

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS**  
**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**  
**LABORATÓRIO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM GEOMECÂNICA**

**MARCELA GOMES SEIXAS**

**MODELAGEM HIDRO-MECÂNICA DO FRATURAMENTO HIDRÁULICO**  
**DE ROCHAS VIA ELEMENTOS FINITOS**  
**COM ELEMENTOS ESPECIAIS DE INTERFACE**

**VIRTUS IMPAVIDA**

**RECIFE – 2015**

**MARCELA GOMES SEIXAS**

**MODELAGEM HIDRO-MECÂNICA DO FRATURAMENTO HIDRÁULICO  
DE ROCHAS VIA ELEMENTOS FINITOS  
COM ELEMENTOS ESPECIAIS DE INTERFACE**

Tese submetida ao corpo docente do programa de pós-graduação em engenharia civil da Universidade Federal de Pernambuco como parte integrante dos requisitos necessários à obtenção do título de doutor em Engenharia Civil.

Área de concentração: Engenharia Geotécnica.

**ORIENTADORES:** LEONARDO JOSÉ DO NASCIMENTO GUIMARÃES  
OSVALDO LUÍS MANZOLI

**VIRTUS IMPAVIDA**

**RECIFE – AGOSTO 2015**

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Valdicéa Alves, CRB-4 / 1260

S462m Seixas. Marcela Gomes  
Modelagem hidro-mecânica do faturamento Hidráulico de rochas  
via elementos finitos Com elementos especiais de interface. /  
Marcela Gomes Seixas. - 2015.  
151folhas, Ils. ; Tab. e Simb.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães.  
Coorientador: Prof. Dr. Osvaldo Luís Manzoli.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.  
Programa de Graduação em Engenharia Civil, 2015.  
Inclui Referências.

1. Engenharia Civil. 2. Fraturamento hidráulico. 3. Simulação  
numérica.  
4. Elementos finitos com elevada razão de aspecto. I. Guimarães,  
Leonardo José do Nascimento.(Orientador). II. Manzoli, Osvaldo Luís  
(Coorientador). III. Título.

UFPE



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

A comissão examinadora da Defesa de Tese de Doutorado

**MODELAGEM HIDRO-MECÂNICA DO FRATURAMENTO  
HIDRÁULICO DE ROCHAS VIA ELEMENTOS FINITOS  
COM ELEMENTOS ESPECIAIS DE INTERFACE**

defendida por

Marcela Gomes Seixas

Considera a candidata APROVADA

Recife, 31 de agosto de 2015

Orientadores:

---

Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães - UFPE  
(orientador interno)

---

Prof. Dr. Osvaldo Luís Manzoli - UNESP  
(orientador externo)

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Osvaldo Luís Manzoli - UNESP  
(orientador externo)

---

Prof. Dr. Fernando Pereira Duda - UFRJ  
(examinador externo)

---

Prof. Dr. José Maria Andrade Barbosa - UFPE  
(examinador externo)

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Lícia Mouta da Costa – UFPE  
(examinadora externa)

---

Prof. Dr. Ivaldo Dário da Silva Pontes Filho – UFPE  
(examinador interno)

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a toda minha família pelo apoio e compreensão ao longo desses anos e em especial a minha mãe, que me incentivou a continuar na jornada acadêmica após o fim do meu mestrado.

Agradeço a todos que contribuíram de alguma forma com o desenvolvimento desta tese, em especial aos meus orientadores Leonardo Guimarães e Osvaldo Manzoli pelos ensinamentos e atenção ao longo desses últimos anos.

Agradeço também a todos os amigos que estiveram comigo nesses anos de doutorado ou em parte deles: Débora, Julliana, Rafael, Inaldo, Nayra, Manuel, Leonardo Cabral, Rose e, em especial, Leila, que dividiu comigo a casa e seus conhecimentos sobre o programa CODE\_BRIGHT, e Jonathan, que me ajudou muito compartilhando comigo seus conhecimentos de programação.

Agradeço a todos os professores que contribuíram para a minha formação, em especial aos professores: Igor Gomes, Ivaldo Pontes, Lícia Mouta e Bernardo Horowitz.

Agradeço ao CNPq, Fundação CMG, Equión Energía e Petrobras, pelos auxílios financeiros concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

## RESUMO

O interesse em estudos relacionados ao processo de fraturamento hidráulico vem aumentando, principalmente devido à exploração de reservatórios não convencionais, que se torna cada vez mais importante para a demanda de energia atual, com estimativas de grandes reservas distribuídas por vários países. A modelagem numérica de tal processo é um desafio, devido à complexidade da física envolvida. A interação entre propriedades mecânicas da rocha, tensões in situ, e heterogeneidades como fraturas naturais e planos de fraqueza é determinante na geometria da fratura induzida. Para resolver este tipo de problema acoplado, o método dos elementos finitos é amplamente utilizado e um dos mais versáteis. O presente estudo propõe uma técnica numérica denominada Fragmentação de Malha, que usa elementos finitos com elevada razão de aspecto (ou elementos especiais de interface), combinados com um modelo constitutivo baseado na mecânica do dano para reproduzir os efeitos do processo de formação de fraturas. Esta metodologia, com base na Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes, consiste em introduzir estes elementos de interface entre elementos regulares de uma malha de elementos finitos. Dentre as vantagens dessa técnica estão a sua facilidade de adaptação a programas convencionais de elementos finitos e o fato de não ser necessário o uso de algoritmos de construção de trajetória da descontinuidade. As aplicações apresentados neste trabalho mostram a capacidade da técnica proposta na modelagem do fraturamento hidráulico em reservatórios não convencionais.

**Palavras-chave:** Fraturamento Hidráulico; Simulação Numérica; Elementos Finitos com Elevada Razão de Aspecto.

## ABSTRACT

The interest in studies related to the hydraulic fracturing process has increased over the last decade, mainly due to the exploitation of unconventional reservoirs, which is growing and becoming more important to the current energy demand, with the estimation of the existence of large reserves spread over several countries. Numerical modelling of such processes is a challenging task because of the complexity of the physics involved, and because of the structurally complicated geometry of the reservoir. The interaction between rock's mechanical properties, in-situ stresses, and heterogeneities such as natural fractures and weak bedding planes is determinant of the induced fracture geometry. To solve this kind of coupled hydro-mechanical problem, the Finite Elements Method is one of the most versatile and widely used. The present study propose a numerical technique called mesh fragmentation, that uses solid finite elements with high aspect ratio combining with a proper strain softening constitutive model to reproduce the effects of fractures formation process. This methodology, based on the Continuous Strong Discontinuous Approach, consists in introducing these high aspect ratio elements between regular elements of a finite element mesh. Some advantages of this technique are that it can be easily adapted to standard finite elements programs and no tracking algorithms are necessary to follow the evolution of the fracture. The case studies presented in this paper show the ability of the proposed technique to model hydraulic fracturing propagation in unconventional reservoirs.

**Keywords:** Hydraulic Fracturing, Numerical Simulation, Fragmentation Technique, High Aspect Ratio Elements

## LISTA DE FIGURAS

### CAPÍTULO 2

|                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 2.1 – Reservas mundiais de <i>shale oil</i> e <i>shale gas</i> . ....                  | 24 |
| Figura 2.2 – Classificação dos reservatórios em função de sua permeabilidade. ....            | 26 |
| Figura 2.3 – Classificação dos reservatórios, em função da viscosidade e permeabilidade. .... | 27 |
| Figura 2.4 – Histórico e projeções de reservas de gás nos EUA. ....                           | 28 |
| Figura 2.5 – Ilustração do fraturamento hidráulico em uma formação rochosa. ....              | 30 |
| Figura 2.6 – Etapas do processo de fraturamento hidráulico. ....                              | 31 |
| Figura 2.7 – Visualização do propante dentro da fratura. ....                                 | 31 |
| Figura 2.8 – Abertura de uma fratura hidráulica. ....                                         | 32 |
| Figura 2.9 – Propagação vertical de uma fratura hidráulica. ....                              | 32 |
| Figura 2.10 – Influência de uma fratura natural na fratura induzida hidraulicamente. ....     | 34 |
| Figura 2.11 – Geometria da fratura no (a) Modelo PKN; (b) Modelo KGD. ....                    | 37 |
| Figura 2.12 – Modelos pseudo-3D: (a) <i>Cell-based model</i> ; (b) <i>lumped model</i> ....   | 37 |

### CAPÍTULO 3

|                                                                                                                                                                                                                                                     |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 3.1 – Elemento finito de interface. ....                                                                                                                                                                                                     | 45 |
| Figura 3.2 – Superfície de descontinuidade forte. ....                                                                                                                                                                                              | 47 |
| Figura 3.3 – Cinemática das descontinuidades: (a) Campo de deslocamentos no regime de descontinuidades fortes; (b) Campo de deslocamentos no regime de descontinuidades fracas; (c) Campo de deformações no regime de descontinuidades fracas. .... | 48 |
| Figura 3.4 - Elemento de volume representativo de um sólido com dano. ....                                                                                                                                                                          | 51 |
| Figura 3.5 - Visualização da parte íntegra e de defeitos da seção genérica no interior do elemento de controle. ....                                                                                                                                | 51 |
| Figura 3. 6 - Princípio de deformação equivalente. ....                                                                                                                                                                                             | 54 |
| Figura 3.7 – Curva de tensão-deformação; Evolução da variável de dano. ....                                                                                                                                                                         | 57 |

|                                                                                                  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 3.8 – Curva tensão-deformação para diferentes comportamentos pós-ruptura. ....            | 58 |
| Figura 3.9 - Projeção do vetor de tensões na direção normal a base do elemento de interface..... | 60 |
| Figura 3.10 - Algoritmo IMPL-EX de integração de tensões para o modelo de dano à tração. ....    | 64 |
| Figura 3. 11 - Curva da evolução da variável $q$ em função de $r$ . ....                         | 66 |

## **CAPÍTULO 4**

|                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 4.1 – Elemento triangular linear. ....                                                        | 69 |
| Figura 4.2 - Vazões nodais para o elemento triangular linear. ....                                   | 73 |
| Figura 4.3 - Volume do elemento triangulo linear.....                                                | 74 |
| Figura 4.4 - Elemento finito de interface.....                                                       | 75 |
| Figura 4.5 -Pressões nodais para o elemento triangular linear. ....                                  | 76 |
| Figura 4.6 - Comportamento do fluxo no elemento de interface.....                                    | 78 |
| Figura 4.7 - Comportamento do fluxo no elemento unidimensional .....                                 | 78 |
| Figura 4.8 – Interpolação da pressão nos elementos finitos de interface e elementos adjacentes ..... | 81 |

## **CAPÍTULO 5**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 5.1 - Espécime de concreto; (a) Discretização dos elementos regulares que representam a matriz do espécime; (b) Discretização dos elementos regulares que representam os agregados; (c) Elementos de interface ( <i>Zero-thickness elements</i> ) inseridos entre elementos que representa a matriz (d) Formação da fratura no espécime após a modelagem..... | 87 |
| Figura 5.2 – Etapas da fragmentação de malha; (a) Malha convencional de elementos finitos; (b) Espaçamento entre elementos regulares onde serão inseridos elementos de interface; (c) Inserção dos elementos com alta razão de aspecto (discretização da região de interface); (d) Detalhe da discretização da região de interface.....                              | 88 |
| Figura 5.3 - Detalhe do posicionamento dos elementos de interface entre elementos regulares da malha de elemento finitos; espessura da região de interface.....                                                                                                                                                                                                      | 89 |
| Figura 5.4 - Malha com região fragmentada para simulação do teste da viga de três pontos; Detalhe da região fragmentada e formação da fratura na região solicitada. ....                                                                                                                                                                                             | 90 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 5.5 - Esquematização do funcionamento do programa Fragmenta.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 91 |
| Figura 5.6 - Edição da rotina de entrada do programa Fragmenta; (a) Entrada dos dados: nome do modelo, espessura dos elementos de interface e região da malha convencional a ser fragmentada; (b) Malha com região fragmentada.....                                                                                                                                                                                                                                                      | 93 |
| Figura 5.7 - Edição da rotina de entrada do programa Fragmenta; (a) Entrada de Dados: numeração dos materiais dos elementos de interface (b) Elementos de interface no interior da região fragmentada; (c) Elementos de interface na fronteira da região fragmentada em contato com outro material; (d) Elementos de interface na fronteira da região fragmentada. ....                                                                                                                  | 94 |
| Figura 5.8 - Detalhe da região fragmentada: buracos formados entre os elementos de interface inseridos. ....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 95 |
| Figura 5.9 - Edição da rotina de entrada do programa Fragmenta; (a) Entrada de Dados: numeração dos materiais dos elementos que conectam elementos de interface (b) segmentos lineares; (c) Elementos que conectam elementos de interface no interior e na fronteira da região fragmentada em contato com outro material; (d) Elementos que conectam elementos de interface na fronteira da região Fragmentada; (e) Detalhe dos nós e segmentos que conectam elementos de interface..... | 96 |

## **CAPÍTULO 6**

|                                                                                                                                                                                                                  |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 6.1- Ensaio de compressão diametral. 98                                                                                                                                                                   |     |
| Figura 6.2 – Ensaio brasileiro: geometria do modelo e condições de contorno do problema. ....                                                                                                                    | 99  |
| Figura 6.3 – Ensaio brasileiro: malha de elementos finitos com detalhe da região de interface.....                                                                                                               | 99  |
| Figura 6.4 – Ensaio brasileiro: curva carga-deslocamento do ensaio brasileiro.....                                                                                                                               | 100 |
| Figura 6.5 - Teste de flexão em viga de concreto. ....                                                                                                                                                           | 101 |
| Figura 6.6 - Teste de flexão em viga de concreto: malha de Elementos finitos com detalhe da região fragmentada.....                                                                                              | 102 |
| Figura 6.7 – Teste de flexão em viga de concreto: evolução do dano com a malha deformada (fator de escala x500).....                                                                                             | 102 |
| Figura 6.8 – Teste de flexão em viga de concreto: abertura ao longo da Fratura (malha deformada com fator de escala x500). ....                                                                                  | 103 |
| Figura 6.9 –Trajetória das discontinuidades do teste de flexão em viga de concreto: (a) obtida por Manzoli (2008); (b) obtida neste trabalho pela técnica de Fragmentação e (c) comparação das trajetórias. .... | 103 |

|                                                                                                                                                                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 6.10 – Teste de Nooru-Mohamed. ....                                                                                                                                                                                  | 104 |
| Figura 6.11– Teste de Nooru-Mohamed: malha de elementos finitos triangulares com detalhe da região fragmentada.....                                                                                                         | 105 |
| Figura 6.12– Teste de Nooru-Mohamed: evolução da variável de dano. ....                                                                                                                                                     | 106 |
| Figura 6.13- Trajetória das descontinuidades do teste de Nooru-Mohamed: (a) obtidas na simulação com a técnica de Fragmentação; (b) comparação entre as trajetórias obtidas da simulação numérica e experimentalmente. .... | 106 |
| Figura 6.14 – Modelo com descontinuidade imposta na direção do eixo X.....                                                                                                                                                  | 107 |
| Figura 6.15 – Fratura imposta: malha de Elementos finitos com detalhe da região de interface representando a descontinuidade imposta. ....                                                                                  | 108 |
| Figura 6.16 – Fratura imposta: valor da permeabilidade com detalhe da interface. ....                                                                                                                                       | 109 |
| Figura 6.17 – Fratura imposta: distribuição da pressão de fluido. ....                                                                                                                                                      | 109 |
| Figura 6.18 – Fratura imposta: vetores de fluxo. ....                                                                                                                                                                       | 110 |
| Figura 6.19 - Fratura inclinada: malha de elementos finitos. ....                                                                                                                                                           | 110 |
| Figura 6.20 – Fratura inclinada: permeabilidade com detalhe da interface. ....                                                                                                                                              | 111 |
| Figura 6.21– Fratura inclinada: distribuição da pressão de fluido. ....                                                                                                                                                     | 111 |
| Figura 6.22 – Fratura inclinada: vetores de fluxo. ....                                                                                                                                                                     | 112 |
| Figura 6.23- Fratura imposta: malha convencional de Elementos finitos com detalhe da região mais refinada. ....                                                                                                             | 113 |
| Figura 6.24 - Fratura inclinada: Malha convencional de Elementos finitos com detalhe da região mais refinada. ....                                                                                                          | 113 |
| Figura 6.25 – Microfraturamento. ....                                                                                                                                                                                       | 115 |
| Figura 6.26 – Curva de pressão x tempo obtido ao longo do ensaio de Microfraturamento. ....                                                                                                                                 | 115 |
| Figura 6.27 – Seção horizontal de um poço vertical sob a ação das tensões <i>in situ</i> e pressão de fluido. ....                                                                                                          | 116 |
| Figura 6.28 – Microfraturamento: geometria e condições de contorno do problema. ....                                                                                                                                        | 118 |
| Figura 6.29 – Microfraturamento: malha de elementos finitos com detalhes da geometria do poço e da região com elementos de interface. ....                                                                                  | 119 |
| Figura 6.30 – Curva de pressão medida no poço no ensaio de microfraturamento. ....                                                                                                                                          | 120 |

|                                                                                                                                                                                        |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 6.31 – Microfraturamento: distribuição da tensão principal menor em diferentes estágios da simulação. ....                                                                      | 121 |
| Figura 6.32 – Microfraturamento: variável de dano em diferentes estágios da simulação (malha deformada x5000). ....                                                                    | 121 |
| Figura 6.33 – Microfraturamento: campo de deslocamentos na direção x em diferentes estágios da simulação. ....                                                                         | 122 |
| Figura 6.34 – Microfraturamento: abertura da fratura simulação (malha deformada x5000). ....                                                                                           | 122 |
| Figura 6.35 – Microfraturamento:distribuição da permeabilidade na direção da descontinuidade simulação (malha deformada x5000). ....                                                   | 123 |
| Figura 6.36 – Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: geometria e condições do problema. ....                                                                      | 124 |
| Figura 6.37– Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: malha de elementos finitos, com detalhe da região fragmentada. ....                                           | 125 |
| Figura 6.38 – Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: pressão para os diferentes cenários de tensões nos instantes (a) 10.200s e (b) 36.000s. ....                 | 126 |
| Figura 6.39 – Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: dano ao final da simulação para os diferentes cenários analisados (malha deformada, fator escala x200). .... | 127 |
| Figura 6.40 – Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: abertura da fratura ao final da simulação (malha deformada, fator escala x200). ....                         | 127 |
| Figura 6.41 – – Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: permeabilidade ao final da simulação (malha deformada, fator escala x200). ....                            | 128 |
| Figura 6.42 – Fraturamento em formação com única fratura natural: geometria e condições do problema. ....                                                                              | 129 |
| Figura 6.43 – Fraturamento em formação com única fratura natural: malha de elementos finitos, com detalhe da região fragmentada. ....                                                  | 130 |
| Figura 6.44 – Interação entre a fratura induzida e a fratura natural, com detalhe (setas vermelhas) dos duas potenciais trajetória de propagação. ....                                 | 131 |
| Figura 6.45 – Fraturamento em formação com única fratura natural: distribuição da pressão ao final da simulação. ....                                                                  | 132 |
| Figura 6.46 – Fraturamento em formação com única fratura natural: variável de dano ao final da simulação (malha deformada fator escala x500) ....                                      | 133 |
| Figura 6.47 – Fraturamento em formação com única fratura natural: abertura da fratura ao final da simulação (malha deformada fator escala x500). ....                                  | 134 |

Figura 6.48 – Fraturamento em formação com única fratura natural: Distribuição da pressão ao final da simulação do cenário 1 (malha deformada fator escala x500). 135

Figura 6.49 – Fraturamento em formação com única fratura natural: abertura da fratura ao final da simulação do cenário 1 (malha deformada fator escala x500). ..136

Figura 6.50 – Fraturamento em formação com única fratura natural: Distribuição da pressão ao final da simulação do cenário 5 (malha deformada fator escala x500). 137

Figura 6.51 – Fraturamento em formação com única fratura natural: abertura da fratura ao final da simulação do cenário 5 (malha deformada fator escala x500). ..138

## LISTA DE TABELAS

### CAPÍTULO 3

|                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 3.1 - Resumo das equações constitutivas do modelo de dano à tração. .... | 61 |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|

### CAPÍTULO 5

|                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 5.1 - Descrição e classificação das sub-rotinas que compõem o programa Fragmenta. .... | 91 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|

|                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 5.2 - Dados de fragmentação a serem inseridos na rotina de pré-processo. .... | 92 |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----|

### CAPÍTULO 6

|                                              |     |
|----------------------------------------------|-----|
| Tabela 6.1– Propriedades dos materiais. .... | 100 |
|----------------------------------------------|-----|

|                                              |     |
|----------------------------------------------|-----|
| Tabela 6.2– Propriedades dos materiais. .... | 101 |
|----------------------------------------------|-----|

|                                               |     |
|-----------------------------------------------|-----|
| Tabela 6.3 – Propriedades dos materiais. .... | 104 |
|-----------------------------------------------|-----|

|                                                                                              |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 6.4– Vazões finais obtidas das simulações com a fratura imposta horizontalmente. .... | 114 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

|                                                                                 |     |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 6.5- Vazões finais de todas as simulações para a fratura inclinada ..... | 114 |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----|

|                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 6.6- Propriedades mecânicas e hidráulicas dos materiais. .... | 118 |
|----------------------------------------------------------------------|-----|

|                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 6.7- Propriedades mecânicas e hidráulicas dos materiais. .... | 124 |
|----------------------------------------------------------------------|-----|

|                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 6.8- Propriedades mecânicas e hidráulicas dos materiais. .... | 128 |
|----------------------------------------------------------------------|-----|

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                                                                    |                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| $s, n$                                                             | Componentes do sistema local de coordenadas                                  |
| $\mathbf{n}$                                                       | Vetor unitário normal à base do elemento                                     |
| $h$                                                                | Espessura do elemento finito de interface                                    |
| $b$                                                                | Base do elemento finito de interface                                         |
| $\boldsymbol{\varepsilon}$                                         | Tensor de deformações                                                        |
| $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}, \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ | Componentes do tensor de deformações                                         |
| $u_s^{(i)}, u_n^{(i)}$                                             | Componentes do deslocamento do nó $i$                                        |
| $[[\mathbf{u}]]$                                                   | Deslocamento relativo entre o nó (1) e sua projeção na base do elemento (1') |
| $[[u]]_s, [[u]]_n$                                                 | Componentes do deslocamento relativo                                         |
| $S$                                                                | Superfície de descontinuidade                                                |
| $\mathbf{u}$                                                       | Campo total de deslocamento                                                  |
| $\bar{\mathbf{u}}$                                                 | Campo regular de deslocamento (contínuo)                                     |
| $H_s$                                                              | Função Heaviside                                                             |
| $Z_s$                                                              | Função rampa unitária                                                        |
| $\eta$                                                             | Coordenada local do eixo ortogonal a $S$                                     |
| $\mu_s$                                                            | Função de regularização na faixa de localização da deformação                |
| $d$                                                                | Variável escalar de dano                                                     |
| $\sigma, \bar{\sigma}$                                             | Tensores de tensão nominal e efetiva                                         |
| $E$                                                                | Módulo de Young                                                              |
| $E_D$                                                              | Módulo de Young degradado                                                    |
| $f(\sigma), \bar{f}(\sigma)$                                       | Funções que definem o critério de dano                                       |
| $\tau(\sigma), \tau(\bar{\sigma})$                                 | Tensão nominal equivalente, tensão efetiva equivalente                       |
| $q, r$                                                             | Variáveis internas do tipo tensão deformação                                 |
| $f_t$                                                              | Resistência à tração                                                         |
| $G_f$                                                              | Energia de fratura                                                           |
| $\mathbf{C}$                                                       | Tensor elástico de quarta ordem                                              |
| $\mathbf{C}_{\tan}$                                                | Matriz constitutiva tangente                                                 |

## SUMÁRIO

|             |                                                                                                     |           |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1.</b>   | <b>INTRODUÇÃO .....</b>                                                                             | <b>17</b> |
| <b>1.1.</b> | <b>CONTEXTO E MOTIVAÇÃO .....</b>                                                                   | <b>17</b> |
| <b>1.2.</b> | <b>OBJETIVOS .....</b>                                                                              | <b>20</b> |
| 1.2.1.      | OBJETIVO GERAL .....                                                                                | 20        |
| 1.2.2.      | OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....                                                                         | 20        |
| <b>1.3.</b> | <b>ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS .....</b>                                                              | <b>22</b> |
| <br>        |                                                                                                     |           |
| <b>2.</b>   | <b>REVISÃO DE LITERATURA .....</b>                                                                  | <b>24</b> |
| <b>2.1.</b> | <b>RESERVATÓRIOS NÃO CONVENCIONAIS .....</b>                                                        | <b>24</b> |
| <b>2.2.</b> | <b>FRATURAMENTO HIDRÁULICO .....</b>                                                                | <b>29</b> |
| <b>2.3.</b> | <b>MODELAGEM DO FRATURAMENTO HIDRÁULICO .....</b>                                                   | <b>35</b> |
| <br>        |                                                                                                     |           |
| <b>3.</b>   | <b>ELEMENTOS FINITOS SÓLIDOS DE INTERFACE .....</b>                                                 | <b>42</b> |
| <b>3.1.</b> | <b>ELEMENTO FINITO SÓLIDO DE INTERFACE NO PROBLEMA MECÂNICO .....</b>                               | <b>44</b> |
| <b>3.2.</b> | <b>CINEMÁTICA DA APROXIMAÇÃO CONTÍNUA DE DESCONTINUIDADES FORTES .....</b>                          | <b>47</b> |
| <b>3.3.</b> | <b>MODELO CONSTITUTIVO DE DANO .....</b>                                                            | <b>50</b> |
| 3.3.1.      | CONCEITOS BÁSICOS .....                                                                             | 50        |
| 3.3.1.1.    | Variável de dano .....                                                                              | 50        |
| 3.3.1.2.    | Tensão efetiva .....                                                                                | 52        |
| 3.3.1.3.    | Equivalência de deformações .....                                                                   | 53        |
| 3.3.1.4.    | Critério de degradação do material .....                                                            | 55        |
| 3.3.1.5.    | Lei de evolução do dano .....                                                                       | 57        |
| 3.3.2.      | MODELO CONSTITUTIVO DE DANO À TRAÇÃO .....                                                          | 58        |
| <b>3.4.</b> | <b>ALGORITMO DE INTEGRAÇÃO IMPLÍCITO-EXPLÍCITO (IMPL-EX) .....</b>                                  | <b>61</b> |
| 3.4.1.      | IMPL-EX APLICADO AO MODELO CONSTITUTIVO DE DANO À TRAÇÃO .....                                      | 62        |
| 3.4.2.      | ALGORITMO DE CONTROLE DO PASSO DE TEMPO .....                                                       | 65        |
| <br>        |                                                                                                     |           |
| <b>4.</b>   | <b>O ELEMENTO FINITO DE INTERFACE NO PROBLEMA HIDRÁULICO .....</b>                                  | <b>67</b> |
| <b>4.1.</b> | <b>MEF APLICADO AO PROBLEMA DE FLUXO .....</b>                                                      | <b>67</b> |
| 4.1.1.      | DEFINIÇÃO DA APROXIMAÇÃO NO ELEMENTO .....                                                          | 67        |
| 4.1.2.      | CÁLCULO DO FLUXO NO ELEMENTO .....                                                                  | 71        |
| 4.1.3.      | CÁLCULO DAS VAZÕES NODAIS .....                                                                     | 72        |
| <b>4.2.</b> | <b>ANÁLISE DO ELEMENTO FINITO DE INTERFACE COM ALTA RAZÃO DE ASPECTO NO PROBLEMA DE FLUXO .....</b> | <b>74</b> |
| 4.2.1.      | FLUXO NO ELEMENTO FINITO DE INTERFACE .....                                                         | 76        |
| 4.2.2.      | VAZÕES NODAIS NO ELEMENTO FINITO DE INTERFACE .....                                                 | 77        |

|             |                                                                                   |            |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>4.3.</b> | <b>ACOPLAMENTO HIDROMECÂNICO E LEI DE EVOLUÇÃO DA PERMEABILIDADE .....</b>        | <b>79</b>  |
| 4.3.1.      | EQUAÇÕES GOVERNANTES DO MEIO POROSO DEFORMÁVEL COM ACOPLAMENTO HIDROMECÂNICO..... | 79         |
| 4.3.1.1.    | Equilíbrio de tensões .....                                                       | 79         |
| 4.3.1.2.    | Aproximação da pressão média no elemento de interface .....                       | 80         |
| 4.3.1.3.    | Equação da Conservação de Massa para a Fase Sólida .....                          | 81         |
| 4.3.1.4.    | Equação da Conservação de Massa para o Fluido .....                               | 83         |
| 4.3.2.      | LEI DE EVOLUÇÃO DA PERMEABILIDADE .....                                           | 85         |
| <b>5.</b>   | <b>TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA .....</b>                                     | <b>87</b>  |
| <b>6.</b>   | <b>APLICAÇÕES .....</b>                                                           | <b>97</b>  |
| <b>6.1.</b> | <b>CASOS MECÂNICOS .....</b>                                                      | <b>97</b>  |
| 6.1.1.      | ENSAIO DE COMPRESSÃO DIAMETRAL (ENSAIO BRASILEIRO).....                           | 97         |
| 6.1.2.      | ENSAIO DE FLEXÃO EM VIGA DE CONCRETO COM ENTALHE (VIGA DE QUATRO PONTOS) .....    | 100        |
| 6.1.3.      | PLACA COM DOIS ENTALHES (TESTE DE NOORU-MOHAMED) .....                            | 104        |
| <b>6.2.</b> | <b>CASOS HIDRÁULICOS .....</b>                                                    | <b>107</b> |
| 6.2.1.      | FRATURA IMPOSTA.....                                                              | 107        |
| <b>6.3.</b> | <b>CASOS HIDROMECÂNICOS .....</b>                                                 | <b>114</b> |
| 6.3.1.      | ENSAIO DE MICROFRATURAMENTO .....                                                 | 114        |
| 6.3.2.      | FRATURAMENTO EM FORMAÇÃO NATURALMENTE FRATURADA .....                             | 123        |
| 6.3.2.1.    | Formação com fraturas igualmente espaçadas .....                                  | 123        |
| 6.3.2.2.    | Formação com uma única fratura natural .....                                      | 128        |
| <b>7.</b>   | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>              | <b>139</b> |
| <b>7.1.</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>                                                 | <b>139</b> |
| <b>7.2.</b> | <b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>                                     | <b>140</b> |
|             | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>                                           | <b>142</b> |

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

A técnica de fraturamento hidráulico vem sendo extensivamente usada na exploração de reservatórios não convencionais nos últimos anos e tem sido responsável pela viabilização econômica da exploração de grandes reservas em todo o mundo. O processo consiste na injeção de um fluido penetrante na formação, sob uma pressão suficientemente alta para causar a ruptura da rocha, iniciando assim uma fratura que se converte em um canal de alta permeabilidade e facilita o escoamento dos hidrocarbonetos.

Os efeitos da estimulação hidráulica para exploração de hidrocarbonetos cada vez mais é alvo de estudos e discussões devido ao grande desenvolvimento econômico decorrente da exploração das reservas que antes eram inacessíveis em contraste ao impacto ambiental que pode ser causado ao se usar a técnica. Analisando a prática do fraturamento hidráulico sob outra perspectiva, as falhas geológicas do maciço podem representar barreiras para o fluxo de óleo e o objetivo pode ser não reativá-las, ou seja, não aplicar uma pressão que transforme a fratura em um canal, evitando que o fluido a percorra e acidentalmente escape para meios onde sua extração seja inviável ou que causem problemas ambientais.

Logo, a compreensão dos mecanismos envolvidos no processo, bem como a busca de métodos que permitam prever a geometria da fratura induzida e também determinar a pressão de injeção de fluidos necessária para que o fraturamento ocorra são fundamentais, tanto para o aumento da produtividade de poços quanto para se evitar possíveis danos ao meio.

A complexidade dos processos físicos envolvidos na técnica de fraturamento hidráulico resulta em um problema acoplado, onde a integração entre determina a geometria e orientação da fratura induzida. A simulação numérica é uma importante ferramenta aliada no estudo deste tipo de problema e é grande o número de trabalhos na literatura que usam a modelagem para reproduzir os efeitos do processo de fraturamento hidráulico.

Dentre os vários métodos numéricos usados na modelagem de problemas como o de fraturamento hidráulico, com acoplamento hidromecânico, o Método dos

Elementos Finitos (MEF) é um dos mais versáteis e vem sendo usado ao longo das últimas décadas em estudos que tratam da representação de meios fraturados.

Neste trabalho, propõe-se empregar uma metodologia, aqui denominada de técnica de fragmentação de malha, baseada na teoria de Aproximação de Descontinuidades Fortes (ACDF), para simular numericamente pelo método dos elementos finitos o comportamento de meios fraturados. Nesta técnica os efeitos das descontinuidades são representados através de elementos finitos especiais de interface com elevada razão de aspecto, ou seja, elementos cuja principal característica é a elevada razão entre a sua maior e menor dimensão, situados entre os elementos finitos sólidos correspondentes ao material não fraturado.

A fragmentação da malha (MANZOLI et al., 2012; SÁNCHEZ et al., 2014; MANZOLI, 2016) consiste em inserir os elementos de interface com elevada razão de aspecto entre os elementos regulares de uma malha ou região de uma malha de elementos finitos. Assim, em uma malha fragmentada os elementos regulares representam o contínuo ou o material não fraturado, e os elementos de interface representam as descontinuidades ou os caminhos possíveis para a abertura de fraturas no meio.

O comportamento dos elementos da região de interface é regido por um modelo constitutivo inelástico capaz de simular os fenômenos envolvidos no processo de degradação do material até a formação da fratura, como o modelo de dano à tração, adotado nas modelagens realizadas neste trabalho, e assume-se que os elementos regulares têm comportamento elástico linear.

Uma das principais vantagens da técnica proposta é que a mesma pode ser facilmente adaptada para programas convencionais de elementos finitos, já que as interfaces podem ser modeladas inteiramente no âmbito do contínuo, usando modelos constitutivos do contínuo já presentes nos mesmos.

Neste trabalho sua formulação foi implementada no programa de elementos finitos CODE\_BRIGHT (COupled DEformation, BRine, Gas and Heat Transport) (GUIMARÃES; GENS; OLIVELLA, 2007; OLIVELLA et al., 1994, 1996), desenvolvido no Departamento de Engenharia Geotécnica da Universidade Politécnica de Catalunha (UPC). O CODE\_BRIGHT é uma ferramenta computacional que contém em seu código numérico implementações das equações governantes de problemas acoplados THMQ (Termo-hidro-mecânicos e químicos) e

nele todas as equações acopladas, quando discretizadas, são resolvidas simultaneamente pelo método de Newton-Raphson.

Este programa vem sendo aplicado para a solução de diversos problemas da engenharia geotécnica (COSTA; PONTES; GUIMARÃES, 2008; GUIMARÃES; HOROWITZ; SOUSA, 2005), da geotecnia ambiental (GENS et al., 2002; GUIMARÃES et al., 2006; GUIMARÃES; GENS; OLIVELLA, 2007; GUIMARÃES et al., 2013; MATA et al., 2005; SÁNCHEZ; GENS; GUIMARÃES, 2012) e da engenharia de petróleo (GOMES; GUIMARÃES, 2008; GUIMARÃES; GENS; OLIVELLA, 2002, 2003; GUIMARÃES ; GOMES; FERNANDES, 2009; VASCONCELOS; GUIMARÃES; PONTES, 2008), e neste trabalho é aplicado no estudo do fraturamento hidráulico, através da simulação de problemas hidráulicos bem como problemas acoplados hidromecânicos, onde as fraturas podem representar canais ou barreiras ao fluxo de fluidos no meio e refletir tanto na deformação do sólido quanto na pressão de fluido.

Os elementos de interface vêm sendo usados em estudos que simulam problemas mecânicos da engenharia estrutural, como o estudo da propagação de fissuras em estruturas de concreto (CAMACHO; ORTIZ, 1996; LÓPEZ; CAROL; AGUADO, 2007a, 2007b; MANZOLI et al., 2012). Neste trabalho é feita uma extensão da técnica de fragmentação para que seja usada na representação de fenômenos hidromecânicos presente no processo de fraturamento hidráulico. Isso pode ser feito com certa simplicidade devido ao fato de que a ACDF mantém os conceitos de tensões e deformações, da mecânica do contínuo, também para representar campos cinemáticos descontínuos. Da mesma forma, os campos de pressões e de fluxo do problema hidráulico também podem ser mantidos para descrever os efeitos hidráulicos nas fraturas formadas ou reativadas.

Logo, a principal contribuição deste trabalho é o desenvolvimento de uma ferramenta capaz de resolver, através da técnica de fragmentação de malha, o problema hidromecânico de fraturamento hidráulico de forma totalmente acoplada, de modo a analisar a influência de propriedades da rocha, estado de tensões in-situ e heterogeneidades do maciço na determinação da geometria e orientação da fratura induzida pela estimulação hidráulica, contribuindo assim com um melhor entendimento acerca do processo de fraturamento hidráulico em formações rochosas.

## 1.2. OBJETIVOS

### 1.2.1. OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia capaz de simular numericamente via método dos elementos finitos, de maneira estável e eficiente, o problema de fraturamento hidráulico em formações de baixa permeabilidade através da técnica de fragmentação de malha, na qual os efeitos das descontinuidades são representados através de elementos finitos com elevada razão de aspecto (elementos de interface), situados entre os elementos finitos sólidos correspondentes ao material não fraturado.

Sabendo-se que a interação dos fenômenos envolvidos no processo de fraturamento hidráulico o torna um problema complexo, onde o fluxo de fluido e a deformação do meio se influenciam mutuamente, a metodologia desenvolvida deve ser apta para a aplicação em problemas hidromecânicos de fraturamento hidráulico, resolvidos de forma totalmente acoplada. Dessa maneira, com a adoção de modelos constitutivos adequados, será possível analisar a influência de propriedades da rocha, estado de tensões *in-situ* e heterogeneidades do maciço na determinação da geometria e orientação da fratura induzida pela estimulação hidráulica.

### 1.2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✚ Estudar as técnicas numéricas de incorporação de descontinuidades fortes em malhas de elementos finitos e adaptar a técnica de elementos de interface com elevada razão de aspecto (técnica de fragmentação de malha) para a aplicação em problemas de fraturamento hidráulico em rochas com acoplamento hidromecânico.
- ✚ Desenvolver e implementar a formulação da técnica de fragmentação de malha no código in-house de elementos finitos CODE\_BRIGHT (COupled DEformation BRIne Gas and Heat Transport) (GUIMARÃES; GENS; OLIVELLA, 2007; OLIVELLA et al., 1994, 1996) contribuindo, assim, para o

seu aprimoramento e tornando-o capaz de simular a abertura e propagação de fraturas em meios inicialmente contínuos e em meios naturalmente fraturados submetidos à injeção de fluidos.

- ✚ Desenvolver um programa em linguagem MATLAB para a geração das malhas fragmentadas a serem usadas na simulação de problemas de fraturamento. Este programa de pré-processamento tem a função de inserir automaticamente elementos de interface com elevada razão de aspecto entre elementos regulares de uma malha ou em uma região de uma malha de elementos finitos.
- ✚ Estudar e definir um modelo constitutivo adequado para representar o comportamento mecânico das descontinuidades, tanto em meios inicialmente contínuos quanto em meios naturalmente fraturados, onde há a interação das fraturas pré-existentes e sua influência sobre novas fraturas que serão formadas a depender das condições iniciais e do estado de tensões a que estarão submetidas. Tendo em vista que a ruptura por tração é o principal mecanismo de abertura das fraturas induzidas hidraulicamente, uma maior atenção é dada a modelos de dano, onde as propriedades elásticas do material são degradadas ao se atingir sua resistência à tração.
- ✚ Implementar o algoritmo de integração de tensões IMPLEX (OLIVER; HUESPE; CANTE, 2008), com um controle automático do passo de tempo, desenvolvido e implementado para garantir a robustez e a convergência do modelo.
- ✚ Estudar leis de evolução da permeabilidade e dentre elas definir uma que seja adequada na caracterização e simulação do escoamento de fluidos em rochas (inicialmente intactas ou naturalmente fraturadas) submetidas ao fraturamento hidráulico.
- ✚ Considerar o acoplamento hidromecânico, com a adição da equação de fluxo de fluidos (conservação de massa), da equação constitutiva para o fluxo (lei de Darcy) e leis que estabelecem a interação entre os problemas mecânico e hidráulico (princípio das tensões efetivas, lei de evolução da permeabilidade) na formulação do problema de fraturamento hidráulico. E, além disso, considerar a pressão de fluido como uma nova incógnita do problema.

- + Simular com o código numérico resultante problemas mecânicos e hidromecânicos de propagação de fraturas em rochas, com ênfase na aplicação a casos de fraturamento em reservatórios não convencionais.
- + Validar a técnica numérica adotada, através da aplicação em casos que possuam soluções analíticas conhecidas e encontradas na literatura, ou através da comparação com soluções fornecidas por outros softwares ou técnicas que se propõem a modelar problemas de mesma natureza.
- + Simular com o código numérico resultante problemas acoplados hidromecânicos de abertura e propagação de fraturas em meios porosos, inicialmente contínuos ou com fraturas preexistentes, para identificar os efeitos das propriedades da rocha, estado de tensões in-situ e heterogeneidades do maciço na determinação da geometria e trajetória de propagação induzida.

### 1.3. ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS

Além do capítulo introdutório, que resume a proposta deste trabalho, de se usar a técnica de fragmentação de malha no estudo do problema de fraturamento hidráulico, os objetivos e contribuições do mesmo para o estudo deste tema, os demais capítulos estão estruturados da seguinte forma:

Capítulo 2: Revisão de literatura, abordando os temas de reservatórios não convencionais, fraturamento hidráulico, bem como os principais métodos numéricos encontrados na literatura usados na modelagem deste tipo de problema.

Capítulo 3: Descrição da cinemática do elemento finito de interface com elevada razão de aspecto no problema mecânico e apresenta resumidamente a cinemática da Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes (ACDF). Os conceitos fundamentais do modelo constitutivo mecânico de dano também são apresentados nesta seção, com detalhe da definição das equações constitutivas do modelo de dano à tração, adotado nas análises deste trabalho. Descrição do algoritmo de integração de tensões IMPLEX, e do algoritmo de controle automático do passo de tempo.

Capítulo 4: Descrição do comportamento do elemento finito de interface com elevada razão de aspecto no problema bidimensional de fluxo em meios porosos. Descrição das equações governantes do meio poroso deformável com acoplamento hidromecânico.

Capítulo 5: Descrição do funcionamento da técnica de fragmentação de malha usada neste estudo, com todo o detalhamento da etapa de pré-processo de malhas de elementos finitos desenvolvida para a aplicação da metodologia.

Capítulo 6: Apresentações das soluções e discussões das simulações numéricas realizadas com o objetivo de se estudar os efeitos do fraturamento hidráulico e também de verificar a eficiência da técnica de fragmentação de malha proposta.

Capítulo 7: Apresentação das considerações finais acerca do tema estudado, do funcionamento da metodologia proposta e contribuições da realização deste trabalho, bem como sugestões para trabalhos futuros.

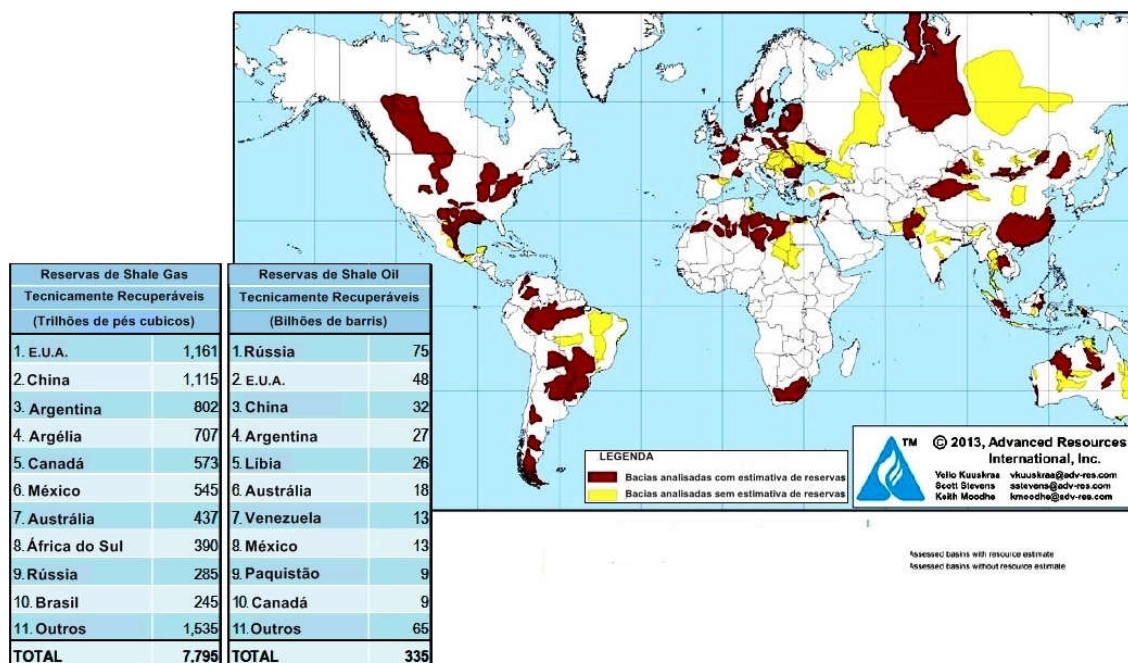
## 2. REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1. RESERVATÓRIOS NÃO CONVENCIONAIS

Na última década, o interesse em estudos associados ao processo de fraturamento hidráulico vem aumentando em consequência da crescente exploração de reservatórios não convencionais que se torna cada vez mais importante para a demanda energética atual, com a estimativa de grandes reservas de folhelhos distribuídas por vários países.

