



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA

MILKA ROSSANA GUERRA CAVALCANTI DE ALBUQUERQUE

**ESCALA APRESENTADA EM GRÁFICOS: Conhecimentos Matemáticos para o
Ensino dos anos iniciais do Ensino Fundamental (crianças e EJA)**

Recife
2018

MILKA ROSSANA GUERRA CAVALCANTI DE ALBUQUERQUE

**ESCALA APRESENTADA EM GRÁFICOS: Conhecimentos Matemáticos para o
Ensino dos anos iniciais do Ensino Fundamental (crianças e EJA)**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor(a) em Educação Matemática e Tecnológica.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Prof^a. Dr. Gilda Lisbôa Guimarães

Recife
2018

Catálogo na fonte
Bibliotecária Amanda Nascimento, CRB-4/1806

- A345e Albuquerque, Milka Rossana Guerra Cavalcanti.
Escala apresentada em gráficos: conhecimentos matemáticos para o ensino dos anos iniciais do ensino fundamental (crianças e Eja) / Milka Rossana Guerra Cavalcanti Albuquerque. – Recife, 2018.
294f. : il.
- Orientadora: Gilda Lisbôa Guimarães
Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE.
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2019.
Inclui Referências.
1. Educação de jovens e adultos. 2. Estatística. 3. Professores – Formação. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Guimarães, Gilda Lisbôa (Orientadora). II. Título.
- 370.71 CDD (22. ed.) UFPE (CE2019-010)

MILKA ROSSANA GUERRA CAVALCANTI DE ALBUQUERQUE

**ESCALA APRESENTADA EM GRÁFICOS: Conhecimentos Matemáticos para o
Ensino dos anos iniciais do Ensino Fundamental (crianças e EJA)**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor (a) em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovada em: 13/12/2018.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr^a Gilda Lisbôa Guimarães (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr^a Celi Espasandin Lopes (Examinadora Externa)
Universidade Cruzeiro do Sul

Prof. Dr^a Maria da Conceição F. Reis Fonseca (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Minas Gerais

Prof. Dr^a Cristiane Azevedo dos Santos Pessoa (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr^a Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho ao meu filho Pedro Cavalcanti de Albuquerque, minha mais doce inspiração e esperança num futuro feliz, regada por uma educação, efetivamente humana e transformadora.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pois é Dele que emana toda sabedoria, fonte inesgotável de conhecimento.

Ao meu esposo Jair, pelo seu amor, cuidado e por sempre me incentivar e ajudar a alcançar meus sonhos.

À minha família, meu porto seguro. Lugar onde sempre encontrei e sempre receberei os mais nobres sentimentos.

À Gilda Guimarães, um antigo sábio disse certa vez: “que professor possui a arte do ensino, mas mestre tem a arte de ensinar através do encanto, formando assim discípulos por seu exemplo.” Obrigada por tudo minha “MESTRA”!!!

A todos que fazem a EDUMATEC e o GREF, por toda contribuição direta ou indireta que agregou de forma substancial, não só para minha tese, mas principalmente para minha formação.

À Secretaria de Educação de Recife, que proporcionou toda estrutura necessária para que essa pesquisa fosse realizada.

Às professoras, Celi Lopes, Conceição Fonseca, Cristiane Pessoa, Liliane Carvalho e Rute Borba, que através de seus conselhos e profundo conhecimento científico contribuíram e enriqueceram de forma impar para minha tese e formação.

Meu muito obrigada a todos!

RESUMO

Aprender estatística significa aprender a pesquisar. Uma pesquisa envolve diversas fases, sendo uma delas a representação dos dados sistematizados. Para essa representação um dos elementos que precisa ser considerado é a escala. Entretanto, estudos têm mostrado que tanto alunos como professores ainda apresentam dificuldades com a escala. O objetivo desse estudo foi estabelecer Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala apresentada em gráficos estatísticos necessários para desenvolver um processo de formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tal, foram desenvolvidos três estudos de naturezas distintas, mas complementares. No Estudo 1, a partir da revisão da literatura, estabelecemos as habilidades necessárias para a compreensão de escala nos anos iniciais para cada tipo do Conhecimento Matemático para o Ensino (*Mathematical Knowledge for Teaching* - MKT). No estudo 2, investigamos o desempenho na interpretação e construção de escalas apresentadas em gráficos com 210 alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental (crianças e adultos da EJA), o que nos possibilitou propor uma progressão (Conhecimento do Horizonte de Escala). No Estudo 3, desenvolvemos e analisamos um processo de formação continuada de professores envolvendo a aprendizagem de escalas apresentadas em gráficos considerando os diferentes tipos de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala. Assim consideramos fundamental que os professores compreendam os seguintes tipos de Conhecimentos matemáticos necessários para aprendizagem do conceito de escala nos anos iniciais: *Conhecimento Comum de Escala* (saber localizar corretamente um valor na escala e saber construir corretamente a escala do gráfico); *Conhecimento Especializado de Escala* (considerar as especificidades dos diferentes intervalos da escala, considerar a diferença de dificuldade em localizar um valor implícito ou explícito na escala, considerar que os diferentes conjuntos numéricos influenciam no intervalo da escala e considerar que a proporcionalidade é um atributo da escala); *Conhecimento de Escala e do Aluno* (compreender as dificuldades e facilidades dos alunos para interpretar e construir a escala); *Conhecimento de Escala e Ensino* (explorar as habilidades, representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas em diversas situações e com diferentes unidades escalares e variar as situações de

ensino e uso do conceito de escala envolvendo atividades de medida de comprimento, de reta numérica e de mapas); *Conhecimento de Escala e Currículo* (conhecer o que os programas curriculares oficiais (BNCC e currículos locais) prescrevem para o trabalho com escala e conhecer o que o livro didático propõe para o trabalho com escala); *Conhecimento do Horizonte de Escala* (compreender como vai se complexificando a compreensão do conceito de escala e os elementos que influenciam nesta gradação). Para essa complexificação é importante considerar o reconhecimento de elementos estruturais (título, eixos e fonte), a localização de valores explícitos e implícitos na escala nos diferentes tipos de gráfico e os diferentes intervalos da escala. Finalmente, as atividades desenvolvidas envolvendo os diferentes tipos de conhecimento foram capazes de levar as professoras a refletirem e aprenderem sobre os Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala representada em gráficos.

Palavras-chave: Estatística. Escala. Anos Iniciais. Formação de Professores. Educação de Jovens e Adultos.

ABSTRACT

Learning statistics means learning to do one research. A research involves several phases, one of them being the representation of systematized data. For this representation one of the elements that needs to be considered is the scale. However, studies have shown that both students and teachers still have difficulties with the scale. The objective of this study was to establish Mathematical Knowledge for Teaching of scale presented in statistical graphs necessary to develop a process of continuous formation of teachers of the primary school. For this, three studies with complementary nature were developed. In Study 1, from the literature review, we established the skills needed to understand scale in the primary school for each type of Mathematical Knowledge for Teaching (MKT). In study 2 we investigated the performance in the interpretation and construction of scales presented in graphs with 210 students from the 1st to 5th year of primary school, being 148 children and 42 adults, which allowed us to propose a progression (Knowledge of the Scale Horizon). In Study 3 we developed and analyzed a process of continuous teacher training involving the learning of scales presented in graphs considering the different types of Mathematical Knowledge for Teaching Scale. Thus we consider it fundamental that teachers understand the following types of mathematical knowledge necessary to learn the concept of scale in primary school: Common Knowledge of Scale (knowing how to correctly locate a value in the scale and how to correctly construct the scale of the graph); Specialized Knowledge of Scale (consider the specificities of the different scale intervals, consider the difference in difficulty in locating an implicit or explicit value in the scale, consider that the different numerical sets influence the range of the scale and consider that proportionality is an attribute of the scale); Scale and Student Knowledge (understand the difficulties and facilities of students to interpret and construct the scale); Scale and Teaching Knowledge (explore the skills to represent, locate, analyze, compare and construct scales in different situations and with different scalar units and vary the teaching situations and use of the concept of scale involving activities of measurement of length, numerical line and of maps); Knowledge of Scale and Curriculum (to know what the official curricular programs prescribe for the work with scale and to know what the textbook proposes for the work with scale); Knowledge of the Scale Horizon (understand how the concept of

scale and the elements that influence this gradation become more complex). For this complexity, it is important to consider the recognition of structural elements (title, axes and source), the location of explicit and implicit values in the scale in the different types of graph and the different scale intervals. Finally, the activities developed involving the different types of knowledge were able to lead the teachers to reflect and learn about the Mathematical Knowledge for the Teaching of Scale represented in graphs.

Keywords: Statistic. Scale. Early Years. Knowledge. Teacher training. Adults Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplo de infográficos veiculados pela mídia (KIng Blog).....	33
Figura 2 - Exemplo de gráfico veiculado pela mídia impressa com valores em cima das barras (Revista de informação geral)	34
Figura 3 - Exemplo de gráfico veiculado pela mídia televisiva com erros de proporcionalidade na escala (Imagem do canal de TV Globo News – 2015).....	34
Figura 4 - Exemplo de gráfico com vários defeitos (BRASIL, 2015, p. 53).....	40
Figura 5 - Exemplo de atividade de livro didático sobre construção de gráfico e estabelecimento de escala (Coleção Matemática 1, 2, 3 e 4 - v.4, p. 80)	42
Figura 6 - Exemplo de atividade de preenchimento de dados no gráfico (BIVAR; SELVA, 2011, p. 6).....	43
Figura 7 - Exemplo de atividade de interpretação de gráfico (BIVAR; SELVA, 2011, p. 7)	44
Figura 8 - Exemplo de atividade de construção de gráfico (BIVAR; SELVA, 2011, p. 7)	44
Figura 9 - Exemplo de atividade de conversão da tabela para o gráfico (BIVAR; SELVA, 2011, p. 8).....	45
Figura 10 - Exemplo de atividade de livro didático com gráfico de Complexidade 3 (DÍAZ; BATANERO; ARTEAGA; SERRANO, 2015, p. 13).....	47
Figura 11 - Exemplo de atividade de livro didático sobre construção (DÍAZ; BATANERO; ARTEAGA; SERRANO, 2015, p. 15).....	48
Figura 12 - Exemplo de atividade sobre mudança de intervalo da escala (CAVALCANTI; GUIMARÃES, 2010, p. 120)	49
Figura 13 - Exemplo de gráfico apresentado em programa jornalístico português com erros (CARRAPA, 2016).....	50
Figura 14 - Exemplo de gráfico com escala unitária (VIEIRA; RIBEIRO; PESSÔA, 2012, p. 185 – Livro Didático A escola é nossa – 2º ano)	51
Figura 15 - Exemplo de gráfico com escala não unitária (VIEIRA; RIBEIRO; PESSÔA, 2012, p. 197 – Livro Didático A escola é nossa – 5º ano)	51
Figura 16 - Atividade 2 sobre interpretação de gráfico e com localização de valor implícito na escala (GUIMARÃES; GITIRANA; ROAZZI, 2001, p. 119)	53

Figura 17 - Atividade de construção de gráfico a partir de dados nominais (GUIMARÃES; GITIRANA; ROAZZI, 2001, p. 121).....	54
Figura 18 - Atividade de construção de gráficos com dados ordinais (GUIMARÃES; GITIRANA; ROAZZI, 2001, p. 122).....	55
Figura 19 - Representação utilizada pela dupla “J” e “N” (GUIMARÃES, 2002, p. 176)	56
Figura 20 - Aluno que pinta os quadradinhos até chegar a quantidade desejada (GUIMARÃES, 2002, p. 176).....	56
Figura 21 - Atividades de interpretação e construção de gráficos (LIMA; SELVA, 2010, p. 59 a 65)	58
Figura 22 - Barras de blocos recobertas com papel (SELVA, 2003)	60
Figura 23 - Exemplo de gráfico de frequência com intervalo e com variável contínua (SANTOS, 2003, p. 117).....	65
Figura 24 - Exemplo de atividade de construção de gráfico a partir de tabela (ARAÚJO, 2007, p. 71)	66
Figura 25 - Primeira situação-problema sobre construção de gráfico (VERAS, 2010, p. 68)	67
Figura 26 - Segunda situação problema sobre construção de gráfico (VERAS, 2010, p. 68)	68
Figura 27 - Terceira situação problema sobre construção de gráfico (VERAS, 2010, p. 69)	68
Figura 28 - Quarta situação problema sobre construção de gráfico (VERAS, 2010, p. 69)	68
Figura 29 - Atividade de interpretação de gráfico de barras (VERAS, 2010, p. 74)	69
Figura 30 - Atividade de interpretação de gráfico de linhas (VERAS, 2010, p. 77)	69
Figura 31 - Atividade sobre medidas de tendência central (LEMOS; COUTINHO, 2011, p. 104)	70
Figura 32 - Exemplo de atividade sobre interpretação de gráfico da mídia (MONTEIRO; SELVA, 2001, p. 7)	75
Figura 33 - Exemplo de atividade de interpretação com gráfico da mídia (MONTEIRO; SELVA, 2001, p. 8)	75

Figura 34 - Gráfico sobre evasão no curso de EJA produzido pelas professoras (CARVALHO, 2015, p. 9)	77
Figura 35 - Gráfico do grupo sobre Continuidade dos estudos após curso de formação construído pelas professoras (CARVALHO, 2015, p. 11).....	78
Figura 36 - Gráfico sobre “Continuidade de estudos após o curso de formação” produzido pelas professoras (CARVALHO, 2015, p. 12)	78
Figura 37 - Diagrama dos domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 404)	84
Figura 38 - Atividade 1 – Interpretação Pictograma	90
Figura 39 - Atividade 2 – Interpretação de gráfico de barra com escala unitária	91
Figura 40 - Atividade 3 – Interpretação de gráfico de barra com escala não unitária	92
Figura 41 - Atividade 4 – Interpretação de gráfico de barra com escala não unitária	93
Figura 42 - Atividade 5 – Interpretação de gráfico de linha com escala não unitária	94
Figura 43 - Atividade 6 – Construção de gráfico de barras com escala unitária	95
Figura 44 - Atividade 7 – Construção de gráfico de barras com escala não unitária	95
Figura 45 - Atividade 1 – Identificar o Conhecimento Especializado de Escala	97
Figura 46 - Atividade 2 – Identificar o Conhecimento Especializado de Escala	98
Figura 47 - Gráfico para as professoras analisarem	100
Figura 48 - Gráficos construídos por alunos do 5º ano	119
Figura 49 - Gráficos construídos por alunos do Módulo III	119
Figura 50 - Gráfico construído por aluno do 2º ano.....	120
Figura 51 - Gráfico construído por aluno do Módulo III da EJA.....	120
Figura 52 - Gráfico construído pela professora PMI	127
Figura 53 - Gráfico construído pela professora PMII	128
Figura 54 - Gráfico construído pela professora PMIII	129
Figura 55 - Resposta de aluno a questão 6	135
Figura 56 - Resposta do aluno a questão 7	136
Figura 57 - Gráfico construído pela professora PR1	139
Figura 58 - Gráfico construído pela professora PR3	140

Figura 59 - Gráficos construídos pela professora PR5.....	141
Figura 60 - Gráfico construído por aluno em atividade que envolvia um conjunto numérico pequeno (1 a 10)	145
Figura 61 - Gráfico construído por aluno a partir de atividade com conjunto numérico grande (5 a 70)	146
Figura 62 - Primeira atividade proposta no primeiro encontro de formação com professores de adultos da EJA e de crianças	149
Figura 63 - Gráfico construído por aluno sem escala como resposta para a questão 6.....	155
Figura 64 - Esquema feito pela professora PMIII para exemplificar como deve ser feita a construção da escala.....	156
Figura 65 - Gráfico construído por aluno com escala desproporcional como resposta para a questão 7.....	157
Figura 66 - Gráficos construídos por alunos como resposta a para a questão 6	158
Figura 67 - Gráficos construídos por alunos que a pesquisadora selecionou para trabalhar a origem da escala.....	159
Figura 68 - Gráficos construídos por alunos que a pesquisadora selecionou para demonstrar a estratégia de a escala partir do menor valor a ser representado	159
Figura 69 - Gráfico construído por aluno que a pesquisadora escolheu para demonstrar a necessidade do aluno de representar na escala todos os valores das categorias a serem representadas	160
Figura 70 - Gráfico construído por aluno que representa duas vezes o valor e na escala.....	160
Figura 71 - Atividades envolvendo interpretação e construção	162
Figura 72 - Tabelas das questões 6 e 7 do teste realizado no Estudo 1 que as professoras estão se referindo	166
Figura 73 - Gráfico construído pelo aluno que apresentou dificuldade para representar o gráfico no espaço disponível.....	167
Figura 74 - Gráfico construído por aluno que representa na escala os valores na ordem que aparecem na tabela.....	168
Figura 75 - Gráfico construído por aluno que utiliza diferentes estratégias para que a representação se adeque ao espaço disponível	169

Figura 76 - Gráfico construído por aluno que a professora considerou que houve uma preocupação com a escala.....	170
Figura 77 - Gráfico construído por aluno que repete valores na escala	172
Figura 78 - Gráfico construído por aluno que teve dificuldade com o conjunto numérico e o espaço a ser representado	174
Figura 79 - Representação construída por aluno sem relação entre os valores	175
Figura 80 - Gráfico construído por aluno - estabelecimento de pares ordenados...	176
Figura 81 - Gráfico construído por aluno com intervalos desproporcionais na escala.....	176
Figura 82 - Gráficos construídos pelos alunos que as professoras consideraram que eles não se preocuparam o eixo horizontal	177
Figura 83 - Grupo de gráficos mais simples, pois os alunos registraram na escala os valores da forma que são apresentados na tabela	177
Figura 84 - Grupo de gráficos intermediário, pois consideram a proporção das barras	178
Figura 85 - Grupo de gráficos mais complexos, pois os alunos desenvolvem diferentes estratégias para adequar a escala.....	178
Figura 86 - Exemplo de gráfico com dados reais (EJA Moderna, Módulo II, p. 59)	183
Figura 87 - Exemplo de Gráfico com escala de 50 em 50 na área de Ciências (EJA Moderna, Módulo II, p. 267).....	184
Figura 88 - Exemplo de gráfico com erro de proporcionalidade na escala (EJA Moderna, Módulo II, p. 267).	185
Figura 89 - Exemplo de Gráfico com escala unitária (EJA Moderna, Módulo I, p. 69)	186
Figura 90 - Exemplo de Gráfico com escala de 4 em 4 (EJA Moderna, Módulo II, p. 351)	187
Figura 91 - Exemplo de Gráfico com escala de 5000 em 5000 (EJA Moderna, Módulo II, p. 384).	188
Figura 92 - Exemplo de atividade com gráficos que apresentam a mesma informação a partir de intervalos diferentes da escala (CAVALCANTI; GUIMARÃES, 2010, p. 120).....	189

Figura 93 - Exemplo de gráfico com intervalo de 10 em 10 (EJA Moderna, Módulo I, p. 137)	190
Figura 94 - Exemplo de gráfico relacionado à Língua Portuguesa (EJA Moderna, Módulo I, p. 147)	191
Figura 95 - Exemplo de Gráfico para preenchimento a partir de uma pesquisa (EJA Moderna, Módulo I, p. 151).....	192
Figura 96 - Exemplo de atividade para representar valores na escala de um gráfico de barras. (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 81)	194
Figura 97 - Exemplo de atividade para representar valores na escala de um gráfico de linha simples. (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 82)	194
Figura 98 - Exemplo de atividade para localizar valores implícitos na escala de um gráfico de barras (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 84)	195
Figura 99 - Exemplo de atividade para localizar valores implícitos na escala de um gráfico de linha simples (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 87)	195
Figura 100 - Exemplo de atividade para localizar erros de escala nos valores expressos nas barras. (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 90).....	196
Figura 101 - Exemplo de atividade para fazer a correspondência entre valores expressos em um gráfico. (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 93).....	196
Figura 102 - Exemplo de atividade para comparar os mesmos dados apresentados em gráficos com escalas (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 94)	197
Figura 103 - Exemplo de atividade para construir gráfico a partir de uma tabela. (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 96).....	197
Figura 104 - Exemplo de gráfico com escala de 5000 em 5000. (Projeto Navegar Matemática, v.5, p. 43).	199
Figura 105 - Exemplo de atividade para representação de quantidades com aparência de gráfico (Projeto Navegar Matemática, v.1, p. 74).....	200
Figura 106 - Exemplo de gráfico de barras construído a partir de pesquisa (Projeto Navegar Matemática, v.1, p. 119).	200
Figura 107 - Exemplo de gráfico de barras múltiplas com escala de 50 em 50 (Projeto Navegar Matemática, v.5, p. 24).	201
Figura 108 - Exemplo de gráfico pictórico (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 62).	202

Figura 109 - Exemplo de gráfico de barras com escala de 10 em 10. (Projeto Navegar Matemática, v.1, p. 165).	202
Figura 110 - Exemplo de gráfico de barras com escala de 8 em 8 para interpretar (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 74).	203
Figura 111 - Exemplo de gráfico de barras e barras horizontais (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 96 e 97).	204
Figura 112 - Exemplo de atividade com sequência numérica (Projeto Navegar Matemática, v.1, p. 113).	205
Figura 113 - Exemplo de gráfico sem escala (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 102).	205
Figura 114 - Exemplo de gráfico pictórico – unitário (Projeto Navegar Matemática, v.1, p. 91).	206
Figura 115 - Exemplo de gráfico pictórico - 100 em 100 (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 63).	206
Figura 116 - Exemplo de atividade de construção de gráfico (Projeto Navegar Matemática, v. 5, p. 51).	207
Figura 117 - Exemplo de atividade de preenchimento de gráfico (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 140).	208
Figura 118 - Exemplo de atividade envolvendo medida (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 143).	208
Figura 119 - Exemplo de situação que pode ser utilizada para a construção de gráficos (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 157).	209
Figura 120 - Exemplo de atividade com reta numérica no contexto de números racionais (Projeto Navegar Matemática, v.5, p. 133).	210
Figura 121 - Planejamento das professoras PMI e PMII	216
Figura 122 - Atividade 1 sobre reta numérica - Módulos I e II	217
Figura 123 - Atividade 2 sobre reta numérica - Módulos I e II	218
Figura 124 - Atividade 3 sobre reta numérica - Módulos I e II	219
Figura 125 - Atividade 4 sobre reta numérica - Módulos I e II	220
Figura 126 - Planejamento da professora PMIII	221
Figura 127 - Atividade envolvendo subunidades de medida de comprimento	223
Figura 128 - Gráfico construído por aluno com erro	228

Figura 129 - Resposta da professora PMI a primeira questão da avaliação escrita individual.....	229
Figura 130 - Resposta da professora PMII a primeira questão da avaliação escrita individual.....	229
Figura 131 - Resposta da professora PMIII a primeira questão da avaliação escrita individual.....	229
Figura 132 - Resposta da professora PMI a segunda questão da avaliação escrita individual.....	230
Figura 133 - Resposta da professora PMII a segunda questão da avaliação escrita individual.....	230
Figura 134 - Resposta da professora PMIII a segunda questão da avaliação escrita individual.....	230
Figura 135 - Resposta da professora PMI a terceira questão da avaliação escrita individual.....	231
Figura 136 - Resposta da professora PMII a terceira questão da avaliação escrita individual.....	231
Figura 137 - Resposta da professora PMIII a terceira questão da avaliação escrita individual.....	231
Figura 138 - Quadro da progressão para o ensino de escala preenchido pelas professoras PMI, PMII e PMIII.....	233
Figura 139 - Planejamento da professora PR1	236
Figura 140 - Atividade 1 sobre interpretação de gráfico - 1º ano	237
Figura 141 - Atividade 2 sobre interpretação de gráfico de setor - 1º ano.....	239
Figura 142 - Atividade 3 sobre preenchimento de gráfico com escala de 5 em 5 - 1º ano.....	241
Figura 143 - Planejamento da professora PR3	244
Figura 144 - Exemplo da representação feita pela professora no quadro com os valores 2, 14, 8, 16, 4, 6, 10 e 12	244
Figura 145 - Exemplo da representação feita pela professora no quadro com os valores 30, 20, 5, 15, 10 e 25	245
Figura 146 - Exemplo da representação feita pela professora no quadro com os valores 31, 27, 35, 33 e 29	245

Figura 147 - Exemplo da representação feita pela professora no quadro com os valores 200, 120, 0, 190, 100, 110, 140 e 160	246
Figura 148 - Exemplo da representação feita pela professora no quadro para trabalhar o eixo da escala	246
Figura 149 - Atividade realizada pelos alunos no livro didático	247
Figura 150 - Planejamento da professora PR5	252
Figura 151 - Exemplo de tabela feita pela professora no quadro	252
Figura 152 - Atividade de interpretação de gráfico com escala errada – 5º ano	254
Figura 153 - Atividade de interpretação de gráfico e tabela - 5º ano.....	256
Figura 154 - Resposta da professora PR1 a primeira questão da avaliação escrita individual.....	261
Figura 155 - Resposta da professora PR3 a primeira questão da avaliação escrita individual.....	261
Figura 156 - Resposta da professora PR5 a primeira questão da avaliação escrita individual.....	261
Figura 157 - Resposta da professora PR1 a segunda questão da avaliação escrita individual.....	262
Figura 158 - Resposta da professora PR3 a segunda questão da avaliação escrita individual.....	262
Figura 159 - Resposta da professora PR5 a segunda questão da avaliação escrita individual.....	262
Figura 160 - Resposta da professora PR1 a terceira questão da avaliação escrita individual.....	263
Figura 161 - Resposta da professora PR3 a terceira questão da avaliação escrita individual.....	263
Figura 162 - Resposta da professora PR5 a terceira questão da avaliação escrita individual.....	263
Figura 163 - Quadros de progressão preenchidos pelas professoras PR1, PR3 e PR5	264
Figura 164 - Quadros de progressão comparando as marcações das professoras PR1, PR3 e PR5 com o Estudo 1	265

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Dissertações/ Teses por região.....	64
Quadro 2 - Estudos envolvendo interpretação ou construção de gráficos e turmas investigadas	105
Quadro 3 - Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala representada em gráficos.....	109
Quadro 4 - Progressão para o Ensino de Escala - Conhecimento do Horizonte de Escala	122
Quadro 5 - Perfil das professoras de adultos (EJA)	125
Quadro 6 - Correção da questão 1 realizada pelas professoras PMI, PMII e PMIII	131
Quadro 7 - Correção da questão 2 realizada pelas professoras PMI, PMII e PMIII	131
Quadro 8 - Correção da questão 3 realizada pelas professoras PMI, PMII e PMIII	132
Quadro 9 - Correção da questão 4 realizada pelas professoras PMI, PMII e PMIII	133
Quadro 10 - Correção da questão 5 realizada pelas professoras PMI, PMII e PMIII.....	134
Quadro 11 - Perfil das professoras de crianças	138
Quadro 12 - Correção da questão 2 realizada pelas professoras PR1, PR3 e PR5	142
Quadro 13 - Correção da questão 3 realizada pelas professoras PR1, PR3 e PR5	143
Quadro 14 - Correção da questão 4 realizada pelas professoras PR1, PR3 e PR5	143
Quadro 15 - Correção da questão 5 realizada pelas professoras PR1, PR3 e PR5	144
Quadro 16 - Planejamento do Primeiro Encontro de Formação – EJA e Ensino Regular.....	148
Quadro 17 - Planejamento do Segundo Encontro de Formação – Professores de adultos - EJA e de crianças.....	180
Quadro 18 - Planejamento do Terceiro Encontro de Formação – EJA e Ensino Regular.....	215
Quadro 19 - Conhecimentos Docentes para o Ensino de escala em relação ao professor	275
Quadro 20 - Progressão para o ensino de escala.....	282
Quadro 21 - Conhecimentos e habilidades docentes.....	283

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Percentual de acertos nas questões que envolviam a habilidade de localização de valores explícitos por ano de escolaridade	115
Gráfico 2 - Percentual de acertos nas questões que envolviam a habilidade de localização de valores implícitos por ano de escolaridade	116
Gráfico 3 - Percentual de acerto nas questões de construção de gráfico por ano de escolaridade	118

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Distribuição da população pesquisada por grupo de alfabetismo em 2015 (INAF 2016).....	26
Tabela 2 - Distribuição da população pesquisada por grupo de alfabetismo em 2015 por escolaridade (INAF 2016)	27
Tabela 3 - Frequência e porcentagem de tipos de atividade (DÍAZ; BATANERO; ARTEAGA; SERRANO, 2015, p. 18)	47
Tabela 4 - Frequência das pesquisas desenvolvidas por região (E-book Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática (2001–2012)	62
Tabela 5 - Frequência de pesquisas sobre estatística desenvolvidas por região (E-book Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática (2001–2012)).....	63
Tabela 6 - Frequência de pesquisas sobre estatística desenvolvidas por região com pedagogos (E-book Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática (2001–2012)	63
Tabela 7 - Percentual de acertos nas questões por ano de escolaridade	112
Tabela 8 - Percentual de acertos por habilidade por ano de escolaridade.....	114

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	24
2	REVISÃO DA LITERATURA	32
2.1	Uso social das representações gráficas através da mídia	32
2.2	O que os currículos brasileiros prescrevem e os estudos apontam sobre o Conhecimento de Escala e do Currículo?	35
2.3	O que os estudos apontam sobre o trabalho com escala nos Livros Didáticos?	41
2.4	Que conhecimentos fazem parte do conceito de escala representada em gráficos?	48
2.5	O que os estudos apresentam sobre a compreensão dos alunos, jovens e crianças dos anos iniciais sobre interpretação e construção da escala apresentada em gráficos?	52
2.6	A Educação estatística está nos currículos e o que sabem os professores sobre isso?	61
3	REFERENCIAL TEÓRICO	82
3.1	Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT.....	82
4	MÉTODO	86
4.1	Objetivo	86
4.2	Objetivos específicos.....	86
4.3	Metodologia	86
4.3.1	Estudo 1	87
4.3.2	Estudo 2	88
4.3.3	Estudo 3	96
5	RESULTADOS	101
5.1	Estudo 1	101
5.1.1	Conhecimento Comum de Escala	101
5.1.2	Conhecimento Especializado de Escala.....	102
5.1.3	Conhecimento do Horizonte de Escala.....	104
5.1.4	Conhecimento de Escala e do Aluno.....	105
5.1.5	Conhecimento de Escala do Ensino	107

5.1.6	Conhecimento de Escala e do Currículo	108
5.2	Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala x Habilidades Docentes	109
6	RESULTADOS	111
6.1	Estudo 2	111
6.2	Proposta de progressão para o ensino de escala representada em gráficos (Conhecimento do Horizonte de Escala)	111
7	RESULTADOS	124
7.1	Estudo 3	124
7.2	Perfil dos Professores de Adultos (EJA)	124
7.3	Perfil das Professoras de crianças	137
7.4	Processo de Formação Continuada sobre Escala.....	147
7.4.1	Primeiro Encontro de Formação – Professoras de Adultos - EJA	147
7.4.2	Primeiro Encontro de Formação – Professores de crianças.....	162
7.4.3	Segundo Encontro de Formação – Professores de Adultos- EJA	180
7.4.4	Segundo Dia de Formação – Professoras de crianças.....	198
7.4.5	Terceiro Encontro de Formação – Professores de adultos - EJA.....	215
7.4.6	Terceiro Encontro de Formação – Professoras de crianças.....	235
7.4.7	Refletindo sobre o processo de formação	266
8	CONCLUSÕES	278
	REFERÊNCIAS	287

1 INTRODUÇÃO

No mundo contemporâneo temos observado que as representações gráficas têm sido utilizadas com uma grande frequência como um importante instrumento para a organização de ideias de diferentes áreas e sobre variados temas. O principal argumento utilizado para justificar o uso destas representações é que elas facilitam a transmissão de informações por apresentarem de forma resumida e rápida um quantitativo amplo de dados.

Esta relevância social fez com que o trabalho com representações gráficas passasse a ser sugerido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) de Matemática no Brasil (1997) no eixo Tratamento da Informação, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que essas representações gráficas podem ajudar os alunos a entenderem a Matemática como um meio de compreensão do mundo. Esse documento subsidiou os currículos estaduais e municipais, a prática e a formação de professores e alunos até o final de 2017.

Recentemente, foi aprovado o novo currículo brasileiro, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2018) - onde esta apresenta o trabalho com representações gráficas no eixo – Probabilidade e Estatística. Esse documento, também enfatiza o trabalho com as representações, discutindo sobre a importância de instrumentalizar os cidadãos para fazer julgamentos bem fundamentados para a tomada de decisões em seu dia a dia.

Nos dois documentos oficiais, o ensino de Estatística é um dos eixos da área de Matemática, mas que não se restringe à mesma, uma vez que possibilita articular as ideias matemáticas através de um trabalho conjunto com outras áreas do saber como Ciências, Geografia, Linguagens, etc. Nos anos iniciais, essa articulação é potencializada uma vez que seu ensino é realizado pelo professor polivalente, ou seja, aquele que ensina todas as disciplinas.

Um dos conceitos estatísticos a serem aprendidos nos anos iniciais refere-se ao conceito de escala. Nesse sentido, alguns estudos buscaram investigar a compreensão de crianças e adultos sobre escalas apresentadas¹ em gráficos.

¹ Nesta pesquisa iremos nos referir a “Escala apresentada em gráficos”, pois investigaremos o conceito de escala presente em gráficos estatísticos e que estejam devidamente registradas no eixo.

Um dos primeiros estudos que investigou a compreensão de escala representada em gráficos foi realizado por Tierney e Nemirovsky (1991). Esses autores analisaram gráficos produzidos por crianças que frequentavam o 5º ano nos Estados Unidos. As crianças foram levadas a representar espontaneamente mudanças num intervalo de tempo e observaram que geralmente as crianças pareciam considerar a escala importante para representar as ocorrências, mas não refletiam sobre a relação entre as medidas representadas. Além disso, observaram que, frequentemente, não era mantido um espaço constante entre os valores marcados na escala. Em outra pesquisa, Tierney, Weinberg e Nemirovsky (1992) também observaram como crianças do 5º ano de uma escola pública dos Estados Unidos construíam gráficos. A atividade constava do acompanhamento do crescimento de uma semente de feijão. Esses pesquisadores observaram que as crianças não identificavam em suas escalas as medidas inteiras de centímetros e as medidas decimais. Além de que, os finais de semana, período em que as plantas não eram medidas, eram excluídos do gráfico, demonstrando incompreensões do que deve ser representado.

Ainley (2000) observou que crianças de 6 (seis) anos conseguiam construir gráficos, mas não colocavam os eixos, o título e a escala. Ademais, a compreensão e o uso de escala se configuraram como o marcador principal das dificuldades enfrentadas pelas crianças. A partir dessas constatações, ela argumenta que é preciso realizar trabalhos com diferentes tipos de representações dos mesmos dados, pois a transparência emerge do uso e não é inerente ao tipo de representação.

No Brasil, pesquisas sobre representações gráficas e escalas tiveram início com Guimarães, Gitirana e Roazzi (2001) os quais analisaram a compreensão de crianças do 4º ano sobre as representações gráficas. Os autores foram surpreendidos com a dificuldade dos alunos em relação à compreensão da escala, principalmente quando tinham que localizar valores que estavam implícitos no eixo. Da mesma forma Lima e Magina (2004) investigando turmas do 5º ano observaram que existe também uma grande dificuldade dos alunos em relação à leitura entre os dados em gráfico de barras com escala não unitária.

Entretanto, essa dificuldade em compreender uma escala apresentada em gráficos pode ser observada também na população adulta brasileira. Em 2001, foi criado o Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF, numa parceria entre o

Instituto Paulo Montenegro e a ONG Ação Educativa. Esse busca estimar os níveis de alfabetismo da população entre 15 e 64 anos, utilizando uma amostra nacional de 2.000 pessoas que vivem em áreas urbanas e rurais através de entrevistas domiciliares. Entre 2001 e 2011 o INAF (2011) observou que a compreensão de informações apresentadas em gráficos e/ou tabelas só era alcançada por 25% da população investigada. Já os níveis de analfabeto/rudimentar tiveram um decréscimo de 39% para 27%, uma vez que mais sujeitos passaram a ser enquadrados no nível básico. Os dados mais recentes do INAF (2016) referentes à distribuição da população pesquisada por grupo de alfabetismo estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Distribuição da população pesquisada por grupo de alfabetismo em 2015 (INAF 2016)

Grupo	%
Analfabeto	4%
Rudimentar	23%
Elementar	42%
Intermediário	23%
Proficiente	8%
Total	100%
Analfabeto + rudimentar: analfabetos funcionais	27%
Elementar, intermediário e proficiente: alfabetizados funcionalmente	73%

As categorias apresentadas nessa última edição sofreram alterações, passando de 4 para 5 categorias. No nível “*Elementar*”, em relação à Estatística, se enquadra a capacidade de comparar ou relacionar informações numéricas ou textuais expressas em gráficos ou tabelas simples, envolvendo situações de contexto cotidiano doméstico ou social. Já no grupo “Proficiente” se enquadra a habilidade de interpretar tabelas e gráficos envolvendo mais de duas variáveis, compreendendo elementos que caracterizam certos modos de representação de informação quantitativa (escolha do intervalo, escala, sistema de medidas ou padrões de comparação) reconhecendo efeitos de sentido (ênfases, distorções, tendências e projeções).

De acordo com esse estudo, 42% da população pesquisada consegue comparar ou relacionar informações de gráficos ou tabelas simples. Porém, apenas 8% compreende o uso de elementos que caracterizam algumas representações de

informação de dados como a escolha do intervalo, escala, sistema de medidas ou padrões de comparação, habilidades essas que são capazes de influenciar diretamente na forma como se analisa as informações que são apresentadas e questionar sobre a validade delas. Além disso, observa-se (Tabela 2) que a maioria dos sujeitos que estão nos níveis mais avançados tem o Ensino Médio completo ou Superior. Portanto, podemos constatar que a população adulta em relação à leitura e interpretação de gráficos tem muito que aprender e que a escolaridade tem se mostrado como um fator determinante para essa aprendizagem. Podemos argumentar, assim, que a experiência de vida não tem sido suficiente para a aprendizagem sobre apresentação em gráficos.

Tabela 2 - Distribuição da população pesquisada por grupo de alfabetismo em 2015 por escolaridade (INAF 2016)

<i>Base</i>	Total 2002		Analfabeto 88	Rudimentar 457	Elementar 843	Intermediário 453	Proficiente 161
Nenhuma	97	5%	59%	8%	1%	0%	0%
Ens. Fund. - Anos iniciais	320	16%	30%	37%	12%	4%	2%
Ens. Fund. - Anos finais	459	23%	10%	32%	29%	11%	7%
Ens. Médio	795	40%	1%	20%	45%	55%	45%
Ed. Superior ou mais	331	17%	0%	3%	13%	31%	45%
Total	2.002	100%	100%	100%	100%	100%	100%

Nessa mesma perspectiva de investigar a compreensão dos indivíduos, alguns pesquisadores vêm evidenciando dificuldades de crianças e adultos em compreender representações em gráficos.

Lima e Selva (2010) investigando a compreensão sobre construção e interpretação de gráficos, em diferentes níveis de escolarização de adultos que estudavam na modalidade de Educação de Jovens e Adultos, perceberam que os alunos apresentaram dificuldade na construção de escala. Novamente esse estudo evidencia que a escolaridade tem um papel fundamental em relação à compreensão sobre escalas, já que os alunos que fizeram corretamente os gráficos frequentavam o nível de Ensino Médio.

Cavalcanti e Guimarães (2010) investigaram a compreensão sobre escalas por adultos e crianças com mesmo nível de escolaridade, realizando uma comparação entre os dois grupos. Os dados mostraram que os alunos, tanto crianças como adultos, apresentam desempenho muito fraco na compreensão dos valores implícitos nas escalas, evidenciando a dificuldade em compreender os

valores em uma reta numérica, ou seja, compreender a proporcionalidade existente entre os valores expressos e suas subunidades.

Desta forma, temos um cenário preocupante. Os estudos da área têm evidenciado que a escala é o maior marcador de dificuldade dos alunos no momento de construir e interpretar gráficos (Tierney e Nemirovsky, 1991; Tierney, Weinberg e Nemirovsky, 1992; Ainley, 2000; Guimarães, Gitirana e Roazzi, 2001; Lima e Magina, 2004; Cavalcanti e Guimarães, 2010) e a escolaridade tem um papel muito importante inclusive com adultos (Lima e Selva, 2010; INAF, 2016). Entretanto, como ensinar e aprender sobre essa representação se não vem sendo incluída nos currículos? Apenas nos documentos orientadores do governo federal do material para o 1º ciclo de alfabetização do PNAIC (2014) e no Guia do Programa Nacional do Livro Didático (2016) é ressaltada a sua importância.

Borba (2016), Guimarães (2016) e Curi (2016) argumentam que o cotidiano, a maturidade cognitiva e a escolarização, de modo geral, não são suficientes para o desenvolvimento mais avançado em relação ao raciocínio combinatório, a compreensão da escala apresentada em gráficos e de conceitos geométricos. Por isso, as autoras defendem que o papel da escola é de propiciar aos alunos contato com variadas situações significativas para a aprendizagem dos alunos.

O estudo de Evangelista e Guimarães (2014) vem ratificar o papel da escola, visto que quando os alunos do 5ª ano foram levados a refletir sobre escala representada em gráficos de barras e de linhas em uma intervenção de ensino, com duração de 2 dias de aulas de aproximadamente 2 horas, eles demonstraram capacidade e facilidade para aprender.

Acrescido a esses aspectos, Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2010) levantaram que o uso que é feito das representações gráficas na mídia impressa muitas vezes compromete as informações. As autoras investigaram os gráficos que eram apresentados em três suportes de informações e perceberam que 39% deles apresentavam erro em relação à escala dos gráficos. As autoras afirmam também que consideram esse resultado muito importante, pois com a grande tecnologia disponível aos profissionais de arte gráfica, esses erros podem ser considerados intencionais, com o intuito de manipular os dados.

Partindo destas inquietações sobre o uso inadequado de escalas pela mídia impressa, o baixo desempenho de alunos, tanto adultos como crianças, na compreensão da escala dos gráficos e a facilidade que as crianças apresentaram

em aprender quando levadas a isso, acreditamos que é fundamental que a escola proponha um trabalho sistematizado com representações gráficas.

Para tal é necessário considerar os diferentes tipos de gráficos e as diferentes unidades escalares. Esse trabalho deve ser aliado também à compreensão de diferentes grandezas, principalmente a grandeza comprimento, discutindo as unidades de medidas e suas subunidades, para que de fato possamos ter cidadãos capazes de serem críticos diante da realidade física ou social.

Desta forma, para que a escola possa desempenhar seu papel de formadora de cidadãos faz-se, necessário que os professores sejam capazes de realizar processos de ensino aprendizagem significativos para os alunos. Entretanto, diversos estudos (Shaughnessy, Garfield e Greer, 1996); (Monteiro e Selva, 2001); (Lima, Silva, Rodrigues e Feitosa, 2006); (Silva, Amaral, Albuquerque e Oliveira, 2006); (Lemos e Gitirana, 2007); (Rossini, 2006); Arteaga, Batanero e Ruiz (2008) e Arteaga, Batanero e Cañadas (2012) têm mostrado que tanto a nível internacional como nacional os professores dos anos iniciais não estão preparados para o trabalho com as representações gráficas e, em específico, com a escala representada em gráficos.

Este cenário vem justificar a relevância desta pesquisa, visto que se torna cada vez mais urgente à necessidade de pensarmos um processo de formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que seja capaz de trabalhar de forma significativa o ensino de Estatística com o intuito de suprir as lacunas da formação que interferem diretamente no processo de ensino aprendizagem dos alunos.

Por isso, tivemos como objetivo definir Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala apresentada em gráficos estatísticos necessários para desenvolver um processo de formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa formação precisa ser capaz de contribuir para a apropriação dos professores sobre o ensino e aprendizagem de escalas apresentadas em gráficos.

Tomamos por base os diferentes tipos de conhecimentos (Mathematical Knowledge for Teaching - MKT) propostos por *Ball, Thames e Phelps (2008)* uma vez que acreditamos que um processo de formação continuada de professores nessa perspectiva, o qual mobiliza diferentes tipos de conhecimentos, permite a compreensão do conhecimento de escala e ensino de escala que permitirá que os professores possam conduzir a aprendizagem de seus alunos.

Apresenta-se a seguir um panorama dos assuntos abordados em cada capítulo desta Tese.

O Capítulo 1 apresenta estudos tanto em âmbito nacional como internacional que subsidiam a compreensão do cenário sobre pesquisas referentes à compreensão de conceitos estatísticos e em específico de escala representada em gráficos. Neste nos questionamos sobre como são utilizadas as representações gráficas através da mídia, o que os currículos brasileiros prescrevem, o que apontam os estudos sobre livros didáticos, quais conhecimentos fazem parte deste conceito e o que sabem alunos e professores.

No Capítulo 2 apresentamos a teoria de Débora Ball e colaboradores, *Mathematical Knowledge for Teaching - MKT*, que consideram que existem seis tipos diferentes de conhecimentos matemáticos para o ensino de um determinado conteúdo.

No terceiro capítulo trazemos nossos objetivos e o método, destacando que a pesquisa foi desenvolvida a partir de três estudos diferentes, mas complementares. O Estudo 1 buscou definir os diferentes tipos de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala apresentada em gráficos estatísticos. O Estudo 2 teve como objetivo propor uma progressão (Conhecimento do Horizonte de Escala) para a compreensão de escala em gráficos para alunos (crianças e adultos) dos anos iniciais. No Estudo 3 desenvolvemos e analisamos um processo de formação continuada de professores dos anos iniciais (crianças e adultos) considerando os diferentes tipos de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala apresentada em gráficos estatísticos.

No Capítulo 4 trazemos os resultados do Estudo 1 que foram as relações traçadas entre o MKT – Conhecimento Matemático para o Ensino e os estudos relacionados à escala e estabelecemos o Conhecimento Comum de Escala, o Conhecimento Especializado de Escala, o Conhecimento de Escala e Alunos, O Conhecimento de Escala e Ensino, o Conhecimento do Currículo de Escala e o Conhecimento do Horizonte de Escala.

O Quinto capítulo apresenta os resultados do Estudo 2. Primeiramente apresentamos os resultados de um teste diagnóstico com 210 alunos que frequentavam do 1º ao 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental ou Módulos I a III da Educação de Jovens e Adultos, em seguida construímos uma Progressão

para o ensino de escala apresentada em gráficos (Conhecimento do Horizonte de Escala).

No Capítulo 6 trouxemos os resultados do Estudo 3, realizado com seis professoras de duas escolas da Rede Municipal de Recife, que foram organizadas em dois grupos, sendo um relativo às professoras que lecionavam no Ensino com crianças e outro de professoras da Educação de Jovens e Adultos, ambos referentes aos anos iniciais do Ensino Fundamental. No capítulo 7 descrevemos e analisamos uma proposta de formação de professores.

No último Capítulo, o oitavo, apresentamos nossas conclusões.

2 REVISÃO DA LITERATURA

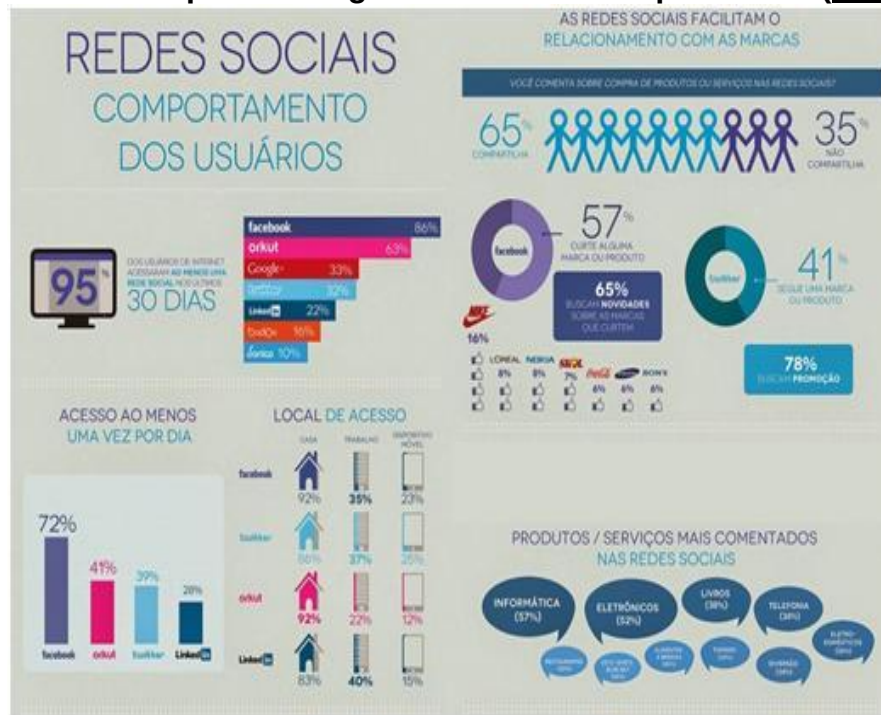
2.1 Uso social das representações gráficas através da mídia

O desenvolvimento das tecnologias da informação nos permitiu analisar uma grande quantidade de dados. Agora, o cidadão pode organizar e analisar informações em função de seus objetivos. Da mesma forma, a mídia vem elaborando suas análises e desempenhando um papel importantíssimo nesse cenário. Entretanto, sabemos que ela não é neutra e tem como interesse a formação de opinião dos cidadãos.

Cunha (2007) afirma que por ser detentora de grande poder, a mídia tenta atrair e conquistar o seu público de todas as formas possíveis e imagináveis, evidenciando a cada dia sua interferência na formação do sujeito. É importante ressaltar, segundo Módolo (2007) que a linguagem jornalística usada na mídia impressa está se tornando cada vez mais imagética, buscando encaixar-se mais adequadamente ao estilo de vida da população que busca se informar a partir de gêneros textuais que são capazes de serem lidos em poucos minutos por consistir-se predominantemente visual e tornar-se acessível a maior parte da população.

Atualmente um tipo de representação que vem sendo muito utilizada pela mídia são os infográficos. Caixeta (2005) nos mostra que o termo infográfico vem do inglês *informational graphics* e o seu uso revolucionou o layout das páginas de jornais, revistas e sites. Esse gênero textual representa informações técnicas como números, mecanismos e/ou estatísticas, que devem ser, sobretudo, atrativos e transmitidos ao leitor em pouco tempo e espaço. De acordo com o autor, a primeira coisa que se lê num jornal são os títulos, seguidos pelos infográficos, que, muitas vezes, são a única coisa consultada na matéria (Figura 1).

Figura 1 - Exemplo de infográficos veiculados pela mídia (King Blog)



Entretanto, é importante pararmos para refletir um pouco sobre essa forma de se apresentar as informações aos cidadãos, pois em alguns casos, se não em sua maioria, parece que a mídia está apresentando uma avalanche de dados que impacta em nós a ponto de não sabermos por onde começar a lê-las. Além disso, a impressão é de que não temos condições de questionar se todas aquelas informações são verdadeiras ou não.

Esse é o aspecto mais preocupante, uma vez que Monteiro (2006) ressalta que é necessário compreendermos que esses gráficos estão diretamente vinculados a intenção de quem estrutura a matéria, podendo enfatizar, mascarar ou omitir determinados aspectos da notícia.

Buscando explorar e conhecer mais sobre as representações gráficas utilizadas pela mídia, Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2008) realizaram um estudo que investigava três diferentes suportes nacionais, quais sejam: um jornal, uma revista de informações gerais e uma revista educacional. Dentre os aspectos analisados, as autoras observaram que apenas 6% dos gráficos apresentavam escala representada no eixo. Para apresentar os valores, a mídia tem optado por colocar os respectivos valores em cima das barras ou dos pontos que representam cada categoria. Esse tipo de apresentação dispensa a necessidade do leitor realizar

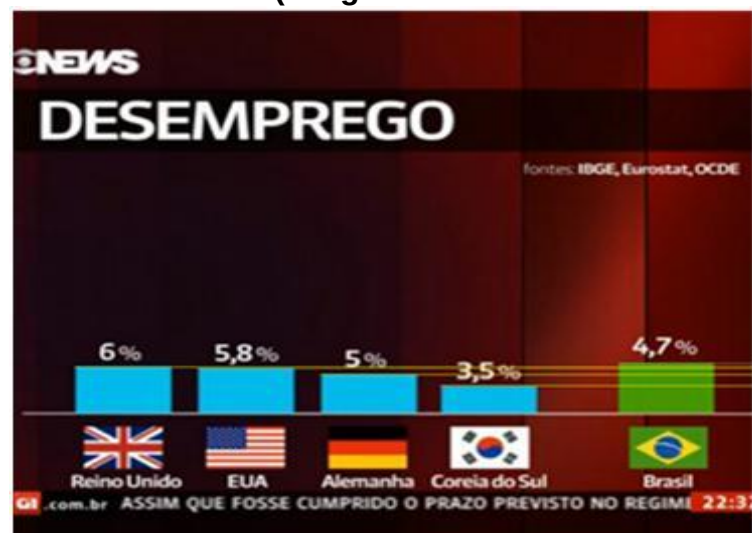
uma análise mais aprofundada acerca da proporcionalidade da escala utilizada pela mídia (Figura 2).

Figura 2 - Exemplo de gráfico veiculado pela mídia impressa com valores em cima das barras (Revista de informação geral)



Contudo, essa tendência deve ser analisada com cautela, uma vez que esta forma de representar os dados pode estar levando os leitores a conclusões errôneas. Cavalcanti et al (2010) verificaram que 39% dos gráficos apresentados na mídia e analisados por elas apresentavam erros de proporcionalidade nas escalas (Figura 3). E esse é um percentual bastante significativo que ratifica a importância dos educadores se preocuparem com o ensino aprendizagem da escala.

Figura 3 - Exemplo de gráfico veiculado pela mídia televisiva com erros de proporcionalidade na escala (Imagem do canal de TV Globo News – 2015)



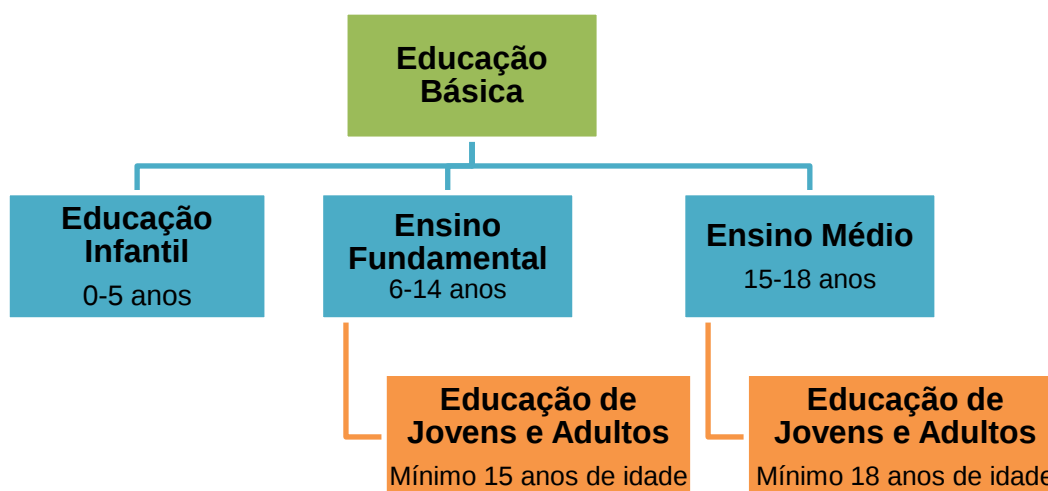
Fica evidente a relevância dos alunos compreenderem as especificidades que estão implícitas no uso das escalas e propormos atividades que envolvam a análise destes tipos de gráficos que são utilizados pela mídia se, de fato, tivermos como objetivo a formação cidadã.

2.2 O que os currículos brasileiros prescrevem e os estudos apontam sobre o Conhecimento de Escala e do Currículo?

Como já discutimos anteriormente, o ensino da Estatística se configura como um recurso indispensável à cidadania e autonomia dos indivíduos. Esse uso social fez com que o trabalho com Estatística passasse a ser inserido no currículo.

No Brasil o ensino de Estatística, denominado “Tratamento da Informação” iniciou em meados da década de 90 na Educação Básica. No Brasil até o início de 2008, não existia um currículo oficial obrigatório, mas apenas um documento norteador, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN’s. Esses têm sido utilizados como orientadores de currículos elaborados por estados e municípios, no sentido de proporcionar aos alunos acesso a um conjunto de conhecimentos que os levem ao pleno exercício da cidadania.

A Educação Básica no Brasil é organizada em ensino regular (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio) e a modalidade da Educação de Jovens e Adultos - EJA. Os nomes atribuídos às etapas da modalidade EJA variam entre estados e municípios.



De acordo com Fonseca (2007) quando nos referimos a Educação de Jovens e Adultos estamos falando de uma ação educativa direcionada para pessoas com escolarização básica incompleta ou que jamais iniciaram. A autora destaca também que a interrupção ou até mesmo o impedimento de sua trajetória escolar não é em decorrência apenas como um episódio isolado de não acesso a um serviço, mas num contexto mais amplo de exclusão social e cultural e que poderá condicionar as possibilidades de retorno que se forjarão nessa nova oportunidade de escolarização.

O estudo recente de Fernandes (2015) buscou compreender quais são os motivos de saída e de retorno à escola. Ela nos apresenta uma Análise do Conteúdo de 138 questionários de pessoas que viveram na infância ou na adolescência experiências educativas em escolas públicas (municipais, estaduais ou federais), saíram dessas escolas em algum momento da vida e retornaram à escola pública na modalidade EJA, dentro do Programa de Educação de Jovens e Adultos (PEJA) da Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro (SME/RJ).

A partir de suas análises, Fernandes (2015) afirma que o “trabalho” é um eixo temático muito forte e significativo para o grupo pesquisado, nos mostrando que esse é um dos principais motivos da saída da escola e também que a busca por trabalho e emprego se configura como motivo de estímulo para o retorno. É significativa a referência à necessidade de sobrevivência, como motivo de saída da escola, ou seja, a obrigação de terem algum rendimento para ajudar financeiramente a família, o que gera a demanda por trabalhar.

Fernandes (2015) considera que apesar da permanência na escola e a necessária conclusão dos estudos no cenário atual do século XXI não seja garantia de empregabilidade, ambos se constituem como fortes elementos para a reflexão sobre a “projeção no futuro”. Deste modo, em meio à dualidade estrutural que historicamente marca a educação brasileira, entre escola das massas e escola das elites, a escola das massas que é destinada a classe popular precisa se ocupar de formar os alunos para ingressarem no mundo do trabalho e, acima de tudo, precisa se ver como um dos meios capazes e eficazes para viabilizar a formação humana necessária aos seus alunos de forma a lhes permitir estarem potencialmente mais próximos do mundo do trabalho.

Voltando a discussão para o currículo brasileiro, é importante destacar que existiam dois parâmetros específicos para a Educação Básica brasileira: os PCN's

destinados ao Ensino Regular e a Proposta Curricular para o 1º Segmento da Educação de Jovens e Adultos, destinada a essa modalidade de ensino.

Em relação ao trabalho abordado com escala apresentada em gráficos, foco desse estudo, Lopes (1998) desenvolveu uma pesquisa que tinha como objetivo investigar e analisar o ensino de Probabilidade e Estatística nos currículos de Matemática para o Ensino Fundamental. A pesquisa considerou os dados das propostas curriculares de Minas Gerais, São Paulo, Santa Catarina e dos Parâmetros Curriculares Nacionais, tendo como referencial alguns currículos internacionais. Além disso, analisou também os currículos de países como Espanha, Estados Unidos, França, Inglaterra, Itália, Japão e Portugal para ter como parâmetro de análise os brasileiros já que nesses países o trabalho já havia sido iniciado desde a década de 80.

Lopes (1998) destaca que em âmbito internacional as propostas curriculares da Espanha, Estados Unidos da América, Inglaterra e Itália são mais enfáticos ao sugerir uma prática interdisciplinar, considerando o ensino da Probabilidade e da Estatística como um amplo espaço pedagógico para estas abordagens e destacando também que todos os currículos de Matemática dos países analisados priorizam a metodologia de resolução de problemas como foco principal de seu processo ensino-aprendizagem.

Já no caso brasileiro a autora afirma que na proposta do estado de São Paulo o ensino da Estocástica ficou pouco enfatizado, a de Minas Gerais, desenvolvida quase uma década depois da paulista, inclui o ensino da Probabilidade e da Estatística para várias séries. Em Santa Catarina, a proposta mais recente, observa-se uma sequência interessante para o desenvolvimento do currículo, porém na abordagem dos conteúdos não mencionou qualquer orientação específica. A autora destaca ainda que o ensino de Estocástica poderia iniciar-se na 1ª série explorando situações de observação, trabalhando intuitivamente os conceitos probabilísticos e as ideias estatísticas.

No caso dos Parâmetros Curriculares Nacionais, em relação ao ensino de Estatística e Probabilidade, Lopes (1998) afirma que diante da escassez de literatura nacional sobre o tema, o mesmo deveria ter posto em maior evidência as questões relativas ao ensino da Probabilidade e da Estatística, considerando que tais temas nunca foram antes abordados em propostas curriculares brasileiras, além de não terem feito parte da formação inicial do professor.

Cavalcanti e Guimarães (2010), também analisaram o que os PCN's referentes aos anos iniciais do Ensino Fundamental prescrevem para o trabalho com escala apresentada em gráficos e observaram que este conteúdo é abordado como uma ferramenta e não como objeto epistemológico. Ressaltam que só há referência sobre o trabalho com escala no bloco de Grandezas e Medidas e Números e Operações:

As atividades em que as noções de grandezas e medidas (...). São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da ideia de proporcionalidade e escala, e um campo fértil para uma abordagem histórica. (Brasil (1997), p. 38 – Bloco grandezas e medidas)

Contagem em escalas ascendentes e descendentes de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco, de dez em dez, etc., a partir de qualquer número dado. (Brasil (1997), p. 50 – Bloco números naturais e sistema de numeração decimal)

Outro documento brasileiro analisado foi a Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos referente aos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º Segmento). Nesse documento a escala é proposta como um dos objetivos do eixo Números e Operações:

Medir, interpretar e expressar o resultado utilizando a medida e a escala adequada de acordo com a natureza e a ordem das grandezas envolvidas. (2001, p. 110)

*Contar em **escala** descendente e ascendente: de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco, de dez em dez, de cem em cem, etc., a partir de qualquer número dado. (Brasil, 2001, p. 133)*

Também está presente no eixo de Medidas:

*As experiências de medição de um mesmo objeto com unidades padronizadas diferentes, como por exemplo, metro e centímetro, podem ajudá-los a compreender as relações entre as diversas unidades, as regras de conversão de uma unidade para outra e as relações destas com as regras do sistema decimal de numeração. Dispondo desses conhecimentos, eles poderão solucionar diversos problemas envolvendo cálculos e diferentes representações de medidas, inclusive as que incluem diagramas construídos em **escala**. (2001, p. 141)*

*Desenvolver a noção de **escala** como ampliação ou redução das dimensões reais em situações que envolvam representação de medidas de comprimento e superfície (plantas, mapas, guias, itinerários). (2001, p. 144)*

*Em nível mais avançado, é importante trabalhar as unidades usuais das diferentes medidas para que os alunos estabeleçam relações entre elas, façam algumas conversões simples, compreendam a noção de **escala** e possam aplicá-la na leitura de plantas e mapas. Neste momento, é importante que saibam ler e escrever as notações convencionais das medidas usuais, em embalagens, bulas, recipientes, e reconheçam a utilidade dos números decimais para expressá-las. (2001, p. 146)*

Com a análise desses trechos desses dois documentos é possível averiguar que tem sido proposto o trabalho com escala apenas nos eixos de Números e Operações e Grandezas e Medidas. Nos demais eixos e, em específico, no eixo de Tratamento da Informação o texto da proposta curricular não faz menção a esse elemento gráfico.

Desta forma, temos uma situação um tanto quanto preocupante, pois estudos têm pontuado que a escala é o maior marcador de dificuldade dos alunos no momento de construir gráficos, contudo, percebemos que nesses documentos não existem referências sobre os elementos presentes nas representações gráficas, nem para o ensino de crianças, nem para a modalidade de Educação de Jovens e Adultos.

Um aspecto ainda mais preocupante é que pesquisadores como Borba (2016) e Guimarães (2016) têm levantado que o cotidiano, a maturidade cognitiva e a escolarização, de modo geral, não são suficientes para o desenvolvimento mais avançado em relação ao raciocínio combinatório e a compreensão da escala representada em gráficos. Por isso, as autoras defendem que o papel da escola é de propiciar aos alunos o contato com variadas situações significativas para a aprendizagem. Entretanto, isso não tem ficado evidente nos currículos como direito dos alunos a terem acesso a esses conhecimentos.

Hoje as discussões em relação ao currículo brasileiro têm girado em torno da Base Nacional Comum Curricular - BNCC que segundo o Ministério da Educação (2018) é uma das estratégias estabelecidas pelo Plano Nacional de Educação (PNE) para melhorar a Educação Básica, que abrange a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

A BNCC vem para orientar as matrizes de referência dos exames e avaliações do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) e passa a ser referência obrigatória para a elaboração dos currículos de Educação Básica. Além disso, servirá para reformular a formação de docentes.

Nesse documento, novamente não foi encontrado nenhuma menção ao ensino de escala para os anos iniciais do Ensino Fundamental no campo de Estatística e Probabilidade. Só encontramos referência sobre escalas de mapas e guias no campo de Grandezas e Medidas. Dessa forma, mais uma vez o currículo brasileiro não valoriza a aprendizagem sobre escala. A escala é um dos elementos mais importantes tanto para a interpretação como para a construção das representações gráficas e é apontado como um dos maiores marcadores de dificuldade por parte de alunos e professores.

Entretanto, é possível vislumbrar que essas discussões começam a estar presentes em um documento oficial que é o Guia do Programa Nacional do Livro Didático para os anos iniciais do ensino fundamental (2016). No eixo Tratamento da Informação referindo-se as habilidades que devem ser trabalhadas, afirmam que nas representações gráficas também são encontradas diversas inadequações e uma delas decorre de problemas na construção de eixos e da relação entre esses e a reta numérica. Esse documento exemplifica esses erros (Figura 4) mostrando um gráfico com vários erros como: em um dos eixos utilizam-se valores numéricos associados não a pontos, mas a intervalos desse eixo; não existe a marcação do zero como ponto de origem e a seta utilizada para representar um eixo não numérico é mal empregada, pois em um gráfico estatístico, tal representação não faz sentido quando um dos eixos representa variáveis qualitativas.

Figura 4 - Exemplo de gráfico com vários defeitos (BRASIL, 2015, p. 53)



O Guia do PNLD 2016 afirma que é desejável que seja mais bem desenvolvida a construção dos vários tipos de gráficos, com valorização de seus diferentes elementos, como título, escalas, legendas, títulos e variáveis dos eixos,

proporcionalidade nas representações dos dados (nos casos das escalas lineares, mais adequadas a essa fase de escolaridade).

2.3 O que os estudos apontam sobre o trabalho com escala nos Livros Didáticos?

Muito tem se discutido sobre a importância do livro didático para o dia a dia dos professores, pois além de ele ser um recurso importante para o ensino, em algumas situações ele é o mais utilizado como guia na construção das situações de ensino aprendizagem. Em outras situações percebe-se que ele é considerado como o currículo a ser abordado, delimitando os conteúdos e a forma como devem ser tratados.

Desde 1999, com Batista, até os dias de hoje como afirmam Rezat e Ströaßer (2017), tanto os professores como os alunos são vistos como os dois grandes usuários de livros didáticos. Além disso, destacam que o livro é o artefacto mediador que fornece uma ligação entre as metas, o conhecimento e as crenças de professores e alunos.

Nessa direção vários projetos como o Programa Nacional do Livro Didático – PNLD têm sido desenvolvidos para garantir a qualidade desse recurso e analisar a adequação dos conteúdos que estão sendo abordados nas propostas curriculares.

Essa relevância que o livro didático possui torna-se a justificativa para o desenvolvimento de diversos estudos a fim de compreender mais a fundo como os conceitos estão sendo abordados. Um exemplo disso é o congresso *International Conference on Mathematics Textbook Research and Development - ICTM* que aconteceu pela segunda vez, em maio de 2017 no Rio de Janeiro, com esse objetivo.

Assim, procuramos elencar e analisar alguns estudos que vêm mostrando como tem sido abordado o trabalho com escalas apresentadas em gráficos em livros didáticos para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Guimarães, Gitirana, Cavalcanti e Marques (2007), desenvolveram um dos primeiros estudos investigando como era abordada a escala em livros didáticos. As autoras analisaram todas as 17 coleções aprovadas pelo PNLD 2004 (Programa Nacional do Livro Didático) para os anos iniciais do Ensino Fundamental - Matemática. Foram levantadas todas as atividades relacionadas a Educação

Estatística nos quatro volumes de todas as coleções. Foram encontradas 545 atividades sobre gráficos. Todas as coleções apresentavam atividades relacionadas a Educação Estatística e em todos os anos. Foi percebido que a maioria dos gráficos trabalhados em todos os anos era o de barras (56%), apresentados em seus diversos tipos: barras, barras múltiplas, colunas e 8% eram de linha.

Quanto à escala das representações gráficas elas observaram que 33% dos gráficos apresentavam escala unitária, sendo maior a incidência em gráficos de barra do que de linha. Em relação à habilidade de construção, 46% delas solicitavam a construção de gráficos, entretanto, a maioria dessas pedia apenas que os alunos preenchessem um gráfico a partir de dados apresentados em tabela. Esse tipo de situação não é capaz de abarcar a várias habilidades, como estabelecer a escala e definir o intervalo, que são muito importantes para o desenvolvimento do conhecimento estatístico pelo aluno. Apenas 9 das 545 atividades relacionadas à representação em gráficos solicitavam que os alunos, de fato, construíssem um gráfico precisando estabelecer uma escala (**Erro! Nenhum nome foi dado ao indicador.**).

Figura 5 - Exemplo de atividade de livro didático sobre construção de gráfico e estabelecimento de escala (Coleção Matemática 1, 2, 3 e 4 - v.4, p. 80)

1. Você vai fazer uma pesquisa na escola ou na classe para saber a opinião das pessoas sobre algum fato importante.

a) Junte-se a um ou mais colegas e com eles escolha um tema para ser pesquisado (time de futebol preferido, disciplina preferida, programas de tevê preferidos etc.). O grupo formula perguntas para a coleta de dados.

b) Cada elemento do grupo anota em seu caderno as respostas dadas pelos entrevistados, numa tabela como esta abaixo, feita por Danilo.

Tema da pesquisa: Times de futebol preferidos.
Pergunta: Para qual time você torce?
Público: Colegas de sala.

Pode-se fazer uma tabela para registrar os dados de uma pesquisa e depois, com os dados coletados, fazer um gráfico. Assim, os dados são apresentados de forma mais clara e fácil de entender. Isso ajuda a tomar decisões e a explicar os resultados da pesquisa.

Time preferido	Quantidade de torcedores
Flamengo	36
Vasco	18
Fluminense	22
Botafogo	2
Total	78



2. Converse com seus colegas e com seu professor sobre qual é a melhor maneira de apresentar os dados da sua pesquisa e construa, em seu caderno, um gráfico com os dados da sua tabela.

* Escolha um tipo de gráfico e uma escala adequada, dê um título ao gráfico e faça uma legenda, se necessário.

Além desse, temos o estudo de Bivar e Selva (2011) que buscou analisar livros didáticos no que se refere às propostas relativas ao trabalho com Estatística envolvendo gráficos e tabelas. Para isso, foram escolhidas cinco coleções de livros didáticos de Matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental, sendo quatro delas aprovadas pelo PNLD do ano de 2010 e a outra não foi submetida ao PNLD, ainda que seja utilizada em várias escolas particulares.

As autoras observaram a presença de quatro tipos de atividades envolvendo tabelas e gráficos: preenchimento de dados, interpretação, construção e conversão de um gráfico em tabela ou de tabela em gráfico. Quanto às de preenchimento de gráficos percebeu-se que os eixos, descritores e as escalas encontram-se delimitados cabendo ao aluno completar as informações que faltam nesta representação (Figura 6).

Figura 6 - Exemplo de atividade de preenchimento de dados no gráfico (BIVAR; SELVA, 2011, p. 6)



Figura 3: Exemplo de atividade de preenchimento de dados no gráfico
(Conviver: matemática: Guia de recursos didáticos para professores: ensino fundamental de nove anos/ Luiz Márcio Imenes, Marcelo Lellis, Estela Milani. – 1. Ed. - São Paulo: Moderna, 2009.)

Nos livros didáticos, as atividades que envolvem interpretação de dados em gráficos, geralmente estão voltadas para uma análise pontual dos dados, ou seja, uma questão que visa identificar informações que se encontram explícitas no gráfico (Figura 7).

Figura 7 - Exemplo de atividade de interpretação de gráfico (BIVAR; SELVA, 2011, p. 7)



Nas atividades que envolviam a construção de gráficos geralmente eram fornecidos aos alunos os eixos e descritores bem delimitados. É importante destacar que tais atividades, em alguns momentos, são apresentadas em uma malha quadriculada, a fim de auxiliar a compreensão do aluno. O exemplo da Figura 8 exige que os alunos construam a escala, elabore os descritores e construam barras para indicar a quantidade de pulos de cada aluno.

Figura 8 - Exemplo de atividade de construção de gráfico (BIVAR; SELVA, 2011, p. 7)



E, por fim, as atividades de conversão de tabela para gráfico e vice-versa. No exemplo apresentado na Figura 9 é apresentada uma tabela sobre a condição do tempo e o número de dias durante o mês de abril e solicitado que os alunos construam um gráfico de barras apontando os descritores, as escalas e outros elementos no gráfico.

Figura 9 - Exemplo de atividade de conversão da tabela para o gráfico (BIVAR; SELVA, 2011, p. 8)

Uma turma de 4º ano observou as condições do tempo durante o mês de abril, organizando as informações nesta tabela:

Condições do tempo					
Número de dias	☐	☒	☒	☐	☒

Com essas informações, faça um gráfico de barras com este título: *As condições do tempo no mês de abril.*

As autoras concluíram que as coleções analisadas têm proposto atividades envolvendo gráficos e tabelas para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Contudo, a maior parte delas envolve o preenchimento e interpretação de tabelas ou gráficos. Elas consideram esses dados preocupantes, pois vários estudos (Pagan, Leite, Magina e Cazorla, 2008 e Guimarães, Gitirana e Roazzi, 2001) têm mostrado que os alunos não apresentam dificuldades na identificação de dados presentes em tabelas e/ou gráficos e os livros didáticos tem enfatizado em atividades que priorizam esse tipo de proposta deixando de explorar de forma mais complexa atividades de construção de gráficos e de conversão de tabela em gráfico e de gráfico em tabela.

Evangelista e Guimarães (2013) investigaram em que situações eram apresentadas atividades envolvendo a aprendizagem de escala em livros didáticos para o 4º e 5º anos do Ensino Fundamental de cinco coleções de livros didáticos de Matemática, recomendadas pelo PNLD 2013. As autoras encontraram 316 atividades relacionadas ao trabalho com escala, sendo 51,3% nos volumes do 4º ano e 48,7% nos livros didáticos do 5º ano, demonstrando que em ambos os anos vem sendo proposta a aprendizagem sobre escalas. Além disso, verificaram que o conceito de escala perpassava por todos os eixos da Matemática: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Tratamento da Informação. O maior percentual de atividades sobre escala estava no eixo Grandezas e Medidas (37%), seguido por Tratamento da Informação (34%), Números e Operações - reta numérica (14%) e Geometria - mapas (15%).

As autoras analisaram de forma mais específica as atividades de escalas apresentadas em gráficos e encontraram três tipos de situação: 68% envolviam a habilidade de interpretação de escala, 24% solicitavam que o aluno construísse a

escala e 8% eram para completar o gráfico. Esses dados mostram um aumento nas atividades que envolvem a construção de uma escala em relação aos dados do estudo anterior de Guimarães et al (2007) no qual menos de 2% abordavam essa habilidade.

Em relação ao intervalo da escala dos gráficos analisados, Evangelista e Guimarães (2013) perceberam que 53% dos gráficos tinham escalas unitárias e 47% não unitária. As autoras destacaram o cuidado dos livros didáticos em trabalhar tanto um tipo quando o outro, permitindo assim que os alunos explorem diferentes tipos de escala. Porém, as autoras ressaltam que a habilidade de interpretação de gráfico tem sido muito mais explorada do que a de construção. Contudo, os dois tipos de atividade são igualmente importantes e os alunos, desde pequenos, devem ser levados a compreendê-las. A proposição de atividades de construção de escalas poderá ajudar os alunos a compreenderem melhor como interpretar essas representações.

O estudo de Díaz, Batanero, Arteaga e Serrano (2015) teve como objetivo analisar os gráficos estatísticos em três coleções completas de livros didáticos espanhóis referentes ao nível dos anos iniciais do Ensino Fundamental no Brasil. Em relação ao tipo de gráfico os autores, assim como nos estudos brasileiros, encontraram predominância do tipo barras (46%), seguido pelo de linhas (20%). Na segunda análise sobre os níveis de leitura dos gráficos o mais frequente foi “ler entre os dados” (58,6%) e “ler os dados” (35,3%), não ocorrendo diferenças por ano investigado, mas sim por coleção. Os autores consideram que estes níveis são adequados para se trabalhar com as crianças, entretanto, também é importante trabalhar a leitura crítica dos dados que implica nos níveis 3 e 4 que são mais avançados.

Em relação à análise sobre o nível de complexidade do gráfico, ocorreu o predomínio do nível “representação de uma distribuição de dados” (58,6%) sem grandes diferenças por ano. A Figura 10 apresenta um exemplo deste nível de complexidade. Ela mostra a distribuição das vendas no departamento de eletrônicos de certa loja e pergunta quantos computadores e quantas câmeras foram vendidos, sabendo-se que a quantidade de equipamentos de som foi de 24.

Figura 10 - Exemplo de atividade de livro didático com gráfico de Complexidade 3 (DÍAZ; BATANERO; ARTEAGA; SERRANO, 2015, p. 13)



Figura 6. Gráfico de complejidad 3
Fuente: Texto SM, 5º curso, p.120

O último aspecto analisado por Díaz et al (2015) foi o tipo de habilidade que as atividades solicitavam. A partir da Tabela 3, que apresenta a frequência e a porcentagem de tipo de atividade, percebemos que 35,8% eram de leitura e envolvia, entre outras coisas, diferenciar a escalas e os eixos (qual se refere às variáveis e qual as frequências) e ler os valores dos dados.

Tabela 3 - Frequência e porcentagem de tipos de atividade (DÍAZ; BATANERO; ARTEAGA; SERRANO, 2015, p. 18)

Actividad	Frecuencia	Porcentaje
Leer	77	35,8
Leer y calcular	19	8,8
Construir	27	12,6
Construir y leer	30	14
Construir y comparar	3	1,4
Ejemplo	36	16,7
Traducir	8	3,7
Pasar a tabla	9	4,2
Completar	3	1,4
Describir variable	2	0,9
Inventar problema	1	0,5
Total	215	100

Apenas 12,6% eram de construção. Os autores trazem o exemplo da Figura 11 abaixo na qual se apresenta uma situação em que uma menina havia registrado a idade de 40 crianças e sobre esses dados se pede que os alunos organizem os dados em uma tabela e em seguida construam um gráfico.

