
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS GEODÉSICAS E
TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO

ANDERSON MARCOLINO DE SANTANA

TEORIA DOS FRACTAIS APLICADA A FEIÇÕES LINEARES PARA
GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA



Recife
2017

ANDERSON MARCOLINO DE SANTANA

**TEORIA DOS FRACTAIS APLICADA A FEIÇÕES LINEARES PARA
GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA**

Dissertação de Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, do Centro de Tecnologia e Geociências da Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação.

Área de concentração: Cartografia e Sistemas de Geoinformação.

Orientadora: Prof^a Dr^a. Lucilene Antunes Correia Marques de Sá

Recife
2017

Catálogo na fonte
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

S232t Santana, Anderson Marcolino de.
Teoria dos fractais aplicada a feições lineares para generalização cartográfica
/ Anderson Marcolino de Santana. – 2017.
56 folhas, il., gráfs., tabs.

Orientadora: Profa. Dra. Lucilene Antunes Correia Marques de Sá.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.
Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da
Geoinformação, 2017.
Inclui Referências.

1. Engenharia Cartográfica. 2. Generalização cartográfica. 3. Dimensão fractal. 4. Simplificação de feições lineares. I. Sá, Lucilene Antunes Correia Marques de. (Orientadora). II. Título.

UFPE

526.1 CDD (22. ed.)

BCTG/2017-384

ANDERSON MARCOLINO DE SANTANA

**TEORIA DOS FRACTAIS APLICADA A FEIÇÕES LINEARES PARA
GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA.**

Dissertação apresentada à
Universidade Federal de Pernambuco
como parte dos requisitos para obtenção
do título de mestre em Ciências
Geodésicas e Tecnologias da
Geoinformação.

Aprovado em: 31/08/2017

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Lucilene Antunes Correia Marques de Sá (Orientadora)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. José Luiz Portugal (Examinadora Interna)

Universidade Federal de Pernambuco

Dra. Marcia Cristina de Souza Matos Carneiro (Examinadora Externa)

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

À minha Família, Amigos e Professores.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo dom da vida e seu Amor.

Quero agradecer à minha mãe, por toda a dedicação e exemplo de vida que tem dado a mim e a meu irmão e irmã.

Aos meus professores, mestres da vida e da academia, pelos, muito mais que ensinamentos acadêmicos, seus exemplos de vida, de profissionalismo e a ternura do ato de ensinar.

A Professora, minha orientadora, Lucilene Antunes por toda a sua dedicação, apoio, orientação, contribuição e paciência durante toda a construção deste trabalho.

Aos professores, Simone Sato e Portugal, no apoio e contribuições que enriqueceram os resultados desse trabalho.

A todos os professores que fazem parte da equipe do PPGCGTG – Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação.

Aos amigos de mestrado em especial: Ana Itamara Paz de Araújo, Clayton Guerra Mamede, Gleice Pereira, Amanda Maria da Silva, Vanessa Maranhão, Marroquim pela paciência em dividir comigo um pouco dos seus conhecimentos e incentivo.

Enfim, a todos que de forma direta e indireta auxiliaram-me a chegar até aqui e prosseguir que não foram citados.

“A vida é uma peça de teatro que não permite ensaios. Por isso, cante, ria, dance, chore e viva intensamente cada momento de sua vida, antes que a cortina se feche e a peça termine sem aplausos.”

Charles Chaplin

RESUMO

A Generalização Cartográfica é uma parte essencial e desafiadora da Cartografia. É o processo de decidir quais as variáveis irão ser mantidas, ou eliminadas. Para tanto, ela vem auxiliar como instrumento eficaz na elaboração e execução de transformações de escala, que quando aplicadas seleciona, simplifica e generaliza os elementos no mapa de acordo com a finalidade. Com essas transformações um novo mapa é construído mantendo as características básicas da área generalizada. Na dissertação são apresentados dois métodos para calcular a dimensão fractal de curvas de nível após a aplicação do algoritmo de simplificação de linhas de Douglas-Peucker. Para atingir os objetivos da pesquisa, foi estabelecida uma área teste com curvas de nível do Córrego da Batalha no município de Jaboatão dos Guararapes em Pernambuco. A variável altimétrica foi definida sobre a qual o método proposto foi aplicado. Os resultados gerados foram comparados com as curvas de nível original, tendo sido a avaliação formulada em três pilares: estatística, visual e topológica. A discussão apresenta os resultados encontrados.

Palavras-chave: Generalização cartográfica. Dimensão fractal. Simplificação de feições lineares.

ABSTRACT

Cartographic Generalization is an essential and challenging part of Cartography. It is the process of deciding which variables will be retained, or eliminated. In order to do so, it comes to assist as an effective instrument in the elaboration and execution of scale transformations, when it is an application, simplifying and generalizing the elements in the map according to a purpose. With these transformations a new map is constructed maintaining as basic characteristics of the generalized area. In the dissertation two methods were presented to calculate a fractal dimension of emulation curves after an application of Douglas Peucker's line simplification algorithm. In order to reach the objectives of the research, a tested area with curves of Corrego da Batalha was established in the municipality of Jaboatão dos Guararapes in Pernambuco. The altimetric variable was defined on a proposed methodology. The results were compared with the original curves and evaluated in three pillars: statistical, visual and topological. A discussion presents the results found.

Keywords: Cartographic generalization. Fractal dimension. Simplification of linear features.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Modelo de McMaster e Shea	19
Figura 2 – Curva de nível	22
Figura 3 – Simplificação de linha: Algoritmo de Douglas - Peucker	24
Figura 4 – A Costa da Grã-Bretanha.....	29
Figura 5 – Fluxograma da Metodologia.....	34
Figura 6 - Área de Estudo.....	36
Figura 7 – Planta das ZEIS Córrego da Batalha	37
Figura 8 - Curva de Nível Original do Córrego da Batalha.....	38
Figura 9– Simplificação com tolerância de 2m.....	39
Figura 10 – Sobreposição de curvas tolerância de 2m	40
Figura 11 – Simplificação com Tolerância de 1,5 m	41
Figura 12 – Simplificação 1m - Eliminação de vértices.....	41
Figura 13 – Simplificação com tolerância de 1m.....	42
Figura 14 – Simplificação com tolerância de 0,25m	43
Figura 15 – Gráfico Log(X)xLog(Vértice).....	45
Figura 16 - Simplificação com tolerância de 0,8832 m.....	48
Figura 17 - Simplificação com tolerância de 0,5459 m.....	49

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Padrão de Exatidão Cartográfica da Altimetria (curva de nível) dos Produtos Cartográficos Digitais	33
Tabela 2 – Tolerância e número de vértices das simplificações	43
Tabela 3 – Dimensão Fractal de Hausdorff.....	44
Tabela 4 – Log(X) x Log (Vértice).....	45
Tabela 5 - Resumo dos Resultados.....	46
Tabela 6 - F de Significação.....	46
Tabela 7 – Resultados da Pesquisa.....	47

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

DF	Dimensão Fractal
DP	Douglas - Peucker
GC	Generalização Cartográfica
PEC-PCD	Padrão de Exatidão Cartográfica dos Produtos Cartográficos Digitais
SIG	Sistema de Informação Geográfica
SPU	Superintendência do Patrimônio da União
PHNG	Parque Histórico Nacional dos Guararapes
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UTM	Universal Transversa de Mercator
ZEIS	Zona Especial de Interesse Social

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
1.1	Objetivos da Pesquisa.....	15
1.1.1	Objetivo Geral.....	15
1.1.2	Objetivos Específicos.....	15
1.2	Estrutura da Dissertação.....	15
2	GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA.....	17
2.1	Generalização em Ambiente Digital.....	19
2.2	Dimensão Espacial.....	21
2.3	Feições Lineares.....	21
2.4	Simplificação de Feições Lineares.....	22
2.5	Algoritmo de Douglas-Peucker.....	23
3	TEORIA DOS FRACTAIS.....	25
3.1	Dimensão Fractal.....	26
3.2	Fractais e Cartografia.....	29
3.3	Qualidade dos Dados.....	31
3.4	Avaliação dos Dados.....	31
3.5	Avaliação Estatística dos Dados.....	33
4	METODOLOGIA.....	34
4.1	Procedimentos Metodológicos.....	34
4.2	Recursos Tecnológicos.....	35
4.3	Área de Estudo.....	36
5	DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	38
5.1	Simplificação de Curvas de Nível.....	38
5.2	Avaliação Visual e Estatística.....	39
5.3	Aplicação da Dimensão Fractal.....	44

5.4	Validação dos Resultados.....	46
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	50
	REFERÊNCIAS.....	52

1 INTRODUÇÃO

O processo de generalização cartográfica envolve análise humana dos dados geográficos, que decide sobre por que generalizar, quando generalizar, e como generalizar. Esta dissertação tem como objeto de estudo as feições lineares de uma base de dados espaciais que tem por primitiva geométrica a linha, e que quando aplicada a técnica de simplificação filtra elementos desnecessários.

Os problemas na simplificação advindos da generalização de feições lineares podem ser amenizados com a aplicação da Teoria dos Fractais. Segundo Bernhardt (1992), a análise Fractal trata das propriedades da invariância de objetos irregulares e fragmentados através de uma mudança de escala, e vem sendo aplicada no desenvolvimento de algoritmos de simplificação de feições lineares.

A Teoria dos Fractais surgiu para representar objetos geométricos que não respeitavam a geometria clássica, essa baseada em ponto, linha e polígono. O matemático francês Mandelbrot conseguiu compreender e representar a nova geometria com o auxílio da computação e outras ciências, denominando-a de Geometria Fractal. A dimensão topológica de um objeto geométrico é um inteiro associado a 0 para ponto, 1 para linha, 2 para área e 3 para volume. Os objetos que possuem dimensão não inteira são tidos como da Dimensão Fractal, que é um parâmetro que mede a sua complexidade.

A dimensão fractal de uma feição linear é fixa, porém quando aplicado algum algoritmo de simplificação pode sofrer alteração, a exemplo redução ou aumento na dimensão. Este fato justifica-se porque na simplificação serão eliminados pontos a partir de um valor informado de tolerância, e assim, eliminados os pontos desnecessários. A relevância desta pesquisa está no fato de calcular a dimensão fractal, após a aplicação do algoritmo de Douglas-Peucker utilizando dois métodos propostos por Mandelbrot (1983).

Edelsbrunner et al (2012), desenvolveu um algoritmo para simplificação de objetos cartográficos lineares, no qual utiliza o operador de Generalização

Geométrica, simplificação, e faz uma comparação entre algoritmo e parâmetros selecionados de acordo com a dimensão fractal.

Assim, a presente pesquisa tem por objetivo analisar a qualidade métrica e semântica de curvas de nível após a aplicação dos algoritmos de Douglas-Peucker e da Dimensão Fractal em Feições Lineares.

1.1 Objetivos da Pesquisa

1.1.1 Objetivo Geral

Analisar a qualidade métrica e semântica de curvas de nível após a aplicação dos algoritmos de Douglas-Peucker e da Dimensão Fractal em Feições Lineares.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Estudar os processos de simplificação linear em Generalização Cartográfica;
- Aplicar a Teoria dos Fractais às feições lineares;
- Calcular a dimensão fractal das curvas de nível por dois métodos: A dimensão fractal de Hausdorff e a dimensão fractal de Mandelbrot;
- Avaliar a qualidade métrica e semântica dos documentos cartográficos construídos com a aplicação dos algoritmos de simplificação e a dimensão fractal.

1.2 Estrutura da Dissertação

A pesquisa está estruturada em seis capítulos. No capítulo 1 foi introduzido à problemática, formulada a justificativa do tema e definidos os seus objetivos.

O capítulo 2 - Generalização Cartográfica - aborda e caracteriza conceitos necessários para a compreensão geral da generalização cartográfica e dimensão espacial. Estudo das feições lineares, abordando aspectos gerais das curvas de nível e simplificação de feições lineares, apresentando aspectos gerais sobre a simplificação e o algoritmo de Douglas-Peucker.

O capítulo 3 - Teoria dos Fractais e Estado da Arte - apresenta uma abordagem histórica do surgimento dos Fractais e a Dimensão Fractal. E descrevem de forma sintetizada alguns trabalhos que envolvem Teoria dos Fractais e Generalização Cartográfica. Descreve de forma geral como serão analisados os dados, depois de aplicado os testes estatísticos.

No Capítulo 4 - Metodologia da Pesquisa.

No Capítulo 5 – Desenvolvimento da Pesquisa.

No capítulo 6 - Conclusões e Recomendações - são descritas as sínteses dos resultados dos dados, assim como as sugestões para futuros trabalhos. Finalizando com as Referências Bibliográficas.

2 GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA

De acordo com D'Alge (2007) a Generalização Cartográfica é considerada como um processo cartográfico que é capaz de apresentar os dados de um mapa em diferentes escalas, e também por transformações da base de dados, reduzindo a complexidade da visualização.

Com a generalização cartográfica pode-se abstrair a representação da realidade, apresentando apenas as informações principais, para um determinado tema ou finalidade do mapa. É um processo cognitivo que tem como finalidade estabelecer princípios para preservar as características geométricas e topológicas dos objetos inseridos no mapa, o qual sofrerá variações na escala (LOPES, 2005).

Generalização Cartográfica seleciona, simplifica e generaliza os objetos no mapa de acordo com a finalidade cartográfica, escala do mapa e as características geográficas da área generalizada. É um método multiescala dos dados espaciais (GUO e LIU, 2008).

McMaster e Shea (1992) definem a generalização cartográfica como o processo de derivar um conjunto de dados cartográficos simbolicamente ou digitalmente codificados pela aplicação de transformações espaciais e de atributos a uma fonte de dados. Esse conceito tem como referência as operações de transformações que podem manipular a geometria e a semântica dos objetos. A manipulação geométrica das informações espaciais dos objetos trata de operadores geométricos, ou seja, aqueles operadores que realizam mudanças a partir de perspectiva geográfica e topológica.

