



Centro de Educação
Campus Universitário
Cidade Universitária
Recife-PE/BR CEP: 50.670-901
Fone/Fax: (81) 2126-8952
E. Mail: edumatec@ufpe.br
www.ufpe.br/ppgedumatec

ROBERTO MARIANO DE ARAÚJO FILHO

**ANÁLISE DA COLABORAÇÃO EM SITUAÇÃO DE FORMAÇÃO DE
PROFESSORES DE MATEMÁTICA *ONLINE***

Recife

2015

ROBERTO MARIANO DE ARAÚJO FILHO

**ANÁLISE DA COLABORAÇÃO EM SITUAÇÃO DE FORMAÇÃO DE
PROFESSORES DE MATEMÁTICA *ONLINE***

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Verônica Gitirana

Recife

2015

Catálogo na fonte
Bibliotecária Andréia Alcântara, CRB-4/1460

- A663a Araújo Filho, Roberto Mariano de.
Análise da colaboração em situação de formação de professores de matemática online / Roberto Mariano de Araújo Filho. – Recife: O autor, 2015.
159 f. ; 30 cm.
- Orientadora: Verônica Gitirana Gomes Ferreira.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2015.
Inclui Referências, Apêndice e Anexos.
1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Educação à distância. 3. Internet na educação. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Ferreira, Verônica Gitirana Gomes. II. Título.
- 372.7 CDD (22. ed.) UFPE (CE2015-11)



Roberto Mariano de Araújo Filho

Título da dissertação:

**“ANÁLISE DA COLABORAÇÃO EM SITUAÇÃO DE FORMAÇÃO DE
PROFESSORES DE MATEMÁTICA *ONLINE*”**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a conclusão do Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovada em: 24/02/2015

COMISSÃO EXAMINADORA:

Presidente e Orientadora

Prof^a. Dr^a. Verônica Gitirana Gomes Ferreira – UFPE

Co-orientador

Prof. Dr. Celso André de Souza Barros Gonçalves – Unitri

Examinadora Externa

Prof^a. Dr^a. Cibelle de Fátima Castro Assis – UFPB

Examinadora Interna

Prof^a. Dr^a. Paula Moreira Baltar Bellemain - UFPE

Recife, 24 de fevereiro de 2015

Resumo

Esta pesquisa tem por objetivo analisar a aprendizagem colaborativa suportada por computador no contexto da formação do professor de matemática quanto ao uso de modelagem para o ensino e aprendizagem de funções. A pesquisa fundamenta-se na Aprendizagem Colaborativa com Suporte Computacional (CSCL), Caracterização das Funções e Modelagem Matemática. A metodologia de investigação conta com as fases de elaboração do ambiente virtual CSCL para propiciar: discussão das dificuldades de aprendizagem das funções, discussão e elaboração de simuladores utilizando o software Modellus, exploração da modelagem como metodologia de ensino e aprendizagem, de forma colaborativa. A situação foi estruturada tendo como momento inicial uma instrumentalização dos softwares que suportam a comunicação e interação, além do software de modelagem que permite a exploração de situações envolvendo as funções afim e quadrática, em sintonia com as discussões das teorias da CSCL. O estudo analisa o trabalho colaborativo desenvolvido por 3 grupos de licenciandos em Matemática. Os dados revelam que o grupo menor conseguiu colaborar com mais facilidade que os grupos maiores. Os dados mostram também que as discussões acerca das dificuldades dos estudantes foi onde houve maior colaboração. Além disso, o script elaborado não conseguiu direcionar os participantes sozinhos durante a atividade, precisando sempre de uma intervenção do mediador. Também foram percebidos entraves do ambiente que mostraram a necessidade da montagem de outro espaço, que pudesse oferecer recursos que facilitem a comunicação entre os participantes da sessão.

Palavras-chave: Aprendizagem Colaborativa. Funções. Software educacional. Modelagem.

ABSTRACT

This research aims to analyze collaborative learning supported by computer in the mathematics teachers training course in the use of modeling for teaching and learning functions. The research framework is based on Collaborative Learning with Computer Support (CSCL), Characterization of Functions and Mathematical Modeling. The research methodology includes the design of a collaborative learning environment, preparation of CSCL virtual environment to provide: discussion of the difficulties of learning functions, discussion and development of simulators using Modellus software, exploitation of modeling as a teaching and learning methodology, collaboratively. The situation was structured taking as a starting point the instrumentalization of software programmes, the one which supports communication and interaction and Modellus, the modeling software which allows the exploration of situations involving quadratic and affine functions, considering the discussions of CSCL theory. The study analyzes the collaborative work of three undergraduates groups of students. The data shows that the smaller group collaborated more easily than larger groups. The data also show that discussions about the difficulties of the students was where there was greater collaboration. In addition, the *script* written could not direct participants themselves during the activity, always in need of a mediator intervention. Also some environmental barriers were showed the need to rethink the virtual space, which could provide resources to facilitate communication between participants in the session.

Keywords: Collaborative learning. Functions. Educational Software. Modelling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Caracterização da função afim $f(x) = 2x + 1$	30
Figura 2: Simulação construída na planilha eletrônica das representações da função quadrática.....	32
Figura 3: Ferramentas do Teamviewer.....	48
Figura 4: Interface do Modellus	50
Figura 5: Interface do editor de texto do Google Drive	51
Figura 6: Diagrama de configuração do ambiente CSCL para a pesquisa.....	52

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator na discussão sobre máximos e mínimos.....	72
Gráfico 2: Distribuição percentual das interações de cada participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância sobre máximos e mínimos	73
Gráfico 3: Distribuição percentual das interações de cada participante segundo papel de propositor e reator na conversa utilização de fórmulas	76
Gráfico 4: Distribuição percentual das interações por participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância sobre a utilização de fórmulas....	78
Gráfico 5: Distribuição percentual dos participantes segundo papel de propositor e reator na conversa sobre derivadas no ensino de funções	79
Gráfico 6: Distribuição percentual do posicionamento do sujeito acerca da derivada para o ensino de funções	81
Gráfico 7: Distribuição percentual do papel do sujeito na conversa Funções e Modelagem.....	83
Gráfico 8: Posicionamento do sujeito na conversa Funções e Modelagem	84
Gráfico 9: Distribuição percentual do papel do sujeito na familiarização do Google Drive e Modellus.....	86
Gráfico 10: Distribuição percentual do posicionamento do sujeito na familiarização do Google Drive e Modellus	87
Gráfico 11: Percentual do papel do sujeito na criação da simulação no Modellus	90
Gráfico 12: Percentual do posicionamento do sujeito na criação da simulação no Modellus.....	91
Gráfico 13: Distribuição percentual de entraves por conversa – Grupo Alfa	96
Gráfico 14: Percentual de falas de cada conversa por tipo de entrave	97
Gráfico 15: Percentual de conversas por tipo de conhecimentos mobilizados na elaboração da atividade	99
Gráfico 16: Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator na discussão sobre variáveis na aprendizagem de funções	107
Gráfico 17: Distribuição percentual das interações por participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância sobre variáveis na aprendizagem de funções.....	108

Gráfico 18: Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator na conversa Funções e Modelagem	110
Gráfico 19: Distribuição percentual das interações por participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância sobre Funções e Modelagem ...	111
Gráfico 20: : Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator na Elaboração da Atividade	112
Gráfico 21: Distribuição percentual das interações por participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância na Elaboração da Atividade	113
Gráfico 22: Distribuição percentual de falas em cada conversa que apresentam entraves - Grupo Beta	118
Gráfico 23: Distribuição percentual dos tipos de entraves por conversa	119
Gráfico 24: Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator na discussão sobre as dificuldades na aprendizagem de funções	125
Gráfico 25: Distribuição percentual das interações por participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância na discussão sobre as dificuldades na aprendizagem de funções	126
Gráfico 26: Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator no planejamento e elaboração da atividade	129
Gráfico 27: Distribuição percentual das interações por participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância no planejamento e elaboração da atividade	130
Gráfico 28: Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator na execução da atividade	133
Gráfico 29: Distribuição percentual de falas com entraves por conversa - Grupo Beta	136
Gráfico 30: Percentual de falas por tipos de entraves por conversa do Grupo Gama	137
Gráfico 31: Percentual de falas que revelam os tipo de conhecimento mobilizado na elaboração da aula	139
Gráfico 32: Distribuição percentual da classificação de Baker em cada grupo	144

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Exemplo de tabelas que salienta a caracterização da função afim.	30
Quadro 2: Caracterização da função quadrática	32
Quadro 3: Detalhamento das atividades propostas.....	53
Quadro 4: Síntese dos dados coletados por grupo	60
Quadro 5: Quantitativo de dados coletados por grupo	60
Quadro 6: Conversas do grupo Alfa	70
Quadro 7: Classificação dos aspectos da colaboração no modelo de Baker – Grupo Alfa	94
Quadro 8: Conversas do grupo Beta	105
Quadro 9: Classificação dos aspectos da colaboração no modelo de Baker – Grupo Beta	117
Quadro 10: Conversas do grupo Gama.....	124
Quadro 11: Classificação dos aspectos da colaboração no modelo de Baker – Grupo Gama.....	135

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Distribuição dos sujeitos em grupos	46
---	----

SUMARIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	17
2.1 APRENDIZAGEM COLABORATIVA (CSCL).....	17
2.1.1 Aprendizagem em Grupo e Aprendizagem Individual	19
2.1.2 Os Ambientes Colaborativos.....	21
2.1.3 <i>Scripts</i> Colaborativos	22
2.1.4 Modelo de Análise da Colaboração de Baker	25
2.2 CARACTERIZAÇÃO DAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA	27
2.2.1 Caracterização da Função Afim	29
2.2.2 Caracterização da Função Quadrática	31
2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA	35
3 OBJETIVOS	37
3.1 OBJETIVO GERAL	37
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	37
4 REVISÃO DA LITERATURA.....	38
4.1 O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES	38
4.2. PESQUISAS NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM COLABORATIVA ...	41
5 METODOLOGIA.....	45
5.1 SUJEITOS.....	46
5.2. CRIAÇÃO DO AMBIENTE DE COMPARTILHAMENTO PARA O CSCL.....	47
5.2.1. TeamViewer.....	47
5.2.2. Modellus	49
5.2.3 Documentos Compartilhados do Google Drive.....	50
5.3. O AMBIENTE	51
5.4. DESCRIÇÃO DA SITUAÇÃO DE FORMAÇÃO	52
5.4.1 Instrumentalização	54
5.4.2. Discussão das Dificuldades de Alunos quanto ao Conceito de Função	55
5.4.3. Elaboração da Atividade	56
5.4.4. Construção da Simulação	57

5.4.5. Discussão da Atividade com os Participantes	57
5.5. A COLETA DOS DADOS	58
5.6 ANÁLISE DOS DADOS.....	61
5.6.1. Análise de Conteúdo.....	61
5.6.2. Categorização.....	62
6 ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	69
6.1 GRUPO ALFA	69
6.1.1 Aspectos da Colaboração do Grupo Alfa	71
6.1.2 Entraves e Conhecimentos Mobilizados pelo Grupo Alfa	96
6.1.3 Discussão dos Resultados do Grupo Alfa	101
6.2 GRUPO BETA.....	105
6.2.1 Aspectos da Colaboração do Grupo Beta	106
6.2.2 Entraves e Conhecimentos Mobilizados pelo Grupo Beta.....	118
6.2.3 Discussão dos resultados do Grupo Beta	121
6.3 GRUPO GAMA	123
6.3.1 Aspectos da Colaboração do Grupo Gama.....	125
6.3.2 Entraves e Conhecimentos Mobilizados do Grupo Gama	136
6.3.3 Discussão dos resultados do Grupo Gama	141
6.4 SÍNTESE DOS RESULTADOS DOS TRÊS GRUPOS	144
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	148
REFERÊNCIAS	154
APÊNDICE	157
APÊNDICE A - ROTEIRO DO ENCONTRO	158

1 INTRODUÇÃO

Estamos vivendo em um mundo em que as mudanças tecnológicas acontecem de forma muito rápida. Essas mudanças trazem alguns benefícios que contribuem na vida das pessoas em vários sentidos, inclusive, a sua formação acadêmica. A tecnologia está cada vez mais presente na educação das pessoas, seja em um software, uma calculadora, ou mesmo tecnologias mais avançadas ligadas a ambientes construídos na internet para comunicação, compartilhamento e interação como os ambientes virtuais de aprendizagem.

Nossa pesquisa foca na aprendizagem colaborativa por meio de ambientes online que permitem a comunicação e interação à distância. Acreditamos que a comunicação entre as pessoas de forma colaborativa contribui na construção do conhecimento mútuo e individual, gerando distintas possibilidades na exploração de um determinado conceito.

Percebemos que as pesquisas em torno da aprendizagem colaborativa com suporte computacional estão crescendo. Nesse sentido, nos despertou o interesse em investigar as potencialidades e limitações desse modelo de aprendizagem, quando envolvemos situações ligadas à Matemática. Para investigar este modelo de aprendizagem, escolhemos explorar as funções afim e quadrática, por meio da modelagem matemática. As funções são objetos matemáticos que modelam diversos fenômenos, sendo assim, a modelagem permite que o sujeito mobilize o conhecimento sobre função ligado a uma situação real.

Esta pesquisa tem por objetivo analisar a aprendizagem colaborativa suportada por computador no contexto da formação do professor de matemática quanto ao uso de modelagem para o ensino e aprendizagem de funções. Como um estudo experimental foi necessário desenvolver uma situação de aprendizagem colaborativa, em um ambiente que permita a colaboração e compartilhamento da construção de modelos matemáticos envolvendo as representações de função. Apresentamos, portanto, uma investigação que traz como proposta a elaboração de uma aula planejada de forma colaborativa online, para o ensino de funções. Nos

preocupamos em abordar algumas teorias que fundamentam nossa pesquisa e trazemos alguns pontos importantes sobre elas no primeiro capítulo.

Colaborar significa trabalhar junto, em alguns casos cooperar, mas trazemos a definição de colaboração como uma proposta de propor soluções conjuntas, sempre argumentando com o grupo, saindo da ideia de construção individualizada. Diversas comunidades virtuais vêm surgindo no intuito de construir colaborativamente, vários pesquisadores na Educação vêm se inspirando nesse modelo na busca de ambientes que permitam uma aprendizagem pautada na colaboração. No entanto, são muitos os entraves para a aprendizagem colaborativa. Que vão desde a apropriação de um problema que promova a integração, o assumir o problema como deles, até um trabalho entre o grupo com a participação de todos em torno da solução do problema. A apropriação do problema é um ponto importante a ser considerado por quem prepara o ambiente, pois os participantes devem estar motivados a colaborar, com uma situação desafiadora e que necessite do trabalho mútuo (GONÇALVES, 2013).

Na educação a distância, outra dificuldade se apresenta para a aprendizagem colaborativa de conteúdos matemáticos, uma delas está na dificuldade de interagir a distância por meio da multiplicidade de representações próprias do estudo da Matemática. Esse vem sendo um fator que dificulta a proposta de situações de ensino e aprendizagem utilizando estes ambientes. A proposta da montagem de um ambiente colaborativo, para a situação de ensino pautou-se na ideia de Aprendizagem Colaborativa Suportada por Computador (CSCL). Discutimos esta teoria de aprendizagem e trazemos pontos importantes como a definição de colaboração.

Os ambientes colaborativos ainda necessitam de melhorias, principalmente, quando falamos de ambientes para o ensino e aprendizagem da Matemática. Encontramos, em nossa revisão, alguns ambientes que são colaborativos, mas não são suficientes para ensinar ou aprender matemática. A maioria dos ambientes colaborativos são comunidades virtuais, compostas de fóruns de discussão assíncronos. Estes fóruns permitem a comunicação em língua natural do sujeito, mas não permite a escrita algébrica ou gráfica, essencial na comunicação entre pessoas que discutem funções.

Um dos elementos que vem sendo apontado como essencial para um trabalho colaborativo é que os estudantes se apropriem da situação, nesse sentido partimos para um estudo em que o problema proposto fosse um problema ligado a prática docente. No caso, a produção de uma aula, feita de forma colaborativa e online, sobre o conteúdo de função matemática com modelagem. Buscamos como elemento principal promover uma situação em que o estudante, ao final, perceba a importância da colaboração para a construção de situações de aprendizagem da matemática, como objetivo da situação. É nesse sentido que buscamos que eles construíssem uma situação para o ensino de função explorando um software de construção de modelos baseados em funções. O trabalho colaborativo busca auxiliar o licenciando a desenvolver a competência de entender o pensamento do outro, compreender suas estratégias, seus erros, etc., habilidade essencial à formação docente.

A discussão sobre a caracterização da função afim e da função quadrática mostra a essência do conceito dessas duas funções, para modelar fenômenos. As funções afins e quadráticas são caracterizadas, por meio de sua conexão com a progressão aritmética. Compreendendo a caracterização dessas funções é possível saber que fenômeno é modelado por uma função afim ou por uma função quadrática. Os teoremas que são mostrados na seção do primeiro capítulo nos auxiliam a compreender melhor, qual função utilizar em uma determinada situação, ou seja, não é suficiente dominar a definição é preciso saber essas características que são essenciais para modelagem.

A modelagem matemática é uma tendência da Educação Matemática e que é parte essencial nesta pesquisa. Na elaboração da aula, os sujeitos devem utilizar o software Modellus (THEODORE et al, 1997) para construção de simulações, que são modelados por funções afins ou quadráticas. No entanto, na modelagem existem variáveis que devemos considerar, uma delas é a situação proposta e outra é o objeto matemático que dará origem à simulação. A discussão da modelagem matemática dá um respaldo à sua importância na educação, isto é, em que sentido a modelagem é uma proposta viável para o ensino da Matemática.

Unimos estas teorias para montar uma proposta de formação colaborativa. Esta proposta desafiava os licenciandos em grupos a elaborar uma aula de Matemática por meio de um ambiente online, que incluísse a montagem de uma

simulação para uma aula sobre função afim ou quadrática. A simulação que foi desenvolvida em um software de modelagem matemática.

Sendo assim, trazemos no percurso metodológico a descrição da montagem da proposta de formação, os recursos utilizados, a coleta dos dados da pesquisa, uma discussão do roteiro que elaboramos para a proposta da situação e o método de análise dos dados. Descrevemos as características dos sujeitos, como a formação e a montagem dos grupos. Na descrição da montagem da sessão apresentamos os softwares utilizados no experimento, a montagem do ambiente e as etapas que fizeram parte da pesquisa. Ao final do percurso metodológico, descrevemos a coleta dos dados e os caracterizamos, concluindo o capítulo com uma seção sobre o método de categorização e análise dos dados.

No capítulo seguinte, fazemos uma análise dos dados, começando pela análise da colaboração, seguida da análise dos entraves encontrados na sessão e dos conhecimentos mobilizados na elaboração da aula. Ao final de cada seção de análise, trazemos uma discussão dos resultados por grupo e finalizamos com uma síntese geral dos resultados dos grupos analisados. Ao final da análise dos três grupos, fazemos uma síntese dos resultados. Ao longo da análise os resultados vão sendo discutidos com relação à teoria e à revisão da literatura.

Ao final trazemos as considerações finais, na qual sintetizamos os principais resultados buscando atender aos objetivos, indicamos também algumas limitações de nossa pesquisa e perspectivas de futuras pesquisas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo abordamos as teorias que fundamentam nossa pesquisa. Faremos uma discussão sobre a Aprendizagem Colaborativa Suportada por Computador, conceito chave do objeto da pesquisa e que atualmente é uma importante forma de aprendizagem à distância. Destacaremos pontos importantes como: a própria definição de colaboração, a estrutura de sessões colaborativas e o modelo de análise de interações que considera a colaboração.

Trazemos na segunda seção deste capítulo uma caracterização das funções afim e quadrática, que são os tipos de função que permearam esta pesquisa. Faremos uma abordagem destacando, segundo Lima et al (2005), a conexão entre estes tipos de função e a Progressão Aritmética.

Para finalizar este capítulo, trazemos uma discussão sobre Modelagem Matemática. Utilizamos como aporte teórico Sadovsky (2007) e Barbosa (2001) para discutir sobre a modelagem no ensino da Matemática, além da importância desta tendência na Educação Matemática.

2.1 APRENDIZAGEM COLABORATIVA (CSCL)

Se, por um lado, a aprendizagem da matemática, uma das áreas das ciências exatas, tem sido um grande entrave na escolarização, dificuldades são apresentadas nos diversos campos. A escola tem se caracterizado como um espaço longe do contexto do aluno. Por outro lado, diversas comunidades têm se formado na internet a fim de construir soluções de problemas diversos de forma cooperativa e colaborativa. São comunidades de desenvolvedores de software, de professores, de adolescentes... O funcionamento da aprendizagem que se estabelece tem sido estudado por diversos autores (STAHL et al, 2006; GONÇALVES, 2013) no sentido de entender o movimento para desenvolver ambientes educacionais em que a aprendizagem colaborativa se estabeleça.

Com o avanço da tecnologia, foram formando-se cada vez mais ambientes online que suportam a aprendizagem colaborativa. Esses ambientes se dão na forma de comunidades de aprendizagem, ambientes virtuais e, além desses, alguns

softwares permitem uma interação a distância síncrona, o que contribui muito para amenizar os fatores distância e tempo.

A Aprendizagem Colaborativa Assistida por Computador surge em meio a estes avanços, preocupando-se com a aprendizagem coletiva, na qual os participantes procuram construir juntos soluções para as situações propostas com um suporte computacional. Essa teoria ganhou força em outros países e aparece com o termo CSCL (*Computer-supported Collaborative Learning*), uma teoria antagônica às ideias de aprendizagem com suporte tecnológico individualizado.

Stahl et al (2006) definem a CSCL como um ramo emergente que investiga como as pessoas podem aprender em grupo com o auxílio do computador. Em síntese, os autores explicitam que a teoria parece simples, no entanto, existem ainda algumas complexidades quando se fala em CSCL. Alguns aspectos são de suma importância quando tratamos de Aprendizagem Colaborativa, alguns deles são: a divergência entre cooperação e colaboração, a aprendizagem em grupo, a montagem de sessões colaborativas e as influências desse modelo de aprendizagem na educação.

Primeiramente, vamos abordar alguns pontos importantes sobre cooperação e colaboração. Os termos cooperação e colaboração no senso comum estão muito próximos, mas, no contexto da CSCL, há uma clara distinção entre eles. Stahl et al (2006, p. 3) distinguem os dois da seguinte forma:

Na cooperação, a aprendizagem é realizada por indivíduos que contribuem com seus resultados individuais e apresentam a sua agregação como o produto do grupo [...] na colaboração os indivíduos estão envolvidos como membros do grupo, mas as atividades nas quais eles estão engajados não são atividades de aprendizagem individual, mas sim nas interações do grupo, como negociação e compartilhamento. Os participantes não se isolam para realizar atividades individualmente, mas mantêm-se engajados em uma tarefa compartilhada que é construída e mantida pelo e para o grupo como tal. Tradução de Hugo Fuks e Tatiana Escovedo.

A partir das ideias dos autores, a cooperação assemelha-se aos métodos de aprendizagem online isolada. Podemos perceber que mesmo o indivíduo estando inserido em um grupo, ele não discute suas ideias com o grupo, apenas conjectura individualmente e, em seguida, compartilha suas ideias. Por esta definição de trabalho cooperativo pudemos observar que não há uma discussão posterior das ideias apresentadas no grupo cooperativo. Provavelmente, há apenas uma

avaliação (ou não) do grupo para as soluções apresentadas e verifica-se a pertinência da solução apresentada para o problema.

Por outro lado, na colaboração como define Stahl et al (2006), há um envolvimento, um engajamento dos membros do grupo. Nesse sentido, podemos dizer que as soluções são responsabilidade de todos os membros, eles pensam em conjunto, e não separadamente, e chegam em um consenso das soluções pensadas. Não afirmamos aqui que não ocorre divergência de ideias em um grupo colaborativo, mas há um direcionamento do grupo, para que as ideias assemelhem-se e sejam significativas para o processo de compreensão, estratégia e solução final do problema que se deseja resolver.

A complexidade da Aprendizagem Colaborativa também permeia esta divergência de ideias. É necessário que haja uma preparação do grupo, no que diz respeito aos componentes da discussão colaborativa e como eles devem proceder durante todo o processo. A aprendizagem em grupo nem sempre é algo fácil, principalmente, quando queremos que esse grupo pense de forma colaborativa. Por mais que estes indivíduos tenham afinidades para pensar na solução daqueles problemas, eles são únicos e cada ser possui uma forma própria de estruturar seu pensamento.

2.1.1 Aprendizagem em Grupo e Aprendizagem Individual

Apesar de a CSCL estar pautada na investigação da aprendizagem em grupo, ainda se discute o papel da aprendizagem individual neste processo. Sabemos que os grupos são compostos por sujeitos que pensam e agem de formas distintas, sendo assim, um fator importante a se considerar é como o pensamento individual se coloca no processo de colaboração.

Durante algum tempo as pesquisas sobre aprendizagem individual consideravam a aprendizagem em grupo como uma variável que influenciava o processo de aprendizagem individualizada (STAHL et al, 2006). Esta dualidade de aprendizagem individual e em grupo surgem desde as primeiras concepções da CSCL. Esta discussão ainda permeia as pesquisas em torno na CSCL (STAHL, 2002; STAHL et al, 2006; DILLENBOURG et al, 1996), pois este processo não é

simples quando estamos analisando as ações dos grupos, já que o conhecimento individual e o coletivo estão imbricados.

Segundo Dillenbourg et al (1996), por muitos anos, o foco das teorias de aprendizagem colaborativa foi analisar o papel do indivíduo no grupo, no entanto, hoje estamos focando em uma análise do grupo como unidade. Este processo de dissociação entre o indivíduo e o grupo é algo complexo, mas que deve considerar os dois lados, sem necessariamente haver uma separação. Falando em CSCL isto se torna mais complicado, pois em interações colaborativas não vemos as ações dos sujeitos um a um, consideramos apenas a essência do coletivo como unidade (DILLENBOURG et al, 1996).

A aprendizagem construída em grupo parte das concepções mentais e individuais de cada sujeito. No entanto, para que a aprendizagem em grupo seja efetiva, cada membro do grupo traz, em seus esquemas mentais, algum tipo de contribuição proveniente de artefatos, representações e símbolos que fazem sentido apenas para o próprio indivíduo (GADAMER, 1960/1988 *apud* STAHL, 2002). Para que tudo o que está internalizado no sujeito faça sentido há uma necessidade de um contato, uma interação pessoal. Segundo Vygotsky (1988), o sujeito consegue desenvolver seus esquemas mentais, quando se envolve em uma relação inter-social, isto é, quando há contato com um grupo.

Estudar o fenômeno da aprendizagem em grupo é complexo neste sentido, pois considerar aquilo que é desenvolvido individualmente, nem sempre é possível. Na CSCL, o computador registra as ações do grupo, mas para que haja uma análise do indivíduo, necessitamos de um direcionamento diferenciado. Discutiremos mais adiante sobre os roteiros ou *scripts*, que são documentos norteadores das sessões colaborativas, considerando todos os aspectos e decisões a serem tomados em uma sessão. Para a aprendizagem colaborativa e individualizada serem analisadas, necessitamos de um modelo diferenciado de *script*, no qual seja descrito como serão registradas e até que ponto as ações individuais dos membros serão um fator relevante para aquela sessão.

2.1.2 Os Ambientes Colaborativos

Um dos aspectos importantes e essenciais na análise de interações colaborativas com suporte computacional é o ambiente. O ambiente colaborativo abriga os participantes, o mediador e as atividades e produções realizadas pelo grupo durante as interações. O avanço tecnológico com a expansão da internet vem mudando as ações dos sujeitos na rede ao longo dos últimos anos (STAHL et al, 2006).

No entanto, percebemos ainda uma necessidade de melhorias significativas em ambientes CSCL. A aprendizagem colaborativa depende de recursos tecnológicos, sendo assim, em algumas áreas do conhecimento, uma atenção especial deve ser dada ao ambiente de interação quando estamos pensando em reunir um grupo *online* para solucionar um problema ou produzir um objeto.

Cada área do conhecimento possui suas peculiaridades, que devem ser consideradas na montagem do ambiente. Por exemplo, é necessário que o ambiente disponibilize ao menos um recurso de áudio e escrita para a comunicação entre os sujeitos. No entanto, nem sempre isso é suficiente. Considere por exemplo, que na Matemática há outras formas de representação que devem ser consideradas na interação.

Por outro lado, nada disso é suficiente, se não houver um indivíduo que possa agir sobre as tecnologias. Segundo Stahl et al (2006, p. 10),

Para se criar a possibilidade de alguma prática enriquecedora, são necessárias formas de projeto multifacetadas (trazendo conhecimento, teorias e práticas de várias disciplinas): projetar o que é relacionado ao currículo (projeto pedagógico e didático), recursos (ciências da informação e comunicação), estruturas de participação (projeto de interação), ferramentas (projetar estudos de caso), e ao espaço circundante (arquitetura). Tradução de Hugo Fuks e Tatiana Escovedo.

Concordamos com o autor sobre a necessidade de reunir um aparato pedagógico e tecnológico para a elaboração das sessões. Os ambientes devem considerar as necessidades dos usuários, contemplando principalmente a comunicação que, por sua vez, é um fator essencial para que os sujeitos possam interagir à distância.

Existem várias formas de estruturar um ambiente colaborativo. Hoje, existem *softwares* que suportam a comunicação e as representações que os sujeitos necessitam para construir a aprendizagem em grupo por meio do computador. Por outro lado, nem sempre os *softwares* disponíveis são suficientes para todos os tipos de situações. Estes *softwares* podem se caracterizar como ambientes virtuais de aprendizagem (AVA) e programas de compartilhamento e edição de tela, que podem ser agregados a outros programas de acordo com o objetivo da sessão. Na revisão da literatura trazemos alguns exemplos que encontramos e discutimos brevemente as potencialidades e limitações de uso.

Na seção seguinte vamos discutir sobre o papel do mediador nas sessões colaborativas e comentar sobre o roteiro de aprendizagem, que na literatura é chamado de *script*.

2.1.3 Scripts Colaborativos

A montagem da sessão colaborativa é algo que deve ser estruturado com cautela. Dillenbourg (2002) traz algumas ideias de como montar uma sessão colaborativa, por meio de roteiros, os quais denomina de *Scripts*. O autor defende que a montagem da sessão colaborativa depende do contexto em que ela será desenvolvida. Mas, os *scripts* não definem qual será o nível de qualidade das interações, isto só pode ser definido por meio da interação entre os membros da sessão (DILLENBOURG; TCHOUNIKINE, 2007).

O autor faz ainda uma descrição de alguns scripts colaborativos, que são roteiros desenvolvidos pelo mediador da sessão, desde a construção da atividade até a interação propriamente dita. Para ele, *scripts* são definidos como “um conjunto de instruções relativas à forma como os membros do grupo devem interagir, como eles devem colaborar e como eles devem resolver o problema” (DILLENBOURG, 2002, p. 2) ou “Os scripts visam estruturar processos colaborativos através da definição de sequências de atividades, através da criação de papéis dentro dos grupos e por restringir o modo de interação entre os pares ou entre grupos” (DILLENBOURG; TCHOUNIKINE, 2007, p. 1).

Os *scripts* podem ser classificados como micro ou macro scripts. Os macro *scripts* são roteiros mais detalhados, nos quais o mediador define o papel dos participantes, de modo que as situações de aprendizagem os levem a uma interação

desejada (DILLENBOURG; TCHOUNIKINE 2007). Já o micro *script* oposto ao macro são definidos como roteiros de atividade mais gerais, nos quais o mediador descreve o ambiente, sua estrutura e não especifica papéis ou situações de aprendizagem que devem ocorrer (DILLENBOURG; TCHOUNIKINE, 2007).

A estrutura de uma sessão colaborativa depende de vários fatores e o mediador deve estar atento a todos os detalhes. A aprendizagem a partir de interações sociais é o que constitui o modelo CSCL. Sendo assim, toda a estrutura dos *scripts* deve ser construída levando em consideração esse fator. No modelo CSCL, ao definir a estrutura de um script, o professor ou mediador deve deixar essas instruções muito explícitas que podem ser expostas no próprio script ou durante o processo colaborativo.

Sendo assim, a estrutura de um script define as instruções da colaboração e tudo o que a engloba. Devem ser explícitas informações sobre os softwares a serem utilizados, a forma de colaboração a ser adotada, o papel do mediador da sessão, as informações necessárias a montagem e/ou solução do problema proposto, etc. O autor destaca alguns modelos de scripts: o script induzido, o script de instrução, o script de treinamento, o script orientado e o “siga-me script”. Vamos fazer aqui uma rápida abordagem da proposta de cada modelo, que pode ser adotado individualmente ou com outro modelo.

O *script induzido* é aquele cuja estrutura induz os participantes a interação. Nesse tipo de script, o desenvolvedor da sessão deixa implícito aquilo que ele quer mostrar aos participantes, inclusive, algumas dicas de como eles devem proceder para solucionar a situação proposta.

O *script de instrução* é mais explícito que o anterior. Nele o desenvolvedor da sessão deixa instruções, sejam orais ou escritas, de como proceder na colaboração e na solução da situação proposta. O autor atenta que esse tipo de script pode ser mal interpretado e, em alguns casos, pode até não ser seguido pelos participantes afetando aquilo que foi proposto.

O *script de treinamento* possui um nível de coerção maior que os anteriores. Nele o desenvolvedor e/ou mediador propõe aos participantes uma sessão anterior àquela que será a situação real, para treiná-los na forma de colaborar, na forma de resolução do problema, podendo, de certa forma, manter um controle sobre as ações dos participantes.

O *script orientado* traz em sua estrutura um nível de coerção mais baixo. A estrutura desse script traz sugestões aos alunos em como as mensagens de discussão podem ser usadas para solucionar casos. Esse script também leva os participantes a se posicionarem com relação ao seu papel na sessão, por exemplo, definir se o participante será um analisador ou um crítico durante o processo colaborativo.

O “ *siga-me script*” é uma forma de manter o participante atrelado ao script. A estrutura do ambiente em que esse script é montado faz com que os participantes cheguem apenas a uma solução, ou seja, os caminhos de solução do problema levam a uma única resposta. Além disso, se o script for estruturado por fases, o participante que não passar da fase 1 não pode seguir para a fase seguinte. (DILLENBOURG, 2002).

Cada modelo de script deve ser cuidadosamente analisado, para que se proponha uma atividade que direcione a uma co-construção e uma co-argumentação entre os participantes. Este processo de co-construir e co-argumentar estão intimamente ligados a proposta da CSCL. A aprendizagem colaborativa funciona nesta perspectiva, na qual os participantes interagem, por meio de uma argumentação mútua, para chegar a uma solução ou construir juntos a partir dos argumentos levantados durante a sessão colaborativa.

Além do ambiente colaborativo existem alguns fatores importantes a serem considerados na montagem de uma sessão colaborativa. Um desses fatores é o papel que o mediador deve assumir quando os membros do grupo estão interagindo. A função do mediador, além do planejamento de toda a estrutura da sessão, é de guiar os participantes e estar atento para alertá-los sobre qualquer situação que os desvie do objetivo da interação.

O mediador da sessão colaborativa deve definir a formação dos grupos, estruturar a sessão colaborativa e orientar todos os participantes da sessão. É importante que ele possa prever alguns dos fatos que podem ocorrer durante a colaboração. Assim, poderá nortear os participantes da sessão da melhor forma possível. Dillenbourg (2002) defende que o mediador da sessão se posicione, caso necessário, de forma que não interfira na dinâmica dos grupos.

Para analisar o processo de colaboração, precisamos de um modelo que nos permita identificar quando os sujeitos cooperam ou colaboram. Na seção a seguir,

trazemos o modelo de análise colaborativo de Baker, que nos auxiliou na análise dos dados concernentes à colaboração.

2.1.4 Modelo de Análise da Colaboração de Baker

O modelo de análise da colaboração de Baker investiga o processo de colaboração entre os membros de um grupo, engajados em sessões colaborativas, no que concerne à forma de comunicação e interação. Nesse modelo, o autor considera três dimensões fundamentais: a simetria, o acordo e o alinhamento.

Gonçalves (2013) se apóia no modelo de Baker (2002) e traz em sua pesquisa uma análise pautada neste modelo. Cada uma dessas dimensões analisa um aspecto diferente do processo colaborativo. A *simetria* se refere ao papel do participante durante a sessão colaborativa. O autor coloca dois papéis neste caso: o propositor e o reator. A todo instante, há uma mudança de papéis entre os participantes, já que o proponente é aquele que propõe uma solução ao problema e o receptor aquele que reage a essa informação. No entanto, tratando-se de colaboração, há momentos em que esses papéis invertem-se e, algumas vezes, coincidem. Quando essa troca de papéis não acontece, isto é, quando um participante se coloca apenas como propositor e outro como reator, dizemos que estão *assimétricos*.

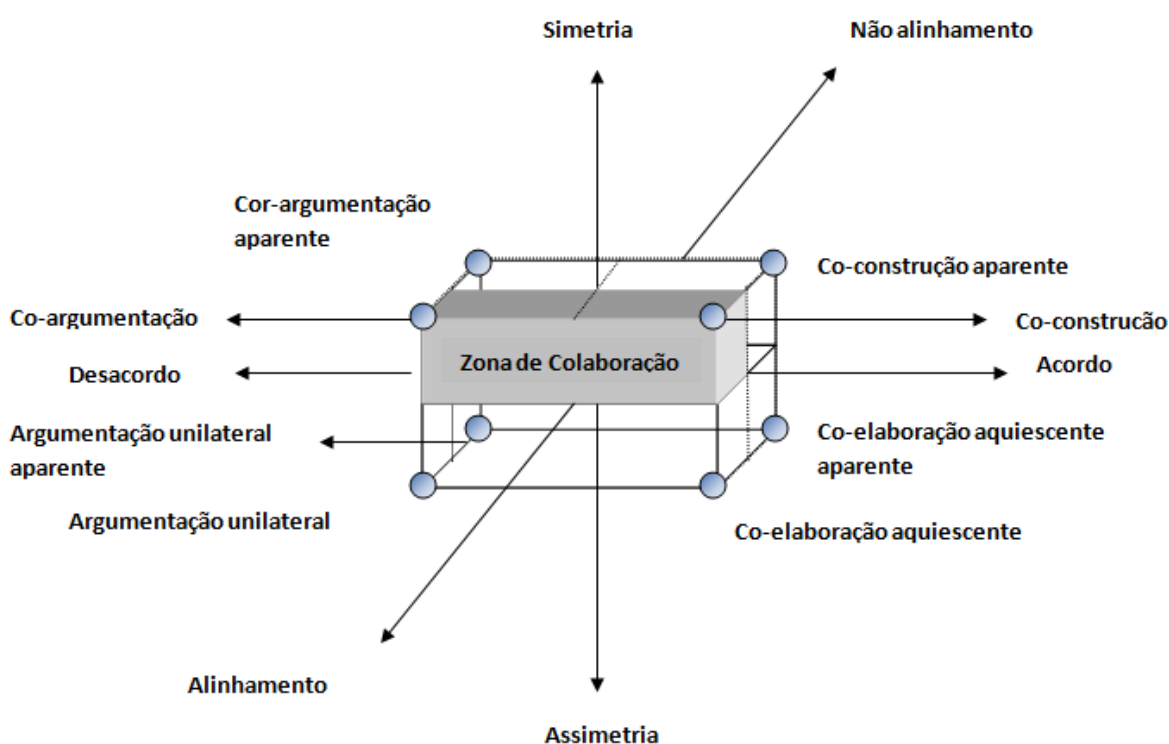
A dimensão *acordo* se refere aos *feedbacks* dados aos comentários durante a sessão. Os participantes estão em acordo quando concordam com os comentários um do outro, sendo assim, os participantes que fornecem esse *feedback* são os reatores. Quando os participantes não conseguem entrar em um consenso, isto é, quando não concordam um com o outro, dizemos que estão em *desacordo*.

O *alinhamento* refere-se à fase de solução do problema proposto. Esta dimensão coloca-se diante do engajamento dos participantes, na sua colocação em fase de solução do problema proposto. Estar em alinhamento neste caso significa estar em sintonia com o grupo, colaborando, propondo ideias que ajudem a resolver o problema. Além disso, Baker coloca que os participantes precisam estar na mesma base semântica, interagindo na mesma fase de resolução do problema durante determinada atividade. Quando os participantes não estão alinhados, existe um problema na comunicação na hora em que a atividade ocorre, que os deixa fora de fase e, conseqüentemente, *não-alinhados*. O alinhamento é uma das dimensões

mais importantes do modelo de análise de Baker, pois se não há alinhamento a colaboração não ocorre.

Além dessas três dimensões, Baker (2002), por meio de um esquema, organiza oito formas de interação, que podem dizer se o grupo colabora ou coopera. Essas oito formas de interação estão interligadas com as dimensões simetria, acordo e alinhamento.

Figura 1: Três dimensões fundamentais da atividade colaborativa e as oito formas subsequentes de colaboração em CSCL.



Fonte: Adaptado de Baker (2002, p. 592)

Observando o esquema podemos dizer que a zona de colaboração é constituída pelas interações que apresentam co-argumentação e co-construção. Vamos descrever cada forma de interação trazida por Baker:

1. **Co-argumentação**: nesta forma de interação os participantes da sessão colaborativa estão alinhados e simétricos, mas não estão em acordo.
2. **Co-argumentação aparente**: os participantes estão simétricos, não-alinhados e em desacordo.
3. **Co-construção**: os participantes estão alinhados, simétricos e em acordo.

4. **Co-construção aparente:** os participantes estão simétricos, em acordo, mas não estão alinhados.
5. **Co-elaboração aquiescente:** os participantes estão assimétricos, alinhados e em acordo.
6. **Co-elaboração aquiescente aparente:** os participantes estão assimétricos, em acordo e não-alinhados.
7. **Argumentação unilateral:** os participantes estão assimétricos, alinhados e em desacordo.
8. **Argumentação unilateral aparente:** os participantes estão assimétricos, não-alinhados e em desacordo.

Para a análise utilizando o modelo de Baker, podemos classificar as unidades de análise e observar a simetria e o acordo, por meio das falas dos sujeitos. Consegue-se identificar a partir delas se o participante propõe ou reage, se concorda ou discorda. Por outro lado, o alinhamento é um pouco mais complexo, já que exige um conjunto de ações para ser observado. Por exemplo, no alinhamento queremos observar se os participantes estão na mesma base semântica, mas isso só é possível quando há um trecho de interação entre eles, ou seja, não podemos identificar a dimensão alinhamento em uma única fala.

A partir dessas dimensões montamos nossa categorização dos dados, que será descrita mais adiante. Observamos que os scripts nos ajudam: a estruturar e mediar as sessões; identificar as dimensões; e identificar termos importantes na análise da colaboração.

