



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Área de Estruturas

**PROCEDIMENTO ADAPTATIVO PARA CONTROLE DE CONTRA FLECHAS
DURANTE A FASE CONSTRUTIVA DE ESTRUTURAS EM BALANÇOS
SUCESSIVOS**

Mariella Falcão de Lima Oliveira Santos

Recife
2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL
ÁREA DE ESTRUTURAS

MARIELLA FALCÃO DE LIMA OLIVEIRA SANTOS

**PROCEDIMENTO ADAPTATIVO PARA CONTROLE DE CONTRA FLECHAS
DURANTE A FASE CONSTRUTIVA DE ESTRUTURAS EM BALANÇOS
SUCESSIVOS**

Dissertação de Mestrado apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito para obtenção do diploma de Mestre em Engenharia Civil, área Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Bernardo Horowitz

Recife
2014

Catálogo na fonte
Bibliotecário Vimário Carvalho da Silva, CRB-4 / 1204

S237p

Santos, Mariella Falcão de Lima Oliveira

Procedimento adaptativo para controle de contra flechas durante a fase construtiva de estruturas em balanços sucessivos. / Mariella Falcão de Lima Oliveira Santos. - Recife: A Autora, 2014.

149 folhas, il., color., foto., gráfs. e tabs.

Orientador: Prof^o. Dr. Bernardo Horowitz.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, 2014.

Inclui Revisão bibliográfica e anexos.

1. Engenharia Civil. 2. Construção. 3. Balanços sucessivos. 4. Contra Flecha. I. Horowitz, Bernardo. (orientador) II. Título.

624 CDD (22. ed.)

UFPE
BCTG/2014-288



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

A comissão examinadora da Defesa de Dissertação de Mestrado

**PROCEDIMENTO ADAPTATIVO PARA CONTROLE DE CONTRA FLECHAS
DURANTE A FASE CONSTRUTIVA DE ESTRUTURAS EM BALANÇOS
SUCESSIVOS**

defendida por

Mariella Falcão de Lima Oliveira Santos

Considera a candidata APROVADA

Recife, 22 de agosto de 2014

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Bernardo Horowitz - UFPE
(orientador)

Prof. Dr. Fernando Rebouças Stucchi – USP
(examinador externo)

Prof. Dr. Paulo Marcelo Vieira Ribeiro – UFPE
(examinador interno)

*À Deus, aos meus pais e à minha irmã Mirella,
forças constantes nesta vida.*

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus e a sua equipe espiritual pela vida e as segundas chances que me foram dadas para que eu pudesse realizar este trabalho.

Aos meus pais, Guilherme e Suely, por serem minha fortaleza e me encherem com seu amor e carinho, para que eu superasse qualquer dificuldade e acreditasse que este trabalho seria possível.

Aos meus irmãos, Mirella e Raphael, que apesar da distância estavam presentes nos momentos certos e sempre torceram pelo meu sucesso.

A Universidade Federal de Pernambuco, ao programa de Pós Graduação de Engenharia Civil e aos órgãos financiadores CNPQ e CAPES, por permitirem o desenvolvimento dessa pesquisa.

Ao meu orientador, Bernardo Horowitz, pela preocupação, carinho implícito e aprendizado na Engenharia e na vida que permitiram o desenvolvimento deste trabalho.

Aos Professores Fernando Stucchi e Paulo Ribeiro, que compuseram a banca de avaliação e propuseram as contribuições que melhoraram o resultado final deste trabalho.

A todos os professores, pela compreensão e por terem transmitido os conhecimentos suficientes para aumentar minha disciplina e necessidade de aprendizado.

Aos meus amigos de mestrado, em especial a Danilo Pontes, pelo apoio no estudo das disciplinas, a Jefferson Wellano e Leonardo Oliveira, pelo auxílio computacional e a Liliane Fonseca pelo incrível apoio nos momentos de dificuldade.

A Jordlly Silva pela paciência e incentivo, acreditando na minha competência e auxiliando em todas as etapas na elaboração deste trabalho.

Aos meus amigos, que de alguma maneira me auxiliaram seja com incentivo ou simplesmente com uma prece.

A todos os profissionais com quem já trabalhei, pois a troca de conhecimentos permitiu aplicar e ampliar meu aprendizado.

*“Mariella.
Mariella.
Happy in her own little world.”*

**Mariella
Kate Nash.**

RESUMO

Resumo da dissertação submetida a Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil.

PROCEDIMENTO ADAPTATIVO PARA CONTROLE DE CONTRA FLECHAS DURANTE A FASE CONSTRUTIVA DE ESTRUTURAS EM BALANÇOS SUCESSIVOS

Mariella Falcão de Lima Oliveira Santos

Orientador: Prof. Dr. Bernardo Horowitz

Na construção de estruturas executadas pelo Método dos Balanços Sucessivos, como no caso de pontes e marquises, os segmentos são construídos a partir do anterior, de maneira que os carregamentos de construção sejam suportados pelos trechos anteriormente executados. Conforme o balanço evolui, as deformações ocorridas atingem valores significativos e medidas corretivas necessitam ser aplicadas ainda durante a fase construtiva. A aplicação de contra flechas na estrutura é uma medida que introduz deslocamentos corretivos de modo a compensar as deformações permitindo assim que o perfil vertical de projeto seja atendido.

Nessas estruturas, é realizado o acompanhamento das deformações ocorridas em cada etapa de execução da obra. O método proposto assimila os dados obtidos na leitura em cada etapa executada, atualiza o modelo estrutural, e minimiza a diferença entre as deformações reais e previstas. O procedimento utiliza o método dos Mínimos Quadrados Não Linear, onde as variáveis de projeto são parâmetros que determinam as deformações imediatas e que controlam as deformações diferidas. No programa de simulação utilizado, isto é efetuado indiretamente adotando como variáveis o f_{ck} , que determina o módulo da elasticidade, e a Umidade Relativa, que influencia as parcela das deformações devido à fluência e retração, de forma a melhor representar as propriedades do material aplicado na obra.

Como as leituras de campo são realizadas após a execução de cada segmento, esse processo é iterativo. Em cada fase, novos dados são assimilados ao problema e as propriedades do material tendem a se aproximar das características do utilizado em obra. Ao aplicar essas propriedades para prever as deformações de projeto, os resultados obtidos são valores mais próximos aos reais. Com essa nova configuração deformada prevista, é possível determinar novos valores para as contra flechas que serão aplicadas aos segmentos que ainda não foram executados, a fim de atingir a configuração de projeto.

Recife, agosto de 2014.

Palavras-chaves: Balanço Sucessivo; Contra Flecha; Otimização.

ABSTRACT

Abstract of the dissertation submitted to the Federal University of Pernambuco as part of the necessary requirements for obtaining Master's degree in Civil Engineering.

ADAPTIVE PROCEDURE FOR CAMBER CONTROL DURING A CONSTRUCTION STAGE IN CANTILEVER STRUCTURE

Mariella Falcão de Lima Oliveira Santos

Prof. Dr. Bernardo Horowitz

In Cantilever Structures, for example bridges and decks, the segments are constructed from the previous ones, thus, the construction loads are supported by previous segments. When the cantilever is moved forward, the deformations increase, and corrections need to be applied still in construction stage. The use of camber is a method which displacements of corrections are applied to compensate the deformations and the vertical profile of the design can be achieved.

The monitoring of deformations is done at each stage of execution in these structures. The proposed method applies data of monitoring to update a structural model in each stage, and minimizes the differences between the real and design displacements. The procedure uses the method of Nonlinear Least Square, where the variables are defined for immediate deformations and time dependent deformations. The program of simulation uses the variables indirectly. These variables are the compressive strength, f_{ck} , which determines the modulus of elasticity, and the Relative Humidity, responsible for influence the deformations due to creep and shrinkage. Thus, the material properties can be approached a representation of the concrete used in construction.

The data are obtained after the execution of each segment, rendering the iterative process. At every step, new data are assimilated into the problem and the material properties are approximated of the characteristics of concrete used in work. With these properties, a new design displacement is estimated and the results of deformations can be more close to the real values. Using the new deformation shape is possible to determinate new values for the camber and applies them for the next segments. Through this methodology can obtain the vertical profile of the design.

Recife, August 2014.

Keyword: Cantilever; Camber; Optimization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Sequência de construção de ponte em balanço sucessivo.....	21
Figura 02 – Vão executado sobre apoio provisório e vão adjacente em balanço.	21
Figura 03 – (a) Viga com a deformação, y , estimada em projeto; (b) Contra flecha, cf , aplicada à viga.	22
Figura 04 – Treliza sob o tabuleiro deixando o vão navegável livre.	22
Figura 05 – (a) Estruturas isoladas isostáticas em balanço; (b) Viga contínua hiperestática.	23
Figura 06 – Carregamentos que podem causar instabilidade na estrutura.	24
Figura 07 – Construção de aduelas simétricas, partindo dos pilares.....	24
Figura 08 – Construção de aduela com apoio temporário.	25
Figura 09 – Construção de aduela com apoio trelizado temporário.....	25
Figura 10 – Construção de aduela com o uso de contrapesos.	25
Figura 11 – Suporte temporário para execução dos encontros.	26
Figura 12 – Encontro funcionando como contrapeso.....	26
Figura 13 – Fechamento articulado, viga em balanço.....	26
Figura 14 – Fechamento com vão suspenso articulado.	27
Figura 15 – Ligação contínua com aduela de fechamento.	27
Figura 16 – Vista lateral da treliza sobre o tabuleiro.	28
Figura 17 – Vista frontal da treliza sobre o tabuleiro.....	28
Figura 18 – Içamento e montagem de treliza.....	29
Figura 19 – Treliza apoiada sobre dormentes.....	29
Figura 20 – Sequência de construção para um ciclo de operação otimizado.	30
Figura 21 – Exemplo de planejamento para execução de obra em etapas.....	31
Figura 22 – Seção fletida, com armadura convencional (a) e com armadura protendida (b). Para uma mesma tensão de bordo (σ_c) a viga protendida apresenta uma resistência em serviço aproximadamente igual ao dobro da viga de concreto armado.	32
Figura 23 – Diagrama de Momento Fletor da estrutura durante a fase de construção (1) e após o fechamento com continuidade na ponte em operação (2).....	34
Figura 24 – Tipos de cabos em uma Ponte em Balanço Sucessivo: Cabos de Viga em Balanço (A – azul) e Cabos Integrados (B – preto).....	34
Figura 25 – Desnível em obra devido a deformações não controladas.	36
Figura 26 – Desnível na execução entre duas aduelas.	36
Figura 27 – Representação esquemática dos Módulos de Elasticidade: Tangente (E_{tg}), Tangente inicial (E_o) e Secante (E_{sec}).....	38
Figura 28 – Variáveis de projeto de acordo com Norma CEB-FIB, aplicadas ao SAP2000.....	43
Figura 29 – Fluxograma para cálculo das deformações.	46

Figura 30 – Ativação da tabela de deslocamentos no SAP2000.....	48
Figura 31 – Exportando os dados de deslocamentos para planilhas do EXCEL.	48
Figura 32 – Viga em balanço com 5 aduelas e carregamentos aplicados.....	49
Figura 33 – Viga em balanço com 5 aduelas executadas ao longo do tempo e cargas aplicadas.	50
Figura 34 – Curva de deslocamentos por estágio de construção, no Caso 1, para (a) $fck_{real}=28\text{MPa}$ e $RH=82\%$ e(b) $fck_{real}=35\text{MPa}$ e $RH=82\%$	52
Figura 35 – Curva de deslocamentos por estágio de construção, no Caso 2, para (a) $fck_{real}=28\text{MPa}$ e $RH=82\%$ e(b) $fck_{real}=35\text{MPa}$ e $RH=82\%$	53
Figura 36 – (a) Diagrama de deformações e (b) Diagrama de contra flechas.	55
Figura 37 – Esquema com contra flecha absoluta e relativa.....	56
Figura 38 – Viga genérica com 4 aduelas executada em balanço sucessivo.	56
Figura 39 – Viga genérica determinando a projeção da posição do nó 3, após a execução da aduela 2.	58
Figura 40 – Esquema para a determinação das contra flechas e níveis atingidos fase por fase.....	60
Figura 41 – Deslocamentos isolados e projeções devido aos carregamentos em cada estágio de construção.	61
Figura 42 – Posição dos segmentos após aplicação das cargas incluindo as contra flechas.	61
Figura 43 – Exemplo de diagrama de momento fletor (a) antes e (b) após o fechamento da estrutura, fornecido pelo MIDAS/Civil.	62
Figura 44 – Exemplo do gráfico de contra flecha, fornecido pelo MIDAS/Civil.....	62
Figura 45 – Viga em balanço com 3 aduelas executadas ao longo do tempo e cargas aplicadas.	63
Figura 46 – Gráfico das contra flechas absolutas aplicadas ao caso comparativo fornecido pelo MIDAS/Civil.	64
Figura 47 – Avaliação dos dados medidos com o projeto.....	65
Figura 48 – Contra flecha corrigida para a aduela A_2	66
Figura 49 – Contra flecha corrigida para a aduela A_3	67
Figura 50 – Contra flecha corrigida para a aduela A_2	67
Figura 51 – Contra flecha corrigida para a aduela A_3	68
Figura 52 – Contra flecha corrigida para a aduela A_4	68
Figura 53 – Ponte Octávio Frias de Oliveira.	69
Figura 54 – Complexo Anhanguera.....	70
Figura 55 – Ponte Pipiral.....	70
Figura 56 – Etapas para determinar as contra flechas aplicadas às aduelas, considerando os dados obtidos nos levantamentos de campo.	71
Figura 57 – Assimilação dos dados levantados em obra e obtenção das novas variáveis de projeto até a execução da aduela 3.....	73

Figura 58 – Modificação do valor do f_{ck} no simulador estrutural.....	73
Figura 59 – Modificação do valor da RH no simulador estrutural.	74
Figura 60 – Seção longitudinal da ponte e detalhe das aduelas.....	76
Figura 61 – Seção transversal das aduelas.	77
Figura 62 – Carregamento devido à forma de concretagem.....	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Estágios de construção para o caso 01	49
Tabela 02 – Estágios de construção para o caso 02	50
Tabela 03 – Valores de f_{ck} e RH utilizados para os deslocamentos reais	51
Tabela 04 – Resumo de dois resultados obtidos para Caso 01	51
Tabela 05 – Resumo de dois resultados obtidos para Caso 02	53
Tabela 06 – Caso comparativo pela tabela da metodologia de PAIM (cm)	63
Tabela 07 – Caso comparativo pela tabela da metodologia de PODOLNY e MULLER (cm)	64
Tabela 08 – Caso comparativo pelo MIDAS/Civil (cm)	64
Tabela 09 – Comparando contra flechas absolutas e relativas (cm)	65
Tabela 10 – Deslocamentos isolados após execução da aduela $j = 3$	72
Tabela 11 – Deslocamentos acumulados após execução da aduela $j = 3$	72
Tabela 12 – Deslocamentos acumulados estimados ajustados no modelo estrutural após execução da aduela $j = 3$	74
Tabela 13 – Deslocamentos isolados ocorridos e estimados após execução da aduela $j = 3$	74
Tabela 14 – Deslocamento acumulado total após execução da aduela $j = 3$	75
Tabela 15 – Determinação das contra flechas relativas a serem aplicadas para a execução da aduela $j = 4$	75
Tabela 16 – Configuração superior e inferior dos cabos de protensão, longitudinalmente	77
Tabela 17 – Cronograma de execução da obra	79
Tabela 18 – Contra flecha inicial de projeto (cm)	80
Tabela 19 – Deslocamentos isolados da estrutura em cada estágio para o Caso A (cm)	80
Tabela 20 – Valores de f_{ck} e RH para o Caso A	80
Tabela 21 – Contra flecha de projeto e corrigidas para o Caso A (cm)	81
Tabela 22 – Deformações residuais para o Caso A (cm)	81
Tabela 23 – Comparação das deformações residuais com a deformação acumulada total para o Caso A (%)	81
Tabela 24 – Deslocamentos isolados da estrutura em cada estágio para o Caso B (cm)	82
Tabela 25 – Valores de f_{ck} e RH para o Caso B	82
Tabela 26 – Contra flecha de projeto e corrigidas para o Caso B (cm)	82
Tabela 27 – Deformações residuais para o Caso B (cm)	82
Tabela 28 – Comparação das deformações residuais com a deformação acumulada total para o Caso B (%)	83

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS GREGAS

α	Coeficiente que caracteriza o tipo do cimento
$\beta(f_{cm})$	Coeficiente da influência da resistência característica do concreto pela norma CEB-FIP
$\beta(t_0)$	Coeficiente de influência do tempo inicial de carregamento pela norma CEB-FIP
β_c	Coeficiente que determina o incremento de fluência com o tempo após o início do carregamento pela norma CEB-FIP
$\beta_{CC}(t)$	Coeficiente da influência do tipo de cimento e do tempo pela norma CEB-FIP
$\beta_E(t)$	Coeficiente da influência da idade do concreto pela norma CEB-FIP
β_H	Coeficiente da influência da umidade relativa ao longo do tempo pela norma CEB-FIP
β_{RH}	Coeficiente da influência da umidade relativa pela norma CEB-FIP
β_s	Coeficiente da influência ao longo do tempo na retração pela norma CEB-FIP
β_{SC}	Coeficiente que depende do tipo de cimento pela norma CEB-FIP
β_{sRH}	Fator de relação entre a Umidade atuante e Umidade inicial pela norma CEB-FIP
δ	Diferença entre a leitura de campo e o projeto pelo método de OYAMADA
Δf	Fator de majoração da resistência característica pela norma CEB-FIP
$\epsilon_C(t)$	Deformação total
ϵ_{cc}	Deformação de fluência a partir do momento em que a carga é aplicada
ϵ_{Ci}	Deformação inicial devido à aplicação do carregamento
ϵ_{cs}	Deformação de retração
ϵ_{cso}	Coeficiente de retração teórico
ϵ_{cT}	Deformação devido a Temperatura
$\epsilon_s(f_{cm})$	Coeficiente da influência da resistência característica do concreto pela norma CEB-FIP
θ_j	Ângulo da contra flecha de projeto aplicada na aduela j pelo método de OYAMADA
θ_{jc}	Ângulo corrigido da contra flecha aplicada na aduela j pelo método de OYAMADA
θ_{jm}	Ângulo da contra flecha aplicada na aduela j medida em campo
σ_c	Tensão de bordo atuante numa seção
ϕ	Coeficiente de fluência
ϕ_0	Coeficiente de fluência teórico pela norma CEB-FIP
ϕ_{RH}	Coeficiente da influência da umidade relativa pela norma CEB-FIP
$\nabla f(x)$	Gradiente, primeira derivada da função
$\nabla^2 f(x)$	Hessiana, segunda derivada da função

LETRAS ROMANAS

a	Posição da aduela estimada em projeto
a_m	Dados dos levantamentos de campo
cf	Contra flecha
cf_{ij}	Contra flecha relativa no nó j, no estágio de construção i.
cf_j	Contra flecha aplicada na aduela j pelo método de OYAMADA
d_k	Acréscimo no iterando
exitflag	Descreve o valor da condição de saída da solução definida no programa MATLAB
E_o	Módulo de Elasticidade Tangente Inicial
E_{Ci}	Módulo de Elasticidade pela norma CEB-FIP
$E_{Ci}(t)$	Módulo de Elasticidade em função do tempo pela norma CEB-FIP
E_{Co}	Módulo de Elasticidade inicial pela norma CEB-FIP
E_{sec}	Módulo de Elasticidade Secante
E_{tg}	Módulo de Elasticidade Tangente
$f(x)$	Função objetivo
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_{cm}	Resistência característica à compressão do concreto majorada pela norma CEB-FIP
$f_{cm}(t)$	Resistência característica à compressão do concreto majorada em função do tempo pela norma CEB-FIP
$f_{cm}(t_0)$	Resistência característica à compressão do concreto majorada para um tempo inicial pela norma CEB-FIP
f_{cmo}	Fator definido pela norma CEB-FIP
$f_i(x)$	Função vetorial
fun	Função objetivo a ser otimizada definida no programa MATLAB
h	Espessura fictícia
h_0	Espessura fictícia de 100mm
$H(x)$	Hessiana da função para o problema de Mínimos Quadrados
i	Estágio de construção
j	Nó da respectiva aduela j executada
$J(x)$	Jacobiano da função para o problema de Mínimos Quadrados
lb	Limite mínimo para as variáveis de projeto definida no programa MATLAB
n	Número total de estágios de execução da obra
options	Opções de otimização especificadas definida no programa MATLAB
output	Estrutura de saída com informações sobre a otimização definida no programa MATLAB
residual	Resíduo de cada parcela da função, o resíduo vetorial definida no programa MATLAB

resnorm	Resíduo da função otimizada definida no programa MATLAB
$r_i(x)$	Função vetorial para o problema de Mínimos Quadrados
$R(x)$	Matriz da função para o problema de Mínimos Quadrados
RH	Umidade Relativa
RH_0	Umidade Relativa de 100%
s	Coefficiente que especifica o tipo de cimento pela norma CEB-FIP
t	Idade do concreto
t_0	Tempo inicial
t_1	Idade de 1 dia
t_s	Idade do concreto para o início da retração
ub	Limite máximo para as variáveis de projeto definida no programa MATLAB
u_j	Comprimento da aduela j
\bar{x}	Variável iterada
x^*	Minimizador da função objetivo
x_i	Variáveis de projeto
x_i^L	Limite mínimo para as variáveis de projeto
x_i^U	Limite máximo para as variáveis de projeto
x_0	Variáveis iniciais de projeto definida no programa MATLAB
y	Deslocamento isolado
y_{ij}	Deslocamento no nó j no estágio de construção i
$y_{ip}(x)$	Deslocamentos estimados em projeto
y_{iR}	Deslocamentos ocorridas na estrutura, obtidos em levantamento topográfico
Y_j	Deslocamento acumulado total
Y_a	Matriz dos deslocamentos acumulados no nó j, em cada estágio de execução i
$Y_{a_{ij}}$	Deslocamento acumulado no nó j, até a execução do estágio i
$Y_{a_{(i-1)j}}$	Deslocamento acumulado no nó j, até a execução do estágio (i-1): estágio anterior ao que se deseja calcular
Z_{ij}	Deslocamento acumulado no nó j, incluindo contra flechas relativas até o estágio de construção i.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
1.1 CÁLCULO E AJUSTE DE CONTRA FLECHAS PARA PROCESSO DE CONSTRUÇÃO EM BALANÇO SUCESSIVO	16
1.2 METODOLOGIA PROPOSTA	17
1.3 OBJETIVOS	18
1.3.1 Objetivo Geral	18
1.3.2 Objetivos Específicos.....	18
1.4 LIMITAÇÕES DA DISSERTAÇÃO	18
1.5 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO.....	19
2. COMPORTAMENTO DE PONTES CONSTRUÍDAS POR BALANÇOS SUCESSIVOS.....	21
2.1 A TÉCNICA CONSTRUTIVA.....	21
2.1.1 Vantagens.....	22
2.1.2 Estabilidade Estrutural	23
2.2 EXECUÇÃO DO TABULEIRO	24
2.2.1 Execução das Aduelas.....	24
2.2.2 Execução dos Encontros.....	26
2.2.3 Execução do fechamento dos vãos.....	26
2.3 ESCORAMENTO DAS FORMAS.....	27
2.4 CICLO DE CONSTRUÇÃO	29
2.4.1 Plano de Concretagem.....	30
2.5 DOSAGEM DOS MATERIAIS	31
2.6 CURA DO CONCRETO	31
2.7 PROTENSÃO.....	32
2.7.1 Perdas Imediatas de Protensão.....	32
2.7.2 Perdas Progressivas de Protensão	33
2.7.3 Traçado dos Cabos.....	33
2.7.4 Plano de Execução da Protensão	35
2.8 CONTRA FLECHA.....	35
2.9 NORMA – CEB/FIP	36
2.9.1 Cálculo da deformação pelo CEB-FIP	37
2.10 PROPRIEDADES DO CONCRETO	37
2.10.1 Módulo de Elasticidade.....	37
2.10.2 Resistência Característica à Compressão do Concreto.....	39
2.11 ANÁLISE DOS EFEITOS DEPENDENTES DO TEMPO	40
2.11.1 Fluência	40
2.11.2 Retração.....	41
3. ASSIMILAÇÃO DE DADOS E AJUSTE HISTÓRICO	43
3.1 APLICAÇÃO DE UM PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO UTILIZANDO O ACOMPANHAMENTO DAS DEFORMAÇÕES	43
3.2 ALGORITMO DO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS	44
3.3 OTIMIZAÇÃO UTILIZANDO TOOLBOX DO MATLAB	46
3.3.1 Função <i>lsqnonlin</i> no MATLAB.....	46
3.3.2 Deslocamentos no programa SAP2000.....	47
3.4 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELO SIMULADOR.....	48
3.4.1 Caso 1.....	49
3.4.2 Caso 2.....	49
3.4.3 Obtenção dos dados dos deslocamentos reais	50
3.4.4 Comparação entre as deformações reais e estimadas.....	51
4. CÁLCULO E AJUSTE DAS CONTRA FLECHAS.....	55
4.1 MÉTODOS DE CÁLCULO DE CONTRA FLECHA	55

4.1.1 Método de PAIM	60
4.1.2 Método de PODOLNY e MULLER	60
4.1.3 Cálculo de Contra Flecha em Simulador Estrutural	62
4.1.4 Comparação dos Métodos	63
4.2 MÉTODO DE AJUSTE DE CONTRA FLECHA DURANTE EXECUÇÃO DA OBRA	65
4.2.1 Correção pelo Método de OYAMADA	65
4.2.2 Exemplo de Obras com aplicação de ajuste de contra flecha	69
4.3 MÉTODO PROPOSTO PARA AJUSTE DE CONTRA FLECHA	71
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES	76
5.1 DESCRIÇÃO DO CASO SINTÉTICO	76
5.1.1 Geometria da Ponte	76
5.1.2 Materiais	78
5.1.3 Carregamentos	78
5.1.4 Estágios de Construção	79
5.2 OBTENÇÃO DOS DADOS DOS DESLOCAMENTOS REAIS	80
5.2.1 Caso A	80
5.2.2 Caso B	81
6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	84
6.1 CONCLUSÕES	84
6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	85
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86
ANEXO A – CÓDIGO FONTE DE PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO DESENVOLVIDO NO MATLAB	91
ANEXO B – ANÁLISE DAS DEFORMAÇÕES PARA VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS DO	95
SIMULADOR	95
ANEXO C – CÁLCULO DA CONTRA FLECHA DE PROJETO	120
ANEXO D – CÁLCULO DA CORREÇÃO DE CONTRA FLECHA PARA O CASO A	122
ANEXO E – CÁLCULO DA CORREÇÃO DE CONTRA FLECHA - OYAMADA PARA O CASO A	129
ANEXO F – CÁLCULO DA POSIÇÃO GEOMÉTRICA DAS ADUELAS PARA O CASO A.....	134
ANEXO G – CÁLCULO DA CORREÇÃO DE CONTRA FLECHA PARA O CASO B	136
ANEXO H – CÁLCULO DA CORREÇÃO DE CONTRA FLECHA - OYAMADA PARA O CASO B	143
ANEXO I – CÁLCULO DA POSIÇÃO GEOMÉTRICA DAS ADUELAS PARA O CASO B.....	148

1. INTRODUÇÃO

1.1 CÁLCULO E AJUSTE DE CONTRA FLECHAS PARA PROCESSO DE CONSTRUÇÃO EM BALANÇO SUCESSIVO

A análise de um projeto não deve estar restrita apenas ao período de utilização da estrutura. Em algumas obras que são construídas por fases, os carregamentos aplicados durante a construção precisam ser considerados, pois terão influência na estabilidade não só no período construtivo, mas também na fase final da obra. Além disso, algumas técnicas construtivas podem caracterizar um diferencial na elaboração do projeto, que exigem uma série de verificações adicionais. É o caso da construção pelo método do Balanço Sucessivo.

Na execução desse método, a estrutura é construída por meio de segmentos sucessivos. Cada novo segmento é executado a partir do anterior, de maneira que os carregamentos de construção sejam suportados pelos segmentos anteriormente executados. As deformações aumentam à medida que a obra prossegue. Essas deformações atingem valores significativos e medidas corretivas são necessárias ainda durante a fase construtiva. A aplicação de contra flechas na estrutura é uma medida que introduz deslocamentos corretivos de modo a compensar as deformações permitindo assim que o perfil vertical de projeto seja atendido.

Para determinar o valor da contra flecha que será aplicada à estrutura é necessário calcular as deformações em cada fase da obra e a deformada final. O cálculo das deformações pode ser feito através de modelos computacionais realizando a análise estrutural. Como esse tipo de obra é executado em diferentes etapas de construção, é necessário considerar, também, as deformações diferidas no tempo.

Obtido o valor das deformações, as contra flechas que serão aplicadas à estrutura podem ser calculadas. Paim³⁸ e Podolny e Muller³⁹ utilizam o deslocamento total para determinar esses valores de maneira a obter a configuração final estabelecida em projeto. Mathivat²⁸ também utiliza o deslocamento total para esse cálculo.

O acompanhamento das deformações ocorridas em cada etapa de execução é realizado durante a obra. Os dados dos levantamentos são comparados com as deformações estimadas para o projeto. Esses valores são diferentes, pois o concreto utilizado em obra está sujeito a alterações causadas pela dosagem dos materiais, tipo de agregado e outros fatores que alteram a sua composição. Além disso, os fenômenos de retração e fluência são difíceis de modelar, o que torna as diferenças entre as leituras de campo e a previsão do modelo ainda mais significativas.

As deformações residuais em relação à configuração final ocorrem, mesmo com a aplicação das contra flechas. Utilizando os deslocamentos obtidos, Stucchi⁸ recomenda que a correção desses valores de contra flecha devem ser feitas para os segmentos ainda não executados. Oyamada³⁷ propõe uma correção de maneira geométrica, aplicada para posicionar as aduelas seguintes em concordância com o projeto inicial.

Outros métodos mais refinados, integrando simulação computacional e construção, também podem ser aplicados. Lai e Wang²³ utilizam os dados de controle de deformação para verificar e estimar as curvas reais de construção, com o uso de método de análise de regressão linear, e assim, ajustar as contra flechas durante a execução. Jung²⁰ utiliza os deslocamentos medidos e aplica um modelo de material através do uso de redes neurais caracterizando o comportamento dependente do tempo para o concreto em campo. Assim, o comportamento do material obtido é utilizado para estimar as deformações da estrutura a longo prazo.

1.2 METODOLOGIA PROPOSTA

Neste trabalho é desenvolvido um procedimento para o controle de contra flechas durante o período de construção que assegure o alinhamento final da estrutura atendendo as exigências de projeto.

Os dados obtidos na leitura de cada etapa executada são assimilados e submetidos à aplicação do método dos Mínimos Quadrados Não Linear, para minimizar as diferenças entre as deformações reais e previstas. Como variáveis de projeto, são utilizados parâmetros que determinam as deformações imediatas e que controlam as deformações diferidas. O programa de simulação utilizado para minimizar as deformações, realiza este processo indiretamente, através da associação a um programa comercial de análise estrutural. Como variáveis foram adotados o f_{ck} , que determina o módulo da elasticidade, e a Umidade Relativa, que influencia as parcela das deformações devido à fluência e retração.

Através desse processo é possível encontrar uma melhor representação das propriedades do material aplicado na obra. Como as leituras de campo são realizadas após a execução de cada segmento, o processo iterativo permite que novos dados sejam assimilados em cada fase, aproximando gradualmente o material das características do utilizado em obra. Ao aplicar essas novas propriedades para prever as deformações de projeto, a configuração deformada é ajustada e os deslocamentos obtidos são mais próximos aos reais.

Com os novos deslocamentos, o cálculo das contra flechas é refeito utilizando uma adaptação da proposta de Paim³⁸. Esse processo é realizado após a execução de cada aduela, permitindo que a cada

estágio, as contra flechas se adaptem a realidade dos deslocamentos medidos e assim, as deformadas residuais sejam as menores possíveis para atender a configuração de projeto.

Para compreender a execução de estruturas em balanços sucessivos, é utilizada a aplicação desse método na construção de pontes executadas por essa técnica. Assim, é possível entender os procedimentos de projeto, o processo construtivo e as consequências dos erros ocorridos em alguma dessas etapas.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é propor um procedimento para correção de contra flechas em obras executadas pelo método do balanço sucessivo durante a fase construtiva, utilizando dados dos deslocamentos ocorridos na estrutura.

1.3.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos para realização desse estudo são:

- Desenvolver um processo com algoritmos de otimização assimilando os dados dos deslocamentos ocorridos em campo para caracterizar as propriedades do concreto utilizado na obra.
- Aplicar as novas propriedades do concreto em um simulador estrutural integrado ao processo de otimização desenvolvido e estimar a nova curva de deformações do projeto.
- Utilizando as deformadas, realizar o cálculo das correções nas contra flechas a serem aplicadas de maneira a atender o perfil solicitado em projeto.

1.4 LIMITAÇÕES DA DISSERTAÇÃO

Para elaboração deste trabalho, algumas restrições foram impostas para caracterizar as análises, considerando as dificuldades encontradas ao longo do desenvolvimento do trabalho.

- O estudo está restrito a fase construtiva, pois a aplicação de modelos matemáticos para caracterizar os fenômenos diferidos ao longo do tempo precisam ser melhor definidos.
- O estudo das deformações para o cálculo de contra flechas não considera as deformações ocorridas na treliça, visto que esta informação seria um dado informado pelo fornecedor do equipamento.

Entretanto, a aplicação do peso do conjunto treliça-forma é considerado no cálculo das deformações que ocorrerão na estrutura de concreto.

- As análises foram realizada em casos sintéticos devido a não obtenção de dados reais levantados em campo. Assim, os valores aplicados considerados como reais nas análises foram obtidos com a utilização de modelos estruturais para representação da realidade.
- A escolha do programa SAP2000 como simulador estrutural foi definida pela facilidade da interação com o programa em que foi desenvolvido o processo de otimização. Entretanto, outras opções de programas comerciais foram testadas e excluídas devido ao insucesso com a associação dos programas.

1.5 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Para melhor compreensão da análise e dos resultados, a dissertação foi estruturada em seis capítulos:

Neste presente *Capítulo*, são apresentadas informações sobre estruturas construídas em Balanços Sucessivos, o cálculo de deformações e contra flechas, um resumo da metodologia que será utilizada no desenvolvimento deste estudo, os objetivos e limitações da pesquisa e a organização dos capítulos deste documento.

Para o *Capítulo 2*, é abordado em detalhes a técnica da construção de uma estrutura pelo método do Balanço Sucessivo, como no caso das pontes. São apresentadas as considerações de projeto e de execução necessárias para esse tipo de obra, associado com a revisão na literatura para melhor compreensão dos aspectos que influenciam esse tipo de obra.

É apresentado no *Capítulo 3*, o processo de otimização utilizando a assimilação de dados, com a aplicação do método dos Mínimos Quadrados Não Linear. Além disso, é mostrada a interação com um programa de análise estrutural para determinar as deformadas e obtenção das variáveis de projeto. Ao final, dois casos de análise permitem a validação do procedimento.

Para o *Capítulo 4*, o cálculo das deformações é aplicado na determinação de contra flechas utilizando a literatura conhecida e, também, é apresentado um programa comercial, que permite calcular contra flechas. Alguns exemplos de obras e estudo com correção de contra flecha são mostrados e o procedimento proposto por este estudo é descrito.

No *Capítulo 5*, o procedimento proposto é aplicado durante a fase construtiva de um caso sintético de uma Ponte em Balanço Sucessivo, definindo as contra flechas de projeto e realizando as devidas

correções. Um comparativo com a metodologia utilizada por Oyamada é realizado e os resultados são apresentados.

As conclusões desse estudo são mostradas no *Capítulo 6*, destacando as contribuições e apontando os estudos que podem ser desenvolvidos nessa área com o auxílio deste procedimento.

2. COMPORTAMENTO DE PONTES CONSTRUÍDAS POR BALANÇOS SUCESSIVOS

Nas estruturas construídas por balanços sucessivos, é necessário compreender o comportamento estrutural e os fatores que influenciam o projeto e a execução dessas obras. Algumas pontes são construídas utilizando essa técnica, conforme é apresentado por Mathivat ([28], p.1): “*A construção de pontes em balanços sucessivos consiste em um tabuleiro executado por uma sucessão de segmentos, onde cada trecho é influenciado pelo peso próprio do segmento, e em alguns casos, pelo peso da forma ou da carga de construção*”. Assim, estudar o comportamento de pontes construídas por esse método é uma maneira de entender sua aplicação para outros tipos de estruturas.

2.1 A TÉCNICA CONSTRUTIVA

Essa estrutura é caracterizada como uma ponte em viga contínua, que durante sua execução possui o sistema de uma estrutura em balanço. A instabilidade na fase construtiva é uma característica das obras de pontes em balanço sucessivo. A existência dos balanços nas duas extremidades necessita que o mesmo peso seja aplicado para ambos os lados, de maneira a tornar a superestrutura autossustentável. Uma ferramenta utilizada para auxiliar na estabilidade da estrutura é a colocação de cabos protendidos na parte superior da seção transversal após a execução de cada aduela. (Figura 01).

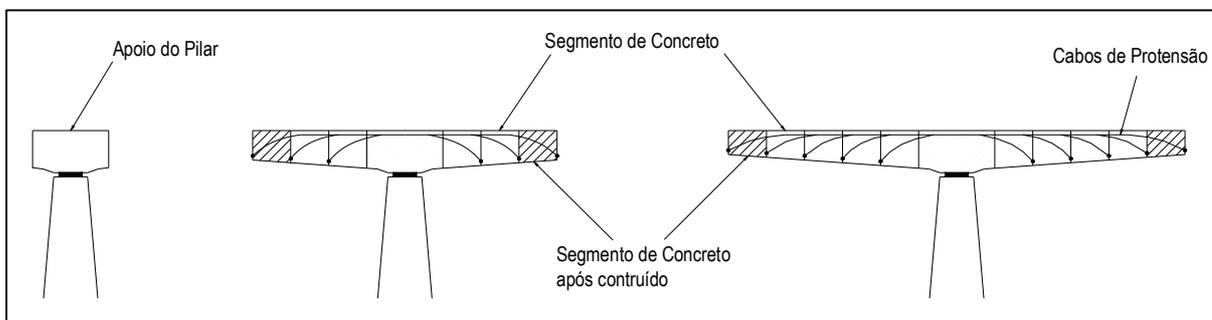


Figura 01 – Sequência de construção de ponte em balanço sucessivo.

Fonte: Mathivat apud Mariella Santos, 2009.

Os balanços também podem ser construídos sobre uma estrutura provisória, “*dependendo das condições locais, um dos vãos é moldado e protendido sobre cimbramento convencional, de uma única vez, e o vão adjacente é construído por balanços sucessivos*” (OYAMADA³⁷, p.3) (Figura 02).

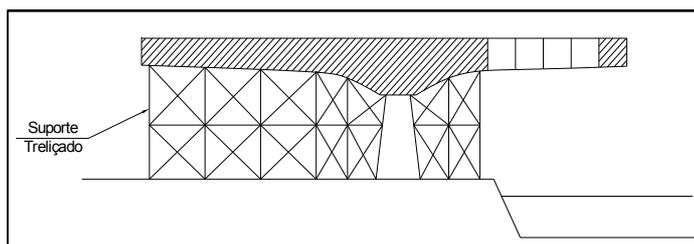


Figura 02 – Vão executado sobre apoio provisório e vão adjacente em balanço.

Fonte: Mariella Santos, 2009.

Acompanhamentos de campo associado à análise do projeto são realizados durante todas as fases de construção. Os deslocamentos ocorridos devido à execução de cada aduela precisam ser acompanhados a fim de evitar deformações excessivas. O cálculo das deformações consideram os carregamentos permanentes e de construção, além dos fenômenos de fluência e retração do concreto, que mesmo com difícil aplicação a um modelo são o diferencial nesse tipo de análise.

Estimando as deformações imediatas, provenientes da aplicação dos carregamentos, e as deformações progressivas, devido aos efeitos do tempo, é possível efetuar o controle dos deslocamentos excessivos. A compensação das deformações, para permitir a obtenção da configuração solicitada em projeto, é realizada com a aplicação de contra flechas, que é o deslocamento vertical intencional aplicado à estrutura durante a montagem das formas no sentido contrário a flecha (Figura 03).

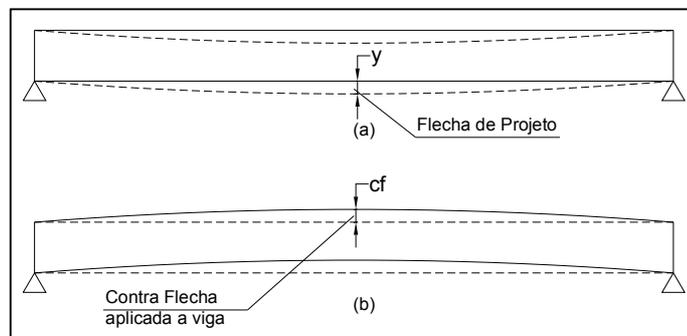


Figura 03 – (a) Viga com a deformação, y , estimada em projeto;
 (b) Contra flecha, cf , aplicada à viga.
 Fonte: Mariella Santos, 2014.

2.1.1 Vantagens

A principal vantagem desse método é a eliminação de formas e escoramentos. A concretagem é realizada através de treliças instaladas no tabuleiro da ponte deixando livre o espaço abaixo. Isso possibilita a construção sem interferência nas condições locais, como por exemplo, não interrompendo vias navegáveis (Figura 04).



Figura 04 – Treliça sob o tabuleiro deixando o vão navegável livre.
 Fonte: ulmaconstruction, 2014.

Outra vantagem da utilização desse tipo de execução é a redução da quantidade de pilares e pontos de fundação, que possibilita a construção de vãos extensos. É muito utilizado para transpor vales e vias em que a execução de vários trechos de infraestrutura seria inviável.

O custo da superestrutura é elevado e estimado por Menn²⁹ em 25% a 35% do total da obra para vãos entre 70 m e 250 m. Apesar disso e da necessidade de mão de obra qualificada, o rendimento das frentes de trabalho aumenta com o avanço da obra. A repetição dos ciclos de execução torna a equipe mais eficiente e apta, possibilitando uma maior rapidez na construção.

2.1.2 Estabilidade Estrutural

A análise de estruturas tem como objetivo relacionar em hipóteses simplificadoras os sistemas físicos com materiais, ações externas atuantes, deslocamentos, reações de apoio e tensões. Assim, é possível identificar algum problema de comportamento do material ou da estrutura. A concepção de um modelo deve expressar o comportamento real desenvolvido pela estrutura.

Os elementos que devem ser considerados numa análise estrutural são: geometria, condições de contorno, detalhes estruturais, propriedade dos materiais e cargas. Esses elementos devem ser representativos para expressar o comportamento real, entretanto, outros fatores podem influenciar diretamente na análise, é o caso das condições ambientais, tais como temperatura e umidade, e os efeitos provenientes do tempo, nos fenômenos de fluência e retração.

No caso de uma ponte em balanço sucessivo, dois esquemas estruturais diferentes devem ser analisados desde a fase de obra até a utilização. Durante a execução, a estrutura é isostática e executada em balanço. Após a fase de fechamento, a ponte pode assumir uma configuração de viga contínua hiperestática (Figura 05).

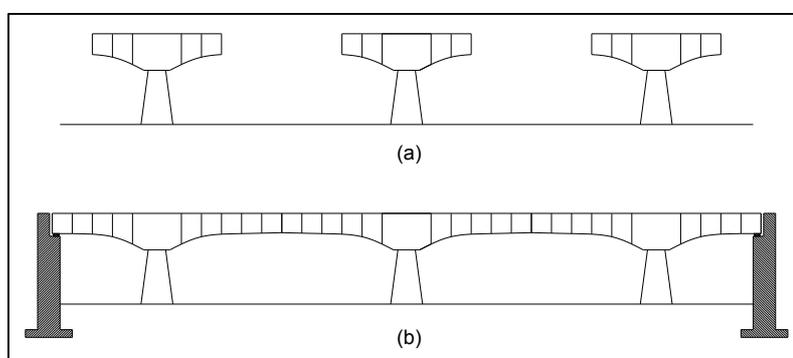


Figura 05 – (a) Estruturas isoladas isostáticas em balanço; (b) Viga contínua hiperestática.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

Em todas as etapas de construção é necessário manter a estabilidade do tabuleiro. A obra evolui e as aduelas são acrescentadas não só no tamanho do balanço, mas também no aumento das cargas aplicadas.

