



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA-CCEN
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

EDISON JAVIER ROSERO SALAZAR

**Sincronismos e Dinâmica Caótica
em Lasers de Semicondutor**

RECIFE

2017

EDISON JAVIER ROSERO SALAZAR

**Sincronismos e Dinâmica Caótica
em Lasers de Semicondutor**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Física.

Orientador: Ph.D. José R. Rios Leite

RECIFE

2017

Catálogo na fonte
Bibliotecária Elaine Cristina de Freitas CRB4-1790

R816s Rosero Salazar, Edison Javier
 Sincronismos e dinâmica caótica em lasers de semicondutor / Edison
 Javier Rosero Salazar . – 2017.
 161 f.: fig., tab.

 Orientador: José Roberto Rios Leite.
 Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN.
 Física. Recife, 2017.
 Inclui referências e apêndices

 1. Dinâmica não linear. 2. Laser semicondutor. 3. Realimentação ótica. I.
 Leite, José Roberto Rios (Orientador). II. Título.

 531.11 CDD (22. ed.) UFPE-FQ 2018-09

EDISON JAVIER ROSERO SALAZAR

**Sincronismos e Dinamica Caótica
em Lasers de Semicondutor**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Física

Aprovada em: 25/01/2017.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Roberto Rios Leite
Orientador
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Antonio Azevedo da Costa
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Mauro Copelli Lopes da Silva
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Claudio Rubén Mirasso Santos
Examinador Externo
Universitat de les Illes Balears

Prof. Dr. Hugo Leonardo Davi de Souza
Cavalcante
Examinador Externo
Universidade Federal da Paraíba

RESUMO

Dispositivos lasers construídos com materiais semicondutores são suscetíveis a apresentar o fenômeno de caos devido à sua inerente não linearidade. Em particular, caos também ocorre quando lasers de semicondutor são submetidos à re-injeção da sua própria radiação. A potência emitida por tais lasers exhibe regimes estáveis, pulsações caóticas em várias faixas de frequência. Neste trabalho, fizemos uso de tais propriedades, para estudar experimental e teoricamente o comportamento dinâmico desses dispositivos, quando colocados em diferentes configurações. Um primeiro conjunto de experimentos consistiu em acoplar eletricamente dois lasers de diodo, cada um com a sua própria realimentação óptica, a fim de investigar as propriedades de correlação e sincronismo no estado caótico. Análises detalhadas das variações da potência de emissão e das quedas de tensão nos lasers conectados em paralelo revelaram a presença simultânea de oscilações anti-fase na escala de tempo rápido e flutuações de potência sincronizadas em fase para escalas de tempo mais lentas. A coexistência de correlações negativas e positivas nas variáveis de diferentes elementos de um sistema complexo foi detalhadamente caracterizada para pares de lasers. Tais propriedades são relevantes para a compreensão e caracterização das propriedades coletivas de redes complexas, aplicações em comunicações e o estudo das propriedades fundamentais de sistemas complexos em dinâmica não linear. Numa segunda série de experimentos, usamos um único laser de semicondutor e introduzimos uma dupla cavidade externa para realimentação ótica. Mostramos experimental e teoricamente que tal sistema —já estudado previamente— apresenta dinâmica profundamente diferente do caso de uma única realimentação. A inspeção do tempo médio entre pulsos evidenciou que a mudança na dinâmica acontece em torno de proporções racionais da relação entre os tempos de retorno da luz de realimentação. Verificamos que a modificação consiste na comutação entre estados caóticos de pulsos temporalmente separados com uma distribuição gaussiana para trens de pulsos com estatística de calda longa. Intercalados dentro do intervalo onde ocorre dinâmica com trens de pulsos, observamos estados dinâmicos com pulsos periódicos e estados onde a potência do laser fica constante. Modelos teóricos de equação de taxa foram implementados numericamente produzindo bons resultados na comparação com os experimentos.

Palavras-chave: Laser semicondutor. Realimentação ótica. Sincronismo de caos. Acoplamento elétrico. Dupla realimentação ótica.

ABSTRACT

Laser devices constructed with semiconductor materials are susceptible to presenting the phenomenon of chaos due to their inherent non-linearity. In particular, chaos also occurs when semiconductor lasers are subjected to re-injection of their own radiation. The power emitted by such lasers exhibits stable regimes and chaotic pulsations in various frequency ranges. In this work, we made use of such properties to experimentally and theoretically study the dynamic behavior of these devices when placed in different configurations. A first set of experiments consisted in electrically coupling two diode lasers, each with its own optical feedback, in order to investigate the properties of correlation and synchronism in the chaotic state. Detailed analyzes of the variations in emission power and voltage drops in the parallel-connected lasers revealed the simultaneous presence of anti-phase oscillations in the fast time scale and in phase synchronized power fluctuations for slower time scales. The coexistence of negative and positive correlations in the variables of different elements of a complex system was characterized in detail for pairs of lasers. These properties are relevant for the understanding and characterization of collective properties of complex networks, communications applications and the study of the fundamental properties of complex systems in nonlinear dynamics. In a second series of experiments, we used a single semiconductor laser operating in a double external cavity for optical feedback. We have shown experimentally and theoretically that such previously studied system presents dynamics profoundly different from the case of a single feedback. The inspection of the mean time between pulses showed that the change in dynamics happens around rational proportions of the relation between the return times of the feedback light. We verified that the modification consists in the switching between chaotic states of temporally separated pulses with a Gaussian distribution for long-period pulse trains. Interleaved within the interval where dynamics occurs with pulse trains, we observe dynamic states with periodic pulses and states where the laser power is constant. Theoretical models of rate equation were implemented numerically, producing good results in comparison to the experiments.

Keywords: Semiconductor laser. Optical feedback. Chaos Synchronization. Electrically coupling. Low frequency fluctuations. Double optical feedback.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Estado de quasi-equilíbrio térmico para um semicondutor quando é injetado por portadores de carga (elétrons). A ausência de estes portadores encontra-se associada à presença de buracos. No modelo, esta ausência constitui uma existência própria como se fosse um portador de carga elétrica positiva. Adaptado de [24]. .	25
2.2	(a)Homojunção e heterojunção empregadas na construção do laser de semicondutor. As regiões ativas estão elaboradas com arseneto de gálio (GaAs). Este tipo de semicondutor possui uma transição direta entre as bandas de condução e de valência, o qual torna este material aplicável na construção do laser. (b) Na dupla heterojunção, os compostos dopantes de alumínio (Al) garantem a diferença no índice de refração n , favorecendo a amplificação de radiação e garantindo a formação de um modo ótico altamente coerente. Figura adaptada de [25].	26
2.3	Bandas de energia e ocupação eletrônica como função da posição na direção x perpendicular ao plano da junção. Esquemático para o caso quando não há voltagem aplicada à junção. A região de depleção ou região neutra, permanece entre x_p e x_n	27
2.4	Efeito da voltagem aplicada nos extremos da junção p-n. Apresenta-se verticalmente para cada esquema de conexão (de izquierda a direita: equilíbrio, polarização direta e polarização inversa), o diagrama de bandas de energia e o fluxo das partículas em comparação com a direção da corrente que atravessa a junção. Redesenhado de [30].	30
2.5	Curva característica da relação entre a tensão e a corrente. Quando V é positivo a corrente aumenta exponencialmente com o incremento da tensão de polarização. Quando V é negativo (polarização reversa), o termo exponencial aproxima-se de zero e a corrente é $-I_0$ (a qual permanece na direção n para p). Esta corrente de geração negativa é chamada corrente de saturação reversa. Redesenhado de [30].	31

LISTA DE FIGURAS

2.6	Diagrama representativo da cavidade Fabry-Perot criada na heteroestrutura pela diferença no índice de refração dos materiais empregados.	33
3.1	Diagrama representativo da cavidade Fabry-Perot no laser e a cavidade externa usado para a derivação das equações de taxa no caso de realimentação ótica.	42
3.2	Diagrama de fase experimental para um laser de semicondutor submetido a realimentação ótica. Figura (a) Intensidade de realimentação em função da distância do espelho externo. Figura tomada da referência [41]. Figura (b) Intensidade de realimentação em função da corrente de bombeio. Figura tomada da referência [43].	44
3.3	Modos de ressonância do laser na presença da cavidade externa. Redesenhado de [24].	51
3.4	soluções estacionarias no plano $(\Delta\omega\tau, \Delta N)$. Esferas e estrelas representam respectivamente os modos da cavidade externa e os antimodos. Parâmetros empregados: $\kappa = 3.5 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $N_0 = 1.5 \times 10^8$, $G_0 = 3.2 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$, $1/\tau_p = 282 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\tau = 10 \times 10^{-9} \text{ s}$, $J = 1.02J_{lim,sol}$, $\alpha = 3.0$	52
3.5	Intensidade obtida pela integração numérica das equações L-K. (a) Serie temporal sem filtro numérico com resolução de 1 ns entre cada ponto, calculada com passo de integração numérica de 0.2 ps. (b) Serie temporal filtrada numericamente usando um tempo de filtragem de 5 ns. Parâmetros empregados: $\kappa = 11.0 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $N_0 = 1.5 \times 10^8$, $G_0 = 3.2 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$, $1/\tau_p = 282 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\tau = 10 \times 10^{-9} \text{ s}$, $J = 1.02J_{lim,sol}$, $\alpha = 3.0$	52
3.6	Evolução da trajetória no espaço de fase projetada no plano diferença de fase e densidade de portadores. O fenômeno de LFF está presente na dinâmica temporal. Parâmetros empregados: $\kappa = 11.0 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $N_0 = 1.5 \times 10^8$, $G_0 = 3.2 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$, $1/\tau_p = 282 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\tau = 10 \times 10^{-9} \text{ s}$, $J = 1.02J_{lim,sol}$, $\alpha = 3.0$	53
3.7	Esquema usado para a interpretação do fenômeno da LFF. (a) série temporal calculada numericamente. (b) Projeção do espaço de fase e estados estacionarios.	54
3.8	Figuras experimentais tomadas da referência [61]. (a) Tempo medio $\langle T \rangle$ entre quedas em função da intensidade de realimentação (experimentalmente proporcional à redução do limiar $\Delta C/C$ - ς em nossa notação -), medido para correntes acima e abaixo do limiar. (b) Tempo medio $\langle T \rangle$ entre quedas em função da corrente de bombeio para diferentes intensidades de realimentação.	55

LISTA DE FIGURAS

- 3.9 Identificação numérica do tempo entre quedas de intensidade no regime LFF. Os pontos vermelhos são resultado do algoritmo numérico feito para distinguir as quedas na serie temporal calculada. 56
- 3.10 Distribuição de tempo entre quedas T , calculada numericamente para uma série temporal longa (contendo 10^3 LFF). (a) $J = 1.01 J_{lim,sol}$, $\langle T \rangle = 1.45 \pm 0.2 \mu s$. (b) $J = 1.02 J_{lim,sol}$, $\langle T \rangle = 1.06 \pm 0.18 \mu s$. (c) $J = 1.03 J_{lim,sol}$, $\langle T \rangle = 0.81 \pm 0.23 \mu s$. (d) $J = 1.04 J_{lim,sol}$, $\langle T \rangle = 0.68 \pm 0.28 \mu s$. Outros parâmetros: $\kappa = 11 \times 10^9 s^{-1}$, $N_0 = 1.5 \times 10^8$, $G_0 = 3.2 \times 10^3 s^{-1}$, $1/\tau_p = 282 \times 10^9 s^{-1}$, $\tau = 40 \times 10^{-9} s$, $\alpha = 3.0$ 56
- 4.1 Diferença de fase ϕ do modelo 4.2 para diferentes valores do parâmetro μ . (a) $\mu = 0$, implica diferença de fase nula e sincronismo em frequência. (b) $0 < \mu < 1$ dá lugar a travamento de fase. (c) $\mu = 1.1$ resulta em diferença de fase crescente com alternância de eventos onde a fase permanece quase constante. 64
- 4.2 (a) Curva típica da diferença entre as frequências dos osciladores que interagem unidirecionalmente. Ao redor da frequência do oscilador autônomo ω_0 existe a região de travamento de frequência. (b) A família de curvas para diferentes valores da amplitude do estímulo periódico k devido ao oscilador 2. A largura da região de sincronismo aumenta com o incremento deste parâmetro. (c) língua de Arnold. O domínio cinza na figura (b), corresponde com a região de sincronização em função da amplitude do estímulo. Adaptado de [67]. 65
- 4.3 Espaço de fase correspondente a dois osciladores de Lorenz idênticos calculado segundo as equações 4.4. (b) Séries temporais extraídas dos cálculos. Foram usados os seguintes parâmetros: $\sigma = 16, r = 45.92, b = 4$. Condição inicial do oscilador 1: $x=0.1, y=0.1, z=0.1$. Condição inicial do oscilador 2 $x=0.05, y=0.05, z=0.05$. 68
- 4.4 Espaço de fase correspondente a dois osciladores de Lorenz idênticos e acoplados pela variável x , calculado segundo as equações 4.5. Foram usados os seguintes parâmetros: $\sigma = 16, r = 45.92, b = 4$. (a) Condição inicial do oscilador 1: $x=0.1, y=0.1, z=0.1$. Condição inicial do oscilador 2 $x=0.05, y=0.05, z=0.05$. (b) Condição inicial do oscilador 1: $x=0.1, y=0.1, z=0.1$. Condição inicial do oscilador 2 $x=0.1, y=10, z=10$ 69

LISTA DE FIGURAS

5.1	Esquema experimental ótico usado para estudar o sincronismo de lasers caóticos. O caos é induzido quando uma quantidade da sua própria radiação $\kappa_i E_i$ é reinjetada em cada laser. J_0 fonte de corrente, LD laser de diodo, L lente esférica, BS divisor de feixe, PD fotodetector, M espelho.	75
5.2	Fonte de corrente construída no laboratório empregada no experimento. Resolução 0.01 mA.	77
5.3	Circuito construído no laboratório para medição das correntes. A baixa reatância capacitiva ($X_c = 1/(2\pi f c)$) imposta entre os lasers quando a chave que está em série com o capacitor C encontra-se fechada, permite a transferência das flutuações de corrente produzidas em cada laser devido ao retorno, numa banda larga de frequências f superiores a 120 kHz.	77
5.4	Visão geral da montagem. Usa-se a nomenclatura da figura 4.1.	78
5.5	Curva característica da relação entre a tensão e a corrente no diodo laser operando com retorno ótico. Os pontos desenhados por esferas vermelhas são obtidos quando não há retorno de radiação. Os pontos desenhados por círculos pretos representam o caso quando a intensidade de realimentação ótica corresponde a 6% de redução no limiar de operação. A figura interna mostra a relação inversa. As barras de erro para as medidas são menores que os símbolos usados para representar os dados.	79
5.6	Curva característica da relação entre a tensão e a corrente no diodo laser operando com retorno ótico. Os pontos desenhados por esferas vermelhas são obtidos quando não há retorno de radiação. Os pontos desenhados por círculos pretos representam o caso quando a intensidade de realimentação ótica corresponde a 12% de redução no limiar de operação. A figura interna mostra a relação inversa. As barras de erro para as medidas são menores que os símbolos usados para representar os dados.	80
5.7	Esquema experimental ótico usado para estudar o sincronismo de lasers caóticos. O caos é induzido no laser 1, quando uma quantidade da sua própria radiação $\kappa_1 E_1$ é reinjetada usando um espelho externo. No laser número 2 não há retorno ótico. J_0 fonte de corrente, LD laser de diodo, L lente esférica, BS divisor de feixe, PD fotodetector, M espelho.	81

LISTA DE FIGURAS

5.8	Intensidade do laser detectada no experimento. (a) A linha superior mostra a intensidade do Laser LD1 com a presença de quedas na sua intensidade de saída pelo efeito do retorno ótico, enquanto que a linha inferior mostra o laser LD2, o qual não se encontra submetido a realimentação ótica. Em LD2 existe um incremento da intensidade de saída na presença de acoplamento direto com LD1. (b) Acoplamento usando o esquema da figura 5.3, quando a chave que se encontra em série com o capacitor permanece aberta.	81
5.9	Varição de intensidade emitida pelos lasers LD1 (vermelho) e LD2 (preto) durante um evento de queda de intensidade LFF quando um único laser apresenta retorno ótico (LD1). Figura (a) média de 200 eventos. Foi usado um amplificador para destacar as características do sinal. Figura (b) O sinal encontra-se deslocado verticalmente para melhorar a visualização e a medida foi adquirida sem o uso do amplificador. Observa-se que após o acontecimento da queda de intensidade em LD1, existe um tempo $\tau_{ac} = 5.6 \pm 0.1$ ns que transcorre anterior à resposta do laser LD2 (retângulo tracejado na figura). A figura foi tomada na configuração experimental de conexão direta (figura 5.7).	83
5.10	(a) Intensidade como função do tempo mostrando a queda em LD1 e o consequente aumento na emissão do laser LD2. (b) Variação da voltagem nos extremos das resistências quando os lasers apresentam o comportamento da figura (a).	84
5.11	(a) Mostra-se as variações nas correntes do laser LD1 durante uma queda de intensidade associada com LFF e a resposta do LD2 acoplado eletricamente em paralelo e que não apresenta retorno ótico. Um filtro passa-baixas de 29 MHz foi usado para filtrar a figura deixando unicamente as frequências experimentais de interesse (25 MHz, correspondente ao inverso do tempo de ida e volta na cavidade). (b) Mostra-se a corrente total fluindo pelos lasers. Os lasers empregados para estas medidas são os L850P010 da Thorlabs com limiar de operação de 10.01 ± 0.01 mA para LD1 e 9.94 ± 0.01 mA para LD2. A corrente fornecida pela fonte foi estabelecida em 20.50 ± 0.01 mA. . . .	84
5.12	Segmentos de series temporais calculadas numericamente usando as equações 5.1-5.4. Intensidade $ E_j(t) ^2$ do laser LD1 e LD2 quando $\kappa_1 = 16 \times 10^9 s^{-1}$ e $\kappa_2 = 0$. $J_0/2 = 1.01 J_{lim,sol1}$, $J_{lim,sol1} = 7.87503 \times 10^{16} s^{-1}$	86

LISTA DE FIGURAS

- 5.13 Instauração do sincronismo para dois lasers que possuem diferentes limiares. Pequenas variações da intensidade de retorno ótico representada como a percentagem de diminuição do limiar de operação dão lugar ao sincronismo das oscilações. Variações menores da corrente de bombeio também são necessárias. (a) Oscilações LFF completamente descorrelacionadas. (b) Oscilações LFF com uma pequena correlação. (c) A correlação aumenta pelo ajuste da intensidade do retorno ótico e a corrente de bombeio. A diferença dos limiares é compensada e os dois lasers podem oscilar no mesmo regime dinâmico. 88
- 5.14 Intensidade emitida pelo par de lasers acoplados em paralelo, cada um com realimentação ótica. Os valores dos parâmetros, corrente de bombeio e intensidade do retorno ótico, foram ajustados para obter sincronismo parcial da LFF. As escalas de intensidade estão deslocadas para melhorar a visualização. (a) Experimento: $J_0 = 2.02J_{lim,sol-LD1}$, $\kappa_1 \approx \kappa_2 = 15.2 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$. (b) Integração numérica do modelo teórico: $J_0 = 2J_{lim,sol-LD1}$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 15 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ 88
- 5.15 Intensidade emitida pelo par de lasers acoplados em paralelo, cada um com realimentação ótica. A escala vertical do laser em preto tem sido deslocada para uma melhor visualização. O sincronismo é claramente observado. (a) Segmento experimental: $J_0 = 2.037J_{lim,sol-LD1}$, $\kappa_1 = 15.8 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\kappa_2 = 16.3 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$. (b) Segmento Numérico: $J_0 = 2.04J_{lim,sol-LD1}$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 16 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ 89
- 5.16 Histogramas dos intervalos de tempo T entre LFF: (a) Intervalos de tempo entre quedas da intensidade sucessivas num único laser com retorno. (b) Teoria para (a). (c) Diferença de tempo entre os pares de eventos dos dois lasers no regime de sincronismo completo. d) Teoria para (c). 90
- 5.17 Queda da intensidade quando o sistema encontra-se no regime de sincronismo. Este resultado salienta a existência de flutuações com período igual ao tempo de ida e volta na cavidade externa τ , oscilando em oposição de fase antes da queda, conjuntamente com as LFF sincronizadas. Posterior à queda, as oscilações na escala de tempo τ estão em fase, porém, após o tempo de recuperação da intensidade, a oscilação em antifase domina novamente. (a) Experimento. ς_1/ς_2 varia no intervalo 0.9 - 1. (b) Teoria. $\kappa_2/\kappa_1 = 1$ 90

LISTA DE FIGURAS

5.18	Resultado numérico quando o coeficiente de acoplamento η é incrementado até $4.0 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$. Observa-se o aumento da amplitude das oscilações em oposição de fase antes da queda de intensidade sincronizada. Este fenômeno é fracamente evidenciado no resultado experimental mostrado na figura 5.17(a).	91
5.19	Varição das correntes nos lasers LD1 e LD2 durante uma queda sincronizada LFF. (a) Experimento. (b) Teoria. $J_0/2 = 1.01 J_{lim,sol-LD1}$ e $J_{lim,sol-LD1} = 7.87503 \times 10^{-16} \text{ s}^{-1}$. Ambas as figuras foram filtradas usando um passa-baixas de 29 MHz.	92
5.20	(a) Auto-correlação experimental de um único laser operando com retorno ótico. (b) Correlação cruzada das series temporais correspondentes aos lasers 1 e 2 quando as quedas LFF estão sincronizadas. O maior valor de correlação obtido para os vários testes experimentais feitos, foi de aproximadamente 0.89 para o valores de τ_{corr} em torno de τ_{ac}	93
5.21	Resultado obtido para uma única queda após filtragem numérica desenvolvida em C++. A eliminação da contribuição das LFF na função de correlação permitiu estudar o sincronismo na escala rápida.	93
5.22	(a) Correlação cruzada experimental para os lasers com realimentação ótica que permanecem acoplados em paralelo. A correlação mostra picos negativos pela contribuição das flutuações que oscilam em oposição de fase. (b) Teoria. Na simulação numérica o comportamento do sincronismo em antifase é muito mais evidente.	94
5.23	Funções de correlação numéricas: (a) Auto-correlação associada a um dos lasers. (b) Correlação cruzada mostrando os picos negativos. Filtros numéricos foram usados para eliminar a contribuição das LFF.	94
5.24	Correlação cruzada obtida numericamente a partir das equações de taxa em função do quociente da intensidade de realimentação em cada laser.	95
5.25	Detalhe da figura 5.24. (a) Correlação cruzada calculada para $\tau_{corr} = 0$ em função de κ_2/κ_1 . (b) Correlação cruzada calculada para $\kappa_2 = 0$. Observa-se a antifase em escala lenta correspondente com a figura 5.8 e a antifase na escala rápida descrita na figura 5.9(a) para $\kappa_2 = 0$	96
5.26	Correlação cruzada obtida numericamente a partir das equações de taxa em função do coeficiente de acoplamento η	96
5.27	Detalhe da figura 5.26. (a) Correlação cruzada calculada para $\tau_{corr} = 0$ em função de η . (b) Correlação cruzada calculada para $\eta = 2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	97

LISTA DE FIGURAS

5.28	Séries temporais calculadas para a intensidade do laser com retorno de radiação: (a) Em preto a dinâmica temporal sem filtragem numérica, mostrando flutuações rápidas na intensidade. Em vermelho a serie temporal usando um filtro com $\tau_f = 5$ ns segundo a equação 5.5, onde é possível observar claramente as flutuações de baixa frequência. (b) Retrato de fase $(I, \dot{I})$ construído com a dinâmica não filtrada. (c) Retrato de fase $(I, \dot{I})$, para a série temporal filtrada.	98
5.29	Definição dos tempos característicos da dinâmica no regime LFF para a serie temporal filtrada numericamente.	98
5.30	Espectro de frequências para o caso da dinâmica temporal não filtrada (a) e filtrada (b). Quando as oscilações caóticas cobrem uma gama muito larga de escalas de tempo, a definição de fase instantânea torna-se difícil. A construção da fase mediante o calculo da transformada de Hilbert adquire sentido físico após a filtragem das séries temporais.	99
5.31	(a) Série temporal contendo LFF para um laser com realimentação ótica. (b) Fase de Hilbert Φ_H calculada para a série temporal da figura (a). (c) Séries temporais LFF correspondentes a dois lasers com acoplamento muito fraco $\eta = 0.1 \times 10^8$. Observa-se que não existe um valor apreciavel de correlação entre as duas séries temporais. (d) Diferença de fase dos lasers da figura (c) calculadas usando a equação 4.9. A diferença de fase varia fortemente no intervalo $(\pi/4, -\pi/4)$. (e) Séries temporais LFF correspondentes a dois lasers com acoplamento forte $\eta = 2.5 \times 10^8$. As séries temporais correspondem a lasers em sincronia. (f) Diferença de fase dos lasers da figura (e) calculadas usando a equação 4.9. A diferença de fase para os lasers sincronizados não varia apreciavelmente no intervalo de oscilação da fase LFF.	101
5.32	Dinâmica temporal calculada numericamente em torno dos estados estacionários do modelo modificado de L-K. (a). A dinâmica caótica itineraria nas frequências negativas da elipse dos estados estacionarios. (b) Figura (a) aumentada. A diferença de fase evolui para as proximidades do modo de máximo ganho (mínimo N).	102
5.33	Fase ótica calculada numericamente para os dois lasers acoplados. (a) Segmento da intensidade do laser para fins de comparação. (b) Gráfico das duas fases evoluindo no tempo. (C) Diferença de fase mostrando o sincronismo. (D) Excursão de frequência ótica dos dois lasers. (E) Detalhe das fases óticas em um par de quedas. (f) Frequência instantânea dos dois lasers.	103

LISTA DE FIGURAS

6.1	Esquema Experimental. SL laser de semiconductor, AL lente Asférico, BS divisor de feixe, L comprimento de cavidade, M espelho, D detector.	106
6.2	Espectro de Frequências correspondente ao caso de uma cavidade. Pentes de frequência com separação da cavidade externa	107
6.3	Espectro RF de frequências no analisador de espectro para a intensidade de um laser que opera no regime LFF. RBW Resolução da largura de banda 100 KHz, VBW resolução da largura de banda do video 30 KHz, span 400 MHz, resolução do contador 4 MHz	108
6.4	Histograma experimental típico para LFF correspondentes à condição de uma só realimentação ótica.	109
6.5	Tempos medios obtidos para a amostragem de 20 séries temporais longas (5 ms) contendo quedas LFF, como função do comprimento L_2 , na configuração onde o laser está submetido a retorno ótico que provém do braço L_2 . L_1 permaneceu bloqueado. O parâmetro de intensidade de realimentação κ , foi ajustado para 3% de redução na corrente de limiar.	110
6.6	Histograma experimental para um laser com dupla realimentação ótica, no regime de corrente onde existe a pulsação LFF para cada braço e operando na razão de comprimentos $L_2/L_1 = 0.495$. O fenômeno de trens de pulsos LFF começa a aparecer para este valor do quociente dos comprimentos. A figura inserida mostra uma série de tempo com quedas LFF agrupadas em pacotes, seguidos de tempo longos, onde aparece um comportamento quase estável. O tempo médio entre quedas nos pacotes permanece similar ao mostrado na figura 6.4 para um único braço com retorno ótico.	111
6.7	Média experimental do tempo entre as quedas consecutivas $\langle T \rangle$, como função da relação de distância entre as duas cavidades L_2/L_1	111
6.8	Resultado experimental que evidencia o comportamento do tempo médio entre quedas LFF quando o quociente dos comprimentos das cavidades varia em torno da fração $1/2$. Para estados quase-estáveis ou periódicos, a ausência de quedas implica um tempo médio infinito, de modo que, para efeitos de visualização, foi imposto arbitrariamente na figura um tempo medio de $8\mu s$ para uma série temporal que não apresenta quedas LFF na intensidade.	112

LISTA DE FIGURAS

- 6.9 Estados estacionários de um laser de semicondutor submetido a dupla realimentação ótica, calculados segundo a equação 6.12 e os parâmetros da tabela 6.1. (a) $L_2/L_1 = 1$, $\tau_2 = 53.5$. (b) $L_2/L_1 = 0.9992$, $\tau_2 = 53.46$. (c) $L_2/L_1 = 0.9983$, $\tau_2 = 53.41$. (d) $L_2/L_1 = 0.9974$, $\tau_2 = 53.36$. (e) $L_2/L_1 = 0.9964$, $\tau_2 = 53.31$. (f) $L_2/L_1 = 0.9946$, $\tau_2 = 53.21$ 116
- 6.10 (a) Frequências estacionárias de um laser de semicondutor submetido a uma única realimentação ótica, calculados segundo a equação 3.13 e os parâmetros da tabela 6.1. $\kappa_1 = 0$, $\kappa_2 = 11 \text{ ns}^{-1}$, variação de $\tau_2 = 0.01 \text{ ns}$. (b) Zoom da figura (a). Estes resultados para um único retorno são apresentados para comparação com o caso de retorno duplo apresentado na figura 6.11. 117
- 6.11 Frequências estacionárias de um laser de semicondutor submetido a dois retornos óticos, calculados segundo a equação 6.12 e os parâmetros da tabela 6.1. $\tau_1 = 53.5 \text{ ns}$, $\tau_2 = 51.90 - 55.11 \text{ ns}$, variação de $\tau_2 = 0.01 \text{ ns}$. Constata-se os câmbios nas elipses descritos nas figuras 6.9; cada 0.0017 de variação no parâmetro L_2/L_1 , um novo par de elipses são criadas simetricamente no eixo de frequências, até que a situação chega a ser similar ao caso com uma única realimentação mostrada em 6.10. 117
- 6.12 Estados estacionários de um laser de semicondutor submetido a dupla realimentação ótica, calculados segundo a equação 6.12 e os parâmetros da tabela 6.1. Aqui, temos calculado para as frações racionais principais. (a) $L_2/L_1 = 3/4$. (b) $L_2/L_1 = 2/3$. (c) $L_2/L_1 = 3/5$. (d) $L_2/L_1 = 1/2$. (e) $L_2/L_1 = 1/3$. (f) $L_2/L_1 = 1/4$ 118
- 6.13 Histograma teórico típico para LFF correspondentes à condição de um único retorno ótico. As séries temporais foram calculadas usando o modelo L-K modificado segundo as equações 6.3-6.4. 119
- 6.14 Pontos com forma de diamante (em vermelho) representam cada tempo médio calculado para séries temporais longas contendo ao redor de 10^3 quedas LFF como função do comprimento L_2 , na configuração onde o laser está submetido a um único retorno ótico que provém do braço L_2 . Os parâmetros usados correspondem aos apresentados na tabela 6.1. $\kappa_1 = 0$. A sobreposição dos pontos experimentais da figura 6.5, mostra o grau de coincidência entre a teoria e o experimento. 119
- 6.15 Histograma teórico para um laser com dupla realimentação ótica. Relação entre comprimentos igual a 0.495. O fenômeno de trens de pulsos LFF se manifesta nesta condição de maneira similar aos resultados do experimento mostrado na figura 6.6. O histograma apresenta novamente a cauda longa indicando os eventos que exibem tempo médio superior a $1.5 \mu\text{s}$ 120

LISTA DE FIGURAS

6.16	Tempo médio teórico entre as quedas consecutivas $\langle T \rangle$, como função da relação de distancia entre as duas cavidades L_2/L_1 . .	121
6.17	Comportamento do tempo médio entre quedas LFF quando o quociente dos comprimentos das cavidades varia em torno da fração $1/2$. Para estados estáveis, periódicos ou caóticos sem quedas LFF, a ausencia de estas implica um tempo médio infinito, de modo que, para efeitos de visualização, foi imposto arbitrariamente na figura um tempo médio de $8 \mu s$ para uma série temporal que não apresenta quedas. Na figura à esquerda se ilustra o resultado experimental. Figura à direita mostra a solução numérica.	122
6.18	Resultado numérico da integração das equações 6.3-6.4, usando uma variação de 0.01 ns para o valor de τ_2 . Foi incluído o desvio padrão calculado da distribuição estatística para os tempos entre quedas. Esta quantidade representa um bom indicador para identificar o início das variações no tempo médio.	122
6.19	Resultado numérico da integração das equações 6.3-6.4, usando uma variação de 0.001 ns para o valor de τ_2	123
6.20	A linha representa os valores calculados para o máximo expoente de Lyapunov do sistema laser de semiconductor na presença de dois retornos óticos, na vizinhança do parâmetro $L_2/L_1 = 1$. Os pontos representam todos os mínimos da série temporal. Resolução de $\tau_2 = 0.01$ ns, resolução de $L_2/L_1 = 2 \times 10^{-4}$	124
6.21	Comutação abrupta de estados dinâmicos para uma variação do parâmetro τ_2 de um centésimo de nanosegundo. Na esquerda se apresentam os estados estacionários calculados usando a equação 6.12, para o valor de parâmetro usado. A direita mostramos a dinâmica temporal calculada para uma escala de tempo longa (2 ms), correspondente aos estados estacionários da esquerda.	126
6.22	Estados estacionários e dinâmica temporal para três parâmetros usados na figura 6.21. Esferas representam os pontos estacionários estáveis ou modos do sistema. Estrelas representam os antimodos ou modos instáveis do sistema. A dinâmica temporal resultante da integração numérica é representada por círculos. .	127
6.23	Os pontos representam o resultado do cálculo numérico de ζ (equação 3.4) para o sistema de cavidade dupla. Resolução de $\tau_2 = 0.01$ ns, resolução de $L_2/L_1 = 2 \times 10^{-4}$. A linha indica a média de todos os pontos obtida para cada valor de parâmetro imposto.	127
6.24	Valor médio da porcentagem de diminuição no limiar e o Lyapunov para a região $L_1 = L_2$	128

LISTA DE TABELAS

- 5.1 Valores dos parâmetros utilizados nas simulações numéricas . . . 86
- 6.1 Valores dos parâmetros utilizados nas simulações numéricas . . . 114

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
2	LASERS DE SEMICONDUTOR	23
2.1	Fundamentos de operação	23
2.2	Propriedades elétricas	26
2.2.1	Corrente-tensão	26
2.2.2	Capacitância da junção	30
2.3	Condições para oscilação	32
2.4	Características dinâmicas de operação	36
2.4.1	Equações de taxa	37
3	REALIMENTAÇÃO ÓTICA	41
3.1	Parâmetros de controle	43
3.2	Escalas temporais do sistema	46
3.3	Flutuações de baixa frequência	47
3.3.1	Modelos Teóricos	49
3.4	Estatística de LFF	54
3.5	Propriedades elétricas	57
4	SINCRONISMO	60
4.1	Fundamentos do sincronismo	60
4.1.1	Travamento de frequência e fase	61
4.2	Sincronismo de caos	64
4.3	Tipos de sincronismo caótico	69
4.3.1	Sincronização completa	69
4.3.2	Sincronismo de fase	70
4.3.3	Sincronismo com retardo constante	70
4.4	Identificação e detecção de sincronismo	70
4.4.1	Amplitude e fase de sinais caóticos	71
4.4.2	Função de correlação	73
5	LASERS CAÓTICOS ACOPLADOS ELETRICAMENTE.	75
5.1	Arranjo experimental.	75
5.1.1	Tensão no diodo	79
5.2	Efeito do acoplamento	80
5.2.1	Resultado Experimental	80
5.2.2	Tensão dinâmica no laser	83

SUMÁRIO

5.2.3	Modelo Teórico	85
5.2.4	Resultados numéricos	86
5.3	Início do sincronismo	87
5.4	Sincronismo	87
5.5	Funções de Correlação	92
5.5.1	Mapas de Correlações	94
5.6	Fase e amplitude do sinal LFF	97
5.6.1	Fase ótica do campo elétrico	100
6	DUPLA REALIMENTAÇÃO ÓTICA	104
6.1	Método Experimental	106
6.1.1	Medição de comprimentos de cavidade	107
6.2	Resultados experimentais.	108
6.3	Modelo teórico	112
6.3.1	Soluções estacionárias	114
6.3.2	Frações racionais	115
6.3.3	Resultados Numéricos	115
7	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	129
7.1	Conclusões do capítulo 4	129
7.2	Perspectivas do capítulo 4	130
7.3	Conclusões do capítulo 5	130
7.4	Perspectivas do capítulo 5	131
	REFERÊNCIAS	132
	APÊNDICE A - Artigos publicados.	142
	APÊNDICE B - Artigos em preparação.	161

1 INTRODUÇÃO

A investigação de sistemas dinâmicos, em particular os não lineares que apresentam o fenômeno de caos, permite múltiplas aplicações nas mais variadas áreas do conhecimento [1–4]. A razão de tal aplicabilidade reside no controle das oscilações periódicas, quase periódicas e caóticas que aparecem em uma grande quantidade de sistemas naturais e artificiais quando o valor dos seus parâmetros de operação é ajustado. Neste cenário, o interesse pela compreensão dos comportamentos caóticos de sistemas que podem ser descritos por uma equação diferencial contendo um único termo de atraso, tem sido um tema de pesquisa muito ativo durante os últimos anos devido as suas possíveis aplicações em redes de sistemas complexos [5]. Em tal situação, a infinita dimensionalidade criada pelo atraso, transforma uma equação simples, em uma com um número suficiente de graus de liberdade para permitir a ocorrência de fenômenos caóticos.

A realização experimental do sistema com muitos graus interagentes de liberdade, pode ser convenientemente realizado pela inclusão de realimentação retardada da radiação emitida por um laser de semicondutor. Neste contexto, os lasers de semicondutor foram empregados desde a sua invenção como elementos de teste no desenvolvimento e a demonstração de teorias associadas a eventos complexos [6] e caos gerado por realimentação ótica. A dinâmica observada em lasers que são submetidos a perturbações externas ou mudança dos parâmetros de operação, tem sido estudada desde a invenção do próprio laser. Particularmente, o estudo da dinâmica não linear e conjuntamente a ocorrência de caos nos lasers foi considerada com maior atenção após o estudo desenvolvido por Haken em 1975 [7], cujo resultado mostrou que há um isomorfismo matemático entre as equações de Maxwell-Bloch que descrevem a dinâmica do campo elétrico, a polarização média dos átomos e a inversão populacional, com as equações de Lorenz para o fluxo convectivo atmosférico. Como consequência da versatilidade do laser de semicondutor e suas propriedades optoeletrônicas, este chegou a ser o mais empregado em estudos de caos

e dinâmica não linear.

Os processos não lineares entre a radiação e os portadores de carga no interior do laser de semicondutor, os quais permitem a emissão de radiação coerente, constituem os geradores do comportamento caótico quando uma perturbação externa é adicionada. Em particular para o laser de semicondutor, a dinâmica caótica de alta dimensão é facilmente acessível nas diferentes escalas temporais usando diferentes tipos de perturbação externa, tais como: realimentação da sua própria radiação [8], injeção ótica de outro dispositivo [9], modulação da corrente [10] ou das perdas [11] e retroação optoeletrônica [12]. O acoplamento do dispositivo em redes de elementos é de fácil consecução, usando conexão ótica ou eletrônica. A dinâmica de um laser de semicondutor, na presença de uma única realimentação óptica, tem sido estudada ao longo dos últimos 30 anos, rendendo uma grande quantidade de publicações. Tais pesquisas têm contribuído para desenvolver aplicações na indústria das telecomunicações [13] e produção de conhecimento na área da dinâmica de sistemas não lineares [14].

Um dos temas centrais deste trabalho é estudar o sincronismo e as correlações entre dois lasers de semicondutor que operam no regime caótico quando estão acoplados eletricamente e oscilam caoticamente pela presença de retorno ótico. O esquema de conexão paralelo foi escolhido para iniciar tal estudo. A configuração tem sido estudada em LED (diodo emissor de luz) e lasers de semicondutor. Os diodos emissores de luz mostram correlações na emissão de fótons dependendo do acoplamento elétrico. Quando são conectados em paralelo e bombeados por uma fonte de corrente muito regular, sua intensidade mostra correlação oposta [15]. Para pares de lasers de diodo, este efeito quântico se manifesta nas flutuações clássicas da potência radiada pelos dois lasers, as quais se apresentam em oposição de fase [16]. Para explicar estes efeitos fisicamente é preciso identificar a dinâmica de recombinação dos portadores para a configuração elétrica empregada. As correlações quânticas nas flutuações da potência entre pares de lasers com uma fonte de bombeio comum, também foram estudadas anos atrás [17]. Explicações intuitivas foram propostas para o comportamento observado. A motivação do trabalho radica no fato de que a ocorrência de correlações em subsistemas de sistemas complexos que têm estados sincronizados coletivos permanece como um efeito intrigante pertencente a diferentes domínios na natureza.

O segundo tema deste trabalho consistiu em estudar a configuração onde o laser de semicondutor apresenta dupla realimentação ótica. A inclusão do segundo retorno torna o problema muito mais complexo [18]. No entanto, para um dado valor dos parâmetros, o sistema pode apresentar regiões de estabilidade e comportamentos periódicos [113–116].

Esta tese está organizada como segue: no primeiro capítulo introduzimos conceitos fundamentais para o estudo da dinâmica do laser de semicondutor. As propriedades elétricas e as equações de taxa que modelam o laser solitário são consideradas.

No segundo capítulo, há uma revisão da dinâmica temporal de um laser de diodo na presença de realimentação ótica. Foram definidos os parâmetros de controle, as escalas temporais características do problema e o regime caótico de flutuações de baixa frequência. A mudança das propriedades elétricas em relação ao caso solitário é brevemente descrita.

No terceiro capítulo descrevemos efeitos de sincronização em sistemas caóticos. Discutimos algumas propriedades que são importantes para o início e estabilidade do sincronismo. Em seguida, caracterizamos os diferentes tipos de sincronismo: fase, completo, retardado, etc. Posteriormente, são apresentadas algumas técnicas qualitativas e quantitativas para estudar o sincronismo, tais como a observação da fase e da amplitude do sinal, e o cálculo da função de correlação.

No quarto capítulo apresentamos o estudo experimental do sincronismo de dois lasers de diodo caóticos acoplados eletricamente em paralelo. Subsequentemente é proposto o modelo teórico e são investigadas as regiões de parâmetros usadas no experimento através de simulações numéricas. O resultado principal deste capítulo é a demonstração de que as flutuações de intensidade nos lasers apresentam a coexistência de flutuações em oposição de fase numa escala de tempo rápida, simultaneamente com quedas de potência sincronizadas em fase (sincronismo com retardo), em uma escala de tempo duas ordens de magnitude mais lenta.

No quinto capítulo abordamos o problema do laser na presença de dupla cavidade externa, mostrando experimental e teoricamente que tal sistema apresenta dinâmica profundamente diferente do caso de uma única realimentação. Novos resultados considerando o tempo médio entre pulsos evidenciam que a mudança na dinâmica acontece em torno de proporções racionais da relação entre os tempos de retorno da luz de realimentação.

Finalmente o sexto capítulo terá as conclusões e as perspectivas para futuras pesquisas.

2 LASERS DE SEMICONDUTOR

Pela indução de transições óticas de elétrons num meio semicondutor, é possível construir um emissor de radiação a partir deste material. Tais transições são induzidas por um mecanismo de bombeio, o qual representa a fonte principal de injeção de energia. A radiação emitida ganha propriedades de coerência e direcionalidade quando se adiciona um mecanismo de realimentação. O objetivo deste procedimento é incentivar a dinâmica de transições através do processo conhecido como emissão estimulada. A realimentação é implementada por uma cavidade óptica composta de espelhos que confinam a onda electromagnética ao interior do meio.

Emissão de radiação estimulada pode ocorrer em semicondutores devido à recombinação dos portadores injectados através de uma junção p-n. Para aumentar a eficiência, a junção p-n é aperfeiçoada com camadas compostas de diferentes tipos de material semicondutor. Esta configuração é conhecida como *heteroestrutura*. Usualmente os lasers de semicondutor são construídos e projetados na configuração heteroestrutural, usando poços quânticos como meio de ganho.

2.1 Fundamentos de operação

Isoladamente, cada átomo possui níveis discretos de energia. Quando os átomos interagem para criar uma estrutura sólida, os níveis discretos misturam-se formando bandas de energia. A maneira como estes elétrons ocupam as bandas de energia está associada com o princípio de exclusão de Pauli, dada a natureza fermiônica dos elétrons. Bandas em sólidos podem permanecer completamente populadas, parcialmente preenchidas e vacantes. A banda de maior energia totalmente preenchida pelos elétrons a temperatura nula, é a chamada banda de valência. A banda mais próxima acima (com uma energia mais alta que a banda de valência), conhecida como banda de condução, encontra-se vacante nesta condição. Estas bandas estão separadas por uma região onde existem

estados de energia proibidos. A existência desta brecha ou gap, que separa as bandas de valência e de condução, está relacionada ao mecanismo da condução. A diferença entre um material isolante e um semicondutor, radica no tamanho da banda proibida que separa as bandas de valência e condução, sendo este muito mais pequeno para os semicondutores (silício = 1.1 eV, germânio=0.7 eV, a temperatura ambiente). Para temperaturas diferentes de zero, a agitação térmica do meio fornece a energia suficiente para que os elétrons participem nos processos da condução. Este processo permite a criação de buracos na banda de valência, quando um elétron se transfere para a banda de condução. A condutividade elétrica está relacionada com a dinâmica dos pares elétron-buraco. Um semicondutor perfeito sem impurezas adicionadas ou defeitos da rede é identificado como intrínseco. Para caracterizar este sólido simples e também os mais complexos que possuem impurezas e defeitos, define-se a distribuição de probabilidade f_i^N de achar um elétron num nível de energia ϵ_i quando o sistema de N elétrons está em equilíbrio térmico a uma temperatura T, tal como:

$$f_i^N = \frac{1}{1 + e^{\frac{(\epsilon_i - \mu)}{k_B T}}}, \quad (2.1)$$

com μ sendo o potencial químico ou energia de Fermi, a qual define a fronteira entre estados vazios e cheios para $T \rightarrow 0$, sendo T a temperatura absoluta e k_B a constante de Boltzmann. Para um semicondutor intrínseco, no caso de temperatura não nula, o número de elétrons na banda de condução permanece igual ao número de buracos na banda de valência; $f(\epsilon)$ é identificada com a probabilidade de achar um elétron num nível de energia ϵ , em consequência $1 - f(\epsilon)$ é a probabilidade de encontrar um buraco no nível de energia ϵ . Em vista do anterior, o nível de Fermi localiza-se na metade da brecha que separa a banda de condução da banda de valência no caso de um semicondutor intrínseco.

Os semicondutores extrínsecos são feitos através da introdução de diferentes átomos dopantes dentro do cristal, podendo-se obter dois tipos de material extrínseco. Se o nível de Fermi F , estiver na banda de condução F_C , então nela existem portadores de carga negativa ou elétrons, que permanecem livres para se movimentar e realizar condução através desta banda, logo o semicondutor é dito do tipo n. Por outro lado, se o nível de Fermi F_V estiver na banda de valência, então nela existem portadores de carga positiva ou buracos, que estão livres e realizam condução nesta banda, logo o semicondutor é dito do tipo p. A adição de impurezas no semicondutor permite modificar o seu caráter intrínseco. Se a impureza tende a perder elétrons deixando para trás íons positivos, então níveis de energia adicionais surgem próximo à banda de condução, pois os elétrons da impureza, ao serem excitados, facilmente irão para a banda de condução, formando assim um semicondutor tipo n. Mas, se

as impurezas tendem a ganhar elétrons, então os níveis de energias adicionais surgem próximos à banda de valência, pois os elétrons desta banda, ao serem excitados, irão para os níveis energéticos extras das impurezas, deixando buracos na banda de valência, formando assim um semiconductor tipo p. No equilíbrio térmico, a probabilidade de ocupação de um elétron num nível de energia ϵ , é dado pela expressão 2.1. Entretanto, no equilíbrio térmico não é possível obter uma quantidade apreciável de radiação estimulada. A população deve ser invertida para gerar radiação estimulada pela injeção de corrente na junção p-n. Nesta situação onde não há equilíbrio térmico os chamados níveis quase-Fermi são usados para cada uma das bandas. O nível quase-Fermi da banda de condução f_2 com nível de energia E_2 e o da banda de valência f_1 com nível de energia E_1 estão dados pelas seguintes equações:

$$f_1 = \frac{1}{1 + \exp[(\epsilon_1 - F_V)/k_B T]}, \quad f_2 = \frac{1}{1 + \exp[(\epsilon_2 - F_C)/k_B T]}. \quad (2.2)$$

Seja B_{21} o coeficiente de Einstein para emissão estimulada e B_{12} para o

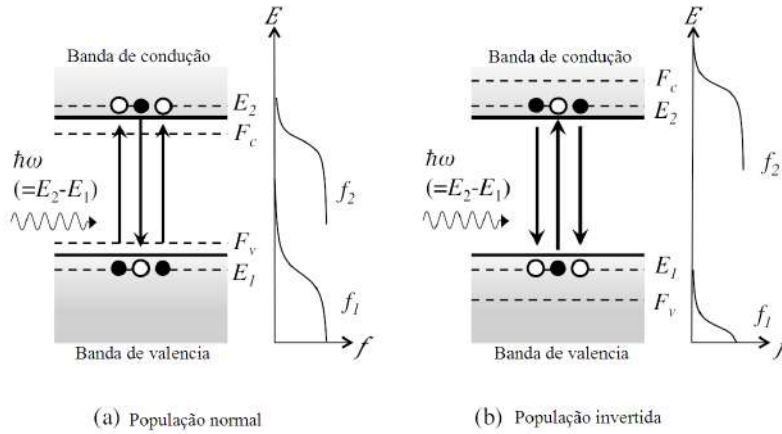


Figura 2.1: Estado de quasi-equilíbrio térmico para um semiconductor quando é injetado por portadores de carga (elétrons). A ausência de estes portadores encontra-se associada à presença de buracos. No modelo, esta ausência constitui uma existência própria como se fosse um portador de carga elétrica positiva. Adaptado de [24].

caso de absorção de radiação. $u(E)$ representa a densidade de energia do campo ótico pela unidade de volume; então a probabilidade de emissão estimulada para o caso onde um elétron permanece no nível de energia E_2 , estando vacante o nível de energia E_1 , pode-se escrever como $B_{21}u(E)$, multiplicado pela fração $f_2(1 - f_1)$. Da mesma forma, a probabilidade de absorção é escrita como $B_{12}u(E)f_1(1 - f_2)$ [24]. A emissão estimulada precisa ser maior que a absorção para que o meio emita radiação. Como consequência $B_{21}u(E)f_2(1 - f_1) > B_{12}u(E)f_1(1 - f_2)$. Usando $B_{21} = B_{12}$ e $u(E) > 0$, é possível estabelecer a condição para que a emissão estimulada seja maior que

a absorção: $f_2 > f_1$. Empregando 2.2 concluímos que $F_C - F_V > E_2 - E_1$, tal como mostrado na figura 2.1. O bombeio de corrente ou energia aplicada, a qual determina a posição dos níveis de energia de Fermi, precisa ser maior que a energia do fóton emitido $E_2 - E_1 = \hbar\omega$ com frequência ω .

Nos semicondutores a energia da brecha entre as bandas depende da composição e a dopagem. Em contraste com a homojunção, a qual está composta de apenas um tipo de semiconductor, a heterojunção é feita de varias camadas de material semiconductor com diferentes dopagens. Para atingir uma recombinação radiativa eficiente, as heteroestruturas confinam os portadores em camadas ativas por meio das interfaces da junção. Este confinamento evita a difusão dos portadores, gerando altas densidades de recombinação. Além disto, os materiais de diferentes índices de refração formam uma guia de onda para o campo electromagnético, a qual favorece a realimentação e a emissão estimulada.

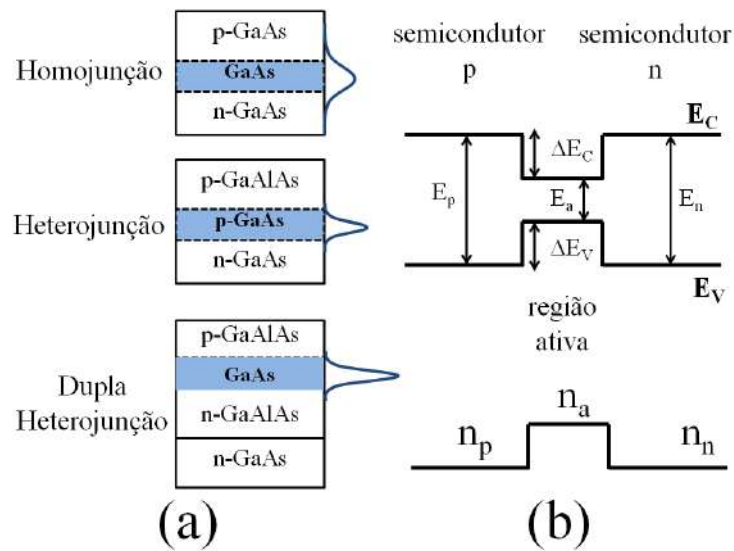


Figura 2.2: (a)Homojunção e heterojunção empregadas na construção do laser de semiconductor. As regiões ativas estão elaboradas com arseneto de gálio (GaAs). Este tipo de semiconductor possui uma transição direta entre as bandas de condução e de valência, o qual torna este material aplicável na construção do laser. (b) Na dupla heterojunção, os compostos dopantes de alumínio (Al) garantem a diferença no índice de refração n , favorecendo a amplificação de radiação e garantindo a formação de um modo ótico altamente coerente. Figura adaptada de [25].

2.2 Propriedades elétricas

2.2.1 Corrente-tensão

Tensão externa nula

Quando acontece a união dos materiais tipo p e tipo n, inicialmente as bandas de condução e de valência tendem ao alinhamento enquanto que o nível de Fermi exibe uma descontinuidade na junção. Nesse momento, os elétrons estão livres para difundir a partir da região n para a região p de acordo com o termo de difusão $D\nabla N$. Simultaneamente, os buracos são livres para difundir para a região n. Na medida em que esses processos de difusão acontecem, a concentração de elétrons extra na região p se acumulará, assim como a densidade de buracos extras na região n. Estas cargas vão crescer até que o campo elétrico resultante, consegue equilibrar a constante difusiva. No equilíbrio, a

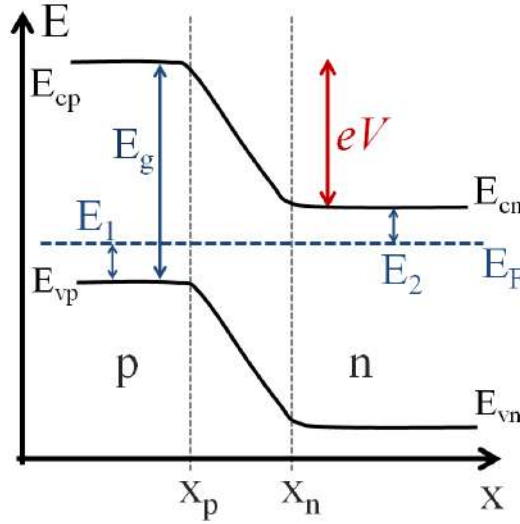


Figura 2.3: Bandas de energia e ocupação eletrônica como função da posição na direção x perpendicular ao plano da junção. Esquemático para o caso quando não há voltagem aplicada à junção. A região de depleção ou região neutra, permanece entre x_p e x_n .

concentração de portadores N na banda de condução está dada pela densidade de estados efetiva N_c , no nível de energia E_c , vezes a probabilidade de ocupação do nível, dada pela equação 2.1

$$N = N_c f(E_c). \quad (2.3)$$

A energia de fermi E_F permanece várias unidades de $k_B T$ abaixo da banda de condução. Com esta condição, a função de Fermi pode ser aproximada

$$f(E_c) = \frac{1}{1 + \exp((E_c - E_F)/k_B T)} \approx \exp(-(E_F - E_c)/k_B T). \quad (2.4)$$

Deste modo, a concentração de portadores é igual a:

$$N = N_c \exp(-(E_F - E_c)/k_B T). \quad (2.5)$$

Em geral, a equação anterior pode ser usada para calcular o número de portadores $N(E)$, que permanecem com valores de energia E , acima de um valor de energia E' , numa região com densidade efetiva de portadores N'

$$N(E) = N' \exp(-(E - E')/k_B T). \quad (2.6)$$

Na figura 2.3 se apresenta a situação quando a junção encontra-se em equilíbrio sem nenhuma tensão aplicada nos extremos dos materiais p e n. Sejam N_A e N_D as densidades efetivas no equilíbrio para os buracos na região p e para os elétrons na região n respetivamente. Para calcular a tensão intrínseca da junção V . Baseados na equação 2.6 e na figura 2.3, é possível calcular o número de portadores que permanecem acima do nível de energia E_{Fn} e E_{Fp}

$$N_V = N_A \exp(-(E_F - E_{vp})/k_B T), \quad N_C = N_D \exp(-(E_{cn} - E_F)/k_B T). \quad (2.7)$$

Da figura 2.3 observa-se que a tensão está dada pela seguinte diferença: $V = 1/e (E_g - (E_1 + E_2)) = 1/e (E_g - (E_{cn} - E_{vp}))$, com E_g representando a energia da brecha. Usando equações 2.7 temos que:

$$eV = E_g - k_B T \ln \left(\frac{N_A N_D}{N_V N_C} \right). \quad (2.8)$$

Usando a relação $N_i^2 = N_C N_V \exp(-(E_g)/k_B T)$ na equação 2.8 obtém-se que:

$$eV = k_B T \ln \left(\frac{N_A N_D}{N_i^2} \right). \quad (2.9)$$

Notando que $p_p \approx N_A$ é a concentração de buracos na região p, a concentração de buracos na região n p_n , está dada por $p_n = \frac{N_i^2}{N_D}$. No equilíbrio cumpre-se que $p_p n_p = p_n n_n$, com $n_{p,n}$ sendo a concentração de elétrons de equilíbrio na região p ou n. Com estas definições:

$$\frac{p_p}{p_n} = \frac{n_n}{n_p} = \exp \left(\frac{eV}{k_B T} \right). \quad (2.10)$$

Os portadores de carga e , no diodo laser, cumprem com a equação anterior. Introduzindo o fator ξ que leva em conta as propriedades dos diodos lasers construídos usando camadas de semicondutores dopados, a tensão na junção em função da densidade de portadores está dada pela expressão [88]:

$$N = N_e \exp \left(\frac{eV}{\xi k_B T} \right), \quad (2.11)$$

tal que $\xi = 2$, é comunmente empregado para dispositivos emissores feitos com camadas de AlGaAs. N_e define-se como a densidade efetiva dos elétrons no equilíbrio.

