



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA EDUMATEC
CURSO DE MESTRADO

AILSON LOPES ALZERI

ATIVIDADE DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: INFLUÊNCIAS DE SUA
PARTICIPAÇÃO NO LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Recife
2016

AILSON LOPES ALZERI

**ATIVIDADE DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: INFLUÊNCIAS DE SUA
PARTICIPAÇÃO NO LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Orientadora: Profa. Dra. Iranete Maria da Silva Lima

Recife

2016

Catálogo na fonte
Bibliotecária Andréia Alcântara, CRB-4/1460

A478a

Alzeri, Ailson Lopes.

Atividade do professor de matemática: influências de sua participação no laboratório de educação matemática / Ailson Lopes Alzeri. – 2016.

141 f. ; 30 cm

Orientadora: Iranete Maria da Silva Lima.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2016.

Inclui Referências, Apêndices e Anexos.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Professores - Formação. 3. Professores de matemática. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Lima, Iranete Maria da Silva. II. Título.

372.7 CDD (22. ed.)

UFPE (CE2017-01)

AILSON LOPES ALZERI

**Atividade do Professor de Matemática: influências de sua participação no
Laboratório de Educação Matemática**

APROVADO EM:07/03/2016

Comissão Examinadora

1ª Examinadora/ Presidente

Profa. Dra. Iranete Maria da Silva Lima (orientadora) - UFPE

2ª Examinadora

Profa. Dra. Rogéria Gaudêncio do Rêgo - UFPB

3ª Examinadora/ Presidente

Profa. Dra. Verônica Gitirana Gomes Ferreira - UFPE

Recife, 2016

A meu pai, por acreditar incondicionalmente,
Por fazer parte dessa história,
Pela saudade imensa...

AGRADECIMENTOS

Aos meus familiares, principalmente, às minhas filhas Lana e Larisse, e a minha esposa Luceli, pela paciência e superação durante o período em que estive ausente para realização deste mestrado.

Aos professores do programa EDUMATEC, pelas lições, convivência e aprendizagens.

À minha orientadora Iranete Lima, pela parceria e contribuições em minha formação acadêmica, profissional e pessoal.

Aos novos amigos e amigas do Programa de Mestrado, que se fizeram presentes em todos os momentos, nos trabalhos, discussões e brincadeiras, transformando cada momento mais simples de se viver.

Aos amigos do trabalho, Zósimo e Arthur por sempre que necessário me ajudar prontamente. Aos colegas do grupo de pesquisa, Fenômenos Didáticos na Classe de Matemática, pela importante colaboração para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor Dr. Airton Castro que não mediu esforços e se dispões a ajudar com todas as informações possíveis sobre o LEMAT.

À professora Dra. Verônica Gitirana, minha primeira orientadora, pelas dicas que se fizeram providencial.

À professora Dra. Rogéria Gaudêncio, por sua importante colaboração como membro da banca de qualificação e de defesa desta dissertação.

Aos professores e coordenadores que colaboraram com as informações que tornaram possível esta pesquisa.

À secretaria do EDUMATEC que se fez presente, em especial aos servidores Clara e Mário, pelo pronto atendimento sempre necessitei, mas também pelas pessoas que são.

Aos participantes dos Seminários de Pesquisa, que com suas observações nos guiaram pelo melhor percurso a se seguir na pesquisa.

RESUMO

A pesquisa se insere na temática do uso do Laboratório de Educação Matemática (LEM) como ambiente de formação de professores de Matemática, buscando analisar, em particular, as potencialidades e as limitações deste ambiente. Para tanto, caracterizamos, a priori, um LEM com relação ao tipo de uso e de funcionamento e também quanto ao seu papel na formação de professores. Esta caracterização nos permitiu escolher o Laboratório de Educação Matemática (LEMAT) da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) como campo de pesquisa. Como fundamento teórico e metodológico utilizamos o *Modelo de Níveis de Atividade do Professor* da Teoria das Situações Didáticas (TSD). Realizamos uma entrevista semiestruturada com dois monitores e dois coordenadores egressos do LEMAT e um coordenador atual. Uma análise documental foi realizada com base em documentos fornecidos pelos participantes da pesquisa para melhor caracterizar o Laboratório. Além disso, propomos um questionário semiestruturado que foi respondido por nove monitores egressos, atuais professores de Matemática, com a finalidade de identificar o perfil de professor, como também os conhecimentos que eles mobilizam quando estão em atividade e que podem estar relacionados com a monitoria no LEMAT. Os resultados do estudo mostram uma convergência importante entre os conhecimentos trabalhados no período em que atuaram como monitores no LEMAT e os conhecimentos mobilizados nas respostas do questionário, sobretudo, com relação às escolhas dos elementos do plano de aula. Mesmo diante de algumas divergências, e considerando outros fatores que constituem a experiência destes professores, os resultados indicam que os conhecimentos vivenciados e construídos no Laboratório exercem uma influência marcante nas respostas dos professores.

Palavras-chave: Laboratório de Educação Matemática. Formação de professores. Atividade do professor.

ABSTRACT

This research's theme of the use of the Mathematics Education Laboratory (LEM) as a mathematics teacher education environment, it aims to analyze the potentialities and limitations of this environment. Initially, we elaborate a priori characterization of a LEM in relation to the type of use and functioning, and its role in teacher education. This procedure allowed us to select as a research field the Laboratory of Mathematics Education (LEMAT) of the Federal University of Pernambuco (UFPE). As a theoretical and methodological foundation we use the Teacher's Activity Levels Model from the Teaching Situations Theory (TSD). We conducted a semi-structured interview with two monitors and two former LEMAT coordinators, and the current coordinator. In order to better characterize the laboratory, we developed a documental analysis of documents provided by the research participants. In addition, we utilized semi-structured questionnaires to collect data from nine graduated teachers, who are current mathematics teachers. The questionnaire aims were to identify teachers' profiles, as well as the knowledge that they mobilize when they are in activity and that may be related to the monitoring in the LEMAT. The results suggested important convergence between the knowledge worked during the period in which they acted as lecturers in the LEMAT and the knowledge mobilized, especially with regard to the choices of the elements of the lesson plan. Although there are divergences, and considering other factors that constitute the experience of these teachers, the results indicate that the knowledge lived and constructed in the Laboratory influence teachers' responses.

Keywords: Mathematics Education Laboratory. Teacher formation. Teacher's activity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Esquema dos diferentes papéis do professor e do aluno.....	24
Figura 2- Situações do professor na pesquisa.....	36
Figura 3- Recorte de material de uma formação	63
Figura 4- Recorte de anotações 1: Professor M1	71
Figura 5- Recorte de anotações 2: Professor M2	72
Figura 6- Recorte de anotações 3: Professor M5	75
Figura 7- Recorte de anotações 4: Professor M1	75
Figura 8- Recorte de anotações 5: Professor M2	82

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Modelo da estruturação do <i>milieu</i> planejado	25
Quadro 2- Modelo de Níveis da Atividade do Professor.....	26
Quadro 3- Informações preliminares sobre o LEM	29
Quadro 4- Categorias analíticas.....	37
Quadro 5- Pontuação atribuída aos objetivos indicados no plano de aula.....	69
Quadro 6- Pontuação atribuída pelos professores aos materiais didáticos	70
Quadro 7- Pontuação atribuída pelos professores às atividades indicadas.....	74
Quadro 8- Universidades pesquisadas	95
Quadro 9- Definição de LEM	98
Quadro 10- Sequências didáticas propostas para as aulas	115
Quadro 11- Escolha dos instrumentos de avaliação	117
Quadro 12- Resumo das escolhas individuais dos professores.....	118

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Tempo de graduação e monitoria	66
Gráfico 2- Gráfico sobre experiência com ensino de Matemática.....	68

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO.....	15
2.1	CONHECIMENTOS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.....	15
2.2	FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA	17
2.3	O MODELO DE NÍVEIS DE ATIVIDADE DO PROFESSOR.....	23
3	PERCURSO METODOLÓGICO	28
3.1	DELIMITAÇÃO DO LEMAT COMO CAMPO DE PESQUISA.....	28
3.2	A ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA E A ANÁLISE DOCUMENTAL.....	32
3.3	QUESTIONÁRIOS: ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO	33
3.4	CATEGORIAS ANALÍTICAS	35
4	LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (LEM)	44
4.1	LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA – LEMAT.....	49
4.1.1	Fundação do LEMAT e primeiros anos.....	50
4.1.2	Período de 2000 a 2012	54
4.2	A FORMAÇÃO NO LEMAT: EXPECTATIVAS DE CONHECIMENTOS TRANSFORMADOS	59
5	RESULTADOS E ANÁLISES.....	65
5.1	RESULTADOS E ANÁLISES DO QUESTIONÁRIO: CONHECIMENTOS NA ATIVIDADE DO PROFESSOR	65
5.1.1	Perfil acadêmico e profissional dos participantes	65
5.1.2	Elementos do Plano de Aula.....	68
5.1.3	Discussão dos resultados.....	78
5.2	CONVERGÊNCIAS E DIVERGÊNCIAS ENTRE OS CONHECIMENTOS IDENTIFICADOS	80
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	86
	REFERÊNCIAS	89
	APÊNDICE.....	95
	A- Disciplina de LEM na universidade.....	95
	B- Definições de LEM	98
	C- Ficha de Observação Livre do LEM	102
	D- Fichas para Entrevista Semiestruturadas	102
	E- Questionário	104

F- Sequência Didática da Aula.....	115
G- Avaliação	117
H- Quadro Resumo	118
ANEXOS	121
Anexo 1 – Propostas Centrais do Laboratório	121
Anexo 2 – Publicação em Jornal.....	122
Anexo 3 – Folheto UFPE	123
Anexo 4 – Formações.....	124
Anexo 5 – Estudos Sobre Jogos	130
Anexo 6 – Exemplos de atividades usadas pelo professor M1	141

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas do século XX o Brasil passou por importantes mudanças sociais que começaram a proporcionar transformações na forma de se pensar e praticar a educação escolar. Dentre tais mudanças podemos citar a redemocratização do país e a popularização das novas tecnologias digitais. Esses aspectos, somados às críticas existentes às formas de ensinar, proporcionaram uma ampliação da busca por novos métodos de ensino e de aprendizagem.

Em consonância com esse contexto foi promulgada a *Lei de Diretrizes e Bases da Educação*, Lei 9394/96, que em seu artigo 3º, inciso XI (BRASIL, 1996), coloca como um dos princípios norteadores a vinculação entre a educação escolar, o trabalho e as práticas sociais. Busca, assim, superar a dissociação existente entre formação profissional e prática social, advinda da antiga Lei 5692/71 (BRASIL, 1971). A nova Lei busca instituir na educação uma concepção de formação do aprendiz durante toda sua vida, possibilitando-lhe aprender a aprender e se adequar às transformações da sociedade.

Assim, foi necessário que os sistemas de ensino, no âmbito de cada instituição educacional, criassem mecanismos de formação e, a partir de 1997, o currículo escolar foi normatizado de acordo com os preceitos almejados para a educação. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para a educação básica na área da Matemática (BRASIL, 1997) para os anos iniciais do ensino fundamental já apontavam alguns caminhos para “fazer matemática” em sala de aula. Um desses caminhos é o uso de jogos matemáticos, ferramentas tidas como de grande importância para o desenvolvimento do aprendiz de Matemática.

No que se refere à produção científica e intelectual, tivemos já na década de 1970 no Brasil, a influência de pesquisadores como Dienes (1970) e D’ambrosio (1986), que colocam em evidência a necessidade de desenvolver novas formas de ensinar Matemática, com base em renovadas concepções de ensino.

Dienes (1970) se notabilizou, principalmente a partir da década de 1960, com o advento do Movimento da Matemática Moderna. Enquanto a maioria dos defensores do Movimento da Matemática Moderna preocupava-se com a base teórica da Matemática, tal pesquisador foi um dos principais divulgadores do construtivismo piagetiano. Deu especial atenção às metodologias de como aprender Matemática por meio da interação com o meio. Um exemplo da sua obra foi a construção e divulgação do artefato denominado de Blocos Lógicos, usado principalmente na educação infantil, objetivando o exercício da lógica e evolução do pensamento abstrato.

Por sua vez, D’ambrosio (1986, p. 14-15) afirma:

E somos então levados a atacar diretamente a estrutura de todo o ensino, em particular do ensino de matemática, mudando completamente a ênfase do conteúdo e da quantidade de conhecimentos que a criança adquira para uma ênfase na metodologia que desenvolva atitude, que desenvolva capacidade de matematizar situações reais, que desenvolva capacidade de criar teorias adequadas para as situações mais diversas.

Esses pesquisadores defendem um ensino de Matemática voltado à construção de conhecimentos pelo aprendiz em contato com o meio. Ao mesmo tempo em que criticam, eles buscam encontrar romper com o método de ensino “tradicional”, no qual o professor é concebido como o único detentor do conhecimento.

No âmbito de minha experiência como professor de Matemática, em 2008 criei o projeto *LAMATE – Laboratórios Escolares*, que se tratava de um Laboratório itinerante que funcionava em três escolas particulares e uma escola do sistema de ensino público estadual, localizadas na região sul do estado do Ceará. O LAMATE tinha por objetivo, além da confecção e instalação do material didático, formar professores do ensino médio, e, posteriormente, do ensino fundamental, para utilizar o Laboratório de Matemática. O Laboratório continha em seu acervo vinte diferentes peças ou conjuntos de peças semi-industrializadas, destinadas ao ensino de diversos conteúdos matemáticos nos níveis escolares contemplados. As peças ou conjunto de peças consistiam em jogos, artefatos e outros materiais didáticos relacionados diretamente aos conteúdos ensinados em sala de aula.

Quando a utilização do Laboratório era solicitada por uma escola, as peças eram montadas em sala própria e dispostas de acordo com a lógica sequencial com que os conteúdos eram comumente trabalhados no sistema de ensino. Após a montagem do Laboratório na escola, uma formação era oferecida aos professores de Matemática, na qual eram fornecidos manuais e orientações para o uso dos materiais. A vivência desta experiência se constituiu na principal motivação para a escolha do objeto desta pesquisa.

Silva, Giordane e Menotti (2009, p. 19) observaram com relação ao uso de materiais didáticos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática que

[...] pode estar relacionado aos múltiplos e variados fatores, uma vez que as práticas pedagógicas escolares demonstraram ainda uma dificuldade de incorporar no trabalho com materiais didáticos novas leituras e possibilidade de visão pedagógica.

A constatação das autoras aponta para a existência de uma lacuna relacionada à discussão epistemológica e metodológica sobre o uso de materiais e jogos didáticos nas salas de aula de Matemática e da sua contribuição para a formação do aluno e para construção da sua autonomia frente às práticas sociais.

Dentre as possibilidades que podem ser vislumbradas nessa perspectiva, encontra-se o Laboratório de Educação Matemática (LEM) como ambiente de ensino e aprendizagem. Assim, conforme anunciamos, é nessa temática que se insere a nossa pesquisa, buscando compreender como o uso do LEM pelos estudantes na formação inicial em licenciatura em Matemática pode, posteriormente, influenciar sua atividade, como professor de Matemática.

Rodrigues (2011, p. 24) afirma que

O exercício da docência representava para mim a oportunidade de colocar em prática toda aquela experiência de ensino-aprendizagem que vivi no ambiente do laboratório, que me deixou marcas e que vem me transformando ao longo dos anos como professor de Matemática. Essa experiência me possibilitou ser um professor reflexivo, que a todo o momento passa a questionar a sua prática profissional.

Sobre sua experiência como professor de Matemática, Carvalho (2011, p. 14) acentua:

Comecei a lecionar Matemática em escolas de Educação Básica no ano seguinte à conclusão do curso de licenciatura. Desde então, procurei realizar com meus alunos atividades diversificadas com a utilização de materiais didáticos manipuláveis.

Os resultados destes e de outros estudos indicam que os LEM podem exercer uma influência na atividade dos futuros professores. Essa constatação nos levou a fazer os seguintes questionamentos: Que conhecimentos sobre a Matemática e o seu ensino são mobilizados por professores que são monitores egressos de um LEM? Qual a influência do LEM na atividade destes professores? É na busca de respostas a estas questões que se inscreve nossa pesquisa e, para isto, delimitamos como campo de investigação o *Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT) da Universidade Federal de Pernambuco*.

O principal objetivo da pesquisa é, portanto, analisar as potencialidades e limitações do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT), da Universidade Federal de Pernambuco, como espaço de formação de professores de Matemática. Para tanto, estabelecemos os seguintes objetivos específicos: caracterizar o LEMAT como ambiente de ensino,

aprendizagem e formação de professores; identificar conhecimentos mobilizados na atividade de professores de Matemática que exerceram a monitoria no LEMAT; identificar convergências e divergências entre os conhecimentos trabalhados no LEMAT e aqueles identificados na atividade dos professores que são monitores egressos deste ambiente.

Para delimitar o problema de pesquisa realizamos, inicialmente, uma visita nos Laboratórios do projeto LAMATE, no Laboratório de Ensino de Matemática – LEMAT – da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) e no Laboratório de Matemática do Espaço Ciência em Recife – PE. Escolhemos estes Laboratórios pela diversidade que apresentam em termos de ambientes educacionais e público alvo e por estarem localizados em Estados diferentes: os Laboratórios do projeto LAMATE integram escolas da educação básica do Estado do Ceará, o LEMAT é um Laboratório da Universidade Federal de Pernambuco e o Laboratório do Espaço Ciência apresenta características de visitação ao público em geral e não está atrelado ao ensino oficial. Apresentamos o resultado deste estudo no capítulo 3 no qual delimitamos o campo de investigação.

A dissertação está organizada da seguinte maneira:

No primeiro capítulo trazemos o referencial teórico-metodológico utilizado na pesquisa, composto pelos elementos: discussão sobre formação inicial de professores de Matemática e seus conhecimentos, quadro teórico adotado na pesquisa e as categorias analíticas para o tratamento dos dados.

No segundo capítulo apresentamos o percurso metodológico adotado na pesquisa, objetivando possibilitar ao leitor uma maior comodidade na leitura, apresentamos os participantes, nomenclaturas e técnicas utilizadas. Fizemos também uma breve justificativa de algumas escolhas, como delimitação do problema e objetivos da pesquisa.

No terceiro capítulo procuramos inicialmente caracterizar um LEM. Para tanto, a partir de um levantamento bibliográfico apresentamos algumas definições sob a ótica de alguns autores, bem como explicitamos a definição que adotamos na pesquisa. Seguimos com o estudo, focando especificamente no *Laboratório de Ensino de Matemática* da Universidade Federal de Pernambuco (LEMAT – UFPE), buscando acentuar como ele se constitui em um ambiente de ensino, aprendizagem e formação de professores, as transformações ocorridas, as colaborações e relações estabelecidas e, sobretudo, os conhecimentos mais trabalhados por e com os monitores que lá atuaram ao longo do tempo.

Os resultados obtidos e as análises constituem o capítulo quatro, sendo o texto finalizado com algumas considerações e perspectivas de novas pesquisas a partir da pesquisa realizada.

2 REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO

Para fundamentar a pesquisa trazemos nesse capítulo um estudo mais detalhado sobre três importantes aspectos: primeiro abordamos a problemática da pesquisa no que concerne à formação do professor e seus conhecimentos acerca da Matemática e do ensino desta. Em segundo faremos uma abordagem sobre o quadro teórico em que se insere a pesquisa, suas peculiaridades e desdobramentos. E, por fim, traremos a delimitação das categorias analíticas para análise dos dados.

2.1 CONHECIMENTOS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

A investigação sobre a maneira como os conhecimentos dos professores se constituem no decorrer de sua formação vem ganhando importância nas pesquisas na área da educação, especialmente, em Educação Matemática.

O termo “conhecimento” é muitas vezes utilizado como sinônimo de saber e de crença, dentre outros. Na nossa pesquisa utilizaremos uma definição baseada na característica que coloca o conhecimento como institucionalmente construído pelo sujeito. Como observa Cury (1994, p. 32), o conhecimento “é associado à verdade, e há uma concordância geral sobre os processos de julgamento de sua validade”.

Para Brousseau (1998) o que diferencia conhecimento de saber, em primeiro lugar, é seu status cultural. Dentro dessa perspectiva é possível admitir-se, em uma primeira aproximação, que conhecimentos são explicitáveis e saberes são interventores e ambos comparáveis no controle dos julgamentos dos sujeitos. O autor ressalta a diferença entre o papel do matemático e do professor de Matemática. Para ele, o matemático faz um trabalho de organização de sua obra de maneira a buscar uma generalização dos conceitos, utiliza uma “didática prática” para colocar o saber em uma linguagem comunicável, o apresenta de maneira descontextualizada, despersonalizada e atemporal. Já o professor realiza o trabalho inverso, procura efetivar uma recontextualização e uma repersonalização do saber. Busca propiciar situações que deem sentido ao conhecimento a ser aprendido pelos alunos.

Para que isto aconteça se faz necessário que o professor domine conhecimentos de sua atividade. Quando isto não acontece é comum o professor ser tentado a encurtar o processo de ensino, pular etapas e ensinar o próprio saber como objeto cultural. De fato, os conhecimentos do professor ultrapassam o papel de ferramenta de ensino, são eles que permitem a interação

do professor com *milieu*¹ em uma situação de ensino e aprendizagem. (MARGOLINAS, 2002).

Esse processo não acontece em sentido único, o professor que toma decisões em todos os níveis de sua atividade e interage com o *milieu*, poderá também transformar seus conhecimentos. Ou seja, o professor também aprende em sua atividade profissional, nesse sentido é necessário considerar um modelo das situações no qual se desenvolve o trabalho do professor. Esse modelo deve “descrever o professor como um sujeito no qual seus conhecimentos permitem interagir com o *milieu*, que em contrapartida permite transformar seus conhecimentos, isto é, aprender” (MARGOLINAS, 2002, p. 145, tradução nossa)².

O conhecimento do professor deve, portanto, ser vistos sob um foco sistêmico, com suas relações e influências mutuas. Sofre influência das concepções desses professores, que por sua vez, segundo a TSD (Teoria das Situações Didáticas), têm uma conotação de instância de conhecimentos. Analogamente estar suscetível às transformações por ocasião de seu contato com o *milieu*, em decorrência do fazer pedagógico do professor.

Pesquisadores como Margolinas (2002), Shulman (2005), Lima (2012) e Faria (2011), têm concentrado esforços para investigar e compreender que conhecimentos são necessários para a atividade do professor e como eles são construídos. Moreira e David (2007) observam sobre esta temática, ao investigarem aspectos da formação matemática do professor, que existe uma substancial diferença entre a Matemática Acadêmica, praticada nos cursos de licenciatura, e a Matemática Escolar, presente na prática do professor em sala de aula.

[...] as expressões **Matemática Científica** e **Matemática Acadêmica** como sinônimos que se referem à Matemática como um corpo científico de conhecimentos, segundo a produzem e a percebem os matemáticos profissionais. E **Matemática Escolar** referir-se-á ao conjunto dos saberes “validados”, associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em Matemática (MOREIRA; DAVID, 2007, p. 20, grifos do autor).

Estas matemáticas se diferenciam, por exemplo, na maneira como concebem definições, demonstrações e erros. Estes são aspectos que reforçam a crítica sobre a formação inicial do professor de Matemática, e como consequência, dos conhecimentos que são articulados por ele. Mostram que existem questões pertinentes à própria formação matemática do professor, presente em sua prática pedagógica, mas que no processo de formação

¹ Devido sua importância dentro da TSD, optamos por não traduzir diretamente na forma milieu = meio. Este conceito será mais bem detalhado na seção 1.3.

² Texto original: décrire Le professeur comme un sujet dont les connaissances lui permettent d'interagir avec un milieu, qui en retour permet de transformer ses connaissances, c'est à dire d'apprendre.

acadêmica, são ignorados ou abordados sob um ponto de vista distante da ótica do trabalho docente escolar (MOREIRA; DAVID, 2007).

Mesmo não sendo as únicas influências para um bom trabalho do professor, concordamos com Lima (2012, p. 3) ao afirmar que:

[...] os conhecimentos e concepções que são mobilizados por um professor na ação exercem papel de extrema relevância na relação didática, na medida em que influencia o processo de ensino e, consequentemente, intervém no processo de aprendizagem no qual o aluno é protagonista.

Como visto no caso das matemáticas, anteriormente estudado Moreira e David (2007), os conhecimentos do professor não são de natureza única, se apresentam de distintas maneiras e em diferentes momentos de sua formação.

Na seção seguinte apresentaremos mais detalhadamente características da formação inicial do professor de Matemática, com ênfase em conhecimentos didático-pedagógicos e conhecimentos matemáticos, dentro desse contexto trataremos ainda a discussão entre teoria e prática no processo de formação do professor.

2.2 FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

O Ensino de Matemática é uma das atividades mais antigas observadas na história da humanidade. Esteve presente de diferentes maneiras desde as primeiras comunidades organizadas pelos seres humanos, perpassando até a atual sociedade moderna. Já a formação do professor esteve ao longo do tempo quase sempre associada ao conhecimento do próprio conteúdo da Matemática, não havendo inicialmente uma preocupação com o ensinar a ensinar.

Somente a partir do início do século XIX que se colocou em evidência a necessidade da preparação do professor. No Brasil, as primeiras experiências na formação dos professores ocorreram depois da independência, em consequência da Lei da Escola das Primeiras Letras, de 15 de outubro de 1827 (SAVIANI, 2009). Esta formação foi baseada, a princípio, no “método de ensino mútuo” no qual os melhores alunos da turma exerciam a função de monitores, aprendiam o ofício de professor na prática, auxiliando os mestres.

Nas últimas décadas do século XIX os países que contavam com universidades para a preparação do professor de Matemática “ofereciam um ensino restrito às matemáticas superiores. Pouca, ou nenhuma atenção, era dada à formação específica para o ensino da matemática” (MIORIM, 1995, p. 124).

Foi também nas últimas décadas do século XIX que se buscou uma diferenciação entre a formação de Matemática e a formação para o ensino da Matemática. Tal ideia ganhou força no Brasil na década de 1930, através da influência do pensamento de Euclides Roxo, defensor da inédita diferenciação entre o conhecimento matemático e o ensino de Matemática (VALENTE, 2005).

O atual sistema de formação de professores adotado pelas universidades apresenta uma conformação de modelo ao qual Tardif (2000) denominou de *Aplicacionista do Conhecimento*. Segundo tal modelo os alunos, futuros professores, passam um determinado tempo na universidade estudando disciplinas de conhecimentos propostos. Durante o curso ou posteriormente aplicam o conhecimento no estágio. Quando concluem o curso passam a trabalhar sozinhos e a aprender na prática o ofício, observam que grande parte do que aprenderam não se aplica na prática.

Esse modelo é institucionalizado “através de todo o sistema de práticas e de carreiras universitárias. Por exemplo, a pesquisa, a formação e a prática constituem, nesse modelo, três polos separados: [...]” (TARDIF, 2000, p. 18). Nesta perspectiva o professor é formado sob uma lógica disciplinar que se afasta, em geral, da sua realidade profissional. Além disso, esse modelo de formação tende a não considerar que o estudante ao chegar à universidade traz consigo conhecimentos que servirão de balizadores para as suas novas aprendizagens.

Baseado em autores como Tardif (2000) e Guérios (2002) entendemos que a formação está um movimento contínuo de construção por meio das experiências do sujeito em contato com o meio, com as instituições formadoras, dentre outros agentes da formação. O processo de formar o professor ultrapassa os limites da construção de conhecimentos técnicos profissionais, buscando respaldo na realidade de cada professor, de cada escola e de cada sociedade. Neste sentido, o LEM pode se constituir em uma importante ferramenta de formação do professor.

Ao observar o estudante utilizando este ambiente de aprendizagem, Turrioni (2004, p. 136) comenta que “[...] o licenciando passou a ter uma formação mais fundamentada a partir da contextualização dos projetos realizados, e a aprendizagem, então, passou a ser mais significativa”. A percepção da teoria na prática através da modelização de material didático, desenvolvimento da capacidade de liderança e orientação e raciocínio reflexivo sobre as suas ações, são algumas características propiciadas a tais estudantes em contato com o LEM.

A seguir discutimos a formação do professor em uma estreita relação com o LEM, focando, em particular, os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos didático-

pedagógicos, bem como a relação entre a teoria e a prática na formação inicial dos professores de matemática.

Conhecimentos Matemáticos e Conhecimentos Didático-pedagógicos

A discussão sobre conhecimentos específicos de Matemática e conhecimentos do ensino de Matemática repercutem na escola, quando por vezes, os alunos dizem que o professor “sabe muito, mas não sabe ensinar”, o fato de o professor passar a ideia de que não sabe “ensinar” pode estar relacionado às lacunas na construção do conhecimento didático-pedagógico, sem desconsiderar a relevância do domínio do conteúdo matemático, primordial para o processo de ensino.

A história da formação de professores no Brasil tem sua primeira forma mais pedagogicamente articulada a partir da promulgação do Ato adicional de 1834. Ao colocar como responsabilidade das províncias a instrução primária, tal norma criou a necessidade de que houvesse mais eficácia na formação dos professores. Surge então a Escola Normal como principal meio para sanar tal problema.

Como observou Saviani (2009) as Escolas Normais deveriam subsidiar uma formação do professor atrelada principalmente aos aspectos didático-pedagógicos. Contrário a essa expectativa o que aconteceu foi que houve um predomínio da aprendizagem dos conteúdos a serem ensinados nas Escolas de Primeiras Letras, com raras exceções, sobretudo antes da reforma do estado de São Paulo, e havia uma total compatibilidade do currículo de formação do professor com o currículo a ser ensinado a seus alunos nessas escolas.

No caso específico da Matemática, as Escolas Normais inauguraram no Brasil uma forte tendência a conduzir o professor ao aprendizado do conteúdo matemático a ser transmitido aos alunos, em detrimento do conhecimento didático-pedagógico do como ensinar a Matemática. Com o advento da República, sobretudo a partir da década de 1930, são criadas várias universidades no país, algumas delas advindas dos antigos Institutos de Educação. Foi neste período que também foi criada a Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil, instituição que serviu como modelo para as demais instituições de nível superior. Tivemos então nesse novo modelo, a inauguração do currículo de formação de professores para o ensino secundário, que ficou conhecido como “método 3 + 1”.

O “modelo 3 + 1” de organizar o currículo se destinava aos cursos de pedagogia e licenciaturas, onde o futuro professor estudava três anos de disciplinas específicas, sobre os

conteúdos a serem lecionados, e mais um ano de conteúdos didático-pedagógicos. Foi criado a partir de então o primeiro modelo de formação de professores sob o controle das universidades que instituem oficialmente a diferenciação entre os conteúdos matemáticos e os conteúdos dirigidos aos métodos de ensino de Matemática, sendo o segundo tipo, por vezes, visto apenas como um apêndice dos primeiros.

A dissociação entre o conteúdo específico de Matemática e o conteúdo didático-pedagógico do ensino de Matemática foi ratificada em parte pela Lei 5692/71 (BRASIL, 1971). Nos seus termos, a formação do professor em nível médio para lecionar em séries iniciais do 1º grau, poderia ser feita com o estudo de conteúdos específicos em três anos e complementada com mais um ano de formação pedagógica. Tal modelo de formação remete ao já comentado método “3 + 1”.

A partir do final da década de 1960, com a reforma universitária proposta pelo governo militar, a universidade passa a aderir ao sistema de disciplinas e créditos estudantis para que o aluno tenha sua formação concluída. Nessa configuração, a ênfase passou a ser dada às disciplinas em que, do ponto de vista da comunidade universitária, se contemplavam os conhecimentos específicos de Matemática, em detrimento das demais, que trabalhavam os conhecimentos didático-pedagógicos.

Mesmo após a redemocratização do país e a implantação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação, Lei 9394/96 (BRASIL, 1996), e das novas orientações nacionais para a formação de professores, este modelo de formação ainda é amplamente utilizado pelas instituições formadoras.

Conforme acentua Saviani (2009, p. 149),

Em verdade, quando se afirma que a universidade não tem interesse pelo problema da formação de professores, o que se está querendo dizer é que ela nunca se preocupou com a formação específica, isto é, com o preparo pedagógico-didático dos professores.

De fato, a linha que separa os conhecimentos matemático e o conhecimento didático-pedagógico no processo de ensino é, por vezes, tênue, na medida em que um influencia o outro. Com base em resultados de pesquisas realizadas nos EUA (Estados Unidos da América) e no Brasil, Fiorentini (2005) ressalta que as disciplinas específicas influenciam mais a prática dos futuros professores que as disciplinas didático-pedagógicas. Isto se deve, principalmente, ao fato de as primeiras reforçarem procedimentos já internalizados pelos alunos durante a aprendizagem de conhecimentos antigos, enquanto que as segundas se mostram, muitas vezes, prescritivas. Além disso, o autor acentua que o futuro professor não

aprende por intermédio de seus professores apenas uma Matemática, mas “[...] internaliza também um modo de concebê-la e de tratá-la e avaliar sua aprendizagem” (FIORENTINI, 2005, p. 111).

Neste contexto, entendemos que o LEM pode ser considerado como uma importante ferramenta na inter-relação entre esses dois tipos de conhecimentos. Ao se trabalhar com jogos e materiais didáticos diversos, por exemplo, busca-se, ao mesmo tempo, uma forma de ensinar e de aprender Matemática, sem dissociar o conhecimento matemático do conhecimento didático-pedagógico.

Ao caracterizar o Laboratório de Ensino de Matemática da Faculdade Tereza Martins em São Paulo, Benini (2006, p. 68) observa que:

Um laboratório desse tipo visa oferecer ao aluno a oportunidade de vivenciar situações que lhe permitam a construção de conceitos matemáticos e o desenvolvimento de habilidades e competências exigidas do futuro professor, criando nele a capacidade de lidar com informações, resolver problemas e se expressar com o auxílio da linguagem matemática [...].

Por sua vez, os resultados da pesquisa de Turrioni (2004, p. 131) mostram que “o LEM visa integrar as duas áreas que compõem a formação inicial do professor de Matemática na medida em que: (1) proporciona a integração das disciplinas de formação pedagógica e as de formação profissional [...]”.

Os resultados destas pesquisas reforçam a hipótese de que o LEM tem função preponderante na articulação entre os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos didático-pedagógicos dos professores, que se revela, sobretudo, na articulação da teoria e da prática no processo de formação do professor. Com efeito, a relação entre teoria e prática se faz presente nas diversas correntes e pensamentos sobre o ensino e a aprendizagem.

Com relação às concepções que podem ser associadas a estes conhecimentos, podemos considerar duas tendências:

[...] a primeira seria composta pelas concepções pedagógicas que dariam prioridade à teoria sobre a prática, subordinando esta àquela sendo que, no limite, dissolveriam a prática na teoria. A segunda tendência, inversamente, compõe-se das concepções que subordinam a teoria à prática e, no limite, dissolvem a teoria na prática (SAVIANI, 2005, p. 1).

Essas concepções se ancoram, respectivamente, em dois modelos de formação: Racionalidade técnico-instrumental e de Racionalidade prático-reflexiva. No primeiro, a formação do professor é vista, em geral, de maneira linear, partindo-se do geral para o particular, do teórico para o prático, do conhecimento básico para o profissionalizante. Nesse

cenário, a prática aparece como uma comprovação da teoria. No segundo, o trabalho do professor é visto de forma autônoma, reflexiva, “capaz de decisões sobre sua ação pedagógica; ele é sujeito que percebe a ação pedagógica como complexa, singular, instável [...]” (SILVA, 2013, p. 34-35).

No Brasil, durante a maior parte da história da formação inicial de professores, houve uma aproximação com o modelo de Racionalidade técnico-instrumental, favorecendo uma formação acadêmica que privilegia a formação teórica, pressupondo-se que depois haja sua aplicação (modelo aplicacionista). Nesse cenário, “o conhecer e o fazer são dissociados e tratados separadamente em unidades de formação distintas e separadas” (TARDIF, 2000, p. 19). Além de privilegiar a teoria sobre a prática, essas dimensões estão, em grande parte, dissociadas nesse modelo de formação.

No parecer do Conselho Nacional de Educação, CNE/CP 9/2001, pondera-se:

Nos cursos de formação de professores, a concepção dominante, conforme já mencionada, segmenta o curso em dois polos isolados [...]. O primeiro polo supervaloriza os conhecimentos teóricos, acadêmicos, desprezando as práticas como importante fonte de conteúdos da formação. Existe uma visão aplicacionista das teorias. O segundo polo, supervaloriza o fazer pedagógico, desprezando a dimensão teórica dos conhecimentos como instrumento de seleção e análise contextual das práticas. Neste caso, há uma visão ativista da prática. Assim, são ministrados cursos de teorias prescritivas e analíticas, deixando para os estágios o momento de colocar esses conhecimentos em prática (BRASIL, 2001, p. 22-23).

O governo federal por intermédio das diretrizes educacionais (BRASIL, 2001, 2002) orienta que a teoria e a prática ocorram de forma reflexiva e que a prática de ensino perpassasse toda formação inicial do professor, não ficando restrita ao estágio supervisionado. A materialização desse pressuposto se dá por meio da implantação de carga horária mínima de 800 horas a serem cumpridas equitativamente entre os estágios supervisionados e componentes curriculares voltados para a prática.