Figura 11 - Exemplo de atividade de livro didático sobre construção (DÍAZ; BATANERO; ARTEAGA; SERRANO, 2015, p. 15)

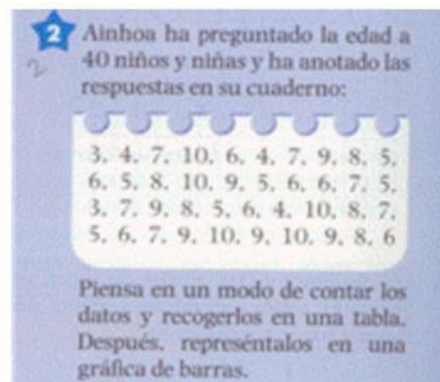


Figura 8. Ejemplo de construir
Fuente: Texto Anaya, 4º curso, p.170

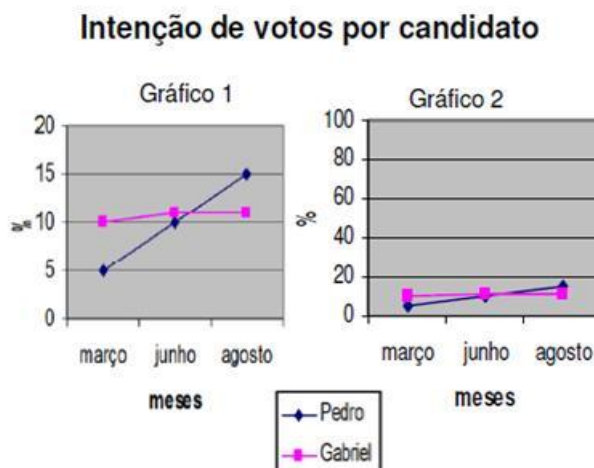
Esses estudos nos mostram que tanto na esfera nacional como internacional o trabalho com escala apresentada em gráficos tem priorizado habilidades que exploram poucas possibilidades com este conceito. Acreditamos que é preciso enfatizar cada vez mais o trabalho com a construção de escalas, visto que ele implica no desenvolvimento de habilidades bem complexas como a definição do intervalo da escala e a sua representação.

2.4 Que conhecimentos fazem parte do conceito de escala representada em gráficos?

O letramento estatístico é definido por Gal (2002) como sendo a capacidade de interpretar, avaliar criticamente e comunicar informações e mensagens estatísticas. Estas mensagens estatísticas geralmente são apresentadas em representações gráficas e ao observá-las é possível constatar que os eixos e a escala são elementos extremamente importantes para a estrutura do gráfico. São elas que irão fornecer as informações quantitativas sobre os dados que estão sendo apresentados e influenciam diretamente no aspecto visual dos dados apresentados.

Cavalcanti e Guimarães (2010) apresentam um exemplo (Figura 12) que esclarece esta afirmação: quando realizamos mudanças no intervalo da escala a tendência dos dados pode ser enfatizada ou minimizada e, conseqüentemente, nos levar a interpretações equivocadas, mesmo que se tratem da mesma informação.

Figura 12 - Exemplo de atividade sobre mudança de intervalo da escala (CAVALCANTI; GUIMARÃES, 2010, p. 120)



Nessa direção torna-se imprescindível refletir sobre os conhecimentos e as etapas que muitas vezes de forma inconsciente percorremos para construir um gráfico, pois nessas situações mobilizamos o tempo todo o conceito de escala.

Friel, Curcio e Brigh (2001), afirmam que muitas vezes as pessoas são capazes de desenhar ou ler uma determinada informação na escala, mas têm pouca ideia de como escolher uma escala adequada para um determinado conjunto de dados a serem representados no gráfico.

De acordo com Vanin (2009) na construção de um gráfico, a primeira tarefa importante que temos que realizar é a escolha conveniente das escalas. Quando a escala não é adequada, parte do gráfico pode ficar fora do papel ou, pelo contrário, pode sair tão pequeno que não poderemos observar seus detalhes.

Para escolher bem a escala precisamos analisar o tamanho do papel, identificar os valores máximos e mínimos das grandezas que serão representadas e, a partir dessas dimensões, calcular a escala que permita ocupar o espaço disponível. Em seguida precisamos fazer a divisão da escala de modo a localizar e marcar os pontos facilmente, bem como permitir uma leitura posterior de valores a partir do gráfico, mas é imprescindível que os espaços entre os intervalos das escalas sejam proporcionais.

Logo, a ideia de proporcionalidade está intimamente ligada ao conceito de escala. Ela implica em uma constante entre os valores que são apresentados na escala.

O artigo postado por Carrapa (2016) em um blog analisa o gráfico sobre “Dívida Pública” (Figura 13), apresentado por um programa jornalístico português.

De acordo com a análise, o mesmo apresentava vários erros grosseiros. O primeiro deles refere-se ao intervalo entre os anos de 2005 e 2011 (6 anos) que é o dobro do comprimento do intervalo entre 2000 e 2005 (5 anos).

Figura 13 - Exemplo de gráfico apresentado em programa jornalístico português com erros (CARRAPA, 2016)



Carrapa (2016) destaca ainda que além da distorção do eixo horizontal, também o eixo vertical apresenta uma incompreensível desproporção da escala de valores – distorção essa que, ao contrário da primeira, é dificilmente justificável como uma mera falha na edição dos dados, constatando-se que o intervalo entre 0 e 100 mil milhões de euros é muito menor do que o intervalo entre 100 e 200 mil milhões de euros.

Ele conclui afirmando que um dia Stephen Hawking, um dos mais consagrados cientistas da atualidade, disse que *o maior inimigo do conhecimento não é a ignorância, mas a ilusão do conhecimento*. Eis um flagrante exemplo de como a televisão e o "jornalismo" podem servir para promover essa perversa corrosão do saber.

Além da proporcionalidade da escala precisamos estar atentos às peculiaridades referentes ao tipo de intervalo das escalas dos gráficos que podem ser unitários ou não.

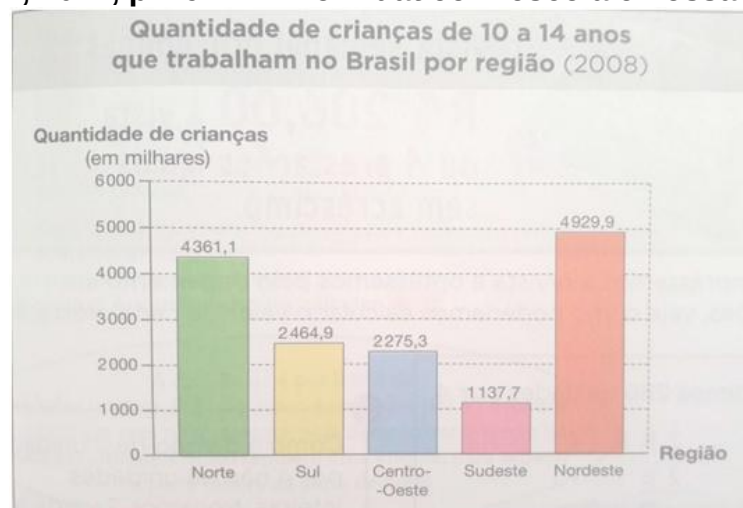
O gráfico apresenta escala unitária (Figura 14) quando os intervalos são graduados de 1 em 1 unidade. Nessa situação os valores que estão implícitos nesse intervalo serão decimais.

Figura 14 - Exemplo de gráfico com escala unitária (VIEIRA; RIBEIRO; PESSÔA, 2012, p. 185 – Livro Didático A escola é nossa – 2º ano)



Já os gráficos com escala não unitária (Figura 15) podem apresentar uma infinidade de graduações, como 2 em 2, 5 em 5, múltiplos de 10, etc.

Figura 15 - Exemplo de gráfico com escala não unitária (VIEIRA; RIBEIRO; PESSÔA, 2012, p. 197 – Livro Didático A escola é nossa – 5º ano)



Logo, é possível constatar que pensar em representações gráficas sem considerar a noção de escala não faz sentido, visto que ela constituísse como o elemento inerente ao gráfico. Por isso, trabalhar Estatística também implica em pensar nas etapas de construção da escala e em seus diferentes tipos de intervalo, e acima de tudo, na proporcionalidade, aspecto este que irá garantir a fidedignidade dos dados que estão sendo apresentados.

2.5 O que os estudos apresentam sobre a compreensão dos alunos, jovens e crianças dos anos iniciais sobre interpretação e construção da escala apresentada em gráficos?

Mesmo antes de a Estatística ter sido incluída no currículo brasileiro, já haviam estudos sendo desenvolvidos em outros países sobre a compreensão da escala das representações gráficas. Tierney e Nemirovsky (1991) investigaram crianças que frequentavam o 5º ano nos Estados Unidos. Eles perceberam que elas geralmente pareciam considerar a escala importante para representar as ocorrências, mas não refletiam sobre a relação entre as medidas representadas, o que se percebia pela ausência de um espaço constante entre os valores marcados na escala.

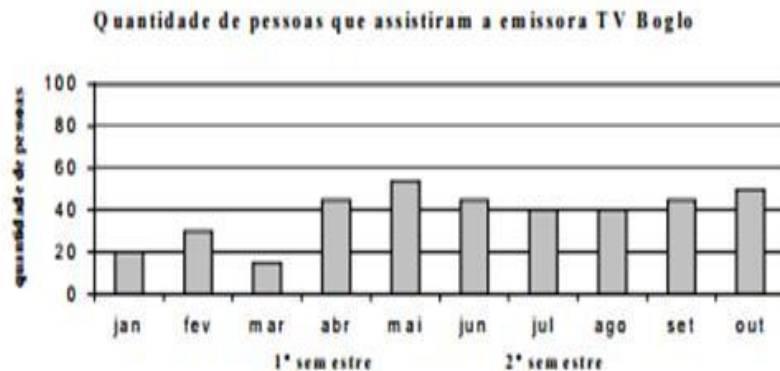
Em outra pesquisa, Tierney, Weinberg e Nemirovsky (1992), também com crianças da mesma faixa etária, observaram que as crianças não identificavam em suas escalas as medidas inteiras de centímetros e as medidas decimais.

Ainley (2000) observou crianças mais novas (6 anos) e percebeu que elas são capazes de construir gráficos, mas não colocavam os eixos, o título e a escala. Para ela a compreensão e o uso de escala se configuraram como o marcador principal das dificuldades enfrentadas pelas crianças.

No Brasil, Guimarães, Gitirana e Roazzi (2001) realizaram uma pesquisa com 107 alunos de 3ª série de uma escola particular de Jaboatão dos Guararapes – PE. O estudo chama nossa atenção para a dificuldade dos alunos nas atividades que envolviam a interpretação de gráfico em relação à localização de valores implícitos na escala. Na atividade 2 (Figura 16) haviam várias questões, entre elas situações em que os alunos foram questionados sobre valores não apresentados na escala (questão h, por exemplo) o que exigia que inferissem o valor no intervalo da reta numérica (escala). Nessas situações o percentual de acertos foi muito baixo.

Figura 16 - Atividade 2 sobre interpretação de gráfico e com localização de valor implícito na escala (GUIMARÃES; GITIRANA; ROAZZI, 2001, p. 119)

Em uma pequena cidade, TAGRAVA, existe uma emissora de televisão, Rede Boglo. O gráfico de barras abaixo mostra a quantidade de moradores da cidade que assistiram a Rede Boglo nos meses de janeiro a outubro.



- a) Qual foi o mês que teve mais gente assistindo a Rede Boglo? _____
- b) Em que períodos (entre quais meses) a quantidade de pessoas que assistiam a Rede Boglo diminuiu? _____
- c) De que mês a que mês a Rede Boglo obteve maior aumento na quantidade de pessoas que assistiram? _____
- d) Qual foi o pior mês de audiência da Rede Boglo? _____
- e) Qual a quantidade de pessoas que você acha que vai assistir a Rede Boglo em novembro? _____
Por que? _____
- f) Entre quais meses não mudou a quantidade de pessoas que assistiram a Rede Boglo? _____
- g) Qual foi o semestre que teve maior audiência na Rede Boglo? _____
- h) Qual a quantidade de pessoas que assistiram a TV Boglo em setembro? _____
- i) Em quais meses a audiência da Rede Boglo foi de 40 pessoas? _____

Esses autores solicitaram também construções de gráficos. A primeira atividade (Figura 17) envolvia a construção a partir de um banco de dados com quantidades pequenas.

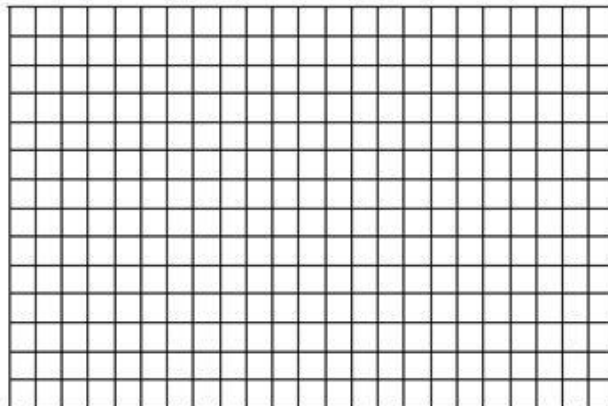
Figura 17 - Atividade de construção de gráfico a partir de dados nominais (GUIMARÃES; GITIRANA; ROAZZI, 2001, p. 121)

Abaixo você encontra uma lista de pessoas e seu esporte preferido.

Qual é o esporte preferido desse grupo? _____

nome	Esporte preferido
ANA	VOLEI
VERA	NATAÇÃO
CARLOS	FUTEBOL
FLÁVIA	VOLEI
PEDRO	FUTEBOL
GABRIEL	VOLEI
MARIANA	VOLEI
VLADIMIR	FUTEBOL
RAUL	FUTEBOL
LUIZA	NATAÇÃO
TEREZA	NATAÇÃO
CAROLINA	NATAÇÃO
RODRIGO	FUTEBOL
ALEX	FUTEBOL
TADEU	VOLEI

Construa um gráfico de barras que ajude as pessoas a verem qual esporte é o preferido dessas pessoas:



Na segunda atividade (Figura 18) era também solicitada a construção de um gráfico a partir de um banco de dados, entretanto os valores a serem registrados eram maiores o que impossibilitava a relação um quadrado para cada frequência.

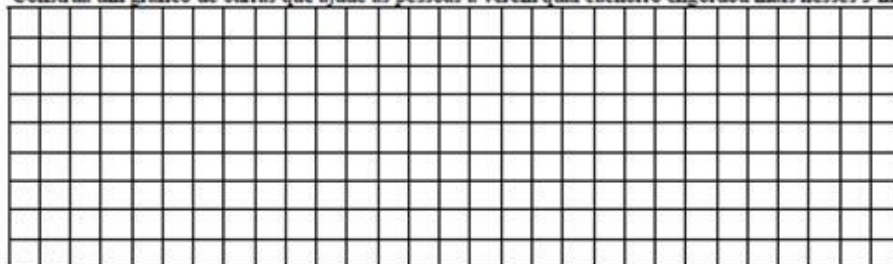
Figura 18 - Atividade de construção de gráficos com dados ordinais (GUIMARÃES; GITIRANA; ROAZZI, 2001, p. 122)

A tabela abaixo mostra o peso de cachorros durante 3 meses:

Mês	Raça	
	<i>Dálmata</i>	<i>Pastor Alemão</i>
Janeiro	16	17
Fevereiro	19	24
Março	22	28

Qual o cachorro engordou mais nesses 3 meses? _____

Construa um gráfico de barras que ajude as pessoas a verem qual cachorro engordou mais nesses 3 meses.

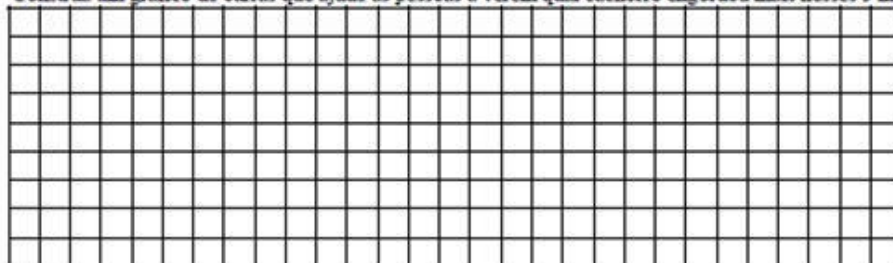


Agora observe esta tabela:

Mês	Raça	
	<i>Dálmata</i>	<i>Basset</i>
Janeiro	16	7
Fevereiro	19	12
Março	22	17

Qual o cachorro engordou mais nesses 3 meses? _____

Construa um gráfico de barras que ajude as pessoas a verem qual cachorro engordou mais nesses 3 meses.



Os autores deixam bem claro que os alunos só tiveram um bom desempenho quando era possível estabelecer uma relação de um quadrado da malha quadriculada para cada elemento, demonstrando compreender a função da escala. Entretanto, quando a malha não possibilitava essa relação unitária, os alunos apresentaram muitas dificuldades (Figura 19 e Figura 20). A dificuldade estava na compreensão dos valores contínuos apresentados na escala, uma vez que é necessário que os alunos estabeleçam a proporcionalidade entre os pontos explicitados na escala adotada. Como afirma Curcio (1987), os sujeitos apresentam dificuldades em dividir uma escala proporcionalmente.

Figura 19 - Representação utilizada pela dupla “J” e “N” (GUIMARÃES, 2002, p. 176)

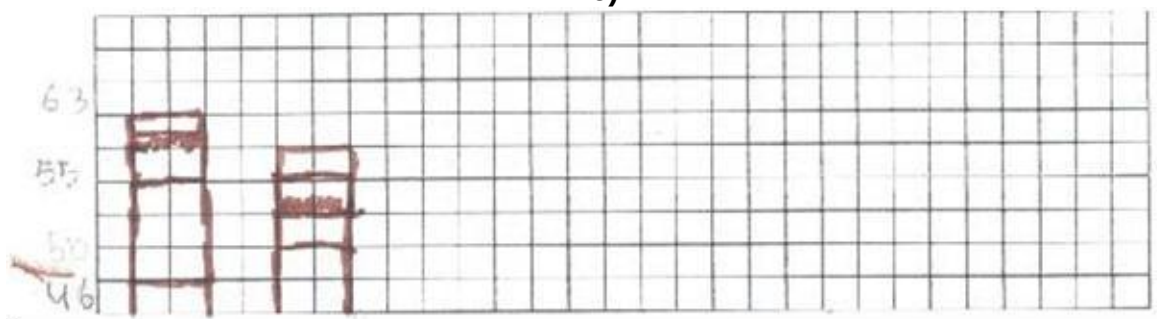
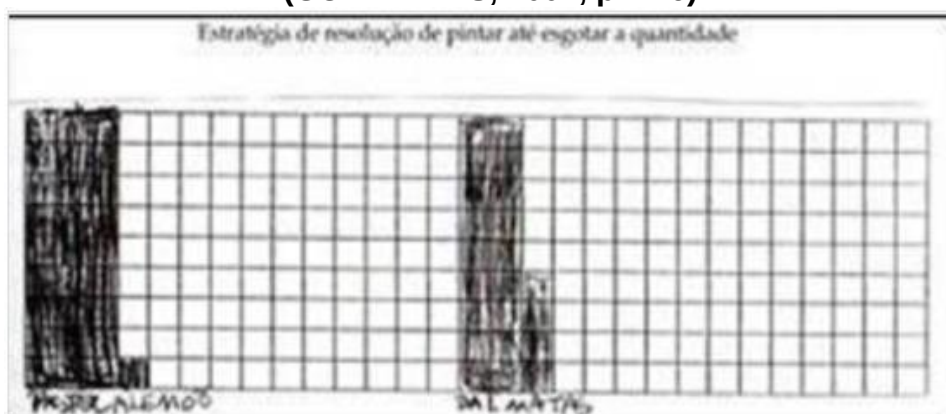


Figura 20 - Aluno que pinta os quadradinhos até chegar a quantidade desejada (GUIMARÃES, 2002, p. 176)



Da mesma forma, Lima e Magina (2004), investigaram o conceito de média aritmética, por meio de representações gráficas em ambiente informatizado, com turmas do 5º ano e afirmam que os resultados indicaram que existe uma grande dificuldade dos alunos em relação à interpretação de gráficos de barras com escala não unitária. Entretanto, no decorrer da intervenção de ensino, os alunos construíram gráficos utilizando diferentes escalas, o que parece ter favorecido a compreensão de conhecimentos implícitos fundamentais à leitura e interpretação de gráficos, tais como a ideia de proporcionalidade existente no eixo vertical, expressa pela distância entre dois pontos, associada à ideia de sequência numérica para estimar o valor que não estava explicitamente representado no eixo.

Cavalcanti e Guimarães (2010) também investigaram a compreensão de escalas de adultos e crianças dos anos iniciais de escolarização. As autoras buscavam investigar se a experiência de vida dos adultos com pouca escolarização ajudava a compreender a escala apresentada em gráficos de barras e de linha. Participaram da pesquisa 152 alunos de escolas públicas da Região Metropolitana

do Recife, sendo os mesmos do 3º e 5º ano do Ensino Fundamental e Módulos I-II e III da Educação de Jovens e Adultos. Foram realizados testes com os alunos, com o objetivo de investigar quatro variáveis que estudos anteriores consideram importantes para a compreensão da escala apresentada nos gráficos: o tipo de gráfico; o valor da escala; a necessidade de o aluno localizar um valor implícito ou explícito na escala, ou de localizar uma frequência ou uma categoria a partir da escala.

As autoras perceberam que os alunos investigados não apresentaram um bom desempenho, apesar das crianças, principalmente do 5º ano, desempenharem-se melhor que os adultos. O pior desempenho ocorreu na turma de adultos do Módulo I-II. Dessa forma, compreender escalas apresentadas em gráficos não se configura como uma habilidade fácil. Acrescido a isso, ela não é aprendida a partir das experiências do dia a dia. É preciso ser ensinada, como vem mostrando os dados do INAF, já apresentados, nos quais desde 2001 a escolaridade tem sido o fator que influencia diretamente na habilidade dos cidadãos em relação à leitura de gráficos.

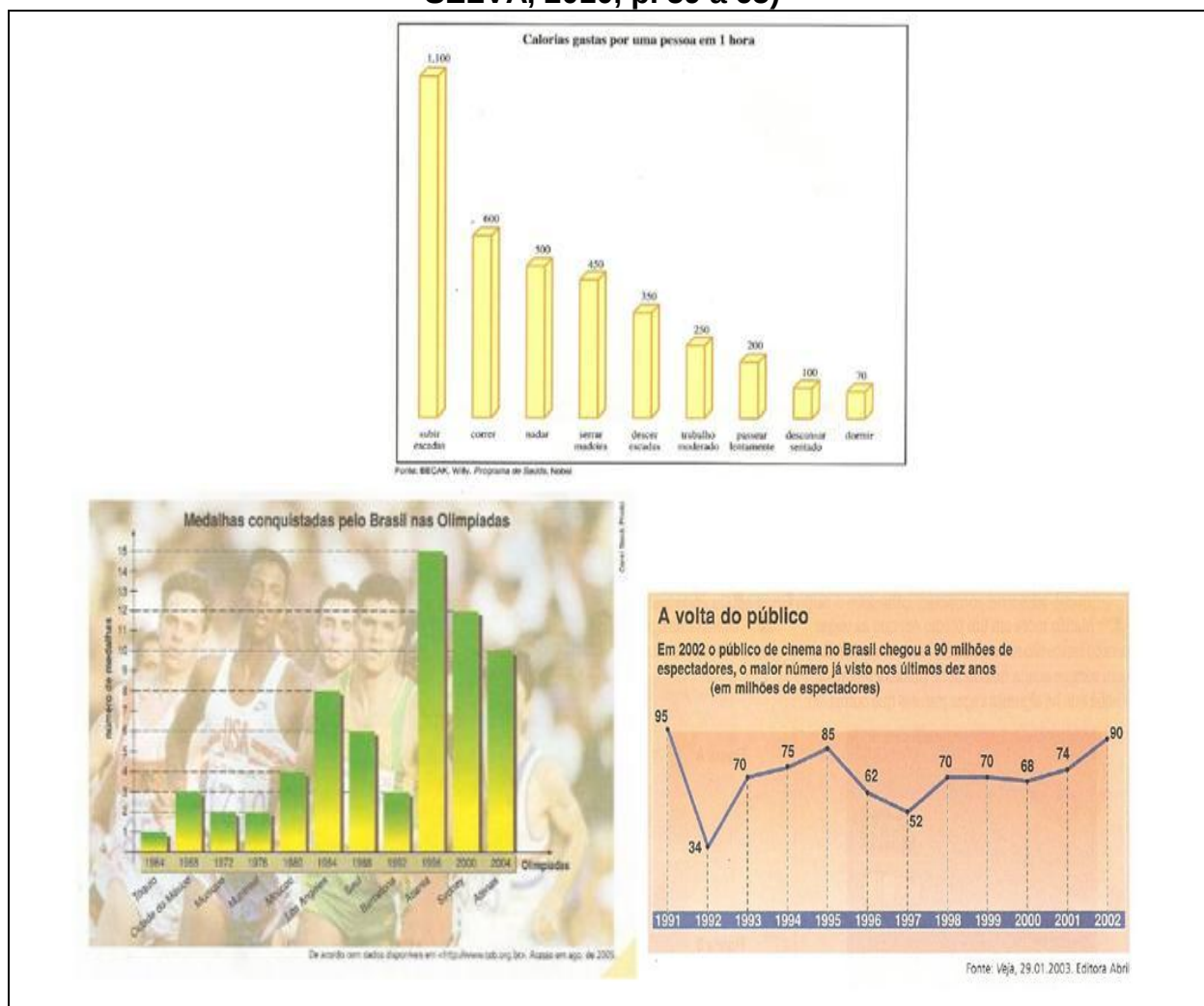
Quanto às variáveis estruturais da representação, o gráfico de barras com escala unitária foi o que apresentou maior percentual de acertos. Em relação à natureza das questões, as de localização de categoria a partir de frequência e principalmente de valor explícito foram as que podemos considerar mais simples para os alunos. Entretanto, quando não é preciso remeter à escala, devido aos valores estarem explícitos em cima de cada barra (como na maioria dos gráficos apresentados na mídia impressa), os alunos conseguiram apresentar um bom desempenho.

Assim, esse estudo evidencia a dificuldade dos alunos em compreender os valores em uma reta numérica, ou seja, compreender a proporcionalidade existente entre os valores expressos e suas subunidades. As pesquisadoras colocam a necessidade de que a escola proponha um trabalho sistematizado com representações gráficas considerando os diferentes tipos de gráficos e as diferentes unidades escalares, aliando esse trabalho à compreensão de diferentes grandezas, principalmente a grandeza comprimento, discutindo as unidades de medidas e suas subunidades.

Lima e Selva (2010) também realizaram um estudo com alunos de turmas de EJA, no qual investigam a compreensão de alunos dos anos iniciais, anos finais e

Ensino médio. O objetivo da pesquisa foi analisar alunos da EJA em diferentes níveis de escolarização resolvendo atividades de construção e de interpretação de gráficos. Participaram da pesquisa 30 alunos dos quais: 10 eram dos anos iniciais do Ensino Fundamental; 10 dos anos finais do Ensino Fundamental e 10 do Ensino Médio. Eles foram solicitados a responder questões sobre três tipos de gráficos: barras com categorias nominais, barras contendo série de tempo e outro de linhas e a construírem 2 gráficos (Figura 21):

Figura 21 - Atividades de interpretação e construção de gráficos (LIMA; SELVA, 2010, p. 59 a 65)



Atividade de construção (C-1)	Atividade de construção (C-2)
De acordo com a Revista <i>Exame</i>, a quantidade de CD's vendidos no Brasil entre os anos de 2000 e 2005, apresentou os seguintes números: 2000 – 93 (em milhões) 2001 – 70 (em milhões) 2002 – 72 (em milhões) 2003 – 52 (em milhões) 2004 – 59 (em milhões) 2005 – 46 (em milhões) Construa um gráfico considerando as informações apresentadas acima	A Revista <i>Veja</i> publicou em 2008 o resultado de uma pesquisa sobre o número de semanas em que alguns livros do escritor Paulo Coelho estiveram em primeiro lugar. Os dados foram os seguintes: O Alquimista – 24 semanas Brida – 12 semanas Na margem do rio Piedra eu sentei e chorei – 7 semanas O Demônio e a Srtª Prym – 3 semanas Onze minutos – 22 semanas O Zahir – 2 semanas Construa um gráfico considerando as informações apresentadas acima.

As autoras encontraram resultados superiores a 60% de acertos nas questões que envolviam a interpretação de gráficos e perceberam um avanço nos resultados com o evoluir da escolarização. Contudo, como podemos observar os três gráficos utilizados pela autora em seu estudo não apresentavam valores implícitos a serem localizados, uma vez que os gráficos utilizavam a linha de grade e a escala era unitária. Já nas atividades de construção as autoras relatam que as dificuldades com a escala adotada foi um dos aspectos mais evidentes de dificuldade dos alunos, uma vez que apenas 12,1% do total de gráficos construídos apresentaram escala proporcionalmente adequada. Vale ressaltar que esses alunos que fizeram corretamente eram do Ensino Médio.

Dessa forma, as autoras ratificam que o papel da escola é extremamente importante para auxiliar os alunos a refletirem sobre a construção de uma escala, enfatizando aspectos como a linha de base, o zero como marco inicial, na decisão de que tipo de escala deverá ser adotada e como definir intervalos proporcionais entre os valores da escala.

Além desses estudos diagnósticos, outras pesquisas foram realizadas sobre a forma de intervenção na sala de aula como a de Patrocínio e Guimarães (2007) que fizeram um estudo com alunos de EJA em duas turmas do Módulo II (faixa etária entre 15 e 65 anos). Foram realizadas quatro aulas envolvendo a interpretação e construção de gráficos de barras. As autoras argumentam que ao final desse pequeno período, 82% dos alunos da turma A e 62% da turma B conseguiram interpretar os gráficos, enquanto 76% dos alunos construíram gráficos utilizando de forma adequada a escala. Dessa forma, fica explícita a possibilidade dessa aprendizagem e o papel da escola como sistematizadora de conhecimentos.

E no ensino de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o que dizem os estudos sobre a aprendizagem?

Selva (2003) realizou um interessante estudo com 24 crianças da alfabetização, com idade média de seis anos e seis meses, de uma escola da Rede Pública do Recife, das quais nenhuma havia trabalhado com gráficos na escola. Um dos objetivos desse estudo foi introduzir a escala mostrando sua funcionalidade. Para isso, a pesquisadora utilizou barras de blocos recobertas com papel de modo a não permitir a visualização e o tato dos limites entre as unidades, além de uma escala com frequência em unidades, como uma reta numérica, conforme podemos observar na Figura 22.

Figura 22 - Barras de blocos recobertas com papel (SELVA, 2003)



Os problemas solicitados nesse estudo, a partir dos blocos cobertos, apresentavam um novo obstáculo para as duplas que não podiam mais fazer a contagem das unidades constituintes das barras, sendo necessário o uso da escala. A autora ressalta que não observou dificuldades na realização desta atividade.

No estudo, também foi proposto a essas crianças uma atividade que tinha como objetivo introduzir o uso do gráfico no papel. Nesta, os alunos precisavam colar as barras e a escala em um papel em branco.

A autora afirma que esta atividade foi mais difícil, pois como o papel estava em branco os alunos não tinham linhas para servir de referência, precisando assim coordenar a origem das barras e da escala na colagem. Desta feita, o estudo desenvolvido por Selva (2003), nos prova que é possível trabalhar com escala desde os anos iniciais, desde que adotemos metodologias adequadas a cada faixa etária.

Evangelista e Guimarães (2014) desenvolveram um estudo com 69 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de três escolas públicas da Região Metropolitana do

Recife e tiveram como objetivo investigar a influência de uma intervenção de ensino sobre escalas apresentadas em gráficos de barras e linhas a partir de três tipos de atividade que exploravam o conceito de escala: medidas de comprimento (MC), reta numérica (RN) e mapas (MP).

As pesquisadoras realizaram um pré-teste, uma intervenção de ensino e um pós-teste com cada grupo. A intervenção de ensino realizada em cada turma ocorreu em dois dias, com aproximadamente uma hora de duração cada um, sendo um com atividades de interpretação e outro de construção de escalas. Durante as mesmas, as pesquisadoras buscaram ressaltar a unidade da escala e a proporcionalidade existente nela.

Os resultados revelaram que os alunos apresentaram um fraco desempenho no pré-teste, demonstrando dificuldades para representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas em gráficos. Porém, após apenas as duas sessões de intervenção, no pós-teste foram observados avanços significativos na aprendizagem de todos os grupos.

As autoras da pesquisa salientaram que alunos dos anos iniciais, quando levados a refletir sobre escalas, demonstraram capacidade e facilidade para aprender, evidenciando, assim, a necessidade de um trabalho sistemático com os mesmos nas escolas, para que eles possam ser leitores e produtores críticos de informações veiculadas em gráficos.

Dessa forma, observa-se que alunos de diferentes níveis de escolaridade e idade, além de docentes em formação, apresentam dificuldades tanto com a interpretação como com a construção de escalas, tornando-se necessário que sejam desenvolvidos estudos que além de diagnosticar as dificuldades existentes na aprendizagem dos alunos sejam capazes de dar subsídios teóricos e metodológicos aos professores, a fim de que possamos avançar no ensino desta área e na formação crítica da população.

2.6 A Educação estatística está nos currículos e o que sabem os professores sobre isso?

Cada vez mais tem se debatido sobre a relevância da Educação Estatística para a formação cidadã. Contudo, foi só no final da década de 1990, que ela foi inserida no currículo do Ensino Fundamental brasileiro.

Entretanto, de acordo com Curi e Nascimento (2016), a formação dos alunos ainda é precária. O maior entrave tem sido a prática dos professores que, embora apresentem nos planejamentos objetivos coerentes com os documentos curriculares, revelam incoerências na prática. Essas são decorrentes de uma formação escassa dos professores sobre Estatística. Shaughnessy, Garfield e Greer (1996) já afirmavam que os professores dos anos elementares não eram preparados em seus cursos de forma explícita para trabalhar com Estatística.

De acordo com Ainley, Pratt e Nardi (2001), os professores podem desempenhar um papel fundamental na construção do ensino relacionado à Educação Estatística no qual sejam realizados processos significativos para os alunos.

Por isso, resolvemos fazer uma revisão sistemática a partir do e-book “Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática (2001–2012)”, organizado por Fiorentini, Passos e Lima (2016). Esse material teve como objetivo mapear, descrever e sistematizar as pesquisas brasileiras que têm como foco de estudo o professor que ensina Matemática (PEM), produzidas no período de 2001 a 2012, em programas de pós-graduação stricto sensu das áreas de Educação e Ensino da Capes. A Tabela 4 apresenta o quantitativo dessas pesquisas desenvolvidas por região. Entretanto, devido a grande quantidade de estudos desenvolvidos na região Sudeste, e estes serem em sua maioria do estado de São Paulo, gerou a necessidade de que esses dados fossem analisados separadamente.

Tabela 4 - Frequência das pesquisas desenvolvidas por região (E-book Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática (2001–2012))

Região	Frequência
Sul	131
Sudeste	480
Nordeste	110
Centro-Oeste	86
Norte	51
TOTAL	858

Esses dados nos mostram que existe uma grande quantidade de pesquisas sendo desenvolvidas com professores em todo o Brasil e isso é um aspecto extremamente importante, uma vez que os estudos dão subsídios para avanços na prática docente.

Prosseguindo nossa revisão sistemática selecionamos as pesquisas que tivessem no título palavras como: Estatística, Educação Estatística, Tratamento da Informação, Representações Gráficas, Gráficos e Tabelas. A Tabela 5 apresenta um comparativo entre o quantitativo total de pesquisas de mestrado e doutorado que investigaram professores e as que estudaram o professor que ensina Estatística. Infelizmente, observa-se uma redução drástica no quantitativo de pesquisas.

Tabela 5 - Frequência de pesquisas sobre estatística desenvolvidas por região (E-book Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática (2001–2012))

Região	Frequência	Pesquisas sobre Estatística
Sul	131	1
Sudeste	480	21
Nordeste	110	3
Centro-Oeste	86	1
Norte	51	0
TOTAL	858	25

Após os levantamentos destes estudos nos detivemos à leitura dos resumos a fim de identificar se os professores investigados nos estudos eram Pedagogos em formação ou não, já que nosso objetivo envolve professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental e na Educação de Jovens e Adultos. (Tabela 6)

Tabela 6 - Frequência de pesquisas sobre estatística desenvolvidas por região com pedagogos (E-book Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática (2001–2012))

Região	Frequência	Pesquisas sobre Estatística	Pedagogos
Sul	131	1	1
Sudeste	480	21	12
Nordeste	110	3	3
Centro-Oeste	86	1	1
Norte	51	0	0
TOTAL	858	25	17

A última etapa foi realizar a leitura destes trabalhos a fim de identificar se eles se referiam ao conceito de escala ficando, apenas, com oito pesquisas (Quadro 1).

Quadro 1 - Dissertações/ Teses por região

Região	Títulos das dissertações e teses
Sudeste (São Paulo)	SANTOS, Sandra da Silva. <i>O desenvolvimento de conceitos elementares do bloco tratamento da informação com o auxílio do ambiente computacional: um estudo de caso com uma professora de 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental</i>. 2003. 251 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2003. Orientador: Sandra Maria Pinto Magina. ARAÚJO, Leticia de Castro. <i>Concepções e competências de um grupo de professores polivalentes relacionadas à leitura e interpretação de tabelas e gráficos</i>. 2007. 167 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2007. Orientador: Sandra Maria Pinto Magina. RIBEIRO, José Odair. <i>Leitura e interpretação de gráficos e tabelas: um estudo exploratório com professores</i>. 2007. 167 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2007. Orientador: Sandra Maria Pinto Magina. VERAS, Claudio Monteiro. <i>A estatística nas séries iniciais: uma experiência de formação com um grupo colaborativo com professores polivalentes</i>. 2010. 136 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2010. Orientador: Sandra Maria Pinto Magina. LEMONS, Maria Patrícia Freitas de. <i>O desenvolvimento profissional de professores do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental em um processo de formação para o ensino e a aprendizagem das medidas de tendência central</i>. 2011. 194 f. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2011. Orientador: Cileide de Queiroz e Silva Coutinho.
Nordeste (Recife)	OLIVEIRA, Esmeralda Maria Queiroz de. <i>Uso do livro didático de matemática por professores do ensino fundamental</i>. 2007. 149p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007. OLIVEIRA, Pollyana Nunes de. <i>A provinha Brasil de matemática e o conhecimento estatístico: instrumento avaliativo a ser utilizado pelo professor?</i> 2012. 158 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012. Orientador: Gilda Lisboa Guimarães. SANTOS, Kátia Barros Cabral dos. <i>Explorando a compreensão de gráficos nos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo com professoras do 4º e 5º anos dos municípios de Igarassu e Itapissuma</i> 2012. 127p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012. Orientador: Ana Coelho Selva.

Observa-se no Quadro 1 que as pesquisas foram realizadas em apenas duas instituições: PUC de São Paulo e Universidade Federal de Pernambuco. Dessa forma fica evidente a concentração de pesquisas sobre professores que ensinam Estatística nessas instituições.

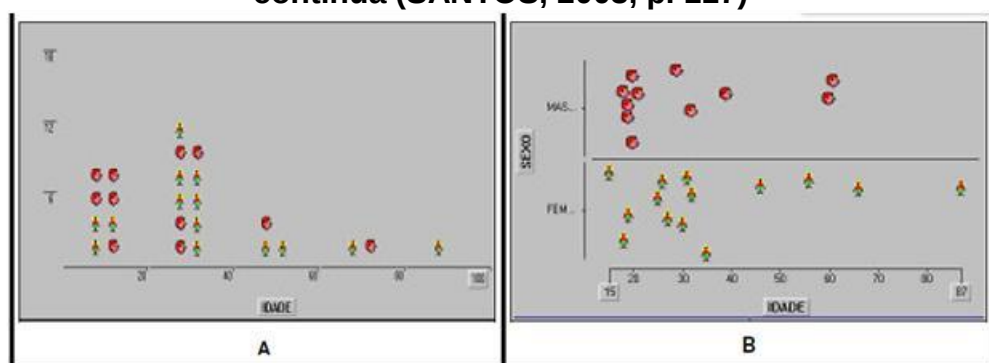
A seguir apresentamos um breve relato acerca de cada um dos estudos mencionados a fim de compreendermos que tipo de conhecimentos os professores têm a respeito da escala apresentada em gráficos, bem como as estratégias que os pesquisadores estão utilizando para identificá-los.

O primeiro trabalho da região sudeste, realizado por Santos (2003), teve por objetivo investigar as possibilidades oferecidas pelo ambiente computacional *Tabletop* no processo de formação dos conhecimentos elementares de Estatística.

A pesquisa consistiu em um estudo de caso com uma professora bolsista do projeto “Integração do computador nas aulas de Matemática no Ensino Fundamental: formação e desenvolvimento do núcleo de ensino-pesquisa”. Entre as várias atividades realizadas com a professora, uma delas tinha como foco trabalhar a interpretação dos eixos de um gráfico contendo variável numérica, na qual era solicitado que a professora explicasse o que ocorria quando era alterado o intervalo da escala do gráfico (Figura 23)

Figura 23

Figura 23 - Exemplo de gráfico de frequência com intervalo e com variável contínua (SANTOS, 2003, p. 117)



A autora salienta que a compreensão dos comandos para modificação da escala e compreensão do significado daquelas alterações não era uma atividade simples para a professora e considera que a compreensão dos eixos é um aspecto muito importante pois influenciava na disposição dos ícones do gráfico e essa discussão foi aprofundada nas discussões dos encontros individuais.

O segundo estudo, realizado por Araújo (2007), teve como objetivo investigar quais eram as concepções e competências de um grupo de professores polivalentes relacionadas à interpretação e construção de tabelas e gráficos. Participaram de um teste diagnóstico 81 professores de redes públicas e privadas do Estado de São Paulo. Apenas na Questão 1, item 4 (Figura 24) era solicitado a construção de um gráfico a partir de uma tabela, permitindo, segundo a autora, o investigador analisar a competência do professor no tocante à construção de gráficos, considerando as variáveis envolvidas, a utilização dos eixos, escalas e da escolha do tipo de gráfico mais adequado em função dos dados.

Figura 24 - Exemplo de atividade de construção de gráfico a partir de tabela (ARAÚJO, 2007, p. 71)

Questão 1

Foi realizada uma pesquisa, com 300 sócios de um clube, para identificar o esporte preferido. A tabela abaixo mostra o resultado dos grupos pesquisados (crianças, adolescentes, adultos e idosos).

	Futebol	Vôlei	Basquete	Atletismo	Tênis	Natação
Crianças	10	05	20	23	11	06
Adolescentes	15	15	13	18	01	13
Adultos	17	10	19	16	07	06
Idosos	02	02	05	08	23	22

Com base na tabela, responda as questões:

1) Qual esporte obteve a maior preferência entre os grupos pesquisados?

Resposta:

2) Considere os dados dos grupos de crianças e adultos juntos. Compare esses dados com os dados do grupo de adolescentes e responda: A preferência por futebol no grupo de adolescentes é menor?

Resposta:

3) Existe algum esporte onde a preferência diminui, conforme o grupo vai ficando mais velho? Se a resposta for afirmativa, qual é o esporte?

Resposta:

4) Construa um gráfico que representa a preferência dos grupos para a modalidade esportiva "vôlei".

A autora levantou como hipótese que os professores poderiam apresentar dificuldades para construir a escala correspondente à modalidade "vôlei", em função do estudo de Guimarães, Roazzi e Gitirana (2002) ressaltar dificuldades de alunos dos anos iniciais em estabelecer a proporcionalidade entre os pontos explicitados na escala adotada. De fato, 37% dos professores apresentaram dificuldades com a construção da escala em um gráfico de barras ou de linha e ao construírem um gráfico de setores, os docentes desconsideraram a proporcionalidade necessária entre área e frequência/percentual de pessoas.

Nas demais questões eram solicitadas a interpretação de diferentes tipos gráficos (barras, colunas, linha e setor) e com diferentes intervalos de escalas (5 em 5, 100 em 100 e unitária). Nessas questões era solicitado que os alunos identificassem pontos extremos, valores de acréscimos e decréscimos, média, predições e cálculos a partir dos dados. Araújo (2007) percebeu que os sujeitos apresentaram bom desempenho em questões que demandavam um nível de compreensão de leitura dos dados, mas apresentaram maior dificuldade na identificação de uma variação ou em quantificar essa variação. Nesse estudo, a escala não foi foco de investigação.

O terceiro estudo da região sudeste, realizado por Ribeiro (2007), buscou investigar as habilidades de leitura e a interpretação de gráficos e tabelas por professores especialistas e não especialistas em Matemática, que atuam no Ensino Fundamental. A pesquisa foi dividida em duas etapas; na primeira, foi aplicado um teste com 40 professores, dos quais 20 eram especialistas em Matemática e os

outros 20 eram Pedagogos, considerados pela autora como não especialistas em Matemática; na segunda etapa foram entrevistados dois professores de cada tipo de formação acadêmica, com o objetivo de melhor conhecer as escolhas e estratégias na resolução das questões. O teste realizado foi o mesmo utilizado no estudo de Araújo (2007). A hipótese do pesquisador era que concepções e competências dos professores diferiam segundo sua formação acadêmica.

Segundo Ribeiro (2007) os resultados evidenciaram a superioridade dos professores especialistas em Matemática sobre os Pedagogos (65% e 52,5%, respectivamente). Os autores ressaltam também que a partir das entrevistas observaram que as concepções dos professores de ambos os grupos estavam, ainda, vinculadas a uma visão tecnicista da Estatística.

Tanto no estudo anterior como nesse, não são investigadas a compreensão dos professores sobre valores implícitos nas escalas, o qual tem sido levantado como uma das principais dificuldades dos alunos (Guimarães, 2002).

O quarto estudo foi realizado por Veras (2010) e teve como objetivo investigar as contribuições que uma formação dentro de um grupo colaborativo traz para a formação de um grupo de professores, Pedagogos, trabalhando com atividades de Estatística relacionadas à construção e interpretação de gráficos e tabelas considerando os níveis propostos por Curcio (1987) e Wainer (1992).

A pesquisa foi desenvolvida com 16 professores do Estado de São Paulo e foi desenvolvida ao longo de cinco encontros com duração de duas horas cada. Interessa-nos, em particular, o segundo encontro no qual foi solicitado que as professoras construíssem diferentes tipos de gráficos a partir de dados apresentados em tabelas (Figura 25, Figura 26, Figura 27 e Figura 28) e o quarto encontro no qual foi trabalhado a interpretação de gráficos (Figura 29 e Figura 30).

Figura 25 - Primeira situação-problema sobre construção de gráfico (VERAS, 2010, p. 68)

Em uma eleição para representante de classe do Colégio Alegria foram obtidos os seguintes resultados.

Eleição para representante de classe do 6º Ano do Colégio Alegria	
Candidatos	Número de votos
Paula	10
Andréia	6
Regina	12
Mário	8
Roger	4
Total de votos	40

fonte: Professora de História da Turma

Figura 26 - Segunda situação problema sobre construção de gráfico (VERAS, 2010, p. 68)

Em uma pesquisa feita com os alunos do Colégio Alegria a respeito dos esportes preferidos, foram encontrados os seguintes resultados.

Esportes preferidos pelos Alunos do 6º Ano das Turmas A e B do Colégio Alegria		
Esportes	Turma A	Turma B
Futebol	35%	44%
Basquete	18%	12%
Vôlei	42%	35%
Outros	5%	9%
Total	100%	100%

Fonte: Professor de Educação Física do Colégio Alegria

Figura 27 - Terceira situação problema sobre construção de gráfico (VERAS, 2010, p. 69)

O professor de Educação Física do Colégio Alegria fez a coleta das alturas dos alunos do 6º ano do período da manhã

Altura dos alunos do 6º Ano do Colégio Alegria (Período Manhã) - 2008	
Altura (cm)	Alunos
130 I— 138	6
138 I— 146	8
146 I— 154	9
154 I— 162	12
162 I— 170	5
Total	40

Fonte: Professor de Ed. Física do Colégio

Figura 28 - Quarta situação problema sobre construção de gráfico (VERAS, 2010, p. 69)

Os dados apresentados na tabela referem-se ao número de unidades de uma caneta vendida, mês a mês, no bazar do Colégio Alegria.

Vendas de canetas no bazar do Colégio Alegria - 2008	
Mês	Quantidade de canetas
Janeiro	330
Fevereiro	260
Março	225
Abril	185
Maio	170
Junho	90
Julho	50
Agosto	250
Setembro	140
Outubro	175
Novembro	195
Dezembro	85

Fonte: Bazar

Construa um gráfico que melhor represente os dados contidos na tabela. Justifique a sua escolha no tipo de gráfico.

Figura 29 - Atividade de interpretação de gráfico de barras (VERAS, 2010, p. 74)

O gráfico a seguir mostra a quantidade de filmes alugada na Locadora Alegria - Alegria. Observe atentamente o gráfico e responda:

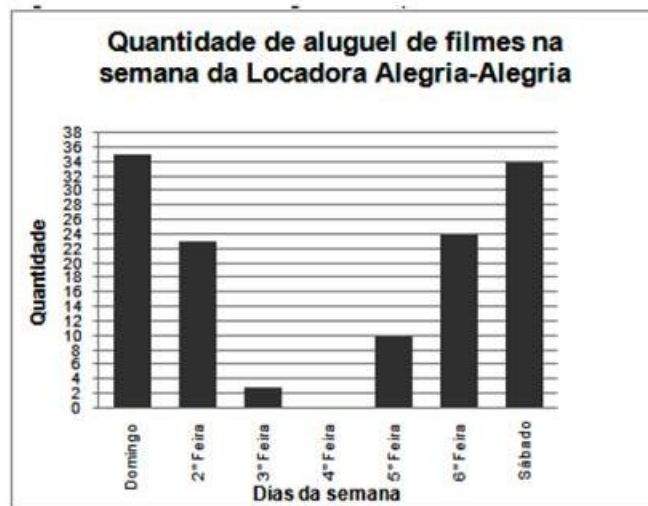
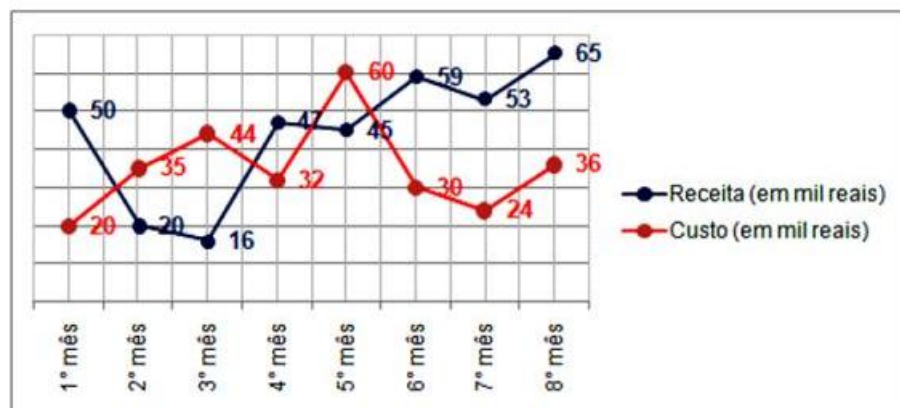


Figura 30 - Atividade de interpretação de gráfico de linhas (VERAS, 2010, p. 77)

O gráfico a seguir mostra o desempenho de uma pequena empresa, nos oito primeiros meses de funcionamento.



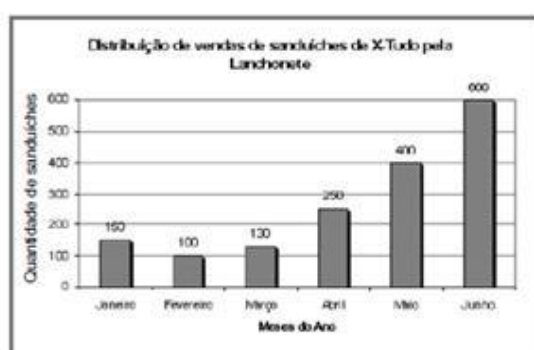
Ao analisar os dados o autor afirma que o trabalho com grupo colaborativo foi significativo para a aprendizagem dos professores. Especificamente em relação à aprendizagem sobre construção e interpretação de gráficos. Os professores apresentaram avanços discretos, mas alguns continuaram apresentando dificuldades em utilizar uma escala adequada, com espaços proporcionais e também utilizar o tipo de gráfico adequado para o tipo de variável a ser representada.

No quinto estudo, Lemos e Coutinho (2011) tiveram como objetivo investigar que compreensão e desenvolvimento pedagógico e didático do conteúdo podem ser

identificados em professores do Ensino Fundamental do 1º ao 5º ano, sobre Medidas de Tendência Central - MTC, a partir da investigação de seu desenvolvimento profissional numa formação continuada.

Participaram do estudo seis professoras que afirmaram ter cursado a disciplina de estatística em seu curso de graduação. Em uma das etapas da pesquisa as professoras eram solicitadas a responderem 10 questões sobre MTC e apenas a questão 6 trazia uma representação gráfica (Figura 31).

Figura 31 - Atividade sobre medidas de tendência central (LEMOS; COUTINHO, 2011, p. 104)



- Dê um valor aproximado do número médio de sanduíches X-tudo que são vendidos por mês.*
- Dê um valor aproximado da mediana do número de sanduíches que foram vendidos por mês.*

Como podemos observar as autoras não tiveram como foco analisar o desempenho das professoras em relação à leitura de valores implícitos na escala do gráfico, pois como afirmaram optaram por disponibilizar, em cima de cada barra do gráfico os valores referentes à venda de sanduíches X-tudo por mês para facilitar a leitura dos dados já que o interesse estava centrado na análise de MTC.

Após analisar esses cinco trabalhos desenvolvidos em São Paulo, percebemos que em geral o objetivo deles foi compreender o que sabem os professores sobre construção, interpretação de gráficos e Medidas de Tendência Central, mas que para isso têm utilizado situações com dados que são sempre fictícios. Em relação às representações gráficas encontramos variados tipos (barras, colunas, linha e setor) com escalas de intervalos diferentes, entretanto não se referem à diferença de dificuldade entre localizar um valor que está explícito ou implícito nas mesmas.

Quanto ao primeiro trabalho de Pernambuco, Oliveira (2007) teve como objetivos traçar o “perfil” de professores que atuavam no 5º ano e identificar as relações existentes ou não entre os perfis e o uso do livro didático e observar como utilizam de fato o livro didático em suas aulas.

O estudo foi desenvolvido em dois momentos: no primeiro a autora realizou uma entrevista com quinze professoras que atuavam no 5º ano de seis escolas da Rede Municipal de Ensino de Recife e no segundo escolheu quatro dessas professoras para observar suas práticas de sala de aula.

A autora, ao analisar o livro didático utilizado percebeu que em relação ao eixo Tratamento da Informação afirmava apenas: “As ideias sobre Estatística explorando coleta de dados, tabelas, gráficos e interpretação de gráficos e médias são trabalhadas informalmente neste volume devido a grande importância que o tema assume na sociedade moderna” (DANTE, 2001, p. 28, OLIVEIRA, 2007), p. 70. Ela ratifica que essa afirmação provavelmente não ajuda os professores a entenderem a necessidade de um trabalho com Estatística, pois ao afirmar que serão trabalhadas informalmente não dá a oportunidade de eles compreenderem o que significa um trabalho formal ou informal com a temática.

Além disso, constatou-se que o livro dedica apenas 10 páginas, que compõem um capítulo, para Estatística. Quanto às atividades elas solicitavam que os alunos preenchessem dados em gráficos e tabelas, não trabalhando, de fato, a habilidade de construção. Segundo Oliveira (2007), elas levavam os alunos a perceberem que existem diferentes formas de representação, mas em quase todas as situações eles não eram levados a situações de coletar dados e discuti-los para serem capazes de identificar qual a melhor forma de representá-los.

A autora percebeu que nenhuma das variáveis analisadas para traçar o perfil das professoras (idade, tipo e tempo de formação, participação em cursos, entre outras) apresentaram diferenças significativas entre o grupo de professoras que utilizam e o que não utilizam o livro didático.

Em relação às estratégias utilizadas pelas professoras em suas aulas, as observações feitas mostraram que elas seguem a sequência apresentada no livro didático para organizarem suas aulas de Estatística, apresentando explicações prévias sobre o conteúdo seguida pela resolução das atividades propostas no mesmo. Ela conclui afirmando que mesmo o livro didático se constituindo um importante recurso para as docentes, fazer uso dele requer investimento em se

apropriar dos conteúdos e das abordagens didáticas e nem sempre eles estão dispostos a realizar.

Essa afirmação nos mostra a importância que tem o PNLD, uma vez que através dele temos percebido o empenho em apresentar atividades, situações e um material de apoio pedagógico com maior qualidade para o processo de ensino aprendizagem.

O segundo estudo pernambucano foi de Oliveira (2012). Ela teve como principal objetivo investigar o processo de avaliação em Larga Escala da Provinha Brasil de Matemática (PBM), no que se refere ao eixo “tratamento da informação” como um instrumento de avaliação a ser utilizado pelo professor. Em específico ela buscava investigar como as professoras analisam a compreensão de seus alunos a partir das respostas dadas pelos mesmos aos itens que envolviam Estatística da Provinha Brasil de Matemática - PBM, bem como analisar as atividades propostas pelos professores diante do que observaram do desempenho de seus alunos. Participaram do estudo 5 professoras que atuavam nos anos iniciais do Ensino Fundamental e que fizeram parte do processo formação e aplicação da pré-testagem da Provinha Brasil em novembro de 2010. Inicialmente a autora analisou os itens da PBM e percebeu que eles apresentaram algumas características comuns, tais como escala explícita no eixo do gráfico, com intervalo unitário e não unitários (5 em 5).

Porém, a autora ressalta a ausência de clareza das professoras no que se refere ao trabalho com Estatística, uma vez que ao analisarem os erros cometidos pelos alunos atribuíam, na maioria das vezes, à falta de compreensão de maior e/ou menor. Salienta que as professoras, em sua maioria, não relacionam os erros dos alunos com a habilidade avaliada no item, bem como a outros aspectos apresentados nos mesmos, tais como a relação entre duas variáveis, a dificuldade de leitura da escala, a falta de compreensão do nível de leitura e interpretação solicitado.

O terceiro estudo, realizado por Cabral (2012) tinha como objetivo analisar a compreensão de professores de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental sobre interpretação de gráficos. Participaram da pesquisa 12 professoras dos municípios de Igarassu e Itapissuma em Pernambuco. Foi realizada com cada professora uma entrevista individual constituída de quatro tópicos: 1) Perfil das professoras, em que analisaram aspectos sobre a formação e prática pedagógica; 2) Elaboração de

questões sobre gráficos propostos, em que foram analisados os tipos de questões elaborados pelas professoras; 3) Análise de atividades propostas em livros didáticos, em que as professoras observaram o nível de dificuldade de questões envolvendo interpretação de gráficos; 4) Análise de resolução de alunos em atividades com gráficos, em que as professoras analisaram a resolução dos alunos de atividades envolvendo interpretação de gráficos.

Cabral (2012) afirma que de maneira geral, as professoras enfatizaram a escala como um elemento preponderante para o entendimento da representação, reconhecendo que esse elemento é o que vai demandar mais atenção por parte dos alunos. Entretanto, as mesmas apresentaram dificuldades em analisar a escala nas representações. Ela observou que algumas professoras não demonstraram perceber se a escala era ou não unitária. A autora destaca que há escassez de um trabalho mais efetivo com os elementos específicos de um gráfico, ressaltando a necessidade de processos de formação que permitam o professor trabalhar adequadamente os conhecimentos estatísticos e que, ao mesmo tempo, esse professor perceba que o aluno dos anos iniciais tem condições para compreender esses conceitos.

Cabral chama atenção ainda sobre o fato da escala estar ou não explícita no gráfico o que facilita a identificação do valor. Nessa mesma perspectiva o estudo de Lima e Selva (2010) e o de Cavalcanti e Guimarães (2010) apontaram também dificuldades com a escala, quando os participantes eram alunos jovens e adultos, mas cursando os anos iniciais.

Durante a análise deste bloco de estudos de Pernambuco percebemos que as autoras têm se referido em vários momentos a escala das representações gráficas apontando as dificuldades com a localização de valores implícitos no eixo.

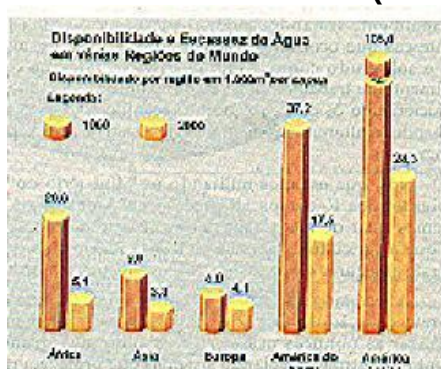
Além desses estudos analisados que fizeram parte da revisão sistemática a partir do e-book organizado por Fiorentini, Passos e Lima (2016), também encontramos outros estudos que não se limitam a pesquisas em programas de pós-graduação *stricto sensu* das áreas de Educação e Ensino da Capes. Esses também trazem contribuições importantes por ressaltar que os professores ainda apresentam muita dificuldade com a interpretação e construção de representações gráficas e essa dificuldade tem impactos diretos na proposição e no desenvolvimento situações de ensino aprendizagem sobre a Educação Estatística.

Lima, Silva, Rodrigues e Feitosa (2006) realizaram um estudo com 12 professoras de escolas municipais e quatro professoras de escolas particulares. O objetivo era analisar a compreensão dos professores dos anos iniciais na interpretação e construção de gráficos de barras. Para isso, elas realizaram duas atividades, uma de interpretação de gráfico de barras e outra de construção de gráficos de barras a partir de uma tabela. As autoras perceberam que as professoras apresentaram dificuldades em interpretação e construção de gráficos, demonstrando que a incompreensão por parte delas possibilita o desconhecimento do conteúdo dos seus alunos. Elas ressaltam, ainda, que as docentes não conseguem avaliar os seus próprios conhecimentos, verificando que aquelas que disseram trabalhar com gráficos apresentaram um desempenho inferior ao das que afirmaram não trabalhar com gráficos, configurando uma situação contraditória.

Outra pesquisa que investigou a compreensão de professores sobre a Estatística foi desenvolvida por Silva, Amaral, Albuquerque e Oliveira (2006). Essas autoras entrevistaram 16 professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas e buscaram investigar se esses profissionais trabalhavam com gráficos e qual era a importância dos mesmos. As pesquisadoras verificaram que apesar de os docentes julgarem o uso do gráfico importante, seja no aspecto didático ou no aspecto social, eles não têm priorizado o trabalho com representações gráficas nos anos iniciais. Além disso, não relacionam esse conteúdo com outras disciplinas, sem a possibilidade de usar gráficos como instrumentos de transmissão de informações diversas.

Monteiro e Selva (2001) buscaram em seu estudo analisar a atividade de interpretação de gráficos da mídia impressa, realizada por professores do ensino fundamental. Para isso, constituíram dois grupos de professores, um formado por nove professores do 3º ano e outro por sete professores do 5º ano. Os autores realizaram uma entrevista com cada professor, na qual eram propostos gráficos para serem interpretados. Neste trabalho eles discutem dois deles: o Gráfico 1 intitulado “Disponibilidade e Escassez de Água em várias regiões do mundo” (Figura 32) e o Gráfico 2 sob o título “O câncer no futuro” (Figura 33).

Figura 32 - Exemplo de atividade sobre interpretação de gráfico da mídia (MONTEIRO; SELVA, 2001, p. 7)



Roteiro de perguntas:

Questão inicial:

- O que você pode constatar a partir da leitura deste gráfico?

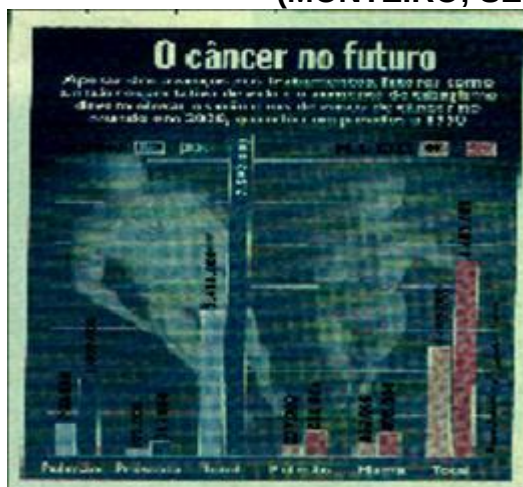
Questões específicas:

- Comparando os dados referentes aos anos de 1960 e 2000 o que pode-se dizer em relação a disponibilidade de água?

- Em qual das regiões apresentadas pelo gráfico houve um maior decréscimo da disponibilidade de água?

- Com base nos dados apresentados pelo gráfico, qual a previsão de disponibilidade de água para 2050 na América do Norte?

Figura 33 - Exemplo de atividade de interpretação com gráfico da mídia (MONTEIRO; SELVA, 2001, p. 8)



Roteiro de perguntas:

Questão inicial:

- O que você pode constatar a partir da leitura deste gráfico?

Questões específicas:

- A que se refere cada eixo do gráfico apresentado?

- Compare o desempenho do número de casos de câncer de pulmão apresentados pelo gráfico para homens e para mulheres nos anos de 1990 e 2020.

- O que podemos concluir a partir dos prognósticos sobre o total de casos de câncer em relação aos dois sexos?

- Diante dos levantamentos que você fez, existe mais alguma coisa que você queira falar?

Monteiro e Selva (2001) observaram que os professores sentiram dificuldade em operar, realizar cálculos proporcionais, envolvendo os valores numéricos dos gráficos. No caso das perguntas que exigiam maiores processamentos matemáticos, muitos professores, em especial os do 3º ano, deram respostas mais gerais talvez em função do professor não ter facilidade em obter os dados solicitados. Os autores observaram que a maioria dos professores sentiu dificuldade na compreensão de eixos e escalas, além de reconhecerem que não estão preparados para trabalhar com esse conteúdo em sala de aula, apesar de considerá-lo interessante e necessário.

Lemos e Gitirana (2007) desenvolveram uma pesquisa com professores em formação. As autoras pesquisaram alunos de cursos de Pedagogia interpretando gráficos de barras e observaram que os mesmos apresentaram dificuldades quanto

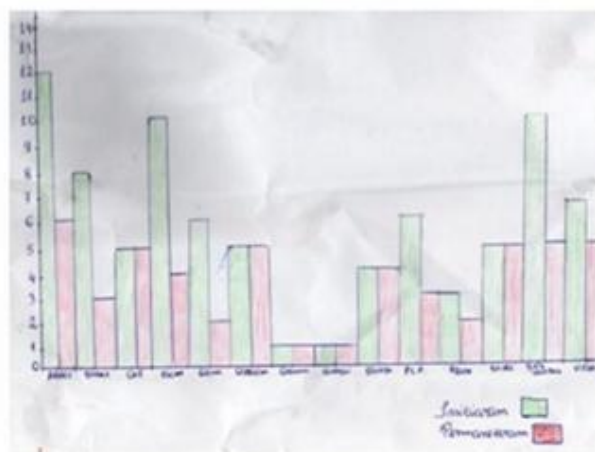
à leitura dos valores na escala quando esses não correspondiam a valores explicitados na mesma.

Santos e Selva (2012) desenvolveram uma pesquisa com 12 professoras dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental de dois municípios do estado de Pernambuco e tinham como objetivo analisar a compreensão de professores de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental sobre interpretação de gráficos. Os resultados mostraram que não houve uma diferença expressiva entre a compreensão de gráficos pelas professoras participantes do 4º e do 5º anos e que a escala foi o elemento em que as professoras demonstraram mais dificuldades. As autoras ratificam a necessidade de formação continuada de Estatística, para que essa otimização permita ao professor desenvolver competências necessárias ao trabalho com gráficos de forma a minimizar as lacunas existentes na formação inicial.

Já Carvalho (2015) tece algumas discussões sobre o Curso de Matemática desenvolvido no âmbito de um projeto mais amplo do Núcleo de Ensino, Pesquisa e Extensão em Educação de Jovens e Adultos e Educação Popular-NUPEP, da Universidade Federal de Pernambuco. Segundo a autora esse projeto tinha como objetivo promover a formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental na expectativa de contribuir para elevar a qualidade do ensino e da aprendizagem. Participaram professores de algumas regiões do estado de Pernambuco e nos deteremos a analisar os dados referentes ao letramento estatístico. A autora afirma que esses conhecimentos são fundamentais para a inclusão do jovem e do adulto que se encontra cursando os anos iniciais da EJA.

Foram destinados ao trabalho com Estatística dois momentos de seis horas cada. Entre as atividades desenvolvidas foi solicitado que os professores vivenciassem algumas etapas do “ciclo investigativo” (Wild; Pfannkuch, 1999), a partir do seguinte comando: quais características vocês gostariam de conhecer sobre você e seus colegas? Segundo Carvalho (2015) elas em pequenos grupos pensaram na questão de pesquisa, realizaram a coleta dos dados e os organizaram a partir da construção de gráficos. Houve três temáticas: “Evasão no curso de EJA”; “Continuidade de estudos após o curso de formação” e “Idade dos alunos de EJA dos professores presentes”. A Figura 34 apresenta o gráfico produzido pelo grupo da temática “Evasão no curso de EJA”.

Figura 34 - Gráfico sobre evasão no curso de EJA produzido pelas professoras (CARVALHO, 2015, p. 9)



Após a apresentação do grupo a professora coordenadora teceu algumas considerações sobre o gráfico construído pelo grupo mencionando a ausência de título e a dificuldade de leitura do gráfico, pois ele tem muitas informações e as barras estão se uma divisão que possibilite observar cada categoria. É importante salientar a partir da fala da Professora Coordenadora que o tipo de gráfico construído não é adequado, uma vez que o histograma (tipo construído) vai se diferenciar do gráfico de barras (tipo que tinham a intenção de construir), não apenas em ter uma “divisão” ou espaço entre as barras, mas principalmente na natureza das variáveis a serem representadas.

Além disso, é importante destacar que as professoras tiveram cuidado no momento de construir a escala do gráfico que apresentava intervalos proporcionais, consideraram o zero como ponto de origem e foram atentas a linha de base.

A Figura 35 apresenta o segundo gráfico construído sobre continuidade dos estudos após curso de formação. Carvalho (2015) relata que esse grupo optou por colar barras de papel para representar os resultados e usaram a parte inferior como linha de base e que as barras variavam de tamanho conforme a quantidade.

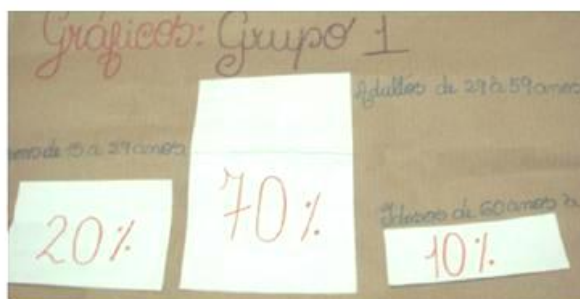
Figura 35 - Gráfico do grupo sobre Continuidade dos estudos após curso de formação construído pelas professoras (CARVALHO, 2015, p. 11)



Vale destacar que em relação à proporcionalidade das barras fica evidente o erro, já que a barra que representa 3 pessoas que querem fazer “Especialização” tem altura aproximada a metade da barra que indica que 14 pessoas.

O último gráfico foi sobre o tema: “Idade dos alunos de EJA dos professores presentes” (Figura 36). A autora destaca que chamou atenção novamente para o tipo de gráfico adequado, que ela considera o de setor e não o de barras, como foi construído.

Figura 36 - Gráfico sobre “Continuidade de estudos após o curso de formação” produzido pelas professoras (CARVALHO, 2015, p. 12)



Também gostaríamos de comentar um aspecto extremamente relevante que diz respeito à estrutura do gráfico construído, pois como podemos observar, ele não apresenta os eixos, o que implica na ausência da linha de base e da escala se parecendo com os tipos de gráfico que são veiculados na mídia. Quanto à proporcionalidade das barras novamente fica claro o erro, pois a barra que representa 20% corresponde aproximadamente à metade da barra que representa 70%.

Esse aspecto da proporcionalidade no tamanho das barras é imprescindível para garantir a clareza nas informações a seres representadas, pois tende a levar as

peessoas que leem os gráficos a terem interpretações equivocadas acerca dos reais valores dos dados.

Implica dessa forma, na necessidade de levantar uma discussão com os professores nos processos de formação sobre o cuidado com as representações, pois mesmo que sejam construídas sem recursos tecnológicos como softwares ou simplesmente a régua, precisam ter uma proporção aproximada.

Logo, concordamos com a avaliação que as professoras fizeram do curso ao afirmarem que a carga horária para Matemática deveria ser maior, pois ficou evidente, assim como em outros estudos já analisados a dificuldade que os docentes ainda apresentam com este eixo. Dificuldades essas que vão além do saber ensinar, mas que tem natureza epistemológica.

Curi e Nascimento (2016) desenvolveram um estudo no período de 2011 a 2014 a partir de um grupo de pesquisa colaborativo com professores do 5º ano do Ensino Fundamental. O objetivo era analisar documentos curriculares e do SAEB, livros didáticos e relatos de professoras em relação à gráficos e tabelas, abordados no tema Tratamento da Informação. As autoras analisaram esse estudo com base nas instâncias de currículo indicadas por Sacristán (2000). Em relação aos Currículos Prescritos elas perceberam que os PCN não apresentam orientações didáticas que permitam subsidiar os professores para trabalhar com esse tema, ainda novo nos currículos e nem sempre estudado pelo professor durante seu percurso de formação. Destacam alguns aspectos relevantes de serem abordados como a classificação dos dados que muitas vezes é inadequada, com superposição e o uso da proporcionalidade e da escala na construção de gráficos.

Outro aspecto analisado por Curi e Nascimento (2016) foi o Currículo Avaliado, na qual o documento que subsidia, a Prova Brasil, ao que parece, faz um recorte pobre das propostas dos documentos curriculares e pelo tipo de prova, com questões apenas objetivas, não se faz possível explorar a construção de tabelas e gráficos e não permite, por exemplo, avaliar se o aluno tem a habilidade de classificar os dados ou ainda se usa uma escala apropriada na construção de um gráfico.

Quanto ao Currículo Moldado as autoras afirmam que o grupo analisou os planos de ensino das seis escolas e considerou que tinham algumas semelhanças com o currículo prescrito, mas não eram semelhantes às indicações dos livros didáticos que eram adotados pelas escolas.

Já no Currículo em Ação as autoras perceberam lacunas nos conhecimentos das professoras sobre a necessidade de utilização de escala, de usar bons critérios de classificação etc. Além disso, as professoras comentavam que buscavam selecionar atividades que tivessem contextos que pudessem interessar para as crianças, mas que não se preocupavam muito com o tipo de atividade e, no geral, apresentavam questões em que as crianças deveriam identificar a maior ou a menor preferência indicada em gráficos ou tabelas. Também comentavam que trabalhavam mais com gráficos de barras e não se preocupavam com outros tipos. Não percebiam que para cada tipo de gráfico eram necessários procedimentos de leitura e de interpretação diferentes. Também salientavam que priorizavam as tabelas simples e que não exploravam título e fonte.

Em relação ao Currículo Apresentado as professoras foram levadas a analisar livros didáticos e perceberam que não era feita a exploração de escalas nos gráficos e salientam que o que chamou a atenção foi a utilização indistinta nos dois livros da denominação quadro e tabela para o mesmo tipo de representação gráfica. Mostrando incongruências por parte dos autores de livros didáticos em relação à este tipo de representação.

Curi e Nascimento (2016) salientam, ainda, que o maior entrave se deu nas práticas das professoras que, embora apresentassem nos planejamentos objetivos coerentes com documentos curriculares, revelavam incoerências na prática, decorrentes de sua formação e desse conteúdo ter sido introduzido recentemente nos currículos, com poucas orientações e muitas vezes sem nunca ter sido estudado por elas.

Outros pesquisadores como Arteaga, Batanero e colaboradores vêm desenvolvendo uma série de estudos em âmbito internacional, em específico na Espanha, com futuros professores da Educação Básica, a fim de se identificar os conhecimentos acerca da Educação Estatística.

Arteaga, Batanero e Ruiz (2008) investigaram 93 graduandos de Pedagogia. Foi proposta uma tarefa de comparação de duas amostras de um experimento que consistia em inventar uma sequência de 20 lançamentos de uma moeda (sem lançar realmente) e comparar com 20 lançamentos reais da moeda. Em seguida eles deveriam representar esses dados. Os autores classificaram os gráficos produzidos pelos participantes de acordo com o nível de complexidade semiótica, levando em conta alguns elementos do enfoque ontosemiótico da Educação Matemática. Os

resultados mostraram que os futuros professores apresentaram erros como não haver coincidência dos valores representados com a escala utilizada na construção dos gráficos. Os autores ressaltam que só uma parte dos participantes produziram gráficos com a complexidade necessária para se obter uma conclusão, o que é fundamental.

Artega, Batanero e Cañadas (2012) desenvolveram um estudo com 108 graduandos em Pedagogia com o objetivo de avaliar o que os professores sabiam sobre analisar padrões de erros realizados pelos alunos em relação à conceitos estatísticos. Para tal utilizaram o guia de análise da idoneidade didática proposta por Godino (2009) e perceberam que o conhecimento dos participantes era escasso em relação à Estatística e que é fundamental que os mesmos compreendam conceitos estatísticos para compreender as dificuldades de seus alunos o que, infelizmente, não se tem dedicado um tempo suficiente para tal.

A partir das análises destes estudos podemos constatar que a inclusão da Estatística nos currículos é vista como um aspecto positivo, entretanto, a precária ou inexistente formação docente sobre este eixo tem impactos diretos na insuficiência de conhecimentos por parte dos professores brasileiros e também no mundo. Este cenário ratifica a necessidade desta pesquisa para o futuro do processo de formação docente.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT

Nesta seção temos o intuito de apresentar e discutir a base teórica que fundamentará as análises que desenvolveremos ao longo deste estudo. Além disso, procuraremos ao longo desta pesquisa trazer contribuições para a construção dos conhecimentos matemáticos necessários para o ensino de escala apresentada em gráficos.

Temos observado que estudos têm buscado analisar o conhecimento do professor em relação ao ensino de Matemática e tem considerado que ele deve ser visto como conhecimentos, no plural.

Ball, Thames e Phelps (2008) desenvolveram a noção de *Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)* - Conhecimento Matemático para o Ensino. Esta surgiu a partir de estudos de Shulman (1986) que já discutia sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo, com o objetivo de compreender mais a fundo os conhecimentos propostos por ele.

O Conhecimento Matemático para o Ensino faz referência a um tipo de conhecimento imprescindível para o docente desenvolver o trabalho de ensinar Matemática. Uma vez que os conhecimentos dos professores precisam ir além de identificar se o aluno apresentou uma resposta certa ou errada para uma determinada situação, mas envolve outras habilidades relacionadas à reconhecer a natureza dos erros, ser capaz de identificar as estratégias utilizadas pelos alunos e propor atividades capazes de superá-las.

