UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
DEPARTAMENTO DE PSICOLOGIA
MESTRADO EM PSICOLOGIA COGNITIVA

EDNA RODRIGUES SANTOS PORTO

Raciocínio proporcional: a resolução de problemas por estudantes da EJA

RECIFE
2015

EDNA RODRIGUES SANTOS PORTO

Raciocínio proporcional: a resolução de problemas por estudantes da EJA

Dissertação apresentada à Pós-Graduação de Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco como requisito para a obtenção do título de Mestre em Psicologia Cognitiva.

Área de concentração: Psicologia Cognitiva.

Linha de pesquisa: Educação matemática e Científica

Orientadora: Dra. Síntria Labres Lautert.

RECIFE

2015

Catalogação na fonte

Bibliotecária, Divonete Tenório Ferraz Gominho. CRB4- 985

P853r Porto, Edna Rodrigues Santos.

Raciocínio proporcional: a resolução de problemas por estudantes da EJA / Edna Rodrigues Santos Porto. – Recife: O autor, 2015.

129 f. , il. ; 30 cm.

Orientador: Prof.ª Dr.ª Síntria Labres Lautert.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco. CFCH. Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva, 2015.

Inclui referências e apêndices.

1. Psicologia. 2. Educação de adultos. 3. Raciocínio. 4. Solução de problemas. I. Lautert, Síntria Labres. (Orientadora). II. Título.

150 CDD (22.ed.) UFPE (BCFCH2015-22)

FOLHA DE APROVAÇÃO

Edna Rodrigues Santos Porto

Raciocínio Proporcional: a resolução de problemas por estudantes da EJA

Dissertação apresentada à Pós-Graduação de Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco como requisito para a obtenção do título de Mestre em Psicologia Cognitiva.

Área de concentração: Psicologia Cognitiva.

Aprovado em: 26 de fevereiro de 2015

Banca Examinadora

Dra. Síntria Labres Lautert
Instituição: U.F.PE

Assinatura: _____

Dr. Ernani Martins dos Santos
Instituição: U.P.E

Assinatura: _____

Dra. Rute Elizabete de Souza Rosa Borba

Assinatura: _____

DEDICATÓRIA

Á minha mãe Ivoneide e ao meu esposo Deivd pelo incentivo e apoio nas conquistas importantes da minha vida!

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela oportunidade de realizar esse trabalho, pela sabedoria, força, serenidade e ainda por ter oportunizado o que eu precisava para concretizar essa conquista.

A Profª. Síntria Labres Lautert, que ao longo dessa jornada aguçou o meu gosto pela pesquisa na área da Psicologia da Educação Matemática e com maestria desenvolveu o ofício de orientadora. Obrigada pela disponibilidade, paciência, e por acreditar na realização desse trabalho.

A minha família pelo apoio incondicional e pela compreensão, carinho, incentivo na realização de mais uma conquista, em especial agradeço ao meu esposo Deivd Porto que acompanhou mais de perto e participou contribuindo com os seus saberes na área da matemática.

A todos os professores da Pós Graduação em Psicologia Cognitiva que direta ou indiretamente contribuíram para o meu processo de aprendizagem.

Aos colegas da Turma de Mestrado 2013.1 aprendemos e crescemos na convivência, nos momentos de discussão e realizações das atividades acadêmicas.

Aos funcionários da UFPE pelos serviços prestados e as cuidadosas orientações.

As minhas amigas de todas as horas pela atenção e acolhimento e torcida, Djenane e Mércia. Agradeço também a Michelle, Denise, Ilka e Maria Aline pela recepção e convivência em Recife e também a Laila pelas informações e incentivo a fazer a seleção do mestrado.

A Banca de Qualificação, os apontamentos e contribuições foram muito importantes para o melhoramento do projeto de pesquisa, em especial quero agradecer a **Profª. Rute Borba** pelas valiosas sugestões de leituras e que mesmo após a qualificação contribuiu para o aprimoramento do instrumento matemático utilizado na pesquisa.

A todos os estudantes, sem a colaboração e disponibilidade de vocês a realização desse trabalho não seria possível.

Aos professores, coordenadores e diretores, especialmente a Ioni, pelo apoio e auxílio na execução desse trabalho.

Ao Professor Macário e a Professora Marina pela colaboração na análise dos dados.

Aos que fazem parte do NUPPEM por contribuírem com ricas discussões, saibam que elas auxiliaram o desenvolvimento do meu processo de aprendizado.

Ao CNPq pela bolsa de estudo concedida para a realização desta pesquisa.

PORTO, E. R. S. **Raciocínio proporcional: a resolução de problemas por estudantes da EJA.** 2015. 129 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco.

RESUMO

Compreender o raciocínio dos estudantes ao resolverem problemas matemáticos têm ocupado muitos pesquisadores de áreas como a Psicologia e a Educação Matemática, em especial no que tange identificar as dificuldades e erros conceituais atrelados a um conceito, como também a investigação de suportes que facilitem a articulação entre conhecimentos prévios à educação formal. O presente estudo consistiu em investigar o raciocínio proporcional de estudantes da educação de adultos, cursando a 4ª Fase (que corresponde ao 8° e ao 9° ano do ensino fundamental); bem como de forma específica, (i) as estratégias utilizadas para solucionar problemas envolvendo o conceito de proporção; (ii) se existem diferenças nos desempenhos e nas estratégias em função dos temas que perpassam vida social apresentados nos problemas, neste estudo em particular, as Eleições presidenciais e a Copa do Mundo e (iii) se existem diferenças no desempenho e nas estratégias em função do tipo de problema. Para tal, participaram 34 estudantes, de idades variando de 18 a 47 anos, de uma escola pública da cidade de Petrolina-PE. Todos os participantes resolveram 18 problemas, envolvendo seis tipos de situações (valor omisso; conversão entre razão, taxa e representações; os que envolvem unidade de medidas e números; comparação; transformação; e conversão entre sistemas de representação). Estes foram apresentados, individualmente, em duas sessões, durante as quais foi utilizado o método clínico Piagetiano para melhores esclarecimentos sobre as formas de resolução e ao final foi realizada uma entrevista. Os dados foram analisados em função de dois aspectos: números de acertos e as estratégias adotadas na resolução. Na avaliação do desempenho foram controladas as variáveis internas: tipos de problemas, tipos de problemas associados ao contexto (Copa do Mundo, Eleições Presidenciais e Prototípicos) como também a variável externa afinidade com o contexto. Os resultados obtidos foram analisados à luz da teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud e mostraram que estudantes da 4ª fase, mesmo não tendo estudado formalmente o conceito de proporcionalidade conseguem resolver alguns problemas envolvendo relações proporcionais. Foi verificada a influência do contexto apenas quando comparado os problemas da Copa do Mundo e os Prototípicos, e foi observado desempenho semelhante quando comparado o contexto Copa do Mundo e Eleições, e também entre este último e o desempenho nos problemas Prototípico. No que tange às diferentes situações de proporcionalidade resolvidas, constatou-se que aquelas que envolvem o julgamento qualitativo são mais facilmente resolvidas do que as que envolvem outros sistemas de representação. As respostas dos estudantes demonstraram o uso de vários tipos de estratégias, que foram classificadas como: Tipo 1(imprecisa ou ausente); Tipo 2 (conhecimento de mundo); Tipo 3 (sentido numérico); Tipo 4 (operações aditivas); Tipo 5 (campo multiplicativo associado a operações aditivas) e Tipo 6 (campo multiplicativo). Concluiu-se com este estudo que nem sempre ao resolver e acertar problemas proporcionais o estudante apresenta o raciocínio proporcional e que este é mais facilmente desenvolvido em algumas situações que em outras, evidenciando que o domínio da proporcionalidade se dá de forma gradativa e requer o desenvolvimento de outros conceitos, representações e procedimentos.

Palavras-chave: raciocínio proporcional; resolução de problemas; conhecimentos prévios.

PORTO, E. R. S. **Proportional reasoning: the resolution of problems by Adults in initial schooling.** 2015. 129 p. Dissertation (Master's degree) - Post-graduate study program of Cognitive Psychology, Federal University of Pernambuco.

ABSTRACT

Understanding the reasoning of students when resolving mathematical problems has occupied many researchers of the Psychology and Mathematics Education fields, especially in that which regards to identify the difficulties and conceptual errors tied to a concept, as well as an investigation of supporting materials that facilitate the link between prior knowledge and formal education. This study consisted in investigating the proportional reasoning of Adults in initial schooling who are taking the 4th stage (which corresponds to 7th and 8th grade of elementary school); specifically, (i) the strategies utilized to resolve problems involving the concept of proportion; (ii) if there are differences in performances and in the strategies in view of topics that spans social life presented in the problems, particularly in this study, the presidential elections and the Fifa World Cup and (iii) if there are differences in the performance and strategies in view of the type of problem. For this study, 34 students between the ages of 18 and 47, from a public school in Petrolina- PE, participated. All participants resolved 18 problems involving six types of situations (missing value; conversion of ratio, rate and representations; those which involve units of measurements and numbers; comparisons; transformation; and conversions of system of representation). These were presented, individually in two sessions, in which the Piaget clinical method was used for the better understanding of the forms of solution and at the end an interview was conducted. The data was analyzed on the basis of two aspects: number of correct answers and the strategies adopted in the resolution. In the performance evaluation the following independent variables were controlled: types of problems, types of problems associated to context (Fifa World Cup, presidential elections and prototypes) as well as the dependent variable affinity to context. The acquired results were analyzed in view of the Conceptual Fields of Gérard Vergnaud and they showed that students in the 4th stage, even without having formally studied the concept of proportionality, can resolve some problems involving proportional relationships. Influence was verified only when the context of the World Cup and Prototypes were compared, and it was observed similar performance when compared the World Cup and Elections context, furthermore among the latter and the performance problems in Prototype. Regarding the different situations of proportionality resolved, it was confirmed that the problems that involve qualitative judgment were easier to resolve than those that involve other systems of representation. The students' answers demonstrate the usage of various types of strategies which were classified as: Type 1 (inaccurate or absent); Type 2 (knowledge of the world); Type 3 (number sense); Type 4 (operations of addition); Type 5 (multiplication associated with operations of addition) and Type 6 (multiplication). It was concluded that by resolving and acquiring correct answers in proportional problems, the student presents proportional reasoning and that it is more easily developed in some situations than others proving that the domain of proportionality is given in a gradual manner and requires development of other concepts, representations and procedures.

Key words: proportional reasoning; problem solving; prior knowledge.

SUMÁRIO

Dedicatória III
Agradecimentos IV
Resumo VI
Abstract VII
Sumário VIII
Índice de Figuras X
Índice de Quadros XI
Índice de Tabelas XII
Lista de Siglas XIII
INTRODUÇÃO 14
CAPÍTULO I: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 19
1.1. A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: PANORAMA HISTÓRICO E A CONTEMPORANEIDADE 19
1.1.1 Panorama Histórico da Educação de Jovens e Adultos no Brasil 19
1.1.2 A clientela da Educação de Jovens e Adultos na Contemporaneidade 21
2. A MATEMÁTICA COMO ATIVIDADE COTIDIANA E O PAPEL DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS NA COMPREENSÃO DA EDUCAÇÃO FORMAL..... 23
3. TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS..... 28
3.1. O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas 33
4. O CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE DIRETA E O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL..... 36
4.1 Pesquisas empíricas envolvendo proporção 40
CAPÍTULO II: MÉTODO 51
2.1. Objetivos 51
2.2. Participantes 52
2.3. Material, procedimentos e planejamento experimental..... 53
CAPÍTULO III: SISTEMA DE ANÁLISE 60
CAPÍTULO IV: ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 68
4.1. Desempenho geral 68
4.2. Análises das estratégias de resolução 77
4.2.1. As estratégias no geral 77
4.2.1.1. Estratégias versus contextos 80
4.2.1.2. Estratégias versus tipos de problemas de proporção 86
4.3. Estratégias versus desempenho 95

CAPÍTULO V: CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES EDUCACIONAIS 102
5.1. Principais resultados do estudo e suas conclusões 103
5.1.1 A influência do contexto sobre o desempenho e sobre as estratégias 104
5.1.**2.** Diferentes situações demandam o desenvolvimento de diferentes raciocínios 105
5.1.3. Outros indícios do raciocínio proporcional por meio das estratégias 107
5.5. Implicações Educacionais e Futuras Pesquisas 110
REFERÊNCIAS 113
APÊNDICE I: Considerações Éticas 120
APÊNDICE II: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido 121
APÊNDICE III: Roteiro de Entrevista Semiestruturado 124
APÊNDICE IV: Protocolo de Resposta..... 125

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Resposta do participante 15 que demonstra a realização de operações multiplicavas associada a operações aditivas 65

Figura 2 - Resposta do participante 11 que demonstra estratégias do campo multiplicativo... 66

Figura 3 - Resposta do participante 13 que demonstra estratégias do campo multiplicativo... 67

Figura 4 - Percentual de acerto por contexto *(*Gráfico) 69

Figura 5 - Percentual de acertos por tipo de problema (Gráfico) 73

Figura 6 - Percentual de estratégias utilizadas pelos participantes no geral (Gráfico) 79

Figura 7 - Percentual de uso das estratégias por tipo de problema (Gráfico) 81

Figura 8 - Percentual de distribuição de tipos de estratégias considerando os tipos de problemas investigados (Gráfico) 87

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 - Tipos de problemas e os contextos envolvendo as situações-problema apresentadas na investigação 55

Quadro 2 - Ordem de aplicação do instrumento matemático para cada um dos grupos 59

Quadro 3 - Problemas de comparação no contexto Copa do Mundo e Eleições apresentados aos estudantes 85

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de problemas 73

Tabela 2 - Frequência e porcentagem (entre parêntese) de acertos em cada contexto nos problemas de Comparação e Transformação 76

Tabela 3 - Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias no geral 79

Tabela 4 - Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias utilizadas para resolver problemas de valor omisso 88

Tabela 5 - Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias no problema de conversão entre razão taxa e representações 89

Tabela 6 - Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias e problemas que envolvem unidades de medidas e números 91

Tabela 7 - Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias e problemas que envolvem comparação 92

Tabela 8 - Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias e problemas que envolvem transformação 93

Tabela 9 - Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias e problemas de conversão entre sistemas de representação 94

Tabela 10 - Frequência e percentual (entre parênteses) de acerto e erro em cada tipo de estratégia 95

Tabela 11 - Percentual de procedimentos utilizados nas estratégias do Tipo 1 96

Tabela 12 - Percentual de procedimentos utilizados nas estratégias do Tipo 5 98

Tabela 13 - Percentual de procedimentos utilizados nas estratégias do Tipo 6 99

LISTA DE SIGLAS

EJA – Educação de Jovens e Adultos

FNEP – Instituto Nacional de Ensino Primário

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

INEP – Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC – Ministério de Educação e do Desporto

MOBRAL – Movimento Brasileiro de Alfabetização

SEA – Serviço de Educação de Adultos

TCC – Teoria dos Campos Conceituais

PNAD – Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios

INTRODUÇÃO

Esta dissertação é resultado da realização de uma pesquisa que teve como objeto de estudo o raciocínio proporcional, e como público-alvo estudantes da modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA), cursando a quarta fase do Ensino Fundamental. Esta introdução tratará da motivação que originou este trabalho, a problemática e justificativa que sustentam a proposta, bem como as questões que nortearam a execução da investigação.

De início é importante explicitar que o raciocínio proporcional foi eleito como objeto de estudo por três motivos. O primeiro resultou da análise de que esse conhecimento é fundamental no currículo escolar formal, uma vez que o raciocínio proporcional é considerado o culminar da aritmética elementar e o alicerce da matemática avançada (Lesh, Post & Behr, 1988). Segundo, esse conceito é um requisito para o desenvolvimento da aprendizagem de outros conteúdos matemáticos, tais como: funções lineares, as noções sobre juro e porcentagem. Terceiro, o desenvolvimento do raciocínio proporcional está presente na leitura de vários acontecimentos cotidianos.

Imagine uma situação simples em que é preciso decidir qual produto comprar tomando como análise o critério de preço e de quantidade de produto. Por exemplo, caso você precise decidir qual a melhor opção de compra de cartucho de impressora, existindo duas propostas de venda. Primeira opção, um cartucho de 6 ml de tinta por R$ 36,00 e a segunda opção um cartucho de 8 ml de tinta por R$ 42,00. Qual seria a opção mais vantajosa, a primeira ou a segunda opção? A decisão pode ser tomada levando em consideração uma comparação proporcional entre as razões de quantidade de tinta e de preço do cartucho:

R$ 36,00: 6 ml= R$ 6,00/ml

R$ 42,00: 8 ml= R$ 5,25/ml

A opção que apresentar menor razão será a mais vantajosa, neste caso a segunda opção. Outro exemplo simples muito comum nas atividades do dia a dia e que não envolve símbolos matemáticos está no simples desenho de um cachorro. Comumente analisamos todas as partes que compõem o desenho e se a cabeça estiver muito maior que o corpo, dizemos que ela não está adequada para o tamanho do restante do corpo do animal. Essa simples constatação expressa a noção de proporcionalidade, ao passo que se espera haver uma proporção entre o tamanho da cabeça e o restante do corpo.

A proporcionalidade é um conceito matemático muito presente nas atividades cotidianas e dominá-lo está relacionado à habilidade de leitura dos acontecimentos cotidianos e ao domínio de outros conhecimentos. Em face disso, a proposta do presente trabalho considera fundamental explicitar as formas como os estudantes desenvolvem seu raciocínio frente a situações que envolvem proporção para, a partir da produção de conhecimento dessa natureza, contribuir com o desenvolvimento de práticas pedagógicas eficientes na relação ensino-aprendizagem desse conteúdo.

Pesquisas têm sido produzidas direcionadas a compreender as formas de raciocínio desenvolvidas por estudantes do Ensino Fundamental regular quando solicitados a resolverem problemas envolvendo proporção (Silvestre & Ponte, 2008; Gonçalves, 2010; Oliveira & Santos, 2000; Costa, 2007). Entretanto, quando se trata de investigação com adultos a literatura ainda é bastante escassa. Fonseca (2002) e Danyluk (2001) apontam para a existência de uma lacuna na literatura no que diz respeito aos estudos que contemplem a EJA, e ressaltam a necessidade de se produzir e compartilhar conhecimentos sobre a forma como estes estudantes são escolarizados, como pensam e aprendem no contexto escolar.

Nesse contexto, a legislação específica para a EJA (CNE/CEB 11/2000) esclarece que os estudantes dessa modalidade de ensino apresentam um perfil diferente daqueles que estão cursando o ensino formal na faixa etária adequada ao ano escolar, e versa que é imperativo desenvolver formas alternativas aos modos convencionais de ensino, para assim atender às especificidades deste público.

Essas demandas suscitam a análise de dois aspectos fundamentais envolvidos na Educação de Jovens e Adultos. O primeiro aspecto diz respeito ao público da EJA, não se trata de crianças, mas, como o próprio nome sinaliza, são jovens, adultos e em muitos casos idosos. Essa particularidade referente à faixa etária escolar demarca a existência de inúmeras especificidades que vão desde as de cunho social até às de ordem cognitiva.

Sobre a diferenciação do modo de funcionamento cognitivo do adulto em relação ao da criança, Oliveira (1999) analisa que para responder às demandas de natureza diversa o adulto se utiliza do seu nível cultural, das experiências de vida e de fatores mais intrínsecos como a motivação e bem-estar físico e psicológico. Dessa forma, os adultos apresentam uma riqueza de conhecimento de mundo muito maior que as crianças, dadas as experiências de vida muito mais plurais.

Quando se fala em EJA um segundo aspecto importante que precisa ser considerado diz respeito à política dessa modalidade de ensino ter em sua essência o propósito de ser um disparador em direção à inclusão social e à igualdade de oportunidades. Para tanto, tal política

prevê que a formação escolar permita ao estudante se apropriar dos conhecimentos de forma crítica, de modo a empoderá-lo para lidar com as diversas situações sociais e culturais, como também habilitá-lo a participar ativamente dos acontecimentos e evoluções da sociedade (Brasil, 1998; 2000a).

Quando se observa a condição da escolaridade de muitos brasileiros é perceptível o quanto a EJA ainda se faz necessária e a demanda de aperfeiçoamentos para atender essa clientela ainda é gritante. Dados oriundos da Pesquisa Nacional Por Domicílio – Pnad 2012, empreendida pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), revelaram que o analfabetismo, que vinha caindo nos últimos anos, parou de cair em 2012. São consideradas analfabetas as pessoas que não sabem ler e nem escrever, e como analfabetas funcionais as pessoas que frequentaram menos de quatro anos de escolaridade completos (PNAD, 2012).

Os dados da Pnad 2012 informam ainda que 8,7% da população com 15 anos ou mais não sabia ler e nem escrever, o que representa 13,2 milhões de pessoas analfabetas contra 12,9 milhões em 2011. Embora os especialistas analisem que esse percentual de aumento está dentro da margem de erro, inerente ao processo de pesquisa, este dado precisa ser analisado com cautela. Isto porque revela uma taxa de analfabetos no país ainda muito elevada. Quanto aos analfabetos funcionais, estes representam 18,3% dos 27,8 milhões que compõem a população brasileira. Outro dado importante registrado pela Pnad 2012 aponta que mais da metade dos analfabetos se encontram na região Nordeste do país.

Esses dados confirmam a importância da existência da EJA e políticas públicas que visem ao aprimoramento dos modos de ensino desenvolvidos partindo da reflexão das especificidades apresentadas pelos adultos. Ao analisarmos as especificidades dos estudantes adultos com pouca escolaridade se observa que a literatura tem oferecido pouco suporte teórico que auxilie os professores que atuam nesse segmento

A realização do presente estudo se restringe à área da Matemática especificamente para o raciocínio proporcional através da resolução de problemas matemáticos que envolvem o conceito de proporção simples.

O aporte teórico basilar da presente investigação é a teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Gérard Vergnaud, sendo considerada uma teoria cognitivista neopiagetiana. Para esse teórico a aquisição de conceitos matemáticos envolve três dimensões: a primeira se refere a um conjunto de situações que subsidiam a compreensão do conceito; os invariantes que permitem o domínio das situações e um conjunto de representações simbólicas, que permitem representá-los. Nesse contexto, Vergnaud concebe que a aprendizagem de um dado conjunto

de conceitos não ocorre de forma independente, mas demanda outros conceitos, procedimentos e representações simbólicas (Vergnaud, 1986; 2009).

Partindo dessas concepções e de outros conhecimentos que serão tratados nas considerações teóricas desta dissertação consideramos que a Teoria dos Campos Conceituais oferece um referencial teórico singular que permite o estudo do desenvolvimento cognitivo a partir de domínios específicos – o campo conceitual evocado por um conceito em particular – o raciocínio proporcional - possibilitando um diálogo frutífero entre a Psicologia do Desenvolvimento Cognitivo e a Educação Matemática (Spinillo & Lautert, 2006).

Essa proposta de investigação do raciocínio proporcional foi construída visando também identificar e refletir sobre aspectos que possam atuar como facilitadores no acesso do jovem-adulto ao conhecimento formal. Em face disso, os problemas matemáticos envolvendo proporção simples apresentam conteúdos relacionados a acontecimentos sociais familiares aos participantes. Tais conteúdos se referem às eleições presidenciais e à copa do mundo realizadas em 2014, que também foi o ano de execução dessa proposta de investigação.

Nessa direção o presente estudo trilhou o caminho inverso de algumas propostas da educação formal, aquelas em que os conhecimentos aprendidos na escola devem ser acompanhados da sua aplicação nos fenômenos cotidianos. Aqui se propôs que os elementos da vida real atuam facilitando o desenvolvimento do raciocínio voltado para a solução de problemas; no caso específico deste estudo foram escolhidas situações-problema~~s~~ pertencentes ao campo conceitual das estruturas multiplicativas, a proporcionalidade.

Neste sentido, discute-se se os tipos de temas/conteúdo apresentados nas situações-problemas contribuiriam para o estabelecimento de conexões entre as noções mais intuitivas, relacionadas ao conhecimento extraescolar (a leitura do mundo feita através dos conhecimentos adquiridos por meio das experiências diárias), e às situações formais (os conhecimentos característicos da escolarização formal). Tal questão tomou por base os estudos de Brito (2011), Spinillo (2005) e Meira (1993) que são defensores da ideia que na educação formal seja valorizado o desenvolvimento de modos ou estratégias construídas pelo sujeito, e que essas em geral são baseadas no conhecimento extraescolar, para lidar com as situações escolares de diferentes formas.

Tendo em vista a incipiência de estudos envolvendo a modalidade de ensino da EJA e a temática do raciocínio proporcional foi que nasceu o desejo de contribuir com esse campo de estudo. Em síntese, a produção desta pesquisa ensejou contribuir com as reflexões no âmbito da Psicologia da Educação Matemática no que se refere aos estudantes da EJA, a partir de uma abordagem cognitiva que questiona como os alunos dessa modalidade de ensino lidam com as

situações de proporcionalidade e como os conteúdos que lhes são familiares os mobilizam cognitivamente e lhes permitem raciocinar proporcionalmente.

Em face do exposto investigou-se o raciocínio proporcional de estudantes da EJA, cursando a 4ª Fase (que corresponde ao 8° e ao 9° ano do Ensino Fundamental). De forma específica, investigou-se: (i) as estratégias utilizadas por estudantes 4ª Fase da EJA para solucionar problemas envolvendo o conceito de proporção; (ii) se existem diferenças nos desempenhos e nas estratégias em função dos temas que perpassam vida social apresentados nos problemas, neste estudo em particular, as Eleições presidenciais e a Copa do Mundo realizadas em 2014 no Brasil e (iii) se existem diferenças no desempenho e nas estratégias em função do tipo de problema.

A presente Dissertação está subdivida em cinco capítulos. No primeiro capítulo são feitas considerações teóricas acerca do objeto de estudo e do público estudando. O segundo Capítulo trata dos objetivos e também apresenta o percurso metodológico utilizada na pesquisa. No terceiro Capítulo é apresentado o sistema de análise aplicado aos dados. No quarto Capítulo encontram-se as análises e discussões dos dados. E por fim, o quinto capítulo foi destinado para os apontamentos das conclusões deste estudo, bem como suas implicações educacionais e sugestões de futuras pesquisas.

CAPÍTULO I
FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1. A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: PANORAMA HISTÓRICO E A CONTEMPORANEIDADE

Neste tópico das considerações teóricas são apresentadas as principais ideias que contornam a modalidade de ensino EJA, como também são tecidas algumas considerações acerca do perfil que caracteriza o público-alvo dessa modalidade de ensino. Isto porque se julgou importante fazer um breve apanhado acerca da história da Educação de Jovens e Adultos até as concepções contemporâneas que a definem, tendo em vista lançar subsídios teóricos à proposta da presente investigação e deixar mais claras as especificidades do público em que o estudo do raciocínio proporcional será explorado.

1. 1.1 Panorama histórico da Educação de Jovens e Adultos no Brasil

A modalidade de EJA é atualmente respaldada na Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996 e nas Diretrizes Curriculares Nacionais. A LDB (1996) em seu artigo 37 versa que a EJA é uma modalidade de ensino que visa ofertar educação básica àquelas pessoas que não tiveram acesso à educação na faixa etária esperada ou que não conseguiram concluir os estudos na idade apropriada.

No entanto, essa concepção acerca da EJA é bastante recente, uma vez que na sua origem e ao longo da história ela foi concebida de formas muito distintas em função do contexto social, econômico e político pelo qual passou o país. De acordo com a literatura (Ghiraldelli, 2000; Plank, 2001; Beisiegel, 2010) a educação de jovens e adultos existe desde o período Brasil Colônia, quando então foi criada e estava estritamente relacionada a uma educação religiosa, e por muito tempo permaneceu sem objetivos claros e sistemáticos que norteassem as formas como deveria ser desenvolvida. Somente a partir de 1930 essa modalidade de ensino começa a ganhar contornos mais sistemáticos e com fins educacionais propriamente ditos.

De acordo com Plank (2001) reconheceu-se na década de 30 que somente com a redução do analfabetismo e a garantia do ensino fundamental a todos os cidadãos, o Brasil teria chance de ser um país desenvolvido, e a educação passou a preocupar o governo nacional. Em

1930 foi criado o Ministério da Educação e Saúde Pública, mas foi com a promulgação da Constituição de 1934 que foi aprovado um Plano Nacional de Educação, passando a educação a ser um direito de todos em âmbito nacional. Em 1938 também houve conquistas importantes, como a criação do Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos (INEP), e em 1942 foi instituído o Fundo Nacional de Ensino Primário (FNEP); mas somente em 1945, pelo Decreto Nº 19.513, foi regulamentada a concessão de auxílios do FNEP às unidades federadas.

De acordo com Beisiegel (2010) o Decreto Nº 19.513 representou um marco no desenvolvimento de uma política pública de Educação de Jovens e Adultos analfabetos ou com baixa escolarização, porquanto, em um dos seus artigos tratou como figura legal um Plano Nacional de Ensino Supletivo, com referência às verbas necessárias ao seu fomento. Como desenvolvimento das providências anteriores foi criado, no Departamento de Educação em 1947, o Serviço de Educação de Adultos (SEA). Este último desempenhava a função de orientação e coordenação no que dizia respeito aos planos anuais de ensino supletivo direcionados a adolescentes e adultos analfabetos.

Posteriormente a esses acontecimentos foram lançadas as Campanhas de Educação de Adultos, que foram iniciadas por Lourenço Filho. Essas campanhas consistiam em trabalhos com objetivos a longo prazo de erradicar o analfabetismo a partir da oferta de ensino primário a todos os adolescentes e adultos que não haviam frequentado a educação formal na idade apropriada. Sobre os conteúdos propostos nas Campanhas de Educação de Adultos Beisiegel (2010, p. 22) comenta:

> O principal imperativo da campanha seria estender às massas iletradas o domínio das técnicas elementares da cultura: a leitura, a escrita e os rudimentos do cálculo, além de noções básicas de higiene, saúde e conhecimentos gerais.

Diante dessa proposta Beisiegel (2010) considera que tais conhecimentos correspondiam àqueles trabalhados na Educação Infantil da época, e com o transcorrer do tempo o ensino de jovens e adultos passou a ser cada vez mais infantilizado. Os professores reproduziam à noite, para os jovens e adultos, aquilo que haviam trabalhado com as crianças pela manhã. Apesar de tais ações, as Campanhas de Educação de Jovens e Adultos obtiveram resultados consideráveis em pouco tempo e deixaram o *status* de campanha passando a serem incorporadas como práticas regulares do serviço público de ensino (Beisiegel, 2010).

Assim, como prosseguimento das Campanhas de Educação de Jovens e Adultos surge o Movimento Brasileiro de Alfabetização (MOBRAL). Este foi criado em 1967 pela Lei n. 5.379 e apresentava como proposta a alfabetização funcional de jovens e adultos, cultivando,

porém, uma ideologia assistencialista e conservadora. O movimento alcançou um grande quantitativo de pessoas, porém, esse número decaiu ao longo dos anos o que culminou em várias tentativas desesperadas para manter-se vigente (Plank, 2001).

Mas, foi somente com a implantação da LDB 5.692 de 1971 que a Educação de Jovens e Adultos foi reconhecida como um direito do cidadão e recebeu o nome de supletivo, embora o MOBRAL continuasse vigente. Este somente foi extinto com a queda do regime militar em 1985 e a partir de então vários outros programas foram criados destinados à educação de jovens e adultos cada vez mais influenciada pelas ideias do célebre educador brasileiro, Paulo Freire.

Como desenvolvimento dos novos tempos que tinham como premissa básica uma educação que valorizasse os contextos social e cultural dos educandos, a Constituição Federal de 1988 garantiu providências que ampliaram os direitos à educação para jovens e adultos. A Constituição Federal de 1988 reconheceu que o estado negligenciou disponibilizar educação para todos e estabeleceu-se, com a nova constituição, que é dever do estado ofertar o Ensino Fundamental a todas as pessoas que não concluíram a educação básica independentemente da idade.

Assim a educação de jovens e adultos foi elevada ao mesmo patamar de importância da educação de crianças e adolescentes e se revestiu de uma função reparadora de direitos, sendo criada para atender a uma demanda específica de erradicação do analfabetismo. Para tanto, a legislação preconiza que a formatação deste ensino deve abarcar as particularidades dos alunos jovens e adultos, e é sobre isso que falaremos a seguir juntamente com um breve apanhado sobre quem é a clientela da EJA atualmente.

1.2 A clientela da Educação de Jovens e Adultos na contemporaneidade

Embora a educação no Brasil tenha melhorado nas últimas décadas, e políticas sociais garantam a manutenção da frequência escolar, e haja aumento dos investimentos em programas de alfabetização, o país ainda apresenta um alto índice de pessoas analfabetas ou analfabetos funcionais. Em face disso, a EJA sem dúvida ainda é fundamental no contexto brasileiro contemporâneo e dado o seu nível de importância se faz necessário refletir sobre os modos e práticas de ensino diferenciados para atender de fato as demandas desses estudantes.

Quando se analisa o contexto histórico desde o surgimento da EJA se observa o travamento de várias lutas na tentativa de construir um ensino diferenciado, algumas tentativas mais desastrosas do que eficazes, contudo, desde o seu surgimento se percebe que o ensino

adequado não deve ser o mesmo ministrado às crianças. Quando é dito que o ensino do adulto deve ser diferenciado daquele ministrado às crianças o ponto de partida dessa afirmação leva em consideração o perfil dos estudantes jovens e adultos, o desenvolvimento cognitivo, as experiências de vida e a variedade de conhecimentos que estes sujeitos apresentam e que são diversos daqueles apresentados pelas crianças. Sobre essa diferenciação o estudo de Silva (2006) reforça essa a ideia ao comparar os saberes de adultos e crianças sobre números decimais.

Um dos resultados alcançados na investigação empreendida por Silva (2006) apontou que as crianças utilizam mais das representações escritas ao solucionarem as questões propostas, enquanto a maioria dos adultos fazem uso do cálculo mental. Outro resultado interessante diz respeito a habilidade dos adultos, independente do grau de escolaridade, conseguirem lidar de forma eficiente com as situações que envolvem os números decimais, evidenciando o papel das práticas sociais no processo de conceitualização. Sobre isto sabe-se que os adultos apresentam uma riqueza maior de vivências quanto comparado as crianças, assim os adultos demonstraram saber mais sobre números decimais.

Desse modo, os resultados encontrados na investigação de Silva (2006) ao refletir sobre as particularidades apresentadas por crianças e adultos que os diferenciam, chamam a atenção para a necessidade de pensar o ensino de forma diferenciada, visto que as necessidades educacionais são distintas de um público a outro. No que diz respeito ao adulto, este apresenta conhecimentos construídos na prática social que se utilizadas no ensino podem potencializar o processo de aprendizagem escolar. Como a própria autora do estuda convoca é preciso refletir sobre o ensino para os diferentes níveis de ensino.

Neste contexto, refletir sobre o perfil das pessoas que frequentam a EJA é um importante aliado nessa reflexão. Hoje o perfil do público da EJA não é tão diferente se comparado a duas décadas atrás. A literatura atual (Brasil, 2000) aponta que essa clientela apresenta características particulares: são em sua maioria pertencentes a classes socioeconômicas baixas e oriundas de famílias com baixa escolarização. Souza (2000) corrobora essa informação e acrescenta que a maioria das pessoas analfabetas tem idade mais avançada e são geralmente de regiões do país menos desenvolvidas e de etnia afro-brasileira.

