



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – CCEN  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

**CLAUDIA PATRICIA MEJÍA VILLAGRÁN**

**ESTUDO DA INTERAÇÃO DE UM VAPOR ATÔMICO DE Rb COM UM FEIXE  
DE LUZ INTENSO - EFEITOS DE FOCALIZAÇÃO E DESFOCALIZAÇÃO**

Recife  
2015

**CLAUDIA PATRICIA MEJÍA VILLAGRÁN**

**ESTUDO DA INTERAÇÃO DE UM VAPOR ATÔMICO DE Rb COM UM FEIXE DE  
LUZ INTENSO - EFEITOS DE FOCALIZAÇÃO E DESFOCALIZAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestra em Física.

Orientadora:  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Sandra Sampaio Vianna  
Universidade Federal de Pernambuco

Recife  
2015

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Joana D'Arc Leão Salvador CRB 4-572

M516e Mejía Villagrán, Claudia Patricia.  
Estudo da interação de um vapor atômico de Rb com um feixe de luz intenso – efeitos de focalização de desfocalização / Claudia Patricia Mejía Villagrán. – 2015.  
53 f.: fig., tab.

Orientadora: Sandra Sampaio Vianna.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN. Física, Recife, 2015.  
Inclui referências.

1. Óptica não linear. 2. Lasers. I. Vianna, Sandra Sampaio (Orientadora). II. Título.

535.2                      CDD (22. ed.)                      UFPE-FQ 2016-24

CLAUDIA PATRICIA MEJÍA VILLAGRÁN

**ESTUDO DA INTERAÇÃO DE UM VAPOR ATÔMICO DE Rb COM UM FEIXE DE  
LUZ INTENSO - EFEITOS DE FOCALIZAÇÃO E DESFOCALIZAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestra em Física.

Aprovada em: 21/07/2015.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Profª Drª Sandra Sampaio Vianna  
Orientadora  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. José Wellington Rocha Tabosa  
Examinador Interno  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Profª Drª Martine Patricia Arlette Chevrollier  
Examinadora Externa  
Universidade Federal da Paraíba

*A Dora Myriam Villagrán Rey, mi mamá. Siento su amor a cada paso. Todo lo que soy se lo debo a ella. Adoro que nunca deja de soñar.*

*A Campo Elías Suárez Sierra, mi papá y quien nos cuida desde el cielo. Siempre lo llevo en mi corazón. Aún hoy, lo extraño.*

*A William Alberto Mejía Villagrán, mi hermano. Amo cuando me hace reír y su alma limpia. SEREMOS GRANDES.*

*A Martha Yolima Suárez Villagrán, mi hermana. Su forma de proceder, hace ver las cosas más fáciles de lo que parecen.*

*A Campo Elías Suárez Villagrán, mi hermano. Increíble que tanto desfogue de energía sepa caber en una sola persona.*

*A Dora Myriam Suárez Villagrán, mi hermana. Su forma de reinventarse y su sentido práctico de la vida, me marcan.*

*A Emma Rey García, mi abuelita. Con su fe y ternura, se ganó un lugar en mi corazón para siempre. Gracias por sus oraciones.*

*Definitivamente me siento bendecida por Dios con mi familia.*

# Agradecimentos

A Deus.

Ao departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco pela sua acolhida.

A professora Sandra Sampaio Vianna pela sua compreensão, paciência, correções e ajuda.

A minha família pelo seu apoio sem condições.

A Alexandre Andrade pela sua colaboração no desenvolvimento das praticas.

A Camilo Herrera pelas suas valiosas discussões.

Ao CNPq pelos recursos.

*If you want your dream to be,  
take your time, go slowly.  
Do few things but do them well,  
heartfelt work grows purely.  
If you want to live life free,  
take your time, go slowly.  
Do few things but do them well  
heartfelt work grows purely.  
Day by day, stone by stone,  
build your secret slowly.  
Day by day, you'll grow too  
you'll know heaven's glory.*

—MÚSICA E LETRA DE DONOVAN P. LEITCH (No film: Brother Sun,  
Sister Moom. Trecho da música "The Little Church")

# Resumo

Neste trabalho, investigamos os efeitos de focalização e desfocalização de um feixe de luz ao passar por uma amostra constituída de átomos de rubídio. Estes efeitos refletem a resposta não linear do meio, e podem ser descritos pela variação do índice de refração devido à alta intensidade da luz incidente. Nossos experimentos consistem em analisar a transmissão de um feixe de luz gaussiano, após passar pelos átomos de rubídio, conforme a frequência do laser varia em torno da transição  $5S_{1/2} - 5P_{3/2}$ . Cada curva é obtida para uma intensidade fixa do feixe incidente e as medidas são realizadas para diferentes valores de potência. Utilizamos uma abertura circular na frente do detector de forma a selecionar só a região central do feixe transmitido e, assim observamos os efeitos de focalização e desfocalização. Medidas simultâneas de absorção total do feixe transmitido e da absorção saturada nos permitem caracterizar o sinal em função da frequência do feixe incidente e analisar a resposta do sistema em torno da ressonância de um fóton. Um ajuste qualitativo da dependência do sinal com a frequência do laser, mostra que o índice de refração não linear,  $n_2$ , próximo da ressonância, pode ser bem descrito considerando um sistema de dois níveis alargado não homogeneamente.

**Palavras-chave:** Efeitos não lineares. Focalização e desfocalização. Campos intensos. Vapor de Rb. Sistema de dois níveis.



# Abstract

In this work, we investigate the effects of focusing and defocusing of a light beam passing through a sample consisting of rubidium atoms. These effects reflect the nonlinear response of the medium, and can be described by the variation of the refractive index due to the high intensity of incident light. Our experiments consist in analyzing the transmission of a Gaussian light beam, after passing through the rubidium vapor when the laser frequency varies around the  $5S_{1/2} - 5P_{3/2}$  transition. Each curve is obtained for a fixed intensity of the incident beam and the measurements are taken for different intensities. We have used a circular aperture in front of the detector to select only the central region of the transmitted beam, and so, observe the effects of focusing and defocusing. Simultaneous measurements of the total absorption of the transmitted beam, and of the saturated absorption, allow us to characterize the signal depending on the frequency of the incident beam and to get the behavior of the response of the atomic system around the one-photon resonance. A qualitative adjustment of the signal dependence with the laser frequency shows a nonlinear refractive index,  $n_2$ , near the resonance, that can be well described considering an inhomogeneously broadened two-level system.

**Keywords:** Nonlinear effects. Self-focusing and self-defocusing. Intense fields. Rb vapor. Two level system.

# Lista de Figuras

2.1	Esquema de um sistema atômico de dois níveis e um campo com dessintonia $\delta = (\omega - \omega_0)$ .	15
2.2	Coeficiente de dispersão (a) e coeficiente de absorção Lorentziano (b) para um átomo de dois níveis como função da dessintonia perto da ressonância. A largura de linha da Lorentziana é 1.	22
2.3	Fenômenos de focalização e desfocalização	25
2.4	Estrutura de transição hiperfina, mostrando a separação de frequência entre os níveis de energia hiperfinos para a linha D2 de $^{85}\text{Rb}$ (Ref. [22]).	26
2.5	Estrutura de transição hiperfina, mostrando a separação de frequência entre os níveis de energia hiperfinos para a linha D2 de $^{87}\text{Rb}$ (Ref. [23]).	27
3.1	Laser de diodo contínuo, monomodo e sintonizável em frequência na região de $780\text{nm}$ .	30
3.2	Representação esquemática do sistema experimental onde analisamos a transmissão de feixes de alta potência que passam por uma célula de Rb. Nesta convenção, $E1$ até $E10$ são os espelhos, $F$ os filtros, $Cell1$ e $Cell2$ são as células de vapor de Rb. $IO$ é o isolador óptico, $DF1$ até $DF3$ são os divisores de feixe, $Q1$ até $Q4$ são placas $\frac{\lambda}{2}$ , $L$ são as lentes, $P1$ até $P3$ são polarizadores, $FO$ representa a fibra óptica, e finalmente $D1$ a $D4$ são os detectores.	31
3.3	Desenho esquemático do efeito da iris sobre o perfil da intensidade do laser.	33
3.4	Desenho esquemático da montagem da absorção saturada. Seus componentes têm a mesma notação da figura 3.2.	33
3.5	Absorção saturada sobre linha Doppler $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1, 2, 3$ do $^{87}\text{Rb}$ . Os picos sobre a linha Doppler, refletem a estrutura hiperfina nesta transição.	34
3.6	Ressonância de crossover por efeito Doppler.	35
3.7	Linha de absorção saturada de referência, usada para fazer a calibração do tempo em frequência. Se evidencia oscilações devido a reflexões no sistema causadas pelo alinhamento.	36
3.8	Ajuste gaussiano na linha de absorção saturada de referência normalizada. Destacamos a linha o valor no pico $F_g = 2$ do $^{85}\text{Rb}$ , com a FWHM do ordem de $600\text{MHz}$ .	37
3.9	Imagem da seção reta do feixe. Neste caso temos um exemplo do perfil espacial na posição central da célula, quando esta é retirada.	38
3.10	Em preto, intensidade normalizada vs. posição na tela da câmara. Ajuste gaussiano em vermelho. O erro no raio vem do ajuste gaussiano.	39

3.11	Raio do feixe em diferentes pontos do espaço. A parte em sombra representa a posição onde ficaria o interior da célula. Em azul, temos a reta que aproxima o raio no interior da célula. Ponto em preto, é o raio horizontal e ponto em vermelho, é raio vertical.	39
3.12	Sinais obtidos nos detectores D1, D2, D3 e D4 para uma potência de $6,2(mW)$ na entrada da célula. O que equivale a $2,2W/cm^2$ , tendo em conta o raio médio do feixe no interior da célula. Em nosso caso, este foi o valor máximo de intensidade medido.	41
3.13	Detalhe das linhas nos 4 detectores para o caso de $I = 2,2W/cm^2$ . Temos a curva dispersiva em a), a absorção saturada em b), a curva de absorção linear em c) e a linha da potência do laser em d).	42
3.14	Curvas de absorção saturada em a), intensidade transmitida após a iris em b), e intensidade total transmitida em c), após tirar a linha de base.	42
3.15	Visualização dos efeitos de focalização e de-focalização, ao variar a intensidade na entrada da célula. Em azul, curva dispersiva. Em rosa curva de absorção.	44
3.16	Variação da intensidade transmitida em função da dessintonização com relação ao centro de ressonância, para o sinal após a iris (curva azul na esquerda) que é a curva dispersiva, e para o sinal de absorção (em rosa na direita).	45
3.17	Sinal obtido do detetor D4 (com a iris), em que se visualiza que a linha $F_g = 2$ do $^{85}Rb$ , é a mais isolada.	46
4.1	Ajuste gaussiano típico dos resultados experimentais	47
4.2	Ajustes de curvas dispersivas com diferentes intensidades. a) $2,2W/cm^2$ , b) $1,4W/cm^2$ , c) $0,7W/cm^2$ e d) $0,4W/cm^2$ . O ajuste é menos preciso na medida que a intensidade diminui e não aplica para intensidades baixas como se vê na figura 4.2(d).	49
4.3	Relação do parâmetro B com a intensidade.	50
4.4	Linha dispersiva para aberturas da iris de a) 63 e %, b) 41 %. Em vermelho, temos o ajuste perto da ressonância e em azul, o ajuste longe da ressonância. A intensidade do laser é $796 mW/cm^2$	51

# Lista de Tabelas

2.1	Propriedades ópticas da linha $D_2$ do $^{85}\text{Rb}$	28
2.2	Algumas constantes úteis.	28
3.1	Cálculo das intensidades na entrada da célula.	40
4.1	Parâmetros de ajuste das curvas dispersivas, usando a equação (4.3).	49

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>Interação de lasers contínuos com sistemas atômicos</b>	<b>15</b>
2.1	Sistema de dois níveis	15
2.2	As equações de Bloch óticas	16
2.3	O vetor de Bloch	19
2.4	Polarização, susceptibilidade e índice de refração	20
2.5	Focalização e Desfocalização	22
2.6	O átomo de Rubídio	25
2.7	Largura Doppler e Intensidade de saturação	26
<b>3</b>	<b>Experimento</b>	<b>30</b>
3.1	Sistema experimental	30
3.2	Absorção saturada	33
3.3	Calibração do tempo em frequência	35
3.4	Diâmetro dos feixes	37
3.5	Resultados	40
<b>4</b>	<b>Análise dos Resultados e Conclusões</b>	<b>47</b>
4.1	Análise dos resultados	47
4.2	Conclusões	51
	<b>Referências</b>	<b>52</b>

## CAPÍTULO 1

# Introdução

A óptica não linear trata do estudo da interação de um laser intenso com a matéria [1]. Mais especificamente, os fenômenos que ocorrem como uma consequência da modificação das propriedades ópticas de um material pela presença da luz, em que a luz, normalmente de um laser, seja o suficientemente intensa para modificar suas propriedades ópticas.

O início da óptica não linear se determina com a observação da geração do segundo harmônico [2] por Franken e colaboradores, no ano de 1961, pouco tempo após da observação do laser em Rubi feita por Maiman no ano de 1960 [3]. Outros efeitos importantes que envolvem óptica não linear, estão relacionados com a absorção de multifótons que foram reportados pela primeira vez por Kaiser e Garret em 1961 [4] e os efeitos de alta intensidade. Sendo um claro exemplo da visualização de efeitos de alta intensidade: a variação do índice de refração de uma amostra observando efeitos de focalização e desfocalização [5], filamentação [6] e guiamento de feixes [7], [8].

Grischkowsky [5] reporta a observação da focalização da luz devido à dependência com a intensidade da linha da dispersão de um vapor diluído de potássio, e determina o índice de refração por meio de um modelo geométrico que permite obter a constante dielétrica do material.

Bjorkholm e Ashkin [6] observam o efeito de focalização e filamentação em vapor de sódio fazendo observações por fotografia de fluorescência dos átomos dentro do feixe. Esta intensidade de fluorescência é linearmente proporcional à intensidade do feixe, permitindo assim um estudo da evolução do tamanho do feixe pela célula do vapor.

A primeira observação experimental do guiamento de feixes é apresentada em 1999 por Truscott e colaboradores [7] usando uma das transições dos átomos de Rubídio. Eles destacam a importância do índice de refração e encontram que a eficiência do guiamento depende fortemente da potência e da frequência do feixe guia. Já, no ano 2000, Kapoor [8] explica mediante o formalismo da matriz densidade, o desenvolvimento do experimento feito por Truscott.

O interesse primordial nos trabalhos de focalização e desfocalização vem do estudo da propagação da luz sem deformação, na condição de filamentação, quando a focalização cancela a divergência do feixe. O caso puntual da focalização Raman está conectado com a máxima coerência induzida no meio e o controle para a observação de sólitons óticos espaciais. A observação do efeito de focalização Raman (nos dois feixes responsáveis pela transição Raman) no  $^{87}\text{Rb}$  foi recentemente reportado por Proite e colaboradores [9].

Efeitos de focalização e desfocalização em vapor de Rb usando laser de femtosegundos foram recentemente reportados na Ref. [10] através do estudo da emissão cônica em amostras com alta densidade ( $T \approx 420^\circ\text{C}$ ).

Assim, a variação do índice de refração com a intensidade faz com que seja importante a

medida do índice de refração não linear. Na literatura a técnica empregada para medir o índice de refração não linear é a técnica de z-scan [11], [12], que consiste em deixar fixa a frequência do laser, que incide na amostra e variar a posição da amostra, com respeito ao foco de uma lente escolhido como referência. A ideia básica consiste em correlacionar a variação de intensidade em uma abertura no plano de observação com a variação de fase induzida pela interação do laser com o meio não linear. A luz proveniente de um laser passa por uma lente que produz um foco na região em que se encontra a amostra. A amostra então é deslocada nessa região em torno do foco o longo do feixe. A luz que passa pela amostra adquire uma fase adicional não linear que muda o raio de curvatura do feixe, fazendo com que a divergência do feixe mude em cada posição da amostra. Essas mudanças são sentidas se colocamos uma abertura na frente de um detector gerando a curva dispersiva (para mais detalhe da técnica z-scan ver por exemplo [13]).

No trabalho que descrevemos aqui, estamos interessados na resposta de um vapor atômico perto da ressonância de um fóton. Assim, deixamos a amostra parada com relação ao feixe de luz e variamos a frequência do laser em torno da ressonância do átomo. Nossos resultados também apresentam uma curva com uma forma dispersiva, muito semelhante ao que é observado com a técnica z-scan. Recentemente Queiroga e colaboradores [14] descreveram a utilização deste sinal dispersivo, obtido devido à não linearidade de um vapor de átomos de césio, para fazer o travamento de um laser de diodo ao redor do centro de uma das linhas Doppler. O sinal é obtido quando um feixe de luz de perfil gaussiano focalizado próximo da célula passa por uma célula com o vapor atômico e é detectado depois de uma abertura que funciona como um filtro espacial. Em nosso trabalho, estudamos a dependência deste sinal dispersivo com a intensidade do feixe de luz incidente e investigamos como sua variação com a frequência pode ser relacionada ao índice de refração não linear.

Esta dissertação está dividida em 4 capítulos. No capítulo 2, descrevemos os aspectos que explicam os fenômenos de focalização e desfocalização. Começamos modelando nosso sistema como um sistema atômico de dois níveis no tratamento semiclássico. Usando a equação de Liouville, encontramos as coerências e as populações do sistema, que constitui as equações de Bloch. Logo expressamos as equações de Bloch em termos do vetor de Bloch para o caso estacionário. Posteriormente, discutimos os conceitos de polarização, susceptibilidade e índice de refração no caso linear, e deduzimos as relações de Kramers-Kronig que tem relação com as componentes estacionárias do vetor de Bloch. Com estes conceitos, abordamos o fenômeno não linear de focalização e desfocalização tendo em conta a definição de índice de refração não linear, e polarização não linear em termos da susceptibilidade não linear.

