



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – CCEN
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

LEONARDO MEDEIROS DE QUEIROZ

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE VÓRTICES NO BSCCO COM
DEFEITOS COLUNARES: FASES VÍTREAS E PROCESSO DE
DERRETIMENTO**

Recife
2015

LEONARDO MEDEIROS DE QUEIROZ

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE VÓRTICES NO BSCCO COM DEFEITOS
COLUNARES: FASES VÍTREAS E PROCESSO DE DERRETIMENTO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Física.

Orientador:
Prof. Dr. Maurício Domingues Coutinho Filho
Universidade Federal de Pernambuco

Recife
2015

Catálogo na fonte
Bibliotecário Jefferson Luiz Alves Nazare CRB 4-1758

Q3s

Queiroz, Leonardo Medeiros de.

Simulação computacional de vórtices no BSCCO com defeitos
colunares: fases vítreas e processo de derretimento. – 2015.
105 f.: fig.

Orientador: Maurício Domingues Coutinho Filho.
Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN.
Física. Recife, 2015.
Inclui referências.

1. Supercondutores. 2. Diagrama de fase. I. Coutinho Filho, Maurício
Domingues (Orientador). II. Título.

537.623

CDD (22. ed.)

UFPE-FQ 2016-31

LEONARDO MEDEIROS DE QUEIROZ

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE VÓRTICES NO BSCCO COM DEFEITOS
COLUNARES: FASES VÍTREAS E PROCESSO DE DERRETIMENTO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Física.

Aprovada em: 13/03/2015.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Maurício Domingues Coutinho Filho
Orientador
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Ernesto Carneiro Pessoa Raposo
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. José Albino Oliveira de Aguiar
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Fernando Jorge Sampaio Moraes
Examinador Externo
Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dr. Mauro Melchíades Dória
Examinador Externo
Universidade Federal do Rio de Janeiro

A meus pais, Josué e Miriam.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao meu orientador, Maurício Coutinho, por sua paciência e por ter acreditado em mim.

Ao professor Ernesto Raposo, que, sempre foi um ótimo colaborador e, em todas as vezes de que precisei, esteve disposto a ajudar.

Aos meus colegas de laboratório. Em particular, a Hugo, sempre disposto a ajudar quando se precisa de uma força.

A todos os professores que fizeram parte desta caminhada até aqui, um muitíssimo obrigado.

Agradeço a Cristiane, por sua compreensão e por seu afeto. Também pela força que sempre me deu.

Agradeço a meus familiares. Meus pais, Josué e Miriam, que são os responsáveis por eu estar onde estou. Sem o incentivo e o apoio que sempre recebi deles, tudo seria proibitivamente muito mais difícil pra mim. A minha irmã Layze, por fazer minha vida mais agradável com sua companhia e sua amizade.

Aos membros da banca, que gentilmente se dispuseram a me avaliar.

Finalmente, agradeço ao apoio financeiro dado pela CAPES e pelo CNPq durante meu doutorado e ao Departamento de Física da UFPE como um todo, pela ótima infraestrutura oferecida. A todos os funcionários que tornam nossa vida mais simples aqui no departamento, um muito obrigado.

Resumo

Nesta tese, apresentamos resultados de simulações de sistemas tridimensionais de linhas de vórtices na presença de defeitos colunares aleatórios usando o modelo de Lawrence-Doniach com parâmetros do BSCCO. Em particular, estudamos o fator de estrutura e o comprimento de correlação vórtice-vórtice ao longo da direção do campo magnético (B), para os regimes de campo alto e intermediário. Utilizamos duas condições iniciais representativas dos comportamentos extremos a temperatura (T) zero: a rede de Abrikosov e uma rede aleatória, que corresponde a um protocolo de resfriamento a campo nulo (ZFC), ambas caracterizadas por transições contínuas do desacoplamento planar (formação de uma estrutura de vórtices tipo panqueca) e decaimento exponencial com T do comprimento de correlação perto do derretimento. O caso do resfriamento a campo não-nulo (FC) a partir de uma configuração derretida, de forte relevância fenomenológica, também é considerado. Neste último caso, à medida que T diminui, para B intermediário, o sistema de vórtices passa por estados metaestáveis, incluindo vórtices desancorados, antes de exibir uma fase *Bose glass* robusta até temperaturas muito baixas. Por outro lado, para campos altos sob o protocolo ZFC, o derretimento é praticamente concomitante com o desacoplamento descontínuo dos planos; sob FC, por sua vez, a rede de vórtices desacopla muito antes de derreter. Identificamos que o *exchange* entre linhas de fluxo é o mecanismo por trás desse desacoplamento dos planos e da formação da estrutura de vórtices tipo panqueca. Enfatizamos que o diagrama de fases B - T correspondente está em boa concordância com resultados experimentais no BSCCO. Finalmente, realizamos simulações para o regime de campo baixo e verificamos a existência de uma fase Bragg glass para desordem fraca, em concordância com resultados experimentais e previsões numéricas nesse material.

Palavras-chaves: Supercondutores. Alta temperatura crítica. BSCCO. Simulação. *Bose Glass*. Defeitos colunares.

Abstract

We present Monte Carlo simulations of *three-dimensional* systems of vortex lines in the presence of random columnar defects using the Lawrence-Doniach model with BSCCO parameters. In particular, we study the structure factor and the vortex-vortex correlation length along the field (B) direction, for both intermediate and high fields. Two representative initial conditions at zero temperature (T) are used: the Abrikosov lattice and a random vortex lattice, mimicking possible configurations in a zero-field-cooled (ZFC) protocol, both characterized by smooth plane decoupling transitions (formation of pancake-like vortex structure), with exponentially decay with T of the correlation length around the melting transition. The very relevant case of field-cooling (FC) from a melted configuration is also considered. In this case, as T decreases for intermediate B , the system evolves through states of an unpinned vortex lattice phase and metastable states of a phase of unpinned vortices in a Bose glass (BG) background; lastly, the system reaches a FC *robust* BG phase down to very low T . On the other hand, for high fields and under the ZFC protocol, the melting transition is practically concurrent with the discontinuous decoupling of planes; while, under FC, the vortex lattice decouples much before the melting transition. Indeed, we identify that the exchange between flux lines is the underlying mechanism for plane decoupling and the formation of a pancake-like vortex structure. We stress that the correspondent phase diagram B vs T is in good agreement with previous experimental results in BSCCO. At last, we perform simulations for the low field regime and verify the existence of a Bragg glass phase for weak disorder, in agreement with the experimental and numerical results in this material.

Keywords: Superconductors. High- T_c . BSCCO. Simulation. Bose Glass. Columnar Pinning.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama ilustrando o efeito Meissner em um supercondutor.	18
Figura 2 – Dependência do campo crítico H_c com a temperatura.	19
Figura 3 – Corrente persistente e fluxo num supercondutor.	19
Figura 4 – Variação típica do campo magnético dentro de um supercondutor, mostrando o comprimento de penetração λ	22
Figura 5 – Comparação entre ξ e λ na interface de um supercondutor.	25
Figura 6 – Diagramas mostrando o aparecimento de pontos fixos na energia livre para $\alpha < 0$, ocasionando a transição de fase normal-supercondutor.	26
Figura 7 – Comparação entre as transições de fase de supercondutores tipo I e II.	28
Figura 8 – Diagrama de fase típico para um supercondutor tipo II.	29
Figura 9 – Diagrama mostrando o comportamento do campo e da amplitude do parâmetro de ordem em função da distância num supercondutor fortemente tipo II.	30
Figura 10 – Diagrama mostrando uma rede de Abrikosov, com os vórtices dispostos numa rede triangular.	32
Figura 11 – Evolução das temperaturas críticas dos supercondutores de altas temperaturas mostrando as estruturas cristalinas dos principais compostos supercondutores <i>high-T_c</i> , como a do $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, a do $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, a do MgB_2 e a do $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$. Bem como mostrando a evolução nas temperaturas críticas dos chamados Supercondutores baseados em ferro.	34
Figura 12 – Gráfico da dependência em T do desvio médio quadrático ($\langle r(z) - r(0) ^2 \rangle$) das trajetórias das linhas de vórtice obtido por meio de simulação numérica para alguns valores de campo aplicado. As linhas sólidas marcam a dependência linear em T das curvas numéricas, característico de uma linha de vórtices derretida, como a que tratamos na seção 3.1.1. No detalhe, a transição descontínua na temperatura de derretimento para campo aplicado $B = 10T$	37
Figura 13 – Esquema mostrando as linhas de vórtice e os planos de CuO_2 nos três regimes: (a) desacoplado, (b) entrelaçado e (c) desentrelaçado.	38
Figura 14 – Figura mostrando o derretimento de uma rede de vórtices, mostrando, de cima para baixo, as configurações 3D dos sistemas (a) antes de derreter e (b) derretido, bem como suas respectivas projeções bidimensionais e gráficos do fator de estrutura associado. O derretimento é indicado pelo desaparecimento dos picos de Bragg do fator de estrutura.	39

Figura 15 – Diagrama de fase esquemático para o BSCCO.	41
Figura 16 – Diagrama de fase experimental para o BSCCO obtido por dois trabalhos experimentais diferentes.	42
Figura 17 – Diagrama mostrando o campo magnético gerado por um único vórtice.	47
Figura 18 – Diagrama comparando o formato da curva da energia magnética em função de distância planar R para $z = 10^{-5}\lambda_{ab} \ll R$ (Linha negra) com o gráfico de uma reta do tipo $y = x$ (linha vermelha)	51
Figura 19 – Diagrama da energia magnética em função de distância planar R para $z = \lambda_{ab}R$	52
Figura 20 – Diagrama mostrando uma linha de vórtice com um vórtice panqueca deslocado.	53
Figura 21 – Efeito da introdução de defeitos colunares sobre a curva de irreversibilidade para $\text{Ti}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$	55
Figura 22 – Sistema de linhas de vórtices na presença de defeitos colunares.	56
Figura 23 – Esquema de uma linha de fluxo interagindo com um defeito colunar.	57
Figura 24 – Gráfico da energia livre de ligação para a ancoragem da figura 23	59
Figura 25 – Representação de um vórtice “tunelando” entre dois defeitos colunares.	60
Figura 26 – Isolante de Mott	62
Figura 27 – Diagrama de Fase no limite de defeitos com alta força de ancoragem	63
Figura 28 – Diagrama de Fase mostrando uma região onde ocorre o <i>Bragg glass</i>	64
Figura 29 – Estrutura da célula unitária do BSCCO-2212	66
Figura 30 – Vórtices-panqueca ligados pela interação Josephson	67
Figura 31 – Primeiro pico de Bragg do fator de estrutura $S(k_{\text{Bragg}})$ como uma função da temperatura para (a) $B_\phi = B/4$, (b) $B_\phi = B$ e (c) $B_\phi = 4B$, usando $B = 1$ kG. Os dados para as amostras sem defeitos ($B_\phi = 0$) são mostrados para comparação. As setas indicam se os dados são para temperatura crescente ou decrescente.	70
Figura 32 – Projeções planares das configurações de vórtice (em vermelho) a $B_\phi = B = 1$ kG e (a) $T = 68$ K, (b) $T = 50$ K, (c) $T = 20$ K e (d) $T = 1$ K ao final de um procedimento FC começando de $T_0 = 79$ K. A posição dos defeitos e a rede de Abrikosov são mostradas em azul e verde, respectivamente.	71
Figura 33 – Representação 3D de uma rede de vórtices para $B = 1$ kG a (a) $T = 50$ K no começo do desancoramento dos vórtices e (b) $T = 71$ K acima da temperatura de derretimento. (c) Ilustração de um vórtice circundando um defeito colunar a $T = 50$ K; (d) dois defeitos colunares a $T = 50$ K; e (e) duas linhas de vórtice emaranhadas a $T = 71$ K.	72

Figura 34 – Comprimento de correlação ξ (em unidades da distância d entre camadas consecutivos) como função de T para $B = 1$ kG, para os mesmos casos mostrados na Fig. 31(b). Inserção: $\ln(\xi)$ versus T , mostrando em detalhe o comportamento de ξ na vizinhança da temperatura de derretimento, com as linhas horizontais indicando os pontos em que $\xi = N_z/2 = 32$ e $\xi = 2$, e a linha vertical indicando a temperatura de derretimento $T_m = 70$ K.	73
Figura 35 – Primeiro pico de Bragg do fator de estrutura como função da temperatura para o caso em que a interação magnética de longo alcance entre vórtices ao longo da mesma linha é levada em conta (interação EM ligada) ou não (interação EM desligada). Os dados são mostrados para o aquecimento da amostra ZFC, bem como para o procedimento FC para $B = 1$ kG com temperatura inicial $T_0 = 54$ K.	74
Figura 36 – Configuração de um sistema de vórtices (em vermelho) com defeitos (em azul) localizados numa rede triangular para $B = 1$ kG e (a) $T = 1$ K, (b) $T = 30$ K, (c) $T = 60$ K e (d) $T = 71$ K.	75
Figura 37 – Primeiro pico de Bragg do fator de estrutura como função da temperatura com defeitos posicionados numa rede triangular a $B = 1$ kG, para os casos indicados nas inserções. As setas indicam se os dados são para temperatura crescente ou decrescente.	76
Figura 38 – Comprimento de correlação ao longo do eixo z (em unidades da distância d entre camadas consecutivos) versus temperatura de uma amostra com defeitos aleatoriamente distribuídos a $B = 1$ kG para os mesmos casos mostrados na Fig. 37. Inserção: $\ln(\xi)$ versus T , mostrando em detalhe o comportamento de ξ na vizinhança da temperatura de derretimento, com as linhas horizontais indicando os pontos nos quais $\xi = N_z/2 = 32$ e $\xi = 2$, e a linha vertical indicando as temperaturas de derretimento $T_m = 70$ K.	77
Figura 39 – Comprimento de correlação ao longo do eixo z (em unidades da distância d entre camadas consecutivos) versus temperatura de uma amostra com defeitos aleatoriamente distribuídos a (a) $B = 5$ T e (b) $B = 10$ T, para os casos indicados nas inserções. Inserções principais: $\ln(\xi)$ versus T , mostrando em detalhe o comportamento de ξ na vizinhança da temperatura de derretimento, com as linhas horizontais indicando os pontos nos quais $\xi = N_z/2 = 32$ e $\xi = 2$, e a linha vertical indicando as temperaturas de derretimento $T_m = 37$ K para $B = 5$ T e $T_m = 35$ K para $B = 10$ T.	78

Figura 40 – Configuração 3D de vórtices (em vermelho) para $B = 10$ T, com defeitos (em azul) destacados para mostrar alguns vórtices com posições trocadas em certos planos.	79
Figura 41 – $S(k_{\text{Bragg}})$ versus T para os casos indicados nas inserções e (a) $B = 5$ T e (b) $B = 10$ T. Detalhado nas inserções está o processo de desancoragem que mostra o comportamento histerético da curva FC. As setas indicam se os dados são para temperatura crescente ou decrescente.	80
Figura 42 – Diagramas de fase para campos (a) intermediários ($B = 1$ kG a $B = 10$ kG) e (b) altos ($B = 1$ T a $B = 10$ T) mostrando quatro fases distintas: BG, vórtices desancorados num “background” BG, rede de vórtices desancorados e fase líquida, para $B_\phi = B$	80
Figura 43 – Diagrama de fase mostrando nossos dados Monte Carlo para a temperatura de derretimento (círculos cor de rosa, T_{m2}) e a temperatura BG (quadrados cor de rosa, T_{BG}).	81
Figura 44 – Primeiro pico de Bragg do fator de estrutura $S(k_{\text{Bragg}})$ [(a), (c) e (e)] e parâmetro de ordem hexática [(b), (d) e (f)], como uma função da temperatura para $B = 0.1$ kG e $B_\phi = B$ [(a) e (b)], $B_\phi = B/8$ [(c) e (d)] e $B_\phi = B/32$ [(e) e (f)]. Os dados para as amostras sem defeitos ($B_\phi = 0$) são mostrados para comparação. As setas indicam se os dados são para temperatura crescente ou decrescente.	83
Figura 45 – (Primeira fileira) Projeções planares das configurações de vórtice para $B = 0.1$ kG a $T = 10$ K para amostras FC começando de $T_0 = 80$ K, (segunda fileira) triangularização de Delaunay da rede de vórtices em um dos planos das amostras e (terceira fileira) fator de estrutura $S(k_x, k_y)$ em um dos planos das amostras. Os dados são tirados de uma amostra com dopagem (a) $B_\phi = B$ (primeira coluna), uma com dopagem (b) $B_\phi = B/8$ (segunda coluna) e uma com dopagem (c) $B_\phi = B/32$ (terceira coluna). A colocação dos vórtices, dos defeitos e da rede de Abrikosov nas figuras da primeira fileira são mostradas em vermelho, azul e verde, respectivamente. Na triangularização de Delaunay, a posição dos vórtices é indicada pelos pontos em destaque.	86
Figura 46 – Plot tridimensional de $S(k_x, k_y)$ a $T = 10$ K e $B = 0.1$ kG para (a) $B_\phi = B/8$ e (b) $B_\phi = B/32$, mostrando os picos de Bragg ao redor de $(k_x = 0, k_y = 0)$	87

Figura 47 – (a) Dados experimentais da intensidade de nêutrons difratada por um sistema de vórtices num cristal de (K, Ba)BiO₃ a $T = 2$ K obtidos por Klein *et al.* para diferentes valores de campo magnético, bem como seus respectivos ajustes lorentzianos. (b) Comportamento esperado das medições de $S(q)$ no caso de um Bragg glass. R_a é o comprimento de correlação do sistema e $1/\xi$ é a resolução experimental das medidas. 88

Figura 48 – Desvio médio quadrático em função da distância Δz para $T = 10$ K em três regimes de campo: baixo ($B = 0.1$ kG), intermediário ($B = 1$ kG) e alto ($B = 100$ kG). A figura da direita mostra somente as curvas somente para $B = 0.1$ kG e $B = 1$ kG, tirando os dados para $B = 100$ kG para que se possa ver melhor o crescimento de Δr_{rms}^2 para esses campos. Δr_{rms}^2 está em unidades de λ^2 , em que λ é o comprimento de penetração no plano supercondutor. Δz está em unidades de d , a distância entre os planos. Os dados são retirados de amostras FC com $B_\phi = B$ 90

Figura 49 – $\sigma(k_z)$ em função de k_z para uma amostra a $T = 10$ K no regime em que $B = 0.1$ kG para $B_\phi = B/8$ (em vermelho) e $B_\phi = B/32$ (em azul). As curvas vermelha e azul são ajustes lorentzianos para os valores em que $B_\phi = B/8$ e $B_\phi = B/32$, respectivamente. Ambas as curvas têm largura $\xi^{-1} \approx 0.11$, bem perto da resolução numérica $\Delta q = 2\pi/64 \approx 0.1$ 91

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
2	SUPERCONDUTORES DE BAIXA TEMPERATURA CRÍTICA	18
2.1	Características Básicas de um Supercondutor Tipo I	18
2.2	As equações de London	20
2.3	O Modelo de Ginzburg-Landau	22
2.3.1	Campos Críticos	25
2.3.1.1	O Campo Crítico H_c	25
2.3.1.2	O Campo Crítico H_{c2}	26
2.3.1.3	O Campo Crítico H_{c3}	27
2.3.2	Vórtices em Supercondutores tipo II	28
2.3.2.1	O Campo Crítico H_{c1}	28
2.3.2.2	Estudo de um Vórtice Isolado	29
2.3.2.3	Interação entre Linhas de Vórtices	31
3	SUPERCONDUTORES DE ALTA TEMPERATURA CRÍTICA	33
3.1	Teoria de Ginzburg-Landau Anisotrópica	33
3.1.1	Líquidos de Linha	35
3.1.2	Derretimento da Rede de Vórtices	37
3.1.3	Analogia entre Linhas de Fluxo e Bósons Bidimensionais	41
3.2	O Modelo de Lawrence-Doniach	43
3.3	Vórtices no Modelo de Lawrence-Doniach	46
3.3.1	Interação Eletromagnética entre Vórtices-Panqueca	46
3.3.2	Energia de Josephson	50
4	DEFEITOS E ANCORAGEM DE VÓRTICES	54
4.1	Mecanismos de Ancoragem	54
4.2	Defeitos Colunares	56
4.2.1	Um Defeito e Um Vórtice	56
4.2.2	Dois Defeitos e um Vórtice	58
4.2.3	Vários Defeitos e Vários Vórtices	60
4.3	Possíveis Fases Desordenadas	61
5	SIMULAÇÃO DE VÓRTICES NO BSCCO COM DEFEITOS COLUNARES EM CAMPOS INTERMEDIÁRIOS E ALTOS: FASE BOSE GLASS	65

5.1	O BSCCO como um Supercondutor em Camadas	65
5.2	Modelagem da Matéria de Vórtices no BSCCO	65
5.3	Resultados das Simulações	69
5.3.1	Estados metaestáveis para campos intermediários	69
5.3.2	Defeitos colunares em uma rede triangular	74
5.3.3	Estados metaestáveis para campos altos	76
5.3.4	Diagrama de Fase	78
6	SIMULAÇÃO DE VÓRTICES NO BSCCO COM DEFEITOS CO- LUNARES EM CAMPOS BAIXOS: FASE <i>BRAGG GLASS</i>	82
6.1	Estados Metaestáveis para $B=100$ G	82
6.2	Correlação, Fator de Estrutura e Bragg Glass	87
7	CONCLUSÕES	92
	Referências	94

1 Introdução

As propriedades dos supercondutores de alta temperatura crítica (high- T_c) (1, 2, 3, 4) são um tópico de intensa pesquisa desde seu decobrimento (5). Entre essas propriedades, é de particular interesse a termodinâmica da matéria de vórtices, seja para o entendimento dos fenômenos fundamentais que ocorrem nesses materiais, ou para o desenvolvimento de aplicações tecnológicas (6, 7, 8, 9). O sistema de vórtices exibe uma rica variedade de fases, que resultam de sua interação eletromagnética repulsiva intraplanar, de acoplamento Josephson entre os planos, da desordem, e das flutuações térmicas (1, 2, 3, 10). Uma corrente elétrica aplicada em um supercondutor induz o movimento das linhas de fluxo, causando, assim, dissipação (11, 12). Essa dissipação pode ser prevenida introduzindo-se defeitos na amostra. Nesse caso, os vórtices se ancoram nos defeitos e a corrente flui sem perdas, o que aumenta a corrente crítica e muda dramaticamente outras propriedades do sistema (13). Defeitos colunares, usualmente gerados por irradiação por íons pesados (14, 15, 16), parecem ser mais efetivos para ancorar os vórtices, em comparação com os defeitos pontuais (17, 18).

Depois da analogia bosônica de Nelson (19, 20), foi mostrado por Nelson e Vinokur (21, 22) que a teoria das linhas de vórtices tridimensionais (3D) na presença de defeitos colunares pode ser mapeada numa teoria bidimensional (2D) de bósons na presença de desordem. Além disso, eles previram a existência de um estado de *Bose glass* (BG) a temperatura (T) baixa no regime em que a indução magnética $B < B_\phi$ (onde $B_\phi = n_d \Phi_0$, com n_d denotando a concentração da desordem e Φ_0 , o *quantum* de fluxo), bem como uma fase isolante de Mott no regime $B = B_\phi$. Radzihovsky (23), estudando o regime $B > B_\phi$, e, mais tarde, Lopatin and Vinokur (24) também previram uma fase BG fracamente ancorada concomitante com a existência de um líquido intersticial formado pelos vórtices desancorados. Tal estado foi observado via simulação numérica por Otterlo *et al.* (25) e por Dasgupta e Valls (26, 27, 28, 29, 30), que também encontraram uma fase *Bragg glass* (31, 32, 33) para sistemas fracamente desordenados. A partir desse *Bragg glass*, esses sistemas passam por um processo de derretimento em duas etapas para um líquido intersticial via uma fase BG intermediária. Outro aspecto dos defeitos colunares (13) também incluem o efeito da ancoragem de vórtices sob desordem pontual (34), e o *unzipping* das linhas de vórtices usando microscopia de força magnética (35). Outros tópicos recentes de interesse são o estudo da ancoragem de vórtices em supercondutores multi-bandas (36), cristais conformes (37) e matrizes de ladrilhos arquimedianos (38).

Apesar do progresso no entendimento da matéria de vórtices nos supercondutores high- T_c , tais como o YBCO (14, 15, 39, 40, 41, 42, 43) e o BSCCO (44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58), e nos novos pnictídeos (supercondutores a base de ferro)

(59, 60, 61), algumas características do diagrama de fase e das transições nos materiais high- T_c ainda são objeto de debate. Recentemente, por exemplo, a existência de uma nova fase chamada “líquido ancorado” foi proposta para campos intermediários no BSCCO (62).

Nesta tese, apresentamos resultado de simulação Monte-Carlo tridimensionais usando o modelo de Lawrence-Doniach (63, 64, 65, 66, 67, 68, 69) para supercondutores fortemente anisotrópicos no regime de campos intermediários, $1 \text{ kG} \leq B < 10 \text{ kG}$, altos, $10 \text{ kG} \leq B < 100 \text{ kG}$, e fracos, $B < 1 \text{ kG}$. Nosso foco está na ocorrência de estados metaestáveis associados com a fase BG da matéria de vórtices sob defeitos colunares e nos estados que participam do processo de derretimento. Os parâmetros usados nas simulações são representativos dos compostos BSCCO. Em particular, apresentamos os dados do primeiro pico de Bragg do fator de estrutura e do comprimento de correlação vórtice-vórtice ao longo da direção perpendicular aos planos de CuO_2 . Tais resultados sugerem a ocorrência de uma fase BG robusta, que se verifica num intervalo amplo de temperatura (T). A fase BG é devida a dois mecanismos que competem entre si: o primeiro está associado com as forças que levam à rede de Abrikosov em amostras puras a $T = 0$; o segundo é a atração dos vórtices pelos defeitos. Utilizamos duas condições iniciais representativas dos comportamentos extremos a temperatura (T) zero: a rede de Abrikosov e uma rede aleatória, o que corresponderia a um protocolo de resfriamento a campo nulo (ZFC), ambas caracterizadas por transições contínuas do desacoplamento planar (formação de uma estrutura de vórtices tipo panqueca) e decaimento exponencial com T do comprimento de correlação perto do derretimento. O caso do resfriamento a campo não-nulo (FC) a partir de uma configuração derretida, de forte relevância fenomenológica, também é considerado. Neste último caso, à medida que T diminui, para B intermediário, o sistema de vórtices passa por estados metaestáveis, incluindo vórtices desancorados, antes de exibir uma fase BG robusta até temperaturas muito baixas. Por outro lado, para campos altos sob o protocolo ZFC, o derretimento é praticamente concomitante com o desacoplamento descontínuo dos planos; sob FC, por sua vez, a rede de vórtices desacopla muito antes de derreter. Identificamos que o *exchange* entre linhas de fluxo é o mecanismo por trás desse desacoplamento dos planos e da formação da estrutura de vórtices tipo panqueca. Enfatizamos que o diagrama de fase B - T correspondente está em boa concordância com resultados experimentais no BSCCO. Finalmente, realizamos simulações para o regime de campo baixo e verificamos a existência de uma fase Bragg glass para desordem fraca, em concordância com resultados experimentais e previsões numéricas nesse material.

No Capítulo 1, fazemos uma breve revisão sobre a supercondutividade de baixa temperatura crítica, abordando as teorias fenomenológicas de London e de Ginzburg-Landau. O final do capítulo trata de vórtices em supercondutores tipo II. No capítulo 2, começamos a falar sobre os supercondutores de alta temperatura crítica. Delinea-

mos a teoria de Ginzburg-Landau anisotrópica e a teoria de Lawrence-Doniach, que conseguem descrever fenomenologicamente esses compostos. Explicitamos também nesse capítulo a analogia entre vórtices 3D e bósons 2D proposta por Nelson (19, 20). Ao final desses dois capítulos, teremos calculado todas as interações entre vórtices usadas em nossas simulações. O capítulo 3 trata de sistemas de vórtices na presença de desordem. Analisamos a termodinâmica de alguns casos simples, depois procedemos para vários defeitos e vários vórtices e, ao final, descrevemos brevemente algumas fases desordenadas observadas na literatura. No capítulo 4, descrevemos nossas simulações para campos intermediários e altos (70), onde encontramos um rico diagrama de fases. No capítulo 5, descrevemos os resultados de nossas simulações para campos baixos, onde observamos a presença do *Bragg glass*.

2 Supercondutores de Baixa Temperatura Crítica

Começaremos aqui pelo estudo das propriedades físicas dos supercondutores de baixas temperaturas. Consideram-se baixas as temperaturas abaixo de $\sim 30K$, limite previsto teoricamente pela teoria BCS (71, 72), primeira teoria microscópica da supercondutividade desde sua descoberta (73) em 1911. Esta teoria descreve o estado supercondutor como consequência da condensação de Bose-Einstein de pares de Cooper (elétrons ligados entre si por um potencial atrativo devido à interação dos elétrons com a rede cristalina). Tais supercondutores podem ser divididos em dois grupos: os supercondutores tipo I e tipo II, dependendo se o supercondutor possui ou não um estado intermediário onde se formam vórtices de corrente em seu interior. Primeiramente, vamos enumerar algumas características básicas dos supercondutores tipo I para então estudarmos algumas teorias fenomenológicas da supercondutividade e a definição em termos mais rigorosos dos dois tipos de supercondutores.

2.1 Características Básicas de um Supercondutor Tipo I

- *Condutividade infinita*: É a característica que dá nome aos supercondutores. Há uma temperatura crítica T_c em que um material perde totalmente sua resistência elétrica.

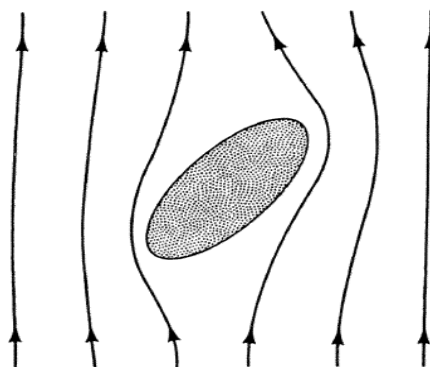


Figura 1 – Diagrama ilustrando o efeito Meissner em um supercondutor. Retirado da referência (74).

- *Efeito Meissner*: Um supercondutor tende a expelir completamente o fluxo magnético de seu interior (75) (veja figura 1). Este fenômeno ocorre somente para campos externos suficientemente baixos. De fato, existe um campo crítico que depende da

temperatura da amostra. Experimentos mostram que a dependência deste campo H_c com a temperatura é dada aproximadamente por

$$H_c(T) = H_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right], \quad (2.1)$$

conforme vemos na figura 2.

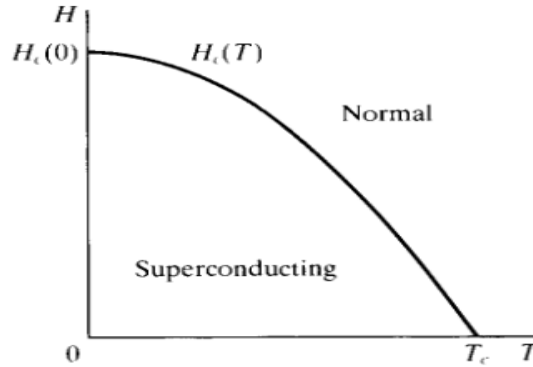


Figura 2 – Dependência do campo crítico H_c com a temperatura. Retirado da referência (76).

- *Correntes Persistentes e Quantização do Fluxo Magnético:* Considere um anel comum submetido a um campo externo constante perpendicular a seu plano. Resfriamos a amostra até ela se tornar supercondutora e começar a expelir o fluxo formando uma corrente. Se retirarmos o campo, a corrente continua fluindo e o fluxo através do anel permanece constante (77) (veja figura 3) e quantizado (78, 79) em unidades de

$$\Phi_0 = \frac{hc}{2e}. \quad (2.2)$$

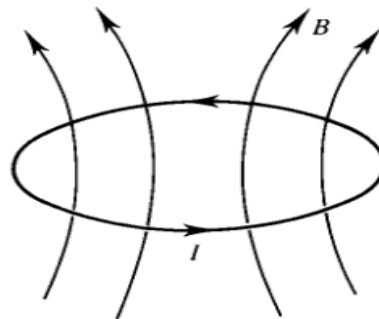


Figura 3 – Corrente persistente e fluxo num supercondutor. Retirado da referência (76).

- *Transição de Fase de Segunda Ordem:* Durante a transição metal normal-supercondutor a campo zero, há uma mudança descontínua no calor específico (efeitos de flutua-

ções são desprezíveis) e não há calor latente (80), o que caracteriza uma transição de fase de segunda ordem.

2.2 As equações de London

Em 1935, os irmãos Fritz e Heinz London desenvolveram uma teoria macroscópica da supercondutividade (81) que obteve êxito em descrever as propriedades eletrodinâmicas dos supercondutores (a condutividade infinita e o efeito Meissner). Não é possível fazer uma dedução das equações de London partindo de primeiros princípios antes de se conhecer a teoria microscópica da supercondutividade (71, 72, 82). No entanto, podemos dar uma justificativa física para tais equações, seguindo os passos dados na referência (83), se considerarmos inicialmente a densidade de elétrons supercondutores n_s constante no material. Desta forma, a equação de Newton na presença dos campos é dada pela força de Lorentz:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{h} \right), \quad (2.3)$$

onde q é a carga dos portadores (os pares de Cooper). Na equação (2.3), $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ é o campo de velocidades do superfluido carregado; assim,

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \frac{q}{m} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{h} \right). \quad (2.4)$$

Note agora que a identidade vetorial

$$\nabla(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = (\mathbf{a} \cdot \nabla) \mathbf{b} + (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{a} + \mathbf{a} \times (\nabla \times \mathbf{b}) + \mathbf{b} \times (\nabla \times \mathbf{a}) \quad (2.5)$$

pode ser utilizada usando $\mathbf{a} = \mathbf{b} = \mathbf{v}$ para se obter

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \nabla \left(\frac{1}{2} v^2 \right) - \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v}), \quad (2.6)$$

e podemos, então, expressar a Eq. (2.4) na forma

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{1}{2} v^2 \right) - \frac{q}{m} \mathbf{E} = \mathbf{v} \times \left[(\nabla \times \mathbf{v}) + \frac{q}{mc} \mathbf{h} \right]. \quad (2.7)$$

Exceto pelo termo da pressão, esta é a equação de Euler para um fluido carregado invíscido, o que era esperado, visto que foi assim que modelamos o movimento das cargas num supercondutor. Até agora, modelamos apenas a característica da condutividade infinita (no fato de que não existe termo dissipativo na equação (2.3)), mas queremos mais. Queremos também modelar o efeito Meissner e esperamos que existam soluções de (2.7) em que possamos ver tal efeito.

Aplicando o rotacional em ambos os lados da equação (2.7), temos

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{v} - \frac{q}{m} \nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{Q}), \quad (2.8)$$

onde

$$\mathbf{Q} = \nabla \times \mathbf{v} + \frac{q}{mc} \mathbf{h}. \quad (2.9)$$

Utilizando a lei de Faraday em (2.8), obtemos

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{Q}). \quad (2.10)$$

Reparemos agora que, se em $t = 0$, $\mathbf{Q} = 0$ (o que acontece se, por exemplo, $\mathbf{v} = 0$ e $\mathbf{h} = 0$), pela equação (2.10) podemos concluir que

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} = 0 \quad \text{em } t = 0. \quad (2.11)$$

Derivando a equação (2.10) em relação ao tempo, obtemos

$$\frac{\partial^2 \mathbf{Q}}{\partial t^2} = \nabla \times \left(\mathbf{v} \times \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \times \mathbf{Q} \right). \quad (2.12)$$

Em $t = 0$, $\mathbf{Q} = 0$ e (2.11) é válida, assim

$$\frac{\partial^2 \mathbf{Q}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{em } t = 0. \quad (2.13)$$

E, se continuarmos com este procedimento, veremos que todas as derivadas temporais de $\mathbf{Q}$ se anulam em $t = 0$. Considerando $\mathbf{Q}$ uma função analítica, isso implica que

$$\mathbf{Q} = 0, \quad \text{para todo } t. \quad (2.14)$$

Assim, se $\mathbf{Q} = 0$ em um determinado instante, será nulo em todos os instantes. Agora lançamos mão da hipótese de que as soluções possíveis para um estado supercondutor são justamente aquelas em que $\mathbf{Q} = 0$ em algum instante. Assim, as equações

$$\nabla \times \mathbf{v} = -\frac{q}{mc} \mathbf{h} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{1}{2} v^2 \right) = \frac{q}{m} \mathbf{E} \quad (2.16)$$

são válidas em qualquer instante. Estas são as equações de London.

Podemos extrair uma consequência importante das equações acima se percebermos que

$$\mathbf{J} = n_s q \mathbf{v}, \quad (2.17)$$

pois, tomando o rotacional da equação acima e usando a equação (2.15), obtemos

$$\mathbf{h} = -\frac{mc}{n_s q^2} \nabla \times \mathbf{J}. \quad (2.18)$$

Usando agora a lei de Ampère para reescrever o rotacional da densidade de corrente em termos do campo $\mathbf{h}$, temos, finalmente

$$\mathbf{h} = \frac{mc^2}{4\pi n_s q^2} \nabla^2 \mathbf{h}. \quad (2.19a)$$

ou

$$\nabla^2 \mathbf{h} - \mu^2 \mathbf{h} = 0, \quad (2.19b)$$

onde $\mu = 1/\lambda_L$ com

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{mc^2}{4\pi n_s q^2}} \quad (2.20)$$

definido como o comprimento de penetração de London (veja figura 4). A equação (2.19b) nos mostra que o campo magnético decai exponencialmente no interior do material supercondutor:

$$h \sim e^{-z/\lambda} \quad (2.21)$$

ou seja, o efeito Meissner está contido nas equações de London.

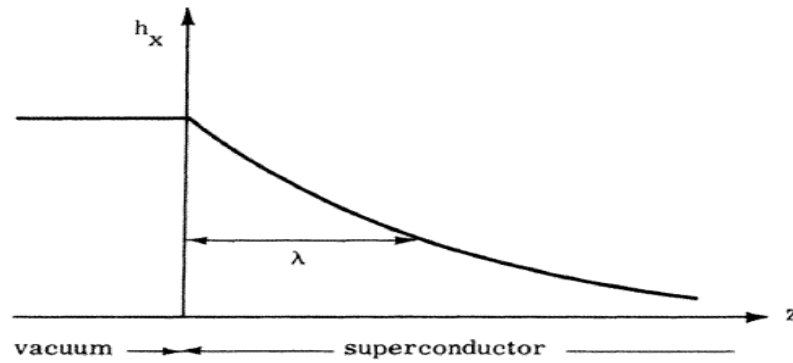


Figura 4 – Variação típica do campo magnético dentro de um supercondutor, mostrando o comprimento de penetração λ . Retirado da referência (74).

Podemos fazer uma simplificação adicional nas equações e as deixarmos em termos das correntes e dos campos se atentarmos para o fato de que o termo não-linear na equação (2.16) pode ser desprezado para velocidades não-relativísticas (confira na referência (83), para uma argumentação detalhada). Assim, as equações (2.15), (2.16) e (2.17) se tornam

$$\mathbf{h} = -c \nabla \times (\Lambda \mathbf{J}); \quad (2.22)$$

$$\mathbf{E} = \frac{\partial(\Lambda \mathbf{J})}{\partial t}, \quad (2.23)$$

onde

$$\Lambda = \frac{4\pi\lambda_L^2}{c^2} = \frac{m}{n_s q^2}. \quad (2.24)$$

2.3 O Modelo de Ginzburg-Landau

Como a transição de fase para um supercondutor é de segunda ordem para campo aplicado igual a zero, podemos pensar em uma teoria do tipo Landau para descrever

essas transições. Isto foi feito pelo próprio Lev Landau e por Vitaly Ginzburg (84) e resultou na teoria fenomenológica de Ginzburg-Landau (1950). Esta teoria vai além da dos irmãos London, pois descreve, além das propriedades eletrodinâmicas do estado supercondutor, como o efeito Meissner, várias propriedades termodinâmicas de forma bastante acurada. Neste modelo, definimos um parâmetro de ordem como uma função complexa da posição no espaço e escrevemos a energia livre de Helmholtz em função deste parâmetro:

$$\mathcal{F}_s[\psi, \mathbf{A}] = \mathcal{F}_n + \int d^3 r \left[\alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \frac{1}{2m} \left| \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{q}{c} \mathbf{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right], \quad (2.25)$$

onde $\mathcal{F}_s$ e $\mathcal{F}_n$ são as energias livres das fases supercondutora e normal, respectivamente.