A seção a seguir discute a caracterização das funções afim e quadrática. A caracterização nos ajudará a compreender melhor, as situações em que podemos usar a função afim ou quadrática, como modelo para a solução de um problema.

2.2 CARACTERIZAÇÃO DAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA

As funções assumem um papel importante na Matemática e em outras áreas de conhecimento. Muitas situações são modeladas por funções e, portanto, faz-se necessária uma abordagem deste conceito considerando elementos importantes que

o caracterizam. O conceito de função inserido nos currículos escolares brasileiros começa a ser abordado desde os anos finais do Ensino Fundamental, por meio de ideias intuitivas de relação entre conjuntos e situações que exploram a dependência entre grandezas. É, no entanto, no Ensino Médio que este conceito passa a estudado com maior aprofundamento.

A abordagem desse conceito tem se pautado por uma detalhada exploração de diferentes tipos de função real de variável real como: constante, afim, quadrática, modular, exponencial, trigonométrica, logarítmica. Em cada tipo deste, o estudo foca definições, regras, leis de formação, construção do gráfico a partir da equação e outros aspectos que não contemplam a essência do objeto matemático, Função. Acabam não compreendendo este conceito de forma mais completa. Os estudantes terminam por não compreender a essência de cada um desses modelos que se classificam nos tipos de função.

Em contraposição a isto, mesmo sem sistematizar como função, o estudante lida com relações funcionais entre grandezas desde os anos iniciais. Ao aprender situações de multiplicação do tipo proporção simples, por exemplo, o estudante lida com uma função linear entre duas grandezas. Ao lidar com cálculo de área de figuras, o estudante lida com funções reais de duas variáveis, no caso do retângulo, uma função bilinear. Lida com função quadrática no cálculo da área de quadrado.

As OCEM (2006) orientam que no estudo de funções deve-se abordar o conceito por meio de situações problema. Isso realmente ocorre em alguns livros, porém, a situação é apresentada apenas como motivadora, para o estudo do conteúdo daquele capítulo. Segundo Elia e Spyrou (2006), geralmente, a definição de função é abordada pela lei de formação algébrica e construção de gráficos - uma conversão unidirecional entre representações. Isso leva a uma dificuldade de compreensão do conceito. Sierpinska (1992) aponta que os estudantes do Ensino Médio apresentam uma grande deficiência em fazer uma conexão entre as representações das funções.

As funções afim e quadrática são as mais enfatizadas no âmbito da Educação Básica. Elas também modelam alguns fenômenos importantes, que devem ser explorados pelo professor, partindo da construção sugerida anteriormente. Essas funções possuem características que as definem e apresentaremos, em seguida, alguns exemplos e teoremas, que mostram essas características.

2.2.1 Caracterização da Função Afim

Lima et al (2005) discutem a importância de se entender cada modelo desse a partir das características que os delimitam. Dessa forma, para cada tipo de função estudada, a obra destina uma seção a discutir a caracterização daquele tipo de modelo de função. Função é um dos conceitos matemáticos importantes para modelar fenômenos que relacionem grandezas. No entanto, saber modelar implica saber procurar um modelo de função que mais se adeque às características do fenômeno. Nesse sentido, defende-se que ao estudar um tipo de função é essencial que o estudante o entenda as propriedades que caracterizam o modelo de função estudado.

A caracterização da função afim a associa com a progressão aritmética.

Teorema (Caracterização da função afim): Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função monótona injetiva (isto é, crescente ou decrescente) que transforma toda progressão aritmética $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ numa progressão aritmética $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \dots, y_n = f(x_n), \dots$ então f é uma função afim. (LIMA et al 2005, p. 100)

Observe que o teorema afirma que se temos uma função real de variável real crescente ou decrescente (não constante) e tomarmos valores de seu domínio formando uma progressão aritmética, se as imagens da função em relação aos valores dessa progressão também constituírem uma progressão aritmética, esta é uma função afim.

As caracterizações de função auxiliam a decidir que tipo de função deve-se utilizar em cada situação. Podemos observar essa característica em alguns fenômenos com o auxílio da representação em tabela que pode ser muito útil para identificar esta situação.

Exemplo:

A e B são locadoras de automóvel. A cobra R\$ 1,00 por quilômetro rodado mais uma taxa fixa de R\$ 100,00. B cobra R\$ 0,80 por quilômetro rodado mais uma taxa fixa de R\$ 200,00. Discuta a vantagem de A sobre B ou de B sobre A em função do número de quilômetros a serem rodados. (LIMA et al 2005, p. 113)

Montando uma tabela, podemos observar o comportamento destas duas funções:

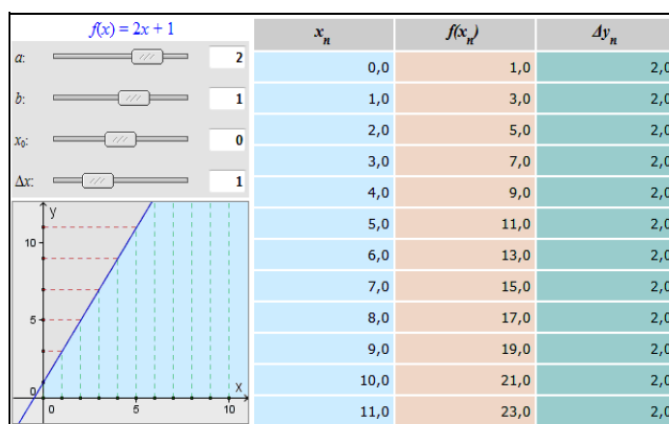
Quadro 1: Exemplo de tabelas que salienta a caracterização da função afim.

x	$f(x) = x + 100$	$\Delta f(x)$
0	100	1
1	101	1
2	102	1
3	103	1
4	104	1
6	106	2
8	108	2
10	110	2
12	112	:

x	$g(x) = 0,8x + 200$	$\Delta g(x)$
0	200	0,8
1	200,8	0,8
2	201,6	0,8
3	202,4	0,8
4	203,2	0,8
6	204,8	1,6
8	206,4	1,6
10	208	1,6
12	209,6	:

Note que nas duas funções, à medida que os valores de x aumentam uma unidade PA (0, 1, 2, 3, 4), a variação da imagem é correspondente ao valor do coeficiente a . Quando os valores de x aumentam duas unidades PA (4, 6, 8, 10, 12), a variação da imagem corresponde ao dobro do coeficiente a . Sendo assim, podemos perceber que as imagens das duas funções, formam uma PA (progressão aritmética), da mesma forma que a sequência numérica formada pelos valores de x também formam uma PA. A PA formada pelas imagens da função possui razão igual ao coeficiente de x na expressão que define a função, se os valores aumentam uma unidade, caso contrário, a razão será igual ao coeficiente de x multiplicado pelo fator que os valores de x variam.

Vamos observar o comportamento das imagens de outra função. Observe a imagem a seguir:

Figura 1: Caracterização da função afim $f(x) = 2x + 1$ 

Fonte: Rezende, Pesco e Bortolossi (2012, p.78)

Nesta imagem vemos que o comportamento da função na tabela ocorre da mesma forma que no caso anterior, com as imagens formando uma PA com razão igual a dois.

2.2.2 Caracterização da Função Quadrática

Lima et al (2005, p.148) também caracterizam a função quadrática. Antes de discutir essa caracterização é preciso, porém, apresentar alguns conceitos prévios.

Progressão aritmética de segunda ordem

Uma PA de segunda ordem é uma sequência $y_1, y_2, y_3, \dots$ tal que as diferenças sucessivas $d_1 = y_1 - y_2, d_2 = y_3 - y_2, \dots$ formam uma PA usual.

Progressão aritmética de segunda ordem não degenerada

Uma PA de segunda ordem pode reduzir-se a uma PA ordinária quando a razão

$$d_k = y_{k+1} - y_k, \forall k = 1, 2, 3, \dots$$

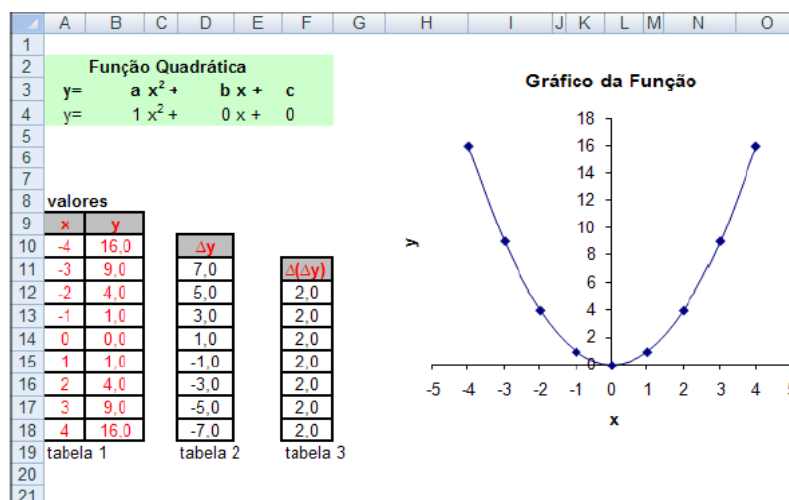
for igual a zero. Dizemos que uma PA é não degenerada, quando ela não é uma PA ordinária.

Com esses dois termos, podemos caracterizar a função quadrática, pelo teorema abaixo.

Teorema (Caracterização da função quadrática): uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é quadrática se, e somente se, toda progressão aritmética não constante $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ pode ser transformada por f numa progressão aritmética de segunda ordem não degenerada $y_1, y_2, \dots, y_n, \dots$ tal que $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \dots, y_n = f(x_n), \dots$ (LIMA et al, 2005, p.149)

O teorema apresentado para caracterizar a função quadrática difere da função afim, no fato de que, nesse caso, as imagens não geram uma PA, mas sim suas diferenças sucessivas geram uma PA. Como exemplo, observemos um modelo construído em uma planilha eletrônica, que foi utilizada em cursos de tecnologia e educação matemática, adaptada e investigada seus efeitos para formação de professores em Silva e Gitirana (2009).

Figura 2: Simulação construída na planilha eletrônica das representações da função quadrática.



Fonte: Silva e Gitirana (2009, p. 8)

Como foi dito anteriormente, observe que os valores de $y = f(x)$ não formam uma PA. No entanto, a diferença entre os termos $y_{k+1} - y_k$, formam uma PA de razão igual a dois. A razão desta PA também é obtida de uma forma diferente da função afim.

Vamos observar outro caso e então identificaremos como podemos generalizar a razão da PA formada na caracterização da função quadrática.

Quadro 2: Caracterização da função quadrática

x	$y = f(x)$	Δy	$\Delta(\Delta y)$
-6	37	-20	8
-4	17	-12	8
-2	5	-4	8
0	1	4	8
2	5	12	8
4	17	20	8
6	37		

Ilustração do autor

Observamos, neste caso, que a razão da PA formada pelos valores de x tomados é igual a dois, $\Delta x = 2$. Então, ao gerar os valores das imagens, percebe-se que o termo independente é 1, dado que $f(0) = 1$. Em uma expressão geral da função quadrática $1 = f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$.

Para dar continuidade, vamos demonstrar a afirmação a seguir:

Se $f(x) = ax^2 + bx + c$ é uma função quadrática arbitrária e $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots$, é uma progressão aritmética qualquer, então a sequência

$y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), y_3 = f(x_3), y_4 = f(x_4), \dots$, tem a propriedade de que as diferenças sucessivas entre seus termos formam uma progressão aritmética.

Consideremos então a sequência formada pelas diferenças sucessivas dos valores de $f(x)$:

$$d_1 = f(x_2) - f(x_1)$$

$$d_2 = f(x_3) - f(x_2)$$

...

$$d_n = f(x_{n+1}) - f(x_n)$$

$$d_{n+1} = f(x_{n+2}) - f(x_{n+1})$$

Então,

$$d_1 = [a(x_1 + r)^2 + b(x_1 + r) + c] - [ax_1^2 + bx_1 + c] = ar^2 + 2ax_1r + br$$

$$\begin{aligned} d_2 &= [a(x_2 + r)^2 + b(x_2 + r) + c] - [ax_2^2 + bx_2 + c] = ar^2 + 2ax_2r + br \\ &= \mathbf{ar^2 + 2ax_1r + br + 2ar^2} \end{aligned}$$

...

$$\begin{aligned} d_n &= [a(x_{n+1} + r)^2 + b(x_{n+1} + r) + c] - [ax_n^2 + bx_n + c] = ar^2 + 2ax_nr + br \\ &= \mathbf{ar^2 + 2ax_1r + br + 2ar^2(n - 1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{n+1} &= [a(x_{n+2} + r)^2 + b(x_{n+2} + r) + c] - [ax_{n+1}^2 + bx_{n+1} + c] = ar^2 + 2ax_{n+1}r + br \\ &= \mathbf{ar^2 + 2ax_1r + br + 2ar^2(n)} \end{aligned}$$

...

Observando a sequência acima obtida tem como primeiro termo $ar^2 + 2ax_1r + br$ e os seguintes podem ser obtidos adicionando-se um valor constante ao termo imediatamente anterior. Temos então uma progressão aritmética de razão $2ar^2$ (SILVA, 2009).

A partir de $f(0)$ observando os outros termos, podemos perceber que $r_1 = 2ar^2$, em que r_1 é a razão da nova PA (formada pelo Δy), “a” o coeficiente da função e r a razão da PA inicial. Substituindo os valores da nossa tabela temos: $8 = 2 \cdot a \cdot 2^2$, portanto, $a = 1$. O valor de b exige um maior tratamento algébrico, pois toma-se a fórmula geral da quadrática, em um dos valores de x (não nulo) dados na

tabela, substitui-se os valores dos termos já identificados e culminando com uma equação do 1º grau, com variável b . Exemplo, se tomarmos $5 = f(2) = 2^2 + b \cdot 2 + 1$, portanto, $5 = 2b + 5$. O tratamento algébrico para encontrar o valor de b , fornece que ele é nulo.

Em ambos os casos, percebemos que este processo de construção do conceito é importante para explorar, em situações de modelagem, o que realmente caracterizam uma função afim e uma função quadrática. Em alguns problemas é fácil identificar qual o tipo de função que modela determinada situação, mas em outros casos, é necessária uma maior percepção das propriedades essenciais que compõem cada modelo. Propriedades essas que em cada representação assume uma aparência diferente.

A supervalorização da representação algébrica na função leva, tanto professores quanto alunos, a explorar apenas exercícios repetitivos. Não estamos aqui desconsiderando a representação algébrica, mas sua ênfase na Educação Básica não abre espaço, para as outras representações das funções. Gomes Ferreira (1997) aponta ainda que com a ênfase na representação algébrica, estudantes passam a assumir a representação algébrica como sendo a função. As demais são o gráfico da função, como se fossem o gráfico da representação algébrica. Ela aponta ainda que a representação algébrica passa a ser para o estudante a essência das funções. Os estudantes do ensino médio brasileiro investigados por ela deixam de investigar as propriedades de funções quando identificam sua fórmula.

A modelagem proporciona uma gama de abordagens, nas quais podemos explorar outras representações. Isso se deve ao fato do trabalho com modelos estar desvinculado de uma estratégia pré-definida de soluções, pois neste caso é preciso um aprofundamento teórico para traçar os possíveis caminhos para desenvolver uma solução. Sendo assim, as estratégias podem levar a representações distintas, sem focar em algo específico e pré-definido, pois a situação vai encaminhar a melhor representação a ser adotada para a solução do problema. Uma abordagem feita com modelos requer um maior planejamento, tempo de aula e uma análise cuidadosa de estratégias, que muitas vezes os professores não conseguem realizar.

Abordaremos mais adiante alguns resultados de pesquisas com o olhar para o ensino e aprendizagem de funções. Vamos discutir as dificuldades dos estudantes

na aprendizagem de função e observar, também, como o ensino deste conceito está sendo abordado. Estes fatores nos levarão a definir em que vamos nos concentrar nesta pesquisa, ou seja, como vamos direcionar nosso experimento diante do que está sendo pesquisado, para tentar levantar hipóteses e sugestões de atividades pertinentes.

2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Diante da nossa proposta de pesquisa, achamos necessária uma breve abordagem sobre Modelagem Matemática, tendo em vista que vamos buscar um apoio nela para o desenvolvimento da nossa proposta. Sadovsky (2007) define Modelagem Matemática como:

Um processo de modelagem implica, em primeiro lugar, recortar determinada problemática em uma realidade geral complexa, na qual intervêm muito mais elementos do que os que vão considerar, para em seguida identificar um conjunto de variáveis relativas a essa problemática, produzir relações pertinentes entre as variáveis e transformar essas relações, utilizando algum sistema teórico-matemático, com o objetivo de produzir conhecimentos novos sobre a problemática em estudo. (SADOVSKY, 2007, p. 26)

O processo de modelagem requer, tanto do professor quanto do aluno, uma postura de investigador. Tratar um modelo matemático não significa apenas interpretar um problema e resolvê-lo, é necessária uma busca mais profunda na teoria para conjecturar uma solução, mais ainda, um processo de solução. Assumindo a posição de investigador, o professor pode guiar o aluno às teorias pertinentes, as variáveis a identificar e a estruturar o processo de solução da problemática em questão. Pensar mais sobre a problemática permite uma visão mais integrada da atividade matemática (SADOVSKY, 2007).

Essa abrangência na visão do conhecimento matemático é permitida pela modelagem, pois neste processo o estudante não se limita apenas a resolver exercícios repetitivos ou problemas específicos de um certo domínio da Matemática. Ao trabalhar com modelagem, os conceitos matemáticos envolvidos são definidos, pela situação a ser modelada. Não há uma regra geral, mas sim, uma necessidade de buscar, dentro do modelo, meios que permitam se chegar a uma representação adequada do que se quer mostrar.

O papel da teoria no processo de modelagem segundo Sadovsky é:

Colocar o estudante numa perspectiva de maior generalidade, o que lhe permite estimar o valor e o potencial do conhecimento. [...] Digamos também que a idéia de modelagem implica a ideia de produção de conhecimento, o que possibilita enfocar o aspecto central visado pelo ensino. (SADOVSKY, 2007, p. 30).

Nesse contexto, Barbosa (2001) traz, em sua pesquisa, uma visão mais teórica da modelagem matemática. O autor aponta duas concepções distintas que são discutidas pelos pesquisadores acerca da modelagem: a corrente da modelagem pragmática e a corrente da modelagem científica.

Na visão pragmática, o autor destaca que os pesquisadores acreditam que os tópicos ensinados na escola, devem ser úteis para a sociedade. Por outro lado, na visão científica a Matemática é uma ciência, na qual surgem os conceitos necessários para a resolução dos problemas encontrados em outras áreas do conhecimento (BARBOSA, 2001).

As duas tendências mostram uma via de mão dupla da modelagem para a formação escolar. Se, por um lado, surgem na matemática conceitos chaves para a construção de modelos que auxiliam a resolução de problemas de outras áreas do conhecimento; por outro lado, o ato de construir um modelo com ferramentas da matemática auxilia o estudante a entender melhor os próprios conceitos matemáticos. Conceitos que o estudante domina quando em uma situação específica auxiliam o entendimento da Matemática. Observamos a modelagem, como um processo que potencializa o pensamento matemático. Em nossa proposta, defendemos a utilização de discussões, como ponto central para definição de um modelo que deve gerar uma construção de uma problemática fundamentada, por meio da colaboração entre os estudantes.

3 OBJETIVOS

Na introdução, anunciamos o objetivo geral da pesquisa, porém, somente após a fundamentação, os conceitos que permeiam os objetivos específicos foram explicitados, o que nos permitem detalhá-los.

3.1 OBJETIVO GERAL

Esta pesquisa tem por objetivo analisar a aprendizagem colaborativa assistida por computador no contexto da formação do professor de matemática quanto ao uso de modelagem para o ensino e aprendizagem de funções.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Construção e análise de um script colaborativo para formação de professor de matemática que promova o tripé da colaboração: simetria, alinhamento e acordo.
- Identificar na interação as dimensões e subdimensões da colaboração.
- Analisar os entraves para colaboração *online*.
- Analisar como os estudantes articulam a proposta da aula com conhecimentos: didáticos, epistemológicos, cognitivos sobre o ensino e aprendizagem de função.

4 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo faremos uma abordagem sobre algumas pesquisas que norteiam nosso estudo. Tratamos aqui pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de funções, relacionadas à importância das representações semióticas neste contexto. Também abordaremos as pesquisas voltadas para a colaboração, mostrando que a aprendizagem colaborativa, ainda apresenta uma escassez de discussões na Educação Matemática.

4.1 O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES

As pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de funções (ELIA; SPYROU, 2006; BARRETO, 2008) apontam o que colocamos anteriormente. A princípio, nos deparamos com um ensino de funções totalmente mecanizado, priorizando a álgebra, as fórmulas e definições exacerbadamente. Sendo assim, esta maneira de ensinar conduz o estudante a aprender, ou apenas a memorizar o conceito dessa forma, perdendo a essência do que realmente vem a ser o objeto matemático função.

Elia e Spyrou (2006) fazem uma análise dos esquemas mentais dos estudantes, sobre a compreensão do conceito de função. As autoras mostram que as definições de função que os estudantes apresentam estão estritamente ligadas com sua capacidade para utilizar diferentes representações. A pesquisa realizada com estudantes do Ensino Superior se propôs a investigar as concepções de futuros professores de matemática sobre funções. A valorização da álgebra como fator determinante para o conceito de função apareceu de maneira muito forte nos resultados da pesquisa, nos quais os estudantes afirmaram que para que determinada expressão fosse considerada função, deveria conter essencialmente, duas variáveis explícitas x e y .

As representações gráficas das funções também são tratadas sem uma ligação direta com o conceito. Bakar e Tall (1992) investigaram a concepção de estudantes da Educação Básica e do Ensino Superior, acerca da interpretação

gráfica de funções e sua ligação com o conceito. Os autores listaram uma série de imagens de gráficos, entre eles, algumas cônicas, como circunferências e parábolas. A maioria dos estudantes, inclusive no Ensino Superior, identificou a circunferência, como sendo função, desconsiderando a condição unívoca de correspondência, presente no conceito do objeto matemático.

Barreto (2008) aponta a importância da abrangência do conceito de função. A autora defende a descentralização da representação algébrica, apontando a necessidade do estudante compreender o conceito em diferentes contextos e transitar entre diferentes representações. Em sua pesquisa, a autora destaca ainda a abordagem do conceito de função dentro do currículo brasileiro.

As funções afim e quadrática, caracterizadas no capítulo anterior, possuem uma íntima ligação com a progressão aritmética. No entanto, observamos que, atualmente, o ensino desses conteúdos permanece sem conexão alguma deixando de lado a aplicação das progressões dentro do conceito de função (BARRETO, 2008).

Estas pesquisas apontam a necessidade de novas abordagens, atreladas a um aporte teórico, que identifique dificuldades e apontem algumas soluções para amenizar estas dificuldades. Algumas pesquisas vêm trazendo propostas para o ensino de funções. Uma forte tendência atualmente é utilizar a tecnologia, mais especificamente, softwares que deem suporte ao ensino de função. Barreto (2009) em sua pesquisa mostra dados interessantes sobre o uso de recursos tecnológicos para o ensino de funções.

O autor discute uma perspectiva diferenciada do trabalho com funções, trazendo em sua pesquisa, situações envolvendo modelos matemáticos. Foram utilizados diferentes softwares que em conjunto com as situações propostas, foram mostrando aos estudantes de forma dinâmica, como encontrar pontos no gráfico, como trabalhar com lucros e despesas de uma empresa utilizando funções.

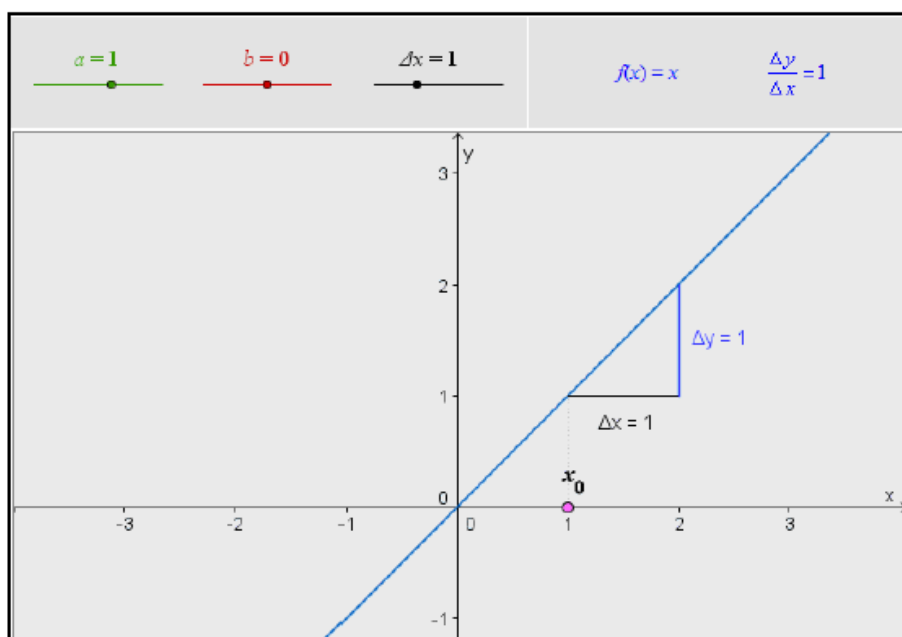
Dentro dessa realidade o autor defende o uso de múltiplas representações, apontando a necessidade de transição entre elas, pois os alunos colocam-se diante de contextos distintos que necessitam do domínio de diferentes representações. Outras pesquisas, no entanto, fazem uso de softwares que exploram outras representações das funções, que não são necessariamente as usuais. O DynaGraph (GOLDENBERG, 1992) é um exemplo de software que trabalha com funções e

permite ao estudante explorar propriedades por meio de ícones que escondem algumas funções. Isso permite que ele tenha uma representação visual da função, possibilitando manipulá-la e sem a necessidade de recorrer a representações conhecidas. (GOMES FERREIRA, 1997).

A dificuldade presente no ensino e aprendizagem das funções não permeia apenas o aspecto representacional. A compreensão do conceito de função como uma relação de dependência entre grandezas, também está sendo deixada de lado no ensino atual. Rezende, Pesco e Bortolossi (2012) afirmam que é importante para o estudante saber que a variação de uma grandeza depende estritamente da outra, já que este é um ponto inerente ao estudo do conceito de função.

Os autores mostram um estudo realizado com o software Geogebra para explorar a variação em funções reais. Eles afirmam que a construção de aplicativos por meio deste software permite uma manipulação de parâmetros, observando como ocorre a variação em funções polinomiais.

Figura 2: Variação na Função Afim



Fonte: REZENDE; PESCO; BORTOLOSSI (2012, p. 79)

Sierpinska (1992) traz em sua pesquisa alguns obstáculos epistemológicos encontrados por estudantes na compreensão do conceito de função e encontramos alguns destes obstáculos nas discussões dos licenciandos. Sendo assim, fica evidente que os estudantes apresentam obstáculos na aprendizagem de funções,

obstáculos esses, que são discutidos por pesquisadores e ainda permanecem freqüentes na realidade escolar.

Em nossa pesquisa defendemos a utilização do software dentro dessa realidade. Além disso, no problema proposto para o trabalho colaborativo, nos propomos a investigar os efeitos da utilização da tecnologia para o ensino de funções. Serão abordados adiante alguns resultados de pesquisas, numa perspectiva colaborativa para o ensino da Matemática.

4.2. PESQUISAS NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM COLABORATIVA

Na discussão que fizemos na fundamentação teórica abordamos algumas questões sobre ambientes CSCL. Quando discutimos sobre Matemática, percebemos uma escassez de ambientes colaborativos que sejam adequados para esta área. A dificuldade concerne nas representações que são necessárias à mobilização dos objetos matemáticos. A pesquisa em CSCL está concentrada nas interações entre os sujeitos envolvidos em uma sessão colaborativa, sendo assim, quando voltamos o olhar para esses entraves tecnológicos da CSCL em Matemática, vemos que se faz necessário uma investigação nesse campo.

Calvani et al (2006) mostram que uma característica notável dos ambientes CSCL é o fato do espaço de gestão colaborativa, ser deixado de lado pelos pesquisadores. Percebemos na literatura que este fato é evidente. Calvani et al (2006) mostram que ainda é predominante o número de ambientes, que usam apenas as ferramentas padrão, como recurso para comunicação online. O *Knowledge Forum* é um exemplo de plataforma desenvolvida em 1986 no Canadá que passou por alterações desde então. Porém, transformou-se em uma plataforma virtual que serve de repositório e discussões assíncronas via fórum.

O *Synergeia* é um ambiente que faz uso de ferramentas assíncronas e síncronas. Este ambiente suporta o compartilhamento de arquivos, fóruns e repositórios. Além disso, conta com as ferramentas síncronas *Map Tool*, para construção de mapas conceituais compartilhados, e o chat de troca de mensagens instantâneas. Finalmente, temos o *FLE3* semelhante ao *Synergeia*, ele possui as mesmas ferramentas diferenciando-se por uma espécie de quadro compartilhado para construção de textos, imagens, áudio e vídeo.

Podemos perceber que alguns softwares existentes ainda são deficientes com relação à Matemática. Encontramos um modelo que traz uma proposta CSCL, mas a literatura mostra o ambiente, como um repositório de dúvidas e questões. O Math&Co desenvolvido na Itália é um ambiente que permite a troca de informações entre os usuários em língua natural, permitindo também o compartilhamento de representações em documentos online (FAGGIANO; PERTICHINO; ROSELLI, 2005).

As pesquisas relacionadas à CSCL estão crescendo, principalmente, na forma de condução de sessões, montagem, análise de sessões e outros fatores importantes para a aprendizagem colaborativa. No entanto, quando observamos as pesquisas voltadas para a Educação Matemática utilizando meios de aprendizagem colaborativa, percebemos ainda uma escassez notável. Os autores que trabalham utilizando CSCL destacam os desafios, desse modelo de aprendizagem.

Uma das limitações nos ambientes CSCL, em matemática, se dão pela falta de ferramentas de representação. [...] A Educação Matemática explora potencialmente novas formas de aprendizagem em Matemática, fornecidas por comunidades online de aprendizagem. Essas informações devem ser concebidas e integradas em ambientes CSCL. (NASON; WOODRUFF, 2004, p. 1). Tradução nossa.

Além das representações apontadas os autores destacam, ainda, as ferramentas de modelagem, ferramentas hipermídia que facilitem a comunicação aluno-aluno e aluno-professor (NASON; WOODRUFF, 2004). Apesar disso, percebemos que estes problemas são específicos da Educação Matemática. As ferramentas que temos para comunicação atualmente, já começam a superar algumas dessas dificuldades, embora algumas continuem existindo.

A abrangência da CSCL, em termos de ferramentas de comunicação, permite que se constitua um grupo na modalidade CSCL, de várias formas. Uma das primeiras formas são os fóruns de discussão. Nason e Woodruff (2004) utilizaram o fórum de discussão como meio de pesquisa CSCL com alunos da Educação Básica. Os fóruns de discussão, mesmo de forma assíncrona, podem funcionar como ferramenta CSCL, quando se planeja a atividade de modo que os estudantes colaborem.

Os autores buscaram, na pesquisa, definir dois grupos com temáticas distintas, com a finalidade de construir diferentes modelos matemáticos dentro

dessas temáticas. Os estudantes receberam suas temáticas, com um cronograma específico para cada momento da discussão online, horários de sessões e fases de desenvolvimento online da atividade. Seguindo os modelos definidos na literatura, os autores conseguiram observar que, com a inclusão de problemas e modelos em ambientes CSCL, há uma potencialização da aprendizagem matemática. No entanto, foi percebido um obstáculo a ser superado na modalidade CSCL. O modelo adotado na construção da atividade encontra-se arraigado ao ambiente tradicional da sala de aula, gerando conflitos quando colocado na modalidade colaborativa online.

Apesar de importante e essencial, a preocupação com as tecnologias que suportam ambientes CSCL não deve ser exclusivamente o foco de estudo nas pesquisas dessa área. É importante se ater também aos processos de interação e seus benefícios à educação. Nesse sentido, concordamos com Izotani e Mizoguchi, quando afirmam que:

Diversas pesquisas apresentam programas e heurísticas para automatizar e auxiliar a formação de grupos e o desenvolvimento de atividades. Outros provêm formas de suportar práticas comuns utilizadas em sala de aula durante atividades colaborativas. Contudo, nenhuma dessas pesquisas consideram o uso das teorias de aprendizagem para formar grupos e planejar atividades para cada aluno/grupo. (IZOTANI; MIZOGUCHI, 2007, p. 46).

É preciso que haja uma preocupação, por parte dos pesquisadores, na formação dos grupos colaborativos e levar em conta as teorias que suportam sua pesquisa. As tecnologias voltadas para CSCL enfrentam uma série de entraves a serem superados. Com isso, as pesquisas voltam-se mais para os resultados obtidos pelos meios tecnológicos, as interações que ocorrem nas sessões e não preocupam-se com os benefícios da CSCL para aprendizagem, uma vez que esta apresenta uma forma de aprendizagem diferenciada.

Observamos que as pesquisas em CSCL ainda enfrentam alguns problemas, de cunho teórico e tecnológico. Estas pesquisas estão crescendo, evoluindo, à medida que se propõe novas formas de CSCL e também novas propostas para a formação de grupos nessa modalidade e de como se pode aproveitar mais os resultados obtidos em pesquisas anteriores. Na Educação Matemática, ainda há uma defasagem neste aspecto, sendo assim, faz-se necessário mais pesquisas que

mostrem a potencialidade da CSCL voltado para o ensino e aprendizagem da Matemática, principalmente, quando se consideram as interações por meio das representações próprias da matemática, atualmente, permitidas pelos novos softwares.

Nos preocupamos nesta pesquisa com os impactos causados pela estrutura do ambiente na interação entre os participantes. A CSCL é um campo de estudo que engloba duas esferas: o ambiente de interação e a aprendizagem construída neste ambiente. Precisamos sempre considerar estes dois fatores como essenciais, pois assim, conseguimos perceber como um implica no outro, possibilitando às pesquisas futuras investigarem soluções que não conseguiram ser alcançadas por meio dos experimentos anteriores.

No capítulo seguinte, vamos discutir os aspectos metodológicos desta pesquisa. Faremos uma descrição do perfil dos sujeitos, do ambiente estruturado, das tecnologias envolvidas e também uma descrição da coleta dos dados seguida do método de categorização e análise dos dados.

5 METODOLOGIA

Com propósito de investigar a aprendizagem colaborativa suportada por computador no contexto da formação do professor de matemática quanto ao uso de modelagem para o ensino e aprendizagem de funções, partimos para um estudo experimental. Também deixamos explícito nessa sessão, o processo de coleta de dados, descrição dos sujeitos e sua realidade, o instrumento de coleta utilizado e as informações referentes à categorização e análise dos dados.

Um estudo experimental em torno da aprendizagem colaborativa leva em conta o ambiente no qual os sujeitos interagem. Nesse sentido, apresentamos na metodologia o ambiente colaborativo especialmente montado com softwares que dispomos para a realização da coleta, trazendo suas potencialidades para este estudo e os entraves que encontramos ao utilizá-los. Para a análise dos dados desta pesquisa utilizamos a Análise de Conteúdo (BARDIN, 1977).

Nesse sentido, numa perspectiva da colaboração, buscamos estudar o trabalho com grupos de estudantes em que a construção colaborativa de algum produto com viés matemático fizesse sentido e auxiliassem na apropriação da atividade, elemento essencial para um trabalho colaborativo (GONÇALVES, 2013). Buscamos identificar licenciandos em situações reais de formação, em que a construção de aulas fizesse parte de sua formação. Estudantes esses já em final de curso com conhecimento de função e de metodologia de ensino e aprendizagem. Escolhemos como sujeitos um grupo específico de estudantes, concluintes do curso de Licenciatura em Matemática, no último semestre letivo, cursando uma das disciplinas relativas às 300 h/a de prática da Licenciatura (ainda do perfil antigo).

No caso desta pesquisa, estamos buscando estudar o trabalho colaborativo dos estudantes ainda em um contexto bastante exploratório, buscando construir situações em que a colaboração seja incentivada e estudar as variáveis relativas ao sujeito e à situação que promovem ou dificultam a colaboração.

5.1 SUJEITOS

A pesquisa aqui relatada foi realizada com 14 estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, noturno, na modalidade presencial. Os sujeitos eram concluintes do curso e estavam em sala de aula, cumprindo créditos curriculares, referentes à disciplina de horas de prática e estágio da formação.

O estudo fez parte das atividades de formação da disciplina e após sua aplicação foi solicitado autorização para uso dos dados para pesquisa, garantido o sigilo da identidade dos sujeitos. Foram considerados como sujeitos aqueles que aceitaram o uso de seus dados para pesquisa.

Os sujeitos participaram em grupo de até seis participantes de uma atividade de construção de uma situação para o ensino e aprendizagem de função com o uso do software Modellus (THEODORE; VIEIRA; CLÉRIGO, 1997), no processo de interação *online*, em um ambiente montado para a CSCL.

A montagem dos grupos foi realizada de forma que os participantes pudessem optar, pelo horário e data de sua disponibilidade, pois assim a interação se daria por diferentes sujeitos, com características distintas, permitindo uma comunicação *online* que fosse centrada nas discussões, pois muitas vezes os grupos já pré-estabelecidos em sala possuem argumentos semelhantes e já interagem presencialmente. Buscamos esta interação durante a sessão com argumentos, semelhantes ou não, promover uma discussão mais rica e com foco na perspectiva da CSCL. Abaixo mostramos um quadro com o nome dos grupos e a quantidade de participantes.

Tabela 1: Distribuição dos sujeitos em grupos

Grupo	Quant. de Participantes
Grupo Alfa	6
Grupo Beta	3
Grupo Gama	5
Total	14

Fonte: elaborado pelo autor

Um licenciando fez a atividade sozinho por não ter tido disponibilidade no dia de nenhum dos grupos. O trabalho desse sozinho com o professor mediador, não foi tomado como dado da pesquisa. Também tivemos um problema nos registros de um

dos grupos e como não foi possível a recuperação dos dados, não consideramos este grupo. Ficamos no final com três grupos que variavam entre 3 a 6 membros.

Estes grupos foram montados e a atividade a ser desenvolvida por eles foi estruturada, de forma totalmente online, com a sessão montada no computador do mediador. Cada grupo trabalhou em um horário diferente.

5.2. CRIAÇÃO DO AMBIENTE DE COMPARTILHAMENTO PARA O CSCL

Como mencionado anteriormente, escolhemos trabalhar com o software Modellus, porém o mesmo não possui uma versão colaborativa *online*. Com tal limitação, decidimos montar um ambiente com estrutura CSCL para o uso do Modellus. O ambiente foi montado utilizando como servidor o computador do professor, no qual foi instalado o software Modellus para o trabalho colaborativo. O Software de compartilhamento Teamviewer (TEAMVIEWER GmbH, 2005) foi utilizado para que todos tivessem acesso ao computador do mediador e pudessem produzir a situação proposta com Modellus instalado no computador. Foi solicitado que os licenciandos instalassem o Modellus também em suas máquinas, o que serviria de um ambiente privado para as construções individuais, como um paralelo do rascunho, utilizado para testes em que o licenciando não quer mostrar suas ideias. Também utilizamos para a montagem do ambiente CSCL alguns recursos do Google Drive (GOOGLE, 2012), que possibilitou a montagem da planilha compartilhada e também de um editor de texto, para anotação das dificuldades, listagem dos temas para a discussão e construção da atividade e objetivos.

5.2.1. TeamViewer

Para a comunicação entre os participantes de forma síncrona utilizamos o Teamviewer¹ (TEAMVIEWER, GmbH, 2005), um software de compartilhamento de tela. Para uso pessoal e de até 15 participantes, o Teamviewer é gratuito. Além de compartilhamento da tela, o Teamviewer permite o controle remoto de tela, ou seja, permite que outro usuário acesse as informações do seu computador, arquivos, programas, desde que seja autorizado pelo administrador da sessão. Para isso é

¹ Teamviewer versão 9. Site para download:
<http://www.teamviewer.com/pt/download/windows.aspx>

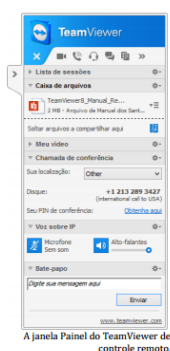
necessário que o mediador envie aos participantes um código, que é definido pelo próprio software de forma aleatória. Este código é denominado de ID da sessão.

O Teamviewer também possui ferramentas que permitem a comunicação dos usuários, possui um comando de áudio e voz, chat, vídeo e envio de arquivos. Algumas dessas ferramentas são controladas pelo administrador da sessão, por exemplo, o áudio e voz. Em uma sessão, o administrador pode cortar seu próprio microfone ou o de outros participantes, pois em alguns casos, há problemas de áudio quando o número de participantes é muito grande ou quando há muita interferência externa, oriunda do ambiente onde algum participante estiver. Então, o administrador pode controlar esta função para desenvolver uma interação sem maiores interferências.

O software também possui um recurso que permite a recuperação das conversas online realizadas na sua interface, como também grava a interação em vídeo do que ocorre na tela do mediador. Um dos entraves na gravação do vídeo utilizando o Teamviewer é a captura da barra lateral, que contém os participantes e o chat e também a identificação dos participantes quando estão interagindo na tela do mediador. Não é possível fazer essa identificação de interação na tela do mediador, sendo assim, é necessário que seja solicitada a identificação do participante movimentando na tela, caso mais de um esteja habilitado.

Na imagem a seguir, podemos observar algumas ferramentas disponíveis no Teamviewer.

Figura 3: Ferramentas do Teamviewer



Fonte: <http://www.teamviewer.com/pt/res/pdf/TeamViewer8-Manual-RemoteControl-pt.pdf>

Após a instalação de uma reunião de trabalho, com os participantes convidados já logados, o administrador pode dar acesso aos participantes para

mexer diretamente em qualquer componente de seu computador, excetuando o próprio Teamviewer. Esse é um software utilizado por muitas empresas para consertar configurações de computadores à distância, dentre outros usos.

Nesse sentido, o Teamviewer foi utilizado para permitir que a ação no software Modellus de cada licenciando pudesse ser compartilhada por todos.