No estudo de Ball e colaboradores eles apresentam o seguinte exemplo de uma operação de subtração.

$$\begin{array}{r} 307 \\ - 168 \\ \hline \end{array}$$

Fonte: Ball, Thames e Phelps (2008, p. 396)

Ela argumenta que as pessoas podem conhecer diferentes algoritmos para resolver essa situação e chegar à resposta 139. Como por exemplo:

$$\begin{array}{r} \overset{2}{3} \overset{9}{0} 7 \\ - 168 \\ \hline 139 \end{array}$$

Fonte: Ball, Thames e Phelps (2008, p. 396)

Segundo os autores, o conhecimento para resolver esse cálculo pode ser conhecido por todos, mas esse conhecimento não é suficiente para alguém ser capaz de ensiná-lo. Em seguida eles continuam apresentando que os alunos comumente cometem erros como esse:

$$\begin{array}{r} 307 \\ - 168 \\ \hline 261 \end{array}$$

Fonte: Ball, Thames e Phelps (2008, p. 396)

Nessa situação o professor deve ser capaz de reconhecer que o aluno errou, mas esse conhecimento qualquer pessoa pode ter. A diferença é que ele deve ter a capacidade de dimensionar a natureza do erro e conhecer um repertório de estratégias criadas pelos alunos, a fim de ter subsídios para intervir de forma direta para a superação dele.

Com essas análises, Ball et al (2008), tentam nos mostrar que para ensinar, o professor não precisa apenas saber conteúdos de Matemática, ou qualquer outra área do conhecimento, mas devem ser capazes de saber como irão fazer para ensiná-los, tendo noção de situações adequadas para o desenvolvimento do processo de ensino aprendizagem.

Logo, os autores propõem um diagrama para apresentar o MKT – Conhecimento Matemático para o Ensino (Figura 37).

Figura 37 - Diagrama dos domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 404)



O **Conhecimento Comum do Conteúdo** diz respeito ao conhecimento que é utilizado em uma variedade de situações e não apenas para o ensino. Pode ser considerado como a capacidade de identificar se uma resposta está errada ou não, efetuar um cálculo ou resolver um problema matemático corretamente e até mesmo ser capaz de identificar quando um livro didático é impreciso ou possui definições inadequadas.

Assis e Pessoa (2014) ressaltam o cuidado que Ball et al destacam sobre o uso do termo “comum”, neste domínio em específico:

Por “comum”, no entanto, nós não queremos sugerir que todo mundo tem esse conhecimento. Pelo contrário, queremos dizer para indicar que este é o conhecimento de um tipo utilizado em uma ampla variedade de configurações, ou seja, não é exclusivo ao ensino. (BALL, THAMES E PHELPS, 2008, p. 400).

O segundo **Conhecimento Especializado do Conteúdo** está ligado diretamente ao ensino e relaciona-se à capacidade de reconhecer e analisar a natureza e os padrões de erros que os alunos geralmente cometem ao resolver uma determinada situação. Além disso, envolve também escolher e explorar definições adequadamente, utilizando diferentes representações e ser capaz de explicar regras e procedimentos.

Já o **Conhecimento do Conteúdo e do Aluno** combina o conhecimento sobre o conteúdo matemático e dos alunos correspondendo à capacidade do professor ter familiaridade com os diversos erros e dificuldades dos alunos. Existem poucos estudos que investigam o que os professores sabem avaliar acerca do conhecimento e das estratégias dos alunos. Desta forma é um conhecimento que engloba questões cognitivas, especificamente sobre como os alunos aprendem e pensam sobre a Matemática.

Eles definem o **Conhecimento do Conteúdo e do Ensino** como sendo a capacidade de identificar abordagens e intervenções de ensino para superar os erros dos alunos ou que sejam capazes de explorar certos aspectos relevantes a compreensão de um conteúdo. Implica em ter clareza sobre os objetivos da aula, avaliar quais exemplos devem ser utilizados para introduzir um conteúdo, identificar qual atividade é mais fácil ou mais adequada para um aluno, quando devem propor uma nova questão ou tarefa. Deste modo, consideramos que ele caminha muito além de apenas conhecer o conceito a ser ensinado.

Além desses, os autores também citam a importância do **Conhecimento do Horizonte do Conteúdo** que compreende como um conteúdo deve ser abordado em cada ano de ensino e como ele vai se complexificando. E o **Conhecimento do Conteúdo e do Currículo** que é um refinamento do anterior e poderia estar dentro do Conhecimento do Conteúdo e Ensino e relaciona-se a conhecer materiais, livros didáticos, currículos e orientações metodológicas acerca de um conteúdo matemático.

Ball e Bass (2009) acreditam que a investigação sobre o Conhecimento do Horizonte do Conteúdo merece uma atenção especial, na medida em que esse conhecimento parece orientar os professores na tomada de decisões que podem contribuir fortemente para o desenvolvimento do pensamento matemático dos seus alunos, permitindo a exploração eficiente e proveitosa de um imenso panorama matemático, indo além das fronteiras estabelecidas pelos programas curriculares.

Deste modo, fica claro que para ser um professor não é suficiente saber o conteúdo a ser ensinado, indo muito além e envolvendo a habilidade de ter um arcabouço de habilidades que sejam capazes de ajudar os seus alunos a superar suas dificuldades.

4 MÉTODO

4.1 Objetivo

Esta pesquisa tem como objetivo definir Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala apresentada em gráficos estatísticos necessários para desenvolver um processo de formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que permita a apropriação dos professores sobre o ensino de escalas apresentadas em gráficos.

4.2 Objetivos específicos

Estabelecer relação entre os estudos anteriores que abordaram a escala apresentada em gráficos e a teoria do *Mathematical Knowledge for Teaching - MKT* para definir os diferentes tipos de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala apresentada em gráficos estatísticos.

Investigar o conhecimento de alunos dos anos iniciais (crianças e adultos) sobre interpretação e construção de escalas apresentadas em gráficos a fim de propor uma progressão (Conhecimento do Horizonte de Escala) para a compreensão de escala em gráficos para alunos (crianças e adultos) dos anos iniciais.

Desenvolver e analisar um processo de formação continuada de professores dos anos iniciais (crianças e adultos) para a aprendizagem de escalas apresentadas em gráficos, considerando os diferentes tipos de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala apresentada em gráficos estatísticos.

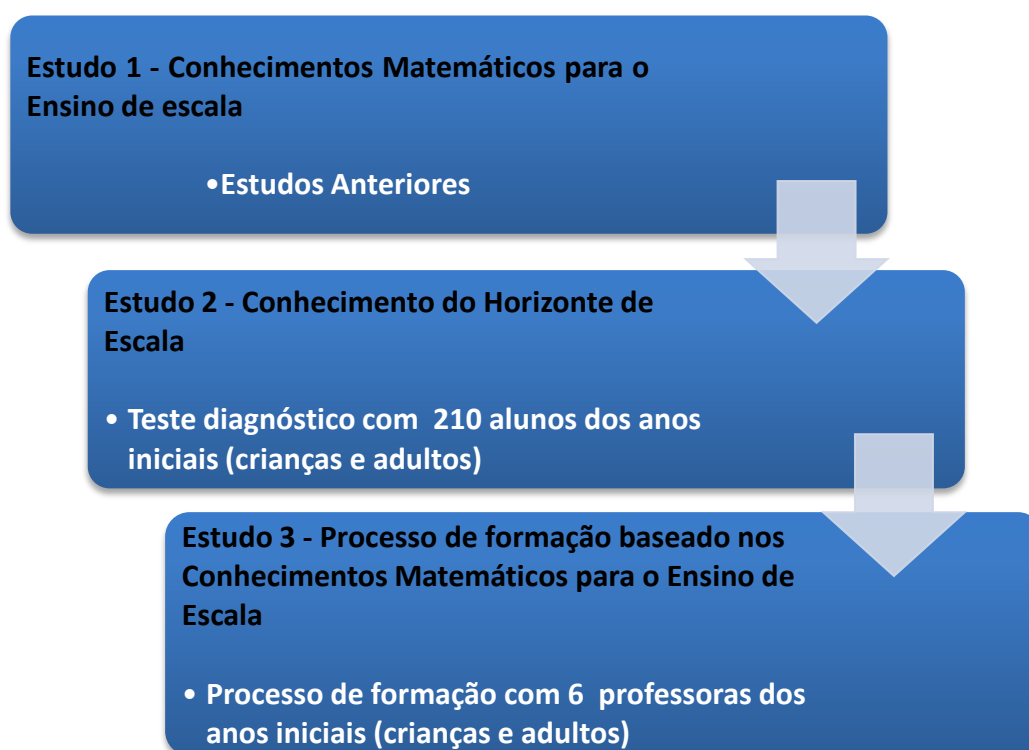
4.3 Metodologia

O desenho metodológico desta pesquisa, conforme esquema abaixo é composto de três estudos distintos e complementares.

No Estudo 1 buscamos estabelecer relação entre os estudos anteriores e a teoria do Conhecimento Matemático para o Ensino, de Ball, Thames e Phelps (2008) a fim de definir os Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala apresentada em gráficos.

Devido à insuficiência de dados para traçar o Conhecimento do Horizonte de Escala, desenvolvemos o Estudo 2 o qual desenvolveu e realizou um teste diagnóstico com alunos dos anos Iniciais do Ensino Fundamental (crianças e adultos).

Após definirmos os seis Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala apresentada em gráficos, foi realizado o Estudo 3. Ele envolve o desenvolvimento de um processo de formação continuada com dois grupos de professores dos anos iniciais (crianças e adultos) que buscou mobilizar nos docentes esses conhecimentos.



4.3.1 Estudo 1

De acordo com Ball et al (2008), os professores precisam dominar os seis tipos de conhecimentos apresentados no capítulo anterior. Entretanto não encontramos nenhum estudo que se dedicasse a identificar as especificidades e as habilidades docentes relacionadas a cada um destes Conhecimentos Docentes para o Ensino do conceito de escala apresentada em gráficos.

Por isso, neste primeiro estudo, tivemos como objetivo estabelecer relação entre os estudos anteriores que abordaram a escala apresentada em gráficos e a

teoria do *Mathematical Knowledge for Teaching* – *MKT* para definir os diferentes tipos de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala apresentada em gráficos estatísticos.

Consideramos que este estudo será capaz de fornecer subsídios para nortear o processo de formação docente, visto que as pesquisas têm apontado para a existência de grandes lacunas na formação inicial e continuada dos professores mundialmente.

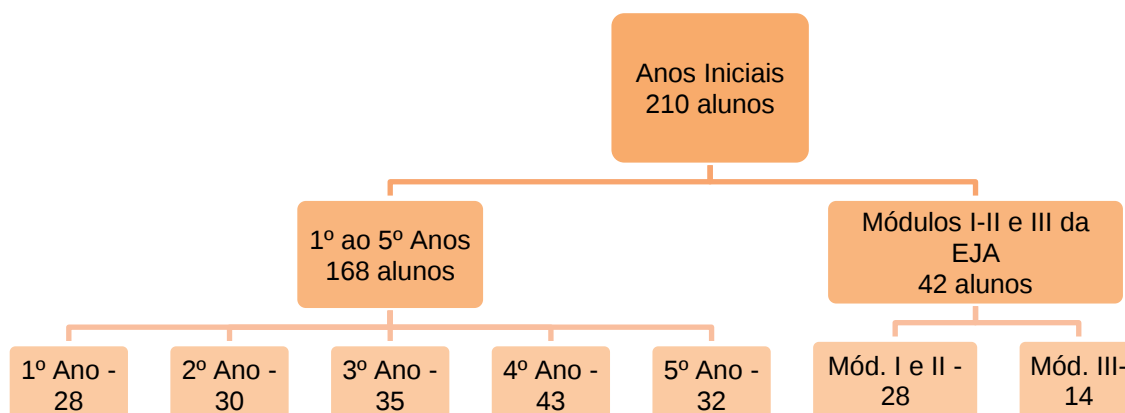
4.3.2 Estudo 2

A partir da revisão da literatura observamos que os diversos estudos nos davam suporte para definir o Conhecimento Comum de Escala; Conhecimento Especializado de Escala, Conhecimento do Currículo de Escala, Conhecimento de Escala e Aluno e Conhecimento de Escala e Ensino, contudo não havia estudos que dessem subsídio para traçar o Conhecimento do Horizonte referente ao ensino aprendizagem sobre escalas apresentadas em gráficos.

Por isso, enfrentamos o desafio de criarmos um instrumento, a partir do que a literatura já apresentava, que fosse capaz de dar suporte a definição do Conhecimento do Horizonte de Escala. Assim, tivemos como objetivo investigar o conhecimento de alunos dos anos iniciais (crianças e adultos) sobre interpretação e construção de escalas apresentadas em gráficos a fim de propor uma progressão (Conhecimento do Horizonte de Escala) para a compreensão de escala em gráficos para alunos (crianças e adultos) dos anos iniciais.

Participantes

Participaram desse estudo 168 alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas e particular de Recife e 42 alunos de escolas públicas dos Módulos I-II (esses módulos compõem uma turma única) e Módulo III da EJA.



Todos os alunos das turmas responderam individualmente a um teste diagnóstico composto por 7 (sete) atividades envolvendo dados reais, evidenciando a articulação dos mesmos com a vida dos alunos.

Para a elaboração foi considerado tanto a habilidade de interpretar como a de construir gráficos. Buscou-se considerar as habilidades e dificuldades levantadas pela literatura da área, propondo diferentes atividades. Acrescido a isso, consideramos um quantitativo de questões possíveis de serem resolvidas por alunos desse nível de ensino sem se tornar cansativo e desgastante. É fundamental ressaltar que todas as atividades envolveram dados reais, permitindo que os alunos refletissem sobre o mundo que os rodeia.

As cinco primeiras atividades envolviam a habilidade de interpretação de gráficos pictóricos, de barras e linha e as duas últimas abordavam a construção de gráficos. Assim, o teste considerou:

- a) Interpretação de pictograma;
- b) Interpretação de gráficos de barras e de linha com escala unitária ou não unitária;
- c) Construção de gráficos com valores baixos (o que possibilitava a construção de escala unitária) e valores altos (o que levava a necessidade de utilizar escalas não unitárias).

Colocamos o enunciado das atividades e o nome de cada categoria em letra maiúscula para facilitar a leitura para os alunos que estavam em processo de alfabetização. Acrescido a isso, a pesquisadora realizou a leitura de todas as

questões, independente do ano/módulo que os alunos estavam frequentando, já que em algumas turmas os alunos ainda não dominavam a capacidade de ler.

Teste Diagnóstico

Na Atividade 1 (Figura 38), apresentamos um pictograma com escala unitária o qual se referia a quantidade de colheres de açúcar que estão presentes em quatro bebidas consumidas tanto por crianças como por adultos, quais sejam: Coca-cola, Suco Del Valle, Suco Ades e Toddynho². A primeira questão “*Quantas colheres de açúcar tem a Coca-cola?*” solicitava que o aluno contasse as figuras do pictograma referente àquela categoria. Na segunda questão “*Qual bebida tem mais açúcar?*” o aluno poderia utilizar a contagem ou apenas a comparação da altura das colunas de cada bebida. Na terceira questão “*Qual bebida tem menos açúcar?*”, novamente o aluno poderia utilizar a contagem ou apenas a comparação da altura das colunas de cada bebida, só que agora seria o ponto mínimo do gráfico.

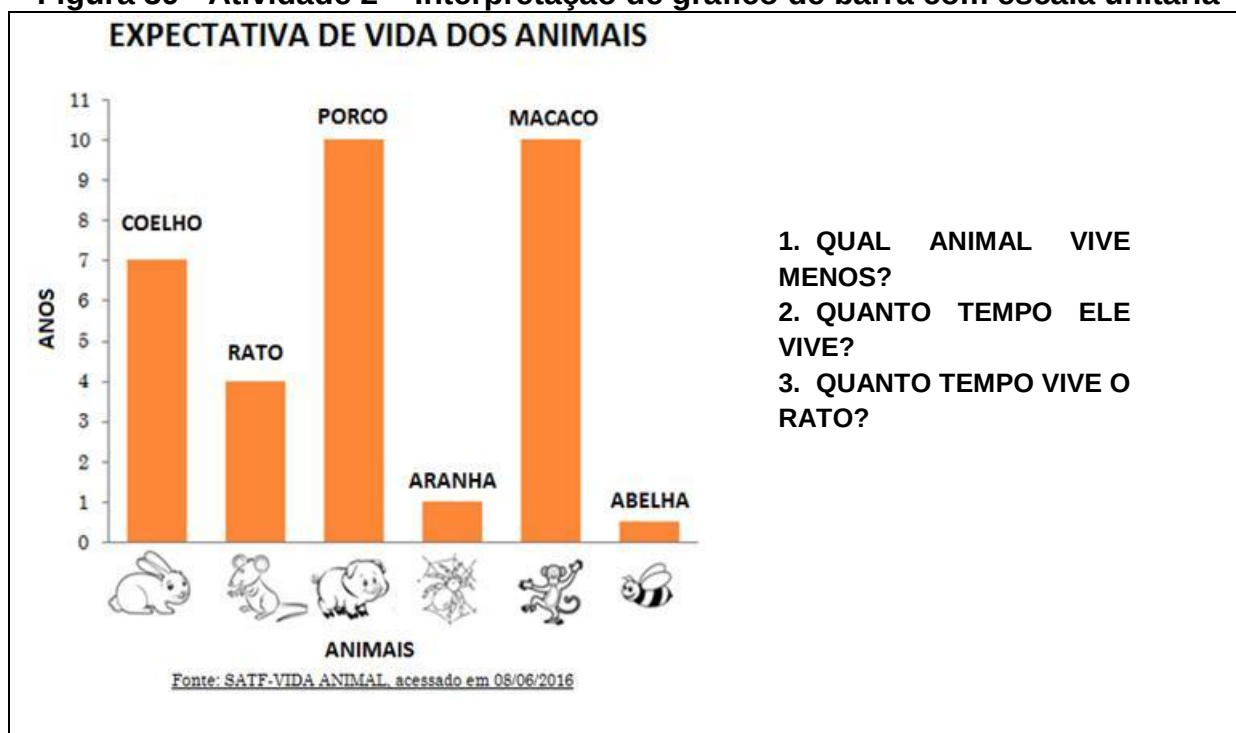
Figura 38 - Atividade 1 – Interpretação Pictograma



² Esses dados estão disponíveis no site: <http://draanaclaudiacalcas.blogspot.com.br/2013/07/acucar-escondido-nas-bebidas.html>.

A Atividade 2 (Figura 39) abordava o tema expectativa de vida dos animais. Foi apresentado um gráfico de barras com escala unitária que informava o tempo de vida médio de alguns animais em anos³. Na primeira questão foi solicitado que indicassem “Qual animal vive menos?”. Nesse caso o aluno poderia optar por realizar uma comparação entre a altura das barras ou poderia fazer a leitura do tempo de vida de cada animal a partir da relação entre os eixos. Na segunda questão “Quanto tempo ele vive?” era necessário perceber que a abelha vivia menos que um ano e estabelecer um valor que estava implícito na escala que podia ser seis meses ou meio ano. A última questão “Quanto tempo vive o rato?” solicitava que localizasse um valor que estava explícito na escala. Assim, apesar desse gráfico apresentar escala unitária, o que é mais fácil para os alunos, a segunda questão apresenta um grau de complexidade maior, uma vez que os estudos vêm levantando uma grande dificuldade dos alunos em estabelecer valores implícitos.

Figura 39 - Atividade 2 – Interpretação de gráfico de barra com escala unitária

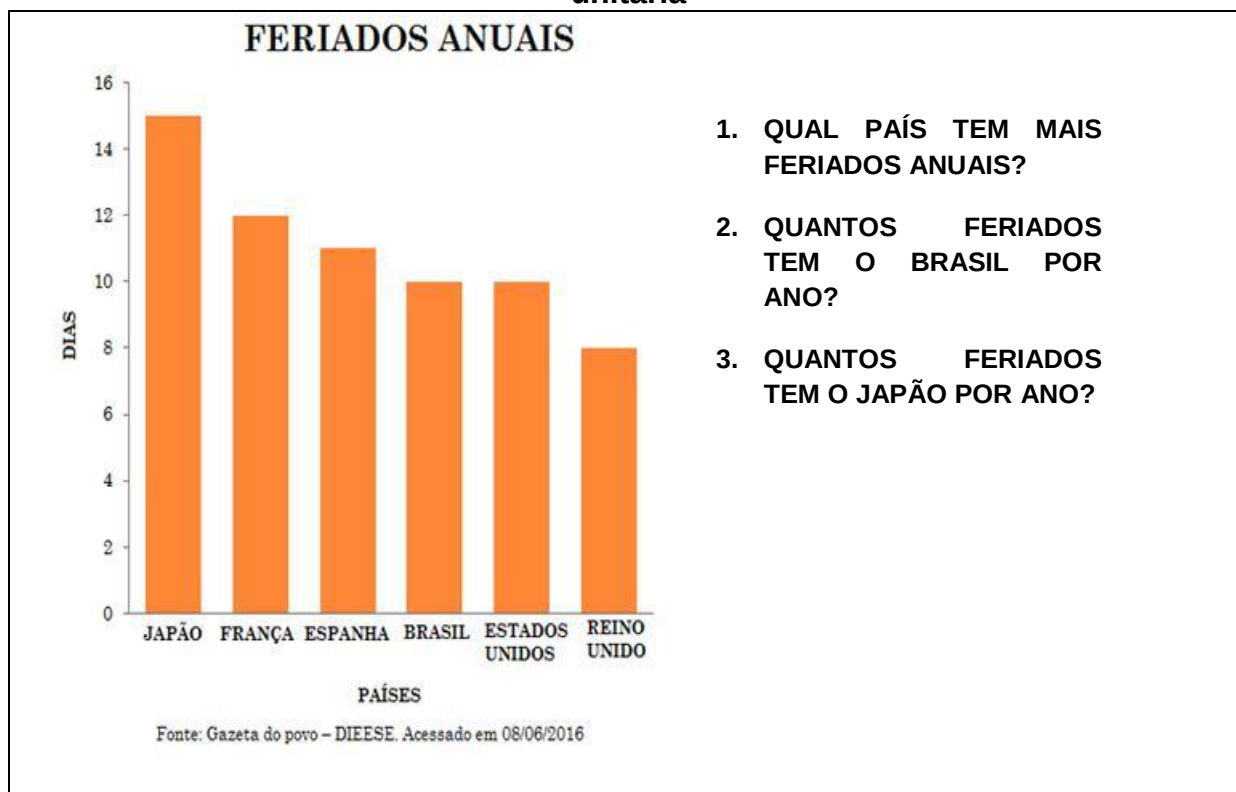


A Atividade 3 (Figura 40) apresentava um gráfico de barras no qual está apresentada a quantidade de feriados anuais de seis países: Japão, França,

³ Esses dados estão disponíveis no site: [SATF-VIDA ANIMAL](http://SATF-VIDA-ANIMAL).

Espanha, Brasil, Estados Unidos e Reino Unido⁴. O gráfico de barras trazia uma escala não unitária (intervalo de 2 em 2 dias). Da mesma forma que na atividade anterior, o aluno precisava considerar que a escala apresenta uma medida contínua, como uma reta numérica, e que existem valores que estão implícitos na mesma. Entretanto nessa atividade os valores são números inteiros. A primeira questão: “Qual o país tem mais feriados anuais?” solicitava a localização do ponto máximo sem que a escala fosse necessariamente compreendida, uma vez que bastava localizar a barra maior. Na segunda questão “Quantos feriados tem o Brasil por ano?” o aluno precisava localizar um valor que estava explícito no eixo da escala. Já na terceira questão “Quantos feriados tem o Japão por ano?” o valor a ser obtido estava implícito na escala entre os valores 14 e 16.

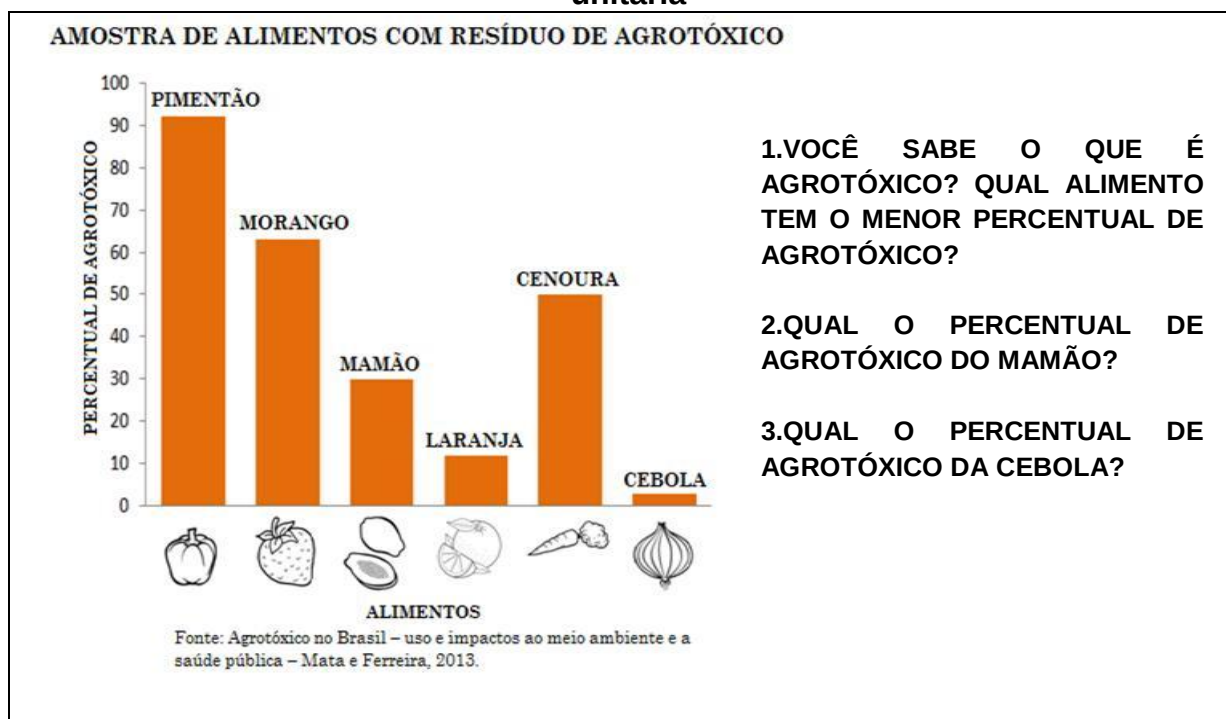
Figura 40 - Atividade 3 – Interpretação de gráfico de barra com escala não unitária



⁴ Os dados foram retirados do site: Gazeta do povo – DIEESE

A Atividade 4⁵ (Figura 41) abordava o percentual de resíduo de agrotóxico que estava presente em alguns alimentos como o pimentão, o morango, o mamão, a laranja, a cenoura e a cebola. Antes de iniciar a interpretação foi discutido com os alunos se eles sabiam o que era agrotóxico. Nessa atividade a escala era não unitária com intervalo de 10 em 10. Nessa situação o aluno precisava estabelecer um valor aproximado no momento de localizar um valor implícito na escala. Na questão 1 “Qual alimento tem o menor percentual de agrotóxico?” o aluno precisava localizar a menor barra e escrever o nome do alimento. Na segunda questão “Qual o percentual de agrotóxico do mamão?” era necessário localizar um valor que estava explícito na escala. Já na última questão: “Qual o percentual de agrotóxico da cebola?” o valor a ser encontrado estava implícito na escala e não equivalia exatamente a metade do intervalo da escala, mas era menor que a metade e exigia o aluno estabelecesse um valor aproximado a 3 ou 4.

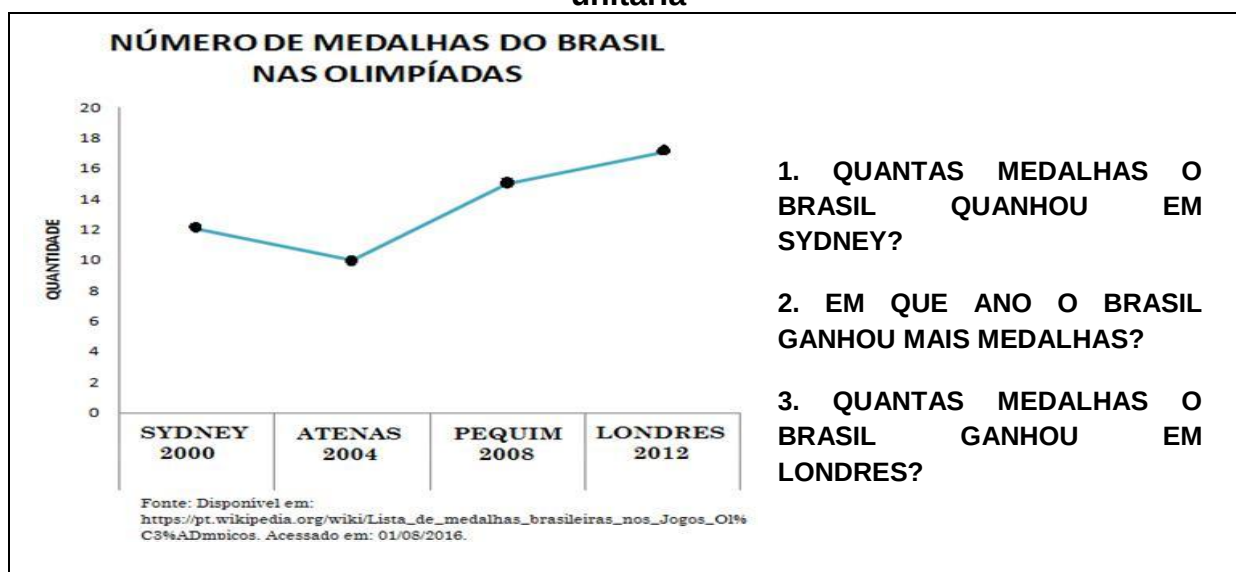
Figura 41 - Atividade 4 – Interpretação de gráfico de barra com escala não unitária



⁵ Os dados foram retirados do texto sobre Agrotóxico no Brasil – uso e impactos ao meio ambiente e a saúde pública de Mata e Ferreira, 2013. Apesar dos dados se referirem ao percentual da amostra de alimentos que apresentavam agrotóxicos, as questões foram elaboradas equivocadamente como se fosse o percentual de agrotóxico encontrado em cada tipo de alimento e como o teste já havia sido realizado não pudemos mais mudar. Entretanto, as questões permitiram avaliar a compreensão dos alunos sobre a escala.

A Atividade 5 (Figura 42) continuava envolvendo a habilidade de interpretação, mas trazia um gráfico de linha⁶ e tratava sobre o número de medalhas do Brasil nas olimpíadas, apresentando os dados de quatro olimpíadas (Sydney, Atenas, Pequim e Londres) e a escala com intervalo de 2 em 2. Na primeira questão “*Quantas medalhas o Brasil ganhou em Sydney?*” o número a ser localizado estava explícito na escala. Na questão 2 “*Em que ano o Brasil ganhou mais medalhas?*” o aluno tinha que localizar o ponto mais alto no gráfico. Na questão 3 “*Quantas medalhas o Brasil ganhou em Londres?*” a resposta era um valor que estava implícito na escala, exatamente no meio do intervalo entre os números 16 e 18.

Figura 42 - Atividade 5 – Interpretação de gráfico de linha com escala não unitária



Além dessas atividades de interpretação o teste ainda era composto por mais duas que envolviam a construção de gráficos de barras. Na atividade 6 (Figura 43) era apresentada uma tabela com informações sobre animais silvestres⁷ e solicitado que o aluno construísse um gráfico. A tabela apresentava o número de filhotes por ninhada e os valores a serem representados no gráfico variavam entre 1 e 10.

⁶ O tema abordado no gráfico estava disponível no site: https://pt.wikipedia.org/wiki/Lista_de_medalhas_brasileiras_nos_jogos_Ol%C3%ADmpicos.

⁷ site: <http://pt.slideshare.net/zezinhojc/super-trunfo-animais-silvestres>.

Consideramos que essa proposta de construção era mais simples, pois o gráfico poderia ser construído com escala unitária.

Figura 43 - Atividade 6 – Construção de gráfico de barras com escala unitária
OBSERVE AS INFORMAÇÕES PRESENTES NA TABELA E CONSTRUA UM GRÁFICO DE BARRAS.

NÚMERO DE FILHOTES POR NINHADA	
ESPÉCIE	QUANTIDADE
HIPOPÓTAMO	1
TIGRE	3
RAPOSA	5
LEÃO	2
ESQUILO	10
CAPIVARA	8

Fonte: disponível em: <http://pt.slideshare.net/zezinhojc/super-trunfo-animais-silvestres>, acessado em: 18/06/2016.

Na Atividade 7 (Figura 44), entretanto, a tabela apresentava a massa de alguns animais e os valores iam de 5 a 70. Neste caso, no espaço disponibilizado no papel era praticamente impossível construir uma escala unitária, levando o aluno a construir uma escala mais adequada. Essa habilidade é mais complexa que a proposta anterior.

Figura 44 - Atividade 7 – Construção de gráfico de barras com escala não unitária

OBSERVE AS INFORMAÇÕES PRESENTES NA TABELA E CONSTRUA UM GRÁFICO DE BARRAS.

PESO DE ANIMAIS SILVESTRES	
ESPÉCIE	PESO (KG)
GUAXINIM	5
LOBO GUARÁ	25
TATU	6
JACARÉ	70
PORCO ESPINHO	5
LONTRA	35

Fonte: disponível em: <http://pt.slideshare.net/zezinhojc/super-trunfo-animais-silvestres>, acessado em: 18/06/2016.

4.3.3 Estudo 3

O Estudo 3 foi realizado com 6 (seis) professores que estavam atuando na Rede Municipal de Ensino de Recife e suas respectivas turmas dos anos iniciais (crianças e adultos).

Buscamos responder o seguinte objetivo específico: desenvolver e analisar um processo de formação continuada de professores dos anos iniciais (crianças e adultos) para a aprendizagem de escalas apresentadas em gráficos, considerando os diferentes tipos de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala apresentada em gráficos estatísticos.

Os professores foram convidados a participar de forma voluntária. Para tal, foi realizada uma conversa informal com o fim de explicar como será a pesquisa, qual o papel deles durante o processo, a disponibilidade de participarem da formação, entre outros aspectos.

Inicialmente buscamos fazer um levantamento do **Conhecimento Comum de Escala** e do **Conhecimento Especializado de Escala** dos professores.

Foi realizada uma entrevista semiestruturada a partir de questões que tinham como objetivo traçar o perfil dos professores investigados (formação, tempo de ensino, anos que leciona, participação em processos de formação continuada, etc.). Conforme roteiro abaixo:

1º - Perfil dos Professores

1. Qual é sua formação inicial?
2. Há quanto tempo você leciona?
3. Participa ou participou de momentos de formação continuada? Quais?

Além disso, foi solicitado que as professoras construíssem um gráfico. Para isso apresentamos a “Caixa da Matemática” com folha em branco, papel quadriculado, lápis colorido, régua, transferidor, compasso, fita adesiva, entre outras coisas. Os dados utilizados na construção foram os mesmos usados pelos alunos na Atividade 7 (Figura 44) do Teste Diagnóstico do Estudo 2, pois foi o que implica em um maior grau de dificuldade. Elas também fizeram a correção de um protocolo do teste diagnóstico, justificando o que o aluno sabe ou não.

Após o levantamento de todos esses dados, iniciamos o processo de formação continuada de professores. Esse processo de formação teve o professor

como sujeito ativo, investigando seu exercício pedagógico, pesquisando, refletindo e construindo conhecimentos a partir de sua prática, como argumentado por Nóvoa (1997), um professor pesquisador. Os professores foram agrupados em dois grupos: professores de crianças e de adultos dos anos Iniciais do Ensino Fundamental. Foram realizados três encontros com cada grupo de professores. Esses eram vídeo gravado para posterior análise.

É importante ressaltar que durante a formação dos professores nos preocupamos em sempre apresentar situações que levassem a reflexões. A pesquisadora estimulava esta reflexão a partir de questões e ao final da discussão buscava fazer uma sistematização do que havia sido debatido.

No primeiro encontro de formação trabalhamos o **Conhecimento de Escala e dos Alunos**, o **Conhecimento Especializado de Escala** e o **Conhecimento de Escala e Ensino** dos professores. Para tal, propomos a Atividade 1 (Figura 45) na qual foram apresentadas duas questões do Teste de Diagnóstico do Estudo 1 e elas analisaram a partir do roteiro de questões abaixo. Para a Atividade 2 (Figura 46) foram levadas folhas com os gráficos construídos pelos alunos do ensino regular e de EJA retirados dos protocolos do Estudo 1 e solicitado que as professoras analisassem o que sabem os alunos, buscando justificar os possíveis raciocínios nas respostas dadas pelos estudantes a partir do roteiro apresentado a seguir.

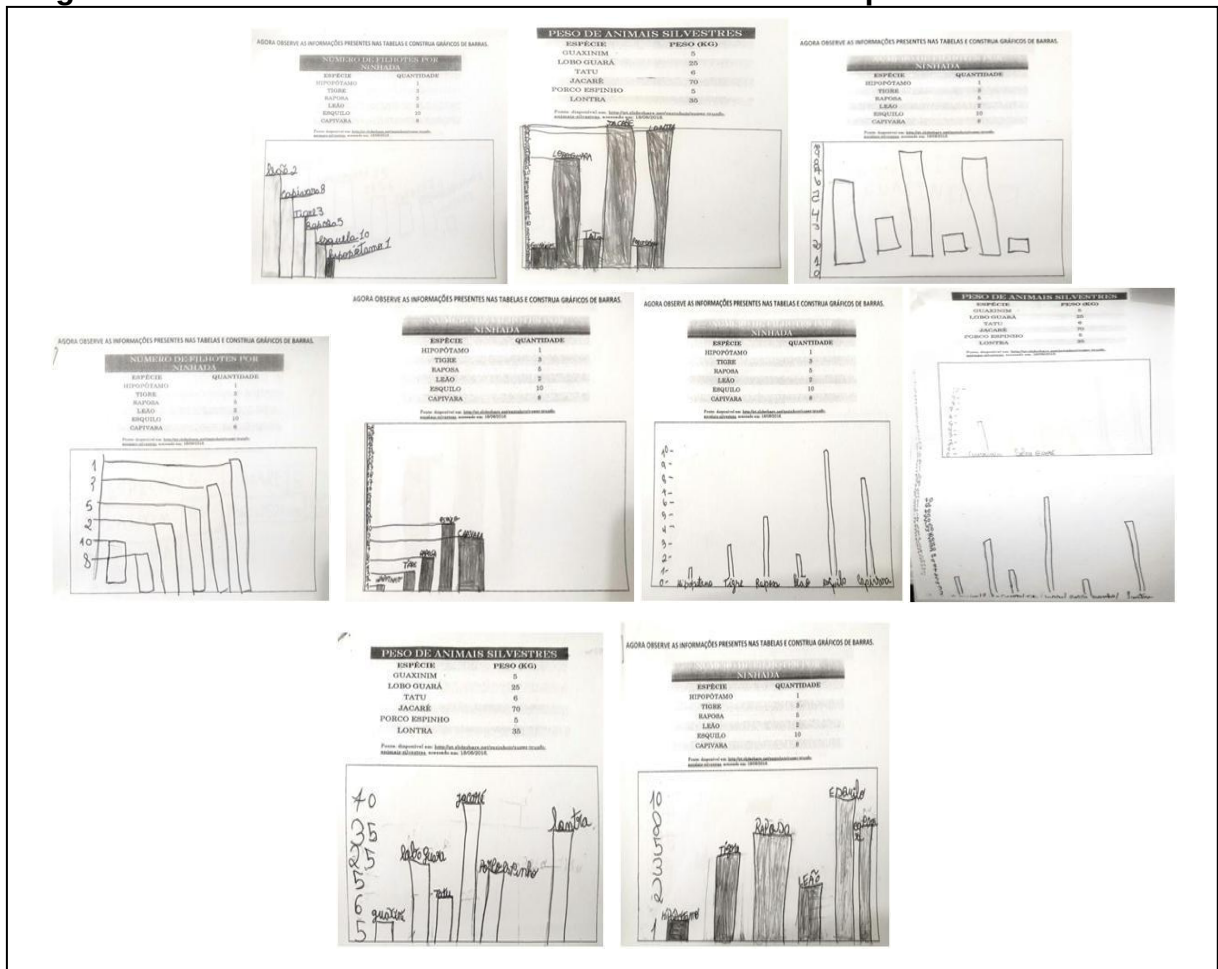
Durante essas análises a pesquisadora foi conduzindo o grupo para reflexões sobre elementos da representação em gráfico como título, legenda, nome dos eixos, categorias e, principalmente, sobre a escala e como os alunos pensam sobre ela.

Figura 45 - Atividade 1 – Identificar o Conhecimento Especializado de Escala



- Se esses problemas estivessem num mesmo capítulo de um livro de Matemática, qual poderia ser o título desse capítulo?
- Que tipo de habilidade essas atividades envolvem?
- Qual a diferença entre as questões?
- A partir de que ano podemos trabalhar com essas atividades? Por quê?
- Qual dessas duas atividades você acha que seus alunos terão mais dificuldades? Por quê?
- Que erros você acredita que eles poderiam cometer em cada uma dessas atividades?

Figura 46 - Atividade 2 – Identificar o Conhecimento Especializado de Escala



Análise os gráficos construídos por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

- O que você observa quanto às estratégias dos alunos para resolver os problemas?
- Qual é a que apresenta a melhor construção do gráfico? Por quê?
- O que falta aos outros ou eles estão igualmente certos?

- Com base nos alunos com mais dificuldade que você selecionou, como podemos trabalhar as dificuldades específicas?
- Como você ajudaria esse aluno a progredir?
- Quais as estratégias possíveis de se utilizar para trabalhar essas situações com seus alunos? Como?
- Se você fosse planejar uma aula sobre essa temática, que aspectos você consideraria mais importantes, o que você enfatizaria?
- Que recursos você pode utilizar para auxiliar seu aluno nesses problemas? Poderia descrever esse procedimento?

Foi solicitado também que as professoras levassem para o próximo encontro o livro didático que utilizavam com sua turma.

No 2º encontro o objetivo foi construir e analisar os: **Conhecimento de Escala e Ensino, Conhecimento de Escala e do Currículo e Conhecimento do Horizonte de Escala**. Iniciamos propondo que as professoras identificassem em seu livro didático atividades que envolviam escala, buscando refletir em que eixos as mesmas apareciam, que tipo de compreensão estava envolvida e possíveis facilidades e/ou dificuldades que seus alunos poderiam ter ao respondê-las, retomando as respostas dadas por elas durante a entrevista e a gradação das mesmas. Apresentamos também o estudo de Evangelista e Guimarães (2014) que realizaram intervenções de ensino sobre escala com contextos de reta numérica, mapas e medidas. Em seguida foi solicitado que as professoras elaborassem uma aula envolvendo o trabalho com escala para os alunos. Foram levados para esse encontro livros didáticos, revistas, jornais, etc. Essa aula podia envolver a construção de gráficos a partir de texto, de tabela, de mudança da escala de gráfico,

Entre o 2º e 3º encontro, as professoras realizaram com seus alunos a aula planejada por elas, analisaram o que seus alunos demonstram saber e trouxeram para o 3º encontro os protocolos e observações realizadas durante o desenvolvimento das mesmas.

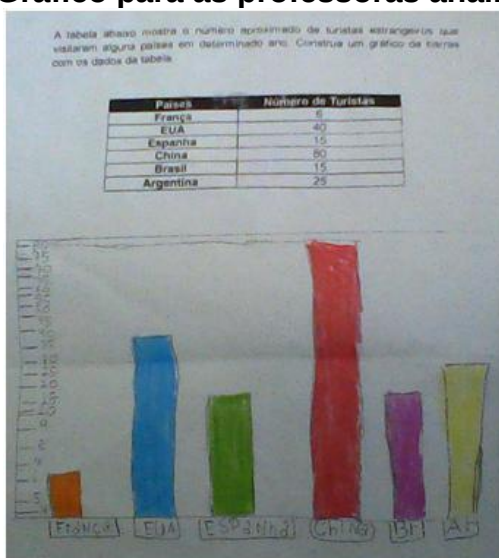
No 3º encontro continuamos analisando e construindo o **Conhecimento de Escala e dos Alunos, Conhecimento Especializado de Escala, Conhecimento de Escala e do Currículo e Conhecimento do Horizonte de Escala**. Iniciamos com o relato das professoras da aula realizada, bem como sobre o que sabem os alunos nos diferentes anos de escolaridade a partir análise das respostas dadas

pelos seus alunos. Após esse momento a pesquisadora refletiu com o grupo sobre as aulas como mais um momento de aprendizagem.

Em seguida foi realizada uma avaliação individual e por escrito com as professoras para verificar como tinham se apropriado dos conhecimentos para o ensino de escala discutido durante o processo de formação continuada. Neste momento foi apresentado um gráfico (Figura 47) **construído por um aluno e feitas as seguintes questões:**

- Quais as dificuldades apresentadas por esse aluno nessa atividade de construção de gráfico?
- Que tipo de atividade poderia ser proposta para superar essas dificuldades?
- Você acha que esta formação contribuiu para aprofundar seus conhecimentos sobre o conteúdo de escala representada em gráficos? Por quê?

Figura 47 - Gráfico para as professoras analisarem



Finalmente apresentamos a proposta do Quadro de Progressão elaborado no primeiro momento da pesquisa em branco e cada professora deve marcar as habilidades que elas acreditam ser possíveis serem trabalhadas em seu ano ou módulo. Em seguida iremos apresentar nossa proposta e refletir com elas com o intuito de contribuir com orientações a respeito da adequação das atividades em relação aos anos de escolaridade.

5 RESULTADOS

5.1 Estudo 1

No Estudo 1 desta pesquisa tivemos como objetivo específico estabelecer relação entre os estudos anteriores que abordaram a escala representada em gráficos e a teoria do *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT para definir os diferentes tipos de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala apresentada em gráficos estatísticos.

Como abordado no capítulo 1, Ball, Thames e Phelps (2008) desenvolveram uma teoria sobre o Conhecimento Matemático para o Ensino (*Mathematical Knowledge for Teaching* - MKT) a qual envolve 6 tipos de conhecimentos. Nesse momento, a partir dos estudos apresentados na revisão da literatura, descrevemos para cada um deles o que consideramos pertinente para a apropriação do conceito de escala representada em gráficos.

5.1.1 Conhecimento Comum de Escala

Esse tipo de conhecimento matemático envolve compreender o conceito de escala apresentada em gráfico, mas não é exclusivo do professor que ensina Matemática:

- a) *Conhecimento Comum de Escala para interpretar uma escala – consegue localizar corretamente um valor na escala.*
- b) *Conhecimento Comum de Escala para construir uma escala – constrói corretamente a escala do gráfico (considerando a proporcionalidade).*

Em relação à interpretação sabemos que é imprescindível que o indivíduo compreenda a noção de eixo de coordenadas para que seja capaz de localizar os valores da escala.

Friel, Curcio e Brigh (2001), afirmam que muitas vezes as pessoas são capazes de desenhar ou ler uma determinada informação na escala, mas têm pouca ideia de como escolher uma escala adequada para um determinado conjunto de dados a serem representados no gráfico.

Desta forma, a construção, é uma habilidade mais complexa, pois envolve uma série de etapas que irão determinar o sucesso na atividade. De acordo com

Vanin (2009) na construção de um gráfico, a primeira tarefa importante que temos que realizar é uma escolha conveniente do intervalo da escala e para isso precisamos analisar o tamanho do papel, identificar os valores máximos e mínimos das grandezas que serão representadas e, a partir dessas dimensões, calcular a escala que permita ocupar o espaço disponível. Em seguida precisamos fazer a divisão da escala de modo a localizar e marcar os pontos facilmente, bem como permitir uma leitura posterior de valores a partir do gráfico, mas é imprescindível que os espaços entre os intervalos das escalas sejam proporcionais.

5.1.2 Conhecimento Especializado de Escala

É um tipo de conhecimento que está relacionado ao ensino, portanto é um conhecimento específico dos professores. Esse se refere à capacidade do docente em analisar e adequar os conceitos às necessidades dos alunos, bem como reconhecer padrões de erros dos mesmos ao lidarem com determinadas atividades; responder seus “porquês”, entre outros aspectos:

- a) *Conhecimento Especializado de Escala para interpretar*: Compreender que um gráfico pode apresentar **diferentes intervalos escalares** (unitário; 2 em 2; 10 em 10, etc.); Compreender que existe uma dificuldade diferente entre os alunos localizarem em uma escala **valores explícitos e implícitos**;
- b) *Conhecimento Especializado de Escala para construir*: Compreender que os intervalos devem **ser proporcionais**; Compreender que os diferentes **conjuntos numéricos** (números naturais, racionais, inteiros...) e a grandeza dos números irão influenciar no intervalo da escala.
- ✓ Explorar definições adequadamente, fazendo uso dos termos estatísticos adequados a uma escala (unidade, subunidade, intervalo, valor explícito, valor implícito, proporcional...);
- ✓ Saber explicar regras e procedimentos para a construção e a interpretação de uma escala.

Alguns estudos diagnósticos como os desenvolvidos por Guimarães, Gitirana e Roazzi (2001) e Cavalcanti e Guimarães (2010) já chamavam nossa atenção para alguns aspectos relacionados à escala das representações gráficas por dificultar ou facilitar o processo de interpretação ou construção da mesma.

Por exemplo, no primeiro estudo citado (Guimarães, Gitirana e Roazzi, 2001) encontramos algumas afirmações como: *“havia várias questões, entre elas situações em que os alunos foram questionados sobre valores não apresentados na escala (questão h, por exemplo) o que exigia que inferissem o valor no intervalo da reta numérica (escala). Nessas situações o percentual de acertos foi muito baixo”*. Neste é levantado o aspecto da localização de um **valor implícito** à escala como marcador de dificuldade para os alunos.

Em relação à habilidade de construção, o mesmo estudo aponta a seguinte variável: *“A primeira atividade envolvia a construção de gráfico a partir de um banco de dados com quantidades pequenas” e “Na segunda atividade era também solicitada a construção de um gráfico a partir de um banco de dados, entretanto os valores a serem registrados eram maiores o que impossibilitava a relação um quadrado para cada frequência”*. Aí vemos a importância de se considerar os valores que serão representados, visto que o **conjunto numérico** e a **grandeza dos números** também irão implicar em dificuldades distintas.

No segundo estudo mencionado vemos uma ampliação de aspectos a serem considerados em relação ao conceito de escala. Cavalcanti e Guimarães (2010) investigaram quatro variáveis para a compreensão da escala apresentada nos gráficos: o tipo de gráfico; o valor da escala; a necessidade de o aluno localizar um valor implícito ou explícito na escala, ou de localizar uma frequência ou uma categoria a partir da escala.

A partir deste estudo também elencamos mais um aspecto que é o valor da escala, visto que nos resultados as autoras pontuam que a localização de valores em escala unitária foi mais fácil para os alunos investigados. Logo, é imprescindível também levar em consideração os diferentes **intervalos escalares** (1 em 1, 2 em 2, 10 em 10, etc.)

E por fim, consideramos como o mais importante, é a proporcionalidade. Guimarães, Gitirana e Roazzi (2001), Vanin (2009), pontuam a necessidade de estabelecer a **proporcionalidade** entre os pontos a serem representados no momento de construir uma representação gráfica. Do contrário o que temos é uma representação que não apresenta de forma fidedigna os dados, implicando em erro ou em manipulação de informações.

5.1.3 Conhecimento do Horizonte de Escala

Esse conhecimento está relacionado à capacidade do professor em compreender como vai se complexificando a compreensão do conceito, ou seja, como se dá a gradação das aprendizagens. O professor precisa desse conhecimento para relacionar o que os alunos sabem com o que ele tem como objetivo que os alunos aprendam naquela aula, no semestre ou no ano escolar, considerando o desenvolvimento do conceito em questão para aquele nível de ensino. Os estudos da psicologia cognitiva, em geral, são base para a compreensão dessa gradação. Tal conhecimento orienta os professores na tomada de decisões para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos indo além das fronteiras estabelecidas pelos programas curriculares e outros documentos oficiais.

Não encontramos estudos que apresentassem uma progressão para o ensino de escala nos anos iniciais do Ensino Fundamental, apenas estudos com diferentes faixas etárias com diferentes instrumentos. Porém percebemos que as pesquisas vêm trazendo indícios que é possível, mas não existe nenhuma sistematização disso.

Selva (2003) evidenciou que crianças de 5-6 anos de idade foram capazes de resolver atividades utilizando barras de blocos (LEGO) recobertas com papel. Guimarães (2010) também trabalhando com crianças de 5 anos de idade observou que as mesmas foram capazes de preencher e compreender a construção de um gráfico de barras em papel quadriculado em situação de jogo. Nossos dados evidenciam que as crianças do 1º ano já compreendem as representações no papel.

Desta forma, aspectos fundamentais para determinar a evolução e complexidade do trabalho com escala não foram possíveis de ser identificados nos estudos levantados, uma vez que não encontramos pesquisas que avaliassem com todos os anos, todas as habilidades para o trabalho com escala, além de que partiam sempre de instrumentos de coleta distintos. Conforme

Quadro 2.

Quadro 2 - Estudos envolvendo interpretação ou construção de gráficos e turmas investigadas

Estudo	Turma	Habilidade
Tierney e Nemirovsky (1991)	5º ano	Construção
Tierney, Weinberg e Nemirovsky (1992)	5º ano	Construção
Ainley (2000)	Crianças de 6 anos	Construção
Guimarães, Gitirana e Roazzi (2001)	4º ano	Interpretação e Construção
Lima e Magina (2004)	5º ano	Interpretação e Construção
Cavalcanti e Guimarães (2010)	3º e 5º anos e Módulos I-II e III da Eja	Interpretação
Lima e Selva (2010)	Anos iniciais, Anos Finais e Ensino Médio da Eja	Interpretação e Construção
Patrocínio e Guimarães (2007)	Módulo II da Eja	Interpretação e Construção
Selva (2003)	Crianças de 6 anos	Interpretação e Construção
Evangelista e Guimarães (2014)	5º ano	Interpretação e Construção

Por isso, enfrentamos o desafio de criarmos um instrumento (Teste de Diagnose) que fosse capaz de possibilitar o estabelecimento do Conhecimento do Horizonte de Escala.

5.1.4 Conhecimento de Escala e do Aluno

É a combinação do saber do aluno e da Matemática, no caso o conceito de escala. É o professor ser capaz de compreender as dificuldades e facilidades dos alunos e ter familiaridade com as estratégias utilizadas para interpretar ou construir a escala dos gráficos.

a) Conhecimento de Escala e Aluno para Interpretar - Ser capaz de identificar as seguintes dificuldades nos alunos ao interpretar a escala:

- Compreender a relação entre os eixos de coordenada de um gráfico.
- Compreender os valores intermediários ou subunidades da escala.

b) *Conhecimento de Escala e Aluno para Construir - Ser capaz de identificar as seguintes estratégias dos alunos ao apresentarem dificuldades com a construção da escala:*

- Atribuir à origem da escala o menor valor a ser registrado ou, no gráfico pictórico, desconsiderar uma linha de base.
- Utilizar ícones que não têm o mesmo tamanho ou espaçamento.
- Colocar os valores em cima das barras ou linhas, mas não atendendo a proporcionalidade.
- Registrar na escala os valores sem considerar a ordem crescente expressa em uma reta numérica.
- Colocar os valores em ordem crescente, mas sem proporcionalidade entre os intervalos.

Quanto à interpretação nos baseamos no estudo de Cavalcanti e Guimarães (2010) que apontam como estratégias utilizadas pelos alunos ao interpretarem os gráficos, devido a não compreensão da escala e por não conseguirem localizar valores implícitos, dar como respostas valores aproximados acima ou abaixo. Esta estratégia demonstra uma dificuldade em relação à interpretação da escala que é não compreender que ela é formada também por valores intermediários ou subunidades que precisam ser consideradas. Tierney e Nemirovsky (1991) afirmam que os alunos, frequentemente, não mantinham um espaço constante entre os valores marcados na escala, evidenciando a incompreensão com a reta numérica.

Ainley (2000) observou que crianças de 6 anos conseguiam construir gráficos, mas não colocavam os eixos, o título e a escala.

Evangelista e Guimarães (2014) também apontam algumas estratégias como fazer uma lista com as informações da tabela a ser representada; colocar os nomes ou valores em cima das barras, mas sem proporcionalidade; fazer barras proporcionais, com ou sem escala.

Estes estudos apontam estratégias comuns que são utilizadas por alunos que ainda apresentam dificuldades com a construção de uma escala e que podem ser entendidas como um momento em que o aluno está formulando hipóteses sobre um novo conceito.

5.1.5 Conhecimento de Escala do Ensino

É um tipo de conhecimento que visa à relação entre o ensino e a Matemática (escala). Envolve o planejamento do ensino, a preparação de atividades, a avaliação e estratégias para superar as dificuldades dos alunos. Para tal, precisam ser consideradas também as crenças dos professores sobre a Matemática, suas concepções de ensino e aprendizagem, suas visões sobre os alunos e o contexto da sala de aula.

Nós consideramos que ao planejar uma aula para introduzir o conceito de escala apresentada em gráficos ou para superar as dificuldades dos alunos é importante considerar os seguintes aspectos:

- Explorar o trabalho com as habilidades representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas em diversas situações e com diferentes unidades escalares durante as aulas.
- Variar as situações de ensino e uso do conceito de escala – atividades de medida de comprimento, de reta numérica e de mapas.

Baseamo-nos em diversos estudos, como o de Selva (2003), que nos prova que é possível trabalhar com escala desde os anos iniciais, desde que adotemos metodologias adequadas a cada faixa etária.

Lima e Magina (2004) apontam que a construção de gráficos utilizando diferentes escalas parece ter favorecido a compreensão de conhecimentos implícitos fundamentais à leitura e interpretação de gráficos, tais como a ideia de proporcionalidade existente no eixo vertical, expressa pela distância entre dois pontos, associada à ideia de sequência numérica para estimar o valor que não estava explicitamente apresentado no eixo.

Patrocínio e Guimarães (2007) desenvolveram aulas trabalhando diferentes habilidades: interpretação e construção de gráficos de barras e perceberam a possibilidade de aprendizagem deste conceito.

Evangelista e Guimarães (2014) desenvolveram sessões de intervenções de ensino do conceito de escala de forma intencional e sistemática, explorando diferentes habilidades: representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas em diversas situações e com diferentes unidades escalar, possibilitando aos alunos reflexões sobre o tema em questão. O processo de intervenção variava também as

situações de uso do conceito de escala – atividades de medida de comprimento, de reta numérica e de mapas.

5.1.6 Conhecimento de Escala e do Currículo

É um tipo de conhecimento que envolve conhecimentos sobre os programas curriculares estabelecidos, os materiais didáticos, os livros didáticos e recursos metodológicos para um determinado nível de ensino e suas finalidades.

Consideramos como Conhecimento de Escala e Currículo o professor ser capaz de:

- Conhecer o que os programas curriculares oficiais: BNCC e PCN prescrevem para o trabalho com escala.
- Conhecer o que o livro didático propõe para o trabalho com escala.

No caso específico de escala, Cavalcanti e Guimarães (2010) em estudo anterior, verificaram que tanto os PCN's referentes aos anos iniciais do Ensino Fundamental como a Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos referente aos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º Segmento) fazem referência ao trabalho com escala apenas nos eixos de Números e Operações e Grandezas e Medidas. Nos demais eixos e em específico no eixo de Tratamento da Informação o texto da proposta curricular não faz menção a esse elemento gráfico.

Apenas no Guia do PNLD 2016 é afirmado que é desejável que seja mais bem desenvolvida a construção dos vários tipos de gráficos, com valorização de seus diferentes elementos, como título, escalas, legendas, títulos e variáveis dos eixos, proporcionalidade nas representações dos dados (nos casos das escalas lineares, mais adequadas a essa fase de escolaridade).

Quanto ao livro didático, estudos (Pagan, Leite, Magina e Cazorla, 2008; Guimarães, Gitirana e Roazzi, 2001; Evangelista e Guimarães, 2013; Díaz, Batanero, Arteaga e Serrano, 2015), em nível nacional e internacional vêm mostrando que o foco das atividades com gráficos é nas habilidades de interpretação, deixando de lado a construção. O tipo de gráfico mais encontrado é o de barras. Quanto à escala ela é pouco explorada.

5.2 Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala x Habilidades Docentes

Concordamos que as investigações e reflexões de Ball e sua equipe trazem contribuições relevantes para a discussão sobre a formação do professor que ensina Matemática. Em particular, entendemos que a defesa da existência de um rol de conhecimentos necessários para que o professor possa educar matematicamente seus alunos é pertinente, pois leva em consideração toda a complexidade do processo de ensino aprendizagem.

O Quadro 3 abaixo foi criado após o estabelecimento nas relações apresentadas anteriormente para cada conhecimento e também a partir de vários momentos de discussões e análise dos Conhecimentos Docentes para o Ensino de Escala. Nele fica claro quais são as habilidades que consideramos importantes que os professores mobilizem no momento de desenvolver o trabalho deste conceito.

Quadro 3 - Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala representada em gráficos

Tipos de Conhecimento Docente	Habilidades Docentes
Conhecimento Comum de Escala	Conseguir localizar corretamente um valor na escala. Construir corretamente a escala do gráfico.
Conhecimento Especializado de Escala	Considerar as especificidades dos diferentes intervalos da escala. Considerar a diferença de dificuldade em localizar um valor implícito ou explícito na escala. Considerar que os diferentes conjuntos numéricos influenciam no intervalo da escala. Considerar que a proporcionalidade é um atributo da escala.
Conhecimento do Horizonte de Escala	Compreender como vai se complexificando a compreensão do conceito de escala e os elementos que influenciam nesta gradação.
Conhecimento de Escala e do Aluno	Compreender as dificuldades e facilidades dos alunos para interpretar a escala.

		Compreender as dificuldades e facilidades dos alunos para construir a escala.
Conhecimento de Escala e Ensino		Explorar o trabalho com as habilidades representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas em diversas situações e com diferentes unidades escalares durante as aulas.
		Variar as situações de ensino e uso do conceito de escala – atividades de medida de comprimento, de reta numérica e de mapas.
Conhecimento de Escala e Currículo		Conhecer o que os programas curriculares oficiais: BNCC e PCN prescrevem para o trabalho com escala.
		Conhecer o que o livro didático propõe para o trabalho com escala.

É importante destacar que o Conhecimento do Horizonte de Escala será construído a partir do Estudo 2, como já foi apresentado anteriormente a impossibilidade de traçá-lo a partir do que tínhamos na literatura.

6 RESULTADOS

6.1 Estudo 2

O Estudo 2 precisou ser desenvolvido devido à dificuldade que encontramos de a partir dos estudos anteriores apresentados pela literatura definir o Conhecimento do Horizonte de Escala. Desta forma, teremos como objetivo nesta etapa investigar o conhecimento de alunos dos anos iniciais (crianças e adultos) sobre interpretação e construção de escalas apresentadas em gráficos a fim de propor uma progressão (Conhecimento do Horizonte de Escala) para a compreensão de escala em gráficos para alunos (crianças e adultos) dos anos iniciais.

6.2 Proposta de progressão para o ensino de escala representada em gráficos (Conhecimento do Horizonte de Escala)

Para tal, foi elaborado um teste diagnóstico e solicitado que alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental (crianças e adultos) respondessem o mesmo individualmente. Foram elaboradas 7 atividades, sendo 5 envolvendo interpretação de gráficos pictóricos, de barras e linha e 2 construções de gráficos. Assim, o teste considerou: interpretação de pictograma; interpretação de gráficos de barra e de linha com escala unitária ou não unitária, construção de gráficos com valores baixos (o que possibilitava a construção de escala unitária) e valores altos (o que levava à necessidade de utilizar escalas não unitárias).

Para analisar o desempenho dos alunos, criamos um banco de dados no programa estatístico Statistical Package for the Social Sciences – SPSS com as respostas dos alunos em cada uma das questões. Na Tabela 7 apresentamos os percentuais de acerto em cada uma delas por ano de escolaridade.

Tabela 7 - Percentual de acertos nas questões por ano de escolaridade

Questões/ Ano	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	Mod. I e II	Mod. III
1.1	96,4	96,7	100,0	97,7	96,6	92,9	100,0
1.2	89,3	93,3	77,1	95,3	93,8	92,9	100,0
1.3	85,7	100,0	85,7	95,3	96,9	92,9	100,0
2.1	89,3	93,3	82,9	95,3	96,9	96,4	100,0
2.2	3,6	0	0	21,0	50,0	0	21,4
2.3	67,9	76,7	71,4	93,0	90,6	78,6	71,4
3.1	57,1	96,7	97,1	93,0	93,8	89,3	92,9
3.2	64,3	76,7	74,3	88,4	78,1	96,4	92,9
3.3	0	13,3	25,7	48,8	71,9	21,4	28,6
4.1	85,7	93,3	91,4	95,3	96,9	85,7	100,0
4.2	57,1	80,0	80,0	97,7	90,6	82,1	92,9
4.3	10,7	23,3	20,0	46,5	65,6	21,4	35,7
5.1	28,6	23,3	40,0	69,8	81,3	75	78,6
5.2	35,7	56,7	51,4	79,1	84,4	78,6	71,4
5.3	0	3,3	2,9	9,3	28,1	0	14,2
6	17,9	23,3	54,3	74,4	84,4	28,6	50,0
7	7,1	13,3	48,6	76,7	87,5	25	42,9

Como havia questões que investigavam a mesma habilidade resolvemos criar uma tabela (Tabela 8) agrupando as questões que tinham o mesmo objetivo, a fim de tornar possível a análise do percentual de acertos por habilidade em relação à escolaridade.

Para compor o percentual de acertos da habilidade 1 (Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas) fizemos a média dos acertos nas questões: “Quantas colheres de açúcar tem a Coca-Cola?”, “Qual a bebida tem mais açúcar?” e “Qual bebida tem menos açúcar?”, ambas referentes ao gráfico pictórico da atividade 1 e a questão “*Quanto tempo vive o rato?*” do gráfico de barras com escala unitária da Atividade 2.

Para a Habilidade 2 (Construção de gráfico de barras com escala unitária e proporcional) realizamos a análise dos gráficos construídos pelos alunos na Atividade 6. Consideramos que o aluno tinha construído corretamente quando ele apresentava uma escala com intervalos aproximadamente proporcionais (já que a maioria dos alunos não utilizou a régua para construir os gráficos) e com os valores escritos na escala considerando a lógica de uma reta numérica, ou seja, com números na ordem crescente e proporcionais.

No caso da Habilidade 3 (Localização de valores explícitos no gráfico de barras com escala não unitária) realizamos a média dos acertos na questão 2 (“Quantos feriados têm o Brasil por ano?”) da Atividade 3 e na questão 2 (“Qual o percentual de agrotóxico do mamão?”) da Atividade 4.

O percentual de acertos na Habilidade 4 (Localização de valores explícitos do gráfico de linha com escala não unitária) foi encontrado a partir dos resultados na questão 1 (“Quantas medalhas o Brasil ganhou em Sydney?”) da Atividade 5.

A Habilidade 5 (Construção de gráfico de barras com escala não unitária e proporcional), assim como na Habilidade 2, realizamos a análise dos gráficos construídos Atividade 7, consideramos que o aluno tinha construído corretamente quando ele apresentava uma escala com intervalos aproximadamente proporcionais e considerando a lógica de uma reta numérica.

A partir da Habilidade 6 (Localização de valores implícitos em escala não unitária em gráfico barras e linha) focamos nos valores que estavam implícitos na escala. Para esta Habilidade consideramos a média de acertos das questões: “Quantos feriados tem o Japão por ano?” da Atividade 3; “Qual o percentual de agrotóxico da cebola?” da Atividade 4 e “Quantas medalhas o Brasil ganhou em Londres?” da Atividade 5.

Na Habilidade 7 (Localização de valores implícitos em escala unitária e não unitária em gráfico barras e linha) fizemos a média dos acertos nas questões: “Quanto tempo ele vive?” da atividade 2; “Quantos feriados tem o Japão por ano?” da Atividade 3; “Qual o percentual de agrotóxico da cebola?” da Atividade 4 e “Quantas medalhas o Brasil ganhou em Londres?” da Atividade 5.

A Habilidade 8 (Localização de valores implícitos em escala unitária em gráfico barras) avaliou o percentual de acertos na questão “Quanto tempo ele vive?” da atividade 2.

E a Habilidade 9 (Localização de valores implícitos em escala não unitária em gráfico de linha) considerou o desempenho dos alunos na questão “Quantas medalhas o Brasil ganhou em Londres?” da Atividade 5.

As duas últimas habilidades: a 10 (Coloca título e nome dos eixos) e a 11 (Nomeia as barras) foram criadas por considerarmos importante que os alunos consigam representar nos gráficos alguns elementos básicos para sua compreensão como título, nomeação dos eixos e das barras. Por isso, fizemos a média do

percentual de representações dos alunos desses elementos nas atividades 6 e 7 de construção.

Tabela 8 - Percentual de acertos por habilidade por ano de escolaridade

Habilidades/ Ano	1ºAno	2ºAno	3ºAno	4ºAno	5ºAno	Mod. I e II	Mod. III
1. Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas	84,8	91,6	83,5	95,3	94,5	89,1	92,8
2. Construção de gráfico de barras com escala unitária e proporcional	17,9	13,3	42,9	60,5	71,9	10,7	28,6
3. Localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária.	60,7	78,3	77,1	84,2	84,3	89,2	92,9
4. Localização de valores explícitos do gráfico de linha com escala não unitária	28,6	23,3	40,0	69,8	81,3	75,0	78,6
5. Construção de gráfico de barras com escala não unitária e proporcional	7,1	0	25,7	39,5	46,9	3,6	14,3
6. Localização de valores implícitos em escala não unitária em gráfico barras e linha	3,5	13,3	16,2	34,8	55,2	14,2	26,1
7. Localização de valores implícitos em escala unitária e não unitária em gráfico barras e linha	3,5	9,9	12,1	31,4	53,9	10,7	24,9
8. Localização de valores implícitos em escala unitária em gráfico barras	30,5	0	0	21	50,0	0	21,4
9. Localização de valores implícitos em escala não unitária em gráfico de linha	0	3,3	2,9	9,3	28,1	0	14,2
10. Coloca título e nome dos eixos	0	0,8	1,5	2,9	10,2	0	7,2
11. Nomeia as barras	3,5	15,0	45,7	73,3	82,8	25,0	46,4

Destacamos na Tabela 8, alguns eventos. Para evidenciar as células que os alunos acertaram entre 50% e 79%, utilizamos a cor mais clara, mostrando as habilidades que a maioria dos alunos investigados por ano de escolaridade já compreende e com a cor escura os percentuais superiores a 80% de acertos.

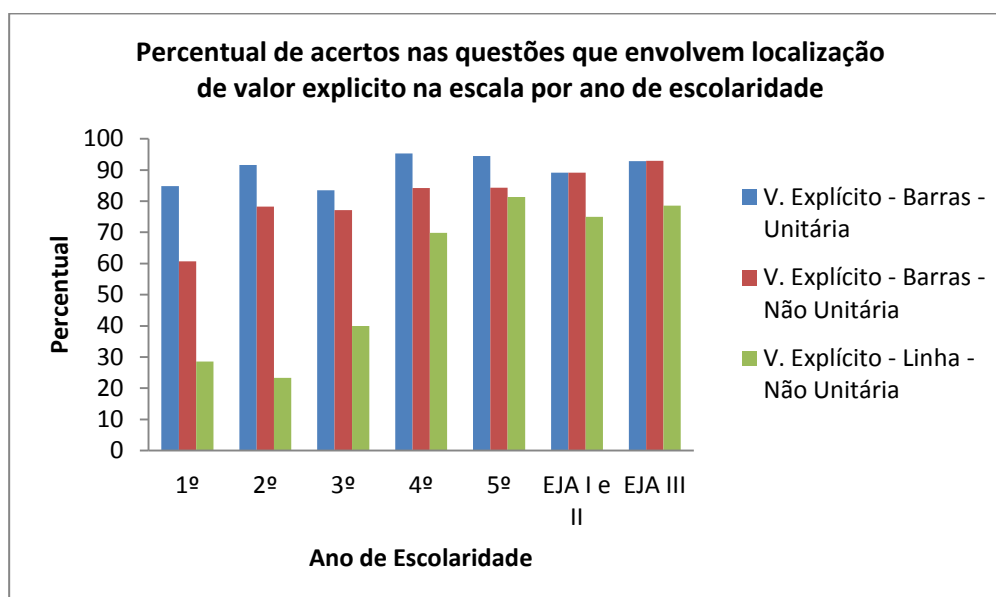
Analisando as habilidades que envolvem a localização de valores explícitos na escala dos gráficos podemos observar no Gráfico 1, que tanto na habilidade 1 (Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas) como na Habilidade 3 (Localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária) os alunos apresentaram um ótimo desempenho, já que tiveram percentuais acima de 60% de acertos tanto no ensino regular como na EJA para todos os níveis.

Assim, a localização de valores explícitos em pictograma ou em gráfico de barras com escala unitária ou não é uma habilidade que os alunos desde o 1º ano

de escolaridade são capazes de compreender conforme já haviam evidenciado Guimarães, Gitirana e Roazzi (2001) e Cavalcanti e Guimarães (2010).

Entretanto, na Habilidade 4 (Localização de valores explícitos do gráfico de linha com escala não unitária) os alunos do 1º ao 3º ano tiveram acertos inferiores a 40%. A mudança no tipo de gráfico, de barras para linha, influenciou o desempenho dos alunos. Talvez isso tenha ocorrido devido à ênfase que Guimarães, Gitirana, Cavalcanti e Marques (2007) afirmam que os livros didáticos dão ao trabalho com gráfico de barras em suas diversas variações como: barras, barras múltiplas e colunas, enquanto os gráficos de linha são bem pouco propostos.

Gráfico 1 - Percentual de acertos nas questões que envolviam a habilidade de localização de valores explícitos por ano de escolaridade

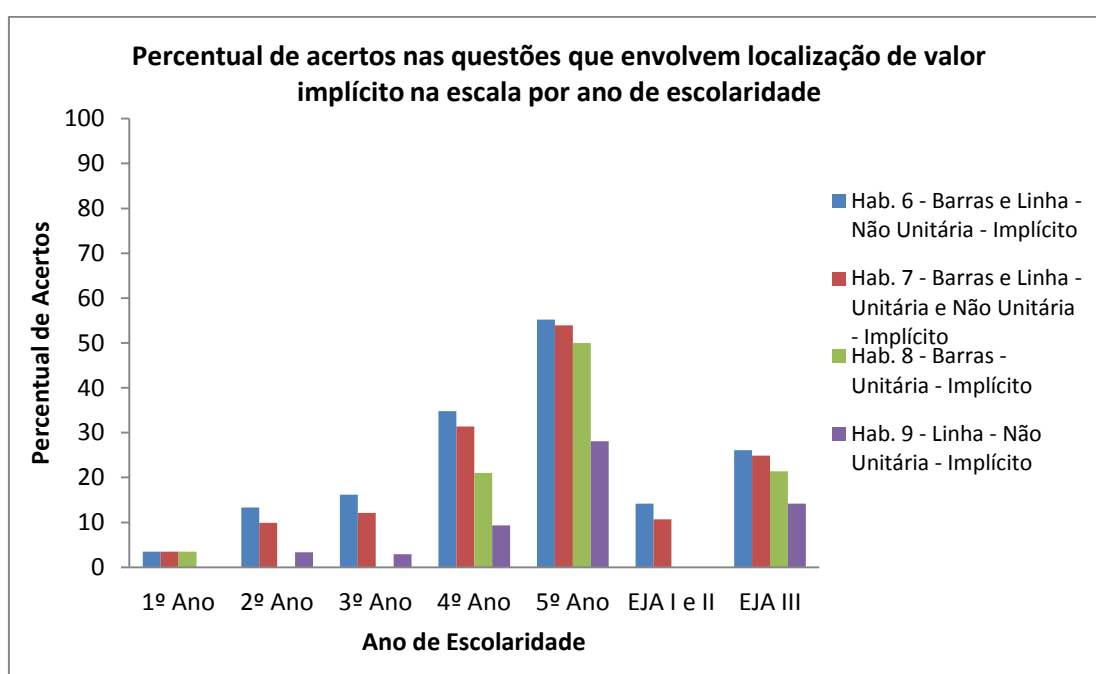


Esses resultados nos mostram que as crianças desde o 1º ano são capazes de localizar os valores explícitos em gráficos de barras com escalas unitárias ou não. Vários estudos como os de Guimarães, Gitirana e Roazzi (2001), Lima e Magina (2004), Lemos e Gitirana (2007) e Cavalcanti e Guimarães (2010), afirmam que alunos e professores não apresentam dificuldades quanto à leitura dos valores na escala quando esses correspondiam à valores explicitados na mesma.

É importante ressaltar que em relação à localização dos valores explícitos em gráficos de linhas os adultos não tiveram dificuldades como as crianças, visto que as turmas dos módulos I-II apresentaram acertos superiores a 70%.

O Gráfico 2 apresenta o percentual de acertos dos alunos nas Habilidades 6 (Localização de valores implícitos em escala não unitária em gráfico barras e linha), 7 (Localização de valores implícitos em escala unitária e não unitária em gráfico barras e linha), 8 (Localização de valores implícitos em escala unitária em gráfico barras) e 9 (Localização de valores implícitos em escala não unitária em gráfico de linha) em relação aos anos de escolarização.

Gráfico 2 - Percentual de acertos nas questões que envolviam a habilidade de localização de valores implícitos por ano de escolaridade



É possível observar que crianças, desde o 1º ano, foram capazes de compreender valores implícitos. Entretanto, apenas no 5º ano a maioria dos alunos consegue acertar. Também nas turmas da EJA percebemos que desde os módulos I e II conseguem localizar esses valores que não estão explicitados na escala, contudo, os dados nos mostram que os alunos do 5º ano tiveram um desempenho melhor que os do módulo III. Há uma crescente entre os anos do ensino regular, assim como há na EJA, cada um com as suas especificidades. Percebe-se que a escola é importante no desenvolvimento destas habilidades.