Contudo, esse panorama vem se transformado ao longo dos anos. De acordo com dados do Parecer CNE/CEB 11 (2000a), atualmente é cada vez menor o número de pessoas adultas jovens que chegam à EJA sem nunca terem frequentado a escola, e cada vez maior o número de adolescentes e jovens que passaram pelo estudo regular de forma não exitosa.

Essas mudanças precisam ser analisadas, não só aquelas referentes à faixa etária, mas como pensam e que conhecimentos de mundo os sujeitos, inseridos no contexto histórico e

tecnológico contemporâneo, trazem consigo que podem auxiliar na construção e/ou consolidação do conhecimento escolar. Essa proposta além de ser interessante para o processo de educação formal contribui, como consequência, para a inclusão social a partir do estabelecimento de uma relação dialógica e dialética, no sentido de que os conhecimentos de mundo (conhecimentos prévios) podem subsidiar a construção/consolidação de conhecimento formal/científico e este último favorece a ampliação da leitura dos acontecimentos do mundo, integrando aos acontecimentos sociais.

Essas implicações estão, portanto, relacionadas às várias facetas da vida das pessoas como o trabalho, a participação social e política, a vida familiar e comunitária, o acesso ao lazer e a participação cultural. Contudo, como apontado por Souza (2000) a problemática da exclusão não será plenamente solucionada pela educação escolar, uma vez que a origem de tais processos discriminatórios é diversa, mas sem dúvida a educação escolar é imprescindível para a criação de espaços democráticos de conhecimento que conduzam o alcance de uma sociedade mais igualitária.

Os educadores da EJA reconhecem a necessidade de reformulações no processo de ensino-aprendizado, mas que este é um grande desafio e se evidencia mais problemático *a priori* pela escassez de reflexões teóricas que respaldem um projeto pedagógico próprio para esse público particular (Fonseca, 2002). Documentos das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos (Brasil, 2000, p.9), corroboram que "a EJA necessita ser pensada como um modelo pedagógico próprio, a fim de criar situações pedagógicas e satisfazer necessidades de aprendizagem de jovens e adultos". Como já mencionado, são adultos, alguns deles trabalham, possuem uma experiência no mercado de trabalho, e em sua maioria esperam melhorar sua condição social por meio da escolarização (CNE/CEB 11/2000). Nesse estudo em particular foi procurado refletir sobre esses aspectos no tange a educação matemática em face disso, algumas considerações acerca dessa temática precisam ser pontuadas.

2. A MATEMÁTICA COMO ATIVIDADE COTIDIANA E O PAPEL DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS NA COMPREENSÃO DA EDUCAÇÃO FORMAL

D'Ambrosio (1986), grande nome na área de estudo da etnomatemática, faz uma reflexão teórica interessante no que tange à Matemática e à Educação Matemática. Este autor faz uma analogia da matemática com o falar, enquanto utilização da linguagem para a comunicação, questionando se os conhecimentos e habilidades matemáticas que se diz transmitir através da educação matemática não estariam na mesma categoria do falar. Através

desse questionamento D'Ambrosio (1986, p. 35) defende a concepção da matemática como uma atividade inerente ao ser humano; em suas palavras ele considera:

> Esperamos assim destacar um ponto fundamental: o fato de matemática ser uma linguagem (mais fina e precisa que a linguagem natural), que permite ao homem comunicar-se sobre fenômenos naturais. Consequentemente, ela se desenvolve no curso da história da humanidade desde os "sons" mais elementares, e portanto intimamente ligada ao contexto sociocultural em que se desenvolve [...] absorve-se matemática por um processo natural, poderíamos dizer "osmótico", resultante da vida em sociedade e da exposição mútua, da mesma maneira como a linguagem.

Assim D'Ambrosio (1986) concebe que a educação matemática é fortemente relacionada a fatores socioculturais, fato que pode ser observado no processo de evolução da matemática e nas práticas de ensino. Nessa direção, o referido autor pontua que a matemática é praticada pelos sujeitos inseridos num ambiente sociocultural, com plena espontaneidade, dadas as aprendizagens ocorridas nesses contextos e que são determinadas pela realidade material existente.

Dessa maneira, a matemática, bem como a educação matemática, é concebida como uma ação e a prática de ensino é uma ação pedagógica que visa ao aprimoramento dos praticantes da ação, por meio do manejo de conhecimentos gerais. Essa perspectiva da matemática como atividade humana é de suma importância para reflexão dos dados obtidos no presente estudo, e resgata a ideia de que os indivíduos desenvolvem noções para lidar com as situações com as quais se defrontam nas suas atividades cotidianas e que, portanto, o saber matemático não está presente apenas na instrução formal.

Tal ideia é demonstrada no trabalho de Silva (2006), já mencionado no tópico anterior (Página 26), que evidenciou o papel das práticas sociais no processo de conceitualização. Assim os adultos mesmo tendo estudado formalmente o conteúdo dos números decimais, conseguem lidar com as situações que envolvem tais conteúdos buscando como suporte os conhecimentos construídos nas vivências do cotidiano. Nessa direção, Paulo Freire faz uma consideração que corrobora essa ideia: "Somente o homem como ser que trabalha, que tem um pensamento-linguagem, que atua, é capaz de refletir sobre si mesmo e sobre a sua própria atividade, que dela se separa. Somente ele, ao alcançar tais níveis, se fez um ser de práxis" (FREIRE, 1975 p. 39).

O fato é que os indivíduos desenvolvem aprendizagens de conteúdos matemáticos dentro e fora da escola, o estudante não é uma folha em branco ao chegar à escola, que será preenchida ao longo dos anos de escolaridade. Sem dúvida, é um grande desafio para o ensino a questão da transferência de saberes entre o saber cotidiano e o escolar, mas infelizmente não

é incomum nas práticas de ensino que os conhecimentos prévios dos estudantes sejam equivocamente considerados como um embaraço à aprendizagem formal.

É sabido que muitos dos alunos atendidos pela EJA, jovens, adultos e idosos, pouco escolarizados ou que nunca frequentaram a escola, dominam algumas noções de matemática que foram aprendidas no seu cotidiano, isto é, de maneira informal e intuitiva. Procedimentos como a contagem, cálculo, procedimentos de aproximação e estimativa, e em alguns casos até mesmo manejar instrumentos técnicos de alta precisão de forma satisfatória, destacando-se que tais aprendizagens se deram nos seus contextos de atividades cotidianas.

É claro que esses conhecimentos estão muito mais relacionados ao campo da prática e que essa clientela em grande parte apresenta dificuldade em lidar com as representações simbólicas convencionais que exigem o domínio da escrita numérica. Contudo, eles chegam à escola ansiosos para aprender os processos formais e não é fácil substituir as estratégias informais de lidar com os conteúdos matemáticos pelas estratégias convencionais.

Sobre a dificuldade de articulação entre os conhecimentos de naturezas diferentes Silva (2003) pontua que o saber escolar é trabalhado por meio de uma metodologia distinta da que se observa nas aprendizagens que ocorrem no dia a dia, fora da escola. As metodologias de ensino formal se utilizam de regras e simbolismos; por outro lado, as aprendizagens que se dão a partir das atividades cotidianas comumente não apresentam generalidade conceitual, aspecto que limita a análise de situações que não estejam dentro dos esquemas já dominados pelos sujeitos.

Para exemplificar a ideia posta no parágrafo anterior Silva (2003) cita os resultados obtidos nos trabalhos de Schliemann, Carraher e Nunes (2003) que demonstraram desempenho muito superior nas atividades cotidianas fora da escola, em comparação com as atividades de natureza escolar. Tais atividades incluíram o trabalho de marceneiros, atividade de compra e venda por crianças na feira livre, entre muitos outros.

Tendo em vista os aspectos mencionados nos parágrafos anteriores, alguns pesquisadores (Brito, 2011; Meira, 1993; Spinillo, 2005) propõem que a aprendizagem de conteúdos matemáticos formais seja ancorada nos conhecimentos prévios e informais, com a finalidade de que estes últimos atuem como mediadores no domínio de técnicas mais sofisticadas e sistematizadas. O educador pode trabalhar com esses conhecimentos prévios a fim de manipulá-los como objeto de estímulo, de explicação, análise e compreensão dos conteúdos matemáticos.

Sobre os conhecimentos prévios Brito (2011) considera que as aprendizagens anteriores, sejam elas de ordem cognitiva, afetiva, comportamental, que são oriundas das experiências cotidianas e informais são essenciais, partindo da premissa que os conhecimentos complexos

são construídos com base nessas experiências. De forma geral, a autora faz a seguinte consideração: "O conhecimento escolar construído pelo sujeito usa formas significativas próprias a partir de estabelecimento de elos significativos entre o novo material e os elementos já presentes na estrutura cognitiva" (Brito, 2011).

Reconhecendo a utilidade dos conhecimentos apreendidos fora do contexto escolar Spinillo (2005) pontua a influência mútua entre o conhecimento extraescolar e o escolar no campo do ensino da matemática, considerando essa influência em duas direções: (i) do conhecimento escolar sobre o extraescolar que está relacionado à aplicação dos conhecimentos aprendidos na escola nas situações cotidianas; (ii) o segundo tipo de relacionamento seria o contrário, o conhecimento extraescolar sobre o conhecimento, no qual se utiliza dos conhecimentos aprendidos fora da escola para mediadores na aprendizagem dos conhecimentos escolares.

O presente estudo se debruçou sobre o segundo tipo de relacionamento do conhecimento extraescolar sobre o escolar, partindo da prerrogativa que no contexto escolar os conhecimentos informais dos estudantes sobre o mundo devem ser manipulados como objeto de explicação, análise e compreensão dos conteúdos matemáticos.

Para fins deste estudo, o conhecimento extraescolar e o conhecimento escolar serão definidos a partir da perspectiva tomada por Spinillo (2005). Essa autora concebe que o conhecimento extraescolar faz referência ao informal, à ideia de assistemático; seria, pois, o conhecimento que emerge das experiências cotidianas. Já o conhecimento formal é percebido como de natureza científica, consiste em um conhecimento formal e sistemático, que está relacionado às aprendizagens decorrentes do ensino escolar. Desse modo, considerar o conhecimento extraescolar no ensino formal é percebido como uma ferramenta que auxilia o desenvolvimento do conhecimento matemático científico.

Dentro dessa perspectiva do desenvolvimento dos conceitos matemáticos, a resolução de problemas é apontada na literatura (Smole & Diniz, 2001) como ferramenta potente a ser explorada em sala de aula, pois apesar de a disciplina de matemática apresentar diferentes competências implicadas na aprendizagem dos conceitos, a resolução de problemas é uma das finalidades do ensino. Entretanto, Smole e Diniz (2001) e Dante (2000) ressaltam que não basta utilizar problemas matemáticos como ferramenta metodológica; é necessário que haja uma finalidade para o uso de conteúdos que envolvem a realidade dos estudantes, ao passo que deve habilitá-los a resolverem situações que demandam as diferentes atividades humanas.

Existem na literatura alguns autores (Brito, 2011; Dante, 2000; Polya, 1978) que salientam a necessidade de distinguir entre exercício matemático e problema matemático. O

primeiro se refere a situações dadas que têm a finalidade de exercitar, treinar, praticar determinado procedimento matemático que já tenha recebido instrução formal e precisa ser dominado pelo estudante. Já o problema matemático não tem por objetivo, *a priori*, treinar um procedimento, mas levar o estudante a pensar sobre as relações matemáticas, uma vez que os caminhos para chegar à resposta não são tão óbvios (Dante, 2000; Polya, 1978).

Neste sentido, constata-se que um exercício matemático tem o objetivo de treinar técnicas e procedimentos, já o problema requer que o estudante pense sobre as relações subjacentes à situação dada e trace um caminho/procedimento(s) para solucioná-lo, uma vez que a resolução não é imediata e por métodos já conhecidos como acontece com os exercícios. A perspectiva de problemas matemáticos apresentada será adotada nesta investigação, pois se acredita que os tipos de situações propostas nos problemas possibilitam ao estudante o desenvolvimento na autonomia do pensar e aplicação dos conceitos sobre os fenômenos do mundo real.

Sobre esse assunto Vergnaud (2009a) sinaliza que o maior desafio da educação é atribuir significado aos problemas para concatenar conhecimentos teóricos e práticos que estimulem os estudantes a pensar. Para tanto, este autor defende que é necessário propiciar ao estudante uma diversidade de situações problemas para que ele possa apreender as relações subjacentes aos conceitos, bem como utilizar diferentes formas de representação.

Vergnaud (ibid.) considera que a atribuição de sentido ao conceito se dá a partir de problemas que demandam resolução, dito em outras palavras, as elaborações relativas aos conceitos se dão nas situações pragmáticas de aplicação do mesmo. Desse modo, o processo de resolução de problemas possibilita o desenvolvimento de novos conceitos, como também potencializa a ampliação de conhecimentos já adquiridos.

Durante o processo de resolução de um problema Smole e Diniz (2001) apontam que os recursos de comunicação oral, escrita e pictórica aparecem naturalmente e que são esses recursos que fornecem indicativos das dificuldades e incompreensões, como também o quanto se tem domínio do conceito, pois para autora:

> A partir da associação entre a perspectiva metodológica de Resolução de Problemas e a comunicação, podemos verificar que aluno, enquanto resolve situações-problema, aprende matemática, desenvolve procedimentos e modos de pensar, desenvolve habilidades básicas como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em matemática e nas áreas do conhecimento envolvidas nas situações propostas (Smole & Diniz, 2001, p. 95).

Portanto, a autora defende a resolução de problemas como um recurso metodológico poderoso no processo de ensino-aprendizagem e coloca que os recursos da comunicação, seja

através da oralidade ou de registros gráficos, possibilita compreender as potencialidades e dificuldades dos estudantes na relação com os diferentes conceitos. Neste sentido, é desejoso que os estudantes sejam estimulados a pensar e se percebam como atores ativos na construção do seu próprio conhecimento, o que é propiciado quando diante de problemas a solução não é algo previsível, mas exija que eles mobilizem seus conhecimentos para solucioná-los.

Dante (2000) aponta que possibilitar que o estudante utilize os conceitos matemáticos no seu dia a dia favorece que ele lide de forma mais positiva com os conteúdos matemáticos. É importante retratar aspectos da realidade dos alunos para trabalhar os conceitos na própria sala e, como já tratado no início desta fundamentação teórica, utilizar-se dos conhecimentos prévios, dos conhecimentos oriundos das experiências cotidianas, como mediadores no desenvolvimento de conceitos científicos.

Tendo em vista essa autonomia do pensar/raciocinar é interessante observar a existência de diferentes modos de resolver um problema que muitas vezes foge aos modos convencionais ensinados na escola. Isto porque os estudantes criam modos próprios para solucionar um problema, mas infelizmente as particularidades apresentadas no raciocínio dos estudantes não são comumente consideradas no ensino formal.

Compreender como os estudantes raciocinam possibilita reconhecer a riqueza do pensamento dos estudantes, de suas experiências, suas dificuldades e incompreensões. Sobre isso a TCC fornece subsídios interessantes a esta discussão que podem auxiliar o professor e o estudante no processo de ensino e aprendizado. Assim é oportuno tratar sobre tal sistema teórico.

3. TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Este tópico foi destinado a apresentar a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), desenvolvida por Gérard Vergnaud, explicitando os fundamentos teóricos que guiaram o desenvolvimento da pesquisa tratada nesta dissertação. Primeiramente são expostas as principais bases epistemológicas e os postulados básicos que definem o sistema teórico e posteriormente é feita uma apreciação do objeto de estudo, o campo conceitual das estruturas multiplicativas e mais especificamente o raciocínio proporcional, a partir da compreensão daquela teoria.

Vergnaud é considerado um teórico neopiagetiano por ter definido novas concepções para o estudo do funcionamento cognitivo no domínio específico, ampliando as reflexões sobre o estudo das operações lógicas gerais, idealizado por Piaget. Ele propôs estudar o

funcionamento cognitivo do "sujeito-em-situação" tomando como referência o próprio conteúdo e a análise conceitual do domínio do conhecimento (Vergnaud,1990; 1986; 2011).

Na formulação de sua teoria Vergnaud se aproximou simultaneamente de uma visão individualista da construção da inteligência e deixou clara a sua crença na influência da cultura no processo do conhecer pelo aprendiz. Nessa direção, suas formulações têm forte influência da teoria vygostkiana pela importância atribuída à interação social, à linguagem e à simbolização como elementos fundamentais no progressivo domínio de um campo conceitual (Grossi, 2001a; Moreira, 2011).

Moreira (2011) pontua que as ideias concebidas por Vergnaud têm muito das experiências vivenciadas em sala de aula e, por isso, ele se interessou muito em estudar as dificuldades dos alunos em função dos diferentes conteúdos do conhecimento e de como a aprendizagem acontece em lócus.

Nessa direção, a TCC pressupõe que o conhecimento é adquirido pelo sujeito em sua interação com diferentes situações de aplicação de um determinando conceito, uma vez que é nessas aplicações que o mesmo adquire significado para o sujeito. Assim Vergnaud acredita que não é possível estudar com excelência o funcionamento cognitivo a partir do estabelecimento de lógicas gerais de pensamento por não ser possível identificar as continuidades e rupturas do processo de conhecimento do aprendiz, ao passo que isso só é possível se considerarmos que as dificuldades têm relação direta com as especificidades de cada conteúdo/conceitos (Vergnaud, 1990; 2011).

Alguns conceitos-chave são fundamentais para uma maior compreensão desse aporte teórico, dentre eles destaca-se: (i) a noção de *campo conceitual*; (ii) o conceito de *esquemas*; (iii) *situações*; (iv) *invariantes operatórios* e (v) as concepções desse autor acerca da definição de *conceito*.

Em suas formulações teóricas Vergnaud concebeu que os conhecimentos são organizados em campos conceituais. Nos seus trabalhos são encontradas várias definições para este termo, que se complementam e traduzem a complexidade da ideia que ela representa. Uma dessas definições versa que um campo conceitual pode ser entendido como um conjunto de situações e de conceitos que mantêm uma relação de interpendência entre si e que atuam no processo de aprendizagem. Em outras palavras, um campo conceitual pode ser entendido como um conjunto de situações, que para lidar com elas exige do sujeito um conjunto de conceitos de diferentes naturezas (Vergnaud 1986; 1990; 2009; 2009a). Buscando explicitar melhor a sua compreensão acerca deste conceito Vergnaud (2009a, p.29) pontua que um campo conceitual:

> É ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações.

De acordo com a definição acima Vergnaud (1986; 1990; 2009a) concebe que um campo conceitual compreende um conjunto de problemas e situações que permite trabalhar os conceitos, procedimentos e diferentes tipos de representação, sendo que todos esses elementos estão interconectados.

A partir das formulações teóricas de Vergnaud acerca do campo conceitual, Moreira (2011, p. 206) integrou as ideias-chaves acerca desse conceito que resultou numa definição mais completa:

> Campos conceituais é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição.

Esta definição abarca satisfatoriamente a concepção que norteou o trabalho relatado na dissertação. Feitos esses esclarecimentos, ainda algumas pontuações precisam ser explicitadas acerca do entendimento de campos conceituais. A primeira diz respeito ao fato de um determinado conceito precisar de diferentes situações para ser construído pelo aprendiz; por isso seu domínio não é possível a partir de um único tipo de situação. O outro ponto importante tem relação com o fato de ser ineficaz analisar uma situação a partir de um único conceito. E, por último mas não de menor importância, com a particularidade de os campos conceituais não serem dominados pelos sujeitos em poucos meses, seu processo de domínio é progressivo, compreende as experiências, maturidade, aprendizagem e ocorre ao longo de um largo período de tempo (Vergnaud, 1990).

Como pode ser observado na definição de campos conceituais, os conceitos são elementos componentes daquele. Na Teoria dos Campos Conceituais a compreensão de conceito é de fundamental importância, uma vez que essa teoria supõe que a conceitualização do real é o núcleo do desenvolvimento cognitivo.

A definição de conceito evoca uma terna - S, I, R - composta por dimensões essenciais, a saber: S – corresponde a um conjunto de situações que subsidiam a compreensão do conceito; I – faz referência a um conjunto de invariantes, que são relativos a objetos, propriedades, relações e que possibilitam dominar as situações referidas como S; e por último R – que diz respeito a um conjunto de representações que permitem representar as situações e os invariantes, podendo ser simbólicas, gráficas, dentre outras.

Assim, um conceito é composto por esses três elementos sendo que: as situações dão sentido ao conceito e, por isso, dizem respeito ao referente; já o conjunto de invariantes operatórios diz respeito ao significado; e o conjunto de representações linguísticas e não linguísticas representam o conceito simbolicamente e expressa as propriedades dos conceitos apropriadas para as diferentes situações (Vergnaud, 1986; 2001; 2009 a; 2011).

Embora Vergnaud atribua grande valor aos conceitos nas suas formulações acerca dos campos conceituais, as situações ganham destaque em sua teoria, ao passo que são elas que dão sentido aos conceitos. Para esse teórico o conceito de situações compreende um conjugado de tarefas que apresentam diferentes níveis de complexidades e é a partir delas que o sujeito atribui sentido ao conceito.

Entretanto, é válido esclarecer que o sentido não está nas situações em si, nem nas palavras e nem nos símbolos, o sentido é uma relação entre o sujeito e as situações e os significantes (Vergnaud, 2011). Essa relação de atribuição de sentido é calcada nos esquemas que o sujeito dispõe e que são mobilizados no momento em que se depara com as situações. Sobre essa ideia, e utilizando como exemplo o conceito de adição, Moreira (2011, p. 211) comenta:

> [...] o sentido de adição para um sujeito individual é o conjunto de esquemas que ele pode utilizar para lidar com situações com as quais se defronta e que implicam a ideia de adição; é também o conjunto de esquemas que ele pode acionar para operar sobre os símbolos numéricos, algébricos, gráficos e linguísticos que representam a adição.

Assim, os diferentes tipos de situações podem mobilizar diferentes esquemas ou subconjuntos de esquemas. Os esquemas mobilizados para lidar com uma situação referente à adição não traduzem todos os esquemas que o sujeito dispõe sobre a adição, uma vez que o sentido atribuído a uma situação particular não é o mesmo da adição enquanto campo conceitual; isto quer dizer que o sentido particularmente atribuído a uma dada situação se dá a partir da mobilização de subconjuntos de esquemas disponíveis.

Em súmula, tendo em vista os aspectos teóricos tratados sobre o conceito de situações, para que o estudante domine um conceito é fundamental trabalhar com situações de natureza diversificada. Dessa forma é ofertada ao aluno a condição de apreender as relações subjacentes aos conceitos a partir da diversidade de elaborações que podem ser construídas através da mobilização dos esquemas disponíveis.

Nessa ocasião é fundamental tratar do conceito de esquema, uma vez que este já foi mencionado diversas vezes como fundamental no processo de atribuição de sentido aos conceitos. O conceito e esquema é herança da teoria formulada por Piaget e tem relação com

as formas de organização das habilidades sensório-motoras e intelectuais. Vergnaud utiliza esse conceito por conceber que é nos esquemas que estão os conhecimentos-em-ação, que são os elementos cognitivos subjacentes às ações operatórias (Vergnaud, 1986; 1990; 2009 a).

Nessa direção os esquemas estão necessariamente imbricados com as situações, uma vez que aqueles são direcionados a elas e para lidar com elas; por isso, o desenvolvimento cognitivo compreende o desenvolvimento de um amplo e variado repertório de esquemas. Como as situações com as quais os sujeitos se deparam são diversas e compreendem as várias esferas da vida, os esquemas também são de natureza diversa para possibilitar lidar com a variedade de situações e, por isso, um repertório de esquemas compreende, por exemplo, o desenvolvimento de competências sociais, afetivas e técnicas. Assim, os esquemas geram ações e contêm regras; contudo, como já mencionado, não é um estereótipo, uma vez que o encadeamento de ações se dá em função dos parâmetros de cada situação (Vergnaud, 2011).

Como já colocado anteriormente que os esquemas se referem às situações ou classes de situações, torna-se importante tratar dos tipos de situações que existem, uma vez que o funcionamento dos esquemas não é o mesmo em todas elas. As situações se distinguem e se classificam em dois tipos: (i) aquelas classes de situações diante das quais o sujeito apresenta, em seu repertório de esquemas, as competências para lidar de forma imediata com elas; e (ii) classes de situações diante das quais o sujeito ainda não apresenta todas as competências necessárias para lidar com elas, e que implicam num movimento de exploração, reflexão, tentativas e hesitações que podem levar ao sucesso ou fracasso (Moreira, 2011).

A primeira classe de situações, aquelas em que o sujeito já tem as competências necessárias em seu repertório de esquemas, as ações já são automatizadas e organizadas por um único esquema. Na segunda classe de situações não ocorre dessa forma, para lidar com essas situações o sujeito faz uso de vários esquemas, que podem gerar conflitos, e demanda um processo de acomodação, descombinação e recombinações de esquemas para alcançar a meta. Esse processo é evidente quando o sujeito se depara com situações novas, nas quais muitos esquemas podem ser evocados sucessivamente, ou até simultaneamente.

É a esse processo lógico de organização e de interação com o mundo que se referem os invariantes operatórios. Eles são mecanismos que permitem às pessoas atuarem sobre a realidade de forma eficaz. Os dois elementos, conceito-em-ação e teorema-em-ação, são denominados de invariantes operatórios e dizem respeito aos conhecimentos contidos nos esquemas (Vergnaud, 2001).

A organização invariante do comportamento direcionado a uma classe de situação, o esquema, é constituída de conceito-em-ação e teorema-em-ação. Existe uma relação dialética

entre conceito-em-ação e teorema-em-ação. Enquanto os conceitos-em-ação fazem referência a conhecimentos necessários às proposições e são também ingredientes de teoremas, esses últimos dão conteúdo aos conceitos. Os conceitos não possibilitam fazer inferências ou outras derivações, eles podem ter o caráter de relevante ou irrelevante. Os teoremas permitem derivações e estas só são possíveis a partir de proposições; estas, sim, podem ser julgadas como verdadeiras ou falsas (Vergnaud, 2001).

Na maioria das vezes os estudantes não conseguem explicar seus conceitos-em-ação e teoremas-em-ação porque estes estão imersos na ação. Por isso que se diz que eles não são conceitos e nem teoremas científicos a menos que se tornem explícitos, quando então podem ser comunicados e debatidos (ibidem). O papel do ensino é justamente auxiliar os estudantes a tornarem explícitos os conceitos e teoremas-em-ação, tornando-os cientificamente aceitos.

Em súmula, ao longo deste tópico que trata dos conceitos-chave da TCC é possível observar uma conexão entre um elemento teórico e outro que compõe o campo conceitual. Assim, ao tratar da definição de *campos conceituais* se fez necessário compreender que sentido Vergnaud atribuiu ao componente *conceito. E ao tratar desse último se tornou* fundamental compreender a definição de *situação*, uma vez que é ela que dá sentido ao conceito.

Seguiu-se explicitando que os sentidos são construídos com base nos esquemas, que unem conduta e representação e possibilitam ao sujeito responder diante das situações. Ademais, ficou claro nessa relação que a construção de sentido diante das situações somente é possível a partir dos invariantes operatórios (conhecimento-em-ação e teorema-em-ação) que são os conhecimentos implícitos nos esquemas que subsidiam a relação esquema-situação.

Feitos estes esclarecimentos é importante tratar agora do campo conceitual das estruturas multiplicativas, uma vez que o objeto de estudo da investigação aqui relatada se insere nesse campo. Será enfatizada formulações teóricas da TCC sobre as relações multiplicativas que caracterizam as relações proporcionais diretas.

3.1.O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas

No desenvolvimento de seus trabalhos Vergnaud investigou vários campos conceituais: aritmético, geométrico, algébrico, numérico, dentre outros. No que se refere ao campo conceitual da aritmética, o autor chama atenção para o estudo das estruturas aditivas e das estruturas multiplicativas. Esse último campo conceitual, que envolve o objeto de estudo da investigação relatada nesta dissertação, compreende um conjunto de situações que requerem

para o seu domínio uma operação de divisão ou de multiplicação, ou ainda a combinação entre essas duas operações (Vergnaud, 1983).

De acordo com Nunes e Bryant (2005) as situações multiplicativas compreendem três tipos de lógica: (i) situações de correspondência um-a-muitos; (ii) situações em que é estabelecida uma relação entre variáveis; e (iii) as situações relativas à distribuição e divisão. As situações de correspondência um-para-muitos compreendem problemas de multiplicação direta, problemas inversos de multiplicação e produto cartesiano. Já o segundo grupo de situações compreende a relação entre uma ou mais variáveis que covariam, sendo estas variáveis contínuas (caso especial de correspondência um-a-muitos). Já as situações relacionadas à distribuição e à divisão consistem em uma relação multiplicativa entre dois ou mais conjuntos, onde se deve considerar o tamanho do todo, o número de partes e o tamanho das partes.

De acordo com o PCN (Brasil, 1997) os cálculos relacionais dos problemas multiplicativos são classificados em quatro grupos de situações, a saber: (i) raciocínio em comparativa; (ii) proporcionalidade; (iii) configuração retangular e (iv) combinatória. Cada um deles demanda um raciocínio específico para a resolução dos problemas.

No caso do primeiro grupo das situações comparativas essas são demarcadas por uma comparação entre quantidades. No caso das situações de proporcionalidade é estabelecida uma relação de igualdade entre duas ou mais razões. No caso das situações características de configuração retangular estas se referem à distribuição espacial como o cálculo de área. O último grupo está relacionado às situações de combinatória que envolvem o agrupamento de elementos que compõem um grupo.

Em síntese, Vergnaud (1983) define o campo conceitual das estruturas multiplicativas como um conjunto de situações que demandam, em sua análise, a evocação de outros conceitos, procedimentos e representações simbólicos, estreitamente conectados entre si. Esses conceitos são diversos, dentre eles pode-se mencionar: a divisão e a multiplicação, a fração, a razão, o número racional, entre outros.

Nas suas formulações Vergnaud (2009) propôs que o campo conceitual das estruturas multiplicativas se organiza a partir de duas grandes categorias de relações: as relações ternárias e quaternárias. Nas relações ternárias se observa uma relação entre dois elementos que apresentam a mesma natureza ou grandeza e formam um terceiro elemento. Estes elementos podem ser os mais variados possíveis desde que sejam objetos lógicos, como pessoas, números, conjuntos. Já a relação quaternária caracteriza aquelas situações que envolvem uma relação

entre quatro medidas, nas quais duas dizem respeito à mesma medida e as outras duas, a outra medida, como explicitado na forma seguinte: a está para b assim como c está pra d.

Além disso, tanto as relações ternárias quanto as quaternárias apresentam eixos diferenciados. Se constituem eixos das relações ternárias a comparação multiplicativa e o produto de medidas, no entanto, como o foco desse estudo recai sobre um conceito típico das relações quaternárias, maiores informações sobre as relações ternárias podem ser obtidas em Vergnaud (2009).

A proporção simples e a proporção múltipla são os eixos componentes das relações quaternárias. De acordo com Santos (2012) as situações envolvendo a proporção múltipla demandam um nível cognitivo mais sofisticado e geralmente não são abordadas antes do terceiro ciclo do Ensino Fundamental. Já as situações que envolvem a proporção simples são menos complexas que aquelas que envolvem proporções múltiplas.

Tratando-se das formas de ensino tradicionais da multiplicação, estas têm sido alvo de grandes críticas por comumente tratarem a multiplicação como uma extensão do campo aditivo. Estudiosos da área (Nunes, Campos & Magina, 2005; Grossi, 2001; Teixeira, Vasconcelos & Guimarães, 2009; Santos, 2012) apontam que essa prática tem gerado obstáculos epistemológicos à aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos no campo das estruturas multiplicativas, isso porque a ideia de adição repetida de parcelas iguais tem limitação e não abarca todas as formas de problemas multiplicativos, pois envolve várias outras relações que ultrapassam a linha de raciocínio de adição e apresenta suas próprias particularidades.

Do ponto de vista didático a ideia de adição repetida apresenta duas limitações. A primeira limitação diz respeito à ideia de que o produto da multiplicação ser sempre um valor maior que as partes envolvidas; no entanto, essa premissa não é válida para todos os domínios numéricos como é o caso dos números racionais, como no exemplo: Maria é costureira e irá fazer um vestido para o qual precisa de um zíper. Sabendo-se que um metro de certo zíper custa R$ 2,50, quanto custa 0,40 m? Ao solucionar o problema, o resultado obtido é menor que os dois fatores que lhe deram origem e é notória a impossibilidade de resolvê-lo por adição repetida, uma vez que o problema não fornece o fator a ser repetido. A outra limitação é conceitual, na medida em que o invariante conceitual da adição é a relação parte-todo, enquanto o invariante conceitual da multiplicação é relação fixa entre duas variáveis (Vergnaud, 1986).

Para um melhor entendimento acerca da limitação conceitual gerada pelo processo de adição repetida veja o seguinte exemplo: Dona Joana faz 85 bombons de chocolate com uma barra de 1 kg de chocolate. Certa manhã ela comprou três barras de chocolate de um quilo.

Quantos bombons ela pôde fazer? Observa-se uma relação fixa de 1 barra de 1kg para fazer 85 bombons (relação um-para-muitos). Aqui é identificada uma relação fixa entre as duas quantidades: com 1 kg de chocolate fazem-se 85 bombons; assim mesmo modificando o questionamento a relação fixa permite respondê-lo com êxito, como no caso: Dona Joana faz 170 bombons com duas barras de chocolate e cada uma delas tem um 1kg. Joana usará 5 barras para fazer os bombons de uma festa de aniversário; quantos bombons ela conseguirá fazer?

A partir da explanação deste tópico foi evidenciado que o campo das estruturas multiplicativas possui suas peculiaridades e não pode ser tratado como uma extensão das estruturas aditivas. Essa percepção é defendida por Vergnaud quando ele propõe a ideia de que os conhecimentos formam uma diversidade de campos conceituais e por isso defende o estudo do conteúdo do conhecimento em lugar de uma lógica geral e conclui que as dificuldades são diferentes de um campo conceitual a outro.

Tais ponderações demandam explicitar aspectos que são centrais para a compreensão do conceito de proporcionalidade e o de raciocínio proporcional.

4. CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE DIRETA E O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

O emprego do conceito de proporcionalidade pode ser observado nas mais diversas atividades humanas do dia a dia nas quais comumente não se utilizam símbolos matemáticos. Por exemplo, ao salgar uma comida a pessoa precisa ponderar a quantidade de sal em relação à quantidade de alimento, sob pena de torná-lo intragável se colocar uma boa quantidade de sal em uma quantidade pequena de alimento. O fato de não ser característico o uso de símbolos matemáticos em grande parte das atividades cotidianas talvez seja o que dificulta as pessoas perceberem que utilizam a noção de proporcionalidade.

É pertinente tratar da relação de proporcionalidade direta por um viés matemático e também por uma perspectiva psicológica. Do ponto de vista matemático a literatura (Crespo, 2009; Dante, 2005; Mori & Onaga, 2002; Iezzi, Dolce e Machado, 2009) versa que uma proporção é formada quando há uma igualdade de duas razões, como no exemplo:

$$\frac{16}{4} = \frac{100}{25}$$

Observa-se que a razão entre os dois primeiros números (16 e 4) é igual à razão entre os outros dois últimos (100 e 25), pois:

$$\frac{16}{4} = 4 \qquad e \qquad \frac{100}{25} = 4$$

Assim a proporção é representada simbolicamente pela expressão:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

a, *b*, *c* e *d* são, nessa ordem, termos da proporção, sendo *a* e *c* os termos antecedentes; *b* e *d* são os termos consequentes; e ainda os termos *a* e *d* são os extremos e *b* e *c* são os meios.