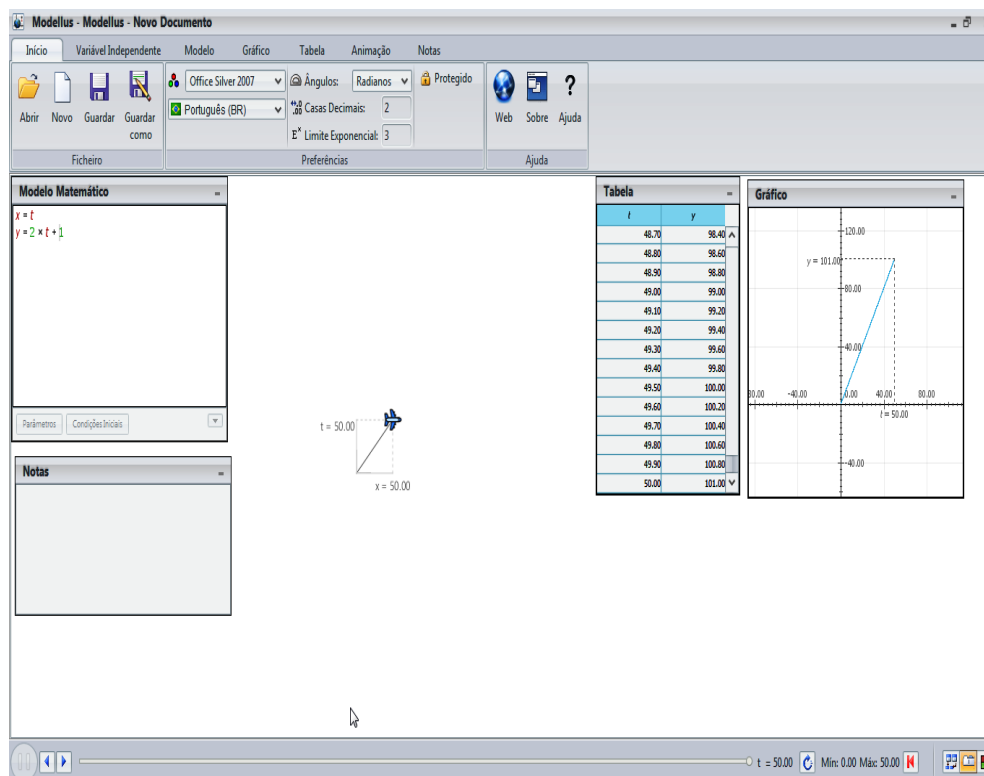
5.2.2. Modellus

O Modellus é um software gratuito que trabalha com modelagem matemática a partir de sua representação algébrica. Uma de suas características é a criação de simulações, por meio dos modelos algébrico, permitindo a conexão com diferentes representações e simulações do modelo criado.

Escolhemos este software no intuito de trabalhar as representações das funções: algébrica, gráfica, tabular e escrita; e possibilitar a criação de simulações. Ele consegue contemplar estas representações em uma só tela, à medida que a simulação é executada explorando a conversão. Ele permite também a interação do usuário diretamente na imagem da simulação, como também nas variáveis do modelo.

Com estas características acreditamos que o software aliado a uma proposta de atividade bem estruturada, com objetivos bem definidos e uma mediação do professor, pode ser uma boa proposta para o ensino de função. Todos estes fatores juntos podem dar um sentido ao real significado e estrutura de vários tipos de função. Abaixo mostramos uma imagem da interface do software.

Figura 4: Interface do Modellus



Fonte: Ilustração produzida pelo autor

5.2.3 Documentos Compartilhados do Google Drive

Um terceiro recurso utilizado para compor o nosso ambiente CSCL foi o recurso de edição de texto e planilha do Google Drive. Utilizamos este recurso para a montagem dos grupos e também para definir a atividade no momento da sessão, os objetivos e listagem dos temas para a discussão das dificuldades.

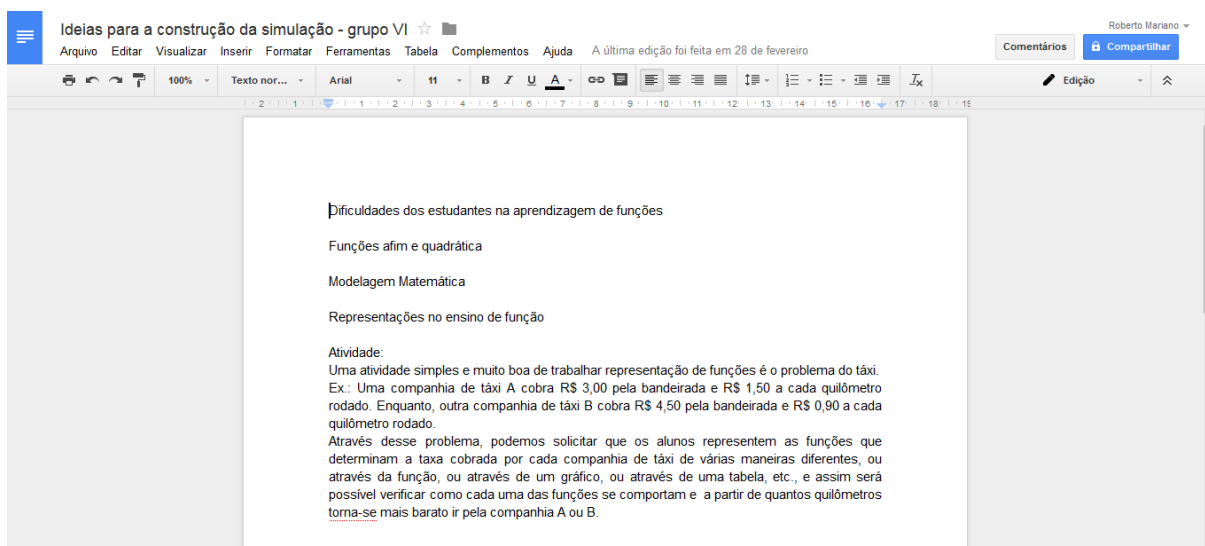
A planilha foi escolhida com o intuito de que os participantes definissem o melhor dia e horário para a realização da sessão. Sendo assim, disponibilizamos este recurso que conta com a ferramenta de compartilhamento *online*, assim a cada modificação feita pelo participante ficaria salva para controle do mediador e do próximo participante a escolher seu dia e horário de participação.

O editor de texto foi utilizado durante a sessão. O documento ficou armazenado na pasta do mediador para um controle posterior dos dados coletados. O editor de texto também conta com o recurso de compartilhamento, mas não foi utilizado, já que no momento da sessão utilizamos o Teamviewer para a

colaboração. Durante as sessões utilizamos o editor como um suporte para, expor os temas que norteariam a discussão, definição dos objetivos e a elaboração da atividade. Este registro de informações foi importante para guiar o grupo durante a elaboração da simulação pois, a construção deveria ser pautada nos fatores citados anteriormente.

O editor foi utilizado no computador do mediador, onde as informações foram escritas por uma parte do grupo, que se responsabilizou pela definição dos objetivos e elaboração da atividade. No que diz respeito a colaboração, isso representa uma limitação, pois o recurso poderia ter sido melhor explorado em termos de CSCL se o editor fosse compartilhado no servidor do Google Drive e não utilizando o computador do professor.

Figura 5: Interface do editor de texto do Google Drive

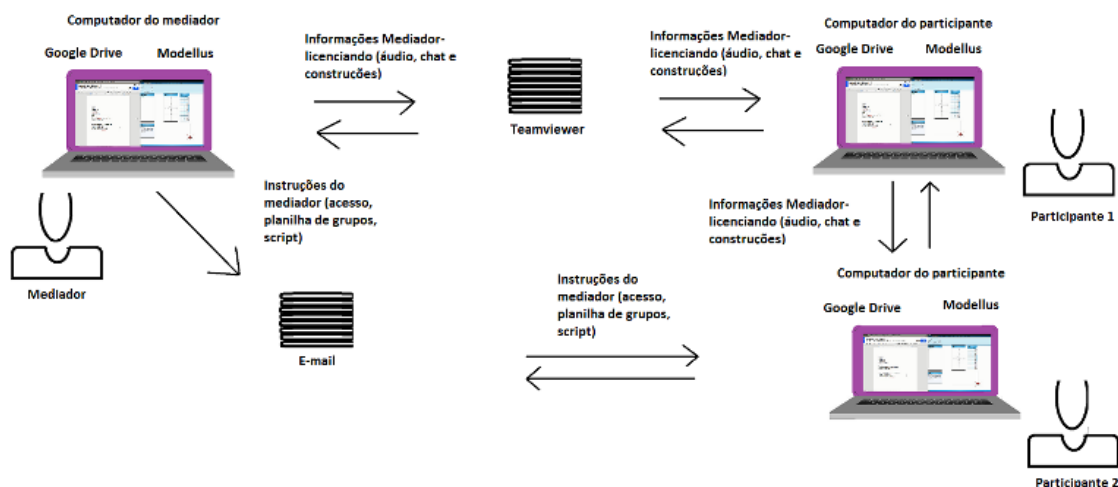


Fonte: Ilustração do autor

5.3. O AMBIENTE

Esses recursos foram dispostos com os estudantes cada um trabalhado em um ambiente físico diferente, em uma situação de aprendizagem a distância, online e síncrona, que for descrita por nós com o seguinte esquema:

Figura 6: Diagrama de configuração do ambiente CSCL para a pesquisa



Fonte: Ilustração do autor

5.4. DESCRIÇÃO DA SITUAÇÃO DE FORMAÇÃO

A atividade proposta nesta pesquisa consistia em montar uma situação de ensino que incluísse uma simulação para explorar conceitos de função utilizando um software, que permite múltiplas representações deste conceito. Com base na literatura, escolhemos um *script* para promover o trabalho colaborativo, elencando os elementos necessários para a construção da situação de simulação.

Iniciaremos a discussão do script comentando um pouco, sobre um modelo de script adotado por Dillenbourg (2002) discutido em nossa fundamentação, pois houve uma influência desse modelo, na montagem do nosso script. O autor define cinco exemplos de modelos de script que podem ser adotados. No entanto, percebemos que um modelo especificamente influenciou na montagem do nosso script. Podemos dizer, então, que nos concentramos no modelo de script de instrução, trazido por Dillenbourg (2002). Como este modelo possui a característica de trazer instruções detalhadas sobre a sessão e a forma como os participantes devem interagir, ele se adequou a nossa proposta de script. No entanto, após a sessão, percebemos que deixamos fora do script a instrumentalização, enviando as instruções por e-mail, os grupos ficaram atrelados a essa informação e não guiaram-se pelo script.

A proposta de formação foi a mesma para todos os grupos. Lançamos a proposta inicial de uma discussão de alguns temas, listados pelo mediador, em um

documento compartilhado: Funções, dificuldades na aprendizagem de funções, modelagem matemática e as representações das funções e sua importância no contexto escolar. Após a discussão, sugerimos a montagem de uma atividade, explorando o que foi discutido entre os participantes e finalmente, a elaboração da simulação, relativa à atividade elaborada e seus respectivos objetivos. Cada grupo participou de uma sessão de 2 h/a em uma atividade que constou das seguintes etapas.

Quadro 3: Detalhamento das atividades propostas

Etapas	Atividades propostas	Duração
1	Instrumentalização com o Modellus e o Teamviewer	Prévio por vídeo e texto
2	Divulgação do ID da sessão para os grupos	Prévio por e-mail
3	Listagem dos temas para a discussão	Início da sessão 5 min
4	Discussão com base nos temas listados	25 min
5	Elaboração da atividade, identificação dos objetivos de aprendizagem; montagem das etapas da atividade e detalhamento das atividades.	25 min
6	Construção da simulação	30 min
7	Discussão da sessão com os participantes	35 min

Fonte: elaborado pelo autor

O script foi construído e enviado aos membros dos grupos por email. Neste script estavam descritas as instruções, que os estudantes deveriam seguir para desenvolver a atividade. Faremos adiante uma descrição do script, associando-o a alguns modelos, que encontramos na literatura.

O script serve como modelo de roteiro colaborativo, o guia dos participantes de uma sessão colaborativa, desde os questionamentos mais básicos. Então, decidimos começar o script situando os estudantes quanto à atividade e os instruindo na montagem dos grupos, que trabalhariam colaborativamente durante a sessão. Ressaltamos que as instruções para a montagem dos grupos constava no script, mas a escolha foi feita separadamente, em uma planilha compartilhada.

Para a escolha destes grupos sugerimos que os horários e os integrantes fossem escolhidos por disponibilidade dos participantes. Montamos então uma planilha compartilhada no Google Drive² com sugestões de quatro dias e horários e

² Site de armazenamento de arquivos online do Google.

estabelecemos um número máximo de seis participantes por sessão. Os horários de sessão foram montados no mesmo horário de aula presencial dos estudantes, pois como o horário do curso é noturno, muitos não possuem disponibilidade para as sessões durante o dia. Durante tal período, o docente da disciplina estava fazendo orientação dos relatórios de estágio em pequenos grupos. No entanto, montamos também um grupo no sábado à tarde, caso alguém desejasse um horário alternativo. As sessões síncronas tiveram duração de 90 minutos, o mesmo tempo disponibilizado para as aulas presenciais da disciplina. Antes do início de cada sessão, enviamos um e-mail com o ID da sessão, para que os estudantes tivessem acesso ao computador do mediador da sessão.

Estruturamos o script para que as sessões fossem desenvolvidas, todas de forma síncrona, com a comunicação online. Realizamos uma sessão por grupo, estruturando a atividade, de forma a obedecer ao horário das aulas presenciais. Além disso, descrevemos também no script os softwares que nos dariam suporte na sessão, tanto para a comunicação entre os membros, como para a montagem da simulação.

Pensando nos softwares, nós também achamos necessária uma instrumentalização deles. Para isso, descrevemos no script algumas instruções que seriam úteis na utilização desses softwares. Achamos necessário o uso de tutoriais em vídeo e escrito, então utilizamos alguns materiais já disponibilizados online, para a familiarização dos estudantes com os softwares. Os tutoriais em vídeo foram extraídos de um canal³ no YouTube⁴, mostrando apenas o funcionamento do Modellus, e como se pode construir simulações de modelagem utilizando o software. Para o Teamviewer, utilizamos um tutorial escrito, que instruí os participantes desde antes da sessão até as ferramentas mais básicas. Este tutorial pode ser encontrado na página⁵ do Teamviewer.

5.4.1 Instrumentalização

Estruturamos o nosso script pensando, primeiramente, em instruções detalhadas, para que os grupos encontrassem o mínimo de dificuldade possível. Outra preocupação que tivemos foi sobre os softwares a serem utilizados e a

³ Canal do tutorial disponibilizado: Física na lixa

⁴ Site para upload de vídeos do Google.

⁵ http://www.teamviewer.com/download/version_6x/teamviewer_manual_pt.pdf

proposta da atividade. Sendo assim, deixamos explícito o papel de cada software durante a sessão. Primeiro esclarecemos o que era o TeamViewer e seu papel na sessão, em seguida fizemos o mesmo com o Modellus.

A instrumentalização dos dois softwares foi feita de maneira muito independente por parte dos estudantes. Acreditamos que os tutoriais disponibilizados, seriam suficientes para a instrumentalização, no entanto, como informamos aos estudantes, por e-mail, a estrutura da atividade antes da sessão, deixamos um espaço para que eles pudessem esclarecer as dúvidas quanto à utilização dos softwares. No script, fizemos uma breve descrição das funcionalidades e também do papel de cada uma dos softwares (Anexo 1).

5.4.2. Discussão das Dificuldades de Alunos quanto ao Conceito de Função

No tópico seguinte do script, concentramo-nos em descrever a proposta da atividade. Em um momento inicial, pensamos que a criação da simulação não deveria ser aleatória sobre um tipo de questão específico e imaginado pelos estudantes. Tivemos como princípio que a construção de uma situação de ensino para a educação básica deveria partir de uma discussão acerca das dificuldades dos estudantes na aprendizagem de alguns conceitos das funções. Pois assim, as construções seriam fundamentadas em dificuldades reais, não partindo apenas da opinião do grupo. Tentamos inicialmente uma comunicação, por meio do áudio, que facilitaria a interação entre o mediador e os estudantes, pois o tempo seria poupado e também seria importante uma maior dedicação na hora da construção das simulações. No entanto, tivemos alguns problemas, tendo que recorrer a escrita que demanda mais tempo tanto por parte dos estudantes quanto do mediador. Em alguns casos, os estudantes ouviam o mediador, mas o mediador não ouvia os estudantes.

Então, por meio do *chat*, foi solicitado que os participantes discutissem acerca das dificuldades dos estudantes da Educação Básica na aprendizagem de Funções. Para isso, elencamos alguns temas, para que a discussão não saísse do contexto, eram esses tópicos: função afim e quadrática, modelagem matemática, dificuldades de aprendizagem e representações das funções no contexto escolar.

A proposta foi lançada, para que os licenciandos fossem construindo seus argumentos, a partir de sua experiência como docente ou da formação. Esses eram temas que eles já haviam trabalhado na formação.

Após a discussão das dificuldades, com base no que foi colocado pelos participantes da sessão, foi proposta a elaboração de um primeiro esboço da atividade. Em seguida, os objetivos de aprendizagem e as etapas desta atividade seriam definidos, para que a construção da simulação pudesse contemplar elementos.

5.4.3. Elaboração da Atividade

Esta etapa de elaboração da atividade, os objetivos e fases, teriam a intervenção do mediador para que a construção da simulação pudesse ser feita com base nesses dados, não fazendo o processo contrário: simulação, elaboração da atividade e estabelecimento de objetivos e fases.

Então, escolhemos dois ou três participantes, dependendo do tamanho do grupo, que montassem uma atividade que contemplasse as dificuldades e comentários encontrados na discussão, elencando os objetivos e etapas dessa atividade. Após a elaboração, outro grupo ficava responsável, pela montagem da simulação. Caso o grupo precisasse de ajuda, cada um poderia dar uma sugestão de simulação a ser montada por meio do chat ou por voz, com base na atividade criada.

Além desses fatores, pensamos também em uma maneira de promover a colaboração entre os participantes da sessão. A estrutura do script nem sempre é suficiente para que os estudantes colaborassem. Faz-se necessária uma maneira de mantê-los sempre em colaboração, durante cada fase da sessão, complementando o trabalho uns dos outros. Sendo assim, pensamos em estruturar a sessão, subdividindo o grupo maior e atribuindo tarefas a esses subgrupos, de modo que os outros participantes precisassem estar em constante processo colaborativo, para continuar a construir suas ideias nos momentos seguintes da atividade. O mediador controlava quem poderia alterar o ambiente compartilhado a cada momento, a partir das funções determinadas.

As dificuldades, os esboços da atividade e os objetivos de aprendizagem foram sendo anotados em um documento de texto compartilhado no Google Drive, onde também foram elencados os temas para a discussão sugeridos pelo mediador.

5.4.4. Construção da Simulação

A construção da simulação, como todas as outras etapas da sessão, foi feita no computador do mediador pelos estudantes. Depois da atividade planejada, os participantes teriam que montar a simulação, a partir de um modelo algébrico, relativa a essa atividade. Fez-se necessário nesta etapa uma apresentação do software, pois apesar da instrumentalização via vídeo e texto, fez-se necessário uma apresentação das ferramentas e explicitar algumas potencialidades do software.

Apresentamos aos grupos algumas construções, que são trazidas no próprio software, comentando um pouco sobre como funcionam as simulações construídas com base no modelo matemático definido. Nessas simulações foi possível perceber a capacidade do software em mostrar distintas representações do modelo construído.

O mediador atuou com o papel de instrutor na construção. Seu papel neste processo de construção foi importante, pois os grupos deveriam construir sua simulação procurando atingir os objetivos pré-estabelecidos. Além disso, a simulação deveria ser baseada na atividade. Coube também ao mediador a interação com o grupo no sentido de superar dificuldades inerentes ao software e motivar a colaboração.

5.4.5. Discussão da Atividade com os Participantes

Após a construção da simulação, achamos importante que houvesse um momento de reflexão sobre a construção realizada. Neste momento, esperamos que os participantes pudessem expor as suas dificuldades e opinião sobre o que foi construído durante a sessão.

A reflexão sobre o processo de construção da sessão colaborativa é muito importante, pois assim podemos retomar o que foi construído na simulação fazendo um paralelo com os passos anteriores. Desde o momento inicial da atividade, fomos propondo uma sistematização para a construção da simulação, então neste momento, podemos observar se a simulação contempla os objetivos definidos, se a

atividade está sendo bem representada na simulação e, também, se as dificuldades listadas são consideradas.

O mediador propôs neste momento essa discussão, com a finalidade de evidenciar aos participantes os pontos que, porventura, não foram considerados e os motivos que podem ter levado a cometer tais erros. Por outro lado, também deve mostrar aquilo que deu certo, que foi contemplado na construção, as potencialidades desta atividade para a sala de aula e promover entre eles uma discussão da proposta apresentada.

5.5. A COLETA DOS DADOS

Os dados coletados apresentam distintos formatos: áudio, vídeo e escrita. Para fazer esta análise faz-se necessária a transcrição dos formatos áudio e vídeo, para uma categorização. Pretendemos utilizar um software que nos auxilie nesta categorização, permitindo, assim, uma análise rigorosa dos dados coletados.

O áudio caracteriza-se, nesta pesquisa, pela gravação de todas as conversas entre o mediador e os participantes, por meio da troca de mensagens por som no Teamviewer. O vídeo é a gravação da tela do mediador, que mostra as ações dos participantes durante a sessão. As conversas por meio de chat caracterizam a escrita, que é colocada aqui, como a troca de mensagens online sem áudio entre o mediador e os participantes.

Após a montagem do script e definição dos horários na planilha estruturamos as sessões online para coleta dos dados durante as discussões. Utilizamos, além dos três recursos, que citamos anteriormente, os e-mails e os documentos arquivados no Google Docs para a coleta dos dados. Gravamos o áudio, tanto do mediador como dos estudantes – quando conseguíamos coletar –, gravamos os vídeos que mostravam a interação na construção da atividade e da simulação e também, gravamos o registro escrito no chat disponível do Teamviewer. Isso nos possibilitou uma diversidade de registros, assim temos como observar da melhor maneira possível, cada passo que ocorre durante a interação. Além disso, no caso de falha por parte de um dos recursos, temos a opção de resgatar alguns dados disponíveis em outro formato.

Para a coleta de áudio, tivemos que recorrer a gravadores externos, pois não conseguimos encontrar um software que abarcasse o áudio do mediador e dos

participantes ao mesmo tempo. Conseguimos gravar o áudio externo, ou seja, do mediador com softwares de captura de tela, mas o áudio interno, ou seja, dos participantes que tinham o som emitido pelo canal da internet não era contemplado. Assim, achamos necessário um gravador externo e convencional, que desse conta desses dois aspectos.

Estes dados, de áudio, vídeo e escrita, são alguns dos que serão considerados na pesquisa. No áudio captamos uma presença maior do mediador, que vem com um papel instrucional, para as dúvidas dos participantes e algumas poucas vezes, interferindo na discussão com os participantes. Registramos no vídeo as ações dos participantes durante a sessão. Os dados de vídeo são de grande importância, pois nos mostram o processo de construção da simulação, os entraves enfrentados e, também, qual foi o raciocínio utilizado para construção.

A escrita é outra parte essencial. Nos dados escritos são apresentadas as dificuldades elencadas pelos participantes. Além disso, os participantes mostram suas justificativas para as dificuldades elencadas, que em sua maioria são por experiência em sala de aula.

Temos aproximadamente quatro horas e quarenta e cinco de gravação de vídeo e áudio e três sessões de chat, que apresentam os dados coletados com os três grupos que apresentamos. No Quadro 3, podemos observar o tempo de cada sessão e os dados coletados, que temos em cada grupo.

Consideramos como dados válidos para a análise as gravações de vídeo, que descrevem as ações dos participantes no ambiente CSCL, as gravações de chat, que permitem observar toda a discussão acerca das dificuldades de aprendizagem e dos temas elencados pelo mediador, porém, as gravações de áudio precisaram de um tratamento para selecionar o que será viável para a análise. Como ocorreram alguns problemas no áudio, a maioria das falas é do mediador, que em alguns momentos faz uma intervenção na discussão e outras vezes, atua apenas como instrutor em questões de instrumentalização de algum dos softwares. Sendo assim, necessitamos tratar esses dados coletados, para que pudéssemos fazer uma análise dessa interação *online*.

Quadro 4: Síntese dos dados coletados por grupo

Grupos	Emails	Texto do Google Docs	Áudio e vídeo (tempo)	Interações por Chat
Alfa	_____	Temas para a discussão; Dificuldades dos estudantes; Elaboração da atividade; Definição dos objetivos	Instruções do mediador; Elaboração da atividade; Definição dos objetivos; Construção da simulação; 1h20min	Discussão das dificuldades;
Beta	_____	Temas para a discussão; Elaboração da atividade;	Instruções do mediador; Discussão das dificuldades; Elaboração da atividade; Definição dos objetivos; 1h45min	
Gama	Dúvidas na conexão com o Teamviewer;	Temas propostos para a discussão; Elaboração da atividade; ;	Instruções do mediador; Elaboração da atividade; Construção da simulação; 1h40min	Discussão das dificuldades; Instruções do mediador;

Fonte: elaborado pelo autor

Quadro 5: Quantitativo de dados coletados por grupo

Grupos	Emails	Texto do Google Docs	Áudio e vídeo (tempo)	Interações por Chat
Alfa		3 textos: dificuldades, objetivos e atividade.	1h20min	111 falas
Beta		2 textos: dificuldades e atividade.	1h45min	178 falas
Gama	1 e-mail: dúvidas na conexão.	2 textos: dificuldades e atividade.	1h40min	125 falas

Fonte: elaborado pelo autor

De posse dos dados coletados demos início ao processo de análise. Na seção seguinte, discutiremos como se deu este processo, desde o processo de categorização, até a análise das tabelas e gráficos.

5.6 ANÁLISE DOS DADOS

Nesta seção vamos apresentar o processo de análise dos dados, que perpassa pelo tratamento dos dados coletados, transcrições de vídeo e áudio, o processo de categorização e finalmente, a análise dos dados categorizados.

5.6.1. Análise de Conteúdo

Para analisar esses dados, escolhemos utilizar a análise de conteúdo (BARDIN, 1977), em um modelo categórico. A análise de conteúdo pode ser definida como:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (BARDIN, 1977, p. 42).

Nessa modalidade de análise de dados, temos que considerar, a princípio, como vamos organizar os dados para categorizar. Inicialmente, temos que selecionar quais unidades vamos considerar para realizar a contagem. Em seguida, temos que organizar estas unidades em blocos maiores que façam sentido para observar onde situam-se estes recortes. Bardin (1977) os define como unidades de registro (ou de contagem) e unidades de contexto (ou semânticas).

A unidade de registro é a unidade de significação a codificar e corresponde ao segmento de conteúdo a considerar como unidade de base, visando a categorização e a contagem frequencial. [...] A unidade de contexto serve de unidade de compreensão para codificar a unidade de registro e corresponde ao segmento da mensagem, cujas dimensões (superiores às da unidade de registro) são óptimas para que se possa compreender a significação exacta da unidade de registro. (BARDIN, 1977, pp.104 – 107).

Após as transcrições todos os dados coletados em formato de áudio e vídeo foram convertidos para escrita. Sendo assim, separamos estes dados em quatro documentos de texto, identificando cada documento como arquivo do grupo a ser categorizado. No processo de transcrição precisamos sincronizar as informações do chat, do áudio e dos vídeos, para que as informações fossem colocadas em ordem cronológica dos acontecimentos. As informações que coletamos no chat nos ajudaram neste processo, pois os dados escritos trouxeram o horário de envio das

mensagens, então sincronizamos com o tempo de gravação do áudio e com as ações dos vídeos, montando o documento para categorizar os dados.

Escolhemos como unidade de registro as falas dos participantes em chat, as falas dos participantes em áudio e os trechos de ações em vídeo executadas na tela. Utilizando o modelo do Baker (2002) como suporte, observamos a necessidade de identificar o papel do usuário a cada momento, sendo assim, não é possível fazer esta identificação se a unidade de contagem fosse escolhida por momentos da interação, por exemplo. Por meio da fala e das ações na tela podemos identificar se o participante executa ou sofre a ação, além de outros aspectos relevantes que destacaremos adiante.

As unidades semânticas ou de contexto nos ajudam a compreender e identificar elementos presentes em trechos maiores de dados. Bardin (1977) destaca que a escolha das unidades de contexto depende da pertinência da situação a ser aplicada. Nesse sentido, tomamos como unidade de contexto alguns trechos de discussão que se caracterizam por apresentarem em sua estrutura um tema em destaque, denominamos estes trechos de *conversas*.

As unidades de registro foram organizadas em cinco categorias mais algumas subcategorias que abrigaram todos os dados dos quatro grupos analisados. Por outro lado, as unidades de contexto não são previamente determinadas. Cada grupo apresenta em sua discussão algumas características próprias e mesmo que tratem do mesmo tema, as ideias e os argumentos levantados são distintos. Dessa forma, a quantidade de unidades de contexto varia de um grupo para o outro.

5.6.2. Categorização

O processo de categorização das unidades de registro partiu da estruturação das dimensões e categorias. Para defini-las nos pautamos nos objetivos e nas questões da pesquisa, além das teorias e revisão da literatura. A partir do nosso objetivo geral, ou seja, pensamos em categorias que nos permitisse observar os aspectos mais relevantes do experimento. Para isso devemos observar os aspectos da colaboração identificados na interação resgatando as dimensões e subdimensões do modelo de Baker, os entraves relacionados ao ambiente e as suas

potencialidades para a construção da aprendizagem e as contribuições do ambiente construído na formação do professor de Matemática.

Estruturamos as categorias, inicialmente, em um grande grupo Tipos de Unidades de Registro (UR), que separa os registros que são categorizáveis ou não. Surgem então, mais dois grandes blocos, que denominamos de *Interações da Atividade*, nas quais são classificados os registros categorizáveis e *Outras*, nas quais classificamos os registros que não são categorizáveis.

Os registros não categorizáveis (Outras) são aqueles que não se encaixam em nenhuma das outras categorias e que podem estar vinculados a uma conversa ou não. Parte desses registros são saudações, como “*Boa noite, Olá...*” ou também algumas palavras e expressões como “*Cheguei, Entendi...*”. Outras palavras isoladas que são encontradas nos registros entram como interações da atividade e são categorizáveis, pois elas correspondem às reações dos sujeitos em algumas situações que podem ser afirmativas ou negativas como “*sim ou não*”.

Dentro do bloco interações da atividade organizamos as nossas cinco dimensões, que abrigaram todos os registros que nos interessam analisar:

- Dimensão *Entraves* – esta dimensão contém todos os registros transcritos que foram identificados como problemas durante a sessão, como também, os registros que não são identificados como entraves para distinguir esses dois grupos.
 - Categoria *Apresenta* – esta categoria contém todos os registros que apresentam entraves.
 - ✓ Subcategoria *Entraves Técnicos* - os entraves técnicos são problemas relacionados ao áudio da sessão (problemas no microfone, alto-falante), problemas de conexão com a internet, visualização da tela do mediador, compatibilidade de sistema operacional e outros problemas, que não estão diretamente relacionados com o *script* proposto ou com os softwares escolhidos para realização da atividade.
 - ✓ Subcategoria *Entraves Tecnológicos* - identificamos como entrave tecnológico os problemas que o participante encontra na

utilização dos softwares escolhidos pelo mediador. Alguns desses problemas estão relacionados com a falta de familiaridade na utilização do software, então há alguns problemas para entrar na sessão (inserção do ID), desbloqueio do microfone (voz sobre IP), não ter acesso à tela do mediador (não saber quando está habilitado e bloqueado), montagem do modelo e da simulação.

- ✓ Subcategoria *Entraves na proposta do script* - os entraves relacionados a proposta do *script* se configuram nos trechos em que o participante não sabe a atividade a ser realizada e necessita do esclarecimento do mediador. Esta categoria contempla estes momentos de questionamento e resposta, do estudante e do mediador respectivamente.
- ✓ Subcategoria *Identificação dos sujeitos* – esta categoria apresenta os registros em que tivemos dificuldade em identificar os sujeitos em alguns momentos da interação. Geralmente, esse entrave aparece no início das sessões ou na execução das atividades no Google Docs e no Modellus, pois o software utilizado não permite ao mediador fazer esta identificação.
- Categoria *Não apresenta* – esta categoria nos permite distinguir os registros que possuem entraves dos registros que não possuem.
- Dimensão *Elaboração da aula* – nesta dimensão apresentamos as categorias que descrevem o processo de elaboração da aula pelos participantes. Identificamos alguns tópicos presentes durante a elaboração da aula em todos os grupos, dessa maneira, surgiram cinco categorias nesta dimensão que serão descritas abaixo.
 - ✓ Categoria *Modelagem Matemática* - a categoria de variáveis na modelagem procura identificar os registros em que os participantes apontam termos característicos de situações que envolvem funções para discutir os problemas de aprendizagem na montagem do modelo. Estes termos são exemplificados por: concavidade, máximos e mínimos, otimização, lucro máximo e lucro mínimo, taxa de variação, entre outros. Estas variáveis

identificadas na discussão geram ideias para a montagem da atividade e criação do modelo.

- ✓ Categoria *Objetivos* – esta categoria apresenta os objetivos das atividades montadas pelos participantes.
 - ✓ Categoria *Dificuldades na aprendizagem de funções* – esta categoria agrupa os registros que trazem as dificuldades elencadas pelos participantes, relativas à aprendizagem dos estudantes no que diz respeito ao objeto matemático função.
 - ✓ Categoria *Execução da Simulação* – trazemos nesta categoria os registros em que são descritas as ações e/ou falas dos participantes durante a execução da simulação construída.
 - ✓ Categoria *Ação do mediador* – as ações do mediador durante o processo de construção da simulação estão concentradas nesta categoria, para que haja uma identificação da sua atuação, no processo de construção do objeto.
- Dimensão *Tipos de conhecimento mobilizados* – esta dimensão traz a categorização dos conhecimentos mobilizados pelos participantes no processo de construção da atividade.
- ✓ Categoria *Conhecimentos didáticos* - os registros de conhecimento didático são aqueles em que o participante demonstra as ações que o professor mobiliza na elaboração de uma aula, por exemplo, quando se coloca que o estudante deve identificar a função a ser utilizada na resolução do problema proposto ou quando discutem sobre o uso ou não uso, de determinado conceito para compreensão de outro.
 - ✓ Categoria *Conhecimentos epistemológicos* - os registros dessa categoria contém trechos de ações ou discussões que os participantes fazem acerca do conceito, características ou propriedade das funções. Por exemplo, taxa de variação, concavidade, representação, máximo, mínimo, sinal, ou seja, conceitos próprios das funções.
 - ✓ Categoria *Fatores cognitivos* - os fatores cognitivos devem identificar os registros nos quais os participantes levam em

consideração o modo como o estudante irá compreender determinada situação, ou seja, escolha da representação mais adequada, esforço cognitivo para realização da atividade ou na compreensão da simulação construída.

- ✓ Categoria *Conhecimentos tecnológicos* – o conhecimento tecnológico engloba as ações que exigem uso da tecnologia para serem desenvolvidos. Por exemplo, a manipulação do Modellus e outros recursos que os participantes necessitem na montagem da simulação.
- Dimensão *Aspectos da colaboração* – esta dimensão apresenta todos os registros relativos às interações dos participantes, vistos à luz da teoria da CSCL. Sendo assim, trazemos o modelo do Baker (2002) e alguns conceitos utilizados por Gonçalves (2013), para categorizar estes registros.
- Subdimensão *Papel do sujeito* – nesta subdimensão vamos observar como o sujeito age ou reage a determinada ação ou fala.
 - ✓ Categoria *Propositor* – na categoria propositor estão os registros dos participantes que propõem alguma ideia ou questionamento na interação.
 - ✓ Categoria *Reator* – na categoria reator estão os registros dos participantes que reagem às colocações do propositor, ou seja, aqueles que dão um *feedback* às ideias e questionamentos levantados na interação.
- Subdimensão *Posicionamento* – aqui estão registrados o tipo de *feedback* dado pelos participantes da categoria reator.
 - ✓ Categoria *Concorda* – nesta categoria estão os *feedbacks* dos participantes que concordam com as colocações do propositor.
 - ✓ Categoria *Discorda* – aqui são registrados os *feedbacks* dos participantes que discordam das colocações do propositor.
 - ✓ Subcategoria *Explícito* – aqui são inseridos os *feedbacks* que concordam ou discordam, mas que demonstram claramente sua posição.

- ✓ Subcategoria *Implícito* – aqui os registros mostram os *feedbacks* que concordam ou discordam, mas que não demonstram claramente seu posicionamento.

Subdimensão Alinhamento – a subdimensão alinhamento categoriza os trechos das conversas que mostram a interação dos participantes de acordo com o tema, ou seja, são alguns trechos que não consideram brincadeiras, conversas fora do contexto ou que não servem para observar a interação. No alinhamento observamos se os participantes estão na mesma base semântica ou não, bem como se estão desempenhando as mesmas atividades ou não.

Além das unidades de registro também separamos os dados em trechos maiores e dentro de um contexto específico, pois as unidades de registro nem sempre nos permitem saber em que situação determinado registro está inserido, ou seja, não há uma certeza de que este registro fará sentido no momento da análise. Sendo assim, montamos para cada grupo analisado as seções que constituíram as Unidades Semânticas (US) e que denominamos de *conversas*.

As conversas foram definidas a partir dos dados de chat, áudio e vídeo. Para nomear as conversas, fizemos uma leitura dos dados e observamos que cada momento da interação mostra características muito específicas. Por exemplo, todos os grupos no começo da sessão passam por um momento de familiarização, com o ambiente e com a atividade proposta. Por isso, esta conversa chamada *familiarização* aparece em todos os casos analisados. No entanto, outros momentos não são generalizados, já que cada grupo constitui uma sessão que apresenta suas particularidades, embora tratem sempre da mesma discussão e construção.

Para categorizar os dados nas dimensões e categorias acima, utilizamos o software de análise qualitativa de dados webQDA (Souza et al, 2010), que permite a análise de textos, áudio, vídeo e imagens de forma colaborativa *online*. O WebQDA permite ao usuário criar dimensões e categorias de análise de dados, dispondo de ferramentas que auxiliam na contagem desses dados e também no cruzamento por meio de matrizes e questionamentos

Após o processo de categorização dos dados, traçamos a análise dos dados a partir dos objetivos e da fundamentação teórica apresentada nesta pesquisa. Pensamos em quais dados seriam cruzados, de maneira a obter uma resposta às

nossas questões de pesquisa. Sendo assim, concluímos que iríamos partir dos dados referentes à colaboração, com o intuito de verificar a estrutura do ambiente montado e saber como se deu a interação dos participantes com base em Baker (2002).

6 ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Trazemos neste capítulo a análise dos dados de cada grupo ilustrando por meio de gráficos os aspectos da colaboração simetria e acordo, paralelamente, em que discutimos os resultados em relação a literatura e teoria. O alinhamento será mostrado por meio dos trechos das conversas, atentando para os momentos em que os participantes estão ou não estão na mesma base semântica. Os gráficos dos aspectos da colaboração mostram o percentual dos propositores e reatores em cada conversa, como também o percentual de concordância e discordância para mostrar se há acordo.

Fazemos uma análise dos entraves encontrados por conversa em cada grupo. Os gráficos mostram o percentual do tipo de entrave identificado por conversa. Além disso, trazemos os conhecimentos mobilizados em cada etapa da elaboração da aula mostrando o percentual de cada conhecimento identificado em cada etapa.

De acordo com a tabela 1 nossos dados foram de três grupos: Alfa, Beta e Gama. Nossa análise iniciará estudando as atividades desenvolvidas nas sessões de cada um dos grupos.

6.1 GRUPO ALFA

O grupo Alfa foi composto por seis participantes, que seguiram o *script* proposto para discutir, estruturar e executar a atividade. Um desses participantes estava acompanhando a sessão junto com um colega, sendo assim, nos registros que mostraremos adiante aparecerão cinco participantes interagindo. Não registramos a participação deste sujeito para categorização dos dados, pois ele não se coloca diante da discussão do grupo. As transcrições deste grupo foram inseridas no documento de chat de acordo com o tempo em que ocorreram, entre as falas escritas dos sujeitos e as ações realizadas na tela do mediador. Organizamos estes dados em um único documento totalizando 208 registros, que foram identificados no documento transcrito e categorizado. As ações executadas pelo grupo foram estruturadas basicamente em três etapas: a discussão acerca das dificuldades na

aprendizagem de funções, o planejamento da atividade e a construção da simulação.

O grupo Alfa foi composto por cinco licenciandos em Matemática que se reuniram na instituição presencialmente, cada um com a conexão de internet partindo do seu computador no horário da disciplina. Abaixo trazemos as conversas do grupo analisado e descrevemos o que as caracterizam:

Quadro 6: Conversas do grupo Alfa

Etapa	Conversa
Listagem dos temas para discussão	Familiarização I
	Familiarização II
	Familiarização III
Discussão com base nos temas listados	Discussão sobre máximos e mínimos
	Utilização de fórmulas
	Derivadas no ensino de funções
	Funções e Modelagem
Elaboração da atividade, identificação dos objetivos de aprendizagem; montagem das etapas da atividade e detalhamento das atividades.	Elaboração da atividade
	Familiarização do Google Drive e Modellus
Construção da simulação	Criação da atividade no Modellus

Fonte: elaborado pelo autor

- *Familiarização I*: esta primeira conversa é caracterizada pela ação do mediador com um participante. Identificamos a presença de questionamentos referentes ao *script* e a ausência de alguns participantes do grupo.
- *Familiarização II*: esta segunda conversa é separada da primeira por um registro de vídeo em que um dos participantes sente dificuldade para entrar na sessão. Fizemos a transcrição do e-mail em que é registrada essa dificuldade. Em seguida, também identificamos vários entraves técnicos relativos ao áudio da sessão.
- *Familiarização III*: nesta conversa já contamos com a presença de todos os participantes e fazemos uma descrição do *script*. Os participantes sentiram a necessidade de fazer uma recapitulação do *script* para iniciar a discussão.
- *Discussão sobre máximos e mínimos*: esta conversa é o que separa os momentos de familiarização com o início da atividade. Aqui começam a aparecer os registros da primeira etapa da atividade, a discussão.

Observamos uma incidência maior do tema máximos e mínimos na função quadrática, caracterizando assim esta conversa.

- *Utilização de fórmulas*: nesta conversa identificamos uma discussão dos participantes sobre as fórmulas utilizadas no ensino da função quadrática. Os participantes atentam que os estudantes apenas memorizam as fórmulas, sem saber o contexto de aplicação ou o objeto matemático de onde esta fórmula provém.
- *Derivada no ensino de funções*: esta conversa é caracterizada pela discussão dos participantes, acerca do uso ou não uso, da derivada para ensinar as funções.
- *Funções e modelagem*: aqui o mediador inicia uma discussão sobre o ensino de funções e sua ligação com situações reais, ou seja, modelos.
- *Elaboração da atividade*: nesta conversa observamos os trechos em que os participantes começam a pensar na elaboração da atividade, de acordo com o que foi discutido anteriormente.
- *Familiarização Google Drive e Modellus*: aqui os participantes começam a traçar as ideias para construção da atividade, em meio ao processo de familiarização com o Google Docs e o software Modellus.
- *Criação da atividade no Modellus*: estão presentes aqui os registros que descrevem as ações dos participantes, principalmente em vídeo, mostrando as ações dos participantes enquanto constroem a simulação.