Vários estudos, já citados anteriormente, Guimarães, Gitirana e Roazzi (2001), Lima e Magina (2004), Lemos e Gitirana (2007), Cavalcanti e Guimarães (2010) e Evangelista e Guimarães (2012), nos levam a considerar que as

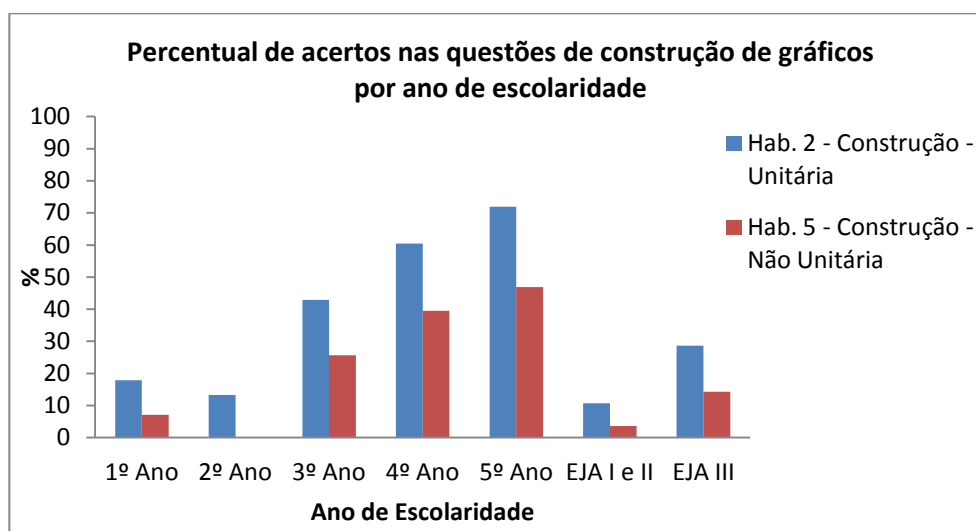
dificuldades que os alunos apresentam na localização de valores na escala das representações gráficas não estão relacionadas diretamente ao tipo de gráficos, mas o determinante é se o valor a ser localizado está implícito ou não na escala.

Em estudo anterior de Cavalcanti e Guimarães (2010) as crianças também apresentaram um desempenho melhor que os adultos com o mesmo nível de escolarização, evidenciando que a aprendizagem de escala não é algo que se adquire apenas com as vivências diárias, mas que é construída a partir das intervenções de ensino propostas pelas escolas.

Em relação à construção de gráficos, podemos perceber no Gráfico 3 que desde o 1º ano do Ensino Fundamental existem alunos que conseguem construir gráficos com escala unitária, atendendo a proporcionalidade. Entretanto, essa é uma habilidade difícil para a maioria dos alunos do ciclo de alfabetização. Ao contrário, a maioria dos alunos do 4º e 5º anos consegue apresentar um bom desempenho. Entretanto, é importante salientar que a construção de gráficos com escala unitária (Habilidade 2) é mais fácil do que com escala não unitária (Habilidade 5). Esta habilidade (construção de gráficos com escala unitária) é trabalhada em livros didáticos e, conseqüentemente, os professores devem trabalhar na sala de aula, por isso a maior facilidade em escalas unitárias do que nas não unitárias e por isso os estudantes do 4º e 5º anos, já mais escolarizados e que já passaram mais tempo trabalhando esta habilidade, consigam mais facilmente.

Apesar de um percentual de adultos ter conseguido construir adequadamente os gráficos, o desempenho deles é inferior ao de crianças a partir do 3º ano. Ao analisarmos os dados dos adultos, percebemos que os percentuais ficam abaixo de 30% de acertos. Essa dificuldade dos alunos adultos também foi observada por Lima e Selva (2010), na qual nenhum aluno dos anos iniciais da EJA conseguiu construir gráficos com escala proporcionalmente correta e apenas 12,1% dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio acertaram.

Gráfico 3 - Percentual de acerto nas questões de construção de gráfico por ano de escolaridade



Por outro lado, interpretar que o intervalo de uma escala unitária será um número menor do que um, portanto decimal, é bem mais complexo, como pode ser observado na Habilidade 8.

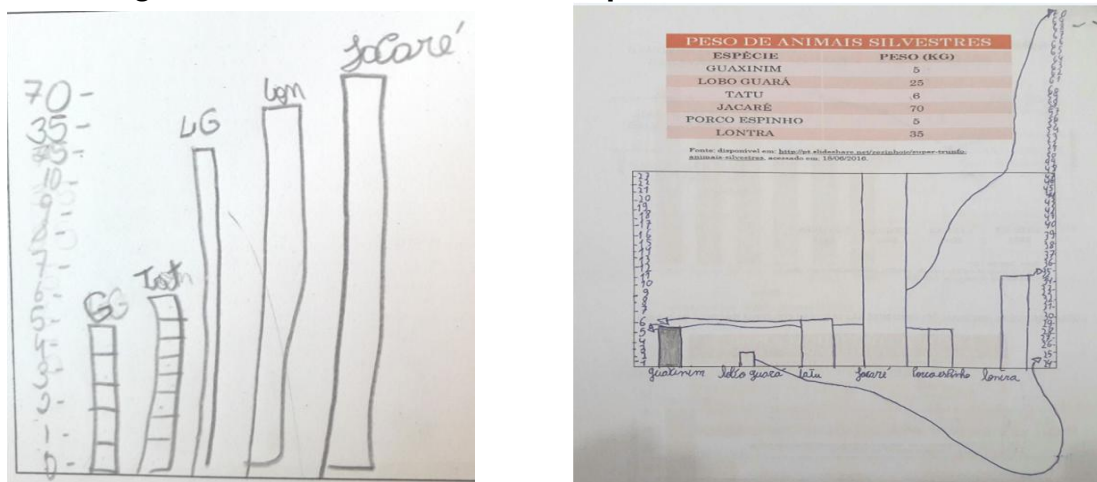
As atividades construção de gráfico de barras foram bem mais difíceis que as de interpretação. Para a construção o aluno precisa, segundo Vanin (2009), escolher uma escala conveniente para que o gráfico caiba no espaço a ser representado; identificar os valores máximos e mínimos das grandezas que serão representadas para definir se a escala será unitária ou não e por fim fazer a divisão da escala de modo que os espaços entre os intervalos das escalas sejam proporcionais.

Na construção dos gráficos, crianças e adultos apresentaram dificuldades em adequar os intervalos da escala em função dos valores a serem representados, não consideraram a linha de base, nem o zero como ponto de origem. Foi observado também que não colocavam elementos básicos como título e nome das categorias.

Na Figura 48 apresentamos exemplos de construção de alunos do ensino regular apresentando escalas desproporcionais. Na figura da esquerda, o aluno inicia a escala com intervalo de um em um e depois muda para registrar os valores apresentados no enunciado para garantir que todos caibam no espaço, criando intervalos diferentes numa mesma escala. Já na figura da esquerda, o aluno utiliza sempre escala unitária, não se importando se a mesma vai rodeando todo o papel. Parece que o importante é registrar todos os números e ligar uma barra a esse

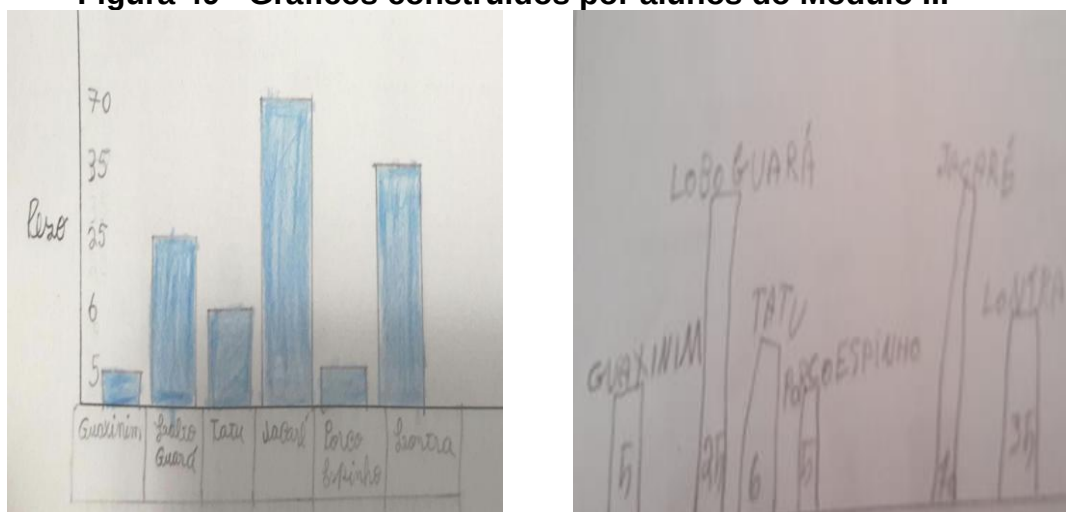
número. De acordo com Vanin (2009) esses alunos demonstraram não saber escolher uma escala conveniente, uma vez que parte do gráfico fica fora do papel.

Figura 48 - Gráficos construídos por alunos do 5º ano



Na Figura 49) apresentamos exemplos de construções de alunos da EJA do Módulo III que também constroem gráficos com a escala contendo apenas os valores apresentados, mas sem nenhuma proporcionalidade e gráficos sem eixos, linha de base e escala com barras desproporcionais e sem rótulos dos eixos construídos. Dessa forma, verificamos que adultos e crianças dos anos iniciais apresentam dificuldades e facilidades semelhantes.

Figura 49 - Gráficos construídos por alunos do Módulo III



Porém, é fundamental ressaltar que algumas crianças desde o início da escolarização são capazes de construir escalas corretas, como apresentado na

Figura 50 e na Figura 51. Evangelista e Guimarães (2015) ainda evidenciam que se os alunos forem levados a refletir sobre a proporcionalidade da escala de forma sistematizada os mesmos conseguem aprender.

Figura 50 - Gráfico construído por aluno do 2º ano

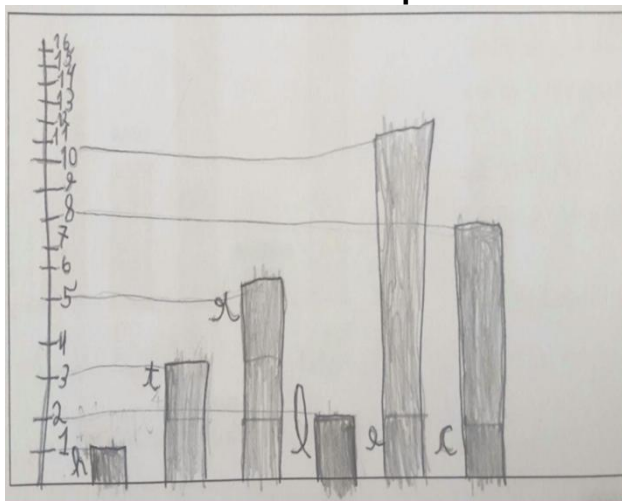
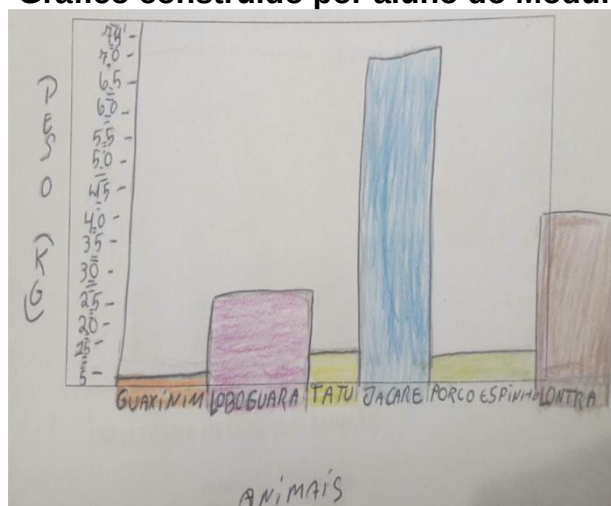


Figura 51 - Gráfico construído por aluno do Módulo III da EJA



As atividades de construção de gráficos foram mais difíceis que as de interpretação. Esse tipo de dificuldade vem sendo levantado na literatura e, como afirma Vanin (2009), para construir o aluno precisa: escolher uma escala conveniente para que o gráfico caiba no espaço a ser representado, identificar os valores máximos e mínimos das grandezas que serão representadas para definir se a escala será unitária ou não e, por fim, fazer a divisão da escala de modo que os espaços entre os intervalos das escalas sejam proporcionais.

Além dessa maior complexidade da construção em relação à interpretação, esses resultados são compatíveis com pesquisas (BIVAR; SELVA, 2011; EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2013; DÍAZ, BATANERO, ARTEAGA; SERRANO, 2015) que vêm evidenciando que a escola e livros didáticos estão priorizando atividade de interpretação ou preenchimento de gráficos no qual a escala já está estabelecida.

Acrescido a esses argumentos, chamamos atenção para o desequilíbrio no grau de dificuldade apresentado nos livros didáticos em relação à compreensão de escalas apresentadas em atividades em reta numérica, medidas de comprimento e em gráficos. Em um mesmo livro didático é possível verificar que as escalas dos gráficos são sempre unitárias e explícitas, mas em outra atividade no eixo de números o aluno deve marcar $7/4$ em uma reta numérica, por exemplo.

Entretanto, consideramos fundamental que a escola busque levar os alunos a refletir sobre essa habilidade uma vez que a mesma permite considerar as subunidades nas escalas. Evangelista e Guimarães (2014) evidenciam que se levados a refletir sobre a proporcionalidade da escala, alunos do 5º ano demonstraram capacidade e facilidade para aprender.

Assim, para todas as habilidades existe uma progressão no desempenho em função da escolaridade, tanto para os anos iniciais como para as turmas de EJA, evidenciando a importância da escolaridade. Porém, fica explícito também que a vivência cotidiana não é suficiente para a compreensão de escala em gráficos diante da dificuldade apresentada pelos adultos, visto que tanto as crianças quanto os adultos apresentaram resultados bem próximos.

A partir desses resultados e de estudos anteriores (Guimarães, Gitirana e Roazzi, 2001; Lima e Magina, 2004; Cavalcanti e Guimarães, 2010; Tierney e Nemirovsky, 1991; Ainley, 2000; Patrocínio e Guimarães, 2007; Selva, 2003 e Evangelista e Guimarães, 2014 e Lima e Selva, 2010) elaboramos um quadro no qual propomos a seguinte progressão (Quadro 4) para o ensino de escala representada em gráficos.

Quadro 4 - Progressão para o Ensino de Escala - Conhecimento do Horizonte de Escala

Habilidades por ano	1º Ano	2º Ano	3º Ano	4º Ano	5º Ano	Mod. I e II EJA	Mod. III EJA
Reconhecimento de elementos estruturais (título, eixos e fonte)							
Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas							
Construção de pictogramas e gráficos de barras com escala unitária.							
Localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária;							
Construção: Pictogramas e gráficos de barras com escala não unitária.							
Localização de valores implícitos em escala unitária ou não em gráfico barras ou linha;							
Identificação de erros de proporcionalidade em gráficos;							
Identificação do impacto causado na informação se mudarmos o intervalo da escala do gráfico.							
Adequação do tipo de gráfico em função dos dados a serem representados.							

É importante ressaltar a importância dessa proposta de progressão para o ensino de escala, visto que o professor precisa ter compreensão de como o trabalho com um determinado conteúdo deve ir se complexificando com o decorrer da escolaridade. Os currículos oficiais ainda não dão esse subsídio ao professor, pois não se referem ao trabalho com escala relacionado à Estatística nos anos iniciais.

Desta forma, nosso principal resultado nesta investigação não é avaliar apenas o que sabem os alunos dos anos iniciais (adultos e crianças), mas vamos além e acreditamos ter cumprido nosso objetivo que foi investigar o conhecimento de alunos para propor uma progressão para a compreensão de escala em gráficos (Conhecimento do Horizonte de Escala) para alunos (crianças e adultos) dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nessa proposta nos preocupamos em considerar os resultados encontrados em nossa investigação do que os alunos conseguem realizar por ano/módulo de

escolaridade e também pensamos nos conteúdos que são trabalhados em outros eixos da Matemática, pois como vem sendo levantado, a noção de escala vai além da Estatística e relaciona-se ao trabalho com reta numérica, medidas de comprimento e até mesmo mapas como apontam Evangelista e Guimarães (2015).

Além disso, é importante salientar que essa proposta não deve ser encarada com rigidez, que é possível ser repensada de acordo com as peculiaridades dos alunos.

7 RESULTADOS

7.1 Estudo 3

No Estudo 3 da pesquisa tivemos como objetivo desenvolver e analisar um processo de formação continuada de professores dos anos iniciais (crianças e adultos) para a aprendizagem de escalas apresentadas em gráficos, considerando os diferentes tipos de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala apresentada em gráficos estatísticos.

Iniciamos investigando os conhecimentos de professores dos anos iniciais que lecionam para crianças e adultos sobre escala apresentada em gráficos: 3 (três) professoras trabalhavam com adultos e 3 (três) com crianças. Apresentamos os resultados e análises dos dois grupos distintos de professoras investigando as peculiaridades de cada um.

7.2 Perfil dos Professores de Adultos (EJA)

Participaram deste grupo três professoras dos anos iniciais de escolarização da modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA). Iniciamos o estudo realizando uma entrevista semiestruturada que tinha como objetivo identificar o **Conhecimento Comum de Escala** e o **Conhecimento Especializado de Escala** que elas possuíam.

A entrevista foi dividida em três momentos. Inicialmente buscamos traçar o perfil das mesmas (formação, tempo de ensino, ano que leciona, participação em processos de formação continuada, etc.) para verificar se já tinham tido contato com o ensino de Estatística.

Em seguida, elas foram solicitadas a construir um gráfico de barras para que identificássemos o **Conhecimento Comum de Escala**, em específico de construção. Para essa análise consideramos: adequação da escala a folha de papel; identificação dos valores máximos e mínimos das grandezas a serem representadas; intervalos proporcionais; identificação da origem das retas; adequação do tipo de gráfico em função dos dados (pictograma, barras, linha...).

Por fim, foi solicitado que as professoras avaliassem o protocolo de um aluno envolvendo interpretação e construção de gráficos, com o intuito também de investigarmos o **Conhecimento Comum de Escala**. Para tal, consideramos para a *interpretação e construção* se compreendia a relação entre os eixos de coordenada de um gráfico, a existência de valores intermediários ou subunidades em uma escala e se os intervalos entre os valores eram proporcionais. Já para o **Conhecimento Especializado de Escala** consideramos se compreendia que o intervalo da escala pode ampliar ou reduzir as diferenças entre os dados representados, a existência de dificuldade diferente para os alunos localizarem um valor em uma escala com valores explícitos e implícitos, os diferentes conjuntos numéricos (números naturais, racionais, inteiros...), que a grandeza dos números pode influenciar no intervalo da escala e, finalmente, que é a partir da identificação dos valores máximos e mínimos das grandezas que serão representadas é que se determina o intervalo mais adequado ao espaço que será registrado. Além disso, que uma escala apresentada em eixo de coordenadas precisa considerar a noção de reta e semirreta (ponto de origem), a necessidade de relacionar a escala a outras áreas de conhecimento e aos outros eixos matemáticos, a exploração das definições adequadas as quais fazem uso dos termos estatísticos adequados a uma escala (unidade, subunidade, intervalo, valor explícito, valor implícito, origem, ...), e por fim, saber explicar regras e procedimentos para a construção e a interpretação de uma escala.

A primeira análise refere-se à apresentação do perfil das professoras participantes. O Quadro 5 nos mostra que as apresentam bastante experiência com o ensino, variando de 18 a 36 anos nesta profissão.

Quadro 5 - Perfil das professoras de adultos (EJA)

Professora	Turma	Idade	Tempo de Ensino	Graduação	Pós-Graduação
PMI	Módulo I	48	18	Psicologia	Especialização
PMII	Módulo II	54	36	Pedagogia	Não
PMIII	Módulo III	60	25	Letras	Especialização

Apenas a professora PMII tem curso de Graduação em Pedagogia, as demais são em Psicologia e Letras e duas delas tem curso de Pós-Graduação. Ao serem questionadas se já haviam participado de formações continuadas de Matemática todas disseram que participam da formação fornecida pela Prefeitura de Recife, mas somente a professora PMI fez menção ao trabalho com gráficos. Ela falou que “a

*única que lembra que foi legal foi sobre gráficos na qual a pessoa chegou lá e deu orientações de como fazer pesquisas”. Além disso, descreveu uma pesquisa que havia realizado com os alunos sobre o câncer de próstata, utilizando o “formulário Google” e gerando gráficos. A professora destacou que essa atividade foi muito interessante porque “*entrou na realidade deles, falou sobre as suas necessidades, sobre o atendimento médico prestado na comunidade e é isso que eu acho que tá faltando na EJA coisas que eles realmente consigam fazer e que façam sentido*”.*

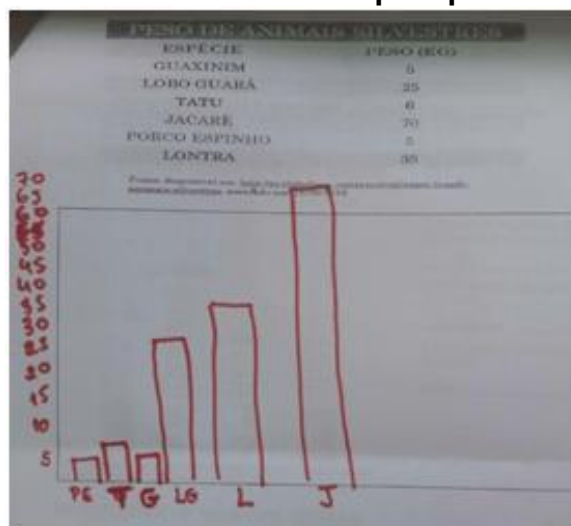
Durante a entrevista a professora PMI ressaltou que percebe uma grande carência de materiais específicos para o trabalho com a Educação de Jovens e Adultos e que considera que o trabalho com a EJA precisa ser diferenciado do das crianças porque precisam ter situações mais próximas da realidade deles, adultos. Entretanto, disse que fica numa situação difícil porque afirma que as formações não dão suporte para a preparação de sequências didáticas e de materiais adequados para essa modalidade de ensino. Como ela participa de formações continuadas tanto para crianças como para EJA, oferecidas pela Prefeitura da Cidade do Recife, consegue ter essas duas experiências e afirma que as das crianças são mais focadas no trabalho direto com o conteúdo e que as de EJA têm priorizado discussões, teorias, ideias, levantamento de reflexões e não a verdadeira necessidade que os professores têm de discutir sobre a adequação do conteúdo para essa modalidade.

A professora PMIII destacou que tem dificuldade de trabalhar, entre outros conceitos, com gráficos e tabelas. Ela acha que ensinar adulto é diferente de criança porque *“o adulto tem um problema de esquecimento e tem dificuldade também com o trabalho com material concreto, pois as crianças aceitam com mais facilidades esses materiais e os adultos ficam muito preocupados em tá escrevendo coisas do quadro”*.

No segundo momento da entrevista as professoras foram solicitadas a construir um gráfico de barras a partir dos dados de uma tabela.

A professora PMI utilizou as linhas do retângulo disponível para construir o gráfico para serem os eixos. Começou a construir uma escala (Figura 52) com intervalo de 5 em 5 e no momento que o valor passou da linha que estava disponível disse: passou. Em seguida, identificou a ordem crescente dos valores e foi construindo uma barra para cada animal. Os valores registrados nas barras estão aproximadamente corretos.

Figura 52 - Gráfico construído pela professora PMI

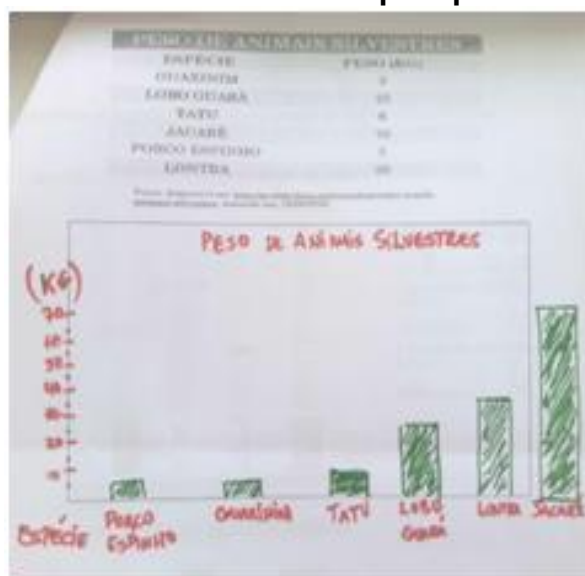


Ao ser solicitada que explicasse sobre como havia feito a construção desse gráfico, disse: “eu utilizei essa escala porque eu achei que era mais fácil de eles identificarem essa crescente aqui... de 5 em 5 era mais fácil deles visualizarem... e ai eu fui observando o correspondente da espécie e do peso e eu fui fazendo o gráfico”.

A partir do gráfico construído pela professora e do seu relato podemos constatar que ela tem noção do **Conhecimento Comum de Escala** visto que percebeu a necessidade de criar um intervalo para a escala considerando os valores máximos e mínimos das grandezas que deveriam ser representadas. Entretanto, o seu gráfico não apresentou uma escala com intervalos proporcionais, nem identificou a origem.

A professora do Módulo II, PMII, iniciou colocando o título e em seguida analisou os valores a serem representados e percebeu que o máximo seria 70. Construiu uma escala de 10 em 10, aproveitando as linhas do retângulo a ser representado o gráfico para serem os eixos (Figura 53). Em seguida colocou o nome dos animais no eixo horizontal e foi desenhando as barras correspondentes ao peso de cada um. Para construir as barras ela utilizou a régua.

Figura 53 - Gráfico construído pela professora PMII



Ao ser questionada sobre a estratégia utilizada para construir o gráfico, falou que:

“Eu analisei primeiro a quantidade de peso considerando de 10 em 10 quilos, mesmo que alguns animais tivessem trinta e cinco, pois ficaria mais fácil... porque eu sei que entre dez e vinte, tem quinze; entre vinte e trinta teria vinte e cinco, então seria um espaço de cinco. Depois eu preferi fazer da ordem do menos pesado para o mais pesado porque eu gosto dessa aparência do gráfico embora a gente podia ter usado outro critério...Eu acho que fica mais claro, principalmente quando a gente está explicando para criança”.

No caso desta professora percebemos que ela teve uma preocupação de construir uma escala com intervalos proporcionais e isso foi possível principalmente porque ela fez uso da régua. Entretanto, ainda não demarcou na escala o ponto de origem assim como a professora PMI.

A professora PMIII do Módulo III, quando foi solicitada a construir um gráfico de barras com as informações da tabela sobre o peso de alguns animais silvestres perguntou: *você quer que eu desenhe?*

Pesquisadora – É, fazer um gráfico de barras.

PMIII – [Ficou parada e perguntou]: um gráfico de quê?

Pesquisadora - Um gráfico de barras.

PMIII – [Passou o dedo no papel fazendo o formato do eixo]

Pesquisadora - Sim é isso.

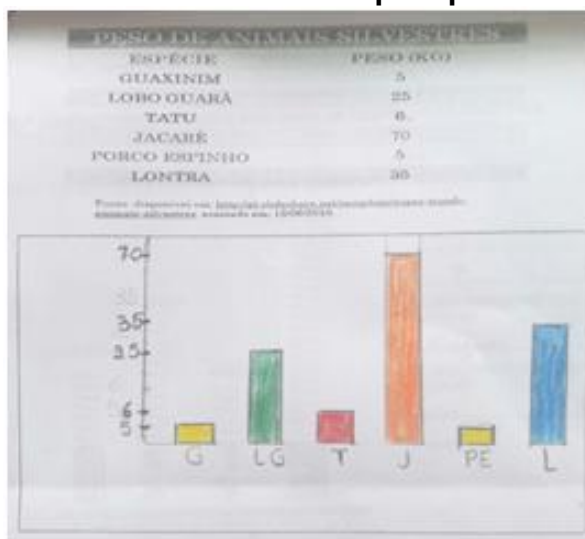
PMIII - Então isso se chama um gráfico de barras.

Pesquisadora - Sim.

Então a professora pegou uma régua e começou a traçar os eixos do gráfico dentro do retângulo. Em seguida ela contou quantos animais precisavam ser representados no gráfico e começou a marcar no eixo horizontal (Figura 54). Depois ela começou a avaliar os valores a serem representados e identificou que o menor era 5 e que o maior era 70. E ela perguntou: precisa ser uma contagem começando de 5 e tendo a numeração sequenciada?

E a pesquisadora disse que hoje não podia ajudar, então a professora disse que ia pensar. Daí ela começou a marcar os valores no eixo da escala proporcionalmente. Então ela apagou e fez novamente para ficar um pouco mais proporcional porque viu que o 70 ia ficar muito próximo do 35.

Figura 54 - Gráfico construído pela professora PMIII



Ao ser questionada sobre que estratégia utilizou para construir o gráfico a professora falou que *“pensou que teria que primeiro agrupar assim o comum né... em uma linha que seria os animais... e depois seria... o que é isso? É a quantidade? É o peso. É que vem assim, não sei se é de a gente olhar, ver que geralmente coloca a numeração”*.

Então a pesquisadora perguntou: por que você achou difícil colocar essa “numeração”? Porque eu acho que isso aqui devia ser *“bem medidinho”* com uma régua *“algo que tivesse lógica”*. Então ela ficou confusa sem saber como explicar como deveria ser a escala, mas estava tentando dizer que achava que deveria ter todos os valores no eixo da escala e de forma proporcional, não apenas com os valores que deveriam ser representados.

Daí ela deu a sugestão de utilizar números menores para que os alunos pudessem usar instrumentos como a régua para poder fazer o registro dessas quantidades.

No caso da professora PMIII podemos perceber que ela iniciou o processo de construção com dúvidas sobre o que seria um gráfico de barras, mas foi se apoiando nos gráficos que conhecia para construí-lo. Após construí-lo percebemos que ela compreende a necessidade de considerar os valores a serem representados e a necessidade de serem proporcionais, mas novamente não demarcou a origem da escala.

A partir dos gráficos construídos e do relato feito pelas três professoras podemos constatar que em relação ao **Conhecimento Comum de Escala** que elas percebem a necessidade de criar um intervalo para a escala considerando os valores máximos e mínimos das grandezas a serem representadas.

PMI - “Eu utilizei essa escala porque eu achei que era mais fácil de eles identificarem essa crescente aqui... de cinco em cinco era mais fácil deles visualizarem...”

PMII - “Eu analisei primeiro a quantidade de peso considerando de dez em dez quilos, mesmo que alguns animais tivessem trinta e cinco, pois ficaria mais fácil... porque eu sei que entre dez e vinte, tem quinze; entre vinte e trinta teria vinte e cinco, então seria um espaço de cinco.”

PMIII - Porque eu acho que isso aqui devia ser “bem medidinho” com uma régua “algo que tivesse lógica”.

A partir da fala das professoras podemos perceber que elas tiveram uma preocupação com a criação de intervalos da escala visto que o conjunto numérico disponibilizado para as professoras representarem o gráfico não caberia no espaço se elas utilizassem uma escala unitária. Além disso, PMII e PMIII tiveram uma preocupação de construir uma escala com intervalos proporcionais e utilizaram régua, enquanto que a PMI construiu o gráfico à mão livre.

O terceiro momento da entrevista foi à análise do protocolo de um aluno com cinco questões de interpretação e duas de construção de gráficos. Nosso objetivo nessa atividade foi investigar a capacidade de identificarem se as respostas do aluno estavam corretas (Conhecimento Comum de Escala) e a capacidade de explicar o porquê ou os padrões de erro dos alunos (Conhecimento Especializado de Escala).

A primeira atividade envolvia a interpretação de um gráfico pictórico sobre a quantidade de colheres de açúcar de determinadas bebidas. Era solicitado que o aluno identificasse o valor de uma categoria e os pontos extremos. Todas as professoras consideraram que o aluno tinha acertado todas as respostas (Quadro 6).

Quadro 6 - Correção da questão 1 realizada pelas professoras PMI, PMII e PMIII

PMI	PMII	PMIII

A segunda atividade de interpretação apresentava um gráfico de barras com escala unitária sobre expectativa de vida dos animais. As professoras corrigiram, como pode ser observado no Quadro 7, abaixo:

Quadro 7 - Correção da questão 2 realizada pelas professoras PMI, PMII e PMIII

PMI	PMII	PMIII

As três professoras falaram que a resposta do aluno na primeira questão (ponto mínimo) estava errada, corrigindo corretamente. Ao serem questionadas o porquê dessa resposta elas falaram:

MPI - Talvez ela tenha pensado na fragilidade desse animal.

PMII - Talvez possa ser porque ele olhou aqui pelo meio do gráfico e não percebeu a diferença entre a aranha e a abelha e colocou aranha ou então por algum conhecimento prévio que ele tinha que achava que a aranha vivia mais que abelha, não sei.

PMIII - Alguma coisa ele pensou, ou será que ele achou esse animal mais frágil ou ele se confundiu?

Consideramos que elas apresentaram boas justificativas para o erro cometido pelo aluno, visto que para esta situação não existe uma explicação estatística para a estratégia de resposta do aluno. Quanto à segunda questão deste gráfico elas também falaram que estava errada a resposta do aluno. Em relação às hipóteses para o erro dos alunos apresentaram as seguintes justificativas:

MPI - Errou porque ele considerou na primeira questão que foi a aranha.

MPII - Porque seria menos que um ano. Então pegou a régua e foi medir e falou: eu diria seis meses já que está na metade de um ano.

Pesquisadora – Então porque ele colocou um?

MPII - Sério, eu acho que é porque eles não enxergam bem a noite ou talvez porque ele acha que zero é uma quantidade que não existe ou não tenha feito o raciocínio de que entre zero e um teria o espaço de menos de um ano que seriam os meses um, dois, três, quatro...

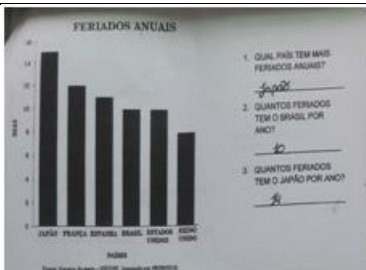
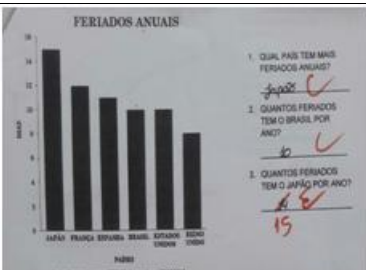
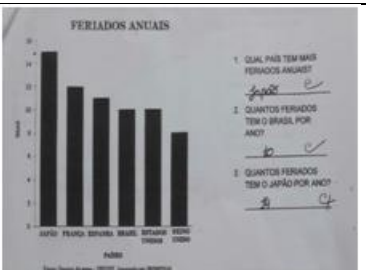
MPIII – [Pegou a régua para medir na escala] Peraí então essa abelha já morreu! Ah não isso aqui são meses! Isso é que vale como meses, não é?

Pesquisadora – Sim. [Então ela disse que a resposta estava errada e não justificou o porquê].

Observa-se que as professoras buscam justificativas plausíveis, como a coerência do aluno entre a 1ª e 2ª questão, a dificuldade de compreender unidade menor do que 1 e valores implícitos em uma escala.

A terceira atividade de interpretação apresentava um gráfico de barras com escala de 2 em 2 e trazia informações sobre a quantidade de feriados anuais de alguns países do mundo. O Quadro 8, a seguir mostra as avaliações das professoras para essa atividade.

Quadro 8 - Correção da questão 3 realizada pelas professoras PMI, PMII e PMIII

PMI	PMII	PMIII
		

Todas as professoras consideraram que as respostas dadas a primeira e a segunda questões estavam corretas. Já na terceira questão elas disseram que a resposta estava errada e justificaram:

MPI - Porque poderia ter feito uma comparação equivocada entre a quantidade feriados do Brasil e do Japão.

MPII - Porque ele não sabe que entre um e outro tem um número subentendido.

MPIII - Exatamente pela falta de numeração aqui [Apontando para o intervalo entre o quatorze e dezesseis na escala do gráfico]. Talvez ele fez por aproximação, pelo número que estava mais perto.

Essas respostas indicam que MPII e MPIII compreendem os valores implícitos quando se referem aos mesmos utilizando “entre” e “**subentendido**”.

Na quarta atividade de interpretação foi apresentado um gráfico de barras com escala de 10 em 10 sobre amostra de alimentos com resíduos de agrotóxicos. As avaliações das professoras podem ser observadas no Quadro 9, abaixo:

Quadro 9 - Correção da questão 4 realizada pelas professoras PMI, PMII e MPIII

PMI	PMII	PMIII
1. VOCÊ SABE O QUE É AGROTÓXICO? QUAL ALIMENTO TEM O MENOR PORCENTUAL DE AGROTÓXICO? <i>Cebola</i> 2. QUAL O PORCENTUAL DE AGROTÓXICO DO MAMÃO? <i>30</i> 3. QUAL O PORCENTUAL DE AGROTÓXICO DA CEBOLA? <i>0</i>	1. VOCÊ SABE O QUE É AGROTÓXICO? QUAL ALIMENTO TEM O MENOR PORCENTUAL DE AGROTÓXICO? <i>Cebola</i> 2. QUAL O PORCENTUAL DE AGROTÓXICO DO MAMÃO? <i>30</i> 3. QUAL O PORCENTUAL DE AGROTÓXICO DA CEBOLA? <i>0 100</i>	1. VOCÊ SABE O QUE É AGROTÓXICO? QUAL ALIMENTO TEM O MENOR PORCENTUAL DE AGROTÓXICO? <i>Cebola</i> 2. QUAL O PORCENTUAL DE AGROTÓXICO DO MAMÃO? <i>30</i> 3. QUAL O PORCENTUAL DE AGROTÓXICO DA CEBOLA? <i>0 100</i>

É possível constatar que elas consideraram que as duas primeiras questões estavam corretas. Entretanto, na terceira questão a resposta do aluno foi considerada errada ou meio certa. As professoras apresentaram as seguintes justificativas:

MPI - Talvez tenha nivelado a linha da cebola com eixo e tenha considerado que foi zero.

MPII - Porque novamente ele não entende o espaço entre uma marcação e outra do gráfico, o que tem entre uma marcação e outra. Talvez seja necessário a gente marcar com todos os traços até 100 para que os que estejam começando percebam, talvez, eu não sei.

MPIII - É a mesma questão, ele estava fazendo também por aproximação... por isso que eu acho que deveria estar assim: mais medida. [Insistindo na ideia de que teria que estar com todos os valores no eixo da escala].

Dessa forma, novamente MPI justifica pelo valor mais próximo e as outras sobre a incompreensão dos valores implícitos.

A quinta atividade de interpretação apresentou um gráfico de linha com escala de 2 em 2, referente ao número de medalhas do Brasil nas olimpíadas. As correções das professoras encontram-se no Quadro 10, abaixo:

Quadro 10 - Correção da questão 5 realizada pelas professoras PMI, PMII e PMIII

PMI	PMII	PMIII

As três professoras consideraram que a primeira questão estava correta. Quanto à segunda questão disseram que estava errada a resposta do aluno e deram as seguintes explicações:

MPI – [Não justificou]

PMII – Porque talvez o aluno associou as quantidades ao ano.

PMIII - As Olimpíadas foram em dois mil e dezesseis?

Pesquisadora – Sim.

PMIII - Aqui no gráfico [Apontando para o eixo vertical e horizontal], não tem nada de dois mil e dezesseis, só aqui embaixo [Apontando para a fonte do gráfico].

Em relação à terceira questão as três também falaram que o aluno tinha colocado uma resposta equivocada, mas não souberam explicar o porquê da resposta:

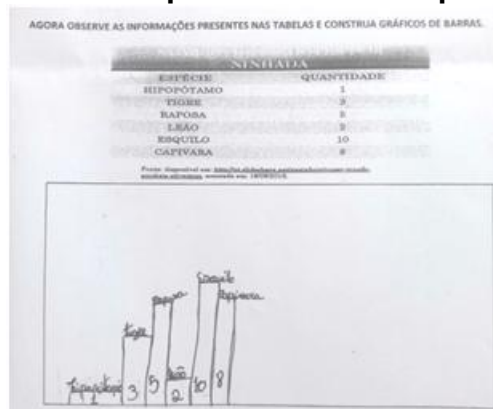
MPI – Porque se confundiu entre as informações. [Se referindo aos dados numéricos no eixo vertical da escala e os anos que aparecem embaixo das categorias do gráfico de linha].

PMII – [A professora utilizou a régua] Seria dezessete.

PMIII – Não tenho a menor ideia.

As duas últimas atividades avaliadas pelas professoras envolviam a construção de gráfico de barras. Na primeira atividade era apresentada uma tabela com o número de filhotes por ninhada de alguns animais silvestres. O conjunto numérico dessa atividade era pequeno e trazia valores que variavam de 1 a 10.

Figura 55 - Resposta de aluno a questão 6



As professoras avaliaram (Figura 55) da seguinte forma:

MPI - O aluno não fez o eixo vertical, mais está correto. Na hora de construir o gráfico o aluno não compreendeu que esse eixo significa uma crescente e que o outro vai trazer elementos que vão fazer referência às quantidades que estão no eixo vertical... está um pouco discrepante quando você compara as barras, pois a diferença de dois para três é muito diferente da de um para três.

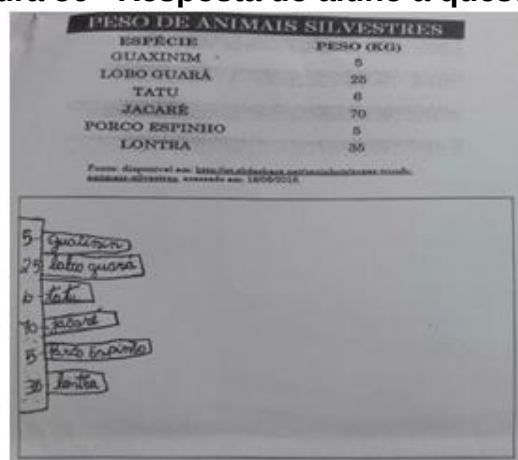
MPII - Não está construído não porque fica melhor quando a gente coloca nas... acredito que quando a gente fica fora do gráfico fica mais visível. [Se referindo ao aluno não ter colocado os eixos do gráfico e ter colocado os valores correspondentes à quantidade de filhotes de cada animal dentro das barras]. Para mim está errado. Ficaria melhor se ele pegasse uma régua traçasse a linha, identificasse os números e depois colocasse nessas outras os nomes dos animais, contanto que ele utilizasse as retas para fazer isso antes da construção do gráfico.

MPIII – O dois está acima do um, o dez está mais alto, o oito está abaixo do dez... eu acho que ele foi bem, pelo menos ele mostrou compreensão aqui, foi do jeito dele, mas está corretíssimo ao meu ver.

As professoras MPI e MP II levantaram a necessidade de construir o eixo dos gráficos e que os valores representados não estavam proporcionais. Já a professora MP III ressaltou que o aluno tentou demonstrar que as barras tinham valores maiores ou menores, mas que mesmo sem proporcionalidades estava correto.

A última atividade de construção trazia uma tabela com o peso de alguns animais e como o conjunto numérico variava de 5 a 70, gerava a necessidade de estabelecer um intervalo que não fosse unitário para a escala.

Figura 56 - Resposta do aluno a questão 7



MPI - Não utilizou a base para construir o gráfico e ainda não sabe organizar no espaço.

MPII – [Começou a comparar barra por barra]. O guaxinim e o porco espinho têm a mesma quantidade e ele colocou um pouquinho mais alto; [Continuou analisando os outros]... está todo errado esse gráfico, porque se eu for olhar as informações estão corretas, mas pela orientação que eu tenho que quando a gente faz um gráfico nós percebemos as quantidades pelo desenho, pelo que está registrado ali, aqui não deixa claro.

MPIII – [Conferiu o peso dos animais um por um para ver se o aluno tinha registrado as quantidades certas]. Acho que está desorganizado, para mim as informações estão corretas do peso que corresponde a cada animal, eu só acho que ele precisava organizar colocando peso numa ordem crescente... ah não, peraí, eu acho que ele fez isso daqui [Apontando para as barras, de acordo com o tamanho da palavra]. Não está certo, para mim é como se ele tivesse copiado a informação de cima [Referindo-se à tabela].

A partir da análise dos extratos de fala das professoras nós podemos perceber que a professora PMIII foi a única que percebeu que a estratégia do aluno (Figura 56) foi representar os dados da tabela no espaço e contornar o nome dos animais.

Podemos verificar que em relação ao **Conhecimento Comum de Escala**, que envolve, entre outras coisas, a capacidade de identificar se as respostas estão certas ou não, as professoras demonstraram domínio deste conhecimento, visto que conseguiram identificar todas as respostas erradas dadas pelo aluno. Isto vale tanto para a habilidade de construção como de interpretação.

Já o **Conhecimento Especializado de Escala**, que está diretamente relacionado ao fazer do professor, identificamos que mesmo sem ter domínio de alguns termos estatísticos adequados a uma escala, elas conseguem refletir sobre

as possíveis estratégias utilizadas pelos alunos e as dificuldades que estão por trás da compreensão do conceito de escala.

Quanto à habilidade de interpretação do Conhecimento Especializado de Escala, constatamos que as professoras PMII e PMIII conseguiram ir mais a fundo e relatar uma das principais dificuldades dos alunos quanto à habilidade interpretação que é a localização de valores implícitos na escala. A professora PMIII referia-se ao valor implícito a partir da expressão “*entre*”. Em específico a professora PMII fez menção a uma habilidade levantada neste estudo em relação ao Conhecimento Especializado de Escala que é a noção de que os diferentes conjuntos numéricos e a grandeza dos números podem influenciar no intervalo da escala. Isso esteve presente em sua fala “*entre zero e um teria o espaço de menos de um ano que seriam os meses um, dois, três, quatro...*”, relacionando as subunidades de um ano. Além disso, percebemos que ela sempre fazia menção à ideia de valor implícito ao afirmar “*Porque ele não sabe que entre um e outro tem um número subentendido*”.

Em relação à habilidade de construção do Conhecimento Especializado de Escala percebemos que as professoras PMI e PMII levantaram um aspecto importante que é a construção dos eixos do gráfico para garantir a proporcionalidade da escala. A professora PMII nesta fala: “*Para mim está errado. Ficaria melhor se ele pegasse uma régua traçasse a linha, identificasse os números e depois colocasse nessa outra os nomes dos animais, contanto que ele utilizasse as retas para fazer isso antes da construção do gráfico*”, consegue explorar outra habilidade do Conhecimento Especializado de Escala que é saber explicar regras e procedimentos para a construção.

7.3 Perfil das Professoras de crianças

Este grupo é formado por três professoras de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O estudo partiu da realização de uma entrevista semiestruturada que tinha como objetivo identificar o **Conhecimento Comum de Escala** e o **Conhecimento Especializado de Escala** das professoras.

Essa entrevista, assim como a realizada com o grupo de professores de adultos (EJA), foi dividida em três momentos. O primeiro buscava traçar o perfil das professoras (formação, tempo de ensino, anos que leciona, participação em

processos de formação continuada etc.) para verificar se já tinham tido contato com o ensino de Estatística.

No segundo momento solicitamos que as professoras construíssem um gráfico de barras para que identificássemos o **Conhecimento Comum de Escala**, em específico de construção. Para essa análise consideramos: adequação da escala a folha de papel; identificação dos valores máximos e mínimos das grandezas a serem representadas; intervalos proporcionais; identificação da origem das retas; adequação do tipo de gráfico em função dos dados (pictograma, barras, linha...).

Já no terceiro momento as professoras precisavam avaliar o protocolo de um aluno, envolvendo interpretação e construção de gráficos com o intuito também de investigarmos o **Conhecimento Comum de Escala** e o **Conhecimento Especializado de Escala**. As habilidades de cada um desses conhecimentos já foram descritas anteriormente.

O Quadro 11, a seguir, nos mostra que as professoras apresentam mais de 10 anos de experiência com ensino.

Quadro 11 - Perfil das professoras de crianças

Professora	Turma	Idade	Tempo de Ensino	Graduação	Pós-Graduação
PR1	1º Ano	52	22	Pedagogia	Mestrado em Educação Especial
PR3	3º Ano	40	14	Pedagogia	Não
PR5	5º Ano	37	13	Bacharelado em Geografia	Doutorado em Geografia

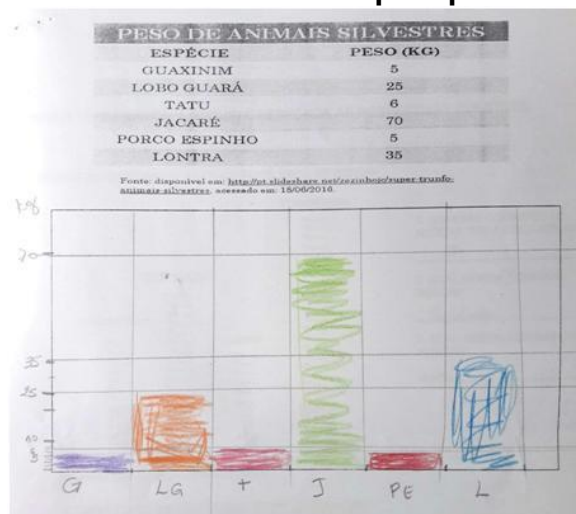
Quanto à formação inicial, verificamos que apenas a professora do 5º ano não tinha feito o curso de Pedagogia. Já em relação à titulação percebemos uma grande variedade no perfil dessas professoras, variando de não ter nenhuma pós-graduação até o curso de Doutorado. Nenhuma delas teve formação continuada sobre o trabalho com Estatística.

No segundo momento da entrevista as professoras foram solicitadas a construir um gráfico de barras a partir dos dados de uma tabela. Para isso foram disponibilizados alguns recursos como régua, papel quadriculado, papel A4, lápis de cor e hidrocor, fita adesiva.

A professora PR1 iniciou analisando os valores a serem representados e identificou: *“o maior é o trinta e cinco”*. Então ela pegou a régua e pediu minha ajuda, pois disse: *“se eu fosse usar os centímetros mesmo o tamanho desse papel não ia caber... por isso eu queria que você me ajudasse a fazer aproximada essa escala”*.

Como não podia ser ajudada naquele momento pediu para usar a calculadora e mediu a altura do quadrado que tinha na atividade para representar o gráfico e disse: *“eu vou pegar trinta e cinco para oito e meio para tentar ver qual é essa proporção.. mas deixa eu ver!... eu não vou conseguir não...eu sei que pra gente fazer uma maquete tem que achar essa proporcionalidade”*. Foi quando percebeu que o valor máximo a ser representado era 70 e não 35, e disse que: *“ficou mais complicado ainda!”*. Daí resolveu utilizar a seguinte escala: 70 para 7 cm e a subunidade do milímetro (Figura 57).

Figura 57 - Gráfico construído pela professora PR1



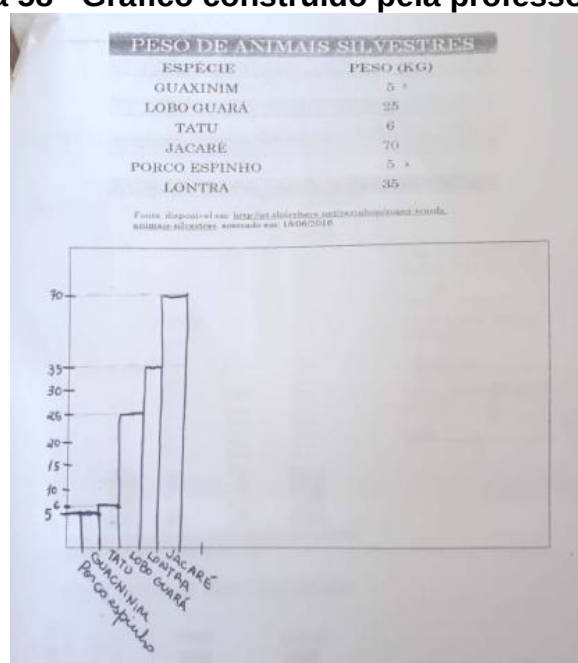
Durante a construção ela utilizou a linha lateral do espaço a ser representado para ser o eixo e foi marcando apenas os valores a serem representados, considerando as medidas da régua. Em seguida anotou as iniciais das categorias a serem representadas (tatu, jacaré, guaxinim...) e optou por colocar na ordem que apareciam na tabela. Escolheu cores diferentes para pintar as barras. A representação utilizada foi um histograma, o que não se adéqua aos dados nominais a serem registrados.

Após a construção, foi solicitado que a professora descrevesse que estratégia utilizou para construir o gráfico e ela foi descrevendo:

“a primeira foi que eu só tinha um espaço de oito centímetros e aí eu tive dificuldade de pensar como é que eu ia usar os números... para cada quilo eu usei o milímetro... eu usei medidas que não se “representam” (um quilo milímetro)... mas acho que depois ficou... por fim marquei a altura de cada um dos animais”.

A professora PR3 passou algum tempo analisando os valores apresentados na tabela e ficou um pouco em dúvida sobre como fazer o gráfico. Em seguida, ela começou a traçar a escala do gráfico utilizando a linha lateral do retângulo disponibilizado na folha como eixo e colocou os valores de 5 em 5 até 35 e por último o 70. Ela tentou colocar os valores na escala com certa proporcionalidade até o valor 35, entretanto, 70 como era muito alto, ela colocou sem proporcionalidade (Figura 58). É importante destacar que ela sentiu a necessidade de colocar no eixo da escala o valor 6 que era implícito ao intervalo que ela escolheu e que durante a construção do gráfico de barras ela fez um histograma, já que as colunas deveriam ter intervalos entre elas.

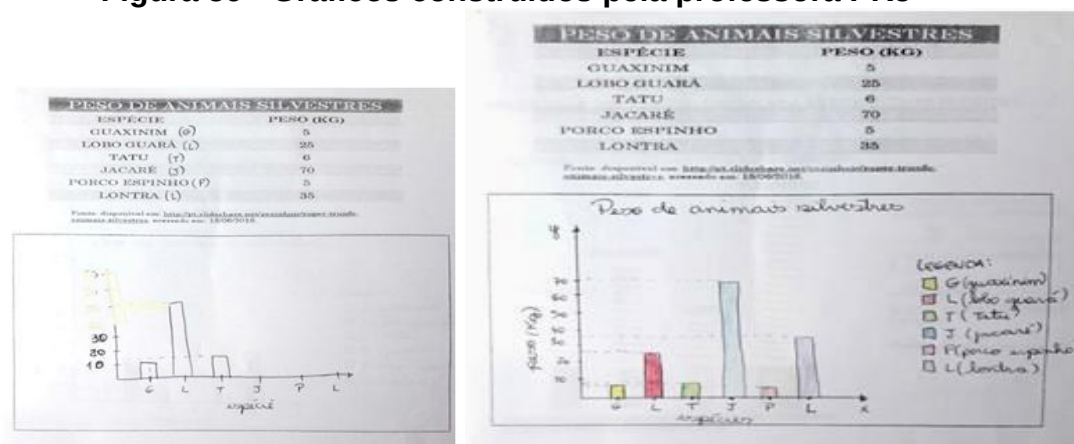
Figura 58 - Gráfico construído pela professora PR3



Quando foi solicitada a descrever como fez para construir o gráfico a professora afirmou que: *“primeiro fui pra tabela e vi que tinham semelhantes, com a mesma quantidade e depois eu fui do menor para o maior... a tendência é você olhar e já saber aqui é o maior e aqui é o menor”.*

A professora PR5 Iniciou desenhando os eixos do gráfico no meio do retângulo que era disponibilizado na folha e marcou a escala de 5 em 5 até o 35. Em seguida marcou no eixo horizontal as letras iniciais de cada animal para desenhar as barras. Ao analisar novamente a tabela percebeu que o maior valor a ser representado não era 35, mas 70. Então ela pegou o corretivo apagou os valores do eixo e remarcou para o intervalo de 10 em 10, como ficou borrado ela pediu uma nova folha e fez um gráfico com escala de 10 em 10. Nesse novo gráfico a professora nomeou os eixos X e Y utilizou a linha de grade para representar os valores implícitos e explícitos na escala e também fez uma legenda com o nome dos animais (Figura 59).

Figura 59 - Gráficos construídos pela professora PR5



Após a construção ela foi questionada sobre quais estratégias utilizou para construir o gráfico e ela respondeu:

“primeiro eu fui verificar o menor e o maior valor para saber como eu ia representar nos eixos x e y, não é? Eu escrevi o nome dos animais da tabela [apontando para o eixo horizontal] e pensei em múltiplos desses valores e distribui no decorrer do eixo Y comparei com altura deles no eixo Y para traçar as barras”.

A partir das construções feitas pelas professoras e do relato de cada uma delas acerca das estratégias utilizadas por elas no momento da construção, podemos verificar que elas tiveram uma preocupação com a definição do intervalo da escala, estando atentas à identificação dos valores máximo e mínimo a serem representados.

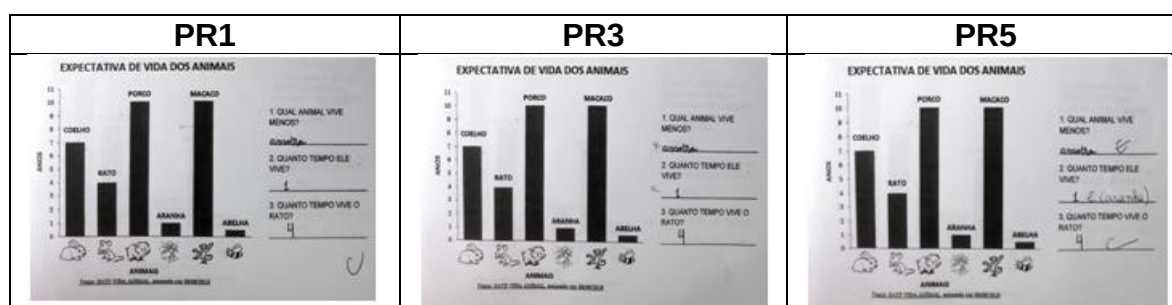
Além disso, podemos identificar na fala da professora PR5 um vocabulário mais específico em relação à compreensão da representação gráfica como “eixos x e y”. Ela é formada em Geografia, área que lida com gráficos e com escala.

No terceiro momento da entrevista foi realizada a análise do protocolo de um aluno com cinco atividades de interpretação e duas de construção de gráficos para investigar a capacidade de identificarem se as respostas do aluno estavam corretas (**Conhecimento Comum de Escala**) e a capacidade de explicar o porquê ou os padrões de erro dos alunos (**Conhecimento Especializado de Escala**).

A primeira atividade trazia um gráfico pictórico sobre a quantidade de colheres de açúcar de determinadas bebidas e três questões de interpretação. Era solicitado que o aluno identificasse o valor de uma categoria e os pontos extremos. Todas as professoras consideraram que o aluno tinha acertado todas as respostas.

A segunda atividade também envolvia a habilidade de interpretação e trazia um gráfico de barras com escala unitária. A professora PR1 considerou que todas as respostas do aluno estavam corretas, mesmo havendo erros na questão de localização do valor implícito. Já as professoras do 3º e do 5º anos corrigiram corretamente e a professora PR5 atribuiu o erro provavelmente por a criança achar que a aranha tem um tempo de vida menor que os outros animais, conforme Quadro 12.

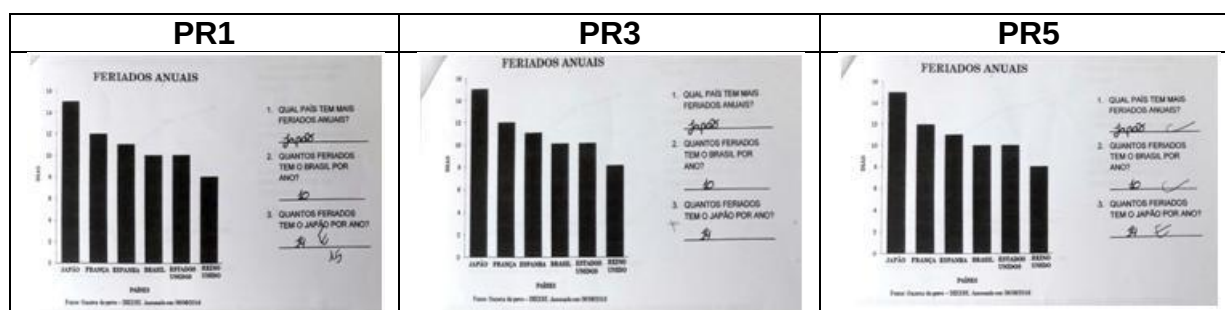
Quadro 12 - Correção da questão 2 realizada pelas professoras PR1, PR3 e PR5



A terceira atividade envolvia a habilidade de interpretação e apresentava um gráfico de barras com escala de 2 em 2 e as professoras consideraram que apenas a terceira questão que envolvia a localização de um valor implícito estava errada. (Quadro 13).

Quadro 13 - Correção da questão 3 realizada pelas professoras PR1, PR3 e

PR5



Nesta questão as professoras deram as seguintes justificativas para as respostas dos alunos:

PR1 – Porque ele colocou mais aproximado, não chegou a “dezesseis”, e como o que tava representado graficamente, ele colocou o “quatorze”.

PR3 - Porque o valor está entre quatorze e dezesseis, então seria quinze.

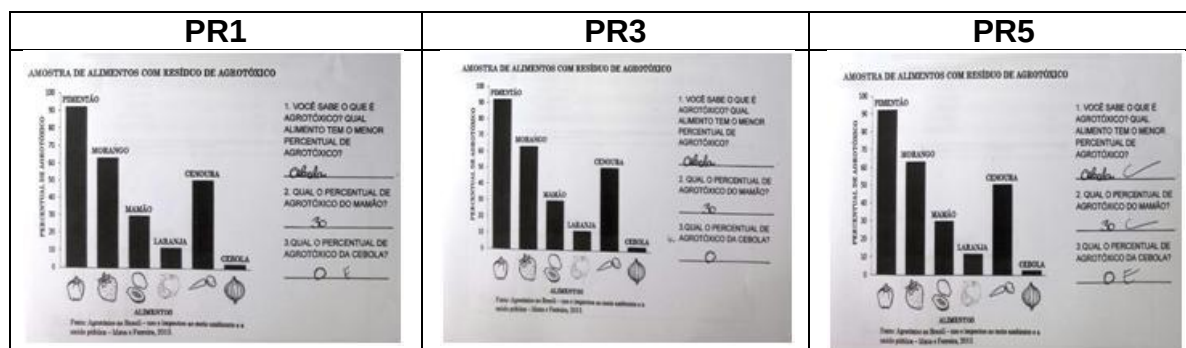
PR5 - Porque ele não tem noção de proporcionalidade e aqui o gráfico vai de dois em dois então como a barra do Japão não chegou dezesseis dias, ele colocou quatorze.

Analisando essas falas das professoras, podemos perceber que elas identificaram que a estratégia utilizada pelo aluno é a aproximação do valor que está acima ou abaixo no intervalo, assim como o estudo de Cavalcanti e Guimarães (2008) vem destacando.

A quarta atividade de interpretação trazia um gráfico de barras com escala de 10 em 10. No Quadro 14, abaixo seguem as correções das professoras:

Quadro 14 - Correção da questão 4 realizada pelas professoras PR1, PR3 e

PR5



Novamente as professoras fizeram a correção correta e identificaram que o aluno havia errado apenas a questão três que envolvia a localização de um valor implícito na escala. Ao serem questionadas sobre o porquê do erro do aluno elas deram as seguintes respostas:

PR1 - Utilizou a mesma “lógica da aproximação”... como aqui ele não vai saber fazer essa medida de um até dez, aí ele usou de mais aproximação, o que tá mais próximo.

PR3 - Está errado porque se fosse zero nem estaria ali marcada.

PR5 – Eu achei bastante estranho, porque se fosse zero nem apareceria no gráfico essa barra.

Nas respostas das professoras podemos verificar a professora PR1 continuou falando da estratégia de dar como resposta um valor aproximado acima ou abaixo e denominou de “lógica da aproximação”, já as demais professoras não explicaram o erro do aluno, preocupadas em justificar porque não poderia ser zero.

A quinta atividade de interpretação apresentava um gráfico de linha com escala de 2 em 2. Todas as professoras consideraram que a primeira questão de localização de valor explícito estava respondida corretamente. Já a segunda questão, que envolvia a localização de um ponto máximo, avaliaram a resposta como errada (Quadro 15).

Quadro 15 - Correção da questão 5 realizada pelas professoras PR1, PR3 e PR5

PR1	PR3	PR5
NÚMERO DE MEDALHAS DO BRASIL NAS OLIMPIADAS 1. QUANTAS MEDALHAS O BRASIL GANHOU EM SYDNEY? <u>12</u> 2. EM QUE ANO O BRASIL GANHOU MAIS MEDALHAS? <u>2004</u> 3. QUANTAS MEDALHAS O BRASIL GANHOU EM LONDRES? <u>2008</u>	NÚMERO DE MEDALHAS DO BRASIL NAS OLIMPIADAS 1. QUANTAS MEDALHAS O BRASIL GANHOU EM SYDNEY? <u>12</u> 2. EM QUE ANO O BRASIL GANHOU MAIS MEDALHAS? <u>2004</u> 3. QUANTAS MEDALHAS O BRASIL GANHOU EM LONDRES? <u>2008</u>	NÚMERO DE MEDALHAS DO BRASIL NAS OLIMPIADAS 1. QUANTAS MEDALHAS O BRASIL GANHOU EM SYDNEY? <u>12</u> 2. EM QUE ANO O BRASIL GANHOU MAIS MEDALHAS? <u>2004</u> 3. QUANTAS MEDALHAS O BRASIL GANHOU EM LONDRES? <u>2008</u>

Ao serem questionadas sobre o porquê da resposta do aluno, elas consideraram que a resposta podia ser de uma informação que eles sabiam independente do gráfico.

PR1 - Talvez a prova fosse no período atual e ele soubesse o número de medalhas que... só se ele tinha essa informação extra... pelo gráfico essa resposta estaria errada.

PR3 - O aluno deve ter se confundido... talvez ele pensou em dezesseis no eixo e colocou dois mil e dezesseis, mas não tinha muita relação.

PR5 - Talvez por que ele tinha essa informação que não estava no gráfico.

Elas também consideraram que a terceira questão de localização de valor implícito desta atividade estava errada e não conseguiram apresentar uma justificativa para essa resposta dada pelo aluno:

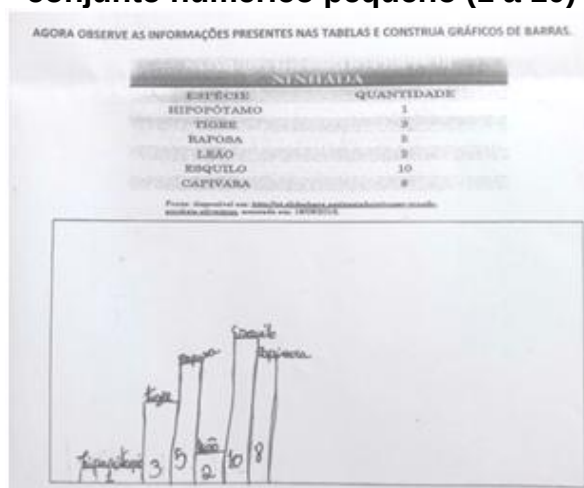
PR1 - Ele veio consultar o gráfico por aqui [Apontando para o eixo horizontal]... mas não tem sentido essa resposta dada pelo aluno.

PR3 - O valor teria que estar entre dezesseis e dezoito, então seria dezessete.

PR5 - Seria dezessete porque estaria nesse intervalo, mas porque ele colocou dois mil eu não consigo entender.

As duas últimas atividades avaliadas pelas professoras envolviam a habilidade de construção de gráfico de barras. Na primeira atividade era apresentada uma tabela com o número de filhotes por ninhada de alguns animais silvestres. O conjunto numérico dessa atividade era pequeno e trazia valores que variavam de 1 a 10 (Figura 60).

Figura 60 - Gráfico construído por aluno em atividade que envolvia um conjunto numérico pequeno (1 a 10)



As professoras avaliaram da seguinte forma:

PR1 - O aluno não usou a escala para fazer o “parâmetro” disso... [Se referindo à proporcionalidade da escala] a grosso modo, como ele não botou medidas, a gente percebe que ele tem uma noção que o um, o dois é maior que o um..., mas a representação da ideia que o gráfico é diferente de acordo com a quantidade ele tem essa ideia.

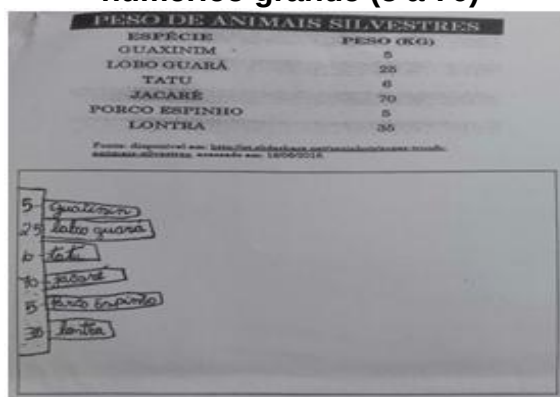
PR3 - A barra do hipopótamo está bem grande... será que o aluno colocou assim porque o hipopótamo é grande? ... deveria ter um padrão porque, por exemplo, se ela fosse usar o papel quadriculado ela teria que optar por cada quadradinho para uma coisa a ser representada e se ela utilizasse dois quadradinhos estaria errada... acho que tem que ter um padrão para seguir uma quantidade [Se referindo a escala], porque quando você olha assim para o gráfico percebe que ele tá seguindo mais ou menos uma quantidade. Entretanto, quando você olha aqui de um para o três e do cinco para o dois tem diferença, então se ele tivesse seguindo esse padrão aqui do lado [Se referindo à escala].

PR5 - O aluno considerou o tamanho dos números e colocou que o um é maior do que o dois, a barra do três é maior do que a do dois e do cinco é maior do que a do três e menor do que a do oito... foi pensando dessa forma.

A partir da fala das professoras, podemos constatar que elas consideraram que o aluno tem uma noção do que é uma representação, mas que ele não considera a proporcionalidade que seria mais fácil de ser evidenciada se ele tivesse construído o eixo da escala e não apenas fazendo as barras mais de acordo com o valor aproximado a ser representado.

Na última atividade de construção era apresentada uma tabela com o peso de alguns animais e como o conjunto numérico variava de 5 a 70, gerava a necessidade de estabelecer um intervalo que não fosse unitário para a escala (Figura 61).

Figura 61 - Gráfico construído por aluno a partir de atividade com conjunto numérico grande (5 a 70)



PR1 - Acho até estranho, porque se foi o mesmo menino, nesse ele não se utilizou nem do tamanho, nem da relação do gráfico com os

números que ele corresponde. Acho que na hora que foi quantidade [Gráfico anterior] é fácil representar, mas quando é peso, uma grandeza de medida, ele não soube como representar.

PR3 - O tamanho da barra que o aluno utilizou para representar o guaxinim que é cinco é maior do que a que o aluno usou para representar o tatu que é seis... no primeiro ele consegue chegar ao tentar apresentar um padrão [Proporção], mas nesse ele foge totalmente... só perguntando para ele.

PR5 – O aluno não tem domínio do conteúdo e foi colocando os nomes com os pesos deles, mas sem se atentar para o tamanho.

Nessa questão as professoras parecem não compreenderem o que o aluno fez. Entretanto, elas estranham que tenha sido o mesmo aluno que tenha construído os dois gráficos, evidenciando a compreensão delas de que os erros são de natureza bem diversa. De fato, não foi o mesmo aluno que construiu os gráficos.

A partir das entrevistas das seis professoras podemos constatar que elas apresentam o Conhecimento Comum de Escala, contudo, em relação ao Conhecimento Especializado de Escala elas ainda têm dificuldade de explicar as estratégias que estão por trás das respostas erradas do aluno. Por isso, em nossa formação iremos focar na reflexão e compreensão dos Conhecimentos necessários para o ensino de escala apresentada em gráficos.

7.4 Processo de Formação Continuada sobre Escala

Como já foi mencionado anteriormente, nosso processo de formação foi planejado para ocorrer em três encontros de cerca de duas horas, visto que nosso intuito é trazer uma proposta possível de ser realizada fora do contexto de pesquisa.

Ficamos muito satisfeitas e gratas às professoras que se disponibilizaram voluntariamente a participar deste processo de formação continuada e por estarem presentes em todos os encontros, o que foi imprescindível para o desenvolvimento desta pesquisa.

7.4.1 Primeiro Encontro de Formação – Professoras de Adultos – EJA

No primeiro encontro de Formação para o grupo da EJA, planejamos a vivência de três atividades distintas com as professoras: análise de atividades de

interpretação e construção; análise de protocolos dos alunos e reflexão sobre os aspectos discutidos, como pode ser observado no Quadro 16, abaixo.

Quadro 16 - Planejamento do Primeiro Encontro de Formação – EJA e Ensino Regular

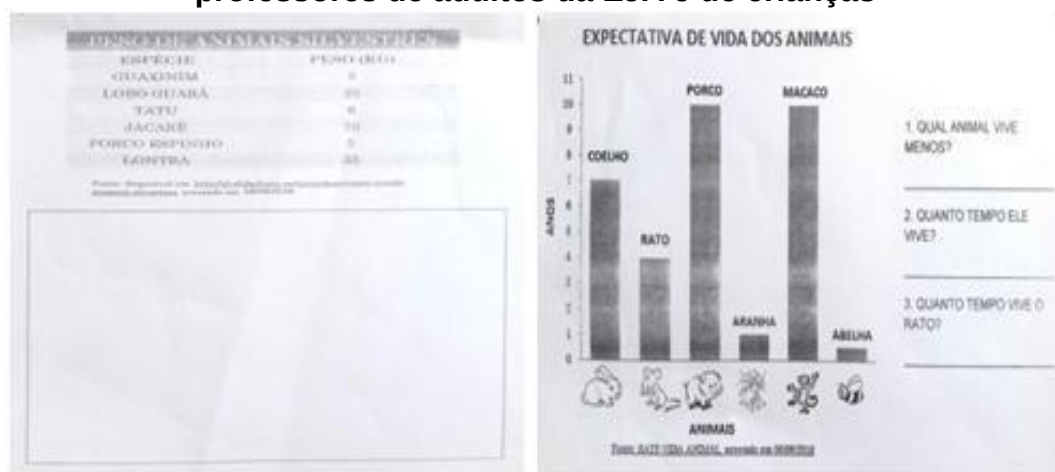
Atividade	Descrição da Atividade/Conhecimento Matemático para o Ensino
1 - Análise de atividades de interpretação e construção	Serão apresentados dois exemplos de atividades: um de interpretação e outro de construção e serão feitos os seguintes questionamentos: • Conhecimento de Escala e Currículo: Se esses problemas estivessem num mesmo capítulo de um livro de Matemática, qual poderia ser o título desse capítulo? • Conhecimento Especializado de Escala: Que tipo de habilidade essas atividades envolvem? Qual a diferença entre as questões? • Conhecimento do Horizonte de Escala: A partir de que ano podemos trabalhar com essas atividades? Por quê? • Conhecimento de Escala e Alunos: Qual dessas duas atividades você acha que seus alunos terão mais dificuldades? Por quê? • Que erros você acredita que eles poderiam cometer em cada uma dessas atividades?
2 – Análise de protocolos dos alunos	Será solicitado que os professores analisem os protocolos dos alunos em uma atividade de construção de gráficos a fim de investigar o que sabem sobre escala. Serão feitos os seguintes questionamentos: ○ Conhecimento de Escala e dos Alunos: O que você observa quanto às estratégias dos alunos na construção de um gráfico? ○ Qual é a que apresenta a melhor construção do gráfico? Por quê? ○ Qual apresenta mais dificuldade? Por quê? ○
3 – Encerramento da discussão	Os professores serão levados a refletir sobre como podem melhorar a aprendizagem desses alunos. (Discutir para os diferentes anos escolares – progressão). Serão feitos os seguintes questionamentos: ○ ○ Conhecimento do Horizonte de Escala: Em que ano essas dificuldades são mais comuns? ○ ○ Conhecimento de Escala e Currículo: Você sabe em que ano o currículo propõe que isso seja trabalhado? ○ ○ Conhecimento de Escala e dos Alunos: Com base nos alunos com mais dificuldade que você selecionou como podemos trabalhar as dificuldades específicas? ○ ○ Conhecimento de Escala e Ensino: Se você fosse planejar uma aula sobre essa

	temática que aspectos você consideraria mais importante, o que você enfatizaria?
	Tarefa de Casa: Trazer para a próxima formação o livro de matemática adotado para sua turma.

Consideramos que destinar momentos para refletir sobre as atividades e as produções dos alunos é extremamente relevante para a construção dos conhecimentos que os professores precisam ter para o trabalho em sala de aula, visto que ser professor vai além de seguir materiais didáticos e identificar se o aluno errou ou acertou a atividade, como vem destacando Ball, Thames e Phelps (2008).

A primeira atividade (Figura 62) desenvolvida nesse encontro foi a análise de duas atividades que elas já haviam analisado na entrevista individual: uma questão de interpretação que trazia um gráfico sobre expectativa de vida dos animais e outra atividade que envolvia a construção de gráfico e trazia uma tabela com o peso de alguns animais silvestres.

Figura 62 - Primeira atividade proposta no primeiro encontro de formação com professores de adultos da EJA e de crianças



Para analisar as atividades a formadora fazia algumas perguntas norteadoras que serviam para suscitar os Conhecimentos para o Ensino de Escala construídos com base na teoria Ball, Thames e Phelps (2008).

A primeira questão: “Se esses problemas estivessem no mesmo capítulo do livro de Matemática qual poderia ser o título desse capítulo?” Buscava investigar o **Conhecimento de Escala e Currículo**.

É importante salientar, que esses conhecimentos muitas vezes encontram-se entrelaçados, mas tentaremos analisá-los individualmente a partir das falas das professoras:

PMII - Gráficos e tabelas, estatística.

PMI - Pode ser também em medidas de massa porque a tabela falava sobre o peso de alguns animais... pode ser também em calendário porque tem a ver com a medida do tempo.

A fala das professoras nos mostra que elas compreendem que o trabalho com gráficos e tabelas pode estar presente tanto no eixo específico como em outros eixos do livro didático como tem sido tendência atualmente.

A pesquisadora também apresentou para elas a mudança trazida pela nova BNCC que substituiu o nome do eixo destinado ao trabalho com Estatística que era “Tratamento da Informação” por “Estatística e Probabilidade”.

A segunda questão foi: “Que tipo de diferença existe entre estas questões? Que tipo de habilidade essas questões envolvem?” Com essas questões buscamos investigar o **Conhecimento Especializado de Escala** das professoras.

Quando questionadas, as professoras fizeram o seguinte comentário:

PMII – É análise do gráfico [Se referindo à atividade de interpretação].

PMI - É análise da representação [Se referindo à de interpretação] e essa outra [Referindo-se à de construção], exige mais leitura, mesmo porque na outra dava pra fazer só um comparativo entre as barras.

PMII - Aqui só pela altura das barras ele já sabe, mas nessa outra ele vai ter que construir.

PMI - Nessa ele tem que ter mais conhecimentos sobre o que é um gráfico...como estrutura ele.

PMII - Se fôssemos comparar as questões em nível de dificuldade, essa daqui [Referindo-se à de interpretação], é bem mais fácil de ser resolvida.

PMIII - Dá para iniciar com essa [A de interpretação], porque é mais fácil também para quem não sabe ler por causa dos desenhos.

Pesquisadora – E se no caso da tabela trocássemos o nome dos animais por desenhos também?

PMII - Pra mim fazer a interpretação de um gráfico é extremamente mais fácil do que fazer o gráfico.

Pesquisadora – Então por que construir é mais difícil do que interpretar?

PMII - Porque construir envolve mais habilidades, é mais complicado do que interpretar.

PMIII - É uma aprendizagem mais concreta a construção porque vai mostrar que ele está entendendo aquele assunto.