A Figura 2.1 apresenta a distribuição mundial de reservas não convencionais de *shale oil* e *shale gas* tecnicamente recuperáveis (que são aquelas reservas que podem ser produzidas por meio das tecnologias atuais), presentes em países como China, EUA, Austrália, Argentina, Canadá, África do Sul, Rússia, México, entre outros.

Figura 2.1 – Reservas mundiais de *shale oil* e *shale gas*.



Fonte: U. S. ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION, 2013.

Os reservatórios não convencionais são formações bastante complexas e a baixa permeabilidade, característica típica destes meios porosos, impossibilita a produção do gás ou óleo com vazões economicamente viáveis através de processos convencionais, sendo necessário o uso de técnicas avançadas de estimulação, como a de fraturamento hidráulico para viabilizar a exploração.

Pode-se listar os principais tipos de reservatórios não convencionais como:

- Gás/Óleo extraído de folhelho (*Shale gas/ oil*);
- Gás ou Óleo extraído de rochas calcárias ou de arenitos (*Tight gas / oil*);
- Gás Natural extraído de carvão (*Coalbed methane* ou *Coal seam gas*).

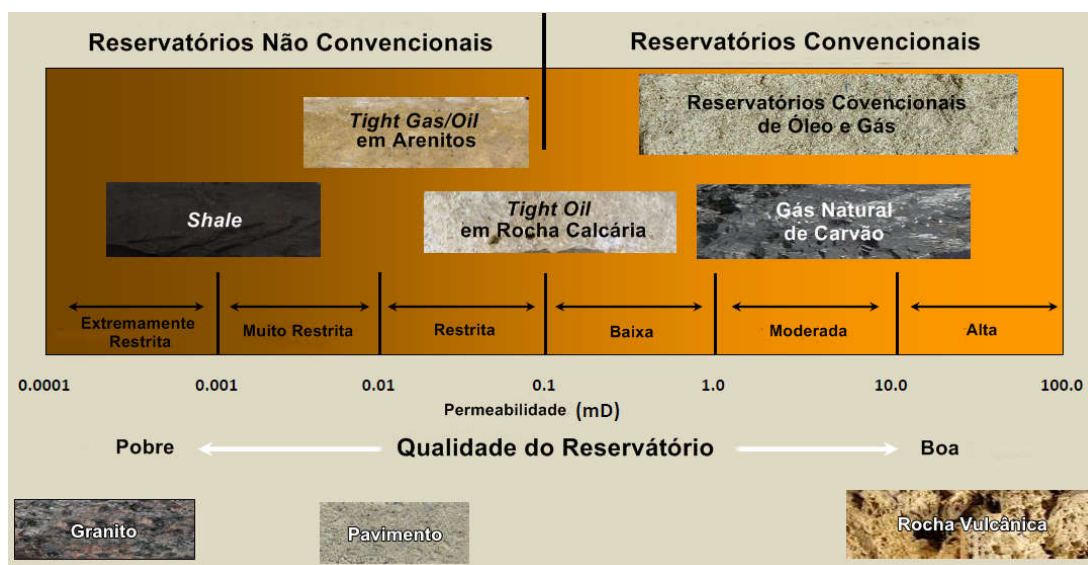
Em geral a classificação de um reservatório pode ser determinada em função de sua permeabilidade, conforme a

Figura 2.2. Nota-se que são classificados como não convencionais os reservatórios que possuem permeabilidades menores que 0,1 mD. Apesar de ser conhecido que muitos reservatórios de *Coalbed Methane* tem permeabilidade excedendo 1,0 mD, esse tipo de reservatório é considerado não convencional por conta do tipo de armazenamento do gás (CANDER, 2012; DAWSON ENERGY ADVISORS LTD, 2013) existente em camadas do solo onde há a presença predominante de carvão mineral. O metano, que é um gás mais leve que um gás convencional, é absorvido pelo carvão onde fica armazenado.

A classificação esquematizada na

Figura 2.2 também faz indicação sobre qualidade do reservatório, que é um parâmetro que relaciona sua permeabilidade com sua porosidade e dá ideia sobre a produtividade do mesmo (ROQUE; VALÉRIO, 2012).

Figura 2.2 – Classificação dos reservatórios em função de sua permeabilidade.

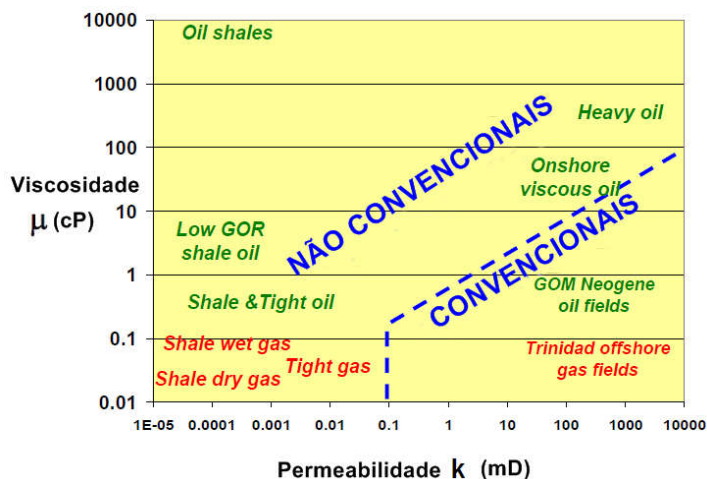


Fonte: DAWSON ENERGY ADVISORS LTD, 2013.

A classificação dos reservatórios também pode ser feita em função permeabilidade e da viscosidade, como proposto por (CANDER, 2012). Como pode ser observado na Figura 2.3 essa classificação é mais estendida e inclui como não convencionais os reservatórios com boa permeabilidade, porém com óleos pesados ou viscosos (também conhecidos como *heavy oil* e *onshore viscous oil*) e os que são extraídos de folhelhos betuminosos (conhecidos por *oil shales*), cuja matéria orgânica nele presente (em forma de betume) não foi ainda maturada termicamente e transformada em óleo, precisando ser minerado, triturado e aquecido a altas temperaturas em minirrefinarias para que o óleo e o gás sejam gerados (SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA, 2014).

Além disso, o gás de folhelho nesta classificação se divide em dois subgrupos, o “gás seco” ou *shale dry gas* (gás composto primariamente por Metano e que possui pouco ou nenhum hidrocarboneto líquido ou condensado) e o “gás úmido” ou *shale wet gas* (mistura de gases incluindo metano e outros hidrocarbonetos líquidos como propano, etano e butano) (ENVIRONMENTAL AND ENERGY STUDY INSTITUTE, 2011).

Figura 2.3 – Classificação dos reservatórios, em função da viscosidade e permeabilidade.

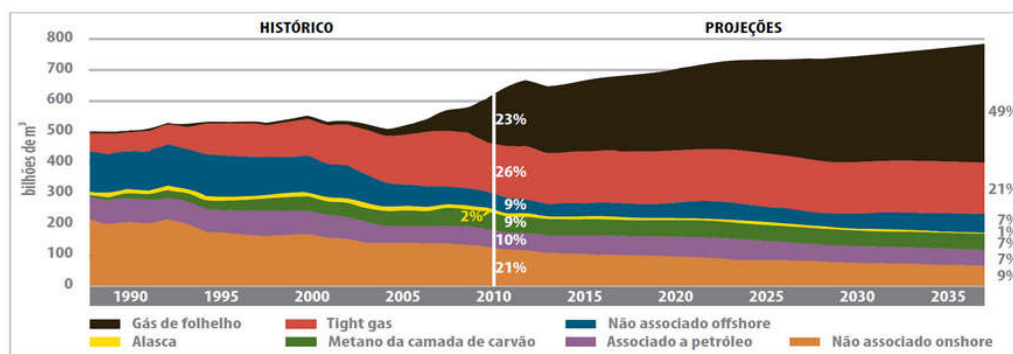


Fonte: CANDER, 2012.

Recursos não convencionais são definidos, levando em consideração essa relação permeabilidade/viscosidade, como aqueles que requerem o uso de uma tecnologia que possa alterar a permeabilidade da rocha ou a viscosidade do fluido, a fim de que possam ser produzidos a taxas comercialmente competitivas.

Os Estados Unidos vem sendo o país de maior avanço na exploração, desenvolvimento e exploração de reservas não convencionais, com a produção de gás extraído de rochas calcárias ou arenitos, gás extraído de carvão e gás de folhelho, sendo este último o grande responsável pelo aumento da oferta de gás no país na última década (LAGE et al., 2013). Essa nova oferta não convencional já impacta o mercado americano, intensificando o uso do gás natural nacional na matriz energética, e a estimativa é de que a produção de gás de folhelho, que era de 23% em 2010, aumente para 49% em 2035 (Figura 2.4) (JACOBI, 2013; LAGE et al., 2013).

**Figura 2.4 – Histórico e projeções de reservas de gás nos EUA.**



Fonte: JACOBI, 2013.

A viabilidade de exploração destes recursos não convencionais permitida pelos avanços tecnológicos na perfuração de poços impacta a economia de diversos países, não só dos Estados Unidos, e promete afetar positivamente outros que possuem um grande potencial energético advindo da extração de óleo e gás de folhelho, como o Brasil, que aparece como décimo maior detentor de reservas de gás de folhelho com um volume estimado em aproximadamente 6,9 trilhões de metros cúbicos (Figura 2.1).

As reservas não convencionais já mapeadas no Brasil são consideradas significativas. Localizados em terra, nas Bacias do Parnaíba, do Parecis, do São Francisco, do Paraná e do Recôncavo, seus recursos poderão desenvolver o mercado de gás no país, interiorizando o uso de gás no território nacional.

Por enquanto, apesar da atividade exploratória ter sido iniciada, ainda são enfrentados desafios específicos da exploração e produção destes recursos associados à construção de infraestrutura de escoamento, disponibilidade de sondas e unidades de fraturamento de grande porte, questões ambientais, entre outros fatores (LAGE et al., 2013; SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA, 2012).

A questão ambiental é uma das mais importantes, pois é necessário que haja mais estudos para um maior conhecimento a respeito dos principais aquíferos brasileiros e sobre as características petrofísicas e geomecânicas dos folhelhos, condição essencial para a correta aplicação do fraturamento hidráulico, técnica usada para a produção de recursos não convencionais. Além disso, a elaboração de uma regulamentação específica para essa nova alternativa exploratória é importante para garantir que a operação de fraturamento seja feita de forma responsável, com

segurança e atendimento aos requisitos ambientais (TAIOLI, 2013; LIMA; ANJOS, 2015).

O fraturamento hidráulico e o impacto ambiental decorrente de sua prática são sempre alvo de controvérsias, pois vários estudos afirmam que este método exploratório pode causar danos irreversíveis nos aquíferos adjacentes ou mesmo induzir terremotos. Detalhes sobre o processo de fraturamento são apresentados no item seguinte.

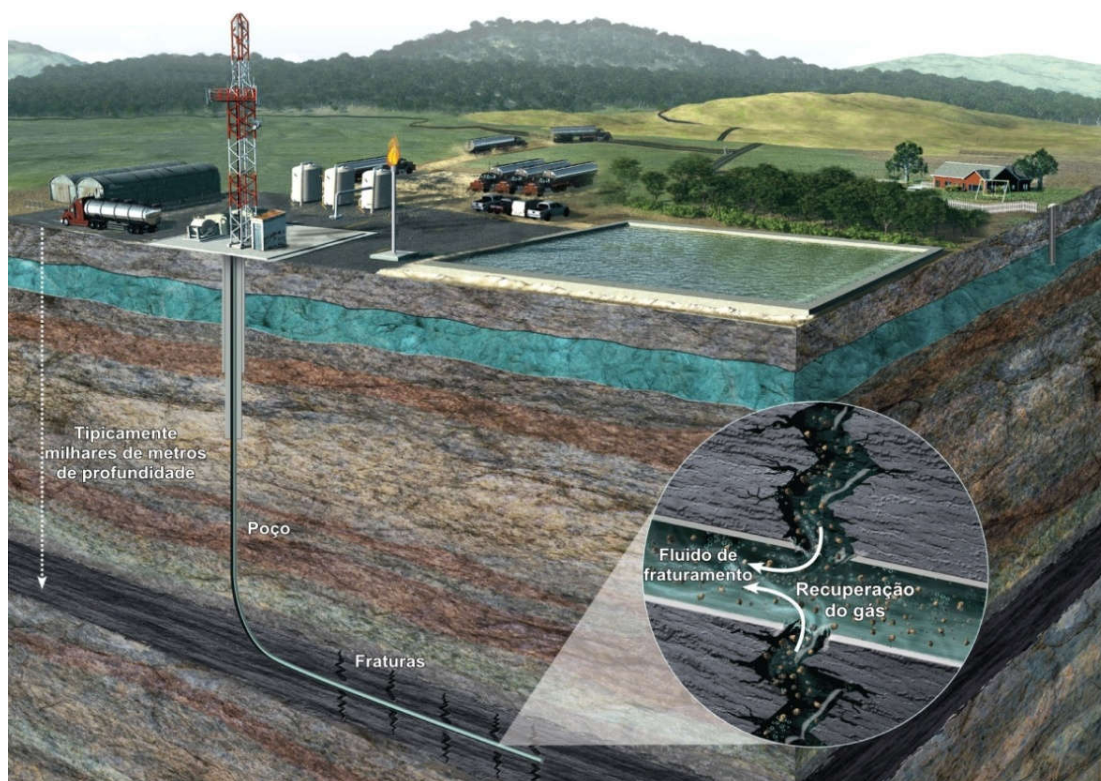
## **2.2. FRATURAMENTO HIDRÁULICO**

Apesar da exploração de reservas não convencionais ter sido iniciada nos anos 40 com a produção de pequenas quantidades de gás de folhelho nos Estados Unidos, foi a partir do início dos anos 90, com a combinação das técnicas de perfuração horizontal e fraturamento hidráulico que houve uma significativa evolução na produção dos hidrocarbonetos de folhelho (SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA, 2014).

O fraturamento hidráulico ocorre quando fraturas se iniciam e se propagam como resultado de uma carga hidráulica (ou pressão) aplicada por um fluido (KING, 2012). O procedimento se inicia com uma perfuração vertical até a profundidade desejada, quando passa então a ser realizada no sentido horizontal até atingir uma determinada distância. Em seguida, é injetada sob uma alta pressão a água com alguns aditivos, o que irá ocasionar a ampliação das fraturas pré-existentes no maciço rochoso e a interligação entre algumas delas, como também a dissolução de alguns minerais que compõem a rocha. O processo de fraturamento hidráulico para a extração de gás de uma formação rochosa está ilustrado na Figura 2.5.

A prática do fraturamento hidráulico, introduzido em 1949 (MONTGOMERY; SMITH, 2010), tem apresentado um desenvolvimento bastante significativo nos últimos anos, tendo sido responsável pela viabilização econômica da exploração de cerca de 40% dos campos petrolíferos em todo o mundo (CACHAY, 2004). Em 2012, estimativas apontam que 2.5 milhões de fraturamentos hidráulicos haviam sido executados ao redor do mundo, com mais de um milhão deles só no EUA (KING, 2012).

**Figura 2.5 – Ilustração do fraturamento hidráulico em uma formação rochosa.**



Fonte: Adaptado de Crawford, 2013.

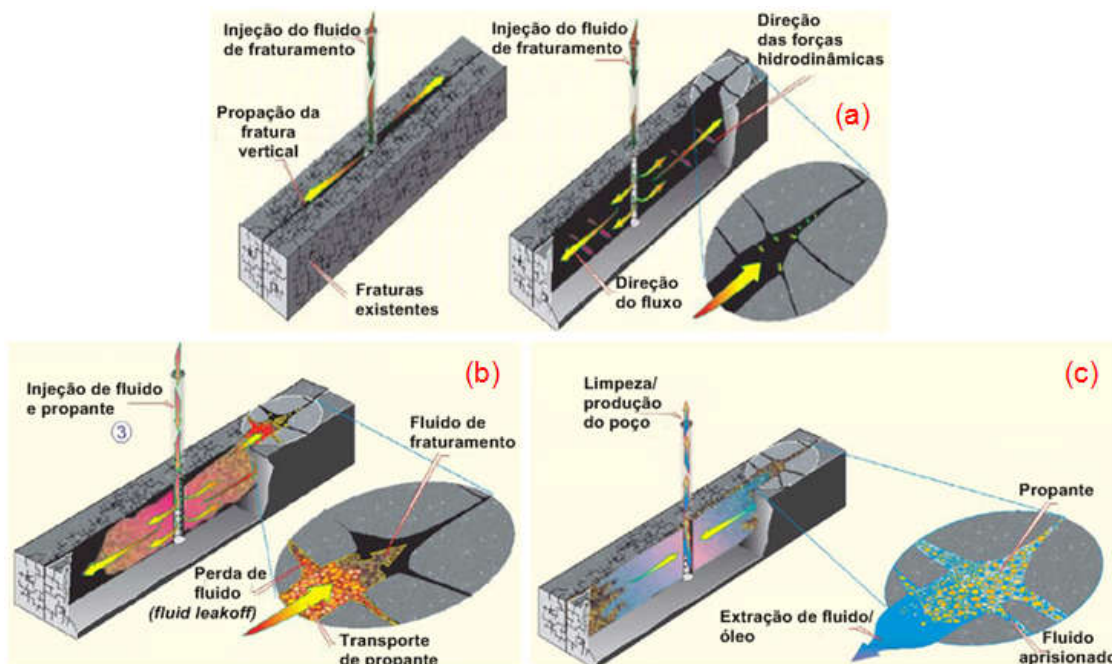
O processo de fraturamento hidráulico, que está ilustrado em detalhes na Figura 2.6 envolve o bombeamento a altas pressões de um líquido (fluido de fraturamento) através de um poço em uma formação de rocha subterrânea para causar a propagação de fraturas na rocha e permitir a extração de petróleo e gás natural (Figura 2.6 (a)). O líquido mais comum é a água, que é misturada com alguns produtos químicos, para que tenha sua viscosidade aumentada (COLBORN et al., 2011) de modo a se evitar que haja a decantação do material granular (SANTANNA, 2003), denominado de material de sustentação ou propante, que é injetado juntamente com o fluido de fraturamento.

Uma fratura induzida hidraulicamente é mantida aberta pela pressão aplicada pelo fluido de fraturamento e para mantê-la ainda aberta após a interrupção do bombeamento, introduz-se na rocha o propante juntamente com o fluido de fraturamento (Figura 2.6 (b)) para se criar um canal de fluxo de alta permeabilidade idealmente estável no interior da formação e conectado ao poço. Na Figura 2.7 pode ser visualizado em detalhe o propante no interior de uma fratura. Os principais

propantes usados são areias, areias tratadas com resina e propantes cerâmicos com elevado teor de alumínio e baixos teores de sílica e argila (CACHAY, 2004).

A última etapa (Figura 2.6 (c)) consiste na limpeza do poço, onde normalmente ocorre uma baixa produção de material de sustentação devido à presença de propante no poço logo após o tratamento da fratura.

**Figura 2.6 – Etapas do processo de fraturamento hidráulico.**



Fonte: CACHAY, 2004.

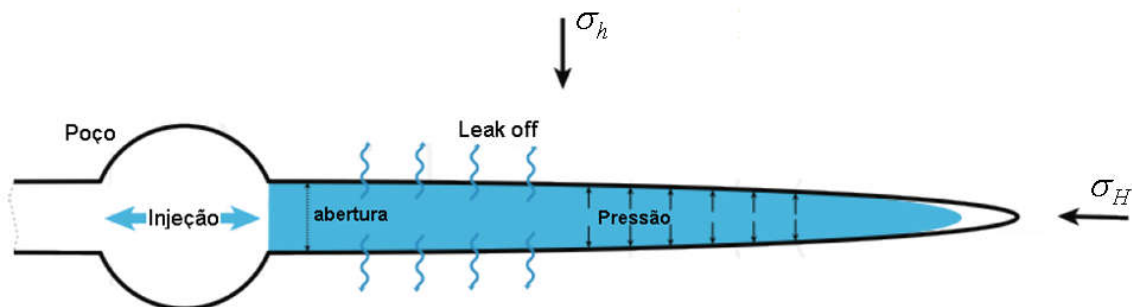
**Figura 2.7 – Visualização do propante dentro da fratura.**



Fonte: HOTCOPPER AUSTRALIAN STOCK MARKET FORUM, 2010.

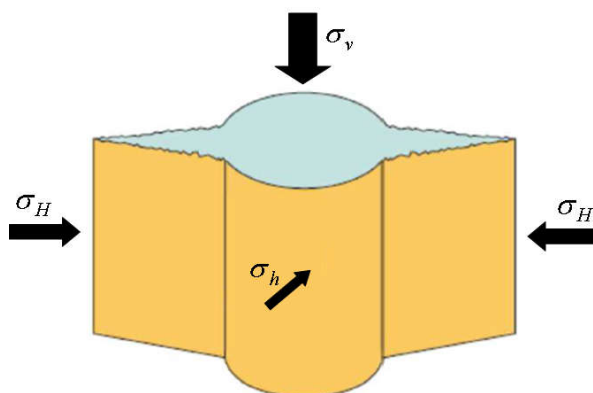
A propagação de uma fratura hidráulica é baseada em pelo menos três processos físicos: um fluxo de fluido no interior da fratura impõe uma carga de pressão sobre as paredes da fratura. Como resultado, a rocha sofre uma deformação (mecânica) e a fratura começa a propagar quando um estado crítico é atingido (ADACHI et al., 2007; WEBER et al., 2013). A princípio, as fraturas hidráulicas se abrem na direção de menor resistência, que é a direção que define o menor trabalho realizado. Uma vez que a operação de fraturamento é conduzida a uma grande profundidade, a mínima tensão compressiva in situ é na direção horizontal (YEW, 1997), então a fratura induzida hidraulicamente se abre na direção da menor tensão horizontal  $\sigma_h$  (Figura 2.8) e se propaga perpendicularmente a ela (LEMAITRE; CHABOCHE, 1985) (Figura 2.9).

Figura 2.8 – Abertura de uma fratura hidráulica.



Fonte: adaptado de Weber (2013).

Figura 2.9 – Propagação vertical de uma fratura hidráulica.



Fonte: adaptado de Azevedo (2015).

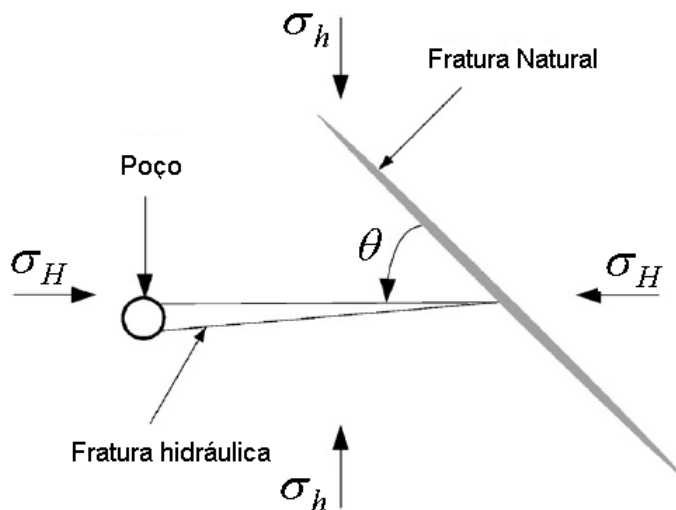
Estudos também mostram que o contraste entre as tensões principais podem alterar a direção das fraturas hidráulicas e também determinar se há apenas uma fratura principal ou várias fraturas secundárias, bem como a forma da fratura também tem sido condicionada a este fator (CIPOLLA et al., 2010; LI et al., 2015; WATERS et al., 2009). Portanto, o contraste das tensões in situ não só influencia a direção das fraturas hidráulicas, mas também a quantidade. Em um estudo realizado por Zhou; Jin; Chen (2010) encontrou-se que um contraste elevado entre as tensões principais horizontais resulta em uma fratura principal com várias ramificações aleatórias, enquanto que um contraste pequeno entre as tensões horizontais resulta em uma fratura parcialmente vertical, plana com ramificações.

Além das tensões in situ, a complexidade geológica do meio, tais como: a heterogeneidade das propriedades mecânicas da rocha como porosidade, permeabilidade e deformabilidade (KISSINGER et al., 2013), e a existência de fraturas naturais e de planos de fraqueza, podem influenciar a trajetória de propagação da fratura induzida (HAGSTRÖM; ADAMS, 2012; ZHANG et al., 2010).

A existência de fraturas naturais torna o problema de fraturamento hidráulico muito mais complexo que em meios contínuos, inicialmente sem fraturas. Em ambos os casos, a propagação da fratura ocorre em função do estado de tensão atuante no meio. Porém, em meios fraturados, as fraturas pré-existent alteram o estado de tensões (DANESHY, 1974), que agora também vai depender do comportamento destas.

Estudos mostram que a fratura induzida pode atravessar ou se unir à fratura natural, ou ainda, em alguns casos, se unir à fratura natural apenas por uma certa distância e então mudar de trajetória novamente se propagando na direção mais favorável mecanicamente, dependendo principalmente da orientação da fratura natural em relação ao estado de tensões (BLANTON, 1982; DANESHY, 1974; LAMONT; JESSEN, 1963; ZHOU et al., 2008) (Figura 2.10).

Figura 2.10 – Influência de uma fratura natural na fratura induzida hidraulicamente.



Fonte: adaptado de Zhou et al. (2008).

A possibilidade da reativação de falhas que cortam a formação rochosa de forma não controlada recai em uma controvérsia acerca de possíveis riscos ambientais decorrentes da operação de fraturamento hidráulico. Uma falha pode dominar efetivamente toda a energia da operação orientando a propagação da fratura em sua própria direção e mantendo a estimulação longe da zona alvo (ALEXANDER et al., 2011; RUTQVIST et al., 2013). A falha então reativada pode se propagar até certa distância, se a energia da estimulação for suficiente, podendo atingir, por exemplo, alguma camada de rocha que contenha um aquífero, permitindo assim a contaminação dos recursos de água subterrânea potável por vazamento dos hidrocarbonetos e outros fluidos do reservatório que percorrem a falha (ARTHUR et al., 2008; RUTQVIST et al., 2013; ZOBACK; KITASEI; COPITHORNE, 2010).

Em geral, podem-se listar os possíveis riscos ambientais referentes à quantidade e qualidade da água envolvidos no processo de estimulação hidráulica como: sobrecarga nas fontes de água superficiais e de subsolo causado pela extração de grandes volumes de água; contaminação de fontes de água por vazamento do fluido injetado, inclusive decorrente de construção defeituosa de poço; impactos adversos causados por despejos em águas superficiais ou pela injeção no subsolo; descarte de rejeitos não reutilizados ou reinjetados. Um estudo específico

sobre os riscos relacionados ao ciclo da água usada na produção dos recursos não convencionais é apresentado em (TORRES; YADAV; KHANA, 2016).

Podem ser citados também outros riscos como: poluição do ar resultante da liberação de partículas orgânicas voláteis, agentes poluidores tóxicos e gases de efeito estufa; grandes mudanças na paisagem e indução de abalos sísmicos (RAHN; RIHA, 2012; RIDLINGTON; RUMPLER, 2013; SUMI, 2015). Estudos específicos sobre o risco de indução de abalos sísmicos pela reativação de falhas decorrente da operação de fraturamento podem ser conferidos em Rutqvist et al. (2013, 2015).

Danos ambientais e outras consequências ainda desconhecidas decorrentes da utilização dessa tecnologia tornam evidente a importância de estudos para um melhor entendimento das consequências desta prática. E ainda, a compreensão dos vários fenômenos que envolvem a prática do fraturamento hidráulico e de como eles se integram, representa um ganho do ponto de vista econômico, já que se pode assim otimizar a injetividade e a produção dos poços.

A simulação numérica é uma importante ferramenta usada no estudo deste tipo de problema e a seguir é apresentada uma breve revisão sobre algumas aproximações numéricas usadas para a reprodução do processo de fraturamento hidráulico.

### **2.3. MODELAGEM DO FRATURAMENTO HIDRÁULICO**

O maciço rochoso é composto de rocha intacta e fraturas pré-existentes. Estas fraturas são superfícies que cortam a rocha intacta determinando planos de fraqueza que podem estar ou não preenchidos por outro tipo de material. Do ponto de vista da mecânica das rochas, o comportamento da rocha intacta está bem mais estudado e definido que o das fraturas. O conjunto de blocos de rocha intacta delimitados por fraturas interagindo entre si tornam o comportamento do maciço rochoso extremamente complexo.

Além da complexidade do problema mecânico em si, o fraturamento hidráulico é também um problema acoplado, onde o fluxo de fluidos e deformações da rocha e fraturas se influenciam mutuamente.

Fica claro que a modelagem deste tipo de problema acoplado é um grande desafio devido à complexidade tanto da física envolvida no processo como da

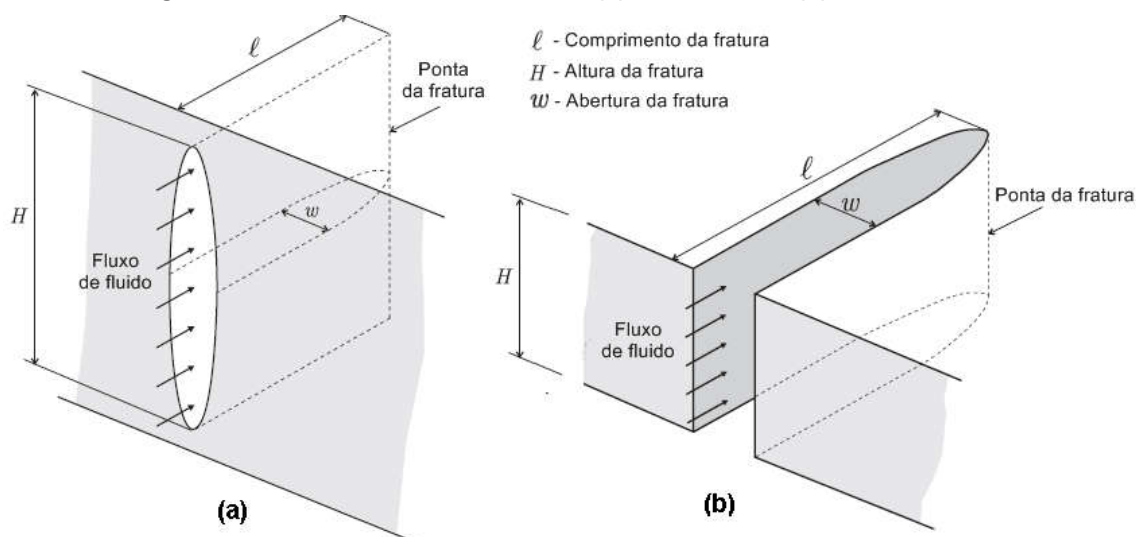
geometria dos reservatórios. A interação entre propriedades mecânicas das rochas, tensões in-situ e heterogeneidades do meio, como fraturas naturais e planos de fraqueza, é determinante na geometria da fratura induzida.

A modelagem do fraturamento hidráulico pode então ser resumida em pelo menos três processos acoplados: (I) a deformação mecânica induzida pela pressão do fluido sobre as paredes da fratura; (II) o fluxo de fluido no interior da fratura; e (III) a propagação da fratura. Normalmente, a deformação é tratada pela teoria da elasticidade linear, que relaciona a abertura da fratura com a pressão de fluido, e o fluxo de fluido é tratado por uma lei, que relaciona a velocidade de fluxo, a abertura da fratura e o gradiente de pressão (ADACHI et al., 2007). Já o critério de propagação da fratura é geralmente dado pela aproximação convencional de dissipação de energia (da teoria da mecânica da fratura elástica linear) que estabelece que a fratura se propaga quando a tensão na extremidade da mesma supera a resistência da rocha (ADACHI et al., 2007).

Na literatura existem diversos estudos que abordam diferentes métodos teóricos e numéricos na representação de descontinuidades em meios contínuos ou naturalmente fraturados, mas nenhum deles aparentemente é capaz de simular de forma totalmente realista o fraturamento hidráulico multi-estágio do ponto de vista da mecânica das rochas (DUSSEAU; MCLENNAN, 2011), pois todos os métodos que são usados neste tipo de modelagem possuem limitações.

A simulação numérica deste tipo de problema de fraturamento iniciou-se com o desenvolvimento dos primeiros modelos teóricos simplificados de propagação de fraturas na década de 50 (ADACHI et al., 2007). Dentre eles, destacam-se os modelos: PKN (*Perkins-Kern-Nordgren model*) (NORDREN, 1972), uma adaptação do modelo PK (*Perkins-Kern model*) (PERKINS; KERN, 1961) que considera que a forma da seção transversal da fratura é elíptica e também leva em conta os efeitos da perda de fluido no meio (*fluid leakoff*) e o KGD (*Khristianovic-Geertsma-de Klerk model*) (GEERTSMA; DE KLERK, 1969), cuja a abertura da fratura é a mesma em qualquer altura da seção transversal vertical da fratura (Figura 2.11). Estes modelos assumem que a altura da fratura é constante e possuem limitações em suas aplicações.

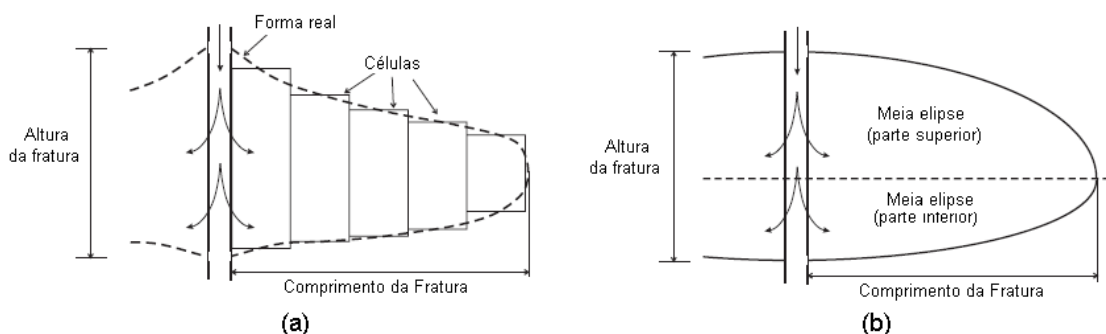
**Figura 2.11 – Geometria da fratura no (a) Modelo PKN; (b) Modelo KGD.**



Fonte: ADACHI et al., 2007.

Nos anos 80 foram desenvolvidos os modelos Pseudo-3D (*P3D models*), que são mais complexos e consideram a variação da altura da fratura ao longo do seu comprimento. A Figura 2.12 mostra duas categorias deste tipo de modelo: Na primeira, denominada de *Cell-based model* (Figura 2.12 (a)), o comprimento da fratura é subdividida em células e a altura é calculada para cada uma delas, e na segunda, denominada *lumped model* (Figura 2.12 (b)), a geometria da fratura é formada por meias elipses unidas pelos seus eixos centrais em direção ao comprimento da fratura e cada passo de tempo o comprimento, e as alturas das meias elipses são atualizadas.

**Figura 2.12 – Modelos pseudo-3D: (a) *Cell-based model* ; (b) *lumped model***



Fonte: ADACHI et al., 2007.

Em se tratando de métodos numéricos, existem vários que vem sendo utilizados na modelagem do fraturamento hidráulico, que se propõem a reproduzir todo o processo, que inclui a degradação do material e a formação da fratura, bem como sua trajetória de propagação. Os métodos mais usados podem ser classificados como contínuos ou discretos.

Os métodos discretos são bastante utilizados atualmente. Entre eles estão o Método dos Elementos Discretos (*Discrete Element Method – DEM*), e o *Discrete Fracture Network (DFN)*, que são técnicas que exigem grande esforço computacional.

O *DEM* trata as fraturas explicitamente, considerando dois tipos de comportamento mecânico: o das descontinuidades (contatos) e o do material sólido (matriz). Os contatos entre os blocos da matriz são identificados e atualizados ao longo da simulação, de modo que o que diferencia o *DEM* de um método contínuo é justamente a reconstrução contínua da malha de maneira a adaptar os contornos dos elementos à descontinuidade que se desenvolve (JALALI, 2013). Entre os trabalhos que usam este método estão o de Hamidi; Mortazavi (2014), e o de Hiyama; Shimizu; Ito (2013).

O *DFN* é um método que considera o fluxo de fluidos em um meio fraturado através de um sistema de fraturas conectadas, ou seja, a permeabilidade da matriz é normalmente ignorada e todo fluxo ocorre na rede de fraturas. O problema mecânico também não é resolvido (BESERRA, 2015), mas pode ser usado em paralelo com outros métodos quando a modelagem de deformação mecânica for necessária (JING; HUDSON, 2002).

O Método das Diferenças Finitas (MDF) ou em inglês *Finite Difference Method - FDM*, o Método dos Elementos de Contorno (MEC) ou *Boundary Element Method - BEM* e o Método dos Elementos Finitos (MEF) ou *Finite Element Method - FEM* são métodos muito usados na representação de fraturas em rochas. O MEF convencional é talvez o mais usado dos métodos contínuos para problemas de Engenharia devido a sua generalidade e capacidade de acomodar propriedades e relações não-lineares (JALALI, 2013; JING; HUDSON, 2002). Entre os estudos que usam o MEF está o trabalho de Li et al. (2012).

Métodos discretos derivados do MEF são usados nos trabalhos de Chen (2013), Ru; Zhao; Wang (2013) e Mahdavi; Mohammadi (2013), que usam o Método dos Elementos Finitos Enriquecidos (*Extended Finite Elements Method - XFEM*), e

Schrefler; Secchi; Simoni (2006), que usa o Método dos Elementos Finitos Generalizados (*Generalized Finite Elements Method - GFEM*).

O MDF se baseia em encontrar soluções aproximadas para as Equações Diferenciais Governantes (*Partial Differential Equations – PDEs*) do problema usando um número finito de pontos da malha, com a substituição das derivadas parciais por diferenças finitas definidas em pontos vizinhos da malha, obtidas de fórmulas diferenciais aproximadas baseadas na série de Taylor (JALALI, 2013; JING; HUDSON, 2002).

Neste método, as fraturas não podem ser modeladas explicitamente, uma vez que requer a continuidade das equações governantes entre os pontos vizinhos da malha. No entanto, o método derivado do MDF, o Método dos Volumes Finitos (MVF) ou *Finite Volume Method – FVM* pode ser usado, pois é tão flexível como o MEF no tratamento das heterogeneidades dos materiais, geração de malhas, e o tratamento de condições de contorno em malhas não estruturadas de formas arbitrárias. O trabalho de Caillabet et al. (2004) é um exemplo do uso da técnica.

Já com relação ao MEC, pode-se dizer que a principal diferença entre este e o MEF, que é o método numérico mais tradicional, é que no primeiro somente o contorno do problema é discretizado, o que reduz a dimensão do problema. Apesar desta vantagem do método, ele pode não ser tão eficiente no tratamento da heterogeneidade dos materiais e da não linearidade do comportamento dos mesmos (JING; HUDSON, 2002).

Ainda, podem ser citados os métodos híbridos, que são frequentemente usados na solução de problemas acoplados de fraturamento em rochas. Os principais modelos são: MEC/MEF, *DEM*/MEF e *DEM*/MEC. O MEC é mais comumente usado para simular um domínio infinito ou semi-infinito como um contínuo elástico equivalente (macro-escala), e o MEF e *DEM* são usados para capturar o comportamento mecânico não linear das regiões fraturadas (micro-escala) (JING; HUDSON, 2002).

Como já mencionado anteriormente, o MEF é um dos métodos numéricos mais versáteis (FEIST, 2004) e um dos mais utilizados para problemas de engenharia inclusive na representação do processo de fraturamento ou fissuramento de materiais, com uma grande disponibilidade de códigos comerciais verificados e amigáveis (BESERRA, 2015; JING, 2003). O desenvolvimento de modelos matemáticos avançados em elementos finitos capazes de descrever o

comportamento não linear de materiais sob os mais diversos cenários de solicitação aumenta ainda mais as possibilidades de aplicação do MEF (FEIST, 2004).

Em se tratando da modelagem do processo de fraturamento usando métodos avançados de análise por elementos finitos, além dos métodos já citados como o *GFEM* e o *XFEM*, pode-se citar também o método contínuo dos elementos com descontinuidades embebidas ou incorporadas. Os três métodos usam o enriquecimento dos elementos ou nós por meio de funções adicionais e necessitam de algoritmos de construção da trajetória da descontinuidade.

Vários métodos discretos também são usados na modelagem do fraturamento. Pode-se citar, além do DFN e DEM mencionados anteriormente, os métodos de representação de descontinuidades através de elementos finitos especiais, denominados elementos de interface, que podem ser elementos de espessura nula (*zero-thickness elements*) (CAMACHO; ORTIZ, 1996; LÓPEZ; CAROL; AGUADO, 2007a, 2007b) regidos por modelos constitutivos coesivos que relacionam tensões e deslocamento, ou elementos com elevada razão de aspecto (elevada razão entre a maior e a menor dimensão do elemento) regidos por relações constitutivas baseadas nas teorias da plasticidade ou do dano (MANZOLI et al., 2012; MANZOLI et al., 2016; SÁNCHEZ; MANZOLI; GUMARÃES, 2014). Em alguns estudos essa metodologia é denominada de técnica de fragmentação de malha.

A proposta deste trabalho é usar esta metodologia para modelar numericamente o comportamento de meios fraturados. Na técnica proposta neste trabalho os efeitos das descontinuidades são representados através de elementos finitos especiais de interface com elevada razão de aspecto, situados entre os elementos finitos sólidos correspondentes ao material não fraturado.

Uma nova interpretação da cinemática de elementos finitos sólidos, dentro do contexto da Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes, apresentada por Manzoli (2012) permite que as interfaces sejam modeladas por elementos finitos sólidos convencionais triangulares (ou tetraédricos para problemas tridimensionais) com elevada razão de aspecto, ou seja, elementos cuja principal característica é a elevada razão entre a sua maior e menor dimensão. Por apresentarem uma dimensão muito menor do que as outras, esses elementos podem ser usados para representar interfaces sem a necessidade de densificação ou refinamento da malha de elementos finitos nessas regiões.

As relações constitutivas usadas para esses elementos são tipo contínuo (entre tensões e deformações), baseadas na mecânica do dano convencional, desenvolvidas de modo a representar possíveis processos de aberturas em tração, assim como fechamentos e deslizamentos com efeitos de atrito em situações compressivas, sem a necessidade de algoritmos de contato.

Os processos de fraturamento podem ser simulados introduzindo-se esses elementos especiais de interface entre todos os elementos finitos sólidos situados na região de possível formação de fraturas, de maneira similar às metodologias usadas por Camacho; Ortiz (1996), López; Carol; Aguado (2007a, 2007b), e por Sánchez; Manzoli; Guimarães (2014) que em um recente estudo usa a técnica de fragmentação de malha para modelar o problema de fissuramento decorrente da dessecação em solos.

A proposta deste trabalho é contribuir com um melhor entendimento acerca do processo de fraturamento hidráulico em formações rochosas, aplicando a técnica de fragmentação de malha para resolver este problema hidromecânico de forma totalmente acoplada, de modo a analisar a influência de propriedades da rocha, estado de tensões in-situ e heterogeneidades do maciço na determinação da geometria e orientação da fratura induzida pela estimulação hidráulica.

Além disso, a técnica proposta possui a vantagem de ser facilmente adaptável a programas convencionais de elementos finitos, além de não necessitar de algoritmos de construção da trajetória de descontinuidade (ou algoritmo de *tracking*) para traçar o caminho de propagação da fratura no meio, o que é bastante atrativo devido à complexidade inerente ao uso destes.