6.1.1 Aspectos da Colaboração do Grupo Alfa

Nesta seção, iremos fazer uma análise dos aspectos da colaboração (simetria e acordo), entaves da sessão e os conhecimentos mobilizados na elaboração da aula identificados no grupo Alfa, por meio de gráficos provenientes da categorização dos dados. Vamos observar em cada gráfico, como os participantes interagiram por conversa e quais foram os aspectos identificados em cada participante do grupo.

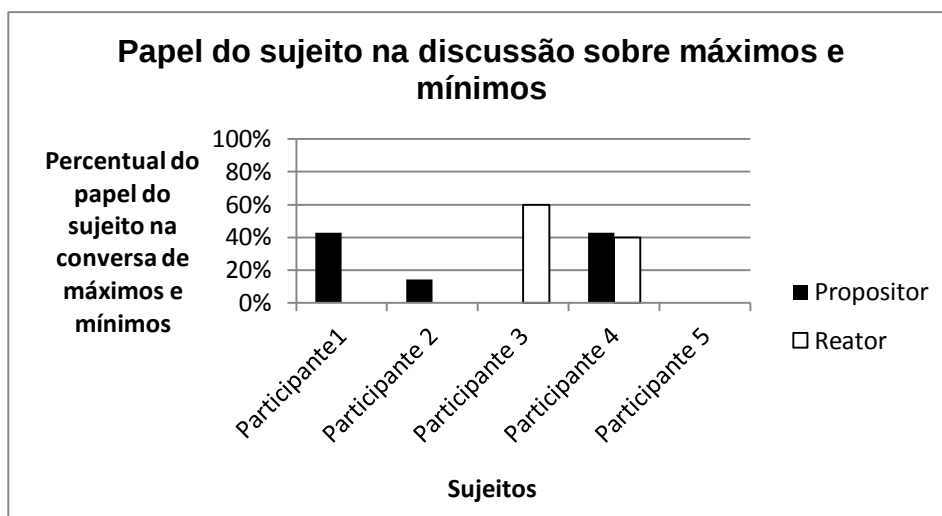
6.1.1.1 Conversa sobre máximos e mínimos

A conversa sobre máximos e mínimos caracteriza a primeira discussão onde os participantes comentam situações de dificuldades dos estudantes na aprendizagem de funções. A seguir analisamos as dimensões de simetria, acordo e alinhamento da conversa.

Dimensão Simetria

O gráfico a seguir mostra os papéis dos participantes e o posicionamento na conversa discussão sobre máximos e mínimos. Iniciaremos a análise nesta conversa, pois ela caracteriza uma das etapas da atividade na qual começam a aparecer os aspectos da colaboração. Nas conversas de familiarização 1, 2 e 3, não identificamos estes aspectos, já que os participantes ainda estão em adaptação ao ambiente e não ocorre discussão sobre os temas definidos.

Gráfico 1: Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator na discussão sobre máximos e mínimos



Fonte: elaborado pelo autor

O gráfico acima mostra que não há alternância de papéis nas falas dos participantes 1, 2 e 3. Eles aparecem como propositor, propositor e reator, respectivamente mostrando que a troca de papéis não ocorre. No entanto, observamos que o participante 4 atua como propositor e reator. Esses percentuais nos mostram que há uma incidência maior do número de propositores, sendo que apenas um deles troca os papéis. Segundo Baker (2002), neste caso, a interação se

configura como assimétrica, pois a troca de papéis (propositor e reator) ocorre apenas com um dos sujeitos, com o percentual mais alto é de propositores.

Dimensão Acordo

O gráfico a seguir mostra o posicionamento dos reatores nesta mesma conversa, observando os percentuais de concordância e discordância nas falas dos sujeitos.

Gráfico 2: Distribuição percentual das interações de cada participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância sobre máximos e mínimos



Fonte: elaborado pelo autor

Neste segundo gráfico podemos observar que os participantes 3 e 4, que agiram como reatores, estão em acordo. Os participantes que não aparecem neste gráfico, ou seja, nem concordam e nem discordam são aqueles que assumiram apenas o papel de propositores. Neste caso, percebemos que os participantes que reagiram, foram àqueles que argumentaram na discussão iniciada pelo mediador. O índice de concordância nesta conversa é alto e isso nos mostra que o feedback dos reatores foi positivo com relação às falas dos propositores. Vamos observar a seguir, na dimensão alinhamento, o trecho desta conversa para analisar se esses participantes estão em comum acordo, ou seja, na mesma base semântica.

Dimensão Alinhamento

A dimensão alinhamento difere das dimensões simetria e acordo pelo fato que não pode ser observada por meio da quantificação das falas. A classificação desta dimensão é observada na conversa, na qual podemos encontrar trechos que definem se o grupo está alinhado ou não. Para isso é necessário observar se os participantes estão na mesma base semântica, ou seja, se eles compartilham os mesmos objetivos e discutem sobre o mesmo tema. Há situações em uma sessão *online* em que parte do grupo esteja discutindo sobre um tema, enquanto outra parte discute outra coisa fora desse contexto. Sendo assim esta situação é caracterizada como de interação não alinhada. Outra situação que pode tornar uma interação não alinhada é a distribuição de tarefas entre os participantes, pois neste caso, ocorre uma hierarquia de papéis e o trabalho se torna cooperativo, no qual cada sujeito contribui individualmente e o produto final é resultado do conjunto de ações individuais e não ações coletivas. A seguir observamos trechos da conversa para identificar o alinhamento.

Linhas 1 – 5

L1 - Mediador (chat) (21:47): *ok participante 2. A proposta é que vocês discutam sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de funções. Não apenas no cálculo mecânico, mas no sentido da função enquanto modelo matemático.*

L3 - Mediador (chat) (21:49): *Vamos trabalhar aqui, na perspectiva da modelagem. Por exemplo, o Participante 1 colocou aqui, que os alunos sentem dificuldades em encontrar os valores de máximo e mínimo.*

L4 - Participante 3 (chat) (21:50): *realmente*

L6 - Participante 1 (chat)(21:51): *significa valores que otimizam e minimizam os resultados?*

L5 - Mediador (chat) (21:50): *Mas, olhando isso em uma situação, o que quer dizer o máximo e o mínimo de uma função, quando trabalhamos com uma situação real?*

Linhas 8 – 11

L8 - Participante 4 (chat) (21:51): *teoricamente, sim*

L9 - Mediador (chat) (21:52): *Você concorda parcialmente Participante 4? Tem alguma colocação?*

L10 - Participante 4 (chat) (21:52): *isso é uma situação comum quando queremos modular lucro, por exemplo*

L11 - Participante 2 (chat) (21:52): *e saber as diferenças da concavidade pelo apor ex, lançamento oblíquo, ouvi o apito*

Linhas 14 - 20

L 14 - Mediador: *Então, se há tantas situações, em que se aplica o máximo e o mínimos, qual a razão da dificuldade dos alunos?*

L 15 - Participante 4: *os alunos estão muito atentos a verificar o máximo e o mínimo em um gráfico e não em situações cotidianas.*

L 16 - Mediador: *essas situações que vocês mencionaram, são trabalhadas na escola?*

L 17 - Participante 1: *eu acho que eles até calculam, mas mais, por vezes não entendem.*

L18 - Participante 4: *é a situação mais comum.*

L 19 - Participante 1: *o que significa o número calculado.*

L 20 - Participante 4: *muitas vezes eles se concentram em achar xv e yv e não sabem o que estão calculando.*

Os trechos da conversa acima mostram três momentos que são caracterizados por diferentes contextos de discussão. No primeiro trecho (Linhas 1 – 5), os participantes são instigados pelo mediador a discutir sobre o tema, dentro de uma perspectiva epistemológica sobre máximos e mínimos ligados à modelagem. Neste trecho, apenas o participante 1 se coloca como propositor, enquanto que o mediador executa seu papel tentando fazer com que o grupo colabore e estenda a discussão lançando alguns comentários.

No segundo trecho (Linhas 8 – 11), os participantes partem para um momento de exemplificação das situações em que o conteúdo aparece como modelo. Os participante 4 e 2 lançam ideias de como esse conteúdo aparece: situações de modelagem de lucro e conexão com a concavidade da parábola em lançamento oblíquo. No terceiro trecho (Linhas 14 – 20), a discussão parte para uma perspectiva didática. Os participantes discutem sobre o que leva os estudantes a terem dificuldades de aprendizagem, como também as estratégias que são utilizadas e o modo como o estudante concebe este conteúdo.

Apesar dos trechos mostrarem diferentes aspectos em cada situação, percebemos que nesta etapa de discussão os participantes estão envolvidos na discussão. Além disso, eles permanecem na mesma base semântica discutindo no mesmo tema e permanecendo engajados na discussão, sem que haja um distanciamento do grupo. Essas características fazem com que esta interação esteja em alinhamento.

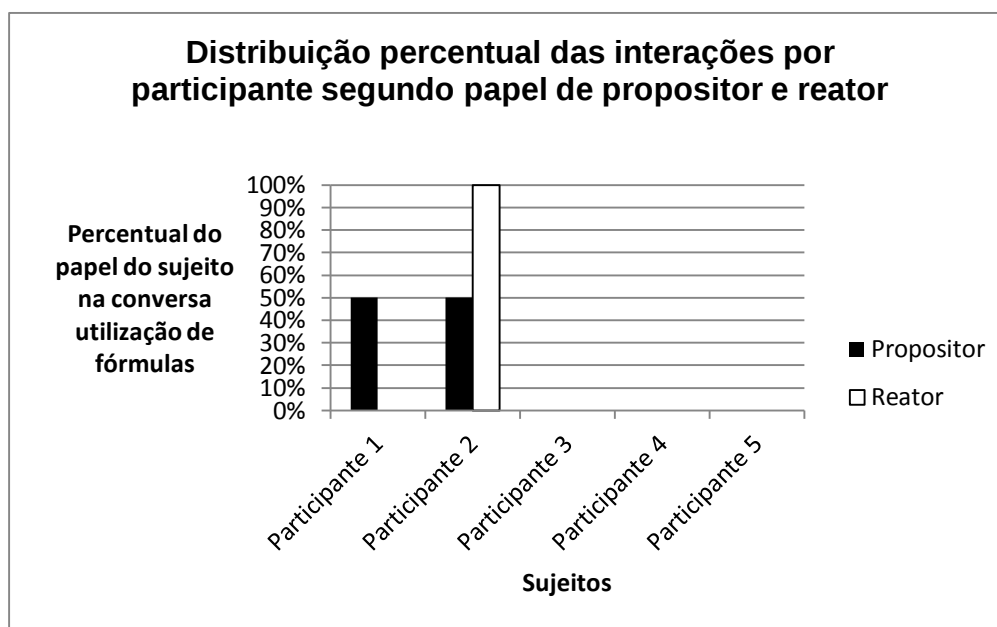
Na colaboração é muito importante que os participantes se apropriem do problema a ser resolvido (BAKER, 2002). Neste caso, eles devem discutir sobre as

dificuldades de aprendizagem, elaborar e executar uma aula por meio de uma simulação construída no software Modellus. Observando este trecho da interação, percebemos que os participantes 1 e 4 discutem sobre aspectos relevantes na construção da simulação, mas a apropriação, segundo Gonçalves (2013), se dá quando os participantes estão em co-construção e co-argumentação.

6.1.1.2 Conversa sobre utilização de fórmulas

Dimensão Simetria

Gráfico 3: Distribuição percentual das interações de cada participante segundo papel de propositor e reator na conversa utilização de fórmulas



Fonte: elaborado pelo autor

Nesta conversa percebemos que o percentual de propositores permanece maior que o de reatores e também, que só o participante 2 troca de papel na interação. Dessa forma, dizemos que nesta conversa a interação é assimétrica. Também percebemos que os outros sujeitos não se colocam na interação, deixando a discussão apenas entre os participantes 1 e 2. Observamos abaixo a conversa e vemos como se deu esta interação:

Participante 1: Por exemplo, o valor máximo de uma função do segundo grau já tem uma fórmula pronta, os alunos decoram e pronto.

Participante 2: Realmente, já tem fórmulas prontas.

Participante 2: *Precisamos definir primeiro as funções.*

Participante 5: *Não estamos digitando, mas estamos discutindo aqui.*

Participante 2: *Depois falar dos coeficientes.*

Note que o participante 2 tenta manter os outros neste tema, continuando a discussão, mas não consegue. O participante 5 diz que está discutindo em outro lugar, mas não especifica qual. O mediador, por sua vez, pede que eles continuem discutindo via chat ou áudio. Fizemos uma entrevista não estruturada com um dos participantes desta sessão, para identificar algumas ações dos usuários na tela. Nessa entrevista, o participante coloca um fato que desconhecíamos: todos estavam *online* presencialmente no mesmo ambiente. Podemos considerar, então, que o participante 5 quis dizer que estavam discutindo o tema presencialmente e não conseguimos captar as informações por meio da gravação do áudio.

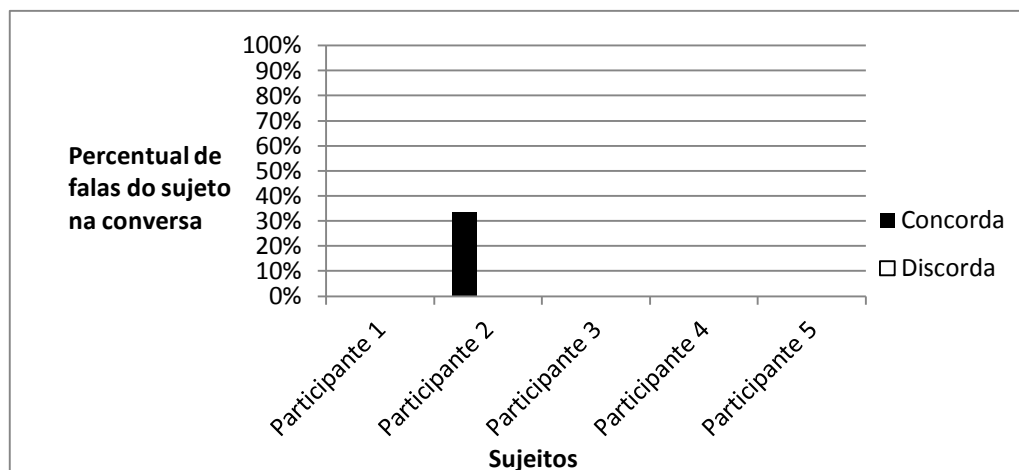
Neste trecho da interação percebemos que a colaboração vai se constituindo à medida que os participantes conseguem extrair do tema discussões que são inerentes à prática docente. A conversa denota que os sujeitos, assim como os estudantes, segundo Tall e Bakar (1992), colocam as funções como equações. Na fala do Participante 1 ele deixa evidente: “a função do segundo grau já tem uma fórmula pronta, os alunos decoram e pronto”, percebe-se que ele se refere a solução de uma equação, uma fórmula para resolver uma situação. O participante 2 reage a essa colocação, deixando sua contribuição de como deveria ser a abordagem das funções no ambiente escolar, definir e depois falar sobre coeficientes.

As falas dos sujeitos remetem à ideia de função como expressão de igualdade, mas igualdade com a finalidade de traçar uma solução, encontrar uma raiz. A ideia de dependência entre grandezas não aparece na discussão, deixando o conceito de função, ainda sem o seu real significado, além de não aparecer como um objeto matemático que modela algumas situações.

Dimensão Acordo

O gráfico a seguir mostra a dimensão acordo nesta conversa.

Gráfico 4: Distribuição percentual das interações por participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância sobre a utilização de fórmulas



Fonte: elaborado pelo autor

O participante 2 foi o único reator nesta sessão e concorda com a colocação do participante 1. Neste caso, podemos dizer que há acordo na interação, já que a conversa ficou apenas em torno desses dois sujeitos e o único reator, concorda com a colocação do propositor.

Dimensão Alinhamento

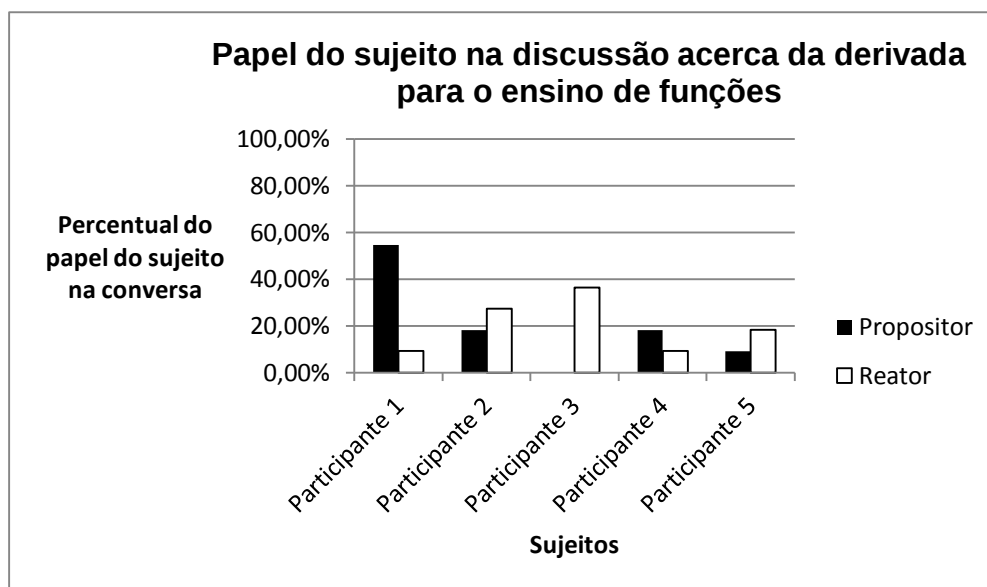
O trecho desta conversa mostrado anteriormente denota um baixo percentual de participação dos sujeitos envolvidos na sessão. Percebemos que a conversa iniciada pelo participante 1 não consegue envolver todos os outros. No entanto, a conversa entra pelo viés didático e os participantes discutem sobre a utilização e não utilização de fórmulas prontas.

Esta conversa caracteriza um não-alinhamento pelo fato de apresentar uma “quebra” na discussão, na qual apenas dois participantes interagem e o grupo maior fica de fora do contexto discutido. Neste trecho, há uma separação do grupo e isso caracteriza o não-alinhamento, pois, neste momento da interação, apenas dois participantes apresentam ideias para o tema levantado na conversa.

6.1.1.3 Conversa sobre derivada no ensino de funções

Dimensão Simetria

Gráfico 5: Distribuição percentual dos participantes segundo papel de propositor e reator na conversa sobre derivadas no ensino de funções



Fonte: elaborado pelo autor

O gráfico acima mostra o percentual de falas dos sujeitos na interação da conversa sobre derivadas no ensino de funções. Esta conversa gerou uma discussão muito significativa sobre o tema proposto. Ela apresenta um índice maior de interação e observamos pelo gráfico que ocorre a simetria. A troca de papéis (propositor – reator) ocorre de maneira sistemática entre quase todos os participantes. O participante 1 aparece mais como propositor e identificamos nas unidades semânticas, que ele inicia a discussão e defende sua idéia. Vamos acompanhar um trecho da discussão:

Linhas 1 - 16

- L 1 Participante 1 (chat) (21:58):** sabemos que o valor máximo pode ser obtido por derivadas
L 3 Participante 2 (chat) (21:58): Não participante 1.
L 4 Participante 2 (chat) (21:58): É para escolas
L 5 Participante 1 (chat) (21:59): Porém, os alunos nem sonham com isso
L 6 Participante 4 (chat) (21:59): Eu ensino derivada pros meus alunos!
L 7 Participante 3 (chat) (21:59): Se, derivadas participante 1.
L 8 Participante 5 (chat) (21:59): Nem todos colégio estudam isso.
L 9 Participante 3 (chat) (21:59): *sem

L 10 Participante 1 (chat) (21:59): *Sim mas pq não explicar pelo menos o básico de derivadas*

L 11 Participante 5 (chat) (21:59): *Sem derivadas*

L 12 Participante 2: (chat) (21:59): *Nada de derivadas.*

L 13 Participante 3 (chat) (22:00): *Acho desnecessário*

L 14 Participante 1 (chat) (22:00): *Para ver se eles entendem melhor o assunto de máximo e mínimo de funções*

L15 Participante 5 (chat) (22:00): *vai endoidar a cabeça dos alunos.*

L 16 Participante 3 (chat) (22:00): *Pelo menos por enquanto.*

Linhas 17 - 23

L 17 Participante 4 (chat) (22:00): *O problema não é ensinar derivadas, mas utilizá- las facilita muito os cálculos de otimização.*

L 18 Participante 2 (chat) (22:00): *Sim endoida.*

L 19 Participante 1 (chat) (22:01): *Exatamente.*

L 20 Participante 2 (chat) (22:01): *No caso do ponto de mínimo podemos falar de uma taça onde equacionaríamos ela por meio de uma equação do 2 grau.*

L 21 Participante 1 (chat) (22:01): *Inclusive já existem escolas que trabalham limite e derivada no terceiro ano.*

L 22 Participante 4 (chat) (22:02): *^^^ a minha!*

L 23 Participante 1 (chat) (22:02): *ta vendo que não é tão raro pensar assim é apenas uma ideia, existem outras formas de mostrar a situação.*

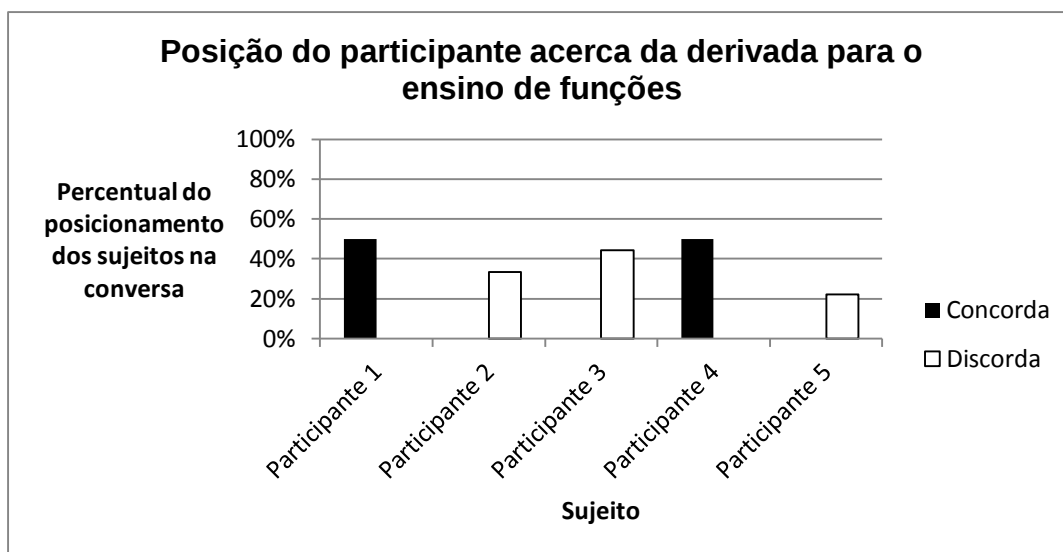
Nos trechos da conversa, percebemos que há interação entre os participantes e isso leva a um debate constante sobre o tema. Dessa forma, os usuários trocam de papéis durante a interação, expondo pontos de vista contrários sobre o tema levantado. Percebemos, também, que não há inibição dos sujeitos para concordar ou discordar de um colega.

Esta conversa mostra uma continuação da discussão anterior sobre máximos e mínimos. O participante 1 acredita que o conceito derivada abordado no Ensino Médio ajuda os estudantes a compreenderem os valores máximos e mínimos das funções. Mais adiante, o participante 4 admite que em sua prática docente leciona derivadas, no entanto, não deixa claro se isso realmente ajuda os estudantes na compreensão de máximos e mínimos.

Dimensão Acordo

A seguir, trazemos o gráfico que mostra o posicionamento dos participantes reatores e discutiremos se houve ou não, acordo nesta conversa.

Gráfico 6: Distribuição percentual do posicionamento do sujeito acerca da derivada para o ensino de funções



Fonte: elaborado pelo autor

O posicionamento dos sujeitos nesta conversa mostra um alto percentual de discordância. Note que o trecho da conversa revela que os reatores mostraram-se explicitamente contrários à colocação do participante 1. Sendo assim, nesta conversa há um evidente desacordo nas falas dos participantes.

Os sujeitos que não discordaram, ou seja, o próprio propositor (participante 1) e o participante 4 acreditam que a inserção da derivada no currículo do Ensino Médio é importante. O participante 4 admite já ter explorado derivada em sua prática, então esta vivência pode ter sido um fator determinante no seu posicionamento. Por outro lado, os sujeitos que discordaram não evidenciam se já tentaram explorar este conceito ou não, o que não nos permite concluir se a experiência docente de lecionar derivadas foi positiva e determinante no posicionamento dos sujeitos.

Por outro lado, o participante 2 deixa claro que as derivadas não fazem parte do cotidiano escolar, mas sim do Ensino Superior. Em sua fala “é para escolas” ele acredita que os estudantes da Educação Básica não entendem o conceito de função e acha que as derivadas, não ajudariam neste processo.

Dimensão Alinhamento

A conversa mostrada anteriormente evidencia o alinhamento. Inicialmente, da L1 até a L16 percebemos no alto grau de discordância que os participantes reagem à colocação do participante 1 demonstrando certa “preocupação” com a abordagem das derivadas na escola. O participante 2 na L4 demonstra essa preocupação para a elaboração da atividade: “é para escolas”. Em sua fala, ele deixa implícito ao participante 1 que a atividade será voltada para Educação Básica e que este conteúdo não faz parte do cotidiano escolar.

No entanto, o participante 4 na L6 deixa claro que ensina derivadas para seus alunos, demonstrando que isso ocorre em algumas escolas. O que não fica claro na sua fala é se o ensino da derivada realmente contribui na compreensão do valor máximo e do valor mínimo. Se o participante 4 esclarecesse mais sua fala, poderia gerar outro argumento e estender o debate acerca do tema.

A conversa está dividida em dois trechos que demonstram momentos distintos da interação: o tema colocado na conversa e como isso pode ser utilizado na Educação Básica para que o estudante compreenda outros conceitos. Na L17, o participante 4 diz que a utilização das derivadas facilita situações de otimização. Na L20, o participante 2 inicia o momento de discussão sobre situações que podem ser modeladas por funções.

A conversa mostra também a forma como os licenciandos se colocam diante do tema que surge. Fica evidente na interação que os participantes se colocam ora como estudante, ora como professor.

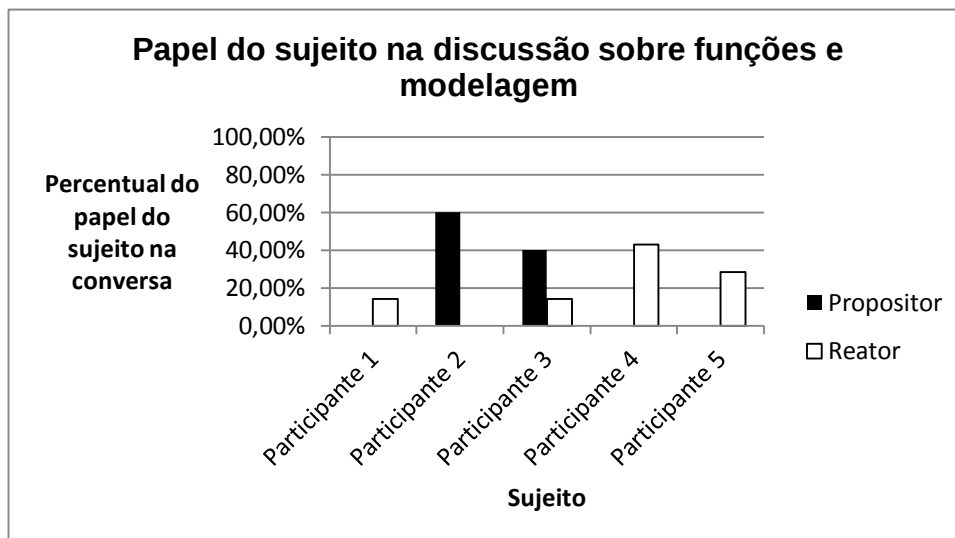
Apesar desta conversa aparecer dividida em dois momentos, os participantes encontram-se envolvidos no processo de discussão do tema, ou seja, eles aparecem na mesma base semântica. Também não encontramos aqui uma hierarquia ou fragmentação nos papéis, pelo contrário, há uma troca de ideias que divergem por parte de alguns e convergem por parte de outros.

6.1.1.4 Conversa sobre funções e modelagem

Dimensão Simetria

O gráfico a seguir mostra que na conversa sobre Funções e Modelagem demonstram que há uma forte interação entre os sujeitos.

Gráfico 7: Distribuição percentual do papel do sujeito na conversa Funções e Modelagem

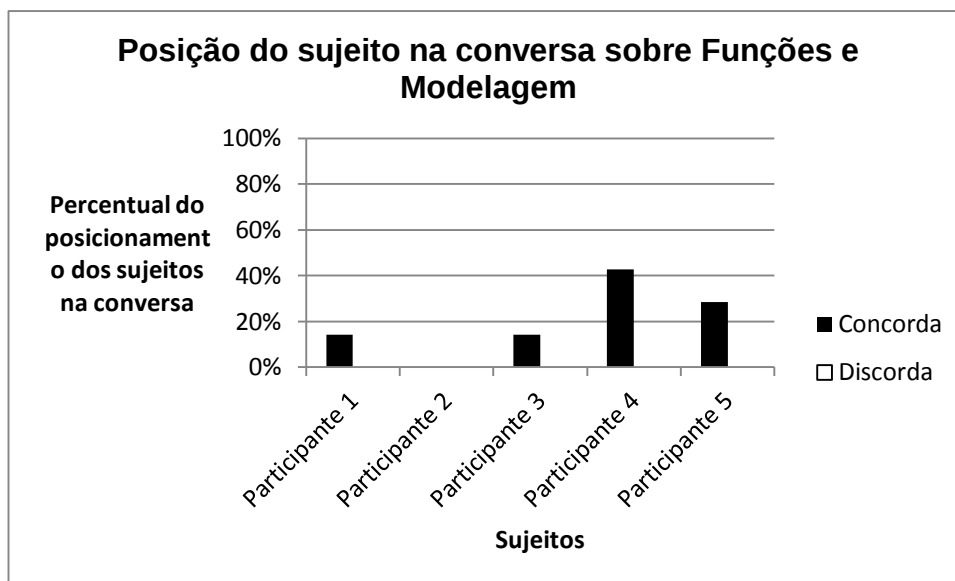


Fonte: elaborado pelo autor

No entanto, a incidência de propositores é mais baixa que a de reatores. Essa diferença gera um caso de assimetria nesta conversa em que o tema discutido é a aplicação das funções como modelos para situações reais.

Dimensão Acordo

Gráfico 8: Posicionamento do sujeito na conversa Funções e Modelagem



Fonte: elaborado pelo autor

Nesta conversa, o gráfico mostra a existência de assimetria e acordo. Note que o índice de reatores é maior que o de propositores, ou seja, a troca de papéis entre os sujeitos não acontece. Por outro lado, vemos que há acordo nesta conversa, pois temos quatro participantes reatores que reagem em concordância com o propositor. Podemos notar também que todos os reatores concordam com os propositores, ou seja, as colocações levantadas pelos participantes 2, 3 e o mediador, possuem um alto índice de concordância dos sujeitos.

Nesta conversa, o tema levantando é o objeto matemático função, que modela situações práticas. O mediador inicia a discussão, questionando os sujeitos sobre a posição deles com relação a este tópico. A maioria acha necessário fazer uma conexão do objeto matemático com situações práticas, antes que o professor introduza fórmulas prontas, para que o estudante resolva problemas.

Dimensão Alinhamento

Vamos observar os trechos da conversa a seguir:

Linhas 1 - 12

- L 1 Participante 3 (chat) (22:03):** Participante 4 escreve o resumo
L 2 Participante 4 (chat) (22:03): To escrevendo, calma
L 3 Mediador (chat) (22:03): Trazendo um pouco para o que vamos abordar aqui, o que vocês acham, de pensar nas funções modelo de situações reais?
**como modelo de situações reais*
L 4 Participante 4 (chat) (22:04): Sim claro
L 5 Participante 1 (chat) (22:04): Sim
L 6 Participante 5 (chat) (22:04): É o certo
L 7 Participante 4 (chat) (22:04): Extremamente necessário
L 8 Mediador (chat) (22:05): Antes ou depois da apresentação das fórmulas?
L 9 Participante 4 (chat) (22:05): Antes
L 10 Participante 5 (chat) (22:05): Antes
L 11 Participante 3 (chat) (22:05): As fórmulas devem ser uma dedução
L 12 Participante 4 (chat) (22:05): (a primeira unanimidade do grupo, aqui)

Linhas 13 - 20

- L 13 Participante 2 (chat) (22:06):** Temos muitas situações reais, acho que poderíamos usar o livro do Dante pra pegar os exemplos
L 14 Participante 1 (chat) (22:06): Creio que antes também
L 15 Participante 2 (chat) (22:06): Buscamos questões de enem
L 16 Mediador (chat) (22:06): Certo... quem ainda tem mais alguma coisa a acrescentar?
L 17 Participante 2 (chat) (22:07): A questão da taça por exemplo
L 18 Mediador (chat) (22:07): Podemos passar para o próximo momento?
L 19 Participante 2 (chat) (22:08): Sim
L 20 Participante 1 (chat) (22:08): Ok. Onde tá

Os trechos da conversa apresentados acima mostram uma característica diferente da conversa anterior. Podemos observar, do ponto de vista da colaboração, que o tema da conversa é proposto pelo mediador. Nestes trechos, ele assume o papel de propositor, que não é sua função, mas que de vez em quando é necessário para manter o grupo engajado em um determinado tema ou situação.

Sendo assim, os participantes concordam com o questionamento do mediador entre as linhas 1 e 12, sem se posicionar com outros argumentos, apenas assumem o papel de reatores em concordância. Isso nos ajuda a compreender o alto percentual de concordância identificado na dimensão do acordo. Por outro lado, no segundo trecho observamos que o participante 2 começa a exemplificar situações modeladas por funções, mas pelo tempo da atividade é interrompido pelo mediador para seguir na fase seguinte.

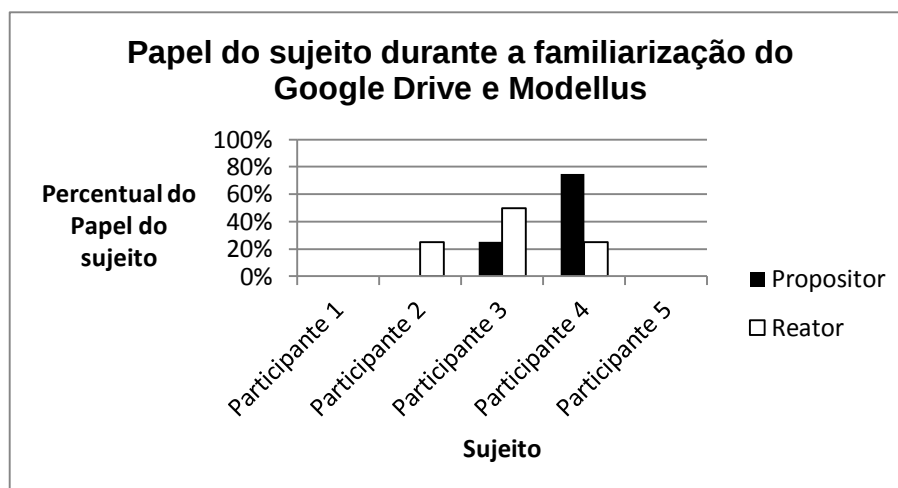
Apesar de a discussão apresentar um alto percentual de concordância, percebemos que a interação é direcionada pelo mediador, que, ao propor o tema, não conseguiu fazer com que os participantes continuassem a interação sozinhos. Classificamos esta conversa como não alinhada por este aspecto, pois não observamos uma interação entre os sujeitos, mas um domínio da conversa por parte do mediador.

De acordo com a classificação do modelo de interação proposto por Baker (2002), esta interação de funções e modelagem se constitui como argumentação unilateral aparente.

6.1.1.5 Conversa Familiarização do Google Drive e Modellus

Dimensão Simetria

Gráfico 9: Distribuição percentual do papel do sujeito na familiarização do Google Drive e Modellus



Fonte: elaborado pelo autor

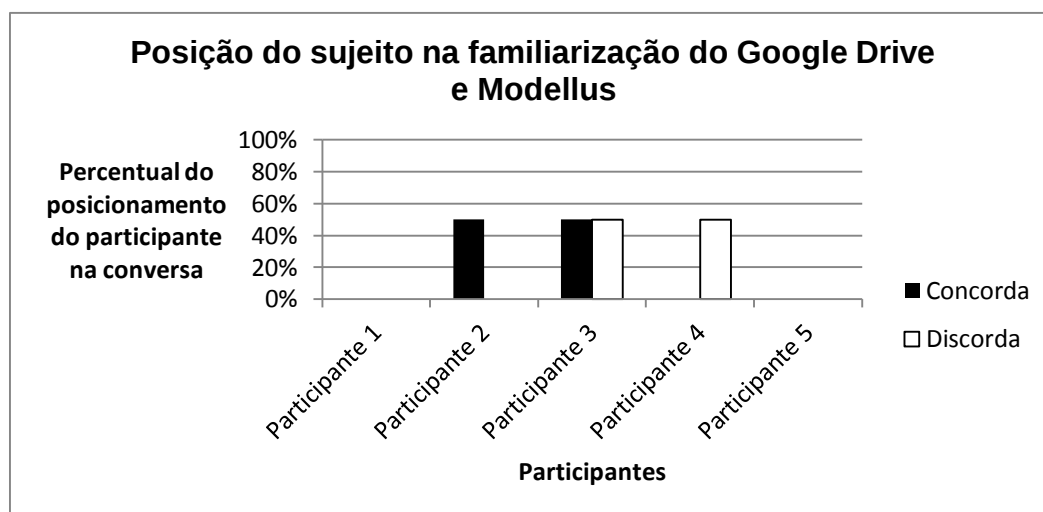
Nesta etapa de elaboração da atividade e familiarização, percebemos que o grupo apresenta assimetria. Observe que os percentuais dos reatores estão mais altos e não ocorre troca de papéis entre os sujeitos. Fazendo um paralelo com os gráficos anteriores, podemos dizer que alguns participantes estão mais evidentes em algumas situações específicas da atividade. Percebemos que, na discussão, alguns participantes aparecem mais enquanto que aqui na construção outra parte do grupo começa a aparecer. Esta etapa também aparece como elaboração, já que, enquanto a familiarização ocorre, os participantes traçam ideias para a construção da simulação no Modellus.

Nesta conversa identificamos que os sujeitos estavam se adaptando ao ambiente de edição e construção. O trabalho em tela compartilhada apareceu como algo novo para os sujeitos, causando um estranhamento ao editar outra tela que não era a sua. Além disso, eles tentaram editar ao mesmo tempo e isso causava entraves na edição do documento. Enquanto um tentava escrever alguma coisa na tela, o outro mudava o cursor de lugar.

A familiarização ocorreu neste sentido, ou seja, não especificamente no Google Drive, mas do compartilhamento para a edição no Docs. Por outro lado, a familiarização do Modellus ocorreu entre eles, tentando descobrir as funcionalidades do software e observando como poderiam planejar a atividade para ser executada nele.

Dimensão Acordo

Gráfico 10: Distribuição percentual do posicionamento do sujeito na familiarização do Google Drive e Modellus



Fonte: elaborado pelo autor

O posicionamento do sujeito nesta conversa aparece com percentuais de fala com a concordância mais alta. Sendo assim, nesta interação ocorre o acordo entre os sujeitos.

Observando a unidade semântica, podemos perceber que há um conflito de colocações entre os sujeitos, que, em alguns momentos, dividem sua opinião acerca de uma determinada ação executada por outro sujeito. Esta situação é comum neste

caso, pois eles estão em processo de adaptação e criação da atividade. Isso faz com que cada um tome uma posição diante do que está sendo colocado.

Dimensão Alinhamento

L 1 Mediador (chat) (22:23): *Vocês serão liberados, para mexer na tela quando definirem entre si, uma simulação a ser construída neste software.*

L 2 Vídeo: o mediador coloca um modelo para exemplificar o funcionamento do software modellus:

$$x = 4t$$

$$y = 2 - 4t + t^2$$

A animação mostra a trajetória de uma bola em forma de parábola, com ponto inicial na origem até + infinito. A trajetória define-se dessa forma, tendo em vista que o intervalo definido pelo software contempla este modelo.

L 3 Mediador (áudio) : *Eu vou liberar o Participante 3 para que ele coloque sua ideia.*

L 4 Participante 3 (chat) (22:25): *ok*

L 5 Mediador (áudio): *Agora vou liberar o Participante 5.*

L 6 Participante 5 (chat) (22:26): *ok*

L 7 Vídeo: os participantes elencam as dificuldades que os estudantes tem ao estudar funções:

- Participante 2: fazer o gráfico da função do 2º grau e também a concavidade.
- Participante 3: a taxa de variação da função afim.
- Participante 5: calcular o máximo e mínimo das funções.
- Participante 4: fazer uma transposição entre a situação real e o modelo matemático. E a real dificuldade é o interesse que os alunos não tem.
- Participante 1: interpretação de gráfico.

L 8 Mediador (chat) (22:29): *Primeiramente, vocês devem definir o que querem construir.*

L 9 Participante 2 (chat) (22:29): *a estrutura*

L 10 Mediador (áudio): *vocês observem o que podem fazer, a ideia do que vocês podem tratar, montando um modelo matemático usando o software. Vocês falaram de máximos e mínimos e vocês fizeram algumas colocações interessantes, então vocês podem ver se vocês tem como fazer alguma simulação usando o software. Vocês podem optar por trabalhar usando as ideias da discussão, trazendo por exemplo, alguma questão que envolva a trajetória de uma bola, de qualquer partícula definida no software e vejam as ferramentas que vocês podem usar. Eu vou limpar a tela do software, para que vocês possam montar a simulação de vocês.*

L 11 Mediador (áudio) (22:30): *E depois de definido o objeto da simulação, serão subdivididos em dois grupos para a execução no software. Isso. Vocês tem 10 minutos para pensar e 20 para construir ok? Definam suas ideias no áudio ou não bate papo, para o registro.*

L 12 Participante 2 (chat) (22:31): *uma parabola para baixo e uma para cima*

L 13 Mediador (chat) (22:36): *vocês podem escrever a situação no próprio software na opção notas*

L 14 Participante 4 (chat) (22:37): *abre o word pra gente botar o problema*

L 15 Participante 4 (áudio): *A gente poderia ver um problema envolvendo futebol, explorar a trajetória da bola.*

L 16 Participante 3 (áudio): Não. (risos) Para chegar a uma parábola assim, teríamos que usar a derivada, que não é explorada no Ensino Médio.