PMII - O gráfico, assim como uma atividade envolvendo o texto, para o aluno ler e interpretar, mesmo sendo difícil, ainda vai ser extremamente mais simples do que pedir para ele fazer um texto, pois exige outras habilidades.

PMIII - Concordo que é mais difícil, mas através da construção o aluno vai me mostrar em que nível ele está, que tipo de dificuldades ele ainda tem.

Com esse trecho da conversa das professoras sobre as atividades, podemos perceber que elas têm noção que existe uma diferença entre as atividades, mesmo que a princípio não utilizem as expressões adequadas para nomear as questões chamando a de interpretação de “análise do gráfico ou da representação”.

Podemos verificar também que elas falam a respeito da estrutura do gráfico na atividade de construção, mas sem aprofundar, nem nomear que aspectos ou procedimentos os alunos precisam realizar para construí-los.

A professora PMII faz uma interessante analogia: “O gráfico, assim como uma atividade envolvendo o texto, para o aluno ler e interpretar, mesmo sendo difícil, ainda vai ser extremamente mais simples do que pedir para ele fazer um texto, pois exige outras habilidades”.

Durante a discussão sobre as diferenças entre as atividades foram sendo levantados outros aspectos do Conhecimento Especializado de Escala. A professora PMI destacou a diferença entre os conjuntos numéricos envolvidos nas duas atividades ao comentar: “no gráfico os números vão de dois em dois até o doze e na tabela vão do cinco ao setenta”.

Elas também falaram sobre os tipos de questões que eram apresentados no gráfico para interpretar.

PMI - Essas questões não fazem nenhuma relação... seriam questões mais simples que não precisam comparar as quantidades.

PMIII - Essa complexidade vai ter que ser adequada ao nível da turma.

Nesse comentário elas levantaram dois aspectos. O primeiro é o nível de leitura abordado pelas questões (Cúrcio, 1987). E o segundo tem relação com o Conhecimento do Horizonte de Escala, que envolve a capacidade do professor considerar o grau de dificuldade que vai ser aplicado nas atividades, de acordo com o nível da turma.

Aproveitando a discussão sobre a estrutura das questões, a pesquisadora fez o seguinte questionamento: Vocês disseram que essas questões são mais simples, mas será que tem alguma diferença entre elas?

PMI - Não tem.

PMII - Essas duas aqui são iguais: quanto tempo ele vive? E quanto tempo vive o rato?

PMI - Porque precisa recorrer à leitura da reta. [Apontando para escala do gráfico].

Pesquisadora: E essas duas questões que vocês disseram que são iguais, tem alguma diferença entre elas?

PMII - Eu acho que as duas são do mesmo tipo, mas a resposta talvez não, você lembra, Milka, que quando estava fazendo a entrevista eu te pedi uma régua porque eu percebo que não dá um, [Se referindo ao tempo de vida da abelha que não era um ano], que não chega a um ano, então eu tive que fazer uma relação se o ano era aqui então eu fiz a relação que aqui seria meio ano, mas no caso do rato, ela falou que colocou a régua, mas que estava vendo claramente que ele estava direitinho aqui no quatro, se referindo ao valor estar explícito na escala.

Pesquisadora: No caso do rato o número está bem no eixo, mas que no caso da abelha...

PMII - Precisa de conhecimentos prévios.

PMI - Não está aí, tem que saber o entre, isso daqui é mais e menos disso. [Apontando para o espaço entre zero e um].

PMII - Aqui [Se referindo ao gráfico] ele tem que entender que o zero é nenhum ano e que um são doze meses.

Pesquisadora – Nesse caso o aluno tem que ter noção de que seria a metade do ano, desse modo já estaria tratando de números racionais...

PMII - Entraria em outro conteúdo presente nesse tipo de atividade que seria fração e esse tipo de trabalho com fração seria um complicador que faria dessa questão diferente, uma questão de maior dificuldade.

Essa discussão foi bastante rica, pois suscitou a reflexão sobre aspectos importantes do Conhecimento Especializado de Escala que é a noção de localizar um valor que está implícito ou explícito na escala. Novamente, como já era esperado, as professoras não apresentam domínio desses termos, mas se referem ao valor estar “entre”, “está bem no eixo”.

Aproveitando essa discussão, a pesquisadora explicou que um dos gráficos que foi analisado na entrevista, no qual a escala era de 2 em 2 o intervalo, nesta situação o valor que estava no meio entre o 14 e 16, seria 15. Nesse caso é mais simples e vai de encontrou ao que pensamos de achar que o gráfico com escala unitária é mais simples porque vai de 1 em 1, contudo, nesse caso o intervalo não vai ser o número inteiro.

Após tratar do Conhecimento Especializado de Escala a pesquisadora continuou perguntando: “A partir de que Módulo podemos trabalhar com essas atividades? Por quê?” Com o intuito de fazer o levantamento do **Conhecimento do Horizonte de Escala**.

PMII – Módulo um.

PMI - Desde o módulo um, mas o que você pode aprofundar aí vai depender de cada módulo.

PMII - Desde a Educação Infantil isso já pode ser trabalhado com os alunos.

PMIII - O trabalho com a diferença entre os eixos [Questões envolvendo comparações] deve ser em módulos mais avançados.

As falas das professoras nos mostram que elas acreditam que esse conhecimento deve ser abordado desde o início da escolaridade, tanto para as crianças, ao se referirem à Educação Infantil, como para os adultos da EJA. Além disso, levantaram a necessidade de ter cuidado com o “aprofundamento” que deve ser dado em cada Módulo.

Continuando o levantamento dos Conhecimentos para o Ensino de Escala das professoras, a pesquisadora perguntou: “Qual dessas duas atividades você acha que seus alunos terão mais dificuldades? Por quê? Que erros você acredita que eles poderiam cometer em cada uma dessas atividades?” Para avaliar o **Conhecimento de Escala e dos Alunos**.

Quanto à questão sobre o tipo de atividade que os alunos teriam mais dificuldades elas foram unânimes ao responderem que seria na de construção, visto que isso já havia sido bastante discutido no início da análise das atividades.

Em relação à última pergunta: que erros vocês acreditam que eles poderiam cometer em cada uma dessas atividades?

PMII - A gente já viu que o aluno poderia não saber interpretar o que tem entre zero e um.

PMI - Uma possível resposta do aluno era dizer que têm menos de um ano por não conseguir quantificar o tempo precisamente.

PMIII - Eles teriam muita dificuldade com atividades de construção.

As professoras conseguiram levantar exemplos de tipos de dificuldades que os alunos poderiam ter, mostrando a importância do desenvolvimento de um processo de formação em que o professor é um sujeito ativo e reflexivo.

Para finalizar esse momento, a pesquisadora fez uma análise geral do que elas colocaram durante as discussões levantadas na análise dessas atividades. As professoras conseguiram perceber que as questões envolviam habilidades com características diferentes como interpretação e construção. Em relação à interpretação identificaram que as questões eram bem diretas (pontuais), mas que

em alguns casos as respostas estavam apresentadas no eixo (explícita) e em outras eles precisavam identificar o valor que estava “entre” (implícito). Quanto à habilidade de construção elas pontuaram que é bem mais difícil, pois implica em compreender o que representam os valores e estabelecer comparações entre eles. Além disso, discutiram sobre os diferentes conjuntos numéricos envolvidos nas atividades.

Em relação ao **Conhecimento de Escala e Currículo** elas colocaram que o trabalho com gráficos e tabelas pode estar presente tanto no eixo específico como em outros eixos do livro didático.

Quanto ao **Conhecimento Especializado de Escala** percebemos que as professoras não exploraram as definições adequadamente e não fazem uso dos termos estatísticos adequados a uma escala. Contudo vale ressaltar que levantaram aspectos importantes como a noção que a atividade de interpretação é mais simples do que a de construção; que existe um nível de dificuldade diferente na localização de valores explícitos e implícitos na escala e que a grandeza dos números influencia também na gradação das dificuldades.

No **Conhecimento do Horizonte de Escala** elas destacaram que é possível ser trabalhado desde os módulos iniciais e que o professor deve estar atento à gradação de dificuldade das atividades propostas aos alunos.

O último avaliado nesta atividade foi o **Conhecimento de Escala e do Aluno** e percebemos também que a partir das discussões levantadas elas foram capazes de dar exemplos de possíveis erros e dificuldades dos alunos, como por exemplo: *“Uma possível resposta do aluno era dizer que têm menos de um ano por não conseguir quantificar o tempo precisamente”*.(PMI)

A pesquisadora iniciou a segunda atividade correspondente à análise de protocolos dos alunos. Neste momento foram entregues alguns protocolos com respostas dos alunos em atividades de construção de gráficos.

Essas atividades foram retiradas do estudo de Cavalcanti e Guimarães (2017) que buscava traçar o Conhecimento do Horizonte Escala.

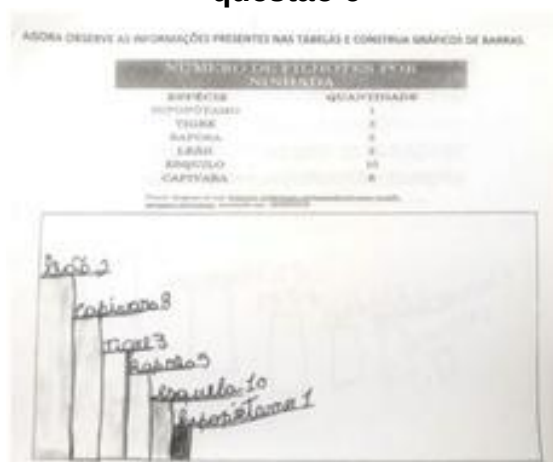
A pesquisadora lançou algumas questões para elas analisarem as respostas dos alunos: “O que você observa quanto às estratégias dos alunos na construção de um gráfico? Qual é a que apresenta a melhor construção do gráfico? Por quê? Qual apresenta mais dificuldade? Por quê?” Com o intuito de fazer o levantamento do **Conhecimento de Escala e do Aluno**.

É importante destacar que as professoras, durante a realização desta atividade, ficaram bastante empenhadas em buscar entender o que os alunos tinham feito e essa é uma habilidade imprescindível de um professor.

A professora PMII logo pegou um dos gráficos do exemplo (Figura 63) e disse que estava tentando entender como o aluno pensou, daí começou a olhar o gráfico e falou: “*Aqui, por exemplo, o leão só tem dois filhotes e ela [se referindo ao tamanho da barra] é maior. Será que é porque...*”.

Mas logo ela interrompeu o seu raciocínio, porque percebeu que o hipopótamo, mesmo sendo o maior em tamanho foi representado com a menor barra e falou: “*Então não sei que lógica foi essa*”. Daí ela começou a pensar em outras possibilidades e disse que podia ser a “ordem alfabética”, mas também não era.

Figura 63 - Gráfico construído por aluno sem escala como resposta para a questão 6



Durante as análises as professoras destacaram as diferenças entre as questões 1 e 2 de construção. Elas argumentaram que na primeira questão os valores são mais baixos e não tem nenhum repetido, já na segunda os valores eram mais altos e dois deles se repetiam. Este tipo de compreensão tem relação com o **Conhecimento Especializado de Escala**, mais precisamente com a habilidade de compreender que os diferentes conjuntos numéricos e a grandeza dos números irão influenciar no intervalo da escala.

Então a pesquisadora aproveitou a discussão levantada e questionou: mas nessa segunda atividade o que o aluno precisa fazer para que o setenta caiba no espaço deste retângulo?

PMI - Tem que fazer um intervalo de cinco em cinco ou de dez em dez.

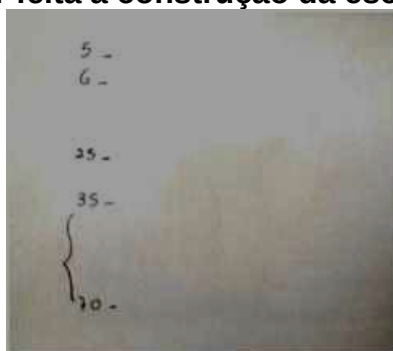
PMII - Como nosso sistema numeração é decimal então ele poderia fazer de dez em dez, dez, vinte, trinta...

PMIII - Acho que poderia fazer assim: coloca o cinco e o seis coloca logo em cima, já o vinte e cinco eu daria um espaço maior, seria assim ... uma questão de desenhos em medidas...não tem necessidade de ser uma coisa bem numerada não.

PMII – Não, eu acho que tinha que ter uma escala.

Isso gerou uma discussão entre PMII e PMIII. Daí PMIII pediu um papel para explicar o que tá pensando (Figura 64). Elas disseram que estavam entendendo, mas PMII e PMI insistiram falando que acham que precisava ter espaço igual.

Figura 64 - Esquema feito pela professora PMIII para exemplificar como deve ser feita a construção da escala



Então a pesquisadora deu um exemplo a partir de um gráfico que estavam analisando no qual a diferença entre 5 e 25 que equivale a 20 é bem maior do que a diferença entre 35 e 70 que equivale a 35 e ficou mínima no gráfico representado pelo aluno (Figura 65).

Figura 65 - Gráfico construído por aluno com escala desproporcional como resposta para a questão 7



Então PMIII comentou: “*então quer dizer que a criança não entendeu o que é gráfico quando não manteve a proporção?*” E a pesquisadora explicou que ele entendeu, mas que desta forma não está apresentando a informação de forma correta, citando o exemplo da pesquisa de Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2008) que ao analisarem gráficos em revistas e jornais perceberam que esses veículos da mídia têm trazido muitos gráficos com erros de proporção e que estão diretamente relacionados à intenção de manipular as informações.

Daí PMII deu o exemplo das pesquisas eleitorais que apresentavam as informações sem os números e aí PMIII perguntou: “*então o ideal seria trabalhar com os alunos com aquelas folhas quadriculadas?*” E a pesquisadora falou que esse poderia ser um instrumento.

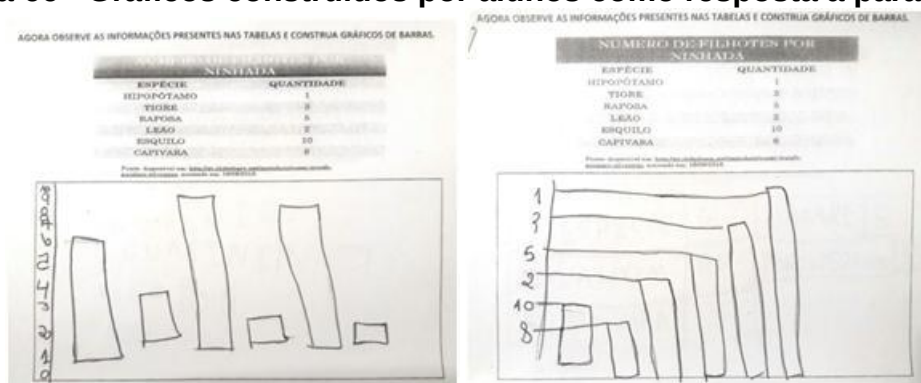
PMI falou: “*também precisamos ter cuidado com o tipo de exigência que devemos ter dos nossos alunos de acordo com o módulo que estão cursando*”. Esta fala da professora tem relação com o **Conhecimento do Horizonte de Escala**, segundo Ball e colaboradores tal conhecimento orienta os professores na tomada de decisões para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos indo além das fronteiras estabelecidas pelos programas curriculares e outros documentos oficiais.

Como já foi mencionado anteriormente, os Conhecimentos para o Ensino de Escala muitas vezes estão relacionados, por isso a pesquisadora precisava ter o cuidado de estar considerando os comentários que as professoras faziam e que tinham relação com outros conhecimentos e fazer o resgate para que o objetivo da atividade pudesse ser alcançado, que neste caso, era o levantamento do **Conhecimento de Escala e do Aluno**.

Em seguida retomou a discussão para analisar as atividades e PMI falou: “Acho que um dos problemas é a dificuldade com a leitura”, visto que em um dos exemplos o aluno coloca uma das barras com o nome “espécie”, não conseguindo compreender que isso não é um animal.

PMI e PMII começaram a analisar outros gráficos e disseram que esses eram mais simples (Figura 66).

Figura 66 - Gráficos construídos por alunos como resposta a para a questão 6



Elas comentaram que no primeiro deles “o aluno coloca as barras, mas sem considerar o valor delas”, ou seja, sem proporcionalidade, enquanto que o segundo já começa a “colocar as linhas para relacionar com as quantidades” representadas na escala e tamanho das barras. Além disso, elas destacam que em um deles as barras “parecem que estão voando”, por não considerar a linha de base.

Durante a análise, uma coisa que despertava muito interesse nas professoras era apontar as diferenças de proporção que existiam entre as barras. E esse é um dos aspectos mais importantes da escala, pois ela precisa ser proporcional para que os dados representados sejam fidedignos.

A professora PMII falou que percebeu que eles compreendiam o que era um gráfico, mas que “o problema central pra ela era a escala”.

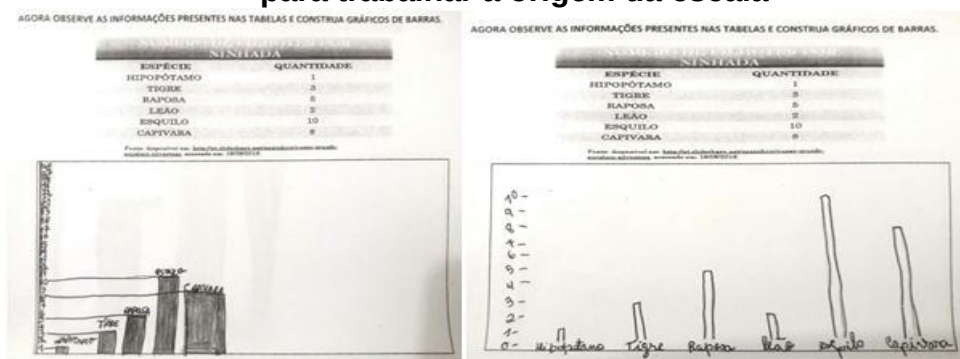
Esse comentário é um dos pontos chave que os estudos vêm levantando sobre a importância do trabalho com escala, visto que ele tem sido um dos principais marcadores de dificuldade da representação gráfica, tanto na interpretação como na construção.

Analisando os gráficos PMI e PMII disseram que os alunos que tiveram o melhor desempenho foram os que fizeram a escala, mostrando que ela é indispensável para que eles acertem a proporcionalidade: “Eles precisam ser

orientados qual deve ser o espaçamento entre um e outro” se referindo aos valores que estão sendo representados na escala.

Em seguida a pesquisadora escolheu dois exemplos (Figura 67) e perguntou: qual a diferença entre eles?

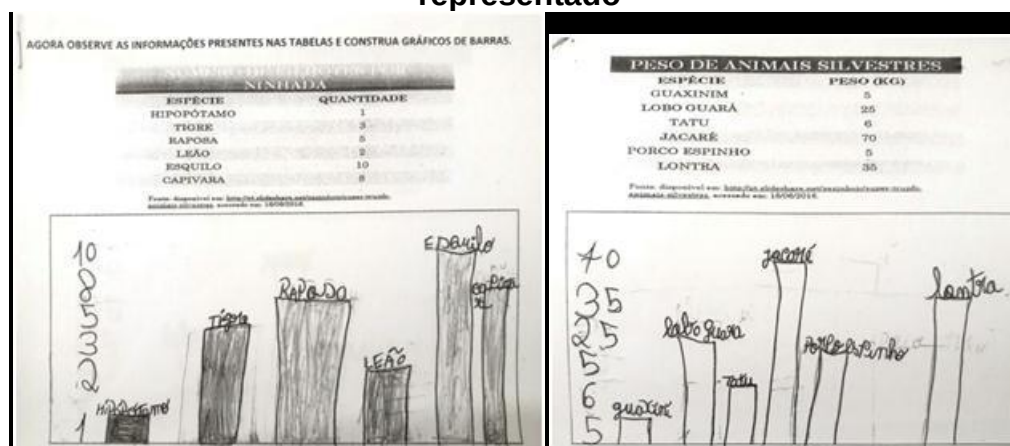
Figura 67 - Gráficos construídos por alunos que a pesquisadora selecionou para trabalhar a origem da escala



A professora PMI falou que foi o zero.

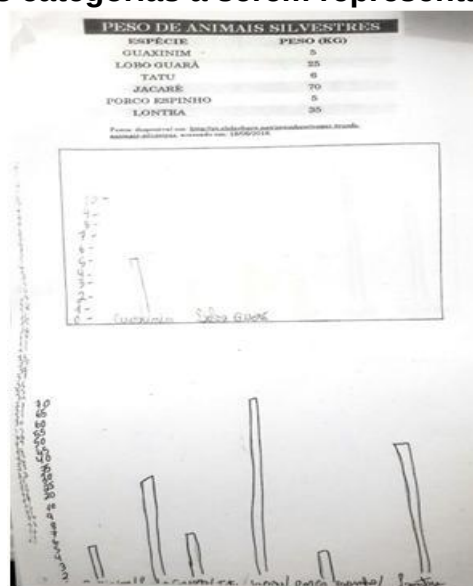
E a pesquisadora foi mostrando outros exemplos de alunos que não partem do zero (Figura 68).

Figura 68 - Gráficos construídos por alunos que a pesquisadora selecionou para demonstrar a estratégia de a escala partir do menor valor a ser representado



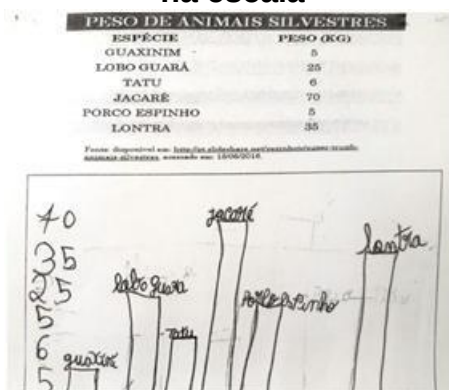
Em seguida ela também mostrou o exemplo de outro aluno que não conseguiu fazer dentro do retângulo e utilizou a folha toda e elas foram analisando que a escala inicia de 1 em 1 até o 10; vai de 10 em 10 e em seguida muda para de 5 em 5, nos mostrando que os alunos sentem a necessidade de representar na escala todos os números que estavam na tabela (Figura 69)

Figura 69 - Gráfico construído por aluno que a pesquisadora escolheu para demonstrar a necessidade do aluno de representar na escala todos os valores das categorias a serem representadas



Ela destaca ainda em outro exemplo (Figura 70) no qual o aluno coloca duas vezes o 5 porque essa quantidade aparece duas vezes na tabela.

Figura 70 - Gráfico construído por aluno que representa duas vezes o valor e na escala



Daí a pesquisadora foi sintetizando tudo que foi discutido a respeito do Conhecimento de Escala e do Aluno, que como destaca Ball e colaboradores trata-se de uma combinação do saber do aluno e da Matemática, no caso o conceito de escala.

Durante as discussões percebemos que as professoras foram levantando junto com a pesquisadora as seguintes dificuldades dos alunos: Atribuir à origem da escala o menor valor a ser registrado ou, no gráfico pictórico, desconsiderando a

linha de base; utilizar ícones que não têm o mesmo tamanho ou espaçamento; colocar os valores em cima das barras ou linhas, mas não atendendo a proporcionalidade; utilizar uma escala que ocupa um espaço além do que estava disponível.

Então PMII perguntou para a pesquisadora: *você poderia dar pra gente uma dica de como fazer pra os alunos superarem essas coisas?*

E a pesquisadora explicou que essa era a terceira atividade desse encontro: refletirmos sobre o que podemos melhorar a aprendizagem desses alunos. O primeiro questionamento foi: “Se você fosse planejar uma aula sobre essa temática que aspectos você consideraria mais importante, o que você enfatizaria?” Buscando levantar o **Conhecimento de Escala e Ensino**.

PMIII – Usaria o papel quadriculado.

PMII - É bom usar régua e é preciso ter consciência da escala, fazer a linha, dando ao aluno os eixos já construídos para depois eles representarem as barras, lápis de cores, caixinhas de papelão pra colocarem em cima da outra.

PMI: É importante trabalhar sequência dos números para saber como é possível distribuir as quantidades no espaço que eles têm que representar, trabalhando de dois em dois, dez em dez, cinco em cinco.

PMII: O livro didático sempre começa com a coleta de dados, qual o lanche preferido da turma, por exemplo, e a partir da coleta vai pintando os quadrinhos para cada tipo de lanche escolhido.

A partir da fala das professoras é possível perceber que elas levantaram a importância do trabalho com recursos importantes como o papel quadriculado e a régua, mas também enfatizaram o trabalho com os conjuntos numéricos e o os diferentes intervalos, já que essa é uma das maiores dificuldades dos alunos, estabelecer um intervalo para a escala. Evidenciando aspectos do **Conhecimento de Escala e Ensino**.

Em seguida a pesquisadora questionou: “Essas sugestões poderiam ser trabalhadas em que módulos?” Buscando levantar o **Conhecimento do Horizonte de Escala**.

PMII e PMI: O módulo um.

PMIII: Existe algum material concreto específico para se trabalhar com gráficos, assim como existe material dourado para trabalhar os números?

Pesquisadora: Não conheço, mas que pode ser utilizada qualquer coisa, qualquer tipo de material.

PMI: Eu tinha uma turma com alunos pequenos e fiz um gráfico com caixas de fósforo onde cada aluno colocava sua caixa na fruta preferida, por exemplo.

Pesquisadora: Então no módulo um é possível trabalhar com material concreto, pintar os quadradinhos que representam cada unidade. E pra chegar nos módulos seguintes: o que é possível fazer?

PMI: Tem que oferecer muitos gráficos pra eles lerem, muita leitura para eles compreenderem e poderem explorar todos os elementos, para que eles possam construir.

PMII: Tem que ir devagar, isso é o básico, o elementar.

As falas das professoras evidenciaram a ideia de gradação defendida por Ball e colaboradores que afirmam que o **Conhecimento do Horizonte** está relacionado à capacidade do professor compreender como vai se complexificando a compreensão do conceito, ou seja, como se dá a gradação das aprendizagens.

7.4.2 Primeiro Encontro de Formação – Professores de crianças

No primeiro encontro de formação desenvolvido com as professoras de crianças dos anos iniciais do Ensino Regular foram desenvolvidas três atividades: análise de atividades envolvendo as habilidades de interpretação e construção; análise de protocolos dos alunos e reflexão sobre os pontos levantados no encontro.

É importante destacar que as atividades propostas foram as mesmas tanto para o grupo de professoras de adultos da EJA como das crianças, a fim de garantir maior fidedignidade no momento da análise e comparação dos dados da pesquisa.

Para avaliar o **Conhecimento de Escala e Currículo** foi entregue às professoras duas situações que já haviam sido analisadas pelas mesmas no momento da entrevista. Foi questionado se as atividades estivessem num mesmo capítulo de um livro de Matemática, qual poderia ser o título desse capítulo (Figura 71).

Figura 71 - Atividades envolvendo interpretação e construção



A professora PR1 respondeu “*Em estatística e probabilidade, ou tratamento de dados*”. Essa fala evidencia a compreensão da professora acerca do conceito, mas é importante destacar que o trabalho com as representações gráficas pode estar presente também em outros eixos da Matemática. Também foi esclarecida a questão da denominação deste eixo em relação aos dois documentos curriculares brasileiros em fase de transição, visto que nos PCN's era chamado de Tratamento da Informação e hoje com a BNCC é denominado de Estatística e Probabilidade.

Com o intuito de fazer o levantamento do **Conhecimento Especializado de Escala** foi questionado pela pesquisadora que tipo de habilidade essas atividades envolviam e qual a diferença entre as questões.

PR1 - Tem a ver com a relação entre os animais e os números.

PR3 - Relação entre número quantidade.

PR1 - O que as duas atividades têm de igual é porque trabalham com números e animais, mas que peso é diferente de quantidade de anos ... também das funções do número como código, medida.

A princípio percebemos que as professoras se referiram a questões como a função dos números ou até mesmo as relações entre o tema abordado nas representações e as quantidades. Então, a pesquisadora foi levantando outras questões para instigar a reflexão acerca das especificidades do trabalho com as representações gráficas.

Pesquisadora – Mas tem alguma diferença entre essas duas atividades?

PR5 e PR1 - Uma é em forma de gráfico e a outra de tabela.

PR3 - A forma de ler também é diferente... no caso da tabela tem que saber a sequência numérica, quem é maior, quem é menor... pra mim a primeira coisa que eles têm que saber é ter habilidade na sequência numérica.

PR1 - No gráfico também tem que saber a sequência numérica um, dois, três, quatro, cinco...

PR5 - Eu acho que no caso do gráfico isso não é tão importante porque o tamanho das barras já vai mostrar quem é maior ou menor.

PR1 - O gráfico é bem mais fácil de responder por que a imagem já tá mostrando a quantidade, está bem claro, mas no caso da tabela não, aqui ele vai ter que construir... vai ter uma abstração maior.

Pesquisadora – Então vocês estão levantando duas questões: Primeiro que é mais difícil ler um gráfico ou uma tabela?

PR1 e PR5 – É mais difícil ler a tabela.

PR3 - Depende do tipo do gráfico e do tipo de tabela, pois se, por exemplo, tiver uma tabela e usar tracinhos ou bolinhas para

representar as quantidades, ou se tiver valores menores talvez não seja tão difícil ler a tabela para as crianças.

Pesquisadora: Outra questão levantada foi a grandeza dos números que vocês estão falando.

A partir deste trecho de fala podemos observar o quanto às professoras conseguiram avançar no **Conhecimento Especializado de Escala** após serem feitos outros questionamentos e reflexões. A partir da fala delas é possível perceber que elas passaram a refletir sobre a representação gráfica e suas especificidades.

Na sequência a pesquisadora pergunta a partir de que ano podemos trabalhar com essas atividades e por quê. Para fazer o levantamento do **Conhecimento do Currículo de Escala?**

PR1 – Eu já trabalho desde a Educação Infantil.

PR3 - Dá desde o Grupo cinco, desde que se troque as quantidades... eu já trabalhei com eles uma pesquisa sobre a forma como os alunos vêm para a escola, então fizemos uma tabelinha com risquinhos e foi fácil a interpretação... dá pra trabalhar desde pequenininho!

A partir da fala das professoras podemos perceber que elas acreditam ser possível desde pequenas, mas não se referem ao currículo.

A quarta situação de problematização partiu das seguintes questões: “Qual dessas duas atividades você acha que seus alunos terão mais dificuldades? Por quê? Que erros você acredita que eles poderiam cometer em cada uma dessas atividades?” Para fazer o levantamento do **Conhecimento de Escala e Alunos**.

PR5 – Acho que tem a ver com uma experiência que tive no primeiro ano de o aluno não considerar o valor representado no gráfico, mas o tamanho do animal, por exemplo, a abelha é pequena e o macaco é maior. Eles precisam entender que não é o tamanho do animal que interessa, mas o número que tá no gráfico.

PR1 - Também que outra dificuldade... no caso da abelha porque nem é um e nem é zero, e como não tem outros números aqui... então ele faz uma aproximação com zero.

Pesquisadora – E nessa atividade que tem a tabela, que erros eles poderiam cometer?

PR1 - Até eu nessa atividade fiquei em conflito na hora de representar nesse espaço... precisei da régua pra fazer essa relação porque tem cinco, seis e depois tem setenta... eu fiz relação com o Curso de Edificações que tinha feito onde eu precisava pensar: se eu tenho tantos metros com quantos centímetros eu vou ter que representar isso.

PR5 - Você queria usar uma “escala” né, e faz o sinal de entre aspas.

PR3 - Vocês foram muito criteriosas porque pra mim o único critério que utilizei... foi colocar os números do menor para o maior e colocar os tracinhos com tamanhos aproximados.

PR5 - Eu comecei a fazer de cinco em cinco, mas eu não tinha percebido que tinha setenta, então eu tive que fazer outro com os números de dez em dez.

A fala das professoras nos mostra que elas separaram bem as dificuldades entre as habilidades de interpretação e construção.

Em relação à interpretação levantaram o aspecto do valor implícito da escala, ou como se referiu a professora PR1 “*como não tem outros números aqui*”, e também a relação entre o tamanho real e a quantidade a ser representada (realismo nominal). Sobre isso vale ressaltar que mesmo a localização do valor implícito sendo um dos maiores marcadores de dificuldade isso não implica em uma impossibilidade, visto que alunos, desde o 1º ano, foram capazes de identificá-los e quando não conseguem são capazes de desenvolver estratégias como responder um valor aproximado acima ou abaixo e é isso que precisamos trabalhar em sala de aula.

Já na de construção elas elencaram as próprias dificuldades encontradas por elas no momento de construir (referindo-se a etapa da entrevista em que foram solicitadas a construir um gráfico de barras) e, assim como os estudos vem ressaltando, a dificuldade principal foi em relação ao estabelecimento da escala.

Durante a discussão a professora PR1 falou que outra coisa que é importante é o enunciado “porque se não for bem construído pode atrapalhar o aluno”.

Aproveitando essa colocação a pesquisadora pediu para elas tentarem identificar nas questões do gráfico se haviam diferenças entre elas, por exemplo, nas perguntas: qual o animal vive menos? Quanto tempo ele vive? Quanto tempo vive um rato?

PR5 - Nessa primeira questão tem que identificar a espécie, que nesse caso é a abelha.

Pesquisadora – Respondam as duas últimas questões: quanto tempo vive esse animal que vive menos?

Professoras - Menos de um ano.

Pesquisadora – E o rato quanto tempo vive?

Professoras - Quatro anos.

Pesquisadora – Então tem a mesma lógica essas duas questões? Elas solicitam habilidades diferentes dos alunos?

PR1 - Vai ser diferente porque viver menos eles têm que ter uma compreensão do que é esse menos... porque existe uma grande dificuldade para os alunos pensarem quanto tem a menos porque eles vão pensar que é sempre assim...

Pesquisadora – Quanto tem a mais, né?

PR1 - Isso, se diz a mais tem que fazer conta de menos, associando muito ao sinal da operação e não a compreensão do problema.

Desta forma, constatamos que as professoras, mesmo sendo levadas a refletirem sobre as questões, não demonstraram identificar que existe uma diferença nessas questões relacionada à solicitação de localização de um valor que está implícito ou explícito na escala, habilidades esta relacionadas ao **Conhecimento Especializado de Escala**, mas levantam uma característica do trabalho com estruturas aditivas.

Para identificar o **Conhecimento de Escala e dos Alunos** foi proposta a análise dos protocolos de alguns alunos em atividades de construção de gráficos. Para isso, foram levantadas as seguintes questões para análise: “O que você observa quanto às estratégias dos alunos na construção de um gráfico?”, “Qual é a que apresenta a melhor construção do gráfico? Por quê?” e “Qual apresenta mais dificuldade? Por quê?”.

PR3 - Uma dificuldade é porque a primeira tabela (Figura 72) apresenta as quantidades dos animais em uma sequência crescente um, três, cinco, mas depois volta para o número dois.

PR1 – Eu não concordo... acho que atividades como essas podem fazer com que eles precisem examinar e olhar mais os valores para poder fazer a construção.

PR3 - Mas se for uma criança desatenta e não ler a tabela toda antes de construir, ela vai errar.

Figura 72 - Tabelas das questões 6 e 7 do teste realizado no Estudo 1 que as professoras estão se referindo

AGORA OBSERVE AS INFORMAÇÕES PRESENTES NAS TABELAS E CONSTRUA GRÁFICOS DE BARRAS.

NÚMERO DE FILHOTES POR NINHADA	
ESPÉCIE	QUANTIDADE
HIPOPÓTAMO	1
TIGRE	3
RAPOSA	5
LEÃO	2
ESQUILO	10
CAPIVARA	8

Fonte: disponível em: <http://pt.slideshare.net/zezinhoj/super-tranfo-animal-silvestres>, acessado em: 18/06/2016.

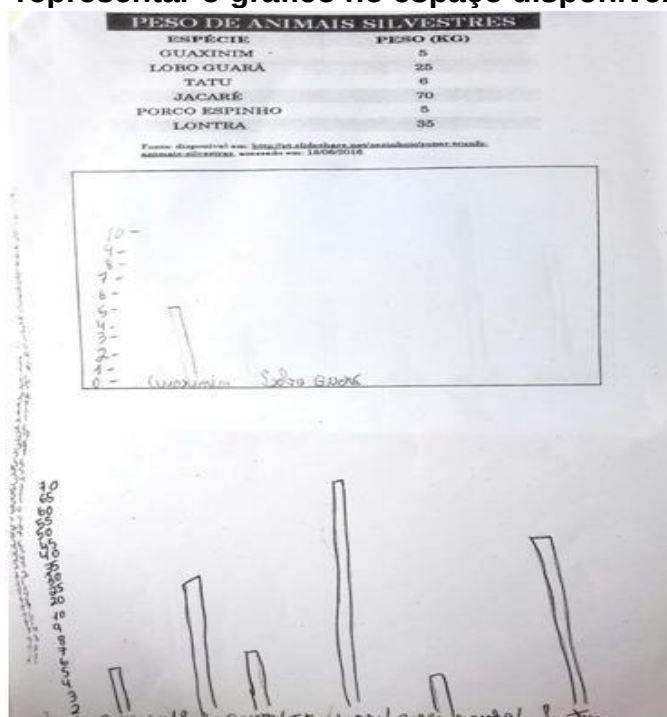
PESO DE ANIMAIS SILVESTRES	
ESPÉCIE	PESO (KG)
GUAXINIM	5
LOBO GUARÁ	25
TATU	6
JACARÉ	70
PORCO ESPINHO	5
LONTRA	35

Fonte: disponível em: <http://pt.slideshare.net/zezinhoj/super-tranfo-animal-silvestres>, acessado em: 18/06/2016.

A partir desta fala das professoras é possível verificar que elas percebem que existem especificidades no conhecimento sobre escala que são capazes facilitar ou dificultar o conhecimento deste conteúdo.

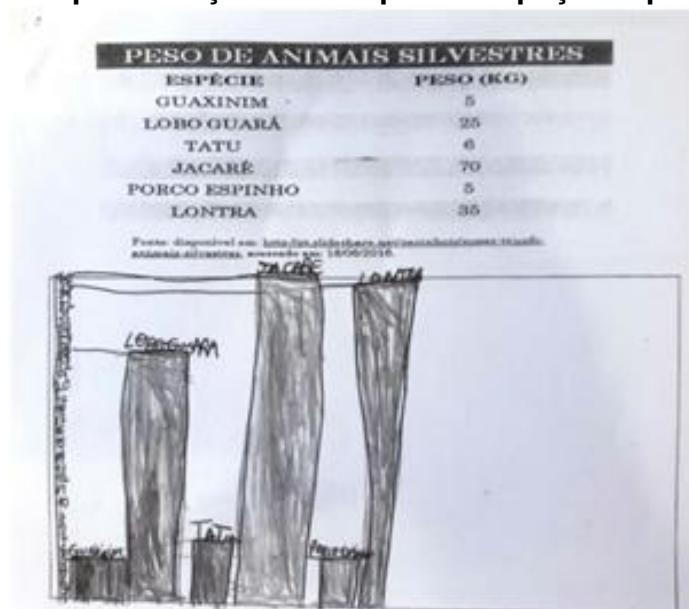
A professora PR5 mostrou um exemplo (Figura 73) de um protocolo de uma criança que começou a construir, mas que o espaço não deu e ele fez fora do retângulo disponível.

Figura 73 - Gráfico construído pelo aluno que apresentou dificuldade para representar o gráfico no espaço disponível



PR3 mostrou outro exemplo do aluno (Figura 74) que começou a escrever os valores na escala de cima pra baixo um, três, cinco e colocou o um como se fosse maior.

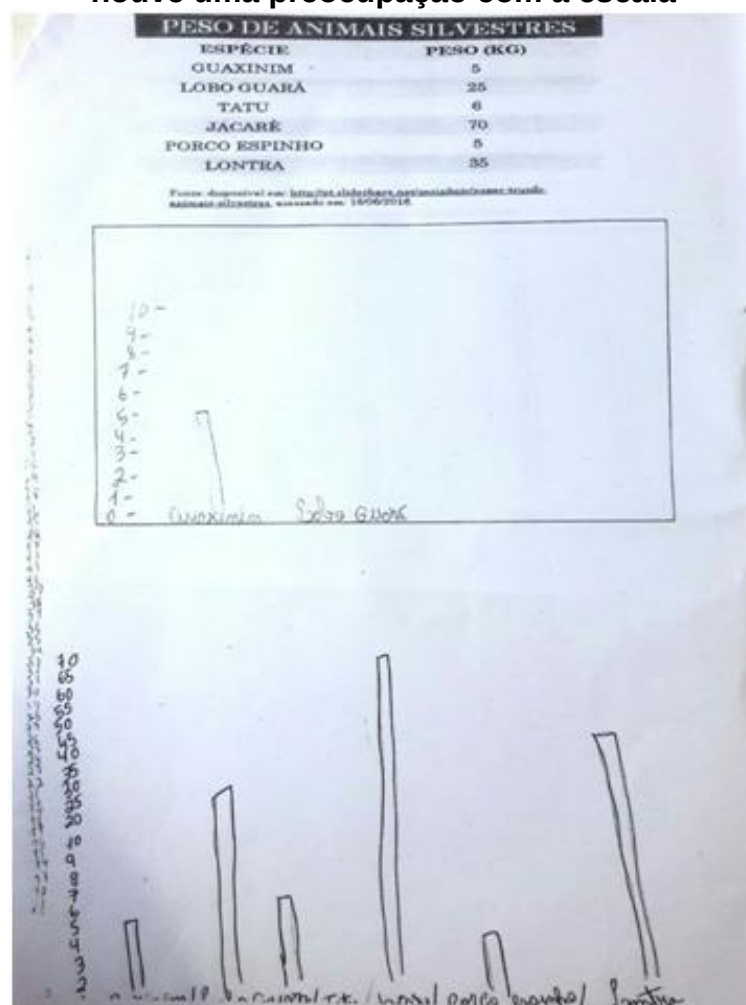
Figura 75 - Gráfico construído por aluno que utiliza diferentes estratégias para que a representação se adeque ao espaço disponível



A professora PR1 comentou que “só agora percebeu que poderia utilizar o retângulo na outra posição de forma que ficasse maior o espaço para colocar os números na escala... talvez seja porque quando a gente vê um gráfico os dados estão sempre dessa forma”, se referindo à posição das barras estarem sempre na vertical. Essa fala da professora demonstra que ela ainda não entendeu bem que para que os dados consigam ser representados no espaço disponibilizado é preciso aumentar o intervalo da escala.

A professora PR5 escolheu outro protocolo e falou: “*Eu acho que esse aluno teve uma boa compreensão porque no primeiro gráfico ele fez bem certinho e no segundo ele teve uma preocupação com a escala, pois começou a fazer e não deu e ele continuou um, dois, três, quatro, cinco*”. Durante a análise ela percebeu que o aluno (Figura 76) mudou o intervalo da escala para 10 em 10 e depois para 5 em 5, mas mesmo assim ela considera que o aluno teve uma compreensão muito boa. E ela continuou: “*se a gente pegar uma régua para medir direitinho a gente vê que a escala está com uma distorção, mas eu acho que ele fez direitinho*”.

Figura 76 - Gráfico construído por aluno que a professora considerou que houve uma preocupação com a escala



Esse comentário feito pela professora ao analisar os protocolos deste aluno nos mostra que ela não está considerando um dos aspectos mais importantes da escala que é a proporcionalidade dos espaços representados, que faz parte do **Conhecimento Especializado de Escala**.

E a pesquisadora questionou: então pra construir o gráfico o é que o aluno tem que fazer?

Professoras - Tem que analisar todos os dados.

Pesquisadora – O quê dos dados?

PR1 - Que representação ele tá fazendo, se é de medida, se é de tempo, se é de quantidade, se é de porcentagem.

PR3 - Também tem que observar a relação das quantidades entre si, se não vai ficar muito bagunçado. [Provavelmente se referindo à proporção das barras].

As professoras levantaram neste trecho a importância de analisar os dados no momento de construir um gráfico, contudo, quando levadas a refletir sobre o que

deve ser analisado, apenas a professora PR3 deu uma resposta que estaria relacionada a estar mais atenta a proporcionalidade da escala.

A pesquisadora continua questionando: Quais seriam as dificuldades dos alunos para construir os gráficos?

PR3 – Pra mim seria a leitura propriamente dita. [Se referindo à leitura da tabela].

PR5 – Eu acho que é a questão da escala, pois você tem que considerar a quantidade e a relação, então eu acho que eles têm muita dificuldade. Eu sinto isso principalmente com minha turma do quinto ano porque eles sentem muita dificuldade com escala, a leitura em si não, mas quando a gente pede pra construir, é muito difícil.

PR3 – Talvez a relação dos numerais entre si: quem tem mais, quem tem menos, porque isso tudo vai aparecer na representação do gráfico.

Neste momento a professora PR5 destacou que a escala é o principal marcador de dificuldade dos alunos, assim como vários estudos vêm levantando e ressalta que a habilidade de construir é mais complexa do que a de interpretar.

Pesquisadora: Então qual seria a diferença entre essas duas atividades de construção?

PR1 – Eu acho que a principal diferença é porque na primeira tabela fala sobre a quantidade e isso eles lidam diariamente com o um, dois, três, e o peso não é uma coisa que eles saibam como é exatamente a representação.

Pesquisadora – Mas será que não conhecer a grandeza massa vai influenciar tanto assim na forma de representar essas quantidades?

PR3 – Acho que a relação é com a quantidade do número ser maior ou menor e não com a medida.

Pesquisadora – Então o que será que tem de mais difícil nessa segunda questão já que a maioria dos alunos conseguem fazer esse primeiro gráfico?

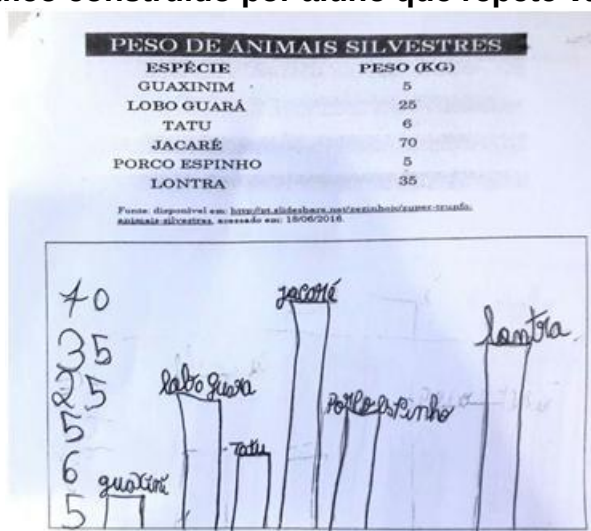
Então elas vão analisando o primeiro gráfico, separando os que conseguem e os que não conseguem e percebem que a maioria dos alunos consegue representar o primeiro gráfico. A professora PR3 reforçou: “Quem não conseguiu fazer o primeiro, não conseguiu fazer segundo, porque se no primeiro que a quantidade era menor, imagina no segundo”.

A pesquisadora chamou a atenção para a fala da professora PR3 e destacou que essa aí é uma das principais diferenças entre essas duas questões. Ressaltou que quando construiu essas atividades escolheu a grandeza dos números, de modo

que na primeira questão iam até 10 e na segunda eles variassem de 5 a 70, gerando a necessidade de fazer a relação entre as quantidades para que coubessem no espaço que foi disponibilizado para construir gráfico.

Em seguida a pesquisadora mostrou um exemplo (Figura 77) de construção do gráfico 2 e perguntou: tem alguma coisa errada com esses números? Se eles estivessem representados na régua estariam assim?

Figura 77 - Gráfico construído por aluno que repete valores na escala



PR1 - Não, seria o valor posicional?

PR3 - A diferença da distância entre os números.

Pesquisadora – Será que em uma régua teriam dois números 5?

Professoras - Não.

Após essa constatação a pesquisadora argumentou então que essa poderia ser outra dificuldade: colocar duas vezes o valor só porque ele aparece duas vezes na tabela, pois necessita relacionar cada elemento a um número (par ordenado).

Daí a pesquisadora foi fechando esse momento com um pouco do que foi discutido. Analisando a primeira atividade percebemos que os valores são menores, então eles trabalham com a escala que conseguem tranquilamente representar nesse espaço.

PR3 - Então para nós iniciarmos o trabalho a gente poderia começar com quantidades menores.

PR1 – Eu discordo... acho que tem que colocar essas quantidades maiores justamente para eles irem se apropriando dessas reflexões.

PR3 – PR1 as crianças do primeiro ano têm habilidade de contar até quanto?

PR1 - Sim, mas eles precisam visualizar.

PR3 - Concordo sim, mas pensando em construir, se eu for começar por quantidades que eles não têm noção vai ser muito mais difícil.

PR1 – Vou dar um exemplo de como trabalhar com os números... começo usando o calendário porque PR3 não quer que eles comecem a escrever primeiro o um, depois o dois, depois o três, depois o quatro, depois o cinco, por isso que eu estou levantando essa hipótese que eles precisam ser colocados em contato com essas quantidades diferentes para eles se familiarizarem.

PR3 - Estou entendendo.

PR1 - Eu não estou dizendo que estou certa, mas eu sempre venho questionando essas coisas até no livro didático que foi adotado, vem o número um e aluno tem que escrever três vezes... eu discordo disso, eu acho que o número está na vida da criança então ela precisa trabalhar com essas quantidades diferentes, até fazer essas relações.

PR3 - Então vamos dizer que essas crianças já consigam fazer essas relações, já consigam contar até cinquenta, por exemplo, e aí a dificuldade delas foi o quê?

PR1 - Então foi com escala, que a gente teve a princípio.

Pesquisadora – Mas se o aluno já conhece esse conjunto de números até o cinquenta, porque foi difícil colocá-los dentro desse retângulo?

PR1 - Como é que eu ia fazer **essa proporção** se de repente eu tinha cinco e depois eu tinha setenta?

PR5 - Fazer a escala é o que dificulta.

PR1 - E olha que é geógrafa, que trabalha com escala!

PR5 - Mas eu tive dificuldade porque os números não iam caber nesse papel e não sabia que número ia usar para dividir direitinho.

Pesquisadora – Vocês levantaram coisas importantes sobre os números no nosso cotidiano, sendo que as crianças têm que ter contato com todas as quantidades, mas no caso dessas atividades de construção elas vão conseguir construir e interpretar com valores maiores também?

PR1 - Que é mais fácil eu concordo com PR3, mas eu acho que eles precisam ter contato com as suas vivências para se apropriarem de fato delas. Que eles vão ter mais dificuldade com essas grandezas que PR3 está dizendo eu concordo, mas eu não concordo que os alunos fiquem limitados.

PR5 - É como começar!

PR3 - Mas vamos supor que esse seja o primeiro contato dos nossos alunos com construção de gráficos...

Pesquisadora – Mas essas atividades foram feitas pelos alunos de vocês! [E elas se mostram incrédulas].

PR1 - Eu acho que quem você tirou da sala pra fazer não está mais na escola!

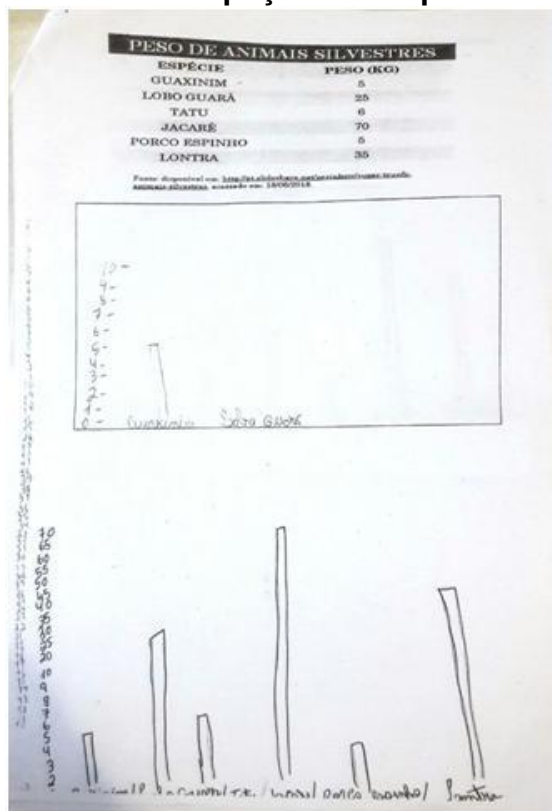
Pesquisadora – Eu fiz com a turma toda! [E elas ficam perplexas].

Neste trecho acima podemos perceber o interesse das professoras em apresentarem estratégias de como deve ser realizado o trabalho com escala, gerando uma discussão sobre os conjuntos numéricos mais adequados para o início

do trabalho com escala. Entretanto, percebemos que elas subestimam o que seus alunos são capazes.

Então a pesquisadora comentou que essas representações estão na nossa vida o tempo todo e as crianças já têm entrado em contato com elas, nós podemos ver que elas ainda apresentam algumas dificuldades, por exemplo, quando damos um espaço limitado (Figura 78) para elas representarem os dados quando os valores são pequenos elas vão representar sem dificuldades, mas quando os valores são grandes elas vão ter que começar a refletir e pode acontecer isso que essa criança fez: começar de um em um, ver que não dá, e segue com intervalos de dez em dez ou de cinco em cinco na escala.

Figura 78 - Gráfico construído por aluno que teve dificuldade com o conjunto numérico e o espaço a ser representado



A partir deste exemplo foi questionado por que vocês acham que ele mudou novamente o intervalo para cinco em cinco?

PR1 - Porque os números estavam partidos.

Pesquisadora – Alguns alunos sentem a necessidade de registrar na escala todos os valores que precisam ser representados. Então se ele fosse fazer de dez em dez como ele iria registrar o vinte e cinco e o trinta e cinco.

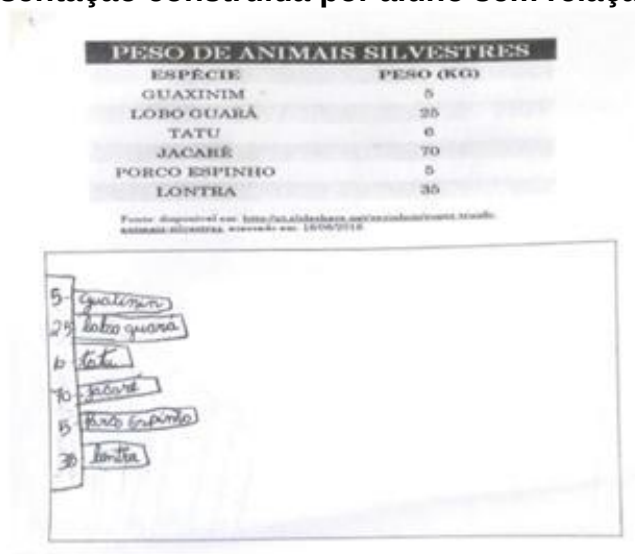
PR1 - Aquela questão de interpretação que como o valor estava no meio... [Se referindo ao valor estar implícito na escala] ele aproximava a resposta para o valor de baixo ou para o de cima.

Pesquisadora – Por isso algumas vezes o aluno registra duas vezes o cinco na escala, visto que na tabela esse valor apareceu duas vezes e isso talvez os menores sintam mais essa necessidade e os maiores já consigam fazer essa abstração.

Algumas das discussões não surgiram a partir dos exemplos, ou as professoras, não tinham conhecimentos suficientes para levantá-las, por isso a pesquisadora precisou apresentá-las.

Pesquisadora: Neste exemplo (Figura 79) o aluno não fez nenhuma relação entre os valores, ele fez apenas o contorno nos nomes dos animais.

Figura 79 - Representação construída por aluno sem relação entre os valores



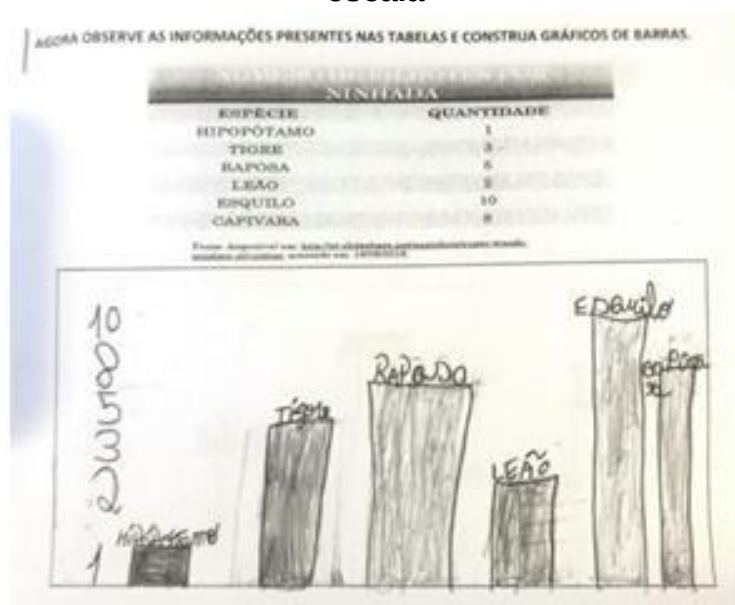
Pesquisadora: Nesta outra situação o aluno fez o estabelecimento dos pares ordenados representando os valores na ordem que apareciam na tabela para registrá-los na escala, mostrando uma compreensão mais inicial (Figura 80).

Figura 80 - Gráfico construído por aluno - estabelecimento de pares ordenados



Pesquisadora: Já neste outro exemplo (Figura 81) o aluno colocou os valores em ordem crescente, mas prestem atenção como intervalo entre um e dois é bem maior do que o intervalo entre cinco e oito.

Figura 81 - Gráfico construído por aluno com intervalos desproporcionais na escala

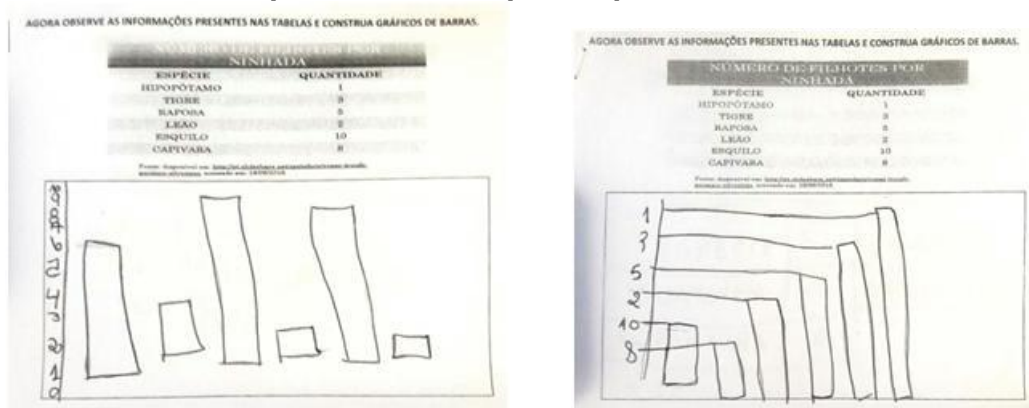


Pesquisadora: Outra coisa que as crianças precisam prestar atenção na hora de construir é o tamanho das barras porque, observem como nesse gráfico a barra da raposa está bem mais larga do que a da capivara.

Além disso, as professoras comentaram que os alunos (Figura 82) se preocupam com o eixo vertical, mas não depositam atenção ao horizontal e isso realmente é uma coisa importante porque esse eixo precisa ser uma linha de base e as barras não podem estar “voando”, como nesse caso, e também precisamos

pensar que o eixo sempre vai começar do zero e como vocês estão vendo nem todos estão iniciando assim, mas pelo primeiro valor a ser representado na escala.

Figura 82 - Gráficos construídos pelos alunos que as professoras consideraram que eles não se preocuparam o eixo horizontal



Então a professora PR1 perguntou se esses erros têm a ver com o grau de escolaridade dos alunos. Foi explicado que alguns realmente têm a ver com eles estarem sendo introduzidos ao conteúdo. Em seguida pediu para elas tentarem colocar numa ordem do que apresenta mais erros para o que tem menos.

Então elas foram agrupando como mais simples (Figura 83) os alunos que não consideram a ordem crescente; que registram na escala os valores da forma que são apresentados na tabela. O segundo grupo (Figura 84): os que não consideram a proporção das barras. E o terceiro grupo (Figura 85): os que pensam em estratégias diferentes para poder fazer a construção do segundo gráfico no qual era necessário fazer uma adequação no intervalo da escala para que caiba no valor no espaço a ser representado.

Figura 83 - Grupo de gráficos mais simples, pois os alunos registraram na escala os valores da forma que são apresentados na tabela

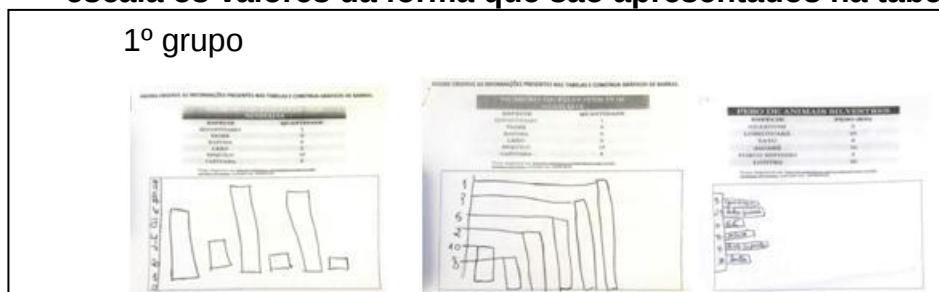


Figura 84 - Grupo de gráficos intermediário, pois consideram a proporção das barras

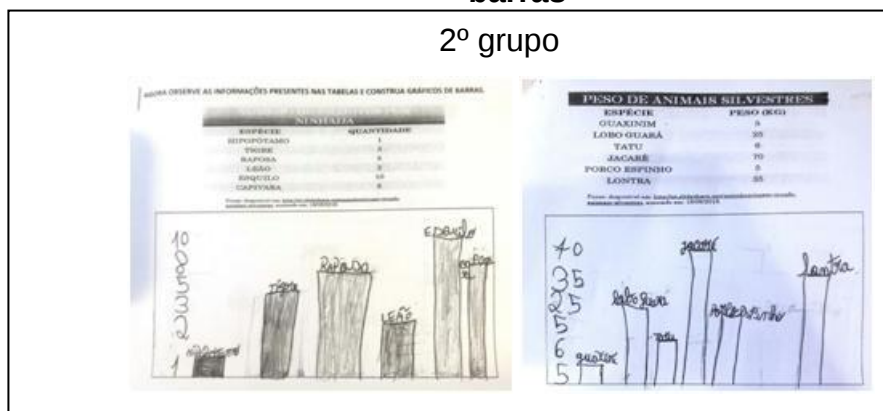
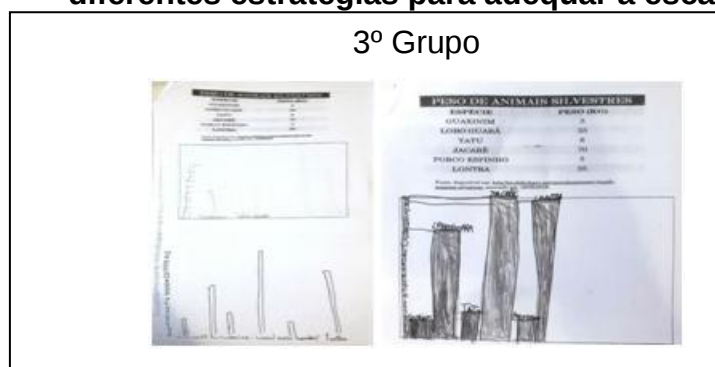


Figura 85 - Grupo de gráficos mais complexos, pois os alunos desenvolvem diferentes estratégias para adequar a escala



Essa classificação estabelecida pelas professoras demonstra que após a reflexão sobre o conceito de escala e das dificuldades dos alunos, elas estão conseguindo compreender que existem estratégias diferentes, que podem ser mais elementares ou mais complexas e isso é uma habilidade considerada pertinente ao **Conhecimento de Escala e dos Alunos**.

A última atividade vivenciada neste dia foi a reflexão sobre o que pode ser feito para superar as dificuldades dos alunos para isso foram levantadas algumas questões a fim de mobilizar os seguintes conhecimentos: **Conhecimento do Horizonte de Escala**: “Em que ano essas dificuldades são mais comuns?”, **Conhecimento de Escala e Currículo**: “Você sabe em que ano o currículo propõe que isso seja trabalhado?”, **Conhecimento de Escala e dos Alunos**: “Com base nos alunos com mais dificuldade que você selecionou como podemos trabalhar as dificuldades específicas?” e **Conhecimento de Escala e Ensino**: “Se você fosse

planejar uma aula sobre essa temática que aspectos você consideraria mais importante, o que você enfatizaria?”.

Quanto ao **Conhecimento de Escala e Currículo** foi perguntado se elas sabiam em que ano o currículo, tanto os PCN's, como o de Recife propunham o trabalho com gráficos e elas responderam que desde a educação infantil.

Em relação ao **Conhecimento de Escala e Ensino** questionou-se: “Se você fosse planejar uma aula sobre essa temática que aspectos você consideraria mais importante, o que você enfatizaria?” Elas ficaram um pouco caladas e a pesquisadora começou a ajudar.

Pesquisadora – Vocês disseram que tem dificuldades diferentes e agruparam elas em três grupos. Se, por exemplo, essas fossem do primeiro ou do segundo ano que tipo de atividades a gente poderia propor para essas crianças?

PR3 - Uma proposta seria que o que PR1 falou de medir as crianças porque aí eles vão pensar nessa ideia de uma ordem crescente no tamanho e ter também a sequência numérica na parede da nossa sala.

PR1- Eu faço assim... eu pergunto quantos irmãos cada um tem e eu pego caixas de fósforo para representar cada irmão, depois eu peço para eles fazerem no caderno. Contudo, não vou dizer para você que eu faço essa atividade uma vez no mês, por exemplo, eu faço no bimestre porque consta e eu faço essas vivências.

Pesquisadora – E para o terceiro ano que tipo de atividades nós poderíamos propor?

PR1 - Uma possibilidade seria pegar as informações do gráfico e passar para uma tabela ou pegar de uma tabela e passar para um gráfico.

Pesquisadora – E para trabalhar essas dificuldades no quinto ano?

PR5 - Para mim é uma questão de trabalhar a escala mesmo, pois eles conseguem interpretar, sabem o que precisa fazer para construir o gráfico, mas não sabem construir a escala. Então precisa trabalhar os múltiplos, porque eu acho que ajuda bastante e utilizar o instrumento mesmo, a régua que eles já têm um bom conhecimento.

PR3 - Acho também que no terceiro ano já dá para trabalhar com a régua.

A partir deste trecho de fala das professoras podemos perceber que elas fizeram o levantamento de algumas práticas, que já haviam sido trabalhadas por elas e que poderiam ter como foco o trabalho com escala levando a refletirem também sobre o **Conhecimento do Horizonte de Escala**.

Além disso, as professoras fizeram a seguinte colocação:

PM1 - Eu consigo dar conta de todos os eixos, pois levo em consideração na hora de pensar as aulas três... os indicadores das provas externas, os indicadores da rede de Recife e o livro didático... e em todas as minhas avaliações e planejamentos considero esses indicadores e também o grau de dificuldades nessas questões que vou propondo para os alunos porque se não eu vou focar apenas em alfabetização... mas essa preocupação eu só tive depois das minhas especializações e dos espaços onde eu frequentei para pensar sobre o currículo e ajudar a construir os currículos e foi quando o currículo passou a ser uma coisa frequente na minha vida.

PR3 - Há algo mais complicado ainda... porque não é nem só ter o conhecimento sobre isso, mas é saber que estratégias eu vou usar para que ele entenda, compreenda e use aquilo.

Pesquisadora: Os professores precisam ter variados conhecimentos para poder planejar e pensar no ensino e aprendizagem dos alunos.

A partir das falas das professoras podemos perceber que elas conseguem propor atividades que podem ser trabalhadas nos diferentes anos, refletindo sobre a necessidade de existir uma complexificação na gradação das dificuldades. Além disso, é importante destacar que as professoras que conseguem mobilizar mais conhecimentos docentes são capazes de refletir sobre o ensino de forma mais consistente, ratificando a teoria de Ball e colaboradores.

7.4.3 Segundo Encontro de Formação – Professores de Adultos- EJA

O segundo encontro de formação foi dividido em três momentos: análise de livros didáticos; apresentação de pesquisa sobre o trabalho com escala e planejamento de aula para ser realizada com suas respectivas turmas, de acordo com o Quadro 17:

Quadro 17 - Planejamento do Segundo Encontro de Formação – Professores de adultos - EJA e de crianças

Atividade	Descrição da Atividade/Conhecimento Matemático para o Ensino
1 – Análise de Livros Didáticos	Usando livros didáticos elas irão analisar as questões sobre escala para elaborar uma aula sobre construção de gráficos para os alunos de diferentes níveis de escolaridade. Serão feitos os seguintes questionamentos durante a análise dos livros: Conhecimento de Escala e do Currículo: Em que eixo (s) é realizado o trabalho com escala? Conhecimento do Horizonte de Escala: Vocês percebem diferenças entre as atividades do 1º ano para o 5º ano? Conhecimento Especializado de Escala: Que tipo de variação existe entre as atividades? Quais são as escalas utilizadas? Que tipos de questões são solicitadas (valores explícitos/ implícitos) Que tipo de habilidade é mais trabalhada nas questões? Gráficos tem título? Partem de dados reais? Qual a grandeza dos números?
2 – Apresentação de pesquisa e materiais de apoio	Foi apresentada a pesquisa de intervenção realizada por Evangelista e Guimarães (2014) que teve como objetivo investigar a influência de uma intervenção de ensino sobre escalas representadas em gráficos a partir de três tipos de atividade que exploravam o conceito de escala: medidas de comprimento, reta numérica e mapas.

3 – Planejamento de Aula sobre escala	As professoras irão planejar uma aula para seus alunos a partir das atividades que foram analisadas no livro didático ou de outras que conheçam. Esse planejamento pode ser coletivo, mas precisam fazer adaptações de acordo com a ano. O planejamento precisa contemplar os seguintes aspectos: Conhecimento de Escala e Ensino 1 – O conteúdo abordado: o assunto a ser trabalhado; 2 – Os objetivos a serem alcançados: o que os alunos irão conseguir atingir com esse trabalho; 3 – A metodologia que o professor usará: mais precisamente uma previsão de tempo, os recursos didáticos que auxiliarão a promover o aprendizado e a circulação do conhecimento no plano da sala de aula; 4 – A avaliação: a forma como o professor irá avaliar, se em atividade escrita, participação do aluno, trabalhos, pesquisas, tarefas de casa, etc. Atividade de casa: Realizar a aula planejada e trazer os protocolos dos alunos a partir das atividades propostas. É importante que a atividade proposta seja realizada individualmente para ser capaz de avaliar as dificuldades de cada um dos alunos.
---------------------------------------	---

Enquanto no primeiro encontro de formação tínhamos como foco refletir sobre o Conhecimento Especializado de Escala e o Conhecimento de Escala e do Aluno, neste segundo encontro buscamos levar as professoras a refletirem sobre que tipo de estratégias e de situações de ensino podem propor para superar as dificuldades dos alunos sobre a compreensão de escala representada em gráficos.

A primeira atividade vivenciada com as professoras foi a análise do livro didático adotado para a modalidade de Educação de Jovens e Adultos desta escola, coleção EJA Moderna: Educação de Jovens e Adultos: anos iniciais do ensino fundamental volumes 1 e 2.

As professoras foram resistentes à ideia de analisarem os livros, pois comentavam que achavam eles muito “fracos” e que não dava para serem trabalhados com as turmas. Elas só trouxeram para o encontro os livros dos Módulos I e II, desta forma a análise realizada considerou apenas esses dois volumes. Vale ressaltar que a professora PMIII afirmou que trabalhava no módulo III com o livro do módulo II por que “*os alunos não alcançavam o nível do módulo três*”.

Quanto à estrutura dos livros verificamos que o exemplar do módulo I era interdisciplinar, apresentando todas as disciplinas integradas, já o do módulo II era dividido por áreas do conhecimento, tendo uma parte específica de Matemática.

A pesquisadora pediu para as professoras verificarem nos livros se havia alguma atividade ou proposta que era possível de ser aproveitada com as turmas. Assim como no primeiro encontro de formação, adotamos uma metodologia baseada na perspectiva do professor como sujeito ativo, então a pesquisadora sempre ia levantando questões para serem discutidas coletivamente até chegar ao conceito em si.

A primeira questão levantada foi: “Em que eixo (s) está sendo realizado o trabalho com escala?” Com o intuito de construir o **Conhecimento de Escala e do Currículo** com as professoras.

Elas iniciaram analisando o sumário para ver se nele havia alguma referência ao Tratamento da Informação ou ao trabalho com gráficos.

PMI - No módulo dois tem um tópico chamado: leitura de tabelas e gráficos.

PMIII - Não estou achando no Módulo um.

PMI - O livro do módulo um não deveria ser interdisciplinar porque como eles estão no nível de alfabetização é muito difícil conseguir ler todos esses textos e fazer essas relações, deveria ser uma coisa mais limpa, menor, com textos pequenos como quadrinhas para quem está iniciando e não com texto tão complexos que assustam qualquer criatura que nunca viu letra, nem texto na vida.

Pesquisadora: Vamos olhar o livro para verificarmos se existem gráficos em outras partes e que tipo de abordagem está sendo feita. [Além disso, a pesquisadora falou sobre a importância do livro didático e que ele é um dos principais recursos que o professor tem em sala de aula].

PMI: Com essa política pública para EJA, ele termina sendo o único recurso que o professor tem.

Durante os encontros de formação percebemos que as professoras faziam comparações entre a modalidade de EJA e o ensino de crianças:

PMI: No Ensino Fundamental [se referindo ao ensino de crianças] tem um setor para alfabetização que desenvolve atividades específicas e nós recebíamos ótimas sequências didáticas para trabalhar com os alunos, e a gente parte do princípio, eu mesmo, não tenho tempo para preparar sequências didáticas de qualidade para os meus alunos de EJA. Eu até sei preparar, mas eu não tenho tempo e você sabe que a maioria dos professores de EJA já vem de dois turnos e me pergunto por que não ter uma sequência um material mais específico para EJA da rede.

PMIII: E a quantidade de conteúdo que tem no Diário Online para trabalhar com a EJA, que era uma coisa absurda.

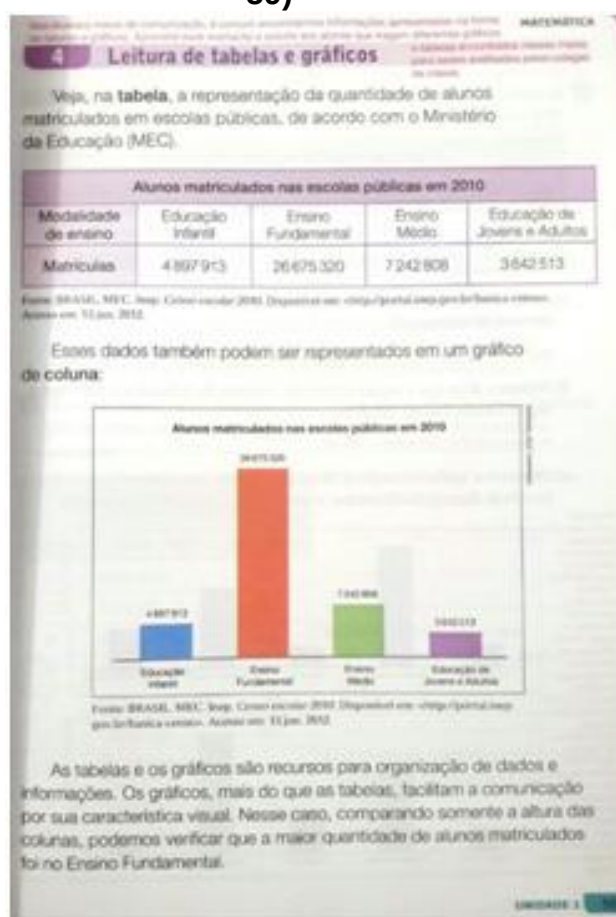
Essa fala da professora nos mostra que com a introdução do Diário de Classe on-line as professoras precisam estar sempre atentas às habilidades que precisam ser trabalhadas em cada unidade/bimestre, ou seja, o **Conhecimento de Escala e do Currículo**.

A pesquisadora continuou essa atividade de análise do livro didático pedindo para observarem os gráficos que existiam no livro e tentassem responder as

seguintes questões: “Que tipo de variação existe entre as atividades?”, “Quais são as escala utilizadas?”, “Que tipos de questões são solicitadas?”, (valores explícitos/ implícitos); “Que tipo de habilidade é mais trabalhada nas questões?”, “Os gráficos tem título?”, “Partem de dados reais?” e “Qual a grandeza dos números?” Buscando fazer mais uma vez o levantamento do **Conhecimento Especializado de Escala**.

PMI: Achei de cara um que parte de dados reais (Figura 86)... alunos de escolas públicas de dois mil e dez.

Figura 86 - Exemplo de gráfico com dados reais (EJA Moderna, Módulo II, p. 59)



Sempre que as professoras encontravam uma representação gráfica a pesquisadora fazia questões a fim de garantir que todas as questões levantadas acima fossem exploradas.

Nesse gráfico da Figura 86, foi levantado que ele não apresentava os eixos e ressaltado que os gráficos das revistas geralmente vem sem o eixo da escala e a professora PMI complementou:

PMI: eu lembro que você falou que isso faz com que eles venham com muita manipulação, não é isso?... porque não tem como a gente ter certeza se as medidas das barras estão certas e na página seguinte tem mais dois gráficos também sem escala.

Durante o processo de análise a professora PMI comentou: “comecei a gostar um pouco do livro que não conhecia”. Esta fala ressalta como a professora desconhecia o livro que deveria trabalhar (**Conhecimento de Matemática e Currículo**). A pesquisadora, então, destacou a importância de conhecermos os materiais didáticos que estão disponíveis, pois às vezes eles trazem atividades que são interessantes, mas que pela falta de conhecimento deixam de ser trabalhadas.

Um aspecto interessante foi que as professoras optaram por analisar o livro do ano que não correspondia ao que trabalhavam. No livro do Módulo II, analisado pela professora PMI só havia três gráficos na parte de Matemática. Então ela começou a procurar em outras disciplinas para ver se haviam gráficos e encontrou um gráfico na área de Ciências (Figura 87) que tinha escala de 50 em 50.

Figura 87 - Exemplo de Gráfico com escala de 50 em 50 na área de Ciências (EJA Moderna, Módulo II, p. 267).



Então a pesquisadora mostrou para elas que o gráfico tem escala de cinquenta em cinquenta, mas que quando a barra está no meio desses dois valores o livro “dá uma ajuda” ao aluno colocando o valor correspondente em cima da barra, eliminando a necessidade do aluno compreender os valores intermediários da escala. Destacou ainda que nessa atividade o gráfico precisava ser explorado pelo

professor porque não era feita nenhuma proposta a partir dos dados apresentados nele.

PMII também começou a observar esse gráfico (Figura 88) e percebeu que as barras não tinham tamanhos proporcionais e percebemos que esse gráfico estava errado. Esse tipo de atitude é fundamental e fica evidente que as discussões do dia de formação anterior tinham sido proveitosas.

