Universidade Federal de Pernambuco
Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
EDUMATEC

www.propesq.ufpe.br/hp/ppgedumatec
e-mail: edumatec@ufpe.br
tel: 2126-8952

FABIOLA SANTOS MARTINS DE ARAÚJO OLIVEIRA

Crianças de 5° ano do Ensino Fundamental resolvendo problemas de divisão: a calculadora pode contribuir?

RECIFE
2015

FABIOLA SANTOS MARTINS DE ARAÚJO OLIVEIRA

Crianças de 5° ano do Ensino Fundamental resolvendo problemas de divisão: a calculadora pode contribuir?

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Ana Coelho Vieira Selva.

RECIFE
2015

Catalogação na fonte
Bibliotecária Andréia Alcântara, CRB-4/1460

O48c Oliveira, Fabíola Santos Martins de Araújo

Crianças de 5º ano do ensino fundamental resolvendo problemas de divisão: a calculadora pode contribuir? / Fabíola Santos Martins de Araújo Oliveira. – Recife: O autor, 2015.
147 f. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Ana Coelho Vieira Selva.
Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2015.
Inclui Referências, Apêndices e Anexos.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Calculadora. 3. Ensino fundamental. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Selva, Ana Coelho Vieira. II. Título.

372.7 CDD (23. ed.) UFPE (CE2015-54)

FABIOLA SANTOS MARTINS DE ARAÚJO OLIVEIRA

Crianças de 5° ano do Ensino Fundamental resolvendo problemas de divisão: a calculadora pode contribuir?

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovado em: 01/06/2015.

Banca Examinadora:

____

Presidente e Orientadora
Prof.ª Dr.ª Ana Coelho Vieira Selva
UFPE

____

Examinadora Externa
Prof.ª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros
UEPB

____

Examinadora Interna
Prof.ª Dr.ªRute Elizabete de S. Rosa Borba
UFPE

AGRADECIMENTOS

Após dois anos de intenso trabalho é chegado o momento de agradecer a todos que, de forma direta ou indireta, ajudaram-me na realização deste grande sonho. Confesso: não foi uma tarefa fácil, mas venci!

Primeiramente agradeço a **Deus** que me deu a vida.

À minha querida e amada mãe, **Maria Betania**, pelas palavras de incentivo e de carinho. Quem, por muitas vezes, cuidou do meu filho para que eu conseguisse concluir este belíssimo trabalho. Te amo!!!

Ao meu esposo, **Fábio**, pela paciência e compreensão em alguns momentos de minha ausência, como também pelo cuidado com nosso filho, quando não estivepresente.

Ao meu irmão que sempre acreditou na minha competência. Muito obrigada, **Manoel**.

À minha orientadora querida, **Ana Selva**, pelos ensinamentos e por muitas palavras de conforto e carinho quando passei por momentos bastante difíceis com a doença de meu pai, meu muito obrigada! Agradeço pelos puxões de orelha que me deu durante as orientações, assim comopelos momentos de descontração. Confesso que aprendi bastante e que levarei esta experiência para o resto da minha vida. Lembro, inclusive, que Ana Selva vem me aturando desde a graduação.

Agradeço às professoras **Rute Borba** e **Kátia Medeiros**, por aceitarem o convite de participar da banca e pelas contribuições à minha pesquisa, desde a qualificação.

Aos colegas do mestrado, não citarei nomes para não esquecer de ninguém: foi um prazer conhecer a todos da **Turma 2013**. O mesmo vale para as meninas da **Turma 2014**, **Rita Batista e Paula Cabral.**

Aos companheiros de luta,**Wellington Lins** e **Danielle Tavares,** pelas idas e vindas à Secretaria da Administração do Ipojuca, a fim de conseguirmos o afastamento para conseguirmos cursar o mestrado. Foi um prazer conhecê-los.

Aos meus amigos **Betânia** e **Paulo Marcos,** que me socorreram em momentos desesperadores, em situações nas quais pensei em desistir, mas ambos me deram conforto em suas palavras, além de me terem me ajudado no que foi possível.

À querida **Ana Quele,** agradeço porque, mesmo de férias, leu minhas escritas e organizou alguns detalhes – agora mestranda Edumatec 2015 (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica). Minha imensa gratidão!

A todos os **Professores do EDUMATEC** pelos maravilhosos ensinamentos, principalmente nas aulas de Seminários que contribuíram para minha pesquisa, em especial: **Carlos Eduardo**, **Cristiane Pessoa**, **Liliane Carvalho, Gilda Guimarães** (pelos cuidados com gráficos e tabelas), **Rute Borbab**(por emprestar livros, CD's de congressos e dirimir algumas dúvidas).

