



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS - GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E  
TECNOLÓGICA  
CURSO DE MESTRADO**

**LUCIANA DA SILVA MÁXIMO**

**CONHECIMENTOS DE VISUALIZAÇÃO ESPACIAL: TAREFAS DE  
REPRESENTAÇÕES VISUAIS COM USO DE RECURSOS FÍSICOS E VIRTUAIS**

**Recife  
2016**

**LUCIANA DA SILVA MÁXIMO**

**CONHECIMENTOS DE VISUALIZAÇÃO ESPACIAL: TAREFAS DE  
REPRESENTAÇÕES VISUAIS COM USO DE RECURSOS FÍSICOS E VIRTUAIS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

**Orientadora:** Prof. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain.

**Coorientador:** Prof. Dr. Franck Gilbert René Bellemain.

**Recife  
2016**

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Andréia Alcântara, CRB-4/1460

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| M464c | <p>Máximo, Luciana da Silva.</p> <p>Conhecimentos de visualização espacial: tarefas de representações visuais com uso de recursos físicos e virtuais / Luciana da Silva Máximo. – Recife, 2016.</p> <p>134 f. : il. ; 30 cm.</p> <p>Orientadora: Paula Moreira Baltar Bellemain.</p> <p>Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2016.</p> <p>Inclui Referências e Apêndice.</p> <p>1. Matemática - Estudo e ensino - Ensino médio. 2. Geometria - softwares. 3. Poliedros. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Bellemain, Paula Moreira Baltar. II. Título.</p> <p>372.7 CDD (22. ed.)</p> <p>UFPE (CE2018-49)</p> |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**LUCIANA DA SILVA MÁXIMO**

**CONHECIMENTOS DE VISUALIZAÇÃO ESPACIAL: TAREFAS DE  
REPRESENTAÇÕES VISUAIS COM USO DE RECURSOS FÍSICOS E VIRTUAIS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovada em: 30/05/2016

**BANCA EXAMINADORA**

---

Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain (Orientadora e Presidente)  
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

---

Prof. Dr. Pedro Martins Aléssio (Examinador Externo)  
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

---

Profa. Dra. Verônica Gitirana Gomes Ferreira (Examinadora Interna)  
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, por me oportunizar trilhar por caminhos repletos de desafios e experiências, que com ELE sigo.

À minha família, aos meus pais Luciano e Fátima, a minha irmã Lays, a minha sobrinha Beatriz por entenderem minhas ausências no percurso desta dissertação e por fazerem dos momentos em família um bálsamo para todas as angústias deste caminhar.

Ao meu namorado, amigo, companheiro, Jonathan Félix, por compreender minhas ausências e angústias e por sempre doar suas palavras de incentivo e perseverança nos momentos em que me sentia desmotivada e esmorecida, obrigada por sempre acreditar em meu potencial.

À minha orientadora Professora Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain, por ser minha referência acadêmica; pela paciência depositada nas minhas dificuldades de pesquisadora; por me orientar nos momentos em que me sentia perdida na pesquisa; por acreditar que seria possível.

Ao meu coorientador Professor Dr. Franck Gilbert René Bellemain por todas as dicas e ensinamentos que vieram a acrescentar de forma substancial nesta pesquisa.

À Professora Dra. Verônica Gitirana Gomes Ferreira e ao Professor Dr. Pedro Martins Aléssio, por todas as contribuições fundamentais na nossa banca de qualificação.

Aos integrantes do grupo LEMATEC que sempre me receberam de forma generosa nos encontros; pelas contribuições na nossa pesquisa, muito obrigada.

Aos amigos, companheiros de mestrado do EDUMATEC, turma 2014.1, em especial a Anderson, Amanda Rodrigues e André pelo apoio e por partilhar de momentos de alegrias e tristezas.

À secretaria do EDUMATEC, em especial as pessoas de Clara e Mário pelo apoio nas solicitações e dúvidas no caminhar desta pesquisa.

Ao Governo do Estado de Pernambuco, à Escola Estadual Pe Nicolau Pimentel, ao Colégio 3º Milênio e aos professores e funcionários, colegas de trabalho, pelo incentivo e apoio acadêmico a esta pesquisa.

Aos estudantes do Normal Médio da Escola Estadual Pe Nicolau Pimentel, sujeitos desta pesquisa, pela forma solícita e dedicada que me receberam para a coleta dos dados.

## RESUMO

O presente estudo tem como principal objetivo analisar como os estudantes do Ensino Normal Médio lidam com tarefas visuais de “leitura” e “escrita” de diferentes representações de poliedros: representações em malha isométrica, modelos tridimensionais e representações dinâmicas de poliedros em softwares de geometria. Como aporte teórico, utilizamos os conceitos, a caracterização, os procedimentos/ operações visuais/ técnicas visuais de tarefas (GODINO *et al* , 2011); os tipos de atividades com representações planas de poliedros e as habilidades envolvidas nessas atividades (GUTIÉRREZ, 1998); os elementos e a caracterização do pensamento geométrico 3D, os processos cognitivos fundamentais implícitos nos tipos de raciocínio geométrico 3D e as atividades envolvidas no pensamento e raciocínio geométrico 3D (PITTALIS E CHRISTOU, 2010) para a elaboração das tarefas de representações visuais. Elencamos aspectos cognitivos, didáticos, e de currículo sobre visualização geométrica espacial. Destacamos ainda aspectos sobre Geometria Dinâmica e as potencialidades de softwares de Geometria Dinâmica em relação à visualização. Os procedimentos metodológicos consistem na elaboração e análise a priori de tarefas visuais, de “leitura” e “escrita”, as quais foram vivenciadas por 5 duplas de estudantes do Ensino Normal Médio em forma de oficina. A análise do material empírico mostrou de modo geral um bom desempenho dos sujeitos nas tarefas de “leitura” visual. Nessas tarefas os sujeitos foram capazes de estabelecer correspondências pertinentes entre sólidos representados nos três ambientes mobilizados (representações em malha isométrica, caixa de Becker – por meio da qual modelos tridimensionais dos sólidos eram manipulados pelo tato, e no software s3D SecBuilder). No que diz respeito às tarefas de “escrita” foram observadas dificuldades na mobilização de habilidades visuais necessárias para sua execução. Ao produzir representações na malha isométrica, propriedades importantes dos sólidos não foram respeitadas (igualdade de comprimentos, forma das faces, quantidade de faces, arestas e vértices) e nas tarefas de produção de representação tridimensional de sólidos, com materiais manipulativos, a partir de suas representações no software s3D SecBuilder, várias realizaram representações bidimensionais.

**PALAVRAS-CHAVE:** Visualização espacial; Representações visuais; Recursos físicos e virtuais.

## ABSTRACT

This study aims to examine how students of regular high school deal with visual tasks of “reading” and “writing” of different representations of polyhedron: Isometric grid representation, 3D models and dynamic representations of polyhedral geometry software. As a theoretical framework, we used the concepts, characterization, procedures/ visual operations/ visual technique tasks (GODINO *et al*, 2011); The types of activities with flat representations of polyhedron and the skills involved in these activities (GUTIERREZ, 1998); The elements and the characterization of 3D geometric thinking, the fundamental cognitive processes implied in the types of 3D geometric reasoning and the activities involved in the thinking and 3D geometric reasoning (PITTALIS E CHRISTOU, 2010) for the preparation of visual representation tasks. We listed cognitive, learning and curriculum aspects about space geometric visualization. We also highlighted aspects about Dynamic Geometry and the potential of dynamic geometry software in relation to the display. The methodological procedures consist of the preparation and a priori of the analysis of visual tasks, of “reading” and “writing”, which were experienced by 5 pairs of regular high school students in a workshop way. The analysis of the empirical data showed, in a general way, a good performance of the subjects in the “reading” visual task. In these tasks the subjects were able to establish relevant correspondence between solids represented in the three deployed environments (isometric grid representation, Becker’s box – by which 3D models of solids were handled by touch, and in the s3D SecBuilder software). In relation to the “writing” tasks difficulties were observed in the visual skills mobilization required for its execution. While reproducing isometric grid representations, important solid properties weren’t respected (equal length, the form of the faces, number of faces, edges and vertices) and in the 3D representation of solid production tasks with able to handle materials, from their representations in the s3D SecBuilder software, several performed two-dimensional representations.

**KEYWORDS:** Spatial visualization; visual representations; physical and virtual resources.

## LISTA DE FIGURAS

|                    |                                                                                                                                                                                      |           |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Figura 1 -</b>  | <b>Esquema sobre o que se entende por visualização nesta pesquisa.....</b>                                                                                                           | <b>19</b> |
| <b>Figura 2 -</b>  | <b>Representação plana de um módulo multicubo.....</b>                                                                                                                               | <b>22</b> |
| <b>Figura 3 -</b>  | <b>Atividade proposta em computador que objetivava que os estudantes, por meio da manipulação de programa, pudessem visualizar as figuras que faltavam em cada face do cubo.....</b> | <b>25</b> |
| <b>Figura 4 -</b>  | <b>Teste de imagem em perspectiva.....</b>                                                                                                                                           | <b>27</b> |
| <b>Figura 5 -</b>  | <b>Teste de identificação da não representação de um poliedro.....</b>                                                                                                               | <b>28</b> |
| <b>Figura 6 -</b>  | <b>Menu inicial do software SketchUp – escolha do modelo.....</b>                                                                                                                    | <b>40</b> |
| <b>Figura 7 -</b>  | <b>Tela inicial – barra de ferramentas do modelo treinamento inicial em metros - software SketchUp.....</b>                                                                          | <b>41</b> |
| <b>Figura 8 -</b>  | <b>Esboço de figuras predefinidas da barra de tarefas (retângulo, círculo, arco, polígono e linha) - software SketchUp.....</b>                                                      | <b>42</b> |
| <b>Figura 9 -</b>  | <b>Esboço de figuras predefinidas da barra de tarefas após a utilização da ferramenta empurrar/puxar - software SketchUp.....</b>                                                    | <b>42</b> |
| <b>Figura 10 -</b> | <b>Esboço de figuras predefinidas da barra de tarefas após a utilização da ferramenta orbitar - software SketchUp.....</b>                                                           | <b>43</b> |
| <b>Figura 11 -</b> | <b>Esboço de figuras predefinidas da barra de tarefas após a utilização da ferramenta desenho à mão livre.....</b>                                                                   | <b>43</b> |
| <b>Figura 12 -</b> | <b>Tela inicial do Cabri 3D v2.....</b>                                                                                                                                              | <b>45</b> |
| <b>Figura 13 -</b> | <b>Menu do software s3D SecBuilder.....</b>                                                                                                                                          | <b>46</b> |
| <b>Figura 14 -</b> | <b>Perspectiva de observação lateral de um cubo.....</b>                                                                                                                             | <b>47</b> |
| <b>Figura 15 -</b> | <b>Visão em perspectiva de um Prisma de Base Triangular.....</b>                                                                                                                     | <b>47</b> |
| <b>Figura 16 -</b> | <b>Visão em perspectiva de um Prisma de Base Pentagonal.....</b>                                                                                                                     | <b>47</b> |
| <b>Figura 17 -</b> | <b>Visão em perspectiva de uma Pirâmide de Base Pentagonal.....</b>                                                                                                                  | <b>47</b> |
| <b>Figura 18 -</b> | <b>Visão em perspectiva de uma Pirâmide de Base Quadrada.....</b>                                                                                                                    | <b>47</b> |
| <b>Figura 19 -</b> | <b>Visão em perspectiva de uma Pirâmide de Base Triangular.....</b>                                                                                                                  | <b>47</b> |
| <b>Figura 20 -</b> | <b>Visão em perspectiva de uma Pirâmide de Base Hexagonal.....</b>                                                                                                                   | <b>47</b> |
| <b>Figura 21 -</b> | <b>Visão em perspectiva de um Cilindro – Corpo redondo.....</b>                                                                                                                      | <b>48</b> |
| <b>Figura 22 -</b> | <b>Visão em perspectiva de um Cone – Corpo redondo.....</b>                                                                                                                          | <b>48</b> |
| <b>Figura 23 -</b> | <b>Esquema da tarefa de “Ler- visualmente.....</b>                                                                                                                                   | <b>50</b> |

|                    |                                                                                                                   |           |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Figura 24 -</b> | <b>Esquema da tarefa de “Escrever visualmente”</b> .....                                                          | <b>51</b> |
| <b>Figura 25 -</b> | <b>Esquema das subtarefas de “Ler visualmente”</b> .....                                                          | <b>59</b> |
| <b>Figura 26 -</b> | <b>Prisma de base hexagonal construído em papel</b> .....                                                         | <b>60</b> |
| <b>Figura 27 -</b> | <b>Esquema da subtarefa 1 – “Ler visualmente”</b> .....                                                           | <b>62</b> |
| <b>Figura 28 -</b> | <b>Octaedro construído em papel</b> .....                                                                         | <b>63</b> |
| <b>Figura 29 -</b> | <b>Lista de sólidos do software s3D SecBuilder</b> .....                                                          | <b>64</b> |
| <b>Figura 30 -</b> | <b>Esquema da subtarefa 2 – “Ler visualmente”</b> .....                                                           | <b>65</b> |
| <b>Figura 31 -</b> | <b>Pirâmide de base pentagonal</b> .....                                                                          | <b>65</b> |
| <b>Figura 32 -</b> | <b>Esquema da subtarefa 3 – “Ler visualmente”</b> .....                                                           | <b>68</b> |
| <b>Figura 33 -</b> | <b>Icosaedro</b> .....                                                                                            | <b>68</b> |
| <b>Figura 34 -</b> | <b>Lista de sólidos do menu</b> .....                                                                             | <b>70</b> |
| <b>Figura 35 -</b> | <b>Esquema da subtarefa 4 – “Ler visualmente”</b> .....                                                           | <b>71</b> |
| <b>Figura 36 -</b> | <b>Dodecaedro</b> .....                                                                                           | <b>72</b> |
| <b>Figura 37 -</b> | <b>Esquema da subtarefa 5 – “Ler visualmente”</b> .....                                                           | <b>74</b> |
| <b>Figura 38 -</b> | <b>Prisma de base pentagonal</b> .....                                                                            | <b>74</b> |
| <b>Figura 39 -</b> | <b>Esquema da subtarefa 6 – “Ler visualmente”</b> .....                                                           | <b>77</b> |
| <b>Figura 40 -</b> | <b>Esquema das subtarefas de “Escrever visualmente”</b> .....                                                     | <b>78</b> |
| <b>Figura 41 -</b> | <b>Cubo ou hexaedro construído em papel</b> .....                                                                 | <b>79</b> |
| <b>Figura 42 -</b> | <b>Papel isométrico</b> .....                                                                                     | <b>80</b> |
| <b>Figura 43 -</b> | <b>Esquema da subtarefa 1 – “Escrever visualmente”</b> .....                                                      | <b>81</b> |
| <b>Figura 44 -</b> | <b>Pirâmide de base triangular</b> .....                                                                          | <b>81</b> |
| <b>Figura 45 -</b> | <b>Esquema da subtarefa 2 – “Escrever visualmente”</b> .....                                                      | <b>82</b> |
| <b>Figura 46 -</b> | <b>Prisma de base triangular</b> .....                                                                            | <b>83</b> |
| <b>Figura 47 -</b> | <b>Papel isométrico</b> .....                                                                                     | <b>85</b> |
| <b>Figura 48 -</b> | <b>Esquema da subtarefa 3 – “Escrever visualmente”</b> .....                                                      | <b>86</b> |
| <b>Figura 49 -</b> | <b>Pirâmide de base quadrada</b> .....                                                                            | <b>86</b> |
| <b>Figura 50 -</b> | <b>Esquema da subtarefa 4 – “Escrever visualmente”</b> .....                                                      | <b>88</b> |
| <b>Figura 51 -</b> | <b>Octaedro construído em papel</b> .....                                                                         | <b>91</b> |
| <b>Figura 52 -</b> | <b>Sólido escolhido no menu pelas duplas B2, B3, B4 e B5 – Tarefa de “ler<br/>visualmente”/ subtarefa 2</b> ..... | <b>92</b> |
| <b>Figura 53 -</b> | <b>Sólido escolhido no menu pela dupla B1 Tarefa de “Ler visualmente”/<br/>subtarefa 2</b> .....                  | <b>93</b> |
| <b>Figura 54 -</b> | <b>Pirâmide base pentagonal</b> .....                                                                             | <b>94</b> |
| <b>Figura 55 -</b> | <b>“Caixas de Becker” utilizadas na tarefa de “Ler visualmente” /</b>                                             | <b>94</b> |

|             |                                                                                                           |     |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
|             | subtarefa 3.....                                                                                          |     |
| Figura 56 - | Icosaedro.....                                                                                            | 96  |
| Figura 57 - | Sólido escolhido no menu pelas duplas B1, B2, B3, B4 e B5 – Tarefa de “Ler” visualmente”/subtarefa 4..... | 97  |
| Figura 58 - | Dodecaedro apresentado na tela do software s3D SecBuilder.....                                            | 98  |
| Figura 59 - | “Caixas de Becker” utilizadas na tarefa de “Ler visualmente”/ subtarefa 5.....                            | 99  |
| Figura 60 - | Opções de sólidos no menu.....                                                                            | 101 |
| Figura 61 - | Esquema dos resultados das subtarefas 2 e 6 – “Ler visualmente”.....                                      | 103 |
| Figura 62 - | Esquema dos resultados da subtarefa 2 – “Ler visualmente”.....                                            | 104 |
| Figura 63 - | Esquema dos resultados da subtarefa 6 – “Ler visualmente”.....                                            | 104 |
| Figura 64 - | Quadro dos resultados da tarefa de “Ler visualmente”.....                                                 | 105 |
| Figura 65 - | Cubo ou hexaedro construído em papel.....                                                                 | 106 |
| Figura 66 - | Extrato da tarefa de “Escrever visualmente”/ subtarefa 1 – Dupla B1.....                                  | 107 |
| Figura 67 - | Extrato da tarefa de “Escrever visualmente”/ subtarefa 1 – Dupla B2.....                                  | 107 |
| Figura 68 - | Extrato da tarefa de “Escrever visualmente”/ subtarefa 1 – Dupla B3.....                                  | 108 |
| Figura 69 - | Extrato da tarefa de “Escrever visualmente”/ subtarefa 1 – Dupla B4.....                                  | 108 |
| Figura 70 - | Extrato da tarefa de “Escrever visualmente”/ subtarefa 1 – Dupla B5.....                                  | 109 |
| Figura 71 - | Bancada contendo materiais manipulativos.....                                                             | 111 |
| Figura 72 - | Tetraedro.....                                                                                            | 111 |
| Figura 73 - | Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 2 – Dupla B1.....                                     | 112 |
| Figura 74 - | Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 2 – Dupla B2.....                                     | 113 |
| Figura 75 - | Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 2 – Dupla B3.....                                     | 113 |
| Figura 76 - | Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 2 – Dupla B4.....                                     | 114 |
| Figura 77 - | Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 2 – Dupla B5.....                                     | 114 |
| Figura 78 - | Tela do software s3D SecBuilder – prisma de base triangular.....                                          | 116 |
| Figura 79 - | Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B1.....                                     | 116 |
| Figura 80 - | Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B2.....                                     | 117 |
| Figura 81 - | Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B3.....                                     | 117 |
| Figura 82 - | Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B4.....                                     | 118 |
| Figura 83 - | Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B5.....                                     | 118 |
| Figura 84 - | Tela do software s3D SecBuilder – pirâmide de base quadrada.....                                          | 120 |
| Figura 85 - | Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B1.....                                     | 120 |
| Figura 86 - | Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B2.....                                     | 121 |

|                                                                                            |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Figura 87 - Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B3.....</b>   | <b>121</b> |
| <b>Figura 88 - Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B4.....</b>   | <b>122</b> |
| <b>Figura 89 - Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B5.....</b>   | <b>122</b> |
| <b>Figura 90 - Esquema dos resultados da tarefa de “Escrever visualmente” .....</b>        | <b>124</b> |
| <b>Figura 91 - Esquema dos resultados da tarefa de “Ler” e “Escrever” visualmente ....</b> | <b>125</b> |

## LISTA DE QUADROS

|             |                                                                                                                      |     |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Quadro 1 -  | Procedimentos/Operações visuais/Técnicas visuais – Godino <i>et al</i> (2011).....                                   | 53  |
| Quadro 2 -  | Representações planas de um poliedro- Gutiérrez (1998).....                                                          | 54  |
| Quadro 3 -  | Tipos de atividades com representações planas de poliedros - Gutiérrez (1998).....                                   | 54  |
| Quadro 4 -  | Habilidades Visuais e suas representações- Gutiérrez (1998).....                                                     | 55  |
| Quadro 5 -  | Habilidades e suas representações- Pittalis e Christou (2010).....                                                   | 56  |
| Quadro 6 -  | Pensamento Geométrico 3D- Pittalis e Christou (2010).....                                                            | 57  |
| Quadro 7 -  | Processos cognitivos fundamentais implícitos nos tipos de raciocínio geométrico 3D - Pittalis e Christou (2010)..... | 58  |
| Quadro 8 -  | Análise <i>a priori</i> da tarefa de “Ler visualmente” – subtarefa 1.....                                            | 59  |
| Quadro 9 -  | Análise <i>a priori</i> da tarefa de “Ler visualmente” – subtarefa 2.....                                            | 61  |
| Quadro 10 - | Análise <i>a priori</i> da tarefa de “Ler visualmente” – subtarefa 3.....                                            | 66  |
| Quadro 11 - | Análise <i>a priori</i> da tarefa de “Ler visualmente” – subtarefa 4.....                                            | 69  |
| Quadro 12 - | Análise <i>a priori</i> da tarefa de “Ler visualmente” – subtarefa 5.....                                            | 72  |
| Quadro 13 - | Análise <i>a priori</i> da tarefa de “Ler visualmente” – subtarefa 6.....                                            | 75  |
| Quadro 14 - | Análise <i>a priori</i> da tarefa de “Escrever visualmente”– subtarefa 1...                                          | 79  |
| Quadro 15 - | Análise <i>a priori</i> da tarefa de “Escrever visualmente”– subtarefa 2...                                          | 82  |
| Quadro 16 - | Análise <i>a priori</i> da tarefa de “Escrever visualmente”– subtarefa 3...                                          | 84  |
| Quadro 17 - | Análise <i>a priori</i> da tarefa de “Escrever visualmente”– subtarefa 4...                                          | 87  |
| Quadro 18 - | Número de turmas de Normal Médio por GRE.....                                                                        | 132 |
| Quadro 19 - | Número de turmas por série do Normal Médio por GRE.....                                                              | 133 |
| Quadro 20 - | Número de alunos por série do Normal Médio por GRE.....                                                              | 134 |

## SUMÁRIO

|          |                                                                                                         |           |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO.....</b>                                                                                  | <b>14</b> |
| <b>2</b> | <b>CONSTRUÇÃO DA PROBLEMÁTICA DA PESQUISA.....</b>                                                      | <b>16</b> |
| 2.1      | ASPECTOS COGNITIVOS SOBRE VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA ESPACIAL                                              | 16        |
| 2.2      | ASPECTOS DIDÁTICOS SOBRE VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA ESPACIAL ..                                            | 19        |
| <b>3</b> | <b>DELIMITAÇÃO DO OBJETO DE PESQUISA E OBJETIVOS .....</b>                                              | <b>32</b> |
| 3.1      | GEOMETRIA DINÂMICA .....                                                                                | 32        |
| 3.1.1    | Potencialidades dos softwares de Geometria Dinâmica em relação à visualização geométrica espacial ..... | 33        |
| 3.2      | ANALISE DOS REFERENCIAIS CURRICULARES DE PERNAMBUCO SOBRE VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA ESPACIAL .....        | 34        |
| 3.2.1    | Ensino Normal Médio .....                                                                               | 37        |
| 3.3      | OBJETIVOS DA PESQUISA.....                                                                              | 38        |
| 3.3.1    | OBJETIVO GERAL.....                                                                                     | 38        |
| 3.3.2    | OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....                                                                              | 38        |
| <b>4</b> | <b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>                                                                | <b>39</b> |
| 4.1      | SUJEITOS .....                                                                                          | 39        |
| 4.2      | OS SOFTWARES ESCOLHIDOS.....                                                                            | 39        |
| 4.3      | INSTRUMENTOS.....                                                                                       | 48        |
| 4.3.1    | Tarefa de “ler visualmente” .....                                                                       | 48        |
| 4.3.2    | Tarefa de “escrever visualmente” .....                                                                  | 50        |
| 4.4      | PROCEDIMENTO .....                                                                                      | 52        |
| 4.4.1    | O dispositivo.....                                                                                      | 52        |
| 4.5      | AS TAREFAS .....                                                                                        | 52        |
| 4.5.1    | “Ler visualmente” .....                                                                                 | 58        |
| 4.5.2    | “Escrever visualmente” .....                                                                            | 77        |
| <b>5</b> | <b>RESULTADOS .....</b>                                                                                 | <b>89</b> |
| 5.1      | TAREFA DE “LER VISUALMENTE” .....                                                                       | 89        |
| 5.1.1    | Subtarefa 1 .....                                                                                       | 89        |
| 5.1.2    | Subtarefa 2 .....                                                                                       | 91        |
| 5.1.3    | Subtarefa 3 .....                                                                                       | 93        |
| 5.1.4    | Subtarefa 4.....                                                                                        | 96        |
| 5.1.5    | Subtarefa 5.....                                                                                        | 98        |
| 5.1.6    | Subtarefa 6 .....                                                                                       | 101       |

|       |                                        |     |
|-------|----------------------------------------|-----|
| 5.2   | TAREFA DE “ESCREVER VISUALMENTE” ..... | 105 |
| 5.2.1 | Subtarefa 1 .....                      | 105 |
| 5.2.2 | Subtarefa 2 .....                      | 110 |
| 5.2.3 | Subtarefa 3 .....                      | 115 |
| 5.2.4 | Subtarefa 4 .....                      | 119 |
| 6     | CONSIDERAÇÕES FINAIS.....              | 126 |
|       | REFERÊNCIAS.....                       | 130 |
|       | APÊNDICES .....                        | 132 |

## 1 INTRODUÇÃO

A motivação principal desta pesquisa está pautada na minha vivência como professora de matemática em turmas dos anos finais do Ensino Fundamental, na qual me deparei com uma situação de sala de aula que envolvia a representação de objetos ou figuras tridimensionais no plano. Percebi uma grande dificuldade dos estudantes na visualização em relação à conversão das representações tridimensionais para as bidimensionais e vice versa.

Tal inquietação levou-me a pesquisar recursos didáticos que pudessem ajudar os citados estudantes em tal dificuldade. Levei em consideração, diante do entrave encontrado, que a utilização de um software poderia ajudar a proporcionar a visualização de maneira tridimensional dos poliedros estudados. Pesquisei bastante em diversos sites na área de matemática a fim de encontrar um software que possibilitasse a visualização, a rotação e as diversas visualizações em perspectiva.

A princípio meu interesse baseava-se apenas que o estudante pudesse identificar o número de faces, arestas e vértices de cada poliedro estudado. Encontrei, a partir das minhas buscas, os softwares s3D SecBuilder e o Poly. O primeiro software, o s3D SecBuilder, já trazia os poliedros prontos, permitindo a escolha no seu menu do poliedro pretendido, a rotação, a possibilidade de aumento e diminuição dos poliedros e a possibilidade das visões em perspectivas. Já o Poly trazia em sua essência a conversão entre a planificação e o poliedro em representação tridimensional.

Após a busca, levei para a sala de aula os softwares encontrados. Utilizei-os de maneira intuitiva e de forma experimental. Notei que tal utilização chamou bastante atenção dos estudantes visto que tínhamos saído das representações de sólidos no plano, neste caso no quadro, e tínhamos levado tais representações para um ambiente virtual. A partir dessa experiência elementar, surgiu um grande interesse em estudar a visualização geométrica espacial com a utilização de softwares e outros recursos.

Ao realizar algumas pesquisas sobre visualização, após o ingresso no mestrado de Educação Matemática e Tecnológica, veio à tona que o processo de visualização geométrica espacial era bastante complexo, passando por aspectos epistemológicos, cognitivos e educacionais. A ideia inicial que um software dinâmico poderia auxiliar no entendimento dos poliedros foi ratificada pelos estudos feitos sobre potencialidades de softwares de geometria dinâmica e suas implicações educacionais. Ainda nesses estudos percebi que pesquisadores apontavam a necessidade de se trabalhar com tarefas que mobilizassem alguns

raciocínios e habilidades dos estudantes para o desenvolvimento da visualização geométrica espacial.

E é neste sentido que esta pesquisa se propôs a analisar como os estudantes do Ensino Normal Médio lidam com tarefas visuais de “leitura e escrita” de diferentes representações de poliedros. Vale ressaltar que os estudantes do Ensino Normal Médio, ao término do curso, estarão aptos a lecionar a geometria espacial aos estudantes da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Portanto devem dominar as habilidades necessárias para o ensino da geometria espacial, no que diz respeito à visualização de sólidos geométricos e suas características em várias perspectivas.

Como foco de pesquisa, tomamos como referência as tarefas visuais enunciadas por Godino *et al* (2011) apoiadas pelos estudos de Gutiérrez (1991 e 1998) e pelas habilidades espaciais e tipos de raciocínio do pensamento geométrico tridimensional trazidos por Pitallis e Christou (2010).

Em um primeiro momento buscamos argumentos que justifiquem nossa problemática de pesquisa assim como a explicitação dos objetivos gerais e específicos dessa pesquisa. Faremos em seguida uma descrição da metodologia de pesquisa. Na fundamentação teórica trouxemos em pauta uma breve discussão sobre o que entendemos a respeito da visualização, trazendo traços epistemológicos, cognitivos, educacionais e de cunho curricular, e em seguida uma breve enunciação de geometria dinâmica e de softwares em geometria dinâmica. Por fim, os procedimentos metodológicos pautados em tarefas visuais em ambientes manipulativos e dinâmicos de geometria e seus resultados.

## 2 CONSTRUÇÃO DA PROBLEMÁTICA DA PESQUISA

### 2.1 ASPECTOS COGNITIVOS SOBRE VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA ESPACIAL

Ao termo visualização são atribuídos diversos sentidos na literatura, nos quais entram em cena argumentos de natureza matemática, epistemológica e cognitiva, entre outros.

Entendemos visualização como um processo amplo e complexo que tem em sua composição a presença do pensamento visual, das imagens mentais e das representações dessas imagens mentais, ou seja, pensamos visualmente a fim de produzir uma imagem mental que pode ser externada por meio de representações. Nosso interesse se volta especificamente para a visualização no ensino e na aprendizagem da geometria espacial, mas antes vamos tratar de algumas concepções sobre visualização.

Flores, Wagner e Buratto (2012) citam Cifuentes (2009) <sup>1</sup> que define visualização como uma forma de pensamento que tem o papel de contribuir na construção de significados e sentidos, assim como na compreensão para a resolução de problemas. Para esses autores visualizar é ser capaz de formular imagens e está no início de todo o processo de abstração. Não se resume a apenas ver o visível, mas trata-se também de tornar visível aquilo que se vê extraíndo padrões das representações e construindo o objeto a partir da experiência visual.

Ao analisar a abordagem epistemológica é posto em evidência que o termo visualização está ligado à ideia de processo que viabiliza a existência de representações mentais. No trabalho de Costa (2002), a autora traz em sua fundamentação teórica aspectos ligados à visualização como pensamento espontâneo acompanhado por imagens mentais. Em linhas gerais, pudemos evidenciar no citado trabalho, a visualização tomada como um processo mental, em forma de pensamento apoiado por imagens, que pode resultar em uma forma de representação.

No estudo de Fogaça (2003), essas imagens mentais são entendidas como habilidades de representação em que o ser humano poderá abstrair situações reais. É neste sentido que podemos sinalizar que a imagem mental poderá ser externalizada por meio de representações. Diversos trabalhos se posicionam a respeito desse viés da representação.

Japiassu e Marcondes (1991), por exemplo, definem a representação como referência à visão e com a maneira de conceber a imagem de algo.

---

<sup>1</sup> Não conseguimos ter acesso ao trabalho original de Cifuentes (2009).

Representação vem do latim *repraesentatio* é uma operação pela qual a mente tem presente em si mesma uma imagem mental, uma idéia ou um conceito correspondendo a um objeto externo. A função de representação é exatamente a de tornar presente à consciência a realidade externa, tornando-a um objeto da consciência, e estabelecendo assim a relação entre a consciência e o real (p. 184).

Já no trabalho de Cavalcante, Barros, Rocha, Pereira, Perassi e Remor (2012), o sentido da representação é ampliado também para situações abstratas. Os autores evocam o que Piaget define como representação para enfatizar que não apenas podemos representar situações reais, mas também situações abstratas.

[...] representação pode significar tanto uma imagem mental (um símbolo concreto) quanto um conceito (abstrato). Há uma continuidade entre formas perceptivas e representações figuradas e as imagens visuais necessitam de esquemas motores e perceptivos prévios, adquiridos pela vivência [...], resultando em um novo tipo de esquema avançado, que é a abstração. O termo representação é, portanto, usado em dois sentidos diferentes, ou seja, como pensamento [...] e como imagem mental ou recordação-imagem. (p.185)

De fato, o sentido de representação como externalização do pensamento apoiado em imagens perpassa por aspectos cognitivos. Vale ressaltar que no campo da representação no sentido de pensamento e imagem mental, Costa (2002) elaborou um modelo de pensamento associado à visualização, os processos mentais e os modos de pensamento visual-espacial.

A referida pesquisa define o modo de pensamento visual-espacial “como o conjunto de processos cognitivos para os quais as representações mentais para objetos espaciais ou visuais, relações e transformações podem ser construídas, manipuladas e codificadas em termos verbais ou mistos” (COSTA, 2002, p. 263). A referida pesquisa também considera o pensamento visual-espacial como essencialmente não verbal, envolvendo representações internas que podem ser descritas como imagens de uma natureza muitas vezes visual e principalmente espacial.

O modelo de Costa (2002) sobre o pensamento visual-espacial encontrou três modos diferentes de pensamento:

- o pensamento visual-espacial resultante da percepção (pensamento global, operações intelectuais sobre material perceptivo-sensorial, ligado à memória);
- o pensamento visual-espacial resultante da manipulação de imagens e a construção de relações entre imagens (operações intelectuais relacionadas com manipulação, transformação de ideias, conceitos e modelos);

- o pensamento visual-espacial que está ligado à transmissão e à comunicação, ou seja, à representação, esta ligada à exteriorização do pensamento (operações intelectuais relacionadas com representações de ideias, conceitos e métodos).

De um modo geral, o pensamento visual-espacial ligado à percepção poderá ser concebido pelo sujeito a partir de sensações e a partir da utilização de informações obtidas com a experiência. Nesse modo de pensamento visual-espacial estão envolvidas experiências de concentração mental, de controle e experiências de observação. As experiências de observação estão ligadas à percepção e à interpretação que dependem de experiências passadas, de aspectos específicos da nossa cultura. O que vemos depende do que trazemos à situação.

O segundo modo de pensamento visual-espacial é o resultante da manipulação de imagens e/ou da construção mental de relações entre imagens. Nesse sentido o modo de pensamento está ligado às transformações de imagens visuais, à execução de manipulações mentais espaciais e à construção de relações entre as imagens visuais.

Quanto ao modo de pensamento visual-espacial resultante da exteriorização do pensamento, este tem várias vertentes: está ligado ao processo pelo qual as representações mentais se exteriorizam; à comunicação e disseminação de ideias; à construção de argumentação; à descrição da dinâmica mental. Para que haja comunicação das suas imagens, o sujeito pode construir modelos, desenhos, figuras e gráficos e usar descrições verbais. O citado pensamento visual-espacial tem respaldo fundamentalmente na linguagem.

Costa (2002) realizou uma análise de tarefas geométricas propostas para estudantes da escola elementar de Portugal, na qual tentou exemplificar algumas interações ou ligações entre os diferentes processos mentais relacionados às tarefas.

As referidas tarefas foram realizadas em forma de pré e pós-teste com estudantes do 4º ano do Ensino Básico, no qual o objetivo principal era entender os modos do pensamento visual-espacial dos estudantes em um contexto de exploração e compreensão de transformações geométricas euclidianas, isometrias (translação, reflexão e rotação) através da movimentação de figuras geométricas (planas e/ou espaciais).

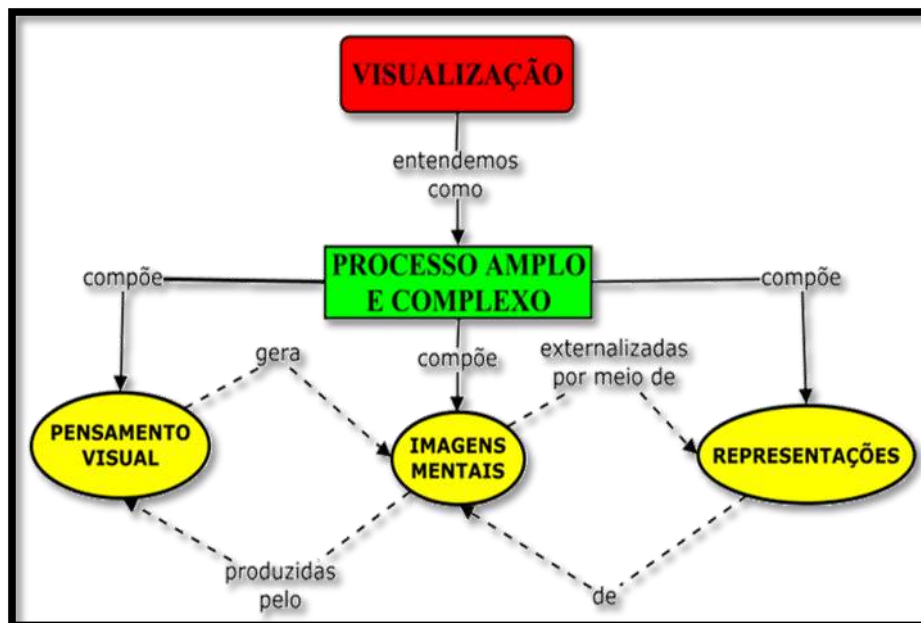
Foram analisadas três tarefas individuais, feitas pelos estudantes, registradas em forma de entrevistas e através de vídeo. Ao analisar as transcrições das tarefas, a pesquisadora percebeu que o modo de raciocínio empregado pelo estudante analisado está ligado a uma sequência: ao pensamento visual-espacial resultante da percepção segue o pensamento visual-espacial resultante da manipulação de imagens e finalmente segue-se o pensamento visual-

espacial resultante da exteriorização do pensamento através da descrição da sua dinâmica mental (COSTA, 2002).

Após a análise da transcrição das respostas, Costa (2002) chega à conclusão que os processos cognitivos que os alunos manifestaram nas resoluções foram a abstração, a transformação mental e a previsão mental.

Nesta pesquisa, não pretendemos seguir o viés cognitivo, mas sim para o segundo sentido de representação, ou seja, como resultante da manipulação de imagens e/ou da construção mental de relações entre imagens. Para tanto percebemos que o modelo de Costa (2002) aponta a necessidade de exteriorizar (comunicar) essas representações mentais (imagens) em forma de descrições verbais. Segue esquema na figura 1 como síntese do que entendemos nesta pesquisa por visualização.