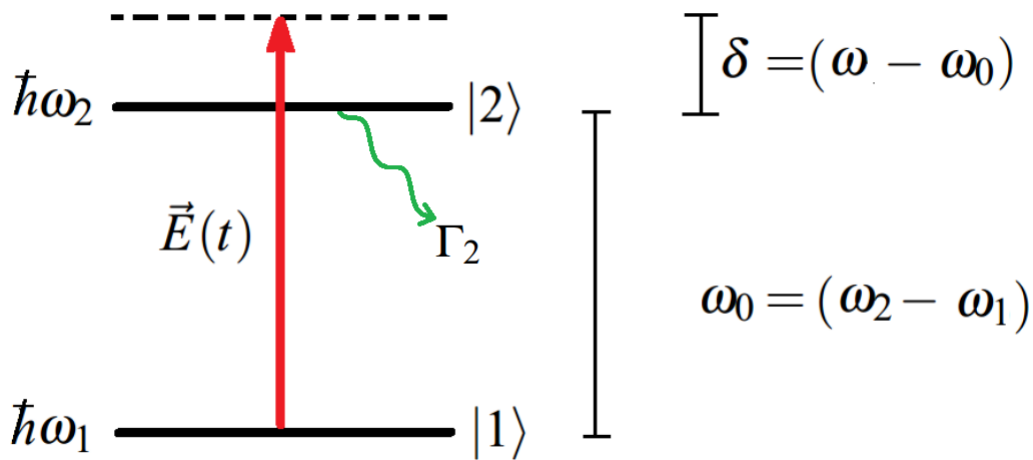
No capítulo 3, descrevemos o sistema experimental e como as medidas foram realizadas. Apresentamos os resultados obtidos para a transmissão do feixe em duas condições: intensidade total transmitida (absorção) e tendo na frente do detector uma iris estreita (dispersão). As medidas são obtidas variando a frequência do laser, perto da ressonância e foram obtidas para diferentes intensidades do feixe incidente.

No capítulo 4 apresentamos uma discussão dos resultados, onde mostramos que a dependência com a frequência da intensidade transmitida após uma abertura é bem descrita pelo comportamento do índice de refração não linear,  $n_2$ , baseado num modelo de dois níveis e um meio alargado não homogêneo. Em seguida apresentamos nossas conclusões.

## Interação de lasers contínuos com sistemas atômicos

### 2.1 Sistema de dois níveis

Consideremos um átomo de dois níveis interagindo com o feixe incidente de um laser com campo elétrico  $\vec{E}(t) = \frac{1}{2}\vec{E}_0 e^{i\omega t} + \frac{1}{2}\vec{E}_0 e^{-i\omega t}$  e cuja frequência está perto da ressonância do átomo, como é mostrado na figura 2.1. Os dois níveis representados são o estado fundamental  $|1\rangle$  e o estado excitado  $|2\rangle$ . Os níveis têm diferença de energia  $\hbar\omega_0$  e o campo do laser incide com uma frequência  $\omega$ , que tem uma dessintonia  $\delta = (\omega - \omega_0)$  com relação à ressonância do átomo  $\omega_0 = \omega_2 - \omega_1$ . O estado fundamental tem uma energia  $\hbar\omega_1$  e o estado excitado tem energia  $\hbar\omega_2$ .



**Figura 2.1** Esquema de um sistema atômico de dois níveis e um campo com dessintonia  $\delta = (\omega - \omega_0)$ .

Dado que nosso vapor é formado por muitos átomos, precisamos abordar o problema usando a formulação da matriz densidade [15], [16]. No caso ideal que todos os átomos estão no mesmo estado, podemos representar o sistema por uma função de onda  $\psi$  e o operador matriz densidade  $\hat{\rho}$  definido por

$$\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|, \quad (2.1)$$



onde  $|\psi\rangle$  é o estado em consideração, que se representa em termos de nossos dois níveis como

$$|\psi\rangle = c_1 |1\rangle + c_2 |2\rangle. \quad (2.2)$$

A matriz densidade correspondente é

$$|\psi\rangle\langle\psi| = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1^* & c_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |c_1|^2 & c_1 c_2^* \\ c_2 c_1^* & |c_2|^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Os termos na diagonal  $\rho_{11}$  e  $\rho_{22}$  dão as populações dos estados e os termos fora da diagonal dão as coerências entre os estados.

No caso em que nosso sistema se encontra em estado misturado, a matriz densidade se define como

$$\hat{\rho} = \sum_i P_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|, \quad (2.4)$$

em que  $P_i$  é a probabilidade de que o átomo esteja no estado  $|\psi_i\rangle$ .

Modelamos a interação do campo com o sistema atômico descrito por (2.4) pela expressão

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}, \hat{H}] + \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t}, \quad (2.5)$$

conhecida como a equação de Liouville, na qual o termo  $\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\gamma \hat{\rho}$ , sendo  $\gamma$  o termo de decaimento [17], [18].

## 2.2 As equações de Bloch óticas

As equações de Bloch óticas são uma ferramenta útil para o entendimento da interação de um sistema atômico com a radiação eletromagnética monocromática perto da ressonância. As coerências e populações se derivam da equação (2.5). Para um átomo de dois níveis interagindo com radiação monocromática perto da ressonância, o Hamiltoniano do sistema é dado por

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}. \quad (2.6)$$

Em que  $\hat{H}_0$  é o hamiltoniano do átomo livre

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_1 |1\rangle\langle 1| + \hbar\omega_2 |2\rangle\langle 2|, \quad (2.7)$$

e  $\hat{V}$  descreve a interação com o campo elétrico oscilante

$$\hat{V} = -\hat{d} \cdot \vec{E}(t), \quad (2.8)$$

com o campo do laser  $\vec{E}(t) = \frac{1}{2} \vec{E}_0 e^{i\omega t} + c.c.$  e o operador de dipolo atômico  $\hat{d}$  que no caso do sistema de dois níveis é

$$\hat{d} = \hat{d}_{12} |1\rangle\langle 2| + \hat{d}_{21} |2\rangle\langle 1|. \quad (2.9)$$

Podemos reescrever a interação do átomo com o campo do laser assim

$$-\hat{d} \cdot \vec{E} = \frac{\hbar\Omega}{2} (|2\rangle\langle 1| e^{-i\omega t} + |2\rangle\langle 1| e^{i\omega t} + |1\rangle\langle 2| e^{-i\omega t} + |1\rangle\langle 2| e^{i\omega t}). \quad (2.10)$$

Em que

$$\hbar\Omega \equiv -\hat{d}_{12} \cdot \vec{E}_0, \quad (2.11)$$

$$\hat{d}_{12} = \langle 1| \vec{d} |2\rangle, \quad (2.12)$$

define  $\Omega$  conhecida como a frequência de Rabi que representa o acoplamento entre o campo do laser e o dipolo atômico. O termo  $e^{-i\omega t}$  em (2.10) faz referência à absorção de fótons. Similarmente, o termo  $e^{i\omega t}$  está associado com a emissão de fótons. Vamos aplicar a aproximação de onda girante em que desprezamos os termos correspondentes à transição do átomo do estado  $|2\rangle$  ao estado  $|1\rangle$ , quando ele absorve um fóton e à transição do estado  $|1\rangle$  ao  $|2\rangle$  quando um fóton é emitido, dado que estes termos não são significativos perto da ressonância [17], [19]. Portanto nosso operador de perturbação fica

$$\hat{V} = \frac{\hbar\Omega}{2} (|1\rangle\langle 2| e^{-i\omega t} + |2\rangle\langle 1| e^{i\omega t}). \quad (2.13)$$

Assim o hamiltoniano resultante tem a forma

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \hbar\omega_1 & (\hbar\Omega/2)e^{-i\omega t} \\ (\hbar\Omega/2)e^{i\omega t} & \hbar\omega_2 \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

A partir de (2.5) podemos calcular os elementos de matriz densidade  $\rho_{mn}$ , tendo em conta a expressão

$$\dot{\rho}_{mn} = \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}, \hat{H}]_{mn} - (\gamma\rho)_{mn}. \quad (2.15)$$

No caso das coerências, resulta

$$\dot{\rho}_{21} = -(i\omega_0 + \gamma_{21})\rho_{21} + \frac{i\Omega e^{-i\omega t}}{2} (\rho_{22} - \rho_{11}) \quad (2.16)$$

Similarmente, a equação de movimento para as populações são

$$\dot{\rho}_{11} = \frac{i\Omega}{2} (\rho_{12} e^{i\omega t} - \rho_{21} e^{-i\omega t}) + \Gamma_2 \rho_{22}, \quad (2.17)$$

$$\dot{\rho}_{22} = \frac{i\Omega}{2} (\rho_{21} e^{i\omega t} - \rho_{12} e^{-i\omega t}) - \Gamma_2 \rho_{22}, \quad (2.18)$$

em que  $\Gamma_2$  é a taxa de decaimento do nível 2 ao nível 1 e  $\gamma_{21}$  é a taxa de decaimento da coerência  $\rho_{21}$ .

Podemos introduzir a variável lenta  $\sigma_{12}$ :

$$\rho_{12} = \sigma_{12}e^{i\omega t} \quad (2.19)$$

e substituir em (2.16), (2.17) e (2.18). Obtemos

$$\dot{\sigma}_{21} = -(\gamma_{21} - i\delta)\sigma_{21} + \frac{i\Omega}{2}(\rho_{22} - \rho_{11}), \quad (2.20)$$

$$\dot{\rho}_{11} = \frac{i\Omega}{2}(\sigma_{12} - \sigma_{21}) + \Gamma_2\rho_{22}, \quad (2.21)$$

$$\dot{\rho}_{22} = \frac{i\Omega}{2}(\sigma_{21} - \sigma_{12}) - \Gamma_2\rho_{22}. \quad (2.22)$$

Que são as equações de Bloch óticas para o caso de um sistema de dois níveis interagindo com um campo eletromagnético monocromático, perto da ressonância.

No estado estacionário

$$\dot{\sigma}_{21} = \dot{\rho}_{22} = \dot{\rho}_{11} = 0, \quad (2.23)$$

e como nosso sistema de dois níveis é fechado

$$\rho_{11} + \rho_{22} = 1, \quad (2.24)$$

reduzimos a equações de Bloch óticas a

$$\Gamma_2\rho_{22} = \frac{i\Omega}{2}(\sigma_{21} - \sigma_{12}), \quad (2.25)$$

$$(\gamma_{21} - i\delta)\sigma_{21} = \frac{i\Omega}{2}(\rho_{22} - \rho_{11}). \quad (2.26)$$

Substituindo (2.24) em (2.26) temos

$$\sigma_{21} = \frac{i\Omega}{2(\gamma_{21} - i\delta)}(2\rho_{22} - 1). \quad (2.27)$$

Substituindo agora a equação (2.27) e seu complexo conjugado em (2.25) obtemos a expressão para a população  $\rho_{22}$  em função da dessintonia do laser,  $\delta$ , e da potência do campo  $E_0$ .

$$\rho_{22} = \frac{1}{2} \frac{\Omega^2 \gamma_{21}}{\gamma_{21} \Omega^2 + \Gamma_2(\gamma_{21}^2 + \delta^2)}. \quad (2.28)$$

Partindo da expressão geral  $\gamma_{mn} = \frac{\Gamma_m + \Gamma_n}{2} + \gamma_{col}$  e considerando nosso sistema de dois níveis, obtemos

$$\gamma_{21} = \frac{\Gamma_2}{2}. \quad (2.29)$$

Porque nosso sistema só pode decair do nível  $|2\rangle$  para o nível  $|1\rangle$  e  $\gamma_{col}$  é perto de zero por ser um vapor diluído e a temperatura ambiente. Assim podemos reduzir a equação (2.28) à seguinte expressão

$$\rho_{22} = \frac{1}{2} \frac{\Omega^2/2}{\Omega^2/2 + (\Gamma_2/2)^2 + \delta^2}. \quad (2.30)$$

Para encontrar a solução do estado estacionário para a coerência dos dois níveis, substituímos (2.30) em (2.27) obtendo

$$\sigma_{21} = \frac{\Omega}{2} \left( \frac{\delta - i(\Gamma_2/2)}{\Omega^2/2 + (\Gamma_2/2)^2 + \delta^2} \right). \quad (2.31)$$

### 2.3 O vetor de Bloch

Podemos expressar as equações de Bloch ópticas trabalhadas na seção anterior, em termos das componentes do vetor de Bloch. As três componentes do vetor de Bloch são

$$u = \frac{\sigma_{21} + \sigma_{12}}{2}, \quad (2.32)$$

$$v = \frac{\sigma_{12} - \sigma_{21}}{2i}, \quad (2.33)$$

$$w = \frac{\rho_{22} - \rho_{11}}{2}. \quad (2.34)$$

Em que  $w$  é a metade da diferença das populações em  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ . Para fazer a interpretação física de  $u$  e  $v$ , usamos a definição do valor esperado de  $\hat{d}$

$$\langle \hat{d} \rangle = Tr(\hat{\rho} \hat{d}) = d_{12}(\rho_{12} + \rho_{21}), \quad (2.35)$$

na expressão (2.19)

$$\langle \hat{d} \rangle = d_{12}(\sigma_{12}e^{i\omega t} + \sigma_{21}e^{-i\omega t}) = 2d_{12}(u \cos(\omega t) - v \sin(\omega t)). \quad (2.36)$$

Encontramos que  $u$  é proporcional à amplitude da componente  $\langle \hat{d} \rangle$  em fase com o campo incidente, e  $v$  é proporcional à amplitude da componente de  $\langle \hat{d} \rangle$  em quadratura com o campo do laser incidente. Usando as soluções estacionárias para  $\sigma_{12}$  e  $\rho_{22}$ , podemos obter  $u$ ,  $v$  e  $w$  no regime estacionário ao substituir (2.30) e (2.31) em (2.32), (2.33) e (2.34)

$$u_{est} = \frac{\Omega}{2} \frac{\delta}{\delta^2 + (\Gamma_2/2)^2 + \Omega^2/2}, \quad (2.37)$$

$$v_{est} = \frac{\Omega}{2} \frac{\Gamma_2/2}{\delta^2 + (\Gamma_2/2)^2 + \Omega^2/2}, \quad (2.38)$$

$$w_{est} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + (\Gamma_2/2)^2 + \Omega^2/2}. \quad (2.39)$$

## 2.4 Polarização, susceptibilidade e índice de refração

A polarização macroscópica  $\vec{P}$  para um meio com  $N$  osciladores por unidade de volume e com momento de dipolo  $\hat{d}$  é dada por

$$\vec{P} = N \langle \hat{d} \rangle. \quad (2.40)$$

Assumindo em primeira aproximação que a polarização  $\vec{P}$  é proporcional ao campo elétrico aplicado  $\vec{E}$ , podemos escrever

$$\vec{P} = \epsilon_0 \vec{E}(t) \chi, \quad (2.41)$$

em que  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica do vácuo e  $\chi$  a susceptibilidade complexa do meio. Fazendo explícito o campo elétrico  $\vec{E}(t) = \frac{1}{2} \vec{E}_0 (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$  e usando as equações (2.36), (2.40) e (2.41) obtemos:

$$N \vec{d}_{12} (\sigma_{12} e^{i\omega t} + \sigma_{21} e^{-i\omega t}) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}_0 (\chi e^{-i\omega t} + \chi^* e^{i\omega t}). \quad (2.42)$$

Podemos escrever esta relação em termos da frequência de Rabi,  $\Omega$ , fazendo o produto escalar de (2.42) com  $\vec{d}_{12}$ .

$$N d_{12}^2 (\sigma_{12} e^{i\omega t} + \sigma_{21} e^{-i\omega t}) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \hbar \Omega (\chi e^{-i\omega t} + \chi^* e^{i\omega t}). \quad (2.43)$$

Fazemos a comparação dos coeficientes que acompanham  $e^{-i\omega t}$  o que leva a

$$\chi = -2 \frac{N d_{12}^2}{\epsilon_0 \hbar \Omega} \sigma_{12}. \quad (2.44)$$

Substituindo  $\sigma_{12}$ , no regime estacionário, dado pela equação (2.31) temos  $\chi = \chi_R + i\chi_I$ , com

$$\chi_R = -\frac{N d_{12}^2}{\epsilon_0 \hbar} \left( \frac{\delta}{\delta^2 + (\Gamma_2/2)^2 + \Omega^2/2} \right), \quad (2.45)$$

$$\chi_I = \frac{N d_{12}^2}{\epsilon_0 \hbar} \left( \frac{\Gamma_2/2}{\delta^2 + (\Gamma_2/2)^2 + \Omega^2/2} \right), \quad (2.46)$$

Vamos agora relacionar a susceptibilidade com o índice de refração, partindo da lei de Gauss

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{tot}}{\epsilon_0}, \quad (2.47)$$

em que  $\rho_{tot}$  representa a densidade total de carga. Vamos dividi-la em duas componentes: a densidade de carga livre  $\rho_{liv}$  e a densidade de carga de polarização  $\rho_{pol}$ . Então,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{liv} + \rho_{pol}}{\epsilon_0} = \frac{\rho_{liv} - \vec{\nabla} \cdot \vec{P}}{\epsilon_0} \quad (2.48)$$

e assim

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_{liv}. \quad (2.49)$$

Como a permissividade relativa é dada por  $\epsilon = 1 + \chi$ , podemos escrever