Na construção de mapas, procura-se representar as feições de maneira que não se percam as suas características geométricas. E espera-se que o usuário do mapa compreenda o seu significado independentemente da escala estabelecida para a representação visual. Devido à restrição de espaço para a representação, deve haver a preocupação em simbolizar as informações de forma visível e legível. Se, ao resultado do processo de generalização cartográfica, for aplicada uma simbologia inadequada, pode haver implicações no processo de comunicação cartográfica (TAURA et al, 2010).

Na Generalização Cartográfica seu desenvolvimento pode ser feito tanto em ambiente analógico como em ambiente digital. Assim, pode ser classificada em:

- Generalização manual em ambiente analógico: É executada em ambiente analógico e os procedimentos são totalmente manuais.
- Generalização manual em ambiente digital: Os procedimentos consistem em reduções e aplicações das transformações manualmente e não há implementação dos procedimentos com códigos. Porém é realizada em ambiente digital.
- Generalização semiautomática: É realizada em ambiente digital e possui todos os procedimentos implementados através de códigos de programação. Porém sempre é necessária a intervenção do profissional para tomada de decisão.
- Generalização automática: É realizada em ambiente digital, com procedimentos implementados por computador e sem a intervenção do operador.

Nesta pesquisa a Generalização Cartográfica é definida como o conjunto de operações que quando aplicados ao mapa visa à redução da complexidade visual em diferentes escalas. No processamento de dados será realizado em Generalização semiautomática.

Segundo Muller (1989), a generalização pode ser dividida em:

- Generalização Conceitual - é relativa às transformações semânticas e está associada à criação de nova simbologia para objetos. Além disto, ocorrem mudanças na atribuição conceitual de seus principais componentes, tais como: Classificação, simbolização, agregação e seleção;
- Generalização geométrica - é relativa às transformações geométricas e que trata apenas de mudanças espaciais geométricas de objetos, que não alteram a concepção, a definição conceitual e os atributos destes objetos, tais como: Simplificação, suavização, realce e fractalização, fusão, amalgamação, colapso, exagero, deslocamento e refinamento;

- Generalização Conceito–Geométrica - Operadores que possuem transformações conceituais e geométricas, como: agregação, colapso, segmentação e unificação.

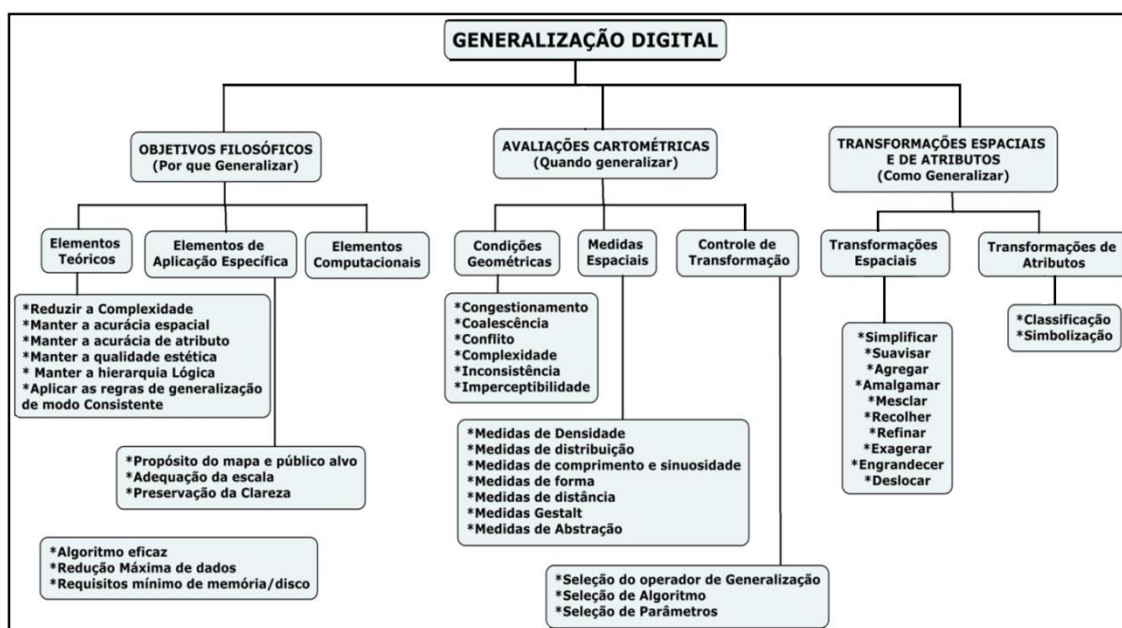
Todavia, segundo Spinola (2010), esses tipos de generalizações não são completamente independentes. Determinadas operações sobre o modelo acarretam em alterações geométricas, assim como, algumas operações geométricas alteram os atributos do banco de dados.

2.1 Generalização em Ambiente Digital

Esta pesquisa trabalha sobre o modelo descrito por McMaster e Shea.

McMaster e Shea (1992) propuseram um modelo de generalização, apresentando um quadro lógico do processo de generalização digital, que inclui: - a ponderação dos objetivos filosóficos em resposta a pergunta: por que generalizar? Uma avaliação cartométrica das situações que indicam - quando generalizar? E uma compreensão dos operadores resultantes em resposta as transformações espaciais e de atributos - como generalizar? Este modelo está representado na Figura 1.

Figura 1 – Modelo de McMaster e Shea



Fonte: MCMASTER e SHEA (1992)

Algumas características gerais deste modelo segundo Nalini (2005):

Objetivo Filosófico inicia-se pela apresentação das razões, Por que se realizar a generalização, e é decomposta em três elementos: teórico, específico da aplicação e computacional.

Os Elementos Teóricos guiam a necessidade do processo de generalização cartográfica, em meio digital, neutralizando os efeitos de redução de escala. Os Elementos de Aplicação Específica definem as necessidades para a apresentação final do mapa, sejam impressos ou exibidos na tela. Os Elementos Computacionais equilibram as necessidades do mapa e os requisitos dos recursos computacionais disponíveis.

Avaliação Cartométrica é a componente em que deve ocorrer a análise da etapa na qual a generalização cartográfica é requerida para que um mapa atinja seu propósito, ou seja, quando realizar a generalização. Esta componente é dividida em três partes: Condições Geométricas, Medidas Espaciais e Holísticas e Controles de Transformações. As Condições Geométricas determinam a necessidade de generalização.

Medidas Espaciais e Holísticas tem por finalidade proporcionar uma quantificação de alguma grandeza que possibilite a identificação de condições geométricas já descritas. O que se pode realizar são medidas que permitam inter e intrarrelacionamentos. Os relacionamentos podem envolver mais de uma feição ou podem ser detectados entre feições do mesmo tipo.

Controles de Transformações na generalização são realizados por meio da aplicação de operadores cuja responsabilidade é realizar transformações.

Transformações Espaciais e de Atributos são componentes que tratam das operações de modificação dos dados. As modificações são denominadas de transformações que os dados são submetidos para produzir dados derivados, cuja composição total na nova escala permite visualizar um mapa generalizado. As transformações Espaciais e de Atributos são componentes Como generalizar.

As Transformações Espaciais são realizadas pelos operadores que alteram a representação dos dados digitais do ponto de vista geográfico ou topológico.

As transformações de atributos manipulam as características secundárias dos elementos.

2. 2 Dimensão Espacial

De acordo com as dimensões espaciais os fenômenos podem ser: pontuais, lineares, área e volume.

Um fenômeno é dito pontual quando sua localização espacial é definida por um par de coordenadas (x,y) ou um terno de coordenadas (x,y,z). Por exemplo, uma árvore. Os fenômenos são considerados lineares se são unidimensionais. Por exemplo, um caminho. Os fenômenos de área são caracterizados por serem bidimensionais, e, portanto suas extensões no espaço devem ser representadas no mapa.

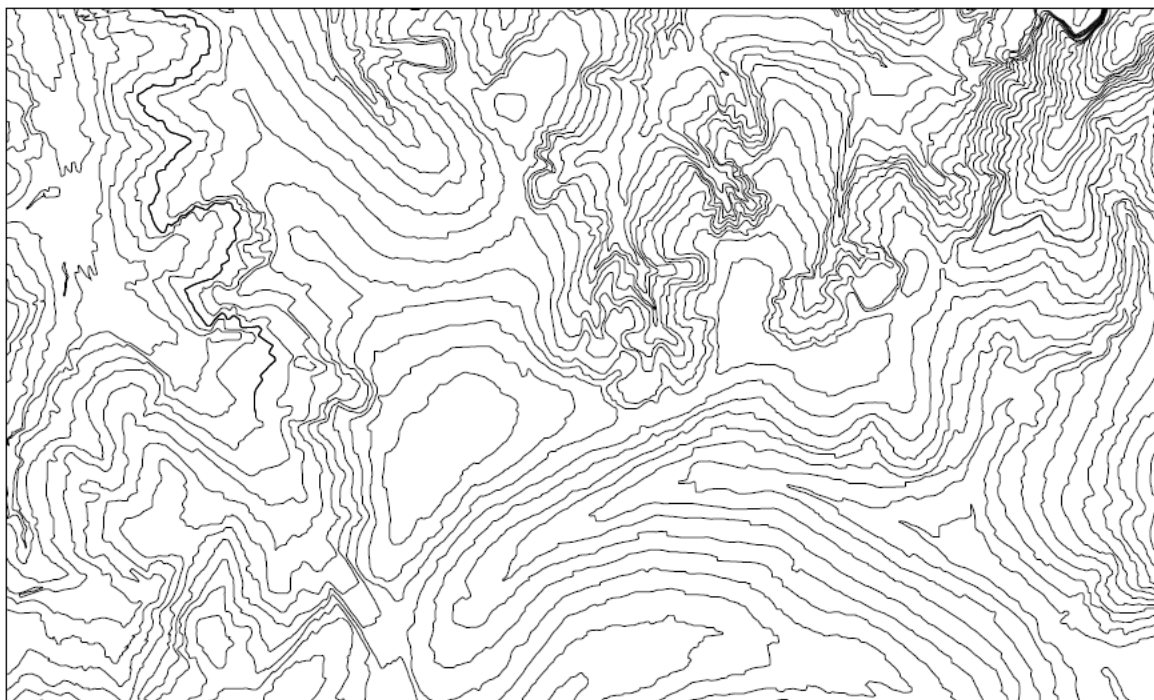
As feições lineares são o objeto de estudo da dissertação. Em especial, as curvas de nível.

2.3 Feições Lineares

Segundo Davis Jr. (2000) as isolinhas são linhas que representam a interseção de uma superfície com um conjunto de planos dados, paralelos ao plano XY e espaçados de forma conveniente, em geral a intervalos regulares. A importância das isolinhas está ligada principalmente à amplitude de seu uso na Cartografia, na Topografia e na Engenharia.

As curvas de nível são isolinhas que possuem o mesmo valor altimétrico. A Figura 2 representa um conjunto de curvas de nível.

Figura 2 – Curvas de Nível



Fonte: Davis Junior (2000)

2.4 Simplificação de Feições Lineares

Em Cartografia e SIG, a simplificação de feições lineares é uma ferramenta largamente utilizada em *softwares* comerciais de SIG. De acordo com Bernon (2005) a simplificação de linha é um processo de generalização que pode ser definido como eliminação de detalhes não desejados. Este processo pode ser concebido selecionando um conjunto de pontos que melhor represente as propriedades geométricas de uma linha, eliminando os pontos restantes.

A maioria dos algoritmos de simplificação de linhas requer que seja fornecido um valor de tolerância. Visto que todos os algoritmos induzem erros posicionais no conjunto de dados, porque produzem discrepâncias entre a linha original e a linha simplificada (SHAHRIARI e VINCENT, 2002).

Segundo Muller et al (1995) a abordagem algorítmica em generalização merece ser avaliada com cuidado, já que não existe teoria que explique qual algoritmo é mais conveniente para um mapa como um todo e para feições específicas do mapa.

Conforme o trabalho de McMaster e Shea (1992) os diversos métodos de simplificação podem ser classificados genericamente como rotinas de pontos independentes, rotinas de processamento local e rotinas globais.

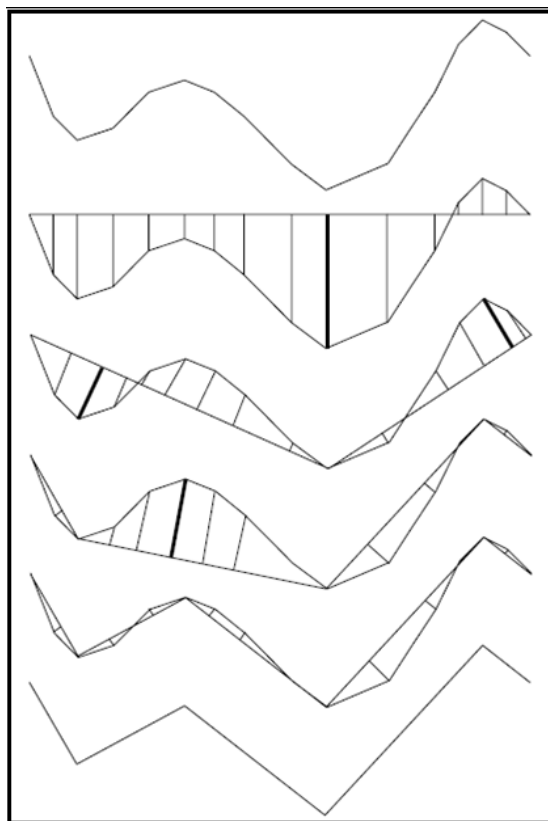
Esta classificação segundo D'Alge e Goodchild (1993) baseia-se exclusivamente no tamanho da vizinhança usada para análise de cada ponto da linha. Assim, as rotinas de pontos independentes são as mais simples, pois não levam em conta relações matemáticas entre os pontos vizinhos. As rotinas de processamento local consideram as características de certa vizinhança para decidir sobre os pontos a serem eliminados. As rotinas globais descrevem uma abordagem holística para a simplificação e consideram a linha como um todo.