As configurações de equilíbrio do sistema são aquelas que satisfazem as equações

$$\frac{\delta \mathcal{F}_s}{\delta \psi^*} = 0 \Rightarrow \frac{\mathcal{F}(\psi^* + \delta \psi^*) - \mathcal{F}(\psi^*)}{\delta \psi^*} = 0, \quad (2.26)$$

$$\frac{\delta \mathcal{F}_s}{\delta \mathbf{A}} = 0 \Rightarrow \frac{\mathcal{F}(\mathbf{A} + \delta \mathbf{A}) - \mathcal{F}(\mathbf{A})}{\delta \mathbf{A}} = 0. \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} 1) \mathcal{F}_s(\psi^* + \delta \psi^*) - \mathcal{F}_s(\psi^*) &= \int d^3 r \left\{ \delta \psi^* \left[\alpha \psi + \beta \psi^* \psi^2 + \frac{q}{2mc} \mathbf{A} \cdot \left(\frac{\hbar}{i} \nabla \psi + \frac{q}{c} \mathbf{A} \psi \right) \right] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\hbar}{2mi} \nabla \delta \psi^* \cdot \left(\frac{\hbar}{i} \nabla \psi + \frac{q}{c} \mathbf{A} \psi \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Integrando o último membro de (2.28) por partes:

$$\begin{aligned} \int d^3 r \nabla \delta \psi^* \cdot \left(\frac{\hbar}{i} \nabla \psi + \frac{q}{c} \mathbf{A} \psi \right) &= \oint_S da \delta \psi^* \mathbf{n} \cdot \left(\frac{\hbar}{i} \nabla \psi + \frac{q}{c} \mathbf{A} \psi \right) - \\ &\quad - \int d^3 r \delta \psi^* \nabla \cdot \left(\frac{\hbar}{i} \nabla \psi + \frac{q}{c} \mathbf{A} \psi \right), \end{aligned} \quad (2.29)$$

onde S é a superfície fronteira do supercondutor e $\mathbf{n}$ é o vetor normal a esta superfície. O primeiro termo de (2.29) é zero se considerarmos que $\delta \psi^* = 0$ na superfície ou

$$\mathbf{n} \cdot \left(\frac{\hbar}{i} \nabla \psi + \frac{q}{c} \mathbf{A} \psi \right) = 0 \quad (2.30)$$

em S . A condição (2.30) é bastante plausível, pois nos diz que não há fluxo de elétrons saindo nem entrando no supercondutor.

Substituindo este resultado em (2.28), vemos que

$$\mathcal{F}_s(\psi^* + \delta \psi^*) - \mathcal{F}_n(\psi^*) = \int d^3 r \delta \psi^* \left[\alpha \psi + \beta \psi^* \psi^2 + \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{q}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi \right]. \quad (2.31)$$

Aplicando o resultado (2.31) em (2.26), obtemos

$$\boxed{\alpha \psi + \beta \psi^* \psi^2 + \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{q}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi = 0.} \quad (2.32)$$

$$2) \mathcal{F}(\mathbf{A} + \delta\mathbf{A}) - \mathcal{F}(\mathbf{A}) = \int d^3r \left\{ \delta\mathbf{A} \cdot \frac{q}{2mc} \left[\psi^* \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{q}{c} \mathbf{A} \right) \psi + \psi \left(-\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{q}{c} \mathbf{A} \right) \psi^* \right] + \frac{1}{4\pi} \nabla \times \delta\mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{A} \right\} \quad (2.33)$$

Integrando o último termo de (2.33) por partes:

$$\int d^3r \nabla \times \delta\mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{A} = \oint_S d\mathbf{a} \delta\mathbf{A} \cdot \mathbf{h} \times \mathbf{n} - \int d^3r \delta\mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{h}. \quad (2.34)$$

O primeiro termo de (2.34) é nulo se $\delta\mathbf{A} = 0$ em S ou se

$$\mathbf{h} \times \mathbf{n} = 0 \quad (2.35)$$

em S . A condição (2.35) corresponde a dizer que o campo magnético é perpendicular à superfície do supercondutor.

Substituindo este resultado em (2.33), temos

$$\int d^3r \delta\mathbf{A} \cdot \left\{ \frac{q}{2mc} \left[\psi^* \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{q}{c} \mathbf{A} \right) \psi + \psi \left(-\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{q}{c} \mathbf{A} \right) \psi^* \right] - \frac{1}{4\pi} \nabla \times \mathbf{h} \right\}. \quad (2.36)$$

E substituindo (2.36) em (2.27), obtemos, finalmente

$$\mathbf{J} = \frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{h} = \frac{q\hbar}{2mi} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \frac{q^2}{mc} |\psi|^2 \mathbf{A}. \quad (2.37)$$

As equações (2.32) e (2.37) são as equações de Ginzburg-Landau.

A equação (2.32) nos permite ver uma característica importante dos supercondutores. Para isto, façamos $\mathbf{A} = 0$ em (2.32) e definamos

$$f = \frac{\psi}{|\psi_\infty|} \quad \text{com} \quad |\psi_\infty| = \sqrt{\frac{-\alpha(T)}{\beta}} > 0. \quad (2.38)$$

Desta forma, a (2.32) torna-se

$$\xi^2(T) \nabla^2 f + f - |f|^2 f = 0, \quad (2.39)$$

onde

$$\xi^2(T) = \frac{\hbar^2}{2m|\alpha(T)|}. \quad (2.40)$$

Isso nos leva à conclusão de que as equações de Ginzburg-Landau nos induzem naturalmente à definição de uma nova escala de comprimento para o sistema, além do comprimento de penetração: o comprimento de coerência ξ . Para termos uma visão do significado físico deste comprimento, consideremos a versão linearizada da equação (2.39) em uma dimensão. Fazemos $f \approx 1 + g(x)$, onde $g(x) \ll 1$ e, em primeira ordem em g , a equação (2.39) se torna

$$\xi^2 g'' - 2g = 0, \quad (2.41)$$

cujas soluções são da forma

$$g(x) \sim e^{\pm \sqrt{2}x/\xi(T)}. \quad (2.42)$$

Isto nos mostra que pequenas variações de ψ em torno de ψ_∞ decaem com um comprimento característico $\xi(T)$, o *comprimento de coerência* do sistema (veja figura 5).

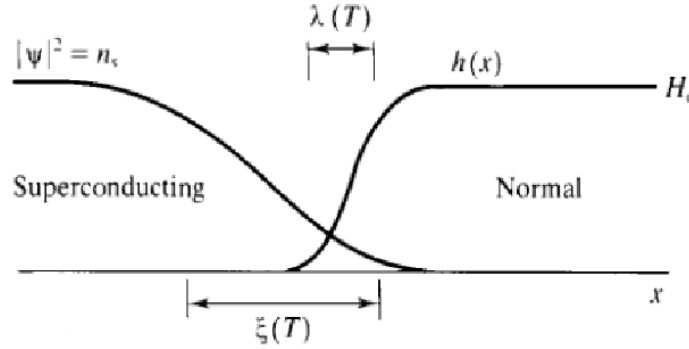


Figura 5 – Comparação entre ξ e λ na interface de um supercondutor. Retirado da referência (76).

2.3.1 Campos Críticos

2.3.1.1 O Campo Crítico H_c

Agora vamos estudar o modelo de Ginzburg-Landau sob a variação de um campo magnético externo. Como já dissemos na seção 1.1, existe um campo crítico termodinâmico H_c dado aproximadamente por (2.1) acima do qual a supercondutividade se perde. Este campo é dado pela equação:

$$\mathcal{F}_n - \mathcal{F}_s = V \frac{H_c^2}{8\pi}, \quad (2.43)$$

onde V é o volume da amostra.

Na ausência de gradientes do parâmetro de ordem ψ e de campos, a equação (2.32) torna-se

$$\alpha\psi + \beta\psi^*\psi^2 = 0 \quad \therefore |\psi| = |\psi_\infty| = \sqrt{\frac{-\alpha}{\beta}}, \quad (2.44)$$

se $\alpha < 0$. Caso contrário, $\psi = 0$ e não há supercondutividade (veja figura 6). Substituindo este resultado na equação (2.25), obtemos

$$\mathcal{F}_n - \mathcal{F}_s = V \frac{\alpha^2}{2\beta} \quad \therefore \boxed{H_c = \sqrt{4\pi \frac{\alpha^2}{\beta}}}. \quad (2.45)$$

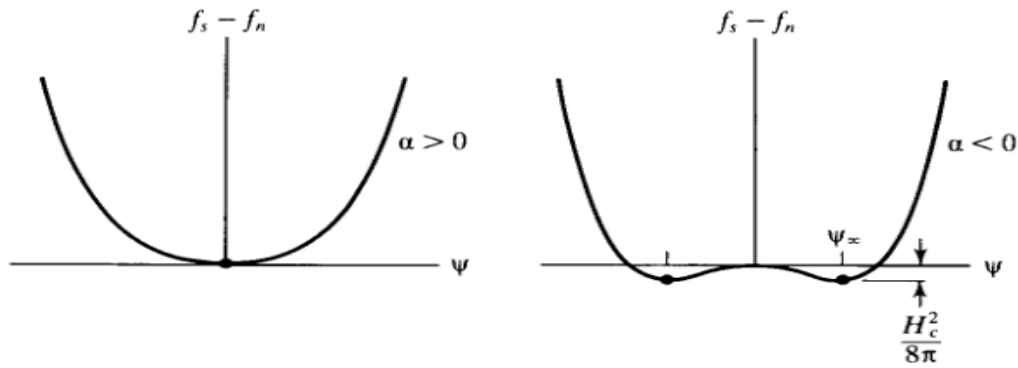


Figura 6 – Diagramas mostrando o aparecimento de pontos fixos na energia livre para $\alpha < 0$, ocasionando a transição de fase normal-supercondutor. Retirado da referência (76).

2.3.1.2 O Campo Crítico H_{c2}

Se $|\psi|^2 \ll |\psi_\infty|^2 = -\alpha/\beta$, podemos ignorar o termo não-linear da equação (2.32) e escrever:

$$\frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{q}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi = |\alpha| \psi. \quad (2.46)$$

Esta equação é idêntica à equação de Schrödinger para uma partícula de carga q sob ação de um campo magnético. $|\alpha|$ assume o papel da auto-energia do sistema.

Consideremos agora o problema de um supercondutor na presença de um campo externo $\mathbf{H} = H\hat{z}$. Escolhamos um *gauge* tal que $\mathbf{A} = Hx\hat{y}$. Substituindo isto na equação (2.46), temos

$$\frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{q}{c} Hx\hat{y} \right)^2 \psi = |\alpha| \psi \therefore \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{q\hbar}{imc} Hx \frac{\partial}{\partial y} + \frac{1}{2m} \left(\frac{qH}{c} \right)^2 x^2 \right] \psi = |\alpha| \psi. \quad (2.47)$$

Supondo uma solução da seguinte forma:

$$\psi = e^{iky} e^{ik_z z} f(x), \quad (2.48)$$

e substituindo em (2.47), temos

$$-\frac{\hbar^2}{2m} f'' + \frac{1}{2m} \left(\frac{qH}{c} \right)^2 (x - x_0)^2 f = \left(|\alpha| - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \right) f, \quad (2.49)$$

onde

$$x_0 = \frac{\hbar c k_y}{qH}. \quad (2.50)$$

A equação (2.49) nada mais é que a conhecida equação de Schrödinger para o oscilador harmônico com frequência

$$\omega = \frac{qH}{mc}. \quad (2.51)$$

E sabemos que as auto-energias do oscilador harmônico são dadas por

$$|\alpha| - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} = \hbar \frac{qH}{mc} \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (2.52)$$

Rearrmando os termos da equação (2.52), obtemos os valores possíveis para H sem que se desfaça a supercondutividade:

$$H = \frac{\Phi_0}{2\pi(2n+1)} \left(\frac{1}{\xi^2} + k_z^2 \right), \quad (2.53)$$

onde Φ_0 e ξ estão definidos em (2.2) e (2.40), respectivamente. Vemos, assim, que os valores de H possuem um limite superior, onde $k_z = 0$ e $n = 0$. Este valor é

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi^2(T)}. \quad (2.54)$$

Comparando agora os valores dos campos críticos H_c e H_{c2} , vemos que

$$H_{c2} = \sqrt{2}\kappa H_c, \quad (2.55)$$

onde

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi}, \quad (2.56)$$

onde λ está definido em (2.20), com $n_s = |\psi_\infty|^2$.

O resultado (2.55) nos permite identificar dois tipos básicos de supercondutores. Os chamados do *tipo I* (para os quais $H_{c2} < H_c$, ou seja, $\kappa < 1/\sqrt{2}$) e os do *tipo II* (para os quais $H_{c2} > H_c$, ou seja $\kappa > 1/\sqrt{2}$).

A diferença crucial entre os dois tipos de supercondutores é a espécie de transição de fase que ocorre quando se varia o campo. Nos supercondutores tipo I a transição é de primeira ordem, com a amostra permanecendo normal abaixo do campo $H_{c2} < H_{c1}$ e havendo um salto descontínuo para a supercondutividade em H_{c2} , além de haver histerese na volta, com a amostra permanecendo supercondutora até atingir o campo H_{c1} , como vemos na figura 7. Já nos supercondutores tipo II, a transição é de segunda ordem e a amostra se torna supercondutora continuamente a partir de H_{c2} .

2.3.1.3 O Campo Crítico H_{c3}

No tratamento feito para acharmos o campo H_{c2} não consideramos os efeitos das condições de contorno (2.30) para ψ na superfície do supercondutor. Se levarmos em conta estas condições, como feito por Saint-James e de Gennes (85) em 1963, veremos que a supercondutividade pode aparecer numa camada de largura $\sim \xi$ perto da interface metal-isolante para um campo aplicado paralelo à interface H_{c3} aproximadamente 1,695 vezes maior que H_{c2} . Não vamos detalhar os cálculos que levam a esta conclusão aqui, mas podemos dizer que as condições de contorno para ψ na presença de um campo paralelo à superfície do supercondutor leva à existência de soluções de (2.49) com $H > H_{c2}$ e com um campo máximo dado por $H_{c3} = 1.695H_{c2}$ para uma amostra semi-infinita. Maiores detalhes nas referências (85) e (76).

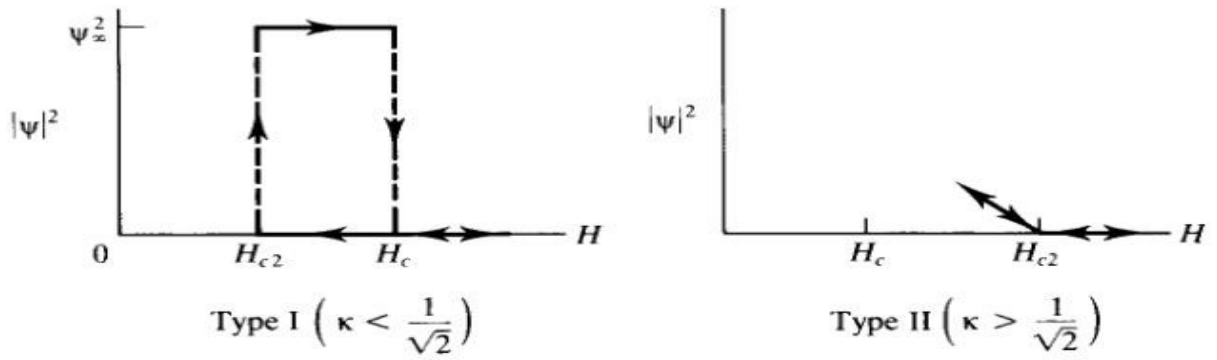


Figura 7 – Comparação entre as transições de fase de supercondutores tipo I e II. Retirado da referência (74).

2.3.2 Vórtices em Supercondutores tipo II

No restante desta tese, focaremos apenas em supercondutores tipo II e não nos importaremos com os efeitos de bordas. Os supercondutores de altas temperaturas, incluindo o BSCCO, são todos tipo II.

2.3.2.1 O Campo Crítico H_{c1}

Queremos obter o valor do campo a partir do qual é permitida a penetração do fluxo magnético sob a forma de um vórtice. Este campo denotaremos por H_{c1} .

Consideremos o caso de um campo aplicado homogêneo e que a energia de um vórtice por unidade de comprimento é ϵ_1 . Na transição,

$$G_s(\text{sem vórtices}) = G_s(\text{um vórtice}), \quad (2.57)$$

onde G_s é a energia livre de Gibbs do supercondutor:

$$G_s = F_s - \frac{H}{4\pi} \int h \, d^3 r. \quad (2.58)$$

Na ausência de fluxo, $G_s = F_s$ e a equação (2.57) se torna

$$F_s = F_s + \epsilon_1 L - \frac{H_{c1} \Phi_0 L}{4\pi} \therefore \boxed{H_{c1} = \frac{4\pi\epsilon_1}{\Phi_0}}, \quad (2.59)$$

onde L é o comprimento da linha de fluxo no supercondutor.

Entre H_{c1} e H_{c2} existe uma fase onde o campo magnético penetra no material em forma de vórtices (chamada, alguma vezes de “fase de Shubnikov” em homenagem a Lev Shubnikov, que descobriu experimentalmente esta fase (86). No entanto, Shubnikov não teve meios de descrever tal fase, coisa que só ocorreu mais tarde, quando Abrikosov (87) previu e descreveu teoricamente esta fase.). Abaixo de H_{c1} existe o efeito Meissner e o campo não penetra o supercondutor, enquanto entre H_{c1} e H_{c2} a supercondutividade fica restrita à superfície. Um diagrama com estas fases pode ser visto na figura 8.

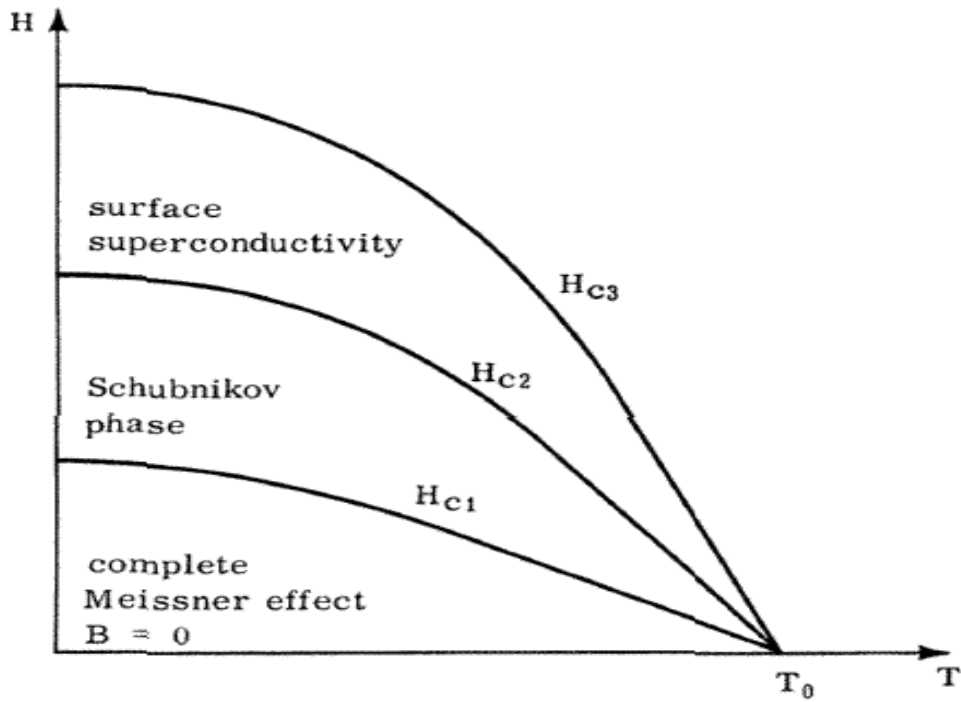


Figura 8 – Diagrama de fase típico para um supercondutor tipo II. Retirado da referência (74).

2.3.2.2 Estudo de um Vórtice Isolado

O cálculo de ϵ_1 na equação (2.59) é em geral impossível de ser feito analiticamente. No entanto, podemos nos restringir ao caso em que $\kappa \gg 1$, em que se podem obter resultados analíticos. Neste limite de um supercondutor fortemente tipo II, a aproximação de London é válida para $r \gg \xi$, onde r é a distância de um ponto ao centro do vórtice. Isto acontece porque, da mesma forma que na equação (2.42), $|\psi|$ é aproximadamente constante nesta região. Um esquema do comportamento aproximado de $|\psi|$ e h pode ser visto na figura 9. Assim, para $r \gg \xi$, vale a equação (2.19b), com uma pequena modificação para acomodar a ideia dos vórtices:

$$\nabla^2 h - \frac{1}{\lambda^2} h = -\frac{\Phi_0}{\lambda^2} \hat{z} \delta(\rho). \quad (2.60)$$

A delta de Dirac na equação (2.60) vem diretamente da condição de quantização do fluxoide:

$$\Phi = \frac{c}{q} \oint \left(m v_s + \frac{q}{c} \mathbf{A} \right) \cdot d\mathbf{l} = n \Phi_0. \quad (2.61)$$

A partir de (2.61), com $n = 1$, podemos obter a componente z de (2.60) utilizando o teorema de Stokes e as equações de Maxwell.

Podemos obter facilmente a solução exata da equação (2.60) usando análise de

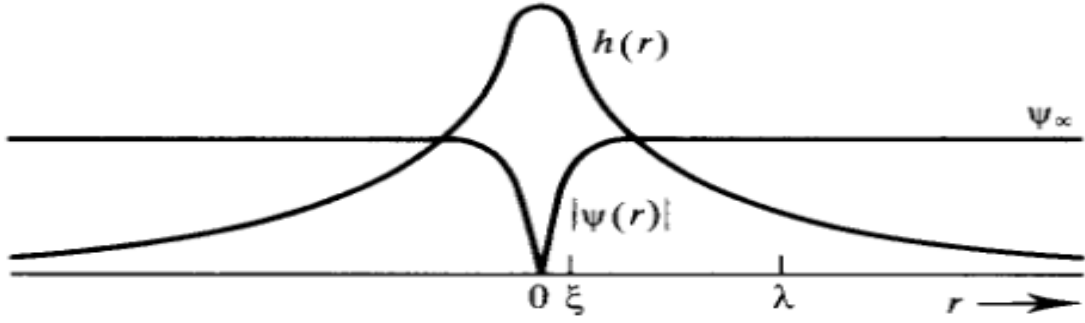


Figura 9 – Diagrama mostrando o comportamento do campo e da amplitude do parâmetro de ordem em função da distância num supercondutor fortemente tipo II. Retirado da referência (76).

Fourier. O resultado é

$$h(\rho) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{\rho}{\lambda}\right), \quad (2.62)$$

onde K_0 é a função de Neumann de ordem zero de argumento imaginário. Assim, h decai exponencialmente como $e^{-\rho/\lambda}$ para ρ grande e diverge logaritmicamente como $\ln(\lambda/\rho)$ para $\rho \rightarrow 0$. No entanto, nossa aproximação não vale para $\rho \rightarrow 0$ e h na verdade é bem comportado nesta região também. De fato

$$h(\rho) \rightarrow \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left(\frac{\pi\lambda}{2\rho}\right)^{1/2} e^{-\rho/\lambda} \quad \rho \rightarrow \infty; \quad (2.63)$$

$$h(\rho) \approx \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left(\ln \frac{\lambda}{\rho} + 0.12\right) \quad \xi \ll \rho \ll \lambda. \quad (2.64)$$

De posse do campo $h(\rho)$, podemos finalmente calcular a energia de um vórtice isolado por unidade de comprimento:

$$\epsilon_1 = \frac{m}{2} n_s \int v^2 d^2\rho + \frac{1}{8\pi} \int h^2 d^2\rho = \frac{1}{8\pi} \int [h^2 + \lambda^2 (\nabla \times \mathbf{h})^2] d^2\rho, \quad (2.65)$$

onde as integrais são computadas na região $\rho > \xi$. Usando integração por partes no segundo termo do último membro da equação (2.65),

$$\epsilon_1 = \frac{1}{8\pi} \int (\mathbf{h} + \lambda^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{h}) \cdot \mathbf{h} d^2\rho + \frac{\lambda^2}{8\pi} \oint (\mathbf{h} \times \nabla \times \mathbf{h}) \cdot d\mathbf{l}, \quad (2.66)$$

e usando (2.60), podemos simplificar o primeiro termo:

$$\epsilon_1 = \frac{1}{8\pi} \int h \Phi_0 \delta(\rho) d^2\rho + \frac{\lambda^2}{8\pi} \oint (\mathbf{h} \times \nabla \times \mathbf{h}) \cdot d\mathbf{l}. \quad (2.67)$$

Como a integração não passa por $\rho = 0$, o primeiro termo de (2.67) é nulo. O segundo termo é nulo na fronteira $\rho \rightarrow \infty$, mas, na fronteira $\rho = \xi$ ele dá uma contribuição não-nula:

$$\epsilon_1 = \frac{\lambda^2}{8\pi} \left(h \frac{dh}{d\rho} 2\pi\rho \right)_{\xi}. \quad (2.68)$$

Usando (2.64),

$$\epsilon_1 \approx \frac{\Phi_0}{8\pi} h(\xi) = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda} \right)^2 \ln \kappa. \quad (2.69)$$

Substituindo finalmente em (2.59),

$$H_{c1} \approx \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} \ln \kappa = \frac{H_c}{\sqrt{2}\kappa} \ln \kappa. \quad (2.70)$$

Para $\kappa \gg 1$, $H_{c1} \ll H_c$. De fato, a não ser pelo fator $\ln \kappa$, H_c é a média geométrica de H_{c1} e H_{c2} .

2.3.2.3 Interação entre Linhas de Vórtices

Na aproximação $\kappa \gg 1$, as equações para o campo são lineares (veja equação (2.60)) e podemos usar superposição para tratar de dois vórtices localizados nas posições ρ_1 e ρ_2 :

$$h(\rho) = [h(|\rho - \rho_1|) + h(|\rho - \rho_2|)] \hat{z}. \quad (2.71)$$

Substituindo isto em (2.67), obtemos

$$\epsilon = \frac{\Phi_0}{8\pi} [h(|\xi - \rho_1|) + h(|\xi + \rho_2|) + h(|\rho_1 - \xi - \rho_2|) + h(|\rho_2 - \xi - \rho_1|)], \quad (2.72)$$

onde $\xi = \xi \hat{\rho}$. Os dois primeiros termos do lado direito de (2.72) constituem as auto-energias de cada linha de vórtice, enquanto os dois últimos constituem a energia de interação entre as duas linhas de fluxo. Como, em geral, queremos o campo para $\rho_1 - \rho_2 \gg \xi$, esta energia é

$$V_{12} = \frac{\Phi_0}{4\pi} h(|\rho_1 - \rho_2|) = \boxed{2\epsilon_0 K_0 \left(\frac{(|\rho_1 - \rho_2|)}{\lambda} \right)}, \quad (2.73)$$

onde utilizamos a equação (2.62) na última passagem, com

$$\epsilon_0 = \frac{\Phi_0^2}{16\pi^2\lambda^2}. \quad (2.74)$$

A interação (2.73) é de caráter repulsivo, decai exponencialmente para longas distâncias e varia logaritmicamente para pequenas distâncias. Para um sistema de vários vórtices, Abrikosov (87) encontrou primeiramente que a configuração mais estável era uma rede quadrada. No entanto, um trabalho posterior de Kleiner, Roth e Autler (88) corrigiu o trabalho de Abrikosov e mostrou que os vórtices tendem a ficar numa rede triangular, a *rede de Abrikosov* (veja figura 10). A distância a_Δ entre os vórtices nesta rede pode ser obtida observando-se que cada célula unitária contém um vórtice e possui uma área igual a $a_\Delta^2 \sin(2\pi/3) = (\sqrt{3}/2)a_\Delta^2$. Assim, para N células unitárias,

$$H = \frac{N\Phi_0}{N(\sqrt{3}/2)a_\Delta^2} \therefore a_\Delta = \left(\frac{2\Phi_0}{\sqrt{3}H} \right)^{1/2}. \quad (2.75)$$

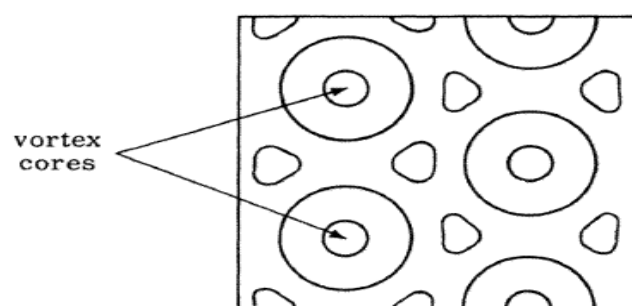


Figura 10 – Diagrama mostrando uma rede de Abrikosov, com os vórtices dispostos numa rede triangular. Retirado da referência (74).

3 Supercondutores de Alta Temperatura Crítica

Em 1986, Bednorz e Müller (5) descobriram que o composto cerâmico LaBaCuO apresenta supercondutividade a $\sim 30K$, um pouco acima do limiar sugerido pelo mecanismo elétron-fônon da teoria BCS (71, 72, 82). Esta descoberta deu origem à família dos óxidos de cobre, protótipos dos supercondutores de altas temperaturas (veja figura 11 abaixo). Entre as características destes supercondutores, estão:

- *Estrutura em camadas.* Os supercondutores de alta temperatura possuem estrutura de camadas supercondutores intercaladas por camadas isolantes (veja figura 30). Um modelo interessante para a descrição das propriedades físicas destes materiais é o modelo de Lawrence-Doniach (63) (veja seção 3.2).
- *Anisotropia.* Esses supercondutores possuem propriedades físicas diferentes ao longo dos planos supercondutores e na direção perpendicular a esses planos. A massa efetiva, comprimento de penetração e de coerência são diferentes para essas duas direções.
- *Supercondutores tipo II.* Todos os supercondutores de alta temperatura são tipo II. Portanto, existe penetração de vórtices entre os campos críticos H_{c1} e H_{c2} . Estes vórtices interagem entre si da forma que mostraremos posteriormente.

3.1 Teoria de Ginzburg-Landau Anisotrópica

Podemos utilizar a teoria de Ginzburg-Landau contínua anisotrópica (76, 91) para descrever os supercondutores de alta temperatura nos casos em que a distância entre os planos supercondutores pode ser negligenciada. As equações (2.32) e (2.37) são válidas, mas temos duas massas efetivas: m_{ab} no plano supercondutor e m_c no eixo z . Podemos, então, reescrever tais equações como:

$$\alpha\psi + \beta\psi^*\psi^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{q}{c} \mathbf{A} \right) \left[\frac{1}{m} \right] \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{q}{c} \mathbf{A} \right) \psi = 0; \quad (3.1a)$$

$$\frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{h} = \left[\frac{1}{m} \right] \left[\frac{q\hbar}{2i} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \frac{q^2}{c} |\psi|^2 \mathbf{A} \right], \quad (3.1b)$$

onde

$$\left[\frac{1}{m} \right] = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_{ab}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{ab}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_c} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

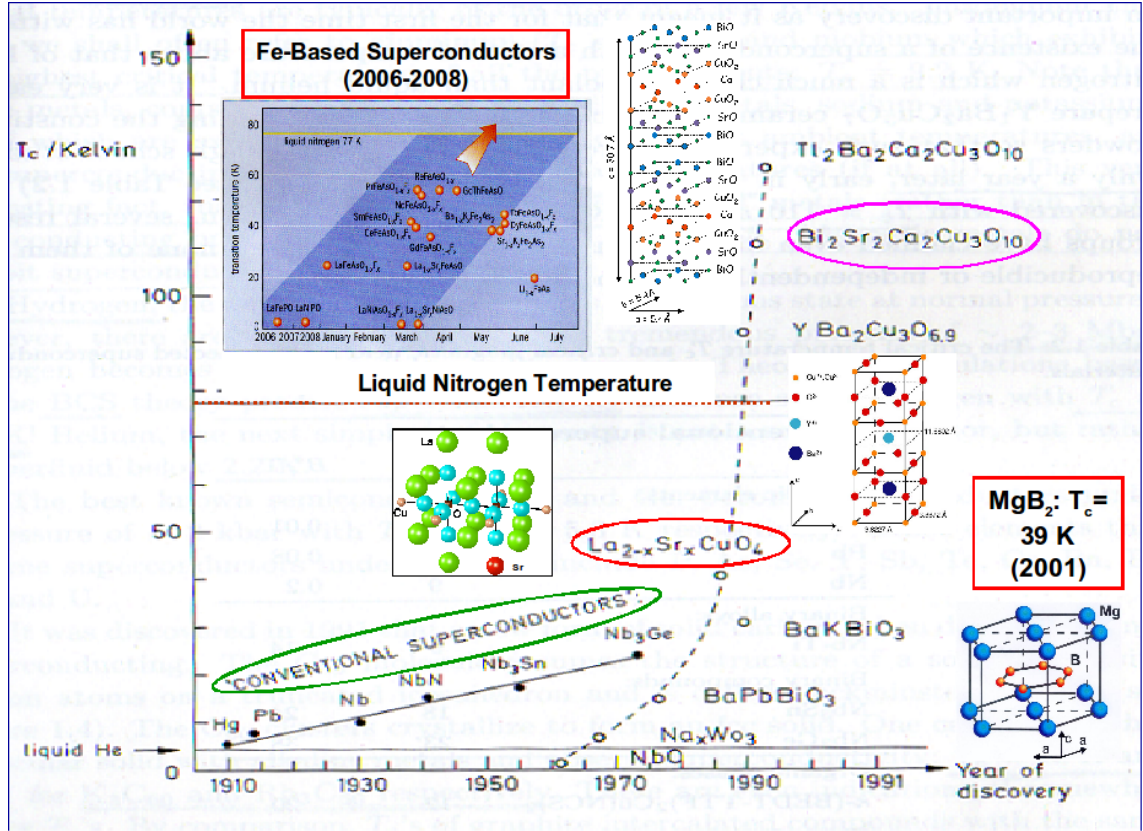


Figura 11 – Evolução das temperaturas críticas dos supercondutores de altas temperaturas mostrando as estruturas cristalinas dos principais compostos supercondutores *high-T_c*, como a do $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$, a do $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, a do MgB_2 e a do $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$. Bem como mostrando a evolução nas temperaturas críticas dos chamados supercondutores baseados em ferro (*Iron-based superconductors*) (89). Retirado da referência (90).

é o tensor de massa, diagonal devido à escolha de sistema de eixos que fizemos.

Utilizando a mesma aproximação usada no estudo que fizemos de um vórtice isolado em 2.3.2.2, podemos reobter todos aqueles resultados para nosso caso anisotrópico:

$$h(\rho) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_{ab}^2} K_0 \left(\frac{\rho}{\lambda_{ab}} \right); \quad (3.3a)$$

$$\epsilon_{ab} = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_{ab}} \right)^2 \ln \left(\frac{\lambda_{ab}}{\xi_{ab}} \right); \quad (3.3b)$$

$$V_{12} = 2\epsilon_0 K_0 \left(\frac{(|\rho_1 - \rho_2|)}{\lambda_{ab}} \right). \quad (3.3c)$$

Aqui temos λ_{ab} , ξ_{ab} e ϵ_0 iguais aos das definições (2.20), (2.40) e (2.73), mas com $m = m_{ab}$. Usaremos definições análogas para λ_c e ξ_c .

Podemos, ao invés de resolver novamente os mesmo problemas para o caso anisotrópico, fazer a identificação (veja (92)):

$$\tilde{r} = (x, y, z/\gamma) \quad \tilde{A} = (A_x, A_y, \gamma A_z) \quad \tilde{h} = (\gamma h_x, \gamma h_y, h_z), \quad (3.4)$$

onde $\gamma = (m_c/m_{ab})^{1/2}$.

Podemos, agora, trabalhar como no caso isotrópico com $m = m_{ab}$ e depois aplicar as transformações (3.4). Uma situação interessante é quando as linhas de vórtice não são retas, mas variam lentamente com z , o que permite que a interação entre elas continue sendo local em z . Fazemos primeiro o caso isotrópico para depois aplicar as mudanças (3.4). A equação (2.60) se torna

$$\nabla^2 \mathbf{h} - \frac{1}{\lambda^2} \mathbf{h} = -\frac{\Phi_0}{\lambda^2} \hat{\mathbf{l}}(z) \delta(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}(z)), \quad (3.5)$$

onde $\mathbf{r}(z)$ é a curva da linha de fluxo no supercondutor e $\hat{\mathbf{l}}(z)$ é o vetor unitário na direção do vetor tangente à curva $\mathbf{r}(z)$. Como $\mathbf{r}(z)$ varia lentamente com z , podemos fazer $\hat{\mathbf{l}}(z) \approx \hat{\mathbf{z}}$ e tratar $\mathbf{r}(z)$ como uma constante para obter

$$h(\mathbf{r}) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_{ab}^2} K_0 \left(\frac{|\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}(z)|}{\lambda_{ab}} \right). \quad (3.6)$$

Calculamos agora a energia ϵ_1 fazendo a conversão de (3.6) a partir de (3.4):

$$|\mathbf{h}(\mathbf{r})| = |\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{r})| \left[\frac{1}{\gamma^2} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \right]^{1/2}, \quad (3.7)$$

onde θ é o ângulo entre $\mathbf{h}$ e o eixo z (ou seja, o ângulo entre a linha de fluxo e o eixo z). Desta forma,

$$\epsilon_1(\theta) = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_{ab}} \right)^2 \ln \kappa_{ab} \left[\frac{m_{ab}}{m_c} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \right]^{1/2}. \quad (3.8)$$

Como estamos considerando θ pequeno,

$$\epsilon_1(\theta) \approx \epsilon_1(0) \left(1 + \frac{m_{ab} - m_c}{m_c} \theta^2 \right). \quad (3.9)$$

3.1.1 Líquidos de Linha

A energia total de uma linha é dada por

$$\int_0^L dz \epsilon(\theta) \left[1 + \left(\frac{d\mathbf{r}}{dz} \right)^2 \right]^{1/2} \approx \epsilon_1(0)L + \frac{1}{2}\epsilon_1(0) \frac{m_{ab}}{m_c} \int_0^L dz \left(\frac{d\mathbf{r}}{dz} \right)^2. \quad (3.10)$$

Calculemos agora a média térmica de $|\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}(0)|^2$ (20):

$$\langle |\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}(0)|^2 \rangle = \frac{\int \mathcal{D}\mathbf{r}(s) |\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}(0)|^2 \exp \left[-\frac{\tilde{\epsilon}_1}{2k_B T} \int_0^L \left(\frac{d\mathbf{r}}{ds} \right)^2 ds \right]}{\int \mathcal{D}\mathbf{r}(s) \exp \left[-\frac{\tilde{\epsilon}_1}{2k_B T} \int_0^L \left(\frac{d\mathbf{r}}{ds} \right)^2 ds \right]}, \quad (3.11)$$

onde $\int \mathcal{D}\mathbf{r}(s)$ denota uma integral de caminho de Feynman, i.e., uma soma sobre todos os estados possíveis de uma linha de fluxo com $\mathbf{r}(0)$ e $\mathbf{r}(L)$ fixos.