L 17 Participante 4 (áudio): Vamos ver uma questão explorando o máximo e mínimo, usando lucro. Podemos pensar no lucro máximo de uma empresa de ônibus, por exemplo.

L 18 Participante 2 (áudio): Acho bom.

L 19 Participante 3 (áudio): Eu também.

L 20 Participante 4 (áudio): Eu vou escrever aqui pra o povo ver.

L 21 Participante 4 (áudio): Oi?

L 22 Mediador (áudio): Oi.

L 23 Participante 4 (áudio): eu estou tentando escrever aqui mas...

L 24 Participante 3 (áudio): a gente fez uma questão assim, envolvendo passageiros, mais ou menos 50 pessoas, com uma empresa aérea.

L 25 Participante 4 (áudio): Vamos mudar para uma coisa mais real, empresa de ônibus.

L 26 Mediador (áudio): Lembrem que quando vocês definem o modelo, definem com as variáveis "x" e "y" e o software trabalha com essas duas variáveis, mais o parâmetro "t". Então, se vocês tiverem alguma dificuldade, em montar a simulação, olhem o link que eu enviei para vocês e vejam as construções.

L 27 Vídeo (participante não identificado): os participantes começam a escrever a ideia para a simulação no modellus. Escrevem a questão:

Uma empresa de ônibus vende passagens por R\$ 600 e cobra uma taxa adicional de R\$ 30 por cada lugar vago.

Sabendo que o ônibus tem 50 lugares, qual a quantidade de passagens que tem que ser vendida para o lucro da empresa o maior possível?

Em seguida, tentam registrar a questão construída, porém sentem dificuldades e o mediador sugere que eles observem as variáveis definidas no vídeo, para usarem

o mesmo padrão na construção da simulação.

O mediador coloca o vídeo tutorial do modellus e apresenta aos participantes.

L 28 Mediador (chat) (22:45): observem a construção

L 29 Mediador (áudio): Vou parar o vídeo aqui e vocês continuam no software.

Esta conversa mostra a interação dos sujeitos na elaboração da atividade antes da criação da simulação. Percebemos que o mediador age fortemente nesta etapa entre L3 e L6, notamos que as ações dos sujeitos são controladas pelo mediador. O controle exercido pelo mediador em alguns momentos é necessário por limitações do *Teamviewer*, no qual os participantes não podem digitar ou mesmo mexer na tela ao mesmo tempo, já que o mouse fica limitado a uma pessoa.

No trecho L10, o mediador começa a definir o que os participantes devem fazer na construção da simulação. Percebemos, então, que sempre é necessário retomar o *script*, o grupo não se organiza sozinho. Esta intervenção do mediador influencia a organização dos participantes nas tarefas e limita o poder de escolha dos participantes.

Os trechos a seguir mostram ações dos participantes para a elaboração da atividade. Note que de L12 a L25 há uma interação que fica limitada aos participantes 3 e 4 evidenciando os percentuais de propositor que encontramos na dimensão simetria. Apesar da influência do mediador os outros participantes não se posicionam, ou seja, não há uma predefinição de ações por parte do mediador e, mesmo assim, os outros participantes ficam de fora da construção.

Podemos dizer então que, neste caso, temos uma interação não alinhada já que há esta quebra de ações por influência do mediador e uma abstenção dos outros participantes na elaboração da atividade. Segundo o modelo de Baker (2002), podemos dizer que a interação se classifica como co-elaboração aquiescente aparente.

6.1.1.6 Conversa criação da simulação no Modellus

Dimensão Simetria

Gráfico 11: Percentual do papel do sujeito na criação da simulação no Modellus



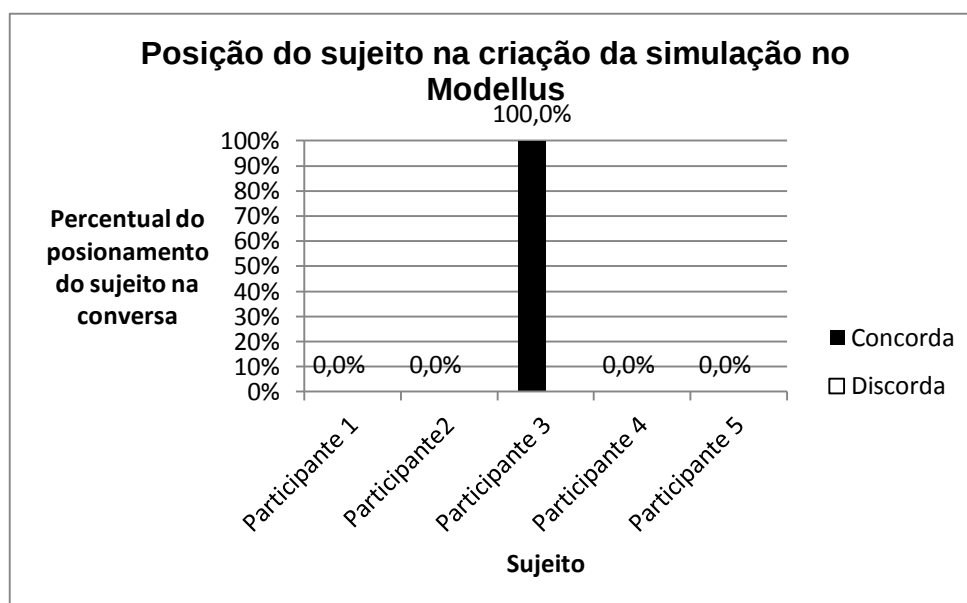
Fonte: elaborado pelo autor

Na criação da simulação observamos que os percentuais mais altos são das falas dos participantes 3 e 5 como propositores. Nesta etapa de criação da simulação os participantes decidiram separar o grupo, pois como apenas um deles pode mexer na tela sem que a construção do outro seja alterada, apenas estes dois participantes executaram as ações de construção e aparecem como propositores.

Nas análises das unidades semânticas, quando iremos ver o alinhamento, vamos mostrar que as ações desempenhadas pelos participantes 3 e 5 são fruto da colaboração dos sujeitos. No entanto, analisando a conversa separadamente como fazemos aqui, não enxergamos uma simetria neste caso. Podemos dizer que aqui, especificamente, há um caso de assimetria, pois apenas dois sujeitos executam as ações e o percentual de reator é muito baixo.

Mais adiante vamos discutir sobre este percentual de reator e analisar se houve acordo nesta conversa.

Gráfico 12: Percentual do posicionamento do sujeito na criação da simulação no Modellus



Fonte: elaborado pelo autor

Percebemos, nesta conversa, que o participante 3 reage às colocações dos participantes 4 e 5, com um percentual que mostra a concordância. No entanto, não podemos dizer que apenas estes três usuários construíram a simulação. O produto final é decorrente das discussões anteriores, ou seja, houve uma participação dos outros sujeitos para que a simulação fosse gerada no final. O que podemos afirmar é

que as ações foram executadas pelos participantes 3, 4 e 5 que aparecem como propositores das ações mobilizadas na construção. A análise das unidades semânticas nos mostrarão estes fatores e também o alinhamento dos sujeitos neta etapa da atividade.

Dimensão alinhamento

L 1 Participante 3 (áudio): Participante 1?

L 2 Participante 4 (áudio): O Participante 1 está mexendo, vamos pedir que ele espere.

L 3 Participante 4 (áudio): Participante 1?

L 4 Mediador (áudio): O Participante 1 está sem microfone, só se comunica pelo chat.

L 5 Participante 2 (áudio - captado de outro estudante): A gente quer adiantar por causa do horário.

L 6 Mediador (áudio): ok. Podem ir adiantando.

L 7 Participante 3 (chat) (22:48): Participante 1 por favor espera um pouquinho já temos o modelo

L 8 Mediador (áudio): o produto no software é dado pelo asterisco.

L 9 Participante 3 (áudio): Pronto Participante 4, usa o asterisco, aí: trinta vezes, t ao quadrado mais 2100 vezes t .

L 10 Vídeo: (Ação no Modellus – Participante não identificado)

Primeiramente, os participantes tentam inserir o modelo *algébrico* para a construção da simulação. Eles encontram dificuldade em inserir a equação da função quadrática definida no problema e apagam a escrita " $y=-x^2$ ".

Os participantes conseguem construir a simulação, mas o comportamento não condiz com o que queriam mostrar. A simulação não faz uma trajetória parabólica, mas ao longo do eixo " y " como uma reta paralela a este eixo.

L 11 Vídeo: A ação no Modellus segue com a inserção do problema na janela de notas do software. O problema é copiado do Google Docs e inserido no Modellus.

L 12 Vídeo: Os participantes inserem uma equação na janela de modelo algébrico do Modellus.

Equação:

" $x=(t)$ "

" $y=-30t^2+2100t$ "

O modelo é interpretado e uma partícula é inserida. A partícula é trocada pela imagem do carro disponibilizado no próprio software e a simulação é iniciada. A simulação construída não se move e projeta apenas uma cópia da imagem do carro utilizada para representar a partícula.

L 13 Vídeo: O modelo é interpretado e uma partícula é inserida. A partícula é trocada pela imagem do carro disponibilizada no próprio software e a simulação é iniciada.

L 14 Vídeo: A simulação construída não se move e projeta apenas uma cópia do carro utilizada para representar a partícula.

L 15 Vídeo: A partícula é apagada e uma mensagem de erro é exibida, pois eles tentam apagar a cópia gerada pela simulação.

L 16 Vídeo: Outra partícula é inserida com a imagem do carro novamente e eles resolvem definir os eixos horizontais e verticais da partícula trocando os números iniciais por " x " e " y " respectivamente.

L 17 Vídeo: O carro desaparece da tela.

L 18 Vídeo: A simulação é iniciada e a imagem do carro não é visualizada.

L 19 Participante 5 (chat) (22:59): *tem um companheiro aqui com nós que está sem computador ,Participante X.*

L 20 Mediador (áudio): *Vocês sentiram alguma dificuldade na execução da atividade?*

L 21 Participante 2 (áudio captado de outro estudante): *sim. Nos complicamos na simulação.*

L 22 Participante 4 (áudio): *é mesmo, não conseguimos o que esperávamos.*

L 23 Mediador (áudio): *Vocês acham que vocês não dominarem o software contribuiu para isso?*

L 24 Participante 3 (chat) (22:59): *sim, realmente, sim*

L 25 Participante 2 (chat) (22:59): *sim*

L 26 Mediador (áudio): *Ok pessoal. Obrigado a todos e boa noite.*

L 27 Participante 2 (áudio): *boa noite.*

L 28 Participante 3 (chat) (23:00): *boa noite*

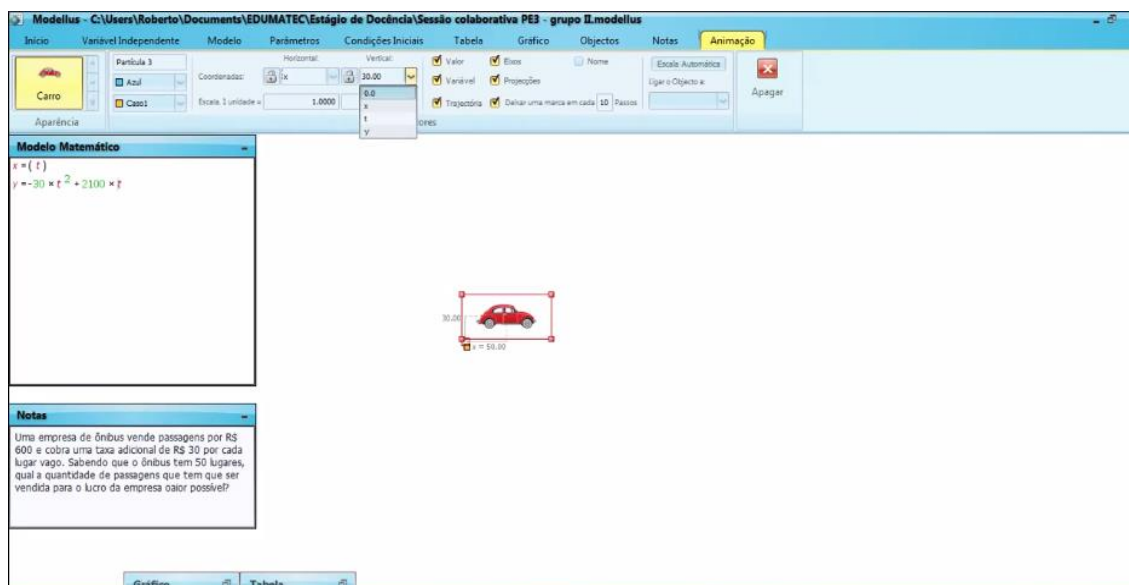
L 29 Participante 4 (chat): *Boa noite.*

Esta conversa é composta de muitas ações em vídeo e em muitas destas ações não conseguimos identificar os autores. Inicialmente de L1 a L9 observamos uma interação entre os participantes 3 e 4, que conseguem identificar o participante 1 executando ações na tela do software. No entanto, pelo entrave técnico de falta do áudio desse participante é necessária uma intervenção do mediador, para alertar os outros que ele não possui microfone.

A seguir entre L10 e L18 podemos perceber uma sequência de ações na tela do software, mas não percebemos quem está executando estas ações. Não podemos afirmar, mas o que se percebe nas ações do vídeo é que uma pessoa mexe na tela enquanto as outras observam. Podemos fazer esta suposição quando observamos as ações em sequência, sem um intervalo para troca de participante. Por outro lado, sem uma ferramenta de identificação não podemos afirmar quem é o autor dessas ações.

Dessa forma, percebemos que esta interação é classificada como não alinhada, já que não conseguimos identificar se há troca de papel na execução da simulação. Pelo modelo de Baker (2002), consideramos que a interação se classifica como co-elaboração aquiescente aparente.

Figura 3: Construção da Simulação no Modellus



Fonte: elaborado pelo autor

O quadro a seguir sintetiza a classificação das conversas no modelo de Baker:

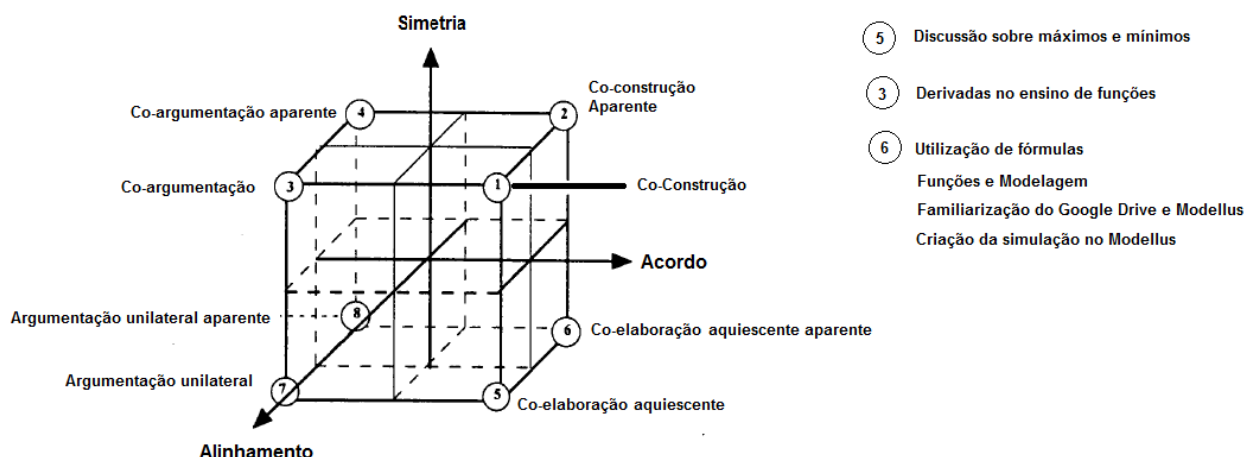
Quadro 7: Classificação dos aspectos da colaboração no modelo de Baker – Grupo Alfa

Conversa	Classificação nas dimensões da colaboração	Classificação no modelo de Baker
Discussão sobre máximos e mínimos	Assimétrica, em acordo e alinhada.	Co-elaboração aquiescente.
Utilização de fórmulas	Assimétrica, em acordo e não alinhada.	Co-elaboração aquiescente aparente.
Derivadas no ensino de funções	Simétrica, desacordo e alinhada.	Co-argumentação.
Funções e Modelagem	Assimétrica, em acordo e não alinhada.	Co-elaboração aquiescente aparente.
Familiarização do Google Drive e Modellus	Assimétrica, em acordo e não alinhada.	Co-elaboração aquiescente aparente.
Criação da simulação no Modellus	Assimetria, em acordo e não alinhada.	Co-elaboração aquiescente aparente.

Fonte: elaborado pelo autor

Vamos observar no esquema de Baker a distribuição das conversas na estrutura tridimensional colaborativa:

Figura 4: Esquema do modelo de Baker (2002) adaptado – Grupo Alfa



Distribuímos as conversas no modelo tridimensional de Baker mostrando a posição de cada uma, de acordo com a classificação das dimensões simetria, acordo e alinhamento. Primeiro, note que a conversa discussão sobre máximos e mínimos se localiza no círculo número 5, acompanhando os eixos das três dimensões percebemos que a interação é assimétrica, pois a co-elaboração aquiescente está na parte inferior do cubo, do lado oposto à dimensão simetria. Já observando o alinhamento e o acordo, percebemos que ele está próximo dos eixos dessas dimensões, ou seja, a interação está alinhada e em acordo.

O segundo círculo, de número 3, localiza-se na parte superior esquerda do cubo que corresponde a co-argumentação. Na co-argumentação a interação é simétrica, alinhada, mas não está em acordo, o que pode ser observado considerando a posição dos eixos das dimensões. Observe que a co-argumentação está localizada no lado oposto do eixo do acordo, caracterizando que não houve acordo na interação. Por outro lado, percebemos que há simetria e alinhamento.

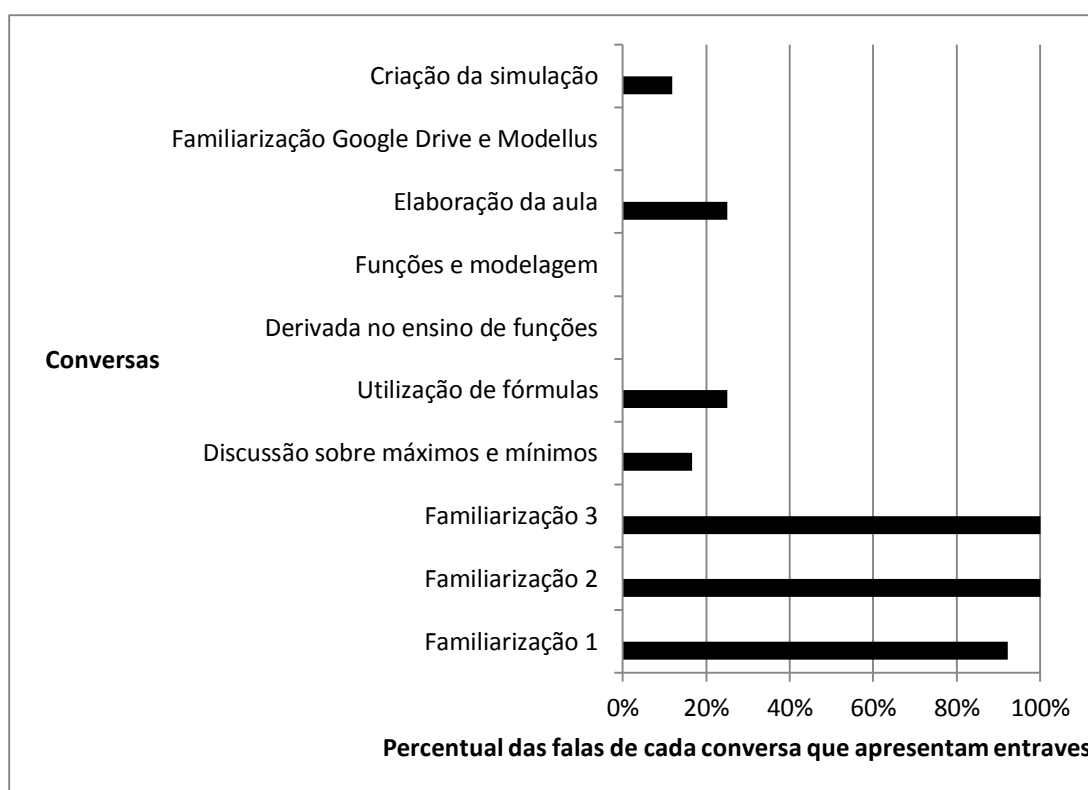
Finalmente, percebemos que as outras conversas, do círculo número 6 é observada na parte inferior do cubo, caracterizando uma co-elaboração aquiescente aparente. Considerando a posição dos eixos, percebemos que as conversas estão opostas aos eixos de simetria e alinhamento, mas favoráveis ao eixo do acordo.

Na seção seguinte faremos uma análise de outros aspectos da interação. Vamos observar alguns entraves e conhecimentos mobilizados na construção da simulação.

6.1.2 Entraves e Conhecimentos Mobilizados pelo Grupo Alfa

Vamos prosseguir a análise deste grupo, observando os entraves identificados nas conversas e, também, os conhecimentos mobilizados nas etapas de elaboração da aula. Inicialmente, vamos mostrar os entraves da sessão de forma geral, ou seja, os registros que apresentam e não apresentam entraves e em seguida, analisamos os tipos de entraves encontrados em cada conversa.

Gráfico 13: Distribuição percentual de entraves por conversa – Grupo Alfa



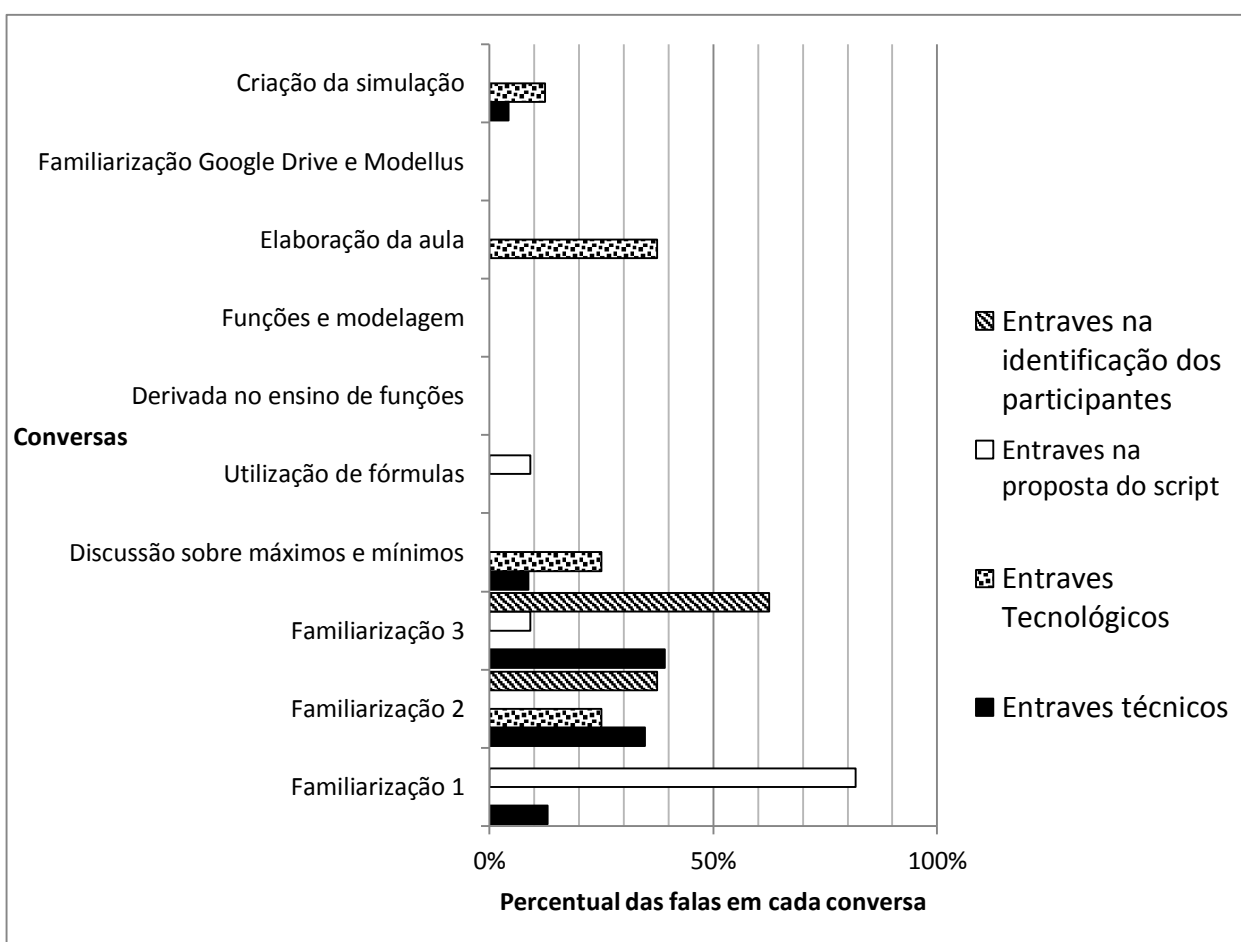
Fonte: elaborado pelo autor

Percebemos no gráfico acima que os entraves têm um índice mais alto nos primeiros momentos da sessão. As conversas de familiarização possuem um caráter de reconhecimento, por parte dos participantes, do ambiente montado pelo mediador. Apesar de o *script* conter as informações referentes aos softwares que serão utilizados na sessão, o usuário não sabe como ela vai ser realmente, até haver esse primeiro contato.

No entanto, os entraves identificados nas conversas de familiarização não são decorrentes da atividade, mas de outros fatores que serão comentados mais adiante. Passando da familiarização, observamos que os entraves vão diminuindo nas conversas. Consideramos esses resultados devido ao fato do sujeito já estar familiarizado com a proposta e com o ambiente.

A seguir, vamos fazer uma discussão sobre os tipos de entraves que elencamos em cada conversa. Perceberemos que a incidência dos entraves vai aumentar ou diminuir de acordo com o momento, ou seja, dependendo dos recursos que ele estará fazendo uso naquela situação.

Gráfico 14: Percentual de falas de cada conversa por tipo de entrave



Fonte: elaborado pelo autor

Organizamos neste gráfico que os entraves que observamos existir com evidência nas conversas de familiarização, em categorias específicas, que demonstram quais entraves foram mais evidentes nesta situação. Notamos que os

entraves técnicos, na proposta do script na identificação dos participantes são mais frequentes na familiarização.

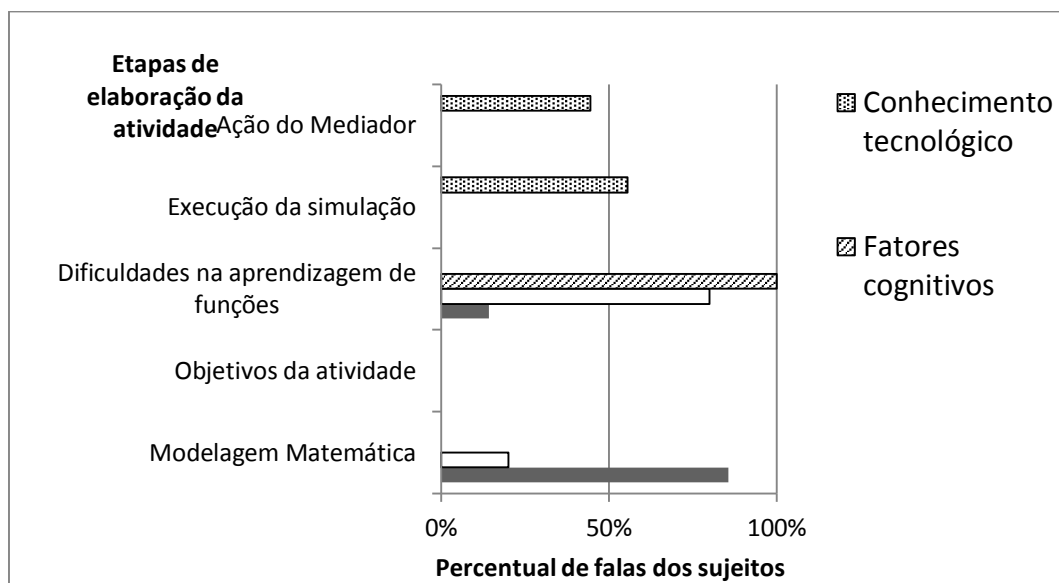
Os entraves técnicos apareceram com mais evidência, pois tivemos certa dificuldade com o áudio dos participantes, conexão com a internet, entre outros problemas que não estavam sobre o nosso controle. Os entraves na proposta surgiram à medida que os participantes não estavam compreendendo a proposta do script enviada anteriormente. Precisamos, então, abrir um espaço para discutir os pontos do *script* que não ficaram claros ou que não foram percebidos pelos sujeitos. Além disso, tivemos também entraves de identificação dos sujeitos, que não eram identificados quando faziam o *login* no *Teamviewer*.

Por outro lado, os entraves tecnológicos, estiveram mais evidentes no processo de elaboração da atividade. Houve dificuldade por parte dos participantes para adaptar-se ao Google Docs e o Modellus, que faziam parte da construção. Percebemos, assim, que faltaram ajustes no *script*, pontos de instrumentalização dos *softwares* que seriam utilizados e que poderiam melhorar a compreensão dos participantes ao elaborar a simulação.

Na elaboração da simulação, percebemos que os entraves tecnológicos também aparecem já que foi necessário manipular o Modellus na construção. Além disso, também notamos uma pequena incidência de entrave de identificação. Neste caso, o entrave de identificação ocorreu, por não conseguirmos identificar os sujeitos que executavam a ação na tela. O *software* de compartilhamento (*Teamviewer*) não traz em sua configuração, uma ferramenta que permita identificar o sujeito que age na tela a todo o momento, mas por vezes é possível identificar no cursor o nome do usuário que executa a ação. Então, para identificar esses sujeitos, decidimos realizar uma entrevista não estruturada com os participantes para saber quem realizou os procedimentos na tela do mediador. A entrevista buscou apenas que os sujeitos identificassem quem agiam em cada momento na tela, nos auxiliando a complementar as transcrições dos vídeos.

Discutiremos, a seguir, os conhecimentos mobilizados nas etapas de elaboração da atividade e também os conhecimentos mobilizados por conversa.

Gráfico 15: Percentual de conversas por tipo de conhecimentos mobilizados na elaboração da atividade



Fonte: elaborado pelo autor

Vamos analisar os conhecimentos mobilizados em cada etapa da elaboração da atividade, incluindo, as ações do mediador.

Ações do mediador

Percebemos que nas ações do mediador o único conhecimento identificado é o tecnológico. Isso é decorrente da pouca familiarização dos participantes com os softwares utilizados. O mediador vê a necessidade de instrumentalizar rapidamente os participantes, quando percebe a dificuldade deles, em executar uma ação por falta de informação quanto aos aspectos tecnológicos.

Execução da simulação

Como esperávamos, na execução da simulação, os participantes também mobilizam apenas conhecimentos tecnológicos. Durante a execução da simulação, os participantes precisam identificar os aspectos do Modellus para construir a simulação.

Dificuldades na aprendizagem de funções

Nesta etapa de discussão das dificuldades dos estudantes, observamos que o conhecimento tecnológico não aparece. Isso porque os participantes não mobilizam ações que necessitem uma construção em um *software*. Por outro lado, os outros conhecimentos são mobilizados nesta etapa. Conseguimos enxergar os conhecimentos epistemológicos e cognitivos com bastante evidência, já que na discussão são levantados aspectos acerca do objeto matemático função e suas implicações na aprendizagem dos estudantes. Percebemos também os conhecimentos didáticos, mesmo que não muito evidentes, mas aspectos relacionados à prática pedagógica são citados nas falas dos participantes.

Objetivos da atividade

Esta etapa da atividade não foi cumprida pelos participantes. Eles não estipularam os objetivos que gostariam de atingir com a simulação construída no Modellus.

Modelagem Matemática

Discutindo alguns aspectos de modelagem, os participantes levantaram algumas colocações didáticas e epistemológicas. A fala do participante 4 evidencia uma questão didática “O problema não é ensinar derivadas, mas utilizá-las facilita muito os cálculos de otimização”. Há uma preocupação do participante com a aprendizagem do estudante, além disso, nesta fala ele apresenta sua posição enquanto professor sobre o uso de um conceito para a aprendizagem de outro. Na esfera epistemológica, os participantes sempre fazem menção a algum aspecto das funções para modelar situações reais, veja na fala do participante 2: “no caso do ponto de mínimo podemos falar de uma taça onde equacionaríamos ela por meio de uma função de segundo grau”. Veja que entra em discussão a utilização de um objeto real, que pode ser modelado por meio da função quadrática e, assim, explorar o conceito de mínimo dessa função.

6.1.3 Discussão dos Resultados do Grupo Alfa

Discutiremos os resultados dos aspectos da colaboração pautados no modelo de Baker e considerando a abordagem de Stahl sobre o conceito de CSCL, ambientes colaborativos e também a abordagem de Dillenbourg acerca dos *scripts*. Trouxemos, ao final das análises da colaboração, um quadro que sintetizou a análise em cada dimensão e também um esquema adaptado das formas de colaboração trazidas por Baker.

Na fundamentação teórica, discutimos as formas de colaboração e, também, as dimensões simetria, acordo e alinhamento. Retomando um pouco da discussão, o que define a colaboração segundo o modelo de Baker é a dimensão alinhamento. No alinhamento os participantes da sessão colaborativa precisam estar engajados na discussão, inseridos no contexto da conversa e sem distribuir tarefas entre os membros. Dessa forma, classificando uma conversa como não alinhada, compreendemos que não há colaboração e sim a cooperação.

Se o participante não está alinhado, significa que ele pode estar desmembrado do grupo ou fora do contexto da discussão, o que é totalmente comum no processo cooperativo, no qual os sujeitos podem trazer de um ambiente externo as contribuições para a solução do problema interno do grupo.

Sendo assim, observamos neste grupo que apenas duas conversas encontravam-se alinhadas: a discussão sobre máximos e mínimos e a discussão sobre derivadas no ensino de funções. Estas conversas se configuram como colaborativas, na qual encontramos uma forte interação entre os sujeitos, sem uma divisão de tarefas na discussão. No entanto, não conseguimos identificar nestas conversas, os aspectos particulares de cada indivíduo. Stahl (2006) discute sobre a influência do pensamento individual no processo de aprendizagem em grupo. Para uma observação desta influência do pensamento individual na sessão, necessitamos de uma perspectiva de planejamento diferente, com um modelo de *script* que considere este aspecto. Como destacamos na fundamentação, Dillenbourg (1996) afirma que ao analisar o processo de colaboração, estamos observando todos os indivíduos como um só e no modelo de análise de Baker que utilizamos, estamos observando apenas as ações do grupo.

As conversas que são classificadas como cooperativas demonstram, em sua maioria, dificuldades em manipular o software de construção da simulação. Além disso, percebemos uma forte influência do mediador nas interações, exercendo o controle sobre as ações dos participantes já que o ambiente não permite a edição de mais de um participante, sem causar problemas na ação do outro. Percebemos nesta situação um conflito causado pela limitação do ambiente. Discutimos na fundamentação sobre o papel do mediador durante a sessão e, como afirma Dillenbourg (2002), sua influência deve ser a menor possível na interação dos participantes, de modo que não interfira nas ações executadas. Por outro lado, a necessidade da intervenção do mediador ocorreu por influência do ambiente colaborativo, que não conseguiu atender às necessidades da sessão de maneira completa.

As análises dos entraves da sessão colaborativa nos auxiliaram na identificação dos momentos em que eles mais ocorreram. Além disso, também conseguimos identificar o tipo de entrave, possibilitando a busca futura de soluções para esses problemas.

A princípio, na análise dos entraves, encontramos uma incidência grande de problemas no início da sessão colaborativa. Percebemos que, em sua maioria, os problemas que surgiram foram: problemas com áudio dos participantes, problemas para o mediador identificar o participante e problemas com a proposta de *script* lançada pelo mediador.

Encontramos muitos problemas de áudio neste grupo e algumas limitações foram do próprio software, mas não todas elas. Percebemos que a conexão utilizada para utilização do *software Teamviewer*, que foi utilizado para compartilhar tela e realizar a comunicação síncrona, não suportou a quantidade de cinco participantes mais o mediador, acarretando em interferências contínuas. No entanto, o ambiente utilizado pelos participantes também não favoreceu a comunicação via áudio, pois todos estavam reunidos presencialmente, e mesmo em computadores diferentes, esse fator contribuiu para a má qualidade do áudio.

O problema de identificação dos participantes também foi uma limitação do software que conseguimos identificar. Quando um participante tenta utilizar a tela do

mediador não há uma identificação desse sujeito, então, o mediador ou os outros participantes, devem sempre questionar quem está executando a ação na tela.

A proposta de *script* lançada – de instrução – também trouxe alguns entraves na sessão deste grupo. Percebemos que o grupo não estava a par das solicitações e da proposta lançada no *script*. Foi necessária uma recapitulação das propostas do *script* no início da sessão, tomando um tempo que poderia ter sido aproveitado de outra maneira. Além disso, a instrumentalização proposta no *script* por meio de vídeo e tutoriais, não foi suficiente para que os participantes conhecessem o *software*.

Uma proposta que podemos lançar futuramente seria adotar um modelo de etapas, no qual o participante tivesse que cumprir fases pré-definidas para interagir nas fases seguintes. Neste caso, teríamos que adotar o modelo do *script* “siga-me *script*”, além de pensar em uma proposta de um macro-*script*, onde as etapas e papéis estejam pré-definidos neste roteiro macro, podendo amenizar a quantidade de erros que identificamos neste grupo.

Além da colaboração e dos entraves da sessão, também fizemos um levantamento dos conhecimentos mobilizados nas etapas de elaboração da aula. Percebemos que alguns dos conhecimentos mobilizados apareceram mais evidentes, de acordo com cada etapa específica da atividade.

Os conhecimentos tecnológicos apareceram mais evidentes nas fases de execução da simulação e nas ações do mediador. Na etapa de execução da simulação os participantes necessitavam mobilizar seu conhecimento tecnológico para manusear o *software* Modellus. No entanto, tendo em vista a pouca familiarização dos participantes com o Modellus, o mediador precisou intervir nas ações e guiar os participantes durante a construção. Sendo assim, se justifica que os conhecimentos tecnológicos também tenham aparecido de forma mais evidente nas ações do mediador.

Os outros conhecimentos mobilizados (cognitivo, didático e epistemológico) aparecem mais evidentes nas etapas de modelagem matemática e discussão das dificuldades. Na etapa de modelagem, os participantes necessitaram dos conhecimentos epistemológicos para transformar o modelo em simulação. No entanto, essa transformação necessitou de uma intervenção didática, já que o

objetivo da sessão era a elaboração de uma aula. Durante a discussão, os participantes também utilizaram do epistemológico e do didático, pois surgiram elementos próprios do conceito de função, além da preocupação com a abordagem destes conceitos pelos docentes. Na etapa de discussão surgiram elementos elencados na revisão da literatura de funções, como a abordagem do professor em uma perspectiva mais algébrica, a falta de familiaridade dos estudantes na identificação das funções em suas distintas representações, além da própria definição de função.

Os resultados que apresentamos aqui nos mostram que a estrutura do ambiente colaborativo não favoreceu a elaboração da aula. Apesar disso, conseguimos perceber uma influência positiva do trabalho colaborativo entre os licenciandos, pois eles conseguiram juntos, elaborar uma proposta de uma situação de ensino com foco na função quadrática. No entanto, a falta de instrumentalização não possibilitou aos participantes uma construção mais elaborada da simulação.

Os entraves que encontramos nos ajudaram a perceber a necessidade de melhorias na proposta do *script*, além de melhorias na estrutura do ambiente, para que em uma próxima situação colaborativa, possamos disponibilizar um espaço onde se consiga estabelecer uma comunicação mais eficiente entre os membros do grupo. Mesmo com estes entraves, acreditamos que a proposta do trabalho colaborativo seja mais eficiente que o trabalho individual, pois possibilita aos sujeitos ideias diversificadas e com elas, surgem melhorias consideráveis no produto final do grupo.

Essa experiência contribui para a formação do licenciando, considerando que, colaborativamente, eles conseguiram explorar o conceito de função com uma visão do docente na prática da elaboração de uma situação de ensino. A partir das discussões deste grupo percebemos a necessidade deles, em integrar o objeto matemático função em uma realidade mais próxima do estudante. Durante a discussão das dificuldades isso ficou evidente, além do mais, no processo de elaboração da atividade e construção da simulação houve um esforço do grupo, para integrar aquilo que foi discutido com o objeto que estava sendo construído.

6.2 GRUPO BETA

Nesta seção, vamos fazer a análise dos dados do grupo Beta em termos de colaboração, ambiente colaborativo (entraves e potencialidades), etapas de elaboração da atividade e os conhecimentos que foram mobilizados.

O grupo Beta foi formado por três sujeitos, todos licenciandos em Matemática, que participaram da sessão em um horário diferente dos outros grupos. Este grupo utilizou o horário alternativo, no sábado à tarde, disponibilizado pelo mediador. A sessão foi realizada da mesma maneira e obedecendo o mesmo limite de tempo que os outros sujeitos tiveram para construir a simulação e elaborar a atividade. Os registros coletados também foram derivados das mesmas fontes: áudio, chat e vídeo com ações na tela. Esse grupo totalizou 178 registros que foram distribuídos nas categorias descritas anteriormente. Ao contrário do grupo anterior, os sujeitos deste grupo se reuniram totalmente à distância. Os registros coletados foram distribuídos em cinco conversas que são descritas a seguir:

Quadro 8: Conversas do grupo Beta

Etapa	Conversa
Listagem dos temas para discussão	Familiarização
Discussão com base nos temas listados	Discussão sobre variáveis na aprendizagem de funções
	Funções e Modelagem
Elaboração da atividade, identificação dos objetivos de aprendizagem; montagem das etapas da atividade e detalhamento das atividades	Elaboração da atividade

Fonte: elaborado pelo autor

Familiarização: esta conversa é composta pelos registros que contém as falas do mediador e de dois participantes da sessão. Nela, são esclarecidos alguns aspectos do *script* para ajudar os participantes, no início da discussão. Além disso, também são identificados alguns entraves de áudio que serão descritos adiante.