No entanto, esse modelo de formação encontra dificuldades para se efetivar nos cursos de formação de professores. Um dos principais desafios para as instituições formadoras é possibilitar uma preparação profissional que esteja em consonância com a realidade em que os docentes irão trabalhar. Muitas vezes o professor ao terminar a formação na licenciatura encontra uma realidade em sala de aula a qual não estava profissionalmente preparado para conviver, dificultando sua carreira docente.

Em uma pesquisa online realizada nas matrizes curriculares de universidades federais e estaduais brasileiras (*Cf. no apêndice A*), verificamos a maneira como o LEM, em suas

diferentes nomenclaturas, está distribuído em uma ou mais disciplinas, durante o processo de formação de professores. Os resultados permitiram constatar, com relação as universidades que possuem Licenciatura em Matemática, que quase a metade delas (47,1%) possuem disciplinas de LEM. E ainda, que a maioria destas possui mais de uma disciplina ou componentes distribuídos de diferentes maneiras nos períodos do curso. Mesmo não sendo o principal objetivo da pesquisa, este estudo nos fornece importantes, também, informações sobre a relevância que o currículo universitário tem atribuído aos Laboratórios de Educação Matemática. Evidencia, ainda, a necessidade de pesquisas que busquem compreender melhor as características desses espaços como ambientes de aprendizagem.

O LEM surgiu em diferentes pontos do país tendo como um dos objetivos em comum tornar a Matemática mais acessível aos alunos. A partir do uso de jogos e de materiais didáticos manipulativos busca atrelar a prática à formação teórica. Como exposto anteriormente, autores como Turrioni (2004), Benini (2006) e Rodrigues (2011) observaram em suas pesquisas, realizadas em diferentes espaços e momentos, essa potencialidade do LEM.

Nossa pesquisa se insere neste contexto, uma vez que buscamos identificar conhecimentos sobre a Matemática e o seu ensino, mobilizados por professores que são monitores egressos de um LEM, bem como a sua influência na atividade destes professores. Para tanto, como anunciado, utilizamos o *Modelo de Níveis de Atividade do Professor*, proposto por Margolinas (1995, 2002, 2005), como quadro de referência teórica e metodológica. Na seção que segue, trazemos uma reflexão sobre este modelo, e sobre elementos da Teoria das Situações Didáticas – TSD (BROUSSEAU, 1998) que lhe dá sustentação.

2.3 O MODELO DE NÍVEIS DE ATIVIDADE DO PROFESSOR

A Teoria das Situações Didáticas tem como foco central a relação que há entre o professor, o aluno e o saber, o que constitui o triângulo didático. Uma situação pode ser definida como “o conjunto de circunstâncias nas quais uma pessoa se encontra, e as relações que a unem ao seu meio. [...] As situações didáticas são, na língua francesa, as situações que servem para ensinar” (BROUSSEAU, 1997, p. 2, tradução nossa)³. Já o conceito de *milieu*

³ Texto original: l'ensemble des circonstances dans lesquelles une personne se trouve, et des relations qui l'unissent à son milieu. [...] Les situations didactiques sont, dans la langue française, des situations qui servent à enseigner.

de aprendizagem, um aluno com quem ele pode falar, sobre quem ele pode agir. S2: é o aluno que observa sua própria situação de aprendizagem, de quem temos um discurso sobre sua aprendizagem. S3: é o aluno que aprende, em situação de aprendizagem; ele é confrontado a uma situação que não é mais uma situação didática. Ele observa um aluno S4 que poderia ser ele mesmo, em situação de agir sobre o mundo, qualquer um que toma decisões, é a situação de referência. S3 é um sujeito epistemológico; S4 é o sujeito ativo. S4: observa a situação objetiva desenvolvida pelos sujeitos. S5: são frequentemente hipotéticos, são aqueles que estão no problema: por exemplo, “três pessoas se dividem...”. [...] (BROUSSEAU, 1988, p. 24, tradução nossa).

Segundo Margolinas (1995, p. 5, tradução nossa)⁶ uma das fragilidades do modelo “reside nas dificuldades formais que ele suscita: as situações não são codificadas; o nível 0 é artificial, e provavelmente, insuficiente quando nos interessamos pelo papel do professor, o esquema completo é muito complexo”. Assim, a pesquisadora propôs uma planificação do modelo, conforme apresentado no *Quadro 1* a seguir.

Quadro 1- Modelo da estruturação do *milieu* planejado

M+3: M- de construção		P+3: P- Noosférico	S+3: Situação Noosférica	Sobre- didática
M+2: M- de projeto		P+2: P- Construtor	S+2: Situação de Construção	
M+1: M- Didático	E+1 : A – reflexivo	P+1: P- projetor	S+1: Situação de Projeto	
M0: M- de aprendizagem	E0: Aluno	P0: Professor	S0: Situação Didática	
M-1: M- de referência	E-1: Aprendiz	P-1: P- observador	S-1: Situação de Aprendizagem	A- didática
M-2: M- Objetivo	E-2: em ação		S-2: Situação de Referência	
M-3 : M- Material	E-3 : A- objetivo		S-3 : Situação Objetiva	

Fonte: Margolinas (1995, 2002)

Observamos neste modelo a presença dos níveis P+1, P+2 e P+3 relacionados, de uma parte, aos *milieux* e, de outra, às situações do professor. A partir deste, buscando destacar o papel do professor e de sua atividade na relação didática, a pesquisadora põe em destaque os níveis de atuação do professor, conforme representado no *Quadro 2* a seguir:

⁶ Texto original : Une des faiblesses du modèle réside dans les difficultés formelles qu'il suscite : les situations ne sont pas codées ; le niveau 0 est artificiel, et vraisemblablement insuffisant quand on s'intéresse au rôle du maître ; le schéma complet est très complexe.

Quadro 2- Modelo de Níveis da Atividade do Professor

<i>Nível +3: Valores e concepções sobre o ensino e a aprendizagem</i> Projeto educativo: valores educativos, concepções de aprendizagem e de ensino. <i>Nível + 2: Construção do tema</i> Construção didática global na qual se inscreve a aula: noções a estudar e aprendizagem a construir. <i>Nível + 1: Planejamento da aula</i> Projeto didático específico para uma aula: objetivos, planejamento do trabalho. <i>Nível 0: Situação didática</i> Realização da aula, interação com os alunos, tomada de decisões na ação. <i>Nível -1: Observação do aluno em atividade</i> Percepção da atividade dos alunos, regulação do trabalho atribuído aos alunos.
--

Fonte: Margolinas (2002)

- O *nível +3* (noosfera ou ideológico) é caracterizado pela atividade do professor quando pensa a educação de forma mais geral, momento em que reflete sobre as grandes questões que permeiam os processos de ensino e a aprendizagem, bem como sobre a própria Matemática. Este momento da atividade do professor é influenciado por suas concepções de ensino e de aprendizagem;
- O *nível +2* (construção ou concepção do tema) se constitui no momento em que o professor organiza em grandes linhas o conteúdo que pretende ensinar;
- O *nível +1* (planejamento da aula) corresponde ao momento em que o professor planeja a aula, levando em consideração as características da turma e dos alunos;
- O *Nível 0* (situação didática) se caracteriza pela aula propriamente dita;
- O *Nível -1* (observação) corresponde ao momento em que o professor observa o aluno em atividade e recebe o retorno das atividades que ele propôs.

Margolinas (2002) ressalta que estes níveis de atividades não devem ser concebidos de forma linear e temporal. Por exemplo, quando o professor vivencia (*Nível 0*) o seu planejamento (*Nível +1*) pode estar em estrita articulação com os níveis mais externos (+2 e +3) que subsidiarão o planejamento das aulas e influenciarão a organização da aula. Evidencia-se, portanto, a interdependência dos níveis de atividade do professor, na acepção do modelo em pauta.

A autora observa que

Quando nós falamos de professor ou aluno, é de fato dos conhecimentos desses sujeitos que estamos falando. São os conhecimentos que lhes permitem agir sobre o *milieu*, a retroação do *milieu* podendo conduzir a uma modificação de seus conhecimentos (a aprendizagem). Como todo sujeito, na interação com um *milieu*, o professor utiliza e produz conhecimentos (MARGOLINAS, 2002, p. 149, tradução nossa)⁷.

Na nossa pesquisa nos interessamos, em particular, pela maneira como os conhecimentos construídos pelo professor que atuou como monitor do LEMAT são mobilizados quando ele prepara uma atividade para ser vivenciada em sala de aula.

Com base nos escritos de Margolinas (1995, 2002) e Comiti, Grenier e Margolinas (1995), Lima (2011) descreve os níveis de atividade do professor, associando-os aos conhecimentos passíveis de serem por ele mobilizados em cada um deles:

Nível +3 (noosférico ou ideológico): caracterizado pela atividade do professor que reflete, de maneira mais ampla, sobre o ensino da matemática. Nesse momento da sua atividade ele mobiliza conhecimentos que sobre a noção matemática e a aprendizagem; Nível + 2 (construção): nesse nível a atividade do professor é organizar, em grandes linhas, o ensino de um conteúdo matemático. Margolinas (IBID.) associa esse nível à busca de uma situação fundamental no quando de uma engenharia didática. Nesse momento o professor mobiliza conhecimentos relativos à situação de ensino e de aprendizagem; Nível +1 (planejamento): se caracteriza pelo momento em que o professor constrói o planejamento da aula. Nessa atividade ele mobiliza conhecimentos globais tanto sobre o conhecimento do aluno quanto sobre as dificuldades de aprendizagem sobre uma noção estudada; Nível 0 (situação didática): caracterizado pela ação do professor na sala de aula. Nesse momento ele mobiliza conhecimentos que tem origem nas representações que ele tem dos alunos e que vão subsidiar suas decisões mais imediatas; Nível -1: conhecimentos que permitem ao professor distinguir no trabalho do aluno, os erros e as dificuldades de aprendizagem que estão relacionadas com o saber a ensinar. (LIMA, 2011, p. 364-365).

Tomamos esta relação como referência no nosso estudo, considerando as inter-relações existentes entre os níveis de atividades analisados. Assim, nossa pesquisa situa-se nas seguintes categorias: (1) no *Nível* +2 com a finalidade de identificar e analisar as potencialidades e limitações do LEMAT como espaço de formação de professores de Matemática; (2) no *Nível* +1, para analisar as respostas dos participantes concernentes aos elementos do planejamento da aula.

⁷Texto original: Quand nous parlons de professeur ou d'élève, c'est en fait des connaissances de ces sujets que nous parlons. Ce sont les connaissances du sujet qui lui permettent d'agir sur un milieu, La rétroaction du milieu pouvant conduire à une modification de ces connaissances (l'apprentissage). Comme tout sujet, dans l'interaction avec un milieu, le professeur utilise et produit des connaissances.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

No desenvolvimento da pesquisa, em particular em um ambiente de ensino e de aprendizagem como um LEM, contamos com o auxílio de diferentes fontes. Entendemos que para uma melhor compreensão de nossas escolhas se faz necessário apresentarmos, de antemão, a delimitação do LEMAT da UFPE como campo de pesquisa.

3.1 DELIMITAÇÃO DO LEMAT COMO CAMPO DE PESQUISA

A caracterização de um Laboratório de Educação Matemática (LEM) foi baseada, primeiramente, na análise de quatorze publicações, dentre artigos, dissertações e livros (*Cf. no apêndice B*). Esta análise nos proporcionou uma visão geral da maneira como os autores concebem um LEM. Além disto, realizamos uma pesquisa online nas matrizes curriculares de universidades estaduais e federais brasileiras, com o objetivo de identificar em quais delas o LEM é oferecida como disciplina universitária com a finalidade de melhor compreender a temática investigada. Foram pesquisadas 104 universidades, das quais 63 são instituições federais e 41 são instituições estaduais (*Cf. o apêndice A*). Deste total, aproximadamente 40% apresentam o LEM como disciplina universitária ou componente curricular em suas matrizes. Se considerarmos apenas as universidades que possuem Licenciatura em Matemática que totalizam 89, quase a metade delas (47,1%) possuem disciplinas de LEM. Destas, 57,1% possuem mais de uma disciplina ou componentes distribuídos de diferentes maneiras nos períodos do curso.

Na pesquisa online, buscamos informações no curso mais acessível no site das referidas instituições, uma vez que a grade curricular sofre alterações em diferentes unidades da mesma universidade. Ressaltamos que este estudo teve como principal função subsidiar a pesquisa, pois está relacionado à caracterização de Laboratórios de Ensino de Matemática como disciplina universitária e às diversas maneiras de funcionamento.

Realizamos também, visitas em alguns laboratórios com a finalidade, por um lado de caracterizar um LEM e, por outro, de delimitar o campo de pesquisa, em função das potencialidades apresentadas para a coleta de dados, considerando os objetivos da pesquisa. Visitamos, portanto, os Laboratórios do projeto LAMATE, o Laboratório de Ensino de Matemática - LEMAT da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) e o Laboratório de Matemática do Espaço Ciência em Recife – PE (*Cf. no Quadro 3*). Tendo em vista a quase

ausência de material sistematizado, utilizamos informações orais e escritas concedidas pelos participantes que vivenciaram o Laboratório no período delimitado para a investigação.

Durante as visitas realizamos anotações baseadas em informações por meio de entrevistas livres concedidas pelos coordenadores ou monitores responsáveis pelos LEM (*Cf. no apêndice C*). Essas entrevistas nos permitiram identificar as principais características destes ambientes, tais como as condições de uso, as principais dificuldades encontradas e aspectos gerais do funcionamento dos Laboratórios, conforme apresentamos no *Quadro 3*.

Quadro 3- Informações preliminares sobre o LEM

LABORATÓRIO	SÍNTESE DAS INFORMAÇÕES OBTIDAS
ESCOLA 1- Laboratório de Matemática (LAMATE)	Instrumentos utilizados esporadicamente, de acordo com o planejamento do professor; não possui sala própria; Processo de reativação.
ESCOLA 2- Laboratório de Matemática (LAMATE)	Instrumentos alocados em sala própria; Resistência de uso por parte dos professores do Ensino Médio; Algumas peças são construídas pelos alunos; O uso está inserido no plano de aulas do professor.
ESCOLA 3- Laboratório de Matemática (LAMATE)	Funciona no mesmo espaço do Laboratório de Ciências da Natureza; uso quase restrito às turmas do Ensino Fundamental; Os conteúdos trabalhados de acordo com o planejamento do professor.
ESCOLA 4- Laboratório de Matemática (LAMATE)	Laboratório desativado em 2012 por falta de uma sala. A anterior foi alocada para as aulas regulares; Resistência de uso dos materiais por parte dos professores; Aulas no LEM no contra turno, com professor alocado pela Secretaria de Educação.
Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT) da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)	Sala em reforma. É utilizada para reuniões e construção de jogos dentre outras atividades (ambiente separado); Funciona com monitores e professores da UFPE e/ou visitantes; Receio de perda dos materiais em função do sistema de empréstimos.
Laboratório de Matemática do Espaço Ciência em Recife – PE	Organização sem fins lucrativos; funciona com monitores bolsistas; Observam que algumas crianças não demonstram interesse pelas explicações e que alguns alunos do Ensino Médio consideram alguns jogos muito fáceis; Na visitação de turmas maiores os jogos são levados para a sala de Física que é mais ampla; Foram oferecidas oficinas de construção de jogos.

Fonte: informações dos responsáveis pelos laboratórios por meio de entrevistas livres

Como se pode observar no *Quadro 3*, a busca por caminhos que viabilizassem o desenvolvimento da pesquisa nos levou a caracterizar as semelhanças e diferenças que mais se destacaram nas informações obtidas. Dentro dos processos de organização do uso do LEM foi

possível, por exemplo, observar uma variação na maneira como o aluno tem acesso ao ambiente de aprendizagem e no papel exercido pelo professor. Como observou Lorenzato (2012a, p. 25), “o modo como utilizar cada MD⁸ depende fortemente da concepção do professor a respeito da matemática e da arte de ensinar”.

A partir da fala dos responsáveis pelos laboratórios, observamos alguns indícios das maneiras como os professores se portaram diante do uso dos LEM, como apresentamos nos extratos a seguir:

Escola 1: “os instrumentos são utilizados esporadicamente, de acordo com o planejamento do professor”;
 Escola 2: “existe uma maior resistência do uso por parte dos professores do Ensino Médio”;
 Escola 4: “existe uma resistência de alguns professores quanto ao uso do material”;
 LEMAT: “ao emprestar os materiais alguns professores têm receio que se percam peças”.

Em uma análise preliminar constatamos três diferentes situações pelas quais o professor pode interagir com os alunos em um LEM:

- *Situação 1* (Escolas 1, 2 e 3): o professor do LEM é o mesmo que atua na sala de aula. Pressupõe-se, então, que o trabalho no LEM está atrelado ao ensino na sala de aula.
- *Situação 2* (Escola 4): há um professor para o Laboratório que desenvolve suas atividades no contra turno das aulas. Pode ser o mesmo professor que atua na sala de aula ou outro. Sendo assim, o trabalho realizado no LEM pode estar atrelado ao trabalho da sala de aula ou não, ficando a cargo do professor.
- *Situação 3* (LEMAT e Laboratório de Matemática do Espaço Ciência): emerge a figura do monitor que, em geral, é um estudante bolsista que exerce o duplo papel de aprendiz, na posição de estudante universitário, e de monitor/orientador do público do LEM.

As duas primeiras situações se caracterizam pela busca do professor da Educação Básica e/ou da escola por aprimorar os processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos por meio do uso do LEM. O professor normalmente planeja sua atividade para um determinado grupo de alunos. A terceira situação se caracteriza pelo exercício da docência pelos estudantes em processo de formação acadêmica. Aprender ensinando é uma das

⁸ Utilizamos a sigla “MD” para denominar “Material didático”.

principais características dos estudantes monitores que experimentam na prática a futura profissão.

Com relação aos instrumentos que permitiram aprofundar os estudos sobre o LEMAT em seus diversos aspectos, especialmente como se constituiu em um ambiente de ensino e aprendizagem, e de formação de professores, com ênfase na identificação dos conhecimentos nele trabalhados, realizamos entrevistas semiestruturadas e análise documental.

As entrevistas, nesta etapa da pesquisa, foram realizadas com três coordenadores, que atuaram em praticamente todo o período de funcionamento do Laboratório e estão identificados nas análises como *C1*, *C2* e *C3*. As entrevistas dos coordenadores se constituíram em uma das principais fontes de informação para o desenvolvimento da pesquisa. Além deles, entrevistamos dois professores, os quais estão identificados aqui como *Mi* e *M4*⁹.

A análise documental foi realizada com o propósito de coletar informações em cadernos, anotações, documentos e materiais impressos em geral.

Concluída estas etapas, buscamos identificar elementos da atividade dos professores, dentre aqueles com experiência docente e que atuaram como monitores no Laboratório no período em que cursavam a Licenciatura em Matemática. Para tanto, usamos como instrumento de coleta de dados um questionário (*Cf. no apêndice E*) e contamos com a colaboração professores.

Salientamos que estes professores foram escolhidos dentre aqueles que vivenciaram a experiência de formação no LEMAT no período de 2000 a 2012. Com esta delimitação temporal buscamos, por um lado, não propiciar um grande afastamento do contexto da formação que é realizada atualmente. Por outro lado, evitamos escolher professores que atuaram no LEMAT mais recentemente, porque, por hipótese, ainda não estão atuando nas escolas ou ainda têm pouca experiência com a sala de aula.

Por fim, realizamos uma análise das convergências e divergências entre os conhecimentos identificados na caracterização do LEMAT e os conhecimentos mobilizados pelos professores nas respostas ao questionário. Tal análise comparativa possibilitou, de maneira mais dinâmica, observar como os conhecimentos mobilizados no período de formação no LEMAT podem se manifestar na atividade do professor, em sua atuação profissional. Destacamos, no entanto, que não desconsideramos outras influências que são exercidas na referida atividade. O termo convergência aqui utilizado tem, portanto, a

⁹Utilizamos as siglas *Mi*, *M1*, *M2*, *M3*, *M4*, *M5*, *M6*, *M7*, *M8* e *M9*, para identificar os professores que atuaram como monitores no LEMAT e são sujeitos da pesquisa.

conotação de aproximação entre os referidos conhecimentos, como buscamos definir nas seções seguintes.

3.2 A ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA E A ANÁLISE DOCUMENTAL

A entrevista semiestruturada é uma técnica de coleta de dados que possibilita a busca pelas informações necessárias, sem tirar a liberdade e a espontaneidade dos entrevistados. Segundo Triviños (2013, p. 146) “[...] o informante, seguindo espontaneamente a linha de seu pensamento e de suas experiências dentro do foco principal colocado pelo investigador, começa a participar na elaboração do conteúdo da pesquisa”. Esta condição de participação do entrevistado é de grande importância frente ao objetivo da pesquisa e para reconstituir o Laboratório enquanto ambiente de ensino e aprendizagem.

Entrevistamos por meio do uso de um roteiro (*Cf. no apêndice D*) constituído por questões iniciais que foram complementadas no decorrer da entrevista, deixando margem para construções e liberdade de pensamento. Os três coordenadores *C1*, *C2* e *C3* foram entrevistados, conforme já exposto.

C1 foi um coordenador fundador e participou do processo de criação do LEMAT, colaborou com a pesquisa no tocante a reconstituição histórica de como se constituiu o ambiente em seus aspectos físicos e pedagógicos. É importante assinalar, no entanto, que os coordenadores não deixaram claro nas suas entrevistas como se processava os trâmites administrativos para a troca de gestão, tendo em vista que eles quase sempre trabalharam em sistema de colaboração, não ficando por vezes claro o momento em que um deles assumia a coordenação. Esta é, por exemplo, a situação do coordenador *C2*, que assumiu a coordenação em certo período entre a fundação do Laboratório e os anos 2000. O coordenador *C3* esteve à frente da coordenação no período em que centramos a análise dos dados referentes às atividades dos professores, ou seja, no período de 2000 a 2012. Sendo assim, sua colaboração com a pesquisa tem dupla finalidade: fornecer informações sobre a constituição do LEMAT e contribuir com elementos que nos permitam identificar os conhecimentos que mais se destacaram no trabalho realizado no período.

Os professores *Mi* e *M4* participaram do LEMAT nos diferentes períodos em foco. Enquanto a monitora *Mi* atuou durante o período da fundação do Laboratório, *M4* participou em período posterior. Este fato justificou a diferença de nomenclatura utilizada, *Mi* nos prestou informações da fase inicial de formação Laboratório, já *M4* faz parte do grupo de professores *M1*, *M2*, *M3*, *M4*, [...], *M9* que foram participantes na aplicação do questionário.

A análise documental é um procedimento fronteiro entre a coleta de dados e sua análise. Concordando com Cellard (2010, p. 295), entendemos que esse tipo de análise pode contribuir com o desenvolvimento da pesquisa, pois:

[...] trata-se de um modelo de coleta de dados que elimina, ao menos em parte, a eventualidade de qualquer influência – a ser exercida pela presença ou intervenção do pesquisador – do conjunto das interações, acontecimentos ou comportamentos pesquisados, anulando a possibilidade de reação do sujeito à operação de medida.

De fato, os documentos são fontes importantes de pesquisa, uma vez que neles podemos encontrar evidências que fundamentem as afirmações e informações sobre o contexto pesquisado (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

Os documentos analisados com relação ao LEMAT são de diversos tipos, tais como: anotações realizadas pelos professores; cadernos; projetos em que o Laboratório era submetido como extensão universitária; projetos em que participava como um dos integrantes; folders e publicações dos professores em eventos científicos.

3.3 QUESTIONÁRIOS: ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO

O uso de questionários padronizados traz algumas vantagens para o pesquisador, de acordo com Laville e Dionne (1999, p. 184) a padronização de tal instrumento acentua que:

[...] cada pessoa veja as questões formuladas da mesma maneira, na mesma ordem e acompanhadas da mesma opção de respostas, o que facilita a compilação e a comparação das respostas escolhidas e permite recorrer ao aparelho estatístico quando chega o momento da análise.

Assim, o questionário utilizado na pesquisa está dividido em duas partes. Com a primeira buscamos obter informações sobre o perfil profissional e acadêmico dos participantes. A segunda parte foi destinada a coletar dados baseados nos elementos para elaboração de um plano de aula (*Cf. no apêndice E*). Tal material foi aprimorado com base em um teste piloto realizado com dois professores da educação básica, mesmos não sendo esses professores egressos de um LEM, colaboraram de forma significativa para o aprimoramento do instrumento.

A etapa do questionário destinada à identificação do perfil profissional está estruturada com uma parte de múltipla escolha que permite também ao participante complementar as

informações. Ao final desta etapa previmos um espaço para que fossem acrescentadas informações que lhes fossem importantes e ainda não constassem nos itens precedentes. Tal estrutura busca proporcionar ao respondente uma maior liberdade. Como fonte auxiliar utilizamos ainda a base de dados da Plataforma Lattes (2016), administrada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Para a constituição do plano de aulas fixamos o conceito de *função (noções iniciais)* como objeto matemático e referência para os participantes realizarem suas escolhas dos elementos do questionário que caracterizam seu plano de aula. A escolha por funções se deve às possibilidades que este conteúdo fornece aos professores em termos do uso de estratégias e de materiais como jogos e problemas matemáticos. Na busca por delimitar as variáveis de análise, fornecemos aos professores alguns itens que poderiam ser utilizados para elaborar o plano de aula, nele constam elementos relativos aos objetivos, à utilização do material didático, às atividades, à metodologia e a avaliação para o ensino do conteúdo matemático proposto.

Salientamos que o termo *atividade*, como é empregado no questionário, deve ser entendido como a ação planejada pelo professor e proposta aos alunos, relacionada ao conteúdo de *função* (noções iniciais), objetivando a interação do aluno com o saber em questão. Não deve, portanto, ser confundida com as atividades do professor de matemática em um âmbito geral.

Para cada questão, excetuando-se a metodologia e a avaliação, fornecemos alternativas para que os professores pudessem escolher aquela que melhor se adaptasse a seu plano de aulas. Nesse caso o professor poderia atribuir uma nota em uma escala de 0 a 10. Ao final das questões também deixamos um espaço para que o professor construísse com suas próprias palavras o item, caso não concorde com nenhuma das opções.

A escala utilizada nas alternativas é do tipo *Likert*¹⁰ por entendermos que seu uso permite não apenas a concordância ou discordância do participante, mas expressar em que nível se dá essa concordância, o que é de grande importância em uma pesquisa na área de ciências humanas na qual a nossa se insere.

O uso da escala *Likert*, junto aos espaços fornecidos ao final das questões para as próprias construções dos professores, teve como objetivo, tornar os itens com essas características menos indutivos a respostas dentro somente de um roteiro pré-estabelecido.

¹⁰ A denominação da escala *Likert* se deve ao pesquisador americano Rensis *Likert* (1932), que em um de seus trabalhos melhor detalhou o uso de tal instrumento para a coleta de dados.

Busca enriquecer as respostas sem perder o foco dos objetivos a serem alcançados na pesquisa.

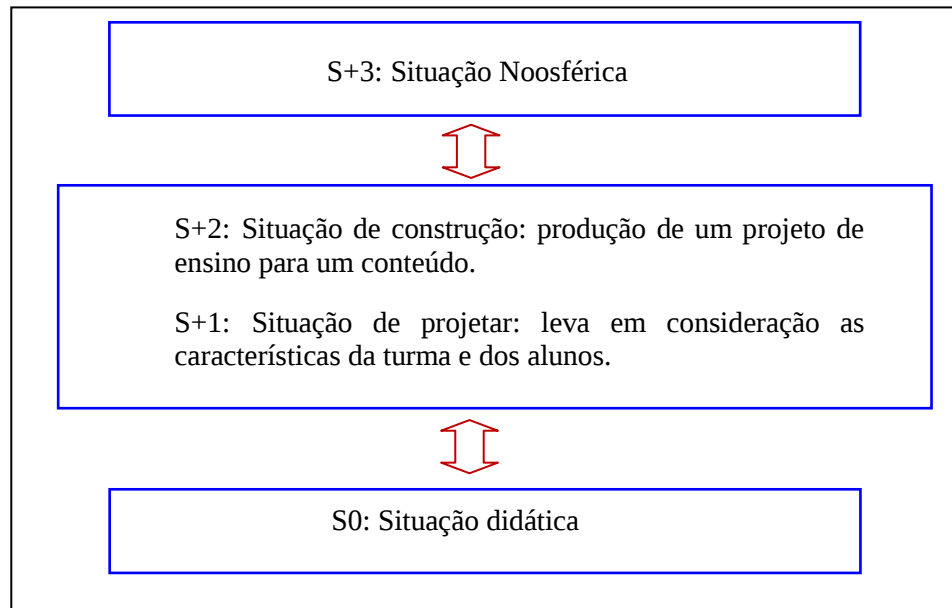
Os questionários foram aplicados com nove monitores egressos do LEMAT, que atualmente exercem a função de professor de Matemática, identificados a priori por meio de informações fornecidas pelos coordenadores. Tivemos acesso, inicialmente, a dezessete nomes, dentre os quais dezesseis atuaram no LEMAT no período que delimitamos para a pesquisa. Estabelecemos contato com doze, dos quais três não responderam ao questionário. Dos nove participantes, seis responderam o questionário presencialmente em formulários impressos e três por meio eletrônico: dois utilizaram um questionário disponível na Internet (Google Docs.) e um optou por responder o questionário por meio de mensagem eletrônica. As respostas aos questionários foram analisadas com base nas categorias analíticas que apresentamos a seguir.

3.4 CATEGORIAS ANALÍTICAS

Apresentamos nesta seção as categorias analíticas construídas a partir do Modelo de Níveis de Atividades do Professor proposto Margolinas (1995, 2002, 2005) e nos estudos de Lima (2009) e Faria (2011). Centramos nossa pesquisa nos *Níveis +1* e *+2*, buscando identificar nos dados coletados elementos que caracterizem a atividade do professor. Ressaltamos o fato de que o questionário foi direcionado a uma sala de aula genérica, com uma turma a critério da escolha do professor, podendo inclusive tais participantes no momento da coleta de dados, atuar nela ou não. Outro fator importante é que “um projeto de aula não pode existir a priori independente de uma construção maior, que denominamos de *construção do tema S+2* [...]” (MARGOLINAS; RIVIÈRE, 2005, p. 3)¹¹. Estas características nos levaram ao uso dos níveis de atividade, conforme retrata o esquema seguinte.

¹¹Un projet de séance n'existe pas a priori indépendamment d'une construction plus large, que nous appelons construction du thème » S+2 [...].

Figura 2- Situações do professor na pesquisa



Fonte: Acervo da pesquisa

Conforme explicitamos, Margolinas (2002) classifica seu modelo para atividade do professor como sendo atemporal, em que os níveis não estão isolados um dos outros. A *Figura 2* retrata como vinculamos nossa investigação a este modelo.

Considerando que os professores participantes da pesquisa tinham experiências em sala de aula, optamos por identificar conhecimentos compreendidos no intervalo entre os níveis +1 e +2, considerando os seguintes aspectos:

- Conteúdo matemático;
- Objetivos propostos;
- Escolha do material didático¹²;
- Escolha das atividades;
- Sequência didática utilizada na aula;
- Meios de avaliação da aprendizagem.

Assim, para analisar os dados obtidos tomamos como base as categorias analíticas que apresentamos no *Quadro 4*, a seguir:

¹²O termo *material didático* é utilizado nesta pesquisa em um sentido amplo, para designar qualquer artefato utilizado pelo professor para proporcionar ou auxiliar o processo de ensino e aprendizagem.

Quadro 4- Categorias analíticas

Conhecimentos mobilizados nos objetivos	<i>Lógica do conteúdo matemático</i>
	<i>Conhecimento sobre o conhecimento prévio do aluno</i>
Conhecimentos mobilizados na escolha do material didático	<i>Conhecimento sobre o material didático</i>
	<i>Conhecimento do uso do material didático</i>
Conhecimentos mobilizados na escolha das atividades	<i>Conhecimento do tipo de atividade</i>
	<i>Conhecimento do uso das atividades</i>
Conhecimentos sobre sequência didática da aula	<i>Ação do aluno para a posterior devolução do professor</i>
	<i>Exposição do saber pelo professor e posterior ação do aluno</i>
Conhecimentos sobre avaliação da aprendizagem	<i>Avaliação como validação do conhecimento do aluno no processo de aprendizagem</i>
	<i>Avaliação como verificação da aprendizagem</i>

Fonte: acervo da pesquisa

Destacamos que a elaboração do questionário (*Cf. no apêndice E*), inclusive os objetivos apresentados nos itens [a], [b], [c] e [d], foi baseada nas categorias apresentadas no *Quadro 4*.

Na elaboração dos objetivos nos itens [a] e [d] consideramos que há uma maior identificação com a lógica usada em problemas e jogos, característica que encontramos no LEMAT. Podemos assim observar que no objetivo [a]:

Compreender função como relação entre grandezas, identificando variáveis dependentes e independentes.

O enunciado traz características ligadas à própria formação matemática lógica das funções, em que os termos *dependente* e *independente* e a relação entre eles nos remetem aos princípios da lógica de uma *inferência* e *consequência* dessa inferência (MORTARI, 2001). Vale notar ainda que inferir sobre uma determinada situação é princípio básico para sua resolução.

O objetivo do item [d]:

Reconhecer função como modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas do mundo natural ou social.

Intenta-se, sem abandonar a característica da variação (relação) entre grandezas, favorecer uma maior aproximação com a prática social do aluno da escola.

Os objetivos [b] e [c] são respectivamente:

1. *Reconhecer funções dadas por leis, gráficos ou diagramas.*
2. *Compreender função como uma relação f de A em B definida em A com imagem em B ou aplicação de A em B se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.*

Eles remetem aos conhecimentos matemáticos prévios, pois requerem para o entendimento introdutório de funções que o aluno tenha domínio sobre saberes como leis, gráficos, diagramas, imagem e domínio. Conhecimentos esses inerentes à própria Matemática curricular formal, vistos na escola em momentos anteriores de sua formação.

Quanto aos materiais didáticos buscamos identificar como os professores escolhem e/ou constroem tais ferramentas, como expressam seus conhecimentos sobre esse material e também sobre sua utilização. Partimos da premissa que no contexto (TSD) é necessário que o uso de tais materiais proporcione a interação do aluno com o *milieu*, cabe ao professor preparar do referido *milieu*, e possibilitar que o aluno assuma sua responsabilidade sobre o processo de aprendizagem (BROUSSEAU, 1988).

Como no caso dos objetivos, fornecemos, também, opções de materiais que o professor poderia escolher, como o *cupom fiscal* e os jogos do *NIM* e *Torre de Hanói*, porém, lhe dando a oportunidade de propor outros livremente. Propomos, também, aqueles materiais que são tradicionalmente utilizados pelo professor como, o *Quadro Branco*, *Livro Didático* e *Projetores de Imagens*.

Buscamos identificar nas suas escolhas e nos seus comentários aspectos que retratem o conhecimento sobre o próprio material didático e que revelem características e peculiaridades sobre o seu uso. A própria escolha por um determinado item que sugerimos no questionário traz indícios dos conhecimentos mobilizados, sobretudo, quando são justificadas. Embora o conhecimento sobre o próprio material seja importante para o bom desempenho do professor, nesta pesquisa focamos, principalmente, em como o profissional pensa seu uso e detalha a estratégia utilizada na sala de aula.

Mesmo que o objetivo principal não fosse colocar apenas materiais com forte perspectiva de uso para o ensino de funções, podemos identificar que os materiais como o *cupom fiscal*, *Torre de Hanói* e *Jogo do NIM* poderão servir como importantes ferramentas

para a abordagem do conteúdo proposto, necessitando, porém, de um conhecimento apurado de seu uso por parte dos professores.

No caso do *cupom fiscal*, é possível encontrar de maneira mais imediata, a aplicação de funções na relação entre o valor dependente, dado pelo subtotal pago em um item, e o valor independente, dado pela quantidade do mesmo produto neste item. A *Torre de Hanói* é conhecida por sua lei de formação exponencial, dada por $f(x) = 2^x - 1$, para todo $x \in \mathbb{N}^*$, que associa a quantidade de discos iniciais com o número de movimentos necessários para movê-los de um pino para o outro. No caso do conceito inicial de função pode ser utilizada para propiciar ao aluno, a partir de uma situação inicial de contato com o *milieu*, a descoberta de quais grandezas estão sendo associadas, de que maneira estão associadas, qual valor depende do outro, dentre outros aspectos importantes no processo de ensino e aprendizagem de funções.

O *Jogo do NIM* é o de uso menos comum para o estudo das funções, aparece, no entanto, como um dos jogos mais populares no LEMAT. Conforme consta em anexo nas anotações de um dos professores (Cf. no anexo 5), é possível fazer por intermédio de uma tabela, uma associação entre o número de peças iniciais do jogo e a possibilidade de um competidor ganhar a competição. Como exemplo, temos o caso em que a regra da partida é estabelecida de maneira que cada competidor possa remover apenas uma, duas ou três peças do jogo. Neste caso, a principal possibilidade de perda do jogador, que inicia o jogo, é determinada pela quantidade de jogadas de múltiplo de quatro, ou seja, $f(x) = 4x$, para todo $x \in \mathbb{N}$. Assim, o professor poderá explorar o conceito de função através da lei de associação descoberta pelo grupo, mudando a regra do jogo, encontram-se novas leis.