Figura 1 – Esquema sobre o que se entende por visualização nesta pesquisa.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

## 2.2 ASPECTOS DIDÁTICOS SOBRE VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA ESPACIAL

Do ponto de vista matemático, iremos tomar para nossa pesquisa a visualização com enfoque na ontosemiótica (GODINO; GONZATO; CAJARAVILLE; FERNÁNDEZ, 2011). Esses autores afirmam que “na matemática a visualização não se resume a ver, mas também acarreta interpretação, ação e relação” (p.113). A ontosemiótica é baseada na análise da atividade matemática, dos objetos e processos envolvidos na mesma. Tem sua atenção

centralizada nas práticas que as pessoas realizam na solução de determinadas situações-problemas matemáticas. É nesse sentido que Godino *et al* (2011) defendem que a aplicação da aproximação da ontosemiótica com a visualização leva a distinguir entre práticas visuais e práticas não visuais (simbólico ao analítico).

Pretendemos, nesta pesquisa, tratar a visualização do ponto de vista das tarefas visuais presentes na ontosemiótica. Godino *et al* (2011) afirmam que os processos de visualização, e seus resultados (objetos visuais, imagens ou visualizações), são componentes envolvidos em determinadas tarefas sobre as quais são realizadas certas práticas apoiadas em outros objetos e processos. A visualização traz à tona dois tipos principais de situações/tarefas nas quais se podem comunicar informação (a outras pessoas ou a si mesmo), que implica o registro e a interpretação desses dois tipos de informação.

O primeiro tipo de situação/tarefa tem o principal intuito de comunicação da forma, seus componentes e estrutura, de objetos espaciais, ou também de objetos imaginados (pensados ou idealizados). Nesse tipo de comunicação é dado lugar ao uso da linguagem visual (representações materiais em forma de foto, desenhos, esquemas, etc.)

Já o segundo tipo de situação/tarefa está ligado à comunicação da posição relativa de objetos no espaço. Esses tipos de situação/tarefa são chamados tarefas de orientação, onde se trata de ver e posicionar relativamente no espaço físico a si mesmo e os objetos do ambiente. Aqui cabe a utilização da linguagem de indicação (utilização de termos como, acima, abaixo; antes, atrás, direita, esquerda; perto, longe; norte, sul; leste, oeste). Os artefatos e/ou recursos materiais (modelos, desenhos, mapas, etc.) podem ser utilizados com a finalidade de comunicar a posição desses objetos.

O terceiro tipo de situação/tarefa, ou classe, surge quando os objetos físicos, e suas representações, podem sofrer diversas transformações (movimentos, comparações, projeções, etc.). Essa nova classe de situação/tarefa provém do reconhecimento das invariâncias nas formas, ou em suas representações, por transformações específicas, que se baseiam na discriminação visual (comparação de vários objetos, desenhos, imagens) e identificação de semelhanças e diferenças entre eles.

Dentro das situações/tarefas podemos trabalhar com procedimentos (operações visuais), indicado por Godino *et al* (2011). Os tipos básicos de operações, procedimentos ou técnicas que o autor considera visual são: 1. Projetar corpos no plano, seccionar, rotacionar, transladar, deslizar, etc.; 2. Construir poliedros a partir de suas projeções planas; 3. Transformar representações visuais mediante decomposição e recomposição de figuras; 4. Representar graficamente relações.

Pretendemos, nesta pesquisa, através de situações/tarefas visuais possibilitar aos estudantes a mobilização de habilidades de visualização do ponto de vista das representações de poliedros em diferentes perspectivas.

Neste tópico pretendemos discutir algumas pesquisas que investigam questões relativas à visualização geométrica espacial. Buscaremos destacar seus principais objetivos, procedimentos metodológicos e principais resultados encontrados a fim de compreender suas contribuições para a educação matemática e para o ensino de geometria espacial.

A pesquisa de Gutiérrez (1998), sobre as representações planas de corpos tridimensionais no ensino da geometria espacial, no campo da didática da matemática, apresentou algumas reflexões sobre a importância de utilizar representações planas de corpos geométricos espaciais adequadas para estudantes de diferentes idades.

O pesquisador analisou alguns trabalhos acerca do assunto e constatou em seus resultados que a aprendizagem e o ensino são facilitados quando evitam as abstrações desnecessárias e se baseiam nas representações ou modelizações que possibilitem aos estudantes a observação, a construção, a manipulação e a transformação.

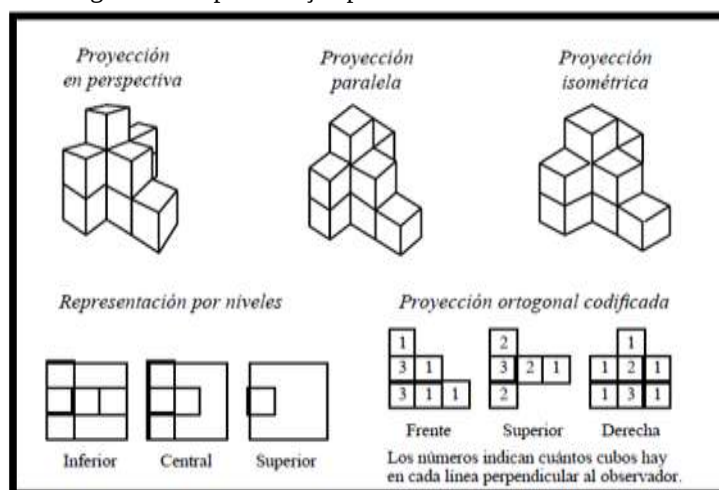
Segundo o referido autor ao ensinar geometria espacial, o processo de compreensão embasado em uma representação plana de objetos tridimensionais é prejudicado porque o estudante teria que recorrer a dois passos essenciais: 1) Interpretação da figura plana para convertê-la em um objeto tridimensional e 2) Interpretação do objeto (que em muitos casos existem apenas na mente dos estudantes) para convertê-lo em conceitos geométricos do objeto em estudo.

Para Gutierrez (1998), sempre que o professor estiver manipulando objetos espaciais e sendo obrigado a representá-los numa perspectiva plana, ter-se-á um problema que passa pela capacidade de visualização espacial dos estudantes e por sua habilidade de desenhar representações planas de objetos tridimensionais ou para interpretar corretamente as representações feitas por outras pessoas.

Gutiérrez (1998) realizou uma investigação que utilizava os sólidos geométricos, que segundo ele, são utilizados habitualmente no ensino da geometria espacial escolar (cubo, prisma, pirâmide, cilindro, entre outros sólidos geométricos). O referido estudo utilizou-se do “módulo multicubo”, poliedros formados por vários cubos iguais colados de maneira que suas faces se sobreponham.

A primeira figura utilizada pelo investigador analisado ilustra a representação plana de um módulo multicubo como vemos abaixo.

Figura 2 – Representação plana de um módulo multicubo.



Fonte: Gutiérrez (1998).

As análises feitas por Gutiérrez (1998) ainda apontam que o ensino específico aumenta a capacidade dos estudantes para manejar as relações entre corpos espaciais (tridimensionais) e suas representações planas, obtendo-se melhores resultados quando o ensino é baseado na utilização de materiais manipulativos.

[...] para la enseñanza de la geometría espacial, la habilidad de estudiantes y profesores para producir representaciones planas adecuadas y para interpretarlas es un elemento básico necesario para lograr el éxito en el aprendizaje. (p.197)

O foco das análises dos trabalhos realizados por Gutiérrez (1998) estava baseado nas representações planas. O referido pesquisador, após evidenciar uma de suas pesquisas anteriores, classifica as representações de um poliedro em três níveis. No primeiro nível, o qual corresponde às representações em três dimensões, há uma perda de informações do poliedro, como por exemplo, a observação de suas diagonais. No segundo nível se encontram as representações bidimensionais dos poliedros, nas quais as características dos poliedros são conservadas do ponto de vista visual, porém perdem-se as características ocultas desses poliedros. O terceiro e último nível apontados por Gutiérrez (1998) são as representações ortogonais, nas quais este nível de representação mantém as informações quanto à estrutura dos poliedros (quantidade de elementos, posição relativa, etc.), porém perdem-se as características referentes aos aspectos da visualização.

Para chegar a essas conclusões, Gutiérrez no ano de 1991 realizou um projeto de investigação sobre o desenvolvimento de algumas habilidades de visualização espacial utilizando-se de uma série de atividades. A experimentação envolveu três alunos do 6º Curso (correspondente ao 6º ano do Ensino Fundamental de 9 anos) com idades entre 11 e 12 anos

no contra-turno do horário de aulas regulares. Foram 20 sessões de aproximadamente 1 h de duração cada uma, sendo 2 ou 3 sessões por semana, distribuídas em um período de aproximadamente 3 meses.

Com relação às atividades realizadas, Gutiérrez (1991) buscou utilizar três contextos que usualmente eram estudados em geometria espacial nos anos de escolaridades investigados: os corpos físicos, as representações planas estáticas no papel e representações dinâmicas no computador. Nesta pesquisa foram vivenciadas tarefas utilizando diferentes contextos, que chamamos de recursos físicos e virtuais.

As principais atividades utilizadas na experimentação buscavam que os estudantes identificassem representações planas de poliedros; movimentassem poliedros; desenhasssem representações planas de poliedros e construíssem poliedros. O material utilizado para essas atividades foram classificados em: objetos físicos (diferentes tipos de poliedros de faces opacas ou transparentes, tais como cubo, tetraedro, octaedro, pirâmide de base quadrada, prisma reto de base retangular e módulo de cubos empilhados); materiais informáticos (programas ou arquivos como Hypercard, Phoenix 3D e 3D Images), tais programas tinham a propriedade de girar corpos redondos e construção de poliedros; e materiais impressos (vários tipos de representações planas em várias perspectivas da tela do computador impressas em papel).

O primeiro tipo de atividade vivenciada pelos estudantes foi a respeito da identificação das representações planas de poliedros. Foi dado aos estudantes um poliedro (em material concreto e no computador) e várias representações planas desse poliedro e de outros poliedros parecidos com a finalidade que os estudantes reconhecessem e determinassem que representação correspondia ao poliedro dado e quais representações não correspondiam. As representações poderiam ser em perspectiva, isométricas, de vistas laterais ou de vistas (laterais) numéricas (neste caso buscava-se que o aluno identificasse o número de cubos que havia em uma fileira observada).

A segunda atividade consistia em desenhar representações planas de poliedros. Os estudantes deviam desenhar em papel representações de poliedros dados (em material concreto ou no computador). As representações isométricas nesta atividade foram desenhadas em papel pontilhado, com a finalidade de proporcionar uma maior facilidade no desenho feito pelos estudantes. As demais representações foram feitas em papel branco.

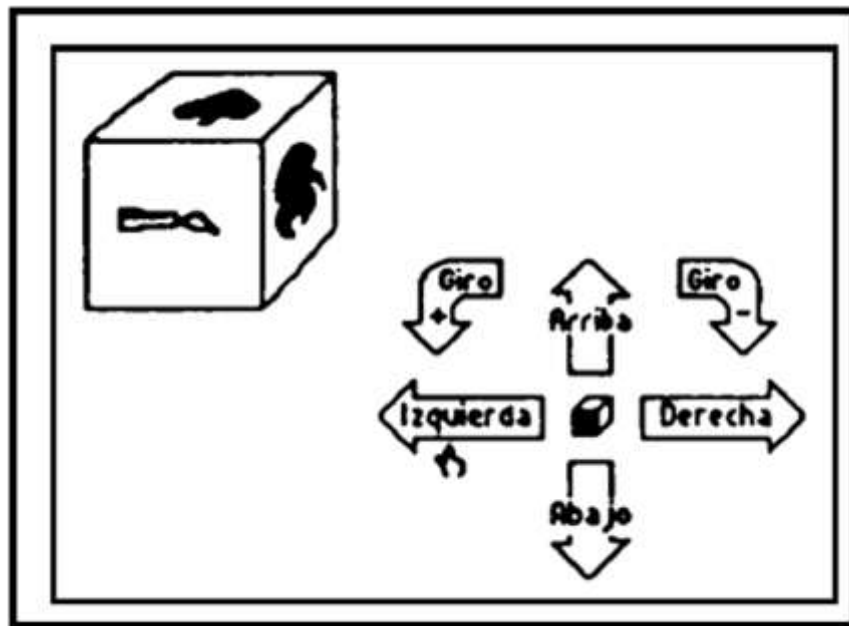
A terceira atividade proposta por Gutiérrez (1991), aos estudantes, baseou-se na construção dos poliedros. Nesta atividade os estudantes deveriam construir cubos em vários módulos empilhados a partir de diferentes formas de representação planas apresentadas em

papel e no computador. Nas representações laterais feitas no papel, os alunos poderiam ver ao mesmo tempo todas as vistas laterais que eram proporcionadas (3 vistas laterais das 6 possíveis). Já na representação feita no computador, os estudantes teriam a disposição às 6 vistas laterais do módulo de cubos, porém só podiam ver uma de cada vez.

Após a realização das atividades, Gutiérrez (1991) observou as habilidades integradoras da percepção espacial dos estudantes. As habilidades tomadas no referido experimento totalizam 7. Coordenação da direção dos olhos (habilidade de seguir com os olhos o movimento dos objetos de forma ágil e eficaz); Identificação visual (habilidade de reconhecimento de uma figura isolada de seu contexto); Conservação da percepção (habilidade para reconhecer que um objeto mantém sua forma embora não seja visível totalmente ou parcialmente); Reconhecimento de posições no espaço (habilidade para relacionar a posição de um objeto com ele mesmo ou com outro objeto, que está em um ponto de referência); Reconhecimento de relações espaciais (habilidade que permite identificar corretamente as características de relações entre vários objetos situados no espaço); Discriminação visual (habilidade que permite comparar vários objetos identificando suas semelhanças e diferenças visuais); Memória visual (habilidade para recordar as características visuais e de posição que tinha em um ponto um conjunto de objetos que eram visíveis ou que tenham trocado de posição).

Logo após a vivência das atividades propostas por Gutiérrez (1991), o pesquisador observou que nas atividades de conservação da percepção, a tendência natural dos estudantes era mover o cubo do computador seguindo uma estratégia fácil, que consistia em selecionar a figura de uma face visível na posição a que desejavam chegar e realizavam movimentos até que aparecesse a figura na tela, para depois seguir o movimento do cubo até colocar essa figura na posição final.

Figura 3 - Atividade proposta em computador que objetivava que os estudantes, por meio da manipulação de programa, pudessem visualizar as figuras que faltavam em cada face do cubo.



Fonte: Gutiérrez (1991).

Com relação à análise da habilidade de reconhecimento de posições no espaço, Gutiérrez (1991) propôs em sua atividade a seguinte situação: Dada uma figura (real, em papel ou em computador), deve ser colocado o corpo real ou do computador na mesma posição que a figura dada. Nessa atividade os estudantes trabalharam em equipes e logo perceberam que cada um deles estava vendo a figura de forma diferente e que a única maneira de saber se uma solução dada por um deles estava correta era se colocando no mesmo ponto de observação, ou seja, na mesma posição de visualização do poliedro. Quando os estudantes, nessa atividade, foram solicitados a responder se diferentes representações de poliedros eram congruentes ou se estavam na mesma posição, as argumentações encontradas pelo pesquisador foram, na maioria, as centradas nos elementos dos poliedros (faces, arestas e vértices).

Outra atividade utilizada contemplava a potencialidade de discriminação visual. Foi dado um corpo (real ou no computador) e os estudantes fizeram várias representações planas desse corpo e de outros corpos parecidos a fim de reconhecer as representações que pertenciam e as que não pertenciam ao corpo dado a princípio. A estratégia usada, na maioria, para resolver a atividade baseava-se em tentar por os corpos na mesma posição que a figura da tela e comparar as duas imagens para observar se coincidiam completamente em suas características.

Nesse mesmo viés, outra pesquisa mais recente, que evidencia os aspectos da visualização foi realizada por Pittalis e Christou (2010). O objetivo principal do estudo foi propor um modelo que descrevesse os tipos de raciocínio do pensamento geométrico tridimensional e habilidades espaciais. De maneira mais específica, Pittalis e Christou (2010) buscaram estabelecer teoricamente uma análise da relação entre os tipos de raciocínio do pensamento geométrico 3D dos estudantes e das habilidades envolvidas neste processo. O estudo tinha como hipótese que o pensamento dos estudantes não era uma construção homogênea, mas que poderia ser descrito sob quatro tipos de raciocínio.

A pesquisa de Pittalis e Christou (2010) elencou dois tipos de habilidades existentes no pensamento: as habilidades espaciais e as habilidades relacionadas com a geometria tridimensional (geometria 3D). As habilidades espaciais estão ligadas à atividade mental que permite aos indivíduos criar imagens espaciais e manipulá-las na resolução de vários problemas de cunho prático e teórico. Já as habilidades relacionadas com a geometria tridimensional (geometria 3D) estão ligadas à capacidade dos indivíduos em executar várias tarefas dentro de um currículo específico e incluem o conhecimento relevante e habilidades tais como a construção de redes.

Ainda de acordo com Pittalis e Christou (2010), estão envolvidos no pensamento geométrico 3D: a representação de objetos 3D; a estruturação espacial; a medição; e a conceitualização de propriedades matemáticas. A representação de objetos em 3D está ligada à capacidade dos estudantes de manipular e representar em diferentes perspectivas, incluindo a 3D, além do reconhecimento e da construção espacial desses objetos. Já a estruturação espacial está relacionada com a capacidade dos estudantes em diversas tarefas, como a construção e manipulação de empilhamentos de cubos em 3D. Para o raciocínio de medição é levada em consideração a capacidade dos estudantes nas tarefas que envolvem medição, como cálculo de áreas de superfícies e a estimativa de volumes de objetos em 3D sem o uso de fórmulas. Por fim vem o raciocínio ligado à conceitualização de propriedades matemáticas, na qual a capacidade do estudante está ligada ao reconhecimento de propriedades em formas 3D, como identificar poliedros no meio ambiente ou em esboços bidimensionais (2D), percebendo elementos estruturais da forma 3D (número de vértices, faces e arestas, por exemplo).

Vale destacar que três processos cognitivos fundamentais implícitos foram apontados por Pittalis e Christou (2010) nos tipos de raciocínio geométrico 3D: 1. A filtragem de propriedades geométricas em formas 3D; 2. A exploração de propriedades conhecidas dos estudantes existentes nas formas 3D e na sua manipulação; e 3. A edição das convenções utilizadas na representação de formas 3D. Apesar dos pesquisadores não detalharem os

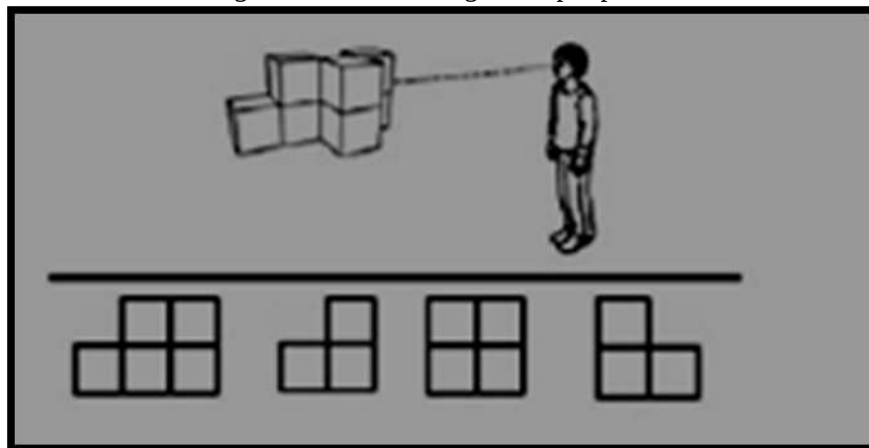
processos cognitivos relacionados, fica claro que a capacidade cognitiva interfere consideravelmente nos tipos de raciocínios geométricos 3D.

O teste de pensamento geométrico abordou tarefas cujas finalidades eram de averiguar a capacidade dos estudantes para reconhecer e construir redes (quatro tarefas); manipular diferentes modos de representação de objetos 3D (seis tarefas); a estruturação espacial dos estudantes (cinco tarefas); reconhecer formas 3D e suas propriedades (cinco tarefas); comparar as propriedades das formas em 3D (três tarefas); e calcular volume e área dos poliedros (quatro tarefas).

Já os testes de habilidades espaciais abordaram vinte e oito tarefas, de modo que a maioria delas tinha como finalidade combinar as habilidades dos estudantes. Uma das tarefas abordava um teste de perspectiva de imagem, em que os estudantes deveriam descobrir a vista frontal de um poliedro de acordo com o ângulo de um observador, além de comparação de cubos, rotação de objetos. Um exemplo de teste foi o teste de rotação de um objeto, onde um estudante deveria girar mentalmente quatro poliedros para identificar quais deles eram idênticos ao poliedro dado a princípio.

A ilustração a seguir mostra um dos testes de imagem em perspectiva que Pittalis e Christou (2010) vivenciaram com estudantes. O referido teste pedia que os estudantes indicassem a vista frontal do poliedro de acordo com o ângulo de visão do observador.

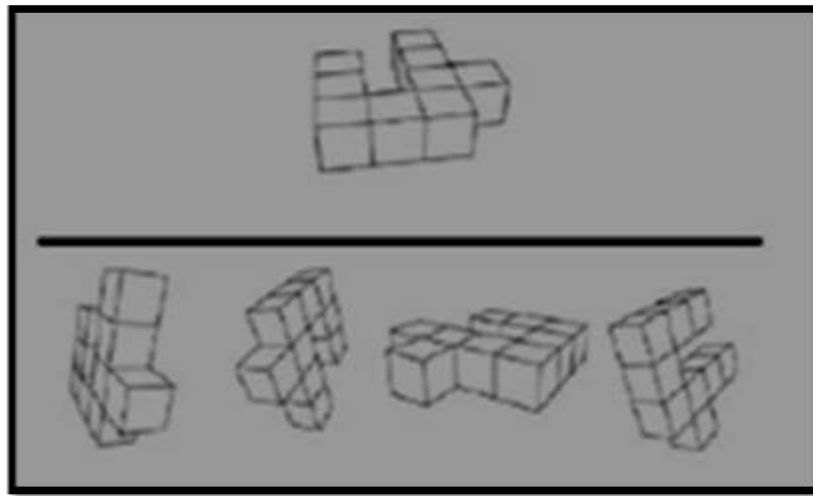
Figura 4 – Teste de imagem em perspectiva.



Fonte: Pittalis e Christou (2010).

Outro exemplo de teste aplicado pelos pesquisadores citados anteriormente tinha como objetivo que os estudantes identificassem a representação que não pertencesse ao poliedro situado acima da linha, como indicado na ilustração a seguir.

Figura 5 - Teste de identificação da não representação de um poliedro.



Fonte: Pittalis e Christou (2010).

A referida pesquisa teve como principais resultados a existência de uma relação direta entre as habilidades espaciais e os quatro tipos de raciocínio em 3D, mostrando que habilidades espaciais têm uma forte influência no desempenho dos estudantes nos quatro tipos de raciocínio em geometria 3D. O estudo aponta que uma melhoria nas habilidades espaciais dos estudantes poderia resultar em uma melhoria no seu pensamento em geometria 3D. E essa melhora seria viabilizada pela resolução de tarefas de geometria 3D com ênfase nas habilidades espaciais.

Ainda versando sobre os resultados encontrados por Pittalis e Christou (2010), foi identificado que os estudantes podem apresentar sérias dificuldades em representar objetos em 3D e construir as suas imagens mentais, independente de que modo de representação espacial foi observada. Os pesquisadores ainda afirmam que as capacidades espaciais seriam um fator determinante para os estudantes, no que se refere à conceitualização das propriedades matemáticas ligadas ao objeto estudado.

Como implicação para o aprendizado, Pittalis e Christou (2010) indicam que o ensino de geometria 3D deve incluir atividades que envolvam uma grande variedade de situações em geometria 3D, que em muitas vezes não se assemelham à geometria estudada na escola. Ainda deixam uma reflexão indicando a necessidade de serem desenvolvidas atividades apropriadas que necessitam a ativação dos diferentes tipos de raciocínio visto que para esses autores o domínio da geometria 3D se baseia no engajamento efetivo dos quatro tipos de raciocínio.

Pittalis e Christou (2010) chegaram à conclusão que a espinha dorsal do ensino de geometria 3D está galgada em tarefas que possam exigir a manipulação mental de relações ligadas à visualização espacial nas quais é possível conceber e editar as propriedades de

geometria assim como tomar vantagem de experiências de visualização espacial para a vivência dos estudantes dentro e fora da escola. As tarefas que foram vivenciadas pelos estudantes na nossa pesquisa exigiam manipulação mental ligadas à visualização espacial de sólidos geométricos assim como suas representações em diferentes perspectivas.

Uma pesquisa brasileira realizada por Becker (2009) estudou especificamente a visualização geométrica e as representações de sólidos geométricos no plano como uma alternativa para o ensino de geometria. O principal objetivo da citada pesquisa concentrou-se em produzir um conjunto de atividades que iriam auxiliar os estudantes a desenvolver a capacidade de visualização e representação de sólidos geométricos bidimensionalmente.

Os sujeitos dessa pesquisa foram bem variados. O pesquisador trabalhou com o público universitário e também da escola básica. Becker (2009) realizou o experimento com estudantes da graduação do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), com estudantes do Ensino Médio de uma escola particular e de uma escola técnica de Porto Alegre e com estudantes do Ensino Fundamental do Colégio de Aplicação da UFRGS. A análise final de sua pesquisa foi realizada com uma turma de estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola particular de Porto Alegre (18 estudantes).

Becker (2009) utilizou uma criação própria chamada “caixa de Becker” para realizar as atividades. As atividades consistiam no contato com os sólidos geométricos sem que os mesmos pudessem ser vistos visualmente. Os estudantes teriam acesso ao poliedro através de um orifício da “caixa de Becker”, na qual o estudante poderia “tatear” os sólidos geométricos. O principal objetivo dessa atividade é que o estudante fosse capaz de criar uma imagem mental dos sólidos além de identificá-lo e também suas características. Em uma segunda parte da atividade era pedido a cada estudante que representasse o poliedro “tateado” na “caixa de Becker” em forma de desenho.

A primeira atividade realizada por Becker (2009), em seu projeto piloto, foram entregue aos estudantes (em grupo de 5) uma “caixa de Becker” com um poliedro dentro. Foi pedido aos estudantes que colocassem a mão dentro da caixa com a finalidade de “ver” o poliedro que ali estava e logo após tentassem esboçar o poliedro em representação em perspectiva. Muitos estudantes identificaram o poliedro, mas distorceram as representações no que diz respeito às proporções.

Os resultados encontrados nessa primeira atividade evidenciaram que os estudantes possuíam uma visão projetiva desenvolvida, mas não respeitaram as relações euclidianas nos desenhos (não identificaram as proporções das arestas nos desenhos). Foram identificadas

também nessa atividade as várias estratégias utilizadas pelos estudantes para que fosse feita a projeção do poliedro da “caixa de Becker”.

Após ser pedido aos estudantes que esboçassem uma projeção do poliedro foi pedido aos estudantes que tentassem planificar o poliedro contido na “caixa de Becker” e logo depois que fosse recortada a planificação e, tentassem montar o poliedro planificado em papel isométrico e depois mudassem a posição do poliedro e por fim desenhasssem o poliedro em outra posição no papel. Becker (2009) observou nessa etapa da atividade uma maior dificuldade dos estudantes na tentativa de planificação do poliedro.

Em uma terceira atividade o pesquisador entregou aos estudantes um conjunto de planificações para que os mesmos pudessem identificar quais daquelas planificações poderiam ser do poliedro observado na caixa. Nessa atividade foi observado que a maioria dos estudantes usou a estratégia de contar o número de faces de cada planificação a fim de comparar com a quantidade de faces que existia no poliedro.

Após observar os resultados do projeto piloto, Becker (2009) elaborou uma sequência didática final. O pesquisador escolheu dois tópicos a serem trabalhados com os estudantes: a habilidade de representar sólidos geométricos em perspectiva e o desenvolvimento da imagem mental. Essas atividades foram realizadas com alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola técnica em eletrônica.

Várias atividades foram propostas aos estudantes: Atividades que eram compostas por composições de cubos (era solicitado do estudante que representassem no papel isométrico essas composições); Atividades em que era solicitado dos estudantes que criassem uma composição em papel isométrico, além de identificar os tipos de faces componentes nos sólidos geométricos e depois as desenhasssem em papel cartaz; Tarefas que consistiam na análise de sólidos geométricos junto com sua representação em papel isométrico (com a finalidade que os estudantes reproduzissem as planificações desses sólidos em papel cartaz e depois recortassem e montasse os sólidos); Atividade consistia na tentativa de esboço de um poliedro observado na “caixa de Becker” e depois em uma posição diferente.

Os resultados encontrados na pesquisa de Becker (2009) mostraram que a sequência didática vivenciada “auxiliou os alunos no desenvolvimento de sua capacidade de visualização geométrica e representação de objetos tridimensionais no plano” (p.68) e “com o desenvolvimento da capacidade de representar os sólidos geométricos bidimensionalmente, foi possível trabalhar com sólidos geométricos não elementares, os alunos compreendiam a forma da figura e associavam as informações enunciadas com os elementos da figura” (p.69). A partir desta perspectiva de Becker (2009), utilizamos na nossa pesquisa uma sequência

didática que levou em consideração as diferentes formas de representação de sólidos geométricos com a utilização de recurso físicos e virtuais.

### 3 DELIMITAÇÃO DO OBJETO DE PESQUISA E OBJETIVOS

#### 3.1 GEOMETRIA DINÂMICA

Alves (2004), em seus estudos, evidencia que o termo Geometria Dinâmica (GD) foi utilizado a princípio por Nick Jakim e Steve Rasmussen da Key Curriculum Press, Inc. com o intuito de diferenciar o software de Geometria Dinâmica dos demais softwares matemáticos existentes. Para Bellemain (2001), a GD surgiu através da problemática da inserção da geometria no computador. Tal problemática foi influenciada por técnicas de modelização e representação da informática aproveitando-se das potencialidades do computador que na visão do referido autor seria um novo sistema de representação de objetos da geometria que permite aproximar as propriedades perceptivas das referidas representações das propriedades formais dos objetos apresentados. Portanto é comum remeter o termo softwares de Geometria Dinâmica (GD) a programas que possibilitem a criação e manipulação de figuras geométricas a partir de suas ferramentas. Os softwares de GD não são restritos apenas ao ensino de geometria euclidiana, podendo ser explorados no ensino de outras áreas da geometria (não-euclidiana, analítica e descritiva) e também a outras áreas de interesses.

Ainda de acordo com Alves (2004), ao acessar qualquer software de GD é possível nos depararmos com uma tela em branco e com uma grande quantidade de ferramentas que viabilizam a construção de figuras geométricas. Borba, Silva e Gadaniadis (2014) afirmam que o dinamismo encontrado nesses tipos de softwares se dá nas possibilidades de utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação. Em relação à construção, a figura sempre preserva suas propriedades fundamentais quando um dos elementos “móveis” que a compõe for arrastado.

Borba *et al* (2014) destacam que a GD, por meio da utilização de softwares educacionais, foi bem explorada na segunda fase das tecnologias digitais em Educação Matemática. A citada fase teve início na década de 1990, a partir da possibilidade de acesso e popularização de computadores de uso pessoal. Foi nessa fase que muitos pesquisadores, professores e estudantes perceberam uma grande perspectiva tanto pessoal como profissional no uso de computadores. Muitos softwares educacionais foram construídos nesta fase. Empresas, governo e pesquisadores foram os principais responsáveis pelo desenvolvimento desses softwares.

Foi nessa fase que os professores começaram a ter formação continuada e encontraram suporte e alternativas para trabalhar com tecnologias informáticas em detrimento às realidades

de sala de aula. Borba *et al* (2014) ainda destacam que nesse momento os professores tiveram que sair de suas zonas de conforto em direção à zona de risco. Foi nessa fase que houve destaque para a utilização de softwares voltados para multirepresentações de funções (Winplot, Fun, Graphimathic) e de GD (CabriGéomètre, Geometricks), dentre outros.

### **3.1.1 Potencialidades dos softwares de Geometria Dinâmica em relação à visualização geométrica espacial**

Sobre as potencialidades dos softwares de Geometria Dinâmica, Alves (2004) elencou características que ajudam a enriquecer o processo de ensino aprendizagem da geometria. Tais potencialidades, relacionadas com a ação de experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e demonstrar, levantadas pelo citado autor foram: Precisão e variedade na construção de objetos geométricos; Exploração e descoberta; Visualização ou representação mental de objetos geométricos e Prova.

Alves (2004) justifica a potencialidade de precisão e a variedade na construção de objetos geométricos levando em consideração o argumento lógico de que a configuração geométrica pode oscilar de acordo com o que os olhos vêem. O citado autor se apoia nas ideias de Fischbein (1993) segundo as quais, os objetos geométricos são constituídos de duas componentes fundamentais: a conceitual e a figural.

A componente conceitual está ligada, segundo o autor, às propriedades características de certo grupo de objetos, através de uma linguagem que pode ser escrita ou falada. Já a componente figural está ligada à visualização, em sua perspectiva de imagem ou de representação mental, com movimentos de translação, rotação e etc. Do equilíbrio e da harmonia entre as duas componentes surge a noção correta sobre o objeto geométrico. Em suma uma construção bem realizada garante essa harmonia e é um viabilizador para o entendimento do objeto geométrico possuindo um papel fundamental na formação de imagens mentais. Para tanto os softwares de GD tem a potencialidade de oferecer a possibilidade de construções precisas e variadas de objetos geométricos, como se estivéssemos utilizando régua e compasso de maneira adequada.

Outra potencialidade levantada por Alves (2004) é a exploração e descoberta. A referida potencialidade é subsidiada por pesquisas anteriores (GRAVINA, 1996; LABORDE, 1998) segundo as quais o trabalho com GD possibilita duas maneiras de utilização: atividades de expressão ou atividades de exploração.

Nas atividades de expressão é proporcionada ao estudante a autonomia para construir seus próprios modelos, com o objetivo de domínio dos conceitos interligados à configuração geométrica essenciais para a construção de seus modelos. Nas atividades de exploração, os estudantes (a partir das construções prontas) são levados ao desafio de compreendê-las.

Uma terceira potencialidade levantada por Alves (2004) é a visualização ou representação mental de objetos geométricos. Para o citado autor as atividades que estimulam a exploração e a descoberta dos invariantes, são viabilizadas a partir as experiências visuais. São essas atividades que possibilitam a aquisição de noções e conceitos geométricos que levam a uma representação mental satisfatória desses conceitos por parte dos alunos, dando auxílio ao processo de visualização.

A prova é outra potencialidade ligada à utilização de softwares de GD. Alves (2004) indica que através do manuseio dos softwares de GD, o professor poderá “provocar” os estudantes a explicarem a verdade de suas conjecturas, não permitindo que as demonstrações fiquem esquecidas e/ou em segundo plano.

Nesta pesquisa não foi abordada a pluralidade das potencialidades dos softwares de Geometria Dinâmica. As atividades de expressão e a contribuição para o desenvolvimento da prova exigiriam um tempo de familiaridade e de uso dos softwares de GD. Utilizamos de recursos virtuais para fins de representação dos sólidos.

### **3.2 ANALISE DOS REFERENCIAIS CURRICULARES DE PERNAMBUCO SOBRE VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA ESPACIAL**

Baseado nos conceitos de Kalleff (2003), o processo visual ganha importância no âmbito do ensino da geometria. E essa importância é bem evidenciada nos nossos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998). Segundo esses Parâmetros, a geometria deveria ser trabalhada sob os aspectos de procedimentos de observações, representações de figuras, bem como, o manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos estudantes fazerem conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras. Desse modo, o estudo do espaço e das formas privilegiaria a observação e a compreensão das relações e a utilização das noções geométricas para resolver problemas, ao invés da simples memorização de fatos e de um vocabulário específico. Nesse sentido, nos PCN (BRASIL, 1998) é dito que:

[...] é necessário que o aluno identifique características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, percebendo semelhanças e diferenças entre elas (superfícies planas e arredondadas, forma das faces, simetria) e o reconhecimento dos elementos que as compõem (faces, lados e ângulos). (BRASIL, 1998 p. 27)

Analisando os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco/Matemática para o Ensino Fundamental e Médio (PERNAMBUCO, 2012a), no tópico 5.1, é observada a preocupação, principalmente nas orientações para os anos iniciais do Ensino Fundamental, no que diz respeito à geometria. É evidenciado nesse documento que o trabalho com “a geometria deverá estar centrado na exploração do espaço que envolve o estudante. As situações em que ele seja levado a situar-se no espaço que o cerca devem ser particularmente exploradas” (p.50).

É observada ainda a importância das situações propostas pelo professor no que tange à identificação das propriedades comuns e das diferenças entre as várias figuras geométricas, planas e espaciais, encontradas na vivência da criança neste nível de ensino.

É também no espaço que cerca a criança dessa etapa que ela encontra as diferentes figuras geométricas, planas e espaciais. As situações propostas pelo professor devem, então, levar os estudantes a identificar propriedades comuns e diferenças entre as diversas figuras, sem, contudo, haver a preocupação excessiva com suas denominações. [...] É desejável que a atuação do professor se dirija não para enfatizar a nomenclatura das figuras, mas para destacar suas propriedades distintas ou comuns. [...] Essa distinção pode ser facilitada no trabalho com, por exemplo, planificações de sólidos geométricos e suas representações [...] (PERNAMBUCO, 2012a, p.51).

As orientações específicas para cada ano de escolaridade neste documento nos mostram a preocupação latente quanto às competências ou habilidades que se espera que os estudantes adquiram em cada nível em relação à geometria espacial.

Tomamos como ponto de análise específico o currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental visto que os estudantes concluintes do Normal Médio estarão aptos a lecionar nessa etapa de ensino. Buscamos elencar as orientações/sugestões e as habilidades que os estudantes precisam mobilizar para cada ano/série em relação ao ensino de geometria, em especial ao ensino de geometria espacial no que diz respeito aos sólidos geométricos e suas características.

No 1º ano do Ensino Fundamental é esperado que o estudante descreva e compare figuras espaciais, como paralelepípedos, pirâmides e esferas, por características comuns mesmo em representações diferentes e associe figuras espaciais a objetos do mundo real. Para o 2º ano do Ensino Fundamental é esperado que o estudante descreva, compare e classifique as figuras espaciais, como paralelepípedos e esferas, também por características comuns mesmo em diferentes representações; associe a representação de figuras espaciais a objetos do mundo real; relacione as faces do cubo e do bloco retangular (paralelepípedo) a figuras planas.

Para o 3º ano e para o 4º ano do Ensino Fundamental as orientações já se mostram mais complexas do que nos anos anteriores. É esperado que o estudante do 3º ano descreva e classifique figuras espaciais iguais (congruentes), apresentadas em diferentes disposições, nomeando-as (cubo, bloco retangular ou paralelepípedo, pirâmide, cilindro e cone); componha e decomponha figuras espaciais para obter outras; relacione a representação de figuras espaciais a objetos do mundo real (bloco retangular, cubo, outros prismas, pirâmide, cilindro, cone, esfera); identifique características iguais e diferentes entre pirâmides de diferentes bases; identifique características iguais e diferentes de prismas de diferentes bases; descreva informalmente características de prismas e de pirâmides, reconhecendo faces e vértices; relacione faces de cubos, blocos retangulares, outros prismas e pirâmides a figuras planas; e desenhe a representação plana de cubos e blocos retangulares e associe as planificações desses sólidos às suas representações.

No 4º ano, é esperado que o estudante analise e compare figuras espaciais por seus atributos (número de lados ou vértices, número de faces, tipos de faces, etc.); identifique representações planas de sólidos geométricos (prismas, pirâmides, cilindros e cones) desenhados em diferentes perspectivas; identifique igualdades e diferenças entre as faces de sólidos geométricos (prismas, pirâmides), relacionando-as a figuras planas; desenhem uma representação plana de figuras espaciais; construa modelos de sólidos a partir de planificações; e associe figuras espaciais a suas planificações e vice-versa.