### 3. ELEMENTOS FINITOS SÓLIDOS DE INTERFACE

O processo de fraturamento da rocha pode ser simulado através de diferentes aproximações numéricas, que tentam descrever a formação e propagação de descontinuidades em meios originalmente contínuos. Apesar de ser fonte de muitas pesquisas nos últimos anos, o adequado tratamento desse tipo de problema ainda representa um desafio do ponto de vista teórico e numérico, uma vez que requer modelos constitutivos que descrevam apropriadamente os fenômenos dissipativos envolvidos no processo de deterioração do material até a formação da descontinuidade.

Além disso, para a aplicação do método dos elementos finitos na modelagem do problema de fraturamento, faz-se necessário um tratamento adequado das aproximações dos campos cinemáticos (campos de deslocamentos e de deformações) para que a discretização e as interpolações comumente usadas pelo método sejam capazes de representar a transição entre campos contínuos e descontínuos, que, em geral, exibem singularidades.

Do ponto de vista teórico, o processo de formação da descontinuidade pode ser representado através da Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes (ACDF) (OLIVER; CERVERA; MANZOLI, 1999; OLIVER et al., 2004) que introduz uma cinemática especial, capaz de representar o processo de degradação do material, passando pela fase de localização de deformações em bandas estreitas (descontinuidade no campo de deformações, ou descontinuidade fraca), associadas à zona de processamento da fratura, até o caso limite de degradação completa, correspondente à formação da descontinuidade no campo de deslocamentos (descontinuidade forte).

Do ponto de vista numérico, a ACDF pode ser introduzida de duas maneiras distintas. A primeira delas corresponde à introdução dos efeitos de uma banda muito estreita de localização de deformações no interior dos elementos finitos existentes. Essa técnica de incorporar descontinuidades em elementos finitos, ou técnica de elementos finitos com descontinuidades incorporadas, consiste em enriquecer os campos cinemáticos do elemento, de maneira a representar o comportamento não

linear do material em uma banda estreita que atravessa o elemento (MANZOLI, 1998; MANZOLI; SHING, 2005, 2006; MANZOLI, 2008; MANZOLI et al., 2008a, 2008b; OLIVER et al., 2002; BESERRA, 2015).

Por outro lado, a ACDF também pode ser introduzida através do uso de elementos finitos com elevada razão de aspecto, ou seja, elementos cuja principal característica é a elevada razão entre a sua maior e menor dimensão. Pode-se demonstrar que esses elementos finitos sólidos apresentam os campos cinemáticos similares ao da ACDF, podendo ser empregados como elementos de interface que, quando munidos de relações constitutivas adequadas, podem reproduzir os efeitos do processo de fraturamento (MANZOLI et al., 2012).

Esta maneira de se representar as descontinuidades se dá de forma explícita, de modo que a geração da malha deve prever o posicionamento desses elementos de interface da região potencial do fraturamento entre elementos regulares. Problemas de dependência de malha nos resultados podem ser evitados desde que sejam utilizadas malhas não estruturadas com um refinamento razoável, como pode ser observado em estudos feitos por Manzoli et al. (2016).

Essa metodologia de inserir elementos finitos de interface entre elementos convencionais ou regulares é denominada de técnica de fragmentação de malha (MANZOLI et al., 2012; MANZOLI et al., 2016; SÁNCHEZ; MANZOLI; GUIMARÃES, 2014) e evita a necessidade de refinamento da malha na região da fratura, já que os elementos de elevada razão de aspecto apresentam uma dimensão compatível com a banda de localização estreita, associada à zona de processo da fratura.

Além de não necessitar de algoritmos de construção da trajetória de descontinuidade (ou algoritmo de *tracking*) para traçar o caminho de propagação da fratura no meio, na técnica de fragmentação com elementos de interface de elevada razão de aspecto, não é necessário desenvolver uma relação constitutiva discreta (relação tensão deformação) nem regras especiais de integração para se obter as forças internas. As interfaces podem ser inteiramente modeladas no âmbito do contínuo, compostas por elementos finitos convencionais disponíveis em código de elementos finitos e munidas de modelos constitutivos do contínuo. E por isso essa metodologia pode ser facilmente adaptável a programas convencionais de

elementos finitos, apenas realizando-se algumas alterações na fase de pré-processamento (MANZOLI et al., 2016).

Os elementos de interface também podem ser empregados para descrever o comportamento de fraturas ou falhas existentes em maciços previamente fraturados. Nesse caso, ao invés de reproduzir os efeitos do processo de formação de fratura, a técnica descreveria o processo de reativação das fraturas ou falhas, cujos posicionamentos são conhecidos a priori.

Neste capítulo, o comportamento do elemento de interface no problema mecânico é apresentado, com a demonstração de que a sua cinemática se assemelha à cinemática da ACDF. Em seguida será apresentada uma revisão acerca da teoria da mecânica do dano contínuo e do modelo constitutivo de dano à tração, adotado neste trabalho para representar o processo de formação de fraturas.

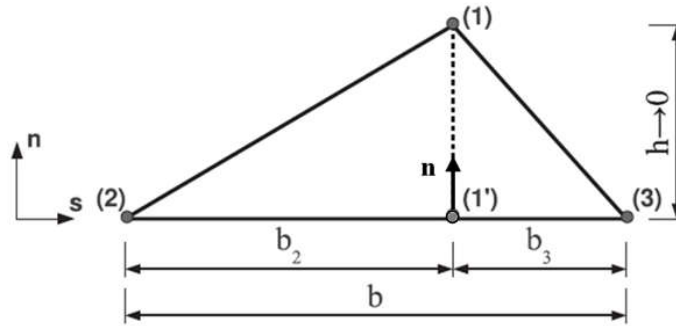
Por fim, é apresentado o algoritmo IMPL-EX, que é um algoritmo de integração de tensões proposto por Oliver; Huespe; Cante (2008), resultante da combinação de dois esquemas de integração, o implícito e o explícito. Sendo usado com o objetivo de diminuir a não linearidade do esquema de integração das tensões do modelo constitutivo, que neste caso é modelo de dano, o IMPL-EX é uma simplificação do algoritmo implícito, com uma projeção explícita da variável de dano.

Como será descrito com mais detalhes adiante sobre o uso deste algoritmo, para que ele funcione de forma acurada e sem a ocorrência de oscilações numéricas é necessário a adoção de passos de tempo curtos, e para satisfazer esta condição de forma mais otimizada foi desenvolvido um algoritmo de controle do passo de tempo que será detalhado mais a frente nesta seção.

### **3.1. ELEMENTO FINITO SÓLIDO DE INTERFACE NO PROBLEMA MECÂNICO**

Como descrito em Manzoli (2012), considera-se o elemento finito triangular de três nós, com base  $b$  formado pelo segmento entre os nós (2) e (3), e altura  $h$  dada pela distância entre o nó (1) e sua projeção na base  $b$  (nó (1')), como ilustrado na Figura 3.1.

**Figura 3.1– Elemento finito de interface.**



Fonte: MANZOLI, 2012.

De acordo com o sistema de coordenadas cartesianas (s,n), em que o eixo n é ortogonal a base, o tensor de deformações em qualquer ponto do elemento pode ser aproximado por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (3.1)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 0 & 1/2(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & 0 \\ 1/2(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & (u_s^{(3)} - u_s^{(2)}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

com:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} [[u]]_n & 1/2[[u]]_s & 0 \\ 1/2[[u]]_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

onde  $u_n^{(i)}$  e  $u_s^{(i)}$  são as componentes do deslocamento do nó  $i$  de acordo com o sistema (s,n) e  $[[u]]_n = u_n^1 - u_n^{1'}$  e  $[[u]]_s = u_s^1 - u_s^{1'}$  são os componentes do deslocamento relativo  $[[u]]$  entre o nó (1) e o ponto correspondente a sua projeção na base do elemento (1'):

(3.4)

$$[[u]]_n = u_n^1 - u_n^{1'} = u_n^1 - [\alpha u_n^{(3)} + (1 - \alpha) u_n^{(2)}]$$

$$[[u]]_s = u_s^1 - u_s^{1'} = u_s^1 - [\alpha u_s^{(3)} + (1 - \alpha) u_s^{(2)}]$$

Nas equações (3.4) acima o deslocamento do ponto projetado (1') foi determinado interpolando-se os dois nós (2) e (3) usando a constante  $\alpha = b_2/b$ . A parte do tensor de deslocamentos relativos à  $h$  que é dada pela equação que define  $\hat{\epsilon}$  pode ser reescrita de forma geral (para qualquer sistema de coordenadas) como:

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes [[\mathbf{u}]])^s \quad (3.5)$$

onde  $(\bullet)^s$  se refere a parte simétrica de  $(\bullet)$ ,  $\mathbf{n}$  é o vetor unitário normal à base do elemento e  $\otimes$  denota um produto tensorial. Logo o tensor total de deformações se torna:

$$\epsilon = \underbrace{\tilde{\epsilon}}_{\tilde{\epsilon}} + \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes [[\mathbf{u}]])^s \quad (3.6)$$

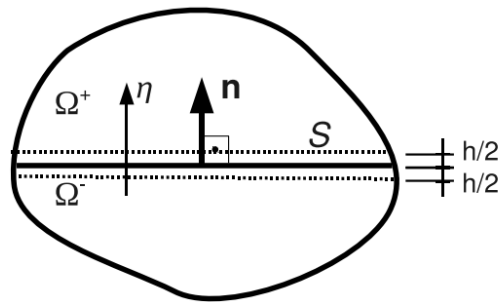
Quando a altura  $h$  tende à zero, o componente do tensor de deformações  $\tilde{\epsilon}$  permanece delimitado enquanto que o componente  $\hat{\epsilon}$  já não é mais limitado. Portanto, na situação limite de  $h$  tendendo a zero, as deformações do elemento são quase que exclusivamente relacionados ao deslocamento relativo  entre o nó (1) e sua projeção na base no elemento. Nota-se que na situação limite, o nó (1) e sua projeção (1') convergem ao mesmo ponto material e, como consequência, o deslocamento relativo  $[[\mathbf{u}]]$  se torna a medida de uma descontinuidade no campo dos deslocamentos (descontinuidade forte).

A estrutura desse campo de deformações apresenta a mesma cinemática da Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes (ACDF) o que indica que as mesmas aplicações da ACDF podem ser tratadas com os elementos finitos de alta razão de aspecto. Para demonstrar este fato, no item seguinte é apresentada a cinemática da ACDF.

### 3.2. CINEMÁTICA DA APROXIMAÇÃO CONTÍNUA DE DESCONTINUIDADES FORTES

Consideramos um sólido com uma superfície de descontinuidade  $S$  com o seu domínio  $\Omega$  dividido em duas partes,  $\Omega^+$  e  $\Omega^-$  como esquematizado na Figura 3.2. O deslocamento total de cada ponto  $x$  no domínio  $\Omega$  pode ser escrito como a soma de um campo regular (contínuo) de deslocamento,  $\bar{\mathbf{u}}$ , e um campo de deslocamento descontínuo, associado com o deslocamento da descontinuidade  $[[\mathbf{u}]]$  ao longo de  $S$ :

Figura 3.2 – Superfície de descontinuidade forte.



Fonte: MANZOLI, 2012.

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + H_s [[\mathbf{u}]] \quad (3.7)$$

sendo  $H_s$  a função Heaviside situada na superfície ( $H_s(x)=1$ , se  $x \in \Omega^+$  e  $H_s(x)=0$ , caso contrário) e  $\mathbf{n}$  o vetor unitário normal à  $S$ . A Figura 3.3 (a) ilustra o salto de deslocamento ao longo de  $S$ .

O campo de deslocamento do regime de descontinuidades fortes pode ser interpretado como a situação limite do regime de descontinuidades fracas (campo de deformações descontínuo e campo de deslocamentos contínuo).

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + Z_s(\eta) [[\mathbf{u}]] \quad (3.8)$$

onde  $Z_s$  é uma função rampa unitária definida por:

$$Z_s \begin{cases} 0 & \text{se } \eta < -h/2 \\ 1 & \text{se } \eta > h/2 \\ \xi/h + 1/2 & \text{se } -h/2 \leq \eta \leq h/2 \end{cases} \quad (3.9)$$

com  $\eta$  sendo a coordenada local do eixo ortogonal a  $S$  de tal modo que  $S$  corresponde à linha  $\eta=0$  e  $h$  neste caso é a largura da faixa de localização da deformação, ilustrada nas Figura 3.3 (b) e (c).

O campo de deformações correspondente é dado por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla^s \mathbf{u} = \nabla^s \bar{\mathbf{u}} + \nabla^s [[\mathbf{u}]] Z_s + \frac{\mu_s(\eta)}{h} (\mathbf{n} \otimes [[\mathbf{u}]])^s \quad (3.10)$$

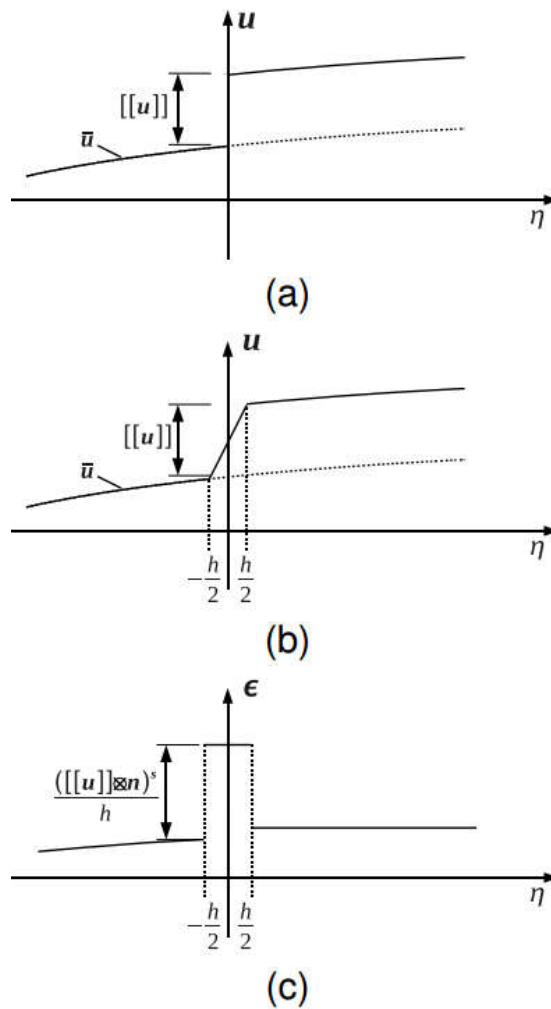
onde  $\mu_s$  é a função de regularização na faixa de localização da deformação ( $\mu_s(\eta)=1$ , se  $-h/2 \leq \eta \leq h/2$  e  $\mu_s(\eta)=0$ , caso contrário). Agrupando-se os componentes contínuos como  $\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla^s \mathbf{u} = \nabla^s \bar{\mathbf{u}} + \nabla^s [[\mathbf{u}]] Z_s$ , temos:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\mu_s(\eta)}{h} ([[ \mathbf{u} ]] \otimes \mathbf{n})^s \quad (3.11)$$

A descontinuidade no campo de deformações pode ser vista na Figura 3.3 (c). Quando  $h$  tende a zero, as deformações do elemento finito triangular se tornam similares às deformações do regime de descontinuidades fortes, nos pontos dentro da faixa de localização.

Portanto, de acordo com a aproximação de descontinuidades fortes, o campo de tensões correspondentes pode ser obtido por meios de equações constitutivas contínuas (relacionando tensões e deformações) com abrandamento de tensões (redução das tensões com o aumento das deformações), que preveem tensões limitadas mesmo para deformações ilimitadas. Essas equações constitutivas podem ser baseadas nas teorias clássicas de dano ou de plasticidade, e devem ser escolhidas de maneira a descrever processos de abertura em tração (modo I), fechamento em compressão e, inclusive, deslizamento relativo (modo II) com dilatação em situações de cisalhamento.

**Figura 3.3 – Cinemática das discontinuidades: (a) Campo de deslocamentos no regime de discontinuidades fortes; (b) Campo de deslocamentos no regime de discontinuidades fracas; (c) Campo de deformações no regime de discontinuidades fracas.**



Fonte: MANZOLI, 2012.

É possível estender esses estudos de maneira a demonstrar que elementos tetraédricos (tridimensionais) com elevada razão de aspecto também são aptos a representar a cinemática da ACDF. Portanto, os efeitos de formação ou reativação de uma fratura podem ser representados por conjuntos de elementos triangulares (em análises bidimensionais) ou tetraédricos (em análise tridimensionais) situados entre elementos sólidos regulares.

### 3.3. MODELO CONSTITUTIVO DE DANO

Os modelos constitutivos de dano são usados como uma importante ferramenta na simulação da degradação mecânica de materiais *quase* frágeis, tais como concreto e rochas (RODRIGUES, 2011).

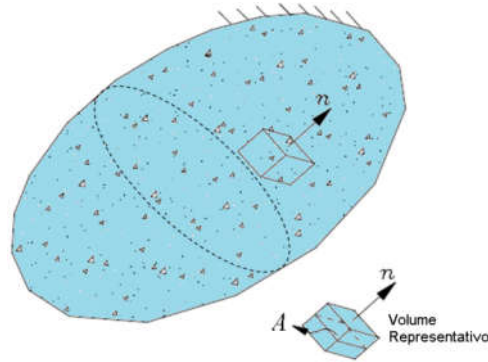
Neste item será apresentado o modelo constitutivo de dano à tração compatível com a Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes (ACDF), usado neste estudo para representar os fenômenos degradativos que precedem a formação de fraturas, na chamada zona de processo de fratura. Além disso, é apresentado o algoritmo IMP-LEX, usado na integração das tensões do modelo constitutivo.

#### 3.3.1. CONCEITOS BÁSICOS

##### 3.3.1.1. Variável de dano

Considerando um sólido com defeitos em sua microestrutura, um elemento representativo deste possui dimensões suficientemente grandes para que se possa admitir homogeneidade para a distribuição dos defeitos nele contidos, mas ao mesmo tempo suficientemente pequenas para que se evitem gradientes elevados de grandezas locais de interesse, como a deformação. Assim é possível admitir continuidade para as funções representativas dos fenômenos que ocorrem no elemento e as propriedades nele medidas são valores médios que podem ser associados a um ponto material (PROENÇA, 2015). Como se vê na Figura 3.4, o elemento de volume representativo é orientado por um versor normal de direção  $n$ , em torno de um ponto do meio.

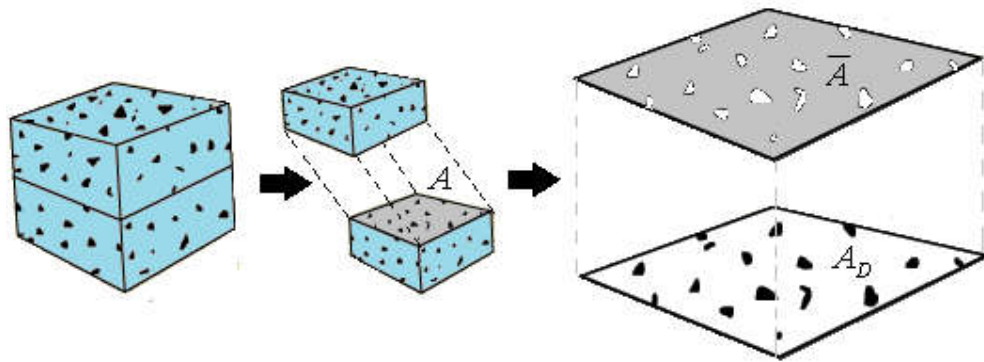
**Figura 3.4 - Elemento de volume representativo de um sólido com dano.**



Fonte: Adaptado de Proença (2015).

Sendo  $A$  a área total de uma seção genérica de normal  $n$  no interior do elemento de controle e admitindo-se que o conjunto de defeitos ( $A_D$ ) seja incapaz de resistir a esforços, é possível definir uma área efetiva, que será a parcela íntegra ( $\bar{A}$ ) da área total ( $A$ ) (Figura 3.5).

**Figura 3.5 - Visualização da parte íntegra e de defeitos da seção genérica no interior do elemento de controle.**



Fonte: Adaptado de Proença (2015).

Então a área que efetivamente resiste aos esforços aplicados é definida por:

$$\bar{A} = A - A_D \quad (3.12)$$

O dano representa a degradação da rigidez de um material, que é resultado do crescimento e interconexão das microfissuras existentes (BESERRA, 2015). Essa degradação do material é quantificada pela variável de dano ( $d$ ). Como neste

trabalho se assume que o material se degrada igualmente em todas as direções (dano isotrópico) a variável de dano é escalar, e por definição é dado pela relação entre a área dos defeitos e a área total (LEMAITRE; CRABOCHE, 1985):

$$d = \frac{A_D}{A} \quad (3.13)$$

Sendo a área dos defeitos calculada por:

$$A_D = A - \bar{A} \quad (3.14)$$

o dano pode ser escrito como:

$$d = \frac{A - \bar{A}}{A} = 1 - \frac{\bar{A}}{A} \quad (3.15)$$

A variável de dano é, portanto uma medida da perda de rigidez do material. Uma vez que o material sofra degradação não poderá voltar a seu estado íntegro e a área degradada pode então crescer ao longo do tempo com a aplicação de esforços. Logo, se estabelece que:

$$0 \leq d \leq 1, \text{ com:} \quad (3.16)$$

$$\begin{cases} d = 0 & \text{material íntegro} & \rightarrow A_D = 0 \\ d = 1 & \text{material totalmente degradado} & \rightarrow A_D = A \end{cases}$$

### 3.3.1.2. Tensão efetiva

Considerando uma situação de sollicitação uniaxial sobre o elemento de volume de controle, constituídas por forças aplicadas ( $F$ ) nas faces opostas orientadas pelo versor  $n$ , a tensão nominal ( $\sigma$ ) em qualquer ponto da seção genérica  $A$  é dada pela relação:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (3.17)$$

Uma tensão efetiva de dano ( $\bar{\sigma}$ ) associada à área efetiva definida pela anteriormente pela Equação (3.12) pode ser definida como:

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{\bar{A}} \quad (3.18)$$

Relacionando a tensão nominal e a efetiva e com base na Equação (3.15), pode-se então definir a seguinte relação:

$$\frac{\sigma}{\bar{\sigma}} = \frac{\bar{A}}{A} = 1 - d \rightarrow \sigma = (1 - d)\bar{\sigma} \quad (3.19)$$

que expressa a tensão nominal em função da tensão efetiva e da variável de dano. Nota-se que a tensão efetiva coincide com a tensão nominal no caso de seção íntegra ( $d = 0$ ), sem defeitos, e tende ao infinito na medida em que os defeitos tomam toda a seção ( $d = 1$ ).

### 3.3.1.3. Equivalência de deformações

A partir do conceito de tensão efetiva e do princípio da equivalência de deformação (LEMAITRE; CHABOCHE, 1985) que diz que a deformação associada a um estado danificado submetido à tensão é equivalente à deformação associada ao estado não danificado submetido à tensão efetiva (Figura 3. 6), pode-se escrever que:

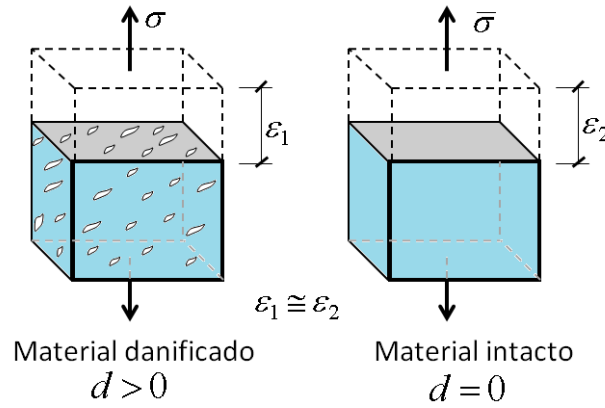
$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E_D} \quad (3.20)$$

e

$$\varepsilon_2 = \frac{\bar{\sigma}}{E} \quad (3.21)$$

onde  $E$  é o módulo de Elasticidade do material intacto e  $E_D$  o módulo de elasticidade do material degradado.

**Figura 3. 6 - Princípio de deformação equivalente.**



Fonte: adaptado de Rodrigues (2011).

Se pelo princípio de deformação equivalente  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ , da relação das equações (3.20) e (3.21) tem-se:

$$\frac{\sigma}{E_D} = \frac{\bar{\sigma}}{E} \rightarrow E_D = E \frac{\sigma}{\bar{\sigma}} \quad (3.22)$$

e substituindo a Equação (3.19) em (3.22) se define então a relação entre os módulos de elasticidade  $E$  e  $E_D$  na Equação (3.23).

$$E_D = (1-d)E \quad (3.23)$$

A partir das Equações (3.20) e (3.23) chega-se a relação constitutiva total:

$$\sigma = E_D \varepsilon \rightarrow \sigma = (1-d)E \varepsilon \quad (3.24)$$

Das Equações (3.19) e (3.24) chega-se que:

$$\bar{\sigma} = E\varepsilon \quad (3.25)$$

#### 3.3.1.4. Critério de degradação do material

O critério de degradação define o domínio elástico, região no espaço das tensões onde o comportamento do material é elástico linear. O domínio elástico pode ser estabelecido por uma função de dano  $f(\sigma)$  escrita como uma função da norma da tensão equivalente  $\tau$  e da variável interna do modelo  $q$ :

$$f(\sigma) = \tau(\sigma) - q \leq 0 \quad (3.26)$$

A tensão equivalente  $\tau(\sigma)$  define a forma do domínio elástico e  $q$  define o tamanho do domínio elástico.

No espaço das tensões efetivas, o critério de degradação é escrito da seguinte forma:

$$\tilde{f}(\sigma) = \tau(\bar{\sigma}) - r \leq 0 \quad (3.27)$$

onde  $r$ , que é a variável interna que define o tamanho do domínio elástico no espaço das tensões efetivas, é definida por:

$$r = \frac{q}{1-d} \quad (3.28)$$

A variável de dano pode ser então escrita em função das variáveis internas  $r$  e  $q$  como:

$$d = 1 - \frac{q}{r} \quad (3.29)$$

Deve-se então definir as condições de carga e descarga para o modelo de dano pelas relações de Kuhn-Tucker:

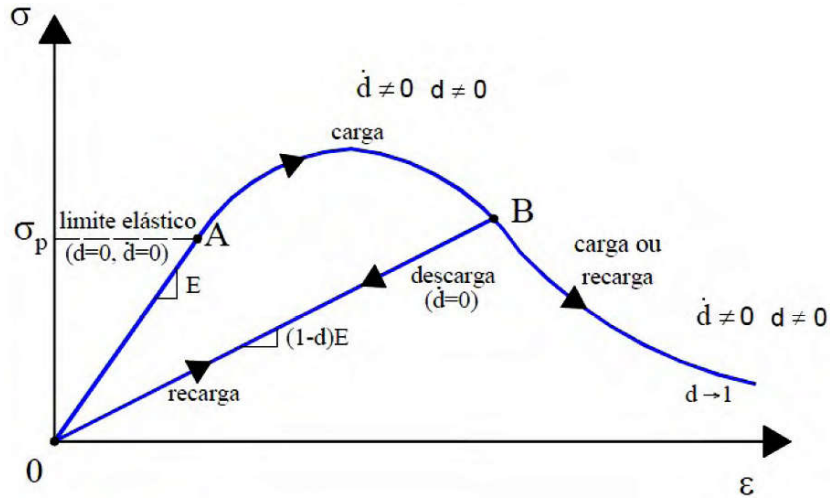
$$\begin{aligned} \dot{d} &\geq 0 \\ f(\bar{\sigma}) &\leq 0 \\ \dot{d}f(\bar{\sigma}) &= 0 \rightarrow \text{condição de consistência} \end{aligned} \quad (3.30)$$

das quais pode se deduzir que:

$$\begin{aligned} \text{Se } f(\bar{\sigma}) < 0 &\rightarrow \dot{d} = 0 \rightarrow \text{não há evolução do dano (regime elástico)} \\ \text{Se } f(\bar{\sigma}) = 0 &\rightarrow \begin{cases} \dot{\epsilon}(\bar{\sigma}) < 0 \rightarrow \begin{cases} \dot{d} = 0 \\ \dot{\epsilon} = 0 \end{cases} \rightarrow \text{descarga elástica} \\ \dot{\epsilon}(\bar{\sigma}) > 0 \rightarrow \begin{cases} \dot{d} > 0 \\ \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon} > 0 \end{cases} \rightarrow \text{carga ou recarga} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.31)$$

onde  $\dot{d} = 0$  é a taxa de variação da variável de dano. A curva tensão-deformação apresentada na Figura 3.7 ilustra todas as etapas de carga, descarga e recarga do material. O trecho  $\overline{OA}$  é o domínio elástico, onde a variável de dano,  $d$ , não evolui. No trecho  $\overline{AB}$  ocorre a degradação do material sob carregamento (processo irreversível) e a variável de dano evolui. Já os trechos  $\overline{BO}$  e  $\overline{OB}$  correspondem aos processos elásticos de descarga e recarga respectivamente, onde também não há evolução da variável de dano. Outro detalhe observável na curva abaixo é que a o fator de redução da rigidez é  $(1-d)$  (BESERRA, 2015; RODRIGUES, 2011).

Figura 3.7 – Curva de tensão-deformação; Evolução da variável de dano.



Fonte: adaptado de Rodrigues (2011).

#### 3.3.1.5. Lei de evolução do dano

A evolução do dano produz diferentes comportamentos pós-ruptura a depender das características do material (

Figura 3.8) (BESERRA, 2015; RODRIGUES, 2011). Portanto, existem diferentes leis de evolução da variável de dano para definir adequadamente o comportamento de cada material após o limite de elasticidade.

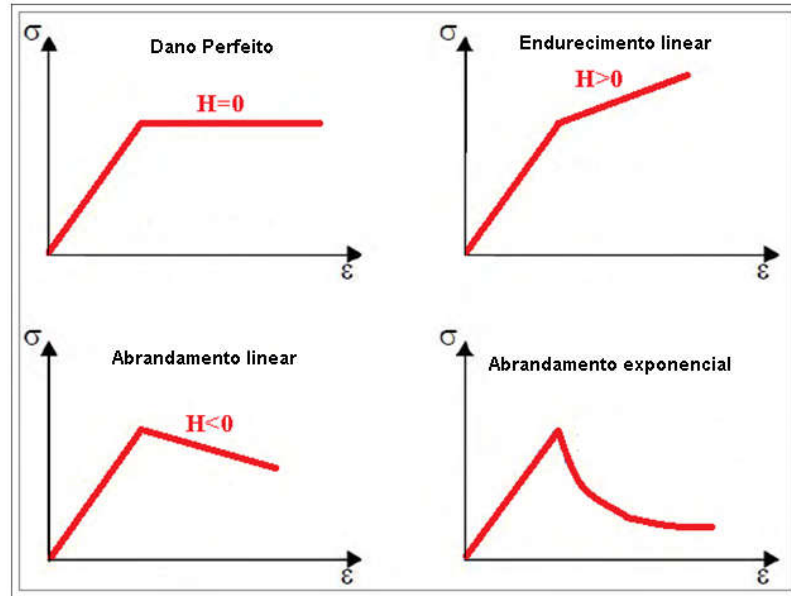
Para o modelo de dano, o comportamento pós-ruptura do material é regido por leis de endurecimento ou abrandamento (amolecimento) e estas podem ser escritas em função das variáveis internas  $q$  e  $r$ . Para o caso de endurecimento ou abrandamento linear, tem-se:

$$q(r) = q_0 + H(r - q_0) \quad (3.32)$$

onde  $q_0 = r_0$  e  $H$  é um parâmetro de endurecimento ou abrandamento que vale:

$$\begin{cases} H > 0 & \rightarrow \text{endurecimento} \\ H < 0 & \rightarrow \text{abrandamento} \end{cases} \quad (3.33)$$

Figura 3.8 – Curva tensão-deformação para diferentes comportamentos pós-ruptura.



Fonte: adaptado de Beserra (2015).

Já para o caso de abrandamento exponencial, tem-se:

$$q(r) = q_0 e^{A_e \left(1 - \frac{r}{r_0}\right)} \quad (3.34)$$

onde  $A_e$  é um parâmetro de abrandamento exponencial.

### 3.3.2. MODELO CONSTITUTIVO DE DANO À TRAÇÃO

A ruptura por tração é o principal mecanismo de abertura das fraturas na rocha induzida pela injeção de fluidos. No modelo de dano à tração, o material tem o comportamento elástico quando em estado compressivo e se degrada apenas em estados tensionais de acordo com o critério de dano. Neste trabalho este modelo, que é apresentado a seguir, foi apropriadamente adotado para representar o processo de formação de fraturas e, portanto governar o comportamento dos elementos finitos de interface com elevada razão de aspecto.

Conforme apresentado em Sánchez; Manzoli; Guimarães (2014), para o modelo de Dano à tração a lei constitutiva pode ser escrita como:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d)\bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (3.35)$$

onde  $\boldsymbol{\sigma}$  é tensão nominal,  $d$  é a variável de dano ( $0 \leq d \leq 1$ ) e  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$  é a tensão efetiva de dano, que é dada por:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.36)$$

sendo  $\mathbf{C}$  o tensor constitutivo elástico.

O domínio elástico é estabelecido pelo o critério de dano que é definido por:

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \tau(\boldsymbol{\sigma}) - q(r) \leq 0 \quad (3.37)$$

onde  $q$  e  $r$  são as variáveis internas do tipo tensão e deformação respectivamente,  $\tau$  é a tensão equivalente que define o domínio elástico. No modelo de dano adotado nos estudos numéricos deste projeto, o tensor de tensões é projetado na direção normal à superfície da fratura, resultando no vetor de tensões  $\mathbf{T}$  (*traction*) e a componente normal deste vetor,  $\sigma_n$ , é que é utilizada na definição do critério de dano (ou critério de degradação) que pode ser expresso da seguinte forma:

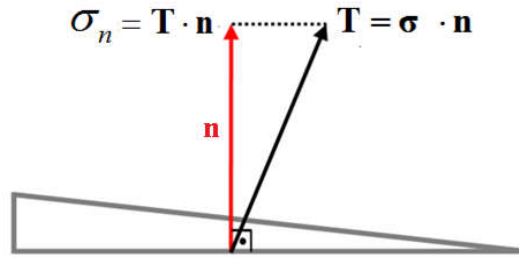
$$\tau = \sigma_n \quad (3.38)$$

Na técnica de fragmentação a direção normal é definida como sendo ortogonal à base do elemento de interface com elevada razão de aspecto (Figura 3.9).

No espaço das tensões efetivas o critério de dano pode ser descrito por:

$$\bar{f}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, r) = \bar{\sigma}_n - r \leq 0, \text{ com } r = q/(1-d) \quad (3.39)$$

**Figura 3.9 - Projeção do vetor de tensões na direção normal a base do elemento de interface.**



Fonte: SÁNCHEZ; MANZOLI; GUIMARÃES (2014).

A variável  $r$  estabelece o limite de dano, controlando a dimensão do domínio elástico no espaço das tensões efetivas. O limite de dano é delimitado pela superfície  $\bar{f}(\bar{\epsilon}, r) = 0$ . A lei de evolução da variável  $r$  é dada por:

$$r = \text{Max}[\bar{\sigma}_n, r_0], \text{ com } r_0 = f_t \quad (3.40)$$

A Equação (3.40) indica que a variável  $r$  assume o valor máximo que a tensão efetiva de tração  $\bar{\sigma}_n$  atinge durante o processo de carregamento, e o valor inicial da variável  $r_0$  é igual ao valor da resistência à tração do material  $f_t$ .

A lei de evolução do dano pode então ser expressa por:

$$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r} \quad (3.41)$$

com a variável interna  $q(r)$  podendo ser expressa utilizando diferentes leis de endurecimento/abrandamento (lei linear ou lei exponencial). Neste trabalho, usa-se uma lei de abrandamento exponencial que considera a energia de fratura do material e a espessura dos elementos de interface (SÁNCHEZ; MANZOLI; GUIMARÃES, 2014), conforme a Equação (3.42):

$$q(r) = f_t e^{\frac{f_t^2}{G_f E} h \left( 1 - \frac{r}{f_t} \right)} \quad (3.42)$$

onde  $E$  é módulo de elasticidade,  $f_t$  é a resistência a tração,  $G_f$  é a energia de fratura do material e  $h$  é a espessura do elemento de interface.

Todas as equações constitutivas do modelo de dano à tração estão resumidas na Tabela 3.1.

**Tabela 3.1 - Resumo das equações constitutivas do modelo de dano à tração.**

|                          | Modelo de Dano à tração                                                                                                                                                       |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Relação Constitutiva     | $\boldsymbol{\sigma} = (1 - d)\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \text{ se } \bar{\sigma}_n > 0$ $\boldsymbol{\sigma} = \bar{\boldsymbol{\sigma}}, \text{ se } \bar{\sigma}_n \leq 0$ |
| Tensões efetivas         | $\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}$                                                                                                           |
| Tensão equivalente       | $\bar{\tau}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}) = \bar{\sigma}_n$                                                                                                                      |
| Crítério de dano         | $\bar{\tau} - r \leq 0$                                                                                                                                                       |
| Evolução da variável $r$ | $r = \text{Max}[f_t, \bar{\tau}]$                                                                                                                                             |
| Evolução do dano         | $d = 1 - \frac{q(r)}{r}$                                                                                                                                                      |
| Lei de endurecimento     | $q(r) = f_t e^{\frac{f_t^2}{G_f E} h \left(1 - \frac{r}{f_t}\right)}$                                                                                                         |

### 3.4. ALGORITMO DE INTEGRAÇÃO IMPLÍCITO-EXPLÍCITO (IMPL-EX)

Na simulação de problemas muito complexos e de alta linearidade, tal como o da modelagem do fraturamento hidráulico, que envolve forte acoplamento hidromecânico, os algoritmos totalmente implícitos apresentam uma alta não linearidade e podem ser de difícil convergência. Por este motivo foi utilizado um algoritmo de integração de tensões denominado IMPL-EX, com o objetivo de diminuir a não linearidade do algoritmo de integração. Este algoritmo, bastante robusto, é uma simplificação do algoritmo implícito, com uma projeção explícita da variável de dano (BESERRA, 2015; OLIVER; HUESPE; CANTE, 2008).

As vantagens deste tipo de integração são: garantia de convergência do modelo e o menor custo computacional se comparado ao método puramente implícito.

Com o IMPL-EX não se cumpre exatamente a condição de consistência e os resultados podem perder precisão ou apresentarem oscilações, mas esses problemas podem ser minimizados com a adoção de incrementos de carga menores,

e apesar de o método requerer passos de tempo curtos, a convergência é garantida em cada passo de tempo, com no máximo duas iterações. Esse benefício é ainda maior para problemas com muitos graus de liberdade. No item 3.4.1 será apresentado o algoritmo IMPL-EX aplicado ao modelo constitutivo de dano à tração, usado nos estudos numéricos deste trabalho.

#### 3.4.1. IMPL-EX APLICADO AO MODELO CONSTITUTIVO DE DANO À TRAÇÃO

Como descrito em Beserra (2015), o algoritmo IMPL-EX para o modelo de dano à tração trata da atualização da variável interna,  $r$ , que define o limite de dano, e é utilizada para calcular a variável de dano corrente.

Dessa forma, o cálculo da variável de dano corrente (no passo de carga atual  $j + 1$ ), fica definido como:

$$d(\tilde{r}_{j+1}) = 1 - \frac{q(\tilde{r}_{j+1})}{\tilde{r}_{j+1}} \quad (3.43)$$

onde:

$$\tilde{r}_{j+1} = r_j + \Delta r_j \quad (3.44)$$

e,

$$\Delta r_j = r_j - r_{j-1} \quad (3.45)$$

A variável,  $\tilde{r}_{j+1}$ , utilizada para calcular as variáveis de dano, é uma aproximação da função  $r_{j+1}$ , baseada em seus valores calculados em passos de carga anteriores. Sua utilização garante convergência na segunda iteração de cada passo de carregamento, ao custo da necessidade de um estudo de convergência

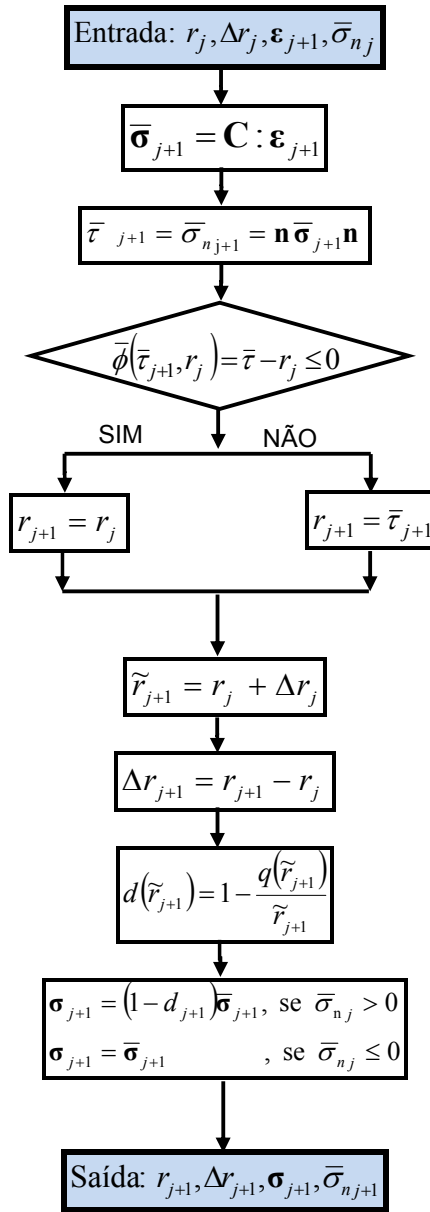
dos resultados. É notório que a variável de dano no passo corrente torna-se então constante durante as iterações de um passo de carregamento.

A matriz constitutiva tangente,  $\mathbf{C}_{\text{tan}}$ , para o modelo de dano proposto, considerando o uso do IMPL-EX, fica então definida como:

$$\begin{aligned}\mathbf{C}_{\text{tan}} &= \frac{\boldsymbol{\sigma}^{j+1}}{\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} = (1 - d^t) \mathbf{C}, \text{ se } \bar{\sigma}_n > 0 \\ \mathbf{C}_{\text{tan}} &= \frac{\boldsymbol{\sigma}^{j+1}}{\boldsymbol{\varepsilon}_{j+1}} = \mathbf{C}, \text{ se } \bar{\sigma}_n \leq 0\end{aligned}\tag{3.46}$$

A Figura 3.10 resume o algoritmo do modelo de dano à tração como está implementado no programa de elementos finitos CODE-BRIGHT.

Figura 3.10 - Algoritmo IMPL-EX de integração de tensões para o modelo de dano à tração.



Fonte: Autora.

### 3.4.2. ALGORITMO DE CONTROLE DO PASSO DE TEMPO

Como dito anteriormente, o algoritmo IMPL-EX permite a violação da condição de consistência e os resultados podem perder precisão ou apresentar oscilações se utilizados incrementos de tempo muito grandes. Porém se os incrementos forem muito reduzidos pode-se retardar a análise de maneira desnecessária. Para otimizar o uso do IMPL-EX e evitar a ocorrência dessas oscilações usa-se um algoritmo de controle automático do passo de tempo que, com base na taxa de degradação do material do passo de tempo atual, calcula o tamanho do próximo passo de tempo.