O *quadro branco* e os *projetores de imagens* têm sido tradicionalmente usados pelos professores como suporte didático para exposição de um determinado conteúdo. Já o *Livro didático*, que surgiu também como um material de apoio para o professor, assumiu grande importância no contexto educacional brasileiro, principalmente no caso da Matemática com a proposta de introduzir novas técnicas de aprendizagem, dentre elas a resolução de problemas.

Propusemo-nos, assim, a identificar se o professor planeja o uso do material didático como *ferramenta principal para a abordagem do aluno sobre o milieu*, ou projeta tal uso como uma *ferramenta auxiliar do processo de ensino e aprendizagem*. Consideramos, para isto, que no primeiro caso não faz referência imediata ao conteúdo explorado, necessitando que ocorra um processo de interação e descoberta pelo aluno quando utiliza o material. No

segundo caso, o manuseio ou controle das etapas de uso fica a cargo do professor, que busca expor ou comprovar um determinado conteúdo matemático.

Conforme exposto no *Quadro 4*, consideramos também categorias que permitem identificar conhecimentos do professor relativos aos tipos de atividades matemáticas escolhidas e também ao uso delas no processo de ensino. Quanto ao tipo de atividades, foi proposto no questionário itens do [a] ao [f], com enunciados que mais se aproximam de *problemas* ou de *exercícios*. Uma atividade com características de problema demanda a construção de uma sequência de ações ou operações pelos alunos, requerendo uma construção com o uso de uma ou mais estratégias. Neste caso, o professor pode ter a intenção de levar o aluno a construir um novo conhecimento. Já uma atividade com características de exercício tem por objetivo levar o aluno a reinvestir um conhecimento já construído.

Ao analisar tipos de questões propostas aos alunos, Ponte (2005, p. 4) indica que um fator fundamental na diferenciação entre problemas e exercícios, é identificar se o aluno que responde “[...] dispõe, ou não, de um processo imediato para a resolver. Caso conheça esse processo e seja capaz de o usar, a questão será um exercício. Caso contrário, a questão será antes um problema”.

No contexto desta pesquisa, baseada em parte no projeto de aula do professor, focamos principalmente sob quais características inerentes a própria atividade a aproxima de um determinado tipo. Podemos, portanto, caracterizar um problema como uma atividade que apresenta um elevado grau de desafio para o aluno, que em geral precisa de uma duração de tempo maior para sua resolução. Já o exercício apresenta um desafio menor, normalmente quando o aluno consegue resolvê-lo, faz em curta duração de tempo.

Assim, o instrumento de coleta de dados foi organizado de maneira a trazer atividades com características de problemas, como no caso da atividade [b].

Uma rapadura custa R\$ 1,50 mais meia rapadura. Quanto custará uma rapadura, meia e três rapaduras respectivamente?

Explique como chegou a sua resposta.

Qual fórmula matemática poderá fornecer o valor para várias rapaduras?

Estas são características também das atividades [d] e [f] (*Cf. apêndice E*). A solução destas questões requer uma construção do aluno, uma sequência de organização do raciocínio que o possibilite encontrar a possível solução.

A atividade [c], apresentada a seguir,

Considerando a função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida pela lei $f(x)=3x+5$, determine:

a) $f(2)$

b) $f(-3)$

c) $f(x)=5$

bem como as atividades [a] e [e] têm forte característica de exercícios e, portanto, a exigência está relacionada ao uso de um algoritmo que favorece a sua solução.

No contexto proposto para o ensino de função, conceito introdutório, podemos observar que as questões problema possuem um potencial maior para a transformação dos conhecimentos dos alunos. O professor deve propor uma situação, em que o aluno não responda a atividade de imediato, sua resposta deve permitir articular antigos e novos conhecimentos.

Quanto ao uso das atividades pelo professor, recorreremos novamente à maneira como eles priorizam tal uso. Assim, como no caso do material didático, analisamos como elas estão sequenciadas, se como elemento propulsor da ação do aluno sobre o *milieu*, ou como elementos auxiliares que têm o objetivo de exercitar e fixar conhecimentos trabalhados por intermédio de outros recursos.

Com relação aos conhecimentos mobilizados pelo professor para a organização da sequência didática da aula, buscamos identificar em sua estratégia elementos que indiquem como planeja a ação dos sujeitos, professor e aluno, no processo de ensino e aprendizagem. Damos, portanto, conforme anunciado antes, prioridade as informações que indiquem se a organização projetada prioriza a ação do aluno para a posterior devolução do professor ou se busca uma exposição do saber pelo professor e posterior ação do aluno.

Estes aspectos são de central importância para o entendimento de como o professor pensou a aula e apresentam indícios das suas concepções de ensino e aprendizagem que podem estar associadas a uma perspectiva mais construtivista, partindo da ação do aluno na construção de seus conhecimentos, ou, se aproximar da transmissão do conhecimento, através exposição do saber pelo professor, dentre outras concepções. Como já adiantamos, na elaboração do questionário, etapa referente a definição da metodologia, não fornecemos alternativas ao professor, deixando-o livre para organizar a estratégia da aula como melhor lhe conviesse. Podemos, no entanto, apresentar algumas possibilidades, a título de exemplo das respostas esperadas:

a) Partindo da *ação do aluno para a posterior devolução do professor*:

- Apresentação do material didático → ação do aluno sobre o material didático → formulação e validação do conteúdo → atividade do tipo problema.

- Apresentação do material didático → ação do aluno sobre o material didático → formulação e validação do conteúdo → atividade do tipo exercício.
- Ação do aluno com a atividade do tipo problema → formulação e validação do conteúdo → material didático como comprovação da teoria.

b) Partindo da *exposição do saber pelo professor e posterior ação do aluno*:

- Apresentação do conteúdo pelo professor com o auxílio do material didático → atividade do tipo exercício.
- Apresentação do conteúdo pelo professor → material didático como comprovação da teoria apresentada → atividade do tipo exercício.
- Apresentação do material didático → ação do aluno sobre o material didático → Apresentação do conteúdo pelo professor com base no uso do material didático → atividade do tipo exercício.
- Apresentação do conteúdo pelo professor com o auxílio de atividade do tipo problema e material didático → ação do aluno através da resolução da atividade do tipo exercício.

Acrescentamos que esta análise também subsidiou nossa interpretação de outras etapas do questionário.

No que se refere à avaliação da aprendizagem buscamos identificar como o professor planeja o procedimento em articulação com as outras etapas do planejamento, levando em consideração que o processo avaliativo acontece também em outros níveis da atividade do professor que não tratamos nesta pesquisa, reiteramos que neste item trataremos dos dados relacionados a como o professor planeja avaliação, e não do processo avaliativo como um todo. Em função disto, delimitamos as seguintes categorias de acordo com as respostas dos professores: *Avaliação como validação do conhecimento do aluno no processo de aprendizagem*, presente no decorrer do todo o processo de ensino e aprendizagem, ou como *verificação da aprendizagem*, realizado por meio da utilização de instrumentos de avaliação ao final de cada ciclo ou etapa do ensino.

Na primeira categoria o professor faz uso de critérios como observação da ação e da participação do aluno. Em outros termos, ele se propõe a observar as formulações realizadas pelos alunos durante o processo de adaptação ao *milieu* (BROUSSEAU, 1998). Na segunda

categoria, o professor tem uma maior preocupação com resultado final do processo de ensino e aprendizagem e o processo de notificação.

Embora neste trabalho estejamos focando apenas nos conhecimentos iniciais sobre a função, utilizamos o termo verificação aqui no sentido proposto por Luckesi (2008, p. 92), ao observar que “a dinâmica do ato de verificar encerra-se com a obtenção do dado ou informação que se busca, isto é, “vê-se” ou não se vê alguma coisa. E ... pronto! [...]”. O professor busca, portanto verificar, se as metas que fixou para a aprendizagem foram alcançadas.

Destacamos que as categorias apresentadas nesta seção não são tratadas na nossa análise de maneira isolada, pois consideramos que as etapas do seu planejamento estão intrinsecamente articuladas. A escolha de uma determinada atividade, por exemplo, pode revelar informações distintas sobre a forma como ela é utilizada pelo professor em sua estratégia de ensino.

Uma vez realizada a análise dos dados obtidos com base nas categorias apresentadas, buscamos fazer agrupamentos e comparações para melhor compreender o fenômeno investigado. Esta etapa da pesquisa é a centralidade no Capítulo 4. No próximo capítulo buscamos caracterizar um LEM como ambiente de formação de professores e, mais especificamente, o LEMAT.

4 LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (LEM)

Para melhor compreendermos a influência que o trabalho realizado por um LEM é passível de exercer sobre a atividade do professor de Matemática e nos conhecimentos por ele mobilizados, se faz necessário melhor caracterizar o LEM como ambiente de ensino e aprendizagem em seus diversos aspectos. Para tanto, traremos inicialmente neste capítulo de aspectos históricos sobre o surgimento no Brasil, definições e finalidades a partir do olhar de alguns pesquisadores do assunto e, também, do resultado de pesquisas que contemplam a relação dos laboratórios com a formação dos professores de Matemática. Seguiremos com o estudo específico da constituição do LEMAT e os principais conhecimentos nele trabalhados.

Autores como Oliveira (1983) e Lorenzato (2012a) acentuam a expressão *Laboratório de Ensino da Matemática*, sendo também a mais utilizada nos currículos universitários para designar o local propício para a formação inicial do professor. Nesta pesquisa tomamos a expressão *Laboratório de Educação Matemática* (LEM) de Turrioni (2004), que a utiliza para caracterizar este ambiente, também, como espaço de formação inicial de professores de Matemática. Segundo a autora, o LEM é mais amplo que um Laboratório de Matemática porque tem a função de ensinar e de refletir sobre a formação do professor desta disciplina.

A ideia de um Laboratório para desenvolvimento da aprendizagem de Matemática não é recente no meio internacional. O pensamento de se trabalhar o ensino de Matemática e, especificamente, o geométrico por meio de uma técnica denominada Taquimetria surge na França ainda no século XVIII. Como observou Tahan (1968), no Brasil a partir do início do século XX a técnica da Taquimetria e do próprio Laboratório de Matemática influenciaram as pesquisas em educação, dentre elas a de pesquisadores como Rui Barbosa e Euclides Roxo.

Ainda na década de 1940 um pequeno Laboratório de Matemática chegou a ser implantado no Instituto de Educação do Rio de Janeiro organizado por Pereira Caldas. Algum tempo depois por necessidade de espaço físico, o diretor do Instituto determinou o fechamento do Laboratório, sendo o espaço reutilizado como sala de aula (LOPES e ARAÚJO, 2007; TAHAN, 1968). Este primeiro Laboratório, no entanto, constituiu-se um importante passo diante do desafio que o método começara a enfrentar para seu reconhecimento e aceitação no Brasil.

Apresentar o percurso histórico trilhado pelo LEM no Brasil para necessariamente pelo trabalho realizado por Tahan (1968), pseudônimo do professor Júlio Cesar de Mello e Souza, que já em 1962 demonstrou seu pioneirismo na literatura nacional ao tratar o

Laboratório de Matemática como metodologia de ensino. Na sua publicação propõe a infraestrutura e as características que um Laboratório de Matemática deveria conter.

Quanto à pesquisa acadêmica, destaca-se inicialmente o trabalho de Oliveira (1983), intitulado *Laboratório de ensino e aprendizagem em Matemática: as razões de sua necessidade*, que foi desenvolvido na Universidade Federal do Paraná e serviu de base para trabalhos posteriores desenvolvidos por pesquisadores como Turrioni (2004), Benini (2006), dentre outros.

Para definir um LEM, além do trabalho de Tahan (1968), nos baseamos em quatorze publicações que incluem artigos, dissertações de mestrado e livros dos quais buscamos identificar a definição adotada pelo autor e também os objetivos fixados (*Cf. no apêndice B*). Os resultados destes trabalhos revelam as principais características de funcionamento de um Laboratório, especialmente, no contexto educacional do Brasil e, assim, são de grande relevância para situar nossa questão de pesquisa com relação ao que já foi desenvolvido sobre o tema e para subsidiar a nossa escolha sobre a definição de LEM que adotamos.

Para Silva e Silva José (2004), Carvalho (2011) e Tahan (1968), o LEM mantém características de um ambiente físico constituído de jogos e artefatos diversos que visam possibilitar ao aluno uma melhor compreensão da Matemática. Nesse modelo o professor tem a função de planejar as atividades e a participação do aluno que, por sua vez, deve participar ativamente do processo de construção do conhecimento matemático por intermédio da manipulação e/ou construção de jogos e artefatos.

Munhoz et al. (2013) concebe o LEM como disciplina universitária. Mostra com base na grade curricular da licenciatura em Matemática, da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), o potencial que esse ambiente de aprendizagem possui para a formação dos professores de Matemática.

Ewbank (1997), Benini (2006), Araman, Bariccate e Vertuan (2013) trazem uma visão de LEM como um ambiente de aprendizagem que não está, necessariamente, vinculado a um espaço físico. Nesta perspectiva, o Laboratório adquire sua relevância mais pelo método e menos pelo meio, tendo em vista que a ênfase está nos procedimentos ou nos processos. O LEM desempenha assim, papel fundamental no desenvolvimento de estratégias de ensino que permitam uma melhor aprendizagem de Matemática. A formação e a mediação do professor são fundamentais nesse processo.

Sobre o LEM na perspectiva de um ambiente de ensino e aprendizagem virtual, destacamos os trabalhos de Ribas, Barone e Basso (2007) e Miskulin (2006). Esses pesquisadores observam a potencialidade do ambiente em estudo como um cenário de

aprendizagem colaborativo, intermediado pelas *Tecnologias de Comunicação e Informação* (TIC). Nesta acepção busca-se refletir sobre o potencial do ambiente virtual informatizado, por intermédio de uma abordagem teórico-metodológica de uso do LEM para o desenvolvimento da aprendizagem de Matemática pelo aluno.

Para autores como Noel Filho (2013), Lopes e Araújo (2007), Oliveira (1983), Rodrigues (2011), Turrioni (2004) e Lorenzato (2012a) o LEM apresenta como principal característica ser um agente de formação da educação Matemática. Este ambiente de aprendizagem possibilita tanto a construção de conteúdos matemáticos, inclusive pelos alunos da educação básica, quanto à formação do professor de Matemática.

Vale ressaltar que o pensamento relacionado ao LEM expresso por esses autores não é unilateral e evidencia o tipo de análise mais presente em cada pesquisa. Em outros termos, a maneira como esses autores veem o LEM não é hegemônica, destacando-se que em alguns trabalhos encontramos características de mais de uma visão de Laboratório.

As publicações supracitadas evidenciam, também, quem são os participantes investigados em cada pesquisa. Há autores como Benini (2006) e Lorenzato (2012a) que caracterizam diversas concepções sobre LEM, sem, no entanto, atribuir um lugar central para os participantes ou usuários do LEM. Já nos trabalhos de Noel Filho (2013), Lopes e Araújo (2007), Oliveira (1983), Rodrigues (2011), Turrioni (2004), Turrioni e Perez (2006), Lorenzato (2012b), Munhoz et al. (2013), Miskulin (2006), Guérios (2002) e Pessoa (2002), o foco da pesquisa está na relação dos participantes (professores em geral e estudantes de graduação em Matemática) com o Laboratório.

As pesquisas desenvolvidas por Silva e Silva (2004), Carvalho (2011), Tahan (1968), Ewbank (1997), Araman, Bariccatti e Vertuan (2013), Ribas, Barone e Basso (2007), concebem o LEM como um agente de formação do aluno e, em sendo assim, tem por objetivo o desenvolvimento de materiais didáticos e métodos de ensino para favorecer a aprendizagem de Matemática para alunos. Aqui o foco deixa de ser o professor e passa a ser o próprio aluno na posição aprendiz.

Estas pesquisas mostram que existem diferenças entre os LEM tanto no tocante a sua definição quanto com relação aos participantes investigados. Vale ressaltar, no entanto, que os autores tendem a considerar o LEM como um ambiente em que se constroem conhecimentos matemáticos ou sobre o ensino de Matemática, tendo por principal característica a ação ativa do aprendiz que projeta, estuda, constrói e reflete sobre os conhecimentos em jogo na sua aprendizagem.

Diante deste cenário, utilizamos a definição de LEM que está atrelada a um ambiente de ensino e aprendizagem, que supera o espaço físico, podendo estar ou não relacionado ao espaço destinado ao uso e a confecção de materiais didáticos e jogos. A nosso ver, como ambiente de formação, o LEM propicia a articulação de diversos conhecimentos que são necessários à atividade do professor de Matemática. Nesta perspectiva, o LEM favorece o desenvolvimento de aprendizagens pelos alunos e professores de Matemática, bem como dos demais atores educativos que nele atua, a exemplo dos monitores. Constitui-se, assim, em um local onde se entrelaçam as aprendizagens dos docentes e dos discentes, sujeitos que segundo Freire (1996) aprendem mutuamente.

Com relação aos aspectos do LEM diretamente relacionados à formação de professores enfatizamos os trabalhos de Turrioni (2004) e Guérios (2002) por apresentarem maior influência no contexto desta pesquisa. Turrioni (2004) realizou sua pesquisa de mestrado com o objetivo de investigar a possível contribuição do LEM para a formação inicial do professor de Matemática. Usou para tanto duas categorias de análise: o desenvolvimento profissional e o professor pesquisador. Ela realizou um estudo de caso no Laboratório de Educação Matemática do UNIVERSITAS - Centro Universitário de Itajubá (MG). Segundo a autora,

Foram utilizadas três formas de coleta de dados: a observação participante, onde a pesquisadora como responsável pelo LEM fez suas próprias observações e reflexões; as fotografias, onde são registrados os momentos ocorridos no LEM nos últimos dois anos; e a entrevista, através da qual foram obtidas informações junto às pessoas envolvidas com as atividades do LEM (TURRIONI, 2004, p. 78).

A observação foi realizada desde o primeiro contato do licenciando com o LEM, passando por sua apropriação da produção de materiais, discussões bibliográficas, reflexões sobre o ensino de Matemática, uso do material produzido em suas aulas e participação em exposições e eventos. Nesses momentos também havia a produção e catalogação de fotografias.

A entrevista semiestruturada foi realizada com componentes da administração central da universidade (reitoria) e da diretoria do instituto de ciências exatas, com professores e alunos do curso de Licenciatura em Matemática, com professores de outros cursos e com alunos do curso de formação pedagógica, a quem foi questionado o seguinte: *o que o Laboratório de Educação Matemática representa para você na Licenciatura? Que impactos? Que resultados? Que contribuições?*

A análise dos dados coletados foi baseada em um conjunto de atividades inerentes à maioria dos LEM. São elas: *sugestões de novos materiais didáticos (MD)*, *reflexão sobre materiais bibliográficos*; *desenvolvimento de atividades matemáticas*; *projetos de pesquisa*; *participação em congressos, seminários e feiras*; *uso de materiais desenvolvidos no LEM em sala de aula*; *troca de experiências com professores e elaboração de relatórios*.

De acordo com a autora, as atividades foram organizadas da seguinte maneira:

As atividades que compõem a abordagem Desenvolvimento Profissional são: Desenvolvimento de atividades no LEM, uso do material desenvolvido no LEM em sala de aula, troca de experiências com professores, sugestões de novos materiais. As que compõem a abordagem Professor Pesquisador são: Reflexões sobre material bibliográfico e elaboração de Projeto de Pesquisa. As atividades Participação em congressos, feiras e seminários e a Elaboração de relatórios foram consideradas integradas dentro das duas abordagens (TURRIONI, 2004, p. 127).

Os resultados dos estudos realizados mostraram que o LEM “contribui significativamente para a formação inicial do professor” (TURRIONI, 2004, p. 136). Embora não apresente respostas conclusivas para a categoria *professor pesquisador*, concluiu-se, a partir dos dados coletados, a contribuição do LEM para o desenvolvimento profissional do professor.

O trabalho realizado por Guérios (2002) em sua tese de doutorado pela Universidade Estadual de Campinas buscou compreender como os professores se constituem profissionalmente em pensamentos, ações e saberes. Para tanto, se propôs a investigar não somente os espaços oficiais, mas principalmente o que ela denominou de *espaços intersticiais de formação do professor*. O espaço de formação investigado foi o Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática e Ciências Físicas e Biológicas da Universidade Federal do Paraná (UFPR). Os participantes foram professores formadores e do ensino fundamental que tiveram a formação marcada por tal ambiente de aprendizagem. Para entender a constituição profissional dos professores no ambiente do Laboratório, a autora buscou:

identificar elementos constitutivos da formação para a prática pedagógica; observar como tais elementos foram incorporados ou construídos no *continuum* da ação profissional; perceber transformações que foram ocorrendo no movimento de constituição profissional do professor; decifrar como os professores fizeram o que fizeram e o que os levou a tomar decisões que tomaram; compreender como os professores constroem o fundamento de suas ações; entender o papel do Laboratório como espaço de trabalho colaborativo (GUÉRIOS, 2002, p. 11).

A pesquisadora utilizou a história oral como princípio metodológico para historiar e circunstanciar o LEM, além de realizar uma entrevista semiestruturada e dialogada, ancorada em blocos temáticos, com o objetivo de encontrar sentido na espontaneidade dos entrevistados. Seguiu-se então a textualização dos depoimentos de seis professores, *Vilma, Sonia, Tânia, Joceli, Vera e Marcione*y.

Para entender o processo de formação dos participantes, Guérios (2002) buscou perceber marcas do que o professor havia realizado anteriormente e estava realizando no momento da pesquisa. Os resultados do estudo mostram que o Laboratório analisado se configurava “como formativo para os que dele participaram, tendo proporcionado transformações individuais e coletivas” (Op. cit., p. 197). O estudo mostrou ainda que o processo de formação do professor acontecia em um movimento evolutivo contínuo com ações e reflexões configurando o fazer e que “o processo de desenvolvimento profissional do professor acontece pelas trocas intersubjetivas com outros sujeitos da prática educativa (colegas, formadores e alunos) e pela busca de sentido sobre o que somos e o que fazemos” (Op. cit., p. 198).

Os trabalhos aqui apresentados, desenvolvidos em distintas instituições e metodologias, fornece um panorama da real capacidade do LEM como ambiente de formação do professor de Matemática, se constitui em subsídios importantes para nossa pesquisa, que tem seu foco na atividade do profissional egresso deste ambiente, ampliando nossa visão sobre o papel do LEM na formação de professores.

4.1 LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA – LEMAT

Em nossa pesquisa buscamos investigar a influência da formação do LEM nos conhecimentos de professores que são monitores egressos de tal ambiente de aprendizagem. Para tanto, elegemos o Laboratório de Ensino de Matemática da UFPE (LEMAT) como campo propício para desenvolvimento da pesquisa, cuja escolha justificamos a seguir.

Conforme explicitado no *Quadro 3*, realizamos visitas a alguns Laboratórios com a finalidade de delimitar o campo de investigação. Neste contexto, o LEMAT surgiu como o Laboratório que melhor se adequou às necessidades de nossa pesquisa. Dentre outras razões, pelo fato de que seus monitores atuam ou atuaram por um maior período de tempo nesse ambiente, alguns até por mais de quatro anos, o que nos faz supor que essa vivência deixou marcas mais visíveis na formação desses participantes. Outra razão dessa escolha é o fato de o

LEMAT estar há mais de vinte e nove anos em atividade, tendo, inclusive, exercido influência sobre outros Laboratórios implantados posteriormente. Estes fatores dentre outros põem tal ambiente em posição de destaque dentre aqueles inicialmente averiguados para o desenvolvimento da pesquisa o que justificou nossa escolha.

Fizemos a hipótese de que os conhecimentos que permeiam a formação inicial do professor de Matemática influenciam a atividade dos egressos na vida profissional. Assim, conhecer o LEMAT e compreender a sua organização foi de fundamental relevância para a pesquisa.

Nesta perspectiva, nas seções seguintes apresentamos elementos da história do LEMAT como ambiente de ensino, aprendizagem e formação de professores, algumas transformações ocorridas, suas articulações e relações externas, focando, mais especificamente, nos primeiros anos de sua existência e no período de 2002 a 2012, quando os participantes da pesquisa atuaram como monitores.

4.1.1 Fundação do LEMAT e primeiros anos

Como anunciado anteriormente, a partir da segunda metade da década de 1980 com os movimentos que buscavam a redemocratização do país e transformações para um novo convívio social, surgem no ensino algumas tendências que buscavam também novas maneiras de ensinar Matemática. Foi nesse contexto que surgiram alguns dos LEM no âmbito de algumas importantes universidades, dentre eles o *Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática e Ciências Físicas e Biológicas* da UFPR em 1985, o *Laboratório de Estudos e Pesquisa da Aprendizagem Científica* (LEPAC) da UFPB também em meados da referida década e o *Laboratório de Ensino de Matemática* (LEMAT) da UFPE em 1987.

O LEMAT teve sua implantação estruturada devido à atitude de um grupo de professores do Departamento de Matemática, organizados sob a liderança dos professores Paulo Figueiredo Lima e Maria Auxiliadora Vilela Paiva. Buscava contribuir para minimizar as dificuldades de alunos e professores com o ensino e aprendizagem de Ciências (Matemática, Física e Química), em escolas de ensino fundamental e médio. Vale salientar que o termo LEMAT é aqui usado para designar tanto ao espaço físico quanto um espaço de formação com suas diversas características.

Tal ambiente contou inicialmente com um espaço físico composto por uma sala pequena, com mesas e estrutura básica para funcionamento. Contava também com uma sala de aula tradicional que era usada de acordo com a necessidade. Essa estrutura veio a sofrer

alterações após a vinda de uma exposição francesa denominada *Horizontes Matemáticos*, que dentre outros impactos trouxe a implantação do Laboratório em uma sala mais ampla, usada também para a exposição de jogos.

O Laboratório apresentou desde o princípio características de funcionamento baseada no trabalho com monitoria. Ou seja, os monitores recebiam orientações do coordenador, realizavam estudos, produziam materiais e buscavam repassar grande parte do que aprendiam a outros usuários do LEMAT. Tais monitores foram inicialmente selecionados através de prova escrita, onde os melhores colocados passavam a receber orientações para o desempenho da função.

De acordo com anotações da época (*Cf. Anexo 1*), o Laboratório teve inicialmente como propostas centrais:

- 1) Matemática como ciência viva, contextualiza, inserida na realidade.
- 2) Privilegiar o conceito, o significado, a estrutura (descentralizando do algoritmo).
- 3) Matemática como instrumental/contextualizada e como objeto próprio de interesse (para desvendar a natureza).
- 4) Matemática: dedutiva X experimental: -Fazer: experimental; -Provar/validar/difundir: dedutivo.
- 5) Resgatar a dimensão histórica da matemática (Ex.: As anotações têm sentido quando encaixadas na gênese histórica).
- 6) Resolução de problemas/jogos. Equipe técnica: monitores 3º grau (nosso grupo), monitores 2º grau. Objeto do trabalho: grandes blocos dentro do conteúdo de 1º grau maior. Por trás da proposta há uma tentativa de criar um novo currículo para o 1º e 2º graus.¹³

Podemos observar nas propostas uma forte preocupação com o ensino de Matemática, tendências que encontrava no período grande respaldo em alguns grupos universitários. Tratavam em grandes linhas da forma como a Matemática deveria ser concebida, ensinada, estar no currículo, dentre outros aspectos que ganhariam maior notoriedade após a aprovação da LDB 9394/96 (BRASIL, 1996) e dos PCN (BRASIL, 1997).

Segundo PESSOA (2002, p. 9), inicialmente o Laboratório não tinha inicialmente características de um lugar de materiais concretos, mas era principalmente “[...] um local de discussão sobre o ensino de Matemática, buscando como poderia contribuir para a melhoria do ensino nas escolas públicas, questionando inclusive a formação de professores”. Tinha como principal finalidade o fortalecimento da licenciatura, no sentido de formar o professor.

Nesse sentido o *coordenador C1* afirma:

¹³BELLEMAIN, Paula. M. B. **Propostas centrais do laboratório**. Universidade Federal do Pernambuco, Recife, 1989. Notas de aula.

Coordenador C1: O Laboratório é desde o começo e permaneceu fiel a essa linha geral, que era o jogo como ferramenta de ensino e aprendizagem, não o jogo em si, o jogo como algo sem um objetivo específico, o objetivo era o ensino e aprendizagem da Matemática, numa forma mais participativa pelo aluno, de uma forma mais lúdica, de uma forma que o aluno pudesse exercitar um pouco sua imaginação e sua habilidade em resolver problemas, e, por isso sempre o Laboratório [...], nós o definimos não como um local de jogos, nem como local de produção de material concreto, mas como um espaço de reflexão, sempre é uma coisa que marcamos muito claramente, é que o Laboratório é um espaço de reflexão sobre o ensino e aprendizagem de Matemática. Os jogos entram, mas também entraram muitas palestras [...]. De maneira que, digamos assim, essa foi à marca do Laboratório por muito tempo.¹⁴

Observa-se por esta e outras falas que não se tratava da ausência de jogos ou materiais concretos, mas a maneira como eram abordados e a perspectiva pedagógica que os embasava tinha como foco maior uma discussão sobre o ensino e aprendizagem de Matemática.

Nesse sentido, na busca por se discutir o ensino e aprendizagem de Matemática, desde o começo se instituiu um contato com professores de 1º e 2º graus (Educação Básica), que se dava principalmente através de um evento denominado *Encontros às Sextas*. Segundo C1:

Coordenador C1: O encontro as sextas era uma manhã. Todas as manhãs da sexta eram dedicadas a professores virem das escolas. Da região metropolitana vinham muitos, vinha muita gente do Cabo de Santo Agostinho e professores aqui da rede pública, tínhamos professores locais e visitantes, que nós passávamos uma manhã de discussão, de reflexão, havia palestra, mas também muita discussão.¹⁵

A maneira como se constituiu o Laboratório foi propícia para que houvesse uma importante abertura para outros departamentos, polos parceiros, especialmente o departamento de Psicologia e de Educação, sendo que o primeiro teve uma influência predominante por manter uma discussão junto ao Mestrado de Psicologia que, na época, desenvolvia uma discussão em torno da aprendizagem Matemática. Segundo a professora Mi o Laboratório tinha a característica de ser um espaço para agregar as pessoas de diferentes áreas de formação.

Um dos projetos que melhor retrata esse contexto foi o *Projeto de Rede Ciências e Matemática na Escola de 1º e 2º graus em Pernambuco*. Implantado inicialmente entre os anos de 1989 e 1990, conforme consta em seu Relatório Técnico-crítico (UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO, 1990), o projeto desenvolvido pela UFPE/Departamento de

¹⁴ **Entrevista C1** [set. 2015]. Entrevistador: A. L. Alzeri: Seção de áudio, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2015. Duração 54:30 min.

¹⁵ Id., 2015.

Matemática, Fundação Joaquim Nabuco/Departamento de Educação e pelas Secretarias de Educação de Pernambuco e de Recife, tinha como principal objetivo o desenvolvimento de alternativas para a melhoria do ensino e aprendizagem de Ciências e Matemática de 1º e 2º graus.

A área de Matemática ficou sob a responsabilidade do LEMAT e do Departamento de Psicologia da UFPE. Tinha plano de ação baseado na formação de multiplicadores, professores e também de monitores do 1º e 2º graus. A formação dos multiplicadores e professores era realizada no LEMAT a cada quinze dias e tinham como público algo supervisores das Secretarias de Educação, membros da equipe de ensino das prefeituras, professores e acompanhamento de serviço técnico.

A formação de monitores teve o objetivo de preparar vinte monitores nas aulas prática de Ciências e Matemática do ensino de 1º e 2º graus. Além da função de assessorar aulas práticas de Ciências e Matemática, esses alunos também teriam a incumbência de participar diretamente da implantação do *Clube de Ciências e Matemática* em suas respectivas escolas. A formação desses monitores foi realizada através de um curso inicial e de ciclos de estudos semanais. Os ciclos de estudos de Matemática eram de responsabilidade dos monitores do LEMAT, sob a supervisão da equipe técnica do projeto.

Uma nova versão do projeto com o título de *Projeto de Rede: Ciências, Matemática e Educação Ambiental em Pernambuco* foi reestruturada no período de 1991 a 1993. Além da questão ambiental trouxe como inovação a participação de outras universidades públicas do estado e a formação continuada por meio de cursos de especialização (UFPE, 1991).

As ações do projeto tiveram boa repercussão na época, como mostra a publicação de um jornal local (PROJETO, 1989), ao comentar as características de tal trabalho (*Cf. no anexo 2*). Internamente o LEMAT, a partir desta e de outras ações, passou a ocupar uma posição de maior destaque, conforme podemos visualizar em um folheto (*Cf. no anexo 3*) publicado pela UFPE em 1993.

Como já explicitado, um dos marcos da constituição do Laboratório foi a exposição de origem francesa *Horizontes Matemáticos*. Com sua implantação no LEMAT passou-se a dar maior ênfase à confecção e uso de materiais concretos como jogos e outros artefatos com fins didáticos.

Tal exposição foi inicialmente concebida e realizada em 1980 por professores e investigadores do IREM e da APMEP¹⁶, do centro de França (Orléans, Bourges e Tours). E

¹⁶ IREM: Instituto de Investigação sobre o ensino das matemáticas. APMEP: Associação dos professores de Matemática do Ensino Público

“[...] depois, em 1984, com a colaboração do Centro das Ciências e da Indústria, em prefiguração das exposições permanentes” (DARCHE; KANTOR, [1987?], p. 4). Percorreu entre os anos de 1985 e 1988 países como; Togo, Benin, Costa do Marfim, Mali, Mauritânia, Burkina-faso, Níger, Gâmbia, Senegal, dentre outros. De 1986 a 1988 iniciou visitas a países como Alemanha Federal, Portugal, Brasil e Indonésia. (DARCHE; KANTOR, [1987?]).

A exposição tinha como principal objetivo colocar ao dispor dos professores de Matemática material variado que lhes possibilitasse uma maneira diferenciada de acesso à Matemática. Contava para tanto com o apoio de pesquisadores em Matemática ou didática e colaboradores diversos em diferentes países do mundo.

Chegou ao Brasil em 1987, através de uma parceria entre a Universidade de São Paulo (USP) e o Centro Franco-Brasileiro de Documentação Técnica e Científica (CENDOTEC). Posteriormente veio para Recife e através da UFPE instalou-se no espaço do LEMAT, onde deixaria importante legado para o referido Laboratório, seja nos aspectos físicos, didáticos ou pedagógicos.

4.1.2 Período de 2000 a 2012

Focamos o estudo sobre o LEMAT no período de 2000 a 2012 com o objetivo de obter informações para melhor caracterizar a infraestrutura física e os processos de ensino e aprendizagem. O intervalo de tempo corresponde ao período em que os professores participantes da pesquisa atuaram no Laboratório, conforme justificamos no *Capítulo 2*.

A partir do início dos anos 2000 o LEMAT já havia se consolidado como um ambiente de ensino e aprendizagem, que passara por experiências diversas, como algumas citadas anteriormente. Quanto ao espaço físico que havia sido ampliado, voltou a ser bastante reduzido. Por necessidade do Departamento de Matemático, o ambiente que antes era composto por uma grande sala para exposição, encontros e trabalhos com jogos, foi dividido em salas de aula, de maneira que o Laboratório passou a funcionar em uma sala menor e contar com o apoio de outra pequena sala, utilizada normalmente para a confecção dos jogos. De acordo com o *coordenador C3*, essa transformação interferiu no funcionamento do Laboratório de maneira que “você agora vai receber escolas e limita demais o número de participantes. A sala é pequena e antigamente você poderia receber quarenta, cinquenta pessoas, hoje você tem que dividir [...]”¹⁷.

¹⁷ **Entrevista C3** [fev. 2015]. Entrevistador: A. L. Alzeri: Seção de áudio, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2015. Duração 47:35 min.

Podemos constatar que, as mudanças no espaço físico tiveram influência sobre a maneira como se organizava o funcionamento do Laboratório e também nas consequentes atividades nele realizadas. Ao receber os alunos visitantes, segundo o *professor M4* foi necessário o uso mais intensivo de oficinas e minicursos:

Professor M4: [...] por exemplo, em muitas ocasiões vinham 60 alunos para o Laboratório e o Laboratório só cabia 30, então ficavam 30 alunos no Laboratório e os outros 30 na outra sala do LEMAT participando de uma oficina ou de um minicurso. Tinham minicursos sobre Poliminós, Torre de Hanói, Tangram, Matemática que eram aqueles probleminhas de desafios e tal [...]¹⁸.

Quanto à maneira como eram escolhidos os monitores, conforme mencionamos, inicialmente ocorria através de prova escrita, passando então a ser predominantemente através de voluntariado e também por indicação por meio de programas de bolsa estudantis. De acordo com *M4*:

Professor M4: Eu era aluno da graduação em Matemática, foi dado início na universidade ao projeto chamado PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência), [...] que a princípio não tinha relação nenhuma com o LEMAT, quando o PIBID abriu, eu me escrevi e entrei no PIBID, as atividades que eu fiz no programa se relacionava com jogos, por que a equipe do PIBID tinha muitos alunos que era do LEMAT. Aí eu fui convidado por um monitor antigo [...].¹⁹

O monitor recém-chegado no ambiente de ensino e aprendizagem passava por formação normalmente realizada pelos monitores mais experientes. Apesar das interferências do coordenador do Laboratório, que consideramos pertinentes, o aprendizado da função de monitor era realizado na prática, em momentos preparados pelos antigos monitores ou pelas orientações recebidas no decorrer do próprio desempenho de sua atividade.