Já para o 5º ano do Ensino Fundamental os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco/Matemática para o Ensino Fundamental e Médio (PERNAMBUCO, 2012a), indicam que os estudantes devem ter a capacidade de descrever e classificar figuras espaciais; reconhecer diferentes prismas e pirâmides em função de suas bases; identificar planificações do cubo, do bloco retangular e outros prismas, bem como do cilindro, do cone e da pirâmide; identificar os elementos de prismas e de pirâmides (vértices, arestas e faces); desenhar diferentes vistas de figuras espaciais formadas por blocos retangulares; desenhar um bloco retangular em perspectiva.

No tópico a seguir especificaremos o Normal Médio, em relação à convergência e à divergência com o Ensino Médio regular, assim como as peculiaridades do currículo, no que diz respeito às orientações teórico-metodológicas para essa modalidade de ensino.

### 3.2.1 Ensino Normal Médio

No estado de Pernambuco ainda existe dentro do ensino básico, turmas de Normal Médio (antigo magistério). Essas turmas habilitam os estudantes a lecionar na Educação Infantil e no Ensino Fundamental - Anos iniciais. O estudante pode cursar o Normal Médio em 4 anos ou 2 anos. O curso de 4 anos tem uma base comum com o Ensino Médio regular atrelado à disciplinas do núcleo de formação-prática. Já o curso de 2 anos (para aqueles que já concluíram o ensino médio) é por aproveitamento, os estudantes ficam dispensados das disciplinas da base comum do Ensino Médio regular (por já as terem cursado) e cursam apenas as disciplinas do núcleo de formação prática (didática e avaliação da aprendizagem; didática da história; didáticas da linguagem; didática da matemática; didática da geografia; didática das ciências naturais; prática pedagógica) além das disciplinas de Educação Infantil e Anos Iniciais, Fundamentos Sócio-Filosóficos da Educação, Educação de Jovens e Adultos, Tópicos Educacionais, Didática e Avaliação da Aprendizagem, Políticas Educacionais e Organização do Sistema de Ensino, Psicologia do Desenvolvimento e Psicologia da Aprendizagem.

No cenário estadual encontramos, a partir de uma pesquisa no Sistema de Informações da Educação de Pernambuco (portal SIEPE), o número de turmas de Normal Médio por Gerência Regional de Ensino (GRE). Nesse levantamento percebemos existência de 8672 alunos de Normal Médio alocados em 347 turmas, no ano de 2015.

Dentro das orientações teórico-metodológicas de Didática da Matemática, documento norteador da disciplina Didática da Matemática disponibilizado pela Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco, é percebido uma grande atenção aos aspectos da geometria espacial e da visualização de sólidos geométricos. O objetivo da 2ª unidade do 4º ano do Normal Médio, por exemplo, mostra claramente o viés tomado pelas OTM (PERNAMBUCO, 2012b): OBJETIVO: “Compreender os conceitos matemáticos pertinentes às ideias de geometria, relacionando-os a seu desenvolvimento histórico e das ações reflexivas sobre o ensino e aprendizagem para os anos iniciais” (p. 45).

No ponto que versa sobre a resolução de problemas, nas OTM (PERNAMBUCO, 2012b) destaca-se a necessidade de discussão e elaboração de atividades ou situações-problemas que abordem as noções de percepção espacial e localização para estudantes da Educação Infantil como a compreensão das diferentes representações de uma figura espacial pela criança a partir de diferentes pontos de vista, identificando essas figuras do cotidiano. Já no ponto que versa sobre Novas Tecnologias da Informação e Comunicação, sinalizam

reflexões a partir da utilização de softwares livres para o trabalho com figuras geométricas espaciais sobre diferentes perspectivas além das representações dos livros didáticos e/ou desenhos.

É importante observar que os aspectos sobre geometria espacial e visualização discutidos nos Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco/Matemática para o Ensino Fundamental e Médio (PERNAMBUCO, 2012a) e as OTM para o Normal Médio (PERNAMBUCO, 2012b) devem se inter-relacionar sob o ponto de vista das competências e habilidades trabalhadas. Visto que futuramente estarão aptos a lecionar a geometria espacial aos estudantes da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental, ao finalizar sua formação, os egressos do Normal Médio devem dominar as habilidades necessárias para o ensino da geometria espacial, no que diz respeito à visualização de sólidos geométricos e suas características em várias perspectivas.

É dentro desse viés que nossa pesquisa buscou investigar como os estudantes do curso Normal Médio lidam com a identificação de sólidos geométricos em ambiente de geometria dinâmica a partir de representações bidimensionais dos sólidos geométricos, em diferentes situações, a fim de identificar as principais dificuldades e, a partir de tarefas visuais, proporcionarem a mobilização das habilidades de visualização geométrica espacial.

### **3.3 OBJETIVOS DA PESQUISA**

#### **3.3.1 Objetivo geral**

- ✓ Analisar como os estudantes do Ensino Normal Médio lidam com tarefas visuais de “leitura e escrita” de diferentes representações de poliedros: representações isométricas, modelos tridimensionais e representações dinâmicas de poliedros em softwares de geometria.

#### **3.3.2 Objetivos específicos**

- ✓ Caracterizar os processos de mobilização de habilidades na resolução de tarefas visuais de “leitura” utilizando recursos físicos e virtuais por estudantes do Ensino Normal Médio.
- ✓ Caracterizar os processos de mobilização de habilidades na resolução de tarefas visuais de “escrever” utilizando recursos físicos e virtuais por estudantes do Ensino Normal Médio.

## 4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

### 4.1 SUJEITOS

Participaram dessa pesquisa dez estudantes do 4º Ano do curso Normal Médio (em duplas), do segmento por aproveitamento (Curso em dois anos destinados a estudantes egressos do Ensino Médio Regular), de uma Escola da rede pública do Estado de Pernambuco. Como já foi dito os egressos dessa modalidade estão habilitados a lecionar na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Portanto, é importante compreender quais conhecimentos de que dispõem esses estudantes sobre conteúdos de geometria espacial que deverão ensinar em seu futuro *lócus* de atuação profissional.

### 4.2 OS SOFTWARES ESCOLHIDOS

Analizamos alguns softwares de geometria dinâmica e dinâmicos de geometria a fim de escolhermos o mais adequado para as tarefas propostas. Analisamos os Sketchup8, Cabri 3D v2 e o s3D SecBuilder, já que traziam representações de poliedros, fundamentais para as tarefas/subtarefas presentes no dispositivo vivenciado pelos estudantes.

#### SKETCHUP 8

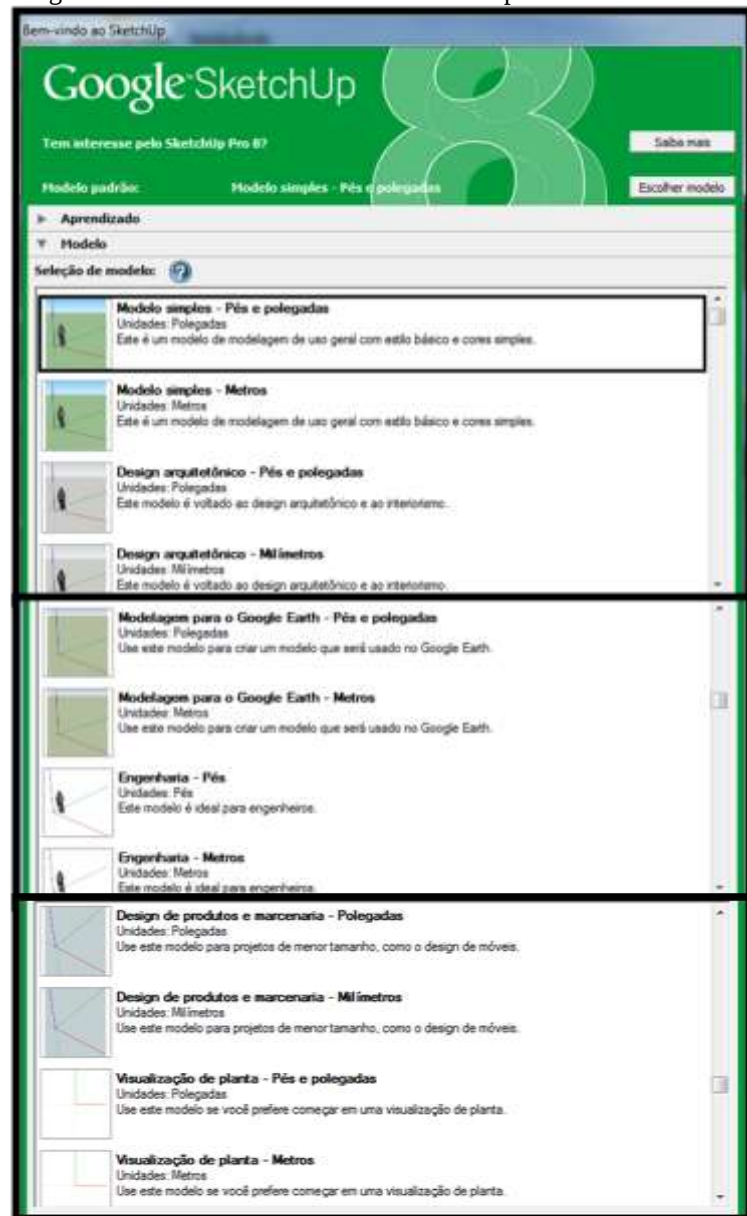
De acordo com Alves (2004) o software The Geometeter'sSketchup recebeu supervisão de Doris Schattschneider, do Moravin College e Eugene Klotz, do Swarthmore College como resultante do projeto Visual Geometry da Key Curriculum Press Inc., na Pensilvânia EUA. Sua primeira versão foi conhecida em 1991. No primeiro momento foi percebida uma interface simples que permitia a construção de objetos geométricos como se o usuário estivesse utilizando régua e compasso.

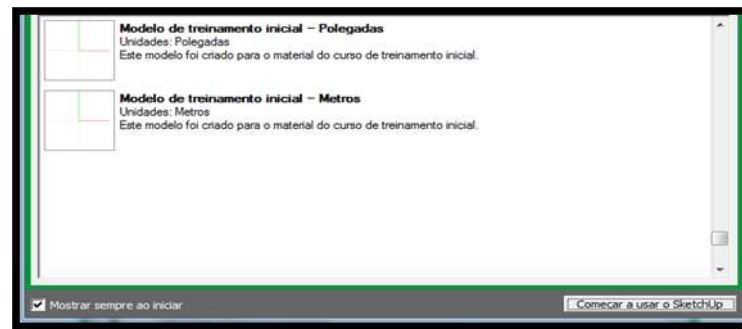
Através de operações simples, os alunos podem construir e aplicar regras e algoritmos matemáticos na resolução de problemas; estimar e usar medidas de comprimento, massa, tempo, dentre outras; formular hipóteses e realizar experimentos; observar, analisar e explicar relações matemática; identificar, descrever, desenhar, comparar e classificar modelos físicos de figuras geométricas; construir modelos bidimensionais e tridimensionais usando uma grande variedade de recursos; conjecturar a respeito de figuras geométricas e de suas propriedades e provar relações e propriedades entre elas, através da incorporação apropriada da tecnologia. (ALVES, 2004, p. 66)

Na versão do SketchUp 8, o menu inicial mostra as diversas finalidades que o software pode oferecer no seu campo de modelo. Ao iniciar o software a tela inicial pede a seleção do

tipo de modelagem a ser utilizada. Tais modelagens passam por modelos simples (pés e polegadas; metros), design arquitetônico (pés e polegadas; milímetros), modelagem para o Google Earth (pés e polegadas; metros), Engenharia (pés; metros), design de produtos e marcenaria (polegadas; milímetros), visualização de planta (metros; polegadas) e modelo de treinamento inicial (polegadas; metros).

Figura 6 - Menu inicial do software SketchUp – escolha do modelo.

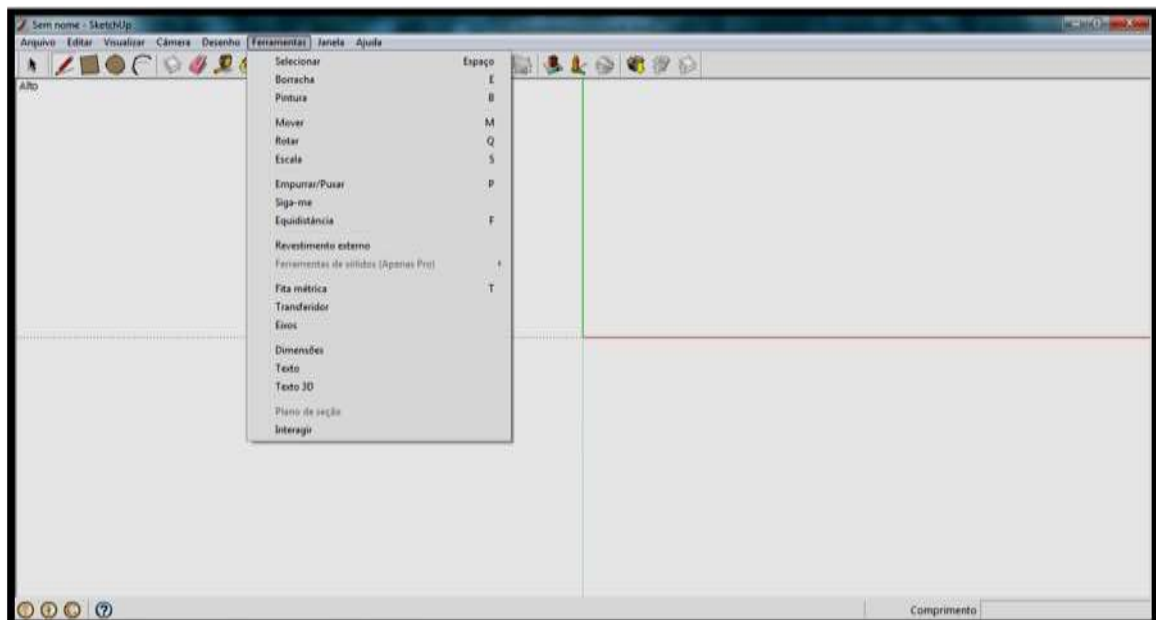




Fonte: Captura da tela do software SketchUp.

Na barra de ferramentas é possível desenhar linhas a mão livre. Existem figuras predefinidas como retângulo, círculo, arco. Ao desenhar a figura pretendida, seja ela predefinida ou a mão livre o software possui a ferramenta de empurrar e puxar figuras, originando objetos tridimensionais. Ao originar objetos tridimensionais existe a possibilidade de mover, rotacionar, orbitar (ter uma visão panorâmica do objeto esboçado), além de ter uma visão ampliada ou reduzida com o zoom, podendo também centralizar o objeto na tela, além de outras funções encontradas na barra de ferramentas.

Figura 7 - Tela inicial do software SketchUp – barra de ferramentas do modelo treinamento inicial em metros.



Fonte: Captura da tela do software SketchUp.

Figura 8 - Esboço de figuras predefinidas da barra de tarefas do software SketchUp (retângulo, círculo, arco, polígono e linha).

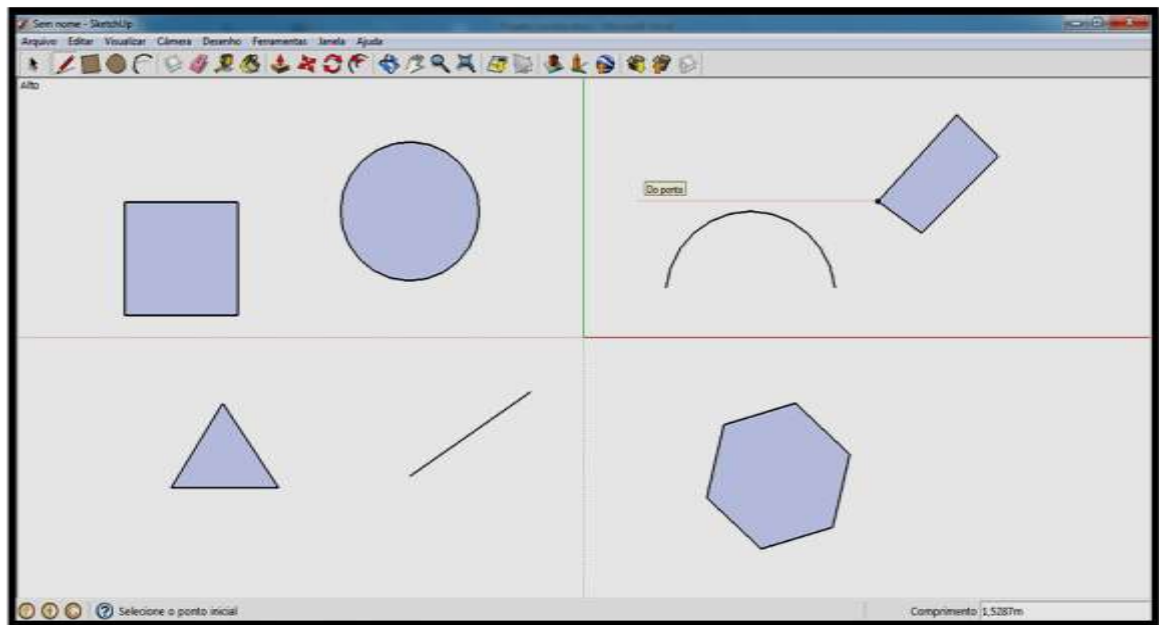
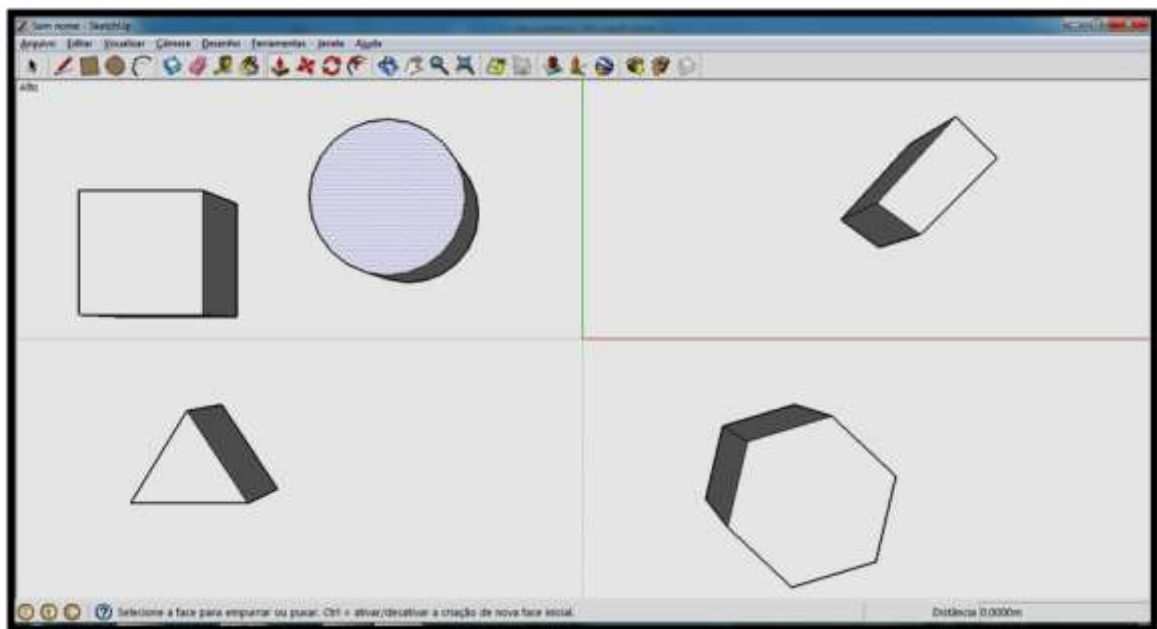
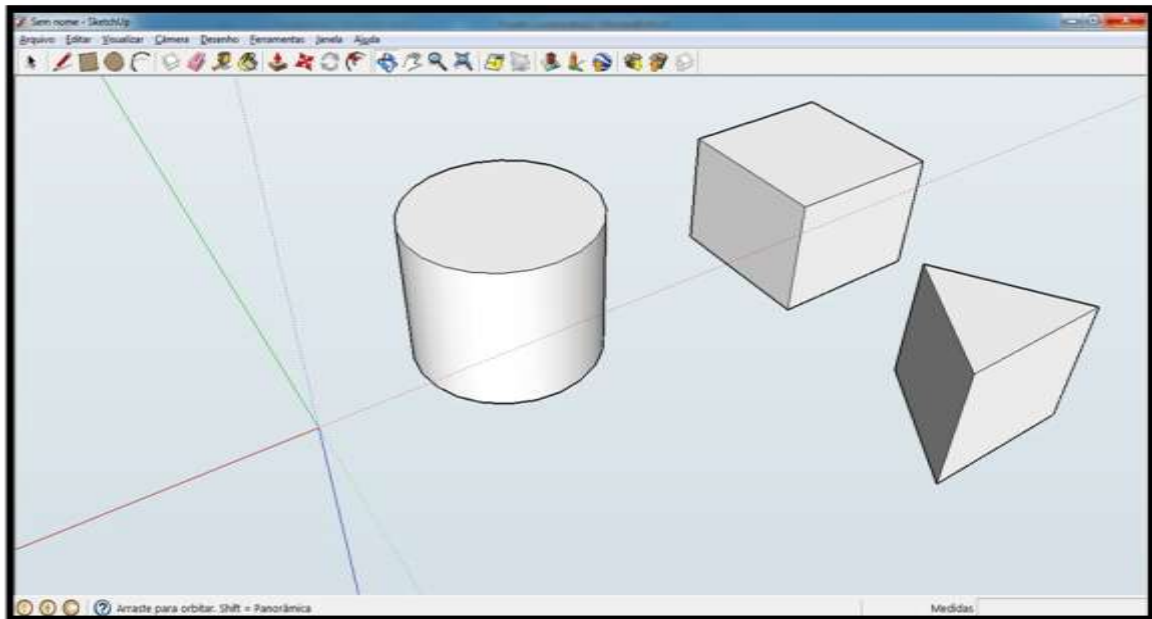


Figura 9 - Esboço de figuras predefinidas da barra de tarefas do software SketchUp após a utilização da ferramenta empurrar/puxar.



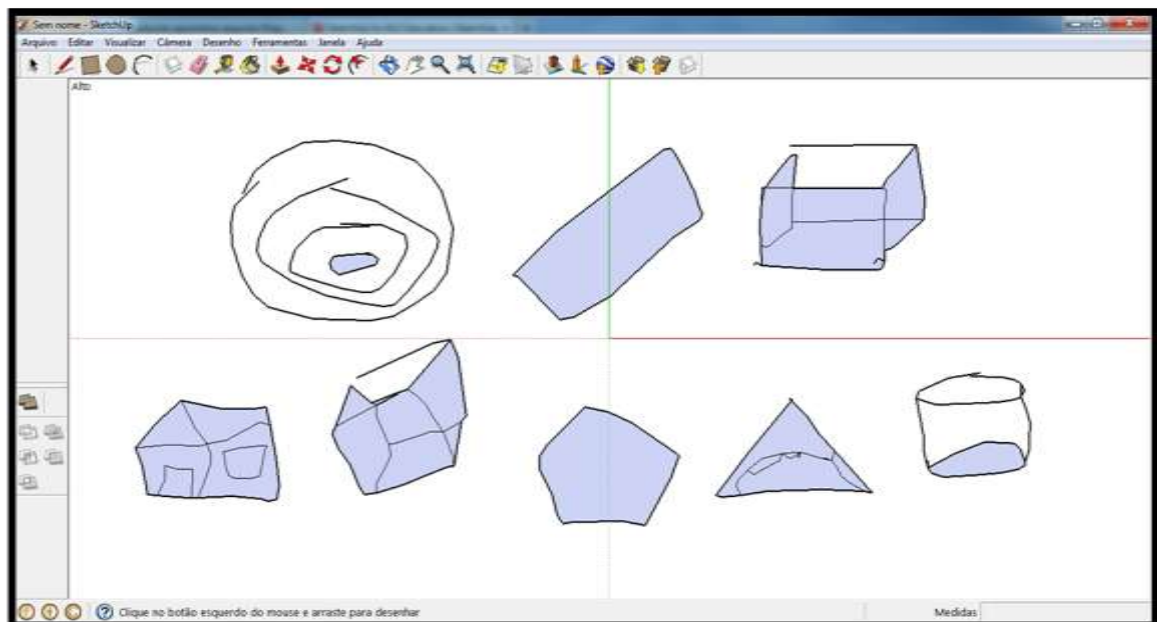
Fonte: Captura da tela do software SketchUp.

Figura 10 - Esboço de figuras predefinidas da barra de tarefas do software SketchUp após a utilização da ferramenta orbital.



Fonte: Captura da tela do software SketchUp.

Figura 11 - Esboço de figuras predefinidas da barra de tarefas do software SketchUp após a utilização da ferramenta desenho à mão livre.



Fonte: Captura da tela do software SketchUp.

As telas acima foram capturadas do modelo treinamento inicial (metros). Possivelmente existem muitas outras ferramentas dentro dos outros modelos antes especificados. Como é observado, o SketchUp 8 foi criado para inúmeras finalidades. Na

barra de ferramentas opção ajuda, informações sobre o SketchUp 8 são encontradas algumas finalidades do software. Em um contexto educacional, foi construído para dar vida a ideias tridimensionais a estudantes em sala de aula, a versão Make é livre e não requer licença de uso, a versão Pro é livre para educadores, e possui versão paga para estudantes. A definição trazida pelo software aos planos de aula de geometria, história, design definido, geografia, sites, etc., é a possibilidade da aprendizagem baseadas em projetos. Ainda informam que fora criado com a finalidade de ajudar estudantes a pensarem criticamente, interagirem com a tecnologia e depois errar, aprender com isso, continuar tentando e, eventualmente, orientar outros.

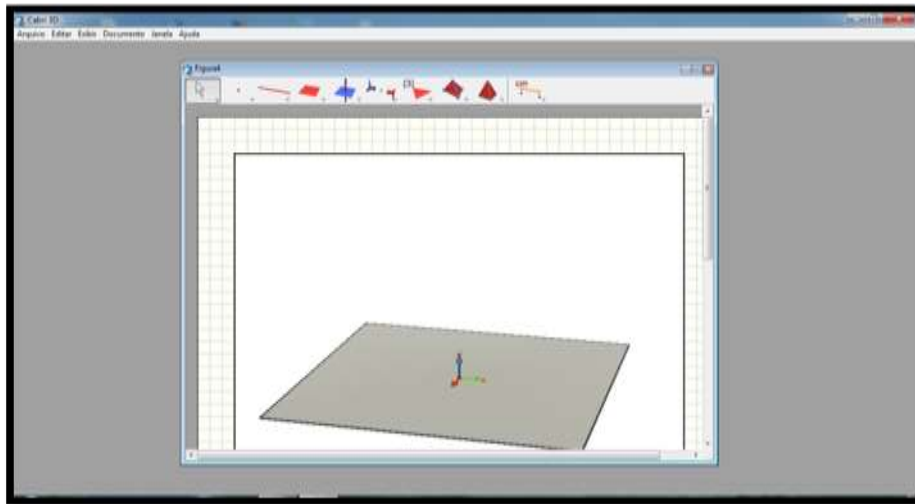
A finalidade educacional do SketchUp foi evidenciada na pesquisa realizada por Machado e Tonini (2013) que investigava o uso do software no ensino de prismas no Ensino Médio. O principal objetivo da citada pesquisa era buscar a compreensão de uma unidade de volume, a partir da visualização dos poliedros no software. Foi percebido que os estudantes envolvidos na pesquisa conseguiram calcular a área, a diagonal, e apresentar as coordenadas de um ponto no espaço a partir de um vértice do cubo. Os resultados foram obtidos a partir da vivência de uma sequência didática com a utilização do SketchUp. Os resultados encontrados a respeito da pergunta: “Em que a utilização do software mais contribuiu nessa aula?”, feita pela pesquisa aos estudantes, demonstrou que o software possibilitou o favorecimento da visualização dos planos, auxílio no cálculo e no entendimento das áreas e volumes. Ajuda na melhor compreensão da geometria espacial e na análise das figuras e em outros aspectos dentro da problemática da pesquisa.

### **Cabri 3D v2**

Em relação ao software Cabri 3D, versão v2, podemos destacar sua trajetória de desenvolvimento de teor matemático. Ao contrário do que encontramos no SketchUp 8, o referido software nasceu da decisão de tornar a geometria bidimensional mais fácil de aprender e mais fácil de ensinar. O Cabri foi concebido nos laboratórios do Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) na França e na Universidade Joseph Fourier em Grenoble. O projeto de criação do software teve início em 1985, com Jean-Marie Laborde. Em âmbito mundial mais de 100 milhões de pessoas tem acesso à utilização do Cabri Geometry II, O Cabri II Plus e o Cabri Jr. Atualmente, o Cabri 3D v2 traz como filosofia a representação do mundo em três dimensões, 3D. A utilização do referido software permite construir, visualizar e manipular rapidamente todo tipo de objetos tridimensionais: retas,

planos, cones, esferas, poliedros..., podendo fazer construções dinâmicas, além de poder medir objetos, integrar dados numéricos. A caracterização feita anteriormente do Cabri teve como referência o manual do software obtido no *menu* ajuda, ícone sobre o Cabri.

Figura 12 - Tela inicial do Cabri 3D v2.



Fonte: Captura da tela do software Cabri3Dv2.

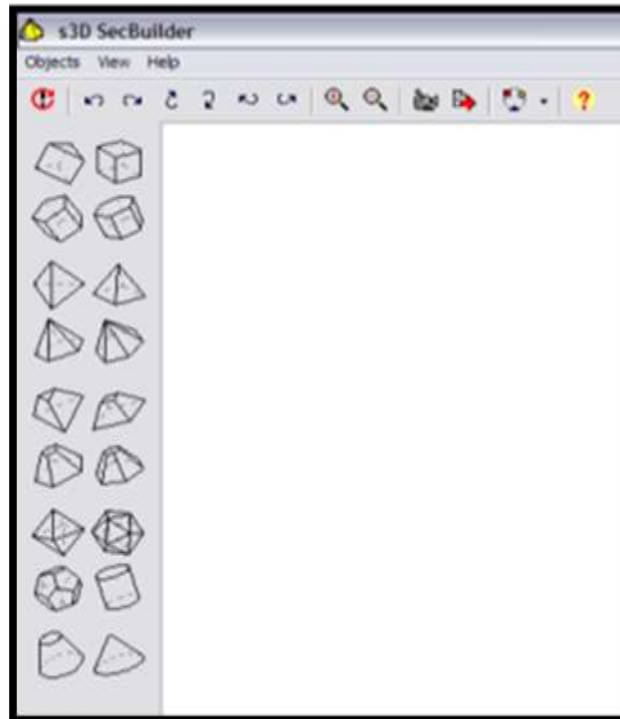
Ao analisarmos o Sketchup8 e o Cabri 3Dv2 percebemos que apresentavam em seus menus funcionalidades bastante complexas, não permitindo que os estudantes pudessem realizar as tarefas visuais sem que houvesse antes uma instrumentalização para a utilização do mesmo de maneira satisfatória à vivência do dispositivo. Por isso, escolhemos um software que trazia os poliedros prontos e uma interface de fácil manipulação, característica que nos pareceu mais adequada para os objetivos da pesquisa.

### **s3d SecBuilder**

O software escolhido foi o s3D SecBuilder, que apesar de ter algumas limitações quanto às funcionalidades proporcionadas por sua interface, permite que os estudantes possam visualizar de maneira dinâmica os poliedros selecionados. No software, não é possível construir os sólidos, mas pode-se escolher os sólidos no menu, girá-los, ampliá-los e reduzi-los. Essas ações contribuem para a exploração das características dos sólidos em estudo, para a visualização dos mesmos em condições distintas daqueles que o desenho estático no quadro ou no livro didático permitem. A seguir podemos observar no layout do referido software a maneira predefinida em que são oferecidos os sólidos geométricos no *menu*.

A facilidade de uso e um bom desempenho de mobilidade dos sólidos, nos levam a escolher o s3D SecBuilder como o para estudar a visualização dos sólidos geométricos pelos estudantes do Normal Médio.

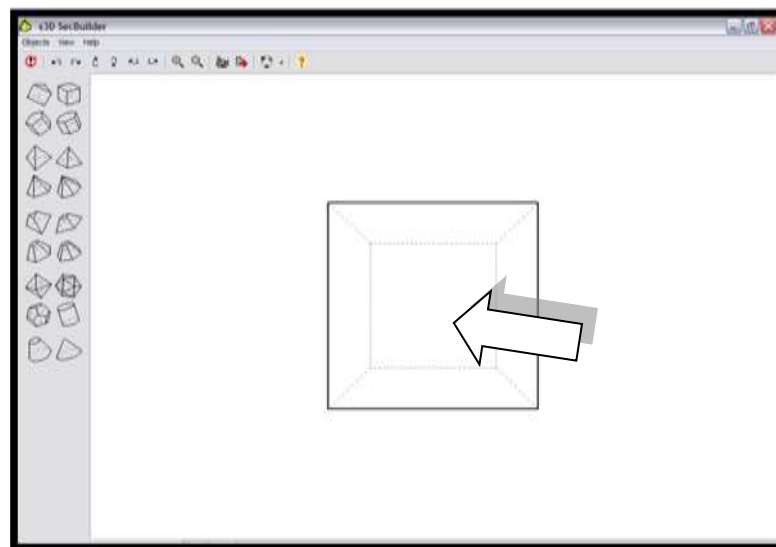
Figura 13 – Menu do software s3D SecBuilder.



Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.

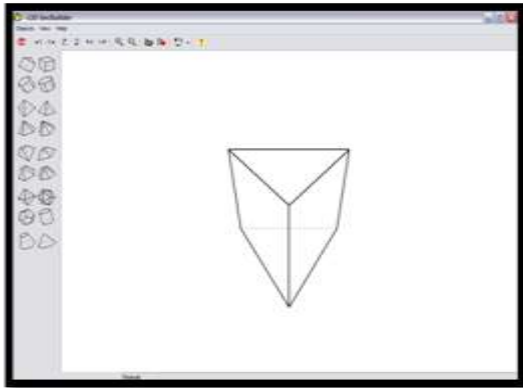
Seguem abaixo algumas possibilidades de visão em perspectiva proporcionadas pelo s3D SecBuilder.

Figura 14 - Perspectiva de observação lateral de um cubo.



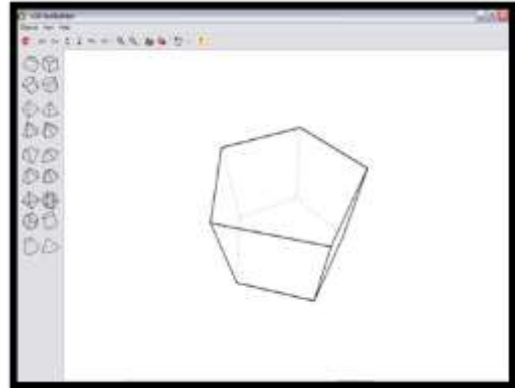
Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.

Figura 15 - Visão em perspectiva de um Prisma de Base Triangular.



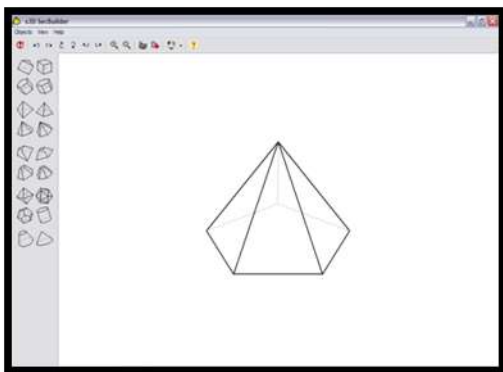
Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.  
SecBuilder.

Figura 16 - Visão em perspectiva de um Prisma de Base Pentagonal.



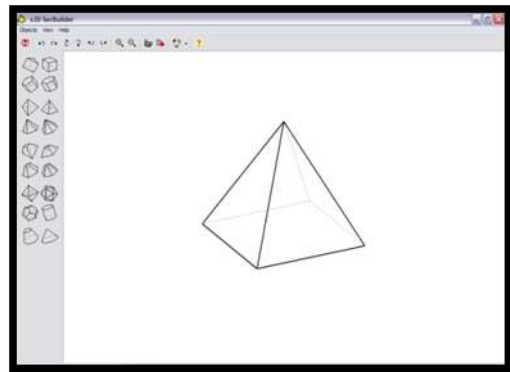
Fonte: Captura da tela do software s3D

Figura 17 - Visão em perspectiva de uma Pirâmide de Base Pentagonal.



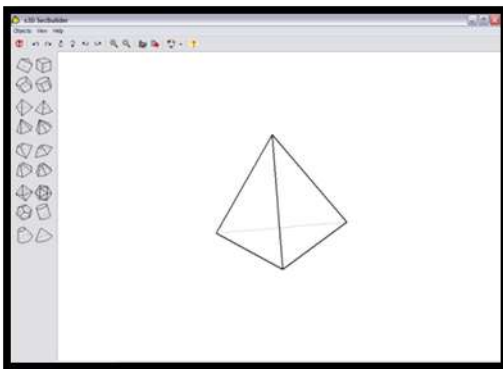
Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.  
SecBuilder.

Figura 18 - Visão em perspectiva de uma Pirâmide de Base Quadrada.



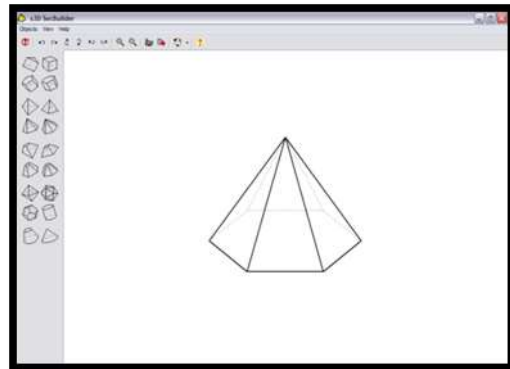
Fonte: Captura da tela do software s3D

Figura 19- Visão em perspectiva de uma Pirâmide de Base Triangular.



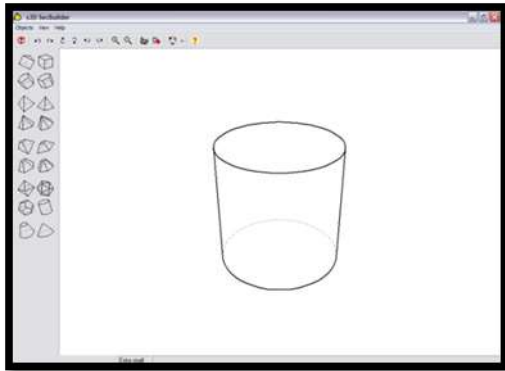
Fonte: Captura da tela do oftware s3D SecBuilder.  
SecBuilder.

Figura 20 - Visão em perspectiva de uma Pirâmide de Base Hexagonal.



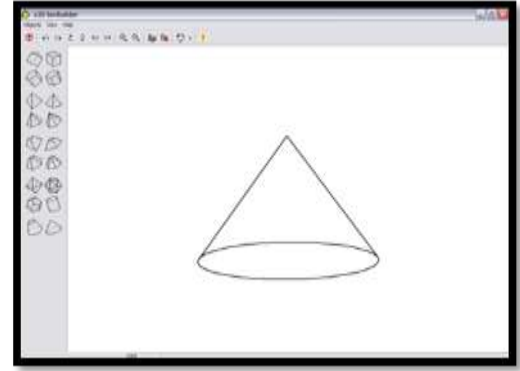
Fonte: Captura da tela do software s3D

Figura 21 - Visão em perspectiva de um Cilindro (Corpo redondo).



Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.

Figura 22 - Visão em perspectiva de um cone (Corpo redondo).



Fonte: Captura da tela do software s3D

### 4.3 INSTRUMENTOS

Dois tipos de tarefas foram vivenciadas relativas a poliedros: chamamos o primeiro tipo de “tarefa de ler visualmente” e o segundo de “tarefa de escrever visualmente”. Sua elaboração foi embasada nos tipos de tarefas de Godino *et al* (2011) e nas atividades com representações planas de poliedros de Gutiérrez (1998). Classificamos cada tarefa e suas subtarefas quanto ao nível de representação plana envolvida (GUTIÉRREZ, 1998); quanto ao procedimento/operação visual/técnica visual necessário (a) para a execução da tarefa (GODINO *et al*, 2011); quanto aos elementos do pensamento geométrico 3D necessários para a execução da tarefa/subtarefas; aos processos cognitivos trabalhados; às habilidades trabalhadas e as habilidades necessárias para a execução da tarefa/subtarefas (PITTALIS; CHRISTOU, 2010).

#### 4.3.1 Tarefa de “ler visualmente”

A “tarefa de ler visualmente” foi composta por seis subtarefas. As citadas subtarefas que consistiam em identificar poliedros em três ambientes distintos: a “caixa de Becker” (manipulação tátil de modelos tridimensionais), o papel isométrico (representação bidimensional estática) e o software s3D SecBuilder (representação bidimensional dinâmica).

Os estudantes participantes da pesquisa não sabiam de que sólido se tratava na tarefa e tinham que observar em uma das representações consideradas e identificar em outra representação.

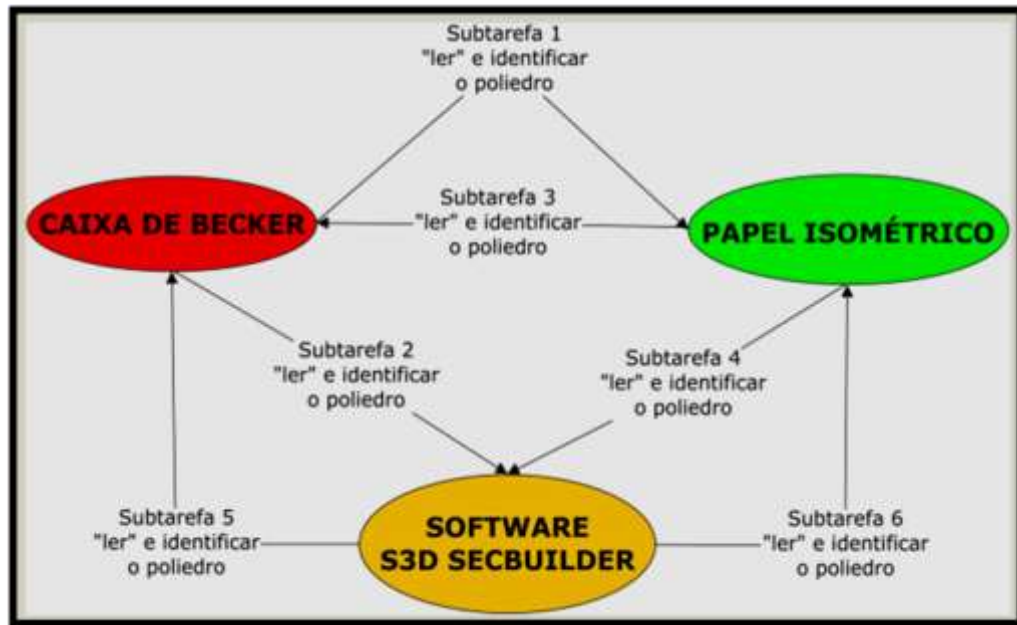
A “caixa de Becker” permitiu descrever e conectar as representações, o papel isométrico facilitou o traçado da representação bidimensional do objeto tridimensional, o software s3D SecBuilder permitiu uma visualização dinâmica da representação em 2D do sólido.

Segue a descrição de cada subtarefa que compõem a tarefa de “ler visualmente”:

1. A primeira subtarefa foi realizada com o auxílio da caixa de Becker e com o papel isométrico. Cada dupla de estudantes, sem visualizar, manipulou um poliedro utilizando o tato e foi pedido que a partir dessa manipulação “às cegas” identificasse a representação isométrica bidimensional de um prisma de base hexagonal em papel isométrico. Os estudantes não tiveram acesso visual prévio aos sólidos, o poliedro foi colocado na caixa de Becker sem que os estudantes vissem.
2. A segunda subtarefa foi realizada na caixa de Becker e no software. Foi solicitado a cada dupla de estudantes, a partir da manipulação do octaedro regular “às cegas”, que identificasse no software s3D SecBuilder o referido poliedro “tateado”.
3. Na terceira subtarefa, foi pedido a cada dupla de estudantes que a partir da visualização bidimensional, em papel isométrico, da pirâmide de base pentagonal, identificasse o referido poliedro na “caixa de Becker”;
4. Em uma quarta subtarefa foi pedido a cada dupla de estudantes que a partir da visualização bidimensional, em papel isométrico, do icosaedro regular, os estudantes pudessem identificar o referido poliedro no software s3D SecBuilder;
5. Na quinta subtarefa foi solicitado a cada dupla de estudantes, a partir da visualização e manipulação de um dodecaedro regular traçado no software s3D SecBuilder, identificasse o referido poliedro na “caixa de Becker”;
6. A sexta subtarefa utilizou-se o software s3D SecBuilder, a partir da visualização e da manipulação de um prisma de base pentagonal na tela do computador, os estudantes puderam identificar o referido poliedro representado bidimensionalmente no papel isométrico.

Segue um esquema sucinto que ilustra a transição entre os ambientes que compõem as tarefas de “ler” visualmente.

Figura 23 – Esquema da tarefa de “Ler visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

#### 4.3.2 Tarefa de “escrever visualmente”.

A tarefa de “escrever visualmente” foi composta por quatro subtarefas as quais as duplas de estudantes esboçassem representações de poliedros no papel isométrico ou utilizando materiais manipulativos. Como na tarefa de “ler visualmente” os sólidos inicialmente tinham que ser reconhecidos a partir da exploração de uma representação e em seguida utilizando um ambiente distinto do inicial, deveria esboçar uma representação do mesmo.

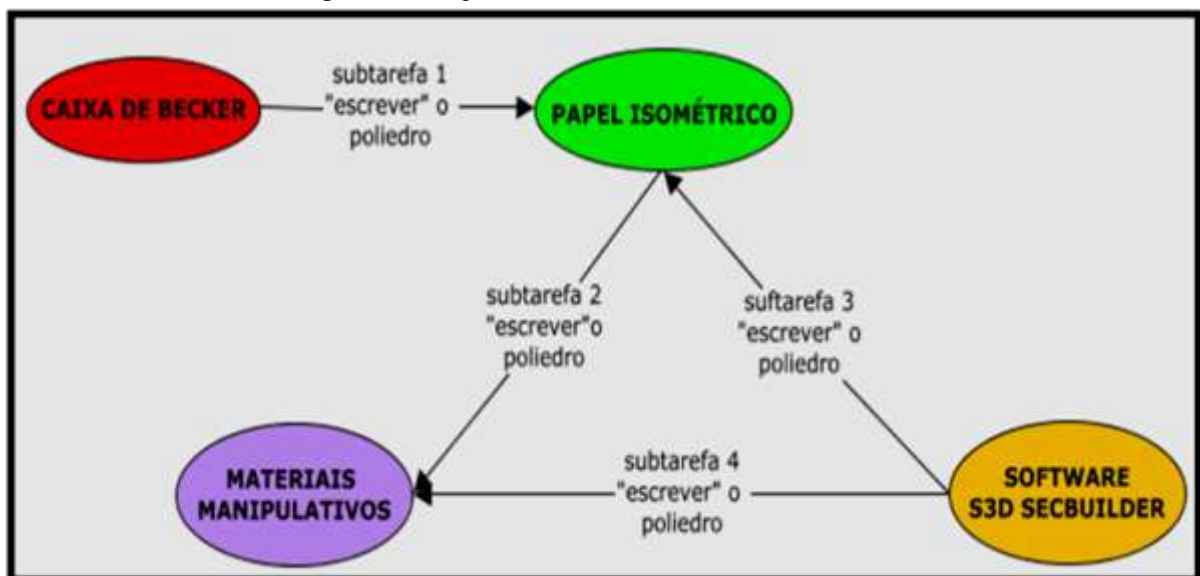
Nessa tarefa foram disponibilizados, para as duplas de estudantes, vários tipos de matérias manipulativos (massa de modelar, papel branco, papel quadriculado e/ou pontilhado, régua, compasso, canudos, linha, cartolina e os softwares dinâmicos de geometria) para que os mesmos pudessem representar, em forma de esboço, os poliedros geométricos da maneira que mais achassem convenientes. Cada dupla pode escolher os materiais da maneira que acharam necessário para a execução da tarefa.

1. A primeira subtarefa envolvia a “caixa de Becker” e o papel isométrico. Foi solicitado a cada dupla de estudantes, a partir da manipulação de um cubo, “às cegas”, que esboçassem em papel isométrico uma representação do referido

- poliedro. Os estudantes não tiveram acesso visual prévio aos sólidos, o poliedro foi colocado na caixa de Becker sem que os estudantes vissem;
2. Na segunda subtarefa, foi solicitado a cada dupla de estudantes que a partir da representação bidimensional isométrica de um tetraedro regular, em papel, construísse uma representação do referido poliedro com a utilização dos materiais manipulativos;
  3. Em uma terceira subtarefa, foi pedido a cada dupla de estudantes que, a partir da visualização e da manipulação do prisma de base triangular na tela do software s3D SecBuilder, representasse bidimensionalmente em papel isométrico o referido poliedro;
  4. Na quarta subtarefa foi solicitado a cada dupla de estudantes, a partir da visualização e manipulação de uma pirâmide de base quadrada, no software s3D SecBuilder, que construísse uma representação tridimensional do referido poliedro com a utilização dos materiais manipulativos disponibilizados.

Segue abaixo um esquema que ilustra de maneira sucinta a tarefa de “escrever” visualmente.

Figura 24 – Esquema da tarefa de “Escrever visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

#### **4.4 PROCEDIMENTO**

As tarefas foram vivenciadas durante o horário de contra-turno das aulas das cinco duplas escolhidas. Os estudantes foram conduzidos à sala de práticas pedagógicas da escola onde foram vivenciadas as tarefas visuais. As duplas foram convidadas a responder, uma de cada vez, primeiramente a tarefa de “ler visualmente” e posteriormente a tarefa de “escrever visualmente”. Não era permitida a volta de uma subtarefa para outra. Para cada tarefa foi disponibilizada 1 hora, para que os estudantes pudessem responder aos questionamentos pedidos em cada subtarefa. O momento em questão foi registrado por meio de vídeo/áudio.

##### **4.4.1 O dispositivo**

O dispositivo era composto por dois tipos de tarefas, subdivididas em subtarefas. A vivência das tarefas visuais baseou-se em quatro momentos: 1. Acolhida aos estudantes; 2. Instrumentalização do software s3D SecBuilder; 3. Tarefas de “ler visualmente”, 4. Tarefas de “escrever visualmente”.

Cada estudante recebeu uma pasta contendo o material necessário para a realização das tarefas visuais. A configuração da sala de práticas pedagógicas, utilizada na oficina, era composta por três bancadas: A primeira foi utilizada para a acomodação dos estudantes, a segunda bancada foi utilizada para alocar as “caixas de Becker”, a terceira bancada foi utilizada para a exposição dos materiais manipuláveis disponíveis. Além das bancadas, utilizamos três computadores disponíveis na sala para “rodar” o software. Utilizou-se como recurso de apoio: data-show, câmera filmadora, tripé e câmera fotográfica, disponibilizados pela gestão da escola.

O material para a oficina foi confeccionado em papel e papelão. As “caixas de Becker” foram feitas com caixas de papel sulfite vazias cobertas por papel laminado; os sólidos foram feitos em papel color 7. Todo o material confeccionado é bastante acessível para a recriação já que pode ser encontrado com extrema facilidade no âmbito escolar.

#### **4.5 AS TAREFAS**

Por meio dessas tarefas buscou-se, com suporte dos estudos de Gutiérrez (1991), trabalhar com estudantes do Ensino Normal Médio a geometria espacial em três contextos: os corpos físicos (“caixa de Becker” e materiais manipulativos); as representações estáticas no papel (papel isométrico); e as representações dinâmicas no computador (software s3D

SecBuilder). A análise dos Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco/Matemática para o Ensino Fundamental e Médio e das OTM do Ensino Normal Médio mostram a importância de trabalhar nessa modalidade de ensino a visualização de objetos tridimensionais. Os parâmetros sugerem que os estudantes possam ser capazes de comparar figuras espaciais (mesmo em representações diferentes); e desenhar representações planas de poliedros (relacionando-as às figuras planas, desenhos de representações planas de figuras espaciais). Já as OTM apontam para uma necessidade de discussão e elaboração de atividades ou situações-problemas que abordem as noções de percepção espacial e localização para estudantes da Educação Infantil, como a comparação das diferentes representações de uma figura espacial pela criança a partir de diferentes pontos de vista.

Ainda reforçam essa necessidade os estudos de Pittalis e Christou (2010) que indicam que o ensino de geometria 3D deve incluir atividades que envolvam uma grande variedade de situações em geometria 3D, que em muitas vezes não se assemelham à geometria estudada na escola, deixando uma reflexão que indica a necessidade de serem desenvolvidas atividades apropriadas à ativação dos diferentes tipos de raciocínio geométrico tridimensional (3D).

Tomamos como base para a análise à priori de cada tarefa e subtarefa os referenciais apresentados nos quadros abaixo como forma sintética de caracterização das tarefas e das subtarefas propostas nesta pesquisa.

Quadro 1 – Procedimentos/Operações visuais/Técnicas visuais – Godino et al (2011).

| <b>Godino et al (2011)</b>                                  |                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Procedimentos - Operações visuais – Técnicas visuais</b> |                                                                                     |
| <b>1.</b>                                                   | Projetar corpos no plano, seccionar, rotacionar, transladar, deslizar, etc.         |
| <b>2.</b>                                                   | Construir poliedros a partir de suas projeções planas.                              |
| <b>3.</b>                                                   | Transformar representações visuais mediante decomposição e recomposição de figuras. |
| <b>4.</b>                                                   | Representar graficamente relações.                                                  |

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa

Quadro 2 – Representações planas de um poliedro - Gutiérrez (1998).

| <b>Gutiérrez (1998)</b>                     |                                                 |                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Representações planas de um poliedro</b> |                                                 |                                                                                                                                                                                       |
| <b>Classificação</b>                        | <b>Caracterização</b>                           | <b>Características</b>                                                                                                                                                                |
| <b>1º Nível</b>                             | Representações em três dimensões dos poliedros. | Perda de informações do poliedro, como por exemplo, a observação de suas diagonais                                                                                                    |
| <b>2º Nível</b>                             | Representações bidimensionais dos poliedros.    | As características dos poliedros são conservadas do ponto de vista visual, porém perdem-se as características ocultas desses poliedros                                                |
| <b>3º Nível</b>                             | Representações ortogonais.                      | Mantém as informações quanto à estrutura dos poliedros (quantidade de elementos, posição relativa, etc.), porém perdem-se as características referentes aos aspectos da visualização. |

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa

Quadro 3 – Tipos de atividades com representações planas de poliedros - Gutiérrez (1998).

| <b>Gutiérrez (1998)</b>                                           |                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tipos de atividades com representações planas de poliedros</b> |                                                                                                                                                                                                                          |
| 1. Identificar representações planas de poliedros                 | As representações poderiam ser em perspectiva, isométricas, de vistas laterais ou de vistas (laterais) numéricas (neste caso buscava-se que o aluno identificasse o número de cubos que havia em uma fileira observada). |

|                                                |                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2. Desenhar representações planas de poliedros | Desenhar em papel representações de poliedros dados (em material concreto ou no computador)                                              |
| 3. Construir poliedros                         | Construir cubos em vários módulos empilhados a partir de diferentes formas de representação planas apresentadas em papel e no computador |

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa.

Quadro 4 – Habilidades Visuais e suas representações - Gutiérrez (1998).

| <b>Gutiérrez (1998)</b>              |                                                                                                                         |
|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Habilidade</b>                    | <b>Caracterização</b>                                                                                                   |
| Coordenação da direção dos olhos     | Habilidade de seguir com os olhos o movimento dos objetos de forma ágil e eficaz                                        |
| Identificação visual                 | Habilidade de reconhecimento de uma figura isolada de seu contexto                                                      |
| Conservação da percepção             | Habilidade para reconhecer que um objeto mantém sua forma embora não seja visível totalmente ou parcialmente            |
| Reconhecimento de posições no espaço | Habilidade para relacionar a posição de um objeto com ele mesmo ou com outro objeto, que está em um ponto de referência |
| Reconhecimento de relações espaciais | Habilidade que permite identificar corretamente as características de relações entre vários objetos situados no espaço  |
| Discriminação visual                 | Habilidade que permite comparar vários objetos identificando suas semelhanças e diferenças visuais                      |
| Memória visual                       | Habilidade para recordar as características                                                                             |

|  |                                                                                                                      |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | visuais e de posição que tinha em um ponto um conjunto de objetos que eram visíveis ou que tenham trocado de posição |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa.

Quadro 5 – Habilidades e suas representações - Pittalis e Christou (2010).

| <b>Pittalis e Christou (2010)</b>                          |                                                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Habilidades</b>                                         | <b>Caracterização</b>                                                                                                                                                    |
| Habilidades espaciais                                      | Ligadas à atividade mental que permite aos indivíduos criar imagens espaciais e manipulá-las na resolução de vários problemas de cunho prático e teórico.                |
| Relacionadas com a geometria tridimensional (geometria 3D) | Capacidade dos indivíduos em executar várias tarefas dentro de um currículo específico e incluem o conhecimento relevante e habilidades tais como a construção de redes. |

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa.

Quadro 6 – Pensamento Geométrico 3D- Pittalis e Christou (2010).

| <b>Pittalis e Christou (2010)</b>            |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Pensamento Geométrico 3D</b>              |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Elementos</b>                             | <b>Caracterização</b>                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Representação de objetos 3D                  | Ligada à capacidade dos estudantes na manipulação em várias representações, incluindo a 3D, além do reconhecimento e na construção espacial desses objetos.                                                                                                           |
| Estruturação espacial                        | Relacionada com a capacidade dos estudantes em diversas tarefas, como a construção e manipulação de empilhamentos de cubos em 3D                                                                                                                                      |
| Medição                                      | É levada em consideração a capacidade dos estudantes nas tarefas que envolvem medição, como cálculo de áreas de superfícies e a estimativa de volumes de objetos em 3D sem o uso de fórmulas                                                                          |
| Conceitualização de propriedades matemáticas | A capacidade do estudante está ligada ao reconhecimento de propriedades em formas 3D, como identificar poliedros no meio ambiente ou em esboços bidimensionais (2D), percebendo elementos estruturais da forma 3D (número de vértices, faces e arestas, por exemplo). |

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa.

Quadro 7 – Processos cognitivos fundamentais implícitos nos tipos de raciocínio geométrico 3D - Pittalis e Christou (2010).

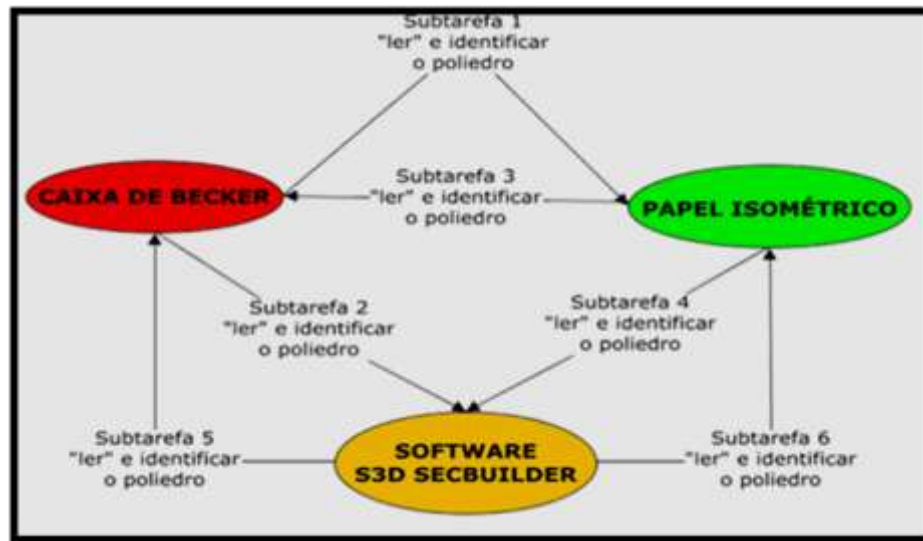
| <b>Pittalis e Christou (2010)</b>                                                         |                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Processos cognitivos fundamentais implícitos nos tipos de raciocínio geométrico 3D</b> |                                                                                                      |
| 1.                                                                                        | A filtragem de propriedades geométricas em formas 3D                                                 |
| 2.                                                                                        | A exploração de propriedades conhecidas dos estudantes existentes nas formas 3D e na sua manipulação |
| 3.                                                                                        | A edição das convenções utilizadas na representação de formas 3D                                     |

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa.

#### 4.5.1 “Ler visualmente”

Em relação às tarefas de “ler” visualmente, nosso objetivo é desenvolver uma série de subtarefas pautadas nas ideias de Gutierrez (1991) no que diz respeito ao primeiro tipo de atividades presente em seus estudos que tem como foco a identificação da representação plana de sólidos geométricos em perspectivas diferentes, que no nosso caso será a respeito dos poliedros e em uma representação em perspectiva isométrica e ligadas às tarefas de discriminação visual (GODINO *et al*, 20011), que trata de comparação de sólidos geométricos e das semelhanças e diferenças entre as representações desses sólidos. Ainda nessa tarefa de “ler” visualmente, pretendemos propiciar a mobilização, por estudantes do Ensino Normal Médio, do raciocínio ligado à conceitualização de propriedades matemáticas (PITALLIS; CHRISTOU, 2010). Esse raciocínio está ligado ao reconhecimento de propriedades em formas 3D, como identificar sólidos geométricos no meio ambiente ou em esboços bidimensionais (2D), percebendo elementos estruturais da forma 3D (número de vértices, faces e arestas, por exemplo); e a habilidade de identificação visual (GUTIÉRREZ, 1991) que está ligada ao reconhecimento de uma figura isolada do seu contexto.

Figura 25 – Esquema das subtarefas de “Ler visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software Cmap Tool.

1. Observe o poliedro na “caixa de Becker” por meio do “tateio”, manipule-o e em seguida identifique entre as opções a representação bidimensional no papel isométrico do poliedro observado.

A “caixa de Becker” foi utilizada com o intuito de criar uma imagem mental do poliedro além de fazer com que o estudante possa identificar o sólido e também suas características (BECKER, 2009). O comando da tarefa estava especificado em um passo a passo impresso em uma ficha que também os estudantes registravam suas respostas.

Quadro 8 – Análise *a priori* da tarefa de “Ler visualmente” – subtarefa1.

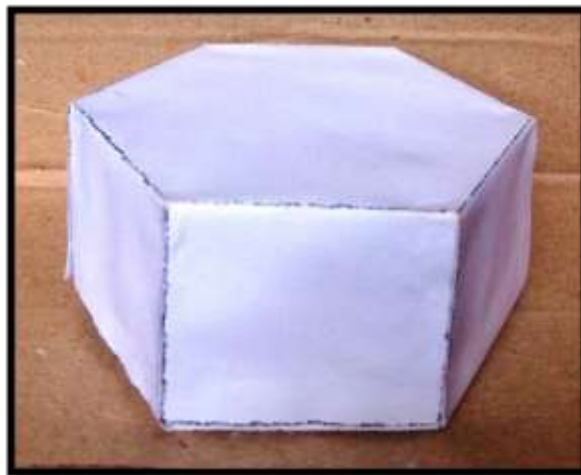
|                                                                                                   |                            |                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tipo de Tarefa</b>                                                                             | Godino <i>et al</i> (2011) | Tarefa de Comunicação da forma, seus componentes e estruturas; Apoio nas representações materiais em forma de desenhos; Linguagem visual em destaque. |
|                                                                                                   | Gutiérrez (1998)           | Identificação das representações planas do poliedro; Representação Isométrica.                                                                        |
| <b>Nível da representação plana envolvida na Tarefa</b>                                           | Gutiérrez (1998)           | 2º Nível: Representações bidimensionais dos poliedros.                                                                                                |
| <b>- Procedimento/ Operação Visual/ Técnica Visual - necessária (o) para a execução da Tarefa</b> | Godino <i>et al</i> (2011) | Projeção de corpos no plano.                                                                                                                          |
| <b>Elementos do Pensamento Geométrico3D necessários</b>                                           | Pittalis e Christou (2010) | Representação de objetos 3D; Conceitualização de propriedades                                                                                         |

|                                                          |                            |                                                                                                                             |
|----------------------------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>para a execução da Tarefa</b>                         |                            | matemática.                                                                                                                 |
| <b>Processos Cognitivos trabalhados na Tarefa</b>        | Pittalis e Christou (2010) | Exploração de propriedades conhecidas dos estudantes existentes na forma 3D e na sua manipulação.                           |
| <b>Habilidades trabalhadas na Tarefa</b>                 | Pittalis e Christou (2010) | Habilidades Espaciais                                                                                                       |
| <b>Habilidades necessárias para a execução da Tarefa</b> | Gutiérrez (1998)           | Identificação Visual; Conservação da Percepção; Reconhecimento de relações espaciais; Discriminação Visual; Memória Visual. |

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa.

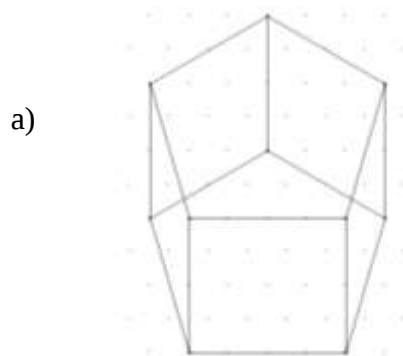
O sólido apresentado aos estudantes na “caixa de Becker” foi o prisma de base hexagonal, os estudantes possuíam as alternativas antes de manipularem sólido na caixa.

Figura 26 – Prisma de base hexagonal confeccionado em papel.

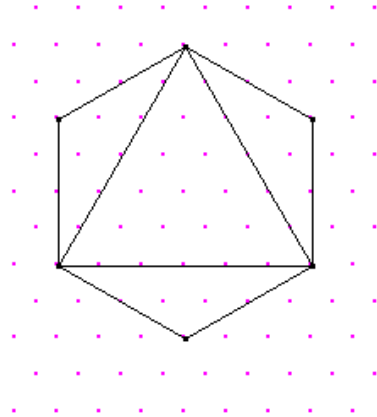


Fonte: Sólido construído pela autora da pesquisa.

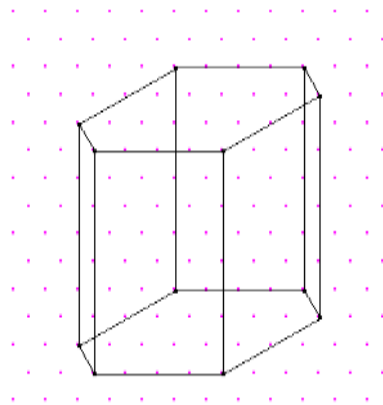
Opções apresentadas para os estudantes:



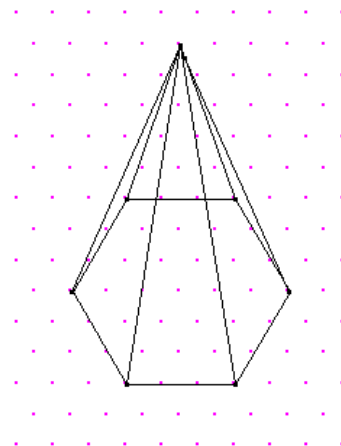
b)



c)



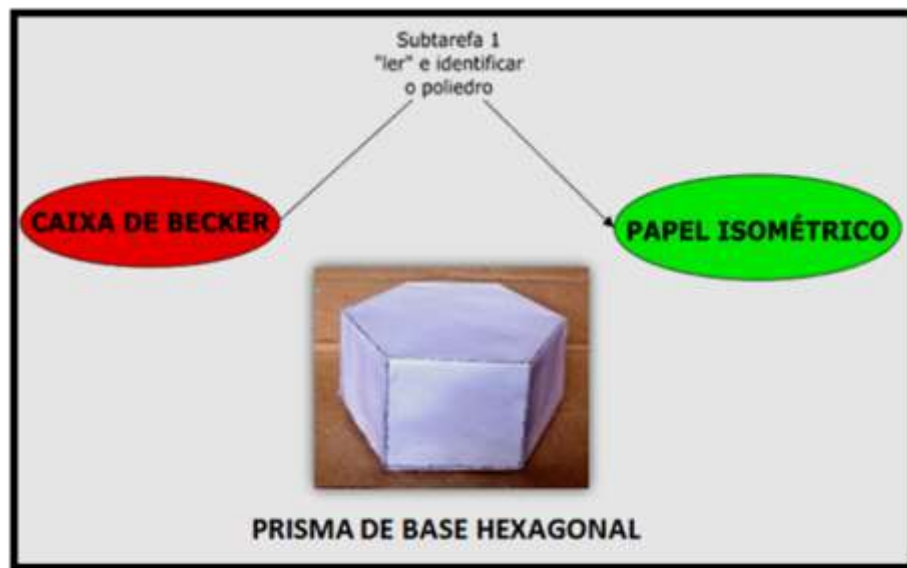
d)



A alternativa correta nessa subtarefa estava na alternativa “c”, prisma de base hexagonal. A opção pelo prisma de base pentagonal (opção a) se deu por ser um prisma e diferir por pouco em relação ao polígono da base (pentágono e hexágono), se o estudante considerasse apenas que se tratava de um prisma, poderia ter marcado a opção “a”; A opção

pela pirâmide de base hexagonal (opção c) foi pensada devido a possibilidade dos estudantes considerarem apenas a forma da base (hexágono) como similares e confundirem prismas com pirâmides, levando ao erro; A opção pelo dodecaedro na alternativa “b” foi pensada baseada na quantidade de faces, tanto o prisma de base hexagonal quanto o dodecaedro, possuem oito faces, o que os estudantes poderiam ter levado em consideração ao marcarem essa alternativa.

Figura 27 – Esquema da Subtarefa 1 – “Ler visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

**2. Observe o poliedro na “caixa de Becker” por meio do “tateio”, manipule-o e em seguida identifique-o no software s3D SecBuilder.**

Do mesmo modo que a subtarefa anterior, os estudantes manipulavam pelo tato um poliedro na “caixa de Becker” (BECKER, 2009), mas diferentemente da subtarefa 1, sua identificação era feita no software S3D SecBuilder e não no papel isométrico.

Quadro 9 – Análise *a priori* da tarefa de “Ler visualmente” – subtarefa 2

|                                                                                                   |                            |                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tipo de Tarefa</b>                                                                             | Godino <i>et al</i> (2011) | Tarefa de Comunicação da forma, seus componentes e estruturas; Apoio nas representações materiais em forma de desenhos; Linguagem visual em destaque. |
|                                                                                                   | Gutiérrez (1998)           | Identificação das representações planas do poliedro.                                                                                                  |
| <b>Nível da representação plana envolvida na Tarefa</b>                                           | Gutiérrez (1998)           | 2º Nível: Representações bidimensionais dos poliedros.                                                                                                |
| <b>- Procedimento/ Operação Visual/ Técnica Visual - necessária (o) para a execução da Tarefa</b> | Godino <i>et al</i> (2011) | Projeção de corpos no plano, rotacionar através da manipulação das representações dos poliedros no software s3D SecBuilder.                           |
| <b>Elementos do Pensamento Geométrico3D necessários para a execução da Tarefa</b>                 | Pittalis e Christou (2010) | Representação de objetos 3D; Conceitualização de propriedades matemática.                                                                             |
| <b>Processos Cognitivos trabalhados na Tarefa</b>                                                 | Pittalis e Christou (2010) | Exploração de propriedades conhecidas dos estudantes existentes na forma 3D e na sua manipulação.                                                     |
| <b>Habilidades trabalhadas na Tarefa</b>                                                          | Pittalis e Christou (2010) | Habilidades Espaciais                                                                                                                                 |
| <b>Habilidades necessárias para a execução da Tarefa</b>                                          | Gutiérrez (1998)           | Coordenação da direção dos olhos; Identificação Visual; Conservação da percepção, Discriminação visual; Memória visual.                               |

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa

O sólido apresentado aos estudantes na “caixa de Becker” foi o octaedro.

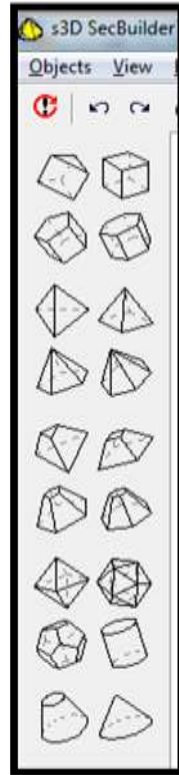
Figura 28 – Octaedro confeccionado em papel



Fonte: Sólido construído pela autora da pesquisa

Nesta subtarefa os estudantes ficaram livres para escolher no menu do software a opção correta, não foi dito aos estudantes o nome do poliedro manipulado na “caixa de Becker”. No menu do software, ao passar o mouse sobre os sólidos, os estudantes poderiam observar seus respectivos nomes, como não foi dito anteriormente a eles, a presença do nome dos sólidos era mais um elemento presente nas possibilidades de escolha dos estudantes.

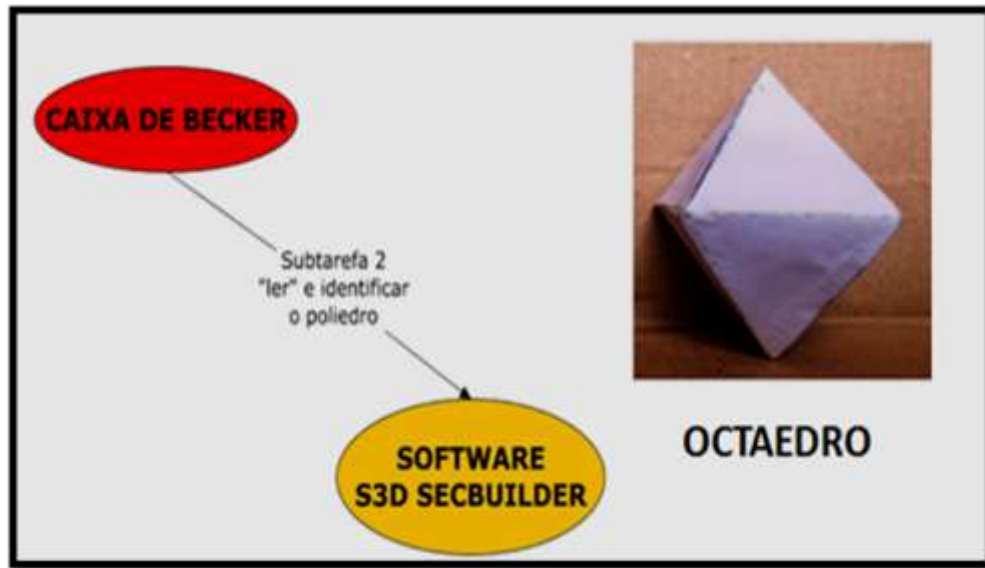
Figura 29 – Lista de sólidos do software s3D SecBuilder.



Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.

Temos, a seguir, um esquema que sintetiza a configuração dos ambientes utilizados na subtarefa 2. A “leitura” do poliedro na “caixa de Becker” e a identificação no software s3D SecBuilder.

Figura 30 – Esquema da Subtarefa 2 – “Ler visualmente”.

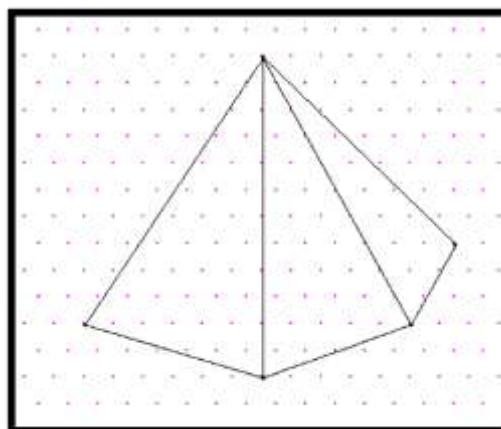


Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

- 3. Observe a pirâmide de base pentagonal abaixo, representada em papel isométrico, e identifique sua representação tridimensional na “caixa de Becker”.**

A representação em papel isométrico da pirâmide de base pentagonal nessa foi apresentada em um dos itens da ficha entregue aos estudantes. Na subtarefa 3 de “ler visualmente”, assim como todas as demais, a nomenclatura do poliedro não foi informada ao estudante.

Figura 31 – Pirâmide de base pentagonal



Fonte: software ApprentiGéomètre2

Quadro 10 – Análise *a priori* da tarefa de “Ler visualmente” – subtarefa 3

|                                                                                                                                                                  |                            |                                                                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tipo de Tarefa</b>                                                                                                                                            | Godino <i>et al</i> (2011) | Tarefa de Comunicação da forma, seus componentes e estruturas; Apoio nas representações materiais em forma de desenhos; Linguagem visual em destaque. |
|                                                                                                                                                                  | Gutiérrez (1998)           | Identificação das representações planas do poliedro.                                                                                                  |
| <b>Nível da representação plana envolvida na Tarefa</b><br><br><b>- Procedimento/ Operação Visual/ Técnica Visual - necessária (o) para a execução da Tarefa</b> | Gutiérrez (1998)           | 2º Nível: Representações bidimensionais dos poliedros.                                                                                                |
|                                                                                                                                                                  | Godino <i>et al</i> (2011) | Projeção de corpos no plano.                                                                                                                          |
| <b>Elementos do Pensamento Geométrico 3D necessários para a execução da Tarefa</b><br><br><b>Processos Cognitivos trabalhados na Tarefa</b>                      | Pittalis e Christou (2010) | Representação de objetos 3D; Conceitualização de propriedades matemáticas.                                                                            |
|                                                                                                                                                                  | Pittalis e Christou (2010) | Filtragem de propriedades geométricas em formas 3D; Exploração de propriedades conhecidas dos estudantes existentes na forma 3D e na sua manipulação. |
| <b>Habilidades trabalhadas na Tarefa</b>                                                                                                                         | Pittalis e Christou (2010) | Habilidades Espaciais                                                                                                                                 |
| <b>Habilidades necessárias para a execução da Tarefa</b>                                                                                                         | Gutiérrez (1998)           | Identificação visual; Conservação da percepção; Discriminação Visual; Memória Visual.                                                                 |

Fonte – Elaborado pela autora da pesquisa

Opções que foram apresentadas para os estudantes:

- Caixa 1



- Caixa 2



- Caixa 3



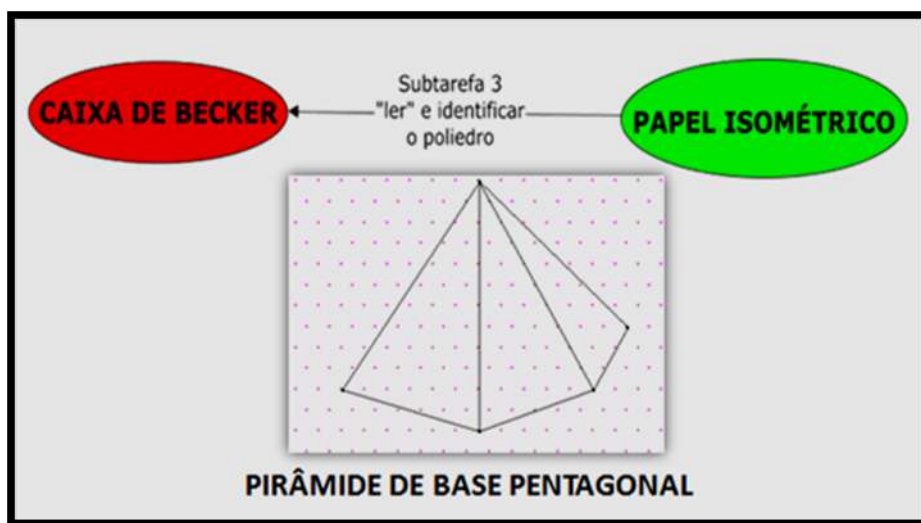
- Caixa 4



Nesta subtarefa a resposta correta era a pirâmide de base pentagonal (caixa 4). O poliedro da caixa 1, prisma de base hexagonal, foi escolhido como opção pois apresentava 6

faces laterais o que poderia confundir os estudantes já que a pirâmide de base hexagonal também possuía 6 faces; o poliedro da caixa 2, cubo, foi escolhido pois a quantidade de faces era similar a quantidade de faces da pirâmide de base pentagonal, o que poderia levar os estudantes ao erro; o poliedro da caixa 3, o dodecaedro, foi escolhido como opção de resposta pois apresenta em suas faces pentágonos o que poderia confundir com o pentágono apresentado na base da pirâmide de base pentagonal.