Discussão sobre variáveis na aprendizagem de funções: esta conversa marca o início da discussão que pautará a elaboração da atividade. Identificamos nesta conversa, a preocupação dos sujeitos com a dificuldade dos estudantes, na

compreensão do conceito de variável no contexto das funções. Alguns entraves tecnológicos são identificados.

Funções e Modelagem: nesta conversa o mediador inicia a discussão sobre as funções como modelo de situações. Os participantes discutem sobre isso colocando em evidência que a desvinculação do conteúdo escolar, com situações contendo funções como modelos podem contribuir na dificuldade de aprendizagem por parte dos estudantes.

Elaboração da atividade: esta conversa é caracterizada pelas ações dos participantes na construção da simulação.

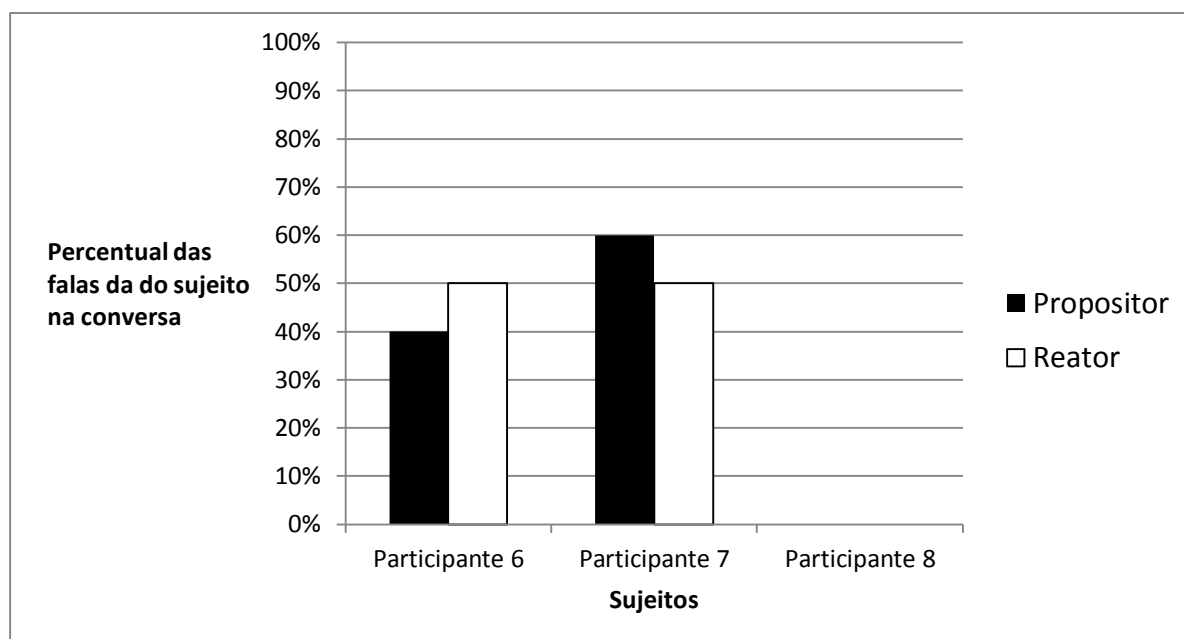
6.2.1 Aspectos da Colaboração do Grupo Beta

Nesta seção iremos descrever a análise do grupo Beta. Vamos seguir a mesma sequência do grupo anterior, seguindo com a análise da colaboração (papel do sujeito e posicionamento), análise da dimensão alinhamento e depois uma abordagem de outros aspectos do ambiente colaborativo. Trazemos nos gráficos desta seção mais um tipo sujeito que achamos pertinente neste definir neste grupo: o participante não identificado. Vimos esta necessidade, levando em consideração os momentos em que algumas ações não são identificadas na tela (vídeo) e nem por meio das outras fontes de dados.

6.2.1.1 Conversa discussão sobre variáveis na aprendizagem de funções.

Dimensão Simetria

Gráfico 16: Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator na discussão sobre variáveis na aprendizagem de funções



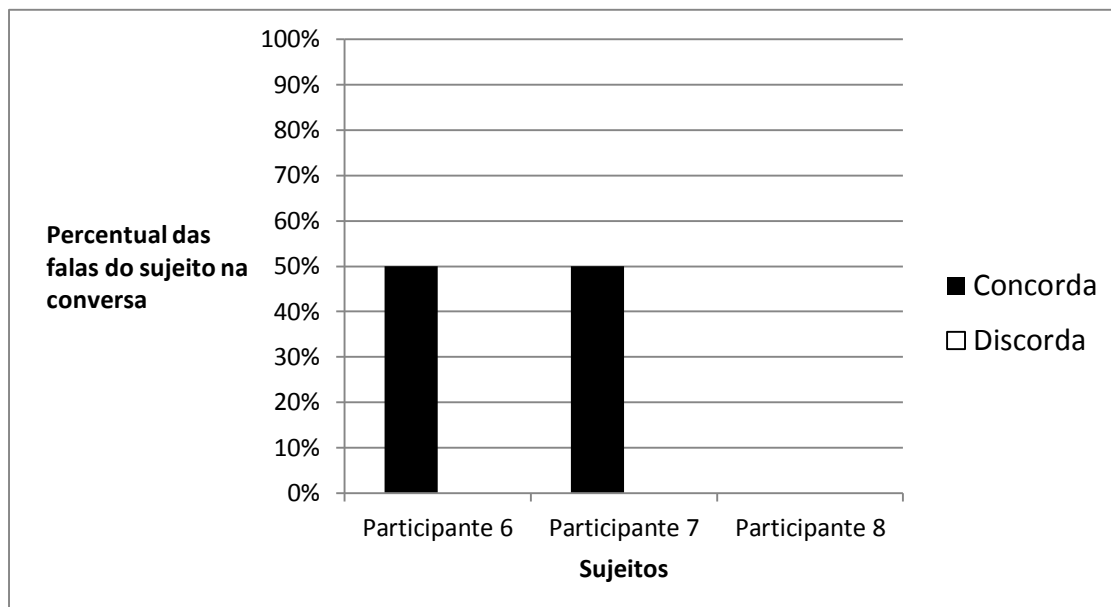
Fonte: elaborado pelo autor

Identificamos nesta conversa uma interação entre os participantes 6 e 7 com troca de papéis entre os sujeitos. O participante 7 se coloca mais como propositor, obtendo, em alguns casos, o *feedback* do participante 6. Por outro lado, o participante 6 se posiciona como propositor em um percentual bem menor que o participante 7. Nesta conversa, identificamos que ocorreram alguns entraves técnicos, que foram sendo solucionados com a ajuda do mediador. Esses entraves tomaram algum tempo da discussão entre os sujeitos, que mesmo assim ainda conseguiram produzir ideias para a próxima etapa da sessão.

Podemos dizer que neste caso ocorreu a simetria, pois observamos uma troca de papéis entre os sujeitos – quem foi propositor também reagiu em alguns momentos e reciprocamente, os reatores também assumiram o papel de propositor – configurando esta simetria.

Dimensão Acordo

Gráfico 17: Distribuição percentual das interações por participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância sobre variáveis na aprendizagem de funções



Fonte: elaborado pelo autor

Observando o gráfico anterior, percebemos que o percentual das falas de concordância dos participantes é igual ao percentual das falas de reação. Isso quer dizer que aqui temos um caso de acordo entre os participantes e que este grau de acordo é alto, levando em consideração que se um foi propositor do outro, quer dizer que a reação obteve feedbacks positivos.

Dimensão Alinhamento

Selecionamos trechos da interação na discussão sobre variáveis na aprendizagem de funções para analisar o alinhamento. A escolha dos trechos se deu pela proximidade da interação com a conversa que queremos observar. Identificamos outras interações que não são relevantes na análise do alinhamento e que ficaram registradas em um documento separado.

Linhas 18 - 22

L 18 Participante 7 (15:14): eu acho que uma das grandes dificuldades quando começamos a ensinar funções é que os alunos geralmente confundem funções de variáveis com expressões algébricas.

L 19 Participante 6 (15:15): é verdade...

L 20 Participante 7 (15:15):principalmente se é dado algum x para eles calcularem $f(x)$ esse é um exercício de fixação muito comum, mas daí eles podem não compreender o que seja variável

L 21 Participante 6 (15:16): exatamente. Me parece que a ideia de variável é um obstáculo inicialmente.

L 22 Participante 7 (15:17):é, talvez o maior obstáculo pois a idéia é que ele entenda que é uma relação de um conjunto em outro. Podendo ambos serem infinitos. então nada garante que y assumirá valores fixos.

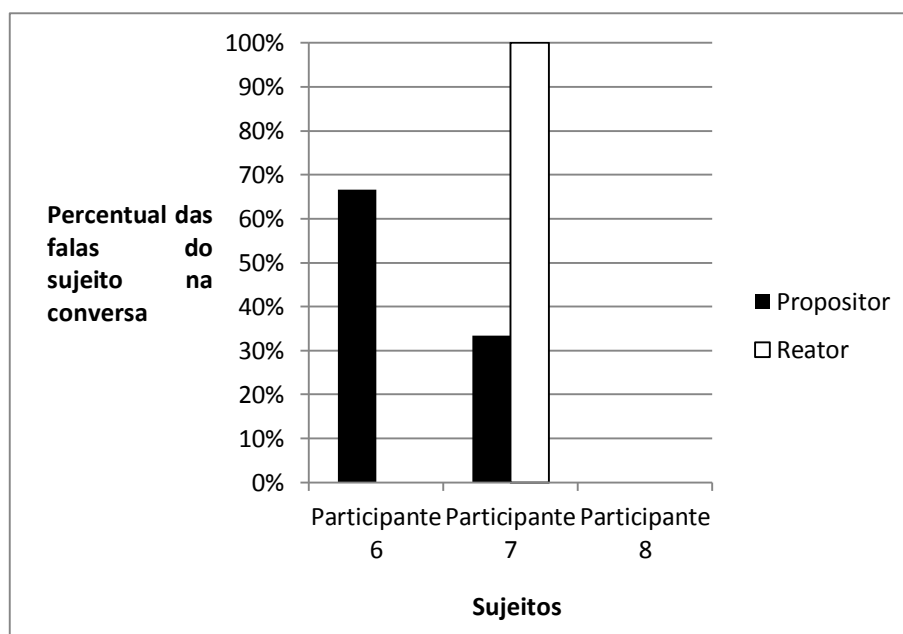
Identificamos neste trecho da conversa a preocupação dos participantes em esclarecer para o estudante a diferença entre variável e incógnita. Na revisão de literatura encontramos algumas pesquisas (ELIA; SPYROU, 2006), (TALL; BAKAR, 1992) que mostram a importância de distinguir as variáveis em funções com as incógnitas das equações.

Notamos também que a interação nesta conversa ocorre entre dois participantes e que não há uma divisão de tarefas, nem um desvio no tema da conversa. Neste caso, a conversa está alinhada e os participantes debatem acerca do que foi proposto no *script*, ou seja, discutir sobre as dificuldades de aprendizagem dos estudantes.

6.2.1.2 Conversa Funções e Modelagem

Dimensão Simetria

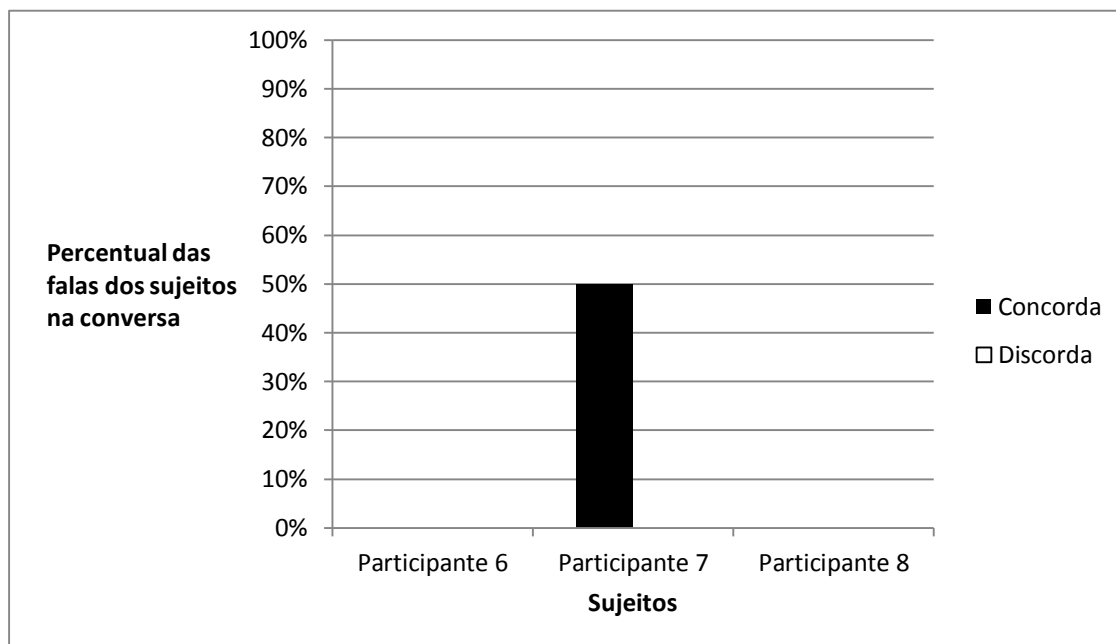
Gráfico 18: Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator na conversa Funções e Modelagem



Fonte: elaborado pelo autor

Na segunda conversa que envolve aspectos da colaboração, percebemos que os papéis dos sujeitos não é alternado como na conversa anterior. Percebemos aqui que o participante 6 aparece com um percentual de propositor mais alto que o participante 7, mostrando que nesta conversa houve bastante sugestões de sua parte. Em contrapartida, o participante 7 permanece como propositor e reator, no entanto não há feedbacks do participante 6 para as suas colocações. Neste caso, consideramos uma assimetria na interação. Nesta conversa o mediador aparece guiando os participantes na interação, sugerindo aspectos a serem considerados e controlando as ações, para que os sujeitos não se dispersem na fase seguinte.

Gráfico 19: Distribuição percentual das interações por participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância sobre Funções e Modelagem



Fonte: elaborado pelo autor

Como tivemos apenas um reator na conversa, podemos concluir pelo percentual do gráfico acima, que a interação nesta conversa esteve em acordo.

Dimensão Alinhamento

L 23 Participante 6 (15:18): o software congelou...estou de volta.

L 24 Mediador (15:18): pensando por esse lado de confusão entre função e expressão algébrica ou mesmo, para entender o conceito de variável, vamos pensar na perspectiva da modelagem matemática. Será que eles conseguem ver as funções como algo prático?

L 25 Participante 6 (15:20): essa discussão é complicada. o "prático" para um indivíduo pode não ser para outro.

L 26 Mediador (15:21): digo prático, no sentido de ser aplicado na realidade em que ele vivencia. Será que os estudantes conseguem perceber, que as funções modelam situações reais?

L 27 Participante 6 (15:21): mas é possível fazer exposições desse conteúdo mostrando exemplos de utilização fora do contexto escolar.

L 28 Participante 7 (15:21): se os professores abordarem funções apenas do ponto de vista matemático sem contextualizar pode ficar difícil. Se eles aprendem apenas a calcular funções não significa que eles entendem de fato o conceito de funções

L 29 Mediador (15:23): Vocês conseguem pensar em algo para a atividade, se guiando por estes elementos, colocados por vocês aqui?

L 30 Participante 6 (15:25): essa discussão de contextualização também é interessante.

Observamos aqui que os participantes são instigados pelo mediador a debater sobre as funções como modelos. Semelhante ao grupo Alfa percebemos, que os participantes concordam com o mediador sobre a importância da

contextualização na escola. No entanto, são utilizados argumentos para defender esta ideia. Na fala da participante 7 percebemos que ela deixa claro que as situações quando contextualizadas, contribuem no processo de compreensão do conceito. As ideias aqui colocadas mostram a necessidade de dar significado ao objeto matemático.

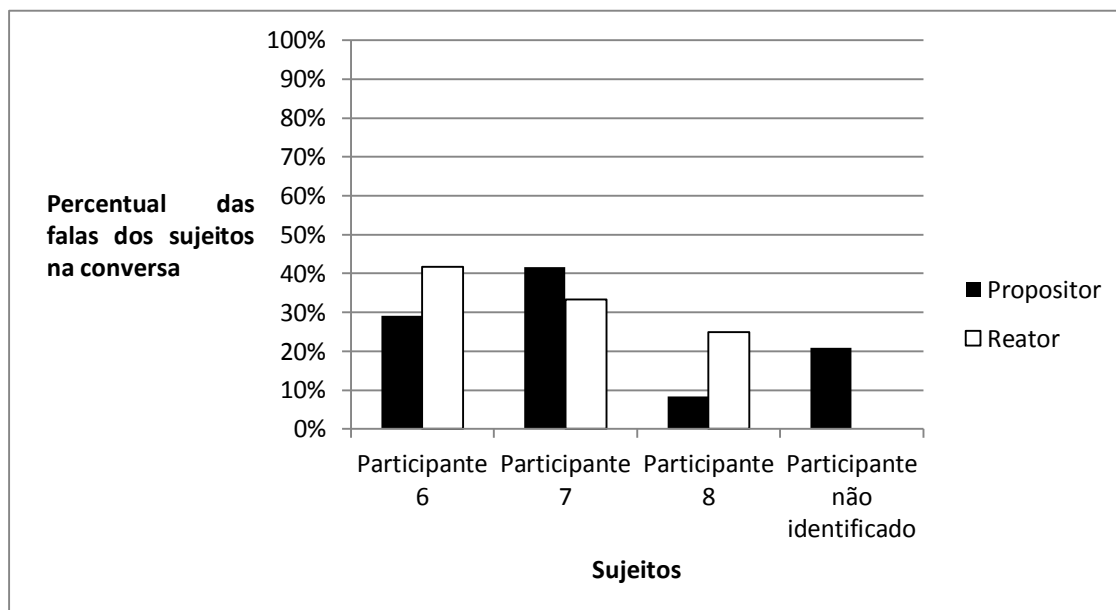
Como destaca Sierpinska (1992), as funções são vistas como objetos que não pertencem ao mundo real, ou seja, não possuem significado algum para os estudantes. Por outro lado, se esta abordagem for realizada na perspectiva da modelagem, a compreensão do objeto como algo que modela fenômenos possibilita ao estudante perceber que se trata de algo próximo da sua realidade.

Sendo assim, esta conversa também se configura como alinhada já que os participantes se encontram na mesma base semântica e não há divisões na interação.

6.2.1.3 Conversa Elaboração da Atividade

Dimensão Simetria

Gráfico 20: : Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator na Elaboração da Atividade



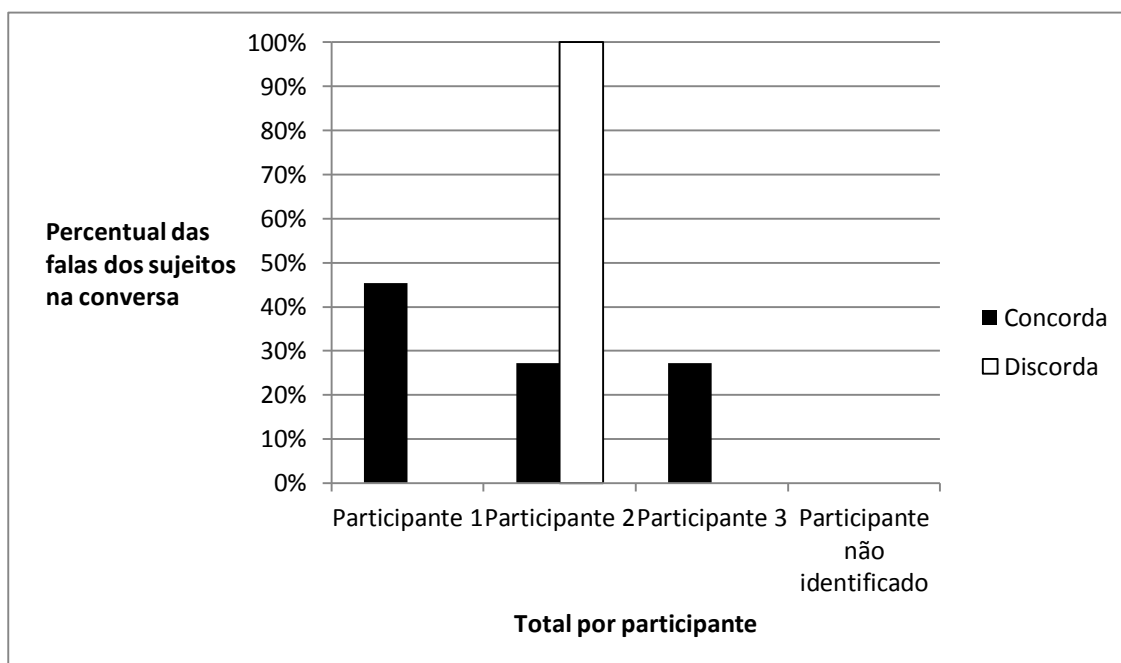
Fonte: elaborado pelo autor

Esta conversa é a última deste grupo e a que gerou mais interação entre os usuários. Podemos perceber no gráfico que todos os sujeitos estão presentes nesta etapa de elaboração da atividade. O participante 8 não entrou na sessão anteriormente por não ter conseguido o ID da sessão, já que seu nome não constava na lista de participantes do grupo na planilha. Já o participante não identificado, aparece nesta fase já que nela estão concentradas as ações em vídeo que não conseguimos identificar de quem são por meio das fontes de dados. A entrevista realizada com o grupo anterior não foi realizada com este grupo, pois nenhum participante foi localizado depois da sessão.

Retomando o aspecto de papel do sujeito na colaboração, vemos no gráfico que o percentual de interação nesta conversa é alto e, além disso, vemos a participação de todos os sujeitos. A troca de papéis entre eles ocorre, mesmo com uma diferença de percentual reator – propositor, vemos que há uma alternância de papéis o que configura uma interação simétrica.

Dimensão Acordo

Gráfico 21: Distribuição percentual das interações por participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância na Elaboração da Atividade



Fonte: elaborado pelo autor

No aspecto da colaboração que corresponde ao posicionamento do sujeito, notamos que há um alto percentual de concordância. Diante das colocações dos

colegas, observamos um posicionamento favorável às ações uns dos outros. A elaboração da atividade foi construída por esses sujeitos com uma compreensão mútua, que pode ser percebida nos percentuais de acordo que vemos no gráfico.

Dimensão Alinhamento

Linhas 133 - 161

L 134 Participante 7 (15:58): Participante 6?

L 135 Participante 6 (15:58): <http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/handle/123456789/419>

L 136 Vídeo: o navegador Internet Explorer é aberto na página do mestrado profissional em Matemática (PROFMAT – UFRN) em uma dissertação, intitulada: O estudo das funções quadráticas e sua relação com o cotidiano.

L 137 Participante 7 (15:58): Já abri aqui

L 138 Participante 7 (16:01): Abre aí o capítulo que estás falando

L 139 Participante 8 (16:01): CERTO Participante 6 ESTOU ANALISANDO

L 140 Vídeo: o documento da dissertação é aberto e o sumário é visualizado.

L 141 Vídeo: são mostrados no documento algumas situações envolvendo funções quadráticas, lombadas, arcos de parábola em arquitetura de casas. Em seguida, é mostrada uma página que aborda algumas características da parábola graficamente e algebricamente, concavidade, ponto de mínimo e variação dos coeficientes.

L 142 Participante 7 (16:06): Bem, esse problema com lombadas é interessante

L 143 Participante 8 (16:07): A PROPOSTA É BOA

L 144 Participante 7 (16:09): Uma lombada pode ser descrita, pelo menos do ponto de vista planar lateral como uma secção do gráfico de uma parábola, se ela estiver centrada no $x=0$ o ponto de máximo da parábola é a altura y da lombada

L 146 Participante 8 (16:11): O COMPRIMENTO DELA QUE DIZESSES SEIA O QUE ESTÁ REPRESENTADO NO EIXO X, NÃO O SEU ARCO CERTO?

L 149 Participante 8 (16:14): O COMPRIMENTO DELA QUE DIZESSES SEIA O QUE ESTÁ REPRESENTADO NO EIXO X, NÃO O SEU ARCO CERTO?

L 150 Participante 7 (16:14): Pensei nisso: Poderíamos contextualizar dizendo que uma pessoa em seu carro passou na velocidade permitida na lombada e o sistema de amortecimento do carro estava ok. então ele resovou denunciar ao (órgão responsável pelas estradas) pois essa lombada estava desregular e foi muito impactante. então, como verificar que está anormal?

L 151 Participante 6 (16:15): pode ser...

L 152 Participante 7 (16:15): Mas vocês homens devem confirmar que a altura da lombada pode prejudicar o carro ? rsrs considerando que há uma velocidade permitida e que há uma função padrão para construção da lombada

L 153 Participante 6 (16:17): 1,50 m por 8 cm ou 3,70 m por mc 011

L 154 Participante 8 (16:17): É BOM ESCREVER Participante 6 POIS AS VEZES NAO TE ESCULTO BEM

L 155 Participante 7 (16:17): Ou seja, para tal velocidade teremos uma função padrão que determina a lombada. Então se a lombada estiver fora de tal função o dono do carro deverá ser indenizado

L 157 Participante 7 (16:20): Qual equação.? Para a lomabda de 1m por 20 cm o texto já tem uma solução.

L 158 Participante 7 (16:21):Podemos usar a equação do problema da monografia como padrão.

L 159 Participante 8 (16:22): A QUESTÃO SUGERE CRIAR UMA EQUAÇÃO PARA LANÇAR NO MODELLUS?

L 160 Vídeo: a página do docs é aberta novamente e começam a editar:

Ideia para o problema: determinar a função quadrática associada a uma lombada de 100 cm de comprimento e 20 cm de altura.

L 161 Vídeo: edição no docs: Ao passar por uma lombada Roberto percebeu que o impacto no carro foi maior do que o esperado, ele verificou que estava na velocidade permitida e que o carro tinha sido revisado a pouco tempo, ou seja, o amortecimento do carro estava ok. Ciente que havia alguma irregularidade na lombada ele entrou em contato com o órgão responsável pelas vistorias na estrada. Ao chegar o suporte técnico ele informou que uma lombada padrão deve ter 20 cm de altura e 100 cm de comprimento e que a curva que representa a lombada pode ser escrita como uma função quadrática. Então, sabendo que a altura da lombada considerada irregular é de 25

Linhas 164 - 178

L 164 Vídeo: um trecho do texto é modificado. Deve ter 20 cm de altura e 100 cm de comprimento e que a curva que representa a lombada pode ser escrita como uma função quadrática é trocado por:

Deve ser representada pelo gráfico da função

L 165 Participante 6 (16:33):Uma lombada padrão tem 3,70 m por 10 cm

L 166 Participante 7 (16:44):Pra mim está ok

L 167 Vídeo: Alguém tenta colar um texto e não consegue, sendo colado um texto indesejado.

L 168 Vídeo: Escrevem no docs: $f(x) = -1\text{|||||}$

L 169 Vídeo: apaga-se as barras e é inserido: -

L 170 Vídeo:Alguém vai no menu "inserir" do docs e clica na opção inserir equação.

L 171 Vídeo: Há uma dificuldade em inserir a opção de fração.

L 172 Vídeo: Conseguem inserir a fração $-1/125$.

L 173 Vídeo: voltam para o texto do *script* e inserem a equação no editor do Word. A equação escrita é: $f(x) = -\frac{1}{125}x^2 - 20$.

L 174 Mediador (áudio): Bom pessoal já passou um pouco da hora, infelizmente não podemos mais continuar, já que o horário é o mesmo para todos os grupos.

L 175 Participante 6 (áudio): e a construção?

L 176 Mediador (áudio): Vamos ter que deixar de lado, infelizmente. Mas, acho que fizemos uma boa discussão e a proposta de vocês ficou interessante.

L 177 Participante 7 (áudio): Vamos marcar depois para tentar fazer a construção.

L 178 Participante 8 (17:00): seria bom.

Esta conversa apresenta três momentos distintos da interação. Primeiro, há uma delimitação do problema a ser criado, quando os participantes 6 e 7 conseguem definir um público específico para aplicar a atividade. Em seguida, o participante 8 entra na sessão e os três começam a discutir a criação do problema, a partir de um texto indicado pelo participante 6. Finalmente, a escrita do problema no documento do Google Docs.

No primeiro momento percebemos que há uma forte interação entre os participantes 6 e 7 na delimitação do problema. Entre as linhas 109 e 118 percebemos que eles trabalham juntos e pensam em um público específico para delimitar a escolha do problema. Em seguida, o participante 8 chega na discussão e toma parte na interação. Percebemos que há uma troca de informações entre todos, principalmente quando o participante 6 sugere um link na L136. A partir disso, começam a discutir sobre aspectos didáticos e epistemológicos antes de delimitar o problema a ser editado no Google Docs.

No último trecho não conseguimos identificar se há troca de ações na execução da edição no docs. Percebemos que os participantes após a discussão anterior, colocam no documento suas ideias e encontram algumas dificuldades quanto ao uso da ferramenta tecnológica. Classificamos esta interação como alinhada, pois os sujeitos estão em constante interação e constroem juntos a proposta da atividade. Apesar de não chegarem a executar a simulação, percebemos que este grupo trocou mais informações e usou mais das ideias uns dos outros, para elaborar a atividade.

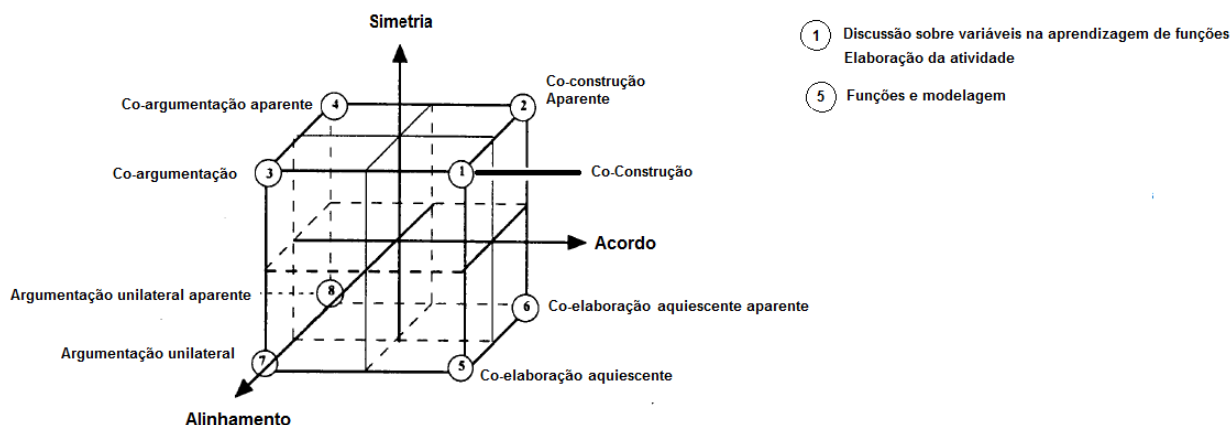
Trazemos a mesma tabela que usamos na análise anterior, para mostrar como as interações em cada conversa se classificam no modelo de Baker.

Quadro 9: Classificação dos aspectos da colaboração no modelo de Baker – Grupo Beta

Conversa	Classificação nas dimensões da colaboração	Classificação no modelo de Baker
Discussão sobre variáveis na aprendizagem de funções	Simétrica, em acordo e alinhada.	Co-construção
Funções e Modelagem	Assimétrica, em acordo e alinhada.	Co-elaboração aquiescente.
Elaboração da atividade	Simétrica, em acordo e alinhada.	Co-construção

Fonte: elaborado pelo autor

Figura5: Esquema do modelo de Baker (2002) adaptado – Grupo Beta



Fonte: elaborado pelo autor

No modelo tridimensional de Baker observamos que as conversas discussão sobre variáveis e elaboração da atividade estão localizadas no círculo de número 1. Observe que a posição deste número no cubo é favorável aos eixos das três dimensões, isto é, há acordo, simetria e alinhamento. Este esquema distribui as oito classificações de forma que cada uma assume sua posição no eixo tridimensional, exatamente como ocorre no espaço $\mathbb{R}^3$.

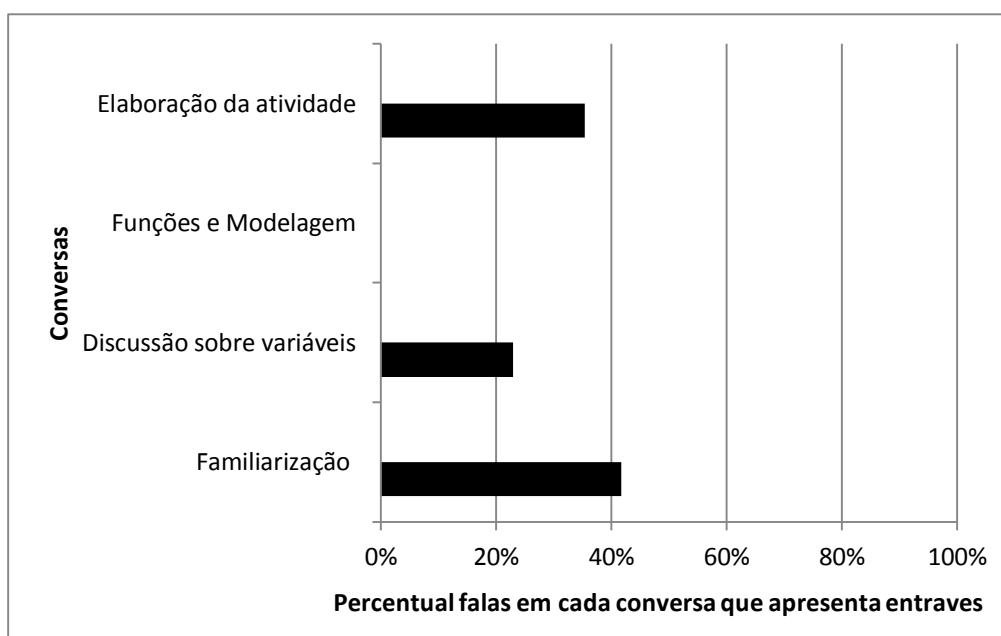
A conversa funções e modelagem ocupa o mesmo espaço que as últimas conversas do grupo anterior. Perceba que ela se localiza na parte inferior do cubo, no círculo de número 5, caracterizando-se como assimétrica, alinhada e em acordo.

6.2.2 Entraves e Conhecimentos Mobilizados pelo Grupo Beta

Nesta seção descreveremos a análise dos entraves identificados durante a sessão do grupo Beta. A análise contará com dados percentuais apresentados nos gráficos a seguir e, também, com comentários dos trechos onde são identificados os percentuais mais altos com relação aos entraves.

Também será apresentada nesta seção uma análise dos conhecimentos mobilizados por conversa, identificando os principais conhecimentos nos percentuais apresentados nos gráficos e também fazendo um comentário dos trechos nas conversas, onde esses conhecimentos aparecem.

Gráfico 22: Distribuição percentual de falas em cada conversa que apresentam entraves - Grupo Beta



Fonte: elaborado pelo autor

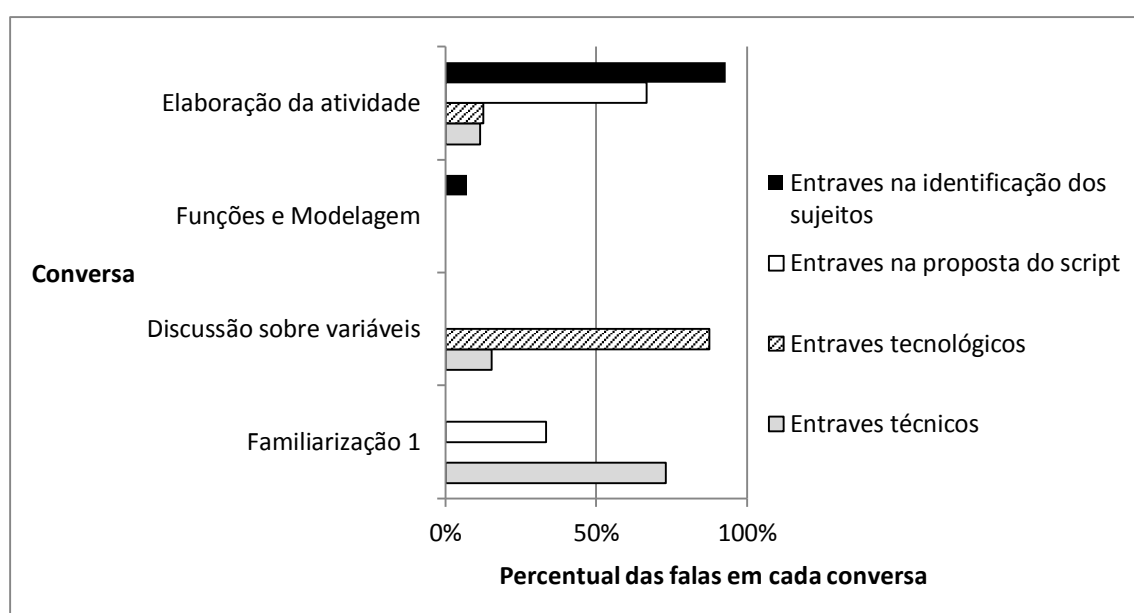
O gráfico anterior mostra o percentual de falas identificadas em cada conversa do grupo Beta que apresentam entraves. Na primeira conversa (familiarização) percebemos que há uma incidência maior de entraves. Assim como no grupo Alfa na etapa de familiarização os sujeitos ainda estavam adaptando-se ao ambiente, acarretando alguns entraves que serão descritos adiante. A segunda conversa (discussão sobre variáveis) mostra um percentual menor de entraves, mas que foram identificados nas ações do participante 6.

Na terceira conversa (funções e modelagem) percebemos que não são identificadas falas que apresentam entraves. Nesta conversa os participantes 6 e 7

interagiram utilizando o chat e nenhum entrave foi identificado. Por outro lado, na última conversa (elaboração da atividade) temos um aumento no percentual de conversas, em que as falas apresentam entraves. Os entraves identificados nesta conversa foram provenientes, em sua maioria, de identificação.

Vamos mostrar agora o gráfico dos tipos de entrave identificados em cada conversa. Este gráfico nos ajudará a compreender os trechos que serão analisados a seguir, identificado neles o tipo de entrave que será descrito no gráfico a seguir:

Gráfico 23: Distribuição percentual dos tipos de entraves por conversa



Fonte: elaborado pelo autor

O gráfico dos tipos de entrave por conversa mostra quais entraves são identificados em cada momento da interação. Na conversa de familiarização percebemos que o percentual total de entraves divide-se em dois tipos de entraves: entraves técnicos e entraves na proposta do *script*. Na análise do grupo Beta percebemos que é comum aparecerem estes entraves devido às limitações do software de compartilhamento de tela, como também no esclarecimento de dúvidas dos participantes na proposta da construção da simulação.

L 1 Participante 7 (áudio): Participante 6?

L 2 Participante 6 (áudio): Oi vamos para o chat que aqui está ruim de escutar.

L 3 Participante 7 (áudio): Ok. Estou indo pra lá.

L 4 Participante 6 (áudio): Não identificado... pode repetir?

L 5 Mediador (áudio): Oi Participante 6?

L 6 Participante 6 (áudio): Eu não consigo acessar o bate papo. Pode repetir a discussão?

L 7 Participante 6 (áudio): toda vez que eu tento conectar gera um usuário diferente e fica caindo a conexão.

L 8 Mediador (áudio): é... deve ser uma limitação da versão para MAC. O meu e o da Participante 7 está normal.

L 9 Participante 7 (áudio): é, no meu tá normal.

L 10 Mediador (áudio): você consegue ver o bate papo?

L 11 Participante 6 (áudio): ainda não consigo ver.

L 12 Mediador (áudio): pera aí...

L 13 Mediador (áudio): e agora? Você consegue ver? Acabei de enviar uma mensagem.

L 14 Mediador (áudio): pronto, beleza!

L 15 Mediador (áudio): o áudio também não está muito bom, mas não é só o seu não, o dela também.

L 16 Participante 6 (áudio): fica com ruído, repetindo a voz.

L 17 Mediador (áudio): é e também corta demais o áudio. Então acho que é um problema do software. Pode ser que tenha muita coisa aberta e não esteja suportando.

Em L6 percebemos que o participante 6 atenta para o entrave da conexão com o software de compartilhamento de tela. Perceba que ele diz que toda vez que entra, o software gera um usuário diferente, ou seja, o software indica aos outros participantes que há outra pessoa *online*, sendo que o usuário já entrou novamente com outro login. Além disso, percebemos que há uma reclamação do participante quanto ao áudio. Nesta sessão tivemos alguns problemas como ruídos, interferências, repetição da voz, que depois foram desaparecendo. Alguns desses entraves de áudio, estão relacionados ao ambiente no qual o participante se encontra. A questão já apontada de delimitação do espaço de sala de aula aparecer ampliado, principalmente, quando se inclui o áudio como recurso de troca.

Na conversa de discussão sobre variáveis identificamos entraves tecnológicos mobilizados pelo participante 6. Percebemos que o sistema operacional utilizado pelo participante causou muitos entraves no software de compartilhamento de tela. A conexão do participante 6 caiu constantemente durante esta conversa, sendo necessário a inserção do ID novamente e a retomada das discussões.

A elaboração da atividade aparece com um alto percentual de entrave na identificação dos participantes e na proposta do *script*. Como já colocamos anteriormente as ações em vídeo, na maioria das vezes, não puderam identificar qual participante executava. Quanto à proposta do *script* entraves surgiram por parte do Participante 8, que entrou nesta fase da sessão e não estava a par da discussão inicial.

6.2.3 Discussão dos resultados do Grupo Beta

Discutiremos nesta seção os resultados do grupo Beta começando a discussão, com os aspectos da colaboração e seguindo com os entraves e conhecimento mobilizados nas conversas.

Identificamos na primeira conversa as três dimensões colaborativas simetria, acordo e alinhamento. O grupo contou com três participantes, no entanto, o Participante 8 participou apenas da etapa de elaboração da atividade. Sendo assim, na primeira conversa, os participantes 6 e 7 discutem sobre as dificuldades que os estudantes enfrentam quando estão aprendendo funções. Percebemos que a interação entre os participantes se deu de forma simétrica, ou seja, não houve uma predominância de papéis entre eles. Sendo assim, identificamos a presença de reatores, ou seja, eles deram feedbacks às respostas um do outro de forma positiva, gerando uma situação de acordo entre eles.