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon \epsilon_0 \vec{E}) = \rho_{liv}. \quad (2.50)$$

O índice de refração  $n$  está relacionado com a permissividade relativa por meio da velocidade de fase  $v$  [20]

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{n}. \quad (2.51)$$

Dado que

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, \quad (2.52)$$

logo

$$n = \sqrt{\epsilon \mu}. \quad (2.53)$$

como em materiais não ferromagnéticos a frequências ópticas, temos  $\mu \approx 1$  então

$$n = \sqrt{\epsilon}, \quad (2.54)$$

$$n = \sqrt{1 + \chi}. \quad (2.55)$$

Em meios gasosos, a pressão suficientemente baixa, o índice de refração é próximo à unidade. Portanto, fazendo a aproximação por série de Taylor da (2.55) temos

$$n = 1 + \frac{\chi}{2}. \quad (2.56)$$

Como o índice de refração é complexo, podemos escrevê-lo em termos de sua parte real ( $n_R$ ) e sua parte imaginária ( $n_I$ ) assim

$$n = n_R + n_I \quad (2.57)$$

com

$$n_R = 1 + \frac{\chi_R}{2} \quad (2.58)$$

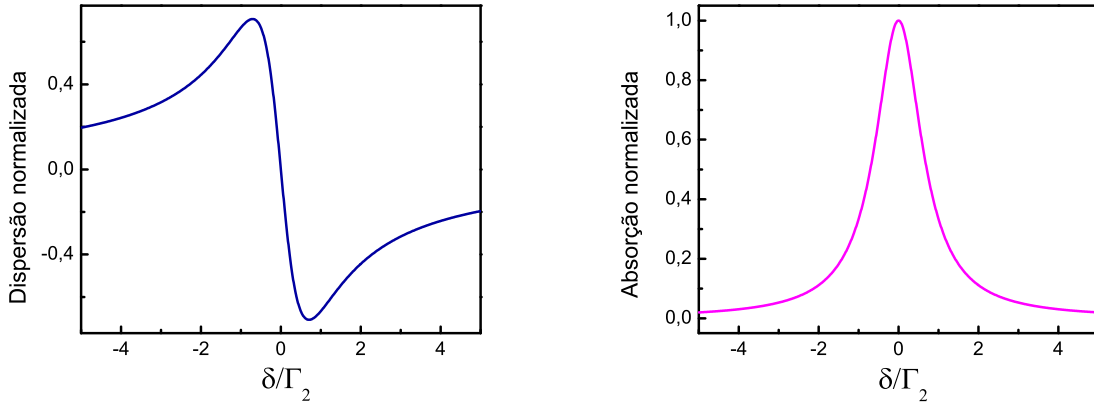
$$n_I = \frac{\chi_I}{2} \quad (2.59)$$

Substituindo (2.45) e (2.46) nas expressões (2.58) e (2.59) obtemos As equações (2.60) e (2.61) que são exemplos específicos das equações de Kramers-Kroning e que relacionam a absorção e dispersão de um meio com o índice de refração complexo. Neste caso, a absorção e dispersão são lineais.

$$n_R(\delta) = 1 - \frac{Nd_{12}^2}{2\epsilon_0\hbar} \left( \frac{\delta}{\delta^2 + (\Gamma_2/2)^2 + \Omega^2/2} \right), \quad (2.60)$$

$$n_I(\delta) = \frac{Nd_{12}^2}{2\epsilon_0\hbar} \left( \frac{\Gamma_2/2}{\delta^2 + (\Gamma_2/2)^2 + \Omega^2/2} \right), \quad (2.61)$$

Se mapeamos o coeficiente de absorção normalizado ( $n_I(\delta)/n_I(\delta = 0)$ ) e o coeficiente dispersivo ( $(n_R(\delta) - 1)/n_I(\delta = 0)$ ) obtidos em (2.60) e (2.61), temos a figura 2.2.



(a) Parte real do índice de refração linear normalizado na frequência de ressonância  $n_I(\delta = 0)$ .

(b) Parte imaginária do índice de refração linear normalizado na frequência de ressonância  $n_R(\delta = 0)$ .

**Figura 2.2** Coeficiente de dispersão (a) e coeficiente de absorção Lorentziano (b) para um átomo de dois níveis como função da dessintonia perto da ressonância. A largura de linha da Lorentziana é 1.

## 2.5 Focalização e Desfocalização

Vamos agora explicar o que acontece quando se observam efeitos não lineares em um sistema de dois níveis. Ao interagir um campo eléctrico com um vapor, é induzida uma polarização que depende da intensidade do campo eléctrico  $\vec{E}$ . Se a intensidade é baixa a polarização varia linearmente com o campo externo, como é dado pela equação (2.41). Esta expressão pode ser escrita como

$$\vec{P}(t)_L = \epsilon_0\chi^{(1)}\vec{E}(t), \quad (2.62)$$

em que  $\chi^{(1)}$  é a susceptibilidade linear do meio,  $\vec{P}(t)_L$  é a polarização linear complexa dependente do tempo e  $\vec{E}(t)$  é o campo eléctrico complexo dependente do tempo. No caso que se

tem alta intensidade do campo eletromagnético, podemos escrever a polarização em termos de potências superiores do campo eléctrico [1], para as quais associamos suas respectivas susceptibilidades

$$P(\vec{t})_{NL} = \epsilon_0 \left( \chi^{(2)} \vec{E}^2(t) + \chi^{(3)} \vec{E}^3(t) + \dots \right). \quad (2.63)$$

Assim, a polarização total induzida devido à interação do feixe de alta intensidade é a soma de (2.62) e (2.63) então

$$P(\vec{t})_T = \epsilon_0 \left( \chi^{(1)} \vec{E}(t) + \chi^{(2)} \vec{E}^2(t) + \chi^{(3)} \vec{E}^3(t) + \dots \right). \quad (2.64)$$

As susceptibilidades não lineares pares são nulas para o caso dos meios centro simétricos. Para entender esta situação, vejamos o caso particular de:

$$\vec{P}^{(2)}(t) = \epsilon_0 \chi^{(2)} \vec{E}^2(t). \quad (2.65)$$

Por inversão de coordenadas,  $\vec{P}^{(2)}(\vec{r}, t) = -\vec{P}^{(2)}(-\vec{r}, t)$ ,  $\vec{E}^2(\vec{r}, t) = \vec{E}^2(-\vec{r}, t)$  então a condição só pode ser satisfeita se  $\chi^{(2)} = 0$ . Esta análise se aplica para o caso de qualquer termo par na polarização não linear. Fazendo a aproximação até terceira ordem e se por simplicidade escolhemos o campo eléctrico complexo dado por

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} = \vec{E}_0 \cos(\omega t), \quad (2.66)$$

chegamos a que a magnitude de  $\vec{P}$  é dada por [1]

$$P = \epsilon_0 \left( \chi^{(1)} + \frac{3}{4} \chi^{(3)} |\vec{E}_0|^2 \right) E_0 \cos(\omega t), \quad (2.67)$$

onde usamos que

$$\cos^3 \theta = \frac{\cos 3\theta + 3\cos \theta}{4}. \quad (2.68)$$

Como

$$\chi = \chi_L + \chi_{NL} = \chi^{(1)} + \frac{3}{4} \chi^{(3)} |\vec{E}_0|^2, \quad (2.69)$$

e por analogia com (2.55), então

$$n = (1 + \chi_L + \chi_{NL})^{1/2}. \quad (2.70)$$

Escrevendo

$$n_0 = (1 + \chi_L)^{1/2}, \quad (2.71)$$



e substituindo em (2.70), temos

$$n = (n_0^2 + \chi_{NL})^{1/2} = n_0 \left( 1 + \frac{\chi_{NL}}{n_0^2} \right)^{1/2} \approx n_0 \left( 1 + \frac{1}{2n_0^2} \chi_{NL} \right). \quad (2.72)$$

Que leva a

$$n = n_0 + \frac{1}{2n_0} \cdot \frac{3\chi^{(3)}}{4} |E_0|^2. \quad (2.73)$$

Como

$$I = \frac{n_0 \epsilon_0 c E_0^2}{2}, \quad (2.74)$$

então

$$n = n_0 + n_2 I \quad (2.75)$$

$$n_2 = \frac{3}{4n_0^2 \epsilon_0 c} \Re \left( \chi^{(3)} \right). \quad (2.76)$$

Onde  $\Re \left( \chi^{(3)} \right)$  é a parte real de  $\chi^{(3)}$  [21]. Se o feixe do laser em (2.75) tem uma intensidade do tipo gaussiano então

$$I = I_0 e^{-\alpha r^2} \quad (2.77)$$

onde  $r$  é a distância ao eixo da propagação do feixe com o que

$$n = n_0 + n_2 I_0 e^{-\alpha r^2}. \quad (2.78)$$

Quando  $n_2$  é positivo, obtemos o máximo índice de refração total  $n$  ( $n = n_0 + n_2 I$ ), no centro do feixe ( $r = 0$ ), o qual tende ao valor  $n_0$ , na medida que  $r$  cresce. Na expressão 2.76, se temos um grupo de átomos com uma velocidade de grupo  $v_g$ , então  $\Re \left( \chi_{v_g}^{(3)} \right)$  é dada por [1, 11]

$$\Re \left( \chi_{v_g}^{(3)} \right) = \frac{32Nd_{12}^4}{3\epsilon_0 \hbar^3} \frac{\delta}{(\Gamma_2^2 + 4\delta^2)^2}. \quad (2.79)$$

Em que  $\Re \left( \chi_{v_g}^{(3)} \right)$  é a susceptibilidade para átomos com determinado grupo de velocidade  $v_g$ .

Considerando a relação

$$v = \frac{c}{n} \quad (2.80)$$

onde relacionamos o índice de refração dentro do material e a velocidade do fase no meio, temos que se  $n$  for grande, a frente de onda é mais lenta e vice versa. Assim para  $n_2$  positivo, a frente de onda se desloca mais lentamente no centro que nas bordas fazendo com que o feixe se focalize.

Quando  $n_2$  é negativo,  $n$  se faz menor no centro do que nas bordas. Então a frente de onda se desloca mais rápido no centro, fazendo o feixe se desfocalizar. Na figura 2.3 se ilustram estes fenômenos. Como  $n_2(\delta)$  tem forma dispersiva, muda de sinal perto da ressonância de um lado  $\delta < 0$  para outro  $\delta > 0$ . Para o caso  $\delta > 0$  temos focalização, o seja aumento da intensidade transmitida pela abertura e de outro desfocalização (diminuição da intensidade transmitida pela abertura). No caso do z-scan, a frequência é fixa mas a intensidade varia.

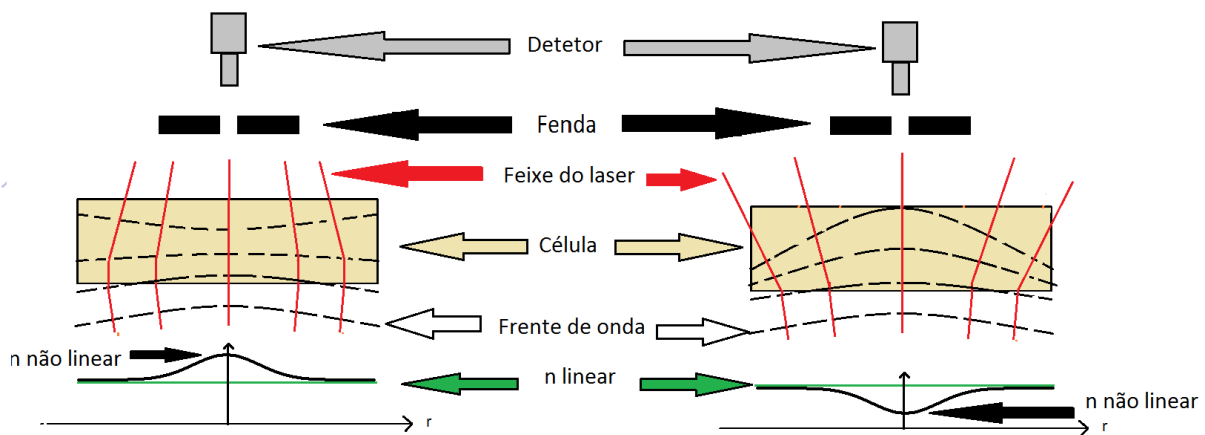


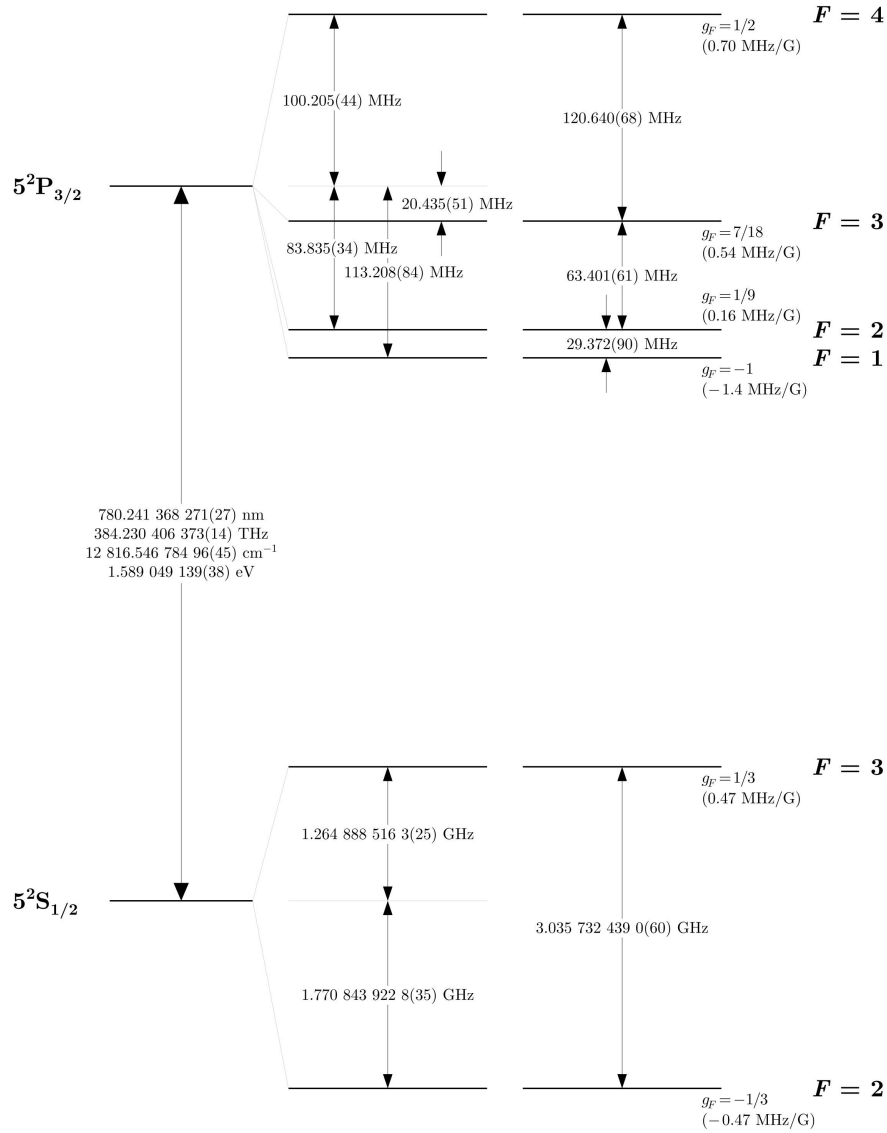
Figura 2.3 Fenômenos de focalização e desfocalização

## 2.6 O átomo de Rubídio

O rubídio é um elemento químico com número atômico 37 que pode reagir espontaneamente no ar com uma chama da cor violeta amarelo. Como os outros metais alcalinos, apresenta um único estado de oxidação (+1). Apesar de se conhecer 24 isótopos de Rb a natureza apresenta só dois, o Rb-85 e o radiativo Rb-87 (com tempo de vida meia de aproximadamente  $5 \times 10^{10}$  anos), que são os mais estáveis, e se encontram em proporções de 72,17% e 27,84% respectivamente. O Rb passa ao estado líquido quando a temperatura é de  $39^\circ\text{C}$  e ferve nos  $688^\circ\text{C}$ .