Com o passar do tempo o trabalho no Laboratório se concentrou cada vez mais no atendimento ao público que vinha visitar tal espaço. Recebiam principalmente escolas e pessoas interessadas na maneira como se trabalhava a Matemática no referido ambiente de aprendizagem, com ênfase principalmente na exploração do acervo composto por jogos e artefatos como: o Tangram, Serpente de Hamilton, Teorema de Pitágoras, Torre de Hanói, Jogos do NIM, Poliminós, Jogo do Hex, problemas Matemática, dentre outros.

¹⁸ **Entrevista M4** [set. 2015]. Entrevistador: A. L. Alzeri: Seção de áudio, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2015. Duração 26:32 min.

¹⁹Id., 2015.

No projeto de extensão do ano de 2005 encontramos a seguinte descrição:

Durante o ano de 2003, cerca de 40 escolas realizaram visitas programadas à Sala de Exposições Interativas do LEMAT (Vide lista das escolas no Anexo 1). Nessas visitas, grupos de alunos, juntamente com seus professores, fazem visitas à Sala de Exposições e, durante essa atividade, são acompanhados por monitores. No período mencionado acima, aproximadamente 1600 alunos visitaram a Sala de Exposição, incluindo nesse total os que participaram no Workshop (UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO, 2005, p. 4-5).

Além das exposições realizadas na sala do LEMAT eram realizadas ainda ações como:

- apoio à Feiras de Ciências: os monitores recebiam alunos que buscavam auxílio para o desenvolvimento de seus trabalhos;
- estudo sistemático: coordenador, professores e monitores estudavam a confecção e o uso de jogos e materiais didáticos diversos;
- cursos de verão: professores e alunos de Matemática e áreas afins recebiam orientações de como usar materiais e jogos como alternativa didática.
- formação de professores: formação através de parcerias com prefeituras e institutos.

Como consequência dessa atuação o LEMAT, conforme anunciamos anteriormente, passou a exercer grande influência sobre a construção e constituição de outros LEM, a exemplo do Laboratório do Colégio Municipal Pedro Augusto (CMPA) e do Laboratório de Ensino de Matemática de Moreno (LEMAM) no município de Moreno, zona metropolitana de Recife. Nesse sentido desenvolvia também o trabalho de assessoramento a laboratórios, havendo solicitação por parte de instituições como:

1) Faculdade de Formação de Professores de Afogados da Ingazeira; 2) Faculdade de Formação de Professores de Belo Jardim; 3) Faculdade de Formação de Professores de Garanhuns (UPE); 4) Faculdade de Formação de Professores de Palmares; 5) Faculdade de Formação de Professores de Nazaré da Mata (UPE); 6) Faculdade de Formação de Professores de Serra Talhada; 7) UFPE; 8) UFRPE (UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO, 2005, p. 5).

Um número significativo de formações foi desenvolvido no período, tinham como responsáveis diretos seus professores e monitores, dentre elas podemos citar (*Cf. no anexo 4*):

- Formação continuada de professores da rede municipal da prefeitura de Joaquim Nabuco, com o tema: Explorando a Geometria através de Jogos Matemáticos.

- Formação continuada de professores da rede municipal do município de Quipapá, com o tema: Jogos Matemáticos no Contexto Escola.
- Formação continuada de professores da Escola Estadual Lions João Prutchansky, com o tema: *Material Dourado*.
- Minicurso na VI Feira de Arte e Ciências da Mata Sul - FACMASUL, com o tema: Recobrimo Malhas com Poliminós.
- Minicurso no V Encontro Pernambucano de Educação Matemática, com o tema: O uso de experimentoteca na Sala de Aula.

Nesses eventos os monitores, dentre outras atividades, tinham a função de ministrar exposições, preparar materiais, assessorar professores e repassar os conhecimentos produzidos no Laboratório a outros profissionais, em geral, professores e/ou participantes de eventos que buscavam informações sobre jogos ou temas afins. Essas formações se diferenciavam das formações que eram realizadas no período inicial de estruturação do LEMAT, os cursos de curta duração, em grande parte, reproduzem as ações desenvolvidas no próprio espaço físico do Laboratório, trazem principalmente uma influência significativa pelo uso de jogos e artefatos.

Os monitores e professores também participavam de congressos para apresentarem suas produções, inclusive trabalhos sobre jogos ou relacionados com o LEM, dentre elas as pesquisas desenvolvidas por Pessoa (2002, 2004), Medeiros e Silva (2007), Silva e Campos (2010) e Santos (2013).

Um problema apontado por um de seus coordenadores e que aparece também na visão de seu monitor egresso, foi a falta de registro das ações realizadas no próprio Laboratório ao longo do tempo. Ou seja, por falta de uma maior sistematização, boa parte das ações realizadas pelo Laboratório não conseguem ser devidamente registradas e acabam por vezes se perdendo, ocasionando a perda de experiências desenvolvidas e tornando-se inférteis aos sucessores.

Podemos ainda identificar que apesar da já mencionada assessoria do LEMAT a outras instituições, dentro da própria UFPE, campus Recife, não existe nenhuma disciplina no curso de licenciatura em Matemática associada diretamente ao referido ambiente. Diferente de algumas outras universidades (*Cf. no Apêndice A*), a grade curricular da UFPE não apresenta disciplina de Laboratório de Matemática. Assim, o LEMAT não conta com um marco para sua melhor utilização institucionalizado, seu uso é condicionado ao plano do professor, estágios e monitorias.

É possível observar também que no decorrer dos anos o LEMAT passou a manter características de um ambiente de ensino e aprendizagem, ora oficial, registrado na UFPE como projeto de extensão, ora operacional, sem registro oficial. Assumia, assim, características de um espaço de formação intersticial, característica essa já observada em outro Laboratório, segundo (GUÉRIOS, 2002). Essa característica não invalida sua capacidade formativa, apenas acresce ou diminui algumas dificuldades a seu funcionamento.

O Laboratório apresentou também como característica relacionada à transformação do conhecimento didático pedagógico do professor em formação, sua frequente atuação como orientador, na recepção dos alunos no Laboratório, em oficinas, minicursos ou eventos de formação de professores (*Cf. no anexo 4*), possibilitou uma experiência desde cedo com vários aspectos da docência.

O coordenador C3, acentua que:

Coordenador C3: [...] os alunos que passaram pelo LEMAT, conseguem quebrar essa barreira da timidez de falar, apresentar um trabalho num congresso, receber professores ou receber outros colegas para falar, ou apresentar alguma coisa numa semana pedagógica de uma escola. Por que às vezes acontece numa semana pedagógica do professor ter que apresentar um trabalho, o monitor do LEMAT vai estar preparado para isso²⁰.

Nesse sentido o LEMAT propiciava uma convivência do aprendiz com a sua prática profissional, possibilitava o desenvolvimento de habilidades relacionadas à capacidade de expressão em público, organização e exposição de suas ideias. Ou seja, oportuniza aos alunos, ainda durante a licenciatura, articular conhecimentos que serão de grande importância em sua vivência profissional, uma articulação da teoria na prática, que entrelaçam conhecimentos específicos de Matemática com conhecimentos didático-pedagógicos, conforme mencionado na seção 2.2.1.

Como anunciado anteriormente, no LEMAT o professor na posição de monitor desenvolvia ações que compreendia a recepção de alunos no Laboratório, construção e uso de jogos e artefatos com fins pedagógicos, participação como colaboradores em formação de professores, publicação em eventos científicos, assessoramento na formação de outros Laboratórios, dentre outras ações que credencia o LEMAT como ambiente também de formação de professores.

²⁰ **Entrevista C3** [fev. 2015]. Entrevistador: A. L. Alzeri: Seção de áudio, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2015. Duração 47:35 min.

4.2 A FORMAÇÃO NO LEMAT: EXPECTATIVAS DE CONHECIMENTOS TRANSFORMADOS

Detalhamos nas seções anteriores as principais características do LEMAT, uma análise de seu surgimento e de seu funcionamento no período em que nele atuaram os participantes da pesquisa, de 2000 a 2012. Nosso objetivo nesta etapa foi caracterizar o Laboratório como ambiente de ensino, aprendizagem e formação de professores, em suas peculiaridades e dinâmica do trabalho desenvolvido por seus monitores.

Nesta seção trazemos uma análise específica relacionada aos conhecimentos mobilizados pelos professores que atuaram como monitores em tal ambiente de aprendizagem. É importante lembrar que o conceito de formação do professor empregado neste trabalho ultrapassa o limite das experiências formais preparadas com esse intuito. O professor aprende em contato com *milieu* em que está inserido, transforma conhecimentos e tem seus conhecimentos transformados em contato com as situações e desafios encontrados.

Salvo em dispositivos de formação bem particulares, o professor se encontra em uma situação não didática, visto que ninguém construiu esta situação para que ele aprendesse. Como em toda situação não didática, o professor pode, portanto, transformar seus conhecimentos, na interação com o *milieu* (MARGOLINAS, 2002, p. 145, tradução nossa)²¹.

Nesse sentido optamos por identificar os conhecimentos que mais se faziam presentes no período em que tais professores estiveram exercendo a função de monitor no LEMAT. As marcas deixadas por esse tipo de ambiente na formação desse profissional já se fizeram revelar com bastante ênfase em trabalhos como de Guérios (2002) e Turrioni (2004), apresentados anteriormente.

Com relação à identificação dos conhecimentos matemáticos, o Coordenador C3 citou:

Coordenador C3: No jogo [...] ele vai levantar as conjecturas dele, ele vai buscar estratégias vitoriosas, estratégias dele, e essas buscas de estratégias é raciocínio matemático, é lógica matemática [...], não diria que é lógica, mas seria essa coisa lógica, como raciocínio matemático, você se deparar em buscar, você não sabe o que você vai usar, que conteúdo matemático você vai usar ali, mas você vai buscar esse raciocínio [...] ²².

²¹ Sauf dans des dispositifs de formation bien particuliers, le professeur se trouve dans une situation non didactique, puisque personne n'a construit cette situation pour qu'il apprenne. Comme dans toute situation non didactique, le professeur peut pourtant transformer ses connaissances, dans l'interaction avec un milieu.

²² **Entrevista C3** [fev. 2015]. Entrevistador: A. L. Alzeri: Seção de áudio, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2015. Duração 47h35

Embora seja possível observar, por vezes, uma associação ao conhecimento matemático curricular, como no caso das possíveis estratégias para um *Jogo do NIM* (Cf. no anexo 5), em que o *professor M1* usa conhecimentos múltiplos como: distribuição, conjuntos, funções dentre outros, para modelizar e possibilitar o uso de tal material, grande parte dos esforços tinha características de investigar a lógica existente em cada situação, pelo menos em um primeiro contato com o *milieu*.

Segundo o depoimento do professor *M4*:

Professor M4: Eu achava erroneamente, que a Matemática que estava nos jogos, era uma Matemática inacessível para a escola básica [...]. Aí depois começou a “cair à ficha” [...] comecei a perceber que o potencial do jogo supera tudo isso [...]. O raciocínio lógico está sendo explorado e tal, mas eu comecei a perceber que o importante mesmo na maioria das vezes é fazer com que os alunos desenvolvam esses pensamentos, desenvolvam o pensamento geométrico, desenvolva o pensamento algébrico, desenvolva o pensamento funcional, muito mais que as formalizações. Comecei a perceber que o importante é desenvolver esses pensamentos com os alunos. Quantas vezes a gente está conversando com o aluno, e aí, há não, eu sei fazer aqui..., essa conta é de mais ou de menos professor? É de vezes ou é de dividir? [...]. O problema dele não é o algoritmo da conta da divisão que ele decorou, não vou nem dizer que ele aprendeu, mas ele decorou aquele procedimento, mas é entender realmente essa situação e desenvolver esse pensamento, aprender bem as estruturas aditiva, multiplicativas, isso é que é importante²³.

Como observamos nos depoimentos o que aparece de maneira mais evidente no uso dos jogos é a busca por entender a lógica do desafio proposto, entender a estrutura com a qual se está trabalhando a fim de encontrar as respostas para tal situação, característica que categorizamos como a mobilização de conhecimentos da lógica do conteúdo matemático. Não encontramos uma preocupação inicial com a articulação dos conhecimentos matemáticos prévios do aluno, nem mesmo com a lógica formal, mas com a percepção e construção dos caminhos e características importantes para obter o objetivo desejado no jogo, o que não significa a inexistência do conteúdo matemático neles presente. Como comenta *C2*, “Se você for entrar em muitos detalhes a teoria dos jogos não é tão simples, você vê uma brincadeirinha, jogo do NIM, coisa assim, [...] a Matemática não é tão trivial”²⁴.

Como comenta *M4*, “quando se está trabalhado com um jogo, você está explorando um monte de conhecimentos matemáticos, sem às vezes nem perceber, e aí o LEMAT é forte

²³ **Entrevista M4** [set. 2015]. Entrevistador: A. L. Alzeri: Seção de áudio, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2015. Duração 26h32.

²⁴ **Entrevista C2** [set. 2015]. Entrevistador: A. L. Alzeri: Seção de áudio, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2015. Duração 44h47.

nisso, trabalhar com o jogo cuja Matemática é implícita”²⁵. Ao analisarmos os conhecimentos relacionados ao material didático e seu uso, conforme anunciamos, se destacou como uma das potencialidades do LEMAT o uso de jogos com fins pedagógicos. Embora também se fizesse presente o uso de outros materiais, o uso de jogos se sobressaiu, seja de forma expositiva no Laboratório, na realização de oficinas e minicursos ou nas publicações feitas por monitores da época.

Segundo o Coordenador C1, ao se trabalhar com jogos em uma perspectiva pedagógica, com o objetivo de propiciar uma aprendizagem matemática, podemos seguir pelo menos dois caminhos:

Coordenador C1: um é em que você escolhe um tema para desenvolver um processo de ensino e aprendizagem e você vai escolher materiais concretos, entre eles um jogo que possa ser oportunidade para situações problemas para o ensino daquele conceito. Outro é você pegar um jogo da cultura, pode ser a cultura inclusive escolar, mas também a cultura em geral, e nesse jogo você procura investigar quais são as possibilidades de situações problemas relativos a alguns dos conceitos que possam se extrair dali²⁶.

No LEMAT houve desde o princípio uma opção por adotar um sentido que parte de um jogo para a Matemática. Ou seja, por meio de um jogo como o NIM, Torre de Hanói, dentre outros, é proposto aos participantes o desafio de resolvê-lo, independente da identificação de qual conteúdo irá trabalhar. Somente após a compreensão do jogo o participante era induzido a fazer formulações sobre um determinado raciocínio ou conteúdo matemático.

Dessa maneira percebe-se a presença de conhecimentos do uso do material didático, que era utilizado como elemento principal na abordagem do *milieu* proposto, e também, conhecimentos sobre os materiais didáticos diversos que eram readaptados, expandidos ou criados pelos monitores. Podemos verificar tais aspectos em anotações e estudos realizados pelos participantes (*Cf. o anexo 5*), ou ainda de acordo com o coordenador C3:

Coordenador C3: Um monitor muito criativo bolou alguns jogos usando Poliminós, que a gente não tem mais eles, e tem algumas atividades de Poliminós que são clássicas, você duplicar um Poliminó, triplica e tal, e ele fez vários, além dos usuais que ele montou, ele criou jogos, alguns jogos do tipo desafios, por que os Poliminós são mais usados como tipo quebra

²⁵ **Entrevista M4** [set. 2015]. Entrevistador: A. L. Alzeri: Seção de áudio, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2015. Duração 26h32.

²⁶ **Entrevista C1** [set. 2015]. Entrevistador: A. L. Alzeri: Seção de áudio, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2015. Duração 54h30.

cabeça, faça tal coisa, monte tal peça, mas ele fez alguns jogos que eram jogos de disputa.²⁷

Já M4 comenta:

Professor M4: No LEMAT a gente produzia muito, por exemplo, toda oficina com Tangram, a gente pegava papel reciclado e ia construir. Tem oficina que a gente faz a construção do Tangram por dobradura, fazia muito isso, construía os dados para vários tipos de jogos também. Então muita coisa a gente construía²⁸.

Os resultados obtidos mostram que é preponderante que o professor egresso do LEMAT tenha trabalhado não apenas com conhecimentos relacionados ao uso dos jogos, mas convivido também com conhecimentos do uso de artefatos diversos que compunham o material didático presente em tal ambiente. Para tanto, precisava dominar seu funcionamento e grande parte da Matemática com potencial de ser explorada.

O material impresso era em sua grande maioria direcionado a explicação e manuseio dos jogos e artefatos (Cf. anexos 4 e 5). Encontramos assim, principalmente o trabalho com duas propostas de atividades: a primeira na forma de desafios inerentes ao manuseio do próprio material didático, em que o aluno era desafiado a desempenhar uma determinada ação a fim de alcançar um objetivo requerido pelo material, e segunda, era a resolução de desafios matemáticos em formato de problemas denominados de *Matemágica*. Este último é “aqueles tipos de truques envolvendo números, que dá a impressão que é mágica para chamar a atenção”. Seu uso era frequente, principalmente, nas oficinas e minicursos.

Em sua aplicação a *matemágica* pode ser entendida

[...] como uma estratégia em que o professor propõe ao aluno desafios interessantes, caracterizados por investigação e exploração de alguns conceitos matemáticos. Nessa metodologia, o aluno pode formular problemas, tornando a matemática um conhecimento mais próximo dele mesmo (MEDEIROS; SILVA, 2007, p. 2).

Estes problemas são inicialmente lançados como curiosidades do tipo: enquanto você pensa em pizza, eu descubro a sua idade, adivinhando pensamento, números mágicos, dentre outros. O aluno é levado a pensar matematicamente apenas quando motivado por indagações do tipo: como foi descoberta sua idade? Como adivinhou o número? Como esse número apareceu em determinada situação? Dessa maneira, o interesse do sujeito da aprendizagem é

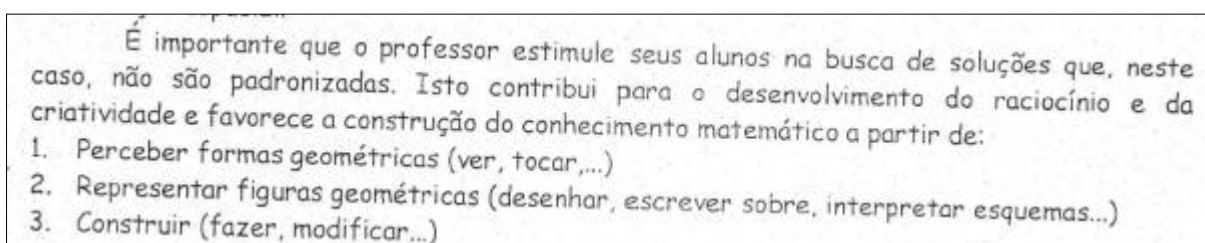
²⁷ **Entrevista C3** [fev. 2015]. Entrevistador: A. L. Alzeri: Seção de áudio, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2015. Duração 47h35.

²⁸ **Entrevista M4** [set. 2015]. Entrevistador: A. L. Alzeri: Seção de áudio, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2015. Duração 26h32.

uma ferramenta importante para que ele assuma a responsabilidade sobre sua aprendizagem, a partir da devolução da situação feita pelo professor (BROUSSEAU, 1988).

O perfil empreendido no Laboratório buscava principalmente desenvolver o gosto e a curiosidade pela aprendizagem de Matemática, evitando repetições de modelos pré-determinados e repetitivos de exercícios. Estes conhecimentos eram influenciados principalmente por uma forma de construção baseada no aprender fazendo, em contato com o meio que proporciona as devidas ferramentas para a aprendizagem. Como podemos verificar no recorte da *figura 3*, o conhecimento didático pedagógico tem forte apelo à aprendizagem através da prática do educando.

Figura 3- Recorte de material de uma formação



Fonte: Acervo da pesquisa (Cf. *anexo 4*).

Observa-se que existe uma predominância de que os materiais e atividades sejam utilizados ativamente pelos alunos, ou seja, encontramos nos verbos de ação como: *ver, tocar, desenhar, escrever, fazer e modificar*, uma tendência ao uso prático de tais elementos, em oposição ao uso como apenas uma ferramenta de exposição do conteúdo por parte do professor.

É importante notar que o monitor do Laboratório centrava sua atenção, na maioria de suas intervenções, na fase em que os sujeitos vão conhecer e agir sobre o material didático. Quer na recepção de alunos da educação básica, em oficinas ou minicursos, a preocupação inicial era a descoberta das estruturas de funcionamento de tal material. Essa fase inicial traz na maior parte dos casos características do que Brousseau (1988) denominou de *modelo implícito de ação* para o aluno. Esta abordagem já mencionada no caso do uso dos jogos demonstra uma mobilização de conhecimentos sobre a organização da sequência didática da aula que parte da ação do aluno para uma posterior devolução do professor. As explicações iniciais são em geral no sentido de mostrar as regras e informações que deem subsídio ao aluno para abordagem inicial do *milieu*. Não existe uma preocupação inicial do monitor em

expor explicitamente o saber para o aluno, busca, no entanto, um processo de construção do mesmo.

A transformação de conhecimentos por meio da prática da ação era um traço marcante mesmo no processo de formação dos monitores recém-chegados no Laboratório, conforme podemos observar na argumentação do professor *M4*:

Professor M4: [...] você falava sobre qual era a postura que a gente tinha que ter quando estava recebendo o público, na verdade com o conhecimento, como é que a gente ia lidar com o conhecimento e com os jogos ali naquela situação. Qual era o papel da gente como monitor, isso muito na prática, muito na prática, então, assim eu lembro que era o Laboratório, pelo menos em minha opinião, o Laboratório era muito mais que um simples Laboratório de conhecimentos matemáticos, mas era um Laboratório de pessoas nesse sentido. [...] tinha uma turma que a gente ia receber no Laboratório, então vinha o monitor novo e ficava olhado como é. Então a gente via muito prática²⁹.

O Laboratório se configura assim, como um ambiente de aprendizagem que como na sala de aula as regras não estão todas determinadas a priori. Para cada situação o monitor deverá usar de seus conhecimentos didático-pedagógicos e matemáticos para construir as melhores soluções. Desafios que vivencia na prática, na transformação dos conhecimentos dos alunos e também dos seus. É importante compreender ainda que o trabalho desempenhado pelos sujeitos no LEMAT, em geral não comportava um processo avaliativo formalmente organizado, sendo que a avaliação ocorria quase sempre englobada no próprio processo de ensino e aprendizagem. Ficava, portanto tal procedimento agregado ao próprio processo de abordagem das atividades propostas, se o aluno ao formular suas ações obtinha êxito ou não, se mudaria sua estratégia ou continuaria seguindo tal raciocínio, em um processo de validação dos conhecimentos (BROUSSEAU, 1998).

Em resumo podemos identificar o desenvolvimento de ações que privilegiam o uso de conhecimentos como: do raciocínio da lógica do próprio conteúdo da Matemática, do material didático, em especial jogos e também do seu uso, do uso de problemas associados aos jogos ou no modelo *Matemática*, de uma sequência de ensino que parte da ação do aluno para posterior devolução do professor e de uma avaliação como recurso de validação do processo de aprendizagem.

Estes são os conhecimentos que identificamos na análise dos dados sobre o LEMAT no período de 2000 a 2012 e que subsidiam a análise que apresentamos a seguir.

²⁹ **Entrevista M4** [set. 2015]. Entrevistador: A. L. Alzeri: Seção de áudio, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2015. Duração 26h32.

5 RESULTADOS E ANÁLISES

Este capítulo é dedicado à apresentação e análise dos dados coletados referentes à atividade docente dos professores. Traremos ainda da análise das convergências e divergências entre os conhecimentos mais presentes no LEMAT, no período delimitado para a pesquisa, conforme apresentados na *seção 3.1.3*, e aqueles identificados na referida atividade dos docentes.

5.1 RESULTADOS E ANÁLISES DO QUESTIONÁRIO: CONHECIMENTOS NA ATIVIDADE DO PROFESSOR

Interessa-nos saber, sobretudo, a maneira como o professor egresso do LEMAT articula seus conhecimentos para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Sabemos que a identificação de tais conhecimentos não é tarefa fácil, principalmente pelo fato de que o professor em sua atividade, quase sempre se encontra em uma situação de ação e raramente em situação de formulação e validação, o que caracteriza, em grande parte, o desenvolvimento de conhecimentos implícitos (MARGOLINAS, 2002). Assim, a maneira para identificarmos alguns desses conhecimentos é por meio do plano de aulas do professor, de onde buscaremos identificar e analisar elementos, conforme exposto nas seções seguintes.

5.1.1 Perfil acadêmico e profissional dos participantes

Foi possível constatar que dentre os nove participantes que responderam o questionário, quatro declararam ter como maior nível de formação somente a graduação, quatro possuem mestrado e um possui doutorado. Dos que concluíram mestrado, um fez mestrado em Educação, dois em Educação Matemática e Tecnológica e um em Matemática (álgebra), o doutorado foi em Biometria e Estatística Aplicada. Dentre tais participantes, quatro realizaram alguma formação continuada nos últimos dois anos. Destes, três em cursos de pós-graduação *estricto sensu* e um em curso de média duração.

Mesmo não sendo a investigação do desenvolvimento profissional dos sujeitos nosso objeto de estudo, em nossa pesquisa com professores egressos do LEMAT foi possível constatar, de acordo com os resultados anteriores, que mais de 50% dos participantes concluíram cursos de pós-graduação *stricto sensu*. Vale lembrar que vários monitores do Laboratório tiveram oportunidade de desenvolver suas primeiras pesquisas no período em que

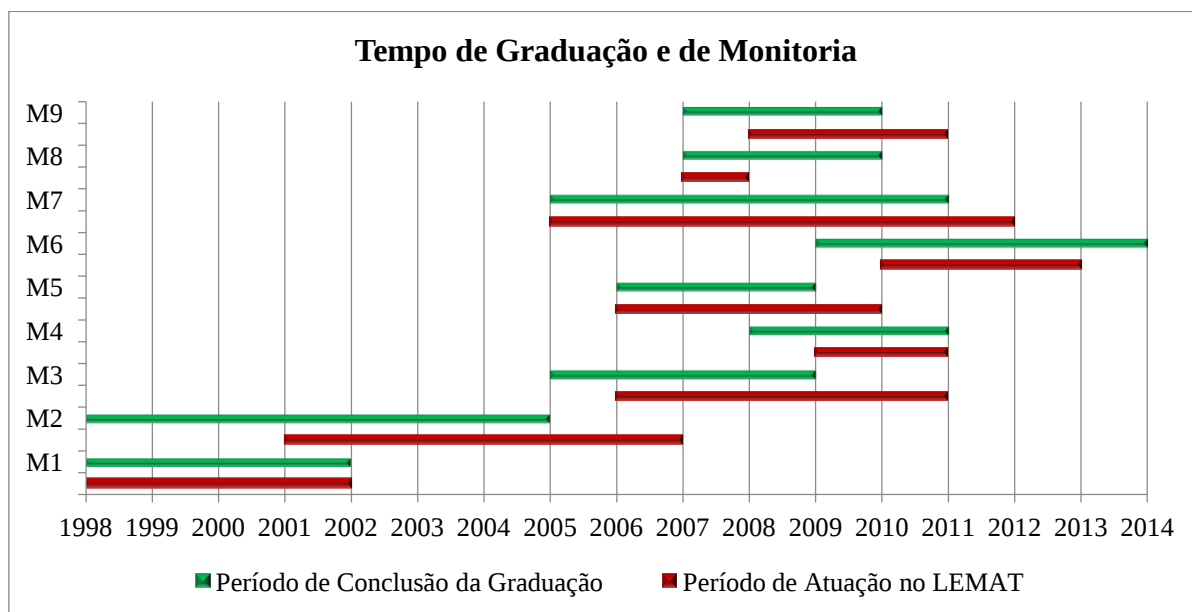
atuaram no Laboratório, conforme explicitamos algumas na *seção 3.1.2*, fator esse importante para futuro alunos de mestrados e doutorados acadêmicos.

Este quadro é ainda mais relevante quando analisado a partir das características da graduação e pós-graduação no Brasil. Segundo dados do Plano Nacional de Pós-graduação (PNPG) 2011-2020, no ano de 2008 foram 800.318 concluintes titulados na graduação. Quando comparados com a pós-graduação tivemos no ano de 2009, 35.698 títulos de mestrado e 3.102 títulos de doutorado. O número de pós-graduados em comparação com número de graduados representa menos de 5% (BRASIL, 2010), o que se faz contrastar com o grande número de participantes pós-graduados desta pesquisa.

Interessa-nos, no entanto, entender mais detalhadamente como ocorreu à participação dos professores no LEMAT, em que período de sua formação tiveram acesso ao Laboratório, por quanto tempo e sob quais condições. Uma informação inicial é que quando atuaram no Laboratório tais participantes eram todos alunos da licenciatura em Matemática e que desempenhavam a função de bolsistas.

O *Gráfico 1*, denominado de gráfico de Gantt³⁰ permite uma comparação entre o tempo que os professores cursaram a graduação e de atuação no LEMAT.

Gráfico 1- Tempo de graduação e monitoria



Fonte: Acervo da pesquisa

³⁰Este tipo de gráfico permite observar o desempenho de um projeto em função do tempo para seu desenvolvimento. Seu criador foi o engenheiro mecânico norte-americano Henry L. Gantt.

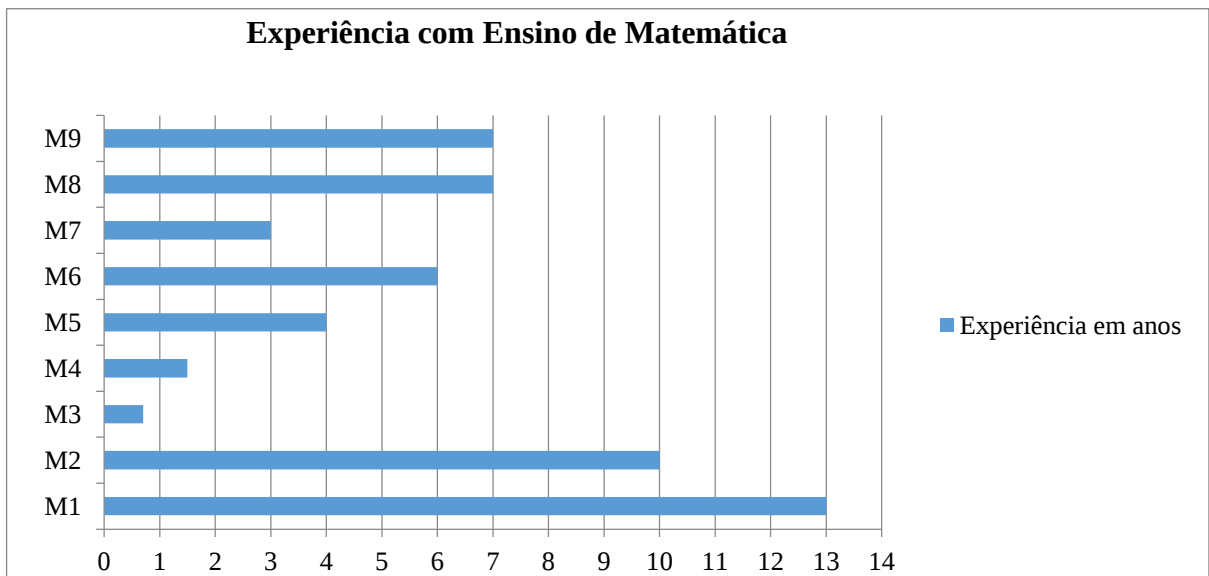
Ressaltamos que as informações catalogadas no *Gráfico 1* correspondem apenas ao tempo de graduação e monitoria dos professores participantes na pesquisa, podendo em algum destes períodos terem convivido no ambiente outros monitores que não consta nos dados coletados.

Observamos que houve uma variação no tempo relacionado ao período de permanência do professor no referido Laboratório, que vai de um a sete anos. Os professores *M2* e *M7* foram os que mais tempo levaram para conclusão da graduação, e também, ficaram mais tempo em contato com o LEMAT. Fator este indicativo de que o vínculo formal com a instituição, como aluno de graduação, é característica importante para a manutenção do vínculo com o Laboratório. Este aspecto, no entanto, não pode ser tomado como único fator preponderante para a manutenção do vínculo com o Laboratório, visto que, quando comparados com o período em que outros professores cursaram a graduação, percebemos que alguns desses participantes, a maioria continuou em atividade no LEMAT mesmo após a conclusão do curso, caso dos citados professores *M2* e *M7* assim como *M3*, *M5* e *M9*. Esta informação remete ao fato de que o Laboratório se apresentava como um ambiente de aprendizagem que ultrapassava as relações formais desempenhadas pelo monitor bolsista, encerradas com o fim do vínculo acadêmico da graduação.

Embora no caso de formação de professores não possamos fazer uma relação direta entre o tempo de experiência e seus efeitos, os participantes *M1*, *M2*, *M4*, *M5* e *M9*, aqueles que concluíram pós-graduação, levaram em média quatro anos para a conclusão da graduação e 3,8 anos de experiência no LEMAT, ou seja, a média de tempo que ficaram em contato com o Laboratório é quase equivalente ao tempo que levaram para se graduarem. Quatro participantes tiveram experiência em outro LEM, *M2* atualmente coordena outro LEM também da UFPE, *M3* atuou no Laboratório do Espaço Ciência nos dois últimos anos em que também estava no LEMAT, experiência equivalente a que teve *M7* durante seis meses. Já *M9* teve experiência posterior ao LEMAT em uma escola de ensino básico, com poucas participações no Espaço Ciência.

Quanto à experiência com o ensino de Matemática, constatamos que aproximadamente 67% dos professores possuem quatro ou mais anos de experiência, com uma variação de oito meses a treze anos. Estas informações podem ser visualizadas no *Gráfico 2*.

Gráfico 2- Gráfico sobre experiência com ensino de Matemática



Fonte: acervo da pesquisa

Os professores *M1* e *M2* são os que possuem mais experiência em sala de aula, característica justificada em parte pelo fato de terem concluído suas graduações em período anterior aos demais participantes. Quanto aos outros professores, estes apresentam uma experiência média de quatro anos com o ensino de Matemática, ressalvadas a grande variabilidade já comentada.

Na seção seguinte analisaremos como os professores fazem suas escolhas levando em consideração os elementos do plano aula, sob o foco das categorias analíticas especificadas anteriormente.

5.1.2 Elementos do Plano de Aula

Conforme exposto na seção 2.3, propusemos aos professores um questionário em forma de plano de aula, com o conteúdo de Função (noções iniciais) pré-fixado. A turma, turno, número de aulas e sua duração, ficaram a cargo da escolha do próprio respondente. Nesse sentido foi possível constatar que todos os professores planejaram aulas para a educação básica. Foram um total de três planos destinados ao 9º ano do ensino fundamental e seis planos para o primeiro ano do ensino médio.

Quanto à escolha do turno, houve uma preferência por planejar aulas para o turno da manhã, apenas um participante, dentre os nove, escolheu o período da tarde. Observamos uma tendência em um tempo de duas aulas para trabalhar o conteúdo, escolha de cinco

participantes; um não respondeu o número de aulas; dois planejaram para quatro aulas e apenas um planejou para seis aulas. A duração das aulas seguiu a média de cinquenta minutos por aula, com pouca variação. Apresentamos a análise do planejamento a partir de seus itens, a saber: objetivos, material didático, atividades, estratégia e avaliação.

a) Objetivos

Adotamos como critério para determinação das preferências dos professores o item que obteve repetidas maiores notas, indicando que dentro do ponto de vista dos participantes é essa a principal opção. No *Quadro 5*³¹ temos o resumo de como o professor atribuiu nota para cada tipo de objetivo que lhe foi apresentado.

Quadro 5- Pontuação atribuída aos objetivos indicados no plano de aula

Professores	Pontuação atribuída aos objetivos				Preferências
	[a]	[b]	[c]	[d]	
M1	10	6	6	7	[a]
M2	9	7	7	7	[a]
M3	6	3	3	10	[d]
M4	9	3	1	10	[d]
M5	9	8	6	8	[a]
M6	10	5	1	8	[a]
M8	10	10	10	10	[a], [b], [c], [d]
M9	3	9	9	7	[b], [c]

Fonte: Acervo da pesquisa

Constatamos uma maior preferência dos professores pelo objetivo [a], de acordo com o critério adotado, recebeu maior nota por quatro professores. Esse objetivo foi composto por um enunciado que buscava *compreender função como relação entre grandezas, identificando variáveis dependentes e independentes*. Como segunda melhor opção eleita pelos respondentes houve preferência pelo objetivo [d], com duas melhores notas.

O participante M2 colocou como sugestão o objetivo com o seguinte enunciado: *“Promover a discussão do conceito de função por meio de problemas, identificando relações nos contextos de suas representações”*. Pontuou tal objetivo com mesmo valor que avaliou o

³¹Nos quadros apresentados nesta seção, as siglas M1, M2, M3, M4, M5, M6, M7, M8 e M9 são utilizadas para identificar os participantes da pesquisa. As [a], [b], [c]... são utilizadas para identificar as questões analisadas.

objetivo [a]. O professor *M7* não apontou nenhum objetivo de sua preferência, não respondeu essa parte do questionário, já *M8* atribuiu notas iguais a todos os objetivos.