Introduzindo a transformada de Fourier de $r(z)$:

$$\mathbf{r}(k) = \frac{1}{\sqrt{L}} \int_0^L dz e^{-ikz} \mathbf{r}(z) \quad (3.12a)$$

$$\mathbf{r}(z) = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_k e^{ikz} \mathbf{r}(k), \quad (3.12b)$$

e substituindo em (3.11), obtemos

$$\langle |\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}(0)|^2 \rangle = \frac{1}{L} \sum_{q,q'} \frac{\int \mathcal{D}r (e^{i(q+q')z} - 2e^{iqz} + 1) \mathbf{r}(q) \cdot \mathbf{r}(q') \exp \left(-\frac{\tilde{\epsilon}_1}{2k_B T} \sum_k k^2 |\mathbf{r}(k)|^2 \right)}{\int \mathcal{D}r \exp \left(-\frac{\tilde{\epsilon}_1}{2k_B T} \sum_k k^2 |\mathbf{r}(k)|^2 \right)}. \quad (3.13)$$

Assim,

$$\langle |\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}(0)|^2 \rangle = \frac{1}{L} \sum_{q,q'} (e^{i(q+q')z} + 2e^{iqz} + 1) \langle \mathbf{r}(q) \cdot \mathbf{r}(q') \rangle. \quad (3.14)$$

Usando o teorema da equipartição:

$$\langle \mathbf{r}(q) \cdot \mathbf{r}(q') \rangle = \frac{1}{\tilde{\epsilon}_1 q'^2} \left\langle \mathbf{r}(q) \cdot \frac{\partial E}{\partial \mathbf{r}(-q')} \right\rangle = \frac{1}{\tilde{\epsilon}_1 q'^2} \delta_{q,-q'} k_B T, \quad (3.15)$$

onde E é a energia total da linha e $\tilde{\epsilon}_1 = (m_{ab}/m_c)\epsilon_1$. Substituindo (3.15) em (3.14), obtemos

$$\langle |\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}(0)|^2 \rangle = \frac{1}{L} \sum_q \frac{2k_B T}{\tilde{\epsilon}_1 q^2} (1 - e^{iqz}) \quad (3.16)$$

Aproximando o somatório de (3.16) por uma integral em q , obtemos

$$\langle |\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}(0)|^2 \rangle = \frac{2k_B T}{\tilde{\epsilon}_1} |z|. \quad (3.17)$$

Desta forma, vemos que as linhas de fluxo tendem a se difundir com z como numa caminhada aleatória:

$$\sqrt{\langle |\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}(0)|^2 \rangle} = \sqrt{2D|z|}, \quad \text{onde} \quad D = \frac{k_B T}{\tilde{\epsilon}_1} = \frac{m_c}{m_{ab}} \frac{4\pi k_B T}{\Phi_0 H_{c1}} \quad (3.18)$$

é a constante de difusão da linha. A dependência linear de $\langle |\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}(0)|^2 \rangle$ foi constatada em (66), como pode ser visto na figura 12. Assim, se $\sqrt{\langle |\mathbf{r}(z)|^2 \rangle}$ é maior que a distância média a_0 entre os vórtices, dizemos que o sistema está *entrelaçado* (93) no sentido de que as linhas de vórtice ficam entrelaçadas entre si. Usando (2.75), podemos fazer $a_0^2 = \Phi_0/H$ e obter o comprimento de entrelaçamento, que indica a profundidade em z no qual o sistema começa a ficar entrelaçado:

$$l_z = \frac{\tilde{\epsilon}_1 a_0^2}{2k_B T} = \frac{\tilde{\epsilon}_1 \Phi_0}{2k_B H T}. \quad (3.19)$$

Se $H < H_{x1} = \tilde{\epsilon}_1 \Phi_0 / 2Lk_B T$, onde L é a espessura da amostra supercondutora, o sistema é dito *desentrelaçado*. Aumentando o campo externo de modo que $H >$

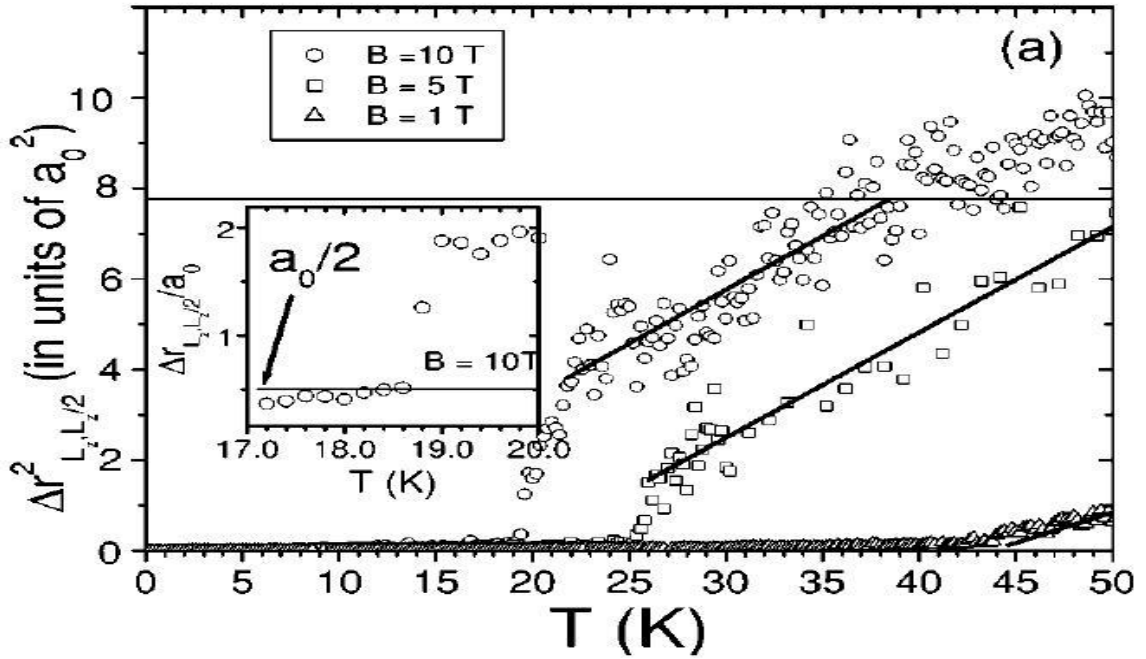


Figura 12 – Gráfico da dependência em T do desvio médio quadrático ($\langle |r(z) - r(0)|^2 \rangle$) das trajetórias das linhas de vórtice obtido por meio de simulação numérica para alguns valores de campo aplicado. As linhas sólidas marcam a dependência linear em T das curvas numéricas, característico de uma linha de vórtices derretida, como a que tratamos na seção 3.1.1. No detalhe, a transição descontínua na temperatura de derretimento para campo aplicado $B = 10T$. Retirado da referência (66).

H_{x1} , o sistema se torna entrelaçado e o entrelaçamento aumenta até que $H > H_{x2} = \tilde{\epsilon}_1 \Phi_0 / 2sk_B T$, onde s é a espessura dos planos de CuO_2 . Neste último regime, os vórtices se entrelaçam já no primeiro plano de CuO_2 e são ditos estar “super-entrelaçados” ou “desacoplados”. O sistema se comporta como um conjunto de planos formados por vórtices-panqueca pontuais fracamente interagentes (veja Fig. 13).

Estes cálculos, apesar de terem sido feitos para apenas uma linha de fluxo, são válidos sempre que a interação entre os vórtices for desprezível, o que ocorre quando o ruído térmico for grande o suficiente, ou seja, quando a linha de fluxo estiver na fase “líquida”.

3.1.2 Derretimento da Rede de Vórtices

Levemos agora em conta a interação entre os vórtices. A energia livre de Gibbs para um sistema de N vórtices é dada por

$$G_s = \left(\epsilon_1 - \frac{H\Phi_0}{4\pi} \right) NL + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \tilde{\epsilon}_1 \int_0^L dz \left(\frac{dr_i}{dz} \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \int dz V(r_i(z) - r_j(z)), \quad (3.20)$$

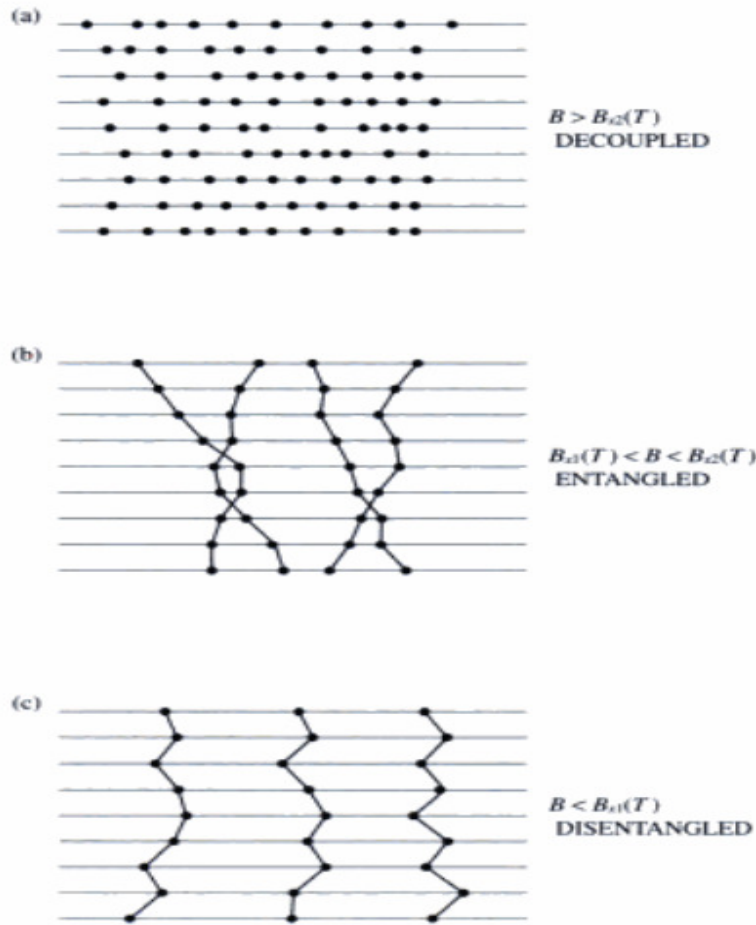


Figura 13 – Esquema mostrando as linhas de vórtice e os planos de CuO₂ nos três regimes: (a) desacoplado, (b) entrelaçado e (c) desentrelaçado. Retirado da referência (2).

onde $\epsilon_1 = \epsilon_1(0)$ e V representa a energia de interação entre os vórtices. Evidentemente, podemos elaborar toda uma mecânica estatística a partir de (3.20). Isto é exatamente o que faremos a partir daqui até o final desta seção.

Primeiramente, vamos nos debruçar sobre o derretimento das linhas de vórtice. Utilizaremos aqui um argumento simples, mas cujos resultados são corretos, cuja essência se encontra na referência (93). Para uma análise mais cuidadosa, veja (20). Um exemplo de derretimento de linhas de vórtices para o BSCCO pode ser visto na figura 14 (66) e um tratamento para alguns supercondutores baseados em ferro aplicando teoria elástica em sua plena forma pode ser visto em (94).

Considere uma linha de vórtice numa rede. Vamos estudar esta linha considerando que ela sente um potencial efetivo produzido pelas demais linhas. Para linhas aproximadamente no eixo z , o sistema fica em equilíbrio na rede de Abrikosov em $T = 0$ e podemos estudar as deformações desta rede devido à temperatura finita introduzindo uma variável $u(z)$ que caracteriza o desvio desta linha em relação à sua posição de

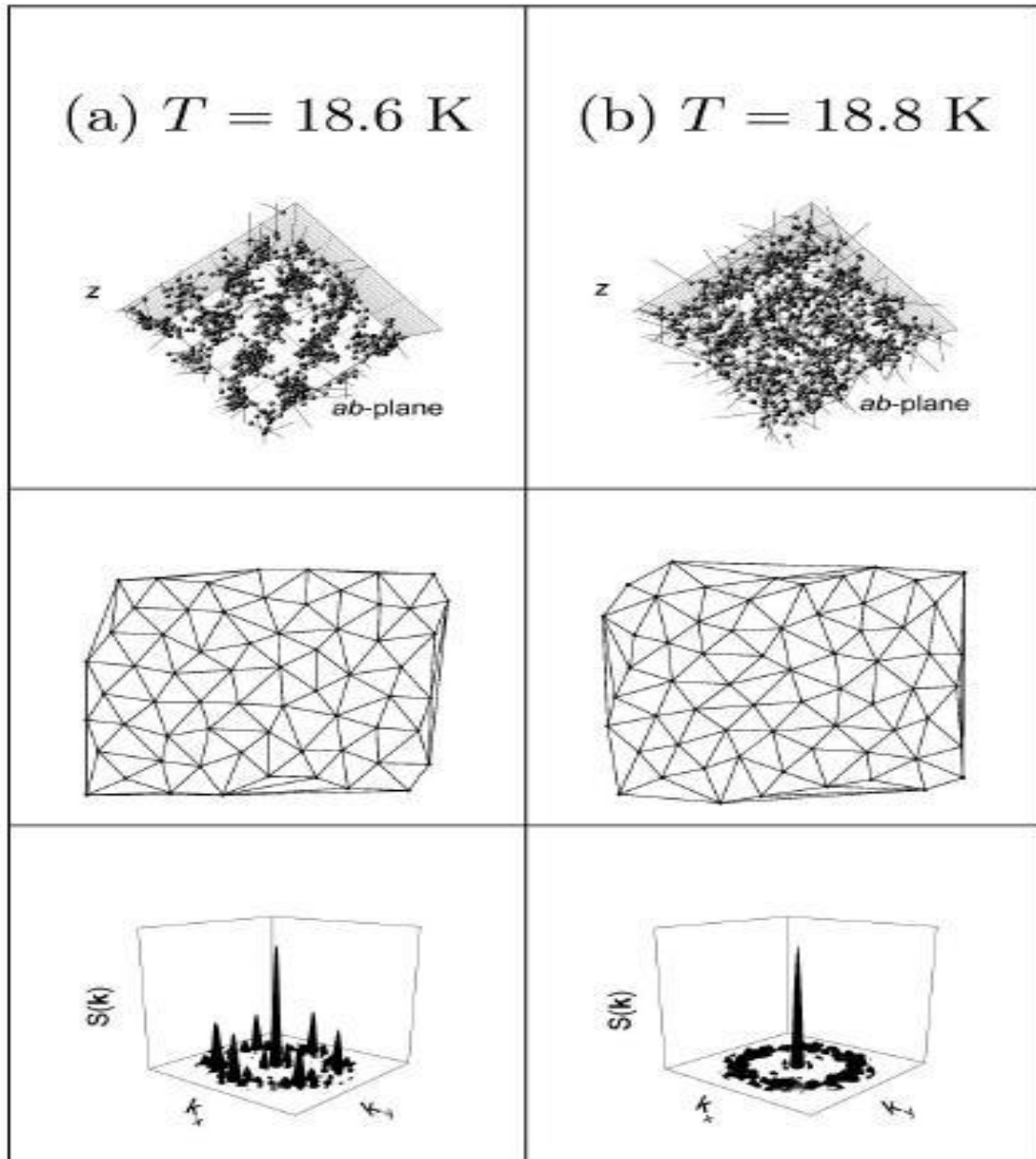


Figura 14 – Figura mostrando o derretimento de uma linha de vórtices, mostrando, de cima para baixo, as configurações 3D dos sistemas (a) antes de derreter e (b) derretido, bem como suas respectivas projeções bidimensionais e gráficos do fator de estrutura associado. O derretimento é indicado pelo desaparecimento dos picos de Bragg do fator de estrutura. Retirado da referência (66).

equilíbrio. Supondo pequeno este desvio, podemos reescrever a energia livre (3.20), a menos de constantes:

$$G = \int_0^L dz \left[\frac{1}{2} \tilde{\epsilon}_1 \left(\frac{d\mathbf{u}}{dz} \right)^2 + \frac{1}{2} K u^2 \right], \quad (3.21)$$

onde K é uma constante que estimaremos mais adiante.

Calculemos agora a média térmica de $\mathbf{u}(z)$:

$$\langle |\mathbf{u}(z)|^2 \rangle = \frac{\int \mathcal{D}\mathbf{u}(s) |\mathbf{u}(z)|^2 \exp \left\{ -\frac{\tilde{\epsilon}_1}{2k_B T} \int_0^L \left[\left(\frac{d\mathbf{u}}{ds} \right)^2 + K u^2 \right] ds \right\}}{\int \mathcal{D}\mathbf{u}(s) \exp \left\{ -\frac{\tilde{\epsilon}_1}{2k_B T} \int_0^L \left[\left(\frac{d\mathbf{u}}{ds} \right)^2 + K u^2 \right] ds \right\}}. \quad (3.22)$$

Aplicando o mesmo procedimento da subseção anterior, obtemos

$$\langle |\mathbf{u}(z)|^2 \rangle = \frac{1}{L} \sum_q \frac{k_B T}{\tilde{\epsilon}_1 q^2 + K}. \quad (3.23)$$

Aproximando o somatório acima por uma integral em q novamente, obtemos

$$\langle |\mathbf{u}(z)|^2 \rangle = \frac{k_B T}{2\sqrt{\tilde{\epsilon}_1 K}}. \quad (3.24)$$

Agora precisamos calcular a constante K . Usando o resultado (2.73) para a interação entre linhas de vórtice e sabendo que as linhas estão em equilíbrio quando numa rede de Abrikosov, na qual a distância entre dois vórtices é dada por (2.75), podemos dizer que

$$K \approx \frac{\Phi_0^2}{8\pi^2 \lambda_{ab}^2} \frac{d^2 K_0}{d\rho^2} \Big|_{\rho=a_\Delta}. \quad (3.25)$$

Usando os limites (2.63) e (2.64), obtemos

$$K \approx \frac{\epsilon_0}{a_\Delta^2}, \quad \text{se } a_\Delta \ll \lambda_{ab}; \quad (3.26a)$$

$$K \approx \frac{\epsilon_0}{a_\Delta^2} \left(\frac{a_\Delta}{\lambda_{ab}} \right)^{3/2} e^{-a_\Delta/\lambda_{ab}}, \quad \text{se } a_\Delta \gg \lambda_{ab}, \quad (3.26b)$$

onde ϵ_0 está definido em (2.74).

Agora vamos obter as temperaturas de derretimento a partir do critério de Lindemann, que diz que a fusão ocorre quando

$$\frac{\langle |\mathbf{u}(z)|^2 \rangle}{a_\Delta^2} = c_L^2, \quad (3.27)$$

onde c_L é uma constante da ordem de 0.10 – 0.15. Assim,

$$k_B T_m \approx c_L^2 \epsilon_0 \left(\frac{m_{ab}}{m_c} \right)^{1/2} a_\Delta \quad \text{se } a_\Delta \ll \lambda_{ab}; \quad (3.28a)$$

$$k_B T_m \approx c_L^2 \epsilon_0 \left(\frac{m_{ab}}{m_c} \right)^{1/2} a_\Delta \left(\frac{a_\Delta}{\lambda_{ab}} \right)^{3/2} e^{-a_\Delta/2\lambda_{ab}} \quad \text{se } a_\Delta \gg \lambda_{ab}. \quad (3.28b)$$

Um diagrama de fase esquemático para o BSCCO está mostrado na figura 15. Um diagrama de fase com pontos experimentais e resultados de simulação numérica pode ser visto na figura 16.

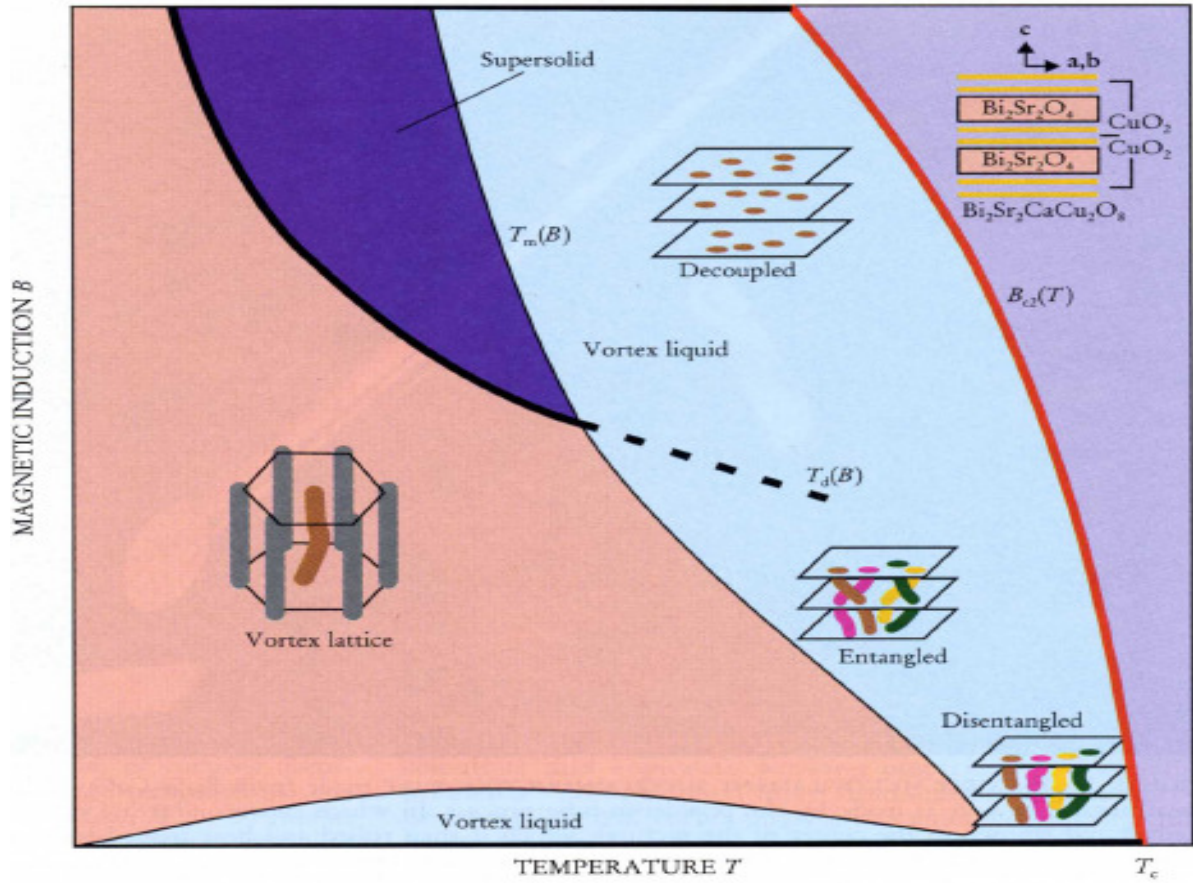


Figura 15 – Diagrama de fase esquemático para o BSCCO, mostrando os regimes de vórtices desentrelaçados, entrelaçados e desacoplados na fase líquida, além de uma fase sólida e uma fase supersólida. Retirado da referência (93).

3.1.3 Analogia entre Linhas de Fluxo e Bósons Bidimensionais

Podemos fazer uma analogia entre linhas de fluxo e partículas em duas dimensões, onde a coordenada z faz o papel do tempo. De fato, David Nelson (19, 20) fez uma analogia entre a mecânica estatística de linhas de vórtices e a dinâmica quântica de um sistema de bósons interagentes em duas dimensões. Nesta seção, vamos dar uma ideia de como essa analogia se processa.

Em primeiro lugar, percebemos que a função de partição grã-canônica para um sistema de N vórtices é

$$Z = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{N!} \int \mathcal{D}r_1(z) \cdots \int \mathcal{D}r_N(z) e^{-E/k_B T}, \quad (3.29)$$

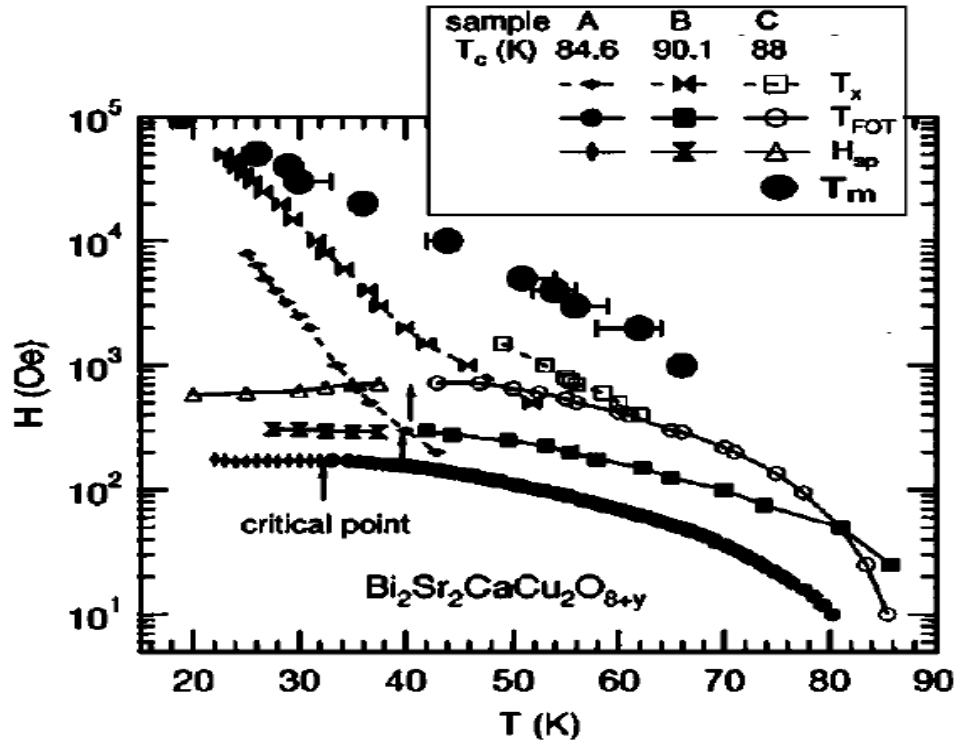


Figura 16 – Diagrama de fase experimental para o BSCCO obtido por dois trabalhos experimentais diferentes, mostrando também temperaturas de derretimento obtidas por simulações numéricas (T_m , círculos cheios) feitas pelo nosso grupo (66). As amostras A e B foram medidas por Shibauchi et al. (49) e a amostra C foi medida por Fuchs et al. (48). T_{FOT} é a temperatura da transição de primeira ordem para campos baixos; H_{sp} marca o segundo pico da curva de magnetização; T_x está associado ao derretimento da fase supersólida. Retirado da referência (66).

onde E é a energia do sistema. Esta função de partição pode ser imaginada como uma integral de trajetória de Feynman com tempo imaginário para o ensemble grande canônico. Identificando E de (3.29) com o G_s da equação (3.20), podemos fazer as correspondências mostradas na tabela 1.

Linhas de Vórtice	$\tilde{\epsilon}_1$	$k_B T$	L	$\frac{H\Phi_0}{4\pi} - \epsilon_1$	$\frac{\Phi_0^2}{8\pi^2 \lambda_{ab}^2} K_0(\rho/\lambda_{ab})$
Bósons Bidimensionais	m	$\hbar$	$\beta \hbar$	μ	Potencial de Interação entre Bósons

Tabela 1 – Tabela que mostra a correspondência entre quantidades relativas ao sistema de linhas de fluxo e quantidades relativas aos bósons bidimensionais. Adaptado de (2).

Essa analogia é bastante útil, pois podemos, a partir de resultados conhecidos da mecânica estatística de bósons bidimensionais, obter informações interessantes sobre o

sistema de linhas de fluxo, e vice-versa. Por exemplo, sabe-se que bósons 2D podem existir em três estados: um estado cristalino, um estado superfluido e um estado líquido normal. Esses estados possuem análogos para o sistema de vórtices: um estado cristalino de linhas (rede de Abrikosov), um estado superfluido de linhas (líquido de linhas entrelaçado) e um estado líquido normal de linhas (líquido de linhas desentrelaçado). Todos estes estados estão ilustrados na figura 15

3.2 O Modelo de Lawrence-Doniach

O modelo fenomenológico ideal para a descrição de um supercondutor em camadas é o modelo de Lawrence-Doniach (1, 63). Neste modelo, escrevemos a energia livre de Gibbs do sistema de camadas separadas por uma distância d umas das outras em termos de parâmetros de ordem locais $\psi_n(\mathbf{r})$ para as posições $\mathbf{r}$ na n -ésima camada:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}[\psi_n, \mathbf{A}] = \int d^2\rho \left\{ d \sum_n \left[\alpha |\psi_n|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi_n|^4 + \frac{1}{2m_{ab}} \left| \left(-i\hbar \nabla_{ab} + \frac{2\pi\hbar}{\Phi_0} \mathbf{A}_{ab} \right) \psi_n \right|^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\hbar^2}{2m_c d^2} \left| \psi_{n+1} \exp \left(\frac{2\pi i}{\Phi_0} \int_0^{(n+1)d} A_z dz \right) - \psi_n \exp \left(\frac{2\pi i}{\Phi_0} \int_0^{nd} A_z dz \right) \right|^2 \right] + \right. \\ \left. + \int dz \left(\frac{B^2}{8\pi} - \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}}{4\pi} \right) \right\}. \quad (3.30) \end{aligned}$$

As somas são sobre todas as camadas e $d^2\rho$ é o elemento de área de cada camada. m_{ab} denota a massa efetiva na direção do plano formado por cada camada (plano xy) e m_c denota a massa efetiva na direção z . Dado um vetor $\mathbf{v}$, v_{ab} significa a projeção deste vetor no plano xy (na (3.30) e em todas as demais equações deste capítulo). Se assumirmos os módulos $|\psi_n(\mathbf{r})|^2$ constantes ($=|\psi|^2$) para cada n e $\mathbf{r}$ e considerarmos apenas as fases φ ($\psi = |\psi| \exp \varphi$), (3.30) torna-se, a menos de constantes,

$$\begin{aligned} \mathcal{G}[\varphi_n, \mathbf{A}] = \int d^2\rho \sum_n d \left\{ \frac{\hbar^2 |\psi|^2}{2m_{ab}} \left(\nabla_{ab} \varphi_n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A}_{ab} \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{\hbar^2 |\psi|^2}{m_c d^2} \left[1 - \cos \left(\varphi_{n+1} - \varphi_n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{nd}^{(n+1)d} A_z dz \right) \right] \right\} + \int d^3r \left(\frac{B^2}{8\pi} - \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}}{4\pi} \right) \quad (3.31) \end{aligned}$$

Podemos encontrar, agora, relações que devem ser satisfeitas pelas fases e pelos potenciais no equilíbrio ao acharmos os pontos fixos de $\mathcal{G}$:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta \mathcal{G}}{\delta \varphi_n} = 0 &\Rightarrow \frac{\mathcal{G}[\varphi_n + \delta \varphi_n] - \mathcal{G}[\varphi_n]}{\delta \varphi_n} = 0, \\
\frac{\delta \mathcal{G}}{\delta A_z} = 0 &\Rightarrow \frac{\mathcal{G}[A_z + \delta A_z] - \mathcal{G}[A_z]}{\delta A_z} = 0, \\
\frac{\delta \mathcal{G}}{\delta \mathbf{A}_{ab}} = 0 &\Rightarrow \frac{\mathcal{G}[\mathbf{A}_{ab} + \delta \mathbf{A}_{ab}] - \mathcal{G}[\mathbf{A}_{ab}]}{\delta \mathbf{A}_{ab}} = 0.
\end{aligned} \tag{3.32}$$

Temos, então, que:

$$\begin{aligned}
1) \mathcal{G}[\varphi_n + \delta \varphi_n] - \mathcal{G}[\varphi_n] &= \int d^2 \rho d \left\{ \frac{\hbar^2 |\psi|^2}{m_{ab}} \nabla_{ab} \delta \varphi_n \cdot \left(\nabla_{ab} \varphi_n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A}_{ab} \right) \right. \\
&\quad + \frac{\hbar^2 |\psi|^2}{m_c d^2} \delta \varphi_n \left[\text{sen} \left(\varphi_n - \varphi_{n-1} + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{(n-1)d}^{nd} A_z dz \right) - \right. \\
&\quad \left. \left. - \text{sen} \left(\varphi_{n+1} - \varphi_n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{nd}^{(n+1)d} A_z dz \right) \right] \right\}. \tag{3.33}
\end{aligned}$$

Integrando o primeiro termo acima por partes, obtemos ainda

$$\begin{aligned}
\mathcal{G}[\varphi_n + \delta \varphi_n] - \mathcal{G}[\varphi_n] &= \int d^2 \rho \delta \varphi_n d \left\{ -\frac{\hbar^2 |\psi|^2}{m_{ab}} \left(\nabla_{ab}^2 \varphi_n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \nabla_{ab} \cdot \mathbf{A} \right) \right. \\
&\quad + \frac{\hbar^2 |\psi|^2}{m_c d^2} \left[\text{sen} \left(\varphi_n - \varphi_{n-1} + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{(n-1)d}^{nd} A_z dz \right) - \right. \\
&\quad \left. \left. - \text{sen} \left(\varphi_{n+1} - \varphi_n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{nd}^{(n+1)d} A_z dz \right) \right] \right\}. \tag{3.34}
\end{aligned}$$

Desta forma, da equação (3.32), deduzimos que

$$\boxed{\frac{m_c d^2}{m_{ab}} \left(\nabla_{ab}^2 \varphi_n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \nabla_{ab} \cdot \mathbf{A} \right) = \text{sen}(\tilde{\varphi}_n - \tilde{\varphi}_{n-1}) - \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n)}, \tag{3.35}$$

onde

$$\tilde{\varphi}_n = \varphi_n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_0^{nd} A_z dz. \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned}
2) \mathcal{G}[A_z + \delta A_z] - \mathcal{G}[A_z] &= \int d^2 \rho \sum_n \left[\left(\frac{\hbar^2 |\psi|^2}{m_c d} \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{nd}^{(n+1)d} \delta A_z dz \right) \times \right. \\
&\quad \times \text{sen} \left(\varphi_{n+1} - \varphi_n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{nd}^{(n+1)d} A_z dz \right) \Big] + \int d^3 r \left[\frac{1}{4\pi} (\partial_y \delta A_z \hat{x} - \partial_x \delta A_z \hat{y}) \cdot \nabla \times \mathbf{A} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{4\pi} (\partial_y \delta A_z \hat{x} - \partial_x \delta A_z \hat{y}) \cdot \mathbf{H} \right]. \tag{3.37}
\end{aligned}$$

Podemos simplificar o primeiro termo do lado direito da equação acima se definirmos

$$\tilde{\varphi}(x, y, z) = \varphi_n(x, y) + \int_{nd}^{(n+1)d} A_z dz, \quad \text{se } nd \leq z < (n+1)d \tag{3.38}$$

e usarmos

$$\sum_n \int d^2 \rho \int_{nd}^{(n+1)d} dz = \int d^3 r \quad (\text{Em toda a amostra}). \quad (3.39)$$

A definição (3.38) nos permite estender a integral em z a todo o primeiro termo. Já (3.39) nos permite transformar a integral em cada plano na integral no volume todo. Integrando por partes o segundo termo e assumindo o *gauge* de Coulomb ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$), a equação (3.37) torna-se

$$\mathcal{G}[A_z + \delta A_z] - \mathcal{G}[A_z] = \int d^3 r \delta A_z \left\{ \frac{\hbar^2 |\psi|^2}{m_c d} \frac{2\pi}{\Phi_0} \text{sen} [\tilde{\varphi}(z+d) - \tilde{\varphi}(z)] - \frac{1}{4\pi} [\nabla^2 A_z - (\nabla \times \mathbf{H})_z] \right\} \quad (3.40)$$

e, da equação (3.32), deduzimos que

$$\boxed{\nabla^2 A_z = \frac{4\pi}{c} \{j_z^{ext} + j_J \text{sen}[\tilde{\varphi}(z+d) - \tilde{\varphi}(z)]\}}, \quad (3.41)$$

onde j_z^{ext} é a corrente na direção z provocada pelo campo externo $\mathbf{H}$, e

$$j_J = \frac{\hbar^2 |\psi|^2}{m_c d} \frac{2\pi c}{\Phi_0}. \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} 3) \mathcal{G}[\mathbf{A}_{ab} + \delta \mathbf{A}_{ab}] - \mathcal{G}[\mathbf{A}_{ab}] &= \int d^2 \rho d \sum_n \frac{\hbar^2 |\psi|^2}{m_{ab}} \frac{2\pi}{\Phi_0} \delta \mathbf{A}_{ab} \cdot \left(\nabla_{ab} \varphi_n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A}_{ab} \right) + \\ &+ \frac{1}{4\pi} \int d^3 r \{ [\partial_z \delta A_x \hat{y} - \partial_z \delta A_y \hat{x} + (\partial \delta A_y - \partial_y \delta A_x) \hat{z}] \cdot (\nabla \times \mathbf{A} - \mathbf{H}) \}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Integrando o segundo termo do lado direito por partes e usando o *gauge* de Coulomb novamente, temos

$$\begin{aligned} \mathcal{G}[\mathbf{A}_{ab} + \delta \mathbf{A}_{ab}] - \mathcal{G}[\mathbf{A}_{ab}] &= \int d^2 \rho d \sum_n \frac{\hbar^2 |\psi|^2}{m_{ab}} \frac{2\pi}{\Phi_0} \delta \mathbf{A}_{ab} \cdot \left(\nabla_{ab} \varphi_n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A}_{ab} \right) + \\ &- \frac{1}{4\pi} \int d^3 r \delta \mathbf{A}_{ab} \cdot [\nabla^2 \mathbf{A}_{ab} - (\nabla \times \mathbf{H})_{ab}]. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Rearranjando os termos de (3.44), e lembrando da equação (3.32), concluímos que

$$\boxed{\nabla^2 \mathbf{A}_{ab} = \mathbf{j}_{ab}^{ext} + \frac{d}{\lambda_{ab}^2} \sum_n \delta(z - nd) \left(\mathbf{A}_{ab} + \frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla_{ab} \varphi_n \right)}, \quad (3.45)$$

onde $\mathbf{j}_{ab}^{ext}$ é a corrente planar provocada pelo campo $\mathbf{H}$ e

$$\lambda_{ab}^2 = \frac{m_{ab} \Phi_0^2}{4\pi \hbar^2 |\psi|^2}. \quad (3.46)$$

Agora podemos fazer um sumário das equações de Lawrence-Doniach:

$$\begin{aligned} \frac{m_c d^2}{m_{ab}} \left(\nabla_{ab}^2 \varphi_n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \nabla_{ab} \cdot \mathbf{A} \right) &= \text{sen}(\tilde{\varphi}_n - \tilde{\varphi}_{n-1}) - \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n); \\ \nabla^2 A_z &= \frac{4\pi}{c} \{ j_z^{\text{ext}} + j_J \text{sen}[\tilde{\varphi}(z+d) - \tilde{\varphi}(z)] \}; \\ \nabla^2 \mathbf{A}_{ab} &= \mathbf{j}_{ab}^{\text{ext}} + \frac{d}{\lambda_{ab}^2} \sum_n \delta(z - nd) \left(\mathbf{A}_{ab} + \frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla_{ab} \varphi_n \right). \end{aligned} \quad (3.47)$$

3.3 Vórtices no Modelo de Lawrence-Doniach

O objetivo desta sessão é resolver as equações (3.47) para obtermos o comportamento dos campos e correntes. Verificaremos a presença de vórtices no modelo e estudaremos a fundo como eles interagem. O conhecimento da interação entre vórtices é um ponto fundamental na produção de um programa que simule o comportamento de um sistema de vários vórtices interagentes. Todos os cálculos daqui em diante serão feitos supondo $j^{\text{ext}} = 0$.