Nas figuras 2.4 e 2.5 se mostra a transição de  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$  do Rb, que compõe a chamada linha  $D_2$ . Na aproximação do tipo dipolo elétrico, só são permitidas aquelas transições que satisfazem a relação  $|F\rangle \rightarrow |F' = F, F \pm 1\rangle$ . As figuras se encontram nas referências [22] e de [23]. Também em [22] e de [23] podem-se encontrar muitas das propriedades físicas e óticas de cada um dos dois isótopos de Rb mais abundantes na natureza. Na tabela 2.1 apresentamos os valores de algumas propriedades físicas do isótopo  $^{85}\text{Rb}$  em seu estado natural que serão de utilidade neste estudo. Na tabela 2.2, se mostram os valores das constantes requeridas no

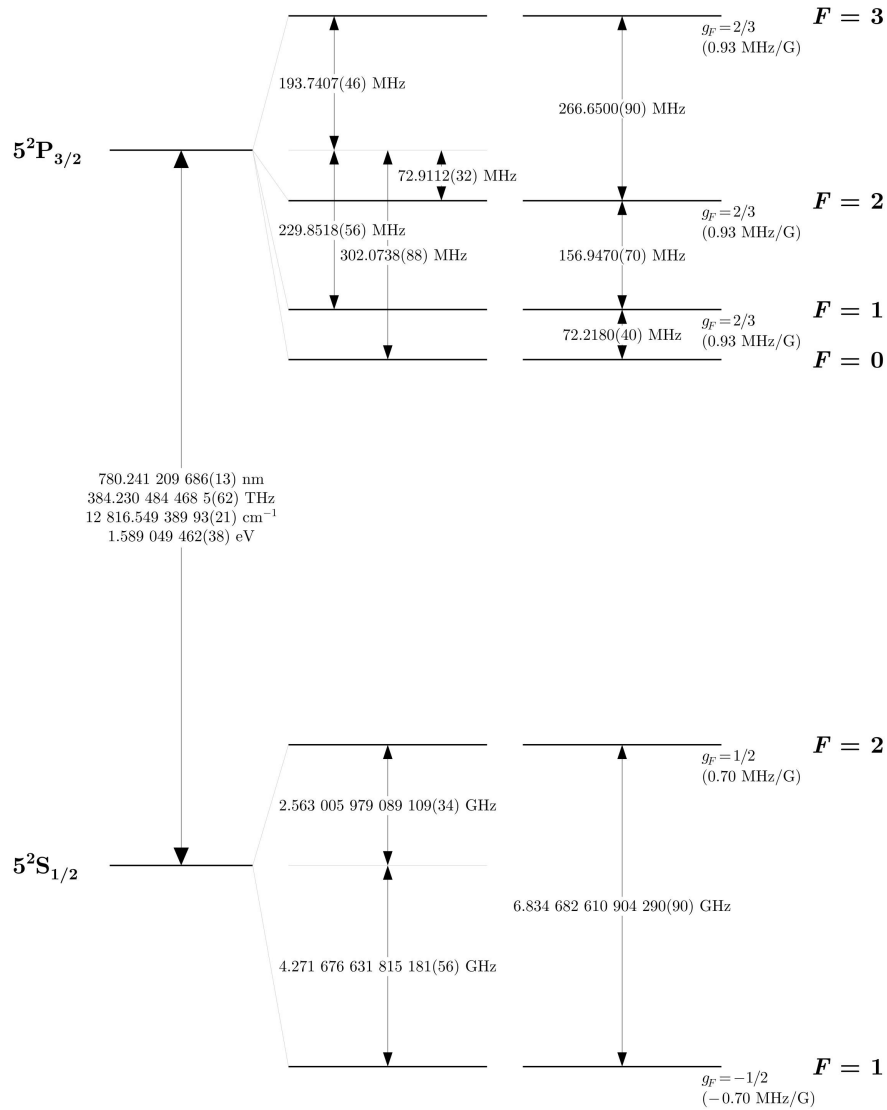
cálculo da largura a meia altura trabalhados no capítulo 3.



**Figura 2.4** Estrutura de transição hiperfina, mostrando a separação de frequência entre os níveis de energia hiperfinos para a linha D2 de  $^{85}\text{Rb}$  (Ref. [22]).

## 2.7 Largura Doppler e Intensidade de saturação

Em espectroscopia laser, é comum que a estrutura atômica hiperfina, mostrada nas figuras 2.4 e 2.5 não se visualize devido à largura Doppler causada pelas distintas velocidades que os átomos têm. Quando os átomos em uma célula de vapor são irradiados com um feixe laser a



**Figura 2.5** Estrutura de transição hiperfina, mostrando a separação de frequência entre os níveis de energia hiperfinos para a linha D2 de  $^{87}\text{Rb}$  (Ref. [23]).

uma frequência  $\omega_L$  no sistema de referência do laboratório, eles experimentam em seu próprio referencial um deslocamento Doppler da frequência do laser  $\nu$  devida à velocidade do átomo, que assumimos se move na direção  $z$  (a direção do laser incidente). O deslocamento Doppler vem dado por [24]

$$\omega_0 = \omega_L \left[ 1 - \frac{v_z}{c} \right]. \quad (2.81)$$

Comprimento de onda (vácuo)	780,241nm
Tempo de vida dos estados excitados	26,23ns
Largura a meia altura	38,12MHz
Intensidade de saturação	1,669mW/cm <sup>2</sup>
Momento de dipolo	( $F = 3 \rightarrow F' = 4$ ) $2,534 \times 10^{-29} Cm$

**Tabela 2.1** Propriedades ópticas da linha  $D_2$  do  $^{85}Rb$ 

Constante	Símbolo	Valor
Frequência de ressonância na linha $D_2$	$\omega_0$	$2\pi \cdot 384 \times 10^{12} Hz$
Constante de Boltzmann	$k_B$	$1,380 \times 10^{-23} J/K$
massa atômica Rb	$m$	$1,41 \times 10^{-25} Kg$
velocidade da luz	$c$	$2,998 \times 10^8 m/s$

**Tabela 2.2** Algumas constantes úteis.

Ao varrer o laser perto da ressonância, os átomos com velocidade  $v_z$  absorvem fótons se

$$\omega_L = \frac{\omega_0}{1 - \frac{v_z}{c}}. \quad (2.82)$$

Como as velocidades dos átomos têm uma distribuição de Maxwell-Boltzmann, a probabilidade de encontrar um átomo com velocidade  $v_z$  é

$$p(v_z) = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2k_B T}\right). \quad (2.83)$$

Onde  $k_B$  é a constante de Boltzmann,  $T$  é a temperatura absoluta e  $m$  é a massa do átomo. Substituindo (2.82) em (2.83) obtemos o número relativo de átomos em ressonância com  $\omega_L$

$$N = \exp\left(\frac{mc^2}{2k_B T} \left(\frac{\omega_0 - \omega_L}{\omega_L}\right)^2\right), \quad (2.84)$$

e que está diretamente relacionado com a absorção e cuja largura Doppler (FWHM) é

$$FWHM = 2\omega_0 \sqrt{\frac{2k_B T \ln 2}{mc^2}}. \quad (2.85)$$

No caso do Rubídio,  $FWHM \approx 500 MHz$ .

A intensidade de saturação pode ser visualizada considerando a intensidade que se precisa para que a taxa de elétrons nos átomos de um vapor que vão do estado  $|1\rangle$  ao estado  $|2\rangle$  tal como se pode visualizar na figura 2.1, seja igual à taxa de decaimento espontâneo dos elétrons do estado  $|2\rangle$  ao estado  $|1\rangle$ . O parâmetro de saturação  $S$ , descreve o grau em que uma transição é saturada por um campo com frequência de Rabi  $\Omega$  e dessintonia  $\delta$

$$S = \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + (\Gamma_2/2)^2}. \quad (2.86)$$

Substituindo este parâmetro de saturação nas equações de Bloch ópticas estacionárias dadas pelas equações 2.37, 2.38 e 2.39, se tem

$$u_{est} = \frac{\delta}{\Omega} \frac{S}{1+S}, \quad (2.87)$$

$$v_{est} = \frac{\Gamma_2}{2\Omega} \frac{S}{1+S}, \quad (2.88)$$

$$w_{est} = -\frac{1}{2} \frac{S}{1+S}. \quad (2.89)$$

O parâmetro de saturação é tal que se  $S \rightarrow \infty$ ,  $w_{est} \rightarrow 0$ . Assim a transição é saturada e as populações dos estados  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$  são iguais.

Na ressonância, o parâmetro de saturação  $S_0$  é dado por

$$S_0 = \frac{2\Omega^2}{\Gamma_2^2} = \frac{I}{I_{SAT}}. \quad (2.90)$$

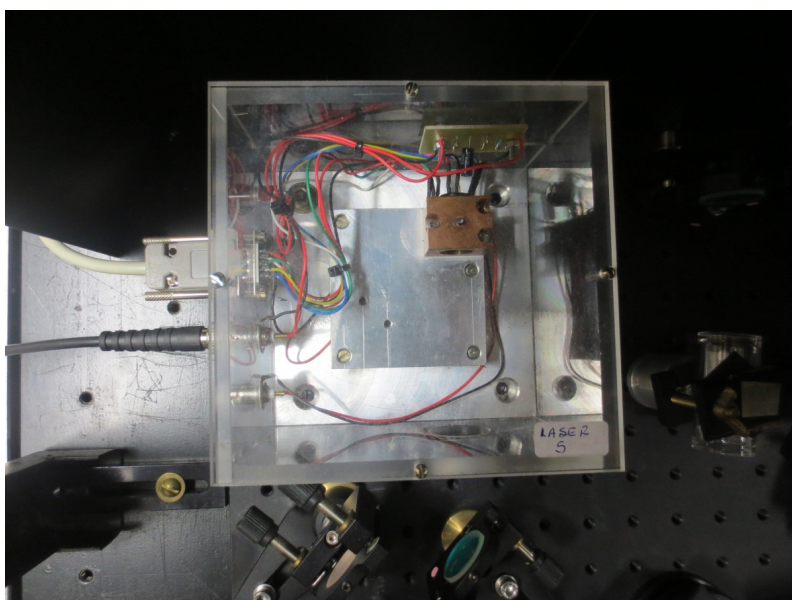
No caso da linha  $D_2$  do Rubídio  $I_{SAT} = 1.67mW/cm^2$ .

## Experimento

### 3.1 Sistema experimental

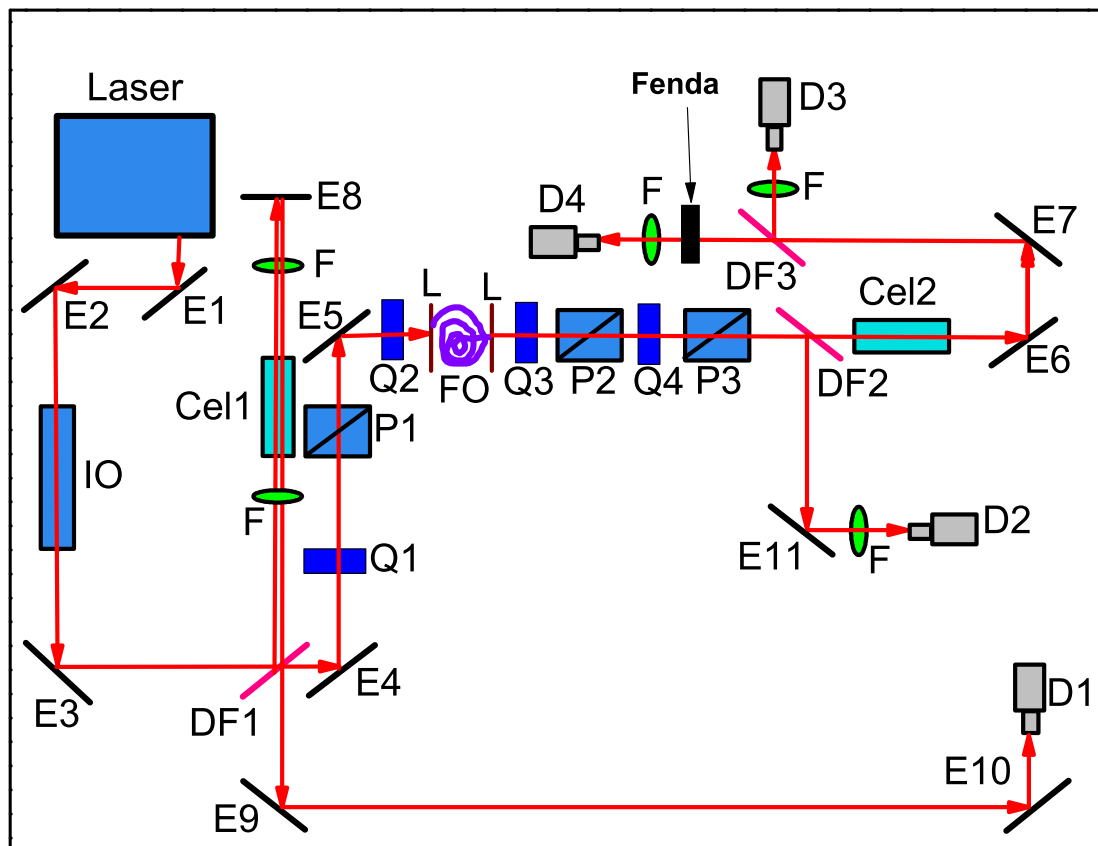
Neste capítulo descrevemos o sistema experimental utilizado e os principais resultados obtidos. O experimento consiste em analisar a transmissão de um feixe de luz laser incidindo sobre uma amostra de vapor de átomos de rubídio, conforme a frequência do laser varia em torno da transição  $5S_{1/2} - 5P_{3/2}$ . Cada curva é obtida para uma intensidade fixa do feixe incidente. As medidas são realizadas para diferentes valores da potência da luz incidente e estudamos o efeito no feixe transmitido conforme a potência é aumentada.

Utilizamos um laser tipo diodo, monomodo, contínuo e sintonizável da marca Sanyo, modelo *DL – 7140 – 201*, operando em  $780\text{ nm}$  a  $25,6^\circ\text{C}$  que é controlado em corrente e temperatura. Na figura 3.1 mostramos uma foto da caixa onde o laser se encontra. Podemos ver a base metálica que serve de reservatório térmico para estabilizar a temperatura, o suporte de cobre onde está a cabeça do laser, a fiação para controle de corrente e temperatura e a caixa de acrílico. A sintonização em frequência se faz ajustando a corrente elétrica de injeção, por meio de um controlador e usando um gerador de funções a fim de variar a frequência perto da ressonância.



**Figura 3.1** Laser de diodo contínuo, monomodo e sintonizável em frequência na região de  $780\text{nm}$ .

Na figura 3.2 mostramos um esquema do experimento onde o feixe do laser passa pelos espelhos  $E1$  e  $E2$  para ser alinhado. Logo em seguida chega ao isolador óptico, usado para que não retornem ao laser feixes refletidos de algum outro dispositivo do sistema. Após o feixe ser refletido pelo espelho  $E3$  chega ao divisor de feixe  $DF1$ . Neste ponto, perto de 10% da potência refletida do laser é selecionada para a obtenção de um sinal de absorção saturada detectada pelo detector  $D1$  depois que o sinal passa pelos espelhos  $E8$ ,  $E9$  e  $E10$  (a célula  $Cell1$  faz parte da montagem de absorção saturada que será explicada mais adiante). Perto de 90% da potência restante que é transmitida pelo divisor de feixe  $DF1$ , é refletida pelo



**Figura 3.2** Representação esquemática do sistema experimental onde analisamos a transmissão de feixes de alta potência que passam por uma célula de Rb. Nesta convenção,  $E1$  até  $E10$  são os espelhos,  $F$  os filtros,  $Cell1$  e  $Cell2$  são as células de vapor de Rb.  $IO$  é o isolador óptico,  $DF1$  até  $DF3$  são os divisores de feixe,  $Q1$  até  $Q4$  são placas  $\lambda/2$ ,  $L$  são as lentes,  $P1$  até  $P3$  são polarizadores,  $FO$  representa a fibra óptica, e finalmente  $D1$  a  $D4$  são os detectores.

espelho  $E4$  para posteriormente passar por um conjunto de placa  $\lambda/2$  marcada como  $Q1$  e um prisma polarizador  $P1$ . A missão da placa e polarizador é garantir que a luz fique polarizada na direção vertical. O feixe polarizado logo chega ao espelho  $E5$  e depois à placa  $\lambda/2$  ( $Q2$ ), que



gira a polarização para maximizar o acoplamento dentro da fibra óptica, *FO*, mantenedora de polarização.

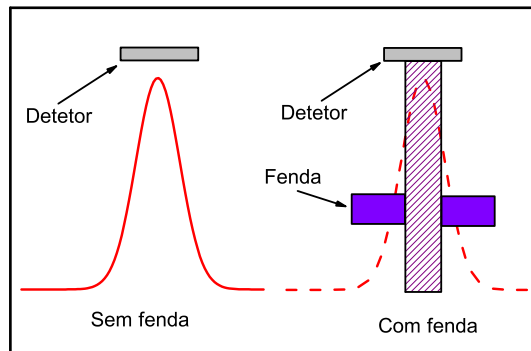
Utilizamos a fibra óptica para filtrar espacialmente o feixe e garantir seu modo gaussiano. Como a fibra óptica tem polarização definida, é preciso ter um controle da polarização do feixe na entrada da fibra. Em caso que essa condição não seja satisfeita, o sinal total apresenta forte oscilação de potência, na média que o tempo transcorre.

Na saída da fibra, a polarização volta a ficar numa direção arbitrária dependendo da posição da fibra. Assim, a placa *Q3* e o polarizador *P2* permitem maximizar a intensidade para uma polarização vertical, reduzindo a componente horizontal em um fator de 1000. Com um segundo conjunto de placa e polarizador, composto por *Q4* e *P3*, controlamos a potência do laser que incide na célula de Rb, marcada como *Cel2* na figura 3.2.

Quando o feixe passa pelo divisor *DF2*, 10% da potência vai para o detector *D2* que mede a intensidade do feixe antes da entrada na célula. O outro 90% do sinal restante interage com os átomos na célula *Cel2*. Ao sair da célula o feixe é refletido nos espelhos *E6* e *E7*, e dividido novamente para obter no detector *D3*, a intensidade total do feixe transmitido pela célula de Rb, e no detector *D4* (tipo DET36A/M Si biased detector +12VDC), a intensidade após passar por uma abertura circular ou iris. Colocamos a iris de forma que só a parte central de feixe transmitido é detectada. Foram utilizados filtros na frente dos detectores, representados por *F*, para impedir que estes saturassem.

É importante notar que os divisores de feixe na montagem são todos placas de microscópio, os quais dividem o feixe em dois, com potências de 90% a transmitida e 10% a refletida.