Como descrito em Beserra (2015) a degradação do material é definida pela lei de endurecimento/abrandamento,  $q(r)$ . Assim, a taxa de degradação do material pode ser medida pela derivada  $dq/dr$ . Em um passo de tempo, há duas maneiras de se aproximar esta derivada (Figura 3. 11), são elas, a aproximação tangente:

$$\left. \frac{dq}{dr} \right|_{tg} = \frac{1}{2} \left( \left. \frac{dq}{dr} \right|_{new} + \left. \frac{dq}{dr} \right|_{old} \right) \quad (3.47)$$

e a aproximação secante:

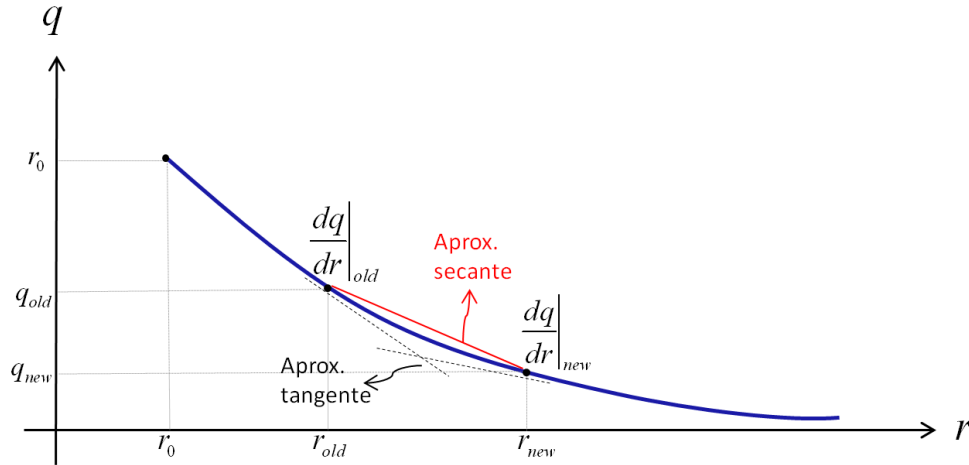
$$\left. \frac{dq}{dr} \right|_{sec} = \frac{q_{new} - q_{old}}{r_{new} - r_{old}} \quad (3.48)$$

Assume-se que a diferença entre essas duas aproximações é o erro associado ao passo de tempo atual ( $\Delta t$ ) e calcula-se um fator, que relaciona o erro com uma tolerância previamente informada.

$$Erro = \frac{\left. \frac{dq}{dr} \right|_{sec} - \left. \frac{dq}{dr} \right|_{tg}}{\left. \frac{dq}{dr} \right|_{tg}} \quad (3.49)$$

$$Fator = \sqrt[4]{\frac{Tol}{Erro}} \quad (3.50)$$

Figura 3. 11 - Curva da evolução da variável  $q$  em função de  $r$ .



Fonte: BESERRA, 2015.

De acordo com a equação (3.50), quanto maior o erro, menor será o fator calculado e o tamanho do próximo passo de tempo será reduzido, segundo a seguinte expressão:

$$\Delta t^{new} = \Delta t \cdot Fator$$

$$\text{onde } \begin{cases} \text{Se } Fator > 1.4 \rightarrow Fator = 1.4 \\ \text{Se } Fator < 0.7 \rightarrow Fator = 0.7 \end{cases} \quad (3.51)$$

O tamanho do passo de tempo é também limitado entre  $\Delta t_{min}$  e  $\Delta t_{max}$  informados previamente.

#### 4. O ELEMENTO FINITO DE INTERFACE NO PROBLEMA HIDRÁULICO

Representando o fraturamento através de bandas estreitas explícitas, como no caso dos elementos finitos de interface, é possível estender a técnica com certa simplicidade para representar fenômenos hidromecânicos presentes no processo de fraturamento hidráulico. Isso se deve ao fato de que a ACDF mantém os conceitos de tensões e deformações, da mecânica do contínuo, também para representar campos cinemáticos descontínuos. Da mesma forma, os campos de pressões e de fluxo do problema hidráulico também podem ser mantidos para descrever os efeitos hidráulicos nas fraturas formadas ou reativadas.

No subitem anterior, a cinemática do elemento de interface com elevada razão de aspecto é analisada e equiparada a cinemática da aproximação de descontinuidades fortes em modelagens de problemas mecânicos (MANZOLI et al. 2012).

Neste trabalho é proposta a aplicação deste tipo de elemento para modelar numericamente a formação de múltiplas fraturas e o comportamento de meios intensamente fraturados considerando o acoplamento hidromecânico. Com a aplicação deste elemento em problemas acoplados, e já tendo sido comprovada sua cinemática para problemas mecânicos, este subitem apresenta a análise do comportamento do elemento de interface com elevada razão de aspecto (assumindo que o mesmo é do tipo triangular linear) no problema bidimensional de fluxo em meios porosos, através da aplicação direta do Método dos Elementos Finitos (MEF).

##### 4.1. MEF APLICADO AO PROBLEMA DE FLUXO

###### 4.1.1. DEFINIÇÃO DA APROXIMAÇÃO NO ELEMENTO

Primeiramente, define-se a aproximação da solução do problema de fluxo para o domínio do elemento através da solução aproximada:

$$\hat{p}^e(x, y) = \sum_e N_i^e(x, y) \cdot p_i \quad (4.1)$$

onde a incógnita do problema está escrita em termos de seus valores nodais.  $N_i^e$  é a função de interpolação ou de forma associada ao nó  $i$  definida em função do tipo do elemento, e  $p_i$  é a carga hidráulica (pressão de poro) no nó  $i$ . Com esta aproximação, pode-se obter o valor da variável em qualquer ponto no interior de um dado elemento a partir da interpolação de seus valores nodais.

Assumindo que o elemento de interface é do tipo triangular com interpolação linear, pode-se adotar a equação de um plano para a construção das funções de forma  $N_i^e$  do elemento. A função de interpolação fornece um peso para o valor da variável, nesse caso a carga hidráulica em cada nó  $i$  ( $p_i$ ), que deve ser função da proximidade do ponto em relação a cada nó do elemento.

Assim, a função de forma para o nó um do elemento triangular linear pode ser escrita como:

$$N_1^e = a_1 + b_1 \cdot x + c_1 \cdot y \quad (4.2)$$

que na forma matricial é:

$$N_1^e = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

onde  $a_1$ ,  $b_1$  e  $c_1$  são constantes a serem determinadas.

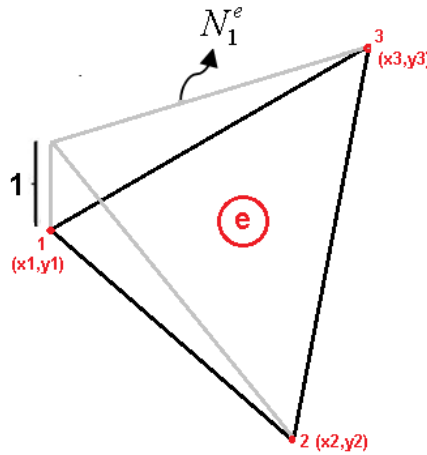
As funções de forma devem ser de tal forma que quando avaliadas no próprio nó a qual se relacionam forneçam um valor unitário e quando avaliada nos demais nós dê um valor nulo (Figura 4.1). Logo para o nó um de um elemento triangular linear elas cumprem que:

$$\begin{cases} N_1^e(x_1, y_1) = 1 \rightarrow a_1 + b_1 \cdot x_1 + c_1 \cdot y_1 = 1 \\ N_1^e(x_2, y_2) = 0 \rightarrow a_1 + b_1 \cdot x_2 + c_1 \cdot y_2 = 0 \\ N_1^e(x_3, y_3) = 0 \rightarrow a_1 + b_1 \cdot x_3 + c_1 \cdot y_3 = 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

e na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

**Figura 4.1 – Elemento triangular linear.**



Fonte: Autora.

Denominando a matriz que contém as coordenadas dos nós do elemento de matriz  $\mathbf{A}$ , e invertendo-se a equação anterior, determinam-se as constantes  $a_1, b_1$  e  $c_1$ .

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{com} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Finalmente, a função de forma  $N_1^e$  é dada por:

$$N_1^e = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Analogamente, para os demais nós do elemento as funções  $N_2^e$  e  $N_3^e$  são:

$$\begin{cases} N_2^e = a_1 + b_2 \cdot x + c_2 \cdot y \\ N_3^e = a_1 + b_3 \cdot x + c_3 \cdot y \end{cases} \quad (4.8)$$

que na forma matricial escreve-se:

$$N_2^e = [1 \quad x \quad y] \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad N_3^e = [1 \quad x \quad y] \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Para a análise do comportamento do fluxo no elemento é necessário definir o gradiente das funções de forma. De forma geral, denominando  $\mathbf{N}$  a matriz das funções de interpolação igual a:

$$\mathbf{N} = [1 \quad x \quad y] \cdot \mathbf{A}^{-1} \quad (4.10)$$

Pode-se definir que o gradiente das funções de forma por:

$$\nabla \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \end{bmatrix} \cdot [1 \quad x \quad y] \cdot \mathbf{A}^{-1} \quad (4.11)$$

E escrevendo o gradiente da função  $N_1^e$  na forma matricial tem-se:

$$\nabla N_1^e = \begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \end{bmatrix} \cdot [1 \quad x \quad y] \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\nabla N_1^e = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Denominando o gradiente das funções  $\nabla \mathbf{N}$  de matriz  $\mathbf{B}$  podemos reescrever o gradiente da função  $N_1^e$  como:

$$\nabla \mathbf{N}_1^e = \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{com} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{A}^{-1} \quad (4.14)$$

e analogamente definir os gradientes das funções  $\mathbf{N}_2^e$  e  $\mathbf{N}_3^e$  como:

$$\nabla \mathbf{N}_2^e = \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \nabla \mathbf{N}_3^e = \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Com essas definições pode-se estimar o fluxo como descrito a seguir.

#### 4.1.2. CÁLCULO DO FLUXO NO ELEMENTO

O vetor de fluxo  $\mathbf{q}$  no elemento é dado pela lei de Darcy:

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K} \cdot \nabla \hat{\mathbf{p}} \quad (4.16)$$

onde  $\mathbf{K}$  é o tensor de permeabilidade ou matriz de condutividade hidráulica, dada por:

$$\mathbf{K} = k\mathbf{I} \quad (4.17)$$

e  $\nabla \hat{\mathbf{p}}$  é o gradiente hidráulico, que pode ser definido como:

$$\nabla \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{p}^e \quad (4.18)$$

onde  $\mathbf{p}^e$  é o vetor que reúne os valores nodais da incógnita, que no caso do problema de fluxo são as cargas hidráulicas nodais.

Sendo o elemento do tipo triângulo linear, com um grau de liberdade por nó para o problema de fluxo, o vetor  $\mathbf{p}^e$  pode ter seus valores estimados genericamente por:

$$\mathbf{p}^e = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

E assim o gradiente hidráulico é dado por:

$$\nabla \hat{p} = \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Logo, o fluxo é estimado por:

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K} \cdot \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

No próximo item descreve-se o cálculo das vazões nodais do elemento triangular linear em função das variáveis nodais, ou seja, das cargas hidráulicas nodais.

#### 4.1.3. CÁLCULO DAS VAZÕES NODAIS

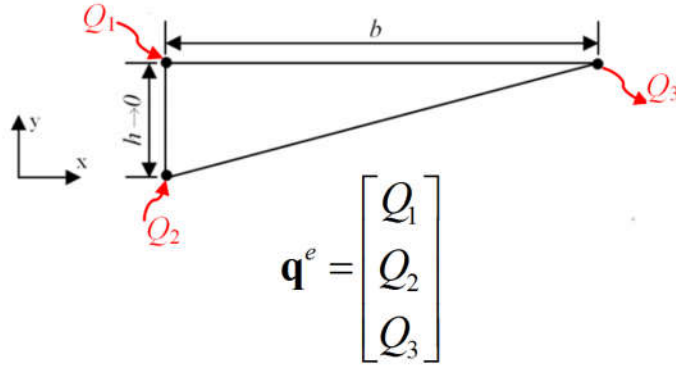
Define-se o vetor  $\mathbf{q}^e$  de vazões nodais no elemento partindo da lei de Darcy (Figura 4.2):

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K} \cdot \nabla \hat{p} \quad (4.22)$$

que pode ser reescrita como:

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{p}^e \quad (4.23)$$

Figura 4.2 - Vazões nodais para o elemento triangular linear.



Fonte: Autora.

Da equação de continuidade define-se que:

$$\mathbf{q}^e = - \int_{V^e} \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{q} \, dv = \int_{V^e} \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{p}^e \, dv \quad (4.24)$$

$$\mathbf{q}^e = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{p}^e \int_{V^e} dv \quad (4.25)$$

$$\mathbf{q}^e = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{p}^e V^e \quad (4.26)$$

Reescrevendo, o vetor de vazões nodais é:

$$\mathbf{q}^e = \mathbf{K}^e \cdot \mathbf{p}^e \text{ com } \mathbf{K}^e = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{B} V^e \quad (4.27)$$

onde:

$\mathbf{K}^e \rightarrow$  Matriz de fluxo do elemento

$V^e \rightarrow$  Volume do elemento

O volume do elemento (Figura 4.3) é dado por:

$$V^e = A^e t \quad (4.28)$$

e adotando-se uma faixa de espessura  $t=1\text{m}$  passa a ser:

$$V^e = A^e \quad (4.29)$$

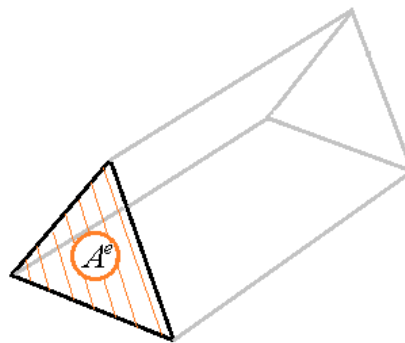
Então, para o elemento triangular linear tem-se:

$$V^e = A^e = \frac{bh}{2} \quad (4.30)$$

e a matriz de fluxo do elemento pode então ser reescrita como:

$$\mathbf{K}^e = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{B} A^e \quad (4.31)$$

**Figura 4.3 - Volume do elemento triângulo linear.**



$$V^e = A^e t$$

$A^e \rightarrow$  Área do elemento

$t \rightarrow$  Espessura do elemento

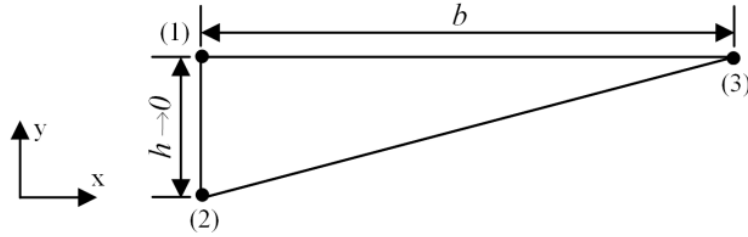
Fonte: Autora.

#### **4.2. ANÁLISE DO ELEMENTO FINITO DE INTERFACE COM ALTA RAZÃO DE ASPECTO NO PROBLEMA DE FLUXO**

Com essas definições pode-se estimar e analisar o fluxo no elemento finito de interface com alta razão de aspecto. Para tal considera-se um dado elemento genérico de interface, do tipo triangular linear, com base  $b$  (formada pelo segmento

entre os nós 1 e 3) e altura  $h$  (dada pela distância entre os nós 1 e 2) e obedecendo o sistema de coordenadas cartesianas  $(x, y)$ , como ilustrado na Figura 4.4.

**Figura 4.4 - Elemento finito de interface.**



Fonte: Autora.

Definem-se então as matrizes **A** e **B**, de coordenadas dos nós e do gradiente das funções de forma respectivamente, em função da base e da altura do elemento. Para o elemento de interface a matriz de coordenadas dos nós é:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & h \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & b & h \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

e o gradiente das funções de forma é:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{A}^{-1} \quad (4.33)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1/b & 0 & 1/b \\ 1/h & -1/h & 0 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

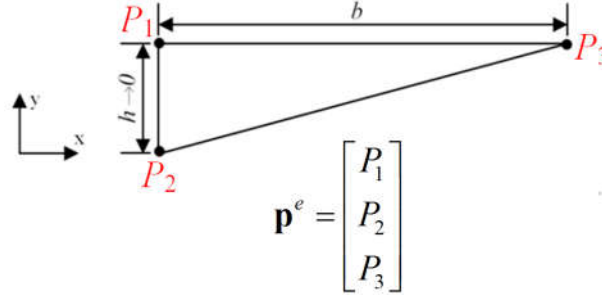
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1/b & 0 & 1/b \\ 1/h & -1/h & 0 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

E enfim, com as matrizes **A** e **B** definidas, o fluxo no elemento pode ser estimado como descrito a seguir.

#### 4.2.1. FLUXO NO ELEMENTO FINITO DE INTERFACE

O gradiente hidráulico (Figura 4.5) é dado por:

Figura 4.5 -Pressões nodais para o elemento triangular linear.



Fonte: Autora.

$$\nabla \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \nabla \hat{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} -1/b & 0 & 1/b \\ 1/h & -1/h & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{P_3}{b} - \frac{P_1}{b} \\ \frac{P_1}{h} - \frac{P_2}{h} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

$$\nabla \hat{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \frac{P_3 - P_1}{b} \\ \frac{P_1 - P_2}{h} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

O fluxo, portanto é estimado em função da condutividade hidráulica  $\mathbf{K}$  como:

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K} \cdot \nabla \hat{\mathbf{p}} = -\mathbf{K} \cdot \begin{bmatrix} \frac{P_3 - P_1}{b} \\ \frac{P_1 - P_2}{h} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Para a análise do comportamento do fluxo no elemento de interface considera-se sua elevada razão de aspecto, que indica que sua altura  $h$  deve tender a zero e será muito menor que sua base  $b$ . Nestas condições, nota-se que se  $P_2 \neq P_1$ , quando  $h \rightarrow 0$  a parcela do fluxo em  $y$  tende a infinito, o que não é fisicamente possível. Daí, sendo o tensor de permeabilidade diferente do tensor nulo e como o fluxo deve ser limitado, quando  $h$  tender a zero  $P_2$  tenderá a  $P_1$ .

E por fim, assume-se que quando  $h$  tende a zero, o vetor das cargas hidráulicas nodais pode ser reescrito como:

$$\mathbf{p}^e = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_1 \\ P_3 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

O próximo passo é estabelecer a relação entre as variáveis nodais, ou seja, entre as cargas hidráulicas e as vazões nodais.

#### 4.2.2. VAZÕES NODAIS NO ELEMENTO FINITO DE INTERFACE

A matriz de fluxo do elemento  $\mathbf{K}^e$  é:

$$\mathbf{K}^e = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{B} A^e = k \begin{bmatrix} -1/b & 0 & 1/b \\ 1/h & -1/h & 0 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1/b & 0 & 1/b \\ 1/h & -1/h & 0 \end{bmatrix} \frac{bh}{2} \quad (4.40)$$

$$\mathbf{K}^e = k \begin{bmatrix} 1/b^2 + 1/h^2 & -1/h^2 & -1/b^2 \\ -1/h^2 & 1/h^2 & 0 \\ -1/b^2 & 0 & 1/b^2 \end{bmatrix} \frac{bh}{2} \quad (4.41)$$

$$\mathbf{K}^e = k \begin{bmatrix} b/2h + h/2b & -b/2h & -h/2b \\ -b/2h & b/2h & 0 \\ -h/2b & 0 & h/2b \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

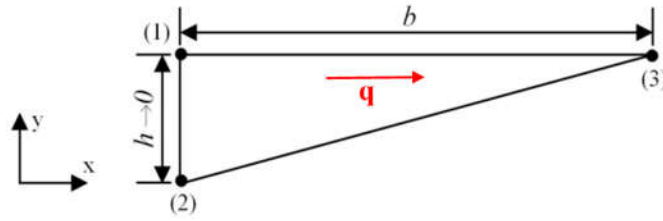
Com a matriz de fluxo  $\mathbf{K}^e$  e com o vetor de cargas hidráulicas nodais  $\mathbf{p}^e$  definidos, tem-se o vetor de vazões nodais:

$$\mathbf{q}^e = k \begin{bmatrix} b/2h + h/2b & -b/2h & -h/2b \\ -b/2h & b/2h & 0 \\ -h/2b & 0 & h/2b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ P_1 \\ P_3 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} P_1 \cdot h/2b - P_3 \cdot h/2b \\ 0 \\ P_3 \cdot h/2b - P_1 \cdot h/2b \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$\mathbf{q}^e = k \begin{bmatrix} P_1 \cdot h/2b - P_3 \cdot h/2b \\ 0 \\ P_3 \cdot h/2b - P_1 \cdot h/2b \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

que indica que não há vazão no nó 2 do elemento. O fluxo, portanto se dá apenas na direção x como ilustrado na Figura 4.6.

**Figura 4.6 - Comportamento do fluxo no elemento de interface.**



Fonte: Autora.

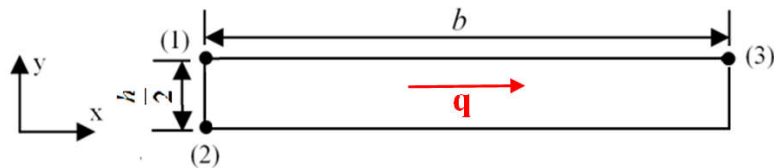
Reescrevendo o vetor  $\mathbf{q}^e$  chegamos a:

$$\mathbf{q}^e = k \begin{bmatrix} (P_1 - P_3)/b \\ 0 \\ (P_3 - P_1)/b \end{bmatrix} \frac{h}{2} \quad (4.45)$$

e desta forma, nota-se a equivalência ao problema de fluxo unidimensional em uma barra de espessura  $\frac{h}{2}$  (Figura 4.7) cuja vazão é dada por:

$$\mathbf{q} = -k \nabla \hat{p} = k \frac{(P_1 - P_3)}{b} \frac{h}{2} \quad (4.46)$$

**Figura 4.7 - Comportamento do fluxo no elemento unidimensional**



Fonte: Autora.

Logo, conclui-se que o elemento de interface com alta razão de aspecto se comporta, para o problema de fluxo, de maneira equivalente ao elemento unidimensional.

### 4.3. ACOPLAMENTO HIDROMECAÂNICO E LEI DE EVOLUÇÃO DA PERMEABILIDADE

Um reservatório é considerado um meio poroso deformável, com uma parte de seus poros interligados, por onde o fluxo de fluido ocorre, e parte dos poros isolados, também preenchidos por fluido. Quando ocorre uma variação de pressão dos fluidos, há uma redistribuição de tensões e o meio sofre deformações (GOMES, 2009). As equações básicas que descrevem este fenômeno são apresentadas nesta seção.

#### 4.3.1. EQUAÇÕES GOVERNANTES DO MEIO POROSO DEFORMÁVEL COM ACOPLAMENTO HIDROMECAÂNICO

##### 4.3.1.1. Equilíbrio de tensões

A equação do estado de equilíbrio de tensões para um sólido pode ser escrita como:

$$\text{div } \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (4.47)$$

onde  $\boldsymbol{\sigma}$  é o tensor de tensões totais e  $\mathbf{b}$ , o vetor de forças de corpo.

As tensões totais são relacionadas a tensões efetivas e a pressão de líquido  $P$  (poro-pressão) pelo princípio das tensões efetivas de Terzaghi. Quando há uma solicitação em termos de tensões totais ( $\boldsymbol{\sigma}$ ) e existe uma fase líquida na qual ocorre uma pressão de líquido  $P$ , então o tensor de tensões efetivas definido por Terzaghi é caracterizado pela seguinte relação:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + P\mathbf{I} \quad (4.48)$$

onde  $\sigma$  representa o tensor de tensões totais,  $\sigma'$ , o tensor de tensões efetivas,  $P$ , a pressão exercida pelo fluido contido nos poros e  $\mathbf{I}$  é o tensor unitário de segunda ordem. É importante assinalar que as variações de movimento (deslocamento, deformações, variação volumétrica) no corpo são devidas exclusivamente a variações nas tensões efetivas (TERZAGHI, 1943).

Quando a condição de incompressibilidade dos grãos não é satisfeita, a resposta mecânica dos solos e das rochas é controlada por uma tensão efetiva que é função da tensão total aplicada e da pressão de líquido, de acordo com a seguinte expressão:

$$\sigma' = \sigma - \alpha P \mathbf{I} \quad (4.49)$$

que corresponde a uma reformulação do modelo de Terzaghi com a introdução do coeficiente de Biot ( $\alpha$ ), relacionado à compressibilidade do meio (BIOT, 1941), sendo:

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s} \quad (4.50)$$

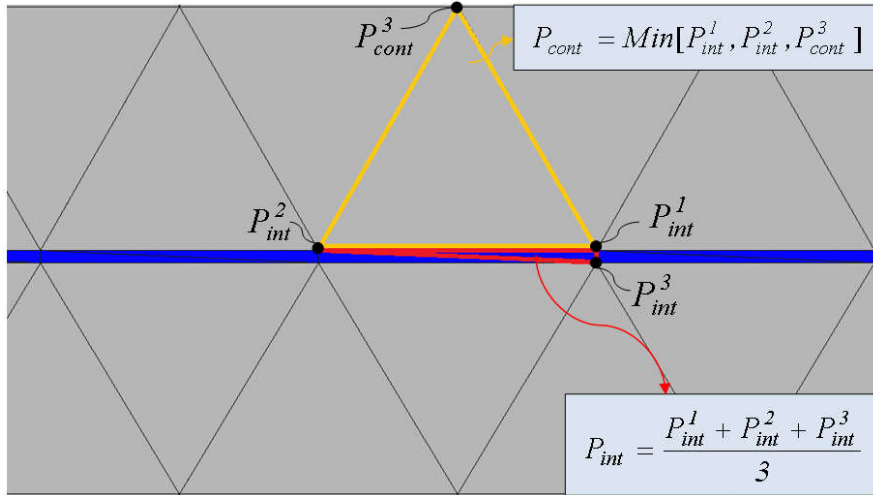
onde,  $K$  e  $K_s$  são os módulos de compressibilidade (ou volumétricos) da matriz porosa e dos grãos, respectivamente. Na mecânica das rochas, a compressibilidade do meio é um parâmetro importante a ser considerado. Já para os solos, como a rigidez do meio é bem menor que a dos grãos, o parâmetro  $\alpha$  é igual a um, ou seja, a tensão efetiva é expressa pela forma introduzida por Terzaghi (Equação 4.48).

#### 4.3.1.2. Aproximação da pressão média no elemento de interface

Diversas maneiras de interpolação do campo de pressões para a obtenção da pressão média no elemento de interface foram consideradas. A alternativa adotada trata a pressão no elemento finito de interface ( $P_{int}$ ) como sendo a média simples das pressões atuantes nos nós deste elemento. A pressão nos elementos

adjacentes aos elementos de interface (que compartilham nós com estes) por sua vez, é dada pela mínima pressão nodal (ver Figura 4.8).

**Figura 4.8 – Interpolação da pressão nos elementos finitos de interface e elementos adjacentes.**



Fonte: Autora.

#### 4.3.1.3. Equação da Conservação de Massa para a Fase Sólida

As rochas podem ser consideradas como um meio poroso multifásico, com a presença de uma fase sólida e uma ou mais fases fluidas (SOUSA, 2004). Na consideração de acoplamento geomecânico, a rocha é um meio deformável e a variação de sua porosidade é calculada a partir da equação de conservação de massa da fase sólida (BESERRA, 2015), dada pela expressão:

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \phi) \rho_s] + \nabla \cdot [(1 - \phi) \rho_s \mathbf{\dot{u}}] = 0 \quad (4.51)$$

onde  $\rho_s$  é a densidade do sólido, que depende da compressibilidade da matriz,  $\mathbf{\dot{u}}$  é o vetor de velocidade de deslocamento da fase sólida e  $\phi$  é a porosidade do meio. Aplicando-se o conceito de derivada material em relação à velocidade de deslocamento da matriz sólida:

$$\frac{\partial(\bullet)}{\partial t} = \frac{D(\bullet)}{Dt} - \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla(\bullet) \quad (4.52)$$

a Equação (4.51) pode ser reescrita como:

$$\frac{D(1-\phi)\rho_s}{Dt} - \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla[(1-\phi)\rho_s] + \nabla \cdot [(1-\phi)\rho_s \dot{\mathbf{u}}] = 0 \quad (4.53)$$

Expandindo o primeiro termo e usando a seguinte relação,

$$\nabla \cdot [(1-\phi)\rho_s \dot{\mathbf{u}}] = \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla[(1-\phi)\rho_s] + (1-\phi)\rho_s \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} \quad (4.54)$$

a Equação (4.53) é reescrita da seguinte forma:

$$(1-\phi)\frac{D\rho_s}{Dt} - \rho_s \frac{D\phi}{Dt} - \underbrace{\dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla[(1-\phi)\rho_s] + \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla[(1-\phi)\rho_s]}_{\text{termos se cancelam}} + (1-\phi)\rho_s \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} = 0 \quad (4.55)$$

Com o cancelamento dos termos semelhantes e usando a seguinte relação:

$$\nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} = \dot{\epsilon}_v \quad (4.56)$$

onde  $\dot{\epsilon}_v$  é a deformação volumétrica total do meio poroso, a Equação (4.55) pode ser escrita como:

$$(1-\phi)\frac{D\rho_s}{Dt} - \rho_s \frac{D\phi}{Dt} + (1-\phi)\rho_s \dot{\epsilon}_v = 0 \quad (4.57)$$

sendo a variação de porosidade caracterizada por esta Equação (4.57) resultante. Considerando a fase sólida incompressível, o primeiro termo da Equação (4.57) é nulo:

$$\begin{aligned}\rho_s &= cte \\ \frac{D\rho_s}{Dt} &= 0\end{aligned}\tag{4.58}$$

e dividindo todos os termos da Equação (4.57) por  $\rho_s$ , obtém-se a equação final para a variação da porosidade que depende apenas da deformação volumétrica do meio, conforme a Equação (4.59):]

$$\frac{D\phi}{Dt} = (1 - \phi)\dot{\epsilon}_v\tag{4.59}$$

#### 4.3.1.4. Equação da Conservação de Massa para o Fluido

Considerando o meio poroso saturado com um único fluido (água), a equação da conservação de massa da fase fluida é representada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho_f) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q} + \phi\rho_f \dot{\mathbf{u}}) = 0\tag{4.60}$$

onde  $\phi$  é a porosidade do meio,  $\rho_f$  é a densidade do fluido e  $\mathbf{q}$  é o fluxo volumétrico de fluido (DARCY, 1856), que é dado por:

$$\mathbf{q} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu}(\nabla p_f + \rho_f \mathbf{g})\tag{4.61}$$

sendo  $\mathbf{k}$  o tensor de permeabilidade do meio,  $\mu$  a viscosidade do fluido densidade do fluido,  $\nabla p_f$  o gradiente de pressão e  $\mathbf{g}$  é o vetor de gravidade.

Aplicando o conceito de derivada material (Equação (4.52)), pode-se reescrever a equação (4.60) como:

$$\frac{D}{Dt}(\phi\rho_f) - \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla(\phi\rho_f) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q} + \phi\rho_f \dot{\mathbf{u}}) = 0\tag{4.62}$$

Expandindo os termos da Equação (4.62), como indicado pelas Equações (4.63), (4.63) e (4.65):

$$\frac{D}{Dt}(\phi \rho_f) = \phi \frac{D\rho_f}{Dt} + \rho_f \frac{D\phi}{Dt} \quad (4.63)$$

$$\dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla(\phi \rho_f) = \phi \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla \rho_f + \rho_f \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla \phi \quad (4.64)$$

$$\nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q} + \phi \rho_f \dot{\mathbf{u}}) = \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}) + \phi \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla \rho_f + \rho_f \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla \phi + \phi \rho_f \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} \quad (4.65)$$

se obtém a forma expandida da Equação (4.62), que pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \phi \frac{D\rho_f}{Dt} + \rho_f \frac{D\phi}{Dt} - \overbrace{\phi \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla \rho_f}^{\text{termos se cancelam}} + \overbrace{\phi \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla \rho_f - \rho_f \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla \phi + \rho_f \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla \phi}^{\text{termos se cancelam}} + \\ & + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}) + \phi \rho_f \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} = 0 \end{aligned} \quad (4.66)$$

Cancelando os termos semelhantes e usando a relação apresentada na Equação (4.56), obtém-se a equação geral do problema de fluxo de fluidos em meios porosos deformáveis (LEWIS; SCHREFLER, 2000):

$$\phi \frac{D\rho_f}{Dt} + \rho_f \frac{D\phi}{Dt} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}) + \phi \rho_f \dot{\epsilon}_v = 0 \quad (4.67)$$

Substituindo a Equação (4.59) em (4.66), obtém-se:

$$\phi \frac{D\rho_f}{Dt} + \rho_f (1 - \phi) \dot{\epsilon}_v + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}) + \phi \rho_f \dot{\epsilon}_v = 0 \quad (4.68)$$

E então é obtida a equação que governa o fenômeno de fluxo, que considera um termo relacionado com a deformação do meio poroso ( $\dot{\epsilon}_v$ ) como mostra a Equação (4.69).

$$\phi \frac{D\rho_f}{Dt} + \rho_f \dot{\epsilon}_v + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}) = 0 \quad (4.69)$$

No CODE\_BRIGTH, programa de elementos finitos usado neste trabalho, a equação de fluxo (4.69) é resolvida simultaneamente com as equações do problema mecânico em um esquema totalmente acoplado através do método de Newton-Raphson, e a porosidade do meio é atualizada explicitamente a cada passo de tempo, de acordo com a Equação (4.59).

#### 4.3.2. LEI DE EVOLUÇÃO DA PERMEABILIDADE

O acoplamento hidromecânico pode ser obtido por meio de uma relação direta entre a variação de uma variável mecânica e a evolução de uma propriedade do comportamento hidráulico e vice-versa.

Neste trabalho foi adotada uma lei de permeabilidade dada pela solução da equação de Navier-Stokes para um fluxo em uma única fissura de abertura constante  $b$ , limitada por dois painéis impermeáveis (BEAR, 1988):

$$K = \frac{b^2}{12} \quad (4.70)$$

Desta maneira, o acoplamento hidromecânico do problema de fraturamento hidráulico pode ser definido pela evolução de permeabilidade da fratura como função do salto de deslocamentos calculado pelo problema mecânico, conforme a Equação (4.71).

$$K = \frac{[[u]]_n^2}{12} \text{ com } b = [[u]]_n \quad (4.71)$$

onde  $[[u]]_n$  é a componente do salto do campo de deslocamentos (obtido do problema mecânico) projetado na direção normal à fratura. Essa componente do

salto é calculada em função da deformação volumétrica do elemento de interface  $\varepsilon_v$  e de sua espessura  $h$ , conforme a expressão:

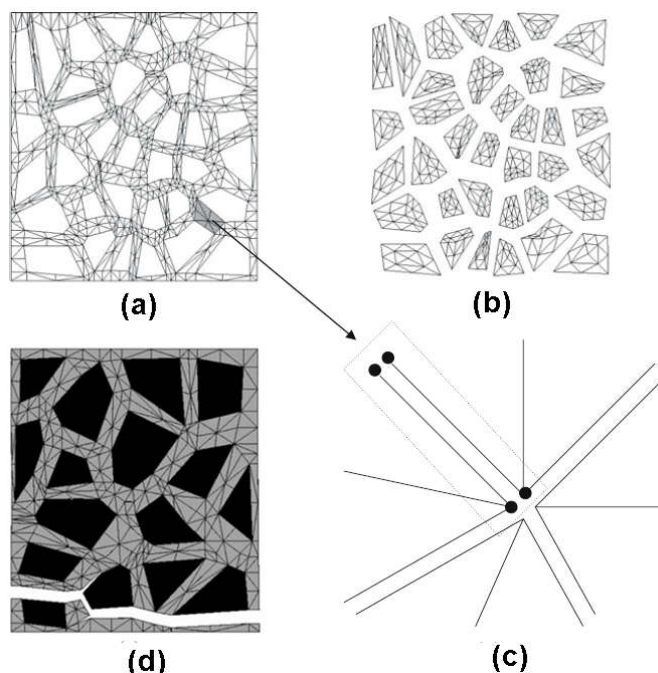
$$[[u]]_n = \varepsilon_v h \quad (4.72)$$

## 5. TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA

Nesta seção apresenta-se a técnica de fragmentação, a qual usa os elementos de interface para reproduzir os efeitos do processo de formação de fraturas ou mesmo de reativação de fraturas ou falhas pré-existentes.

De modo geral, a técnica de fragmentação, usada de maneira similar por Camacho; Ortiz (1996), López; Carol; Aguado (2007a, 2007b) e Manzoli et al. (2012) entre outros para estudar o fraturamento em estruturas de concreto, consiste na inserção de elementos finitos especiais de interface entre os elementos regulares de uma malha de elementos finitos, de modo que se reproduza o comportamento da interação entre os diferentes componentes da estrutura. Em López; Carol; Aguado (2007a) por exemplo, nos modelos dos espécimes de concreto estudados, é feita a discretização dos elementos regulares da malha que representam os agregados graúdos e a matriz constituída por argamassa e agregados menores, e depois elementos de interface com espessura nula (*Zero-thickness elements*) são inseridos entre os elementos que representam a matriz, conforme a Figura 5.1.

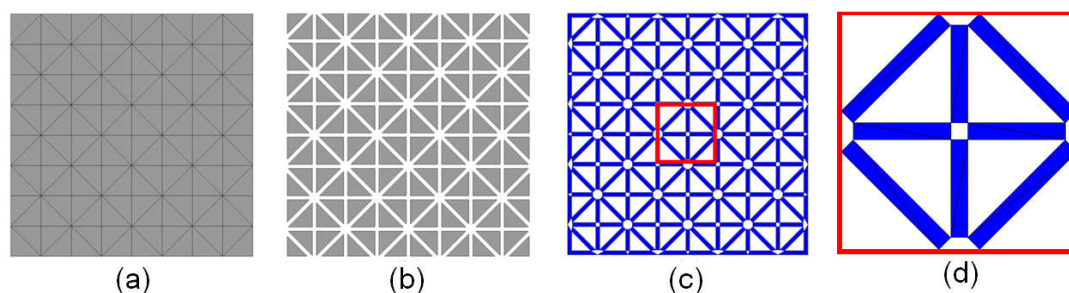
**Figura 5.1 - Espécime de concreto; (a) Discretização dos elementos regulares que representam a matriz do espécime; (b) Discretização dos elementos regulares que representam os agregados; (c) Elementos de interface (*Zero-thickness elements*) inseridos entre elementos que representa a matriz (d) Formação da fratura no espécime após a modelagem.**



Fonte: LÓPEZ; CAROL; AGUADO, 2007a.

Neste estudo a metodologia de fragmentação descrita por Manzoli et al. (2012), que inicialmente foi desenvolvida para o estudo da propagação de fraturas em estruturas de concreto armado, está sendo adaptada para a aplicação no estudo de fraturamento em maciços rochosos. O tipo de elemento usado para compor a interface é o triângulo linear com alta razão de aspecto, cuja cinemática é comprovadamente equiparada à cinemática da aproximação de descontinuidades fortes em modelagens de problemas mecânicos, como explicitado anteriormente. A Figura 5.2 esquematiza os passos da fragmentação de uma malha convencional de elementos finitos.

**Figura 5.2 – Etapas da fragmentação de malha; (a) Malha convencional de elementos finitos; (b) Espaçamento entre elementos regulares onde serão inseridos elementos de interface; (c) Inserção dos elementos com alta razão de aspecto (discretização da região de interface); (d) Detalhe da discretização da região de interface.**



Fonte: Autora.

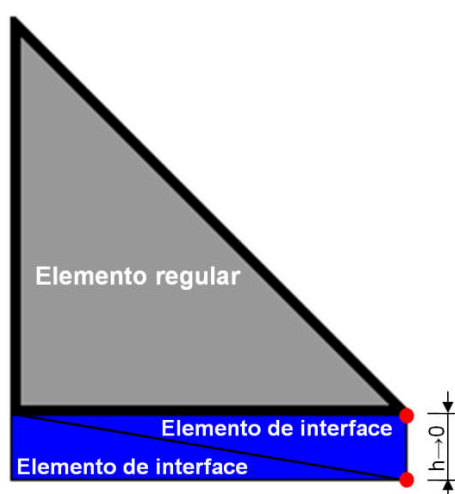
A menor dimensão dos elementos especiais com elevada razão de aspecto corresponde à espessura da região de interface ( $h$ ), como mostra a Figura 5.3. O fundamento da técnica de fragmentação é usar uma espessura bem pequena, pois, à medida que  $h$  diminui e a razão de aspecto aumenta, a cinemática dos elementos de interface se torna similar à cinemática da Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes, sendo a estrutura do campo de deformações do elemento finito triangular (elemento de interface) similar à do regime de descontinuidades fortes nos pontos dentro da banda de localização.

A escolha da espessura do elemento de interface não segue uma regra definida. De acordo com Manzoli et al. (2016), usar uma espessura de aproximadamente 1% do tamanho característico dos elementos finitos regulares parece ser uma recomendação razoável, desde que o tamanho dos elementos finitos regulares seja adequadamente escolhido para capturar com precisão o campo

de tensões (elástico) previamente à formação das fraturas. Sabe-se que quanto menor os elementos regulares mais acuradas são as respostas, então o tamanho da espessura é limitado pela precisão computacional (MANZOLI et al., 2016).

Em resumo, a malha fragmentada é composta de elementos finitos regulares representando o contínuo ou o material não fraturado, e de elementos de interface que representam as descontinuidades ou os caminhos possíveis para a abertura de fraturas no meio.

**Figura 5.3 - Detalhe do posicionamento dos elementos de interface entre elementos regulares da malha de elemento finitos; espessura da região de interface.**



Fonte: Autora.

Os elementos regulares têm comportamento assumidamente elástico linear e o comportamento dos elementos da região de interface é regido por um modelo constitutivo inelástico capaz de simular os fenômenos envolvidos no processo de degradação do material até a formação da fratura, como o modelo de dano, usado nos exemplos que serão apresentados posteriormente.

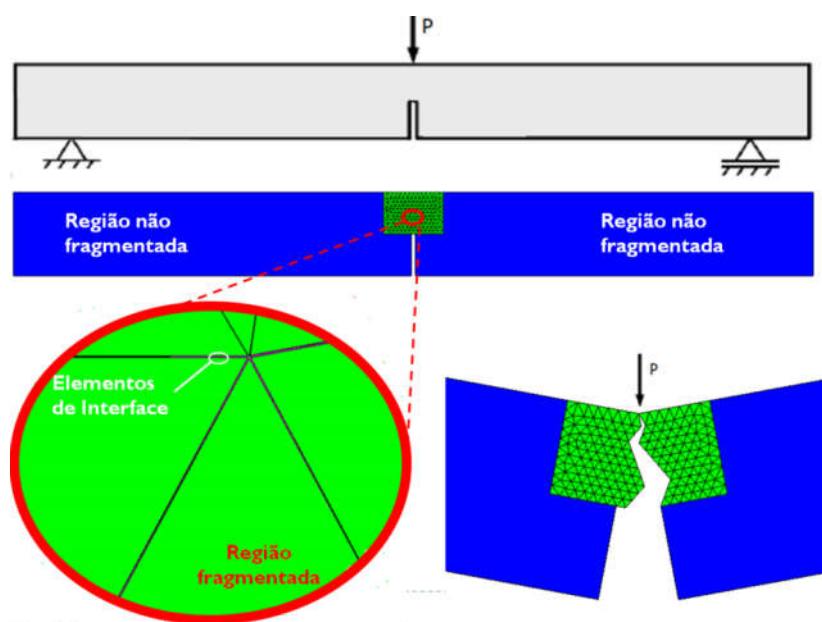
Para a fragmentação das malhas convencionais de elementos finitos, a fim de iniciar as atividades de modelagem do fraturamento hidráulico usando o código numérico CODE-BRIGHT (CB), foi criado um programa em ambiente MATLAB capaz de inserir automaticamente pares de elementos triangulares com elevada razão de aspecto entre os elementos de uma malha convencional (bidimensional ou tridimensional) de elementos finitos.

No pré e pós-processamento dos problemas numéricos estudados neste trabalho foi usado o programa GiD, que tem uma interface gráfica interativa para a

definição da geometria dos modelos, atribuição de materiais e condições e para a visualização dos resultados numéricos e parâmetros (INTERNATIONAL CENTER FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING, 2014).

Os elementos de interface podem ser inseridos na malha inteira se houver necessidade ou apenas em uma potencial região de fraturamento como na situação ilustrada na Figura 5.4, em que a malha é fragmentada apenas na região mais solicitada.

**Figura 5.4 - Malha com região fragmentada para simulação do teste da viga de três pontos; Detalhe da região fragmentada e formação da fratura na região solicitada.**



Fonte: Autora.