Percebemos que o número menor de participantes possibilitou aos sujeitos uma discussão melhor. Stahl (2006) aponta que os grupos menores são mais suscetíveis a identificação da presença da colaboração, no entanto, o autor destaca que não se deve desconsiderar sessões com grupos maiores. Os grupos maiores, segundo o autor, trazem contribuições relativas à diversidade de ideias para o grupo, mas para que a análise da interação seja bem sucedida, o planejamento do mediador deve considerar o tamanho do grupo, experiências pessoais, formação e outras características peculiares dos indivíduos envolvidos (DILLENBOURG; TCHOUNIKINE, 2007). As duas conversas seguintes, também, se mostraram colaborativas e segundo o modelo de Baker classificam-se em co-construção (simetria, alinhada e em acordo) e co-elaboração aquiescente (assimétrica, em acordo e alinhada).

Neste grupo também identificamos entraves. Os entraves que surgiram mais evidentes na sessão foram os entraves técnicos, tecnológicos e de identificação dos participantes. No começo da interação, o Participante 6 teve muitos problemas relacionados ao áudio e ao sistema operacional. O software Teamviewer apresentou problemas de conexão, quando instalado em um sistema operacional MAC. A conexão do participante 6 caiu a todo instante no início da sessão e além disso, o áudio dele quase não funcionou.

Também encontramos problemas com a identificação dos participantes. Como já havíamos discutido no grupo anterior, não conseguimos identificar o sujeito que agia na tela, ou seja, na etapa de elaboração da atividade não conseguíamos saber qual era o sujeito que digitava na tela. Neste caso, não conseguimos uma entrevista com nenhum dos participantes da sessão, sendo assim não soubemos quem executou as ações na tela.

Outra peculiaridade do grupo foi a construção da simulação que não foi realizada. O grupo ficou concentrado na discussão e na elaboração da atividade, então, pelo tempo estabelecido para a sessão eles não chegaram a construir a simulação. No entanto, a discussão gerou boas ideias e ações, que os levaram a definir melhor os objetivos e pensar na elaboração da questão a ser simulada.

Na etapa de discussão das atividades os participantes preocuparam-se com questões epistemológicas das funções, como a ideia de variável, conjuntos e relação. Entrando na discussão de funções como modelos de situações reais, os participantes discutem aspectos cognitivos, como destaca o Participante 7: “se eles aprendem apenas a calcular funções não significa que eles entendem de fato o conceito de funções”. Nesta afirmação, percebemos que os participantes discutem o fato do conceito de função perpassar do simples cálculo algébrico, para uma concepção mais elaborada, da relação de dependência entre grandezas. Os participantes consideraram elementos levantados na pesquisa de Sierpinska (1992), tanto na discussão quanto na elaboração, se preocupando com a abordagem do professor e a compreensão do conceito pelo estudante.

A caracterização das funções não foi discutida pelos sujeitos. A elaboração da atividade foi pautada na pesquisa de uma fonte externa, isto é, um texto pesquisado na internet. A partir disso, com o fenômeno já modelado no documento, discutiram os aspectos epistemológicos da função quadrática, sem discutir o motivo do modelo daquela situação ser colocado como uma função quadrática.

A partir das discussões os sujeitos começam a pensar em qual seria o público a quem direcionariam a atividade e o que seria importante explorar. Percebemos que a todo momento há uma interação colaborativa entre os participantes 6 e 7, que na etapa de elaboração é complementada pelo participante 8. Na etapa de elaboração, os sujeitos procuraram outras fontes, para elaborar uma situação

envolvendo função quadrática, como podemos ver na análise da dimensão alinhamento na conversa elaboração da atividade.

Estes resultados nos mostram que este grupo agiu colaborativamente e apesar de não chegar à construção, percebemos uma melhoria na interação se comparar ao outro grupo. O número menor de participantes contribuiu para isso, pois a discussão correu de forma simétrica e alinhada, sem muitas interferências. Um fator que influenciou para uma melhoria da colaboração foi o ambiente em que os participantes se encontravam. O grupo anterior estava reunido presencialmente, no mesmo espaço físico, enquanto que este grupo interagiu totalmente a distância. Não podemos afirmar se as sessões são mais eficazes em grupos menores, mas acreditamos que utilizando o ambiente montado por nós como ferramenta de comunicação, este é um fator a ser considerado. Por um lado, o ambiente montado apresentou uma melhoria significativa de comunicação com o grupo menor; por outro lado, com os grupos maiores, percebemos que a comunicação via áudio ficou comprometida. Sendo assim, acreditamos que o ambiente montado é mais eficaz no trabalho colaborativo com grupos menores.

Nesta sessão, percebemos que a colaboração ocorreu de forma eficiente e é mais eficaz que a cooperação. Compreendemos que as ideias compartilhadas pelos participantes 6 e 7 ajudaram a montar uma atividade melhor, considerando os aspectos didáticos, cognitivos e epistemológicos das discussões. As ações dos sujeitos na elaboração da atividade demonstram que trabalhar em um grupo colaborativo, permite pensar diferentes estratégias, para elaborar situações de ensino. Os participantes se permitiram imaginar possibilidades distintas para explorar o conceito, considerando as ideias individuais de cada um, mas chegando a um consenso, no qual o produto final beneficia e facilita a compreensão do estudante.

6.3 GRUPO GAMA

Nesta seção vamos fazer a análise dos dados do grupo Gama em termos de colaboração, ambiente colaborativo (entraves e potencialidades), etapas de elaboração da atividade e os conhecimentos que foram mobilizados.

O grupo Gama foi composto por cinco participantes, todos licenciandos em Matemática, que participaram da sessão no mesmo horário da disciplina de Prática de Ensino. Os registros coletados foram de áudio, chat e vídeo que foram transcritos e totalizaram 164 registros. Alguns participantes desta sessão se reuniram a distância, enquanto outros se reuniram presencialmente na instituição, mas utilizaram seu computador para participar da sessão. Os dados coletados foram distribuídos em quatro conversas que estão descritas a seguir:

Quadro 10: Conversas do grupo Gama

Etapa	Conversa
Listagem dos temas para discussão	Familiarização
Discussão com base nos temas listados	Discussão sobre as dificuldades na aprendizagem de funções
Elaboração da atividade, identificação dos objetivos de aprendizagem; montagem das etapas da atividade e detalhamento das atividades	Planejamento e elaboração da atividade
Execução da simulação	Execução da simulação

Fonte: elaborado pelo autor

Familiarização: como destacamos nos grupos anteriores, a conversa de familiarização, consiste em uma ambientação do participante no espaço estruturado pelo mediador. Neste grupo esta conversa caracteriza a interação entre o mediador e os participantes que já se encontravam *online*, conhecendo e testando os recursos disponíveis como o chat e o áudio.

Discussão das dificuldades na aprendizagem de funções: esta conversa compôs-se de discussão, entre os participantes da sessão, acerca das dificuldades dos estudantes na aprendizagem de funções.

Planejamento e elaboração da atividade: o mediador conduz os participantes nesta conversa para a elaboração da atividade a ser simulada no Modellus. Pode-se perceber nesta conversa que os participantes interagem na definição dos objetivos da atividade, assim como, a edição da atividade no Google Docs.

Execução da simulação: esta conversa finaliza a interação dos sujeitos e mostra a ação do participante que executa a atividade planejada no software Modellus.

6.3.1 Aspectos da Colaboração do Grupo Gama

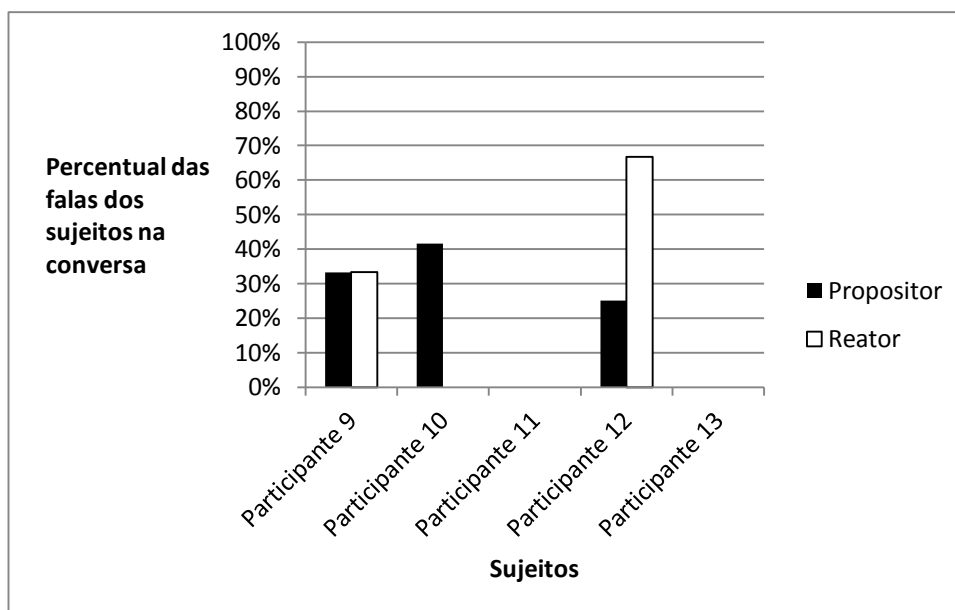
Nesta seção faremos a discussão da análise em termos de colaboração (simetria, acordo e alinhamento), além dos entraves e conhecimentos mobilizados no ambiente colaborativo. Neste grupo não vimos a necessidade do sujeito que trouxemos no grupo anterior: o participante não identificado. As ações que não conseguimos perceber a autoria no grupo anterior puderam ser identificadas neste grupo, por motivos que serão descritos adiante.

Análise da discussão sobre as dificuldades na aprendizagem de funções.

Dimensão Simetria

A discussão sobre as dificuldades na aprendizagem de funções concentrou mais os participantes na função de propositor.

Gráfico 24: Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator na discussão sobre as dificuldades na aprendizagem de funções



Fonte: elaborado pelo autor

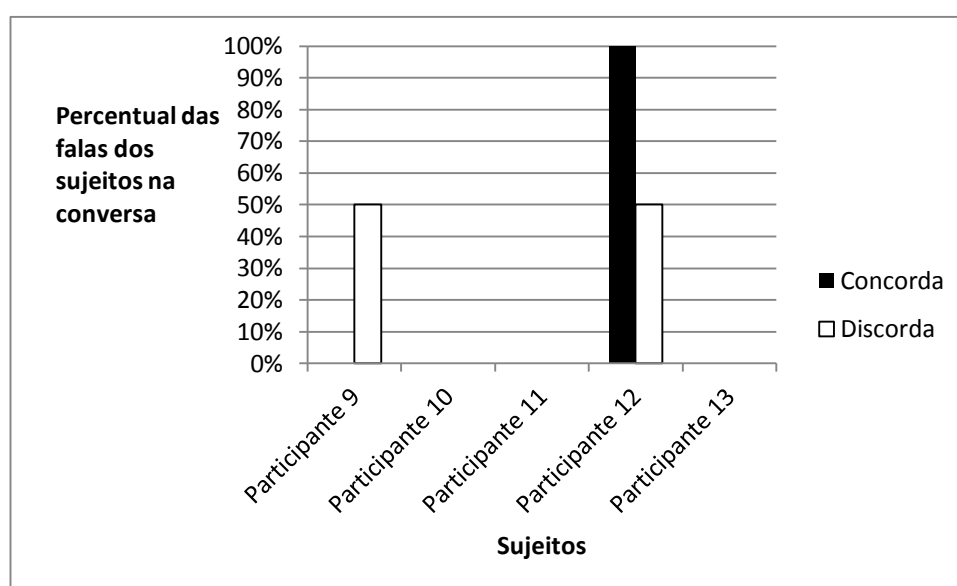
Observando este gráfico percebemos que há um percentual de propositores mais alto que o de reatores. Esta situação representa uma assimetria, pois o percentual de propositores predomina na conversa. A situação que apresentamos aqui mostra uma interação entre os participantes 9, 10 e 12. Vamos observar adiante que estes participantes preocupam-se em lançar situações as quais os estudantes observam dificuldades de seus alunos para a aprendizagem das

funções. Sendo assim, o percentual dos reatores é baixo já que eles não respondem (em sua maioria) aos questionamentos uns dos outros.

A seguir, vamos observar o gráfico da dimensão acordo e ver como se distribui o percentual de reação – positiva ou negativa – entre os participantes 9 e 12.

Dimensão Acordo

Gráfico 25: Distribuição percentual das interações por participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância na discussão sobre as dificuldades na aprendizagem de funções



Fonte: elaborado pelo autor

Nesta distribuição percentual, os reatores apresentam um índice de discordância em torno de 40% se juntamos os percentuais dos participantes 9 e 12. Dessa forma, podemos dizer que nesta conversa não ocorre o acordo entre os participantes.

Dimensão Alinhamento

Vamos discutir a dimensão alinhamento desta conversa, observando os trechos da interação pertinentes para a análise. A seleção dos trechos da conversa foi feita considerando os registros que se adequavam ao tema. Sendo assim, os outros trechos, que não apresentamos aqui, foram classificados como interações que não estavam dentro do tema, como algumas brincadeiras que surgem no bate papo e que não trazemos para a análise.

Linhas 1 – 3

L 1 Participante 10 (20:19): Os alunos tem grande problemas para criar e interpretar gráficos. Também não ouço mais o áudio.

L 2 Mediador (20:24): Pessoal... exponham as ideias. Preciso da participação de todos. Sugiro utilizar o chat, já que estamos com problemas no áudio.

L 3 Mediador (áudio): Pessoal seria interessante vocês fazerem a escrita, eu não consigo ouvir vocês. Estamos com um problema de áudio e um dos fatores determinantes da atividade é a participação de todos para que a gente possa reunir as ideias e montar a simulação.

Linhas 5 – 11

L 5 Participante 9 (20:26): Uma dificuldade é fazer o link de função com o dia a dia

L 6 Mediador (20:26): Porque será?

L 7 Participante 9 (20:27): Pois muitos se perguntam pra que função...

L 8 Participante 12 (20:27): Relacionar funções ao cotidiano

L 9 Mediador (20:27): As funções não são relacionadas a situações reais?

L 10 Participante 12 (20:27): Interpretar a sua forma geométrica

L 11 Participante 9 (20:27): Muitas vezes não. Apenas são ministradas de forma estritamente algébrica.

Linhas 16 – 23

L 16 Mediador (20:30): Isso... a predominância da álgebra é um fato na abordagem de funções. Quais as outras representações da funções? ou só existe a algébrica?

L 17 Participante 10 (20:31): a identificação da variação entre duas grandezas em situações cotidianas parece um ponto de partida comum no ensino médio

L 18 Participante 9 (20:31): Pronto Participante 10, agora temos o problema também de base.

L 19 Participante 12 (20:32): As funções na maioria das vezes são representadas de forma algébricas no cotidiano das salas de aula

L 20 Mediador (20:32): Mas existem outras formas? de representar as funções?

L 21 Participante 9 (20:32): O senhor está se referindo à gráfica?

L 22 Mediador (20:33): Também... outra?

L 23 Participante 12 (20:33): De forma gráfica e representativa

Linhas 26 – 30

L 26 Mediador (20:34): Muitas situações são modeladas por funções

L 27 Participante 10 (20:34): As expressões ajudam, mas entender que uma coisa pra acontecer depende de outra é primordial

L 28 Mediador (20:35): E as dificuldades que vocês colocaram aqui, são evidentes.

Isso Participante 10, cada representação, possui um papel fundamental no entendimento do conceito.

L 29 Participante 13 (20:37): Olá pessoal, somente agora consegui devido a problemas técnicos

L 30 Participante 10 (20:37): Até podemos elaborar uma simples tabela a partir de uma expressão mas só terá significado se cada elemento da expressão puder ser identificado

Observando os trechos da interação, percebemos que os participantes se engajam na discussão, cada um defendendo sua posição, deixando sua contribuição. Retomando um pouco as outras dimensões (simetria e acordo), note que os percentuais podem ser traduzidos quando observamos os trechos. Quase não temos posicionamento de reator e o percentual das proposições é bem mais alto que o das reações. Nesta conversa os participantes estão interagindo na mesma base semântica: as dificuldades de aprendizagem das funções. Sendo assim, podemos dizer que a conversa está alinhada.

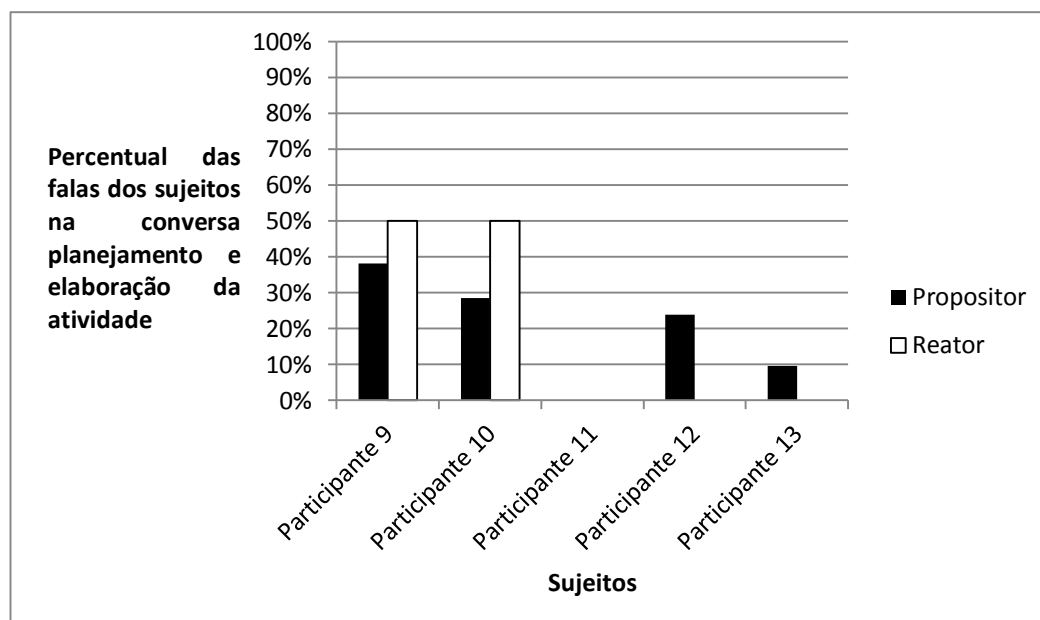
Cada participante levanta uma questão em torno do tema. Inicialmente, o Participante 10 coloca que interpretar gráficos e criá-los é uma dificuldade que os alunos têm quando estudam funções. Em seguida, o Participante 9 diz que ligar as funções com situações reais é outra dificuldade que é encontrada pelos estudantes, em seguida também levanta a questão da abordagem estritamente algébrica. Já o participante 10 levanta a questão da relação entre grandezas, ou seja, entender que uma depende da outra é primordial na compreensão do conceito. O participante 12 entra concordando em alguns pontos dos participantes 9 e 10, mas por vezes insere sua posição dentro das questões já levantadas.

Na seção seguinte, vamos discutir sobre a colaboração no processo de elaboração e planejamento da atividade.

6.3.1.1 Conversa Planejamento e Elaboração da Atividade

Dimensão Simetria

Gráfico 26: Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator no planejamento e elaboração da atividade

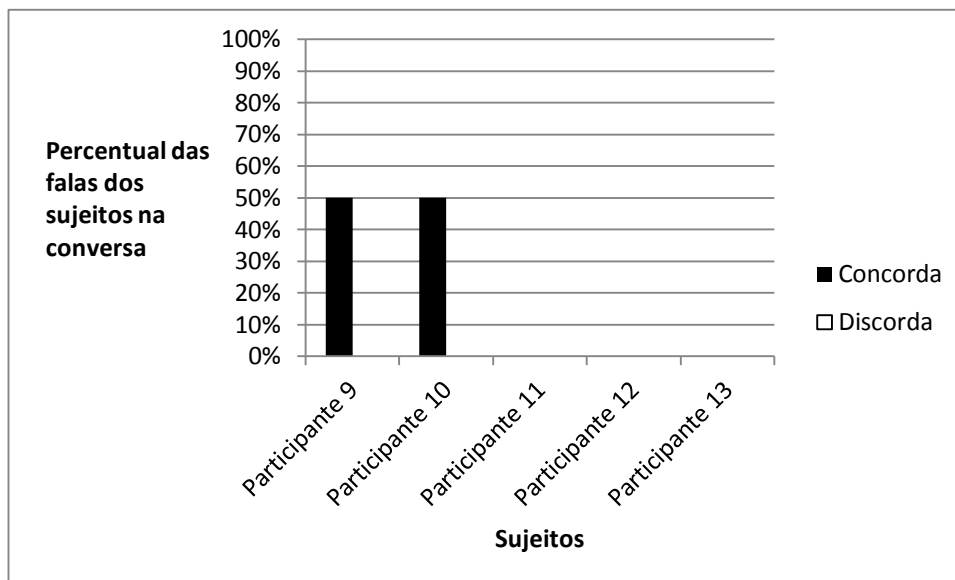


Fonte: elaborado pelo autor

Nesta conversa também observamos que o percentual de propositores foi maior que o de reatores. A média percentual de propositores foi de aproximadamente 64%, enquanto que a de reatores foi de 17%. Essa diferença nos faz chegar a conclusão de mais uma conversa assimétrica, considerando a diferença existente no percentual de propositores e reatores.

Dimensão Acordo

Gráfico 27: Distribuição percentual das interações por participante segundo o posicionamento de concordância ou discordância no planejamento e elaboração da atividade



Fonte: elaborado pelo autor

O gráfico anterior é bastante claro ao mostrar o percentual de concordância nesta conversa. Percebemos neste caso que há um alto percentual de concordância, levando em consideração os sujeitos que agem como reatores. Nas análises do acordo, estamos considerando apenas o percentual com base nos participantes que dão seus feedbacks aos propositores. Então, neste caso, apesar de haver um baixo percentual de reatores dizemos que a concordância foi alta porque estamos considerando que todos os participantes que deram seus feedbacks concordaram.

Dimensão Alinhamento

L 31 Mediador (20:37): Vocês apontaram coisas importantes aqui. Eu gostaria que vocês agora, pensassem em uma atividade, pautada nessas dificuldades que vocês apontaram.

L 32 Participante 12 (20:37): Sim, temos o típico caso da corrida de taxi, onde o passageiro paga o preço fixo mais o valor variável por quilômetro rodado

L 34 Participante 9 (20:40): Tarifas de estacionamento tb!

L 36 Participante 11 (20:40): Prof. n estou escutando sua voz

L 37 Mediador (20:41): Estamos usando mais o chat, pois tivemos problemas com o áudio.

L 38 Participante 10 (20:41): Sim Participante 12, este é um exemplo clássico e que ajuda inicialmente aos alunos entenderem uma situação cotidiana

L 40 Participante 9 (20:43): Uma atividade onde teria relações entre o deslocamento entre cidades usando o taxi.

L 42 Participante 9 (20:44): E outra usando uma tarifa de estacionamento podemos usar o cursor?

L 43 Mediador (20:45): Pode sim usem minha tela e digitem as ideias abaixo dessas palavras

Mediador (áudio): bom pessoal, eu vou deixar aqui o Participante 9, o Participante 12 e o Participante 10 construir a ideia da atividade. Lembrem que a ideia da atividade, além da criatividade de vocês, que vocês terão aí para elaborar, vocês precisam definir os objetivos. Toda atividade construída ela tem um objetivo de aprendizagem. Lembrem-se que a ideia de vocês deve ser flexível, de tal maneira que ela possa ser transferida para o Modellus no formato de simulação.

L 46 Participante 11 (20:48): Prof. gostaria q o senhor me explicasse pois n estou entendendo

L 47 Mediador (20:50): Oi Participante 11! Discutimos primeiro, sobre as dificuldades dos estudantes, no que diz respeito às funções.

L 49 Mediador (20:51): Agora estamos tentando montar uma atividade, que possa ser criada no software Modellus. Quem está responsável pela ideia é o Participante 10, o Participante 12 e o Participante 9. Os outros desempenharão funções diferentes mais a frente ok?

L 51 Participante 10 (20:53): Participante 12 já pode digitar algo sobre a função polinomial do 1º grau para o Modellus

L 52 Vídeo (Participante 12): edição no google docs: Atividade sugerida para

L 53 Vídeo (Participante 12): edição apagada do google docs "Atividade sugerida para"

L 54 Participante 9 (20:54): Joao saiu da cidade A para a cidade B, onde a distancia é de 50 km. O taxi usado para o deslocamento tem uma tarifa unica de RS 5,40 e RS 2,00 a cada km percorrido. Quanto Joao gastou? Estaríamos relacionando com uma atividade básica um valor mínimo

L 55 Mediador (20:56): Coloquem a ideia no documento aberto

L 56 Participante 9 (20:56): Para poder usar o taxi

L 57 Mediador (20:57): Também definam o objetivo da atividade.

L 58 Participante 10 (20:57): Ok Participante 9, a expressão fica $p(x) = 2,00x + 5,40$

L 59 Participante 9 (20:57): Justamente. Podíamos melhorar a ideia de função. Ideias?

L 65 Participante 10 (21:00): Objetivos: exercitar a construção de gráficos, identificar uma propriedade característica da função afim, criar a possibilidade de integração com outra área do conhecimento

L 66 Mediador (21:00): Coloquem isso no documento

L 71 Vídeo (Participante 10): edição no google docs:

Objetivos da atividade proposta com uso da função afim:

- Exercitar a construção de gráficos

L 72 Participante 10 (21:04): Eu Participante 10, se quiser eu paro para vc digitar o problema

L 73 Participante 12 (21:05): Um estacionamento cobra um preço fixo de 5 reais mais uma taxa 25 reais por hora que o veículo passa estacionado. Sabendo que o veículo passou 3h no estacionamento, quanto que o dono do veículo vai pagar?

L 74 Participante 10 (21:06): Como é pessoal ainda faltam os objetivos restantes para eu digitar

L 76 Vídeo (Participante 10): edição no google docs:

- Identificar uma propriedade característica da função afim.

- Criar possibilidades de integração com outra área do conhecimento.

L 77 Participante 10 (21:09): Acabei de digitar os objetivos digitem a questão.

L 78 Vídeo (Participante 13): *Um estacionamento cobra um preço fixo de 5 reais mais uma taxa de 25 reais por hora que o veículo passa estacionado. Sabendo que o veículo passou 3h no estacionamento, quanto que o dono do veículo vai pagar?*

L 79 Mediador (21:10): *Definido o problema, vamos agora tentar colocar essa situação no Modellus ok?*

L 84 Participante 12 (21:11): *O objetivo dessa atividade é proporcionar aos alunos o conhecimento de funções por meio de uma situação de ensino aprendizagem a qual os alunos consigam contextualizar o conhecimento de função afim.*

Nesta conversa de planejamento e elaboração da atividade, percebemos uma forte interação entre os participantes. Apesar de ocorrer assimetria, percebemos que os participantes interagem fortemente, expondo suas ideias para a construção da atividade. Achamos pertinente deixar esta conversa sem a separação por trechos, pois conseguimos perceber o processo de construção por inteiro, sem haver uma separação de etapas.

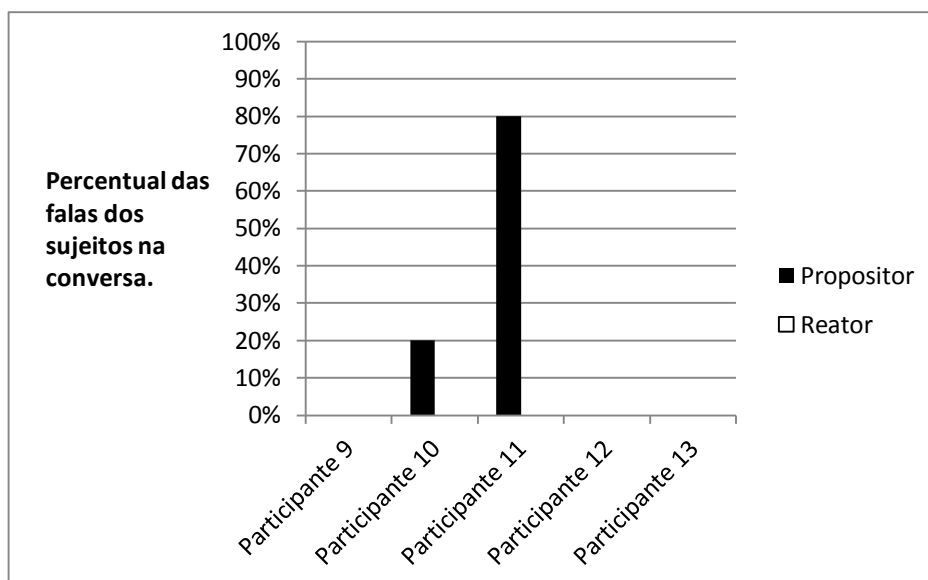
Percebemos na interação que os participantes reúnem-se para planejar e elaborar a atividade. Na L 32 e L 34 os participantes já começam a elencar situações que podem ser modeladas por meio da função afim. Na L 54 percebemos que o Participante 9 sugere uma questão e, mais adiante, pede ajuda aos colegas para incrementar a questão, de modo que ela possa explorar mais conceitos da função afim. Enquanto isso, o Participante 10 digita os objetivos da atividade e os Participantes 12 e 13, deixam suas contribuições criando mais situações modeladas pela função afim. O que não conseguimos identificar é como os participantes chegam a um consenso da questão a ser explorada simulada no Modellus.

Observando as interações, podemos dizer que os participantes estão alinhados. Embora tenhamos observado uma separação na realização das tarefas, ou seja, cada participante executando uma ação, essa limitação não é dos sujeitos e sim do ambiente. Como esclarecemos anteriormente, o ambiente não permite a edição de vários sujeitos ao mesmo tempo, sendo assim é necessário os participantes esperarem, para que os outros possam usar o cursor.

6.3.1.2 Conversa Execução da Simulação

Dimensão Simetria

Gráfico 28: Distribuição percentual das interações por participante segundo papel de propositor e reator na execução da atividade



Fonte: elaborado pelo autor

Percebemos que nesta conversa há um caso evidente de assimetria. Observe que no gráfico anterior, não percebemos a presença do reator. Neste caso, a conversa torna-se assimétrica já que o papel de propositor predomina na situação. Dessa forma, podemos afirmar que não ocorre acordo e nem desacordo, pois não há reatores na interação e, portanto, a dimensão acordo não pode ser analisada neste caso. Vamos observar adiante que esta interação ocorreu apenas entre o Participante 11 e o mediador, sendo assim não observamos o papel de reator.

Dimensão Alinhamento

L 85 Mediador (áudio): Bom, agora o Participante 13 e o Participante 11 podem ver como vocês irão construir a simulação. O Modellus é um software que trabalha com modelagem matemática. Vocês podem inserir o problema no bloco notas e inserir no modellus, depois devem criar um modelo, na caixa de modelo matemático, que possa simular a atividade proposta. Eu vou apresentar alguns exemplos que o próprio Modellus traz.

L 89 Vídeo (mediador): são mostrados exemplos de simulações trazidas no próprio software. Uma linha gerada pelo movimento da direção de um vetor, em um plano cartesiano, onde o usuário mexe no vetor, usando um controle na simulação.

Exemplo 2: uma bola de basquete lançada na cesta, por um vetor em simulação, onde a função é representada pela velocidade em função do tempo.

- L 90 Participante 10 (21:17):** O Participante 13 teve problemas técnicos e tá entrando novamente
- L 91 Participante 11 (21:18):** Prof. tive prob com a net, e perder a maioria da sua explicação
- L 92 Mediador (21:18):** Então fica a cargo do Participante 13 e do Participante 11, construírem a simulação, com base no problema definido por vocês.
- L 93 Participante 10 (21:22):** Eu posso ajudar também?
- L 94 Mediador (áudio):** Pode ajudar também Participante 10.
- L 95 Participante 10 (21:24):** Se precisarem de min estou aqui
- L 96 Participante 11 (áudio):** Bom, eu já tenho uma ideia de como será a função, agora estou meio perdido nessa questão da simulação.
- L 97 Mediador (áudio):** Você usa a caixa de modelo matemático para expressar sua ideia e pode pedir ajuda aos meninos quando tiver alguma dificuldade.
- Vídeo e áudio (Participante 11):** Digita na caixa de modelo matemático do Modellus: $x = 25 \text{ quadrado } t$. A questão é essa aí, fica dando erro no modello.
- L 98 Mediador (áudio):** é que 25 multiplica t , lembre de usar o asterisco para representar a multiplicação.
- L 99 Vídeo (Participante 11):** digita $25 \times t + 5$.
- L 102 Vídeo (Participante 11):** é inserida uma partícula no Modellus e selecionada a figura de um corredor.
- L 103 Participante 11 (áudio):** A variável é " t " né? Já está aqui.
- L 105 Participante 11 (áudio):** acho que está tudo aqui, agora, ele quer saber quando " t " for igual a 30 né isso?
- L 106 Mediador (áudio):** é. Vamos animar aqui para ver o que acontece.
- L 107 Participante 11 (áudio):** Certo.
- L 108 Vídeo (Participante 11):** O play do modellus é clicado e a imagem do corredor não se move.
- L 109 Mediador (áudio):** Por que será que não acontece nada?
- L 110 Participante 11 (áudio):** Não está acontecendo nada né?
- L 111 Mediador (áudio):** é, não tá acontecendo nada. Por que será? Deve ter alguma coisa aí que não está batendo.
- L 112 Participante 10 (áudio):** Mediador?
- L 113 Mediador (21:28):** Aqui
- L 114 Participante 10 (21:28):** Uma dúvida toda vez que escrevo uma função é necessário pedir pra interpretar?
- L 115 Mediador (21:29):** Sim, é necessário.
- L 116 Participante 9 (21:30):** Professor eu e Participante 12 temos aula presencial agora, tem algum problemas nos ausentarmos?
- L 117 Mediador (áudio):** não pessoal, sem problema.

Observando a interação da execução da simulação, percebemos que nesta etapa o grupo não esteve alinhado. Entre as linhas 96 e 111 percebemos que há um diálogo entre o Participante 11 e o Mediador, mostrando que os outros participantes não se posicionaram na conversa. O mediador inicialmente designa a execução da simulação para os Participantes 11 e 13; no entanto, por problemas técnicos o participante 13 não aparece. Por outro lado, na linha 93 o Participante 10 se dispõe a ajudar os colegas, mas diante da dificuldade do Participante 11 em utilizar o software, não percebemos nenhuma reação do Participante 10 para ajudá-lo.

Nos trechos da interação ainda conseguimos observar que a falta de familiarização com o Modellus não permitiu que o Participante 11 finalizasse a simulação. O fator tempo também influenciou nesta conversa. Perceba que na linha 116 os participantes precisam se ausentar da sessão, sendo assim, a simulação não é finalizada pelo grupo.

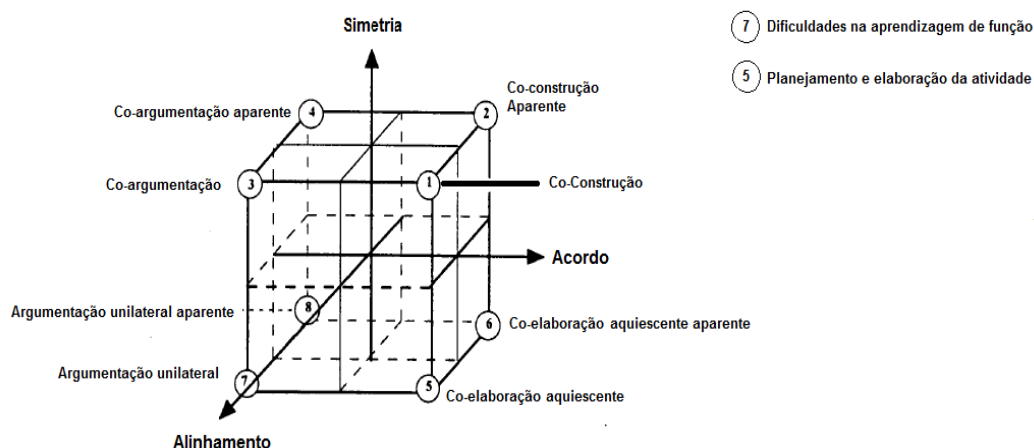
Não havendo a dimensão acordo e como a conversa não está alinhada, podemos afirmar que pelo modelo de Baker o grupo não colaborou nesta etapa. A execução da simulação ficou centralizada em um sujeito, o grupo não cooperou e nem colaborou neste caso.

Quadro 11: Classificação dos aspectos da colaboração no modelo de Baker – Grupo Gama

Conversa	Classificação nas dimensões da colaboração	Classificação no modelo de Baker
Dificuldades na aprendizagem de funções	Assimétrica, em desacordo e alinhada.	Argumentação unilateral
Planejamento e elaboração da atividade	Assimétrica, em acordo e alinhada.	Co-elaboração aquiescente
Execução da simulação	Assimétrica e alinhada.	Sem definição

Fonte: elaborado pelo autor

Figura 6: Esquema do modelo de Baker (2002) adaptado – Grupo Gama



Fonte: elaborado pelo autor

Neste grupo tivemos apenas duas conversas que puderam ser classificadas de acordo com o modelo de Baker. A primeira conversa, classificada como argumentação unilateral, mostra a interação na parte inferior do cubo, onde há alinhamento, assimetria e não há acordo, representada pelo número 7. A argumentação unilateral caracteriza uma conversa na qual há apenas um papel em

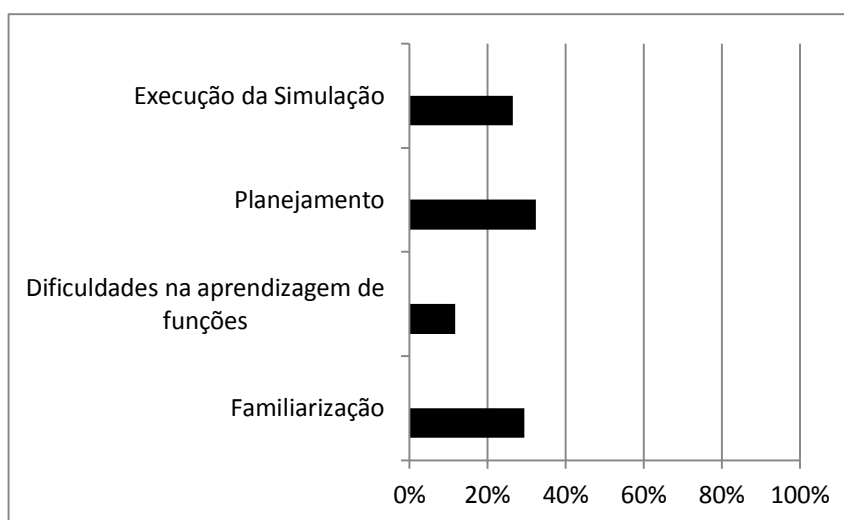
destaque (propositor), os participantes não chegam a um consenso (desacordo), mas estão dentro do mesmo contexto (alinhados).

A segunda conversa é classificada em uma categoria que já conhecemos dos grupos anteriores: a co-elaboração aquiescente. Neste caso, os participantes estão dentro do mesmo contexto (alinhados), há um papel em destaque (propositor) e há o acordo (aquiescência), isto é, os participantes concordam com o propositor, mas não levantam argumentos dentro da interação.

6.3.2 Entraves e Conhecimentos Mobilizados do Grupo Gama

Nesta seção, descreveremos a análise do grupo Gama em termos de entraves identificados em cada conversa, e conhecimentos mobilizados nas etapas de elaboração da atividade. Seguiremos o padrão de análise utilizado nos grupos anteriores, utilizando gráficos para demonstrar o percentual de entraves e conhecimentos identificados.

Gráfico 29: Distribuição percentual de falas com entraves por conversa - Grupo Beta

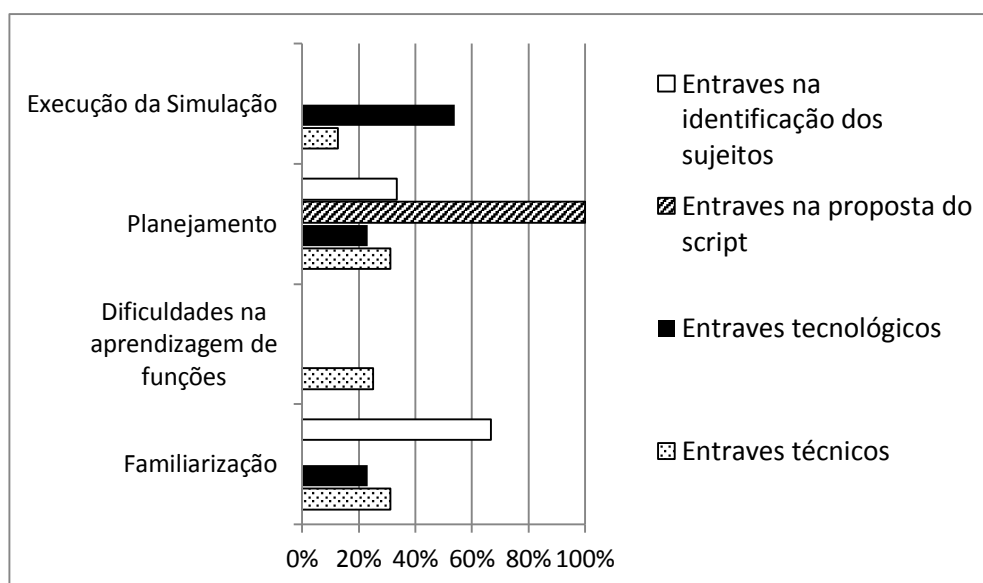


Fonte: elaborado pelo autor

De acordo com as análises dos entraves que já fizemos, observamos neste caso uma similaridade com os outros grupos. Observe que as falas com entraves aparecem com um percentual mais alto na conversa de familiarização. Assim como justificamos anteriormente, esta conversa mostra as interações dos participantes que chegam na sessão, ainda, sem estar a par do ambiente estruturado, acarretando uma série de dúvidas e entraves.

Também percebemos que o percentual de entraves é acentuado na conversa execução da simulação. Observando a dimensão alinhamento desta conversa, percebemos que o Participante 11 sente algumas dificuldades na manipulação do software Modellus. Sendo assim, este percentual corresponde às dúvidas deste participante. A seguir, faremos a discussão dos tipos de entrave identificados em cada conversa, assim, poderemos observar os tipos de entraves que aparecem no gráfico anterior.

Gráfico 30: Percentual de falas por tipos de entraves por conversa do Grupo Gama



Fonte: elaborado pelo autor

Vamos comentar sobre cada tipo de entrave, começando pelo que aparece em todas as conversa: o entrave técnico. Percebemos no gráfico anterior que o entrave técnico aparece em todas as conversas, mesmo com um percentual não muito alto. Este tipo de entrave foi muito comum no ambiente que utilizamos, pois tivemos muitas dificuldades, principalmente de áudio. Sendo assim, nas conversas deste grupo, identificamos a todo o tempo alguns participantes que não escutavam a voz do mediador. Além disso, também percebemos neste grupo, que alguns participantes tiveram muitas dificuldades para entrar e permanecer no ambiente. Identificamos participantes com dificuldades de acesso pelo Teamviewer, no entanto, não sabemos especificamente qual o problema de cada um.