Esse acréscimo de carga ocorre, principalmente, pelo peso próprio, mas as formas, guinchos e materiais utilizados na execução são carregamentos, que apesar de temporários, devem ser aplicados na estrutura. A ação do vento horizontal e vertical e outras cargas eventuais também podem despertar esforços que influenciam o equilíbrio, pois a assimetria de carregamentos é o principal problema nesse tipo de estrutura (Figura 06).

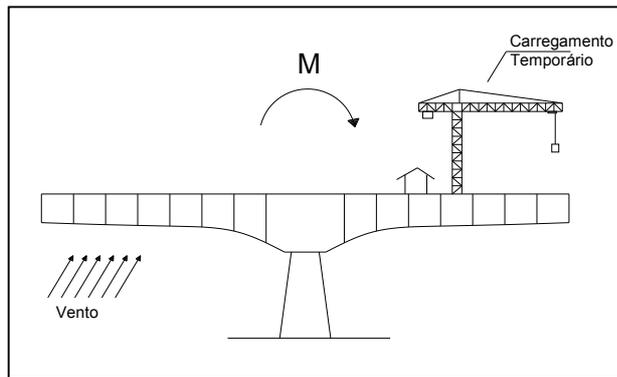


Figura 06 – Carregamentos que podem causar instabilidade na estrutura.
 Fonte: Mathivat apud Mariella Santos, 2009.

2.2 EXECUÇÃO DO TABULEIRO

Uma ponte em balanço sucessivo é construída a partir dos pilares trecho a trecho executado de maneira simétrica, com contínua protensão das aduelas. A execução do tabuleiro pode ser realizada de várias maneiras a fim de obter a consolidação dos segmentos. Desta forma, o processo de execução da superestrutura determina algumas considerações a serem feitas durante a análise estrutural.

2.2.1 Execução das Aduelas

As aduelas são construídas simetricamente a partir dos pilares, formando um balanço duplo e garantindo que não surjam momentos capazes de desestabilizar a estrutura (Figura 07). Para que o equilíbrio seja atingido, Paim³⁸ recomenda que uma ligação monolítica entre tabuleiro e pilar seja garantida.

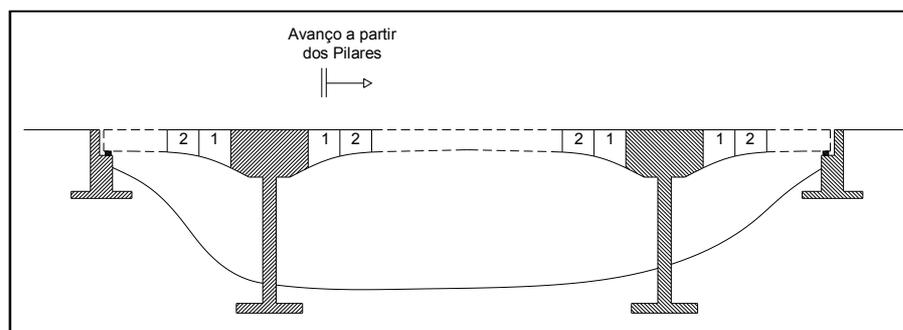


Figura 07 – Construção de aduelas simétricas, partindo dos pilares.
 Fonte: Paim apud Mariella Santos, 2014.

Quando essa situação de equilíbrio não for obtida, medidas para garantir a estabilidade são tomadas de maneira que o conjunto seja resistente aos momentos. Esse é o caso das aduelas construídas assimetricamente, onde são utilizadas ferramentas de apoio, como por exemplo, o uso de suportes temporários para manter o equilíbrio da estrutura durante a execução.

- Um ou mais apoios temporários: possuem a função de suportar o peso das aduelas (Figura 08).

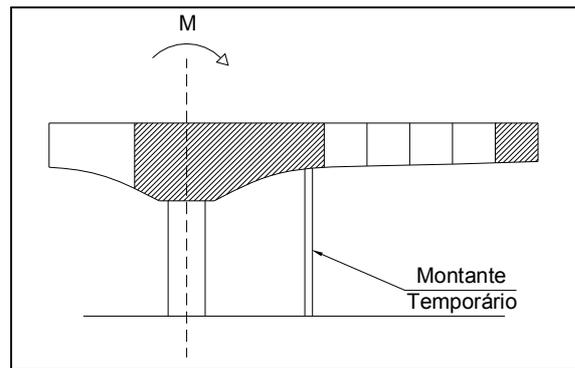


Figura 08 – Construção de aduela com apoio temporário.
Fonte: Mariella Santos, 2009.

- Apoios treliçados temporários: considera o peso próprio como fator primordial. São executadas em escoramentos de treliça, para garantir a estabilidade necessária na execução do vão em balanço (Figura 09).

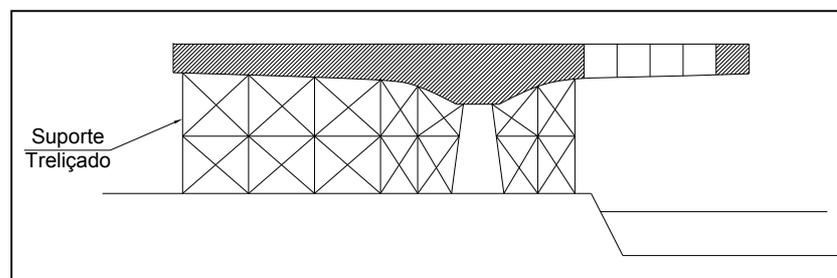


Figura 09 – Construção de aduela com apoio treliçado temporário.
Fonte: Mariella Santos, 2009.

- Contrapesos: atuam para equilibrar o balanço do vão subsequente (Figura 10). Entretanto, são de difícil execução, pois podem causar assimetria de carregamento ocasionando acidentes.

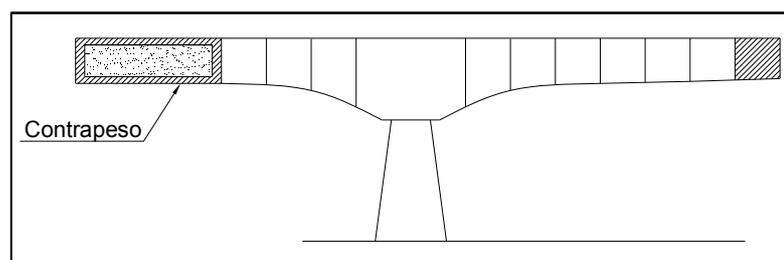


Figura 10 – Construção de aduela com o uso de contrapesos.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

2.2.2 Execução dos Encontros

A execução dos encontros sempre exige o contrabalanceamento dos momentos que aparecem impostos pela estrutura, podendo ser executado de duas maneiras:

- Apoios temporários à frente dos encontros: para equilibrar a estrutura (Figura 11).

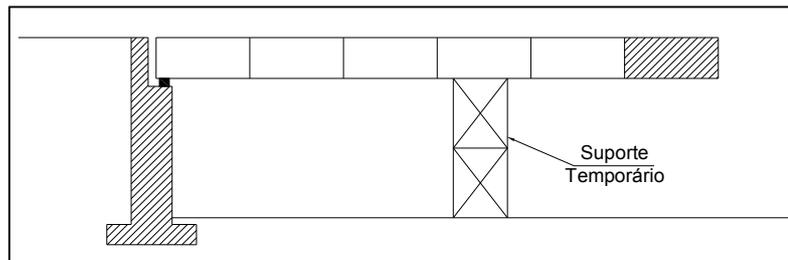


Figura 11 – Suporte temporário para execução dos encontros.
Fonte: Mariella Santos, 2009.

- Peso próprio do encontro funcionando como contrapeso: esse balanço pode ser uma caixa preenchida com areia à medida que seja necessário o acréscimo de carga a estrutura (Figura 12).

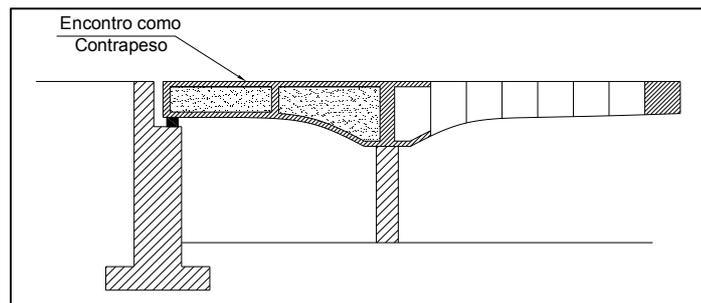


Figura 12 – Encontro funcionando como contrapeso.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

2.2.3 Execução do fechamento dos vãos

O fechamento dos vãos é apresentado por Menn²⁹ e Paim³⁸ de três maneiras.

- Ligação mediante rótulas: as últimas aduelas em balanço no centro do vão são conectadas por uma ligação em articulação. Durante a vida útil da obra, o tabuleiro continuará a funcionar como uma viga em balanço e não como viga contínua (Figura 13).

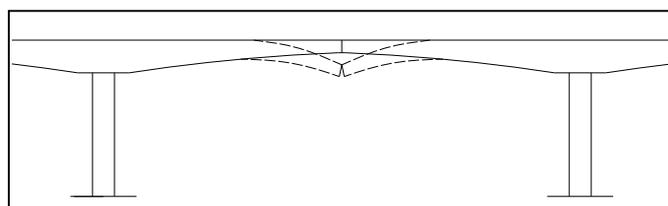


Figura 13 – Fechamento articulado, viga em balanço.
Fonte: Mariella Santos, 2009.

A colocação dos cabos é uma vantagem nesse tipo de ligação, pois o diagrama de momento fletor é negativo, o que resulta em um único conjunto de cabos. Por outro lado, a flecha ocorrida devido às deformações progressivas alcança grandes valores que causam alterações no greide e desconforto para o usuário. Outro problema é o uso de juntas de dilatação que dificultam o projeto e a execução, além de reduzir a durabilidade da obra que necessita de manutenção contínua. Essa ligação também pode ser executada com mais de um ponto de articulação (Figura 14).

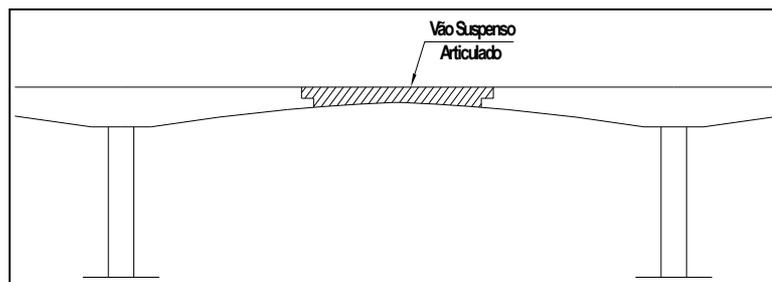


Figura 14 – Fechamento com vão suspenso articulado.
Fonte: Mariella Santos, 2009.

- Ligação por engaste deslizante: garante a continuidade das rotações e flechas, permitindo o deslocamento das extremidades dos balanços. Nessa ligação, um macaco hidráulico é engastado no ponto de ligação e movimentos horizontais são permitidos na estrutura. Por possuir grandes dimensões é um aparelho caro e de pouco uso.
- Ligação com sistema contínuo: esse método de execução solidariza a viga através da concretagem de um pequeno elemento chamado de aduela de fechamento. Esse elemento é protendido e incorporado à estrutura que se torna contínua (Figura 15). A ausência de juntas garante boa conservação e uso. O sistema se torna contínuo e hiperestático, solicitando mais traçado de cabos de protensão do que no sistema articulado, devido ao momento fletor positivo que atua na ponte após a ligação. Esse sistema apresenta uma estrutura de melhor qualidade e resistência.

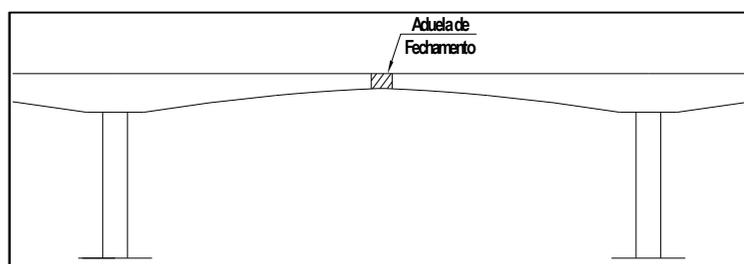


Figura 15 – Ligação contínua com aduela de fechamento.
Fonte: Mariella Santos, 2009.

2.3 ESCORAMENTO DAS FORMAS

As formas são apoiadas sobre estruturas metálicas suspensas por DYWIDAG[®], que são barras de aço protendidas e ancoradas por placas e porcas. Essas barras são fixadas em treliças montadas sobre o tabuleiro recém-executado (Figura 16 e Figura 17).

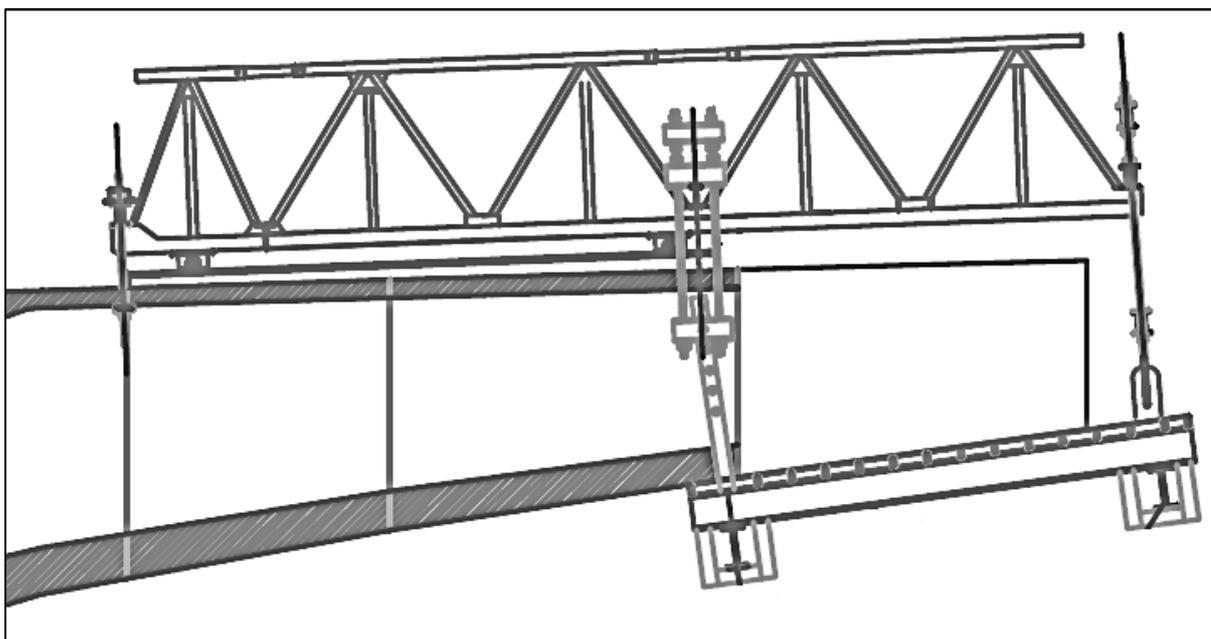


Figura 16 – Vista lateral da treliça sobre o tabuleiro.
Fonte: QUEIROZ GALVÃO ENGENHARIA, 2013.

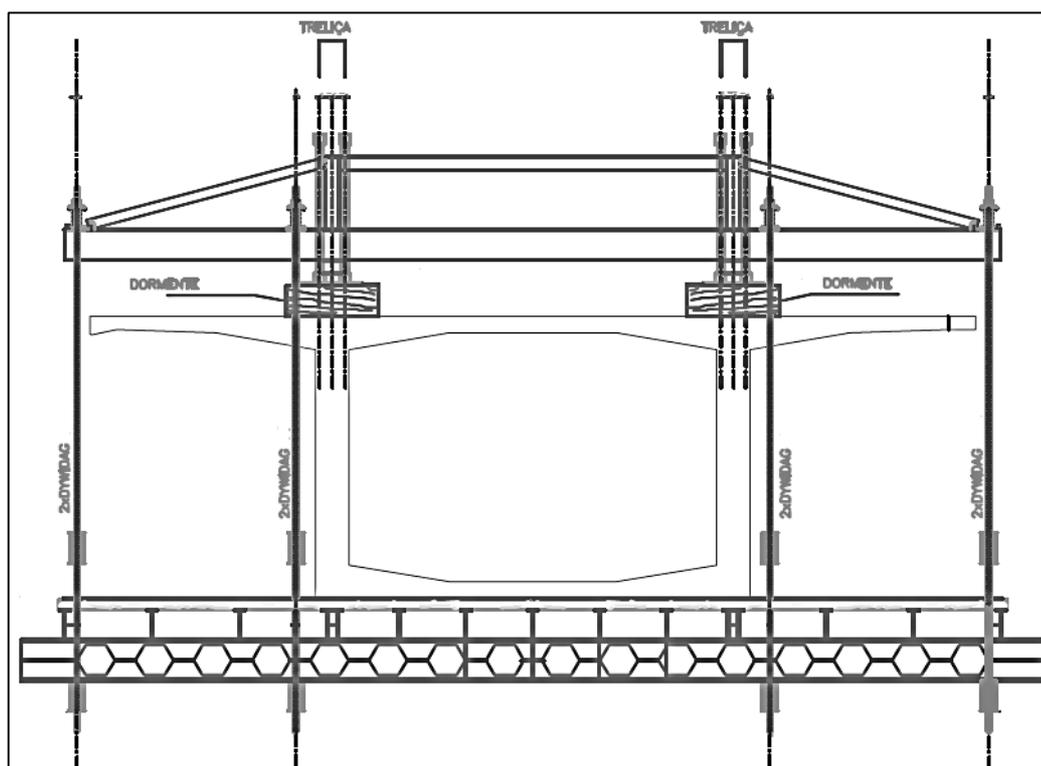


Figura 17 – Vista frontal da treliça sobre o tabuleiro.
Fonte: QUEIROZ GALVÃO ENGENHARIA, 2013.

As treliças devem ser suficientemente rígidas para suportar a concretagem de uma aduela sem apresentar deformações significativas. Caso isso não ocorra, ajustes constantes seriam necessários, pois o projeto considera no carregamento, somente, o peso do conjunto treliça-forma e não as deformações ocorridas nesse conjunto.

A colocação das treliças é feita com uma pré-montagem, em solo, e posterior içamento das peças (Figura 18), onde são posicionadas sobre dormentes implantados no tabuleiro da ponte (Figura 17 e Figura 19). São esses dormentes que permitem o deslocamento dos escoramentos durante a execução e que sustentarão as formas durante a concretagem.



Figura 18 – Içamento e montagem de treliça.
Fonte: QUEIROZ GALVÃO ENGENHARIA, 2013.



Figura 19 – Treliça apoiada sobre dormentes.
Fonte: Mariella Santos, 2013.

2.4 CICLO DE CONSTRUÇÃO

A execução da obra ocorre em ciclos, normalmente, com duração mínima de 7 dias. No terceiro ou quarto dias após a concretagem, é aplicada a protensão, que garante a estabilidade e caracteriza a aduela como autoportante, pois servirá de apoio a execução do elemento posterior.

A sequência de construção é definida de maneira a melhor atender as necessidades da obra. Menn²⁹ sugere uma sequência construtiva e esta é exemplificada por Paim³⁸ para um ciclo de operações otimizado:

- Um dia: para protensão, avanço da treliça e colocação das formas;

- Dois dias: para a montagem das armaduras, cabos, bainhas, mangueiras, conferência, contra flecha;
- Um dia: para a concretagem;
- Três dias: para a cura e endurecimento do concreto.

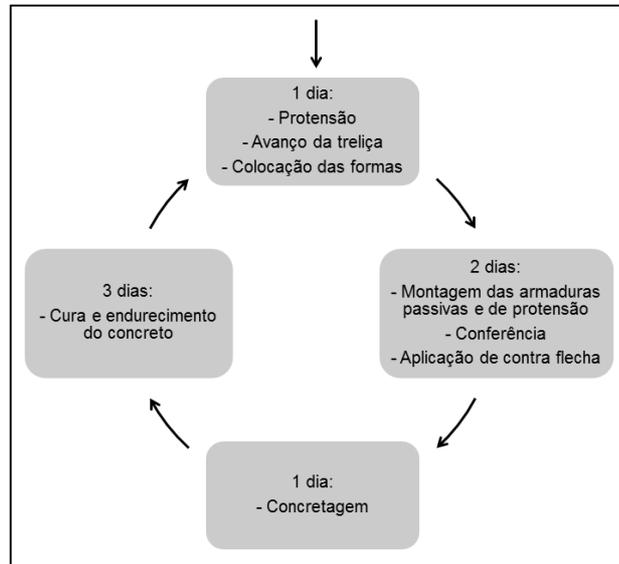


Figura 20 – Sequência de construção para um ciclo de operação otimizado.

Fonte: Mariella Santos, 2014.

2.4.1 Plano de Concretagem

“É o conjunto de medidas a serem tomadas antes do lançamento do concreto para assegurar a qualidade da peça a ser concretada.” (ABESC⁴, p.10). O plano de concretagem envolve as formas e os escoramentos, a armadura, o pedido e lançamento do concreto e o planejamento de como serão executadas as peças. Antes da concretagem, corpos de prova são moldados para acompanhamento das resistências do concreto aplicado. O tempo mínimo de execução de cada aduela deve ser conhecido, além da sequência em que serão executadas: primeiro é concretada a laje inferior, seguido pela colocação das formas internas e concretagem das almas; e por fim, a laje superior.

Todas as medidas adotadas devem ser planejadas, desde o dimensionamento das equipes envolvidas no lançamento, até o adensamento e a cura. Com o planejamento são minimizados problemas com a execução, permite-se o controle para o ajuste das deformações e evita-se atrasos na obra (Figura 21).

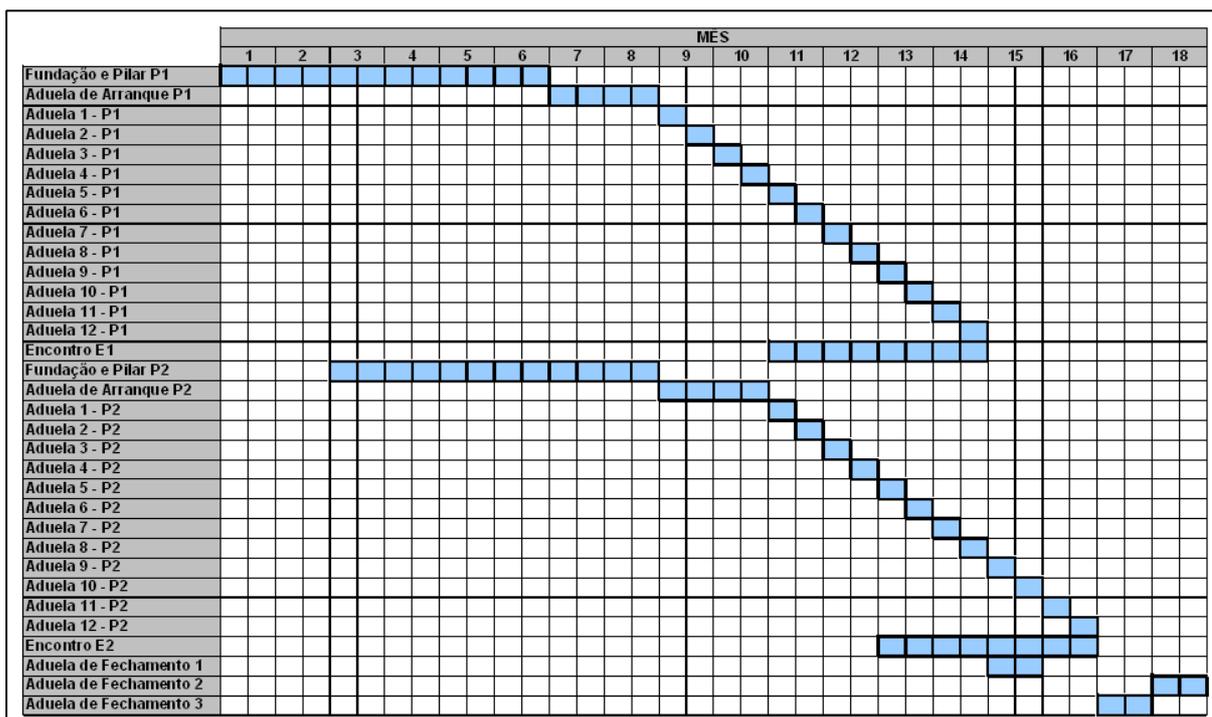


Figura 21 – Exemplo de planejamento para execução de obra em etapas.

Fonte: Mariella Santos, 2009.

2.5 DOSAGEM DOS MATERIAIS

A resistência à compressão do concreto (f_{ck}) solicitada para o projeto deve ser atendida durante a fabricação e para isso, é necessário conhecer os agregados utilizados. A dosagem dos materiais precisa ser estabelecida e mantida durante toda a execução da obra. O controle da resistência do concreto é realizado com a moldagem de corpos de prova, permitindo determinar as características do material utilizado. Esse processo é importante para caracterizar melhor o modelo estrutural de forma a adequar o projeto com a obra.

2.6 CURA DO CONCRETO

“A cura do concreto é o conjunto de medidas que tem por função evitar a evaporação da água necessária à hidratação do cimento.” (BARDELLA e BARBOSA⁵, p.4). Ao realizar a cura, o concreto ganha a resistência adequada e diminui a perda de água para o ambiente que propicia o fenômeno de retração e, conseqüente, aparecimento de fissuras. Assim, o concreto deve estar o mais saturado possível quando este começar a endurecer, e as características finais serão melhores quanto mais perfeita e demorada for a cura.

“A cura terá menor influência no crescimento da resistência a partir do momento que supera o valor do fator água/cimento.” (ANDRADE, DIAS, ANDRADE e SILVA¹, p.30). Nas obras executadas por balanços é comum o uso de concreto de alto desempenho, assim, o fator água/cimento utilizado é

baixo e não necessita de tempo de cura prolongado. Nesses casos, o grau de hidratação supera o fator água/cimento rapidamente, devido ao tipo do concreto.

2.7 PROTENSÃO

“Protensão é um artifício que consiste em introduzir numa estrutura um estado prévio de tensões capaz de melhorar sua resistência ou seu comportamento, sob diversas condições de carga” (PFEIL apud HANAI¹⁸, p.3).

O concreto é um material com boa resistência à compressão e baixa resistência à tração. Diante disso, a protensão pode ser empregada como um artifício para criar tensões de compressão prévias nas regiões em que o concreto deveria ser tracionado no momento de aplicação do carregamento (Figura 22). Na seção simplesmente armada, apenas uma parte da seção resiste ao momento, enquanto na seção protendida, todo o concreto trabalha para combater o momento. Assim, a seção de concreto protendido possui uma maior eficiência no combate a grandes esforços solicitantes.

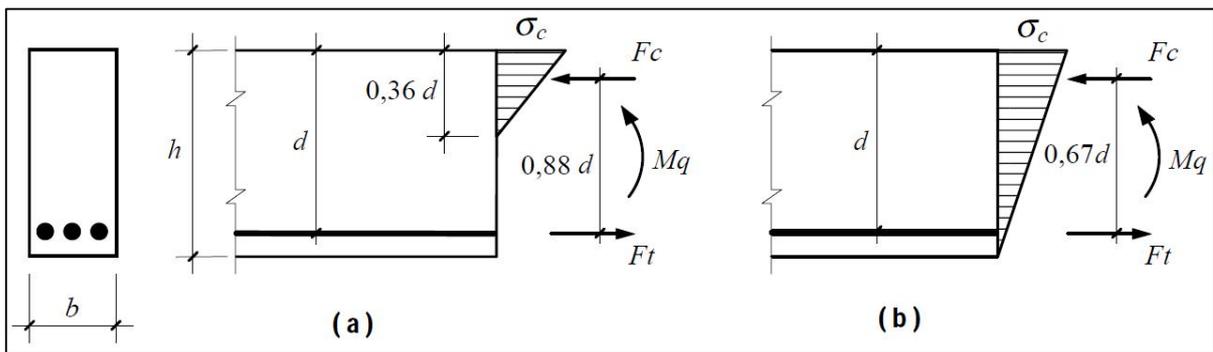


Figura 22 – Seção fletida, com armadura convencional (a) e com armadura protendida (b). Para uma mesma tensão de bordo (σ_c) a viga protendida apresenta uma resistência em serviço aproximadamente igual ao dobro da viga de concreto armado.

Fonte: Verrissimo e Cesar apud Mariella Santos, 2009.

A força de protensão é caracterizada como um carregamento permanente que está sujeito a variações de tensão. Diversos fatores influenciam na tensão de protensão aplicada e causam as perdas imediatas e progressivas.

2.7.1 Perdas Imediatas de Protensão

As perdas imediatas ocorrem durante a aplicação da protensão e após a ancoragem. São ocasionadas através:

- Deformação imediata do concreto: no momento de aplicação da força de protensão, a peça de concreto sofre uma deformação de encurtamento, que também ocorre na armadura ativa. Com isso, há um alívio da tensão aplicada na armadura e conseqüentemente perda de protensão.

- Atrito do cabo com a bainha: essas perdas ocorrem apenas em cabos protendidos sob pós-tração devido à fricção destes nas bainhas durante a aplicação da força. Em alguns casos, são necessárias intervenções na construção e no projeto para atenuar o contato com as bainhas.
- Acomodação da ancoragem: acontece após a liberação dos cabos de cordoalha presos aos macacos hidráulicos, que transferem os esforços para as peças de concreto. As deformações que ocorrem acarretam em perdas da protensão. Nos casos de ancoragem por encunhamento, estas são mais significativas, pois a cunha penetra na peça acarretando alívio do alongamento do cabo, diferentemente de outras ancoragens.

2.7.2 Perdas Progressivas de Protensão

As perdas progressivas ocorrem durante o período de vida útil da estrutura. São ocasionadas através de efeitos como: retração e fluência do concreto e relaxação do aço.

- Retração do concreto: a umidade relativa é responsável pela perda de parte da água adsorvida no concreto. Essa perda produz diminuição do volume e encurtamento da peça ao longo do tempo. A tensão de protensão deve ser aplicada depois de alguns dias do endurecimento do concreto, não só para que a peça adquira maior resistência, mas também para diminuir a retração que é mais elevada nas primeiras idades da peça.
- Fluência do concreto: é um fenômeno que ocorre devido à atuação das cargas de longa duração. Durante a vida útil, a peça de concreto sofre deformações que ocasionam encurtamento dos cabos e consequente diminuição da força de protensão.
- Relaxação do aço: quando a peça de concreto sofre deformação, a armadura também se deforma, entretanto, ela foi mantida com um comprimento constante. Assim, um alívio das tensões aplicadas acontece ocasionando perda na força de protensão.

2.7.3 Traçado dos Cabos

Nas pontes em balanço sucessivo, a existência de grandes vãos e a estrutura em balanço, acarretam na presença de momentos negativos de grande valor. Desta maneira, a protensão aparece nas pontes em balanço sucessivo como principal ferramenta para combater esses esforços.

Nos sistemas em que o fechamento da ponte é articulado, esses momentos se mantêm negativos durante toda vida da obra. O mesmo não acontece para o fechamento contínuo, pois os esforços se redistribuem e ocorrem momentos positivos no centro do vão (Figura 23).

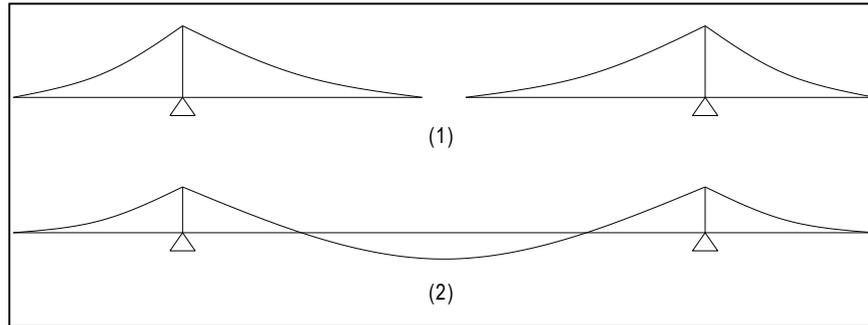


Figura 23 – Diagrama de Momento Fletor da estrutura durante a fase de construção (1) e após o fechamento com continuidade na ponte em operação (2).
Fonte: Mariella Santos, 2009.

Segundo Mathivat²⁸ e Menn²⁹, os cabos longitudinais de protensão podem ser de dois tipos numa ponte em balanço sucessivo (Figura 24).

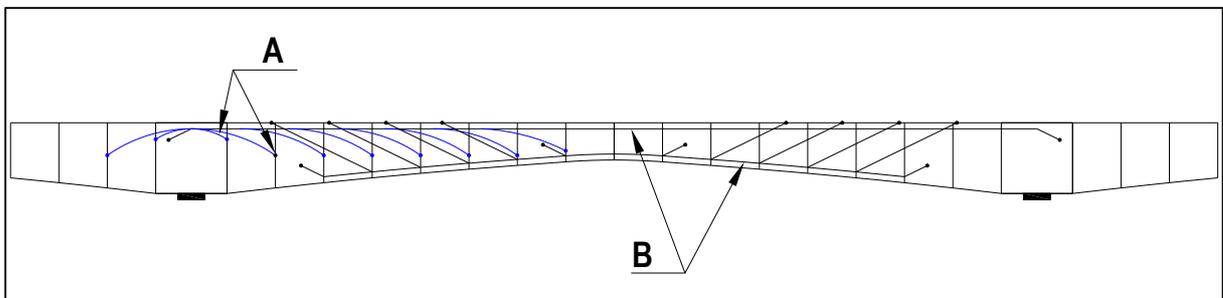


Figura 24 – Tipos de cabos em uma Ponte em Balanço Sucessivo: Cabos de Viga em Balanço (A – azul) e Cabos Integrados (B – preto).
Fonte: Mathivat apud Mariella Santos, 2009.

- **Cabos de Viga em Balanço (A - azul):** são posicionados na parte superior da viga e tem como função combater os esforços negativos que crescem rapidamente nos apoios devido ao peso próprio acrescido durante a fase construtiva. Esses cabos também são solicitados pela estrutura em serviço, pois os momentos negativos nos pilares, apesar de reduzirem, continuam atuando após o fechamento dos balanços.
- **Cabos Integrados (B - preto):** estes se localizam no meio do vão na parte inferior da viga, na continuidade do tabuleiro. Sua função é promover a solidarização dos trechos em balanço, além de combater os esforços positivos que são decorrentes das cargas impostas durante o funcionamento da obra. Também podem ser posicionados no topo da seção transversal e, neste caso, sua principal função é controlar as deformações ocorridas após o fechamento dos balanços; normalmente, passam sob os pilares e ancoram nas almas.

O carregamento de protensão e suas perdas influenciam os deslocamentos ao longo da fase de construção, por isso é fundamental determinar seus valores, principalmente, devido à ocorrência dos fenômenos de retração e fluência.

2.7.4 Plano de Execução da Protensão

O plano de execução da protensão apresenta a sequência de cabos a serem protendidos, as respectivas forças de tração e os alongamentos a serem obtidos. As forças aplicadas e os alongamentos devem ser comparados com os valores de projeto. A sequência de protensão deve seguir as orientações do projetista que devem estar indicadas nos desenhos de armadura de protensão. Antes de executar a concretagem, algumas verificações são recomendadas:

- Posicionamento das bainhas e das ancoragens de acordo com as cotas de projeto;
- Vedação nas emendas nas bainhas e nas ancoragens;
- Inexistência de ondulações indesejáveis nos cabos, entre outras.

2.8 CONTRA FLECHA

Como nas construções por balanços sucessivos as deformações atingem valores significativos, é necessário compensá-las com a aplicação de contra flechas para garantir que o perfil da ponte seja atingido ao final da execução. O valor da contra flecha é igual à deformação total devido ao carregamento de peso próprio e cargas permanentes. (MENN²⁹)

Segundo Podolny e Muller³⁹, o problema mais crítico da construção “in loco”, é o controle das deformações que podem ser de cinco tipos:

- Deformação nas treliças: devido ao peso da aduela de concreto (deve ser checado em obra com o fabricante, durante a primeira utilização). Essa deformação não é considerada no cálculo de deslocamentos para contra flecha, entretanto a ocorrência desse deslocamento não deve ser desprezada durante a execução da obra.
- Deformação das aduelas em balanço durante a construção: a concretagem de cada segmento impõe uma nova curva de deformação devido ao peso da aduela concretada e a força de protensão aplicada.
- Deformação das aduelas em balanço após a construção antes do fechamento: a retirada das treliças de construção provoca um diferencial de deformação que precisa ser considerado.
- Deformações imediatas e progressivas da estrutura contínua: são as deformações ocasionadas pelo efeito das cargas permanentes e móveis.

- Deformações imediatas e progressivas na infraestrutura: são as deformações que ocorrem nos pilares e elementos de fundação.

O acompanhamento e controle das deformações, durante a execução, devem ser rigorosos, para que o vão da ponte que será ligado posteriormente, não possua diferenças de nível ocasionando em problemas na obra (Figura 25).

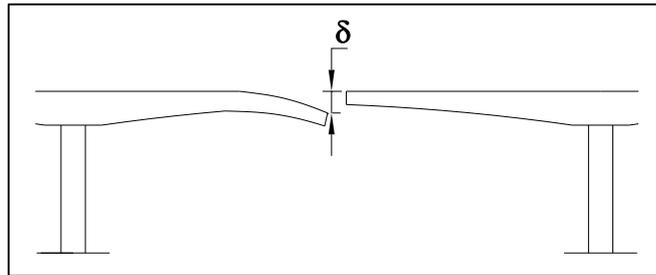


Figura 25 – Desnível em obra devido a deformações não controladas.
Fonte: Mariella Santos, 2009.

O controle de flechas durante a fase construtiva é realizado através de planilhas de medição. As leituras são realizadas em todas as aduelas ao longo do tabuleiro, no início da manhã e ao final do dia, pois os efeitos térmicos nas aduelas em balanço são significativos. A utilização desses dados permite realizar as correções necessárias, nos casos que ocorram diferenças de nível durante a execução, afim de evitar problemas executivos (Figura 26).



Figura 26 – Desnível na execução entre duas aduelas.
Fonte: Mariella Santos, 2013.

2.9 NORMA – CEB/FIP

O cálculo das deformações é realizado não só utilizando o conceito da mecânica dos materiais, mas também com o auxílio de modelos matemáticos obtidos através de estudos experimentais. Muitas Normas são resultados desses estudos e aplicam-se para determinar as deformações, principalmente, nas situações que a estrutura está submetida aos fenômenos influenciados pelo tempo.

Alguns programas computacionais que realizam modelagem estrutural dimensionam as estruturas e calculam as deformações baseados nas Normas. Essas ferramentas computacionais facilitam a análise e permitem desenvolver estudos sobre o comportamento estrutural.

Uma dessas normas é a CEB-FIP¹², desenvolvida pelo Comité Euro-Internacional do Concreto (Euro-International Committee for Concrete – CEB) associado com a Federação Internacional do Concreto (The International Federation for Structural Concrete - FIP). Por ser de conhecimento internacional, a sua utilização possui uma abrangência em vários países. O CEB-FIP está presente em muitos simuladores computacionais, um exemplo é o SAP2000¹³, programa com boa aceitação na área de cálculo, que permite análise estrutural com estágios de construção e submetida ao efeito de fenômenos do tempo.

2.9.1 Cálculo da deformação pelo CEB-FIP

Utilizando o CEB-FIP, é possível determinar a deformação total, na equação (1) que corresponde à deformação imediata, ocorrida na aplicação do carregamento, e a deformação diferida, decorrente dos efeitos de fluência e retração.

$$\varepsilon_C(t) = \varepsilon_{Ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t) \quad (1)$$

Onde: ε_{Ci} = deformação inicial devido à aplicação do carregamento; ε_{cc} = deformação de fluência a partir do momento em que a carga é aplicada; ε_{cs} = deformação de retração; ε_{cT} = deformação devido a Temperatura.

As duas primeiras deformadas dependem da aplicação de carga no elemento, enquanto os dois últimos tipos de deformações independem de aplicação ou não de carregamento.

2.10 PROPRIEDADES DO CONCRETO

Na análise de uma estrutura, principalmente, no cálculo das deformações, é importante caracterizar as propriedades do material estudado de maneira que a representação do modelo se aproxime da estrutura real. Inicialmente, esses parâmetros precisam ser estimados, pois na fase de projeto ainda não existe uma dosagem dos materiais aplicados a obra definida que permita caracterizar o concreto utilizado. Para isso, são as Normas que determinam essas propriedades através de modelos matemáticos obtidos em ensaios experimentais.

2.10.1 Módulo de Elasticidade

“O módulo de elasticidade é uma medida da resistência à deformação elástica do material” (EQUIPE DE FURNAS¹⁶, p.6-1). O gráfico de tensão x deformação do concreto considera este material elástico-

linear para os valores de tensão comumente adotados, mas com uma suave curvatura para as tensões mais elevadas (Figura 27).

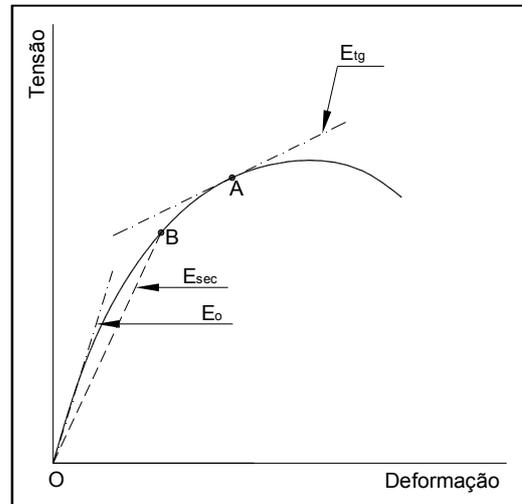


Figura 27 – Representação esquemática dos Módulos de Elasticidade: Tangente (E_{tg}), Tangente inicial (E_o) e Secante (E_{sec}).
Fonte: Mariella Santos, 2014.

O módulo de elasticidade tangente (E_{tg}) é obtido através da determinação do coeficiente angular tangente a curva, para um valor de tensão, por exemplo, no ponto A da figura. O módulo de elasticidade da tangente inicial (E_o) passa pela origem e tem significado somente para valores de baixa tensão. O módulo de elasticidade secante (E_{sec}) é obtido pela reta que parte da origem até um ponto de tensão na curva, como o ponto B. Esse valor de tensão é aproximadamente $0.4f_{cm}$.

O módulo de elasticidade é influenciado diretamente pela resistência característica do material, assim fatores que modificam a resistência também alteram o módulo de elasticidade, mesmo sem haver uma razão proporcional, quando a resistência aumenta o módulo de elasticidade também aumenta.

O cálculo do módulo de elasticidade tangente utilizando o CEB-FIP, em MPa, para concreto aos 28 dias, pode ser estimado de acordo com a equação (2):

$$E_{Ci} = E_{Co} \left[\frac{(f_{ck} + \Delta f)}{f_{cmo}} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (2)$$

Onde: f_{ck} = a resistência característica do concreto (MPa), de acordo com ensaio de compressão uniaxial, em corpo cilíndrico com 15mm de diâmetro e 30mm de altura, aos 28 dias e temperatura de $20^{\circ}C \pm 2^{\circ}C$; $\Delta f = 8$ MPa (a depender dos ensaios a serem realizados); $f_{cmo} = 10$ MPa; $E_{Co} = 2,15 \times 10^4$ MPa.

Como o aumento da resistência do material ocorre ao longo do tempo e este influencia, diretamente, o módulo de elasticidade, E_{Ci} , sua variação no tempo deve ser calculada através da equação (3):

$$E_{Ci}(t) = \beta_E(t) E_{Ci} \quad (3)$$

Onde: $\beta_E(t)$ = coeficiente que determina a influência da idade do concreto:

$$\beta_E(t) = [\beta_{CC}(t)]^{0.5} \quad (4)$$

$$\beta_{CC}(t) = e^{\left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t_1} \right)^2 \right] \right\}} \quad (5)$$

s = coeficiente que especifica o tipo de cimento; t = idade do concreto; $t_1 = 1$ dia.

2.10.2 Resistência Característica à Compressão do Concreto

A resistência à compressão do concreto (f_{ck}) é determinada através de ensaios padronizados na idade padrão de 28 dias, convencionando-se que esta é a idade em que a estrutura deverá entrar em carga. A resistência característica é um valor probabilístico, resultante da possibilidade de que 5% do concreto ensaiado possua resistência inferior ao valor estimado.

Vários fatores influenciam a resistência à compressão do concreto, são alguns deles o fator água/cimento, o tipo de cimento, a umidade relativa e a idade do concreto.