Tensão externa aplicada

Consideremos agora o caso quando uma voltagem de polarização V_{ap} é aplicada na junção, V_{ap} é positivo se aplicado à região p, como ilustrado na figura 2.4. Se $V_{ap} > 0$ (polarização direta), a barreira de potencial eletrostático na junção é reduzida pela voltagem aplicada. Esta redução da barreira de potencial ocorre porque uma tensão de polarização direta (p positivo em relação a n) aumenta o potencial eletrostático no lado p relativo ao lado n, de modo que não equilibrará mais a corrente de difusão de elétrons fluindo para a esquerda. Assim, o elétron fornecido pelo contato na direita irá reabastecer os elétrons que entram na região do tipo p. Isso resultará em uma densidade de corrente de difusão entrando na região p, os elétrons acabarão por se recombinar com os buracos. O contato à esquerda proporcionará os buracos necessários para este processo de recombinação, dando origem a uma componente da corrente derivada (corrente de deriva) do campo elétrico, em direção à região n. Uma sequência de eventos semelhante acontecerá com os buracos: alguns irão difundir para a região n recombinaando-se com elétrons proporcionados por uma densidade de corrente do contato direito. Para uma polarização reversa ocorre o oposto; o potencial electrostático do lado p é diminuído em relação ao lado n, e a barreira de potencial na junção torna-se maior.

A corrente total que cruza a junção é composta da soma dos componentes de difusão e de deriva. Como a figura 2.4 indica, a difusão de elétrons e buracos estão direcionadas de p para n (embora as direções de fluxo de partículas sejam opostas uma da outra), e as correntes de deriva de n para p. A corrente total que atravessa a junção é zero no equilíbrio, uma vez que a deriva e a difusão cancelam. Sob polarização inversa, ambas as componentes de difusão são desprezíveis devido à grande barreira na junção e a única corrente é a corrente de geração relativamente pequena (e essencialmente independente de tensão) de n para p. Esta corrente de geração é mostrada na figura 2.5. A única corrente que flui no diodo para V_{ap} negativo é a corrente pequena de geração (deriva) devido a portadores gerados na região de depleção ou porta-

dores minoritários que se difundem para a junção e são coletados. A corrente em $V_{ap} = 0$ (equilíbrio) é zero já que as correntes de geração e difusão cancelam. Uma polarização direta aplicada aumenta a probabilidade de que um portador possa difundir-se através da junção, pelo fator $\exp(-eV_{ap}/k_B T)$. Assim, a corrente de difusão sob polarização direta é dada pelo seu valor de equilíbrio multiplicado por $\exp(eV_{ap}/k_B T)$; Similarmente, para polarização inversa, a corrente de difusão é o valor de equilíbrio reduzido pelo mesmo fator. A corrente total I é a corrente de difusão menos o valor absoluto da corrente de geração, a qual representa-se pela constante I_0 , portanto temos que:

$$I = I_0 \left(\exp \left(\frac{eV_{ap}}{\xi k_B T} \right) - 1 \right). \quad (2.12)$$

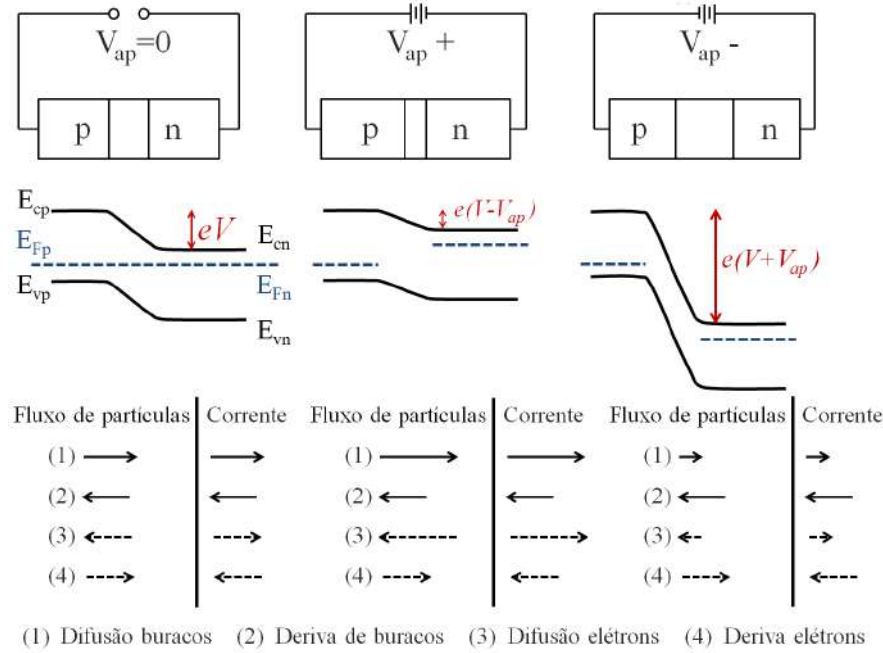


Figura 2.4: Efeito da voltagem aplicada nos extremos da junção p-n. Apresenta-se verticalmente para cada esquema de conexão (de izquierda a derecha: equilíbrio, polarização direta e polarização inversa), o diagrama de bandas de energia e o fluxo das partículas em comparação com a direção da corrente que atravessa a junção. Redesenhado de [30].

2.2.2 Capacitância da junção

A capacitância está definida como a medida da carga armazenada pela unidade de mudança da voltagem. Um valor de capacitância alto implica que muita

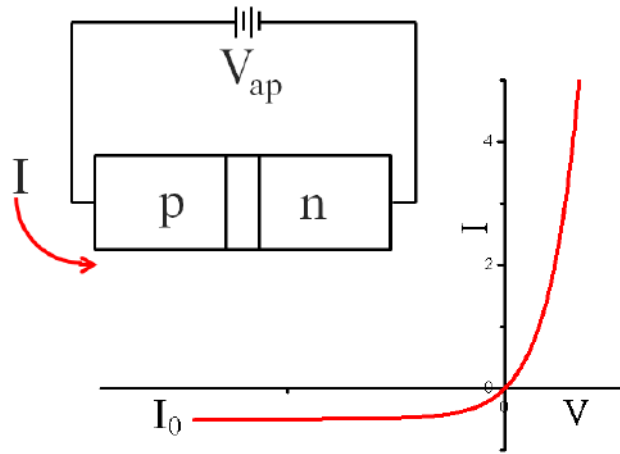


Figura 2.5: Curva característica da relação entre a tensão e a corrente. Quando V é positivo a corrente aumenta exponencialmente com o incremento da tensão de polarização. Quando V é negativo (polarização reversa), o termo exponencial aproxima-se de zero e a corrente é $-I_0$ (a qual permanece na direção n para p). Esta corrente de geração negativa é chamada corrente de saturação reversa. Redesenhado de [30].

mais carga deve ser transferida para o interior ou para o exterior do dispositivo, de modo que para uma corrente fixa, um maior tempo é necessário para completar este processo. Portanto, a capacitância está relacionada aos atrasos na resposta da junção p-n devido à variação das condições na tensão aplicada. Na junção p-n duas existem duas componentes de capacitância:

1. A capacitância que está associada com a carga que deve ser transferida através da região de depleção, a chamada capacitância de depleção ou capacitância de carga espacial (C_{sc} - *space charge capacitance*), a qual pode ser expressa por [89]:

$$C_{cs} = C_{sc0} \left(1 - \frac{V_{ap}}{V} \right)^{-w}, \quad (2.13)$$

onde o termo C_{sc0} é a capacitância de carga espacial sem tensão aplicada e w é o coeficiente gradual da junção, podendo variar de 0.33 para uma junção linearmente gradual, até 0.5 para uma junção abrupta [90].

2. A injeção de portadores através de um diodo no esquema de polarização direta é uma função muito forte da voltagem aplicada. Deste modo, as cargas injectadas minoritárias das regiões neutras que permanecem ao redor das fronteiras da região de depleção, juntamente com a sua dependência da tensão, contribuem para o efeito capacitivo. Seja Q_D a concentração dos portadores de carga minoritária em torno da região

de depleção, a capacitância de difusão C_D é dado pela derivada de esta quantidade em função da voltagem aplicada;

$$C_D = \frac{dQ_D}{dV_{ap}}. \quad (2.14)$$

A intenção desta dissertação não é a de descrever com detalhes os processos capacitivos no diodo, porém as particularidades do calculo podem ser encontrados na referência [91]. A equação final para a capacitância de difusão é proporcional à densidade de corrente no diodo J .

$$C_D \approx \frac{dQ_{Dn}}{dV_{ap}} + \frac{dQ_{Dp}}{dV_{ap}} = \frac{e}{k_B T} (\tau_p J_p(x_{n0}) + \tau_n J_n(-x_{p0})), \quad (2.15)$$

com $\tau_{p,n}$ sendo o tempo de decaimento dos portadores armazenados no material tipo p ou n respectivamente.

2.3 Condições para oscilação

A amplificação do campo ótico ocorre quando a injeção de portadores na região ativa satisfaz o critério descrito na seção 2.0.1. Se o laser é construído usando uma heterojunção, a estrutura fornece um ressonador tipo Fabry-Perot, onde o modo ótico amplifica-se. A seguir, vamos supor que um unico modo longitudinal do campo se propaga na cavidade ressonante. Quando há injeção de portadores a descrição é feita em termos de níveis de energia quase estáticos. A taxa de relaxação dos estados eletrônicos é da ordem de 0.1 ps. Sendo assim, na descrição dinâmica do laser para tempos maiores que o tempo de relaxação entre as bandas assume-se que estas podem ser aproximadas por níveis de energia únicos. Como consequência, a distribuição de energia dos elétrons no semiconductor é aproximada por apenas dois níveis, um deles representando a banda de condução e o outro a banda de valência. Em vista disso, a polarização do material devida ao campo elétrico pode ser adiabaticamente eliminada. Isto implica que a resposta do material é considerada instantânea já que os processos intrabanda são muito mais rapidos (0.1 ps) em comparação ao tempo de vida do fotón no interior da cavidade (1 ps) e a recombinação dos portadores (1 ns). Aqui, descreveremos¹ as equações de taxa que modelam os lasers de semiconductor e as suas implicações físicas.

Seja G o fator de ganho devido à emissão estimulada na região ativa de comprimento ℓ . O ganho efetivo para um modo guiado pela diferença no índice de refração está dado por $g = \Gamma G$, com Γ representando a fração de energia do modo contida na região ativa ou fator de confinamento. A refletividade das

¹ Baseado na seção 2.4.1 de [26].

faces no Fabry-Perot é denotada como R_1 e R_2 . Para se obter a condição de limiar do laser é necessário que o campo ótico seja o mesmo depois de uma ida e volta dentro da cavidade de comprimento ℓ como esquematizado na figura 2.6. Os campos elétricos que circulam na cavidade E_F na direção positiva e

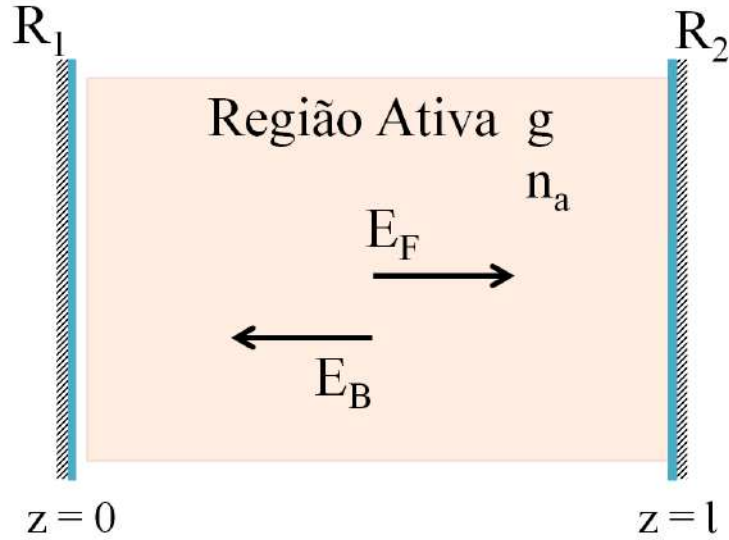


Figura 2.6: Diagrama representativo da cavidade Fabry-Perot criada na heteroestrutura pela diferença no índice de refração dos materiais empregados.

E_B na direção negativa segundo a figura 2.16, são:

$$E_F(z) = E_{F0} \exp \left(\frac{-in_a \omega}{c} z + \frac{1}{2} (gz - \alpha_{abs} z) \right), \quad (2.16)$$

$$E_B(z) = E_{B0} \exp \left(\frac{-in_a \omega}{c} (\ell - z) + \frac{1}{2} (g(\ell - z) - \alpha_{abs}(\ell - z)) \right). \quad (2.17)$$

A cavidade impõe as seguintes condições de contorno: $E_{F0} = R_1 E_B(0)$, $E_{B0} = R_2 E_F(0)$. Quando aplicadas nas equações 2.16, 2.17, produzem a condição de oscilação laser:

$$R_1 R_2 \exp((g - \alpha_{abs})\ell) \exp(2ik(\omega)\ell) = 1, \quad (2.18)$$

com α_{abs} levando em conta as perdas devidas à absorção e espalhamento de luz. $k(\omega) = \frac{n_a \omega}{c}$ é o vetor de propagação que depende da frequência, com τ_{in} sendo o tempo de ida na e volta na cavidade. Separando a equação 2.18 na parte real e imaginária, obtemos respectivamente a condição de oscilação para o ganho e a condição de ressonância para a constante de propagação:

$$g = \alpha_{int} + \frac{1}{2\ell} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right), \quad (2.19)$$

$$2k(\omega)\ell = 2\pi m. \quad (2.20)$$

A primeira condição 2.19, está relacionada com o ganho no limiar e expressa o fato de que o ganho feito por um bombeamento externo ΓG deve balancear as perdas totais. A condição 2.20 é usada para calcular a frequência de modo longitudinal de operação do laser. O ressonador em conjunto com o meio ativo apresenta um espectro de frequências dependente do comprimento da cavidade e o índice de refração do meio n . O laser tende a oscilar na frequência do modo suportado pela cavidade que apresenta o máximo ganho. As possíveis frequências de emissão são dadas pela expressão $\nu = mc/2\ell n_a$. Para calcular a separação $\Delta\nu$ entre os modos de emissão adjacentes ou espaçamento entre modos longitudinais, é preciso considerar a dispersão do meio semiconductor. Aplicando as equações de Maxwell para descrever a propagação de radiação eletromagnética no meio semiconductor temos que:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\sigma}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}. \quad (2.21)$$

Onde ϵ_0 é a permissividade elétrica no vacuo, c é a velocidade da luz, σ é a condutividade do meio e $\mathbf{P}$ é a polarização induzida. Para meios dielétricos, a polarização pode ser obtida a partir do campo elétrico por intermédio da função de resposta temporal:

$$\mathbf{P}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \mathbf{E}(t - \tau) d\tau, \quad (2.22)$$

a função de resposta $R(\tau)$ é o equivalente da função de Green [27]. A convolução em 2.22 em termos da transformada de Fourier da função de resposta, define a chamada susceptibilidade χ . Pela causalidade, o efeito não pode preceder a causa. Isto implica que $E(t - \tau)$ não contribui a polarização para $t < t - \tau$, tal que a polarização do meio resulta em:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi(\omega) \mathbf{E}. \quad (2.23)$$

Com $\chi(\omega) = \int_0^{\infty} R(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau$. Aqui, o conceito da causalidade exige que a integral para a susceptibilidade seja avaliada somente para tempos positivos. A função $\chi(\omega)$ pode ser considerada como uma função complexa da variável complexa ω . Em vista do anterior, é necessário satisfazer a condição $\text{Im } \omega > 0$ e elaborar a integral no plano complexo [28], obtendo a expressão

$$\chi(\omega) = \frac{1}{i\pi} \oint \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi(\Omega)}{\Omega - \omega} d\Omega \right), \quad (2.24)$$

onde $\wp$ denota o valor principal de Cauchy. Separando nas partes real e imaginária,

$$\operatorname{Re}[\chi(\omega)] = \frac{1}{\pi} \wp \left(\int \frac{\operatorname{Im}[\chi(\Omega)]}{\Omega - \omega} d\Omega \right), \quad \operatorname{Im}[\chi(\omega)] = -\frac{1}{\pi} \wp \left(\int \frac{\operatorname{Re}[\chi(\Omega)]}{\Omega - \omega} d\Omega \right). \quad (2.25)$$

Logo, a parte real e imaginária da susceptibilidade complexa, as quais estão associadas a refração e absorção respectivamente, permanecem correlacionadas.

Para o índice de refração efetivo do meio n_{eff} , dependente da frequência, tem-se que:

$$n_{eff} = n_a + \nu \frac{dn_a}{d\nu}. \quad (2.26)$$

As frequências discretas de operação apresentam uma separação $\Delta\nu$ dada pela seguinte equação:

$$\Delta\nu = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{c}{2\ell n_{eff}}. \quad (2.27)$$

O tempo de ida e volta para um modo de frequência ν é o inverso da separação entre modos adjacentes

$$\tau_{in} = \frac{2\ell n_{eff}}{c}. \quad (2.28)$$

Para um meio isotrópico, χ é um escalar. Convém separar a susceptibilidade complexa $\chi = \chi' + i\chi''$ em duas partes:

$$\chi(\omega) = \chi_0 + \chi_b(\omega), \quad (2.29)$$

onde $\chi_0 = \chi'_0 + i\chi''_0$ é a susceptibilidade do meio na ausência de um bombeio externo (injeção de portadores no caso do laser de semiconductor), e $\chi_b = \chi'_b + i\chi''_b$ é a contribuição adicional da susceptibilidade relacionada ao bombeio. χ_b depende da corrente injetada e portanto da concentração de portadores no meio ativo. Eliminando a polarização na equação 2.21 obtemos:

$$\nabla^2 E + \epsilon k_0^2 E = 0, \quad (2.30)$$

onde foi introduzida a constante dielétrica complexa

$$\epsilon = \epsilon' + i\epsilon'' = 1 + \chi'_0 + i\chi''_0 + \chi_b + i\frac{\sigma}{\epsilon_0\omega}. \quad (2.31)$$

A equação de onda 2.30 pode ser usada para obter a estrutura de modos espaciais do campo ótico, pois os modos do oscilador laser são as soluções estacionárias desta equação satisfazendo as condições de contorno impostas pela estrutura. Para simplificar a descrição, nesta dissertação é analisada somente a dependência longitudinal. Considerando a onda plana propagando

na direção positiva de z , $E = E_0 e^{ikz}$. Onde E_0 é a amplitude constante do campo elétrico e $k = k_0 n_{eff}$. O índice de refração complexo pode ser escrito como:

$$n_{eff} = n_a + i \left(\frac{\alpha_{abs}}{2} \right). \quad (2.32)$$

De esta maneira tem-se que:

$$\epsilon = n_{eff}^2 = n_a^2 + i \left(\frac{\alpha_{abs}}{2} n_a \right) - \frac{\alpha_{abs}^2}{4k_0^2}. \quad (2.33)$$

Nos semicondutores geralmente $\frac{\alpha_{abs}}{k_0} \ll n_a$, logo usando a expressão da constante dielétrica complexa nesta última equação e igualando as partes reais e imaginárias encontramos que:

$$\epsilon = n_a = \sqrt{\epsilon'} = \sqrt{1 + \chi'_0 + \chi'_b}, \quad (2.34)$$

$$\alpha_{abs} = \frac{k_0}{n_a} \epsilon'' = \frac{k_0}{n_a} \left(\chi''_0 + \chi''_b + \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right). \quad (2.35)$$

As equações 2.34 e 2.35 mostram explicitamente como o índice de refração e o coeficiente de absorção são afetados por um bombeio externo χ_b no material semiconductor. No limiar de operação, o ganho depende da densidade de portadores invertidos N . Identificamos g_{th} como o ganho para a densidade de portadores N_{th} , onde o limiar de operação é atingido. A frequência de operação nesta situação ν_{th} está dada pela equação 2.27, sendo $\Delta\nu_{th} = c/2\ell n_a(\nu_{th}, n_{th}) = c/2\ell n_{a0}$, com $n_a(\nu_{th}, n_{th}) = n_{a0}$. Se a densidade de portadores varia ao redor do valor de limiar ν_{th}, n_{th} , o índice de refração efetivo varia pela quantidade:

$$n_a = n_{a0} + \frac{\partial n_a}{\partial \nu} (\nu - \nu_{th}) + \frac{\partial n_a}{\partial N} (N - N_{th}). \quad (2.36)$$

Se a equação 2.36 é substituída na equação $\Delta\nu_{th} = c/2\ell n_a$, junto com a definição para ν_{th} e para n_{eff} que vem da equação 2.26 obtemos que:

$$(\nu - \nu_{th}) = \frac{-\nu_{th}}{n_{eff}} \frac{\partial n_a}{\partial N} (N - N_{th}), \quad (2.37)$$

o qual mostra que há uma relação entre uma modulação da densidade de portadores e a frequência de operação do laser.

2.4 Características dinâmicas de operação

Consideramos novamente a equação 2.18, a qual fornece o ganho após uma ida e volta no interior da cavidade.

$$G_r = R_1 R_2 \exp((g - \alpha_{abs})\ell) \exp(2ik(\omega)\ell) \quad (2.38)$$

A constante de propagação da onda electromagnética no meio ativo pode ser expandida para valores em torno do limiar de operação de acordo com 2.36 e 2.26

$$k = \frac{\omega_{th}}{c} \left(n_{a0} + \frac{\partial n_a}{\partial N} (N - N_{th}) + \frac{n_{eff}}{\omega_{th}} (\omega - \omega_{th}) \right). \quad (2.39)$$

Substituindo 2.39 em 2.38, a condição de limiar pode ser escrita em função de dois termos, onde só um deles é dependente da frequência $G_r = G_1 G_2$

$$\begin{aligned} G_1 &= R_1 R_2 \exp((g - \alpha_{abs})\ell) \exp(-i\phi_G), \\ G_2 &= \exp\left(-2i \frac{\omega_{th}\ell}{c} \left[n_{a0} + \frac{n_{eff}}{\omega_{th}} (\omega - \omega_{th}) \right]\right), \\ \phi_G &= 2 \frac{\omega_{th}\ell}{c} \frac{\partial n_a}{\partial N} (N - N_{th}). \end{aligned} \quad (2.40)$$

O primeiro termo em G_2 corresponde a uma fase arbitrária que pode ser considerada como zero ou múltiplos de 2π . O segundo termo está associado com o tempo efetivo de ida e volta dentro da região ativa τ_{in} . Assim, G_2 pode ser escrito como:

$$G_2 = \exp(-i\tau_{in}(\omega - \omega_{th})) \quad (2.41)$$

2.4.1 Equações de taxa

O campo elétrico pode ser separado em amplitude e fase: $E(t) = \hat{E}(t) \exp(-i\omega_{th}t)$. A fase oscila rapidamente com a frequência ω_{th} , em quanto que a amplitude $\hat{E}(t)$ constitui o envelope lento da oscilação ótica. Portanto, usando a equação para a amplificação do campo elétrico, a nova condição para o campo eletromagnético é:

$$\hat{E}(t) = G_1 \hat{E}(t - \tau_{in}). \quad (2.42)$$

Como τ_{in} está na ordem dos picosegundos, o campo pode ser expandido tal que $\hat{E}(t - \tau_{in}) = \hat{E}(t) - \tau_{in} d\hat{E}(t)/dt$. Usando a anterior equação e 2.42 encontramos que

$$\frac{d\hat{E}(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_{in}} \left(1 - \frac{1}{G_1} \right) \hat{E}(t). \quad (2.43)$$

Quando o laser atinge o limiar de operação, o ganho G_1 é próximo à unidade, por isto, o termo $1 - \frac{1}{G_1}$ pode também ser expandido. Usando 2.40 obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{G_1} &= \exp\left(- (g - \alpha_{abs})\ell - \frac{1}{2} \ln(R_1 R_2) + 2i \frac{\omega_{th}\ell}{c} \frac{\partial n_a}{\partial N} (N - N_{th})\right) \\ &\approx 1 - (g - \alpha_{abs})\ell - \frac{1}{2} \ln(R_1 R_2) + 2i \frac{\omega_{th}\ell}{c} \frac{\partial n_a}{\partial N} (N - N_{th}). \end{aligned} \quad (2.44)$$

A dependência do ganho com o número de portadores N , pode ser aproximada pela observação de que na frequência de operação do laser, o ganho varia quase linearmente com o número de pares electrón-buraco na região ativa. Isto acontece para todos os valores da corrente de injeção. Assim, o ganho pode ser aproximado por:

$$g(N) = \left. \frac{\partial g}{\partial N} \right|_{N_0} (N - N_0). \quad (2.45)$$

Efetuada a linearização em torno do valor de limiar

$$g(N) = g_{th} + \left. \frac{\partial g}{\partial N} \right|_{N_{th}} (N - N_{th}). \quad (2.46)$$

O ganho por segundo define-se como $G(N) = v_g g(N) = G_N(N - N_0)$, levando em conta que $G_N = v_g \left. \frac{\partial g}{\partial N} \right|_{N_{th}}$. N_0 é o número de portadores necessário para o meio atingir a transparência pois $g(N_0) = 0$. Usando o anterior, é possível escrever:

$$G(N) = \frac{1}{\tau_{ph}} + G_N(N - N_{th}). \quad (2.47)$$

Usando as relações 2.19, 2.28, 2.46, após algumas operações algébricas é possível achar:

$$\frac{1}{\tau_{in}} \left(1 - \frac{1}{G_1} \right) = \frac{c}{2n_{eff}} \left. \frac{\partial g}{\partial N} \right|_{th} (N - N_{th}) - \frac{i\omega_{th}}{n_{eff}} \left. \frac{\partial n_a}{\partial N} \right|_{th} (N - N_{th}). \quad (2.48)$$

Retornando para a equação 2.43 e usando 2.48

$$\frac{d\hat{E}(t)}{dt} = \left[\frac{c}{2n_{eff}} \left. \frac{\partial g}{\partial N} \right|_{th} (N - N_{th}) - \frac{i\omega_{th}}{n_{eff}} \left. \frac{\partial n_a}{\partial N} \right|_{th} (N - N_{th}) \right] \hat{E}(t). \quad (2.49)$$

Neste ponto da derivação das equações de taxa e com o objetivo de simplificar a equação 2.49, consideramos novamente o acoplamento entre as partes real e imaginária da susceptibilidade dependente dos portadores segundo as equações 2.25, conhecidas como relações de Kramers-Kronig. A conexão entre estas duas quantidades pode ser descrita de maneira simples pela introdução do quociente das derivadas com respeito à densidade de portadores, conhecido como parâmetro alfa α :

$$\alpha = -\frac{d[\mathbf{Re}\{\chi(N)\}]/dN}{d[\mathbf{Im}\{\chi(N)\}]/dN} = \frac{\mathbf{Re}(\chi_b)}{\mathbf{Im}(\chi_b)} = -2\frac{\omega}{c} \frac{\partial n_a / \partial N}{\partial g / \partial N}. \quad (2.50)$$

Como $\partial g / \partial N$ é sempre positivo e o termo $\partial n_a / \partial N$ é sempre negativo, o parâmetro α é um número positivo e adimensional. Qualquer mudança na parte real da susceptibilidade (mudança na frequência) deve estar acompanhada de uma mudança na parte imaginária (mudança no ganho). Assim, o

fator α depende da diferença entre a frequência de operação e a frequência de ganho do material. Este parâmetro marca a principal diferença entre os lasers de semicondutor e os lasers de sistema de níveis discretos de energia que possuem este parâmetro nulo na ressonância, pois a curva de ganho para o sistema de níveis discretos é simétrica e não existem efeitos dispersivos no ganho, diferentemente do semicondutor, no qual a curva de ganho é assimétrica e seu pico está numa frequência para a qual o índice de refração induzido pelos portadores não é nulo. Assim, o fator influencia muito nas propriedades espectrais do laser. A largura de linha do campo do laser $\Delta\omega_0$ é dada pela equação:

$$\Delta\omega_0 \propto \frac{\kappa'}{\bar{S}}(1 + \alpha^2), \quad (2.51)$$

onde κ' é a taxa de decaimento do fóton (inverso do tempo de vida do fóton) e $\bar{S}$ é o número médio de fótons presentes no modo. A largura de linha do laser é alargada por um fator $(1 + \alpha^2)$, por tal razão o fator α também é conhecido na literatura como fator de ampliação da largura de linha (*linewidth enhancement factor*). Substituindo 2.50 em 2.49, e usando 2.47, obtêm-se para o campo elétrico:

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1 + i\alpha}{2} \left[G(N) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right] E(t). \quad (2.52)$$

Com $1/\tau_{ph}$ sendo a taxa que define perdas por absorção e espalhamento, dada por:

$$\frac{1}{\tau_{ph}} = v_g \left(\alpha_{abs} + \frac{1}{\ell} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right) \right). \quad (2.53)$$

Onde $v_g = c/n_{eff}$ é a velocidade de grupo.

Para completar a descrição fenomenológica é necessário encontrar a relação entre a população de portadores N e a corrente de bombeio I . Levando em conta todos os mecanismos de geração e perda de portadores na região ativa, de forma geral a equação de taxa para o número de portadores de carga no meio ativo é dada por

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D \nabla^2 N + \frac{I}{e} - R(N). \quad (2.54)$$

O primeiro termo leva em conta a difusão dos portadores e D é o coeficiente de difusão. Na maioria dos lasers de semicondutor, as dimensões da região ativa são menores que o comprimento de difusão, assim o número de portadores nesta região não varia significativamente e pode ser considerada aproximadamente constante. Nesta situação o termo de difusão pode ser desprezado. O segundo termo faz referência à taxa com que elétrons e buracos são injetados no meio ativo devido a um bombeio externo, sendo e a carga elementar. O último termo $R(N)$ leva em conta a taxa de perda dos portadores devido aos processos de

recombinação, sejam radiativos ou não, e pode ser escrito como:

$$R(N) = N\gamma_e + G_N |E(t)|^2, \quad (2.55)$$

onde o termo

$$\gamma_e = (A + BN + CN_2) = \frac{1}{\tau_s}, \quad (2.56)$$

é a taxa de recombinação dos portadores. A taxa de recombinação A faz referência aos processos como recombinação intrabanda não radiativa. B é o coeficiente de recombinação radiativa e C está relacionado com o processo de recombinação Auger. O último termo da equação 2.55 faz referência à recombinação estimulada, sendo este o termo de acoplamento não linear entre os fótons e os portadores de carga. A equação de taxa para o número de portadores fica como:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{e} - \frac{N}{\tau_s} - G(N) |E(t)|^2. \quad (2.57)$$

Normalizando todos os termos pela unidade de volume da região ativa e redefinindo as variáveis, finalmente temos que:

$$\frac{dN}{dt} = J - \frac{N}{\tau_s} - G(N) |E(t)|^2. \quad (2.58)$$

Com J sendo a densidade de corrente.

3 REALIMENTAÇÃO ÓTICA

Os lasers de semicondutor que operam sob a ação de retorno ótico, apresentam complicados comportamentos dinâmicos. O campo ótico que volta ao laser com retardo temporal fornece os graus de liberdade necessários para alterar significativamente a dinâmica deste sistema não linear. Os parâmetros principais, tais como intensidade de retorno e corrente de bombeio, são os que controlam o aparecimento de pulsações periódicas e caóticas na intensidade do laser. É o objetivo deste capítulo estudar o regime de operação com retorno ótico no qual aparecem quedas aleatórias de intensidade, chamadas flutuações de baixa frequência (*low frequency fluctuations*) ou LFF. Neste regime a intensidade do retorno é moderada, e a corrente de operação permanece próxima ao valor do limiar. Inicialmente, consideraremos a cavidade externa como uma perturbação fraca, a qual é adicionada ao modelo do laser operando livremente que foi apresentado no capítulo anterior. Subsequentemente, serão descritas as regiões de parâmetros e o seu impacto nas características do laser de acordo com os estudos feitos nas referências [41, 43]. Em seguida, especificamos as propriedades das escalas de tempo resultantes pela interação não linear entre portadores e campo elétrico na presença do termo de campo com retardo temporal. Esta seção será importante neste trabalho, pois as características do sincronismo encontrado quando dois lasers caóticos são acoplados, podem ser diferentes, se observamos as diferentes escalas de tempo do sistema. Subsequentemente, uma possível explicação para a origem das flutuações de baixa frequência baseada no modelo proposto nas referências [42, 57] serão consideradas. Finalmente, discutiremos alguns conceitos e resultados sobre o tempo médio entre eventos LFF, que serão utilizados para a descrição dos resultados.

Para o caso da realimentação ótica, é considerado o esquema da figura 3.1. Isto corresponde a um meio amplificador operando com duas cavidades. A operação na presença da cavidade pequena de aproximadamente $300\ \mu\text{m}$ de comprimento, composta pelas faces polidas do bloco semicondutor, é descrita pelas equações 2.52 e 2.58. A segunda é a cavidade externa, feita por um espe-

lho e uma das faces do semiconductor, com refletividade R_2 . A realimentação

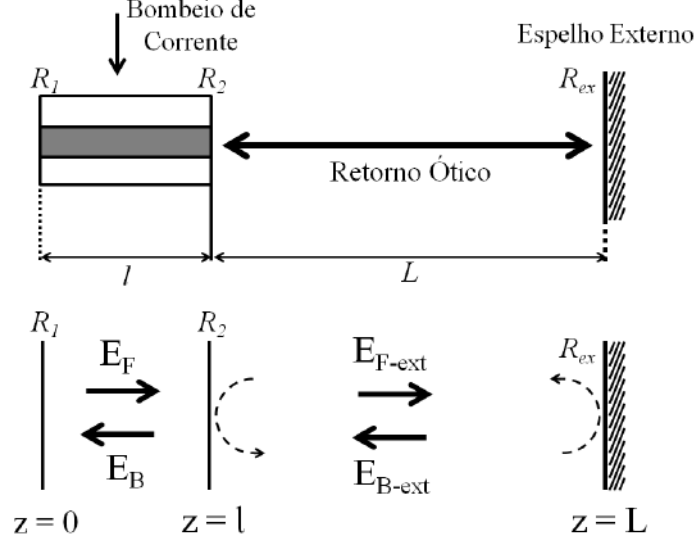


Figura 3.1: Diagrama representativo da cavidade Fabry-Perot no laser e a cavidade externa usado para a derivação das equações de taxa no caso de realimentação ótica.

ótica externa é implementada por meio de um espelho externo com refletividade igual a $R_{ext} = r_{ext}^2$ colocado a uma distância $L = c\tau/2$ da face direita com refletividade $R_2 = r_2^2$ do laser de semiconductor, onde τ é o tempo de ida e volta do campo na cavidade externa. Para $z = \ell$, a amplitude da onda viajando na direção negativa do eixo z , $E_B(t)$, é a combinação da reflexão de $E_F(t)$ e a transmissão da onda dentro da cavidade externa, contendo contribuições de um número infinito de tempos de ida e volta no sistema externo. Deste modo,

$$E_B(t) = r_2 E_F(t) + (1 - r_2^2) r_3 E_F(t - \tau) e^{-i\omega\tau} + (1 - r_2^2) r_3 (-r_2 r_3) E_F(t - 2\tau) e^{-2i\omega\tau} + (1 - r_2^2) r_3 (-r_2 r_3)^2 E_F(t - 3\tau) e^{-3i\omega\tau} + \dots$$

O sinal externo E_{B-ext} pode ser escrito como:

$$E_B(t) = \frac{r_2^2 - 1}{r_2^2} \sum_{m=1}^{\infty} (-r_2 r_3)^m e^{-mi\omega\tau} E_F(t - m\tau). \quad (3.1)$$

A equação 3.1 pode ser aproximada por uma equação de taxa para o campo elétrico no diodo, a qual é chamada de equação de Lang e Kobayashi [42]

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right] E(t) + \kappa E(t - \tau) e^{-i\omega\tau}, \quad (3.2)$$

onde $\tau_{ph} = \tau_p$ e κ é a taxa de realimentação ótica sendo definida como:

$$\kappa = \frac{1 - r_2^2}{\tau_{in}} \frac{r_3}{r_2}. \quad (3.3)$$

As soluções numéricas e propriedades da equação de Lang e Kobayashi serão apresentadas em seções posteriores.

3.1 Parâmetros de controle

Os parâmetros principais que controlam a dinâmica do sistema laser de semi-condutor na presença de uma cavidade externa são: a corrente de bombeio, a intensidade da realimentação, o comprimento da cavidade externa e a fase do campo elétrico associada a este comprimento. A corrente de bombeio é mudada por uma fonte de corrente cuja resolução é de 0.01 mA. A distância entre o espelho externo e o laser varia de forma controlada, variando mecanicamente a posição do espelho.

Quando o comprimento da cavidade externa é ajustado em uma escala na ordem do comprimento de onda, a relação de fase entre o campo emitido e o campo re-injetado muda. Como a condição de interferência é alterada, a estabilidade do modo laser ativo é afetada e o sistema pula para outro modo de cavidade externa ou interna, onde a condição de interferência é mais conveniente. A fase torna-se desprezível para comprimentos de cavidade externa maiores que a cavidade interna do laser [39] [40]. A quantidade de radiação que retorna é um parâmetro que pode ser medido efetivamente, levando em conta todas as perdas geradas pela difração do feixe e os elementos óticos que compõem o sistema (espelho externo, divisores de feixe, lentes, etc) e também de um fator de acoplamento que leva em conta a qualidade do alinhamento ótico e o casamento de modo entre o feixe emitido e o feixe que retorna. O casamento do modo é controlado usando lentes colimadoras muito próximas à cavidade do laser e ao espelho externo. Parafusos micrométricos controlam o alinhamento do espelho externo. A quantidade de luz que realimenta o laser pode ser medida indiretamente, usando o fato experimental de que a corrente limiar diminui na presença de radiação que retorna. Para este sistema, de acordo com a equação 3.3, existe uma nova condição limiar: $G = 1/\tau_p - 2\kappa$. Assim, o nível de realimentação ótica está relacionado com a redução da corrente limiar ς , por meio da equação:

$$\varsigma = \frac{J_{lim,sol} - J_{lim,real}}{J_{lim,sol}} = \frac{2\kappa}{1/\tau_p}, \quad (3.4)$$

com $J_{lim,sol}$ sendo a densidade de corrente do laser solitário (sem realimentação ótica) e $J_{lim,real}$ a densidade de corrente limiar do laser na presença de retorno

ótico. Geralmente a taxa de realimentação ótica é escrita em termos do nível de realimentação η_2 , em unidades de decibel dB, sendo definida como a razão entre a intensidade emitida pelo laser e a luz reinjetada

$$\eta^2 = (\kappa\tau_{in})^2 = \left[\frac{\varsigma\tau_{in}}{2\tau_p} \right]. \quad (3.5)$$

Neste trabalho serão usadas reduções experimentais com valores entre 3% e 12%, as quais correspondem a taxas de valores para κ entre 11 e 22 ns⁻¹ (supondo $1/\tau_p = 282$ ns⁻¹), e em termos de η_2 entre -20 dB e -14 dB (supondo $\tau_{in} = 8$ ps). Estes níveis correspondem a regimes de realimentação moderadas, enquanto níveis de realimentação fracos correspondem a reduções na corrente limiar menores a 1% ou equivalentemente a um nível de realimentação de -39 dB.

Tkach e Chraplyvy [41] introduziram um esquema de classificação fenomenológica, no qual era possível distinguir cinco regimes de operação para diferentes valores do nível de realimentação e a posição do espelho (figura 3.2(a)). Nessa classificação, o regime I corresponde à oscilação estável num só modo de oscilação, a largura de linha aumenta ou diminui em relação ao caso do laser solitário dependendo da fase da luz que retorna. Regime II é caracterizado por comportamento multiestável quase estacionário; o laser opera pulando entre dois ou mais modos da cavidade externa. Regime III é dominado pela intensificação das oscilações de relaxação (efeitos transientes do laser de semicondutor). Regime IV corresponde ao chamado colapso de coerência. No regime V a largura de linha decresce e o laser opera com realimentação muito maior que a proporcionada pelas faces internas. Para atingir este último regime é preciso que o laser possua camada antirreflexo nas duas faces. Os autores da referência [43] observaram que para níveis fracos de realimentação ótica, o laser tinha emissão monomodo para um nível de realimentação igual a -70 dB (regime II da figura 3.2 (b)), neste caso o laser pode oscilar nas frequências que correspondem aos modos da cavidade externa. Aumentando o nível de realimentação, aumenta-se o número de modos externos em que o laser pode operar, e o ruído de emissão espontânea do laser gera pulos entre os diferentes modos da cavidade externa (**mode hopping**). As regiões I e II da figura 3.2(b) são consideradas regiões de realimentação fraca. Definindo os limites inferior e superior da região I, r_a e r_b , podemos analisar a dinâmica deste sistema. Se $r < r_a$ o laser opera monomodo, sem importar a fase da realimentação ótica (regime I). No regime II, $r_a < r < r_b$, o sistema pode emitir em um único modo da cavidade externa ou em vários, dependendo da fase da luz reinjetada. No entanto, a operação multimodo tem uma razão de supressão modal (*mode suppression ratio*) superior a 20 dB. Para esta região a largura de linha da emissão pode ser reduzida quando comparada com o laser solitário, como

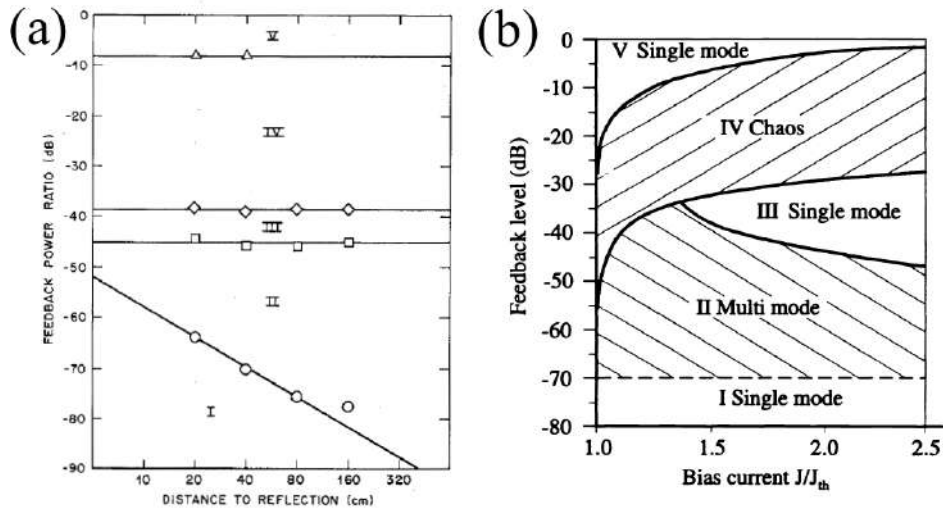


Figura 3.2: Diagrama de fase experimental para um laser de semiconductor submetido a realimentação ótica. Figura (a) Intensidade de realimentação em função da distância do espelho externo. Figura tomada da referência [41]. Figura (b) Intensidade de realimentação em função da corrente de bombeio. Figura tomada da referência [43].

foi observado na referência [44], onde a largura de linha foi reduzida de 17 MHz a 0.1 MHz. Neste regime a realimentação ótica melhora a qualidade do laser, especialmente usando cavidades pequena, onde a grande separação entre os modos da cavidade externa favorece a emissão monomodo numa nova cavidade de maior fineza quando comparada com a cavidade do laser solitário [39].

Se $r < r_b$ só um modo de cavidade interna está ativo, enquanto que muitos modos da cavidade interna permanecem excitados para $r > r_b$, onde a razão de supressão modal cai abruptamente. Esta região é conhecida como o regime IV. No regime II, obtido para correntes acima de $1.5J_{lim}$, a realimentação melhora a qualidade do laser, e a linha de emissão é novamente reduzida [45] [46]. O regime V é considerado um nível onde a realimentação melhora as propriedades de coerência do laser. Este regime só pode ser obtido com um recobrimento anti-reflexão na face do laser, onde está presente a realimentação, e também é necessário um bom alinhamento ótico.

O regime IV é considerado como um nível de realimentação moderado, onde aparece uma variada dinâmica, sendo esta região a mais estudada na literatura. Passando do regime III ao regime IV, encontrou-se dinâmica caótica [47]. Para um nível de realimentação de -43 dB, o modo principal do laser fica instável através de uma bifurcação de Hopf, aparecendo um ciclo limite na frequência das oscilações de relaxação do laser solitário. Aumentando o nível de realimentação, o ciclo limite muda apresentando as características de um

atrator caótico. Variando a realimentação, de -43 dB a -32 dB, o espectro de frequência apresenta picos na intensidade em valores correspondentes ao inverso do tempo de ida e volta da radiação na cavidade externa. Para maiores níveis de realimentação, aparece um travamento entre a frequência de relaxação e a frequência de cavidade externa. Finalmente estes picos se alargam, mostrando o comportamento de um atrator caótico. Neste trabalho, usamos níveis de realimentação moderados, correntes próximas ao limiar do laser e cavidades longas (maiores à 1 m de comprimento).

3.2 Escalas temporais do sistema

As duas escalas de tempo principais que apresenta o sistema correspondem ao período da oscilação de relaxação, o qual é da ordem de 1 ns (dependente da corrente de bombeio), e o tempo τ de ida e volta do feixe na cavidade externa que depende do comprimento L usado segundo a figura 3.3. Além das escalas mencionadas o sistema mostra uma resposta temporal intrínseca dependente dos processos não lineares entre portadores de carga e campo elétrico. A escala de tempo **ultra-rápida** na região de 10 - 100 ps apresenta flutuações que resultam do processo de travamento entre os modos de cavidade externa criando pulsos ultra-curtos. A escala **rápida** corresponde as flutuações do campo no tempo τ . Finalmente, a dinâmica na escala **lenta** é conhecida na literatura como flutuações de baixa frequência. Na região das LFF a potência do laser cai quase até zero e se recupera, até um valor médio constante. Tais quedas de potência se repetem a intervalos de tempo não regulares e dependem de alguns parâmetros de controle como a corrente do laser, o tempo de ida e volta do feixe na cavidade externa τ e a taxa de realimentação ótica [48–51].

Tempos de retardo longos

Sistemas não lineares como o laser de semicondutor, nos quais é possível incluir uma variável com um retardo temporal τ muito mais longo que os tempos característicos do sistema (no laser de semicondutor, os tempos intrínsecos são da ordem de 2 ps para a taxa de decaimento do campo na cavidade dado pela equação 2.53 e de 2 ns para a taxa de decaimento do portadores dado pela equação 2.56), exibem complexos comportamentos dinâmicos. Seja um sistema não linear com um unico tempo de retardo, cuja dinâmica é modelada através da seguinte equação (similar à 3.2):

$$\frac{dx}{dt} = f(x(t), x(t - \tau)), \quad (3.6)$$

onde $x \in \mathbb{R}^n$, $\tau > 0$ e f qualquer função não linear. A regra que determina a evolução temporal de x é dependente do valor $x(t)$ no tempo atual, e dos valores em tempos anteriores $x(t')$, com $t' \in (-\tau, 0)$. Em vista disso, é preciso

definir um conjunto de condições iniciais dentro do intervalo $-\tau < t < 0$, de modo que o sistema ganha dimensão infinita. Observa-se que um único tempo de retardo é suficiente para incrementar a complexidade do sistema. Se o valor de τ é pequeno (comprimento de cavidade externa pequeno) em comparação aos tempos naturais de oscilação do sistema, é factível desprezar os seus efeitos ou considera-los como uma perturbação da dinâmica intrínseca, tratando o problema por meio de aproximações. Embora isto seja um fato geral, é necessário avaliar a existência e unicidade das soluções achadas para cada sistema plausível de ser aproximado, sem importar o pequeno que possa ser o tempo de retardo. Em contraste, para τ maiores que os tempos próprios do sistema, os métodos perturbativos deixam de ser aplicáveis. A alta dimensionalidade do sistema fica manifesta, tendo como consequência a aparição da dinâmica complexa. Para elucidar este fato, consideramos uma normalização temporal em função do tempo de retardo, de modo que $T = t/\tau$ passa a ser a nova variável de tempo. Substituindo na equação 3.6 resulta:

$$\gamma \frac{d\vec{x}}{dT} = f(x(T), x(T-1)). \quad (3.7)$$

Se $\tau \gg 1$ então $\gamma \ll 1$ tornando o sistema singular. O incremento do tempo de retardo pode gerar no sistema distintos tipos de resposta tais como: presença de diversas dinâmicas em diferentes escalas temporais, surgimento de variedades instáveis de alta dimensão e coexistência de atratores. O calculo da estabilidade dos estados estacionários fica difícil de analisar devido ao grande número de autovalores da linearização que aparecem.

3.3 Flutuações de baixa frequência

À medida que a taxa de realimentação incrementa-se no laser de semiconductor que opera na presença de uma cavidade externa com comprimento de algumas dezenas de centímetros, um fenômeno denominado Flutuações de Baixa Frequência (LFF) domina a intensidade do laser, quando este é bombeado próximo ao limiar da corrente de operação em solitário do laser. Esta dinâmica é a mais estudada na literatura, no entanto, a origem das LFF continua sendo um tema aberto para discussão. A taxa característica destas flutuações permanece na faixa de 1-100 MHz, sendo muito menor que as outras escalas temporais do sistema. Giudici e Martinez Avila [52, 53] estudaram as propriedades da intensidade de um laser de diodo na presença de realimentação ótica. Fixando o nível de realimentação de moderado a forte, e variando unicamente a corrente de bombeio, foram observados três regimes dinâmicos qualitativamente diferentes.

Para correntes menores que o limiar do laser solitário, a intensidade é quase

constante no tempo. Uma pequena oscilação pode ser resolvida no espectro de potências, onde aparece um pico que corresponde ao inverso do tempo de ida e volta do feixe na cavidade externa $1/\tau$. O espectro ótico mostra que o laser funciona num unico modo longitudinal. Para correntes acima do limiar do laser solitário a intensidade apresenta quedas separadas por regiões de intensidade constante. Devido ao retorno ótico, o laser de diodo é um sistema multimodo, já que participam na emissão os modos da cavidade externa, junto com os modos de cavidade interna. Na maioria dos experimentos com lasers de diodo usando realimentação ótica, usam-se osciloscópios digitais com largura de banda inferior a 1 GHz. Portanto este tipo de medidas não pode resolver a escala rápida das flutuações de intensidade. Usando um detector multicanal de alta resolução, cuja resolução temporal pode chegar até 16 ps para capturar séries temporais, pode-se observar as pulsações ultra rápidas presentes no laser [54], [55]. A observação de flutuações até um nível zero de intensidade, na escala de pico segundos, é interpretada como uma evidência experimental das predições do modelo de Lang e Kobayashi, onde as LFF aparecem como a média temporal de uma pulsação rápida. Na referência [55] foram feitos conjuntos de medidas para estudar as LFF. A primeira medida consistiu em capturar séries temporais usando um osciloscópio digital cuja largura de banda era de 500 MHz e simultaneamente capturar séries temporais usando o detector multicanal de alta resolução. Eles observaram que existem pulsos rápidos de intensidade que são parcialmente filtrados nas séries temporais pela largura de banda do osciloscópio usado. Após uma queda de potência, os pulsos rápidos desaparecem e se recuperam depois de um certo tempo, como é notado na figura 3.3. No entanto, também existem pulsos de escala temporal mais curtos, o que sugere a influência de frequências óticas maiores. O resultado na intensidade total é uma pulsação cuja repetição pode chegar à escala de sub-nanosegundos para certos intervalos da evolução temporal.

Para analisar a origem da pulsação a escalas temporais curtas menores que τ , os autores realizam um segundo conjunto de medidas, desta vez resolvidas espectralmente. Observa-se que a maior parte do tempo o sistema opera em vários modos longitudinais, não consecutivos, da cavidade interna do laser, confirmando os resultados obtidos num trabalho anterior [56]. Cada modo dominante encontra-se pulsando com um período dado pelo tempo τ , mas em geral, a fase da pulsação é diferente para cada modo. A origem da pulsação rápida é entendida como um travamento parcial de modos das resonâncias da cavidade externa dentro de cada resonância da cavidade interna do laser. Devido a que os diferentes modos longitudinais estão pulsando com fases arbitrárias, a intensidade total do laser apresenta pulsações mais rápidas que o tempo τ , em torno de um valor de intensidade médio não nulo. A análise mostra que a queda na intensidade total se produz depois que dois ou mais modos começam a pulsar em fase. Além disso, observa-se que, depois de cada

queda de intensidade, muda o número de modos e a sua fase relativa, igualmente o conjunto de modos dominantes. Portanto, a origem das quedas está relacionada com a interação dos modos longitudinais da cavidade interna do laser, onde o sistema opera como modos não consecutivos.

Vaschenko e colaboradores [55] concluíram que a origem das quedas está relacionado com a interação dos modos longitudinais da cavidade interna do laser. Uma possível interpretação física do mecanismo pode ser explicada por meio da instabilidade de um laser multimodo. Para um modo do laser, os modos da cavidade externa tendem a travar em fase durante o processo de crescimento da intensidade média total depois de uma queda, levando assim a uma pulsação. Se τ é suficientemente grande, o material ativo pode recuperar-se antes que seja gerado o próximo pulso, e um novo modo pode operar sendo disparado a partir do ruído de emissão espontânea. Os modos da cavidade externa dentro da largura de banda deste novo modo operante tendem também a travar em fase, mas a fase de travamento geralmente será diferente daquela fase do modo que existia previamente. Desta forma é possível a operação de vários modos electromagnéticos, mas, o acoplamento não linear entre eles, gera a instabilidade, a qual origina à queda da intensidade total e as variações rápidas das propriedades do material, como por exemplo o índice de refração. Como consequência, há um deslocamento na frequência e o laser começa a funcionar em outros modos. O processo então, se inicia novamente. Os autores concluíram que a pulsação rápida, menor que τ , deve-se principalmente à superposição da intensidade de diferentes modos longitudinais do laser, cada um deles mostrando trens de pulsos que correspondem a um processo de travamento de fase nas ressonâncias externas. As quedas na intensidade são devidas a uma instabilidade multimodo do laser e o sinal não se repete entre dois LFF, portanto o papel do ruído e o carácter determinístico do sistema fica como uma questão aberta. Após uma queda, na primeira parte da recuperação da intensidade, o sistema é dominado pelo ruído, mas a parte seguinte da recuperação é puramente determinística, devido à interação multimodo. Por último, os autores ressaltam que é difícil estabelecer uma conclusão acerca do papel do ruído neste sistema só medindo a intensidade e a frequência de operação.

3.3.1 Modelos Teóricos

O modelo mais conhecido na literatura de dinâmica de lasers semicondutores com realimentação ótica foi proposto por Lang e Kobayashi [42]. O modelo de Lang-Kobayashi (LK) está baseado no suposto de que a realimentação atua tal como uma perturbação para o caso do laser operando em solitário; portanto, o comprimento de onda operacional é assumido como sendo conhecido antecipadamente, e uma correção para esse comprimento de onda é calculada pela análise de perturbação. A realimentação assume-se fraca (região II da figura

3.2), a oscilação laser num único modo longitudinal, e não é considerada a estrutura transversal do feixe. As equações LK descrevem a evolução temporal da amplitude complexa do campo elétrico acoplado à densidade de portadores do meio ativo através de equações de taxa. As equações de LK escrevem-se da seguinte forma:

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{(1 + i\alpha)}{2} \left[G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right] E(t) + \kappa E(t - \tau) e^{-i\omega_0 \tau}, \quad (3.8)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = J - \frac{N(t)}{\tau_s} - G(N) |E(t)|^2, \quad (3.9)$$

onde E é a amplitude lenta do campo elétrico, N é a densidade de portadores de carga e ω_0 é a frequência de operação do laser sem realimentação ótica. O ganho não-linear é definido como:

$$G(N) = G_0 \frac{N - N_0}{1 + \epsilon |E|^2}. \quad (3.10)$$

Sendo G_0 o ganho modal, N_0 a densidade de portadores na transparência e ϵ o coeficiente de saturação do ganho. Embora a região de validade das equações LK corresponde a níveis de realimentação fracos, tais equações têm sido usadas para explicar regimes acima do seu nível de validade, ou seja, para regiões de níveis de realimentação moderados a fortes, em particular para estudar o regime das LFF [57]. Escrevendo as equações 3.10 em módulo e fase do campo elétrico temos que:

$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} &= \frac{1}{2} \left[G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right] E(t) + \kappa E(t - \tau) \cos \Theta(t), \\ \frac{d\Phi(t)}{dt} &= \frac{\alpha}{2} \left[G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{E(t - \tau)}{E(t)} \sin \Theta(t), \\ \frac{dN(t)}{dt} &= J - \frac{N(t)}{\tau_s} - G(N) |E(t)|^2. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Com:

$$\Theta(t) = \omega \tau + \Phi(t) - \Phi(t - \tau). \quad (3.12)$$

As variáveis $P = |E(t)|^2$ e $\Phi(t)$ permanecem acopladas através da taxa de realimentação κ . É possível incluir termos estocásticos na equação 3.8 para considerar o ruído de emissão espontânea presente no sistema [58], mas a dinâmica do laser de diodo com realimentação ótica pode estar dominada inteiramente pelas equações determinísticas [57]. As soluções estacionárias das equações 3.11 são denotadas por: $E(t) = E(t - \tau) = E_s$, $\Phi(t) = (\omega_s - \omega_0)\tau$, $N(t) = N_s$,

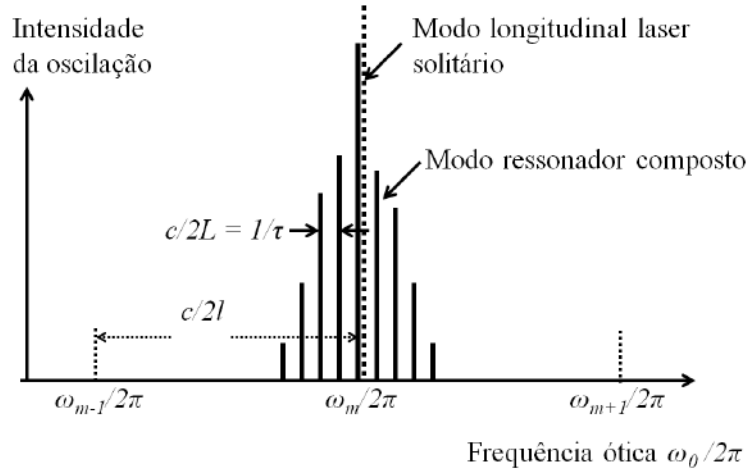


Figura 3.3: Modos de ressonância do laser na presença da cavidade externa. Redesenhado de [24].