A propriedade fundamental das proporções versa que sendo os termos da proporção números reais diferentes de zero, ao multiplicar os dois membros da igualdade pelo produto dos consequentes (*bd*) obtém-se:

$$\frac{a}{\cancel{b}} \times \cancel{b}\, d = \frac{c}{d} \times \cancel{b}\, d$$

E de forma simplificada se obtém:

$$ad = cb$$

Assim a propriedade fundamental das proporções evidencia que o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

É válido mencionar que tal propriedade embasa o ensino do algoritmo da regra de três. Vale ressaltar que na maioria das vezes as escolas têm limitado o ensino do algoritmo da regra de três como a forma de resolução dos problemas que envolvem proporcionalidade, o que transparece a ideia de que todos os problemas que envolvem proporcionalidade devem ser resolvidos utilizando tal algoritmo. Essa é uma visão reducionista e limita o pensamento do estudante, ao passo que estes aplicam essa regra sem compreenderem as relações envolvidas e expressas nos problemas, isto é, repetem um modo de solução que não compreende o que estão fazendo (Crespo, 2009; Vergnaud, 2009).

O ponto de vista defendido no parágrafo anterior não se coloca contrário ao ensino do algoritmo da regra de três, mas que o ensino desta tenha como objetivo primário permitir que os estudantes compreendam o conceito de proporção e as relações multiplicativas que se estabelecem na proporcionalidade.

Por outro lado, a perspectiva psicológica formulada por Vergnaud (2009) aponta a existência de um modelo que demonstra a relação de proporcionalidade direta, denominado de modelo do isomorfismo de medidas.

Para fins desta investigação entende-se o raciocínio proporcional como um tipo de raciocínio matemático em que é possível fazer inferências e predições a partir da análise da igualdade entre duas razões. Para tanto, demanda que o indivíduo pense qualitativa e quantitativamente de modo a fazer comparações múltiplas, armazenar e processar mentalmente várias informações (Lesh, Post & Behr, 1988).

Dessa maneira, a capacidade de raciocínio proporcional se expressa através de três aspectos: a capacidade de distinguir relações diretas daquelas que não são, reconhecer a natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade e ser capaz de resolver diferentes tipos de situações que envolvem a proporcionalidade.

Lesh, Post e Behr (1988) salientam em seus estudos a existência de sete problemas matemáticos envolvendo o conceito de proporção e explicitam a natureza de cada um deles, como pode ser observado a seguir:

1. Problemas de valor omisso: nos quais três valores são conhecidos e a tarefa é encontrar a parte omissa, como a seguir: $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$

   Exemplo[1] 1: Um avião, à velocidade de 800 km\h leva 42 minutos para ir de São Paulo a Belo Horizonte. Se a velocidade do avião fosse de 600 km/h, em quanto tempo faria a mesma viagem?

2. Problemas de comparação: No qual são dadas duas razões e não se requer uma resposta numérica, mas sim a comparação das duas, indicando qual é maior, menor ou se são iguais. Como pode ser visto:

   $\frac{A}{B} < \frac{C}{D}$ ou $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ ou $\frac{A}{B} > \frac{C}{D}$

   Exemplo[2] 2: Um pintor deseja pintar um painel com uma tonalidade rosa, o mesmo deve misturar 2 galões de tinta vermelha com 3 de tinta branca. Mas como o painel é bastante grande ele misturou 10 galões de vermelho com 15 de branca. A tonalidade da cor rosa será mais clara, mais escura ou a mesma?

3. Problemas de transformação: Há dois tipos de situações nesse tipo de problema.
   I. Alteração do raciocínio: na qual é dada uma equivalência. Posteriormente coloca-se ou retira-se certa quantidade de um ou de dois dos termos que

[1] Retirado do livro de Iezzi et al. (2009).
[2] Adaptado de Mori e Onaga (2002).

compreendem a equivalência e pergunta-se qual relação (<, >, =) é verdadeira depois da modificação?

Exemplo 3: O exemplo 2 pode ser modificado para ilustrar essa situação: Um pintor deseja pintar um painel com uma tonalidade rosa; o mesmo deve misturar 2 galões de tinta vermelha com 3 de tinta branca. Mas como o painel é bastante grande ele misturou 10 galões de vermelho com 15 de branca obtendo a mesma razão. Acrescentando mais 3 galões de tinta vermelha com 4 de branca, a tonalidade permanecerá, aumentará ou diminuirá?

II. Transformações para obter igualdade: é dada uma desigualdade $\frac{A}{B} < \frac{C}{D}$.

A tarefa do estudante é determinar um valor x em qualquer um dos quatro valores (A, B, C ou D) para estabelecer a igualdade entre as relações. Por exemplo: $\frac{A+x}{B} = \frac{C}{D}$.

Exemplo 4: Uma distribuidora de combustível mistura gasolina e álcool em quantidades proporcionais a 8 e 5. Mas ao realizar uma mistura para uma encomenda o funcionário misturou erroneamente 6.800 litros de gasolina com 4.000 litros de álcool. Quantos litros de álcool devem ser adicionados para corrigir o erro?

4. Problemas do valor médio: onde são dados dois valores e a tarefa é encontrar um terceiro. Estes podem ser de dois tipos:

   I. Média Geométrica: $\frac{A}{x} = \frac{x}{D}$

   Exemplo 5: As idades de João, Pedro e Lucas formam respectivamente uma sequência geométrica crescente de razão constante. João possui oito anos e Lucas tem 18. Qual a idade de Pedro?

   II. Média Harmônica: $\frac{A}{B} = \frac{(A-x)}{(x-B)}$

   Exemplo[3] 6: Um carro faz um trajeto de uma cidade A para outra cidade B desenvolvendo uma velocidade média de 80 km/h; na volta, ou seja, no trajeto da cidade B para A, esse mesmo carro desenvolve uma velocidade média de 120 km/h. Qual a velocidade média para realizar todo o percurso de ida e volta?

5. Proporções que envolvem a conversão entre razão, taxa e frações.

[3] Ramalho Junior, F.; Ferraro, N. G.; Soares, P. A. T. (2003)

Exemplo 7: A razão entre rapazes e moças numa sala é de 10 para 8. Qual é a fração de rapazes na turma?

6. Proporções que envolvem unidades de medida assim como números.

   Como em: $\frac{5\ pés}{1\ segundo} = \frac{x\ milhas}{1\ hora}$

   Exemplo[4] 8: Um carro desenvolve uma distância de 90 km em uma hora. Quantos metros esse carro desenvolverá em 1 segundo?

7. Os problemas de conversão entre sistema de representação demandam a mudança na forma de representação de uma razão (fração, taxa, quociente) em outro tipo de representação.

   Exemplo 9: Numa sala de aula a porcentagem de meninas é de 30%. Qual a razão entre o número de meninas e meninos?

Sobre esses diferentes tipos de problemas de proporção, Lesh, Post e Behr (1988) afirmam que os problemas referentes aos números de três a sete são negligenciados na formação escolar, como também no empreendimento de investigação empírica. Os autores defendem ainda a importância de utilizar problemas de comparações não numéricas para o desenvolvimento do pensamento proporcional, sugerindo que tais comparações sejam incluídas nos currículos escolares, bem como em pesquisa sobre o tema da proporcionalidade, por dependerem em geral mais das experiências de fora da escola. Este assunto é mais bem tratado no tópico seguinte.

4.1 Pesquisas empíricas envolvendo proporção

Tendo em vista o apelo para atender às demandas específicas do estudante da EJA, os esforços na produção de pesquisas na área têm aumentado nos últimos anos, com a finalidade de refletir sobre as peculiaridades educacionais desse público específico. No que se refere às investigações no âmbito da Educação Matemática relacionadas à EJA, Januário, Traldi, Santana

[4] Adaptado de Ramalho J. et al. (2003).

e Freitas (2011) realizaram um levantamento bibliográfico das pesquisas nessa área, para o qual foram considerados três periódicos relativos à Educação Matemática ligados a PUC-SP, UNESP e UNICAMP. As buscas também contemplaram as seis últimas reuniões da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, ocorridas entre 2005 e 2010 e os anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática ocorrido em Salvador no ano de 2010.

Os resultados encontrados no levantamento feito por Januário et al. corroboram as informações obtidas na revisão de literatura realizada para embasar a investigação aqui relatada, constatando que os estudos empíricos têm abordado diferentes conteúdos matemáticos como objeto de investigação, tais como resolução de diferentes problemas multiplicativos, dentre eles o raciocínio combinatório. No entanto, verificou-se que poucos estudos têm se ocupado de explorar o conceito de proporção com o público da EJA.

Com base na revisão de literatura constatou-se que os estudos empíricos envolvendo o conceito de proporcionalidade são mais numerosos com o público adolescente da modalidade de ensino regular (Silvestre & Ponte, 2008, 2009; Gonçalves, 2010; Oliveira & Santos, 2000; Costa, 2007; Cordeiro & Floriani, 2005), bem como se encontram alguns estudos com crianças, no contexto brasileiro se destacam autores como Spinillo (1992; 2002; 2005). Em relação ao público adulto existem estudos envolvendo, em sua maioria, o raciocínio proporcional nas situações de trabalho (Carraher, 2003; Silva, 2003) e um número bastante reduzido de estudos com o público específico da EJA (Vizolli, 2006; Magalhães, 1990).

No caso das investigações com crianças pequenas têm se privilegiado os aspectos cognitivos desenvolvimentais envolvidos no raciocínio proporcional e que buscam compreender as estratégias que as crianças pré-escolares utilizam para lidar com as situações de proporcionalidade (Spinillo, 1992; 1995; 2002). Já as investigações com adolescentes do ensino regular, de forma geral, apresentam uma diversidade de interesses, e em sua maioria buscam analisar a compreensão dos aspectos implicados no raciocínio proporcional envolvendo: (i) o reconhecimento de equivalência entre diferentes situações; (ii) a aptidão em pensar em termos relativos; e (iii) o estabelecimento de relações entre relações. (Silvestre & Ponte, 2008, 2009; Gonçalves, 2010; Oliveira & Santos, 2000; Costa, 2007; Cordeiro & Floriani, 2005)

O estudo de Oliveira e Santos (2000) apresenta elementos interessantes acerca da compreensão das relações proporcionais por estudantes do ensino regular. O estudo objetivou investigar o desempenho de 494 estudantes da 5ª à 8ª série do Ensino Fundamental II (correspondente ao 6º e 7º anos), na resolução de problemas de proporção. Para tanto, foi

solicitado que os estudantes resolvessem quatro problemas de proporção direta e quatro de proporção inversa.

Esse estudo evidenciou que estudantes do 6º ano (5ª série), mesmo não tendo estudado formalmente o conceito de proporção (este conteúdo é iniciado formalmente a partir do 7º ano), conseguiram solucionar as situações utilizando ferramentas próprias construídas com base nos conhecimentos anteriores. Os autores desse estudo salientam que a construção de estratégias próprias, em detrimento do algoritmo formal, é calcada na apropriação do significado extraído das situações-problemas e também das experiências anteriores dos estudantes.

Essa discussão acerca da construção de estratégias próprias interessa ao estudo empreendido de que trata esta dissertação, principalmente pelo fato de se tratar de um público-alvo que não recebeu instrução formal acerca do conceito de proporção e, sobretudo, por se tratar de adultos que trazem uma bagagem cultural das vivências muito mais plurais quando comparados às crianças e adolescentes.

Ainda sobre o estudo de Oliveira e Santos (2000), os autores constaram que a maioria dos estudantes utilizou a estratégia da regra de três para resolver os problemas de proporção direta, e os estudantes que não utilizaram esse método apoiaram-se nas estratégias de valor unitário, e em menor frequência no fator de proporcionalidade e na estratégia de adições sucessivas. Os autores justificam esses resultados refletindo que nas situações escolares os estudantes geralmente utilizam estratégias baseadas nos dados numéricos, fornecidos no problema, e muitas vezes não consideram os dados relacionais para chegar à resolução. Os autores salientam ainda que pouco se conhece acerca das estratégias, diferente da regra de três, que os estudantes utilizam para resolver problemas envolvendo o conceito de proporção.

O estudo de Cordeiro e Floriani (2005) também apresenta elementos interessantes que auxiliam no entendimento dos resultados relatados nesta dissertação. A investigação teve como objetivo verificar indícios da compreensão do conceito de proporcionalidade dos estudantes, através da análise das estratégias utilizadas por eles para resolverem os problemas envolvendo tal conceito. Colaboraram com o estudo um total de 82 estudantes de uma escola privada de Santa Catarina, na faixa etária de 12 a 17 anos, sendo que 26 cursando a 6ª série e 21 cursando 8ª série do Ensino Fundamental (equivalente ao 7º e 9º, respectivamente), mais 35 estudantes cursando a 2ª série do Ensino médio (2º ano). Os pesquisadores incluíram os estudantes da 6ª série pelo fato de eles ainda não terem estudado formalmente as relações proporcionais, enquanto os estudantes da 8ª série haviam estudado recentemente e os da 2ª série já fazia algum tempo que haviam estudado o assunto de forma sistemática.

O instrumento matemático aplicado continha problemas multiplicativos do tipo isomorfismo de medidas adaptados de Vergnaud e compreendeu duas categorias: os que envolviam grandezas diretamente proporcionais e os que envolviam grandezas inversamente proporcionais. Além disso, havia duas outras condições: problemas envolvendo a mesma unidade e os que envolviam unidades de medidas diferentes. Para as duas categorias ainda havia subcategorias dos problemas organizados conforme as relações numéricas envolvidas, a saber: os problemas que no enunciado faziam referência à unidade (relação unitária); os problemas em que havia relações de multiplicidade entre os valores numéricos das grandezas (relação múltipla); e os problemas em que não havia uma relação de multiplicidade entre os valores numéricos das grandezas (relação não múltipla).

Cada participante resolveu nove problemas, sendo seis de proporção direta e três de proporção inversa. Como o foco do estudo relatado nesta dissertação compreende grandezas diretamente proporcionais, serão relatados apenas os resultados do estudo de Cordeiro e Floriani referente aos seis problemas envolvendo proporção direta.

Os resultados encontrados apontaram que os estudantes utilizaram uma variedade de estratégias para solucionar os problemas e que as mais frequentes já haviam sido descritas nos estudos de Carraher (1986), Nunes e Bryant (1997) e Vergnaud (1988; 1991) e se tratavam de operação aritmética; adição sucessiva; fator de proporção; regra de três; valor unitário; e diferença. Maiores informações acerca das estratégias são apresentadas no Capítulo III desta dissertação referente ao Sistema de Análise.

Os resultados encontrados apontaram que os estudantes do 2º ano utilizaram invariavelmente o algoritmo da regra de três para solucionar todos os problemas. Contudo, os autores ressaltam que o êxito na resolução com esse tipo de estratégia não significa que o estudante compreende o conceito proporção; essa discussão encontra respaldo nas formulações teóricas de Vergnaud já tratadas em tópicos anteriores.

Constatou-se também que os estudantes da 8ª série utilizaram uma variedade maior de estratégias para resolver os problemas de proporção direta, mas não apresentaram desempenho superior aos estudantes da 6º série que mesmo não havendo estudado o conceito de proporção conseguiram identificar e utilizar a estratégia fator de proporção de forma eficaz. A utilização desse tipo de estratégia demonstra a compreensão do conceito de proporcionalidade, à medida que demanda o reconhecimento da equivalência existente entre os valores da primeira classe e os valores da segunda classe apresentados nos problemas de proporção.

Um dado interessante da pesquisa diz respeito à constatação de que nem sempre os estudantes da 6ª e 8ª série obtinham êxito ao utilizarem a estratégia do valor unitário para

resolverem os problemas de proporção direta não múltipla. A estratégia diferença aparece em todos os tipos de problemas resolvidos por estudantes da 8º série. Já no grupo da 6ª série esta estratégia foi utilizada nos problemas com relações numéricas múltiplas e não múltiplas que envolviam a mesma unidade de medida. No que concerne à estratégia de valor unitário não foi utilizada nos problemas que envolviam relações unitárias, uma vez que o valor da unidade já constava no enunciado. Somente foi identificado o uso dessa estratégia nos problemas que envolviam unidades de medidas diferentes.

Os resultados encontrados no estudo levaram os pesquisadores a concluir que a construção do conceito de proporcionalidade é progressiva, em que pode haver a compreensão em uma situação e em outras, não. Vale ressaltar que é mais fácil encontrar o fator de proporção nas relações múltiplas dos que nas que não o são.

Apesar de se tratar do ensino regular e de estudantes adolescentes as reflexões trazidas no estudo de Cordeiro e Floriani são bastante pertinentes e elucidativas dos resultados encontrados no estudo relatado na presente dissertação. Quatro aspectos sustentam tal afirmação: (i) os autores do sistema de análise da estratégia são comuns; (ii) apesar de não compreender grandezas inversamente proporcionais, foi proposta aos participantes uma variedade de situações através dos diferentes tipos de problemas; (iii) os participantes apresentaram outra variedade de estratégias para solucionar os problemas em que é possível ter indícios do raciocínio desenvolvidos por eles na relação de proporção, semelhante ao estudo empreendido por Cordeiro e Floriani.

No que se refere aos estudos com adultos, em geral, têm sido realizados em contexto de atividades informais. Dos estudos com esse público destaca-se a investigação realizada por Carraher (2003) que comparou o desempenho de mestres de obras e estudantes do ensino regular na resolução de problemas envolvendo a proporcionalidade. Participaram da pesquisa 17 mestres de obras e 16 estudantes escolhidos aleatoriamente da 7ª série (corresponde ao 8º ano). Nessa investigação os problemas matemáticos utilizados para a coleta dos dados consistiam em situações práticas envolvidas nas atividades profissionais dos mestres de obras, sendo apresentadas aos participantes quatro plantas de interiores nas quais não era especificada a escala de planta baixa. Os participantes foram solicitados a resolverem os problemas utilizando como referência quatro tipos de escala, a saber: 1/100, 1/50, 1/40 e 1/33,3, sendo as duas primeiras as mais utilizadas nos ambientes de trabalho e por isso mais familiares aos mestres de obras e as outras duas escalas foram criadas para fins do estudo.

Os participantes foram entrevistados informalmente antes de resolverem os problemas. No caso dos mestres de obras a entrevista tinha por meta coletar informações relacionadas à

escolaridade, prática profissional, entre outras, e só posteriormente eram apresentados os problemas matemáticos. Durante a aplicação foi utilizado o método clínico piagetiano ao final de cada problema para compreender as estratégias utilizadas.

Tal estudo constatou que os mestres de obras, mesmo não tendo recebido instrução formal acerca do conceito de proporção e alguns sem escolaridade nenhuma, utilizavam o raciocínio proporcional de forma intuitiva para resolver os problemas. Esses resultados sinalizam que os profissionais conseguiam se utilizar de seus conhecimentos desenvolvidos nas situações de trabalho (atividades profissionais) para lidar com as situações de proporcionalidade em outro contexto que não era o trabalho. Constatou-se, também, que alguns dos mestres de obras criaram estratégias informais para solucionar o problema e que eles conseguiam conservar o significado do número.

Salienta-se que os estudantes envolvidos na mesma pesquisa haviam recebido instrução formal acerca do algoritmo escolar utilizado em geral para as situações de proporcionalidade, a regra de três; no entanto, os mestres de obras apresentaram índice de acerto significativamente superior nas escalas familiares (escala de 1/100 e 1/50) e não houve diferenças expressivas nos desempenhos dos dois grupos nas outras duas escalas (1/40 e 1,33).

A autora concluiu que os conhecimentos prévios dos mestres de obras em relação às escalas lhes deram vantagem na resolução de problemas que envolviam escalas familiares, onde demonstraram desempenho expressivamente superior aos estudantes que já haviam recebido a instrução formal acerca da proporcionalidade.

Resultados semelhantes aos encontrados no estudo de Carraher (2003) foram obtidos na investigação empreendida por Gomes (2007), ao averiguar os conhecimentos dos números decimais apresentados por estudantes da EJA que exerciam diferentes atividades profissionais. Nessa investigação Gomes (2007) procurou verificar se as estratégias utilizadas pelos participantes para resolver problemas de um contexto familiar também seriam aplicadas na resolução de outros problemas pertencente a um contexto pouco ou não familiar. Para tanto as situações apresentadas conservava os mesmos significados, representações simbólicas e invariantes, modificando-se apenas o contexto.

Participaram desse estudo oito profissionais (4 pedreiros e 4 marceneiros), na faixa etária de 21 a 50 anos de idade, cursando os Módulos I e II (equivalente respectivamente a 1ª e 2ª; 3ª e 4ª série do Ensino Fundamental). Estas séries escolares foi escolhida pelo fato dos estudantes ainda não haverem estudado formalmente sobre os números decimais. Todos os participantes resolverem 12 questões envolvendo os números decimais, sendo quatros questões relacionadas ao contexto da atividade profissional, e portando se configurou um contexto

familiar (marcenaria e construção civil), e mais quatros questões que apresentavam contexto não familiar a todos os participantes (agricultura).

Os resultados encontrados apontaram que os participantes apresentaram uma boa compreensão das situações que envolvem números decimais mesmo sem terem estudando formalmente sobre esse conteúdo. Também foi demonstrado que os profissionais elaboraram estratégias de resolução adequadas ao buscarem referência na experiência profissional na qual frequentemente, tanto os pedreiros quantos os marceneiros, lidam com atividades que envolvem área geométrica e perímetro. O estudo demonstrou ainda que, os participantes tiveram bom desempenho tanto nos problemas do contexto familiar, quanto naquele menos ou não familiar.

Tais resultados sugerem que os conceitos construídos a partir da experiência profissional foram aplicados para lidar com situações de diferentes contextos. Também foi evidenciada a efetividade dos conhecimentos oriundos das experiências não escolares, para lidar com as situações de forma adequada, mesmo antes da escolarização.

Outros estudos com adultos no contexto escolar envolvendo a resolução de problemas no campo das estruturas multiplicativas têm sido empreendidos no contexto da EJA. Dentre eles pode-se mencionar o estudo realizado por Queiroz, Martins e Monteiro (2011) que teve por objetivo analisar o desempenho de estudantes da EJA na resolução de diferentes tipos de problemas multiplicativos envolvendo os conceitos de divisão (partição e quotas) e combinatória. Participaram do estudo 12 estudantes da rede municipal de educação da cidade de Recife-PE cursando a 2ª fase (3º módulo correspondente à 3ª série do Ensino Fundamental). Estes realizaram um teste individual contendo 11 problemas envolvendo as estruturas multiplicativas que foram construídas com base nos diferentes tipos de raciocínios multiplicativos, citados por Nunes e Bryant (1997) e pelo PCN (Brasil, 1997).

Queiroz, Martins e Monteiro (2011) no estudo supramencionado constataram que os estudantes apresentaram maior dificuldade em lidar com cálculos relacionais com predominância dos problemas de combinação e que frequentemente utilizavam o cálculo mental em detrimento das representações heurísticas; tal fato é mencionado pelos autores como uma inibição em fazer desenho por se tratar de adultos. Apesar desse estudo não tratar especificamente do raciocínio proporcional, os resultados referentes ao cálculo relacional e ao tipo de estratégia utilizada nos interessa, ao passo que raciocinar proporcionalmente demanda pensar nas relações envolvidas; além disso, chama atenção a inibição apresentada pelo adulto em utilizar as representações heurísticas, o que nos leva a pensar se essa inibição é recorrente nos adultos.

Outra investigação importante realizada com o público da EJA foi desenvolvida por Vizolli (2006) com o objetivo de identificar os conhecimentos matemáticos mobilizados pelos professores e estudantes ao solucionarem problemas de proporção-porcentagem, bem como os registros verbais escritos durante a resolução dos problemas. A investigação foi realizada com quatro grupos de participantes, identificados como: Estudo I, do qual participaram 3 alunos do terceiro ciclo (equivalente à 3ª e 6ª séries); Estudo II, que teve como participantes uma dupla de alunos também do terceiro ciclo; Estudo III foi realizado com professores de matemática da EJA, mas essas informações não serão tratadas na presente revisão de literatura, na qual se dará ênfase aos dados relacionados aos estudantes. E, por fim, o Estudo IV foi realizado com quatro duplas de estudantes do quarto ciclo (equivalente à 7ª e 8ª séries).

Foram apresentados a todos os participantes problemas de proporção-porcentagem; vale ressaltar que os problemas não eram os mesmos em todos os estudos, mas apresentaram estruturas semelhantes a esses: (i) em 2003, o salário mínimo era R$ 200,00. Se tivesse sofrido um aumento de 30%, de quantos reais teria sido o aumento? (ii) um trabalhador recebe um salário de R$ 500,00 e está defasado em R$ 200,00. Expresse essa defasagem na forma de taxa percentual; (iii) numa eleição em que 3.500 pessoas votaram, um candidato obteve 60% dos votos. Qual o número de votos que esse candidato obteve?

No Estudo I foi solicitado que os alunos resolvessem individualmente 3 problemas de proporção-porcentagem e para obter informações acerca da forma utilizada para solucionar os problemas foi realizada uma conversa individual com os participantes. No Estudo II os participantes foram solicitados a resolverem sete tipos de problemas e simultaneamente foi realizada uma entrevista visando investigar a forma de resolução. No Estudo IV os participantes foram solicitados a resolvem três problemas de proporção-porcentagem e simultaneamente era realizada a entrevista com esse grupo visando obter informações acerca da forma utilizada para solucionar os problemas.

Verificou-se nos três estudos (I, II e IV) que os estudantes fazem uso de diversos registros de representação como os registros de representação aritméticos e na forma de tabela de números proporcionais. Também foi examinado que os estudantes buscaram trabalhar com valores de taxa mais acessíveis e familiares como 10% e 50%. É apontado na literatura que trabalhar com o múltiplo de 5 e de 10 facilita o processo de resolução envolvendo a porcentagem. Constatou-se, também, que os estudantes buscaram suportes em situações do contexto matemático como o referencial de metade, o dobro, a decomposição por quantidade e a tentativa e erro.

Vale ressaltar brevemente que Spinillo (1992) observou no estudo com crianças brasileiras que a estratégia do referencial de metade é importante no processo de conceitualização da proporção; no entanto, é insuficiente por não dar conta de todas as situações, como naquelas em que as quantidades não são múltiplas de 10, o que envolveria a operação com números racionais e irracionais.

Outro resultado interessante do estudo de Vizolli (ibid.) diz respeito aos estudantes buscarem apoio em situações do contexto social para solucionar os problemas, sugerindo que os participantes já possuíam conhecimentos fomentados nas experiências do meio social onde estão inseridos. Foi observado nesse estudo que os participantes buscaram apoio em situações do contexto cultural, do mundo do trabalho, da comercialização, sendo a utilização desses referenciais bastante expressiva nas situações envolvendo o cálculo de salário.

Vizolli sinaliza que é possível perceber nos diálogos com os estudantes a relação entre conhecimentos escolares e não escolares, como na situação em que o estudante verbaliza que 10% de R$ 100,00 é igual a R$ 10,00 transportando esse conhecimento para solucionar os problemas que envolviam essa porcentagem. Assim, pode-se dizer que a primeira verbalização do estudante expressa seus conhecimentos extraescolares aprendidos nas suas atividades cotidianas de lidar com o dinheiro, sendo que a percepção do participante de que 10% faz referência a qualquer relação entre 10 e 100 sinaliza para o desenvolvimento do conhecimento escolarizado.

Outra importante literatura que forneceu subsídios interessantes à investigação aqui relatada foi o estudo empreendido por Magalhães (1990) que teve por objetivo investigar o conhecimento matemático de cozinheiras que ainda não haviam se submetido à instrução formal acerca de proporção. Tal estudo apresenta uma discussão singular da transferência de procedimentos e estratégias utilizadas em situações de atividades profissionais (conteúdo familiar) àquelas não familiares. Participaram desse estudo 60 estudantes, frequentando a 1ª série da EJA de uma escola de Recife-PE e que exerciam a atividade profissional de cozinheira.

O instrumento matemático aplicado apresentava diferentes conteúdos: familiares e não familiares, a fim de testar a hipótese da transferência de saberes de um conteúdo a outro. Os conteúdos familiares incluíam: receitas (8 problemas) e preços (4 problemas). Como conteúdo não familiar foram apresentados problemas com o conteúdo referente a fórmulas de remédios alopáticos.

Foi controlada a ordem de apresentação dos problemas por conteúdo para testar a transferência de saberes de um contexto a outro e se a ordem influenciaria. Para tanto, as participantes foram alocadas em três grupos e a cada um deles era apresentada uma sequência

de conteúdo, a saber: Grupo 1: foi apresentada a sequência: receita, preço, receita; Grupo 2: preço, receita e remédio; Grupo 3: remédio, preço, remédio e receita. É importante mencionar que havia uma equivalência em termos de estrutura matemática para cada par de problemas. Assim, cada problema com o conteúdo receita tinha um problema equivalente com o conteúdo remédio; dessa forma, era possível afirmar que o conteúdo e não outro fator influenciou na transferência de saberes. Com a finalidade de esclarecer melhor a forma como as participantes solucionavam os problemas foi utilizado o método clínico.

De modo geral, os resultados encontrados apontaram que o desempenho variou em função da ordem de apresentação dos problemas, sendo que obtinha maior percentual de acerto o grupo que resolveu primeiro os problemas com preço, sugerindo que estes facilitaram a resolução adequada de problemas seguintes, pois obtinham um maior percentual de acerto.

Quando comparados os pares equivalentes de problemas no contexto receita e remédio, foi constatada uma correlação entre os desempenhos do Grupo 1 (ordem de apresentação: receita, preço, receita) e Grupo 2 (ordem de apresentação: preço, receita e remédio). O resultado que demonstra os conteúdos familiares influenciou o desempenho nos problemas seguintes, incluída a resolução de problemas com conteúdo não familiar, ao passo que as participantes transpunham as estratégias utilizadas em conteúdos familiares para aqueles que não o eram (conteúdo remédio).

O Grupo 3 (remédio, preço, remédio e receita) apresentou desempenho inferior aos demais, pois iniciou com um problema que apresentou conteúdo não familiar. Após a apresentação dos problemas com conteúdo preço foi constatada uma pequena elevação no percentual de acerto dos problemas seguintes.

A pesquisadora ainda realizou entrevistas a fim de investigar como as participantes lidavam com as situações matemáticas de sua prática de trabalho em lócus e foram constados três tipos diferentes de estratégias para lidar com as situações reais, a saber: solução escalar, intuitiva e aditiva. As soluções escalares incluíam o procedimento duplicar as grandezas, nesse caso os ingredientes da receita, para manter a proporcionalidade. No caso das soluções intuitivas verificou-se que as cozinheiras realizavam aproximações na tentativa de preservar a proporcionalidade. Já as soluções aditivas consistiam em adicionar a mesma quantidade de cada ingrediente.

Os resultados da pesquisa sugerem que as participantes desenvolvem estratégias próprias para lidar com as situações de trabalho, muitas vezes apoiadas na intuição, mas obtêm êxito nas situações envolvendo proporcionalidade, mesmo sem terem recebido instrução formal acerca do conceito. Sem dúvida, uma valiosa contribuição foram as constatações de que as

estratégias e procedimentos utilizados para lidar com situações conhecidas terem a possibilidade de serem transferidas possibilitando lidar com situações desconhecidas.

Levando-se em consideração as discussões tecidas, sabe-se que assim como os outros conceitos matemáticos, a compreensão da proporcionalidade tem como ponto de partida a reflexão sobre situações práticas. Em face disso, investigar que implicações a contextualização dos problemas matemáticos por eventos/fenômenos que permeiam a vida social dos indivíduos tem sobre o raciocínio proporcional do estudante da EJA se torna uma questão relevante para a presente investigação.

Partindo da realidade que a maioria dos estudantes da EJA já passou pelo ensino formal de maneira não exitosa, é necessário conhecer como esses estudantes pensam e aprendem para com base nesse conhecimento desenvolver alternativas que diminuam as barreiras de acesso ao conhecimento formal.

Considerando os estudos mencionados na revisão de literatura procurou-se investigar como estudantes da EJA lidam com as situações de proporcionalidade e como os conteúdos que lhe são familiares mobilizam seus recursos cognitivos que lhes permitem raciocinar proporcionalmente. Nesta ocasião é pertinente tratar dos objetivos e percurso metodológico inerente à investigação empreendida, como é abordado no tópico seguinte.

CAPÍTULO II
MÉTODO

2.1 Objetivos

É pertinente investigar que outras estratégias diferentes da regra de três são utilizadas pelos estudantes para solucionar diferentes tipos de problemas de proporção. A literatura tratada aqui aponta para uma limitação da escola em abordar diferentes tipos de problemas envolvendo proporcionalidade, porém há estudos como já mencionado no capítulo anterior, demonstrando que as pessoas conseguem resolver problemas de proporção antes mesmo do ensino formal. Assim pelo fato da maioria dos problemas não serem, ou pouco serem abordados no ensino formal, esperou-se que os participantes apresentassem estratégias particulares para resolverem esses tipos de problemas.

Nesta direção, considerando também a importância dos conhecimentos prévios na resolução de problemas é que o objetivo deste estudo consistiu em investigar o raciocínio proporcional de estudantes da EJA, cursando a 4ª Fase (que corresponde ao 8° e ao 9° ano). De forma específica, investigou-se: (i) as estratégias utilizadas por estudantes 4ª Fase da EJA para solucionar problemas envolvendo o conceito de proporção; (ii) se existem diferenças nos desempenhos e nas estratégias em função dos temas que perpassam vida social apresentados nos problemas, neste estudo em particular, as Eleições presidenciais e a Copa do Mundo realizadas em 2014 no Brasil e (iii) se existem diferenças no desempenho e nas estratégias em função do tipo de problema.

Sobre a escolha da série escolar abordada nesse estudo é importante salientar que os Parâmetros curriculares voltado para a EJA preconiza que no segundo segmento, que compreende da 3º a 4º séries do ensino fundamental, sejam desenvolvidos conceitos e procedimentos relativos ao raciocínio que envolve proporcionalidade. Dessa forma, tal legislação prevê que sejam exploradas situações em que se estabeleça uma relação de covariação entre as grandezas oportunizando ao estudante construir diferentes estratégias, além da regra de três, para lidar com essas situações.

Assim é previsto na legislação que o ensino formal acerca da proporção seja iniciado na terceira fase do Ensino Fundamental e que na fase seguinte os estudantes já tenham dominado algumas habilidades para lidar com as situações que envolvem a proporcionalidade. Contudo,

a realidade da escola em que a pesquisa foi realizada apresentou particularidades em relação ao ensino dos conteúdos de matemática.

A partir das informações obtidas através de conversas informais com professores de matemática da referida escola foi identificado que conteúdos relacionados ao raciocínio proporcional ainda não haviam sido trabalhados com os estudantes nem da terceira e nem da quarta fase até aquele momento da coleta dos dados. Sobre essa limitação no avanço dos conteúdos preconizados pelo PCN os professores atribuem a dificuldade dos estudantes para dominar os conteúdos já ensinados, o que requer constantes revisões e atrasam a abordagem dos conteúdos.

Diante dessa realidade a opção por trabalhar com a 4ª Fase da EJA partiu do pressuposto que estes ainda não haviam estudado o conceito de proporcionalidade nas séries antecedentes, mas que já teriam conhecimentos relacionados a porcentagem, unidades de medidas, operações matemáticas básicas, entre outros conhecimentos elementares. Para embasar essa decisão foram consultados professores da disciplina de matemática da Escola Estadual onde foi coletado os dados dessa pesquisa, os quais discorreram sobre os conteúdos curriculares a serem trabalhados nos anos que compõe o Ensino Fundamenta e as necessidades educacionais dos estudantes atendidos na escola.