2.5 Algoritmo de Douglas-Peucker

O algoritmo Douglas e Peucker (1973) é a simplificação mais usada em Cartografia e SIG que inclui ferramentas de generalização, concebido para resolver o problema do número excessivo de pontos resultantes da conversão de dados gráficos para o formato digital.

O algoritmo é iniciado pela junção das duas extremidades de uma linha com um segmento de linha reta, o cálculo da distância perpendicular de cada ponto interno a esta linha. O ponto com a distância máxima é identificado. Se a distância máxima está dentro de um valor de tolerância especificada, então todos os pontos internos são eliminados. Caso contrário, a linha seja dividida em segmentos menores, a fim de adquirir o valor que não atinja o máximo de distância determinado pela tolerância (SONG, SHEN e YOON, 2006).

Figura 3 – Simplificação de linha Algoritmo de Douglas-Peucker



Fonte: SHAHRIARI (2002).

As distâncias em negrito, na Figura 3, estão representando a distância perpendicular de um ponto a uma reta. Quando o valor desta distância ultrapassa o valor de tolerância é repetido o mesmo processo de modo iterativo, cujo objetivo é atingir a menor diferença. Ou seja, este método realiza a redução de ponto com base nas distâncias perpendiculares de pontos intermediários de uma linha para a linha de base definida, a linha reta a partir do ponto inicial e final (DONG et al, 2001). Em suma, essas iterações ocorrem, pois tentam se aproximar ao máximo da curva original verificar Figura 3.

Segundo Shea (1988), a vantagem deste algoritmo está no fato que seja talvez o algoritmo de simplificação mais respeitado linearmente desenvolvido, pois se baseia em princípios cartográficos. O algoritmo Douglas-Peucker provou ser tanto matematicamente e perceptivamente significativo. De fato, tem sido mostrado que é o algoritmo que mais estreitamente replica do processo de generalização manual em termos de retenção de pontos críticos na linha.

3 TEORIA DOS FRACTAIS

A Geometria Euclidiana baseada em postulados de Pitágoras e de Arquimedes, até o início do século XX, conseguia explicar e definir objetos com as suas dimensões topológicas, isto é, 0 para ponto, 1 para linhas, 2 para planos e 3 para volumes. Segundo Boyer (1974) alguns cientistas contemporâneos, como Poincaré, Koch, Sierpinski, Hausdorff, Julia, entre outros, descobriram que existiam formas geométricas que não poderiam ser descritas pela geometria euclidiana, mas não conseguiram provar matematicamente.

Contudo, o matemático polonês Benoit Mandelbrot mudou completamente a situação em 1960. Através da utilização de algoritmos numéricos simples, aquelas formas geométricas puderam ser visualizadas. Para tentar descrever os padrões irregulares e complexos da natureza Mandelbrot (1983), propôs uma nova geometria, cuja alternativa era enxergar a natureza, integrando várias áreas científicas, tendo sido denominada Geometria Fractal ou Teoria dos Fractais.

A definição de Fractal surgiu do adjetivo latino *fractus*, que significa irregular ou quebrado. A primeira definição matemática dada pelo próprio Mandelbrot é que um conjunto é dito Fractal se a dimensão Hausdorff-Besicovitch, que corresponde à dimensão fractal de formas no espaço n -dimensional, deste conjunto for maior do que sua dimensão topológica (BARBOSA, 2005). O fato é que essa definição recebeu críticas e também não satisfazia ao próprio Mandelbrot.

Fractais são formas geométricas com algumas características especiais que os definem e distinguem de outras formas, como auto semelhança em diferentes níveis de escala (não existente em todos os fractais). Em outras palavras, os Fractais são objetos gerados pela repetição de um mesmo processo recursivo, apresentando auto semelhança e complexidade infinita para diferentes variações em escala e tamanho (SOUSA, 2006).

Falconer (1990) e Carreira (2008) sugerem o entendimento de fractal por caracterizações: Um conjunto F é dito fractal se:

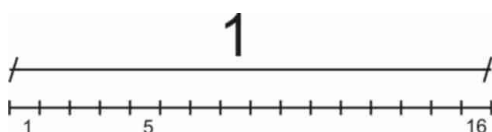
- F possui alguma forma de autossimilaridade, ainda que aproximada ou estatística, ou seja, é a simetria através das escalas. Consiste em cada pequena porção do fractal poder ser vista como uma réplica de todo o fractal numa escala menor;
- A dimensão fractal, definida de alguma forma, é maior que sua dimensão topológica, ou seja, representa o grau de ocupação deste no espaço, que tem a ver com seu grau de irregularidade;
- O conjunto F pode ser expresso através de um procedimento recursivo ou iterativo, ou seja, F é um conjunto de complexidade infinita.

3.1 Dimensão Fractal

A dimensão fractal expressa o valor pelo qual o comprimento calculado para uma dada linha, depende do tamanho da unidade de medida (LOPES, 2005).

A escala e auto semelhança podem descrever tão bem a dimensão de um objeto quanto à contagem dos eixos necessários à representação do mesmo. Desta forma um segmento dividido em N partes idênticas é auto semelhante a si por uma escala $r = 1/N$. Portanto, $N.r^1$ reconstituirá o segmento original (BARROS, SILVA e GOMES, 2007) e (ASSIS et al, 2008) .

Exemplo:

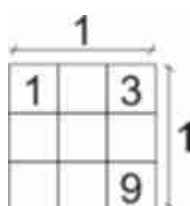


$$N = 16, \quad r = 1/16, \quad N.r = 16.(1/16)^1 = 1$$

Para um objeto bidimensional como um quadrado, uma divisão em N partes iguais produz um escalonamento de $r = \frac{1}{\sqrt{N}}$. Para reconstituir o objeto

temos, então $N.r^2$.

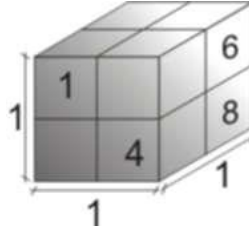
Exemplo:



$$N = 9, r = 1/3, \quad N.r^2 = 9.(1/3)^2 = 1$$

Um objeto tridimensional, analogamente, pode ser feito com N partes similares em uma escala $r = \frac{1}{N^{1/3}}$.

Exemplo:



$$N = 8, \quad r = \frac{1}{2}, \quad N.r^3 = 8.(1/2)^3 = 1$$

Assim, estendendo o conceito para uma dimensão D qualquer, temos:

Dimensão fractal, pela definição de Hausdorff, é feita a partir de características métricas no espaço. Quando utilizada para dimensionamento de objetos fractais, em que as medidas se relacionam de maneira bem definida com o objeto inicial, a dimensão é definida por:

$$N.r^D = 1$$

Eq.10

$$N = \left(\frac{1}{r}\right)^D$$

Eq.11

Como D é a potência, logo aplica-se logaritmo para obter D.

$$\log N = D \log(1/r) \quad \text{Eq.12}$$

$$D = \frac{\log N}{\log(1/r)} \quad \text{Eq.13}$$

$$D = - \frac{\log N}{\log r} \quad \text{Eq.14}$$

Esta Equação 14 é conhecida como dimensão de Hausdorff. Onde N é a quantidade total de partes e r o fator de redução, definido pela razão entre a medida inicial e a medida final.

Para medição de comprimento de uma feição linear bastante irregular, Mandelbrot (1983) com base nos estudo de Richardson, achou a seguinte lei matemática:

$$L(r) = C.r^{1-D} \quad \text{Eq.15}$$

Em que $L(r)$ é aproximação do comprimento usando-se segmentos de tamanho r ; C é uma constante, e D é a dimensão fractal. Fazendo-se sucessivas medições com r cada vez menores, pode-se determinar D traçando o gráfico $\text{Log}(L(r)) \times \text{Log}(r)$. A inclinação do ajuste linear dá o valor de $1 - D$.

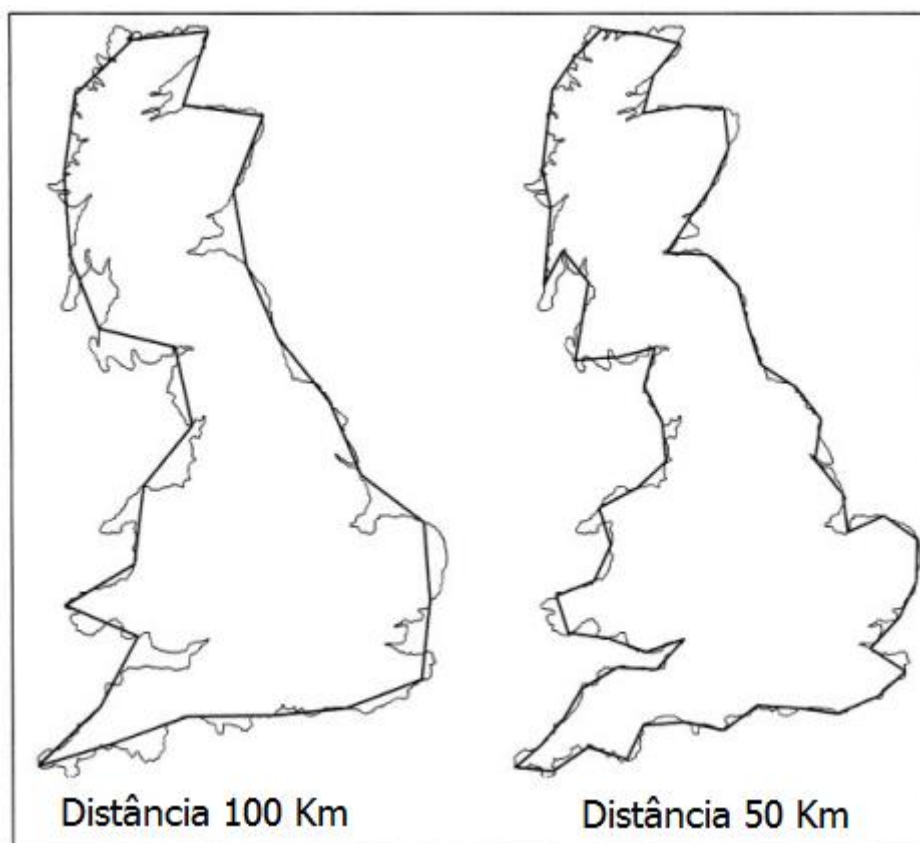
Na determinação da dimensão fractal de um objeto a partir de regressão linear utilizam-se logaritmos na equação (15), que vem a seguinte expressão:

$$\text{Log}(L(r)) = \text{Log}(C) + (1 - D)\text{Log}(r) \quad \text{Eq. 16}$$

Na literatura existem outros métodos para a determinação da Dimensão Fractal, todos baseados em uma imagem objeto. Além do apresentado anteriormente, temos o método de contagem de caixa, que usa um conjunto de malhas colocadas sobre a imagem, o método de pixel-dilatação, que calcula a dimensão de Minkowski-Boulingand com base num conjunto de cognitivos em pequenos círculos, e o método da massa de raio, que é baseada na porção de imagem encontrada dentro de um conjunto de anéis concêntricos que abrangem a imagem, MANDELBROT (1983), PEITGEN E SAUIPE (1985).

Um exemplo clássico da aplicação da definição de Dimensão Fractal foi proposto por Mandelbrot, em 1967, que publicou um artigo sobre a Topologia da Costa da Grã-Bretanha apresentada na Figura 4, primeiramente foram determinados duas distâncias de segmentos, 100 km e 50 km. Foi observado que, pode-se medir o comprimento da costa de diversas maneiras, mas quanto mais detalhes possuir, maior será o valor da medida e melhor será a representação da costa.

Figura 4 - A Costa da Grã-Bretanha



Fonte: Peitgen e Saupe (1985)

Essa dependência do valor da medida em relação ao tamanho da unidade de medida é uma das propriedades que caracterizam um fractal e é descrita pela dimensão fracionária associada à curva. No caso da costa da Grã-Bretanha, Mandelbrot conclui que é bem descrita por um fractal de dimensão aproximadamente igual a 1,25, pois sua dimensão varia entre uma linha e uma área.

3.2 Fractais e Cartografia

Goodchild (1980), Goodchild e Mark (1987) estudaram a aplicação dos Fractais na precisão de medidas cartográficas, em especial, as feições lineares de linhas de costa.

Muller (1986) analisou a influência da Generalização Cartográfica sobre a dimensão fractal de linhas que representam feições geográficas. Ele propôs o uso da dimensão fractal para relacionar a complexidade de uma linha ao seu

comprimento, concluindo que a dimensão fractal foi afetada pela mudança de escala em quase todas as linhas testadas. Assim, ele especulou a possibilidade de implementar um algoritmo para generalização que reconhecesse padrões básicos de uma linha e os reproduzissem em escalas menores.

As curvas fractais, tais como linhas costeiras e ilhas podem ter número e distribuição do tamanho variando de acordo com a dimensionalidade fractal (MANDELBROT, 1977).

No trabalho realizado por Nako (2000), apresenta um novo algoritmo para simplificar feições lineares e os resultados obtidos com a implementação deste em um programa de computador. O autor faz uma abordagem da Geometria dos Fractais e utiliza a dimensão fractal em sua aplicação, escolhendo como objeto de estudo áreas de litorais, uma vez que são considerados como tendo um grau elevado de complexidade. Como sugestão, propõe que seja feita uma investigação estendida para incluir várias feições lineares complexas, a fim de alcançar uma maior aceitação. Além disso, pode ser completada por meio do estudo de vários tipos de feições lineares (isto é, estradas, rios, fronteiras, entre outras).