De acordo com nossas categorias analíticas, os itens avaliados pelos professores indicaram que houve preferência por objetivos com características ligadas à *própria formação matemática lógica das funções*. Somente um dos participantes optou pelos itens [b] e [c], que requeria uma maior *mobilização dos conhecimentos matemáticos prévios do aluno*. A opção dos professores aponta, segundo as características apresentadas no *Quadro 4*, maior potencial para a preparação do *milieu* pelo professor, dando ao professor ferramentas como, por exemplo, maior capacidade de modelização e ligação a prática social em que está inserido o aluno.

Observamos uma menor adesão, dentre todos os objetivos, ao objetivo [c] que busca *reconhecer funções dadas por leis, gráficos ou diagramas*, indicam modelos e meios que podem restringir a ação do aluno. Não favorecem desempenho do verdadeiro papel da didática que, para Brousseau (1998, p. 16) “não consiste em fornecer um modelo para o ensino, mas em produzir um campo de questões (...)”, no qual o aluno possa construir e reconstruir por caminhos próprios seu conhecimento.

b) Material Didático

Com relação a esta categoria, focamos nossa análise, sobretudo, na maneira como os professores usam tais artefatos, sem perder de vista os conhecimentos que os participantes têm também sobre o próprio material. O *Quadro 6* a seguir traz um resumo da pontuação atribuída a cada sugestão proposta no questionário.

Quadro 6- Pontuação atribuída pelos professores aos materiais didáticos

Professores	Pontuação atribuída aos artefatos						Preferências
	[a]	[b]	[c]	[d]	[e]	[f]	
M1	8	8	7				[a] , [b]
M2	8	5	10	6	7	8	[c]
M3	5	5	5	6	1	6	[d], [f]
M4	4	8		8	8	8	[b], [d], [e], [f]
M5	9	5	8				[a]
M6	10					10	[a], [f]
M7	10	5	5	5	5	5	[a]
M8	8	8	10	8	10	10	[c], [e], [f]
M9	10					10	[a], [f]

Fonte: Acervo da pesquisa

As opções foram (*Cf. no apêndice E*) dispostas na ordem: [a] Quadro branco, pincel e apagador, [b] Textos e atividades de livros didáticos, [c] Projetor de imagens, [d] Jogo do NIM, [e] Cupom fiscal e [f] Torre de Hanói. As respostas dos professores indicam uma maior preferência pelos itens [a] e [f], materiais estes que passaremos a discutir de maneira mais detalhada.

O quadro branco, o pincel e o apagador, ferramentas tradicionalmente presente no cotidiano escolar do Brasil, sobretudo quando tratamos do ensino de Matemática, foi uma das mais bem avaliadas pelos professores. Segundo a escolha da maioria dos professores, estes artefatos ainda apresentam bastante importância e popularidade para o desempenho de suas atividades.

Com igual somatório de escolha, apareceu o Jogo Torre de Hanói, um dos jogos com maior uso no LEMAT. O conhecimento de tal material pode ser constatado conforme as passagens descritas pelos professores, ao comentarem, “[...] os alunos farão uma atividade com o objetivo de se chegar a uma relação entre o número de discos e a quantidade mínima de movimentos para transportar a torre para outro pino. (M6, *Cf. transcrição no apêndice F*)”. O professor M9 (*Cf. transcrição no apêndice F*) escreve, “Iniciar com o jogo torre de Hanói de maneira livre, fazer alguns desafios com número de contagens e com resolução a partir de jogadas já realizadas”. Tem-se ainda: “Iniciar com situação envolvendo relações (variações) entre grandezas: Jogos Torre de Hanói (prioritariamente) [...]” (M4, *Cf. transcrição no apêndice F*).

Já o professor M1 afirma o seguinte:

Figura 4- Recorte de anotações 1: Professor M1

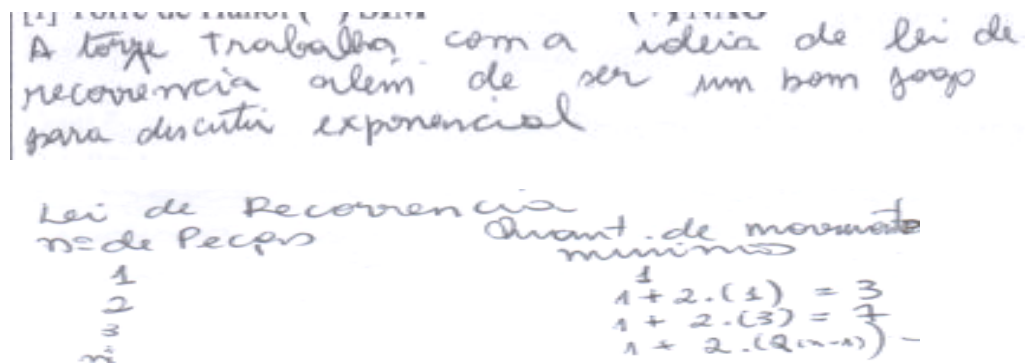


UTILIZO A TORRE DE HANOI ?! INTRODUIR
FUNÇÃO EXPONENCIAL.

Fonte: acervo da pesquisa

E M2 escreve:

Figura 5- Recorte de anotações 2: Professor M2



Fonte: Acervo da pesquisa

Estes elementos dão indícios da mobilização de conhecimentos dos professores *sobre os materiais didáticos* por eles escolhidos. Quanto à maneira como o professor projeta o *uso do material didático*, como explicitamos anteriormente, interessa principalmente a forma como prioriza tal material no processo de ensino e aprendizagem, se como *ferramenta principal para a abordagem do aluno sobre o milieu*, com o aluno agindo ativamente sobre o material, ou se, como uma *ferramenta auxiliar* para o professor, que centra o processo em outro aspecto.

De acordo com os dados apresentados no *Quadro 10 (Cf. no apêndice F)*, observamos uma diferenciação na maneira pela qual o professor projeta o uso do quadro branco, pincel e apagador, e, como preparara em sua aula com o uso da Torre de Hanói. No primeiro caso, como comentam:

- “[...] depois chamo dois representantes para o quadro, [...]” (M2, *Cf. transcrição no apêndice F*);
- “[...] suas regras ficarão dispostas no quadro [...]” (M3, *Cf. transcrição no apêndice F*);
- “O uso do quadro branco como apoio a construção de tabelas” (M4, *Cf. transcrição no apêndice F*);
- “O quadro branco será usado para auxiliar na construção de tabelas e eventuais cálculos” (M6, *Cf. transcrição no apêndice F*).

Em todas as respostas que especificaram o seu uso, tal material didático foi citado como ferramenta auxiliar pelo professor, que o utiliza para dar suporte em sua atividade a exploração do conteúdo.

No uso do segundo material, a Torre de Hanói, temos as seguintes especificações dadas pelos professores (*Cf. transcrição no apêndice F*):

- M3: Serão apresentados os jogos NIM e Torre de Hanói (suas regras ficarão dispostas no quadro). Após o contato com as regras e jogar algumas partidas, o uso de uma planilha será indicado para que os alunos estabeleçam as variáveis exploráveis durante as partidas;
- M4: Iniciar com situação envolvendo relações (variações) entre grandezas: Jogos Torre de Hanói (prioritariamente) [...];
- M6: [...] usar o projetor para apresentar o jogo Torre de Hanói, onde os alunos farão uma atividade com o objetivo de se chegar a uma relação entre o número de discos e a quantidade mínima de movimentos para transportar a torre para outro pino;
- M9: Iniciar com o jogo Torre de Hanói de maneira livre e fazer alguns desafios com número de contagens e com resolução a partir de jogadas já feitas [...].

Com exceção do participante M6, que prioriza o uso de atividades antes de tal jogo, o mesmo é manipulado pelo aluno e ganha conotação de ferramenta principal em seu emprego pelo professor. Propõe na maioria dos casos uma ação do aprendiz, que possibilita possíveis formulações e uma melhor devolução dada pelo professor. Apresenta característica que segundo a (TSD), podem fornecer um *milieu* propício para a aprendizagem, onde em uma situação adidática o aprendiz aborda o material fazendo uso de poucas instruções, age e formula sua estratégia para atingir seu objetivo.

c) Atividades

Centramos inicialmente nossa atenção nos conhecimentos do professor referentes ao tipo de atividade que prefere adotar em seu projeto de aula. Para tanto, em nosso questionário foram dispostas, nos itens [b], [d] e [f], opções com características de atividades do tipo *problema*. Nos itens [a], [c] e [e], apresentavam características de atividades do tipo *exercício*, conforme explicitado nas categorias analíticas.

Os resultados foram catalogados conforme apresentamos no *Quadro 7*, a seguir:

Quadro 7- Pontuação atribuída pelos professores às atividades indicadas

Professores	Pontuação atribuída às atividades						Preferências
	[a]	[b]	[c]	[d]	[e]	[f]	
M1	6		6		6	7	[f]
M2		5		7		10	[f]
M3	1				9	3	[e]
M4	7	6				3	[a]
M5	9	7	9		5	10	[f]
M6	6	8		9		8	[d]
M7		10	10	5	10	10	[b],[c], [e],[f]
M8	9	2	6	8	7	10	[f]
M9	10		9	8	8	7	[a]

Fonte: Acervo da pesquisa

A atividade que apresentou maior quantidade de escolha pelos professores foi à atividade [f], nessa questão é apresentado o seguinte enunciado:

Gabriela recebe a seguinte proposta de emprego para trabalhar com vendas em uma loja:

Proposta A: Salário mensal fixo de 912,00 reais.

Proposta B: Salário mensal fixo de 788,00 reais mais comissão de 5% sobre o valor que conseguir vender.

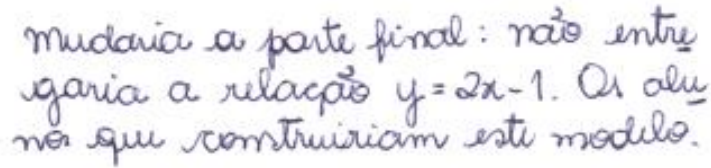
Determine as fórmulas matemáticas que expressão as situações A e B.

Como você pode analisar qual proposta é mais vantajosa para Gabriela?

Esta questão tem características referentes a um problema, onde o aluno é induzido a estruturar seu plano de resolução.

Como segunda opção, houve uma escolha mais acentuada pela alternativa [a]. Alternativa que apresenta um típico problema da máquina de calcular (*Cf. no apêndice E*), nele foi realizada alterações no sentido de fornecer a relação (fórmula) no próprio enunciado, de maneira que o aluno apenas tenha que calcular os resultados com base nos dados fornecidos. Desta maneira a questão ganha características de um exercício, testando assim o conhecimento dos participantes quanto aos tipos de atividades em jogo. Ao optarem por esta alternativa os professores fizeram algumas ressalvas que exemplificamos nos dois extratos apresentados nas figuras 6 e 7 a seguir:

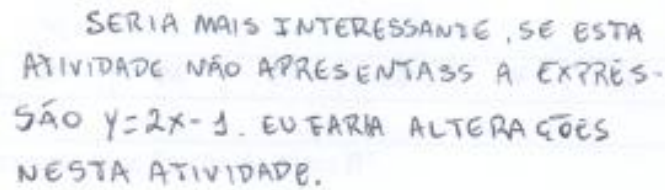
Figura 6- Recorte de anotações 3: Professor M5



mudaria a parte final: não entraria a relação $y=2x-1$. Os alunos que construiriam este modelo.

Fonte: Acervo da pesquisa

Figura 7- Recorte de anotações 4: Professor M1



SERIA MAIS INTERESSANTE, SE ESTA ATIVIDADE NÃO APRESENTASSE A EXPRESSÃO $y=2x-1$. EU FARIA ALTERAÇÕES NESTA ATIVIDADE.

Fonte: Acervo da pesquisa

Os professores sugeriram mudanças no sentido de usar a atividade dentro de um contexto que permita uma maior liberdade de construção do conhecimento pelo aluno. Assim, constatamos de maneira geral que as escolhas feitas pelos participantes no caso em estudo, nos remetem a uma preferência a já mencionada atividade do tipo problema. Conforme as especificações anteriores possibilitam uma construção do conhecimento com o uso e interação de mais de uma estratégia, com soluções que não se revelam facilmente.

Essa constatação é contrária ao uso de questões que determinam o uso de cálculos ou raciocínio específicos a serem usados pelo aluno. Para Brousseau (1998), a validade de uma decomposição classificatória de saberes, feita na Matemática clássica é contestável.

Quanto à maneira como o professor planeja o uso das atividades, percebemos que a atividade como elemento *propulsor da ação do aluno sobre o milieu*, aparece nas passagens (Cf. transcrição no apêndice F):

- M1: Apresentação de atividades que exijam o reconhecimento de quando é relação e quando é função;
- M2: Uso de fichas de atividades ou Jogo do NIM para que os alunos normalmente em duplas elaborem seus conceitos (geralmente trabalho em duplas e depois chamo dois representantes para o quadro, onde tem desenhado um grande jogo);

- M5: O problema [b] (página 5) é proposto, os alunos constroem hipóteses por 5 minutos e depois comentamos estas soluções individuais, devemos chegar a uma expressão da função inerente ao problema;
- M6: [...] propor algumas das atividades para que os alunos percebam as relações entre as grandezas;
- M8: Serão adotadas inicialmente situações problemas para que os alunos percebam a ideia de variável dependente e independente.

No caso do uso da atividade como um *elemento auxiliar* a outras ferramentas, temos os seguintes comentários: (*Cf. transcrição no apêndice F*)

- M3: As atividades [c] e outras em anexos [...] trazem características de introdução no formalismo da linguagem, servem para auxiliar a compreensão das tabelas;
- M9: Sugerir algumas atividades mais sistemáticas e formais sobre funções.

Temos ainda o caso do professor *M4*, que após utilizar outro componente para abordagem inicial do *milieu* usou atividades como fator auxiliar, e o professor *M7* que não explicitou o uso das atividades.

d) Estratégias Planejadas pelos Professores para o Desenvolvimento da Aula

As Estratégias organizadas e/ou utilizadas pelo professor para o desenvolvimento da aula têm o potencial de fornecer importantes informações para o entendimento da atividade de tal profissional, como já constatamos através de algumas informações utilizadas nos itens anteriores. Buscamos compreender como os professores propõem o desenvolvimento das aulas: se a sequência é organizada de maneira a propiciar a *ação do aluno para a posterior devolução do professor* ou propõe uma *exposição do saber pelo professor e posterior ação do aluno*.

Ressaltamos, conforme exposto no *Capítulo 2* referente ao percurso metodológico da pesquisa, que neste item do questionário, assim como no item relacionado á avaliação, não foi fornecido alternativas de múltiplas escolhas para os professores, ficando a critério dos participantes redigirem livremente sua resposta.

Os resultados obtidos indicam que a maioria dos participantes optou por uma organização de suas aulas que privilegia uma ação do aluno, para sua posterior devolução. Tais sequências são propostas de maneira que:

- M2 propõe uma aula que tem início com a ação do aluno em fichas com atividades do tipo problema ou através do jogo do NIM, segue então uma formulação dos alunos que apresentam a grupo geral;
- M3 prepara a interação dos alunos com o Jogo do NIM e Torre de Hanói, com o auxílio de uma tabela para anotar as jogadas e anotarem suas observações;
- M4 Inicia com Jogos Torre de Hanói (prioritariamente) e jogo do NIM (padrão), embora não detalhando bem o uso, propõe que haverá uma posterior anotação dos resultados no quadro branco;
- M5 propõe uma sequência que não inicia com a ação do aluno sob um jogo, mas através do problema [b]. Seguem posteriormente a construção de hipóteses pelos alunos dando continuidade à aula.
- M6 planeja a ação dos alunos em atividades do tipo problema e sob o jogo Torre de Hanói, com o auxílio do quadro branco e projetor de imagens respectivamente;
- M9 inicia com o jogo torre de Hanói com os alunos agindo livremente sob tal artefato, propõe também fazer alguns desafios com número de contagens e com resolução a partir de jogadas já feitas, para possibilitar as formulações dos alunos.

O participante M8 planejou adotar inicialmente situações problemas para que o aluno perceba a ideia de variável dependente e independente. Não deixa claro, no entanto, se essas situações ficarão por conta da exposição feita pelo professor, ou se através de uma ação do aluno. É o caso também de M1 que não nos fornece elementos suficientes para uma conclusão conforme nossas categorias. Já o professor M7 não detalha os passos de sua metodologia, mas apenas a denomina como uma aula expositiva, o que tradicionalmente significa exposição do saber pelo professor.

Constatamos, portanto, uma maior adesão dos professores, seis em total um total de nove, a uma metodologia que *parte da ação do aluno, para a posterior devolução do professor*. Esta organização potencializa a aprendizagem de Matemática, pois entendemos, assim como Brousseau (1998, p. 61, tradução nossa), que o mestre deve, “[...] efetuar, não a

comunicação de um conhecimento, mas a devolução de um bom problema. Se esta devolução acontece, o aluno entra no jogo e ele termina por ganhar, a aprendizagem acontece”³².

Este tipo de estratégia tende a favorecer a articulação dos conhecimentos prévios do aluno, que, em contato com *milieu* preparado pelo professor, assume a responsabilidade na busca da transformação de tais conhecimentos.

e) Avaliação Planejada pelo Professor

Buscamos verificar se o professor propôs uma avaliação no decorrer da própria aula, como *validação do conhecimento do aluno no processo de aprendizagem*, ou se cria um momento específico, ao final do processo, fazendo uma *verificação da aprendizagem* conforme nossas categorias analíticas.

Baseados na catalogação e organização das respostas dos professores (*Cf. no Apêndice G*) foi possível constatar que sete professores planejaram usar algum recurso avaliativo no transcorrer do contato do aluno com a situação proposta, como elemento de validação. Três professores preferiram uma ferramenta avaliativa ao final do processo, como maneira de verificar se houve aprendizagem, sendo que, o professor *M7* aponta usar as duas formas de avaliação. Em outros termos, uma ampla maioria optou por uma *avaliação como validação dos conhecimentos* em jogo.

5.1.3 Discussão dos resultados

Optamos, inicialmente, por agrupar os resultados de maneira a identificar quais as opções com maior aceitação por todos os professores participantes. Outra maneira de visualizar os dados é por meio da observação das escolhas realizadas por cada professor, comparando as informações relativas ao período de monitoria, à formação, à experiência com o Ensino de Matemática, com as respostas dadas pelos professores na construção do plano de aula proposto (*Cf. no Apêndice H*). Essa metodologia propicia um refinamento da análise.

Com relação às escolhas dos objetivos, observamos que houve uma acentuada preferência dos professores por objetivos que apresentam características ligadas à formação matemática lógica das funções, o único professor que optou por objetivos com características que remetem a mobilização de conhecimentos matemáticos prévios dos alunos foi *M9*. Este

³²Le maître doit donc effectuer, non la communication d’une connaissance, mais la dévolution du bon problème. Si cette dévolution s’opère, l’élève entre dans le jeu et s’il finit par gagner, l’apprentissage s’opère.

professor está entre aqueles que possuem pós-graduação, com doutorado em Biometria e Estatística Aplicada, área mais próxima da Matemática Pura, o que poderia lhe conduzir a escolhas mais ligadas ao formalismo científico. Ele foi também um dos monitores que passou mais tempo no LEMAT, seis anos, e, está na média de experiência em sala de aula, que é de três anos.

De maneira geral os professores preferiram adotar o material didático ou atividades do tipo problema, como fatores principais para possibilitar uma abordagem inicial do aluno em relação ao *milieu* proposto pelo professor. Os participantes *M2*, *M3*, *M4* e *M9* optaram pelo uso de jogos do NIM ou Torre de Hanói, já *M1*, *M2*, *M5*, *M6* e *M8* optaram pelo o uso de problemas.

Destacam-se os casos particulares de *M1*, que optou por atividades do tipo problema, do próprio livro didático e outras que utiliza na escola onde trabalha (*Cf. no anexo 6*), e também o professor *M2* que projetou o uso do Jogo do NIM ou de problemas através de fichas. Neste último caso, trata-se de um dos participantes com pós-graduação, que passou um longo período (6 anos) no LEMAT e também com bastante experiência em sala de aula, demonstrando grande potencial para variação em sua estratégia. Temos ainda o caso de *M7*, que não explicitou nenhuma estratégia mais detalhada para a abordagem do aluno ao *milieu*, disse apenas planejar uma aula expositiva.

Observamos, também, que os professores que optaram pelo uso de atividades como ferramenta inicial de abordagem do *milieu*, apresentam uma maior média de experiência com o ensino de Matemática, 8,6 anos. Já aqueles que preferem a adoção de jogos apresentam uma média de 3,8 anos de experiência. Essa informação, no entanto, não apresenta maior impacto sobre as demais escolhas dos professores e não aparece como objetivo desta pesquisa uma análise mais detalhada de tais características.

Quanto à maneira como se organizou a sequência didática, os resultados da pesquisa reafirmam que a maioria dos professores optou por uma abordagem do conteúdo que parte da ação do aluno para a posterior devolução do professor (*Cf. no Apêndice H*). No caso do professor *M7*, um dos monitores com maior tempo de atuação no LEMAT, como anunciado antes, disse que faria uma aula expositiva. Neste caso pressupõe-se que haja uma maior intervenção inicial do professor para uma posterior atuação do aluno. Não houve outras informações complementares que possibilitassem uma visão mais clara de tal planejamento do professor.

Apenas três professores se destacaram por usar uma avaliação como verificação final da aprendizagem, são eles *M1*, *M7* e *M8*. Nenhum aspecto marcante foi encontrado no que se

refere à formação acadêmica de tais participantes, atuação no LEMAT ou experiência em sala de aula, havendo bastante variação em tais informações.

A observação dos dados de cada participante analisados individualmente reafirma as tendências apontadas pelas escolhas anteriormente catalogadas. Possibilitou-nos, no entanto, uma visão mais detalhada das peculiaridades ainda não detectadas anteriormente. Assim, podemos concluir que dentre as opções com maior aceitação pelos professores, houve uma acentuada preferência por objetivos que buscam a mobilização de características ligadas à própria formação matemática lógica das funções. Escolheram igualmente dois materiais didáticos, o primeiro foi o quadro branco, pincel e apagador, usado como ferramenta auxiliar do processo de ensino e aprendizagem. O segundo foi o jogo Torre de Hanói, usado como ferramenta principal para a abordagem do aluno sobre o *milieu*.

Os professores optaram mais por atividades do tipo problema, sendo que a maioria dos participantes projetou seu uso como elemento propulsor da ação do aluno sobre o *milieu*. Quanto à sequência didática da aula, houve maior tendência a uma organização partindo da ação do aluno para sua posterior devolução pelo professor. Sendo, por fim, a avaliação adotada com maior tendência como validação do conhecimento do aluno no processo de aprendizagem, presente no decorrer da exploração da situação didática proposta.

5.2 Convergências e divergências entre os conhecimentos identificados

Como apresentamos em nosso percurso metodológico, nesta seção buscaremos a analisar as convergências e divergências entre conhecimentos trabalhados pelos professores na fase em que atuaram como monitores no LEMAT e aqueles presentes em sua atividade, delimitados nas seções anteriores. Baseados nas escolhas individuais dos participantes (*Cf. no Apêndice H*) foi possível constatar em termos numéricos a convergência e divergências de cada item, de acordo com a *Tabela 1*, a seguir:

Tabela 1- Convergências e divergências entre os conhecimentos identificados

Conhecimentos identificados	Número de professores	
	Convergências	Divergências
Lógica do conteúdo matemático	7	2
Uso de material didático (jogos) e/ou atividades como ferramenta inicial de abordagem do <i>milieu</i>	8	1
Uso de atividade do tipo problema	6	4
Utilização de sequências didáticas: a partir da ação do aluno para posterior devolução pelo professor	6	1
Avaliação como meio de validação do conhecimento do aluno no processo de aprendizagem	7	4

Fonte: Acervo da pesquisa

Os resultados numéricos apresentados na *Tabela 1*³³ resultam das convergências e divergências dos conhecimentos identificados no estudo do LEMAT, sobretudo aqueles presentes na *seção 3.2*, e conhecimentos identificados em sua atividade docente, apresentados no decorrer deste capítulo. Como expomos nas seções anteriores, buscamos identificar os conhecimentos em função das escolhas da maioria dos participantes investigados, dessa maneira, de acordo com os resultados catalogados na *Tabela 1*, detectamos em todas as categorias uma maior convergência dos conhecimentos. O *Quadro 13* (*Cf. no Apêndice H*) nos fornece possibilidades para uma investigação mais detalhada sob cada item, conforme faremos a seguir.

No caso da mobilização de conhecimentos relacionados à lógica do conteúdo matemático e ao conhecimento sobre o conhecimento prévio do aluno houve convergência para conhecimentos com características ligadas à própria formação matemática lógica do conteúdo (funções). Como anunciamos anteriormente, apenas *M9* não optou nesse sentido, o professor *M8* escolheu todas as opções.

Quanto à escolha do material didático, como anunciado nos resultados anteriores, houve uma tendência da grande maioria dos professores por usarem problemas ou material didáticos como uma ferramenta inicial de abordagem do *milieu*. Apenas o professor *M7* planejou uma abordagem através de aula expositiva com o uso de quadro, pincel e apagador.

³³ Nos resultados foram quantificadas as escolhas dos professores por mais de uma opção de um mesmo item e com iguais prioridades, por exemplo, quando o professor que optou por usar atividades do tipo problemas e também do tipo exercícios. Neste caso, a soma das convergências e divergências pode ultrapassar cem por cento.

Outra característica marcante é o fato de que cinco professores planejaram o uso de jogos em suas aulas. Este resultado é expressivo quanto à convergência dos conhecimentos analisados, visto que, dentre os conhecimentos mais presentes no LEMAT e, conseqüentemente, trabalhados por seus monitores, está o conhecimento dos jogos, como exposto seção 3.2.

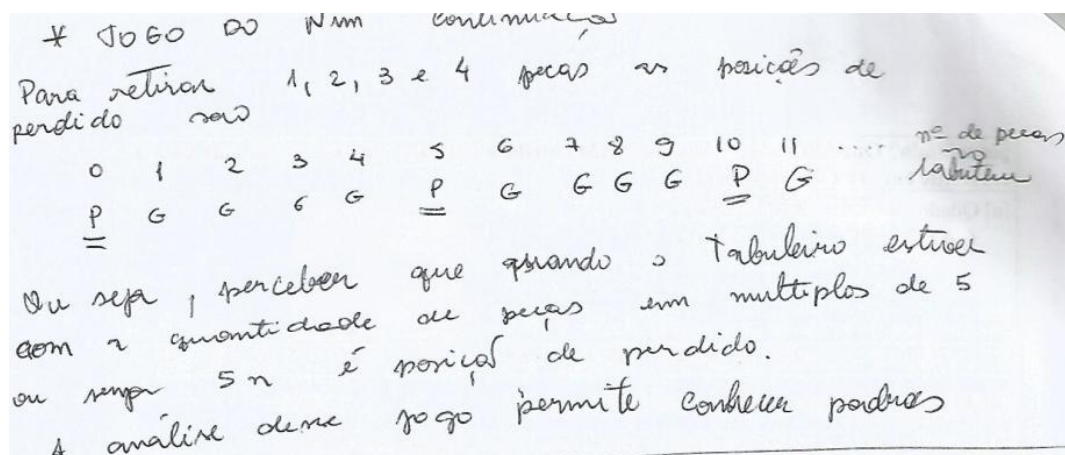
Dentre outros materiais didáticos, o jogo Torre de Hanói teve igual aprovação a do quadro branco, pincel e apagador, matérias estes tidos como de primeira necessidade por muitos professores de Matemática. Este quantitativo, representado por mais da metade dos participantes, demonstra a força como os jogos trabalhados no LEMAT continuaram marcantes na atividade de tais professores, sobretudo nos aspectos que permeiam seu plano de aula.

É importante notar, no entanto, que quando tomados no contexto da complexidade do estudo dos conhecimentos dos professores, essa análise numérica se mostra insuficiente para maiores conclusões. Usamos então as informações anteriormente categorizadas referentes aos conhecimentos dos professores sobre o próprio material didático e também sobre seu uso.

De acordo com os dados apresentados, ao planejarem sua aula, os professores articularam também conhecimentos dos próprios materiais. Especificamente no caso dos jogos, demonstram habilidades do potencial de seu uso, das regras e da Matemática a ser explorada a partir de tais materiais.

O Jogo do NIM, um dos jogos mais trabalhados durante o período de formação dos professores no LEMAT, como consta nas anotações da época do professor M1 (Cf. no anexo 5), foi retomado nas respostas do questionário pelo professor M2, conforme extrato apresentado na figura 8:

Figura 8- Recorte de anotações 5: Professor M2



Fonte: Acervo da pesquisa

Neste caso, é reproduzido um padrão de tratamento desse jogo bastante peculiar aos conhecimentos trabalhados no Laboratório, como já discutimos anteriormente. Vale lembrar que no LEMAT o jogo foi sempre tratado em um sentido de abordagem que parte do jogo para a Matemática, como ferramenta principal para a abordagem do aluno sobre o *milieu*. No plano de aula, dos cinco professores que escolheram o uso de jogos, quatro optaram pelo o uso desse material como elemento principal de abordagem do *milieu* junto a maneira como foi planejada o uso atividades do tipo problema, reforça a convergência, como consta na *Tabela 1*.

Quanto à escolha do tipo de atividade foi possível também observar mais convergências que divergências entre os conhecimentos praticados no LEMAT, sobretudo com o uso dos problemas denominados Matemática, e aqueles apontados pelos professores em sua atividade. Dos nove professores, seis escolheram o uso de problemas como elementos em seus planos de aula, apenas dois escolheram unicamente o uso de exercícios como atividade, um marcou igual valor para ambos os tipos de atividades (*Cf. no Apêndice H*) e um professor colocou maior nota para uma atividade do tipo exercício, mas não a utilizou em sua estratégia de aula, usou uma atividade problema. Observamos, portanto, preferência do professor por usar atividades do tipo problema, convergente ao uso empregado no LEMAT.

Na sequência didática da aula planejada pelos professores, também foi possível verificar, segundo a maioria dos participantes, que houve mais convergência que divergência de conhecimentos. Em seus projetos, seis dos nove participantes explicitaram que uma organização que parte da ação do aluno, para uma posterior devolução do professor, apenas um professor divergiu, apresentou uma sequência que mais se aproxima de uma exposição inicial do saber por ele professor, para a posterior ação do aluno. Dois dos participantes não determinaram elementos suficientes para a análise da sequência.

Houve também, nas respostas dos professores, uma predominância por escolha da avaliação como validação do conhecimento do aluno no próprio processo de aprendizagem, o que proporciona uma maior convergência entre os conhecimentos analisados. Das quatro respostas com característica avaliativas divergentes, empregadas como verificação final da aprendizagem, dois professores optaram apenas por esse tipo de avaliação e outros dois planejaram o uso ambos os tipos de avaliação.

Do cruzamento dos dados podemos constatar que cinco professores apresentam convergência em quatro principais aspectos dentre as categorias analisadas, ou seja, são professores que ao responderem o questionário fizeram escolhas por objetivos que busca a

mobilização da lógica do conteúdo matemático, usaram o material didático ou atividades do tipo problema como principal ferramenta de abordagem do *milieu*, na sequência didática planejada para a aula buscam uma abordagem que parte do aluno para posterior devolução do professor, e, planejam uma avaliação como validação do conhecimento, englobada no próprio processo de aprendizagem do aluno.

Estes professores propõem um perfil de aulas que parte da ação do aluno através de um jogo, artefato ou problema, para através das formulações realizadas pelos alunos, proporem sua devolução, nesse processo apontam ainda, a avaliação como meio de validação dos conhecimentos em jogo. Tal organização apresenta fortemente uma convergência ao tipo de abordagem dos conhecimentos realizada no LEMAT, conforme teorizamos anteriormente dentro do âmbito da teoria das Situações Didáticas.

Dentre os demais professores, temos *M9*, que divergiu apenas ao escolher um objetivo com características da mobilização do conhecimento formal prévios do aluno, adotou, no entanto, elementos que convergem quanto ao uso dos jogos, sequência da aula e tipo de avaliação. Os professores *M1* e *M8*, como anunciado antes, não determinaram elementos suficientes para a identificação da organização da sequência didática da aula, planejaram o uso de uma avaliação no final do processo, como verificação da aprendizagem. Convergem somente nos aspectos referentes ao uso de atividades do tipo problema como principal ferramenta da abordagem do *milieu* e também quanto a anunciarem objetivos com características da mobilização da lógica do conteúdo matemático.

Temos ainda o caso de *M7*, que dentre todos os professores, foi o que mais divergiu do perfil dos conhecimentos trabalhados no LEMAT, visto que, não determinou escolha pelos objetivos, não determinou como usaria o material didático e as atividades, determinou uma sequência mais próxima da exposição do saber pelo professor para posterior ação do aluno e optou por ambos os tipos de avaliação. Este professor é um dos que passou mais tempo atuando como monitor no LEMAT, mas devida a falta de parâmetros em suas respostas, preferimos considerá-lo divergente mais pela falta de informações que pelo perfil de suas respostas.

Podemos concluir, portanto, segundo as escolhas dos professores e baseado nas categorias analíticas, que houve uma maior convergência que divergência entre os conhecimentos mais presentes no LEMAT e aqueles mobilizados na atividade do professor, através dos elementos de seu plano de aula. No cruzamento dos dados foi possível ainda constatar que pelo menos seis professores, planejaram aulas com a mobilização de conhecimentos também convergentes aqueles mais presentes no trabalho no LEMAT.

Ressaltamos que os elementos anteriormente elencados, como o uso de jogos e problemas matemático, escolha da sequência didática da aula com o propósito de favorecer a aprendizagem, capacidade da exploração da lógica do conteúdo matemático, avaliação como validação do conhecimento, se destacaram como elementos preponderantes na caracterização LEMAT. Estes são fatores de fundamental importância na atividade do professor, sujeito este, que para Brousseau (1988) tem a consistência de seu trabalho baseada na capacidade de propor ao aluno uma situação de aprendizagem em que o próprio aluno produza seus conhecimentos como responsabilidade pessoal. No modelo proposto por Margolinas (2002), são esses conhecimentos que permitem a interação do professor com o *milieu*. Já Lima (2012, p. 3) afirma que os conhecimentos mobilizados pelos professores “exercem papel de extrema relevância didática, na medida em que influencia o processo de ensino e, conseqüentemente, intervém no processo de aprendizagem no qual o aluno é protagonista”.

A convergência destes elementos com os conhecimentos identificados na atividade dos professores potencializa, portanto, o referido Laboratório como ambiente de formação de professores e sua influência na atividade destes professores.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao realizar esta pesquisa nos propusemos a analisar a influência do Laboratório de Educação Matemática (LEM) na atividade do professor egresso da Licenciatura em Matemática. Dentre os laboratórios aos quais tivemos acesso, escolhemos o LEMAT da Universidade Federal de Pernambuco como campo de pesquisa. Para tanto, fixamos como nosso principal objetivo analisar as potencialidades e limitações da influência do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT), como espaço de formação para a atividade de professores de Matemática.

Para fundamentar o estudo nos ancoramos na Teoria das Situações Didáticas (TSD) e, mais particularmente, no Modelo de Níveis de Atividades do Professor proposto Margolinas (1995, 2002, 2005). Encontramos neste modelo o suporte teórico necessário para analisar os dados coletados. No que concerne a observar aspectos da formação docente, o modelo de níveis de atividade do professor possibilitou centrarmos nossa atenção sobre o campo de investigação em que o professor planeja sua aula e pensa também em um projeto com base em um determinado conteúdo matemático.

Como bem observou Margolinas (2002), o professor tem sua atividade quase sempre centrada em uma situação não didática e, como tal, aprende em contato com o *milieu*. Já Guérios (2002) observa em sua pesquisa como ações ocorridas no contexto de um LEM há oito, dez anos, se constituíam em raízes para ações atuais do professor. Dessa maneira, entendemos que os conhecimentos mobilizados pelos professores se constituem ao longo das diversas experiências as quais conviviam na trajetória de sua formação. Algumas dessas experiências podem ser consideradas mais marcantes, enquanto outras podem não deixar marcas explícitas com o passar do tempo.

Para fundamentar o estudo, nos reportamos aos trabalhos de pesquisa de vários autores que discutem sobre esta temática buscando repertoriar as definições de LEM por eles utilizadas e, em seguida, definir o que entendemos por LEM. Dentre as definições de LEM, destacou-se aquela que o concebe como ambiente de formação da educação matemática, com potencialidade para a formação do aluno e do professor. Evidenciou-se também a definição que concebe o LEM como disciplina universitária. Em uma pesquisa online, apresentada na seção 1.2, constatamos que grande parte das universidades estaduais e federais oferece este componente curricular em suas matrizes.