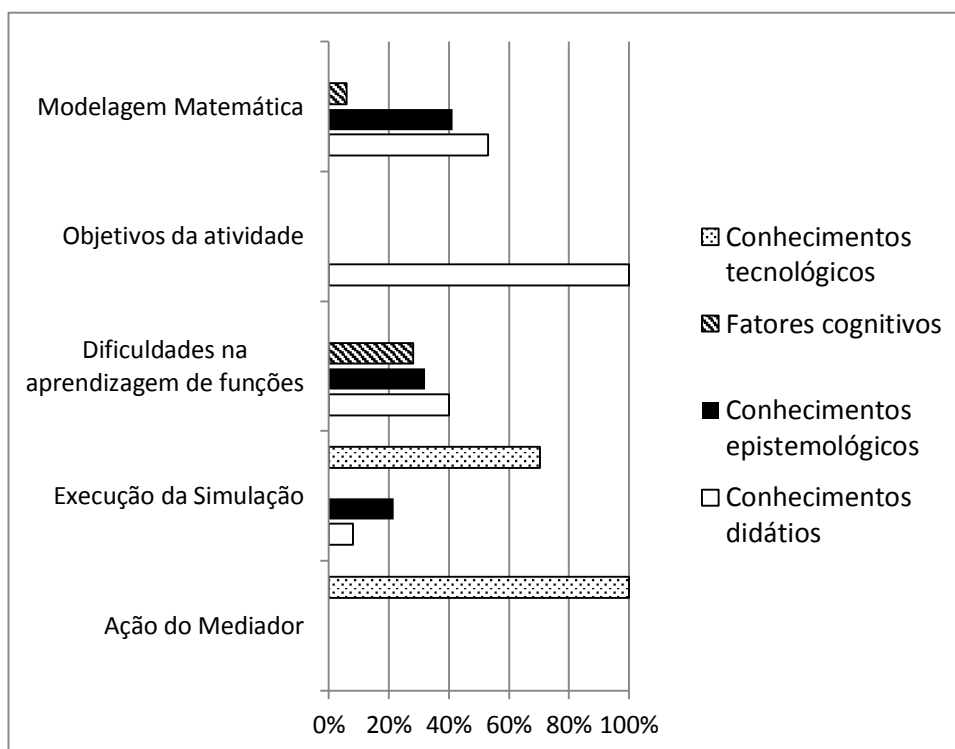
Os entraves tecnológicos aparecem em seguida, não sendo identificados apenas na conversa de dificuldades na aprendizagem de funções. Os entraves

tecnológicos apareceram na utilização dos softwares disponibilizados no ambiente. O Teamviewer e o Modellus são os softwares que aparecem mais fortemente, quando identificamos este tipo de entrave. Percebemos que a falta de intimidade com estes softwares contribuiu para o aumento no percentual dos entraves tecnológicos. Já na fase de planejamento, a utilização do Google Docs também gera alguns conflitos. No entanto, a dificuldade específica é na autoria da edição do documento, ou seja, quem vai digitar objetivos, ideias e a atividade. Há um conflito nessa edição, pois o Teamviewer permite que apenas um usuário manipule a tela do mediador, então não sabendo disso, os participantes querem todos editar ao mesmo tempo, gerando um entrave tecnológico.

Os outros entraves, de identificação e na proposta do *script*, aparecem em conversas específicas e não foram determinantes na sessão. A identificação dos participantes foi um entrave que nos prejudicou um pouco, pois não pudemos observar o sujeito que executa a ação. Mesmo utilizando o participante não identificado para categorizar as ações, não podemos dizer se em um determinado momento, a ação é executada por um sujeito apenas ou por sujeitos (cada um de uma vez) distintos que não se identificam. Os entraves na proposta do *script* ocorrem apenas quando os sujeitos não conseguem seguir a etapa do roteiro proposto, neste caso, ocorreu frequentemente no planejamento da atividade.

Agora, vamos observar os conhecimentos identificados em cada etapa de elaboração da aula. A seguir, mostramos o gráfico que traz o tipo de conhecimento: didático, epistemológico, fator cognitivo ou tecnológico em cada fase de elaboração da aula.

Gráfico 31: Percentual de falas que revelam os tipo de conhecimento mobilizado na elaboração da aula



Fonte: elaborado pelo autor

Observando o gráfico podemos perceber os conhecimentos mobilizados nas etapas de elaboração da aula. Inicialmente, notamos que o conhecimento tecnológico é mobilizado nas ações do mediador e durante a execução da simulação. Quanto às ações do mediador, podemos concluir que os participantes necessitaram de uma intervenção, relacionada ao aspecto tecnológico. Se observarmos a execução da simulação, este conhecimento também aparece fortemente. Fazendo um link com a conversa que mostramos anteriormente na dimensão alinhamento, perceberemos que na conversa da execução da simulação, o mediador e o Participante 11 fazem uso constante desse tipo de conhecimento.

O participante 11 necessita de algumas intervenções do mediador para auxiliá-lo na manipulação do software Modellus. Sendo assim, justificamos o percentual observado no gráfico, no qual o conhecimento tecnológico aparece tanto nas ações do mediador, quanto na execução da simulação. Outro conhecimento tecnológico mobilizado pelo mediador são as instruções que ele dá aos participantes na manipulação do Teamviewer. Percebemos durante a sessão, que o mediador intervém na interação, auxiliando os participantes quanto à utilização do software.

Passando para outro tipo de conhecimento, o fator cognitivo, percebemos um baixo percentual neste grupo. Olhando para a etapa de discussão das dificuldades, percebemos que os participantes trazem para a conversa preocupações relacionadas à abordagem utilizada nas escolas e sua influência na aprendizagem dos estudantes. Dentro desse contexto, surgem preocupações relacionadas às representações das funções e as interpretações gráficas e algébricas que os estudantes fazem quando estão aprendendo funções. Por outro lado, quando entramos no debate sobre modelagem, os participantes elencam como os estudantes não conseguem relacionar funções com situações cotidianas, acarretando em um esforço cognitivo muito maior para compreender o conceito de função.

Os conhecimentos epistemológicos permeiam a interação aparecendo nas etapas de discussão das dificuldades, modelagem matemática e na execução da simulação. Este tipo de conhecimento é indissociável destas etapas de elaboração da aula, tendo em vista, que os conceitos e propriedades das funções estão imbricados nessas etapas. Na discussão das dificuldades, os participantes sempre colocam algum conceito de função que está intimamente ligado com a situação, por exemplo, na primeira conversa analisada deste grupo percebemos no alinhamento que um participante se refere à relação de dependência entre grandezas, um aspecto epistemológico do conceito de função.

Finalmente, também percebemos o conhecimento didático envolvido nestas etapas. Na elaboração dos objetivos, os participantes usam da prática docente para estipular os objetivos da atividade. Além disso, na discussão quando a conversa toma um direcionamento para a modelagem, os participantes demonstram a necessidade de abordagens distintas, ligadas a uma situação real, assumindo o papel do professor quando estão discutindo o tema proposto. Sendo assim, percebemos que a situação contribuiu na formação dos participantes, de modo que eles fazem uso de conhecimentos distintos para elaborar uma situação de ensino, com um planejamento direcionado e pensando em todos os aspectos que podem influenciar na atitude do estudante quando estiver interagindo com a simulação produzida.

6.3.3 Discussão dos resultados do Grupo Gama

Descreveremos aqui os resultados do grupo Gama, iniciando a discussão pelos aspectos da colaboração, seguindo com os entraves e conhecimentos mobilizados. O grupo gama apresentou algumas diferenças relacionadas aos aspectos da colaboração. A terceira conversa execução da simulação não pode ser analisada à luz do modelo de Baker. Isso porque não foram identificados reatores na conversa, gerando uma interação unilateral do Participante 11 com o mediador. A ausência de reatores gera a impossibilidade de enxergar a dimensão acordo, pois nesta dimensão, observamos o grau de concordância e discordância dos sujeitos envolvidos na sessão.

Por outro lado, conseguimos analisar as duas primeiras conversas utilizando o modelo de Baker. Nessas conversas, percebemos a presença de colaboração, mas não necessariamente do acordo ou da simetria. A primeira conversa, na qual os participantes discutiram as dificuldades relacionadas à aprendizagem das funções pelos estudantes, foi assimétrica e os participantes estavam em desacordo.

A primeira conversa foi marcada pelas considerações dos participantes 9, 10 e 12, que expuseram suas ideias, mas poucos reagiram às colocações uns dos outros. Os participantes relacionaram as dificuldades dos estudantes à falta de contextualização no ensino de funções, a abordagem dos professores que se resume à álgebra e à falta de compreensão da função como uma relação entre grandezas. Eles discutiram estes aspectos, dando feedbacks negativos uns aos outros. Mais uma vez, percebemos a presença de elementos destacados na pesquisa de Sierpinski (1992). Nos três casos, identificamos que os licenciandos colocam a falta de compreensão dos estudantes, no que diz respeito às funções como uma relação de dependência entre grandezas. Acreditamos que isso é resultado da desvinculação do ensino de funções com situações de modelagem. Na modelagem, a identificação do objeto matemático que modela a situação, perpassa por uma compreensão completa do conceito, levando o sujeito a pensar na situação diretamente ligada com a Matemática.

A assimetria se mantém na segunda conversa, na qual identificamos a participação de todos os sujeitos, exceto do Participante 11. No planejamento e elaboração da atividade, há uma forte incidência de propositores, mas uma baixa

incidência de reatores. Sendo assim, a conversa se configurou como assimétrica. No entanto, apesar de um baixo índice de reatores, houve concordância entre eles. Percebemos feedbacks positivos, identificados quando um participante sugeriu uma questão e o outro concorda, mas sem detalhar sua opinião sobre a ação do outro.

Na conversa de planejamento e elaboração da atividade os participantes deram suas sugestões de questões a serem transformadas em uma simulação. Percebemos que os propositores lançaram ideias voltadas para função afim, propondo questões usando tarifa de táxi ou tarifas de estacionamento. Eles decidiram como objetivos a identificação de propriedades da função afim, conectar a ideia de função a outras situações e exercitar a construção e manipulação de gráficos. Para montar a atividade as ações na tela foram divididas entre os membros do grupo, por uma limitação tecnológica do software Teamviewer, que não permite dois ou mais usuários utilizarem a tela sem um interferir na ação do outro.

Durante o planejamento os licenciandos pensam na situação sem considerar a caracterização da função. Notamos que os sujeitos pensam em situações onde o tipo de função como modelo é o mais evidente possível. Por exemplo, na situação de tarifa de táxi os licenciandos não justificam o porquê do uso da função afim como objeto matemático da modelagem. Eles acreditam que a situação por si mesma evidencia o tipo de função a ser utilizada, mostrando uma necessidade de aprofundar o conhecimento voltado para o ensino na Educação Básica.

A terceira conversa de execução da simulação ficou concentrada no Participante 11. O Participante 13 teve alguns problemas de conexão e o mediador interagiu com o Participante 11 na construção da simulação. Esta intervenção do mediador foi necessária, pois o sujeito precisava de ajuda para manipular o software Modellus. Este fator gerou um problema para a análise utilizando o modelo de Baker. O mediador não é um personagem que colabora na sessão, sua função é guiar e instruir os participantes. Sendo assim, a categorização da sua atuação nesta conversa entrou na categoria de ações do mediador, deixando a conversa com um propositor e nenhum reator.

O mediador mais uma vez assume o papel de participantes da sessão. Como afirma Dillenbourg (2002) é necessário uma imparcialidade do mediador, que neste caso não ocorreu. Por outro lado, o mediador viu a necessidade do participante para

construir a simulação e mesmo com a disponibilidade evidenciada pelo participante 10, nenhum outro membro da sessão se dispôs para ajudar.

Isso acarretou a falta de acordo na conversa, impossibilitando a análise pelo modelo de Baker. Mas, não quer dizer que não possamos classificar esta conversa como colaborativa ou não, pois analisando a conversa percebemos que realmente não houve colaboração e nem cooperação. A conversa ficou na responsabilidade de um sujeito apenas, tendo o mediador para instruí-lo, deixando que este sujeito tomasse suas próprias decisões sem interagir com outro membro do grupo.

Em um panorama mais geral, podemos dizer que as duas primeiras conversas são colaborativas, mas a terceira é uma ação individual. Pudemos observar neste grupo que o mediador não conseguiu envolver os sujeitos no processo de construção da simulação. Nenhum dos outros participantes, mesmo percebendo a necessidade, se envolveu nas ações do Participante 11. Faltou um engajamento do grupo e uma ação mais efetiva do mediador para reunir a todos e solicitar que agissem juntos na finalização da sessão.

Não podemos apenas dizer que as falhas encontradas nos aspectos da colaboração foram da mediação. Assim como nos outros grupos, os entraves identificados contribuíram para que a sessão não fosse, em sua totalidade, colaborativa. Os entraves técnicos (áudio, conexão...) e os entraves tecnológicos (utilização dos softwares), apareceram com uma incidência forte neste grupo.

Os problemas que surgiram na sessão afetaram principalmente os participantes 11 e 13. O participante 11 quase não conseguia manter sua conexão, além de ter problemas a todo instante com o áudio. O participante 13 também não conseguiu conectar-se de imediato e em alguns instantes, tivemos que retomar a discussão. Por outro lado, não tivemos muitos problemas relacionados à identificação dos sujeitos. Este grupo sempre sinalizava o participante que estava executando alguma ação na tela, por exemplo, quando o Participante 10 digitou os objetivos no Google Docs outro participante questionou: quem está mexendo? E ele responde: O participante 10. Isso ocorreu involuntariamente durante a sessão, então foi possível identificar as ações dos sujeitos na tela.

Os entraves tecnológicos surgiram porque os participantes tiveram problemas na utilização dos softwares. Os softwares em questão foram principalmente o

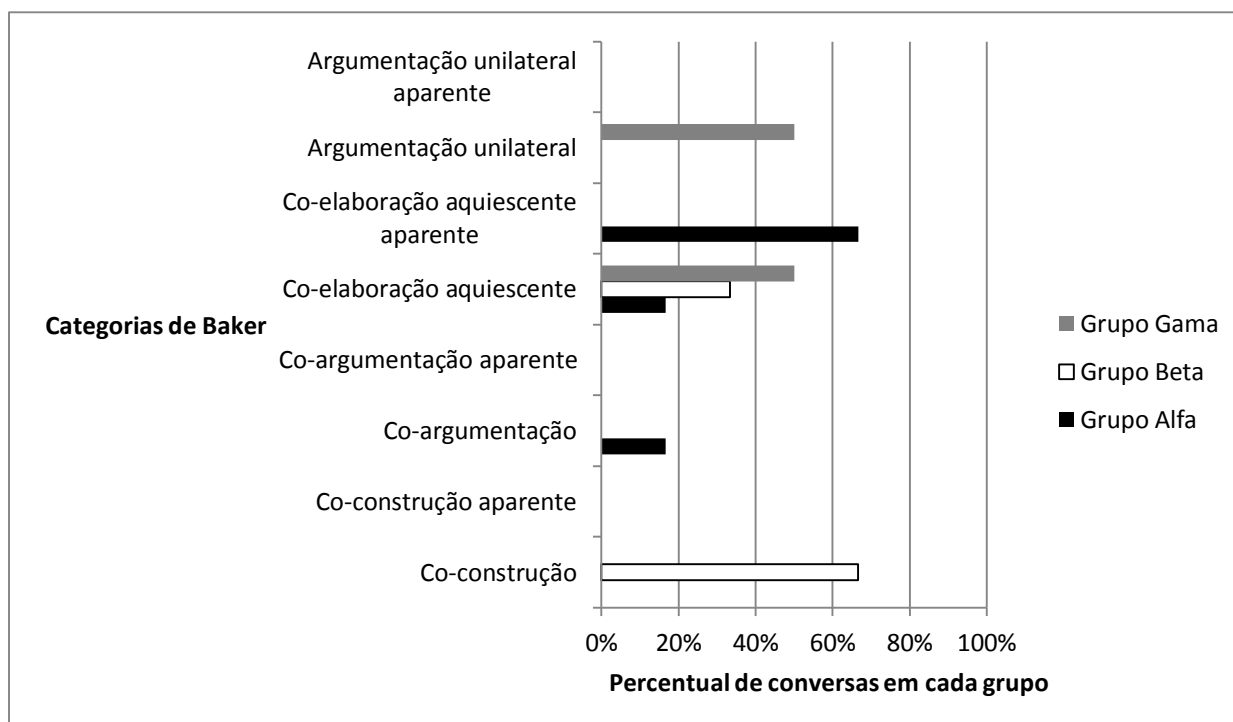
Modellus e o Teamviewer. O Teamviewer gerou problemas relacionados ao acesso dos participantes, principalmente, o participante 11 que não conseguiu acessar o ambiente. Além disso, percebemos que o participante 11 também teve dificuldade em executar a simulação por falta de familiarização com o Modellus. O participante sentiu dificuldades para inserir a equação, lançar a partícula e anima-la, enfim, todo o processo de simulação foi prejudicado por essa dificuldade.

6.4 SÍNTESE DOS RESULTADOS DOS TRÊS GRUPOS

Nesta seção faremos uma síntese dos resultados que foram apresentados ao final da discussão da análise de cada grupo. Queremos aqui situar melhor o leitor, sobre os aspectos analisados em cada grupo, ou seja, os aspectos da colaboração, os entraves das sessões e conhecimentos mobilizados em cada caso.

Inicialmente, vamos trazer um gráfico que distribui os aspectos da colaboração, identificados em cada caso segundo o modelo de Baker. A partir daí, faremos a síntese da discussão dos resultados anteriores. Também traremos um gráfico que mostra a distribuição percentual das conversas em cada categoria de colaboração do modelo de Baker.

Gráfico 32: Distribuição percentual da classificação de Baker em cada grupo



Fonte: elaborado pelo autor

O gráfico anterior mostra a distribuição percentual das conversas em relação à classificação de Baker em cada grupo analisado. Das oito categorias existentes na classificação de Baker, observamos que o grupo Alfa se adequou a três delas: a co-elaboração aquiescente, a co-argumentação e a co-elaboração aquiescente aparente. A partir da descrição das categorias de Baker percebemos que o grupo Alfa colaborou muito pouco, já que a co-argumentação aparece com um percentual muito baixo. Por outro lado, a cooperação ocorre nas outras conversas e pelo que identificamos na análise dos resultados do grupo, isso se deve a algumas limitações do ambiente colaborativo proposto.

No grupo Beta encontramos uma situação oposta. Observando o gráfico podemos perceber que houve a co-construção na maioria das interações do grupo. O nível de cooperação foi bastante baixo, considerando que o grupo neste caso foi menor e os entraves encontrados no grupo Alfa, não interferiram efetivamente no grupo Beta. Já no grupo Gama a situação é diferente, pois encontramos o grupo em cooperação nas interações e não conseguimos classificar a terceira conversa no modelo de Baker. O número de participantes do grupo Gama também foi grande, assim como no grupo Alfa, e acreditamos que este fator contribuiu para os resultados encontrados na análise da colaboração.

Além do tamanho do grupo, os entraves que foram encontrados nos três casos contribuíram para que alguns grupos colaborassem – o grupo Alfa parcialmente e o grupo Beta quase totalmente – e outros grupos cooperassem – o grupo Alfa parcialmente e o grupo Gama totalmente. Dos entraves que analisamos, os entraves técnicos e tecnológicos foram os que mais contribuíram para estes resultados.

Os entraves técnicos (áudio, conexão e etc.) apareceram nos três grupos analisados. O grupo Alfa apresentou alguns entraves técnicos relacionados a participantes específicos, como foi o caso dos participantes 1 e 2. O participante 1 não conseguia utilizar o microfone para se comunicar com o mediador e os outros membros do grupo, gerando uma restrição ao chat, que por vezes não deu conta de expressar as mensagens do sujeito. Já o participante 2 não conseguiu ouvir o mediador durante boa parte da sessão. Neste caso este participante sofreu uma “desvantagem”, já que expressou seu desentendimento da proposta da atividade em

alguns momentos. Este entrave do participante 2 só foi atenuado pelo fato dele estar reunido presencialmente com o grupo, podendo fazer uso do computador dos colegas para ouvir as instruções do mediador.

Já os entraves tecnológicos (utilização do software de compartilhamento, editor de texto e etc.) também dificultaram momentos da interação em situações mais específicas. O primeiro entrave tecnológico que percebemos parecer com mais ênfase foi a utilização do Teamviewer. Percebemos que usar a tela de outra pessoa para realizar uma tarefa em conjunto com outras pessoas foi algo novo para os sujeitos. Dessa forma, surgiram dificuldades na utilização de recursos do Teamviewer que apareceram sempre no início das sessões, como o bloqueio e desbloqueio do microfone, a edição na tela do mediador e até mesmo inserir o ID da sessão para ter acesso ao ambiente. Além disso, também surgiram limitações para expressar-se matematicamente por meio do chat do software e do Google Docs. Como o chat não apresentava um recurso para escrever expressões ou desenhar gráficos, os sujeitos tiveram que encontrar maneiras de expor suas ideias descrevendo o objeto matemático.

Outro entrave que também apareceu durante todas as sessões foi a utilização do Modellus. A construção das simulações, em sua maioria, não atendeu às expectativas dos grupos. O grupo Alfa e o grupo Gama, que chegaram a construir as simulações, alegaram que a falta de familiaridade com o software contribuiu para que a simulação não saísse dentro das ideias traçadas na elaboração da atividade.

Apesar desses percalços que tivemos, conseguimos que os licenciandos pudessem utilizar seus conhecimentos na elaboração da atividade e na construção da simulação. Os conhecimentos epistemológicos e didáticos apareceram em evidência, considerando que as interações ocorreram com mais ênfase, na discussão e elaboração da atividade. Em todas as discussões notamos uma preocupação constante dos licenciandos na abordagem dos professores ao ensinar funções, suas implicações na aprendizagem dos estudantes e a sugestão de outras formas para abordar o conceito de forma mais clara e coesa. Notamos também que para elaborar a atividade a mobilização do conhecimento sobre o conteúdo foi necessária e bem dominada pelos sujeitos. O grupo Alfa se concentrou nos máximos e mínimos das funções e a decisão de utilização ou não para construir a

atividade. O grupo Beta ficou concentrado na função quadrática e também em uma forma mais interessante de abordar a construção do gráfico, para solucionar uma situação. Já o grupo Gama preferiu abordar a linearidade da função afim, trazendo à tona uma situação problema, modelada por este tipo de função.

O experimento trouxe algumas contribuições à formação dos licenciandos, como também contribuiu para algumas questões levantadas na pesquisa. Verificamos que os fatores que levaram um grupo (Beta) a colaborar e também os fatores que fizeram os outros grupos (Alfa e Gama) cooperarem, enfim, evidenciando as lacunas a serem preenchidas nos aspectos que concernem à colaboração. Na seção seguinte faremos uma discussão sobre essas contribuições, lacunas e também vamos verificar até que ponto a pesquisa atendeu aos objetivos estipulados e respondeu às questões de pesquisa levantadas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa que apresentamos teve como objetivo analisar a aprendizagem colaborativa suportada por computador no contexto da formação do professor de matemática quanto ao uso de modelagem para o ensino e aprendizagem de funções

A nossa pesquisa foi fundamentada em três aportes teóricos: a CSCL, a caracterização das funções afim e quadrática e a Modelagem Matemática. Discutimos a CSCL de forma conceitual, destacando inicialmente a sua definição e distinção da CSCW (Aprendizagem Cooperativa). Nesse sentido o *script*, proposto por Dillenbourg (2002), foi utilizado para a construção das sessões colaborativas e como instrumento para o desenrolar destas sessões. Nessa pesquisa, optamos por utilizar o *script* de Dillenbourg (2002) do tipo instrução. A fim de analisar a colaboração, o modelo de análise da colaboração de Baker foi utilizado por Gonçalves (2013).

Caracterizamos as funções afim e quadrática e as relacionamos com a progressão aritmética, destacando os problemas que são modelados por estes dois tipos de função. Considerando esta caracterização um ponto importante na compreensão do conceito, fazemos uma relação com a abordagem dos professores na Educação Básica, destacando a importância da relação entre grandezas como um fator determinante na construção do conhecimento sobre funções.

A abordagem das funções afim e quadrática considerando a sua caracterização nos remeteu a pensar nos problemas que são modelados por estas funções. Sendo assim, comentamos sobre a importância da modelagem na Educação Matemática segundo Sadovsky (2007), além de uma discussão mais conceitual pautada em Barbosa (2001).

Na metodologia da pesquisa discutimos sobre todos os aspectos do experimento. Entre estes aspectos estão a caracterização dos sujeitos da pesquisa, a estrutura e montagem da sessão, a descrição da coleta dos dados e da metodologia de análise utilizada.

Pautados pela fundamentação do modelo de análise de Baker, partimos para a análise dos dados coletados grupo a grupo, observando os dados por conversa e finalmente fazendo uma síntese dos resultados. Concluimos a pesquisa sintetizando os resultados encontrados em todos os grupos.

Discutiremos agora, com base nos resultados encontrados, as conclusões da pesquisa. Vamos verificar se a partir dos resultados encontrados, conseguimos responder às questões de pesquisa, atender os objetivos e também, fazer uma discussão sobre as limitações e contribuições da dissertação, bem como as perspectivas para futuras pesquisas.

Comentamos nos resultados por grupo e na síntese anterior, os resultados que conseguimos reunir a partir da análise realizada. Destacamos nestes resultados o que encontramos nas análises realizadas, no que diz respeito aos aspectos da colaboração com base no modelo de Baker, os entraves das sessões e os conhecimentos mobilizados pelos licenciandos.

Com base nesses resultados, podemos concluir que atingimos o nosso objetivo geral de pesquisa analisar a situação de aprendizagem colaborativa voltada para a formação dos licenciandos em Matemática. O modelo de Baker nos auxiliou na análise dos dados, no que diz respeito à proposta do *script* colaborativo elaborado, sendo assim, consideramos também o cumprimento dos objetivos específicos da pesquisa. Análise foi realizada com base nas dimensões simetria, acordo e alinhamento e também composta por outras dimensões e subdimensões que consideramos relevantes para a análise do experimento: os entraves, os conhecimentos mobilizados e as etapas de elaboração da aula.

A partir da análise dos conhecimentos mobilizados pudemos identificar como os licenciandos articularam a elaboração da aula, no contexto da aprendizagem colaborativa *online*. Analisamos quatro tipos de conhecimentos: tecnológico, didático, epistemológico e os fatores cognitivos. Desses conhecimentos, os resultados mostraram que o epistemológico e o didático, foram evidenciados no processo de discussão das dificuldades dos estudantes ao se deparar com situações envolvendo o conceito de função.

Para que os objetivos da pesquisa fossem contemplados levamos em consideração o processo antes e durante a realização das sessões. A colaboração

online necessita do *script* para que as sessões sejam bem sucedidas, pois o roteiro descreve todos os procedimentos necessários para a preparação do ambiente, dos recursos tecnológicos e dos membros da sessão. A partir dos resultados da análise de entraves na proposta do *script* percebemos que àquele que propomos necessita de alguns ajustes, que se tomados futuramente, pode vir a evitar alguns dos entraves identificados nas sessões que fizemos.

Identificamos as limitações do ambiente montado a partir da análise dos entraves da sessão. Os entraves de ordem tecnológica e técnica nos mostraram pontos importantes a serem considerados na montagem do ambiente, sendo relevante uma sessão prévia para identificar possíveis entraves do ambiente.

A análise que fizemos considerou os dados coletados durante as sessões, pois o objetivo foi analisar as interações entre os sujeitos, de maneira que pudéssemos identificar o tripé da colaboração: simetria, acordo e alinhamento. Além disso, conseguimos perceber nos entraves algumas contribuições que podem nortear futuras pesquisas na perspectiva da colaboração *online*. Sendo assim, surgiram algumas conclusões considerando a análise que fizemos, em torno da colaboração *online* e que serão descritas a seguir.

Conseguimos identificar alguns fatores que não consideramos quando elaboramos o *script*. Identificamos na fundamentação teórica, que grupos menores são mais fáceis de interagir, não quer dizer necessariamente que colaborem, mas a interação fluí com mais facilidade. Percebemos que a interação não foi deixada de lado pelos três grupos analisados, pois percebemos que os sujeitos estabeleceram uma comunicação e conseguiram expor seu posicionamento, sem anular a ação do outro. No entanto, percebemos que além da facilidade de interação, o menor grupo colaborou e não obteve muitos problemas tecnológicos e técnicos como os outros grupos.

Esse resultado não pode ser generalizado, pois só tivemos um grupo menor. O que podemos considerar é que nesta situação especificamente, com os recursos que dispusemos, os sujeitos colaboraram e não tiveram muitos entraves como os grupos maiores.

Outro fator que percebemos foi a necessidade constante de retomar o *script*. Os participantes sempre tiveram a necessidade de retomar o *script* que havia sido

enviado anteriormente, tomando um tempo não programado pelo mediador, que poderia ser utilizado no processo de elaboração da aula. Concluímos então, que o modelo de *script* adotado pode não ter atendido às necessidades dos sujeitos, de maneira que achamos necessário dar uma atenção maior para este aspecto no processo de elaboração de uma situação colaborativa. O *script* colaborativo como comentamos na fundamentação, possui um papel importante neste processo de colaboração, pois ele determina todos os aspectos essenciais para que a sessão seja bem sucedida.

O processo de apropriação do problema por parte dos licenciandos foi sendo construído no decorrer das sessões. Esperávamos que isto ocorresse na proposta de *script* que lançamos, no entanto, percebemos que era sempre necessário retomar a discussão. Além disso, os licenciandos necessitavam sempre o mediador para seguir nas outras etapas, evidenciando uma dependência, que não deveria ocorrer já que esta decisão deveria ser tomada pelo grupo.

Esta pesquisa apresentou algumas limitações que não foram supridas. As limitações, de natureza tecnológica, não puderam ser supridas já que o *script* sugeriu os softwares que estávamos utilizando, além disso, acreditamos que estes softwares seriam suficientes dentro do que propusemos. Outra limitação, relacionada ao *script* que utilizamos, também não pôde ser suprida. O *script* proposto instruía os sujeitos sobre os aspectos da sessão, no entanto, percebemos que não contemplamos um ponto importante: a instrumentalização. Deveríamos ter considerado que o fato dos sujeitos não terem contato prévio com os softwares, seria uma influência no processo de colaboração.

A instrumentalização, isto é, o domínio dos sujeitos sobre os softwares não ocorreu de forma autônoma como esperávamos. Os vídeos e tutoriais sugeridos, não foram capazes de instruir os participantes para a nossa proposta. Percebemos posteriormente que a instrumentalização prévia poderia ter nos auxiliado, tanto com relação ao Teamviewer facilitando a comunicação, quanto com relação ao Modellus para a construção das simulações. Devidamente instrumentalizados os sujeitos poderiam até simular uma sessão para “praticar” a utilização dos recursos tecnológicos que dispusemos.

A partir do processo de análise percebemos também a importância de outro modelo de análise. O modelo que utilizamos foi suficiente para explorar o que estipulamos, mas unido a outro modelo, poderíamos perceber melhor alguns aspectos que não conseguimos observar com o modelo de Baker. O modelo de Baker determina se existe colaboração ou não, também se existe cooperação ou não. Mas, aspectos relacionados ao ambiente colaborativo montado, a interação social dos sujeitos e a implicação das ações mobilizadas na interação não consegue ser contemplada.

Por outro lado, justificamos que essa limitação não foi suprida pelo pouco tempo que tivemos para realizar todo o processo de elaboração, experimentação e análise. Além disso, tivemos uma grande quantidade de dados a analisar e a exploração de outros aspectos da colaboração deve ser considerada em uma pesquisa com maior tempo disponível.

A pesquisa contou com grandes contribuições na formação do professor de Matemática. Uma dessas contribuições é a oportunidade de inserir o licenciando em uma realidade muito próxima, isto é, a educação mediada por tecnologias. Apesar desse modelo de educação estar muito presente na nossa realidade atual, a formação do professor ainda precisa de formação tecnológica para o ensino, principalmente, no ensino da Matemática que necessita de ferramentas para explorar suas representações.

Outra contribuição é a interação em grupo para construção de simulações com foco no ensino de funções. A partir do processo de colaboração e cooperação que identificamos, os licenciandos consideraram e observaram pontos de vista distintos, mas que ajudaram na construção de um produto final, gerado por um grupo e não por membros individualmente. Percebemos que a colaboração é um meio efetivo de aprendizagem, que gera uma gama de possibilidades para explorar um objeto específico. Por outro lado, na aprendizagem individual este é um processo que ocorre de forma mais lenta, considerando apenas uma ideia a ser explorada e não oferece tantas oportunidades quanto a construção do grupo. Não estamos dizendo aqui que o indivíduo não consegue aprender sozinho e sim que este conhecimento individual é mais produtivo, quando compartilhado e unificado pelos membros do grupo.

Considerando as questões levantadas nesta pesquisa, podemos sugerir pontos relevantes a serem explorados em pesquisas futuras. Os entraves tecnológicos que elencamos nos mostraram, que a necessidade de um ambiente que suporte a colaboração, para a Matemática é um desses pontos. Percebemos que a exploração das representações é um dos elementos a serem considerados na elaboração do ambiente, além de recursos para chat – que suporte a escrita algébrica – e áudio, sem haver maiores interferências ao ponto de prejudicar a interação.

Outro ponto a ser considerado em pesquisas futuras é a estrutura do *script*. Nesta pesquisa o *script* não atendeu a todas às necessidades dos sujeitos, como já foi colocado, precisando de esclarecimentos constantes por parte do mediador. Uma sugestão é que sejam testados modelos de *script* diferentes, de acordo com o perfil do grupo que participará da sessão. Também sugerimos que os pesquisadores interessados em explorar a colaboração, considerem modelos distintos de análise, que sejam capazes de atender a diferentes pontos da colaboração – ambientes e interação em grupo.

Acreditamos que futuramente esta pesquisa pode contribuir na construção e experimentação de outros ambientes CSCL, levando em consideração os entraves e potencialidades, que foram destacados aqui. Esperamos que a partir disso, a aprendizagem colaborativa com suporte computacional possa estar mais presente na educação, de modo que os estudantes e professores possam experimentar outro modelo de aprendizagem, valorizando novas e diferentes ideias de concepção acerca de um mesmo tema ou objeto.

REFERÊNCIAS

- BAKAR, M., TALL, D. Student's mental prototypes for functions and graphs. In: Furinghetti (Ed.), **Proceedings of the 15th International Conference for the PME**. Assisi - Itália, . v. 1, pp. 104-111, 1992.
- BAKER, M. Forms of cooperation in dyadic problem-solving. **Revue d'intelligence Artificielle**. v. 16, pp. 587-620, 2002.
- BARBOSA, J. C., Modelagem Matemática na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: **Reunião anual da ANPED**, 24., 2001, Caxambu. *Anais...* Rio de Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD – ROM.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.
- BARRETO, A. L. **A análise da compreensão do conceito de função mediado por ambientes computacionais**. Tese de Doutorado em Educação Brasileira. Fortaleza: UFC, 2009.
- BARRETO, M. **Tendências atuais sobre o ensino de funções no Ensino Médio**. Artigo adaptado da dissertação de mestrado: Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários. 2008. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/modulo_II/pdf/funcoes.pdf . Acesso em: 23 fev. 2014.
- BRASIL, **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, Secretaria da Educação Básica, 2006.
- CALVANI, A., FINI, A., PENTTENATI, M. C., SARTI, L., MASSETI, M. Design of Collaborative Learning Environments: bridging the gap between CSCL theories and Open Source Platforms. In: **Journal of e-Learning and knowledge society**. Genoa – Itália. v.2, n.1. p. 61-74. 2006.
- DILLENBOURG, P. Over-scripting CSCL: The risks of blending collaborative learning with instructional design. In: **Three worlds of CSCL: Can we support CSCL?** Heerlen: Open Universiteit Nederland . P.A. Kirschner (Ed.), p. 61-91, 2002.
- DILLENBOURG, P., BAKER, M., BLAYE, A., O'MALLEY, C. The evolution of research on collaborative learning. In: **Learning in humans and machine: towards an interdisciplinary learning science**. E. Spada and P. Reimand (Eds.). Oxford: Elsevier. p. 189 – 211. 1996.
- DILLENBOURG, P., TCHOONIKINE, P. Flexibility in macro-scripts for CSCL. **Journal of computer assisted learning**. V. 23. n. 1. p. 1 – 13. 2007.

ELIA, I., SPYROU, P. How students conceive function: a triarchic conceptual-semiotic model of the understanding of a complex concept. **The Montana Mathematics Enthusiast**, Missoula, v. 3, n. 2, p. 256-272, 2006.

FAGGIANO, E., PERTICHINO, M., ROSELLI, T. CSC in Math Education. In : **Anais do 35th ASSE/IEEE Frontiers in Education Conference**. Indianapolis. 2005.

GOLDENBERG, E. P. et al. Dynamic Representation and the Development of a Process Understanding of Function. In: G. Harel e Ed Dubinsky (Eds.). **The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy**. MAA Notes. V25, 1992.

GOMES FERREIRA, V. GITIRANA **Exploring Mathematical Functions through Dynamic Microworlds**. 1997. 138 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Londres, 1997.

GONÇALVES, C. A. S. B. **Appropriation & Authenticity a didactic study of the learning experience of students engaged in a serious game on Epidemiology and Biostatistics**. 2013. 331 f. Tese (Doutorado em Engenharia para cognição, interação, aprendizagem e criação) – Laboratório de Informática de Grenoble, Universidade de Grenoble, Grenoble, 2013.

IZOTANI, S., MIZOGUCHI, R. Planejamento e análise de sessões colaborativas utilizando teorias de aprendizagem e ontologias. **Revista Brasileira de Informática na Educação**. v. 15, n. 2, p. 45-56, 2007.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P.C.P.; WAGNER, E.; MORGADO, A.C.. **A Matemática do Ensino Médio**. v.1, 8 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

NASON, R. A., WOODRUFF, E. Online Collaborative Learning in Mathematics: Some necessary innovations. In: **Online learning: Practical and Theoretical Considerations**. T. Roberts (Ed.). Hershey, PA: Idea Group Inc. p. 103-131. 2004.

REZENDE, W. M., PESCO, D. U., BORTOLOSSI, H. J., Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do Geogebra. In: **1ª Conferência Latino Americana de Geogebra**. p. 74 – 89. São Paulo, 2012.

SADOVSKY, P. **O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios**. São Paulo: Ática, 2007.

SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function. In: G. Harel e Ed Dubinsky (Eds.). **The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy**. MAA Notes. V25, p. 25 - 58. 1992.

SILVA, C.T.J.; GITIRANA, V. Função quadrática e progressões aritméticas - uma abordagem com auxílio de softwares. **Anais do XI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática**, pp.1-14, 2013.

SOUZA, F. N.; COSTA, A. P.; MOREIRA, A. **webQDA – Software de Apoio à Análise Qualitativa**, 2008.

STAHL, G., Contributions to a theoretical framework for CSCL. In: **Computer support for collaborative learning: Foundations for a CSCL community**. Proceeds of CSCL: G. Stahl (Ed.), p. 62 – 71. 2002. Disponível em: <http://gerrystahl.net/cscl/papers/ch15.pdf>.

STAHL, G., KOSCHMANN, T., SUTHERS, D. Computer-Supported Collaborative Learning: an historical perspective. In: **Cambridge handbook of the learning sciences**. Cambridge: R. K. Sawyer (Ed.), p. 409 - 426. 2006. Disponível em: http://gerrystahl.net/cscl/CSCL_English.pdf.

THEODORE, V. D.; VIEIRA, J. P.; CLÉRIGO, F. C. **Modellus, interactive modelling with mathematics**. San Mateo, CA: Knowledge Revolution, 1997.

TEAMVIEWER, GmbH. **TeamViewer software**, 2005.

VYGOTSKY, L. S., **A formação social da mente**. 6ª Edição. São Paulo: Martins Fontes, 1988.

APÊNDICE

APÊNDICE A - ROTEIRO DO ENCONTRO

Apresentamos neste documento um roteiro de atividade, a ser desenvolvida por grupos formados, na disciplina de Prática de Ensino III (Licenciatura em Matemática). Cada grupo deverá criar uma atividade para o ensino de Função na Educação Básica com o uso de um software. Os grupos deverão reunir-se nas datas e horários pré-estabelecidos na planilha compartilhada, obedecendo a quantidade máxima de participantes (seis). O trabalho será feito de forma síncrona, em um encontro e comunicação entre os membros do grupo será *online*, por meio de um software de compartilhamento de tela. As instruções detalhadas, sobre a atividade a ser desenvolvida pelos grupos, estarão sendo descritas a seguir.

1) Softwares

- a) No desenvolvimento da comunicação entre os membros do grupo, teremos um software que nos dará suporte, para que esta ocorra. Utilizaremos um software de compartilhamento de tela, que dispõe de outras funções, a serem explicitadas no vídeo disponibilizado pelo mediador. O software TeamViewer é um software que permite a realização de encontros online entre grupos. Todos os membros do grupo conectam-se com a máquina do administrador do encontro e podem ter acesso aos softwares instalados em tal computador, permitindo aos membros o acesso às informações pertinentes ao encontro em uma só máquina, falar, escrever.
- b) Para realização e montagem da atividade, o software que nos dará suporte será o Modellus. Este software permite a criação de atividades voltadas para a modelagem matemática, permitindo representações distintas de fenômenos, tais como tabelas, gráficos, diagramas, álgebra e animações. Também será disponibilizado um vídeo que explicitará as funções do software com mais detalhes.

2) Sessão Colaborativa

Tendo definido os grupos e os horários, cada um deverá acessar o Team Viewer, com um código (ou ID) que será fornecido pelo mediador da sessão.

Definindo o objetivo da atividade

Cada grupo deverá discutir, no chat ou áudio as dificuldades encontradas pelos estudantes para a aprendizagem de funções. A partir das dificuldades elencadas, anotadas em um arquivo compartilhado no computador do administrador, o grupo decidirá a atividade a ser montada com o uso do software.

Após a discussão, o grupo deverá estabelecer os objetivos da atividade que pretendem propor. Neste momento, também devem discutir as etapas da atividade e o que será necessário elaborar no software Modellus, desenvolvendo a estrutura, com base nas discussões anteriores. Esta atividade deve conter uma simulação que aproveite o potencial do software Modellus uma situação envolvendo as funções estudadas no Ensino Fundamental e Médio.

Em todas as etapas de elaboração das atividades, haverá a mediação do professor, por meio do Team Viewer. As discussões serão observadas, levando em conta a participação de todos os membros do grupo no processo colaborativo.

Antes do encontro, porém, cada membro do grupo deverá assistir alguns vídeos, disponibilizados no youtube sobre o uso do Modellus e do Teamviewer.