3.3.1 Interação Eletromagnética entre Vórtices-Panqueca

Calculemos primeiro a interação eletromagnética entre vórtices-panqueca (1, 95). Começaremos calculando o potencial vetor para o caso $j_J = 0$ e em que existe um único vórtice no plano $z = 0$. Este vórtice pode ser descrito pelo fato de que

$$\nabla_{ab} \varphi_n = -\frac{\hat{\phi}}{\rho} \delta_{n0}, \quad (3.48)$$

onde $\hat{\phi}$ é o vetor unitário na direção ϕ nas coordenadas polares usuais, ρ é a distância radial polar e δ_{ij} é a delta de Kronecker.

Agora, podemos usar este fato na equação (3.45) para resolvê-la, mas, antes, vamos simplificar a equação por meio de uma pequena aproximação: se considerarmos que mudanças da ordem de d em z causam variações muito pequenas em $\mathbf{A}_{ab}$, podemos considerar

$$\sum_n \delta(z - nd) \mathbf{A}_{ab}(x, y, nd) \frac{nd}{n} \approx \int \delta(z - u) \mathbf{A}_{ab}(x, y, u) du = \mathbf{A}_{ab}(x, y, z), \quad (3.49)$$

eliminando, assim, as várias deltas de Dirac. Desta forma, a equação (3.45) se torna

$$\lambda_{ab}^2 \nabla^2 \mathbf{A}_{ab} - \mathbf{A}_{ab} = -\frac{\Phi_0 d}{2\pi \rho} \delta(z) \hat{\phi}, \quad (3.50)$$

que é bem mais fácil de ser resolvida. Podemos primeiro solucionar (3.49) no espaço de Fourier. Para tal, devemos saber a transformada de Fourier do lado direito da equação:

$$\int \delta(z) \frac{1}{\rho} \hat{\phi} \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d^3r = -\frac{2\pi i}{\kappa} \hat{\phi} \quad (3.51)$$

onde $\kappa = |\mathbf{k}_{ab}|$ (lembrando que, durante este capítulo, o ab subscrito em um vetor denota a projeção deste vetor no plano xy).

Agora, podemos escrever (3.49) no espaço de Fourier:

$$-\lambda_{ab}^2 k^2 \tilde{\mathbf{A}}_{ab} - \tilde{\mathbf{A}}_{ab} = \frac{id\Phi_0}{\kappa} \hat{\phi}, \quad (3.52)$$

resultando em

$$\tilde{\mathbf{A}}_{ab} = -\frac{id\Phi_0}{\kappa(1 + \lambda_{ab}^2 k^2)} \hat{\phi}. \quad (3.53)$$

Agora o que precisamos é calcular a transformada inversa de (3.53). Obtemos, assim

$$\mathbf{A}_{ab}(\rho, z) = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_{ab}} \frac{d}{\rho} (e^{-|z|/\lambda_{ab}} - e^{-r/\lambda_{ab}}) \hat{\phi}. \quad (3.54)$$

Encontramos o campo gerado por este “vórtice panqueca” fazendo $\nabla \times \mathbf{A}_{ab}$ (96). Logo, é fácil ver que

$$B_z(\mathbf{r}) = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_{ab}^2} \frac{d}{r} e^{-r/\lambda_{ab}}, \quad (3.55)$$

$$\mathbf{B}_{ab}(\mathbf{r}) = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_{ab}^2} \frac{d}{R} \left(\text{sign } z \, e^{-|z|/\lambda_{ab}} - \frac{z}{r} e^{-r/\lambda_{ab}} \right) \hat{\rho}. \quad (3.56)$$

Estes campos estão esboçados na figura 17.

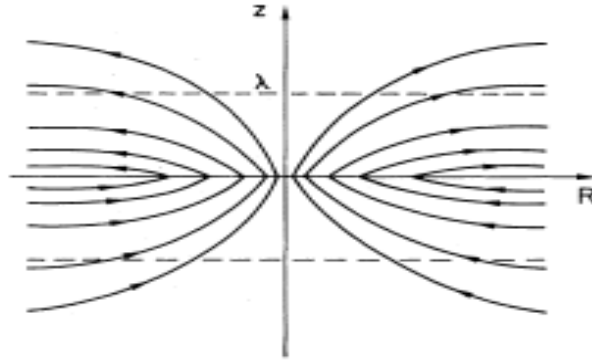


Figura 17 – Diagrama mostrando o campo magnético gerado por um único vórtice. Retirado da referência (1).

Calculemos também a densidade superficial de corrente nas camadas gerada pelo vórtice. Para isso, basta ver que

$$\mathbf{J}_{ab} = \frac{c}{4\pi} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}_{ab} = -\frac{c}{4\pi} \nabla^2 \mathbf{A}_{ab} = -\frac{cd}{4\pi\lambda_{ab}^2} \sum_n \delta(z - nd) \left(\mathbf{A}_{ab} + \frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla_{ab} \varphi_n \right), \quad (3.57)$$

usando (3.45) na última passagem. Sabendo que a relação entre as densidades superficial e volumétrica de corrente é dada por

$$\mathbf{J}_{ab}(\mathbf{r}) = \sum_n \delta(z - nd) \mathbf{K}(\rho, nd), \quad (3.58)$$

vemos claramente que

$$\mathbf{K}(\rho, nd) = -\frac{cd}{4\pi\lambda_{ab}^2} \left[\mathbf{A}_{ab}(\rho, nd) + \frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla_{ab} \varphi_n \right]. \quad (3.59)$$

Isso nos diz que um vórtice panqueca provoca o surgimento de uma densidade de corrente em cada camada n dada por

$$\mathbf{K}_n = -\frac{c\Phi_0 d^2}{16\pi^2 \lambda_{ab}^3 \rho} (e^{-|z_n|/\lambda_{ab}} - e^{-r_n/\lambda_{ab}}) \hat{\phi}, \quad (3.60)$$

onde $z_n = nd$ e $r_n = \sqrt{\rho^2 + z_n^2}$. Na camada onde se encontra o vórtice ($n = 0$), esta expressão é acrescida da corrente que constitui o próprio vórtice. Se acrescentarmos um outro vórtice numa camada $n \neq 0$ a uma distância planar $\rho = R$ do primeiro, podemos calcular a energia magnética entre eles lembrando que a força de Lorentz que o campo gerado por um exerce sobre o outro é

$$\mathbf{F} = F_\rho \hat{\rho} = \frac{1}{c} K_\varphi \phi_0 \hat{\rho}. \quad (3.61)$$

Assim, a energia magnética de interação entre os dois é dada por

$$- \int_0^R F_\rho d\rho = \int_0^R \frac{\Phi_0^2 d^2}{16\pi^2 \lambda_{ab}^3 \rho} \left[\exp\left(\frac{-|z_n|}{\lambda_{ab}}\right) - \exp\left(\frac{-r_n}{\lambda_{ab}}\right) \right] d\rho. \quad (3.62)$$

O primeiro termo da integral é fácil de calcular:

$$\int_0^R \frac{\Phi_0^2 d^2}{16\pi^2 \lambda_{ab}^3 \rho} \exp\left(\frac{-|z_n|}{\lambda_{ab}}\right) d\rho = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\Phi_0^2 d^2}{16\pi^2 \lambda_{ab}^3} \exp\left(\frac{-|z_n|}{\lambda_{ab}}\right) \log\left(\frac{R}{a}\right). \quad (3.63)$$

A divergência logarítmica deste termo será solucionada posteriormente. O segundo termo de (3.62) nos demandará maior atenção. Primeiramente, expandimos o integrando em uma série de potências em r_n :

$$\int \frac{1}{\rho} \exp\left(\frac{-r_n}{\lambda_{ab}}\right) d\rho = \int \frac{1}{\rho} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\frac{-r_n}{\lambda_{ab}}\right)^m d\rho = \int \frac{1}{\rho} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \left(\frac{\rho^2 + z_n^2}{\lambda_{ab}^2}\right)^{m/2} d\rho. \quad (3.64)$$

Analisemos agora cada termo da série separadamente:

$$\int \frac{(-1)^m}{m!} \frac{1}{\lambda_{ab}^m} \frac{(\rho^2 + z_n^2)^{m/2}}{\rho} d\rho = \int \frac{(-1)^m}{m!} \left(\frac{|z_n|}{\lambda_{ab}}\right)^m \frac{[1 + (\rho/z_n)^2]^{m/2}}{\rho} d\rho. \quad (3.65)$$

Fazendo a mudança de variável $x = (\rho/z_n)^2$, obtemos

$$\int \frac{(-1)^m}{m!} \left(\frac{|z_n|}{\lambda_{ab}}\right)^m \frac{[1 + (\rho/z_n)^2]^{m/2}}{\rho} d\rho = \int \frac{(-1)^m}{m!} \left(\frac{|z_n|}{\lambda_{ab}}\right)^m \frac{(1+x)^{m/2}}{2x} dx. \quad (3.66)$$

Expandindo novamente, agora em série de potências de x :¹

$$\int \frac{(1+x)^{m/2}}{x} = \int \frac{1}{x} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (-m/2)_k}{k!} x^k dx, \quad (3.67)$$

onde $(-m/2)_k$ é o símbolo de Pochhammer: $(a)_k = a(a+1) \cdots (a+k-1)$. Integrando agora termo a termo da série, obtemos

$$\int \frac{1}{x} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (-m/2)_k}{k!} x^k = \log x + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} (-m/2)_{k+1}}{(k+1)!} \frac{x^{k+1}}{k+1}. \quad (3.68)$$

Usando agora a propriedade do símbolo do Pochhammer: $(a)_{k+1} = a(a+1)_k$ e notando que $(1)_k = k!$ e $(2)_k = (k+1)!$, podemos expressar este resultado em termos de funções hipergeométricas generalizadas:²

$$\begin{aligned} \int \frac{(1+x)^{m/2}}{x} &= \log x + \frac{m}{2} x \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(1)_k (1)_k (1-m/2)_k}{(2)_k (2)_k} \frac{(-x)^k}{k!} \\ &= \log x + \frac{mx}{2} {}_3F_2 \left(1, 1, 1 - \frac{m}{2}; 2, 2; -x \right). \end{aligned} \quad (3.69)$$

Podemos agora usar (3.69) em (3.64):

$$\int \frac{1}{\rho} \exp \left(\frac{-r_n}{\lambda_{ab}} \right) d\rho = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\frac{-|z_n|}{\lambda_{ab}} \right)^m \left[\log \left(\frac{\rho}{|z_n|} \right) + \frac{m\rho^2}{4z_n^2} {}_3F_2 \left(1, 1, 1 - \frac{m}{2}; 2, 2; -\frac{\rho^2}{z_n^2} \right) \right]. \quad (3.70)$$

O termo logarítmico da série:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\frac{-|z_n|}{\lambda_{ab}} \right)^m \log \left(\frac{\rho}{|z_n|} \right) \Big|_{\rho=\lambda_{ab}}^{\rho=R} = \lim_{a \rightarrow 0} \exp \left(\frac{-|z_n|}{\lambda_{ab}} \right) \log \left(\frac{R}{a} \right) \quad (3.71)$$

se cancela com (3.63), eliminando, assim, a divergência logarítmica. E finalmente obtemos a energia de interação magnética entre dois vórtices em camadas diferentes:

$$E_{EM} = -\frac{\Phi_0^2 d^2}{16\pi^2 \lambda_{ab}^3} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\frac{-|z_n|}{\lambda_{ab}} \right)^m \frac{mR^2}{4z_n^2} {}_3F_2 \left(1, 1, 1 - \frac{m}{2}; 2, 2; -\frac{R^2}{z_n^2} \right). \quad (3.72)$$

Até onde vai nosso conhecimento, não existe na literatura científica até o presente momento a expressão (3.72) para a energia de interação eletromagnética entre vórtices-panqueca. O cálculo analítico de tal expressão constitui, portanto, uma contribuição original desta tese.

¹ Em geral, a função que estamos expandindo não é analítica para $|x| > 1$. No entanto, podemos resolver este problema por meio de algumas deduções matemáticas, cujo resultado é o mesmo que seria se tivéssemos simplesmente integrado sobre valores de x menores que um e extrapolado para toda a reta real por meio de continuação analítica, como faremos.

² Tais funções só podem ser definidas para $|x| > 1$ por meio de continuação analítica. Ao admitirmos que x pode assumir valores nesse intervalo, estamos implicitamente fazendo uma extrapolação que, felizmente, é válida.

Podemos agora obter alguma informação sobre a energia magnética em determinados limites. No caso $|z_n| \ll R \ll \lambda_{ab}$, podemos considerar apenas o primeiro termo da série (3.72), pois, apesar de as funções hipergeométricas

$${}_3F_2 \left(1, 1, 1 - \frac{m}{2}; 2, 2; -\frac{R^2}{z_n^2} \right) \quad (3.73)$$

poderem possuir termos de ordem $(R/|z_n|)^l$ com $l < m$, tais correspondem, na série (3.72), a

$$\left(\frac{|z_n|}{\lambda_{ab}} \right)^m \left(\frac{R}{|z_n|} \right)^l = \left(\frac{|z_n|}{\lambda_{ab}} \right)^{m-l} \left(\frac{R}{\lambda_{ab}} \right)^l \ll \left(\frac{R}{\lambda_{ab}} \right)^l, \quad \text{para } l < m. \quad (3.74)$$

Assim, até para $l = 1$, o termo da série correspondente é $\ll R/\lambda_{ab}$ e podemos ver que os termos com $m > 1$ da série (3.72) são negligenciáveis neste regime. Podemos, assim, escrever

$$E_{mag} \approx -\frac{\phi_0^2 \lambda_{ab}}{4\pi^2 \Lambda^2} \left(\frac{-|z_n|}{\lambda_{ab}} \right) \frac{R^2}{4z_n^2} {}_3F_2 \left(1, 1, \frac{1}{2}; 2, 2; -\frac{R^2}{z_n^2} \right). \quad (3.75)$$

Mas

$${}_3F_2 \left(1, 1, \frac{1}{2}; 2, 2; -\frac{R^2}{z_n^2} \right) = -\frac{4z_n^2}{R^2} \left[\log \left(\frac{1 + \sqrt{1 + R^2/z_n^2}}{2} \right) - \sqrt{1 + R^2/z_n^2} + 1 \right]. \quad (3.76)$$

Então,

$$\begin{aligned} E_{mag} &\approx \frac{\phi_0^2 \lambda_{ab}}{4\pi^2 \Lambda^2} \left(\frac{-|z_n|}{\lambda_{ab}} \right) \left[\log \left(\frac{1 + \sqrt{1 + R^2/z_n^2}}{2} \right) - \sqrt{1 + R^2/z_n^2} + 1 \right] \\ &\approx \frac{\phi_0^2 \lambda_{ab}}{4\pi^2 \Lambda^2} \frac{-|z_n|}{\lambda_{ab}} \left[\log \left(\frac{R}{2|z_n|} \right) - \frac{R}{|z_n|} \right] \approx \frac{\phi_0^2 \lambda_{ab}}{4\pi^2 \Lambda^2} \frac{R}{\lambda_{ab}} \sim \frac{R}{\lambda_{ab}}, \end{aligned} \quad (3.77)$$

que é igual ao resultado visto em (1), calculado no mesmo regime. De fato, se construirmos um gráfico da energia magnética em função de R neste regime, vemos praticamente uma reta (veja figura 18).

Por outro lado, no regime $R \gg \lambda_{ab}$, a energia se comporta como um logaritmo, como podemos perceber pela figura 19.

3.3.2 Energia de Josephson

A interação de Josephson se dá entre vórtices em camadas adjacentes e é dada, de acordo com a equação (3.31), por

$$E_J = \frac{\hbar^2 |\psi|^2}{m_c d} \int d^2 \rho [1 - \cos(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n)] \quad (3.78)$$

para a interação entre as camadas n e $n + 1$. $\tilde{\varphi}_n$ é o da definição (3.36). Para conhecermos o comportamento de E_J , devemos encontrar os $\tilde{\varphi}_n$, o que faremos a partir das equações

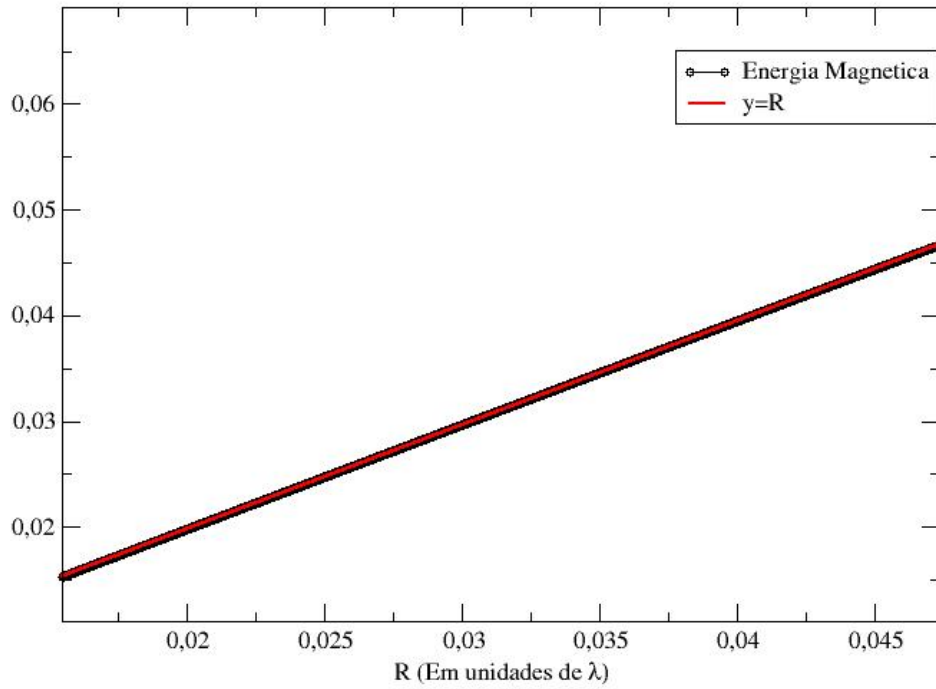


Figura 18 – Diagrama comparando o formato da curva da energia magnética em função de distância planar R para $z = 10^{-5}\lambda_{ab} \ll R$ (Linha negra) com o gráfico de uma reta do tipo $y = x$ (linha vermelha).

(3.47). Agora fica impraticável introduzir um único vórtice panqueca, pois as equações dependem da diferença de fase entre planos vizinhos e precisamos conhecer todas as diferenças de fase de todos os planos para obter uma solução para as equações. Primeiramente, usando (3.35) e o *gauge* de Coulomb,

$$\frac{m_c d^2}{m_{ab}} \left(\nabla_{ab}^2 \varphi_n - \frac{2\pi}{\Phi_0} \partial_z A_z \right) = \text{sen}(\tilde{\varphi}_n - \tilde{\varphi}_{n-1}) - \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n). \quad (3.79)$$

Subtraindo a equação acima para φ_{n+1} da equação para φ_n ,

$$\begin{aligned} \frac{m_c d^2}{m_{ab}} \left\{ \nabla_{ab}^2 (\varphi_{n+1} - \varphi_n) - \frac{2\pi}{\Phi_0} [\partial_z A_z(nd + d) - \partial_z A_z(nd)] \right\} = 2 \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n) - \\ - \text{sen}(\tilde{\varphi}_n - \tilde{\varphi}_{n-1}) - \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+2} - \tilde{\varphi}_{n+1}). \end{aligned} \quad (3.80)$$

Do lado esquerdo da equação acima

$$\begin{aligned} \partial_z A_z(nd + d) - \partial_z A_z(nd) = \int_{nd}^{(n+1)d} \partial_z^2 A_z dz = \int_{nd}^{(n+1)d} dz \left\{ \frac{4\pi}{c} j_J \text{sen}[\tilde{\varphi}(z + d) - \tilde{\varphi}(z)] - \right. \\ \left. - \nabla_{ab}^2 A_z \right\} = \frac{4\pi j_J}{c} \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n) - \nabla_{ab}^2 \int_{nd}^{(n+1)d} A_z dz. \end{aligned} \quad (3.81)$$

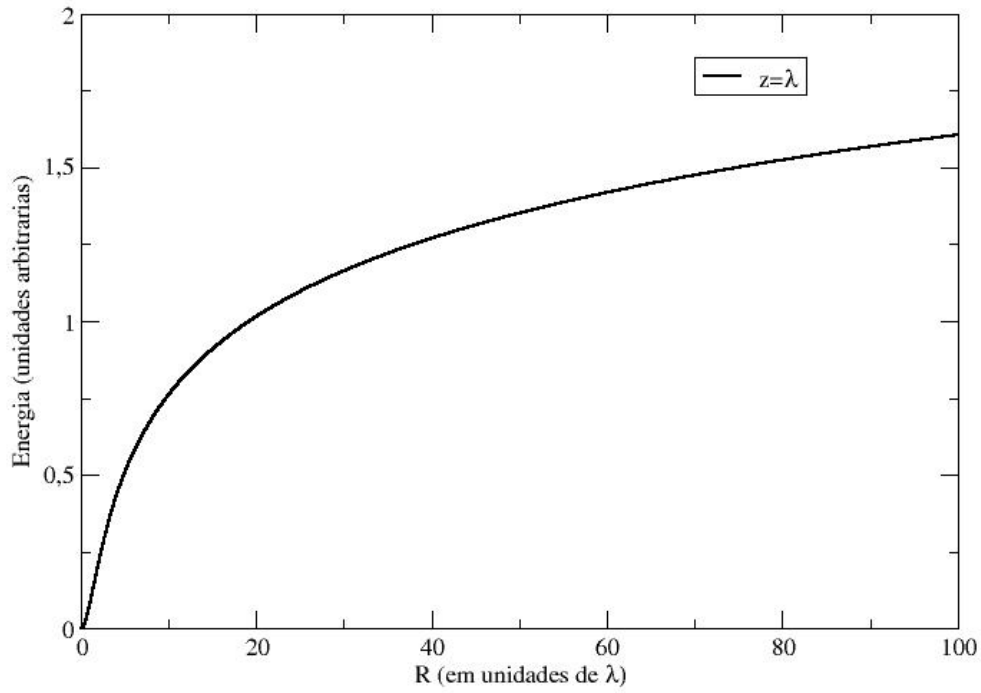


Figura 19 – Diagrama da energia magnética em função de distância planar R para $z = \lambda_{ab}$.

Substituindo (3.81) em (3.80),

$$\frac{m_c d^2}{m_{ab}} \left\{ \nabla_{ab}^2 (\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n) - \frac{8\pi^2 j_I}{\Phi_0 c} \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n) \right\} = 2 \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n) - \text{sen}(\tilde{\varphi}_n - \tilde{\varphi}_{n-1}) - \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+2} - \tilde{\varphi}_{n+1}). \quad (3.82)$$

Rearranjando os termos acima,

$$\nabla_{ab}^2 (\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n) = \frac{1}{\Lambda^2} [2 \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n) - \text{sen}(\tilde{\varphi}_n - \tilde{\varphi}_{n-1}) - \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+2} - \tilde{\varphi}_{n+1})] + \frac{1}{\lambda_c^2} \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n), \quad (3.83)$$

onde

$$\Lambda = \gamma d = d \sqrt{\frac{m_c}{m_{ab}}} \quad (3.84)$$

e

$$\lambda_c = \gamma \lambda_{ab}. \quad (3.85)$$

Estes dois comprimentos constituem as duas escalas do problema. Para distâncias planares $\rho \gg \Lambda$, podemos aproximar a equação (3.83) para uma equação diferencial

continua:

$$\left[\nabla_{ab}^2 + \frac{1}{\gamma^2} \partial_z^2 - \frac{1}{\lambda_c^2} \right] \Phi(\mathbf{r}) = 0, \quad (3.86)$$

onde $\Phi(\mathbf{r})$ denota a diferença de fase entre camadas adjacentes na aproximação do contínuo. Repare que a equação acima corresponde a aplicarmos as transformações (3.4) ao sistema de coordenadas. Assim, esta aproximação corresponde ao limite do Ginzburg-Landau anisotrópico.

Também devemos usar as condições de contorno para os vórtices (97):

$$(\partial_x \partial_y - \partial_y \partial_x)(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n) = 2\pi \sum_v [\delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_{n,v}) - \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_{n+1,v})], \quad (3.87)$$

onde $\boldsymbol{\rho}_{n,v}$ é a posição do n -ésimo vórtice da v -ésima linha de fluxo. Para o caso de um vórtice panqueca deslocado da linha de vórtices, como na figura 20, a equação (3.83) se torna

$$\nabla_{ab}^2(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n) = \left(\frac{1}{\Lambda^2} + \frac{1}{\lambda_c^2} \right) \text{sen}(\tilde{\varphi}_{n+1} - \tilde{\varphi}_n). \quad (3.88)$$

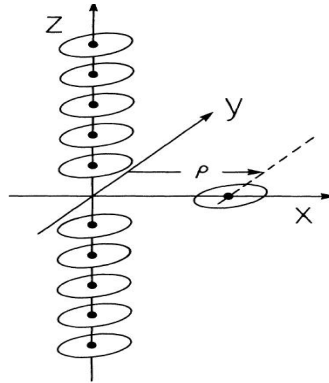


Figura 20 – Diagrama mostrando uma linha de vórtice com um vórtice panqueca deslocado. Retirado da referência (95).

Após algumas aproximações (1) e aplicando as condições de contorno (3.87), podemos obter a seguinte expressão para a energia de Josephson (64):

$$E_J = \frac{d\Phi_0^2}{8\pi^3 \lambda_{ab}^2} \left[1 + \ln \left(\frac{\lambda_{ab}}{d} \right) \right] \left(\frac{r_1^2}{(\gamma d)^2} - 1 \right) \ln \left(\frac{\gamma d}{r_1} \right) \quad \text{se } r_1 \leq \gamma d; \quad (3.89)$$

$$= \frac{d\Phi_0^2}{8\pi^3 \lambda_{ab}^2} \left[1 + \ln \left(\frac{\lambda_{ab}}{d} \right) \right] \left(\frac{r_1}{(\gamma d)} - 1 \right) \quad \text{caso contrário,} \quad (3.90)$$

onde $r_1 = |\mathbf{r}_i(z+1) - \mathbf{r}_i(z)|$ com $\mathbf{r}_i(z)$ a posição do vórtice panqueca pertencente à i -ésima linha de fluxo.

4 Defeitos e Ancoragem de Vórtices

Se injetarmos uma supercorrente J num material supercondutor com uma linha de vórtice em repouso, esta linha sofre uma força de Lorentz por unidade de comprimento dada por

$$\mathbf{F} = -\frac{\Phi_0}{c} \mathbf{J} \times \hat{n}, \quad (4.1)$$

onde $\hat{n}$ é o vetor unitário na direção da linha. Esta força faz com que parte da energia da supercorrente vá para o movimento do vórtice, havendo, assim, dissipação de energia e levando ao surgimento de uma resistência elétrica efetiva dentro do supercondutor. No entanto, imperfeições do material podem gerar um potencial de ancoragem sobre o vórtice e impedi-lo de se movimentar sob a ação de uma corrente, desde que esta corrente seja tal que a força exercida por ela sobre o vórtice seja menor que a força de ancoragem produzida pelos defeitos. Assim, o estudo dos defeitos num supercondutor é de grande interesse tecnológico, além do óbvio interesse científico. Nosso objetivo neste capítulo é estudar as contribuições dos defeitos no material para a estabilidade do sistema de linhas em função da temperatura e do campo magnético, no contexto em que as contribuições oriundas do modelo de Ginzburg-Landau para o sistema puro indicam a rede de Abrikosov como o estado fundamental da fase supercondutora. Falaremos dos principais mecanismos de ancoragem em supercondutores de alta temperatura. No entanto, estudaremos mais profundamente apenas os defeitos colunares, que é foco de nossas simulações computacionais descritas no próximo capítulo.

4.1 Mecanismos de Ancoragem

Entre os mecanismos de ancoragem de vórtices mais estudados em supercondutores da alta temperatura estão:

- *Defeitos Pontuais*. Bastante comum e que pode ser causado, por exemplo, por deficiência de oxigênio nos planos de CuO_2 . Estas vacâncias funcionam como centros de ancoragem (98), onde a força que cada defeito exerce sobre um vórtice aumenta linearmente com a distância à vacância até que, a uma distância da ordem de $\xi(T)$, há um decaimento exponencial dessa força de ancoragem.
- *Fronteiras de Grãos e Fronteiras Geminadas (Grain Boundaries e Twin Boundaries)*. Presentes, por exemplo, no $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ (YBCO) (99, 100, 101, 102). Como a estrutura cristalina do YBCO é ortorrômbica, as direções a e b do plano supercondutor não são exatamente iguais. As fronteiras de grãos são interfaces entre domínios onde

a orientação da rede muda. Fronteiras geminadas também aparecem em alguns dos supercondutores baseados em ferro (103, 104).

- *Defeitos Artificiais.* Como vimos, defeitos em supercondutores de alta temperatura são objetos desejáveis até certo ponto, pois garantem que as linhas de fluxo não se movam sob a ação de uma corrente externa e, por conseguinte, não haja dissipação no supercondutor. Um meio de incrementar a ancoragem dos vórtices é produzindo defeitos artificiais nas amostras (105). Entre as formas mais usadas de introduzir defeitos artificiais em supercondutores está a irradiação de íons pesados (16) produzindo defeitos lineares (veja figura 21). Um procedimento muito eficiente de se ancorar os vórtices é introduzir defeitos colunares orientados na mesma direção dos fluxos (14). Um tratamento teórico dos defeitos colunares utilizando a analogia entre linhas de fluxo e bósons bidimensionais foi feito por Nelson e Vinokur (21, 22). Este tratamento está na mesma linha da que vamos fazer a partir da próxima seção deste capítulo.

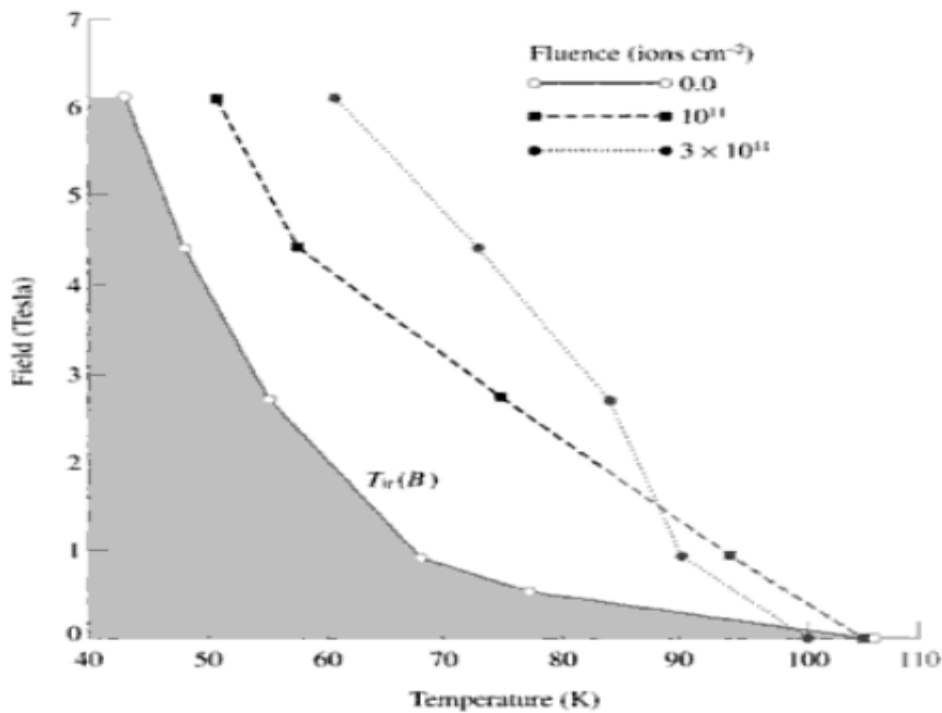


Figura 21 – Efeito da introdução de defeitos colunares sobre a curva de irreversibilidade para $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ (16). Abaixo da curva a resistividade do supercondutor é zero. Retirado da referência (2).

4.2 Defeitos Colunares

Nesta seção seguiremos os passos das referências (2, 21, 22). Primeiramente, definimos a energia livre de Helmholtz para um sistema de N vórtices e M defeitos no nosso modelo (veja figura 22), onde os defeitos colunares e o campo externo são ambos paralelos ao eixo z . Usando a mesma notação que em (3.49):

$$F = \frac{1}{2} \tilde{\epsilon}_1 \sum_{j=1}^N \int_0^L \left(\frac{d\mathbf{r}_j(z)}{dz} \right)^2 dz + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \int_0^L V(|\mathbf{r}_i(z) - \mathbf{r}_j(z)|) dz + \sum_{j=1}^N \int_0^L V_D[\mathbf{r}_j(z)] dz, \quad (4.2)$$

onde

$$V_D(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^M V_1(\mathbf{r} - \mathbf{R}_k), \quad (4.3)$$

com $\mathbf{R}_k$ fazendo o papel da posição do defeito k ; e $V(\mathbf{r}) = 2\epsilon_0 K_0(r/\lambda_{ab})$. O potencial V_1 de cada defeito é o de um poço de potencial cilíndrico cuja profundidade por unidade de comprimento é U_0 e cujo raio efetivo é $b_0 = \max(c_0, \xi_{ab})$, onde $c_0 \approx 25 - 40 \text{ \AA}$ é o raio dos defeitos colunares (veja figura 23).

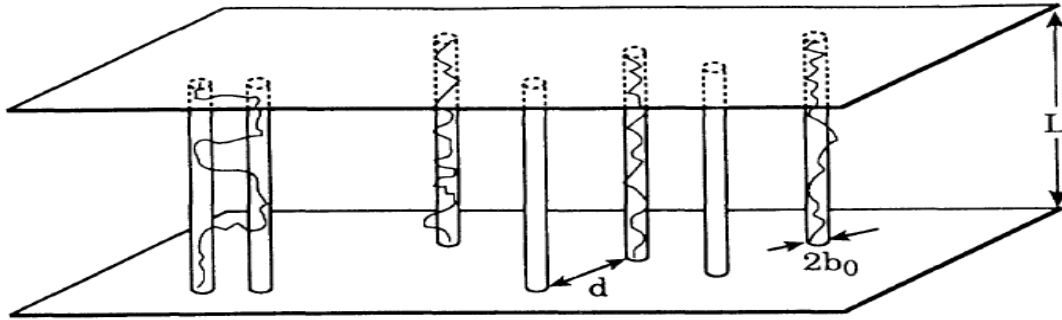


Figura 22 – Sistema de linhas de vórtices na presença de defeitos colunares. Retirado da referência (22).

Ao invés de proceder diretamente para o sistema de muitos vórtices e muitos defeitos, vamos primeiro obter alguns resultados interessantes para sistemas mais simples envolvendo apenas uma ou duas linhas de fluxo e alguns defeitos colunares.

4.2.1 Um Defeito e Um Vórtice

Calculemos primeiramente a energia livre de ligação $U(T)$ por unidade de comprimento do sistema, dada por

$$e^{U(T)L/k_B T} = \frac{\int \mathcal{D}\mathbf{r}(z) \exp \left[-\frac{\tilde{\epsilon}_1}{2k_B T} \int_0^L \left(\frac{d\mathbf{r}}{dz} \right)^2 dz + \frac{1}{k_B T} \int_0^L V_1[\mathbf{r}(z)] dz \right]}{\int \mathcal{D}\mathbf{r}(z) \exp \left[-\frac{\tilde{\epsilon}_1}{2k_B T} \int_0^L \left(\frac{d\mathbf{r}}{dz} \right)^2 dz \right]}. \quad (4.4)$$

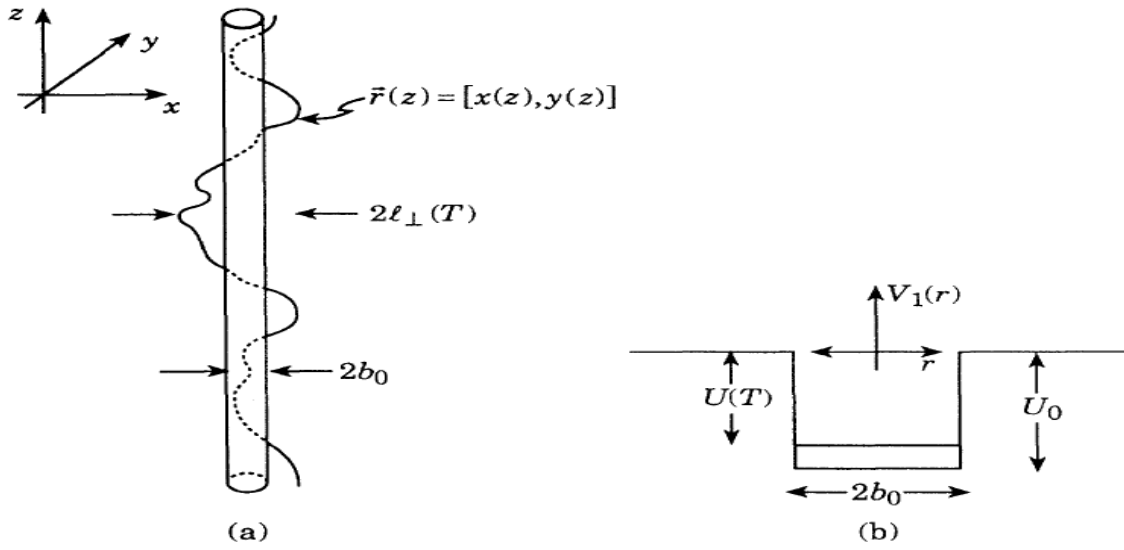


Figura 23 – (a) Esquema de uma linha de fluxo interagindo com um defeito colunar. (b) Potencial gerado por um defeito, onde U_0 é substituído por $U(T)$ devido à flutuação térmica. Retirado da referência (22).

Aplicando a analogia entre linhas de fluxo e partículas quânticas (bósons) bidimensionais, podemos dizer que o numerador do lado direito da equação (4.4), isto é,

$$Z(\mathbf{r}; 0, L) = \int \mathcal{D}\mathbf{r}(z) \exp \left[-\frac{\tilde{\epsilon}_1}{2k_B T} \int_0^L \left(\frac{d\mathbf{r}}{dz} \right)^2 dz + \frac{1}{k_B T} \int_0^L V_1[\mathbf{r}(z)] dz \right] \quad (4.5)$$

obedece à “equação de difusão”:

$$\left(-\frac{(k_B T)^2}{2\tilde{\epsilon}_1} \nabla_{ab}^2 + V_1(\mathbf{r}) \right) Z(\mathbf{r}; 0, L) = -k_B T \frac{\partial}{\partial L} Z(\mathbf{r}; 0, L). \quad (4.6)$$

Escrevemos agora $Z(\mathbf{r}, 0; L)$ em termos dos autovalores da “equação de Schrödinger” acima:

$$Z(\mathbf{r}, 0; L) = \sum_n \psi_n(\mathbf{r}) \psi_n(0) e^{-E_n L / T}. \quad (4.7)$$

Com $Z(\mathbf{r}, 0; L)$ escrito desta forma, podemos perceber que, se $L \rightarrow \infty$, o único termo do somatório da equação (4.7) que contribui significativamente é o de energia mais baixa, E_0 . Assim $U(T) = -E_0(T)$, resultado da equação

$$\left(-\frac{(k_B T)^2}{2\tilde{\epsilon}_1} \nabla_{ab}^2 + V_1(\mathbf{r}) \right) \psi_0(\mathbf{r}) = E_0 \psi_0(\mathbf{r}). \quad (4.8)$$

Podemos achar ψ_0 e E_0 aplicando os métodos usuais da mecânica quântica. O resultado para ψ_0 constitui-se de uma soma de funções de Bessel. Vale a pena notar que, se U_0 for tal que o sistema possa ser aproximado por um poço infinito,

$$U(T) \approx U_0 - x_{01}^2 \frac{k_B^2 T^2}{2\tilde{\epsilon}_1 b_0^2}, \quad (4.9)$$

onde x_{01} é o primeiro zero da função de Bessel J_0 . Isso nos faz acreditar, mesmo sem fazer os cálculos, que $U(T)$ é da forma

$$U(T) = U_0 f(T/T^*), \quad (4.10)$$

onde $k_B T^* = b_0 \sqrt{\tilde{\epsilon}_1 U_0}$ é uma escala de temperatura importante para o sistema e (4.9) é uma aproximação para U_0 grande, ou seja, para $T \ll T^*$.