$\Theta(t) = \Theta_s$. Portanto temos que:

$$\begin{aligned}
 E_s^2 &= \frac{(J - \frac{N_s}{\tau_s})}{G_0(N_s - N_0)} \\
 \omega_s - \omega_0 + \kappa(\alpha \cos(\omega_s \tau) + \sin(\omega_s \tau)) &= 0 \\
 N_s &= N_0 + \frac{1}{G_0 \tau_p} - 2\kappa \frac{\cos(\omega \tau)}{G_0}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

onde na última equação pode ser escrito $\Delta N = N - N_{lim,sol}$, sendo $N_{lim,sol} = N_0 + \frac{1}{G_0 \tau_p}$, de modo que $\Delta N = -2\kappa \cos(\omega_s \tau)/G_0$. As soluções desta última equação transcendental, são o resultado das interseções de uma função seno e portanto determina a quantidade de soluções estacionárias. Existem dois tipos de soluções: um conjunto é sempre instável (chamados antimodos), enquanto o outro tipo de soluções (chamados modos) podem ser estáveis ou instáveis dependendo dos parâmetros de controle [57]. As soluções permanecem dentro de uma elipse quando são usadas as variáveis $(\Delta \omega \tau, \Delta N)$

$$(\Delta \omega \tau - \frac{\alpha \tau}{2} \Delta N)^2 + (\frac{\tau \Delta N}{2})^2 = (\kappa \tau)^2 \tag{3.14}$$

Os modos da cavidade externa estão localizados na metade inferior da elipse, enquanto os antimodos se localizam na metade superior. O modo de menor ΔN é o modo que tem menos perdas, o de máximo ganho, sendo sempre estável. Integrando as equações 3.11 obtemos que a intensidade do laser apresenta dois tipos de flutuações. Uma flutuação ultra-rápida como mostrado na figura 3.5(a), caracterizada por pulsos irregulares de aproximadamente 50-100 ps de duração, separados por intervalos de 500-1000 ps. Usando um filtragem

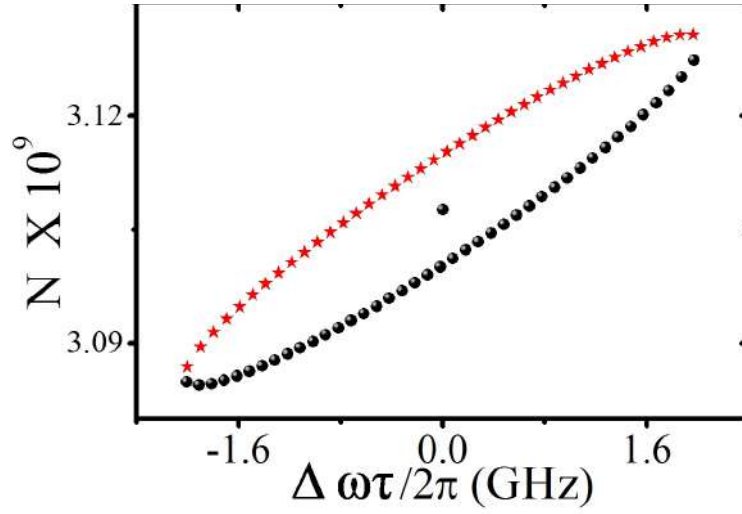


Figura 3.4: soluções estacionárias no plano $(\Delta\omega\tau, \Delta N)$. Esferas e estrelas representam respectivamente os modos da cavidade externa e os antinodos. Parâmetros empregados: $\kappa = 3.5 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $N_0 = 1.5 \times 10^8$, $G_0 = 3.2 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$, $1/\tau_p = 282 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\tau = 10 \times 10^{-9} \text{ s}$, $J = 1.02J_{lim,sol}$, $\alpha = 3.0$.

numérica, para simular a largura de banda da detecção experimental, observamos que a intensidade do laser tem quedas bruscas como recuperações em forma de degraus, onde cada degrau tem um intervalo temporal igual ao tempo τ , como pode ser visto na figura 3.5(b). Esta região corresponde ao regime das LFF. A figura 3.6, mostra qualitativamente o comportamento dinâmico

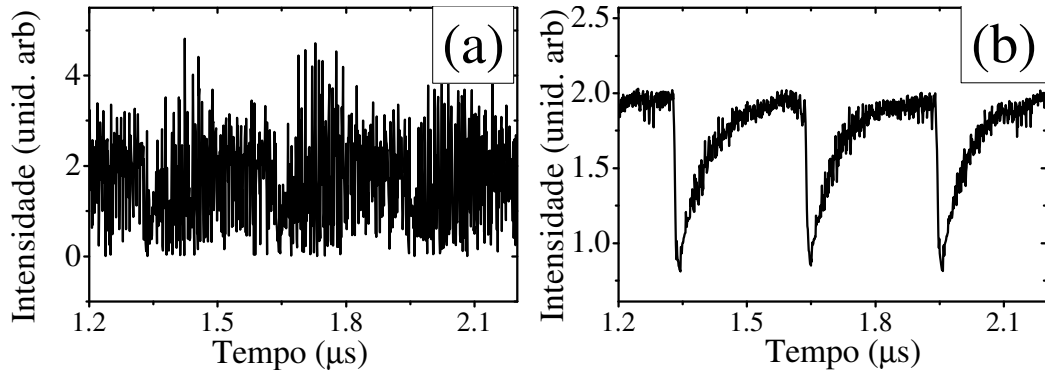


Figura 3.5: Intensidade obtida pela integração numérica das equações L-K. (a) Serie temporal sem filtro numérico com resolução de 1 ns entre cada ponto, calculada com passo de integração numérica de 0.2 ps. (b) Serie temporal filtrada numericamente usando um tempo de filtragem de 5 ns. Parâmetros empregados: $\kappa = 11.0 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $N_0 = 1.5 \times 10^8$, $G_0 = 3.2 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$, $1/\tau_p = 282 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\tau = 10 \times 10^{-9} \text{ s}$, $J = 1.02J_{lim,sol}$, $\alpha = 3.0$.

do sistema. A trajetória passa a maior parte do tempo em torno de modos

desestabilizados, em direção ao modo de máximo ganho (menor N na figura). Estes modos desestabilizados são chamados de quase-atratores [57]. Os

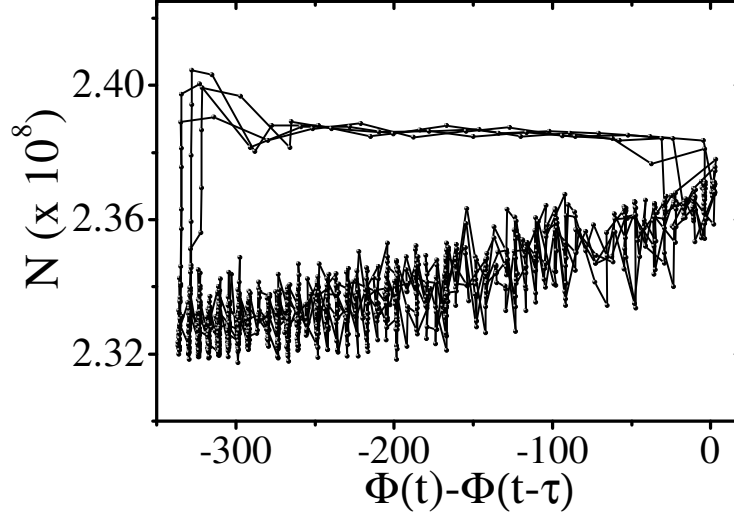


Figura 3.6: Evolução da trajetória no espaço de fase projetada no plano diferença de fase e densidade de portadores. O fenômeno de LFF está presente na dinâmica temporal. Parâmetros empregados: $\kappa = 11.0 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $N_0 = 1.5 \times 10^8$, $G_0 = 3.2 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$, $1/\tau_p = 282 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\tau = 10 \times 10^{-9} \text{ s}$, $J = 1.02 J_{lim,sol}$, $\alpha = 3.0$.

pulos entre quase-atratores constituem a seção da dinâmica temporal onde a intensidade recupera-se em escada. Os pulos geralmente são dados na direção das menores frequências, mas também pode haver pulos para frequências maiores. Assim, este fenômeno foi chamado de itinerância caótica com uma deriva, dado que o processo envolve o deslocamento nas frequências. A queda na intensidade é o resultado da colisão da trajetória com um anti-modo. Após a colisão, a variável ΔN (N na figura 3.6) cresce rapidamente até o seu valor limiar sem realimentação ótica.

O processo da LFF segundo o modelo de LK e as ideias de Sano [57] é descrito mediante o uso da figura 3.7. Inicialmente o laser oscila em torno do modo de máximo ganho. O modo de máximo ganho é estável, no entanto, o laser não permanece nele devido à sua pequena bacia de atração [59]. Uma vez que a oscilação atinge a região dos anti-modos, pode começar a oscilar nessa região. Devido à natureza instável do anti-modo (ponto tipo sela-nó) a colisão deste com a trajetória do modo deixa a fase inalterada, mas a densidade de portadores salta bruscamente para o valor correspondente à oscilação do laser solitário (região marcada A na figura 3.7). O salto repentino da densidade de portadores faz com que o laser mostre uma queda repentina na intensidade. A consequente alteração no índice de refração, induz o aumento na diferença de fase (região marcada B na figura 3.7), levando a oscilação do laser para

frequências ao redor da oscilação do modo solitário ($\phi(t) - \phi(t - \tau) = 0$). Neste estado, a potência de emissão é quase igual à aquela emitida pelo laser operando em solitário. Depois disso, a oscilação continua em torno de um dos modos de cavidade externa que se encontram perto do modo de oscilação do laser solitário (região marcada C na figura 3.7). Então, acontece a itinerância caótica que leva a oscilação para o modo de ganho máximo. Isto corresponde ao processo de recuperação na LFF (região marcada D na figura 3.7). Quando o laser atinge a região em torno do modo de ganho máximo, o processo anterior é repetido. A ocorrência da LFF não é periódica, mas irregular, uma vez que existem flutuações caóticas devido aos efeitos não lineares (processo de mistura de ondas). Por exemplo, quando a oscilação caótica tem uma grande amplitude no processo de recuperação, o laser pode cair no anti-modo associado e ocorrer uma queda na intensidade antes de chegar à área próxima ao modo de ganho máximo (região marcada E na figura 3.7).

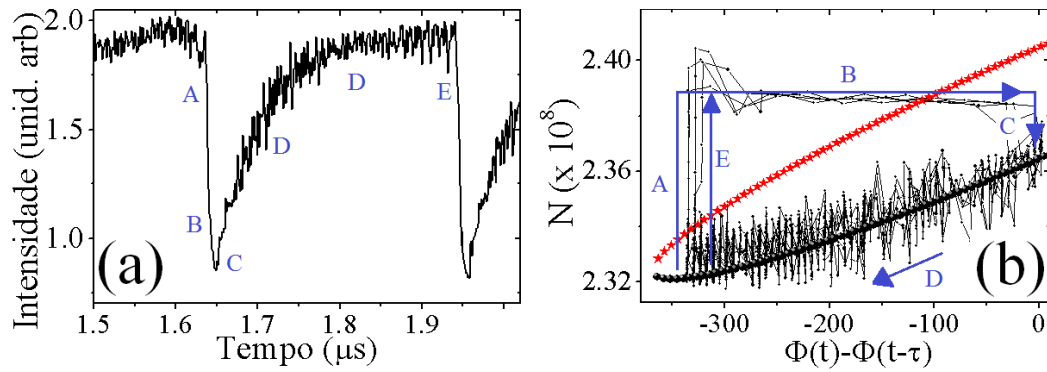


Figura 3.7: Esquema usado para a interpretação do fenômeno da LFF. (a) série temporal calculada numericamente. (b) Projeção do espaço de fase e estados estacionários.

3.4 Estatística de LFF

Com o intuito de obter informações sobre a natureza das LFF, múltiplos estudos sobre a estatística dos intervalos de tempo T entre duas quedas consecutivas, têm sido realizados por vários grupos de pesquisa [60–64], os quais mostraram resultados qualitativos semelhantes. A função de distribuição de T quando o laser opera completamente no regime de LFF atinge um único pico. Com o incremento da corrente de bombeio pode apresentar dois picos [52]. Da distribuição estatística de T pode ser extraído o tempo médio $\langle T \rangle$, o qual decai monotonicamente com o incremento da corrente e aumenta exponencialmente com a elevação da intensidade de retorno ótico [61]. Isto é mostrado na figura 3.8. Para intensidades de realimentação pequenas na figura 3.8(a), o tempo médio e a intensidade de realimentação são proporcionais. Neste trabalho,

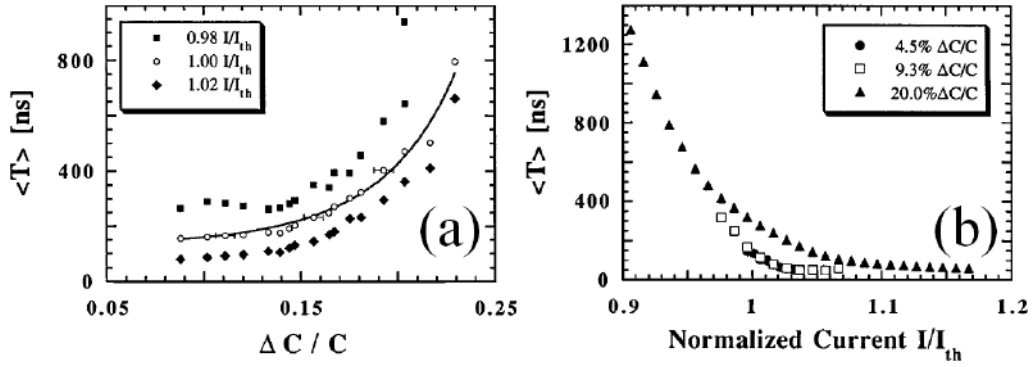


Figura 3.8: Figuras experimentais tomadas da referência [61]. (a) Tempo medio $\langle T \rangle$ entre quedas em função da intensidade de realimentação (experimentalmente proporcional à redução do limiar $\Delta C/C$ - ς em nossa notação -), medido para correntes acima e abaixo do limiar. (b) Tempo medio $\langle T \rangle$ entre quedas em função da corrente de bombeio para diferentes intensidades de realimentação.

usando o modelo de equações que descrevem o laser com realimentação ótica (equações 3.11), foram feitas simulações numéricas em C++ usando o método de Runge Kutta de 4ª ordem. Com as séries temporais calculadas que contêm uma grande quantidade de eventos tipo LFF, é possível encontrar o tempo T entre cada queda, tal como mostrado na figura 3.9, mediante um algoritmo numérico em C++ que marca o tempo onde acontece cada queda. Com esta informação, é possível calcular a distribuição de tempos entre quedas e os seus momentos estatísticos. Um algoritmo similar foi usado para as séries temporais extraídas dos experimentos. Os resultados apresentados na figura 3.10, obtidos dos programas elaborados em C++ para calcular a serie temporal e o tempo entre quedas, estão em conformidade com os resultados apresentados nas figuras 3.8.

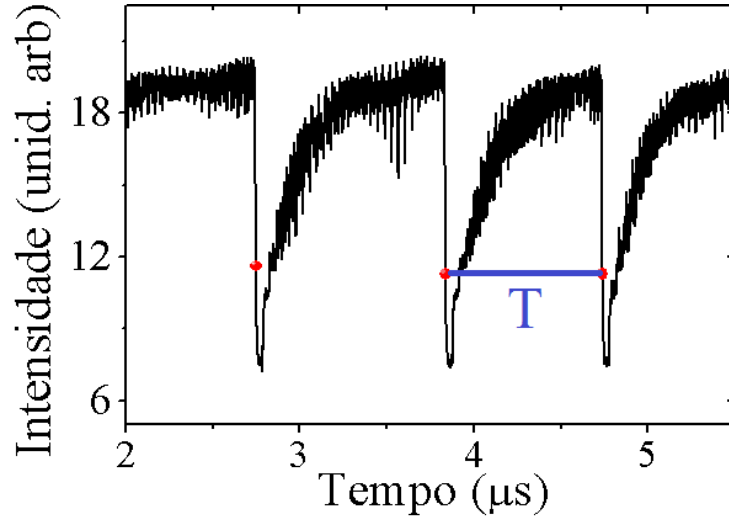


Figura 3.9: Identificação numérica do tempo entre quedas de intensidade no regime LFF. Os pontos vermelhos são resultado do algoritmo numérico feito para distinguir as quedas na serie temporal calculada.

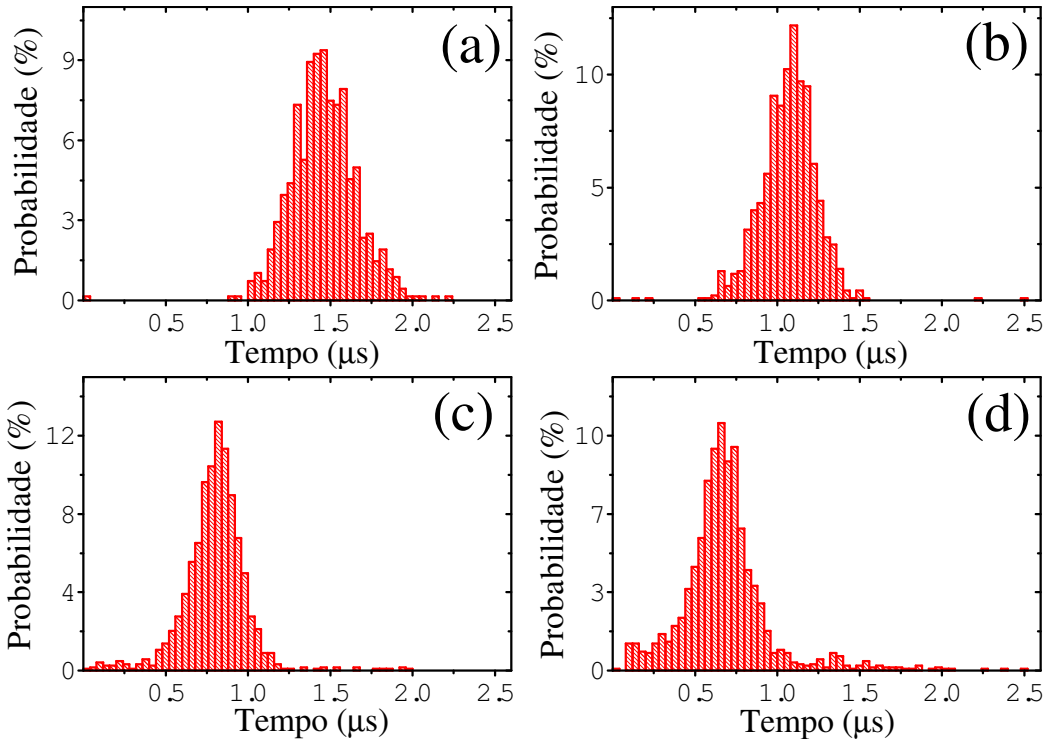


Figura 3.10: Distribuição de tempo entre quedas T , calculada numericamente para uma série temporal longa (contendo 10^3 LFF). (a) $J = 1.01 J_{lim,sol}$, $\langle T \rangle = 1.45 \pm 0.2 \mu s$. (b) $J = 1.02 J_{lim,sol}$, $\langle T \rangle = 1.06 \pm 0.18 \mu s$. (c) $J = 1.03 J_{lim,sol}$, $\langle T \rangle = 0.81 \pm 0.23 \mu s$. (d) $J = 1.04 J_{lim,sol}$, $\langle T \rangle = 0.68 \pm 0.28 \mu s$. Outros parâmetros: $\kappa = 11 \times 10^9 s^{-1}$, $N_0 = 1.5 \times 10^8$, $G_0 = 3.2 \times 10^3 s^{-1}$, $1/\tau_p = 282 \times 10^9 s^{-1}$, $\tau = 40 \times 10^{-9} s$, $\alpha = 3.0$.

3.5 Propriedades elétricas

A adição de uma superfície refletora externa que reinjeta radiação para o laser, produz alterações na potência de saída do laser, na corrente, e na tensão constante através do laser. O retorno ótico reduz o ganho necessário para atingir o limiar do laser, aumentando assim a potência de saída a um determinado nível fixo de corrente contínua. Nesta seção iremos nos concentrar na alteração da voltagem através do laser, cujo valor pode ser medido no experimento. A seguir, será feita uma abordagem simplificada baseada nas equações de taxa descritas no capítulo 2.

A fim de explicar a origem das variações de tensão devidas à realimentação ótica, mencionaremos os processos principais que acontecem na estrutura, os quais são responsáveis pela mudança de voltagem [33]:

- O feixe de retorno induz um efeito fotocondutivo na região ativa e nas vizinhanças desta no diodo laser. A geração de portadores livres tem como consequência a diminuição da resistência, o qual resulta numa diminuição da tensão.
- A voltagem através da estrutura está dada pela diferença entre os níveis quasi-Fermi [34]. A redução da separação dos níveis quasi-Fermi causa a diminuição da tensão devido a que os portadores são acelerados na região de depleção pelo incremento da emissão estimulada, manifestado na redução do limiar do laser.
- Usualmente, nos lasers de semiconductor, existe um vazamento de portadores da região ativa p para a camada tipo p que reveste a região de ganho [35], a qual forma a heteroestrutura (figura 2.2). A redução dos níveis quase-Fermi devido ao retorno da radiação, reduz este vazamento de portadores, incrementando a resistência da camada tipo p e portanto incrementando a voltagem da estrutura.

Para intensidades de realimentação altas, o efeito conjunto dos tres processos anteriormente mencionados é a diminuição da voltagem através do laser.

A cavidade do laser e o espelho externo constituem um ressonador composto. No estado estacionário, o laser oscila no modo ressonante do ressonador composto. Aqui, o retorno ótico é tratado como uma perturbação, e a combinação da refletividade do espelho externo e a refletividade da face de saída e do laser é representada como um coeficiente de reflexão efetivo para a cavidade composta. Enquanto o diodo é operado com corrente de injeção constante, a presença de realimentação nas equações de taxa se manifesta da seguinte maneira: a equação para a densidade dos portadores dada pela equação 2.58 não deve ser modificada, ja que não há termo de intensidade envolvido e portanto

não esta relacionado com o retorno (com exceção do caso no qual o retorno é incoerente). Quando parte da radiação laser é refletida de volta para a cavidade, o resultado é um aumento na reflectividade efectiva de um dos espelhos de acoplamento da cavidade e como consequência, um aumento no tempo de vida do fóton de τ_{ph} para τ_{phf} [36]:

$$\frac{1}{\tau_{ph-f}} - \frac{1}{\tau_{ph}} = \frac{2}{\tau_{in}} \ln \left(\frac{R_2}{R_{ext}} \right). \quad (3.15)$$

As equações de taxa podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= J - \frac{N}{\tau_s} - G(N)I, \\ \frac{dI(t)}{dt} &= G(N)I - \frac{1}{\tau_{ph}}I. \end{aligned} \quad (3.16)$$

O forte acoplamento não-linear que existe entre fótons e portadores em lasers de diodo semiconductor, produz simultaneamente modulação da intensidade e modulação da frequência sob modulação de corrente de injeção. Enquanto o diodo é operado com corrente de injeção constante, a presença de realimentação nas equações de taxa pode ser incluída de maneira simples tal como mostrado nas equações 3.16, sem levar em conta o fator α descrito no capítulo 2. No estado estacionário, as equações 3.16 são escritas como:

$$\begin{aligned} J_0 - \frac{N_0}{\tau_s} - G_0 I_0 &= 0, \\ G_0 I_0 - \frac{1}{\tau_{ph}} I_0 &= 0. \end{aligned} \quad (3.17)$$

A perturbação é realizada nas equações 3.16, o que significa que as quantidades J, I, N, G , mudam apenas por pequenas quantidades, que denotamos pelo subscrito 1, por exemplo: $J = J_0 + J_1, N = N_0 + N_1$. Considerando que os produtos de duas pequenas quantidades tornam-se insignificantes, e usando as equações 3.17 e 3.15 temos que:

$$\begin{aligned} J_1 - \frac{N_1}{\tau_s} - G_0 I_1 + G_1 I_0 &= 0, \\ \frac{\partial G(N_1)}{\partial N} N_1 + \frac{2}{\tau_{in}} \ln \left(\frac{R_{ext}}{R_2} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Com o ganho aproximado linearmente $G_1 = \frac{\partial G(N_1)}{\partial N} N_1 = M N_1$. Usando a expressão 2.11 para a tensão do diodo em função da densidade de portadores e aproximando para pequenas mudanças da densidade de portadores (trocando

N na equação 2.11 por N_1), tem-se que:

$$V = \frac{2k_B T}{e} \frac{N_1}{N_e}, \quad (3.19)$$

substituindo os resultados para N_1 da equação 3.18 na equação 3.19

$$V = -\frac{4k_B T}{eN_e M \tau_{in}} \ln \left(\frac{R_{ext}}{R_2} \right). \quad (3.20)$$

A equação 3.20 mostra que uma pequena mudança na voltagem do laser de semicondutor que opera na presença de realimentação de radiação, permanece proporcional à $-\ln \left(\frac{R_{ext}}{R_2} \right)$, o que significa que um incremento na refletividade do espelho externo R_{ext} (aumento na intensidade de luz que retorna) acarreta um decrescimento na voltagem.

4 SINCRONISMO

4.1 Fundamentos do sincronismo

Quando um sistema físico capaz de oscilar autonomamente estabelece uma ligação com outro sistema físico semelhante, é possível observar um ajuste das oscilações correspondentes a ambos os sistemas, de tal maneira que estas ocorrem mantendo uma relação definida entre os períodos de vibração. Em termos convencionais, o processo de sincronização é definido como um acerto das escalas de tempo das oscilações, devido à interação entre os processos oscilantes. Os conceitos utilizados na definição, tais como oscilação autônoma, ligação entre os sistemas, períodos de vibração e simultaneidade das oscilações, serão expandidos e usados ao longo deste capítulo.

Um dos requerimentos para a observação do sincronismo entre dois ou mais sistemas se satisfaz quando um ou todos os sistemas que interagem possuem a capacidade de oscilar por si mesmos. Este tipo de comportamento é inerente a cada elemento em questão e portanto, as escalas de amplitude e de tempo das oscilações ficam completamente determinadas pelas propriedades intrínsecas do sistema. Assim, a partir de condições iniciais arbitrárias, as oscilações seguem os mesmos regimes, sendo este atributo conhecido como robustez. A aparição de oscilações auto-sustentáveis deve-se principalmente à existência de processos não lineares na resposta do sistema quando ele é submetido a uma perturbação. Tais não linearidades impõem condições para as características de vibração do sistema. No entanto, as oscilações não podem ser continuamente mantidas dado que há sempre uma quantidade de dissipação através de diversos processos físicos. Logo, para manter a oscilação com amplitude constante e sem amortecimento, é necessário injetar energia ao processo. A fonte de energia garante a ocorrência do fenômeno de oscilações auto-sustentáveis.

Os conceitos de amplitude, frequência e fase, permitem uma descrição completa da oscilação no caso de comportamentos periódicos; quando colocados

em contato, dois sistemas deste tipo interagem de maneira fraca ou forte. A aparição e a forma do sincronismo está relacionada com a intensidade desta interação, além da dependência com os parâmetros próprios dos sistemas. Uma vez que o sincronismo se estabelece, os sistemas atingem uma frequência comum de oscilação e uma diferença de fase limitada. Nos sistemas caóticos é necessário redefinir cuidadosamente esta noção de sincronismo devido ao fato de que os últimos não apresentam uma única frequência de oscilação e como consequência a definição da fase torna-se diferente.

4.1.1 Travamento de frequência e fase

O travamento de frequência entre dois osciladores com frequências f_1 e f_2 que permanecem acoplados, ocorre quando um deles modifica sua pulsação passando a oscilar numa frequência que é um múltiplo ou uma fração racional de vezes a frequência do segundo, isto é $\frac{f_1}{f_2} = \frac{p}{q}$, com $\frac{p}{q}$ = racional; porém o segundo não sofre a influência do primeiro. Embora o acoplamento unidirecional de osciladores periódicos seja classificado como o caso de sincronismo mais simples, este não corresponde rigorosamente à noção de sincronização devido a que é preciso uma influência bidirecional de maneira que os sistemas ajustam suas pulsações e passam a ter uma frequência comum, a qual depende das frequências naturais dos osciladores e das constantes de acoplamento [65]. O travamento de frequência ou sincronismo induzido, pode acontecer quando os osciladores correspondem a dois diferentes sistemas físicos ou a dois modos de movimento de um único sistema físico.

A fase de um sistema oscilante descreve o estado das oscilações num instante de tempo. Para oscilações harmônicas, a fase é o argumento da função. Representada pelo angulo de rotação, uma mudança na fase de 2π rad, implica um retorno para o estado físico inicial. A derivada da função de fase em relação ao tempo corresponde à frequência angular, então, a frequência corresponde à taxa de crescimento da fase.

Para elucidar os conceitos de travamento de frequência e travamento da fase, consideremos o fenômeno mais simples, onde um único oscilador, cuja fase varia uniformemente é fracamente perturbado por um estímulo externo. Este problema corresponde ao sincronismo do oscilador ciclo-limite influenciado externamente. A equação do oscilador simples, o qual será chamado de oscilador 1 é $\dot{\theta} = \omega$, onde θ é a fase do oscilador 1 e ω a sua frequência angular de oscilação. Se o estímulo externo for periódico (oscilador 2), com fase Θ e frequência angular Ω , então $\dot{\Theta} = \Omega$. A interação entre os osciladores está caracterizada pela diferença entre as suas frequências. Devido ao fato de que o estímulo é fraco, este age apenas modificando a fase (amplitude permanece constante) do oscilador 1. Uma equação que modela a interação pode-se es-

crever como [1]:

$$\dot{\theta} = \omega + A \sin(\Theta - \theta). \quad (4.1)$$

Na equação 4.1, A é um parâmetro não nulo que representa a capacidade do oscilador 1 de modificar a sua frequência instantânea na presença do estímulo. Se $\Theta > \theta$, então $\dot{\theta} > \omega$, dado pela equação 4.1. Para descrever a interação considera-se a diferença de fase $\phi = \Theta - \theta$ entre os osciladores. Adicionalmente, define-se o parâmetro $\mu = (\Omega - \omega) / A$ e o tempo adimensional $\tau = At$. Então se tem que:

$$\dot{\phi} = \mu - \sin(\phi). \quad (4.2)$$

O oscilador 1 responde diminuindo ou incrementando a sua frequência dependendo da fase do oscilador 2, no momento em que esta encontra-se adiantada ou atrasada em relação com a sua própria fase. Uma descrição completa deste modelo pode-se achar em [65] e [1]. Assim é essencial olhar para a diferença na fase $\phi = \Theta - \theta$. Em função do parâmetro μ é possível conhecer os regimes físicos do sistema composto pelos osciladores acoplados unidirecionalmente.

1. Caso $\mu = 0$.

$\Omega = \omega$. 1 e 2 oscilam com a mesma frequência,

$$\frac{d\phi}{dt} = -\sin(\phi). \quad (4.3)$$

Os estados estacionarios são : $\phi_{est} = 0$ ou múltiplos de 2π . Quando $\phi = 0 \rightarrow \Theta = \theta$. O estado físico dos osciladores é de total **sincronismo**, permanecendo com frequências e **fases iguais** (sincronismo induzido).

2. Caso $0 < \mu < 1$, $-1 < \mu < 0$.

Os estados estacionarios neste caso são : $\phi_{est} = \arcsin(\mu)$. Com autovvalor dado pela equação: $\lambda = \left. \frac{d((\mu - \sin(\phi)))}{d\phi} \right|_{\phi_{est}} = -\cos(\phi_{est})$. Há duas soluções de equilíbrio:

- Uma solução estável com $0 < \phi_{est} < \pi/2 \rightarrow \cos(\phi_{est}) > 0 \rightarrow \lambda < 0$.
- Uma solução instável com $\pi/2 < \phi_{est} < \pi \rightarrow \cos(\phi_{est}) < 0 \rightarrow \lambda > 0$

O estado estável com diferença de fase não nula implica que há **travamento de fase**. Aquí, os osciladores permanecem com uma diferença de fase constante. Se $\mu > 0$ então $\Omega > \omega$, as frequências angulares são

diferentes.

3. Caso $\mu = 1$.

Os estados estacionários neste caso são : $\phi_{est} = \arcsin(1) = \pi/2$. Com autovalor dado pela equação: $\lambda = \left. \frac{d((\mu - \sin(\phi)))}{d\phi} \right|_{\phi_{est}} = -\cos(\phi_{est}) = -k \cos(\pi/2) = 0$. O ponto de equilíbrio corresponde neste caso a um ponto de sela-nó.

4. Caso $\mu > 1$.

Para este caso não há pontos fixos, e como consequência não há travamento de fase. O gráfico que ilustra este fenômeno se apresenta na figura 4.1(c).

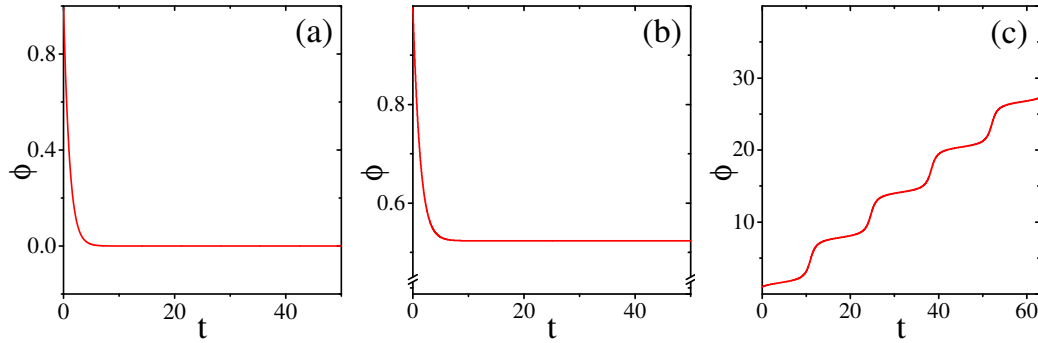


Figura 4.1: Diferença de fase ϕ do modelo 4.2 para diferentes valores do parâmetro μ . (a) $\mu = 0$, implica diferença de fase nula e sincronismo em frequência. (b) $0 < \mu < 1$ dá lugar a travamento de fase. (c) $\mu = 1.1$ resulta em diferença de fase crescente com alternância de eventos onde a fase permanece quase constante.

Os resultados descritos mostram que para este modelo simples, emergem naturalmente os conceitos de sincronismo induzido, travamento de frequência e fase. Dado que se descreve um acoplamento unidirecional, a única frequência de travamento possível é aquela que corresponde à frequência do estímulo, neste caso Ω se aproxima de ω . Contrário a este caso, no acoplamento bidirecional a ação de um oscilador sobre o outro gera uma frequência comum diferente das frequências naturais dos osciladores. Em consequência, os osciladores mantêm uma relação definida entre suas frequências e podem travar em múltiplos das frequências naturais. Em geral, pode ser definida uma função de deslocamento de fase Φ entre os osciladores, a qual especifica o tipo de sincronismo atingido. Sistemas idênticos acoplados evidenciam, em geral, interações de fase iguais ou opostas, conhecidas como interações em fase ou anti-fase, respectivamente. Oposição dos períodos de movimento dos osciladores corresponde ao estado de anti-fase, enquanto que fase representa as soluções onde os sistemas estão na mesma posição ao longo da oscilação. A relação de fase entre os sistemas está relacionada com a natureza do acoplamento, a força da interação e o descasamento das frequências interagentes.

4.2 Sincronismo de caos

O sincronismo de oscilações caóticas a princípio, foi considerado como um fenômeno contra-intuitivo, já que se pensava que, pela sua natureza caótica, as oscilações iriam evoluir de maneiras totalmente diferentes e, portanto os dois sistemas exibiriam vibrações completamente descorrelacionadas. Os critérios para o sincronismo foram descritos teoricamente na referência [68] e posteriormente demonstrados experimentalmente [69]. O surgimento desta contradição se fundamenta nas propriedades dos processos caóticos. Então, antes de continuar a falar do sincronismo, iremos expor algumas ideias indispensáveis sobre estes.

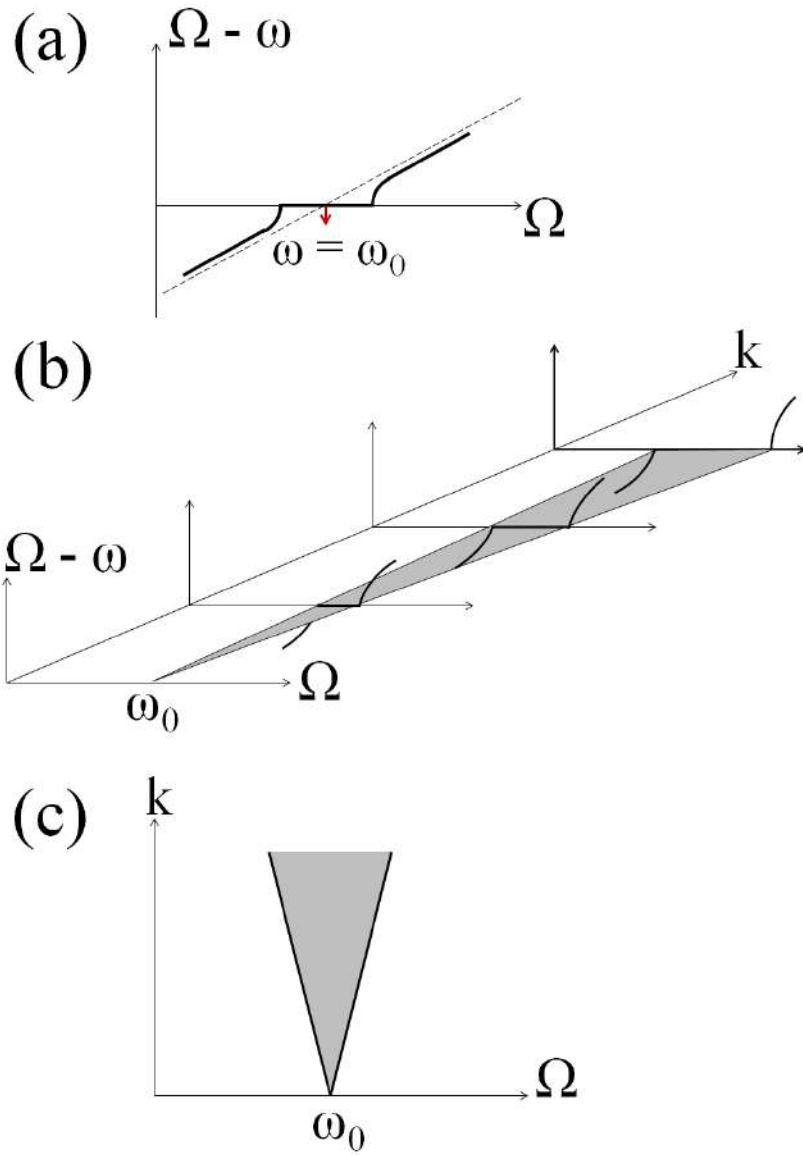


Figura 4.2: (a) Curva típica da diferença entre as frequências dos osciladores que interagem unidirecionalmente. Ao redor da frequência do oscilador autônomo ω_0 existe a região de travamento de frequência. (b) A família de curvas para diferentes valores da amplitude do estímulo periódico k devido ao oscilador 2. A largura da região de sincronismo aumenta com o incremento deste parâmetro. (c) língua de Arnold. O domínio cinza na figura (b), corresponde com a região de sincronização em função da amplitude do estímulo. Adaptado de [67].

O aparecimento de oscilações irregulares em sistemas dinâmicos cuja evolução é governada por uma regra determinística, isto é, por um conjunto de equações diferenciais que relacionam as variáveis físicas e de tempo, encontra-se vinculado com o fenômeno de caos. Visivelmente, a definição acima é imprecisa já que não são definidas objetivamente as características que devem ser satisfeitas pelo sistema físico, as quais permitem o aparecimento destes comportamentos irregulares. Oscilações autônomas constituem um requisito inicial, implicando imediatamente que o sistema apresenta respostas não lineares. O conjunto de variáveis que descrevem o estado espacial do sistema é conhecido como espaço de fase, sendo definida uma dimensão para este espaço como o número de tais variáveis. Especificamente, a dimensão do espaço de fase é o número de valores independentes que são necessários para especificar uma condição inicial. As órbitas ou trajetórias descrevem os caminhos seguidos pelo sistema como uma função do tempo, no espaço de fase. O comportamento caótico está relacionado com a divergência das trajetórias vizinhas neste espaço de fase, o qual é evidência de uma forte sensibilidade às condições iniciais (o comportamento deixa de ser previsível para tempos longos). Em particular, as trajetórias vizinhas se afastam exponencialmente para tempos curtos. A medida que quantifica a taxa de convergência ou divergência das trajetórias é dada pelo expoente de Lyapunov.

Para uma única dimensão, sejam duas trajetórias, $x_0(t)$ uma que inicia no ponto $\vec{x}_0$, enquanto que $x(t)$ inicia no ponto x , sendo x e x_0 pontos muito próximos. Define-se $s = x(t) - x_0(t)$ tal como a distância entre as duas trajetórias. Se $f(x)$ é a função que representa a variação temporal do sistema, então $\dot{x}(t) = f(x)$. $f(x)$ pode ser expandida em série de Taylor ao redor do ponto x_0 , de modo que: $f(x) = f(x_0) + (x - x_0) \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} + \frac{1}{2}(x - x_0)^2 \left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x=x_0} + \dots$. Na última expressão, desprezamos os termos de ordem superior. Agora calculamos a taxa de variação da distância entre as duas trajetórias:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{x} - \dot{x}_0, \\ &= f(x) - f(x_0), \\ &= \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} (x - x_0), \\ &= \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} s, \end{aligned}$$

com solução $s(t) = s(t=0)e^{\lambda t}$, onde $\lambda = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0}$. Se $\lambda > 0$ as trajetórias divergem. Se $\lambda < 0$ as trajetórias convergem. Para mais de uma dimensão associa-se um expoente de Lyapunov local para cada uma das direções do espaço de fase. Na prática, é necessário que a média do expoente de Lyapunov calculado para uma trajetória muito longa se mantenha positiva para conside-

rar o sistema caótico. Com uma dimensão igual ou superior a três, é sempre possível observar como estas trajetórias se afastam mantendo-se numa região limitada do espaço de fase por causa da dissipação. Resumindo, existem três requisitos para a presença de caos nas condições acima mencionadas [70]:

- Divergência exponencial de trajetórias próximas.
- Trajetórias confinadas dentro de uma região no espaço de fase.
- Não há interseção de diferentes trajetórias.

Para elucidar estes conceitos, vamos ilustrar um exemplo em concreto, pelo uso de um dos osciladores caóticos mais simples e populares, o chamado sistema de Lorenz. Inicialmente este sistema de equações foi derivado para ser aplicado na teoria da convecção atmosférica [71], sendo posteriormente demonstrado que o sistema de Lorenz possui analogia com as equações de Maxwell-Bloch que descrevem a dinâmica de um laser no modelo de dois níveis [7]. O modelo consiste das seguintes equações:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -\sigma x + \sigma y \\ \frac{dy}{dt} &= rx - y - zx \\ \frac{dz}{dt} &= -bz + xy,\end{aligned}\tag{4.4}$$

as variáveis são x , y , z , e os parâmetros são dados pelos números σ, r, b . O conjunto anterior é dissipativo, com soluções oscilatórias confinadas no espaço de fase e exibe divergência exponencial das trajetórias para valores específicos dos parâmetros. Conjuntamente possui propriedades de simetria e múltiplas bifurcações com a variação do parâmetro r . O objetivo desta tese escapa de uma descrição completa deste sistema e a demonstração das suas propriedades. Uma revisão detalhada pode ser achada na referência [72]. Aqui, usamos como exemplo o sistema de Lorenz para mostrar o comportamento de um sistema caótico e salientar que, mesmo idênticos e partindo de condições iniciais similares, um par de sistemas caóticos divergem um do outro como é apresentado na figura 4.3. Em 4.3 observa-se claramente a divergência das trajetórias no par de sistemas caóticos tipo Lorenz quando estes iniciam com condições iniciais muito próximas. Em vista disso, é intuitivo pensar que quando haja uma conexão ou acoplamento entre ambos os sistemas, qualquer erro ou diferença na dinâmica seria transmitida de um sistema para outro crescendo de maneira exponencial e, por conseguinte, os sistemas não conseguiriam atingir o estado de sincronia.

O acoplamento pode ser feito pela substituição de uma variável do sistema

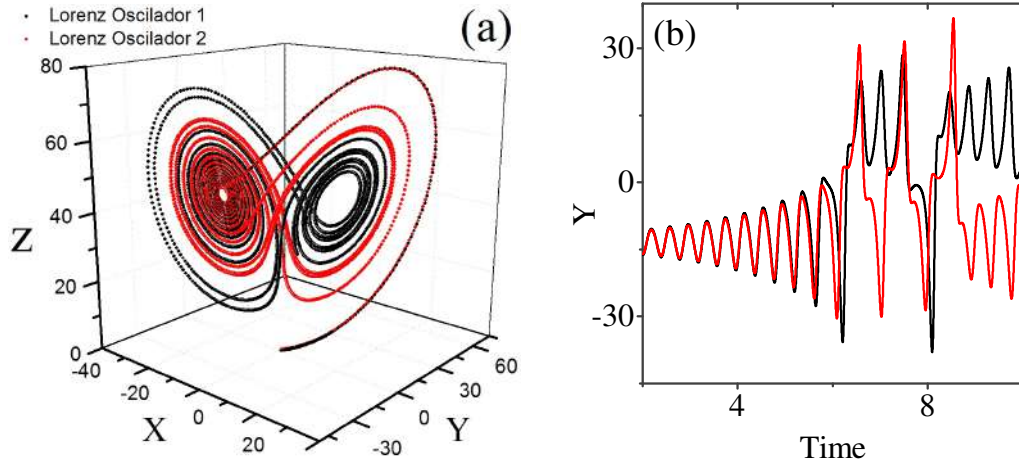


Figura 4.3: Espaço de fase correspondente a dois osciladores de Lorenz idênticos calculado segundo as equações 4.4. (b) Séries temporais extraídas dos cálculos. Foram usados os seguintes parâmetros: $\sigma = 16$, $r = 45.92$, $b = 4$. Condição inicial do oscilador 1: $x=0.1, y=0.1, z=0.1$. Condição inicial do oscilador 2 $x=0.05, y=0.05, z=0.05$.

1 no sistema 2. Este tipo de conexão é conhecido como *substituição completa*. Fazendo isto conseguimos o novo sistema de dois osciladores de Lorenz acoplados pela variável x de tal maneira que:

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1}{dt} &= -\sigma x_1 + \sigma y_1, \\
 \frac{dy_1}{dt} &= rx_1 - y_1 - z_1 x_1, \\
 \frac{dz_1}{dt} &= -bz_1 + x_1 y_1, \\
 \frac{dy_2}{dt} &= rx_1 - y_2 - z_2 x_1, \\
 \frac{dz_2}{dt} &= -bz_2 + x_1 y_2.
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Inusitadamente, o oscilador 2 sincroniza com o oscilador 1, como verifica-se na figura 4.4 (a). Neste caso usamos os mesmos parâmetros considerados na figura 4.3, sendo as condições iniciais similares. No entanto, os osciladores quando acoplados, apresentam sincronismo ainda que iniciando de uma condição inicial arbitrária. Isto é apresentado na figura 4.4 (b). Em conclusão, osciladores caóticos que inicializam de qualquer condição inicial, convergem assintoticamente com o passar do tempo para o estado de sincronismo apesar de compartilhar somente informação parcial sobre o estado do outro oscilador.

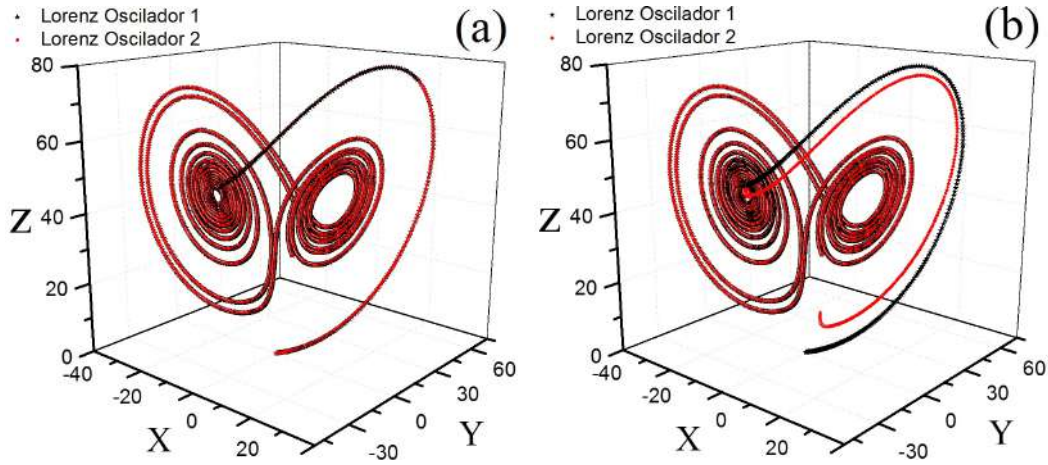


Figura 4.4: Espaço de fase correspondente a dois osciladores de Lorenz idênticos e acoplados pela variável x , calculado segundo as equações 4.5. Foram usados os seguintes parâmetros: $\sigma = 16$, $r = 45.92$, $b = 4$. (a) Condição inicial do oscilador 1: $x=0.1, y=0.1, z=0.1$. Condição inicial do oscilador 2 $x=0.05, y=0.05, z=0.05$. (b) Condição inicial do oscilador 1: $x=0.1, y=0.1, z=0.1$. Condição inicial do oscilador 2 $x=0.1, y=10, z=10$.

4.3 Tipos de sincronismo caótico

4.3.1 Sincronização completa

Em sistemas idênticos o sincronismo surge como uma completa equivalência das variáveis de estado como função do tempo quando o sistema é acoplado unidirecional ou bidirecionalmente. Este esquema é conhecido como sincronismo idêntico ou sincronismo completo. Estados isócronos implicam que, por exemplo, no sistema de Lorenz, as diferenças $|y_2 - y_1|$ e $|z_2 - z_1|$, no limite de tempos muito longos são identicamente nulas. Pecora e Carrol [73] examinaram este tipo de sincronismo pela introdução da transformação $y_{\perp} = y_1 - y_2$, $y_{\parallel} = y_1 + y_2$ e $z_{\perp} = z_1 - z_2$, $z_{\parallel} = z_1 + z_2$, para construir as variedades que caracterizam o sincronismo. A variedade de sincronização $(x_1, y_{\parallel}, z_{\parallel})$ permanece invariante para sistemas idênticos enquanto que para a variedade transversal $(y_{\perp}, z_{\perp})$ é requerida uma análise de estabilidade. A condição mínima para a estabilidade é que os expoentes de Lyapunov associados à variedade transversal sejam negativos. Para N osciladores idênticos a estabilidade em sincronia completa foi analisada por Pecora e Carrol [74] através do diagrama de estabilidade mestre pelo qual é possível conhecer quando a sincronia entre os osciladores é estável em função das intensidades dos acoplamentos e ainda prever as bifurcações que deterioram o sincronismo.

4.3.2 Sincronismo de fase

Dois osciladores periódicos fracamente interagentes apresentam sincronismo usualmente definido como travamento das fases $\phi_{1,2}$, assim $n\phi_1 - m\phi_2 = \text{constante}$, enquanto que as amplitudes podem ficar completamente descorrelacionadas [75]. Esta noção pode ser estendida quando dois osciladores caóticos são acoplados. Em contraste com as oscilações periódicas, o caos compõe-se de muitas frequências, logo, o conceito de fase precisa ser redefinido. Empregando o método proposto por Gabor [76] para encontrar a fase e a amplitude de um sinal arbitrário, o qual é neste caso o sinal caótico (este procedimento será descrito numa seção posterior), Rosenblum *et al* [77] mostraram que a interação de osciladores autônomos não idênticos leva à sincronia perfeita das fases. As amplitudes de vibração dos osciladores não apresentam nenhuma correlação.

4.3.3 Sincronismo com retardo constante

No sincronismo com um atraso, existe uma coincidência das oscilações equivalentemente ao caso do sincronismo completo, entretanto as oscilações permanecem sincronizadas com uma diferença de tempo constante. O descasamento dos parâmetros pode ser compensado pelo incremento da intensidade do acoplamento [78]. Geralmente, se o acoplamento é fraco, o sistema apresenta apenas o sincronismo de fase. Se o acoplamento for incrementado, observa-se que o sincronismo apresenta as fases travadas e as amplitudes correlacionadas com um tempo de atraso.

4.4 Identificação e detecção de sincronismo

Com base nos resultados da seção 3.1.1, a caracterização do sincronismo entre osciladores periódicos consiste na comparação das fases e frequências em função do nível de acoplamento. A identificação do fenômeno em função da intensidade do acoplamento é feita por intermédio da construção das línguas de Arnold. Por conseguinte, é requerido que haja um controle fino da dessintonização em frequência e da intensidade do acoplamento. A extensão dessas ideias para o caso de oscilações caóticas requer a consideração da representação das oscilações no espaço de fase e a avaliação do espectro de frequências. Em termos do espaço de fase, as oscilações periódicas são representadas por órbitas periódicas estáveis. As oscilações caóticas são representadas no espaço de fase por um conjunto de órbitas com estrutura fractal, cuja dimensão é um número não inteiro (atrator caótico). Em termos do espectro de frequências, as oscilações periódicas apresentam apenas um único pico, associado com a repetição do movimento na órbita periódica, enquanto que as trajetórias caóticas apresentam um espectro de banda larga, com a amplitude decrescendo com o

inverso da frequência. Pode o sincronismo caótico ser descrito em termos de frequências e fases das oscilações que interagem?. Para responder a esta questão, é necessário redefinir o conceito da fase tal que seja consistente com as propriedades dos sistemas caóticos deterministas. A questão anterior foi abordada por [79], [80], de modo que, as ideias expostas a seguir estarão fundamentadas nestes trabalhos.

4.4.1 Amplitude e fase de sinais caóticos

Na implementação experimental dois sistemas caóticos acoplados, não são completamente equivalentes, sendo possível a mudança inesperada de algum parâmetro devido às condições experimentais fora do controle. A presença de ruído experimental associado com a instrumentação e o ruído intrínseco dependente das variações em cada sistema, constituem fatos inevitáveis. Como resultado, as dinâmicas temporais obtidas através da medida, em particular, da frequência dos picos, muda ao longo do tempo, é dizer, são não estacionárias. Para um sinal não periódico obtido no experimento, a aplicabilidade da análise da seção 3.1.1 depende da resolução do primeiro e mais importante problema emergente neste contexto, o qual consiste em definir unicamente a amplitude dependente do tempo $A(t)$ e a fase instantânea $\Phi_H(t)$.

Seja $s(t)$ um sinal experimental composto de valores reais, o sinal analítico está definido pela função complexa $\varsigma(t)$

$$\varsigma(t) = s(t) + is_H(t) = A(t)\exp(i\Phi_H t). \quad (4.6)$$

A transformada de Hilbert $s_H(t)$ da função real é uma transformada integral resultante da convolução do sinal $s(t)$ com $\frac{1}{\pi t}$ de modo que:

$$s_H(t) = \frac{1}{\pi t} * s(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(t')}{t - t'} dt', \quad (4.7)$$

usando o valor principal de Cauchy para evitar a singularidade em $t = t'$. Este método permite obter uma quantidade que pode ser associada com uma fase instantânea em todos os casos para os quais o espectro de potência do oscilador exibe uma banda estreita de frequências de oscilação, cujo máximo encontra-se bem definido. O surgimento de um sincronismo de fase total, tal como foi descrito no ponto 3.3.2, é unicamente possível quando os osciladores caóticos têm uma fase definida. Quando as oscilações caóticas cobrem uma ampla gama de escalas de tempo, a definição de fase instantânea deve ser feita de maneira cuidadosa, já que para este tipo de sistema, as regiões de sincronismo de fase são interrompidas por variações intermitentes, dando origem ao fenômeno descrito como sincronismo de fase imperfeito [81]. A amplitude e a

fase podem ser calculadas através de:

$$A(t) = |s(t)| = \sqrt{s^2(t) + s_H^2(t)} \quad \Phi_H(t) = \arg(s(t)) = \tan^{-1} \left(\frac{s_H(t)}{s(t)} \right); \quad (4.8)$$

embora $A(t)$ e $\Phi_H(t)$ possam ser calculados para qualquer série de valores reais $s(t)$, estas expressões só adquirem sentido físico se $s(t)$ é um sinal de banda estreita. Neste caso, a amplitude $A(t)$ coincide com o envelope de $s(t)$, e a frequência instantânea $d\Phi_H/dt$ corresponde à frequência máxima do espectro de potência. A diferença de fase entre os dois osciladores caóticos é calculada usando a expressão [67]:

$$\Phi_{H1} - \Phi_{H2} = \tan^{-1} \frac{s_{H1}(t)s_2(t) - s_1(t)s_{H2}(t)}{s_1(t)s_2(t) + s_{H1}(t)s_{H2}(t)}, \quad (4.9)$$

onde $s_{1,2}$ são as séries temporais que representam as oscilações caóticas do oscilador 1 e 2 e $s_{H1,H2}$ são as respectivas transformações de Hilbert. A função $\text{atan2}(s_H, s)$, a qual fornece valores no intervalo $[-\pi, \pi]$ é usada no cálculo numérico.