Para Wenjing et al (2005), a geometria fractal tem uma capacidade particular para descrever os fenômenos complexos, de modo que pode ser aplicado a objetos em análise de mapa. Durante o processo de generalização cartográfica, o atributo, a estrutura e a forma do objeto cartográfico seriam alterados com a variação do tamanho da escala, assim, que resulta no decréscimo do volume de informação, chamado atenuação fractal.

Wenjing et al (2005) e Lopes (2007) usaram a geometria fractal como ferramenta e a dimensão fractal como parâmetro de medida para analisar feições lineares em Generalização Cartográfica.

O trabalho desenvolvido por Dal Santos e Loch (2008), descreve um método para automatizar a generalização cartográfica digital de isolinhas em mapas cadastrais. Sabe-se que a generalização cartográfica estabelece regras para preservar as características geométricas e topológicas dos objetos. Neste artigo consideraram modificações de escala na ordem de 1:5.000 à 1:25.000. O

processo de simplificação da escala abrangeu os seguintes estágios: organização e análise do banco de dados fonte; manipulação dos dados: geração da grade triangular (TIN), definição dos critérios e índices a serem adotados nas transformações, geração do mapa de isovalores, e suavização de isolinhas; avaliação estatística dos resultados e análise visual da topologia e geometria dos dados em relação ao mapa original.

3.3 Qualidade dos Dados

Conforme Dal Santos et al (2010) a Base Cartográfica é elaborada para representar precisão, posição detalhada, forma e dimensão de uma determinada área. O grau de precisão e detalhe está ligado à escala geográfica de representação, pode ser no papel ou através de um monitor de computador.

A qualidade é uma questão vital no processo de Generalização Cartográfica, porque pode causar efeitos imprevisíveis na métrica, topologia e semântica dos dados (DAL SANTOS et al, 2010).

Para Nie e Huang (2011) as características e a forma complexa de uma feição linear, ao passar pelo processo de generalização, em um mapa com escala grande ou pequena, devem ser preservadas.

A generalização de feições lineares, por décadas, tem atraído atenções extensas de muitos estudiosos e tornou-se uma questão importante no campo da Cartografia e Sistemas de Informação Geográfica. Segundo Zhang (2012) a consequência destes estudos criou-se normas, como EUA-SDTS, CEN/TC 287 e ISO/TC 211.

3.4 Avaliação dos Dados

Segundo Zhang (2012), em geral, a Generalização Cartográfica define dois requisitos fundamentais, a saber, as restrições de legibilidade que melhoram a visualização do mapa e a restrição de preservação que mantém importantes características geográficas, como relacionamento e padrões do mapa. O processo de avaliação indicará especialmente sobre a preservação das características, relações e padrões.

Para tanto, uma das formas de analisar a exatidão posicional é através do Decreto nº. 89.817, publicado pelo Diário Oficial da União em 20/06/1984, que estabelece as Instruções Reguladoras das Normas Técnicas da Cartografia Nacional.

No Capítulo II, artigo 8º, a norma relata que as cartas devem obedecer ao Padrão de Exatidão Cartográfico (PEC), segundo o seguinte critério: Noventa por cento dos pontos bem definidos numa carta, quando testados no terreno, não deverão apresentar erro superior ao PEC. O indicador PEC é igual ao produto do desvio padrão pela constante 1,6449, este indicador apresenta um nível de confiança de 90%. No entanto, recentemente, em junho de 2011, a CONCAR criou a norma Especificação Técnica para a Aquisição de Dados Geoespaciais Vetoriais – ET-ADGV. Esta norma tem como objetivo atualizar sua antecessora, pois a anterior não estava atendendo as necessidades atuais, aplicadas à era digital. Nesse sentido, passou-se a considerar que com o avanço tecnológico foram eliminados erros inerentes aos processos antigos e inserindo os erros, menores, dos processos atuais.

Segundo Pereira e Nero (2012), a norma ET-ADGV (CONCAR-EB, 2011) criou um novo indicador estatístico, o Padrão de Exatidão Cartográfica dos Produtos Cartográficos Digitais – PEC-PCD. Este indicador continua a ser calculado pelo produto do desvio padrão e a constante 1,6449 e num nível de confiança de 90%. A norma torna-se mais rigorosa com os valores do PEC-PCD, inclusive criando uma nova classe de acurácia, sendo agora os produtos cartográficos classificados nas classes A, B, C e D.

Tabela 1 – Padrão de Exatidão Cartográfica da Altimetria (curva de nível) dos Produtos Cartográficos Digitais

PEC ⁽¹⁾	PEC-PCD	1:1.000 (Eqd = 1 m)		1:2.000 (Eqd = 1 m)		1:5.000 (Eqd = 2 m)		1:10.000 (Eqd = 5 m)		1:25.000 (Eqd = 10m)		1:50.000 (Eqd = 20m)		1:100.000 (Eqd = 50m)		1:250.000 (Eqd = 100m)	
		PEC (m)	EP (m)	PEC (m)	EP (m)	PEC (m)	EP (m)	PEC (m)	EP (m)	PEC (m)	EP (m)	PEC (m)	EP (m)	PEC (m)	EP (m)	PEC (m)	EP (m)
A	A	0,50	0,33	0,50	0,33	1,00	0,67	2,50	1,67	5,00	3,33	10,00	6,67	25,00	16,67	50,00	33,33
B	B	0,60	0,40	0,60	0,40	1,20	0,80	3,00	2,00	6,00	4,00	12,00	8,00	30,00	20,00	60,00	40,00
C	C	0,75	0,50	0,75	0,50	1,50	1,00	3,75	2,50	7,50	5,00	15,00	10,00	37,50	25,00	75,00	50,00
	D ⁽²⁾	1,00	0,60	1,00	0,60	2,00	1,20	5,00	3,00	10,00	6,00	20,00	12,00	50,00	30,00	100,00	60,00

Fonte: Pereira e Nero (2012)

3.5 Avaliação Estatística dos Dados

Como a dimensão fractal será obtida por regressão linear, a equação de regressão é uma equação que expressa a influência da variável independente (X) sobre a variável dependente (Y). Para o nosso artigo a variável independente é representada pelo parâmetro de tolerância (X, em metros), que será indicado antes da aplicação do algoritmo de simplificação de Douglas-Peucker, e a variável dependente será o número de vértices que restará nas curvas de nível após a generalização.

Quanto à avaliação do modelo de regressão há vários tipos, por exemplo, coeficiente de correlação de Pearson, coeficiente de determinação (R^2), teste de hipóteses, teste do intervalo de confiança, teste da estatística F, análise de resíduos, entre outros. Porém, iremos nos deter a utilização do coeficiente de determinação (R^2) e a análise de variância (ANOVA).

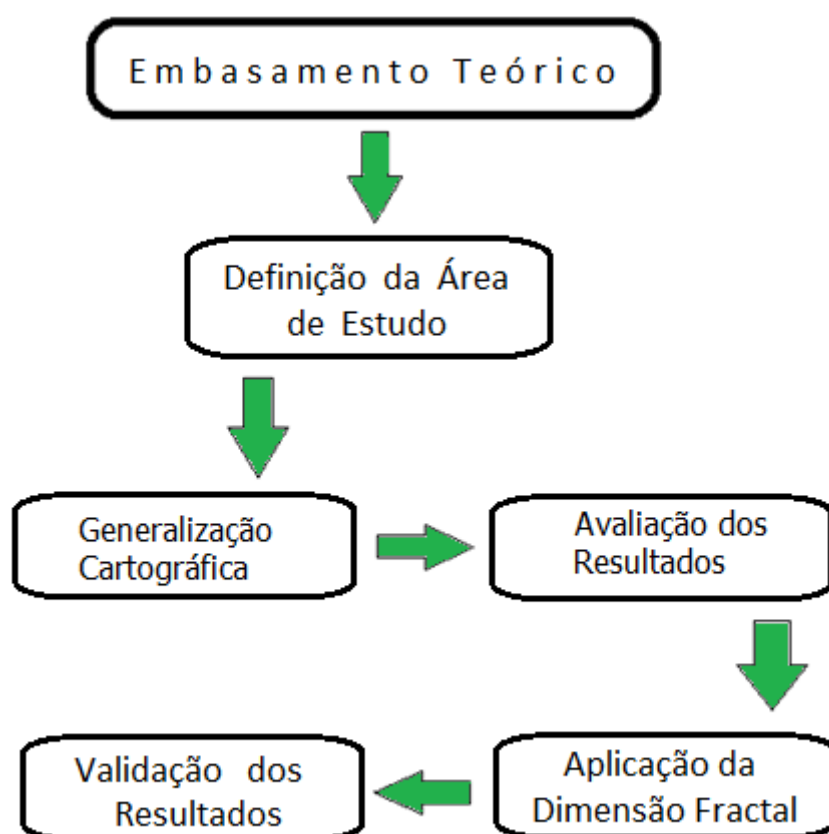
4 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo são abordados os procedimentos metodológicos, os recursos tecnológicos utilizados no desenvolvimento da pesquisa e a área de estudo e suas características.

4.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O fluxograma das etapas metodológicas para o desenvolvimento da pesquisa é apresentado na figura 5.

Figura 5 – Fluxograma da Metodologia



Fonte: Autor

- **Embasamento Teórico:** envolveu estudo dos conceitos e aplicações inerentes a pesquisa, como: Generalização Cartográfica, Simplificação feições lineares, o algoritmo de Douglas-Peucker e Teoria dos Fractais.
- Para a seleção da área de estudo utilizou-se dois critérios: disponibilidade de dados altimétricos e levantamento topográfico com GNSS e Estação Total. A área que apresentou estas características foi o córrego da Batalha localizada no município de Jaboatão dos Guararapes, em Pernambuco. O arquivo foi disponibilizado pelo Laboratório de Geodésia do Departamento de Engenharia Cartográfica, da Universidade Federal de Pernambuco.
- Na Generalização Cartográfica foi utilizado o operador geométrico de simplificação, aplicando o algoritmo de Douglas-Peucker disponível no SIG QGIS.
- **Avaliação dos resultados preliminares:** Foram observados alguns aspectos visuais como, por exemplo, a sobreposição de algumas curvas de nível para certo parâmetro de tolerância na simplificação.
- **Aplicação da Dimensão Fractal:** métodos aplicados nesta etapa foram o de Hausdorff e o Mandelbrot.
- **Validação dos Resultados:** Análise dos resultados da regressão encontrados na estatística do teste e a comparação das dimensões fractais calculadas.

4.2 Recursos Tecnológicos

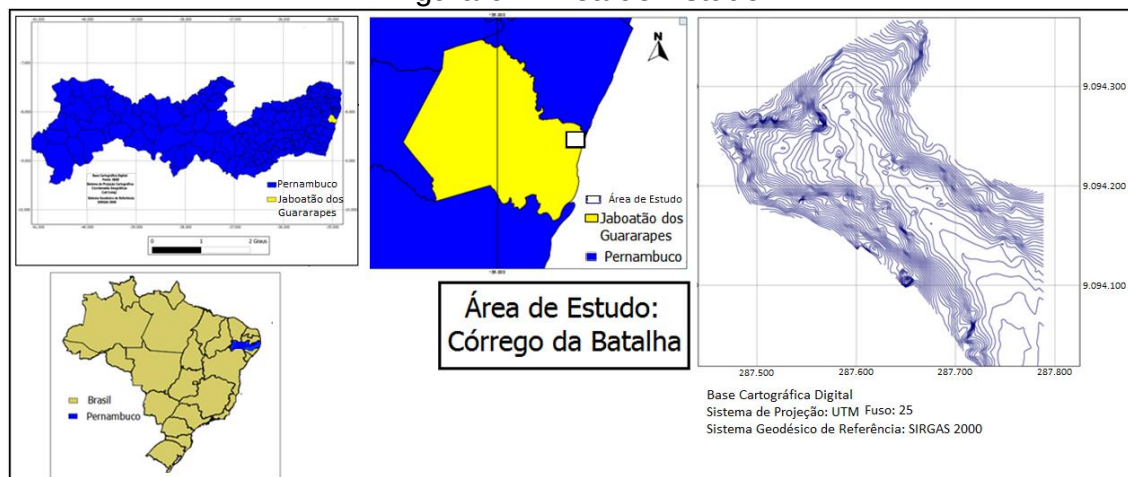
Base de Dados Espaciais: arquivo com curvas de nível na escala 1:1000 com finalidade de levantamento planialtimétrico cadastral, de acordo com a NBR 13133/1994 com equidistância das curvas de nível 1m, foi cedido pelo Laboratório de Geodésia do Departamento de Engenharia Cartográfica, da Universidade Federal de Pernambuco.

Programas Computacionais: Software Quantum GIS, versão 1.7.4., Planilha eletrônica do Excel, computador portátil Dell.

4.3 Área de Estudo

A área de estudo foi Córrego da Batalha localizada no município de Jaboatão dos Guararapes, RMR – Região Metropolitana do Recife, em Pernambuco. A LEI nº. 1198, de 16 de Junho de 2015 reconhece a ZEIS –Zona Especial de Interesse Social Córrego da Batalha e dá outras providências.