À querida **Clara** pelos esclarecimentos em documentações, dentre outras coisas, referentes aos procedimentos burocráticos. Meu muito obrigada!

Às minhas amigas de longa data: **Margarete**, **Ana Manoela**, **Iagrici**. Amo vocês e que nossa amizade dure mais muitos anos.

Às colegas de trabalho da Prefeitura de Moreno, que acompanharam meu processo de trabalhar e estudar: **Andreza**, **Chirley**, **Célia**, **Celma**,**Geane**,**Janize**,**Lenilza**, **Nanai** e **Rozineide**.

Não poderia esquecer desta pessoa especial, **Glauce Vilela**, quem, durante um curso deformação realizadono Município do Ipojuca, explicou, com doces palavras, que deveria voltar à vida acadêmica e fazer o mestrado, quando a ideia de seguir a carreira acadêmica já haviaadormecidodentro de mim.

À **Neia,** diretora da escola do Município do Ipojuca, por permitir o meu trabalho.

Aos **alunos** e **professores** da pesquisa, presentes desde o estudo piloto até a pesquisa em si, meu muito obrigada pelas trocas de conhecimentos.

À Diretora de Monitoramento e Avaliação do Município do Ipojuca, **Roberta Mery**, pela liberação das escolas para minha pesquisa, assim comopela disponibilização dos dados do Município do Ipojuca.

RESUMO

Considerando a importância de trabalhar a tecnologia em sala de aula, especialmente com referência ao uso da calculadora, este estudo tem como objetivo investigar o desempenho de estudantes do 5°ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas de divisão, estabelecendo uma comparação entre uma proposta de ensino que se utiliza da calculadora e outra com uso de manipulativos. Participaram desta pesquisa 50 estudantes com faixa etária entre novee 13 anos de idade, de uma escola da rede municipal do Ipojuca. Para avaliar o nível de conhecimento dos alunos, antes de submetê-los à intervenção de ensino, solicitamos aos mesmos que respondessem, individualmente, um pré-teste que envolviaoito problemas de divisão, sendo um de partição sem resto, um de quotição com resto, um de partição com resto, um de quotição sem resto, dois de partição resolvida e dois de quotição resolvida. A partir do emparelhamento dos resultados obtidos no pré-teste, os estudantes foram organizados em dois grupos com desempenhos equivalentes, que passaram por intervenções distintas: no Grupo Calculadora/Papel e Lápis, a intervenção envolveu o uso da calculadora e também a resolução com papel e lápis, e no Grupo Manipulativo/Papel e Lápis, a intervenção foi realizada com apoio de manipulativo, papel e lápis para resolução dos problemas. Ao final da intervenção, foi realizado um pós-teste e, depois de oito semanas, foi feito um pós-teste posterior. Os resultados foram avaliados levando-se em consideração dois tipos análise e mostraram avanços significativos de desempenho em cada grupo, no entanto, a comparação do desempenho dos grupos não mostrou diferenças significativas, ou seja, ambas as intervenções contribuíram para a aprendizagem dos estudantes. Em relação ao fato de a natureza dos problemas ser de partição ou de quotição, observamos não existir diferenças entre resolver um ou outro problema, tanto no pré-teste como no pós-teste (SELVA, 1993, 1998; SPNILLO; LAUTERT, 2002; SELVA; BORBA, 2005). A respeito dos problemas envolvendo o resto, percebemos que muitos estudantes ainda apresentam dificuldades na resolução de problemas com resto, de acordo com estudos anteriores (SELVA, 1993,1998; SELVA; BORBA, 2005; SELVA; BORBA; TORRES, 2007; SPINILLO; LAUTERT, 2012). Esta dificuldade pode estar relacionada ao fato de o livro didático de Matemática, em sua maioria, trazer apenas problemas sem resto, dificultando desta forma o entendimento dos problemas com resto, como também pode estar relacionada ao fato de ser este tipo de problema menos explorado pelos professores em sala. Observando o desempenho dos estudantes em relação a problemas resolvidos (já tinham a resposta) que envolviam respostas com decimais, problemas estes que foram apresentados no pré-teste, no pós-teste e no pós-teste posterior, verificamos que o Grupo Calculadora/Papel e Lápis apresentou nos pós-testes melhores desempenhos do que o Grupo Manipulativo/Papel e Lápis, possivelmente por estar mais familiarizado com a representação decimal, mostrada na calculadora. Nas análises qualitativas, percebemos o uso de algumas estratégias, tais como adição, estratégia pessoal, ensaio ao erro, multiplicação, divisão, entre outras observadas em estudos anteriores. Consideramos necessário ressaltar a importância de que seja abordada, na formação inicial e continuada dos professores, não apenas a discussão das Estruturas Multiplicativas, mas também que seja dada uma especial atenção ao significado do resto obtido nos problemas de divisão, tendo em vista que, mesmo estando em pleno curso do 5º ano, os estudantes apresentaram dificuldades, tanto na questão do conteúdo, como na compreensão do resto. Também reforçamos a contribuição da calculadora, tanto para a aprendizagem relativa à resolução dos problemas de divisão, como na compreensão do significado do resto, beneficiando estudantes. Esta descobertafortalecea importância da inclusão desta ferramenta no ensino de Matemática.