É importante esclarecer que de início o objetivo dessa pesquisa previa trabalhar também com estudantes da 3ª Fase, no entanto, a pesquisa piloto realizada com essa classe detectou baixo desempenho dos estudantes em conhecimentos elementares como os mencionados acima, o que inviabilizou a resolução dos problemas propostos, pois estes envolvem diferentes tipos de conhecimento ao tratar das relações de proporcionalidade.

Quanto a hipótese de que os conteúdos familiares auxiliariam o estudante a raciocinar, é válido destaca a perspectiva

2.2 Participantes

Trinta e quatro estudantes, de ambos os sexos, com idade superior a 18 e inferior a 48 anos, frequentado a 4ª Fase da rede pública de ensino na modalidade EJA da cidade de Petrolina-PE. Participaram 21 estudantes do sexo masculino, 13 estudantes do sexo feminino, sendo na faixa etária de 18 a 28 incompletos (feminino: 8 e masculino 11); na faixa etária de 28 a 38 incompletos (feminino: 4 e masculino 5); na faixa etária de 38 incompletos a 48 anos, (feminino: 1 e masculino 5). A faixa etária dos estudantes foi determinada visando minimizar

a distância de idade entre os participantes, uma vez que o público da EJA é bastante heterogêneo e a idade poderia de alguma forma influenciar os resultados dessa pesquisa.

No que se refere as ocupações e profissões esta variável não foi controlada e era bem diversificada incluindo estudantes, empregados do comercio (embalador, conferencistas, cortador de tecido, vendedor), domésticas, cozinheiros, vigilante, trabalhadores da construção civil, motorista/mototaxista, artesão, ao músico e assessor de vereador.

Foram excluídos no tratamento dos dados 6 protocolos de respostas em virtude de não atender a um dos critérios dessa pesquisa que era gostar de pelo menos um dos temas abordados na contextualização dos problemas (Copa do Mundo e Eleição).

2.3 Material, procedimento e planejamento experimental

A presente investigação foi realizada em dois momentos. No primeiro momento foi realizada uma visita a escola para esclarecer acerca dos objetivos da pesquisa e entregar os termos de consentimento livre esclarecido para que os estudantes da 4ª Fase participassem da investigação. Nos Apêndices I e II são apresentadas as considerações éticas sobre a investigação a ser realizada (Apêndice I), e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que foi assinado pelos participantes (ver Apêndice II).

No segundo momento foi realizada a pesquisa em duas sessões individuais, na própria instituição, sendo todos os participantes solicitados a resolverem 18 problemas matemáticos envolvendo proporção simples e responderem uma entrevista semi-estruturada sobre o instrumento aplicado (Apêndice III).

1. Instrumento matemático

Os 18 problemas que compõe o instrumento matemático foram construídos com base nos sete tipos de problemas de proporcionalidade mencionados nos trabalhos de Lesh, Post e Behr (1988), a saber: (i) problemas de valor omisso; (ii) problemas de proporção que envolvem a conversão entre razão, taxa e frações; (iii) problema que envolve a conversão entre razão, taxa e frações; (iv) problema que envolve unidades de medida diferentes; (v) problemas de comparação entre sistemas de representação (vi) problemas de transformação, os quais se subdividem em dois tipos: os problemas que envolvem uma transformação para obter uma igualdade e aqueles que demandam a alteração de raciocínio a partir da modificação da equivalência dada, porém somente foi trabalhado com este último a fim de não deixar o

instrumento muito longo; já os problemas de (vii) valor médio e seus subtipos não foram abordados no presente estudo, uma vez que, estes apresentam uma estrutura diferenciada e cognitivamente demandam um raciocínio mais complexo.

Com objetivo de verificar a hipótese de que os conteúdos familiares auxiliariam o estudante a raciocinar proporcionalmente, os problemas foram contextualizados com os temas eleições presidenciais e copa do mundo, bem como foram apresentados problemas com temas não familiares na realidade cotidiana que foram chamados de Prototípicos (problemas escolares).

Para fins desse estudo problemas matemáticos familiares fazem referência a forma de contextualização da situação problema, na qual se busca uma contextualização vinculada a acontecimentos da vida real e os dados matemáticos são reais ou razoáveis ao modo como o fenômeno acontece. O fato de retratar o fenômeno como ele de fato acontece sustentou a hipótese de que este tipo de contextualização funcionaria auxiliando o raciocínio do estudante.

No que tange aos problemas chamados aqui de Prototípicos, embora possa fazer referência a acontecimentos da vida real, a contextualização da situação problema aborda dados absurdos, pouco provável de acontecer na vida real. Esta forma de contextualização desvinculada da vida dos estudantes é típica da abordagem convencional da matemática nas salas de aula, que privilegia que o estudante seja aprovado na disciplina (Silva & Filho, 2004). As situações dos problemas Prototípicos pelo fato de abordarem dados pouco provável de acontecer na vida real não oferecem ou oferecem pouco subsídios para o estudante pensar sobre o fenômeno/aspecto a ser solucionado.

Os problemas matemáticos aplicados na pesquisa podem ser consultados no quadro a seguir.

Quadro 1: Tipos de problemas e os contextos envolvendo as situações-problema apresentadas na investigação

Temas	Valor omisso	Conversão entre razão, taxa e frações.	Proporções que envolvem unidade de medidas e números.	Problemas de comparação	Problemas de transformação	Conversão entre sistema de representação
Copa do mundo	1. Pedro irá assistir com seus amigos dois jogos da copa do mundo. No primeiro jogo ele gastou R$ 780,00 na compra de 13 ingressos. No segundo jogo, ele tem R$ 540,00. Quantos ingressos de mesmo valor ele poderá comprar para o segundo jogo?	4. Na festa de abertura da copa do mundo, do público esperado, acredita-se que para cada 6 mulheres presentes no estádio existam 9 homens. Qual a porcentagem de mulheres que comparecerão ao evento?	7. Ao ser substituído um jogador da seleção brasileira percorreu 6 quilômetros durante os 40 minutos que jogou na partida. Quantos metros em média esse mesmo jogador percorre em 30 segundos?	10. Ronaldo Fenômeno e Pelé são os maiores artilheiros da Seleção Brasileira em Copas do mundo. Nas copas que disputou Ronaldo marcou 15 gols em 20 jogos e Pelé marcou 12 gols em 15 jogos. Qual dos dois artilheiros teve maior rendimento em Copa do Mundo ou os seus rendimentos foram iguais?	13. Um jogador da seleção mexicana fez 6 gols em 5 jogos que disputou na Copa do mundo de 2010. Atualmente ao jogar o campeonato mexicano esse mesmo jogador teve o mesmo rendimento, ele fez 12 gols em 10 jogos que disputou. Se em mais 2 jogos do campeonato mexicano, o jogador marcar mais 3 gols, o seu rendimento será maior ou menor que na copa de 2010 ou permanece?	16. Num jogo da copa do mundo a ser realizado na Arena Pernambuco comparecerão homens e mulheres. Espera-se que desses 22% sejam mulheres. Qual é a razão entre mulheres e homens?
Eleições	17. Sabe-se que quanto maior o número de deputados a favor maior o horário político, observou-se que nas eleições de 2010, a coligação partidária da presidente Dilma contava com 276 deputados na Câmara e teve cerca de 12 minutos de propaganda eleitoral.	2. Dois partidos políticos disputam as eleições para governador. Observou-se no resultado que a cada 3 votos recebidos pelo partido PJ, o partido PF recebe 12 votos. Qual a porcentagem de votos recebidos pelo partido PJ?	5. Em uma seção eleitoral foi formada uma fila para a votação na urna eletrônica. Observou-se que a cada 4 minutos a fila caminha 3 metros. Em 48 segundos, quantos metros a fila andará?	8. Na apuração de votos da seção do Colégio Marista, um candidato ao governo do Estado obteve 375 votos de um total de 750 votos válidos. Já na seção do Colégio Contato o mesmo candidato obteve 216 dos 540 votos computados. Em qual das seções o candidato	11. Em 2012 um deputado federal compareceu a 90 de 100 seções de votação na Câmara. Em 2013, no período de fevereiro a novembro, o deputado compareceu a 72 de 80 seções de votação na Câmara. Sabendo-se que em dezembro de 2013 aconteceram mais 8 seções de votação e esse deputado	14. Na última eleição do total de deputados eleitos para a Câmara de Deputados Federais 46% destes eram novatos. Qual a razão entre deputados novatos e veteranos?

	Em 2014 a coligação da presidente ficará com 253 deputados. Quantos minutos a candidata terá de horário eleitoral em 2014?			teve maior rendimento ou os seus rendimentos foram iguais nas duas seções?	compareceu a 5 delas, o seu rendimento aumentou, diminuiu ou permaneceu o mesmo em relação a 2012?	
Prototípico	15. Uma torneira gasta 288 segundos para encher um recipiente de 12 litros. Outra torneira gasta 216 segundos com a mesma vazão. Quantos litros a segunda torneira encherá?	18. Duas maquinas copiadoras de marcas A e B trabalham durante o dia. Para cada grupo de 6 cópias que a máquina A faz, a máquina B faz 14 cópias. Qual a porcentagem de cópias tiradas pela máquina A durante o dia?	3. Uma lesma sobe por um poste avançando 6 metros em 4 horas. Quantos centímetros ela avança em 50 minutos?	6. Uma pequena gráfica possui duas máquinas impressoras de marcas A e B. A máquina A gasta 3ml de tinta preta para imprimir 20 folhas em alta definição e a máquina B gasta 5 ml para imprimir 16 folhas em alta definição. Qual das duas impressoras tem maior rendimento ou os seus rendimentos são iguais?	9. Joana leu 28 páginas de um livro em 40 minutos. No dia seguinte ela teve o mesmo rendimento, lendo 56 páginas em 80 minutos de leitura. Se no terceiro dia Joana ler mais 16 páginas do que ela leu no segundo dia e aumentar em 45 minutos o tempo de leitura, seu rendimento no terceiro dia será maior, menor ou igual ao primeiro dia?	12. De uma mistura de água e vinagre 38% é composta de vinagre. Qual a razão entre a quantidade de vinagre e água?

Observação: Os problemas de número 15, 18 e 03 foram retirados do livro de Bigode e adaptados.

Bigode, A. J. L. (2000). Matemática hoje é feita assim. São Paulo: FTD.

Vale ressaltar que o instrumento matemático foi randomizado para controlar eventuais influências por ocasião da ordem de apresentação dos problemas. A randomização dos problemas se deu por sequenciamento diagonal. Esta forma de randomização foi escolhida por possibilitar que o mesmo tipo de problema não ficasse tão próximo um do outro com a finalidade de que o participante não utilizasse automaticamente o mesmo método que utilizou na resolução do problema anterior.

2. Entrevista semi-estruturada

A entrevista semi-estruturada (Apêndice III) teve por objetivo obter informações para traçar o perfil dos participantes, tais como idade, sexo, profissão, como também coletar informações relacionadas à frequência com que os participantes ouvem ou assistem na TV ou rádio sobre os conteúdos presentes nos problemas matemáticos (eleição presidencial e copa do mundo). Em outras palavras, buscava-se obter informações sobre a afinidade dos participantes em relação aos temas propostos, entre outras questões. Optou-se trabalhar com um roteiro semi-estruturado por este favorecer uma abertura para explorar comentários importantes do entrevistado em algumas questões presentes no roteiro, porém sem perder a potência de facilitar a comparação das respostas a uma mesma questão (Lankshear e Knobel, 2008).

3. Procedimentos

Como comentado anteriormente a investigação foi realizada em duas sessões. Na primeira sessão os participantes foram solicitados a resolverem nove problemas matemáticos de proporção simples e na segunda sessão os outros nove problemas restantes e ao final foi realizada a entrevista para obter mais informações sobre o participante e afinidade deste com o tema. Todas as sessões foram gravadas em MP3 e posteriormente transcritas para protocolos individuais, como exemplificado em apêndice (Apêndice IV).

Todos os participantes tiveram a sua disposição o problema impresso em folha oficio A4, lápis, borracha, folha de papel pautado para rascunho e calculadora. O instrumento da calculadora foi utilizado porque os objetivos da pesquisa era investigar o raciocínio proporcional e não se preocupou em averiguar o conhecimento do aluno acerca das quatro operações matemáticas. Sendo, portanto, disposto uma calculadora na mesa sempre do lado direito do participante destro e do lado esquerdo do não destro. Tal critério foi fundamentado em dados obtidos na pesquisa piloto em que se observou que ao colocar a calculadora do lado

esquerdo do participante destro este tendia a não utilizá-la, este fato talvez esteja relacionado à influência da visualização periférica.

Após a apresentação do material a disposição do participante os problemas eram lidos pelo examinador, ficando este à sua disposição durante toda a aplicação. Este poderia ler os materiais quantas vezes desejassem ou solicitar a leitura do examinador, bem como poderia usar a calculadora e os demais materiais dispostos na mesa (o problema impresso, lápis, borracha). Supôs-se que pela diversidade de perfil do estudante da EJA, poderia haver deficiência na leitura que afetasse a compreensão da redação dos problemas, por esse motivo optou-se pelo examinador realizar a primeira leitura dos problemas.

As instruções para aplicação dos problemas podem ser assim resumidas: *Eu vou ler para você o problema matemático e depois você responderá no espaço em branco, do jeito que desejar, a forma como você pensou para resolvê-lo*. Após a resolução do problema, usando o método clínico piagetiano, o pesquisador solicitava explicações sobre a forma como o estudante procedeu para resolver a questão, por exemplo: *como você chegou a esse resultado? O que você fez primeiro?* Esse método possibilitou elucidar o desenvolvimento do raciocínio do participante esclarecendo as estratégias utilizadas por eles na resolução dos problemas apresentados.

Sobre os dados obtidos por meio do método clínico piagetiano foi utilizada neste trabalho a definição de Lankshear e Knobel (2008, p. 150) sobre dados verbais. Esses autores definem dados verbais como "qualquer extensão da linguagem oral, registrada de forma durável e permanente que possa ser revista sempre que desejado". Isto quer dizer que a linguagem verbal captada pelo aparelho de áudio e de forma escrita, quando o participante realizar algum registro gráfico, foram tratados como os elementos fundamentais que permitiram subsidiar as análises tratadas nessa dissertação.

Salienta-se que a aplicação do instrumento matemático obedeceu ao seguinte critério: metade dos participantes responderam os problemas de um a nove na primeira sessão e os problemas de nove a 18 na segunda sessão; a outra metade dos participantes, na ordem inversa, resolveu os problemas de nove a 18 na primeira sessão e os problemas de um a nove na segunda sessão. O Quadro 2 a seguir ilustra a randomização do instrumento e a ordem de apresentação dos problemas para cada grupo de participantes.

Quadro 2: Ordem de aplicação do instrumento matemático para cada um dos grupos

Ordem de aplicação do instrumento matemático		
Ordem	**Primeira sessão**	**Segunda sessão**
Grupo A (n= 20	P1 - P2 - P3 - P4 - P5 - P6 - P7 - P8 - P9	P10 – P11 – P12 – P13 – P14 – P15 – P16 -P17 – P18
Grupo B (n=20)	P10 – P11 – P12 – P13 – P14 – P15 – P16 -P17 – P18	P1 - P2 - P3 - P4 - P5 - P6 - P7 - P8 - P9

É válido mencionar ainda que afim de cuidar para os participantes não compartilhassem as respostas dos problemas com outros que ainda não haviam respondido os problemas, não foi divulgado os gabaritos de respostas. Além disso, também foi observada a ordem de apresentação dos problemas eram alternadas, se o participasse anterior respondeu a ordem A o próximo respondia na ordem B. Foi acordado que na ocasião de devolutiva dos resultados da pesquisa a escola será realizado um encontro coletivo com os participantes para responder as questões e discuti-las.

CAPÍTULO III
SISTEMA DE ANÁLISE

Os dados foram analisados em função de dois aspectos: números de acertos e as estratégias adotadas na resolução dos problemas. Na avaliação do desempenho foram controladas as variáveis internas: tipos de problemas, tipos de problemas associado ao contexto (Copa do Mundo, Eleições Presidenciais e Prototípicos) como também as variáveis externas e afinidade com o contexto.

A classificação do desempenho utilizou o sistema de análise adotado por Lautert (2005) em que aponta três categorias, cuja pontuação varia de zero a um para os dois tipos de situações:

Pontuação 0 (zero) foi conferida às respostas incorretas.

Pontuação 1 (um) foi atribuída as respostas corretas.

Para proceder a classificação do desempenho e das estratégias foram consideradas a explicação verbal do participante sobre a forma como solucionou o problema e as representações gráficas, quando havia. É importante mencionar que na atribuição de pontuação para o desempenho não foi levada em consideração se a estratégia utilizada estava ou não correta, está análise mais aprofundada foi realizada após a classificação das estratégias.

O sistema de análise utilizado para classificação das estratégias foi baseado nos estudos de Carraher (1986), Nunes e Bryant (1997) e Vergnaud (1988; 1991), como também nos dados obtidos com este estudo. Nas investigações encontradas na literatura (Carraher, 1986; Nunes & Bryant,1997; Vergnaud 1988,1991) as principais estratégias identificadas na resolução de problemas multiplicativos envolvendo proporcionalidade compreende, a saber:

Operação Aritmética: A solução é encontrada utilizando operações aritméticas simples de multiplicação ou divisão

Adição Sucessiva: Separa-se as grandezas e estabelece uma relação de proporção e por meio da adição, as duas grandezas são calculadas em conjunto até solucionar o problema.

Fator de Proporção: O estudante utiliza uma lei unária para solucionar o problema, por meio da qual é estabelecida uma relação dentro da mesma grandeza, para posteriormente identificar o fator que vai determinar a relação proporcional que deverá ser aplicando na outra grandeza.

Regra de Três: Descobre-se o valor a partir de outros três, divididos em pares como em a/x = b/c; sendo dados a, b e c e cujos valores têm a mesma grandeza e unidade. O estudante determina o termo desconhecido x.

Valor Unitário: O estudante estabelece uma relação entre grandezas diferentes (hora e velocidade) para encontrar o valor unitário e aplicá-lo a pergunta do problema, que caracteriza a utilização de uma lei binária.

Diferença: Esse tipo de estratégia é definido como um processo inadequado as situações proporcionais, pois não estabelece uma relação multiplicativa e sim uma relação aditiva, entre as classes do problema. Tal estratégia evidencia que o estudante não compreende o significado do problema e tentam resolver o problema por meio da manipulação dos dados.

Os dados encontrados nesse estudo apontaram uma elevada frequência do uso de estratégias que fazem parte do campo conceitual aditivo e mesmo quando os participantes utilizavam estratégias do campo multiplicativo era frequente mesclá-las com operações de adição ou subtração. Em virtude da natureza das estratégias apresentadas pelos estudantes nesta investigação foi estabelecido uma reformatação do sistema de classificação supra mencionado que resultou em seis categorias:

Tipo 1 (T1) – Nesta categoria são inseridas as estratégias vagas, imprecisas e ou circulares (Exemplo 1), bem como os casos em que os participantes não resolvem o problema apresentado (Exemplo 2). Em algumas situações o estudante não consegue finalizar a situação por vários motivos que não serão alvos nas discussões (Exemplo 3).

> **PE3:** Em uma seção eleitoral foi formada uma fila para a votação na urna eletrônica. Observou-se que a cada 4 minutos a fila caminha 3 metros. Em 48 segundos, quantos metros a fila andará?
>
> E: Essa é fácil. Essa faz assim, são: um minuto é 60 segundos, né?
> P: Isso
> E: Então 4 vezes 60 que é igual a 240, né? não vai dá nem metros, não vai andar. Ela vai andar milímetros... vai ser 0,52 centímetros.
>
> Exemplo 1: Participante 32, Contexto da Eleição,

> **PE5:** Em 2012 um deputado federal compareceu a 90 de 100 seções de votação na Câmara. Em 2013, no período de fevereiro a novembro, o deputado compareceu a 72 de 80 seções de votação

na Câmara. Sabendo-se que em dezembro de 2013 aconteceram mais 8 seções de votação e esse deputado compareceu a 5 delas, o seu rendimento aumentou, diminuiu ou permaneceu o mesmo em relação a 2012?

P: Eu acho que essa eu não vou responder não. Vou conseguir não.

Exemplo 2: Participante 2, Contexto Eleição

PP3: Uma lesma sobe por um poste avançando 6 metros em 4 horas. Quantos centímetros ela avança em 50 minutos?

E: Ishiii, complicou. Fosse pelo menos 60 ficaria mais fácil, redondo.
P: Hum.
E: Mas, não é, né? Fazer o quê? Ela sobe 6 metros em 4 horas... não, é.... eu vi 75 centímetros aqui, mas eu creio que esteja errado.
P: Como você fez? Me explica.
E: Eu só... era 3 metros em 4 horas... eu dividi pra ver 6 em 4 só pra ver quanto por hora, mas no fim não daria fator, não daria pra resolver a questão.
P: Porque tu acha que não dá certo?
E: Creio eu que não é o método cabível pra resolver a questão.
P: Tu consegue pensar em outro método?
E: Não, não.

Exemplo 3: Participante 3, Problema Prototípico,

Tipo 2 (T2): Nesta categoria são inseridas as estratégias em que o estudante se apoia em conhecimentos de mundo para solucionar o problema. Duas variações foram detectadas: **T2a** – *o estudante utiliza o conhecimento de mundo sem envolver os dados do problema*, como pode ser visto no Exemplo 4, em que o estudante atribui melhor rendimento ao artilheiro Pelé por já existir a disseminação cultural deste jogador ser o melhor do mundo "Pelé! Porque ele é um jogador bom. É o rei..." **T2b –** *utiliza os dados do problema associando-os ao conhecimento de mundo*. No Exemplo 8 constata-se que o estudante utiliza tanto dos conhecimentos de mundo quanto de conhecimentos matemáticos para apoiar a resolução do problema. Ele utiliza uma estratégia correta para a resolução do problema (valor unitário), porém ao interpretar o resultado numérico encontrado parece ter sido influenciado pela lógica dos horários eleitorais em que o tempo de propaganda eleitoral é segmentado para cada candidato apresentar um pouco de suas propostas, dando como resposta "11 segundos pra cada um".

PC4: Ronaldo Fenômeno e Pelé são os maiores artilheiros da Seleção Brasileira em Copas do mundo. Nas copas que disputou Ronaldo marcou 15 gols em 20 jogos e Pelé marcou 12 gols em

15 jogos. Qual dos dois artilheiros teve maior rendimento em Copa do Mundo ou os seus rendimentos foram iguais?

E: Pelé! Porque ele é um jogador bom. É o rei...
P: porque tu acha que foi Pelé tu tá considerando algum dado do problema? Como gols e os jogos?
E: Considerando os gols Ronaldinho marcou mais. [O entrevistado faz contas com a calculadora]
E: Pelé.
P: Porque? Tu fez algum cálculo?
E: Não!
P: Podemos ir para o próximo?
E: Vamos! Mas com certeza Pelé.

Exemplo 4: Participante 12, Contexto Copa do Mundo.

PE1: Sabe-se que quanto maior o número de deputados a favor maior o horário político, observou-se que nas eleições de 2010, a coligação partidária da presidente Dilma contava com 276 deputados na Câmara e teve cerca de 12 minutos de propaganda eleitoral. Em 2014 a coligação da presidente ficará com 253 deputados. Quantos minutos a candidata terá de horário eleitoral em 2014?

E: (...) cada deputado tem direito a 23 segundos.
P: Você achou como?
E: 276 para 12 minutos.
P: Ai você encontrou o tempo para cada deputado.
E: Ai então aumentou, ou diminuiu o número de deputados?
P: Ficou com 253.
E: Então vai ter alguns segundos pra poder falar.
P: Vai ter quantos?
E: Vai aumentar 11 segundos.
P: Como foi que tu fez?
E: Fiz 276 menos 253 e achei a diferença de candidatos a menos, ai é... dividi por 253 que ela tinha e que deu uma diferença de 11 segundos pra cada um.
P: Quanto tempo ela terá então?
E: 11 segundos pra cada um. Mais ou menos isso.

Exemplo 5: Participante 4, Problema Contexto Eleição.

Tipo 3 (T3): Nesta categoria são inseridas as estratégias em que o estudante apresenta uma resposta apoiada no sentido numérico. Um trabalho de Spinillo, Queiroz e Duarte (2008) traz a perspectiva que o desenvolvimento do sentindo numérico compreende algumas habilidades, tais como: o uso da estimativa e cálculos mentais; fazer uso de diferentes representações e instrumentos compreendendo que alguns deles podem ser mais uteis que outros em função da situação. Na presente investigação o sentindo numérico foi examinado quanto ao aspecto do reconhecimento da magnitude relacional dos números, pois esta habilidade foi identificada em muitas das respostas apresentadas pelos participantes. O trecho abaixo trata de um exemplo em que o participante apesenta um raciocínio apoiado no sentindo número.

PE4: Na apuração de votos da seção do Colégio Alfa, um candidato ao governo do Estado obteve 375 votos de um total de 750 votos válidos. Já na seção do Colégio Beta o mesmo candidato obteve 216 dos 540 votos computados. Em qual das seções o candidato teve maior rendimento ou os seus rendimentos foram iguais nas duas seções?

E: No Marista foi maior.
P: Porque?
E: Foram 750 em uma... acho que o do Marista porque foram 540 no outro colégio e no Marista foi mais, 750 votos.

Exemplo 6: Participante 9, Problema Contexto Copa do Mundo.

Tipo 4 (T4): Nesta categoria são inseridas as estratégias em que o estudante utiliza conhecimentos do campo aditivo para a resolução. Os estudantes adotam as operações de adição e subtração, que conforme Spinillo (1992) podem levar a resposta correta, mas denotam que o estudante não compreende o sentindo de proporcionalidade.

PE5: Em 2012 um deputado federal compareceu a 90 de 100 seções de votação na Câmara. Em 2013, no período de fevereiro a novembro, o deputado compareceu a 72 de 80 seções de votação na Câmara. Sabendo-se que em dezembro de 2013 aconteceram mais 8 seções de votação e esse deputado compareceu a 5 delas, o seu rendimento aumentou, diminuiu ou permaneceu o mesmo em relação a 2012?

E: Diminuiu.
P: Diminuiu? Porque você acha isso?
E: Porque aqui de 100 ele compareceu 90 sessões. Em 2013 de 80 ele compareceu a 72. Em anos diferentes aqui né?
P: É.
E: Então diminuiu.
P: Como você chegou a essa conclusão?
E: Porque tá aqui, tá na cara! Aqui era 100 ele foi 90 e no outro era 80 foi 72. 100 – 90 = 10 e 80 – 72 = 8. Então diminuiu. Tá certo? Se quiser faço outro.
P: Você que sabe, você está satisfeito?
E: 90 – 72, – 5 = 13. É 13 a menos.

Exemplo 7: Participante 12, Problema contexto de Eleição.

Tipo 5 (T5): Nesta categoria são inseridas as estratégias em que o estudante utiliza conhecimentos do campo multiplicativo associados ao campo aditivo. Duas variações foram identificadas. T5a – o estudante resolve o problema utilizando apenas operação aritmética simples de multiplicação ou divisão associada ao raciocínio aditivo (Exemplo 8). T5b – o estudante resolve utilizando a estratégia do valor unitário, contudo busca suportes do raciocínio aditivo (Exemplo 9).

PE1: Sabe-se que quanto maior o número de deputados a favor maior o horário político, observou-se que nas eleições de 2010, a coligação partidária da presidente Dilma contava com 276 deputados na Câmara e teve cerca de 12 minutos de propaganda eleitoral. Em 2014 a coligação da presidente ficará com 253 deputados. Quantos minutos a candidata terá de horário eleitoral em 2014?

E: deu 10 min e 8 segundos.
P: você pode dizer como você fez?
E: eu coloquei 276 menos 253, que é quantidade que ela tem hoje, deu 23. Ai dividi por 12 minutos que ela teve direito no outro ano, deu 1 min e 9 segundos, né? E ai eu diminuí dos 12.
P: então você fez 276 menos 253 e encontrou um resultado e dividiu pelos 12 minutos e encontrou um valor referente a diferença.
E: e depois subtrai de novo.
P: ok.

Exemplo 8: Participante 38, Problema Contexto Eleição

PC1: Pedro irá assistir com seus amigos dois jogos da copa do mundo. No primeiro jogo ele gastou R$ 780,00 na compra de 13 ingressos. No segundo jogo, ele tem R$ 540,00. Quantos ingressos de mesmo valor ele poderá comprar para o segundo jogo?

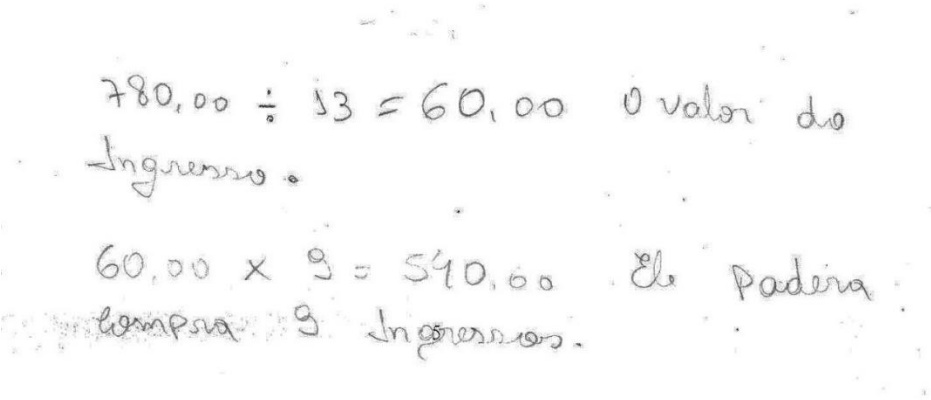


Figura 1: resposta do participante 15 que demonstra a realização de operações multiplicavas associada a operações aditivas

E: Dá pra comprar 9 ingressos do mesmo valor que comprou com 780.
P: 9 ingressos? Como foi que tu descobriu?
E: O valor do ingresso 780 divido por 13 dá 60 reais. 780 menos 540 dá 240 divido por 4, 60, ai 60 vezes 9, 540.

Exemplo 9: Participante 15, Problema Contexto Copa do Mundo

Tipo 6 (T6): Nessa categoria são inseridas as estratégias em que o estudante adota estratégias próprias do campo multiplicativo. Três variações foram detectadas, a saber: **T5a –** o estudante utiliza operações aritméticas simples de multiplicação ou divisão (Exemplo 10); **T5b -** o

estudante utiliza a estratégia de valor unitário (Exemplo 11); **T5c -** o estudante utiliza a estratégia de uso da regra de três para a resolução do problema (Exemplo 12).

PE5: Um jogador da seleção mexicana fez 6 gols em 5 jogos que disputou na Copa do mundo de 2010. Atualmente ao jogar o campeonato mexicano esse mesmo jogador teve o mesmo rendimento, ele fez 12 gols em 10 jogos que disputou. Se em mais 2 jogos do campeonato mexicano, o jogador marcar mais 3 gols, o seu rendimento no campeonato mexicano será maior ou menor que na copa de 2010 ou permanece?

E:Seu rendimento será maior porque ele tem uma média de 1.25 gols por partida.
P: Como tu encontrou esse 1.25?
E: A mesma coisa: eu só somei, ele aumentou 3 gols ele tinha 12 gols em 10 jogos, com os outros gols aumentou pra 15 que no caso dos jogos eram 10 jogos e ele passou mais 2 jogos. Então 15 gols divido por 12 jogos dá 1.25 ele tem um percentual maior de aproveitamento, e aqui ele tem 1.2 é menor.
P: Tu dividiu o quê? Nesse segundo?
E: 12 gols divido por 10 jogos.
P: Ok. Vamos pra próxima.

Exemplo 10: Participante 37, Problema Contexto Eleição.

PP1: Uma lesma sobe por um poste avançando 6 metros em 4 horas. Quantos centímetros ela avança em 50 minutos?

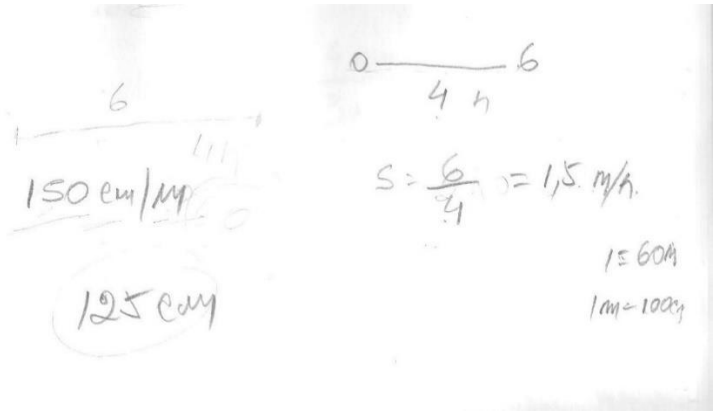


Figura 2: resposta do participante 11 que demonstra estratégias do campo multiplicativo

E: 0, 125 cm.
P: Como foi que tu descobriu?
E: Eu dividi, ela andou 6 metros em 4 horas, 6 divido por 4 dá 1,5 metros por hora. Eu transformei os metros em centímetros e as horas em minutos, ela anda 150 centímetros por minuto e dividi 150 por 60 que é os minutos e multipliquei pela quantidade de minutos.

Exemplo 11: Participante 37, Problema Prototípico.

PP1: Uma torneira gasta 288 segundos para encher um recipiente de 12 litros. Outra torneira gasta 216 segundos com a mesma vazão. Quantos litros a segunda torneira encherá?

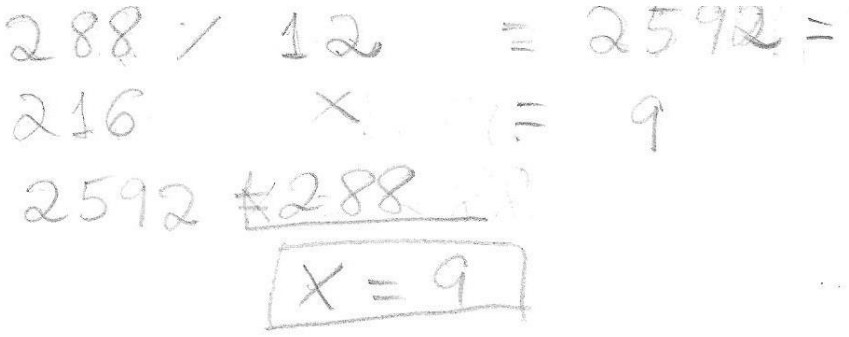


Figura 3: resposta do participante 13 que demonstra estratégias do campo multiplicativo

> E: 288 segundos, 12 litros. No caso 288 segundos pra encher 12 litros e essa torneira aqui com a mesma vazão... se é com a mesma vazão e com menos segundos ela vai encher menos no caso. No caso eu vou ter que multiplicar 216 vezes 12, dá 2592. Eu achei que tinha entendido, mas agora fiquei confuso. No caso, 216 multiplicado por 12 dá 2592, esses 2592 multiplicado por 288, vai dá 9. 9 litros. No caso se aqui fosse uma equação x seria igual a 9.

Exemplo 12: Participante 33, Problema Prototípico**.**

Todas as estratégias adotadas pelos estudantes foram analisadas e classificadas por dois juízes independentes, cujo percentual de concordância entre eles foi de 93,52%. As classificações discordantes foram analisadas por um terceiro juiz também independente sendo esta análise considerada final.