- Fator água/cimento: é o principal parâmetro para a resistência do concreto, quanto menor essa relação, maior é a resistência da peça.
- Tipo de cimento: a composição química e a finura influenciam na relação água/cimento, que é o principal fator de determinação da resistência.
- Umidade relativa do ar: a baixa umidade relativa acarreta em perda elevada de água da peça de concreto, ocasionando influência direta no fator água/cimento. Além disso, a perda excessiva de água aumenta o fenômeno da retração e aparecimento de fissuras que alteram as distribuições dos esforços ao longo da peça.
- Idade do concreto: concretos com pouca idade, ao serem submetidos a um carregamento estão sujeitos ao fenômeno de fluência. Como o grau de hidratação ainda é pequeno, a reação água-cimento não ocorreu por completa, assim, esse concreto recebe esforço mesmo não tendo atingindo grandes valores de resistência.

Como já dito, a resistência característica do concreto aumenta ao longo do tempo e através do CEB-FIP, é possível determinar a função que caracteriza essa variação, pela equação (6).

$$f_{cm}(t) = \beta_{CC}(t) f_{cm} \quad (6)$$

Onde: $\beta_{CC}(t)$ = equação (5).

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f \quad (7)$$

f_{ck} = a resistência característica do concreto (MPa); $\Delta f = 8$ MPa (a depender dos ensaios a serem realizados).

2.11 ANÁLISE DOS EFEITOS DEPENDENTES DO TEMPO

Para os efeitos que dependem do tempo, a análise da estrutura também precisa caracterizar as propriedades do material estudado. Podendo realizar esses cálculos com o auxílio das Normas.

2.11.1 Fluência

“Fluência é o aumento contínuo das deformações que ocorrem em uma peça devido a uma tensão aplicada constantemente” (ARAÚJO³, p.27). A presença da fluência nas peças de concreto acarreta em efeitos como: aumento de flechas e perdas de protensão nas estruturas protendidas.

No concreto, os fatores que influenciam o efeito da fluência são a idade do carregamento, as dimensões da peça estrutural, a umidade relativa do ar, a resistência do concreto e o tipo de cimento.

Segundo Kuperman²², esses fatores influenciam da seguinte maneira:

- Idade do carregamento: concretos com pouca idade, submetidos a um carregamento possuem maior fluência nas primeiras semanas de carga quando comparados com concretos de maior idade. Isto acontece devido ao grau de hidratação, que nos concretos com maior idade é menor, pois já ocorreu a reação água-cimento e, conseqüente aumento da resistência.
- Dimensões da peça estrutural: quanto maior forem as dimensões da peça, maior será a resistência ao transporte da água no interior desta. Assim, a fluência por secagem é menor nas peças com dimensões maiores.
- Umidade relativa do ar: em ambientes cuja umidade relativa é de 50%, a fluência do concreto pode ser duas ou três vezes maior do que em ambientes com umidade de 100%. Isto ocorre porque quanto menor a umidade, maior a perda de água para o ambiente e maior o aumento de fluência por secagem.
- Resistência do concreto: o concreto possui uma maior fluência quando ocorre aumento da tensão aplicada. Entretanto, quando esse concreto aumenta sua resistência, a fluência tende a diminuir, pois a relação água/cimento é menor.
- Tipo de cimento: a pasta de cimento endurecida é a principal causa de deformações relacionada à umidade do concreto, pois quanto maior a relação água/cimento, maior será a fluência. As propriedades do cimento que merecem maior atenção são: a finura, a resistência à compressão e a composição química.

Algumas etapas na fabricação do concreto, também, podem influenciar no fenômeno da fluência, como: os materiais utilizados e as técnicas construtivas.

- Materiais: os materiais e a dosagem empregados influenciam na retração por secagem, na resistência e no módulo de elasticidade.
- Técnicas construtivas: alguns fatores construtivos estão relacionados ao aparecimento da fluência. Por exemplo, os carregamentos durante a construção e a maneira como é realizada a cura.

Obedecendo ao CEB-FIP, o cálculo do coeficiente de fluência está submetido a uma função linear, que é exclusiva para os casos em que as tensões aplicadas atenderem ao limite $|\sigma_c| < 0.4f_{cm}(t_0)$.

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}} \phi(t, t_0) \quad (8)$$

Onde: ϕ = o coeficiente de fluência, equação (9):

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \beta_c(t - t_0) \quad (9)$$

ϕ_0 = o coeficiente de fluência teórico, equação (10):

$$\phi_0 = \phi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \quad (10)$$

ϕ_{RH} = coeficiente da influência da umidade relativa, equação (11):

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{RH_0}}{0.46 \left(\frac{h}{h_0}\right)^{1/3}} \quad (11)$$

$\beta(f_{cm})$ = coeficiente da influência da resistência característica do concreto, equação (12):

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5.3}{\left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right)^{0.5}} \quad (12)$$

$\beta(t_0)$ = coeficiente de influência do tempo inicial de carregamento, equação (13):

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + \left(\frac{t_0}{t_1}\right)^{0.2}} \quad (13)$$

β_c = coeficiente que determina o incremento de fluência com o tempo após o início do carregamento, equação (14):

$$\beta_c(t - t_0) = \left[\frac{\left(\frac{t - t_0}{t_1}\right)^{0.3}}{\beta_{H+} \left(\frac{t - t_0}{t_1}\right)} \right] \quad (14)$$

β_H = coeficiente da influência da umidade relativa ao longo do tempo, equação (15):

$$\beta_H = 150 \left\{ 1 + \left(1.2 \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right\} \frac{h}{h_0} + 2 \leq 1500 \quad (15)$$

2.11.2 Retração

“Retração é a redução do volume da peça de concreto durante o processo de endurecimento devido à perda de água em seus poros” (ARAÚJO³, p.36). O aparecimento da retração nas peças de concreto ocasiona o surgimento de fissuras e o acréscimo de esforços indesejáveis.

Os efeitos da retração no concreto são influenciados pelo fator água/cimento, pela umidade relativa e pela dimensão da peça.

- Fator água/cimento: à medida que o fator água/cimento aumenta, a retração também aumenta, pois quanto maior a quantidade de água presente na peça de concreto, maior a perda de água para o ambiente, e conseqüente maior retração.
- Umidade relativa: quando a umidade relativa é baixa, a perda de água da peça de concreto é elevada ocasionando uma maior retração.
- Dimensão da peça: em peças mais esbeltas, a água percorre menores distâncias pelos poros do concreto. Assim, peças com menor dimensão possuem perdas maiores e uma maior retração.

O fenômeno da retração pode ser reduzido através do processo da cura na peça estrutural. Uma cura prolongada, realizada logo após o fim da concretagem, retarda o início da retração, evitando fissuras prematuras e fazendo com que o concreto atinja uma resistência elevada.

Quando a deformação é causada pelo fenômeno da retração, o valor pode ser estimado através do CEB-FIP, pela equação (16):

$$\epsilon_{cs}(t, t_s) = \epsilon_{cso} \beta_s(t - t_s) \quad (16)$$

Onde: ϵ_{cso} = coeficiente de retração teórico, equação (17):

$$\epsilon_{cso} = \epsilon_s(f_{cm}) \beta_{RH} \quad (17)$$

$\epsilon_s(f_{cm})$ = coeficiente da influência da resistência característica do concreto, equação (18):

$$\epsilon_s(f_{cm}) = \left[160 + 10 \beta_{sc} \left(9 - \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right) \right] \times 10^{-6} \quad (18)$$

β_{sc} = coeficiente que depende do tipo de cimento

β_{RH} = coeficiente da influência da umidade relativa, equação (19):

$$\beta_{RH} = -1.55 \beta_{sRH} \quad , \text{ se } 40\% \leq RH < 99\% \quad (19a)$$

$$\beta_{RH} = +0.25 \quad , \text{ se } RH \geq 99\% \quad (19b)$$

$$\beta_{sRH} = 1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \quad (20)$$

β_s = coeficiente da influência ao longo do tempo na retração, equação (21):

$$\beta_s(t - t_s) = \left[\frac{\frac{(t - t_s)}{t_1}}{350 \left(\frac{h}{h_0} \right)^2 \frac{(t - t_s)}{t_1}} \right]^{0.5} \quad (21)$$

t_s : idade do concreto para o início da retração

3. ASSIMILAÇÃO DE DADOS E AJUSTE HISTÓRICO

3.1 APLICAÇÃO DE UM PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO UTILIZANDO O ACOMPANHAMENTO DAS DEFORMAÇÕES

Com o acompanhamento das deformações ocorridas na estrutura é possível caracterizar as propriedades do concreto utilizado na obra. A dosagem dos materiais, o tipo de agregado e questões operacionais de lançamento definem algumas características para o concreto que podem ser diferentes dos parâmetros que foram utilizados para o cálculo das deformações de projeto. Devido a isso, os deslocamentos ocorridos na estrutura são diferentes dos valores estimados.

A diferença entre as deformações estimadas e ocorridas precisam ser minimizada, para que o greide de projeto seja atendido ao final da execução da obra. Ao associar os dados dos deslocamentos ocorridos com processo de otimização, é possível determinar variáveis que melhor representem as características do concreto utilizado na obra, de forma que as diferenças em todos os pontos da estrutura, após a execução de cada aduela sejam as menores possíveis.

Esse processo é realizado com a determinação das características do material, que estima novos deslocamentos previstos para o projeto. No presente estudo, o cálculo das deformações é realizado com a Norma CEB-FIP e com o auxílio do simulador SAP2000. Por essa razão, o uso das variáveis de projeto restringiu-se a Resistência Característica do Concreto (f_{ck}), como parcela que influencia a deformação imediata e Umidade Relativa (RH), para as deformações diferidas. Essa escolha ocorreu devido a influência destes parâmetros na Norma para o cálculo das deformações e a facilidade de alteração desses dados no SAP2000, como visto na Figura 28.

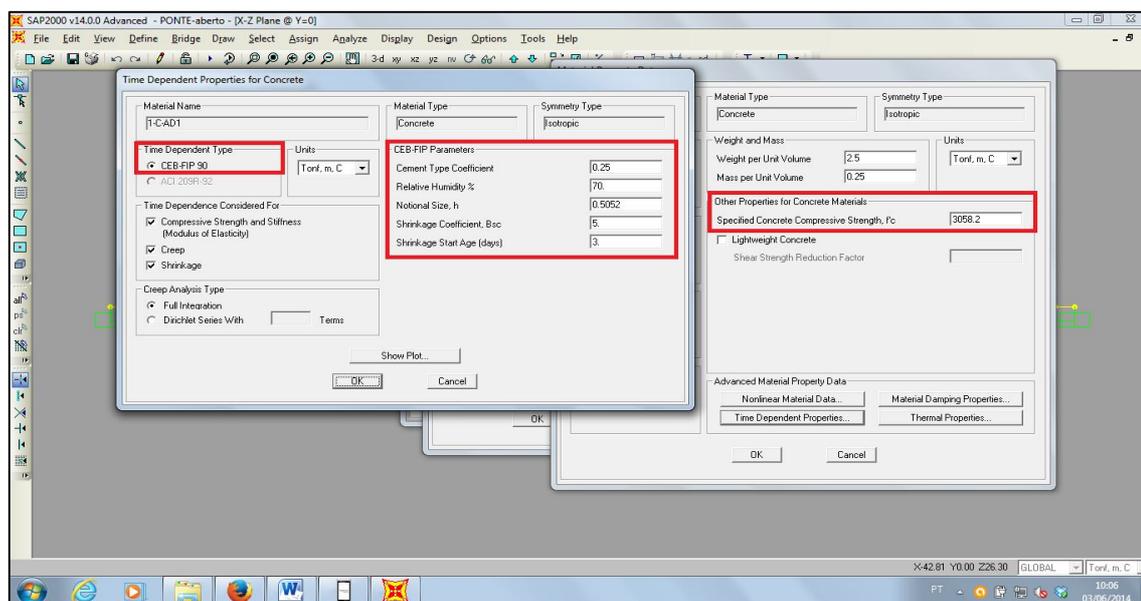


Figura 28 – Variáveis de projeto de acordo com Norma CEB-FIB, aplicadas ao SAP2000.
Fonte: SANTOS, Mariella, 2014.

Definida as variáveis de projeto, é possível caracterizar o problema de otimização da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(x) = \sum_{i=1}^n f_i^2(x) \\ \text{Sujeito a:} \quad & x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i=1 \dots n \end{aligned} \quad (22)$$

O valor de x são os parâmetros do material, restritos a x_i^L e x_i^U , que são os limites mínimo e máximo admissíveis para as variáveis de projeto, o f_{ck} e a Umidade Relativa (RH). Esses limites foram determinados considerando a possibilidade de ocorrência real desses parâmetros. Para o f_{ck} , foi considerado que esses valores possam ser encontrados entre 20MPa e 50MPa. No caso da RH, baseando-se no cálculo da influência da Umidade no coeficiente de retração, equação (19), os valores estão compreendidos entre 40% e 99%.

A função $f_i(x)$ corresponde ao erro ocorrido entre as deformações estimadas e as reais da estrutura, em cada ponto, a cada etapa executada, conforme mostra a equação (23). Para eliminar a compensação dos erros positivos e negativos, $f_i(x)$ aparece de maneira quadrática na função objetivo.

$$f_i(x) = \frac{y_{ip}(x) - y_{ir}}{y_{ir}} = \frac{y_{ip}(x)}{y_{ir}} - 1 \quad (23)$$

Onde: $y_{ip}(x)$: deslocamentos estimados em projeto;

y_{ir} : deslocamentos ocorridas na estrutura, obtidos em levantamento topográfico.

A utilização de dados de campo permite caracterizar esse problema como um ajuste de função com levantamento de dados. Desta forma, o uso do método dos Mínimos Quadrados Não Linear é adequado para solução desse problema, devido a sua característica não linear.

3.2 ALGORITMO DO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

O Método dos Mínimos Quadrados, em geral, é utilizado para encontrar um vetor x minimizador de uma função que é uma soma de quadrados, conforme foi apresentado na equação (22). É muito útil na aplicação de problemas práticos, pois encontra parâmetros para um modelo matemático que melhor descreva um conjunto de dados numéricos de um experimento. Esse método é um caso particular da aplicação do método de Newton, com a vantagem de não ser necessário calcular as derivadas segundas, que em alguns casos podem ser difíceis de obter.

Dado o seguinte problema de otimização da equação (24):

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [r_i(x)]^2 \\ \text{Sujeito a:} \quad & x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i=1 \dots n \end{aligned} \quad (24)$$

Aplicando o método de Newton, para solucionar o problema, a função é desenvolvida até a segunda ordem da série de Taylor em cada ponto iterado, \bar{x} , como pode ser visto na equação (25). Para isso, é necessário obter as derivadas da função que são o Gradiente, $\nabla f(x)$, e a Hessiana, $\nabla^2 f$.

$$f(x) = f(\bar{x}) + \nabla f(\bar{x})^T (x - \bar{x}) + \frac{1}{2} (x - \bar{x})^T \nabla^2 f(\bar{x}) (x - \bar{x}) \quad (25)$$

A função escrita de maneira matricial, $R(x)$, é apresentada na equação (26):

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [r_i(x)]^2 = \frac{1}{2} R(x)^T R(x) \quad (26)$$

Assim, o Gradiente da função é calculado através da equação (27), em que $J(x)$ é o Jacobiano de $R(x)$:

$$\nabla f(x) = \sum_{i=1}^n r_i(x) \nabla r_i(x) = [J(x)]^T R(x) \quad (27)$$

O cálculo da segunda derivada, a Hessiana, $H(x)$, é realizado pela equação (28):

$$\nabla^2 f(x) = \sum_{i=1}^n \nabla r_i(x) \nabla r_i(x) + \sum_{i=1}^n r_i(x) \nabla^2 r_i(x) \quad (28)$$

Em problemas com ajuste de parâmetros, a função $r_i(x)$ aproxima-se de zero, dessa forma, é possível desprezar as parcelas em que a função $r_i(x)$ aparece. Como consequência da estrutura especial desse tipo de problema é possível obter derivadas de segunda ordem apenas com as informações de derivadas de primeira ordem, como na equação (29).

$$\nabla^2 f(x) = \sum_{i=1}^n \nabla r_i(x) \nabla r_i(x) = [J(x)]^T J(x) = H(x) \quad (29)$$

Usando Taylor em $f(\bar{x})$, substituímos (26), (27) e (29) em (25), temos:

$$f(x) = \frac{1}{2} R(\bar{x})^T R(\bar{x}) + (x - \bar{x})^T [J(\bar{x})]^T R(\bar{x}) + \frac{1}{2} (x - \bar{x})^T [J(\bar{x})]^T J(\bar{x}) (x - \bar{x}) \quad (30)$$

Pela condição de otimalidade, calculando o Gradiente e utilizando x^* , como o vetor minimizador da função, obtém-se:

$$\begin{aligned} \nabla f(x^*) &= [J(\bar{x})]^T R(\bar{x}) + (x^* - \bar{x})^T [J(\bar{x})]^T J(\bar{x}) \\ [J(\bar{x})]^T R(\bar{x}) + (x^* - \bar{x})^T [J(\bar{x})]^T J(\bar{x}) &= 0 \\ (x^* - \bar{x})^T [J(\bar{x})]^T J(\bar{x}) &= -[J(\bar{x})]^T R(\bar{x}) \end{aligned} \quad (31)$$

Substituindo a equação (29) em (31):

$$\begin{aligned} (x^* - \bar{x})^T H(\bar{x}) &= -[J(\bar{x})]^T R(\bar{x}) \\ x^* &= \bar{x} - H(\bar{x})^{-1} [J(\bar{x})]^T R(\bar{x}) \end{aligned} \quad (32)$$

Desta forma, podemos dizer que a próxima iteração pode ser definida por:

$$x_{k+1} = x_k - H(x_k)^{-1} [J(x_k)]^T R(x_k) \quad (33)$$

O acréscimo no iterando é igual ao valor de d_k , que utiliza somente as primeiras derivadas da função, o Jacobiano, inclusive para o cálculo da Hessiana, $H(x_k) = [J(x_k)]^T J(x_k)$:

$$d_k = -H(x_k)^{-1} [J(x_k)]^T R(x_k) \quad (34)$$

3.3 OTIMIZAÇÃO UTILIZANDO TOOLBOX DO MATLAB

O processo de otimização foi desenvolvido através da ferramenta do toolbox de otimização do programa MATLAB. As novas variáveis de projeto são obtidas através da minimização das diferenças entre os deslocamentos estimados da estrutura utilizando o simulador, SAP2000, e as deformações ocorridas. Esse processo iterativo permite caracterizar um novo f_{ck} e uma nova RH, que são aplicados ao projeto estrutural, estimando uma nova curva de deformações de projeto que se adeque melhor a realidade. O processo pode ser visto no fluxograma abaixo (Figura 29) e o código de programação desenvolvido no programa MATLAB é apresentado no ANEXO A.

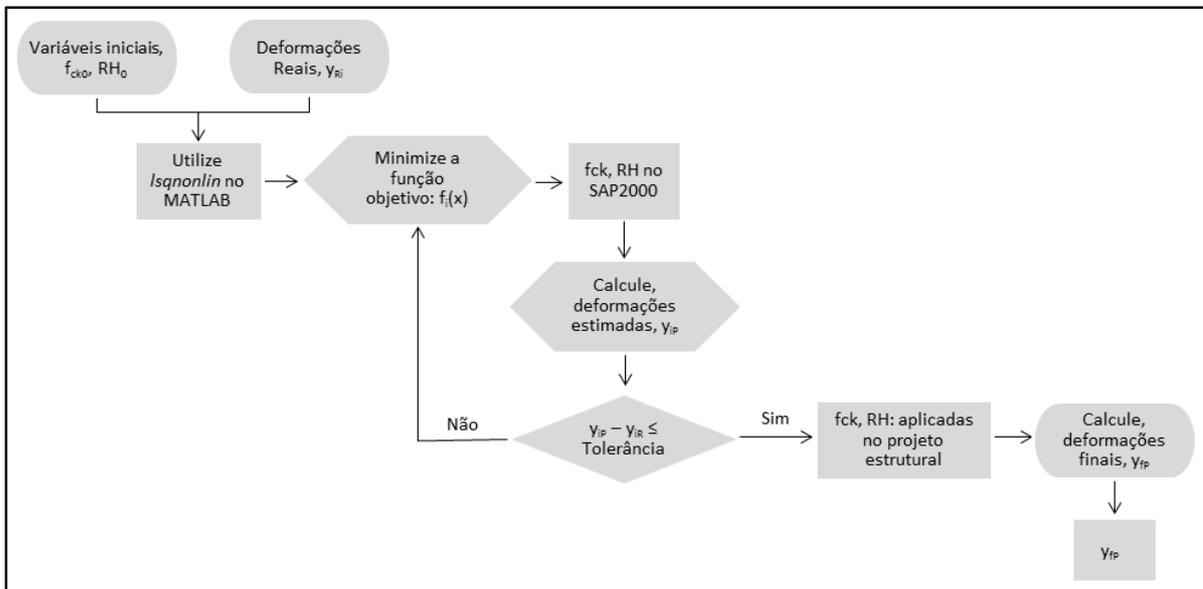


Figura 29 – Fluxograma para cálculo das deformações.
Fonte: SANTOS, Mariella, 2014.

3.3.1 Função *lsqnonlin* no MATLAB

O toolbox de otimização do MATLAB possui uma ferramenta adequada a este problema, é a função *lsqnonlin*. Esse comando permite o uso do método dos Mínimos Quadrados Não Linear, utilizando

ajuste de dados, exatamente como o problema proposto. O comando resolve problemas em que a função a ser minimizada pode ser escrita da seguinte forma:

$$\min_x \sum_i f_i^2(x) = \min_x \|F(x)\|^2 \quad (35)$$

Em vez de calcular o valor da soma dos quadrados, o comando *lsqnonlin* requer a função definida pelo usuário para calcular a função vetorial, $f_i(x)$. A soma dos quadrados não deve ser formada explicitamente, em vez disso, a sua função deve retornar um vetor de valores da função.

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix} \quad (36)$$

A sintaxe utilizada na função é:

$$[x, \text{resnorm}, \text{residual}, \text{exitflag}, \text{output}] = \text{lsqnonlin}(\text{fun}, x0, \text{lb}, \text{ub}, \text{options});$$

Onde: x = variáveis de projeto (f_{ck} e RH); resnorm = resíduo da função otimizada, nesse caso o somatório do valor da função ao quadrado; residual = resíduo de cada parcela da função, ou seja, o resíduo vetorial; exitflag = descreve o valor da condição de saída da solução; output = uma estrutura de saída com informações sobre a otimização, nesse caso, o número de iterações necessárias; fun = função objetivo a ser otimizada; $x0$ = variáveis iniciais de projeto; lb , ub = conjunto de limites inferior e superior da variável de projeto em x , em que a solução é sempre na faixa $\text{lb} \leq x \leq \text{ub}$; options = especificações de opções para a minimização.

A função objetivo utilizada corresponde ao erro ocorrido entre as deformações estimadas e reais da estrutura em cada ponto a cada etapa executada, conforme já mostrado na equação (23).

$$f_i(x) = \frac{y_{ip}(x) - y_{iR}}{y_{iR}} = \frac{y_{ip}(x)}{y_{iR}} - 1$$

Os dados de entrada fornecidos para a aplicação da função objetivo são as variáveis de projeto e os deslocamentos medidos em obra. Mas para aplicar a função, é necessário calcular as deformações estimadas, processo este realizado através do SAP2000.

3.3.2 Deslocamentos no programa SAP2000

Para realizar o processo de cálculo, é necessário desenvolver, previamente, um modelo do projeto no SAP2000. Inicialmente, são utilizadas como variáveis de projeto os valores calculados pela Norma CEB-FIP e determinada as deformações iniciais de projeto. O procedimento calcula indiretamente as deformações estimadas aplicando as variáveis de cálculo utilizando o SAP2000. Essas deformadas são

exportadas para planilhas de EXCEL, que são assimiladas e organizadas vetorialmente no MATLAB. Para esse procedimento ser realizado, o modelo inicialmente desenvolvido no SAP2000 deve permitir que os dados de deformação sejam exportados para as planilhas, etapa que pode ser vista na Figura 30 e Figura 31.

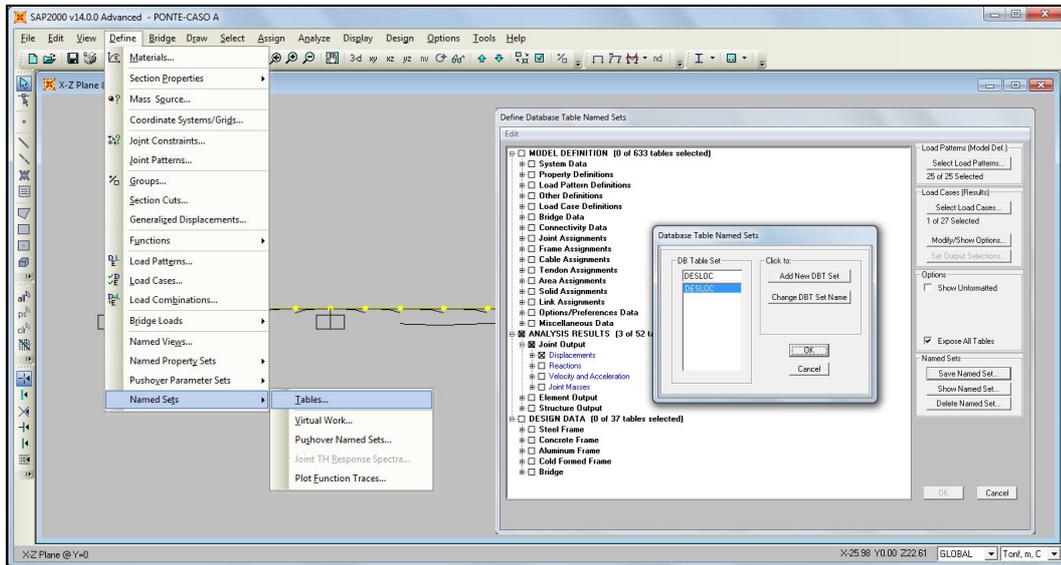


Figura 30 – Ativação da tabela de deslocamentos no SAP2000.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

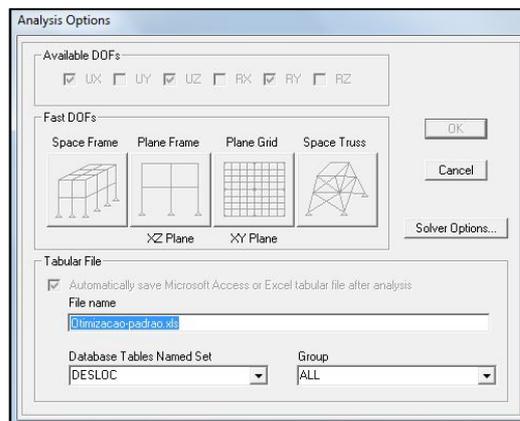


Figura 31 – Exportando os dados de deslocamentos para planilhas do EXCEL.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

Este processo é iterativo, de maneira a obter as variáveis que minimizam as deformações, em cada etapa de execução da obra. Com as variáveis obtidas no programa é possível determinar uma nova característica para o material que permite calcular uma nova curva de deformações de projeto, se aproximando da realidade.

3.4 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELO SIMULADOR

O objetivo desse procedimento é obter parâmetros de projeto que permitissem através de um modelo estrutural representar de maneira mais aproximada possível o material aplicado na obra. Para verificar

a qualidade desses resultados, são comparadas as deformações calculadas com as ocorridas em obra e analisado o erro em relação a esses valores. Para isso, dois casos foram estudados:

- **Caso 01:** Uma viga em balanço executada em única etapa, submetida aos carregamentos de peso próprio, protensão e aos efeitos decorrentes do tempo, fluência e retração.
- **Caso 02:** Uma viga em balanço construída em 5 etapas, submetida aos carregamentos de peso próprio, protensão e aos efeitos decorrentes do tempo, fluência e retração.

3.4.1 Caso 1

É modelada no SAP2000, uma viga em balanço com 5 metros de comprimento, segmentada a cada metro. A seção transversal possui dimensões de 0,30m x 0,30m. O f_{ck} do concreto utilizado é 30MPa e a RH é 90%. Os carregamentos aplicados são o peso próprio (q_{pp}) e uma força de protensão centrada de $P_{prot} = 30\text{tonf}$, conforme Figura 32.

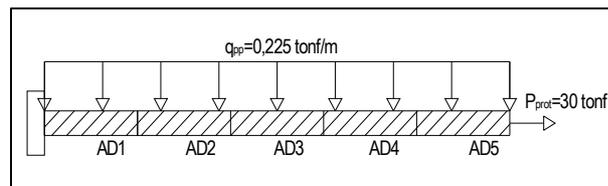


Figura 32 – Viga em balanço com 5 aduelas e carregamentos aplicados.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

Com a consideração dos parâmetros de fluência e retração, é necessária a verificação das deformações ocorridas ao longo do tempo, analisadas através de 8 estágios (Tabela 01), mesmo toda a estrutura sendo executada no primeiro:

Tabela 01 – Estágios de construção para o caso 01

Estágio de Construção	Duração do Estágio (dias)	Duração do Estágio Acumulado
1	30	30 dias
2	30	60 dias
3	30	90 dias
4	30	120 dias
5	30	150 dias
6	945	3 anos
7	730	5 anos
8	10.000	30 anos

3.4.2 Caso 2

Um modelo é desenvolvido no SAP2000, de uma viga em balanço com 5 metros de comprimento. A viga é segmentada a cada metro e cada trecho é executado em um estágio de construção diferente.

Assim como no Caso 1, a seção transversal possui dimensões de 0,30m x 0,30m. O f_{ck} do concreto é 30MPa e a RH é 90%. A viga também é submetida aos mesmos carregamentos, peso próprio (q_{pp}) e uma força de protensão centrada de $P_{prot} = 30\text{tonf}$, que pode ser vista Figura 33.

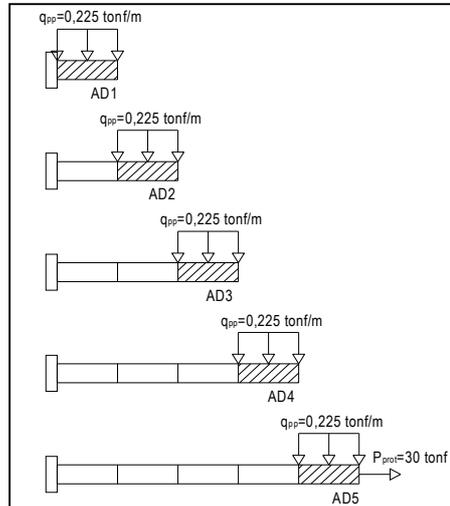


Figura 33 – Viga em balanço com 5 aduelas executadas ao longo do tempo e cargas aplicadas.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

Como a viga é executada em etapas diferentes, são definidos 5 estágios para construção e 4 para analisar os efeitos da fluência e retração atuantes na estrutura, que pode ser visto na Tabela 02.

Tabela 02 – Estágios de construção para o caso 02

Estágio de Construção	Duração do Estágio (dias)	Duração do Estágio Acumulado
1	7	7 dias
2	7	14 dias
3	7	21 dias
4	7	28 dias
5	7	35 dias
6	65	100 dias
7	995	3 anos
8	730	5 anos
9	10.000	30 anos

3.4.3 Obtenção dos dados dos deslocamentos reais

Para os dados dos levantamentos de campo, foram aplicados valores de f_{ck} e RH a um modelo desenvolvido no SAP2000. Em cada caso foram utilizados 16 pares de f_{ck} e RH e os resultados dos deslocamentos representam valores das deformações reais ocorridas na estrutura. Os conjuntos de pares simulados podem ser vistos abaixo:

- 6 simulações em que a Umidade é constante e o f_{ck} é variável: RH = 82%; $f_{ck} = 28; 30; 35; 38; 42; 45\text{MPa}$.

- 5 simulações em que o f_{ck} é constante, abaixo do valor utilizado em projeto, e a Umidade é variável: $f_{ck} = 28$ MPa; RH = 50; 60; 70; 80; 90%.
- 5 simulações em que o f_{ck} é constante, acima do valor utilizado em projeto, e a Umidade é variável: $f_{ck} = 38$ MPa; RH = 50; 60; 70; 80; 90%.

Tabela 03 – Valores de f_{ck} e RH utilizados para os deslocamentos reais

RH constante f_{ck} variável		f_{ck} constante (abaixo do utilizado em projeto) RH variável		f_{ck} constante (acima do utilizado em projeto) RH variável	
RH (%)	f_{ck} (MPa)	RH (%)	f_{ck} (MPa)	RH (%)	f_{ck} (MPa)
82	28	50	28	50	38
82	30	60	28	60	38
82	35	70	28	70	38
82	38	80	28	80	38
82	42	90	28	90	38
82	45	-	-	-	-

Com esses dados de deslocamentos considerados como as deformações reais, foi definido que 16 levantamentos de dados haviam sido considerados para cada caso.

3.4.4 Comparação entre as deformações reais e estimadas

Os dados obtidos no modelo estrutural devem ser comparados com as leituras realizadas em campo. Utilizando inicialmente os valores de projeto para o f_{ck} e RH, a cada estágio de construção, os valores dos deslocamentos ocorridos naquele estágio são assimilados ao programa otimizador e novos valores de f_{ck} e RH são obtidos. Desta forma, os novos deslocamentos estimados são calculados no modelo estrutural, conforme é proposto no método. Ao final de todos os estágios, são obtidos um par de f_{ck} e RH, que representam as características dos materiais aplicados na obra, e o erro entre as deformações estimadas e ocorridas na estrutura.

A Tabela 04 apresenta dois resultados de f_{ck} e RH e a média do erro entre os deslocamentos para o Caso 1, em que a todas as aduelas são executas no primeiro estágio. É apresentado um resultado em que o valor do f_{ck} é maior do que o utilizado em projeto ($f_{ck} = 30$ MPa) e outro em que o f_{ck} é menor.

Tabela 04 – Resumo de dois resultados obtidos para Caso 01

f_{ck} real (MPa)	f_{ck} obtido (MPa)	RH real (%)	RH obtido (%)	Média do erro para o resíduo (%)
28	26,90	82	81,3	0,081
35	38,35	82	83,6	0,214

Também é possível avaliar a curva de deformações para ambos os resultados a cada estágio, comparando os valores fornecidos pelo simulador que se sobrepõem a curva dos valores correspondentes as deformadas reais (Figura 34).

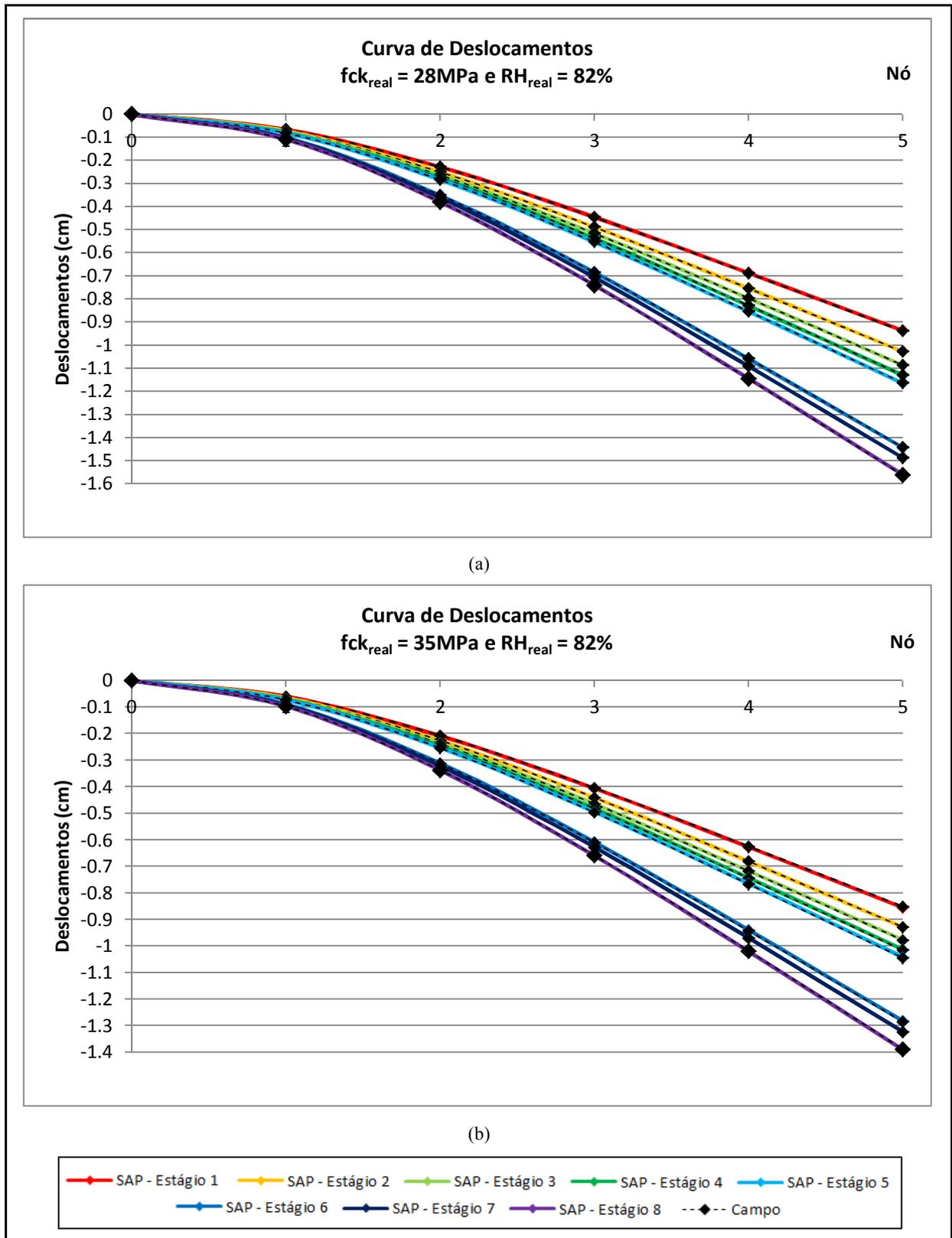


Figura 34 – Curva de deslocamentos por estágio de construção, no Caso 1, para (a) $f_{ck_{real}}=28\text{MPa}$ e $RH=82\%$ e (b) $f_{ck_{real}}=35\text{MPa}$ e $RH=82\%$.
 Fonte: Mariella Santos, 2014.

Na Tabela 05, são apresentados o mesmo conjunto de resultados f_{ck} e RH e a média do erro entre os deslocamentos, porém para o Caso 2, em que as aduelas são construídas em estágios diferentes.

Tabela 05 – Resumo de dois resultados obtidos para Caso 02

f_{ck} real (MPa)	f_{ck} obtido (MPa)	RH real (%)	RH obtido (%)	Média do erro para o resíduo (%)
28	27,69	82	80,7	0,197
35	35,86	82	84,8	0,507

Também é possível avaliar a sobreposição das curvas de deformações para ambos os resultados a cada estágio, comparando os valores fornecidos pelo simulador e os valores correspondentes as deformadas reais (Figura 35).

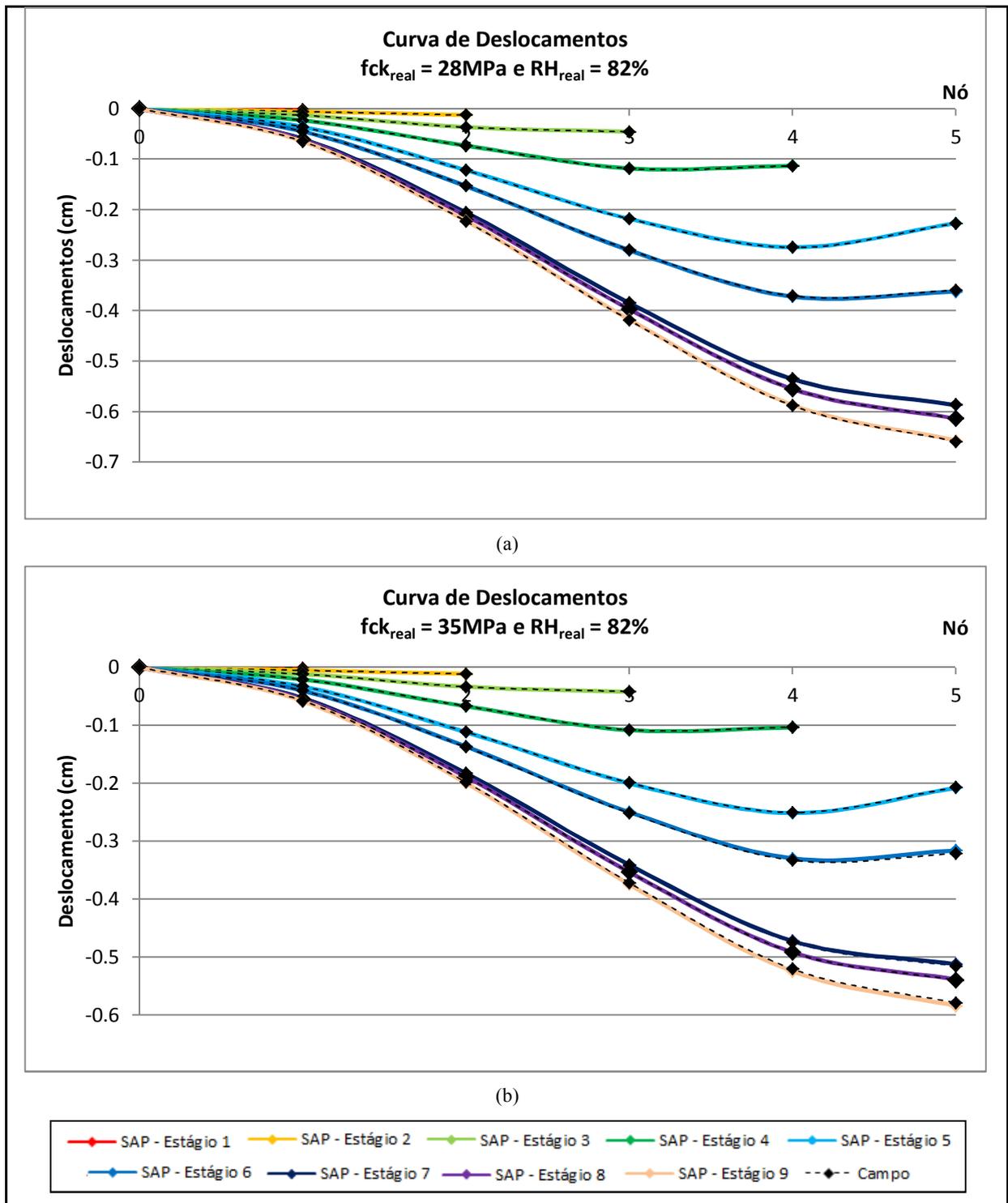


Figura 35 – Curva de deslocamentos por estágio de construção, no Caso 2, para (a) $f_{ck_{real}}=28\text{MPa}$ e $RH=82\%$ e (b) $f_{ck_{real}}=35\text{MPa}$ e $RH=82\%$.

Fonte: Mariella Santos, 2014.

No ANEXO B, podem ser vistos todos os deslocamentos estimados e a comparação desses valores com os deslocamentos ocorridos, além dos valores de f_{ck} e RH que caracterizam o material utilizado em obra para todos os 16 pares utilizados, em cada caso.

Os resultados encontrados para as variáveis de projeto, ao serem substituídos no modelo estrutural, permitem estimar deformações com valores muito próximos aos que foram considerados nos levantamentos de campo. Ao analisar os erros entre as estimativas e os deslocamentos reais, pode-se verificar que a diferença é menor do que 5%, assim, o processo sugerido pode ser utilizado para prever as deformações na estrutura.

4. CÁLCULO E AJUSTE DAS CONTRA FLECHAS

Controlar as deformações é importante para garantir a utilização de qualquer estrutura. Nas obras executadas pelo método do balanço sucessivo, para atender o perfil final de projeto são aplicadas as contra flechas que introduzem deslocamentos corretivos de modo a compensar as deformações ocorridas.

4.1 MÉTODOS DE CÁLCULO DE CONTRA FLECHA

Vários métodos de cálculo podem ser utilizados para determinar os valores de contra flecha a serem aplicados à estrutura e em todos é necessário estimar as deformações ocorridas.

Podolny e Muller³⁹ definem que o diagrama de contra flechas é formado pela soma dos valores de deformação das sucessivas aduelas executadas, ou seja, o rebatimento da curva de deformações total da estrutura são os valores de contra flecha a serem aplicados (Figura 36).