Figura 6 – Área de Estudo



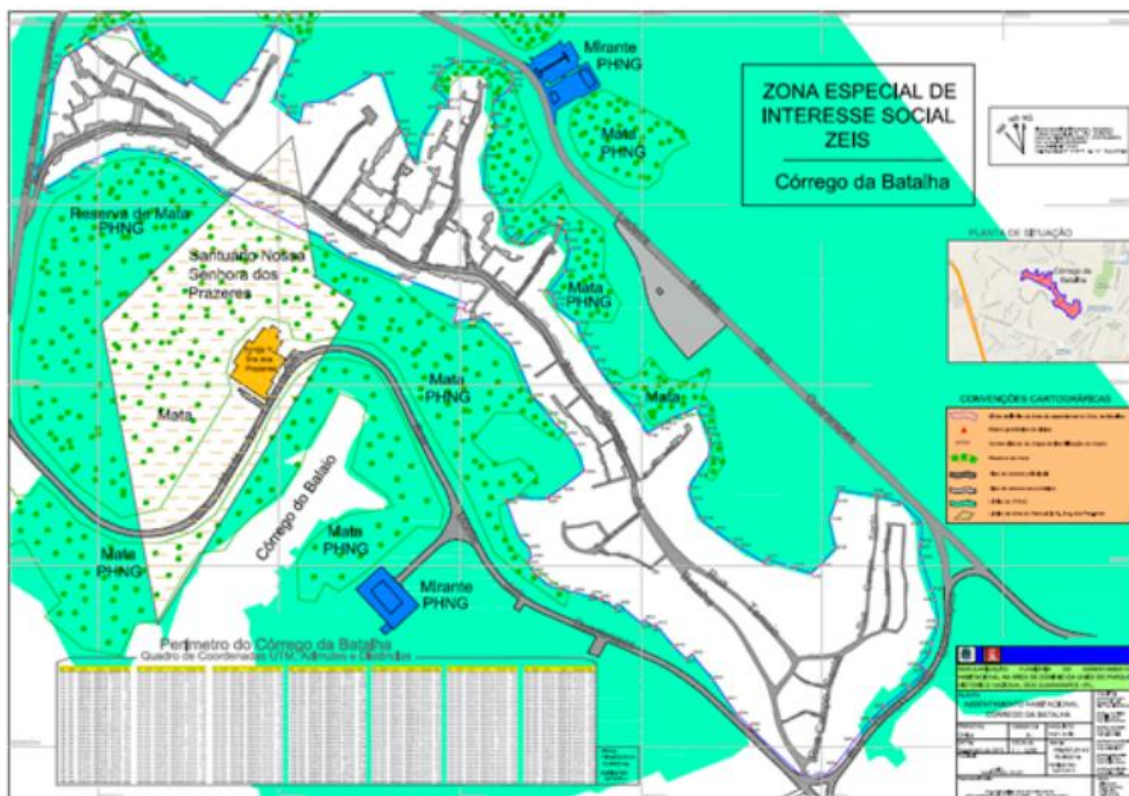
Fonte: Autor

No ano de 2014, mediante o convênio estabelecido entre a UFPE – Universidade Federal de Pernambuco e a SPU (2013), o perímetro do Córrego da Batalha foi delimitado tomando-se como premissa a cerca implantada pelo Exército brasileiro. A cerca é respeitada como limite físico do PHNG – Parque Histórico Nacional dos Guararapes pelos moradores da área. No procedimento da definição do perímetro, implantou-se em cada deflexão da cerca, um marco e chapa identificadora, contabilizando 207 marcos em todo o perímetro.

Os levantamentos de campo foram realizados com estação total. Os pontos de controle foram determinados por rastreamento de satélites com receptores GNSS de dupla frequência. O sistema geodésico adotado foi o SIRGAS2000, época 2000,4.

O memorial descritivo da área e os cálculos de azimutes e distâncias obedeceram às normativas da SPU – Superintendência do Patrimônio da União. O sistema de projeção cartográfica empregado na planta topográfica, Figura 7, foi UTM – Universal Transversa de Mercator.

Figura 7 – Planta da ZEIS Córrego da Batalha



Fonte: Diário Oficial do Município de Jaboatão dos Guararapes (2017)

O assentamento habitacional Córrego da Batalha situa-se em uma porção de terras da União, junto ao PHNG, e também, em uma pequena parcela de terras do Santuário Nossa Senhora dos Prazeres.

Com relação ao relevo, os montes Guararapes compreendem três elevações, separadas por grotas estreitas: - o monte do Telégrafo ao Norte, debruçado sobre a planície do Recife; - o monte dos Oitiseiros, que se desenvolve no sentido Leste/Oeste; e – o outeiro dos Guararapes, formado por duas elevações gêmeas, em uma das quais está situada a Igreja de Nossa Senhora dos Prazeres. Incrustada em uma dessas grotas, as vertentes do Córrego da Batalha apresentam alta declividade e, em decorrência, riscos de desabamento das encostas.

5 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

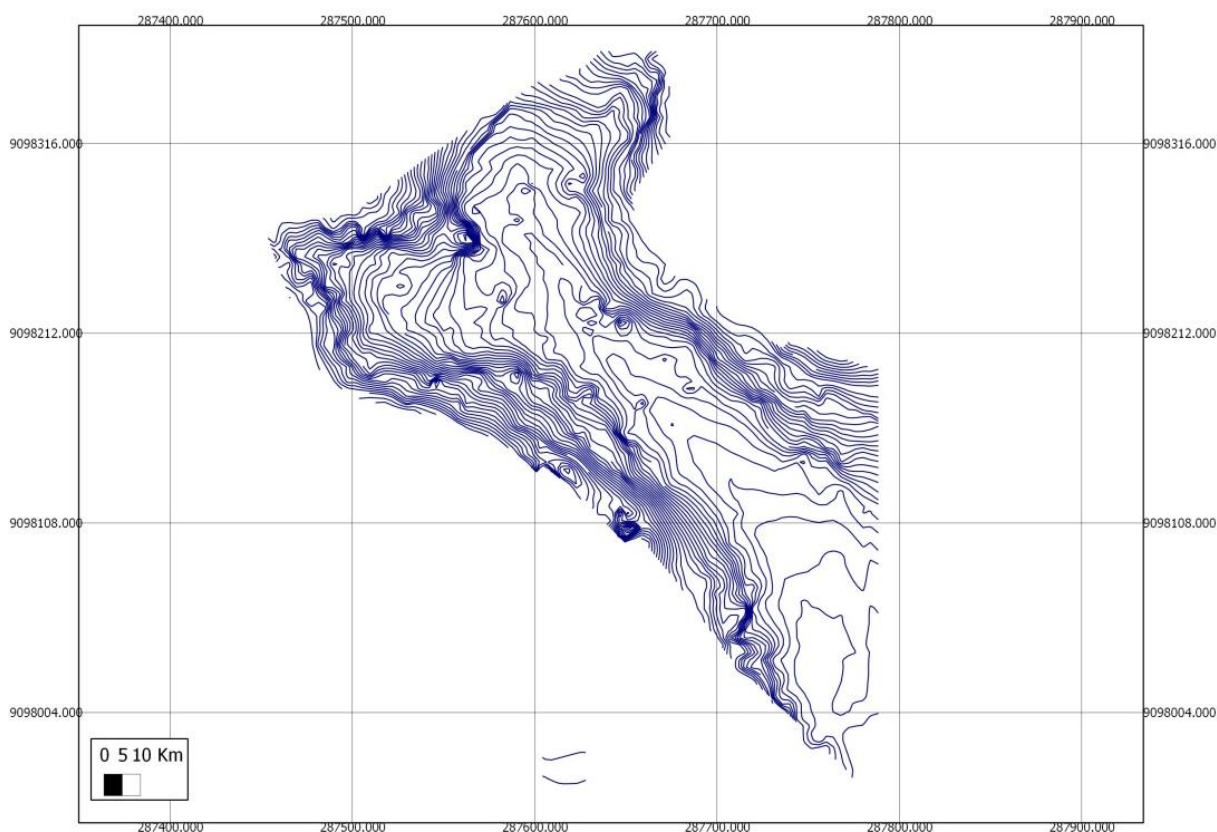
5.1 Simplificação das Curvas de Nível

Na Generalização Cartográfica digital foi usado o programa computacional livre QGIS 1.7.4. O operador para simplificar as feições lineares foi o algoritmo de Douglas-Peucker, que eliminou os vértices fora do intervalo de tolerância. As tolerâncias foram estipuladas baseando-se na menor equidistância entre as curvas de nível. No entanto, para fim de modelagem, optou-se pelo dobro da equidistância, ou seja, 2 metros, apenas por motivo topológico.

As curvas de nível foram obtidas na extensão .dwg, e no QGIS foram convertidas para extensão .shp, Figura 8.

A simplificação foi aplicada nas curvas de nível do Córrego da Batalha, com intervalos de tolerância diferentes. O número de vértices iniciais das curvas era 14.868.

Figura 8 – Curvas de Nível Originais do Córrego da Batalha

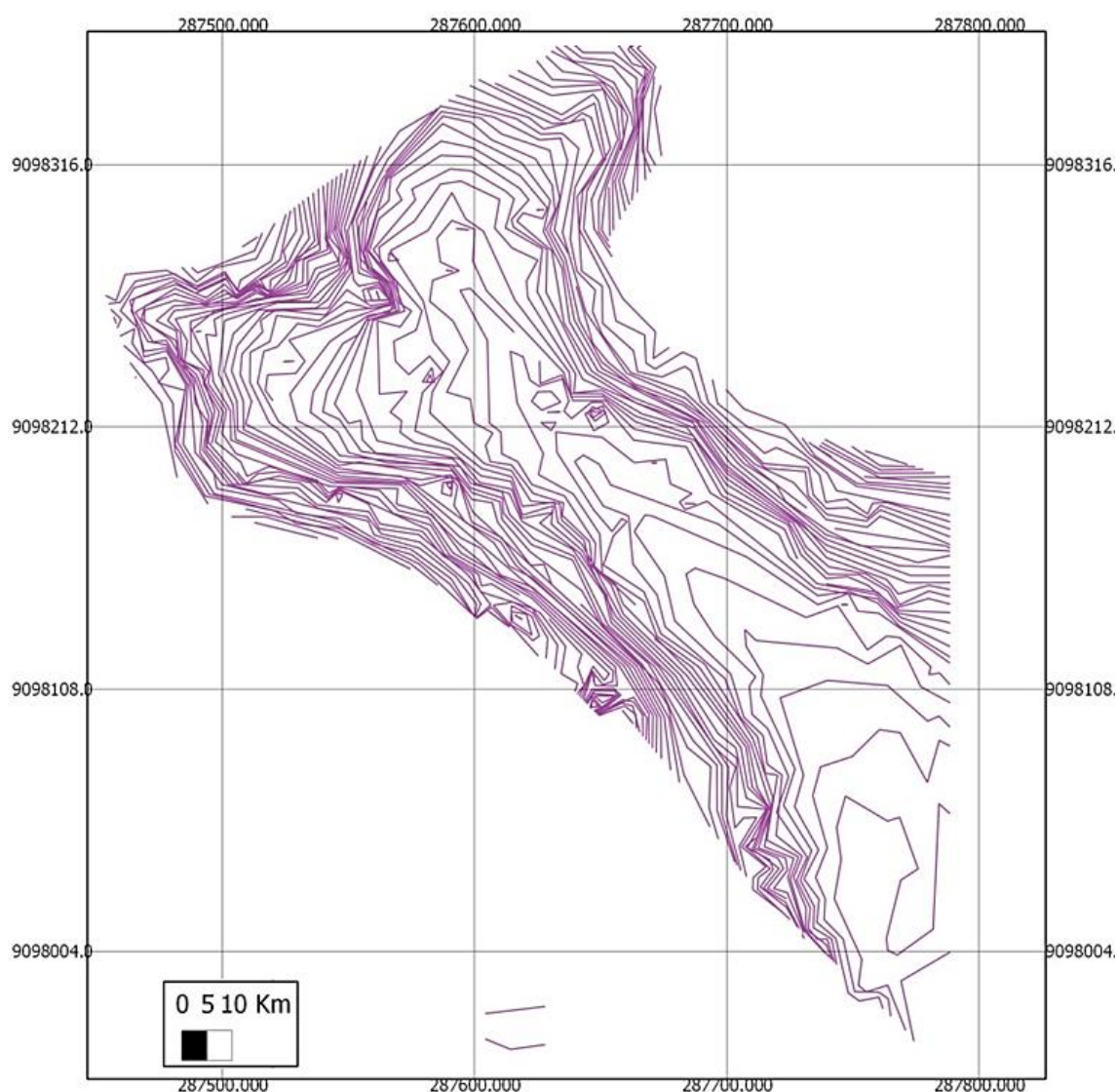


Fonte: Autor

5.2 Avaliação Visual e Estatística

Os primeiros resultados da simplificação das curvas de nível foram obtidos com o emprego do algoritmo Douglas-Peucker no QGIS. A Figura 9 mostra o resultado da aplicação do algoritmo de simplificação das curvas de nível e com tolerância de 2m.

Figura 9 – Simplificação com Tolerância de 2m.