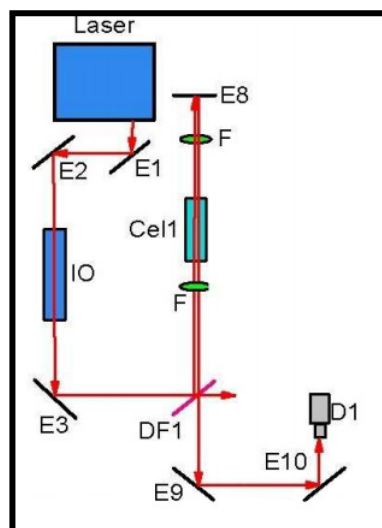
Na figura 3.3, mostramos esquematicamente o papel da iris em nosso experimento. Quando ela é colocada no frente do detector, esta bloqueia as asas do feixe deixando passar só a intensidade central. Na figura vemos que devido à iris, só a parte do feixe hachurada é que chega ao detector. Assim, com a iris, devemos medir a variação da intensidade na região central do feixe. Conforme descrito no capítulo 2, se temos o efeito de focalização então a intensidade da luz na região central do feixe deve aumentar; enquanto que, se ocorre o efeito de desfocalização, a intensidade da região central do feixe tende a diminuir.



**Figura 3.3** Desenho esquemático do efeito da iris sobre o perfil da intensidade do laser.

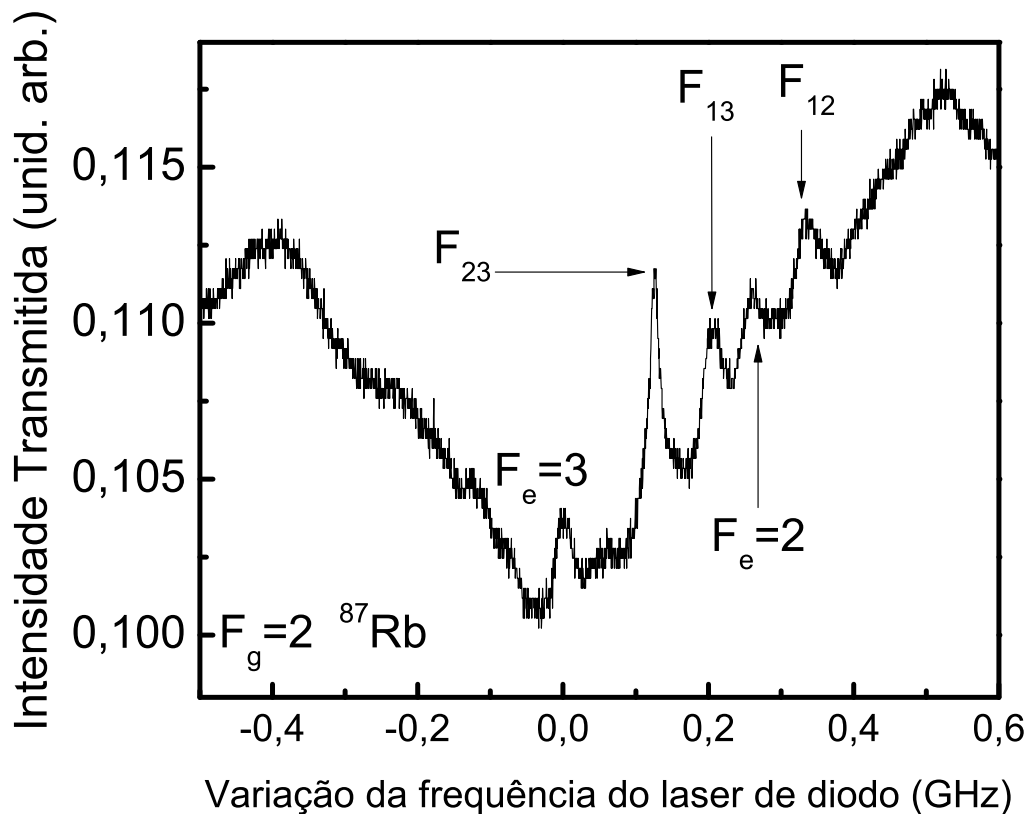
### 3.2 Absorção saturada

Precisamos de uma montagem de absorção saturada, para poder fazer a transformação da escala no tempo para frequência. O esquema usado para ver a absorção saturada é mostrado na figura 3.4. Nele, um feixe de luz incide sobre uma amostra de Rb, que se encontra na célula *Cel1*. O espelho *E8*, reflete o feixe de volta para a célula fazendo com que os dois feixes fiquem contra-propagantes dentro da célula. O feixe incidente se denomina feixe forte, o qual tem intensidade maior que a do feixe refletido, e que é conhecido como feixe de prova.



**Figura 3.4** Desenho esquemático da montagem da absorção saturada. Seus componentes têm a mesma notação da figura 3.2.

A intensidade do feixe de prova será detectada em  $D1$  logo após este passar pela  $Cell$  e ser alinhado pelos espelhos  $E9$  e  $E10$ . A forma da linha do sinal vai ser similar à de uma linha Doppler (que como foi mostrado no capítulo 2, tem distribuição gaussiana) porém sendo observados pequenos picos de aumento da intensidade relacionados com as transições hiperfinas. Na figura 3.5, mostramos como exemplo a absorção saturada a linha Doppler do  $^{87}\text{Rb}$  na linha  $D_2$  do rubídio, quando faz a transição desde  $5s_{1/2}, F_g = 2 \rightarrow F_e = 1, 2, 3$  do estado base ao estado excitado.

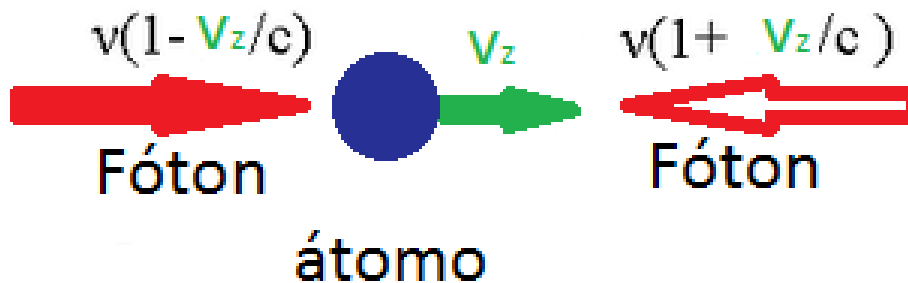


**Figura 3.5** Absorção saturada sobre linha Doppler  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1, 2, 3$  do  $^{87}\text{Rb}$ . Os picos sobre a linha Doppler, refletem a estrutura hiperfina nesta transição.

Na figura 3.5, as linhas da estrutura hiperfina marcadas com  $F_e = 2$  e  $F_e = 3$  surgem quando, na varredura da frequência do laser, estamos perto de uma das frequências de ressonância da estrutura hiperfina do  $^{87}\text{Rb}$ . Quando isso acontece, o detector  $D1$  vai registrar um aumento na intensidade do feixe de prova. A razão desse aumento é que os átomos de  $\text{Rb}$  com classe de velocidade  $v$  na direção do feixe de bombeio tal que  $\omega_k = \omega_0 - kv$ , são saturados pelo feixe forte que entra na célula. Como o feixe fraco não tem átomos com quem interagir, sua intensidade não se vê afetada porque não é absorvido pela amostra ao passar por ela. Assim, o feixe que chega ao detector vai ser um feixe com maior intensidade.

Observamos também estruturas quando o laser está ajustado no meio de duas frequências ressonantes da estrutura hiperfina. Esta situação dá origem aos picos conhecidos como ressonâncias de crossover, e que estão marcados como  $F_{13}$ ,  $F_{23}$  e  $F_{12}$  na figura 3.5.

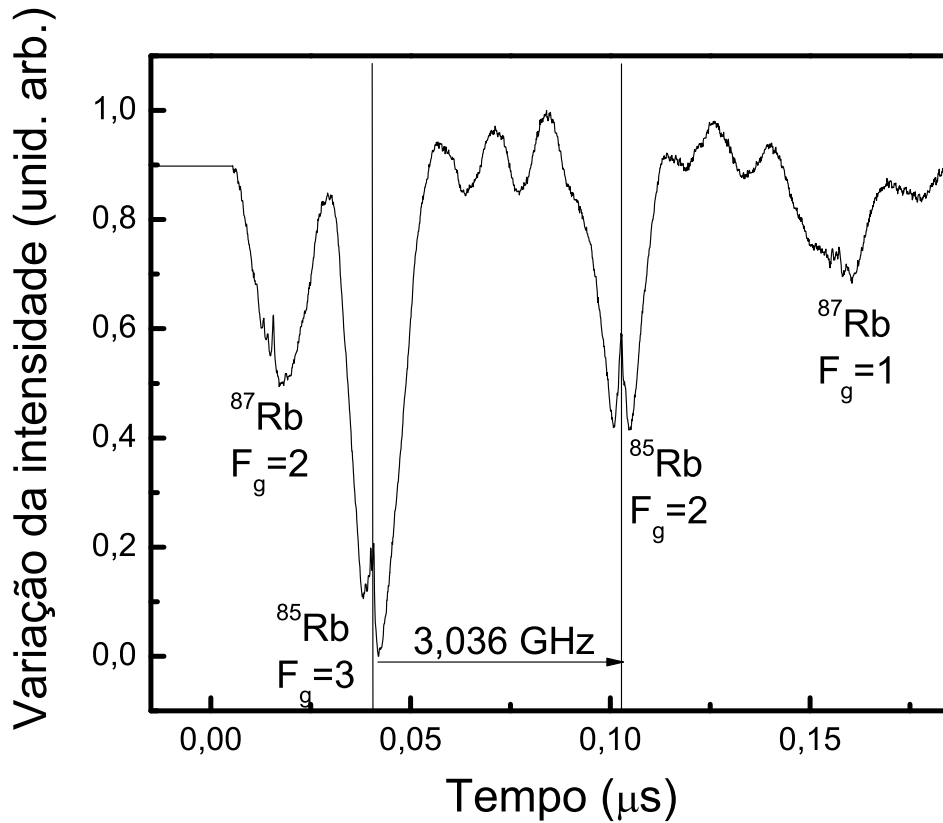
Estes picos surgem porque o feixe de bombeio interage com duas classes de átomos com velocidades opostas  $v_z$  e  $-v_z$ . Os átomos com velocidade  $v_z$  experimentam o feixe de bombeio com um deslocamento para o vermelho fazendo com que a transição ocorra para uma frequência de ressonância menor, tal como se mostra na figura 3.6. Por outro lado, os átomos com velocidade  $-v_z$  experimentam um deslocamento para o azul e vão ter ressonância com a frequência maior. Estes resultados geram um pico de intensidade no ponto médio entre as duas frequências de ressonância da estrutura hiperfina. No caso do feixe de prova, ele vai interagir com o mesmo grupo de átomos mas de modo oposto.



**Figura 3.6** Ressonância de crossover por efeito Doppler.

### 3.3 Calibração do tempo em frequência

Com a figura 3.7, mapeamos as escalas do tempo em frequência. Nela estimamos os picos das duas Doppler do  $^{85}\text{Rb}$  marcados com as duas retas verticais. A diferença do valor da frequência entre estes dois picos foi ajustada a  $3,036\text{ GHz}$  tal como se pode encontrar em [22]. Logo fazemos a relação entre o tempo e a frequência obtendo a figura 3.8. O erro na escala de frequência é de ordem de  $100\text{ MHz}$  ao comparar o valor obtido com as duas formas de linha Doppler do  $^{87}\text{Rb}$  junto com o valor dado em [23].

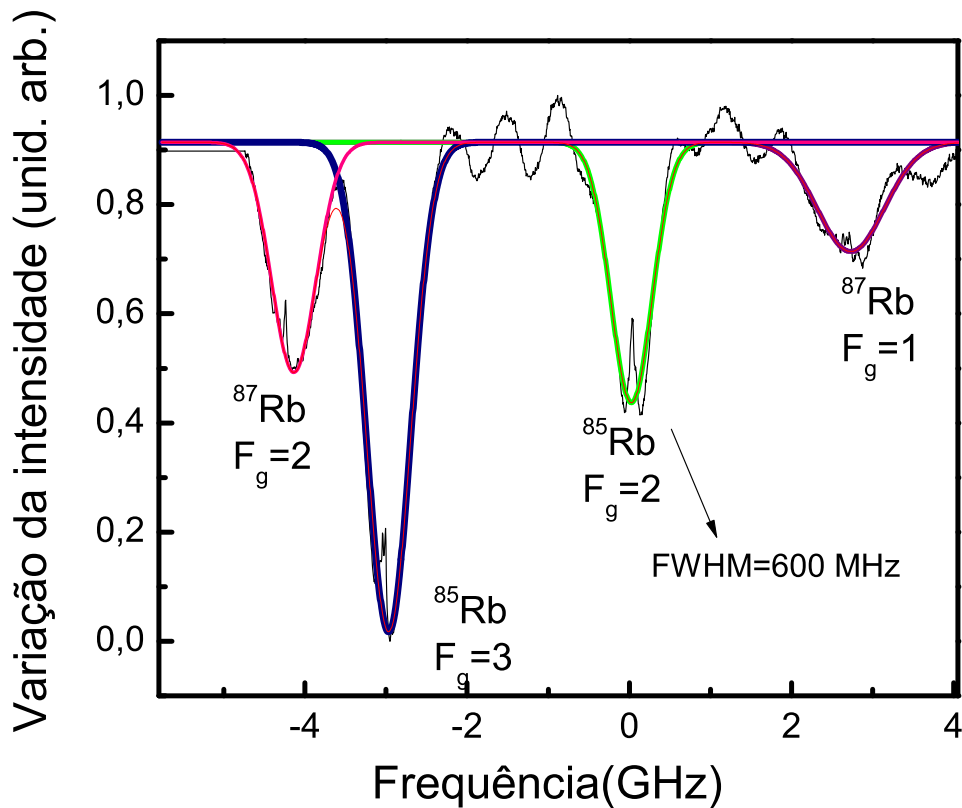


**Figura 3.7** Linha de absorção saturada de referência, usada para fazer a calibração do tempo em frequência. Se evidencia oscilações devido a reflexões no sistema causadas pelo alinhamento.

Podemos fazer um ajuste gaussiano das quatro linhas Doppler (usando o origin), para encontrar o valor da largura de linha a meia altura (FWHM) de nossa linha Doppler de interesse, isto é, a linha  $F_g = 2$  do  $^{85}\text{Rb}$  usando a expressão

$$I = I_0 + \sum_{i=1}^4 \frac{A_i}{w_i \sqrt{\pi/2}} \exp\left(-\frac{2(\delta)^2}{w_i^2}\right). \quad (3.1)$$

Em que  $i$  representa uma das quatro linhas de absorção. O ajuste gaussiano se justifica porque os átomos tem uma distribuição de velocidades do tipo Maxwell-Boltzmann. Isso gera deslocamentos pelo efeito Doppler na frequência quando os átomos absorvem fótons do feixe. Na equação 3.1,  $I_0$  representa a intensidade de fundo,  $A_i$  é um parâmetro que ajuda a ajustar o máximo da intensidade a 1,  $\delta$  é a dessintonia com respeito á linha Doppler  $F_g = 2$  escolhida como nossa referência. O valor da largura a meia altura (FWHM) da linha Doppler  $^{85}\text{Rb}$  com  $F_g = 2$  é do ordem de 600 MHz.



**Figura 3.8** Ajuste gaussiano na linha de absorção saturada de referência normalizada. Destacamos a linha o valor no pico  $F_g = 2$  do  $^{85}\text{Rb}$ , com a FWHM do ordem de  $600\text{MHz}$ .

### 3.4 Diâmetro dos feixes

Como já mencionado, usamos uma fibra óptica para garantir que nosso feixe tenha um perfil espacial gaussiano. Para medir o diâmetro da cintura do feixe, usamos uma câmera CCD (de referência LaserCam HR) na que incide diretamente o feixe. A LaserCam HR tem um sensor compacto de 1,3 mega pixels (1280 pixels vertical por 1024 pixels horizontal) que pode ser utilizada na faixa espectral 300-1100 nm. A área ativa do sensor é de 6,9 mm horizontal por 8,6 mm vertical. Usando esses dados, podemos fazer uma equivalência entre o número de pixels e cada dimensão da tela da câmera para assim encontrar a cintura do feixe do laser por meio do valor  $w$  que representa o raio do feixe. Informação adicional da câmera pode ser encontrada em [25]. Na figura 3.9 apresentamos uma imagem típica da seção reta do nosso feixe.



**Figura 3.9** Imagem da seção reta do feixe. Neste caso temos um exemplo do perfil espacial na posição central da célula, quando esta é retirada.