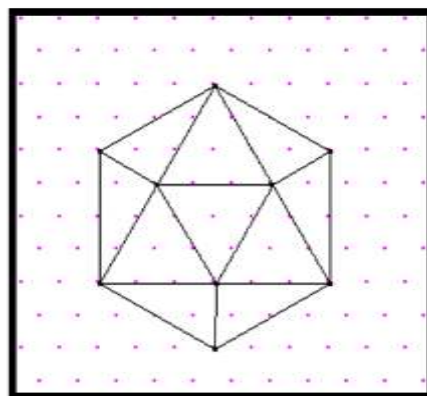
Figura 32 – Esquema da Subtarefa 3 – “Ler visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

4. **Observe o icosaedro, representado em papel isométrico, e identifique sua representação bidimensional no software s3D SecBuilder.**

Figura 33 – Icosaedro.



Fonte: software Apprenti Géomètre2.

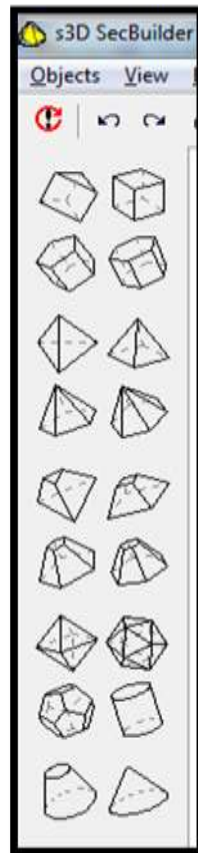
Tabela 11 – Análise *a priori* da tarefa de “Ler visualmente” – subtarefa 4

|                                                                                                                                                                  |                            |                                                                                                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tipo de Tarefa</b>                                                                                                                                            | Godino <i>et al</i> (2011) | Tarefa de Comunicação da forma, seus componentes e estruturas; Apoio nas representações materiais em forma de desenhos; Linguagem visual em destaque.                                                                    |
|                                                                                                                                                                  | Gutiérrez (1998)           | Identificação das representações planas do poliedro.                                                                                                                                                                     |
| <b>Nível da representação plana envolvida na Tarefa</b><br><br><b>- Procedimento/ Operação Visual/ Técnica Visual - necessária (o) para a execução da Tarefa</b> | Gutiérrez (1998)           | 2º Nível: Representações bidimensionais dos poliedros.                                                                                                                                                                   |
|                                                                                                                                                                  | Godino <i>et al</i> (2011) | Projeção de corpos no plano, rotacionar.                                                                                                                                                                                 |
| <b>Elementos do Pensamento Geométrico 3D necessários para a execução da Tarefa</b><br><br><b>Processos Cognitivos trabalhados na Tarefa</b>                      | Pittalis e Christou (2010) | Representação de Objetos 3D; Conceitualização de propriedades matemáticas.                                                                                                                                               |
|                                                                                                                                                                  | Pittalis e Christou (2010) | Filtragem de propriedades geométricas em formas 3D; Exploração de propriedades conhecidas dos estudantes existentes nas formas 3D e na sua manipulação; Edição das convenções utilizadas na representação nas formas 3D. |
| <b>Habilidades trabalhadas na Tarefa</b>                                                                                                                         | Pittalis e Christou (2010) | Habilidades Espaciais                                                                                                                                                                                                    |
| <b>Habilidades necessárias para a execução da Tarefa</b>                                                                                                         | Gutiérrez (1998)           | Coordenação da direção dos olhos; Conservação da percepção; Discriminação visual.                                                                                                                                        |

Fonte – Elaborada pela autora da pesquisa

Nesta subtarefa os estudantes ficaram livres para escolher no menu do software a opção correta.

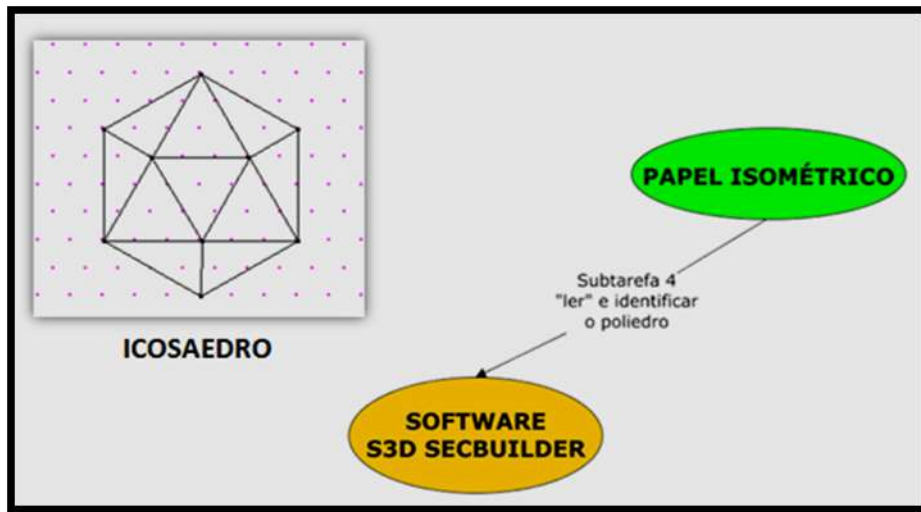
Figura 34 – Lista de sólidos do menu do software s3D SecBuilder



Fonte – software s3D SecBuilder

Os estudantes poderiam escolher sólidos que apresentavam a mesma figura (triângulo) das faces do icosaedro. Poderiam ter selecionado o tetraedro (pirâmide de base triangular), o octaedro, ou qualquer outra pirâmide do menu, já que as pirâmides apresentavam faces laterais similares às faces do icosaedro.

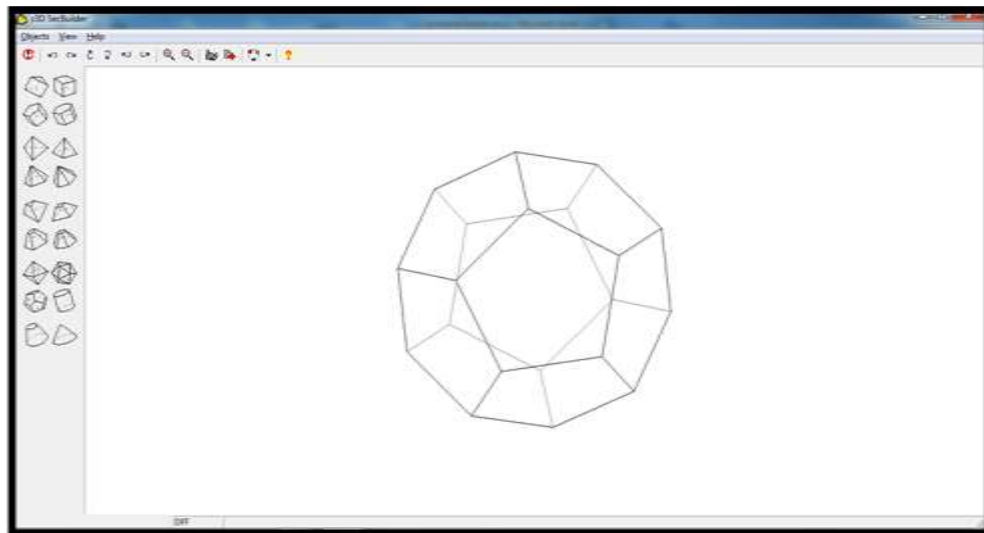
Figura 35 – Esquema da Subtarefa 4 – “Ler visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

5. Observe o dodecaedro na tela do software s3D SecBuilder e identifique sua representação tridimensional na “caixa de Becker”

Figura 36 – Dodecaedro.



Fonte – software s3D SecBuilder.

Quadro 12 – Análise *a priori* da tarefa de “Ler visualmente” – subtarefa 5.

|                                                                                                                                                    |                            |                                                                                                                                                                                                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tipo de Tarefa</b>                                                                                                                              | Godino <i>et al</i> (2011) | Tarefa de Comunicação da forma, seus componentes e estruturas; Apoio nas representações materiais em forma de desenhos; Linguagem visual em destaque.                                                                   |
|                                                                                                                                                    | Gutiérrez (1998)           | Identificação das representações planas do poliedro.                                                                                                                                                                    |
|                                                                                                                                                    | Gutiérrez (1998)           | 2º Nível: Representações bidimensionais dos poliedros.                                                                                                                                                                  |
|                                                                                                                                                    | Godino <i>et al</i> (2011) | Projeção de corpos no plano, rotacionar.                                                                                                                                                                                |
| <b>Nível da representação plana envolvida na Tarefa - Procedimento/ Operação Visual/ Técnica Visual - necessária (o) para a execução da Tarefa</b> | Pittalis e Christou (2010) | Representação de objetos 3D; Conceitualização de propriedades matemáticas.                                                                                                                                              |
| <b>Elementos do Pensamento Geométrico 3D necessários para a execução da Tarefa</b>                                                                 | Pittalis e Christou (2010) | Filtragem de propriedades geométricas em formas 3D; Exploração de propriedades conhecidas dos estudantes existentes nas formas 3D e na sua manipulação; Edição das convenções utilizadas na representação de formas 3D. |
|                                                                                                                                                    | Pittalis e Christou (2010) | Habilidades Espaciais.                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Processos Cognitivos trabalhados na Tarefa</b>                                                                                                  | Gutiérrez (1998)           | Coordenação da direção dos olhos; Identificação visual; Conservação da percepção; Discriminação visual; Memória visual.                                                                                                 |
| <b>Habilidades trabalhadas na Tarefa</b>                                                                                                           |                            |                                                                                                                                                                                                                         |
| <b>Habilidades necessárias para a execução da Tarefa</b>                                                                                           |                            |                                                                                                                                                                                                                         |

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa.

Opções que foram apresentadas para os estudantes:

- Caixa 1



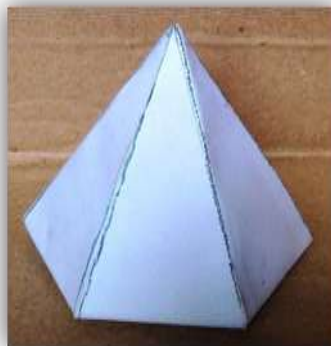
- Caixa 2



- Caixa 3

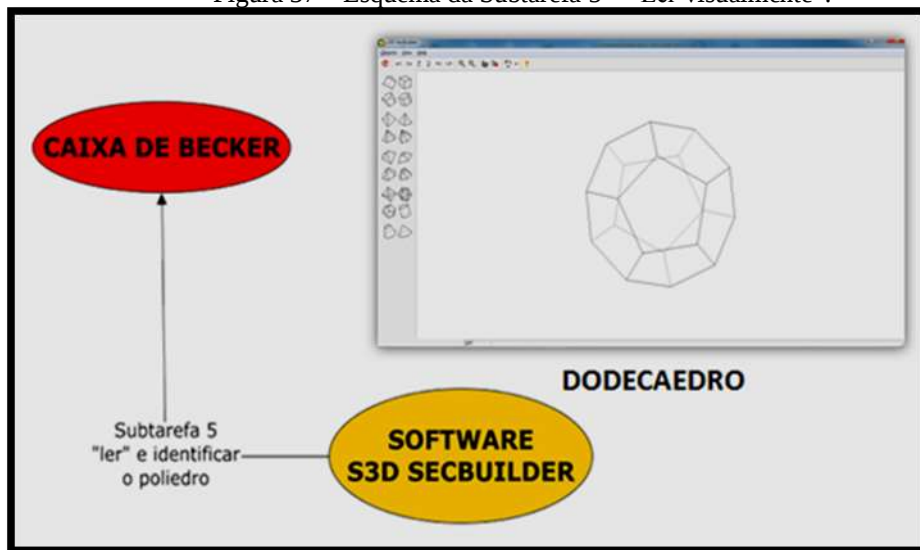


- Caixa 4



Nessa subtarefa escolhemos como opções de resposta a pirâmide de base pentagonal, o prisma de base pentagonal e o icosaedro, devido aos mesmos serem ou poliedros de Platão como o dodecaedro ou apresentarem em pelo menos uma das faces um pentágono. Apresentavam em uma de suas faces pelo menos um pentágono, prisma de base pentagonal (caixa 3) e pirâmide de base hexagonal (caixa 4); e uma opção que apresentava um poliedro de Platão assim como o dodecaedro, a caixa 2 que continha o icosaedro.

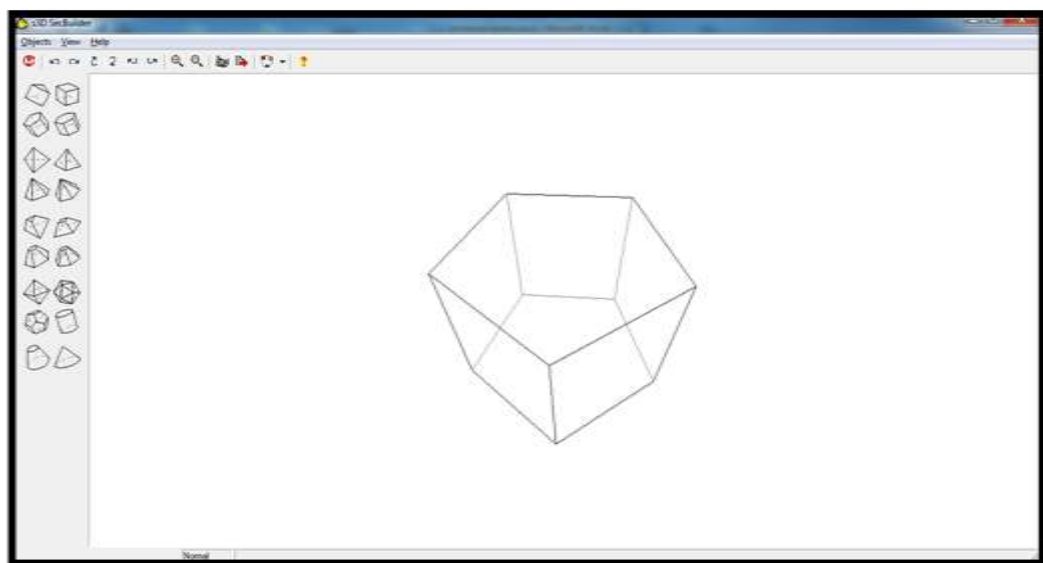
Figura 37 – Esquema da Subtarefa 5 – “Ler visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

6. Observe o prisma de base pentagonal na tela do software s3D SecBuilder e identifique sua representação bidimensional no papel isométrico.

Figura 38 – Prisma de base pentagonal.



Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.

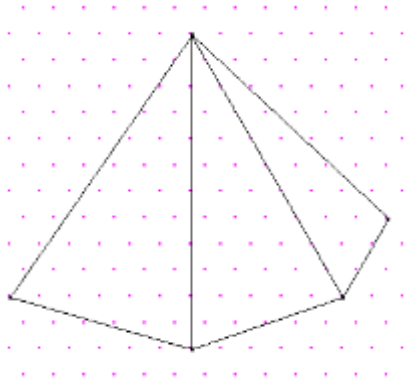
Tabela 13 – Análise *a priori* da tarefa de “Ler visualmente” – subtarefa 6.

|                                                                                                   |                            |                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tipo de Tarefa</b>                                                                             | Godino <i>et al</i> (2011) | Tarefa de Comunicação da forma, seus componentes e estruturas; Apoio nas representações materiais em forma de desenhos; Linguagem visual em destaque.                                                                   |
|                                                                                                   | Gutiérrez (1998)           | Identificação das representações planas do poliedro.                                                                                                                                                                    |
| <b>Nível da representação plana envolvida na Tarefa</b>                                           | Gutiérrez (1998)           | 2º Nível: Representações bidimensionais dos poliedros.                                                                                                                                                                  |
| <b>- Procedimento/ Operação Visual/ Técnica Visual - necessária (o) para a execução da Tarefa</b> | Godino <i>et al</i> (2011) | Projeção de corpos no plano.                                                                                                                                                                                            |
| <b>Elementos do Pensamento Geométrico 3D necessários para a execução da Tarefa</b>                | Pittalis e Christou (2010) | Representação de objetos 3D; Conceitualização de propriedades matemáticas.                                                                                                                                              |
| <b>Processos Cognitivos trabalhados na Tarefa</b>                                                 | Pittalis e Christou (2010) | Filtragem de propriedades geométricas em formas 3D; Exploração de propriedades conhecidas dos estudantes existentes nas formas 3D e na sua manipulação; Edição das convenções utilizadas na representação de formas 3D. |
| <b>Habilidades trabalhadas na Tarefa</b>                                                          | Pittalis e Christou (2010) | Habilidades Espaciais.                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Habilidades necessárias para a execução da Tarefa</b>                                          | Gutiérrez (1998)           | Coordenação da direção dos olhos; Identificação visual; Conservação da percepção; Discriminação visual; Memória visual.                                                                                                 |

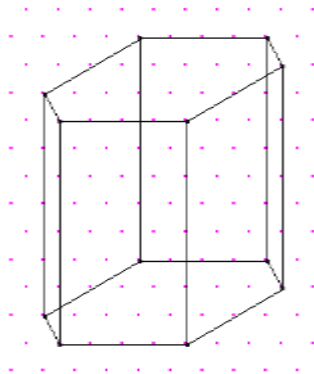
Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa.

Opções que foram apresentadas para os estudantes:

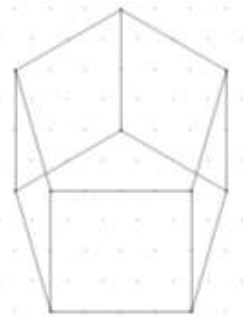
a)



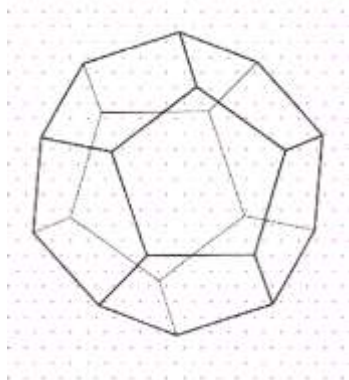
b)



c)

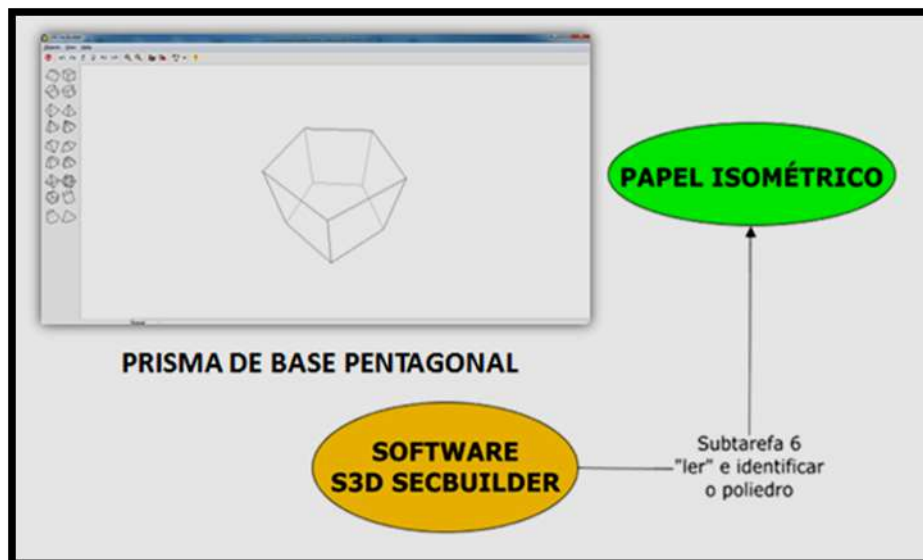


d)



Nesta subtarefa escolhemos como opções de resposta a pirâmide de base pentagonal, o prisma de base pentagonal, o prisma de base hexagonal e o dodecaedro. A opção “a” poderia ser escolhida pelos estudantes, pois a pirâmide de base hexagonal possuía uma de suas faces similares às bases do prisma de base hexagonal (um hexágono); A alternativa “c” poderia ser escolhida pelos estudantes pois era um prisma de base pentagonal, o fato de ser também um prisma pode ter levado os estudantes a marcarem essa alternativa; Já a alternativa “d” poderia ser escolhida devido ao fato de possuir em todas as suas faces pentágonos, o que poderia levar à confusão dos estudantes em optar pelo dodecaedro ao invés do prisma de base pentagonal, que seria a resposta correta (opção “c”).

Figura 39 – Esquema da Subtarefa 6 – “Ler visualmente”.



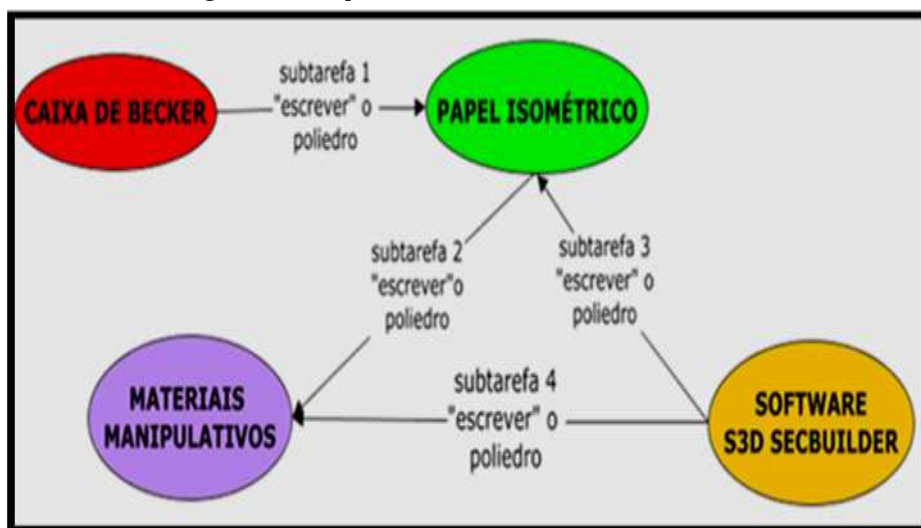
Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

#### 4.5.2 “Escrever visualmente”

Em relação às tarefas de “escrever visualmente”, nosso objetivo foi desenvolver uma série de subtarefas pautadas nas ideias de Gutierrez (1991) no que diz respeito ao primeiro e o segundo tipos de atividades presente em seus estudos. O foco no esboço (desenho) de representações planas de sólidos geométricos (segundo tipo de atividade) e na construção de sólidos geométricos (terceiro tipo de atividade) (GUTIERREZ, 1991). Nesta este modelo embasou o estudo dos poliedros nas representações em perspectiva isométrica e

tridimensional. Esta tarefa utilizou como meio de comunicação, a linguagem visual (representações em forma de desenhos) e a discriminação visual (GODINO *et al*, 20011), que trata de comparação de sólidos geométricos e das semelhanças e diferenças entre as representações desses sólidos. Ainda nessa tarefa de “escrever” visualmente, pretendemos favorecer a mobilização pelos estudantes do Ensino Normal Médio o raciocínio ligado à conceitualização de propriedades matemáticas (PITALLIS; CHRISTOU, 2010), que integra o reconhecimento de propriedades em formas 3D (como identificar sólidos geométricos no meio ambiente ou em esboços bidimensionais (2D)), percebendo elementos estruturais da forma 3D (número de vértices, faces e arestas, por exemplo); e a habilidade de identificação visual (GUTIÉRREZ, 1991) que está ligada ao reconhecimento de uma figura isolada do seu contexto).

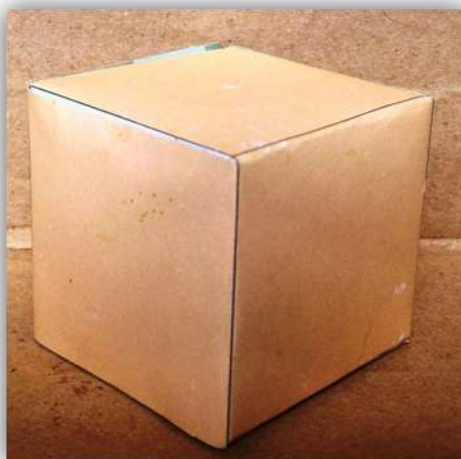
Figura 40 – Esquema das subtarefas de “Escrever visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

1. Observe o cubo na “caixa de Becker” por meio do “tateio”, manipule-o e em seguida esboce no papel isométrico sua representação bidimensional.

Figura 41 – Cubo ou hexaedro construído em papel



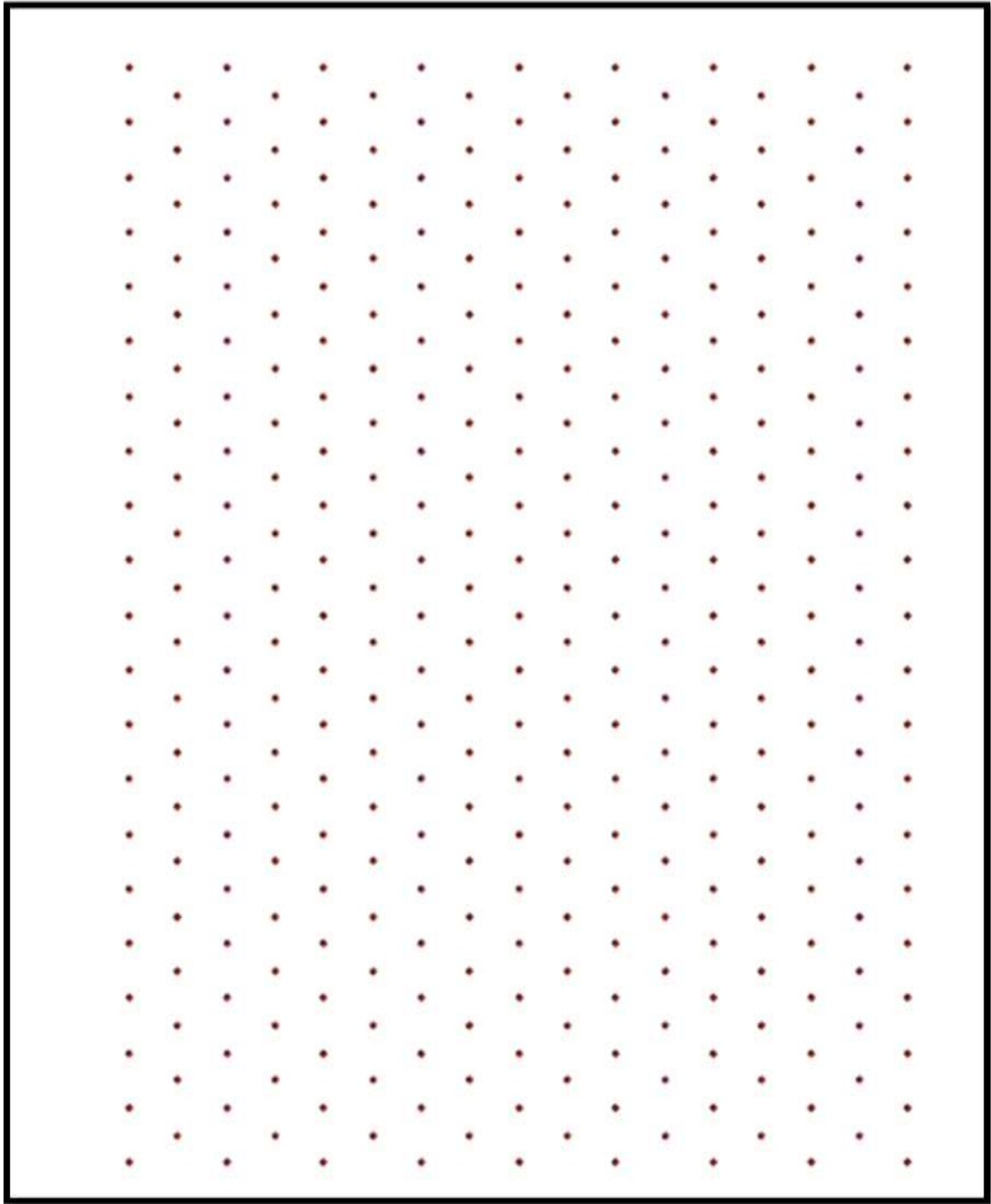
Fonte: Sólido construído pela autora da pesquisa.

Quadro 14 – Análise *a priori* da tarefa de “Escrever visualmente” – subtarefa 1.

|                                                                                                                                                    |                            |                                                                                                                                                                                                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tipo de Tarefa</b>                                                                                                                              | Godino <i>et al</i> (2011) | Tarefa de Comunicação da forma, seus componentes e estruturas; Apoio nas representações materiais em forma de desenhos; Linguagem visual em destaque.                                                                   |
|                                                                                                                                                    | Gutiérrez (1998)           | Tarefa de desenhar representações planas de poliedros.                                                                                                                                                                  |
| <b>Nível da representação plana envolvida na Tarefa - Procedimento/ Operação Visual/ Técnica Visual - necessária (o) para a execução da Tarefa</b> | Gutiérrez (1998)           | 2º Nível: Representações bidimensionais dos poliedros.                                                                                                                                                                  |
|                                                                                                                                                    | Godino <i>et al</i> (2011) | Projetar corpos no plano.                                                                                                                                                                                               |
| <b>Elementos do Pensamento Geométrico 3D necessários para a execução da Tarefa</b>                                                                 | Pittalis e Christou (2010) | Representação de objetos 3D; Conceitualização de propriedades matemáticas.                                                                                                                                              |
|                                                                                                                                                    | Pittalis e Christou (2010) | Filtragem de propriedades geométricas em formas 3D; Exploração de propriedades conhecidas dos estudantes existentes nas formas 3D e na sua manipulação; Edição das convenções utilizadas na representação de formas 3D. |
| <b>Habilidades trabalhadas na Tarefa</b>                                                                                                           | Pittalis e Christou (2010) | Habilidades Espaciais                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Habilidades necessárias para a execução da Tarefa</b>                                                                                           | Gutiérrez (1998)           | Identificação visual; Conservação da percepção; Reconhecimento de posições no espaço; Memória visual.                                                                                                                   |

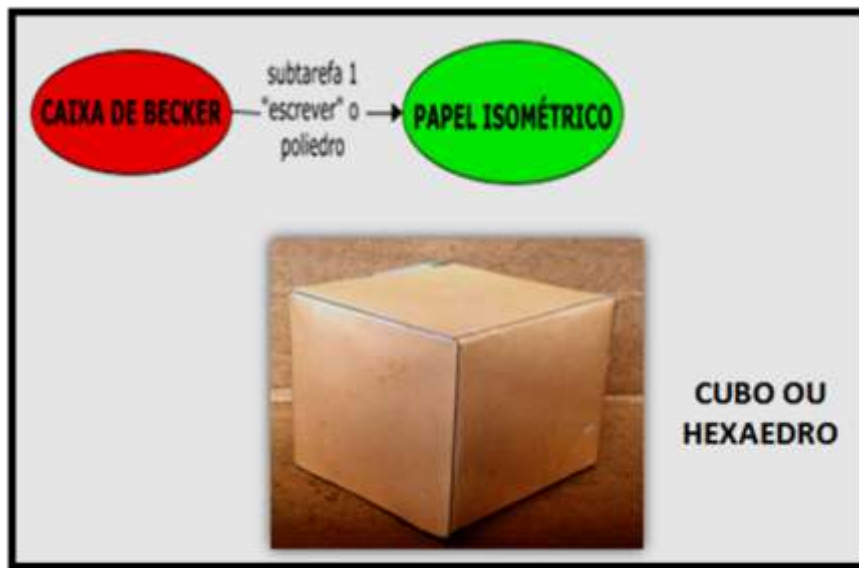
Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa

Figura 42 – Papel isométrico.



Fonte: software Apprenti Géomètre 2.

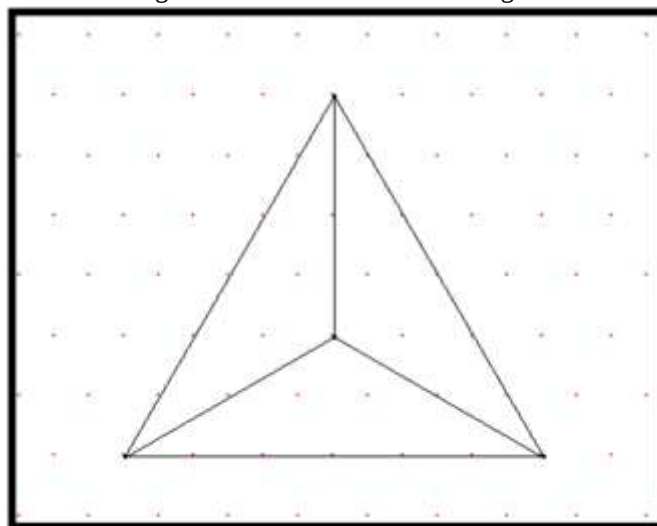
Figura 43 – Esquema da Subtarefa 1 – “Escrever visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

2. **Observe a representação bidimensional isométrica do tetraedro, em papel, e construa uma representação do referido poliedro com a utilização dos materiais manipulativos.**

Figura 44 – Pirâmide de base triangular



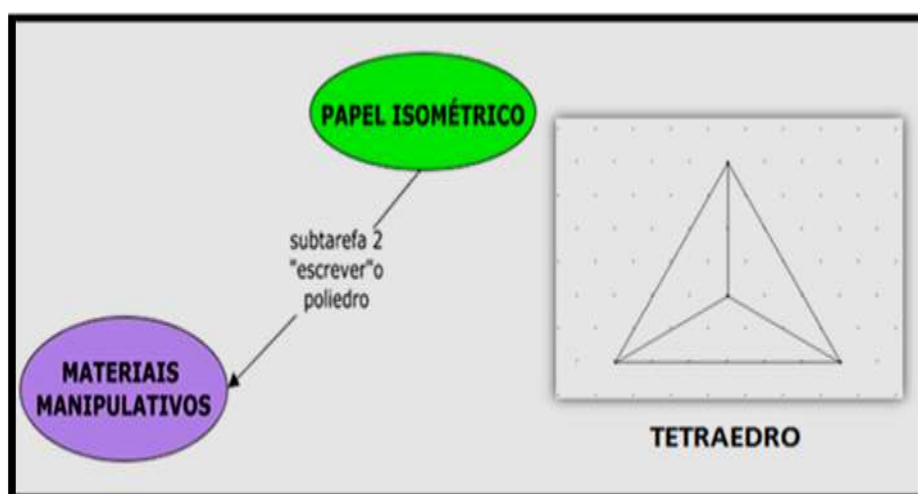
Fonte: software Apprenti Géomètre 2

Quadro 15 – Análise *a priori* da tarefa de “Escrever visualmente” – subtarefa 2.

|                                                                                                                                                                                                                                              |                            |                                                                                                                                                                                                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tipo de Tarefa</b>                                                                                                                                                                                                                        | Godino <i>et al</i> (2011) | Comunicação da posição de objetos no espaço/<br>Tarefa de orientação.                                                                                                                                                   |
|                                                                                                                                                                                                                                              | Gutiérrez (1998)           | Construção dos poliedros.                                                                                                                                                                                               |
| <b>Nível da representação plana envolvida na Tarefa</b>                                                                                                                                                                                      | Gutiérrez (1998)           | 1º Nível – Representação em três dimensões do poliedro                                                                                                                                                                  |
| <b>- Procedimento/ Operação Visual/ Técnica Visual - necessária (o) para a execução da Tarefa</b><br><b>Elementos do Pensamento Geométrico 3D necessários para a execução da Tarefa</b><br><b>Processos Cognitivos trabalhados na Tarefa</b> | Godino <i>et al</i> (2011) | Construção de poliedros a partir de suas projeções planas.                                                                                                                                                              |
|                                                                                                                                                                                                                                              | Pittalis e Christou (2010) | Representação de objetos 3D; Estruturação Espacial; Conceitualização de propriedades matemáticas.                                                                                                                       |
|                                                                                                                                                                                                                                              | Pittalis e Christou (2010) | Filtragem de propriedades geométricas em formas 3D; Exploração de propriedades conhecidas dos estudantes existentes nas formas 3D e na sua manipulação; Edição das convenções utilizadas na representação de formas 3D. |
| <b>Habilidades trabalhadas na Tarefa</b>                                                                                                                                                                                                     | Pittalis e Christou (2010) | Habilidades Espaciais                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Habilidades necessárias para a execução da Tarefa</b>                                                                                                                                                                                     | Gutiérrez (1998)           | Identificação Visual; Conservação da percepção; Memória Visual.                                                                                                                                                         |

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa.

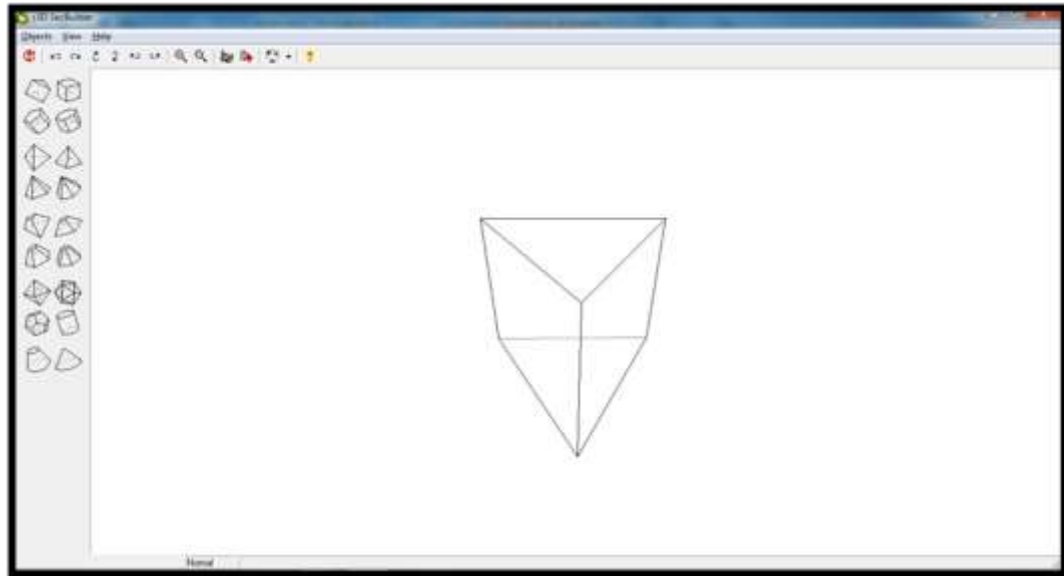
Figura 45 – Esquema da Subtarefa 2 – “Escrever visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

3. Observe, a partir da visualização e da manipulação do prisma de base triangular na tela do software s3D SecBuilder, e depois represente bidimensionalmente em papel isométrico o referido poliedro;

Figura 46 – Prisma de base triangular.