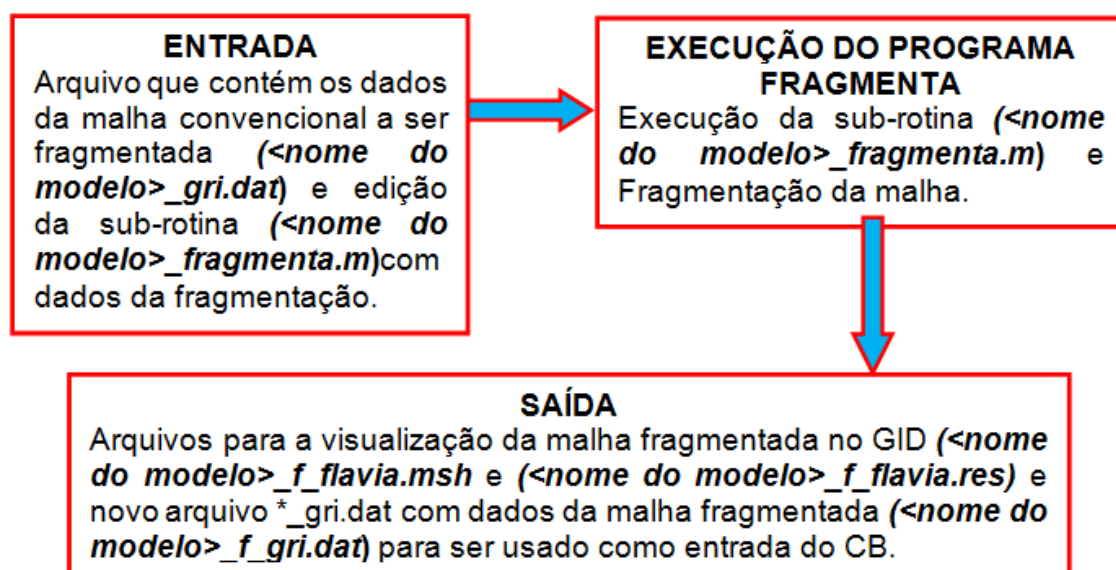
O programa, denominado Fragmenta, é composto de três sub-rotinas que podem ser divididas em Entrada, Fragmentação da malha e Saída, conforme descrito na Tabela 5.1.

Além da edição da rotina <nome do modelo>\_fragmenta.m, para o funcionamento do programa é necessário o arquivo de entrada do tipo <nome do modelo>\_gri.dat usado pelo CODE-BRIGHT, que contém as coordenadas, conectividades e condições de contorno da malha a ser fragmentada. O funcionamento do programa Fragmenta pode ser esquematizado como na Figura 5.5.

Tabela 5.1 - Descrição e classificação das sub-rotinas que compõem o programa Fragmenta.

|                       |                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ENTRADA               | <nome do modelo>_fragmenta.m → Rotina que deve ser editada e executada. A cada nova malha de elementos finitos a ser fragmentada deve-se alimentá-la com os dados da fragmentação a ser realizada. |
| FRAGMENTAÇÃO DA MALHA | fragmenta.m → Rotina responsável pela inserção dos elementos triangulares de interface na região desejada.                                                                                         |
| SAÍDA                 | gera_CB_gri.m → Rotina que gera novos arquivos com dados da nova malha (coordenadas e conectividades da malha fragmentada) para o GID e o CODE-BRIGHT.                                             |

Figura 5.5 - Esquemática do funcionamento do programa Fragmenta.



Fonte: Autora.

A Tabela 5.2 traz a descrição de todos os dados de fragmentação que devem ser inseridos na rotina de Entrada.

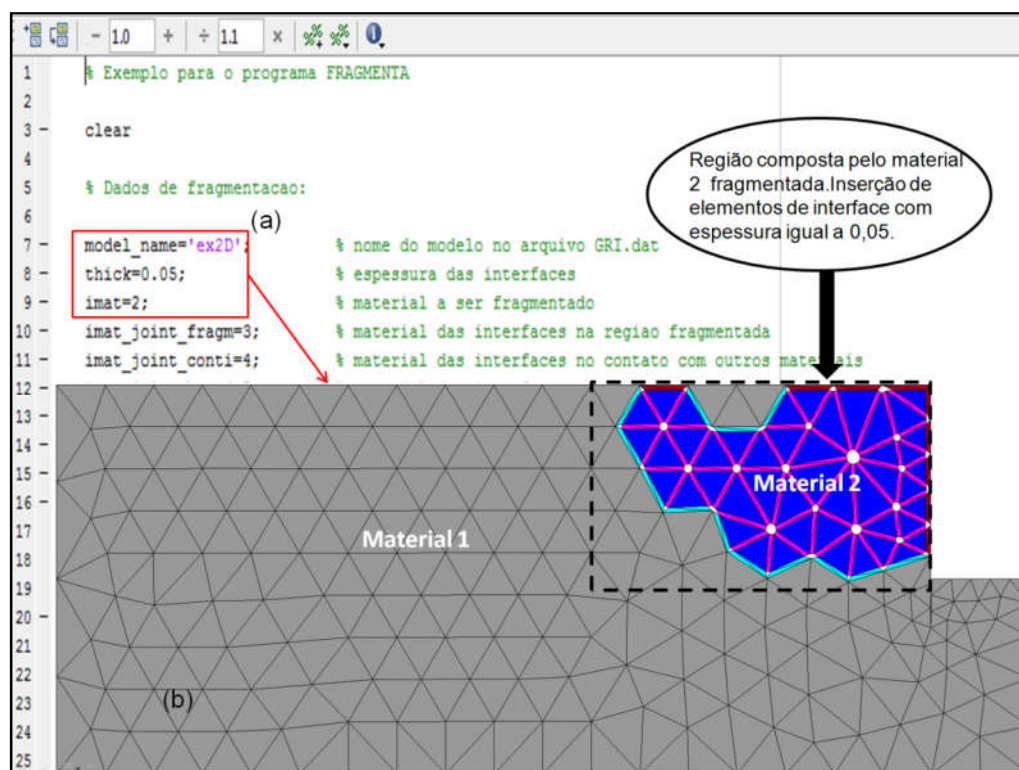
**Tabela 5.2 - Dados de fragmentação a serem inseridos na rotina de pré-processo.**

| Entrada             | Descrição                                                                                                                                     |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| model_name          | Nome do modelo a ser fragmentado (nome do arquivo de entrada *gri.dat)                                                                        |
| thick               | Espessura dos elementos de interface a serem inseridos.                                                                                       |
| imat                | Número correspondente ao material da região da malha convencional a ser fragmentada.                                                          |
| imat_joint_fragment | Número que será atribuído ao material dos elementos de interface inseridos no interior da região a fragmentar.                                |
| imat_joint_conti    | Número que será atribuído ao material dos elementos de interface inseridos na fronteira da região a fragmentar em contato com outro material. |
| imat_joint_bound    | Número que será atribuído ao material dos elementos de interface inseridos na fronteira da região a fragmentar.                               |
| imat_hole_1d        | Número que será atribuído ao material dos segmentos lineares que conecta nós dos buracos entre os elementos de interface.                     |
| imat_hole_conti     | Número que será atribuído ao material dos buracos entre os elementos de interface no interior da região a fragmentar.                         |
| imat_hole_bound     | Número que será atribuído ao material dos buracos entre os elementos de interface na fronteira da região a fragmentar.                        |
| ibcondmech          | Número da condição de contorno mecânica de apoio totalmente fixo a ser atribuída aos nós dos buracos entre os elementos de interface.         |

Para exemplificar como deve ser feita a edição dessa rotina, as Figura 5.6 a Figura 5.9 ilustram o passo a passo da inserção dos dados para a fragmentação de uma malha de elementos finitos com dois materiais distintos, no qual a região composta pelo material 2 será fragmentada. Na Figura 5.6 informações sobre nome do modelo, espessura dos elementos de interface e o número do material que se deseja fragmentar são fornecidas. A entrada 'model\_name' denominada neste caso de 'ex2D' indica que serão usadas as coordenadas e conectividades de uma malha convencional de elementos finitos contidas no arquivo ex2D\_gri.dat. A entrada 'thick'

igual a 0,05 indica que a menor dimensão dos elementos finitos de interface será 0,05, ou seja, que a região de interface terá espessura de 0,05. E a entrada 'imat' igual a 2 indica que a região do material 2 deve ser fragmentada.

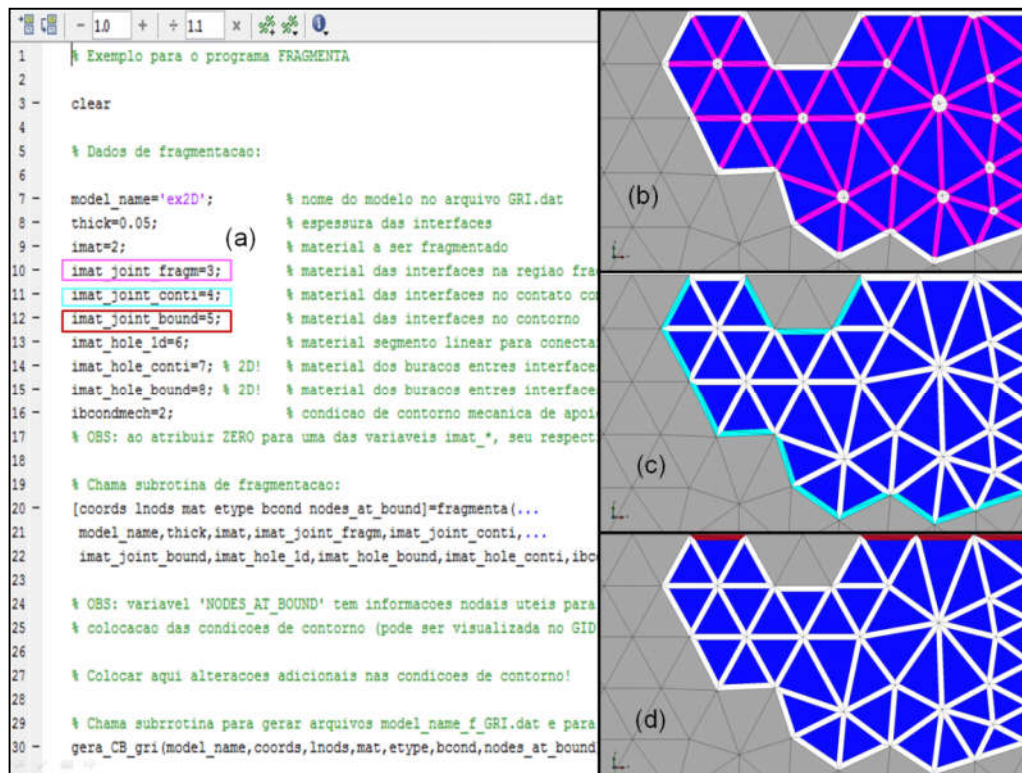
**Figura 5.6 - Edição da rotina de entrada do programa Fragmenta; (a) Entrada dos dados: nome do modelo, espessura dos elementos de interface e região da malha convencional a ser fragmentada; (b) Malha com região fragmentada.**



Fonte: Autora.

No programa Fragmenta os elementos de interface podem ser inseridos por partes da região a ser fragmentada, o que possibilita a atribuição de materiais com diferentes propriedades para os elementos de interface localizados nas fronteiras e no interior da região fragmentada se houver necessidade, como mostra a Figura 5.7. Na entrada desses dados no exemplo em questão, os elementos finitos de interface situados no interior da região de interface serão formados pelo material de número 3, conforme a Figura 5.7(a). Os elementos de interface inseridos entre a fronteira da região fragmentada em contato com outro material da malha (nesse caso em contato com material 1) serão compostos pelo material 4 (Figura 5.7 (b)). E os elementos inseridos na fronteira serão formados pelo material 5 (Figura 5.7(c)).

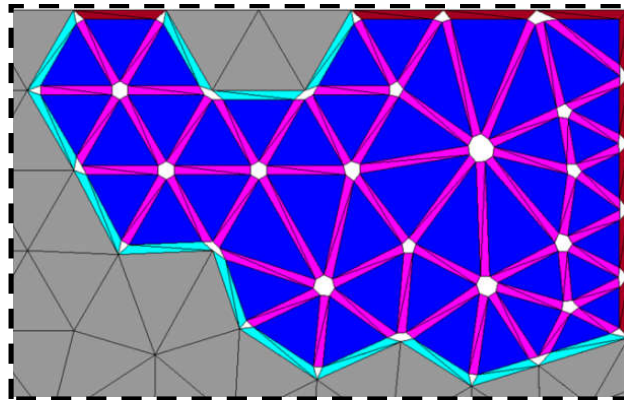
**Figura 5.7 - Edição da rotina de entrada do programa Fragmenta; (a) Entrada de Dados: numeração dos materiais dos elementos de interface (b) Elementos de interface no interior da região fragmentada; (c) Elementos de interface na fronteira da região fragmentada em contato com outro material; (d) Elementos de interface na fronteira da região fragmentada.**



Fonte: Autora.

Uma característica do programa Fragmenta é que após a inserção de todos os elementos finitos de interface entre os elementos regulares, observa-se a formação de buracos na malha entre os elementos de interface inseridos (Figura 5.8), o que representa um obstáculo para o fluxo de fluido no meio e consequentemente para a simulação de problemas hidráulicos ou hidromecânicos. Para resolver este problema, o programa possui duas opções para fazer a conexão entre os elementos de interface (Figura 5.9).

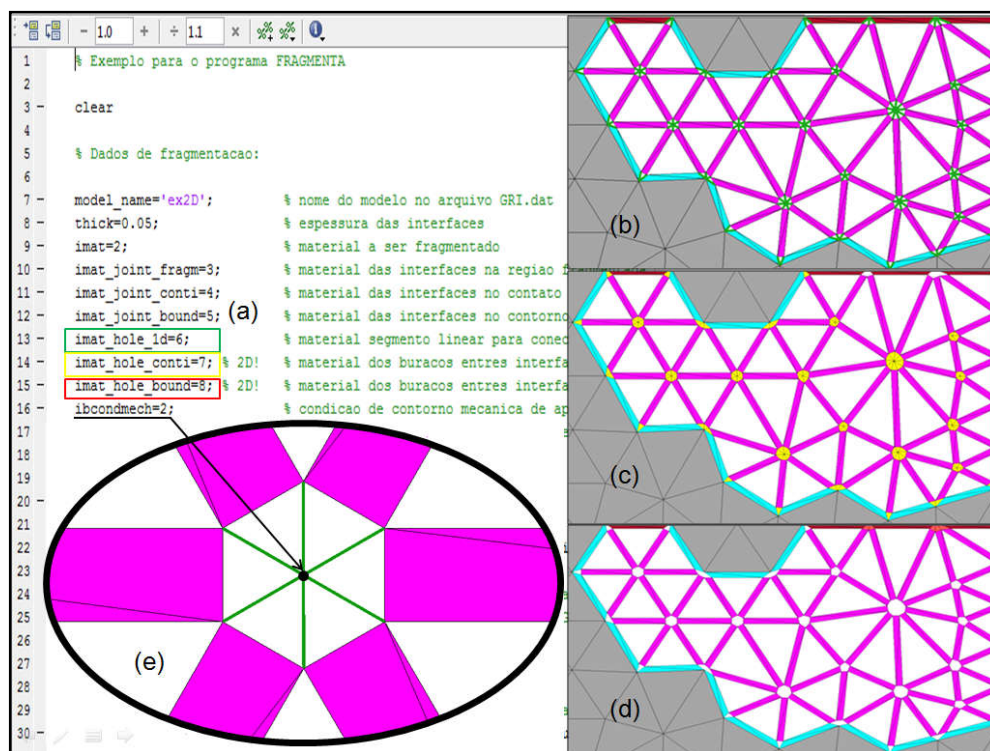
**Figura 5.8 - Detalhe da região fragmentada: buracos formados entre os elementos de interface inseridos.**



Fonte: Autora.

A primeira opção é a criação de nós no centro de cada buraco formado entre os elementos de interface localizados no interior da região fragmentada e de segmentos lineares para fazer a conexão desses nós com os elementos. Nos buracos formados entre elementos situados na fronteira da região fragmentada não há necessidade de se criar nós, apenas são criados os segmentos lineares posicionados de modo a conectar os elementos (Figura 5.9 (b)). E na segunda criam-se elementos triangulares para preencher os buracos entre os elementos de interface. É possível atribuir materiais com diferentes propriedades para os elementos que preenchem os buracos situados na fronteira e no interior da região fragmentada (Figura 5.9 (c) e (d)).

**Figura 5.9 - Edição da rotina de entrada do programa Fragmenta; (a) Entrada de Dados: numeração dos materiais dos elementos que conectam elementos de interface (b) segmentos lineares; (c) Elementos que conectam elementos de interface no interior e na fronteira da região fragmentada em contato com outro material; (d) Elementos que conectam elementos de interface na fronteira da região Fragmentada; (e) Detalhe dos nós e segmentos que conectam elementos de interface.**



Fonte: Autora.

A última entrada da rotina **<nome do modelo>\_fragmenta.m** é o número da condição de contorno mecânica a ser atribuída aos nós criados para conectar elementos de interface através dos segmentos lineares. Esses nós, situados nos buracos entre os elementos de interface, devem ser totalmente fixos (Figura 5.9 (e)). Uma última observação importante é que caso não se deseje criar elementos de interface com diferentes propriedades pode-se atribuir o mesmo número para todas as entradas '*imat\_\**'. Ou ainda, caso se atribua o número zero para qualquer uma das entradas do tipo '*imat\_\**' o respectivo tipo de elemento não será gerado. Após a edição e ao executar a rotina **<nome do modelo>\_fragmenta.m**, os arquivos para a visualização da malha fragmentada e o novo arquivo \*\_gri.dat, com coordenadas e conectividades da malha fragmentada são gerados.

## 6. APLICAÇÕES

O estudo de problemas com soluções analíticas ou semi-analíticas conhecidas é a abordagem inicial preferida em qualquer análise de engenharia, porque permite a compreensão física direta de problemas e estimativa rápida de incógnitas (JALALI, 2013). Em se tratando de análises numéricas, a reprodução de estudos experimentais é outra opção para se avaliar o comportamento da metodologia proposta. Neste capítulo são apresentadas as análises numéricas de várias aplicações, algumas com soluções analíticas conhecidas ou obtidas experimentalmente, e a comparação dos resultados numéricos com os analíticos ou experimentais é feita para a verificação das formulações mecânica, hidráulica e hidromecânica da técnica de fragmentação de malha utilizada neste trabalho. Todas as análises são bidimensionais e em estado plano de deformação (nos problemas mecânicos e hidromecânicos).

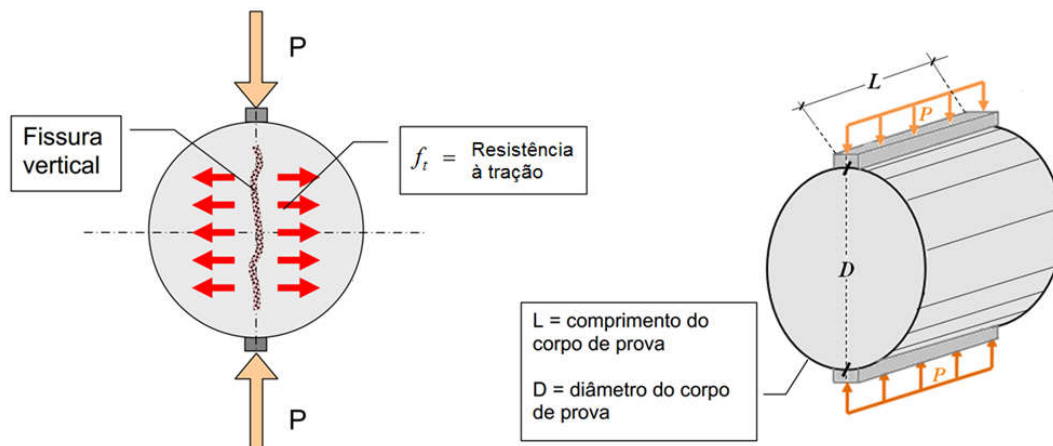
### 6.1. CASOS MECÂNICOS

#### 6.1.1. ENSAIO DE COMPRESSÃO DIAMETRAL (ENSAIO BRASILEIRO)

O ensaio brasileiro (*Brazilian Test*), criado por Fernando Lobo Carneiro em 1943 (CLUBE DO CONCRETO, 2013), é utilizado para determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova e testemunhos cilíndricos de concreto e argamassa (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1994).

Este ensaio, que determina de forma indireta a resistência à tração do concreto, é o mais utilizado, pois é simples de ser executado e fornece resultados mais uniformes do que os ensaios de tração direta (PINHEIRO, 2007; INDRIYANTHO; NUROJI, 2014). Para a sua realização, um corpo-de-prova cilíndrico é colocado com o eixo horizontal entre os pratos da prensa (Figura 6.1), sendo aplicada uma força até a sua ruptura por tração indireta.

Figura 6.1- Ensaio de compressão diametral.



Fonte: Adaptado de Clube do Concreto (2013).

A resistência à tração é dada por:

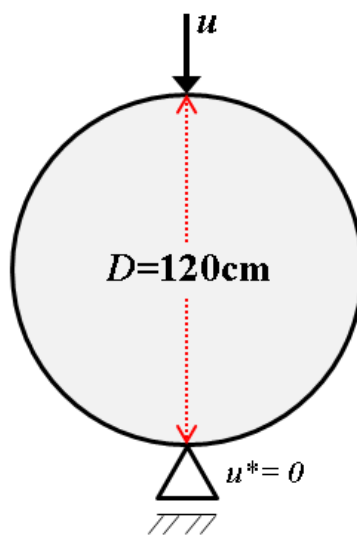
$$f_t = \frac{2P}{\pi DL} \quad (6.1)$$

onde  $P$  é a força máxima atingida no decorrer do ensaio,  $D$  é o diâmetro e  $L$  é o comprimento do corpo de prova (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1994).

O objetivo da simulação numérica realizada é, sendo conhecida a resistência à tração do material, determinar a carga  $P$  de ruptura do corpo de prova ensaiado e comparar com a carga de ruptura encontrada de forma analítica pela Equação (1).

A geometria do modelo usado para esta simulação, bem como as condições de contorno são mostradas na Figura 6.2.

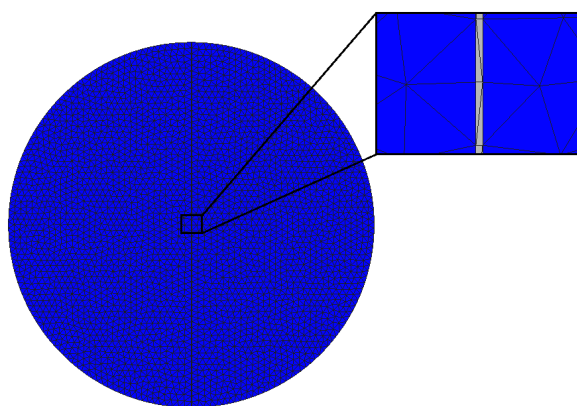
**Figura 6.2 – Ensaio brasileiro: geometria do modelo e condições de contorno do problema.**



Fonte: Autora.

A malha de elementos finitos possui 3166 nós e 6142 elementos com 128 destes sendo de interface, representando a direção imposta para a formação da descontinuidade, conforme ilustrado na Figura 6.3. A espessura dos elementos de interface ( $h$ ) é 0,002 m.

**Figura 6.3 – Ensaio brasileiro: malha de elementos finitos com detalhe da região de interface.**



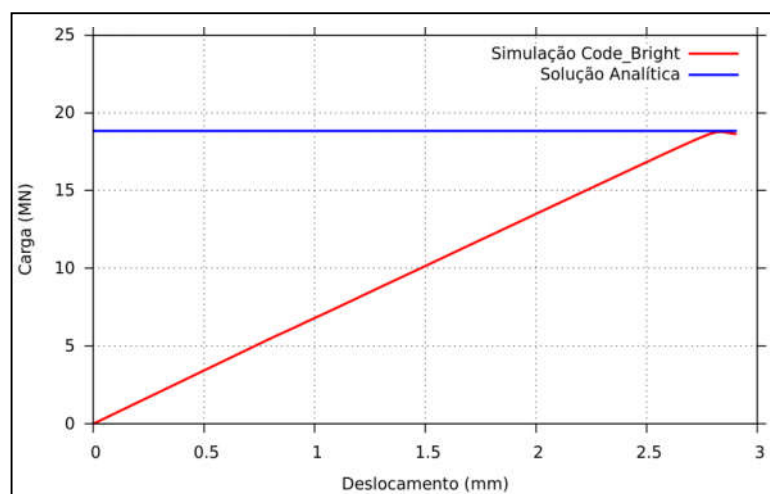
Fonte: Autora.

As propriedades adotadas para o material estão contidas na Tabela 6.1.

**Tabela 6.1– Ensaio brasileiro: propriedades dos materiais.**

| Propriedades do material | Valores                |
|--------------------------|------------------------|
| Resistência à tração     | 10 MPa                 |
| Módulo de Elasticidade   | $3,24 \times 10^4$ MPa |
| Energia de fratura       | 100 N/m                |
| Coefficiente de Poisson  | 0,20                   |

A Figura 6.4 apresenta a curva estrutural carga-deslocamento da simulação realizada, onde se verifica que a carga máxima encontrada coincide com a carga de ruptura calculada analiticamente pela Equação (6.1).

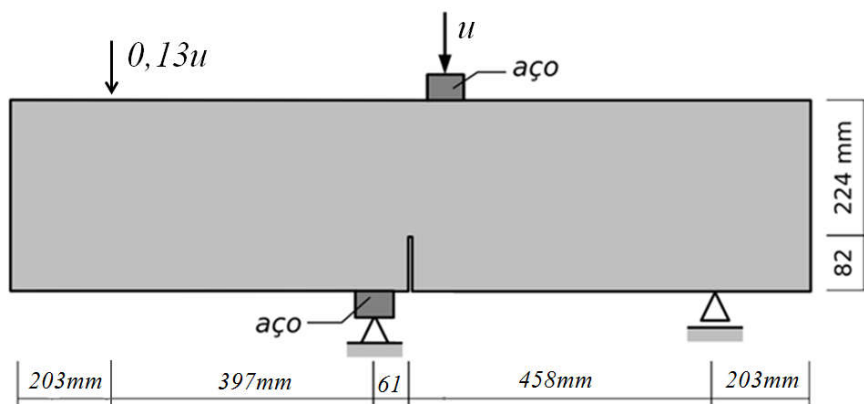
**Figura 6.4 – Ensaio brasileiro: curva carga-deslocamento do ensaio brasileiro.**

Fonte: Autora.

#### 6.1.2. ENSAIO DE FLEXÃO EM VIGA DE CONCRETO COM ENTALHE (VIGA DE QUATRO PONTOS)

Nesta simulação numérica uma viga de concreto é submetida a um deslocamento vertical conforme ilustrado na Figura 6.5, que também mostra a geometria e condições de contorno aplicadas. Este caso também foi simulado por Manzoli (2008) e a dimensão do modelo desta simulação e os parâmetros adotados (cujos valores são apresentados na Tabela 6.2), são os mesmos usados em Manzoli (2008).

Figura 6.5 - Teste de flexão em viga de concreto.



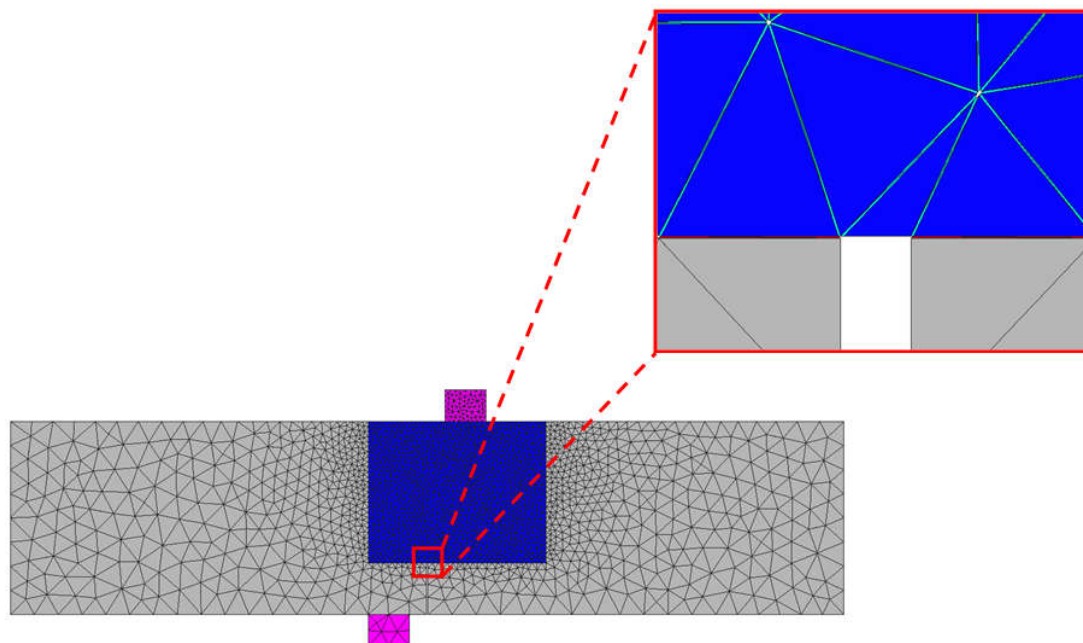
Fonte: Autora.

Tabela 6.2 – Teste de flexão em viga de concreto: propriedades dos materiais.

| Propriedades do material          | Valores                |
|-----------------------------------|------------------------|
| Resistência à tração ( $f_t$ )    | 2.8 MPa                |
| Módulo de Elasticidade ( $E$ )    | $2,88 \times 10^4$ MPa |
| Energia de fratura ( $G_F$ )      | 100 N/m                |
| Coefficiente de Poisson ( $\nu$ ) | 0,18                   |

A malha de elementos finitos usada na modelagem deste caso com a técnica de fragmentação possui apenas uma região da malha fragmentada como ilustra a Figura 6.6, e contém 9384 nós e 11402 elementos. A espessura dos elementos de interface é de  $10^{-4}$  m.

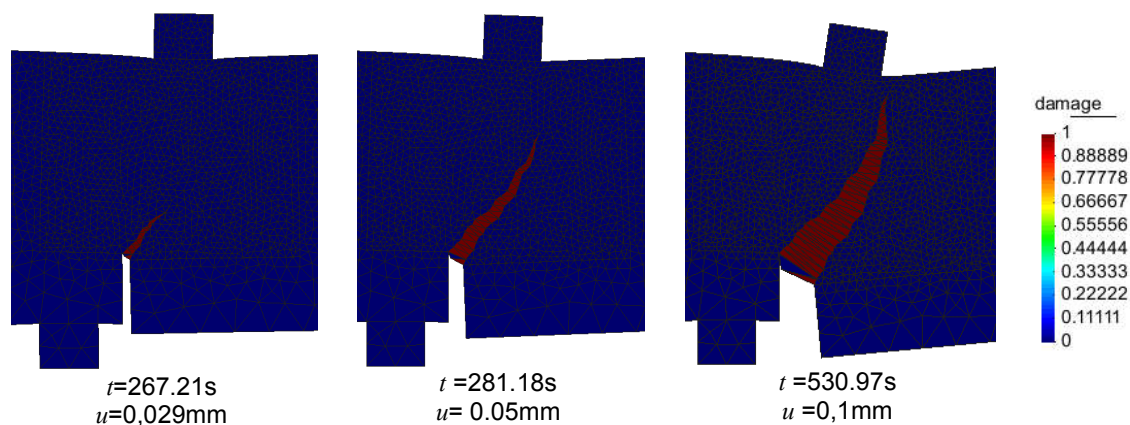
**Figura 6.6 - Teste de flexão em viga de concreto: malha de Elementos finitos com detalhe da região fragmentada.**



Fonte: Autora

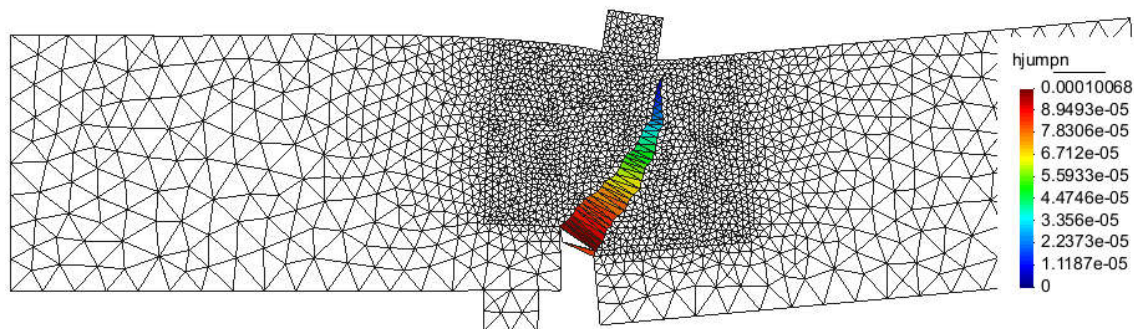
A propagação da fratura pode ser acompanhada através da Figura 6.7, que mostra o dano na malha deformada em diferentes estágios da simulação. Já o tamanho da abertura ao longo da fratura formada, no tempo final  $t$  de 530.97s pode ser visto na Figura 6.8, a qual indica a maior abertura de 0,1mm na ponta do entalhe onde a fratura se iniciou, e a menor abertura de 0,01mm na ponta da fratura.

**Figura 6.7 – Teste de flexão em viga de concreto: evolução do dano com a malha deformada (fator de escala x500).**



Fonte: Autora

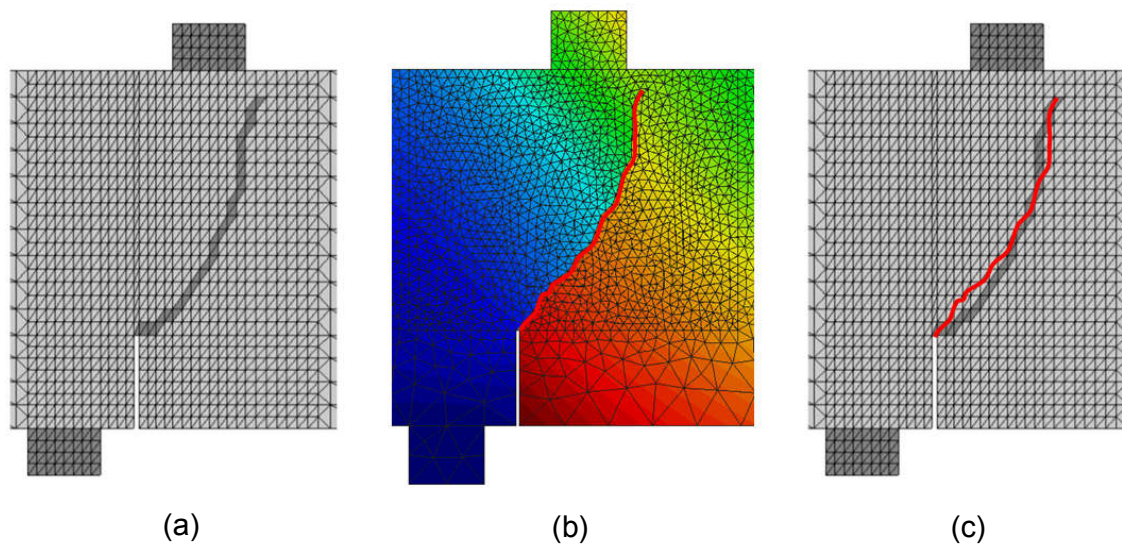
**Figura 6.8 – Teste de flexão em viga de concreto: abertura ao longo da Fratura (malha deformada com fator de escala x500).**



Fonte: Autora.

Para a verificação do funcionamento da técnica de fragmentação de malha, uma análise comparativa entre a trajetória da descontinuidade obtida nesta simulação e a trajetória da descontinuidade obtida pelo estudo de Manzoli apresentado em Manzoli (2008) é ilustrada pela Figura 6.9. Observa-se uma grande similaridade das trajetórias obtidas, o que confirma que a técnica de fragmentação se comportou de maneira satisfatória, encontrando de forma coerente o caminho de propagação da fratura.

**Figura 6.9 –Trajetória das descontinuidades do teste de flexão em viga de concreto: (a) obtida por Manzoli (2008); (b) obtida neste trabalho pela técnica de Fragmentação e (c) comparação das trajetórias.**



Fonte: Autora.

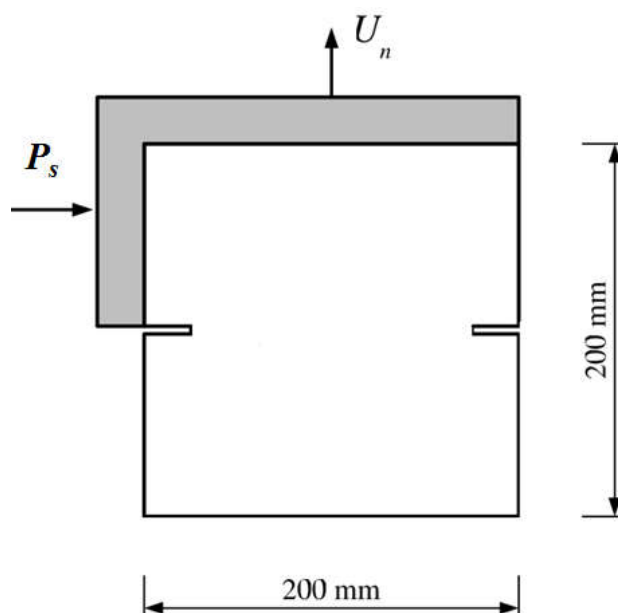
### 6.1.3. PLACA COM DOIS ENTALHES (TESTE DE NOORU-MOHAMED)

Esta simulação reproduz o caso estudado experimentalmente por Nooru-Mohamed (1992), no qual um painel quadrado de concreto, com dois entalhes profundos, uma em cada lateral, é submetido primeiramente a um carregamento horizontal, e então a um deslocamento vertical ( $u=0,2\text{mm}$ ), mantendo-se a carga horizontal constante. A geometria e as condições de contorno do teste estão esquematizadas na Figura 6.10. As propriedades dos materiais são listadas na Tabela 6.3.

**Tabela 6.3 – Teste de Nooru-Mohamed: propriedades dos materiais.**

| Propriedades do material          | Valores               |
|-----------------------------------|-----------------------|
| Resistência à tração ( $f_t$ )    | 2.5 MPa               |
| Módulo de Elasticidade ( $E$ )    | $3,2 \times 10^4$ MPa |
| Energia de fratura ( $G_F$ )      | 100 N/m               |
| Coefficiente de Poisson ( $\nu$ ) | 0,18                  |

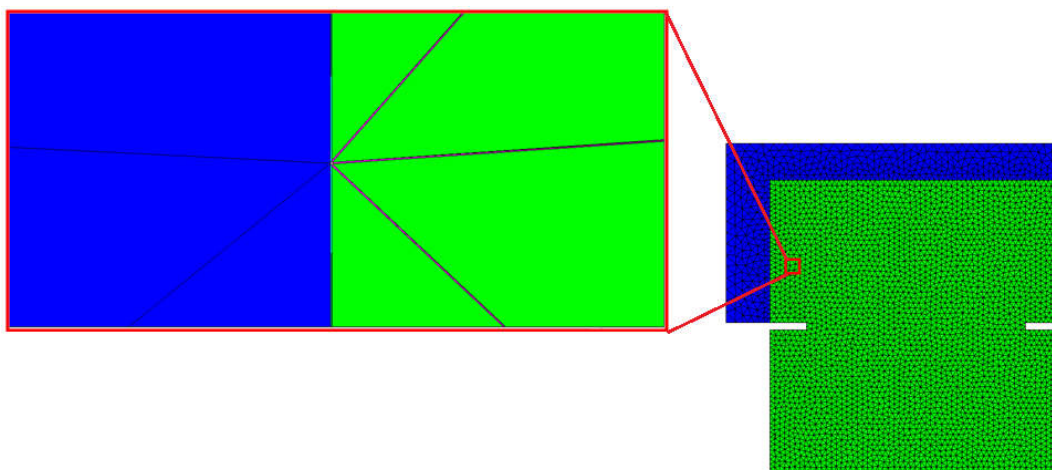
**Figura 6.10 – Teste de Nooru-Mohamed.**



Fonte: Autora.

A malha fragmentada mostrada na Figura 6.11 possui um total de 22107 nós e 25335. A espessura dos elementos de interface ( $h$ ) é  $10^{-5}$  m.

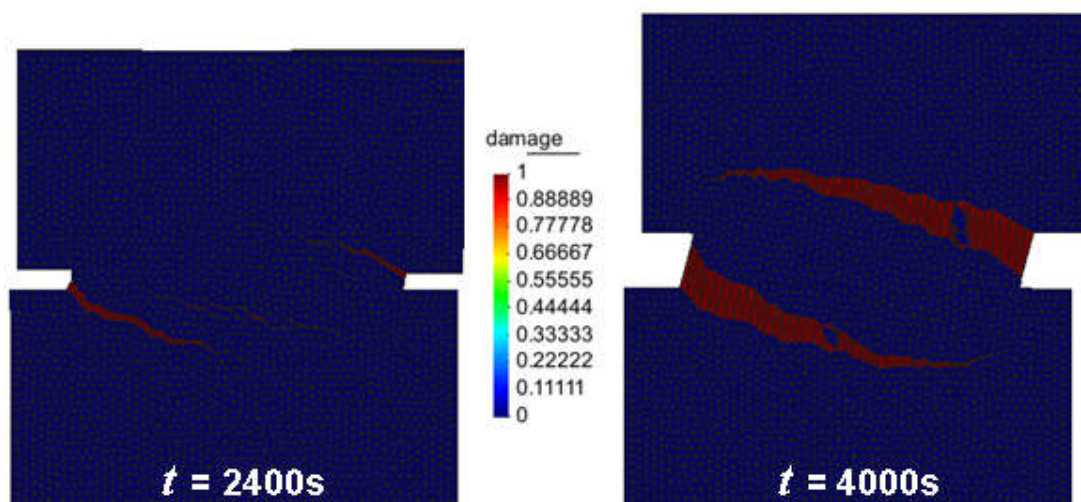
**Figura 6.11– Teste de Nooru-Mohamed: malha de elementos finitos triangulares com detalhe da região fragmentada.**



Fonte: Autora.

A Figura 6.12 apresenta a variável de dano, com a malha deformada com escala de 100 vezes, que evidencia os elementos que atingiram o critério de degradação, dando origem a duas fraturas curvas independentes, que se iniciaram a partir dos entalhes. O dano é mostrado em dois diferentes instantes da simulação: num tempo intermediário da análise ( $t=2400s$ ) e no tempo final da simulação ( $t=4000s$ ). No primeiro instante é possível observar a formação de uma fratura secundária entre as duas fraturas principais, essa fratura secundária tende a fechar com a evolução da análise.

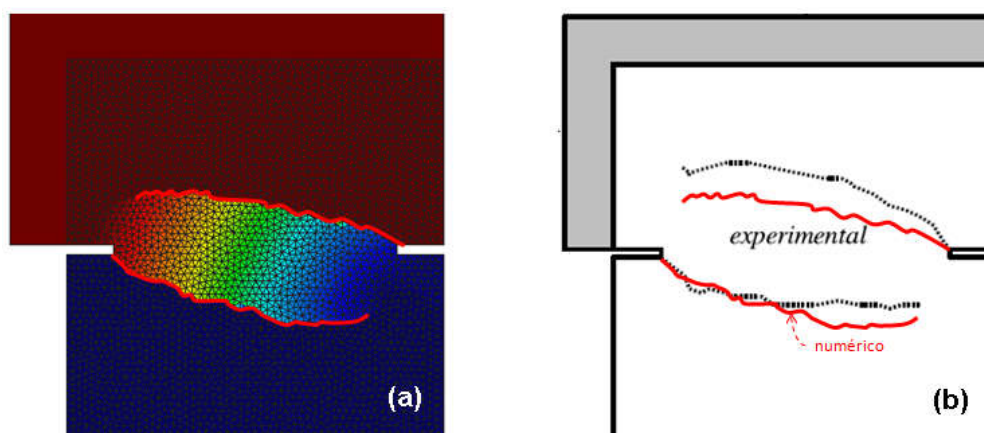
Figura 6.12– Teste de Nooru-Mohamed: evolução da variável de dano.



Fonte: Autora.

Na Figura 6.13 são apresentadas as trajetórias das descontinuidades resultantes da simulação numérica, que são comparadas com as obtidas experimentalmente por Nooru-Mohamed (1992). Nota-se que a técnica de fragmentação conseguiu reproduzir de forma coerente a trajetórias das fraturas formadas, que apresentam um padrão semelhante das fraturas obtidas experimentalmente.

Figura 6.13- Trajetória das descontinuidades do teste de Nooru-Mohamed: (a) obtidas na simulação com a técnica de Fragmentação; (b) comparação entre as trajetórias obtidas da simulação numérica e experimentalmente.