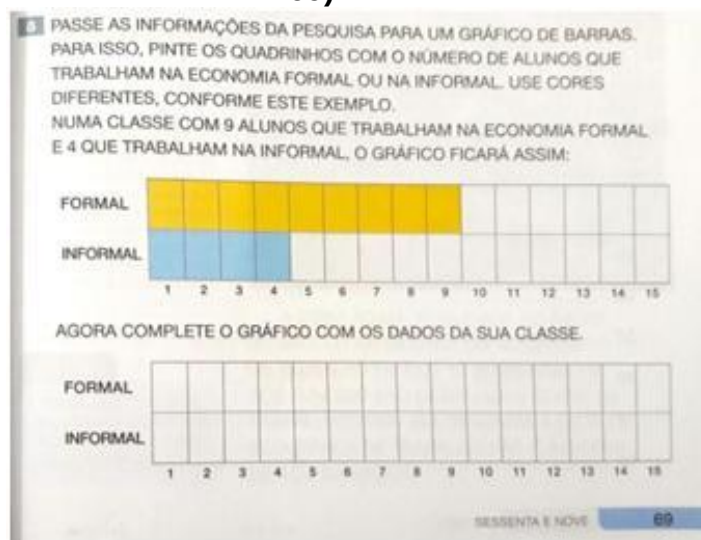
Figura 88 - Exemplo de gráfico com erro de proporcionalidade na escala (EJA Moderna, Módulo II, p. 267).



Desde o momento da entrevista foi estimulada nas professoras a habilidade de identificar se existia proporcionalidade nos dados apresentados. Se observamos a barra do estado de Santa Catarina o espaço entre o final da barra e a linha de base mais próxima (184 a 200) equivale a 16 mil toneladas e o espaço entre o final da barra do estado do Pará e a linha de base mais próxima (143 a 150) equivale a 7 mil toneladas e é bem maior do que o anterior.

Isso é bastante preocupante, pois até mesmo nos livros didáticos esse tipo de erro está acontecendo, reforçando a necessidade de estarmos preparando nossos alunos para estarem atentos, identificarem e questionarem as informações que estão sendo apresentadas, visto que, perpetua-se a ideia de que os livros didáticos estão sempre corretos. Continuando a análise, elas acharam outro gráfico (Figura 89) no livro do módulo I e a pesquisadora pediu para elas observarem o intervalo da escala. As professoras disseram que era de um em um.

Figura 89 - Exemplo de Gráfico com escala unitária (EJA Moderna, Módulo I, p. 69)



Elas também analisaram o tema do gráfico que era sobre trabalho formal e trabalho informal. Tema bastante pertinente nos dias atuais e para o público destinado.

PMII: Essa é uma atividade interessante, pois como era com dados reais o aluno ia se sentir sujeito da atividade.

Pesquisadora: Esse gráfico que está no livro do módulo um não tem título e não tem nenhuma pergunta, é apenas para preencher.

Durante a análise das representações gráficas, as professoras foram sendo levadas a refletirem sobre as diferenças existentes entre os módulos I e II. Esse também era um dos objetivos desta atividade de análise de livro didático para levantar o Conhecimento do Horizonte de Escala.

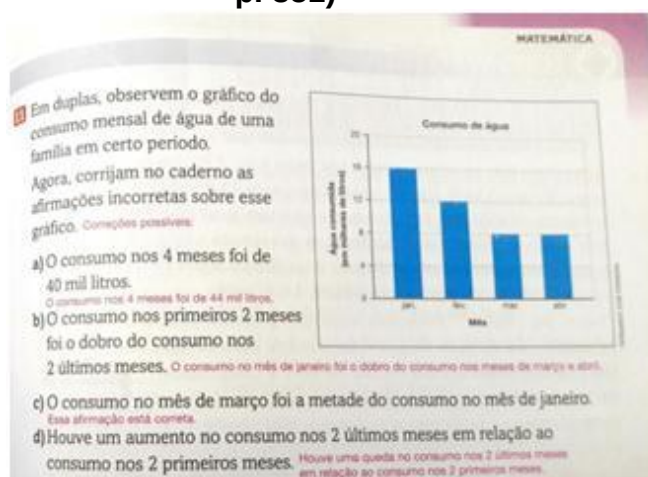
Um dos pontos destacados pela pesquisadora foi que no livro do módulo I, o intervalo da escala era menor (1 em 1), já nos livros do módulo II, eles utilizavam intervalos maiores (50 em 50).

PMI: [Encontrou outro gráfico no livro do módulo II], (Figura 90) Esse gráfico tem intervalo de quatro em quatro, tem título e os valores das barras são bem exatos, bem fáceis de se localizar na escala.

Pesquisadora: Ele tem dados reais?

PMI: "Não, ele criou a informação.

Figura 90 - Exemplo de Gráfico com escala de 4 em 4 (EJA Moderna, Módulo II, p. 351)



Nesta fala da professora PMI foi possível perceber que ela apresenta avanços em relação ao Conhecimento Especializado de Escala, tanto no aspecto epistemológico, como na aquisição e uso dos termos estatísticos adequados.

Após perceberem essa progressão em relação à análise da estrutura dos gráficos, a pesquisadora sugeriu que analisassem as perguntas que estavam sendo feitas ao gráfico e perguntou se elas sabiam o que eram valores implícitos ou explícitos na escala?

PMII - Implícito e explícito eu saberia dizer o que é, mas na escala eu não sei!.

Pesquisadora – Então explique o que você sabe sobre isso.

PMII – Explícito é quando está claro, está visível.

Pesquisadora – E na escala, como seria isso?

PMI – Dois, quatro, seis, oito.

Pesquisadora – Então esses valores estão explícitos na escala. E o que seriam os implícitos?

PMII - Os que estão “entre”.

Pesquisadora: Neste intervalo de zero a quatro no gráfico quais seriam os valores que estão implícitos?

Professoras - Um, dois e três.

Pesquisadora – Então seria mais fácil os alunos localizarem os valores explícitos ou implícitos na escala?

PMII - Os explícitos.

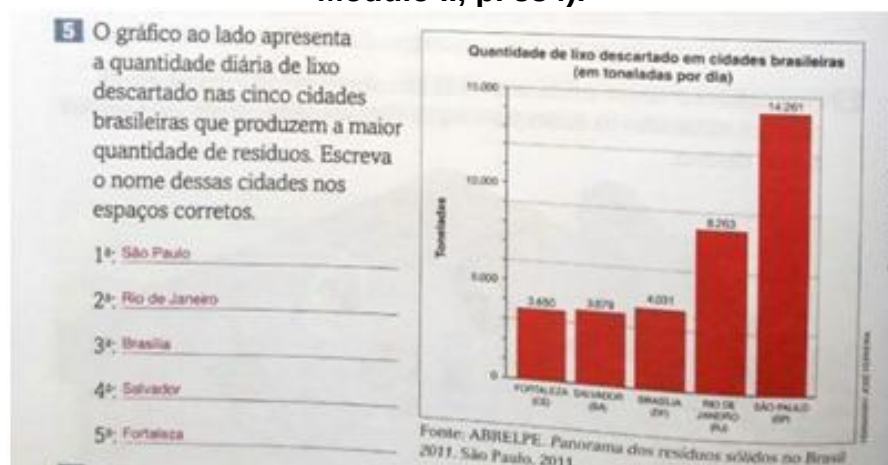
Pesquisadora – Os valores implícitos são os maiores marcadores de dificuldade dos alunos. Então eu queria que vocês dessem uma observada nisso: será que nessas questões o autor coloca alguma pergunta para o aluno localizar o valor implícito?

PMI - O livro não pergunta nada nessa questão de valor implícito.

A partir destes extratos de fala das professoras podemos perceber que a reflexão e a formação continuada são extremamente relevantes para o desenvolvimento dos conhecimentos dos professores, visto que como os estudos vêm destacando, a formação inicial não tem dado conta de preparar os professores.

A professora PMI achou outro gráfico que também era com dados reais e com escala de 5000 em 5000 (Figura 91) e destacou uma estratégia interessante do livro didático que foi usar “*tracinhos de mil em mil*” para marcar os intervalos entre os valores que estão explícitos e que isso pode mudar a forma do aluno observar o eixo.

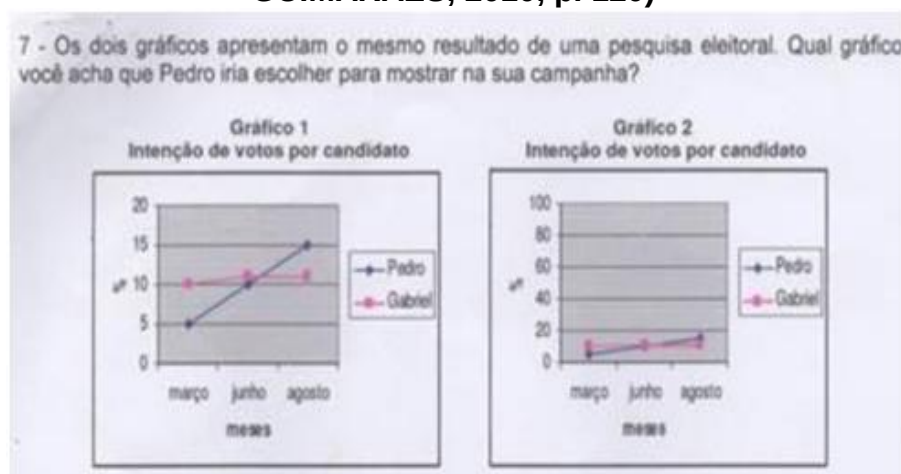
Figura 91 - Exemplo de Gráfico com escala de 5000 em 5000 (EJA Moderna, Módulo II, p. 384).



PMI: Será que essa preocupação que você tá mostrando tão grande desses valores estarem bem proporcionais é importante mesmo para a gente trabalhar com os alunos?

Então a pesquisadora mostrou uma situação na qual dois gráficos apresentavam a mesma informação, mas com escalas diferentes e isso mudava totalmente a forma como os dados eram apresentados (Figura 92).

Figura 92 - Exemplo de atividade com gráficos que apresentam a mesma informação a partir de intervalos diferentes da escala (CAVALCANTI; GUIMARÃES, 2010, p. 120)



PMI - Então o cuidado é porque isso induz a uma informação errada.

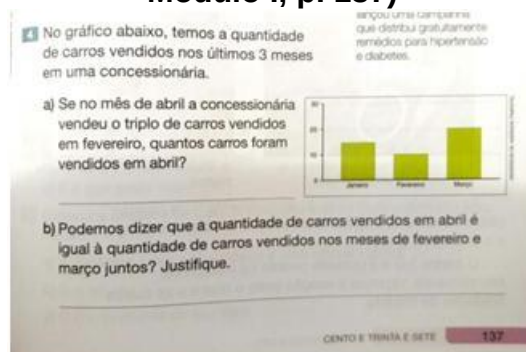
PMII - Se a gente for olhar sem analisar a gente vai achar que aqui a diferença é muito maior do que aqui.

A pesquisadora apresentou o exemplo da sua pesquisa desenvolvida no curso de mestrado⁸, na qual teve como objetivo investigar como adultos e crianças dos anos iniciais de escolarização compreendiam escala representada em gráficos de barras e de linha. Nessa pesquisa com 152 alunos de escolas públicas da Região Metropolitana do Recife, do 3º e 5º ano do Ensino Fundamental e Módulos I-II e III da Educação de Jovens e Adultos, essa foi uma das questões que propusemos que eles respondessem. Eles não foram capazes de perceber que a diferença apresentada nos dois gráficos era devido à escala, mas que os dados eram os mesmos.

PMII achou outro gráfico no livro (Figura 93) do módulo I com intervalo de 10 em 10, sem título e com valores inventados pelo autor.

⁸ CAVALCANTI, M. R. G. A. **Como adultos e crianças compreendem a escala representada em gráficos**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica – UFPE. Recife, 2010.

Figura 93 - Exemplo de gráfico com intervalo de 10 em 10 (EJA Moderna, Módulo I, p. 137)



Nesse caso o gráfico apresentava uma barra que correspondia a um valor implícito na escala, mas em momento nenhum o livro fez uma questão que solicitasse do aluno a localização dessa informação.

PMIII: Mas eu acho que o ideal era partir de atividades sobre os alunos.

Neste momento iniciou-se uma discussão sobre a importância da pesquisa, visto que como afirmam Silva e Guimarães (2011) é fundamental proporcionar a vivência de situações nas quais o indivíduo possa pensar um problema, elaborar questões, testar suas hipóteses, escolher os instrumentos e a forma de coletar os dados, analisar e interpretar as informações, escolher como deve comunicar os resultados obtidos. Enfim, desenvolver o espírito investigativo que faz parte da natureza humana.

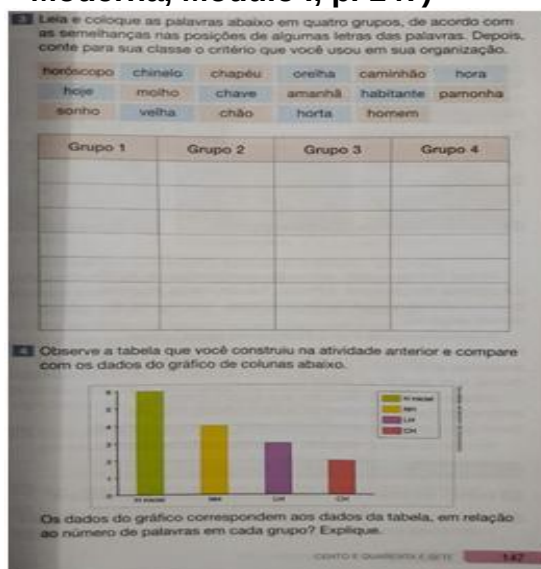
Entretanto, foi também refletido que se trabalharmos sempre o ciclo investigativo completo da pesquisa não conseguiremos contemplar as especificidades das dificuldades de cada uma das etapas, como a compreensão da escala. Por isso, é importante trabalhar o ciclo investigativo e também vivenciar atividades específicas para trabalhar cada fase ou etapa.

PMIII - Uma pesquisa mais simples que dá para ser feita rapidamente em sala é agrupar os alunos em relação aos meses do ano que fazem aniversários e depois colocar essas informações em uma tabela e depois fazer um gráfico.

Pesquisadora – Sim, é importante também fazer esse tipo de pesquisa na sala porque como a quantidade de alunos é pequena, os valores a serem representados também serão pequenos. Isso vai facilitar a introdução do conteúdo sobre construção e interpretação de escala.

Continuando a análise a professora PMII encontrou no livro um gráfico relacionado à Língua Portuguesa no qual o aluno precisava classificar um grupo de palavras pela posição do h, (Figura 94).

Figura 94 - Exemplo de gráfico relacionado à Língua Portuguesa (EJA Moderna, Módulo I, p. 147)



Então a pesquisadora problematizou: será que essas palavras podem ser classificadas de outra forma? Não só pelo emprego do h? E ela vai lendo as palavras e perguntando: quais seriam os critérios que a gente poderia usar para classificá-las? Foi refletindo com elas que os critérios não precisam ser sempre pré-estabelecidos, mas que cada indivíduo pode criar um critério. Então elas começaram a brincar: pode ser os que são azuis e os que são rosa; o que é de comer e o que é de brincar. E aí PMI fala que uma boa ideia para atividade de classificação é classificar animais e fala que as crianças têm ótimas ideias pra classificá-los.

Continuaram procurando gráficos no livro e acham outro exemplo de atividade (Figura 95) que tinha como proposta refletir sobre os problemas do seu bairro.

Figura 95 - Exemplo de Gráfico para preenchimento a partir de uma pesquisa (EJA Moderna, Módulo I, p. 151)



Nesta atividade os alunos tinham que preencher no gráfico um quadradinho para cada tipo de problema. PMI falou que já tinha feito uma pesquisa desse tipo e que gerou grandes discussões por que dentro de uma mesma comunidade existe uma prestação de serviços diferente, por exemplo, a coleta de lixo era feita em uma rua e em outra não. Ressaltamos o quanto as temáticas apresentadas nos livros poderiam suscitar boas aprendizagens e discussões sobre a realidade dos alunos e bons motivos para coleta e análise de dados estatísticos relacionados aos mesmos.

A pesquisadora também destacou que a maior parte dos gráficos dos livros didáticos já vem prontos, ficando para os alunos apenas o preenchimento, enquanto que para construir com lápis e papel praticamente não existem propostas. Isso talvez seja a causa dos alunos terem mais dificuldade com esse tipo de habilidade.

Para finalizar essa atividade a pesquisadora foi fazendo o fechamento dos aspectos levantados por elas na análise dos livros didáticos.

Em relação ao **Conhecimento de Escala e do Currículo**, as professoras perceberam que o trabalho com gráficos tanto acontece em capítulo específico como em outras áreas do conhecimento como Ciências e Português. Quanto ao **Conhecimento do Horizonte de Escala** a pesquisadora ressaltou a diferença dos

intervalos da escala que no módulo I eram menores (1 em 1, 10 em 10) e os do módulo II são bem maiores (50 em 50, 5000 em 5000).

O **Conhecimento Especializado de Escala** analisado pelas professoras mostrou que os livros têm trabalhado várias habilidades como interpretação e preenchimento, que as escalas tinham intervalos unitários e não unitários. Também vimos que as questões eram pra localizar os valores que estavam explícitos na escala e que quando as informações estavam implícitas elas não eram exploradas e que muitos gráficos dos livros vêm tratando de dados reais.

Após esse momento de análise do livro didático adotado pela escola para trabalhar com essas turmas a pesquisadora apresentou as atividades criadas na pesquisa de Evangelista e Guimarães (2014) a qual descreve uma intervenção de ensino em uma turma do 5º ano sobre como trabalhar as dificuldades com escala. Essa pesquisa evidencia que com apenas duas aulas de mais ou menos 2 horas cada, as pesquisadoras/professoras conseguiram levar os alunos a superar algumas dificuldades de forma significativa.

Evangelista e Guimarães (2014) utilizaram atividades envolvendo escala proposta nos eixos de números e operações (reta numérica), grandezas e medidas e geometria (mapas), exatamente para investigar se essas atividades contribuíam para a compreensão de escalas representadas em gráficos. Então a pesquisadora foi apresentando as questões que foram utilizadas no pré-teste da pesquisa de Evangelista e Guimarães (2014).

No primeiro gráfico (Figura 96) apresentou o eixo da escala sem alguns valores, marcando apenas a origem, o ponto dez e o final que é noventa. Nesta questão o aluno precisava localizar os valores trinta, oitenta e cinquenta. A pesquisadora discutiu com as professoras sobre o que os alunos precisam fazer para responder. Elas afirmaram que os alunos precisavam compreender que a escala ia de zero a noventa e que cada espaço do intervalo era de dez em dez, a partir daí eles conseguiriam ir marcando proporcionalmente o trinta, o cinquenta e o oitenta.

Figura 96 - Exemplo de atividade para representar valores na escala de um gráfico de barras. (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 81)

1 - No gráfico abaixo estão representados os pesos das pessoas que fazem parte da família de Amanda. Na hora de construir a escala que apresenta a massa (kg), alguns valores não foram colocados. Complete, registrando os valores 30, 80 e 50.



Figura 97 - Exemplo de atividade para representar valores na escala de um gráfico de linha simples. (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 82)

2 - O gráfico abaixo apresenta a venda de CDs no Brasil no período de 2000 a 2005. Na hora de construir a escala que representa a quantidade de CDs vendidos, alguns valores não foram colocados, complete registrando os valores 40, 60 e 30.



A segunda atividade (Figura 97) proposta tinha a mesma lógica da primeira, mudando o intervalo que passa a ser de vinte em vinte e o tipo de gráfico, agora de linha.

Na atividade 3 (Figura 98) é apresentada a escala do gráfico, mas os valores das barras, que são implícitos, precisam ser identificados. A atividade 4 (Figura 99) tem a mesma lógica dessa anterior, mudando o tipo de gráfico para linha.

Figura 98 - Exemplo de atividade para localizar valores implícitos na escala de um gráfico de barras (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 84)

3 - As despesas mensais de uma família no ano de 2011 estão representadas no gráfico abaixo. Observe a escala do gráfico e escreva os valores que estão faltando nas barras.



Figura 99 - Exemplo de atividade para localizar valores implícitos na escala de um gráfico de linha simples (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 87)

4 - O gráfico abaixo representa o crescimento da população do Brasil no período de 1960 a 2010. Observe a escala do gráfico e escreva os valores dos pontos identificados no gráfico e que não foram representados.



A atividade 5 apresentava um gráfico com erros na escala e pedia para elas encontrarem esses erros. PMII e PMI foram lendo as informações e tentando identificar, mas a pesquisadora precisou mostrar porque elas não conseguiram descobrir.

Figura 100 - Exemplo de atividade para localizar erros de escala nos valores expressos nas barras. (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 90)

5 – No gráfico abaixo temos a quantidade de municípios dos estados de Pernambuco e Paraíba que realizam algum tipo de coleta de lixo.



Na hora de construir o gráfico foram cometidos dois erros. Analise e escrevam os erros desse gráfico.

Em seguida foi apresentada a atividade 6 (Figura 101) que trazia um gráfico que precisava ser associado a uma tabela. A pesquisadora foi identificando com as professoras o número de votos de cada esporte até elas identificarem a tabela que melhor representava.

Figura 101 - Exemplo de atividade para fazer a correspondência entre valores expressos em um gráfico. (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 93)

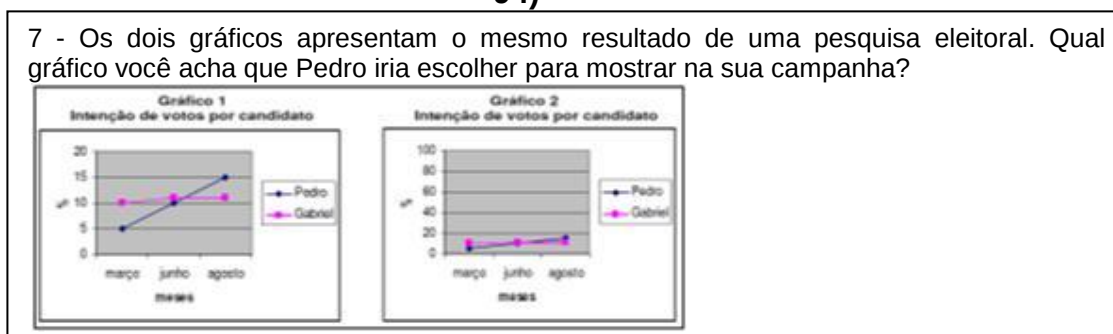
6 - Foi realizada uma pesquisa com três turmas de 5º ano sobre os esportes que os alunos praticam, como mostra o gráfico abaixo. Verifique que tabela melhor representa o resultado da pesquisa.



A		B		C		D	
ESPORTES	Nº	ESPORTES	Nº	ESPORTES	Nº	ESPORTES	Nº
VOLEIBOL	10	VOLEIBOL	15	VOLEIBOL	10	VOLEIBOL	5
NATAÇÃO	15	NATAÇÃO	10	NATAÇÃO	5	NATAÇÃO	0
BASQUETE	25	BASQUETE	0	BASQUETE	0	BASQUETE	10
FUTEBOL	5	FUTEBOL	15	FUTEBOL	25	FUTEBOL	15
CORRIDA	0	CORRIDA	25	CORRIDA	15	CORRIDA	25

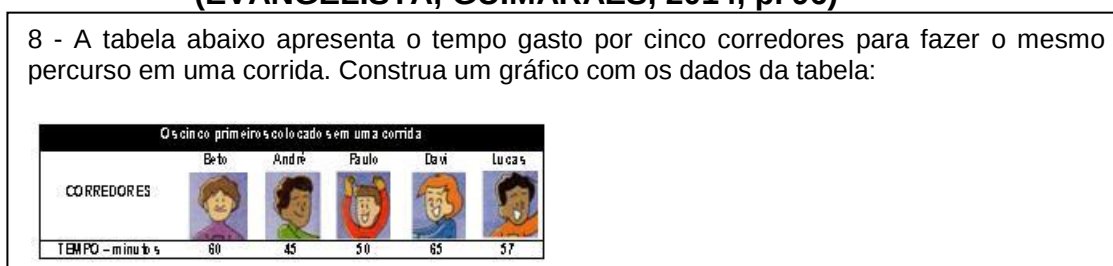
A questão 7 (Figura 102) já tinha sido discutida anteriormente e era sobre o resultado de uma campanha eleitoral na qual os gráficos apresentavam a mesma informação, mas com escalas diferentes.

Figura 102 - Exemplo de atividade para comparar os mesmos dados apresentados em gráficos com escalas (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 94)



A atividade 8 (Figura 103) apresentava uma tabela para os alunos construírem um gráfico. A pesquisadora explicou que após esses testes foram realizadas dois dias de atividades que envolviam escala em situações diferentes de gráficos.

Figura 103 - Exemplo de atividade para construir gráfico a partir de uma tabela. (EVANGELISTA; GUIMARÃES, 2014, p. 96)



Além dessas atividades a pesquisadora também apresentou e foi refletindo com as professoras sobre as atividades da intervenção relacionadas à reta numérica, medidas e mapas, envolvendo três atividades de interpretação e três de construção. Em seguida apresentou o livro "O mundo em infográficos" no qual são apresentados gráficos com variadas informações e que a maioria deles não apresenta escala, o que facilita a manipulação das informações. Além destes materiais, destacou também que se pode utilizar revistas e jornais e retirar os gráficos para serem analisados e localizados os erros.

Após essa exposição de atividades e de propostas que podem ser feitas para superar as dificuldades com escala. A pesquisadora solicitou que elas elaborassem uma aula envolvendo a compreensão de escalas em gráficos e que desenvolvessem

com seus alunos. No encontro seguinte elas teriam que relatar como foi essa aula e trazer alguma atividade feita pelos alunos para análise coletiva.

Neste segundo encontro de formação fizemos o levantamento de vários Conhecimentos relacionados ao ensino de escala.

A análise do **Conhecimento Especializado de Escala** foi realizada a partir das falas das professoras durante a análise das questões envolvendo gráficos nos livros didáticos. Com o decorrer das análises e reflexões sobre as atividades pudemos verificar que as professoras foram avançando em suas reflexões, valorizando dados reais, discutindo sobre os diferentes intervalos e apresentando um vocabulário mais estatístico.

Quanto à noção de valor implícito e explícito fomos construindo juntas a fim de dar subsídios às professoras de identificarem os aspectos geradores de dificuldades nas atividades de interpretação. Entretanto, não encontramos atividades que solicitassem a localização de valores implícitos nos gráficos.

7.4.4 Segundo Dia de Formação – Professoras de crianças

O segundo encontro de formação com as professoras do Ensino Regular também foi dividido em três atividades: análise dos livros didáticos utilizados pelas professoras; apresentação de pesquisa e materiais de apoio e planejamento de aula para superar as dificuldades dos alunos delas.

A primeira atividade vivenciada pelas professoras foi a análise dos livros didáticos utilizados por elas, uma vez que eles são um importante recurso para os professores. Para a análise foram levantadas algumas questões norteadoras. A primeira questão envolvia o reconhecimento dos eixos da matemática no currículo com o intuito de fazer o levantamento do **Conhecimento de Escala e do Currículo**.

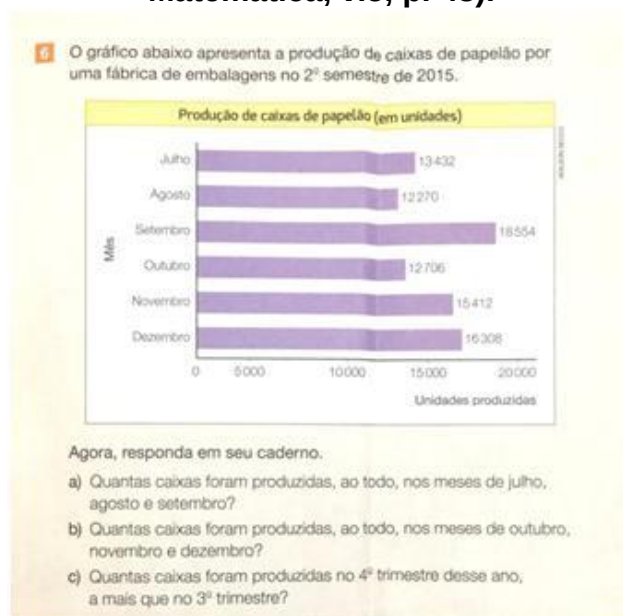
PR3 - No meu as atividades vêm bem distribuídas, pois em cada unidade vêm algumas atividades sobre Tratamento da Informação.

As professoras concordaram com a resposta da professora PM3 e a pesquisadora foi explicado que a princípio existiam capítulos específicos para trabalhar tratamento da informação, mas que hoje as atividades estão distribuídas em todos os eixos do livro e também em livros didáticos de outras áreas do conhecimento.

A segunda questão tratava do Conhecimento do Horizonte de Escala e buscava investigar se elas percebiam diferenças entre as atividades com gráficos do 1º ao 5º ano. Nesse momento elas iam folheando o livro e analisando as questões que havia gráficos. Buscando o **Conhecimento Especializado de Escala** eram realizadas perguntas sobre a diferença entre elas, as escalas utilizadas, tipos de questões solicitadas (valores explícitos/ implícitos), dados reais, grandeza dos números, entre outras.

A professora PR5 encontrou uma atividade com gráfico (Figura 104) no livro do 5º ano e falou que ela estava envolvendo a adição por que pede pra os alunos somarem as informações que estão no gráfico. De fato, a atividade proposta solicitava essa operação e não exigia que o aluno compreendesse a escala.

Figura 104 - Exemplo de gráfico com escala de 5000 em 5000. (Projeto Navegar Matemática, v.5, p. 43).



Então a pesquisadora pediu para elas observarem o valor do intervalo da escala e elas constatarem que a escala tinha intervalo de cinco mil em cinco mil. Aproveitando a situação de estarem analisando um gráfico com escala com intervalo na grandeza de mil, a pesquisadora pergunta se essa era uma atividade pertinente aos alunos do primeiro ano e que intervalos tem sido utilizados nos livros delas.

PR5 - O primeiro gráfico que apareceu no livro do quinto ano tinha o intervalo de dois em dois milhões... o objetivo desta questão é estudar os milhões.

Pesquisadora – Então está no eixo de Números e Operações?

PR5 – Sim.

A partir destas análises as professoras perceberam que esta coleção faz o uso de representações gráficas também em outros eixos e que utiliza diferentes intervalos nas escalas dos gráficos, desde o 1º ano.

A professora PR1 encontrou uma atividade e comentou “já tinha outra atividade que dava a impressão que era gráfico (Figura 105), mas era só pra representar os números, mas esse daqui é um gráfico mesmo, que trata dos doces preferidos (Figura 106)”.

Figura 105 - Exemplo de atividade para representação de quantidades com aparência de gráfico (Projeto Navegar Matemática, v.1, p. 74).

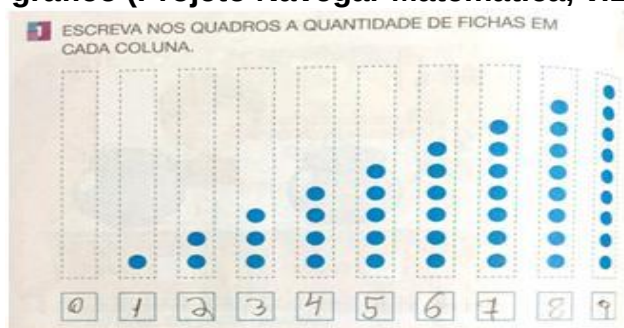
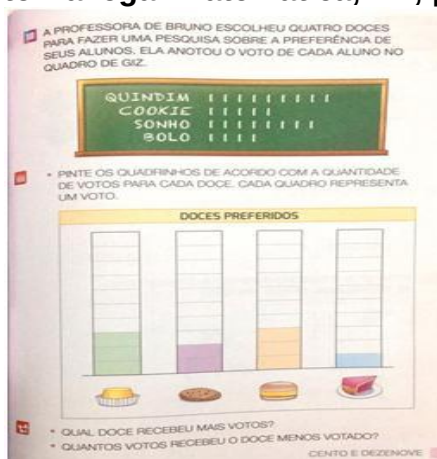


Figura 106 - Exemplo de gráfico de barras construído a partir de pesquisa (Projeto Navegar Matemática, v.1, p. 119).



Essa colocação da professora foi interessante para mostrar que ela consegue distinguir uma representação gráfica de outras imagens.

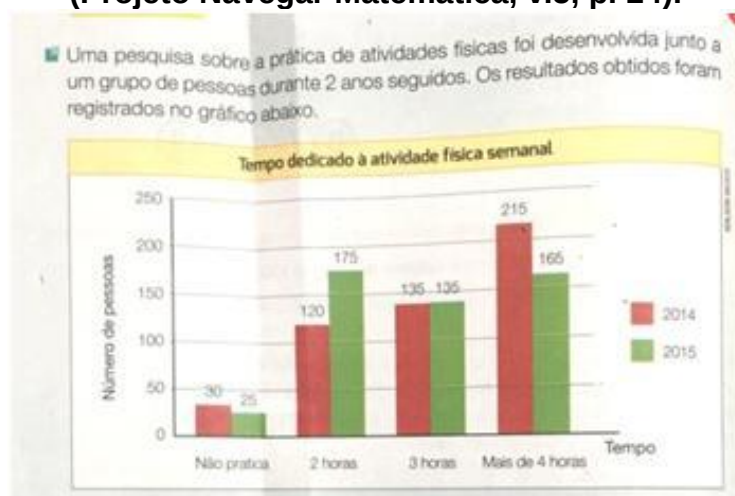
Pesquisadora – Esses dados apresentados neste gráfico são dados reais ou inventados?

PR1 - São dados reais.

Pesquisadora – Será? Para termos dados reais é preciso fazer a pesquisa.

Um aspecto importante de ser considerado na análise das representações gráficas é justamente a origem dos dados, ou seja, se foram inventados ou se partiram de uma pesquisa e são dados reais. O trabalho com dados reais permite os alunos refletirem sobre a realidade. Continuando a conversa, a professora PR5 achou outro gráfico (Figura 107) no livro do 5º ano, o qual apresentava barras múltiplas. A pesquisadora explicou que este tipo de gráfico apresenta duas informações para cada categoria, exigindo mais atenção do leitor para analisar as informações apresentadas.

Figura 107 - Exemplo de gráfico de barras múltiplas com escala de 50 em 50 (Projeto Navegar Matemática, v.5, p. 24).



A pesquisadora pediu para elas observarem que a escala desse gráfico tinha o intervalo de 50 em 50 e perguntou se sabiam o nome dos valores que estão no meio desses números que estão na escala.

PR1 - É o intervalo.

Pesquisadora – Sim, mas a gente chama de valores explícitos esses que estão na escala e os que não estão, chamamos de valores implícitos, por exemplo, o 30 está aqui na escala?

Professoras - Não.

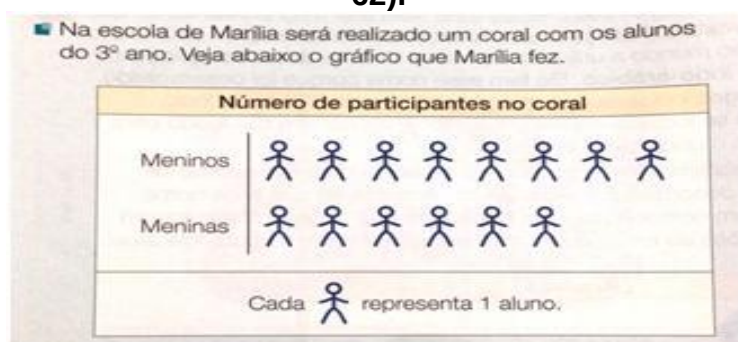
Pesquisadora – Então ele está implícito.

Neste trecho a pesquisadora buscou apresentar para as professoras algumas peculiaridades da escala apresentada em gráficos que ainda não haviam sido

levantadas pelas professoras que é a possibilidade de o valor estar explícito ou implícito no intervalo da escala.

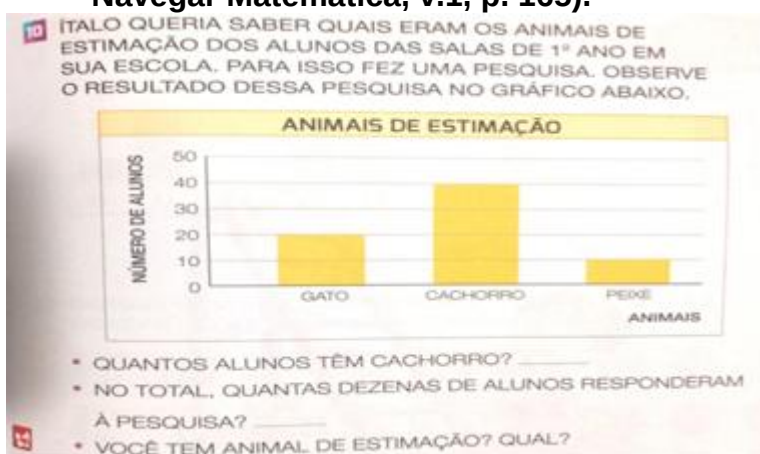
A professora PR3 encontrou um gráfico (Figura 108) no livro do 3º ano e a pesquisadora explicou que o nome desse gráfico é pictórico porque ele utiliza imagens para apresentar os dados.

Figura 108 - Exemplo de gráfico pictórico (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 62).



Então a professora PR1 achou outro (Figura 109) no 1º ano e a pesquisadora pediu para observarem qual intervalo da escala.

Figura 109 - Exemplo de gráfico de barras com escala de 10 em 10. (Projeto Navegar Matemática, v.1, p. 165).



PR1 - É de dez em dez.

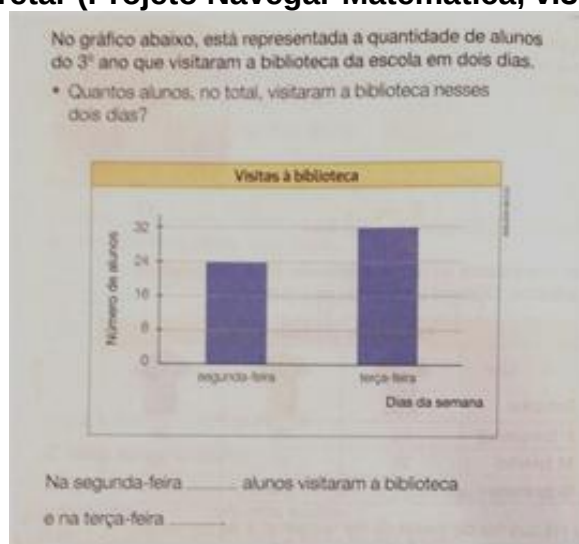
Pesquisadora – Então a gente já pode ver uma diferença entre o primeiro e o quinto anos, não é?

PR1 - Os tipos de gráfico.

Pesquisadora – No livro do quinto ano teve gráfico de linha, de setor, de pizza, de barras múltiplas, enquanto que no primeiro ano, só gráficos de barras e pictórico.

A professora PR3 encontrou um gráfico (Figura 110) no livro do 3º ano sobre a quantidade de alunos da escola do 3º ano e comentou “*esse gráfico traz uma situação que foi criada para fazer o gráfico*”, se referindo a não serem dados reais.

Figura 110 - Exemplo de gráfico de barras com escala de 8 em 8 para interpretar (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 74).



Então após perceber que elas já estavam mais atentas a análise das representações iniciou a análise do tipo de habilidade que estava sendo proposto na atividade: nesses gráficos as questões são para interpretar ou para construir?

Professoras - Para interpretar.

Pesquisadora – Se são para interpretar esses valores que elas estão perguntando estão implícitos na escala?

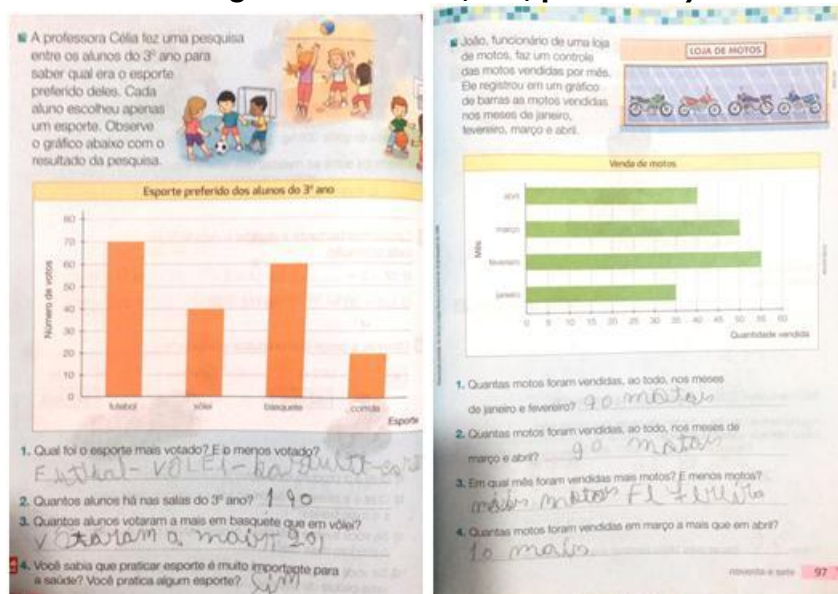
PR3 - Não.

Pesquisadora – Essas questões são bem simples para os alunos responderem, pois se tivesse um valor implícito, no meio da escala, isso é que seria um fator de dificuldade para eles.

Neste trecho é possível constatar que com essa coleção utilizada na escola também encontramos uma ausência de atividades que trabalhem com a localização de valores implícitos, assim como em outras coleções investigadas em diversos estudos.

A professora PR3 encontrou mais dois gráficos (Figura 111) no seu livro do 3º ano: um de barras e outro de barras horizontais.

Figura 111 - Exemplo de gráfico de barras e barras horizontais (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 96 e 97).



Daí a pesquisadora falou que esses dois gráficos têm um elemento a mais, que são as linhas de grade, e explicou que elas podem facilitar o aluno no momento de localizar os valores na escala. Quando a pesquisadora percebia que uma professora não explorava bem a análise da atividade, ela fazia a condução a partir do levantamento de questões:

Pesquisadora – De quanto em quanto é o intervalo dessas escalas?

PR3 - Uma é de dez em dez e a outra de cinco em cinco.

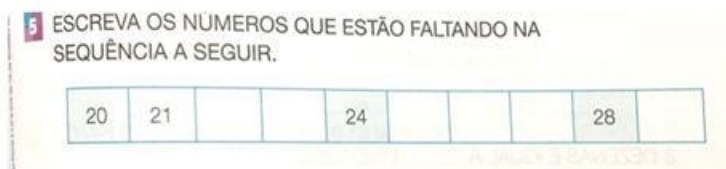
Pesquisadora – Essas informações são dados reais ou não?

PR3 – São uma pesquisa, mas não foi com a minha turma.

Então a pesquisadora destacou que é importante também prestar atenção nesses temas de pesquisa para termos subsídio no dia a dia de sugestões de propostas para realizarmos com nossas turmas.

A professora PR5 achou um gráfico de setor no livro do 5º ano e a pesquisadora falou que esse gráfico é bem simples para ler, mas para construir é bastante difícil, pois precisa estabelecer uma proporção entre a porcentagem e os ângulos da circunferência. Entretanto, é facilmente construído em uma planilha eletrônica a partir da criação de uma tabela. Enquanto a professora PR1 passava as páginas do livro do 1º ano, a pesquisadora perguntou se as atividades que estão faltando alguns números (Figura 112) para completar a sequência numérica davam pra trabalhar escala?

Figura 112 - Exemplo de atividade com sequência numérica (Projeto Navegar Matemática, v.1, p. 113)

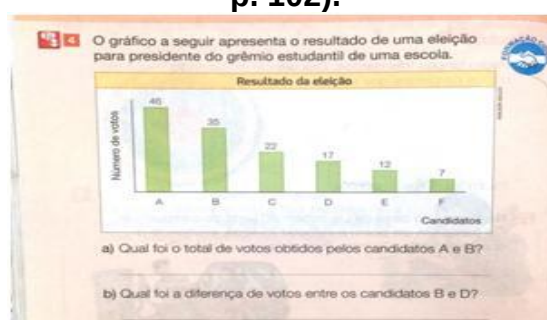


Elas ficaram caladas!

Novamente percebemos que a pesquisadora levantou uma questão, mas que parece que as professoras não apresentavam Conhecimento sobre o tema para discutir esse **Conhecimento Especializado de Escala**. Era esperado que elas compreendessem que a escala de uma representação gráfica apresenta as mesmas especificidades de uma reta numérica, como ser graduada e numerada em partes proporcionais.

Então a professora PR3 achou outro gráfico que não tinha escala (Figura 113) e discutiram também que as questões eram para olhar os números e fazer conta. Na verdade, essas atividades não têm a intenção de refletir sobre gráficos, eles são apenas pretextos para o aluno fazer contas.

Figura 113 - Exemplo de gráfico sem escala (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 102).

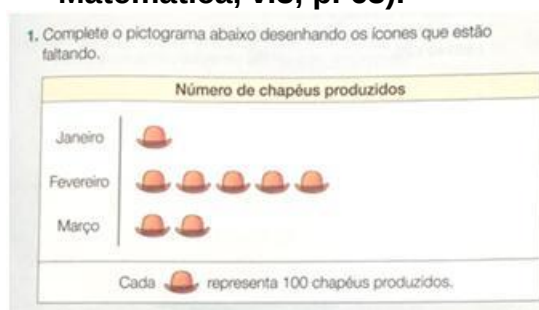


Foram observando outros gráficos e realizando comentários sobre o que observavam. No livro do 1º ano (Figura 114) tinha um gráfico pictórico no qual cada bala representa uma unidade. No livro do 3º ano havia atividades que mostravam que cada ícone do gráfico pictórico podia representar mais de uma unidade (Figura 115).

Figura 114 - Exemplo de gráfico pictórico – unitário (Projeto Navegar Matemática, v.1, p. 91).

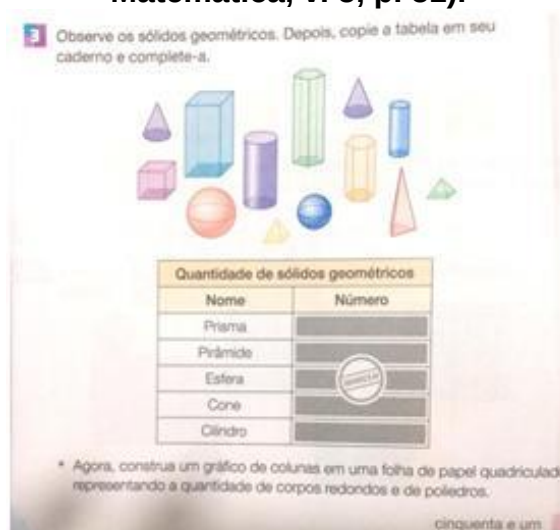


Figura 115 - Exemplo de gráfico pictórico - 100 em 100 (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 63).



A pesquisadora perguntou se haviam encontrado atividade de construção de gráfico. Como nenhuma professora respondeu, ela pediu para a professora PR5 abrir na página cinquenta e um do livro do quinto ano e mostrou que a atividade (Figura 116) era uma das poucas atividades que envolviam a construção de gráficos.

Figura 116 - Exemplo de atividade de construção de gráfico (Projeto Navegar Matemática, v. 5, p. 51).



Essa atividade estava associada a outras relacionadas à geometria e envolvia a compreensão dos nomes de figuras sólidas regulares e sua representação, além dos conceitos de corpos redondos e poliedros. Em relação ao gráfico a ser construído, solicitava que fosse de coluna e com malha quadriculada.

Pesquisadora – Porque papel quadriculado?

Professoras - Porque facilita.

Pesquisadora: Será que facilita? E se não tiverem os quadradinhos suficiente para pintar setenta?

PR1 – Ele vai ter que dividir os quadradinhos.

Pesquisadora – Então se forem quantidades muito grandes que não se tem quadradinhos suficientes, o aluno terá que fazer a mesma relação de quando não tem um papel quadriculado e criar intervalos maiores para a escala.

Estudos vêm mostrando (GUIMARÃES, 2002) que existem situações que o papel quadriculado pode ajudar ou não. Quando você pode construir uma escala de 1 em 1 (unitária), facilita.

A professora PR3 achou uma atividade (Figura 117) que era para pintar um quadradinho para cada aluno no mês que faz aniversário e a pesquisadora explicou que essa atividade não é bem uma construção porque nesse caso já está tudo pronto, ou seja, já estão desenhados os eixos, determinadas as categorias, cabendo ao aluno apenas pintar, então esse é apenas preenchimento.

Figura 117 - Exemplo de atividade de preenchimento de gráfico (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 140).

Pinte um quadrinho para o mês de aniversário de cada aluno de sua sala.

jan	
fev	
mar	
abr	
maio	
jun	
jul	
ago	
set	
out	
nov	
dez	

* Agora, responda:

a) Em que mês há mais aniversariantes? _____

b) Em que mês há menos? _____

c) Quantos alunos nasceram no mesmo mês que você? _____

140 cento e quarenta

Então a pesquisadora falou que em uma pesquisa anterior (GUIMARÃES, G. et al, 2007) analisaram os livros do PNLD e perceberam que a maior parte das questões era de preenchimento e interpretação e que pouquíssimas eram de construção.

Então a professora PR3 viu outra questão (Figura 118) e mostrou para o grupo. A pesquisadora perguntou se dava para trabalhar escala e as professoras acharam que sim, pois teriam que achar o valor correspondente ao tamanho de cada retângulo e fazer comparações entre as medidas.

Figura 118 - Exemplo de atividade envolvendo medida (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 143).

Observe os retângulos e depois responda às questões.

A →

B →

a) Quantos centímetros de comprimento tem o retângulo A?
E o retângulo B?

b) Em quantos centímetros de comprimento o retângulo A é maior que o retângulo B? _____

A professora PR3 também achou uma atividade no livro do 3º ano que tinha imagens com carros de cores diferentes (Figura 119) e que elas disseram que poderia ser adaptada pra fazer uma *“atividade de construção, pensando em quantos são rosas, quantos são azuis, quantos são verdes, seria uma atividade simples mas*

que eles poderiam fazer uma construção” e a pesquisadora falou eles poderiam classificar os carros, colocar as informações em tabelas e depois fazer gráficos.

Figura 119 - Exemplo de situação que pode ser utilizada para a construção de gráficos (Projeto Navegar Matemática, v.3, p. 157)



Após a análise de todos esses gráficos a pesquisadora percebeu a necessidade de fazer uma reflexão acerca das diferenças que podíamos estabelecer entre os livros do 1º ao 5º anos para levantar os **Conhecimentos de Escala e Currículo e Conhecimento Especializado de Escala**.

Pesquisadora – Quais os intervalos da escala dos gráficos?

PR1 - De dez em dez. [Se referindo ao primeiro ano].

Pesquisadora – Também achamos de 1 em 1.

PR3 - Falou de cinco em cinco [Terceiro ano].

PR5 - No quinto ano já tinha até de milhões.

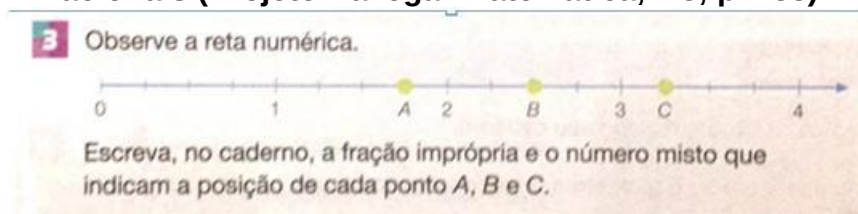
Pesquisadora: Então parece que os livros tentam fazer uma gradação de dificuldade em relação à grandeza dos números representados nos gráficos.

Pesquisadora: Em relação às questões de interpretar percebemos que a maioria era pra perguntar “quem tem mais”, “que têm menos”, “qual a diferença”. Vimos também que a maior parte das atividades envolve a habilidade de interpretação e quando é pra construir eles fazem mais seu preenchimento do que a própria construção por parte do aluno. Em relação ao tipo de gráfico percebemos uma grande variedade de tipos, mas que no primeiro ano são explorados mais gráficos de barras.

Outro aspecto que não foi levantado pelas professoras durante a análise, mas que a pesquisadora achou relevante apresentar foi que principalmente nos livros do quinto ano tem um tipo de atividade que envolve a reta numérica com os números um, dois, três, quatro, cinco... e pede para o aluno localizar os que estão faltando, por exemplo, pedem para marcar um meio, três quartos e esse tipo de atividade é muito mais difícil e às vezes nós vemos que ele não trabalham nos gráficos o valor

implícito porque consideram que é difícil, mas o trabalho com esse tipo de atividade de localizar números racionais (Figura 120) é muito mais complexo.

Figura 120 - Exemplo de atividade com reta numérica no contexto de números racionais (Projeto Navegar Matemática, v.5, p. 133).



Este exemplo traz uma reta numérica e pede para o aluno identificar os valores correspondentes às letras A, B e C que são fracionários. Desta forma, no livro e na Matemática existem várias outras situações como reta numérica, medidas, que dá pra se trabalhar a noção de escala e principalmente sobre essa relação entre o que tem entre os valores da escala, entre o zero e o um, por exemplo.

A professora PR3 deu um exemplo de uma situação que aconteceu com ela ao trabalhar os números. Ela contou que pediu para um aluno contar de vinte até trinta, ele contou e depois ela perguntou que número tem entre vinte e três e vinte e cinco? Então o aluno ficou parado olhando pra ela sem saber o que responder. Daí ela pediu para o aluno escrever os números de vinte a trinta e perguntou novamente o que é que tem entre o vinte e três e o vinte e cinco e mesmo assim ele não conseguia. Foi aí que ela percebeu que ele não estava entendendo o que significava "entre" e ela perguntou pra ele: você sabe o que significa "entre" e o aluno disse que era pra entrar. E ela esclareceu que neste caso é para saber quem tá no meio entre um número e outro. E o aluno falou ah, isso eu sei!

E a outra coisa que analisamos foi que a maior parte dos dados dos livros não são reais e a gente vê como isso é importante porque usar dados reais vai ter mais sentido para os alunos.

A professora PR1 deu um exemplo de uma pesquisa que ela fez com sua turma e que os alunos se interessaram muito sobre a quantidade de sódio dos alimentos e a pesquisadora mostrou pra elas o quanto é importante vivenciar todas as etapas da pesquisa. Foi ressaltado também a variedade de temáticas que podem ser pesquisadas pelos alunos envolvendo o mundo físico e social, mas que

infelizmente, livros didáticos e professores vem propondo rotineiramente pesquisas sobre preferências, empobrecendo a curiosidade e busca de soluções para questões levantadas.

A pesquisadora iniciou a segunda atividade que buscava apresentar para as professoras uma pesquisa de intervenção realizada por Evangelista e Guimarães (2014) que teve como objetivo investigar a influência de uma intervenção de ensino sobre escalas representadas em gráficos a partir de três tipos de atividade que exploravam o conceito de escala: medidas de comprimento, reta numérica e mapas e que conseguiram fazer com que os alunos avançassem na compreensão da escala.

A pesquisadora explicou que todas as atividades utilizadas nessa pesquisa foram adaptadas do livro didático e começa a explicar as questões utilizadas no teste feito com os alunos da pesquisa.

A primeira questão trazia um gráfico de barras e o eixo da escala só apresentava os valores zero, dez e o último que era noventa e os alunos tinham que registrar nas escalas valores trinta, oitenta e cinquenta.

E ela pergunta que conhecimentos os alunos precisariam ter para responder essa questão?

PR3 - Régua, contagem de dez em dez.

PR1 - Tinha que ir marcando de dez em dez.

Pesquisadora: Temos que ter o cuidado para a partir de agora não querermos que os alunos dividam os espaços da escala milimetricamente perfeitos, mas temos que garantir essa reflexão sobre os intervalos serem aproximadamente proporcionais, sendo possível fazer sem a régua.

PR3: Eu acho que a sequência numérica é um detalhe que as crianças ainda têm dificuldades, com a noção de ordem crescente e decrescente... é justamente o entendimento desses conceitos.

Na segunda questão ela usa a mesma lógica dessa primeira, só que com gráfico de linha e com o intervalo de vinte em vinte.

Já na terceira questão ela utiliza um gráfico de barras, a escala tem os valores, mas neste caso ela retirou os valores das barras que são implícitos na escala e pede para o aluno identificar.

Na questão quatro ela vai mudar o tipo de gráfico para gráfico de linha e pediu também para os alunos identificarem os pontos que estão implícitos na escala que tinha o intervalo de cinquenta em cinquenta.

Na questão cinco ela apresenta um gráfico de barras múltiplas com a quantidade de municípios do estado de Pernambuco e da Paraíba que realizam algum tipo de coleta de lixo e nesse gráfico foram cometidos dois erros e pede para os alunos identificarem eles.

Então a pesquisadora pediu para elas tentarem identificar esses erros. Elas ficam analisando.

PR1 - Olha só, o quinze está mais alto do que o dezoito.

PR3 - O quinze está acima de vinte.

Na sexta questão havia um gráfico com escala de dez em dez e pedia-se para que o aluno identificasse qual era a tabela que continha os dados apresentados no gráfico.

Na sétima questão eram apresentados dois gráficos e se questionava qual era o melhor para o candidato Pedro apresentar em sua campanha. Nesta questão as informações eram as mesmas, mas os intervalos eram diferentes, o que fazia com que a imagem da diferença dos votos entre os candidatos no gráfico fosse ampliada ou reduzida.

A professora PR3 achou muito interessante essa questão e disse: “parece que deu um zoom”.

Em pesquisas anteriores nem alunos adultos, nem crianças conseguiram identificar essa diferença entre as escalas dos gráficos.

A oitava atividade era de construção onde era apresentada uma tabela e eles precisavam construir um gráfico. É importante a gente prestar atenção na grandeza dos números que gera a necessidade de criar um intervalo que não seja unitário.

Após a realização destes testes ela iniciou as intervenções com os alunos que se baseavam em três diferentes eixos.

Em relação ao eixo de Medidas a primeira atividade trazia uma reta com alguns pontos e falou que a distância da casa de Marcos até escola era de quinhentos metros. Na reta estavam marcados mais alguns pontos e pediu para identificarem a distância entre a padaria e à praça, por exemplo, então o aluno precisava compreender que haviam dividido em cinco espaços esta reta e que se eram quinhentos metros no total, então a distância entre cada ponto seria cem metros.

Na segunda questão era apresentada uma régua desenhada e algumas tiras e pedia-se para eles medirem a distância de cada tira.

Já a terceira, semelhante à atividade sobre as eleições, apresenta-se duas escalas uma com intervalo de dez em dez centímetros e outra de vinte em vinte centímetros e precisavam representar o valor trinta e cinco. Então os alunos iam perceber que em uma o trinta e cinco parece que foi ampliado e na outra, reduzido. Para realizar essa atividade Evangelista e Guimarães (2014) precisaram trabalhar a noção de metade, mais que a metade e menos que a metade.

As outras atividades foram de construção nas quais elas determinavam o tamanho da escala e os intervalos para os alunos localizarem os valores dados no enunciado.

Outro contexto trabalhado foi de reta numérica. Na primeira era dada uma reta com alguns valores e outros para serem identificados.

Na segunda também tinham alguns outros valores para serem representados na reta numérica.

Na terceira questão de interpretação havia duas retas com intervalos diferentes que apresentavam a mesma quantidade e pedia-se para identificar o que é que tem de diferente ou igual em cada par de retas numéricas.

Nas questões de construção pedia-se para construir uma reta numérica. Na primeira situação de dez em dez unidades para representar os números que eram dados e na segunda graduada de cinco em cinco unidades para apresentar os valores que estavam em uma tabela.

A professora PR1 comentou que nessa questão havia alguns dificultadores que eram os números trinta e dois e quarenta e sete porque não eram a metade do intervalo. **Conhecimento Especializado de Escala.**

Outro contexto foi o do mapa. Foram apresentados alguns mapas para os alunos localizarem os pontos que estavam determinando, alguns pontos de referência e outras para eles construírem uma linha que era a escala no mapa e marcar os pontos referentes à medida de cada local.

Além desse trabalho a pesquisadora trouxe outra sugestão que foi o livro "O mundo em infográficos" que é uma tendência hoje de apresentar gráficos com variadas informações.

PR5 - São muitos atrativos, mas que nem é tão simples de se interpretar.

Pesquisadora – É verdade, são várias informações que a gente precisa ter cuidado na hora de analisar.

Além desses infográficos temos também os gráficos em revistas e jornais.

Após a análise dos livros, apresentação de pesquisa de intervenção e de outras sugestões a pesquisadora apresentou a terceira atividade deste encontro que envolvia o planejamento de uma aula a partir dessas sugestões e do que você já tem de material para realizar com os alunos a fim de superar essas dificuldades que eles apresentam com a escala.

Neste segundo encontro nos propomos a avaliar alguns conhecimentos docentes para o ensino de escala. O primeiro foi o **Conhecimento de Escala e do Currículo** que foi avaliado a partir da análise dos livros didáticos. As professoras utilizavam os livros com suas turmas, mas verificamos que elas passaram a ter um olhar mais acurado para as atividades envolvendo o trabalho com escala passando a identificar aspectos importantes como a diversidade de tipos de gráfico, de intervalos da escala, se os dados eram reais ou inventados e o tipo de habilidade envolvida em cada questão.

Quanto ao **Conhecimento do Horizonte de Escala** as professoras conseguiram perceber que a principal diferença com o evoluir da escolaridade é o tipo de gráfico, pois no primeiro ano apresentam apenas o gráfico pictórico e de barras e no quinto ano existe uma grande diversidade. Quanto ao intervalo da escala percebemos que não havia uma preocupação.

Durante todo o encontro de formação a pesquisadora precisou estar norteando com questões as análises das professoras a respeito do **Conhecimento Especializado de Escala** porque elas conseguiam identificar os gráficos presentes nos livros, mas não tinham despertado a capacidade de observar aspectos como o tipo de escala utilizada, os aspectos que podem gerar facilidade ou dificuldade para os alunos, entre outros aspectos. Contudo, ficamos muito satisfeitas, pois uma das professoras (PR1) conseguiu identificar que o trabalho com valores implícitos é complicado para os alunos *“nessa questão havia alguns dificultadores que eram os números trinta e dois e quarenta e sete porque não eram a metade do intervalo”*.

7.4.5 Terceiro Encontro de Formação – Professores de adultos - EJA

O terceiro encontro de formação foi dividido em três momentos: socialização da aula realizada por cada professora, avaliação coletiva das aulas e apresentação e discussão da progressão para o ensino de escala. Conforme o Quadro 18 abaixo:

Quadro 18 - Planejamento do Terceiro Encontro de Formação – EJA e Ensino Regular

Atividade	Descrição da Atividade/Conhecimento Matemático para o Ensino
1-Socialização da aula realizada	As professoras deverão apresentar o plano para as colegas considerando os seguintes aspectos: Conhecimento de Escala e Ensino e Conhecimento de Escala e dos Alunos: Analisar o desempenho da turma; Reflexão conjunta sobre os objetivos de vocês e a aprendizagem dos alunos.
2 –Avaliação da aula	As professoras farão a avaliação da aula realizada, de forma individual e por escrito tentando responder as seguintes questões: Conhecimento de Escala e dos Alunos: Quais as dificuldades que seus alunos apresentaram? Conhecimento Especializado de Escala: Quais você acha que é possível trabalhar com seus alunos? Por quê? Conhecimento de Escala e Ensino: Como você poderia propor a próxima aula?
3 – Apresentação da progressão para o ensino de escala	Para encerrar iremos apresentar a proposta o Quadro de Progressão (sem os resultados) e preencher com elas sobre a adequação do mesmo, considerando a experiência delas e a aula proposta para seus alunos. Conhecimento do Horizonte de Escala: Realizar a comparação do preenchimento das professoras com o do nosso estudo.

A primeira atividade desenvolvida neste último encontro de formação foi o relato de como ocorreu cada aula realizada pelas professoras com seus alunos. Após esse relato foi realizada uma reflexão conjunta sobre os objetivos planejados e aprendizagens dos alunos.

É importante salientar que foi feito um acordo com as professoras para que a pesquisadora assistisse às aulas que elas haviam planejado, mas sem fazer nenhuma intervenção. O intuito era observar o desenrolar do planejamento e observar a participação e reação dos alunos durante as aulas.

Observação da aula realizada pelas professoras dos Módulos I e II de EJA

Iniciamos apresentando o planejamento e depois um relato da observação da aula pela pesquisadora. É importante ressaltar que as professoras dos módulos I e II

questionaram a possibilidade de planejarem a aula para essas turmas conjuntamente, visto que o quantitativo de alunos era pequeno e que tinham praticamente o mesmo nível de aprendizagem, facilitando assim a discussão e troca dos alunos no momento da aula. Assim, a aula foi realizada nas turmas de módulo I e II pelas professoras PMI e PMII. Neste dia estavam presentes quinze alunos. O planejamento está apresentado na Figura 121.

Figura 121 - Planejamento das professoras PMI e PMII

Conteúdo:

- ✓ Compreendendo e usando a Escala

Objetivos:

- ✓ Localizar e representar valores numa reta numérica, numa escala
- ✓ Desenvolver a habilidade de ler e interpretar escalas em gráficos e mapas.

Atividades:

- ✓ Nomear pontos de referência encontrados no caminho de casa até a escola
- ✓ Nomear pontos de referência nos arredores da escola e da comunidade.
- ✓ Exercícios xerocados
- ✓ Leitura de imagens
- ✓ Leitura de mapas e globo terrestre.

Avaliação:

- ✓ Através da observação na participação dos exercícios e realização das atividades propostas.

A professora PMII começou a aula contextualizando a origem do mapa, falando que ele foi o primeiro tipo de carta que existiu. Depois ela apresentou para a turma um mapa da região Centro Oeste fazendo uma leitura dele e comparações entre as áreas dos estados. Em seguida ela questionou:

PMII - Como um estado tão grande pode estar em um papel?

Aluno - Ele está representado.

PMII - Como eu vou representar um espaço muito grande sem mentir?

Aluno - O helicóptero olha de cima e vai fazendo o mapa.

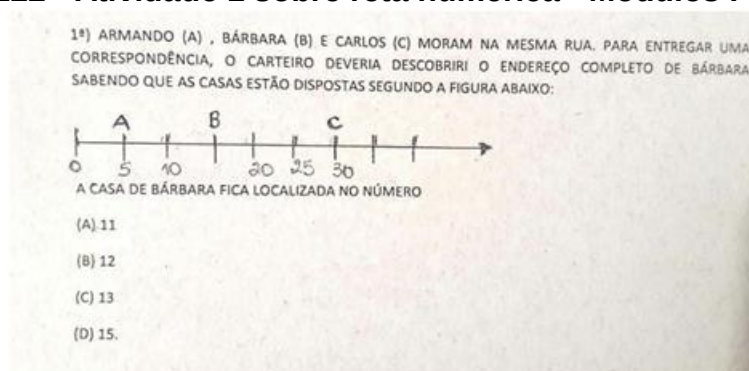
PMII - O helicóptero não enxerga tanto quanto satélite... é ele hoje que faz os mapas e as linhas imaginárias... os espaços do mapa se chamam escala... Escala é a medida que vai dizer o tamanho daquele espaço mesmo estando num espaço pequeno ... por exemplo, o sala de aula que pode ser representada no papel e para isso precisa da régua... instrumentos de medida com uma régua, fita

métrica, as unidades de medida com um metro, centímetros... na régua começa sempre a contar a partir do zero.

A partir desta introdução e discussão podemos observar que a professora iniciou a aula problematizando a situação de um espaço grande poder ser representado em uma folha de papel. Durante a discussão percebemos que ela faz uma definição de escala “*é a medida que vai dizer o tamanho daquele espaço mesmo estando num espaço pequeno*” e destaca a importância tanto das unidades como dos instrumentos de medida para se trabalhar a escala. Vale ressaltar que este não foi o tipo de escala que nós discutimos durante todo o processo de formação, já que esta noção de escala tem relação com o trabalho com mapas e nós debatemos sobre a escala representada em gráficos que tem outra função e parte da ideia de linearidade de uma reta numerada.

Após essa discussão a professora PMI entregou uma atividade numa ficha para a turma. Como na turma alguns alunos ainda não sabiam ler, a professora desenhou a reta numérica da atividade 1 (Figura 122) no quadro e fez a leitura e explicação da atividade com os alunos.

Figura 122 - Atividade 1 sobre reta numérica - Módulos I e II



Nesta atividade a primeira questão apresentava uma reta numérica com origem em zero e que estava preenchida com os valores cinco, dez, vinte, vinte e cinco e trinta e solicitava a localização do valor representado pela letra B na reta numérica e eles logo respondem que era quinze a resposta.

PMI – Por quê?

Alunos - Porque tá aumentando de cinco em cinco.

PMI - Entre zero e cinco que pontos podem estar?

Aluno – um, dois, três e quatro.

PMI - E entre cinco e dez tenho que valores?

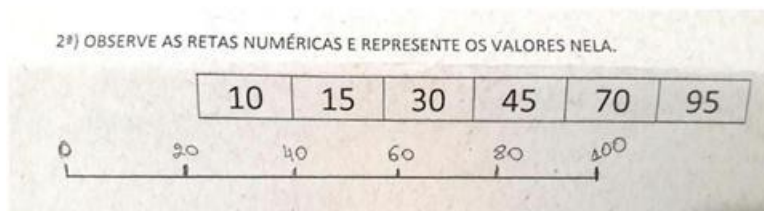
Aluna - seis, sete, oito e nove.

Este trecho nos mostra que a professora a partir da reta numérica apresentada fez a exploração da noção de valores implícitos ou “entre”, como ela denominava. Entretanto, podemos perceber que a discussão de como representar um espaço grande em um pequeno que ela utilizou para iniciar a aula não se relaciona com a atividade proposta, já que nessa atividade o que os alunos precisam compreender é que os espaços entre os traços eram de cinco.

A professora continuou a explicação da segunda questão (Figura 123).

Existem alguns números que estão dentro de quadrados e que devem ser colocados na reta numérica que tem intervalo de vinte em vinte e aí ela começa a trabalhar noção de metade, de metade da metade, por exemplo, para localizar o dez ele teria que entender que está na metade entre zero e vinte e que o quinze na metade entre dez e vinte e assim por diante.

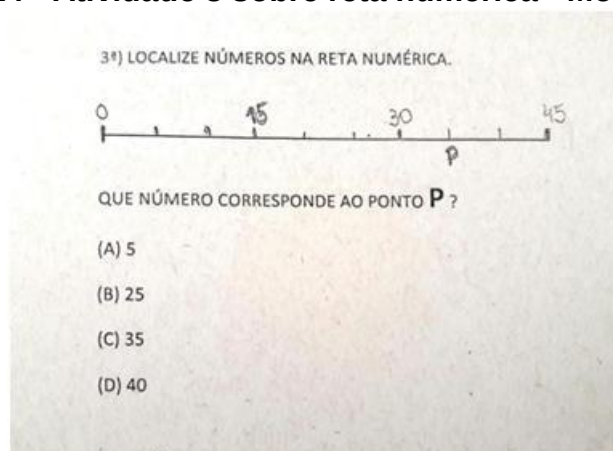
Figura 123 - Atividade 2 sobre reta numérica - Módulos I e II



A professora foi realizando a atividade coletivamente e levando os alunos a refletirem sobre os espaços intermediários da reta numérica, isso fez com que eles não apresentassem dificuldades, ou não se colocassem. Apenas alguns, mais participativos, iam falando os números que eram necessários serem localizados na reta numérica.

A terceira questão (Figura 124) a professora explicou que tinha outra reta numérica, só que neste caso tem apenas quatro valores representados nela: zero, quinze, trinta e quarenta e cinco. Nessa atividade eles precisavam identificar o valor correspondente ao ponto P na reta. Para isso era necessário saber de quanto em quanto estava graduada a reta numérica.

Figura 124 - Atividade 3 sobre reta numérica - Módulos I e II



Uma aluna logo respondeu de cinco em cinco. E a professora PMI continuou explicando que uma reta pode estar graduada de cinco em cinco, de dez em dez, de cem em cem, de mil em mil, ou seja, a escala pode ser de qualquer tamanho, por isso existem diferentes tipos de mapas.

Novamente percebemos que a professora confunde a escala de gráficos com a escala de mapas. Alguns alunos participaram mais da aula, principalmente os mais jovens, e uma mesma aluna sempre apresentava oralmente a resposta à questão proposta pela professora. Isso fazia com que os demais ouvissem e também dessem respostas semelhantes.

Após as atividades a professora PMII começou a explicar outra questão.

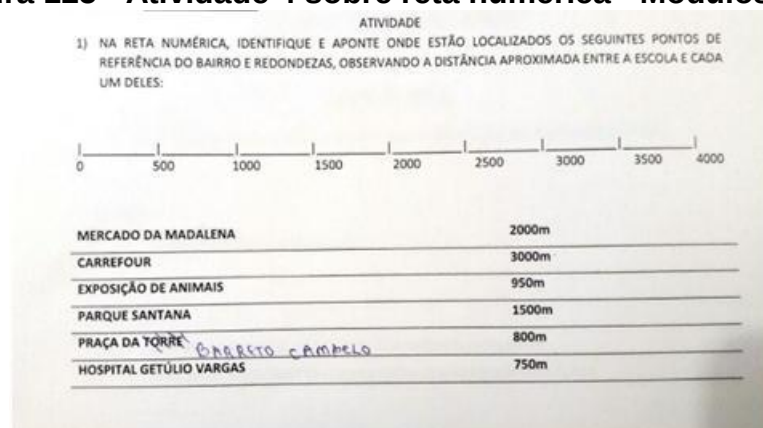
PMII – Essa vai exigir mais atenção. Se eu fosse na casa de vocês eu ia passar por onde? Quais são as referências para eu poder chegar na casa de vocês?

Alunos - O supermercado Extra Bom; o GOE...

PMII – Também tem aplicativos que são utilizados para nos localizarmos como: o Wase, o Cittamobi, o Google Maps e GPS.

Após fazer o levantamento sobre os pontos de referência citados pelos alunos, ela começou a questionar sobre uma estimativa da distância entre esses locais e a escola e em seguida ela entregou uma ficha aos alunos com os pontos de referência citados e a distância deles a escola e explicou que eles deviam localizar esses pontos na reta numérica (Figura 125).

Figura 125 - Atividade 4 sobre reta numérica - Módulos I e II



É importante destacar que existiam alguns valores que estavam explícitos e outros implícitos na reta. Isso nos mostra que elas se preocuparam com os valores que iam ser localizados pelos alunos, demonstrando o **Conhecimento Especializado de Escala**.

Como foram percebendo que alguns alunos estavam apresentando dificuldades a professora PMII começou a trabalhar com eles o intervalo da escala de quinhentos em quinhentos e foi explicando alguns locais em que espaço deveria ser colocado no mapa ou reta numérica. Nesta atividade como os alunos estavam lidando com valores altos alguns sentiram dificuldades de fazer a leitura dessas quantidades (por exemplo: mil e quinhentos, lia cento e cinquenta) e a professora foi ajudando de banca em banca, já que estavam respondendo individualmente.

Em relação à atuação das professoras podemos observar que elas apresentavam **Conhecimentos Especializados de Escala**, visto que se preocuparam em apresentar retas numéricas com uma graduação nas unidades utilizadas iniciando de cinco em cinco e indo até quinhentos em quinhentos. Também se preocuparam em proporcionar aos alunos momentos de localizarem valores que estavam implícitos e explícitos. Contudo, em algumas situações percebemos que elas faziam algumas confusões, já que contextualizavam com alguma situação de mapa ou representação e propunham atividades que trabalhavam com a localização dos valores em retas numéricas.

Além disso, foi possível perceber uma preocupação das professoras em dar condições aos alunos que ainda não sabiam ler, optando por conduzir as atividades coletivamente, ou seja, lia, explicava, aguardava o “feedback” dos alunos e logo

corrigia. Isso foi sendo feito questão por questão, para diminuir a diferença tão grande, tanto de idade, como de conhecimento dos alunos da EJA.

Observação da aula realizada pela professora do Módulo III da EJA

Essa aula foi realizada em uma turma de módulo III pela professora PMIII. Neste dia estavam presentes doze alunos. O planejamento da professora está apresentado na Figura 126.

Figura 126 - Planejamento da professora PMIII

EJA __MÓDULO III

PLANO DE AULA

CONTEÚDO: NOÇÕES DE ESCALA

OBJETIVOS:

- . ASSOCIAR O ESPAÇO ÀS POSSIBILIDADES DE REPRESENTAÇÃO, TENDO COMO PARTIDA O LUGAR DE VIVÊNCIA;
- . DESENVOLVER A COMPREENSÃO DA EXISTÊNCIA DAS FORMAS DE REPRESENTAÇÃO DE OBJETOS E DO ESPAÇO PARA APRESENTAÇÃO;
- . ESTABELECEER RELAÇÕES DE OBJETOS DE TAMANHOS REAIS PARA REPRESENTÁ-LOS EM ESPAÇOS LIMITADOS;
- . PROPORCIONAR CONDIÇÕES PARA OS ALUNOS COMPREENDEREM OS SUBMÚLTIPLOS DO METRO;
- . REFORÇAR O CONCEITO DA UTILIZAÇÃO DA RÉGUA EM PRÁTICAS SIMPLES.

RECURSOS DE MATERIAIS:

- . OBJETOS ESCOLARES, PAPEL OFÍCIO, PAPEL QUADRICULADO, RÉGUA, LOUSA.

AValiação:

- . PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS NAS ATIVIDADES PROPOSTAS;
- . O INTERESSE EM DESENVOLVER AS ATIVIDADES;
- . A REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES SOLICITADAS, QUE PODEM SER OBJETO DE AVALIAÇÃO FORMAL;
- . A HABILIDADE DE RECONHECER A RÉGUA COMO OBJETO DE MEDIDA;
- . A CAPACIDADE DE PERCEBER AS CONVENÇÕES CARTOGRÁFICAS QUE SÃO DEFINIDAS COM O OBJETIVO DE REDUZIR OS OBJETOS DO SEU TAMANHO REAL PARA O IDEAL PARA SER REPRESENTADOS.

A sala estava organizada em forma de U e os alunos tinham a possibilidade de troca com os pares do lado. Além disso, a professora conduziu a aula sempre explicando o que devia ser feito e em seguida pedia para os alunos socializarem suas produções para uma discussão coletiva acerca das atividades realizadas, fazendo assim a correção.

A professora iniciou a aula perguntando aos alunos quais materiais escolares eles têm que podem ser desenhados em uma folha de papel em tamanho real. Eles

foram respondendo: lápis, estojo, cola. Em seguida ela questionou quais eles poderiam representar, mas que não cabiam na folha? Então eles responderam: bolsa, livro, armário. Em seguida ela entregou para os alunos uma folha de papel e ofereceu uma régua, como apoio, para desenharem três objetos escolares que cabiam na folha em tamanho real.