Com relação ao LEMAT, nosso campo de investigação, foi possível identificar conhecimentos relacionados ao próprio conteúdo matemático, ao uso do material didático,

especialmente os jogos e aos problemas a eles associados, bem como ao modelo *Matemática* e à sequência de ensino que parte da ação do aluno para posterior devolução do professor, além de conhecimentos relativos à avaliação enquanto recurso de validação dos processos de ensino e aprendizagem. Estes são aspectos que potencializam o LEMAT como ambiente de aprendizagem dos professores que nele atuaram como monitores.

Para investigar mais especificamente as potencialidades e limitações da influência do LEMAT na atividade dos professores (monitores egressos), buscamos identificar convergências e divergências dos conhecimentos presentes em tal ambiente de aprendizagem e os articulados no plano de aula de tais professores, em sua atividade.

Os resultados do estudo mostram uma convergência importante entre os conhecimentos trabalhados no período em que atuaram como monitores no LEMAT e os conhecimentos mobilizados nas respostas do questionário, sobretudo, com relação às escolhas dos elementos do plano de aula. Mesmo diante de algumas divergências, e considerando outros fatores que constituem a experiência destes professores, os resultados indicam que os conhecimentos vivenciados e construídos no Laboratório exercem uma influência marcante nas respostas dos professores. Eles reforçam de forma relevante a caracterização do LEMAT como ambiente de formação de professores.

Identificamos também algumas limitações do Laboratório enquanto ambiente de formação: a dificuldade de ensinar alguns conteúdos matemáticos mais avançados presentes em alguns jogos e artefatos, como foi exposto pelo *Coordenador C2* e também pelo *professor M4* (Cf. *Seção 3.2*); a ausência de registros de algumas experiências vivenciadas; e o caráter informal das atividades formativas realizadas no LEMAT, com relação ao currículo da Licenciatura em Matemática na instituição, uma vez que não se constitui em um componente curricular.

A caracterização do LEMAT como um ambiente de formação de professores de Matemática evidencia a relevância da temática pesquisada. No entanto, os resultados aqui apresentados não devem ser vistos como conclusivos ou prescritivos. Neste âmbito, alguns aspectos que não foram explorados neste estudo ficam como possibilidades para o desenvolvimento de novas pesquisas. O primeiro está relacionado ao LEM como disciplina universitária, as instituições que a oferecem e as regiões do país nas quais elas se concentram. Outro aspecto que merece ser melhor investigado diz respeito ao perfil de formação dos professores egressos do LEM, relacionado ao desenvolvimento profissional.

Os resultados obtidos apontam, também, para a necessidade de estudar as peculiaridades inerentes à prática dos professores, em sua ação didática, visto que este estudo

se deteve sobre níveis de sua atividade, com base em seu projeto de ensino. Entendemos que investigações dessa natureza podem dar uma maior visibilidade aos espaços não formais de formação de professores, como é o caso do LEM, que têm se mostrando cada vez mais eficazes para a mudança da prática pedagógica adotada pelos professores de Matemática.

REFERÊNCIAS

ARAMAN, Eliane M. O.; BARICCATTI, Karen H. G.; VERTUAN, Rodolfo E. O. Laboratório de Ensino de Matemática na Visão de Professores da Educação Básica. **UNOPAR Cient., Ciênc. Human. Educ.**, Londrina, v. 14, n. 1, p. 23-29, jan. 2013.

BENINI, Marli B. C. **Laboratório de Ensino de Matemática e Laboratório de Ensino de Ciências: Uma comparação**. 2006. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ensino Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP 1/2002, de 18 de fevereiro de 2002. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_02.pdf>. Acesso em: 25 mar. 2015.

_____. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CP 9/2001, de 8 de maio de 2001. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena**. Publicado no Diário Oficial da União, Brasília, DF, 18 de jan. 2002. Seção 1. p. 31. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf>>. Acesso em: 21 dez. 2014.

_____. Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996, **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em: 22 jan. 2015.

_____. Lei 5692, de 11 de agosto de 1971, **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1970-1979/lei-5692-11-agosto-1971-357752-publicacaooriginal-1-pl.html>>. Acesso em: 22 jan. 2015.

_____. Ministério da Educação, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. **Plano Nacional de Pós-Graduação** – PNPG 2011-2020. Brasília, DF, dez. 2010. Disponível em: <https://www.capes.gov.br/images/stories/download/PNPG_Miolo_V2.pdf>. Acesso em: 25 mar. 2015.

_____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: Ministério da Educação, 1997. p. 142. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 25 mar. 2015.

BROUSSEAU, Guy. La théorie des situations didactiques. In: Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal, 1997, Montréal: LADIST Université Bordeaux 1. **Conférence** Montréal, 1997, 56 p. Disponível em: <http://guy-brousseau.com/1694/la-theorie-des-situations-didactiques-le-cours-de-montreal-1997/>. Acesso em: 07 out. 2015.

_____. Le contrat didactique et le concept de milieu: Dévolution. **Revue Recherches en didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 9, n. 3, p. 309-336. 1990. Actes de la V^{ème} Ecole d'été de Didactique des mathématiques.

_____. Les différents rôles du maître. **Bulletin de l'A.M.Q.** Montréal, 1988, p. 14-24.

_____. **Théorie des situations didactiques**, Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.

CARVALHO, Glayson L. **Laboratório de ensino de matemática no contexto de uma escola de ensinos fundamental e médio**. 2011. 66 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

CELLARD, André. A Análise documental. In: POUPART, J. et al. **A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos**. Tradução de Ana Cristina Nasser. 2. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010. p. 295-316.

COMITI, C.; GRENIER, D; MARGOLINAS, C. Niveaux de connaissances em jeu lors d'interactions em situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques. In: G. Arsac; J. Gréa; D. Grenier; A. Tiberghien (Eds.). **Différents types de savoirs et leurs articulations**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1995. p.101-109.

CURY, Helena N. **As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos**. 1994. 276 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1994.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da Realidade à ação, reflexões sobre educação e matemática**. Campinas, SP: Summus editorial, 1986.

DARCHE, Michael; KANTOR, Jean M. **Mosaico Matemático**: cité des Sciences et de l'Industrie, La Villette, [1997?]. 1 folder.

DIENES, Zoltán P. **Aprendizado Moderno da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.
EWBANK, William. A. **The mathematics laboratory what? why? when? how?**. USA: Alberta, National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1997.

FARIA, Fabiana S. **Conhecimentos e concepções de professores de matemática que atuam no ensino médio**: influência dos processos seletivos de acesso ao ensino superior. 2010. 116 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 15. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FIORENTINI, Dario. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. **Rev. de Educação PUC - Minas**, Campinas, n. 18, p. 107-115, jun. 2005.

_____. Alguns modos de ver e conhecer o ensino da matemática no Brasil. **Rev. ZETETIKE**, Campinas, v. 3, n. 4, p. 01-16, 1995.

_____. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática:** o caso da produção científica em cursos de pós-graduação. 1994. 425 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual Campinas, Campinas, 1994.

GUÉRIOS, Etienne C. **Espaços oficiais e intersticiais da formação docente:** histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática: 2002. 234 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual Campinas, Campinas, 2002.

LAKATOS, Imre. **Matemáticas, ciencia y epistemología.** Madrid: Alianza, 1981.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. **A construção do saber:** manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Porto Alegre: Artmed, 1999.

LIKERT, Rensis. **A Technique for the Measurement of Attitudes.** New York: Archives of Psychology, 1932. p. 5-55. 22 v.

LIMA, Iranete. Uma reflexão sobre a atividade do professor de matemática a luz da Teoria das Situações Didáticas. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, Aracaju, v. 5, n. 1, p. 46-55, 2012.

_____. Conhecimentos e concepções de professores de matemática: análise de sequências didáticas. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 359-385, 2011.

_____. **De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs:** étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale. 2009. Thèse (Doutorado em Mathématiques et Informatique) - Université Joseph Fourier, Paris, 2009.

LOPES, Jairo A.; ARAÚJO, Elizabeth A. O Laboratório de Ensino de Matemática: Implicações na Formação de Professores. **ZETETIKE**, Campinas, v. 15, n. 27, p. 57- 70, jan./jun. 2007.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: _____ (Org.). **O Laboratório de ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas, SP: Editores Associados, 2012a. p.3-37.

_____. (Org.). **O Laboratório de ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas, SP: Editores Associados, 2012b.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação:** Abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986. (Coleção Temas Básicos de Educação e Ensino)

LUCKESI, Cipriano C. **Avaliação da aprendizagem escolar:** estudos e proposições. 19. ed. São Paulo: Cortez, 2008.

MARGOLINAS, Claire. La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe. In: Simmt E.; Davis B. (ed.), **Actes 2004 de la rencontre annuelle du groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques.** Edmonton: CMESG/GCEDM, 2005.

_____. La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In: _____. **Les débats de didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions, 1995. p.89-102.

_____. Situations, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur. In: DORIER, J. L. et al. (Eds.). **Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions, 2002. p. 141-156.

MARGOLINAS, Claire; RIVIÈRE Olivier. La preparation de seance: un element du travail du professeur. **Petit x**, Grenoble, n. 69, jun. 2005. p. 32-57. Disponível em: < <http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/spip.php?rubrique25&num=69>>. Acesso em: 22 nov. 2015.

MEDEIROS, Heitor. M.; SILVA, Daniella L. Matemática: a arte dos enigmas matemáticos. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 9., 2007, Belo Horizonte, **Anais** Belo Horizonte: Universidade de Belo Horizonte, 2007. Disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/files/ix_enem/Html/minicursos.html>. Acesso em: 06 nov. 2015.

MIORIM, Maria A. **O Ensino de Matemática: Evolução e Modernização**. 1995. 231 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

MISKULIN, Rosana G. S. As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediado pelas TICs na formação de professores. In: LORENZATO, Sergio (Org.). **O Laboratório de ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Editores Associados, 2012b. p.153-178.

MOREIRA, Plínio C.; DAVID, Maria. M. S. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática escolar**. 1. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

MORTARI, Cesar A. **Introdução à lógica**. São Paulo: Editora UNESP, 2001.

MUNHOZ, Regina H. *et al.* O laboratório de ensino de matemática como disciplina curricular e espaço diferenciado na formação inicial do professor de matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Curitiba, **Anais** Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2013.

NOEL FILHO, A. Contribuições do Laboratório de Educação Matemática num Programa de Iniciação à Docência. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Curitiba, **Anais** Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2013.

OLIVEIRA, Ana M. N. **Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática: As Razões de Sua Necessidade**. 1983. 149 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1983.

PESSOA, Gracivane S. **A Contribuição dos Laboratórios de Ensino de Matemática na Educação e na Formação do Professor**. 2002. 42 p. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática) – Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal do Pernambuco, Recife, 2002.

_____. Uma proposta para a implantação de um laboratório de ensino de matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8., 2004, Recife, **Anais** Recife: SBEM, 2004.

PIAGET, Jean. **A formação do símbolo na criança**: imitação, jogo e sonho, imagem e representação. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC- Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. 1990.

PLATAFORMA LATTES. **Buscar currículo**. Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Disponível em: < <http://lattes.cnpq.br/>>. Acesso em: 11 Jan. 2016.

PONTE, João. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, p. 11- 34, 2005. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/05-Ponte_GTI-tarefas-gestao.pdf>. Acesso em: 06 abr. 2016.

PROJETO leva Ciência e Matemática à rede de escolas estaduais. **Jornal do Comercio**, Recife, 1989.

RIBAS, Daniela R.; BARONE, Dante A. C.; BASSO, Marcus V. A. O Uso de um Laboratório Virtual de Matemática no Processo de Ensino aprendizagem. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 5, n. 2, dez. 2007.

RODRIGUES, Fredy C. **Laboratório de educação matemática**: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores. 2011. 195 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

SANTOS, Tarcísio R. Situações didáticas com o jogo mankala colhe três: explorando a noção de divisores por alunos do 3º ciclo do ensino fundamental. In: Congresso Internacional de Ensino de Matemática, 6., 2013, Canoas, **Anais ...** Canoas: ULBRA, 2013.

SAVIANI, Dermeval. **As concepções pedagógicas na história da educação brasileira**. Campinas, 2005. Projeto 20 anos do Histedbr. Disponível em: <http://www.histedbr.fe.unicamp.br/navegando/artigos_frames/artigo_036.html>. Acesso em: 18 fev. 2015.

_____. Formação de Professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**, Campinas, v. 14, n. 40, p. 143-155, jan./abr. 2009. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v14n40/v14n40a12.pdf>>. Acesso em: 05 set. 2014.

SILVA, Izabelly M. L.; CAMPOS, Gésica P. HEX – conexões extremas em ladrilhos hexagonais. In: Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática, Cultura e Diversidade, 10., 2010, Salvador, **Anais ...** Salvador: SBEM, 2010.

SHULMAN, Lee S. Conocimiento y Enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. **Rev. de currículum y formación del profesorado**, v. 9, n. 2, p. 01-30, 2005. Disponível em: <<http://www.ugr.es/local/recfpro/Rev92ART1.pdf>>. Acesso em: 08 out. 2014.

SILVA, Rejane D. **A Formação do Professor de Matemática: um estudo das representações sociais**. Campina Grande, PB: eduepb, 2013.

SILVA, Evellyn L.; GIORDANI, Estela M.; MENOTTI, Camila R. As tendências pedagógicas e a utilização de materiais didáticos no processo de ensino e aprendizagem. In: Seminário Nacional de Estudos e Pesquisas, 8., 2009, Campinas, **Anais...** Campinas: Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2009. Disponível em: <http://www.histedbr.fe.unicamp.br/acer_histedbr/seminario/seminario8/_files/qMP2rpp.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2016.

SILVA, Raquel C.; SILVA, José R. O papel do laboratório no ensino de matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8., 2004, Recife, **Anais** Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

TAHAN, Malba. **Didática da matemática**. 3. ed. São Paulo: Saraiva, 1968. 2v.

TARDIF, Maurice. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: Elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. **Revista Brasileira de Educação**, Campinas, n. 13, p. 05-24, Jan/Fev/Mar/Abr. 2000.

TRIVIÑOS, Augusto N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas S.A., 2013.

TURRIONI, Ana M. S. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2004. 174 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

TURRIONI, Ana M. S.; PEREZ, Geraldo. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, Sergio (Org.). **O Laboratório de ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Editores Associados, 2012b. p. 57-76.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO. Centro de Ciências Exatas e da Natureza. **Destaques**. Recife, 1993. Folheto.

_____. **Projeto de Implantação**: Projeto de rede, ciências, matemática e Educação Ambiental em Pernambuco. Recife, 1991.

_____. **Projeto de extensão**: sala de exposição interativa do LEMAT. Gestão 2005. Recife, 2005.

_____. **Relatório Técnico-crítico**: Projeto de rede, ciências e matemática na escola de 1º e 2º graus de Pernambuco. Gestão 1989/1990. Recife, 1990.

VALENTE, Wagner. R Euclides Roxo e a História da Educação Matemática no Brasil. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n.1, p. 89-94, 2005. Disponível em: <[http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/historia/historia/Euclides %20roxo%20e%20a%20historia, %20da%20educacao%20matem%C3%A1tica%20no% 20brasil.*Rodrigues%20Valente% 20Wagner.*Union_001_012.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/historia/historia/Euclides%20roxo%20e%20a%20historia,%20da%20educacao%20matem%C3%A1tica%20no%20brasil.*Rodrigues%20Valente%20Wagner.*Union_001_012.pdf)>. Acesso em: 17 ago. 2014.

APÊNDICE

A- Disciplina de LEM na universidade

Quadro 8- Universidades pesquisadas

UNIVERSIDADES FEDERAIS	OFERECE DISCIPLINA DE LEM
Universidade de Brasília (UnB)	Não
Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)	Sim
Universidade Federal de Goiás (UFG)	Não
Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)	Não
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)	Sim
Universidade Federal da Bahia (UFBA)	Sim
Universidade Federal do Sul da Bahia (UFSB)	Não
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB)	Sim
Universidade Federal da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB)	Não
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)	Não
Universidade Federal do Cariri (UFCA)	Não
Universidade Federal de Alagoas (UFAL)	Não
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)	Sim
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)	Não
Universidade Federal de Sergipe (UFS)	Sim
Universidade Federal do Ceará (UFC)	Não
Universidade Federal do Maranhão (UFMA)	Não
Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB)	Sim
Universidade Federal do Piauí (UFPI)	Não
Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)	Não
Universidade Federal do Vale do São Francisco (UNIVASF)	Não
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)	Sim
Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA)	Não
Universidade Federal de Rondônia (UNIR)	Não
Universidade Federal de Roraima (UFRR)	Não
Universidade Federal do Acre (UFAC)	Não
Universidade Federal do Amapá (UNIFAP)	Sim
Universidade Federal do Amazonas (UFAM)	Sim
Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA)	Sim
Universidade Federal do Pará (UFPA)	Sim
Universidade Federal do Tocantins (UFT)	Sim
Universidade Federal Rural da Amazônia (UFRA)	Não

UNIVERSIDADES FEDERAIS	OFERECE DISCIPLINA DE LEM
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (UNIFESSPA)	Não
Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL)	Não
Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)	Não
Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF)	Não
Universidade Federal de Lavras (UFLA)	Sim
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)	Não
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)	Não
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)	Não
Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ)	Sim
Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)	Não
Universidade Federal de Uberlândia (UFU)	Não
Universidade Federal de Viçosa (UFV)	Não
Universidade Federal do ABC (UFABC)	Não
Universidade Federal do Espírito Santo (UFES)	Sim
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO)	Sim
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)	Sim
Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM)	Não
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM)	Sim
Universidade Federal Fluminense (UFF)	Sim
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ)	Sim
Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS)	Não
Universidade Federal da Integração Latino-Americana (UNILA)	Não
Universidade Federal de Ciências da Saúde de Porto Alegre (UFCSPA)	Não
Universidade Federal de Pelotas (UFPEL)	Sim
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)	Sim
Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)	Não
Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA)	Sim
Universidade Federal do Paraná (UFPR)	Não
Universidade Federal do Rio Grande (FURG)	Não
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)	Sim
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)	Sim
Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT)	Sim
Universidade Estadual de Goiás (UEG)	Não
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS)	Sim
Universidade de Pernambuco (UPE)	Não
Universidade do Estado da Bahia (UNEB)	Sim
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte (UERN)	Sim
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)	Sim
Universidade Estadual de Alagoas (UNEAL)	Sim

UNIVERSIDADES FEDERAIS	OFERECE DISCIPLINA DE LEM
Universidade Estadual de Ciências da Saúde de Alagoas (UNCISAL)	Não
Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS)	Não
Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC)	Não
Universidade Estadual do Ceará (UECE)	Sim
Universidade Estadual do Maranhão (UEMA)	Sim
Universidade Estadual do Piauí (UESPI)	Não
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)	Não
Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)	Sim
Universidade Regional do Cariri (URCA)	Não
Universidade do Estado do Amapá (UEAP)	Não
Universidade do Estado do Amazonas (UEA)	Não
Universidade do Estado do Pará (UEPA)	Não
Universidade Estadual de Roraima (UERR)	Não
Universidade Estadual do Saber Tradicional da Amazônia (UESTA)	Não
Universidade do Estado de Minas Gerais (UEMG)	Não
Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES)	Não
Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)	Sim
Universidade Estadual da Zona Oeste (UEZO)	Não
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF)	Sim
Universidade de São Paulo (USP)	Sim
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)	Não
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP)	Não
Universidade Virtual do Estado de São Paulo (UNIVESP)	Não
Universidade Estadual de Londrina (UEL)	Não
Universidade Estadual de Maringá (UEM)	Não
Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)	Não
Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG)	Sim
Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO)	Sim
Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP)	Não
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)	Sim
Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC)	Sim
Universidade Estadual do Rio Grande do Sul (UERGS)	Não
Universidade do Tocantins (UNITINS)	Não

Fonte: Acervo da pesquisa

B- Definições de LEM

Quadro 9- Definição de LEM

DEFINIÇÃO DE LEM (TIPO): Laboratório/Agente de Formação – Laboratório de Educação Matemática		
AUTOR	CARACTERÍSTICAS	PRINCIPAL OBJETIVO
NOEL FILHO, Antonio. Contribuições do Laboratório de Educação Matemática Num Programa de Iniciação à Docência. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba, Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática . Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2013.	Atividades envolvendo a Matemática e o seu ensino, preferencialmente em forma de grupos de estudo, workshops ou oficinas. O acervo desse laboratório é composto principalmente por softwares, livros didáticos, materiais manipuláveis, jogos, demonstrações locais e vídeos.	Pesquisar ou desenvolver informações, materiais de ensino e maneiras diferenciadas que viabilizem o processo ensino-aprendizagem.
LOPES, Jairo de A.; ARAUJO, Elizabeth A. O Laboratório de Ensino de Matemática: Implicações na Formação de Professores. Rev. ZETETIKE , Campinas, v.15, n.27, p. 57- 70, 2007.	Mais que um espaço equipado com materiais pedagógicos, o LEM constitui um local de reflexão sobre a prática do professor e de elaboração e execução de projetos que complementem a formação do futuro professor de Matemática. Sob essa ótica, pretende abranger diversas tendências atuais do ensino da Matemática.	Propiciar ao futuro docente da área o conhecimento e a vivência de metodologias alternativas para o ensino e aprendizagem em Matemática.
OLIVEIRA, Ana Maria Naujack. Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática: As Razões de Sua Necessidade . 1983. 149p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba (PR).	O lugar onde se concentram esforços de pesquisa na busca de novas alternativas para o aperfeiçoamento do currículo do curso de licenciatura em matemática bem como os currículos dos cursos de 1º e 2º graus.	Criar no futuro professor atitudes de indagação, a pesquisa que se fizer no laboratório deverá motivar o pesquisador de maneira a suscitar nele tais atitudes.
RODRIGUES, Fredy Coelho. Laboratório de educação matemática: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores . 2011. 199p. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte (MG).	-Ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático; -Ambiente que facilita professores e alunos conjecturar, experimentar, analisar, concluir, aprender, aprender a aprender; -Aprender fazer fazendo; -Desenvolver competências e habilidades; -Criação e descoberta; -Reflexão na ação; -Interação.	-Contribuir para a melhoria da formação inicial e continuada de professores, promovendo a integração das ações de ensino, pesquisa e extensão; -Difundir uma nova concepção de Matemática como instrumento de cidadania e inserção social; -Integrar as duas áreas que compõem a formação inicial do professor de matemática, na medida em que proporciona a integração das disciplinas de formação pedagógica e as de formação profissional [...].

DEFINIÇÃO DE LEM (TIPO): Laboratório/Agente de Formação – Laboratório de Educação Matemática		
AUTOR	CARACTERÍSTICAS	PRINCIPAL OBJETIVO
TURRIONI, Ana Maria Silveira. O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores : 2004. 175p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro(SP).	Nesse processo, então, se dá especial atenção às potencialidades do aluno futuro docente. Teoria e prática se interligam, e este deixa de ser objeto e passa a ser sujeito da formação – responsável pelo seu próprio conhecimento.	Preparar novos professores com uma formação mais próxima das pesquisas recentes e imbuídos de um sentimento de indagação e procura.
LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis, In: LORENZATO, Sergio (Org.). O Laboratório de ensino de Matemática na formação de professores . Campinas: Editores Associados, 2012a. p. 3-37.	É uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender.	Criar situações pedagógicas desafiadoras e para auxiliar no equacionamento de situações previstas pelo professor em um planejamento, mas imprevistas na prática.
TURRIONI, Maria S.; PEREZ, Geraldo. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, Sergio (Org.). O Laboratório de ensino de Matemática na formação de professores . Campinas: Editores Associados, 2012b. p. 57-76.	Um agente de mudança num ambiente onde se concentram esforços de pesquisa na busca de novas alternativas para o aperfeiçoamento do curso de licenciatura em matemática, bem como do currículo dos cursos de ensino fundamental e médio.	Garantir a práxis educativa na área da matemática, pois é com a participação do licenciando em um ambiente de pesquisa que se poderá promover alguma mudança significativa nessa área.
MUNHOZ, Regina Helena. <i>et al.</i> O laboratório de ensino de matemática como disciplina curricular e espaço diferenciado na formação inicial do professor de matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11. , 2013, Curitiba, Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática . Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2013.	O sentido é esse, o de experimentar, testar e vivenciar situações e recursos que fazem parte da vida profissional do professor de Matemática.	Vivenciar a prática do professor, construir um rol de alternativas que podem ser usadas nas salas de aula da Educação Básica.
SILVA, Raquel Correia da; SILVA, José Roberto. O papel do laboratório no ensino de matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8. 2004, Recife, Anais do VIII	Como um ambiente de recursos pedagógicos que permitam aos professores elaborar e estruturar procedimentos metodológicos úteis, capazes de tornarem a prática docente eficaz na compreensão dos princípios	-Promover aulas de acordo com as novas tendências educacionais; -Possibilitar atividades tanto a nível individual, como a nível de grupos; -Promover a realização de

DEFINIÇÃO DE LEM (TIPO): Laboratório/Agente de Formação – Laboratório de Educação Matemática		
AUTOR	CARACTERÍSTICAS	PRINCIPAL OBJETIVO
Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004.	básicos matemáticos, que envolvem o ensino-aprendizagem.	atividades de investigação e trabalhos de projetos; [...].
CARVALHO, Gláysen Luiz de. Laboratório de ensino de matemática no contexto de uma escola de ensinos fundamental e médio. 2011. 179p. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte (MG).	Um ambiente construído por professores com a colaboração dos alunos	Realizar atividades práticas por meio das quais os alunos manipulem materiais didáticos selecionados de acordo com objetivos cognitivos preestabelecidos pelo professor. (...) proporcionar uma construção dos saberes a partir da experiência, da reflexão, intuição, da dedução, enfim, da participação ativa dos alunos no processo de conhecimento.
TAHAN, Malba. Didática da matemática. 3ed. São Paulo: Saraiva, 1968. 2v.	Uma sala ambiente, ou melhor, um <i>Laboratório</i> , no qual se encontra as peças consideradas úteis, interessantes ou mesmo indispensáveis ao ensino da matemática. P. 61.	O ensino da matemática é apresentado ao vivo, com auxílio de material adequado à maior eficiência da aprendizagem.
ARAMAN, Eliane M. de Oliveira; BARICCATI, Karen H. Gongora; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. O Laboratório de Ensino de Matemática na Visão de Professores da Educação Básica. UNOPAR Cient., Ciênc. Human. Educ. , Londrina, v. 14, n. 1, p. 23-29, 2013.	O Laboratório de Ensino de Matemática pode ser entendido como um ambiente de aprendizagem no qual atividades de exploração e investigação matemática são realizadas, sendo os materiais manipuláveis recursos para essa investigação.	Fazer matemática [...]
EWBANK, W. A. The mathematics laboratory: what? why? when? how? NCTM. Alberta, 1997.	<i>The phrase is used to mean a place, a process, a producer. As a place, it is a room set aside for mathematical experiments and practical activities. The term is also used for the type of approach used in a classroom whereby children work in an informal manner, move around, discuss, choose</i>	Trabalhar a matemática de forma informal em local apropriado, permitindo as crianças fazerem suas próprias escolhas. É também um método de ensino desvinculado ao espaço físico.
	<i>their materials and methods, and generally make and discover mathematics for themselves. This latter use of the term as a process and a procedure is far more important because not every school could have a mathematics laboratory but</i>	

DEFINIÇÃO DE LEM (TIPO): Laboratório/Agente de Formação – Laboratório de Educação Matemática		
AUTOR	CARACTERÍSTICAS	PRINCIPAL OBJETIVO
	<i>every school or individual teacher could use this method of teaching. P. 559</i>	
BENINI, Marli B. C. Laboratório de Ensino de Matemática e Laboratório de Ensino de Ciências: Uma comparação. 2006. 109p. Dissertação de (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina (PR).	“Laboratório para o Ensino da Matemática”, pretende um desenvolvimento de estratégias que permitam uma melhor qualidade da aprendizagem, objetiva colocar em prática os processos de reflexão, comparações, as relações e associações.	Propiciar aos alunos meios para que eles compreendam melhor a matemática já existente, isto é prezar o encontro da teoria com a prática.
RIBAS, Daniela Rodrigues; BARONE, Dante Augusto Couto; BASSO, Marcus Vinícius de Azevedo. O Uso de um Laboratório Virtual de Matemática no Processo de Ensino-aprendizagem CINTED-UFRGS, Novas Tecnologias na Educação , v. 5, n. 2, 2007.	Adaptar materiais instrucionais e desafios tradicionalmente de um laboratório de matemática para atividades virtuais e trabalhá-los como ferramentas na resolução de problemas.	Com materiais instrucionais e desafios tradicionalmente de um laboratório de matemática adaptados para atividades virtuais e disponíveis via <i>web</i> podemos potencializar as alternativas que favoreçam a aprendizagem em matemática.
MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra. As potencialidades didáticas– pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediado pelas TICs na formação de professores, In: LORENZATO, Sergio (Org.). O Laboratório de ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Editores Associados, 2012b. p. 153-178.	Mais que um espaço físico, isto é, é considerado um cenário interativo de aprendizagem colaborativa e conhecimento compartilhado, um espaço de formação, apoiado por uma abordagem teórico-metodológica e conduzido pela mediação do professor/pesquisador.	Propiciar práticas educativas que consideram as TIC, seus limites e potencialidades computacionais e pedagógicas no desenvolvimento do trabalho docente.

Fonte: Acervo da pesquisa

C- Ficha de Observação Livre do LEM

Nome da Instituição:	Data da Entrevista:
Rede de Ensino: (particular/pública)	Ano da Implantação do Laboratório:
Responsáveis pelo Laboratório:	Condições de Funcionamento: (Em atividade/desativado)
Observações:	

Fonte: Acervo da pesquisa

D- Fichas para Entrevista Semiestruturadas

Roteiro para Coordenadores

Nome:	Data/hora da Entrevista:
Período em que ocupou a coordenação:	Atual ocupação:
Observações:	
Roteiro: ➤ Falar sobre o LEMAT no período em que você foi coordenador. • Como e quando passou a ser coordenador do projeto. • História do LEMAT. • Coordenador anterior e posterior. • Como era constituído o ambiente físico? • Quem era o público alvo? • Quais serviços/projetos prestavam a comunidade? • Qual a relação dos monitores com o LEMAT? Recebiam alguma capacitação especial? • Qual tipo de raciocínio/conhecimentos você acredita que mais se trabalhava no período? • Qual a maiores dificuldades? • As potencialidades? • A contribuição do LEMAT para formação do professor e dele. • O que gostaria de acrescentar?	

Roteiro para Professores

Nome:	Data/hora da Entrevista:
Como e em que período participou do LEMAT:	Atual ocupação:
Observações:	
Roteiro: ➤ Fale sobre o LEMAT no período que você participou. • Qual sua relação inicial com LEMAT. • História do LEMAT. • Como era constituído o ambiente físico? • Quem era o público alvo? • Quais serviços/projetos prestavam a comunidade? • Qual a relação dos monitores com o LEMAT? Recebiam alguma capacitação especial? • Como eram preparados os materiais didáticos para exposição? • Qual tipo de raciocínio/conhecimentos você acredita que mais se trabalhava no período e sua importância? • Qual a maior dificuldade? • Qual a potencialidade? • O que mais gostaria de acrescentar?	

E- Questionário



Prezado(a) Professor(a)

O material anexo a esta carta faz parte de uma pesquisa de mestrado sobre a influência do Laboratório de Educação Matemática na atividade do professor, desenvolvida no Programa EDUMATEC da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Para tanto, precisamos da sua valiosa colaboração, participando da experimentação. Do nosso lado, assumimos o compromisso de manter o anonimato.

O referido material é constituído dos seguintes documentos: um questionário de perfil profissional e acadêmico; elementos para elaboração de um plano de aula e cinco anexos.

Entendemos que sua resposta a esta etapa da pesquisa se configura em sua concordância em participar voluntariamente do estudo, ressaltando que esta participação é muito importante para a investigação em andamento.

Agradecemos antecipadamente pela sua contribuição!

Atenciosamente

Prof. Ailson Alzeri

QUESTIONÁRIO

[a] Nome (a identificação não é obrigatória)
[b] Formação acadêmica: ☐ Graduação em: ☐ Especialização lato sensu em: ☐ Mestrado em: ☐ Doutorado em:
[c] Participou recentemente de alguma ação de formação continuada? Sim ☐ ☐ Não
[d] Se sim, qual?
[e] Tem experiência com o ensino de matemática? ☐ Não.

☐ Sim, no Ensino Fundamental. Quanto tempo (anos e meses)? ☐ Sim, no Ensino Médio. Quanto tempo (anos e meses)? ☐ Sim, na Graduação. Em que curso(s)? Quanto tempo (anos e meses)? ☐ Sim, em ações de formação continuada. Quanto tempo (anos e meses)? ☐ Sim, em cursos de Especialização lato sensu. Quanto tempo (anos e meses)? ☐ Sim, em cursos Mestrado. Quanto tempo (anos e meses)? ☐ Sim, em cursos Doutorado. Quanto tempo (anos e meses)?
[f] Em que período atuou como monitor(a) do LEMAT? De _____ a _____
[g] Já atuou em outro Laboratório de Matemática ou de Educação Matemática? ☐ Sim ☐ Não
[h] Se sim, Onde e quando?
[i] Complemente as informações anteriores, caso considere necessário <i>(utilize o verso da folha de papel se for necessário).</i>

2. ELEMENTOS PARA A ELABORAÇÃO DE UM PLANO DE AULA

Conteúdo matemático: Função (noções iniciais) Ano (série) escolar: _____ Turno: _____ Nº de aulas: _____ Duração : ____ h ____
--

Atribua um valor de 01 (menor relevância) a 10 (maior relevância), com a finalidade de construir o plano de aula para o ano (série) escolar que você descreveu no quadro acima.

(01) Objetivo(s):									
[a] Compreender função como relação entre grandezas, identificando variáveis dependentes e independentes.									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
[b] Reconhecer funções dadas por leis, gráficos ou diagramas.									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
[c] Compreender função como uma relação f de A em B definida em A com imagem em B ou aplicação de A em B se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10

[d] Reconhecer função como modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas do mundo natural ou social.									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
[e] Outro(s) objetivo(s) (por favor, formule, atribua um valor de 01 a 10 e justifique a sua escolha)									

(02) Você utilizaria os materiais didáticos (artefatos) de “a” a “f” na(s) aula(s) que está planejando? Quando sua resposta for “SIM” atribua um valor de 01 a 10 em uma escala crescente em grau de relevância.

[a] Quadro branco, pincel e apagador
☐ SIM ☐ NÃO



01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

[b] Textos e Atividades de Livros Didáticos. ☐ SIM ☐ NÃO

Fornecemos, em anexo, alguns textos e atividades dentre as quais deve escolher uma ou mais, indicando o número do anexo. Se preferir escolha textos e atividades de outro livro e, neste caso, anexe-o(s) a este plano de aula. Por favor, justifique todas as suas escolhas (utilize o verso dessa folha de papel ou anexe outras folhas se for necessário).

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

[c] Projetor de imagens: ☐ nenhum ☐ retroprojetor ☐ vídeo-projetor ☐ lousa digital
☐ outro artefato. Qual? _____



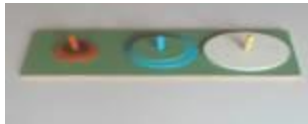
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

[d] Jogo do NIM ☐ SIM ☐ NÃO



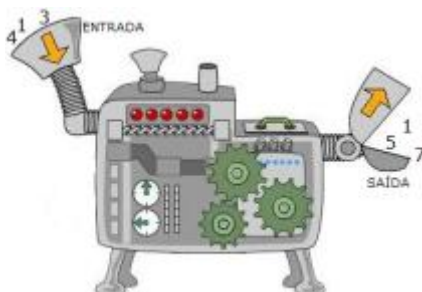
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

[e] Cupom Fiscal ☐ SIM ☐ NÃO

									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
[f] Torre de Hanói () SIM () NÃO 									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
[g] Outro jogo ou artefato. Qual? Atribua uma nota de 1 a 10 e justifique sua escolha (<i>utilize o verso dessa folha de papel para complementar a sua resposta</i>):									

(03) Você utilizaria as atividades de “a” a “f” na(s) aula(s) que está planejando? Quando sua resposta for “SIM” atribua um valor de 01 a 10 em uma escala crescente em grau de relevância.

[a] Pedro criou uma máquina capaz de transformar números, para cada número colocado na máquina ela dobra esse valor e diminui 1 do resultado.



Ao observar alguns resultados y em função dos números que entram x, escreveu que $y = 2x - 1$. Se colocar o número 7, 8 e 9 na máquina qual resultados obteria?

() SIM () NÃO

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
[b] Uma rapadura custa R\$ 1,50 mais meia rapadura. Quanto custará uma rapadura, meia e três rapaduras respectivamente? Explique como chegou a sua resposta. Qual fórmula matemática poderá nos fornecer o valor para várias rapaduras? () SIM () NÃO									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10

[c] Considerando a função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida pela lei $f(x)=3x +5$, determine:

a) $f(2)$

b) $f(-3)$

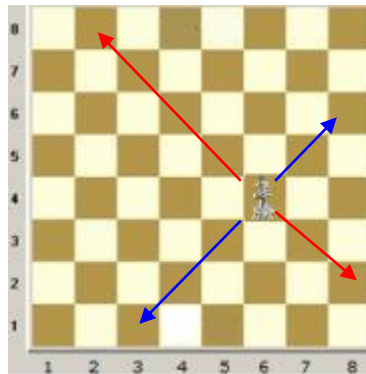
c) $f(x)= 5$

() SIM

() NÃO

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

[d] No jogo de xadrez o *bispo* se movimenta na diagonal mantendo-se sempre nas casas de mesma cor, podendo ir para frente e para trás, quantas casas quiser conforme ilustrado na seguinte figura.