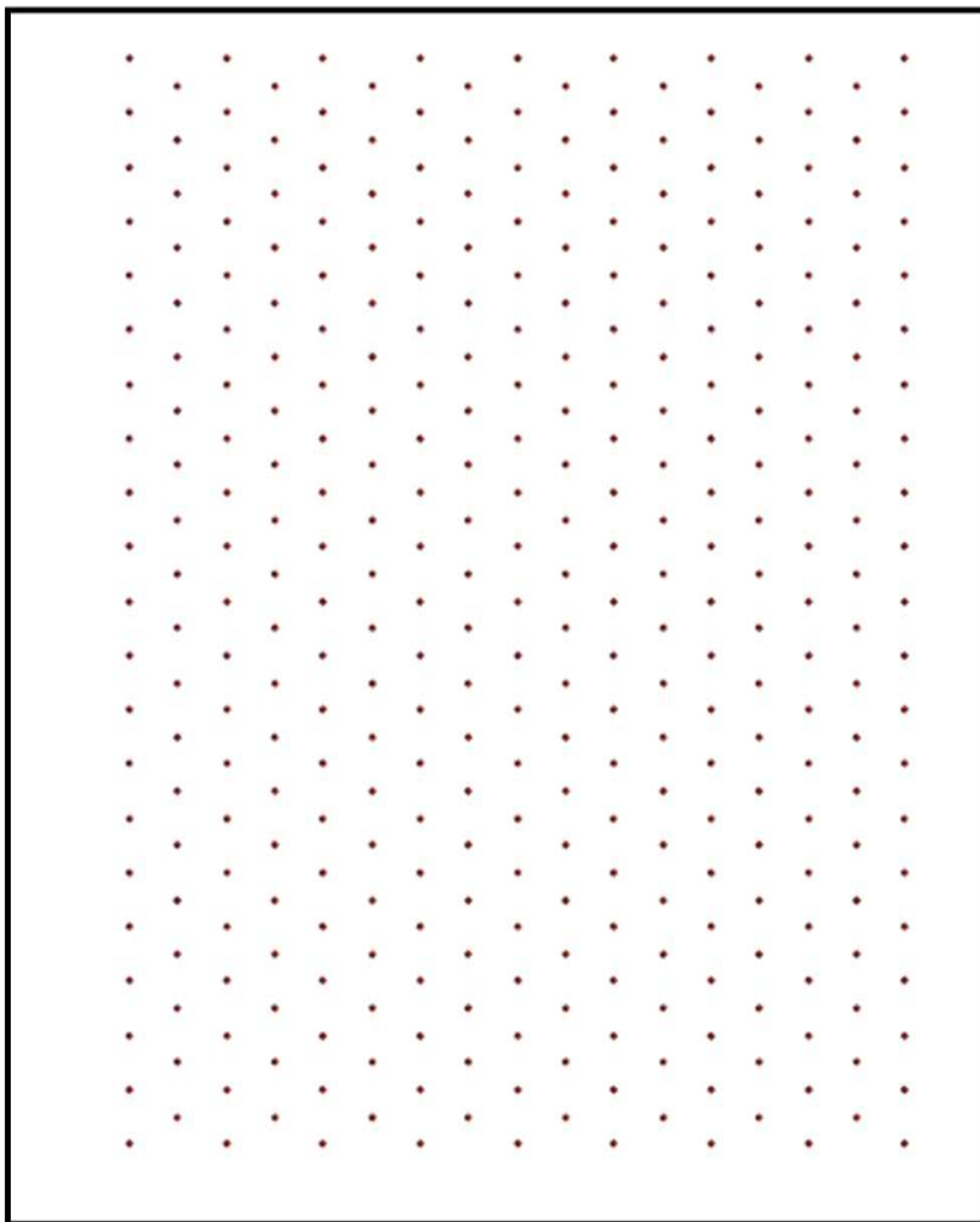
Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.

Quadro 16 – Análise *a priori* da tarefa de “Escrever visualmente” – subtarefa 3.

|                                                                                                                                                                                 |                            |                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tipo de Tarefa</b><br><br><b>Nível da representação plana envolvida na Tarefa - Procedimento/ Operação Visual/ Técnica Visual - necessária (o) para a execução da Tarefa</b> | Godino <i>et al</i> (2011) | Tarefa de Comunicação da forma, seus componentes e estruturas; Apoio nas representações materiais em forma de desenhos; Linguagem visual em destaque.                                                                   |
|                                                                                                                                                                                 | Gutiérrez (1998)           | Tarefa de desenhar representações planas de poliedros.                                                                                                                                                                  |
|                                                                                                                                                                                 | Gutiérrez (1998)           | 2º Nível: Representações bidimensionais dos poliedros.                                                                                                                                                                  |
|                                                                                                                                                                                 | Godino <i>et al</i> (2011) | Projetar corpos no plano.                                                                                                                                                                                               |
| <b>Elementos do Pensamento Geométrico 3D necessários para a execução da Tarefa</b>                                                                                              | Pittalis e Christou (2010) | Representação de objetos 3D; Conceitualização de propriedades matemáticas.                                                                                                                                              |
| <b>Processos Cognitivos trabalhados na Tarefa</b>                                                                                                                               | Pittalis e Christou (2010) | Filtragem de propriedades geométricas em formas 3D; Exploração de propriedades conhecidas dos estudantes existentes nas formas 3D e na sua manipulação; Edição das convenções utilizadas na representação de formas 3D. |
| <b>Habilidades trabalhadas na Tarefa</b>                                                                                                                                        | Pittalis e Christou (2010) | Habilidades Espaciais                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Habilidades necessárias para a execução da Tarefa</b>                                                                                                                        | Gutiérrez (1998)           | Identificação visual; Conservação da percepção; Memória visual.                                                                                                                                                         |

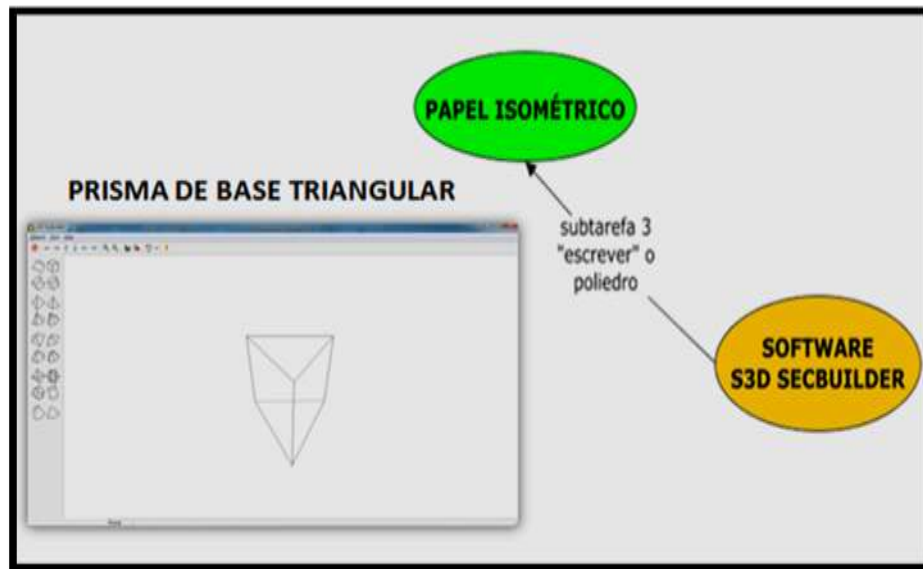
Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa.

Figura 47 – Papel isométrico.



Fonte: Software Apprenti Géomètre2.

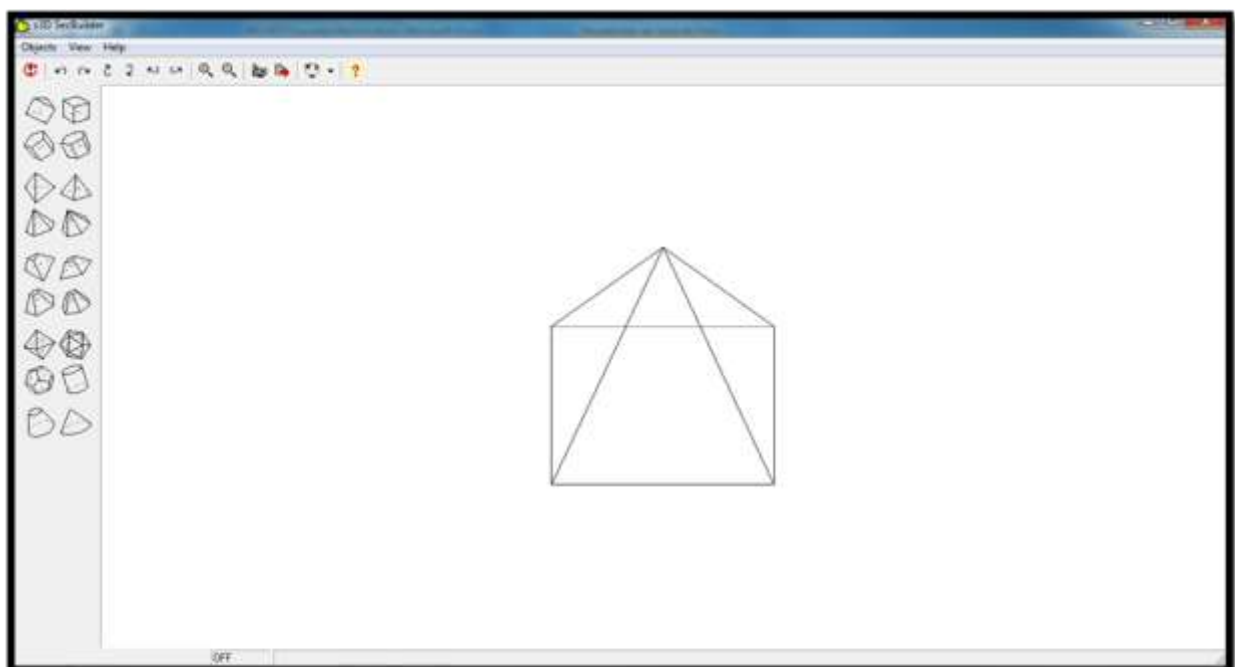
Figura 48 – Esquema da Subtarefa 3 – “Escrever visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

4. Observe, a partir da visualização e da manipulação da pirâmide de base quadrada na tela do software s3D SecBuilder, e depois represente tridimensionalmente o referido poliedro com os materiais manipulativos.

Figura 49 – Pirâmide de base quadrada.



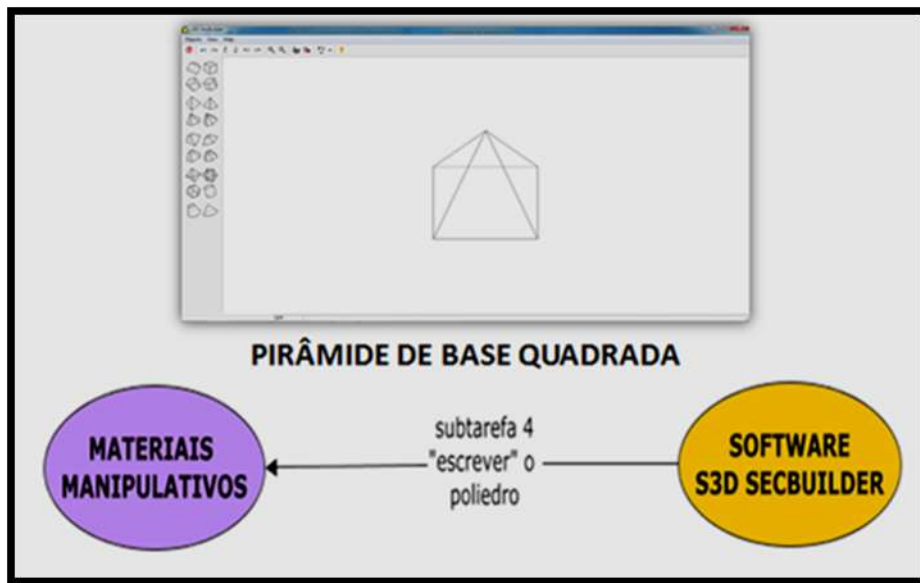
Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.

Quadro 17 – Análise *a priori* da tarefa de “Escrever visualmente” – subtarefa 4.

|                                                                                                                                                                                             |                            |                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tipo de Tarefa</b>                                                                                                                                                                       | Godino <i>et al</i> (2011) | Tarefa de Comunicação da forma, seus componentes e estruturas; Apoio nas representações materiais em forma de desenhos; Linguagem visual em destaque.                                                                   |
|                                                                                                                                                                                             | Gutiérrez (1998)           | Tarefa de desenhar representações planas de poliedros.                                                                                                                                                                  |
| <b>Nível da representação plana envolvida na Tarefa</b>                                                                                                                                     | Gutiérrez (1998)           | 2º Nível: Representações bidimensionais dos poliedros.                                                                                                                                                                  |
| <b>- Procedimento/ Operação Visual/ Técnica Visual - necessária (o) para a execução da Tarefa</b>                                                                                           | Godino <i>et al</i> (2011) | Projetar corpos no plano.                                                                                                                                                                                               |
| <b>Elementos do Pensamento Geométrico 3D necessários para a execução da Tarefa</b><br><br><b>Processos Cognitivos trabalhados na Tarefa</b><br><br><b>Habilidades trabalhadas na Tarefa</b> | Pittalis e Christou (2010) | Representação de objetos 3D; Conceitualização de propriedades matemáticas.                                                                                                                                              |
|                                                                                                                                                                                             | Pittalis e Christou (2010) | Filtragem de propriedades geométricas em formas 3D; Exploração de propriedades conhecidas dos estudantes existentes nas formas 3D e na sua manipulação; Edição das convenções utilizadas na representação de formas 3D. |
|                                                                                                                                                                                             | Pittalis e Christou (2010) | Habilidades Espaciais                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Habilidades necessárias para a execução da Tarefa</b>                                                                                                                                    | Gutiérrez (1998)           | Identificação visual; Conservação da percepção; Memória visual.                                                                                                                                                         |

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa.

Figura 50 – Esquema da Subtarefa 4 – “Escrever visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software Cmap Tool.

## 5 RESULTADOS

Nossos resultados consistem da análise de como os estudantes do Ensino Normal Médio lidaram com tarefas visuais de “leitura e escrita” de diferentes representações de poliedros a partir de recursos físicos e virtuais.

Participaram das tarefas 10 estudantes dispostos em 5 duplas. Cada uma das cinco duplas foi nomeada pelas siglas: B1, B2, B3, B4 e B5. Cada dupla respondeu separadamente às questões e ao fim do dispositivo cada dupla devolveu à pesquisadora o protocolo com as tarefas e subtarefas entregues no início.

Todo o dispositivo foi filmado e fotografado gerando um protocolo vídeo-fotografado que também foi utilizado para fins de análise dos resultados.

### 5.1 TAREFA DE “LER VISUALMENTE”

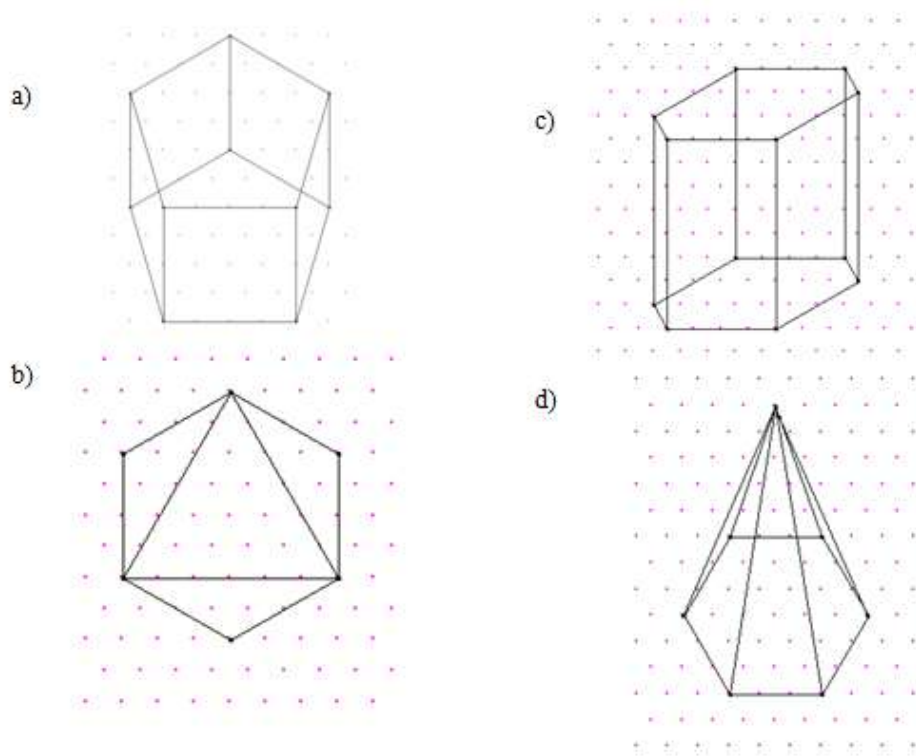
As análises de como os estudantes lidam com as tarefas de “ler visualmente” tem como principal objetivo caracterizar os processos de resolução dessas tarefas através da observação de indícios da mobilização de habilidades visuais.

#### 5.1.1 Subtarefa 1

Foi realizada com o auxílio da “caixa de Becker”. Cada dupla de estudantes, sem visualizar, manipulou um poliedro utilizando o tato e foi pedido que a partir dessa manipulação “às cegas” os mesmos identificassem a representação isométrica bidimensional de um prisma de base hexagonal em papel isométrico. Segue abaixo o enunciado da subtarefa.

**Observe o poliedro na “caixa de Becker” por meio do “tateio”, manipule-o e em seguida identifique entre as opções a representação bidimensional no papel isométrico do poliedro observado.**

Opções apresentadas às duplas:



Na subtarefa1, as duplas tiveram que manipular, por meio do “tateio” na “caixa de Becker”, o prisma de base hexagonal e depois escolheram umas das opções apresentadas no protocolo, os estudantes escolheram as alternativas a partir da memória obtida depois do “tateio” dos poliedros. Todas as duplas: B1, B2, B3, B4 e B5, assinalaram a alternativa “a” como representação do poliedro observado na “caixa de Becker”. Não foram observadas dificuldades nessa subtarefa, acreditamos que a presença de alternativas possa ter facilitado na escolha da resposta correta.

Percebemos que os estudantes mobilizaram na subtarefa a habilidade de “identificação visual” (GUTIÉRREZ, 1998), já que foram capazes de reconhecer o poliedro mesmo não podendo “ver” de maneira habitual o sólido. Outra habilidade desenvolvida nessa subtarefa foi a de “conservação da percepção”, uma vez que os estudantes escolheram corretamente a representação do prisma de base pentagonal na malha isométrica, mesmo que a forma do poliedro não fosse visível parcialmente (GUTIÉRREZ, 1998). A “habilidade de reconhecimento de relações espaciais” também foi empregada pelos estudantes nessa subtarefa, pois as duplas foram capazes de identificar as semelhanças e diferenças de todos os quatro poliedros apresentados nas alternativas e relacionar um deles ao poliedro “tateado” na “caixa de Becker” (GUTIÉRREZ, 1998). As habilidades de “discriminação visual e memória visual” (GUTIÉRREZ, 1998) também foram mobilizadas na execução da subtarefa, já que os estudantes foram capazes de recordar as características visuais observadas no “tateio” do

poliedro na “caixa de Becker” além da comparação deste sólido com representações de outros sólidos nas alternativas apresentadas.

### 5.1.2 Subtarefa 2

Essa subtarefa foi realizada na caixa de Becker e no software s3D SecBuilder. Foi solicitado a cada dupla de estudantes, a partir da manipulação do octaedro “às cegas”, que identificassem no software s3D SecBuilder o referido poliedro “tateado”.

**Observe o poliedro na “caixa de Becker” por meio do “tateio”, manipule-o e em seguida identifique-o no software S3D SecBuilder.**

O sólido apresentado aos estudantes na “caixa de Becker” foi o octaedro.

Figura 51 – Octaedro construído em papel.

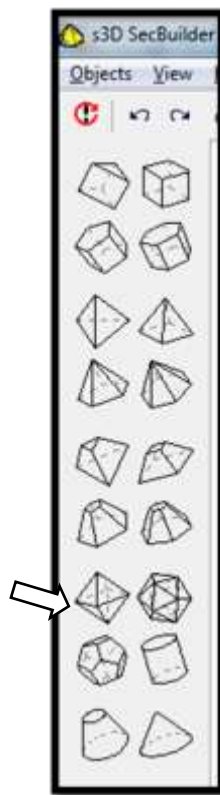


Fonte: Sólido construído pela autora da pesquisa.

Nesta subtarefa os estudantes ficaram livres para escolher no menu do software a opção correta.

Quatro duplas B2, B3, B4 e B5 escolheram no menu do s3D SecBuilder como representação do poliedro que haviam “tateado” na “caixa de Becker” a seguinte opção:

Figura 52 – Sólido escolhido no menu pelas duplas B2, B3, B4 e B5 – Tarefa de “ler” visualmente/ subtarefa 2.



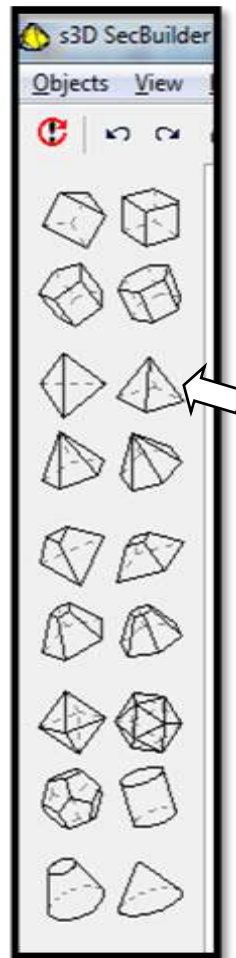
Fonte: Software s3D SecBuilder.

Quatro duplas conseguiram chegar à resposta correta em relação ao poliedro apresentado na “caixa de Becker”. Os estudantes mobilizaram várias das habilidades investigadas por Gutiérrez (1998): “coordenação da direção dos olhos”, visto que foram capazes de seguir com os olhos, através dos movimentos de rotação proporcionado pelo software s3D SecBuilder, os elementos do octaedro “tateado” ; “identificação visual”, pois essas duplas conseguiram reconhecer a figura isolada na “caixa de Becker” e apontar sua representação em 3D no software; “conservação da percepção”, pois foram capazes de reconhecer o octaedro mesmo que o sólido não mantivesse sua forma na tela do software; “discriminação visual”, identificada pela capacidade dos estudantes de escolher a representação correta do poliedro no menu dentre as várias opções disponíveis; e “memória visual”, capacidade de reter a informação dos elementos do octaedro observado na “caixa de Becker” e de reconhecer esses elementos na representação escolhida no menu do software.

Apenas a dupla B1, escolheu uma opção diferente das demais duplas, a opção errada no menu do software. Acreditamos que a escolha equivocada baseou-se no fato da pirâmide ter faces triangulares como o octaedro apresentado na “caixa de Becker”. Vale salientar que

no software os estudantes tiveram acesso a visualização em diversas perspectivas do sólido escolhido no menu. Puderam dar zoom, rotacionar manualmente e automaticamente a representação do octaedro na tela do s3D SecBuilder, elementos que foram analisados a partir das vídeos-gravações feitas da vivência do dispositivo.

Figura 53 – Sólido escolhido no menu pela dupla B1 - Tarefa de “1er” visualmente/ subtarefa 2.



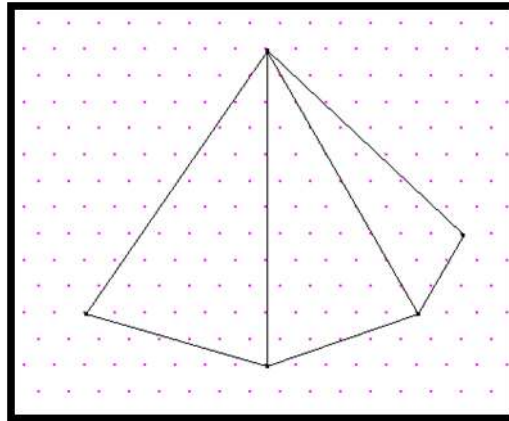
Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.

### 5.1.3 Subtarefa 3

Foi pedido a cada dupla de estudantes que a partir da visualização bidimensional, em papel isométrico, da pirâmide de base pentagonal, os estudantes identificassem a pirâmide de base pentagonal na “caixa de Becker”;

**Observe o poliedro abaixo, representado em papel isométrico, e identifique sua representação tridimensional na “caixa de Becker”.**

Figura 54 – Pirâmide de base pentagonal.



Fonte: Software Apprenti Géomètre2.

As opções foram trazidas em quatro “caixas de Becker” na caixa 1 estava o prisma de base hexagonal, na caixa 2 o cubo ou tetraedro, na caixa 3 o dodecaedro e na caixa 4 a pirâmide de base pentagonal.

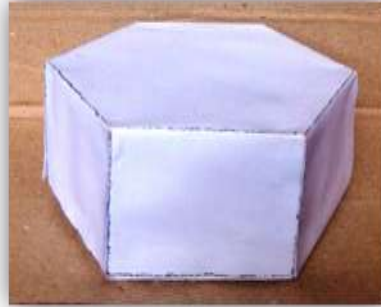
Figura 55 – “Caixas de Becker” utilizadas na tarefa de “ler” visualmente/ subtarefa 3.



Fonte: Registro fotográfico da realização do dispositivo.

Opções que foram apresentadas para os estudantes:

- Caixa1:



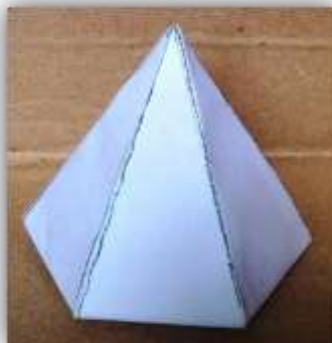
- Caixa2:



- Caixa3



- Caixa4



Todas as duplas escolheram a caixa 4 como contendo o sólido observado na representação isométrica da subtarefa. Todas as duplas responderam corretamente a subtarefa proposta.

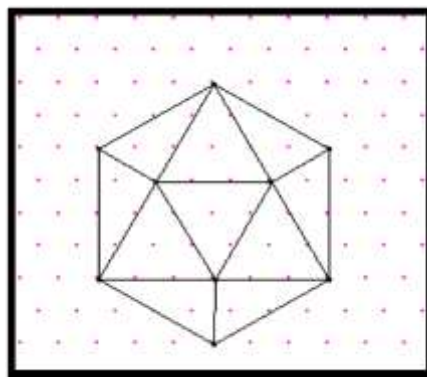
Foi observada a mobilização pelos estudantes de várias das habilidades estudadas por Gutiérrez (1998): “identificação visual”, já que as duplas conseguiram reconhecer o poliedro representado no papel isométrico na “caixa de Becker” correspondente (caixa 4); “conservação da percepção”, pois conseguiram reconhecer a forma do poliedro na representação em papel isométrico na “caixa de Becker” mesmo que o sólido não fosse totalmente visível na representação isométrica; “discriminação visual”, levando em consideração que as duplas compararam os poliedros nas 4 caixas e conseguiram por meio das suas diferenças reconhecer a pirâmide de base hexagonal na caixa 4; e “memória visual”, as características visuais da representação da pirâmide de base pentagonal representada em papel isométrico e transportaram para o reconhecimento por “tateio” do referido sólido na “caixa de Becker”.

#### 5.1.4 Subtarefa 4

A cada dupla foi pedido que a partir da visualização bidimensional, em papel isométrico, do icosaedro, os estudantes pudessem identificar o referido poliedro no software s3D SecBuilder;

**Observe o poliedro abaixo, representado em papel isométrico, e identifique sua representação bidimensional no software S3D SecBuilder.**

Figura 56 – Icosaedro.

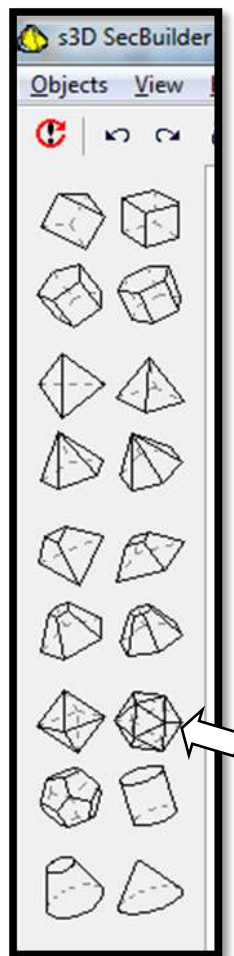


Fonte: Software Apprenti Géomètre2.

Nesta subtarefa os estudantes ficaram livres para escolher no menu do software a opção correta.

As duplas B1, B2, B3, B4 e B5 escolheram no menu do software como representação do poliedro que haviam “tateado” na “caixa de Becker” a seguinte opção:

Figura 57 – Sólido escolhido no menu pelas duplas B1, B2, B3, B4 e B5 – Tarefa de “ler” visualmente / subtarefa 4.



Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.

Todas as duplas conseguiram identificar o poliedro apresentado no papel isométrico no menu do software. Mesmo o icosaedro perdendo algumas características na representação isométrica, os estudantes utilizaram as ferramentas do software, como rotacionar e também o zoom para que pudessem apontar como resposta o icosaedro. Acreditamos que as duplas notaram que as faces do poliedro apresentado no papel isométrico eram triangulares o que pode ter facilitado a resposta dos estudantes.

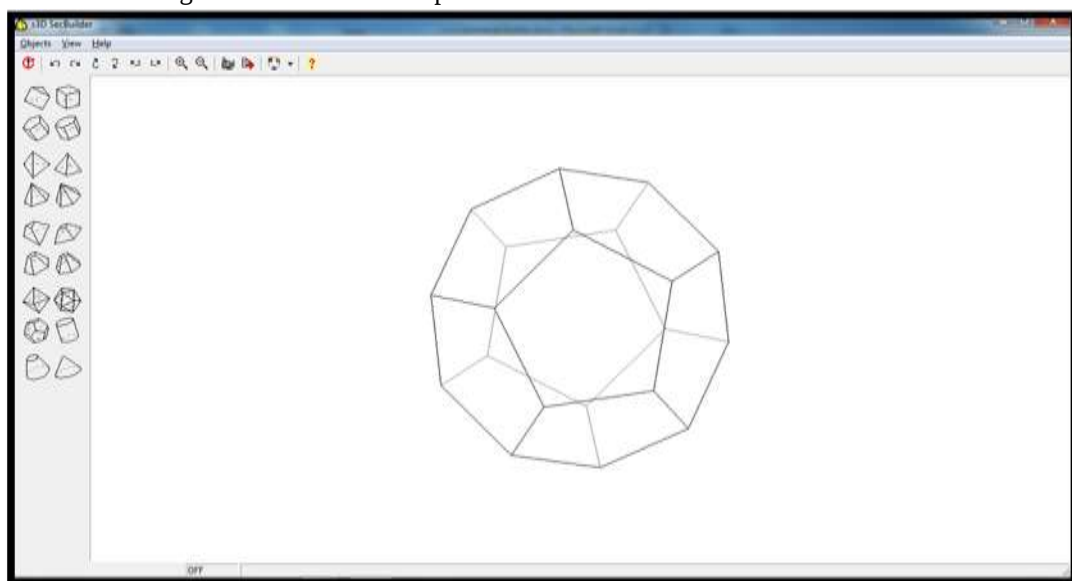
Nessa subtarefa foram mobilizadas as habilidades (GUTIÉRREZ,1998) de “coordenação da direção dos olhos”, já que as duplas seguiram com os olhos o movimento do poliedro selecionado no menu do software de maneira ágil e eficaz sendo capazes de visualizar os elementos necessários para a associação da representação virtual com a representação em papel isométrico como enunciada na subtarefa; “conservação da percepção”, pois conseguiram desenvolver essa habilidade tomando como referência a capacidade apresentada na execução da subtarefa de reconhecer a forma do poliedro na representação isométrica mesmo o que o icosaedro não fosse visível em sua plenitude em papel isométrico; e “discriminação visual”, vez que foram capazes de distinguir as opções apresentadas no menu do s3D Secbuilder e ainda relacionar a representação em papel isométrico à opção de representação virtual do poliedro escolhida.

### 5.1.5 Subtarefa 5

A cada dupla de estudantes foi solicitado, a partir da visualização e manipulação de um dodecaedro traçado no software s3D SecBuilder, que identificassem o poliedro na “caixa de Becker”;

**Observe o dodecaedro na tela do software s3D SecBuilder e identifique sua representação tridimensional na “caixa de Becker”.**

Figura 58 – Dodecaedro apresentado na tela do software s3D SecBuilder.



Fonte: Captura da tela do Software s3D SecBuilder.

Figura 59 – “Caixas de Becker” utilizadas na tarefa de “Ler visualmente”/ subtarefa 5.



Fonte: Registro fotográfico do dispositivo.

Opções que foram apresentadas para os estudantes:

- Caixa 1



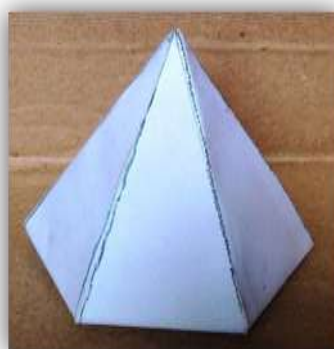
- Caixa 2



- Caixa 3



- Caixa 4



As duplas B1, B2, B3, B4 e B5, optaram pela caixa 1 (dodecaedro) como contendo o poliedro representado virtualmente na tela do software s3D SecBuilder. Com a possibilidade de manipulação disponível no software, cada dupla explorou bastante os botões apresentados no menu do s3D SecBuilder. Os estudantes rotacionaram o dodecaedro de modo a visualizar todos os seus elementos (faces, vértices e arestas) e foi possível a visualização do referido sólido em várias perspectivas.

As habilidades (GUTIÉRREZ, 1998) encontradas nos estudantes na execução dessa subtarefa foram: “coordenação da direção dos olhos”, já que as duplas foram capazes de seguir com os olhos o movimento do dodecaedro no software de forma a visualizar todos os elementos e características do sólido; “identificação visual”, pois conseguiram reconhecer o dodecaedro na “caixa de Becker” mesmo o sólido estando isolado do alcance dos olhos das duplas (fora do contexto); “conservação da percepção”, no reconhecimento do dodecaedro no software mesmo não sendo totalmente visível em sua forma já que tratava-se de uma representação bidimensional de um sólido tridimensional ; “discriminação visual”, pois ao tentar identificar em qual “caixa de Becker” estava o dodecaedro representado no software, foram capazes de comparar os vários poliedros das caixas identificando suas semelhanças e diferenças com a representação virtual do dodecaedro; e “memória visual”, a pela recordação

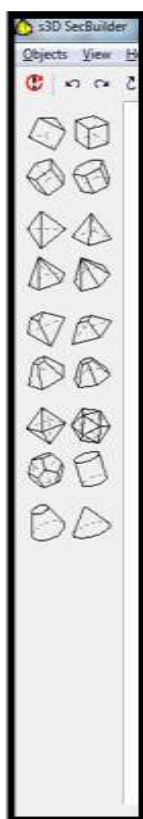
e articulação das características visuais da representação virtual com a representação física na “caixa de Becker”.

### 5.1.6 Subtarefa 6

Foi pedido a cada dupla que a partir da visualização e da manipulação de um prisma de base pentagonal na tela do computador, no software s3D SecBuilder, que identificassem o poliedro representado bidimensionalmente no papel isométrico.

**Observe o prisma de base pentagonal na tela do software S3D SecBuilder e identifique sua representação bidimensional no papel isométrico.**

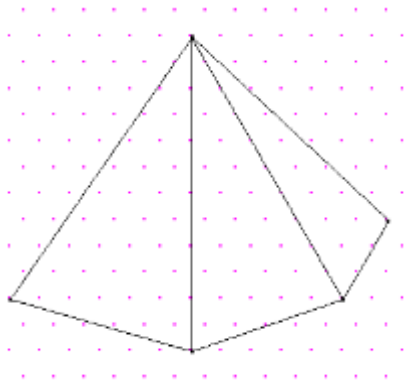
Figura 60 – Opções de sólidos no menu.



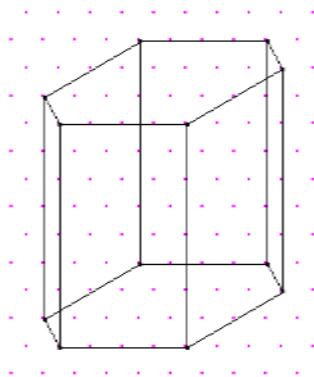
Fonte: Captura da tela software s3D SecBuilder.

Opções que foram apresentadas para os estudantes:

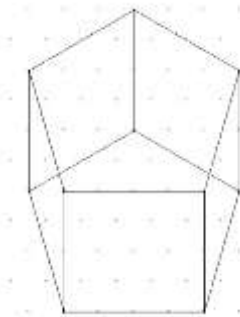
a)



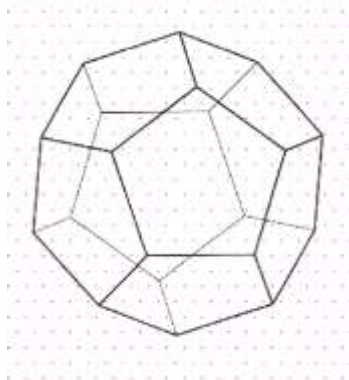
b)



c)



d)

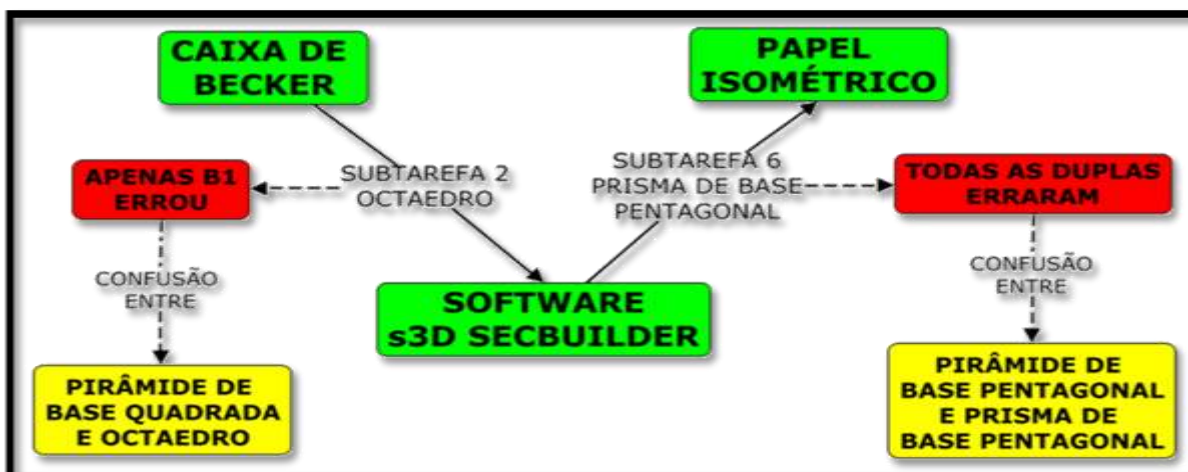


Todas as duplas escolheram como resposta a opção de representação exposta na alternativa “a”. Como previsto na escolha das alternativas da subtarefa, acreditamos que as duplas confundiram o prisma de base pentagonal com a pirâmide de base pentagonal visto que apresentam em suas bases a mesma figura plana, o pentágono. Como nessa subtarefa o sólido não estava selecionado *a priori* na tela do software pode ter levado os estudantes ao erro. Cada dupla deveria selecionar no menu o poliedro desejado, explorá-lo no software e depois assinalar a opção escolhida no protocolo. Acreditamos que os estudantes possuem uma dificuldade em diferenciar prismas de pirâmides já que no menu do software ao colocar o mouse sobre os sólidos era possível observar seus respectivos nomes.