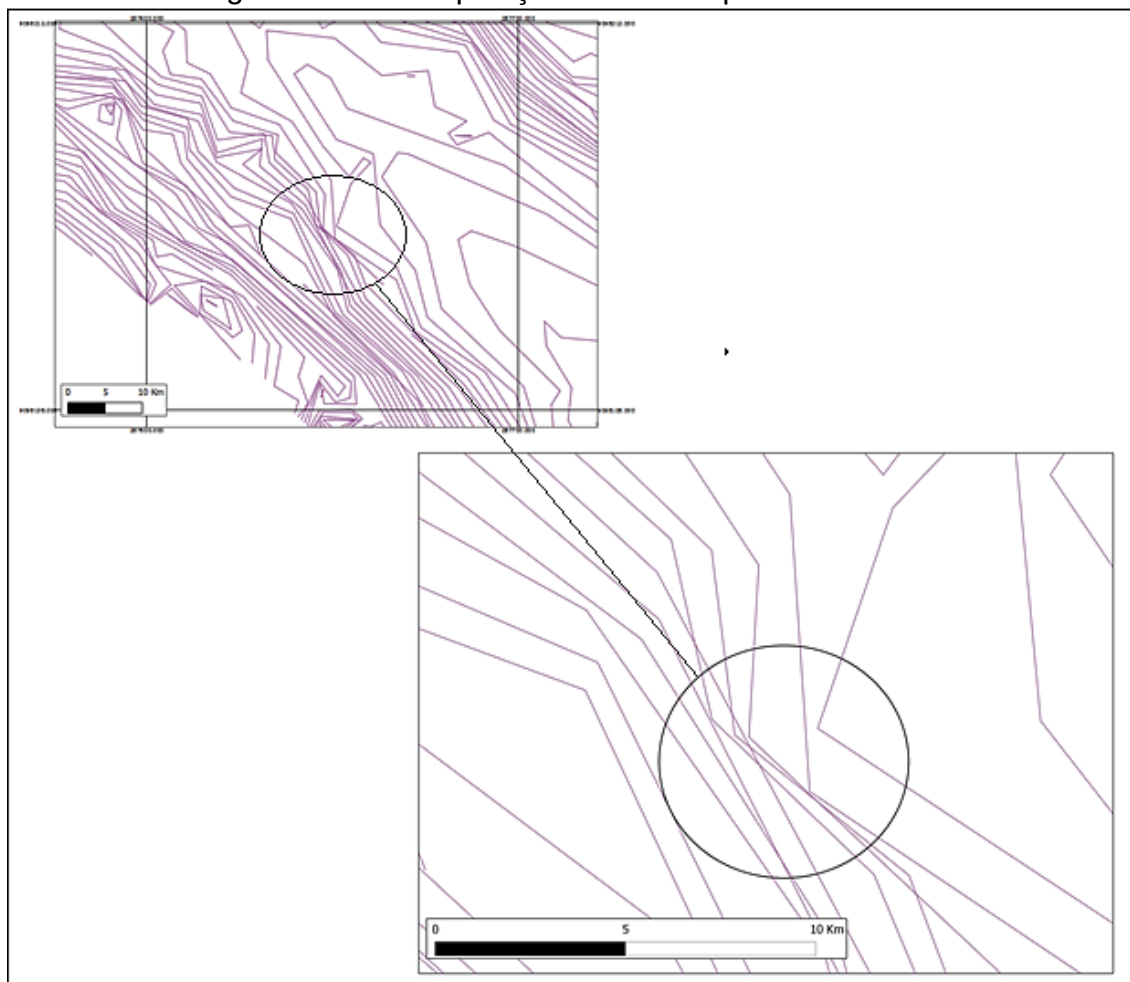


Fonte: Autor

As curvas simplificadas apresentam sobreposições, o que se reflete em um erro conceitual, pois curvas de nível não podem se cruzar, e topológico de aderência do intervalo na hora da simplificação, como pode ser observado

Figura 10. Após a simplificação com tolerância de 2 metros ficaram apenas 1.633 vértices.

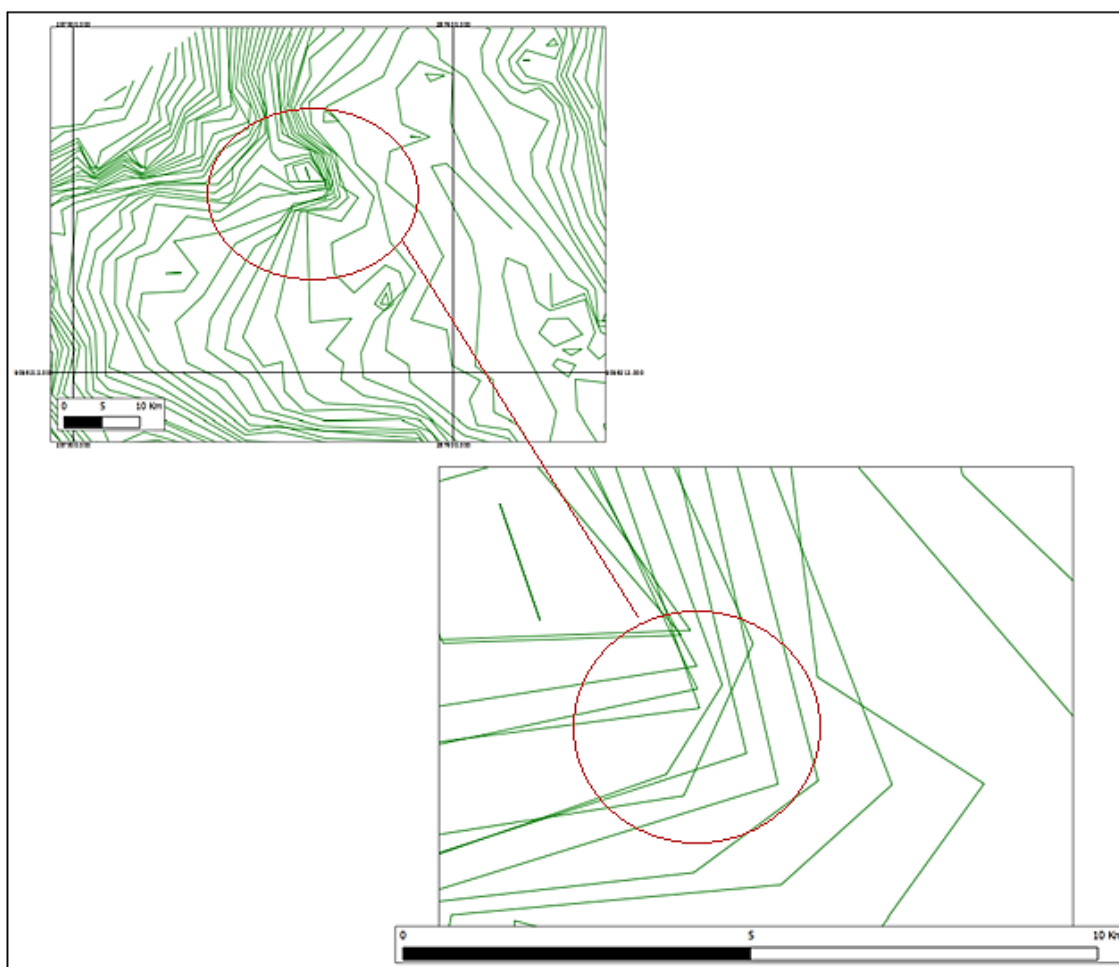
Figura 10 – Sobreposição de curvas para tolerância de 2 m



Fonte: Autor

Outros intervalos de tolerância foram aplicados como, por exemplo, o de 1,5m, que possui uma representação um pouco melhor que a simplificação com tolerância de 2m, mas ainda contém sobreposição entre curvas de nível, como mostra a Figura 11. Após a simplificação a quantidade de vértices foi reduzida para 1.950 vértices.

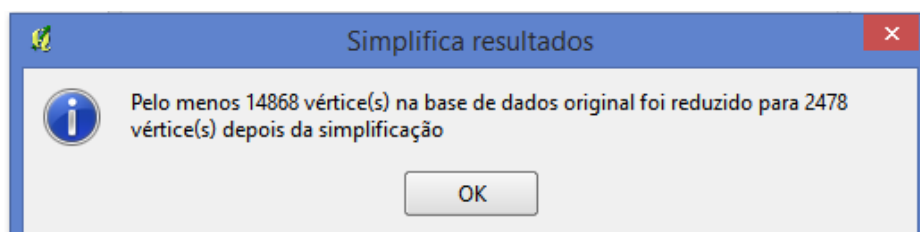
Figura 11 – Simplificação com Tolerância de 1,5 m



Fonte: Autor

Para uma tolerância de 1m foram eliminados 12.390 vértices, restando 2.478, Figura 12.

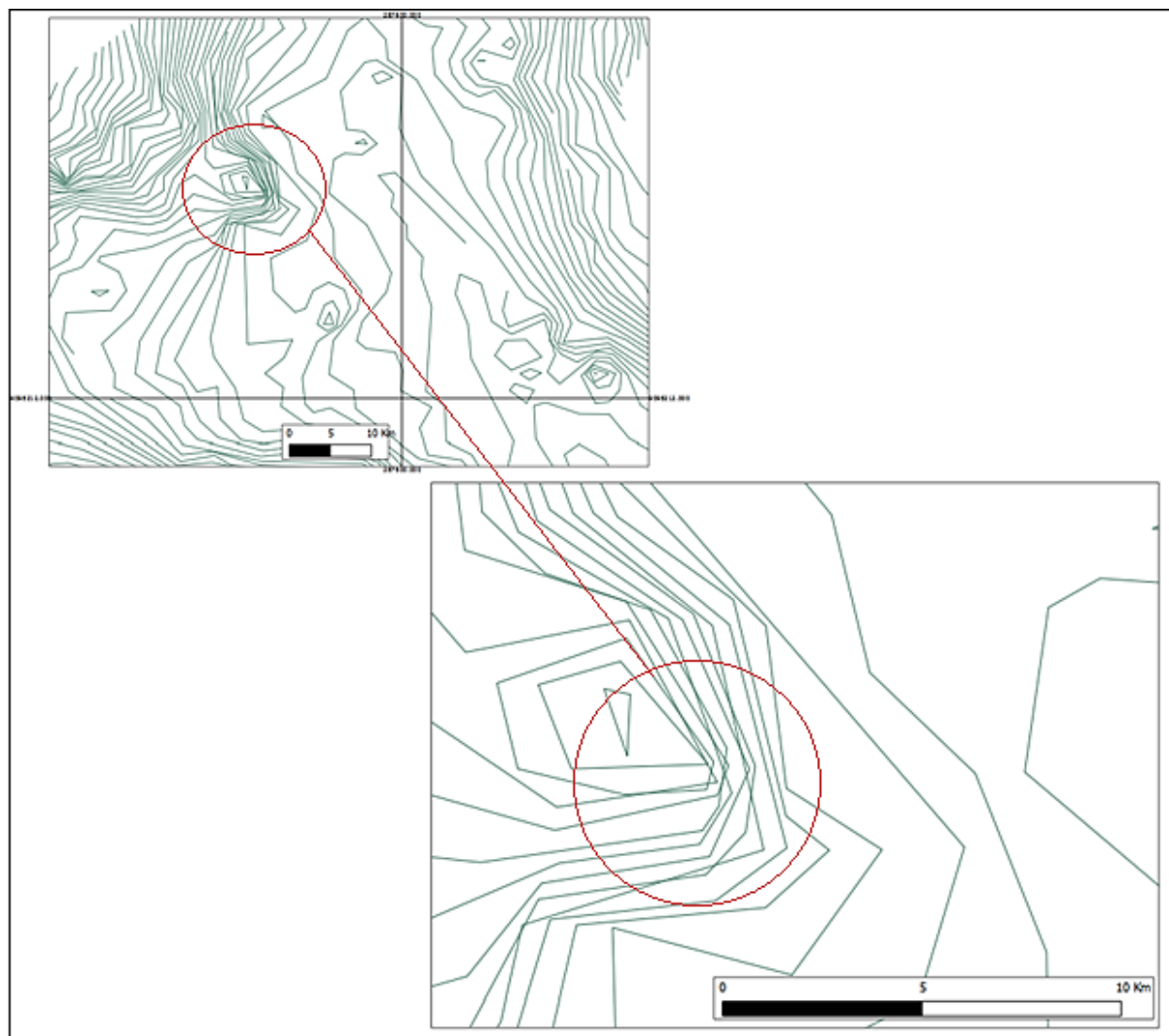
Figura 12 – Simplificação 1m – Eliminação de Vértices.



Fonte: Autor

A representação visual da simplificação de 1m ainda dispõe de problemas topológicos. Entretanto, tem uma representatividade melhor que a de 2m e de 1,5 m, respectivamente, como mostra a Figura 13.

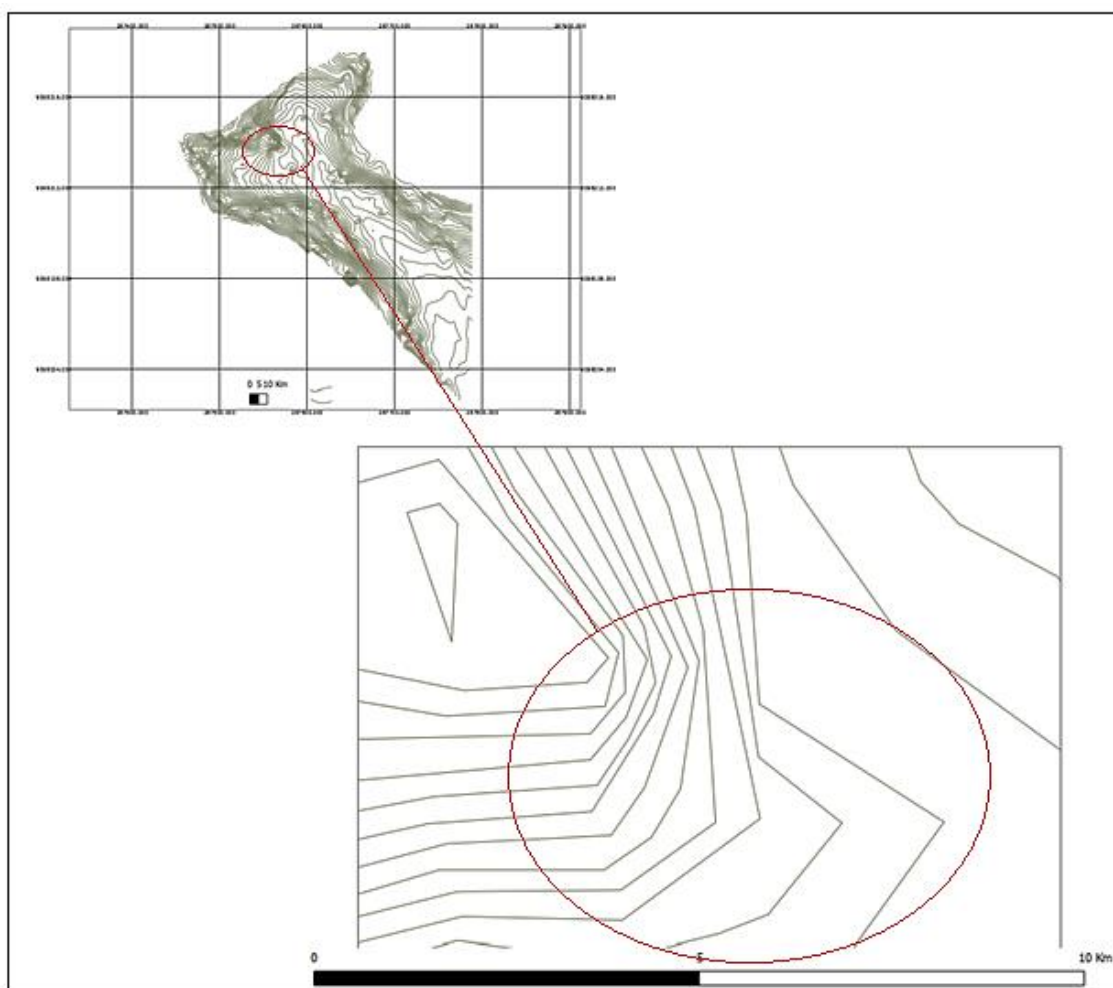
Figura 13 – Simplificação com tolerância de 1m



Fonte: Autor

Para simplificação com tolerância de 0,25m, é obtida uma melhor representação visual e topológica da simplificação das curvas de nível, ou seja, eliminando 9.994 vértices.