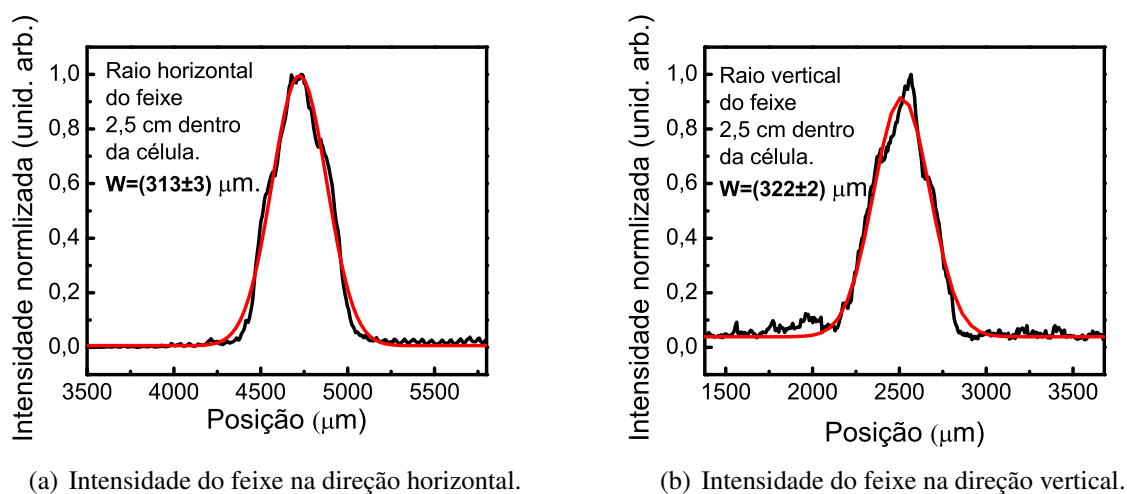
Para determinar a cintura do feixe, foram tiradas várias fotos do feixe ao longo da região onde se encontra a célula de Rb. A imagem é transformada em matriz usando o programa Mathcad, o qual atribui um número para cada pixel. Este número é proporcional ao brilho da imagem no ponto, e constitui os valores da matriz. Ao somar as linhas da matriz, se obtém a intensidade no eixo vertical e ao somar as colunas, se obtém a intensidade no eixo horizontal. Na figura 3.10 se mostra em preto a linha normalizada da intensidade associada ao feixe em função da posição da tela na câmara. Em 3.10(a) temos o perfil na direção horizontal e em 3.10(b) o perfil na direção vertical. Em vermelho se mostra o ajuste gaussiano feito no programa origin, por meio da expressão

$$I = I_0 + \frac{A}{w\sqrt{\pi/2}} e^{-\frac{2(x-x_c)^2}{w^2}}. \quad (3.2)$$

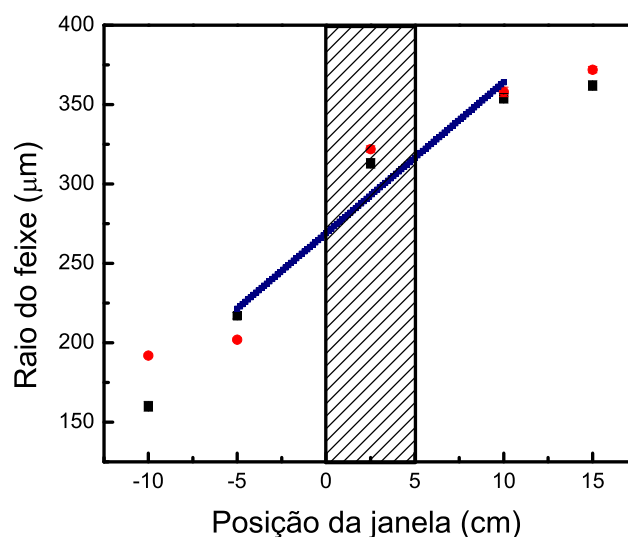
Temos que  $I_0$  representa a intensidade de fundo,  $A$  é um parâmetro que ajuda a ajustar o máximo da intensidade a 1,  $x_c$  é a posição na tela onde a gaussiana adquire seu máximo de intensidade (1 em nosso caso) e  $w$  é nosso raio do feixe. Os pontos escolhidos para ajustar os padrões da intensidade na ausência da célula, foram  $-10\text{ cm}$ ,  $-5\text{ cm}$ ,  $2,5\text{ cm}$ ,  $10\text{ cm}$  e  $15\text{ cm}$  com respeito à primeira janela da célula como mostra a figura 3.11. As medidas foram realizadas para uma corrente fixa do laser de diodo. No gráfico 3.11, a região sombreada representa o interior da célula. Os pontos vermelhos correspondem ao valor da cintura do feixe na direção vertical e os pontos pretos correspondem ao perfil na direção horizontal. Vemos que o feixe do laser está abrindo e a relação média entre o valor vertical e horizontal da cintura, é  $1,0 \pm 0,1$ . Considerando que o raio do feixe varia linearmente como

$$y = mx + b, \quad (3.3)$$

obtemos  $b = (269 \pm 11)\ \mu\text{m}$  e  $m = (9,5 \pm 1,9)\ \mu\text{m}/\text{cm}$  cuja reta se mostra em azul na figura 3.11. Este ajuste nos dá que no interior da célula, o raio varia de  $258\ \mu\text{m}$  a  $337\ \mu\text{m}$ . Com isto estimamos o raio em  $300 \pm 40\ \mu\text{m}$ . Este valor do raio será usado para estimar a intensidade do feixe. A área associada ao feixe é  $(2,8 \pm 0,8) \times 10^{-3}\ \text{cm}^2$  com um erro porcentual do ordem



**Figura 3.10** Em preto, intensidade normalizada vs. posição na tela da câmara. Ajuste gaussiano em vermelho. O erro no raio vem do ajuste gaussiano.



**Figura 3.11** Raio do feixe em diferentes pontos do espaço. A parte em sombra representa a posição onde ficaria o interior da célula. Em azul, temos a reta que aproxima o raio no interior da célula. Ponto em preto, é o raio horizontal e ponto em vermelho, é raio vertical.



$P(\pm 0.05mW)$	$I(W/cm^2)$
6,20	2,2
5,50	1,9
5,00	1,8
4,00	1,4
3,50	1,2
2,50	0,9
2,00	0,7
1,50	0,5
1,00	0,4
0,30	0,1
0,20	0,07

**Tabela 3.1** Cálculo das intensidades na entrada da célula.

do 27%. O erro na intensidade se encontra por propagação de erros, via

$$\Delta I(P,A) = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial P}\Delta P\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial A}\Delta A\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{A}\Delta P\right)^2 + \left(\frac{P}{A^2}\Delta A\right)^2}, \quad (3.4)$$

com  $I = P/A$ . A tabela 3.1 mostra a relação das potências e das intensidades. Pela expressão (3.4), a porcentagem de erro para intensidades maiores ou iguais que  $0,9 W/cm^2$  está em torno de 3%. Entre  $0,4 W/cm^2$  e  $0,9W/cm^2$  é da ordem de 5%, e para intensidades menores que 0,4, chega até o 50%.

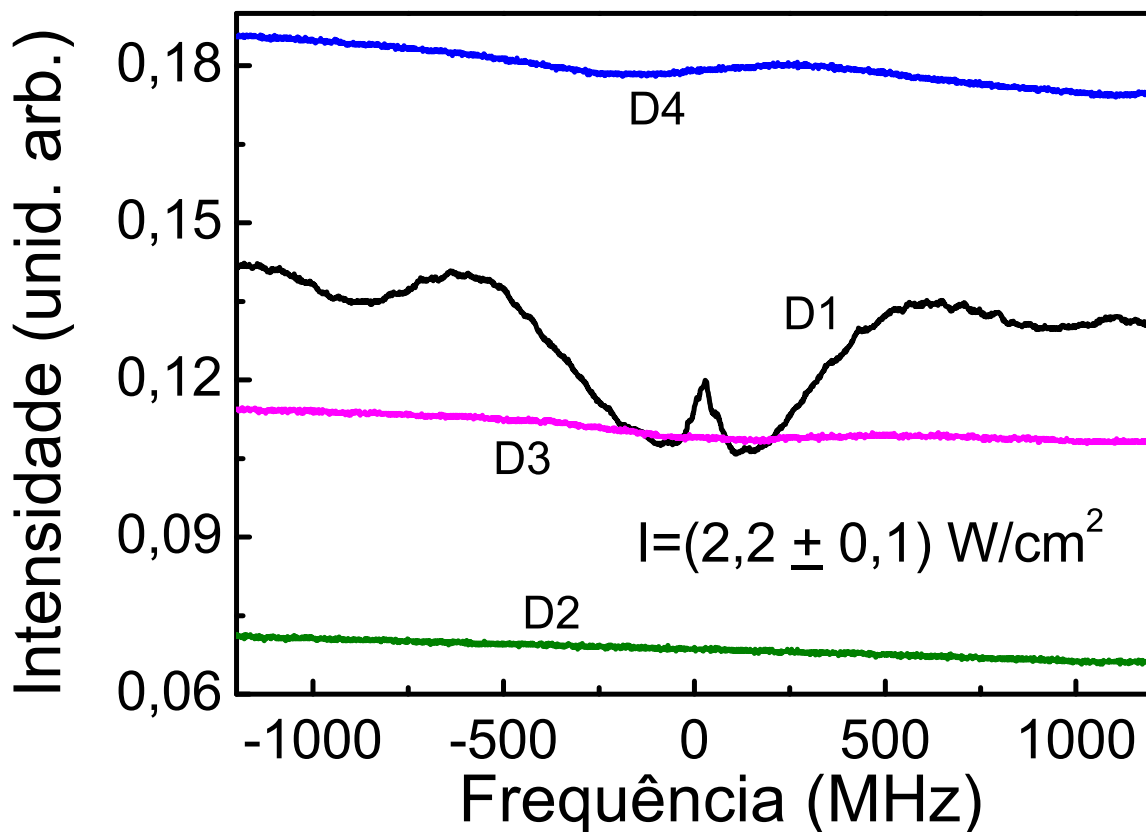
### 3.5 Resultados

As medidas são realizadas em função da frequência do laser, isto é, conforme variamos a corrente de injeção do laser. Cada curva representa a variação do sinal de um determinado detector em função do tempo ou melhor, da frequência do laser. O sinal de cada um dos quatro detectores é enviado simultaneamente ao osciloscópio, para visualizar, armazenar e depois ser analisado. Uma tela típica pode ser vista na figura 3.12. Nossos resultados se referem à linha  $F_g = 2$  do  $^{85}Rb$ . A escolha de se analisar esta linha em particular foi por ela estar mais separada das outras e apresentar uma relação sinal/ruído aceitável.

Analisemos um pouco o sinal medido em cada detector. No detector  $D1$  se mede o sinal de absorção saturada que é usado para calibrar a escala do tempo em frequência.

O detector  $D2$  mostra o sinal obtido para a variação da potência do laser antes da célula  $Cel2$ , devido à variação da corrente do laser. É importante destacar neste ponto que a potência, e portanto a intensidade do feixe do laser também se vê afetada pela variação da corrente [26]. Usamos este sinal para definir a linha de base a ser tirada, e assim eliminar a pequena variação da intensidade durante a varredura da frequência.

No detector  $D3$  temos nosso sinal associado à absorção do feixe, o qual é detectado após a

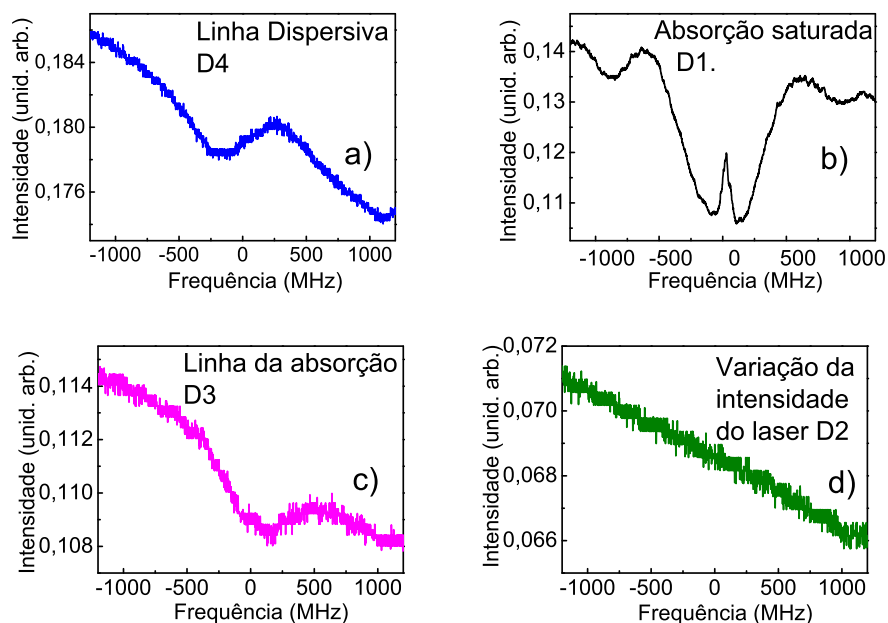


**Figura 3.12** Sinais obtidos nos detectores D1, D2, D3 e D4 para uma potência de  $6,2(mW)$  na entrada da célula. O que equivale a  $2,2W/cm^2$ , tendo em conta o raio médio do feixe no interior da célula. Em nosso caso, este foi o valor máximo de intensidade medido.

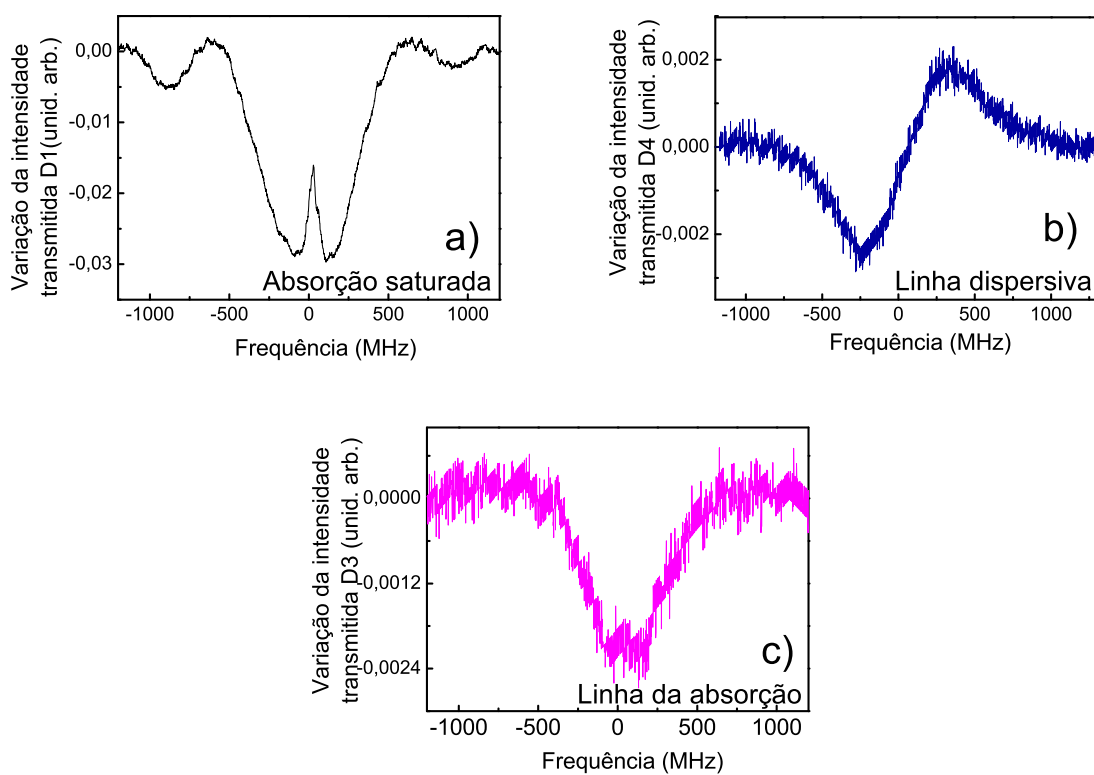
passagem pela célula. O processo de absorção acontece porque nosso laser está varrendo em torno da ressonância da linha ( $D_2$ ) do Rb. Nestas curvas, todo o feixe incide no detector.

No detector  $D_4$  medimos a linha associada com a dispersão que se obtém quando, na frente do detector, temos uma abertura circular que só deixa passar a luz central do feixe logo após a transmissão pela célula com Rb. Detectamos o feixe transmitido usando uma iris circular que nos dá uma abertura da ordem de 40% de potência do feixe transmitido o que corresponde a aproximadamente 7% da seção reta do feixe. Em 3.13 apresentamos os sinais separados de forma a visualizar melhor as variações de intensidade.

Para analisarmos os sinais é importante antes fazermos a subtração da variação de intensidade devido à varredura em frequência do laser, a qual foi obtida pelo detector  $D_2$  e é mostrada em 3.13(d). Na figura 3.14, se vê as linhas obtidas após a subtração da linha de base.



**Figura 3.13** Detalhe das linhas nos 4 detectores para o caso de  $I = 2,2W/cm^2$ . Temos a curva dispersiva em a), a absorção saturada em b), a curva de absorção linear em c) e a linha da potência do laser em d).



**Figura 3.14** Curvas de absorção saturada em a), intensidade transmitida após a iris em b), e intensidade total transmitida em c), após tirar a linha de base.

Na figura 3.15, selecionamos as curvas de absorção e dispersiva, isto é, as curvas obtidas nos detectores  $D3$  e  $D4$  para três intensidades distintas na entrada da célula:  $(2,2 \pm 0,01)W/cm^2$ ,  $(1,24 \pm 0,04)W/cm^2$  e  $(0,07 \pm 0,04)W/cm^2$ . As curvas são apresentadas em função da dessintonia do laser, onde o zero é definido pelo mínimo da curva de absorção. Para explicar melhor o fenômeno, consideremos a equação (2.75) para o índice de refração não linear. Em nosso caso estamos fixando o valor da intensidade e variando a frequência do laser em torno da ressonância. Como o índice de refração não linear depende da susceptibilidade de terceira ordem, podemos ver que para altas intensidades na entrada da célula, como no caso da figura 3.15(a), o sinal obtido após da iris (detector  $D4$ ), curva azul, apresenta uma diminuição da intensidade para frequências abaixo da ressonância, enquanto que acima da ressonância temos um aumento da intensidade. Já o sinal obtido no detector  $D3$ , curva rosa, onde todo o perfil do feixe chega ao detector, é característico da absorção, com um mínimo de intensidade no centro da curva de ressonância. Assim, podemos dizer que o comportamento observado na curva azul indica claramente os efeitos de desfocalização (abaixo da ressonância) e de focalização (acima da ressonância).