De maneira geral, as duplas realizaram as subtarefas de maneira satisfatória, levando-nos a acreditar que os estudantes foram capazes de identificar os poliedros apresentados nas diversas formas de representação. Acreditamos que as duplas “lêem” de maneira razoável. Com exceção das subtarefa2, que apenas uma das duplas errou e da subtarefa 6 que todas as duplas erram, as outras quatro subtarefas foram respondidas com êxito. Cabe salientar que seria necessário um conjunto de outras tarefas para que se possa ampliar a compreensão de como os estudantes diferenciam ou não prismas de pirâmides.

No esquema a seguir que representa os resultados das subtarefas 2 e 6 podemos observar que o maior percentual de erro se deu na passagem do software para o papel isométrico, todas as duplas erram. Já a passagem da “caixa de Becker” para o software isométrico, todas as duplas erram. Nessas duas subtarefas perceberam-se confusões dos estudantes no reconhecimento e diferenciação entre a pirâmide de base pentagonal e o prisma de base pentagonal.

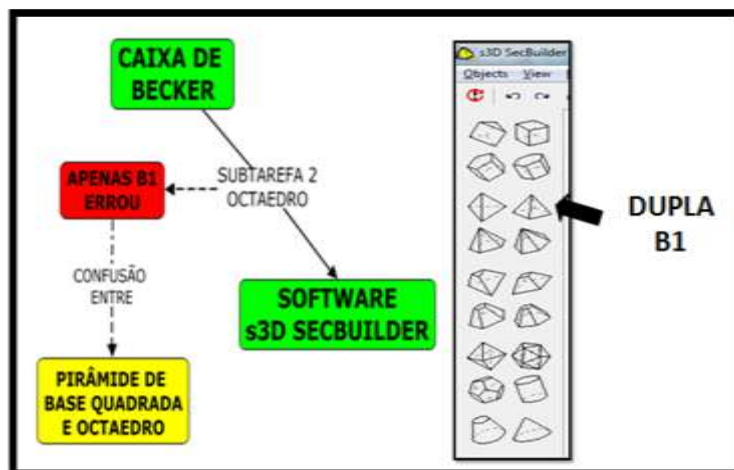
Figura 61 – Esquema dos resultados das subtarefas 2 e 6 – “Ler visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

Na subtarefa 2 foi observado um desempenho insatisfatório na identificação do octaedro no software a partir do “tateio” do sólido na “caixa de Becker”, apenas uma dupla confundiu o octaedro com a pirâmide de base quadrada, como mostra o esquema a seguir.

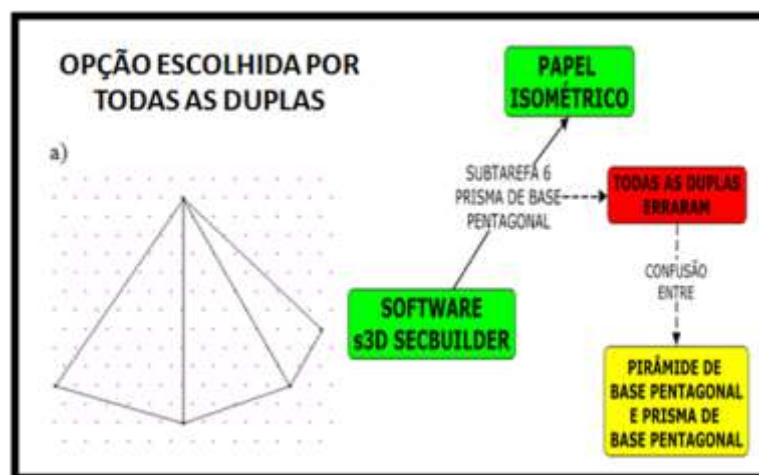
Figura 62 – Esquema dos resultados da subtarefa 2 – “Ler visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

Na subtarefa 6 foi observado um desempenho insatisfatório na identificação do prisma de base pentagonal do software para a representação em papel isométrico, todas as duplas confundiram a pirâmide com o prisma, como mostra o esquema a seguir.

Figura 63 – Esquema dos resultados da subtarefa 6 – “Ler visualmente”.



Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

A seguir resumimos os resultados das subtarefas analisadas através de uma tabela. Os esquemas apresentam as cores verde, amarela e vermelha. A cor verde representa uma resposta correta, a cor amarela representa respostas parcialmente corretas (acertos em partes) e a cor vermelha representa respostas erradas.

Figura 64 – Quadro dos resultados da Tarefa de “Ler visualmente”

| SUBTAREFAS<br>DUPLAS | STAREFAS |      |      |      |
|----------------------|----------|------|------|------|
|                      | ST 1     | ST 2 | ST 3 | ST 4 |
| B1                   | PC       | C    | PC   | PC   |
| B2                   | PC       | C    | C    | E    |
| B3                   | E        | PC   | PC   | E    |
| B4                   | C        | C    | C    | E    |
| B5                   | C        | C    | PC   | PC   |

Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa no software CmapTools.

A partir da análise do quadro anterior, percebemos que as tarefas de “Ler” visualmente tiveram um percentual de acertos satisfatório pelos estudantes a partir da mobilização de habilidades visuais.

## 5.2 TAREFA DE “ESCREVER VISUALMENTE”

O principal objetivo dessa análise é caracterizar os processos de resolução da tarefa de “escrever visualmente” e de suas subtarefas por meio da observação de indícios da mobilização de habilidades pelos estudantes.

### 5.2.1 Subtarefa 1

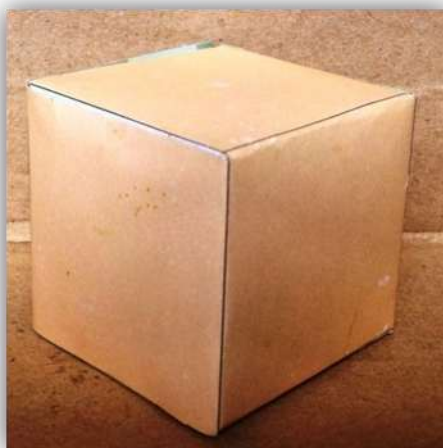
Foi solicitado de cada dupla a partir da manipulação (por tato) de um poliedro, com o auxílio da “caixa de Becker”, que esboçasse a representação do poliedro manipulado em papel isométrico.

**Observe o poliedro na “caixa de Becker” por meio do “tateio”, manipule-o e em seguida esboce no papel isométrico sua representação bidimensional.**

foi disponibilizado papel pontado isométrico para que cada uma das duplas pudesse, a partir da “observação” do poliedro na “caixa de Becker”, esboçar uma representação.

O sólido apresentado às duplas na “caixa de Becker” foi o cubo ou hexaedro.

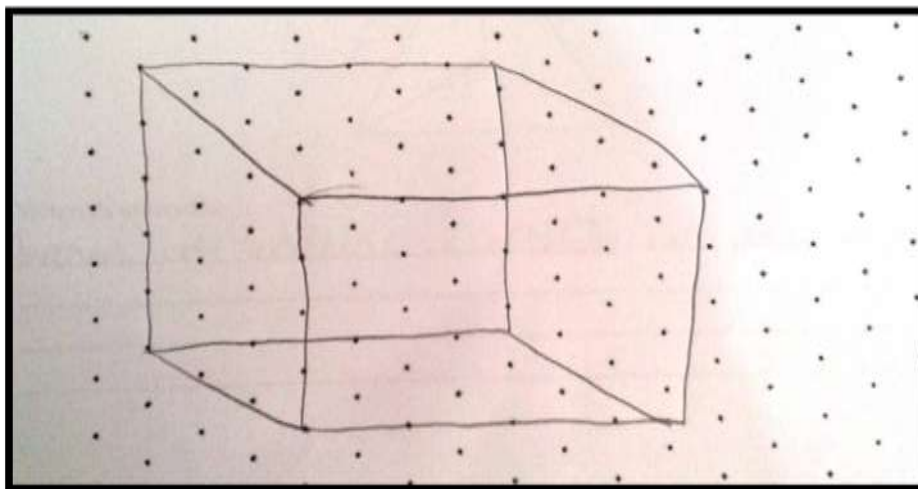
Figura 65 – Cubo ou hexaedro construído em papel.



Fonte: Sólido construído pela autora da pesquisa.

Cada dupla de estudantes fez uma representação única, cabendo o debate e o consenso entre os integrantes a fim de esboçarem uma única representação por dupla. Os extratos das duplas B1, B2, B3, B4 e B5 mostram como cada dupla conseguiu expressar as características do cubo observado na “caixa de Becker” a partir da representação em papel isométrico.

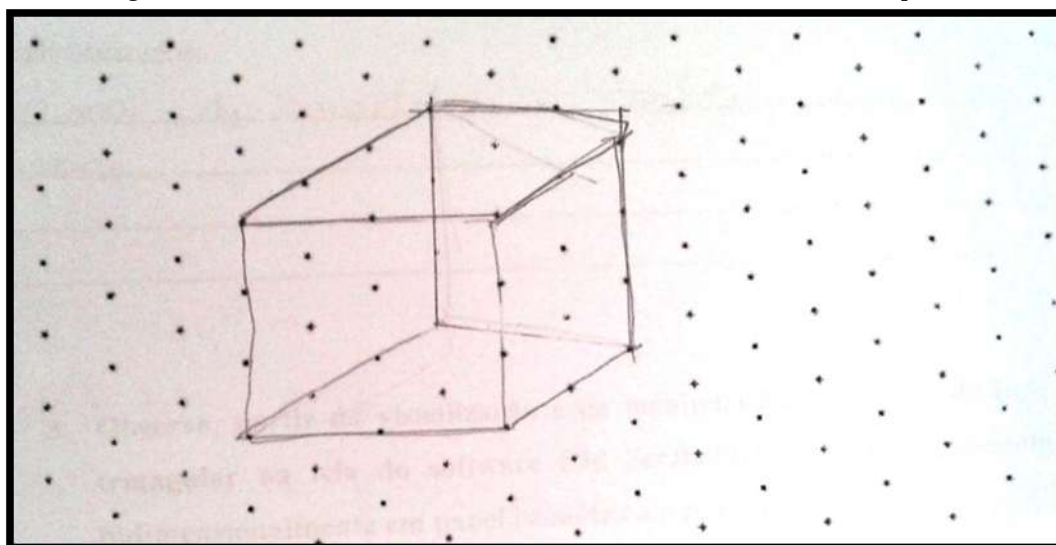
Figura 66 – Extrato da tarefa de “Escrever visualmente”/ subtarefa 1 – Dupla B1.



Fonte: Protocolo das respostas dos estudantes.

Observamos, a partir do extrato da dupla B1, que ficou na dúvida se os estudantes quiseram representar o cubo ou hexaedro ou um prisma de base retangular ou paralelepípedo. A partir da representação feita pela dupla não ficou tão evidente se os estudantes não conseguiram identificar a congruência das faces do poliedro ou se houve dificuldade na representação das características do cubo ou hexaedro no papel isométrico. Acreditando que a dupla B1 tentou representar o cubo, observamos que os comprimentos das arestas das face frontal são diferentes, ou seja, os estudantes não respeitaram a igualdade do comprimento das arestas.

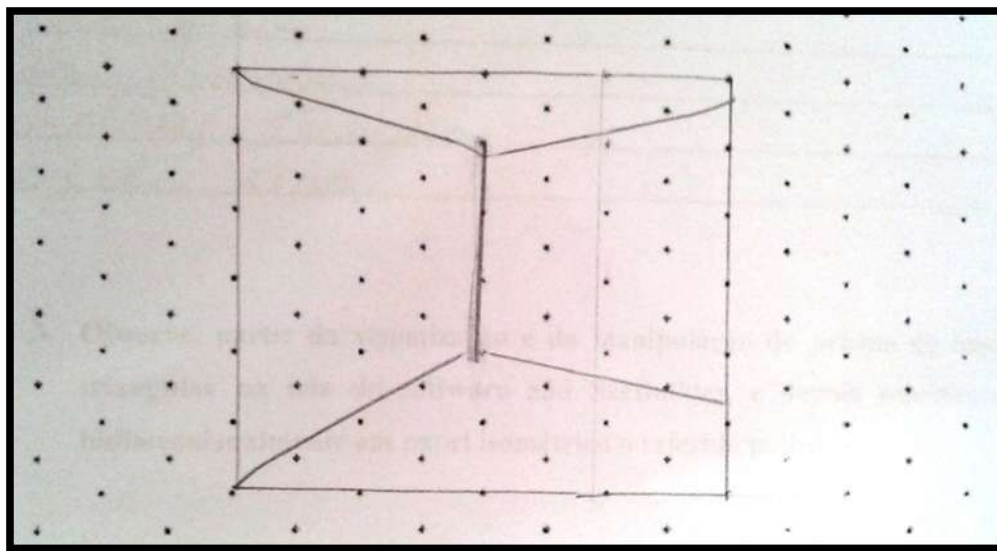
Figura 67 – Extrato da tarefa de “Escrever visualmente”/ subtarefa 1 – Dupla B2.



Fonte: Protocolo das respostas dos estudantes.

Assim como a dupla B1, os estudantes da dupla B2 não respeitaram a congruência das arestas das faces, porém mantiveram coerente o número de faces, vértices e arestas do cubo representado em papel isométrico.

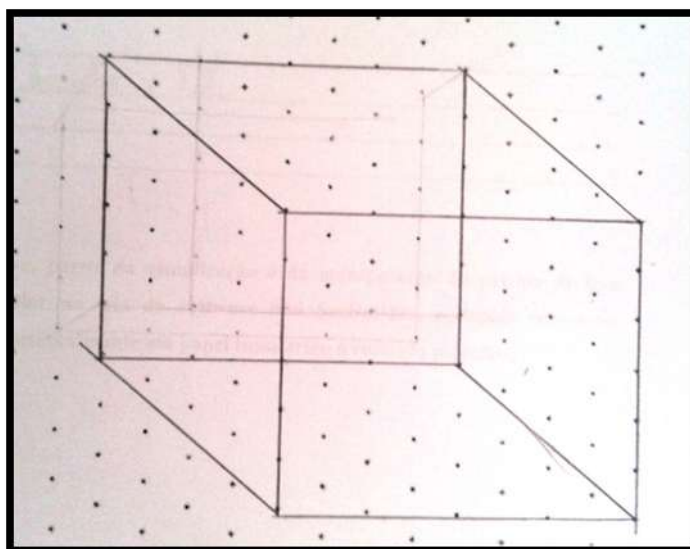
Figura 68 – Extrato da tarefa de “Escrever visualmente”/ subtarefa 1 – Dupla B3.



Fonte: Protocolo das respostas dos estudantes.

O extrato da dupla B3 mostra que os estudantes não respeitaram nem a congruência das arestas nem foram coerentes com a representação do número de faces, arestas e vértices do cubo “tateado” na “caixa de Becker”.

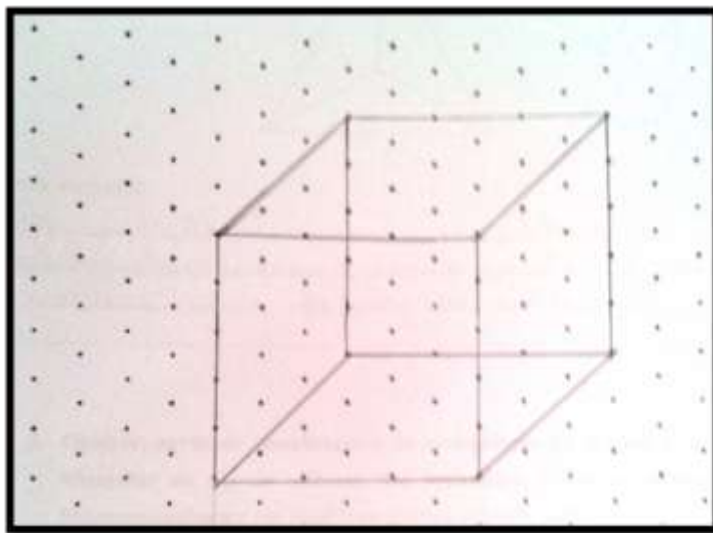
Figura 69 – Extrato da tarefa de “Escrever visualmente”/ subtarefa 1 – Dupla B4.



Fonte: Protocolo das respostas dos estudantes.

A dupla B4 conseguiu expressar em sua representação que as arestas do poliedro “tateado” na “caixa de Becker” eram congruentes, característica do cubo, e ainda conseguiram se mostrar coerentes a respeito do número de faces, vértices e arestas do cubo representado por eles em papel isométrico.

Figura 70 – Extrato da tarefa de “Escrever visualmente”/ subtarefa 1 – Dupla B5.



Fonte: Protocolo das respostas dos estudantes.

O extrato da dupla B5 mostra que assim como a dupla B4, os estudantes conseguiram representar o cubo respeitando a congruência das arestas e sendo coerente com o número de faces, arestas e vértice do poliedro representado em papel isométrico após o “tateio” na “caixa de Becker”.

Analisando a dupla B1, é possível que tenha havido um problema na filtragem das propriedades geométricas do cubo ou hexaedro regular no momento do “tateio” do poliedro na “caixa de Becker” ou na construção da representação de uma figura tridimensional no papel isométrico.

Para a dupla B1, não foi possível averiguar se houve problemas na habilidade de “identificação visual”, ao tatear o cubo apresentado na “caixa de Becker” e/ou problemas na habilidade de “memória visual”, o que justifica a representação equivocada feita pela dupla. Ou seja, a dupla B1 pode ter apresentado dificuldades na “leitura” do poliedro apresentado, na “escrita” do poliedro apresentado ou ainda na “leitura e escrita”. Como não temos outros meios de diagnosticar o problema deixaremos indicadas as possibilidades.

A dupla B3 também apresentou problemas na representação do poliedro “tateado” na “caixa de Becker”. No caso dessa dupla, provavelmente houve problema na filtragem das

propriedades geométricas do cubo, como o formato e número de faces, o número de vértices e arestas ou na construção da representação em 3D do sólido em papel isométrico.

Assim como na dupla B1, a dupla B3 pode ter um desenvolvimento insuficiente nas habilidades de “identificação visual e/ou memória visual”, e ainda um problema na habilidade de “conservação da percepção”, já que não levaram em consideração que sua representação deveria manter a forma do poliedro representado mesmo que não fosse visível parcialmente na representação em papel isométrico. O problema pode ter sido a identificação equivocada do poliedro na “caixa de Becker” ou a dupla não ter mobilizado adequadamente a habilidade de “memória visual” levando a produzir uma representação equivocada do cubo no papel isométrico. Ainda levantamos a possibilidade de os estudantes tanto dupla B1 quanto na dupla B3 terem desenvolvido as habilidades de “identificação visual e memória visual”, mas não terem a habilidade de “escrever”, ou seja, representar em forma de esboço o sólido observado na “caixa de Becker” em papel isométrico.

Já os extratos das duplas B4 e B5, mostram as habilidades propostas na subtarefa, “identificação visual”, “conservação da percepção” e “memória visual”. Essas duplas conseguiram representar de forma satisfatória em papel isométrico o cubo ou hexaedro regular “tateado” na “caixa de Becker”. A dupla B2 não respeitou a congruência das arestas, seu esboço indica que conservou o número de faces, vértices e arestas do cubo. Percebeu-se que as três duplas identificaram corretamente o poliedro apresentado, a memória visual foi acionada visto que as representações mantiveram (pelo menos parcialmente) as características do cubo e também que as suas representações mantiveram a forma do cubo embora algumas de suas faces não pudessem ser vistas totalmente ou parcialmente.

### **5.2.2 Subtarefa 2**

Foi solicitado de cada dupla que a partir da representação bidimensional em papel isométrico do tetraedro regular construíssem uma representação do referido poliedro com a utilização dos materiais manipulativos.

Nessa subtarefa foram disponibilizados vários materiais manipulativos (canudos, palitos de churrasco, cola, massa de modelar, papel color7, tesoura, régua, tecido TNT, giz de cera, hidrocor, estilete, papel milimetrado, papel sulfite) , para que os estudantes escolhessem os que desejassem para executar a subtarefa. Uma bancada foi utilizada para expor esses materiais.

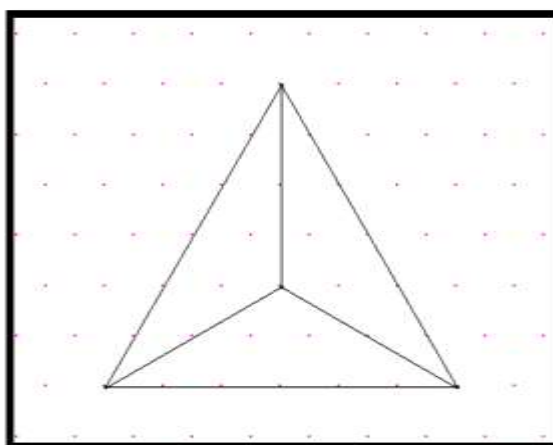
Figura 71 – Bancada contendo materiais manipulativos.



Fonte: Registro fotográfico do dispositivo.

**Observe a representação bidimensional isométrica do tetraedro, em papel, e construa uma representação do referido poliedro com a utilização dos materiais manipulativos.**

Figura 72 – Tetraedro<sup>2</sup>.

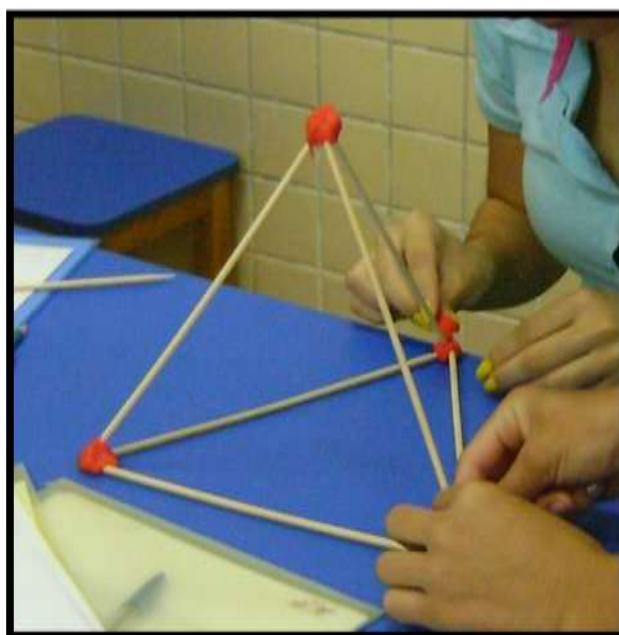


Fonte: software Apprenti Géomètre2.

<sup>2</sup> A formulação do enunciado deveria ser: Observe a representação de um tetraedro em papel isométrico. A representação não é isométrica, pois há segmentos que não têm mesmo comprimento – o que é isométrico é o papel.

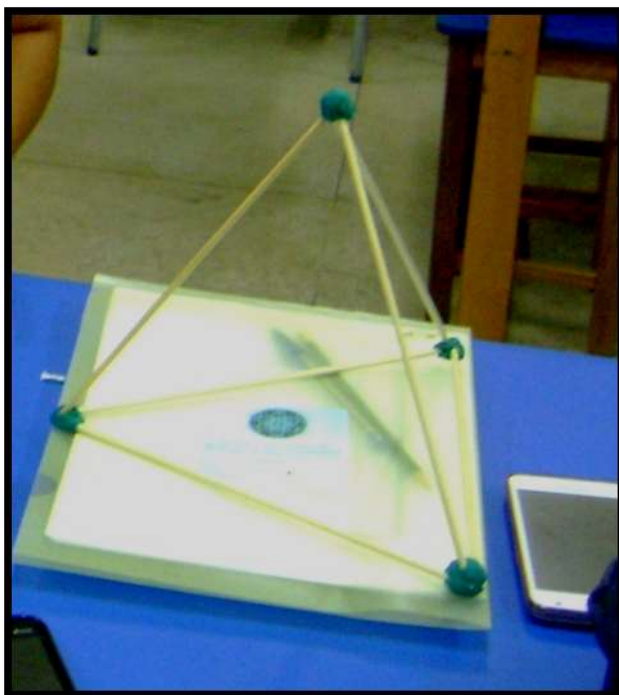
Nessa subtarefa ficou livre para as duplas o tipo de representação que poderiam utilizar. A utilização do material manipulativo teve como objetivo disponibilizar várias possibilidades de representação visual, além das representações em papel isométrico e das representações virtuais, e ainda contribuiu no estímulo à criatividade dos estudantes. As duplas B1, B2, B4 e B5 fizeram representações tridimensionais e apenas a dupla B3 fez representação bidimensional.

Figura 73 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 2 – Dupla B1.



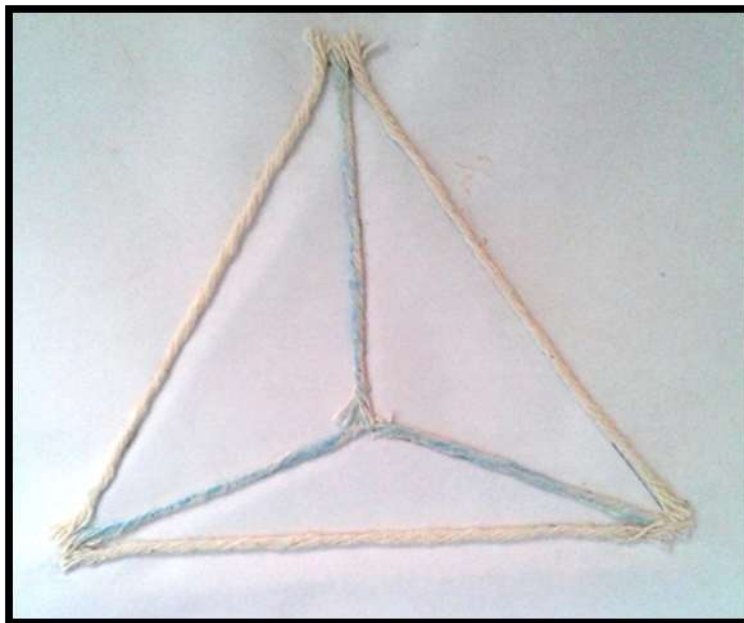
Fonte: Registro fotográfico do dispositivo.

Figura 74 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 2 – Dupla B2.



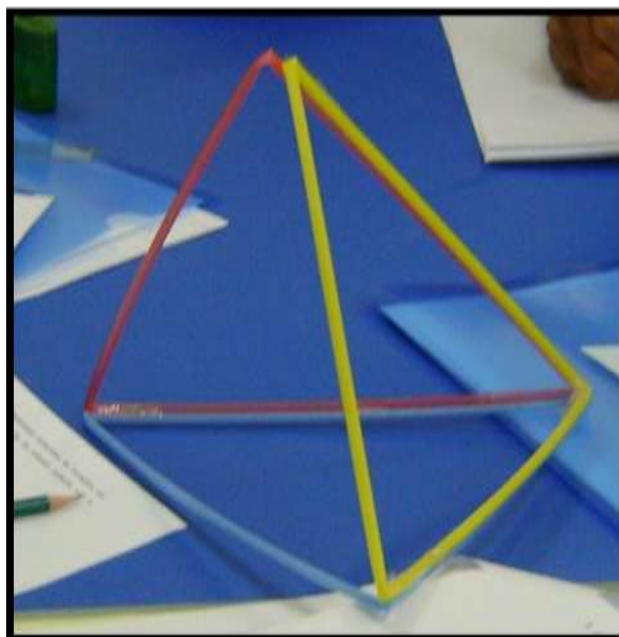
Fonte: Registro fotográfico do dispositivo.

Figura 75 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 2 – Dupla B3.



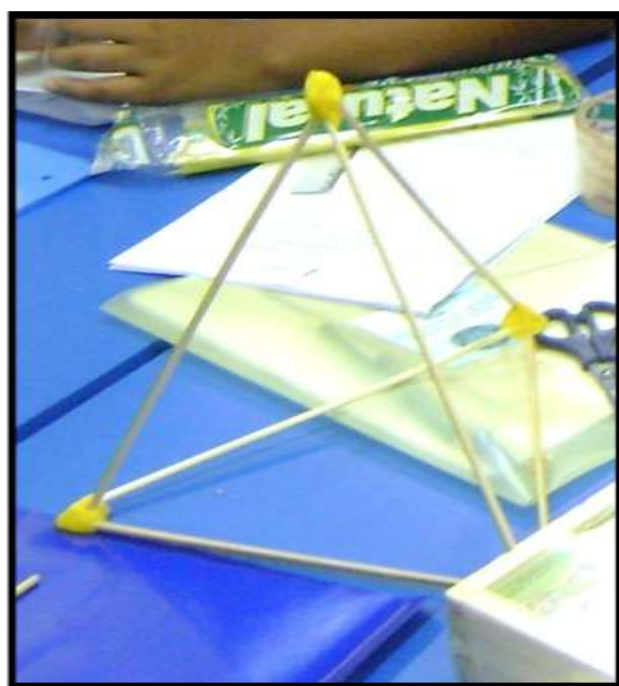
Fonte: Registro fotográfico do dispositiv

Figura 76 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 2 – Dupla B4.



Fonte: Registro fotográfico do dispositivo.

Figura 77 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 2 – Dupla B5.



Fonte: Registro fotográfico do dispositivo.

Como observado pelos extratos da execução da subtarefa pelas duplas de estudantes, quatro duplas utilizaram representações tridimensionais do tetraedro observado em papel

isométrico. As duplas B1, B2 e B5 utilizaram para a representação palitos de churrasco e massa de modelar, já a dupla B4 utilizou como material manipulativo canudos e fita adesiva. A dupla B3 fez uma representação bidimensional do tetraedro utilizando papel color7, cola, fita e giz de cera.

As duplas (B1, B2, B4 e B5) que utilizaram representação tridimensional para o tetraedro filtraram de maneira satisfatória as propriedades geométricas em forma 3D do tetraedro e também editaram as convenções para representar o poliedro de forma tridimensional. Percebeu-se nas duplas o desenvolvimento das habilidades de “identificação visual, conservação da percepção e memória visual” visto que os estudantes foram capazes de identificar corretamente o sólido representado no papel isométrico, foram capazes também de observar que o tetraedro possui elementos mesmo não sendo visíveis totalmente e parcialmente na representação em malha isométrica e ainda utilizaram-se da memória visual para representar todos os elementos do tetraedro em forma 3D mesmo que observado em uma representação 2D.

A dupla B3, no entanto, preferiu fazer uma representação bidimensional do tetraedro. Observou-se a tentativa de recriar a representação feita em papel isométrico em papel sem demarcações. Essa dupla usou a habilidade de “reconhecimento de posição no espaço”, os estudantes foram capazes de relacionar a posição da representação em papel isométrico com a representação formulada pela dupla em papel branco. A referida dupla usou habilidades não estabelecidas, *a priori*, para a subtarefa.

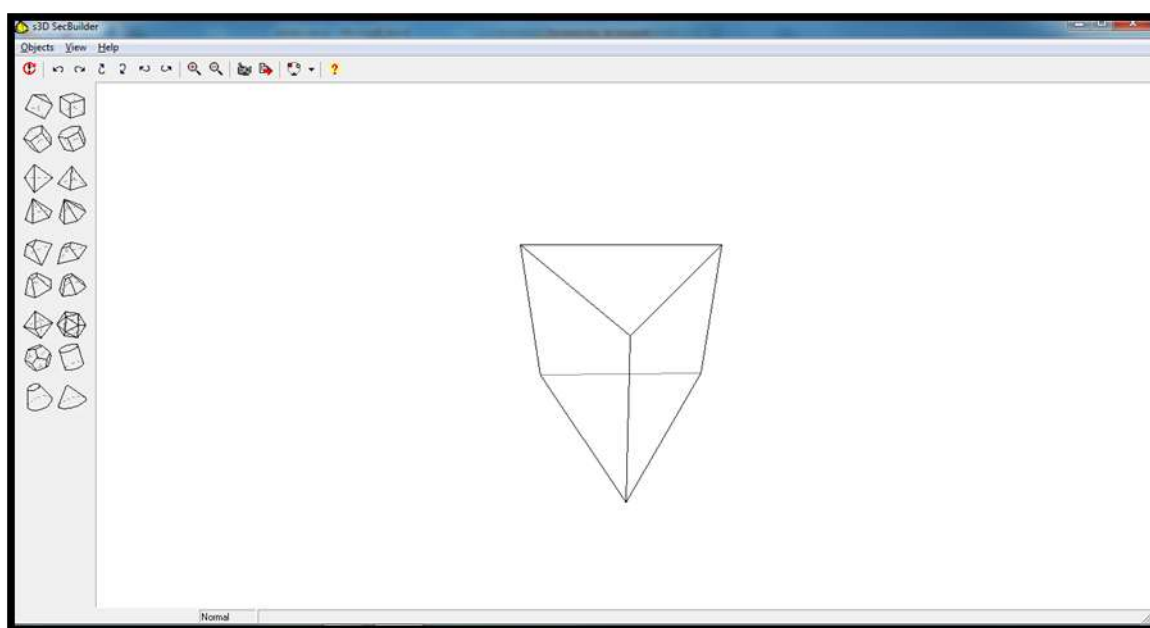
### 5.2.3 Subtarefa 3

Solicitou-se a cada dupla de estudantes que representasse bidimensionalmente em papel isométrico o prisma de base triangular, a partir da visualização e da manipulação do poliedro na tela do software s3D SecBuilder.

**Observe, partir da visualização e da manipulação do prisma de base triangular na tela do software S3D SecBuilder, e depois represente bidimensionalmente em papel isométrico o referido poliedro;**

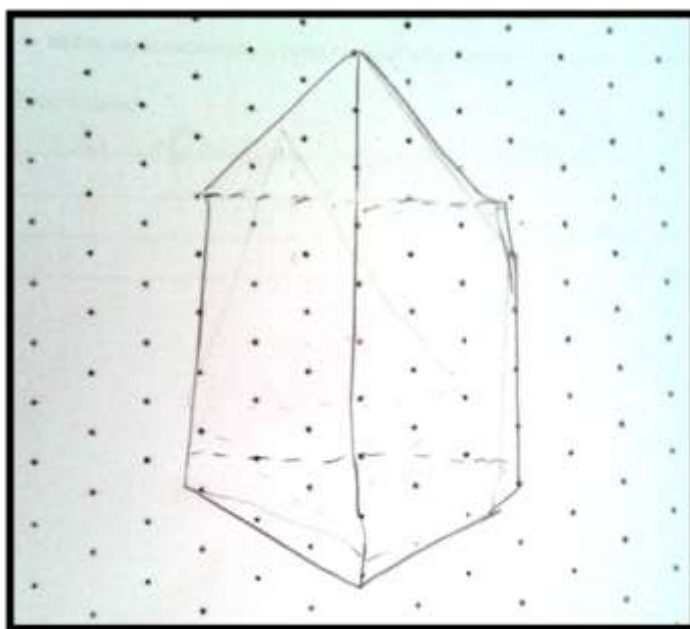
Cada dupla selecionou no menu do software o poliedro solicitado e a partir das opções de rotação e de zoom apresentadas no menu puderam visualizar o prisma sob várias perspectivas. Após visualizar e manipular o prisma na tela do software, cada dupla representou o poliedro em papel isométrico.

Figura 78 – Tela do software s3D SecBuilder – prisma de base triangular.



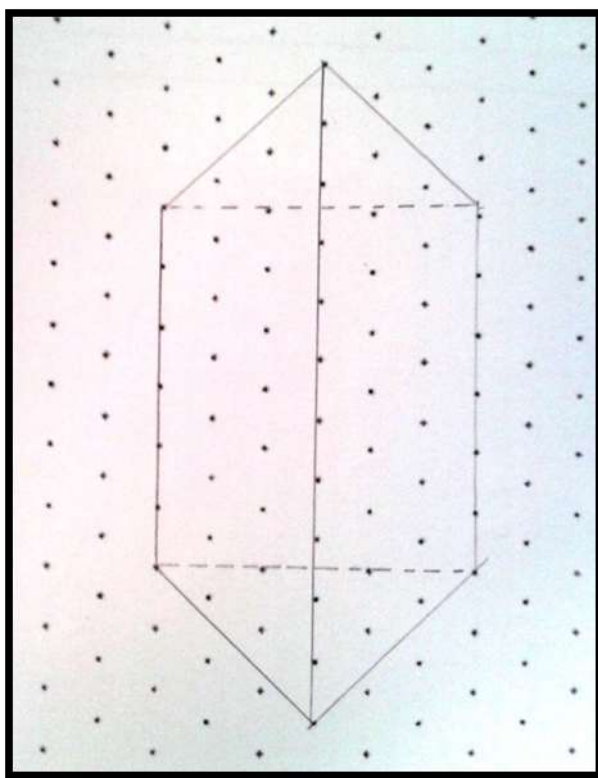
Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.

Figura 79 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B1.



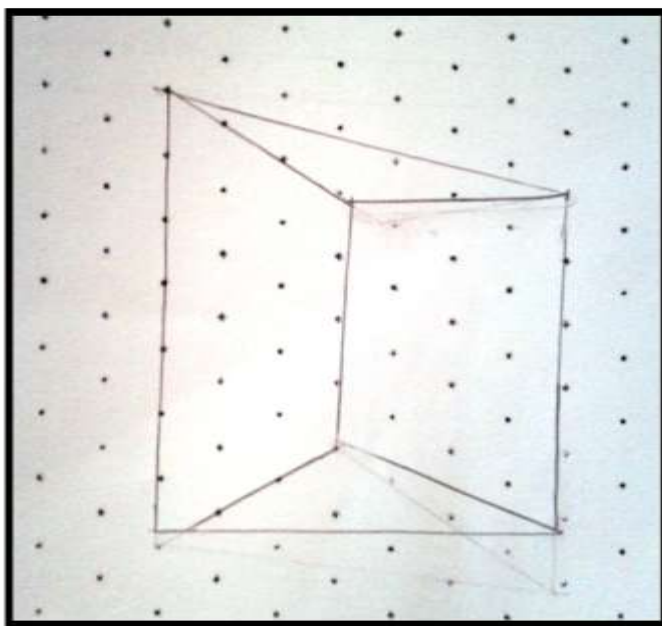
Fonte: Protocolo do dispositivo.

Figura 80 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B2.