Outra quantidade importante é o comprimento de localização $\ell_\perp$:

$$\ell_\perp^2 = \frac{\int d^2 r r^2 \psi_0^2(r)}{\int d^2 r \psi_0^2(r)}, \quad (4.11)$$

que mede o raio médio da trajetória da linha de fluxo em torno do centro de ancoragem (como mostrado na figura 23). Para $T \ll T^*$, obtemos

$$\ell_\perp = b_0 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\kappa}\right), \quad (4.12)$$

onde $\kappa \approx k_B T / \sqrt{2\tilde{\epsilon}_1 U(T)} \ll b_0$ é a distância até a qual a “partícula” penetra na região classicamente proibida.

Para $T \gg T^*$, por sua vez, temos (veja figura 24)

$$U(T) = \frac{1}{2} U_0 \left(\frac{T}{T^*}\right)^2 e^{-2(T/T^*)^2}, \quad (4.13)$$

e o comprimento de localização resulta

$$\ell_\perp \approx \frac{1}{\kappa} = \frac{k_B T}{\sqrt{2\tilde{\epsilon}_1 U(T)}} = b_0 e^{(T/T^*)^2}. \quad (4.14)$$

Agora vamos calcular a corrente crítica, que faz com que as linhas se “separem” dos defeitos, como função da temperatura. Dada uma corrente perpendicular à direção dos vórtices, usando a equação (4.1), temos $F_c = J_c \Phi_0 / c$. Para temperaturas baixas, esperamos que $F_c \approx U_0 / b_0$, assim,

$$J_c \approx \frac{c U_0}{\Phi_0 b_0}. \quad (4.15)$$

No entanto, para temperaturas mais altas ($T \gg T^*$), é natural pensarmos que, para reobtermos a corrente crítica, basta substituir U_0 e b_0 por $U(T)$ e $\ell_\perp$, respectivamente:

$$J_c \approx J_c(0) e^{-3(T/T^*)^2}. \quad (4.16)$$

4.2.2 Dois Defeitos e um Vórtice

Estudaremos aqui o caso de dois defeitos localizados na posições $\mathbf{R}_1$ e $\mathbf{R}_2$ e um só vórtice, que pode tunelar de um defeito pra outro (Veja figura 25). Neste caso, o potencial de ancoragem é dado por

$$V_2(\mathbf{r}) = V_1(\mathbf{r} - \mathbf{R}_1) + V_1(\mathbf{r} - \mathbf{R}_2). \quad (4.17)$$

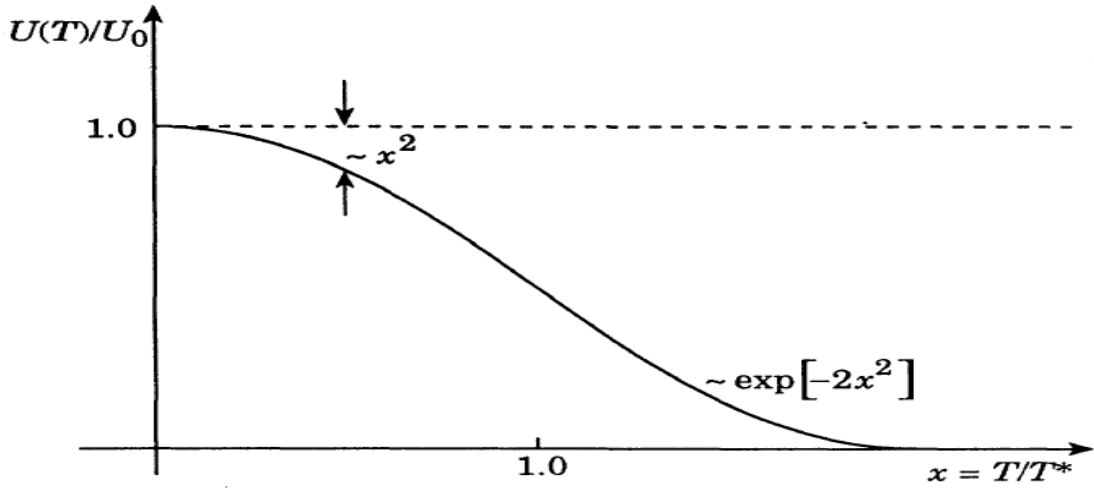


Figura 24 – Gráfico da energia livre de ligação para a ancoragem da figura 23. Retirado da referência (22).

O potencial V_1 é o mesmo da subseção anterior, com a mesma profundidade U_0 e o mesmo raio b_0 . A distância entre os vórtices é $|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2| = d_{12} \gg \ell_\perp(T)$, como na figura 25.

Apesar de o problema ser clássico, podemos fazer uma analogia com um poço duplo quântico, em que as configurações relevantes são aquelas em que a “partícula” está localizada em um ou em outro poço. Construamos, pois, dos estados fundamentais de um só poço, $\psi_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_1)$ e $\psi_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_2)$, uma base para nosso espaço de Hilbert. Nessa base, a representação matricial do hamiltoniano é escrita da seguinte forma:

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} E_0 & t \\ t & E_0 \end{pmatrix}, \quad (4.18)$$

onde E_0 é a energia do estado fundamental obtida na subseção anterior e $t > 0$ é o elemento da matriz hamiltoniana que permite o tunelamento entre os poços. Os autovalores de $\mathcal{H}$ são, portanto,

$$E_\pm = E_0 \pm t. \quad (4.19)$$

Estas são as duas energias mais baixas do sistema em questão.

Agora precisamos encontrar um valor para t . Com esse intuito, vamos usar o método variacional e minimizar

$$E(\psi) \equiv \frac{\int d^2r \left(\frac{k_B T^2}{2\epsilon_1} \psi^* \nabla_{ab} \psi + V_2 |\psi|^2 \right)}{\int d^2r |\psi|^2}, \quad (4.20)$$

usando a função tentativa

$$\psi(\mathbf{r}) = \alpha \psi_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_1) + \beta \psi_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_2). \quad (4.21)$$

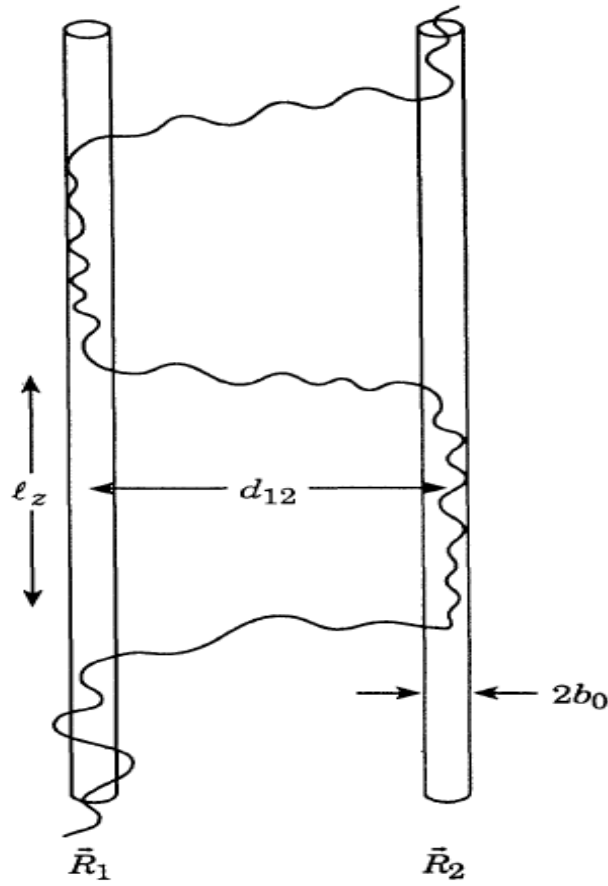


Figura 25 – Representação de um vórtice “tunelando” entre dois defeitos colunares. Retirado da referência (22).

O mínimo ocorre para o caso em que $\alpha = \beta$ e tem energia $E_0 - t$, com

$$t \approx \text{constante} \times \frac{U(T)}{\sqrt{E_{12}/k_B T}} e^{-E_{12}/k_B T}, \quad (4.22)$$

onde $U(T) = -E_0(T)$ e

$$E_{12} = \sqrt{2\tilde{\epsilon}_1 U(T) d_{12}}. \quad (4.23)$$

A linha de fluxo deslocaliza e vem ziguezagueando em torno de um dos defeitos até chegar a uma distância $\ell_\perp(T) \ll d_{12}$, onde ela continua ziguezagueando e ocasionalmente tunela para o outro defeito. Isso acontece em média cada vez que a linha percorre uma distância no eixo z da ordem (veja figura 25)

$$\ell_z \approx \left(\frac{b_0^2 \tilde{\epsilon}_1}{k_B T} e^{2(T/T^*)^2} \right) e^{E_{12}/k_B T}. \quad (4.24)$$

4.2.3 Vários Defeitos e Vários Vórtices

Podemos fazer uma analogia entre o comprimento de localização discutido na subseção 4.2.1 e o raio de Bohr, podendo os defeitos serem comparados a núcleos atômicos

que “seguram” os vórtices (elétrons). Para o caso de muitos defeitos e vórtices, podemos generalizar o hamiltoniano (4.18) para um modelo de *tight binding* (modelo de Bose-Hubbard), que permite que os vórtices façam transições entre os sítios (defeitos colunares) aleatoriamente espalhados na amostra. Podemos, assim, afirmar que o hamiltoniano do nosso sistema de partículas bidimensionais equivalente é

$$\mathcal{H} = -\mu \sum_j a_j^\dagger a_j + \sum_{i \neq j} t_{ij} (a_i^\dagger a_j + a_j^\dagger a_i) + V_{int} \sum_j a_j^\dagger a_j^\dagger a_j a_j, \quad (4.25)$$

onde $a_j^\dagger$ e a_j são operadores bosônicos de criação e destruição, respectivamente, que agem sobre vórtices num defeito colunar localizado em $\mathbf{R}_j$, μ é o potencial químico do sistema, os t_{ij} possuem a mesma função que o t da subseção anterior e V_{int} representa o potencial típico de interação entre dois vórtices no mesmo sítio. Este modelo é uma aproximação para os estados de mais baixa energia do sistema cuja função de partição grã-canônica é dada por

$$Z = \sum_{N=0}^{\infty} e^{\mu N L / k_B T} \text{Tr}(e^{-\mathcal{H}_N L / k_B T}), \quad (4.26)$$

onde

$$\mathcal{H}_N = -\frac{(k_B T)^2}{2\tilde{\epsilon}_1} \sum_{j=1}^N \nabla_{ab}^2 + \epsilon_0 \sum_{i \neq j} K_0 \left(\frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}{\lambda_{ab}} \right) + \sum_{j=1}^N V_D(\mathbf{r}_j). \quad (4.27)$$

Podemos obter os elementos de matriz t_{ij} generalizando o t encontrado em (4.22):

$$t_{ij} = t(d_{ij}) \approx \text{constante} \times \frac{U(T)}{\sqrt{E_{ij}/k_B T}} e^{-E_{ij}/k_B T}, \quad (4.28)$$

onde

$$E_{ij} = \sqrt{2\tilde{\epsilon}_1 U(T) d_{ij}}. \quad (4.29)$$

Uma estimativa razoável para V_{int} pode ser feita se notarmos que, no mesmo sítio, os vórtices ficam a uma distância muito pequena um do outro, da ordem de ξ_{ab} . Utilizando o limite (2.64), obtemos

$$V_{int} \approx 2\epsilon_0 \ln \left(\frac{\lambda_{ab}}{\xi_{ab}} \right). \quad (4.30)$$

Este valor dá conta da repulsão entre dois vórtices no mesmo sítio.

4.3 Possíveis Fases Desordenadas

As “partículas” descritas pelo hamiltoniano (4.25) são bósons, pois o estado fundamental de hamiltonianos que possuem simetria de troca, como em (4.27), é bosônico. Podemos, assim, utilizar todos os métodos e resultados da teoria de localização de bósons em duas dimensões para este problema. De fato, M. Fisher et al (106) já trataram

do caso de um sistema de muitos bósons cuja interação entre si é de curto alcance sob ação de um potencial aleatório. Eles identificaram uma fase vítrea, a qual chamaram de *Bose glass* (ou vidro de Bose, numa tradução literal), e analogia ao *Fermi glass* (ou vidro de Fermi) (107) para sistema de férmions fortemente correlacionados. Esta fase é caracterizada por uma compressibilidade finita do fluido de bósons e susceptibilidade superfluida infinita. Além disso, eles previram também uma outra fase, o *isolante de Mott* com compressibilidade nula e com um hiato (*gap*) de energia finito para a criação de partículas.

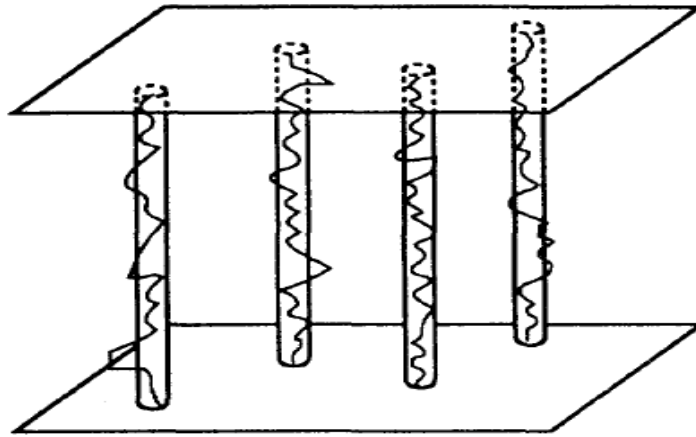


Figura 26 – Isolante de Mott: cada vórtice está ancorado num defeito colunar. Retirado da referência (22).

Nelson e Vinokur aplicaram a analogia entre bósons 2D e linhas de fluxo propondo que as mesmas fases encontradas por (106) podem ser encontradas no sistema de vórtices. Basta fazer a correspondência de acordo com a tabela 1: o caso $T = 0$ para os bósons corresponde ao limite $L \rightarrow \infty$ para os vórtices, de modo que variar a temperatura do sistema de vórtices corresponde a mudar a constante de Planck; assim, o limite de altas temperaturas corresponde à fase superfluida, enquanto o limite $T \rightarrow 0$ é mapeado no limite clássico do sistema de bósons. Desta forma, à medida que aumentamos a temperatura, o sistema de bósons associado vai ficando “mais quântico” e os vórtices vão ficando mais deslocalizados. Em contrapartida, à medida que diminuimos a temperatura, o sistema de bósons associado vai ficando “mais clássico” e os vórtices vão ficando mais localizados em torno dos defeitos, passando pelas fases de *Bose glass* e de isolante de Mott, que, de acordo com a previsão de Nelson e Vinokur, acontece quando a densidade de vórtices é no mínimo igual à de defeitos (veja figura 26). Na fase isolante de Mott, o campo dentro da amostra fica estagnado em $B = B_\phi = n\Phi_0$, onde n é a densidade de defeitos da amostra (a figura 27 mostra um diagrama apontando essas fases. A curva $B^*(T)$ mostra a região do diagrama abaixo da qual a interação entre os

vórtices deixa de ser importante).

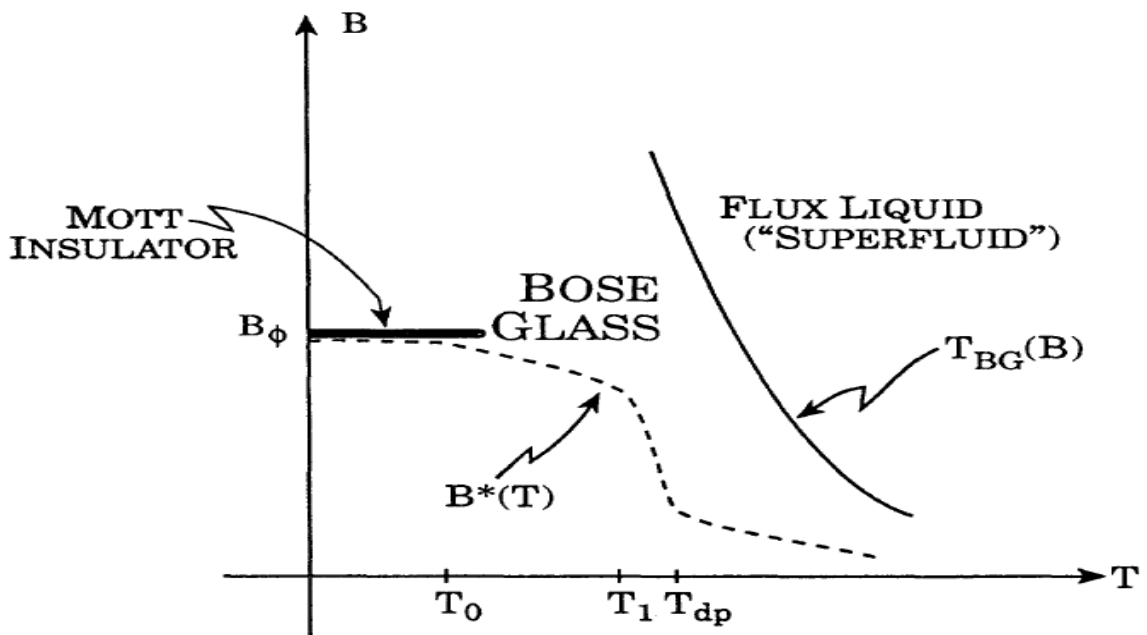


Figura 27 – Diagrama de Fase no limite de defeitos com alta força de ancoragem. A fase isolante de Mott aparece para $B_\phi = B$ e existe uma transição de fase entre a fase líquida e o *Bose glass* em $T_{BG}(B)$. Retirado da referência (22).

Existe uma fase análoga ao vidro de Bose para o caso de defeitos pontuais: o *vortex glass* (108), ou vidro de vórtices, em tradução literal. Apesar de análogas, Nelson e Vinokur argumentam que essas duas fases são bem distintas, visto que os defeitos pontuais aleatórios fazem com que o sistema tenha, desprezando a anisotropia própria dos supercondutores de alta temperatura, simetria angular; Isto não acontece no caso dos defeitos colunares: existe uma dependência pronunciada da posição da linha de irreversibilidade em relação ao ângulo entre o campo aplicado e os defeitos, como verificado experimentalmente por Worthington et al. (109) para o YBCO.

Tanto a teoria do *Bose glass* quanto a do *vortex glass* produzem vários resultados que já foram verificados experimentalmente. No entanto, alguns experimentos (111, 112, 113) indicaram a existência de ordem de longo alcance para o sistema de vórtices em amostras fracamente desordenadas, o que é usualmente incompatível com uma fase vítrea. Enfrentando esse problema, Giamarchi e Le Doussal (32, 110) desenvolveram uma teoria de linhas de fluxo na presença de fraca desordem que prevê a existência de uma fase chamada de *Bragg glass*, ou vidro de Bragg. Esta fase é caracterizada por apresentar um decaimento com lei de potência de $S(q)$ perto de $q = 0$. Um diagrama de fase proposto em (110) contendo esta fase pode ser visto na figura 28. Tal fase também foi prevista por algumas simulações numéricas elaboradas por Dasgupta e Valls ((114, 115)). Assim como existe um paralelo entre o *vortex glass* e o *Bose glass*, é natural pensarmos

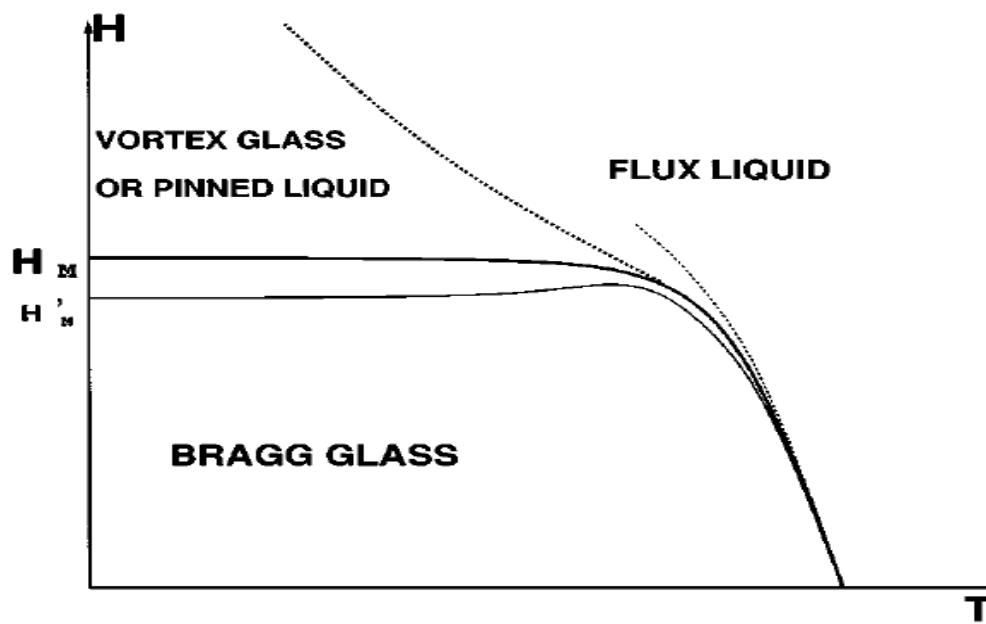


Figura 28 – Diagrama de Fase mostrando uma região onde ocorre o *Bragg glass*. Retirado da referência (110).

que também existe uma fase para defeitos correlacionados análoga ao *Bragg glass* para o caso de defeitos pontuais. Giamarchi e Le Doussal nomearam esta fase de *Bragg-Bose glass* (110). Evidências experimentais diretas do *Bragg glass* foram encontradas para o $(K, Ba)BiO_3$ (33), um composto isotrópico. Para compostos anisotrópicos tais como o BSCCO (48, 112, 116) e o YBCO (117), entretanto, as evidências são indiretas, mas coerentes com o aparecimento de um *Bragg glass* para desordem fraca.

5 Simulação de Vórtices no BSCCO com Defeitos Colunares em Campos Intermediários e Altos: Fase *Bose Glass*

5.1 O BSCCO como um Supercondutor em Camadas

O BSCCO, que foi descoberto em 1988 por Maeda et al. (118), é na verdade uma família de compostos supercondutores de altas temperaturas cuja fórmula generalizada é $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_n\text{Cu}_{n+1}\text{O}_{2n+6}$, onde n é um número natural. Para $n = 1$ (o mais comumente estudado), o composto possui uma estrutura que contém “bicamadas” de CuO_2 : dois planos de CuO_2 separados por uma camada de cálcio (veja figura 29).

Em geral, as análises que são feitas a partir da teoria de Ginzburg-Landau anisotrópica, sem considerar o efeito da estrutura de camadas dos supercondutores geram resultados insatisfatórios para o BSCCO. Isso porque ele é um supercondutor fortemente anisotrópico e a análise de suas características requer um modelo que leve em conta a estrutura discreta de planos que ele possui. Por isso, é necessário analisar este composto sob a luz do modelo de Lawrence-Doniach, que vimos no capítulo 2, para computar de forma mais precisa a física do BSCCO.

5.2 Modelagem da Matéria de Vórtices no BSCCO

Executamos os mesmos procedimentos aplicados com sucesso em trabalhos anteriores do grupo (66, 67). Podemos imaginar uma linha de fluxo num supercondutor em camadas como uma série de vórtices-panqueca pontuais em cada plano ligados por uma interação Josephson (veja figura 30).

Foram executadas simulações Monte Carlo de um sistema com 64 linhas de vórtice numa rede de $256 \times 222 \times N_z$, com $N_z = 64$ camadas e com condições de contorno periódicas em todas as direções. Inicializamos o sistema com uma rede de Abrikosov em $T = 1$ K e aumentamos T em passos de 1 K. Usamos 10^5 passos Monte Carlo para cada temperatura e escolhemos parâmetros do BSCCO (1): sejam d a distância entre os planos de CuO_2 , s a espessura de tais planos, T_c a temperatura crítica do material e λ_0 o comprimento de penetração tal que $\lambda_{ab}(T) = \lambda_0(1 - T/T_c)^{-1/2}$, utilizamos (67)

$$d = 15\text{\AA}, T_c = 87\text{K}, s = 1.66\text{\AA}, \lambda_0 = 1414.2\text{\AA}, \xi_{ab} = 40\text{\AA}, \gamma = 100. \quad (5.1)$$

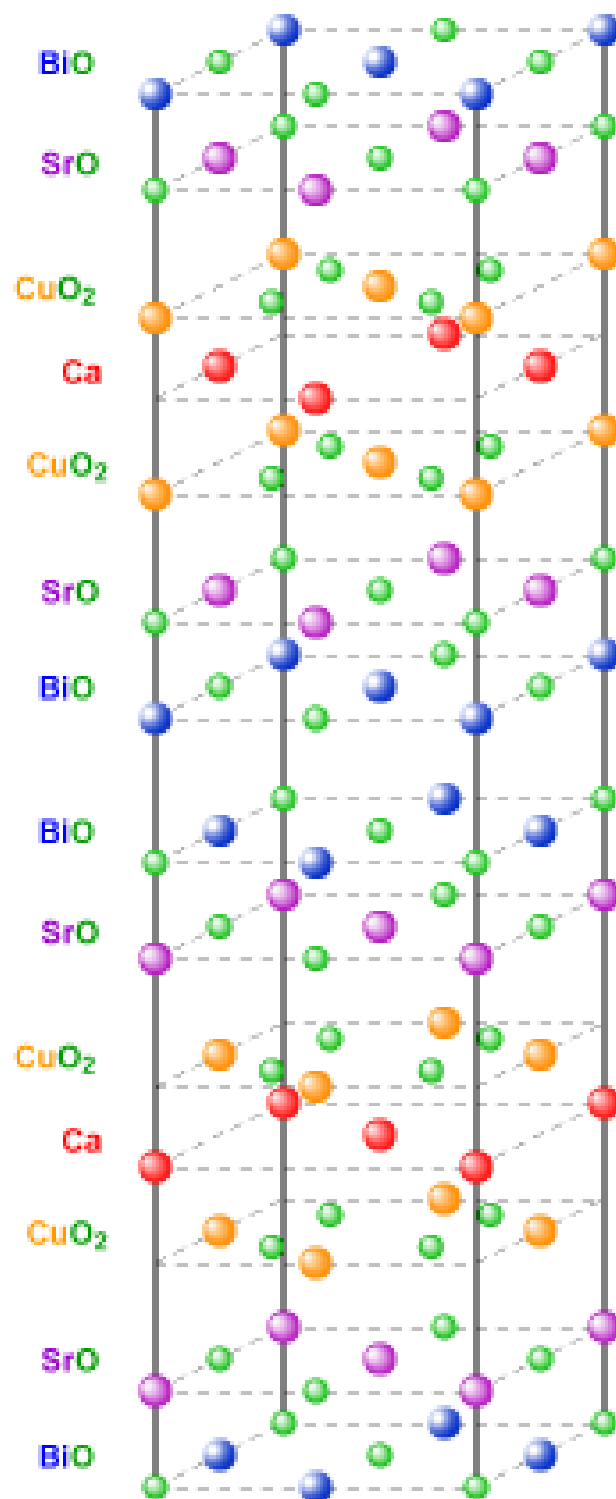


Figura 29 – Estrutura da célula unitária do BSCCO-2212 ($n = 1$: $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$). Retirado do site (119).

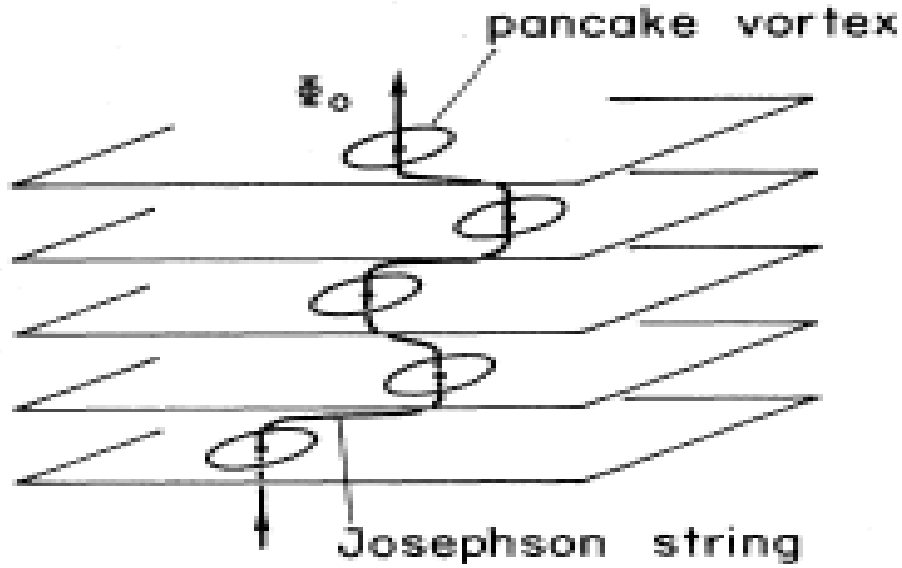


Figura 30 – Estrutura em camadas típicas de um supercondutor de alta temperatura mostrando a estrutura dos vórtices-panqueca ligados via interação Josephson. Retirado da referência (1).

Os resultados do modelo de Lawrence-Doniach, discutidos no capítulo 2, serão tomados como base para as expressões das energias de interação entre os vórtices. Considerando cada plano como uma pequena camada supercondutora anisotrópica de espessura s , para vórtices no mesmo plano, a repulsão magnética, advinda do modelo de Ginzburg-Landau anisotrópico pela equação (3.3c):

$$V_{plano} = \frac{\Phi_0^2 s}{8\pi^2 \lambda_{ab}^2} K_0 \left(\frac{|\mathbf{r}_{ij}(z)|}{\lambda_{ab}} \right); \quad (5.2)$$

onde $\mathbf{r}_{ij} = |\mathbf{r}_i(z) - \mathbf{r}_j(z)|$ e $\mathbf{r}_j(z)$ é a posição do vórtice panqueca pertencente à i -ésima linha de fluxo.

O acoplamento Josephson entre vórtices pertencentes à mesma linha de fluxo e em camadas adjacentes é, como na equação (3.89):

$$V_J = \frac{d\Phi_0^2}{8\pi^3 \lambda_{ab}^2} \left[1 + \ln \left(\frac{\lambda_{ab}}{d} \right) \right] \frac{r_1^2}{(\gamma d)^2} \ln \left(\frac{\gamma d}{r_1} \right) \quad \text{se } r_1 \leq \gamma d; \quad (5.3)$$

$$= \frac{d\Phi_0^2}{8\pi^3 \lambda_{ab}^2} \left[1 + \ln \left(\frac{\lambda_{ab}}{d} \right) \right] \left(\frac{r_1}{(\gamma d)} - 1 \right) \quad \text{caso contrário.} \quad (5.4)$$

Aqui $r_1 = |\mathbf{r}_i(z+1) - \mathbf{r}_i(z)|$, onde $\mathbf{r}_i(z)$ é a posição da i -ésima linha de vórtice no plano z e $\gamma = \sqrt{m_{ab}/m_c}$.

Introduzimos defeitos colunares distribuídos aleatoriamente sobre a amostra. O potencial de desordem V_D é tal que, na versão contínua, temos:

$$\overline{V_D(\boldsymbol{\rho}) V_D(\boldsymbol{\rho}')} = E_p \delta_2(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'), \quad (5.5)$$

onde $\delta_2(\rho)$ é a função delta de Dirac bidimensional. Temos assim, uma energia total

$$E = \sum_{(i \neq j), z} V_{plano}(|\mathbf{r}_{ij}(z)|) + \sum_{i, z} V_J(|\mathbf{r}_i(z+1) - \mathbf{r}_i(z)|) + \sum_j V_D[\mathbf{r}_j(z)] \quad (5.6)$$

Em nossa implementação numérica, ρ e ρ' assumem valores discretos em pontos da rede bidimensional (256×222 pontos).

Nosso programa calculou o primeiro pico de Bragg do fator de estrutura, $S(\mathbf{k}_{Bragg})$, onde $S(\mathbf{k}) = S(\mathbf{k}, z = 0)$ é o fator de estrutura planar no espaço dos momentos $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, dado por:

$$S(\mathbf{k}, z) = \frac{1}{\Omega N} \sum_{\mathbf{r}} \langle n(0, 0) n(\mathbf{r}, z) \rangle e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}, \quad (5.7)$$

onde Ω é uma constante de normalização de modo que, para uma rede de Abrikosov, $S(K_{Bragg}) = 1$, e $n(\rho, z)$ denota a densidade de vórtices na posição (ρ, z) ; e o parâmetro de ordem orientacional local (ou parâmetro de ordem hexática)

$$\Psi_6 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{z_i} \sum_{j=1}^6 e^{6i\theta_{ij}}, \quad (5.8)$$

onde θ_{ij} é o ângulo de ligação entre dois vórtices-panqueca vizinhos e z_i é o número de vizinhos no plano da i -ésima pancake. Repare que, para uma rede hexagonal, $\theta_{ij} = \pi/3$ para quaisquer i e j e $\Psi_6 = 1$.

O algoritmo utilizado foi o de Metropolis (120), consistindo das seguintes etapas:

- Primeiro, faz-se um passo-tentativa modificando aleatoriamente a posição de um vórtice pancake;
- Calcula-se a energia E da nova configuração de vórtices após o passo;
- Se a energia da nova configuração for menor que a da configuração anterior, o passo é aceito;
- Caso contrário, a probabilidade de aceitação do passo é proporcional ao fator de Boltzmann $\sim e^{-E/k_B T}$. Este último passo serve para dar conta das flutuações em torno da configuração de energia mínima.
- Repetimos os procedimentos acima, agora pegando como configuração inicial a configuração escolhida a partir dos passos anteriores.

Fazemos isso até alcançarmos o número total de passos de Monte Carlo desejados. No entanto, descartamos uma certa quantidade dos primeiros passos para equilíbrio. No nosso caso, o número de passos descartados é $n_0 = 2 \times 10^4$.

5.3 Resultados das Simulações

5.3.1 Estados metaestáveis para campos intermediários

Primeiramente, nós variamos a razão entre a concentração de defeitos $n_d = B_\phi / \Phi_0$ e a concentração de vórtices $n = B / \Phi_0$, com $B_\phi = B/4$ [Fig. 31(a)], $B_\phi = B$ [Fig. 31(b)] e $B_\phi = 4B$ [Fig. 31(c)]. Testamos, portanto, tanto a regime de alta quanto de intermediária concentração de defeitos. Fixamos $B = 1$ kG e $E_p = -100$ K (em unidades de k_B), e medimos o fator de estrutura, $S(k_{\text{Bragg}})$, à medida que a temperatura varia em passos de $\Delta T = \pm 1$ K, dependendo das condições iniciais escolhidas. Os dados apresentados a seguir são resultado de uma média sobre trinta amostras e as barras de erro representam o desvio padrão em torno da média. Se a rede de Abrikosov é tomada como o estado inicial a $T = 0$, a curva de $S(k_{\text{Bragg}})$ mais alta é a do sistema sem defeitos. Para os sistemas dopados, entretanto, nós usamos duas condições iniciais representativas a $T = 0$ para simular amostras que sofrem resfriamento a campo zero (ZFC, do inglês *Zero Field Cooling*): a rede de Abrikosov e redes aleatórias. Consideramos também o caso de resfriamento sob um campo aplicado (FC, do inglês *Field Cooling*) com temperatura inicial a $T_0 = 79$ K (ou seja, na fase líquida), abaixo da temperatura crítica $T_c = 87$ K a $B = 1$ kG.

A introdução dos defeitos colunares na amostra muda radicalmente o retrato de fase do sistema, ocasionando a formação de vários mínimos locais da energia livre, associados às configurações metaestáveis. Os vórtices não se alinham em nenhuma rede periódica e podem ficar congelados num estado *Bose glass* (21, 22), embora a agitação térmica possa fazer com que os vórtices se desancorem dos defeitos. De fato, a agitação térmica faz com que o sistema de vórtices visite diferentes estados metaestáveis, que dependem fortemente das condições iniciais mencionadas acima. Outra característica notável do sistema é que, entre a fase BG e a rede de vórtices desancorada, ele experimenta um processo contínuo de desancoragem dos defeitos, no qual alguns vórtices em uma linha se desancoram enquanto outros permanecem ligados aos defeitos.

Na Fig. 31(a), podemos ver que as barras de erro para o caso em que o estado inicial dos vórtices a $T = 0$ é aleatório são bastante largas, o que pode ser explicado pelo fato de haver relativamente poucos defeitos ($B_\phi = B/4$), proporcionando a formação de estados metaestáveis com valores bem diferentes de $S(k_{\text{Bragg}})$. Entretanto, para $B_\phi = B$ e $B_\phi = 4B$, como mostrado nas Figs. 31(b) e 31(c), respectivamente, a fase BG se torna mais estável para B mais alto, apesar de que os vórtices vão se desancorando dos defeitos à medida em que T aumenta e o sistema alcança a curva de derretimento. Além disso, à medida em que T aumenta a partir da rede de Abrikosov em $T = 0$, como mostrado nas Figs. 31(a) e 31(b), o sistema visita vários estados metaestáveis até que $S(k_{\text{Bragg}})$ chega a um mínimo; apesar disso, no começo do “depinning”, o sistema evolui até alcançar a curva de derretimento do sistema sem defeitos. Uma exceção a isso é o caso altamente

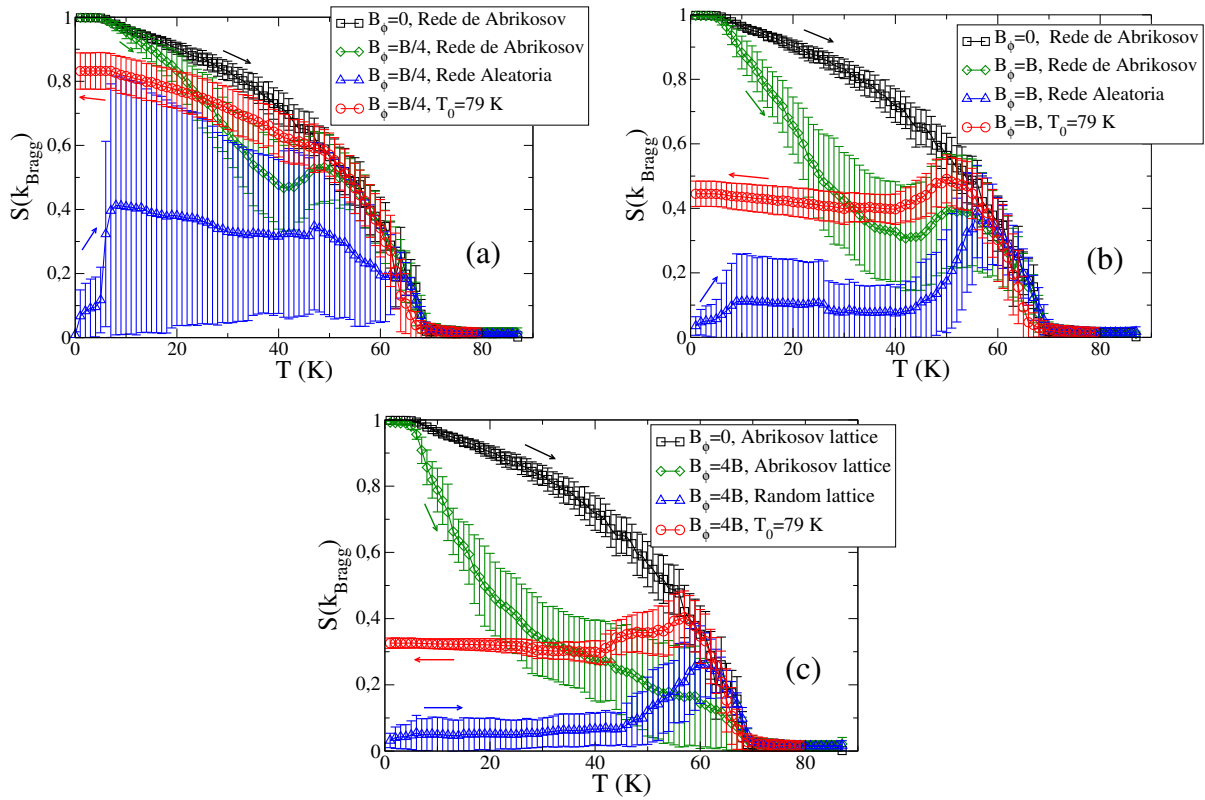


Figura 31 – Primeiro pico de Bragg do fator de estrutura $S(k_{\text{Bragg}})$ como uma função da temperatura para (a) $B_\phi = B/4$, (b) $B_\phi = B$ e (c) $B_\phi = 4B$, usando $B = 1$ kG. Os dados para as amostras sem defeitos ($B_\phi = 0$) são mostrados para comparação. As setas indicam se os dados são para temperatura crescente ou decrescente.

dopado, em que $S(k_{\text{Bragg}})$ diminui monotonicamente a partir do estado inicial até a temperatura de derretimento, como mostrado na Fig. 31(c). Por outro lado, à medida que T diminui a partir da fase líquida a $T_0 = 79$ K, sob o protocolo FC, a matéria de vórtice é aprisionada numa fase BG bastante robusta a temperaturas baixas o suficiente, como mostrado nas Figs. 31(a)-31(c).