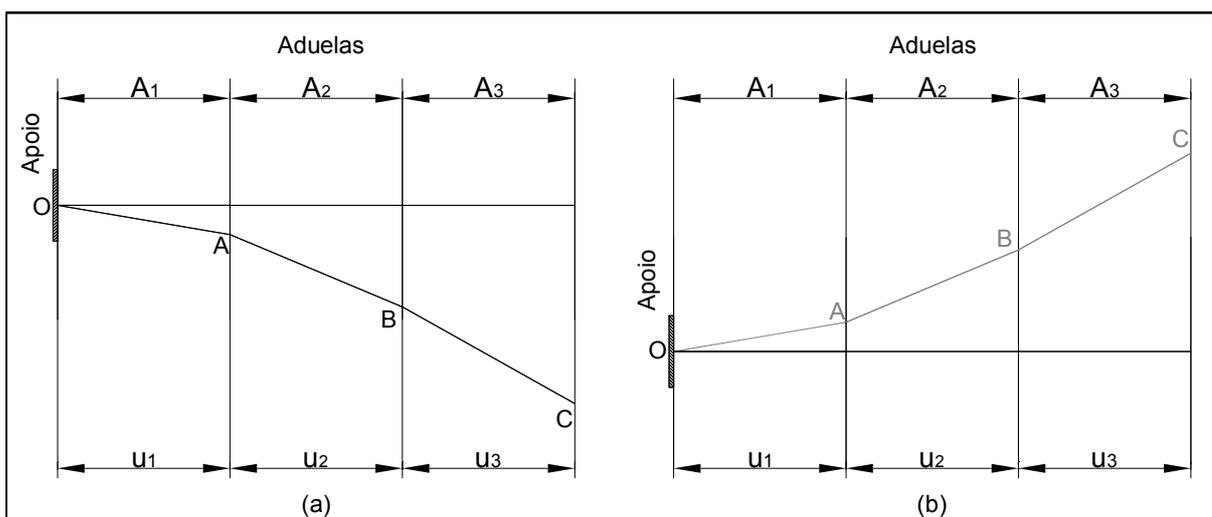


Figura 36 – (a) Diagrama de deformações e (b) Diagrama de contra flechas.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

Apesar de simples, o uso do diagrama de contra flechas pode ocasionar problemas, pois depende da experiência do construtor em utilizá-lo. A principal dificuldade é a não existência de coordenadas absolutas, pois o sistema muda a cada estágio de construção. Assim, é sugerido o uso de contra flechas relativas que são os deslocamentos impostos em relação à aduela anteriormente executada.

A Figura 37 apresenta a contra flecha relativa aplicada ao ponto B, na execução da aduela A2, que corresponde ao comprimento azul. A contra flecha relativa está posicionada sobre a projeção da aduela A1, delimitada pelo comprimento vermelho. A contra flecha absoluta é o soma desses dois comprimentos, azul e vermelho, e totaliza o somatório de todos os deslocamentos ocorridos no ponto B.

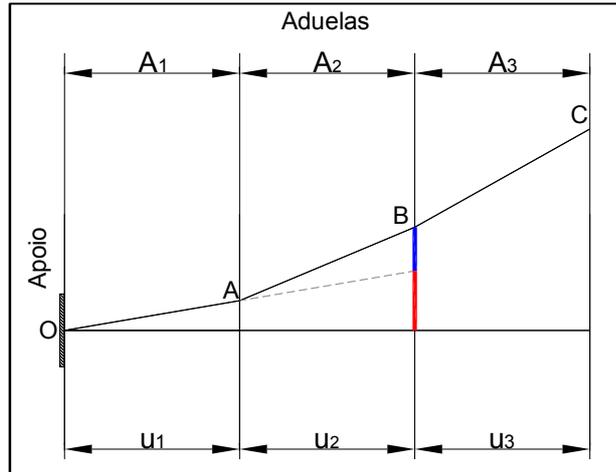


Figura 37 – Esquema com contra flecha absoluta e relativa.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

Para calcular a contra flecha aplicada a estrutura, uma adaptação da metodologia de cálculo apresentada por Paim³⁸ é utilizada. O número do estágio de construção da obra é determinado por i , enquanto, j é o nó extremo da aduela j . Assim, os deslocamentos isolados em cada nó j devido à ação isolada das cargas ocorrida no estágio i são definidos por y_{ij} . Nas aduelas que ainda não foram executadas, esses valores são obtidos pelo prolongamento tangencial da linha elástica. Esses deslocamentos podem ser vistos no caso genérico apresentado na Figura 38.

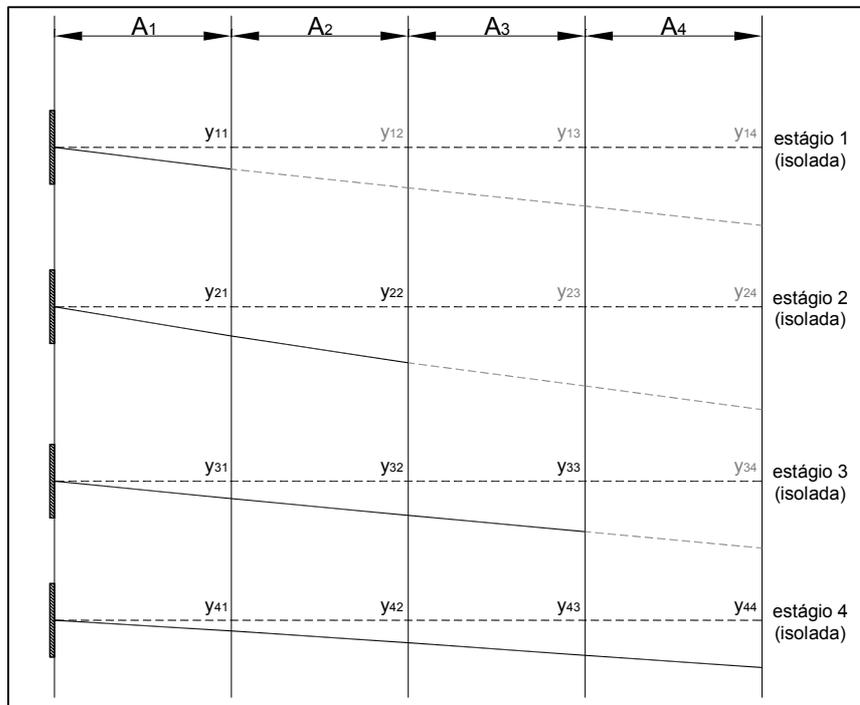


Figura 38 – Viga genérica com 4 aduelas executada em balanço sucessivo.
Fonte: Paim apud Mariella Santos, 2014.

Utilizando os deslocamentos isolados é possível calcular os deslocamentos acumulados no nó j , a cada estágio de construção i , com a equação (37).

$$Y_{a_{ij}} = \sum_{k=1}^i y_{kj} \quad (37)$$

Onde: $Y_{a_{ij}}$ = deslocamento acumulado no nó j , até a execução do estágio i .

Com os deslocamentos acumulados, é possível obter uma matriz dos deslocamentos acumulados em cada nó j a cada estágio i , conforme apresentado abaixo.

$$Y_a = \begin{bmatrix} Y_{a_{11}} & Y_{a_{12}} & \cdots & Y_{a_{1n}} \\ Y_{a_{21}} & Y_{a_{22}} & \cdots & Y_{a_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{a_{n1}} & Y_{a_{n2}} & \cdots & Y_{a_{nn}} \end{bmatrix} \quad (38)$$

Onde: Y_a = matriz dos deslocamentos acumulados no nó j , em cada estágio de execução i ; n = número total de estágios de execução da obra.

E o deslocamento acumulado total, Y_j , é o somatório de todos os deslocamentos isolados, conforme apresentado abaixo.

$$Y_j = \sum_{k=1}^n y_{kj} \quad (39)$$

Considerando o conceito de contra flecha relativa para a execução de uma nova aduela, é necessário conhecer a posição do nó j a ser executado, de acordo com o prolongamento tangencial da posição da aduela anterior, nó $(j-1)$ no estágio $(i-1)$. Por isso, deve-se calcular a projeção da posição do nó j até a execução do estágio anterior, $(i-1)$. A posição das aduelas durante a execução é a curva do deslocamento acumulado incluindo a aplicação das contra flechas relativas, calculado pela equação (40) e verificado na Figura 39.

$$\left(\begin{array}{c} \text{Deslocamento acumulado} \\ \text{incluindo contra flechas} \\ \text{relativas para o estágio } (i-1) \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Deslocamento acumulado} \\ \text{até o estágio } (i-1) \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Contra flecha relativa} \\ \text{acumulada até a execução} \\ \text{do estágio } (i-1) \end{array} \right)$$

$$Z_{(i-1)j} = Y_{a_{(i-1)j}} + \sum_{k=1}^{(i-1)} cf_{kj} \quad (40)$$

Onde: $Z_{(i-1)j}$ = deslocamento acumulado no nó j , incluindo contra flechas relativas até a execução do estágio $(i-1)$; estágio anterior ao que se deseja calcular; $Y_{a_{(i-1)j}}$ = deslocamento acumulado no nó j , até a execução do estágio $(i-1)$; estágio anterior ao que se deseja calcular; $\sum_{k=1}^{(i-1)} cf_{kj}$ = contra flecha relativa acumulada no nó j , até a execução do estágio $(i-1)$; estágio anterior ao que se deseja calcular.

Na execução da primeira aduela não existem dados referentes ao estágio anterior, dessa forma, a posição dos nós no estágio 1 é igual a 0, $Z_{1j} = 0$.

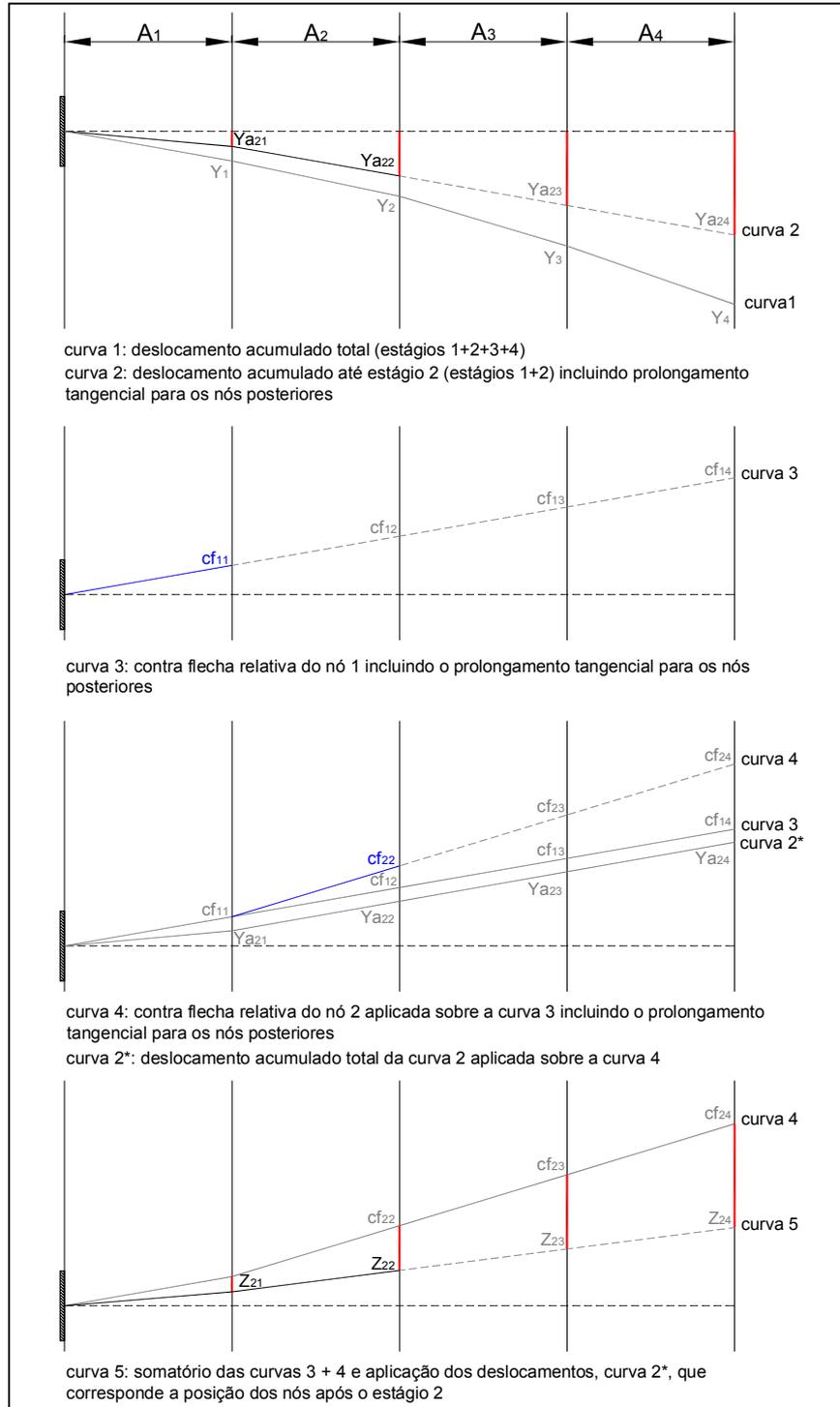


Figura 39 – Viga genérica determinando a projeção da posição do nó 3, após a execução da aduela 2.
 Fonte: Mariella Santos, 2014.

Conhecendo a posição do nó j , é possível determinar que a contra flecha relativa a ser aplicada neste nó na execução do estágio i , juntamente com os deslocamentos que ainda ocorrerão na estrutura devem atender o perfil vertical de projeto, obedecendo à equação (41).

$$\left(\begin{array}{c} \text{Deslocamento acumulado} \\ \text{incluindo contra flechas} \\ \text{relativas para o estágio (i-1)} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Contra flecha relativa} \\ \text{no estágio i} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Deslocamento residual} \\ \text{que ainda resta ocorrer} \\ \text{do estágio i em diante} \end{array} \right) = 0$$

$$Z_{(i-1)j} + cf_{ij} + \sum_{k=i}^n y_{kj} = 0 \quad (41)$$

Onde: $Z_{(i-1)j}$ = deslocamento acumulado no nó j , incluindo contra flechas relativas até a execução do estágio ($i-1$): estágio anterior ao que se deseja calcular; $\sum_{k=i}^n y_{kj}$ = deslocamento residual que ainda resta ocorrer do estágio de construção i em diante; cf_{ij} = contra flecha relativa no nó j , no estágio de construção i .

Assim, através das equações (40) e (41) é possível definir a contra flecha relativa a ser aplicada no nó j para a execução do estágio i , como:

$$\begin{aligned} Z_{(i-1)j} + cf_{ij} + \sum_{k=i}^n y_{kj} &= 0 \\ cf_{ij} &= - \left(Z_{(i-1)j} + \sum_{k=i}^n y_{kj} \right) \\ cf_{ij} &= - \left(Ya_{(i-1)j} + \sum_{k=1}^{(i-1)} cf_{kj} + \sum_{k=i}^n y_{kj} \right) \end{aligned} \quad (42)$$

De acordo com a equação (39), somatório dos deslocamentos acumulados para o estágio anterior, $Ya_{(i-1)j}$, pode ser escrito, como:

$$Ya_{(i-1)j} = \sum_{k=1}^{(i-1)} y_{kj} \quad (43)$$

Substituindo (43) em (42) e posteriormente, utilizando (39):

$$\begin{aligned} cf_{ij} &= - \left(\sum_{k=1}^{(i-1)} y_{kj} + \sum_{k=1}^{(i-1)} cf_{kj} + \sum_{k=i}^n y_{kj} \right) \\ cf_{ij} &= - \left(\sum_{k=1}^{(i-1)} cf_{kj} + \sum_{k=1}^n y_{kj} \right) \\ cf_{ij} &= - \left(\sum_{k=1}^{(i-1)} cf_{kj} + Y_j \right) \end{aligned} \quad (44)$$

Assim, a contra flecha relativa a ser aplicada no nó j , para a execução do estágio i , é definida por:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Contra flecha relativa} \\ \text{do estágio } i \end{array} \right) = \left[\left(\begin{array}{c} \text{Prolongamento tangencial} \\ \text{das contra flechas relativas} \\ \text{até o estágio } (i-1) \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Deslocamento} \\ \text{acumulado total} \end{array} \right) \right]$$

Como a execução da aduela do nó j ocorre no estágio $i=j$, o prolongamento tangencial dos nós a partir de $(j+1)$ para os estágios de i até n é uma projeção da posição da contra flecha relativa à aplicada ao nó j e é calculada pela equação (45).

$$cf_{ij} = \frac{cf_{ii}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \quad \text{se } j > i \quad (45)$$

Onde: cf_{ii} = contra flecha relativa no nó executado, no estágio de construção em que $i=j$; u_i = comprimento da aduela do nó executado; $\sum_{k=i}^j u_k$ = comprimento total referente à aduela executada até a aduela que se deseja saber o nó projetado.

4.1.1 Método de PAIM

O método de Paim³⁸ adaptado foi demonstrado, entretanto a metodologia original apresenta o cálculo através de um quadro resumo em que cada linha representa uma etapa de cálculo, conforme pode ser visto na Figura 40.

ESQUEMA PARA A DETERMINAÇÃO DAS CONTRA FLECHAS E NÍVEIS ATINGIDOS FASE POR FASE					
1	y11	(y21)	(y31)	(y41)	estágio 1 isolada
2	y12	y22	(y32)	(y42)	estágio 2 isolada
3	y13	y23	y33	(y43)	estágio 3 isolada
4	y14	y24	y34	y44	estágio 4 isolada
5	y1	y2	y3	y4	$y_i = \sum_{j=1}^4 y_{ij}$ = deformação total sem contra flecha
6	cf11	(cf21)	(cf31)	(cf41)	1ª contra flecha $f11 + y1 = 0$
7	Z11	(Z21)	(Z31)	(Z41)	nível na estágio 1: $(7) = (6) + (1)$
8	-	cf22	(cf32)	(cf42)	2ª contra flecha $f22 + Z21 + y22 + y23 + y24 = 0$
9	Z12	Z22	(Z32)	(Z42)	nível na estágio 1+2: $(9) = (8) + (7) + (2)$
10	-	-	cf33	(cf43)	3ª contra flecha $f33 + Z32 + y33 + y34 = 0$
11	Z13	Z23	Z33	(Z43)	nível na estágio 1+2+3: $(11) = (10) + (9) + (3)$
12	-	-	-	cf44	4ª contra flecha $f44 + Z43 + y44 = 0$
13	Z14	Z24	Z34	Z44	nível final: $(13) = (12) + (11) + (4)$

Figura 40 – Esquema para a determinação das contra flechas e níveis atingidos fase por fase.
Fonte: Paim apud Mariella Santos, 2014.

4.1.2 Método de PODOLNY e MULLER

O cálculo da contra flecha realizado pela equação (44), pode ser encontrado também na metodologia apresentada por Podolny e Muller³⁹, ou seja, através do método adaptado de Paim, chega-se aos mesmos valores para as contra flechas. É apresentada uma aplicação do método utilizando a Figura 41. Cada linha da tabela apresenta os deslocamentos isolados (preto) e o prolongamento tangencial dessas deformações nos segmentos posteriores da estrutura (cinza), em cada estágio de construção, y_{ij} . A última linha apresenta o deslocamento acumulado total, Y_j .

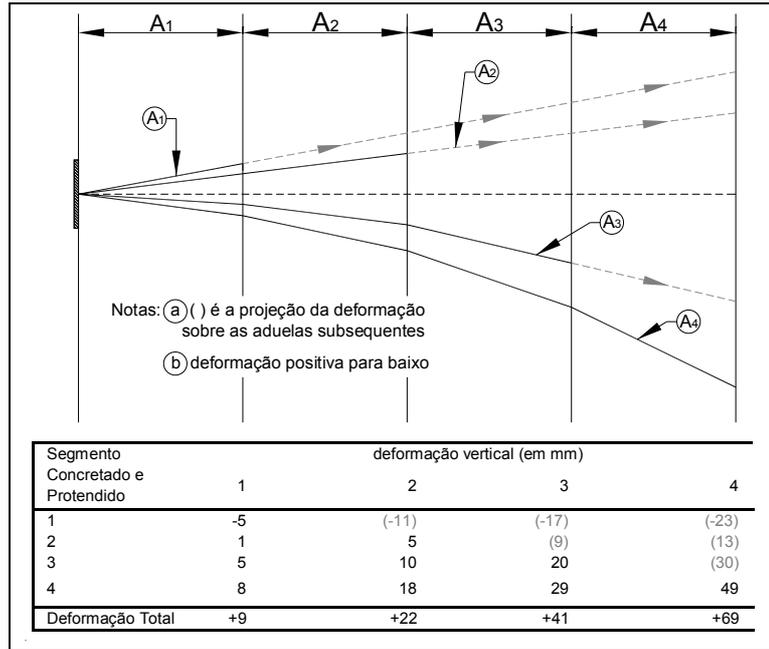


Figura 41 – Deslocamentos isolados e projeções devido aos carregamentos em cada estágio de construção. Fonte: Podolny e Muller apud Santos, 2014.

Podendo-se aplicar a equação (44) para calcular as contra flechas, Podolny e Muller apresentam os resultados através da Figura 42.

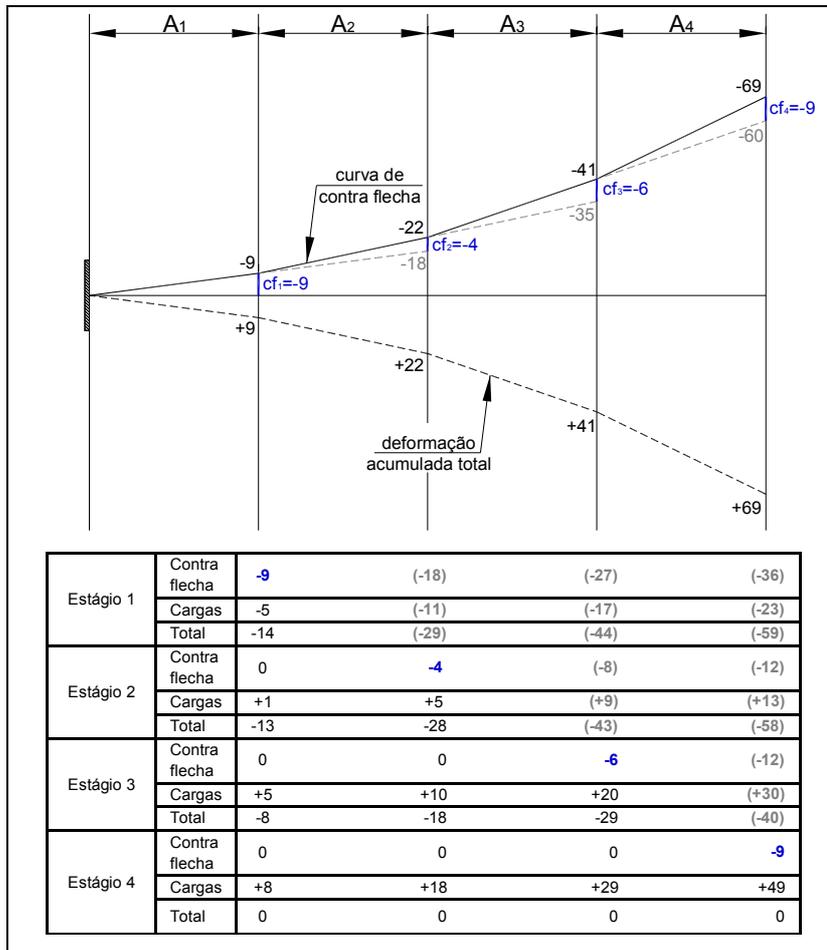


Figura 42 – Posição dos segmentos após aplicação das cargas incluindo as contra flechas. Fonte: Podolny e Muller apud Mariella Santos, 2014.

Em que a linha Contra flecha corresponde a contra flecha relativa e o prolongamento tangencial em cada estágio, cf_{ij} . A linha Carga são as deformações isoladas devido aos carregamentos ocorridas em cada estágio, y_{ij} . E a linha Total é a posição do nó da aduela, Z_{ij} . Outros autores, como Mathivat²⁸ também utiliza a mesma metodologia para esse cálculo.

4.1.3 Cálculo de Contra Flecha em Simulador Estrutural

Com a utilização de programas de análise estrutural, também é possível determinar as contra flechas. Uma dessas ferramentas é o MIDAS/Civil³¹, que permite modelar uma estrutura executada em balanço sucessivo com todas as etapas executivas, calculando as deformações ocorridas e determinando os valores de contra flechas que devem ser aplicados.

O programa fornece os diagramas de esforços (Figura 43) e deformações em cada etapa de execução. O valor das contra flechas absolutas é obtido através de um gráfico (Figura 44).

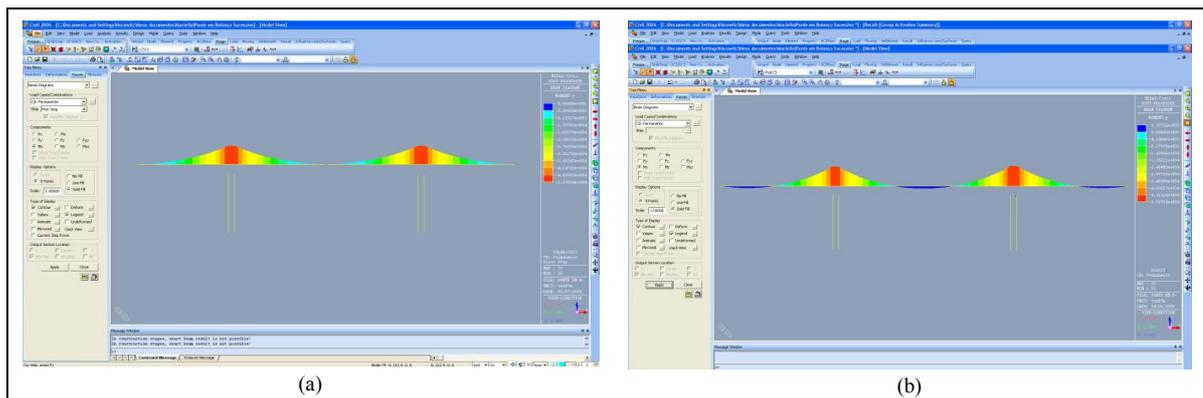


Figura 43 – Exemplo de diagrama de momento fletor (a) antes e (b) após o fechamento da estrutura, fornecido pelo MIDAS/Civil. Fonte: Mariella Santos, 2014.

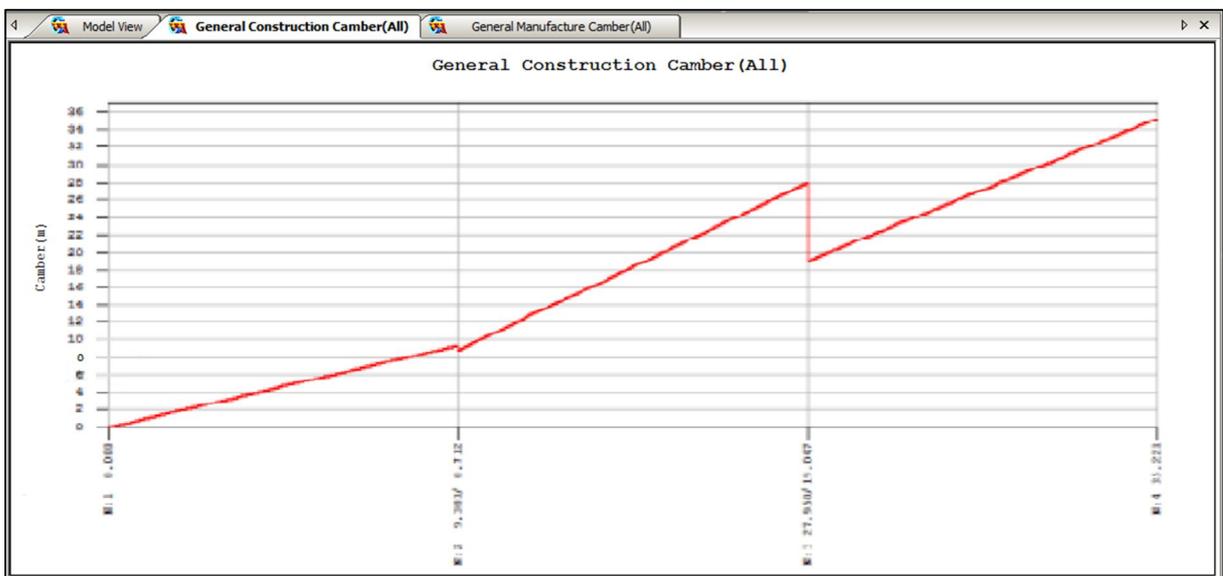


Figura 44 – Exemplo do gráfico de contra flecha, fornecido pelo MIDAS/Civil. Fonte: Mariella Santos, 2014.

4.1.4 Comparação dos Métodos

Para estudo comparativo, uma viga com 6m de comprimento e aduelas de 2m executadas em 3 etapas (Figura 45), foi analisada pelos três procedimentos apresentados. O módulo de elasticidade utilizado foi de $2,3966 \times 10^6$ tonf/m² e uma carga de 10 tonf aplicada no final de cada aduela.

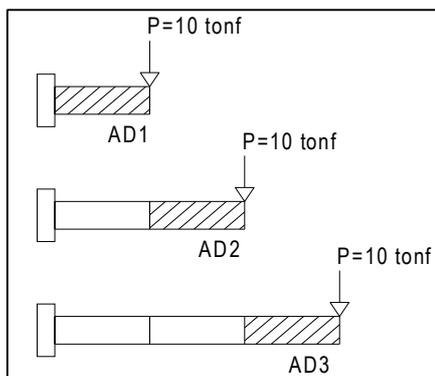


Figura 45 – Viga em balanço com 3 aduelas executadas ao longo do tempo e cargas aplicadas.

Fonte: Mariella Santos, 2014.

- PAIM:

Aplicando o esquema para a determinação das contra flechas e níveis atingidos fase por fase, descrito por PAIM, é obtida a Tabela 06.

Tabela 06 – Caso comparativo pela tabela da metodologia de PAIM (cm)

Etapas do processo de cálculo	Nó 1	Nó 2	Nó 3
1 - estágio 1 isolado	1,675	(3,350)	(5,025)
2 - estágio 2 isolado	4,148	13,241	(18,186)
3 - estágio 3 isolado	6,620	23,131	44,587
4 - deformação total sem contra flecha	12,443	39,722	67,798
5 - 1ª contra flecha	-12,443	(-24,886)	(-37,329)
6 - nível na fase 1	-10,768	(-21,536)	(-32,304)
7 - 2ª contra flecha	-	-14,836	(-29,672)
8 - nível na fase 1+2	-6,620	-23,131	(-43,790)
9 - 3ª contra flecha	-	-	-0,797
10 - nível final	0	0	0

- PODOLNY E MULLER:

A Tabela 07 apresenta as posições das aduelas em cada etapa executada com a execução das contra flechas, pelo método descrito por Podolny e Muller.

Tabela 07 – Caso comparativo pela tabela da metodologia de PODOLNY e MULLER (cm)

		Nó 1	Nó 2	Nó 3
Estágio 1	Contra flecha	-12,443	(-24,886)	(-37,329)
	Cargas	1,675	(3,350)	(5,025)
	Total	-10,768	(-21,536)	(-32,304)
Estágio 2	Contra flecha	0	-14,836	(-29,672)
	Cargas	4,148	13,241	(18,186)
	Total	-6,620	-23,131	(-43,790)
Estágio 3	Contra flecha	0	0	-0,797
	Cargas	6,620	23,131	44,587
	Total	0	0	0

- MIDAS/Civil:

O gráfico das contra flechas absolutas obtidas no MIDAS/Civil, está apresentado na Figura 46 e os valores podem ser vistos na Tabela 08 (azul).

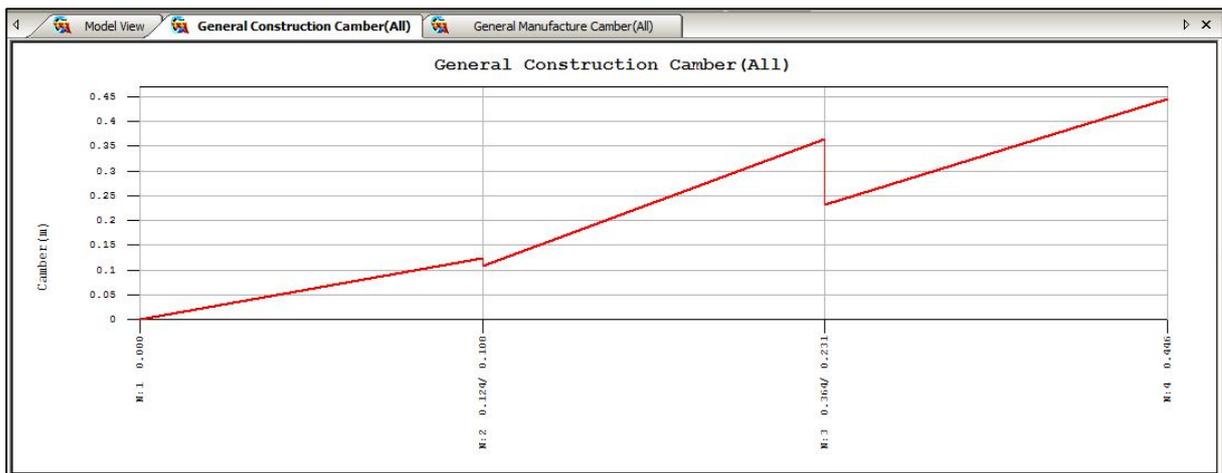


Figura 46 – Gráfico das contra flechas absolutas aplicadas ao caso comparativo fornecido pelo MIDAS/Civil. Fonte: Mariella Santos, 2014.

Tabela 08 – Caso comparativo pelo MIDAS/Civil (cm)

	Nó 1	Nó 2	Nó 3
Estágio 1	$Z_{11} = -10,768$	-	-
Estágio 2	$Z_{21} = -6,620$	$Z_{22} = -23,131$	-
Estágio3	$cf_{11} = -12,443$	$Z_{12}+cf_{22} = -36,372$	$Z_{23}+cf_{33} = -44,587$

Com os resultados obtidos pelos outros métodos é possível calcular as contra flechas absolutas e compará-las com os dados fornecidos pelo MIDAS/Civil (Tabela 09).

Tabela 09 – Comparando contra flechas absolutas e relativas (cm)

		Nó 1	Nó 2	Nó 3
Estágio 1	Contra flecha	-12,443	(-24,886)	(-37,329)
	Cargas	1,675	(3,350)	(5,025)
	Total	-10,768	(-21,536)	(-32,304)
Estágio 2	Contra flecha	0	-14,836	(-29,672)
	Cargas	4,148	13,241	(18,186)
	Total	-6,620	-23,131	(-43,790)
Estágio 3	Contra flecha	0	0	-0,797
	Cargas	6,620	23,131	44,587
	Total	0	0	0
Contra flecha absoluta		-12,443	-36,372	-44,587

4.2 MÉTODO DE AJUSTE DE CONTRA FLECHA DURANTE EXECUÇÃO DA OBRA

Deformações residuais em relação à configuração final podem ocorrer, mesmo com a aplicação das contra flechas. Problemas na execução ou má caracterização das propriedades do material utilizado durante a análise ocasionam essas diferenças de deformação a qual a estrutura estará submetida. A utilização dos dados levantados em campo permite identificar a necessidade de correção nos valores das contra flechas para os segmentos que ainda não foram executados. Com isso, métodos corretivos podem ser aplicados para ajustar os valores dessas contra flechas. Um desses métodos considera a posição geométrica da estrutura e é apresentado a seguir, além da aplicação de correção em alguns casos de obra.

4.2.1 Correção pelo Método de OYAMADA

Esta correção de contra flecha é realizada considerando a posição geométrica dos segmentos. Oyamada³⁷ propõe que os ajustes realizados permitam posicionar as aduelas seguintes em concordância com o projeto inicial. Inicialmente, são avaliados os dados dos levantamentos de campo, a_m , em relação à posição da aduela estimada em projeto, a (Figura 47).

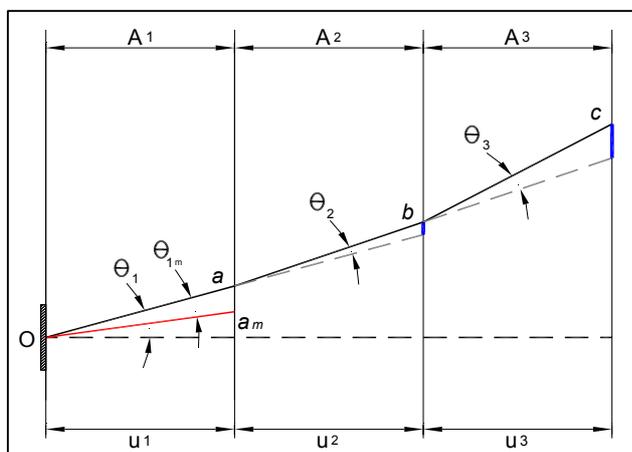


Figura 47 – Avaliação dos dados medidos com o projeto.

Fonte: Mariella Santos, 2014.

Se $a_m = a$, as contra flechas calculadas serão mantidas. Caso contrário, $a_m \neq a$, as contra flechas deverão ser corrigidas. Essa correção será em uma única aduela subsequente, se a diferença entre as cotas de projeto e a medida pela obra for pequena e tolerável, ou em mais de uma aduela, se essa diferença for maior e provocar um desnivelamento perceptível.

$$\theta_{1m} \cong \frac{a - a_m}{u_1} \quad (46)$$

Onde: θ_{1m} = ângulo entre a posição estimada em projeto e a posição obtida no levantamento de campo; a = posição da aduela estimada em projeto; a_m = dados dos levantamentos de campo; u_1 = comprimento da aduela.

No caso $\theta_{1m} \leq \theta_1/2$, a correção será efetuada na aduela subsequente (Figura 48) e a contra flecha aplicada obedece à equação (47).

$$\begin{aligned} \theta_{2c} u_2 &= \theta_2 u_2 + \theta_{1m} (u_1 + u_2) \\ \theta_{2c} &= \frac{\theta_2 u_2 + \theta_{1m} (u_1 + u_2)}{u_2} \\ cf_2 &= \theta_{2c} u_2 \end{aligned} \quad (47)$$

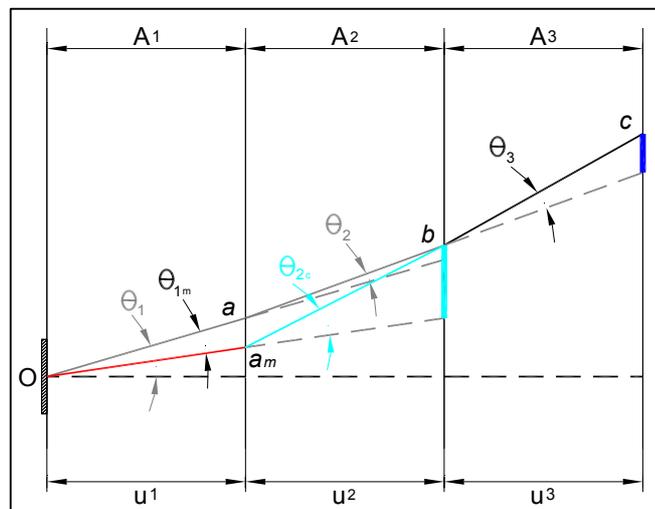


Figura 48 – Contra flecha corrigida para a aduela A₂.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

A contra flecha da aduela seguinte a este trecho também deverá ser corrigida para que se possa seguir com o mesmo plano de contra flechas inicialmente admitido (Figura 49). Assim, a contra flecha da aduela A₃ assume o valor da equação (48).

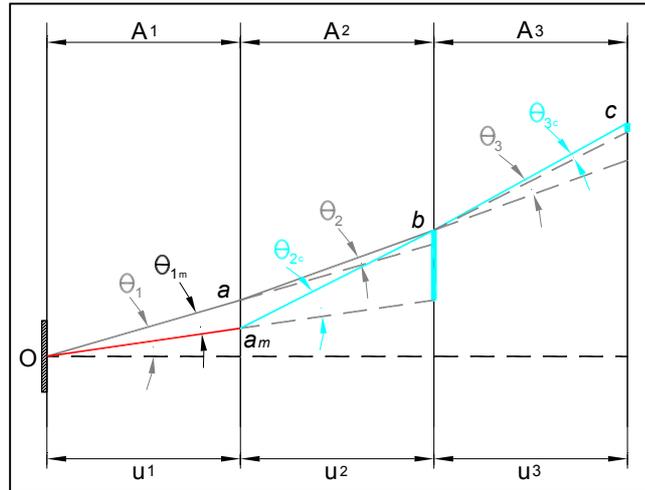


Figura 49 – Contra flecha corrigida para a aduela A₃.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

$$\begin{aligned} \theta_{3c} &= \theta_3 - \frac{\delta}{u_2} \\ \theta_{3c} &= \theta_3 - \theta_{1m} \frac{u_1}{u_2} \\ cf_3 &= \theta_{3c} u_3 \end{aligned} \tag{48}$$

Quando o $\theta_{1m} > \theta_1/2$, a correção será efetuada nas aduelas subsequentes. Desta forma, metade da diferença $\delta = a - a_m = \theta_{1m} u_1$ será corrigida na primeira aduela subsequente e a outra metade será corrigida na segunda. A primeira aduela assume o valor da equação (49) e pode ser visto na Figura 50.

$$\begin{aligned} \theta_{2c} u_2 &= \theta_2 u_2 + \theta_{1m} (u_1 + u_2) - \frac{\delta}{2} \\ \theta_{2c} u_2 &= \theta_2 u_2 + \theta_{1m} (u_1 + u_2) - \frac{\theta_{1m} u_1}{2} \\ \theta_{2c} &= \frac{2\theta_2 u_2 + \theta_{1m} (u_1 + 2u_2)}{2u_2} \\ cf_2 &= \theta_{2c} u_2 \end{aligned} \tag{49}$$

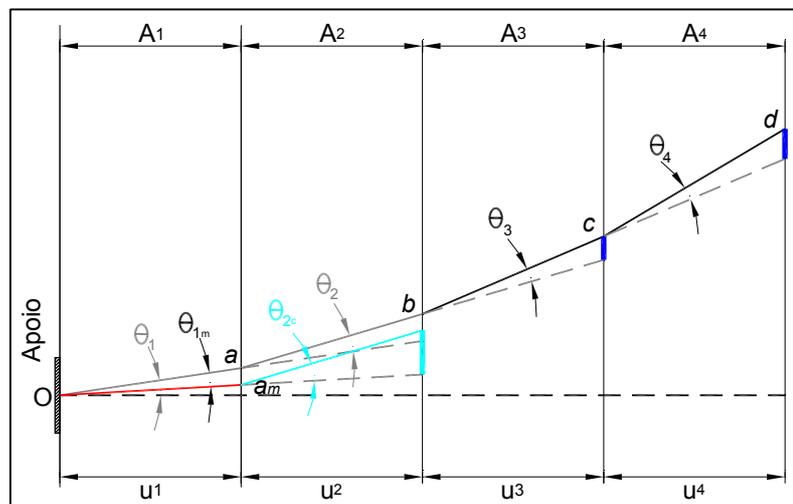


Figura 50 – Contra flecha corrigida para a aduela A₂.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

No caso da segunda aduela subsequente, o novo valor da contra flecha esta descrito na equação (50).

$$\begin{aligned} \theta_{3c} u_3 &= \theta_3 u_3 + \theta_2 (u_2 + u_3) + \theta_{1m} (u_1 + u_2 + u_3) - \theta_{2c} (u_2 + u_3) \\ \theta_{3c} &= \frac{\theta_3 u_3 + \theta_2 (u_2 + u_3) + \theta_{1m} (u_1 + u_2 + u_3) - \theta_{2c} (u_2 + u_3)}{u_3} \\ cf_3 &= \theta_{3c} u_3 \end{aligned} \quad (50)$$

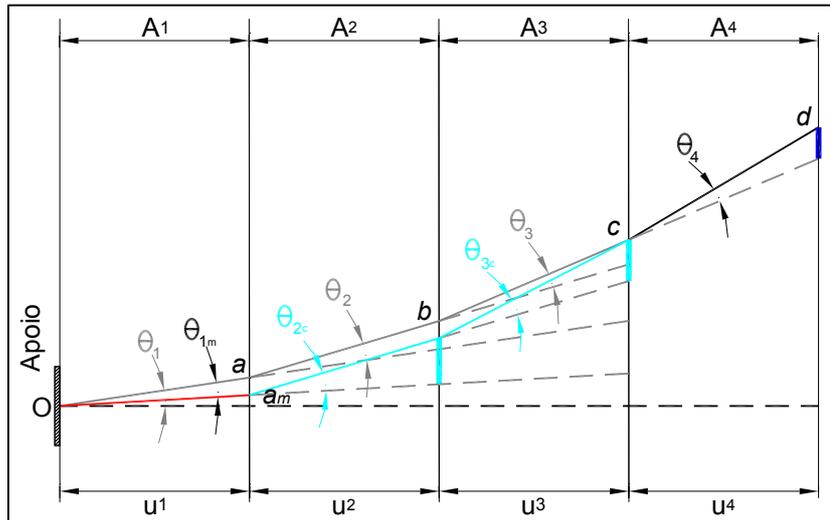


Figura 51 – Contra flecha corrigida para a aduela A3.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

Como no caso anterior, além dos trechos já corrigidos, a contra flecha da aduela seguinte também deverá ser corrigida para manter o plano inicialmente admitido. Essa nova contra flecha possui o valor da equação (51).

$$\begin{aligned} \theta_{4c} &= \theta_4 - \frac{\delta}{2u_3} \\ \theta_{4c} &= \theta_4 - \theta_{1m} \frac{u_1}{2u_3} \\ cf_4 &= \theta_{4c} u_4 \end{aligned} \quad (51)$$

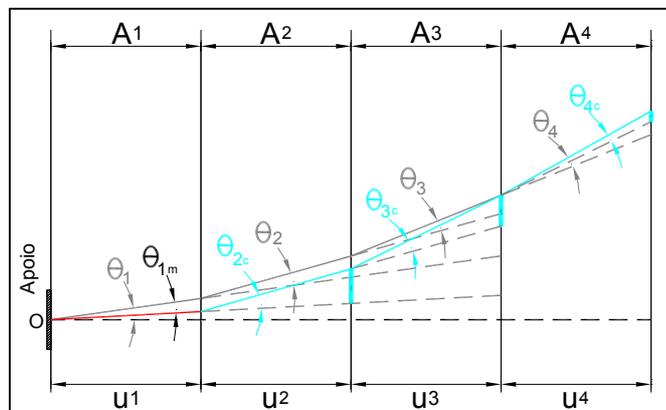


Figura 52 – Contra flecha corrigida para a aduela A4.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

4.2.2 Exemplo de Obras com aplicação de ajuste de contra flecha

Na execução das pontes em balanço sucessivo, é comum a aplicação de contra flechas e o ajuste desses valores para se adequar ao perfil de projeto. Além do método de correção geométrico sugerido por Oyamada³⁷, é possível aplicar métodos computacionais mais complexos.