Tendo achado as expressões que definem fase e amplitude em sistemas caóticos, é agora razoável fazer analogia com o sincronismo entre sistemas periódicos. Assim, dois sistemas caóticos interagentes, descritos pelas amplitudes, frequências e fases $(A_{1,2}, \omega_{1,2}, \Phi_{1,2})$ cumprem o seguinte critério de sincronismo para a diferença das fases entre os dois osciladores [82]:

$$\Delta\Phi(t) = |l\Phi_1(t) - m\Phi_2(t)| < \text{constante}, \quad (4.10)$$

com l, m sendo números inteiros. Alternativamente, para as frequências temos que :

$$l\omega_1 - m\omega_2 = 0, \quad (4.11)$$

onde a frequência é determinada a partir da média temporal da variação na fase, $\omega_{1,2} = \langle \dot{\Phi}_{1,2}(t) \rangle$. A frequência definida desta forma pode não coincidir com a posição do pico mais pronunciado no espectro de oscilações caóticas, desta maneira, os anteriores critérios podem não ser satisfeitos simultaneamente e o sincronismo pode acontecer somente na fase ou somente na frequência [83], [84].

Se associarmos a fase do atrator com uma rotação das trajetórias em torno de algum centro bem definido, pode-se escolher uma seção que seja atravessada de maneira transversal pelas trajetórias do atrator. Deste modo, em relação a cruzamentos sucessivos, define-se a fase Φ_P como uma função linear no tempo. A cada cruzamento da trajetória é atribuída para a fase, uma rotação de 2π .

Este método consiste em encontrar uma seção de Poincaré do atrator:

$$\Phi_P(t) = 2\pi j + 2\pi \frac{t - t_j}{t_{j+1} - t_j}, \quad (4.12)$$

com t_j representando o n -ésimo cruzamento da trajetória. Na definição de 4.12, é importante escolher a seção de Poincaré de modo que esta mantém-se transversal a todas as trajetórias no atrator e os seus arredores. Caso contrário, algumas rotações da trajetória de fase não podem ser tidas em conta, e a quantidade Φ_P pode adquirir um caráter de variação não monótono. A seguir serão descritas as propriedades da função de correlação cruzada, a qual será usada para quantificar o nível de sincronismo entre os sistemas de lasers com realimentação ótica, acoplados eletricamente em paralelo.

4.4.2 Função de correlação

Uma medida quantitativa do grau de sincronismo caótico é introduzida através da utilização da correlação temporal entre duas séries adquiridas pela medição das variáveis de cada sistema caótico em função do tempo. Em lasers, a variável usual é a intensidade da radiação emitida. Portanto se define a correlação como:

$$C = \frac{\langle (I_1 - \bar{I}_1)(I_2 - \bar{I}_2) \rangle_i}{\sigma_1 \sigma_2}, \quad (4.13)$$

com I_1, I_2 as intensidades do i -ésimo ponto da amostragem dos osciladores 1 e 2. $\bar{I}_1, \bar{I}_2$ são os valores médios definidos pelas expressões:

$$\bar{I}_{1,2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{(1,2),i}, \quad (4.14)$$

sendo N o número total de pontos amostrados nas series temporais. O desvio padrão $\sigma_{1,2}$ é escrito como:

$$\sigma_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (I_{(1,2),i} - \bar{I}_{(1,2)})^2}. \quad (4.15)$$

Finalmente o termo em 4.13 implica media temporal da seguinte forma:

$$\langle (I_{1,i} - \bar{I}_1)(I_{2,i} - \bar{I}_2) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(I_{1,i} - \bar{I}_1)(I_{2,i} - \bar{I}_2)]. \quad (4.16)$$

O valor de C na equação 4.13 varia entre 1 e -1. Para $C = 1$, as séries estão inteiramente correlacionadas (sincronização completa). Quando $C = -1$, as oscilações da série estão em total oposição de fase (sincronização completa em

antifase). Nenhum tipo de sincronismo é observado em $C = 0$. O valor de C , conseqüentemente, indica uma medida quantitativa do sincronismo de caos. A correlação entre as séries que representam diferentes osciladores é chamada de correlação cruzada. A correlação estabelecida entre os elementos da mesma série temporal é conhecida como auto-correlação. Em geral para duas series $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ e $\mathbf{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$, com amostragem regular $t = i\Delta t$, a função de correlação está dada pela convolução discreta dos dois sinais:

$$C(j) = \frac{\sum_{i=1}^{N-|j|} [(x_{i+|j|} - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}, \quad \text{para } k < 0; \quad (4.17)$$

$$C(j) = \frac{\sum_{i=1}^{N-j} [(x_i - \bar{x})(y_{i+j} - \bar{y})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}, \quad \text{para } k \geq 0; \quad (4.18)$$

a qual mede a semelhança fazendo varredura num tempo atrasado $\tau = k\Delta t$. Em particular, a função de correlação cruzada é uma medida de quão bem os valores futuros de um sinal podem ser previstos com base em medições passadas (no tempo τ) de outro sinal.

5 LASERS CAÓTICOS ACOPLADOS ELETRICAMENTE

5.1 Arranjo experimental

O arranjo experimental usado para estudar o sincronismo de pares de lasers com realimentação ótica é mostrado na figura 5.1. Diversos tipos de lasers

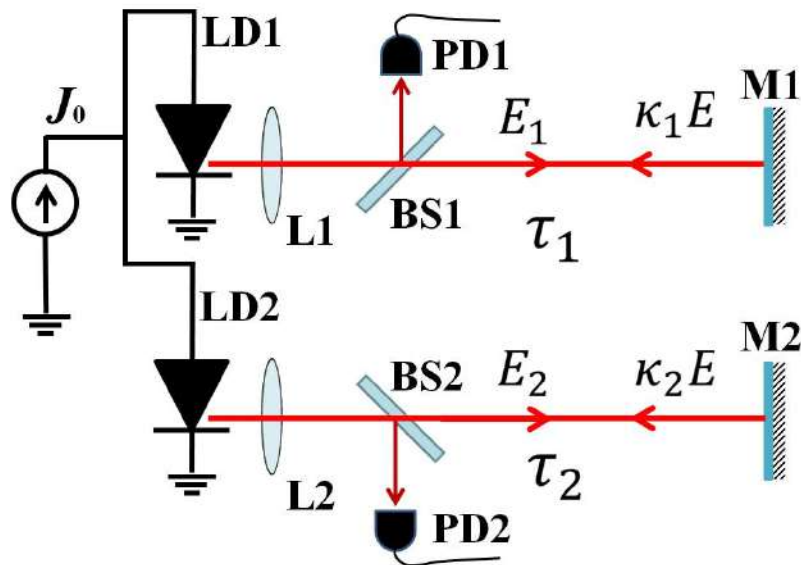


Figura 5.1: Esquema experimental ótico usado para estudar o sincronismo de lasers caóticos. O caos é induzido quando uma quantidade da sua própria radiação $\kappa_i E_i$ é reinjetada em cada laser. J_0 fonte de corrente, LD laser de diodo, L lente asférica, BS divisor de feixe, PD fotodetector, M espelho.

comerciais tais como SDL 5401-G1 da JDS *Uniphase*, HL8334MG da *Hitachi*, L850P010 e L780P010 da *Thorlabs*, foram empregados durante a realização

dos experimentos, sendo os últimos os mais utilizados para os testes na configuração de sincronismo por acoplamento eletrônico. Do tipo *edge emitting*, este laser possui uma região ativa, feita de GaAlAs. Composto com uma estrutura de poço quântico, a guia de onda é implementada pela variação do índice de refração dos materiais. Tal variação define a refletividade dos espelhos na cavidade Fabry-Perot ($R \approx 32\%$). Para evitar variações descontínuas no comprimento de onda (*mode hopping*) e garantir a estabilidade na emissão da radiação, foi construído um suporte para o laser em cobre, acoplado termicamente a um controlador de temperatura feito totalmente no laboratório, que opera usando um módulo peltier e um controle eletrônico com resolução de 0.02°C . O suporte do laser foi mantido a uma temperatura próxima a 18°C . Uma lente asférica (C110TME-B *Thorlabs*) colimadora com camada antirreflexo é colocada na saída do laser para reduzir a divergência do feixe. Aberrações esféricas podem ser evitadas com este tipo de colimação. Divisores de feixe enviam 4% da radiação para cada um dos detectores. A intensidade do laser é detectada por meio de fotodiodos da *Hamamatsu*, cuja frequência de corte é de aproximadamente 3 GHz. A potência ótica foi monitorada usando um medidor *Coherent Fieldmaster*. O sinal é analisado por um osciloscópio digital *Tektronix DP0 7104*, com 1 GHz de largura de banda.

A corrente de bombeio para cada laser foi fornecida usando uma única fonte de corrente J_0 . A fonte empregada deve proporcionar uma corrente constante, independentemente da impedância da carga, o que significa que a tensão através da carga varia conforme a variação da impedância da carga, de maneira que se mantém a relação de Ohm. Lembrando que a impedância diferencial Z_{dif} da fonte de corrente está definida como a mudança da voltagem ΔV , dividida pela mudança na corrente Δi , tal que $Z_{dif} = \Delta V / \Delta i$. Portanto, para uma fonte de corrente ideal, $\Delta i = 0$, independente das variações ΔV , dando como resultado que $Z_{dif} \rightarrow \infty$. A fonte usada no experimento foi construída no laboratório, procurando que a impedância da fonte fosse muito maior que a impedância dinâmica do diodo laser em operação, com o objetivo de obter uma corrente constante, de modo que é possível medir as variações na voltagem da carga devido a variações na impedância da mesma. No caso do laser, estas variações na impedância estão relacionadas com a dinâmica dos portadores na presença do retorno de luz. O esquema do circuito da fonte de corrente é apresentado na figura 5.2. Após a fonte de corrente J_0 , foi implementado um circuito que permite a medição da corrente que circula em cada um dos lasers, tal como mostrado na figura 5.3. O indutor adiciona uma alta impedância para frequências típicas de operação do sistema. Além disto, evita que uma pequena quantidade de ruído térmico produzido no resistor variável influencie a dinâmica dos lasers. Após o indutor, a densidade de corrente divide-se para cada laser. Comutadores colocados em cada caminho permitem bloquear a passagem da corrente, com o intuito de estudar cada laser isoladamente. As

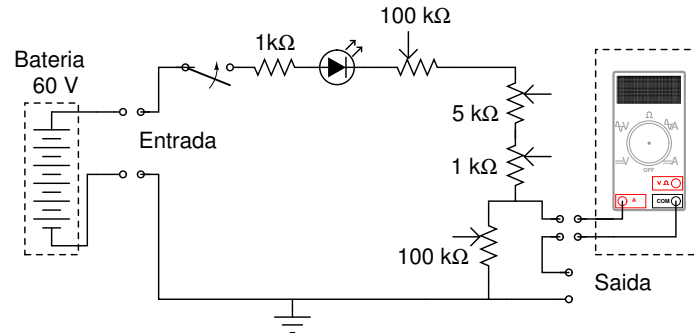


Figura 5.2: Fonte de corrente construída no laboratório empregada no experimento. Resolução 0.01 mA.

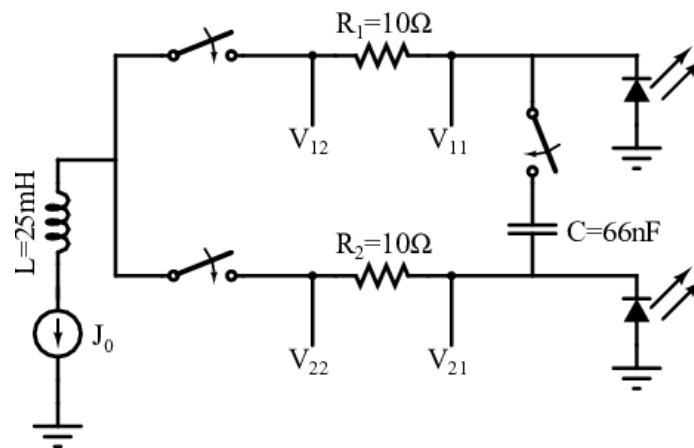


Figura 5.3: Circuito construído no laboratório para medição das correntes. A baixa reatância capacitiva ($X_c = 1/(2\pi fc)$) imposta entre os lasers quando a chave que está em série com o capacitor C encontra-se fechada, permite a transferência das flutuações de corrente produzidas em cada laser devido ao retorno, numa banda larga de frequências f superiores a 120 kHz.

resistências permitem medir as diferenças de potencial em relação à terra, para conhecer o valor da corrente que circula em cada laser.

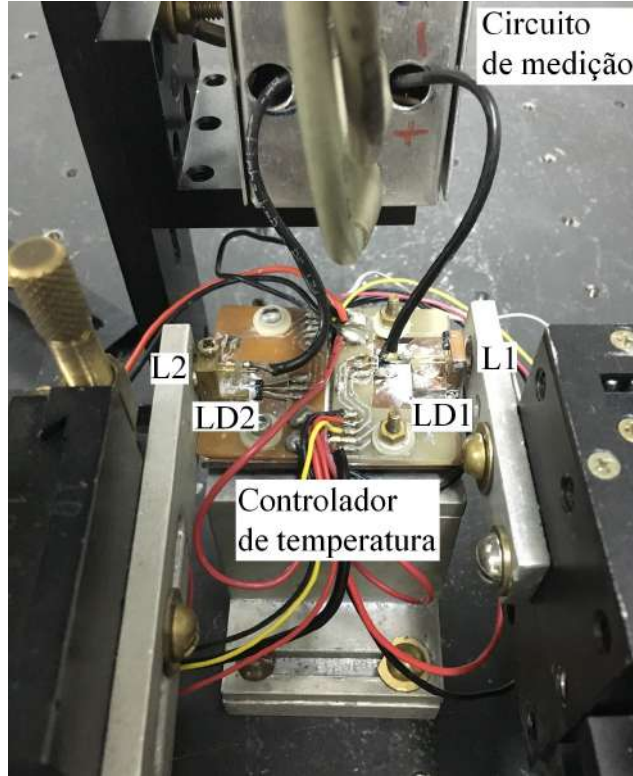


Figura 5.4: Visão geral da montagem. Usa-se a nomenclatura da figura 4.1.

5.1.1 Tensão no diodo

Nesta seção apresentamos os resultados da medição estática para a voltagem no diodo quando este opera na presença de realimentação ótica. As medidas foram feitas acompanhando o valor médio lido pelo osciloscópio da diferença de potencial entre os pontos V_{11} , V_{12} e a terra. Os dados obtidos são apresentados nas figuras 5.5 e 5.6. Na figura 5.5 é possível identificar o comportamento descrito pela equação 2.12. A figura interna revela que existe um decréscimo da voltagem quando o retorno ótico está presente. Para uma redução da corrente do limiar de aproximadamente 6%, a diminuição obtida é de aproximadamente 2 mV, em comparação ao caso onde o laser encontra-se operando em solitário. A redução da voltagem é mais evidente no caso de uma maior percentagem de retorno de luz, tal como mostrado na figura 5.6, onde a diminuição é de aproximadamente 7 mV para uma redução do limiar de operação de aproximadamente 12%. O laser de semiconductor operando em solitário, mostra uma resistência diferencial $R_d = \Delta V / \Delta I$ de $12.1 \pm 0.1 \Omega$, calculada a partir dos dados correspondentes à região linear das figuras internas 5.5, 5.6.

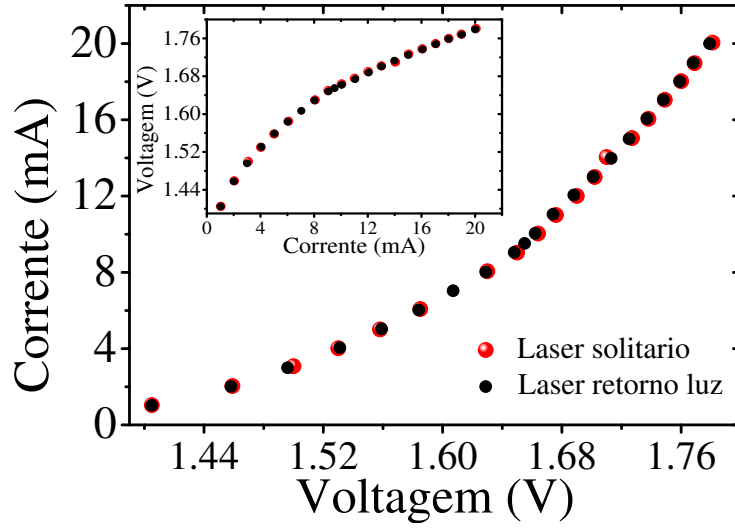


Figura 5.5: Curva característica da relação entre a tensão e a corrente no diodo laser operando com retorno ótico. Os pontos desenhados por esferas vermelhas são obtidos quando não há retorno de radiação. Os pontos desenhados por círculos pretos representam o caso quando a intensidade de realimentação ótica corresponde a 6% de redução no limiar de operação. A figura interna mostra a relação inversa. As barras de erro para as medidas são menores que os símbolos usados para representar os dados.

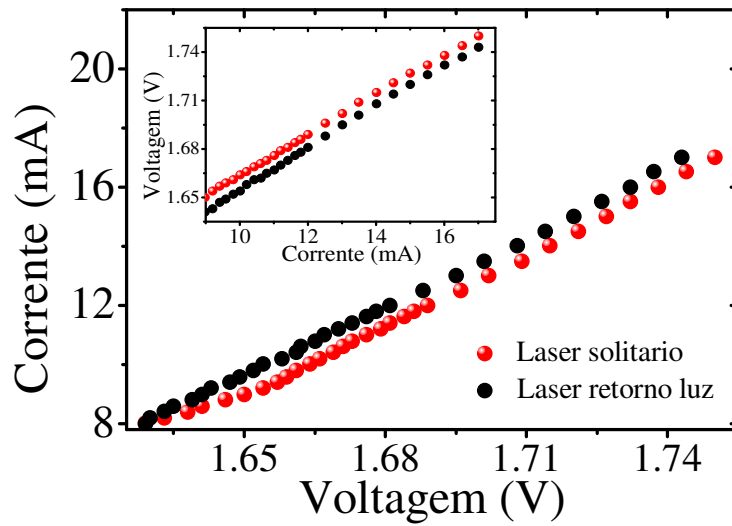


Figura 5.6: Curva característica da relação entre a tensão e a corrente no diodo laser operando com retorno ótico. Os pontos desenhados por esferas vermelhas são obtidos quando não há retorno de radiação. Os pontos desenhados por círculos pretos representam o caso quando a intensidade de realimentação ótica corresponde a 12% de redução no limiar de operação. A figura interna mostra a relação inversa. As barras de erro para as medidas são menores que os símbolos usados para representar os dados.

Quando a realimentação ótica está presente, a voltagem diminui e portanto a resistência efetiva deve aumentar, já que a corrente proporcionada pela fonte de alta impedância descrita na figura 5.3 não varia. O incremento percentual da resistência em relação ao valor de operação em solitário é de 1.7% para o caso de 6% de diminuição do limiar, e de 3% para o caso quando o limiar decresce 12%. Os valores achados encontram-se em correspondência com a impedância reportada em estudos prévios para lasers de semicondutor [93].

5.2 Efeito do acoplamento

5.2.1 Resultado Experimental

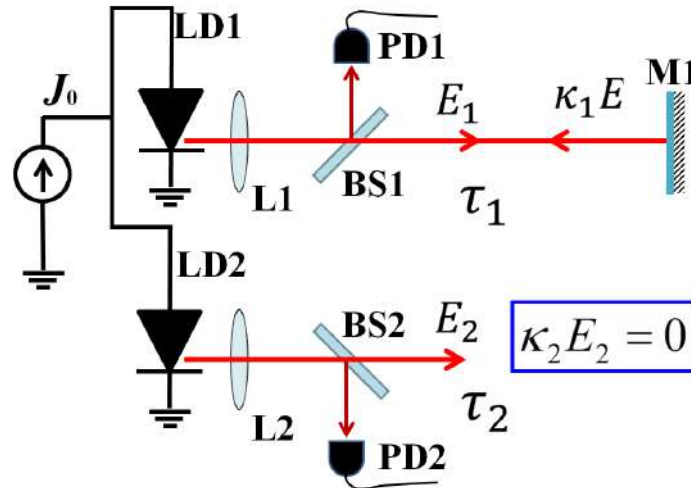


Figura 5.7: Esquema experimental ótico usado para estudar o sincronismo de lasers caóticos. O caos é induzido no laser 1, quando uma quantidade da sua própria radiação $\kappa_1 E_1$ é reinjetada usando um espelho externo. No laser número 2 não há retorno ótico. J_0 fonte de corrente, LD laser de diodo, L lente asférica, BS divisor de feixe, PD fotodetector, M espelho.

Nesta seção considera-se o experimento mostrado na figura 5.7. Na primeira configuração experimental avaliada, um único laser de semicondutor esteve submetido a retorno ótico. Os primeiros testes experimentais foram feitos com os lasers ligados diretamente entre si, tal como mostrado na figura 5.7. Seguidamente foi usado o esquema da figura 5.3. Desta maneira podemos examinar o efeito do acoplamento entre os laser de semicondutor. A intensidade de retorno ótico é medida como diminuição no limiar de operação laser de acordo com a equação 3.4. Aqui, uma redução de $6 \pm 0.02 \%$ foi atin-gida pela colocação de filtros neutros entre o espelho M_1 e o divisor de feixe BS_1 . Os tipos de lasers empregados apresentam valores de corrente de limiar

$J_{lim,sol}$ no intervalo 33.5 a 9.3 mA, sendo escolhidos tal que a diferença entre os limiares de cada par permanece inferior a 2%. A corrente de operação do laser foi fixada em $2.03J_{lim,sol}$ do laser usado. O comprimento de cavidade externa foi de 6.000 ± 0.001 m, logo o tempo de ida e volta τ foi estabelecido em 40.000 ± 0.005 ns. Embora o laser LD2 não exibe pulsações caóticas provocadas pela ação da realimentação, a influência da dinâmica no laser LD1 manifesta-se na sua potência de saída por causa do acoplamento. Tal efeito é ilustrado na figura 5.8.

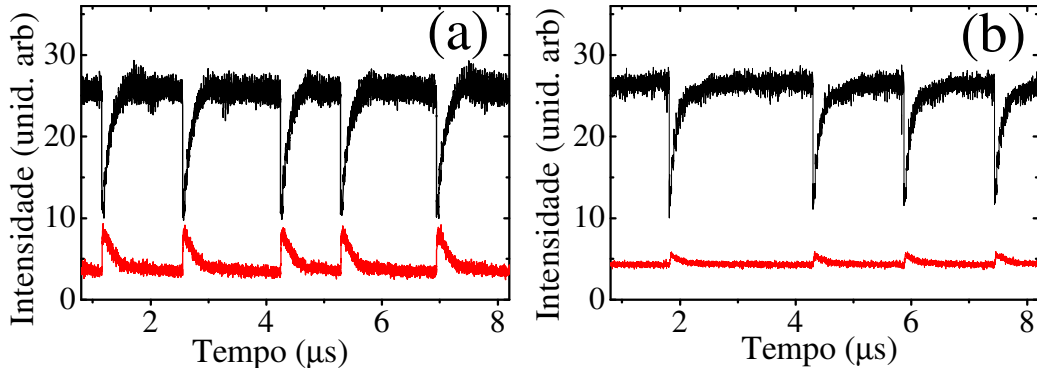


Figura 5.8: Intensidade do laser detectada no experimento. (a) A linha superior mostra a intensidade do Laser LD1 com a presença de quedas na sua intensidade de saída pelo efeito do retorno ótico, enquanto que a linha inferior mostra o laser LD2, o qual não se encontra submetido a realimentação ótica. Em LD2 existe um incremento da intensidade de saída na presença de acoplamento direto com LD1. (b) Acoplamento usando o esquema da figura 5.3, quando a chave que se encontra em série com o capacitor permanece aberta.

A ocorrência do evento LFF no laser LD1 com realimentação ótica, implica que há uma diminuição da recombinação de portadores na região da junção devido à queda na emissão. Isto significa que a corrente que flui através do laser diminui. Dado que a corrente injetada ao sistema é fixa, a diminuição em LD1 devido à queda provoca um aumento da corrente que flui através do laser LD2. Como consequência, a intensidade de saída no laser LD2 aumenta somente durante o evento da queda. O fato anterior é apresentado na figura 5.8(a) e (b). Na figura 5.8(b) tal efeito é menos pronunciado devido ao fato de que o caminho composto pelas resistências de 10Ω é muito mais dissipativo do que a conexão direta. Já que as resistências são necessárias para efetuar a medida de corrente, o capacitor implementado cria um caminho de baixa impedância para as flutuações produzidas pela queda, permitindo que o comportamento seja similar ao da figura 5.8(a) para todas as frequências de interesse.

As flutuações ultra-rápidas (dezenas de picosegundos), não são observadas em nossas condições experimentais. Nossa instrumentação não é sensível para as

frequências altas, maiores a 1 GHz. As quedas na emissão de luz de um diodo, acompanhada de um aumento na emissão do outro, quando tal par está conectado em paralelo, foram relatadas em pesquisas anteriores, para LEDs [15] e lasers [16]. Estes experimentos foram desenvolvidos para flutuações em torno da operação estável. Evidentemente tais condições diferem da ênfase do nosso trabalho.

Para observar estruturas temporais recorrentes na queda da intensidade, a aquisição do osciloscópio foi ajustada de tal maneira que a coleção de dados foi iniciada quando o sinal atravessa um valor mínimo fixo para todas as quedas; nesse momento o equipamento calcula a média de uma série de muitos eventos da dinâmica temporal. O resultado deste procedimento é mostrado na figura 5.9(a) para 200 eventos. As flutuações em oposição de fase nas escalas rápidas (da ordem de τ) tornam-se visíveis na figura 5.9(a). Note-se que há um desfasamento de tempo entre a queda no LD1 e a resposta associada com este evento no laser LD2, tal como evidenciado na figura 5.9(b). Este último resultado obteve-se quando os lasers foram ligados entre si mediante um fio condutor coaxial tendo 7 cm de comprimento. Em vista do anterior, este desfasamento temporal está atribuído principalmente aos tempos da dinâmica interna dos diodos interagentes (capacitância intrínseca, tempo de recombinação de portadores, discrepância no valor de limiar). Múltiplos testes experimentais mostraram que para os lasers L850P010, com limiar de operação de ≈ 10 mA, o valor do atraso é de 5.6 ± 0.1 ns que correspondem a $\approx 1/8$ do tempo de retorno da radiação na cavidade externa. Foi comprovado que o valor para o tempo de atraso entre os lasers τ_{ac} é simétrico quando invertida a configuração da figura 5.7 (LD2 com retorno, LD1 solitário).

5.2.2 Tensão dinâmica no laser

A figura 5.10(b) mostra a voltagem medida na montagem usando o circuito da figura 5.3 quando a chave em série com capacitor acha-se fechada e apenas um deles possui retorno ótico. A figura 5.10(a) ilustra o que ocorre na intensidade medida nos dois lasers quando aparece uma queda LFF no laser com feedback. Um aumento na potência do laser sem feedback é constatado. Cada vez que a potência de emissão experimenta uma queda típica do processo LFF, a voltagem sofre um incremento que acompanha a evolução temporal da potência emitida, até que ambas variáveis se recuperam até o seu valor estável. Isto foi medido inicialmente por [32] e usado por Ray *et al* [95] para descrever experimentalmente a itinerância caótica no laser de semiconductor com retorno ótico, no contexto da explicação fornecida por Sano [57], a qual foi rapidamente descrita na seção 2.3.1. O aumento da voltagem no diodo como exposto pelas pesquisas mencionadas é observado na figura 5.10(b) para a tensão V_{11} , a qual é justamente a tensão do diodo LD1 que experimenta retorno ótico.

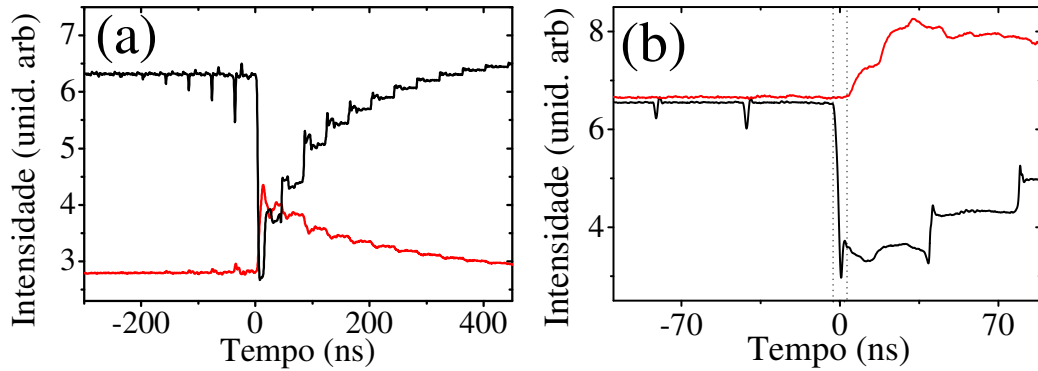


Figura 5.9: Variação de intensidade emitida pelos lasers LD1 (vermelho) e LD2 (preto) durante um evento de queda de intensidade LFF quando um único laser apresenta retorno ótico (LD1). Figura (a) média de 200 eventos. Foi usado um amplificador para destacar as características do sinal. Figura (b) O sinal encontra-se deslocado verticalmente para melhorar a visualização e a medida foi adquirida sem o uso do amplificador. Observa-se que após o acontecimento da queda de intensidade em LD1, existe um tempo $\tau_{ac} = 5.6 \pm 0.1$ ns que transcorre anterior à resposta do laser LD2 (retângulo tracejado na figura). A figura foi tomada na configuração experimental de conexão direta (figura 5.7).

A tensão no diodo LD2 também se incrementa, só que em menor medida tal como é constatado pela linha V_{21} . As quedas de tensão nos extremos das resistências V_{12} e V_{22} são similares como esperado para a configuração paralela. Calculando a corrente que atravessa cada resistência a partir dos valores da

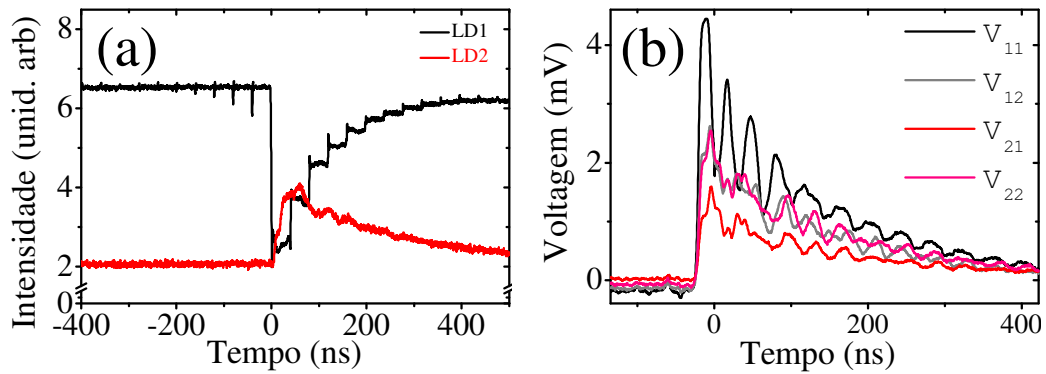


Figura 5.10: (a) Intensidade como função do tempo mostrando a queda em LD1 e o consequente aumento na emissão do laser LD2. (b) Variação da voltagem nos extremos das resistências quando os lasers apresentam o comportamento da figura (a).

voltagem nos seus extremos, conseguimos os valores das correntes que fluem através dos diodos LD1 e LD2 como função do tempo. Os resultados do cálculo anterior são expostos na figura 5.11 (a) e (b). A diminuição da corrente que

flui pelo laser LD1 quando acontece a queda, foi explicada pela redução da recombinação de portadores na região da junção. Evidentemente o número de portadores N se incrementa, dada a ausência da recombinação. Uma vez que a densidade de portadores N está relacionada com a tensão da junção, mediante a equação 2.11 que foi descrita no capítulo 1, a acumulação de portadores durante o evento de queda na emissão, acarreta o incremento da voltagem na junção do diodo.

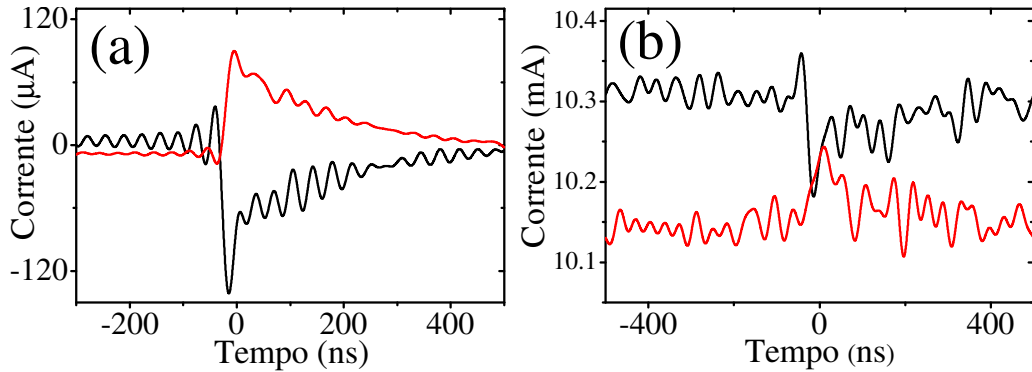


Figura 5.11: (a) Mostra-se as variações nas correntes do laser LD1 durante uma queda de intensidade associada com LFF e a resposta do LD2 acoplado eletricamente em paralelo e que não apresenta retorno ótico. Um filtro passa-baixas de 29 MHz foi usado para filtrar a figura deixando unicamente as frequências experimentais de interesse (25 MHz, correspondente ao inverso do tempo de ida e volta na cavidade). (b) Mostra-se a corrente total fluindo pelos lasers. Os lasers empregados para estas medidas são os L850P010 da Thorlabs com limiar de operação de 10.01 ± 0.01 mA para LD1 e 9.94 ± 0.01 mA para LD2. A corrente fornecida pela fonte foi estabelecida em 20.50 ± 0.01 mA.

Antes de continuar com a exposição dos resultados experimentais, descreveremos o modelo teórico empregado, dado que usamos fatos experimentais para ajustar alguns dos parâmetros colocados para a simulação de resultados usando o modelo.

5.2.3 Modelo Teórico

O modelo teórico para explicar os experimentos tem a forma simples de um sistema dinâmico de equações de taxa com tempo de atraso baseado nas equações. Nosso modelo é um par de equações acopladas correspondentes ao laser mono modo incluindo a realimentação do campo ótico retardado, como introduzido por Lang e Kobayashi e descrito nas equações 3.11, suplementado pela lei de Kirchhoff, com a restrição imposta de que a corrente de bombeio total J_0 é

uma quantidade constante.

$$\frac{dE_j}{dt} = \frac{(1 + i\alpha_j)}{2} \left[G_j(N_j) - \frac{1}{\tau_{pj}} \right] E_j(t) + \kappa_j E_j(t - \tau_j) \quad (5.1)$$

$$\frac{dN_j}{dt} = J_j(t) - \frac{N_j(t)}{\tau_{sj}} - G_j(N_j) |E_j(t)|^2 \quad (5.2)$$

Onde o ganho para cada laser ($j = 1, 2$) está dado pela expressão:

$$G_j(N_j) = \frac{G_{0j}[N_j(t) - N_{0j}]}{1 + \epsilon_j |E_j(t)|^2}. \quad (5.3)$$

As variáveis dinâmicas são o campo elétrico ótico complexo, $E_j(t)$ e a inversão da população de portadores, $N_j(t)$. Os parâmetros são: fator de ampliação da largura de linha α_j , tempo de vida dos fotões na cavidade interna do laser τ_{pj} , a intensidade do retorno κ_j , o tempo de ida e volta na cavidade externa τ_j , O ganho linear G_{0j} , a população invertida na transparência N_{0j} , e o coeficiente de saturação do ganho ϵ_j . O acoplamento na configuração paralela ocasiona que a corrente total de bombeio seja dividida entre os dois lasers, de tal maneira que $J_0 = J_1(t) + J_2(t)$. Supõe-se que as variações de cada corrente dependem linearmente da diferença da população de portadores, Portanto:

$$J_1(t) = J_0/2 - \eta[N_1(t) - N_2(t)] \quad (5.4)$$

com $J_2(t) = J_0 - J_1(t)$. O valor do coeficiente de acoplamento η foi determinado dos dados experimentais da figura 5.8. A corrente de bombeio é calculada através das relações $J_{thj} = (N_{0j} + (\tau_{pj} G_{0j})^{-1}) / \tau_{sj}$. Os dois lasers foram simulados com parâmetros similares, resumidos na tabela 5.1. Os valores de

α_j	3.0	G_{0j}	$1.2 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$
N_{01}	1.0×10^8	N_{02}	0.99×10^8
$1/\tau_{pj}$	$513 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1/\tau_{sj}$	$0.5 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
$\kappa_1 = \kappa_2$	$16 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	ϵ_i	5.0×10^{-7}
$\tau_1 = \tau_2$	40 ns	η	$2.5 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$

Tabela 5.1: Valores dos parâmetros utilizados nas simulações numéricas

parâmetros empregados são tomados de estudos anteriores [42, 57, 94]. Foram feitos ajustes finos em alguns dos valores para estabelecer uma comparação adequada com os dados experimentais obtidos. A corrente de bombeio foi fixada no valor $J_0 = 2.03J_{th1}$.

As soluções numéricas foram obtidas usando o algoritmo de Runge-Kutta

quarta ordem padrão escrito em C++. Com os parâmetros utilizados, a escala de tempo mais rápida foi definida por $\tau_p \sim 2$ ps. O passo de integração foi fixado em $dt = 0.2$ ps. Os transitórios das soluções com extensão temporal de pelo menos 100 vezes o tempo de ida e volta na cavidade externa foram descartados nas soluções. A robustez dos resultados em relação às pequenas variações de parâmetros foi verificada.

5.2.4 Resultados numéricos

Usando os valores reportados na tabela 5.1, que estão de acordo com as características impostas no experimento, foram feitos os primeiros testes numéricos que estiveram orientados a reproduzir a figura 5.8 usando as equações 5.1-5.4 para estabelecer o intervalo de valores do parâmetro de acoplamento η . Os resultados são mostrados na figura 5.12.

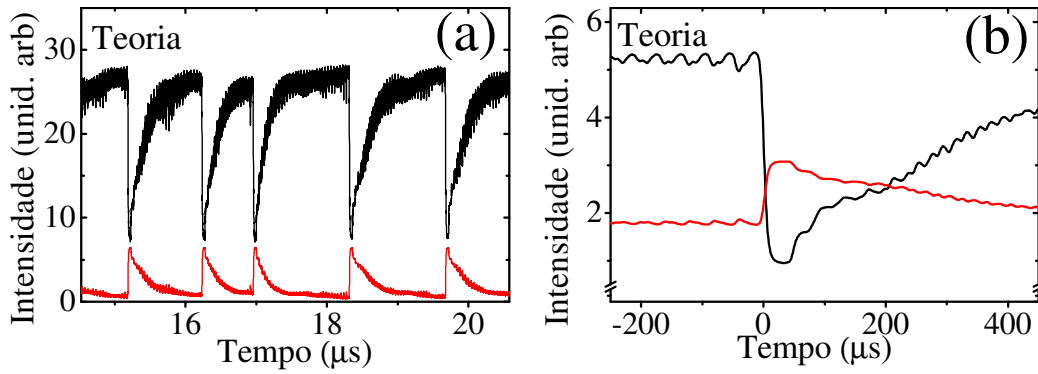


Figura 5.12: Segmentos de series temporais calculadas numericamente usando as equações 5.1-5.4. Intensidade $|E_j(t)|^2$ do laser LD1 e LD2 quando $\kappa_1 = 16 \times 10^9 s^{-1}$ e $\kappa_2 = 0$. $J_0/2 = 1.01 J_{lim,sol1}$, $J_{lim,sol1} = 7.87503 \times 10^{16} s^{-1}$

5.3 Início do sincronismo

Os lasers utilizados no experimento são similares, operando com limiares que discordam cerca de 2%. Idealmente os lasers com limiares iguais irão encontrar mais facilmente a região de sincronismo. Quando aplicamos uma corrente $J_0 \approx 2J_{lim,sol}$, os lasers começam a operar e a corrente divide-se por igual. Nessa condição, ao aumentarmos um pouco mais J_0 ambos entram no regime de LFF (lembrando que para o regime de LFF é necessário que a corrente J seja fixada em $1.02J_{lim,sol}$, para um único laser). Tal situação é diferente no experimento, já que o laser com menor valor do limiar, entra primeiro no regime LFF e começa a oscilar apresentando quedas de potência, quando o outro ainda permanece no regime de pulsações que antecede à LFF ou exibe quedas com um tempo médio $\langle T \rangle$ muito grande como apresentado na figura

5.13(a). Um novo aumento da corrente total J_0 , diminui o período médio das oscilações LFF $\langle T \rangle$ para os dois lasers, conforme foi explicado na seção 2.4 do capítulo 2 (figuras 3.8 e 3.10). Dessa forma, as oscilações caóticas LFF dos lasers não atingem a região de sincronismo (no sentido de coincidência das oscilações na intensidade) em virtude da discrepância de regimes, o qual se observa na figura 5.13 (a) e (b). Em vista do anterior, o procedimento experimental adotado foi implementar aproximadamente a mesma intensidade de retorno para os dois lasers, de maneira que a redução do limiar para os dois ficou em torno de $6.00 \pm 0.02 \%$. Fixada a corrente J_0 em aproximadamente $2J_{lim,sol-LD1}$, a intensidade obtida nos detectores é mostrada na figura 5.13(a). Usando pequenas variações nos parafusos que controlam o alinhamento ótico, conseguimos equiparar os valores do limiar incrementando ou diminuindo o valor de redução do limiar para cada laser. Para os lasers L850P010, a relação entre redução de limiares ς_2/ς_1 correspondente aos dois lasers permaneceu no intervalo 0.9 - 1. Quando os dois lasers têm realimentação ótica cada um pode

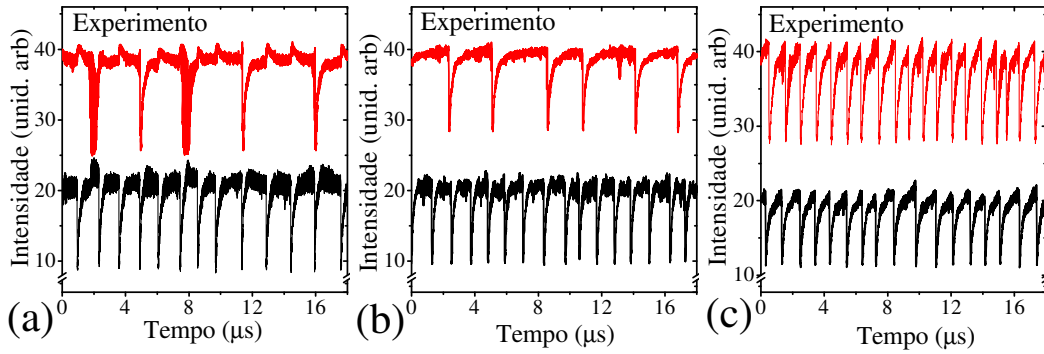


Figura 5.13: Instauração do sincronismo para dois lasers que possuem diferentes limiares. Pequenas variações da intensidade de retorno ótico representada como a percentagem de diminuição do limiar de operação dão lugar ao sincronismo das oscilações. Variações menores da corrente de bombeio também são necessárias. (a) Oscilações LFF completamente descorrelacionadas. (b) Oscilações LFF com uma pequena correlação. (c) A correlação aumenta pelo ajuste da intensidade do retorno ótico e a corrente de bombeio. A diferença dos limiares é compensada e os dois lasers podem oscilar no mesmo regime dinâmico.

manifestar LFF que, em geral, não estão correlacionadas. A única correlação presente são as pequenas flutuações em oposição de fase. O início do sincronismo de LFF na série temporal é mostrado na figura 5.14. Os dois lasers têm LFF, mas apenas um número parcial de LFF caindo em sincronismo é observado. Nestes casos, há uma coexistência de dois fenômenos: os aumentos da intensidade num dos lasers como consequência da queda no outro, e as quedas que acontecem simultaneamente nos dois lasers. A figura 5.14(b) mostra um segmento de série temporal numérica calculado com o parâmetro η com um valor de acoplamento pequeno, dando lugar a regime de sincronismo

intermediário.

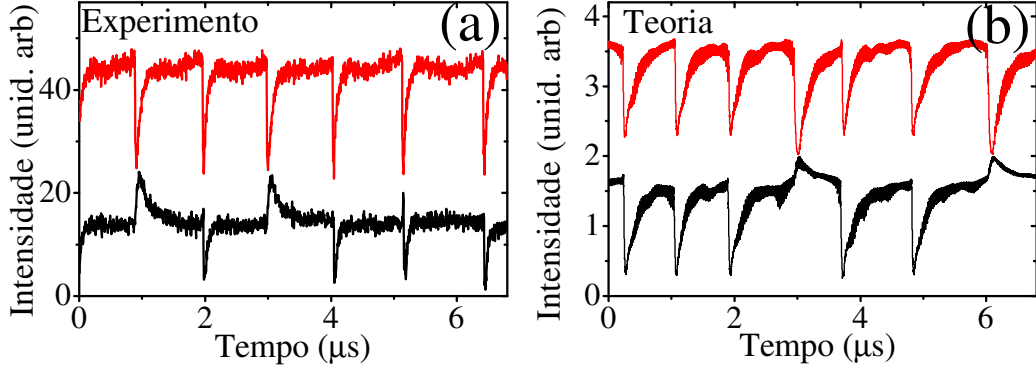


Figura 5.14: Intensidade emitida pelo par de lasers acoplados em paralelo, cada um com realimentação ótica. Os valores dos parâmetros, corrente de bombeio e intensidade do retorno ótico, foram ajustados para obter sincronismo parcial da LFF. As escalas de intensidade estão deslocadas para melhorar a visualização. (a) Experimento: $J_0 = 2.02J_{lim,sol-LD1}$, $\kappa_1 \approx \kappa_2 = 15.2 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$. (b) Integração numérica do modelo teórico: $J_0 = 2J_{lim,sol-LD1}$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 15 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$.

5.4 Sincronismo

À medida que escolhemos o valor adequado para a corrente total e ajustamos os alinhamentos que controlam a intensidade do retorno ótico (diminuição do limiar), mais e mais casos ocorrem onde os dois lasers têm queda de potência LFF simultânea, até que todas as quedas sincronizam como é evidenciado na figura 5.15(a). O modelo de equação de taxa reproduz esta condição dinâmica tal como mostrado na figura 5.15(b). Para caracterizar melhor a dinâmica do sistema acoplado, construímos histogramas de eventos e funções de correlação a partir das series temporais obtidas no experimento e a teoria. Dentro do regime de sincronismo completo, as séries de dados típicas adquiridas não contêm pares desacoplados e incluem mais de 10^4 eventos para o experimento, e mais de 10^3 eventos para o resultado da integração de equações de taxa. O resultado é exposto na figura 5.16. Dada a natureza caótica dos eventos tipo LFF os histogramas para o intervalo de tempo entre quedas consecutivas em qualquer um dos lasers se apresentam amplos. Estas distribuições são ilustradas nas figuras 5.16(a) e 5.16(b). O tempo médio entre eventos é de $1.5\mu\text{s}$, o qual é 37 vezes o tempo de realimentação (40 ns), com uma variância larga, perto de $1\mu\text{s}$. Ambas as quantidades são mais do que uma ordem de magnitude maior do que o tempo de realimentação dos lasers. O indicador de sincronização é representado nos histogramas dados nas figuras 5.16(c) e 5.16(d) para a diferença de tempo entre as quedas de potência dos dois lasers. A distribuição é estreita e centrada perto do zero. Na figura 5.16(c) quase

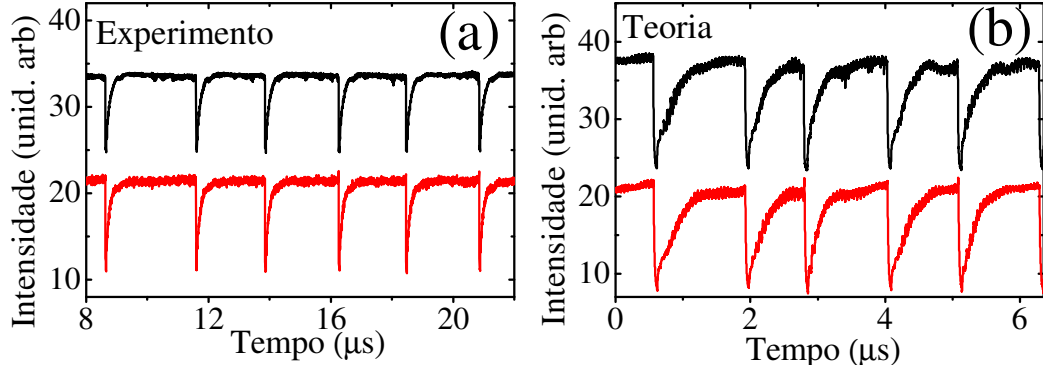


Figura 5.15: Intensidade emitida pelo par de lasers acoplados em paralelo, cada um com realimentação ótica. A escala vertical do laser em preto tem sido deslocada para uma melhor visualização. O sincronismo é claramente observado. (a) Segmento experimental: $J_0 = 2.037 J_{lim,sol-LD1}$, $\kappa_1 = 15.8 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, $\kappa_2 = 16.3 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$. (b) Segmento Numérico: $J_0 = 2.04 J_{lim,sol-LD1}$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 16 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$.

todos os pares de eventos LFF ocorrem dentro de menos de 10 ns, o que é significativamente mais curto do que os 40 ns de tempo de realimentação ótica. Se olharmos para uma única queda no regime de sincronismo, obtemos o retrato da figura 5.17. O parâmetro η na descrição numérica, está relacionado com a impedância de acoplamento entre os lasers. Experimentalmente, a reatância do capacitor ligado entre os lasers, permite modificar a força do acoplamento. Para maiores valores do capacitor, a impedância diminui e o acoplamento melhora. A implementação deste experimento será um trabalho a desenvolver no futuro. Por enquanto analisamos o fato numérico de aumentar a intensidade do acoplamento pela variação no valor de η . O resultado é mostrado na figura 5.18. As curvas dos eventos em sincronismo da figura 5.17(a) e os histogramas das figuras 5.16(c) e (d), revelam um pequeno desfasamento de uma fração do tempo de realimentação. Este desfasamento temporal corresponde em média, ao valor de τ_{ac} , discutido anteriormente. No experimento o laser que apresenta a menor corrente de limiar cai primeiro em relação àquele que apresenta a corrente de limiar maior. Portanto, o tempo médio entre as quedas sincronizadas do par de lasers de semiconductor coincide com τ_{ac} . Na teoria, a introdução de 1% de diferença entre os valores de N_0 como mostrado na tabela 5.1, reproduz o mesmo tipo de retardo entre as series temporais.

A seguir apresentamos os resultados das medições na corrente que circula através de cada um dos diodos quando o par exibe sincronismo, tal como mostrado na figura 5.17(a). A corrente medida para um par de quedas de intensidade sincronizadas é dada na figura 5.19. Novamente aparece o valor de retardo correspondente a τ_c entre os resultados correspondentes a cada laser. A comparação com o modelo é excelente quando nós substituímos J_0 na ordem de 20 mA (lasers com limiares neste valor), obtendo uma excursão da variação

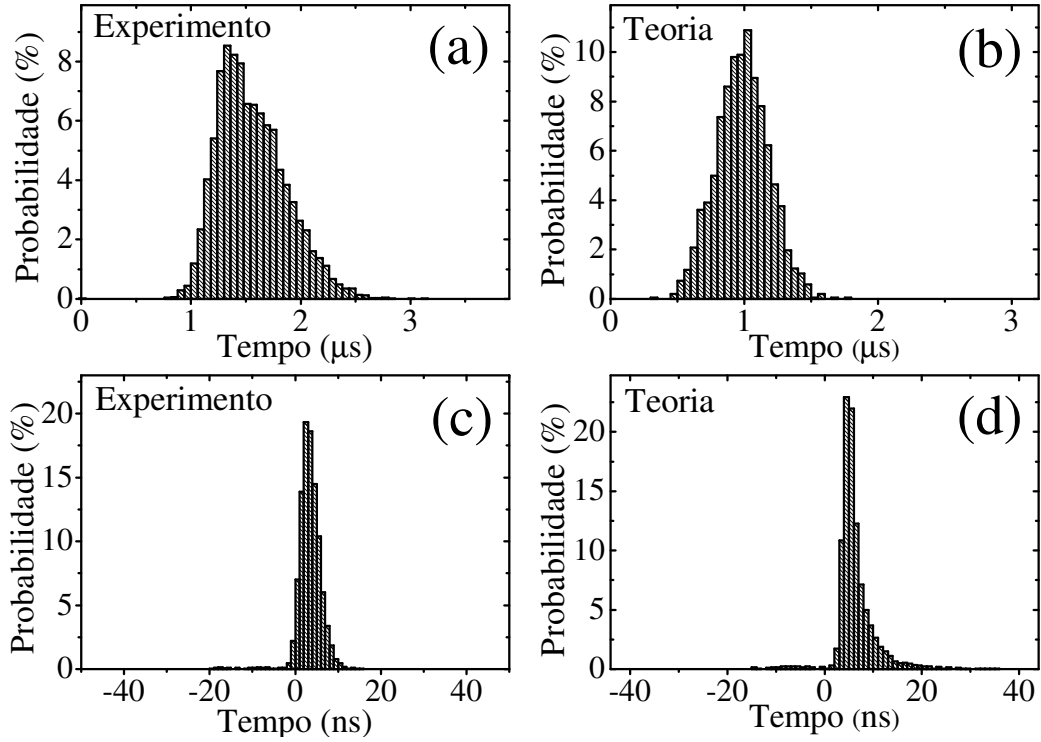


Figura 5.16: Histogramas dos intervalos de tempo T entre LFF : (a) Intervalos de tempo entre quedas da intensidade sucessivas num único laser com retorno. (b) Teoria para (a). (c) Diferença de tempo entre os pares de eventos dos dois lasers no regime de sincronismo completo. d) Teoria para (c).

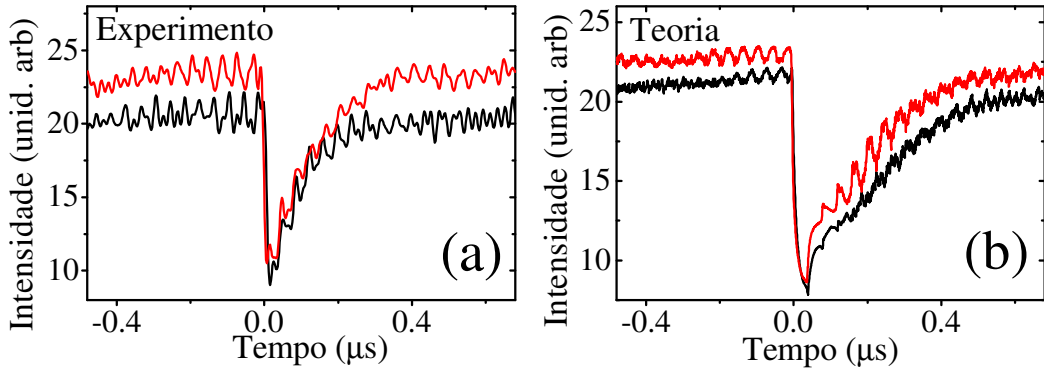


Figura 5.17: Queda da intensidade quando o sistema encontra-se no regime de sincronismo. Este resultado salienta a existência de flutuações com período igual ao tempo de ida e volta na cavidade externa τ , oscilando em oposição de fase antes da queda, conjuntamente com as LFF sincronizadas. Posterior à queda, as oscilações na escala de tempo τ estão em fase, porém, após o tempo de recuperação da intensidade, a oscilação em antifase domina novamente. (a) Experimento. ς_1/ς_2 varia no intervalo 0.9 - 1. (b) Teoria. $\kappa_2/\kappa_1 = 1$

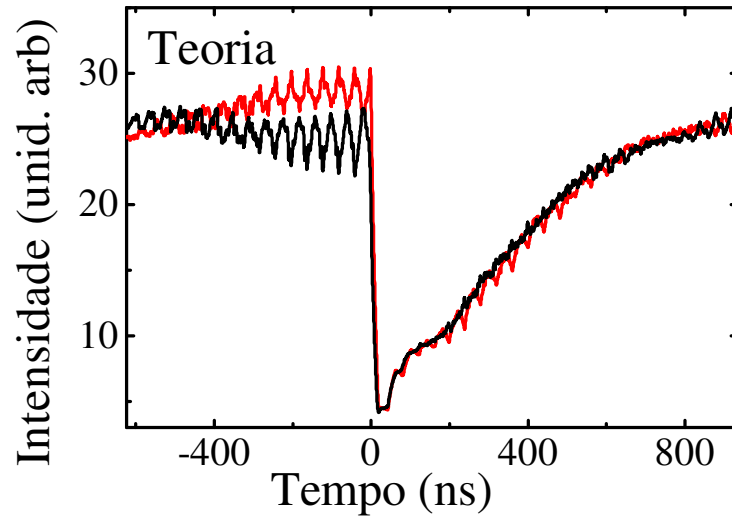


Figura 5.18: Resultado numérico quando o coeficiente de acoplamento η é incrementado até $4.0 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$. Observa-se o aumento da amplitude das oscilações em oposição de fase antes da queda de intensidade sincronizada. Este fenômeno é fracamente evidenciado no resultado experimental mostrado na figura 5.17(a).

de corrente equivalente ao valor medido no experimento de aproximadamente $40 \mu\text{A}$.

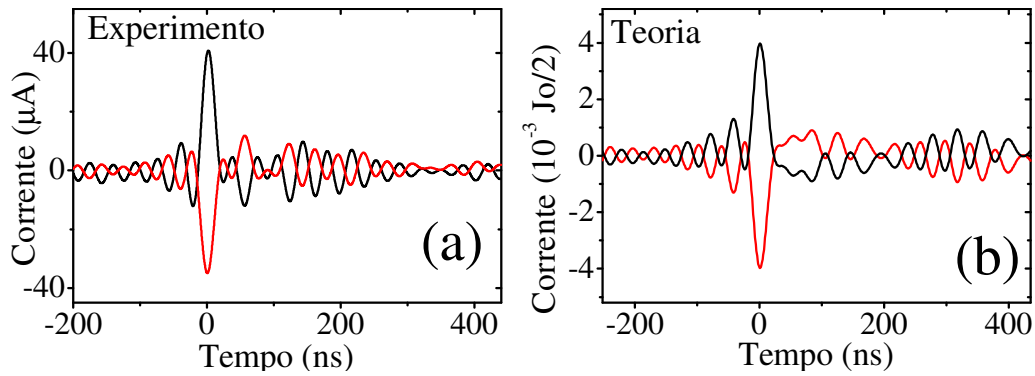


Figura 5.19: Variação das correntes nos lasers LD1 e LD2 durante uma queda sincronizada LFF. (a) Experimento. (b) Teoria. $J_0/2 = 1.01 J_{lim,sol-LD1}$ e $J_{lim,sol-LD1} = 7.87503 \times 10^{-16} \text{ s}^{-1}$. Ambas as figuras foram filtradas usando um passa-baixas de 29 MHz.