A Fig. 32 mostra as projeções bidimensionais das configurações de vórtice (em vermelho) de uma amostra à medida que T diminui via um procedimento FC ($B_\phi = B$). Nessa figura, podemos também observar o desvio das configurações de vórtice relativas à rede de Abrikosov (em verde), bem como as posições em que se encontram os defeitos colunares (em azul). A $T = 68$ K [Fig. 32(a)], perto do ponto de derretimento, a matéria de vórtice não apresenta qualquer diferença significativa do sistema sem defeitos. Note que, no instantâneo a $T = 50$ K mostrado na Fig. 32(b), a matéria de vórtices exibe vórtices desancorados num fundo de *Bose glass*. Ao resfriarmos o sistema, os vórtices do estado metaestável BG apresentados nas Figs. 32(b)-32(d) permanecem razoavelmente imóveis, exceto pela caminhada termicamente induzida em torno do valor médio.

Para ilustrar, na Fig. 33(a), mostramos um gráfico 3D plot da configuração de vórtices

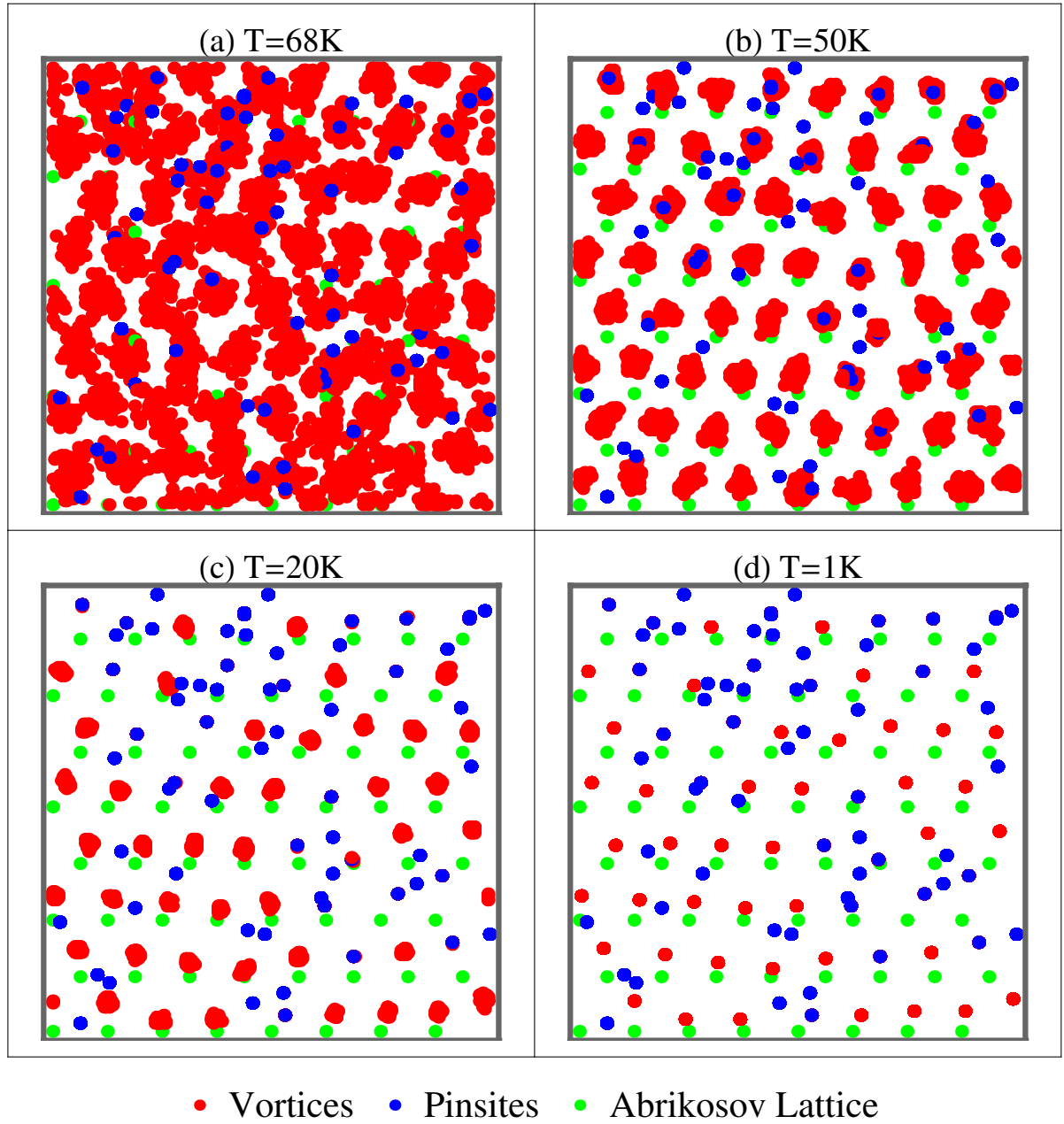


Figura 32 – Projeções planares das configurações de vórtice (em vermelho) a $B_\phi = B = 1$ kG e (a) $T = 68$ K, (b) $T = 50$ K, (c) $T = 20$ K e (d) $T = 1$ K ao final de um procedimento FC começando de $T_0 = 79$ K. A posição dos defeitos e a rede de Abrikosov são mostradas em azul e verde, respectivamente.

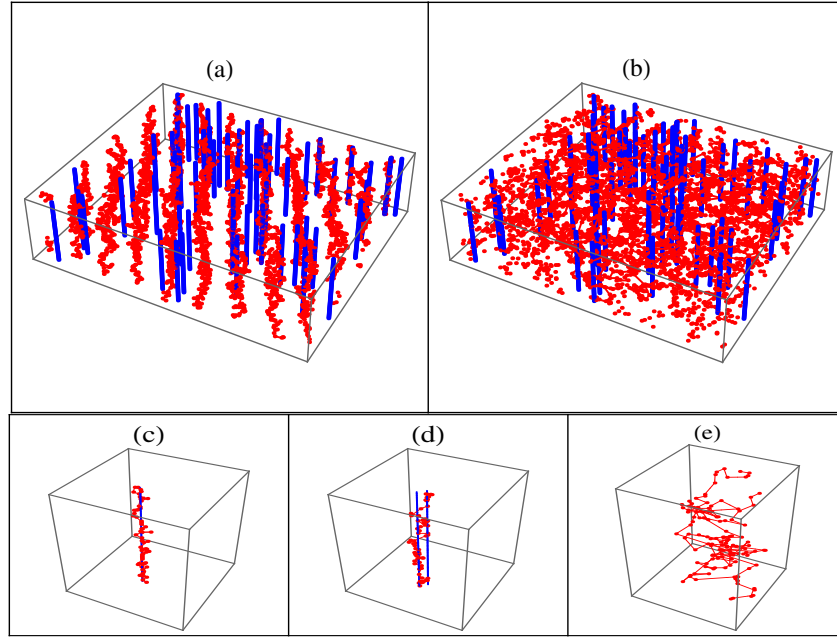


Figura 33 – Representação 3D de uma rede de vórtices para $B = 1$ kG a (a) $T = 50$ K no começo do desancoramento dos vórtices e (b) $T = 71$ K acima da temperatura de derretimento. (c) Ilustração de um vórtice circundando um defeito colunar a $T = 50$ K; (d) dois defeitos colunares a $T = 50$ K; e (e) duas linhas de vórtice emaranhadas a $T = 71$ K.

da Fig. 32(b), a partir do qual isolamos dois vórtices: uma passeando em torno de um defeito [Fig. 33(c)] e o outro, em torno de dois defeitos [Fig. 33(d)]. Na Fig. 33(b), mostramos a configuração de vórtices a $T = 71$ K, no começo da fase derretida, de onde, na Fig. 33(e), nós separamos dois vórtices emaranhados pra visualização. Esse emaranhamento ocorre quando o comprimento de correlação ao longo do eixo perpendicular aos planos supercondutores for tipicamente menor que duas vezes a distância entre dois planos primeiro-vizinhos.

Para estudar como o comprimento de correlação entre os vórtices panqueca da linha de fluido se comporta com T , consideramos o decaimento exponencial com z do fator de estrutura:

$$S(k_x, k_y, z) = S(k_x, k_y) e^{-z/\xi}. \quad (5.9)$$

Como mostrado na Fig. 34 para $B_\phi = B$, o comprimento de correlação tem um pequeno aumento quando os defeitos são introduzidos na amostra. Esse resultado já era esperado, pois é natural que os defeitos favoreçam a preservação da integridade das linhas de vórtice, ancorando as linhas que por acaso estiverem próximas a eles. Tanto no caso ZFC quanto no FC, note no *inset* da Fig. 34, que o processo de desacoplamento dos planos no começo do derretimento ocorre de forma bastante suave (decaimento exponencial), apesar de que a formação das estruturas tipo panqueca acontece depois da transição. De

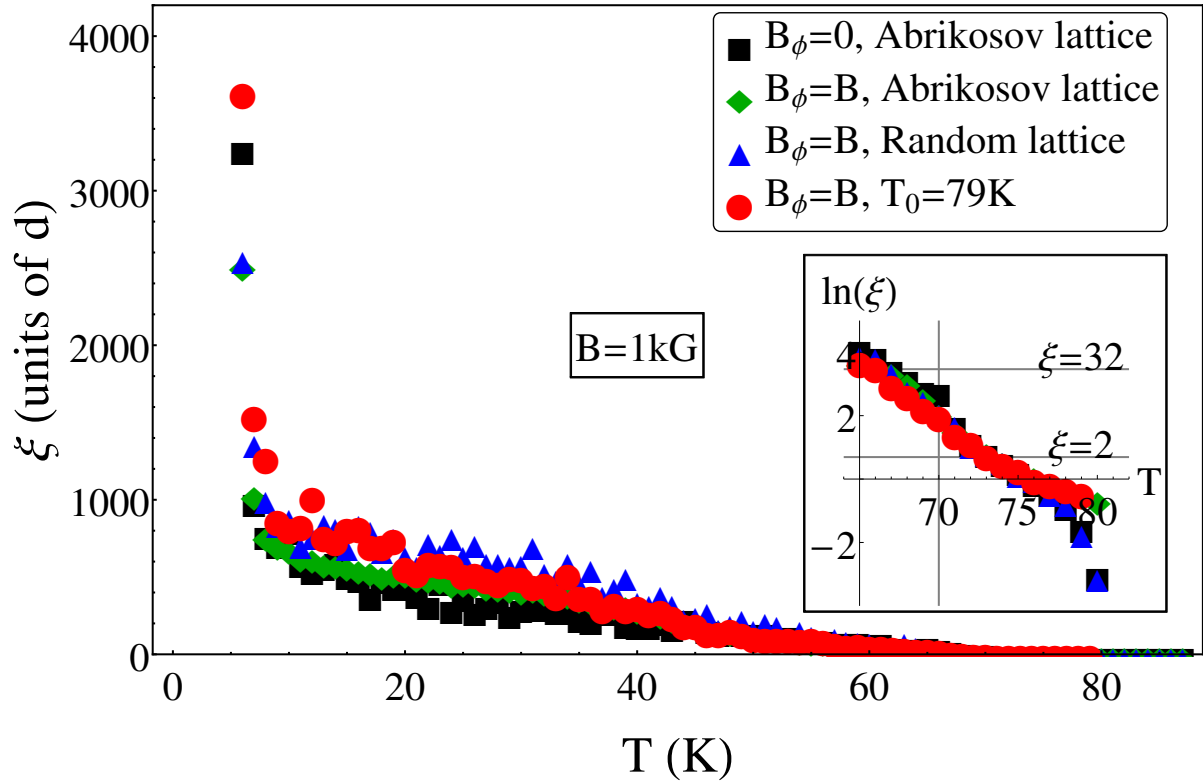


Figura 34 – Comprimento de correlação ξ (em unidades da distância d entre camadas consecutivas) como função de T para $B = 1$ kG, para os mesmos casos mostrados na Fig. 31(b). Inserção: $\ln(\xi)$ versus T , mostrando em detalhe o comportamento de ξ na vizinhança da temperatura de derretimento, com as linhas horizontais indicando os pontos em que $\xi = N_z/2 = 32$ e $\xi = 2$, e a linha vertical indicando a temperatura de derretimento $T_m = 70$ K.

fato, o sistema desacopla a $T \approx 75$ K, que está acima da temperatura de derretimento $T_m \approx 70$ K.

A fim de detectar possíveis novos efeitos, nós também consideramos o efeito da interação eletromagnética de longo alcance entre os vórtices panqueca em camadas diferentes a partir da equação (3.75). É pertinente mencionar que estudos anteriores (64, 66, 95) sobre o modelo LD levavam em consideração apenas a expressão da energia planar de curto alcance, equação (3.3c). Na Fig. 35, mostramos que o comportamento de $S(k_{\text{Bragg}})$ para a amostra cuja condição inicial a $T = 0$ era uma rede de Abrikosov é qualitativamente similar aos casos estudados acima, incluindo o aparecimento de um processo de derretimento em dois passos. A similaridade qualitativa fica evidenciada quando vemos a concordância quase completa entre os dados de FC com e sem a interação eletromagnética de longo alcance (veja a Fig. 35).

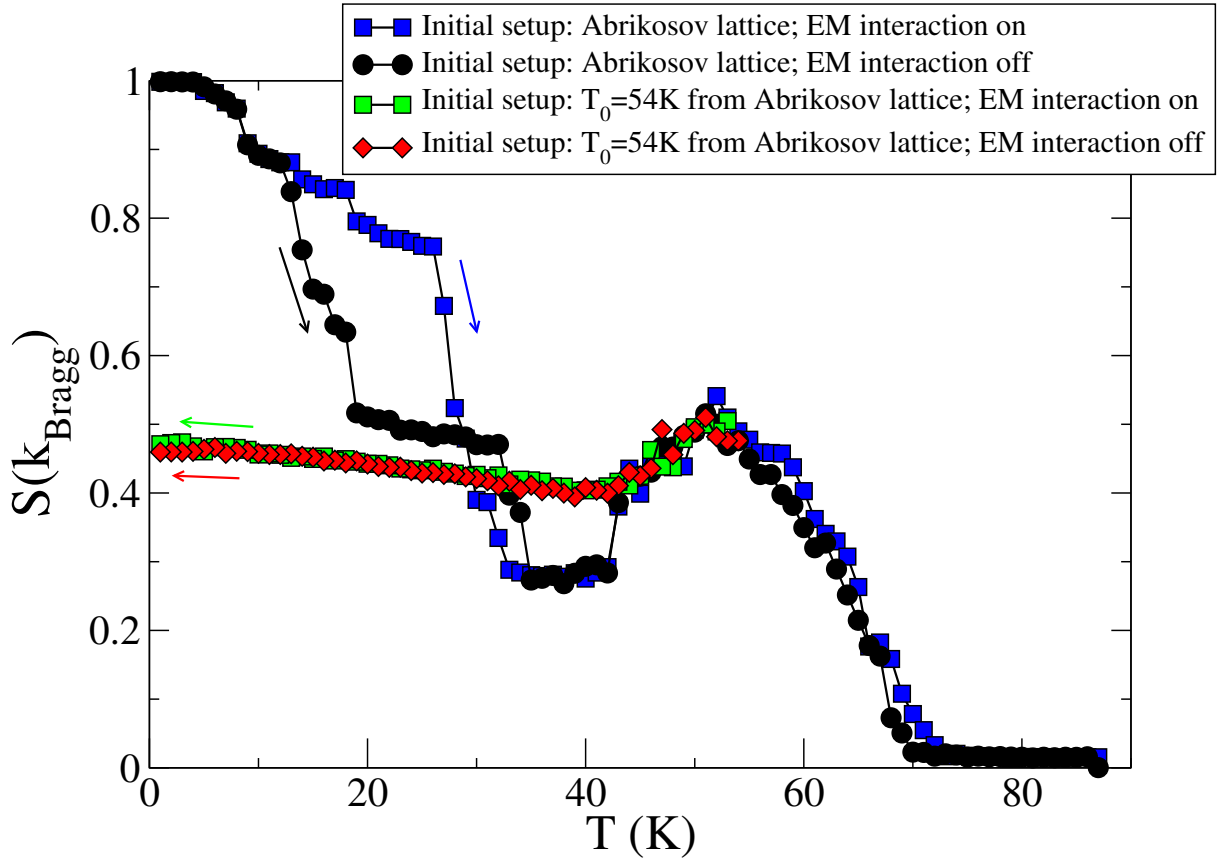


Figura 35 – Primeiro pico de Bragg do fator de estrutura como função da temperatura para o caso em que a interação magnética de longo alcance entre vórtices ao longo da mesma linha é levada em conta (interação EM ligada) ou não (interação EM desligada). Os dados são mostrados para o aquecimento da amostra ZFC, bem como para o procedimento FC para $B = 1$ kG com temperatura inicial $T_0 = 54$ K.

5.3.2 Defeitos colunares em uma rede triangular

Nós também executamos simulações de amostras cujos defeitos estavam dispostos numa rede triangular, coincidente com a rede de Abrikosov, como mostrado na Fig. 36 para $B_\phi = B$. Nesse caso, vemos que os vórtices permanecem ancorados nos defeitos numa razão 1:1 até o derretimento, o que é confirmado pelos dados do $S(k_{\text{Bragg}})$ mostrados na Fig. 37. Esse estado corresponde ao isolante de Mott previsto por Nelson e Vinokur (22) e observado tanto numericamente (121) quanto experimentalmente (58). Notamos na Fig. 37 que $S(k_{\text{Bragg}})$ é maior que aquele da amostra pura. De fato, a configuração ancorada é muito estável, de modo que vemos que, até no caso no qual nós colocamos os vórtices em posições aleatórias em $T = 0$, o sistema evolui rapidamente para tocar a curva do caso em que os vórtices começam posicionados numa rede triangular (veja a Fig. 37). A alta estabilidade dessa configuração é confirmada pelo fato de que a curva FC de $S(k_{\text{Bragg}})$ versus T a partir de $T_0 = 79$ K também é idêntica às outras duas curvas ancoradas.

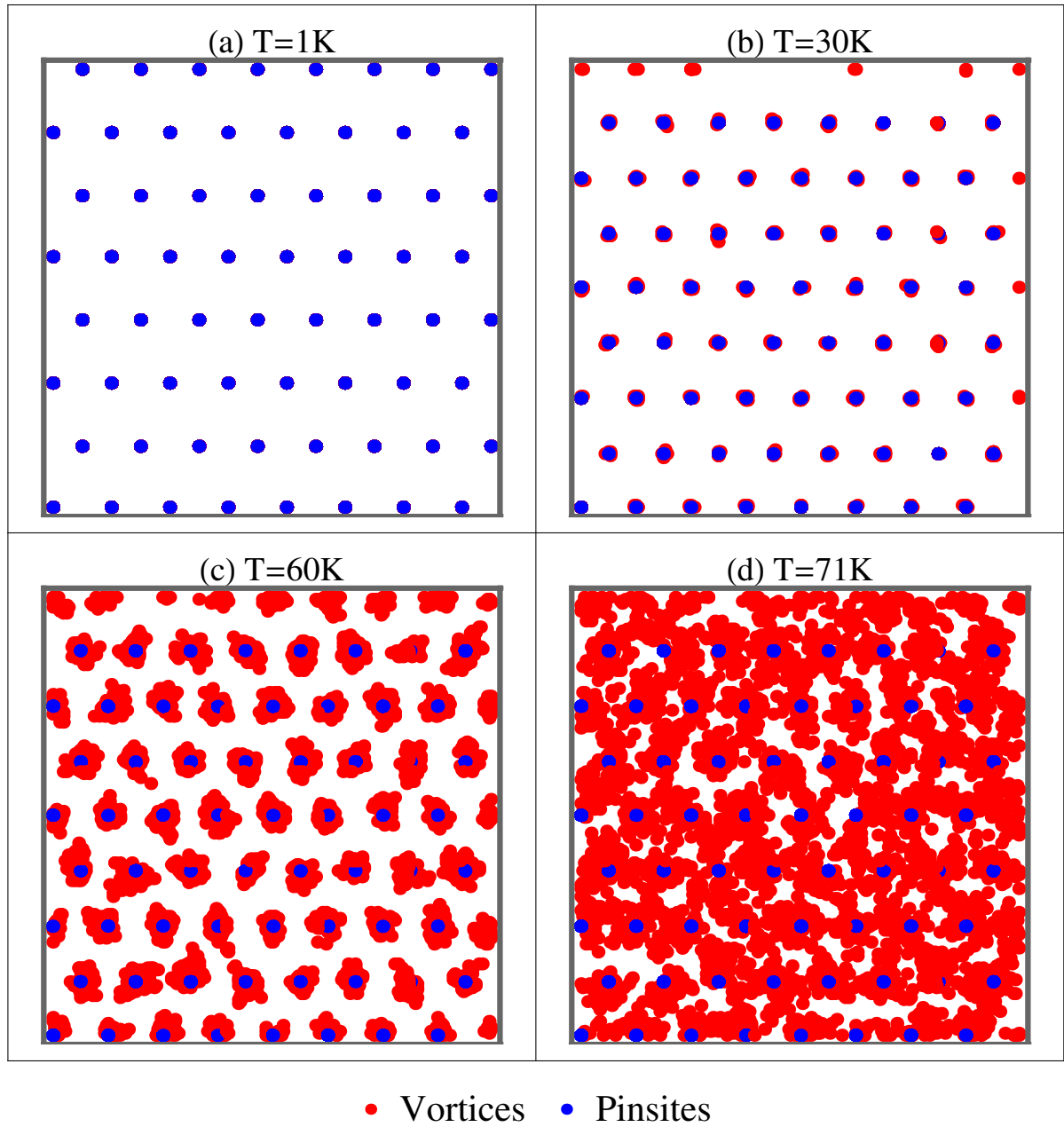


Figura 36 – Configuração de um sistema de vórtices (em vermelho) com defeitos (em azul) localizados numa rede triangular para $B = 1 \text{ kG}$ e (a) $T = 1 \text{ K}$, (b) $T = 30 \text{ K}$, (c) $T = 60 \text{ K}$ e (d) $T = 71 \text{ K}$.

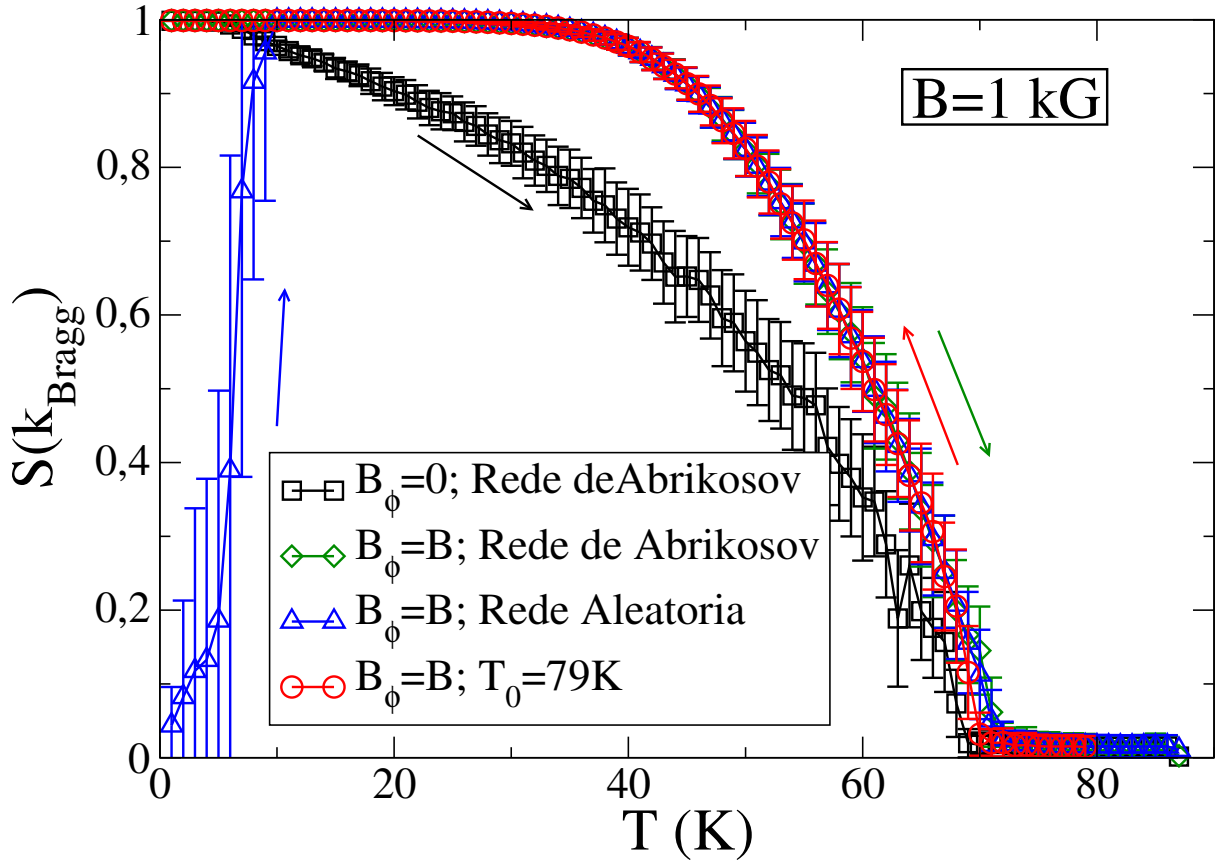


Figura 37 – Primeiro pico de Bragg do fator de estrutura como função da temperatura com defeitos posicionados numa rede triangular a $B = 1$ kG, para os casos indicados nas inserções. As setas indicam se os dados são para temperatura crescente ou decrescente.

Adicionalmente, os dados da Fig. 38 mostram que o comprimento de coerência para amostras com defeitos é muito maior que para as amostras puras. Esse é o resultado do fato de que a desordem é colunar, o que aumenta a integridade longitudinal das linhas de fluxo. Além disso, as curvas de ζ na Fig. 38 são quase coincidentes para as amostras FC e para as amostras ZFC com os vórtices aleatoriamente distribuídos a $T = 0$. O inset da Fig. 38 indica que o derretimento e o desacoplamento planar ocorrem de modo similar à Fig. 34.

5.3.3 Estados metaestáveis para campos altos

Para campos altos, consideramos o regime $B_\phi = B$ e usamos o mesmo procedimento que no caso de campo intermediário. Nós estabelecemos as configurações iniciais iguais às de antes, com a diferença de que o protocolo FC começa a $T = 40$ K para $B = 5$ T, e a $T = 35$ K para $B = 10$ T. A temperatura de derretimento $T_m(B)$ aumenta com B , como já reportado na Ref. (66). Entretanto, devido à introdução do fator logarítmico na equação (3.89), nós observamos um pequeno aumento em $T_m(B)$ do sistema puro, em

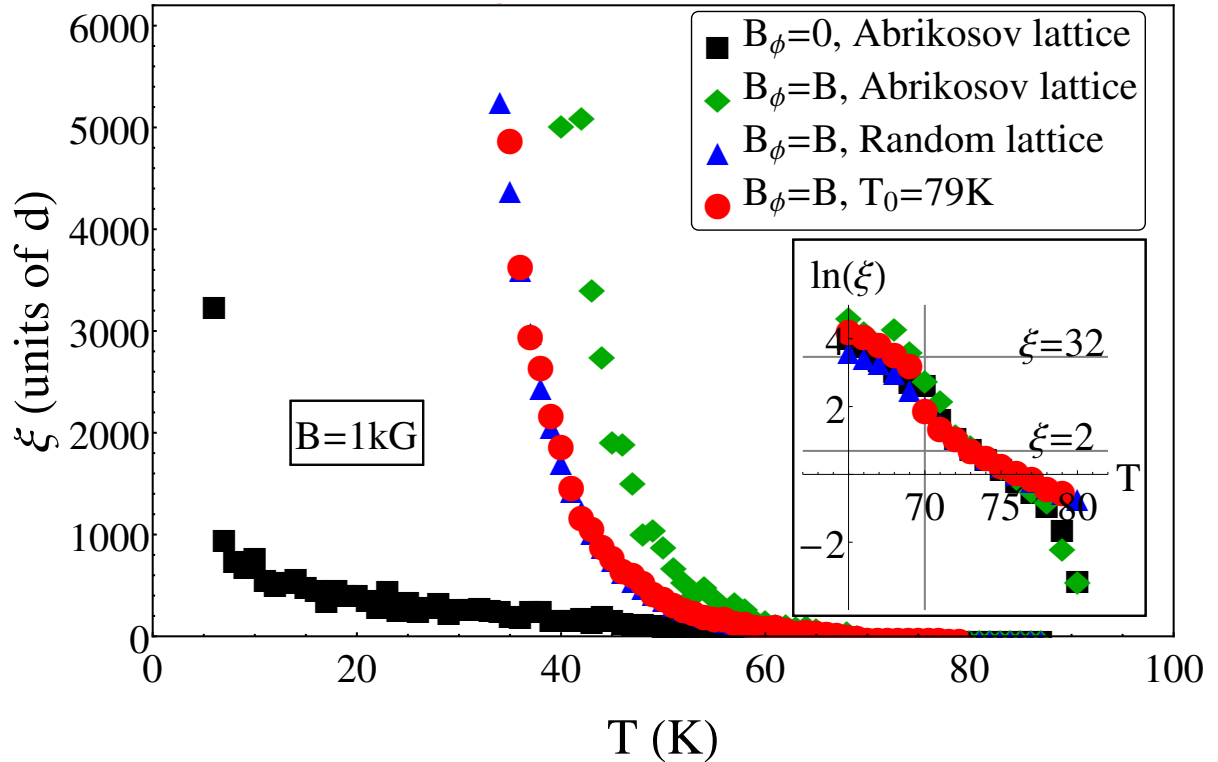


Figura 38 – Comprimento de correlação ao longo do eixo z (em unidades da distância d entre camadas consecutivos) versus temperatura de uma amostra com defeitos aleatoriamente distribuídos a $B = 1$ kG para os mesmos casos mostrados na Fig. 37. Inserção: $\ln(\xi)$ versus T , mostrando em detalhe o comportamento de ξ na vizinhança da temperatura de derretimento, com as linhas horizontais indicando os pontos nos quais $\xi = N_z/2 = 32$ e $\xi = 2$, e a linha vertical indicando as temperaturas de derretimento $T_m = 70$ K.

comparação com os valores encontrados no trabalho mencionado acima (66).

Do mesmo modo que para campos mais baixos, o sistema sofre uma transição de desancoragem abaixo da temperatura de derretimento. Nas Figs. 39(a) e 39(b), nós mostramos o comprimento de correlação do sistema de vórtices em todos os casos discutidos nesta subseção. As inserções nos diagramas indicam que, para campos altos e sob o protocolo ZFC, o derretimento é praticamente concomitante do desacoplamento descontínuo dos planos, em contraste com o que observamos anteriormente para campos intermediários (veja também a discussão sobre a Fig. 34). Por outro lado, sob o protocolo FC, a rede de vórtices desacopla muito antes da transição de derretimento. Além disso, outro aspecto relevante ocorre tanto para amostras ZFC com configuração inicial aleatória a $T = 0$ quanto para amostras FC, para $B = 10$ T: o comprimento de correlação é, de fato, menor que o tamanho da amostra até para baixas temperaturas. Isso pode ser entendido se lembrarmos que, em campos altos, a densidade de vórtices é maior e, portanto, a distância média entre os vórtices é menor, e a interação magnética intraplano, equação (3.3c), torna-se dominante sobre a interação Josephson. De fato,

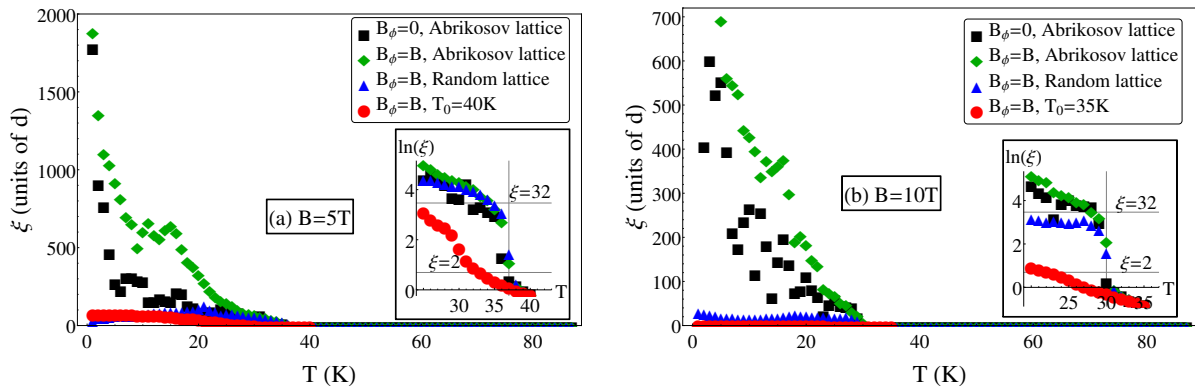


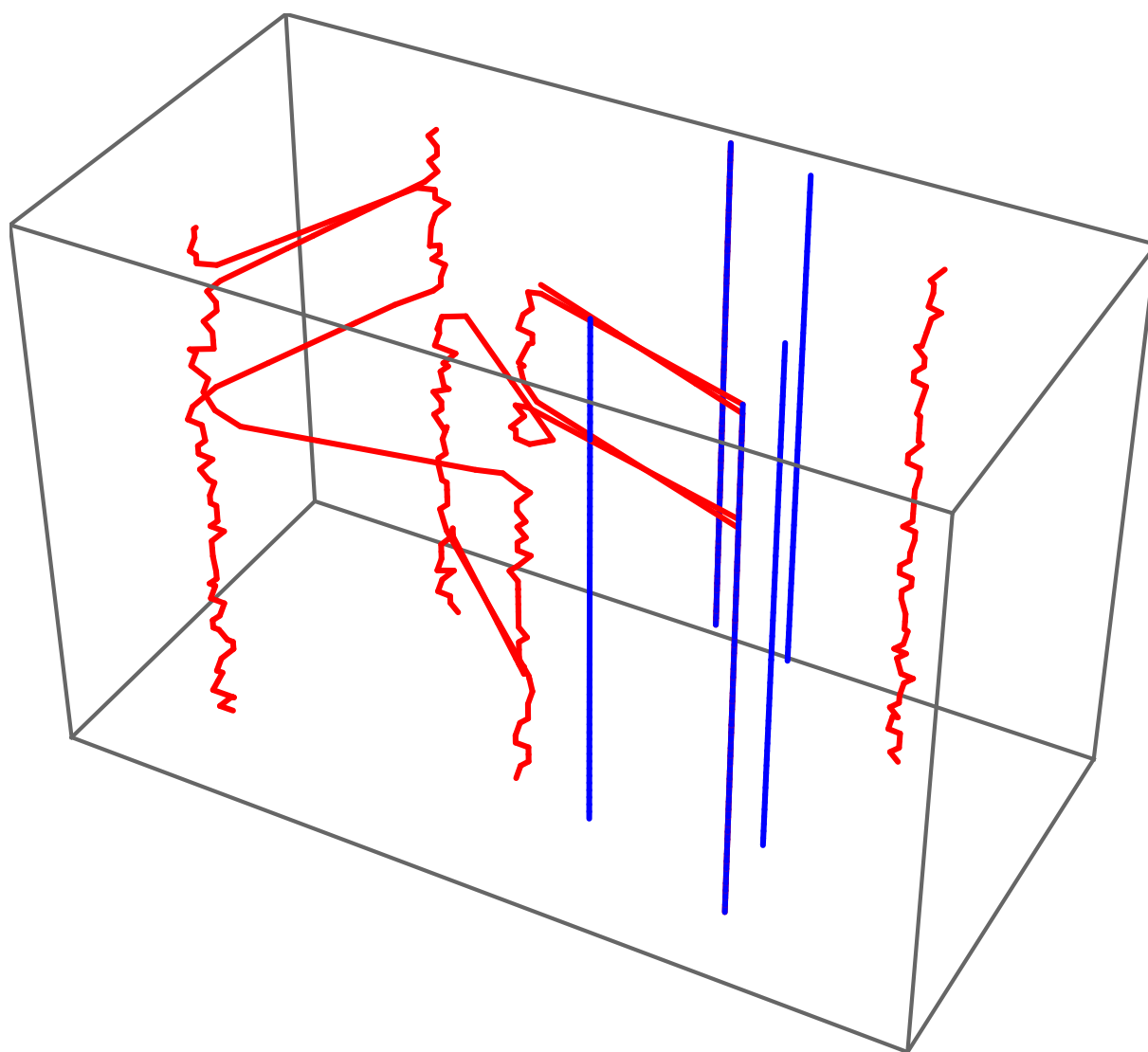
Figura 39 – Comprimento de correlação ao longo do eixo z (em unidades da distância d entre camadas consecutivos) versus temperatura de uma amostra com defeitos aleatoriamente distribuídos a (a) $B = 5$ T e (b) $B = 10$ T, para os casos indicados nas inserções. Inserções principais: $\ln(\xi)$ versus T , mostrando em detalhe o comportamento de ξ na vizinhança da temperatura de derretimento, com as linhas horizontais indicando os pontos nos quais $\xi = N_z/2 = 32$ e $\xi = 2$, e a linha vertical indicando as temperaturas de derretimento $T_m = 37$ K para $B = 5$ T e $T_m = 35$ K para $B = 10$ T.

para as amostras FC, a interação intraplano entre os vórtices é tão forte que acaba por destruir a integridade da linha de vórtice, produzindo, assim, um “exchange” (2) entre as linhas de fluxo a T baixo (veja Fig. 40) e o desacoplamento dos planos numa estrutura tipo panqueca. Uma vez que a interação Josephson não tem muita importância na energia total do sistema, e como a energia total não muda com o “exchange” entre dois vórtices, os vórtices relaxam em posições que minimizam a energia intraplano, não importa o alinhamento. Consequentemente, o comprimento de correlação para esses campos altos são bastante baixos sob FC (Fig. 39).

A fase BG é preservada no caso FC, uma vez que a ordem planar de longo alcance exibe um comportamento similar ao caso de campos intermediários (veja Fig. 41). Além disso, este caso exibe um claro comportamento histerético não apenas perto do ponto de derretimento, mas também perto da transição BG.