Figura 14 – Simplificação com tolerância de 0,25m



Fonte: Autor

As sucessivas simplificações foram feitas com parâmetro de tolerância até 0,25m, obtendo a Tabela 2, com tolerância em metros e o número de vértices que ficaram.

Tabela 2 – Tolerância e número de vértices das simplificações

X (m)	Vértices após Simplificação
2	1.633
1,5	1.950
1	2.478
0,75	2.872
0,5	3.552
0,25	4.874

Fonte: Autor

5.3 Aplicação da Dimensão Fractal

Com os dados dessa Tabela 2 foram calculados a dimensão fractal pela definição de Hausdorff, tem-se para $N = 14.868$ e as reduções sucessivas de número de vértices. Com os dados da Tabela 3, tem-se cálculos dos logaritmos dos vértices e, em seguida, o quociente entre eles para obter a dimensão fractal.

Tabela 3 – Dimensão Fractal de Hausdorff

X (m)	Vértices	Lg(N)	Lg(Vértices)	Dimensão Fractal
2	1633	4,1722526	3,212986185	1,298559132
1,5	1950	4,1722526	3,290034611	1,268148529
1	2478	4,1722526	3,394101302	1,229265771
0,75	2872	4,1722526	3,458184436	1,206486418
0,5	3552	4,1722526	3,550472957	1,17512585
0,25	4874	4,1722526	3,687885525	1,131340039
Média				1,21815429

Fonte: Autor

Na Tabela 3 observa-se que cada dimensão fractal por simplificação do algoritmo Douglas-Peucker, e seus respectivos valores de tolerância. Pode-se determinar uma média geral para dimensão fractal que é de **1,21815429**.

A segunda maneira de calcular a dimensão fractal seria obter a coluna dos logaritmos das tolerâncias que foram utilizadas no algoritmo de Douglas-Peucker e o logaritmo dos vértices, e em seguida obter a curva $\text{Log}(X) \times \text{Log}(\text{Vértices})$.

A inclinação da reta de regressão dos dados será igual a 1-D, e assim, obtêm-se a dimensão fractal.

Na Tabela 4, obtêm-se os dados:

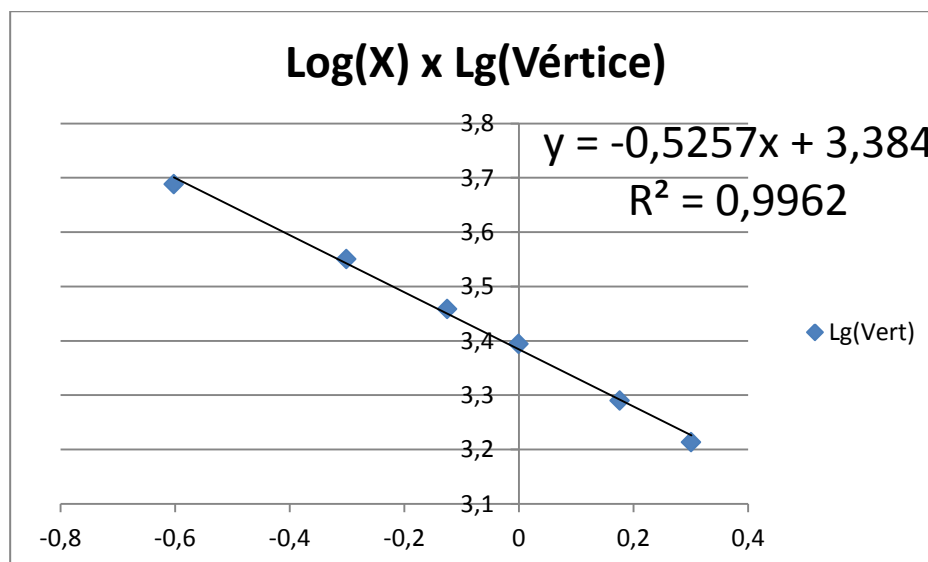
Tabela 4 – curva Log(X) x Log(Vértices)

X(m)	Vértices	Lg(X)	Lg(Vert)
2	1633	0,30103	3,212986
1,5	1950	0,176091	3,290035
1	2478	0	3,394101
0,75	2872	-0,12494	3,458184
0,5	3552	-0,30103	3,550473
0,25	4874	-0,60206	3,687886

Fonte: Autor

Com os dados da Tabela 4 é gerado o gráfico de dispersão e sua equação de regressão, Figura 14.

Figura 15 – Gráfico Log(X)x Log(Vértice)



Fonte: Autor

A inclinação da reta regressora foi -0,5257 e é igual a 1-D, assim, obteve-se uma dimensão fractal de baseada na definição de Mandelbrot (1983) sobre os estudos de Richardson, de **1,5257**. Quanto ao modelo, o coeficiente de determinação $R^2 = 0,9962$ garante que o ajuste é muito bom, pois este parâmetro varia de 0 a 1, e quando mais próximo de 1, melhor é o modelo.

5.4 Validação dos Resultados

A Tabela 5 resulta do desenvolvimento de regressão linear aplicada aos dados da Tabela 3 na planilha do Excel. Nessa planilha tem a ferramenta

análise de dados, com várias ferramentas para análise estatística, uma delas é a de regressão linear, então adiciona-se os dados de entrada para y (os valores do Log (vértice)) e os dados de entrada para x (os valores do Log(x)), então é gerado os resultados das estatística da regressão, como mostra na Tabela 5, Tabela 6 e Tabela 7.

Tabela 5 – Resumo dos Resultados

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,998108575
R-Quadrado	0,996220727
R-quadrado ajustado	0,995275909
Erro padrão	0,011895047
Observações	6

Fonte: Autor

A respeito da Tabela 6 de Análise de Variância, contendo o número do grau de liberdade da regressão, dos resíduos e totais, apresenta uma estatística do teste F(calculada) = 1054,405, que se comparada com o valor da tabela da distribuição F (0,05) = 7,71, e que pela teoria quando $F(\text{calculada}) > F(\text{tabela})$, concluímos que a regressão é significativa, rejeitando a hipótese nula que a inclinação da equação seria zero. Além do mais, para corroborar o Valor – p é de 5,36285E-06.

Tabela 6 – F de Significação

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de significação</i>
Regressão	1	0,149189972	0,149189972	1054,405	5,36285E-06
Resíduo	4	0,000565969	0,000141492		
Total	5	0,14975594			

Fonte: Autor

Quanto ao aspecto da equação de regressão, o coeficiente angular da equação é -0,5257 e está de acordo com o intervalo de significância de 5% de risco, como mostra a Tabela 7.

Tabela 7 – Resultados da Pesquisa

	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor-P	95% inferiores	95% superiores
Interseção	3,3840048	0,005078586	666,3281309	3,04E-11	3,369904419	3,39810525
Variável X 1	-0,525743	0,016190872	-32,47159845	5,36E-06	-0,570696544	-0,480790412

Fonte: Autor

A diferença foi obtida entre os dois métodos de calcular a dimensão fractal sobre as curvas de nível foi de **0,3075**, esse resultado foi obtido fazendo a diferença entre a Dimensão Fractal Mandelbrot (1983) obtida pela regressão linear e a Dimensão fractal pela definição de Hausdorff.

Agora, para estimar qual será o valor de tolerância aplicado na simplificação para a Dimensão fractal de Hausdorff, determinaremos usando a operação inversa da equação 13, e em seguida aplicando interpolação linear. Assim, para $N=14.868$ e $D=1,2181$, temos que:

$$D = \frac{\text{Log}(N)}{\text{Log}(\text{Vértices})}$$

$$\text{Vértices} = 10^{\left(\frac{\log(14868)}{1,2181}\right)}$$

$$\text{Vértices} = 2662$$

Com os dados da Tabela 3, onde y na interpolação será interpretado como o número de vértices e x o valor da tolerância, obteremos o seguinte resultado:

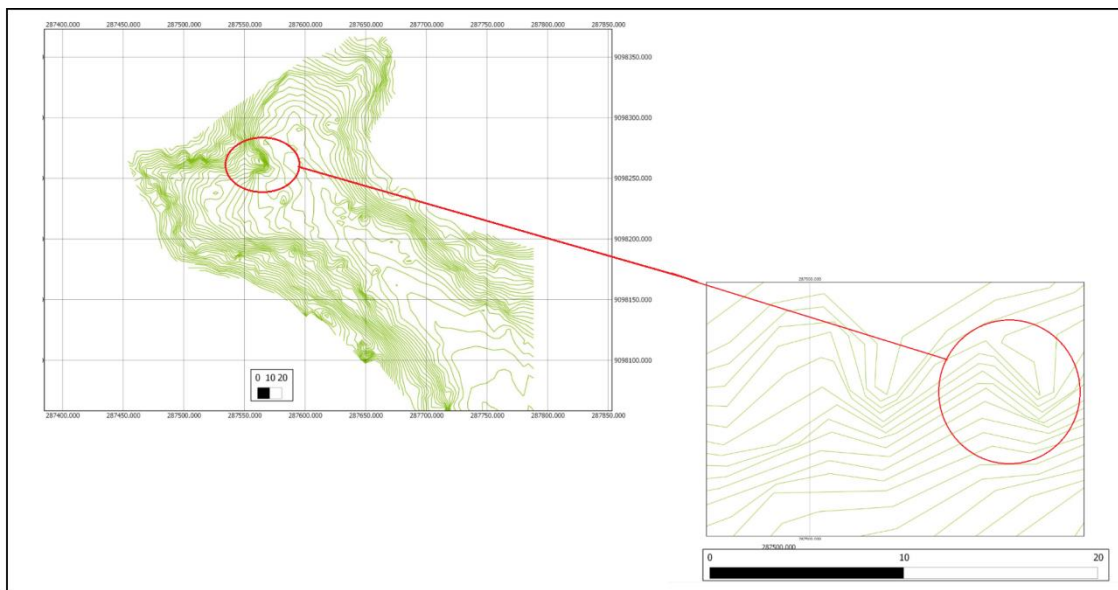
$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$\frac{2662 - 2478}{x - 1} = \frac{2872 - 2478}{0,75 - 1}$$

$$x = \mathbf{0,8832\ m}$$

Ou seja, fixando-se uma dimensão fractal de 1,2181 tem-se que o valor de tolerância de 0,8832m, que representa a melhor simplificação, pois não apareceram erros topológicos e que está no intervalo estipulado pela NBR 13133/1994 para curvas de nível na escala 1:1000 de levantamento planialtimétrico cadastral. Para esse valor de tolerância, foi obtida a representação visual da simplificação das curvas de nível, Figura 16.

Figura 16 – Simplificação com tolerância de 0,8832m.



Fonte: Autor

Para determinar o parâmetro de tolerância para a dimensão fractal de Mandelbrot, que foi determinada pela curva de Richardson, cuja medida foi de 1,5257, igualando o valor da dimensão a equação de regressão $y = -0,5257x + 3,384$, para obter o valor de x , que consiste no $\text{Log}(\text{vértices})$, pois esta função foi linearizada por aplicação de logaritmos. Assim,

$$1,5257 = -0,5257x + 3,384$$

$$x = 3,5349$$

Para esse valor de x , obteve-se o número de vértices fazendo $x = \text{Log}(\text{vértices})$, ou seja, o número de vértices será de 3.427. Aplicando interpolação linear, para os dados da Tabela 4, o resultado foi:

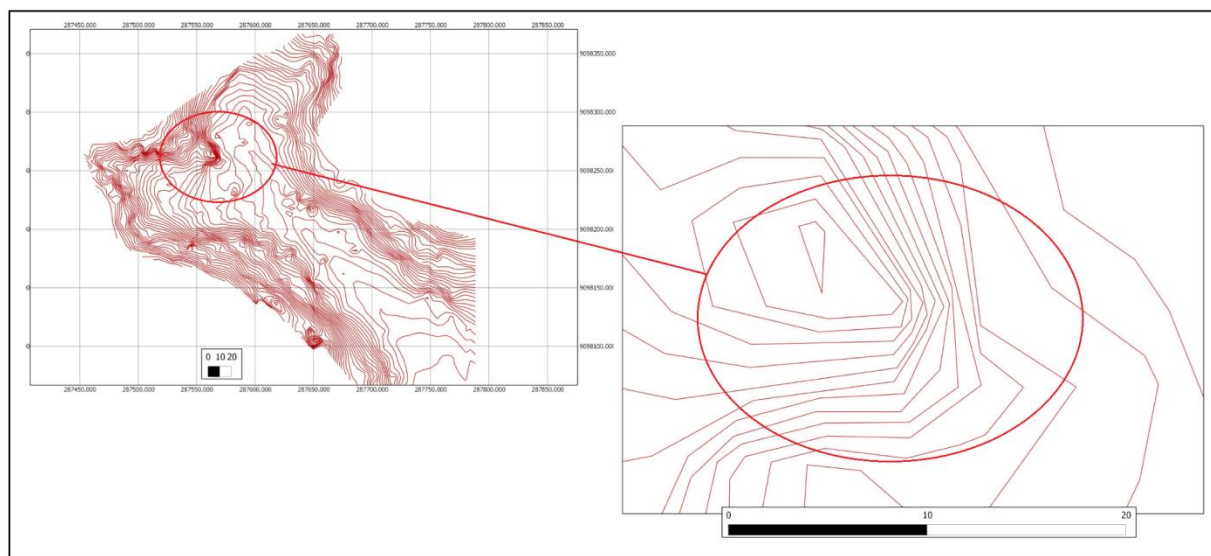
$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$\frac{3427 - 2872}{x - 0,75} = \frac{3552 - 2872}{0,5 - 0,75}$$

$$x = 0,5459 \text{ m}$$

A dimensão fractal de Mandelbrot calculada foi 1,5257, como parâmetro de tolerância 0,5459m, que está no intervalo determinado pela NBR 13133/1994. A Figura 17 apresenta o resultado da simplificação para esta tolerância, que não apresentou erros topológicos.