De acordo com a numeração na borda do tabuleiro podemos tomar como coordenada para a posição do bispo em destaque a coluna e linha (6 , 4) respectivamente, de forma que ele pode se mover (no sentido da seta azul) para a posição (4 , 2) ou (8 , 6), por exemplo.

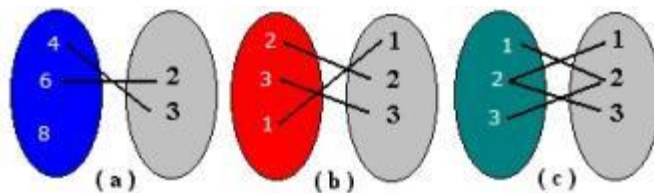
Descubra qual lei de formação da função que associa cada coluna x a cada linha y que o bispo poderá percorrer no sentido da seta azul. E no sentido da seta vermelha, qual fórmula matemática poderemos usar?

() SIM

() NÃO

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

[e] Quais dos seguintes diagramas representa uma função de **A** em **B**?



() SIM

() NÃO

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

[f] Gabriela recebe a seguinte proposta de emprego para trabalhar com vendas em uma loja:

Proposta A: Salário mensal fixo de 912,00 reais.

Proposta B: Salário mensal fixo de 788,00 reais mais comissão de 5% sobre o valor que conseguir vender.

Determine as fórmulas matemáticas que expressão as situações A e B.

Como você pode analisar qual proposta é mais vantajosa para Gabriela?

() SIM

() NÃO

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

[g] Outra Atividade. Por favor, apresente a atividade em detalhe, atribua uma nota de 1 a 10 e justifique a sua escolha (*utilize o verso da folha de papel para complementar a sua resposta*).

(04) Descreva detalhadamente a metodologia de ensino que será adotada na(s) aulas(s) (organização da sala de aula, uso dos artefatos e das atividades, etc.). *Utilize o verso da folha de papel par complementar a sua resposta.*

(05) Descreva a maneira como os alunos serão avaliados, destacando os instrumentos de avaliação que serão utilizados (*utilize o verso da folha de papel par complementar a sua resposta*).

ANEXO 1

A noção de função

Quando relacionamos grandezas variáveis, estamos tratando, em geral, do conceito de **função**, muito utilizado na Matemática e em outros ramos da Ciência.

Esse conceito sofreu no decorrer da história grande evolução. A ideia que temos atualmente de função está diretamente relacionada à teoria dos conjuntos, desenvolvida principalmente a partir do século XIX.

Nesse processo, diversos matemáticos contribuíram significativamente, como Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), Isaac Newton (1642-1727), Leonhard Euler (1707-1783), Joseph Fourier (1768-1830), entre outros.



• Joseph Fourier.



• Isaac Newton.

Veja algumas situações do cotidiano em que as funções estão presentes.

O valor da fatura de telefone é calculado em função do consumo no mês.



A comissão de um vendedor é dada em função do quanto ele vende em determinado período.



O tempo de uma viagem está em função da velocidade praticada no trajeto.



Função

Acredita-se que o termo função tenha sido introduzido na Matemática por Leibniz em 1694, porém com uma conotação diferente da utilizada atualmente.



• Gottfried Wilhelm Leibniz.

Agora, observe a situação.

Mário trabalha em uma fábrica de montagem de televisores. Para montar cada aparelho, ele verificou que eram gastos 4,5 min.

De acordo com essa informação, vamos construir o seguinte quadro.

Quantidade de televisores (x)	1	2	3	4	5
Tempo em minutos (y)	4,5	9	13,5	18	22,5

Neste caso, estão relacionadas duas grandezas, isto é, a quantidade de televisores x e o tempo em minutos y .

Cada quantidade de televisores corresponde a um único tempo em minutos, ou seja, a cada valor que atribuímos à variável x , obtemos um único valor para a variável y . Essa situação caracteriza um exemplo de função.

ANEXO 2

Podemos escrever uma sentença que permite calcular o tempo em minutos y em função da quantidade de televisores x .

tempo gasto
 $y = 4,5 \cdot x$
 tempo gasto para montar cada televisor
 quantidade de televisores

Essa sentença é chamada **lei de formação da função** ou **fórmula da função**. Com essa fórmula, podemos calcular, por exemplo, quanto tempo será necessário para montar 8 televisores ou quantos televisores serão montados em 54 minutos.

$y = 4,5 \cdot 8 = 36$
 Serão gastos 36min para montar 8 televisores.

$54 = 4,5 \cdot x$
 $\frac{54}{4,5} = \frac{4,5x}{4,5}$
 $x = 12$
 Serão montados 12 televisores em 54min.

Veja outra situação envolvendo função.

Para acessar a internet, Douglas vai a um cibercafé, cuja forma de cobrança é a seguinte: uma taxa fixa de R\$ 1,50 mais R\$ 2,30 por hora de acesso.

Podemos escrever uma fórmula que expressa o valor a ser pago por Douglas pelo acesso à internet (y) em função do número de horas (x).

valor a ser pago
 $y = 1,5 + 2,3 \cdot x$
 taxa fixa
 valor pago por hora de acesso
 número de horas de acesso

Outra notação que podemos utilizar para representar a lei dessa função é substituir a variável dependente y por $f(x)$. Essa notação foi uma das contribuições do matemático Leonhard Euler ao estudo das funções.

Assim, podemos representar a função $y = 1,5 + 2,3 \cdot x$ da seguinte maneira:

$f(x) = 1,5 + 2,3 \cdot x$

Como a variável independente (x) representa o número de horas de acesso, se consideramos $x = 3$, a variável dependente (valor pago) é dada por:

$f(3) = 1,5 + 2,3 \cdot 3 = 8,4$

Portanto, o valor a ser pago pelo acesso de 3h à internet é R\$ 8,40.

Na notação $f(x)$ (lê-se f de x) podemos utilizar qualquer letra para indicar a função, porém é mais comum usar f , g e h . No caso da variável independente, também podemos utilizar qualquer letra, mas a letra x é a mais comum.

Cibercafé
 Os cibercafés são locais equipados com computadores conectados à internet. Além do acesso à internet, os usuários podem realizar outras tarefas, como gravar arquivos em CD ou pen drive e imprimir trabalhos ou documentos.

Funções capítulo 5

85

Fonte: SOUZA, J. R.; PATANO, P. R. M. **Vontade de Saber Matemática: 9º ano**. FTD, São Paulo, 2012.

ANEXO 3

2 Explorando intuitivamente a noção de função

A ideia de função está presente quando relacionamos duas grandezas variáveis. Acompanhe alguns exemplos.

a) Número de litros de gasolina e preço a pagar

A tabela abaixo relaciona o número de litros de gasolina comprados e o preço a pagar por eles (em janeiro de 2013).

Número de litros	Preço a pagar (R\$)
1	2,70
2	5,40
3	8,10
4	10,80
$\vdots$	$\vdots$
40	108,00
x	$2,70x$

Observe que o preço a pagar é dado **em função** do número de litros comprados, ou seja, o preço a pagar **depende** do número de litros comprados.

preço a pagar (p) = R\$ 2,70 vezes o número de litros (x) comprados.
ou

$p = 2,70x \rightarrow$ **lei da função** ou **fórmula matemática da função** ou regra da função ou ainda representação analítica da função

👉 Agora, responda:

- Qual é o preço de 10 litros de gasolina?
- Quantos litros de gasolina podem ser comprados com R\$ 35,10?

b) Lado do quadrado e perímetro

A tabela a seguir relaciona a medida do lado de um quadrado (ℓ), em centímetros, e o seu perímetro (P), também em centímetros.

Medida do lado (ℓ em cm)	Perímetro (P em cm)
1	4
2	8
2,5	10
3	12
4,1	16,4
$\vdots$	$\vdots$
ℓ	4ℓ

Observe que o perímetro do quadrado é dado em função da medida do seu lado, isto é, o perímetro depende da medida do lado. A cada valor dado para a medida do lado corresponde um único valor para o perímetro.

perímetro (P) = 4 vezes a medida do lado (ℓ) ou
 $P = 4\ell \rightarrow$ lei da função

Como o perímetro depende da medida do lado, ele é a **variável dependente**, e a medida do lado é a chamada **variável independente**.

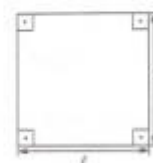
👉 Agora, responda:

- Qual é o perímetro de um quadrado cuja medida do lado é 3,5 cm?
- Qual é a medida do lado de um quadrado cujo perímetro é de 22 cm?

Fique atento!

Podemos usar a notação $f(x)$ no lugar de p . Assim, teríamos $f(x) = 2,70x$.

Perímetro: medida do contorno de uma figura geométrica plana.



Fique atento!

- Como não existe um símbolo para perímetro, algumas vezes ele é representado por $2p$ (já que p é o símbolo de semiperímetro). Neste livro, no entanto, usaremos P para indicá-lo.
- Podemos usar $f(\ell)$ no lugar de P . Assim, $f(\ell) = 4\ell$.

ANEXO 4

c) A máquina de dobrar
Observe a seguir o diagrama de uma “máquina” de dobrar números.



Veja que os números que saem são dados **em função** dos números que entram na máquina, ou seja, os números que saem dependem dos números que entram.
Representando o número de saída por n e o número de entrada por x , temos:
 $n = 2x \rightarrow$ fórmula matemática da função

Agora, invente uma “máquina de triplicar e somar 1”, baseada no exemplo acima, e escreva a fórmula matemática dessa função.

Fique atento!
Podemos usar $f(x)$ no lugar de n .
Assim, $f(x) = 2x$.

d) Em uma rodovia, o motorista coloca o carro no piloto automático e mantém uma velocidade constante de 90 km/h. Veja a tabela que relaciona o tempo t (em horas) e a distância d (em quilômetros):

Tempo (h)	Distância (km)
0,5	45
1	90
1,5	135
2	180
t	$90t$



Você sabia?
Este exemplo aborda um conteúdo estudado em Física: **velocidade média**.

Observe que a distância percorrida é dada **em função** do tempo, isto é, a distância percorrida **depende** do intervalo de tempo. A cada intervalo de tempo considerado corresponde um único valor para a distância percorrida. Dizemos, então, que a **distância percorrida (d) é função do tempo (t)** e escrevemos:

distância = $90 \cdot$ tempo

$d = 90t \rightarrow$ representação analítica da função

$\rightarrow$ variável independente

$\rightarrow$ variável dependente

Fique atento!
Podemos usar $f(t)$ no lugar de d .
Assim, $f(t) = 90t$.

Agora, é com você:

- Determine a distância quando o tempo é igual a 1,8 h.
- Calcule o tempo quando a distância é 81 km.
- Nesse caso, a distância percorrida é diretamente proporcional ao intervalo de tempo?

Capítulo 2 • Funções 43

Fonte: DANTE, Luiz R. **Matemática: Contexto e aplicação, 1º ano**. Ática, São Paulo, 2013.

ANEXO 5

[SEC. 3: FUNÇÕES]

13

Exemplo 8. Sejam $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{x, y\}$. Então $A \times B = \{(1, x), (1, y), (2, x), (2, y), (3, x), (3, y)\}$.

Exemplo 9. A introdução de coordenadas cartesianas no plano faz com que cada ponto seja representado por um par ordenado (x, y) , onde x é sua abscissa e y sua ordenada. Isto identifica o plano com o produto cartesiano $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, onde $\mathbb{R}$ é o conjunto dos números reais.

3 Funções

Uma *função* $f: A \rightarrow B$ consta de três partes: um conjunto A , chamado o *domínio* da função (ou o conjunto onde a função é definida), um conjunto B , chamado o *contradomínio* da função, ou o conjunto onde a função toma valores, e uma regra que permite associar, de modo bem determinado, a cada elemento $x \in A$, um único elemento $f(x) \in B$, chamado o *valor* que a função assume em x (ou no ponto x).

Usa-se a notação $x \mapsto f(x)$ para indicar que f faz corresponder a x o valor $f(x)$.

Muitas vezes se diz a “função f ” em vez de “a função $f: A \rightarrow B$ ”. Neste caso, ficam subentendidos o conjunto A , domínio de f , e o conjunto B , contradomínio de f .

Não se deve confundir f com $f(x)$: f é a função, enquanto que $f(x)$ é o valor que a função assume num ponto x do seu domínio.

A natureza da regra que ensina como obter o valor $f(x) \in B$ quando é dado $x \in A$ é inteiramente arbitrária, sendo sujeita apenas a duas condições:

- 1ª Não deve haver exceções: a fim de que f tenha o conjunto A como domínio, a regra deve fornecer $f(x)$ para *todo* $x \in A$;
- 2ª Não deve haver ambigüidades: a cada $x \in A$, a regra deve fazer corresponder um *único* $f(x)$ em B .

Vemos que não existem funções “plurívocas”. Pela segunda condição, acima, se $x = y$ em A , então, $f(x) = f(y)$ em B .

Fonte: LIMA, Elon L. **Curso de análise**. V.1.13.ed. Rio de Janeiro, IMPA, 2011.

F- Sequência Didática da Aula

Quadro 10- Sequências didáticas propostas para as aulas

Participantes	Sequência Adotada
M1	Leitura do livro para apresentar situações que o são funções e outras que não são → Apresentação das atividades que exijam o reconhecimento de quando é relação e quando é função → Procurando algumas situações de física e de outras disciplinas, tais como, biologia e química.
M2	Uso de fichas de atividades ou Jogo do NIM para que os alunos normalmente em duplas elaborem seus conceitos (geralmente trabalho em duplas e depois chamo dois representantes para o quadro, onde tem desenhado um grande jogo) → Uso de atividades do livro, PISA, GAVE, OBMEP, ora com base na história, ou em relação a jogos como Torre de Hanói entre outros.
M3	Serão apresentados os jogos NIM e Torre de Hanói (suas regras ficarão dispostas no quadro) → Após o contato com as regras e jogar algumas partidas, o uso de uma planilha será indicado para que os alunos estabeleçam as variáveis exploráveis durante as partidas → A construção de tabelas que reproduzam as partidas será cobrada de cada grupo de três alunos (dois jogadores e um registrador de dados) → uso dos anexos e atividade [c] que trazem uma característica de introdução no formalismo da linguagem → Apresentação das tabelas ao grande grupo observando taxas de variação dessas funções → construção do gráfico das tabelas → uso da atividade [e].
M4	Iniciar com situação envolvendo relações (variações) entre grandezas: Jogos Torre de Hanói (prioritariamente) e jogo do NIM (padrão) → uso do cupom fiscal → o uso do quadro branco como apoio a construção de tabelas → situação da rapadura → uso do livro, anexos 3 e 4 → usar o problema 3: Máquina de transformar números.
M5	O problema [b] (página 5) é proposto → os alunos constroem hipóteses por 5 minutos e depois comentamos estas soluções individuais, devemos chegar a uma expressão da função inerente ao problema → discutir a relação existente entre as grandezas (problema da rapadura) → a sequência é retomada com o problema [a] (página 5), observando pontos com duas imagens e definir função → aplicar a atividade [e] e [c] (página 6) para verificar a compreensão → apresentar outro problema que envolva a verificação da existência de uma função → retomar , a partir de [c], a lei $y = 3x + 5$ (usar lousa digital) → pedir para resolver o problema [f] e comparar soluções → dividir os alunos em três grupos para discussão, discutir como construiriam os gráficos das funções, eles expõem para a turma a solução.
M6	Apresentar o tema da aula → propor algumas das atividades para estimular o raciocínio induzindo os alunos a perceber as relações que existem entre as grandezas nas diversas atividades → o quadro branco será usado para auxiliar na construção de tabelas e eventuais cálculos → usar o projetor para apresentar o jogo Torre de Hanói, onde os alunos farão uma atividade com o objetivo de se chegar a uma relação entre o número de discos e a quantidade mínima de movimentos para transportar a torre para outro pino → o

Participantes	Sequência Adotada
	projektor também será usado para projetar imagens das atividades e alguma resoluções → as atividades, com exceção da Torre de Hanói, deverão ser entregues ao professor ao final da aula.
M7	Uma aula expositiva.
M8	Será adotada inicialmente situações problemas para que o aluno perceba a ideia de variável dependente e independente → apresentar a noção de função através das noções de conjuntos a fim de inserir as noções de domínio e imagem → a partir de diversas situações problemas, o aluno será levado a perceber que as funções adquirem formas variadas de acordo com os diversos tipos → o aluno deverá construir gráficos a partir das situações problemas e perceber como se comporta os gráficos em cada situação → permitir que eles tirem conclusões a partir de situações que eles possam encontrar no seu cotidiano.
M9	Iniciar com o jogo torre de Hanói de maneira livre → fazer alguns desafios com número de contagens e com resolução a partir de jogadas já feitas → construir a teoria e definir formalmente função → Sugerir algumas atividades mais sistemáticas e formais sobre funções.

Fonte: Acervo da pesquisa

G- Avaliação

Quadro 11- Escolha dos instrumentos de avaliação

Participantes	Como validação do conhecimento	Como verificação da aprendizagem
M1		Enviarei atividade por e-mail
M2	Por meio da participação na aula, testes e questões desafios ao longo da aula, portfólio de atividades.	
M3	Pela observação da construção adequada da tabela.	
M4	Ao longo da aula por meio de situações experimentais, gerariam interações entre os alunos e o professor os discursos seriam o instrumento avaliativo.	
M5	Participação em sala durante o debate e apresentação de ideias, participação com hipótese e justificativa.	
M6	Participação em sala de aula, de acordo com o empenho em responder as atividades.	
M7	Participação em sala os que fizerem a formulação de conceitos expostos.	Uma prova com questões abertas e de múltipla escolha.
M8		A avaliação se dará a partir das atividades de sala de aula, finalizando com o instrumento propriamente dito (Prova), que será um apanhado geral de situações problemas que permitirá aos alunos reconhecer através de problemas do cotidiano e de gráficos, as noções fundamentais de funções.
M9	Técnica de perguntas e respostas. Percepção. Resolução do jogo torre de Hanói. Resolução dos exercícios.	

Fonte: Acervo da pesquisa

H- Quadro Resumo

Quadro 12- Resumo das escolhas individuais dos professores

PROFESSOR M1
Passou 4 anos como monitor no LEMAT.
Possui como maior nível de formação acadêmica o Mestrado em Educação.
13 anos de experiência com o ensino da matemática.
Optou nos objetivos por uma mobilização da lógica do conteúdo matemático.
Escolheu como principal material didático o quadro branco, pincel, apagador e também textos e atividades dos Livros Didáticos. Usa o livro adotado em sua escola com atividades problema introdutória e principal fator de abordagem do <i>milieu</i> , não define o uso do quadro branco.
Optou pela escolha de uma atividade problema [f]. Usa as atividades como principal fator de contato com o <i>milieu</i> (do livro didático).
Houve poucos elementos para a definição da sequência didática.
Avaliação como verificação da aprendizagem.
PROFESSOR M2
Atuou 6 anos como monitor(a) no LEMAT.
Possui como maior nível de formação acadêmica o Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica.
10 anos de experiência com o ensino da matemática.
Escolheu uma mobilização da lógica do conteúdo matemático.
Atribuiu maior nota ao material didático projetor de imagens, denotando conhecimentos sobre o uso de tal artefato que seria articulado através do software VRUM e da apresentação de questões de um livro didático. Embora seja este seu material didático, com maior nota, o utiliza como ferramenta secundária para a abordagem do <i>milieu</i> , usa como fator principal fichas de atividades ou o jogo do NIM.
Escolheu uma atividade com características de problema, podendo ser utilizada como ferramenta principal de abordagem do <i>milieu</i> , ou como, ferramenta auxiliar a tal processo.
Busca propiciar uma sequência baseada em uma ação do aluno para a posterior devolução do professor.
A avaliação proposta é como validação do conhecimento no decorrer da aula.
PROFESSOR M3
5 anos como monitor(a) do LEMAT.
Possui como maior nível de formação acadêmica Licenciatura em Matemática.
Oito meses de experiência com o ensino da matemática.
Optou por uma mobilização da lógica do conteúdo matemático.
Atribuiu maiores notas aos jogos Torre de Hanói e Jogo do NIM. Os utiliza como elementos principais para a abordagem do <i>milieu</i> pelo aluno.
A atividade [e] foi a mais pontuada, a mesma apresenta características de atividade para fixação, seu uso não foi especificado, sendo outras atividades citadas como ferramenta auxiliar.
A sequência da aula busca uma ação do aluno para a posterior devolução do professor.
Propõe uma avaliação como validação do conhecimento no decorrer da aula.

PROFESSOR M4
2 anos de monitoria no LEMAT.
Possui como maior nível de formação acadêmica o Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica.
1 ano e seis meses de experiência com o ensino da matemática.
Escolheu uma mobilização da lógica do conteúdo matemático.
Atribuiu notas equivalentes aos materiais dos itens [b], [d], [e] e [f]. Usou o jogo Torre de Hanói como fator prioritário para a abordagem do <i>milieu</i> .
Atribui melhor nota para a atividade [a] com características para fixação, mas no decorrer do plano justifica o uso da atividade problema [b] como um elemento auxiliar.
A sequência da aula busca uma ação do aluno para a posterior devolução do professor.
Propõe uma avaliação como validação do conhecimento no decorrer da aula.
PROFESSOR M5
4 anos de monitoria no LEMAT
Possui como maior nível de formação acadêmica o Mestrado em Matemática (álgebra).
4 anos de experiência com o ensino da matemática
Escolheu uma mobilização da lógica do conteúdo matemático
Escolheu como principal material didático o quadro branco, pincel, apagador e também o Jogo Torre de Hanói. Utiliza outra ferramenta como principal forma de abordar o <i>milieu</i> , o que os coloca como materiais de uso auxiliar.
Atribui maior nota ao problema [f], usa como principal meio de abordagem a atividade problema [b] e posteriormente a [a].
A sequência da aula busca uma ação do aluno para a posterior devolução do professor.
Propõe uma avaliação como validação do conhecimento no decorrer da aula.
PROFESSOR M6
3 anos de monitoria no LEMAT.
Possui como maior nível de formação acadêmica a Licenciatura em Matemática.
6 anos de experiência com o ensino da matemática.
Escolheu uma mobilização da lógica do conteúdo matemático.
O material melhor avaliado foi o quadro branco, pincel e apagador, que é utilizado como uma ferramenta auxiliar pelo professor. O jogo Torre de Hanói também é usado com o mesmo fim.
Escolheu como melhor atividade o problema [d]. Coloca as atividades do tipo problema como principal meio para abordar o <i>milieu</i> .
A sequência da aula busca uma ação do aluno para a posterior devolução do professor.
Opta pelos dois tipos de avaliação como validação do conhecimento no decorrer da aula e como verificação da aprendizagem.
PROFESSOR M7
7 anos de monitoria no LEMAT
Possui como maior nível de formação acadêmica a Licenciatura em Matemática.
3 anos de experiência com o ensino da matemática
Não respondeu
O principal material foi o quadro branco, pincel e apagador. Não coloca elementos de como o usará.
Todas as atividades foram atribuídas com nota 10, exceto letras [a] e [d]. Não existe informações sobre seu uso.
Mais se aproxima de uma sequência que se baseia na exposição do saber pelo professor e posterior ação do aluno, intitula apenas como uma “aula expositiva”.
Opta pelos dois tipos de avaliação como validação do conhecimento no decorrer da aula e

como verificação da aprendizagem.
PROFESSOR M8
1 ano de monitoria no LEMAT.
Possui como maior nível de formação acadêmica a Licenciatura em Matemática.
7 anos de experiência com o ensino da matemática.
Indicou igualmente favorável a mobilização da lógica do conhecimento matemática assim como do conhecimento formal prévio do aluno.
Escolheu os materiais: Projetor de Imagens, Cupom Fiscal e Torre de Hanói. São utilizados de maneira auxiliar, pois não são citados em sua sequência didática.
Selecionou como melhor atividade o problema [f]. Aborda através de tais atividades o que as coloca na posição de elemento principal.
Falta elementos para a definição da sequência segundo nossas categorias.
Propõe uma avaliação com características de verificação da aprendizagem.
PROFESSOR M9
3 anos de monitoria no LEMAT.
Possui como maior nível de formação acadêmica doutorado em Biometria e Estatística Aplicada.
7 anos de experiência com o ensino da matemática.
Preferiu objetivo com características da mobilização do conhecimento formal prévio do aluno.
Elege como principais materiais o quadro branco, pincel e apagador, e também, a Torre de Hanói. O jogo é usado como principal fator de abordagem do <i>milieu</i> .
A principal atividade escolhida foi o exercício [a]. São utilizadas como elemento auxiliar.
A sequência da aula busca uma ação do aluno para a posterior devolução do professor.
Propõe uma avaliação como validação do conhecimento no decorrer da aula.

Fonte: Acervo da pesquisa

ANEXOS

Anexo 1 – Propostas Centrais do Laboratório

③

Propostas centrais do laboratório

- 1) Matemática como ciência viva, contextualizada, inserida na realidade.
- 2) Privilegiar o conceito, o significado, a estrutura (descentralizando do algarismo) instrumental/contextualizada
- 3) matemática $\nearrow$ objeto próprio de interesse
 $\searrow$ para desvendar a natureza.
- 4) matemática: dedutiva x experimental
 - Fazer: experimental
 - Provar / Validar / Difundir: dedutivo.
- 5) Resgatar a dimensão histórica da matemática. (Ex: As notações têm sentido quando encaixadas na gênese histórica).
- 6) Resolução de problemas / jogos.

Equipe técnica $\rightarrow$ monitores 3º grau $\rightarrow$ monitores 2º grau
 nosso grupo.

Objeto do trabalho: Grandes blocos dentro do conteúdo de 1º grau maior.

Por trás da proposta, há uma tentativa de criar um novo currículo para o 1º e 2º graus.

Anexo 2 – Publicação em Jornal



Naide Lima, uma das coordenadoras do projeto, mostra como funciona

ENSINO CIENTIFICO

Projeto leva Ciência e Matemática à rede de escolas estaduais

A certeza de que através da Ciência e da Matemática o homem se desenvolve mental e espiritualmente, é o que levou a Universidade Federal de Pernambuco, a Fundação Joaquim Nabuco e as secretarias Estadual e Municipal de Educação a criarem, em maio passado, o Projeto de Rede Ciência e Matemática, nas escolas de 1º e 2º graus do Estado. O Projeto abrange oito escolas públicas do Grande Recife e, além de incentivar a capacitação de professores e formação de monitores, pretende revitalizar os espaços de museus naturais e laboratórios existentes nas instituições de ensino.

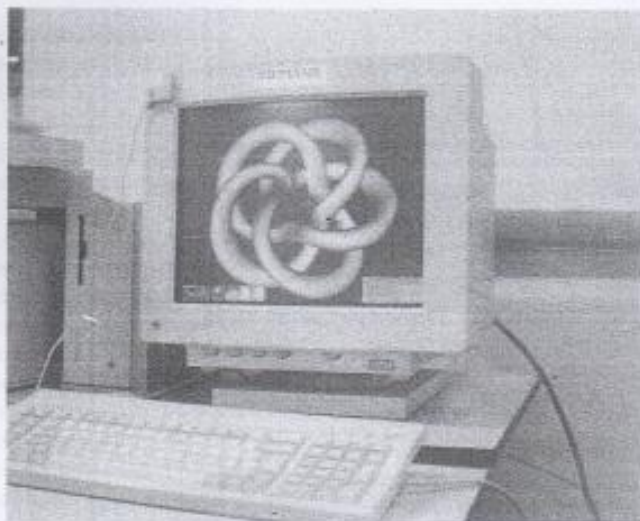
Um dos primeiros resultados do Projeto de Rede – assim denominado por ser o único projeto, no campo científico, que integra vários órgãos diferentes e é financiado pelo Ministério da Educação – pode ser apreciado até a próxima quinta-feira, na Escola Dom Vital, em Casa Amarela, onde acontece a 1ª Semana de Ciência e Matemática, iniciada ontem, elaborada e apresentada pelos alunos-monitores, que vêm sendo preparados

nos clubes de Ciências, criados nas escolas pelo Projeto.

De acordo com Maria Naide dos Santos Lima, uma das coordenadoras do Projeto, a idéia é estimular o ensino científico nas escolas, sob um prisma diferente, de modo que venha a aproximar sua importância à realidade dos alunos, na sua maioria de renda baixa. "Uma das conclusões a que chegamos, num diagnóstico prévio da situação do ensino científico nas escolas públicas, foi de que além do despreparo dos professores e da falta de material, a didática utilizada deveria ser revista", explica ela.

Na opinião de Maria Naide, a Ciência deve ser passada aos alunos como uma coisa que faz parte de suas vidas e as experiências práticas devem ser exercitadas, utilizando-se os recursos naturais próprios do meio onde vivem. "No caso dos alunos dessa região de Casa Amarela, por exemplo, podemos explorar os rios que passam aqui e o Açude de Apipucos, procurando integrar a Ecologia às outras ciências, como Química, Física, Biologia e, porque não dizer, à Matemática", opina ela.

Anexo 3 – Folheto UFPE

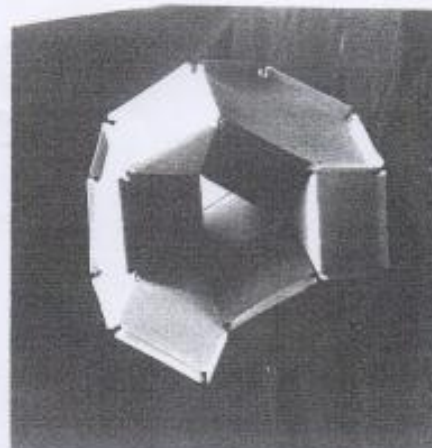


Atividades de Ensino e Pesquisa

Atualmente o Departamento de Matemática mantém programas de ensino nos níveis de graduação e de pós-graduação. As atividades de pesquisa e ensino contam com dezenove docentes-pesquisadores com grau de doutor e estão concentradas nas áreas: *Análise, Álgebra, Combinatória, Geometria, Topologia e Matemática Computacional*.

Contribuição à Formação de Recursos Humanos

Os programas de mestrado e doutorado em Matemática já formaram noventa e dois mestres, dos quais trinta concluíram doutorado (vinte e dois no exterior) e dezesseis estão em programas de doutorado (cinco no exterior) e três doutores, com teses publicadas em revistas de circulação internacional.



Quase todos os formados (92%) são atualmente professores em Universidades (quatro no exterior). Atualmente são orientados pelos docentes do Departamento de Matemática da UFPE vinte bolsistas de iniciação científica, dez bolsistas de mestrado e quatro bolsistas de doutorado.

Destaques

O Departamento de Matemática tem desenvolvido uma forte ação transformadora na região Norte-Nordeste, principalmente no que se refere à formação de recursos humanos e estabelecimento de uma tradição de pesquisa. Temos também interagido com o ensino básico, tanto no aprimoramento da qualificação de professores, através de um Laboratório de Ensino, quanto na organização de

Anexo 4 – Formações

Prefeitura de Joaquim Nabuco



**Capacitação de Professores: Explorando a Geometria
através de Jogos Matemáticos**

Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT - UFPE)



Apresentação

O objetivo deste mini-curso é fornecer ao professor um material que auxilie no ensino-aprendizagem da Matemática, seja no lúdico, seja como recurso didático para trabalhar conteúdos matemáticos numa abordagem dinâmica e interativa.

Estudos atuais têm nos mostrado a grande dificuldade enfrentada por alunos em assimilar determinadas matérias, mais particularmente, a Matemática que é vista como "matéria difícil" tediosa e desinteressante, responsável pela grande maioria das reprovações.

Um dos fatores que levam a essa deficiência, é o ambiente em que se dá o processo de ensino-aprendizagem. O professor possui uma grande responsabilidade de criar um ambiente onde o aluno possa se sentir satisfeito e desinibido para expor e argumentar seus questionamentos. Quando nos referimos à utilização de um jogo matemático, precisamos ter em mente que ele não será o grande solucionador desse problema. Ele gera um ambiente descontraído onde há uma interação maior entre os alunos e o professor, além de ser, se bem utilizado, uma grande ferramenta de auxílio, que ajudará a desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo bem como estimular a concentração, fatores estes que são importantes para o aprendizado de Matemática como também para a resolução de problemas, e que são exigidos na tomada de decisões e elaboração de estratégia no jogo.

Em linhas gerais, numa perspectiva da Matemática (e da Educação Matemática), mais ligada ao desenvolvimento de estruturas lógicas e algoritmos que de fórmulas, o senso comum nos aponta quatro pressupostos básicos a saber:

1. **Princípio da Curiosidade:** O ser humano é, por natureza, um animal curioso.
2. **Princípio da Espontaneidade:** Aprende-se melhor o que se quer aprender.
3. **Princípio da Natureza Lúdica:** O Homem gosta de jogar.
4. **Princípio da Lógica Implícita:** A lógica matemática está presente no processo de elaboração de algoritmos de busca de estratégia vitoriosa, em jogos matemáticos.

Ao introduzirmos jogos na sala de aula, devemos também ter uma preocupação em fazer diversificação na escolha do material a ser utilizado, visto que podem ocorrer casos em que alguns alunos apresentem certa apatia por determinados tipos de jogos, portanto esta variação é importante para que cada aluno se adeque ao que mais lhe agrada, já que este é um dos propósitos da sua utilização.

Por fim, assumindo que a aquisição de conhecimento é construída na interação entre os sujeitos, vemos uma contribuição da Teoria dos Jogos para a Pedagogia: *Um elemento mediador prazeroso e bem estruturado*, a nível matemático e pedagógico.

Ministrante: Alexandre Luís de Souza Barros
E-mails: al_sb@bol.com.br / alexandre@cap.ufpe.br

1



LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA(LEMAT) TANGRAM UM JOGO ENVOLVENDO ÁREA

APRESENTAÇÃO

Esta apostila é oferecida como parte integrante do mini-curso *A Magia dos Jogos Matemáticos* no período do *Verão no Campus 2001*, ministrado pelos monitores do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT-UFPE): Alexandre Luís de Souza Barros, Amós Domingos dos Santos, Cristiane de Arimatéa Rocha, Gracivane da Silva Pessoa sob a orientação do professor Airton Temístocles Gonçalves de Castro (Coordenador do LEMAT).

O conteúdo do mini-curso a ser apresentado é baseado nos estudos realizados no LEMAT que busca constantemente o melhoramento do ensino através do lúdico matemático.

O Tangram, jogo que aqui apresentamos, pode ser usado como material didático na introdução de conceitos tais como estudo de área, frações, identificação das figuras geométricas mais comuns, perímetro; ou seja, um jogo que facilita o andamento da aula simplificando o conteúdo a ser apresentado.

O Tangram é um jogo que vem conquistando um espaço cada vez maior na prática pedagógica. Apesar deste jogo ser muito conhecido como material didático, muitos profissionais não o conhece.

Neste mini-curso, iremos trabalhar, principalmente, as noções de área, perímetro, frações, proporções, construção de Tangram por dobraduras e apresentação de outros tipos de Tangrams.

Esperamos que esta apostila seja motivo de aulas memoráveis onde todos os alunos aprendam a gostar da Matemática.

ENCONTRO DOS PROFESSORES DO MUNICÍPIO DE QUIPAPÁ

“Na descoberta lúdica, o processo é fundamental. Muitas vezes é até mais importante que o produto final.”

Autor Desconhecido.

APRESENTAÇÃO

Este material é parte do conteúdo trabalhado na capacitação dos professores municipais. Nesta parte, iremos realizar um estudo no formato de oficina de jogos matemáticos, que possuem enfoque em conteúdos vistos nas séries finais do Ensino Fundamental. Contudo perceberemos que a riqueza contida nos jogos possibilita que, noutra situação, o mesmo jogo seja aplicado a outro nível de escolaridade.

Alguns dos jogos apresentados podem ser do seu conhecimento, por exemplo, a Experimentoteca (que é um laboratório móvel de jogos) fora utilizada na rede estadual, surgindo através do Projeto de Centro de Referência do Espaço Ciência em convênio com a Secretaria do Estado. Estudaremos jogos que faziam parte da Experimentoteca, que embora seja um material bastante diverso, devido a diversos fatores, atualmente pouco é utilizada.

JOGOS MATEMÁTICOS NO CONTEXTO ESCOLAR

1. O que é um Jogo?

Jogo é um fenômeno cultural com múltiplas manifestações e significados, que variam conforme a época, a cultura e o contexto. O que caracteriza uma situação de jogo é a iniciativa da criança, sua intenção e curiosidade. (Educação Matemática em Revista nº 11 de Dezembro de 2001).

Segundo o dicionário da Língua Portuguesa, Aurélio Buarque de Holanda, temos a seguinte definição de Jogo: "Atividade física ou mental, fundada num sistema de regras que define a perda ou o ganho".