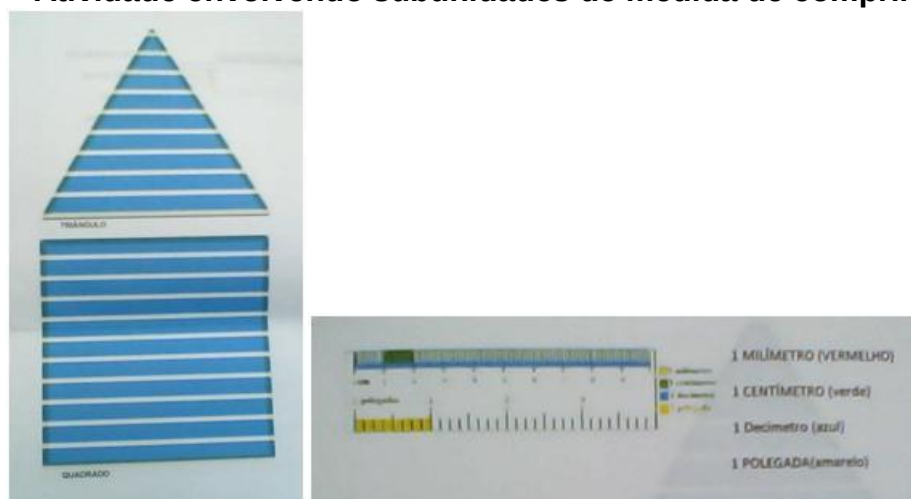
A princípio eles disseram que não precisavam da régua. Durante a realização da atividade ela comentou com os alunos que os produtos da revista Avon às vezes vêm com frases embaixo dizendo que a imagem não está em tamanho real. Após todos terminarem ela pediu para cada um mostrar para turma o que desenhou.

Em seguida solicitou que os alunos verificassem na sala quais objetos não eram possíveis de serem representados no tamanho real na folha de papel. Eles foram falando: cadeira, mesa, lâmpada, bolsa. Então ela pediu para eles escolherem um desses objetos e desenharem. Alguns alunos começam a pedir a régua para apoio e ela distribuiu para todos. Enquanto os alunos estavam desenhando, ela falou: vejam a proporção das medidas para que não fujam do tamanho, pode usar como apoio a régua. Eles usaram a régua apenas para deixar as linhas retas. Durante a atividade ela pegou duas representações do “quadro branco da sala de aula” de alunos diferentes e mostrou que elas eram diferentes, pois como não estavam em tamanho real era possível serem representados desta forma (com escalas diferentes).

Em seguida os alunos foram mostrando para a turma seus desenhos. Eles representaram a lâmpada, o armário, o quadro, a porta, as cadeiras, o ventilador, o birô da professora. Consideramos essa atividade introdutória muito interessante, pois nos mostra o verdadeiro significado e função da escala. Entretanto, este não é o significado de escala em uma reta numérica representada em gráficos e sim a escala proporcional entre duas figuras, demonstrando uma confusão nas noções do Conhecimento Especializado de Escala.

Após essa atividade, ela entregou uma nova ficha e pediu para os alunos observarem as figuras: um quadrado e um triângulo (Figura 127).

Figura 127 - Atividade envolvendo subunidades de medida de comprimento



Iniciou uma discussão sobre as características das figuras com lados iguais, regiões planas, medidas dos lados e foi fazendo registro dessas informações no quadro. Voltou a comentar sobre as unidades de medida mais adequada para medir a mesa e alguns instrumentos como a trena, a régua e a fita métrica. Explicou que o metro tem um ponto inicial o zero e mostrou que ele vai medindo de um em um. A régua também tem essa lógica de medir de um em um e partir do zero. Discutiu também sobre as subunidades do metro como o centímetro e o milímetro e pediu para os alunos utilizarem a régua para medir o tamanho dos lados do quadrado e também o tamanho dos lados do triângulo.

Em seguida a professora PMIII pediu para eles utilizarem a régua e desenharem dois quadrados um com quatro centímetros de lado e o outro com dois centímetros e explicou novamente que como é um quadrado todos os lados têm que ter a mesma medida.

Na última etapa de sua aula entregou uma folha de papel quadriculado e disse que esse era um momento mais livre. Pediu para eles olharem o desenho da folha e para identificarem o formato. Alguns falaram que era quadrado. Em seguida pediu para medirem o lado desses quadrados. Os alunos perceberam que tinha seis milímetros. Então ela pediu para eles fazerem um trabalho artístico desenhando “cinco quadrados de forma bem artística”, respeitando as características dos quadrados e podendo colocar um quadrado dentro do outro com tamanhos diferentes “desde que seja uma coisa bem artística”.

Podemos verificar que a professora saiu do foco do trabalho com escala e foi para Geometria ao explorar as propriedades do quadrado e do triângulo e Grandezas e Medidas enfatizando o trabalho com o metro e suas subunidades.

A aula terminou e não deu tempo para os alunos pintarem e fazerem uma exploração da medida dos lados dos quadrados desenhados por eles.

Desse modo, percebemos quanto ao **Conhecimento de Escala e Ensino** que as professoras dos três módulos ao planejarem suas aulas priorizaram a relação entre mapas e escala. A aula proposta para os Módulos I e II trabalhou a noção de reta numérica envolvendo a localização de valores explícitos e implícitos, o que consideramos fundamental. A aula do Módulo III poderia até ter sido mais exitosa se tivesse explorado mais a régua enquanto reta numerada e não pensando em focar na explicação de suas subunidades (centímetros e milímetros).

Relato das professoras

O terceiro dia de formação foi iniciado com o relato das professoras sobre suas aulas. A professora PMI iniciou fazendo o relato das turmas dos módulos I e II de EJA. O conteúdo da aula planejada foi: compreender e usar a escala e tinha como objetivo levar os alunos a aprenderem a localizar e representar valores numa reta numérica - escala e desenvolver a habilidade de ler e interpretar escalas em gráficos e mapas.

PMII - Nós bolamos algumas atividades, pesquisamos outras e fizemos adaptações com alguns pontos de referência que os alunos conheciam próximo da escola.

PMI - Particularmente achei que foi muita informação para uma aula, pois só dois ou três compreenderam a aula... o restante eu acho que ficou naquele "tô" entendendo, mas não consigo fazer sozinho, não sei pra que fazer ou aprender isso.

PMII - Percebemos que eles têm muitas lacunas de aprendizagem, pois esse conceito parece ser uma coisa boba e fácil, mas exige outros conhecimentos que eles não têm e isso dificulta.

PMI - Acho que é possível superar, mas precisa sempre tá fazendo e falando sobre escala, não dá pra fazer isso em uma aula só.

PMI - Eu acho que foi muita coisa que a gente falou: pensamos na perspectiva de sair do mais geral com a leitura de mapas até o mais específico, contudo percebemos que existem muitas lacunas.

PMI - Eu acho que eles se utilizam muito dos conhecimentos que têm do dia a dia, mas que não refletem muito sobre eles, por exemplo, eu perguntei a eles o que era um quilômetro e eles ficaram meio que titubeando. Quantos metros estão representados aqui?

Eles sabem, por exemplo, que dez metros é daqui para exposição de animais, mas fazer as transformações de saber quantos metros tá dentro de 10, em relação às unidades de referência, existem muitas dúvidas.

PMII - As lacunas têm a ver com os conteúdos básicos de Matemática, por exemplo, as grandezas e medidas padronizadas não são muito conhecidas, eles usam mais as medidas não padronizadas como palma, a mão, o pé.

PMI - Esse conteúdo deve ser trabalhado desde muito cedo e é algo indispensável. Hoje, quando vejo um gráfico logo analiso se as informações e se a escala estão corretos.

A partir da fala das professoras é possível perceber que existe uma preocupação com a construção do Conhecimento de Escala e Ensino. Segundo Ball et al. (2008) este conhecimento envolve o planejamento do ensino, a preparação de atividades, a avaliação e estratégias para superar as dificuldades dos alunos. Além disso, foi possível perceber uma preocupação em planejar uma aula que partisse do contexto no qual os alunos estavam inseridos, como na localização na reta numérica dos pontos de referência próximos da comunidade onde vivem os alunos.

Dois aspectos ressaltados por elas foram muito importantes. O primeiro é que “*esse conceito parece ser uma coisa boba e fácil*”, pois muitas vezes se cria uma falsa ideia de que por a representação gráfica ser uma coisa presente no cotidiano das pessoas elas aprenderão de forma autodidata. O outro foi que para trabalhar o conceito de escala e superar as lacunas dos alunos “*não dá pra fazer isso em uma aula só*”. Por isso, é importante estarmos atentas que o trabalho com escala não se restringe ao eixo de Estatística e Probabilidade, mas que perpassa tanto os outros eixos matemáticos, como as demais áreas do saber. Isso vem ratificar a importância dos professores desenvolverem o Conhecimento Especializado de Escala, pois por meio dele eles terão subsídios para identificarem as várias abordagens, e os vários conceitos que estão por trás de uma atividade.

Continuando o relato, a pesquisadora indagou sobre a avaliação que haviam feito acerca do desempenho dos alunos. Elas falaram que não foi como esperavam, pois viram que eles respondiam por tentativa e erro, mas apenas dois ou três foram bem.

Essa consideração das professoras é um tanto quanto preocupante, visto que foram percebendo durante o processo que os alunos estavam com dificuldades, mas sentiram-se presas a obrigação de cumprir um planejamento que não estava garantindo a aprendizagem de pelo menos uma maioria da turma. Por consequência

tivemos, como elas mesmas falaram “apenas dois ou três” que conseguiram compreender o conteúdo da aula.

Finalmente, chama atenção à preocupação imprescindível da professora que agora diz que diante de um gráfico logo analisa se as informações e se a escala estão corretas.

A professora PMIII começou a relatar sobre sua experiência e disse que mesmo ela sendo módulo III, fez uma atividade que era pra introduzir um assunto, porque os seus alunos ainda tinham muita dificuldade. Falou que os objetivos dela foram: associar o espaço às possibilidades de representação, tendo como partida o lugar de vivência; desenvolver a compreensão da existência das formas de representação de objetos e do espaço para apresentação; estabelecer relações de objetos de tamanhos reais para representá-los em espaço limitados e proporcionar condições para os alunos compreenderem os submúltiplos do metro.

Então começou a relatar sobre sua aula. Disse que iniciou perguntando o que eles poderiam desenhar em tamanho real no papel? Então eles começaram a desenhar o material escolar. Depois perguntou o que é que não dava para representar no papel? Eles precisaram adaptar o quadro para caber no papel, por exemplo. Depois fez comparações com figuras geométricas. Em seguida explicou que não adiantava falar da escala toda: quilômetro, hectômetro, porque eles não conhecem. Daí trabalhou decímetro e centímetro, utilizando a régua e fez comparações entre figuras geométricas.

Em relação à sua aula ela fez a seguinte reflexão: *“Eu considero que minha aula foi bem preliminar... como já tinha falado aqui, como se eu quisesse na outra aula entrar exatamente no assunto, contudo foi o que eu não fiz, mas pretendo fazer... eu acho que não cabe entrar diretamente com conteúdo de escala se eles têm muita dificuldade... em seguida vou até continuar a trabalhar com quadriculado porque não deu tempo”*. Nos perguntamos porque elas acham que precisa trabalhar com medidas antes de escala?

Então, a pesquisadora perguntou: vocês acham que os objetivos de vocês foram alcançados a partir da análise da aprendizagem deles quando vocês avaliaram as atividades?

PMI - Eu acho que não... acho que precisa de uma continuidade... uma aluna falou que gostou muito da atividade, que no início não

estava entendendo, mas que entendeu depois e gostou muito... os outros alunos eu percebi que eles tiveram dificuldade tanto com a leitura dos nomes, como em compreender os valores das distâncias, por exemplo mil e quinhentos muitos deles falam cento e cinquenta.

A pesquisadora questionou se essa foi uma introdução do conteúdo, então como seria a próxima aula? Que atividades vocês poderiam propor para continuar trabalhando essas dificuldades dos alunos?

PMI – Eu acho que precisamos trabalhar com sequência, por exemplo, sequenciar números, porque tem muitos alunos que ainda se confundem se oitocentos é antes ou depois do quinhentos.

PMIII - O sistema de numeração decimal, sucessores, antecessores.

PMII - Com as medidas e para que eles concretizem o que é a transformação, por exemplo, de pegar um quilômetro e representar ele com um centímetro.

PMI - Essas transformações se parecem com o trabalho que a gente faz com material dourado onde cada dez unidades podem ser trocadas por uma barra.

PMII – Eu não concordo, eu acho que trabalhar com escala é mais complexo ainda porque no caso do material dourado dez cubinhos vai ser do mesmo tamanho que uma barra, mas na escala mil metros pode ser representado por um centímetro, é uma abstração que foge muito da realidade.

PMII - Eu gostei muito da atividade de PMIII, a que ela pediu pra desenhar na folha um lápis em seu tamanho real e pediu também pra dizer uma coisa que não cabia e como é que poderiam fazer para representar.

Pesquisadora – Por exemplo, na próxima aula poderiam escolher um objeto, que pode ser o quadro, e medir... se tiver cinco metros, por exemplo, então cada metro vai ser representado no papel por quantos centímetros? Depois pedir que todos façam igual, transformando o que não cabe em algo que é possível de ser representado em tamanho proporcional ao real.

PMIII - Acho bastante interessante começar a trabalhar com milímetros, decímetros e centímetro.

PMII - Eu acho que não importa porque esse nível de dificuldade é o mesmo de quem trabalha com quilômetros e com metro.

PMIII – Só essas medidas dá pra mostrar no papel em tamanho real, mas que o quilômetro não dá.

Pesquisadora – Acho que a professora PMIII está falando sobre a gente estar dando muita ênfase ao trabalho com as transformações dessas subunidades que nem sempre fazem sentido no dia-a-dia deles.

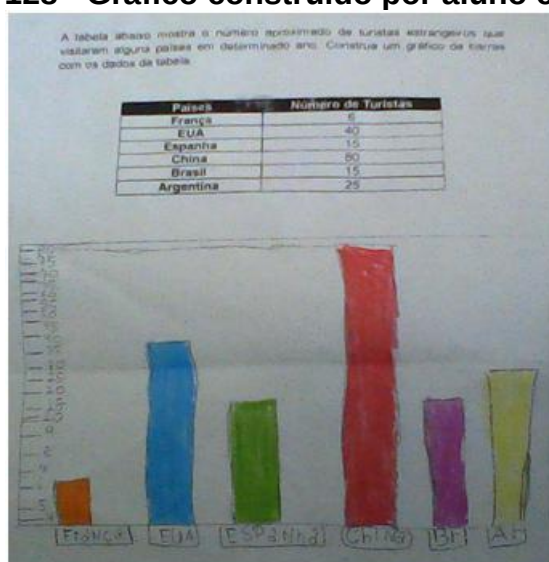
PMII - Para os alunos é a mesma dificuldade de ficar fazendo essas transformações nas unidades maiores ou menores, é uma abstração é muito intensa... uma atividade que poderia também ter sido feita era desenhar a sala e fazer as relações entre os quadrados, as cerâmicas, por exemplo, cada cerâmica vai ser quantos centímetros no desenho... parece que agente pecou um pouquinho quando não deu importância a essa introdução do conteúdo, eu já comecei com a

informação, por isso aquela aparência de que eles fazem a atividade, mas que não estão compreendendo o que estão fazendo.

Neste extrato da fala das professoras, percebemos que elas levantaram algumas habilidades em relação ao **Conhecimento Especializado de Escala**, como o compreender a importância de trabalhar os diferentes **conjuntos** numéricos e a noção de sequência numérica que terá influência direta na compreensão do intervalo das escalas. Porém, a pesquisadora destacou que achou interessante que os dois grupos não pensaram em nenhuma atividade diretamente com gráficos, mas que pensaram em situações com a reta numérica e com medidas.

Na segunda atividade deste encontro solicitamos que as professoras fizessem individualmente e por escrito uma avaliação tentando responder algumas questões: a) A partir de um gráfico construído por um aluno (Figura 128), analisar quais as dificuldades apresentadas pelo mesmo (Conhecimento de Escala e dos Alunos); b) Que tipo de atividade poderia ser proposta para superar essas dificuldades? (Conhecimento Especializado de Escala); c) Você acha que essa formação contribuiu para aprofundar seus conhecimentos sobre o conteúdo de escala apresentada em gráficos por quê? (Conhecimento de Escala e Ensino).

Figura 128 - Gráfico construído por aluno com erro



Analisando a primeira questão (Figura 129, Figura 130 e Figura 131) podemos perceber que a professora PMI identificou apenas um aspecto, que foi a escala não ter um intervalo fixo, enquanto, que as professoras PMII e PMIII foram

além e falaram também na proporcionalidade e na identificação do zero como ponto de origem da escala.

Figura 129 - Resposta da professora PMI a primeira questão da avaliação escrita individual

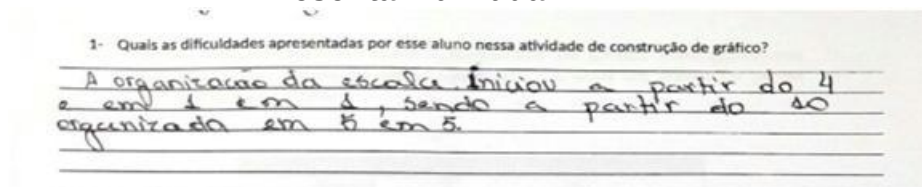


Figura 130 - Resposta da professora PMII a primeira questão da avaliação escrita individual

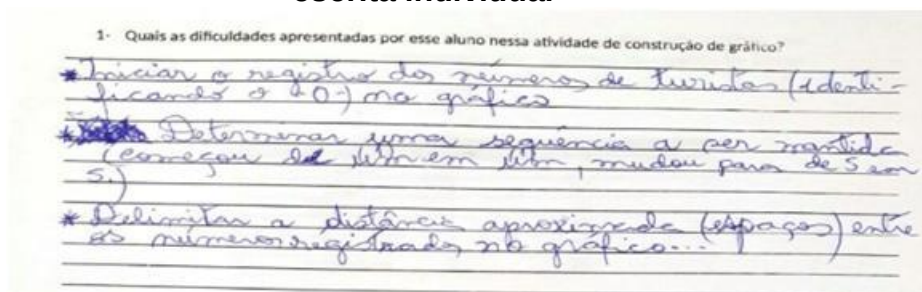
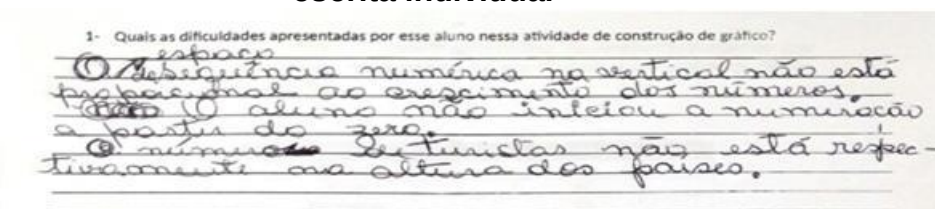


Figura 131 - Resposta da professora PMIII a primeira questão da avaliação escrita individual



Em relação à segunda questão: que tipo de atividade poderia ser proposta para superar essas dificuldades obtivemos as seguintes respostas (Figura 132, Figura 133 e Figura 134):

Figura 132 - Resposta da professora PMI a segunda questão da avaliação escrita individual

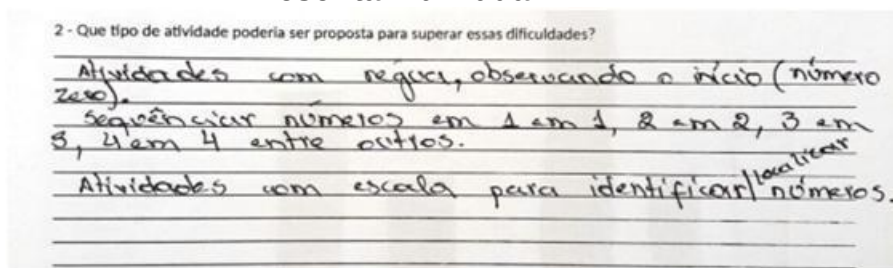


Figura 133 - Resposta da professora PMII a segunda questão da avaliação escrita individual

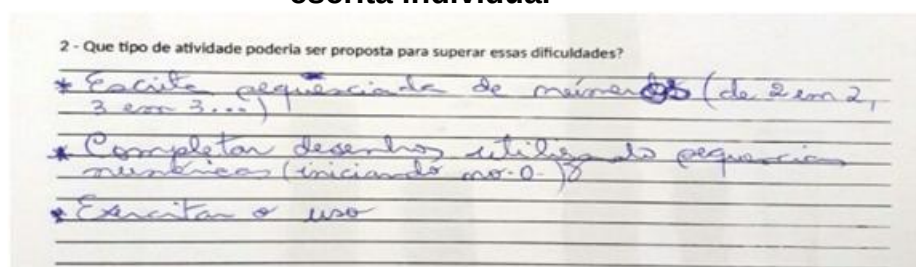
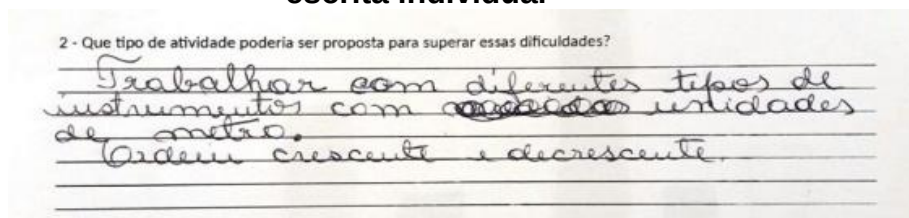


Figura 134 - Resposta da professora PMIII a segunda questão da avaliação escrita individual



Podemos observar que as professoras PMI e PMII apresentaram respostas bem próximas ao trabalho com sequências numéricas a fim de proporcionar aos alunos uma reflexão sobre os diferentes intervalos da escala. Já a professora PMIII continuou enfatizando a necessidade de se utilizar instrumentos de medida para explorar as subunidades da grandeza de comprimento e a noção de ordem crescente e decrescente.

Consideramos que as professoras ainda estão arraigadas a suas crenças. Mesmo pontuando aspectos importantes em relação ao trabalho com escala como os diferentes conjuntos numéricos e intervalos, ainda não pontuam a exploração de gráficos a partir das atividades envolvendo a interpretação e a construção, subestimando a capacidade dos seus alunos.

Se fizermos um comparativo entre o Conhecimento Especializado de Escala apresentado no início do processo de formação podemos perceber o quanto elas avançaram, passando a observar a escala utilizada e sua proporcionalidade.

Entretanto, a professora do Módulo III ao elaborar a aula ainda priorizou as subunidades acreditando ser necessária sua compreensão para construir escalas em uma reta numérica.

Em relação às repostas dadas pelas professoras a última questão: você acha que essa formação contribuiu para aprofundar seus conhecimentos sobre o conteúdo de escala apresentada em gráficos e por que, tivemos as seguintes respostas (Figura 135, Figura 136 e Figura 137):

Figura 135 - Resposta da professora PMI a terceira questão da avaliação escrita individual

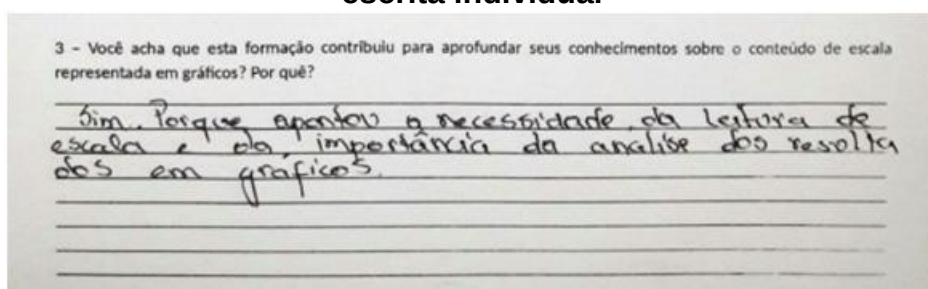


Figura 136 - Resposta da professora PMII a terceira questão da avaliação escrita individual

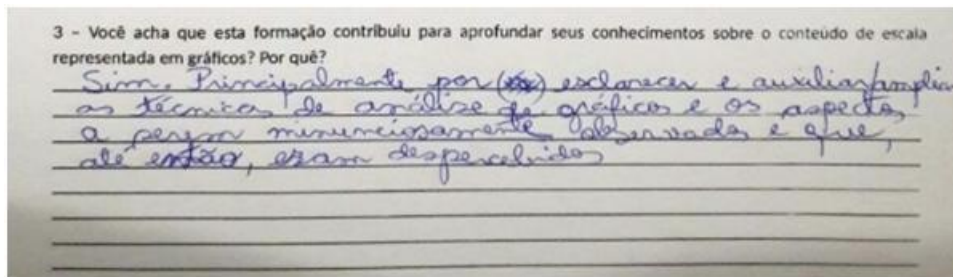
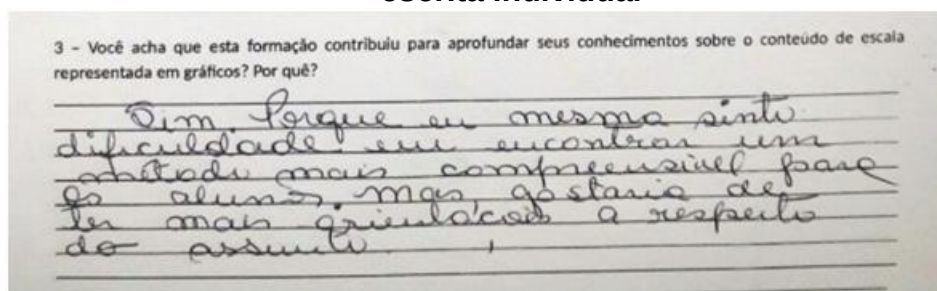


Figura 137 - Resposta da professora PMIII a terceira questão da avaliação escrita individual



Essas respostas nos mostram alguns aspectos suscitados com a formação. O primeiro foi despertar no professor a atenção a um aspecto que como a PMII descreve “despercebido”, mas necessário para a compreensão do gráfico. Cavalcanti e Guimarães (2010) afirmam que fica evidente a relevância dos alunos compreenderem as especificidades que estão implícitas no uso das escalas e

propormos atividades que envolvam a análise destes tipos de gráficos que são utilizados pela mídia se, de fato, tivermos como objetivo a formação cidadã.

Outro ponto foi à necessidade constante de formação e orientação dos professores, visto que nossa formação inicial não tem contemplado todas essas especificidades. Diversos estudos: Shaughnessy, Garfield e Greer (1996); Lima, Silva, Rodrigues e Feitosa (2006); Silva, Amaral, Albuquerque e Oliveira (2006); Monteiro e Selva (2001); Lemos e Gitirana (2007) e Rossini (2006), vem apontando que tanto a nível nacional como internacional os professores não estão preparados para o ensino.

A última atividade da formação teve como principal objetivo fazer uma reflexão sobre o currículo e pensar como deve ser proposto o trabalho com escala considerando as habilidades de leitura e construção de gráficos na EJA para os três módulos.

Para tal a pesquisadora distribuiu para as professoras uma tabela com a progressão pra ensino de escala proposta no Capítulo 3 dessa tese e pediu para elas marcarem um x nas habilidades que elas achavam que era possível trabalhar em cada módulo, considerando as discussões que fizemos e a compreensão dos seus alunos. Ao receberem o quadro elas argumentaram que achavam que não era possível alcançar essas habilidades com seus alunos porque eles estavam muito aquém, mas iriam pensar como coisas que são possíveis de serem feitas.

O quadro abaixo (Figura 138) nos mostra as marcações feitas pelas professoras:

Figura 138 - Quadro da progressão para o ensino de escala preenchido pelas professoras PMI, PMII e PMIII

Assinale em que módulos vocês acreditam que é possível trabalhar cada uma dessas habilidades com os alunos.

Habilidades por ano	Mod. I e II EJA	Mod. III EJA
Reconhecimento de elementos estruturais (título, eixos e fonte).	X	X
Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas.	X	X
Construção de pictogramas e gráficos de barras com escala unitária.	X	X
Localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária.	X	X
Construção: Pictogramas e gráficos de barras com escala não unitária.	X	X
Localização de valores implícitos em escala unitária ou não em gráfico de barras ou linha.		X
Identificação de erros de proporcionalidade em gráficos.		X
Identificação do impacto causado na informação se mudarmos o intervalo da escala do gráfico.		X
Adequação do tipo de gráfico em função dos dados a serem representados.		X

Após elas terem marcado as habilidades em relação ao módulo que lecionam, começou a discussão com o grupo sobre cada uma das habilidades.

A primeira habilidade: reconhecimento de elementos estruturais (título, eixos e fontes). A pesquisadora comentou que é imprescindível para lermos um gráfico compreender esses elementos, desta forma, isso deve ser trabalhado em todos os módulos, como vocês marcaram.

A outra habilidade é a localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictograma. A pesquisadora perguntou se elas entenderam todos os termos que foram usados nessa habilidade como valor explícito, de barra, escala unitária e pictograma. Foi lembrando cada um deles para as professoras e mostrou que esse são gráficos bem simples e que a partir do módulo I e II, já é possível de ser trabalhado, como elas mesmas viram nas respostas dos alunos apresentadas nos protocolos.

A terceira habilidade foi a construção de pictogramas e gráficos de barras com escala unitária. Nós falamos que construção era mais difícil, mas como vocês viram que é escala unitária, então é possível desde o módulo I como vocês colocaram.

A quarta habilidade era localização de valores explícitos no gráfico de barras com escala não unitária. Elas marcam também que introduz nos módulos I e II.

A quinta habilidade: construção de pictogramas e gráficos de barras com escala não unitária, vocês colocaram só a partir do módulo III e a pesquisadora

questionou: será que a gente não poderia já começar a trabalhar essa construção de escala não unitária com valores pequenos como de dois em dois e de cinco em cinco?

PMI - Acho que dá sim.

PMII – O que nos assustou um pouquinho na hora de não marcar essa habilidade foi porque se trata de construção e a gente viu que é mais difícil, mas considerando que na unitária dá, também pode ser de dois em dois, então podemos acrescentar que é possível no módulo um e dois.

A sexta habilidade foi a localização de valores implícitos em escala unitária ou não em gráficos de barras ou linha. E a pesquisadora comentou: vocês sabiam que essa é uma das habilidades mais difíceis, porque localizar um valor implícito em uma escala unitária, por exemplo, entre zero e um implica em achar que valor?

PMI – Zero vírgula cinco.

Pesquisadora – Aí entrarmos no campo dos números decimais. E vocês colocaram a partir do módulo três, então realmente a gente não deve esperar isso dos módulos um e dois.

A sétima habilidade era a identificação de erros de proporcionalidade em gráficos que tem a ver com o uso de gráficos da mídia para ver se existem erros de proporcionalidade, isso realmente tem a ver com o Módulo III. Os livros didáticos geralmente nem trabalham isso.

A oitava habilidade: identificação do impacto causado na informação se mudarmos o intervalo da escala do gráfico, foi aquele exemplo das eleições que quase nenhum aluno conseguiu perceber a diferença entre os gráficos, então também é uma coisa que podemos pensar em ser trabalhado no Módulo III, pois é um tipo de atividade que ressalta a importância social da escala.

E a última habilidade foi a adequação do tipo de gráfico em função dos dados a serem representados. A pesquisadora comentou que cada tipo de dado merece um tipo de gráfico. Por exemplo, se eu for apresentar uma pesquisa dos filmes que eles assistiram, então as categorias serão os nomes dos filmes e devem ser apresentados em gráficos de barras ou do setor, pois são variáveis nominais, não tem uma ordem. Se eu tenho variáveis temporais, por exemplo, dias da semana, meses, anos e etc. essas informações devem ser apresentadas no gráfico de linha.

Após discutirem todas as habilidades, elas foram apresentadas a progressão **Conhecimento do Horizonte de Escala**, resultado do Estudo 2. A única habilidade que teve divergência foi a de construção de escala não unitária. Entretanto, diante do percentual de acerto dos alunos e dos protocolos correspondentes, como já havia sido discutido, elas perceberam que realmente é possível ser feito no módulo I e II.

A pesquisadora falou da importância desse conteúdo e que não dá para ser trabalhado em uma aula só, como elas próprias já falaram. É importante trabalhar outros conteúdos que implicam na compreensão da escala como: a reta numérica; a contagem de dois em dois ou outros intervalos; trabalhar a partir de dados reais e com temas que tem sentido para os alunos destacando a importância da pesquisa; trabalhar a construção de gráficos incluindo a coleta de dados a partir de diferentes instrumentos; realizar pesquisas com a turma com ou sem auxílio da tecnologia como o programa Excel. Desta forma temos várias possibilidades para vocês trabalharem na escola com escala.

No final a pesquisadora agradeceu as professoras pelo envolvimento delas nas atividades desenvolvidas durante todo o processo e disse que em outros momentos que elas precisassem também estaria disponível. As professoras destacaram que, mesmo sendo difícil conseguir tempo para poderem participar, foram momentos muito bons de troca e principalmente de aprendizado.

7.4.6 Terceiro Encontro de Formação – Professoras de crianças

No terceiro encontro de formação as professoras vivenciaram três atividades diferentes, quais sejam: socialização das aulas realizadas; avaliação coletiva das aulas; apresentação e discussão da progressão para o ensino de escala, idênticas as do grupo de professores de adultos da EJA.

A primeira atividade foi a socialização das aulas realizadas em cada uma das turmas. Para isso elas precisavam relatar como ocorreu e analisar o desempenho dos alunos nas atividades realizadas nas aulas. As professoras, desde o dia da realização da aula, estavam bastante ansiosas para saber o que a pesquisadora tinha achado de suas intervenções. Então combinamos que durante o relato delas iria anotando pontos importantes que depois seriam comentados na reflexão sobre as aulas.

Como a pesquisadora assistiu a todas as aulas ministradas pelas professoras nós optamos por inicialmente apresentar uma breve descrição da aula a partir do olhar da pesquisadora e em seguida o relato e a avaliação das professoras sobre sua aula a fim de nos dar mais subsídios para as análises dos Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala.

Observação da aula realizada pela professora do 1º ano

Essa aula foi ministrada pela professora PR1 numa turma do 1º ano do Ensino Fundamental. Nesse dia estavam presentes 21 alunos. O planejamento segue apresentado na Figura 139 abaixo referente ao dia 31/10.

Figura 139 - Planejamento da professora PR1

ANO: 1º Ensino Fundamental		Turma	Período 30 a 31/10/2017 e 01/11/2017		
DATA	DIREITOS DE APRENDIZAGEM	OBJETIVOS	CONTEÚDOS/ SABERES	SITUAÇÃO DIDÁTICA	AVALIAÇÃO
30/10	LPJ Ler e compreender textos que atendam a diferentes finalidades e que sejam organizados por disposições gráficas relacionadas aos propósitos em questão. (M) Formular questões, coletar, organizar, classificar e construir representações próprias para a comunicação de dados coletados	Observar que palavras diferentes possuem partes sonoras iguais Identificar palavras que rimam Produzir novas escritas a partir dessas observações	Leitura do Poema Se vc for inventor - José Paulo Paes	Acompanhar a leitura de uma poesia Se você fosse inventor de José Paulo Paes página 118	Identificar se as crianças observam a escrita das palavras e acompanham a leitura do texto
31/10		Construir gráficos de barras ou colunas utilizando objetos físicos ou representações pictóricas.	Construção de gráficos de barras e colunas.	Apresentar um gráfico de setores (pizza) para preencher uma tabela e apresentar uma tabela para pintar um gráfico de barra	Avaliar como as crianças se deparam com os diferentes tipos de gráficos e se conseguem ler e registrar as informações.
01/11	(LPJ) Ler e compreender textos que atendam a diferentes finalidades e que sejam organizados por disposições gráficas relacionadas aos propósitos em questão. Trabalho com os tablets	Observar que palavras diferentes possuem partes sonoras iguais Identificar palavras que começam com a mesma sílaba ou letra	Leitura do Poema Se vc for inventor - José Paulo Paes	Acompanhar a leitura do texto Marcelo, marmelo, martelo, pag 122	Identificar se as crianças observam a escrita das palavras e acompanham a leitura do texto

Ao chegar na sala percebi que a professora tinha acabado de fazer uma revisão sobre gráficos, pois havia um gráfico no quadro.

PR1: Na vertical nós botamos o quê?

Alunos: Os números.

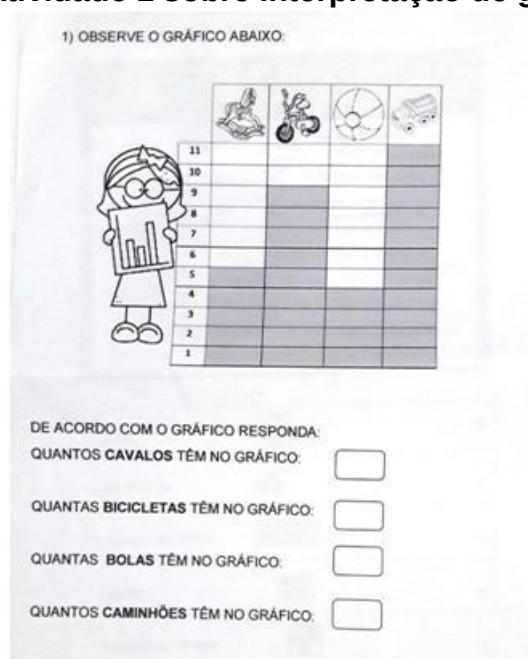
PR1: E na horizontal?

Alunos: Os animais.

Era uma pesquisa sobre os animais de estimação mais votados pelos alunos do 1º ano. Depois ela apagou o quadro e pediu para os alunos fecharem o livro. Entregou uma atividade para os alunos (Figura 140). Ao observar a imagem da atividade podemos verificar a falta de alguns elementos como o título do gráfico, a fonte, e ainda em relação à representação gráfica existe uma incoerência, pois este

gráfico é um histograma e deve ser utilizado para apresentar dados contínuos, neste caso deveria ser um gráfico de barras, já que as variáveis são discretas. Já em relação às questões de interpretação percebemos que ela dá margem a incompreensões por parte do aluno visto que questiona: “Quantos cavalos têm no gráfico?” E na imagem só existe um. A pergunta poderia ser: Quantas pessoas têm um cavalo de brinquedo? Ou algo do gênero. Isso vale para todas as questões.

Figura 140 - Atividade 1 sobre interpretação de gráfico - 1º ano



Os alunos logo questionam se era uma prova. Então ela explicou que não e começou a desenhar no quadro um gráfico igual ao da atividade dos alunos. Como a turma era do 1º ano, ela fez um trabalho também focado na leitura, pedindo para que os alunos lessem a atividade e ela começou a explicar para eles. Os alunos estavam sentados em dupla de modo a ter um aluno com mais habilidade de leitura junto com um que ainda apresentava dificuldade.

PR1- [Apontou para o eixo vertical do gráfico] O que tem aqui?

Alunos - Os números.

PR1- Que escala é essa? É de um em um, de dez em dez? [Contou com os alunos um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez e onde].

Aluno - É unitária, de um em um.

PR1- A primeira coluna tem os números de um em um, na segunda cavalo, na terceira bicicleta, na quarta bola e na quinta caminhões. A questão que tem abaixo do gráfico é pra vocês responderem a quantidade.

Alunos - A quantidade de quê? De brinquedos?

PR1 - Vocês sabem o que é isso? É um gráfico de barras. Na primeira coluna é a quantidade: os números e nas outras são os brinquedos. [Leu] Quantos cavalos têm no gráfico? Olhe, tá pintado até onde?

[Alunos respondem na ficha].

PR1 - Quantas bicicletas têm no gráfico? Vai olhar e responder no quadradinho.

[Alunos respondem na ficha].

PR1- Quantas bolas têm no gráfico?

[Alunos respondem na ficha].

PR1 - Quantos caminhões têm no gráfico?

[Alunos respondem na ficha].

A partir deste trecho podemos verificar que os alunos apresentavam dúvidas o que levou a professora a mostrar o que havia de informação na representação e como deviam resolver a atividade. Durante a correção coletiva eles foram respondendo os valores que colocaram referentes a cada brinquedo.

PR1 - Como é o nome desse gráfico?

Alunos - De brinquedos.

PR1 - Não. O modelo dele é barras ou coluna vertical. O que tem na coluna vertical?

Alunos - Os números.

PR1 - E na coluna horizontal?

Alunos - Os brinquedos.

PR1 - É um gráfico de barras de brinquedos. Virem a folha para irmos pra segunda atividade (Figura 141). Esse gráfico tem dois nomes, pode ser chamado gráfico de pizza por quê?

Aluno- Porque parece com uma pizza. Porque tem cortes.

PR1 - Parecem fatias. Ou então podemos chamar de gráfico de seção: seção um, seção dois. Essa atividade apresenta um gráfico de pizza que fala sobre a principal forma de deslocamento em dias de semana.

Figura 141 - Atividade 2 sobre interpretação de gráfico de setor - 1º ano



Nesta atividade também percebemos a falta do título da tabela e a fonte dos dados, pois a professora tratou esses dados como sendo reais, entretanto, como não têm fonte ou referência a onde foi realizada a pesquisa, foram dados criados para a atividade.

Então ela desenhou no quadro uma circunferência e foi colocando as formas de deslocamento do gráfico: 4% bicicleta, 8% a pé, 14% de trem ou metrô, 17% ônibus, 22% ônibus e trem e 35% carro ou táxi. Vale ressaltar que a professora não construiu o gráfico igual ao da imagem, pois optou por colocar no quadro as formas de deslocamento em ordem crescente, como listado acima e como desenhou à mão livre ela foi tentando estabelecer comparações entre os valores a serem representados, ou seja, representou o 4% e o 8% fez o dobro do espaço do quatro, entretanto como os demais números não eram múltiplos do 4 ela foi fazendo aproximações.

Durante esse momento de registro do gráfico no quadro percebemos que os alunos só estavam interessados nas características do desenho do trem e do metrô,

ficando olhando o tempo todo para os desenhos. Enquanto a professora pedia para eles focarem nos números que estavam no gráfico e buscava ensinar novamente o nome do gráfico e falou: *“Como ele é redondo preciso usar o prato, mas posso usar também o compasso... mas depois eu falo sobre isso”*.

Ela explicou para eles que dessa vez eles vão pegar os valores do gráfico e colocar em uma tabela e quando um aluno se referiu ao sinal de porcentagem ela falou que significava por cento, mas que eles só iam estudar isso depois, que só precisavam considerar os números que vinham antes. Essa orientação dada pela professora foi muito importante porque apresentou para eles algo que era desconhecido e que deixou de ser um entrave, visto que este conteúdo não é tratado no 1º ano, mas que não impossibilita que esses alunos resolvam atividades envolvendo eles.

O calor e o barulho do ventilador atrapalhavam a atenção dos alunos e a professora precisava repetir o tempo todo. Ela então começou a fazer a atividade coletivamente e foi colocando as respostas no quadro e ajudando os alunos que ainda tinham dúvida.

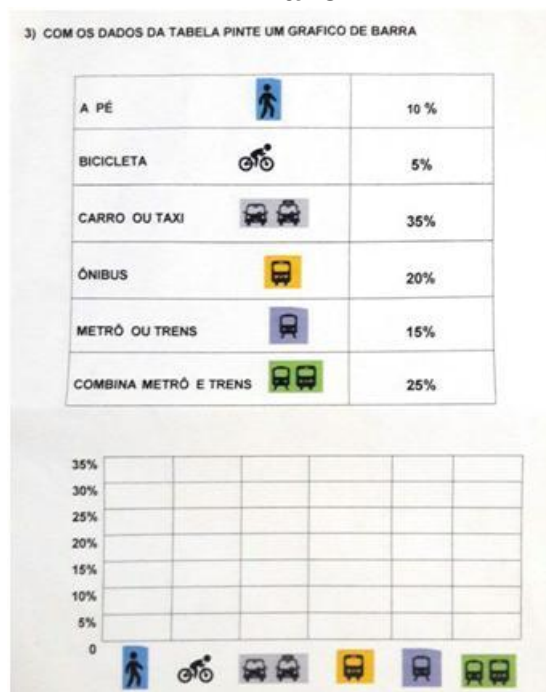
Após todos terem feito ela corrigiu coletivamente e eles foram falando as respostas. Durante a correção ela lembrou o nome do gráfico: *“gráfico de pizza ou sessão”* e repetiu o que eles fizeram na atividade: que *“alimentaram a tabela com as informações que estavam no gráfico de pizza”*.

Daí ela iniciou a explicação da terceira questão (Figura 142) do dia e disse que eles iam pegar essa tabela e pintar o gráfico de barras.

Esta atividade também apresenta um problema em relação à adequação do tipo de gráfico, pois como comentado anteriormente, o histograma é um gráfico que muitas vezes é confundido com um gráfico de barras pela sua aparência, mas que, no caso do gráfico de barras elas são separadas umas das outras, pois os dados representados são variáveis discretas, já no histograma as barras estão justapostas porque as variáveis são contínuas.

Além disso, apresenta ausência de título e como um aluno mencionou as barras tinham tamanhos diferentes.

Figura 142 - Atividade 3 sobre preenchimento de gráfico com escala de 5 em 5 - 1º ano



Ela explicou que como os números da questão anterior eram oito e quatro, e eles não tinham régua (o que poderia ser dispensado e por outro lado, poderia ter provocado uma discussão interessante sobre onde colocá-los), ela arredondou os números. E eles perguntaram o que é arredondou? Então ela explicou: “*onde tinha oito virou dez*”. Começou a desenhar o gráfico no quadro e foi colocando os números da escala e eles começam a dizer que era de cinco em cinco e continuou: na coluna vertical nós temos os números e na horizontal os meios de transporte que usamos para deslocamento.

Então perguntou aos alunos:

PR1 – [Começou a dizer as cores para cada forma de deslocamento e muitos alunos continuaram com dúvida]. Quantas pessoas vão a pé?

Alunos – Dez.

PR1- Como essa escala é de cinco em cinco eu pinto quantas barrinhas?

Aluno – Duas.

Dessa mesma forma ela foi explicando categoria por categoria para eles e perguntando quantos quadradinhos tinham que pintar e eles foram respondendo. Observa-se que a professora apresenta toda a estratégia de solução e os alunos apenas acompanham. Essa é uma prática muito utilizada em sala de aula. Os

professores acreditam que os alunos estão respondendo, mas eles estão apenas acompanhando a resposta dada pela professora com ou sem compreensão.

Percebemos que a professora usava nomes que não eram adequados, por exemplo, os eixos do gráfico ela chama de coluna horizontal e coluna vertical e os quadrados da malha do gráfico ela chama de barrinhas ou colunas. Além disso, é importante destacar que ela demonstrou preocupação em explorar a passagem de uma representação para outra e deixou de lado um dos aspectos mais importantes que é compreender as informações que estão sendo apresentadas nos gráficos.

Além disso, percebemos que os alunos que conseguiam ler fizeram corretamente e corrigiram os colegas que pintaram errado. Então ela optou por escolher dois alunos para serem monitores enquanto ajudava outros dois que precisam de atendimento especial.

Após ver que todos tinham feito, ela corrigiu o gráfico no quadro.

Em seguida foi perguntando o nome dos gráficos e o intervalo das escalas.

A partir da descrição da aula podemos perceber que ela tinha como objetivo trabalhar a construção de gráficos de barras ou colunas utilizando objetos físicos ou representações pictóricas. Contudo, parece que a professora só estava preocupada em trabalhar a passagem de uma representação pra outra a partir do preenchimento, não da construção, já que os gráficos já vinham prontos, e não explorou as informações contidas no mesmo que era a principal possibilidade de fazer os alunos refletirem sobre a escala.

Relato da professora de sua aula no 1º ano

A professora PR1 iniciou o relato sobre a sua aula na turma do 1º ano e disse que quando a pesquisadora solicitou que planejasse uma aula ela foi em busca dos direitos de aprendizagem da rede Municipal de Recife. Então encontrou que o direito relacionado a isso seria: formular questões, coletar, organizar, classificar e construir representações próprias para comunicação de dados coletados.

Ela afirmou que fez a opção de começar pelo gráfico de barras porque eles já tinham visto isso para reativar na memória. Depois apresentou um gráfico de setor de uma pesquisa para não trabalhar com dados inventados e sim dados reais. Falou que foi para a internet e procurou dados que tivessem a ver com a realidade deles. Encontrou uma pesquisa sobre a principal forma de deslocamento das pessoas para

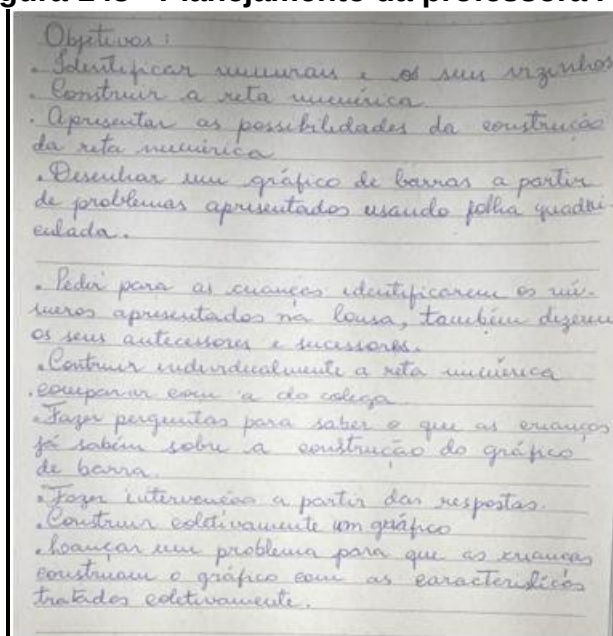
ir ao trabalho à escola. Como já pontuamos anteriormente, mesmo percebendo o esforço da professora, precisamos considerar que se esses dados eram reais precisavam ter trazido a fonte, o nome da cidade em que foi realizada a pesquisa, etc.

Segundo a professora o objetivo era retirar as informações do gráfico de setor e colocar na tabela e como eles não sabiam percentual a professora falou para eles não se preocuparem com essa questão. Disse que se preocupou também em colocar imagens além das palavras para os alunos que não sabiam ler. Além disso, fez adaptações em relação às quantidades que estavam sendo representadas, pois no gráfico que eles tinham que transferir a informação, a escala era de cinco em cinco.

A professora disse que buscou avaliar como as crianças se deparavam com os diferentes tipos de gráficos de barras e de setor e como elas conseguiram ler e registrar essas informações. Entretanto, só quando terminou a aula foi que refletiu que tinha feito uma aula bastante expositiva, não teve muita participação dos alunos. Falou que em momentos anteriores tinha feito uma proposta que eles participaram mais, como a atividade com caixas de fósforo para eles representarem a quantidade de irmãos que cada um tinha, mas que dessa vez foi mais expositiva. Concluiu seu relato dizendo que percebeu que os alunos que já estavam lendo tiveram mais facilidade para localizar as informações e que os que ainda não sabiam tiveram bastante dificuldade.

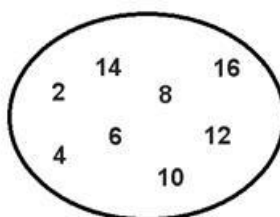
Observação da aula realizada pela professora do 3º ano

Essa aula foi realizada pela professora PR3 em uma turma do 3º ano (Figura 143). Neste dia estavam presentes 17 alunos.

Figura 143 - Planejamento da professora PR3

Os alunos estavam organizados na sala individualmente, mas constantemente levantavam para mostrar a professora alguma coisa referente ao que estavam discutindo ou para falarem com os colegas. Ela iniciou a aula dizendo que ia fazer um desafio para eles, o que os deixou empolgados e felizes. Ela disse que ia começar com um fácil e depois ia para um difícil.

Fez no quadro um círculo e dentro dele escreveu os números dois, quatorze, oito, dezesseis, quatro, seis, dez e doze. Conforme Figura 144 abaixo.

Figura 144 - Exemplo da representação feita pela professora no quadro com os valores 2, 14, 8, 16, 4, 6, 10 e 12

Disse que queria que eles tentassem organizar esse grupo de números que ela colocou.

Aluno - Organizar como?

PR3 - Não sei, do jeito que vocês acharem melhor!

Aluno - Já sei que é de dois em dois né? dois, quatro, seis, oito, dez, doze, quatorze e dezesseis.

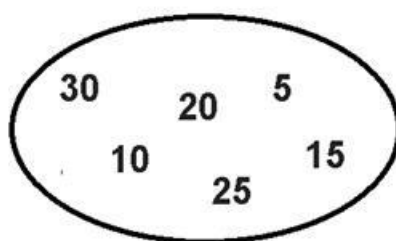
PR3 - Como vocês organizaram?

Aluno - De dois em dois.

PR3- Eu quero ver se vocês conseguem organizar esse. Enquanto ela foi escrevendo os alunos iam dizendo é de três em três, de dez em dez.

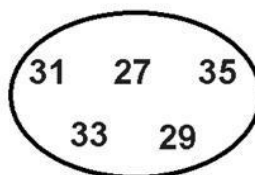
Ela escreveu dentro de um círculo (Figura 145) os números trinta, vinte, cinco, quinze, dez e vinte e cinco. Os alunos logo acertam e dizem que é de cinco em cinco e pediram para ela ir logo para o mais difícil.

Figura 145 - Exemplo da representação feita pela professora no quadro com os valores 30, 20, 5, 15, 10 e 25



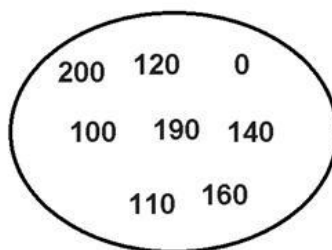
Então ela fez um novo círculo (Figura 146) com os números trinta e um, vinte e sete, trinta e cinco, trinta e três e vinte e nove. Um aluno disse é de dois em dois.

Figura 146 - Exemplo da representação feita pela professora no quadro com os valores 31, 27, 35, 33 e 29



E ela continuou a brincadeira com as crianças e destacou que esses todos foram fáceis e que queria os ver organizarem esse novo. Então fez no quadro um círculo (Figura 147) com os números duzentos, cento e vinte, zero, cento e noventa, cem, cento e dez, cento e quarenta e cento e sessenta.

Figura 147 - Exemplo da representação feita pela professora no quadro com os valores 200, 120, 0, 190, 100, 110, 140 e 160



Um aluno falou: coloca do menor para o maior e ela perguntou: - que ordem é essa? Mas eles não responderam. Então a professora continuou: agora eu tenho um desafio de verdade, vocês já viram isso aqui e começou a desenhar no quadro os eixos do gráfico (Figura 148) e um aluno falou é um L, o outro pegou o livro e mostrou um gráfico e disse: é isso aqui.

Um aluno pediu para escrever os números no eixo da escala e começou a fazer um, dois, três, quatro, cinco e seis de cima para baixo e não dá origem no cruzamento dos eixos, conforme exemplo abaixo. Então o outro aluno disse que estava errado e pediu para fazer certo. A professora permitiu!

Figura 148 - Exemplo da representação feita pela professora no quadro para trabalhar o eixo da escala



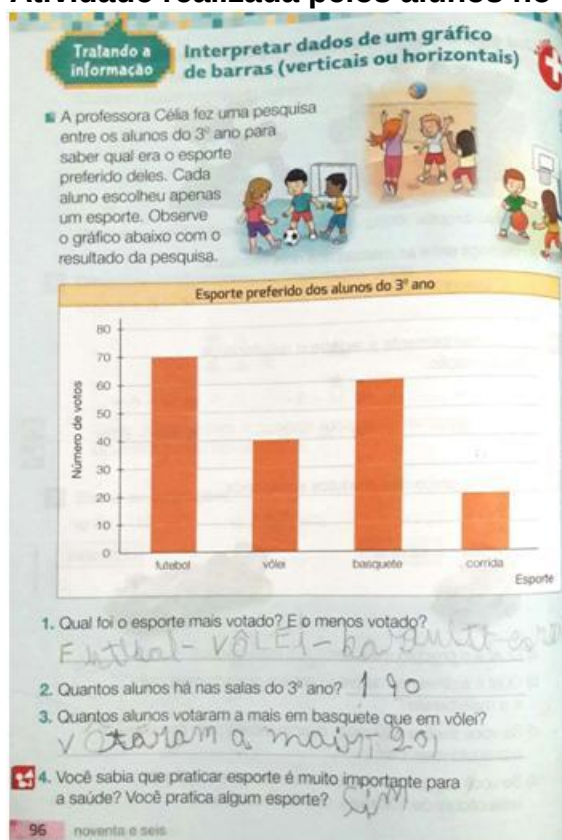
A professora continuou perguntando como é o nome disso, apontando para o eixo desenhado no quadro? Uns disseram que eram linhas, outros disseram que eram retas, um aluno disse que isso era para colocar informações e outro falou que a gente coloca os brinquedos e diz qual é o que tem mais votos. A professora explicou que a gente coloca essa estrutura para construir um gráfico.

É importante ressaltar que a professora optou por iniciar sua aula com uma tempestade de perguntas e que com isso foi construindo a noção de intervalos de 2

em 2, de 5 em 5, 10 em 10 e compreensões acerca do que é gráfico e das várias formas de se organizar os números.

Em seguida pediu para abrirem o livro na página noventa e seis e perguntou: “o que deve ter aqui nessas duas retas? Elas vão ficar branquinhas assim?” A professora fez esses questionamentos, pois como alguns alunos ainda tinham dificuldades com a escrita, copiou no eixo que tinha acabado de construir com os alunos no quadro as informações do gráfico do livro para eles acompanharem a resolução da atividade (Figura 149).

Figura 149 - Atividade realizada pelos alunos no livro didático



Aluno - Números e linhas.

PR3 - Como são colocados os números?

Aluno - É ao contrário.

PR3 - Na linha horizontal a gente tem o nome de quê?

Aluno - Dos esportes.

PR3 - E na vertical?

Aluno - Os numerais zero, dez, vinte e trinta.

PR3 - E o zero eu boto onde?

Aluno - No começo.

Então a professora chamou atenção dos alunos para colocar o zero fora do eixo e não dentro para marcar a origem. E ela continuou:

PR3 - Observem essa contagem: os quadradinhos são de tamanhos diferentes?

Alunos - Não, são iguais.

PR3 - Para facilitar a contagem esses quadradinhos tem que ter o mesmo tamanho. Vocês sabem como eles são chamados?

Alunos - Retângulos, quadrados.

PR3 - Eles são chamados de barras. O que elas representam.

Alunos - O número de votos.

PR3 - [Leu com eles as barras dos gráficos e explorou a quantidade de cada uma]. Como a gente vai saber a quantidade de cada um deles?

Aluno - Contando de dez em dez.

PR3 - Como você sabe que setenta votos é o futebol?

Aluno - É porque futebol é muito bom!

PR3 - Não, é porque a barrinha do futebol vai do zero até o setenta, então aí ele vai ter setenta votos.

Então ela perguntou se algum aluno queria ir ao quadro representar os números que ela estava construindo o gráfico da atividade?

Um aluno foi e fez os números de dez em dez. Entretanto, a distância de dez para o vinte é diferente da distância do zero para o dez. Então ela lembrou que quando começaram a discutir sobre isso eles falaram que tem que organizar bem direitinho para não medir errado, por isso é que a gente tem que observar bem direitinho a distância que ele usou no livro.

A professora continuou perguntando:

PR3 - Entre zero e dez tem quantos números?

Aluno - Nove.

PR3 - Então a distância que foi usada por ele do zero ao dez precisa ser do mesmo tamanho da que é de dez a vinte porque é o mesmo tamanho.

Neste momento foi possível perceber a professora destacando para os alunos um aspecto imprescindível para uma escala ser construída corretamente que foi a proporcionalidade. **Conhecimento Especializado de Escala.**

Em seguida a professora fez um novo desafio construindo um eixo menor que o anterior ao lado e perguntou se era possível organizar os mesmos números nesse eixo menor?

Um aluno pediu para ir fazer no quadro. Ele usou o dedo para os intervalos ficarem iguais e diminui o tamanho do intervalo e dos números que estavam preenchidos na escala, mas mesmo fazendo essas diminuições não coube no novo eixo que ela propôs.

PR3 - O que podemos fazer?

Aluno - Aumentar a linha.

PR3 - Não pode!

Aluno - Diminui o espaço, em vez de dois dedos coloca só um dedo.

PR3 - Para esses tamanhos terem espaços iguais o que a gente pode usar?

Aluno - O dedo.

PR3 - Mas o meu é diferente do seu!

Aluno - Usa a régua.

PR3 - A gente falou sobre esses instrumentos semana passada!

Neste trecho também podemos perceber a preocupação da professora em levar os alunos a refletirem sobre os intervalos da escala.

Ela voltou para o livro e continuou com a leitura do gráfico e pediu para eles responderem às questões: Qual o título do gráfico? Qual foi o esporte mais votado? E o menos votado? Quantos alunos há na sala do terceiro ano segundo o gráfico? Quantos votaram no basquete? E no vôlei? Qual foi a diferença de votos?

A professora perguntou:

PR3 - O que é preciso num gráfico de barras?

Alunos - Organização dos números.

PR3 - Que números?

Alunos - De cinco em cinco, de dez em dez.

PR3 - De acordo com a quantidade é que a gente vai organizar os números. Por que a gente chama o gráfico de barras? Tem que ter o quê então?

Aluno - As barras.

PR3 - Tem que ter o mesmo tamanho, tem que aparecer também o quê?

Aluno - Colocar os números de baixo para cima.

Então ela resumiu no quadro alguns pontos em relação ao gráfico de barras como: organizar os números, tem que ter barras e os números são escritos de baixo para cima.

Após o trabalho com o livro didático a professora pediu para os alunos pegarem o caderno e tentarem construir um gráfico a partir do número de alunos da sala, de meninos e meninas. Eles contaram juntos e viram que tinham doze meninos e cinco meninas e pediu para eles construírem um gráfico com essas informações.

Após eles construírem esse gráfico na folha do caderno ela deu para eles uma folha de papel quadriculado e perguntou:

PR3 - O que é que ela tem de diferente?

Alunos - Os quadrados.

PR3 - Está dividido em quadrados com tamanhos iguais. Vocês acham que vai ajudar ou dificultar?

Alunos - Ajudar, dificultar.

PR3 - Vai ajudar porque estão todos iguais, vai só marcar as linhas e vai transferir as informações que estão aqui sobre a quantidade de alunos para essa folha e cada quadradinho vai ser um aluno.

Então eles começam a fazer atividade no papel quadriculado e alguns ainda apresentaram dúvidas, utilizando mais de um quadrado para representar uma só pessoa.

A professora tentou orientá-los para que eles corrigissem os gráficos que fizeram errado. Quem terminou entregou e encerrou a aula.

Relato da professora de sua aula no 3º ano

A professora PR3 começou a relatar a aula do 3º ano e disse que não parou para refletir muito sobre a aula, mas que se surpreendeu, pois eles trouxeram informações de experiências que já tiveram sobre gráficos e ela não imaginava.

A minha proposta foi trazer uma atividade inicial sobre organização de variados conjuntos de números a fim de fazer a leitura da reta numérica para eles refletirem que poderiam organizar os números de dois em dois, de três em três, do menor para o maior, etc. Os alunos perceberam rápido, não foi muito difícil. E a única dificuldade que eu percebi foi quando os números ficaram mais altos, entretanto, quem tinha mais habilidade com leitura foi rapidinho. Em seguida eu apresentei um gráfico do livro didático bem simples, mas que trazia justamente a questão das preferências, porque parece que o livro faz muitas reflexões deste tipo. Desenhei no quadro os eixos e perguntei se eles já conheciam aquela estrutura? Um disse que era um “L” e outro falou que era daquele tipo que a gente vê na Matemática. Então eu fui colocando os nomes, fui trazendo os nomes para eles. Trabalhei a questão do zero que eles não sabiam colocar exatamente no eixo e como a gente ia colocar os números? Então eu chamei um aluno no quadro e ele começou a colocar de cima para baixo e outro aluno disse que não pode ser assim: se o zero está embaixo como é que vai começar de cima para baixo? Então o próprio aluno fez a correção. A gente foi vendo o que é que coloca na horizontal e eles falavam a informação da predileção e fomos vendo porque é que era um gráfico de barras? Por que se chamava assim? Como é que a gente constrói ele?

A pesquisadora lembrou que ela também fez uma atividade interessante sobre a mudança do tamanho do eixo. Então a professora PR3 continuou explicando:

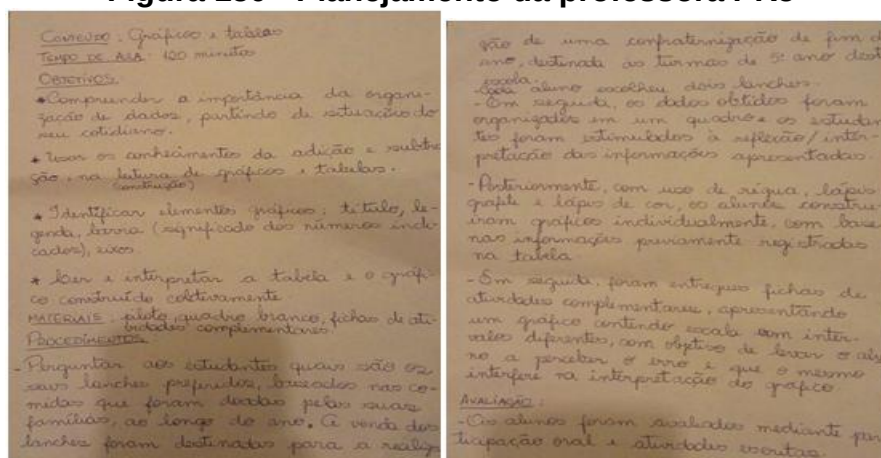
Construí um eixo grande no qual trabalhei todas essas propriedades do gráfico de barras e em seguida fez um eixo bem pequenininho e perguntei se dava para a gente colocar todos os números nesse eixo pequeno? Eles disseram que dava. Então eu pedi para vir no quadro e mostrar. Então eles foram diminuindo os espaços entre os números e eu achei interessante que eles mesmos iam encontrando as respostas, mostrando a importância de se questionar porque é assim que sai aprendizagem e outras ideias também. Depois que vários tentaram e não conseguiram então outro foi e conseguiu fazer. A última etapa da aula foi a contagem de quantos meninos e quantas meninas tinham na sala e eu pedi para na folha do caderno eles construírem um gráfico com essa informação da quantidade de meninos e meninas e eles foram fazer as tentativas. Algumas saíram boas porque eles tinham olhado já no livro, mas outros pareciam que não estavam ali, não sabiam nem o que fazer. Em seguida eu perguntei: ficou fácil ou difícil? Por que a gente falou sobre os espaços, que as barras tinham que ter a mesma proporção porque a gente viu que não dava para comparar se uma fosse magrinha e a outra fosse gordinha. [Se referindo ao tamanho das barras]. Então eu dei para eles uma folha de papel quadriculado para ver como é que eles iam se sair, se ia ficar mais fácil ou se ia complicar a situação. A maioria disse que ia ficar mais fácil porque eles não iam ter que ficar medindo ou usando régua.

Quando a sua avaliação da aula ela apresentou a seguinte opinião:

Novamente alguns foram bem e outros não, mas eu avalio que em geral a aula foi muito interessante porque nós pensamos e refletimos juntos; o livro didático me valeu porque eu também pude utilizar algumas questões para trabalhar com eles e eu acho que é preciso fazer outras atividades, trazer outros gráficos para ampliar essa visão deles e o conhecimento deles, mas eu acho que valeu muito a pena.

Observação da aula realizada pela professora do 5º ano

Essa aula foi ministrada pela professora PR5 na sua turma do 5º (Figura 150). Neste dia estavam presentes 18 alunos.

Figura 150 - Planejamento da professora PR5

A professora iniciou a aula pedindo que os alunos pegassem o caderno de Matemática. Falou sobre a venda de lanches que eles estavam fazendo para ajudar na festa de conclusão do 5º ano e pediu para um aluno anotar o total arrecadado no último dia de venda. Então ela começou a discutir um pouco com eles sobre o que tinham feito para as vendas darem certo e eles falaram sobre o esforço da turma e a propaganda que fizeram.

Em seguida ela perguntou para eles qual será que foi o lanche mais vendido? O que as pessoas mais gostaram? Para que no próximo ano tenham mais dele e as vendas também sejam boas.

Daí ela começou a anotar no quadro o tema da aula: gráfico e tabela e foi pedindo para que cada aluno dissesse o lanche que mais gostou e disse que iria escolher os cinco preferidos. A professora foi listando no quadro os seguintes lanches que os alunos escolheram: torta salgada, bolo de coco, bolo de chocolate, bombom, enroladinho, cachorro quente, bolo de leite condensado, coxinha e tortinha doce.

Após fazer a contagem da lista registrou a quantidade de votos para cada lanche, construiu uma tabela no quadro (Figura 151) e pediu para os alunos copiarem no caderno.

Figura 151 - Exemplo de tabela feita pela professora no quadro

Lanches preferidos dos alunos do 5º ano	
Torta salgada	13
Bombom	7
Enroladinho	6
Bolo de leite condensado	5
Coxinha	4

Então ela fez a leitura da tabela com os alunos e foi explorando:

PR5 - Qual foi o mais vendido? E o menos vendido? Quem está lembrado o que é um gráfico?

Aluno - É uma tabela com números e coisas.

PR5 - E para que serve um gráfico?

Aluno - É para saber como a gente fez agora, quer saber quanto o lanche tem.

PR5 - O gráfico ajuda a comparar as informações e para construir vamos usar tanto as quantidades como os itens.

Aluno - Esse gráfico vai até que número?

PR5 - [Ela foi desenhando os eixos no quadro e distribuiu régua] Até que número você acha que deve ir? Observem a tabela e marquem de dois em dois centímetros [Se referindo ao espaçamento que devem estabelecer entre as categorias a serem representadas no eixo x].

Aluno - Não estou entendendo...

PR5 - [Explicou individualmente aos que estavam com dúvida e depois orientou novamente a turma]. Tem que começar com o zero. [Foi colocando com mais ou menos o mesmo intervalo os números dois, quatro, seis, oito, dez, doze, quatorze e dezesseis].

Aluno - Tia são quantos centímetros aqui? [Se referindo à escala].

PR5 - Já, já vou dizer. E neste outro eixo, o que é que eu vou colocar?

Aluno - Os votos, as quantidades.

PR5 - Qual é o maior que eu vou colocar?

Aluno - Treze.

Outro aluno - Quinze.

PR5 - Então vejam: eu vou colocar de dois em dois, prestem atenção: a gente vai colocar de um em um centímetro e vai escrever os valores de dois em dois, lembrem que começa do zero, me ajudem a contar: dois, quatro, seis, oito, dez, doze, quatorze e dezesseis. Em seguida vai explorando categoria por categoria: torta salgada? Onde está o treze?

Aluno - [Levantou e mostrou no quadro que estava no meio entre o doze e o quatorze].

PR5 - E o bombom? Onde está o sete?

Alunos - Entre o seis e oito.

PR5 - [Pedi para um aluno mostrar no gráfico onde é que fica o sete]. E um enroladinho?

Alunos - Seis. [E ela marcou].

PR5 - E o bolo?

Alunos - Cinco.

PR5 - [Perguntou a uma aluna que estava um pouco desatenta] Onde fica o cinco?

Aluna - Embaixo do quatro.

PR5 - A escala vai de baixo para cima, do zero vai subindo. Então o cinco está em cima ou embaixo do quatro?

Aluna - Em cima. [A professora pede para ela marcar na escala do quadro].

PR5 - E a coxinha?

Aluno - Quatro.

PR5 - Esse é fácil porque já está na escala. Foi desenhando o gráfico no quadro e falando que esse tracejado [Se referindo à linha de grade] é importante porque ajuda a guiar a gente, depois que construir o gráfico pode apagar.

Após a construção do gráfico no quadro e os alunos irem fazendo o mesmo do caderno ela começou a discutir um pouco sobre o gráfico construído e perguntou: qual foi o menos votado?

Aluno - Um aluno falou que foi a coxinha.

PR5 - Não esqueçam de colocar os intervalos de dois em dois. Se eu tivesse colocado essa reta [Se referindo à escala] até o dez, apenas quem não iria aparecer?

Alunos - A torta salgada.

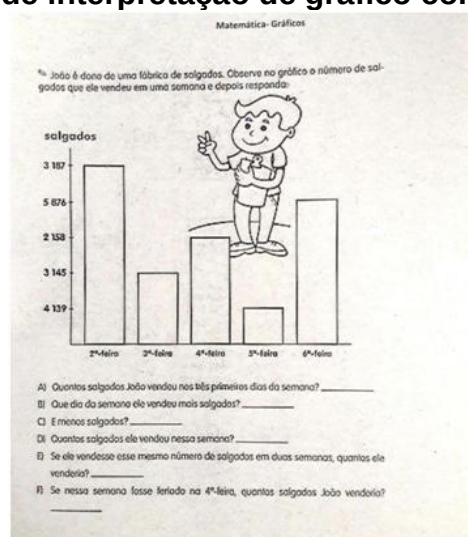
PR5 - E se fosse até o cinco ia funcionar?

Aluno - Não porque ia ficar de fora a torta salgada, o bombom e o enroladinho.

Depois de construir eles pintaram as barras do gráfico. É importante salientar que um dos alunos fez a escala de cinco em cinco, ele fez sozinho.

A partir da descrição desta primeira etapa da aula, foi possível observar que a professora conduziu toda a construção do gráfico. Esta abordagem é um tanto quanto preocupante, pois “poda” as várias estratégias que os alunos poderiam apresentar para construir este gráfico. Isso foi percebido, pois o único aluno que fez sozinho adotou uma escala de cinco em cinco e não de dois em dois como orientado pela professora. Após terem terminado, ela entregou uma ficha para eles e em seguida começou a explicar as questões dessa atividade (Figura 152).

Figura 152 - Atividade de interpretação de gráfico com escala errada – 5º ano



Então a professora iniciou a leitura e a explicação dizendo que na primeira questão havia um gráfico sobre a venda de lanches nos cinco dias da semana. A professora escolheu essa questão porque o gráfico tinha escala errada!

PR5 - Ele vendeu no sábado e no domingo?

Aluno - Não porque não tem aí.

Aluno - Tia o quatro tá em baixo, o gráfico tá errado.

Aluno - A ordem dos números está errada.

PR5 - Foi uma pegadinha! Coloquem o gráfico na ordem crescente.

Mesmo corrigindo a ordem dos números, os intervalos continuavam com espaços desproporcionais, mas isso não foi abordado na aula pela professora.

Os alunos responderam sozinhos as atividades e, após concluírem, PR5 fez a correção coletiva, falou sobre a importância dos números estarem na escala em ordem crescente e um aluno complementou: “se não como é que vai responder?”.

Ela foi lendo questão por questão e fazendo os cálculos para resolver:

A - Quantos salgados João vendeu nos três primeiros dias da semana?

B - Que dia da semana ele vendeu mais salgados?

C - E menos salgados?

D - Quantos salgados ele vendeu nesta semana?

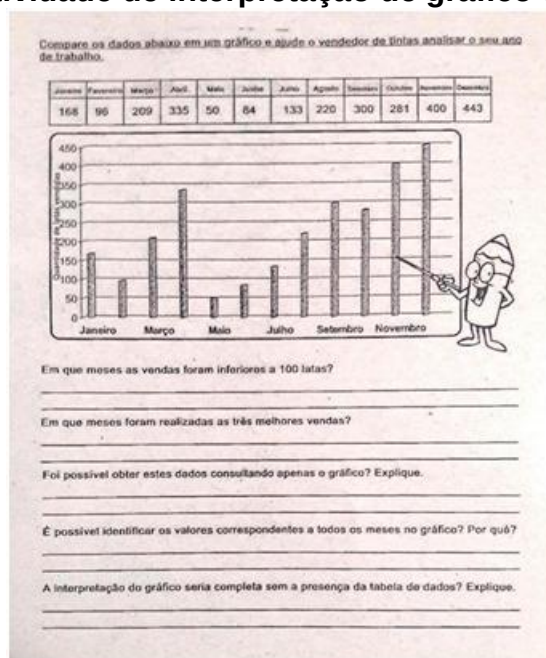
E- Se ele vendesse esse mesmo número de salgados em duas semanas quanto ele venderia?

F - Se nessa semana fosse feriado na quarta-feira quantos salgados João venderia?

Analisando esta atividade podemos perceber que a ideia de trazer um gráfico com erro na escala para os alunos identificarem foi interessante, mas as perguntas não exploravam a localização dos valores na escala, visto que já estavam determinados e com intervalos desproporcionais.

Após a correção dessa primeira questão ela apresentou para os alunos a segunda questão (Figura 153). Leu a tabela com eles e depois disse que ele também organizou as informações em um gráfico.

Figura 153 - Atividade de interpretação de gráfico e tabela - 5º ano



As representações gráficas dessa segunda atividade traziam informações sobre a venda de tintas em um ano de trabalho de um determinado vendedor.

PR5 - O intervalo desse gráfico é de quanto em quanto?

PR5 - Cinquenta em cinquenta, zero, cinquenta, cem, cento e cinquenta... Por exemplo, Junho ficou um pouquinho mais que cinquenta e um pouquinho menos que cem.

Aluno - Foi oitenta e quatro.

PR5 - Por quê?

Aluno - Porque está na tabela.

PR5 - Dá para entender só com o gráfico?

Aluno - Sim, porque o gráfico é simples.

[Então a turma discordou].

Aluno - É porque os números não tem a quantidade exata, só Maio.

PR5 - Se cobrisse a tabela dava para saber os valores?

Alguns alunos - Sim.

PR5 - Só olhando para o gráfico dá para identificar todos os valores?

Aluna - Porque na tabela tem a numeração certa e embaixo não.

PR5 - Na tabela a numeração está exata em baixo está aproximada.

Ao responder o gráfico um aluno disse que as perguntas C D e E teriam a mesma resposta.

As questões do gráfico eram as seguintes:

A - Em que meses as vendas foram inferiores a 100 latas?

B - Em que meses foram realizadas as 3 melhores vendas?

C - Foi possível obter esses dados consultando apenas o gráfico? Explique.

D - É impossível identificar os valores correspondentes a todos os meses no gráfico? Por quê.

E - A interpretação do gráfico seria completa sem a presença da tabela de dados? Explique.

Podemos constatar que esta atividade tentou levar o aluno a perceber que existem valores representados em um gráfico que não estão explícitos no eixo da escala, mas em nenhum momento estimulou o aluno a localizar ou estimar este valor.

Após todos entregarem a ficha, a professora encerrou a aula.

