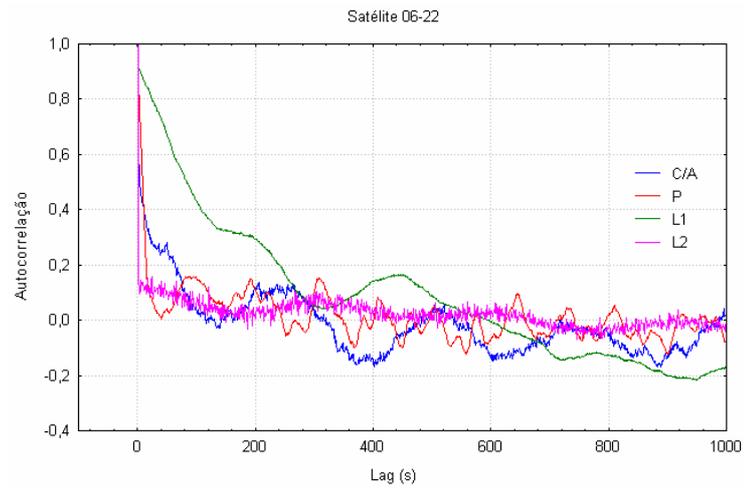


Satélite 06-16

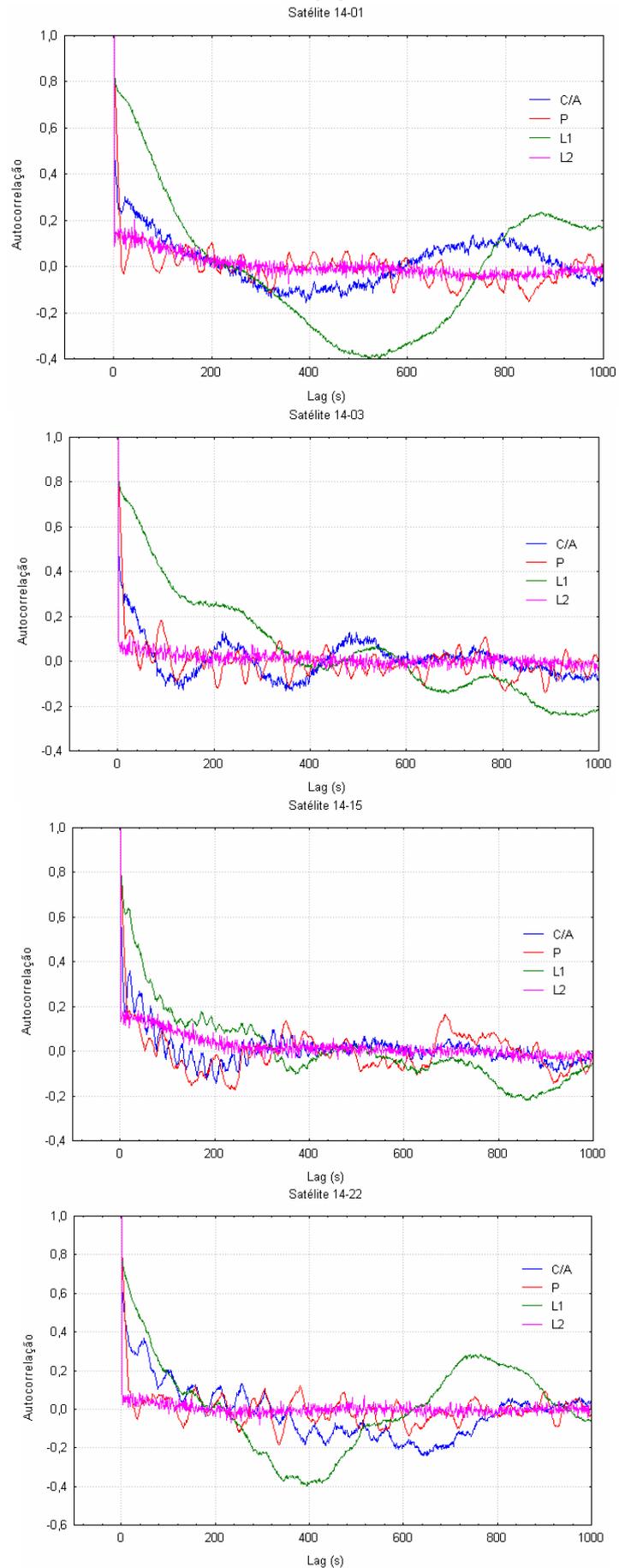


Satélite 06-21



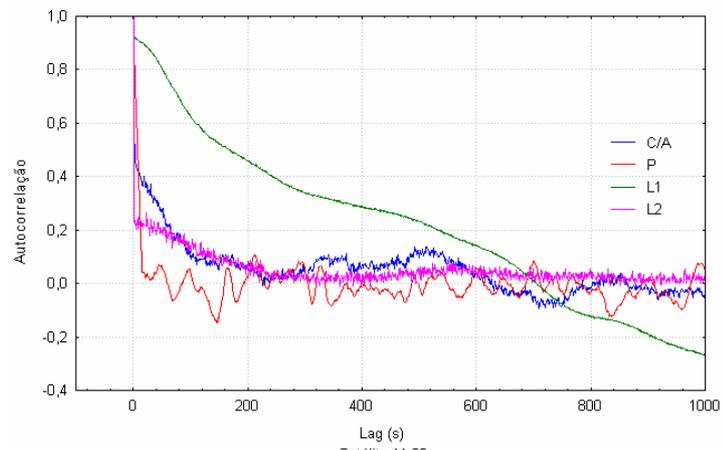


### 4º dia

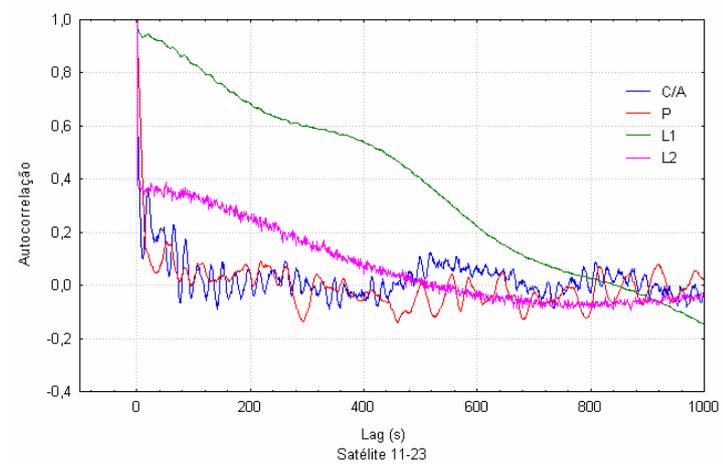


**5º dia**

Satélite 11-16



Satélite 11-20



Satélite 11-23