CAPÍTULO IV
ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

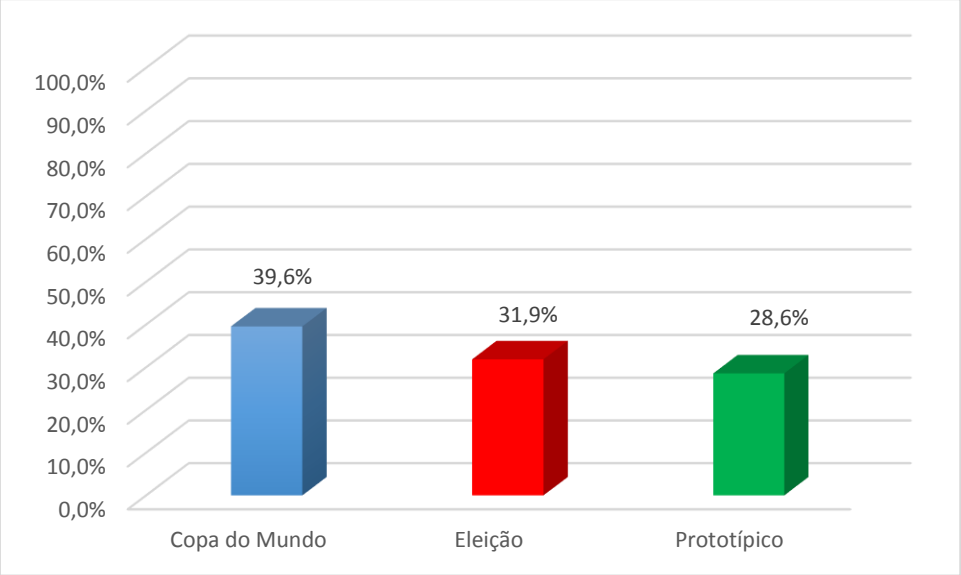
Neste capítulo são apresentados os resultados analisados em função de dois aspectos: desempenho e estratégias adotadas na resolução dos problemas. Buscou-se analisar os dados tendo como viés três aspectos principais propostos nesta investigação: (i) as principais estratégias utilizadas pelos estudantes para solucionar os seis tipos de problemas envolvendo proporcionalidade; (ii) a existência de diferenças no desempenho e nas estratégias em função dos temas que perpassam a vida social, neste estudo em particular Copa do Mundo e Eleições; e (iii) a existência de diferenças no desempenho e nas estratégias em função do tipo de problema.

Na análise do desempenho foi considerado o número de acertos em cada contexto (Copa do Mundo, Eleições e Prototípicos), como também a relação do acerto em cada um dos seis tipos de problemas de proporção, já descritos anteriormente. Também foi investigada a relação entre a variável externa relativa à afinidade com o contexto e o desempenho nos problemas correspondentes ao que o participante declarou gostar mais.

4.1. Desempenho geral

O desempenho dos participantes nos três contextos (Copa do Mundo, Eleições e Problemas Prototípicos) pode ser visualizado no Gráfico 4. Como pode ser observado, de modo geral os participantes apresentam um melhor desempenho no contexto da Copa do Mundo (39,6%), quando comparado aos dois outros contextos: Eleições (31,9%) e Prototípicos (28,69%). O teste estatístico de Friedman detectou diferenças significativas entre os contextos ($p = ,014$).

Figura 4: Percentual de acerto por contexto (Gráfico)



O teste de Wilcoxon detectou diferenças significativas apenas nos problemas de Copa do Mundo quando comparados aos Problemas Prototípicos (Z= -2,976; p = ,003). Não foram detectadas diferenças quando comparados os problemas Prototípicos vs. Eleições (Z= - ,770; p = .441) e quando comparados os problemas de Copa do Mundo vs. Eleições (Z= -1,723; p = 0.85). Tais resultados revelam que embora os estudantes apresentem um desempenho melhor nos problemas de Copa do Mundo (36,9%), não se constata uma diferença significativa quando se compara ao contexto das Eleições (31,9%), apenas em relação aos problemas Prototípicos (28,6%).

Com a finalidade de buscar explicações para o resultado encontrado acerca das diferenças de desempenho em função do contexto, investigou-se a frequência de acerto nos três contextos considerando separadamente os participantes que declararam ter mais afinidade com a temática Copa do Mundo e os que declaram gostar mais da temática Eleições.

Assim, do universo de 11 participantes que declararam gostar mais da temática Eleições quase a metade pontuou mais nos problemas da Copa do Mundo (43,7%), contra um percentual menor de acerto no contexto Eleições (29,7%) que foi semelhante ao percentual de acerto nos problemas Prototípicos (26,6%). Já dos 21 participantes que declararam gostar mais da temática Copa do Mundo chama a atenção o fato de que embora pontuem melhor nos problemas pertencentes ao contexto que eles gostam mais, o desempenho nos outros problemas não foi tão discrepante quanto no grupo que gosta mais da temática Eleições (Copa do Mundo: 37,7%; Eleições: 33,0% e Prototípico: 29,3%). Um dado curioso diz respeito aos dois participantes que

declararam gostar de ambos os temas igualmente. Os dois participantes apresentaram desempenhos iguais nos três contextos; contudo, não é possível afirmar ao certo o que levou a esse resultado por causa do pequeno número de participantes que declarou ter afinidade com os dois temas igualmente.

De forma geral, os resultados encontrados mostram que tanto os participantes que declaram maior afinidade com a temática Copa do Mundo quanto os que gostam mais de Eleições acertam mais os problemas pertencentes ao contexto da Copa do Mundo. Tais constatações devem ser analisadas com cuidado, pois durante a entrevista os participantes foram questionados de quais dos dois temas eles gostavam mais; isto quer dizer que gostar mais de um que de outro não implica em deixar de gostar daquele que não foi escolhido. Além disso, o roteiro de entrevista não diagnosticou a intensidade com que o participante gostava do tema. Esta informação poderia ser obtida através de uma escala de gradação do tipo *liket*, como, por exemplo, o participante apontar de 0 a 5 o quanto ele gostava, sendo que quanto mais perto de zero menor a intensidade.

Ademais, não foi possível controlar a variável desejabilidade social, que é a inclinação para dar respostas, opiniões ou se comportar de modo coerente com o que é desejado socialmente, mesmo negando aquilo que de fato corresponde ao que a pessoa pensa. Apesar de o Brasil ser considerado o país do futebol, para alguns participantes ter que escolher entre a temática Copa do Mundo e Eleições pode os ter deixado constrangidos em escolher a primeira temática e parecer pouco inteligente, uma vez que a pesquisa de que eles participaram estava relacionada ao contexto escolar.

Assim não foram detectadas diferenças significativas entre o desempenho no contexto Copa do Mundo e Eleições, embora percentualmente os estudantes tenham obtido melhor desempenho no contexto Copa do Mundo. Contudo, vale considerar que gostar mais de uma temática não implica ter domínio das situações nela inseridas, no entanto, a proporcionalidade pode fazer ‘mais sentido’ para o estudante quando no contexto de Copa de Mundo ou pelo fato de acharem esse contexto mais interessante.

O melhor desempenho dos participantes nos problemas pertencentes ao contexto da Copa do Mundo, também, pode estar relacionado ao fato de este acontecimento ter ocorrido em 2014, no Brasil, período em que a investigação foi realizada. Os dados parecem indicar maior afinidade em relação à Copa e isso pode ter maior relação com o fato de ela ter sido realizada no país com uma cobertura maior pelos diferentes meios de comunicação, chegando até mesmo aos produtos com a logomarca do evento, como, por exemplo, xampus com brinde da camisa do Brasil e revista de coleção de adesivos referentes à Copa do Mundo.

Nessa direção, o contexto Eleições pode ter se configurado como uma situação pouco familiar. Dados da entrevista referente à intensidade de exposição aos dois temas, Copa do Mundo e Eleições, auxiliam a entender melhor esses dados. Foi solicitado que os participantes indicassem a frequência com que eles ouviam ou assistiam sobre os temas que incluíam os seguintes graus de intensidade: muito, pouco, moderado ou nada.

Constatou-se que a maior parte dos participantes assinalou para o tema Copa do Mundo entre muito e moderado; já quando se referia às Eleições em geral relatavam de moderado a pouco. Talvez o fato de serem menos expostos ao assunto Eleições possa ter equiparado os problemas desse contexto aos Prototípicos, configurando-se como uma contextualização pouco vinculada aos acontecimentos próximos e, portanto, familiares, como ocorreu com os problemas da Copa do Mundo.

No que se refere aos problemas Prototípicos se observa um desempenho inferior, pelo menor percentual de acertos e significâncias estatísticas apontadas. Vale ressaltar que o tipo de situação proposta caracteriza os problemas Prototípicos como tradicionais, aqueles desvinculados da realidade e adotados com maior frequência no contexto escolar. Os resultados encontrados nesta investigação demonstram que esse tipo de problema não favorece o raciocínio do estudante, possivelmente por abordarem conteúdos pouco ou não familiares

As causas associadas a um menor desempenho em problemas tradicionais são diversas, uma delas pode estar relacionada ao fato de a contextualização nesse tipo de problema na maioria das vezes ser distante da realidade das pessoas, ou apresenta dados tão absurdos que dificultam o estudante de pensar na situação dada como algo que faz parte das práticas cotidianas.

Ainda nessa discussão acerca do desempenho por contexto se faz necessário pontuar algumas ressalvas quanto à forma como foi contextualizado o problema do tipo Prototípico de Número 4 (problema de comparação 4), em virtude da forma como foi elaborado. A redação do problema Prototípico de Comparação versa que: *uma pequena gráfica possui duas máquinas impressoras de marcas A e B. A máquina A gasta 3 ml de tinta preta para imprimir 20 folhas em alta definição e a máquina B gasta 5 ml para imprimir 16 folhas em alta definição. Qual das duas impressoras tem maior rendimento ou os seus rendimentos são iguais?*

Esse problema se mostra frágil para a proposta de ser um problema Prototípico, uma vez que, atualmente, diferente de um tempo atrás, as impressoras domésticas se popularizaram, e abordar essa contextualização pode ter influenciado positivamente o desempenho, no caso, conter uma situação familiar aos participantes.

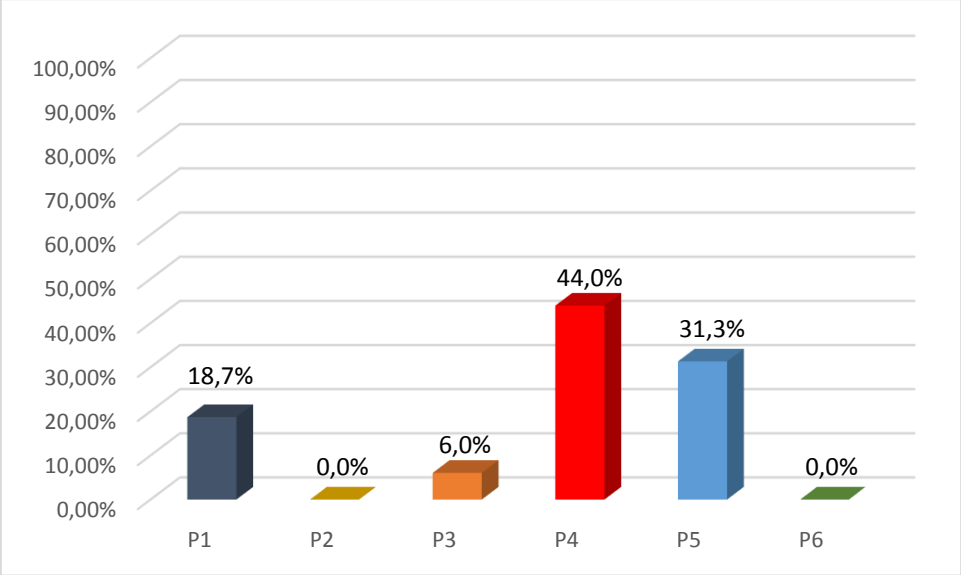
Considerando os resultados descritos e tendo em vista os esclarecimentos feitos acima referentes às variáveis não controladas, somente é possível afirmar que houve influência da familiaridade com contexto, quando se trata dos problemas da Copa do Mundo. Tal resultado evidenciou que o contexto mais familiar ao estudante o auxiliou a pensar no momento de resolver os problemas matemáticos, uma vez que, o desempenho nos problemas do contexto Copa do Mundo foi estatisticamente superior ao desempenho dos estudantes nos problemas Prototípicos.

Além de verificar a diferença no desempenho em função do contexto e afinidade com este, também foi uma questão de a presente investigação verificar se havia diferenças no desempenho em função dos diferentes tipos de problemas de proporcionalidade.

O Gráfico 5 mostra o percentual de acertos em cada um dos seis tipos de problemas apresentados aos participantes desta pesquisa. Pode-se observar que os estudantes pontuam mais nos problemas de Comparação – P4 (44,0%), seguido dos de Transformação – P5 (31,3%). Por outro lado pontuam menos nos problemas que envolvem unidade de medidas e números – P3 (6,0%) e não pontuam naqueles que demandam a conversão entre razão, taxa e representação – P2 e a conversão entre sistemas de representação – P6; tais diferenças foram comprovadas quando aplicados os testes estatísticos Friedman e Wilcoxon.

Observa-se também que os problemas de Conversão entre razão taxa e representações e os problemas de conversão entre sistemas de representação não foram corretamente solucionados por nenhum dos participantes, o que sugere que a solução dessa tipologia de problema apresenta um grau de complexidade maior em relação aos outros.

Figura 5: Percentual de acertos por tipo de problema (Gráfico)



Nota: P1 (Problema de Valor omisso); P2 (Problema de Conversão entre razão taxa e representações); P3 (Problema que envolve unidade de medidas e números); P4 (Problema de Comparação); P5 (Problema de Transformação); P6 (Problema de Conversão entre sistemas de representação).

O teste de Friedman indicou haver diferenças no desempenho em função dos tipos de problemas ($p<0,05$). A Tabela 1 apresenta as significâncias detectadas pelo teste de Wilcoxon quando comparados os problemas que foram pontuados pelos participantes: P1 (Problema de Valor omisso); P3 (Problema que envolve unidade de medidas e números); P4 (Problema de Comparação) e P5 (Problema de Transformação). Não foram incluídos nesta tabela os valores de significância das comparações entre os problemas P2 (Problema de Conversão entre razão taxa e representações) e P6 (Problema de Conversão entre sistemas de representação) e os demais problemas, tendo em vista que os participantes não acertam esses tipos de problemas, assim já se sabe que há diferenças no desempenho entre estes e os demais problemas.

Tabela 1: Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de problemas

Comparações entre os tipos de problemas	Z	P
P1 vs P3	-3,641	,000
P1 vs P4	-4,339	,000
P1 vs P5	-2,873	,004
P3 vs P4	-4,997	,000
P3 vs P5	-4,466	,000
P4 vs P5	-2,820	,005

É possível observar na tabela 1 que houve diferenças significativas entre todos os tipos de problemas, evidenciando que eles apresentam diferentes níveis de complexidades. De modo

geral, constata-se que os problemas de comparação são mais facilmente resolvidos pelos participantes seguidos dos problemas *de* Transformação *(*31,0%) e os de *valor* omisso (18,7%). Observa-se, também, que o menor desempenho ocorreu nos problemas que envolvem unidade de medidas e números – *P3* (6,0%).

Tal constatação tem relação com o fato de esse tipo de problema apresentar um grau de complexidade diferenciado, à medida que envolve distintos campos conceituais, incluindo as noções de diferentes sistemas de unidades de medidas. Assim, além de conceitos variados esse tipo de problema exige a percepção da relação proporcional entre as unidades de medidas, o que requer a interação de esquemas mais complexos resultante da junção entre a noção de covariação e os esquemas relacionados às unidades de medidas.

Faz parte desse tipo de situação o problema identificado como **PC3,** que apresenta a seguinte situação: *Ao ser substituído um jogador da seleção brasileira percorreu 6 quilômetros durante os 40 minutos que jogou na partida. Quantos metros em média esse mesmo jogador percorre em 30 segundos?*

Uma das formas mais comuns de solucionar esse tipo de problema tem início no procedimento de transformação de quilômetros em metros e de minutos em segundos, o que sinaliza a percepção da proporção entre as diferentes representações de medidas. Para uma solução correta desse tipo de situação, independente da ordem em que os procedimentos são realizados, deve-se considerar a proporção entre as unidades de medidas.

A prova de Wilcoxon também sinalizou diferenças significativas entre o desempenho nos problemas de Valor omisso e nos problemas de *Comparação* (Z= -4,339; p ,000) e entre os de Valor omisso e os problemas de Transformação (Z= -2,873; p= ,004).

Os problemas do tipo Valor omisso ocupam a terceira posição dos mais bem pontuados, depois dos problemas de Comparação e de Transformação, como ilustrado no Gráfico 5. Possivelmente a melhor performance nos problemas do Tipo P1, P4 e P5 sobre os demais tenha relação com o fato de os mesmos demandarem conjunturas de esquemas diferenciados, ao passo que os problemas que apresentam menores rendimentos demonstram exigir dos participantes articulação de esquemas e conceitos matemáticos mais complexos. Contudo, cada um dos problemas constitui um desafio cognitivo diferente; dessa maneira é pertinente comentá-los de forma breve.

Nessa direção, é possível que o melhor desempenho nos problemas de Comparação possa estar relacionado ao fato de esse tipo de problema não exigir uma resposta numérica, mas a comparação das razões dadas. O ato de comparar razões não exige que o participante realize operações matemáticas mais complexas quanto aos demais problemas, pois requer basicamente

a operação de divisão. Vale ressaltar que a solução desse tipo de problema envolve a interpretação da situação proposta para que o participante possa fazer o julgamento qualitativo e assim chegar à solução. Caracteriza-se como um problema de comparação a situação proposta no problema identificado como PC4, sua redação versa que: *Ronaldo Fenômeno e Pelé são os maiores artilheiros da Seleção Brasileira em copas do mundo. Nas copas que disputou Ronaldo marcou 15 gols em 20 jogos e Pelé marcou 12 gols em 15 jogos. Qual dos dois artilheiros teve maior rendimento em Copa do Mundo ou os seus rendimentos foram iguais?*

Assim, a situação mencionada acima solicita que o participante aponte se as razões são iguais, ou se uma é maior ou menor que a outra. É importante considerar que mesmo que o participante cometa erros conceituais há maior possibilidade de acerto pelo fato de esse tipo de problema não exigir uma resposta numérica; em caso contrário, o participante deveria apresentar uma resposta numérica exata. Salienta-se, ainda, que há a possibilidade de se obter êxito, emitindo respostas aleatórias (ao acaso), o que popularmente é denominado de "chute".

O exemplo mencionado acima ainda pode ser facilmente resolvido calculando as razões entre o número de gols e o número de jogos para cada jogador. Depois de calculadas as razões o participante somente precisa comparar as mesmas, exigindo talvez um menor esforço cognitivo quando comparadas as situações propostas em outros problemas.

Nessa mesma linha de pensamento, a superioridade no desempenho dos problemas de Transformação pode ter justificativa semelhante aos problemas de Comparação no sentido de não exigir uma resposta numérica. Porém, vale ressaltar que o problema de Transformação requer um raciocínio qualitativo mais complexo, se comparado aos problemas de Comparação, ao passo que o participante precisa perceber que modificação feita na equivalência dada anteriormente demanda a alteração do seu raciocínio inicial. Esta maior complexidade de raciocínio justifica as diferenças estatísticas apontadas pela prova de Wilcoxon entre esses dois problemas *(Z= -2,820; p= ,005).*

No caso específico dos problemas de transformação trabalhados nesta investigação, o tipo 1, é apresentada uma equivalência e posteriormente coloca-se ou retira-se certo valor à equivalência dada. Veja o problema identificado como PE5: *Em 2012 um deputado federal compareceu a 90 de 100 seções de votação na Câmara. Em 2013, no período de fevereiro a novembro, o deputado compareceu a 72 de 80 seções de votação na Câmara. Sabendo-se que em dezembro de 2013 aconteceram mais 8 seções de votação e esse deputado compareceu a 5 delas, o seu rendimento aumentou, diminuiu ou permaneceu o mesmo em relação a 2012?*

Nesse tipo de problema a tarefa do participante consiste em avaliar se após a modificação a relação entre as partes é maior, menor ou igual. Para a correta solução deste

problema o participante precisa adicionar as oito seções que ocorreram, a quantidade de seções que houve até novembro de 2013 e adicionar o número de cinco sessões à quantidade anterior a que o candidato compareceu em 2013. Feito isso o participante ainda precisará fazer o julgamento qualitativo efetivando a comparação entre as grandezas.

Considerando que os estudantes apresentam um melhor desempenho nos problemas de Comparação (P4) e de Transformação (P5) buscou-se investigar se o tipo de contexto poderia estar influenciando no desempenho dos estudantes quando se consideram os problemas de Comparação e Transformação, sendo a frequência e percentuais ilustrados na Tabela 2 a seguir:

Tabela 2: Frequência e porcentagem (entre parêntese) de acertos em cada contexto nos problemas de Comparação e Transformação.

	Tipos de Problemas	
Contextos	Comparação (n= 80)	Transformação (n=57)
Copa do Mundo	20 (25%)	26 (46%)
Eleição	28 (35%)	22 (38%)
Prototípicos	32 (40%)	9 (16%)

Nota: n corresponde ao número de respostas corretas em cada contexto.

É possível observar na Tabela 2 que os problemas de comparação do contexto Eleição e Prototípico foram os mais bem pontuados pelos participantes, sugerindo que a solução desses problemas é mais simples em relação ao mesmo problema do contexto Copa do Mundo. Entretanto, esse resultado deve ser analisado com bastante cuidado, pois é preciso levar em consideração a ressalva feita anteriormente acerca do problema de comparação do contexto Prototípico. Como já mencionado, a contextualização tratada retrata o funcionamento de um aparelho eletrônico que tem se tornado popular na sociedade. Assim, a forma como o problema foi elaborado pode ter representado uma situação familiar aos participantes, aspecto que estimula o uso dos conhecimentos de mundo, como será mais discutido no tópico da análise das estratégias utilizadas pelos participantes.

Já no caso dos problemas de Transformação a Tabela 2 mostra que os desempenhos dos participantes foram influenciados pelos contextos, como confirmado pelo teste de Friednam ($p < 0,05$). O teste do Wilcoxon detectou que os participantes apresentaram melhor desempenho

nos problemas pertencentes ao contexto Copa do Mundo e Eleições. Dessa maneira, pode-se concluir que o contexto influenciou positivamente o desempenho dos participantes nos problemas do contexto Copa do Mundo e Eleições em problemas de Transformação.

Outro dado que merece ser pontuado se refere ao fato de o instrumento aplicado ter possibilitado 612 respostas; desse total, 177 questões foram deixadas em branco pelos participantes, o equivalente a 28,9% das respostas. Em 15 questões, que correspondem a 2,4% alguns dos participantes iniciaram a resolução, porém não conseguiram concluí-la.

Além disso, os problemas de *Conversão entre razão taxa e representações e de Conversão entre sistemas de representação* foram os mais complexos no que tange ao grau de dificuldade matemática, pois nenhum dos participantes conseguiu pontuar. Os dois problemas mencionados apresentaram maior número de participantes que deixaram em branco, que nem ao menos tentaram solucionar os problemas propostos.

Tal resultado referente aos problemas do tipo Conversão entre sistema de representação possivelmente está relacionado ao fato de sua solução demandar a mudança na forma de representação de uma razão. A razão dada, por exemplo, pode estar na forma de taxa e a tarefa solicitada consiste em apresentá-la com outro tipo de representação, considerando para isto a relação de proporção entre esses sistemas. Sendo assim, demanda que o participante busque suportes de diferentes representações e conceitos matemáticos.

No caso dos problemas de proporções que envolvem a conversão entre razão, taxa e representações, estes não requerem cálculos matemáticos mais complexos. O grau de complexidade desse tipo de situação pode estar relacionado ao domínio que ela requer de conhecimentos do campo das estruturas multiplicativas envolvendo diferentes sistemas de representação. No caso específico dos problemas solicitados verifica-se que os participantes não compreendem o conceito de razão, o que impossibilitou a correta solução dos problemas.

Aspectos relacionados à forma de resolução serão discutidos no tópico seguinte que trata das estratégias utilizadas pelos participantes para solucionar os problemas propostos por esta investigação.

4.2 Análises das estratégias de resolução

Como comentado anteriormente a análise das estratégias foram construídas com base nos estudos de Carraher (1986), Nunes e Bryant (1997) e Vergnaud (1988; 1991), a partir dos

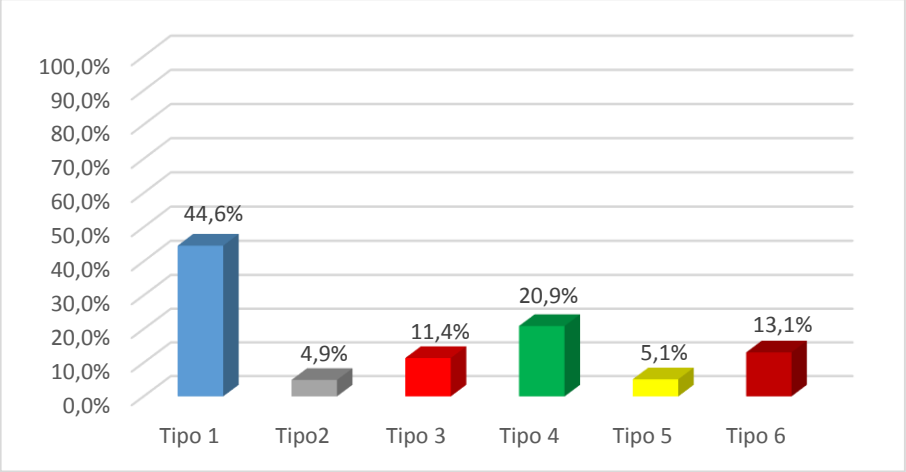
quais foram identificadas seis estratégias, a saber: Tipo 1 (compreende as estratégias imprecisas ou ausentes); Tipo 2 (respostas baseadas no conhecimento de mundo); Tipo 3 (respostas apoiadas no sentido numérico); Tipo 4 (respostas caracterizadas pela utilização de operações aditivas); Tipo 5 (campo multiplicativo associado a operações aditivas); e Tipo 6 (campo multiplicativo).

Inicialmente são apresentados os resultados sobre as estratégias de modo geral; em seguida, serão apresentadas as estratégias considerando os três contextos investigados (Copa do Mundo, Eleições e Problemas Prototípicos) e, posteriormente, são apresentadas as estratégias considerando os tipos de problemas matemáticos propostos na investigação, como já mencionado acima, a saber: problema de valor omisso (P1); problema de conversão entre razão taxa e representações (P2); problema que envolve unidade de medidas e números (P3); problema de comparação (P4); problema de transformação (P5); problema de conversão entre sistemas de representação (P6).

4.2.1 As estratégias no geral

Como pode ser observado no Gráfico 6 que os estudantes apresentam mais estratégias do Tipo 1 (imprecisa ou ausente 44, 6%) quando comparado aos outros tipos: Tipo 2 (Conhecimento de mundo: 4,9%); Tipo 3 (Sentido numérico: 11,4%); Tipo 4 (Operações aditivas: 20,9%); Tipo 5 (Campo multiplicativo associado a operações aditivas: 5,1%); e Tipo 6 (Campo multiplicativo: 13,1%). A segunda estratégia mais utilizada pelos estudantes foi a do Tipo 4 (20,9%) seguida das estratégias do Tipo 6 (13,1%) e do Tipo 3 (11,4%). Esses resultados foram confirmados pelo teste estatístico Friedman que revelou diferenças significativas entre os tipos de estratégias no geral ((p<0,05).

Figura 6: Percentual de estratégias utilizadas pelos participantes no geral (Gráfico)



Nota: Tipo 1 (imprecisa ou ausente); Tipo 2 (conhecimento de mundo); Tipo 3 (sentido numérico); Tipo 4 (operações aditivas); Tipo 5 (campo multiplicativo associado a operações aditivas) e Tipo 6 (campo multiplicativo).

Para verificar as diferenças entre os tipos de estratégias foi aplicado o teste estatístico Wilcoxon. A Tabela 3 apresenta os valores das estatísticas e dos níveis de significância dessas comparações em relação aos tipos de estratégias.

Tabela 3: Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias no geral

Comparações entre as estratégias	Z	P
Tipo 1 vs Tipo 2	-4,896	,000
Tipo 1 vs Tipo 3	-3,999	,000
Tipo 1 vs Tipo 4	-2,621	,009
Tipo 1 vs Tipo 5	-4,502	,000
Tipo 1 vs Tipo 6	-3,172	,002
Tipo 2 vs Tipo 3	-4,015	,000
Tipo 2 vs Tipo 4	-4,557	,000
Tipo 2 vs Tipo 5	-2,179	,029
Tipo 2 vs Tipo 6	-4,271	,000
Tipo 3 vs Tipo 4	-,905	**,365**
Tipo 3 vs Tipo 5	-3,194	,001
Tipo 3 vs Tipo 6	-,111	**,912**
Tipo 4 vs Tipo 5	-3,794	,000
Tipo 4 vs Tipo 6	-1,127	**,260**
Tipo 5 vs Tipo 6	-3,091	,002

De modo geral, verifica-se no Gráfico 6 que houve diferenças significativas na frequência de uso das estratégias, salvo algumas exceções decorrentes das comparações entre

as estratégias do Tipo 3 com as do Tipo 4 e 6. As significâncias estatísticas demonstraram frequência de uso semelhante das estratégias baseadas no sentindo numérico (Tipo 3), aditivas (Tipo 4) e daquelas próprias do campo multiplicativo (tipo 6).

Como ilustrado no Gráfico 6 a maioria das respostas dadas aos problemas foram classificadas como do Tipo 1 (44,6%). A expressividade das respostas classificadas como do Tipo 1 (imprecisa ou ausente) está relacionada ao grande número de respostas deixadas em branco ou corresponde a respostas imprecisas ou que os participantes não explicitaram as bases do seu raciocínio. Isto porque se constata, ainda, que alguns participantes iniciam a resolução, mas não finalizam.

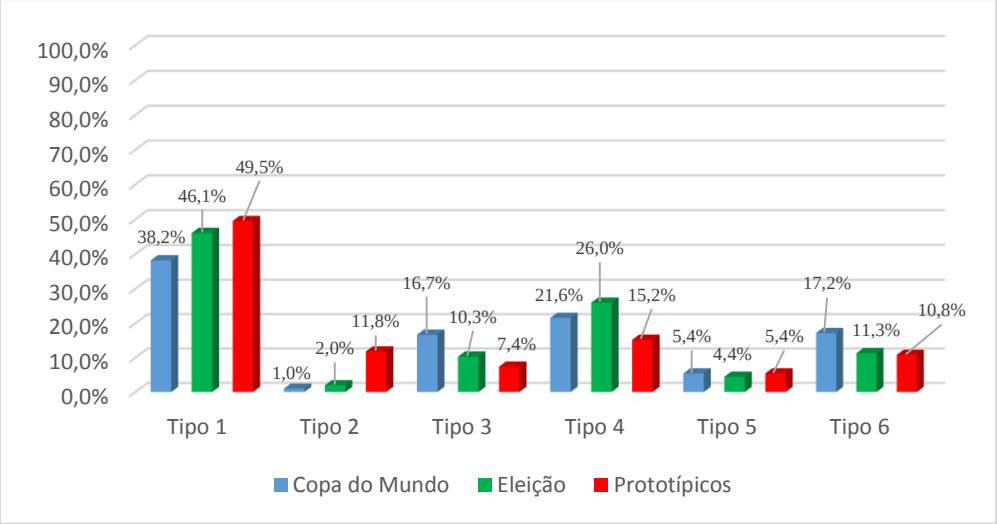
Ressalta-se que ausência de justificativa nem sempre está relacionada à dificuldade ou falta de compreensão do adulto no que se refere à tarefa, podendo, algumas vezes, indicar muito mais uma impossibilidade de explicitação do conhecimento já construído do que a falta deste.

Ademais, embora os participantes apresentem percentuais diferentes nas estratégias do Tipo 3 (11,4%), Tipo 6 (13,1%) e Tipo 4 (20,9%) o teste estatístico Wilcoxon (ver Tabela 3) não detectou diferenças significativas quando se comparam esses tipos de estratégias.

4.2.1.1. Estratégias *versus* contextos

Considerando que três contextos foram analisados buscou-se investigar se esses poderiam estar influenciando no tipo de estratégia a ser utilizada pelo participante. O Gráfico 7 ilustra a distribuição das estratégias considerando os três contextos investigados (Copa do Mundo, Eleições e Prototípicos).

Figura 7: Percentual de uso das estratégias por tipo de problema (Gráfico)



De modo geral, constata-se que a maioria dos participantes adota as estratégias do Tipo 1 (imprecisa ou ausente) nos três contextos: Copa do Mundo (38,2%), Eleição (46,1%) e Protótipico (49,5%). A segunda estratégia mais adotada foi Tipo 4 (operações aditivas), que apresentou maior percentual de uso no contexto Eleição (26,0%), seguido do contexto Copa do Mundo (21,6%), e menor percentual nos problemas Prototípicos (15,2%). Observa-se também que as estratégias do Tipo 6 (campo multiplicativo) ocupam a terceira posição na lista das mais utilizadas pelos participantes desta pesquisa de forma mais expressiva nos problemas do Contexto Copa do Mundo (17,2%) e de forma similar no contexto das Eleições e Protótipico (respectivamente, 11,3% e 10,8%).

O contexto mostrou ter um efeito significativo sobre os tipos de estratégias, como detectado pelo teste de Friedman, aplicado separadamente nas estratégias do Tipo 1: p = ,018; Tipo 2: p= ,0001; Tipo 3: p= ,026; Tipo 4: p= ,006 e Tipo 6: p= ,02. Não foram detectadas diferenças significativas quando comparados os contextos no Tipo 5: p= .853.

Para verificar as diferenças entre os contextos em cada tipo de estratégia foi aplicado o teste estatístico Wilcoxon que revelou diferenças significativas no Tipo 1 (imprecisa ou ausente) entre o contexto de Copa do Mundo e os problemas Prototípicos (Z= - 2,689; p= ,007). Tais resultados parecem revelar que os estudantes apresentam mais dificuldades para explicitar suas respostas quando os problemas são Prototípicos (escolares), do que quando esses são inseridos em um contexto como a Copa do Mundo.

No que tange às estratégias do Tipo 5 (campo multiplicativo associado a operações aditivas) verifica-se que essas aparecem de modo semelhante nos três contextos (Copa do Mundo: 5,4%; Eleições 4,4% e Prototípicos 5,4%), resultado esse confirmado pelo teste

estatístico Friedman que revelou não existirem diferenças significativas entre os contextos (p = ,853). Ao que parece quando os estudantes demonstram o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo apoiado em operações do campo aditivo o tipo de contexto não influencia na escolha da estratégia, o que não ocorre com os outros tipos de estratégias.

O uso de estratégias do Tipo 5 (campo multiplicativo associado a operações aditivas) sinaliza que apesar de os participantes buscarem suportes do campo das estruturas aditivas alguns deles demonstraram perceber a relação de covariação entre os valores. Do conjunto de participantes que utilizaram essa estratégia parte deles fez uso de operações aritméticas simples de multiplicação e/ou divisão associada a operações de adição e/ou subtração simples (Ver exemplo 1), e outra parte utilizou operações aditivas como suporte para o procedimento da estratégia de valor unitário, que é uma estratégia do campo multiplicativo (Ver exemplo 2). Os exemplos 1 e 2 ilustram duas formas de resolução diferente apresentadas ao mesmo problema:

PP1: Uma torneira gasta 288 segundos para encher um recipiente de 12 litros. Outra torneira gasta 216 segundos com a mesma vazão. Quantos litros a segunda torneira encherá?