Relato da professora de sua aula no 5º ano

A professora PR5 iniciou o relato da aula do 5º ano dizendo:

Meu objetivo foi observar se eles tinham de fato consolidado, pois esse foi um conteúdo que vimos muito e exaustivamente esse ano. Partimos das vivências que eles tinham, que era uma coisa mais recente sobre a venda dos lanches e os alunos se envolveram muito. A ideia foi começar a aula partindo da construção de um gráfico a partir dos lanches que eles tinham mais gostado. A dificuldade que eu tive naquele momento foi ter deixado “muito aberto” porque a gente tinha uma lista enorme de lanches e eu fiquei com dúvida em como eu ia chegar a apenas cinco que eles tivessem gostado mais para poder fazer o gráfico. Eu percebi que quando eu fiz a pesquisa parece que eles não votavam no lanche pelo que eles gostavam, mas no que estava sendo mais votados para que ele ganhasse. Então depois de escolhidos os cinco alimentos nós juntos começamos a construir uma tabela e colocamos na ordem dos mais votados para o menos votado e a partir daí nós elaboramos um gráfico de barras. Eu não consegui fazer no gráfico de pizza porque eu achei que era mais difícil, como você tinha mencionado, mas eu fiz o de barras. Daí eu comecei a circular pela sala e percebi que alguns estavam bem atentos a essa questão da escala e que outros não, estavam fazendo de forma bem aleatória mesmo. Após esse momento eu entreguei para eles uma atividade para fazerem a leitura do gráfico e responderem algumas questões. Eu achei interessante porque esse gráfico apresentou o eixo Y de forma errada, pois os números estavam desorganizados e o meu objetivo era esse mesmo: perceber se eles tinham compreendido que precisavam ter esses números em ordem crescente, mesmo percebendo que o intervalo da escala não estava proporcional. E uma aluna logo percebeu e disse: tia esses números estão errados, como é que o quatro mil está aqui embaixo e dois mil está lá em cima? Então eu pedi para eles reorganizarem esse gráfico a fim de que eles pudessem responder às questões e eles não tiveram muita dificuldade para fazer a interpretação. E na outra questão também

tinha uma leitura de gráfico de barras, mas também disponibilizei uma tabela porque no gráfico nem todos os meses davam para identificar o valor exato que estava sendo representado. Então eu achei bem interessante e fiquei feliz com o resultado porque eles demonstraram segurança tanto na construção como na leitura das informações dos gráficos, eu fiquei feliz de perceber que a maioria tem construído esse conceito.

Após todas as professoras terem relatado como foi a sua experiência a pesquisadora começou a comentar os pontos levantados por elas a fim de analisar o desempenho da turma; reflexão conjunta sobre os objetivos de vocês e a aprendizagem dos alunos para fazer o levantamento do **Conhecimento de Escala e Ensino e Conhecimento de Escala e dos Alunos**.

O primeiro ponto foi que as professoras se preocuparam em trazer dados reais para trabalhar com os alunos. As turmas do 3º e 5º anos conseguiram fazer pesquisa, trabalhando com dados que faziam sentido para eles e a turma do 1º ano também utilizou uma pesquisa que partiu de dados reais.

Outro ponto diz respeito às habilidades trabalhadas, visto que tiveram a preocupação de trabalhar tanto a interpretação quanto à construção. A professora PR1 esteve atenta que no caso do 1º ano ela utilizou o preenchimento porque estava começando, mas tanto as turmas do 3º ano como do 5º ano conseguiram fazer a construção do gráfico e não só o preenchimento. Esse tipo de atividade não é comum no livro didático que vem propondo mais atividades de preenchimento do que de construção. Também foi interessante o que a professora PR5 fez trazendo um gráfico com erro na escala para os alunos identificarem.

As professoras também evidenciaram que com uma aula só é muito difícil conseguir dar conta do trabalho desse conceito, relatando que tinham visto isso em momentos anteriores e que também pensaram em possíveis propostas para aulas seguintes.

Outro ponto necessário a destacar é que a professora PR3 falou que mesmo tendo apresentado o gráfico no livro e também falado sobre suas características alguns alunos não conseguiram responder a atividade. De fato, estudos como o de Cavalcanti e Guimarães (2010) vêm apontando para a perspectiva de que esse conhecimento sobre a representação gráfica não se aprende apenas com a vida, mas que precisamos de intervenções da escola para que possamos avançar na compreensão.

Outro aspecto considerado pelas professoras foi a grandeza dos números. A professora PR1 trabalhou com escala de cinco em cinco e com valores em percentual mesmo sendo uma turma de 1º ano. Então podemos constatar que é possível trabalharmos com diferentes intervalos, mas precisamos estar atentas aos encaminhamentos que iremos dar, por exemplo, ela pediu para os alunos desconsiderarem o símbolo de “por cento” e eles foram, com seu apoio, resolvendo a atividade.

É importante ressaltar que as professoras se preocuparam com a questão de dar nome às coisas: gráfico de barras, de setor, escala com de cinco em cinco, de um em um. Então isso foi importante, pois o nosso foco não é levar os alunos a decorar os nomes, mas as crianças aprendem tantas outras coisas, por que privá-las de conhecer esses termos em relação aos gráficos?

Quanto à régua percebemos também que é um instrumento importante para os alunos porque apresenta aquela ideia de sequência numérica e também ajuda na construção.

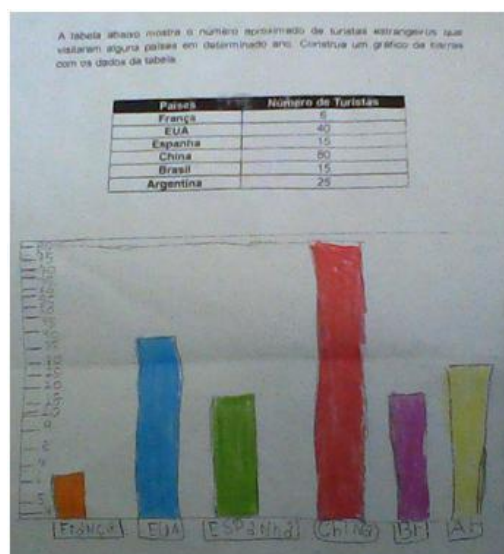
Em relação ao papel quadriculado tem pontos positivos e negativos, porque nós temos que estar atentas ao nosso objetivo com o uso desse recurso, por exemplo, se for para facilitar no momento da organização dos dados, para todas as barras ficarem com largura proporcional, etc. vai ser uma boa opção, mas quando temos valores altos a serem representados, os quais a quantidade de quadrados é insuficiente para representar em uma escala de um para um isso vai ser um complicador, mesmo tendo os espaços demarcados, pois o aluno terá que estabelecer a relação de que cada quadrado representará “x” dados. Então, é imprescindível que se trabalhe a compreensão da escala. Precisamos pensar no objetivo que temos com o uso desse papel, se é para trabalhar escala unitária ou não, etc.

Em seguida a professora PR1 perguntou sobre o que a pesquisadora achava da participação dos alunos. A pesquisadora respondeu retomando o exemplo da professora PR3 que trabalhou muito com o levantamento de questões para eles refletirem sobre a representação gráfica.

A professora PR3 falou também que uma coisa que ela não sabe se conseguiu deixar claro foi sobre a importância do gráfico, por que utilizar o gráfico? Por que a gente precisa aprender sobre gráficos? Porque ali tem informações importantes que vão servir.

A segunda atividade desse encontro de formação foi a realização de uma avaliação individual na qual as professoras tinham acesso a um gráfico construído por um aluno e elas precisavam responder as seguintes questões: quais as dificuldades apresentadas por esse aluno nessa atividade de construção de gráfico? (**Conhecimento de Escala e dos Alunos**). Que tipo de atividade poderia ser proposta para superar essas dificuldades? (**Conhecimento Especializado de Escala**). Você acha que essa formação contribuiu para aprofundar seus conhecimentos sobre o conteúdo de escala apresentada em gráficos por quê? (**Conhecimento de Escala e Ensino**).

Em relação à primeira questão: quais as dificuldades apresentadas por esse aluno nesta atividade de construção?



Podemos observar que as professoras (Figura 154, Figura 155 e Figura 156) em suas respostas referiram-se sempre as dificuldades com a escala, tanto em relação aos intervalos como a proporcionalidade. Já a professora PR5 foi além e pontuou outros aspectos como: “as barras não apresentam a mesma espessura” e “a altura de algumas barras não correspondia aos valores corretos apresentados na tabela”.

Figura 154 - Resposta da professora PR1 a primeira questão da avaliação escrita individual

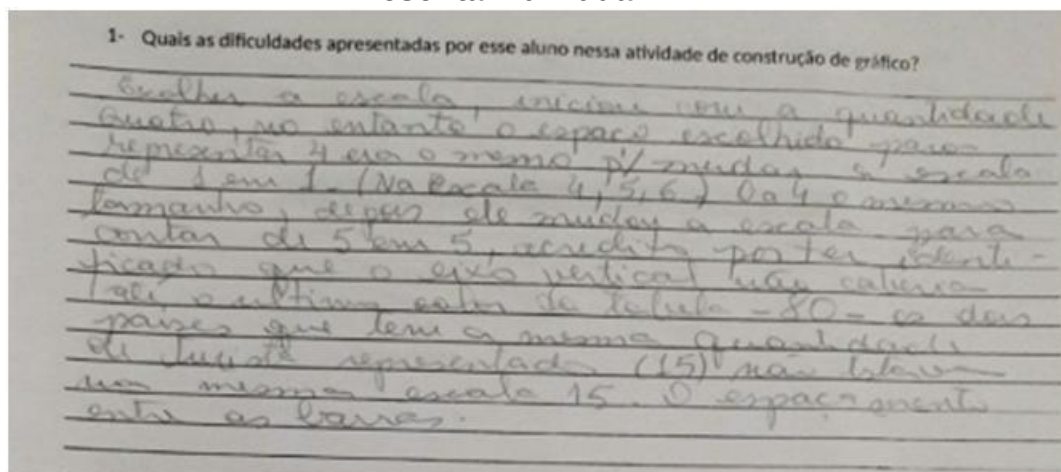


Figura 155 - Resposta da professora PR3 a primeira questão da avaliação escrita individual

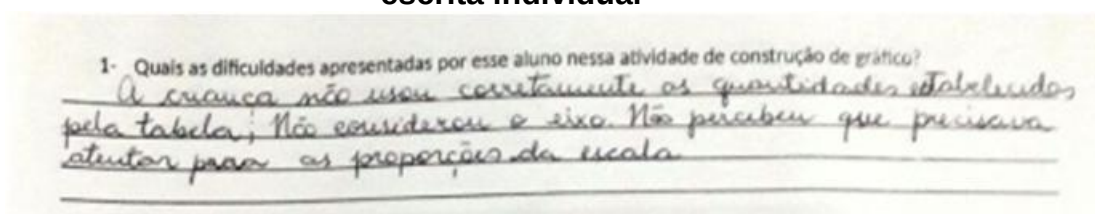
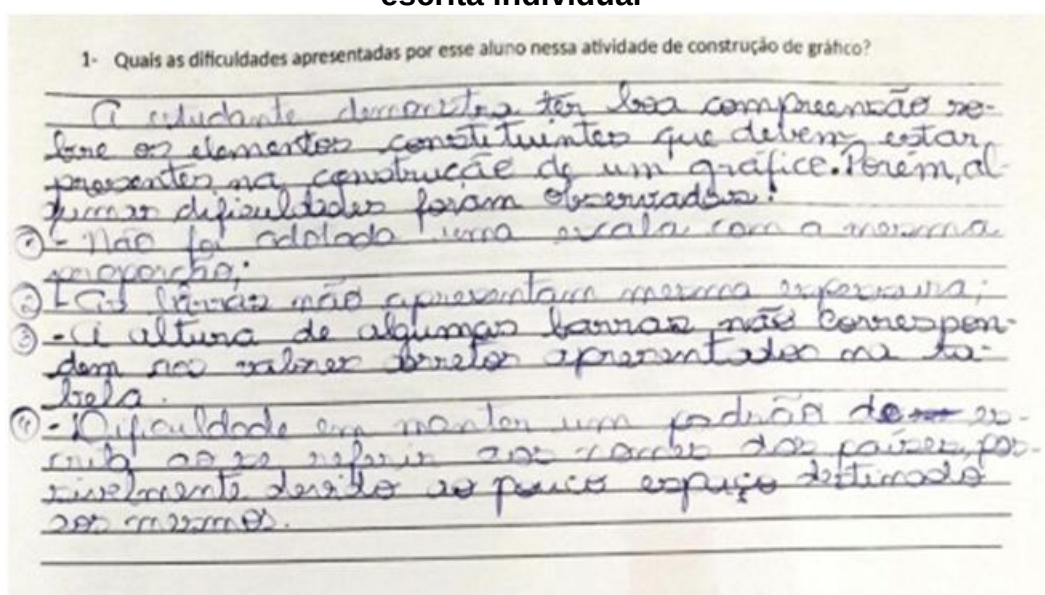


Figura 156 - Resposta da professora PR5 a primeira questão da avaliação escrita individual



Quanto à questão que buscava investigar o **Conhecimento Especializado de Escala** podemos perceber um nível de aprofundamento diferente nas respostas

das professoras (Figura 157, Figura 158 e Figura 159). Sabemos que essas respostas não foram o único recurso para se avaliar esse conhecimento das professoras, mas respostas mais detalhadas nos mostram o quando as professoras passaram a apresentar um domínio maior do conteúdo trabalhado como das expressões relacionadas ao trabalho com escala.

Figura 157 - Resposta da professora PR1 a segunda questão da avaliação escrita individual

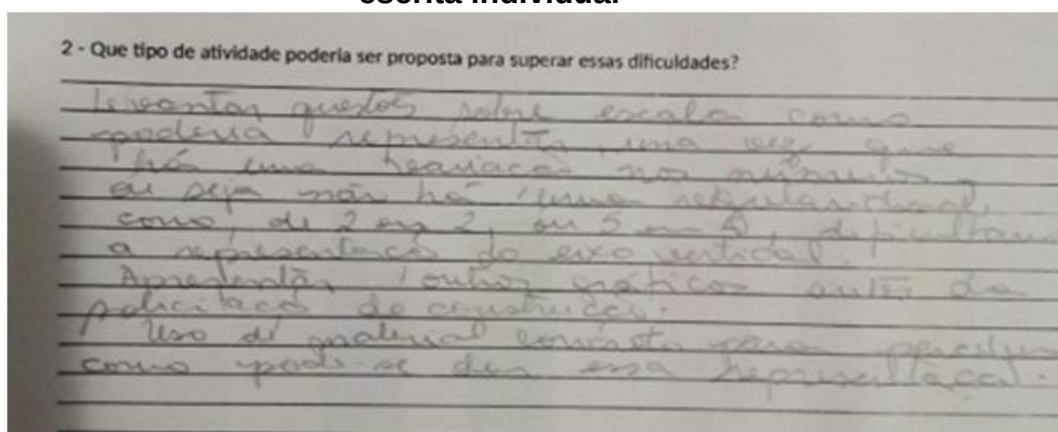


Figura 158 - Resposta da professora PR3 a segunda questão da avaliação escrita individual

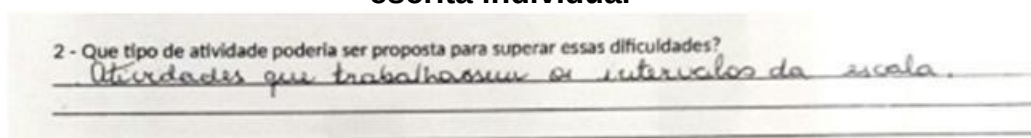
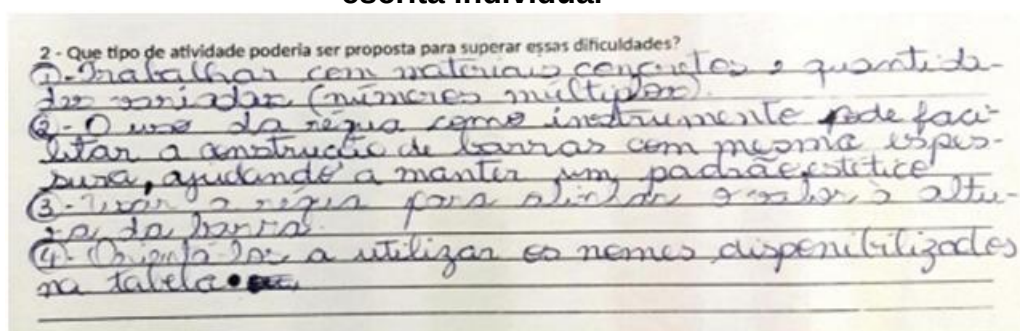


Figura 159 - Resposta da professora PR5 a segunda questão da avaliação escrita individual



A última questão respondida pelas professoras: Você acha que essa formação contribuiu para aprofundar seus conhecimentos sobre o conteúdo de escala apresentada em gráficos por quê? Foi possível verificar que as professoras consideraram que as reflexões vivenciadas no processo de formação (Figura 160,

Figura 161 e Figura 162) fizeram com que elas tivessem mais seguranças e suscitaram a importância deste trabalho para a vida das crianças quando eles retratam a realidade.

Figura 160 - Resposta da professora PR1 a terceira questão da avaliação escrita individual

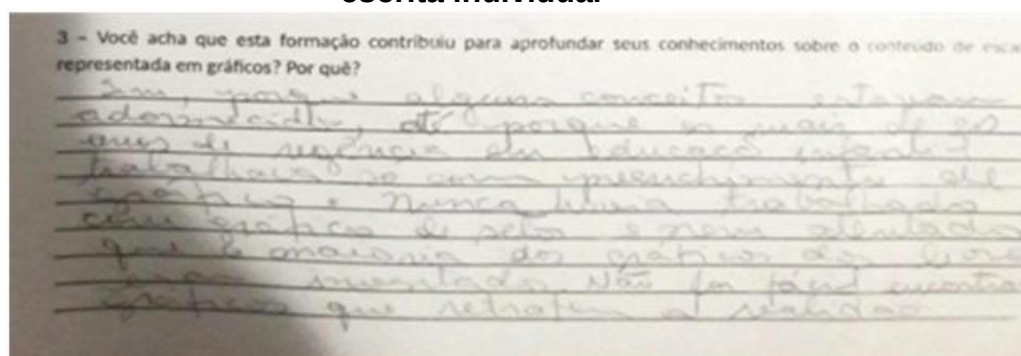


Figura 161 - Resposta da professora PR3 a terceira questão da avaliação escrita individual

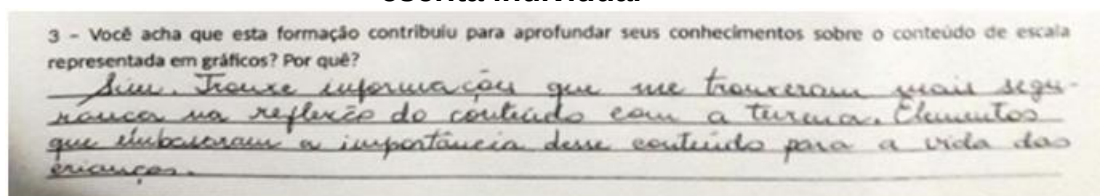
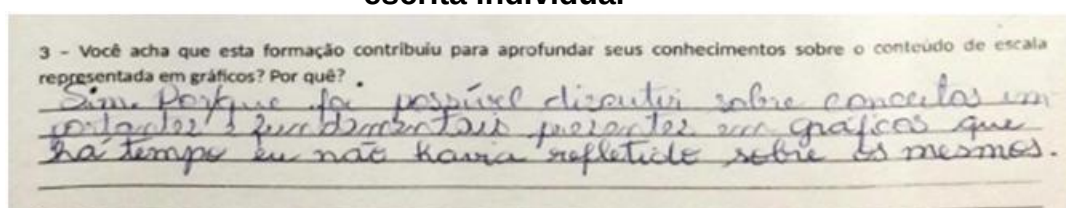


Figura 162 - Resposta da professora PR5 a terceira questão da avaliação escrita individual



A terceira atividade deste encontro teve como objetivo refletir sobre que tipo de habilidades nós podemos trabalhar em cada ano com os alunos, **Conhecimento do Horizonte de Escala**. Para isso ela entregou para as professoras uma tabela com a progressão para o ensino de escala e solicitado que cada uma delas, individualmente, marcasse quais habilidades eram possíveis de serem trabalhadas com os alunos de seus respectivos anos.

PR1 – Todas dão para serem trabalhadas.

Pesquisadora – Mas existem diferenças entre essas habilidades como: se envolviam construção ou interpretação; o tipo de gráfico: de barras ou linha; a escala: unitária ou não.

Este trecho no mostra que existem peculiaridades no trabalho com escala referentes ao Conhecimento Especializado de Escala que precisam ser pensadas para orientar em que ano é mais adequado trabalhar cada uma dessas habilidades.

Após todas terem preenchido (Figura 163) referente à sua turma a pesquisadora mostrou a que ela tinha construído e iniciou uma discussão com as professoras.

Figura 163 - Quadros de progressão preenchidos pelas professoras PR1, PR3 e PR5

Assinale em que anos vocês acreditam que é possível trabalhar cada uma dessas habilidades com os alunos.

Habilidades por ano	1º	2º	3º	4º	5º
Reconhecimento de elementos estruturais (título, eixo e fonte).		X			
Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas.		X			
Construção de pictogramas e gráficos de barras com escala unitária.		X			
Localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária.		X			
Construção: Pictogramas e gráficos de barras com escalas unitárias.					
Localização de valores implícitos em escala unitária ou não em gráfico de barras ou linha.					
Identificação de erros de proporcionalidade em gráficos.					
Identificação do impacto causado na informação se mudarmos o intervalo da escala do gráfico.					
Adequação do tipo de gráfico em função dos dados a serem representados.					

Habilidades por ano	1º	2º	3º	4º	5º
Reconhecimento de elementos estruturais (título, eixo e fonte).			X		
Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas.			X		
Construção de pictogramas e gráficos de barras com escala unitária.			X		
Localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária.			X		
Construção: Pictogramas e gráficos de barras com escala não unitária.			X		
Localização de valores implícitos em escala unitária ou não em gráfico de barras ou linha.			X		
Identificação de erros de proporcionalidade em gráficos.			X		
Identificação do impacto causado na informação se mudarmos o intervalo da escala do gráfico.			X		
Adequação do tipo de gráfico em função dos dados a serem representados.			X		

Habilidades por ano	1º	2º	3º	4º	5º
Reconhecimento de elementos estruturais (título, eixo e fonte).					X
Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas.					X
Construção de pictogramas e gráficos de barras com escala unitária.					X
Localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária.					X
Construção: Pictogramas e gráficos de barras com escala não unitária.					X
Localização de valores implícitos em escala unitária ou não em gráfico de barras ou linha.					X
Identificação de erros de proporcionalidade em gráficos.					X
Identificação do impacto causado na informação se mudarmos o intervalo da escala do gráfico.					X
Adequação do tipo de gráfico em função dos dados a serem representados.					X

Foi possível verificar que elas conseguiram fazer praticamente igual ao que a pesquisadora tinha feito (Figura 164). A diferença foi que a professora PR1 por ter trabalhado com sua turma do 1º ano com escala de cinco em cinco achou que era possível trabalhar já, desde esse ano, a habilidade de “localização de valores explícitos no gráfico de barras com escala não unitária”, marcada com um “x” na imagem abaixo. E em seguida foram refletindo sobre cada uma das habilidades.

Figura 164 - Quadros de progressão comparando as marcações das professoras PR1, PR3 e PR5 com o Estudo 1

Progressão para o ensino de escala representada em gráficos

Habilidades por ano	1º	2º	3º	4º	5º
Reconhecimento de elementos estruturais (título, eixos e fonte).					
Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas.					
Construção de pictogramas e gráficos de barras com escala unitária.					
Localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária.	/				
Construção: Pictogramas e gráficos de barras com escala não unitária.					
Localização de valores implícitos em escala unitária ou não em gráfico de barras ou linha.					
Identificação de erros de proporcionalidade em gráficos.					
Identificação do impacto causado na informação se mudarmos o intervalo da escala do gráfico.					
Adequação do tipo de gráfico em função dos dados a serem representados.					

A primeira habilidade: reconhecimento de elementos estruturais do gráfico como título, eixos e fontes. Nós percebemos que essa habilidade deve ser trabalhada em todos os anos.

A segunda habilidade: localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas. Vimos que todos os alunos são capazes de fazer também desde o primeiro ano.

A terceira habilidade era construção de pictogramas e gráficos de barras com escala unitária. Percebemos que os livros não exploram essa construção, mas vocês fizeram isso e perceberam que é possível ser feito já desde o 1º ano.

A quarta habilidade: localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária. A professora PR1 disse: *“acredito que é possível se a gente pensar no intervalo... não colocar intervalos tão grandes... dois em dois, cinco em cinco, dessa forma também seria possível desde o primeiro ano”*.

A quinta habilidade era a construção de pictogramas e gráficos de barra com escala não unitária. Como nesse caso eles vão ter que começar a definir o intervalo, percebemos que tem um nível maior de dificuldade e que tem livros que não pedem isso, mas a gente sabe que crianças desde o 2º ano já conseguem fazer essa contagem de dois em dois, de cinco em cinco, ou seja, de valores menores.

A sexta habilidade é a localização de valores implícitos em escala unitária ou não em gráficos de barras ou linha. Então nós propomos isso a partir do 4º ano porque a maioria dos livros, quando trabalham, é só a partir do 5º ano.

A sétima habilidade foi a identificação de erros de proporcionalidade em gráficos. Algumas pesquisas como a de Evangelista e Guimarães (2014) viram que isso só é possível a partir do 5º ano, mas acreditamos que já dá para nós

trabalharmos a partir do 4º ano. A professora PR5 conseguiu levar os alunos a perceberem erros na escala no 5º ano. Então é possível começar desde o quarto ano, visto que no 3º ano percebemos que os alunos já começam a ter essa noção.

A oitava habilidade foi a identificação do impacto causado na informação se mudarmos o intervalo da escala do gráfico. Esta é uma habilidade bem difícil porque, às vezes a mídia utiliza isso para manipular as informações então é importante refletirmos sobre isso a partir do 4º ano.

E a nona habilidade foi adequação do tipo de gráfico em função dos dados a serem representados. E colocamos a partir do 5º ano e vai ser muito mais abordada nos anos finais do Ensino Fundamental.

7.4.7 Refletindo sobre o processo de formação

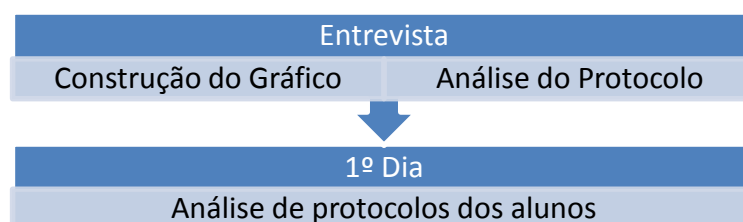
Após o último encontro de formação podemos considerar em relação ao **Conhecimento Especializado de Escala** que as professoras consideraram aspectos importantes do conceito de escala como as diferentes habilidades (interpretação e construção), a variedade de intervalos, os erros que são apresentados nas escalas, os diferentes tipos de representação e proporcionalidade da escala.

Quanto ao **Conhecimento de Escala e Ensino** percebemos que elas planejaram aulas que trabalhavam com dados reais e com pesquisa e com diferentes tipos de situações envolvendo representações gráficas. Vale salientar que a professora PR3 conduziu sua aula de forma muito interessante, pois permitiu aos alunos se lançarem em questões, descobertas e ao erro, dando a chance dos alunos apresentarem suas estratégias de raciocínio.

O **Conhecimento de Escala e dos Alunos** as professoras levantaram alguns aspectos que dificultaram o trabalho com escala. No 1º ano a professora destacou que os alunos que não sabiam ler tiveram bastante dificuldade. No 3º ano a professora fez uma consideração muito relevante, pois ela destacou que mesmo os alunos tendo visto gráficos nos livros, alguns ainda tiveram dificuldades, ratificando a importância do trabalho deste conteúdo de forma sistematizada. No 5º ano a docente afirmou “*eu fiquei feliz de perceber que a maioria tinha construído esse conceito*”.

O último conhecimento avaliado foi o **Conhecimento do Horizonte de Escala** e pudemos verificar que as professoras conseguiram perceber as peculiaridades presentes no conceito de escala e como deve ser feita esta gradação. Além disso, vale ressaltar que a professora PR1 desafiou seus alunos do 1º ano apresentando tipos de gráficos e intervalos escalares que os livros didáticos preferem abordar em anos posteriores e os alunos conseguiram com o apoio da professora refletir sobre as atividades propostas.

Assim, em síntese podemos afirmar que buscamos investigar o **conhecimento comum de escala** (localizar e construir corretamente um valor na escala considerando a proporcionalidade) nos seguintes momentos:



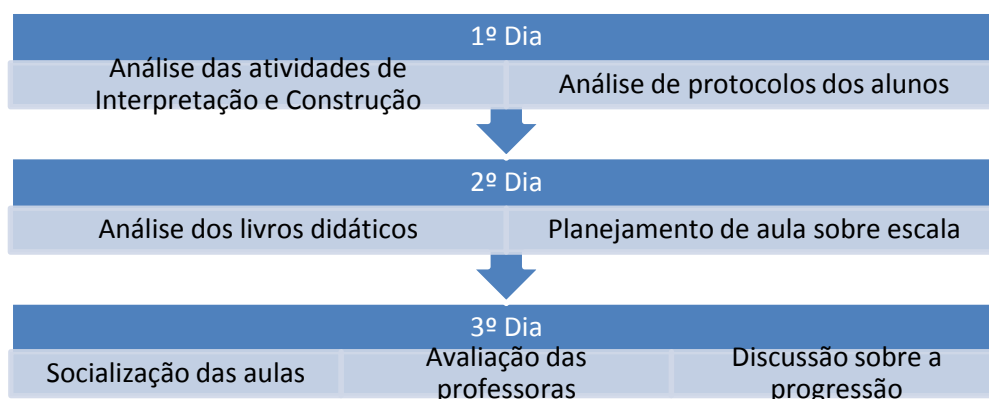
Percebemos que elas conseguem construir gráficos, estabelecendo os eixos e localizando os dados graficamente. A maioria percebeu a necessidade de criar um intervalo para a escala considerando os valores máximos e mínimos das grandezas a serem representadas. Entretanto, constroem uma escala sem proporção entre os intervalos e confundem gráfico de barras com histograma. Além disso, apresentam na escala apenas os valores da tabela e não apresentam todos os elementos de um gráfico (título, nome dos eixos...). Esse tipo de dificuldade já havia sido levantado em pesquisas anteriores (SHAUGHNESSY; GARFIELD; GREER, 1996; LIMA; SILVA; RODRIGUES; FEITOSA, 2006; SILVA; AMARAL; ALBUQUERQUE; OLIVEIRA, 2006; MONTEIRO; SELVA, 2001; LEMOS; GITIRANA, 2007; ROSSINI, 2006). Curi e Nascimento (2016) afirmam que a formação dos alunos ainda é precária porque um dos maiores entraves tem sido a prática dos professores, decorrentes de uma formação escassa sobre Estatística.

Ao avaliarem as respostas dos alunos nos protocolos identificavam se estava certo ou errado, mas muitas vezes não sabiam explicar as estratégias usadas pelos alunos ao responder. Esses dados ratificam o que Ball et al (2008) já vinham apresentando, que ensinar vai além de identificar os erros e acertos dos alunos, e percebemos o quanto a intervenção da formadora a partir de questionamentos e

levantamentos de discussões foram importantes para que elas construíssem esses conhecimentos para o ensino de escala apresentada em gráficos.

O **Conhecimento Especializado de Escala** é um tipo de conhecimento que está relacionado ao ensino, portanto, um conhecimento peculiar dos professores.

Nós elencamos como Conhecimento Especializado para **interpretar** uma escala como o professor compreender que existem diferentes intervalos escalares, compreender a diferença entre valor explícito e implícito e compreender o eixo de coordenadas. Já para **construir** uma escala o docente precisa saber que os intervalos da escala devem ser proporcionais, que existem diferentes conjuntos numéricos e a grandeza dos números irão influenciar no intervalo da escala. Este conhecimento foi analisado em diferentes momentos:



É importante lembrar que para uma mesma atividade podiam estar sendo avaliados e discutidos conhecimentos docentes diferentes. Por exemplo, na análise de protocolo na entrevista quando as professoras avaliavam se as respostas estavam certas ou erradas, dizia respeito ao Conhecimento Comum de Escala e no momento em que identificavam o porquê de cada erro do aluno estavam mobilizando o Conhecimento Especializado de Escala.

A partir das falas das professoras podemos verificar que quando elas foram levadas a refletirem sobre as respostas erradas dos alunos em questões que envolviam a localização de um valor implícito na escala, elas conseguem levantar elementos do Conhecimento Especializado de Escala como a noção de proporcionalidade e de intervalo. É importante salientar que mesmo a maioria das professoras conseguindo explicar o porquê dos erros dos alunos, identificamos que elas não se davam conta da importância da escala do gráfico para a compreensão e construção de uma representação gráfica.

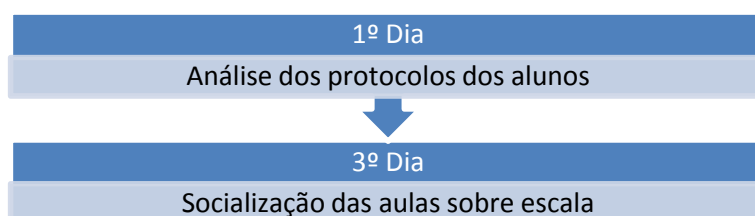
Consideramos que tanto a análise das atividades dos livros didáticos, como a análise de protocolos dos alunos foram propostas que motivaram as participantes do processo e que mobilizaram esses conhecimentos, visto que esses tipos de situações são as que estão mais próximas de suas práticas docentes. Durante o processo de análises percebemos que a criação de questões norteadoras de análise e que mobilizassem os conhecimentos que estavam por traz do conceito de escala foram imprescindíveis para que as professoras construíssem o Conhecimento Especializado de Escala.

Com a conclusão dos três encontros de formação podemos afirmar que conseguimos despertar nas professoras um olhar diferenciado e uma reflexão sobre o papel da escala em uma representação gráfica. A partir das discussões mediadas pela formadora as professoras identificaram aspectos importantes para o Conhecimento Especializado de Escala:

- Atividade de interpretação é mais simples do que a de construção;
- Existe um nível de dificuldade diferente na localização de valores explícitos e implícitos na escala;
- A grandeza dos números influencia também na gradação das dificuldades.
- Que os livros trazem escalas com intervalos unitários e não unitários e que priorizam a interpretação em detrimento da construção.

As professoras de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao planejarem as aulas trabalharam as habilidades de interpretação e construção e o intervalo da escala também foi um aspecto considerado por elas. Já, as docentes da EJA no momento de planejar as aulas não apresentaram nenhuma proposta com gráficos, o foco dos Módulo I e II foi trabalhar com reta numérica e localizar os valores que estavam entre eles, já o do Módulo III priorizou a utilização da régua.

Analizamos a capacidade das professoras em relação ao **Conhecimento de Escala e do Aluno** em dois momentos distintos:



Consideramos que a atividade inicial de análise de protocolos foi imprescindível para a compreensão deste Conhecimento, pois a partir das discussões levantadas, elas foram capazes perceber a importância da compreensão de uma escala em representações gráficas, de identificar e dar exemplos de possíveis erros e dificuldades que os alunos apresentavam ou poderiam apresentar. Uma estratégia também interessante que surgiu durante o processo de análise destes protocolos, foi de organizar as estratégias de resolução dos alunos que podem ser mais elementares ou mais complexas. Esta foi uma das preocupações do grupo das professoras de crianças.

Também é relevante considerar e refletir sobre um aspecto observado durante o processo de formação que foi a “crença” das professoras de que os alunos não são capazes de construir gráficos. Isto fica evidente no extrato abaixo:

PR3 - Mas vamos supor que esse seja o primeiro contato dos nossos alunos com construção de gráficos...

Pesquisadora – Mas essas atividades foram feitas pelos alunos de vocês! [Elas ficaram sem saber como explicar]

PR1 - Eu acho que quem você tirou da sala pra fazer não está mais na escola!

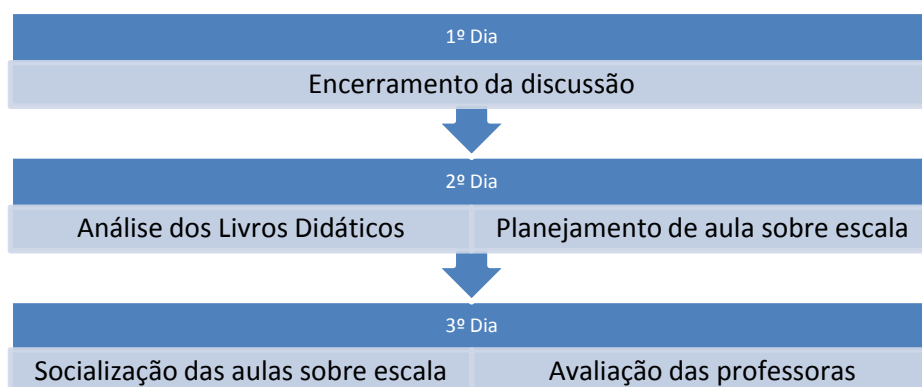
Pesquisadora – Eu fiz com a turma toda! [Elas ficam perplexas]

Desta forma, acreditamos que as crenças que as professoras possuem poderiam ser mais consideradas na teoria dos Conhecimentos Matemáticos para o Ensino propostos por Ball e colaboradores. As convicções interferem nas propostas didáticas e nas análises do desempenho dos alunos. No grupo de professoras da EJA observamos uma avaliação mais pessimista em relação à aprendizagem dos alunos que não foi observada em relação às professoras de crianças. É fundamental que o professor consiga olhar o que seus alunos são capazes de fazer e aprender, porém também é preciso ter clareza que não vai ser uma aula só que irá dar conta de desenvolver nos alunos todas as habilidades que pontuamos no conhecimento do horizonte. O papel da escola deve ser de propiciar aos alunos contato com variadas situações, discutir as relações e propriedades e estimular o uso de representações.

Em relação ao conceito de escala apresentada em gráficos, implica em um trabalho direcionado para conhecimentos específicos como os diferentes intervalos, a localização de valores implícitos e explícitos, a proporcionalidade da escala e os

diversos conjuntos numéricos, considerando sempre as habilidades de interpretação e construção. Dessa forma, para o **Conhecimento de Escala e Ensino**, o professor precisa considerar em seu planejamento e avaliação que é necessário explorar as habilidades representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas em diversas situações e com diferentes unidades escalares.

O esquema a seguir apresenta os momentos em que nos dedicamos ao trabalho com este tipo de conhecimento.



Considerando o Conhecimento de Escala e Ensino como a mobilização dos demais conhecimentos envolvidos para um fim comum, que é ser capaz de ensinar sobre a escala das representações gráficas, podemos pontuar que o uso que as professoras do ensino regular costumam fazer dos livros didáticos (Conhecimento do Currículo de Escala) e também essa complexificação do conteúdo presente neste recurso didático (Conhecimento do Horizonte de Escala) pode ter interferido nesta noção de como planejar aulas que trabalhassem com a escala a partir das representações gráficas.

Já as professoras da EJA, além de não fazerem uso do livro didático, tem uma especificidade que é o menor tempo didático e letivo para concluir os anos iniciais. Além disso, muitas vezes o foco tem sido a alfabetização. Além disso, na área de Matemática parece que o que se sobressai é a ideia de que por serem adultos e em sua maioria utilizar a Matemática para atividades cotidianas, já dominam os conhecimentos.

Borba (2016) e Guimarães (2016) têm levantado que o cotidiano, a maturidade cognitiva e a escolarização, de modo geral, não são suficientes para o desenvolvimento mais avançado em relação ao raciocínio combinatório e a compreensão da escala apresentada em gráficos. Por isso, as autoras defendem

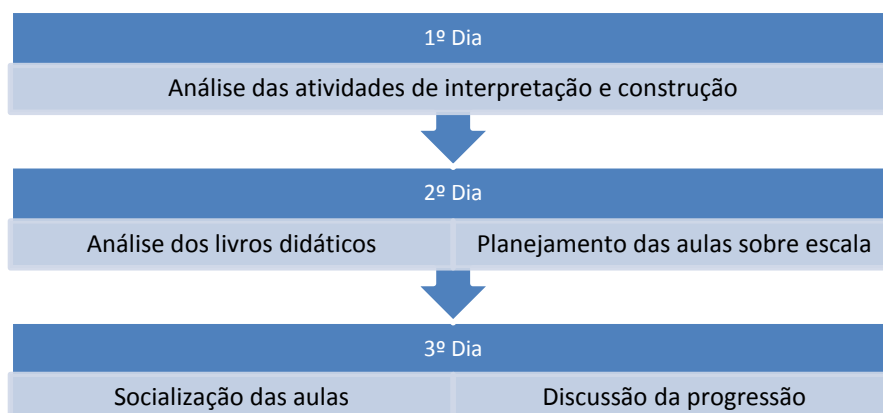
que o papel da escola é de propiciar aos estudantes contato com variadas situações significativas para a aprendizagem dos alunos. Entretanto, isso não tem ficado evidente nos currículos como um direito dos alunos a terem acesso a esses conhecimentos.

Como já apresentamos durante a pesquisa, não existiam estudos que apresentassem como deveria ser a gradação do trabalho com escala no transcorrer da escolaridade, nem para o ensino de crianças nem para a EJA, para a apropriação da compreensão do conceito de escala apresentada em gráficos. Por isso, no segundo estudo dessa tese desenvolvemos uma pesquisa que possibilitasse propor essa gradação (**Conhecimento do Horizonte de Escala**) que apresentamos no Quadro 4.

Habilidades por ano	1º	2º	3º	4º	5º	Mod. I e II EJA	Mod. III EJA
Reconhecimento de elementos estruturais (título, eixos e fonte).							
Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas							
Construção de pictogramas e gráficos de barras com escala unitária.							
Localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária;							
Construção: Pictogramas e gráficos de barras com escala não unitária.							
Localização de valores implícitos em escala unitária ou não em gráfico barras ou linha;							
Identificação de erros de proporcionalidade em gráficos;							
Identificação do impacto causado na informação se mudarmos o intervalo da escala do gráfico.							
Adequação do tipo de gráfico em função dos dados a serem representados.							

Consideramos que esta é uma das maiores contribuições desta pesquisa, pois estudos vêm destacando que a escala além de ser um aspecto imprescindível para a interpretação e a construção de representações gráficas, é um dos principais marcadores de dificuldade de alunos e professores. Assim, a partir dessa proposta de progressão, os professores passam a ter um parâmetro para a apropriação de escala por seus alunos, pois a proposta é pautada em variáveis como o tipo de habilidade (interpretação ou construção), tipo de gráfico (pictórico, barras, linhas,

etc.) e tipo de intervalo da escala (unitário ou não). Esse conhecimento foi abordado em diferentes momentos durante o processo de formação:



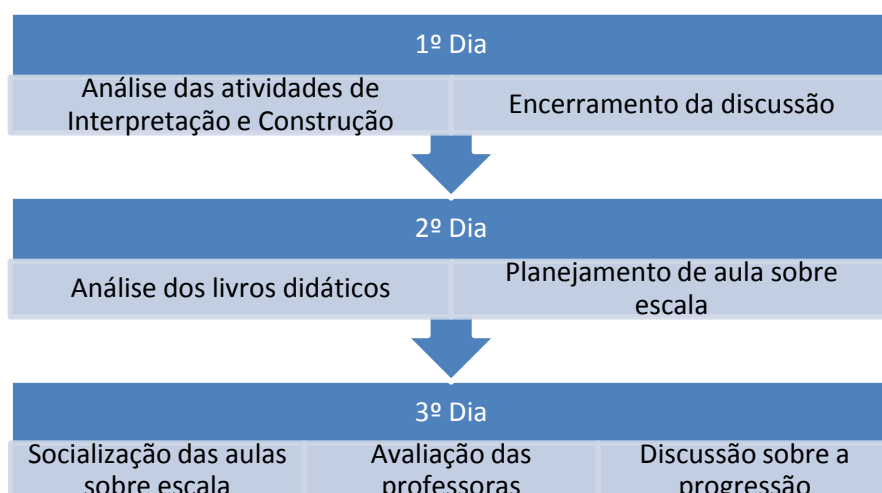
Inicialmente conseguimos perceber que as professoras compreendem a necessidade de trabalhar de forma distinta em cada turma e ir complexificando a proposta, mas não conseguiram especificar como, por exemplo, ao afirmar: *“tem que ir devagar, isso é o básico, o elementar”*. As professoras da EJA ainda tentaram arriscar e se apoiaram no trabalho que é realizado com as crianças, os quais iniciam com material concreto.

Durante a análise dos livros didáticos também refletimos sobre a existência de uma progressão para o trabalho com escala. As professoras perceberam que tanto em relação à EJA como ao ensino de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a principal diferença foi em referente aos intervalos da escala, que nos anos/módulos iniciais eram menores (1 em 1, 10 em 10) e nos finais eram bem maiores (50 em 50, 5000 em 5000).

Entretanto, no final do processo de formação, ao serem apresentadas a proposta de progressão para o ensino de escala que desenvolvemos as professoras do grupo da EJA argumentaram que não achavam que era possível alcançar essas habilidades com seus alunos porque eles estavam muito aquém. Talvez as crenças das professoras e também a falta de formações que vão além da discussão dos aspectos político educacionais da EJA tenham influenciado nesta avaliação das professoras.

Em relação às professoras de crianças, elas destacaram que o trabalho com escala no decorrer dos anos precisa ser direcionado para conhecimentos específicos como o intervalo, a proporcionalidade e outros aspectos.

Em relação ao **Conhecimento de Escala e Currículo** os documentos oficiais (PCNs e BNCC) se referem ao ensino de Estatística, mas não especificamente sobre escala. Apenas os documentos de referência PNAIC 2014 e Guia do PNLD 2016 afirmam que é desejável que seja mais bem desenvolvida a construção dos vários tipos de gráficos, com valorização de seus diferentes elementos, como título, **escalas**, legendas, títulos e variáveis dos eixos, proporcionalidade nas representações dos dados (nos casos das escalas lineares, mais adequadas a essa fase de escolaridade). Porém, as professoras não se referiram a eles e demonstraram não saber o que exatamente esses currículos apresentavam. Os seguintes momentos permitiam essas reflexões:



Apesar de afirmarem que o trabalho com gráficos deve ser realizado desde os anos iniciais, consideramos que esta é uma compreensão muito vaga, porque não demonstraram compreender que tipo de habilidades o currículo espera que os alunos sejam capazes de desenvolver. Apenas uma professora PR1, citava em vários momentos o documento “Direitos da Aprendizagem”. Essa professora, por ter participado do processo de construção do currículo da rede de ensino na qual trabalha, fazia menção sempre à necessidade de conhecer esse documento para planejar as aulas e realizar as avaliações.

Em relação ao livro didático, nós realizamos um momento de análise dos que eram utilizados pelos dois grupos. Verificamos uma diferença de postura em relação ao seu uso, visto que as professoras da EJA praticamente desconheciam o livro adotado pela Rede Municipal e afirmaram que não usavam, enquanto que no ensino de crianças o livro didático se constituía como um dos recursos das docentes.

Com a análise das representações gráficas dos livros nós verificamos que as professoras não sabiam nem o que tinha nos livros sobre Estatística e escala. Foi necessário que a pesquisadora sempre estivesse norteando-as durante a análise (tipos de gráfico, de habilidade, de intervalo da escala, localização de valor explícito ou implícito). Também perceberam que o trabalho com gráficos tanto acontece em capítulo específico como em outras áreas do conhecimento como Ciências e Português e em outros eixos da Matemática.

Consideramos que uma das maiores contribuições ocorreu para o grupo de professoras da EJA, pois sempre apontam a ausência de materiais específico para o trabalho com este público e a possibilidade de “descobrir” propostas interessantes e acessíveis no livro didático que tem a disposição poderá ser um importante subsídio para o planejamento de atividades.

Batista (1999) e Rezat e Sträßer (2017), consideram que tanto os professores como os alunos são vistos como os dois grandes usuários de livros didáticos. Além disso, destacam que o livro é o artefacto mediador que fornece uma ligação entre as metas, o conhecimento e as crenças de professores e alunos.

Após definir cada um dos Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala representada em gráficos e discutir como eles foram mobilizados pelas professoras envolvidas no processo de formação apresentamos o Quadro 19 abaixo que foi construído a partir da análise das falas das professoras durante todo o processo de formação. Cada vez que identificávamos na fala da professora uma destas habilidades docentes nós fazíamos o registro no quadro.

Quadro 19 - Conhecimentos Docentes para o Ensino de escala em relação ao professor

Tipos de Conhecimento Docente	Habilidades Docentes	Docentes					
		PMI	PMII	PMIII	PR1	PR3	PR5
Conhecimento Comum de Escala	Conseguir localizar corretamente um valor na escala.						
	Construir corretamente a escala do gráfico.						
Conhecimento Especializado de Escala	Considerar as especificidades dos diferentes intervalos da escala.						
	Considerar a diferença de dificuldade em localizar um valor implícito ou explícito na escala.						
	Considerar que os diferentes						

	conjuntos numéricos influenciam no intervalo da escala.					
	Considerar que a proporcionalidade é um atributo da escala.					
Conhecimento do Horizonte de Escala	Compreender como vai se complexificando a compreensão do conceito de escala e os elementos que influenciam nesta gradação.					
Conhecimento de Escala e do Aluno	Compreender as dificuldades e facilidades dos alunos para interpretar a escala.					
	Compreender as dificuldades e facilidades dos alunos para construir a escala.					
Conhecimento de Escala e Ensino	Explorar o trabalho com as habilidades representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas em diversas situações e com diferentes unidades escalares durante as aulas.					
	Variar as situações de ensino e uso do conceito de escala – atividades de medida de comprimento, de reta numérica e de mapas.					
Conhecimento de Escala e Currículo	Conhecer o que os programas curriculares oficiais: BNCC e PCN prescrevem para o trabalho com escala.					
	Conhecer o que o livro didático propõe para o trabalho com escala.					

O nosso objetivo com esse quadro foi mostrar que a partir das atividades planejadas e vivenciadas durante o processo de formação desenvolvido conseguimos mobilizar Conhecimentos Docentes necessários ao Ensino de escala apresentada em gráficos, cumprindo assim nosso objetivo maior da pesquisa que foi além de definir que tipo de habilidades os docentes precisam mobilizar para o ensino trazer uma proposta de formação que abarcasse e mobilizasse todos eles.

É importante deixar claro que não acreditamos que as professoras que ainda tem células em branco não conseguiram alcançar essas habilidades, mas que apenas podem não ter exposto em sua fala, talvez até para não ser redundante devido a outra professora já ter falado a resposta do que foi questionado.

Além disso, como já discutimos anteriormente, ao avaliarem o processo de formação podemos considerar que tivemos nosso objetivo alcançado. A partir da

observação de uma das professoras que afirma que passou a estar mais atenta a um aspecto “*despercebido*”, mas necessário para a compreensão do gráfico que é a escala e da observação unânime ao pontuarem que o processo de formação proporcionou um maior domínio do conteúdo o que implicará em maior segurança para trabalhar junto aos alunos, concluímos sobre o êxito do mesmo. O trabalho sistematizado dos professores permitirá aos alunos, crianças ou adultos, discutir dados da realidade.

8 CONCLUSÕES

Esse estudo partiu de uma necessidade atual inerente ao cenário educacional mundial para o ensino de escalas apresentadas em gráficos, que é o desenvolvimento de um ensino que dê condições aos alunos de se constituírem cidadãos letrados estatisticamente. Temos uma mídia que faz uso constante das representações gráficas, muitas vezes apresentando informações manipuladas e na sala de aula encontramos alunos com muita dificuldade em compreender escala apresentada em gráficos e professores despreparados para o ensino. Além disso, se desejamos alunos capazes de compreender sobre o mundo físico e social, eles precisam saber sistematizar informações para tirar conclusões.

Nosso estudo foi desenvolvido com o objetivo de definir Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala apresentada em gráficos estatísticos necessários para desenvolver um processo de formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que fosse capaz de contribuir para a apropriação dos professores sobre o ensino e aprendizagem de escalas apresentadas em gráficos.

Para refletirmos sobre os saberes necessários para ensinar nos apoiamos em Ball et al. (2008), que nos apresentam seis Conhecimentos Matemáticos para o Ensino: Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento Especializado do Conteúdo, Conhecimento do Horizonte do Conteúdo, Conhecimento do Conteúdo e do Aluno, Conhecimento do Conteúdo e Ensino, Conhecimento do Currículo do Conteúdo.

Acreditamos que para que os professores sejam capazes de superar suas lacunas de formação em relação à escala apresentada em gráficos e possam levar seus alunos a também superar as dificuldades, não é suficiente o conhecimento matemático do conteúdo a ser ensinado. Consideramos, assim como Ball et al (2008), que existe uma multiplicidade de saberes que os docentes precisam mobilizar para o ensino de um conteúdo. O conhecimento dos professores precisa ir além de identificar se o aluno apresentou uma resposta certa ou errada para uma determinada situação, mas envolve outras habilidades relacionadas a reconhecer a natureza dos erros, ser capaz de identificar as estratégias utilizadas pelos alunos e propor atividades capazes de superá-las.

Nesta pesquisa, o Conhecimento Matemático para o Ensino foi focado no conceito de escala apresentada em gráficos para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Consideramos que este elemento da representação gráfica merece muita atenção. Ele tem se apresentado como o maior marcador de dificuldade na interpretação e construção de gráficos que permitem compreender a realidade física e social (TIERNEY; NEMIROVSKY, 1991; AINLEY, 2000; GUIMARÃES; GITIRANA; ROAZZI, 2001; SELVA, 2003; LIMA; MAGINA, 2004; PATROCÍNIO; GUIMARÃES, 2007; CAVALCANTI; GUIMARÃES, 2010; LIMA; SELVA, 2010; SILVA; GUIMARÃES, 2014; INAF, 2016).

Nossa preocupação com as escalas apresentadas nos gráficos estatísticos é com o desenvolvimento da possibilidade de elaborar, compreender e questionar essas representações, identificando intenções e manipulações de quem a produz.

Nessa pesquisa tivemos três objetivos específicos que se configuraram em três estudos distintos e complementares. Quais sejam:

Estudo 1 - Estabelecer relação entre os estudos anteriores que abordaram a escala apresentada em gráficos e a teoria dos *Mathematical Knowledge for Teaching - MKT* para definir os diferentes tipos de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala apresentada em gráficos estatísticos;

Estudo 2 – Em função da ausência de estudos sobre o Conhecimento do Horizonte de Escala buscamos investigar o conhecimento de alunos dos anos iniciais (crianças e adultos) sobre interpretação e construção de escalas apresentadas em gráficos a fim de propor uma progressão para a compreensão para esse conhecimento.

Estudo 3 - Desenvolver e analisar um processo de formação continuada de professores dos anos iniciais (crianças e adultos) para a aprendizagem de escalas apresentada em gráficos, considerando os diferentes tipos de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala apresentada em gráficos estatísticos.

Assim, em relação ao objetivo do Estudo 1 consideramos que foi uma das etapas mais difíceis desta pesquisa e também uma das maiores contribuições teóricas para a área de ensino.

Uma tese implica na necessidade de uma elaboração teórica. Para isso, partimos de um grande e exaustivo levantamento de estudos teóricos na literatura nacional e internacional a fim de extrair deles os elementos constituintes dos conhecimentos necessários para o ensino de escala. Isto foi necessário, pois a

teoria de Ball e colaboradores apresenta quais são os seis tipos de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino e o que nos inquietava era estabelecê-los para o conceito de escala apresentadas em gráficos.

Inicialmente sentimos uma grande dificuldade em conseguir estabelecer e definir diferenças e conexões entre cada um dos conhecimentos apresentados na Teoria de Ball e colaboradores a partir do conceito de escala. Em seguida, nos deparamos com um resumo quantitativo de estudos que investigavam sobre a escala apresentada em gráficos. Alguns envolviam apenas alunos, nos variados anos ou módulos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, uns com a habilidade de construção, outros com a de interpretação ou as duas. Alguns só pontuavam se acertavam ou erravam e outros analisavam as estratégias. Em relação aos professores também a situação era parecida e, muitas vezes, as análises não se detinham minuciosamente nas habilidades e diferentes tipos de conhecimentos envolvidos. Tampouco encontramos estudos que abarcassem quais habilidades precisam ser compreendidas para a interpretação e construção de gráficos, considerando uma complexificação, nessa faixa de escolarização.

Assim, defendemos que os professores precisam desenvolver os seguintes tipos de Conhecimentos matemáticos necessários para aprendizagem do conceito de escala nos anos iniciais:

1. *Conhecimento Comum de Escala* - saber localizar corretamente um valor na escala e saber construir corretamente a escala do gráfico;
2. *Conhecimento Especializado de Escala* - considerar as especificidades dos diferentes intervalos da escala, considerar a diferença de dificuldade em localizar um valor implícito ou explícito na escala, considerar que os diferentes conjuntos numéricos influenciam no intervalo da escala e considerar que a proporcionalidade é um atributo da escala;
3. *Conhecimento de Escala e do Aluno* - compreender as dificuldades e facilidades dos alunos para interpretar e construir a escala;
4. *Conhecimento de Escala e Ensino* - explorar as habilidades representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas em diversas situações e com diferentes unidades escalares e variar as situações de ensino e uso do conceito de escala envolvendo atividades de medida de comprimento, de reta numérica e de mapas;

5. *Conhecimento de Escala e Currículo* - conhecer o que os programas curriculares oficiais (BNCC e currículos locais) prescrevem para o trabalho com escala e conhecer o que o livro didático propõe para o trabalho com escala;

Uma vez que não foi possível, a partir da literatura, definir os seis tipos de conhecimentos apresentados por Ball et al (2008) realizamos o Estudo 2 com a finalidade de traçar o Conhecimento do Horizonte de Escala. Preocupamo-nos em apresentar uma complexificação o mais próxima da realidade do sistema educacional no qual estamos inseridos. Não queríamos apresentar como resultado uma progressão para o ensino de escala desenvolvido no interior da academia a partir de inferências da realidade. Como a própria teoria aponta, os estudos da psicologia cognitiva, em geral, são base para a compreensão dessa gradação.

Para isso, elaboramos um teste considerando as seguintes variáveis levantadas pelos estudos anteriores da área: reconhecimento de elementos estruturais (título, eixos e fonte), localização de valores explícitos e implícitos na escala de diferentes tipos de gráfico e com diferentes intervalos escalares, além da construção de gráficos com conjuntos numéricos com valores baixos e altos. Esse teste foi respondido por 210 alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental (crianças e adultos da EJA).

A partir do desempenho dos alunos elaboramos a proposta apresentada no Quadro 20. Ele apresenta nossas conclusões acerca de como deve ocorrer a progressão no ensino de escala apresentada em gráficos. O primeiro aspecto que é possível verificar é que consideramos que esse trabalho deve acontecer em todos os anos e módulos.

Quadro 20 - Progressão para o ensino de escala

Habilidades por ano	1º	2º	3º	4º	5º	Mod. I e II EJA	Mod. III EJA
Reconhecimento de elementos estruturais (título, eixos e fonte).							
Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas							
Construção de pictogramas e gráficos de barras com escala unitária.							
Localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária;							
Construção: Pictogramas e gráficos de barras com escala não unitária.							
Localização de valores implícitos em escala unitária ou não em gráfico barras ou linha;							
Identificação de erros de proporcionalidade em gráficos;							
Identificação do impacto causado na informação se mudarmos o intervalo da escala do gráfico.							
Adequação do tipo de gráfico em função dos dados a serem representados.							

Em relação às habilidades, a primeira: “Reconhecimento de elementos estruturais (título, eixos e fonte)”, consideramos importante em todos os anos/módulos, pois é a partir desta análise que se compreende que tipo de informação está sendo apresentada no gráfico. Em seguida realizamos uma gradação envolvendo duas principais habilidades: a de localização e de construção. Quanto à de localização o que varia entre elas é se deve localizar um valor explícito ou implícito e também se o intervalo da escala é unitário ou não. Já a de construção nossa preocupação foi se o aluno ia construir uma escala unitária ou não. As demais habilidades envolvem uma análise mais acurada da representação a fim de identificar se existe manipulação das informações, por isso acreditamos que devem ser abordadas nos anos/módulos mais avançados.

Julgamos, que nossa proposta de progressão para o ensino deste conteúdo (Conhecimento do Horizonte de Escala), não deve ser uma sugestão engessada. A maior contribuição que ela trará para o ensino é deixar claro para os professores que variáveis (habilidade de construção ou interpretação; intervalo escalar; localização de valor implícito ou explícito; grandeza do conjunto numérico) precisam ser consideradas ao se trabalhar com o conceito de escala e que tipo de mudanças podem ser realizadas para que se complexifique ou simplifique a abordagem destas variáveis.

É importante lembrar que percebemos que os alunos demonstraram ser capazes de aprender sobre este conteúdo, entretanto, o currículo brasileiro não propõe o seu ensino para os anos iniciais no eixo de Estatística. Logo, esta proposta de progressão também pode suprir esta lacuna e ser vista como um norte para se pensar o ensino em cada ano ou modalidade dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com a conclusão do Estudo 2 conseguimos traçar todos os Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de Escala. Então nos preocupamos em criar um quadro (Quadro 21) para ajudar nesta sistematização. Este quadro apresenta as habilidades docentes que os professores precisam desenvolver em relação a cada um dos conhecimentos estabelecidos. Cremos que com isso trazemos mais uma contribuição que é a possibilidade dos professores compreenderem toda esta profunda discussão e construção que realizamos para nortear o processo de formação docente e de aprendizagem dos alunos crianças ou adultos em início de escolarização.

Quadro 21 - Conhecimentos e habilidades docentes

Tipos de Conhecimento Docente	Habilidades Docentes
Conhecimento Comum de Escala	Conseguir localizar corretamente um valor na escala.
	Construir corretamente a escala do gráfico.
Conhecimento Especializado de Escala	Considerar as especificidades dos diferentes intervalos da escala.
	Considerar a diferença de dificuldade em localizar um valor implícito ou explícito na escala.
	Considerar que os diferentes conjuntos numéricos influenciam no intervalo da escala.
	Considerar que a proporcionalidade é um atributo da escala.
Conhecimento do Horizonte de Escala	Compreender como vai se complexificando a compreensão do conceito de escala e os elementos que influenciam nesta gradação.
Conhecimento de Escala e do Aluno	Compreender as dificuldades e facilidades dos alunos para interpretar a escala.
	Compreender as dificuldades e facilidades dos alunos para construir a escala.
Conhecimento de Escala e Ensino	Explorar o trabalho com as habilidades representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas em diversas situações e com diferentes unidades escalares durante as aulas.
	Variar as situações de ensino e uso do conceito de escala – atividades de medida de comprimento, de reta numérica e de mapas.
Conhecimento de Escala e Currículo	Conhecer o que os programas curriculares oficiais: BNCC e PCN prescrevem para o trabalho com escala.
	Conhecer o que o livro didático propõe para o trabalho com escala.

Após traçar cada um destes Conhecimentos, podemos perceber o quanto os cursos de formação docente muitas vezes deixam a desejar, pois fica evidente que apenas dar ao professor acesso ao conhecimento teórico, não lhe dará subsídios suficientes para o ensino deste ou de qualquer outro conceito. O que deve acontecer é uma formação que seja capaz de levar os professores a refletir sobre o processo de ensino e de aprendizagem do mesmo.

Desta forma defendemos que o Conhecimento Matemático para o Ensino de Escala não deve ser apenas teórico/epistemológico, mas deve instrumentalizar o professor para reconhecer uma resposta errada, dimensionar a natureza do erro, ter familiaridade com os erros comuns cometidos pelos alunos, planejar uma abordagem de ensino capaz de superar o erro, conhecer o livro didático e o currículo e também compreender que tipo de complexificação pode ser feita ao trabalhar este conceito no evoluir da escolaridade.

Após traçar todos os Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala apresentada em gráficos, partimos para a última etapa que foi o Estudo 3. Nele tivemos como foco o processo de formação de professores. Acreditamos que nossa experiência com processos de formação docente tanto em nível inicial como continuado foi muito relevante, pois nos ajudou a escolher situações (análise de atividades, de livros didáticos, de protocolos dos alunos, planejamento de aulas) e uma intervenção didática (pautada na sondagem dos conhecimentos, levantamento de questões problematizadoras e fechamento da discussão) que consideramos imprescindíveis para uma formação reflexiva e capaz de mobilizar todos os Conhecimentos definidos durante a pesquisa.

Foi possível constatar que um processo de formação sobre este conceito é uma necessidade urgente para atender as demandas educacionais de formação cidadã. Mesmo a Estatística tendo sido inserida no currículo brasileiro há mais de duas décadas, o que os estudos têm mostrado (Shaughnessy, Garfield e Greer, 1996; Lima, Silva, Rodrigues e Feitosa, 2006; Silva, Amaral, Albuquerque e Oliveira, 2006; Monteiro e Selva, 2001; Lemos e Gitirana, 2007 e Rossini, 2006), e nós verificamos, é que os docentes ainda apresentam compreensões elementares sobre este eixo. As professoras participantes desse estudo ressaltaram a importância do processo de formação desenvolvido como um abrir de olhos para um aspecto “despercebido” e que após os encontros de formação passaram a ter mais

segurança e perceberam a importância do ensino sobre escala representada em gráficos.

Sabemos que o não conhecimento sobre o conteúdo e sobre como ensinar muitas vezes é um dos principais motivos para que o trabalho com determinados conceitos matemáticos deixe para ser visto no final do ano, ou até mesmo sejam marginalizados. Logo, acreditamos que com esta proposta de processo de formação estamos contribuindo para que realmente a Estatística seja trabalhada em sala de aula e que os alunos sejam capazes de atuar criticamente na sociedade.

Assim, atendendo aos objetivos dos três estudos desenvolvidos foram elaborados conhecimentos necessários ao ensino de escala apresentadas em gráficos para os anos iniciais do Ensino Fundamental a partir dos diferentes tipos de conhecimento propostos por Ball e colaboradores - *Mathematical Knowledge for Teaching* - *MKT*. Foi construída uma proposta do Conhecimento do Horizonte de escala apresentadas em gráficos para os anos iniciais, uma vez que não existiam estudos que evidenciassem essa progressão. A partir dessas elaborações sobre o estabelecimento de cada um dos conhecimentos docentes para o ensino de escala representada em gráficos foi desenvolvida com êxito um processo de formação de professores dos anos iniciais (crianças e EJA).

O objetivo dessa pesquisa foi definir Conhecimentos Matemáticos para o Ensino de escala apresentada em gráficos estatísticos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que trabalhem com crianças ou adultos. Assim, além de definirmos os conhecimentos considerando o Conhecimento Comum de Escala; Conhecimento Especializado de Escala; Conhecimento do Horizonte de Escala; Conhecimento de Escala e Aluno; Conhecimento de Escala e Ensino e Conhecimento do Currículo de Escala, também realizado processos exitosos de formação envolvendo os mesmos, propondo, assim, uma forma de trabalhar com a aprendizagem desses conhecimentos sobre escala apresentadas em gráficos por professores dos anos iniciais.

A partir dessa pesquisa, novas questões emergem como: que tipo de progressão de ensino podemos encontrar se realizarmos o teste diagnóstico com alunos de outros países? Qual a importância do trabalho com leitura de mundo (gráficos da mídia) para a formação cidadã? Qual o impacto deste modelo de processo de formação docente na aprendizagem dos alunos? O processo de

formação implica em mudanças na prática docente ou apenas na sua compreensão sobre o conceito?

REFERÊNCIAS

- AINLEY, J. Exploring the transparency of graphs and graphing. **Proceeding 24nd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, (1) South Africa, 2000.
- AINLEY, J.; PRATT, D.; NARDI, E. Normalising: children's activity to construct meanings for trend. **Educational Studies in Mathematics**, v. 45, n. 1-3, p. 131-146, 2001.
- ARAÚJO, L. C. **Concepções e competências de um grupo de professores polivalentes relacionadas à leitura e interpretação de tabelas e gráficos**. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2007.
- ARTEAGA, P.; BATANERO; RUIZ, B. Complejidad semiótica de gráficos estadísticos en La comparación de dos distribuciones por futuros profesores. Trabajo presentado en el Grupo de Probabilidad y Estadística. **XII Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática**. Badajoz, 2008.
- ARTEAGA, P. **Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores**. 2011. Tese (Doutoramento). University of Granada, Spain, 2011. Disponível em: <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/arteaga.pdf>
- ARTEAGA, P.; BATANERO, C.; CAÑADAS, G.; CONTRERAS, J. M. Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. Números. **Revista de Didáctica de las Matemáticas**, v. 76, p. 55-67, 2011.
- ASSIS, A. M. R. B.; PESSOA, C. **Conhecimentos de combinatória e seu ensino em um processo de formação continuada**: reflexões e prática de uma professora. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, UFPE, Recife, 2014.
- BALL, D.; BASS, H. Toward a Practice-Based Theory of Mathematical Knowledge for Teaching. In: DAVIS, B.; SIMMT, E. (Ed.). **Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group**, 2003. p. 3-14
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: what makes it special? In: **Journal of teacher education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BATISTA, A. A. G. Um objeto variável e instável: textos, impressos e livros didáticos. In: ABREU, M. (Org.). **Leitura, história e história da leitura**. Campinas: Mercado de Letras: Associação de Leitura do Brasil; São Paulo: FAPESP, 1999.

BIVAR, D.; SELVA, A. Analisando atividades envolvendo gráficos e tabelas nos livros didáticos de matemática das séries iniciais. **Anais do XIII CIAEM-IACME**, Recife, Brasil, 2011.

BORBA, R. Combinando na vida e na escola: limites e possibilidades. **Anais XIII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM**, São Paulo, 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Educação de Jovens e Adultos: proposta curricular para o 1º segmento do ensino fundamental**. São Paulo: Ação Educativa; Brasília, MEC, 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Pacto nacional da alfabetização na idade certa – caderno 7**. Brasília, MEC/ SEF, 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Ensino de 1ª à 4ª série**. Brasília, MEC/ SEF, 1997.

BRASIL. **Guia de livros didáticos: PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: ensino fundamental anos iniciais**. Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CABRAL, K. B. **Explorando a compreensão de gráficos nos anos iniciais do ensino fundamental**: Um estudo com professoras do 4º e 5º ano dos municípios de Igarassu e Itapissuma. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife, 2012.

CAIXETA, R. 2005. **A arte de informar**. Disponível em: http://www.ull.es/publicaciones/latina/latina_art660.pdf. Acesso em: 13 abr. 2017.

CARRAPA, D. **Isto não é jornalismo: o que há de errado com esta imagem?** Disponível em: <http://abarrigadeumarquitecto.blogspot.com.br/2016/05/isto-nao-e-jornalismo-o-que-ha-de.html>. Acesso em: 06 maio 2016.

CARVALHO, L. **Letramento Estatístico**: abordagem no âmbito de um curso de formação de professores de EJA. 2015.

CAVALCANTI, M. R. G. A. **Como adultos e crianças compreendem a escala representada em gráficos**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife, 2010.

CAVALCANTI, M.; NATRIELLI, K. R.; GUIMARÃES, G. Gráficos na mídia impressa. **Boletim de Educação Matemática – Bolema**, v. 23, p. 733 -752, 2010.

CAVALCANTI, M.; GUIMARÃES, G. Compreensão de escalas representadas em gráficos por alunos do 1º ao 5º ano de escolaridade. **Anais do VII Encontro Pernambucano de Educação Matemática**. Recife: SBEM PE, 2017.

CUNHA, G. L. **Mídia brasileira criança e adolescente**. Disponível em: www.geocities.com/baja/dunes/7005/. Acesso em: 26 jul. 2007.

CURCIO, F. Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 18, n. 5, p. 382-393,, 1987.

CURCIO, F. R. **Developing graph comprehension**: elementary and middle school activities. Reston, VA: NCTM, 1989.

CURI, E.; NASCIMENTO, J. C. P. O ensino de gráficos e tabelas nos anos iniciais do Ensino Fundamental: resultados de pesquisa nas várias instâncias curriculares. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – EMTEIA**, Recife, 2016.

DÍAZ, D.; BATANERO, C.; ARTEAGA, P.; SERRANO, M. Análisis de gráficos estadísticos em libros de texto de educación primaria española. **Revista Iberoamericana de Educação Matemática – UNIÓN**. n. 44, p. 90-112, 2015.

EJA Moderna. **Coleção EJA Moderna**. Volumes 1 e 2. São Paulo: Moderna, 2013.

EVANGELISTA, B.; GUIMARÃES, G. Escalas representadas em gráficos: um estudo de intervenção com alunos do 5º ano. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 28, p. 117-138, 2015.

EVANGELISTA, M. B.; GUIMARÃES, G. Análise de atividade de livros didáticos de matemática do 4º e 5º ano que exploram o conceito de escala. **VII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática – CIBEM**. Montevideo, 2013.

EVANGELISTA, M. B. **Aprendendo a representar escalas em gráficos**: um estudo de intervenção. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - UFPE. Recife, 2014.

FERNANDES, A. P. Da escola de outrora à escola de agora: vozes de estudantes da educação de jovens e adultos. **Anais da 37ª Reunião Nacional da ANPED**. Florianópolis/SC, 2015.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. de (org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: Período 2001 – 2012**. Campinas, SP: Faculdade de Educação Unicamp, 2016.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FRIEL, S.; CURCIO, F.; BRIGHT, G. Making Sense of Graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 32, n. 2, p. 124-158, 2001.

GAL, I. Adults statistical literacy: meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GODINO, J. D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. **UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 20, pp. 13-31, 2009.

GUIMARÃES, G. L. Aprendizagens na vida e na escola: estatística nos anos iniciais. **Anais do Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEM**, São Paulo, 2016.

GUIMARÃES, G. L. Formação de professores: trabalhando com gráficos e tabelas na educação infantil. **Revista Iberoamericana de Educação Matemática – UNIÓN**, n. 21, p. 87-101, 2010.

GUIMARÃES, G. L. **Interpretando e Construindo Gráficos de Barras**. 2002. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.

GUIMARÃES, G. L.; GITIRANA, V.; ROAZZI, A. Interpretando e construindo gráficos. **Anais da 24ª Reunião Anual da ANPED**, Caxambu, 2001.

GUIMARÃES, G. L.; GITIRANA, V.; CAVALCANTI, M.; MARQUES, M. Livros didáticos de matemática nos anos iniciais: análise das atividades sobre gráficos e tabelas. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte, 2007.

INAF - **Indicador de Alfabetismo Funcional**: principais resultados. São Paulo: Ação Educativa, 2011.

INAF – **Indicador nacional de alfabetismo funcional**. São Paulo: Ação Educativa, 2016.

LEMOS, M. P. **O desenvolvimento profissional de professores do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental em um processo de formação para o ensino e a aprendizagem das medidas de tendência central**. 2011. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2011.

LEMOS, M. P.; GITIRANA, V. Interpretação de gráficos de barras: análise a priori enquanto recurso na formação de professores. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte, 2007.

LIMA; MAGINA, S. A leitura de gráficos com crianças da 4ª série do Ensino Fundamental. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2004.

LIMA, A. P.; SILVA, E; RODRIGUES, J.; FEITOZA, L. **Interpretação e construção de gráficos de barras**. Pôster apresentado na disciplina Metodologia do Ensino de Matemática I do Curso de Pedagogia, 2006.

LIMA, I. B. **Investigando o desempenho de jovens e adultos na construção e interpretação de gráficos**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - UFPE. Recife, 2010.

LOPES, C. A. E. **A probabilidade e a estatística no Ensino Fundamental**: uma análise curricular. 1998. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

MÓDOLO, C. M. **Infográficos na mídia impressa**: um estudo semiótico na revista Mundo Estranho. 2008. Dissertação (Mestrado em Comunicação) - Universidade Estadual Paulista “Júlio De Mesquita Filho”. Bauru/SP, 2008.

MONTEIRO, C. Estudantes de Pedagogia refletindo sobre gráficos da mídia impressa. **Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática** - SIPEMAT, 2006.

MONTEIRO, C.; SELVA, A. Investigando a Atividade de Interpretação de Gráficos entre Professores do Ensino Fundamental. **Anais da 24ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação – Anped**. Caxambu/MG, 2001.

MOYER, P.S. Are we having fun yet? How teachers using manipulatives to teach mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 47, n. 2, p. 175-197, 2001.

OLIVEIRA, E. M. Q. **Uso do livro didático de matemática por professores do ensino fundamental**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Pernambuco, Recife, 2007.

OLIVEIRA, P. N. **A provinha Brasil de matemática e o conhecimento estatístico: instrumento avaliativo a ser utilizado pelo professor?** 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.

PAGAN, A.; LEITE, A. P.; MAGINA, S.; CAZORLA, I. A leitura e interpretação de gráficos e tabelas no Ensino Fundamental e Médio. **Anais do 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEMAT)**. Recife, 2008.

PATROCÍNIO, A.; GUIMARÃES, G. Relação entre representações gráficas e escolarização. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**, Belo Horizonte, 2007.

REZAT, S.; STRÄßER, R. Textbook use by Teachers and Students – Results and Methods. In: **II International Conference on Mathematics Textbook Research and Development – ICMT**, Rio de Janeiro, 2017.

RIBEIRO, J. **Leitura e interpretação de gráficos e tabelas**: um estudo exploratório com professores. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2007.

ROCHA, C. A. **Formação docente e o ensino de problemas combinatórios**: diversos olhares, diferentes conhecimentos. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - UFPE. Recife, 2011.

ROSSINE, R. **Saberes docentes sobre o tema Função**: uma investigação das praxeologias. 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 2006.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo**: uma reflexão sobre a prática. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SANTOS, K. B. C. **Explorando a compreensão de gráficos nos anos iniciais do ensino fundamental**: um estudo com professoras do 4º e 5º anos dos municípios de Igarassu e Itapissuma. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.

SANTOS, S. S. **O desenvolvimento de conceitos elementares do bloco tratamento da informação com o auxílio do ambiente computacional**: um estudo de caso com uma professora de 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental. 2003. 251 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2003.

SELVA, A. Um experimento de ensino sobre a resolução de problemas de estrutura aditiva a partir de gráficos de barras. **Anais da 26ª Reunião Anual da ANPED**. Caxambu, MG, 2003.

SHAUGHNESSY, J.; GARFIELD, J.; GREER, B. Data Handling. Bishop, A. et al. (eds.), **International handbook on mathematics education**. Netherlands: Kluwer, 1996. p. 205-237

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVA, E. M. C.; GUIMARÃES, G. L. Livros didáticos para os anos iniciais do Ensino Fundamental propõem aos alunos que realizem pesquisas? **Anais do XV EBRAPEM**. Campina Grande, 2011.

SILVA, F.; AMARAL, F.; ALBUQUERQUE, J.; OLIVEIRA, L. **Gráficos**: importante ou determinante, eis a avaliação do professor. Pôster apresentado na disciplina Metodologia do Ensino de Matemática I, do Curso de Pedagogia, 2006.

SILVEIRA, E. Projeto Navegar. **Coleção Projeto Navegar**. Volumes 1, 3 e 5. São Paulo: Moderna, 2015.

TIERNEY, C.; NEMIROVSKY, R. **Children's spontaneous representations of changing situations**. *Hands on!*, v. 4, n. 2, p. 7-10, 1991.

TIERNEY, C.; WEINBERG, A.; NEMIROVSKY, R. Telling Stories Plant Growth: Fourth Grade Students Interpret Graphs. **XVI Proceedings of the Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education** (PME, N. H., USA), 1992.

VANIN. **Gráficos, Proporções e Variações Proporcionais**. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/2565417/mod_resource/content/3/TEcto%20complementar%201.pdf. Acesso em: 18 maio 2017.

VERAS, C. M. **A estatística nas séries iniciais**: uma experiência de formação com um grupo colaborativo com professores polivalentes. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2010.

WAINER, H. Understanding graphs and tables. **Educational Research**, v. 21, p. 14-23, 1992.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, Voorburg, n. 67, p. 223-265, 1999.