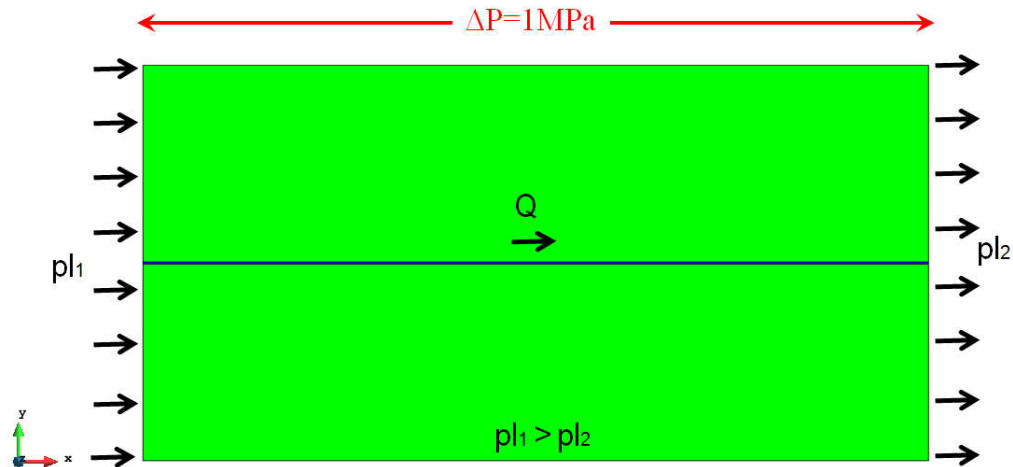
Fonte: Autora.

## 6.2. CASOS HIDRÁULICOS

### 6.2.1. FRATURA IMPOSTA

Com o intuito de validar a formulação para o problema de fluxo, nesta simulação numérica analisa-se um cenário em que um meio poroso possui uma descontinuidade no sentido longitudinal ao gradiente de pressão ( $\nabla p$ ). Para representar esta situação foi criado um modelo de geometria retangular de tamanho 8m x 4m com uma descontinuidade imposta na direção do eixo x, conforme ilustrado na Figura 6.14. Na mesma figura também se observa as condições de contorno impostas, que são as pressões:  $p_1=1,1\text{MPa}$  e  $p_2=0,1\text{MPa}$ , resultando em um gradiente de pressão de  $\nabla p=1\text{MPa}$ . A permeabilidade adotada para o meio ( $k_\Omega$ ) é igual a  $10^{-25}\text{m}^2$  e a permeabilidade da fratura ( $k_S$ ) é  $10^{-14}\text{m}^2$ . A espessura dos elementos de interface que representam a descontinuidade imposta ( $h$ ) é de 0,02 m.

Figura 6.14 – Modelo com descontinuidade imposta na direção do eixo X.



Fonte: Autora.

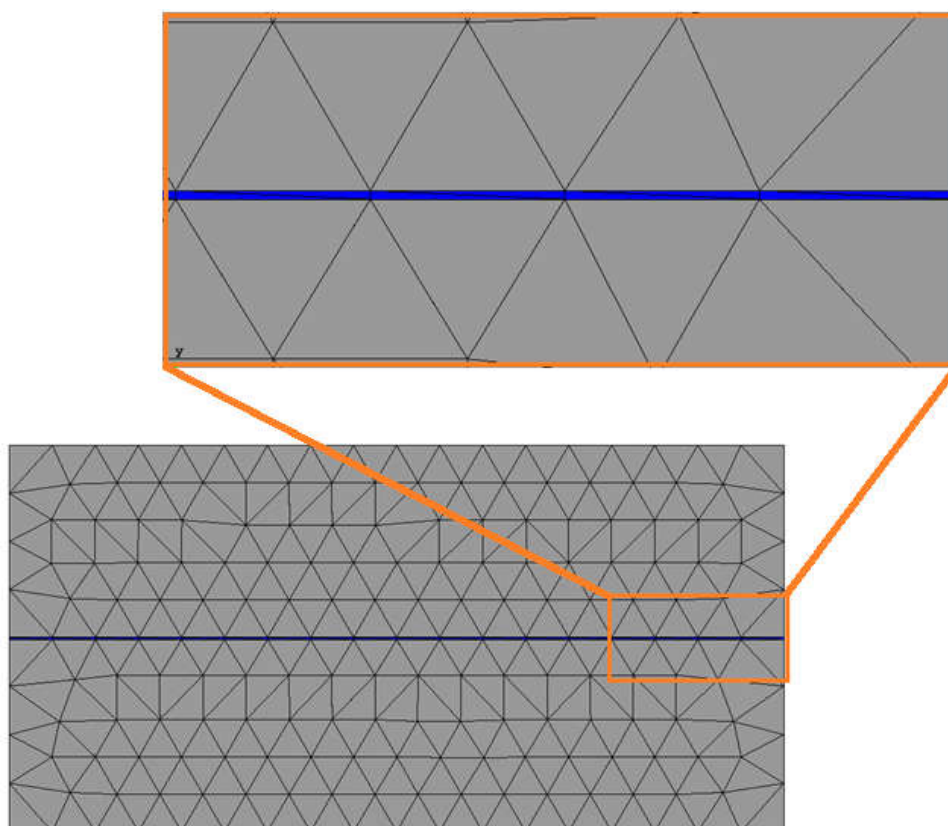
Neste caso, no regime estacionário a vazão pode ser obida analiticamente pela expressão de fluxo em uma direção, que é dada por:

$$Q = \frac{-K_{ef} A}{\mu L} \nabla p \quad (6.2)$$

onde  $Q$  é a vazão,  $\mu$  é a viscosidade cujo valor é igual a  $1 \times 10^{-9}$  MPa/s,  $L$  é o comprimento da amostra igual a 8m, e  $A$  é a área da seção com dimensão de 4m x 1m.

A malha de elementos finitos usada na modelagem deste caso contém 218 nós e 380 elementos, dentre estes 36 elementos são de interface com elevada razão de aspecto que representam a descontinuidade imposta (Figura 6.15).

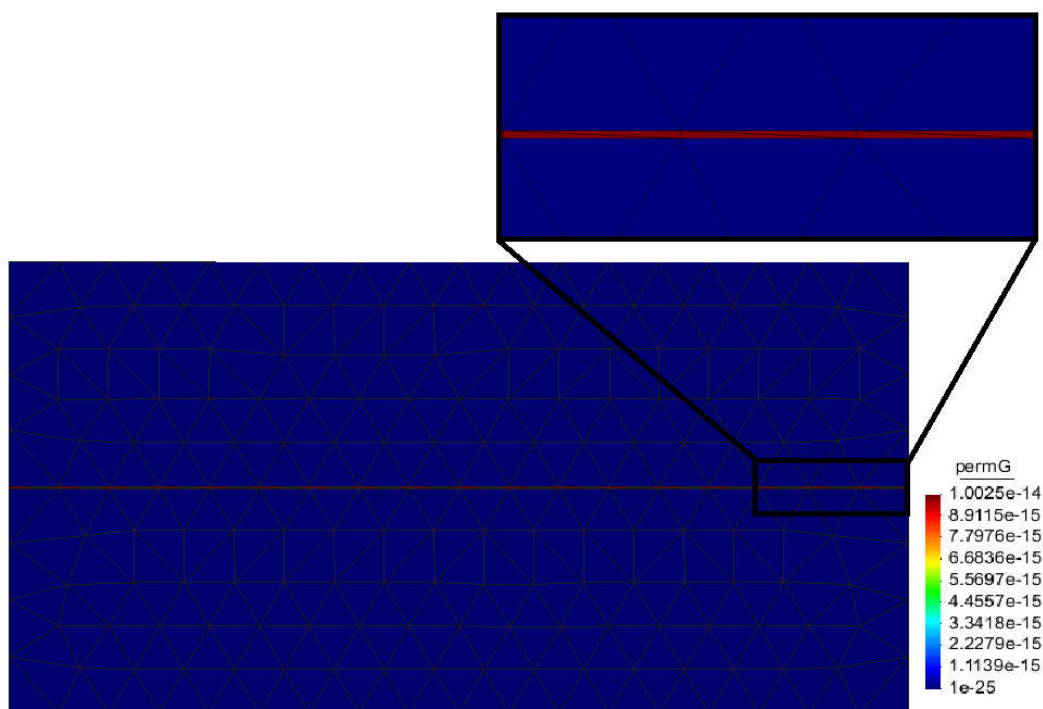
**Figura 6.15 – Fratura imposta: malha de Elementos finitos com detalhe da região de interface representando a descontinuidade imposta.**



Fonte: Autora.

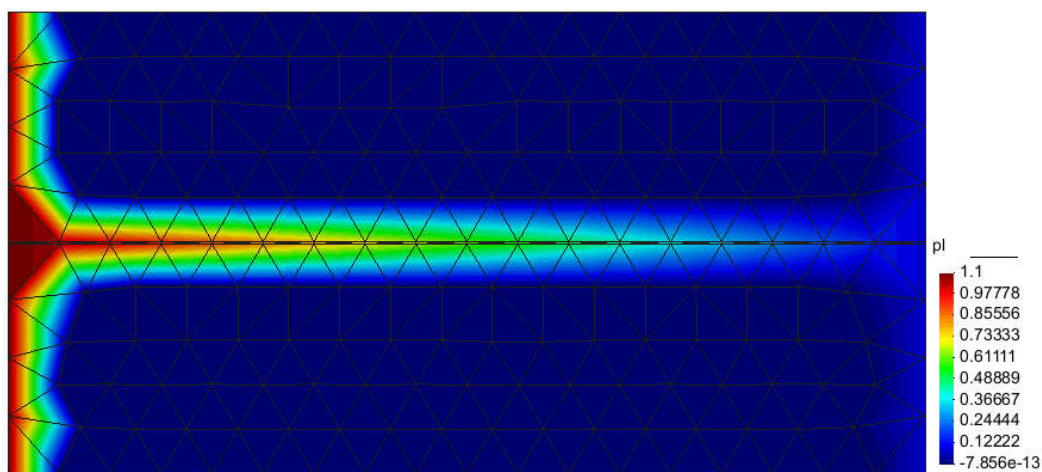
A Figura 6.16 mostra a distribuição da permeabilidade do modelo, mostrando a impermeabilidade do contínuo e a alta permeabilidade da fratura. Já a Figura 6.17 apresenta a distribuição da pressão de fluido evidenciando o gradiente de pressão de 1 MPa do meio.

**Figura 6.16 – Fratura imposta: valor da permeabilidade com detalhe da interface.**



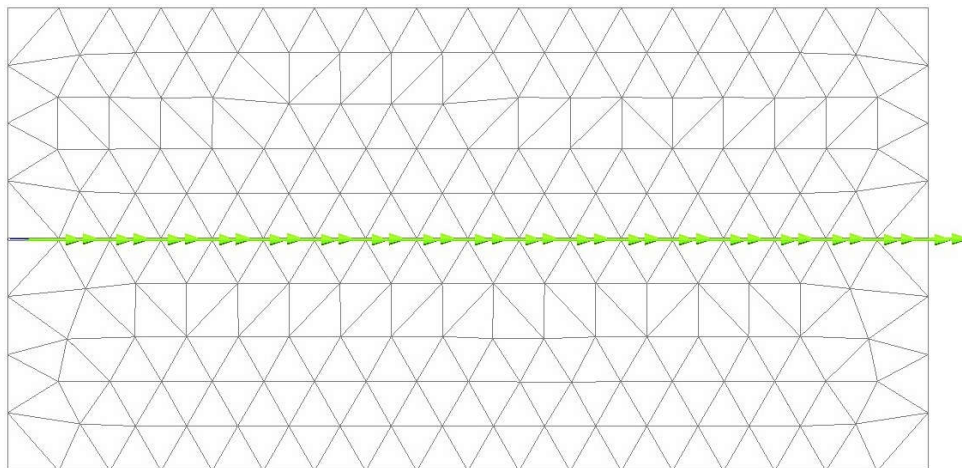
Fonte: Autora.

**Figura 6.17 – Fratura imposta: distribuição da pressão de fluido.**



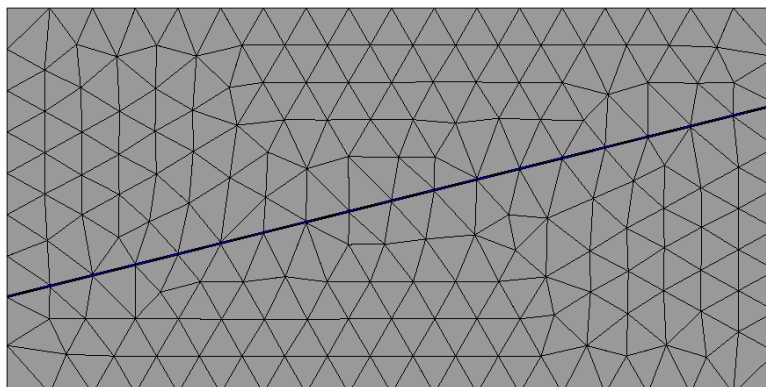
Fonte: Autora.

Os vetores de fluxo ao longo da descontinuidade, que é o caminho preferencial do fluxo, são apresentados na Figura 6.18.

**Figura 6.18 – Fratura imposta: vetores de fluxo.**

Fonte: Autora.

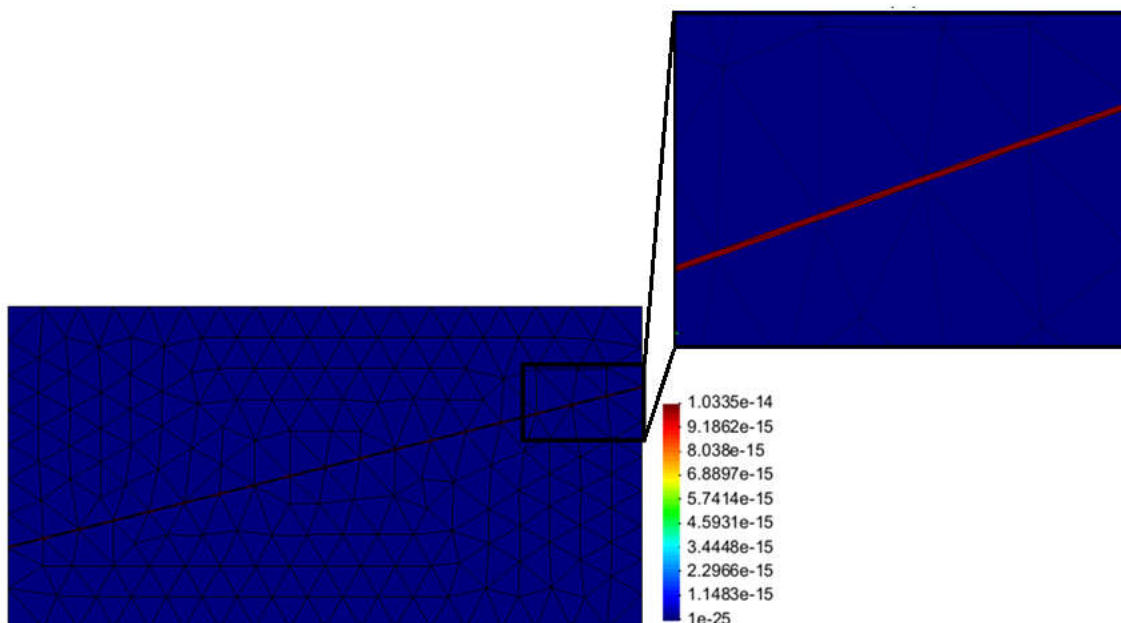
Em seguida a esta, uma nova simulação foi realizada na qual a descontinuidade é imposta em uma direção inclinada em relação ao eixo horizontal. A geometria do modelo possui a mesma dimensão de 8m x 4m do modelo anterior e todos os parâmetros e condições iniciais são os mesmos da simulação apresentada anteriormente. A Figura 6.19 mostra a malha de elementos finitos usada, composta 221 nós e 384 elementos, na qual se observa a posição da descontinuidade inclinada imposta. A espessura da interface é a mesma da simulação anterior ( $h = 0,02$  m).

**Figura 6.19 - Fratura inclinada: malha de elementos finitos.**

Fonte: Autora.

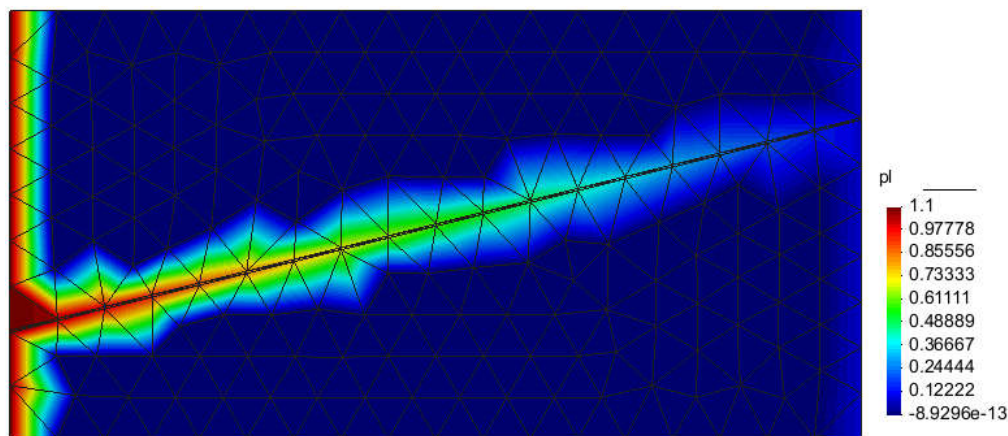
Observamos na Figura 6.20 o contraste de permeabilidade entre o contínuo e a fratura e em seguida o gradiente de pressão de 1 MPa, na Figura 6.21.

**Figura 6.20 – Fratura inclinada: permeabilidade com detalhe da interface.**



Fonte: Autora.

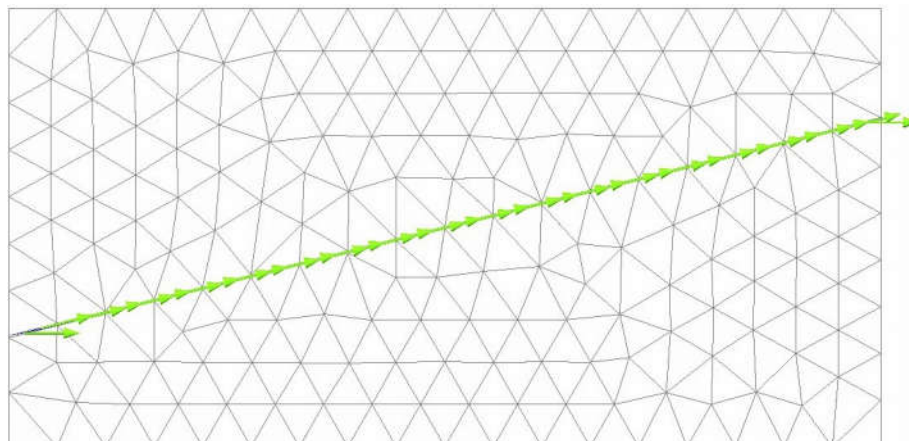
**Figura 6.21– Fratura inclinada: distribuição da pressão de fluido.**



Fonte: Autora.

Por fim, os vetores de fluxo ao longo da fratura são ilustrados na Figura 6.22.

**Figura 6.22 – Fratura inclinada: vetores de fluxo.**

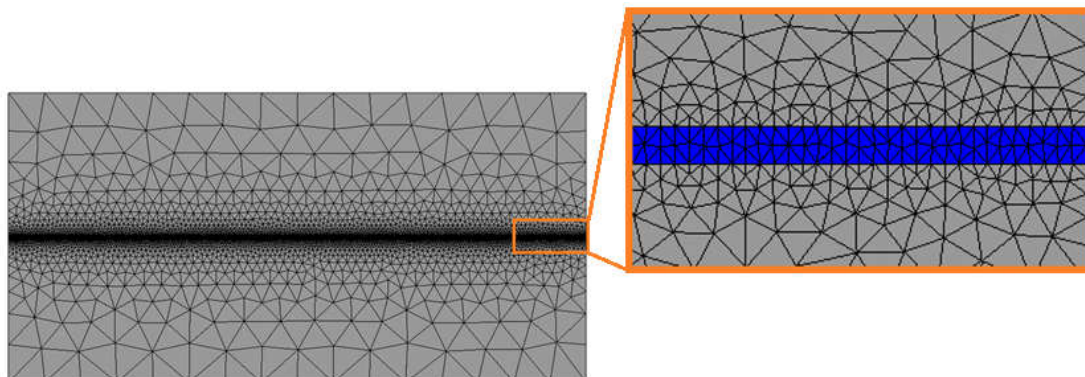


Fonte: Autora.

Para a avaliação do comportamento do elemento de interface com elevada razão de aspecto, estas duas simulações, a com a fratura imposta horizontal e com fratura inclinada, foram reproduzidas utilizando-se desta vez malhas convencionais de elementos finitos. Nesta abordagem convencional de elementos finitos, os elementos de interface que representam a descontinuidade imposta possuem a mesma espessura dos elementos de interface das outras simulações ( $h=0,02$  m) porém ao invés de ser discretizada por elementos de interface com elevada razão de aspecto, é discretizada por elementos finitos convencionais.

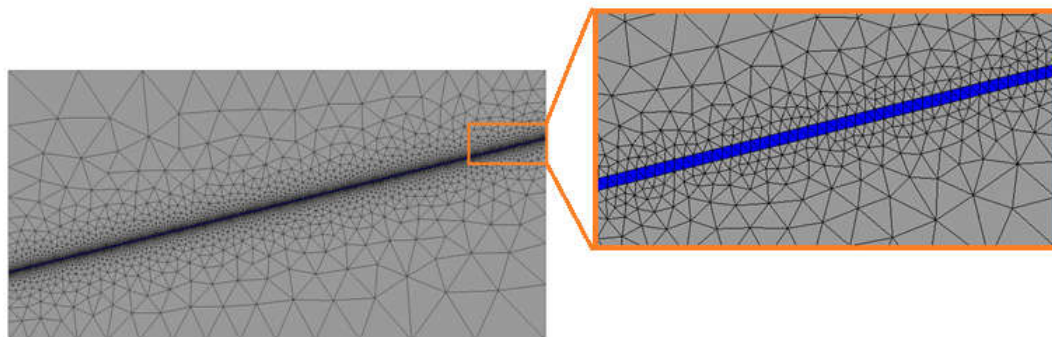
A malha convencional que compõe o modelo com a fratura imposta horizontal apresenta 9076 nós e 18054 elementos e a malha do modelo com fratura inclinada possui 4357 nós e 8632 elementos (Figura 6.23 e Figura 6.24). Estas simulações usam as mesmas condições iniciais e parâmetros dos casos com elementos de interface.

**Figura 6.23- Fratura imposta: malha convencional de Elementos finitos com detalhe da região mais refinada.**



Fonte: Autora.

**Figura 6.24 - Fratura inclinada: Malha convencional de Elementos finitos com detalhe da região mais refinada.**



Fonte: Autora.

Os valores de vazão obtidos no estacionário das simulações realizadas com a técnica de representação de descontinuidades com elementos de interface são comparados com os valores resultantes das simulações realizadas com as malhas convencionais e para as simulações numéricas com a fratura imposta na horizontal, os resultados também são comparados com o valor de vazão obtida analiticamente, pela Equação (6.2), como pode ser observado na Tabela 6.4 e Tabela 6.5.

Observando-se os erros calculados, conclui-se que os resultados obtidos das simulações com elementos de elevada razão de aspecto são bastante satisfatórios.

Tabela 6.4– Vazões finais obtidas das simulações com a fratura imposta horizontalmente

|                                   | Solução Analítica       | Malha Refinada (caso contínuo) | Malha com elemento de interface |
|-----------------------------------|-------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| Vazão Final - estacionário (kg/s) | $2,487 \times 10^{-05}$ | $2,482 \times 10^{-05}$        | $2,488 \times 10^{-05}$         |
| Erro %                            | -                       | 0,21%                          | 0,04%                           |

Tabela 6.5- Vazões finais de todas as simulações para a fratura inclinada

|                                   | Malha Refinada (caso contínuo) | Malha com elemento de interface |
|-----------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| Vazão Final - estacionário (kg/s) | $2,336 \times 10^{-05}$        | $2,422 \times 10^{-05}$         |
| Erro %                            | -                              | 3,68%                           |

### 6.3. CASOS HIDROMECAÑICOS

#### 6.3.1. ENSAIO DE MICROFRATURAMENTO

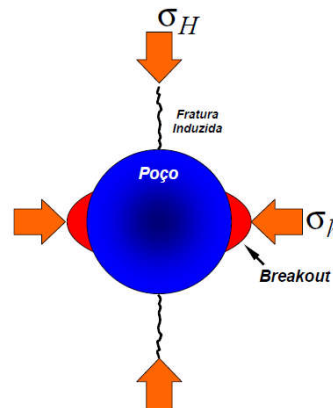
Esta simulação numérica trata da reprodução de um ensaio de fraturamento hidráulico em poço em uma escala reduzida conhecido por ensaio de microfraturamento (ou *Minifrac*), como esquematizado na

Figura 6.25, em que se injeta de forma constante uma pequena quantidade de fluido em uma formação rochosa, sendo a mesma, neste caso estudado, impermeável e de baixa porosidade.

Neste teste o fluido é injetado a uma determinada vazão ( $Q$ ) que irá pressurizar a formação que irá se fraturar ao atingir um determinado valor de pressão, denominada pressão de fraturamento. A injeção então continua após a quebra da formação, aprofundando a fratura induzida.

A taxa com que o fluido penetra na formação não é conhecida e a pressão aplicada é então medida durante todo o ensaio, possibilitando a caracterização da curva de pressão x tempo (Figura 6.26) e a determinação da pressão de fraturamento.

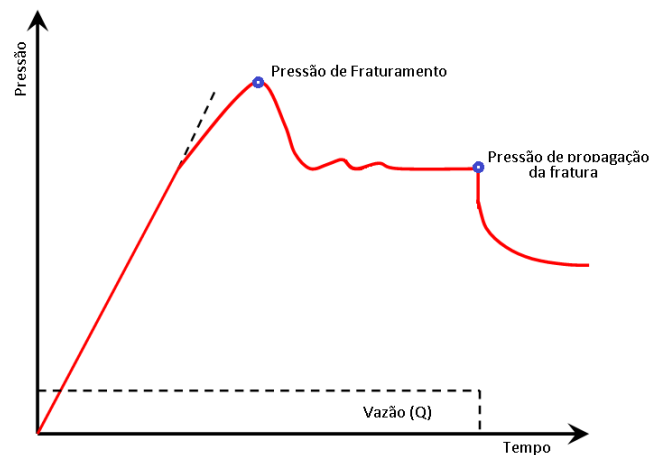
Figura 6.25 – Microfraturamento.



Fonte: ALCURE, 2013.

A fratura vai se propagando e se distanciando do poço, sendo governada pelas tensões *in situ*, e quando a pressão se estabiliza se obtém a pressão de propagação da fratura, que coincide com a tensão mínima principal da formação (Figura 6.27). Após a estabilização da pressão o bombeio de fluido é interrompido e o declínio da pressão é monitorado para a determinação da pressão de fechamento (*shut-in*).

Figura 6.26 – Curva de pressão x tempo obtido ao longo do ensaio de Microfraturamento.



Fonte: Autora.

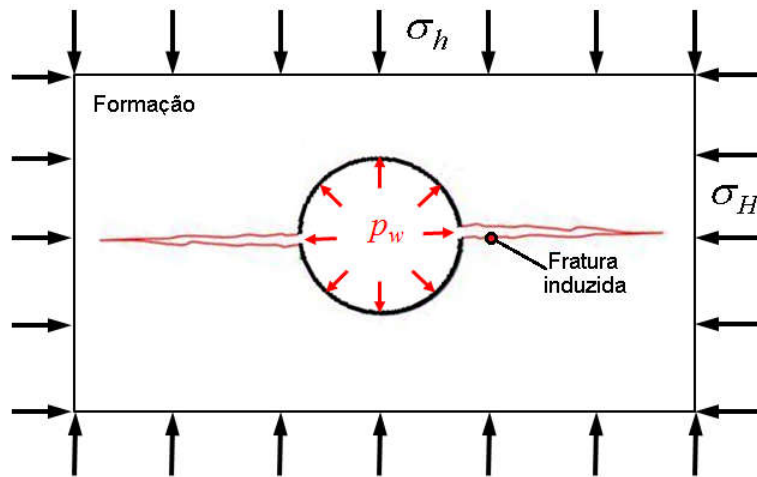
Em um poço vertical submetido às tensões horizontais *in situ*, máxima  $\sigma_H$  e mínima  $\sigma_h$ , a uma pressão de fluido  $p_w$  e situado em uma formação rochosa de

resistência à tração  $f_t$  (Figura 6.27), a pressão de fraturamento  $p_b$  é dada pela expressão:

$$p_b = 3\sigma_h - \sigma_H + f_t \quad (6.3)$$

de acordo com a teoria da elasticidade (TIMOSHENKO; GOODIER, 1970; YEW, 1997). Essa equação independe da geometria do poço e constantes elásticas da rocha e uma vez que as rochas tem baixa resistência à tração pode-se concluir que para altas profundidades, ou seja, elevadas tensões *in situ*, a pressão de fraturamento será a necessária para superar as tensões compressivas ao redor do poço (YEW, 1997).

**Figura 6.27 – Seção horizontal de um poço vertical sob a ação da tensões *in situ* e pressão de fluido.**



Fonte: Autora.

A Equação (6.3) pode ser reescrita, de modo a considerar a porosidade do meio. Então para rochas impermeáveis e porosas, com base em estudos experimentais (BESERRA, 2015; SCHIMIDT; ZOBACK, 1989), a pressão de fraturamento é estimada por:

$$p_b = 3\sigma_h - \sigma_H + f_t - \phi p_e \quad (6.4)$$

sendo  $\phi$  a porosidade e  $p_e$  a pressão hidrostática do reservatório.

É importante ressaltar que para rochas permeáveis e porosas pode ocorrer perda do fluido de injeção pela penetração do mesmo na formação (*fluid leak off*), que é um fenômeno resultante da diferença entre a pressão hidrostática do reservatório e a pressão na fratura. Neste caso, além de se considerar a porosidade e resistência à tração da rocha, é preciso considerar a deformabilidade da mesma devido à influência que esta propriedade tem sobre a pressão de fraturamento (YEW, 1997).

Como no caso de estudo aqui apresentado considera-se o meio impermeável e pouco poroso a expressão que será utilizada para a estimativa da pressão de fraturamento é a Equação (6.3) reescrita, em função das tensões efetivas, como:

$$\Delta p_b = 3\sigma'_h - \sigma'_H + f_t \quad (6.5)$$

com  $\Delta p_b$  sendo a variação da poropressão em relação a pressão hidrostática do reservatório.

Para a avaliação da formulação hidromecânica da técnica usada neste trabalho, a solução obtida da simulação numérica, que tem a geometria e as condições de contorno do modelo apresentadas na

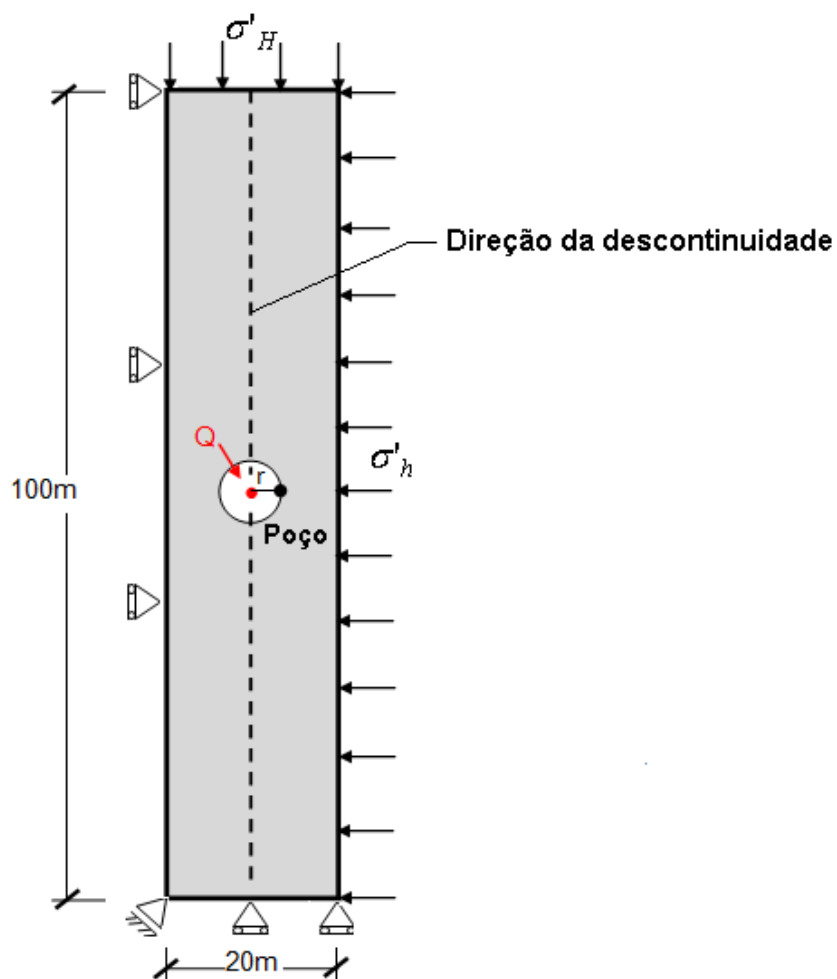
Figura 6.28 é comparada com a solução analítica dada pela Equação (6.5).

As propriedades mecânicas e hidráulicas adotadas nesta simulação se encontram na Tabela 6.6. As tensões aplicadas são:  $\sigma'_H = 5MPa$  e  $\sigma'_h = 3MPa$  e a vazão de injeção é de  $Q = 5 \times 10^{-5} kg/s$ .

Tabela 6.6- Propriedades mecânicas e hidráulicas dos materiais

| Propriedades                               | Valores                   |
|--------------------------------------------|---------------------------|
| Viscosidade do fluido ( $\mu$ )            | $1 \times 10^{-9}$ MPa/s. |
| Permeabilidade intrínseca ( $k_{\Omega}$ ) | $10^{-22}$ m <sup>2</sup> |
| Porosidade da rocha ( $\phi$ )             | 0,05                      |
| Coefficiente de Biot ( $\alpha$ )          | 1,00                      |
| Energia de fratura ( $Gf$ )                | 100 N/m                   |
| Resistência à tração ( $f_t$ )             | 1 MPa                     |
| Módulo de elasticidade da rocha ( $E$ )    | $1 \times 10^5$ Mpa       |
| Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )          | 0,30                      |

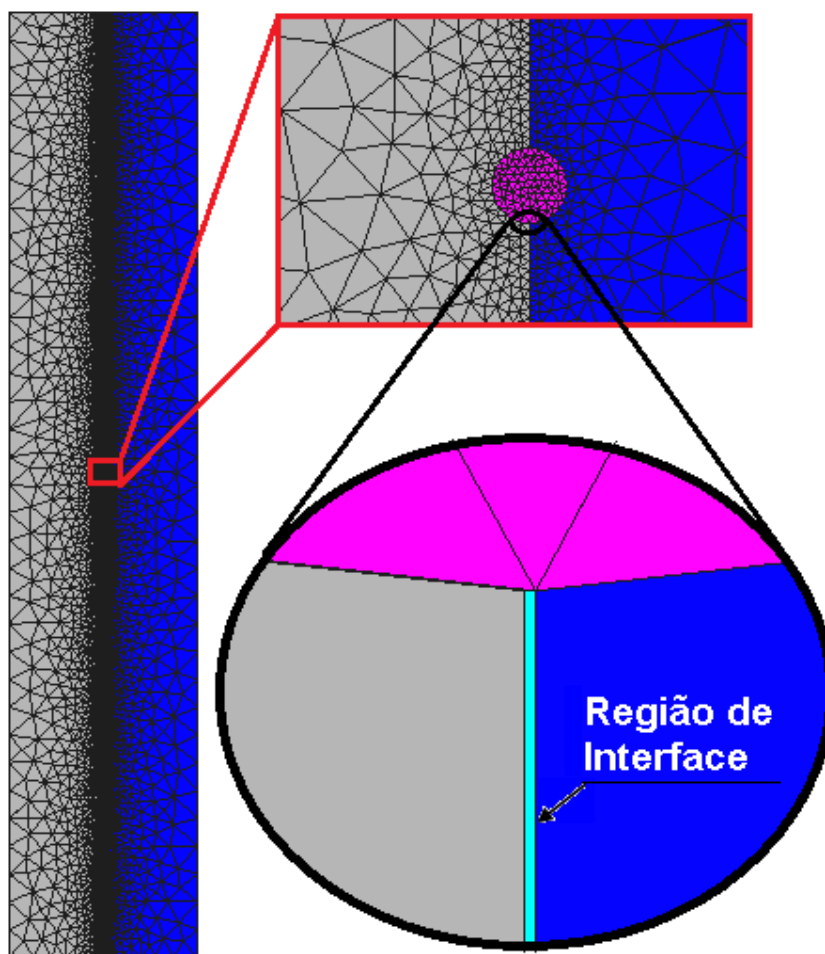
Figura 6.28 – Microfraturamento: geometria e condições de contorno do problema.



Fonte: Autora.

A malha de elementos finitos é composta por 17150 nós e 34170 elementos. A direção da descontinuidade é imposta na vertical, que é a direção de propagação de fratura, e discretizada com elementos de interface, conforme ilustrado na Figura 6.29. A espessura do elemento de interface ( $h$ ) é  $10^{-4}\text{m}$ .

**Figura 6.29 – Microfraturamento: malha de elementos finitos com detalhes da geometria do poço e da região com elementos de interface.**



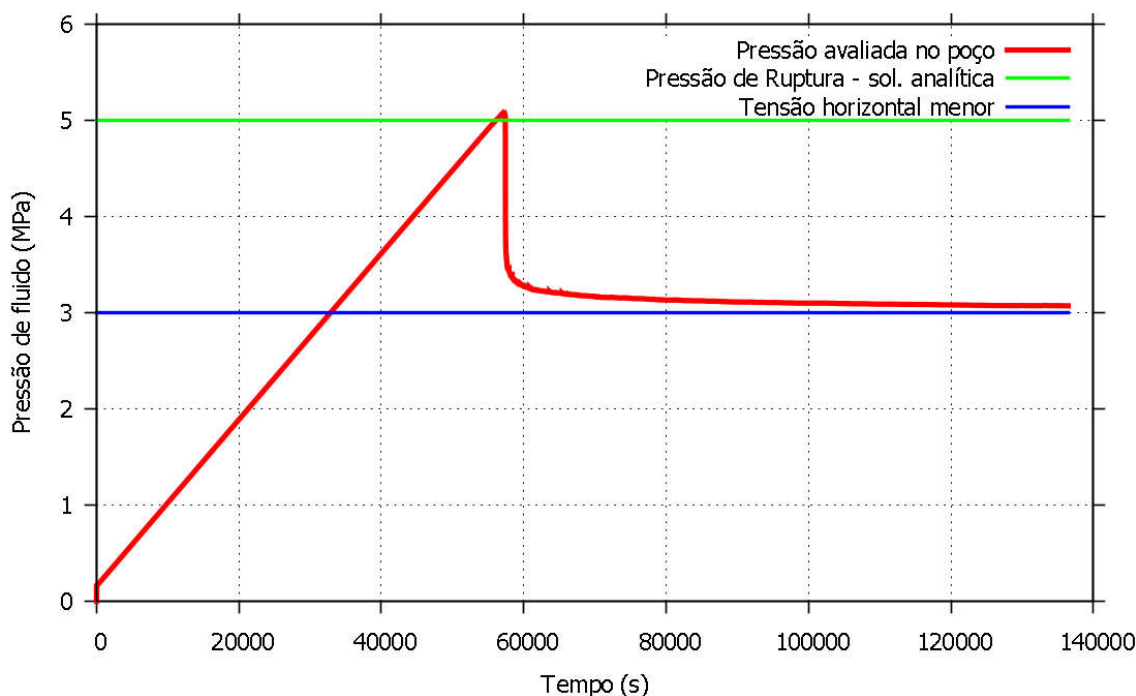
Fonte: Autora.

Nesta análise numérica, a formação da fratura se inicia quando a tensão de tração na borda do poço, provocada pela variação da pressão no interior do mesmo supera o estado compressivo das tensões iniciais in situ e vence a resistência à tração da rocha. Após a quebra da formação, a fratura induzida hidraulicamente começa a se propagar e continua enquanto a injeção de fluido no poço for mantida.

Como nesta análise a perda de fluido para a formação (*leak off*) é desconsiderada devido à impermeabilidade do meio, a pressão necessária para manter a propagação da fratura se equilibra com a tensão efetiva principal menor ( $\sigma_h$ ).

A Figura 6.30 apresenta o gráfico da pressão medida no poço ao de todo o ensaio. Observa-se que a pressão de ruptura obtida na análise numérica corresponde ao valor previsto pela solução da Equação (6.5) e a pressão de propagação se equilibra com o valor da tensão efetiva horizontal menor na fase pós-pico da análise.

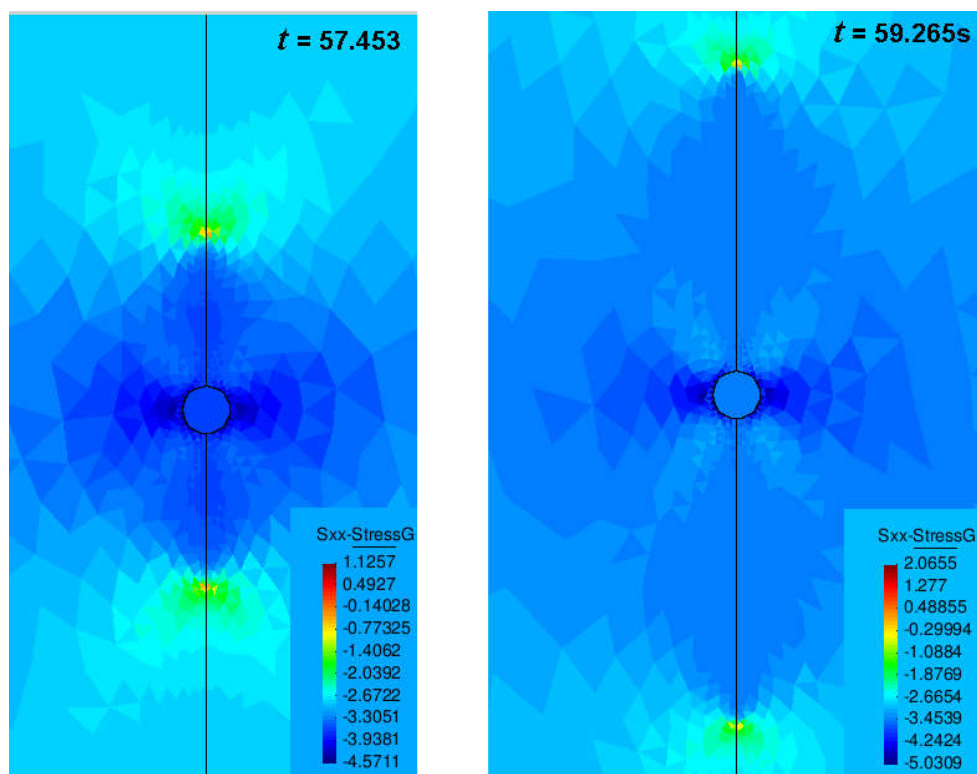
**Figura 6.30 – Curva de pressão medida no poço no ensaio de microfraturamento.**



Fonte: Autora.

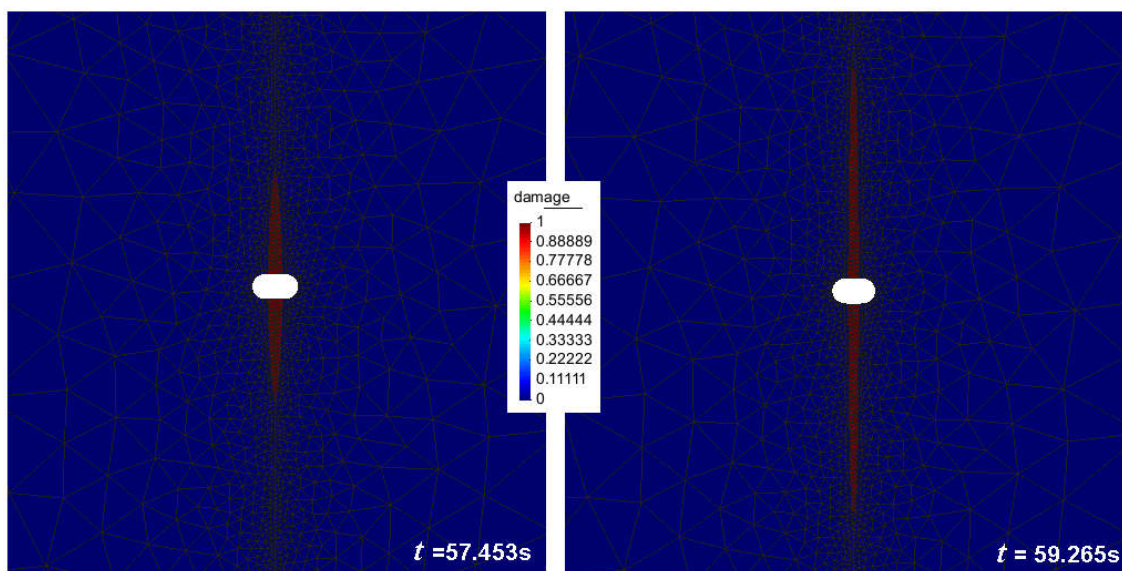
A distribuição dos valores da tensão principal menor é apresentada na Figura 6.31 para diferentes estágios da simulação. Os resultados indicados nesta figura adota a convenção de valores positivos para tração e negativos para compressão, logo, nota-se a concentração de tensão de tração na ponta da trinca (circulado em vermelho). Quando a tração na ponta da trinca é superior à resistência da rocha, o critério de dano é atingido e o material se degrada. É que pode ser conferido na Figura 6.32 que mostra o dano nos elementos que atingiram o critério de dano.