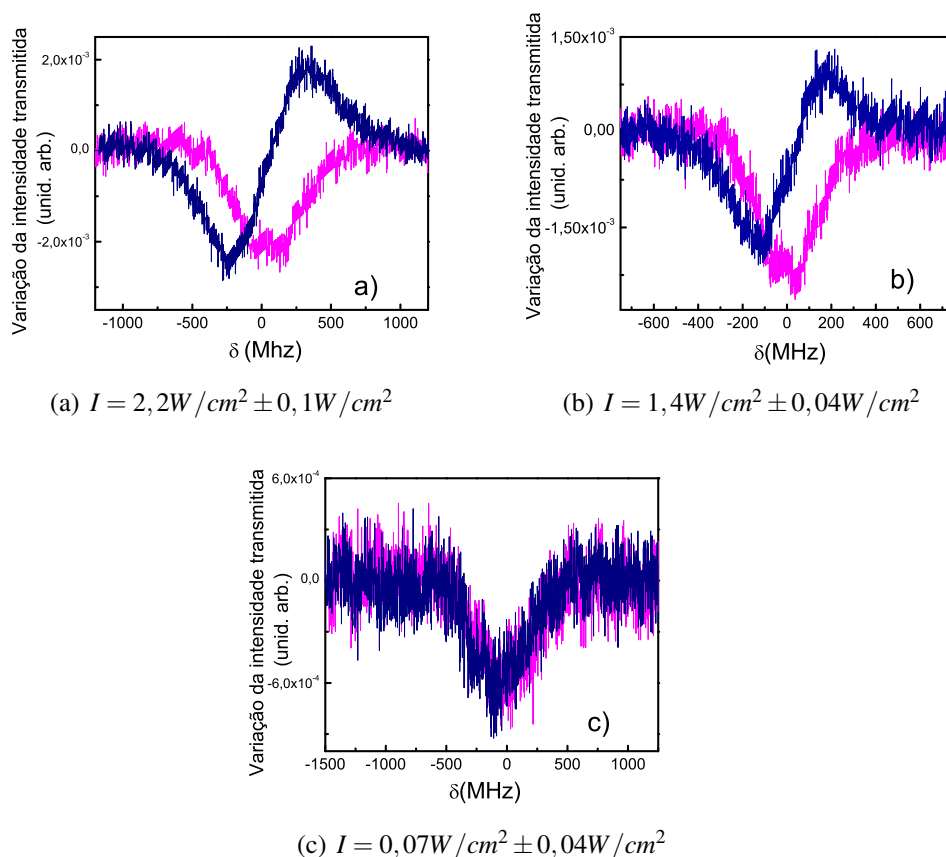
Podemos interpretar nossos resultados olhando a expressão da susceptibilidade de terceira ordem (2.79). Vemos que Se  $\delta$  é positivo,  $\chi^{(3)}$  será positivo e portanto  $n_2$  também. Como o índice de refração aumenta no centro do feixe, a frente de onda se moverá mais lentamente no centro que nas bordas, e o feixe focalizará. Já para  $\delta < 0$ ,  $\chi^{(3)}$  é negativo e leva a um  $n_2$  negativo que faz diminuir o índice de refração total na região central do feixe levando ao efeito de desfocalização.

Ao diminuir a intensidade do feixe que chega na célula, como na figura 3.15(b) os efeitos de focalização e desfocalização vão diminuindo até que a curva dispersiva se sobrepõe à curva de absorção, como na figura 3.15(c). Conforme a intensidade incidente na amostra diminui, a contribuição de  $n_2$  tende a ser desprezível comparado com  $n_0$ , e o índice de refração dentro do vapor tende a ser constante. Se não há variação no índice de refração, a frente de onda não vai ser deformada e não vai focalizar ou desfocalizar.

É de destacar que as curvas dispersivas não foram corrigidas da absorção. A razão para não fazer a correção, é que em nosso problema, sua contribuição não supera o 30% do valor da dispersiva após de ser normalizada. O seja, sua contribuição é pequena.

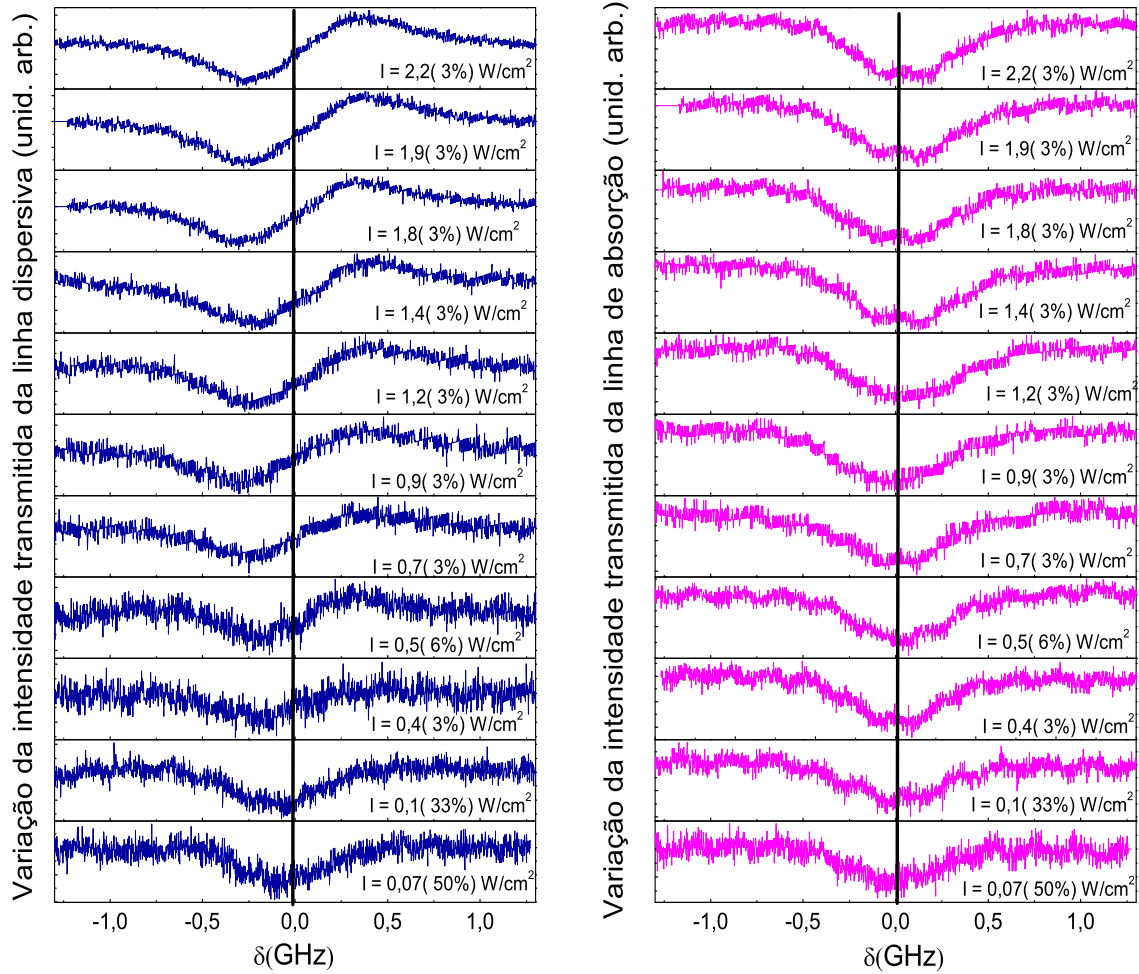
Na figura 3.16 mostramos um conjunto de medidas obtidas nos detector  $D4$ , com a iris na frente e representados em azul, além das absorções detectadas por  $D3$  e representadas em rosa, quando variamos a intensidade da luz na entrada da célula desde  $2,2W/cm^2$  a  $0,07W/cm^2$ . Podemos perceber que as curvas de absorção são todas muito semelhantes, tendo um aumento do ruído conforme a intensidade diminui. Já as curvas obtidas após a iris mostram claramente um comportamento dispersivo para alta intensidade, o qual vai se perdendo e ficando semelhante a uma curva de absorção para baixas intensidades.

Usando um feixe com perfil espacial gaussiano, temos que o gradiente de intensidade radial induz um gradiente de índice de refração no meio, também radial. Este gradiente de índice de refração atua como uma lente para o feixe levando à observação dos efeitos de focalização e desfocalização, dependendo se  $n_2$  é positivo ou negativo. O sinal do índice de refração não linear muda ao passar pela ressonância de um meio não linear. Se em um lado da frequência de ressonância o incremento do índice é positivo (que ocorre ao ter um máximo no centro do

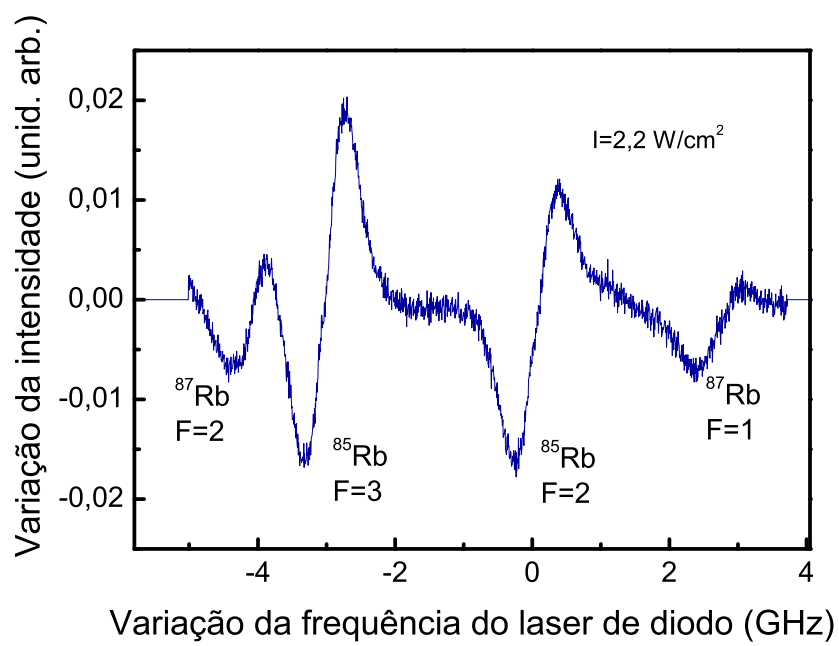


**Figura 3.15** Visualização dos efeitos de focalização e de-focalização, ao variar a intensidade na entrada da célula. Em azul, curva dispersiva. Em rosa curva de absorção.

feixe), o meio se comporta como uma lente convergente e a potência do feixe inicialmente colimado transmitido pela iris, aumentará (pico na forma de linha dispersiva). Por outro lado, se a frequência da ressonância no laser induz um incremento negativo (que ocorre quando temos um mínimo no feixe), o meio se comporta como uma lente divergente e a transmissão pela abertura leva a uma correspondente diminuição na intensidade do sinal (vale na forma de linha dispersiva). A figura 3.17 apresenta a variação da intensidade do feixe transmitido, após a abertura circular ou iris (detector  $D4$ ), em função da frequência, quando o laser de diodo tem sua frequência variada na região que contém as quatro linhas Doppler. É nítido que para todas as quatro linhas podemos observar os efeitos de focalização e desfocalização. Fica claro a superposição dos sinais devido as linhas  $F_g = 2^{87}Rb$  e  $F_g = 3^{85}Rb$  o que nos fez concentrar nosso estudo só na linha  $F_g = 2^{85}Rb$ .



**Figura 3.16** Variação da intensidade transmitida em função da dessintonização com relação ao centro de ressonância, para o sinal após a iris (curva azul na esquerda) que é a curva dispersiva, e para o sinal de absorção (em rosa na direita).

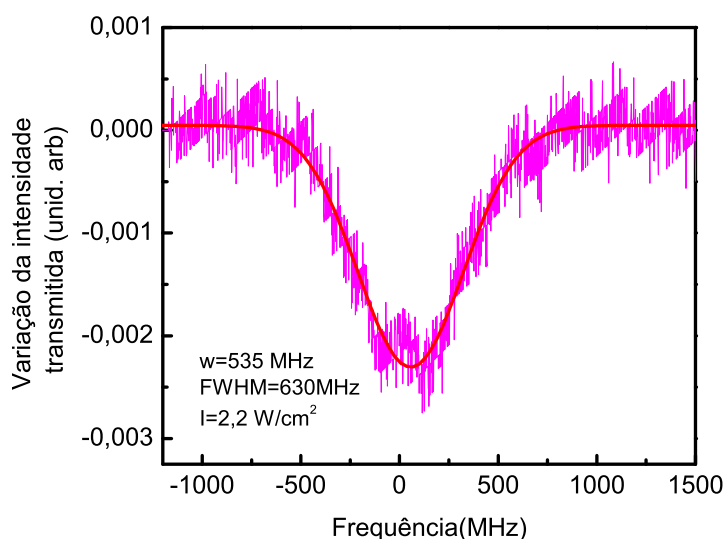


**Figura 3.17** Sinal obtido do detector D4 (com a iris), em que se visualiza que a linha  $F_g = 2$  do  $^{85}\text{Rb}$ , é a mais isolada.

## Análise dos Resultados e Conclusões

### 4.1 Análise dos resultados

A figura 3.16 mostrada no capítulo anterior, apresenta um resumo de todos os nossos resultados e portanto merece uma análise mais cuidadosa. Vamos olhar inicialmente para as curvas de absorção. Como já comentamos, as curvas são muito semelhantes. Considerando que trabalhamos com um vapor atômico, as curvas de absorção devem ser bem descritas por uma distribuição de velocidades tipo Maxwell-Boltzmann, isto é por uma curva tipo gaussiana. Verificamos que todas as curvas são bem descritas por uma mesma gaussiana. Um exemplo deste ajuste é apresentado na figura 4.1. O fato de todas as curvas de absorção serem bem descri-



**Figura 4.1** Ajuste gaussiano típico dos resultados experimentais

tas por uma mesma gaussiana indica que, apesar de trabalharmos com altas intensidades, a absorção apresenta um comportamento linear, sendo bem descrita pela susceptibilidade  $\chi^{(1)}$ .

Uma análise do sinal obtido após a abertura já é um pouco mais complexa. Como já comentamos, as curvas dispersivas claramente mostram os efeitos de focalização e desfocalização e portanto devem estar relacionadas com o índice de refração não linear,  $n_2$ . Na literatura a técnica que tem sido mais usada para medir  $n_2$  é o z-scan. Em particular, medidas do  $n_2$  para o



Rb são dadas nas referências [27] e [12]. Enquanto na técnica de z-scan a frequência do laser está fixa em uma determinada dessintonia e as medidas são realizadas conforme a amostra é transladada na direção de propagação do feixe, em torno da posição focal, em nossas medidas, a amostra está fixa e variamos a dessintonia em torno da ressonância. Em nosso experimento, ao usarmos um feixe com um perfil espacial gaussiano, temos que o gradiente radial de intensidade radial induz um gradiente de índice de refração no meio. Este gradiente em  $n$  atua como uma lente para o feixe levando à observação dos efeitos de focalização e desfocalização, dependendo se  $n_2$  é positivo ou negativo.

Usando um modelo de dois níveis em que o meio é alargado inhomogeneamente, as expressões para  $n_2$  perto e longe da ressonância podem ser escritas como [11], [12]

$$n_2(cm^2/W) = 10^4 \times \frac{8\pi^{7/2}\mu_{12}^4 N}{3c\epsilon_0^2 h^3} \frac{2\pi\delta}{\Gamma(ku)^3} e^{-4\pi^2\delta^2/ku^2}, \quad (4.1)$$

perto da ressonância, onde  $u$  é a largura da distribuição de velocidades,  $\mu_{12}$  é o momento dipolar entre os estados  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ ,  $N$  é o número de partículas por unidade de volume,  $c$  é a velocidade da luz,  $k$  é a constante de Boltzmann,  $h$  é a constante de Planck,  $\epsilon_0$  é a permissividade eléctrica do vácuo

$$n_2(cm^2/W) = 10^4 \times \frac{\mu_{12}^4 N}{2c\epsilon_0^2 \hbar^3 \delta^3}, \quad (4.2)$$

longe da ressonância.

Uma vez que nossos resultados com a iris devem refletir o comportamento de  $n_2$  no meio, podemos usar estas equações para descrever o comportamento observado.