Figura 17 – Simplificação com tolerância de 0,5459m.



Fonte: Autor

Na avaliação topológica foi gerida por uma regra topológica principal, não haver sobreposições das curvas. Após a aplicação das simplificações para as tolerâncias iniciais foram encontradas algumas sobreposições. No entanto, com a determinação da dimensão fractal das curvas para os dois parâmetros fixos não foram encontrados erros topológicos.

Quanto aos resultados diferentes das dimensões fractais, segundo Lopes (2005), às vezes as dimensões fractais calculadas de maneiras distintas podem resultar no mesmo valor ou apenas concordarem na interpretação. Como é o caso desta pesquisa, os resultados deram diferentes, porém concordam com interpretação, que por ser um valor entre 1 e 2, é uma dimensão fractal que tem propriedades variando de entre linha e área.

6 Conclusões e Recomendações

Na pesquisa foram apresentados os métodos de Hausdorff e de Mandelbrot para calcular a dimensão fractal de curvas de nível, após a aplicação do algoritmo de Douglas-Peucker nos intervalos de tolerância. Um dos métodos foi proposto por Hausdorff, e o outro por Mandelbrot baseado nos estudos de Richardson. Como a Teoria dos Fractais é recente e ainda está em desenvolvimento, o que acaba sendo uma limitação do ponto de vista matemático.

Inúmeras pesquisas vêm ganhando adeptos da Teoria dos Fractais, embora esse tema já tivesse sido tratado por outros pesquisadores, geralmente aplicando à teoria dos fractais as linhas de costas, por isso nossa abordagem foi sobre curvas de nível.

Visual e topologicamente os resultados para os primeiros valores de tolerância, implicaram em inúmeros problemas, como por exemplo, a sobreposição das curvas na maioria das áreas. Assim, conclui-se que a redução maior de números de pontos, muitas vezes, não representa um resultado aceitável para generalização das curvas.

Como resultados, obtemos uma média geral para Dimensão Fractal que é de **1,2181** de Hausdorff, e uma Dimensão Fractal de baseada na definição de Mandelbrot (1983) sobre os estudos de Richardson, de **1,5257**. As dimensões fractais estão variando entre 1 e 2, mantendo a característica das curvas de nível, que transitam entre linha e área. Claro, que sobre aspectos gerais, esses resultados deveriam ser iguais, no entanto, como sugestão a futuras pesquisas, sobre quais os erros possíveis estão inerentes a essa diferença.

Embora o objetivo da pesquisa não fora mudança de escala das curvas, e sim o comportamento das curvas sobre os aspectos do algoritmo de Douglas-Peucker na eliminação de pontos, e conseqüentemente os resultados para determinar a dimensão fractal. O que ficaria como sugestões de trabalhos futuros seria a análise da dimensão fractal e seu comportamento na mudança de escalas das curvas de nível.

Outra possibilidade de trabalho futuro seria a aplicação da mesma metodologia para outros tipos de feições lineares, como por exemplo, rios, vias e encostas marítimas, podendo ou não ser associado à mudança de escalas.

REFERÊNCIAS

- ASSIS, T.A.; MIRANDA, J. G. V.; MOTA, F. B.; ANDRADE, R. F. S.; CASTILHO, C. M. C. **Geometria Fractal**: propriedades e características de fractais ideais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 30, n. 2, pag. 2304.1 – 2304.10, 2008.
- BARBOSA, R.M. **Descobrimos a Geometria Fractal** - para a sala de aula. 2ª ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- BARD, S.; RUAS, A. Why and how Evaluating Generalised Data? In: *FI Developments in Spatial Data Handling*. **Springer**, Leicester, 2004.
- BARROS, K.N.N.O.; SILVA, C.J.; GOMES, J.O.M. **Abordagem Algébrica, Geométrica e Computacional da Construção dos Fractais**. In: IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, SBEM, Minas Gerais, 2007.
- BATTY, M.; LONGLEY, P.A. Fractal Measurement and Line Generalization. **Computer e Geoscience**, Printed in Great Britain, v. 15, n. 2, p. 167-183, 1989.
- BERNHARDT, M.C. **Quantitative Characterization of Cartographic Lines for Generalization**. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, 1992.
- BERNON, N. **Web-Based demonstrations of line simplification algorithms**. Project Report, 2005.
- BRASIL, Decreto nº 89.817 de 30 de março de 1984. **Normas para o controle de qualidade de documentos cartográficos**. Diário Oficial da União, Brasília, 1984.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgar Blücher, 1974.
- CARREIRA, A.S.N. et. al. Fractais. (2008). Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm24/principal.htm> Acesso em 05 junho 2015.
- CONCAR; EXÉRCITO BRASILEIRO – CONCAR-EB. Especificação Técnica para a Aquisição de Dados Geoespaciais Vetoriais. Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais. 2.ed. Brasil. 10/06/2011.
- DAL SANTO, M.A.; LOCH, C.; OLIVEIRA, F.H. **Digital Cartographic Generalization for Database of Cadastral Maps**. In: FIG Congress, Sydney, Australia, 2010.

DAL SANTO, M.A.; LOCH, C. Generalização Cartográfica Digital de Isolinhas em Mapas Cadastrais. **Revista Brasileira de Cartografia**, Nº 60/02, Agosto, 2008, Rio de Janeiro, SBC. p 167-175.

DAVIS JR., C.A. **Múltiplas Representações em Sistemas de Informação Geográficos**. Tese de doutorado (Pós-Graduação em Geociências), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2000. p 106.

D'ALGE, J.C.L. **Generalização Cartográfica em Sistemas de Informação Geográfica**: Aplicação aos Mapas de Vegetação da Amazônia Brasileira. São Paulo, 2007. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 132 p.

D'ALGE, J.C.L; GOODCHILD, M.F. Digitalização e Simplificação de Linhas. **Anais**: Simpósio Brasileiro de Geoprocessamento, São Paulo, 1993.

DIÁRIO OFICIAL DO MUNICÍPIO DE JABOATÃO DOS GUARARAPES. Lei nº 1198, de 16 de Junho de 2015. Ano XXV - Nº111, 18 de Junho de 2015, p.4-10. Disponível em: <http://services.fishy.com.br/obj/805/64808.pdf>. Acessado: 20 de julho de 2017.

DONG, J.; XIAOHUAM, Y.; NAIBIN, W.; HONGHUI, L. From 1 Dimension to N Dimensions – Fractal in Automated Cartographic Generalization. **Journal of Geographical Sciences**. Vol. 11, Springer Link. p. 86-90, 2001.

DOUGLAS, D.H.; PEUCKER, T.K. Algorithms for the Reduction of the Number of Points required to represent a Digitized Line or its Caricature. **Canadian Cartographer**, 1973.

DUTTON, G.H. Fractal Enhancement of Cartographic Line Detail. **The American Cartographer**, Vol. 8, No. 1, 1981, pp. 23-40.

EDELSBRUNNER, H.; MUSIN, O.; UKHALOW, A.; YAKIMOVA, O.; BOGAEVSKAYA, V. **Methods of Fractal and Computational Geometry for Generalization of Linear Cartographic Objects**. In: Yaroslavl International Conference - Discrete Geometry, dedicated to the centenary of A.D.Alexandrov, August 13-18, Yaroslavl, 2012.

FALCONER, K.J. **Fractal Geometry**: Mathematical Foundations and Applications, Jhon Willey, New York, 1990.

FUZZO, R.A.; SANTOS, T.S.; FERREIRA, L. **Fractais e o Geogebra: Construindo a Curva de Koch**. In: XII Conferência Internacional de Educação Matemática - XIII CIAEM-IACME, Recife, 2011.

FILIPPOVSKA, Y.; KADA, M.; FRITSCH, D. **Quality Evaluation of Ground Plan Generalization**. In: 12th AGILE International Conference on Geographic Information Science, Leibniz Universität Hannover, Germany, 2009.

FILIPPOVSKA, Y.; WALTER, V.; FRITSCH, D. **Quality Evaluation Of Generalization Algorithms**. In: The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Vol. XXXVII. Part B2, Beijing, 2008.

GOODCHILD, M.F., Fractals and the Accuracy of Geographical Measurers. Journal of the International Association for Mathematical Geology. Londres, Springer Link. 1980.

GOODCHILD, M.F.; MARK, D.M. The Fractal Nature of Geographic Phenomena. **Annals of the Association of American Geographers**, pp.265-278, 1987.

GUO, M.; LIU, Y. The Application of Spatial Similarity in the Automatic Result Evaluation of Cartographic Generalization. **IEEE**, 2008.

LOPES, J. **Generalização Cartográfica**. Lisboa, 2005. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Lisboa.

MANDELBROT, B.B. **Fractals: Form, Chance, and Dimension**, W. H. Freeman, San Francisco, 1983.

MANDELBROT, B. B. **Fractals: Form, Chance, and Dimension**. W. H. Freeman, San Francisco, 1967.

McMASTER, R. B.; SHEA, K. S. **Generalization in Digital Cartography**. 1.ed. Washington: Association of American Geographers, 1992.

MÜLLER, J.C.; WEIBEL, R.; LAGRANGE, J. P.; SALGÉ, F. Generalization: State of the Art and Issues. In: Müller, J. C.; MÜLLER, J.C. Fractal Dimension and Inconsistencies in Cartographic Line Representations. **The Cartographic Journal**, London, Taylor & Francis, p.123-130, 1986.

NAKOS, B. **The Problem of Cartographic Generalization in the Context of Fractal Geometry**. In: 1st Interdisciplinary Symposium on NonLinear Problems 21-22 January, NTU, Athens, Greece. 2000.

NALINI, V. T. **Avaliação Cartométrica da Base Cartográfica Digital Adequada à Gestão Urbana Derivada por Generalização Cartográfica a partir da Escala de Origem 1:2.000**. Curitiba, 2005. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Universidade Federal do Paraná.

NIE, H.; HUANG, Z. A New Method Of Line Feature Generalization Based On Shape Characteristic Analysis. **Metrology and Measurement Systems**, Vol XVIII, nº 4 , Polônia, Polish Academy of Sciences. p. 597-606, 2011.

PEITGEN, H. O; SAUIPE, D. **The Science of Fractals** *Imagens*, Springer Verlage, New York. 1985.

PEREIRA, T.A.J.; Nero, M.A. **Análise de Normas de Controle de Qualidade posicional em Cartografia ao Redor do Mundo: Exemplos Atuais de Alguns Países**. In: IV Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Recife, 2012.

SHAHRIARI, N. **A New Approach for Simplification of Linear Vector Data for Internet_based GIS Applications**. These (Master of Science- Departament of Geomatics Engineering), University of Calgary, Alberta, 2002.

SHAHRIARI, N.; VINCENT. T.C. Minimizing Positional Errors in Line Simplification Using Adaptive Tolerance Values. *Spatial Data Handling*, pp. 153-166, ISBN 3-540-43802-5, **Springer**, 2002.

SHEA, K.S. **Cartographic Generalization**. In: PAR Government Systems Corporation, U.S., NOAA Technical Report. 1988.

SONG, Y.; SHENG, J.; YOON, D. **A Bipolar model for Region Simplification**. In: Proc. Of the Int. Conf. on Comput. Graph. And virtual reality, 2006.

SOUSA, E.P.M. **Identificação de Correlações usando a Teoria dos Fractais**. São Carlos, 2006. Tese (Doutorado). Instituto de Ciências Matemáticas e da Computação – ICMC – USP, Universidade de São Paulo. 144 p.

SPINOLA, D.N. **Generalização Cartográfica em SIG Aplicada a um Mapa de Uso e Cobertura do Solo em Formato Vetorial e Matricial**. Minas Gerais, 2010. Monografia (graduação) – Universidade Federal de Viçosa.

TAURA, T.A.; SLUTER, C.R.; FIRKOWSKI, H. Generalização Cartográfica das Cartas do Mapeamento Urbano nas Escalas 1:2.000, 1:5.000 E 1:10.000. **Boletim de Ciências Geodésicas**, Curitiba, v. 16, no 3, p.386-402, jul-set, 2010.

WENJING, L.; HEHAI, W.; ZHIYONG, L. Fractal Attenuations Analysis of Cartographic Object on Cartographic Generalization. **Science of Surveying and Mapping**, China, 2005.

ZHANG, X. **Automated Evaluation of Generalized Topographic Maps – Supported by formalization and data enrichment techniques.** Dissertation (University of Twente). 2012.

ZHONG, Y.; WEI, W.; HU, Y.; ZHENG, H. Mathematical Definitions of Operators for Cartographic Generalization. **Geo-spatial Information Science (Quarterly)**. Vol. 6, Issue 1, London, Taylor & Francis. p. 70-73, 2003.

ZHU, Y.; ZANG, D.; ZHOU, S. Analysis on Curve Fit Algorithm about Line Generalization in Map Generalization. In: International Forum on Information Technology and Applications, **IEEE Computer Society**, China, p 755-759, 2009.