5.5 Funções de Correlação

Explicada no capítulo 3, a função de correlação constitui uma medida quantitativa do sincronismo entre as series temporais. Para os eventos descritos pela figura 5.15, no qual se apresenta antifase numa frequência rápida e fase

na frequência baixa da LFF, a figura 5.20(a) mostra a auto-correlação da série correspondente a um laser, na escala do tempo de ida e volta na cavidade, e a figura 5.20(b) mostra a correlação cruzada das séries correspondentes aos lasers 1 e 2 quando sincronizados. As figuras 5.20(a) e 5.20(b) são praticamente iguais na escala de tempo da LFF devido ao sincronismo apresentado, por esta razão não são mostradas na mesma escala. As ondulações na figura 5.20(b) estão relacionadas ao fato das quedas de potência acontecerem com certa regularidade. A distância entre os picos representa o tempo médio entre uma queda e outra. Era de se esperar que oscilações na frequência de ida e volta da cavidade também aparecessem no gráfico das correlações, tal como mostrado na figura 5.20(a). De fato essas oscilações aparecem, porém devido ao nível DC das séries serem enormes em relação à amplitude dessas oscilações, elas não são perceptíveis no gráfico das correlações. Para quantificar o sincronismo

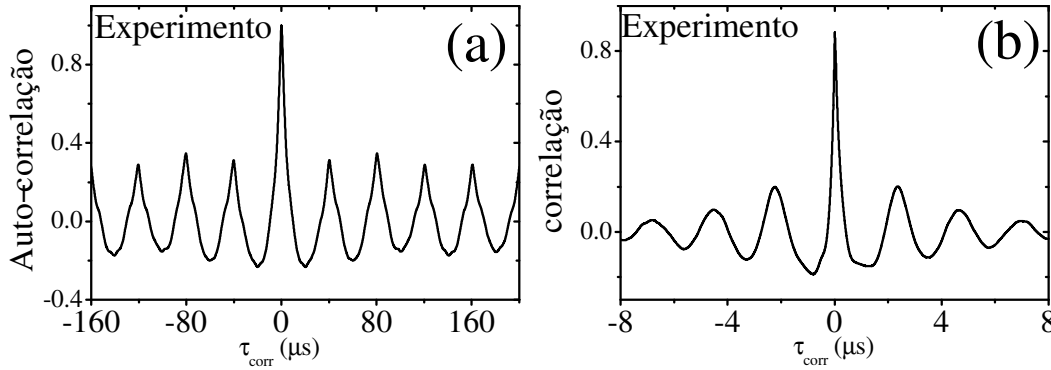


Figura 5.20: (a) Auto-correlação experimental de um único laser operando com retorno ótico. (b) Correlação cruzada das series temporais correspondentes aos lasers 1 e 2 quando as quedas LFF estão sincronizadas. O maior valor de correlação obtido para os vários testes experimentais feitos, foi de aproximadamente 0.89 para os valores de τ_{corr} em torno de τ_{ac} .

em oposição de fase das oscilações rápidas usamos um filtro numérico tanto nas séries teóricas, quanto nas experimentais. Esse filtro além de eliminar as quedas tira o nível DC associado, mantendo as características temporais da serie conforme mostrado na figura 5.21. Depois de passar o filtro para retirar as quedas LFF e a contribuição do DC, é feita novamente a correlação cruzada para os dados experimentais e teóricos. O resultado é mostrado nas figuras 5.22(a), 5.22(b), 5.23(a) e 5.23(b). Nas figuras mencionadas observa-se o fato de que as flutuações rápidas, as quais estão no tempo de ida e volta da cavidade, permanecem oscilando em oposição de fase, de modo que, na função de correlação cruzada é possível identificar os mínimos negativos localizados no tempo característico da cavidade externa. O anterior se verifica tanto na teoria quanto no experimento.

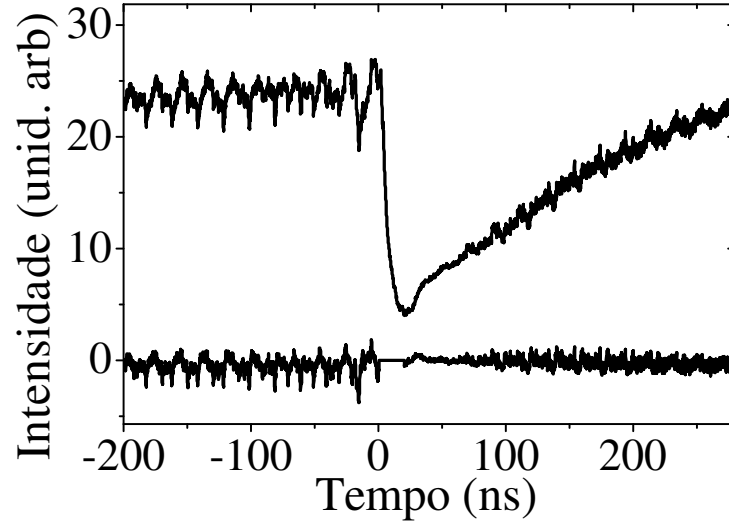


Figura 5.21: Resultado obtido para uma única queda após filtragem numérica desenvolvida em C++. A eliminação da contribuição das LFF na função de correlação permitiu estudar o sincronismo na escala rápida.

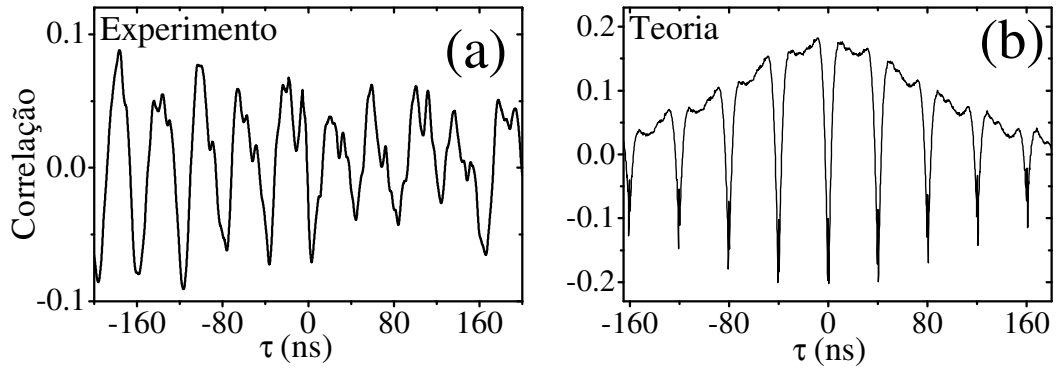


Figura 5.22: (a) Correlação cruzada experimental para os lasers com realimentação ótica que permanecem acoplados em paralelo. A correlação mostra picos negativos pela contribuição das flutuações que oscilam em oposição de fase. (b) Teoria. Na simulação numérica o comportamento do sincronismo em antifase é muito mais evidente.

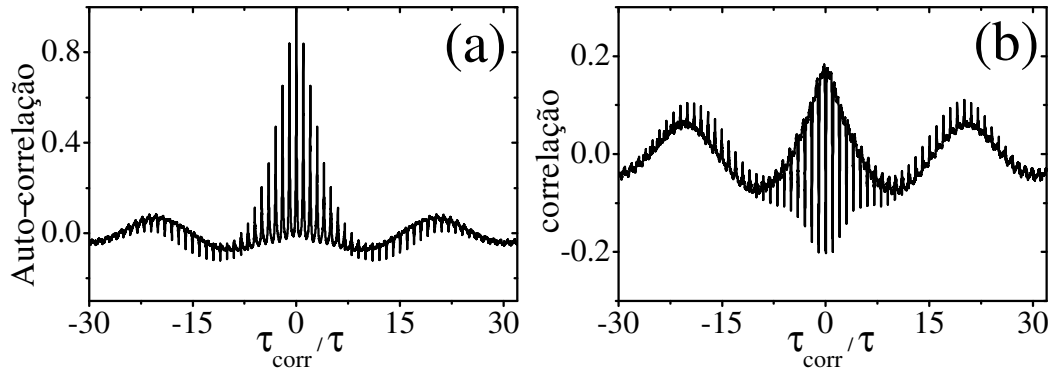


Figura 5.23: Funções de correlação numéricas: (a) Auto-correlação associada a um dos lasers. (b) Correlação cruzada mostrando os picos negativos. Filtros numéricos foram usados para eliminar a contribuição das LFF.

5.5.1 Mapas de Correlações

O início de sincronismo entre quedas LFF depende fundamentalmente da intensidade de realimentação em cada laser κ , a impedância do acoplamento η , e a corrente de bombeio J . A seguir, apresentamos a origem da transição do sincronismo calculada como uma função dos parâmetros κ_2/κ_1 e η , usando a função de correlação cruzada $C(\tau_{corr})$. Nós fizemos uma variação completa do parâmetro κ_2 para o laser LD2, partindo de $\kappa_2 = 0$ até $\kappa_2 = 16 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$. A figura 5.24 mostra o resultado. Para intensidades de realimentação nulas ou muito pequenas no laser LD2, não há presença de LFF, portanto, unicamente a oscilação antifase e os incrementos na emissão por causa do laser LD1 que está operando no regime LFF com $\kappa_1 = 16 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, estão presentes como mostrado na 5.9(a). Em vista disso, o único valor possível é -1 para o atraso zero $\tau_{corr} = 0$ na correlação cruzada. Quando κ_2 cresce, as quedas LFF começam a aparecer no laser LD2, e algumas começam a entrar em sincronia com as que estão presentes no laser LD1, tal como foi demonstrado na figura 5.14. As anteriores contribuições começam a deixar a correlação cruzada mais positiva. Para algum valor intermediário de κ_2 temos que $C(\tau_{corr} = 0)$. Isto não implica que os sinais ficaram completamente descorrelacionados. O significado do anterior é a coexistência de oscilações em antifase e as flutuações em fase que aparecem a diferentes escalas de tempo, tal que a sua presença simultânea na dinâmica acarreta o valor nulo achado para a função de correlação. A dinâmica caótica LFF em sincronismo aparece completamente quando $\kappa_2/\kappa_1 > 0.7$, resultando em um valor para a correlação cruzada próximo a +1 (há permanentemente uma contribuição anti fase pequena em comparação com as quedas sincronizadas LFF). Seções transversais desta figura tridimensional revelam claramente o início do sincronismo quando $C(\tau_{corr}) = 0$ para a variação de κ_2/κ_1 (figura 5.25(a)). O início do sincronismo no modelo teórico quando $\kappa_2/\kappa_1 \approx 0.9$ coincide com os valores achados no experimento para a variação da redução do

limiar. A função de correlação cruzada foi também calculada variando o co-

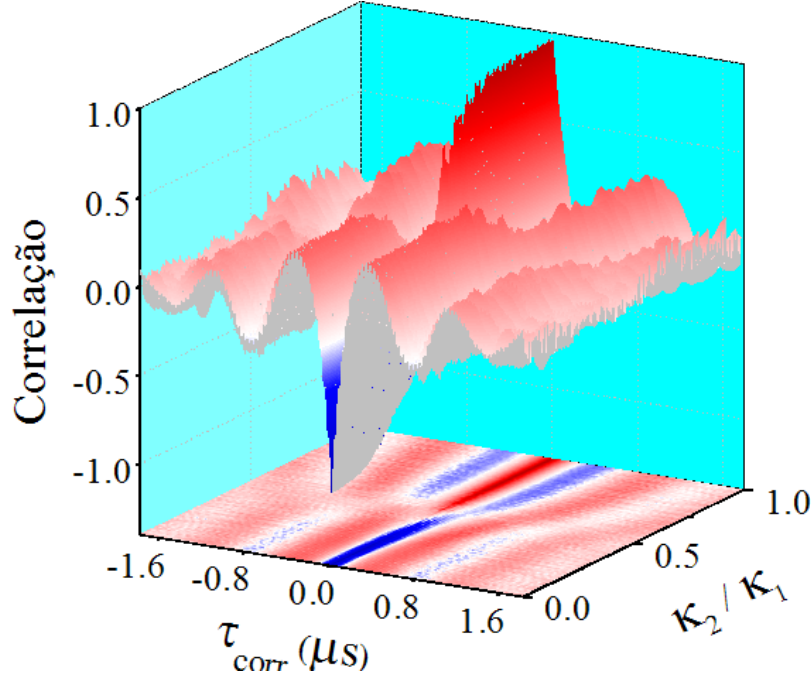


Figura 5.24: Correlação cruzada obtida numericamente a partir das equações de taxa em função do quociente da intensidade de realimentação em cada laser.

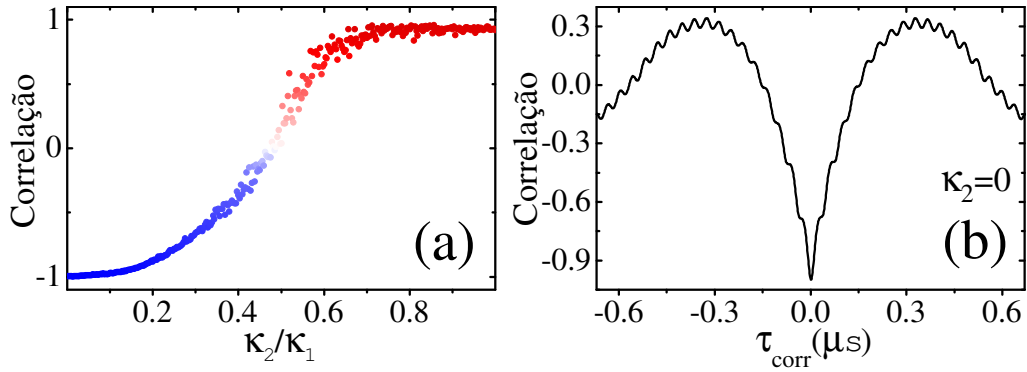


Figura 5.25: Detalhe da figura 5.24. (a) Correlação cruzada calculada para $\tau_{corr} = 0$ em função de κ_2 / κ_1 . (b) Correlação cruzada calculada para $\kappa_2 = 0$. Observa-se a antifase em escala lenta correspondente com a figura 5.8 e a antifase na escala rápida descrita na figura 5.9(a) para $\kappa_2 = 0$.

eficiente de acoplamento eletrônico η , para mostrar o início da sincronização de LFF, começando com os dois lasers tendo LFF de maneira independente. O resultado é apresentado na figura 5.26. Valores muito pequenos de η são incapazes de provocar o sincronismo. Portanto, os dois lasers têm quedas LFF, mas são independentes e sua correlação cruzada é nula. À medida que o valor

de η aumenta, uma região de transição é atingida onde mais e mais pares de LFF caem ao mesmo tempo. No valor $\eta = 1.5 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$, a função de correlação alcança o valor +1, tal que a impedância de acoplamento é praticamente nula, dando origem ao sincronismo entre LFF dos lasers.

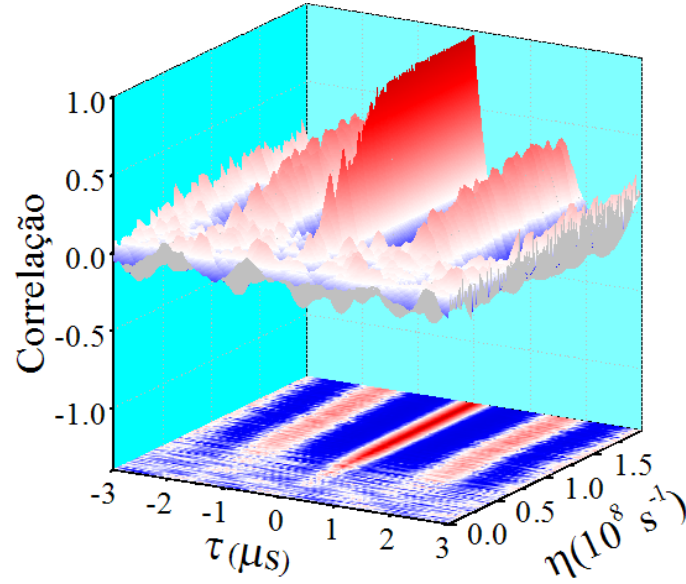


Figura 5.26: Correlação cruzada obtida numericamente a partir das equações de taxa em função do coeficiente de acoplamento η .

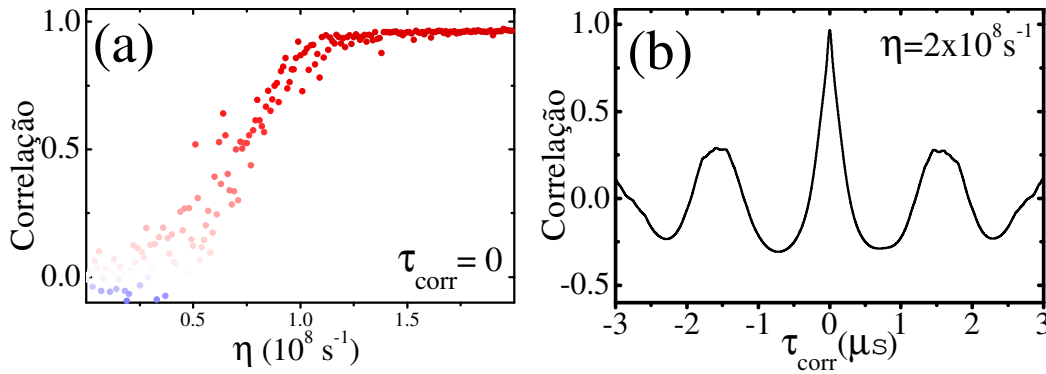


Figura 5.27: Detalhe da figura 5.26. (a) Correlação cruzada calculada para $\tau_{\text{corr}} = 0$ em função de η . (b) Correlação cruzada calculada para $\eta = 2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$.

5.6 Fase e amplitude do sinal LFF

Tal como foi revisado no capítulo 2, a dinâmica caótica do sistema de laser de semiconductor com retorno de luz, possui dimensão infinita. Lembrando

que a dimensão do espaço de fase N é o número de valores reais independentes que são necessários para especificar uma condição inicial arbitrária. Para o caso mais geral, o número de variáveis de fase necessário para descrever uma trajetória é N , mas para trajetórias sobre um atrator, esse número pode ser inferior a N . Sem importar a dimensão do espaço de fase associado ao nosso sistema, podemos reduzir uma órbita para sua projeção num plano que contém as variáveis de intensidade ($I, \dot{I}$), que são facilmente detectáveis. Um retrato de fase ou atrator é uma projeção da órbita associada com uma flutuação de baixa frequência LFF. Então, fixados os parâmetros, o comportamento da intensidade ao redor da queda LFF é similar para todas as quedas; o retrato de fase é quase o mesmo para cada flutuação de baixa frequência. Para construir este atrator, usamos uma media filtrada da intensidade calculada pela seguinte equação:

$$I(t) = \frac{1}{\tau_f} \int_{-\infty}^t \exp[-(t-t')/\tau_f] I(t') dt', \quad (5.5)$$

na qual, τ_f é o tempo de filtragem relacionado com a resolução experimental (detectores, osciloscópio, etc.). Como pode ser observado na figura 5.28, defi-

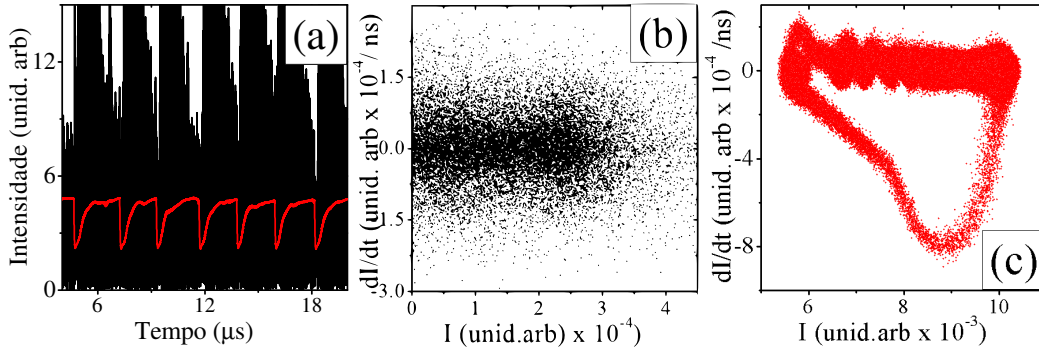


Figura 5.28: Séries temporais calculadas para a intensidade do laser com retorno de radiação: (a) Em preto a dinâmica temporal sem filtragem numérica, mostrando flutuações rápidas na intensidade. Em vermelho a serie temporal usando um filtro com $\tau_f = 5$ ns segundo a equação 5.5, onde é possível observar claramente as flutuações de baixa frequência. (b) Retrato de fase ($I, \dot{I}$) construído com a dinâmica não filtrada. (c) Retrato de fase ($I, \dot{I}$), para a série temporal filtrada.

nir o atrator usando variáveis ultrarrápidas tem como resultado uma área do plano de projeção densamente visitada, característica de um sistema dinâmico de dimensão alta. As variáveis temporais filtradas, por outro lado, revelam uma estrutura simplificada, como mostrado na figura 5.28 (c). Cada ciclo de uma flutuação de baixa frequência começa com uma queda em linha reta de inclinação negativa acentuada no retrato de fase. Este evento corresponde a um escape exponencial, de modo que $\frac{\dot{I}}{I} = -\frac{1}{\tau_d}$ nesta região. τ_d está associado com o tempo de disparo da LFF (final da recuperação e o começo de uma nova queda). Posteriormente, a intensidade filtrada inicia o processo de recuperação

até chegar num valor quase constante, de maneira que neste processo $\frac{\dot{I}}{I} = \frac{1}{\tau_r}$. O intervalo de tempo que a intensidade conserva-se no valor constante é representado por τ_c . Após este intervalo temporal começa um novo ciclo associado com uma nova queda rápida da intensidade [87]. Assim, o tempo medio entre quedas T é a soma dos tres tempos representados nas figuras 5.29, de modo que $T = \tau_d + \tau_r + \tau_c$. A filtragem temporal da intensidade permite uma definição

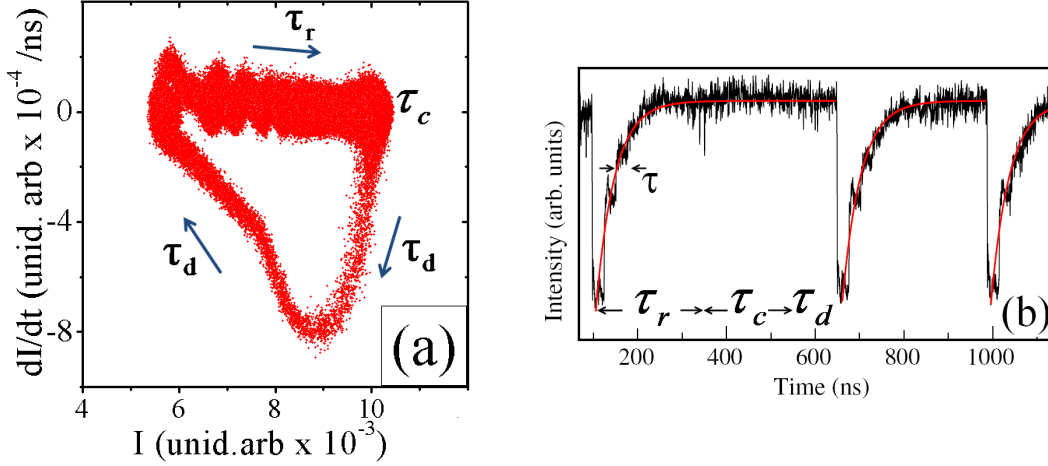


Figura 5.29: Definição dos tempos característicos da dinâmica no regime LFF para a serie temporal filtrada numericamente.

apropriada da amplitude e da fase do atrator, sendo possível neste contexto, definir o sincronismo de fase entre os sistemas que oscilam autonomamente no regime caótico de flutuações de baixa frequência. A série temporal filtrada cumpre o critério exposto no capítulo 3 para o cálculo da fase de Hilbert: as oscilações caóticas exibem um espectro de frequência de banda estreita com um máximo bem definido. Isto é apresentado na figura 5.30.

Construimos as figuras 5.31, usando as séries temporais representativas de dois lasers que contem flutuações de baixa frequência. Deste modo, as equações 4.6, 4.7, 4.8, fornecem fase e amplitude do atrator neste regime. A equação 4.9 permite calcular a diferença de fase resultante quando as quedas LFF encontram-se não sincronizadas (figura 5.31 (c)), e sincronizadas (figura 5.31(e)).

Comparando a amplitude de oscilação da diferença de fase de Hilbert mostrada na figura 5.31(d) com a mostrada na figura 5.31(f), concluímos que quando aparece o sincronismo a diferença de fase cumpre o critério descrito pela equação 4.10. Para concluir esta seção, é importante notar que os procedimentos acima são válidos quando as oscilações caóticas correspondem a sinais de banda estreita. Quando o espectro de potência compõe-se de muitos picos, onde não há um máximo definido, é preciso encontrar a fase do atrator usando outros métodos [85] [86]. Para descrever o grau de sincronismo entre os osciladores, nesta tese, até agora temos usado a função de correlação

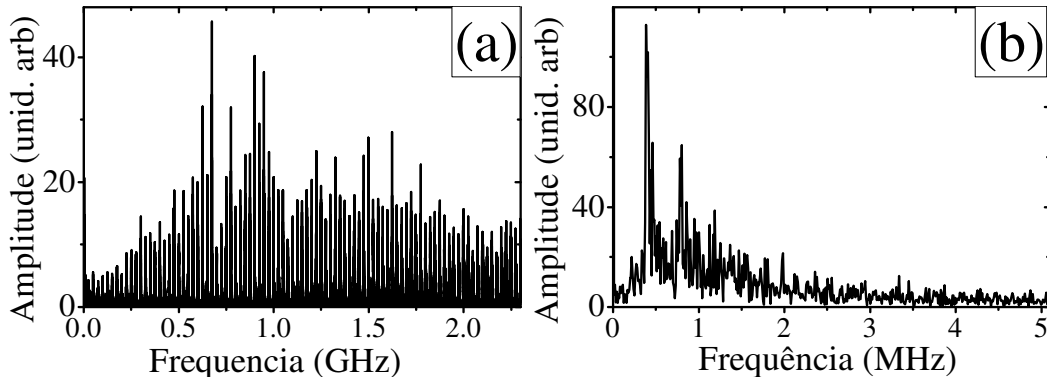


Figura 5.30: Espectro de frequências para o caso da dinâmica temporal não filtrada (a) e filtrada (b). Quando as oscilações caóticas cobrem uma gama muito larga de escalas de tempo, a definição de fase instantânea torna-se difícil. A construção da fase mediante o calculo da transformada de Hilbert adquire sentido físico após a filtragem das séries temporais.

cruzada e histogramas de tempo entre os sinais caóticos com presença de flutuações de baixa frequência. Uma aproximação pela definição da fase do campo elétrico complexo, cuja dinâmica temporal de amplitude e fase está descrita pelas equações de Lang-Kobayashi, será considerada.

5.6.1 Fase ótica do campo elétrico

De acordo com as equações 3.11, as oscilações caóticas na intensidade podem ser decompostas em termos de amplitude e fase. Sob condições de acoplamento fraco, pode acontecer que as amplitudes das oscilações caóticas dos dois lasers sejam completamente descorrelacionadas, enquanto pode existir um sincronismo evidente entre as fases. Isso é chamado de sincronização de fase (discutido rapidamente no capítulo 3). Note-se que fase neste contexto indica a fase das oscilações caóticas da intensidade do laser correspondente ao componente de envelope lento do campo elétrico, e não a fase ótica do campo elétrico que oscila com a frequência rápida f_c de magnitude c/λ , onde λ é o comprimento de onda da radiação. Usando o modelo correspondente às equações 5.1-5.4, e decompondo em amplitude e fase tal como foi feito nas equações 3.11, estudamos o sincronismo da fase do envelope lento do campo elétrico através de simulações numéricas no modelo modificado de Lang e Kobayashi. As fases que obtemos para as variáveis dinâmicas em seus espaços de fase podem aparecer travadas quando o sincronismo de caos é atingido pelo incremento do acoplamento entre as variáveis. Já que o acoplamento é de caráter elétrico, a interação não ótica implica que não há travamento da fase ótica. As figuras em 5.33 mostram as fases e as frequências óticas calculadas a partir das equações 5.1 - 5.4 quando os lasers apresentam LFF sincronizadas. É importante notar que, na figura

5.33 (b), as fases evoluem em relação às fases do laser solitário dadas por $\omega_0 t$, enquanto que na maior parte do tempo os lasers têm uma frequência deslocada para o vermelho, próxima da condição de ganho máximo. A partir dos estados estacionários calculados segundo as equações 3.13, inferimos que cerca de 300 modos de cavidade externa, separados por $\Delta\omega = 25\text{MHz}$, participam da dinâmica itinerante [57], tal como mostrado na figura 5.32. A diferença entre as duas fases é próxima de zero em uma escala de tempo extensa de alguns microssegundos como visto na figura 5.33(c). A derivada temporal numérica das fases dá a frequência instantânea. O valor para cada um dos lasers é mostrado na figura 5.33(d). A frequência instantânea obtida calculando a derivada da fase, é apresentada na figura 5.33(f). Nela, nota-se a magnitude do desfaseamento para uma única queda, tal como na figura 5.33(e) e o deslocamento para as frequências vermelhas (7.5 GHz), durante cada queda e ao longo da recuperação da intensidade. Já que as frequências instantâneas mantêm um retardo constante ao longo do tempo de oscilação, os lasers oscilam em sincronia durante este tempo com um retardo constante entre as quedas de LFF. Na figura 5.33(e) é ilustrado este comportamento e constata-se a variação em oposição de fase das frequências instantâneas antes da queda. Estes resultados mostram consistência com os experimentos reportados nas seções anteriores.

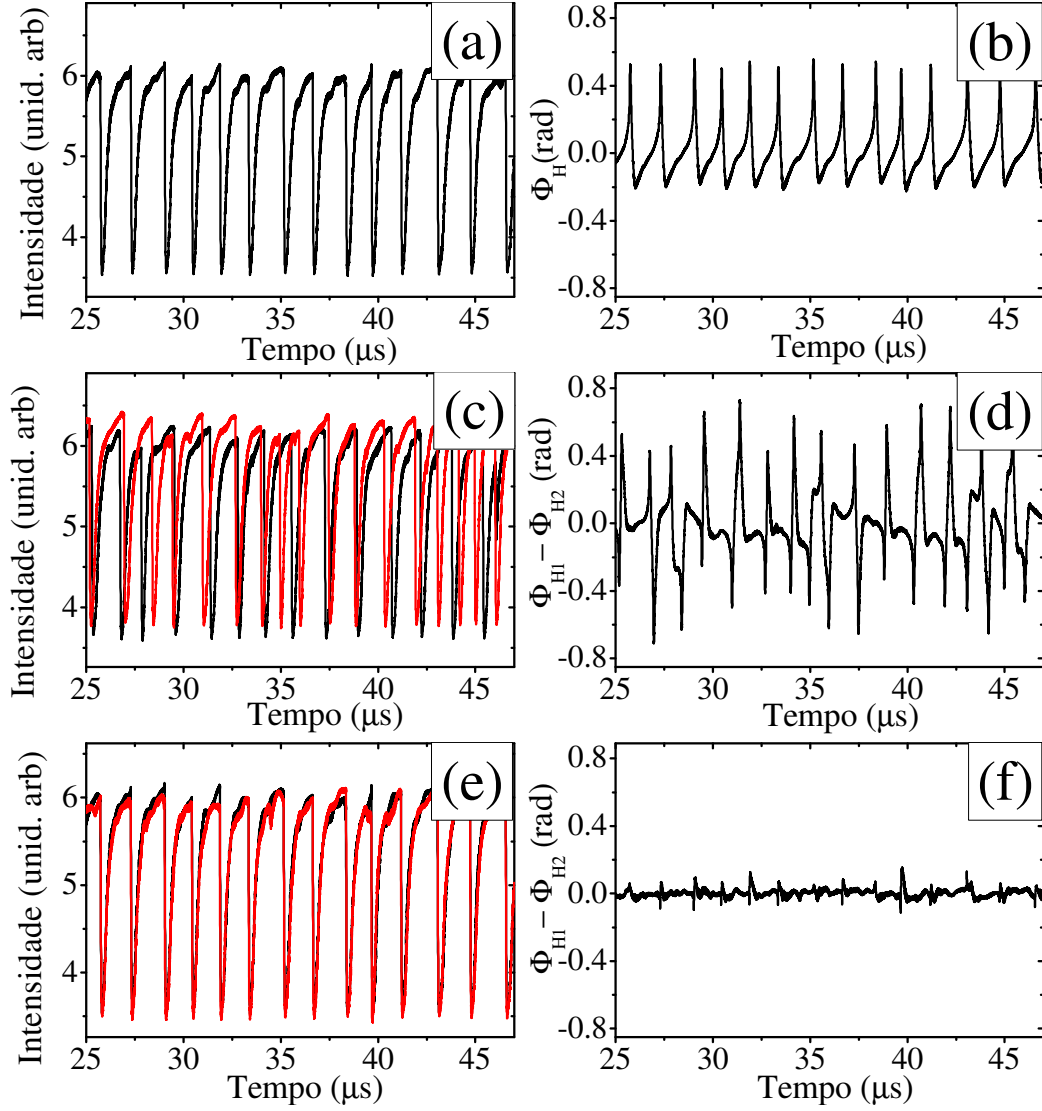


Figura 5.31: (a) Série temporal contendo LFF para um laser com realimentação ótica. (b) Fase de Hilbert Φ_H calculada para a série temporal da figura (a). (c) Séries temporais LFF correspondentes a dois lasers com acoplamento muito fraco $\eta = 0.1 \times 10^8$. Observa-se que não existe um valor apreciável de correlação entre as duas séries temporais. (d) Diferença de fase dos lasers da figura (c) calculadas usando a equação 4.9. A diferença de fase varia fortemente no intervalo $(\pi/4, -\pi/4)$. (e) Séries temporais LFF correspondentes a dois lasers com acoplamento forte $\eta = 2.5 \times 10^8$. As séries temporais correspondem a lasers em sincronia. (f) Diferença de fase dos lasers da figura (e) calculadas usando a equação 4.9. A diferença de fase para os lasers sincronizados não varia apreciavelmente no intervalo de oscilação da fase LFF.

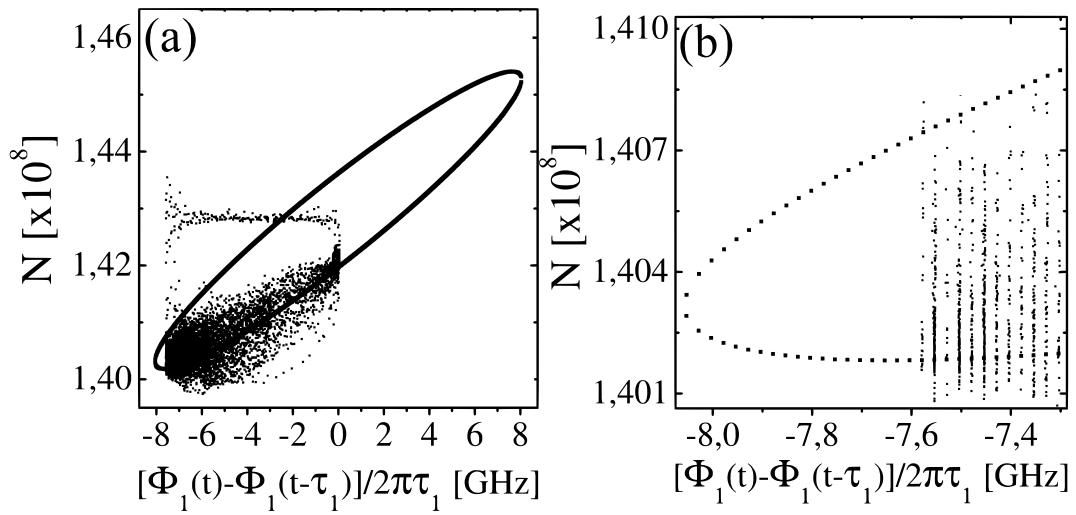


Figura 5.32: Dinâmica temporal calculada numericamente em torno dos estados estacionários do modelo modificado de L-K. (a). A dinâmica caótica itenera nas frequências negativas da elipse dos estados estácionarios. (b) Figura (a) aumentada. A diferença de fase evolui para as proximidades do modo de máximo ganho (mínimo N).

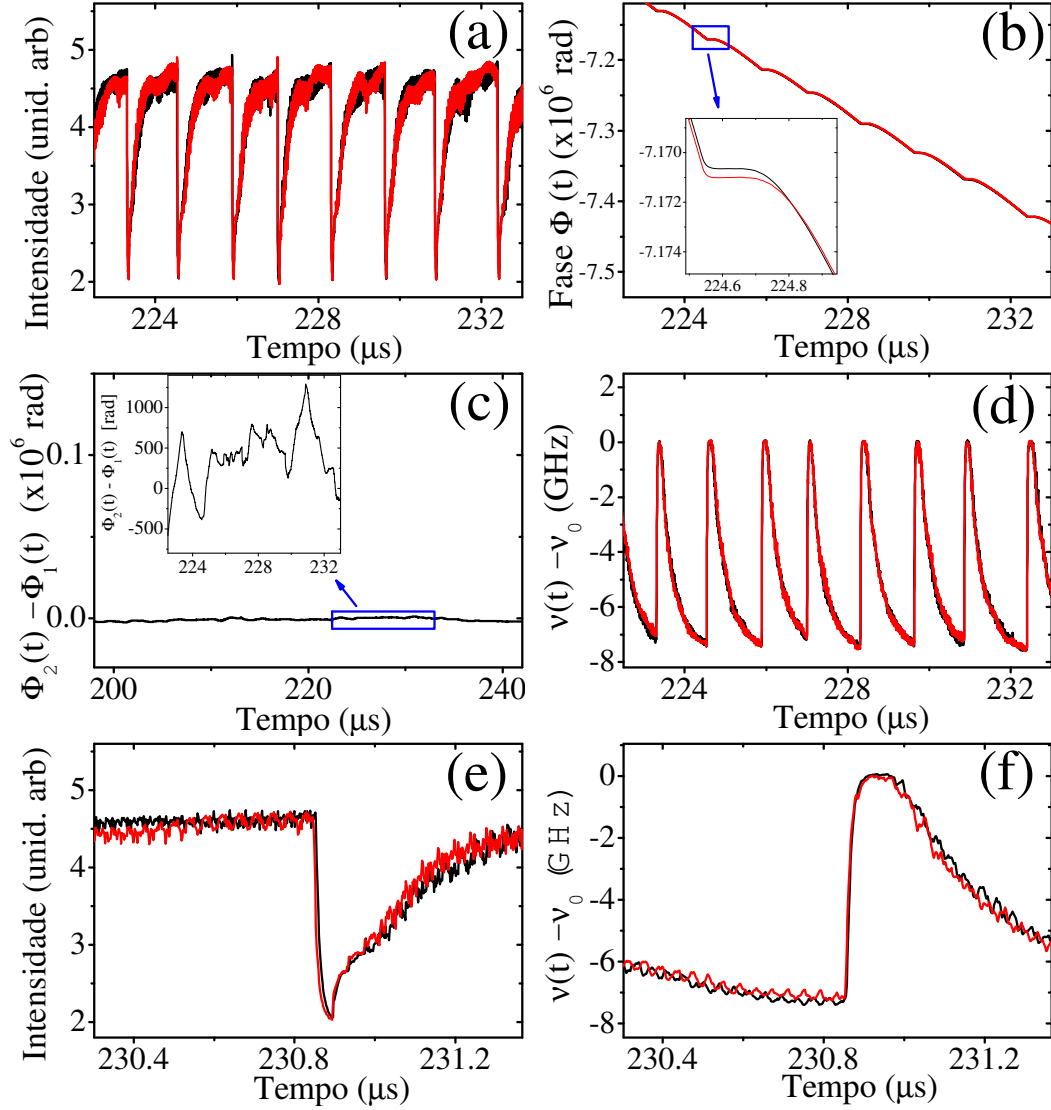


Figura 5.33: Fase ótica calculada numericamente para os dois lasers acoplados. (a) Segmento da intensidade do laser para fins de comparação. (b) Gráfico das duas fases evoluindo no tempo. (c) Diferença de fase mostrando o sincronismo. (d) Excursão de frequência ótica dos dois lasers. (e) Detalhe das fases óticas em um par de quedas. (f) Frequência instantânea dos dois lasers.

6 DUPLA REALIMENTAÇÃO ÓTICA

Mais de trinta anos atrás, Ikeda e Mizuno [97,98] apresentaram suas discussões teóricas sobre as instabilidades frustradas em ressonadores óticos não lineares. O objeto de estudo foi um sistema não caótico com muitos modos de oscilação. O ajuste de um parâmetro de controle levou a mudanças abruptas nas respostas da intensidade. Dois tempos de retorno ótico foram considerados as causas subjacentes aos efeitos. Especificamente, a anomalia ocorre quando o quociente dos tempos de realimentação dá como resultado um número irracional. Proporções irracionais entre duas frequências concorrentes podem ser aproximadas através da expansão em frações contínuas. Devido ao fato de que, o processo de aproximação é inerentemente caótico [99], a regra de seleção para determinar o modo de oscilação dominante torna-se instável. Usando um sistema electro-óptico este fato foi demonstrado experimentalmente por [101]. Neste capítulo apresentamos resultados experimentais do que acreditamos ser a manifestação experimental da frustração da instabilidade de Ikeda-Mizuno, em lasers de semicondutor com realimentação ótica dupla. Estes lasers têm sido utilizados como bancos de teste para vários processos dinâmicos não-lineares. Em particular, o retorno ótico provou induzir o comportamento excitável [102, 103] e caótico [104] sobre este tipo de lasers. Tal resposta excitável exhibe analogia com o comportamento neuronal [105–108]. É bem conhecido que o laser com realimentação ótica gera, após um processo de média devido à largura de banda do detector, quedas acentuadas na sua intensidade conhecidas como LFF, descritas no capítulo 2. As equações de Lang Kobayashi [42] não apenas descrevem os aspectos gerais desta dinâmica ótica para pequenos valores da intensidade de realimentação, mas também reproduzem as propriedades do histograma dos eventos tipo LFF [60, 61, 63]. Além disto, evidenciam a natureza excitável do laser de semicondutor com retorno ótico, quando o sistema é definido em condições quiescentes [64]. Em contraste com a cavidade externa curta, a realimentação ótica de um espelho distante geralmente leva o laser

para um estado caótico [110].

O sistema torna-se ainda mais complexo pela adição de um segundo retorno de radiação quando são consideradas duas cavidades externas. Este sistema foi previamente estudado encontrando-se alta dimensionalidade na dinâmica caótica, demonstrada experimentalmente e teoricamente [18]. Posteriormente, utilizando o mesmo sistema e variando o comprimento de uma das cavidades e as quantidades de realimentação, a supressão do caos foi conseguida. Regiões com emissão estável e comportamento periódico foram observadas [111], usando cavidades curtas. Travamento de frequência nas frações Farey puras foram relatados [112]. Correspondentemente, foram encontrados regimes de onda contínua, quasi-periódicos e caóticos, em múltiplos racionais das fases das duas cavidades externas, usando o modelo Lang e Kobayashi para pequenos comprimentos de cavidade externa [113]. Supressão da LFF usando uma segunda cavidade foi conseguida ao modificar a localização ou gerar a extinção dos pontos fixos instáveis chamados antimodos no modelo LK [114,115]. Portanto, para alguns parâmetros especiais descritos na literatura, sabe-se que a inclusão de uma segunda cavidade estabiliza os estados caóticos, tal como as flutuações de baixa frequência. A robustez dos estados estáveis e periódicos obtidos pela inclusão de uma segunda cavidade melhora com a adição de uma terceira cavidade [116]. Os processos que permitem o controle do caos presente na intensidade de um laser de semicondutor com realimentação ótica foram descritos mediante a aplicação dos métodos de controle baseados na comparação do estado do sistema com uma versão atrasada de si mesmo [117]. Para um laser com um estado caótico criado por uma realimentação de radiação, o controle age como um segundo termo de realimentação. O segundo retorno ótico mediante o qual se logra o controle pode ser adicionado não invasivamente usando uma cavidade ressonante tipo Fabry-Perot [120]. Recentemente, a natureza das bifurcações e a estabilidade das soluções de estado estacionário foram analisadas em termos da dependência da magnitude e da fase do retorno ótico. Em contraste com a realimentação ótica convencional proveniente de um único espelho, a localização dos modos de cavidade externa no modelo de Lang e Kobayashi mostra ser diferente da elipse apresentada no capítulo 2. Na literatura, esta mudança na distribuição geométrica dos pontos estacionários no espaço de fase composto pelo número de portadores N e a diferença de fase $\Phi(t) - \Phi(t - \tau)$, tem sido conhecido como *satellite bubbles* [118,119].

Apesar de que as pesquisas anteriores revelaram os principais regimes dinâmicos, não há, a nosso conhecimento, um estudo com dois tempos de retroalimentação no laser de semicondutor, usando comprimentos de cavidade longa e uma variação completa dos principais parâmetros. Nossos resultados concentram-se na resposta do laser com o caos gerado via retorno ótico e na presença de uma

segunda cavidade, pelo estudo das estatísticas LFF, e escolhendo o tempo de atraso da segunda cavidade τ_2 como parâmetro a ser alterado.

6.1 Método Experimental

A implementação de dupla realimentação ótica no laser de semicondutor foi realizada mediante a construção de um sistema ótico constituído por duas cavidades. Estruturadas com espelho planos, as cavidades estão acopladas através de um divisor de feixe. Este esquema é amplamente conhecido em aplicações baseadas no fenômeno da interferência ótica. A configuração esquemática é mostrada na figura 6.1 Diversos tipos de lasers comerciais tais

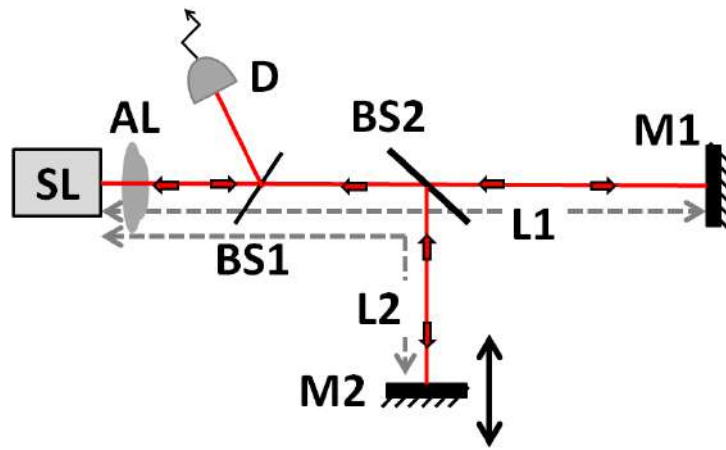


Figura 6.1: Esquema Experimental. SL laser de semicondutor, AL lente Asférico, BS divisor de feixe, L comprimento de cavidade, M espelho, D detector.

como SDL 5401-G1 da JDS *Uniphase*, L850P010 e L780P010 da *Thorlabs*, foram empregados durante a realização dos experimentos, sendo o primeiro o mais utilizado para os testes na configuração de dupla realimentação ótica. Do tipo *edge emitting*, este laser possui uma região ativa, feita de GaAlAs. Composto com uma estrutura de poço quântico, a guia de onda é implementada pela variação do índice de refração dos materiais. Tal variação define a refletividade dos espelhos na cavidade Fabry-Perot ($R \approx 32\%$). Para evitar variações descontínuas no comprimento de onda (*mode hopping*) e garantir estabilidade na emissão da radiação, foi construído um suporte para o laser em cobre, acoplado termicamente a um controlador de temperatura operando com um módulo peltier e um controle eletrônico com resolução de 0.02°C . O suporte do laser foi mantido a uma temperatura próxima a 18°C . Uma lente asférica (C110TME-B *Thorlabs*) colimadora com camada antireflexo é colocada na saída do laser para reduzir a divergência do feixe. Aberrações esféricas podem ser evitadas com este tipo de colimação. A intensidade do

laser é detectada por meio de fotodiodos da *Hamamatsu*, cuja frequência de corte é de aproximadamente 3 GHz. A potência ótica foi monitorada usando um medidor *Coherent Fieldmaster*. O sinal é analisado por um osciloscópio digital *Tektronix DP0 7104*, com 1 GHz de largura de banda.

6.1.1 Medição de comprimentos de cavidade

Foram feitos experimentos variando a distância entre o espelho externo e o laser de diodo. Tais longitudes foram variadas entre 0.88 m e 8 m. Com o objetivo de medir com precisão os comprimentos correspondentes a cada cavidade L1 e L2, consideramos a análise dos espectros de frequências da intensidade da luz quando o fenômeno das flutuações de baixa frequência está presente. Como foi detalhado em [96], as componentes espectrais da intensidade apresentam picos com intervalos de frequência constante cujo valor coincide com a frequência da cavidade externa, tal como mostrado na figura 6.2 Usando

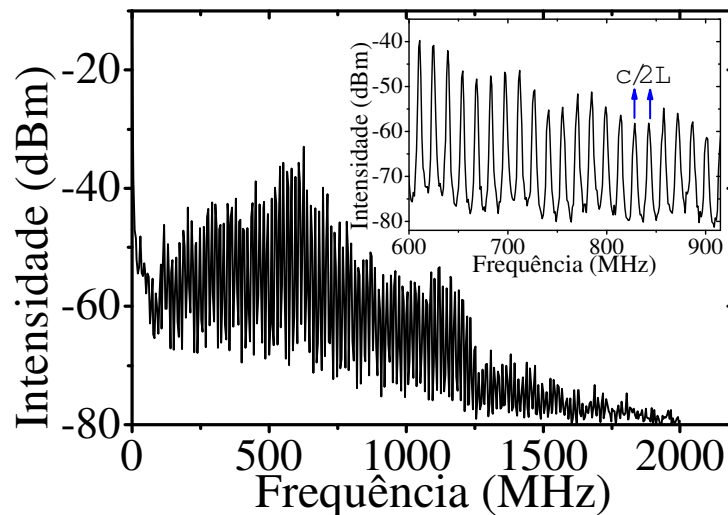


Figura 6.2: Espectro de Frequências correspondente ao caso de uma cavidade. Pentes de frequência com separação da cavidade externa

o analisador de espectro de RF, N9320B da *Agilent*, é possível identificar o espectro de frequência dentro de uma largura de banda de até 3 GHz. Para determinar o valor de frequência concernente a cada pico, usamos o marcador incorporado no software do aparelho, fazendo media de 20 picos para extrair o valor do comprimento L. A resolução do marcador de pico é função da calibração de frequência na tela do analisador e o numero de pontos que contém o pico, a extensão (SPAN) e a resolução da largura de banda (RBW) do aparelho. Portanto estas quantidades foram ajustadas com o objetivo de melhorar a precisão na medida. No nosso experimento, fixamos valores de SPAN e RBW que permitiram ter uma adequada velocidade de aquisição. A figura 6.3 apre-

seja uma fotografia da tela do aparelho que permite observar o processo de medição. A resolução do contador calcula-se segundo a referência [121]:

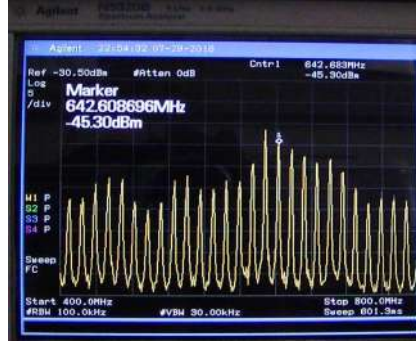


Figura 6.3: Espectro RF de frequências no analisador de espectro para a intensidade de um laser que opera no regime LFF. RBW Resolução da largura de banda 100 KHz, VBW resolução da largura de banda do video 30 KHz, span 400 MHz, resolução do contador 4 MHz

$$\text{resolução do contador} = \pm [1\% \text{ de Span} + 15\% \text{ de RBW} + 10 \text{ Hz erro residual}] \quad (6.1)$$

Finalmente a precisão no marcador que conta os picos pode ser estabelecida como:

$$\pm [\text{Frequência marcada} \times \text{Erro na frequência referencia} + \text{resolução do contador}] \quad (6.2)$$

Onde o erro na frequência de referência depende da calibração interna do aparelho e o tempo de operação.

6.2 Resultados experimentais

O comprimento da cavidade externa L_1 foi fixado em 8.025 ± 0.001 m, logo o tempo de ida e volta τ_1 foi estabelecido em 53.50 ± 0.005 ns, com as incertezas calculadas de acordo com a seção anterior. O comprimento de cavidade L_2 foi variado entre 0.88 m e 8.025 m. As condições de alinhamento foram mantidas na experiência pela utilização de uma lente colimadora esférica dentro da cavidade para redução da divergência do feixe. Até 3 % de redução do limiar de corrente devido ao feedback pode ser alcançado em ambos os braços. A condição de alinhamento ideal foi imposta na experiência inserindo uma lente revestida de material antirreflexo, na frente do espelho de realimentação. Isto com o objetivo de obter casamento entre o modo emitido e o modo que retorna. Fazendo isto, a intensidade de saída máxima para comprimentos inferiores a aproximadamente 0.88 m, na presença de um único retorno ótico, permanece

em condições estáveis (sem oscilações). Nesta configuração, o laser semiconductor com realimentação ótica exibe propriedades físicas de sistemas excitáveis quando ruído ou qualquer outra perturbação é aplicada [103]. No nosso experimento, procuramos o melhor alinhamento usando o critério de atingir a máxima potência recebida por um detetor lento. Este alinhamento foi mantido durante a variação de L_2 para comprimentos acima de 0.88 m. Acima deste comprimento e para um único retorno ótico, aparecem de maneira robusta, em relação a pequenos desalinhamentos, as típicas LFF quando ajustamos o valor da corrente de bombeio, tal como mostrado na figura inserida na figura 6.4. Séries temporais escolhidas com condição inicial disparada no osciloscópio

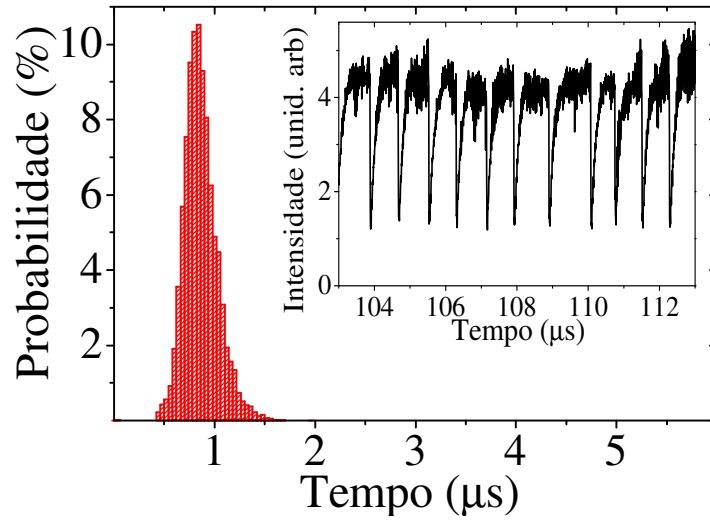


Figura 6.4: Histograma experimental típico para LFF correspondentes à condição de uma só realimentação ótica.

de forma aleatória foram adquiridas. Conjuntos de 20 séries temporais com cerca de 20 segundos entre capturas e cada uma contendo mais de 10^4 eventos LFF, foram coletadas com o intuito de construir os histogramas para a distribuição do tempo entre quedas. Determinamos o tempo médio $\langle T \rangle$ de cada uma das 20 séries e os seus respectivos momentos estatísticos, para finalmente obter o valor médio dos valores de $\langle T \rangle$. Usando este procedimento, foram coletados 120 valores para cada tempo médio $\langle T \rangle$ entre quedas, resultante da variação experimental do comprimento L_2 entre 0.88 a 8.025 m. A corrente de operação foi mantida constante. A distribuição típica de quedas mostrada na figura 6.4 é similar quando cada braço encontra-se operando isoladamente. O resultado experimental do procedimento anteriormente descrito é mostrado na figura 6.5. O valor do tempo médio cresce linearmente com o comprimento da cavidade, como indicado na figura 6.5. À medida que o comprimento L_2 cresce, a distribuição de probabilidade de tempos entre quedas mantém a forma da figura 6.4. Os anteriores resultados para um único retorno ótico foram ad-

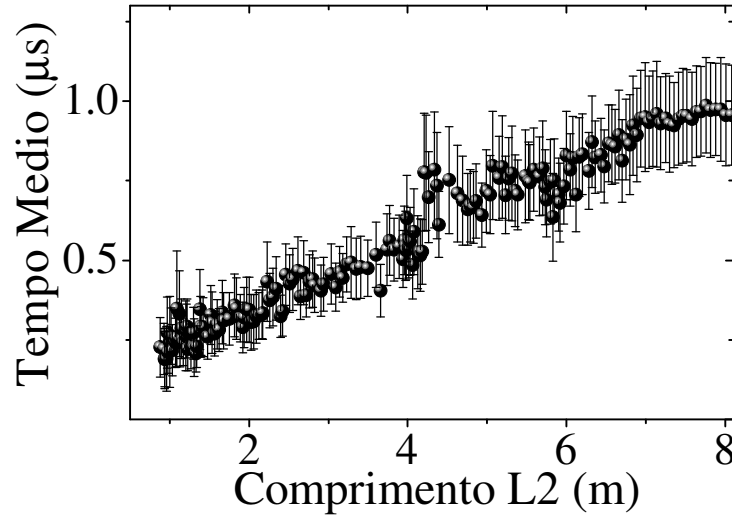


Figura 6.5: Tempos medios obtidos para a amostragem de 20 séries temporais longas (5 ms) contendo quedas LFF, como função do comprimento L_2 , na configuração onde o laser está submetido a retorno ótico que provém do braço L_2 . L_1 permaneceu bloqueado. O parâmetro de intensidade de realimentação κ , foi ajustado para 3% de redução na corrente de limiar.

quiridos para comparação com o caso de retorno ótico duplo, a ser apresentado.