Palavras-chave: Divisão; Calculadora; Ensino Fundamental.

ABSTRACT

Taking into account the importance of working with technology in the classroom, especially the calculator, this study aims to investigate the development of primary school 5th grade students on division problemsolving, considering learning approaches withthe help of the calculator using manipulative. This study included 50 students at the age within 9 and 13 from public schools in the city of Ipojuca, Pernambuco. To assess students' knowledge level before the learning approach was applied, they were asked to respond, individually, an 8-division-problem pre-test, composed of one partition division with no remainder, one quotition division with remainder, one partition with remainder, one quotition with no remainder, two solved partitions, and two solved quotitions. After pairing the results of the pre-tests, students that had distinctive interventions were joined in two groups with similar development: at the calculator/paper and pencil group, intervention included calculator, paper and pencil for problem solving; and at the manipulative/paper and pencil group, intervention was carried out with support of manipulative, paper and pencil for problem solving. At the end of the intervention, a post-test was carried out, and a later post-test after 8 weeks. Resultsthey were analyzed assuming two types analysis the comparisons of the group development, however, showed no significant differences; in other words, both interventions contributed to the students' learning. Regarding the fact that the problems are partition or quotition, we noted that there were no differences in solving one or another problem during pre- and post-tests(SELVA, 1993, 1998; SPNILLO; LAUTERT, 2002; SELVA; BORBA, 2005). In relation to the problems with remainder, we also noted that many students still show difficulties in solving problems with remainder in agreement with previous studies (SELVA, 1993,1998; SELVA; BORBA, 2005; SELVA; BORBA; TORRES, 2007; SPINILLO; LAUTERT, 2012).This difficulty might be related to the fact that most math textbooks only explore problems with no remainder, making it difficult for students to understand problems with remainder; another thing is the fact that teachers do not assign this kind of problem very often in the classroom. Studying the students' development regarding problems solved which decimal responses were included in the pre-test, post-test and later post-test, we learned that the calculator/paper and pencil group showed better results in the post-tests rather than the manipulative/paper and pencil one, possibly because they are used to the decimal representation displayed in calculators. We noted during qualitative analysis the use of some strategies, such as: addition, personal strategy, trial and error, multiplication, division and others, all verified in previous studies. We quoted as necessary the importance that in the early and continuous schooling of educators not only discussion on multiplicative structures be addressed, but also special underscore to the meaning of remainder acquired in the division problems, given that 5th grade students have shown a great deal of difficulties both in content and understanding the remainder. It was also brought into light the help of calculator both to the learning regarded to division problem solving and to the understanding of the meaning of remainder, empowering students. This fact strengthens the importance to include this tool in the teaching of mathematics.

Keywords: Division; Calculator; Primary School.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

Sumário

INTRODUÇÃO

Atualmente as crianças já nascem inseridas em um mundo tecnológico, no qual as informações circulam rapidamente favorecendo um conhecimento globalizado. As possibilidades oriundas dos avanços tecnológicos fascinam a criança e o jovem pela amplitude de relações que podem ser vivenciadas e pela rapidez de acesso às informações. Nesse contexto, a escola vive, hoje, um grande desafio, que é ter a tecnologia como aliada do conhecimento. Assim, considerando o conhecimento matemático, a escola deve estar sintonizada com os recursos tecnológicos existentes, ampliando as possibilidades de conhecimento das crianças e jovens, como também favorecendo os processos de ensino e aprendizagem através das novas formas de interação propostas por tais recursos.

Este trabalho busca analisar as contribuições de um recurso tecnológico, a calculadora, para a compreensão Matemática de crianças do Ensino Fundamental, especialmente relacionada à operação de divisão. Seu uso é recomendado desde os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) que enfatiza a importância deste recurso pedagógico em sala de aula.

> Estudos e experiências evidenciam que a calculadora é instrumento que pode contribuir para a melhoria do ensino de Matemática. A justificativa para essa visão é o fato de que ela pode ser usada como um instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação. Além disso, ela abre novas possibilidades educativas, como a de levar o aluno a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea. A calculadora é também um recurso para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento da auto avaliação (BRASIL, 1997, p. 46).