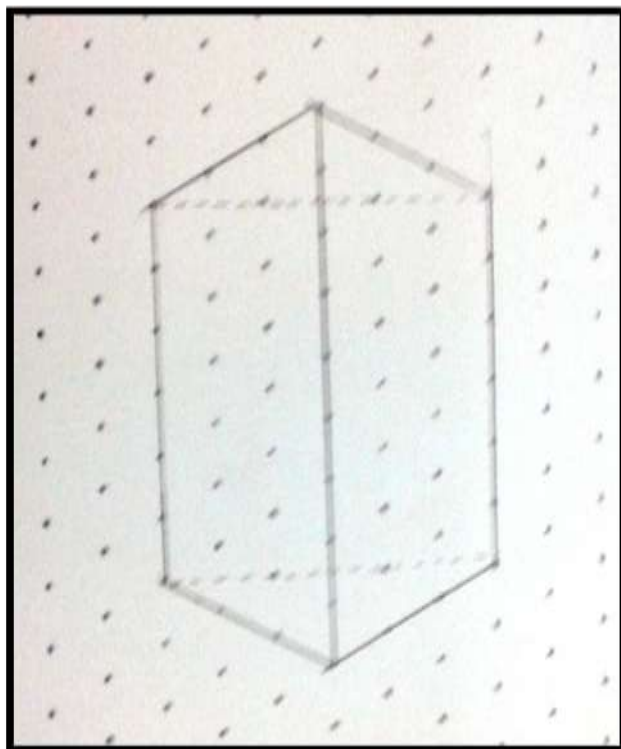
Fonte: Protocolo do dispositivo

Figura 81 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B3.



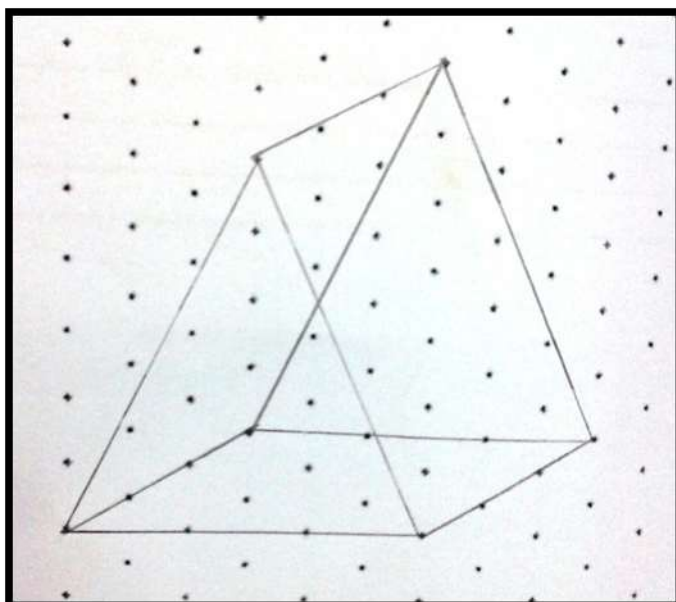
Fonte: Protocolo do dispositivo.

Figura 82 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B4.



Fonte: Protocolo do dispositivo.

Figura 83 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B5.



Fonte: Protocolo do dispositivo.

Ao observar os extratos da execução da subtarefa 3, percebemos que todas as duplas filtraram de maneira exitosa as propriedades do sólido apresentado na tela do software s3D

SecBuilder, editando corretamente no papel isométrico os elementos do prisma de base triangular. Esperávamos que a face apoiada no plano horizontal fosse uma das bases (faces triangulares), como as representações produzidas pelas duplas B1, B2, B3 e B4. Já a dupla B5 surpreendeu trazendo uma representação que foge da usual. No desenho produzido no papel isométrico por essa dupla, a face do prisma de base triangular apoiada no plano horizontal é um retângulo (ou seja, uma de suas faces laterais). A representação da dupla fugiu da representação que esperávamos das duplas.

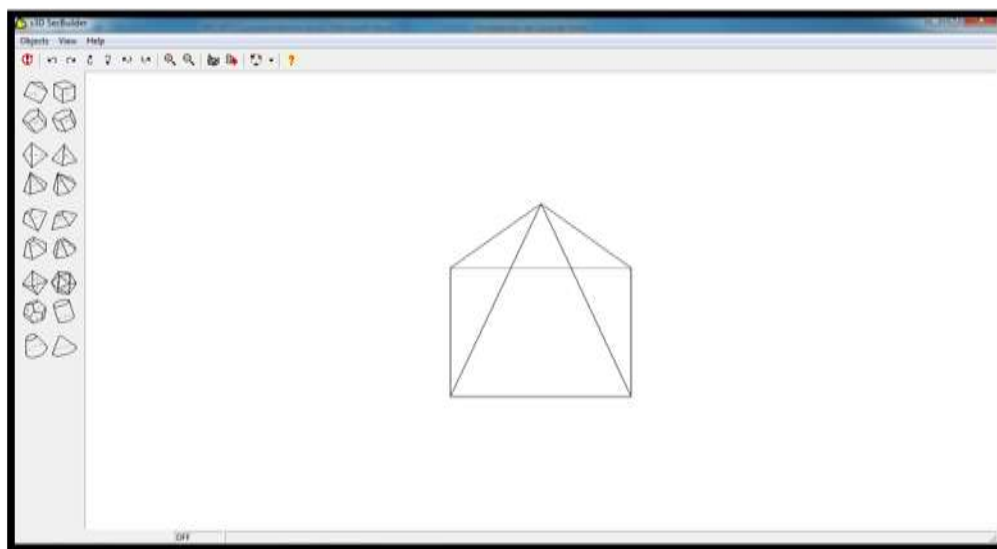
Para as duplas B1, B2, B3, B4 e B5 observou-se que conseguiram desenvolver as habilidades de “identificação visual”, já que foram capazes de identificar os elementos do prisma de base triangular mostrados na tela do software através da exploração e manipulação dos botões de rotacionar e zoom presentes no menu. Acreditamos que com a manipulação dos recursos de rotacionar e aumentar e diminuir (zoom) presentes no software, os estudantes puderam observar o poliedro por diversas perspectivas que favorece o desenvolvimento da habilidade de “conservação da percepção” presente na representação em papel isométrico, já que esses estudantes perceberam que o prisma de base triangular mantém sua forma mesmo não sendo visível parcialmente ou totalmente na representação em papel isométrico. Ainda foi observado para essas duplas o desenvolvimento da habilidade de “memória visual”, pois esses estudantes tiveram que recordar as características visuais e de posição do poliedro observado no software. Pudemos perceber que algumas duplas não respeitaram a proporcionalidade das faces e arestas do prisma em suas representações, a dupla B1, por exemplo, foi destoante na utilização do pontilhado do papel isométrico, já que não foram capazes de perceber que o pontilhado seria útil para traçar os segmentos de retas, as arestas, do prisma de base triangular.

#### **5.2.4 Subtarefa 4**

A partir da visualização e manipulação de uma pirâmide de base quadrada, no software s3D Sec Builder, foi solicitado a cada dupla de estudantes que construíssem uma representação tridimensional do referido poliedro com a utilização dos materiais manipulativos disponibilizados.

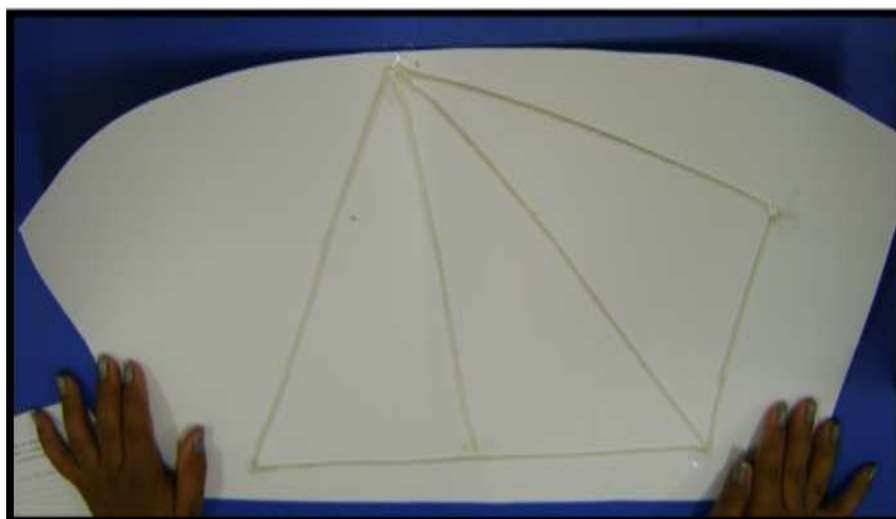
**Observe, partir da visualização e da manipulação da pirâmide de base quadrada na tela do software S3D SecBuilder, e depois represente tridimensionalmente o referido poliedro com os materiais manipulativos.**

Figura 84 - Tela do software s3D SecBuilder – pirâmide de base quadrada.



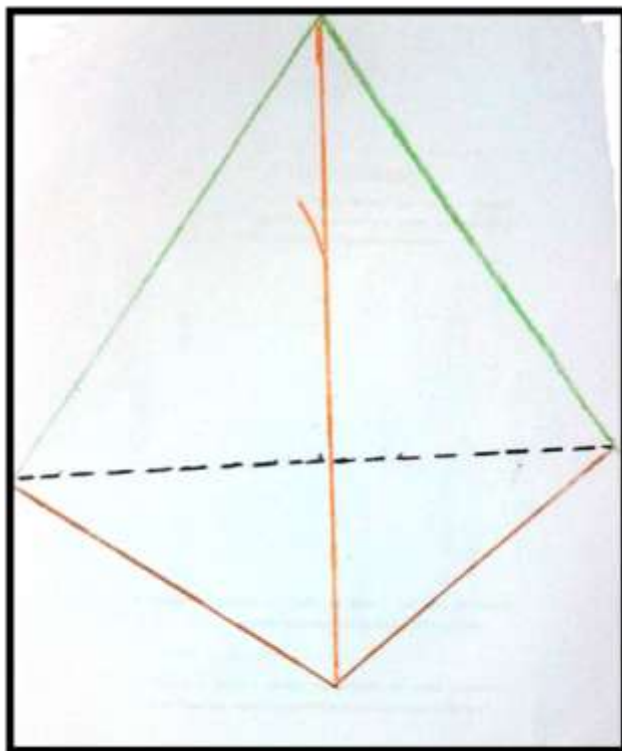
Fonte: Captura da tela do software s3D SecBuilder.

Figura 85 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B1.



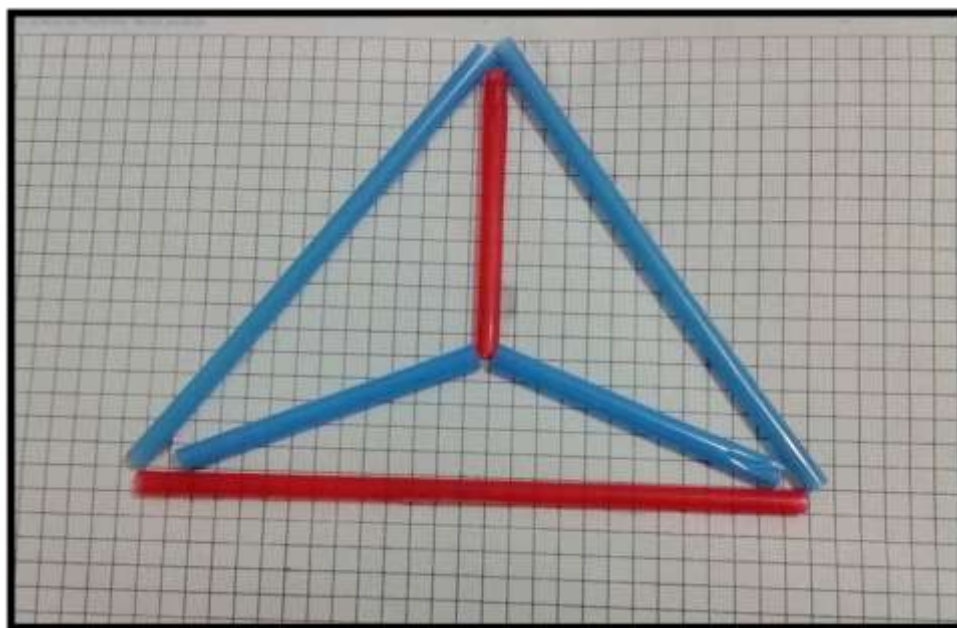
Fonte: Registro fotográfico do dispositivo.

Figura 86 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B2.



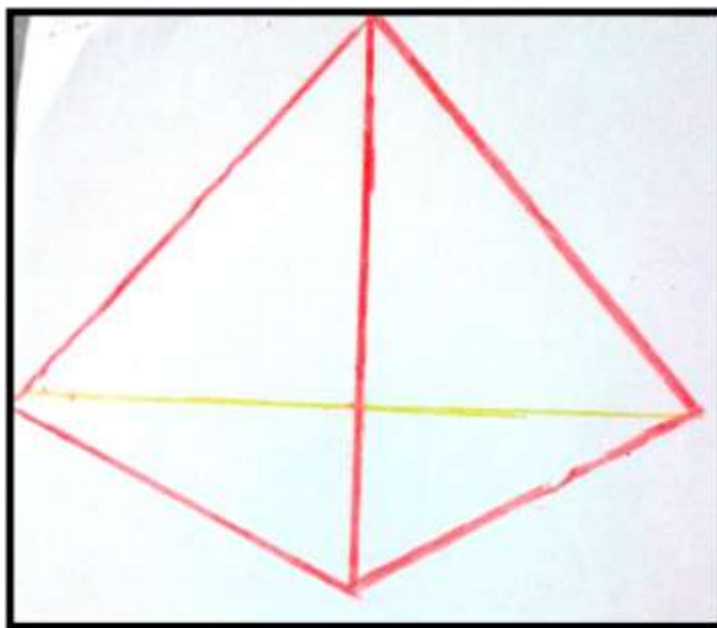
Fonte: Protocolo do dispositivo.

Figura 87 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B3.



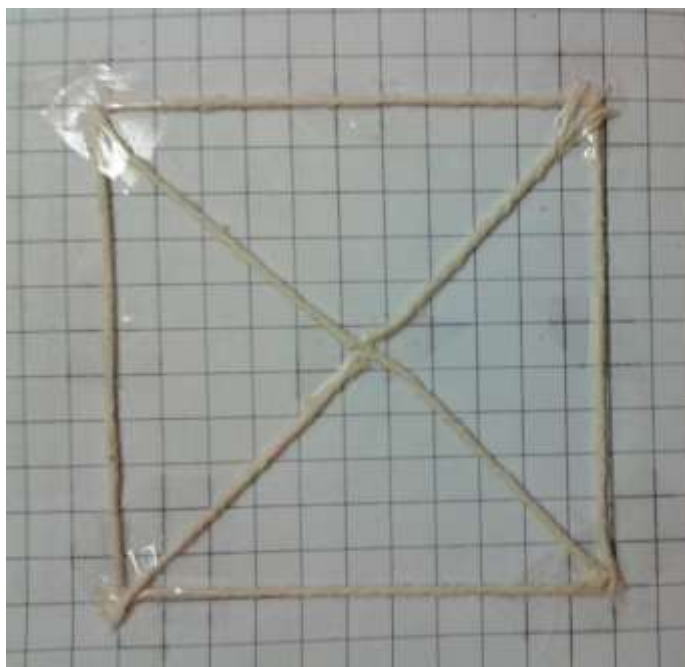
Fonte: Registro fotográfico do dispositivo.

Figura 88 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B4.



Fonte: Protocolo do dispositivo.

Figura 89 – Extrato da tarefa “Escrever visualmente”/ subtarefa 3 – Dupla B5.



Fonte: Registro fotográfico do dispositivo.

Analisando os extratos da execução da subtarefa 4, percebe-se que apenas as duplas B1 e B5 representaram corretamente a pirâmide de base quadrada visualizado na tela do

software, porém não foram coerentes com o tipo de representação pedida na subtarefa, uma representação tridimensional. As duplas B1 e B5 fizeram representações bidimensionais. Como a subtarefa estava aberta e não indicava os materiais manipulativos a serem utilizados na execução da subtarefa pode ter levado essas duplas a escolherem a representação em papel. A dupla B1 escolheu representar o sólido em papel branco e a dupla B5 escolheu representar o sólido em papel quadriculado.

As duplas B2, B3 e B4, em seus extratos, representaram outro poliedro, diferentemente do que havia sido observado no software. Além de não representarem corretamente o poliedro apresentado, fizeram representações bidimensionais ao invés de representações tridimensionais como a subtarefa indicava.

O erro do sólido representado pode ser justificado pelo fato que os próprios estudantes deveriam selecionar a pirâmide na lista de sólidos constantes no menu do software, nesse sentido pode ter havido um equívoco na seleção do poliedro e/ou uma deficiência na concepção dos tipos de bases das pirâmides levando-os a selecionar a pirâmide incorreta no menu, acarretando assim na representação do poliedro equivocada nos extratos.

Quanto às habilidades observadas na subtarefa 4, podemos destacar a “identificação visual” utilizadas pelas duplas B1 e B5, apesar de não representarem em 3D a pirâmide, esses alunos foram capazes de reconhecer o poliedro apresentado no software e “conservar a percepção” de que a pirâmide de base quadrada mantém sua forma embora seus elementos (faces, vértices, arestas) não fossem visíveis totalmente ou parcialmente e ainda a habilidade de “memória visual”, já que foram capazes de recordar as características visuais da pirâmide de base quadrada apresentada na tela do software ao representar em papel.

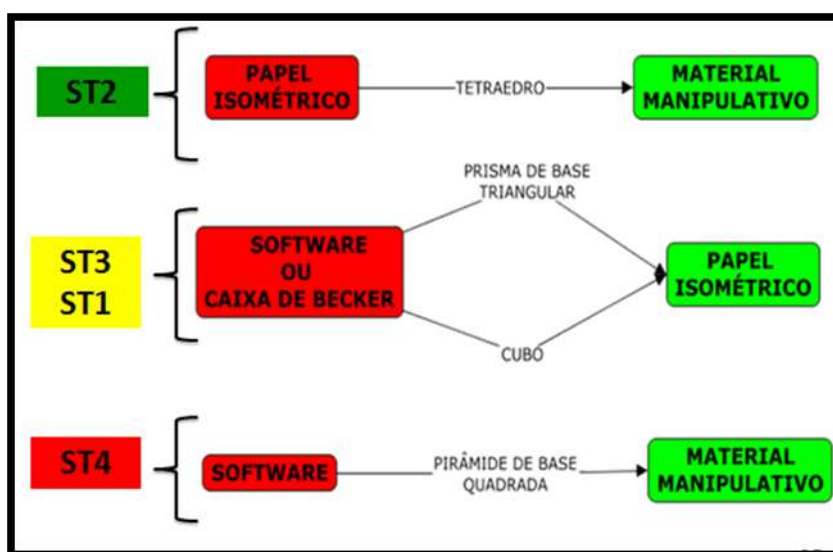
Não se pode dizer que as duplas B1, B2 e B3 não desenvolveram as habilidades de “identificação visual, conservação da percepção e memória visual” se considerarmos que essas duplas se equivocaram nas representações por terem selecionado o poliedro errado no menu do software. Vale salientar que todas as duplas foram equivocadas em não representar a pirâmide de base quadrada de maneira tridimensional. É provável que haja uma dificuldade nesses estudantes quanto à diferença entre o bidimensional e o tridimensional ou que para essas duplas pouco importava a forma de representação.

Com os nossos resultados, notamos dificuldades na execução das subtarefas de “escrever visualmente” pelas duplas. Os estudantes foram capazes de “ler visualmente” os poliedros, na maioria dos casos apresentados, mas tiveram dificuldades nas representações desses sólidos tanto em papel isométrico (bidimensionalmente) quanto em representações livres tridimensionalmente. Para mobilizarem as habilidades para “escrever” bem é necessário

mobilizarem as habilidades de “leitura”, porém a mobilização das habilidades necessárias para a “escrita” não garantem uma representação satisfatória do poliedro solicitado aos estudantes. Caberá em pesquisa futura propor tarefas que propiciem mobilizar habilidades necessárias para que os estudantes além de “lerem e escreverem” visualmente sejam capazes de fazer representações satisfatórias das imagens mentais formadas a partir da visualização geométrica.

A seguir, resumimos os resultados das subtarefas analisadas através de um esquema nas cores verde, amarela e vermelha. A cor verde representa uma resposta correta, a cor amarela representa respostas parcialmente corretas e a cor vermelha representa respostas erradas. Na subtarefa 2 (ST2), os estudantes apresentaram percentuais satisfatórios quanto às respostas dadas. Nas subtarefas 1 e 3 (ST1 e ST3) houveram percentuais de acertos regulares, os estudantes responderam, em sua maioria, corretamente as subtarefas; Já a subtarefa 4 (ST4), apresentou percentuais não satisfatórios com relação às respostas dadas pelos estudantes.

Figura 90 – Esquema dos resultados das Tarefas de “Escrever visualmente”.



Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa.

No esquema anterior percebemos as dificuldades nas respostas dos estudantes na passagem das representações do software para o material manipulativo e uma maior facilidade na passagem das representações dos poliedros do papel isométrico para o material manipulativo.



## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com relação à visualização do ponto de vista cognitivo, entendemos como sendo um processo amplo e complexo que tem em sua composição a presença de imagens mentais e de suas representações. Para chegarmos a esse entendimento buscamos apoio teórico nos trabalhos de Flores, Wagner e Burato (2012) que ao citar Fuentes (2009) afirmam que a visualização é uma forma de pensamento que tem o papel de contribuir na construção de significados e sentidos, assim como na compreensão para a resolução de problemas. Utilizamos o estudo de Costa (2002) como aporte teórico para o entendimento que a visualização é um processo mental em forma de pensamento apoiado por imagens, que pode resultar em uma forma de representação. As imagens mentais nos estudos de Fogaça (2003) são entendidas como habilidades de representações em que o ser humano poderá abstrair situações reais.

Do ponto de vista matemático tratamos visualização tomando como base a ontosemiótica (GODINO *et al*, 2011) que afirma que na matemática a visualização não se resume a ver, mas também acarreta interpretação, ação e relação e que os processos de visualização e seus resultados (objetos visuais, imagens ou visualizações) são componentes envolvidos em determinadas tarefas sobre as quais são realizadas certas práticas apoiadas em outros objetos e processos. Para tanto nosso estudo apresentou como proposta central a elaboração e a execução de tarefas visuais de representações baseadas nas ideias de situações/tarefas trazidas pela visualização apontadas por Godino *et al*, 2011. No que diz respeito à visualização de sólidos geométricos, tomamos como base os trabalhos de Gutiérrez (1991, 1998), Becker, (2009) e Pittalis e Christou (2010).

Para Gutiérrez (1998), o processo de compreensão embasado em uma representação plana de objetos tridimensionais é prejudicado porque o estudante teria que recorrer a dois passos essenciais: 1) Interpretação da figura plana para convertê-la em um objeto tridimensional e 2) Interpretar o objeto (que em muitos casos existem apenas na mente dos estudantes) para convertê-lo em conceitos geométricos do objeto em estudo. Neste sentido, nossa pesquisa buscou em sua metodologia, analisar como estudantes do Ensino Normal Médio lidavam com tarefas visuais de “leitura e escrita” de diferentes representações de poliedros: representações isométricas, modelos tridimensionais e representações dinâmicas de poliedros em softwares de geometria, através de tarefas que possibilitassem explorar os dois passos essenciais apontados por Gutiérrez.

Em relação aos recursos virtuais, utilizamos os poliedros do menu do software s3D SecBuilder. A escolha desse software se deu pela possibilidade de visualizar os poliedros por várias perspectivas de observação. No seu menu é possível ampliar/reduzir os poliedros selecionados, além de rotacionar em sentidos diferentes o sólido selecionado. Com a escolha desse software os estudantes foram capazes de utilizar representações bidimensionais dinâmicas de sólidos tridimensionais como recurso para a execução das tarefas/subtarefas propostas.

Nos estudos de Becker (2009) observou-se especificamente a visualização geométrica e as representações de sólidos geométricos no plano como uma alternativa para o ensino de geometria. O foco principal dos estudos estava pautado em produzir um conjunto de atividades que auxiliariam os estudantes a desenvolverem a capacidade de visualização e representações de sólidos geométricos bidimensionalmente. Assim como Becker (2009), nossa pesquisa se apropriou da “caixa de Becker” para realizar as tarefas de “ler e escrever” visualmente de modo a possibilitar que os estudantes do Ensino Normal Médio pudessem identificar (tarefas de “leitura”) e esboçar (tarefas de “escrita”) os poliedros em alguns tipos de representações (em papel isométrico, em modelos tridimensionais, e em softwares de geometria). Becker (2009) apontou em seus resultados que o conjunto de atividades proposta em uma sequência didática possibilitou aos estudantes o desenvolvimento de suas capacidades de visualização geométrica e a representação de objetos tridimensionais no plano.

Cada tarefa/subtarefa foi classificada quanto ao tipo (GODINO *et al*, 2011; GUTIÉRREZ, 1998); quanto ao nível da representação plana envolvida (GUTIÉRREZ, 1998); quanto ao procedimento/ operação visual/ técnica visual - necessária (o) para a execução da tarefa (GODINO *et al*, 2011); quanto aos elementos do pensamento geométrico3D necessários para a execução da tarefa e quanto aos processos cognitivos trabalhados na tarefa (PITTALIS; CHRISTOU, 2010); e quanto às habilidades necessárias para a execução da tarefa (GUTIÉRREZ, 1998).

Em relação às habilidades mobilizadas pelos estudantes nas tarefas, utilizamos como aporte teórico os estudos de Gutiérrez (1998). Para cada subtarefa foram apontadas em análise *a priori* as habilidades necessárias a sua execução. O referido estudo indica a presença de 7 habilidades visuais fundamentais em tarefas de visualização: coordenação da direção dos olhos, identificação visual, conservação da percepção, reconhecimento de posições no espaço, reconhecimento de relações espaciais, discriminação visual, memória visual. Ao analisar os resultados observamos quais habilidades foram utilizadas na execução de cada subtarefa pelos estudantes.

Nos resultados da nossa pesquisa notamos que o conjunto de tarefas/subtarefas propostas aos estudantes mostrou que a tarefa de “leitura” foi executada de maneira razoável já que os estudantes conseguiram mobilizar habilidades suficientes para identificar os poliedros apresentados na “caixa de Becker”, no papel isométrico e na tela do software de geometria. Quanto à tarefa de “escrita”, observamos dificuldades na mobilização de habilidades que possibilitassem a representação bidimensional e tridimensional dos poliedros apresentados. Neste sentido acreditamos que o estudante pode ser capaz de mobilizar habilidades relativas à “leitura” (identificação) dos poliedros e ter problemas na “escrita” (representação). Já os estudantes que mobilizaram habilidades para a “escrita” (representação) necessariamente desenvolveram as habilidades necessárias para a execução das atividades de “leitura” proposta nessa pesquisa. Os estudantes podem “ler” e não “escrever”, mas os que “escrevem” necessariamente “lêem”, ou que os estudantes mobilizaram todas as habilidades necessárias para executar as tarefas/subtarefas de “leitura e escrita”, mas não mobilizaram as habilidades necessárias para representar as imagens mentais produzidas por essas tarefas/subtarefas visuais. Caberá em pesquisas futuras propor tarefas por meio das quais se possam investigar a mobilização de habilidades de produção de representações satisfatórias das imagens mentais formadas a partir da visualização geométrica proporcionadas pelas tarefas/subtarefas constantes nesta pesquisa.

Algumas conclusões puderam ser apontadas ao término dessa pesquisa. As tarefas de “Escrever” visualmente necessitam da mobilização de habilidades de “Leitura”, o estudante não seria capaz de representar os poliedros escolhidos nessa pesquisa sem identificar suas propriedades, número de vértices, número de arestas, número de faces, paralelismo e perpendicularismo entre as arestas, etc. Notamos também que a pluralidade de recursos (“caixa de Becker”; materiais manipulativos; softwares) contribui para uma abordagem didática que repercute na prática do professor e na aprendizagem dos estudantes. Podemos atribuir as principais dificuldades na execução das tarefas de “Ler e Escrever” visualmente a combinação entre os recursos utilizados e os poliedros selecionados.

Alguns questionamentos limitam os resultados da nossa pesquisa. A execução insatisfatória das subtarefas de “escrita” apontam para dificuldade na mobilização de habilidades de “leitura” ou as habilidades de “leitura e escrita” são desvinculadas? O estudante é capaz de desenvolver as habilidades necessárias para “escrever” sem apresentar uma representação satisfatória do poliedro? É possível mobilizar habilidades necessárias para a “escrita” sem mobilizar habilidades necessárias para a “leitura”? Encontramos resultados

que apontam para a necessidade de se aprofundar na investigação de como a mobilização de habilidades de “leitura e escrita” repercutem nas representações dos poliedros dos estudantes.

Em futuros estudos será necessário investigar quais foram os aspectos impactantes para os erros na execução das tarefas de “Ler e Escrever” visualmente pelos estudantes, além de propor um conjunto de tarefas que possam propiciar a superação das dificuldades dos estudantes encontradas nas tarefas propostas nessa pesquisa e o desenvolvimento/aperfeiçoamento das habilidades que compõem visualização.

## REFERÊNCIAS

ALVES, George. **Um estudo sobre o desenvolvimento da visualização geométrica com uso do computador**, Departamento Ciências da Computação e Iniciação ao Trabalho do Colégio Pedro II. XVIII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação – SBIE-Mackenzie-2007.

ALVES, George de Souza. **O uso de softwares de Geometria Dinâmica para o desenvolvimento de habilidades cognitivas: uma aplicação em alunos do ensino médio**. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: UFRJ, 2004.

BECKER, Marcelo. **Uma alternativa para o ensino de geometria: visualização geométrica e representações de poliedros no plano**. Porto Alegre: UFRGS, 2009.

BELLEMAIN, G.R. Franck. **Geometria Dinâmica: Diferentes implementações, papel da manipulação direta e o uso da aprendizagem**. 15º Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico. São Paulo, Brasil- 2001.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia R; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**. Autêntica Editora, Edição 1, Coleções Tendências em educação matemática, 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148p.

CAVALCANTE, L.B.L. Ana, BARROS, T.O. Vanessa, ROCHA, R.Z. Paula, PEREIRA, A.F. Francisco, PERASSI, L.S. Richard, REMOR, A.M. Carlos. **Epistemologia da Imagem: o concreto, o abstrato e a metáfora das imagens da organização**. Projética Revista Científica de Desing, Londrina, v.3, n.1, Julho de 2012.

COSTA, C. **Processos Mentais Associados ao Pensamento Matemático Avançado: Visualização**. Escola Superior de Educação de Coimbra, 2002.

COSTA, Conceição. **Visualização, veículo para a educação em geometria**, 2000.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução de MORETTI, M. Thadeu. In: Revemat: R. Eletr. De Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012.

FERNANDES, A.F. Carlos. **Softwares Educativos Matemáticos como Recurso Didático nas aulas**. São Paulo: UNIMESP, 2006.

FERREIRA, L. Bruno. **Resolução de Problemas de Geometria Gráfica em Ambiente Computacional: o caso da intersecção entre planos**. Recife: UFPE, 2011.

FLORES, R. Cláudia, WAGNER, R.Débora, BURATTO, C.F. Ivone. **Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas**. Educ. Matem. Pesqui., São Paulo, v.14, n.1, PP.31-45, 2012.

FOGAÇA, Mônica. **Imagens mentais e compreensão de conceitos científicos**. In: MACHADO, N. J.; CUNHA, M. O. (org.). *Linguagem, Conhecimento, Ação: ensaios de epistemologia e didática*. São Paulo: Escrituras Editora, 2003.

FONTES, A. Carla; GOMES, S. Carina; BARRETO, G. Karine. **Ensino e aprendizagem de Geometria Espacial: uso de material manipulável e software no desenvolvimento da habilidade de visualização espacial**, UFRJ – 2010.

GODINO, Juan; D., GONZATO; Margherita, CAJARAVILLE, José A., FERNÁNDEZ, Teresa. **Una aproximación ontosemiótica a la visualización em educación matemática**. Enseñanza de las ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas. Núm. 30.2: 109-130. ISSN: -0212-4521.

GUTIÉRREZ, Angel. **Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales em la enseñanza de la geometria espacial**. Revista EMA, v.3, n.3, PP.1993-220, 1998.

GUTIÉRREZ, Angel. **Procesos y habilidades em visualización espacial**. Memorias del 3er Congreso Internac. Sobre Investig, em Educ, Mat., Valencia, 1991.

JAPIASSU, Hilton; MARCONDES, Danilo. **Dicionário Básico de Filosofia**. 2.<sup>a</sup> ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1991.

KALEFF, Ana Maria M.R. **Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos**. Niterói: EdUFF, 2003.

MACHADO, A. Ronaldo; TONINI, M. Adriana. **O uso do software sketchup no ensino de prismas**. Capítulo 5: Uso de los recursos tecnológicos en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Comité Latino-americano de Matemática Educativa A.C., p.1957-1965, 2013.

PERNAMBUCO, Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação básica do Estado de Pernambuco**. Pernambuco, 2012.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Orientações Teórico-Metodológicas do Normal Médio, Núcleo de Formação Prática. Didática da Matemática**. Pernambuco, 2013, p.82.

PITALLIS, Marios; CHRISTOU, Constantinos. **Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability**. Educ. Stud. Math, 2010, 75:191-212, DOI 10.1007/s110649-010-9251-8.

## APÊNDICES

### APÊNCICE A – LEVANTAMENTO DE DADOS DO SIEPE EM RELAÇÃO AO ENSINO NORMAL MÉDIO NO ESTADO DE PERNAMBUCO.

O quadro 18 é mostra a distribuição de turma e a quantidade de alunos do Ensino Normal Médio nos quatro anos do curso em relação às GREs do Estado de Pernambuco.

Quadro 18 - Número de turmas de Normal Médio por GRE.

| GERÊNCIA                                         | TURMAS     | Nº DE ALUNOS |
|--------------------------------------------------|------------|--------------|
| Gerência Geral de Educação Profissional          | 0          | 0            |
| Gerência Geral do Programa de Educação Integral  | 0          | 0            |
| GRE Agreste Centro Norte – Caruaru               | 30         | 954          |
| GRE Agreste Meridional – Garanhuns               | 1          | 46           |
| GRE Litoral Sul – Barreiros                      | 20         | 260          |
| GRE Mata Centro - Vitória de Santo Antão         | 2          | 40           |
| GRE Mata Norte - Nazaré da Mata                  | 17         | 304          |
| GRE Mata Sul – Palmares                          | 34         | 647          |
| GRE Metropolitana Norte                          | 6          | 152          |
| GRE Metropolitana Sul                            | 13         | 357          |
| GRE Recife Norte                                 | 16         | 593          |
| GRE Recife Sul                                   | 6          | 184          |
| GRE Sertão Central – Salgueiro                   | 1          | 36           |
| GRE Sertão do Alto Pajeú - Afogados da Ingazeira | 11         | 206          |
| GRE Sertão do Araripe – Araripina                | 49         | 1455         |
| GRE Sertão do Médio São Francisco - Petrolina    | 32         | 676          |
| GRE Sertão do Moxotó Ipanema - Arcoverde         | 57         | 1628         |
| GRE Sertão do Submédio São Francisco - Floresta  | 44         | 974          |
| GRE Vale do Capibaribe – Limoeiro                | 8          | 160          |
| <b>TOTAL</b>                                     | <b>347</b> | <b>8672</b>  |

Fonte: SIEPE (2015).

O quadro 19 mostra a distribuição de turmas por ano/série em relação às GREs do Estado de Pernambuco.

Quadro 19 - Número de turmas por série do Normal Médio por GRE.

| GERÊNCIA                                         | 1º ano    | 2º Ano    | 3º Ano    | 4º Ano    | TOTAL DE TURMAS |
|--------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| GRE Agreste Centro Norte – Caruaru               | 6         | 8         | 8         | 8         | 30              |
| GRE Agreste Meridional – Garanhuns               | 0         | 0         | 0         | 1         | 1               |
| GRE Litoral Sul – Barreiros                      | 0         | 7         | 4         | 7         | 18              |
| GRE Mata Centro - Vitória de Santo Antão         | 0         | 1         | 0         | 1         | 40              |
| GRE Mata Norte - Nazaré da Mata                  | 2         | 5         | 5         | 5         | 17              |
| GRE Mata Sul – Palmares                          | 8         | 9         | 9         | 8         | 34              |
| GRE Metropolitana Norte                          | 0         | 2         | 2         | 2         | 6               |
| GRE Metropolitana Sul                            | 0         | 1         | 6         | 6         | 13              |
| GRE Recife Norte                                 | 1         | 1         | 9         | 5         | 16              |
| GRE Recife Sul                                   | 1         | 1         | 2         | 2         | 6               |
| GRE Sertão Central – Salgueiro                   | 0         | 0         | 0         | 1         | 1               |
| GRE Sertão do Alto Pajeú - Afogados da Ingazeira | 0         | 3         | 4         | 4         | 11              |
| GRE Sertão do Araripe – Araripina                | 11        | 14        | 12        | 12        | 49              |
| GRE Sertão do Médio São Francisco – Petrolina    | 8         | 8         | 8         | 8         | 32              |
| GRE Sertão do Submédio São Francisco – Floresta  | 11        | 11        | 11        | 11        | 44              |
| GRE Vale do Capibaribe – Limoeiro                | 1         | 1         | 2         | 4         | 8               |
| <b>TOTAL</b>                                     | <b>49</b> | <b>72</b> | <b>82</b> | <b>85</b> | <b>326</b>      |

Fonte: SIEPE (2015).

O quadro 20 mostra a distribuição de estudantes por ano/série em relação às GREs do Estado de Pernambuco.

Quadro 20 - Número de alunos por série do Normal Médio por GRE.

| <b>GERÊNCIA</b>                                  | <b>1º ano</b> | <b>2º Ano</b> | <b>3º Ano</b> | <b>4º Ano</b> | <b>TOTAL DE ALUNOS</b> |
|--------------------------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|------------------------|
| GRE Agreste Centro Norte - Caruaru               | 213           | 248           | 281           | 212           | 954                    |
| GRE Agreste Meridional - Garanhuns               | 0             | 0             | 0             | 46            | 46                     |
| GRE Litoral Sul – Barreiros                      | 0             | 19            | 84            | 157           | 260                    |
| GRE Mata Centro - Vitória de Santo Antão         | 0             | 23            | 0             | 17            | 40                     |
| GRE Mata Norte - Nazaré da Mata                  | 29            | 65            | 112           | 98            | 304                    |
| GRE Mata Sul - Palmares                          | 54            | 121           | 274           | 198           | 647                    |
| GRE Metropolitana Norte                          | 0             | 29            | 60            | 62            | 151                    |
| GRE Metropolitana Sul                            | 0             | 11            | 199           | 147           | 357                    |
| GRE Recife Norte                                 | 53            | 26            | 338           | 176           | 593                    |
| GRE Recife Sul                                   | 28            | 12            | 67            | 77            | 184                    |
| GRE Sertão Central - Salgueiro                   | 0             | 0             | 0             | 36            | 36                     |
| GRE Sertão do Alto Pajeú - Afogados da Ingazeira | 0             | 35            | 88            | 83            | 206                    |
| GRE Sertão do Araripe - Araripina                | 385           | 393           | 318           | 359           | 1455                   |
| GRE Sertão do Médio São Francisco - Petrolina    | 99            | 95            | 241           | 241           | 676                    |
| GRE Sertão do Submédio São Francisco - Floresta  | 265           | 227           | 273           | 209           | 974                    |
| GRE Vale do Capibaribe - Limoeiro                | 18            | 14            | 51            | 77            | 160                    |
| <b>TOTAL</b>                                     | <b>1144</b>   | <b>1318</b>   | <b>2386</b>   | <b>2195</b>   | <b>7043</b>            |

Fonte: SIEPE (2015).