- Ponte Octávio Frias de Oliveira

A ponte possui um arranjo estrutural diferenciado, apresenta dois decks com vigas curvas suspensas por um único pilar, que é composto por duas pernas com um layout X. O tabuleiro está ligado ao pilar por tirantes (Figura 53).



Figura 53 – Ponte Octávio Frias de Oliveira.
Fonte: MARCOS LEAL, 2008.

Nesta obra, Stucchi⁹ recomenda que o acompanhamento das deformações seja realizado através da realização de leituras de campo. A variação de temperatura influencia diretamente nos valores dessas leituras, assim, o levantamento dos dados deve ocorrer sempre no mesmo horário, de preferência entre 6 e 7 horas da manhã, em que os efeitos do calor são menores. A aplicação de contra flechas é realizada comparando sempre valores calculados com os levantados em campo. Quando há diferenças nas leituras realizadas a cada etapa, o modelo estrutural é adaptado para ser compatível com a construção real. Para essa obra, o principal objetivo foi analisar as deformações para controlar as forças que seriam aplicadas aos cabos nos estais.

- Complexo Anhanguera

Esse complexo é composto por três ramos, em que o principal deles é a ponte do ramo 900. Essa ponte possui dois vãos laterais de 100m e dois vãos centrais 125m (Figura 54). Seu diferencial é a execução do balanço em curva, com raio de 235m, resultando em grandes esforços de torção.



Figura 54 – Complexo Anhanguera.
Fonte: STUCCHI, 2010.

Neste projeto as recomendações sobre o acompanhamento das deformações e aplicação de contra flechas são os mesmos da Ponte Octávio Frias de Oliveira, devido à mesma equipe do projeto. Para esta obra, Stucchi^{8;17} indica que havendo diferenças entre as deformações, o modelo teórico é submetido a um processo de retroanálise, que assimila os dados levantados após a execução de cada aduela e aproxima a modelagem com a construção real.

- Ponte no Kaohsiung Science Park e National Highway

A utilização de outros métodos que integram simulação computacional e construção, também é aplicada por Lai e Wang²³. Eles utilizam os dados de controle de deformação para verificar e estimar as curvas reais de construção, aplicando o uso de método de análise de regressão linear. Com isso, novas deformações são estimadas e as contra flechas são ajustadas durante a execução.

- Ponte Pipiral

Localizada na Colômbia, entre Bogotá e Villavicencio, esta ponte possui 3 vãos centrais com 125m e um comprimento total de 500m. A seção transversal é uma viga caixão de célula única com paredes verticais.



Figura 55 – Ponte Pipiral.
Fonte: highestbridges, 2014.

Durante a construção, as deformações de quase todos os segmentos foram monitoradas e esses registros foram utilizados por Jung²⁰, para estudar os deslocamentos da estrutura. Apesar do excelente controle de qualidade na construção, a fluência e retração ocasionaram em erros de deformações em relação aos valores previstos. No estudo, os dados de deslocamentos da estrutura eram utilizados em um modelo para caracterizar o comportamento das deformações de acordo com o ocorrido na obra. Através do uso de redes neurais, as características do material eram obtidas e estimadas novas deformações para a estrutura. Essa simulação é diferente dos demais métodos de otimização de parâmetros, pois é aplicado a estruturas em geral, não necessitava de um modelo predefinido constitutivo, podendo ser aplicado à análise de quaisquer materiais. É um procedimento muito completo, inclusive, por permitir a análise das deformações em longo prazo.

4.3 MÉTODO PROPOSTO PARA AJUSTE DE CONTRA FLECHA

Utilizando o procedimento para estimativa de deformação através do método dos Mínimos Quadrados, é proposto um método para ajustar as contra flechas durante a execução da obra. Com os dados dos levantamentos de campo, o material da obra é caracterizado e as novas deformações são estimadas, readequando as contra flechas a nova configuração. A sequência das etapas do processo pode ser visto na Figura 56:

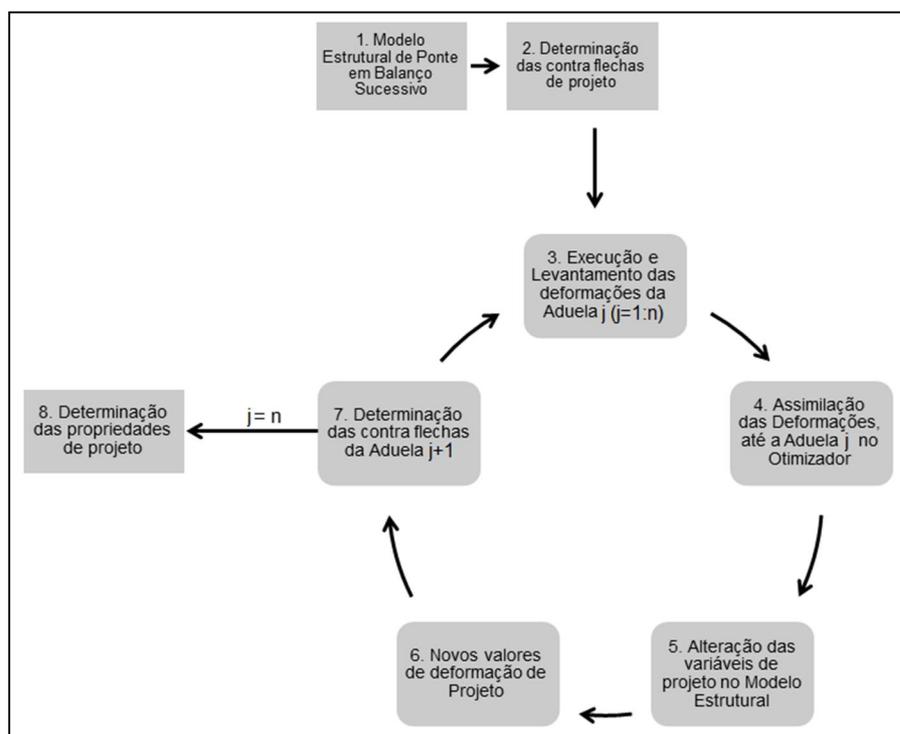


Figura 56 – Etapas para determinar as contra flechas aplicadas às aduelas, considerando os dados obtidos nos levantamentos de campo.

Fonte: Mariella Santos, 2014.

- 1. Modelo Estrutural de Ponte em Balanço Sucessivo: elaboração do modelo estrutural do projeto no SAP2000, extraindo a tabela de deslocamentos para o EXCEL.
- 2. Determinação das contra flechas de projeto: utilizando a sequência de cálculo baseada no método proposto adaptado, são determinadas as contra flechas iniciais aplicadas ao projeto.

As etapas de 3 a 7 compõem o processo iterativo, para correção das contra flechas após a execução de cada aduela, por isso o número de etapas de cálculo depende do número total de aduelas da estrutura.

- 3. Execução e Levantamento das deformações da Aduela j ($j=1:n$): a nova aduela é executada e os deslocamentos isolados ocorridos na estrutura até a execução desse segmento são apresentados. Com esses dados são calculados os deslocamento acumulados, pois a assimilação dos dados no otimizador utiliza essa informação acumulada. As Tabelas 10 e 11 mostram um exemplo dos deslocamentos isolados e dos deslocamentos acumulados, respectivamente, para execução até a terceira aduela.

Tabela 10 – Deslocamentos isolados após execução da aduela $j = 3$

Estágio	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4
1	y_{11}	-	-	-
2	y_{21}	y_{22}	-	-
3	y_{31}	y_{32}	y_{33}	-
4	-	-	-	-

Tabela 11 – Deslocamentos acumulados após execução da aduela $j = 3$

Estágio	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4
1	Y_{a11}	-	-	-
2	Y_{a21}	Y_{a22}	-	-
3	Y_{a31}	Y_{a32}	Y_{a33}	-
4	-	-	-	-

- 4. Assimilação dos Deslocamentos, até a Aduela j , no Otimizador: essa etapa utiliza o processo de otimização desenvolvido no MATLAB para o cálculo de deformações apresentado no Capítulo 3. Assim, os dados das deformações dos levantamentos de campo são assimilados no MATLAB e o erro das diferenças de deformação são minimizados para obtenção das novas variáveis de projeto, f_{ck} e R_H , que possuem características próximas ao do concreto aplicado em obra (Figura 57). Esse procedimento utiliza um arquivo de extensão *.tpl que deve ser gerado através do arquivo *. $\$2k$ que é obtido no modelo do SAP2000. Com esse arquivo o MATLAB pode identificar as variáveis de projeto e obter os valores que minimizam as diferenças entre os deslocamentos.

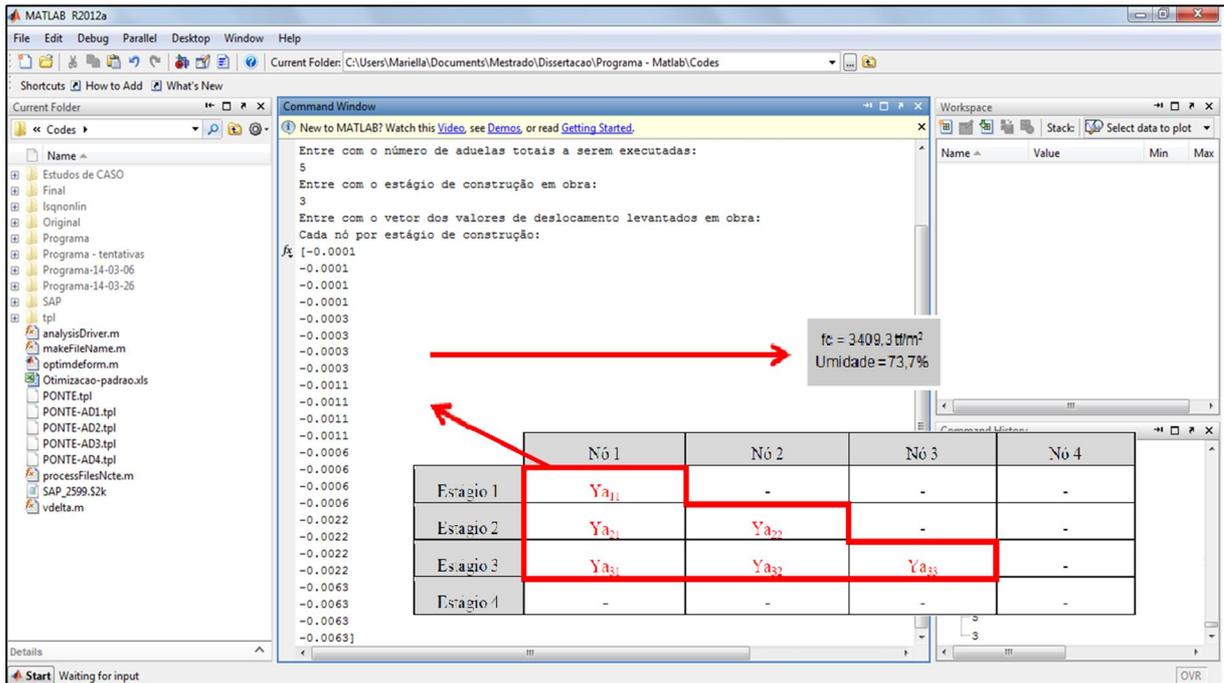


Figura 57 – Assimilação dos dados levantados em obra e obtenção das novas variáveis de projeto até a execução da aduela 3.
 Fonte: Mariella Santos, 2014.

- 5. Alteração das variáveis de projeto no Modelo Estrutural: as novas variáveis de projeto são aplicadas ao modelo estrutural de projeto, para que o material utilizado na modelagem seja uma melhor representação da realidade (Figura 58 e Figura 59).

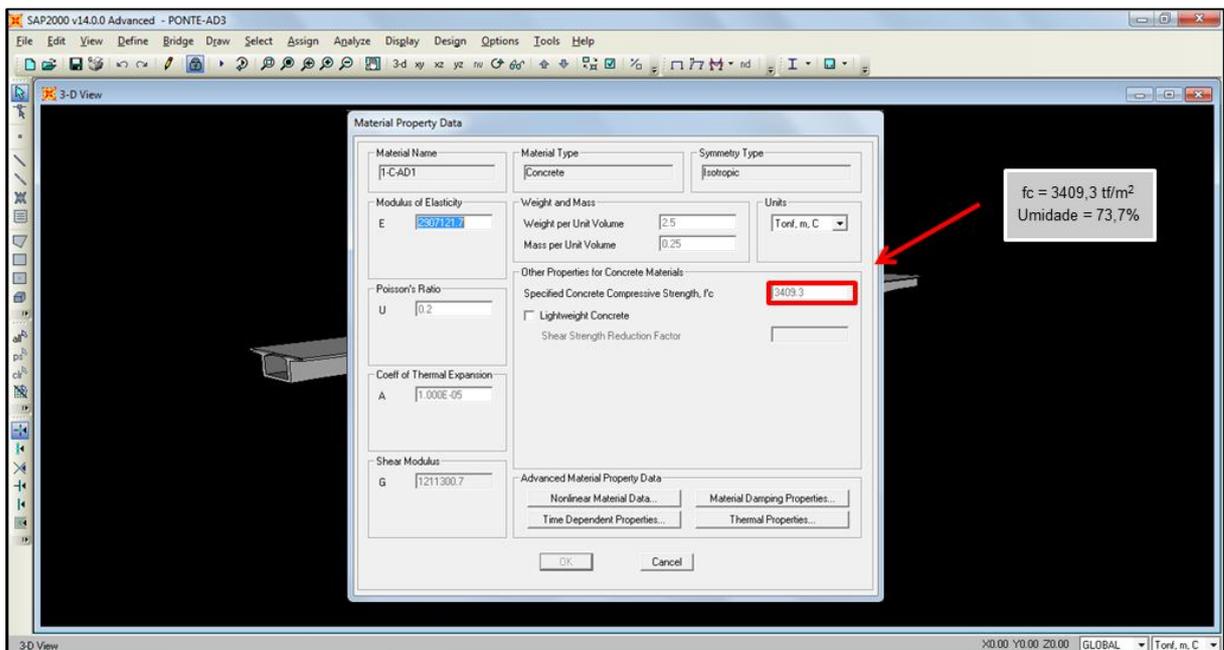


Figura 58 – Modificação do valor do f_c no simulador estrutural.
 Fonte: Mariella Santos, 2014.

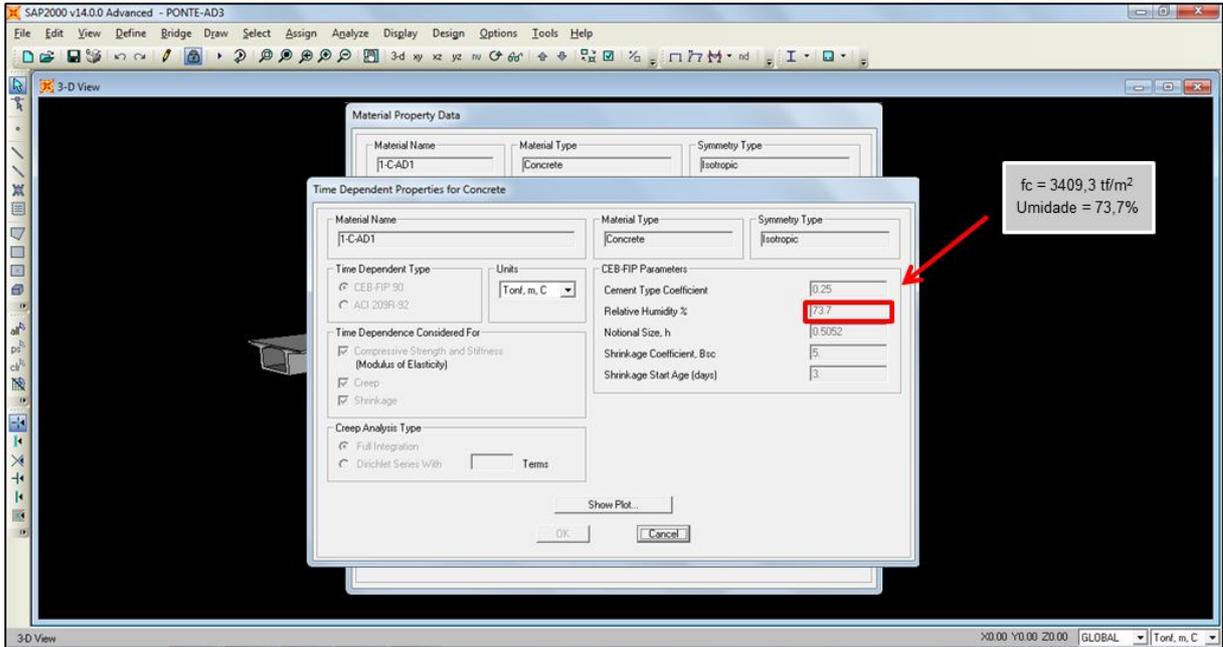


Figura 59 – Modificação do valor da RH no simulador estrutural.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

- 6. Novos valores de deformação de Projeto: realizado o ajuste no modelo estrutural do projeto é obtida uma nova configuração dos deslocamentos acumulados estimados para toda a estrutura (Tabela 12);

Tabela 12 – Deslocamentos acumulados estimados ajustados no modelo estrutural após execução da aduela $j = 3$

Estágio	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
1	Y_{a11}	-	-	-	-
2	Y_{a21}	Y_{a22}	-	-	-
3	Y_{a31}	Y_{a32}	Y_{a33}	-	-
4	Y_{a41}	Y_{a42}	Y_{a43}	Y_{a44}	-
5	Y_{a51}	Y_{a52}	Y_{a53}	Y_{a54}	Y_{a55}

- 7. Determinação das contra flechas da Aduela $j+1$: na Tabela 13 são apresentados os deslocamentos isolados considerando os novos deslocamentos estimados (preto), as deformações que já ocorreram na estrutura (vermelho) e o prolongamento tangencial para os nós que serão posteriormente executados (cinza).

Tabela 13 – Deslocamentos isolados ocorridos e estimados após execução da aduela $j = 3$

Estágio	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
1	y_{11}	(y_{12})	(y_{13})	(y_{14})	(y_{15})
2	y_{21}	y_{22}	(y_{23})	(y_{24})	(y_{25})
3	y_{31}	y_{32}	y_{33}	(y_{34})	(y_{35})
4	y_{41}	y_{42}	y_{43}	y_{44}	(y_{45})
5	y_{51}	y_{52}	y_{53}	y_{54}	y_{55}

Assim, é possível obter o deslocamento acumulado total incluindo as deformações ocorridas e estimadas da Tabela 14, utilizando a equação (39).

Tabela 14 – Deslocamento acumulado total após execução da aduela $j = 3$

	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
Deslocamento Acumulado Total	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5

Utilizando as equações (44) e (45) é possível calcular as contra flechas relativas (azul) e o prolongamento tangencial delas (cinza). Porém é importante considerar nesses cálculos que até a aduela executada, os valores da contra flecha foram aplicados aos nós anteriores e devem ser mantidos (vermelho). Isto pode ser visto na Tabela 15.

Tabela 15 – Determinação das contra flechas relativas a serem aplicadas para a execução da aduela $j = 4$

Estágio	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
1	cf_{11}	(cf_{12})	(cf_{13})	(cf_{14})	(cf_{15})
2	-	cf_{22}	(cf_{23})	(cf_{24})	(cf_{25})
3	-	-	cf_{33}	(cf_{34})	(cf_{35})
4	-	-	-	cf_{44}	(cf_{45})
5	-	-	-	-	cf_{55}

- **8. Determinação das propriedades de projeto:** com a execução da última aduela, as correções não podem mais ser realizadas e os parâmetros finais obtidos permitem caracterizar o material aplicado na obra.

A utilização desses parâmetros finais como caracterização do material serve apenas para prever e acompanhar as deformações que a estrutura poderá desenvolver, visto que este procedimento não considera o estudo das deformações a longo prazo.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Um caso sintético foi aplicado ao estudo proposto. A obra analisada foi uma ponte executada em balanço sucessivo, apresentado por Oyamada³⁷, que sugere a correção de contra flecha pelo método geométrico. As correções geométricas foram reproduzidas para este estudo e os resultados comparados com o procedimento proposto.

5.1 DESCRIÇÃO DO CASO SINTÉTICO

5.1.1 Geometria da Ponte

A ponte possui extensão de 100m, dividida em três vãos de 25m, 50m e 25m, cada (Figura 60). Os vãos foram divididos em cinco aduelas com comprimentos diferentes, duas aduelas com 4m e três aduelas com 5m.

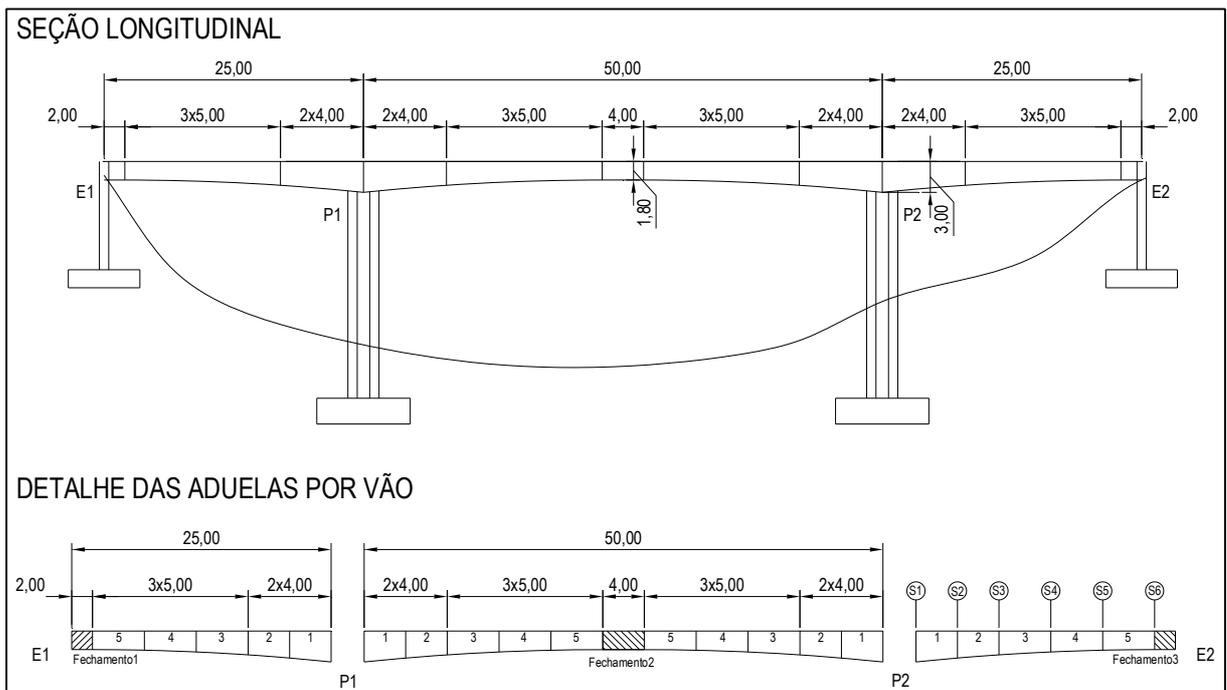


Figura 60 – Seção longitudinal da ponte e detalhe das aduelas.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

No vão central, uma aduela de fechamento possuindo 4m de comprimento, faz a ligação entre os balanços originados dos apoios. Próximo aos encontros da ponte, também existem aduelas de fechamento com 2m, que fazem a ligação entre os balanços dos apoios e dos encontros. A largura do tabuleiro é de 7,50m e a seção transversal das aduelas é variável, podendo ser vista na Figura 61.

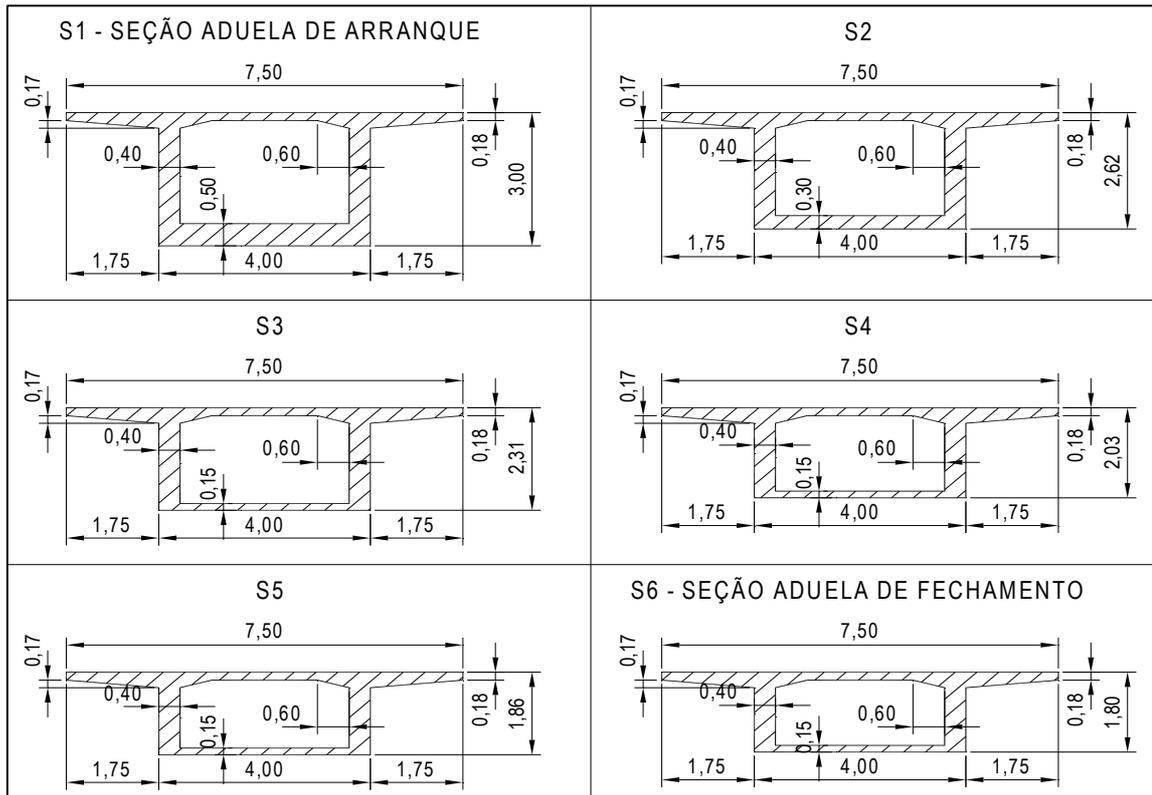


Figura 61 – Seção transversal das aduelas.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

A distribuição das cordoalhas para protensão está dividida em dois conjuntos, na parte superior e inferior da seção. Na Tabela 16, pode-se observar a distribuição longitudinal das armaduras, pois é necessário saber quais os cabos que passam pelas aduelas, além de saber em que pontos estes devem ser ancorados.

Tabela 16 – Configuração superior e inferior dos cabos de protensão, longitudinalmente.

		ADUELAS													
		6	5	4	3	2	1	pilar	1	2	3	4	5	6	
CABOS SUPERIORES	cabo 1														
	cabo 2														
	cabo 3														
	cabo 4														
	cabo 5														
	cabo 6														
	cabo 7														
CABOS INFERIORES	cabo 1														
	cabo 2														
	cabo 3														
	cabo 4														
	cabo 5														
	cabo 6														
	cabo 7														

Legenda:

- Cabos protendidos por ambos os lados
- Cabos protendidos somente por um lado

5.1.2 Materiais

As características dos materiais utilizados no projeto são descritos abaixo:

- Resistência característica: $f_{ck} = 30\text{MPa}$
- Cimento de endurecimento normal: $\alpha = 2$
- Umidade Relativa: $RH = 70\%$
- Aço de Protensão: CP190RB
- Cabos: $10 \phi 12.5\text{mm}$

5.1.3 Carregamentos

No modelo foram aplicados quatro carregamentos e considerados os efeitos dependentes do tempo, fluência e retração.

- Cargas Permanentes – Peso Próprio: Carga devido ao peso da estrutura (volume de concreto x densidade do concreto).
- Cargas Permanentes – Protensão: Carga aplicada para tracionar as cordoalhas. O valor da carga aplicado foi 2888kN.
- Forma de concretagem: A presença da forma, juntamente com a treliça, exerce uma força vertical de 200kN, além de um momento de 400kNxm para as aduelas 1 e 2, pois a excentricidade do carregamento vertical é de 2m, e 500kNxm para as demais aduelas, devido à excentricidade de 2,5m (Figura 62). Entretanto, os deslocamentos causados pela deformação da treliça não são considerados.

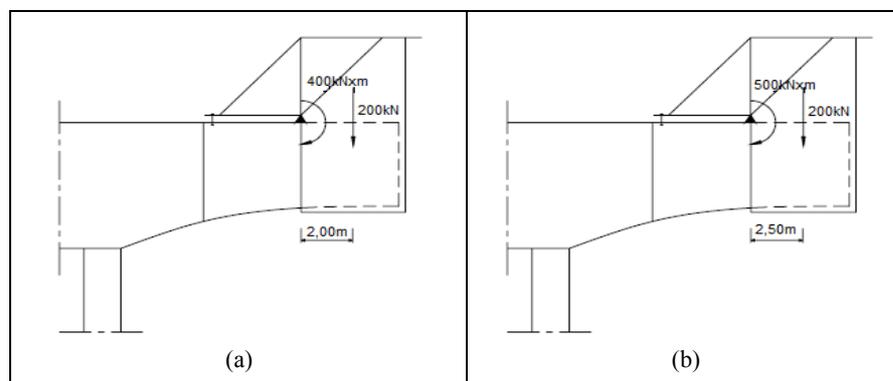


Figura 62 – Carregamento devido à forma de concretagem.
Fonte: Mariella Santos, 2014.

- Peso do concreto fresco: Carga devido ao peso do concreto, aplicado à aduela anterior, somente, durante a fase da concretagem. É uma carga temporária, pois assume o valor de permanente após o endurecimento do concreto da aduela.
- Fluência e Retração: A fluência e retração são calculadas para o modelo através da norma CEB-FIP, que são determinadas no programa através da influência no concreto e no aço.

5.1.4 Estágios de Construção

A principal característica desse tipo de obra é a execução em etapas construtivas. Um cronograma com as fases de execução foi estabelecido e pode ser visto na Tabela 17, em que cada coluna corresponde a 1 mês.

Tabela 17 – Cronograma de execução da obra

	MÊS					
	1	2	3	4	5	6
Aduela 1						
Aduela 2						
Aduela 3						
Aduela 4						
Aduela 5						
Aduela de Fechamento						

Para a análise, os estágios de construção foram definidos fazendo as seguintes considerações:

- Estágio 1: é ativada a geometria da primeira aduela com os carregamentos de peso próprio da aduela e a protensão do cabo C1; além disso, também é ativado o carregamento da forma de concretagem e o peso do concreto fresco da aduela 2.
- Estágio 2 ao 5: é desativado o carregamento da forma da aduela e do concreto fresco; e ativada a geometria da aduela executada (2 a 5), juntamente com o peso próprio e a protensão do cabo ancorado na aduela executada; também são ativados o peso da forma e o peso do concreto molhado da aduela seguinte.
- Estágio 6: é desativado o carregamento da forma e do concreto fresco da aduela 5; e ativada a geometria da aduela de fechamento, juntamente com o peso próprio e a protensão do cabo.
- Estágio 7, 8 e 9: são estágios para verificação das deformações ao longo de 3, 5 e 30 anos, respectivamente. O estudo não considera os deslocamentos desses estágios para análise, pois o procedimento só é aplicado ao processo executivo.

Com todos os ajustes e conferências para que o modelo se adeque ao máximo a realidade, ele pode ser submetido à análise e verificado os seus resultados. A contra flecha inicial aplicada a obra foi

determinada utilizando a metodologia para cálculo de contra flechas (ANEXO C), e os resultados são apresentados na Tabela 18.

Tabela 18 – Contra flecha inicial de projeto (cm)

	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
Contra Flecha	$cf_{11} = 0,12$	$cf_{22} = 0,30$	$cf_{33} = 0,74$	$cf_{44} = 1,30$	$cf_{55} = 2,48$

5.2 OBTENÇÃO DOS DADOS DOS DESLOCAMENTOS REAIS

Assim, como na validação do programa otimizador, os dados do levantamento de campo foram obtidos com a simulação de dois pares de f_{ck} e RH, diferentes dos considerado originalmente em projeto, conforme apresentado abaixo:

- Caso A: $f_{ck} = 36\text{MPa}$; RH = 80%.
- Caso B: $f_{ck} = 26\text{MPa}$; RH = 60%.

5.2.1 Caso A

Os dados dos deslocamentos isolados ocorridos na estrutura foram obtidos considerando o $f_{ck} = 36\text{MPa}$ e RH = 80%, e estão apresentados na Tabela 19, onde deformação vertical abaixo do greide de projeto é negativa.

Tabela 19 – Deslocamentos isolados da estrutura em cada estágio para o Caso A (cm)

Estágio	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
1	$y_{11} = -0,01$	-	-	-	-
2	$y_{21} = -0,02$	$y_{22} = -0,11$	-	-	-
3	$y_{31} = -0,03$	$y_{32} = -0,11$	$y_{33} = -0,63$	-	-
4	$y_{41} = -0,04$	$y_{42} = -0,17$	$y_{43} = -0,50$	$y_{44} = -1,95$	-
5	$y_{51} = -0,01$	$y_{52} = -0,06$	$y_{53} = -0,18$	$y_{54} = -0,38$	$y_{55} = -2,83$

Considerando que os dados seriam obtidos a cada estágio, a determinação de novos valores de f_{ck} e RH foram realizado em cada etapa, e estimada as novas deformações de projeto e correções das contra flechas. A Tabela 20 apresenta um quadro resumo da evolução das variáveis de projeto encontradas após a execução de cada estágio.

Tabela 20 – Valores de f_{ck} e RH para o Caso A

Estágio	f_{ck} (MPa)	RH (%)
1	30	70
2	30	70
3	33,45	73,7
4	38,13	75,7
5	32,23	83,7

Um comparativo com as contra flechas corrigidas e as determinadas em projeto foi realizado. Além disso, com os dados obtidos, uma tentativa da aplicação do método geométrico descrito por Oyamada foi submetido à análise. Na Tabela 21, segue os valores finais das contra flechas com correções e comparadas com as contra flechas de projeto.

Tabela 21 – Contra flecha de projeto e corrigidas para o Caso A (cm)

	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
Contra Flecha Projeto	$cf_{11} = 0,12$	$cf_{22} = 0,30$	$cf_{33} = 0,74$	$cf_{44} = 1,30$	$cf_{55} = 2,48$
Procedimento proposto	$cf_{11} = 0,12$	$cf_{22} = 0,30$	$cf_{33} = 0,69$	$cf_{44} = 1,12$	$cf_{55} = 2,17$
OYAMADA	$cf_{11} = 0,12$	$cf_{22} = 0,32$	$cf_{33} = 1,00$	$cf_{44} = 2,35$	$cf_{55} = 5,40$

Mesmo com a aplicação das contra flechas, acontecerá uma deformação residual que corresponde a posição da aduela após a execução do último estágio de construção. Esse valor pode ser visto na Tabela 22.

Tabela 22 – Deformações residuais para o Caso A (cm)

	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
Contra Flecha Projeto	$Z_{51} = 0,01$	$Z_{52} = 0,07$	$Z_{53} = 0,24$	$Z_{54} = 0,51$	$Z_{55} = 1,01$
Procedimento proposto	$Z_{51} = 0,01$	$Z_{52} = 0,07$	$Z_{53} = 0,19$	$Z_{54} = 0,23$	$Z_{55} = 0,19$
OYAMADA	$Z_{51} = 0,01$	$Z_{52} = 0,09$	$Z_{53} = 0,55$	$Z_{54} = 2,15$	$Z_{55} = 6,91$

Com os dados obtidos é possível verificar o percentual da deformação residual, Z_{nj} , em relação à deformação acumulada total ocorrida na estrutura, Y_j , (Tabela 23).

Tabela 23 – Comparação das deformações residuais com a deformação acumulada total para o Caso A (%)

	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
Contra Flecha Projeto	9,09	14,89	15,38	13,21	12,02
Procedimento proposto	9,09	14,89	12,18	5,96	2,26
OYAMADA	9,09	19,15	35,26	55,70	82,26

Todas as etapas de cálculo para a determinação das contra flechas e comparação dos resultados podem ser encontrados nos ANEXOS D, E e F.

5.2.2 Caso B

Para este caso, os dados dos deslocamentos isolados da estrutura foram obtidos com a utilização do $f_{ck} = 26\text{MPa}$ e $RH = 60\%$, e pode ser visto na Tabela 24, em que deformação vertical abaixo do greide de projeto é negativa.

Tabela 24 – Deslocamentos isolados da estrutura em cada estágio para o Caso B (cm)

Estágio	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
1	$y_{11} = -0,01$	-	-	-	-
2	$y_{21} = -0,02$	$y_{22} = -0,14$	-	-	-
3	$y_{31} = -0,03$	$y_{32} = -0,14$	$y_{33} = -0,77$	-	-
4	$y_{41} = -0,05$	$y_{42} = -0,21$	$y_{43} = -0,64$	$y_{44} = -2,38$	-
5	$y_{51} = -0,02$	$y_{52} = -0,08$	$y_{53} = -0,25$	$y_{54} = -0,51$	$y_{55} = -3,42$

Como no caso A, os dados, também, seriam obtidos a cada estágio, a determinação de novos valores de f_{ck} e RH foi realizada em cada etapa, e estimada as novas deformações de projeto e correções das contra flechas. Estes resultados podem ser vistos na Tabela 25.

 Tabela 25 – Valores de f_{ck} e RH para o Caso B

Estágio	f_{ck} (MPa)	RH (%)
1	30	70
2	20,56	44,5
3	21,45	51,7
4	24,69	50
5	24,69	50

Também foi feito comparativo com as contra flechas corrigidas e as determinadas em projeto. A aplicação do método geométrico descrito por Oyamada, novamente, foi realizada e submetida à análise. A comparação entre os valores finais das contra flechas com correções e das contra flechas de projeto, são apresentados na Tabela 26.

Tabela 26 – Contra flecha de projeto e corrigidas para o Caso B (cm)

	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
Contra Flecha Projeto	$cf_{11} = 0,12$	$cf_{22} = 0,30$	$cf_{33} = 0,74$	$cf_{44} = 1,30$	$cf_{55} = 2,48$
Procedimento proposto	$cf_{11} = 0,12$	$cf_{22} = 0,30$	$cf_{33} = 1,01$	$cf_{44} = 1,23$	$cf_{55} = 2,60$
OYAMADA	$cf_{11} = 0,12$	$cf_{22} = 0,32$	$cf_{33} = 1,06$	$cf_{44} = 2,60$	$cf_{55} = 6,05$

Assim, como no Caso A, a deformação residual corresponde a posição da aduela após a execução do último estágio de construção e é apresentado na Tabela 27.

Tabela 27 – Deformações residuais para o Caso B (cm)

	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
Contra Flecha Projeto	$Z_{51} = -0,01$	$Z_{52} = -0,05$	$Z_{53} = -0,18$	$Z_{54} = -0,41$	$Z_{55} = -0,81$
Procedimento proposto	$Z_{51} = -0,01$	$Z_{52} = -0,05$	$Z_{53} = 0,09$	$Z_{54} = 0,06$	$Z_{55} = -0,01$
OYAMADA	$Z_{51} = -0,01$	$Z_{52} = -0,03$	$Z_{53} = 0,19$	$Z_{54} = 1,61$	$Z_{55} = 6,42$

Na Tabela 28, o percentual da deformação residual, Z_{nj} , em relação à deformação acumulada total ocorrida na estrutura, Y_j .

Tabela 28 – Comparação das deformações residuais com a deformação acumulada total para o Caso B (%)

	Nó 1	Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
Contra Flecha Projeto	7,69	8,47	9,09	8,58	7,93
Procedimento proposto	7,69	8,47	4,55	1,26	0,10
OYAMADA	7,69	5,08	9,60	33,68	62,83

Nos ANEXOS G, H e I, são mostradas todas as seqüências de cálculo para obtenção dos resultados apresentados.

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 CONCLUSÕES

Os resultados obtidos neste trabalho permitem apresentar as seguintes conclusões:

- 1) A execução de uma estrutura pelo método do balanço sucessivo exige o controle das contra flechas e as devidas correções para atender o perfil de projeto. A realização dessas correções necessita estimar as deformadas na estrutura de maneira a obter deformações com valores próximos da realidade, e o procedimento proposto através do processo de otimização pelo método dos Mínimos Quadrados consegue caracterizar, adaptativamente, o material utilizado em obra de maneira a aproximar as deformadas estimadas dos valores medidos.
- 2) Como as análises foram em um caso sintético, o material real aplicado era conhecido e pode-se verificar que quanto mais dados eram assimilados ao problema, os parâmetros que caracterizavam o concreto se assemelhavam ao material da obra. Assim, esta ferramenta permite que o concreto utilizado seja melhor caracterizado nos simuladores estruturais, através de um processo de aprendizagem dos parâmetros que definem o material.
- 3) Com a caracterização do material e a aplicação de um método de cálculo de contra flecha com as devidas correções, é possível executar a obra e obter um perfil próximo ao solicitado em projeto. Para o procedimento proposto, é visto que no caso sintético, as primeiras iterações apresentam valores de deformações residuais que correspondem a 10% do valor da deformação total ocorrida na estrutura. Quanto mais dados de campo são assimilados ao problema essa deformada é melhor caracterizada, apresentando valores de resíduo da deformação abaixo de 5% do valor da deformação total. Ao compararmos com as contra flechas iniciais de projeto é possível verificar que os resíduos obtidos são menores quando é realizada a correção pelo procedimento proposto.
- 4) É importante destacar que este procedimento permite encontrar parâmetros que caracterizam o material adaptativamente e que se adequam as equações matemáticas utilizadas para o cálculo das deformações. Desta forma, o processo considera as variáveis que definem o concreto, não considerando erros construtivos.
- 5) A metodologia corretiva de Oyamada deve ser aplicada nos casos em que ocorreram erros grosseiros de construção, por isso não deve ser aplicada como uma metodologia iterativa. Por essa razão, os resultados obtidos na reprodução do método não foram bons, pois essa metodologia não é utilizada para caracterização do material em cada fase construtiva.