Para experimentos com realimentação ótica dupla, o braço de comprimento fixo L_1 , com retorno τ_1 , foi desbloqueado e recebeu a mesma quantidade de retorno de radiação estabelecida para o braço variável L_2 , sendo aproximadamente 3% de diminuição na corrente de limiar. Repetindo os 120 passos para os valores de L_2 , cenários completamente diferentes são encontrados. As séries de tempo mostram distribuições diferentes de pulsos LFF de acordo com o valor de L_2 . A coexistência de seções na série temporal que agrupam LFF em trens de pulsos com estados onde não há presença de LFF, aparece de acordo com a relação entre os tempos de realimentação ou, equivalentemente, a razão entre comprimentos de braço. A figura 6.6 apresenta um histograma do tempo entre quedas LFF para esta situação. Agora, ao contrário do gaussiano da 6.4, no histograma observa-se uma cauda longa, a qual indica que há eventos LFF com tempo médio entre quedas muito longo na série temporal, tal como se observa na figura inserida da figura 6.6. Este segmento típico da série temporal mostra os eventos com tempos longos, os quais surgem como trens de pulsos LFF, seguido de estados dinâmicos onde não há presença de pulsos. Os anteriores eventos são os que produzem a cauda longa no histograma. A figura 6.7 revela a dependência medida do tempo médio entre quedas $\langle T \rangle$ como função da relação entre os comprimentos L_2/L_1 . Observa-se claramente a sensibilidade da média em relação a este parâmetro. Quando a razão dos comprimentos é próxima das frações racionais (frações de Farey [122]), as flutuações de baixa

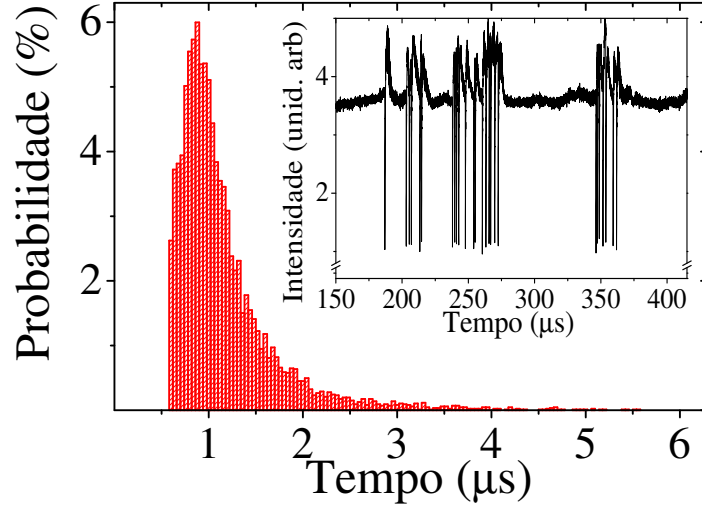


Figura 6.6: Histograma experimental para um laser com dupla realimentação ótica, no regime de corrente onde existe a pulsação LFF para cada braço e operando na razão de comprimentos $L_2/L_1 = 0.495$. O fenômeno de trens de pulsos LFF começa a aparecer para este valor do quociente dos comprimentos. A figura inserida mostra uma série de tempo com quedas LFF agrupadas em pacotes, seguidos de tempo longos, onde aparece um comportamento quase estável. O tempo médio entre quedas nos pacotes permanece similar ao mostrado na figura 6.4 para um único braço com retorno ótico.

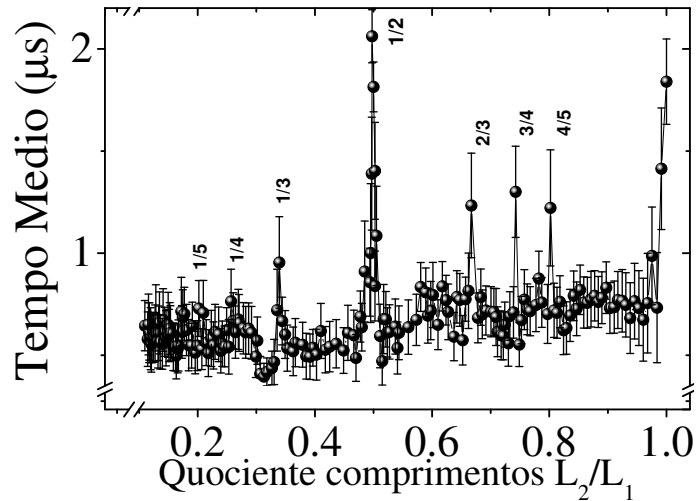


Figura 6.7: Média experimental do tempo entre as quedas consecutivas $\langle T \rangle$, como função da relação de distância entre as duas cavidades L_2/L_1 .

frequência tornam-se menos frequentes devido ao aparecimento de longos intervalos de emissão quase estável. Como consequência, o tempo médio entre as quedas aumenta, com a possibilidade de um tempo médio infinito, o qual implica a possibilidade de estabilização total da intensidade do laser. Na figura 6.8 examinamos uma seção ao redor da fração racional $1/2$.

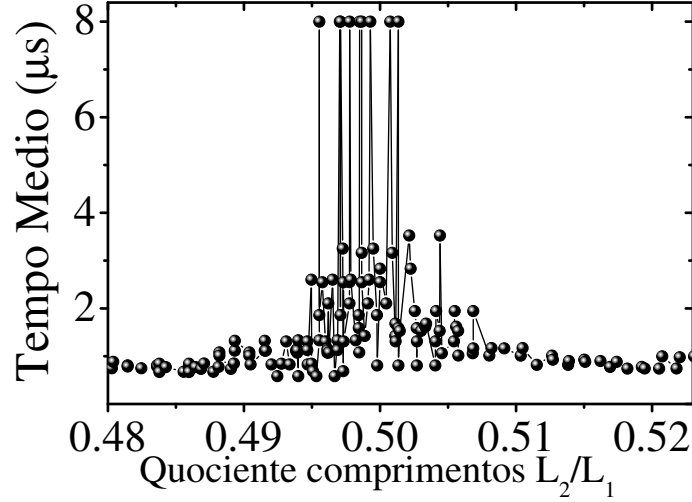


Figura 6.8: Resultado experimental que evidência o comportamento do tempo médio entre quedas LFF quando o quociente dos comprimentos das cavidades varia em torno da fração $1/2$. Para estados quase-estáveis ou periódicos, a ausência de quedas implica um tempo médio infinito, de modo que, para efeitos de visualização, foi imposto arbitrariamente na figura um tempo medio de $8 \mu s$ para uma série temporal que não apresenta quedas LFF na intensidade.

6.3 Modelo teórico

Para examinar a origem dos resultados experimentais, o modelo dinâmico não linear para um laser de semiconductor monomodo com dois termos de retorno ótico foi utilizado e integrado numericamente. Adaptado das equações de Lang-Kobayashi, este modelo foi usado previamente [18, 111, 113, 114, 116] para descrever vários resultados experimentais em relação a este sistema. Incluindo os dois termos de realimentação tem-se que:

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1}{2} (1 + i\alpha) \left[G_N - \frac{1}{\tau_p} \right] E(t) \quad (6.3)$$

$$+ \kappa_1 E(t - \tau_1) \exp(i\omega_0 \tau_1) + \kappa_2 E(t - \tau_2) \exp(i\omega_0 \tau_2)$$

$$\frac{dN}{dt} = J - \frac{N(t)}{\tau_s} - G_N |E(t)|^2 \quad (6.4)$$

Todos os parâmetros e variáveis foram definidos na seção 4.2.3. Escrevendo as equações 6.3-6.4 em módulo e fase do campo elétrico, as soluções estacionárias são denotadas por $E(t) = E(t - \tau) = E_s$, $\Phi(t) = (\omega_s - \omega_0)t$, $N(t) = N_s$, $\Phi(t - \tau) = (\omega_s - \omega_0)(t - \tau)$.

$$0 = \frac{1}{2} \left[\frac{G_0 (N_s - N_0)}{1 + \epsilon E_s^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] E_s + \kappa_1 E_s \cos(\omega_s \tau_1) + \kappa_2 E_s \cos(\omega_s \tau_2) \quad (6.5)$$

$$\omega_s - \omega_0 = \frac{\alpha}{2} \left[\frac{G_0 (N_s - N_0)}{1 + \epsilon E_s^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa_1 \sin(\omega_s \tau_1) - \kappa_2 \sin(\omega_s \tau_2) \quad (6.6)$$

$$0 = J - \frac{N_s}{\tau_s} - \frac{G_0 (N_s - N_0)}{1 + \epsilon E_s^2} E_s^2 \quad (6.7)$$

Desprezando o coeficiente de saturação do ganho ϵ , as equações para os valores estacionários E_s , N_s e ω_s são:

$$I = E_s^2 = \frac{J - \frac{N_s}{\tau_s}}{G_0 (N_s - N_0)}, \quad (6.8)$$

$$N_s = N_0 + \frac{1}{\tau_p G_0} - \frac{2\kappa_1 \cos(\omega_s \tau_1)}{G_0} - \frac{2\kappa_2 \cos(\omega_s \tau_2)}{G_0}, \quad (6.9)$$

$$\omega_s - \omega_0 + \alpha \kappa_1 \cos(\omega_s \tau_1) + \alpha \kappa_2 \cos(\omega_s \tau_2) + \kappa_1 \sin(\omega_s \tau_1) + \kappa_2 \sin(\omega_s \tau_2) = 0. \quad (6.10)$$

Da equação 6.10, e assumindo que κ_1 e κ_2 tomam o mesmo valor κ , temos que:

$$\begin{aligned} \omega_s - \omega_0 + 2\alpha\kappa \left[\cos\left(\frac{\omega_s}{2}(\tau_2 + \tau_1)\right) \cos\left(\frac{\omega_s}{2}(\tau_1 - \tau_2)\right) \right] \\ + 2\kappa \left[\sin\left(\frac{\omega_s}{2}(\tau_2 + \tau_1)\right) \cos\left(\frac{\omega_s}{2}(\tau_1 - \tau_2)\right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Definindo $\bar{\tau} = (\tau_2 + \tau_1)/2$ na equação 6.11 chega-se a:

$$\omega_s - \omega_0 + 2\kappa \cos\left(\frac{\omega_s}{2}(\tau_1 - \tau_2)\right) [\alpha \cos(\omega_s \bar{\tau}) + \sin(\omega_s \bar{\tau})] = 0. \quad (6.12)$$

A equação 6.12 é similar a equação 3.13 para um único retorno com τ equivalente a $\bar{\tau}$. O termo adicional $2\cos(\frac{\omega_s}{2}(\tau_1 - \tau_2))$ na equação 6.12 modula os termos harmônicos em comparação com a equação 3.13. Isto modifica a geometria dos pontos estacionários no espaço de fase, o que acarreta novos comportamentos dinâmicos em contraste ao caso de uma única realimentação ótica. As soluções numéricas foram obtidas usando o algoritmo de Runge-Kutta de quarta ordem padrão escrito em C++. Com os parâmetros utilizados, a escala de tempo

mais rápida foi definida por $\tau_p \sim 2$ ps. O passo de integração foi fixado em $dt = 0.2$ ps. Os transitórios das soluções com extensão temporal de pelo menos 1000 vezes o tempo de ida e volta na cavidade externa, foram descartados nas soluções. Séries com extensão temporal de 2 ms (10^3 eventos tipo LFF) foram adquiridas. A robustez dos resultados em relação às pequenas variações de parâmetros foi verificada. Cabe ressaltar a ausência de termos estocásticos nas equações. Assim, todas as dinâmicas de tipo aleatório resultam da natureza não linear do modelo. A dinâmica do laser foi simulada usando os parâmetros resumidos na tabela 6.1.

α	3.0	G_0	$3.2 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$
N_0	1.5×10^8	J	$1.02 J_{lim,sol}$
$1/\tau_p$	$282 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1/\tau_s$	$0.5 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
$\kappa_1 = \kappa_2$	$11 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	ϵ	5.0×10^{-7}
$\tau_1 =$	53.5 ns	$\tau_2 =$	5.85 – 53.5 ns

Tabela 6.1: Valores dos parâmetros utilizados nas simulações numéricas

6.3.1 Soluções estacionárias

Dos resultados experimentais, é evidente que o efeito de variação do tempo médio entre quedas quando a segunda cavidade modifica o seu tamanho é mais prominente em torno das frações racionais. Então, calcularemos os estados inicialmente no valor de $L_2/L_1 = 1$. Em conformidade com a equação 6.12, o resultado é apresentado na figura 6.9. Para $L_2 = L_1$ obtemos o caso equivalente ao laser com uma única realimentação ótica de intensidade igual a 2κ , como mostrado na figura 6.9(a). Pequenas variações do parâmetro relacionado com o quociente dos comprimentos L_2/L_1 na ordem de 2×10^{-4} , ou equivalentemente no tempo τ_2 da ordem de 1×10^{-2} ns, produzem uma alteração no número de pontos que compõem a elipse e a sua localização no espaço de fase composto pelas frequências e densidades de portadores estacionárias. Com a variação do valor L_2/L_1 em módulo, e partindo da unidade, a elipse inicialmente diminui de tamanho. Em seguida, após 0.09 ns em τ_2 ou 0.0017 em L_2/L_1 , a elipse fragmenta-se tal como mostrado na figura 6.9(b). Um novo par de elipses é criado simetricamente em relação a frequência ω_0 . Este fenômeno se repete após uma nova variação 0.09 ns em τ_2 , como visto nas figuras 6.9(e,f). Esta situação é similar para a vizinhança dos quocientes racionais 1/2, 2/3, 1/3, etc. Segundo a teoria de Sano, para um laser com um único retorno, descrita no capítulo 2, temos que posterior à queda LFF, há uma itinerância caótica com uma deriva em frequência, em direção ao ponto com menor valor de N_s ou a solução com máximo ganho no laser (a solução de maior potência na intensidade). Para pequenos desvios ao redor de $L_1 = L_2$ os pontos na vizinhança do máximo ganho mudam completamente a sua distribuição,

quando comparados com o caso $L_1 = L_2$. Para este valor de parâmetros, e na relação de comprimentos igual a 1, encontramos dinâmica caótica com quedas LFF como é observado no experimento e será demonstrado posteriormente nos resultados teóricos. Uma alteração na distribuição de soluções estacionárias evidentemente altera a dinâmica encontrada, e portanto as quedas LFF podem desaparecer devido a que não é possível levar a cabo a itinerância caótica com deriva quando os pontos estão distribuídos tal como na figura 6.9(c). Este fato pode explicar os estados sem presença de LFF quase estáveis, encontrados no experimento. O número de pontos estacionários que resolvem a equação 6.12 não varia de forma monótona com o crescimento do parâmetro L_2/L_1 . Esta dependência vai se manifestar nas figuras 6.9. Existe uma forte dependência com os parâmetros da tabela 6.1, entretanto a tendência a oscilar irregularmente da dinâmica temporal e a maneira como variam as soluções estacionárias é uma característica sempre presente.

Para entender os resultados da figura 6.9, construímos a figura 6.10, na qual mostramos o número total de frequências estacionárias para cada valor do quociente dos comprimentos. Observa-se claramente a mudança na distribuição em frequência e o número dos estados estacionários, em comparação ao caso de uma única realimentação, ilustrado na figura 6.11. As características descritas nas figuras 6.9 aparecem resumidas na figura 6.10. A anomalia na dinâmica aparece principalmente na região próxima a $L_1 = L_2$.

6.3.2 Frações racionais

Os estados estacionários calculados de acordo a equação 6.12, no valor correspondente as principais frações racionais é descrito na figura 6.12. Notamos que a distribuição de pontos em torno do modo de máximo ganho nas figuras 6.12, em confronto com o caso das figuras 6.9, não é fortemente alterado. Este fato explica porque a única dinâmica observada no valor que corresponde as frações racionais é o estado caótico composto por quedas LFF, tal como foi mostrado na figura experimental 6.8.

6.3.3 Resultados Numéricos

As figuras 6.13, 6.14, mostram o resultado típico da integração numérica das equações com um único retorno. Usando $\kappa_1 = 0$ temos que apenas o braço externo L_2 se encontra realimentando a radiação emitida pelo laser. A semelhança com os experimentos é visível comparando os histogramas e as inserções das figuras 6.13-6.14 com 6.4-6.5. Os parâmetros das equações foram ajustados para produzir a coincidência quantitativa observada com os valores experimentais. O cálculo do tempo médio entre quedas $\langle T \rangle$, para realimentação simples com τ_2 variando de 5.88 a 53.5 ns, é mostrado como pontos em forma de di-

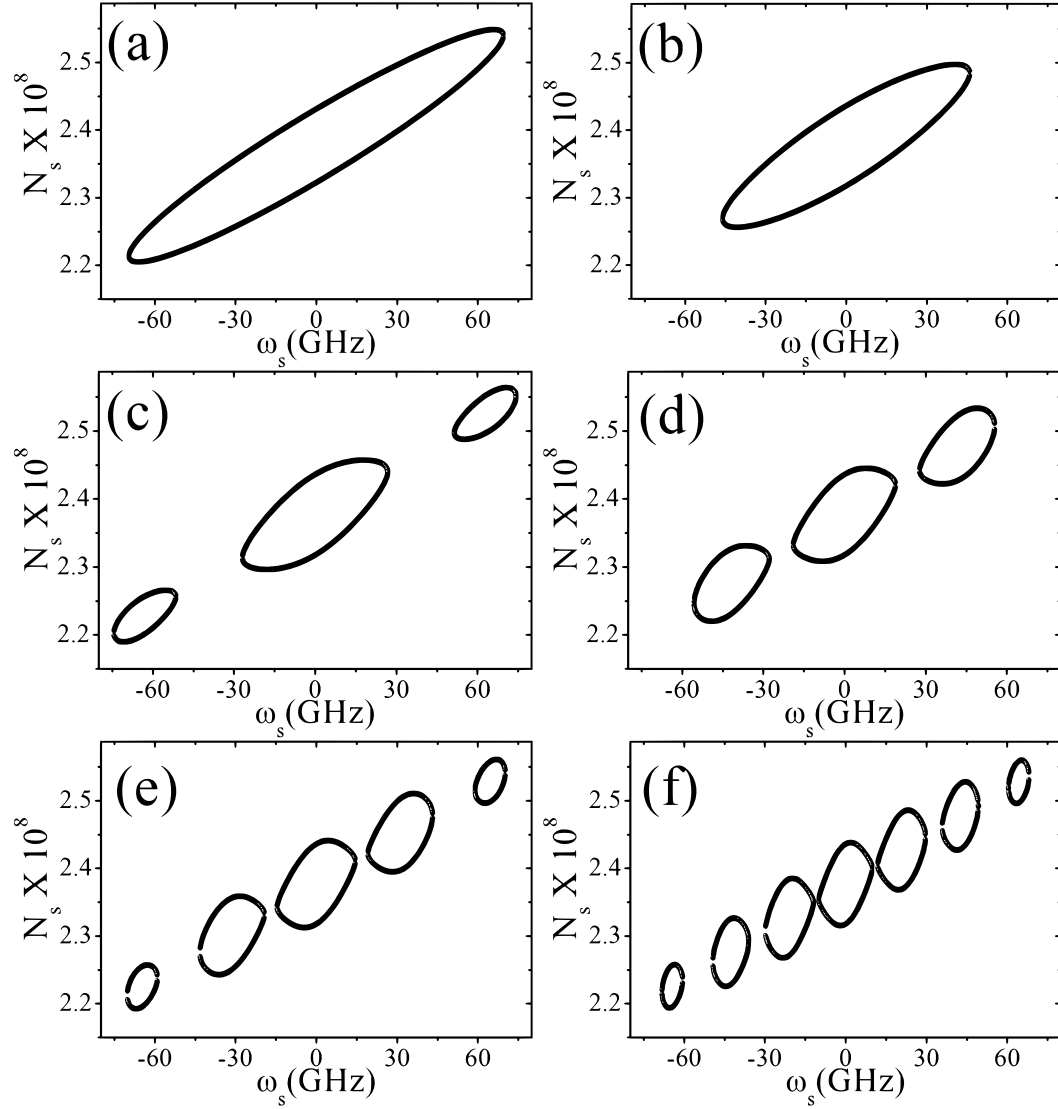


Figura 6.9: Estados estacionários de um laser de semiconductor submetido a dupla realimentação ótica, calculados segundo a equação 6.12 e os parâmetros da tabela 6.1. (a) $L_2/L_1 = 1$, $\tau_2 = 53.5$. (b) $L_2/L_1 = 0.9992$, $\tau_2 = 53.46$. (c) $L_2/L_1 = 0.9983$, $\tau_2 = 53.41$. (d) $L_2/L_1 = 0.9974$, $\tau_2 = 53.36$. (e) $L_2/L_1 = 0.9964$, $\tau_2 = 53.31$. (f) $L_2/L_1 = 0.9946$, $\tau_2 = 53.21$.

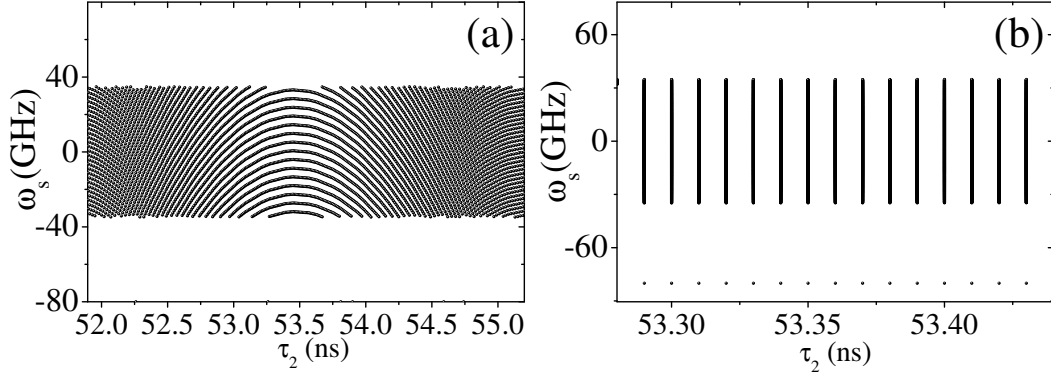


Figura 6.10: (a) Frequências estacionárias de um laser de semiconductor submetido a uma única realimentação ótica, calculados segundo a equação 3.13 e os parâmetros da tabela 6.1. $\kappa_1 = 0$, $\kappa_2 = 11 \text{ ns}^{-1}$, variação de $\tau_2 = 0.01 \text{ ns}$. (b) Zoom da figura (a). Estes resultados para um único retorno são apresentados para comparação com o caso de retorno duplo apresentado na figura 6.11.

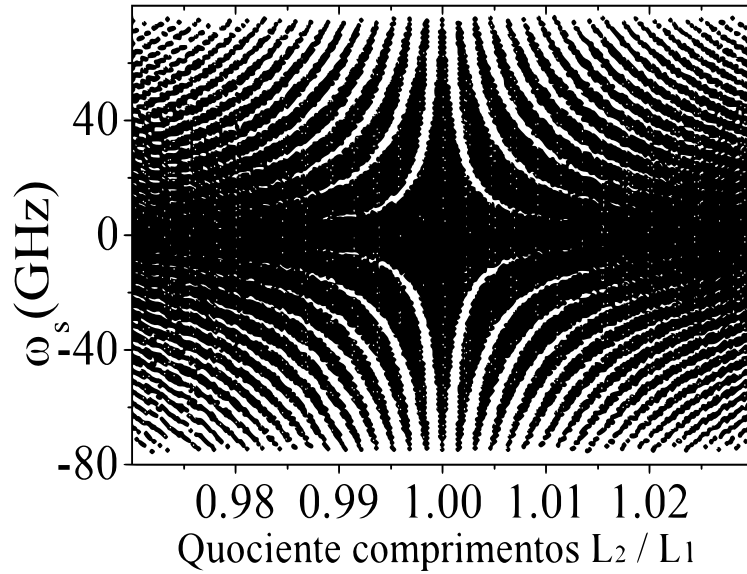


Figura 6.11: Frequências estacionárias de um laser de semiconductor submetido a dois retornos óticos, calculados segundo a equação 6.12 e os parâmetros da tabela 6.1. $\tau_1 = 53.5 \text{ ns}$, $\tau_2 = 51.90 - 55.11 \text{ ns}$, variação de $\tau_2 = 0.01 \text{ ns}$. Constata-se os câmbios nas elipses descritos nas figuras 6.9; cada 0.0017 de variação no parâmetro L_2/L_1 , um novo par de elipses são criadas simetricamente no eixo de frequências, até que a situação chega a ser similar ao caso com uma única realimentação mostrada em 6.10.

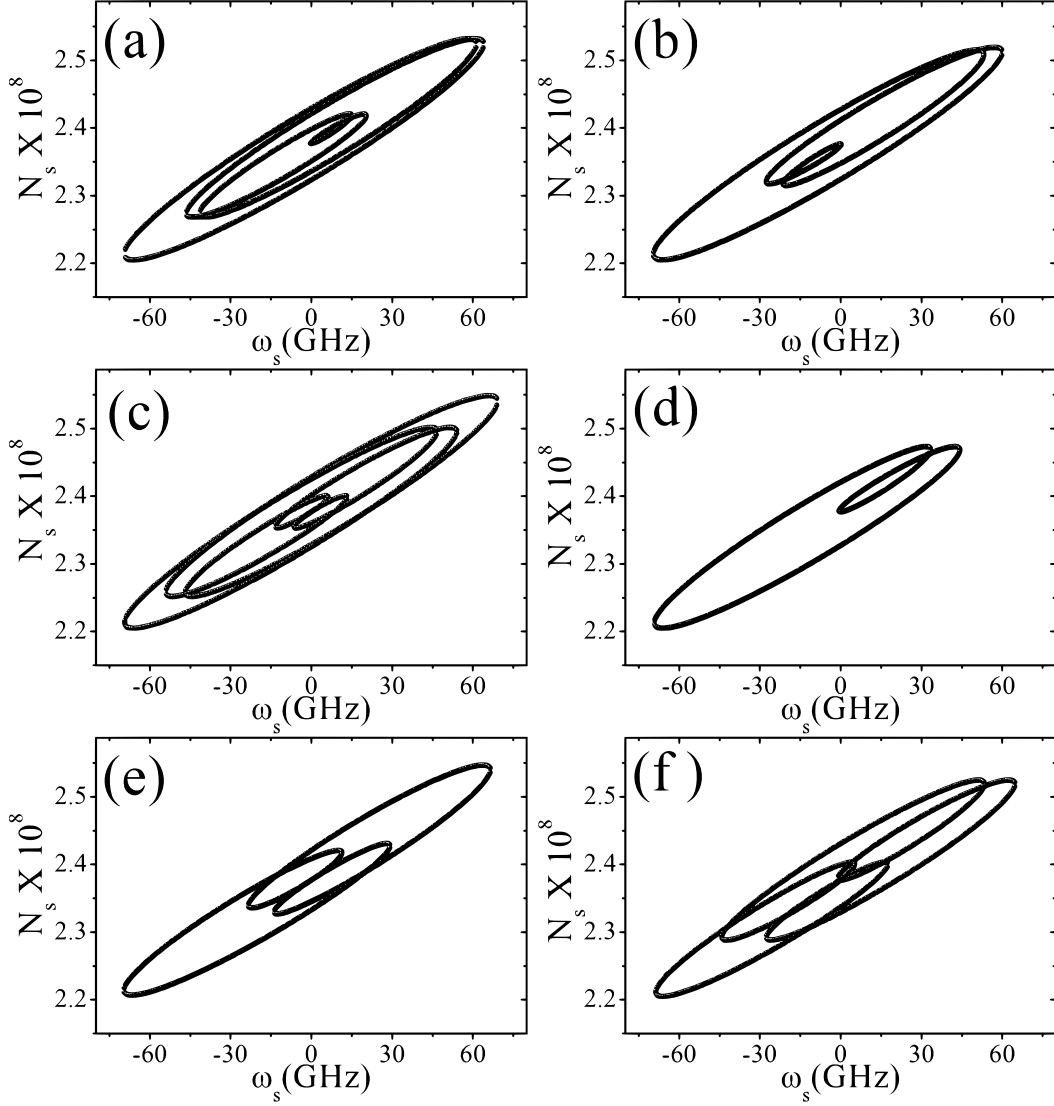


Figura 6.12: Estados estacionários de um laser de semiconductor submetido a dupla realimentação ótica, calculados segundo a equação 6.12 e os parâmetros da tabela 6.1. Aqui, temos calculado para as frações racionais principais. (a) $L_2/L_1 = 3/4$. (b) $L_2/L_1 = 2/3$. (c) $L_2/L_1 = 3/5$. (d) $L_2/L_1 = 1/2$. (e) $L_2/L_1 = 1/3$. (f) $L_2/L_1 = 1/4$.

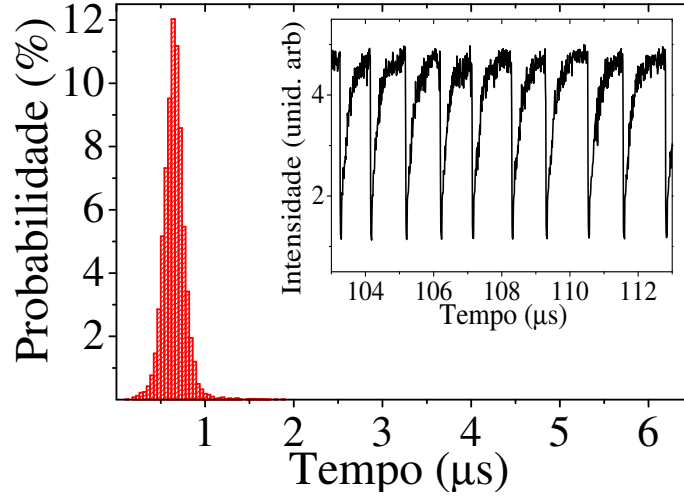


Figura 6.13: Histograma teórico típico para LFF correspondentes à condição de um único retorno ótico. As séries temporais foram calculadas usando o modelo L-K modificado segundo as equações 6.3-6.4.

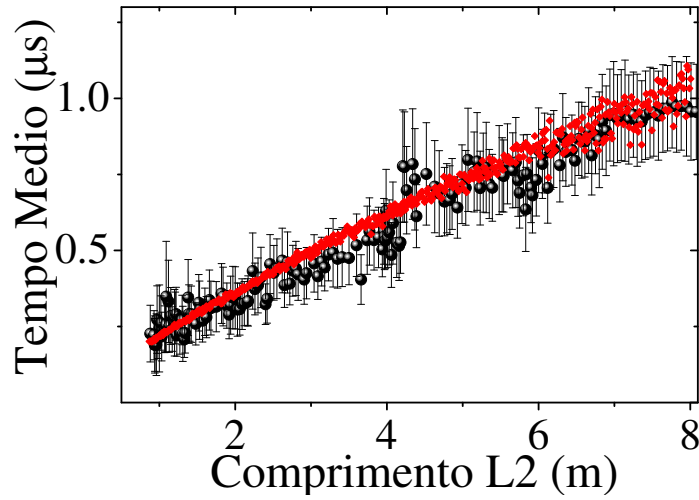


Figura 6.14: Pontos com forma de diamante (em vermelho) representam cada tempo médio calculado para séries temporais longas contendo ao redor de 10^3 quedas LFF como função do comprimento L_2 , na configuração onde o laser está submetido a um único retorno ótico que provém do braço L_2 . Os parâmetros usados correspondem aos apresentados na tabela 6.1. $\kappa_1 = 0$. A sobreposição dos pontos experimentais da figura 6.5, mostra o grau de coincidência entre a teoria e o experimento.

amante (pontos vermelhos) junto com os resultados experimentais na figura 6.14. Uma vez obtida a figura 6.14, não se modificaram os parâmetros da tabela 6.1. Os histogramas da distribuição de tempo entre quedas não mudam na teoria, tal como no experimento quando há um único retorno ótico, de forma que $\langle T \rangle$ cresce uniformemente com a distância (tempo) de realimentação. A inclusão do segundo termo de realimentação nas equações altera drasticamente a dinâmica de acordo com o que foi observado experimentalmente para uma cavidade externa. As séries temporais análogas às experimentais são mostradas na inserção da figura 6.15. Os histogramas típicos para a distribuição de tempo entre quedas obtidos numericamente são também mostrados na 6.15, os quais podem ser comparados com a inserção da figura 6.6 para o caso experimental. Para valores especificamente escolhidos da relação entre comprimentos de realimentação, as soluções com realimentação dupla mostram agrupamento de quedas LFF que nunca são achados nos cálculos com retorno único. É importante reforçar que as equações empregadas são totalmente determinísticas e, portanto, os resultados dependem apenas dos parâmetros do sistema. Os ruídos de diversas fontes sempre presentes no experimento, podem explicar as diferenças entre as figuras 6.15 e 6.6. Estes podem ser incluídos mediante a consideração de ruído branco nas equações. Contudo, neste trabalho não foi explorada esta situação.

Quando calculamos o tempo médio entre quedas consecutivas variando a razão de tempo de realimentação τ_2 , novamente obtemos semelhanças com os resultados experimentais. Isto é mostrado na figura 6.16. Na fração racional simples, seguindo uma sequência de Farey, as integrações numéricas dão uma forte variação para $\langle T \rangle$. Um acercamento em volta da relação de comprimentos $1/2$ é mostrado na figura 6.17 para a teoria. Aproximando-se do quociente $1/2$, o sistema mantém a média com uma variação contínua aparente até 0.49. Com o aumento da relação τ_2/τ_1 , a intensidade do laser passa a exibir estados quase estáveis, nos quais não há presença de quedas LFF. Estes longos intervalos sem LFF fazem o $\langle T \rangle$ crescer exponencialmente, dando lugar à formação de pacotes ou trens de quedas LFF. Em geral, o tempo médio entre as quedas dentro dos pacotes é da mesma ordem de grandeza do tempo médio quando as quedas são regulares, longe das frações racionais. Continuando com o incremento do parâmetro, existe uma sucessão de estados onde se encontra operação com LFF regular para um valor de parâmetro e operação com pacotes de LFF para o próximo valor. Isto se reflete nas grandes e sensíveis variações com altos e baixos do valor de $\langle T \rangle$ exibido nas figuras 6.17(a) e 6.17(b). É importante perceber que, em cima do valor exato da fração racional, e para uma janela estreita em torno desta, a LFF caótica é o único estado atingido, o que se aprecia melhor na figura teórica.

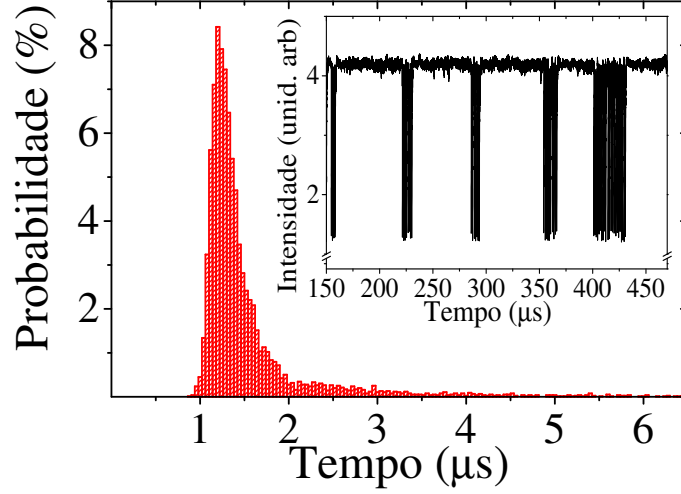


Figura 6.15: Histograma teórico para um laser com dupla realimentação ótica. Relação entre comprimentos igual a 0.495. O fenômeno de trens de pulsos LFF se manifesta nesta condição de maneira similar aos resultados do experimento mostrado na figura 6.6. O histograma apresenta novamente a cauda longa indicando os eventos que exibem tempo médio superior a $1.5 \mu\text{s}$.

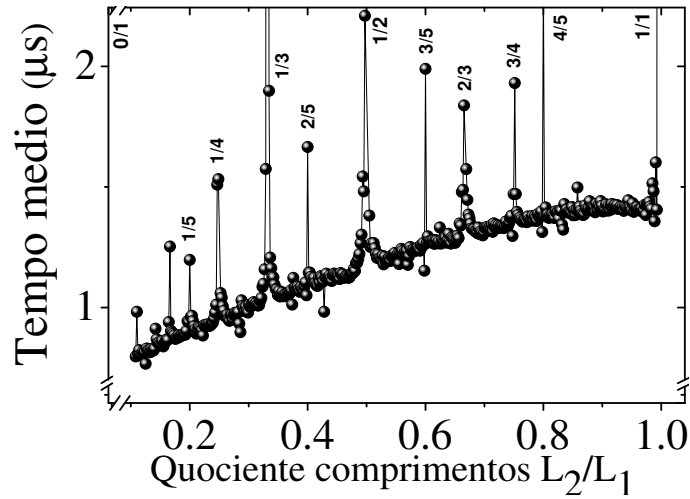


Figura 6.16: Tempo médio teórico entre as quedas consecutivas $\langle T \rangle$, como função da relação de distancia entre as duas cavidades L_2/L_1 .

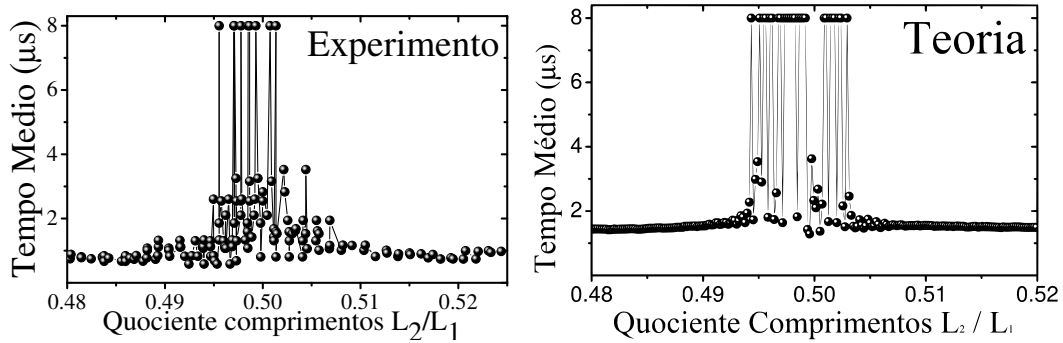


Figura 6.17: Comportamento do tempo médio entre quedas LFF quando o quociente dos comprimentos das cavidades varia em torno da fração $1/2$. Para estados estáveis, periódicos ou caóticos sem quedas LFF, a ausência de estas implica um tempo médio infinito, de modo que, para efeitos de visualização, foi imposto arbitrariamente na figura um tempo médio de $8\mu s$ para uma série temporal que não apresenta quedas. Na figura à esquerda se ilustra o resultado experimental. Figura à direita mostra a solução numérica.

Dada a natureza das distribuições estatísticas do tempo médio entre as quedas LFF, as quais exibem a presença de uma cauda longa, estas não apresentam uma variância finita para tal situação. Examinando a variância, é possível identificar o início das largas variações do comportamento gaussiano das distribuições de tempo entre quedas e investigar para qual valor do parâmetro se estabelece a anomalia. Apresentamos figuras construídas numericamente, nas quais foi incluído o desvio padrão como barras de erro para as médias calculadas. Quando a série temporal começa a apresentar setores sem presença de quedas LFF, o tempo médio cresce e consequentemente também a variância da distribuição, tal como mostrado nas figuras 6.18 e 6.19, para duas diferentes resoluções de variação do parâmetro.

Até agora temos mostrado que, a dinâmica do laser de semiconductor, na presença de dois retornos óticos é substancialmente diferente do caso de um único retorno. Os casos mais marcantes são observados em torno das frações mais simples $1/2$, $1/3$, $2/3$ e 1 , sugerindo que pode ser possível realizar uma estabilização completa da intensidade de saída se o parâmetro for sintonizado em torno destes valores. Para esclarecer esta afirmação, notemos que, para elaborar as figuras, usamos o procedimento de fixar um limiar para identificar cada queda e calcular a distribuição de tempos entre estas. Consistentemente, é sempre possível identificar o estado LFF, tanto quando ele está presente na forma de pulsos caóticos, quanto na forma de pacotes de pulsos, seguido de tempos longos sem eles. Neste trabalho, usamos o seguinte critério: se a série temporal não apresenta quedas ao longo de $2/3$ do comprimento total da série, isto significa que nenhum pulso é detectado pelo algoritmo, e neste caso o laser não apresenta quedas na intensidade e deve permanecer em um estado estável

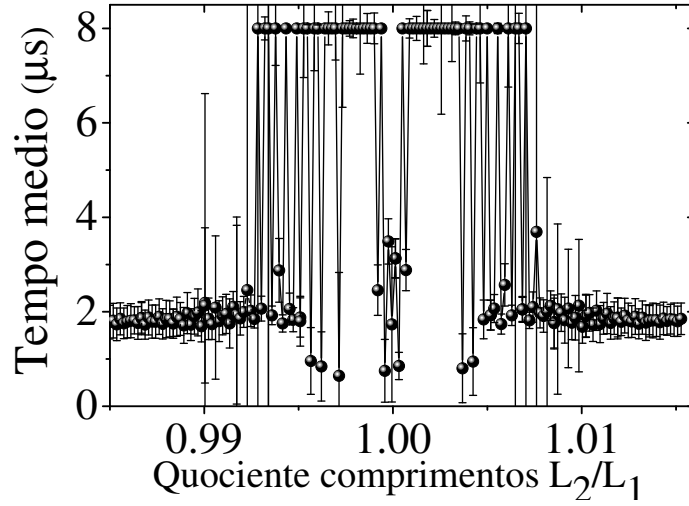


Figura 6.18: Resultado numérico da integração das equações 6.3-6.4, usando uma variação de 0.01 ns para o valor de τ_2 . Foi incluído o desvio padrão calculado da distribuição estatística para os tempos entre quedas. Esta quantidade representa um bom indicador para identificar o início das variações no tempo médio.

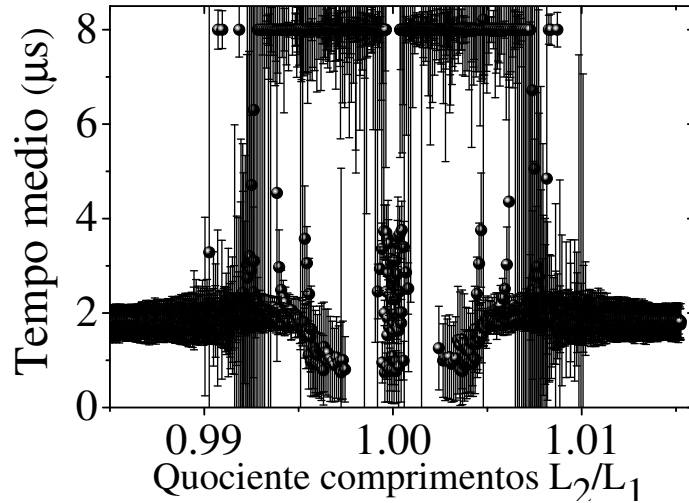


Figura 6.19: Resultado numérico da integração das equações 6.3-6.4, usando uma variação de 0.001 ns para o valor de τ_2 .

ou periódico. Quando se apresenta esta situação, arbitrariamente é colocado para o tempo médio entre quedas o valor de $8 \mu\text{s}$. Portanto, as informações sobre o estado dinâmico real desses intervalos que não possuem LFF, não podem ser acessadas através deste procedimento. Em vista disso, implementamos o cálculo do máximo expoente de Lyapunov do sistema, o qual fornece informações sobre a natureza da dinâmica dos intervalos sem LFF. Lembrando que um estado estável apresenta um expoente de Lyapunov máximo negativo e o estado caótico apresenta um expoente de Lyapunov máximo positivo. Para o cálculo do máximo expoente de Lyapunov no sistema com retardo, usamos os métodos propostos na seção 4.4.3 da referência [13]. séries de 2 ms contendo 2000 quedas LFF foram usadas. O resultado é apresentado na figura 6.20. Começando em $L_2/L_1 = 0.985$, obtém-se um valor quase constante para

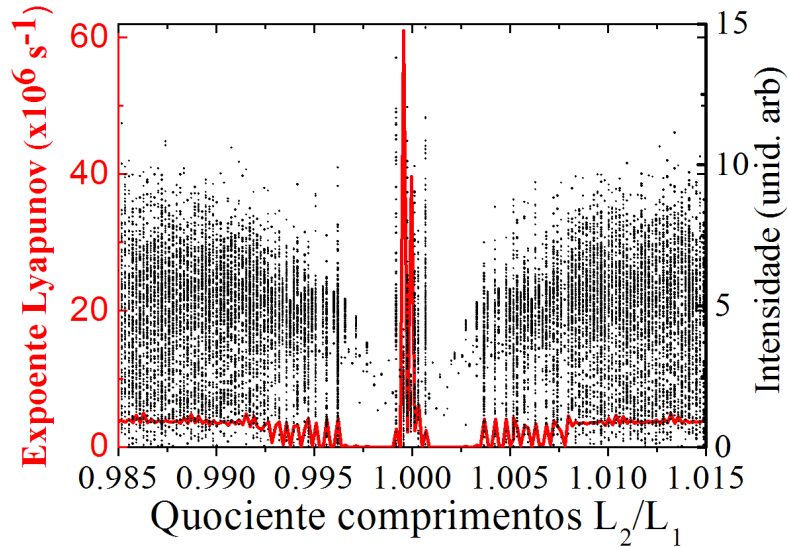


Figura 6.20: A linha representa os valores calculados para o máximo expoente de Lyapunov do sistema laser de semiconductor na presença de dois retornos óticos, na vizinhança do parâmetro $L_2/L_1 = 1$. Os pontos representam todos os mínimos da série temporal. Resolução de $\tau_2 = 0.01 \text{ ns}$, resolução de $L_2/L_1 = 2 \times 10^{-4}$.

o expoente de Lyapunov, o qual corresponde a séries temporais contendo pulsos caóticos tipo LFF. Como destacado na figura 6.18, constata-se o início da anomalia próximo ao valor $L_2/L_1 = 0.992$. A partir deste valor, o máximo Lyapunov oscila entre os valores regulares para séries temporais com LFF, e valores pequenos próximos do zero para estados quase estáveis. Neste nível de resolução, é notória a rápida comutação entre os estados caóticos e quase estáveis. A troca repentina da dinâmica é o fenômeno que comparamos com aquele que foi descrito no trabalho de Ikeda [97,98], chamado de instabilidade frustrada, ilustrado nas figuras 6.21 e 6.22. Neste caso, a frustração manifesta-se na impossibilidade do estabelecimento de um modo de oscilação do sistema. Aqui, a comutação abrupta de estados dinâmicos entre 0.992 e 0.997 é o que

consideramos o análogo do Ikeda para o nosso sistema caótico. Na figura 6.22 observamos a alteração brusca da dinâmica para a variação do parâmetro. Para $\tau_2 = 53.27$ ns, em preto, há presença de quedas LFF, com a fase evoluindo com respeito à fase solitária do laser. O laser opera numa frequência deslocada para o vermelho, perto da condição de máximo ganho. A partir da inclinação calculada inferimos que cerca de 750 modos de cavidade externa, separados por $\Delta\omega = 18$ MHz, participam da sua dinâmica itinerante. Para $\tau_2 = 53.28$ ns, em azul, não há itinerância caótica entre os modos do sistema, tal que a intensidade do laser permanece oscilando quase periodicamente em torno de uma frequência de cavidade externa. Para $\tau_2 = 53.29$ ns, em vermelho, o cenário muda, mas ainda não há itinerância caótica entre os modos do sistema, tal que a intensidade do laser permanece oscilando caoticamente ao redor de uma faixa de frequências num modo de cavidade externa. De acordo com Sano [57], as quedas na potência ótica no regime LFF são causadas por crises, isto é, colisões da trajetória do sistema no espaço de fase com os chamados antimodos. Cada crise é precedida por itinerância caótica da trajetória do sistema entre ruínas atratoras de modos de cavidade externa, com uma deriva para o modo de ganho máximo. A modificação da estrutura dos modos e os antimodos pode ser a responsável pelo comportamento observado [114]. Contudo, para provar esta afirmação, é necessário levar a cabo a análise de estabilidade linear para as soluções do estado estacionário com dois retornos óticos. Aqui, nós não calculamos esta propriedade do sistema e, portanto, uma interpretação física completa ainda não é possível usando apenas nossos resultados. O cálculo e as interpretações físicas constituem uma perspectiva para trabalhos posteriores.

É importante ressaltar que, além da instabilidade de frustração no estabelecimento do estado dinâmico, a figura 6.20 fornece evidência numérica da localização das prováveis regiões onde pode ser possível achar estados estáveis do laser de semiconductor, operando com dois retornos óticos. O local mais plausível onde o laser pode ser estabilizado completamente se encontra nas regiões 0.9975-0.9987 e 1.0012-1.0025. Particularmente, para este nível de resolução, não foi achado nenhum valor do Lyapunov negativo. Os menores valores encontrados foram 1000 vezes menores que o valor para o coeficiente de Lyapunov da série temporal que contém LFF caótica com dois retornos, o qual foi de $3.85 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, e 10000 vezes menores que o maior expoente achado na figura 6.20, o qual tomou o valor de $61 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$. É fundamental melhorar a resolução de cálculo do expoente de Lyapunov, na procura de uma descrição mais completa da natureza dos estados dinâmicos.

Quando a intensidade de saída do laser semiconductor é realimentada pelo sistema composto por dois espelhos externos, a quantidade de realimentação ótica é uma função dos comprimentos das cavidade externas, em contraste com o caso de um único espelho, onde a refletividade é uma constante. O

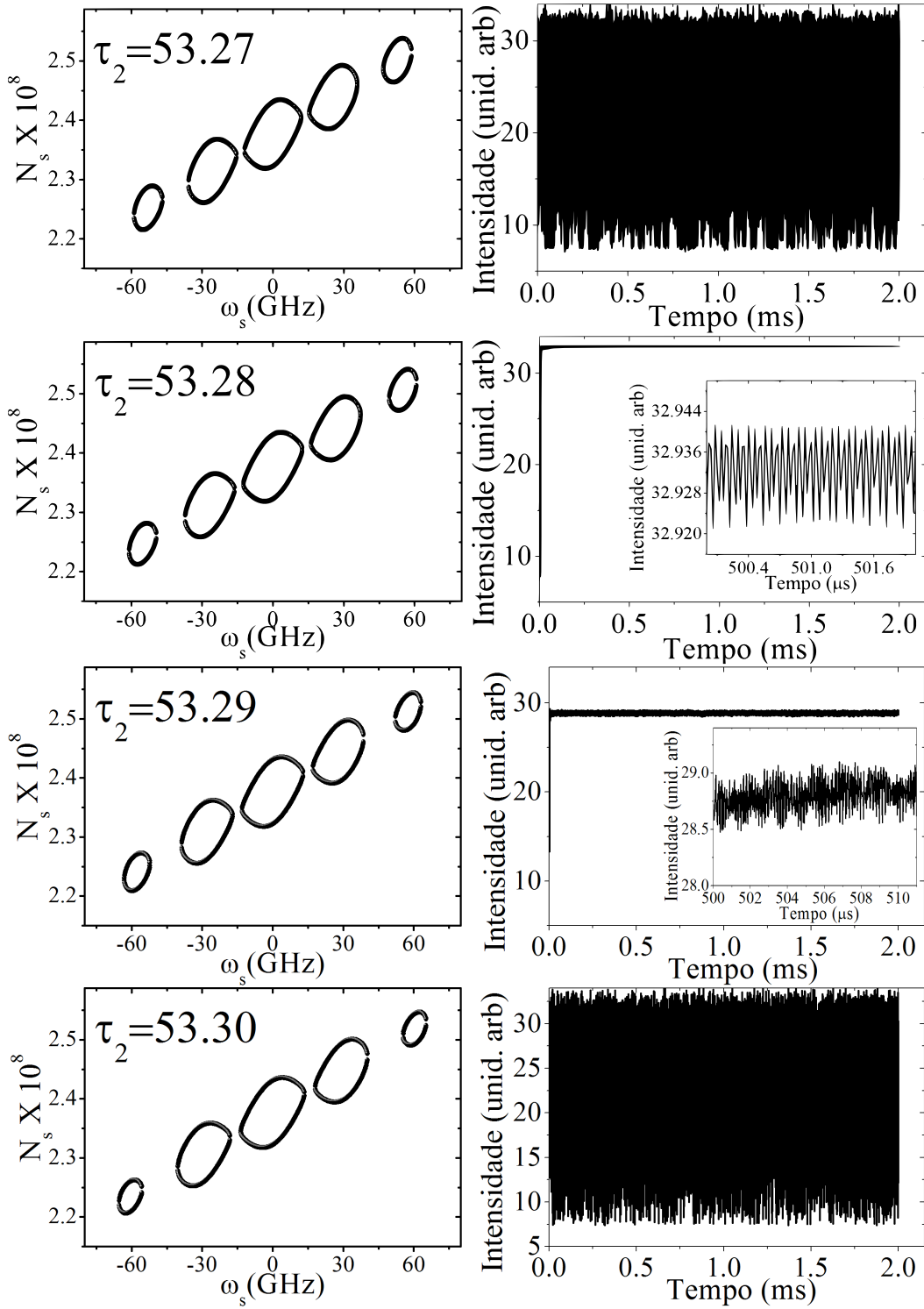


Figura 6.21: Comutação abrupta de estados dinâmicos para uma variação do parâmetro τ_2 de um centésimo de nanosegundo. Na esquerda se apresentam os estados estacionários calculados usando a equação 6.12, para o valor de parâmetro usado. A direita mostramos a dinâmica temporal calculada para uma escala de tempo longa (2 ms), correspondente aos estados estacionários da esquerda.

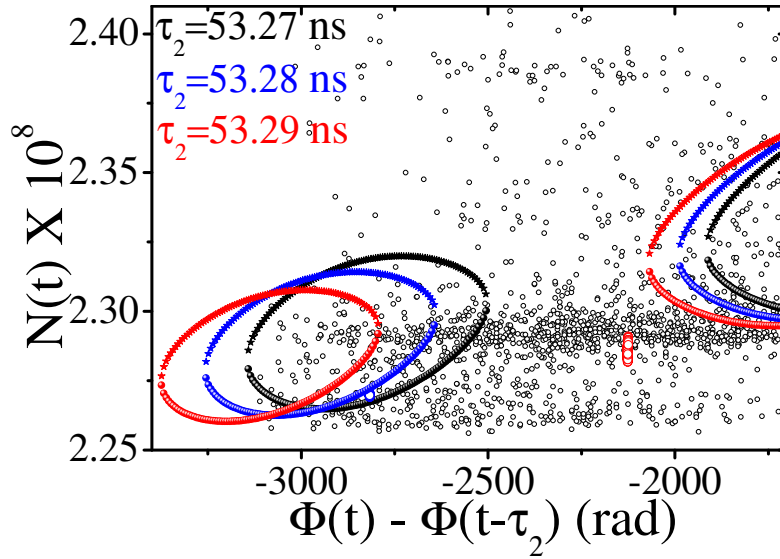


Figura 6.22: Estados estacionários e dinâmica temporal para três parâmetros usados na figura 6.21. Esferas representam os pontos estacionários estáveis ou modos do sistema. Estrelas representam os antimodos ou modos instáveis do sistema. A dinâmica temporal resultante da integração numérica é representada por círculos.

valor máximo imposto para a quantidade de realimentação representada por κ no modelo, foi calculado com base na diminuição máxima da corrente do limiar medida no experimento. A corrente de limiar é calculada usando o número de portadores no estado estacionário. Consequentemente, para um laser sem realimentação ótica ($\kappa_1 = \kappa_2 = 0$), esta quantidade é igual a $N_{lim,sol} = N_0 + 1/(G_0\tau_p)$, dada pela equação 6.9. No modelo de Lang e Kobayashi descrito pelas equações 6.3-6.4 é possível calcular a refletividade efetiva produzida pela cavidade externa em termos da percentagem de redução da corrente de limiar ς , segundo a equação 6.9 e usando $J_{lim} = N_s/\tau_s$.

$$\begin{aligned} \varsigma &= \frac{J_{lim,sol} - J_{lim,real}}{J_{lim,sol}} = \frac{N_{s,sol} - N_{s,real}}{N_{s,sol}} \\ &= \frac{1}{G_0 N_0 + \frac{1}{\tau_p}} (2\kappa_1 \cos(\omega_s \tau_1) + 2\kappa_2 \cos(\omega_s \tau_2)) \end{aligned} \quad (6.13)$$

O comportamento dos pontos na figura 6.23 mostra que a percentagem de diminuição do limiar varia fortemente em volta do valor $L_1 = L_2$, da mesma maneira que a figura 6.10. A média de todos os pontos da figura 6.23 sobreposta ao expoente de Lyapunov da figura 6.20, mostrado em 6.24, sugere que, o maior valor de redução no limiar de operação leva o sistema para o estado dinâmico mais caótico em comparação com o valor regular obtido para LFF com dois tempos de retardo. Da mesma forma, o menor valor de redução no limiar leva o sistema para o estado dinâmico onde a intensidade do laser é quase estável,

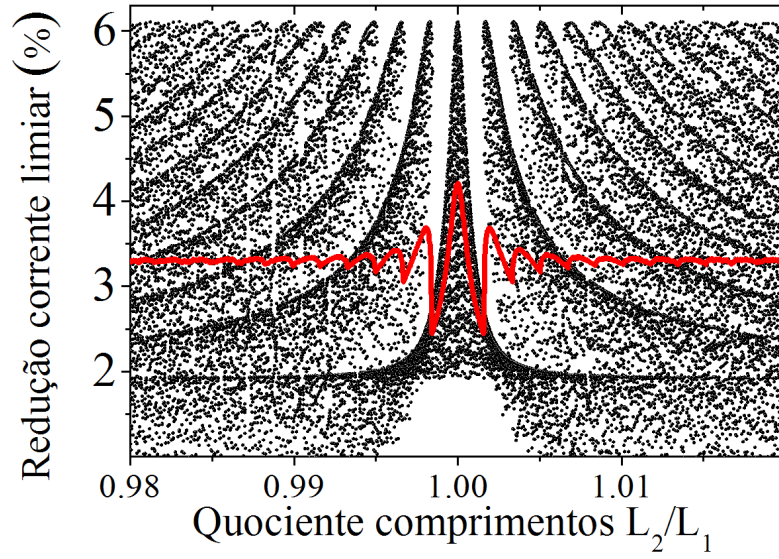


Figura 6.23: Os pontos representam o resultado do cálculo numérico de ς (equação 3.4) para o sistema de cavidade dupla. Resolução de $\tau_2 = 0.01$ ns, resolução de $L_2/L_1 = 2 \times 10^{-4}$. A linha indica a média de todos os pontos obtida para cada valor de parâmetro imposto.

no qual mostra o menor valor para o coeficiente de Lyapunov.