E: se ela avança 6 metros em 4 horas... 4 horas são 6 metros... então dividi primeiro 6 por 4 pra ter uma base de quanto vai dá por minuto, porque aqui é menos de uma hora. Dividindo por 4 dá pra saber quantos metros ela percorre por hora, né? Acho que o primeiro passo é esse saber quanto ela avança por hora e depois saber quanto ela vai avançar em minutos, 50 minutos que é pouco menos que uma hora, dez minutos a menos.
P: faz do jeito que tu pensando.
E: pra dividir 6 por 4 fica complicado, eu vou usar a calculadora.
P: pode usar a calculadora na hora que quiser, fica à vontade.
E: porque vai ter fração, é uma conta pequena. Deu um metro e meio a cada hora.
P: hum, ai ele pergunta quantos metros avança em 50 minutos.
E: a resposta final é que é importante. Agora 1 metro e meio divido por 50 minutos. Ah então no caso se ela percorre... vou dividir por 10.
P: vai dividir por 10? Porque?
E: porque no caso uma hora tem 60 minutos. Se eu dividi por 60 no caso um metro e meio, não, porque seria segundos, não? Porque eu vou saber quanto ela vai percorrer a cada 10 segundos, não?
P: tu quer saber quanto ela percorre a cada 10 segundos.
E: porque ai é so saber quanto ela percorre em 60 segundos, cada 10 segundos corresponde a 10 minutos.
P: hum...
E: 1,5 divido por 6 segundo, da 0,25. Seria 1,5 divido por 6... 0,25 vezes 5 daria 1,25. É 0,25 a menos do que ela percorre em 1 hora, entendeu?
P: hum, escreve ai pra mim.
E: 1,25 aqui seria um metro e meio, né? 1 metro e 50, como no caso é 25 a menos, dá 1,25.

Exemplo 1: Participante 33, Problema Prototípico

E: ela encherá 9 litros.

P: como foi que você descobriu?
E: 288 segundos dividido pela quantidade de litros, dá 24 segundos.
P: sim...
E: 24 vezes 3, 72, eu tô dando 24 segundos pra cada litro. 24 vezes três dá 72 e, 3 menos 12 dá 9. Então 216 vai encher 9 litros.
P: e como tu chegou a esse número 3?
E: 3? 288 menos 216 dá 72. 72 divido por 3, dá 24.
P: ah. Ok.

Exemplo 2: Participante 15, Problema Prototípico.

Nessa direção, uma possível explicação para o resultado encontrado nesta pesquisa aponta similaridades no uso dessas estratégias nos três contextos, podem ter explicações no fato de os participantes que usaram esse tipo de estratégias demonstrarem um conhecimento mais complexo e sofisticado em relação às estratégias dos Tipos 1, 2, 3 e 4. Assim, semelhante ao resultado encontrado por Gomes (2007), os participantes dessa pesquisa demonstraram capacidade de generalização desses esquemas para situações semelhantes, como é o caso dos problemas propostos, pois apesar de apresentarem contextualizações diferenciadas, uma mesma tipologia de problema, por exemplo, os problemas de valor omisso, apresenta a mesma estrutura lógica matemática.

Em relação às estratégias do Tipo 6 (campo multiplicativo), como pode ser observado no Gráfico 4, estas foram mais utilizadas no contexto da Copa do Mundo. Tal resultado foi confirmado pelo teste estatístico Wilcoxon, que revelou diferenças significativas entre o contexto Copa do Mundo e os outros dois contextos: Eleições e Prototípicos (respectivamente, Z= -2,090; p= ,037 e Z= -2,503; p= ,012). Este resultado sugere que os estudantes desta pesquisa desenvolvem o raciocínio proporcional de forma mais expressiva ao resolverem de contextos mais familiares.

Tal constatação referente à superioridade do raciocínio multiplicativo nas respostas do contexto da Copa do Mundo se deve em parte às estratégias utilizadas pelos participantes para resolver os problemas de valor omisso. Nesse tipo de problema os participantes utilizaram mais estratégias próprias do campo multiplicativo, como cálculo do valor unitário, e uma pequena parte usou estratégias associadas ao campo da multiplicação com operações do campo aditivo. Nos exemplos a seguir são ilustradas duas formas diferentes de utilização da estratégia do valor unitário para resolver o mesmo problema de valor omisso:

PC1: Pedro irá assistir com seus amigos dois jogos da copa do mundo. No primeiro jogo ele gastou R$ 780,00 na compra de 13 ingressos. No segundo jogo, ele tem R$ 540,00. Quantos ingressos de mesmo valor ele poderá comprar para o segundo jogo?

E: dá pra 9 ingressos.
P: como tu fez?
E: eu descobri 780 divido pra 13, achei 60.
P: e esse 60 é o quê?
E: um ingresso. Ai com 540 ele vai comprar, o quê? 9 ingressos.
P: e como tu descobriu que dá pra comprar 9? Como tu fez?
E: eu diminuí. No caso, vou ter 13 ingressos com 780, tirando de 60 em 60.... até bater os 540.

Exemplo 3: Participante 26, Problema Contexto Copa do Mundo

E: é... 9 ingressos.
P: como foi que tu descobriu?
E: dividi 780 por 13, obtive o valor de cada ingresso e dividi o valo de 540 pelo valor do ingresso.

Exemplo 4: Participante 4, Problema Contexto Copa do Mundo

Observa-se no exemplo 3 que o participante desenvolve o raciocínio aditivo percebendo a relação de covariação entre os valores dados, mas recorre a operações aditivas, nesse caso a subtração, como suporte para chegar a resposta final. Por outro lado, há aqueles participantes que utilizam estratégias realizando apenas operações de divisão e/ou multiplicação, que são aquelas consideradas mais adequadas as situações que envolvem proporcionalidade, esse é o caso da resposta descrita no exemplo 4. É possível observar, olhando para esses dois modos de solução para o mesmo problema, que as estratégias próprias do campo multiplicativo são mais "econômicas" do ponto de vista matemático, chega-se a solução mais rapidamente e realizando um mínimo de operações. Isto indica uma melhor performance pela estratégia do Tipo 6, nesse caso, por se configurar como mais sofisticada.

O desenvolvimento de um raciocínio multiplicativo no problema de valor omisso parece ter sido influenciado pela contextualização do problema envolver relação monetária, e também por se configurar cognitivamente um pouco mais simples em relação aos demais problemas da mesma tipologia, por envolver somente variáveis discretas. Os problemas de Comparação podem ser observados no Quadro 3 a seguir:

Quadro 3: Problemas de comparação no contexto Copa do Mundo e Eleições apresentados aos estudantes

Contexto	Problemas de comparação
Eleições presidenciais	Na apuração de votos da seção do Colégio Marista, um candidato ao governo do Estado obteve 375 votos de um total de 750 votos válidos. Já na seção do Colégio Contato o mesmo candidato obteve 216 dos 540 votos computados. Em qual das seções o candidato teve maior rendimento ou os seus rendimentos foram iguais nas duas seções?
Copa do Mundo	Ronaldo Fenômeno e Pelé são os maiores artilheiros da Seleção Brasileira em Copas do Mundo. Nas copas que disputou Ronaldo marcou 15 gols em 20 jogos e Pelé marcou 12 gols em 15 jogos. Qual dos dois artilheiros teve maior rendimento em Copa do Mundo ou os seus rendimentos foram iguais?

O problema de comparação do contexto Copa do Mundo traz uma situação em que o participante precisa avaliar e indicar quem foi melhor, Ronaldo ou Pelé, ou se eles apresentaram rendimentos análogos. Este tipo de situação levou os participantes a pensar matematicamente apoiados no sentido do número, como no exemplo abaixo:

> E: "Pelé teve mais rendimento que marcou 12 gols em 15 jogos."
> P: "Por que tu acha isso?"
> E: "Porque mesmo eu não sei, mas 20 ele (Ronaldo) fez 15 gols em 15 e Pelé marcou 12 só em 15, se Pelé jogasse 20 seria mais gols, eu acho."

Exemplo 1: Participante 2, Problema Contexto Copa do Mundo

O trecho acima referente à resposta do participante demonstra que o participante reconhece a magnitude relativa dos números, que é uma das habilidades citadas no estudo de Spinillo, Queiroz e Duarte (2008).

Já ao resolver os problemas de comparação do contexto Eleições a maioria dos participantes utilizou estratégias aditivas. Ao que parece este resultado está relacionado ao fato de a situação envolver quantidade de votos. Ao que parece por se tratar de quantidade de votos os participantes tendiam a fazer operações do campo aditivo, manipulando os dados do problema de modo a retirar ou adicionar quantidades de votos, como pode ser observado no trecho abaixo:

> E: "O rendimento foi maior na primeira sessão, foi mais."
> P: "Como tu tá pensando?"
> E: "É porque assim: 375, metade. 540 menos 216 dá 324. 324 menos 375 votos a mais na segunda sessão."

Exemplo 2: Participante 15, Problema Contexto Eleições

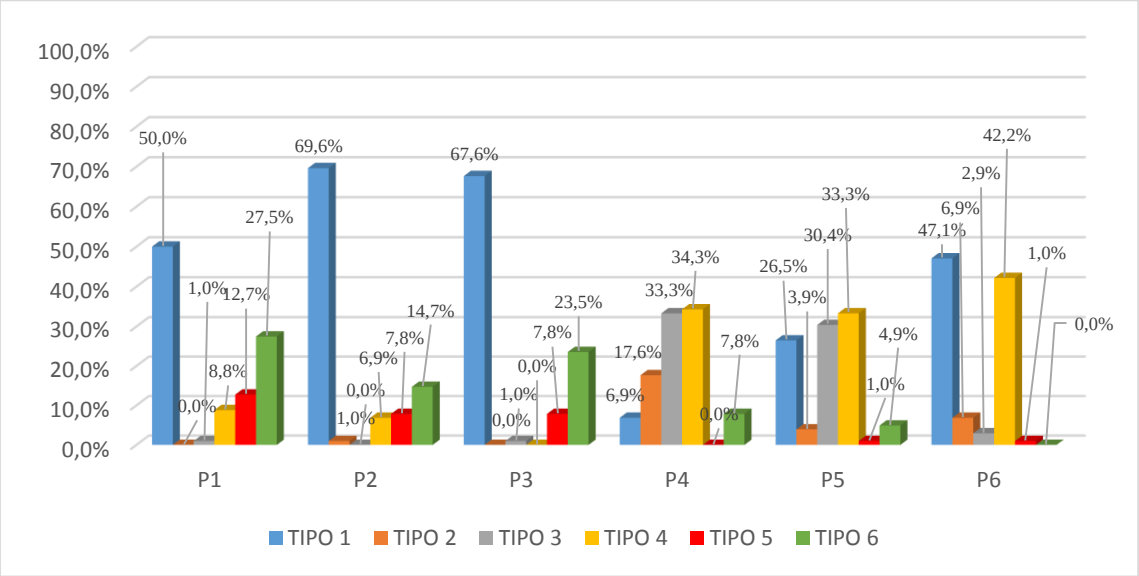
De modo geral as estratégias do Tipo 4 (operações aditivas), como pode ser observado no Gráfico 4, apresentaram percentual de uso maior nas respostas aos problemas do contexto Eleições (26%) quando comparado aos outros dois contextos Copa do Mundo (21,6%) e Problemas Prototípicos (15,2%). Contudo, o teste estatístico Wilcoxon revelou diferenças significativas apenas em relação aos contextos Eleições *versus* os problemas Prototípicos (p= ,003).

Em síntese, os resultados destas análises parecem indicar que o desenvolvimento de um raciocínio mais sofisticado é propiciado pela contextualização dos problemas e que os contextos não familiares, como é o caso do contexto Prototípico, auxiliam pouco o estudante a implementar estratégias evocando o raciocínio multiplicativo. Entretanto, salienta-se que quando os estudantes demonstram o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo apoiado em operações do campo aditivo o tipo de contexto não influencia na escolha da estratégia.

4.2.1.2. Estratégias *versus* tipos de problemas de proporção

Considerando que os participantes realizaram diferentes problemas de proporção também se buscou investigar se o tipo de estratégia estaria relacionado ao tipo de problema apresentado. De forma geral, pode ser observado no Gráfico 8 que as estratégias do Tipo 1 (imprecisa ou ausente) aparecem mais nos problemas P2 (conversão entre razão, taxa e representação: 69,6%) e P3 (envolvem unidade de medidas e números: 67,6%) e são pouco frequentes nos problemas P4 (comparação: 6,9%) e P5 (transformação: 26,5%). Constata-se, ainda, que as estratégias do Tipo 4 aparecem em maior percentual nos problemas P6 *(*Problema de conversão entre sistemas de representação 42,2%), P4 (Problema de comparação 34,3%) e P5 (Problema de transformação 33%).

Figura 8: Percentual de distribuição de tipos de estratégias considerando os tipos de problemas investigados (Gráfico)



Nota: P1 (Problema de Valor omisso); P2 (Problema de Conversão entre razão taxa e representações); P3 (Problema que envolve unidade de medidas e números); P4 (Problema de Comparação); P5 (Problema de Transformação); P6 (Problema de Conversão entre sistemas de representação); Tipo 1 (imprecisa ou ausente); Tipo 2 (conhecimento de mundo); Tipo 3 (sentido numérico); Tipo 4 (operações aditivas); Tipo 5 (campo multiplicativo associado a operações aditivas) e Tipo 6 (campo multiplicativo).

O teste de Friedman detectou haver diferenças no uso das estratégias de resolução em função do tipo de problema ($p < 0,05$). Com a finalidade de compreender melhor a diferença detectada pelo teste de Friedman foi aplicado o teste estatístico Wilcoxon para cada tipo de problema separadamente.

Problemas de valor omisso – P1

A Tabela 4 apresenta os valores das estatísticas e dos níveis de significância das comparações em relação aos tipos de estratégias utilizadas para resolver os problemas de valor omisso.

Tabela 4: Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias utilizadas para resolver problemas de valor omisso.

Comparações entre as estratégias	Z	P
Tipo 1 vs Tipo 2	-4,460	0,000
Tipo 1 vs Tipo 3	-4,416	0,000
Tipo 1 vs Tipo 4	-3,777	0,000
Tipo 1 vs Tipo 5	-3,534	0,000
Tipo 1 vs Tipo 6	-1,981	0,048
Tipo 2 vs Tipo 3	-1,000	**0,317***
Tipo 2 vs Tipo 4	-2,460	0,014
Tipo 2 vs Tipo 5	-2,919	0,004
Tipo 2 vs Tipo 6	-4,089	0,000
Tipo 3 vs Tipo 4	-2,126	0,033
Tipo 3 vs Tipo 5	-2,652	0,008
Tipo 3 vs Tipo 6	-3,909	0,000
Tipo 4 vs Tipo 5	-0,693	**0,488***
Tipo 4 vs Tipo 6	-2,630	0,009
Tipo 5 vs Tipo 6	-2,416	0,016

Nota: Não foram detectadas diferenças significativas.

Como pode ser observado na Tabela 4 constata-se que as estratégias do Tipo 6 (campo multiplicativo) apresentam diferenças significativas quando comparadas às demais estratégias, excluindo-se apenas as estratégias do Tipo 1 (imprecisa ou ausente) que apresentou frequência de uso superior em todos os tipos de problemas. Isto indica que ao resolverem os problemas de valor omisso os participantes adotam uma estratégia de raciocínio multiplicativo de forma mais expressiva.

Enquanto estratégias baseadas no conhecimento de mundo (Tipo 2) e no sentido numérico (Tipo 3) não foram utilizadas ou o uso foi irrisório, as estratégias do campo aditivo (Tipo 4) e as multiplicativas associadas ao raciocínio aditivo (Tipo 5) foram utilizadas em frequências significativamente semelhantes. O teste Wilxoxon não detectou diferenças significativas entre o Tipo 2 *versus* Tipo 3 (p = 0,317) e o Tipo 4 *versus* Tipo 5 (p= 0,488).

De modo, geral pode-se perceber que os participantes ao solucionarem os problemas de valor omisso e explicarem as bases de seu raciocínio, as estratégias do Tipo 6 (campo multiplicativo) se sobressaem em relação às demais revelando que parte dos participantes lidam com os números de modo relacional e fazem uso de operações próprias do campo multiplicativo. É importante mencionar que neste conjunto de estratégias os participantes utilizaram mais a estratégia do valor unitário e poucos fizeram uso de operações aritméticas

simples de multiplicação ou divisão e apenas em duas situações foi utilizado o algoritmo da regra de três.

Também é possível observar que não houve diferenças significativas na frequência de respostas, inadequadas às situações de proporcionalidade de que fazem parte as estratégias do campo aditivo (Tipo 4) e as estratégias, *a priori*, adequadas às situações de proporcionalidade, as estratégias do Tipo 5 *(*campo multiplicativo associado a operações aditivas).

Problemas de conversão entre razão taxa e representações – P2

A Tabela 5 apresenta os valores das estatísticas e dos níveis de significância das comparações em relação aos tipos de estratégias e aos problemas de conversão entre razão taxa e representações.

Tabela 5: Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias no problema de conversão entre razão taxa e representações.

Comparações entre as estratégias	Z	P
Tipo 1 vs Tipo 2	-4,815	0,000
Tipo 1 vs Tipo 3	-4,885	0,000
Tipo 1 vs Tipo 4	-4,414	0,000
Tipo 1 vs Tipo 5	-4,374	0,000
Tipo 1 vs Tipo 6	-4,123	0,000
Tipo 2 vs Tipo 3	-1,000	**0,317***
Tipo 2 vs Tipo 4	-1,890	**0,059***
Tipo 2 vs Tipo 5	-1,725	**0,084***
Tipo 2 vs Tipo 6	-2,801	0,005
Tipo 3 vs Tipo 4	-2,121	0,034
Tipo 3 vs Tipo 5	-2,060	0,039
Tipo 3 vs Tipo 6	-3,066	0,002
Tipo 4 vs Tipo 5	-0,212	**0,832***
Tipo 4 vs Tipo 6	-1,441	**0,149***
Tipo 5 vs Tipo 6	-1,271	**0,204***

Nota: Não foram detectadas diferenças significativas.

De modo geral constata-se que da mesma forma como aconteceu nos problemas de valor omisso é irrisório o uso de conhecimento de mundo e do sentido numérico como estratégias para solucionar os problemas de conversão entre razão taxa e representações. Como em todos os tipos de problemas as estratégias do Tipo 1 (imprecisa ou ausente) foram as mais apresentadas nas respostas e por isso sua frequência é significativamente diferente das demais.

O segundo tipo de estratégia mais utilizado para resolver o problema em questão foi o que caracteriza o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo (Tipo 6), seguido das estratégias que associam operações multiplicativas a operações aditivas (Tipo 5), dentre as quais o teste estatístico não detectou diferenças significativas. Este resultado, *a priori*, sugere que os estudantes fazem uso das estratégias mais sofisticadas para responder o tipo de problema de conversão entre razão, taxa e representações – P2 e que para esse tipo de problema o raciocínio aditivo e o multiplicativo foram acionados, pois como revelou o teste estatístico não existem diferenças significativas entre essas duas estratégias (Tipo 5 vs. Tipo 6 p = 0,204*).

É importante discutir que as estratégias utilizadas para responder a esse tipo de problema (P2) foram mais restritas, ao passo que, do conjunto que cada tipo de estratégia representa, os participantes fizeram uso daquelas mais simples. Esse foi o caso do conjunto de estratégias do Tipo 6 (campo multiplicativo*)*, das quais os participantes utilizaram apenas operações aritméticas simples de multiplicação e/ou divisão. Da mesma forma as respostas classificadas como do Tipo 5 *(*campo multiplicativo associado a operações aditivas*)* demostram que os participantes fizeram uso apenas de operações aritméticas simples de multiplicação e/ou divisão associadas a operações de adição e/ou subtração.

Assim, apesar de usarem estratégias mais sofisticadas (Tipo 5 e 6) constatou-se ao analisar as respostas dadas a esses problemas que os participantes utilizaram estratégias bastante simples para tentar resolver um problema que demanda operações de esquemas mais complexos, como já discutido ao tratar dos desempenhos dos participantes nos seis tipos de problemas trabalhados.

Problemas que envolvem unidades de medidas e números – P3

A Tabela 6 apresenta os valores das estatísticas e dos níveis de significância das comparações em relação aos tipos de estratégias e aos problemas que envolvem unidades de medidas e números.

Tabela 6: Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias e problemas que envolvem unidades de medidas e números.

Comparações entre as estratégias	Z	P
Tipo 1 vs Tipo 2	-4,903	0,000
Tipo 1 vs Tipo 3	-4,906	0,000
Tipo 1 vs Tipo 4	-4,903	0,000
Tipo 1 vs Tipo 5	-4,463	0,000
Tipo 1 vs Tipo 6	-3,340	0,001
Tipo 2 vs Tipo 3	-1,000	**0,317***
Tipo 2 vs Tipo 4	0,000	**1,000***
Tipo 2 vs Tipo 5	-2,271	0,023
Tipo 2 vs Tipo 6	-3,482	0,000
Tipo 3 vs Tipo 4	-1,000	**0,317***
Tipo 3 vs Tipo 5	-1,933	**0,053***
Tipo 3 vs Tipo 6	-3,337	0,001
Tipo 4 vs Tipo 5	-2,271	0,023
Tipo 4 vs Tipo 6	-3,482	0,000
Tipo 5 vs Tipo 6	-2,347	0,019

Nota: Não foram detectadas diferenças significativas.

De modo geral constata-se que a frequência de uso das estratégias do Tipo 1 (imprecisa ou ausente) é significativamente diferente das demais estratégias. Dessas uma parte menos expressiva corresponde a situações em que não foi possível identificar as estratégias utilizadas pelos participantes, e outra parte menor ainda se trata de tentativas de resoluções que não foram finalizadas.

O segundo tipo de estratégias mais utilizadas foi aquelas próprias do campo multiplicativo (Tipo 6), porém, a maioria dessas estratégias consistiram em operações aritméticas simples de multiplicação e/ou divisão; a outra parte se refere a estratégias de valor unitário e apenas uma resposta apresenta o algoritmo da regra de três.

Observa-se que o uso das estratégias baseadas no conhecimento de mundo (Tipo 2), no sentido numérico (Tipo 3) e uso exclusivo de estratégias do campo aditivo não foram utilizadas ou foi irrisório. As operações do campo aditivo foram identificadas e apenas associadas a operações próprias do campo multiplicativo; nas estratégias do Tipo 5 tiveram uso expressivo, mas ainda menor que as estratégias próprias do campo multiplicativo.

Problemas que envolvem comparação – P4

A Tabela 7 apresenta os valores das estatísticas e dos níveis de significância das comparações em relação aos tipos de estratégias e aos problemas que envolvem comparação.

Tabela 7: Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias e problemas que envolvem comparação.

Comparações entre as estratégias	Z	P
Tipo 1 vs Tipo 2	-2,400	0,016
Tipo 1 vs Tipo 3	-3,290	0,001
Tipo 1 vs Tipo 4	-3,872	0,000
Tipo 1 vs Tipo 5	-2,646	0,008
Tipo 1 vs Tipo 6	0,000	**1,000***
Tipo 2 vs Tipo 3	-2,758	0,006
Tipo 2 vs Tipo 4	-2,656	0,008
Tipo 2 vs Tipo 5	-4,243	0,000
Tipo 2 vs Tipo 6	-2,200	0,028
Tipo 3 vs Tipo 4	-0,314	**0,754***
Tipo 3 vs Tipo 5	-4,123	0,000
Tipo 3 vs Tipo 6	-3,022	0,003
Tipo 4 vs Tipo 5	-4,419	0,000
Tipo 4 vs Tipo 6	-3,487	0,000
Tipo 5 vs Tipo 6	-2,333	0,020

Nota: Não foram detectadas diferenças significativas.

Diferente do que aconteceu nos outros tipos de problemas, as respostas com estratégias do Tipo 1 (imprecisa ou ausente) foram apresentadas com baixa expressividade nas respostas dos estudantes no problema de comparação. Outro aspecto que se sobressai diz respeito à utilização bastante expressiva de conhecimentos de mundo para solucionar os problemas de comparação, identificadas como as estratégias do Tipo 3. Além disso, também chama a atenção a presença acentuada do pensamento aditivo na resolução desse tipo de problema pelo uso das estratégias do Tipo 4, apresentando frequência significativamente diferente e são similares apenas ao uso das estratégias do Tipo 3 (Tipo vs. Tipo 4 p = 0,754).

As estratégias do Tipo 5 (campo multiplicativo associado a operações aditivas), que associam operações próprias do campo multiplicativo às do campo aditivo, não foram evidenciadas nas respostas dos participantes da pesquisa e também se observa pouco uso de estratégias próprias do campo multiplicativo (Tipo 6). Vale ressaltar que mesmo quando as estratégias do campo multiplicativo eram utilizadas pelos participantes seu uso se limitou à

realização de operações aritméticas simples de multiplicação e/ou divisão, sendo que a operação de divisão se constitui um cálculo adequado na resolução de problemas de Comparação.

Problemas que envolvem transformação – P5

A Tabela 8 apresenta os valores das estatísticas e dos níveis de significância das comparações em relação aos tipos de estratégias e problemas que envolvem transformação.

Tabela 8: Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias e problemas que envolvem transformação.

Comparações entre as estratégias	Z	P
Tipo 1 vs Tipo 2	-3,262	0,001
Tipo 1 vs Tipo 3	-0,527	**0,598***
Tipo 1 vs Tipo 4	-0,704	**0,482***
Tipo 1 vs Tipo 5	-3,797	0,000
Tipo 1 vs Tipo 6	-3,381	0,001
Tipo 2 vs Tipo 3	-3,675	0,000
Tipo 2 vs Tipo 4	-3,815	0,000
Tipo 2 vs Tipo 5	-1,342	**0,180***
Tipo 2 vs Tipo 6	-0,302	0,763
Tipo 3 vs Tipo 4	-0,388	**0,698***
Tipo 3 vs Tipo 5	-3,782	0,000
Tipo 3 vs Tipo 6	-3,119	0,002
Tipo 4 vs Tipo 5	-4,028	0,000
Tipo 4 vs Tipo 6	-3,452	0,001
Tipo 5 vs Tipo 6	-1,633	**0,102***

Nota: Não foram detectadas diferenças significativas.

Nesse tipo de problema as respostas do Tipo 1 (imprecisa ou ausente), embora maiores em relação aos problemas de transformação, foram menos frequentes se comparados aos demais problemas. Das respostas do Tipo 1, uma pequena parte delas se refere às situações deixadas em branco, e a maioria dessas respostas representa aqueles casos em que o estudante não explica a forma como solucionou o problema, ou quando explica ainda assim a estratégia não fica evidente.

As estratégias apoiadas no sentido numérico (Tipo 3) e em operações aditivas foram as mais utilizadas (Tipo 4), assim como aconteceu nas respostas aos problemas de comparação. Já as estratégias baseadas nos conhecimentos foram pouco utilizadas, assim como as estratégias do Tipo 6 (campo multiplicativo) também tiveram frequência menor, demonstrando que os

participantes pouco se utilizaram do pensamento multiplicativo para resolver esse tipo de problema.

As estratégias consideradas mais adequadas à resolução desse tipo de problema são as que utilizam o raciocínio multiplicativo e realizam operações do campo aditivo como um dos procedimentos (Tipo 5). Foi identificada apenas uma ocorrência desse tipo, o que sugere que os participantes não utilizaram estratégias adequadas e sofisticadas para solucionar esse tipo de problema.

Problemas de conversão entre sistemas de representação – P6

A Tabela 9 apresenta os valores das estatísticas e dos níveis de significância das comparações em relação aos tipos de estratégias e aos problemas de conversão entre sistemas.

Tabela 9: Valores e significância do teste estatístico Wilcoxon nas comparações dos tipos de estratégias e problemas de conversão entre sistemas de representação.

Comparações entre as estratégias	Z	P
Tipo 1 vs Tipo 2	-4,081	0,000
Tipo 1 vs Tipo 3	-4,277	0,000
Tipo 1 vs Tipo 4	-0,344	**0,731***
Tipo 1 vs Tipo 5	-4,344	0,000
Tipo 1 vs Tipo 6	-4,434	0,000
Tipo 2 vs Tipo 3	-1,027	**0,305***
Tipo 2 vs Tipo 4	-3,467	0,001
Tipo 2 vs Tipo 5	-1,897	**0,058***
Tipo 2 vs Tipo 6	-2,333	0,020
Tipo 3 vs Tipo 4	-3,702	0,000
Tipo 3 vs Tipo 5	-0,816	**0,414***
Tipo 3 vs Tipo 6	-1,342	0,180
Tipo 4 vs Tipo 5	-3,882	0,000
Tipo 4 vs Tipo 6	-3,976	0,000
Tipo 5 vs Tipo 6	-1,000	**0,317***

Nota: Não foram detectadas diferenças significativas.

Nesse tipo de problema aproximadamente metade das respostas foram classificadas como do Tipo 1 (imprecisa ou ausente) e destas quase todas se tratavam de respostas em branco. As estratégias do Tipo 4 (operações aditivas) ocupam a segunda colocação das mais utilizadas para solucionar esses problemas, em detrimento do raciocínio multiplicativo que apareceu em apenas uma resposta, e mesmo assim associada a operações aditivas. Também foram estratégias

pouco utilizadas para solucionar o tipo de problema em questão, os tipos que se apoiam nos conhecimentos de mundo e o sentido numérico.

De modo geral, os resultados encontrados demonstram que algumas das estratégias são mais apropriadas para a obtenção de êxito na resolução dos problemas matemáticos propostos; porém, a adequabilidade depende do tipo de estrutura matemática que apresenta o problema que se está resolvendo. Isto porque a eficiência muda de um para outro a depender da estrutura lógica matemática que eles apresentam do ponto de vista matemático. Essa discussão acerca das estratégias mais adequadas para resolver os problemas será tratada no tópico seguinte ao apresentar quais delas levaram ao acerto e quais levaram ao erro.

4.3 Estratégias *versus* desempenho

Discutir quais estratégias frequentemente levaram ao êxito na solução dos problemas se constituiu uma das questões a ser discutida nesta investigação. A Tabela 10 ilustra o percentual de acertos alcançados com a utilização de cada tipo de estratégia.

Tabela 10: Frequência e percentual (entre parênteses) de acerto e erro em cada tipo de estratégia

Tipos	Acerto	Erro
Tipo 1	12	261
(n=273)	4,4%	95,6%
Tipo 2	18	12
(n=30)	60%	40%
Tipo 3	47	23
(n=70)	67,1%	32,9%
Tipo 4	59	69
(n=128)	46,1%	53,9%
Tipo 5	12	19
(n=31)	38,7%	61,3%
Tipo 6	34	46
(n=80)	42,5%	57,5%

Nota: n corresponde ao número de respostas por estratégias apresentadas pelos participantes em cada tipo de estratégia. Tipo 1 (imprecisa ou ausente); Tipo 2 (conhecimento de mundo); Tipo 3 (sentido numérico); Tipo 4 (operações aditivas); Tipo 5 (campo multiplicativo associado a operações aditivas) e Tipo 6 (campo multiplicativo).

Pode-se observar na Tabela 10 que as estratégias do Tipo 3 (sentido numérico) foram as que mais levaram ao acerto (67,1%), seguido das estratégias do Tipo 2 (conhecimento de mundo). Já as estratégias Tipo 1 (imprecisa ou ausente) foram as que mais levaram ao erro (95%), seguido das estratégias do Tipo 5 (campo multiplicativo associado a operações aditivas) que também apresentou alto percentual de erros (61,3%).

Vale salientar que o percentual referente às estratégias do Tipo 1 apresentado na Tabela 10 inclui tanto as respostas deixadas em branco quanto os casos em que o participante resolve, mas não explica ou quando explica ainda assim não é possível identificar a estratégia utilizada. Nessa direção, os acertos atribuídos ao uso das estratégias do Tipo 1 compreendem as situações em que o participante acerta, mas não é possível identificar a estratégia utilizada por ele na solução do problema.

Mesmo uma análise mais acurada excluindo-se as respostas deixadas em branco e considerando apenas os casos em que o participante responde, mas a estratégia não é evidenciada, sinaliza um baixo desempenho dos participantes. Esses resultados são apesentados na Tabela 11.

Tabela 11: Percentual de procedimentos utilizados nas estratégias do Tipo 1

Procedimento	Acerto	Erro
Ausente (n = 192)	---	---
Impreciso (n = 81)	14,8%	85,2%

Apesar do baixo percentual a utilização de estratégias do Tipo 1 (imprecisa ou ausente) levou ao acerto em alguns casos. Nesses casos o raciocínio subjacente parece estar relacionado a uma lógica matemática de aproximações, sem uma sistematização explícita. Por esse motivo o estudante não consegue explicar seus conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, embora na prática consiga êxito na resolução.

No caso das estratégias do Tipo 2 (conhecimento de mundo) nas quais os estudantes se apoiam nos conhecimentos de mundo para embasar a resolução dos problemas, estas geralmente não são valorizadas no ambiente escolar. Na presente pesquisa, este tipo de estratégia teve grande expressividade por levar ao acerto em 60% das respostas que demonstraram seu uso. Tal resultado evidencia que o fato de os problemas tratarem de acontecimentos/fenômenos reais parece ter possibilitado que os participantes acessassem suas experiências e os conhecimentos que têm em relação a estes, utilizando como âncoras na solução dos problemas.

Apesar de a estratégia do conhecimento de mundo levar ao acerto, ela também pode levar ao erro quando o estudante utiliza o conhecimento de mundo sem utilizá-lo como suporte para refletir o problema. Assim, os participantes que erraram utilizando esse tipo de estratégia

(Tipo 2) em geral opinavam sobre o assunto contido no problema, sem contudo vincular esses conhecimentos de mundo aos dados numéricos do problema.

De maneira semelhante, as estratégias apoiadas no sentido numérico (Tipo 3) levaram ao acerto em mais de 60% das respostas que demonstram o uso das mesmas. Esse resultado sinaliza a efetividade das compreensões intuitivas acerca dos números e das relações envolvendo esses números. Observou-se que estudante acerta quando percebe as grandezas dadas no problema como relacionais (veja o exemplo 1 da página 78), e erra quando não percebe a relação de covariação entre os valores dados (veja o exemplo 2 da página 79).

No caso das estratégias que demonstram o raciocínio aditivo (Tipo 4), embora não sejam adequadas para lidar com as situações de proporcionalidade, apresentaram um expressivo percentual de respostas corretas (46,1%). Esse resultado deve ser analisado com bastante cuidado, ao passo que as estratégias do Tipo 4 compreendem apenas operações de adição e/ou subtração. Assim, as respostas corretas obtidas com uso de estratégias aditivas foram favorecidas pelos valores dos números dados nos problemas e seu uso demonstra que o participante não apresentou o raciocínio proporcional. Para o melhor entendimento desse resultado é pertinente trazer um exemplo desse tipo de ocorrência.