5.3.4 Diagrama de Fase

Os sistemas de vórtices estudados neste trabalho, com concentração intermediária e alta de defeitos, exibem uma fase BG em baixas temperaturas caracterizada pela ocorrência de configurações metaestáveis vítreas que persistem por um intervalo de temperatura bastante amplo. Isso fica evidente a partir do fato de que o valor de $S(k_{\text{Bragg}})$ não muda (dentro das barras de erro) a temperaturas baixas nas amostras FC. Determinando as transições do BG para a fase desancorada, e desta última para a fase líquida, podemos desenhar os diagramas de fase mostrados nas Figs. 42(a) e 42(b) para



• Vortices • Pinsites

Figura 40 – Configuração 3D de vórtices (em vermelho) para $B = 10$ T, com defeitos (em azul) destacados para mostrar alguns vórtices com posições trocadas em certos planos.

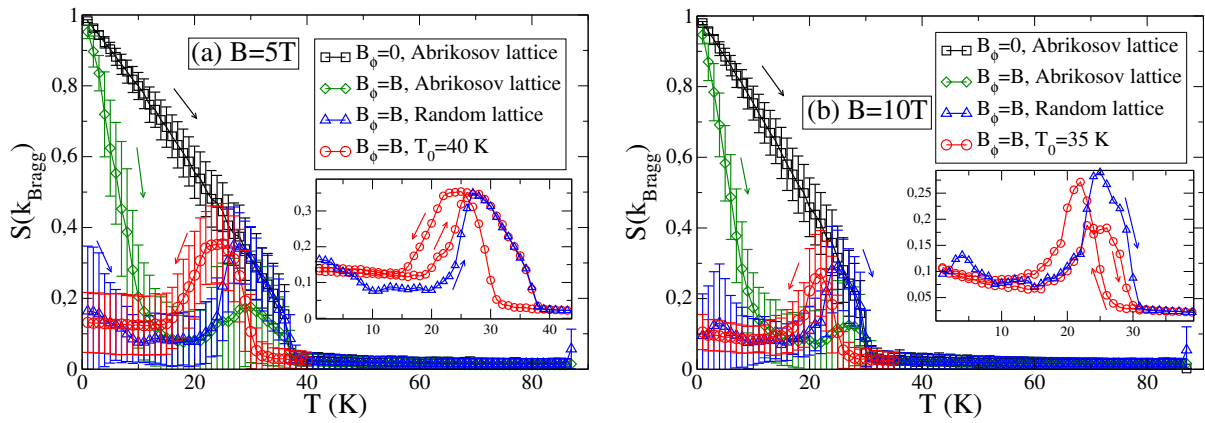


Figura 41 – $S(k_{\text{Bragg}})$ versus T para os casos indicados nas inserções e (a) $B = 5 \text{ T}$ e (b) $B = 10 \text{ T}$. Detalhado nas inserções está o processo de desancoragem que mostra o comportamento histerético da curva FC. As setas indicam se os dados são para temperatura crescente ou decrescente.

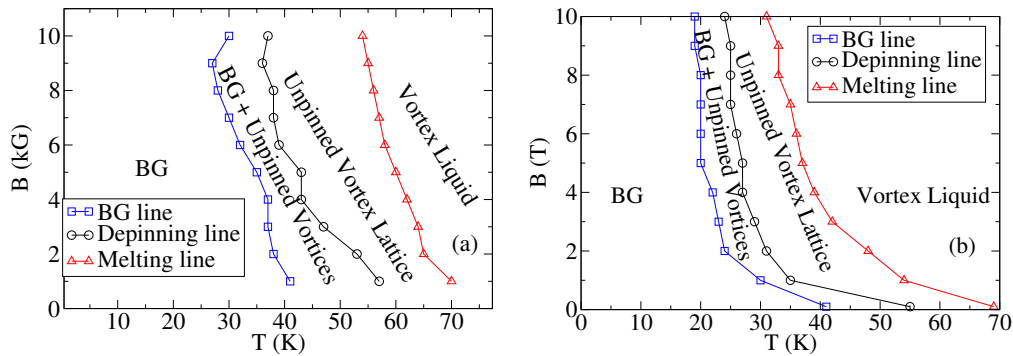


Figura 42 – Diagramas de fase para campos (a) intermediários ($B = 1 \text{ kG}$ a $B = 10 \text{ kG}$) e (b) altos ($B = 1 \text{ T}$ a $B = 10 \text{ T}$) mostrando quatro fases distintas: BG, vórtices desancorados num “background” BG, rede de vórtices desancorados e fase líquida, para $B_\phi = B$.

os regimes de campos intermediários e altos, respectivamente. É importante notar que, entre as fase BG e a rede de vórtices desancorados, o sistema evolui por vários estados vítreos intermediários, que são, de fato, causados pela desancoragem de alguns vórtices enquanto outros permanecem ancorados (desancoragem parcial de vórtices num *background* BG). Esses estados podem estar relacionados ao “líquido ancorado” encontrado por Heron *et al.* (62) entre o estado vítreo e o estado líquido. De fato, a transição de desancoragem acontece via uma multiplicação dos mínimos acessíveis da energia livre, a qual foi conjecturada como uma causa possível da existência dessa região de “líquido ancorado” no diagrama de fase (62). Nesse sentido, as linhas BG mostradas na Fig. 42 são identificadas com a temperatura $T_{BG}(B)$ acima da qual a curva de $S(k_{\text{Bragg}})$ sob FC se torna ascendente para $T > T_{BG}(B)$, assinalando o início da desancoragem

dos vórtices. Para temperaturas mais altas, a desancoragem se intensifica de tal forma que a linha $T_d(B)$, definida como a temperatura na qual as curvas de $S(k_{\text{Bragg}})$ para o caso FC e para o caso ZFC com sistema puro se encontram, separa as configurações parcialmente desancoradas das configurações da rede de vórtices desancorados. Por fim, o derretimento é alcançado a uma temperatura $T_m(B)$ na qual $S(k_{\text{Bragg}})$ se anula (dentro da barra de erro). Esse derretimento em duas etapas é compatível com resultados numéricos anteriores (27, 67, 122, 123, 124, 125, 126) sobre supercondutores em camadas. Além disso, nós também observamos que as linhas de desancoragem e BG estão bem abaixo da transição de derretimento para todas as intensidades de campo estudadas, o que é consistente com dados experimentis do BSCCO (48, 49), como mostrado na Fig. 43, em que enfatizamos as linhas BG e de derretimento.

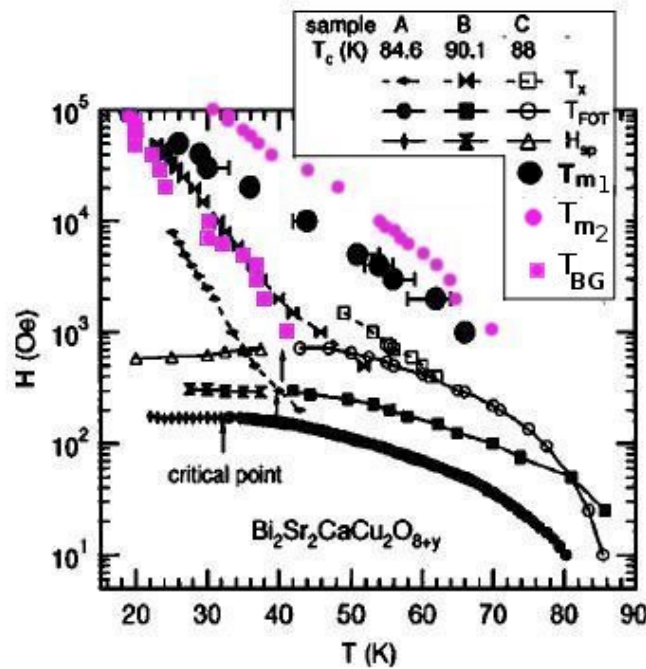


Figura 43 – Diagrama de fase mostrando nossos dados Monte Carlo para a temperatura de derretimento (círculos cor de rosa, T_{m2}) e a temperatura BG (quadrados cor de rosa, T_{BG}). Para fins de comparação, é mostrada a curva de derretimento da Ref. (66) (T_{m1}), e os dados experimentais de (49): amostras A e B da Ref. (49) e amostra C da Ref. (48). Seguindo a notação de (49), T_x está relacionado com o derretimento da fase supersólida ou com uma transição associada à barreira de superfície; T_{FOT} é a temperatura de transição de fase de primeira ordem para campos baixos; H_{sp} marca o segundo pico da curva de magnetização.

6 Simulação de Vórtices no BSCCO com Defeitos Colunares em Campos baixos: Fase *Bragg Glass*

No capítulo anterior, investigamos os efeitos da presença de defeitos colunares em amostras de BSCCO submetidas a campos altos e intermediários. Neste capítulo, por sua vez, veremos o que acontece quando as amostras estão submetidas a campos baixos (com intensidade menor que 1 kG). Nesse regime, a interação entre vórtices no mesmo plano deve ser menos decisiva para o estado da rede, pois temos uma densidade de vórtices menor, o que implica que os vórtices estão mais afastados em média. Como visto na seção 4.3, foi conjecturada para esse regime a existência de uma fase *Bragg glass* por Giamarchi e Ledoussal (32, 110). Essa conjectura foi posteriormente confirmada pelos experimentos de Klein *et al.* (33) num cristal de (K, Ba)BiO₃. Para compostos anisotrópicos tais como o BSCCO (48, 112, 116) e o YBCO (117), apenas evidências indiretas da existência dessa fase foram encontradas. Os estudos numéricos de Dasgupta e Valls (114, 115), utilizando técnicas de minimização funcional, também apontaram a existência dessa fase no regime de campos baixos e fraca desordem. Neste capítulo vamos investigar através de simulações numéricas a ocorrência do *Bragg glass* usando os parâmetros do BSCCO e $B = 100$ G, utilizando as técnicas descritas no capítulo anterior.

6.1 Estados Metaestáveis para $B=100$ G

Medimos o fator de estrutura e o parâmetro de ordem hexática para amostras em que $B_\phi = B$, $B_\phi = B/8$ e $B_\phi = B/32$. Tiramos a média do valor dessas quantidades em 30 amostras para cada caso estudado e cada condição inicial: seja uma rede de Abrikosov, uma rede aleatória ou um processo FC com $T_0 = 80$ K. A Fig. 44 apresenta o primeiro pico de Bragg do fator de estrutura (Figs. 44(a), 44(c) e 44(e)) e o parâmetro de ordem hexática, introduzido na Eq. (5.8) (Figs. 44(b), 44(d) e 44(f)). A Fig. 44(a) mostra $S(k_{\text{Bragg}})$ para uma dopagem $B_\phi = B$ usando as mesmas condições iniciais já utilizadas no capítulo anterior para campos altos. Para o caso em que a configuração inicial é a rede de Abrikosov, há um comportamento diferente do que vimos no caso de campos altos e intermediários. No caso em questão, o $S(k_{\text{Bragg}})$ só toca a curva do sistema sem defeitos depois do derretimento. No caso em que a condição inicial é uma rede aleatória, como para campos mais altos, $S(k_{\text{Bragg}})$ permanece em valores abaixo

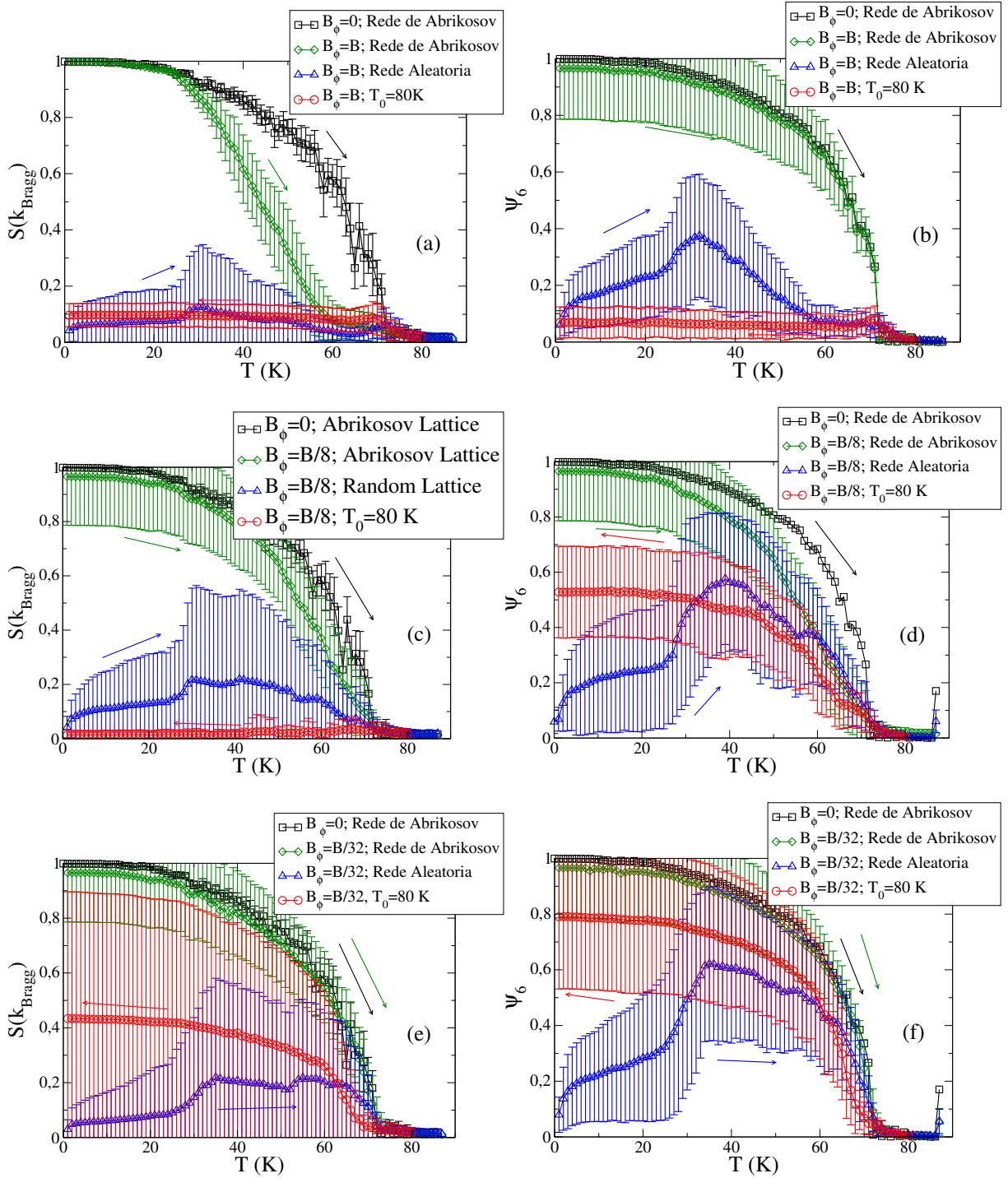


Figura 44 – Primeiro pico de Bragg do fator de estrutura $S(k_{\text{Bragg}})$ [(a), (c) e (e)] e parâmetro de ordem hexática [(b), (d) e (f)], como uma função da temperatura para $B = 0.1$ kG e $B_\phi = B$ [(a) e (b)], $B_\phi = B/8$ [(c) e (d)] e $B_\phi = B/32$ [(e) e (f)]. Os dados para as amostras sem defeitos ($B_\phi = 0$) são mostrados para comparação. As setas indicam se os dados são para temperatura crescente ou decrescente.

da curva em que a condição inicial é a rede de Abrikosov. Percebe-se também que as barras de erro são relativamente grandes, o que indica que o sistema visita vários estados metaestáveis, sem, no entanto, se acomodar em nenhum. Quanto ao processo FC, vemos que a partir de uma dada temperatura, abaixo do derretimento, o sistema se estabiliza numa configuração vítrea, permanecendo nessa configuração durante todo o resto do processo. Esse “congelamento” dos vórtices no processo FC não é diferente do que acontece para os campos estudados no capítulo anterior.

Ao observarmos a Fig. 44(b), percebemos que a ordem hexática para o caso em que a condição inicial é a rede de Abrikosov evolui de forma muito parecida à do sistema puro, ao contrário do $S(k_{\text{Bragg}})$, que decai mais rapidamente. Isso acontece porque os defeitos prendem alguns vórtices e obrigam todo o sistema a se reorganizar para minimizar a energia. Como o campo é baixo e, por conseguinte, a distância média entre os vórtices é maior, a interação intraplanar entre primeiros vizinhos é consideravelmente mais forte e a ordem local tende a prevalecer sobre a ordem global. Fenômeno análogo ocorre no caso em que a configuração inicial é aleatória: em boa parte das temperaturas abaixo do derretimento, a ordem hexática é maior que $S(k_{\text{Bragg}})$. Entretanto, não acontece o mesmo no processo FC. Essa é uma indicação de que, no estado vítreo a que se chega nesse processo, tanto a ordem global quanto a ordem local é quebrada, formando um *Bose glass*, como já observado para campos mais altos, como descrito no capítulo 5.

As Figs. 44(c) e 44(d) mostram $S(k_{\text{Bragg}})$ e ψ_6 para $B_\phi = B/8$ usando as mesmas famílias de configurações iniciais vistas anteriormente. Pode-se perceber na Fig. 44(c) que, para o caso em que a configuração inicial é uma rede de Abrikosov, $S(k_{\text{Bragg}})$ tem uma leve queda em relação à curva do sistema sem defeitos, só voltando a se encontrar com esta depois do derretimento, da mesma forma que no caso anterior. No caso em que a configuração inicial é aleatória, $S(k_{\text{Bragg}})$ se comporta da forma semelhante ao caso anterior. No caso FC, o sistema se acomoda numa configuração tal que o $S(k_{\text{Bragg}})$ é praticamente nulo. Vemos, todavia, na Fig. 44(d), que ψ_6 no caso FC se estabiliza num valor bem acima de zero, o que sinaliza que a ordem local é preservada. Podemos ver também na Fig. 44(d) que, para uma configuração inicial triangular, ψ_6 , diferentemente do caso anterior, não coincide com o do caso sem defeitos, mas tem uma leve queda de forma a se encontrar com a curva dos dados para a configuração inicial aleatória a partir de ≈ 60 K.

Nas Figs. 44(e) e 44(f), vemos $S(k_{\text{Bragg}})$ e ψ_6 para $B_\phi = B/32$, uma concentração muito baixa de defeitos. Podemos observar, na Fig. 44(e), que, para o caso em que a configuração inicial é uma rede de Abrikosov, essa baixa concentração não afeta muito a evolução de $S(k_{\text{Bragg}})$ à medida que T aumenta. O destaque mais aparente da Fig. 44(e) é a grande barra de erro de $S(k_{\text{Bragg}})$ para o caso FC. Ela é tão grande porque há duas famílias distintas de configurações nesse caso: uma em que $S(k_{\text{Bragg}})$ é próximo de zero e outra em que $S(k_{\text{Bragg}})$ fica perto da curva para o caso sem defeitos. Ambas as famílias

de configurações são igualmente estáveis. A Fig. 44(f) mostra que também não há diferença significativa entre ψ_6 para o caso em que a configuração inicial é uma rede de Abrikosov e o caso de um sistema puro. A diferença mais aparente de comportamento entre $S(k_{\text{Bragg}})$ e ψ_6 para o caso FC é que ψ_6 se mantém relativamente estável próximo à curva do sistema puro, dentro da margem de erro, ao contrário do que acabamos de relatar para $S(k_{\text{Bragg}})$ nesse caso, que fica entre duas famílias de configurações cujos valores de $S(k_{\text{Bragg}})$ são bem diferentes entre si.

Para descobrirmos o porquê da discrepância entre a ordem global e a ordem local nas amostras FC para dopagens mais baixas, fomos observar a configuração dos vórtices. A primeira fileira da Fig. 45 mostra as configurações a $T = 10$ K para $B_\phi = B$ [Fig. 45(a)], $B_\phi = B/8$ [Fig. 45(b)] e $B_\phi = B/32$ [Fig. 45(c)], respectivamente. Vemos, na Fig. 45(a), que a rede está de fato desordenada, com muitos vórtices (em vermelho) presos aos defeitos (em verde), o que faz a configuração desviar muito da rede de Abrikosov ideal (em verde). A desorganização da rede pode ser comprovada pela triangularização de Delaunay no primeiro diagrama da segunda fileira, que mostra muitos vórtices com número de coordenação (número de primeiros-vizinhos) igual a cinco ou sete, diferente do número de coordenação igual a seis de uma rede de Abrikosov. Na terceira fileira, vemos que, de fato, o sistema não possui picos de Bragg acentuados mesmo a essa temperatura. Na Fig. 45(b), observamos que, nessa amostra, em que $B_\phi = B/8$, alguns vórtices estão presos nos defeitos, mas o sistema ainda se aproxima de uma rede hexagonal, a menos de uma reorientação da rede. No segundo diagrama da segunda fileira, vemos que existem algumas distorções e desvios em relação a uma rede hexagonal ideal, mas há alguns vórtices que possuem número de coordenação diferente de seis, os quais, no entanto, ocorrem de maneira relativamente isolada na rede. Na última fileira dessa coluna, vemos o fator de estrutura, mostrando seis picos de Bragg. Essa é uma evidência de que se trata de uma fase *Bragg glass* e não um *Bose glass*, como no caso anterior. Na primeira fileira da Fig. 45(c), vemos que os vórtices, para a dopagem $B_\phi = B/32$, estão praticamente numa rede hexagonal ao longo da amostra. Como nossas simulações usam 64 vórtices, uma dopagem igual $B/32$ significa a presença de apenas dois vórtices no sistema. Esses dois únicos vórtices têm o efeito marcante de fazer a rede se reorientar, mas não a faz perder seu caráter aproximadamente hexagonal, a menos de algumas distorções que podem ser melhor visualizadas na triangularização de Delaunay da segunda fileira dessa coluna. Essas distorções, como era esperado, ocorrem perto de um dos defeitos e são localizadas, sem se espalhar para outros pontos da rede. Na última fileira, finalmente, vemos o fator estrutura, exibindo acentuados picos de Bragg secundários em formato hexagonal, o que faz dessa fase mais uma candidata a ser um *Bragg glass*. As Fig. 46(a) e 46(b) ilustram mais claramente os picos de Bragg em torno do pico central para $B_\phi = B/8$ e $B_\phi = B/32$, respectivamente.

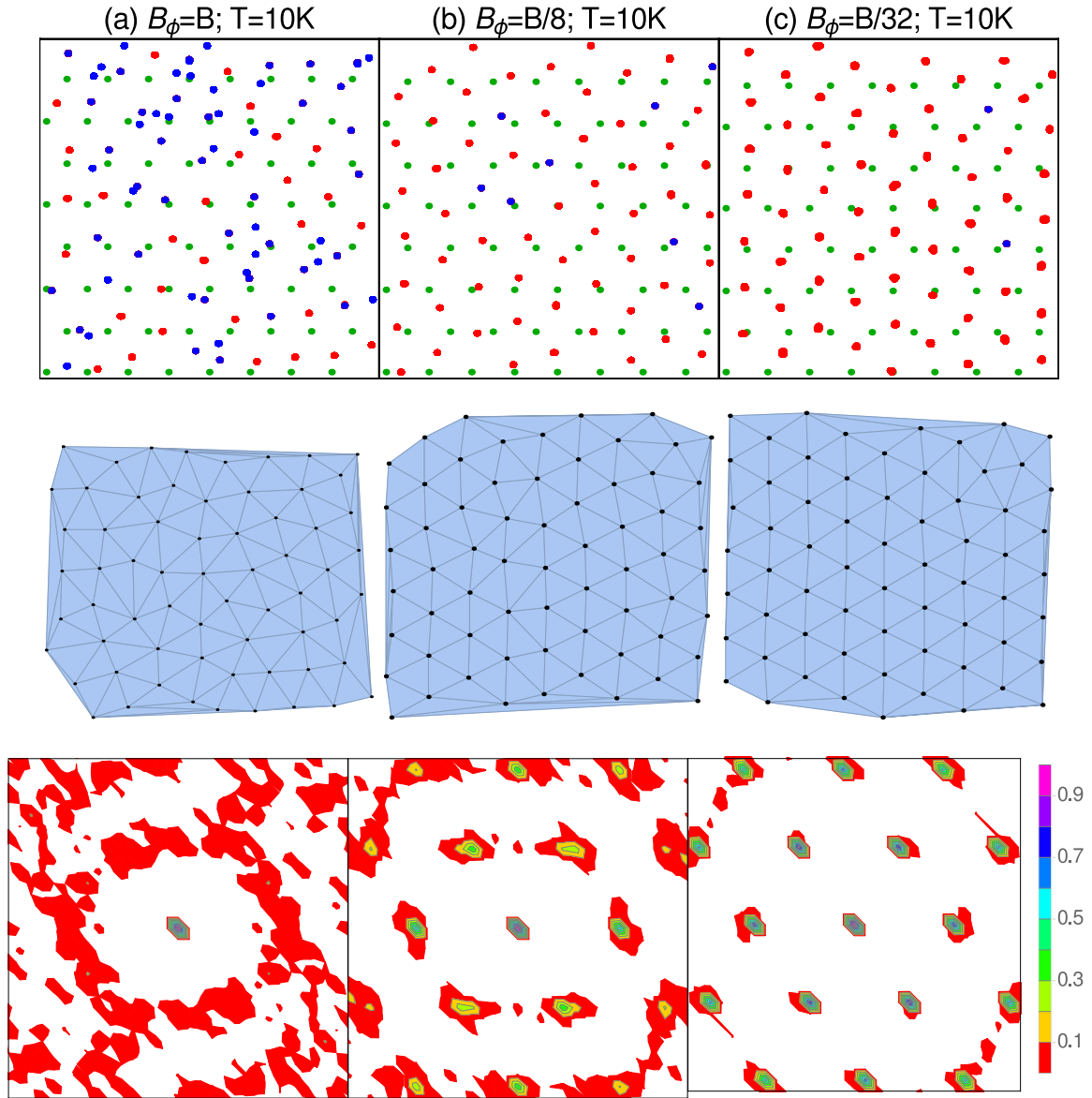


Figura 45 – (Primeira fileira) Projeções planares das configurações de vórtice para $B = 0.1$ kG a $T = 10$ K para amostras FC começando de $T_0 = 80$ K, (segunda fileira) triangularização de Delaunay da rede de vórtices em um dos planos das amostras e (terceira fileira) fator de estrutura $S(k_x, k_y)$ em um dos planos das amostras. Os dados são tirados de uma amostra com dopagem (a) $B_\phi = B$ (primeira coluna), uma com dopagem (b) $B_\phi = B/8$ (segunda coluna) e uma com dopagem (c) $B_\phi = B/32$ (terceira coluna). A colocação dos vórtices, dos defeitos e da rede de Abrikosov nas figuras da primeira fileira são mostradas em vermelho, azul e verde, respectivamente. Na triangularização de Delaunay, a posição dos vórtices é indicada pelos pontos em destaque.

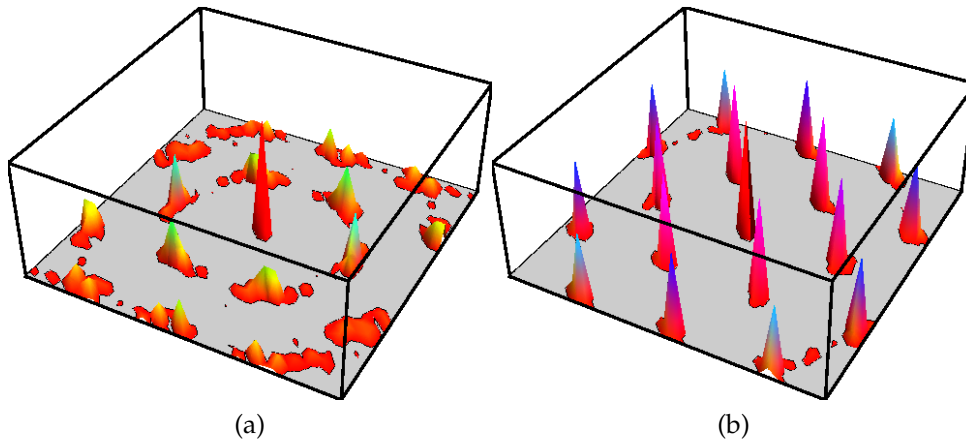


Figura 46 – Plot tridimensional de $S(k_x, k_y)$ a $T = 10$ K e $B = 0.1$ kG para (a) $B_\phi = B/8$ e (b) $B_\phi = B/32$, mostrando os picos de Bragg ao redor de $(k_x = 0, k_y = 0)$.

6.2 Correlação, Fator de Estrutura e Bragg Glass

Os resultados da seção anterior nos deram algumas evidências do aparecimento de um *Bragg glass* em nossas simulações. Para confirmar essas suspeitas, entretanto, é necessário verificarmos se o fator de estrutura de fato diverge algebricamente para $q = 0$, ou, equivalentemente, se a função de correlação do sistema decai mais lentamente que uma exponencial para grandes distâncias. Nosso sistema tem um tamanho finito, o que nos impede de ver claramente o decaimento da função de correlação para grandes distâncias. Esse mesmo fato nos impõe outra limitação: não podemos ter uma aferição direta do comportamento do fator de estrutura $S(q)$ para $q \approx 0$, porque nossa resolução é limitada a $\Delta q = 2\pi/L$, onde L é o tamanho do nosso sistema. Para superar esse problema, podemos usar a mesma estratégia sugerida por Giamarchi e Le Doussal na Ref. (32) e utilizada por Klein *et al.* (33) para observar experimentalmente o *Bragg glass*. Eles se ajustaram aos dados experimentais extraídos da medição do fator de estrutura por uma lorentziana, como podemos ver na Fig. 47(a) e observaram que, para diferentes valores da desordem, o pico central diminuía. Contudo, eles perceberam que a largura da lorentziana não mudava. De fato, ela era limitada pela resolução experimental da medição. Se o decaimento da função de correlação fosse exponencial, o fator de estrutura seria uma lorentziana. Assim, a área sobre a curva do fator de estrutura seria igual à autocorrelação da rede de vórtices, que, por sua vez, deveria ser independente da desordem. Assim, à medida que o pico diminuísse, a lorentziana deveria ficar mais larga. Como isso não acontecia, ele concluíram que havia uma divergência algébrica no fator de estrutura mascarada pela resolução experimental, como ilustrado na Fig. 47(b).

Resta-nos, então, medir $S(q)$. Estimaremos $S(k_z)$ usando a função de correlação e o desvio médio quadrático dos vórtices. Seja $\mathbf{r}(z) = (x(z), y(z))$ a posição de um dado vórtice na camada z , definimos, de forma análoga à Eq. (3.11), o desvio médio

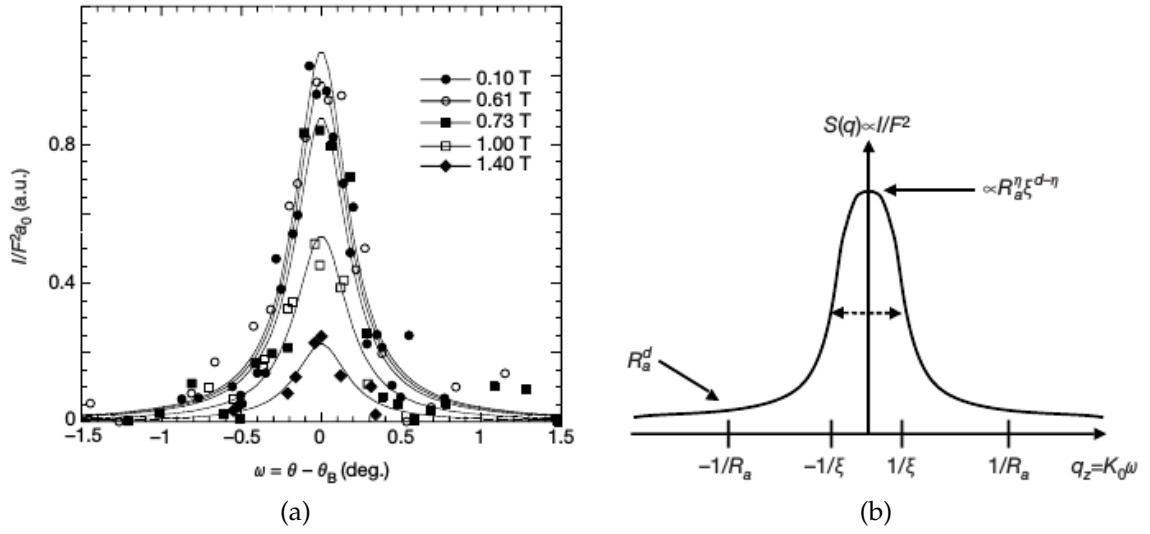


Figura 47 – (a) Dados experimentais da intensidade de nêutrons difratada por um sistema de vórtices num cristal de (K, Ba)BiO₃ a $T = 2$ K obtidos por Klein *et al.* para diferentes valores de campo magnético, bem como seus respectivos ajustes lorentzianos. (b) Comportamento esperado das medições de $S(q)$ no caso de um Bragg glass. R_a é o comprimento de correlação do sistema e $1/\xi$ é a resolução experimental das medidas. Figuras retiradas da Ref. (33).

quadrático dos vórtices do sistema.

$$\Delta r_{rms}^2(|z - z'|) = \overline{\langle |\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}(z')|^2 \rangle}, \quad (6.1)$$

em que, além da média térmica ($\langle \dots \rangle$), também é tomada a média na desordem (representada pela barra superior). Por outro lado, a função de correlação do sistema é dada, a menos de uma constante, por

$$G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) = \frac{V}{N} \int S(\mathbf{k}) e^{-i\mathbf{k}_\perp \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')} e^{-ik_z(z - z')} d^3k, \quad (6.2)$$

em que V é o volume do sistema e N é o número total de vórtices em todos os planos e $k_\perp = (k_x, k_y)$. Podemos fazer uma estimativa quanto à dependência de G considerando somente o ponto de sela da integral do lado direito da Eq. (6.2). Retenhamos, pois, somente os valores máximos do integrando, que ocorrem quando tomamos a média para $\mathbf{k} = \mathbf{K}$, os picos de Bragg:

$$G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \approx \frac{8\pi^3}{N} \sum_{\mathbf{K}} S(\mathbf{K}) \overline{\langle e^{-i\mathbf{K}_\perp \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')} \rangle}. \quad (6.3)$$

Note que a Eq. (6.3) não possui dependência explícita em z , pois, se K_z é o vetor de Bragg no eixo z , $e^{iK_z(z - z')} = 1$, por causa da discretização do eixo z : K_z é um múltiplo de $2\pi/d$ e $z - z' = nd$, n inteiro. Notemos, agora, que a função de correlação depende

de $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, ou seja, o lado direito da Eq. 6.3 deve ser real, portanto,

$$G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \approx \frac{8\pi^3}{N} \sum_{\mathbf{K}} 2S(\mathbf{K}) \overline{\langle \cos(\mathbf{K}_{\perp} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')) \rangle}. \quad (6.4)$$

Para baixas temperaturas, $|\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}(z')| = |\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j + \mathbf{u}_i(z) - \mathbf{u}_j(z')|$, onde $\mathbf{R}_i$ é o vetor posição de sítios da rede de Abrikosov e $\mathbf{u}_i$ os vetores deslocamento dessas posições; mas, como $\mathbf{K}_{\perp} \cdot (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j) = 2\pi n$, e $|\mathbf{u}_i(z) - \mathbf{u}_j(z')| \ll a_0$, a distância de equilíbrio entre dois vórtices, temos que o argumento do cosseno da Eq. (6.4) é muito pequeno neste regime. Podemos, então, aproximar mais uma vez:

$$G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \approx \frac{8\pi^3}{N} \sum_{\mathbf{K}} 2S(\mathbf{K}) \left\langle 1 - \frac{K_{\perp}^2}{2} |\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}(z')|^2 \right\rangle, \quad (6.5)$$

para uma mesma linha de fluxo. Da Eq. (6.5), temos

$$G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \approx C_1 - C_2 \Delta r_{rms}^2 (|z - z'|), \quad (6.6)$$

em que C_1 e C_2 são constantes. É possível, portanto, usar o desvio médio quadrático dos vórtices para estimar o decaimento da função de correlação. Usaremos essa estimativa para recuperar a dependência do fator de estrutura com k_z . Esta dependência é a mesma da seguinte quantidade:

$$\sigma(k_z) = \left| \int \Delta r_{rms}^2 e^{ik_z(z-z')} d(z-z') \right|. \quad (6.7)$$

Como os planos são discretizados, a uma distância mínima d uns dos outros, a distância $z - z' = nd$, onde n é um número inteiro, a integral da Eq. (6.7) se transforma numa soma sobre os valores possíveis de n :

$$\sigma(k_z) = \left| \sum_n \Delta r_{rms}^2 e^{ink_z d} \right|. \quad (6.8)$$

Aqui, convém abrir um parêntese. A aproximação usada na passagem da Eq. (6.4) para a Eq. (6.5) não é válida para campos altos, visto que, de acordo com o que foi observado no capítulo anterior, por causa do “exchange” entre linhas de fluxo, o desvio médio quadrático pode ser grande mesmo para temperaturas baixas. Isso pode ser bem observado na Fig. 48(a), que mostra o desvio médio quadrático para uma amostra a $T = 10$ K para os três regimes de campo. Percebemos que, para $B = 100$ kG (campo alto), os valores de Δr_{rms}^2 são da mesma ordem de $a_0^2 = 1024\lambda^2$, onde $a_0 = 32\lambda$ é a distância média entre as linhas de fluxo numa amostra pura (das dimensões que foram usadas na simulação), e λ é o comprimento de penetração ao longo do plano supercondutor. Enquanto isso, para $B = 1$ kG e $B = 0.1$ kG, $\Delta r_{rms}^2 \ll a_0^2$ e a aproximação que usamos é válida.

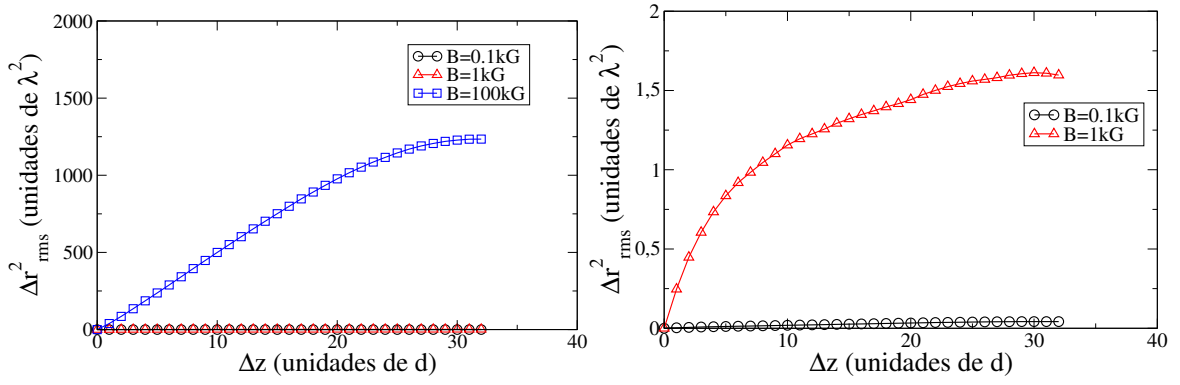


Figura 48 – Desvio médio quadrático em função da distância Δz para $T = 10$ K em três regimes de campo: baixo ($B = 0.1$ kG), intermediário ($B = 1$ kG) e alto ($B = 100$ kG). A figura da direita mostra somente as curvas somente para $B = 0.1$ kG e $B = 1$ kG, tirando os dados para $B = 100$ kG para que se possa ver melhor o crescimento de Δr_{rms}^2 para esses campos. Δr_{rms}^2 está em unidades de λ^2 , em que λ é o comprimento de penetração no plano supercondutor. Δz está em unidades de d , a distância entre os planos. Os dados são retirados de amostras FC com $B_\phi = B$.