6) É importante destacar que toda a análise foi realizada para o período construtivo, fase esta que permite ajustes à medida que o material é melhor caracterizado. Com os resultados finais obtidos nesse estudo é possível somente acompanhar as deformações ao longo do tempo. Para análise mais completa, é necessária a aplicação de modelos matemáticos que consigam caracterizar melhor os fenômenos de fluência e retração, que são responsáveis pelas deformações ocorridas ao longo dos anos.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Algumas recomendações são sugeridas para aperfeiçoar o procedimento desenvolvido.

1) A análise ao longo do tempo precisa ser aplicada neste trabalho para determinar o comportamento da estrutura durante o período de utilização. Assim, a implementação de métodos matemáticos que consigam reproduzir os fenômenos de fluência e retração pode ser uma ferramenta para prever essas deformações com uma precisão mais efetiva e melhorar o desenvolvimento do projeto de estruturas em balanço sucessivo. Um desses métodos matemáticos pode ser a metodologia desenvolvida por Bazant^{6, 7}, entretanto, outros modelos matemáticos também podem ser avaliados.

2) Nos estudos de Jung²⁰, a análise com assimilação de dados foi realizada sem limitar-se a um simulador computacional, o que permitiu uma maior flexibilidade quanto ao estudo do material aplicado. Desta forma, é sugerido que a análise de um modelo computacional que não esteja associado a um software comercial possa ser incorporado ao procedimento, para o cálculo das deformações estimadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ANDRADE, Joaquim Correia Xavier de; DIAS, Sérgio Barros do Rego; ANDRADE, Tibério Wanderley Correia de Oliveira; SILVA, Ângelo Just da Costa e. **Apostila Resumitiva da Disciplina Construção Civil I. Parte II: Concreto**. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 1998, 30p.
- [2] ANDRADE, Tibério Wanderley Correia de Oliveira. **Apostila da Disciplina Materiais de Construção 1A. Aço para concreto armado**. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004.
- [3] ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado, volume 1**. 2ª ed., Rio Grande: Dunas, 2003, 222 p.
- [4] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA das EMPRESAS de SERVIÇOS de CONCRETAGEM do BRASIL – ABESC –. **Manual do Concreto Dosado em Central**. São Paulo, 2007, 35p.
- [5] BARDELLA, Paulo Sérgio; BARBOSA Denise Cristina. **Estudo da Permeabilidade ao ar em Concretos produzidos com Cimento Portland de alto-forno submetidos a diferentes procedimentos de Cura**, Campinas: UNICAMP, 2006. Disponível em: <http://www.cori.unicamp.br/jornadas/completos/UNICAMP/artigo_Bardella_Barbosa.doc>. Acesso em: 13 04 2009.
- [6] BAZANT, Zdenek P. **Theory of Creep and Shrinkage in 'Concrete Structures: A ·Precis of Recent Developments**. Mechanics Today, Vol. 2, Pergamon Press, New York, 1975, 93p.
- [7] _____. **Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete**. 1ª ed. Canadá: John Wiley & Sons, Inc., 1988, 215p.
- [8] BERGER, Daniel, WAIMBERG, Marcelo, STUCCHI, Fernando Rebouças. **Design and Executive Control of three curved box girder bridges in São Paulo**, 3rd fib International Congress and Exhibition– 2010. Washington, 2010.
- [9] BERGER, Daniel, STUCCHI, Fernando Rebouças, HERNANDO, Cândido, RIBEIRO, Catão Francisco. **Executive Control Cable-Stayed Bridge Octávio Frias de Oliveira**. FIB Symposium, 2009 - Concrete: 21st Century Superhero. Londres, 2009
- [10] BRIDGES & TUNNELS OF ALLENGHENY COUNTRY & PITTSBURG. **Bridge Basics: A Spotter's Guide to Bridge Design**. Disponível em:<<http://pghbridges.com/basics.htm>>. Acesso em: 05 04 2009.

- [11] CHAPMAN, Stephen J. **Programação em MATLAB para engenheiros**, Tradução: Flávio Soares Correa da Silva. 1ª ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003, 477p.
- [12] COMITE EURO-INTERNATIONAL du BETON – CEB, FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎTE – FIP. **CEB-FIP Model Code 1990. Design Code**. Lausanne: CEB, 1993, 437p.
- [13] COMPUTERS AND STRUCTURES, **Getting Startes with SAP2000 Linear and Nonlinear Static and Dynamic Analysis and Design of Three-Dimensional Structures**. Berkeley: Computers and Structures, Inc., 2009, 60p.
- [14] _____. **Introduction to SAP2000/Bridge**. Berkeley: Computers and Structures, Inc., 2009, 41p.
- [15] CURSO DE ARQUITETURA E URBANISMO DA UFSC. **Trabalhos 2003.1: Pontes**. Disponível em:< http://www.arq.ufsc.br/arq5661/trabalhos_2003-1/pontes/index.htm>. Acesso em: 19 04 2009.
- [16] EQUIPE DE FURNAS, Laboratório de Concreto. **Concretos – Ensaios e Propriedades**. São Paulo: PINI Ltda., 1997.
- [17] FARIA, Renato. Trevo Anhanguera: Método de balanços sucessivos viabilizou execução de parte da estrutura de viadutos sobre a Marginal do Tietê, na chegada da rodovia Anhanguera, em São Paulo. **Revista Techne**, São Paulo, Ano 17, Edição 150, setembro 2009.
- [18] HANAI, João Bento de. **Fundamentos de Concreto Protendido**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, 2005, 116p.
- [19] HIGHAM, Desmond J, HIGHAM, Nicholas J. **MATLAB Guide**. 2ª ed. Philadelphia: SIAM, 2005, 382p.
- [20] JUNG, Sungmoon. **Field Calibration of time dependente behavior in segmental bridges using self-learning simulation**. Tese de Doutorado, University of Illinois at Urbana-Champaign - Graduate College of the Civil and Environmental Engineering, Illinois, 2004, 140p.
- [21] KALINTZIS, Cassiana Augusto; KUPERMAN, Selmo Chapira. Fluência e Retração por Secagem de Concreto de Elevada Resistência. **Revista Concreto**, São Paulo, Ano XII, Edição 38, março/abril/maio 2005, 58 – 63p.

- [22] KUPERMAN, Selmo Chapira. Considerações sobre fluência de concretos. **Revista Techne**, São Paulo, Ano 15, Edição 125, agosto 2007, 58 – 63p.
- [23] LAI, Jin-Hua; WANG, Wei-Lin. **Study on Pre-camber Control for Overpass Bridge: Balanced Cantilever Bridge as an Example**. 2010
- [24] LEONHARDT, Fritz. **Construção de concreto: vol. 5: Concreto Protendido**, Tradução: João Luís Escosteguy Merino. 2ª ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1983, 316p.
- [25] _____. **Construção de concreto: vol. 6: princípios básicos da construção de pontes de concreto**, Tradução: João Luís Escosteguy Merino. 1ª ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1979, 241p.
- [26] LEPIKSON, Daniel; GONZÁLES, Franklin; SOUZA, Lusimélia R.; PIZA, Márcio A. Toledo; BIRAL, Vanderson A. e SVERZUTI, Walter. **Pontes em Consolos Sucessivos**. Trabalho de Conclusão do Curso de Graduação de Engenharia Civil – Faculdade de Engenharia São Paulo, São Paulo, 2003, 145p.
- [27] LUCKO, Gunnar. **Means and Methods Analysis of a Cast-In-Place Balanced Cantilever Segmental Bridge: The Wilson Creek Bridge Case Study**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Faculty of Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg, Virginia, 1999, 289p.
- [28] MATHIVAT, Jacques. **The cantilever construction of prestressed concrete bridges**. 3ª ed. New York: A Wiley- Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc, 1983, 341p.
- [29] MENN, Christian. **Prestressed Concrete Bridge**. Traduzido por: Paul Gauvreau. 1a ed. Boston: Basel, 1990, 535p.
- [30] MATHWORKS, **Optimization Toolbox™ User's Guide**. Massachusetts: The MathWorks, Inc., 2013, 276p.
- [31] MIDASOFT. **Getting Started – MIDAS/Civil**. Livonia: MIDASoft Inc., 2006, 238p.
- [32] _____. **Tutorial 4 – MIDAS/Civil**. Livonia: MIDASoft Inc., 2006, 48p.
- [33] _____. **Tutorial 5 – MIDAS/Civil**. Livonia: MIDASoft Inc., 2006, 46p.
- [34] MORRISSEY, Michael. **HowStuffWorks – Como funcionam as pontes**. Disponível em:<<http://ciencia.hsw.uol.com.br/pontes.htm>>. Acesso em: 05 04 2009.

- [35] NAKAMURA, Juliana. Protensão em Lajes. **Equipe de Obra**, São Paulo, Ano 3, Edição 14, novembro/dezembro 2007, 26-32p.
- [36] ODEBRECHT. **Relatório das pontes em balanço sucessivo: Ferrovia Norte-Sul, Lote 6**. Odebrecht, 2007, 196p
- [37] OYAMADA, Rui Nobhiro. **Controle de Flecha e Adaptação por Fluência em Pontes Construídas pelo Método do Balanço Sucessivo**. Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – Departamento de Estruturas e Fundações, São Paulo, 2004, 182p.
- [38] PAIM, Oswaldo Duarte. **Projeto e Dimensionamento de Pontes em Balanços Sucessivos**. Anais da Associação Brasileira de Pontes e Estruturas – Seminário de Concreto Protendido. vol.1. Rio de Janeiro, 1983, 123-206p.
- [39] PODOLNY, Walter. Jr.; MULLER, Jean M. **Construction and Design of Prestressed Concrete Segmental Bridges**. 1ª ed. Canadá: John Wiley & Sons, Inc., 1982, 205-208 e 482-487p.
- [40] PORTAL APRENDE BRASIL. **Arquitetura em Cálculos: Pontes: tipos principais e como funcionam**. Tiago Haus Disponível:< <http://www.aprendebrasil.com.br/especiais/niemeyer/inicio.asp?arquitetura=4#>>. Acesso em: 13 04 2009.
- [41] SANTOS, Mariella Falcão de Lima Oliveira. **Projeto e Execução de Pontes em Balanços Sucessivos**. Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação de Engenharia Civil – Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009, 60p.
- [42] SERVICE D'ETUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES - SETRA. **Design Guide – Prestressed concrete bridges built using the cantilever method**. Paris: SETRA, 2007, 290p.
- [43] SORIANO, Humberto Lima e LIMA, Silvio de Souza. **Análise de Estruturas – Método das Forças e Método dos Deslocamentos**. 2a ed. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2006, 388p.
- [44] TAGUTI, Yzumi. **Notas de Aula de Pontes de Concreto**. Guaratinguetá: Universidade Estadual Paulista, 2002, 101p.
- [45] VERÍSSIMO, Gustavo de Souza; CÉSAR, Kléos M. Lenz Jr. **Concreto Protendido: Fundamentos Básicos**. 4ª edição. Viçosa: Universidade Feral de Viçosa, 1998, 73p.

[46] _____. **Concreto Protendido: Perdas de Protensão**. 4ª edição. Viçosa: Universidade Feral de Viçosa, 1998, 36p.

ANEXO A – CÓDIGO FONTE DE PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO DESENVOLVIDO NO MATLAB

```

% Script file: optimdeform.m
%
% Proposta:
% O programa foi desenvolvido para otimizar a diferença entre as
% deformações de um projeto com as deformações ocorridas em campo, de
% maneira a achar os parâmetros (fck e H) que possam reajustar o projeto
% para que se aproxime da realidade
%
% Revisões do programa:
%      Data          Programador          Descrições das Revisões
%      -----          -
%      17/01/14      Mariella Falcão      Código Original
%      06/03/14      Mariella Falcão      Inclusão de Caso para Ponte
%                               em Balanço Sucessivo
%      26/03/14      Mariella Falcão      Entrada de deformação em metro
%
% Variáveis Definidas:
% ac          --- Estrutura com o arquivo a ser analisado e o
%                               diretório em que será executado
% ac.dir      --- Diretório em que o arquivo será executado
% ac.saptpl   --- Arquivo a ser analisado
% arquivo     --- Nome do arquivo a ser analisado
% diretorio   --- Diretório em que o arquivo será executado
% fck0        --- fck inicial para otimização
% H0          --- Umidade relativa inicial para otimização
% options     --- Default das propriedades do comando lsqnonlin
% optnew      --- Alteração no passo das propriedades do comando
%                               lsqnonlin
% resnorm     --- Resíduo da Otimização
% x           --- Ponto Otimizado
% x0          --- Ponto inicial
%
clear;
clc;

% Criando a estrutura global para o processamento do arquivo no SAP:
global ac
global nsteps
global deltastd
global AD

% Arquivo a ser analisado
arquivo= input('Nome do arquivo: ', 's');
ac.saptpl=[arquivo '.tpl'];

% Diretório em que o arquivo será executado
diretorio= input('Diretório em que o arquivo será executado: ', 's');
ac.dir= diretorio;

% Ponto inicial para otimização
disp('Dados iniciais para otimização');
fck0= input('fck inicial: ');
H0= input('Umidade inicial: ');
x0=[fck0/10000,H0/100];

```

```

% Deslocamentos ocorridos na obra
AD=input('Entre com o número de aduelas totais a serem executadas: \n');
nsteps=input('Entre com o estágio de construção em obra: \n');
disp('Entre com o vetor dos valores de deslocamento levantados em obra:');
deltam=input('Cada nó por estágio de construção: \n');
deltastd=deltam/0.0254;

% Definindo alteração no passo para o comando lsqnonlin
options = optimset('lsqnonlin');
optnew = optimset(options,'FinDiffRelStep',1e-4);

% Otimizando a função
[x,resnorm,residual,exitflag,output] = lsqnonlin(@analysisDriver,x0,[0.20
0.40],[0.50 0.99],optnew);

% Resultado da Otimização
fprintf('Valor de fck otimizado para projeto: %7.1f tonf/m^2 \n',x(1)*10000);
fprintf('Valor de Umidade relativa otimizada para projeto: \n
%5.1f\n',x(2)*100);
fprintf('Resíduo entre os novos valores de projeto e valores de leitura: \n
%10.2e\n',resnorm);
fprintf('Número de iterações realizadas: %d\n',output.iterations);

```

```

function FunObj = analysisDriver(var)
% A função FunObj é utilizada para encontrar a função objetivo que
% representa as diferenças de deformação de um de um projeto com as
% deformações ocorridas em campo, considerando os parâmetros (fck e H)
% para que possam reajustar o projeto e assim este se aproxime da
% realidade
%
% Revisões do programa:
%      Data          Programador          Descrições das Revisões
%      -----          -
%      17/01/14      Mariella Falcão          Código Original
%
% Variáveis Definidas:
% ac                --- Estrutura com o arquivo a ser analisado e o
%                  diretório em que será executado
% delta             --- Vetor de deslocamento que será aplicado na função
%                  de otimização
% deltastd          --- Vetor de deslocamentos obtidos em campo
% desloc            --- Valores de deslocamento obtidos no SAP
% FunObj            --- Função Objetivo
% runDir            --- Diretório em que o arquivo será executado
% tags(1).name      --- Variável 1 de projeto a ser otimizada(fck)
% tags(2).name      --- Variável 2 de projeto a ser otimizada(H)
% tags(1).val       --- Valor da variável 1 de projeto a ser otimizada(fck)
% tags(2).val       --- Valor da variável 2 de projeto a ser otimizada(H)
% templateFileName --- Arquivo a ser executado
%
% Estrutura global para o processamento do arquivo no SAP:
global ac
global nsteps
global deltastd
global AD

```

```

tags(1).name='$fck';
tags(2).name='$H';
tags(1).val=var(1)*10000;
tags(2).val=var(2)*100;

% Arquivo a ser processado no SAP e diretório
templateFileName = ac.saptpl;
runDir = ac.dir;
path(path,runDir)
[SAPFile,SAPBaseName] = makeFileName(runDir);

    processFilesNcte(templateFileName,fullfile(runDir, SAPFile.Input), ↵
tags, ac, '\$');

cwd = pwd(); cd(runDir);

% Processamento do arquivo no SAP

comando=["C:\Program Files (x86)\Computers and Structures\SAP2000 ↵
14\Sap2000.exe" ' "' runDir '\ ' SAPFile.Input "' ' /R /C'];
status = system(comando);

if status ~= 0
    fprintf(1,'Error running sap ! \n');
% exit(status);
end

cd(cwd);

% Leitura dos dados de deslocamento através de tabela do EXCEL
desloc = xlsread('Otimizacao-padrao.xls',1);

delete(fullfile(runDir,[SAPBaseName '.*']))

% Organização do vetor de deslocamentos que será analisado
delta = vdelta(desloc);

% Obtenção da Função Objetivo
FunObj=(delta./deltastd)-1;

```

```

function [SAPFile,SAPBaseName] = makeFileName(runDir)

```

```

    if ~ isdir(runDir)
        [status, msg, msgid] = mkdir(runDir);
        if status ~= 1
            fprintf(stderr, 'Error making directory %s.\n', runDir);
            fprintf(stderr, 'Error message is: %s.\n', runDir);
        end
    end

% runName= tmpnam(runDir, 'imex-'); % octave
% [d imexBaseName e v ] =fileparts(runName);

```

```
% [d imexBaseName e v ] =fileparts('imex');           % matlab
SAPBaseName=['SAP_' num2str(round(10000*rand))];       % isso vai dar problema em paralelo!

```

```
SAPFile.Input = [SAPBaseName, '.$2k'];
```

```
function delta = vdelta(desloc)
% A função delta é utilizada para determinar o vetor de deslocamentos que
% será utilizada na função objetivo a partir da matriz de deslocamento
% obtida no processamento do SAP
%
% Revisões do programa:
%      Data          Programador          Descrições das Revisões
%      -----          -
%      17/01/14      Mariella Falcão      Código Original
%      06/03/14      Mariella Falcão      Inclusão de Caso para Ponte
%                               em Balanço Sucessivo
%      26/03/14      Mariella Falcão      Alteração para Estágio de
%                               Construção dividido em 3 e
%                               entrada de deformação em metro
%
% Variáveis Definidas:
% delta          --- Vetor de deslocamento que será aplicado na função
%                               de otimização
% deltastd       --- Vetor de deslocamentos obtidos em campo
% desloc         --- Valores de deslocamento obtidos no SAP
% infon          --- número de linhas da matriz de deslocamento do SAP
% nnos           --- número de nós
% nsteps         --- número de estágios de construção
% finaldesloc    --- vetor com os deslocamentos no final dos estágios
%                               de construção
% acumdesloc     --- matriz com os deslocamentos no final dos estágios
%                               de construção, em que cada coluna corresponde a um
%                               estágio de construção
% p1,p2          --- posição i,j da matriz acumdesloc dos valores não
%                               zero
% delta          --- vetor com os deslocamentos no final dos estágios
%                               de construção por estágios com os valores não zero
%
% Vetor de deslocamentos obtidos pelos SAP a ser otimizado
%
% Caso de Ponte em Balanço Sucessivo com análise por Estágio de Construção
global nsteps
global AD
infon=size(desloc,1)/2;
nnos=desloc(end,1);
nstepst=infon/nnos;
finaldesloc=desloc(2:2:end,8);
acumdesloc=zeros(nstepst,nnos);
acumdesloc(:)=finaldesloc;
acumdesloctot=[acumdesloc(2:3:(AD*3),:);acumdesloc((AD*3)+1:end,:)]';
acumdesloctot=acumdesloctot';
stepsdesloc=acumdesloctot(1:nnos,1:nsteps);
[p1,p2,delta]=find(stepsdesloc);
```

ANEXO B – ANÁLISE DAS DEFORMAÇÕES PARA VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS DO SIMULADOR

CASO 1: ADUELAS EXECUTADAS EM ÚNICA ETAPA NO PRIMEIRO ESTÁGIO DE CONSTRUÇÃO

f_{ck} variável e Umidade constante

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
28	82	26.90	81.3

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.065778	-0.06591	0.200
1	3	-0.227997	-0.228434	0.191
1	4	-0.44503	-0.445867	0.188
1	5	-0.687143	-0.688416	0.185
1	6	-0.936497	-0.938209	0.182
2	2	-0.072071	-0.072106	0.049
2	3	-0.249927	-0.250025	0.039
2	4	-0.487936	-0.488109	0.035
2	5	-0.753505	-0.753752	0.033
2	6	-1.027078	-1.027388	0.030
3	2	-0.07616	-0.07614	0.026
3	3	-0.264177	-0.264083	0.036
3	4	-0.515818	-0.515614	0.040
3	5	-0.796628	-0.796293	0.042
3	6	-1.085938	-1.085455	0.044
4	2	-0.079205	-0.079149	0.071
4	3	-0.274788	-0.27457	0.079
4	4	-0.536577	-0.536131	0.083
4	5	-0.828736	-0.828025	0.086
4	6	-1.129763	-1.128768	0.088
5	2	-0.081623	-0.081542	0.099
5	3	-0.283213	-0.282911	0.107
5	4	-0.553062	-0.552451	0.111
5	5	-0.854233	-0.853266	0.113
5	6	-1.164565	-1.16322	0.116
6	2	-0.100937	-0.10086	0.076
6	3	-0.350519	-0.35023	0.083
6	4	-0.684747	-0.684163	0.085
6	5	-1.057906	-1.056981	0.088
6	6	-1.442567	-1.441279	0.089
7	2	-0.104027	-0.103999	0.027
7	3	-0.361291	-0.361168	0.034
7	4	-0.705822	-0.705562	0.037
7	5	-1.090501	-1.090079	0.039
7	6	-1.487058	-1.486456	0.040
8	2	-0.109097	-0.109186	0.082
8	3	-0.378956	-0.379244	0.076
8	4	-0.740385	-0.74093	0.074
8	5	-1.143959	-1.144781	0.072
8	6	-1.560024	-1.56112	0.070
media				0.081
desvio padrão				0.049

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
30	82	30	82

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.063978	-0.063978	0.000
1	3	-0.221726	-0.221726	0.000
1	4	-0.43276	-0.43276	0.000
1	5	-0.668166	-0.668166	0.000
1	6	-0.910594	-0.910594	0.000
2	2	-0.069901	-0.069901	0.000
2	3	-0.242365	-0.242365	0.000
2	4	-0.473142	-0.473142	0.000
2	5	-0.730623	-0.730623	0.000
2	6	-0.995845	-0.995845	0.000
3	2	-0.073757	-0.073757	0.000
3	3	-0.255804	-0.255804	0.000
3	4	-0.499435	-0.499435	0.000
3	5	-0.77129	-0.77129	0.000
3	6	-1.051353	-1.051353	0.000
4	2	-0.076634	-0.076634	0.000
4	3	-0.265828	-0.265828	0.000
4	4	-0.519048	-0.519048	0.000
4	5	-0.801625	-0.801625	0.000
4	6	-1.092758	-1.092758	0.000
5	2	-0.078922	-0.078922	0.000
5	3	-0.273802	-0.273802	0.000
5	4	-0.534649	-0.534649	0.000
5	5	-0.825754	-0.825754	0.000
5	6	-1.125693	-1.125693	0.000
6	2	-0.097389	-0.097389	0.000
6	3	-0.338156	-0.338156	0.000
6	4	-0.660558	-0.660558	0.000
6	5	-1.020494	-1.020494	0.000
6	6	-1.391502	-1.391502	0.000
7	2	-0.100389	-0.100389	0.000
7	3	-0.348612	-0.348612	0.000
7	4	-0.681015	-0.681015	0.000
7	5	-1.052134	-1.052134	0.000
7	6	-1.434688	-1.434688	0.000
8	2	-0.105348	-0.105348	0.000
8	3	-0.365892	-0.365892	0.000
8	4	-0.714824	-0.714824	0.000
8	5	-1.104426	-1.104426	0.000
8	6	-1.506064	-1.506064	0.000
media				0.000
desvio padrão				0.000

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
35	82	38.35	83.6

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.0601	-0.059813	0.480
1	3	-0.208211	-0.207258	0.460
1	4	-0.406319	-0.404496	0.451
1	5	-0.62727	-0.624498	0.444
1	6	-0.854773	-0.851047	0.438
2	2	-0.065223	-0.065156	0.103
2	3	-0.226064	-0.225877	0.083
2	4	-0.441248	-0.440925	0.073
2	5	-0.681295	-0.680842	0.067

2	6	-0.928514	-0.927954	0.060
3	2	-0.068576	-0.068634	0.085
3	3	-0.237748	-0.238001	0.106
3	4	-0.464109	-0.464645	0.115
3	5	-0.716652	-0.717529	0.122
3	6	-0.976775	-0.978029	0.128
4	2	-0.071089	-0.071229	0.197
4	3	-0.246505	-0.247044	0.218
4	4	-0.481241	-0.482338	0.227
4	5	-0.743149	-0.744894	0.234
4	6	-1.012942	-1.015381	0.240
5	2	-0.073096	-0.073294	0.270
5	3	-0.2535	-0.254237	0.290
5	4	-0.494927	-0.496412	0.299
5	5	-0.764317	-0.766661	0.306
5	6	-1.041835	-1.045092	0.312
6	2	-0.089746	-0.089953	0.230
6	3	-0.311522	-0.312292	0.247
6	4	-0.608448	-0.609997	0.254
6	5	-0.939897	-0.94234	0.259
6	6	-1.281491	-1.284884	0.264
7	2	-0.092564	-0.092659	0.103
7	3	-0.32134	-0.321724	0.119
7	4	-0.627659	-0.628452	0.126
7	5	-0.969609	-0.970883	0.131
7	6	-1.322047	-1.323843	0.136
8	2	-0.097323	-0.097133	0.196
8	3	-0.337925	-0.337313	0.181
8	4	-0.660106	-0.658952	0.175
8	5	-1.019795	-1.018057	0.171
8	6	-1.390547	-1.388232	0.167
média				0.214
desvio padrão				0.117

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
38	82	43.70	84.4

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.058199	-0.057678	0.903
1	3	-0.201584	-0.199845	0.870
1	4	-0.393352	-0.390015	0.856
1	5	-0.607215	-0.602126	0.845
1	6	-0.8274	-0.82054	0.836
2	2	-0.062927	-0.062729	0.316
2	3	-0.218062	-0.217447	0.283
2	4	-0.425592	-0.424453	0.268
2	5	-0.65708	-0.65539	0.258
2	6	-0.895462	-0.893244	0.248
3	2	-0.06603	-0.066018	0.018
3	3	-0.228877	-0.228908	0.014
3	4	-0.446751	-0.446877	0.028
3	5	-0.689806	-0.690072	0.039
3	6	-0.940131	-0.940582	0.048
4	2	-0.068362	-0.068471	0.159
4	3	-0.237002	-0.237457	0.192
4	4	-0.462649	-0.463603	0.206
4	5	-0.714395	-0.715942	0.216
4	6	-0.973694	-0.975893	0.225

5	2	-0.070229	-0.070422	0.274
5	3	-0.243509	-0.244257	0.306
5	4	-0.47538	-0.476907	0.320
5	5	-0.734085	-0.736519	0.330
5	6	-1.00057	-1.00398	0.340
6	2	-0.085961	-0.086171	0.244
6	3	-0.298332	-0.299139	0.270
6	4	-0.582642	-0.584286	0.281
6	5	-0.899983	-0.902598	0.290
6	6	-1.227011	-1.230668	0.297
7	2	-0.088687	-0.08873	0.048
7	3	-0.307832	-0.308056	0.073
7	4	-0.601229	-0.601732	0.084
7	5	-0.928731	-0.929581	0.091
7	6	-1.266251	-1.267498	0.098
8	2	-0.093354	-0.092959	0.425
8	3	-0.324093	-0.322793	0.403
8	4	-0.633045	-0.630565	0.393
8	5	-0.977939	-0.974176	0.386
8	6	-1.333417	-1.328368	0.380
media				0.304
desvio padrão				0.243

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
42	82	49.31	86.1

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.055785	-0.055165	1.124
1	3	-0.193172	-0.191118	1.075
1	4	-0.376894	-0.372967	1.053
1	5	-0.58176	-0.575789	1.037
1	6	-0.792656	-0.784628	1.023
2	2	-0.060023	-0.059876	0.246
2	3	-0.207943	-0.207538	0.195
2	4	-0.405794	-0.405094	0.173
2	5	-0.626459	-0.625478	0.157
2	6	-0.853666	-0.852452	0.142
3	2	-0.062823	-0.062944	0.192
3	3	-0.217699	-0.21823	0.243
3	4	-0.424881	-0.426013	0.266
3	5	-0.65598	-0.657832	0.282
3	6	-0.893961	-0.896613	0.296
4	2	-0.064939	-0.065233	0.451
4	3	-0.225072	-0.226205	0.501
4	4	-0.439306	-0.441616	0.523
4	5	-0.678291	-0.681965	0.539
4	6	-0.924414	-0.929553	0.553
5	2	-0.066642	-0.067053	0.613
5	3	-0.231008	-0.232549	0.663
5	4	-0.450921	-0.454027	0.684
5	5	-0.696255	-0.701162	0.700
5	6	-0.948934	-0.955755	0.714
6	2	-0.081539	-0.081745	0.252
6	3	-0.282922	-0.283747	0.291
6	4	-0.552492	-0.554198	0.308
6	5	-0.853352	-0.856092	0.320
6	6	-1.163363	-1.167227	0.331
7	2	-0.084274	-0.084132	0.169

7	3	-0.292453	-0.292065	0.133
7	4	-0.57114	-0.570473	0.117
7	5	-0.882194	-0.881264	0.106
7	6	-1.20273	-1.201585	0.095
8	2	-0.089121	-0.088077	1.185
8	3	-0.309342	-0.305813	1.154
8	4	-0.604184	-0.597371	1.140
8	5	-0.933302	-0.922866	1.131
8	6	-1.272489	-1.258369	1.122
media				0.532
desvio padrão				0.377

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
45	82	37.29	92.3

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.053288	-0.053487	0.372
1	3	-0.184472	-0.185293	0.443
1	4	-0.359872	-0.361588	0.475
1	5	-0.555433	-0.558209	0.497
1	6	-0.75672	-0.760658	0.518
2	2	-0.05706	-0.057975	1.578
2	3	-0.197615	-0.200935	1.652
2	4	-0.385588	-0.392192	1.684
2	5	-0.595206	-0.605544	1.707
2	6	-0.811009	-0.825267	1.728
3	2	-0.059593	-0.060898	2.143
3	3	-0.206443	-0.211119	2.215
3	4	-0.40286	-0.412119	2.247
3	5	-0.62192	-0.636364	2.270
3	6	-0.847471	-0.867335	2.290
4	2	-0.061538	-0.063078	2.441
4	3	-0.213221	-0.218717	2.513
4	4	-0.416121	-0.426983	2.544
4	5	-0.642431	-0.659354	2.567
4	6	-0.875467	-0.898714	2.587
5	2	-0.063128	-0.064812	2.598
5	3	-0.218761	-0.22476	2.669
5	4	-0.42696	-0.438806	2.700
5	5	-0.659195	-0.67764	2.722
5	6	-0.898349	-0.923674	2.742
6	2	-0.078731	-0.078807	0.096
6	3	-0.273137	-0.273531	0.144
6	4	-0.533348	-0.534229	0.165
6	5	-0.823742	-0.825228	0.180
6	6	-1.122947	-1.125123	0.193
7	2	-0.082202	-0.081081	1.383
7	3	-0.285231	-0.281455	1.342
7	4	-0.557009	-0.549733	1.324
7	5	-0.860339	-0.849207	1.311
7	6	-1.172899	-1.157853	1.299
8	2	-0.089295	-0.084839	5.252
8	3	-0.309951	-0.294552	5.228
8	4	-0.605375	-0.575356	5.217
8	5	-0.935143	-0.888837	5.210
8	6	-1.275003	-1.211946	5.203
media				2.036
desvio padrão				1.499

Umidade variável e f_{ck} constante, abaixo do valor utilizando em projeto

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
28	50	25.60	50.8

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.082455	-0.082722	0.323
1	3	-0.286113	-0.287022	0.317
1	4	-0.558735	-0.560494	0.314
1	5	-0.863008	-0.865707	0.312
1	6	-1.176542	-1.1802	0.310
2	2	-0.092116	-0.092301	0.200
2	3	-0.319782	-0.320402	0.194
2	4	-0.62461	-0.625802	0.190
2	5	-0.964894	-0.966717	0.189
2	6	-1.315611	-1.318073	0.187
3	2	-0.098296	-0.098427	0.133
3	3	-0.341318	-0.341752	0.127
3	4	-0.666745	-0.667575	0.124
3	5	-1.030063	-1.031324	0.122
3	6	-1.404562	-1.406259	0.121
4	2	-0.102833	-0.102925	0.089
4	3	-0.357127	-0.357424	0.083
4	4	-0.697675	-0.698239	0.081
4	5	-1.077901	-1.078752	0.079
4	6	-1.469859	-1.470994	0.077
5	2	-0.106389	-0.10645	0.057
5	3	-0.36952	-0.369711	0.052
5	4	-0.721922	-0.722277	0.049
5	5	-1.115404	-1.115931	0.047
5	6	-1.521048	-1.521743	0.046
6	2	-0.132769	-0.132604	0.124
6	3	-0.461452	-0.460851	0.130
6	4	-0.901789	-0.900595	0.133
6	5	-1.393598	-1.39173	0.134
6	6	-1.900767	-1.898192	0.136
7	2	-0.13657	-0.136371	0.146
7	3	-0.474696	-0.473982	0.151
7	4	-0.927702	-0.926285	0.153
7	5	-1.433676	-1.431463	0.155
7	6	-1.955472	-1.952426	0.156
8	2	-0.142505	-0.142255	0.176
8	3	-0.495378	-0.494485	0.181
8	4	-0.968167	-0.966401	0.183
8	5	-1.496262	-1.49351	0.184
8	6	-2.040898	-2.037115	0.186
media				0.154
desvio padrão				0.076

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
28	60	26.58	59.3

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.078002	-0.078265	0.336
1	3	-0.270596	-0.271489	0.329
1	4	-0.528375	-0.530104	0.326
1	5	-0.816051	-0.818704	0.324
1	6	-1.112448	-1.116044	0.322

2	2	-0.086729	-0.086908	0.206
2	3	-0.301009	-0.30161	0.199
2	4	-0.587879	-0.589037	0.197
2	5	-0.908084	-0.909853	0.194
2	6	-1.238068	-1.240457	0.193
3	2	-0.092312	-0.092437	0.135
3	3	-0.320463	-0.320878	0.129
3	4	-0.625941	-0.626734	0.127
3	5	-0.966953	-0.968158	0.124
3	6	-1.318422	-1.32004	0.123
4	2	-0.09641	-0.096496	0.089
4	3	-0.334744	-0.335023	0.083
4	4	-0.653884	-0.654409	0.080
4	5	-1.010171	-1.010962	0.078
4	6	-1.377411	-1.378465	0.076
5	2	-0.099623	-0.099678	0.055
5	3	-0.345941	-0.346112	0.049
5	4	-0.67579	-0.676106	0.047
5	5	-1.044052	-1.044519	0.045
5	6	-1.423657	-1.424269	0.043
6	2	-0.123463	-0.123292	0.139
6	3	-0.429019	-0.428402	0.144
6	4	-0.838335	-0.837107	0.147
6	5	-1.295455	-1.29535	0.148
6	6	-1.766808	-1.764162	0.150
7	2	-0.126899	-0.126696	0.160
7	3	-0.440993	-0.440263	0.166
7	4	-0.861761	-0.860314	0.168
7	5	-1.331688	-1.329428	0.170
7	6	-1.816264	-1.813153	0.172
8	2	-0.132265	-0.132012	0.192
8	3	-0.459694	-0.458789	0.197
8	4	-0.898349	-0.896559	0.200
8	5	-1.388278	-1.385488	0.201
8	6	-1.893505	-1.889672	0.203
media				0.162
desvio padrão				0.081

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
28	70	32.14	63

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.073467	-0.073627	0.217
1	3	-0.254793	-0.255326	0.209
1	4	-0.497457	-0.49848	0.205
1	5	-0.768231	-0.769792	0.203
1	6	-1.047177	-1.049282	0.201
2	2	-0.081244	-0.081309	0.080
2	3	-0.281892	-0.282098	0.073
2	4	-0.550477	-0.55086	0.070
2	5	-0.850235	-0.850806	0.067
2	6	-1.159109	-1.159862	0.065
3	2	-0.086218	-0.086229	0.013
3	3	-0.299229	-0.299244	0.005
3	4	-0.584397	-0.584408	0.002
3	5	-0.902697	-0.902694	0.000
3	6	-1.230716	-1.230686	0.002
4	2	-0.089871	-0.089846	0.028

4	3	-0.311957	-0.311846	0.036
4	4	-0.609301	-0.609064	0.039
4	5	-0.941215	-0.940828	0.041
4	6	-1.283291	-1.282737	0.043
5	2	-0.092735	-0.092683	0.056
5	3	-0.321938	-0.321736	0.063
5	4	-0.628827	-0.628413	0.066
5	5	-0.971416	-0.970755	0.068
5	6	-1.324513	-1.323585	0.070
6	2	-0.113997	-0.113857	0.123
6	3	-0.396033	-0.395523	0.129
6	4	-0.773797	-0.77278	0.132
6	5	-1.195636	-1.194042	0.133
6	6	-1.630561	-1.62836	0.135
7	2	-0.117064	-0.116932	0.113
7	3	-0.406721	-0.406239	0.119
7	4	-0.794707	-0.793746	0.121
7	5	-1.227978	-1.22647	0.123
7	6	-1.674705	-1.672621	0.125
8	2	-0.121856	-0.121751	0.086
8	3	-0.423419	-0.423031	0.092
8	4	-0.827377	-0.826599	0.094
8	5	-1.278507	-1.277283	0.096
8	6	-1.743675	-1.741978	0.097
media				0.091
desvio padrão				0.059

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
28	80	27.09	79.1

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.06743	-0.067572	0.210
1	3	-0.233755	-0.234226	0.201
1	4	-0.456296	-0.457198	0.197
1	5	-0.704569	-0.705941	0.194
1	6	-0.960282	-0.96213	0.192
2	2	-0.074031	-0.074078	0.063
2	3	-0.256757	-0.2569	0.056
2	4	-0.501299	-0.501561	0.052
2	5	-0.774173	-0.774557	0.050
2	6	-1.055288	-1.055786	0.047
3	2	-0.078297	-0.078293	0.005
3	3	-0.271624	-0.271586	0.014
3	4	-0.530388	-0.530293	0.018
3	5	-0.819164	-0.818996	0.021
3	6	-1.116698	-1.116443	0.023
4	2	-0.081459	-0.081421	0.047
4	3	-0.282642	-0.282487	0.055
4	4	-0.551943	-0.551623	0.058
4	5	-0.852503	-0.851986	0.061
4	6	-1.162203	-1.161472	0.063
5	2	-0.083958	-0.083898	0.072
5	3	-0.291352	-0.291121	0.079
5	4	-0.568986	-0.568514	0.083
5	5	-0.878862	-0.87811	0.086
5	6	-1.198182	-1.197131	0.088
6	2	-0.103411	-0.103364	0.045
6	3	-0.359141	-0.358955	0.052

6	4	-0.701616	-0.701232	0.055
6	5	-1.083996	-1.083382	0.057
6	6	-1.478179	-1.477314	0.059
7	2	-0.106408	-0.106405	0.003
7	3	-0.369588	-0.369553	0.009
7	4	-0.722055	-0.721969	0.012
7	5	-1.115609	-1.115455	0.014
7	6	-1.521329	-1.521092	0.016
8	2	-0.111235	-0.111334	0.089
8	3	-0.386406	-0.38673	0.084
8	4	-0.754962	-0.755576	0.081
8	5	-1.166504	-1.167434	0.080
8	6	-1.590797	-1.59204	0.078
media				0.069
desvio padrão				0.056

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
28	90	26.82	89.5

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.057464	-0.057597	0.231
1	3	-0.199024	-0.199463	0.220
1	4	-0.388343	-0.389184	0.216
1	5	-0.599468	-0.600747	0.213
1	6	-0.816825	-0.818546	0.210
2	2	-0.062147	-0.062172	0.040
2	3	-0.215344	-0.215407	0.029
2	4	-0.420274	-0.420379	0.025
2	5	-0.648854	-0.648995	0.022
2	6	-0.884235	-0.884401	0.019
3	2	-0.06528	-0.065238	0.064
3	3	-0.226262	-0.226092	0.075
3	4	-0.441635	-0.441284	0.080
3	5	-0.681892	-0.681328	0.083
3	6	-0.92933	-0.928534	0.086
4	2	-0.067676	-0.067587	0.132
4	3	-0.234612	-0.234278	0.143
4	4	-0.457973	-0.4573	0.147
4	5	-0.707162	-0.706101	0.150
4	6	-0.963822	-0.962347	0.153
5	2	-0.069628	-0.069503	0.180
5	3	-0.241413	-0.240956	0.190
5	4	-0.471279	-0.470365	0.194
5	5	-0.727742	-0.726307	0.198
5	6	-0.991912	-0.989927	0.201
6	2	-0.088216	-0.087993	0.253
6	3	-0.306191	-0.305392	0.262
6	4	-0.598018	-0.596436	0.265
6	5	-0.923764	-0.921296	0.268
6	6	-1.259471	-1.256077	0.270
7	2	-0.092141	-0.091986	0.169
7	3	-0.319869	-0.319305	0.177
7	4	-0.62478	-0.623658	0.180
7	5	-0.965158	-0.9634	0.182
7	6	-1.315971	-1.313545	0.185
8	2	-0.099823	-0.099943	0.120
8	3	-0.346638	-0.347033	0.114
8	4	-0.677154	-0.677908	0.111

8	5	-1.046161	-1.047307	0.109
8	6	-1.426536	-1.428075	0.108
media				0.152
desvio padrão				0.074

Umidade variável e f_{ck} constante, acima do valor utilizando em projeto:

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
38	50	24.52	74

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.07201	-0.071384	0.877
1	3	-0.249713	-0.247608	0.850
1	4	-0.487518	-0.483465	0.838
1	5	-0.752858	-0.746662	0.830
1	6	-1.026194	-1.017824	0.822
2	2	-0.079514	-0.079193	0.405
2	3	-0.275864	-0.274821	0.380
2	4	-0.538682	-0.536707	0.368
2	5	-0.831993	-0.82901	0.360
2	6	-1.134208	-1.130224	0.352
3	2	-0.08433	-0.084187	0.170
3	3	-0.292649	-0.292227	0.144
3	4	-0.571523	-0.570762	0.133
3	5	-0.882787	-0.881681	0.125
3	6	-1.203539	-1.202118	0.118
4	2	-0.087877	-0.087854	0.026
4	3	-0.30501	-0.305004	0.002
4	4	-0.595707	-0.595761	0.009
4	5	-0.92019	-0.920346	0.017
4	6	-1.254593	-1.254893	0.024
5	2	-0.090666	-0.090728	0.068
5	3	-0.314727	-0.315021	0.093
5	4	-0.614718	-0.615358	0.104
5	5	-0.949595	-0.950657	0.112
5	6	-1.294729	-1.296266	0.119
6	2	-0.111673	-0.11205	0.336
6	3	-0.387932	-0.389323	0.357
6	4	-0.757947	-0.760732	0.366
6	5	-1.171122	-1.175502	0.373
6	6	-1.5971	-1.603166	0.378
7	2	-0.114765	-0.115121	0.309
7	3	-0.398708	-0.400027	0.330
7	4	-0.779029	-0.781676	0.339
7	5	-1.203729	-1.207894	0.345
7	6	-1.641607	-1.64738	0.350
8	2	-0.119639	-0.119918	0.233
8	3	-0.415693	-0.416743	0.252
8	4	-0.812262	-0.81438	0.260
8	5	-1.255129	-1.258478	0.266
8	6	-1.711765	-1.716423	0.271
media				0.303
desvio padrão				0.242