Na dissertação de Mestrado da professora Josinalva Estácio de Menezes, é feito um levantamento da noção de Jogo. Neste texto são feitas as citações abaixo:

"Uma ação livre, vivida como fictícia e situada para além da vida corrente, capaz, contudo, de absorver completamente o jogador; uma ação destituída de todo e qualquer interesse material e de toda e qualquer utilidade; que se realiza num tempo e num espaço expressamente circunscrito, decorrendo ordenadamente e segundo regras dadas e suscitando relações grupais que ora se rodeiam propositadamente de mistério ora acentuam, pela simulação, a sua estranheza em relação ao mundo habitual..." (J. Huizinga, 1980, p34,,35).



LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA (LEMAT) TANGRAM UM JOGO ENVOLVENDO ÁREA

INTRODUÇÃO

Existem várias versões sobre a tradução da palavra *TANGRAM*. A origem da primeira parte *TAN* é muito duvidosa, uma das mais aceitas está relacionada à dinastia *Tang* (618-906) que foi uma das mais poderosas e longas dinastias da história chinesa, a tal ponto que em certos dialetos do sul da China a palavra *Tang* é sinônimo de chinês. Já a segunda parte *GRAM* significa algo desenhado ou escrito, como um diagrama. Assim, segundo esta versão, *TANGRAM* significa *quebra-cabeça chinês*.

Outra versão está ligada a palavra chinesa *TCHI TCHIAO PAN*, cuja tradução é *As Sete Peças da Sabedoria*, o que nos faz crer que o seu criador tivesse algum propósito religioso ou místico ao empregar as sete peças para descrever o mundo. Porém não existem registros históricos que comprovem estas relações.

→ (O Tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa, formado por sete peças cujas formas são figuras geométricas planas, bem diferente dos jogos orientais. As regras desse jogo consistem em usar as sete peças em qualquer montagem colocando-as lado a lado sem sobreposição, com as quais é possível criar e montar mais de 1700 figuras entre animais, pessoas, objetos, letras, números e figuras geométricas.

Este jogo foi trazido da China para o Ocidente por volta da metade do século XIX e em 1818 já era conhecido na Alemanha, França, Itália, Áustria e América.

Apesar das figuras do Tangram darem a impressão de simplicidade, a sua montagem exige reflexão, sutileza e imaginação. Pelo fato de exercitar a concentração e aperfeiçoamento da noção das formas, o Tangram tem um inegável valor educativo, motivo pelo qual já foi incluído em programas escolares e testes psicológicos. O 'jogo' ainda pode ser utilizado tanto individualmente como em grupo. Tangram não só auxilia os professores a introduzir os conceitos geométricos de uma maneira agradável e desafiadora, mas também é um excelente veículo aos professores no que dizem respeito a questões que desenvolvam a visualização espacial.

É importante que o professor estimule seus alunos na busca de soluções que, neste caso, não são padronizadas. Isto contribui para o desenvolvimento do raciocínio e da criatividade e favorece a construção do conhecimento matemático a partir de:

1. Perceber formas geométricas (ver, tocar,...)
2. Representar figuras geométricas (desenhar, escrever sobre, interpretar esquemas...)
3. Construir (fazer, modificar...)

O uso do Tangram na área da matemática, exige um mínimo de dedicação e preparação por parte do professor que pretende incluí-lo como recurso, auxiliando na exploração de conteúdos trabalhados em sala de aula.

O objetivo deste mini-curso é fornecer ao professor esta preparação, através de recursos simples e econômicos, que possibilite uma abordagem diferenciada e dinâmica ao estudo da geometria.

Desejamos que nossa abordagem metodológica, através de uma oficina, na qual os participantes poderão manipular, construir de forma interativa os jogos apresentados, forneça ao professor subsídios para a utilização do Tangram em sala de aula onde ele possa incentivar a participação do público.



FACMASUL 2002

VI Feira de Artes e Ciências da Mata Sul

Mini-curso 03: Recobrimo Malhas com Poliminós

Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT - UFPE)

JOGOS MATEMÁTICOS NO CONTEXTO ESCOLAR

O que é um Jogo?

Jogo é um fenômeno cultural com múltiplas manifestações e significados, que variam conforme a época, a cultura e o contexto. O que caracteriza uma situação de jogo é a iniciativa da criança, sua intenção e curiosidade. (*Educação Matemática em Revista n° 11 de Dezembro de 2001*).

Segundo o dicionário da Língua Portuguesa, Aurélio Buarque de Holanda, temos a seguinte definição de Jogo:

"Atividade física ou mental, fundada num sistema de regras que define a perda ou o ganho".

Na dissertação de Mestrado da professora Josinalva Estácio de Menezes, é feito um levantamento da noção de Jogo. Neste texto são feitas as citações abaixo:

"Uma ação livre, vivida como fictícia e situada para além da vida corrente, capaz, contudo, de absorver completamente o jogador; uma ação destituída de todo e qualquer interesse material e de toda e qualquer utilidade; que se realiza num tempo e num espaço expressamente circunscrito, decorrendo ordenadamente e segundo regras dadas e suscitando relações grupais que ora se rodelam propositadamente de mistério ora acentuam, pela simulação, a sua estranheza em relação ao mundo habitual..." (J. Huizinga, 1980, p34-35).

"Uma atividade livre, delimitada, incerta, improdutiva, regulamentada e fictícia." (R. Caillouis, 1990, p 29-30)

Explicitando os termos da definição de Caillouis, a atividade é livre, por sua característica atraente e alegre; delimitada, por estar submetida a limites de espaço e tempo previamente estabelecidos; incerta, por não apresentar antecipadamente os resultados que serão obtidos, visto que o desenvolvimento está ligado ao livre arbítrio dos participantes; improdutiva por não gerar bens, riquezas nem elementos novos; regulamentada por estar submetida a normas momentâneas e absolutas e fictícias, pela representação de outra realidade, em relação à vida normal.

Quais os critérios para um bom Jogo?

Um bom jogo deve ser interessante e desafiador. Ao propor um jogo, o professor deve levar em consideração a faixa etária do aluno e a realidade social em que ele está inserido. O professor por meio da "leitura" do comportamento do jovem, da criança poderá estabelecer o jogo que mais se adequa a esta realidade. Além disso, o jogo deve permitir que o próprio aluno avalie seu desempenho. Quando uma criança tenta obter um determinado resultado, ela está interessada no sucesso de sua ação. Por este motivo, o resultado deve ser claro para que ela consiga avaliar seu desempenho sem dúvidas e sem interferência do professor, podendo julgar seus erros e exercitar sua inteligência na resolução de problemas.

Recobrimo Malhas Com Poliminós

Amós Domingos/Fábio César

Email:amosds@yahoo.com.br/fetow@uol.com.br

V EPEM



Encontro Pernambucano de Educação Matemática

Minicurso 05: O Uso da Experimentoteca na Sala de Aula

Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT - UFPE)



"Na descoberta lúdica, o processo é fundamental. Muitas vezes é até mais importante que o produto final."

Autor Desconhecido.

Apresentação

A Experimentoteca é um "Laboratório Móvel de Jogos", que surgiu através do Projeto de Centro de Referência do Espaço Ciência em Convênio com a Secretária de Educação. Infelizmente, este "mini-laboratório" não é auto explicável. Daí, vimos a necessidade de criar este curso para explicar as regras desses jogos e ainda promover algumas atividades que contribuam para aulas dinâmicas e interessantes, tanto para alunos como também para os professores.

O uso da Experimentoteca em sala de aula deve gerar um ambiente descontraído promovendo uma interação maior entre os alunos e o professor, além de ser, se bem utilizado, uma grande ferramenta de auxílio, o que possivelmente ajudará a desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo do aluno, bem como estimular a concentração, fatores estes que são importantes tanto para o aprendizado de matemática como também para a resolução de problemas, e que são exigidos na tomada de decisões.

Os jogos que compõem a Experimentoteca são:

- ☐ **A Torre de Hanói;**
- ☐ **Jogo de Nim;**
- ☐ **Teorema de Pitágoras;**
- ☐ **Peão à Frente;**
- ☐ **Geoplano;**
- ☐ **Cubo da Soma (Forma Cubo);**
- ☐ **Divida o Bolo Certo;**
- ☐ **Pirâmide das Moedas;**
- ☐ **Qual é o segredo?**

Ministrantes: Cristiane Rocha e Gracivane Pessoa
E-mail: cristiane_ar@bol.com.br e gracivane@bol.com.br

Anexo 5 – Estudos Sobre Jogos

22 04 99

jogos de Num

1, 2 ou 3 múltiplos de 4.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	G	G	G	P	G	G	G	G	G	G

$$N = PUG$$

$$4m-1 = 4(m-1)+3$$

$$4m-2 = 4(m-1)+2$$

$$4m-3 = 4(m-1)+1$$

OBS: caso eu deixe $4(m-1)+3$; $4(m-1)+2$; $4(m-1)+1$, a jogada pode retirar 1, 2 ou 3 me deixar em condição de perder novamente.

$$g \leq p \quad p \leq g \quad p \in P \quad \forall \text{ jogada } p \rightarrow g$$

$$\nexists g \rightarrow p$$

1, 3, 5 - par ou ímpar.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G

$$N = PUG$$

$$2m+1 = 2m$$

$$2m-2 = 2(m-1)$$

$$2m-4 = 2(m-2)$$

$$2m-1 = 2m-1$$

$$2m-3 = 2(m-1)-1$$

$$2m-5 = 2(m-2)-1$$

$$g \leq p \quad p \leq g \quad p \in P \quad \forall p \rightarrow g \in G$$

$$g \in G \quad \forall g \rightarrow p \in P$$

OBS: Se o número inicial de peças é ímpar, então quem começa ganha, independente de escolher ou não a estratégia matemática.

1, 2 e 4

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
P	G	G	P	G	G	P	G	G	P	G	G	P	G	G	P	G

$$N = P \cup G$$

$$3m \begin{array}{l} \xleftarrow{-1} 3m-1 \\ \xleftarrow{-2} 3m-2 = 3(m-1)+1 \\ \xleftarrow{-4} 3m-4 = 3(m-2)+2 \end{array}$$

$$3m+1 \begin{array}{l} \xleftarrow{-1} 3m \\ \xleftarrow{-2} 3m-1 \\ \xleftarrow{-4} 3m-3 = 3(m-1)+0 \end{array}$$

$$3m+2 \begin{array}{l} \xleftarrow{-1} 3m+1 \\ \xleftarrow{-2} 3m \\ \xleftarrow{-4} 3m-2 = 3(m-1)+1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p \in P \quad \forall p \rightarrow q \in G \\ q \in G \quad \exists q \rightarrow p \in P \end{array}$$

OBS: Múltiplos de 3. Se voltar-mos para o jogo onde se podem retirar 1, 2 e 3 pedras a mesma tabela de múltiplos (nesse caso $m=3$), adicionar a retirada de 4 pedras, relacionando com os múltiplos de 3 é o mesmo que tirar 3 pedras pois $4 \equiv 1 \pmod{3}$ já é múltiplo.

1, 2 ou 5.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
P	G	G	P	G	G	P	G	G	P	G	G	P	G	G

OBS: Múltiplos de três. Mesmo caso de anterior, onde retirar 5 é a mesma coisa que retirar 2.

2, 3 e 4

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
P	P	G	G	G	G	P	P	G	G	G	G	P	P	G	G	G	G

$$P = \{6m, 6m+1\}$$

$$G = \{6m+2, 6m+3, 6m+4, 6m+5\}$$

$$6m \begin{array}{l} \xleftarrow{-2} 6m-2 = 6(m-1)+4 \\ \xleftarrow{-3} 6m-3 = 6(m-1)+3 \\ \xleftarrow{-4} 6m-4 = 6(m-1)+2 \end{array}$$

$$6m+1 \begin{array}{l} \xleftarrow{-2} 6m-1 \\ \xleftarrow{-3} 6m-2 = 6(m-1)+4 \\ \xleftarrow{-4} 6m-3 = 6(m-1)+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 p \in P \\
 \begin{array}{l}
 1) \quad 6m+2 \\
 2) \quad 6m+3 \\
 3) \quad 6m+4 \\
 4) \quad 6m+5
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 g \in G \\
 \begin{array}{l}
 1) \quad 6m+1 \\
 2) \quad 6m+2 \\
 3) \quad 6m+3 \\
 4) \quad 6m+4
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 6m+4 \\
 \begin{array}{l}
 1) \quad 6m+1 \\
 2) \quad 6m+2 \\
 3) \quad 6m+3 \\
 4) \quad 6m+4
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 6m+5 \\
 \begin{array}{l}
 1) \quad 6m+2 \\
 2) \quad 6m+3 \\
 3) \quad 6m+4 \\
 4) \quad 6m+5
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 p \in P \\
 g \in G
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \forall p \rightarrow g \in G \\
 \exists g \rightarrow p \in P
 \end{array}$$

1, 3 & 4

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
P	G	P	G	G	G	G	P	G	P	G	G	G	P	G	P	G	G	G	G	G

$$N = PUG$$

$$P = \{7m, 7m+2\}$$

$$G = \{7m+1, 7m+3, 7m+4, 7m+5, 7m+6\}$$

$$\begin{array}{l}
 p \in P \\
 g \in G
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \forall p \rightarrow g \in G \\
 \exists g \rightarrow p \in P
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 1) \quad 7m-1 = 7(m-1)+6 \\
 2) \quad 7m-3 = 7(m-1)+4 \\
 3) \quad 7m-4 = 7(m-1)+3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 7m+2 \\
 1) \quad 7m-1 = 7(m-1)+6 \\
 2) \quad 7m-2 = 7(m-1)+5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 7m+1 \\
 1) \quad 7m-1 \\
 2) \quad 7m-3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 7m+2 \\
 1) \quad 7m-1 \\
 2) \quad 7m-3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 7m+3 \\
 1) \quad 7m-1 \\
 2) \quad 7m-3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 7m+4 \\
 1) \quad 7m-1 \\
 2) \quad 7m-3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 7m+5 \\
 1) \quad 7m-1 \\
 2) \quad 7m-3
 \end{array}$$

Jogos de Estrelas

2.1-3.6 pontos: ☆ ☆

Podemos jogar NIM com o tabuleiro em forma de estrela. De início esta tabela tem algumas regras:

- Dois participantes jogando alternadamente
- Pode-se retirar 1 ou 2 bolas, porém só se deve retirar as "ligadas".
- Vence quem retirar a última(s)

Nº de peças	Configuração	Situação	Número
	☆ ☆		
1	.	G	
2	..	P	
	—	G	
3	...	G	
	—	G	
	—	G	
	△	P	
4		P	
	—	G	
	—	G	
	△	G	
	—	P	
	△	G	
	—	G	
5		G	
	—	G	
	—	G	
	—	G	

Nº de peças	Configuração	Sit.	Número
	☆ ☆		
	△ ..	P	
	... !	G	
	△ :	P	
5		G	
	△ !	G	
	△ :	P	
	△ ..	G	
	△	P	
	×	G	
	△	P	
	△	G	
6	△	P	
	△	G	
	△	G	
	△	G	
	△	G	
	△	P	
	△	P	
	△	G	
	△	G	



LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA (LEMAT) NIM: UM JOGO DE ESTRATÉGIA

NIM VERSÃO II

Este material foi retirado da referência bibliográfica nº6

O jogo é composto por um número qualquer de torres dispostas com uma quantidade arbitrária de peças em cada uma delas.

REGRA DO JOGO: Dois jogadores, jogando alternadamente devem escolher uma torre e retirar quantas peças desejar, sendo obrigatório a retirada de pelo menos uma peça, podendo retirar a torre toda. Ganhará o jogador que retirar as últimas peças, equivalentemente, perderá o jogador que não puder jogar.

Neste trabalho utilizaremos uma configuração de três torres. Para facilitar o registro do jogo de NIM, todas suas posições serão associadas a uma terna e cada ordenada corresponderá a quantidade de peças de uma torre.

CLASSIFICAÇÃO DE ALGUMAS POSIÇÕES:

A posição $(0,0,0)$ é de perdido, pois nessa posição o jogador se encontra impossibilitado de jogar, note também que as posições $(s,0,0)$, $(0,s,0)$, $(0,0,s) \forall s \in \mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$, são de ganho, pois a coluna "s" poderá ser retirada e o jogador levará seu adversário à posição de perdido $(0,0,0)$.

A posição $(0,1,1)$ é de perdido, pois as únicas jogadas permitidas o levará à posição $(0,0,1)$ que é uma posição de ganho, como foi vista anteriormente. Assim, toda posição do tipo $(0,1,s)$, $\forall s > 1$, é uma posição de ganho. Para identificarmos outras posições, necessitaremos de alguns lemas da Teoria dos Jogos referentes ao Nim.

I. LEMA DO INCREMENTO: Se acrescentarmos a uma posição de perdido uma quantidade $n > 0$ de peças numa das colunas, ela passará a ser uma posição de ganho.

Dem.: Se (a, b, c) é uma posição de perdido, então $(a+n, b, c)$ é uma posição de ganho, pois podemos jogar para (a, b, c) , retirando "n" peças da 1ª coluna.

$$(a+n, b, c) \rightarrow (a, b, c)$$

G P

II. LEMA DAS TORRES GÊMEAS: a posição $(0, s, s) \forall s \geq 0$ é de perdido.

Dem.: Vamos demonstrar usando indução em s. Para $s = 0$, é uma posição de perdido.

Supor por indução que $(0, k, k)$ é perdido para $k \in \{0, 1, 2, \dots, s-1\}$, vamos provar que $(0, s, s)$ é perdido. As jogadas possíveis são do tipo $(0, s-\alpha, s) = (0, (s-\alpha), (s-\alpha) + \alpha)$ com $0 < s \leq \alpha$. Sabemos que $(0, (s-\alpha), (s-\alpha))$ é perdido (hipótese de indução) temos que $(0, (s-\alpha), (s-\alpha)+\alpha)$ é ganho (pelo lema do incremento), logo $(0, s, s)$ é perdido.

Utilizando os lemas do incremento e das torres gêmeas, poderemos classificar outras posições.

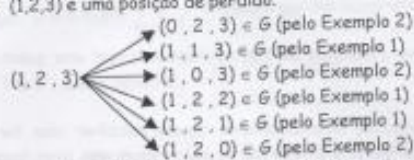
Exemplo 1: A posição (a,b,b) , $a \neq 0$ é de ganho, pois $(a, b, b) = (0+a, b, b)$. Como $(0,b,b)$ é perdido, (a, b, b) é ganho. (lema do incremento)

Exemplo 2: a posição $(0, s, t) = \begin{cases} (0, s, s + (t-s)) & \text{se } t > s \\ (0, t + (s-t), t) & \text{se } t < s \end{cases}$ é de ganho.



LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA (LEMAT)
NIM: UM JOGO DE ESTRATÉGIA

Exemplo 3: $(1, 2, 3)$ é uma posição de perda.

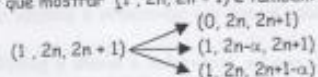


Como qualquer jogada que fizermos levará o adversário à posição de ganho, então $(1, 2, 3)$ é uma posição de perda. E pelo Lema do Incremento, as posições: $(a, 2, 3)$ $a \neq 1$, $(1, b, 3)$ $b \neq 1$, $(1, 2, c)$ $c \neq 1$ são de ganho.

ANALISANDO A POSIÇÃO $(a, 2n, 2n+1)$

Afirmação: A posição $(1, 2n, 2n+1)$ é uma posição de perda. Precisamos mostrar que toda jogada que se fizer (retirar α peças de uma das três torres) levará esta posição para ganho.

Dem.: Usaremos indução em n . Se $n=0$ temos a posição $(1, 0, 1)$ é de perda (lema das torres gêmeas). Suponhamos que $(1, 2i, 2i+1)$ seja de perda $\forall i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$. Temos que mostrar $(1, 2n, 2n+1)$ é também de perda. Quais as possíveis jogadas?



Provaremos que essas três jogadas possíveis $\in G$:

1º Caso: $(0, 2n, 2n+1) \in G$, pelo lema do incremento, já que $(0, 2n, 2n) \in P$ (lema das torres gêmeas).

2º Caso: $(1, 2n-\alpha, 2n+1)$

i) Para $\alpha=2j$ (par), $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, teremos:

$(1, 2n-\alpha, 2n+1) = (1, 2(n-j), 2n+1) = (1, 2(n-j), 2(n-j) + 1 + 2j) \in G$, pelo lema do incremento e usando a hipótese de indução.

ii) Para $\alpha=2j-1$ (ímpar), $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, teremos:

$(1, 2n-\alpha, 2n+1) = (1, 2n-(2j-1), 2n+1) = (1, 2(n-j)+1, 2(n-j) + 1 + 2j) \in G$, novamente, pelo lema do incremento e hipótese de indução. O incremento é $2j+1$ na 3ª coluna. Observemos que $i = n - j$. Temos que $(1, 2i+1, 2i)$ é perdido por indução ($i < n$).

3º Caso: $(1, 2n, 2n+1-\alpha)$

i) Para $\alpha=2j$, $j \in \{1, 2, \dots, n\}$

$(1, 2n, 2n+1-\alpha) = (1, 2n, 2(n-j)+1) = (1, 2(n-j) + 2j, 2(n-j)+1) \in G$, pois podemos retirar $2j$ peças da 2ª coluna e esta posição passará a ser de perdido (hipótese de indução).

ii) Para $\alpha=1$ $(1, 2n, 2n)$ é ganho. (Exemplo 1)

iii) Para $\alpha=2j+1$, $j \in \{1, 2, \dots, n\}$

$(1, 2n, 2n+1-\alpha) = (1, 2n, 2(n-j)) = (1, 2(n-j)+1+(2j-1), 2(n-j)) \in G$, pois se forem retiradas $2j-1$ peças da 2ª coluna esta posição voltará a ser de perdido (hipótese de indução). Concluímos, pois, que a posição $(1, 2n, 2n+1)$ é de perda.

A TORRE DE HANOÍ

Segundo um mito indiano, o centro do mundo está sob a cúpula do templo de Benares. Nele, há uma placa de latão onde estão fixadas três agulhas de diamantes. Ao criar o mundo, Brama colocou, em uma dessas agulhas, sessenta e quatro discos de ouro puro de tamanhos diferentes, estando o maior deles junto à placa e o menor no topo. É a torre de Brama. Segundo as imutáveis Leis de Brama, os sacerdotes do templo mudam sem cessar, e cada sacerdote move apenas um disco por vez, sem nunca colocar um disco sobre outro menor. Quando os sessenta e quatro discos tiverem sido transferidos de uma agulha para outra, a torre, o templo e os sacerdotes serão transformados em pó e o mundo desaparecerá com um trovão." (Extraído da Rev. de Ens. de Ciências - Nº 11 12 de 1994)

A torre de Hanói, uma simplificação da Torre de Brama, foi criada em fins do século passado pelo matemático francês M. Edouard Lucas. Tem as mesmas características da torre mencionada acima, com a redução de sessenta e quatro para oito discos. Atualmente ela tem sido utilizada com algumas variantes tanto na quantidade de discos, como na de pinos. Para fins de experiências com alunos do ensino fundamental e médio a torre mais utilizada é a de três pinos e sete discos.

O objetivo do jogo, assim como na lenda da Torre de Brama, é o de transferir todos os discos dispostos inicialmente em um dos pinos para um dos outros que se encontram livres. As jogadas (movimentos) deverão ser feitas com um disco por vez e estes só poderão ser colocados sobre um maior (nunca sobre um menor).

O ideal é se fazer a transferência dos discos de um pino para o outro com uma quantidade mínima de movimentos, o que nem sempre os alunos conseguem fazer. Mas o importante, a princípio é atingir o objetivo do jogo, ou seja, transferir os discos de um pino para o outro. Jogando-se várias vezes e começando-se com uma quantidade pequena de discos, poderemos encontrar um algoritmo que nos informa, com precisão, a quantidade mínima de movimentos exigidos.

Para a torre de Brama, mencionada no início, onde a quantidade de discos é 64, serão necessários 18.446.744.073.709.551.615 movimentos. Se cada disco levasse um segundo para ser transportado, seriam necessários seis bilhões de séculos para completar a tarefa. "Como as estimativas para a existência de vida na terra é de poucos milhões de anos, a profecia contida no mito que deu origem ao jogo não deve preocupar nenhum mortal." (Machado 1992, p.47)

Esse jogo tem sido utilizado nos diversos níveis escolares, a partir da pré-escola. À partir da 4ª série do ensino fundamental, pode-se fazer algumas explorações de modo a descobrir a melhor estratégia (quantidade mínima de movimento). No ensino médio, podemos utilizá-lo para desenvolver noções ligadas ao princípio da indução finita (progressão geométrica, por exemplo).

Pela grande quantidade de movimento exigidos com todos os discos, existe a possibilidade de desistência nos primeiros minutos de tentativa, por parte dos desafiados. Deve-se, portanto, ter o cuidado de iniciar essas atividades propondo a utilização de uma quantidade reduzida de peças, permitindo assim a descoberta de uma fórmula simples, que posteriormente poderá ser generalizada para um número qualquer de peças.

Segundo Machado, citado por Menezes (1996), esta metodologia leva a uma consciência na realização que enriquece o significado do jogo por clarear a razão dos movimentos.

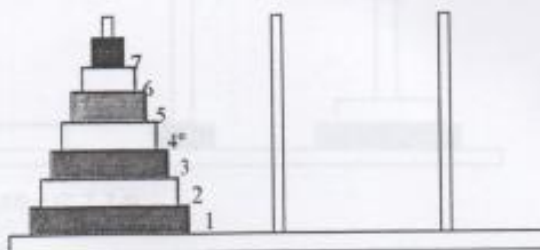
A Torre de Hanói é uma fonte muito rica de problemas, que vão desde os iniciais, ligados ao desafio proposto de transferir as peças de um pino para outro, até aqueles que derivam de outras questões mais elaboradas. Uma lista parcial desses problemas é fornecida a seguir:

- 1) É possível chegar ao objetivo desejado?
- 2) Se é possível atingir o objetivo, qual o procedimento mais econômico, ou seja, com o menor número de movimentos?
- 3) Existe uma regra simples, um algoritmo fácil de executar, que permita efetuar os movimentos sucessivos dessa estratégia mais econômica?
- 4) Existe alguma relação matemática entre o número n de peças da torre e o número mínimo $A(n)$ necessário para efetuar a sua transferência do pino de origem para o pino final? Existe uma função matemática $A(n)$, da variável n ?
- 5) Esse número mínimo $A(n)$ é o mesmo quando tomamos com pino final qualquer dos dois que se encontram vazios no início do jogo?

QUANTIDADE DE MOVIMENTOS DE CADA DISCO

A quantidade de movimentos de cada disco está em P.G. de razão 2. Olhando de baixo para cima. Teremos:

- 1º: 1 movimento
- 2º: 2 movimentos
- 3º: 4 movimentos
- 4º: 8 movimentos
- 5º: 16 movimentos
- 6º: 32 movimentos
- 7º: 64 movimentos
- Total: 127 movimentos Soma da P.G. = $2^7 - 1$



MAPEAMENTO DA TORRE DE HANÓI

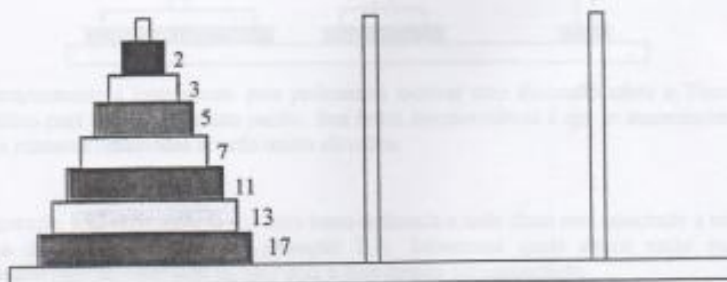
Em todo o processo de evolução cultural, o homem primeiro aprendeu a se comunicar (falar), para depois registrar (escrever). Essa evolução foi importante, pois além de registrar suas descobertas, possibilitou também o desenvolvimento e o aprimoramento de novas técnicas.

Mapear um jogo, significa registrar todas as suas posições (configurações), podendo vir a facilitar a elaboração da sua estratégia vitoriosa, bem como possibilitar uma melhor análise pedagógica do jogo.

Assim como existem várias línguas no mundo, existem várias formas de se mapear um jogo. A seguir apresentaremos três formas de mapeamento da torre de Hanói.

1ª Forma: Cada configuração será representada por uma terna ordenada e cada disco será associado a um número primo (conforme figura do exemplo 1.1). Sabemos quais discos estão num determinado pino decompondo as coordenadas da terna em fatores primos.

Exemplo 1.1: Se tivermos 7 discos no 1º pino, qual seria o valor da terna?



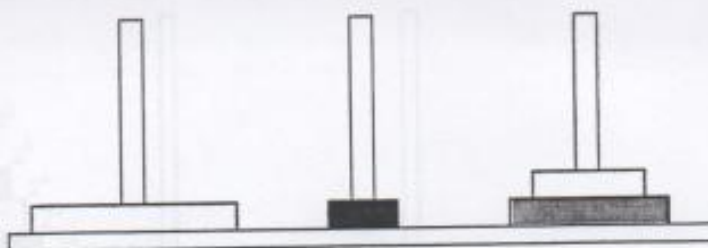
Teríamos: $(17.13.11.7.5.3.2, 1, 1) = (510510, 1, 1)$

Exemplo 1.2: A configuração:



É representada pela terna: $(210, 1, 1) = (2.3.5.7, 1, 1)$

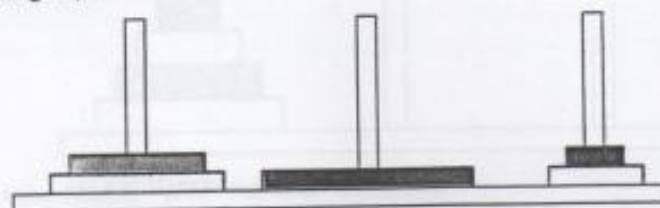
Exemplo 1.3: A configuração:



É representada pela terna: $(7, 2, 15) = (7, 2, 3.5)$

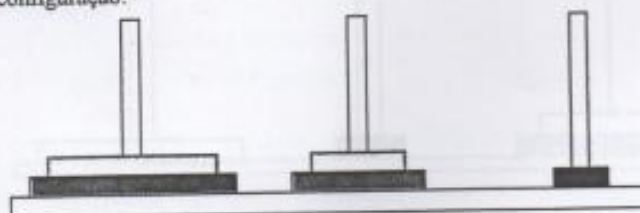
Exemplo 1.4 : A terna: $(35, 11, 6) = (7.5, 11, 2.3)$

Refere-se à configuração:



Exemplo 1.5: A terna: $(77, 15, 2) = (11.7, 3.5, 2)$

Refere-se à configuração:



Esse tipo de mapeamento é interessante pois poderemos motivar uma discussão sobre o Teorema Fundamental da Aritmética para alunos do ensino médio. Sua única inconveniência é que se aumentarmos a quantidade de discos, os números envolvidos ficarão muito elevados.

2ª Forma: Cada configuração será representada por uma terna ordenada e cada disco será associado a uma potência de dois (ver figura do exemplo 2.1). Saberemos quais discos estão num determinado pino decompondo na base dois a coordenada correspondente.

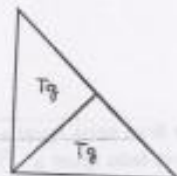
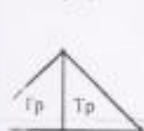
Utilizaremos os mesmos exemplos da 1ª forma e verificaremos como serão as configurações nessa forma.

Explorando a Geometria através do Tangram
Anexos:

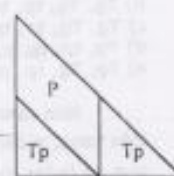
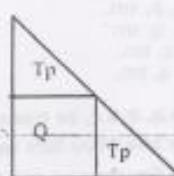
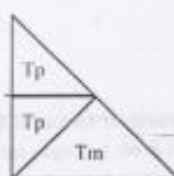
V EPEM

Construção do triângulo com:

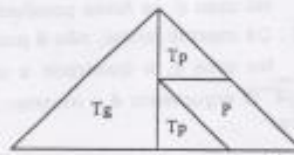
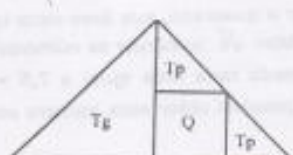
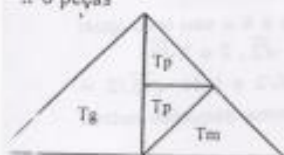
duas peças



três peças



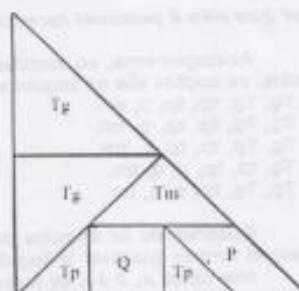
quatro peças



cinqüeto peças



sete peças



Construção do quadrado com:

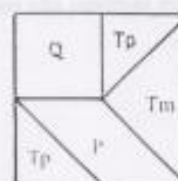
duas peças



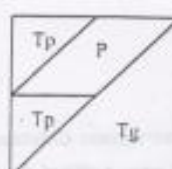
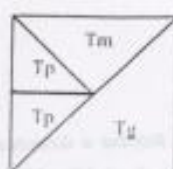
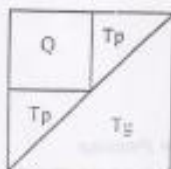
três peças



cinqüeto peças



quatro peças



Ministrantes: Cristiane Rocha e Gracivane Pessoa
 Email: cristiane_ar@bol.com.br / gracivane@bol.com.br

Por que não é possível formar um quadrado usando apenas seis peças ?

Ao escolher seis peças, deixamos uma peça de lado. Como existem peças iguais, as opções são as seguintes:

- a) Tg, Tg, tp, tp, p, q.
- b) Tg, Tg, tp, tp, p, tm.
- c) Tg, Tg, tp, tp, q, tm.
- d) Tg, tp, tp, p, q, tm.
- e) Tg, Tg, tp, p, q, tm.

Nos casos a, b e c, se fosse possível formar o quadrado, sua área seria igual a 7 pois, nos três casos, a peça que ficou fora tem área 1. Logo, tal quadrado teria lado igual a $\sqrt{7}$. Acontece que os lados das figuras que compõem o jogo são iguais a 1, $\sqrt{2}$, 2 e $2\sqrt{2}$ e com eles, através de somas, não é possível obter $\sqrt{7}$.

No caso d, se fosse possível formar o quadrado, sua área seria igual a 6 e seu lado igual a $\sqrt{6}$. Da mesma forma, não é possível obter $\sqrt{6}$ somando os números 1, $\sqrt{2}$, 2 e $2\sqrt{2}$.

No caso e, o quadrado a ser formado teria área igual a $7,5 = 15/2$ e lado $\sqrt{15}/2 = \sqrt{30}/4$. O argumento é o mesmo: não é possível obter este número por soma daqueles outros quatro.

Por que não é possível formar um triângulo usando apenas seis peças ?

Analogamente, ao escolher seis peças, deixamos uma peça de lado. Como existem peças iguais, as opções são as seguintes:

- a) Tg, Tg, tp, tp, p, q.
- b) Tg, Tg, tp, tp, p, tm.
- c) Tg, Tg, tp, tp, q, tm.
- d) Tg, tp, tp, p, q, tm.
- e) Tg, Tg, tp, p, q, tm.

Observando os ângulos das peças do Tangram (45° , 90° , 135°) concluímos que se for possível formar qualquer triângulo, com as sete peças, será retângulo e isósceles.

Nos casos a, b e c se fosse possível formar o triângulo, sua área seria igual a 7 pois, nos três casos, a peça que ficou fora tem área 1. Logo a medida dos catetos seria $\sqrt{14} = \sqrt{2} \times \sqrt{7}$ mas não podemos obter $\sqrt{7}$ portanto não é possível obter $\sqrt{14}$.

No caso d se for possível formar o triângulo, sua área seria 6. Logo a medida dos catetos seria $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, mas não é possível obter $\sqrt{3}$ somando os números 1, $\sqrt{2}$, 2 e $2\sqrt{2}$.

Na última opção triângulo a ser construído teria área 7,5 e catetos medindo $\sqrt{15} = \sqrt{3} \times \sqrt{5}$, que também não podemos obter.

Ministrantes: Cristiane Rocha e Gracivane Pessoa
Email: cristiane_ar@bol.com.br / gracivane@bol.com.br

Anexo 6 – Exemplos de atividades usadas pelo professor M1

2 – Um instituto de meteorologia divulgou os registros da temperatura média para certa cidade para alguns dias de certo mês:

Dias do Mês	10	12	14	16
Temperatura (°C)	26	27	28	29

(1,0) a) Qual temperatura foi registrada no dia 11 desse mês? Qual temperatura deverá ser registrada no último dia desse mesmo mês?

(2,0) b) Existe alguma relação entre os dias dos meses e a temperatura registrada? Caso sim, essa relação pode ser considerada uma função? Justifique sua resposta.

3 – O preço pago por uma corrida de táxi é calculado da seguinte forma: bandeirada mais valor pago pelo deslocamento do carro. A bandeirada é um valor pago apenas pelo fato de entrarmos no táxi (R\$ 3,50) e o valor por deslocamento: R\$ 1,20 por quilômetro.

(1,0) a) Qual o valor pago por uma corrida de táxi com deslocamento de 15 km?

(1,0) b) Qual foi o deslocamento se o valor pago foi R\$ 27,50?

(2,0) c) Existe alguma relação entre o preço da corrida e o deslocamento? Caso sim, essa relação pode ser considerada uma função? Justifique sua resposta.