Continuando o parêntese, ao fazermos a aproximação que nos levou da Eq. (6.2) para a Eq. (6.3), admitimos que $S(\mathbf{k})$ possui picos de Bragg pronunciados para k não nulo. Essa hipótese não é verdadeira para o caso em que $B_\phi = B$ que estudamos na seção anterior, por exemplo (veja Fig. 45(a)). Isso não deve ser um problema, pois nos deixa ainda os casos $B_\phi = B/8$ e $B_\phi = B/32$, justamente os dois casos que queremos estudar mais profundamente nesta seção.

Calculamos Δr_{rms}^2 para amostras a $T = 10$ K para $B_\phi = B/8$ e $B_\phi = B/32$. Em seguida, calculamos a transformada de fourier discreta $\sigma(k_z)$ de Δr_{rms}^2 e ajustamos os dados resultantes com uma função lorentziana, admitindo ser válida a aproximação de Ornstein-Zernike (127):

$$\sigma(k_z) = \frac{A}{(\xi^{-1}/2)^2 + k_z^2}, \quad (6.9)$$

onde ξ^{-1} é a largura da lorentziana. Se $\xi^{-1} \rightarrow 0$, $\sigma(k_z) \sim k_z^{-2}$ para $k_z \approx 0$, e teremos uma divergência algébrica em $k_z = 0$. Entretanto, ξ^{-1} dos nossos ajustes está limitado pela precisão numérica $\Delta q = 2\pi/64$.

A Fig. 49 mostra o resultado de $\sigma(k_z)$ para duas amostras distintas: uma com dopagem $B_\phi = B/8$ e a outra com dopagem $B_\phi = B/32$. Apesar de o pico ter alturas diferente, a largura do ajuste lorentziano que se adequa a cada conjunto de dados é o mesmo. De fato, seu valor, $\xi^{-1} \approx 0.11$, é muito próximo da resolução numérica $\Delta q = 2\pi/N_z = 2\pi/64 \approx 0.1$. Comparando o valor da largura da lorentziana para cada amostra, percebe-se que ξ^{-1} fica sempre entre 0.09 e 0.11. Cremos ser essa uma evidência conclusiva do aparecimento da fase *Bragg glass* em nossas simulações para

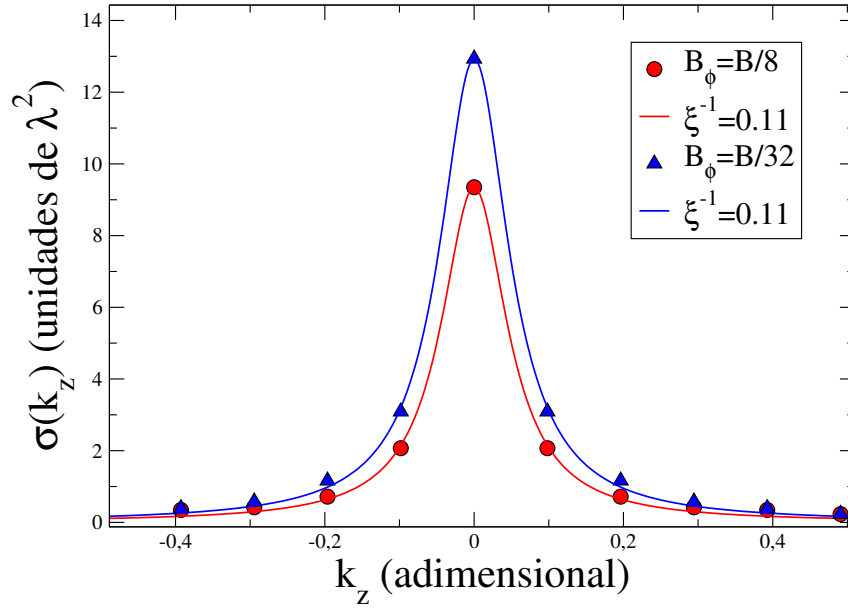


Figura 49 – $\sigma(k_z)$ em função de k_z para uma amostra a $T = 10$ K no regime em que $B = 0.1$ kG para $B_\phi = B/8$ (em vermelho) e $B_\phi = B/32$ (em azul). As curvas vermelha e azul são ajustes lorentzianos para os valores em que $B_\phi = B/8$ e $B_\phi = B/32$, respectivamente. Ambas as curvas têm largura $\xi^{-1} \approx 0.11$, bem perto da resolução numérica $\Delta q = 2\pi/64 \approx 0.1$.

campo baixo, com parâmetros do BSCCO.

7 Conclusões

Nesta tese, nós apresentamos resultados de simulações Monte Carlo num sistema de vórtices tridimensional fortemente anisotrópico com defeitos colunares, usando o modelo de Lawrence-Doniach com parâmetros do BSCCO. Começamos com uma breve revisão sobre a dinâmica e a termodinâmica de sistemas vórtices em supercondutores de baixa e alta temperatura crítica, além de discutirmos o efeito da desordem no diagrama de fase desses materiais. Foi dada ênfase ao estudo do fator de estrutura e no comprimento de correlação vórtice-vórtice ao longo da direção do campo (B), sob protocolos ZFC e FC. Utilizamos duas condições iniciais representativas dos comportamentos extremos a temperatura (T) zero: a rede de Abrikosov e uma rede aleatória, o que corresponderia a um protocolo de resfriamento a campo nulo (ZFC). Esses casos são caracterizados por transições contínuas do desacoplamento planar (formação de uma estrutura de vórtices tipo panqueca) e decaimento exponencial com T do comprimento de correlação perto do derretimento. Além disso, várias características relacionadas às configurações metaestáveis da rede de vórtices foram discutidas, tais como o efeito da densidade de defeitos colunares e a transição de derretimento em duas etapas, cuja etapa final acontece de maneira similar ao dos sistemas sem defeitos. O caso do resfriamento a campo não-nulo (FC) a partir de uma configuração derretida, de forte relevância fenomenológica, também é considerado. Neste último caso, à medida que T diminui, para B intermediário, o sistema de vórtices passa por estados metaestáveis, incluindo vórtices desancorados, antes de exibir uma fase BG robusta até temperaturas muito baixas. É mostrado que tal fase BG se mantém estável mesmo na presença da interação eletromagnética de longo alcance entre vórtices em camadas diferentes ao longo da mesma linha. Observamos também, no caso em que os defeitos estão dispostos numa rede triangular, uma fase isolante de Mott a T baixo para $B_\phi = B$. Por outro lado, para campos altos sob o protocolo ZFC, o derretimento é praticamente concomitante com o desacoplamento descontínuo dos planos; sob FC, por sua vez, a rede de vórtices desacopla muito antes de derreter. Identificamos que o exchange entre linhas de fluxo é o mecanismo por trás desse desacoplamento dos planos e da formação da estrutura de vórtices tipo panqueca. Enfatizamos que o diagrama de fase B-T correspondente está em boa concordância com resultados experimentais no BSCCO.

Finalmente, realizamos simulações para o regime de campo baixo e verificamos que, para desordem baixa, os vórtices tendem a ficar numa fase vítrea, que conta com picos de Bragg bem acentuados. Estimamos uma relação entre o desvio médio quadrático e a correlação para esses casos para poder extrair a dependência do fator de estrutura. Apesar de não podermos extrair diretamente a divergência algébrica de $S(q \rightarrow 0)$, conseguimos concluir que esse é de fato o caso, ao percebermos que a

largura da curva que se ajusta aos dados se mantém próxima da resolução numérica do nosso cálculo, confirmando, portanto, a existência de uma fase Bragg glass para desordem fraca, em concordância com resultados experimentais e previsões numéricas nesse material.

Pretendemos futuramente aplicar e adaptar os mesmos métodos utilizados aqui a outros materiais, notadamente aos pnictídeos e aos supercondutores de duas bandas.

Referências

- [1] BLATTER, G.; FEIGEL'MAN, M. V.; GESHKENBEIN, V. B.; LARKIN, A. I.; VINOKUR, V. M. Vortices in high-temperature superconductors. *Reviews of Modern Physics*, Woodbury, v. 66, n. 4, p. 1125–1388, Oct 1994.
- [2] NELSON, D. R. *Defects and geometry in condensed matter physics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- [3] LE DOUSSAL, P. Novel phases of vortices in superconductors. *International Journal of Modern Physics*, v. 24, n. 20n21, p. 3855–3914, 2010.
- [4] ROSENSTEIN, B.; LI, D. Ginzburg-landau theory of type ii superconductors in magnetic field. *Reviews of Modern Physics*, Woodbury, v. 82, p. 109–168, Jan 2010.
- [5] BEDNORZ, J.; MÜLLER, K. *Zeitschrift für Physik B*, v. 64, n. 2, p. 189–193, 1986.
- [6] YANG, P.; LIEBER, C. M. Nanorod-superconductor composites: A pathway to materials with high critical current densities. *Science*, Washington, v. 273, n. 5283, p. 1836–1840, 1996.
- [7] MALOZEMOFF, A.; CARTER, W.; FLESHLER, S.; FRITZEMEIER, L.; LI, Q.; MASUR, L.; MILES, P.; PARKER, D.; PARRELLA, R.; PODTBURG, E.; RILEY, G.; RUPICH, M.; SCUDIÈRE, J.; ZHANG, W. Hts wire at commercial performance levels. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, v. 9, n. 2, p. 2469–2473, June 1999.
- [8] HULL, J. R. Applications of high-temperature superconductors in power technology. *Reports on Progress in Physics*, v. 66, n. 11, p. 1865, 2003.
- [9] YAMADA, Y.; MOGI, M.; SATO, K. Examples and future prospects of high-temperature superconductor products. *SEI Technical Review*, v. 65, p. 51, 2007.
- [10] BRANDT, E. H. The flux-line lattice in superconductors. *Reports on Progress in Physics*, v. 58, n. 11, p. 1465, 1995.
- [11] BARDEEN, J.; STEPHEN, M. J. Theory of the motion of vortices in superconductors. *Physical Review*, New York, v. 140, n. 4A, p. A1197–A1207, Nov 1965.
- [12] POOLE, C. P.; FARACH, H. A.; CRESWICK, R. J.; PROZOROV, R. *Superconductivity*. Amsterdam: Academic Press, 2007.
- [13] LIDMAR, J.; NELSON, D. R.; A. GOROKHOV, D. Vortex wandering among splayed columnar defects. *Physical Review B*, v. 64, n. 14, p. 144512, Sep 2001.

- [14] CIVALE, L.; MARWICK, A. D.; WORTHINGTON, T. K.; KIRK, M. A.; THOMPSON, J. R.; KRUSIN-ELBAUM, L.; SUN, Y.; CLEM, J. R.; HOLTZBERG, F. Vortex confinement by columnar defects in $yba2cu3o7$ crystals: Enhanced pinning at high fields and temperatures. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 67, n. 5, p. 648–651, Jul 1991.
- [15] KONCZYKOWSKI, M.; RULLIER-ALBENQUE, F.; YACOBY, E. R.; SHAULOV, A.; YESHURUN, Y.; LEJAY, P. Effect of 5.3-gev pb-ion irradiation on irreversible magnetization in y-ba-cu-o crystals. *Physical Review B*, v. 44, p. 7167–7170, Oct 1991.
- [16] BUDHANI, R. C.; SUENAGA, M.; LIOU, S. H. Giant suppression of flux-flow resistivity in heavy-ion irradiated $tl2ba2ca2cu3o10$ films: Influence of linear defects on vortex transport. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 69, n. 26, p. 3816–3819, Dec 1992.
- [17] GALLAMORE, M. E.; MCCORMACK, G. E. D.; DEVEREAUX, T. P. Critical current peaks at $3b_{\Phi}$ in superconductors with columnar defects: Recrystallizing the interstitial glass. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 93, n. 6, p. 067002, Aug 2004.
- [18] COULTER, J. Y.; WILLIS, J. O.; MALEY, M. P.; ULLMANN, J. L. Improved critical currents in a bi-2223/ag coil using splayed columnar defects. *Physica C*, Amsterdam, v. 412-414, n. Part 2, p. 1079 – 1084, 2004.
- [19] NELSON, D. R. Vortex entanglement in high- t_c superconductors. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 60, n. 19, p. 1973–1976, May 1988.
- [20] NELSON, D. R.; SEUNG, H. S. Theory of melted flux liquids. *Physical Review B*, v. 39, n. 13, p. 9153–9174, May 1989.
- [21] NELSON, D. R.; VINOKUR, V. M. Boson localization and pinning by correlated disorder in high-temperature superconductors. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 68, n. 15, p. 2398–2401, Apr 1992.
- [22] NELSON, D. R.; VINOKUR, V. M. Boson localization and correlated pinning of superconducting vortex arrays. *Physical Review B*, v. 48, n. 17, p. 13060–13097, Nov 1993.
- [23] RADZIHOVSKY, L. Resurrection of the melting line in the bose glass superconductor. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 74, p. 4923–4926, Jun 1995.
- [24] LOPATIN, A. V.; VINOKUR, V. M. Delocalization in two-dimensional disordered bose systems and depinning transition in the vortex state in superconductors. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 92, n. 6, p. 067008, Feb 2004.

- [25] VAN OTTERLO, A.; SCALETTAR, R. T.; ZIMÁNYI, G. T. Phase diagram of disordered vortices from london langevin simulations. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 81, p. 1497–1500, Aug 1998.
- [26] DASGUPTA, C.; VALLS, O. T. Two-step melting of the vortex solid in layered superconductors with random columnar pins. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 91, p. 127002, Sep 2003.
- [27] DASGUPTA, C.; VALLS, O. T. Melting and structure of the vortex solid in strongly anisotropic layered superconductors with random columnar pins. *Physical Review B*, v. 69, p. 214520, Jun 2004.
- [28] DASGUPTA, C.; VALLS, O. T. Phase diagram of vortex matter in layered superconductors with tilted columnar pinning centers. *Physical Review B*, v. 80, p. 094517, Sep 2009.
- [29] DASGUPTA, C.; VALLS, O. T. Vortex lattice melting in layered superconductors with periodic columnar pins. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 87, p. 257002, Nov 2001.
- [30] DASGUPTA, C.; VALLS, O. T. Vortices in layered superconductors with columnar pins: A density-functional study. *Physical Review B*, v. 66, p. 064518, Aug 2002.
- [31] GIAMARCHI, T.; LE DOUSSAL, P. Elastic theory of pinned flux lattices. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 72, n. 10, p. 1530–1533, Mar 1994.
- [32] GIAMARCHI, T.; LE DOUSSAL, P. Elastic theory of flux lattices in the presence of weak disorder. *Physical Review B*, v. 52, n. 2, p. 1242–1270, Jul 1995.
- [33] KLEIN, T.; JOUMARD, I.; BLANCHARD, S.; MARCUS, J.; CUBITT, R.; GIAMARCHI, T.; LE DOUSSAL, P. A Bragg glass phase in the vortex lattice of a type II superconductor. *Nature (London)*, v. 413, n. 6854, p. 404–406, sep 2001.
- [34] POLKOVNIKOV, A.; KAFRI, Y.; NELSON, D. R. Vortex pinning by a columnar defect in planar superconductors with point disorder. *Physical Review B*, v. 71, p. 014511, Jan 2005.
- [35] KAFRI, Y.; NELSON, D. R.; POLKOVNIKOV, A. Unzipping vortices in type-II superconductors. *Physical Review B*, v. 76, p. 144501, Oct 2007.
- [36] DROCCO, J. A.; REICHHARDT, C. J. O.; REICHHARDT, C.; BISHOP, A. R. Static and dynamic phases for magnetic vortex matter with attractive and repulsive interactions. *Journal of Physics: Condensed Matter*, Bristol, v. 25, n. 34, p. 345703, 2013.

- [37] RAY, D.; OLSON REICHHARDT, C. J.; JANKÓ, B.; REICHHARDT, C. Strongly enhanced pinning of magnetic vortices in type-II superconductors by conformal crystal arrays. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 110, p. 267001, Jun 2013.
- [38] RAY, D.; REICHHARDT, C.; REICHHARDT, C. J. O. Vortex states in archimedean tiling pinning arrays. *Superconductor Science and Technology*, v. 27, n. 7, p. 075006, 2014.
- [39] JIANG, W.; YEH, N.-C.; REED, D. S.; KRIPLANI, U.; BEAM, D. A.; KONCZYKOWSKI, M.; TOMBRELLO, T. A.; HOLTZBERG, F. Evidence of a bose-glass transition in superconducting $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ single crystals with columnar defects. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 72, p. 550–553, Jan 1994.
- [40] DELIGIANNIS, K.; DE GROOT, P. A. J.; OUSSENA, M.; PINFOLD, S.; LANGAN, R.; GAGNON, R.; TAILLEFER, L. New features in the vortex phase diagram of $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 79, p. 2121–2124, Sep 1997.
- [41] NISHIZAKI, T.; NAITO, T.; OKAYASU, S.; IWASE, A.; KOBAYASHI, N. Effects of weak point disorder on the vortex matter phase diagram in untwinned $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ single crystals. *Physical Review B*, v. 61, p. 3649–3654, Feb 2000.
- [42] BOUQUET, F.; MARCENAT, C.; STEEP, E.; CALEMCHUK, R.; KWOK, W. K.; WELP, U.; CRABTREE, G. W.; FISHER, R. A.; PHILLIPS, N. E.; SCHILLING, A. An unusual phase transition to a second liquid vortex phase in the superconductor $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$. *Nature (London)*, v. 411, n. 6836, p. 448–451, may 2001.
- [43] HUA, J.; WELP, U.; SCHLUETER, J.; KAYANI, A.; XIAO, Z. L.; CRABTREE, G. W.; KWOK, W. K. *Physical Review B*, v. 82, p. 024505, Jul 2010.
- [44] VAN DER BEEK, C. J.; KONCZYKOWSKI, M.; VINOKUR, V. M.; LI, T. W.; KES, P. H.; CRABTREE, G. W. Vortex line pinning and bose-glass dynamics in heavy-ion irradiated $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ single crystals. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 74, p. 1214–1217, Feb 1995.
- [45] VAN DER BEEK, C. J.; KONCZYKOWSKI, M.; VINOKUR, V. M.; CRABTREE, G. W.; LI, T. W.; KES, P. H. Vortex dynamics in a $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ crystal with columnar defects. *Physical Review B*, v. 51, p. 15492–15505, Jun 1995.
- [46] ZELDOV, E.; MAJER, D.; KONCZYKOWSKI, M.; GESHKENBEIN, V. B.; VINOKUR, V. M.; SHTRIKMAN, H. *Nature (London)*, , n. 6530, p. 373–376, jun.
- [47] KHAYKOVICH, B.; ZELDOV, E.; MAJER, D.; LI, T. W.; KES, P. H.; KONCZYKOWSKI, M. Vortex-lattice phase transitions in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ crystals with different oxygen stoichiometry. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 76, p. 2555–2558, Apr 1996.

- [48] FUCHS, D. T.; ZELDOV, E.; TAMEGAI, T.; OOI, S.; RAPPAPORT, M.; SHTRIKMAN, H. Possible new vortex matter phases in $\text{bi}_2\text{sr}_2\text{cacu}_2\text{o}_8$. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 80, n. 22, p. 4971–4974, Jun 1998.
- [49] SHIBAUCHI, T.; NAKANO, T.; SATO, M.; KISU, T.; KAMEDA, N.; OKUDA, N.; OOI, S.; TAMEGAI, T. Interlayer phase coherence in the vortex matter phases of $\text{bi}_2\text{sr}_2\text{cacu}_2\text{o}_8 + y$. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 83, n. 5, p. 1010–1013, Aug 1999.
- [50] SORET, J. C.; PHUOC, V. T.; AMMOR, L.; RUYTER, A.; DE SOUSA, R.; OLIVE, E.; VILLARD, G.; WAHL, A.; SIMON, C. Origin of the variable-range vortex hopping in $\text{bi}_2\text{sr}_2\text{ca}_{1-x}\text{yxcu}_2\text{o}_8$ with columnar defects. *Physical Review B*, v. 61, p. 9800–9808, Apr 2000.
- [51] TORRES, J.; DA SILVA, R. R.; MOEHLECKE, S.; KOPELEVICH, Y. Vortex lattice in $\text{bi}_2\text{sr}_2\text{cacu}_2\text{o}_8 + \delta$ well above the first-order phase-transition boundary. *Solid State Communications*, Oxford, v. 125, n. 1, p. 11 – 16, 2003.
- [52] MENGHINI, M.; FASANO, Y.; DE LA CRUZ, F.; BANERJEE, S. S.; MYASOEDOV, Y.; ZELDOV, E.; VAN DER BEEK, C. J.; KONCZYKOWSKI, M.; TAMEGAI, T. First-order phase transition from the vortex liquid to an amorphous solid. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 90, p. 147001, Apr 2003.
- [53] BANERJEE, S. S.; SOIBEL, A.; MYASOEDOV, Y.; RAPPAPORT, M.; ZELDOV, E.; MENGHINI, M.; FASANO, Y.; DE LA CRUZ, F.; VAN DER BEEK, C. J.; KONCZYKOWSKI, M.; TAMEGAI, T. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 90, p. 087004, Feb 2003.
- [54] BANERJEE, S. S.; GOLDBERG, S.; SOIBEL, A.; MYASOEDOV, Y.; RAPPAPORT, M.; ZELDOV, E.; DE LA CRUZ, F.; VAN DER BEEK, C. J.; KONCZYKOWSKI, M.; TAMEGAI, T.; VINOKUR, V. M. Vortex nanoliquid in high-temperature superconductors. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 93, p. 097002, Aug 2004.
- [55] AVRAHAM, N.; GOLDSCHMIDT, Y. Y.; LIU, J. T.; MYASOEDOV, Y.; RAPPAPORT, M.; ZELDOV, E.; VAN DER BEEK, C. J.; KONCZYKOWSKI, M.; TAMEGAI, T. Dynamic and thermodynamic properties of porous vortex matter in $\text{bi}_2\text{sr}_2\text{cacu}_2\text{o}_8$ in an oblique magnetic field. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 99, p. 087001, Aug 2007.
- [56] AVRAHAM, N.; BRANDT, E. H.; MIKITIK, G. P.; MYASOEDOV, Y.; RAPPAPORT, M.; ZELDOV, E.; VAN DER BEEK, C. J.; KONCZYKOWSKI, M.; TAMEGAI, T. Influence of spatial variations in the lower critical field on the equilibrium field penetration into superconductors. *Physical Review B*, v. 77, p. 214525, Jun 2008.

- [57] VERDENE, T.; BEIDENKOPF, H.; MYASOEDOV, Y.; SHTRIKMAN, H.; RAPPAPORT, M.; ZELDOV, E.; TAMEGAI, T. Multiple changes of order of the vortex melting transition in $\text{bi}_2\text{sr}_2\text{cacu}_2\text{o}_8$ with dilute columnar defects. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 101, p. 157003, Oct 2008.
- [58] GOLDBERG, S.; SEGEV, Y.; MYASOEDOV, Y.; GUTMAN, I.; AVRAHAM, N.; RAPPAPORT, M.; ZELDOV, E.; TAMEGAI, T.; HICKS, C. W.; MOLER, K. A. Mott insulator phases and first-order melting in $\text{bi}_2\text{sr}_2\text{cacu}_2\text{o}_{8+\delta}$ crystals with periodic surface holes. *Physical Review B*, v. 79, p. 064523, Feb 2009.
- [59] NAKAJIMA, Y.; TSUCHIYA, Y.; TAEN, T.; TAMEGAI, T.; OKAYASU, S.; SASASE, M. Enhancement of critical current density in co-doped bafe_2as_2 with columnar defects introduced by heavy-ion irradiation. *Physical Review B*, v. 80, p. 012510, Jul 2009.
- [60] PROZOROV, R.; TANATAR, M. A.; ROY, B.; NI, N.; BUD'KO, S. L.; CANFIELD, P. C.; HUA, J.; WELP, U.; KWOK, W. K. Magneto-optical study of $\text{ba}(\text{fe}_{1-x}\text{mx})_2\text{as}_2$ ($\text{m}=\text{co}$ and ni) single crystals irradiated with heavy ions. *Physical Review B*, v. 81, p. 094509, Mar 2010.
- [61] KIM, H.; GORDON, R. T.; TANATAR, M. A.; HUA, J.; WELP, U.; KWOK, W. K.; NI, N.; BUD'KO, S. L.; CANFIELD, P. C.; VORONTSOV, A. B.; PROZOROV, R. London penetration depth in $\text{ba}(\text{fe}_{1-x}\text{tx})_2\text{as}_2$ ($\text{t}=\text{co}$, ni) superconductors irradiated with heavy ions. *Physical Review B*, v. 82, p. 060518, Aug 2010.
- [62] HERON, D. O. G.; RAY, S. J.; LISTER, S. J.; AEGERTER, C. M.; KELLER, H.; KES, P. H.; MENON, G. I.; LEE, S. L. Muon-spin rotation measurements of an unusual vortex-glass phase in the layered superconductor $\text{bi}_{2.15}\text{sr}_{1.85}\text{cacu}_2\text{o}_{8+\delta}$. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 110, p. 107004, Mar 2013.
- [63] LAWRENCE, W. E.; DONIACH, S. Theory of layer-structure superconductors. In: . Editor KANDA, E. Keigaku, Tokyo: , c1971. p. 361–362.
- [64] RYU, S.; DONIACH, S.; DEUTSCHER, G.; KAPITULNIK, A. Monte carlo simulation of flux lattice melting in a model high- t_c superconductor. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 68, n. 5, p. 710–713, Feb 1992.
- [65] HELLERQVIST, M.; RYU, S.; LOMBARDO, L.; KAPITULNIK, A. Vortex decoupling crossover in $\text{bi}_2\text{sr}_2\text{cacu}_2\text{o}_8$. *Physica C*, Amsterdam, v. 230, p. 170 – 176, 1994.
- [66] VIANA, L. P.; RAPOSO, E. P.; COUTINHO-FILHO, M. D. First-order phase transition in a three-dimensional vortex system: Modeling $\text{bi}_2\text{sr}_2\text{cacu}_2\text{o}_8$ in high magnetic fields. *Physical Review B*, v. 70, n. 13, p. 134516, Oct 2004.

- [67] VIANA, L. P.; RAPOSO, E. P.; COUTINHO-FILHO, M. D. Simulation of vortex matter two-step melting in an anisotropic superconductor with columnar defects. *Physica C*, Amsterdam, v. 437-438, p. 341 – 344, 2006.
- [68] ARTEMOV, A. Lawrence-Doniach model in London approximation as a system of 2D Coulomb particles of two kinds. *Physica C*, Amsterdam, v. 471, p. 1627–1634, 2011.
- [69] CROITORU, M. D.; BUZDIN, A. I. Extended lawrence-doniach model: The temperature evolution of the in-plane magnetic field anisotropy. *Physical Review B*, v. 86, p. 224508, Dec 2012.
- [70] QUEIROZ, L. M.; COUTINHO-FILHO, M. D.; RAPOSO, E. P. Josephson-induced hysteretical behavior of vortex matter in layered bscco samples with columnar defects: Bose glass phase and the melting process. *European Physical Journal B*, v. 88, n. 1, p. 16, 2015.
- [71] BARDEEN, J.; COOPER, L. N.; SCHRIEFFER, J. R. Microscopic theory of superconductivity. *Physical Review*, New York, v. 106, n. 1, p. 162–164, Apr 1957.
- [72] BARDEEN, J.; COOPER, L. N.; SCHRIEFFER, J. R. Theory of superconductivity. *Physical Review*, New York, v. 108, n. 5, p. 1175–1204, Dec 1957.
- [73] ONNES, H. K. The superconductivity of mercury. *Communications from the Physics Laboratory of the University of Leiden*, , n. 122 and 124, 1911.
- [74] DE GENNES, P. G. *Superconductivity of metals and alloys*. W. A. Benjamin, 1966.
- [75] MEISSNER, W.; OCHSENFELD, R. Ein neuer effekt bei eintritt der supraleitfähigkeit. *Naturwissenschaften*, v. 21, p. 787–788, nov 1933.
- [76] TINKHAM, M. *Introduduction to superconductivity*. Dover, 2004.
- [77] FILE, J.; MILLS, R. G. Observation of persistent current in a superconducting solenoid. *Physical Review Letters*, New York, v. 10, n. 3, p. 93–96, Feb 1963.
- [78] DEEVER, B. S.; FAIRBANK, W. M. Experimental evidence for quantized flux in superconducting cylinders. *Physical Review Letters*, New York, v. 7, n. 2, p. 43–46, Jul 1961.
- [79] DOLL, R.; NÄBAUER, M. Experimental proof of magnetic flux quantization in a superconducting ring. *Physical Review Letters*, New York, v. 7, n. 2, p. 51–52, Jul 1961.

- [80] KEESOM, W. H.; KOK, J. A. Measurements of the specific heats of silver from 1.35 to 20.3 k. *Communications from the Physics Laboratory of the University of Leiden*, v. 221e, 1932.
- [81] LONDON, F.; LONDON, H. The electromagnetic equations of the supraconductor. *Proceedings of the Royal Society (London)*, v. A149, n. 866, p. 70–88, mar 1935.
- [82] COOPER, L. N. Bound electron pairs in a degenerate fermi gas. *Physical Review*, New York, v. 104, n. 4, p. 1189–1190, Nov 1956.
- [83] LONDON, F. *Superfluids*. Dover, 1961. v. 1.
- [84] GINZBURG, V. L.; LANDAU, L. D. On the theory of superconductivity. *Soviet Physics JETP*, v. 20, p. 1064, 1950.
- [85] SAINT-JAMES, D.; GENNES, P. G. Onset of superconductivity in decreasing fields. *Physics Letters*, v. 7, n. 5, p. 306 – 308, 1963.
- [86] SHUBNIKOV, L. V. et al. *Soviet Physics JETP*, v. 7, p. 221, 1937.
- [87] ABRIKOSOV, A. A. On the magnetic properties of superconductors of the second group. *Soviet Physics JETP*, v. 5, p. 1174–1182, 1957.
- [88] KLEINER, W. H.; ROTH, L. M.; AUTLER, S. H. Bulk solution of ginzburg-landau equations for type ii superconductors: Upper critical field region. *Physical Review*, New York, v. 133, n. 5A, p. A1226–A1227, Mar 1964.
- [89] KAMIHARA, Y.; WATANABE, T.; HIRANO, M.; HOSONO, H. *Journal of the American Chemical Society*, Washington, v. 130, n. 11, p. 3296–3297, 2008.
- [90] CYROT, M.; PAVUNA, D. *Introduction to superconductivity and high- t_c materials*. World Scientific, 1995.
- [91] CARNEIRO, G. Tópicos da teoria de vórtices em supercondutores tipo ii. Notas de aula, Departamento de Física, UFPE, 1996.
- [92] BLATTER, G.; GESHKENBEIN, V. B.; LARKIN, A. I. From isotropic to anisotropic superconductors: A scaling approach. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 68, n. 6, p. 875–878, Feb 1992.
- [93] CRABTREE, G. W.; NELSON, D. R. Vortex in high temperature superconductors. *Physics Today*, apr 1997.
- [94] CHEN, Q.-H.; NIE, Q.-M.; LV, J.-P.; YEUNG, T.-C. A. Elastic theory for the vortex-lattice melting in iron-based high- t_c superconductors. *New Journal of Physics*, v. 11, n. 3, p. 035003, 2009.

- [95] CLEM, J. R. Two-dimensional vortices in a stack of thin superconducting films: A model for high-temperature superconducting multilayers. *Physical Review B*, v. 43, n. 10, p. 7837–7846, Apr 1991.
- [96] PEARL, J. Current distribution in superconducting films carrying quantized fluxoids. *Applied Physics Letters*, New York, v. 5, n. 4, 1964.
- [97] BULAEVSKII, L. N.; LEDVIJ, M.; KOGAN, V. G. Vortices in layered superconductors with josephson coupling. *Physical Review B*, v. 46, n. 1, p. 366–380, Jul 1992.
- [98] THUNEBERG, E. V.; KURKIJÄRVI, J.; RAINER, D. Elementary-flux-pinning potential in type-ii superconductors. *Physical Review B*, v. 29, n. 7, p. 3913–3923, Apr 1984.
- [99] VINNIKOV, L. Y.; GUREVICH, L. A.; YEMELCHENKO, G. A.; OSSIPYAN, Y. A. Direct observation of the lattice of abrikosov vortices in high- T_c superconductor $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ single crystals. *Solid State Communications*, Oxford, v. 67, n. 4, p. 421 – 423, 1988.
- [100] DOLAN, G. J.; CHANDRASHEKHAR, G. V.; DINGER, T. R.; FEILD, C.; HOLTZBERG, F. Vortex structure in $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ and evidence for intrinsic pinning. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 62, n. 7, p. 827–830, Feb 1989.
- [101] KWOK, W. K.; WELP, U.; CRABTREE, G. W.; VANDERVOORT, K. G.; HULSCHER, R.; LIU, J. Z. Direct observation of dissipative flux motion and pinning by twin boundaries in $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ single crystals. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 64, n. 8, p. 966–969, Feb 1990.
- [102] KWOK, W. K.; WELP, U.; VINOKUR, V. M.; FLESHLER, S.; DOWNEY, J.; CRABTREE, G. W. Direct observation of intrinsic pinning by layered structure in single-crystal $YBa_2Cu_3O_{7-x}$. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 67, n. 3, p. 390–393, Jul 1991.
- [103] KALISKY, B.; KIRTLEY, J. R.; ANALYTIS, J. G.; CHU, J.-H.; VAILIONIS, A.; FISHER, I. R.; MOLER, K. A. Stripes of increased diamagnetic susceptibility in underdoped superconducting $Ba(Fe_{1-x}Co_x)_2As_2$ single crystals: Evidence for an enhanced superfluid density at twin boundaries. *Physical Review B*, v. 81, n. 18, p. 184513, May 2010.
- [104] KIRTLEY, J. R.; KALISKY, B.; LUAN, L.; MOLER, K. A. Meissner response of a bulk superconductor with an embedded sheet of reduced penetration depth. *Physical Review B*, v. 81, n. 18, p. 184514, May 2010.

- [105] MURAKAMI, M.; MORITA, M.; DOI, K.; MIYAMOTO, K. A new process with the promise of high j_c in oxide superconductors. *Japanese Journal of Applied Physics*, v. 28, n. Part 1, No. 7, p. 1189–1194, 1989.
- [106] FISHER, M. P. A.; WEICHMAN, P. B.; GRINSTEIN, G.; FISHER, D. S. Boson localization and the superfluid-insulator transition. *Physical Review B*, v. 40, n. 1, p. 546–570, Jul 1989.
- [107] ANDERSON, P. W. The fermi glass: Theory and experiment. *Comments on Solid State Physics*, v. 2, p. 193, 1970.
- [108] FISHER, D. S.; FISHER, M. P. A.; HUSE, D. A. Thermal fluctuations, quenched disorder, phase transitions, and transport in type-ii superconductors. *Physical Review B*, v. 43, n. 1, p. 130–159, Jan 1991.
- [109] WORTHINGTON, T.; GALLAGHER, W.; KAISER, D.; HOLTZBERG, F.; DINGER, T. The anisotropic nature of the superconducting properties of single crystal $y_1ba_2cu_3o_7 - x$. *Physica C: Superconductivity*, v. 153-155, n. Part 1, p. 32 – 37, 1988.
- [110] GIAMARCHI, T.; LE DOUSSAL, P. Phase diagrams of flux lattices with disorder. *Physical Review B*, v. 55, n. 10, p. 6577–6583, Mar 1997.
- [111] MURRAY, C. A.; GAMMEL, P. L.; BISHOP, D. J.; MITZI, D. B.; KAPITULNIK, A. Observation of a hexatic vortex glass in flux lattices of the high- t_c superconductor $bi_{2.1}sr_{1.9}ca_{0.9}cu_2o_{8+\delta}$. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 64, n. 19, p. 2312–2315, May 1990.
- [112] CUBITT, R.; FORGAN, E. M.; YANG, G.; LEE, S. L.; PAUL, D. M.; MOOK, H. A.; YETHIRAJ, M.; KES, P. H.; LI, T. W.; MENOVSKY, A. A.; TARNAWSKI, Z.; MORTENSEN, K. Direct observation of magnetic flux lattice melting and decomposition in the high- t_c superconductor $bi_{2.15}sr_{1.95}cacu_2o_8 + x$. *Nature (London)*, v. 365, n. 6445, p. 407–411, Sep 1993.
- [113] LEE, S. L.; ZIMMERMANN, P.; KELLER, H.; WARDEN, M.; SAVIĆ, I. M.; SCHAUWECKER, R.; ZECH, D.; CUBITT, R.; FORGAN, E. M.; KES, P. H.; LI, T. W.; MENOVSKY, A. A.; TARNAWSKI, Z. Evidence for flux-lattice melting and a dimensional crossover in single-crystal $bi_{2.15}sr_{1.85}cacu_2o_8 + \delta$ from muon spin rotation studies. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 71, n. 23, p. 3862–3865, Dec 1993.
- [114] DASGUPTA, C.; VALLS, O. T. Phase diagram of vortex matter in layered high-temperature superconductors with random point pinning. *Physical Review B*, v. 74, n. 18, p. 184513, Nov 2006.

- [115] DASGUPTA, C.; VALLS, O. T. Phase diagram of randomly pinned vortex matter in layered superconductors: Dependence on the details of the point pinning. *Physical Review B*, v. 76, n. 18, p. 184509, Nov 2007.
- [116] KIM, P.; YAO, Z.; BOLLE, C. A.; LIEBER, C. M. Structure of flux line lattices with weak disorder at large length scales. *Physical Review B*, v. 60, p. R12589–R12592, Nov 1999.
- [117] FORGAN, E. M.; FAULT, D. M.; MOOK, H. A.; TIMMINS, P. A.; KELLER, H.; SUTTON, S.; ABELL, J. S. *Nature (London)*, v. 343, p. 735, 1990.
- [118] MAEDA, H.; TANAKA, Y.; FUKUTOMI, M.; ASANO, T. A new high- t_c oxide superconductor without a rare earth element. *Japanese Journal of Applied Physics*, v. 27, n. Part 2, No. 2, p. L209–L210, 1988.
- [119] WIKIPEDIA. Bismuth strontium calcium copper oxide — wikipedia, the free encyclopedia, 2010. (Online; acessado em 8 de Setembro de 2010).
- [120] METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A. W.; ROSENBLUTH, M. N.; TELLER, A. H.; TELLER, E. Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, New York, v. 21, n. 6, p. 1087–1092, 1953.
- [121] WENGEL, C.; TÄUBER, U. C. Properties of the bose glass phase in irradiated superconductors near the matching field. *Physical Review B*, v. 58, p. 6565–6579, Sep 1998.
- [122] AKTAS, S.; GAZIOGLU, O. Monte carlo simulations of three dimensional pancake model with point-like and columnar pinning centers. *Physica B*, Amsterdam, v. 405, p. 678–681, 2010.
- [123] OBAIDAT, I. M.; ALBISS, B. A. Roles of nano-sized pinning centers and vortex density on vortex melting. *Science of Advanced Materials*, v. 3, n. 1, 2011.
- [124] REN, Q.-B.; LAI, T.-W.; LUO, M.-B. Dynamics of vortices in type-II superconductors with periodic square columnar pins. *Physica C*, Amsterdam, v. 471, n. 13?14, p. 385 – 388, 2011.
- [125] REN, Q.-B.; CAO, W.-P.; LUO, M.-B. Depinning of two-dimensional vortex system with square pinning array at the second matching field. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, v. 26, n. 6, p. 2139–2141, 2013.
- [126] REN, Q.-B.; LUO, M.-B. Dynamics of two-dimensional vortex system in a strong square pinning array at the second matching field. *Physics Letters A*, Amsterdam, v. 377, n. 31?33, p. 1966 – 1969, 2013.

-
- [127] STANLEY, H. E. *Introduction to phase transitions and critical phenomena*. Oxford University Press, 1987.