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
38	60	28.47	77.1

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.068196	-0.06775	0.658
1	3	-0.236423	-0.234945	0.629
1	4	-0.461516	-0.45869	0.616
1	5	-0.712643	-0.708343	0.607
1	6	-0.971302	-0.96552	0.599
2	2	-0.074927	-0.074797	0.174
2	3	-0.259881	-0.259502	0.146
2	4	-0.507412	-0.506734	0.134
2	5	-0.783627	-0.782652	0.125
2	6	-1.068192	-1.066948	0.117
3	2	-0.079263	-0.079304	0.052
3	3	-0.27499	-0.27521	0.080
3	4	-0.536973	-0.537467	0.092
3	5	-0.829349	-0.830185	0.101
3	6	-1.1306	-1.131828	0.108
4	2	-0.082466	-0.082613	0.178
4	3	-0.286151	-0.286741	0.206
4	4	-0.55881	-0.560029	0.218
4	5	-0.863123	-0.865081	0.226
4	6	-1.176699	-1.179459	0.234
5	2	-0.084991	-0.085208	0.255
5	3	-0.29495	-0.295782	0.281
5	4	-0.576025	-0.577717	0.293
5	5	-0.889749	-0.892439	0.301
5	6	-1.213042	-1.216801	0.309
6	2	-0.104317	-0.104459	0.136
6	3	-0.362298	-0.362868	0.157
6	4	-0.707793	-0.708974	0.167
6	5	-1.09355	-1.095449	0.173
6	6	-1.491219	-1.493898	0.179
7	2	-0.107225	-0.107233	0.007
7	3	-0.372435	-0.372538	0.028
7	4	-0.727626	-0.727893	0.037
7	5	-1.124225	-1.12471	0.043
7	6	-1.533088	-1.533838	0.049
8	2	-0.111857	-0.111567	0.260
8	3	-0.388575	-0.387641	0.241
8	4	-0.759204	-0.757442	0.233
8	5	-1.173066	-1.170413	0.227
8	6	-1.599754	-1.59622	0.221
media				0.222
desvio padrão				0.172

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
38	70	36.62	78.3

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.064434	-0.063969	0.727
1	3	-0.223314	-0.221768	0.697
1	4	-0.435868	-0.432908	0.684
1	5	-0.672973	-0.668467	0.674
1	6	-0.917156	-0.911092	0.666
2	2	-0.070384	-0.070232	0.216
2	3	-0.244048	-0.243594	0.186
2	4	-0.476433	-0.475611	0.173

2	5	-0.735714	-0.734514	0.163
2	6	-1.002794	-1.001243	0.155
3	2	-0.074224	-0.074243	0.026
3	3	-0.257429	-0.257573	0.056
3	4	-0.502614	-0.502961	0.069
3	5	-0.776206	-0.776815	0.078
3	6	-1.058063	-1.058982	0.087
4	2	-0.077065	-0.077191	0.163
4	3	-0.26733	-0.267847	0.193
4	4	-0.521987	-0.523062	0.206
4	5	-0.80617	-0.807905	0.215
4	6	-1.098962	-1.101417	0.223
5	2	-0.079309	-0.079505	0.247
5	3	-0.275149	-0.275909	0.275
5	4	-0.537284	-0.538836	0.288
5	5	-0.82983	-0.832302	0.297
5	6	-1.131256	-1.134718	0.305
6	2	-0.096641	-0.096767	0.130
6	3	-0.335551	-0.336064	0.153
6	4	-0.655461	-0.656531	0.163
6	5	-1.01261	-1.014337	0.170
6	6	-1.380741	-1.383185	0.177
7	2	-0.099284	-0.099274	0.010
7	3	-0.344762	-0.3448	0.011
7	4	-0.673482	-0.673623	0.021
7	5	-1.040483	-1.040774	0.028
7	6	-1.418786	-1.419269	0.034
8	2	-0.103519	-0.103202	0.307
8	3	-0.359517	-0.35849	0.286
8	4	-0.702352	-0.700407	0.278
8	5	-1.085135	-1.082199	0.271
8	6	-1.479733	-1.475813	0.266
media				0.234
desvio padrão				0.196

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
38	80	43.11	82.9

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.059516	-0.059033	0.818
1	3	-0.206173	-0.204566	0.786
1	4	-0.402331	-0.399252	0.771
1	5	-0.621103	-0.616413	0.761
1	6	-0.846356	-0.840042	0.752
2	2	-0.064497	-0.064337	0.249
2	3	-0.223531	-0.223052	0.215
2	4	-0.436293	-0.43542	0.200
2	5	-0.67363	-0.672352	0.190
2	6	-0.918052	-0.916395	0.181
3	2	-0.067749	-0.067773	0.035
3	3	-0.234865	-0.235024	0.068
3	4	-0.458467	-0.458844	0.082
3	5	-0.707927	-0.708581	0.092
3	6	-0.964865	-0.965846	0.102
4	2	-0.070181	-0.070323	0.202
4	3	-0.243341	-0.243912	0.234
4	4	-0.47505	-0.476232	0.248
4	5	-0.733575	-0.735475	0.258

4	6	-0.999874	-1.002555	0.267
5	2	-0.07212	-0.072343	0.308
5	3	-0.250098	-0.25095	0.340
5	4	-0.488272	-0.490003	0.353
5	5	-0.754024	-0.756774	0.363
5	6	-1.027785	-1.031626	0.372
6	2	-0.088003	-0.088212	0.237
6	3	-0.305447	-0.306252	0.263
6	4	-0.596562	-0.598202	0.274
6	5	-0.921514	-0.924121	0.282
6	6	-1.256399	-1.260046	0.289
7	2	-0.09064	-0.090691	0.056
7	3	-0.314638	-0.314892	0.081
7	4	-0.614545	-0.615107	0.091
7	5	-0.949326	-0.950268	0.099
7	6	-1.294362	-1.295735	0.106
8	2	-0.095049	-0.09471	0.358
8	3	-0.330003	-0.328896	0.337
8	4	-0.644607	-0.642505	0.327
8	5	-0.995823	-0.992644	0.320
8	6	-1.357827	-1.353576	0.314
media				0.292
desvio padrão				0.210

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
38	90	43.32	94

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.051823	-0.0509	1.813
1	3	-0.179366	-0.176226	1.782
1	4	-0.349883	-0.343804	1.768
1	5	-0.539982	-0.530653	1.758
1	6	-0.735631	-0.722985	1.749
2	2	-0.055267	-0.05463	1.166
2	3	-0.191366	-0.189225	1.131
2	4	-0.373361	-0.369236	1.117
2	5	-0.576295	-0.569987	1.107
2	6	-0.785196	-0.776673	1.097
3	2	-0.057579	-0.05713	0.786
3	3	-0.199426	-0.197935	0.753
3	4	-0.38913	-0.386279	0.738
3	5	-0.600684	-0.596347	0.727
3	6	-0.818486	-0.812652	0.718
4	2	-0.059355	-0.059045	0.525
4	3	-0.205614	-0.204609	0.491
4	4	-0.401237	-0.399336	0.476
4	5	-0.61941	-0.616543	0.465
4	6	-0.844046	-0.840219	0.455
5	2	-0.060806	-0.060607	0.328
5	3	-0.210672	-0.210053	0.295
5	4	-0.411133	-0.409987	0.280
5	5	-0.634716	-0.633016	0.269
5	6	-0.864937	-0.862703	0.259
6	2	-0.075052	-0.075681	0.831
6	3	-0.260317	-0.262585	0.864
6	4	-0.508264	-0.512766	0.878
6	5	-0.784945	-0.791981	0.888
6	6	-1.069991	-1.079682	0.898

7	2	-0.078221	-0.078936	0.906
7	3	-0.271358	-0.273927	0.938
7	4	-0.529866	-0.534959	0.952
7	5	-0.818357	-0.826306	0.962
7	6	-1.115597	-1.126533	0.971
8	2	-0.084697	-0.085423	0.850
8	3	-0.293927	-0.296533	0.879
8	4	-0.574023	-0.579187	0.892
8	5	-0.886653	-0.894711	0.901
8	6	-1.208817	-1.219903	0.909
media				0.889
desvio padrão				0.423

CASO 2: ADUELAS EXECUTADA EM 5 ESTÁGIOS DE CONSTRUÇÃO

f_{ck} variável e Umidade constante

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
28	82	27.69	80.7

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001459	-0.001461	0.137
2	2	-0.00557	-0.005582	0.215
2	3	-0.012447	-0.012474	0.216
3	2	-0.012709	-0.012737	0.220
3	3	-0.036646	-0.036727	0.221
3	4	-0.045483	-0.045582	0.217
4	2	-0.022892	-0.022939	0.205
4	3	-0.073012	-0.073165	0.209
4	4	-0.117953	-0.118199	0.208
4	5	-0.112799	-0.113027	0.202
5	2	-0.036132	-0.036203	0.196
5	3	-0.121597	-0.121836	0.196
5	4	-0.217883	-0.218311	0.196
5	5	-0.273995	-0.274523	0.192
5	6	-0.226687	-0.227113	0.188
6	2	-0.044907	-0.044807	0.223
6	3	-0.152764	-0.152396	0.241
6	4	-0.280088	-0.279298	0.283
6	5	-0.371824	-0.370435	0.375
6	6	-0.36187	-0.359641	0.620
7	2	-0.059918	-0.059875	0.072
7	3	-0.205555	-0.205382	0.084
7	4	-0.38459	-0.384181	0.106
7	5	-0.535151	-0.534351	0.150
7	6	-0.586599	-0.585176	0.243
8	2	-0.061731	-0.061753	0.036
8	3	-0.211916	-0.211974	0.027
8	4	-0.397161	-0.397209	0.012
8	5	-0.554774	-0.554686	0.016
8	6	-0.613577	-0.613133	0.072
9	2	-0.064651	-0.064822	0.264
9	3	-0.22216	-0.222737	0.259
9	4	-0.417397	-0.41847	0.256
9	5	-0.586354	-0.587865	0.257
9	6	-0.656987	-0.658741	0.266
media				0.197
desvio padrão				0.112

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
30	82	29.97	82

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.00142	-0.00142	0.000
2	2	-0.005429	-0.005428	0.018
2	3	-0.012133	-0.012132	0.008
3	2	-0.012388	-0.012386	0.016
3	3	-0.035722	-0.035717	0.014
3	4	-0.044334	-0.044328	0.014
4	2	-0.02231	-0.022307	0.013
4	3	-0.071157	-0.071147	0.014
4	4	-0.114954	-0.114938	0.014
4	5	-0.109919	-0.109904	0.014
5	2	-0.035206	-0.035201	0.014
5	3	-0.118481	-0.118465	0.014
5	4	-0.212298	-0.212269	0.014
5	5	-0.266956	-0.266919	0.014
5	6	-0.220843	-0.220813	0.014
6	2	-0.043434	-0.043426	0.018
6	3	-0.147705	-0.147678	0.018
6	4	-0.27062	-0.270569	0.019
6	5	-0.358676	-0.358605	0.020
6	6	-0.34758	-0.347502	0.022
7	2	-0.057843	-0.05783	0.022
7	3	-0.198376	-0.19833	0.023
7	4	-0.37092	-0.370832	0.024
7	5	-0.51543	-0.5153	0.025
7	6	-0.563261	-0.563102	0.028
8	2	-0.05964	-0.059626	0.023
8	3	-0.204681	-0.204632	0.024
8	4	-0.383379	-0.383285	0.025
8	5	-0.534876	-0.534739	0.026
8	6	-0.589996	-0.589827	0.029
9	2	-0.062574	-0.062559	0.024
9	3	-0.214973	-0.21492	0.025
9	4	-0.403711	-0.40361	0.025
9	5	-0.566606	-0.566456	0.026
9	6	-0.633611	-0.633426	0.029
media				0.019
desvio padrão				0.007

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
35	82	35.86	84.8

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001335	-0.001331	0.301
2	2	-0.005121	-0.005097	0.471
2	3	-0.011446	-0.01139	0.492
3	2	-0.011685	-0.011629	0.482
3	3	-0.033699	-0.033534	0.492
3	4	-0.041814	-0.041615	0.478
4	2	-0.021034	-0.020938	0.458
4	3	-0.067093	-0.066784	0.463
4	4	-0.108378	-0.107885	0.457
4	5	-0.103608	-0.103151	0.443

5	2	-0.033175	-0.033033	0.430
5	3	-0.111653	-0.111174	0.431
5	4	-0.200055	-0.199202	0.428
5	5	-0.251526	-0.250474	0.420
5	6	-0.208034	-0.20719	0.407
6	2	-0.040199	-0.040453	0.628
6	3	-0.136596	-0.137528	0.678
6	4	-0.249827	-0.251796	0.782
6	5	-0.32979	-0.333185	1.019
6	6	-0.316168	-0.321479	1.652
7	2	-0.053314	-0.053447	0.249
7	3	-0.182707	-0.183222	0.281
7	4	-0.341089	-0.342245	0.338
7	5	-0.472406	-0.474543	0.450
7	6	-0.512384	-0.515976	0.696
8	2	-0.055105	-0.055068	0.067
8	3	-0.188991	-0.188907	0.044
8	4	-0.353507	-0.353479	0.008
8	5	-0.491789	-0.49208	0.059
8	6	-0.539032	-0.540085	0.195
9	2	-0.058158	-0.057714	0.769
9	3	-0.199701	-0.198188	0.763
9	4	-0.374663	-0.371814	0.766
9	5	-0.524804	-0.520693	0.790
9	6	-0.584414	-0.579417	0.862
media				0.507
desvio padrão				0.313

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
38	82	40.48	85.9

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001294	-0.001286	0.622
2	2	-0.004971	-0.004926	0.914
2	3	-0.011111	-0.011009	0.927
3	2	-0.011342	-0.011239	0.916
3	3	-0.03271	-0.032411	0.923
3	4	-0.040583	-0.04022	0.903
4	2	-0.02041	-0.020234	0.870
4	3	-0.065106	-0.064541	0.875
4	4	-0.105164	-0.104259	0.868
4	5	-0.100522	-0.099679	0.846
5	2	-0.032181	-0.03192	0.818
5	3	-0.108313	-0.107427	0.825
5	4	-0.194068	-0.192486	0.822
5	5	-0.243979	-0.242022	0.809
5	6	-0.201767	-0.200189	0.788
6	2	-0.038602	-0.038934	0.853
6	3	-0.13111	-0.13234	0.929
6	4	-0.239553	-0.242206	1.095
6	5	-0.3155	-0.320214	1.472
6	6	-0.300581	-0.308233	2.483
7	2	-0.05095	-0.051218	0.523
7	3	-0.174524	-0.175537	0.577
7	4	-0.325473	-0.327712	0.683
7	5	-0.449761	-0.453847	0.900
7	6	-0.485297	-0.492101	1.383
8	2	-0.052712	-0.05275	0.072

8	3	-0.180708	-0.180912	0.113
8	4	-0.337691	-0.338333	0.190
8	5	-0.468832	-0.470425	0.339
8	6	-0.511516	-0.514892	0.656
9	2	-0.055787	-0.055251	0.970
9	3	-0.19149	-0.189686	0.951
9	4	-0.358992	-0.355666	0.935
9	5	-0.502073	-0.497474	0.924
9	6	-0.557209	-0.552074	0.930
media				0.849
desvio padrão				0.407

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
42	82	46.43	87.4

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001245	-0.001232	1.055
2	2	-0.004793	-0.004725	1.439
2	3	-0.010714	-0.010559	1.468
3	2	-0.010936	-0.010779	1.457
3	3	-0.031541	-0.031086	1.464
3	4	-0.039128	-0.038573	1.439
4	2	-0.019673	-0.019404	1.386
4	3	-0.062757	-0.061893	1.396
4	4	-0.101364	-0.09998	1.384
4	5	-0.096874	-0.095582	1.352
5	2	-0.031007	-0.030605	1.314
5	3	-0.104365	-0.103005	1.320
5	4	-0.18699	-0.184561	1.316
5	5	-0.235058	-0.232049	1.297
5	6	-0.19436	-0.191929	1.267
6	2	-0.036711	-0.037149	1.179
6	3	-0.124617	-0.126246	1.290
6	4	-0.227393	-0.230944	1.538
6	5	-0.298582	-0.304992	2.102
6	6	-0.282121	-0.29272	3.621
7	2	-0.048169	-0.048608	0.903
7	3	-0.164896	-0.166543	0.989
7	4	-0.3071	-0.31071	1.162
7	5	-0.423128	-0.429655	1.519
7	6	-0.453464	-0.464246	2.322
8	2	-0.049917	-0.050037	0.240
8	3	-0.171028	-0.171557	0.308
8	4	-0.319217	-0.320618	0.437
8	5	-0.442041	-0.44512	0.692
8	6	-0.479465	-0.485508	1.245
9	2	-0.053084	-0.05237	1.363
9	3	-0.182135	-0.179742	1.331
9	4	-0.341159	-0.336787	1.298
9	5	-0.476282	-0.470354	1.260
9	6	-0.526532	-0.520194	1.218
media				1.325
desvio padrão				0.566

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
45	82	38.65	93.3

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001198	-0.001197	0.084
2	2	-0.004624	-0.00459	0.741
2	3	-0.010337	-0.010258	0.770
3	2	-0.01055	-0.010472	0.745
3	3	-0.030428	-0.030199	0.758
3	4	-0.037742	-0.037471	0.723
4	2	-0.018971	-0.018848	0.653
4	3	-0.060522	-0.060121	0.667
4	4	-0.097749	-0.097117	0.651
4	5	-0.093404	-0.092841	0.606
5	2	-0.02989	-0.029726	0.552
5	3	-0.100612	-0.100046	0.566
5	4	-0.18026	-0.179259	0.558
5	5	-0.226577	-0.225377	0.532
5	6	-0.187319	-0.186403	0.491
6	2	-0.034943	-0.035959	2.825
6	3	-0.118546	-0.122186	2.979
6	4	-0.216033	-0.223443	3.316
6	5	-0.282813	-0.294863	4.087
6	6	-0.265004	-0.282417	6.166
7	2	-0.046137	-0.046875	1.574
7	3	-0.157887	-0.160573	1.673
7	4	-0.29387	-0.299429	1.857
7	5	-0.404419	-0.413617	2.224
7	6	-0.432287	-0.445813	3.034
8	2	-0.048143	-0.048236	0.193
8	3	-0.164923	-0.165349	0.258
8	4	-0.307773	-0.308867	0.354
8	5	-0.426119	-0.428349	0.521
8	6	-0.462119	-0.466067	0.847
9	2	-0.052203	-0.050459	3.456
9	3	-0.179163	-0.173147	3.475
9	4	-0.335903	-0.32427	3.587
9	5	-0.470017	-0.452387	3.897
9	6	-0.52246	-0.499109	4.679
media				1.717
desvio padrão				1.566

Umidade variável e f_{ck} constante, abaixo do valor utilizado em projeto

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
28	50	25.45	51

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001785	-0.001793	0.446
2	2	-0.006756	-0.006789	0.486
2	3	-0.015093	-0.015169	0.501
3	2	-0.015417	-0.015494	0.497
3	3	-0.044443	-0.044665	0.497
3	4	-0.055193	-0.055466	0.492
4	2	-0.027809	-0.027944	0.483
4	3	-0.088676	-0.08911	0.487
4	4	-0.143294	-0.143993	0.485
4	5	-0.137124	-0.137787	0.481
5	2	-0.043961	-0.044171	0.475
5	3	-0.147917	-0.148625	0.476
5	4	-0.265073	-0.266341	0.476

5	5	-0.333469	-0.335055	0.473
5	6	-0.276065	-0.277367	0.469
6	2	-0.057423	-0.057513	0.156
6	3	-0.195748	-0.196029	0.143
6	4	-0.360558	-0.360974	0.115
6	5	-0.483668	-0.483914	0.051
6	6	-0.48364	-0.483088	0.114
7	2	-0.078541	-0.078442	0.126
7	3	-0.270033	-0.269651	0.142
7	4	-0.507636	-0.506737	0.177
7	5	-0.713566	-0.711757	0.254
7	6	-0.799995	-0.796616	0.424
8	2	-0.08082	-0.0807	0.149
8	3	-0.278029	-0.277575	0.164
8	4	-0.523436	-0.522396	0.199
8	5	-0.73823	-0.7362	0.276
8	6	-0.833903	-0.83022	0.444
9	2	-0.084333	-0.084182	0.179
9	3	-0.290352	-0.289787	0.195
9	4	-0.54778	-0.546522	0.230
9	5	-0.77622	-0.77385	0.306
9	6	-0.886125	-0.881975	0.471
media				0.330
desvio padrão				0.159

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
28	60	26.91	58.8

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001698	-0.001706	0.469
2	2	-0.006438	-0.006471	0.510
2	3	-0.014385	-0.014458	0.505
3	2	-0.014692	-0.014766	0.501
3	3	-0.042355	-0.04257	0.505
3	4	-0.052592	-0.052858	0.503
4	2	-0.026491	-0.026623	0.496
4	3	-0.084478	-0.0849	0.497
4	4	-0.136504	-0.137182	0.494
4	5	-0.130604	-0.131248	0.491
5	2	-0.041862	-0.042066	0.485
5	3	-0.14086	-0.141547	0.485
5	4	-0.252421	-0.253651	0.485
5	5	-0.317522	-0.31906	0.482
5	6	-0.262822	-0.264084	0.478
6	2	-0.054024	-0.054104	0.148
6	3	-0.184075	-0.184323	0.135
6	4	-0.338692	-0.339043	0.104
6	5	-0.453226	-0.453384	0.035
6	6	-0.450365	-0.449719	0.144
7	2	-0.073111	-0.073	0.152
7	3	-0.251213	-0.250788	0.169
7	4	-0.471618	-0.470637	0.208
7	5	-0.661004	-0.659078	0.292
7	6	-0.736281	-0.732768	0.479
8	2	-0.075171	-0.075039	0.176
8	3	-0.258442	-0.257945	0.193
8	4	-0.485903	-0.484782	0.231
8	5	-0.683303	-0.681157	0.315

8	6	-0.766939	-0.763123	0.500
9	2	-0.078348	-0.078185	0.208
9	3	-0.269585	-0.26898	0.225
9	4	-0.507917	-0.50658	0.264
9	5	-0.717657	-0.715176	0.347
9	6	-0.814162	-0.809885	0.528
media				0.350
desvio padrão				0.160

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
28	70	28.52	67

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001608	-0.001614	0.372
2	2	-0.006112	-0.006139	0.440
2	3	-0.013656	-0.013717	0.445
3	2	-0.013946	-0.014008	0.443
3	3	-0.040209	-0.040387	0.441
3	4	-0.049919	-0.050139	0.439
4	2	-0.025137	-0.025246	0.432
4	3	-0.080165	-0.080513	0.432
4	4	-0.129525	-0.130085	0.430
4	5	-0.123905	-0.124435	0.426
5	2	-0.039705	-0.039872	0.419
5	3	-0.133609	-0.134174	0.421
5	4	-0.23942	-0.240431	0.420
5	5	-0.301135	-0.302398	0.418
5	6	-0.249215	-0.250249	0.413
6	2	-0.050539	-0.05057	0.061
6	3	-0.172105	-0.172184	0.046
6	4	-0.316269	-0.316309	0.013
6	5	-0.422018	-0.421753	0.063
6	6	-0.416275	-0.415195	0.260
7	2	-0.067597	-0.067484	0.167
7	3	-0.232105	-0.231678	0.184
7	4	-0.435062	-0.434099	0.222
7	5	-0.607703	-0.605868	0.303
7	6	-0.671789	-0.668549	0.485
8	2	-0.069445	-0.069327	0.170
8	3	-0.238592	-0.238144	0.188
8	4	-0.447881	-0.446877	0.225
8	5	-0.627713	-0.625815	0.303
8	6	-0.699298	-0.695972	0.478
9	2	-0.0723	-0.072178	0.169
9	3	-0.248605	-0.248146	0.185
9	4	-0.467663	-0.466635	0.220
9	5	-0.658584	-0.656649	0.295
9	6	-0.741734	-0.738356	0.458
media				0.311
desvio padrão				0.143

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
28	80	28.07	78.2

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001493	-0.001494	0.067

2	2	-0.005693	-0.005702	0.158
2	3	-0.012721	-0.012743	0.173
3	2	-0.01299	-0.013011	0.161
3	3	-0.037454	-0.037517	0.168
3	4	-0.04649	-0.046566	0.163
4	2	-0.023401	-0.023437	0.154
4	3	-0.074634	-0.074751	0.157
4	4	-0.120577	-0.120765	0.156
4	5	-0.115317	-0.11549	0.150
5	2	-0.036942	-0.036995	0.143
5	3	-0.124319	-0.124499	0.145
5	4	-0.222764	-0.223085	0.144
5	5	-0.280144	-0.280539	0.141
5	6	-0.23179	-0.232105	0.136
6	2	-0.046162	-0.046038	0.269
6	3	-0.157073	-0.156623	0.287
6	4	-0.288141	-0.287201	0.327
6	5	-0.382972	-0.381378	0.418
6	6	-0.373887	-0.371449	0.656
7	2	-0.061408	-0.061342	0.108
7	3	-0.210694	-0.210444	0.119
7	4	-0.394294	-0.393744	0.140
7	5	-0.548887	-0.547897	0.181
7	6	-0.602185	-0.600573	0.268
8	2	-0.063168	-0.063163	0.008
8	3	-0.216869	-0.216835	0.016
8	4	-0.406496	-0.406374	0.030
8	5	-0.567934	-0.567611	0.057
8	6	-0.628371	-0.627676	0.111
9	2	-0.06595	-0.066079	0.195
9	3	-0.22663	-0.227064	0.191
9	4	-0.425779	-0.42658	0.188
9	5	-0.598027	-0.599143	0.186
9	6	-0.669737	-0.671021	0.191
media				0.176
desvio padrão				0.117

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
28	90	27.42	89.2

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001293	-0.001295	0.154
2	2	-0.004969	-0.004983	0.281
2	3	-0.011106	-0.011138	0.287
3	2	-0.011338	-0.011369	0.273
3	3	-0.032697	-0.03279	0.284
3	4	-0.040568	-0.04068	0.275
4	2	-0.020404	-0.020458	0.264
4	3	-0.065085	-0.06526	0.268
4	4	-0.105131	-0.105411	0.266
4	5	-0.100493	-0.100754	0.259
5	2	-0.032174	-0.032255	0.251
5	3	-0.108287	-0.108561	0.252
5	4	-0.194021	-0.194509	0.251
5	5	-0.243924	-0.244528	0.247
5	6	-0.201727	-0.202214	0.241
6	2	-0.038691	-0.038582	0.283
6	3	-0.131419	-0.131019	0.305

6	4	-0.240166	-0.239306	0.359
6	5	-0.316469	-0.314953	0.481
6	6	-0.301947	-0.299501	0.817
7	2	-0.052511	-0.052327	0.352
7	3	-0.179996	-0.17933	0.371
7	4	-0.336283	-0.334895	0.414
7	5	-0.466645	-0.464297	0.506
7	6	-0.508539	-0.504946	0.712
8	2	-0.054811	-0.054709	0.186
8	3	-0.188067	-0.187687	0.202
8	4	-0.352231	-0.351408	0.234
8	5	-0.491537	-0.490071	0.299
8	6	-0.542759	-0.540378	0.441
9	2	-0.059221	-0.05941	0.318
9	3	-0.203533	-0.204173	0.313
9	4	-0.382784	-0.383975	0.310
9	5	-0.539217	-0.540893	0.310
9	6	-0.608299	-0.610236	0.317
media				0.325
desvio padrão				0.133

Umidade variável e f_{ck} constante, acima do valor utilizado em projeto

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
38	50	24.53	74.3

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001576	-0.001557	1.220
2	2	-0.005994	-0.00591	1.421
2	3	-0.013393	-0.013206	1.416
3	2	-0.013677	-0.013487	1.409
3	3	-0.039434	-0.038883	1.417
3	4	-0.048955	-0.048277	1.404
4	2	-0.024649	-0.024315	1.374
4	3	-0.078611	-0.07754	1.381
4	4	-0.127011	-0.125288	1.375
4	5	-0.121492	-0.119865	1.357
5	2	-0.038929	-0.038416	1.335
5	3	-0.131	-0.129267	1.341
5	4	-0.234743	-0.231643	1.338
5	5	-0.295241	-0.291371	1.328
5	6	-0.244323	-0.241159	1.312
6	2	-0.049326	-0.049292	0.069
6	3	-0.167938	-0.167912	0.015
6	4	-0.308477	-0.308792	0.102
6	5	-0.41122	-0.412728	0.365
6	6	-0.404601	-0.408873	1.045
7	2	-0.066002	-0.066355	0.532
7	3	-0.226593	-0.227933	0.588
7	4	-0.424603	-0.427625	0.707
7	5	-0.59273	-0.598477	0.960
7	6	-0.654366	-0.664477	1.522
8	2	-0.067852	-0.068196	0.504
8	3	-0.233086	-0.234392	0.557
8	4	-0.437434	-0.440391	0.671
8	5	-0.612759	-0.618404	0.913
8	6	-0.681902	-0.691873	1.441
9	2	-0.070734	-0.071035	0.424
9	3	-0.243196	-0.244349	0.472

9	4	-0.457407	-0.46006	0.577
9	5	-0.643929	-0.649098	0.796
9	6	-0.724748	-0.734066	1.269
media				0.970
desvio padrão				0.467

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
38	60	25.85	79.6

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001492	-0.001486	0.404
2	2	-0.00569	-0.005651	0.690
2	3	-0.012715	-0.012626	0.705
3	2	-0.012983	-0.012894	0.690
3	3	-0.037435	-0.037175	0.699
3	4	-0.046467	-0.046151	0.685
4	2	-0.02339	-0.023237	0.658
4	3	-0.074598	-0.074107	0.663
4	4	-0.120519	-0.119735	0.655
4	5	-0.115262	-0.114533	0.636
5	2	-0.036925	-0.036699	0.616
5	3	-0.124261	-0.123496	0.619
5	4	-0.22266	-0.221297	0.616
5	5	-0.280015	-0.278331	0.605
5	6	-0.231685	-0.23033	0.588
6	2	-0.046168	-0.046514	0.744
6	3	-0.157094	-0.158369	0.805
6	4	-0.288193	-0.290913	0.935
6	5	-0.383082	-0.387838	1.226
6	6	-0.374109	-0.381669	1.981
7	2	-0.061719	-0.061918	0.321
7	3	-0.211788	-0.212554	0.360
7	4	-0.396464	-0.398195	0.435
7	5	-0.552305	-0.55553	0.581
7	6	-0.606954	-0.612424	0.893
8	2	-0.063556	-0.063581	0.039
8	3	-0.218233	-0.21839	0.072
8	4	-0.4092	-0.409726	0.128
8	5	-0.572185	-0.57353	0.235
8	6	-0.634286	-0.637172	0.453
9	2	-0.066487	-0.066146	0.516
9	3	-0.228515	-0.227385	0.497
9	4	-0.429513	-0.427497	0.472
9	5	-0.603884	-0.601264	0.436
9	6	-0.67786	-0.675294	0.380
media				0.601
desvio padrão				0.339

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
38	70	32.94	81

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001416	-0.001411	0.354
2	2	-0.005414	-0.00538	0.632
2	3	-0.012099	-0.012023	0.632

3	2	-0.012353	-0.012276	0.627
3	3	-0.03562	-0.035395	0.636
3	4	-0.044207	-0.043935	0.619
4	2	-0.022245	-0.022114	0.592
4	3	-0.070951	-0.070531	0.595
4	4	-0.11462	-0.11395	0.588
4	5	-0.109598	-0.108979	0.568
5	2	-0.035102	-0.034911	0.547
5	3	-0.118132	-0.117485	0.551
5	4	-0.211671	-0.21052	0.547
5	5	-0.266164	-0.264747	0.535
5	6	-0.220185	-0.219051	0.518
6	2	-0.043234	-0.043632	0.912
6	3	-0.147018	-0.148473	0.980
6	4	-0.269323	-0.272379	1.122
6	5	-0.356833	-0.362051	1.441
6	6	-0.345471	-0.353524	2.278
7	2	-0.057217	-0.057421	0.355
7	3	-0.196193	-0.196975	0.397
7	4	-0.366665	-0.368407	0.473
7	5	-0.508968	-0.512151	0.621
7	6	-0.554801	-0.56007	0.941
8	2	-0.058917	-0.058924	0.012
8	3	-0.202159	-0.202247	0.044
8	4	-0.378455	-0.378825	0.098
8	5	-0.527372	-0.528413	0.197
8	6	-0.580102	-0.582427	0.399
9	2	-0.061664	-0.061248	0.679
9	3	-0.211794	-0.2104	0.663
9	4	-0.397489	-0.394932	0.647
9	5	-0.557076	-0.55355	0.637
9	6	-0.620933	-0.61698	0.641
media				0.631
desvio padrão				0.400

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
38	80	40.01	84.5

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.00132	-0.001313	0.533
2	2	-0.005067	-0.005024	0.856
2	3	-0.011325	-0.011228	0.864
3	2	-0.011561	-0.011463	0.855
3	3	-0.033341	-0.033055	0.865
3	4	-0.041369	-0.041022	0.846
4	2	-0.020808	-0.02064	0.814
4	3	-0.066373	-0.065834	0.819
4	4	-0.107214	-0.106351	0.811
4	5	-0.102489	-0.101687	0.789
5	2	-0.032814	-0.032565	0.765
5	3	-0.110441	-0.109598	0.769
5	4	-0.197883	-0.196378	0.766
5	5	-0.248787	-0.246926	0.754
5	6	-0.205758	-0.204259	0.734
6	2	-0.039598	-0.039938	0.851
6	3	-0.134531	-0.135787	0.925
6	4	-0.245951	-0.248649	1.085
6	5	-0.324374	-0.329136	1.447
6	6	-0.310195	-0.31786	2.411

7	2	-0.052166	-0.052414	0.473
7	3	-0.178721	-0.179665	0.525
7	4	-0.333414	-0.335508	0.624
7	5	-0.461054	-0.46489	0.825
7	6	-0.498245	-0.504653	1.270
8	2	-0.053863	-0.053899	0.067
8	3	-0.184676	-0.184875	0.108
8	4	-0.345182	-0.345804	0.180
8	5	-0.479422	-0.480962	0.320
8	6	-0.523498	-0.526748	0.617
9	2	-0.05674	-0.056276	0.825
9	3	-0.194768	-0.193213	0.805
9	4	-0.365118	-0.362277	0.784
9	5	-0.510533	-0.506669	0.763
9	6	-0.566263	-0.562085	0.743
media				0.785
desvio padrão				0.395

fck real (MPa)	Umidade real (%)	fck otimizado (MPa)	Umidade otimizada (%)
38	90	40.48	95.4

Estágio de Construção	Nó	Deslocamento do SAP	Deslocamento de campo	erro %
1	2	-0.001181	-0.001151	2.606
2	2	-0.004562	-0.004437	2.817
2	3	-0.010198	-0.009919	2.813
3	2	-0.010407	-0.010125	2.785
3	3	-0.030018	-0.029201	2.798
3	4	-0.037232	-0.036223	2.786
4	2	-0.018713	-0.018211	2.757
4	3	-0.059698	-0.058096	2.758
4	4	-0.096415	-0.093834	2.751
4	5	-0.092123	-0.089673	2.732
5	2	-0.029478	-0.028701	2.707
5	3	-0.099224	-0.096604	2.712
5	4	-0.177772	-0.173082	2.710
5	5	-0.22344	-0.217568	2.699
5	6	-0.184713	-0.179891	2.681
6	2	-0.034258	-0.033859	1.178
6	3	-0.116193	-0.114913	1.114
6	4	-0.211618	-0.209603	0.961
6	5	-0.276647	-0.274982	0.605
6	6	-0.258215	-0.259204	0.382
7	2	-0.044849	-0.045065	0.479
7	3	-0.153415	-0.154298	0.572
7	4	-0.285263	-0.287532	0.789
7	5	-0.391705	-0.396735	1.268
7	6	-0.41649	-0.426693	2.391
8	2	-0.046747	-0.047007	0.553
8	3	-0.160072	-0.161111	0.645
8	4	-0.298418	-0.300994	0.856
8	5	-0.412236	-0.417747	1.319
8	6	-0.444715	-0.455579	2.385
9	2	-0.050588	-0.050839	0.494
9	3	-0.173545	-0.174552	0.577
9	4	-0.325033	-0.327544	0.767
9	5	-0.45377	-0.45918	1.178
9	6	-0.501806	-0.512531	2.093
media				1.763
desvio padrão				0.974

ANEXO C – CÁLCULO DA CONTRA FLECHA DE PROJETO

Determinação de contra flecha

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento acumulado obtido no modelo estrutural:

$$Y_a := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.13 & 0 & 0 & 0 \\ -0.06 & -0.26 & -0.70 & 0 & 0 \\ -0.10 & -0.45 & -1.28 & -2.19 & 0 \\ -0.12 & -0.52 & -1.50 & -2.64 & -3.16 \end{pmatrix} \quad u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2) Deslocamento por estágio:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$y_{(i,j)} := \begin{cases} Y_{a(i,j)} & \text{if } i = j \\ Y_{a(i,j)} - Y_{a(i-1,j)} & \text{if } i > j \\ \frac{y_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{y_{(i,i)} - y_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] + y_{(i,i-1)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y = \begin{pmatrix} -0.01 & -0.02 & -0.033 & -0.045 & -0.058 \\ -0.02 & -0.13 & -0.268 & -0.405 & -0.543 \\ -0.03 & -0.13 & -0.7 & -1.27 & -1.84 \\ -0.04 & -0.19 & -0.58 & -2.19 & -3.8 \\ -0.02 & -0.07 & -0.22 & -0.45 & -3.16 \end{pmatrix}$$

3) Deslocamento total

$$Y_i := \sum_{k=1}^5 y_{(k,i)} \quad Y = \begin{pmatrix} -0.12 \\ -0.54 \\ -1.8 \\ -4.36 \\ -9.4 \end{pmatrix}$$

4) Contra flecha absoluta:

$$cf_{abs}_i := (-Y)_i \quad cf_{abs} = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.54 \\ 1.8 \\ 4.36 \\ 9.4 \end{pmatrix}$$

5) Contra flecha relativa:

$$cf_{(i,j)} := \begin{cases} cfabs_i & \text{if } i = 1 \wedge j = 1 \\ \frac{cf_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{cf_{(i,i)} - cf_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] & \text{if } i < j \wedge i \neq 1 \\ \left[cfabs_i - \sum_{k=1}^{i-1} cf_{(k,i)} \right] & \text{if } i = j \wedge i > 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 & 0.24 & 0.39 & 0.54 & 0.69 \\ 0 & 0.3 & 0.675 & 1.05 & 1.425 \\ 0 & 0 & 0.735 & 1.47 & 2.205 \\ 0 & 0 & 0 & 1.3 & 2.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.48 \end{pmatrix}$$

Aduela1: $cf_{1,1} = 0.12$

Aduela2: $cf_{2,2} = 0.3$

Aduela3: $cf_{3,3} = 0.735$

Aduela4: $cf_{4,4} = 1.3$

Aduela5: $cf_{5,5} = 2.48$

ANEXO D – CÁLCULO DA CORREÇÃO DE CONTRA FLECHA PARA O CASO A

Correção de contra flecha: $aduela := 1$

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento acumulado obtido no modelo estrutural, deslocamento ocorrido e contra flecha aplicada:

$$Y_a := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.13 & 0 & 0 & 0 \\ -0.06 & -0.26 & -0.70 & 0 & 0 \\ -0.10 & -0.45 & -1.28 & -2.19 & 0 \\ -0.12 & -0.52 & -1.50 & -2.64 & -3.16 \end{pmatrix} \quad u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

$$y_{dado} := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad cf_{obra} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) Deslocamento por estágio:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$y_{(i,j)} := \begin{cases} Y_{a(i,j)} & \text{if } i = j \\ y_{dado(i,j)} & \text{if } i \leq aduela \wedge i \geq j \\ Y_{a(i,j)} - Y_{a(i-1,j)} & \text{if } i > aduela \wedge i > j \\ \frac{y_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{y_{(i,i)} - y_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] + y_{(i,i-1)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y = \begin{pmatrix} -0.01 & -0.02 & -0.033 & -0.045 & -0.058 \\ -0.02 & -0.13 & -0.268 & -0.405 & -0.543 \\ -0.03 & -0.13 & -0.7 & -1.27 & -1.84 \\ -0.04 & -0.19 & -0.58 & -2.19 & -3.8 \\ -0.02 & -0.07 & -0.22 & -0.45 & -3.16 \end{pmatrix}$$

3) Deslocamento total

$$Y_i := \sum_{k=1}^5 y_{(k,i)} \quad Y = \begin{pmatrix} -0.12 \\ -0.54 \\ -1.8 \\ -4.36 \\ -9.4 \end{pmatrix}$$

4) Contra flecha absoluta:

$$cf_{abs}_i := (-Y)_i \quad cf_{abs} = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.54 \\ 1.8 \\ 4.36 \\ 9.4 \end{pmatrix}$$

5) Contra flecha relativa:

$$cf_{(i,j)} := \begin{cases} cf_{bra}_i & \text{if } i = j \wedge i \leq aduela \\ \frac{cf_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{cf_{(i,i)} - cf_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] & \text{if } i < j \wedge i \neq 1 \\ \left[cf_{abs}_i - \sum_{k=1}^{i-1} cf_{(k,i)} \right] & \text{if } i = j \wedge i > aduela \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 & 0.24 & 0.39 & 0.54 & 0.69 \\ 0 & 0.3 & 0.675 & 1.05 & 1.425 \\ 0 & 0 & 0.735 & 1.47 & 2.205 \\ 0 & 0 & 0 & 1.3 & 2.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.48 \end{pmatrix}$$

Aduela2: $cf_{2,2} = 0.3$

Aduela3: $cf_{3,3} = 0.735$

Aduela4: $cf_{4,4} = 1.3$

Aduela5: $cf_{5,5} = 2.48$

Correção de contra flecha: $aduela := 2$

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento acumulado obtido no modelo estrutural, deslocamento ocorrido e contra flecha aplicada:

$$Y_a := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.13 & 0 & 0 & 0 \\ -0.06 & -0.26 & -0.70 & 0 & 0 \\ -0.10 & -0.45 & -1.28 & -2.19 & 0 \\ -0.12 & -0.52 & -1.50 & -2.64 & -3.16 \end{pmatrix} \quad u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

$$y_{\text{dado}} := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & -0.11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad c_{\text{fobra}} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.30 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) Deslocamento por estágio:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$y_{(i,j)} := \begin{cases} Y_{a(i,j)} & \text{if } i = j \\ y_{\text{dado}}(i,j) & \text{if } i \leq \text{aduela} \wedge i \geq j \\ Y_{a(i,j)} - Y_{a(i-1,j)} & \text{if } i > \text{aduela} \wedge i > j \\ \frac{y_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{y_{(i,i)} - y_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] + y_{(i,i-1)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y = \begin{pmatrix} -0.01 & -0.02 & -0.033 & -0.045 & -0.058 \\ -0.02 & -0.11 & -0.222 & -0.335 & -0.447 \\ -0.03 & -0.13 & -0.7 & -1.27 & -1.84 \\ -0.04 & -0.19 & -0.58 & -2.19 & -3.8 \\ -0.02 & -0.07 & -0.22 & -0.45 & -3.16 \end{pmatrix}$$

3) Deslocamento total

$$Y_i := \sum_{k=1}^5 y_{(k,i)} \quad Y = \begin{pmatrix} -0.12 \\ -0.52 \\ -1.755 \\ -4.29 \\ -9.305 \end{pmatrix}$$

4) Contra flecha absoluta:

$$c_{\text{fabs}}_i := (-Y)_i \quad c_{\text{fabs}} = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.52 \\ 1.755 \\ 4.29 \\ 9.305 \end{pmatrix}$$

5) Contra flecha relativa:

$$cf_{(i,j)} := \begin{cases} cfobra_i & \text{if } i = j \wedge i \leq aduela \\ \frac{cf_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{cf_{(i,i)} - cf_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] & \text{if } i < j \wedge i \neq 1 \\ \left[cfabs_i - \sum_{k=1}^{i-1} cf_{(k,i)} \right] & \text{if } i = j \wedge i > aduela \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 & 0.24 & 0.39 & 0.54 & 0.69 \\ 0 & 0.3 & 0.675 & 1.05 & 1.425 \\ 0 & 0 & 0.69 & 1.38 & 2.07 \\ 0 & 0 & 0 & 1.32 & 2.64 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.48 \end{pmatrix}$$

$$\text{Aduela3: } \boxed{cf_{3,3} = 0.69}$$

$$\text{Aduela4: } \boxed{cf_{4,4} = 1.32}$$

$$\text{Aduela5: } \boxed{cf_{5,5} = 2.48}$$

Correção de contra flecha: aduela := 3

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento acumulado obtido no modelo estrutural, deslocamento ocorrido e contra flecha aplicada:

$$Ya := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.12 & 0 & 0 & 0 \\ -0.06 & -0.25 & -0.69 & 0 & 0 \\ -0.10 & -0.44 & -1.24 & -2.13 & 0 \\ -0.11 & -0.50 & -1.45 & -2.56 & -3.09 \end{pmatrix}$$

$$u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

$$ydado := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & -0.11 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.11 & -0.63 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$cfobra := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.30 \\ 0.69 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) Deslocamento por estágio:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$y_{(i,j)} := \begin{cases} Y_{a(i,j)} & \text{if } i = j \\ y_{\text{dado}}(i,j) & \text{if } i \leq \text{aduela} \wedge i \geq j \\ Y_{a(i,j)} - Y_{a(i-1,j)} & \text{if } i > \text{aduela} \wedge i > j \\ \frac{y_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{y_{(i,i)} - y_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] + y_{(i,i-1)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y = \begin{pmatrix} -0.01 & -0.02 & -0.033 & -0.045 & -0.058 \\ -0.02 & -0.11 & -0.222 & -0.335 & -0.447 \\ -0.03 & -0.11 & -0.63 & -1.15 & -1.67 \\ -0.04 & -0.19 & -0.55 & -2.13 & -3.71 \\ -0.01 & -0.06 & -0.21 & -0.43 & -3.09 \end{pmatrix}$$