No problema de comparação do contexto Eleição muitos participantes responderam a esse problema utilizando o seguinte invariante operatório que demonstra o desenvolvimento de um raciocínio aditivo:

$V^1 - v^1 = x^1$

$V^2 - v^2 = x^2$

$x^1 < ou > x^2$

Onde:

V^1 – o total de votos da sessão do Colégio Marista

v^1 - quantidade de votos recebidos pelo candidato na sessão do Colégio Marista

V^2 – o total de votos da sessão do Colégio Contato

v^2 - quantidade de votos recebidos pelo candidato na sessão do Colégio Contato

x é resultante da operação de subtração dos votos totais da sessão e os votos recebidos pelo candidato que em geral é manipulado como um número sem referência ao significado dele, apenas o estudante procura analisar qual dos produtos das operações é maior. Portanto, apesar de apresentar a resposta correta, esse modo de resolução contém erros conceituais, demonstrando que o participante não compreende a relação de covariação entre os valares do problema.

Já as estratégias multiplicativas associadas a operações aditivas (Tipo 5) são bastante adequadas para a resolução de alguns problemas em particular: os de comparação e transformação. Muito embora, também, levem ao acerto nos demais tipos de problemas quando as operações aditivas são utilizadas como um dos procedimentos para o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo, ou como a ideia de adição repetida em lugar de uma operação de multiplicação ou divisão.

Apesar de representar um conjunto de estratégias mais sofisticadas, as estratégias do Tipo 5 levaram mais ao erro (*61,3%)* do que ao acerto. Esse resultado é explicado pelo grande número de procedimentos matemáticos realizados aleatoriamente sem que o estudante estabelecesse um caminho lógico adequado para a solução do problema. Mas quando, por exemplo, o estudante realizava procedimentos visando encontrar o valor unitário, valendo-se desse tipo de estratégia ele obtinha êxito na resolução; ou, ainda, quando realizava uma simples operação de divisão para comparar razões nos problemas de comparação ele também obtinha êxito.

Como já mencionado no capítulo desta dissertação referente ao Sistema de Análise, as estratégias do Tipo 5 e 6, assim como as do Tipo 1, compreendem diferentes procedimentos que se assemelham por fazerem parte de um mesmo campo conceitual. Tendo isto em vista, julgou-se pertinente apresentar os percentuais relativos aos procedimentos utilizados que compreendem essas estratégias, a fim de ter uma melhor compreensão do desempenho obtido com o uso dos tipos de estratégias.

Nessa direção a Tabela 12 apresenta os procedimentos que compreendem as estratégias do Tipo 5 com os seus respectivos percentuais de acertos e erros.

Tabela 12: Percentual de procedimentos utilizados nas estratégias do Tipo 5

Procedimentos	Acerto	Erro
Operações de multiplicação ou divisão associadas a operações aditivas de forma aleatória. (n = 20)	15%	85%
Busca do valor unitário com suportes de operações de adição ou subtração. (n = 11)	72,7%	27,3%

Finalmente, no que tange às estratégias próprias do campo multiplicativo (Tipo 6), estas levaram tanto ao acerto quanto ao erro, o que implica dizer que o uso dessa estratégia não demonstra que necessariamente o estudante desenvolveu o raciocínio proporcional. Uma

análise mais minuciosa de cunho qualitativo quanto ao raciocínio dos estudantes ao utilizarem esse tipo de estratégia revelou que parte dos que utilizaram essa estratégia apresentaram procedimentos sem uma linha lógica. Esta situação fica evidente quando, por exemplo, o participante faz uma operação simples de multiplicação utilizando somente dois dos três valores apresentados no problema.

Para o melhor entendimento de que alguns procedimentos são mais efetivos que outros é apresentado na Tabela 13 o percentual de erro e acerto com a utilização dos procedimentos identificados nas respostas e que se enquadram no campo multiplicativo.

Tabela 13: Percentual de procedimentos utilizados nas estratégias do Tipo 6

Procedimentos	Acerto	Erro
Operações simples de multiplicação ou divisão. (n = 51)	15,7%	84,3%
Cálculo do valor unitário utilizando procedimentos multiplicativos. (n = 26)	57,7%	42,3%
Algoritmo da regra de três (n = 3)	100%	0

Observa-se na Tabela 13 que os estudantes ao buscarem o valor unitário, em geral acertam a resolução. Isto demonstra que o raciocínio desenvolvido para a busca do valor unitário é precedido pela percepção das relações de covariação entre os valores apresentados na situação e esta compreensão associada a domínio de operações, sistemas de representação, entre outros, leva o estudante ao acerto.

Também é possível verificar que a utilização do algoritmo da regra de três foi bastante efetiva levando ao acerto em todas as situações em que foi aplicado, como mostra a Tabela 13. Contudo, é importante esclarecer que apenas dois estudantes se utilizaram da regra de três. Este resultado parece ter explicação no fato de os participantes desta pesquisa ainda não terem sido submetidos ao ensino formal da proporcionalidade. Tal condição parece ter influenciado o desenvolvimento de estratégias próprias e coerentes com a compreensão que os participantes tinham acerca das situações propostas nos problemas.

De forma geral, a análise do desempenho considerando as estratégias demonstra que a escolha do procedimento é o que leva ao sucesso ou fracasso na resolução do problema. O estudante pode escolher uma estratégia de natureza adequada à situação, como as estratégias de raciocínio multiplicativo, mas ele precisa compreender como as relações se estabelecem na situação dada, para assim escolher o procedimento correto dentro de uma gama de possibilidades.

No caso específico deste estudo, a maior parte dos participantes parece errar por dois motivos: porque não compreendem as relações de covariação, e assim não demonstram o raciocínio proporcional ou demonstram compreender a natureza relacional de covariação, porém, não dominam os conceitos, procedimentos e sistemas de representação necessários para a resolução da situação proposta.

4.4. O Reflexo do perfil dos estudantes da EJA nos resultados encontrados

Olhando-se para o perfil do pequeno universo de participantes dessa pesquisa é notória a pluralidade de características desses estudantes. Como tratado na Fundamentação teórica o público da EJA não apresenta características uniformes, no caso dessa pesquisa em particular, compreendeu não somente adultos, mas adultos jovens de faixa etárias bastante diversas; alguns com histórico de evasão ou repetência escolar; outros com mais de 20 anos que não frequentavam a escola; a maioria trabalhadores de uma diversidade de áreas profissionais; entre outra gama de particularidades. Essa e outras características são marcas da turma da EJA e todo o território brasileiro.

Sabe-se que esta pluralidade de perfil não deve ser ignorada, os próprios documentos oficiais que versam sobre a EJA (CNE/CEB 11/2000), já chamam a atenção para este aspecto, e além disso, a história do desenvolvimento da EJA no Brasil evidencia a necessidade de "personalizar" esse segmento da educação, tendo em vista, incluir as particularidades do público adulto. Apesar do discurso na educação que propaga a valorização dos contextos sociais e culturais dos educandos nas práticas de ensino não ser exclusivo da EJA, é notório que esses contextos, sociais e culturais, são de natureza e magnitude diferente quando se trata do estudante adulto. Isto porque o adulto apresenta conhecimentos de mundo muito mais plurais quando comparado as crianças, dada a sua vivência social mais ampla, as atividades cotidianas e profissionais.

Os dados obtidos nessa pesquisa refletem essa pluralidade do perfil desses estudantes. Do mesmo universo encontra-se aqueles que se apoiam de forma mais expressiva em seus conhecimentos de mundo, em geral de suas experiências profissionais, nas formas como lidam com as situações no cotidiano como acontece no resgate desses conhecimentos para resolver situações que envolviam relações monetárias. Houve também a influência da relação com a escolarização, em que aqueles que não havia passado muito tempo fora da escola conseguiam resgatar muito mais os conhecimentos escolares.

Contudo, de modo geral os resultados encontrados corroboram as pontuações de Silva (2003) ao esclarecer que as metodologias de ensino compreendem regras e simbolismos, enquanto a atividade cotidiana funciona de outra maneira e por esse motivo há uma dificuldade em articular os conhecimentos informais aos formais. Dessa maneira, minimamente valorizar os conhecimentos prévios e entender a funcionalidade dele para o estudante é um importante aspecto para o desenvolvimento dessa articulação.

Essa discussão é importante, pois a EJA não pode perder de vista a função reparadora de direitos que fundamenta sua existência. A educação de adultos se insere no contexto brasileiro como uma das formas de inclusão social e igualdade de oportunidade. Nessa direção, a educação ofertada deve ter como prioridade empoderar o estudante a participar de forma ativa da sociedade, e o domínio de conhecimentos matemáticos é fundamental nessa participação.

Essas informações reforçam e sinalizam que apesar de apresentarem perfis singulares o estudante adulto deve ser assumir posição central no processo de ensino-aprendizagem, como aquele que também sabe, embora muitas vezes esses conhecimentos não apresentem o formato desejado na escola. Sobre este último aspecto, o professor é concebido como um facilitador do processo de desconstrução/construção e aprimoramento de conhecimentos, que deve estimulam a interação entre os diferentes atores do processo de aprendizagem: estudante-professor; estudante-estudante; estudante-recursos de aprendizagem.

CAPÍTULO V
CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES EDUCACIONAIS

Na revisão de literatura feita para este trabalho foi constatado que os estudos que enfatizam a compreensão dos estudantes acerca da proporcionalidade são em sua maioria voltados para o público adolescentes do ensino fundamental, e são encontradas algumas iniciativas empíricas com crianças. Poucos são os estudos envolvendo o público jovem e adultos, e em geral são relacionados às situações de trabalho (atividade profissional).

Em geral as pesquisas que têm como objeto de estudo o raciocínio proporcional buscam examinar três aspectos: capacidade de distinguir relações direta daquelas que não o são; capacidade de reconhecimento da natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade; e a capacidade de resolver diferentes tipos de situações que envolvem a proporcionalidade.

Sobre o exame da capacidade de resolver diferentes situações, nos estudos de Spinillo (2002), a autora menciona que em geral as atividades utilizadas em investigações enfatizam as situações de valor omisso e de comparação; corroborando essa ideia Lesh, Post e Behr, (1988), afirmam que a abordagem no ensino formal e também nas pesquisas empíricas têm negligenciado a maior parte dos tipos de problemas de proporção. Nessa direção, o estudo relatado procurou investigar o raciocínio proporcional desenvolvido por adultos, estudantes da EJA cursando a 4ª Fase, ao solucionar problemas que apresentavam diferentes situações em termos de estrutura matemática. Procurou-se conhecer que estratégias eram utilizadas por estudantes com pouca escolarização, mas com uma bagagem cultura diversa e analisando-se a possibilidade de contextos familiares (Copa do Mundo e Eleição) influenciarem positivamente os estudantes a raciocinarem, o que não aconteceria em contextos não familiares (Problemas Prototípicos).

Os aportes teóricos tratados na fundação teórica, bem como algumas investigações empíricas envolvendo o objeto proporção forneceram subsídios para as discussões e conclusões desse estudo. Na revisão bibliográfica são mencionadas algumas investigações, que embora apresentem objetivos diferentes, buscaram examinar a influência dos conhecimentos prévios e/ou de práticas profissionais sobre o desempenho dos adultos ao solucionarem problemas envolvendo proporção (Magalhães, 1990; Carraher, 2003; Vizolli, 2006). Os resultados e conclusões dessas investigações auxiliaram no entendimento dos resultados encontrados no presente estudo, assim como as discussões acerca do raciocínio proporcional descritas nos

estudos com adolescentes (Oliveira & Santos, 2000; Cordeiro & Floriani, 2005). A seguir são apresentadas as principais conclusões obtidas a partir dos resultados encontrados.

5.1. Principais resultados do estudo e suas conclusões

Considerando os dados de forma geral constatou-se que os participantes apresentaram baixo desempenho ao solucionarem uma diversidade de problemas envolvendo proporcionalidade, demonstrando desempenho um pouco melhor em determinados tipos de situações, em especial aquelas que requerem um julgamento qualitativo. Já o pior desempenho foi constatado nos problemas que envolvem conhecimento de outros sistemas de representação.

Apesar do baixo desempenho constatado, verifica-se de modo geral que estudantes da 4ª fase da EJA mesmo não tendo recebido instrução formal sistemática acerca do conceito de proporção se mostram capaz de mobilizar diferentes conhecimentos e construírem estratégias próprias ao resolverem problemas envolvendo relações proporcionais direta. Constatações como estas também foram apresentadas no estudo de Cordeiro e Floriani (2005) ao obterem como resultado que estudantes do ensino regular, da 5ª série (6º ano), mesmo não tendo estudado formalmente o conceito de proporção (este conteúdo é iniciado formalmente a partir do 7º ano) conseguiram solucionar as situações utilizando ferramentas próprias que foram construídas com base nos diversos conhecimentos anteriores desses estudantes.

Da mesma forma, os estudos de Carraher (2003) constatou que os mestres de obra mesmo, não tendo recebido instrução formal acerca do conceito de proporção e alguns sem escolaridade nenhuma, utilizavam o raciocínio proporcional de forma intuitiva para resolver os problemas. Ao resolverem os problemas os mestres de obras se apoiavam em conhecimentos construídos durante a execução de sua atividade profissional na qual precisam lidar com diferentes situações que envolvem relações proporcionais.

Os participantes dessa pesquisa apresentaram uma diversidade de estratégias durante a solução dos problemas de proporcionalidade, muitas delas construídas a partir dos conhecimentos de mundo, do sentindo que o número apresenta, estratégias intuitivas como o cálculo do valor unitário, entre outras. Os embasamentos para o modo de perceber o que era apresentado no problema tem a ver com as vivências e bagagens culturais das pessoas e também envolve o resgate de conhecimentos escolares diversos e adquiridos em diferentes momentos, todo essa conjectura possibilita a leitura das coisas ao redor, dos acontecimentos do mundo. Esses aspectos serão melhor evidenciados mais a frente ao tratar das estratégias.

Optou-se por subdividir as conclusões em quatro tópicos para que aspectos importantes sejam melhor esclarecidos e compreendidos. O primeiro tópico esclarece sobre a influência do contexto sobre o desempenho e sobre as estratégias, tratando também sobre as limitações desse estudo no que tange a essa análise; seguindo é discutido que diferentes situações demandam o desenvolvimento de diferentes raciocínios, onde são apresentadas as conclusões acerca dos resultados apresentados em cada tipo de problema dos seis tratados no estudo; posteriormente é destinado um tópico para tratar sobre os indícios do raciocínio proporcional que foi possível avaliar através das estratégias utilizadas pelos participantes para lidarem com as diferentes situações; e por último são feitos alguns apontamentos acerca das implicações educacionais que é possível refletir a partir desse estudo e são sugeridas pesquisas futuras.

5.1.1.A influência do contexto sobre o desempenho e sobre as estratégias

Esperava-se que os contextos familiares, Copa do Mundo e Eleições, influenciassem facilitando o raciocínio do estudante, o que somente se confirma quando comparado o desempenho entre os problemas da Copa do Mundo e os Prototípicos. O fato dessa hipótese não ser corroborada tem explicações que somente foram evidenciadas após coletados os dados. Algumas limitações foram sanadas quando analisados os dados oriundos da realização da pesquisa piloto, no entanto, outras não foram reveladas nessa ocasião.

Na investigação das influencias sobre o desempenho foram propostas situações familiares (Copa do Mundo e Eleições) e não familiares (Problemas escolares ou Prototípicos), no entanto, há no instrumento um problema do tipo Prototípico que demonstrou facilitar o raciocínio do estudante ao solucioná-lo e é possível que tal situação seja também responsável por não haver discriminação entre os problemas Prototípicos e os problemas do contexto Eleição. Outro aspecto que talvez explique a semelhança de desempenho nesses dois contextos, diz respeito ao fato do processo de Eleição ter sido abordado mais timidamente quando comparada à abrangência da mídia acerca do evento da Copa do Mundo. Nesse sentido os conteúdos relacionados as Eleições protagonizados nos problemas podem ter se configurado como situações pouco familiares aos participantes.

Os dois aspectos supra mencionados, conteúdos familiares em problemas Prototípicos e maior divulgação do evento Copa do Mundo em detrimento das Eleições, se constituem limitações do presente estudo. Também parece ter havido influência desses mesmos

acontecimentos no processo de coleta de dados que pode ter definido o percurso dos conhecimentos apresentados pelos participantes.

A coleta dos dados teve início em meado de 2015, foi interrompida com o recesso do meio do ano, uma vez do adiantamento do calendário escolar em virtude da Copa do Mundo ocorrer entre os dias 12 de junho e 13 de Julho. A coleta dos dados foi retomada logo que finalizado o recesso e somente foi finalizada no final do mês de Setembro. Em virtude do evento da Copa do Mundo o calendário de atividades sofreu alterações para compensar os dias que não tiveram aula, o que dificultou a disponibilidade dos professores para liberar os estudantes de sala de aula, ocasionando a morosidade na coleta de dados de 40 estudantes.

Além disso, o processo de coleta de dados sofreu outras influências em função do acontecimento da Copa do Mundo, pois têm-se participantes que foram mais expostos ao conteúdo da Copa do Mundo e aqueles que foram mais expostos aos conteúdos relacionados as eleições no país.

A existência das limitações do estudo no que tange aos conteúdos familiares e não familiares, não permite fazer afirmações acerca da influência desses contextos sobre o desenvolvimento do raciocínio do estudante ao resolver os problemas. A realização de uma outra pesquisa controlando tais variáveis, tendo em vista o conteúdo dos problemas, e uma cuidadosa e rigorosa contextualização nos problemas familiares e naqueles não familiares certamente permite analisar esse tipo de influência de forma mais segura.

Neste contexto, o estudo empreendido por Magalhães (1990), mesmo tendo um objeto de estudo diferente, foi efetivo ao trazer como conteúdo não familiar informações relacionadas a fórmulas de medicações alopáticas. Esta forma de contextualização talvez seja uma das mais adequada para garantir que de fato não haja familiaridade do conteúdo por parte dos estudantes.

Este estudo também evidenciou que o contexto influencia o uso de determinadas estratégias em detrimentos de outras. Constatou-se que quando familiar ao estudante eles tendem a utilizar mais de seus conhecimentos de mundo para solucionar o problema.

5.1.2. Diferentes situações demandam o desenvolvimento de diferentes raciocínios

No que concerne ao desempenho dos estudantes ao resolverem diferentes tipos de situações envolvendo relações proporcionais, foi evidenciado que há situações que são mais facilmente resolvidas. No caso desse estudo as situações mais facilmente resolvidas foram aquelas que envolvem o julgamento qualitativo. Fazem parte desse tipo de situação os

problemas que requerem a comparação entre razões e os que demandam a alteração do raciocínio precedente ao julgamento qualitativo (respectivamente problemas de comparação e transformação).

O melhor desempenho nos problemas de comparação já era esperado, visto que, não requer um cálculo numérico complexo. Contudo, apesar de não haver a exigência de um cálculo mais desenvolvido o fato de envolver um julgamento qualitativo requer que o estudante compreenda a situação para realizar um julgamento adequado, o que não faz esse tipo de problema se torna muito simples. Esse tipo de problema juntamente com os problemas de valor omisso são os mais abordados no ensino formal da proporção (Lesh et al.).

Os problemas de Transformação também requerem um raciocínio qualitativo, entretanto apresenta uma complexidade maior o que justifica os participantes terem apresentado desempenho inferior quando confrontando com o desempenho nos problemas de comparação. Tal complexidade consiste na alteração do raciocínio, na ocasião em que é feita uma modificação na situação inicialmente dada no problema (Lesh et al).

Os estudantes demonstraram melhor desempenho nos problemas de Transformação do que nos problemas de valor omisso, mesmo este último se configurar como uma situação menos complexa que aqueles. De acordo com Lesh et al (1988) os problemas de transformação demandam a alteração do raciocínio e quando contextualizado requerem um julgamento qualitativo, demandado muito mais cognitivamente dos estudantes. Assim, ao resolverem os problemas de transformação o estudante precisa armazenar as informações inicialmente fornecidas, modificar a estrutura cognitiva com a nova informação e conectar as duas, e ainda decidir qual a operação matemática precisa realizar, por exemplo uma operação de subtração. Após esse processo o estudante ainda precisa fazer um julgamento qualitativo acerca do que se pergunta no problema.

Os problemas de valor omisso ocupam a terceira posição dos mais bem pontuados. Como dito anteriormente este problema é um dos mais abordados no contexto escolar, e em geral é ensinado o algoritmo da regra de três para a sua solução. Os resultados obtidos sugerem que os estudantes identificam mais facilmente as relações de proporcionalidade nesse tipo de problema, e isto influenciou no melhor desempenho.

Ao solucionarem os problemas de Valor omisso os estudantes utilizaram de forma mais expressiva estratégias intuitivas, como o cálculo do valor unitário, o que demonstra a percepção de covariação entre os dados e que assim sendo é possível encontrar o valor da unidade para posteriormente aplicá-lo ao problema (Lesh et al, 1988). Além disso, as situações de valor omisso são mais evidentes nos acontecimentos do dia-a-dia, como calcular o rendimento do

carro em relação ao consumo de gasolina para planejar as despesas semanais que precisa custear para ir ao trabalho.

Constatou-se que os estudantes apresentaram dificuldades para solucionar problemas que envolvem unidade de medidas e números, possivelmente porque este tipo de problema envolve distintos conceitos matemáticos, incluído as noções de diferentes sistemas de unidades de medidas. Vale ressaltar que algumas unidades de medidas não são muito conhecidas pelos estudantes. Além disso, a dificuldade dos estudantes para lidar com esse tipo de problema também tem relação com o manejo dos novos valores gerados pela transformação dos dados. Isto levou alguns estudantes a mesmo reutilizarem dados, pois não conseguiam desprezar os dados que já haviam sido transformados.

Já as situações que os estudantes que apresentaram maior nível de dificuldade foram aquelas que envolvem outros sistemas de representações (problemas de conversão entre razão, taxa e representações e os problemas de conversão entre sistemas de representação), pois nenhum dos participantes acertou as resoluções desses problemas. Possivelmente a dificuldade de solucionar os dois tipos de problemas mencionados esteja relacionado ao fato deles demandarem conhecimentos de outros sistemas de representação e conceitos, como o de razão. Diante desses problemas os participantes apresentaram pouco domínio de conceitos e de conhecimentos de outros sistemas de representação o que afetou o desempenho.

Este acontecimento tem explicações nas concepções teóricas de Vergnaud (1986; 1990; 2009 a) acerca dos conceitos. Para que haja domínio de um conceito é necessário um conjunto diversificado de situações que subsidiam a compreensão e que favorece a generalização dos conhecimentos e aplicações em diferentes situações. Além disso, também faz parte desse processo os conhecimentos de relações, propriedades, procedimentos (invariantes operatórios), como também fazem parte um conjunto de representações.

5.1.3.Outros indícios do raciocínio proporcional por meio das estratégias

Em vários problemas os estudantes não conseguiram reconhecer as relações multiplicativas que se estabelecem nas situações de proporcionalidade. Em muitos casos os estudantes manejaram estes tipos de situações como relações aditivas o que se constitui um indício da não compreensão da proporcionalidade. Sobre isso Vergnaud (2011) pontua que as situações de proporcionalidade formam o principal quadro de situações que demandam necessariamente operações de multiplicação ou de divisão, ou ainda a sequência desse tipo de

operação. Assim o raciocínio aditivo é inadequado para lidar com as relações proporcionais e seu uso evidencia que o estudante não compreende as relações de covariação que é estabelecida e tendem a lidar com os valores dados como absolutos. Vale ressaltar que muitas das estratégias utilizadas demostraram a presença expressiva do raciocínio aditivo, em alguns casos com a realização exclusiva de operações aditivas, e em outros apareceu como operações de suporte para o raciocino multiplicativo, ocasiões em que se configuram como estratégias adequadas.

Outro aspecto importante constatado com esse estudo é que mesmo que se faça uso de operações multiplicativas, cuja operações são adequadas as situações de proporcionalidade não significa que o estudante apresentou o raciocínio proporcional. Alguns participantes apresentaram estratégias pertencentes ao campo multiplicativo, entretanto, não demonstravam compreende a relação de covariação entre os dados e realizam, por exemplo, simples operações de multiplicação ou divisão sem um objetivo lógico a ser alcançado com a operação e em geral nem ao mesmo compreende o significado do novo valor gerado pela realização da operação matemática. Lesh et al (1988) tratam sobre essa questão em seus trabalhos quando afirmar que as pessoas nem sempre ao obterem êxito em situações que envolvem proporcionalidade estão de fato raciocinando proporcionalmente.

Ainda no que se refere as estratégias do campo multiplicativo foi observado que apenas dois participantes utilizaram o algoritmo da regra. A baixa ocorrência desse tipo de estratégias parece ter relação com o fato dos estudantes não terem passado pelo ensino formal desse conceito, semelhante a conclusões alçadas em outras pesquisas com estudantes regulares (Magalhães, 1990; Carraher, 2003; Cordeiro & Floriani, 2005; Vizolli, 2006).

Cordeiro e Floriani (2005) acreditam que a construção de estratégias próprias, em detrimento do algoritmo formal, é calcada na apropriação do significado extraído das situações problemas e também das experiências anteriores dos estudantes. Explicando melhor essa ideia Oliveira (1999) analisa que para responder as demandas de natureza diversa o adulto, se utiliza do seu nível cultural, das experiências de vida e de fatores mais intrínsecos como a motivação, bem-estar físico, psicológico e que os adultos apresentam uma riqueza de conhecimento de mundo muito maior que as crianças, pelo fato de apresentarem experiências de vida muito mais plurais.

Nessa direção, os participantes se valeram ainda de estratégias baseadas nos conhecimentos de mundo, como também no sentindo numérico. Foi evidenciado que estratégias baseadas no sentindo numérico são significativamente mais frequentes nos problemas de Comparação e de Transformação e que não foram utilizadas para responder os problemas de Valor omisso e nem os problemas de Conversão entre razão, taxa e representação. As estratégias

baseadas nos conhecimentos de mundo foram menos utilizadas, mas do pequeno universo que se valeram dessas estratégias também resolveram mais os problemas de Comparação e Transformação. Esse resultado parece estar relacionado a estrutura lógico matemática dos problemas. Os problemas P4 e P5 demandam um julgamento qualitativo favorecendo que o estudante busque suportes do seu conhecimento em geral, incluído aqueles extraescolares. Assim o estudante pode resgatar de sua memória alguma informação que lhe ajude a analisar a situação proposta no problema.

De modo geral, conclui-se que os estudantes apresentam uma variedade de estratégias para lidar com as situações de proporcionalidade, e que desenvolvem o raciocínio proporcional em algumas situações e em outras não. Esse resultado é interessante, pois evidencia que um conceito não é dominado através de um único tipo de situação, se fazendo necessário abordar em sala de aula diferentes tipos de situação, como pontuado por Vergnaud.

Além de ser importante trabalhar diferentes tipos de situações envolvendo o mesmo conceito, também cabe ao professor, enquanto facilitador no processo de ensino-aprendizado, identificar quais são as situações que não são facilmente compreendidas pelos estudantes e quais aspectos ou questões estão dificultando o domínio dessas situações. Esse diagnóstico possibilita ao professor intervir de forma eficiente sobre as rupturas que dificultam o desenvolvimento satisfatório do estudante.

Nessa linha de raciocínio a constatação do estudo de Cordeiro e Floriani (2005) é bastante adequada aos resultados encontrados pelo presente estudo, quando ele pontua que o raciocínio proporcional não é uma questão de tudo ou nada, Os resultados encontrados no estudo levaram os pesquisadores a concluir que a construção do conceito de proporcionalidade é progressiva, em que pode haver a compreensão em uma situação e em outras, não, e que o domínio de diferentes conceitos, representações, propriedade e procedimentos matemáticos são cruciais para o domínio de diferentes situações de proporcionalidade.

Foi observado também que em algumas situações os participantes acertaram a resolução de um problema, no entanto, não conseguiam explicar a forma como pensou e os procedimentos matemáticos realizados, ou mesmo verbalizando o discurso não tornava claro a forma como o estudante pensou. A ocorrência de fatos como esses sugerem que mesmo resolvendo corretamente o estudante não apresentam domínio de conceito científico e teoremas científicos próprios das relações proporcionais.

Sobre essa dificuldade de explicitar o conhecimento implícito na ação Vergnaud (1996, p13) pontua que “um dos problemas do ensino é “desenvolver ao mesmo tempo a forma operatória de conhecimento, isto é, o saber – fazer, e a forma predicativa do conhecimento, isto

é, saber explicitar os objetos e suas propriedades.” No tópico seguinte são apontadas algumas implicações educacionais que foram refletidas a partir dos dados desse estudo.

5.1.4. Implicações Educacionais e Sugestões de pesquisas futuras

Estudar o funcionamento cognitivo do *sujeito-em-situação* a partir de sua relação com o próprio conteúdo e a análise conceitual do domínio do conhecimento é sem dúvidas bastante produtivo para compreender as filiações e rupturas que emergem do processo de ensino-aprendizado, oportunizando intervir sobre essas questões de forma eficiente (Vergnaud,1983; 1986; 2011).

Concluiu-se nessa pesquisa que os estudantes se valem de um conjunto diversificado de estratégias para lidar com as situações de proporcionalidade que lhe foram propostas. Alguns chegam a solução correta dos problemas apresentam um raciocino razoável e adequado as situações, entretanto também há aqueles que chegam a resposta correta ao problema, mas no meio do caminho comete um erro conceitual.

Nesse contexto é evidenciada a necessidade que o educador busque compreender a forma como o estudante está pensando ao solucionar os problemas, que procedimentos foram realizados para assim entender onde ocorreu o erro e refletir conjuntamente com o estudante a origem desse erro e sua inadequação na situação proposta. A análise do erro é essencial para que se possa intervir auxiliando o estudante a superar concepções equivocadas. Além disso, tai aspectos evidenciam a pouca efetividade de se olhar apenas para o produto final, pois o estudante pode chegar a resposta correta sem que o raciocínio esteja matematicamente correto.

O estudo evidenciou que em algumas situações os estudantes apresentam uma solução correta ao problema, mas não conseguem explicar o pensamento que direcionou a solução e nem os procedimentos realizados. Este tipo de situação sugere que mesmo resolvendo corretamente não apresentam domínio de conceito científico e teoremas científicos próprios das relações proporcionais. Diante disso o papel do educador nesses casos, deve ser o de facilitador do processo de conceitualização, pois o estudante já traz algo, mas é preciso lapidar esses conhecimentos com a finalidade de usá-los como suportes para o desenvolvimento de conceitos e teoremas científicos.

Também foi evidenciado nesse estudo que ao apresentarem uma diversidade de estratégias, muitas delas consistiam em estratégias próprias ou intuitivas, evidenciando que os estudantes podem trilhar por diferentes caminhos para apresentar uma resposta correta. Dessa

maneira, é importante que o educador trabalhe com os conhecimentos que os estudantes já trazem consigo e lhe permitem lidar com as relações proporcionais nas atividades cotidianas e que a escola se oferte o desenvolvimento e refinamento dos conhecimentos.

Nesta ocasião o papel do professor como facilitador de aprendizagens é essencial, questionando e colocando sob reflexão esses conhecimentos buscando as explicações científicas para se construa o conhecimento formal de forma integrada e articulada com o mundo real. O conhecimento dos estudantes tanto pode ser explícito, no sentido de que eles podem

Por fim, uma contribuição importante desse estudo corrobora a concepção de Vergnaud de que um conceito não se domina com apenas um tipo de situação. O estudo mostrou que os estudantes apresentam o raciocínio proporcional em algumas situações e em outras não o que evidencia o caráter processual do domínio de um conhecimento e a necessidade colocada por Vergnaud de que sejam trabalhadas diferentes situações. Sabe-se que o ensino formal da proporcionalidade tem limitado a abordagem de diferentes situações e denotam trabalhar com aquelas que não envolvem uma complexidade maior como as que envolvem diferentes sistemas de representação. Em geral a escola se limita ao trabalho com situações de valor omisso e comparação, encontrando também algumas situações que envolvem números e diferentes unidades de medidas. Tal negligência ainda têm reverberações no domínio de outros conhecimentos que são abordados em séries futuras como o estudo da álgebra, em que as diferentes situações de proporcionalidade vão se fazer presentes e para as quais os estudantes em geral apresentam dificuldade.

Compreender como os estudantes lidam com diferentes situações de proporcionalidade se constitui uma temática importante na área da educação e mais ainda investigar que aspectos facilitam o desenvolvimento do raciocínio diante dessas situações é um desafio ainda maior, mas que tem sido objeto de algumas investigações. Tendo isto em vista, a realização de outras pesquisas para esclarecer essas questões se faz necessárias.

Para um melhor aprofundamento e esclarecimento do raciocínio a realização de uma pesquisa de cunho mais qualitativo envolvendo uma quantidade menor de participantes, auxiliaria a compreender muitos dos aspectos não elucidados no presente estudo. Também, seria interessante investigar a influência dos contextos como um facilitador do desenvolvimento do raciocínio proporcional com outros acontecimentos reais de menor impacto, diferente da Copa do Mundo, assim variáveis intervenientes seriam mais facilmente controladas.

Como controle de variável a realização de um estudo com público se faixa etária mais homogêneas talvez forneça dados bastante diferenciados dos que foram obtidos com o presente

estudo. Deve-se considerar que no estudo em questão não houve o controle por idade e nem outros aspectos como profissionais que podem de alguma forma influenciar a performance ao solucionarem os problemas.

Salienta-se ainda que esse estudo compreendeu um público bastante heterogêneo não só somente na faixa etária, mas na relação com a escolarização, há estudantes repentes, outros que passaram um ano fora da escola e ainda os que há mais de 20 anos não frequentavam a escola. A realização de investigações comparando esses grupos a partir do controle da faixa etária, relação com a escolarização e ainda atividades profissionais certamente trará ricas contribuições para refletir a educação de jovens e adultos a partir de vieses que caracterizam o perfil desse público, a pluralidade, qualquer região do país.

Além disso, pesquisas como estas também se fazem necessárias com o público adolescente do ensino regular, uma vez que, em geral se estudo situações limitadas envolvendo as relações proporcionais. Pouco se sabe como os estudantes do ensino regular lidam com situações que apresentam diferentes complexidades.

REFERÊNCIAS

Beisiegel, C. R. (2010). Freire Paulo. Coleção de Educadores – MEC, Fundação Joaquim Nabuco. Recife: Editora Massangana.

Bigode, A. J. L. (2000). Matemática hoje é feita assim. São Paulo: FTD.

Brasil. (2000). Resolução CNE/CEB nº. 1, de 5 de Julho de 2000. Estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação de Jovens e Adultos. Brasília: Diário Oficial da União.

Brasil. (2000a). Parecer CEB/CNE nº 11/2000. Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação de Jovens e Adultos. Brasília: MEC.

Brasil. Constituição (1988). Constituição da República Federativa do Brasil. Organização de Alexandre de Moraes. 16.ed. São Paulo: Atlas, 2000.

Brasil. LDB (1996). Lei n. 9394 de 20 de dezembro de 1996. *Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional*.

Brasil. Ministério da Educação (2002). Secretaria de Educação Fundamental Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos: segundo segmento do ensino fundamental: 5ª a 8ª série, Secretaria de Educação Fundamental, v. 3, p. 240.

Brasil. PNAD (2012). Situação Educacional. In: Portal Brasil. Recuperado em 16 de Abril de 2014 de http://www1.fazenda.gov.br/spe/publicacoes/conjuntura/informativo_economic/2013/2013_09/emprego_renda/IE%202013%2009%2027%20%20PNAD%20 012.pdf

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais* / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. (1997). Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF.

Brito, M. R. F. (2006). Soluções de Problemas e a Matemática Escolar. p.83-111. Campinas: Alínea.

Brito, M. R. F. (2011). Psicologia da educação matemática: um ponto de vista. *Educar em Revista, Curitiba, n. Especial 1/2011. Editora UFPR.* pp. 29-45. ISSN0104-4060.