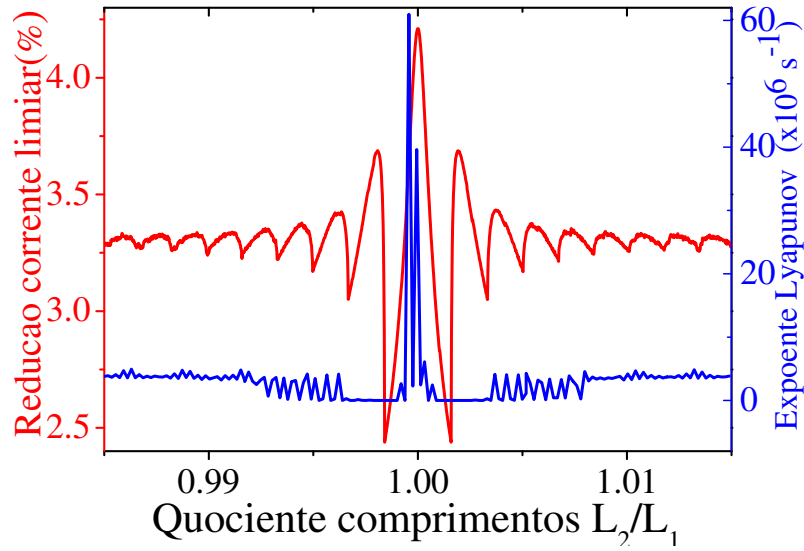


Figura 6.24: Valor médio da porcentagem de diminuição no limiar e o Lyapunov para a região $L_1 = L_2$.

7 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

7.1 Conclusões do capítulo 4

Neste trabalho estudamos, experimental e teoricamente, o sistema constituído por dois lasers que apresentam caos devido à realimentação ótica, os quais operam de maneira independente no regime de quedas de intensidade conhecido como flutuações de baixa frequência e acoplados eletricamente na configuração paralela. Demonstramos que existe uma dinâmica na qual os eventos de queda da intensidade associados a cada laser de semiconductor caótico sincronizam em fase para as escalas de tempo lentas da dinâmica, podendo coexistir com oscilações em oposição de fase, numa escala de tempo mais rápida. Apesar de que as oscilações em oposição de fase se encontram relacionadas ao fato de que os osciladores operam simultaneamente com uma única fonte fornecedora de corrente, uma observação notável, tanto nos experimentos quanto no modelo teórico simples, foi o aumento da amplitude das oscilações em oposição de fase antes da queda de intensidade sincronizada com o incremento da intensidade do acoplamento. Avaliamos o comportamento do sincronismo no espaço dos principais parâmetros. Nossa análise foi baseada principalmente no cálculo da função de correlação.

Mostrou-se que a noção usual do sincronismo de fase para oscilações periódicas pode ser estendida para as oscilações caóticas da intensidade do laser semiconductor com retorno ótico, pela consideração da transformada de Hilbert da série temporal. Este processo foi considerado para uma série temporal filtrada numericamente com a intenção de eliminar as escalas de tempo mais rápidas, de modo que unicamente permanecem as características para o fenômeno das quedas de intensidade em frequências baixas. Usando este tipo de filtro, a caracterização física do atrator para o evento LFF é claramente evidente. Por conseguinte, o sincronismo foi definido neste contexto, como a correspondência da fase de Hilbert para os dois lasers caóticos, tal que a diferença destas quantidades permanece pequena, em comparação com as escalas de oscilação da fase de Hilbert para cada laser caótico isoladamente.

Devido a que o modelo usado apresentou-se em boa concordância com os experimentos, fizemos um estudo teórico do sincronismo em função das fases e frequências que correspondem à variações no envelope lento do campo elétrico, calculadas a partir do modelo para os dois lasers de semicondutor acoplados. Neste caso, a noção de sincronismo apresentou-se dependente das escalas de tempo consideradas na dinâmica.

A variação dos sinais de correlação com a escala de tempo tal como mostrado aqui para dois lasers acoplados eletricamente é relevante para o estudo de redes de muitas unidades e o seu uso para a simulação de sistemas complexos. Sabe-se que as correlações entre pares de elementos dentro de uma rede complexa, são diferentes das correlações entre os grandes grupos de unidades [123, 124], portanto o conhecimento detalhado das propriedades das unidades e a dinâmica estabelecida entre pares de elementos amplia a possibilidade para caracterizar sistemas que resultam de múltiplas topologias de acoplamento nas redes com muitos subsistemas complexos.

7.2 Perspectivas do capítulo 4

Como consequência dos resultados exibidos nesta tese, um conjunto de possibilidades surge como perspectiva para próximos projetos que irão dar continuidade ao trabalho feito. A seguir descrevemos as principais propostas:

- Implementação experimental de resultados teóricos, como por exemplo, os apresentados nas figuras 5.24 e 5.26. Por exemplo, a figura 5.26 pode ser construída experimentalmente pela incorporação de um capacitor variável no esquema da figura 5.3. Cada valor de capacitância está associado a um valor para a constante de acoplamento η . Usando valores pequenos de capacitância (interação fraca), e através do cálculo da fase de Hilbert para as séries experimentais, podemos determinar se há presença de sincronismo de fase, anterior ao sincronismo de intensidade entre os pares de lasers. De maneira similar, pode ser feito um estudo experimental para o parâmetro intensidade de realimentação κ .
- Estudo do sincronismo em pares de lasers de semicondutor que possuem comprimentos de onda muito diferentes, usando acoplamento de tipo elétrico, na configuração paralela ou série. Balanceando os limiares de operação por meio de resistores, também é possível estudar o sincronismo entre lasers de semicondutor de tipos diferentes, tais como VCSEL ou DFB (distributed feedback laser).
- Obtenção do sincronismo isócrono, mesmo na presença do tempo de resposta para o acoplamento τ_c .

7.3 Conclusões do capítulo 5

Foi medida e calculada a resposta do tempo médio entre quedas LFF para um laser de semicondutor quando o parâmetro tempo de realimentação, τ_1 , é modificado na presença de um único retardo ótico. Observamos que o tempo médio entre as quedas de potência aumenta linearmente com o comprimento da cavidade externa que gera a realimentação. Modificações significativas não aparecem na distribuição de probabilidade de tempo entre quedas. A realimentação dupla, por outro lado, dá resultados qualitativos diferentes e relevantes. Aparecem mudanças no tempo médio entre as quedas de intensidade LFF e, como consequência, as estatísticas são diferentes para o caso de um único retorno. Tais variações resultam exclusivamente da modificação do parâmetro τ_2 , no experimento e teoria, sem recorrer à introdução de ruído na teoria. Quando o comprimento de um dos braços de retroalimentação foi variado, verificou-se que algumas proporções entre os comprimentos induzem uma relativa estabilização do sistema. A estabilização máxima foi obtida na vizinhança das frações racionais simples, sendo este o principal resultado do capítulo. Perto de tais valores, as quedas de intensidade induzidas por retorno ótico variam sensivelmente e não são produzidas de forma homogênea. Em vez disso, a dinâmica mostra seções de intensidade quase estável, em coexistência com pacotes de quedas. O caso mais marcante é observado para a fração 1/1, onde o cálculo do máximo expoente de Lyapunov do sistema sugere que é possível realizar uma estabilização completa da intensidade de saída.

7.4 Perspectivas do capítulo 5

- Implementação numérica do algoritmo para calcular a estabilidade linear para as soluções do estado estacionário com dois retornos óticos.
- Entendimento do mecanismo físico associado a comutação entre os estados dinâmicos presentes em torno das frações racionais simples, no laser de semicondutor com dupla cavidade externa.
- Estudo da dinâmica gerada em lasers tipo DFB e VCSEL devido a dois retornos óticos.

REFERÊNCIAS

- [1] S. H. Strogatz, “Nonlinear Dynamics and Chaos”, Perseus Books Publishing, Primeira Edição (2000).
- [2] S. Banerjee, M. Mitra and L. Rondoni, “Application of chaos and non-linear dynamics in engineering”, Springer-Verlag (2011).
- [3] J. A. Machado, D. Baleanu and A. C. J. Luo, “Nonlinear and complex dynamics: applications in physical, biological, and financial systems”, Springer-Verlag New York (2011).
- [4] A. Fuchs, “Nonlinear dynamics in complex systems: theory and applications for the life, neuro and natural sciences”, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2013).
- [5] F. M. Atay, “Complex Time-Delay Systems Theory and Applications”, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2010).
- [6] M. Sciamanna and K. A. Shore, “Physics and applications of laser diode chaos”, *Nature Photonics*. **9**, 151-162 (2015).
- [7] H. Haken, “Analogy Between Higher Instabilities in Fluids and Lasers”, *Physics Letters*, **53A**, 1, (1975).
- [8] D. Brunner, M. C. Soriano, X. Porte, and I. Fischer, “Experimental phase-space tomography of semiconductor laser dynamics”, *Physical Review Letters*, **115**, 053901 (2015).
- [9] M. Turconi, B. Garbin, M. Feyereisen, M. Giudici, and S. Barland, “Control of excitable pulses in an injection-locked semiconductor laser”, *Physical Review E*, **88**, 022923 (2013).
- [10] J. P. Toomey, D. M. Kane, M. W. Lee, and K. A. Shore, “Nonlinear dynamics of semiconductor lasers with feedback and modulation”, *Optics Express*, **18**, 16955-16972 (2010).
- [11] E. Lacot, B. Houchmandzadeh, V. Girardeau, O. Hugon and O. Jacquin, “Nonlinear modification of the laser noise power spectrum induced

- by frequency-shifted optical feedback”, *Physical Review A*, **94**, 033843 (2016).
- [12] J. G. Freire and J. A. C. Gallas, “Non-Shilnikov cascades of spikes and hubs in a semiconductor laser with optoelectronic feedback”, *Physical Review E*, **82**, 037202 (2010).
 - [13] A. Uchida, “Optical Communication with Chaotic Lasers: Applications of Nonlinear Dynamics and Synchronization”, Wiley VCH, (2012).
 - [14] D. M. Kane, A. Shore, “Unlocking Dynamical Diversity: Optical Feedback Effects on Semiconductor Lasers”, John Wiley and Sons, (2005).
 - [15] P. J. Edwards and G. H. Pollard, “Quantum Noise-Correlated Operation of Electrically Coupled Semiconductor Light Emitters”, *Physical Review Letters*, **69**, 1757 (1992).
 - [16] P. M. Mayer, F. Rana, and R. J. Ram, “Quantum Noise-Correlated Operation of Electrically Coupled Semiconductor Light Emitters”, *Applied Physics Letters*, **82**, 689 (2003).
 - [17] A. Z. Khoury, “Pump-induced correlation between two lasers”, *Physical Review A*, **60**, 1610 (1999).
 - [18] I. Fischer, O. Hess, W. Elsässer, and E. Göbel, “High-Dimensional Chaotic Dynamics of an External Cavity Semiconductor Laser”, *Physical Review Letters*, **73**, 2188 (1994).
 - [19] F. R. Ruiz-Oliveras and A. N. “Pisarchik, Phase-locking phenomenon in a semiconductor laser with external cavities”, *Optics Express*, **14**, 12859 (2006).
 - [20] F. Rogister, P. Megret, O. Deparis, M. Blondel and T. Erneux, “Suppression of low-frequency fluctuations and stabilization of a semiconductor laser subjected to optical feedback from a double cavity: theoretical results”, *Optics Letters*, **24**, 1218 (1999).
 - [21] F. Rogister, D. W. Sukow, A. Gavrielides, P. Mégret, O. Deparis, and M. Blondel, *Optics Letters*, **25**, 808 (2000).
 - [22] A. Többsens and U. Parlitz, “Dynamics of semiconductor lasers with external multicavities”, *Physical Review E* **78**, 016210 (2008).
 - [23] F. Rogister, P. Megret, O. Deparis, M. Blondel and T. Erneux, *Optics Letters*, **24**, 1218 (1999).
 - [24] T. Suhara, “Semiconductor Laser Fundamentals”, CRC press (2004).

- [25] T. Numai, “Fundamentals of Semiconductor Lasers”, Springer, Second Edition (2015).
- [26] K. Petermann, “Laser Diode Modulation and Noise”, Kluwer Academic Publishers (1988).
- [27] D. C. Hutchings, M. Sheik-Bahae, D. J. Hagan and E. W. Van “Kramers-Kronig relations in nonlinear optics”, *Optical and Quantum Electronics*, **24**, 1-30 (1992).
- [28] R. W. Boyd, “Nonlinear Optics”, Academic Press, Third Edition (2007).
- [29] J. Ohtsubo, “Semiconductor Lasers, Stability, Instability and Chaos”, Springer, Second Edition (2008).
- [30] B. G. Streetman and S. K. Banerjee, “Solid state electronic devices”, Prentice Hall, Sixth edition (2006).
- [31] W. J. Burke, M. Ettenberg, and H. Kressel “Optical Feedback Effects in cw Injection Lasers”, *Applied Optics*, **17**, 14, 2233 (1978).
- [32] R. Ries and F. Sporleder, “Low frequency instabilities of laser diodes with optical feedback”, *Proc. 8th Europ. Conf. on Opt. Comm.*, pp. 285-290, Cannes, France, (1982).
- [33] Y. Mitsuyoshi, J. Shimada and S. Mitsutsuka, “Voltage Changes Across the Self-Coupled Semiconductor Laser”, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **17**, 7, 1216 (1982).
- [34] A. A. Sahai, B. Kim, D. Choi, A. Locquet and D. S. Citrin, “Mapping the Nonlinear Dynamics of a Laser Diode via its Terminal Voltage”, *Optics Letters*, **39**, 19, 5630 (2014).
- [35] G. L. Belenky, R. F. Kazarinov, J. Lopata, S. Luryi, T. Tanbun-Elk and P. A. Garbinski, “Direct Measurement of the Carrier Leakage Out of the Active Region in InGaAsP/InP Laser Heterostructures”, *IEEE Transactions on Electron Devices*, **42**, 2, 215 (1995).
- [36] R. Juskaitis, N. P. Rea, and T. Wilson, “Semiconductor Laser Confocal Microscopy”, *Applied Optics*, **33**, 4, 578 (1994).
- [37] P. J. Rodrigo, M. Lim, and C. Saloma, “Optical-Feedback Semiconductor Laser Michelson Interferometer for Displacement Measurements with Directional Discrimination”, *Applied Optics*, **40**, 4, 506 (2001).
- [38] J. Gao, “Optoelectronic Integrated Circuit Design and Device Modeling”, Wiley, First Edition (2011).

- [39] J. H. Osmudsen and N. Gade, "Influence of Optical Feedback Effects on Frequency Spectrum and Threshold Conditions", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **19**, 465 (1983).
- [40] H. Temkin, N. A. Olson, J. B. Abeles, R. A. Logan and M. B. Panish, "Reflection Noise in Index-Guided InGaAsP Lasers", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **22**, 286 (1986).
- [41] R. W. Tkach and A. R. Chraplivy, "External Optical Feedback effect on Semiconductor Injection Laser Properties", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **16**, 347 (1980).
- [42] R. Lang, K. Kobayashi, "Regimes of feedback effects in 1.5- μ m distributed feedback lasers", *Journal of Lightwave Technology*, **LT-4**, 11 (1986).
- [43] J. Mørk, B. Tromborg, J. Mark, and V. Velichansky, "Instabilities in a laser diode with strong optical feedback", *SPIE*, **1837**, 90 (1992).
- [44] L. Goldberg, H. F. Taylor, A. Dandridge, J. F. Weller and R. O. Miles, "Spectral characteristics of semiconductor lasers with optical feedback", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **18**, 555 (1982).
- [45] F. Favre, D. Guen and J. Simon, "Optical feedback effects upon laser diode oscillation field spectrum", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **18**, 1712 (1982).
- [46] G. P. Agrawal, "Line narrowing in a single-mode injection laser due to external optical feedback", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **20**, 468 (1984).
- [47] J. Mørk, J. Mark and B. Tromborg, "Route to chaos and competition between relaxation oscillations for a semiconductor laser with optical feedback", *Physical Review Letters*, **65**, 1999 (1990).
- [48] D. W. Sukow, J. R. Gardner and D. J. Gauthier, "Statistics of power-dropout events in semiconductor lasers with optical feedback", *Physical Review A*, **56**, R3370 (1997).
- [49] A. Hohl, H. J. C. van der Linden and R. Roy, "Determinism and stochasticity of power-dropout events in semiconductor lasers with optical feedback", *Optics Letters*, **20**, 2396 (1995).
- [50] Y. Hong and K. A. Shore, "Influence of optical feedback time delay on power dropouts in vertical-cavity-surface-emitting-lasers", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **41**, 1054 (2005).

- [51] Y. Hong and K. A. Shore, “Statistical measures of the power dropout ratio in semiconductor lasers subject to optical feedback”, *Optics Letters*, **30**, 3332 (2005).
- [52] M. Giudici, “Non linear dynamics of a semiconductor laser with optical feedback”, PhD Thesis, Nice-France (2000).
- [53] J. F. Martinez Avila, “Dinâmica não linear e sincronismo de lasers semicondutores caóticos”, PhD Thesis, Universidade Federal de Pernambuco, Recife-Brasil (2006).
- [54] I. Fisher, G. H. M. Van Tartwijk, A. M. Levine, W. Elsaßer, E. Gobel and D. Lenstra, “Fast pulsing and chaotic itinerancy with a drift in the coherence collapse of semiconductor lasers”, *Physical Review Letters*, **76**, 220 (1996).
- [55] G. Vaschenko, M. Giudici, J. J. Rocca, C. S. Menoni, J. R. Tredicce and S. Balle, “Temporal dynamics of semiconductor lasers with optical feedback”, *Physical Review Letters*, **81**, 5536 (1998).
- [56] G. Huyet, S. Balle, M. Giudici, C. Green, G. Giacomelli and J. R. Tredicce, “Low frequency fluctuations and multimode operation of semiconductor laser with optical feedback”, *Optics Communications*, **149**, 341 (1998).
- [57] T. Sano, “Antimode dynamics and chaotic itinerancy in the coherence collapse of semiconductor lasers with optical feedback”, *Physical Review A*, **50**, 2719 (1994).
- [58] J. Mørk, B. Tromborg and J. Mark, “Chaos in semiconductor laser with optical feedback: theory and experiment”, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **28**, 93 (1992).
- [59] A. M. Levine, G. H. M. van Tartwijk, D. Lenstra and T. Erneux, “Diode lasers with optical feedback: Stability of the maximum gain mode”, *Physical Review A*, **52**, R3436 (1995).
- [60] J. Sacher, W. Elsässer, and E. O. Göbel, “Intermittency in the coherence collapse of a semiconductor laser with external feedback”, *Physical Review Letters* **63**, 2224 (1989).
- [61] A. Hohl, H. J. C. van der Linden and R. Roy, “Determinism and stochasticity of power-dropout events in semiconductor lasers with optical feedback”, *Optics Letters*, **20**, 2396 (1995).

- [62] G. Huyet, S. Hegarty, M. Giudici, B. de Bruyn and J. G. McInerney, “Statistical properties of the dynamics of semiconductor lasers with optical feedback”, *Europhysics Letters*, **40**, 619-624 (1997).
- [63] D. W. Sukow, J. R. Gardner and D. J. Gauthier, “Statistics of power-dropout events in semiconductor lasers with time-delayed optical feedback”, *Physical Review A*, **56**, R3370 (1997).
- [64] J. Mulet and C. R. Mirasso, “Numerical statistics of power dropouts based on the Lang-Kobayashi model”, *Physical Review E*, **59**, 5400 (1999).
- [65] L. H. Alves Monteiro, “Sistemas Dinâmicos”, Editora Livraria da Física, Terceira Edição (2011).
- [66] Y. Kuramoto, “Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence”, Springer-Verlag (1984).
- [67] A. Pikovsky, M. Rosenblum and J. Kurths, “Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences”, Cambridge University Press (2001).
- [68] L. M. Pecora, T. L. Carroll, “Synchronization in Chaotic Systems”, *Physical review letters*, 64, 8, 821, (1990).
- [69] K. M. Cuomo, A. V. Oppenheim, “Circuit Implementation of Synchronized Chaos with Applications to Communications”, *Physical review letters*, 71, 1, 65, (1993).
- [70] R. C. Hilborn, “Chaos and Nonlinear Dynamics”, Oxford University Press, First Edition (1994).
- [71] E. N. Lorenz, “Deterministic Nonperiodic Flow”, *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20, 130, (1963).
- [72] P. G. Drazin, “Nonlinear Systems”, Cambridge University Press, First Edition, (1992).
- [73] L. M. Pecora. T. L. Carroll, G. A. Johnson, D. J. Mar and J. F. Heagy, “Fundamentals of synchronization in chaotic systems, concepts and applications”, *Chaos*, 7, 4, 520, (1997).
- [74] L. M. Pecora. T. L. Carroll, “Master stability functions for synchronized coupled systems”, *Physical Review Letters*, 80, 10, 2109 (1998).
- [75] I. Kim, Chil-Min Kim, Won-Ho Kye, Young-Jai Park, “Phase synchronization with type-II intermittency in chaotic oscillators”, *Physical Review E*, 62, 6, 8826, (2000).
- [76] D. Gabor, “Theory of communication”, *J. IEE London*, 93, 429 (1946).

- [77] M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky and Jürgen Kurths, “Phase synchronization of chaotic oscillators”, *Physical Review Letters*, **76**, 11, 1804 (1996).
- [78] M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky and Jürgen Kurths, “From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators”, *Physical Review Letters*, **78**, 22, 4193 (1997).
- [79] A.S. Pikovsky, “Phase Synchronization of Chaotic Oscillations by a Periodic External Field”, *Radiotekh. Elektron*, **10**, 1970 (1985).
- [80] M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky and J. Kurths, “Phase Synchronization of Chaotic Oscillators”, *Physical Review Letters*. **76**, 1804 (1996).
- [81] M. A. Zaks, E. Park, M. G. Rosenblum and J. Kurths, “Alternating Locking Ratios in Imperfect Phase Synchronization”, *Physical review letters*, **82**, 21, 4228, (1999).
- [82] A. Balanov, N. Janson, D. Postnov, O. Sosnovtseva, “Synchronization: From Simple to Complex”, Springer (2008).
- [83] D. Y. Tang, R. Dykstra, M. W. Hamiltona and N. R. Heckenberg, “Stages of Chaotic Synchronization”, *Chaos*, **8**, 3, 697 (1998).
- [84] L. Junge and U. Parlitz, “Phase synchronization of coupled Ginzburg-Landau equations”, *Physical Review E*. **62**, 1, 438 (2000).
- [85] G. V. Osipov, B. Hu, C. Zhou, M. V. Ivanchenko and J. Kurths, “Three Types of Transitions to Phase Synchronization in Coupled Chaotic Oscillators”, *Physical review letters*, **91**, 2, 024101-1, (2003).
- [86] M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky and J. Kurths, “Locking-Based Frequency Measurement and Synchronization of Chaotic Oscillators with Complex Dynamics”, *Physical review letters*, **89**, 26, 264102-1, (2002).
- [87] J. F. Martinez, H. L. D. Cavalcante and J. R. Rios Leite, “Coarse Grained Variables and Deterministic Chaos in an Excitable System”, *Physical review letters*, **100**, 044101, (2008).
- [88] J. Katz, S. Margalit, C. Harderer, D. Wilt, and A. Yariv, “The intrinsic electrical equivalent circuit of a laser diode,” *IEEE J. Quantum Electron.* QE-17, 4-7 (1981).
- [89] P. Van Halen and M. H. Habib, “A new model for the p-n junction space charge region capacitance”, *University/Government/Industry Microelectronics Symposium, Proceedings of the Tenth Biennial*, 126-130 (1993).

- [90] R. C. Figueiredo, “Circuito Equivalente e Extração dos Parâmetros em Função da Corrente de Amplificadores Ópticos a Semicondutor”, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas-Brasil (2010).
- [91] [http : //www.ecs.umass.edu/ece/ece344/ECE344_2.pdf](http://www.ecs.umass.edu/ece/ece344/ECE344_2.pdf)
- [92] N. Levinson, “Small Periodic Perturbations of an Autonomous System With a Stable Orbit”, *Ann Math*, **52**, 727-738, (1950).
- [93] A. C. Barone, “Short pulse generation from semiconductor lasers: characterization, modeling and applications”, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid-España (2011).
- [94] G. H. M. Van Tartwijk and D. Lenstra, “Semiconductor lasers with optical injection and feedback”, *Quantum Semiclassical Optics*, **7**, 87 (1995).
- [95] W. Ray, W-S. Lam, P. N. Guzdar, and R. Roy, “Observation of chaotic itinerancy in the light and carrier dynamics of a semiconductor laser with optical feedback”, *Physical Review E*, **73**, 026219 (2006).
- [96] L. Furfaro, F. Pedaci, J. Javaloyes, X. Hachair, M. Giudici, S. Balle, and J. Tredicce, “Modal Switching in Quantum-Well Semiconductor Lasers With Weak Optical Feedback”, *IEEE J. Quantum Electron.* **41**, 609 (2005).
- [97] K. Ikeda and M. Mizuno, “Frustrated Instabilities in Nonlinear Optical Resonators”, *Physical Review Letters*, **53**, 1340, (1984).
- [98] K. Ikeda and M. Mizuno, “Modeling of Nonlinear Fabry-Perot Resonators by Difference-Differential Equations”, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **21**, 1429 (1985).
- [99] R. M. Corless, G. W. Frank and J. G. Monroe, “Chaos and continued fractions”, *Physica D*, **46**, 241-253 (1990).
- [100] M. Mizuno and K. Ikeda, “An Unstable Mode Selection Rule: Frustrated Optical Instability Due to Competing Boundary Conditions”, *Physica D*, **36**, 327-342 (1989).
- [101] Guang Xu and Jian-hua Dai, “Dynamical behavior in a hybrid optical system with competing interactions”, *Optics Letters*, **11**, 245 (1986).
- [102] M. Giudici, C. Green, G. Giacomelli, U. Nespolo, and J. R. Tredicce, “Andronov bifurcation and excitability in semiconductor lasers with optical feedback”, *Physical Review E*, **55**, 6414 (1997).

- [103] M. C. Eguia and G. B. Mindlin, “Semiconductor laser with optical feedback: From excitable to deterministic low-frequency fluctuations”, *Physical Review E*, **60**, 1551 (1999).
- [104] K. Byungchil, A. Locquet, D. Choi, and D. S. Citrin, “Experimental route to chaos of an external-cavity semiconductor laser”, *Physical Review A*, **91**, 061802(R) (2015).
- [105] E. C. Mos, J. J. H. B. Schleipen, and H. de Waardt, “Optical Neuron by Use of a Laser Diode with Injection Seeding and External Optical Feedback”, *Applied Optics*, **36**, 6654 (1997).
- [106] A. Hurtado, I D. Henning, and M. J. Adams, “Optical neuron using polarisation switching in a 1550nm-VCSEL”, *Optics Express*, **18**, 25170 (2010).
- [107] W. Coomans, L. Gelens, S. Beri, J. Danckaert, and G. Van der Sande, “Solitary and coupled semiconductor ring lasers as optical spiking neurons”, *Physical Review E*, **84**, 036209 (2011).
- [108] F. Selmi, R. Braive, G. Beaudoin, I. Sagnes, R. Kuszelewicz, and S. Barbay, “Relative Refractory Period in an Excitable Semiconductor Laser”, *Physical Review Letters*, **112**, 183902 (2014).
- [109] Ch. Risch and C. Voumard, *J. Appl. Phys.* **48**, 2083 (1977).
- [110] C. Massoler and N. B. Abraham, “Stability and modulation properties of a semiconductor laser with weak optical feedback from a distant reflector”, *Quantum Semiclassical Optics*, **10**, 519 (1998).
- [111] Y. Liu and J. Ohtsubo, “Dynamics and Chaos Stabilization of Semiconductor Lasers with Optical Feedback from an Interferometer”, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **33**, 1163 (1997).
- [112] Jia-Gui Wu, Zheng-Mao Wu, Guang-Qiong Xia, “Frequency locking in a semiconductor laser with double incoherent optical feedback”, *Physical Letters A*, **374**, 173 (2009).
- [113] F. R. Ruiz-Oliveras and A. N. Pisarchik, “Phase-locking phenomenon in a semiconductor laser with external cavities”, *Optics Express*, **14**, 12859 (2006).
- [114] F. Rogister, P. Megret, O. Deparis, M. Blondel and T. Erneux, “Suppression of low-frequency fluctuations and stabilization of a semiconductor laser subjected to optical feedback from a double cavity: theoretical results”, *Optics Letters*, **24**, 1218 (1999).

- [115] F. Rogister, D. W. Sukow, A. Gavrielides, P. Mégret, O. Deparis, and M. Blondel, “Experimental demonstration of suppression of low-frequency fluctuations and stabilization of an external-cavity laser diode”, *Optics Letters*, **25**, 808 (2000).
- [116] A. Többsens and U. Parlitz, “Dynamics of semiconductor lasers with external multicavities”, *Physical Review E*, **78**, 016210 (2008).
- [117] K. Pyragas, “Continuous control of chaos by self-controlling feedback”, *Physics Letters A*, **170**, 421 (1992).
- [118] V. Z. Tronciu, H. J. Wünsche, M. Wolfrum and M. Radziunas, “Semiconductor laser under resonant feedback from a Fabry-Perot resonator: Stability of continuous-wave operation”, *Physical Review A*, **73**, 046205 (2006).
- [119] S. S. Rusu, T. Oloiniciu, V. Z. Tronciu, “Quantum dot laser dynamics under the influence of double cavity external feedback”, *Optics Communications*, **381**, 140 (2016).
- [120] S. Schikora, P. Hövel, H. J. Wünsche, E. Schöll and F. Henneberger, “All-optical noninvasive control of unstable steady states in a semiconductor laser”, *Physical Review Letters*, **97**, 213902 (2006).
- [121] <http://literature.agilent.com/litweb/pdf/59657920E.pdf>
- [122] M. R. Schroeder, “Number Theory in Science and Communication”, Springer, Fifth Edition, p. 95, (2009).
- [123] E. Schneidman, M. J. Berry II, R. Segev, and W. Bialek, “Weak pairwise correlations imply strongly correlated network states in a neural population”, *Nature*, **440**, 1007 (2006).
- [124] V. Pernice, B. Staude, S. Cardanobile, and S. Rotter, “How Structure Determines Correlations in Neuronal Networks”, *PLoS Computational Biology*, **7**, 1002059 (2011).

APÊNDICE A - Artigos publicados

PHYSICAL REVIEW E **94**, 032210 (2016)

Correlations in electrically coupled chaotic lasers

E. J. Rosero,¹ W. A. S. Barbosa,¹ J. F. Martinez Avila,^{1,2} A. Z. Khoury,^{1,3} and J. R. Rios Leite¹

¹*Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, 50670-901 Cidade Universitária, Recife, PE, Brazil*

²*Departamento de Física, Universidade Federal de Sergipe, Av. Marechal Rondon, S/N Jardim Rosa Elze, 49100-000 São Cristóvão, SE, Brazil*

³*Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense, Av. Gal. Milton Tavares de Souza S/N, 24210-346 Niterói, RJ, Brazil*

(Received 1 December 2014; revised manuscript received 17 July 2016; published 12 September 2016)

We show how two electrically coupled semiconductor lasers having optical feedback can present simultaneous antiphase correlated fast power fluctuations, and strong in-phase synchronized spikes of chaotic power drops. This quite counterintuitive phenomenon is demonstrated experimentally and confirmed by numerical solutions of a deterministic dynamical system of rate equations. The occurrence of negative and positive cross correlation between parts of a complex system according to time scales, as proved in our simple arrangement, is relevant for the understanding and characterization of collective properties in complex networks.

DOI: 10.1103/PhysRevE.94.032210

I. INTRODUCTION

For a long time, light-emitting diodes are known to show photon emission correlations depending on their electrical pumping coupling. When parallel connected and pumped by a very regular current source their output has a negative cross correlation [1]. For pairs of diode lasers this quantum optics effect extends into classical antiphase fluctuations in the power emitted by the two lasers [2]. To explain these effects physically one needs to remember that the pump electrical carriers flow and recombine either way between the parallel connected units. Quantum correlations in power fluctuation among pairs of lasers with a common pump source have also been studied many years ago [3] and one can also obtain an intuitive explanation for their behavior. The realm of classical nonlinear dynamics does not always give such simple intuitive results. This will be experimentally shown here for coupled pairs of chaotic diode lasers. The power fluctuations in the lasers present the coexistence of antiphase fluctuations at a fast time scale simultaneously with in-phase, fully chaotic synchronized power drops in a time scale two orders of magnitude slower. The occurrence of anticorrelations in subsystems of complex systems that have collective synchronized states is an intriguing effect pertaining to different domains in nature. One finds it described in economics [4] where the data from antiphase correlated pairs of stocks are proposed to extract the best conditions for investors to make gains. Analogous to what we show for lasers, the antiphase oscillations of stock values may occur as the market changes and even through the events of crashes, when both stocks have a simultaneous huge drop.

In this work we show the dynamics of one pair of lasers chaotic by optical feedback and coupled electrically. The results show how competitive coupling for pump energy among two chaotic subsystems can lead to synchronized pulse spikes in the whole system while antiphase oscillations remain present among the parts. We can optically and electrically probe the variables and this allows detailed experimental inspection of the dynamics and its comparison with the theoretical model. A data series acquired from each subsystem unit can be statistically matched to numerically calculated data, extracted from an autonomous deterministic dynamical system

with time delay. The physical interpretation of the equations is available and numerical solutions provide excellent agreement with the experiment. Such mechanisms can have a relevant impact on understanding large laser network dynamics.

From a practical point of view, diode lasers are the most used in optical engineering. The nonlinear behavior of a single edge emitting diode laser with external cavity optical feedback has many dynamical forms as its pump current is changed [5]. Among these are the so-called low frequency fluctuation (LFF) in power. The laser acquires a chaotic regime of fast power fluctuations along with strong power drops with irregular large time intervals. Most of this dynamics can be predicted by a deterministic semiclassical model of rate equations with delay [6,7] and its experimental study is still attracting broad interest in deterministic coherence resonance [8] and optical rogue events created by feedback with conjugated fields [9]. A comprehensive review of laser diode chaos can be found in [10]. Modeled as excitable systems [11–14], they also have been applied to simulate complex networks [15,16].

To have a single diode laser presenting chaotic LFF [5,6,17], an external mirror placed a few meters apart and aligned as an external cavity, feeds back part of the field with a time delay, τ , in the range of tens of nanoseconds. Then, apart from the optical field period close to 10^{-14} s, three time scales can be identified in the intensity instabilities [7,17]:

(1) First there are ultrafast field fluctuations in the 10 ps range. These field amplitude and phase fluctuations result from the *quasimode locking* process among the external cavity modes that creates ultrashort pulses.

(2) Next, the laser output power may show fluctuating modulations in the intermediate feedback time scale on the order of 10 ns, again due to the external reflecting feedback cavity.

(3) Finally, the irregular LFF power drops occur with an average time interval in the 1 μ s–1 ms range, another two or more orders of magnitude slower. These instabilities are reproduced theoretically with a deterministic set of equations in a dissipative nonlinear system [7]. All these effects are within classical fluctuations scales. Light and pump currents quantum fluctuations in the experiments are not addressed and consistently the equations are fully deterministic without quantum fluctuation terms.

Optically coupled pairs of the above described lasers have been studied as they present cross-correlated dynamics including chaotic synchronization [18,19], which has fundamental and applied interests [15,20]. Novel dynamical behavior appears and is reported here when, instead of optically coupled, the pair of lasers has optical feedback but is electronically coupled in parallel. Examined with broadband time resolution, the dynamics of each laser has instabilities in the three above referred to time scales. The main new result of our work is the demonstration that the two-laser system does not show the same type of correlations in the different time scales. Synchronism with in-phase correlation at the slow scale is observed along with antiphase power fluctuations at the intermediate faster scale, while no correlation appears in the ultrafast time scale (10 ps range). We also show how simple laser rate equations, including electric current conservation, match the experiments and open the possibility for new numerical studies in laser networks.

II. EXPERIMENTAL SETUP

Let us first describe the experimental setup. Pairs of semiconductor lasers differing by less than 2% in their threshold current and optical frequency were coupled electrically in parallel configuration and pumped by a high impedance current source, as indicated in Fig. 1. Various types of commercial GaAlAs single transverse mode Fabry-Perot lasers were used: one pair of Hitachi-HL8334MG, emitting at 83 nm with a threshold current of 33 mA, a pair of Thorlabs L850P010 with a 10.5 mA threshold current and 850 nm wavelength, and another pair of L780P010 with a threshold of 8.5 mA near 780 nm wavelength. All present the same phenomena. Solitary longitudinal mode separation was typically 150 GHz and no control was used to keep the lasers monomode. The electric coupling between the lasers was made by short coaxial cable connections. The total current was stabilized to ± 0.001 mA and each laser temperature to 0.01 K. Optical feedback was implemented by reflecting dielectric mirrors located at distances between 3.00 and 8.00 m from each laser, after beam collimation by aspheric antireflection coated lenses. Manipulating the optical alignment, up to 6% current threshold reduction could be achieved in both lasers. The feedback delay times were $\tau_j = 40$ ns with a ± 5 ps precision

mismatch that did not affect the results. Output coupling beam splitters lead 4% of light onto 3 GHz bandwidth photodiodes. Setting the total pump current near twice the single laser free running threshold, makes each laser present LFF. Output power data series were acquired by a 1 GHz bandwidth digital oscilloscope. The time series were computer treated to calculate experimental histograms and correlation functions. In Sec. V more is given on the experimental electronic details and measurements made in the system.

III. DYNAMICAL EQUATIONS WITH PUMP COUPLING

The theoretical framework to explain the experiments has the simple form of a rate equations dynamical system with time delay. Our model is a pair of coupled equations corresponding to monomode laser equations, having delayed optical field feedback, as introduced by Lang and Kobayashi [6], and Sano [7], supplemented by Kirchhoff's laws, with the constraint imposing constant total electronic pump current, J_0 .

$$\frac{dE_j}{dt} = \frac{(1 + i\alpha_j)}{2} \left[G_j(N_j) - \frac{1}{\tau_{pj}} \right] E_j(t) + \kappa_j E_j(t - \tau_j), \quad (1)$$

$$\frac{dN_j}{dt} = J_j(t) - \frac{N_j(t)}{\tau_{sj}} - G_j(N_j) |E_j(t)|^2, \quad (2)$$

where the gain for each laser ($j = 1, 2$) is given by

$$G_j(N_j) = \frac{G_{0j}[N_j(t) - N_{0j}]}{1 + \epsilon_j |E_j(t)|^2}. \quad (3)$$

In these equations the dynamical variables are the complex optical electric field, $E_j(t)$, and the carrier population inversion, $N_j(t)$. The parameters are the diode laser linewidth enhancement factor α_j , the photon lifetime in the laser chip cavity τ_{pj} , the optical feedback strength κ_j , and the feedback delay times τ_j . The small signal gain is G_{0j} , the transparency population inversion is N_{0j} , and the gain saturation coefficient is ϵ_j . With the parallel coupled circuit configuration the total pump current is split among the lasers as $J_0 = J_1(t) + J_2(t)$. The variations of each current are assumed to depend linearly on the carrier population difference. Therefore

$$J_1(t) = J_0/2 - \eta[N_1(t) - N_2(t)] \quad (4)$$

and $J_2(t) = J_0 - J_1(t)$. The value of the coupling coefficient η is determined from our experimental data taken with a single laser having feedback. The threshold pump currents are given by $J_{thj} = [N_{0j} + (\tau_{pj} G_{0j})^{-1}] / \tau_{sj}$. The two lasers are similar so that, in most calculations, we assumed the parameters summarized in Table I. They have been attributed values according to early studies [6,7,17] and had fine adjustments

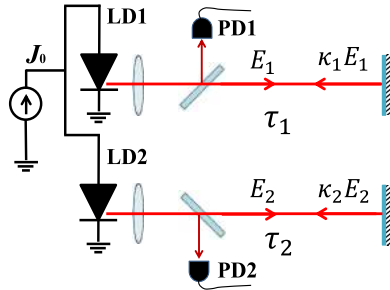


FIG. 1. Setup for the experiments on the power correlations and chaos synchronization of two electrically coupled lasers.

TABLE I. Parameter values used in numerical simulations.

α_j	3.0	G_{0j}	$1.2 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$
N_{01}	1.0×10^8	N_{02}	0.99×10^8
$1/\tau_{pj}$	$513 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1/\tau_{sj}$	$0.5 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
$\kappa_1 = \kappa_2$	$16 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	ϵ_i	5.0×10^{-7}
$\tau_1 = \tau_2$	40 ns	η	$2.5 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$

by inspection of our experimental data. The pump current was taken as $J_0 = 2.03 J_{th1}$. The numerical solutions were obtained with a standard fourth order Runge-Kutta algorithm. With the parameters used, the fastest time scale was set by $\tau_p \sim 2$ ps and integration time steps were fixed at $dt = 0.2$ ps. Transients spanning 100 external cavity-feedback times were discarded in the solutions. The robustness of the results with respect to small parameter variations was verified. Comparisons between theory and experiment are presented next.

IV. EXPERIMENTAL AND THEORETICAL RESULTS

Let us now give the experimental results along with the theoretical numerical integration of our equations. Segments of the lasers power when only one laser has optical feedback are presented in Fig. 2(a). The signal corresponding to laser 1, operating with optical feedback, is given in the top lines (displaced for easier visualization). The chaotic nature of the dynamics in laser 1 appears in the irregular time interval between LFF drops. Laser 2 (lower line) was electrically coupled but did not have optical feedback. It presents jump up spikes in optical power, acting as a kind of sensor for the chaos in laser 1 via their electronic dynamics. Figure 2(b) shows equivalent segments of the calculated time series. The value of η for the equations was extracted from the experimental signal by matching the relative amplitude for the drop and jump up. It corresponds to a current partition deviation from $J_0/2$ of $\delta J_i \approx \pm 10^{-3} J_0$ at the spikes of LFFs and jump ups. Direct measurements of the current fluctuations are given in Sec. V.

A single laser, pumped by a constant current, has less carrier recombination in its junction region when its power output decreases. This means an increase of junction voltage, as observed by Ray *et al.* [21]. The number of junction carriers increases and the physical picture representing current voltage in a direct polarized ideal diode under feedback light gives a consistent explanation to these results. Here, with the parallel coupled lasers, the total current is constant but the current in each laser can vary. The consequence is observed in Fig. 2. Each time laser 1 has an optical power drop, there is a decrease of its current and the correlated increase in the current of laser 2 implies a jump up of its power (lower line). The ultrafast fluctuations (tens of picoseconds) are not observed in our

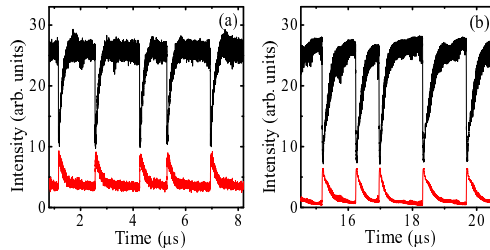


FIG. 2. Output power of the coupled lasers. Laser 1 (top line) that has optical feedback shows LFF power drops, while laser 2 (lower line) had no optical feedback. (a) Experimental light intensity and (b) $|E_i(t)|^2$ from numerical integration of Eqs. (1)–(3) (the vertical scales were displaced for better visualization).

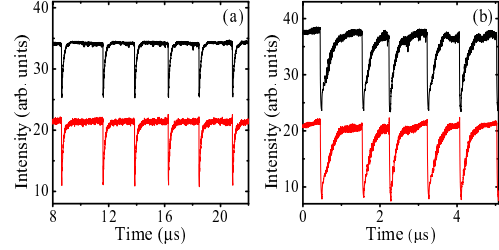


FIG. 3. Output power of the lasers coupled in parallel and having optical feedback. The top line is laser 1 and the bottom is laser 2. (Power scales were displaced for visualization.) Synchronism is clearly observed. (a) Experimental time series including a few power drops. (b) Numerical integration for the coupled laser equations.

experimental conditions. Our detection is not sensitive at the ultrahigh frequencies.

Drops in light emission from one diode source accompanied by an emission increase from another one electrically connected in parallel were reported a long time ago for light-emitting diodes [1] and lasers [2]. These were experiments in fluctuations around stable operation conditions different from the emphasis of our work.

Chaotic dynamics in the parallel electronic coupling scheme shows more than simply antiphase correlations. Novel results are revealed when both lasers have optical feedback. In general, each laser can manifest uncorrelated LFF power drops. However, as seen in Fig. 3(a), when we choose appropriate experimental alignments and value for the total current, the large power drops synchronize in phase. Now, instead of an increase of one laser power, at the expense of the big drop in the other one, both lasers have nearly simultaneous LFF power drops. Figure 3(b) shows a comparable numerical segment of the lasers power calculated using the coupling parameter η obtained from the data with a single laser having the feedback, as in Fig. 2(a). The small antiphase fluctuations are always present in any of the dynamical conditions, independent of LFF synchronization.

These antiphase fluctuations at a time scale above nanosecond are clearly observed as we look into short segments of the time series as shown in Fig. 4. They were also measured

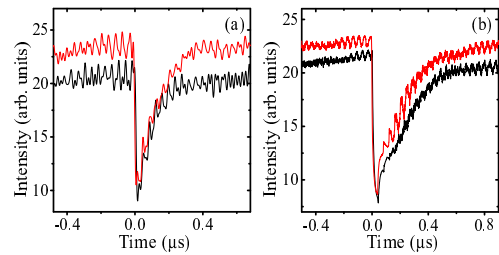


FIG. 4. Signal showing antiphase fine structure fluctuations superimposed on a pair of drops of the in-phase synchronized LFF when $\kappa_1 = \kappa_2$. (a) Experiment and (b) theory.

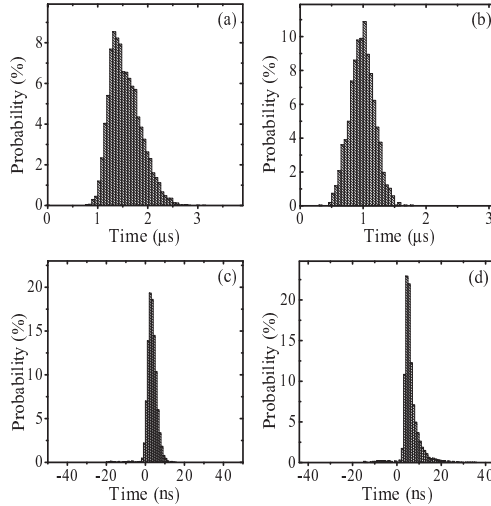


FIG. 5. Experimental LFF time interval histograms: (a) Time interval between successive drops in one of the lasers. (b) Theory for (a). (c) Time interval between drops of the two lasers. (d) Theory for (c).

directly in the voltages and currents variation on each laser (see Sec. V).

To better characterize the dynamics of the coupled system, histograms of events and correlation functions were made from experimental data series. Within full synchronism typical data series containing more than 10^5 events are captured without unpaired drops. The chaotic nature of the LFF drops shows in the broad histograms for the time interval between consecutive drops in any one of the lasers. These distributions, shown in Figs. 5(a) and 5(b), approximate Gaussians with an average time between drops of $1.5 \mu\text{s}$, which is 37 times the feedback time, and a wide variance close to $1 \mu\text{s}$. Both quantities are more than one order of magnitude larger than the lasers feedback time. The synchronization indicator is represented in the histograms given in Figs. 5(c) and 5(d). The time difference between the power drops of the two lasers has a very narrow distribution, with a width on the order of 10 ns, centered near zero delay. This is much narrower than the distributions shown in Figs. 5(a) and 5(b) for the time interval between successive pulses of a single laser, whose widths are on the order of $1 \mu\text{s}$.

Notice in Fig. 5(c) that almost all pairs of drops occur within less than 10 ns, which is significantly shorter than the experimental 40 ns of optical feedback time. The small shift of a few nanoseconds from zero delay is sensitive to experimental unbalance of laser parameters. When one laser has a higher value for its feedback coefficient and/or a lower threshold and/or higher pump current in the parallel coupling circuit it becomes leading in the drops. The effects of small unbalances on the synchronism shifts were confirmed in the theoretical-numerical solutions as shown in Fig. 5(d). Bimodal distributions, with symmetrical anticipations and delays in the

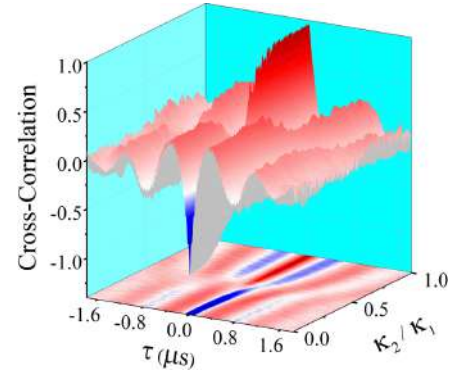


FIG. 6. Theoretical numerical cross-correlation dependence on the feedback coefficient ratio.

synchronizations, were also observed in experimental data and obtained in the theory, as we properly bias the parameters.

The onset of LFF synchronism depends on the feedback coefficient in each laser and on their coupling impedance. We present next how the synchronism transition, calculated as a function of the parameters κ_2/κ_1 and η , manifests in the cross-correlation functions $C(\tau)$ shown in Figs. 6–8. The calculation with the constant coupling parameter had η from Table I. Laser 2 is assumed to increase its feedback coefficient κ_2 from zero to $\kappa_2 = \kappa_1 = 16 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$. Figure 6 shows the calculated cross-correlation function. For zero and very small optical feedback in laser 2, when no LFF exists in this laser, only antiphase fast oscillation and the jump ups are present, as in Fig. 2. This gives the value of -1 for the zero delay, $\tau = 0$, cross correlation. As κ_2 increases, LFF drops start to appear in laser 2 and some drops coincide with those in laser 1. Positive contributions begin to add to the cross correlation. At some intermediate value of κ_2 , $C(\tau = 0)$ vanishes. This does not mean that the signals are totally uncorrelated. It does show that in-phase and antiphase fluctuations, in different time scales, are simultaneously present in the dynamics. The full chaos synchronized LFF dynamics only appears with $\kappa_2/\kappa_1 > 0.7$ and the cross correlation is almost $+1$ (there is an ever-present small antiphase contribution). Cross sections of the three-dimensional (3D) Fig. 6 can reveal the onset of LFF synchronization when we plot $C(\tau = 0)$ as a function of κ_2/κ_1 . It can also show the antiphase fluctuations in the graph of $C(\tau)$ for $\kappa_2 = 0$. These are given in Figs. 7(a) and 7(b), respectively.

The cross-correlation function was also calculated varying the electronic coupling coefficient to show the onset of LFF synchronization, starting with the two lasers having independent LFFs. This is given in Fig. 8. Very small values of η are unable to mediate the synchronism. Therefore the two lasers have LFF drops but they are independent and their cross correlation is null. As the value of η increases, a transition region is reached where more and more LFF pairs drop near simultaneously. At the value of $\eta = 1.2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ full synchronism is attained and $C(\tau = 0)$ rises to the value near $+1$. This value of η corresponds to a peak coupling current of $50 \mu\text{A}$ as shown in Sec. V.

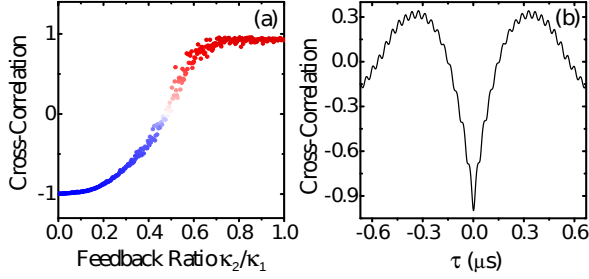


FIG. 7. Detail of Fig. 6. (a) Cross correlation between the lasers calculated at zero delay time ($\tau = 0$) as a function of κ_2/κ_1 . (b) Cross correlation between the lasers calculated when laser 2 has no feedback ($\kappa_2 = 0$).

V. ELECTRICAL MEASUREMENTS IN THE COUPLED LASERS

We describe here details of the electrical measurements made along with the optical measurements on the coupled lasers. The lasers were coupled electrically in parallel configuration and pumped by a high impedance current source, as indicated in the electronic circuit shown in Fig. 9. The resistors R_1 and R_2 were included with two purposes. First, they controlled the amount of coupling between the lasers. Their values partially determine η , the current coupling coefficient, through the partition of the total current by Kirchhoff's laws $J_1(t) + J_2(t) = J_0$, supplemented by a linearized approximation for the currents unbalance as a function of the carriers populations,

$$J_1(t) = J_0/2 - \eta[N_1(t) - N_2(t)]. \quad (5)$$

$N_i(t)$ is the active carrier population of laser i with $i = 1, 2$. The internal resistances of the lasers are smaller than 5 Ω [2]. The value of η decreases with the circuit impedance between the lasers. Without the capacitor C such impedance is dominated by the external resistors. Consistently, we verified

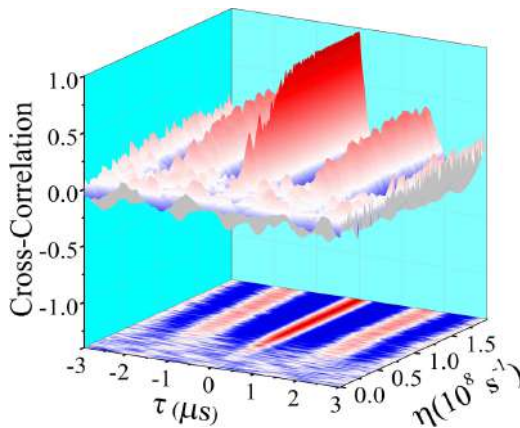


FIG. 8. Theoretical numerical cross-correlation dependence on the coupling coefficient η . Same parameters from Table I but $N_{02} = 0.998 \times 10^8$ and $J_0 = 2.02 J_{th1}$.

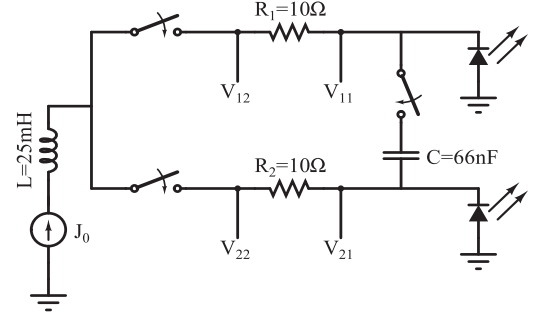


FIG. 9. Setup for the experiments on the power correlations and chaos synchronization of two electrically coupled lasers.

that when $R_1 = R_2 = 50 \Omega$, the coupling is reduced to the point of preventing LFF synchronism. With these high values, optical power measurements with just one laser having optical feedback, like the one reported in Fig. 2, did not show a detectable response on the second laser without feedback. This evidences small coupling and explains why the two lasers with optical feedback had LFF but never got synchronized. The switch in Fig. 9 that shunted the capacitor C across the resistors could restore the synchronization, demonstrating that the precise value of η depends on more than circuit resistors. Our model provides remarkable agreement with the optical and electrical measurements, as described below. The second use of the resistors was to obtain the laser currents through the voltages V_{11} , V_{12} , V_{21} , and V_{22} on the extremes of the resistors. For that case we took small values $R_1 = R_2 = 10 \Omega$ so that we had synchronism.

We made most of our measurements on the L780P010 and L850P010 Thorlabs lasers. Optical feedback was implemented by mirrors located at distances between 3.00 and 8.00 m from each laser. The feedback field coefficients κ_i were determined by the current threshold reduction, which could reach 6% in both lasers by proper alignment of the feedback mirrors. The pump current was near twice the (almost equal) single laser solitary threshold. Data series were acquired by fast (> 3 GHz band) photodiodes and a digital oscilloscope having a bandwidth of 1 GHz and a maximum sampling rate of 5 GS/s. The time series were computer treated to achieve averages and experimental histograms. The results for the measurements and numerical calculations with the dynamical equations are shown in Figs. 10–13.

Figures 10 and 11 correspond to the situation when only laser 1 has optical feedback and undergoes LFF pulsations, while laser 2 is affected by the current redistribution. Notice in Fig. 10(a) that there is a time mismatch of nearly 5 ns, which corresponds to 1/10 of the feedback time. Such time mismatch is attributed to electronic delays on the laser interconnections. It was accounted in the theoretical model by means of an unbalance in the lasers parameters. The corresponding measured pump currents obtained for the case of only one laser with feedback is given in Fig. 11. From these data we extract values between 30 and 130 μA for the spikes in the currents. These are fluctuations at least one order of magnitude larger than any thermal or quantum noise current fluctuation.

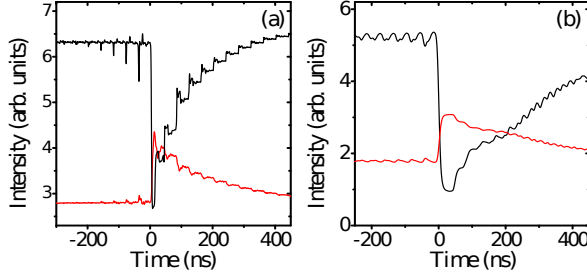


FIG. 10. Laser power variations during the LFF drop when only laser 1 had feedback. (a) Experimental. (b) Theory with $J_0/2 = 1.01J_{th1}$ and $J_{th1} = 7.87503 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$. In both figures the black curves correspond to laser 1 and the red (online) curves to laser 2.

The results for a pair of synchronized drops, when both lasers have optical feedback, is given in Figs. 12 and 13. Again there is the time mismatch of nearly 5 ns, which corresponds to 1/10 of the feedback time. They show clearly that the signals do not drop on exact time coincidence. However, on the coarse grained (many nanoseconds) time scale both laser powers always drop together. The comparison with the model here is excellent when we substitute $J_0 = 20 \text{ mA}$, obtaining an excursion of current variation equivalent to the experimental value of $\pm 30 \mu\text{A}$, as shown in Fig. 13.