Figura 6.31 – Microfraturamento: distribuição da tensão principal menor em diferentes estágios da simulação.



Fonte: Autora.

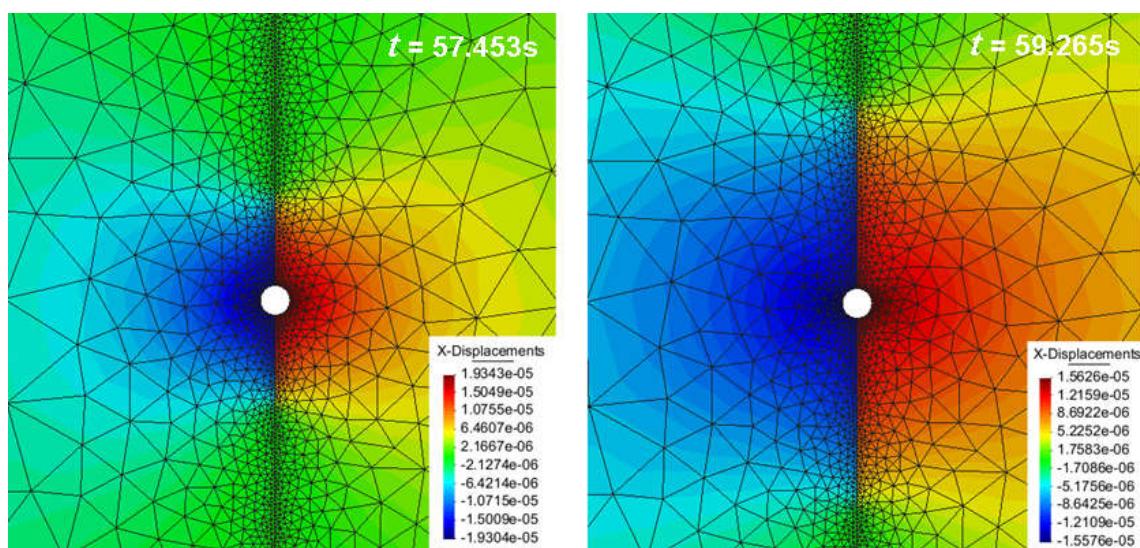
Figura 6.32 – Microfraturamento: variável de dano em diferentes estágios da simulação (malha deformada x5000).



Fonte: Autora.

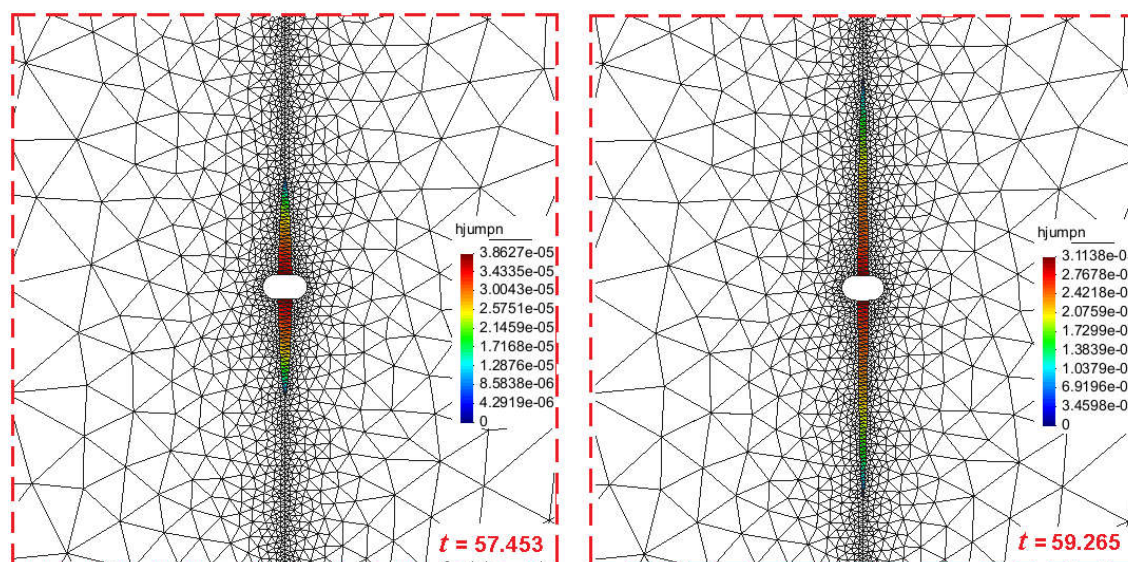
A Figura 6.33 evidencia a descontinuidade do campo de deslocamentos que ocorre devido à fratura. O salto no campo de deslocamentos, na direção normal (neste caso a horizontal) à descontinuidade, indica que a fratura se abriu, e essa abertura pode ser visualizada na Figura 6.34, com a malha deformada na escala de 5000 vezes.

**Figura 6.33 – Microfraturamento: campo de deslocamentos na direção x em diferentes estágios da simulação.**



Fonte: Autora.

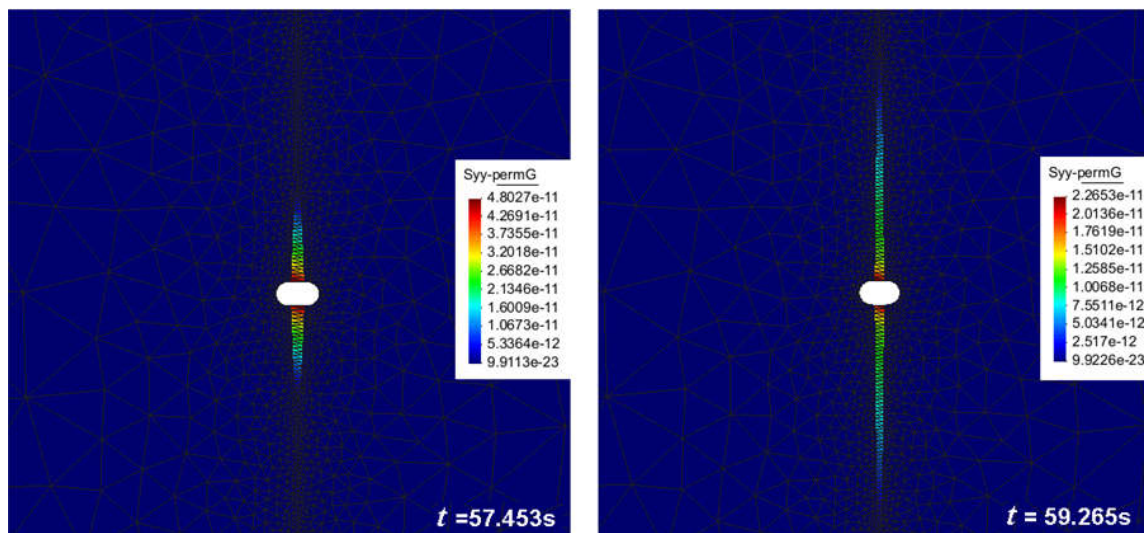
**Figura 6.34 – Microfraturamento: abertura da fratura simulação (malha deformada x5000).**



Fonte: Autora.

Por fim, a Figura 6.35 mostra o aumento na permeabilidade na direção da descontinuidade, que ocorre em consequência da abertura da fratura.

**Figura 6.35 – Microfraturamento: distribuição da permeabilidade na direção da descontinuidade simulação (malha deformada x5000).**



Fonte: Autora.

### 6.3.2. FRATURAMENTO EM FORMAÇÃO NATURALMENTE FRATURADA

Muitos reservatórios não convencionais são naturalmente fraturados. Ao se realizar a estimulação hidráulica nessas formações, o que se tem geralmente é formação de uma rede de fraturas, com a interação da fratura induzida com as fraturas pré-existentes, e o contraste de tensões *in situ* tem influência tanto na orientação, quanto na quantidade de fraturas formadas. Esses efeitos são evidenciados nas soluções das aplicações apresentadas a seguir.

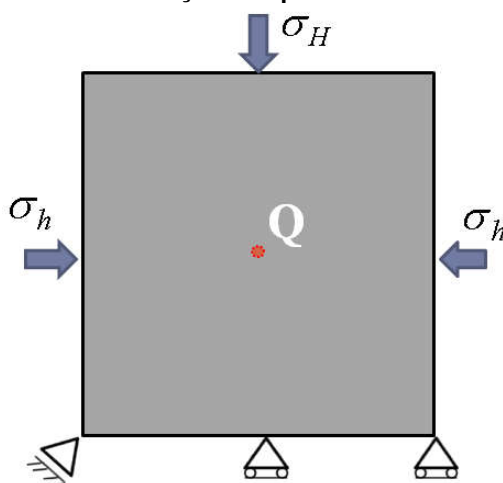
#### 6.3.2.1. Formação com fraturas igualmente espaçadas

Nesta análise foram simulados diferentes cenários em que o meio, que contém fraturas pré-existentes igualmente espaçadas, é submetido ao fraturamento hidráulico, sob diferentes estados de tensões, para avaliar a influência do contraste

de tensões *in situ* na orientação das fraturas induzidas e também densidade da rede de fraturas formada.

O modelo usado nas simulações representa um maciço rochoso de dimensões 100x100m, cortado por duas diferentes famílias de fraturas naturais. Uma injeção constante de fluido igual a  $Q = 10^{-3} \text{ kg/s}$  é aplicada no centro do maciço, que está submetido a um estado inicial de tensões ( $\sigma_h$  e  $\sigma_H$ ), conforme ilustrado na Figura 6.36. As propriedades mecânicas e hidráulicas adotadas para os materiais são apresentadas na Tabela 6.7.

**Figura 6.36 – Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: geometria e condições do problema.**



Fonte: Autora.

**Tabela 6.7 - Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: propriedades mecânicas e hidráulicas dos materiais**

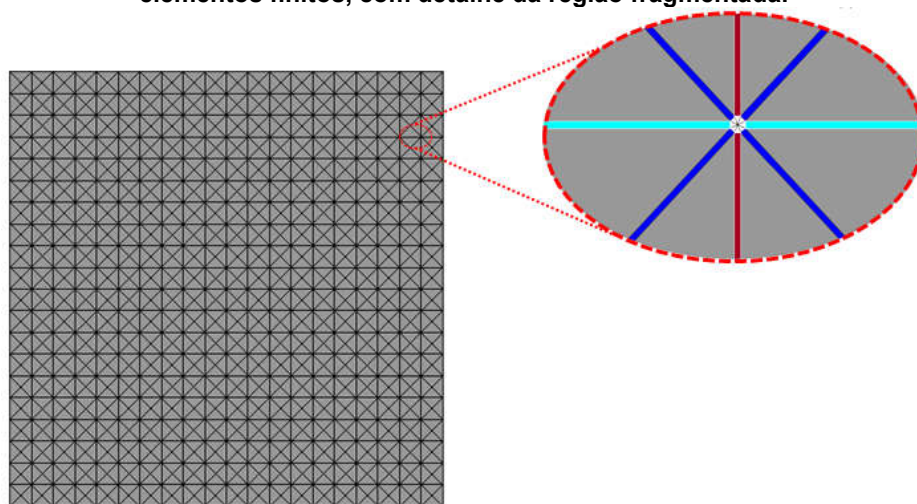
| Propriedades                             | Valores                   |
|------------------------------------------|---------------------------|
| Viscosidade do fluido ( $\mu$ )          | $1 \times 10^{-9}$ MPa/s. |
| Permeabilidade intrínseca ( $k_\Omega$ ) | $10^{-18}$ m <sup>2</sup> |
| Porosidade da rocha ( $\phi$ )           | 0,04                      |
| Coefficiente de Biot ( $\alpha$ )        | 1,00                      |
| Energia de fratura ( $Gf$ )              | 100 N/m                   |
| Resistência à tração ( $ft$ )            | 0,1 MPa                   |
| Módulo de elasticidade da rocha ( $E$ )  | $2 \times 10^4$ Mpa       |
| Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )        | 0,25                      |

Nas análises apresentadas a seguir, é considerado que não existe propagação de fraturas na rocha intacta, ou seja, a degradação só ocorre nas regiões ou elementos que representam às fraturas naturais quando o estado de tensões efetivas alcança o critério de degradação do modelo constitutivo de dano. Assim, a energia produzida pelo processo de estimulação somente pode provocar a ativação e abertura dessas fraturas naturais, aumentando então a permeabilidade dessas regiões. Para este estudo foram simulados os seguintes cenários:

- Cenário 1:  $\sigma_H = \sigma_h = 1$  MPa (Estado de tensões isotrópico);
- Cenário 2:  $\sigma_h = 1$  MPa e  $\sigma_H = 2$  MPa;
- Cenário 3:  $\sigma_h = 1$  MPa e  $\sigma_H = 3$  MPa.

A malha de elementos finitos, com detalhe da região fragmentada, mostrada na Figura 6.37 possui 5641 nós e 11120 elementos. As fraturas naturais são representadas pelos elementos de interface orientados nas direções horizontais e verticais. A espessura desses elementos é de  $10^{-4}$  m.

**Figura 6.37– Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: malha de elementos finitos, com detalhe da região fragmentada.**

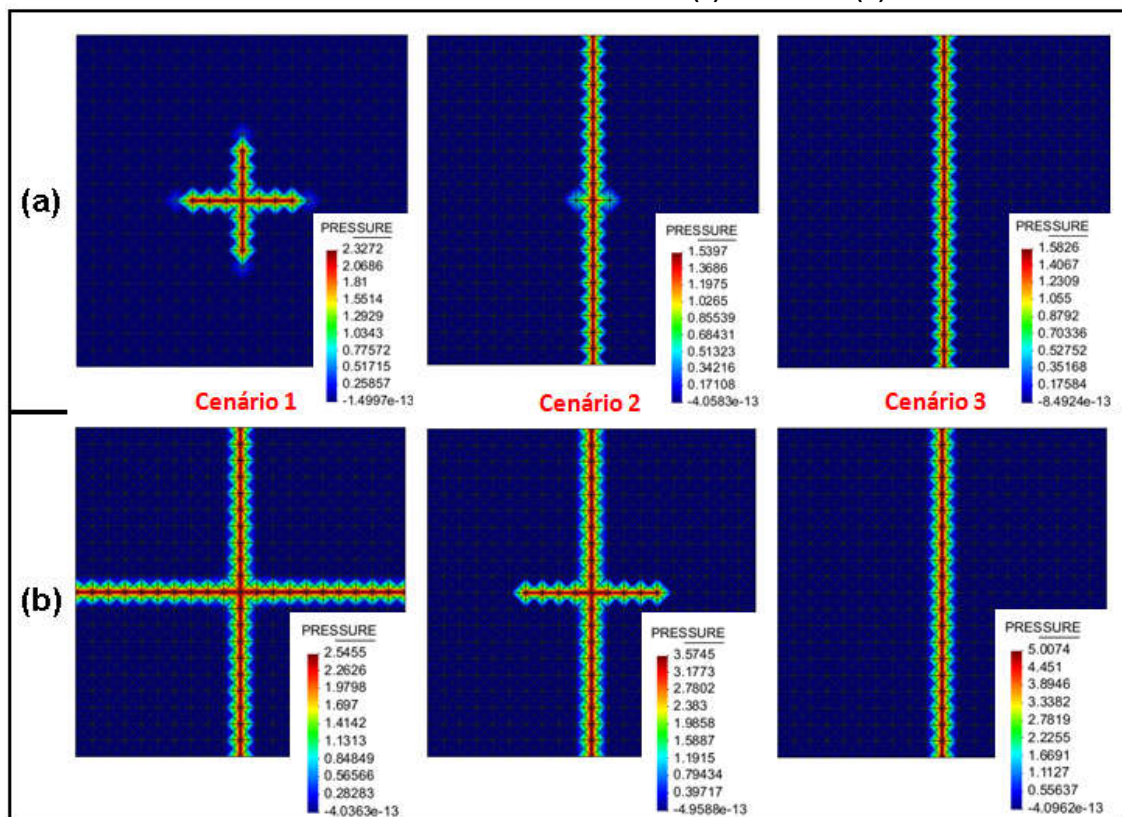


Fonte: Autora.

A Figura 6.38 mostra a distribuição de pressão de fluido para os três cenários em dois diferentes estágios da simulação. Para o cenário 1, com estado isotrópico de tensões, nota-se que são formadas duas fraturas principais, que se abrem e se

propagam ao mesmo tempo nas duas direções horizontal e vertical. Para o cenário 2, com estado de anisotrópico de tensões de  $\sigma_h = 1 \text{ MPa}$  e  $\sigma_H = 2 \text{ MPa}$ , inicialmente uma fratura principal se abre na direção da menor tensão principal, crescendo verticalmente até estar totalmente pressurizada, e em seguida ocorre uma alteração no estado de tensões *in situ* que resulta na abertura de uma fratura horizontal secundária. Por fim, no cenário 3, que possui o maior contraste de tensões, apenas uma fratura principal se abre na direção da menor tensão principal.

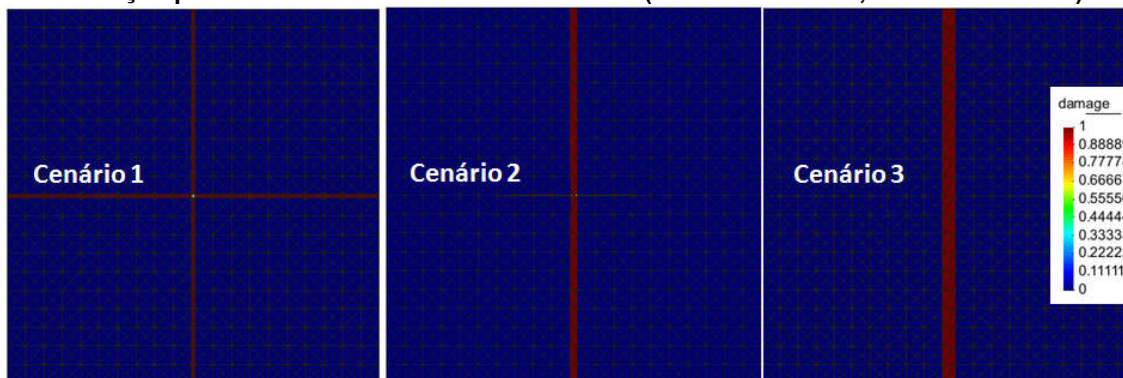
**Figura 6.38 – Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: pressão para os diferentes cenários de tensões nos instantes (a) 10.200s e (b) 36.000s.**



Fonte: Autora.

Na Figura 6.39 a variável de dano é apresentada ao tempo final de simulação ( $t=36.000s$ ) para os três diferentes cenários simulados, na malha que está deformada em uma escala de 200 vezes, e indica os elementos cujas propriedades foram degradadas pela pressurização do fluido injetado e que resultou na formação das fraturas.

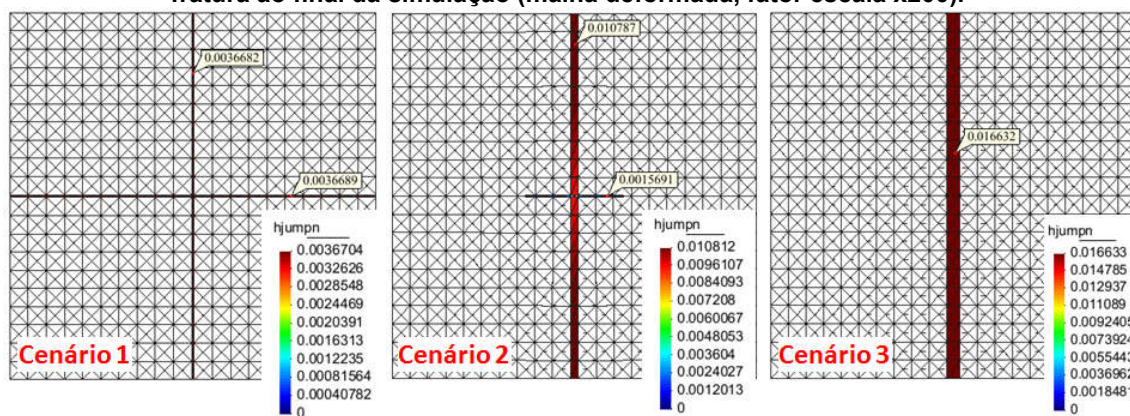
**Figura 6.39 – Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: dano ao final da simulação para os diferentes cenários analisados (malha deformada, fator escala x200).**



Fonte: Autora.

O tamanho das aberturas das fraturas formadas em cada cenário pode ser observado na Figura 6.40. No cenário isotrópico verifica-se que as duas fraturas principais formadas simultaneamente foram igualmente pressurizadas e possuem aberturas iguais. Verifica-se também que para o mesmo tempo de simulação, nos cenários anisotrópicos as fraturas principais formadas são mais pressurizadas e suas aberturas são maiores comparadas ao tamanho da abertura das fraturas principais formadas no cenário 1.

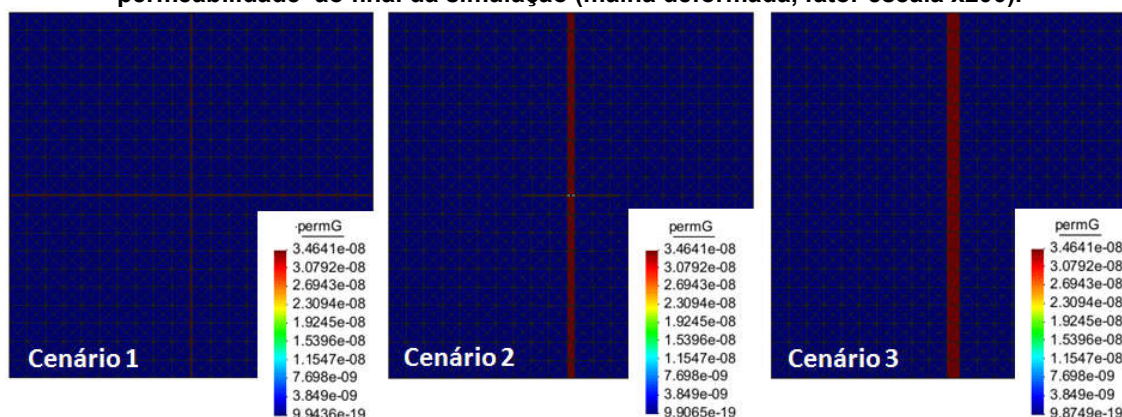
**Figura 6.40 – Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: abertura da fratura ao final da simulação (malha deformada, fator escala x200).**



Fonte: Autora.

A abertura das fraturas implica em um aumento no campo de permeabilidade, o que pode ser visto na Figura 6.41.

**Figura 6.41 – – Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: permeabilidade ao final da simulação (malha deformada, fator escala x200).**



Fonte: Autora.

### 6.3.2.2. Formação com uma única fratura natural

Nesta análise numérica, o modelo simulado representa um maciço rochoso de dimensões 10x10m submetido à injeção de fluido e cortado por uma falha natural inclinada a 45° com relação ao eixo horizontal x. A geometria e condições iniciais são detalhadas na

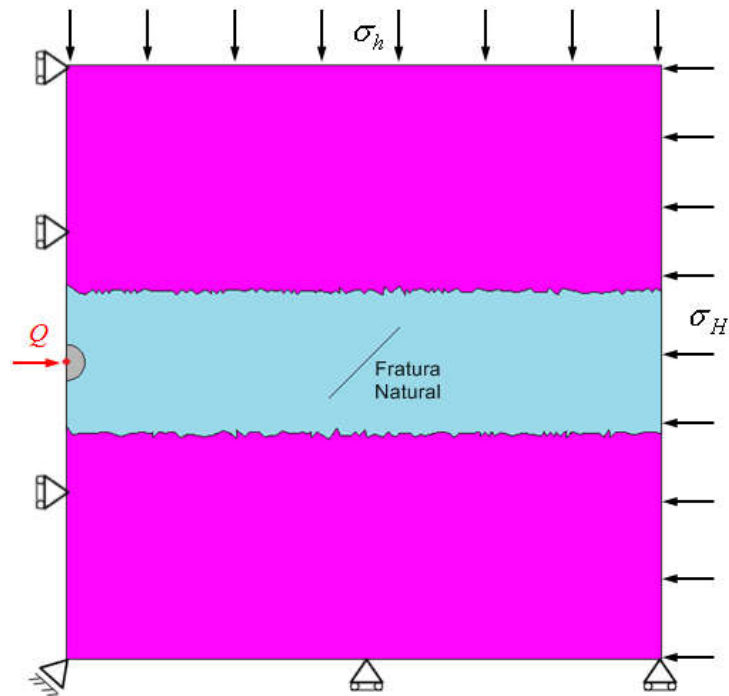
Figura 6.42.

As propriedades mecânicas e hidráulicas adotadas nesta simulação se encontram na Tabela 6.8. As tensões aplicadas são:  $\sigma'_H = 3\text{MPa}$  e  $\sigma'_h = 1\text{MPa}$  e a vazão de injeção é de  $Q = 5 \times 10^{-5} \text{ kg/s}$ .

**Tabela 6.8 - Fraturamento em formação com fraturas igualmente espaçadas: propriedades mecânicas e hidráulicas dos materiais**

| Propriedades                             | Valores                           |
|------------------------------------------|-----------------------------------|
| Viscosidade do fluido ( $\mu$ )          | $1 \times 10^{-9} \text{ MPa.s.}$ |
| Permeabilidade intrínseca ( $k_\Omega$ ) | $10^{-22} \text{ m}^2$            |
| Porosidade da rocha ( $\phi$ )           | 0,01                              |
| Coefficiente de Biot ( $\alpha$ )        | 1,00                              |
| Energia de fratura ( $Gf$ )              | 100 N/m                           |
| Resistência à tração ( $f_t$ )           | 1 MPa                             |
| Módulo de elasticidade da rocha ( $E$ )  | $1 \times 10^5 \text{ Mpa}$       |
| Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )        | 0,30                              |

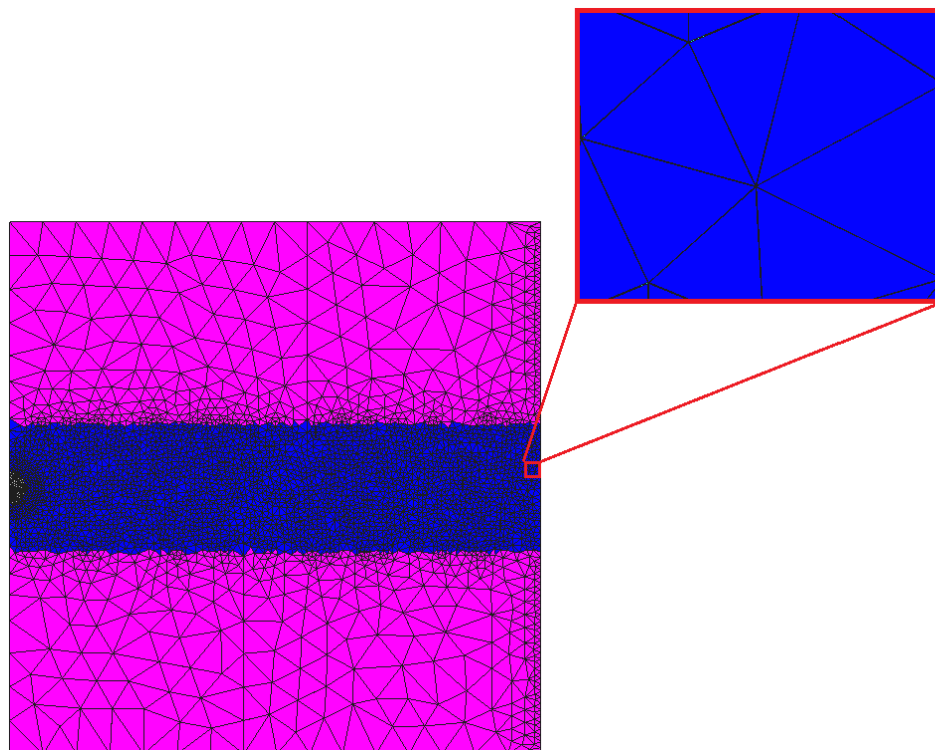
**Figura 6.42 – Fraturamento em formação com única fratura natural: geometria e condições do problema.**



Fonte: Autora.

A malha de elementos finitos é composta por 18009 nós e 43576 elementos e apenas uma região da mesma é fragmentada, como mostra a Figura 6.43. A espessura dos elementos de interfaces ( $h$ ) é  $5 \times 10^{-4} \text{m}$

**Figura 6.43 – Fraturamento em formação com única fratura natural: malha de elementos finitos, com detalhe da região fragmentada.**



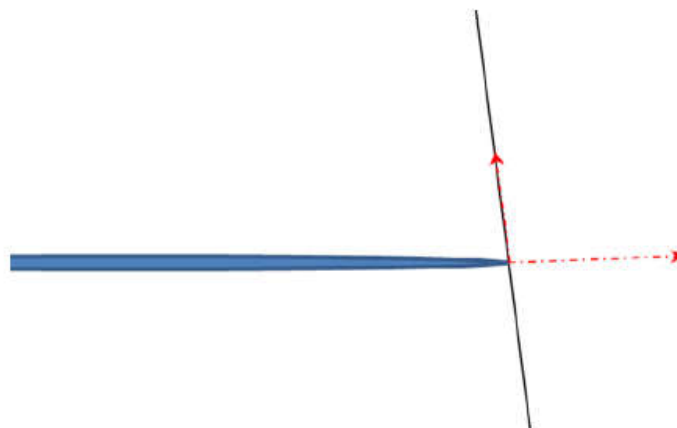
Fonte: Autora.

Cinco diferentes cenários foram simulados, variando-se as propriedades da fratura natural, como a abertura inicial  $b_0$  e resistência à tração  $f_t$ . A variação destas propriedades pode influenciar na trajetória da fratura induzida, que neste caso pode cruzar a fratura natural ou sofrer uma mudança de direção se a energia da estimulação hidráulica for suficiente pra reativá-la (Figura 6.44).

Então, os cenários são:

- Cenário 1: Fratura natural com  $f_t = 0.1 \text{ MPa}$  e  $b_0 = 10^{-3} \text{ m}$
- Cenário 2: Fratura natural com  $f_t = 0.1 \text{ MPa}$  e  $b_0 = 10^{-5} \text{ m}$
- Cenário 3: Fratura natural com  $f_t = 0.1 \text{ MPa}$  e  $b_0 = 10^{-8} \text{ m}$
- Cenário 4: Fratura natural com  $f_t = 1.0 \text{ MPa}$  e  $b_0 = 10^{-3} \text{ m}$
- Cenário 5: Fratura natural com  $f_t = 1.0 \text{ MPa}$  e  $b_0 = 10^{-8} \text{ m}$

**Figura 6.44 – Interação entre a fratura induzida e a fratura natural, com detalhe (setas vermelhas) dos duas potenciais trajetória de propagação.**

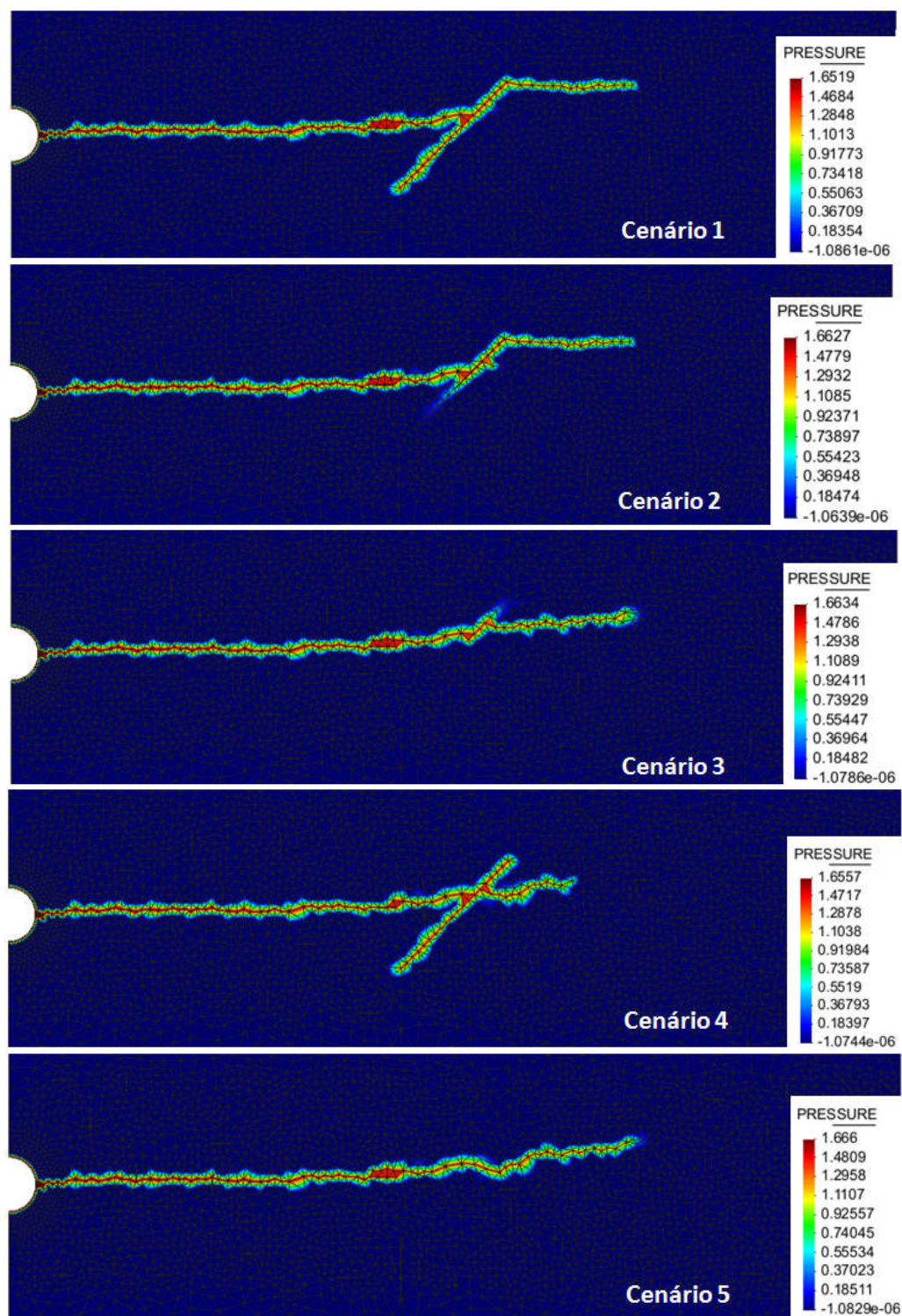


Fonte: TALEGHANI; GONZALES; SHOJAEI, 2015.

A distribuição de pressão ao final da simulação é apresentada na Figura 6.45. Considerando que pelo estado inicial de tensões aplicado, a fratura tende a se propagar na direção ortogonal a tensão principal menor (horizontal), nota-se que nos cenários 1 e 2 a trajetória de propagação da fratura induzida sofre uma mudança, influenciada pela presença da fratura natural. Nesses cenários, a fratura natural possui menor resistência à tração ( $f_t = 0.1\text{MPa}$ ) e as maiores aberturas iniciais ( $b_0 = 10^{-3}\text{m}$  e  $b_0 = 10^{-5}\text{m}$  respectivamente) dentre os cenários estudados. No primeiro cenário, que possui a maior abertura inicial, toda a fratura natural foi pressurizada pela energia da injeção de fluido, enquanto que no segundo, apenas parte da fratura natural chegou a sofrer pressurização.

A fratura natural do cenário 3, apesar de possuir a mesma resistência a tração dos dois cenários anteriores, possui uma abertura inicial muito pequena ( $b_0 = 10^{-8}\text{m}$ ), e por isso a estimulação hidráulica não foi suficiente para ativá-la de modo a alterar a trajetória de propagação da fratura induzida. O mesmo ocorre com a fratura pré-existente do cenário 5, que além de possuir a mesma pequena abertura inicial de  $10^{-8}\text{m}$ , tem uma resistência a tração ainda maior, de  $1.0\text{MPa}$ . Com uma resistência à tração de  $1.0\text{MPa}$  e abertura inicial de  $10^{-3}\text{m}$ , a fratura natural do cenário 4 foi pressurizada pela injeção de fluido, mas também sem energia o suficiente para alterar a trajetória de propagação da fratura induzida.

**Figura 6.45 – Fraturamento em formação com única fratura natural: distribuição da pressão ao final da simulação.**



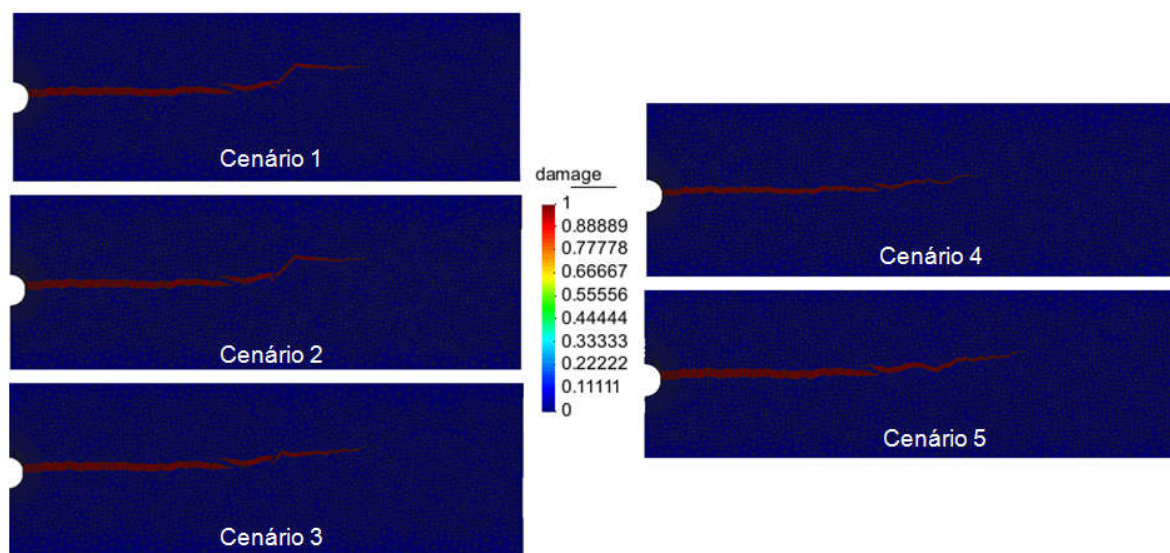
Fonte: Autora.

A Figura 6.46. mostra a variável de dano ao final da simulação, em uma malha deformada com escala de 500 vezes, e evidencia quais os elementos atingiram o critério de degradação e foram danificados pela pressão da injeção hidráulica, ocasionando a formação da fratura.

Nota-se que mesmo com uma maior abertura inicial e tendo sido pressurizada em toda sua extensão, as propriedades da fratura natural do cenário 1 influenciaram a trajetória de propagação da fratura induzida de maneira semelhante as do cenário 2, já que também apenas parte dos elementos que a representam foram degradados pela pressurização do fluido injetado. A fratura induzida, nesses dois cenários de une a fratura natural e depois muda de trajetória novamente se propagando na direção mais favorável mecanicamente.

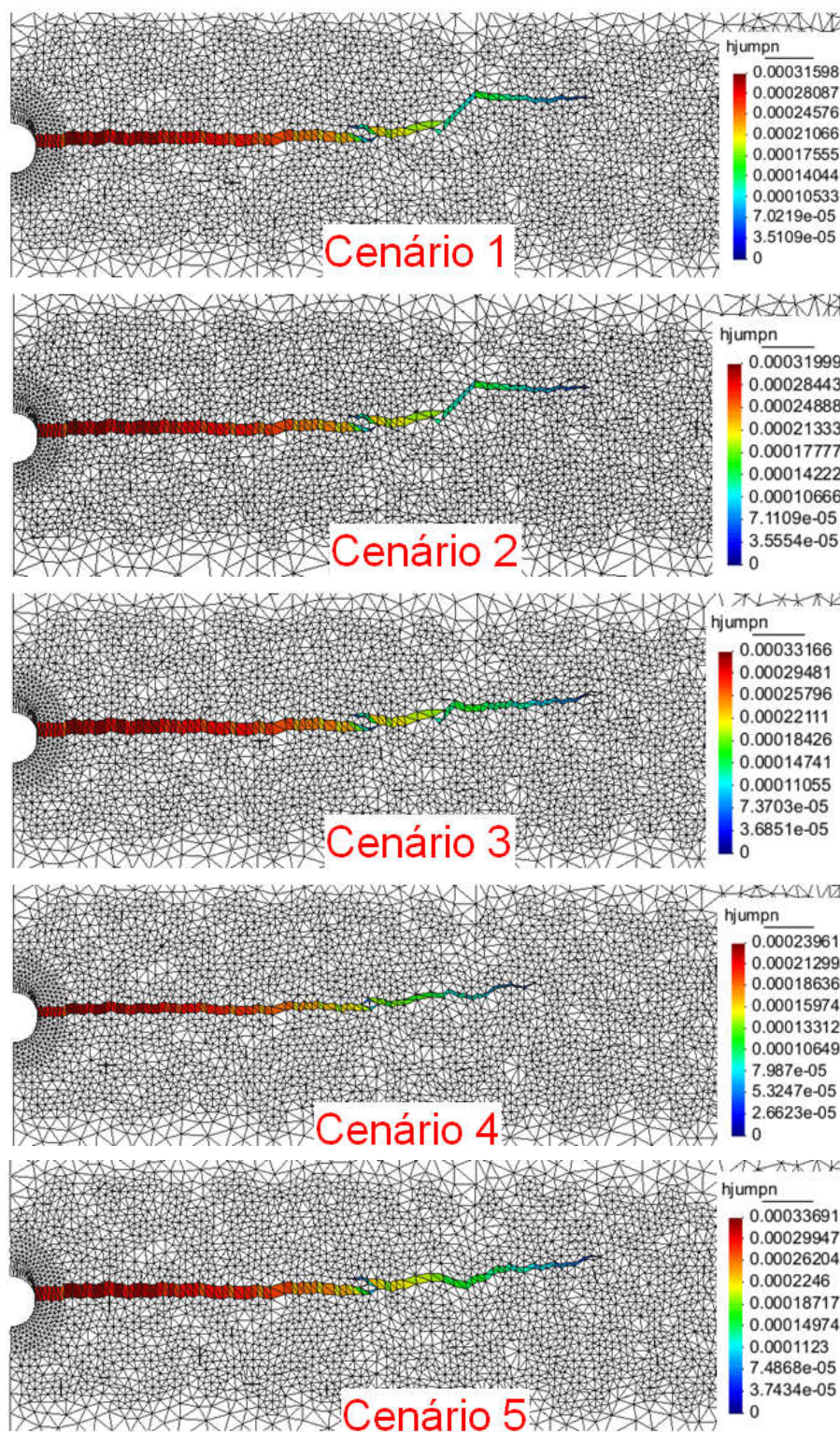
Os cenários 3 e 5 apresentaram resultados semelhantes, nos quais a fratura natural não chegou a ser pressurizada e a fratura induzida simplesmente atravessa a mesma. A pressurização que ocorre ao longo da fratura natural do cenário 4 não é suficiente para causar a degradação dos elementos que a representam e a fratura induzida a atravessa. A abertura da fratura induzida para todos os cenários simulados pode ser vista na Figura 6.47 (na malha deformada com escala 500 vezes).

**Figura 6.46 – Fraturamento em formação com única fratura natural: variável de dano ao final da simulação (malha deformada fator escala x500)**



Fonte: Autora.

Figura 6.47 – Fraturamento em formação com única fratura natural: abertura da fratura ao final da simulação (malha deformada fator escala x500).



Fonte: Autora.