Carraher, T. N. (1986). Proporção na Educação Científica e Matemática: uma análise de tarefas piagetianas. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, Brasília, v.67, n. 157, pp. 586-592.

Carraher, T. N.; Carraher, D. W.; Schliemann, A. D. (2003). Na vida dez, na escola zero. São Paulo: Cortez.

Carraher, T.N. (2003). Passando da planta para a construção: Um Trabalho de mestres.In: T. N. Carraher; D. Carraher; A. Schliemann. (3º ed.). Na vida dez, na escola zero. São Paulo: Cortez.

Cordeiro, M. H.; Floriani, E. F. (2005). Análise da Eficácia das Estratégias de Resolução de Problemas de Proporcionalidade.

Costa, S. C. H. C. (2007). *O raciocínio proporcional dos alunos do 2. º Ciclo do Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciência.

Crespo, A. (2009). Matemática Financeira Fácil. atual. 14ª ed. *São Paulo: Saraiva*.

Cunha, M. O. (2003). Linguagem, conhecimento, ação: ensaios de epistemologiae didática. Convive: São Paulo.

D'Ambrósio, U. (1986). *Da realidade a Ação*. (6ª ed). Grupo Editorial Summus.

Dante, L. R. (2000). *Didática da resolução de problemas de matemática*. (12ª ed.). São Paulo: Ática.

Dante, L. R. (2005). Tudo é matemática: ensino fundamental. São Paulo: Ática.

Danyluk, O. (2001). O adulto não escolarizado e o registro da linguagem matemática. Em O. Danyluk (Org.), Educação de adultos: Ampliando horizontes de conhecimento. Porto Alegre: Sulina17, pp. 44.

Eysenck, H. J. (1994). Dicionário de Psicologia. São Paulo: Edições Loyola.
Federal de Pernambuco, Recife.

Fonseca, M. C. F. R. (2002). Educação matemática de jovens e adultos: especificidades, desafios e contribuições. Belo Horizonte: Autêntica.

Freire, P. (1975). Pedagogia do Oprimido. Rio de Janeiro: Paz e terra.

Ghiraldelli Jr., Paulo. (2000). História da Educação. Col. Magistério 2º grau. Série Formação ao Professor (2. Ed.). São Paulo: Cortez.

Gomes, M. J. (2007). Profissionais fazendo matemática: o conhecimento de números decimais de alunos pedreiros e marceneiros da EJA. (Dissertação de Mestrado não publicada). Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

Gonçalves, M. J. S. V. (2010). *Raciocínio proporcional: estratégias mobilizadas por alunos a partir de uma abordagem envolvendo a oralidade*. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande.

Grossi, E. P. (2001). Esquemas de pensamento, campos conceituais, teoremas em ação: um espaço de problemas do pós-construtivismo. In: Seminário Internacional sobre Didática da Matemática. São Paulo e Porto Alegre. Gerard Vergnaud - O campo conceitual da multiplicação. Porto Alegre: GEEMPA, 2001. pp. 15-18.

Grossi, E. P. (2001a). A multiplicação é muito mais a adição. In: Seminário Internacional sobre Didática da Matemática. São Paulo e Porto Alegre. Gerard Vergnaud - O campo conceitual da multiplicação. Porto Alegre: GEEMPA, 2001. pp. 7-10.

Iezzi G.; Dolce, O.; Machado, A. (2009). Matemática e Realidade: 7º ano. (6ª. Ed.). São Paulo: Atual.

Januario, G.; Traldi Junior, A.; Santana, K. C. L.; Freitas, A. V. (2011). *Um olhar para as pesquisas em Educação Matemática relacionadas à Educação de Jovens e Adultos*. In *XIII* Conferência Interamericana de Educação Matemática, pp. 1-12.

Lankshear, C.; Knobel, M. (2008). *Pesquisa pedagógica: do projeto à implementação*. Artmed.

Lautert, S. L. (2005). As dificuldades das crianças com a divisão: um estudo de intervenção. (Tese de doutoramento não publicada). Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Orgs.) Number concepts and operations in the middle grades. p. 93-118. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Magalhães, V. P. (1990). A Resolução de problemas de proporção e sua transferência entre diferentes conteúdos. (Dissertação de Mestrado não publicada), Curso de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva, Universidade.

Meira, L. O. (1993). *"O mundo real" e o dia-a-dia no ensino de matemática*. A educação Matemática em Revista, v. 1, n. 1. P. 19-27.

Moreira, M. A. (2011). Teorias de aprendizagem. (2ª ed). São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária.

Mori, I; Onaga, D. S. (2002). Matemática: ideias e desafios, 6ª série. (11ª ed.). São Paulo: Saraiva.

Moura, L. O. G. O Discreto e o continuo no ensino da matemática. In: Machado, N. J. pp. 239 – 254.

Nunes, T.; Bryant, P. (1997). Crianças fazendo matemática. Porto Alegre: Artmed.

Nunes, T.; Campos, T. Mª M., Magina, S.; Bryant, P. (2005). *Educação matemática: números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez.

Oliveira, I. D.; Santos, M. C. (2000). O ensino fundamental e a resolução de problemas de proporção simples: uma análise das estratégias. Anais da 23ª RA da ANPEd., Caxambu.

Oliveira, M. (1999). Jovens e Adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem. In Revista Brasileira de Educação, Nº 12, ANPEd.

Plank, D. (2001). Política educacional no Brasil: caminhos para a salvação pública. Porto Alegre: artmed.

Polya, G. (1978). *A arte de resolver problemas*. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência.

Queiroz, T. N., Martins, M. N. P., Monteiro, C. E. F. (2011). *Analisando a Resolução de Problemas multiplicativos por estudantes da EJA*. Recife: XIII CIAEM IACME.

Ramalho Junior, F.; Ferraro, N. G.; Soares, P. A. T. (2003). Os fundamentos da física: Mecânica. (8ª ed.). São Paulo: Moderna.

Santos, A. (2012). Processos de Formação Colaborativa em foco no campo Conceitual Multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes. Educação Matemática Pesquisa. ISSN 1983-3156, 14(1).

Silva, F. L. Q.; Filho, J. A. C. (2004). Resolução de problemas como metodologia para aprender matemática. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática - VIII Enem, 2004, Recife. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática - VIII Enem. v. 1. p. 1-15.

Silva, J. R. (2003). O Conceito de Proporção no Contexto da Construção Civil a Partir da Mistura Argamassa do Tipo: Cimento X Areia. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, *3*(1), pp. 58-69.

Silva, V. L. (2006). Números decimais: no que os saberes de adultos diferem dos de crianças? (Dissertação de Mestrado não publicada). Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

Silvestre, A. I.; Ponte, J. P. D. (2008). Tarefas de investigação e novas tecnologias no ensino da proporcionalidade. Educação e Cultura Contemporânea, 5(10), pp. 61-89.

Silvestre, A.; da Ponte, J. P. (2009). Resolução de problemas de valor omisso: análise das estratégias dos alunos1. Números e estatística: Refletindo o presente perspectivando o futuro. Lisboa: Secção de Educação Matemática da SPCE.

Smole, K. S.; Diniz, M. I. (2001). Ler, escrever e resolver problemas. Porto Alegre: Artmed.

Souza, J. F. (2000). A Educação de Jovens e Adultos no Brasil e no Mundo. Universidade Federal de Pernambuco – Núcleo de Ensino, Pesquisa e Extensão em Educação de Jovens e Adultos e Educação Popular. Recife: Edições Bagaço.

Spinillo, A. (1992). A importância do referencial de 'metade' e o desenvolvimento do conceito de proporção. *Psicologia: Teoria e Pesquisa, 8*(3), 305-317.

Spinillo, A. (1995). Estratégias na Resolução de Tarefas de Proporção por Crianças. Em: Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências. Livro de Resumos: Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática/Grupo Internacional de Psicologia da Educação Matemática. Recife, 3(1), pp. 58-69.

Spinillo, A. G. (2002). O papel de intervenções específicas na compreensão da criança sobre proporção. *Psicologia: Reflexão e Critica*, *15*(3), 475-487.

Spinillo, A. G. (2005). Concepções do professor sobre o conhecimento extra-escolar do aluno e suas implicações para o ensino da matemática. Em: *Boletim GEPEM*. Nº. 47, Julho/Dezembro, pp. 1-30.

Spinillo, A. G., de Queiroz, T. V.; Duarte, Í. V. (2008). Sentido numérico em crianças: o efeito das operações sobre os números. Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.

Spinillo, A. G.; Lautert, S. L. (2006). O diálogo entre a psicologia do desenvolvimento cognitivo e a educação matemática. Em: L. Meira & A. Spinillo (Eds.), Psicologia Cognitiva: cultura, desenvolvimento e aprendizagem. Recife: Editora da Universidade Federal de Pernambuco, pp. 46-80.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In Lesh, R. and Landau, M. *Acquisition of Mathemtics Concepts and Processes.* New York: Academic Press Inc. pp. 127-174.

_____. (1986.). Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas, um exemplo: estruturas aditivas. Análise Psicológica 1 (V), pp. 75-90.

_____. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.) Number Concepts and Operations in the Middle Grades, Reston: NCTM, pp. 141-161.

_____. (1990). La théorie des champs conceptuels. Recherces en didactique des mathématiques, (v. 10.23), Paris. pp. 133-170.

_____. (1991). El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la ensenhanza de las matemáticas en la escuela primaria. 1ed. México: Trillas.

_____. (1996). A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. Revista do GEMPA, Porto Alegre, nº 4, pp. 9-19.

_____. (2001). Invariantes quantitativos, qualitativos e relacionais. In: Seminário Internacional sobre Didática da Matemática. São Paulo e Porto Alegre. Gerard Vergnaud - O campo conceitual da multiplicação. Porto Alegre: GEEMPA. p. 19-26.

_____. (2009). *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Curitiba: ed. da UFPR.

_____. (2009a). O que é aprender? In: M. Bittar C. A. Muniz. *A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos Campos conceituais*. São Paulo: Editora CVR, pp. 13-35.

_____. (2011). O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. Educ. rev. [online]. n.se1, pp. 15-27. ISSN 0104-4060. http://dx.doi.org/10.1590/S0104-40602011000400002.

Vizolli, I. (2006). Registro de Estudantes e Professores de Educação de Jovens e Adultos na Solução de Problemas de Proporção-porcentagem. Curitiba. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal do Pará, Curitiba.

APÊNDICE I

Considerações Éticas

Os estudantes que anuíram participar da pesquisa assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Apêndice II), após serem informados os objetivos da pesquisa, o caráter voluntário e sobre o sigilo referente à sua participação.

Tendo em vista as características das atividades (aplicação do instrumento) eventualmente alguns estudantes se sentiam constrangidos em não saber solucionar algum problema, frente a isso era esclarecido para os participantes que não importava se a resposta estava correta ou não, mas que a pesquisa tinha visava investigar as formas utilizadas por eles para solucionar o problema.

Quanto ao uso do aparelho de áudio, as pesquisas relatam sobre a possibilidade do estudante se sentir incomodado ou mesmo constrangido, tendo isso em vista o pesquisador manteve a conduta de estabelecer vínculo de confiança com o entrevistado na tentativa de minimizar o possível risco de desconforto.

Vale ressaltar que todas as sessões foram gravadas (em áudio – MP3) e transcritas para protocolos individuais, sendo de responsabilidade do pesquisador armazenar as gravações por um período de cinco anos Esse procedimento está de acordo com as exigências éticas apresentadas na Resolução 196/96 do Conselho Nacional de Saúde e na Resolução 016/2000 do Conselho Federal de Psicologia, as quais foram seguidas em todas as etapas pesquisa.

Em relação ao benefício direto dessa pesquisa, durante a aplicação do instrumento o estudante foi levando a refletir sobre os elementos presentes nos problemas que os auxilio no processo de inferência e esse momento também oportunizou ao estudante avaliar seus próprios conhecimentos, tendo a liberdade de a posterior buscar aprimorá-los. Como benefício indireto a pesquisadora realizou uma devolutiva dos dados coletados, através de rodas de conversa com os professores de matemática das turmas que participaram da pesquisa.

O projeto que antecedeu a execução desse trabalho foi submetido ao Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Pernambuco (CAAE: 26472914000005208) e sua execução foi posterior ao parecer de aprovação desse órgão.

APÊNDICE II

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido –TCLE

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PSICOLOGIA COGNITIVA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (PARA MAIORES DE 18 ANOS OU EMANCIPADOS - RESOLUÇÃO 466/12)

Convidamos o (a) Sr. (a) para participar como voluntário (a) da pesquisa intitulada **Raciocínio Proporcional na Resolução de Problemas por Estudantes da EJA**, que está sob a responsabilidade da pesquisadora Edna Rodrigues dos Santos, residente na rua Dona Maria Lacerda, nº 140, CEP 50741010, Várzea, Recife-PE. Você poderá entrar em contato com o pesquisador responsável, inclusive por ligações a cobrar, pelos telefones (81) 3034 5223 / (81) 8118 5610, ou através de e-mail edna.ersantos@gmail.com. Este projeto que o senhor (a) está sendo convidado a participar está sob a orientação da Profª. Dra. Síntria Labres Lautert, Telefone: (81) 2126 7330, e-mail sintrialautert@gmail.com.

Caso senhor (a) não compreenda alguma informação que esteja escrita nesse termo, poderá perguntar ao pesquisador que está lhe entrevistando que este esclarecerá todas as suas dúvidas relacionadas a qualquer parte da pesquisa. Estando o senhor (a) ciente e esclarecidos sobre as informações contidas ao longo desse termo o senhor (a) deverá rubricar as folhas e assinar no local indicado. O senhor receberá uma via desse documento e a outra ficará com o pesquisador responsável, esclarecemos que o senhor tem o direito de retirar o seu consentimento em participar da pesquisa a qualquer momento que anteceda a publicação, sem qualquer penalidade. Também esclarecemos que o senhor (a) tem o direito de se recusar a participar como voluntário nessa pesquisa sem qualquer prejuízo ou penalidade.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Esta pesquisa tem por objetivo investigar o raciocínio proporcional de estudantes da EJA, da 4ª fase. Como colaborados o senhor (a) será solicitado a resolver um conjunto de problemas matemático envolvendo proporção simples e a contar como chegou ao resultado, para nós não importa se a resposta está correta ou não, mas que senhor (a) nos fale como alcançou o resultado. Será solicitado que resolva 18 problemas matemáticos em dois dias diferentes que terá um intervalo máximo de oito dias entre eles. O senhor (a) poderá levar o tempo que precisar para responder em cada um dos dias. Para tanto, receberá folha em branco, lápis, borracha e caneta e o pesquisador gravará o áudio com a resposta emitida. No primeiro dia será solicitado que resolva 9 problemas matemáticos e participe de uma rápida entrevista. No segundo dia será solicitado que resolva 9 problemas matemáticos e sua participação estará encerrada.

Durante a realização das atividades solicitadas pelo pesquisador senhor (a) poderá sentir cansaço ou fadigado e eventualmente a condição de não saber solucionar algum problema pode trazer constrangimento, mas salientamos que para nós não importa se a resposta está certa ou

errada, mas nos interessamos pelas formas usadas pelo senhor (a) para solucionar o problema. Ressaltamos ainda talvez o senhor (a) poderá se sentir incomodado pelo gravador de áudio.

Em relação ao benefício direto dessa pesquisa para o senhor como estudante, acredita-se que ao ler os problemas e tentar resolvê-los o senhor será levado a refletir sobre o conceito de proporção e auxiliá-lo no processo de inferência. Além disso, acreditamos que será uma oportunidade de avaliar seus próprios conhecimentos e buscar aprimorá-los.

Destacamos que será respeitado o sigilo da sua identificação e que as informações fornecidas pelo senhor (a) nessa pesquisa serão confidencias e serão utilizadas e divulgadas apenas para fins acadêmicos como em eventos e publicações científicas.

Os dados coletados nesta pesquisa como as gravações, a entrevista e as folhas utilizadas na resolução dos problemas ficarão armazenados em pastas de arquivo sob a responsabilidade da pesquisadora no endereço acima informado, pelo período mínimo 5 anos.

O senhor (a) não pagará nada como participante voluntário, bem como não receberá nem um tipo de recompensa. Como a pesquisa será realizada em sua escola em momento cedido pelo seu professor, em casos que não seguir essa regra e havendo necessidade as despesas originadas de sua participação na pesquisa serão assumidas pela pesquisadora, como no caso de ressarcimento de transporte e alimentação. É garantido por lei conforme decisão judicial ou extra-judicial, indenização em casos de danos que sejam comprovadamente originados pela participação do senhor (a) na pesquisa.

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: (Avenida da Engenharia s/n – 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária,

Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cepccs@ufpe.br).

_____

(Assinatura do pesquisador)

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO VOLUNTÁRIO (A)

Eu, _____, CPF _____, abaixo assinado, após a leitura (ou a escuta da leitura) deste documento e de ter tido a oportunidade de conversar e ter esclarecido as minhas dúvidas com o pesquisador responsável, concordo em participar do estudo **Raciocínio Proporcional na Resolução de Problemas por Estudantes da EJA**, como voluntário (a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pela pesquisadora sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis

riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Petrolina _____ de _____ de 2014.

Assinatura do participante:

_____

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e o aceite do voluntário em participar. (02 testemunhas não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

APÊNDICE III

Roteiro de Entrevista Semiestruturado

IDADE: _____ DN: __/___/_____ PROFISSÃO: _____

Quanto tempo passou fora da escola_____

A quanto tempo voltou a estudar:_____

1. QUAL O MEIO DE COMUNICAÇÃO VOCÊ MAIS UTILIZA PARA SE MANTER INFORMADO SOBRE OS ACONTECIMENTOS DO MUNDO?

   ( ) Tv
   ( ) Rádio
   ( ) Internet
   ( ) Jornal impresso e revistas

2. COM QUE FREQUÊNCIA VOCÊ OUVE OU ASSISTE SOBRE OS SEGUINTES TEMAS:

TEMA	Muito	Moderado	Pouco	Nada
Eleição Presidenciais				
Copa do Mundo				

3. Com quais dos dois temas você tem mais afinidade (gosta mais)?

   ( ) Eleição Presidenciais
   ( ) Copa do Mundo

APÊNDICE IV

Transcrição do Protocolo nº 38, participante do sexo masculino, 45 anos de idade.

SESSÃO I

Ordem "b

Problema 1: Ronaldo Fenômeno e Pelé são os maiores artilheiros da Seleção Brasileira em Copas do mundo. Nas copas que disputou Ronaldo marcou 15 gols em 20 jogos e Pelé marcou 12 gols em 15 jogos. Qual dos dois artilheiros teve maior rendimento em Copa do Mundo ou os seus rendimentos foram iguais na Seleção?

E: aqui é questão de lógica são 15 gols em 20 jogos o outro marcou 12 em 15 jogos, ele teve 5 jogos a mais. Quer dizer 5 jogos a mais na proporção aqui Pelé teria 16, 17 gols. Então se você for dividir esses 15 gols por 20 vai dá menos do que você dividir 12 por 15.
P: você quer fazer na calculadora?
E: não, você quer que eu bote a média?
P: se você quiser...
E: na minha lógica aqui deu uma média de 0,8% de aproveitamento do Pelé, se for fazer em termos de gols por partida, Pelé vai ter uma porcentagem maior de aproveitamento do que Ronaldo.
P: só pra registrar o que você tá fazendo: você pegou os gol de Ronaldo e dividiu pela quantidade de jogos, e os gols marcados por Pelé pela quantidade de jogos que ele disputou. E no resultado que você encontrou Pelé teve melhor rendimento.
E: 0,8% exatamente.
P: ok. Vamos pra próxima?
E: vamos.

Problema 2: Em 2012 um deputado federal compareceu a 90 de 100 seções de votação na Câmara. Em 2013, no período de fevereiro a novembro, o deputado compareceu a 72 de 80 seções de votação na Câmara. Sabendo-se que em dezembro de 2013 aconteceram mais 8 seções de votação e esse deputado compareceu a 5 delas, o seu rendimento aumentou, diminuiu ou permaneceu o mesmo em relação a 2012?

E: aqui na lógica aqui ele ficou a mesma coisa.
P: ficou a mesma coisa.
E: vamos pra o papel aqui de novo... se de 100 ele foi 90 ficou faltando 10 sessões, nesse ano, né? No outro ano teve 80 sessões e ele foi 72, faltou 8 foi pior ficou faltando 8. Ai ainda acontecerão mais 8 ele, então no caso 88, e ele foi 5. Vou fazer no papel.
P: fique a vontade.
E: foi pior, ele compareceu uma sessão a menos.
P: ele compareceu uma sessão a menos? Vamos recapitular o que você fez aqui: você pegou o 72 de 2013, somou com 5 obtendo
E: 77. Ai 80 mais 8, 88.
P: e fez uma comparação de 90 pra 100.
E: 10.
P: de 77 pra 88 faltou 11. Ai você analisou a quantidade que faltou para saber quem teve maior rendimento.

Problema 03: De uma mistura de água e vinagre 38% é composta de vinagre. Qual a razão entre a quantidade de vinagre e água?

E: essa eu não tô entendo.
P: eu vou ler de novo.
E: não, né isso...
P: é o contexto. Vamos lê novamente.
(...)
E: voce quer saber quanto tem de cada um, ai vai dá 62% de água e 38 de vinagre.
P: como voce obteve esse resultado?
E: porque assim de uma mistura, voce misturou agua e vinagre ai 38% e composta por vinagre, então se 38% é de vinagre 62% vai ser de água.
P: então você se baseou em 100?
E: em 100%, exato.
P: ai voce achou que 38% é vinagre e 62% é água, ai no caso voce saberia me dizer qual a razão entre a quantidade de vinagre e água?
E: não. Pensei que ele queria saber a quantidade de cada um.
P: a dificuldade é entender o termo razão?
E: é... não sei.
P: vamos pra próxima.

Problema 04: Um jogador da seleção mexicana fez 6 gols em 5 jogos que disputou na Copa do mundo de 2010. Atualmente ao jogar o campeonato mexicano esse mesmo jogador teve o mesmo rendimento, ele fez 12 gols em 10 jogos que disputou. Se em mais 2 jogos do campeonato mexicano, o jogador

marcar mais 3 gols, o seu rendimento no campeonato mexicano será maior ou menor que na copa de 2010 ou permanece?

E: eu coloco essa resposta menor ou maior.
P: mas, eu quero saber como você pensou pra chegar nessa resposta.
E: aqui vai ser maior. O rendimento dele vai ser maior porque se voce pega aqui olhe em 5 jogos ele fez 6 gols, é quase uma média de um gol por jogo e se em 2 jogo ele fez 3 se vc for pegar 5 jogos ai ele vai fazer o quê? 6, 7... porque se voce pegar 12 e dividi por 10, né isso? Perai deixa eu fazer aqui, vai dá menos...
P: você quer que leia novamente.
E: quero, me perdi aqui.
(...)
E: será maior. Será maior porque aqui, na lógica... tudo que bem que aqui ele empata, porque 12 jogo 12 gols ele fez em 10 jogos daria a metade do outro, ai se em mais 2 jogos ele marcar mais 3 o rendimento dele vai ser maior do que na copa do mundo.
P: vai ser maior porque acrescentou mais 2 jogos e mais 3 gols.
E exatamente.
P: então o rendimento dele no campeonato mexicano vai ser maior do que na copa de 2010.
E: exatamente.
P: ok. Vamos seguir.

Problema 05: Na última eleição do total de deputados eleitos para a Câmara de Deputados Federais 46% destes eram novatos. Qual a razão entre deputados novatos e veteranos?

E: lá vem a razão de novo, né? O que tá pegando aqui é essa palavra razão, se fosse outra palavra... mas, a gente pode fazer aqui a porcentagem para novatos e veteranos.
P: faz do jeito que tu acha que é.
E: eu vou fazer aqui do meio jeito eu não vou nem armar aqui.
P: tranquilo.
E: foi 54% de veteranos.
P: 54% de veteranos e quantos novatos?
E: 46.
P: então voce tá me dizendo que 46 são novatos e
E: e 54 veteranos.
P: e a razão voce não saberia me dizer?
E: a razão seria o motivo?
P: razão no sentido matemático.
E: ai é onde pega esse negócio de razão, porque eu tô fazendo cálculo aqui...
P: então vamos seguir?
E: eu não entendo a pergunta o que você quer, qual a resposta que voce quer.
P: tranquilo, vamos para a próxima.

Problema 06: Uma torneira gasta 288 segundos para encher um recipiente de 12 litros. Outra torneira gasta 216 segundos com a mesma vazão. Quantos litros a segunda torneira encherá?

E: aqui deu 18.
P: voce pode dizer como você fez?
E: posso sim. É porque aqui é o seguinte: (relê o problema), então fica o seguinte aqui eu botei 216 que é o segundo dividido por 12 que seria a quantidade de litros que ela ia encher por segundo com a mesma vazão no caso aqui deu 18. Se ela tem a mesma vazão, essa daqui ela enche mais rápido, 12 litro. E essa daqui tem a mesma vazão e ela demora mais ela vai encher mais litro do que essa que ta mais rápido.
P: hum... essa vai encher mais.
E: porque a mesma vazão ela vai demorar mais. Só isso.
P: então podemos ir pra próxima.
E: vamos.

Problema 07: Num jogo da copa do mundo a ser realizado na Arena Pernambuco comparecerão homens e mulheres. Espera-se que desses 22% sejam mulheres. Qual é a razão entre mulheres e homens?

E: Essa razão é pau, viu véi?!
P: mas, é como eu disse fica a vontade pra responder da forma como tu acha que é e se quiser pular também não tem problema.
E: eu tenho que usar matemática aqui, pra dividir, pra porcentagem de quanto é homem e quanto mulheres.
P: faz do jeito que tu tá pensando.
E: 78%.
P: então 78% seria o quê?
E: homens e 22% de mulheres.

Problema 08: Sabe-se que quanto o número de deputados a favor maior é o tempo de propaganda eleitoral na tv e no rádio. Nas eleições de 2010, a coligação partidária da presidente Dilma contava com 276 deputados na Câmara e teve cerca de 12 minutos de propaganda eleitoral. Em 2014 a coligação

da presidente ficará com 253 deputados ocupando vaga na câmara. Quantos minutos a candidata Dilma terá de horário eleitoral em 2014?

E: deu 10 min e 8 segundos.
P: voce pode dizer como você fez?
E: eu coloquei 276 menos 253, que é quantidade que ela tem hoje, deu 23. Ai dividi por 12 minutos que ela teve direito no outro ano, deu 1 min e 9 segundos, né? E ai eu diminui dos 12.
P: então voce fez 276 menos 253 e encontrou um resultado e dividiu pelos 12 minutos e encontrou um valor referente a diferença.
E: e depois subtrai de novo.
P: OK.

Problema 09: Duas maquinas copiadoras de marcas A e B trabalham durante o dia. Para cada grupo de 6 cópias que a máquina A faz, a máquina B faz 14 cópias. Qual a porcentagem de cópias tiradas pela máquina A durante o dia?

E: qual a porcentagem?
P: isso.
E: mas, aqui na fala a cada segundo ou a cada minuto...
P: ele so fala que a cada 6 copias que a máquina A tira a máquina B tira 14.
E: mas não diz o tempo, né?
P: não.
E: complicado... mas dá pra fazer aqui... ele quer em porcentagem, né?
P: é.
E: aqui é o seguinte se ele faz 6 cópias a outra faz 14, 50% de 14 vai dá 7, 50% de 14 vai dá 7, então a porcentagem dela não vai ser nem 50%, porque 50% dá 7... vamos colocar ai, vai ser.. 40%, 40% a porcentagem dela.
P: 40%.
E: vai 40% ou mais ou um pouquinho, vai dá 40%. Porque é como eu falei pra você se dividi 14 a metade vai ser 7, como dela é 6... porque se você dividir 6 vai dá o quê? 40 ou quarenta e pouco.
P: então ficou 40%.

SESSÃO II

Problema 10: Pedro irá assistir com seus amigos dois jogos da copa do mundo. No primeiro jogo ele gastou R$ 780,00 na compra de 13 ingressos. No segundo jogo, ele tem R$ 540,00. Quantos ingressos de mesmo valor ele poderá comprar para o segundo jogo?

E: olhe ele comprou com 780 comprou 13. Você pega 780 e divide por 13 que foi a quantidade de ingresso, divido por 13 deu 60.
P: esse 60 é o quê?
E: o valor do ingresso. Ai no caso 540 você divide por 60 que é o valor, vai dá 9 ingressos.
P: 9 ingressos. Ok, vamos para o próximo.

Problema 11: Dois partidos políticos disputam as eleições para governador. Observou-se no resultado que a cada 3 votos recebidos pelo partido PJ, o partido PF recebe 12 votos. Qual a porcentagem de votos recebidos pelo partido PJ?

E: daria, daria 25% de votos
P: como tu descobriu?
E: eu usei 12 como 100%, no caso dividi 12, dividi 0s 100 por 4, no caso daria 3 e os 100% por 4 e daria 25%.
P: porque tu dividiu por 4?
E: porque assim é porcentagem, não é uma maneira lógica de fazer, mas na mente... entendeu?
P: existem vários meios, os meios próprios.
E: é o que a minha professora de matemática sempre fala que se chegar na mesma resposta tá bom.

Problema 12: Uma lesma sobe por um poste avançando 6 metros em 4 horas. Quantos centímetros ela avança em 50 minutos?

E: você quer saber?
P: quantos centímetros ela avança em 50 minutos.
E: 1,25 metros.
P: como tu fez?
E: é... dividi 6 metros por 4 horas deu 1,5 ai 1,5 eu dividi por 60 minutos que é uma hora ai o resultado eu multipliquei por 50.
P: ok. Respondido.

Problema 13: Na festa de abertura da copa do mundo, do público esperado, acredita-se que para cada 6 mulheres presentes no estádio existam 9 homens. Qual a porcentagem de mulheres que comparecerão ao evento?

E: perdi a concentração...

P: essa é uma questão que tu consegue fazer? Ou tu quer passar?
E: não, eu faço, só preciso me concentrar.
P: então fica a vontade.
E: aqui eu não fiz uma conta exatamente, exatamente, mas aqui a média chegou mais perto de 67%.
P: como foi que tu encontrou esse resultado?
E: eu só dividi os 9 em porcentagem. Fui dividindo em porcentagem por isso não deu uma porcentagem exata, exata...
P: então tua reposta é que é cerca de 67%.
E: é, 67% aproximadamente. Mas se fosse 66 vai dá 3, 06, já passa da média. Então é melhor botar mais porque você não vai partir uma pessoa no meio.
P: rs, ok. Vamos para o próximo.

Problema 14: Em uma seção eleitoral foi formada uma fila para a votação na urna eletrônica. Observou-se que a cada 4 minutos a fila caminha 3 metros. Em 48 segundos, quantos metros a fila andará?

E: aqui deu 63, não 64, no caso deu 63,9999.
P: como foi que tu fez?
E: dividi 4 minutos, 4 minutos vai dá 120 segundos ai eu dividi por 3, no caso vai dá 80 cm por cada minuto. E ai dividi os 80 por 60 que no caso seria os segundos e depois multipliquei por 48 segundos.

Problema 15: Uma pequena gráfica possui duas máquinas impressoras de marcas A e B. A máquina A gasta 3ml de tinta preta para imprimir 20 folhas em alta definição e a máquina B gasta 5 ml para imprimir 16 folhas em alta definição. Qual das duas impressoras tem maior rendimento ou os seus rendimentos são iguais?

E: A "a " tem um rendimento maior.
P: A "a " tem um rendimento maior?
E: é.
P: porque tu acha isso?
E: tá na logica se 3 ml ela gasta pra imprimi 20 folhas a outra 5 ml pra imprimir 16.
P: mas, qual é a lógica que tu tá usando?
E: porque aqui não tem a quantidade de tempo.
P: ele só pergunta o rendimento, se tu fosse comprar tu compraria a máquina A porque?
E: porque ela só gasta 3 ml de tinta e imprime 20 folhas, enquanto a outra vai gastar 5 ml imprime só 16. Estaria perdendo o quê? 1 ml, 1,5 ml de tinta.
P: então tu tá me dizendo que o rendimento da A é melhor porque ela gasta menos e imprime mais?
E: é.
P: OK. Respondido. Vamos pra o próximo.

Problema 16: Ao ser substituído um jogador da seleção brasileira percorreu 6 quilômetros durante os 40 minutos que jogou na partida. Quantos metros em média esse mesmo jogador percorre em 30 segundos?

E: 75 metros.
P: como foi que tu achou?
E: eu peguei 6 mil, 6 km dá 6 mil, eu dividi por 40 que deu 150 metros por minuto, ai dividi no meio que no caso aqui são 60 eu divido por 30 que é os segundos. Então deu 75 metros.
P: ok. Respondido. Vamos para a próxima.

Problema 17: Na apuração de votos da seção do Colégio Marista, um candidato ao governo do Estado obteve 375 votos de um total de 750 votos válidos. Já na seção do Colégio Contato o mesmo candidato obteve 216 dos 540 votos computados. Em qual das seções o candidato teve maior rendimento ou os seus rendimentos foram iguais nas duas seções?

E: só pra dizer qual é a seção, né?
P: isso, qual a seção que ele teve melhor rendimento.
E: é do... qual o primeiro colégio?
P: marista.
E: é nesse ai mesmo, teve 50% dos votos.
P: teve 50% dos votos?
E: é.
P: e o outro teve quanto, já que tu tá fazendo em porcentagem?
E: você quer a porcentagem do outro? Vou fazer aqui, perai.
P: porque... como foi que voce descobriu que o primeiro foi melhor?
E: por maior valor.
P: e o outro tu também dividiu?
E: dividi também.
P: e deu quanto?
E: eita... ele teve 216 de 540, né?
P: isso.
E: deixe eu dizer a tu, falando em porcentagem 100 é o valor total, então no caso aqui 750 menos 375 que é o que ele obteve que deu 375 então se o outro fosse maior teria que dá o quê?

Teria que dá mais da metade daqui, olhe 540 menos 216 ficou o que? 324, não deu nem 50%.
P: ah, então por ai já dá pra saber não precisou nem voce calcular a porcentagem dele.
E: foi. Entendeu.
P: sim, vamos para o último.

Problema 18: Joana leu 28 páginas de um livro em 40 minutos. No dia seguinte ela teve o mesmo rendimento, lendo 56 páginas em 80 minutos de leitura. Se no terceiro dia Joana ler mais 16 páginas do que ela leu no segundo dia e aumentar em 45 minutos o tempo de leitura, seu rendimento no terceiro dia será maior, menor ou igual ao primeiro dia?

E: aqui eu não tô entendo o seguinte: ela aumentou 45 minuto nesse terceiro dia ou só 5 minutos.
P: ele diz que ela aumentou em 45 minutos o tempo de leitura.
E: então invés de 40 ela foi pra 45 minutos. Ai ela leu mais 16 páginas do que no segundo dia, né?
P: isso.
E: foi pra 45 então o rendimento dela foi maior.
P: ela leu 16 páginas a mais do que leu no segundo dia.
E: ela leu 26 pagina no primeiro dia, ai ela leu aqui 44 páginas porque ela leu 16 paginas a mais.
P: vamos relê o problema
(...)
E: no terceiro dia o aproveitamento dela foi maior.
P: foi maior, ai tu tá comparando quais valores?
E: não, eu to comparando aqui a questão do minutos ela aumentou em 5 min e 5 minutos ela leu o quê? 16 páginas, 16 páginas ela leu em 5 minutos. Se você for dividi pelos minutos que ela leu 28 aqui vai dá maior.
P: ok. Terminamos.