VI. THE ONSET OF SYNCHRONISM

When the two lasers have optical feedback each one can manifest LFF power drops which, in general, are uncorrelated. Still the small antiphase fluctuations are present. The onset of LFF synchronizations in time series is shown in Fig. 14(a). The two lasers have LFF but only a partial number of LFF drops in synchronism is observed. In these cases, instead of an increase of one laser power at the expense of the big drop in the other one, both lasers drop power together. Figure 14(b) shows a numerical time series giving a segment calculated with the parameter η varying in this intermediate synchronism regime.

The rate equation model reproduces this dynamical condition as shown in Fig. 14(b). As we choose an appropriate value for the total current and feedback alignments, more and

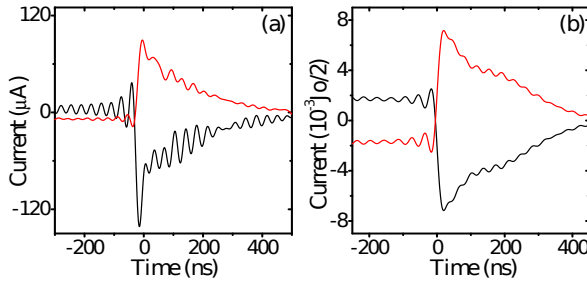


FIG. 11. Pump current variations during one LFF drop of laser 1 while laser 2 had no feedback. (a) Experimental. (b) Theory. In both figures a 29 MHz low-pass filter was used. The black curves correspond to laser 1 and the red (online) curves to laser 2.

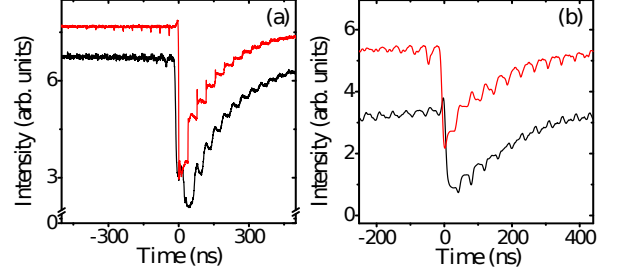


FIG. 12. Laser power variations during a pair of synchronized LFF drops. (a) Experimental. (b) Theory with $J_0/2 = 1.01J_{th1}$ and $J_{th1} = 7.87503 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$. In both figures the black curve corresponds to laser 1 and the red (online) curve to laser 2.

more cases occur where both lasers have a near simultaneous irregular LFF power drop until all power drops synchronize in phase with a small time mismatch of a fraction of the feedback time. Both the experimental and the numerical theoretical curves showing intensity drops and current jumps during a synchronized LFF reveal a delay time between the two lasers. In the experimental system this delay was traced to the threshold of the lasers. The one with a lower threshold, on the order of 2%, always dropped a few nanoseconds earlier. Consistently, introducing a 1% difference among the numerical values of threshold in the equations did reproduce the same type of delay. A quantitative inspection of LFF delay versus the other parameters was left for further studies. Also, investigation of the role of significant electronic delays, by changing the length of the circuits wiring, will be left for a future work. In our current experiments, cables of less than 10 cm restricted the possible delay to less than a nanosecond. Therefore, our observed delays, associated to threshold parameters, have a physical origin on the carriers electronics in the junctions.

VII. ON THE PHASE OF THE CHAOTIC INTENSITY PULSES AND THE OPTICAL PHASE OF THE FIELDS

The concept of synchronized chaotic optical oscillators described here deserves clear distinction from the concept of

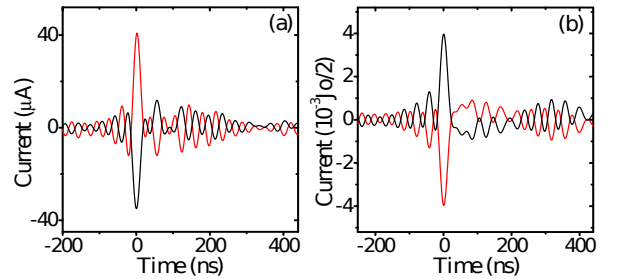


FIG. 13. Pump current variations during a pair of synchronized LFF drops. (a) Experimental. (b) Theory with $J_0/2 = 1.01J_{th1}$ and $J_{th1} = 7.87503 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$. In both figures a 29 MHz low-pass filter was used. The black curves correspond to laser 1 and the red (online) curves to laser 2.

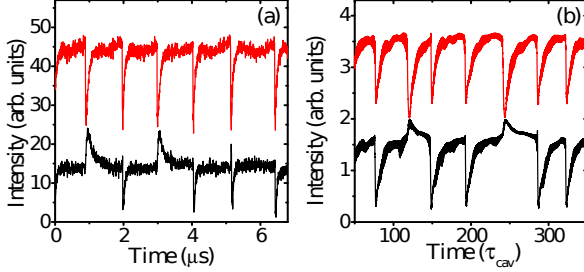


FIG. 14. Output power of the lasers coupled in parallel and having optical feedback. The pump current and feedback strengths were set to partial synchronism of LFF. The top line is laser 2 and the bottom is laser 1. (Power scales were displaced for visualization). (a) Experimental and (b) numerical integration from theory. Whenever a coincidence drop is missed there is a power jump up in one of the lasers.

synchronization by frequency entrainment in optical clocks. This last case demands that the two optical fields evolve in time with a locked phase as

$$E_j(t) = |E_{0j}(t)| \exp[-i\phi_j(t)], \quad (6)$$

with $\phi_1(t) - \phi_2(t) = \text{const}$.

Most of the chaos synchronization among lasers does not obey such condition. This is the case here. Both in the experimental and numerical cases, we focus on the light intensity dynamics obtained from the squared field amplitude. The irregular pulses described by $I_1(t)$ and $I_2(t)$ are the result of a time averaging over optical periods and even more, averaging over detection time filtering. Therefore, we are dealing with phases on intensity variations rather than amplitude oscillations. The phases that we get for the dynamical variables in their phase spaces can appear as locked when chaos synchronization is attributed to the coupled dynamics but there is no locking of the optical phase. Specifically, the averaged winding numbers calculated for the two slowly varying field envelopes in our rate equations became equal in the condition we call synchronous. Detailed discussions on the phase synchronization in coupled chaotic oscillators can be found in [22,23].

We can investigate the behavior of the optical phases from the numerical time series for the complex field amplitudes. Figures 15(a)–15(f) show the optical phases and frequencies calculated from Eqs. (1)–(3) when the lasers have synchronized LFF. It is important to notice that in Fig. 15(b) the phases evolve with respect to the solitary laser phases, given by $\omega_0 t$, while most of the time the lasers have a redshifted frequency near the maximum gain condition. From the calculated slope we infer that circa 300 external cavity modes, separated by $\omega = 25$ MHz, participate in their itinerant dynamics [7]. The difference among the two phases is near zero in a rough coarse grained time scale as seen in Fig. 15(c). The numerical time derivative of the phases give the instantaneous frequency. The value for each laser is shown in Fig. 15(d) where they appear superimposed.

During each pair of drops, which appear to be simultaneous when viewed in a large time scale (tens of nanoseconds), the

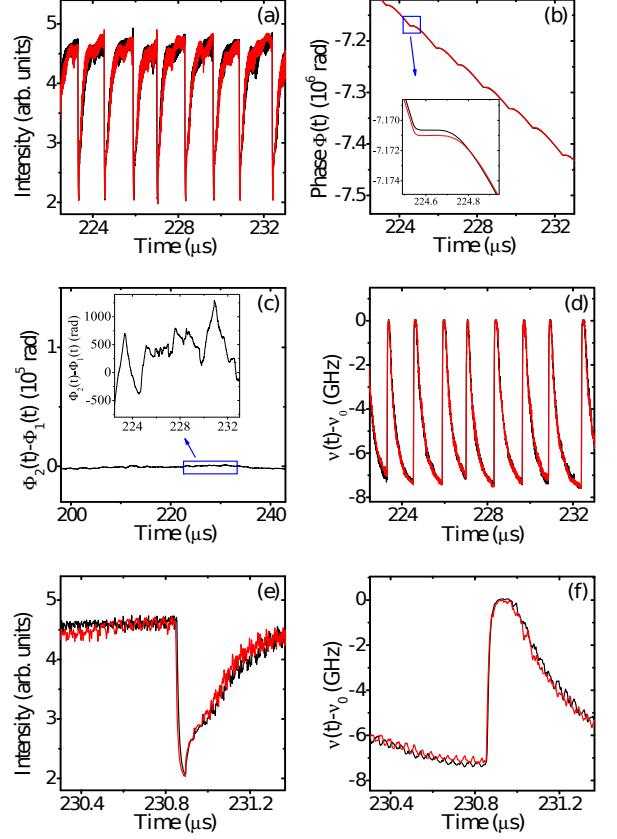


FIG. 15. Numerically calculated optical phase for the two coupled lasers. (a) Segment of the laser intensity for the sake of comparison. (b) Plot of the two phases evolving in time. (c) Phase difference showing the large time scale synchronism. (d) Optical frequency excursion of the two lasers. (e) Details of the intensity fluctuations close to a synchronized drop and (f) the instantaneous frequency of the two lasers.

two lasers can have different optical phases with jumping excursions of thousands of radians. In Fig. 15(c), the phase mismatch is shown in two short time intervals around LFF drops. Notice that the short time (tens of nanoseconds) oscillations of the phases are partially synchronized in antiphase. The single drops, with a shorter time scale permits the observation of the anticorrelated fast oscillations both in the intensities and in the optical phase at different time intervals before the drop. The (7.5 GHz) irregular red frequency chirping during each LFF drop and recovery cycle is clearly observed in Fig. 15(f). In all cases a precise optical synchronism is never attained, consistent with our experiments.

VIII. ON THE CORRELATION FUNCTIONS

The proper setting for synchronization could give long data series containing more than 10^5 LFF events missing no pair of simultaneous drops. The competition for pump energy still

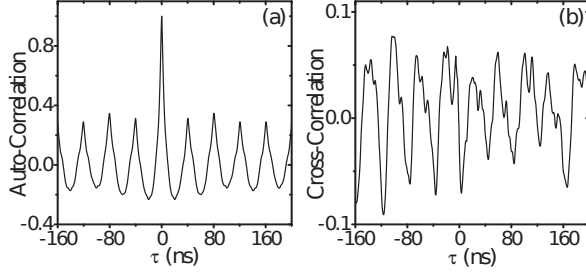


FIG. 16. Experimental correlations of the lasers coupled in parallel and having optical feedback. (a) Autocorrelations of one laser. (b) Cross correlation showing negative values due to antiphase fluctuation contributions, superimposed to large time scale positive contributions due to in-phase fluctuations.

exists, but only in short time scale intervals. Figure 16(a) shows the autocorrelation function calculated from experimental series measured for one laser to compare with the experimental cross correlation between the two synchronized lasers in Fig. 16(b). The theoretical autocorrelation function for one laser and cross correlation for the two synchronized lasers are shown in Fig. 17.

Autocorrelation and cross-correlation functions of signals having more than one dominant (not necessarily perfectly periodic) period need interpretation when one wants to identify in-phase, positive correlated, and antiphase, negative correlated signals. To clarify how in-phase synchronized signal

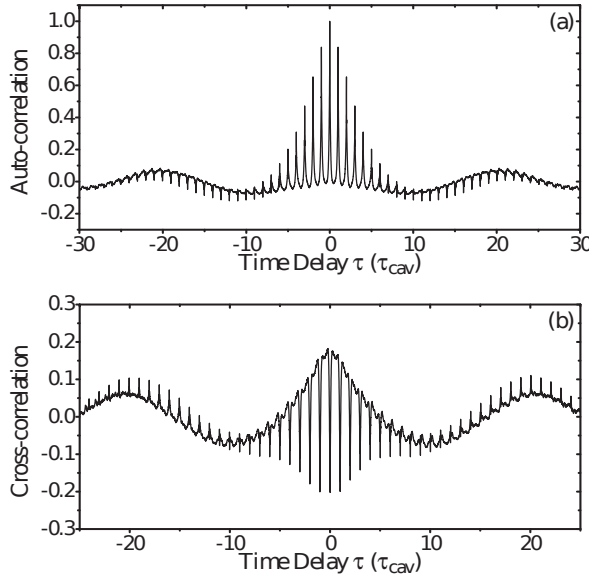


FIG. 17. Numerical correlation functions: (a) Autocorrelation of laser 1. (b) Cross correlation showing the downgoing antiphase fine structure superimposed on the in-phase synchronized LFF. Filters were used to enhance the proportions of antiphase (negative contribution) and in-phase (positive contribution) signals visible.

events in slow time scale coexisting with some antiphase oscillations of individual units in a coupled system manifest in cross-correlation functions, we did numeric calculations using nonchaotic time series extracted from the functions

$$\begin{aligned} X(t) &= A \cos(\omega_1 t) + a \sin(\omega_1 t), \\ Y(t) &= B \cos(\omega_2 t) + b \sin(\omega_2 t). \end{aligned} \quad (7)$$

When ω_1/ω_2 and ω_1/ω_2 are not rational, the cross correlation between these signals is zero. Interesting results appear when we consider $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ and $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ and change the values of the coefficients. The cross correlations of these signals will give clues to what we get for the cross correlations from the nonlinear equation for the electrically coupled lasers having optical feedback.

Taking a total time much larger than $1/\omega$ and $1/\omega$, the analytical expressions for the autocorrelation C_1 and cross correlation C_{12} at $\tau = 0$ between the signals become

$$\begin{aligned} C_{12}(\tau = 0) &= \frac{X Y}{(\langle X \rangle^2 + \langle Y \rangle^2)} \\ &= \frac{(AB + ab)}{(A^2 + a^2)(B^2 + b^2)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Our interest is when ω is at least one order of magnitude larger than ω and the two time scales have opposite correlations. This is the case when $AB > 0$ and $ab < 0$, for example. Let us take A fixed and positive, and increase the value of B starting from zero. If $A = a$ and $B = b$ we have $C_{12} \rightarrow +1$ and, conversely, if $A = a$ and $B = -b$ we have $C_{12} \rightarrow -1$. To visualize the numerically calculated figures, we took $A = 105$, $a = -b = 33$, $\omega = 2\pi$, and $\omega = 20 \times 2\pi$. Varying B from zero to the value of A we get the calculated cross correlations shown in Figs. 18 and 19. For small B the antiphase contribution from the two fast sinusoidal signals dominates. This is seen in the negative portion of the cross correlation at a zero time.

The cross correlation of the laser dynamics in chaos have qualitatively the same shape seen in the respective figures above. We can therefore interpret the onset of LFF synchronism obtained in our experiments by inspection of these correlation functions.

IX. RELATED DYNAMICS IN MULTIMODE LASERS

The dynamics of coupled monomode laser oscillators have general features common to the dynamics of single lasers with more than one field mode. Such common properties result from the fact that the number of dynamical variables in both systems can be the same. Two monomode lasers, like the ones described by our equations, before optical feedback is included, consist of a pair of three-dimensional dynamical systems: one complex field, $E_i(t)$, and one gain population, $N_i(t)$, for each. A single laser like a vertical-cavity surface-emitting laser (VCSEL), when described as two polarization modes [24–26], also has two orthogonal fields, $E_+(t)$ and $E_-(t)$, competing for two populations, $N_+(t)$ and $N_-(t)$. These are associated to the different subbands as proposed by San Miguel *et al.* [24]. The interlasers coupling mechanism in our case is attributed to Kirchhoff's law as current conservation in the parallel circuit,

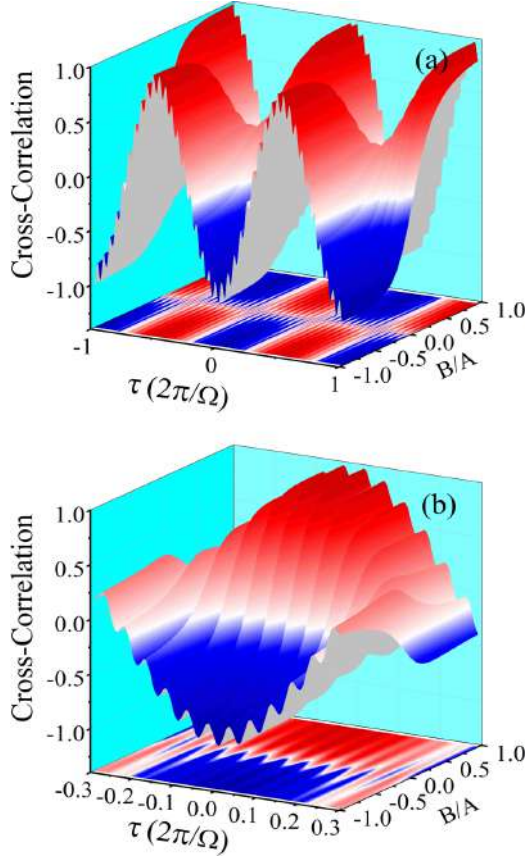


FIG. 18. Numerical cross correlation obtained when two simple signals are composed by harmonics in phase and antiphase, with different frequencies and having variable amplitudes. (a) 3D map showing the dominant antiphase term contribution evolving to the in-phase cross correlation when B in Eq. (7) varies from $-A$ to A . (b) Details of (a) showing the undulations associated to antiphase overriding the wide positive correlation curves.

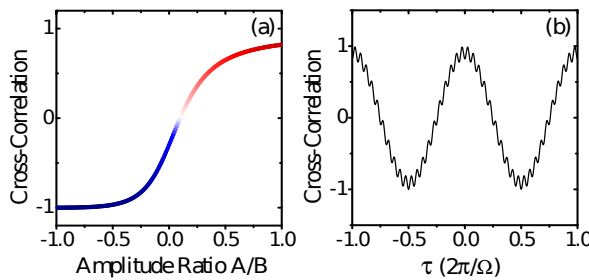


FIG. 19. Details of the numerical cross correlation obtained when two simple signals are composed by harmonics in phase and antiphase with different frequencies and having variable amplitudes. (a) Variation of the zero time ($\tau = 0$) cross correlation showing the excursion from fully antiphase, -1 , to almost complete in phase near $+1$. The value $+1$ is not reached because a small antiphase contribution is always present. (b) Correlation profile when $B = A$.

while the two populations in the VCSEL model are coupled by spin-flip mechanisms. The introduction of optical feedback in either system brings the infinite dimensional feature depending on time delay and the two subsystems show LFF [25]. Antiphase and in-phase correlations among the two laser intensities $I_1(t)$ and $I_2(t)$, as for I_+ and I_- in VCSELs, should therefore not be a surprise to be found in both systems. Also, intensity correlations between different spatial modes, both in edge emitting diode lasers and VCSELs, have been investigated long ago in Refs. [27–31], where the spatial distribution of intensity noise was measured and intermode anticorrelations were responsible for total intensity noise reduction, sometimes below the shot noise level.

The phase correlations in VCSELs are very well detailed in the paper by Sciamanna *et al.* [26]. These authors call attention to the need for more experimental work on the VCSEL dynamics and we hope to include such studies in our future research with coupled systems. A detailed description of the optical feedback effects in vertical-cavity surface-emitting and edge emitting semiconductor lasers is given by Panajotov *et al.* [32]. Edge emitting are the types used and described in our experiments, but we have evidence for the same effects with vertical-cavity surface emitting lasers. Discussions referring to the coexistence between fast antiphase oscillations within multimode LFF dynamics can be found in the literature [33,34].

X. CONCLUSION

We have thus demonstrated in detail how in-phase synchronized dynamical events in slow time scale can coexist with antiphase oscillations between individual units in a pair of coupled lasers. A remarkable observation, both in the experiments and in the simple theoretical model, is some enhancement of the antiphase oscillations amplitude just before any sharply synchronized power drop, as shown in Figs. 4(a) and 4(b) for the intensity, as well as in Figs. 13(a) and 13(b) for the current dynamics. We also obtained numerical cases where the antiphase enhancement before the drops appear on the frequency correlation. The variation of correlation signals with time scale shown here for two lasers is relevant to the study of multilaser networks and their use for simulation of complex systems. Pairwise correlations within a complex network are known to be distinct from correlations among large groups of units [35,36], as well as different from the correlations in a single coupled pair system [1]. Detailed knowledge of the properties of pair units will enlarge the possibility to extract properties resulting from the multicoupling topology in networks with many complex subsystems.

ACKNOWLEDGMENTS

This work is partially supported by Brazilian Agencies: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ), and Fundação de Ciência e Pernambuco (FACEPE).

- [1] P. J. Edwards and G. H. Pollard, Phys. Rev. Lett. **69**, 1757 (1992).
- [2] P. M. Mayer, F. Rana, and R. J. Ram, Appl. Phys. Lett. **82**, 689 (2003).
- [3] A. Z. Khoury, Phys. Rev. A **60**, 1610 (1999).
- [4] C.-H. Lin, S.-P. Li, and K. Y. Szeto, *Artificial Economics and Self Organization*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems Vol. 669 (Springer, New York, 2014), p. 71.
- [5] Ch. Risch and C. Voumard, J. Appl. Phys. **48**, 2083 (1977).
- [6] R. Lang and K. Kobayashi, IEEE J. Quant. Electron. **16**, 347 (1980).
- [7] T. Sano, Phys. Rev. A **50**, 2719 (1994).
- [8] A. Karsaklian Dal Bosco, D. Wolfersberger, and M. Sciamanna, Europhys. Lett. **101**, 24001 (2013).
- [9] É. Mercier, A. Even, E. Mirisola, D. Wolfersberger, and M. Sciamanna, Phys. Rev. E **91**, 042914 (2015).
- [10] M. Sciamanna and K. A. Shore, Nat. Photonics **9**, 151 (2015).
- [11] M. Giudici, C. Green, G. Giacomelli, U. Nespolo, and J. R. Tredicce, Phys. Rev. E **55**, 6414 (1997).
- [12] Manuel C. Eguia and G. B. Mindlin, Phys. Rev. E **60**, 1551 (1999).
- [13] J. F. Martinez Avila, H. L. D. de S. Cavalcante, and J. R. Rios Leite, Phys. Rev. Lett. **100**, 044101 (2008).
- [14] F. Selmi, R. Braive, G. Beaudoin, I. Sagnes, R. Kuszelewicz, and S. Barbay, Phys. Rev. Lett. **112**, 183902 (2014).
- [15] M. C. Soriano, J. García-Ojalvo, C. R. Mirasso, and I. Fischer, Rev. Mod. Phys. **85**, 421 (2013).
- [16] M. Nixon, E. Ronen, A. A. Friesem, and N. Davidson, Phys. Rev. Lett. **110**, 184102 (2013).
- [17] G. H. M. Van Tartwijk and D. Lenstra, Quantum Semiclassical Opt. **7**, 87 (1995).
- [18] V. Ahlers, U. Parlitz, and W. Lauterborn, Phys. Rev. E **58**, 7208 (1998).
- [19] L. Wu, S. Zhu, and J. Li, Physica D **223**, 208 (2006).
- [20] A. Argyris, D. Syvridis, L. Larger, V. Annovazzi-Lodi, P. Colet, I. Fischer, J. Garcia-Ojalvo, C. R. Mirasso, L. Pesquera, and K. A. Shore, Nature (London) **438**, 343 (2005).
- [21] W. Ray, W.-S. Lam, P. N. Guzdar, and R. Roy, Phys. Rev. E **73**, 026219 (2006).
- [22] A. S. Pikovsky, M. G. Rosenblum, G. V. Osipov, and J. Kurths, Physica D **104**, 219 (1997).
- [23] M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky, and J. Kurths, Phys. Rev. Lett. **78**, 4193 (1997).
- [24] M. San Miguel, Q. Feng, and J. V. Moloney, Phys. Rev. A **52**, 1728 (1995).
- [25] M. Giudici, S. Balle, T. Ackemann, S. Barland, and J. R. Tredicce, J. Opt. Soc. Am. B **16**, 2114 (1999).
- [26] M. Sciamanna, C. Masoller, F. Rogister, P. Mégret, N. B. Abraham, and M. Blondel, Phys. Rev. A **68**, 015805 (2003).
- [27] A. Bramati, J. P. Hermier, A. Z. Khoury, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzick, K. J. Ebeling, J. P. Poizat, and Ph. Grangier, Opt. Lett. **24**, 893 (1999).
- [28] J. P. Hermier, A. Bramati, A. Z. Khoury, E. Giacobino, J. P. Poizat, T. J. Chang, and Ph. Grangier, J. Opt. Soc. Am. B **16**, 2140 (1999).
- [29] J. P. Hermier, I. Maurin, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzick, K. J. Ebeling, A. Bramati, and A. Z. Khoury, New J. Phys. **2**, 26 (2000).
- [30] J. P. Hermier, A. Bramati, A. Z. Khoury, V. Josse, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzick, and K. J. Ebeling, IEEE J. Quantum Electron. **37**, 87 (2001).
- [31] C. L. Garrido-Alzar, S. M. de Paula, M. Martinelli, R. J. Horowicz, A. Z. Khoury, and G. A. Barbosa, J. Opt. Soc. Am. B **18**, 1189 (2001).
- [32] K. Panajotov, M. Sciamanna, M. Arizaleta Arteaga, and Hugo Thienpont, IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. **19**, 1700312 (2013).
- [33] G. Huyet, J. K. White, A. J. Kent, S. P. Hegarty, J. V. Moloney, and J. G. McInerney, Phys. Rev. A **60**, 1534 (1999).
- [34] D. W. Sukow, T. Heil, I. Fischer, A. Gavrielides, A. Hohl-AbiChedid, and W. Elsässer, Phys. Rev. A **60**, 667 (1999).
- [35] E. Schneidman, M. J. Berry II, R. Segev, and W. Bialek, Nature (London) **440**, 1007 (2006).
- [36] V. Pernice, B. Staude, S. Cardanobile, and S. Rotter, PLoS Comput. Biol. **7**, 1002059 (2011).

Extreme events in chaotic lasers with modulated parameter

C. Metayer,¹ A. Serres,¹ E. J. Rosero,² W. A. S. Barbosa,²
F. M. de Aguiar,² J. R. Rios Leite,^{2,*} and J. R. Tredicce^{1,2,3}

¹Université de La Nouvelle Calédonie, BP R4-98851 Nouméa Cedex, New Caledonia

²Departamento de Física-Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE 50670-901, Brazil

³Université de Nice-Sophia Antipolis - Institut Nonlinéaire de Nice (INLN) 1361 Route des
Lucioles -Valbonne, France

*rios@df.ufpe.br

Abstract: We study a theoretical model describing a laser with a modulated parameter, concentrating on the appearance of extreme events, also called optical rogue pulses. It is shown that two conditions are required for the appearance of such events in this type of nonlinear system: the existence of generalized multi-stability and the collisions of chaotic attractors with unstable orbits in external crisis, expanding the attractor to visit new regions in phase space.

© 2014 Optical Society of America

OCIS codes: (270.0270) Quantum optics; (270.3100) Instabilities and chaos; (190.0190) Non-linear optics.

References and links

1. J. L. Borges, "Siete Noches" - La Divina comedia; Nueve Ensayos Dantescos, Ed. Fondo de Cultura Economica, Buenos Aires (1980).
2. P. S. Laplace, *A Philosophical Essay on Probability*, translated (John Wiley, 1902).
3. S. Aberg and G. Lindgren, "Height distribution of stochastic Lagrange ocean waves," *Prob. Eng. Mech.* **23**, 359–363 (2008).
4. A. Toffoli, T. Waseda, H. Houtani, T. Kinoshita, K. Collins, D. Proment, and M. Onorato, "Excitation of rogue waves in a variable medium: An experimental study on the interaction of water waves and currents," *Phys. Rev. E* **87** 051201 (2013).
5. U. F. de Pinho, P. C. Liu, and C. E. P. Ribeiro, "Freak waves at Campos Basin, Brazil," *Geofizika* **21**, 53 (2004).
6. S. K. El-Labany, W. M. Moslem, N. A. El-Bedwehy, R. Sabry, and H. N. A. El-Razek, "Rogue waves in Titan's atmosphere," *Astrophys. Space Sci.* **338**, 3–8 (2012).
7. H. Kawamura, T. Hatano, N. Kato, S. Biswas, and B. K. Chakrabarti, "Statistical physics of fracture, friction, and earthquakes," *Rev. Mod. Phys.* **84**, 839–884 (2012).
8. D. R. Solli, C. Ropers, P. Koonath, and B. Jalali, "Optical rogue waves," *Nature* **450**, 1054–1057 (2007).
9. K. Hammani, B. Kibler, C. Finot, and A. Picozzi, "Emergence of rogue waves from optical turbulence," *Phys. Lett. A* **374**, 3585–3589 (2010).
10. C. Bonatto, M. Feyereisen, S. Barland, M. Giudici, C. Masoller, J. R. Rios Leite, and J. R. Tredicce, "Deterministic optical rogue waves," *Phys. Rev. Lett.* **107**, 053901 (2011).
11. C. Lecaplain, P. Grelu, J. M. Soto-Crespo, and N. Akhmediev, "Dissipative rogue waves generated by chaotic pulse bunching in a mode-locked laser," *Phys. Rev. Lett.* **87**, 2339108 (2013).
12. M. Kovalsky, A. Hilo, and J. R. Tredicce, "Extreme events in the Ti:sapphire laser," *Opt. Lett.* **36**, 4449–4451 (2011).
13. W. H. Munk, "Proposed uniform procedure for observing waves and interpreting instruments records," Wave Project at the Scripps Institute of Oceanography, Ca. USA (1944).
14. P. Kjeldsen, "A sudden disaster in extreme waves," *Rogue Waves 2000*, IFREMER (1935).
15. J. Zamora-Munt, B. Garbin, S. Barland, M. Giudici, J. R. Rios Leite, C. Masoller, and J. R. Tredicce, "Rogue waves in optically injected lasers: Origin, predictability, and suppression," *Phys. Rev. A* **87**, 035802 (2013).
16. C. Bonazzola, A. Hnilo, M. Kovalsky, and J. R. Tredicce, "Optical rogue waves in an all-solid state laser with saturable absorber: importance of spatial effects," *J. Opt.* **15**, 064004 (2013).

17. P. Gaspard and X.-J. Wang, "Sporadicity: Between periodic and chaotic dynamical behaviors," *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **85**, 4591–4595 (1988).
18. V. Balakrishnan, C. Nicolis, and G. Nicolis, "Extreme value distributions in chaotic dynamics," *J. Stat. Phys.* **80**, 307–336 (1995).
19. V. Balakrishnan, C. Nicolis, and G. Nicolis, "Recurrence time statistics in deterministic and stochastic dynamical systems in continuous time: A comparison," *Phys. Rev. E* **61**, 2490–2499 (2000).
20. H. Solari, E. Eschenazi, R. Gilmore, and J. R. Tredicce, "Influence of coexisting attractors on the dynamics of a laser system," *Opt. Commun.* **64**, 49–53 (1987).
21. I. B. Schwartz and T. W. Carr, "Bi-instability as a precursor to global mixed-mode chaos," *Phys. Rev. E* **59**, 6658–6661 (1999).
22. F. T. Arecchi, R. Meucci, G. Puccioni, and J. R. Tredicce, "Experimental evidence of subharmonic bifurcations, multistability and turbulence in a Q-switch gas laser," *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1217–1220 (1982).
23. T. Midavaine, D. Dangoisse, and P. Glorieux, "Observation of chaos in a frequency modulated CO₂ laser," *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1989–1992 (1985).
24. I. I. Matorin, A. S. Pikovskii, and Ya. I. Khanin, "Multistability and autostochasticity in a laser with a delayed-response active medium subjected to periodic loss modulation," *Sov. J. Quantum Electron.* **14**, 1401–1405 (1984).
25. J. R. Tredicce, F. T. Arecchi, G. P. Puccioni, A. Poggi, and W. Gadomski, "Dynamic behavior and onset of low dimensional chaos in a modulated homogeneously broadened single mode laser: Experiment and theory," *Phys. Rev. A* **34**, 2073 (1986).
26. G. P. Puccioni, A. Poggi, W. Gadomski, J. R. Tredicce, and F. T. Arecchi, "Measurement of the formation and evolution of a strange attractor in a laser," *Phys. Rev. Lett.* **55**, 339–342 (1985).
27. D. Hennequin, P. Glorieux, and D. Dangoisse, "Laser chaotic attractors in crisis," *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2657–2660 (1987).
28. R. Meucci, A. Poggi, F. T. Arecchi, and J. R. Tredicce, "Dissipativity of an optical chaotic system characterized via generalized multistability," *Opt. Commun.* **65**, 151–156 (1988).
29. R. Gilmore and M. Lefranc, *The Topology of Chaos. Alice in Stretch and Squeezeland* (Wiley Interscience, 2002), p. 8.
30. H. L. D. S. Cavalcante, M. Oria, D. Sornette, E. Ott, and D. J. Gauthier, "Predictability and suppression of extreme events in a chaotic system," *Phys. Rev. Lett.* **111**, 198701 (2013).

1. Introduction

Jorge L. Borges in one of his literary pages wrote [1]: "... lo que llamamos azar es nuestra ignorancia de la compleja maquinaria de la causalidad." ("... what we call chance is our ignorance of the complex mechanism of causality."). This view point is rooted in more than two centuries of science [2]. Rogue extreme events in dynamical systems insert us into this subject: Do rare extreme and destructive events occur by chance? During the last two decades there is an increasing scientific interest on extreme events in general, and rogue waves in particular. Such interest is manifested by a fast increment in the number of publications on the subject in several disciplines: from oceanography [3–5] to astrophysics [6], and from geology [7] to optics [8–12]. Usually the main approach to study these events is to use the statistics properties of their occurrence. Looking at almost ancient literature a rogue wave is defined as an oscillation pulse whose amplitude is larger than a certain threshold. Such a threshold has been defined as twice the average value of the amplitude of the largest one-third maxima [13, 14]. Also, later on, it has been defined as an oscillation whose amplitude is four times larger than the standard deviation of the surface elevation [3]. In any case a definition based on particular statistics remains a definition based on an arbitrary limit. We prefer to adopt here that whatever pulse in the dynamics is much larger than the average it can be considered a rogue event, including in an optical system, where such extreme event of electromagnetic wave pulse has been called "optical rogue wave" [8–11, 15]. In several natural phenomena rogue events can be destructive. Thus, it would be of extreme importance to study how far in advance we can predict and control them or, at least, to know our capacity of prediction. In order to answer questions about their control and predictability it is necessary to figure out how they are produced and which physical mechanism is at their origin.

Given their nonlinear nature, each different dynamical system may generate extreme events

through specific mechanisms. The recent literature cited here contains studies of many experimental and theoretical systems that show extreme events. In this paper we analyze a theoretical simple model of a laser system and we show that it is possible to observe optical rogue light pulses in this system. We investigate and describe the dynamical process at the origin of such extreme events.

2. Extreme events in chaotic dynamics

As a matter of principle extreme events may appear on every statistical system and how much frequent an extreme event occurs depends on the distribution probability of the events in the dynamics. If we accept the above definition based on the standard deviation or the kurtosis [5, 16] of the probability distribution, then it is clear that they are extremely rare for a Gaussian distribution while they become more frequent for a Levy's type distribution possessing a long tail at high amplitude values. In classical mechanics, a statistical description is needed whenever the system is very complex and its description involves a very large number of variables or whenever the behavior is deterministically chaotic. Accordingly, determinism implies the existence of a unique evolution in phase space for each initial condition. A reduction of the phase space to a small number of variables and the inclusion of a statistical description often means a break of the determinism by allowing different possible evolutions in the reduced phase space for the same initial condition. We say then that there is noise in the system and stochastic methods are applied to describe it. If the amount of noise is small enough it will not disturb the trajectory in most of the phase portrait of the deterministic part of the system: a periodic or a quasi-periodic orbit will remain such and the behavior of the system is predictable. Thus, we do not need a statistical description; we do not even need to know the equations of motion and the initial conditions to figure out the past and the future evolution of the dynamical system. Within conditions where a chaotic deterministic trajectory exists, the predictability of the dynamical evolution is defined by the maximum positive Lyapunov exponent. If instead the noise plays a relevant role in modifying the attractor itself, then a statistical description is obligatory and our predicting capacity vanishes as fast as it vanishes the autocorrelation function. As it is well known and we discuss in the following, changes of an attractor also occurs within fully deterministic models. Of course all the previous discussion loses significance for a quantum system, in which initial conditions cannot be determined with infinite precision, the only deterministic evolution is the evolution of the wave function. Thus there is an intrinsic role of the probability distribution and the only possible description is a statistical one. Therefore, having in mind the possibility of predicting the dynamical behavior of a system, we could define the following phenomenological categories, without claiming mathematical rigor:

Cat A: Classical deterministic;

Cat B: Classical driven by noise;

and Cat C: Quantum Systems.

Categories B and C systems require the knowledge of probability distributions and prediction can only be done on a statistical basis. The difference is that statistics is intrinsic to a system of category C while it is simply "misknowledge" in A and B. Here we consider a category A system. The system is deterministic. Then, its dynamical evolution in phase space is fixed by the equations of motion and the initial conditions. However, if the behavior is chaotic, it is not long term predictable by definition. Statistical treatments can be used, in principle, as much as it does for a system of category B and C. However, the power of recent computers to give direct numerical solutions of nonlinear equations permits studies like the one given here. Many previous papers already studied the probability distribution of deterministic chaotic behavior, mainly in maps [17–19]. In particular, [17] identifies some intermittent regime in which the probability distribution of the amplitude of the pulses becomes a Levy's distribution. It then

presents long tail at large amplitude as a consequence of the appearance of “extreme events” that do not become as rare as in a Gaussian distribution.

To obtain chaos in the dynamics of a lasers there are many techniques and we shall concentrate on modulation of one system parameter. In the following we focus in chaotic extreme pulses emitted by such lasers. The parameter modulation expands the phase space of simple model for the laser [22] and so allow for chaotic dynamics. As in other systems, the structure of the attractors have a natural role in the time evolution of any of its variables. The trajectories will change with the control parameters of the system, according to the bifurcations following the changes in the manifolds of the fixed points, the periodic orbits and the attractor borders. Details on these properties can be found in [20, 21]. The calculated and observed dynamical variable is the spiking optical pulses output, which is fairly accessible to experimental measurements, [22–28].

3. Laser with modulated losses: the model

The dynamical equations we use correspond to a common model of a solid state or some gas lasers, with a modulated control parameter. The so called rate equations for mono-mode laser with modulated losses [22]:

$$\frac{dI(t)}{dt} = -k(t)I(t) + gI(t)N(t) \quad (1)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\gamma_{||}(N(t) - N_0) - 2gI(t)N(t) \quad (2)$$

with

$$k(t) = k_0(1 + \mathbf{m} \cos(\omega t)) \quad (3)$$

In these equations, $I(t)$ and $N(t)$ are the normalized intensity and the population inversion, respectively; g is the coupling rate constant, N_0 is the pump parameter, k_0 is the constant loss rate, $\mathbf{m}$ and ω are the modulation amplitude and frequency, respectively, and $\gamma_{||}$ is the loss rate for the population inversion.

We choose a modulation frequency ω close to the relaxation oscillation frequency Ω ,

$$\Omega = [k_0\gamma_{||}(A - 1) - \gamma_{||}^2 A^2/4]^{1/2} \quad (4)$$

where $A = N_0 g/k_0$.

Setting $S = (2g/\gamma_{||})I$, $D = N(g/k_0)$, and $\tau = k_0 t$, we get from Eqs. (1) and (2):

$$dS/d\tau = -S[1 + m \cos(\beta \tau) - D] \quad (5)$$

$$dD/d\tau = -\gamma[D - A + SD] \quad (6)$$

where $\beta = \omega/k_0$, and $\gamma = \gamma_{||}/k_0$.

Many properties of these equations have been studied theoretically and with experimental observation of this laser dynamics reported [22–28]. However none of them consider the occurrence of extreme events. Herein we focus on conditions for extreme pulses to appear.

4. Numerical results and analysis of rogue pulses

Numerical solutions were obtained using a standard Runge-Kutta algorithm. Taking the parameter $\mathbf{m}$ in Eqs. (3) and (5) as the changeable control parameter and collecting the maxima of the pulses the system shows a series of period doubling bifurcations until its dynamical behavior

becomes chaotic. This is known to happen if the modulation frequency, ω , is close enough to the relaxation oscillation frequency, Ω . Figures 1(a) and 1(b) show the bifurcation diagram and the phase space portrait of a chaotic solution for a set of parameters where there is only one stable solution for each value of m . As the modulation amplitude m is further increased within the chaos, windows of periodic behavior occur along with the chaotic attractor expansion in phase space.

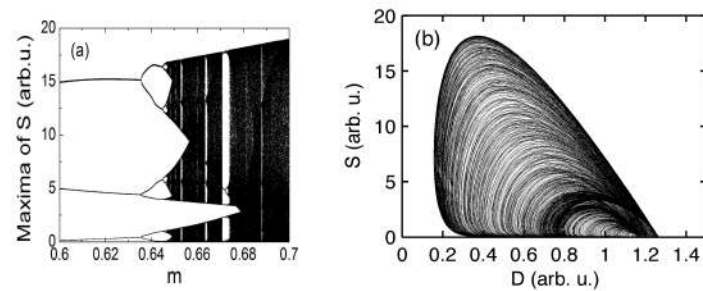


Fig. 1. (a) Bifurcation diagram graphing the maxima of intensity S as a function of the modulation amplitude m . The parameters used in the numerical integration are: $A = 1.30$, $\beta = 0.09441$, and $\gamma = 0.027$. (b) Phase space portrait, Intensity S as a function of population inversion D for $m = 0.68$. All other parameters values are the same as in Fig. 1(a).

Figure 1(b) shows the projection of a chaotic trajectory in phase space into the plane (S, D) (a phase space portrait). The area occupied by the trajectory appears densely visited. Essentially the phase space portrait shows that the chaotic attractor, once fully developed, cover almost homogeneously all possible values of the intensity and population inversion. Numerical verification of the actual density variation can be obtained by histograms of the pulse amplitude extracted directly from the time series as shown in Fig. 2.

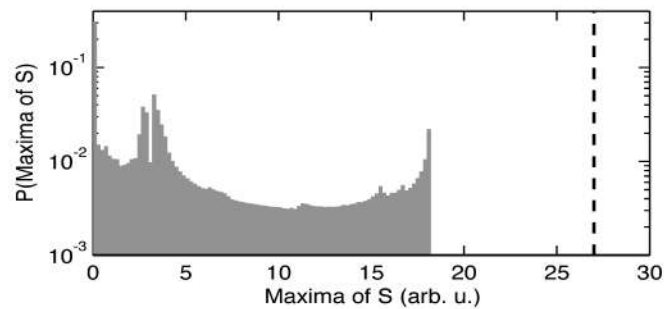


Fig. 2. Histogram of the calculated maxima of intensity corresponding to the time signal of Fig. 1(b). The vertical dashed line indicates the threshold corresponding to the AI calculated as the mean value plus four times the standard deviation of the probability distribution. Clearly no “optical rogue events” occur.

By simple observation of Fig. 2 we can see that in this case extraordinary high intensity

pulses do not occur. The histogram shows a distribution of peaks that is fairly uniform. It also evidences that there is a sharp cut on the maximum of the variable. In analogy with the logistic map, larger density of peak values appear somewhere within and on the extremes of the attractor. This can be better observed in Fig. 3, which contains a blow-up of Fig. 1(a) and shows the concentration of maxima at very low values near zero power. Similar blow up gives evidence to the higher density on the sharp top extreme of the attractor. The relevant point is that a quantitative exam of the probability distribution of the pulses confirms that there is no long tail at high values of the variable. No pulse is obtained whose maximum overcomes the average value plus four times the standard deviation. Thus, during the integration time where we have over 10^6 maxima, no optical rogue pulses have been generated and most probably they do not exist for such parameter values. The dynamical behavior is chaotic but the trajectory evolves in a sharply bounded region of phase space.

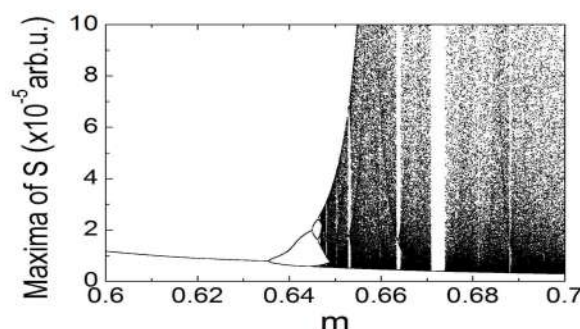


Fig. 3. Blow-up of lower portion of the bifurcation diagram of Fig. 1(a). This figure shows how the density of pulse maxima increases, accumulating near zero value.

Decreasing the dissipation of the system, i. e. decreasing $(A\gamma_1/\Omega)$ [28], the bifurcation diagram undergoes a significant changes as seen in Fig. 4. The same diagram was calculated increasing and decreasing the value of the m parameter using at each step of the new time series calculation the precedent values of the dynamical variables as initial conditions. This procedure was applied to search for regions of parameter giving bi-stability and multi-stability. They are not shown in Fig. 4 but do appear for low values of m (near 0.005) when we calculate with different sets of initial conditions. Through the range where there is chaos, the diagrams indicate a single attractor.

Two main observations are then in order. First there exist several coexisting periodic attractors for the same parameter values implying existence of generalized multi-stability [20, 27]. Secondly an increase of the modulation amplitude, after chaos is reached, results in a series of abrupt expansions of the chaotic attractor yielding a kind of staircase in the bifurcation diagram. Each step marks the occurrence of a bifurcation due to the collision of a chaotic attractor with an unstable orbit in what was named an external crisis of the chaotic attractor in reference [20].

Related types of bifurcations have been studied in the modulated laser, proposing mechanisms to the origin of mixed-mode laser operation [21]. These bifurcations lead to bursts of pulses between two chaotic conditions in the laser.

The generalized multi-stability is not a surprise if we just consider that, in the conservative limit, infinite number of periodic orbits coexist for all values of the control parameters. As

dissipation increases the number of coexisting orbits decreases. For realistic parameter values corresponding to a CO₂ laser or solid state lasers several stable periodic orbits may coexist.

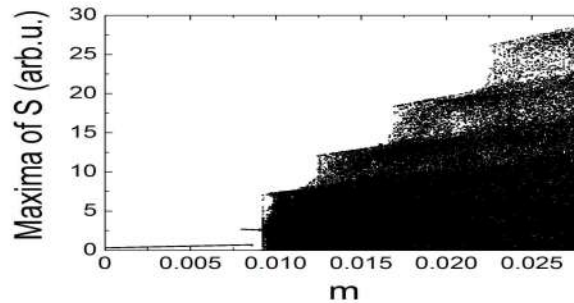


Fig. 4. Bifurcation diagram as in Fig. 1(a) but with the following parameter values: $A=1.3$; $\beta = 0.0135$; and $\gamma = 0.00027$.

As we mention before, the abrupt changes in the attractors correspond to bifurcations called “external crisis” [29] because they are produced when there is a collision of the strange attractor with an unstable orbit of a different bifurcation branch. Before the collision, the chaotic attractor is confined in a region of phase space limited by the stable manifold of the unstable orbit, but after the collision, trajectories can explore a much larger region in phase space “propelled” by the unstable manifold of the unstable orbit. This process generates pulses whose maximum intensity are much larger than those previous to the collision and which remain rare compare to the density of pulses with lower maximum intensity. In order to emphasize the occurrence of the rare rogue pulses in our system a very long time is given in Fig. 5. The segment in this figure is densely packed and hides the individual pulses. To visualize some individual pulses a short segment of Fig. 5 is presented in Fig. 6. The shapes of the pulses, be smaller or large and rare, are not very different.

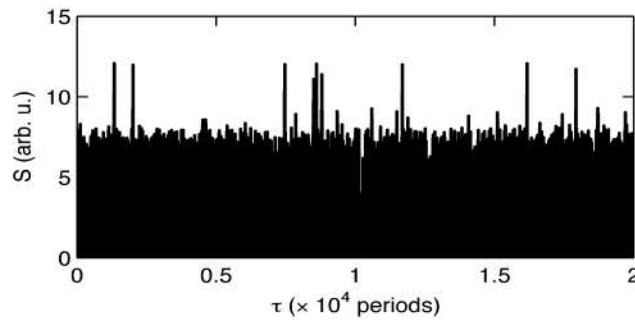


Fig. 5. Long series of pulse Intensity S as a function of time measured in units of the modulation period. The parameter values are the same as in Fig. 3 with $m = 0.01236$. This time series contains rare abnormally large amplitude spikes.

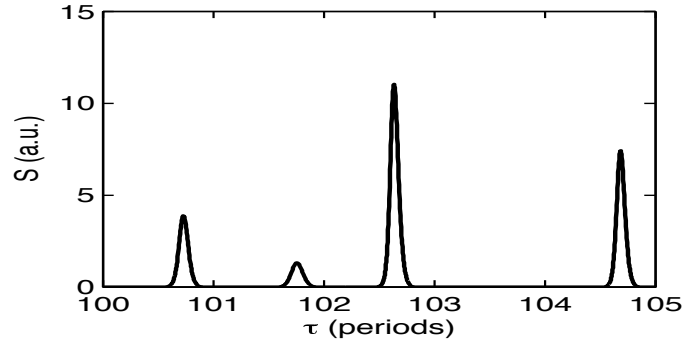


Fig. 6. Pulse Intensity S as a function of time measured in units of the modulation period. This is a time zoom of Fig. 5 (with displaced time scale).

In Figs. 7(a) and 7(b) we present a pair of histograms of the maxima intensity corresponding to different values of the control parameter before and after an external crisis is produced at $m = 0.01219$ (the second step in Fig. 4).

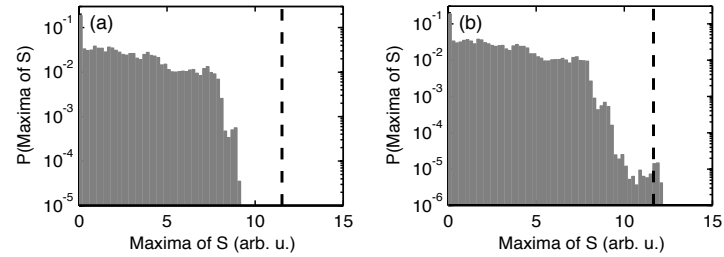


Fig. 7. (a) Probability distribution of the maxima intensity of the pulses for a modulation amplitude $m = 0.01215$; all other parameter values are the same as in Fig. 4, (b) same as Fig. 7(a) for a modulation amplitude $m = 0.01225$.

It is clear that before the crisis there are no pulses satisfying the usual criteria to define it as a rogue pulse (RP). Even if the distribution is not homogeneous, there is a sharp limit in the intensity of the maxima and such limit is below the threshold to define an extreme event. Just after the crisis instead, it will appear a longer tail in the probability distribution indicating the appearance of extreme events. Furthermore we observe a growing tendency towards the end of the distribution. In other words there is an increase in the number of events showing an absolute maximum value for the laser intensity. This is so because there is always a maximum value that the laser intensity can not overcome.

The occurrence of extreme events has a highly nonlinear dependence with the control parameters in the system. In Fig. 8 is plotted the number of events satisfying the condition (based on the AI defined as the average value plus four times the standard deviation) of being an extreme event as a function of the control parameter m for values close to an external crisis. For

the parameters we explored, the subsequent steps of expansion in the chaotic attractor shown in the bifurcations of Fig. 3 have the rare larger spikes as the first one and a tail appears on the histograms after the bifurcations. However, because the size of the steps do not grow while the attractor increase their average size, the criteria of a tails of pulses matching rogue pulse condition is only verified if one lowers the threshold from average value plus four times the standard deviation, used in the first bifurcation at $m = 0.01219$. Immediately after the crisis the

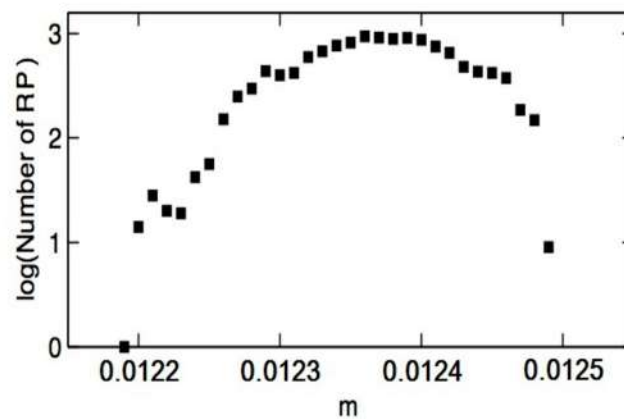


Fig. 8. Number of events (RP) overcoming the AI as a function of the modulation amplitude m . Before the crisis at $m = 0.0122$ extreme events have not been observed. After the crisis the number of extreme events grows, reaches a maximum, and decreases back to zero at $m = 0.0125$.

number of extreme events increases, reaches a maximum and then decreases to vanish before a new external crisis is produced. Thus, extreme events happen immediately after an external crisis. As long as the extreme events are very rare, the average value of the maxima intensity and its variance remain similar to the values previous to the crisis. However as higher intensity pulses become more frequent the probability distribution becomes larger and it is not possible to reach the threshold for pulses to be considered rogue events. Each time a new crisis happens, the strange attractor can suffer a rapid expansion in phase space and generate pulses whose maxima are much higher than the average and extreme events appear.

A similar dynamical mechanism based on the existence of a crisis to generate extreme events was apparently experimentally observed in a laser with injected signal [12]. It is worthwhile to notice that the probability distribution showed in Fig. 7(b) is similar to those obtained experimentally in reference [30] using a complex electronic circuit.

5. Conclusion

In conclusion we identified here a very simple laser system that would experimentally be able to generate deterministic optical rogue pulses. Such extreme events are generated by a collision of a chaotic attractor with an unstable orbit of a different bifurcation branch in what is usually called an external crisis. Then we have create enough knowledge to say that such extreme events are not produced just by chance but following a precise causal mechanism which imposes also

APÊNDICE B - Artigos em preparação

Experimental Frustration Instability of Chaos in Semiconductor Laser with Double Feedback

E. J. Rosero¹, Wendson A. S. Barbosa¹, Jorge R. Tredicce^{1,2,3} and José R. Rios Leite¹

1. Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, 50670-901 Recife, PE, Brazil

2. Université de Nice Sophia Antipolis, Institut Non-Linéaire de Nice, UMR 6618, 06560 Valbonne, France

3. Université de la Nouvelle Calédonie (UNC), Pole Pluridisciplinaire de la Matière et de l'Environnement (PPME), EA3325 Noumea, Nouvelle Calédonie

(Dated: August 25, 2016)

We demonstrate experimental and theoretically how a semiconductor laser subjected to a double optical feedback modifies its dynamics from chaotic state induced by a first optical feedback, to a burst of spiking pulses followed by intervals of periodic and stable behavior. Proportion between the two time delays is the key parameter. The results are close related to the theory by Ikeda and Mizuno about instability frustration in optical resonators [1]. Variations of one single feedback give rise to Farey sequences for the fractions in which, laser dynamics appears different in relation with the just one feedback case. Heavy tail statistics of bursting and switching between the chaotic, periodic and stable, can be obtained around rational ratios. A deterministic rate equation model fits the predictions for the fluctuation statistics in chaos and for the stable regimes.

PACS numbers: 42.65.Sf, 42.55.Px, 87.19.11

Over third years ago, Ikeda and Mizuno [1, 2] presented their theoretical discussions about frustrated instabilities in nonlinear optical resonators. They deal with a non-chaotic system with many oscillation modes. Tuning of one control parameter leads to abrupt changes in the output response. Optical feedbacks were the underlying causes to the effects. Specifically, anomaly occurs when the quotient of feedback times give as a result an irrational number. Irrational proportions between two competing frequencies can be approximated through continued fraction expansion. Due to the fact that, the process of approximation it is inherently chaotic [3], the selection rule for determine the dominant oscillation mode becomes unstable. Using a hybrid electro-optical experimental schemes [5] their predictions have been verified. Herein we present the experimental manifestation of the Ikeda-Mizuno instability frustration in semiconductor lasers with double optical feedback. These lasers have been used as test benches for several nonlinear dynamical processes. In particular, delayed optical feedback has proved to induce excitable [6, 7] and chaotic behavior [8] on these kind of lasers. It is well known that the laser with optical feedback generates, after an averaging process due to detector bandwidth, sharp drops in its intensity, usually called low frequency fluctuation (LFF) [9]. Lang Kobayashi equations [10] not only describe the general aspects of this optical dynamics reproducing the spike statistical properties [11–13], but in addition, show their excitable nature, when the system is set in quiescent conditions [14]. In contrast with a short external cavity, moderate optical feedback from a distant mirror usually lead to a chaotic state [15]. A more complex system was proposed by addition of a second delay feedback on laser by considering two external cavities. High dimensional chaotic dynamic was attained

experimentally by using such configuration [16]. Afterwards, using the same system but varying the length of the cavities and feedback amounts, chaos suppression was achieved. Regions with stable emission and periodical behavior was observed [17], using short cavity lengths. Frequency combs in pure farey fractions have been reported [18]. Correspondingly, were found regimes as a continuous wave, quasi-periodic and chaotic, locked to rational multiples of the phases of two external cavities by using LK model [19]. LFF suppression was accomplished by induce to disappear or modify the location from unstable fixed points called antimodes in LK model [20, 21]. Therefore, for some especial parameters outlined in the literature, it is known that inclusion of a second cavity stabilizes chaotic states as low-frequency fluctuations. The robustness of the periodic or continuous wave states, induced by implementing a second cavity, can be extended, with the addition of a third cavity [34]. Chaos control in a semiconductor laser was implemented by application of the control methods based on the comparison of the system state, with a delayed version from itself [23]. For a laser with a chaotic state created by a delayed feedback, control acts as a second delayed feedback. Control feedback can be added noninvasively using a resonant Fabry-Perot cavity [24]. Despite that previous researchs revealed the main dynamical regimes, there are not, to our knowledge, a study with two time delayed feedback in semiconductor laser, for long cavity regime and considering one full variation of the parameters. Our results focus in the laser's response with chaos generated via optical feedback and in the presence of a second cavity, by study of LFF statistics, choosing the time delay of the second cavity τ_2 as a parameter to be changed.

The double optical feedback is created with the standard procedure of introducing a pair of reflecting mirrors