3) Deslocamento total

$$Y_i := \sum_{k=1}^5 y_{(k,i)} \quad Y = \begin{pmatrix} -0.11 \\ -0.49 \\ -1.645 \\ -4.09 \\ -8.975 \end{pmatrix}$$

4) Contra flecha absoluta:

$$cf_{\text{abs}}_i := (-Y)_i \quad cf_{\text{abs}} = \begin{pmatrix} 0.11 \\ 0.49 \\ 1.645 \\ 4.09 \\ 8.975 \end{pmatrix}$$

5) Contra flecha relativa:

$$cf_{(i,j)} := \begin{cases} cf_{\text{obra}}_i & \text{if } i = j \wedge i \leq \text{aduela} \\ \frac{cf_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{cf_{(i,i)} - cf_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] & \text{if } i < j \wedge i \neq 1 \\ \left[cf_{\text{abs}}_i - \sum_{k=1}^{i-1} cf_{(k,i)} \right] & \text{if } i = j \wedge i > \text{aduela} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 & 0.24 & 0.39 & 0.54 & 0.69 \\ 0 & 0.3 & 0.675 & 1.05 & 1.425 \\ 0 & 0 & 0.69 & 1.38 & 2.07 \\ 0 & 0 & 0 & 1.12 & 2.24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.55 \end{pmatrix}$$

$$\text{Aduela4: } \boxed{cf_{4,4} = 1.12}$$

$$\text{Aduela5: } \boxed{cf_{5,5} = 2.55}$$

Correção de contra flecha: aduela := 4

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento acumulado obtido no modelo estrutural, deslocamento ocorrido e contra flecha aplicada:

$$Y_a := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.12 & 0 & 0 & 0 \\ -0.05 & -0.24 & -0.67 & 0 & 0 \\ -0.10 & -0.42 & -1.21 & -2.08 & 0 \\ -0.11 & -0.49 & -1.41 & -2.49 & -3.02 \end{pmatrix}$$

$$u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

$$y_{\text{dado}} := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & -0.11 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.11 & -0.63 & 0 & 0 \\ -0.04 & -0.17 & -0.50 & -1.95 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$cf_{\text{obra}} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.30 \\ 0.69 \\ 1.12 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) Deslocamento por estágio:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$y_{(i,j)} := \begin{cases} Y_{a(i,j)} & \text{if } i = j \\ y_{\text{dado}}(i,j) & \text{if } i \leq \text{aduela} \wedge i \geq j \\ Y_{a(i,j)} - Y_{a(i-1,j)} & \text{if } i > \text{aduela} \wedge i > j \\ \frac{y_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{y_{(i,i)} - y_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] + y_{(i,i-1)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y = \begin{pmatrix} -0.01 & -0.02 & -0.033 & -0.045 & -0.058 \\ -0.02 & -0.11 & -0.222 & -0.335 & -0.447 \\ -0.03 & -0.11 & -0.63 & -1.15 & -1.67 \\ -0.04 & -0.17 & -0.5 & -1.95 & -3.4 \\ -0.01 & -0.07 & -0.2 & -0.41 & -3.02 \end{pmatrix}$$

3) Deslocamento total

$$Y_i := \sum_{k=1}^5 y_{(k,i)} \quad Y = \begin{pmatrix} -0.11 \\ -0.48 \\ -1.585 \\ -3.89 \\ -8.595 \end{pmatrix}$$

4) Contra flecha absoluta:

$$cfabs_i := (-Y)_i \quad cfabs = \begin{pmatrix} 0.11 \\ 0.48 \\ 1.585 \\ 3.89 \\ 8.595 \end{pmatrix}$$

5) Contra flecha relativa:

$$cf_{(i,j)} := \begin{cases} cfobra_i & \text{if } i = j \wedge i \leq aduela \\ \frac{cf_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{cf_{(i,i)} - cf_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] & \text{if } i < j \wedge i \neq 1 \\ \left[cfabs_i - \sum_{k=1}^{i-1} cf_{(k,i)} \right] & \text{if } i = j \wedge i > aduela \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 & 0.24 & 0.39 & 0.54 & 0.69 \\ 0 & 0.3 & 0.675 & 1.05 & 1.425 \\ 0 & 0 & 0.69 & 1.38 & 2.07 \\ 0 & 0 & 0 & 1.12 & 2.24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.17 \end{pmatrix}$$

Aduela5: $cf_{5,5} = 2.17$

ANEXO E – CÁLCULO DA CORREÇÃO DE CONTRA FLECHA - OYAMADA PARA O CASO A

Correção de contra flecha - OYAMADA: aduela := 1

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento ocorrido e contra flecha de projeto:

$$\text{ydado} := \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{cfobra} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.30 \\ 0.74 \\ 1.30 \\ 2.48 \end{pmatrix} \quad \text{u} := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2) Correção dos ângulos:

i := 1..5

$$\theta_{m_{\text{aduela}}} := \frac{\text{ydado}(\text{aduela}, \text{aduela})}{u_{\text{aduela}}} \quad \theta := \frac{\text{cfobra}}{u} \quad \theta_{c_1} := 0$$

$$\theta_{c_{\text{aduela}+1}} := \begin{cases} \frac{\text{cfobra}_{\text{aduela}+1} + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot (u_{\text{aduela}} + u_{\text{aduela}+1})}{u_{\text{aduela}+1}} & \text{if } \theta_{m_{\text{aduela}}} \leq \frac{\theta_{\text{aduela}}}{2} \\ \frac{2 \text{cfobra}_{\text{aduela}+1} + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot (u_{\text{aduela}} + 2u_{\text{aduela}+1})}{2u_{\text{aduela}+1}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_{c_{\text{aduela}+2}} := \begin{cases} \theta_{\text{aduela}+2} + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot \frac{u_{\text{aduela}}}{u_{\text{aduela}+1}} & \text{if } \theta_{m_{\text{aduela}}} \leq \frac{\theta_{\text{aduela}}}{2} \\ \frac{\text{cfobra}_{\text{aduela}+2} + \theta_{\text{aduela}+1} \cdot (u_{\text{aduela}+1} + u_{\text{aduela}+2}) + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot \sum_{k=\text{aduela}}^{\text{aduela}+2} u_{\text{aduela}} - \theta_{c_{\text{aduela}+1}} \cdot (u_{\text{aduela}+1} + u_{\text{aduela}+2})}{u_{\text{aduela}+2}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_{c_{\text{aduela}+3}} := \begin{cases} 0 & \text{if } \theta_{m_{\text{aduela}}} \leq \frac{\theta_{\text{aduela}}}{2} \\ \theta_{\text{aduela}+3} + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot \frac{u_{\text{aduela}}}{2 \cdot u_{\text{aduela}+2}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \times 10^{-4} \\ 1.505 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3) Contra flecha relativa:

$$\text{cf}_i := \begin{cases} \text{cfobra}_i & \text{if } \theta_{c_i} = 0 \\ \theta_{c_i} \cdot u_i & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 0.753 \\ 1.3 \\ 2.48 \end{pmatrix}$$

$$cfrel_i := cf_i$$

$$\text{Aduela2: } \boxed{cfrel_2 = 0.32}$$

$$\text{Aduela3: } \boxed{cfrel_3 = 0.753}$$

$$\text{Aduela4: } \boxed{cfrel_4 = 1.3}$$

$$\text{Aduela5: } \boxed{cfrel_5 = 2.48}$$

Correção de contra flecha - OYAMADA: aduela := 2

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento ocorrido e contra flecha de projeto:

$$y_{\text{dado}} := \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad cf_{\text{obra}} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 0.75 \\ 1.30 \\ 2.48 \end{pmatrix} \quad u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2) Correção dos ângulos:

$$i := 1..5$$

$$\theta_{m_{\text{aduela}}} := \frac{y_{\text{dado}}(\text{aduela}, \text{aduela})}{u_{\text{aduela}}} \quad \theta := \frac{cf_{\text{obra}}}{u} \quad \theta_{c_i} := 0$$

$$\theta_{c_{\text{aduela}+1}} := \begin{cases} \frac{cf_{\text{obra}_{\text{aduela}+1}} + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot (u_{\text{aduela}} + u_{\text{aduela}+1})}{u_{\text{aduela}+1}} & \text{if } \theta_{m_{\text{aduela}}} \leq \frac{\theta_{\text{aduela}}}{2} \\ \frac{2 cf_{\text{obra}_{\text{aduela}+1}} + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot (u_{\text{aduela}} + 2 u_{\text{aduela}+1})}{2 u_{\text{aduela}+1}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_{c_{\text{aduela}+2}} := \begin{cases} \theta_{\text{aduela}+2} + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot \frac{u_{\text{aduela}}}{u_{\text{aduela}+1}} & \text{if } \theta_{m_{\text{aduela}}} \leq \frac{\theta_{\text{aduela}}}{2} \\ \frac{cf_{\text{obra}_{\text{aduela}+2}} + \theta_{\text{aduela}+1} \cdot (u_{\text{aduela}+1} + u_{\text{aduela}+2}) + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot \sum_{k=\text{aduela}}^{\text{aduela}+2} u_{\text{aduela}} - \theta_{c_{\text{aduela}+1}} \cdot (u_{\text{aduela}+1} + u_{\text{aduela}+2})}{u_{\text{aduela}+2}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_{c_{aduela+3}} := \begin{cases} 0 & \text{if } \theta_{m_{aduela}} \leq \frac{\theta_{aduela}}{2} \\ \theta_{aduela+3} + \theta_{m_{aduela}} \cdot \frac{u_{aduela}}{2 \cdot u_{aduela+2}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.995 \times 10^{-3} \\ 2.82 \times 10^{-3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

3) Contra flecha relativa:

$$cf_i := \begin{cases} cfobra_i & \text{if } \theta_{c_i} = 0 \\ \theta_{c_i} \cdot u_i & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 0.998 \\ 1.41 \\ 2.48 \end{pmatrix}$$

$$cfrel_i := cf_i$$

$$\text{Aduela3: } \boxed{cfrel_3 = 0.998}$$

$$\text{Aduela4: } \boxed{cfrel_4 = 1.41}$$

$$\text{Aduela5: } \boxed{cfrel_5 = 2.48}$$

Correção de contra flecha - OYAMADA: aduela := 3

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento e contra flecha de projeto:

$$y_{dado} := \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.11 & 0 & 0 & 0 \\ 0.03 & 0.11 & 0.63 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$cfobra := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 1.00 \\ 1.41 \\ 2.48 \end{pmatrix}$$

$$u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2) Correção dos ângulos:

$$i := 1..5$$

$$\theta_{m_{aduela}} := \frac{y_{dado}(aduela, aduela)}{u_{aduela}}$$

$$\theta := \frac{cfobra}{u}$$

$$\theta_{c_i} := 0$$

$$\theta_{c_{aduela+1}} := \begin{cases} \frac{cfobra_{aduela+1} + \theta m_{aduela} \cdot (u_{aduela} + u_{aduela+1})}{u_{aduela+1}} & \text{if } \theta m_{aduela} \leq \frac{\theta_{aduela}}{2} \\ \frac{2 cfobra_{aduela+1} + \theta m_{aduela} \cdot (u_{aduela} + 2 u_{aduela+1})}{2 u_{aduela+1}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_{c_{aduela+2}} := \begin{cases} \theta_{aduela+2} + \theta m_{aduela} \cdot \frac{u_{aduela}}{u_{aduela+1}} & \text{if } \theta m_{aduela} \leq \frac{\theta_{aduela}}{2} \\ \frac{cfobra_{aduela+2} + \theta_{aduela+1} \cdot (u_{aduela+1} + u_{aduela+2}) + \theta m_{aduela} \cdot \sum_{k=aduela}^{aduela+2} u_{aduela} - \theta_{c_{aduela+1}} \cdot (u_{aduela+1} + u_{aduela+2})}{u_{aduela+2}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4.71 \times 10^{-3} \\ 4.96 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

3) Contra flecha relativa:

$$cf_i := \begin{cases} cfobra_i & \text{if } \theta_{c_i} = 0 \\ \theta_{c_i} \cdot u_i & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 1 \\ 2.355 \\ 2.48 \end{pmatrix}$$

$$cfrel_i := cf_i$$

Aduela4: $cfrel_4 = 2.355$

Aduela5: $cfrel_5 = 2.48$

Correção de contra flecha - OYAMADA: aduela := 4

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento ocorrido e contra flecha de projeto:

$$y_{dado} := \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.11 & 0 & 0 & 0 \\ 0.03 & 0.11 & 0.63 & 0 & 0 \\ 0.04 & 0.17 & 0.50 & 1.95 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad cfobra := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 1.00 \\ 2.35 \\ 2.48 \end{pmatrix} \quad u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2) Correção dos ângulos:

$i := 1..5$

$$\theta_{m_{aduela}} := \frac{\text{ydado}(aduela, aduela)}{u_{aduela}} \quad \theta := \frac{cfobra}{u} \quad \theta_{c_i} := 0$$

$$\theta_{c_{aduela+1}} := \begin{cases} \frac{cfobra_{aduela+1} + \theta_{m_{aduela}} \cdot (u_{aduela} + u_{aduela+1})}{u_{aduela+1}} & \text{if } \theta_{m_{aduela}} \leq \frac{\theta_{aduela}}{2} \\ \frac{2cfobra_{aduela+1} + \theta_{m_{aduela}} \cdot (u_{aduela} + 2u_{aduela+1})}{2u_{aduela+1}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.011 \end{pmatrix}$$

3) Contra flecha relativa:

$$cf_i := \begin{cases} cfobra_i & \text{if } \theta_{c_i} = 0 \\ \theta_{c_i} \cdot u_i & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 1 \\ 2.35 \\ 5.405 \end{pmatrix}$$

$$cfrel_i := cf_i$$

Aduela5: $cfrel_5 = 5.405$

ANEXO F – CÁLCULO DA POSIÇÃO GEOMÉTRICA DAS ADUELAS PARA O CASO A

Posição Geométrica das Aduelas em Projeto:

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamentos em campo e contra flecha:

$$\text{ydado} := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & -0.11 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.11 & -0.63 & 0 & 0 \\ -0.04 & -0.17 & -0.50 & -1.95 & 0 \\ -0.01 & -0.06 & -0.18 & -0.38 & -2.83 \end{pmatrix} \quad \text{cfobra} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.30 \\ 0.74 \\ 1.30 \\ 2.48 \end{pmatrix} \quad \text{u} := \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

2) Posição Geométrica:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$Z_{(i,j)} := \begin{cases} \text{cfobra}_{(i,j)} + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = 1 \wedge i = j \\ \left[\frac{Z_{(i-1,j-1)}}{u_{i-1}} \right] \cdot \sum_{k=i-1}^i u_k + \text{cfobra}_i + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = 2 \wedge i = j \\ \left[\frac{Z_{(i-1,j-1)} - Z_{(i-1,j-2)}}{u_{i-1}} \right] \cdot \sum_{k=i-1}^i u_k + Z_{(i-1,j-2)} + \text{cfobra}_i + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = j \wedge i \neq 1 \wedge i \neq 2 \\ Z_{(i-1,j)} + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i > j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0.11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.09 & 0.41 & 0 & 0 & 0 \\ 0.06 & 0.3 & 0.92 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.13 & 0.42 & 0.89 & 0 \\ 0.01 & 0.07 & 0.24 & 0.51 & 1.01 \end{pmatrix}$$

Posição Geométrica das Aduelas Corrigido:

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamentos em campo e contra flecha:

$$\text{ydado} := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & -0.11 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.11 & -0.63 & 0 & 0 \\ -0.04 & -0.17 & -0.50 & -1.95 & 0 \\ -0.01 & -0.06 & -0.18 & -0.38 & -2.83 \end{pmatrix} \quad \text{cfobra} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.30 \\ 0.69 \\ 1.12 \\ 2.17 \end{pmatrix} \quad \text{u} := \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

2) Posição Geométrica:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$Z_{(i,j)} := \begin{cases} \text{cfobra}_{(i,j)} + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = 1 \wedge i = j \\ \left[\frac{Z_{(i-1,j-1)}}{u_{i-1}} \right] \cdot \sum_{k=i-1}^i u_k + \text{cfobra}_i + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = 2 \wedge i = j \\ \left[\frac{Z_{(i-1,j-1)} - Z_{(i-1,j-2)}}{u_{i-1}} \right] \cdot \sum_{k=i-1}^i u_k + Z_{(i-1,j-2)} + \text{cfobra}_i + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = j \wedge i \neq 1 \wedge i \neq 2 \\ Z_{(i-1,j)} + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i > j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0.11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.09 & 0.41 & 0 & 0 & 0 \\ 0.06 & 0.3 & 0.87 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.13 & 0.37 & 0.61 & 0 \\ 0.01 & 0.07 & 0.19 & 0.23 & 0.19 \end{pmatrix}$$

Posição Geométrica das Aduelas - OYAMADA:

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamentos em campo e contra flecha:

$$\text{ydado} := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & -0.11 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.11 & -0.63 & 0 & 0 \\ -0.04 & -0.17 & -0.50 & -1.95 & 0 \\ -0.01 & -0.06 & -0.18 & -0.38 & -2.83 \end{pmatrix} \quad \text{cfobra} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 1.00 \\ 2.35 \\ 5.40 \end{pmatrix} \quad u := \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

2) Posição Geométrica:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$Z_{(i,j)} := \begin{cases} \text{cfobra}_{(i,j)} + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = 1 \wedge i = j \\ \left[\frac{Z_{(i-1,j-1)}}{u_{i-1}} \right] \cdot \sum_{k=i-1}^i u_k + \text{cfobra}_i + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = 2 \wedge i = j \\ \left[\frac{Z_{(i-1,j-1)} - Z_{(i-1,j-2)}}{u_{i-1}} \right] \cdot \sum_{k=i-1}^i u_k + Z_{(i-1,j-2)} + \text{cfobra}_i + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = j \wedge i \neq 1 \wedge i \neq 2 \\ Z_{(i-1,j)} + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i > j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0.11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.09 & 0.43 & 0 & 0 & 0 \\ 0.06 & 0.32 & 1.225 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.15 & 0.725 & 2.53 & 0 \\ 0.01 & 0.09 & 0.545 & 2.15 & 6.905 \end{pmatrix}$$

ANEXO G – CÁLCULO DA CORREÇÃO DE CONTRA FLECHA PARA O CASO B

Correção de contra flecha: aduela := 1

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento acumulado obtido no modelo estrutural, deslocamento ocorrido e contra flecha aplicada:

$$Y_a := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.13 & 0 & 0 & 0 \\ -0.06 & -0.26 & -0.70 & 0 & 0 \\ -0.10 & -0.45 & -1.28 & -2.19 & 0 \\ -0.12 & -0.52 & -1.50 & -2.64 & -3.16 \end{pmatrix} \quad u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

$$y_{\text{dado}} := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad c_{\text{fobra}} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) Deslocamento por estágio:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$y_{(i,j)} := \begin{cases} Y_{a(i,j)} & \text{if } i = j \\ y_{\text{dado}}(i,j) & \text{if } i \leq \text{aduela} \wedge i \geq j \\ Y_{a(i,j)} - Y_{a(i-1,j)} & \text{if } i > \text{aduela} \wedge i > j \\ \frac{y_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{y_{(i,i)} - y_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] + y_{(i,i-1)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y = \begin{pmatrix} -0.01 & -0.02 & -0.033 & -0.045 & -0.058 \\ -0.02 & -0.13 & -0.268 & -0.405 & -0.543 \\ -0.03 & -0.13 & -0.7 & -1.27 & -1.84 \\ -0.04 & -0.19 & -0.58 & -2.19 & -3.8 \\ -0.02 & -0.07 & -0.22 & -0.45 & -3.16 \end{pmatrix}$$

3) Deslocamento total

$$Y_i := \sum_{k=1}^5 y_{(k,i)} \quad Y = \begin{pmatrix} -0.12 \\ -0.54 \\ -1.8 \\ -4.36 \\ -9.4 \end{pmatrix}$$

4) Contra flecha absoluta:

$$cfabs_i := (-Y)_i \quad Y = \begin{pmatrix} -0.12 \\ -0.54 \\ -1.8 \\ -4.36 \\ -9.4 \end{pmatrix}$$

5) Contra flecha relativa:

$$cf_{(i,j)} := \begin{cases} cfobra_i & \text{if } i = j \wedge i \leq aduela \\ \frac{cf_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{cf_{(i,i)} - cf_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] & \text{if } i < j \wedge i \neq 1 \\ \left[cfabs_i - \sum_{k=1}^{i-1} cf_{(k,i)} \right] & \text{if } i = j \wedge i > aduela \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 & 0.24 & 0.39 & 0.54 & 0.69 \\ 0 & 0.3 & 0.675 & 1.05 & 1.425 \\ 0 & 0 & 0.735 & 1.47 & 2.205 \\ 0 & 0 & 0 & 1.3 & 2.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.48 \end{pmatrix}$$

$$\text{Aduela2: } \boxed{cf_{2,2} = 0.3}$$

$$\text{Aduela3: } \boxed{cf_{3,3} = 0.735}$$

$$\text{Aduela4: } \boxed{cf_{4,4} = 1.3}$$

$$\text{Aduela5: } \boxed{cf_{5,5} = 2.48}$$

Correção de contra flecha: aduela := 2

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento acumulado obtido no modelo estrutural, deslocamento ocorrido e contra flecha aplicada:

$$Y_a := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.14 & 0 & 0 & 0 \\ -0.07 & -0.29 & -0.80 & 0 & 0 \\ -0.12 & -0.52 & -1.48 & -2.48 & 0 \\ -0.14 & -0.60 & -1.75 & -3.04 & -3.53 \end{pmatrix} \quad u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

$$y_{\text{dado}} := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & -0.14 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad c_{\text{fobra}} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.30 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) Deslocamento por estágio:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$y_{(i,j)} := \begin{cases} Y_{a(i,j)} & \text{if } i = j \\ y_{\text{dado}}(i,j) & \text{if } i \leq \text{aduela} \wedge i \geq j \\ Y_{a(i,j)} - Y_{a(i-1,j)} & \text{if } i > \text{aduela} \wedge i > j \\ \frac{y_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{y_{(i,i)} - y_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] + y_{(i,i-1)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y = \begin{pmatrix} -0.01 & -0.02 & -0.033 & -0.045 & -0.058 \\ -0.02 & -0.14 & -0.29 & -0.44 & -0.59 \\ -0.04 & -0.15 & -0.8 & -1.45 & -2.1 \\ -0.05 & -0.23 & -0.68 & -2.48 & -4.28 \\ -0.02 & -0.08 & -0.27 & -0.56 & -3.53 \end{pmatrix}$$

3) Deslocamento total

$$Y_i := \sum_{k=1}^5 y_{(k,i)} \quad Y = \begin{pmatrix} -0.14 \\ -0.62 \\ -2.072 \\ -4.975 \\ -10.558 \end{pmatrix}$$

4) Contra flecha absoluta:

$$c_{\text{fabs}}_i := (-Y)_i \quad c_{\text{fabs}} = \begin{pmatrix} 0.14 \\ 0.62 \\ 2.072 \\ 4.975 \\ 10.558 \end{pmatrix}$$

5) Contra flecha relativa:

$$cf_{(i,j)} := \begin{cases} cfobra_i & \text{if } i = j \wedge i \leq aduela \\ \frac{cf_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{cf_{(i,i)} - cf_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] & \text{if } i < j \wedge i \neq 1 \\ \left[cfabs_i - \sum_{k=1}^{i-1} cf_{(k,i)} \right] & \text{if } i = j \wedge i > aduela \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 & 0.24 & 0.39 & 0.54 & 0.69 \\ 0 & 0.3 & 0.675 & 1.05 & 1.425 \\ 0 & 0 & 1.007 & 2.015 & 3.022 \\ 0 & 0 & 0 & 1.37 & 2.74 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.68 \end{pmatrix}$$

$$\text{Aduela3: } \boxed{cf_{3,3} = 1.007}$$

$$\text{Aduela4: } \boxed{cf_{4,4} = 1.37}$$

$$\text{Aduela5: } \boxed{cf_{5,5} = 2.68}$$

Correção de contra flecha: aduela := 3

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento acumulado obtido no modelo estrutural, deslocamento ocorrido e contra flecha aplicada:

$$Ya := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.14 & 0 & 0 & 0 \\ -0.06 & -0.28 & -0.78 & 0 & 0 \\ -0.12 & -0.50 & -1.43 & -2.41 & 0 \\ -0.13 & -0.58 & -1.69 & -2.95 & -3.45 \end{pmatrix}$$

$$u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

$$ydado := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & -0.14 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.14 & -0.77 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$cfobra := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.30 \\ 1.01 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) Deslocamento por estágio:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$y_{(i,j)} := \begin{cases} Y_{a(i,j)} & \text{if } i = j \\ y_{\text{dado}}(i,j) & \text{if } i \leq \text{aduela} \wedge i \geq j \\ Y_{a(i,j)} - Y_{a(i-1,j)} & \text{if } i > \text{aduela} \wedge i > j \\ \frac{y_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{y_{(i,i)} - y_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] + y_{(i,i-1)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y = \begin{pmatrix} -0.01 & -0.02 & -0.033 & -0.045 & -0.058 \\ -0.02 & -0.14 & -0.29 & -0.44 & -0.59 \\ -0.03 & -0.14 & -0.77 & -1.4 & -2.03 \\ -0.06 & -0.22 & -0.65 & -2.41 & -4.17 \\ -0.01 & -0.08 & -0.26 & -0.54 & -3.45 \end{pmatrix}$$

3) Deslocamento total

$$Y_i := \sum_{k=1}^5 y_{(k,i)} \quad Y = \begin{pmatrix} -0.13 \\ -0.6 \\ -2.002 \\ -4.835 \\ -10.297 \end{pmatrix}$$

4) Contra flecha absoluta:

$$\text{cfabs}_i := (-Y)_i \quad \text{cfabs} = \begin{pmatrix} 0.13 \\ 0.6 \\ 2.002 \\ 4.835 \\ 10.297 \end{pmatrix}$$

5) Contra flecha relativa:

$$\text{cf}_{(i,j)} := \begin{cases} \text{cfobra}_i & \text{if } i = j \wedge i \leq \text{aduela} \\ \frac{\text{cf}_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{\text{cf}_{(i,i)} - \text{cf}_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] & \text{if } i < j \wedge i \neq 1 \\ \left[\text{cfabs}_i - \sum_{k=1}^{i-1} \text{cf}_{(k,i)} \right] & \text{if } i = j \wedge i > \text{aduela} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 & 0.24 & 0.39 & 0.54 & 0.69 \\ 0 & 0.3 & 0.675 & 1.05 & 1.425 \\ 0 & 0 & 1.01 & 2.02 & 3.03 \\ 0 & 0 & 0 & 1.225 & 2.45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.702 \end{pmatrix}$$

$$\text{Aduela4: } \boxed{cf_{4,4} = 1.225}$$

$$\text{Aduela5: } \boxed{cf_{5,5} = 2.702}$$

Correção de contra flecha: aduela := 4

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento acumulado obtido no modelo estrutural, deslocamento ocorrido e contra flecha aplicada:

$$Ya := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.14 & 0 & 0 & 0 \\ -0.06 & -0.28 & -0.77 & 0 & 0 \\ -0.11 & -0.50 & -1.41 & -2.38 & 0 \\ -0.13 & -0.57 & -1.66 & -2.91 & -3.41 \end{pmatrix}$$

$$u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

$$ydado := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & -0.14 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.14 & -0.77 & 0 & 0 \\ -0.05 & -0.21 & -0.64 & -2.38 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$cfobra := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.30 \\ 1.01 \\ 1.23 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) Deslocamento por estágio:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$y_{(i,j)} := \begin{cases} Ya_{(i,j)} & \text{if } i = j \\ ydado_{(i,j)} & \text{if } i \leq aduela \wedge i \geq j \\ Ya_{(i,j)} - Ya_{(i-1,j)} & \text{if } i > aduela \wedge i > j \\ \frac{y_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{y_{(i,i)} - y_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] + y_{(i,i-1)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y = \begin{pmatrix} -0.01 & -0.02 & -0.033 & -0.045 & -0.058 \\ -0.02 & -0.14 & -0.29 & -0.44 & -0.59 \\ -0.03 & -0.14 & -0.77 & -1.4 & -2.03 \\ -0.05 & -0.21 & -0.64 & -2.38 & -4.12 \\ -0.02 & -0.07 & -0.25 & -0.53 & -3.41 \end{pmatrix}$$

3) Deslocamento total

$$Y_i := \sum_{k=1}^5 y_{(k,i)} \quad Y = \begin{pmatrix} -0.13 \\ -0.58 \\ -1.982 \\ -4.795 \\ -10.207 \end{pmatrix}$$

4) Contra flecha absoluta:

$$cfabs_i := (-Y)_i \quad cfabs = \begin{pmatrix} 0.13 \\ 0.58 \\ 1.982 \\ 4.795 \\ 10.207 \end{pmatrix}$$

5) Contra flecha relativa:

$$cf_{(i,j)} := \begin{cases} cfobra_i & \text{if } i = j \wedge i \leq aduela \\ \frac{cf_{(i,i)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k & \text{if } i < j \wedge i = 1 \\ \left[\frac{cf_{(i,i)} - cf_{(i,i-1)}}{u_i} \cdot \sum_{k=i}^j u_k \right] & \text{if } i < j \wedge i \neq 1 \\ \left[cfabs_i - \sum_{k=1}^{i-1} cf_{(k,i)} \right] & \text{if } i = j \wedge i > aduela \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 & 0.24 & 0.39 & 0.54 & 0.69 \\ 0 & 0.3 & 0.675 & 1.05 & 1.425 \\ 0 & 0 & 1.01 & 2.02 & 3.03 \\ 0 & 0 & 0 & 1.23 & 2.46 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.602 \end{pmatrix}$$

Aduela5: $cf_{5,5} = 2.602$

ANEXO H – CÁLCULO DA CORREÇÃO DE CONTRA FLECHA - OYAMADA PARA O CASO B

Correção de contra flecha - OYAMADA: aduela := 1

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento ocorrido e contra flecha de projeto:

$$\text{ydado} := \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{cfobra} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.30 \\ 0.74 \\ 1.30 \\ 2.48 \end{pmatrix} \quad \text{u} := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2) Correção dos ângulos:

i := 1..5

$$\theta_{m_{\text{aduela}}} := \frac{\text{ydado}(\text{aduela}, \text{aduela})}{u_{\text{aduela}}} \quad \theta := \frac{\text{cfobra}}{u} \quad \theta_{c_1} := 0$$

$$\theta_{c_{\text{aduela}+1}} := \begin{cases} \frac{\text{cfobra}_{\text{aduela}+1} + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot (u_{\text{aduela}} + u_{\text{aduela}+1})}{u_{\text{aduela}+1}} & \text{if } \theta_{m_{\text{aduela}}} \leq \frac{\theta_{\text{aduela}}}{2} \\ \frac{2 \text{cfobra}_{\text{aduela}+1} + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot (u_{\text{aduela}} + 2u_{\text{aduela}+1})}{2u_{\text{aduela}+1}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_{c_{\text{aduela}+2}} := \begin{cases} \theta_{\text{aduela}+2} + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot \frac{u_{\text{aduela}}}{u_{\text{aduela}+1}} & \text{if } \theta_{m_{\text{aduela}}} \leq \frac{\theta_{\text{aduela}}}{2} \\ \frac{\text{cfobra}_{\text{aduela}+2} + \theta_{\text{aduela}+1} \cdot (u_{\text{aduela}+1} + u_{\text{aduela}+2}) + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot \sum_{k=\text{aduela}}^{\text{aduela}+2} u_{\text{aduela}} - \theta_{c_{\text{aduela}+1}} \cdot (u_{\text{aduela}+1} + u_{\text{aduela}+2})}{u_{\text{aduela}+2}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_{c_{\text{aduela}+3}} := \begin{cases} 0 & \text{if } \theta_{m_{\text{aduela}}} \leq \frac{\theta_{\text{aduela}}}{2} \\ \theta_{\text{aduela}+3} + \theta_{m_{\text{aduela}}} \cdot \frac{u_{\text{aduela}}}{2 \cdot u_{\text{aduela}+2}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \times 10^{-4} \\ 1.505 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3) Contra flecha relativa:

$$\text{cf}_i := \begin{cases} \text{cfobra}_i & \text{if } \theta_{c_i} = 0 \\ \theta_{c_i} \cdot u_i & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 0.753 \\ 1.3 \\ 2.48 \end{pmatrix}$$

$$cfrel_i := cf_i$$

$$\text{Aduela2: } \overline{cfrel_2 = 0.32}$$

$$\text{Aduela3: } \overline{cfrel_2 = 0.32}$$

$$\text{Aduela4: } \overline{cfrel_4 = 1.3}$$

$$\text{Aduela5: } \overline{cfrel_5 = 2.48}$$

Correção de contra flecha - OYAMADA: aduela := 2

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento ocorrido e contra flecha de projeto:

$$ydado := \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.14 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$cfobra := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 0.75 \\ 1.30 \\ 2.48 \end{pmatrix}$$

$$u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2) Correção dos ângulos:

$$i := 1..5$$

$$\theta_{m_{aduela}} := \frac{ydado(aduela, aduela)}{u_{aduela}} \quad \theta := \frac{cfobra}{u} \quad \theta_{c_i} := 0$$

$$\theta_{c_{aduela+1}} := \begin{cases} \frac{cfobra_{aduela+1} + \theta_{m_{aduela}} \cdot (u_{aduela} + u_{aduela+1})}{u_{aduela+1}} & \text{if } \theta_{m_{aduela}} \leq \frac{\theta_{aduela}}{2} \\ \frac{2cfobra_{aduela+1} + \theta_{m_{aduela}} \cdot (u_{aduela} + 2u_{aduela+1})}{2u_{aduela+1}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_{c_{aduela+2}} := \begin{cases} \theta_{aduela+2} + \theta_{m_{aduela}} \cdot \frac{u_{aduela}}{u_{aduela+1}} & \text{if } \theta_{m_{aduela}} \leq \frac{\theta_{aduela}}{2} \\ \frac{cfobra_{aduela+2} + \theta_{aduela+1} \cdot (u_{aduela+1} + u_{aduela+2}) + \theta_{m_{aduela}} \cdot \sum_{k=aduela}^{aduela+2} u_{aduela} - \theta_{c_{aduela+1}} \cdot (u_{aduela+1} + u_{aduela+2})}{u_{aduela+2}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_{c_{aduela+3}} := \begin{cases} 0 & \text{if } \theta_{m_{aduela}} \leq \frac{\theta_{aduela}}{2} \\ \theta_{aduela+3} + \theta_{m_{aduela}} \cdot \frac{u_{aduela}}{2 \cdot u_{aduela+2}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.13 \times 10^{-3} \\ 2.88 \times 10^{-3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

3) Contra flecha relativa:

$$cf_i := \begin{cases} cfobra_i & \text{if } \theta_{c_i} = 0 \\ \theta_{c_i} \cdot u_i & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 1.065 \\ 1.44 \\ 2.48 \end{pmatrix}$$

$$cfrel_i := cf_i$$

$$\text{Aduela3: } \boxed{cfrel_3 = 1.065}$$

$$\text{Aduela4: } \boxed{cfrel_4 = 1.44}$$

$$\text{Aduela5: } \boxed{cfrel_5 = 2.48}$$

Correção de contra flecha - OYAMADA: $aduela := 3$

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento ocorrido e contra flecha de projeto:

$$y_{dado} := \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.14 & 0 & 0 & 0 \\ 0.03 & 0.14 & 0.77 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$cfobra := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 1.06 \\ 1.44 \\ 2.48 \end{pmatrix}$$

$$u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2) Correção dos ângulos:

$$i := 1..5$$

$$\theta_{m_{aduela}} := \frac{y_{dado}(aduela, aduela)}{u_{aduela}}$$

$$\theta := \frac{cfobra}{u}$$

$$\theta_{c_i} := 0$$

$$\theta_{c_{aduela+1}} := \begin{cases} \frac{cfobra_{aduela+1} + \theta m_{aduela} \cdot (u_{aduela} + u_{aduela+1})}{u_{aduela+1}} & \text{if } \theta m_{aduela} \leq \frac{\theta_{aduela}}{2} \\ \frac{2 cfobra_{aduela+1} + \theta m_{aduela} \cdot (u_{aduela} + 2 u_{aduela+1})}{2 u_{aduela+1}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_{c_{aduela+2}} := \begin{cases} \theta_{aduela+2} + \theta m_{aduela} \cdot \frac{u_{aduela}}{u_{aduela+1}} & \text{if } \theta m_{aduela} \leq \frac{\theta_{aduela}}{2} \\ \frac{cfobra_{aduela+2} + \theta_{aduela+1} \cdot (u_{aduela+1} + u_{aduela+2}) + \theta m_{aduela} \cdot \sum_{k=aduela}^{aduela+2} u_{aduela} - \theta_{c_{aduela+1}} \cdot (u_{aduela+1} + u_{aduela+2})}{u_{aduela+2}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5.19 \times 10^{-3} \\ 4.96 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

3) Contra flecha relativa:

$$cf_i := \begin{cases} cfobra_i & \text{if } \theta_{c_i} = 0 \\ \theta_{c_i} \cdot u_i & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 1.06 \\ 2.595 \\ 2.48 \end{pmatrix}$$

$$cfrel_i := cf_i$$

Aduela4: $cfrel_4 = 2.595$

Aduela5: $cfrel_5 = 2.48$

Correção de contra flecha - OYAMADA:

$$aduela := 4$$

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamento ocorrido e contra flecha de projeto:

$$y_{dado} := \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.14 & 0 & 0 & 0 \\ 0.03 & 0.14 & 0.77 & 0 & 0 \\ 0.05 & 0.21 & 0.64 & 2.38 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$cfobra := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 1.06 \\ 2.60 \\ 2.48 \end{pmatrix}$$

$$u := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2) Correção dos ângulos:

$i := 1..5$

$$\theta_{m_{aduela}} := \frac{\text{ydado}(aduela, aduela)}{u_{aduela}} \quad \theta := \frac{cfobra}{u} \quad \theta_{c_i} := 0$$

$$\theta_{c_{aduela+1}} := \begin{cases} \frac{cfobra_{aduela+1} + \theta_{m_{aduela}} \cdot (u_{aduela} + u_{aduela+1})}{u_{aduela+1}} & \text{if } \theta_{m_{aduela}} \leq \frac{\theta_{aduela}}{2} \\ \frac{2cfobra_{aduela+1} + \theta_{m_{aduela}} \cdot (u_{aduela} + 2u_{aduela+1})}{2u_{aduela+1}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.012 \end{pmatrix}$$

3) Contra flecha relativa:

$$cf_i := \begin{cases} cfobra_i & \text{if } \theta_{c_i} = 0 \\ \theta_{c_i} \cdot u_i & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$cf = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 1.06 \\ 2.6 \\ 6.05 \end{pmatrix}$$

$$cfrel_i := cf_i$$

Aduela5: $\boxed{cfrel_5 = 6.05}$

ANEXO I – CÁLCULO DA POSIÇÃO GEOMÉTRICA DAS ADUELAS PARA O CASO B

Posição Geométrica das Aduelas em Projeto:

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamentos em campo e contra flecha:

$$\text{ydado} := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & -0.14 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.14 & -0.77 & 0 & 0 \\ -0.05 & -0.21 & -0.64 & -2.38 & 0 \\ -0.02 & -0.08 & -0.25 & -0.51 & -3.42 \end{pmatrix} \quad \text{cfobra} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.30 \\ 0.74 \\ 1.30 \\ 2.48 \end{pmatrix} \quad \text{u} := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2) Posição Geométrica:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$Z_{(i,j)} := \begin{cases} \text{cfobra}_{(i,j)} + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = 1 \wedge i = j \\ \left[\frac{Z_{(i-1,j-1)}}{u_{i-1}} \right] \cdot \sum_{k=i-1}^i u_k + \text{cfobra}_i + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = 2 \wedge i = j \\ \left[\frac{Z_{(i-1,j-1)} - Z_{(i-1,j-2)}}{u_{i-1}} \right] \cdot \sum_{k=i-1}^i u_k + Z_{(i-1,j-2)} + \text{cfobra}_i + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = j \wedge i \neq 1 \wedge i \neq 2 \\ Z_{(i-1,j)} + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i > j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0.11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.09 & 0.38 & 0 & 0 & 0 \\ 0.06 & 0.24 & 0.712 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0.03 & 0.072 & 0.105 & 0 \\ -0.01 & -0.05 & -0.178 & -0.405 & -0.802 \end{pmatrix}$$

Posição Geométrica das Aduelas Corrigido:

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamentos em campo e contra flecha:

$$\text{ydado} := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & -0.14 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.14 & -0.77 & 0 & 0 \\ -0.05 & -0.21 & -0.64 & -2.38 & 0 \\ -0.02 & -0.08 & -0.25 & -0.51 & -3.42 \end{pmatrix} \quad \text{cfobra} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.30 \\ 1.01 \\ 1.23 \\ 2.60 \end{pmatrix} \quad \text{u} := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2) Posição Geométrica:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$Z_{(i,j)} := \begin{cases} \text{cfobra}_{(i,j)} + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = 1 \wedge i = j \\ \left[\frac{Z_{(i-1,j-1)}}{u_{i-1}} \right] \cdot \sum_{k=i-1}^i u_k + \text{cfobra}_i + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = 2 \wedge i = j \\ \left[\frac{Z_{(i-1,j-1)} - Z_{(i-1,j-2)}}{u_{i-1}} \right] \cdot \sum_{k=i-1}^i u_k + Z_{(i-1,j-2)} + \text{cfobra}_i + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = j \wedge i \neq 1 \wedge i \neq 2 \\ Z_{(i-1,j)} + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i > j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0.11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.09 & 0.38 & 0 & 0 & 0 \\ 0.06 & 0.24 & 0.982 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0.03 & 0.342 & 0.575 & 0 \\ -0.01 & -0.05 & 0.092 & 0.065 & -0.012 \end{pmatrix}$$

Posição Geométrica das Aduelas - OYAMADA:

Todas as unidades em cm, exceto quando indicado.

1) Deslocamentos em campo e contra flecha:

$$\text{ydado} := \begin{pmatrix} -0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.02 & -0.14 & 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & -0.14 & -0.77 & 0 & 0 \\ -0.05 & -0.21 & -0.64 & -2.38 & 0 \\ -0.02 & -0.08 & -0.25 & -0.51 & -3.42 \end{pmatrix} \quad \text{cfobra} := \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.32 \\ 1.06 \\ 2.60 \\ 6.05 \end{pmatrix} \quad \text{u} := \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 500 \\ 500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

2) Posição Geométrica:

$$i := 1..5 \quad j := 1..5$$

$$Z_{(i,j)} := \begin{cases} \text{cfobra}_{(i,j)} + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = 1 \wedge i = j \\ \left[\frac{Z_{(i-1,j-1)}}{u_{i-1}} \right] \cdot \sum_{k=i-1}^i u_k + \text{cfobra}_i + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = 2 \wedge i = j \\ \left[\frac{Z_{(i-1,j-1)} - Z_{(i-1,j-2)}}{u_{i-1}} \right] \cdot \sum_{k=i-1}^i u_k + Z_{(i-1,j-2)} + \text{cfobra}_i + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i = j \wedge i \neq 1 \wedge i \neq 2 \\ Z_{(i-1,j)} + \text{ydado}_{(i,j)} & \text{if } i > j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0.11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.09 & 0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0.06 & 0.26 & 1.078 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0.05 & 0.438 & 2.115 & 0 \\ -0.01 & -0.03 & 0.188 & 1.605 & 6.423 \end{pmatrix}$$