Assim, para ajustar nossas curvas usamos a seguinte expressão

$$y(x) = A + B(x - D)e^{-C(x-D)^2}. \quad (4.3)$$

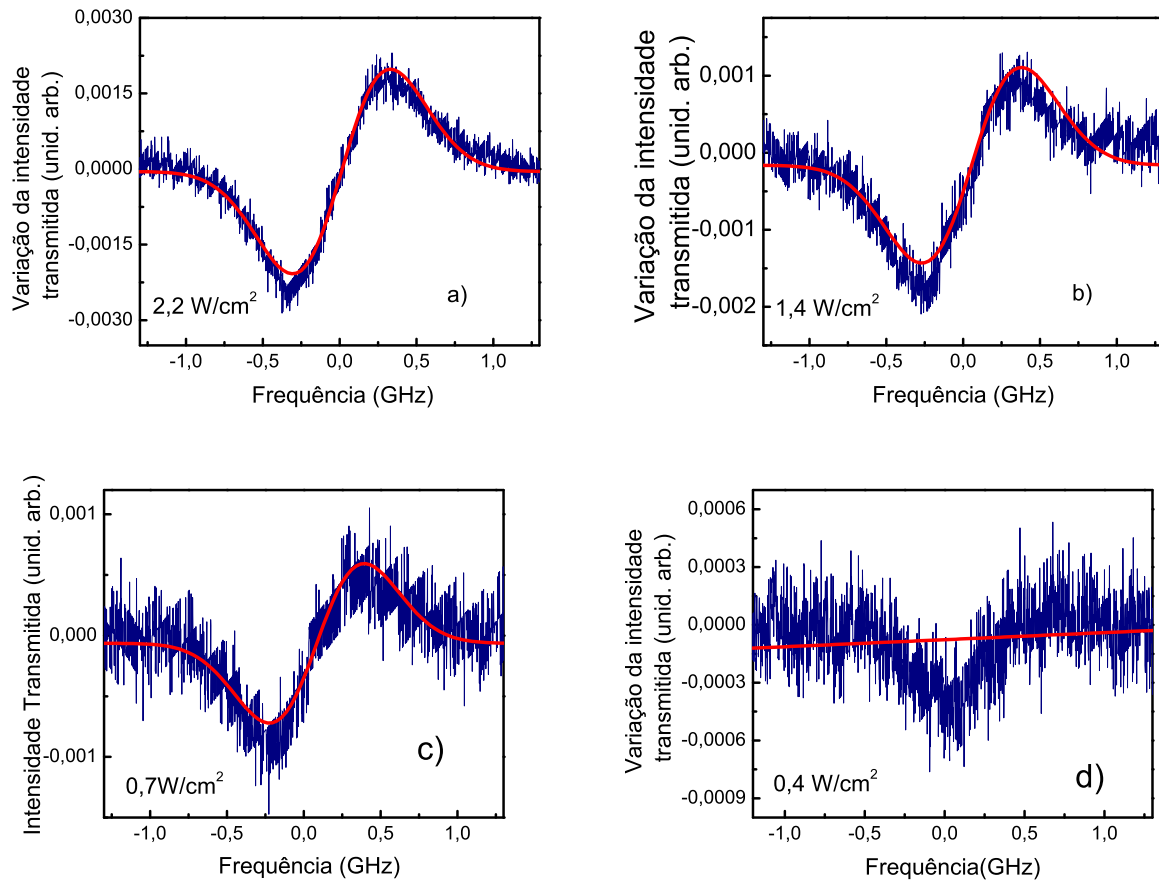
Esta expressão apresenta a mesma dependência com  $\delta$  que  $n_2$ , perto da ressonância. A equação 4.3 também corresponde à derivada de uma curva gaussiana.

Os resultados do ajuste de nossas medidas da figura 3.16, usando a equação 4.3 são apresentados na figura 4.2 e na tabela 4.1.

Na figura 4.2 apresentamos o ajuste para quatro intensidades: a) 2,2  $W/cm^2$ , b) 1,4  $W/cm^2$ , c) 0,7  $W/cm^2$  e d) 0,4  $W/cm^2$ . Podemos dizer que obtemos um ajuste muito bom para intensidades maiores que 0,7  $W/cm^2$ . Verificamos que para intensidades  $I \leq 0,5$   $W/cm^2$  a curva tem uma forma gaussiana e portanto o ajuste é péssimo. Na verdade a curva da figura 4.2(d) para  $I = 0,4$   $W/cm^2$  é bem ajustada pela gaussiana obtida da absorção indicando que para estas intensidades a contribuição de  $n_2$  é praticamente zero.

Analisando os valores obtidos na tabela 4.1 e as curvas 4.2, vemos que os valores de  $A$  e  $D$  estão perto de zero, o que é razoável dado que definem o zero de variação do sinal e o zero em dessintonia.

O valor de  $C$  está relacionado com a largura a meia altura da gaussiana cuja derivada corresponde à equação (4.3). Um gráfico do valor de  $B$  obtido no ajuste das várias curvas da figura 3.16, em função da intensidade do feixe incidente mostra claramente um comportamento linear.

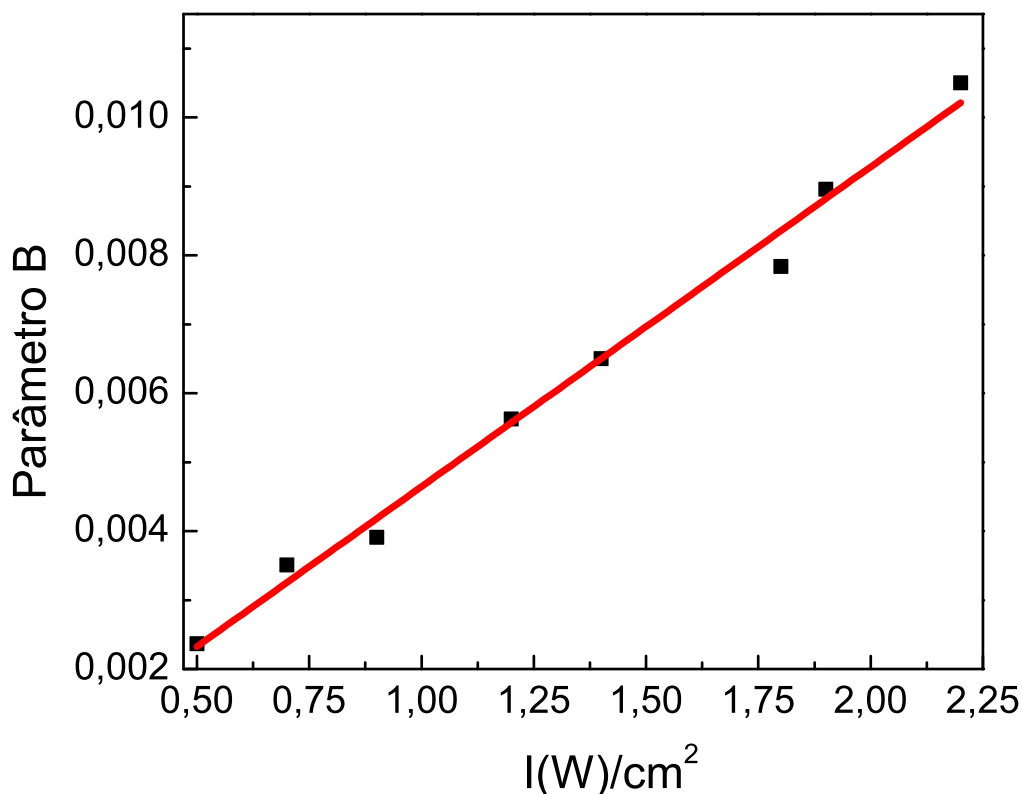


**Figura 4.2** Ajustes de curvas dispersivas com diferentes intensidades. a)  $2,2\text{ W/cm}^2$ , b)  $1,4\text{ W/cm}^2$ , c)  $0,7\text{ W/cm}^2$  e d)  $0,4\text{ W/cm}^2$ . O ajuste é menos preciso na medida que a intensidade diminui e não aplica para intensidades baixas como se vê na figura 4.2(d).

$P(\text{W/cm}^2)$	$(A + \Delta A) \times 10^{-4}$	$(B + \Delta B) \times 10^{-3}$	$C + \Delta C$	$(D + \Delta D) \times 10^{-2}$	$a_j$
2,2	$-0,49 \pm 0,05$	$10,5 \pm 0,1$	$4,92 \pm 0,04$	$1,16 \pm 0,13$	0,95
1,9	$-1,97 \pm 0,06$	$8,96 \pm 0,09$	$4,52 \pm 0,04$	$2,9 \pm 0,2$	0,92
1,8	$-0,66 \pm 0,05$	$7,84 \pm 0,08$	$4,63 \pm 0,05$	$3,6 \pm 0,2$	0,92
1,4	$-1,63 \pm 0,06$	$6,5 \pm 0,1$	$4,75 \pm 0,07$	$5,4 \pm 0,2$	0,85
1,2	$-1,38 \pm 0,05$	$5,9 \pm 0,1$	$5,46 \pm 0,09$	$5,7 \pm 0,3$	0,83
0,9	$0,99 \pm 0,04$	$3,9 \pm 0,1$	$4,63 \pm 0,09$	$0,08 \pm 0,3$	0,80
0,7	$-0,64 \pm 0,05$	$3,5 \pm 0,1$	$5,24 \pm 0,12$	$8,4 \pm 0,35$	0,72
0,5	$1,02 \pm 0,03$	$2,37 \pm 0,1$	$7,69 \pm 0,26$	$6,37 \pm 0,04$	0,54

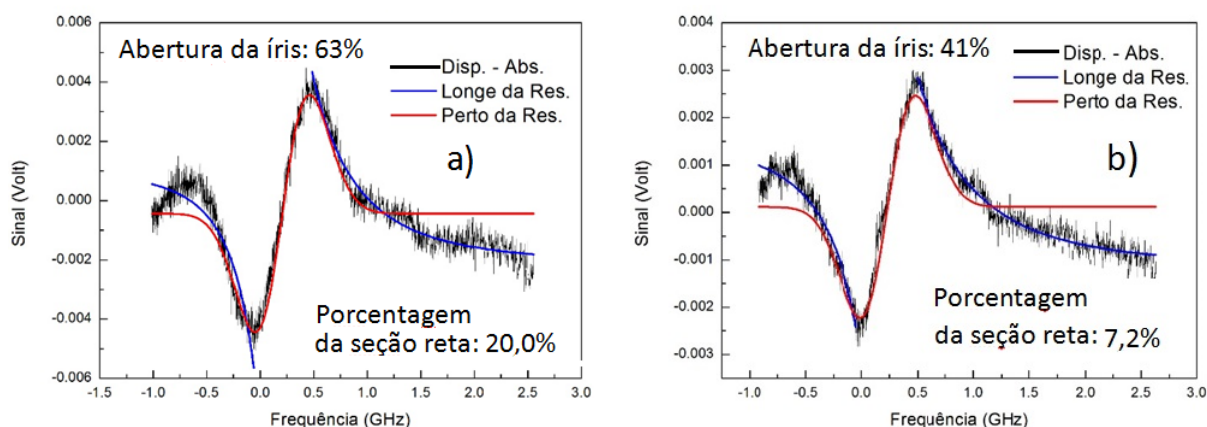
**Tabela 4.1** Parâmetros de ajuste das curvas dispersivas, usando a equação (4.3).

O fato de obtermos uma reta indica fortemente que nossas medidas não têm contribuição de termos em ordem superior com a intensidade, e que o parâmetro B está relacionado com o produto de  $n_2$  e a intensidade. A inclinação da reta no gráfico de  $B \times I$  é de ordem do  $4,64 \times 10^{-3}$  com um erro percentual do 4%.



**Figura 4.3** Relação do parâmetro B com a intensidade.

A figura 4.4 mostra os resultados obtidos quando o tamanho da abertura é variado. Estas medidas foram realizadas em um período posterior, por Alexandre Almeida, com uma nova remontagem do sistema experimental. Estas medidas permitem definir melhor as condições experimentais e como a visualização do efeito do índice de refração depende da abertura da íris. Conforme reduzimos o tamanho da fenda, a forma dispersiva vai se tornando mais clara como em 4.4(b). Podemos ver que com uma abertura que permite uma transmissão de ordem de 40% temos uma melhor definição da curva dispersiva como se mostra em 4.4(b).



**Figura 4.4** Linha dispersiva para aberturas da íris de a) 63 e %, b) 41 %. Em vermelho, temos o ajuste perto da ressonância e em azul, o ajuste longe da ressonância. A intensidade do laser é  $796 \text{ mW/cm}^2$

Consideramos que toda a variação da distribuição do índice de refração é devido à interação com o feixe incidente. Em nossa análise estamos desprezando efeitos no índice de refração que possam vir da difusão atômica ou da difusão de radiação. Esta última contribuição pode ocorrer em amostras espessas, onde a radiação fluorescente tem uma grande probabilidade de ser reabsorvida pelos próprios átomos da amostra. Uma discussão destas contribuições (não locais) para a variação do índice de refração em um vapor bombeado óticamente é feita na referência [28].

## 4.2 Conclusões

Neste trabalho estudamos a interação de um feixe de luz intenso com um vapor de átomos de rubídio, em torno da ressonância de um fóton. Em particular, investigamos como a intensidade de luz do feixe incidente afeta o índice de refração do meio atômico. Nossas medidas da variação da intensidade do feixe transmitido pelo vapor em função da dessintonia após passar por uma abertura indicam claramente a observação dos efeitos de focalização e desfocalização. Mostramos qualitativamente que estes efeitos podem ser bem descritos pela componente não linear,  $n_2$  do índice de refração dentro da aproximação de um sistema de dois níveis, com largura inhomogênea.

## Referências

- [1] Robert W Boyd. *Nonlinear optics*. Academic press, 2003.
- [2] C. W. Peters P. A. Franken, A. E. Holl and G. Weinreich. Generation of optical harmonic. *Physical Review Letters*, 7(4):118–120, 1961.
- [3] E. Maiman. Stimulated optical radiation un ruby. *Nature*, 187(4):493–494, 1960.
- [4] W. Kaiser and C. G. B. Garret. Two-photon excitation in  $\text{CaF}_2$ . *Physical Review Letter*, 187(7):229–231, 1961.
- [5] D. Grischkowsky. Self-focusing of light by potassium vapor. *Phys. Rev. Lett.*, 24:866–869, Apr 1970.
- [6] J. E. Bjorkholm and A. A. Ashkin. cw self-focusing and self-trapping of light in sodium vapor. *Phys. Rev. Lett.*, 32:129–132, Jan 1974.
- [7] A. G. Truscott, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop. Optically written waveguide in an atomic vapor. *Phys. Rev. Lett.*, 82:1438–1441, Feb 1999.
- [8] Rakesh Kapoor and G. S. Agarwal. Theory of electromagnetically induced waveguides. *Phys. Rev. A*, 61:053818, Apr 2000.
- [9] J. T. Gen N. A. Proite, B. E. Unks and D. D. Yavuz. Observation of raman self-focusing in an alkali-metal vapor cell. *Phys. Rev. A*, 77:023819, Feb 2008.
- [10] N. Vujicic D. Aumiler S Vdovic H. Skenderovic, T. Ban and G. Pichler. Cone emission induced by femtosecond excitation in rubidium vapor. *Physical Review*, 77:063816, Jun 2008.
- [11] Michelle O Araújo, Hugo LD de S Cavalcante, Marcos Oriá, Martine Chevrollier, Thierry Passerat de Silans, Romeu Castro, and Danievertton Moretti. Measurement of the kerr nonlinear refractive index of cs vapor. *Physical Review A*, 88(6):063818, 2013.
- [12] CF McCormick, DR Solli, RY Chiao, and JM Hickmann. Saturable nonlinear refraction in hot atomic vapor. *Physical Review A*, 69(2):023804, 2004.
- [13] Anderson Silva Chaves. *Novos resultados teóricos e experimentais para a técnica Z-scan*. PhD thesis, Instituto de física de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2010.

- [14] Fabiano Queiroga, W Soares Martins, Valdeci Mestre, Itamar Vidal, T Passerat de Silans, Marcos Oriá, and Martine Chevrollier. Laser stabilization to an atomic transition using an optically generated dispersive line shape. *Applied Physics B*, 107(2):313–316, 2012.
- [15] Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu, and Frank Laloë. *Quantum Mechanics, Volume I. Hermann and John Wiley and Sons*. 1977.
- [16] Christopher J Foot. *Atomic physics*. Oxford University Press, 2004.
- [17] Graham Thomas Purves. *Absorption And Dispersion In Atomic Vapours: Applications To Interferometry*. PhD thesis, Durham University, 2006.
- [18] J. J. Sakurai. *Quantum Mechanics*, volume 1. Addison-Wesley Publishing Company, 1994.
- [19] J. Dupont-Roc C. Cohen-Tannoudji and G. Grynberg. *Atom-Photon Interactions*. Wiley-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, 1998.
- [20] John David Jackson and John D Jackson. *Classical electrodynamics*. Wiley New York etc., 1962.
- [21] de Silns T. P. Oriá M. Chevrollier M. Soares M. W., Cavalcante L. D. de S. Two-beam nonlinear kerr effect to estabilize laser frequency with sub-doppler resolution. *Applied optics*, 51(21):5080–5084, 2012.
- [22] Daniel A Steck. Rubidium 85 d line data. URL <http://steck.us/alkalidata/rubidium85numbers.pdf>. *Rubidium*, 85, 2008.
- [23] Daniel A Steck. Rubidium 87 d line data, 2001.
- [24] V Jacques, B Hingant, A Allafort, M Pigéard, and JF Roch. Nonlinear spectroscopy of rubidium: an undergraduate experiment. *European Journal of Physics*, 30(5):921, 2009.
- [25] gamadata. <http://www.gamdata.se/no/produkter/laser-lysdeteksjon-og-spektroskopi/test-and-measurement/beam-profile-measurement/lasercam-hr-family-no/lasercam-hr/>.
- [26] Carl E Wieman and Leo Hollberg. Using diode lasers for atomic physics. *Review of Scientific Instruments*, 62(1):1–20, 1991.
- [27] CF McCormick, DR Solli, RY Chiao, and JM Hickmann. Nonlinear absorption and refraction in near-detuned rubidium vapor. *JOSA B*, 20(12):2480–2483, 2003.
- [28] Ch. Vorgerd J. Nalik L.M. Hoffer G.L. Lippi T. Ackemann, T. Scholz. Self-lensing in sodium vapor: influence of saturation, atomic diffusion and radiation trapping. *Optics Communications*, 147:411–428, Feb 1998.