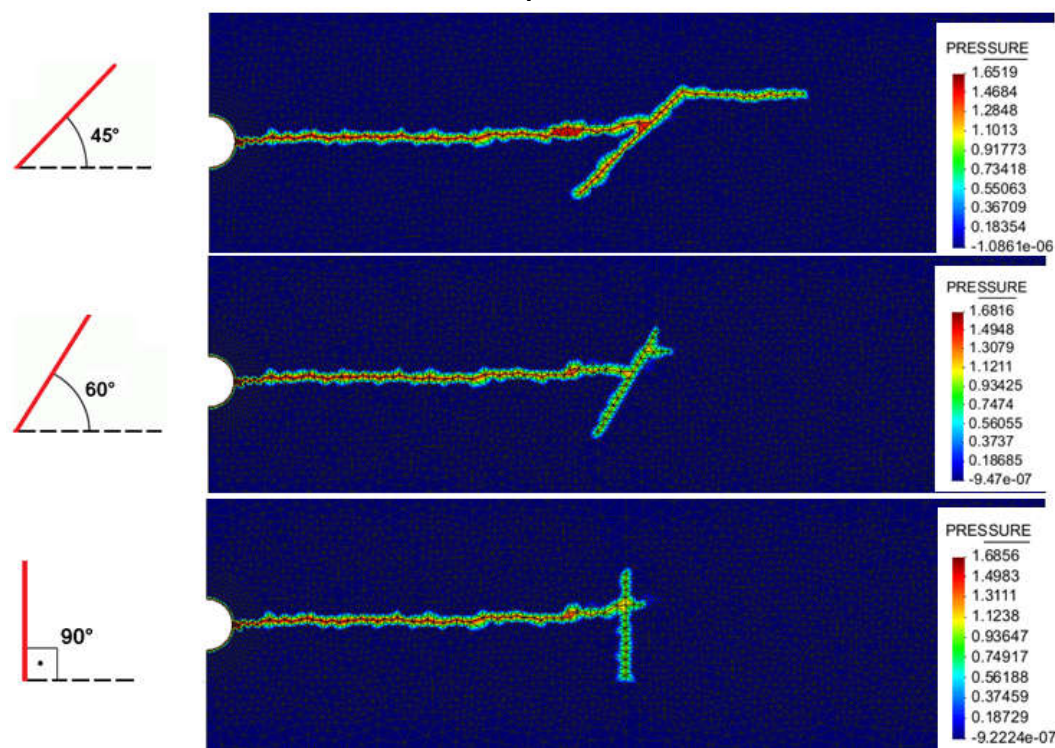
Além das propriedades, a angulação da fratura natural pode influenciar a trajetória da fratura hidráulica. Para a observação desse efeito outras simulações foram realizadas variando-se o ângulo da fratura natural. Dos cenários simulados anteriormente, apenas o cenário 1 e o 5 foram usados nessa nova análise.

- Cenário 1: Fratura natural com  $f_t = 0.1\text{MPa}$  e  $b_0 = 10^{-3}\text{m}$
- Cenário 5: Fratura natural com  $f_t = 1.0\text{MPa}$  e  $b_0 = 10^{-8}\text{m}$

Para cada um destes cenários, foram realizadas simulações com o ângulo da fratura natural variando em  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ .

A Figura 6.48 apresenta a distribuição de pressão ao final das simulações com o cenário 1, que possui menor resistência à tração ( $f_t = 0.1\text{MPa}$ ) e maior abertura inicial ( $b_0 = 10^{-3}\text{m}$ ).

**Figura 6.48 – Fraturamento em formação com única fratura natural: Distribuição da pressão ao final da simulação do cenário 1 (malha deformada fator escala x500).**

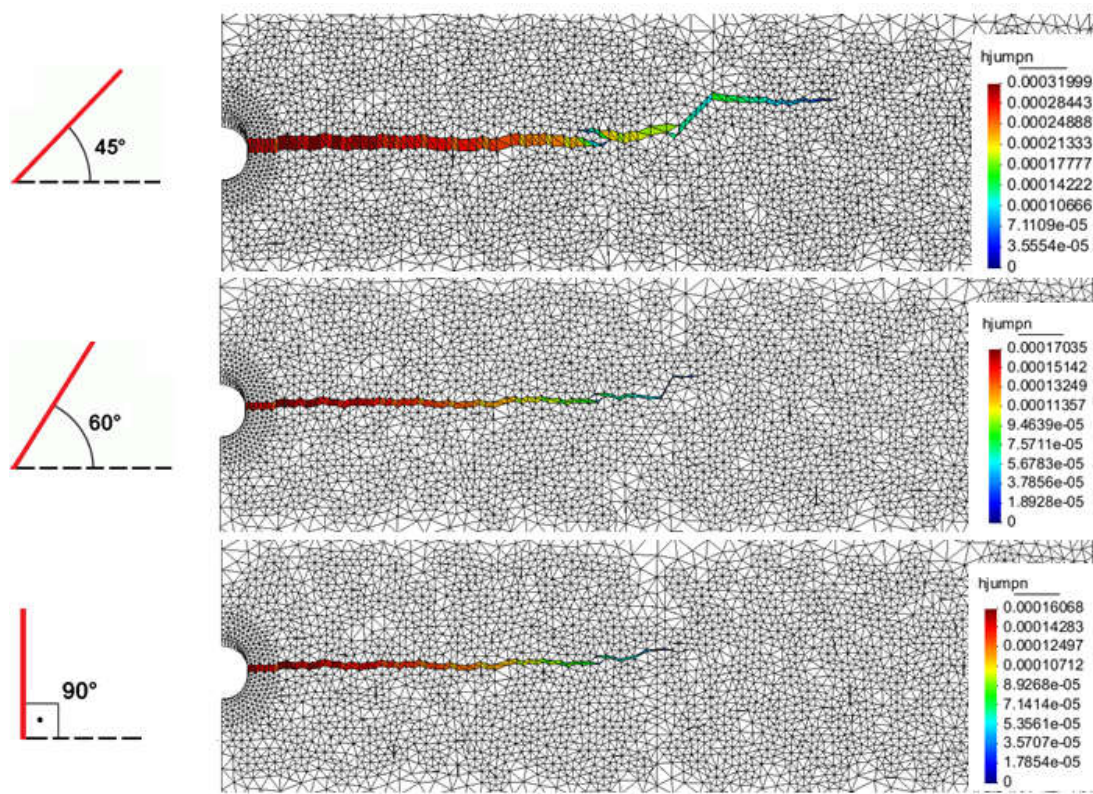


Fonte: Autora.

Nota-se que em todas as simulações houve a pressurização da fratura natural em toda sua extensão, porém a nota-se uma diferença na trajetória de propagação da fratura induzida a depender da angulação da mesma. Nas simulações em que a fratura natural forma 45° ou 60° com a horizontal, a fratura induzida se une a fratura natural e depois muda de trajetória novamente se propagando na direção mais favorável mecanicamente (direção horizontal, ortogonal a  $\sigma'_h$ ). Porém, na simulação com fratura natural de ângulo 60°, uma menor extensão da fratura natural foi aberta, de modo que a trajetória fratura induzida deixa a direção da fratura natural e volta a se propagar na direção horizontal (mecanicamente mais favorável) mais cedo (Figura 6.49).

Com angulação de 90°, a fratura natural não foi pressurizada o suficiente para causar a degradação dos elementos que a representam e a fratura induzida simplesmente a atravessa, como pode ser observado na Figura 6.49.

**Figura 6.49 – Fraturamento em formação com única fratura natural: abertura da fratura ao final da simulação do cenário 1 (malha deformada fator escala x500).**

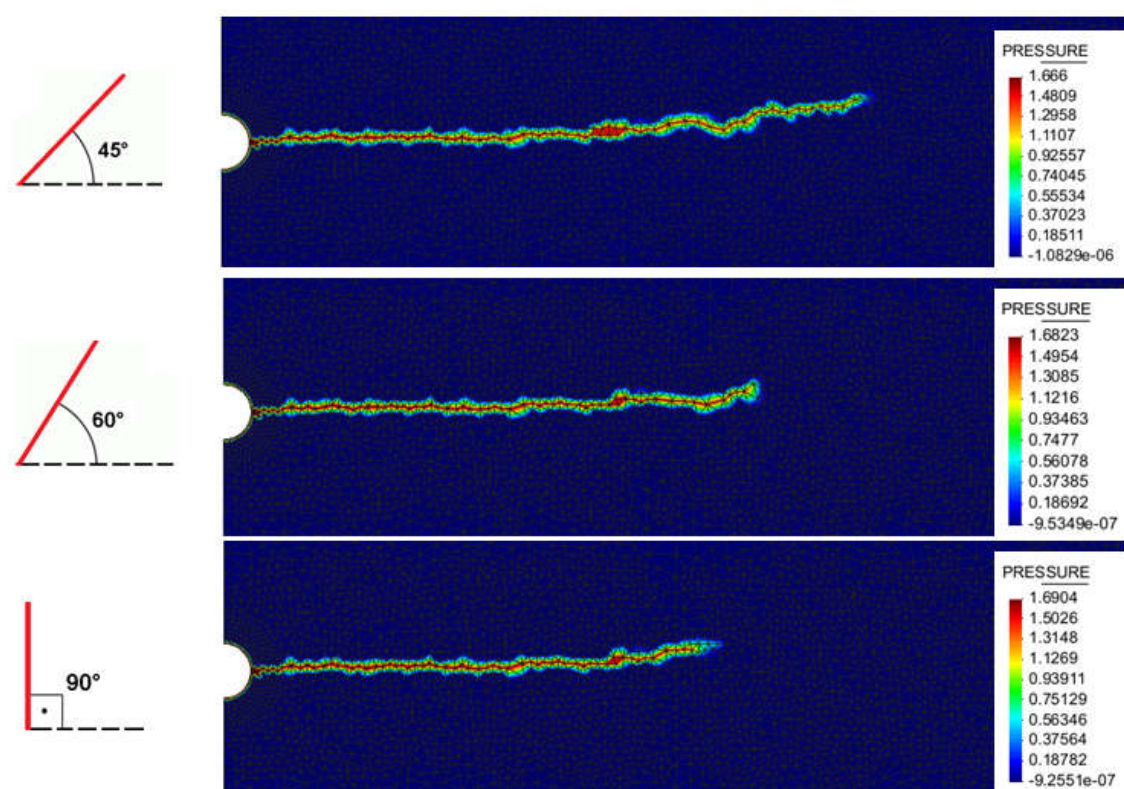


Fonte: Autora.

Nas simulações do cenário 5 nota-se que as propriedades de resistência a tração e abertura inicial ( $f_t = 1.0\text{MPa}$  e  $b_0 = 10^{-8}\text{m}$ ) não favoreceu a pressurização da fratura natural, independentemente da angulação da mesma (Figura 6.50).

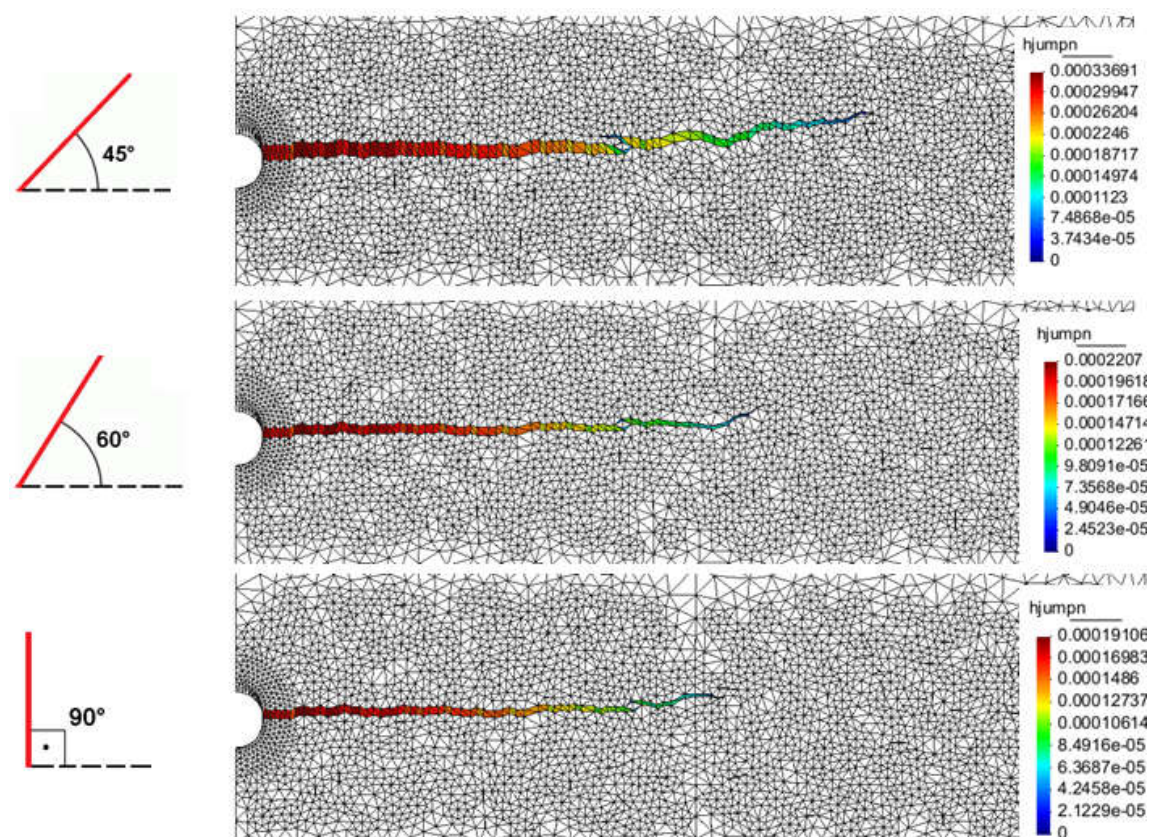
Em nenhuma das simulações houve pressão suficiente para causar a degradação dos elementos que representam a fratura natural e a fratura induzida a atravessa, como pode ser observado na Figura 6.51.

**Figura 6.50 – Fraturamento em formação com única fratura natural: Distribuição da pressão ao final da simulação do cenário 5 (malha deformada fator escala x500).**



Fonte: Autora.

Figura 6.51 – Fraturamento em formação com única fratura natural: abertura da fratura ao final da simulação do cenário 5 (malha deformada fator escala x500).



Fonte: Autora.

## 7. CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 7.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A principal contribuição deste trabalho foi o desenvolvimento de uma metodologia para simular de maneira totalmente acoplada o problema de fraturamento hidráulico, aplicando-se a técnica de fragmentação de malha que, além de ter sido relativamente simples sua implementação no programa de elementos finitos utilizado (CODE-BRIGHT), se mostrou eficiente nas simulações realizadas, conseguindo reproduzir de forma coerente o processo de formação e propagação das fraturas resultante da estimulação hidráulica.

Apesar da técnica de fragmentação não ser a de menor custo computacional dentre outras que são utilizadas no estudo do problema de fraturamento hidráulico, foi mostrado que a mesma é eficaz na predição da formação e propagação das fraturas sem a necessidade de algoritmo para construção da trajetória da descontinuidade, conseguindo inclusive reproduzir os padrões de fraturas obtidas nos ensaios experimentais que foram numericamente simulados.

O problema de fraturamento hidráulico em meios contínuos ou em formações rochosas com fraturas preexistentes também foi reproduzido adequadamente pela metodologia utilizada. Na simulação do ensaio de microfraturamento, o método reproduziu corretamente a curva esperada pra esse tipo de ensaio, e obteve a resposta prevista pela solução analítica para a pressão de ruptura da rocha e para a pressão de propagação da fratura. A influência do contraste de tensões *in situ* e da orientação e propriedades das fraturas pré-existentes na trajetória de propagação das fraturas induzidas e também na densidade da rede de fraturas formada, foi capturada pelas demais análises hidromecânicas estudadas, de forma condizente com o relatado em outros estudos publicados sobre o tema.

O modelo constitutivo de dano à tração, selecionado para representar o comportamento mecânico do meio poroso, se mostrou apropriado para a simulação da abertura de fraturas pelo mecanismo de ruptura à tração.

O algoritmo de integração de tensões implementado, o IMPL-EX, funcionou efetivamente, garantindo a convergência do código até mesmo para as simulações mais complexas, com acoplamento hidromecânico e o algoritmo de controle

automático do passo de tempo implementado foi de grande importância na garantia da robustez do algoritmo IMPL-EX, já que otimizou o seu desempenho diminuindo ou aumentando o tamanho do passo de tempo apenas quando necessário, de modo a evitar ao máximo oscilações no decorrer das simulações realizadas.

A metodologia desenvolvida neste trabalho, com o uso da técnica de fragmentação de malha em conjunto com os algoritmos IMPL-EX e de controle automático do passo de tempo implementados, leis e modelos constitutivos adotados, é uma importante ferramenta no entendimento do processo de fraturamento hidráulico e seus efeitos em formações rochosas.

Os resultados das análises realizadas neste trabalho mostram claramente a importância de se estudar este problema de maneira totalmente acoplada para que se possa capturar os efeitos da interação entre as propriedades e heterogeneidades da rocha e o estado de tensões in-situ do maciço e sua variação ao longo do processo na determinação da geometria e orientação da fratura induzida, bem como na densidade da rede de fraturas formada.

## 7.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Aplicar a metodologia a problemas tridimensionais.
- Desenvolver e aplicar outros modelos constitutivos mecânicos que possam reproduzir a ocorrência de dilatância em fraturas naturais como resultado da interação entre elas e a fratura induzida hidraulicamente.
- Propor o um termo ou variável que possa quantificar a perda de fluido injetado para a formação (*leak off*), que pode ocorrer também como resultado da interação entre fratura induzida e fraturas naturais pré-existente no maciço.
- Desenvolver um algoritmo que fragmente a malha durante a análise numérica, e não previamente como feito neste trabalho. Assim, a inserção dos elementos de interface com elevada razão de aspecto na malha de elementos finitos é feita durante a análise somente em regiões próxima aos elementos que atinjam o critério de degradação, melhorando assim o custo computacional das análises.

- Implementar elementos de maior ordem de interpolação (triângulo de seis nós ou quadrilátero) para o problema mecânico, com o objetivo de cumprir com a condição de estabilidade de Babuska-Brezzi, para evitar ou minimizar as oscilações observadas nas análises hidromecânicas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADACHI, J; SIEBRITS, E; PEIRCE, A.; DESROCHES, J. Computer simulation of hydraulic fractures. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 44, n. 5, p.739-757, 2007.

ALCURE, M. F. **Uma avaliação de modelos para a determinação do gradiente de fratura em problemas de estabilidade de poços e sua influência na janela operacional**. 2013. 193 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

ALEXANDER, T.; BAIHLY, J.; BOYER, C.; CLARK, B.; WATERS, G.; JOCHEN, V.; LECALVEZ, J.; LEWIS, R.; MILLER, C.K.; THAELE, J.; TOELLE, B.E. **Shale gas revolution**, 2011. Disponível em: < [https://www.slb.com/~media/Files/resources/oilfield\\_review/ors11/aut11/04\\_shale\\_gas\\_revolution.pdf](https://www.slb.com/~media/Files/resources/oilfield_review/ors11/aut11/04_shale_gas_revolution.pdf) >. Acesso em: Jul. 2015.

ARTHUR, J. D.; BOHM, B.; LAYNE, M. Hydraulic fracturing considerations for natural gas wells of the Marcellus shale. In: GROUND WATER PROTECTION COUNCIL 2008 ANNUAL FORUM, 2008, Cincinnati. **Anais...** Cincinnati: GWPC, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222**: argamassa e concreto: determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 1994.

AZEVEDO, C. T. **Testes Utilizados para Estimativa da Tensão Mínima**. Rio de Janeiro. 2015.

BEAR. **Dynamics of fluids in porous media**. New York: Dover Publications, 1988.

BESERRA, L. B. S. **Análise Hidromecânica do fraturamento hidráulico via elementos finitos com descontinuidades fortes incorporadas**. 2015. 159 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife. 2015

BIOT, M. A. General theory of three-dimensional consolidation. **Journal of Applied Physics**, v. 12, p. 155-164, 1941.

BLANTON, TL. An experimental study of interaction between hydraulically induced and pre-existing fractures. In: SPE UNCONVENTIONAL GAS RECOVERY SYMPOSIUM, 1982, Pittsburgh. **Anais...** Pittsburgh: Society Petroleum Engineers, 1982

CACHAY, L. R. S. **Fluxo de partículas de sustentação em poços de petróleo estimulados por fraturamento hidráulico**. 2004. 132 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

CAILLABET, Y.; FABRIE, P.; LANDEREAU, P.; NOETINGER, B. Implementation of a Finite-Volume Method for the Determination of Effective Parameters in Fissured Porous Media. **Numerical Methods of Partial Differential Equations**, v. 16, p. 237–263, 2002.

CAMACHO, G.; ORTIZ, M. Computational modelling of impact damage in brittle materials. **International Journal of Solids and Structures**, v. 33, n. 20-22, p. 2899–2938, 1996.

CANDER, H. **What Are Unconventional Resources? A Simple Definition Using Viscosity and Permeability**, Mai. 2012. Disponível em: <[http://www.searchanddiscovery.com/pdfz/documents/2012/80217cander/ndx\\_cander.pdf.html](http://www.searchanddiscovery.com/pdfz/documents/2012/80217cander/ndx_cander.pdf.html)>. Acesso em: Jun. 2015.

CHEN, Z. Implementation of The XFEM for Hydraulic Fracture Problems. In: 13TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON FRACTURE, 2013, Beijing. **Anais eletrônico...** Beijing: ICF 2013, 2013. Disponível em: <<http://www.gruppofrattura.it/ocs/index.php/ICF/icf13/paper/viewFile/10978/10357>>. Acesso em: 10 Jun. 2015.

CIPOLLA, C.L.; WARPINSKI, N.R.; MAYERHOFER, M.; LOLON, E.P.; VINCENT, M. The relationship between fracture complexity, reservoir properties, and fracture-treatment design. In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION, 2008, Denver. **Anais...** Denver: Society Petroleum Engineers, 2008.

CLUBE DO CONCRETO. **A origem do Brazilian Test**, set. 2013. Disponível em: <<http://www.clubedoconcreto.com.br/2013/09/a-origem-do-brazilian-est.html>>. Acesso em: Jul. /2015.

COLBORN, T.; KWIATKOWSKI, C.; SCHULTZ, K.; BACHRAN, M. Natural Gas Operations From a Public Health Perspective. **Human and Ecology Risk Assessment**, v. 17, p. 1039-1056. 2011.

COSTA, L. M.; PONTES FILHO, I. D. S.; GUIMARÃES, L. J. N.; FERREIRA, S. R. M.. Numerical Modelling of Hydro-Mechanical Behaviour of Collapsible Soils. **Communications in Numerical Methods in Engineering**, v. 24, n. 12, p. 1839-1852, 2008.

CRAWFORD, T. **Hydraulic Fracturing: What is Hydraulic Fracturing?**, abril 2013. Disponível em: <<http://greenplug.nu/hydraulic-fracturing-what-is-hydraulic-fracturing/>>. Acesso em: 11 Mar. 2015.

DANESHY, A. A. Hydraulic fracture propagation in the presence of planes of weakness. In: SPE EUROPEAN SPRING MEETING, 1974, Amsterdam. **Anais...** Amsterdam: Society Petroleum Engineers, 1974.

DARCY, H. **Les fontaines publiques de la ville de Dijon**. Dalmont, Paris. 1856.

DUSSEAU, M., MCLENNAN, J. Massive multi-stage hydraulic fracturing: where are we? In: 45th US ROCK MECHANICS/GEOMECHANICS SYMPOSIUM, 2011, San Francisco. **Anais...** San Francisco: ARMA, 2011.

ENVIRONMENTAL AND ENERGY STUDY INSTITUTE. **Shale gas and oil terminology explained: products and by products**, dez. 2011. Disponível em: <[http://www.eesi.org/files/fracking\\_products\\_120111.pdf](http://www.eesi.org/files/fracking_products_120111.pdf)>. Acesso em: Mai. 2015.

FEIST, C. **A numerical model for cracking of plain concrete based on the strong discontinuity approach**. Innsbruck: Books On Demand, 2004.

GEERTSMA, J.; DE KLERK, F. A rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures. **Journal of Petroleum Technology**, v. 21, n. 12, p. 1571–1581, 1969.

GENS, A.; GUIMARÃES L. J. N.; GARCÍA-MOLINA, A.; ALONSO, E.E. Factors controlling rock-clay buffer interaction in a radioactive waste repository. **Engineering Geology**, v. 64, n. 2-3, p. 297-308, 2002.

GOMES, I.F.; GUIMARÃES L.J.N. Modelagem de Fluxo Bifásico em Reservatórios de Petróleo Sensíveis ao Estado de Tensões. In: VIII SIMPÓSIO MECÂNICA COMPUTACIONAL (SIMMEC), 2008, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: SIMMEC, 2008.

GOMES, I.F. **Implementação em elementos finitos das equações de pressão e saturação para simulação de fluxo bifásico em reservatórios de petróleo deformáveis**. 2009. 188 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife. 2009

GUIMARÃES, L. J. N.; GENS, A.; OLIVELLA, S. Investigation of damage formation around wellbores using reactive transport modeling. **Geochimica et Cosmochimica Acta**, v. 66, n. 15A, p. 187, 2002.

GUIMARÃES L. J. N.; GENS, A.; OLIVELLA, S. Coupled analysis of damage formation around wellbores. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COUPLED T-H-M-C PROCESSES IN GEO-SYSTEMS – GEOPROC, 2003, Stockholm. **Anais...** Stockholm: KTH, 2003.

GUIMARÃES L. J. N., HOROWITZ, B. & SOUSA, R. M. Análise Elastoplástica de Estaca Sujeita a Carga Lateral. In: 5º SIMPÓSIO BRASILEIRO DE APLICAÇÕES DE INFORMÁTICA EM GEOTECNIA - INFOGEO 2005, 2005, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Fapi Ltda., 2005.

GUIMARÃES L. J. N.; GENS, A.; SÁNCHEZ, M.; OLIVELLA, S. THM and reactive transport analysis of expansive clay barrier in radioactive waste isolation. **Communications in Numerical Methods in Engineering**, v. 22, n. 8, p. 849-859, 2006.

GUIMARÃES, L. J. N.; GENS, A.; OLIVELLA, S. Coupled thermo-hydro-mechanical and chemical analysis of expansive clay subjected to heating and hydration. **Transport in Porous Media**, v. 66, n. 3, p. 341–372, 2007.

GUIMARÃES L. J. N., GOMES, I. F., FERNANDES, J. P. V. Influence Of Mechanical Constitutive Model On The Coupled Hydro-Geomechanical Analysis Of Fault Reactivation. In: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2009, The Woodlands. **Anais...**The Woodlands: Society Petroleum Engineers, 2009.

GUIMARÃES, L. J. N.; GENS, A.; SÁNCHEZ, M.; OLIVELLA, S. A chemo-mechanical constitutive model accounting for cation exchange in expansive clays. **Geotechnique**, v. 63, n. 3, p. 221-234, 2013.

HAGSTRÖM, E. L.; ADAMS, J. M. Hydraulic Fracturing: Identifying and Managing the Risks. **Environmental Claims Journal**, v. 24, n. 2, p. 93-115, 2012.

HAMIDI, F.; MORTAZAVI, A. A New three Dimensional Approach to Numerically Model Hydraulic Fracturing Process. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 124, p. 451-467, 2014.

HIYAMA, M.; SHIMIZU, H.; ITO, T. Distinct element analysis for hydraulic fracturing in shale -Effect of brittleness on the fracture propagation. In: 47th US ROCK MECHANICS/GEOMECHANICS SYMPOSIUM, 2013, San Francisco. **Anais...**San Francisco: ARMA, 2013.

HOTCOPPER AUSTRALIAN STOCK MARKET FORUM. **Light weight proppants: brief summary**, jun. 2015. Disponível em: <<http://hotcopper.com.au/threads/brief-summary-of-light-weight-proppants.2534092/#.VjaDYisqvIU>>. Acesso em: Ago. 2015.

INDRIYANTHO, B. R.; NUROJI. Finite element modeling of concrete fracture in tension with the Brazilian splitting test on the case of plane-stress and plane-strain. **Procedia Engineering**, v. 95, p. 252-259, 2014.

INTERNATIONAL CENTER FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING. **Gid reference manual**, 2014. Disponível em: < [ftp://www.gidhome.com/pub/GiD\\_Documentation/Docs/GiD\\_13\\_Reference\\_Manual.pdf](ftp://www.gidhome.com/pub/GiD_Documentation/Docs/GiD_13_Reference_Manual.pdf) >. Acesso em: Ago. 2015.

JACOBI, P. **O folhelho, o óleo, o gás e o Brasil**, fev. 2013. Disponível em: <<http://www.geologo.com.br/MAINLINK2013.ASP?VAIPARA=O%20Folhelho,%20o%20oleo,%20o%20gas%20e%20o%20Brasil>> Acesso em: 14 Out. /2015

JALALI, M. **Thermo-Hydro-Mechanical Behavior of Conductive Fractures using a Hybrid Finite Difference – Displacement Discontinuity Method**. 2013. 187 f. Tese (Doutorado) - University of Waterloo, Ontário. 2013.

JING, L.; HUDSON, J. A. Numerical methods in rock mechanics. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, v. 39, n. 4, p. 409–427, 2002.

JING, L. A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, v. 40, n. 3, p. 283-353, .2003.

KING, G. E. Hydraulic fracturing 101: what every representative, environmentalist, regulator, reporter, investor, university researcher, neighbor and engineer should know about estimating frac risk and improving frac performance in unconventional gas and oil wells. In: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2012, The Woodlands. **Anais...**The Woodlands: Society Petroleum Engineers, 2012.

KISSINGER, A.; HELMIG, R. ; EBIGBO, A.; CLASS, H.; LANGE, T.; SAUTER, M.; HEITFELD, M.; KLÜNKER, J.; JAHNKE, W. Hydraulic fracturing in unconventional gas reservoirs: risks in the geological system, part 2, **Environmental Earth Sciences**, v. 70, n. 8, p. 3855-3873, 2013.

LAGE, E. S.; PROCESSI, L. D.; SOUZA, L. D. W., DORES, P. B. GALOPPI, P. P. S. **Gás não convencional: experiência americana e perspectivas para o mercado brasileiro**. Mar. 2013. Disponível em:<[http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes\\_pt/Galerias/Arquivos/conhecimento/bnset/set3702.pdf](http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes_pt/Galerias/Arquivos/conhecimento/bnset/set3702.pdf)>. Acesso em: Set. 2015

LAMONT, N.; JESSEN, F. The effects of existing fractures in rocks on the extension of hydraulic fractures. **Journal of Petroleum Technology**, v. 15, n. 2, p. 203–209, 1963.

LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J. L. **Mechanics of solid materials**. Cambridge: University Press, 1985.

LEWIS, R. W.; SCHREFLER, B. A. **The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media**. 2. Ed. Chichester: Wiley, 2000.

LI, L. C.; TANG, C. A.; LI, G.; WANG, S. Y.; LIANG, Z.Z.; ZHANG, Y. B. Numerical simulation of 3d hydraulic fracturing based on an improved flow-stress-damage model and a parallel fem technique. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, v. 45, n. 5, p. 801-818, 2012.

LI , Q.; XING, H.; LIU, J.; LIU, X. A review on hydraulic fracturing of unconventional reservoir. **Petroleum**, v. 1, n. 1, p. 8-15, 2015.

LIMA, A. C.; ANJOS, J. A. Potencial de riscos ambientais decorrente da exploração do Shale Gas no Brasil. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENERGIA, 16., 2015, Rio de Janeiro. **Anais...**Rio de Janeiro. 2015. Disponível em: <[http://www.congressoenergia.com.br/G-%20PLANEJAMENTO%20E%20MODELO S%20ENERGETICOS /G2-20Potencial%20de%20riscos%20ambientais%20decorrente%20da%20exploracao%20do%20shale%20gas.pdf](http://www.congressoenergia.com.br/G-%20PLANEJAMENTO%20E%20MODELO%20S%20ENERGETICOS/G2-20Potencial%20de%20riscos%20ambientais%20decorrente%20da%20exploracao%20do%20shale%20gas.pdf)>. Acesso em: Jul. 2015.

LÓPEZ, C. M.; CAROL, I.; AND AGUADO, A. Meso-structural study of concrete fracture using interface elements.I: numerical model and tensile behavior. **Materials and Structures**, v. 41, n. 3, p. 583–599, 2007(a).

LÓPEZ, C. M.; CAROL, I.; AND AGUADO, A. Meso-structural study of concrete fracture using interface elements.II: compression, biaxial and brazilian test. **Materials and Structures**, v. 41, n. 3, p. 601–620, 2007(b).

MAHDAVI, A.; MOHAMMADI, S. A Numerical Hydraulic Fracture Model Using the Extended Finite Element Method. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHANICAL AND INDUSTRIAL ENGINEERING (ICMIE 2013), Penang, 2013.

MANZOLI, O.L., ***Un Modelo Analítico y Numérico para la Simulación de Discontinuidades Fuertes en la Mecánica de Sólidos***. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona. 1998.

MANZOLI, O.L.; SHING, P.B. Finite elements with embedded multiple cracks and non-uniform discontinuity modes. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 2, p. 65-76, 2005.

MANZOLI O.L.; SHING, P.B. A general technique to embed non-uniform discontinuities into standard solid finite elements. **Computer and Structures**, v. 84, n. 10-11, p. 742-757, 2006.

MANZOLI, O. L. **Contribuições à simulação numérica de descontinuidades fortes**. Tese (Livre-docência) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Bauru. 2008.

MANZOLI, O. L. ; OLIVER, J. ; HUESPE, A. E. ; DIAZ, G., A mixture theory based method for three dimensional modeling of reinforced concrete members with embedded crack finite elements. **Computers and Concrete**, v. 5, n. 4, p. 401-416, 2008.

MANZOLI, O. L. ; OLIVER, J. ; DIAZ, G. ; HUESPE, A. E., Three-dimensional analysis of reinforced concrete members via embedded discontinuity finite elements. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 1, n. 1, p. 58-83, 2008.

MANZOLI, O.L.; GAMINO, A.L.; RODRIGUES, E.A.; CLARO, G.K.S. Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio. **Computers & Structures**, v. 94-95, p. 70-82, 2012.

MANZOLI, O. L.; MAEDO, M. A.; BITENCOURT JR., L. A.G.; RODRIGUES, E. A. On the use of finite elements with a high aspect ratio for modeling cracks in quasi-brittle materials. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 153, p.151–170, 2016

MATA, C.; GUIMARÃES, L. J. N.; LEDESMA, A.; GENS, A.; OLIVELLA, S. A Hydro-Geochemical Analysis of the Saturation Process with Salt Water of a Bentonite Crushed Granitic Rock Mixture in an Engineered Nuclear Barrier. **Engineering Geology**. V. 81, n. 3, p. 227-245, 2005.

MONTGOMERY, C. T. e SMITH, M.B. **Hydraulic fracturing: History of an Enduring Technology**. Dez. 2010. Disponível em: <<http://www.ourenergypolicy.org/wp-content/uploads/2013/07/Hydraulic.pdf>>. Acesso em 12 nov. 2014.

NOORU-MOHAMED, M. B. **Mixed-mode fracture of Concrete: an experimental approach**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil e Geociências) - Delft University of Technology. Delft. 1992.

NORDREN, R. P. Propagation of a vertical hydraulic fracture. **Society of Petroleum Engineers Journal**, v. 12, n.4, p. 306–14, 1972.

OLIVELLA, S.; CARRERA, J.; GENS, A.; ALONSO, E.E. Nonisothermal multiphase flow of brine and gas through saline media. **Transport in Porous Media**, v.15, n. 3, p. 271–293, 1994.

OLIVELLA, S.; GENS, A.; CARRERA, J.; ALONSO, EE. Numerical formulation for a simulator (CODE\_BRIGHT) for the coupled analysis of saline media. **Engineering Computations**, v. 13, n. 7, p. 87-112, 1995.

OLIVER, J.; CERVERA, M.; MANZOLI, O. Strong discontinuities and continuum plasticity models: the strong discontinuity approach. **International Journal of Plasticity**, v. 15, n. 3, p. 319-351, 1999.

OLIVER, J.; HUESPE, A.E.; SAMANIEGO, E.; CHAVES, E.V.W. On strategies for tracking strong discontinuities in computational failure mechanics. In: FIFTH WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL MECHANICS (WCCM V), 2012, Vienna. **Anais...Vienna: WCCM V**, 2002.

OLIVER J.; HUESPE, A.E.; SAMANIEGO, E.; CHAVES, E.V.W. Continuum approach to the numerical simulation of material failure in concrete. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**; v. 28, n. 7–8, p. 609–632, 2004.

OLIVER, J.; HUESPE, A.E.; CANTE, J.C. An implicit/explicit integration scheme to increase computability of non-linear material and contact/friction problems. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, v. 197, n. 21-24, p. 1865–1889, 2008.

PERKINS, T. K.; KERN, L. R. Widths of hydraulic fractures. **Journal of Petroleum Technology**, v. 3, n. 9, p. 937–49, 1961.

PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**, mai. 2007. Disponível em: <[http://coral.ufsm.br/decc/ECC1006/Downloads/Apost\\_EESC\\_USP\\_Libanio.pdf](http://coral.ufsm.br/decc/ECC1006/Downloads/Apost_EESC_USP_Libanio.pdf)>. Acesso em: Jun. 2015.

PROENÇA, S. P. B. **Elementos de Mecânica do Dano**, 2001. Disponível em: <<http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/resist/SIAE2.0/aulas/Aula33.htm>>. Acesso em: Set. 2015.

RAHN, B.G.; RIHA, S.J. Toward strategic management of shale gas development: Regional, collective impacts on water resources. **Environmental Science & Policy**, v. 17, p. 12-23, 2012.

RIDLINGTON, E.; RUMPLER, J. **Fracking by the Numbers Key Impacts of Dirty Drilling at the State and National Level**, out. 2013. Disponível em:<[http://www.environmentamerica.org/sites/environment/files/reports/EA\\_FrackingNumbers\\_scrn.pdf](http://www.environmentamerica.org/sites/environment/files/reports/EA_FrackingNumbers_scrn.pdf)>. Acesso em: Jun. 2015.

RODRIGUES, E. A. **Um modelo constitutivo de dano composto para simular o comportamento de materiais quase-frágeis**. 2011. 98 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Bauru, 2011.

ROQUE, W.L.; VALÉRIO, F.L. Estimando o índice de qualidade do reservatório através de imagens microtomografadas de testemunhos. In: CONGRESSO DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL NORDESTE (CMAC NORDESTE 2012), 2012, Natal. **Anais eletrônico...**Natal: CMAC Nordeste 2012, 2012. Disponível em: < <http://www.sbmec.org.br/cmecs/cmec-ne/2012/trabalhos/PDF/124.pdf>>. Acesso em: 01nov. 2015.

RUTQVIST, J.; RINALDI, A. P.; CAPPAS, F.; MORIDIS, G. J. Modeling of fault reactivation and induced seismicity during hydraulic fracturing of shale-gas reservoirs. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 107, p. 31–44, 2013.

RUTQVIST, J.; RINALDI, A. P.; CAPPAS, F.; MORIDIS, G. J. Modeling of fault activation and seismicity by injection directly into a fault zone associated with hydraulic fracturing of shale- gas reservoirs. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 127, p. 377–386, 2015.

SÁNCHEZ, M.; MANZOLI, O.L.; GUIMARÃES, L.J.N. Modeling 3-D desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique. **Computers and Geotechnics**, v. 62, p. 27–39, 2014.

SANTANNA, V. C. **Obtenção e Estudo das Propriedades de um Novo Fluido de Fraturamento Hidráulico Biocompatível**. 2003. 144 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal. 2003

SCHIMIDT, D. R.; ZOBACK, M. D. Poroelasticity Effects in Hydraulic Fracturing Tests -- A Proposed Breakdown Equation Employing a Modified Effective Stress Relation for Tensile Failure. **International Journal of Rock Mechanics, Mining Science & Geomechanics**, v. 26, n. 6, p. 499-506, 1989.

SCHREFLER, B.A.; SECCHI, S.; SIMONI, L. On adaptive refinement techniques in multi-field problems including cohesive fracture. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 195, n. 4–6, p. 444–461, 2006.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA. Reservatórios não convencionais. **Boletim SBGf**, n. 87., p. 19-22, 014. Disponível em: <<http://sys2.sbgf.org.br/portal/images/stories/Boletim87-014.pdf>>. Acesso em: 11/03/2015.

SOUSA, R. M. **Modelagem acoplada hidro-mecânica da perfuração de poços em rochas frágeis**. 2004. 112 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife. 2004

SUMI, L. **Our drinking water at risk**, 2005. Disponível em:< <https://www.earthworksaction.org/files/publications/DrinkingWaterAtRisk.pdf>>. Acesso em: Maio 2015.

TAIOLI, F. Gás de Folhelho no Brasil – Perspectivas e Dúvidas. In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA PARA O PROGRESSO DA CIÊNCIA, 65, 2013, Recife. **Anais...**Recife: SBPC, 2013.

TALEGHANI, A.D.; GONZALEZ, M.; SHOJAEI, A. Overview of numerical models for interactions between hydraulic fractures and natural fractures: Challenges and limitations. **Computers and Geotechnics**, v. 71, p. 361-368, 2015.

TERZAGHI, K. **Theoretical soil mechanics**. New York: Wiley, 1943.

TIMOSHENKO, S.; GOODIER, N.J. **Theory of Elasticity**. New York: McGraw-Hill College, 1970.

TORRES, L.; YADAV, O.P.; KHANA, E. A review on risk assessment techniques for hydraulic fracturing water and produced water management implemented in onshore unconventional oil and gas production. **Science of the Total Environment**, v. 539, p. 478–493, 2016.

CRAWFORD, T. Hydraulic Fracturing: What is Hydraulic Fracturing?, 2013. Disponível em: <<http://greenplug.nu/hydraulic-fracturing-what-is-hydraulic-fracturing/>>. Acesso em: Jun. 2015.

U.S. ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION. **Technically Recoverable Shale Oil and Shale Gas Resources: An Assessment of 137 Shale Formations in 41 Countries Outside the United States**, jun. 2013. Disponível em: <<http://www.eia.gov/analysis/studies/worldshalegas/>>. Acesso em: Jun. 2015.

VASCONCELOS, R.B.; GUIMARÃES, L.J.N.; PONTES FILHO, I. D. Análise Hidro-geomecânica da Perfuração de Poço Horizontal em Maciço Rochoso Através de um Modelo Elástico de Dano Isotrópico. In: XIV CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA (COBRAMSEG.), 2008, Búzios. **Anais...** Búzios: COBRAMSEG 2008. 2008.

WATERS, G.A.; DEAN, B.K.; DOWNIE, R.C.; KERRIHARD, K.J.; AUSTBO, L.; MCPHERSON, B. Simultaneous hydraulic fracturing of adjacent horizontal wells in the woodford shale. In: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM, 2009, The Woodlands. **Anais...**The Woodlands: Society Petroleum Engineers, 2009.

WEBER, N.; SIEBERT, P.; WILLBRAND, K.; FEINENDEGEN, M.; CLAUSER, C.; FRIES, T. P. The XFEM with an Explicit-Implicit Crack Description for Hydraulic Fracture Problems. In: BUNGER, A. P.; MCLENNAN, J.; JEFFREY, R. (Eds.). **Effective and Sustainable Hydraulic Fracturing**, 2013. Disponível em: <<http://www.intechopen.com/books/Effective-nad-Sustainable-hydraulic-fracturing/the-xfem-with-an-explicit-implicit-crack-description-for-hydraulic-fracture-problems>>. Acesso em: Jul. 2015.

WENG, X. Modeling of complex hydraulic fractures in naturally fractured formation. **Journal of Unconventional Oil and Gas Resources**, V. 9, p. 114-135. 2015.

YEW, C. H. ***Mechanics of Hydraulic Fracturing***. Houston: Gulf Publishing Company, 1997.

ZHANGA, G.M.; LIU, H.; ZHANG, J.; WU, H.A.; WANG, X.X. ***Three-dimensional finite element simulation and parametric study for horizontal well hydraulic fracture***. Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 72, n. 3-4, p. 310-317, 2010.

ZHOU, J.; CHEN, M.; JIN, Y.; ZHANG, G. Analysis of fracture propagation behavior and fracture geometry using a tri-axial fracturing system in naturally fractured reservoirs. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, v. 45, n. 7, p. 1143–1152, 2008.

ZHOU, J.; JIN, Y.; CHEN, M. Experimental investigation of hydraulic fracturing in random naturally fractured blocks. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 47, n. 7, p. 1193-1199, 2010.

ZOBACK, M.; KITASEI, S.; COPITHORNE, B. **Addressing the Environmental Risks from Shale Gas Development Briefing Paper1.Natural Gas and Sustainable Energy Initiative**, 2010. Disponível em: < <https://www.worldwatch.org/files/pdf/Hydraulic%20Fracturing%20Paper.pdf> >. Acesso em: Jun. 2015.