Diversos estudos também reforçam a contribuição da calculadora em sala de aula (RUBIO, 2003; MEDEIROS, 2004; SELVA; BORBA, 2005; LAUREANO; MEDEIROS, 2008; PIZYSIEZNIZ, 2011; dentre outros). A partir dos resultados desses estudos, como também a partir do reconhecimento das possibilidades do uso deste recurso didático bastante usado no dia adia das pessoas – promovendo rapidez e segurança aos cálculos, nas mais diversas situações –, acreditamos que o uso da calculadora estimula e atrai os estudantes, além de contribuir para auxiliá-los a pensar sobre conceitos matemáticos.

Vale destacar que, antes mesmo das recomendações dos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), o seu uso em sala de aula já era mencionado no acordo *National*

Council of Teacher of Mathematics (1991), que mencionava a importância do uso da calculadora por crianças, na medida em que relata que seu uso de forma adequada pode aumentar a qualidade do currículo, assim como a qualidade da aprendizagem. Ademais, pode ser usada em todos os níveis de ensino.

Isto posto, reforçamos a importância de se trabalhar com a calculadora nas aulas de Matemática, não apenas para a realização de cálculos, mas também para a exploração de conceitos matemáticos, tornando as aulas mais significativas para os alunos.

Com base nesse pensamento, este estudo se propõe a explorar o conceito de divisão, já abordado em alguns estudos anteriores (SELVA, 1993; SPINILLO; LAUTERT, 2002, 2004, 2012; CORREIA, 2004; dentre outros), comparando duas possibilidades de ensino, uma envolvendo a calculadora e outra, não. Este trabalho também procura mostrar importância de trabalhar a divisão com resto junto aos alunos, na medida em que, muitas vezes, vem sendo negligenciada, nas aulas de Matemática, a discussão sobre o conceito de resto e o significado do mesmo para o problema proposto. Por este motivo, esse estudo aborda também a divisão com resto, nas intervenções planejadas.

Em relação ao uso da calculadora, alguns estudos demonstram que grande parte dos docentes ainda acredita que a calculadora inibe o raciocínio dos alunos ou que os mesmos ficam dependentes do instrumento (NORONHA; SÁ, 2002; MEDEIROS, 2004). Apesar de reconhecer a importância de tal recurso didático em sala de aula, muitos docentes se sentem inseguros no momento de usar a calculadora em classe e lançam mão deste recurso poucas vezes, apenas quando a atividade do livro didático requer o uso da mesma (SELVA; BORBA, 2010; BORBA; SELVA, 2014).

No que se refere ao trabalho com a calculadora, como propostado livro didático, em especial envolvendo a operação de divisão, Oliveira e Selva (2014) mostram que as coleções vêm apresentando mais atividades envolvendo essa operação, como também os tipos de atividades nas quais prevalece a exploração conceitual[1].Entretanto, as mesmas ainda precisam ser mais exploradas. Em um estudo anterior, perceberam-se poucas atividades envolvendo a calculadora, nas quais trabalhava-se apenas a exploração de teclado[2] (SELVA; ARAÚJO; LIMA, 2007).

Considerando os problemas de divisão envolvendo o resto, poucas são as atividades presentes nos livros didáticos, assim como atividades envolvendo os dois tipos de divisão

[1] A atividade de exploração conceitual tem como objetivo permitir melhorias no entendimento de um assunto trabalhado (BORBA; SELVA, 2014).
[2] A atividade de exploração de teclado tem como objetivo descobrir como a calculadora funciona. (BORBA; SELVA, 2014).

(partição e quotição), prevalecendo, nos livros, as atividades partitivas (LIMA; BORBA, 2007; OLIVEIRA; SELVA, 2014).

Ressaltamos que os resultados encontrados nesta pesquisa serão apresentados à Secretaria de Educação do Município do Ipojuca com a intenção de contribuir para a qualidade de ensino do município. A seguir, os objetivos deste estudo serão detalhados.

Objetivo Geral

- Investigar o desempenho de estudantes do 5°ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas de divisão, comparando a proposta de ensino com uso da calculadora e por meio de diferentes representações.

Objetivos Específicos

- Analisar o desempenho dos estudantes nas atividades que envolvema resolução de problemas de divisão, através de diferentes representações (Grupo Calculadora/Papel e Lápis; Grupo Manipulativo/Papel e Lápis).
- Analisar o desempenho dos estudantes na resolução de problemas envolvendo partição e quotição com resto.
- Confrontar os problemas com resto com os problemas sem resto.
- Comparar problemas que possuemcontexto envolvendo comida e contexto envolvendo dinheiro (problemas resolvidos).
- Compreender como os alunos entendem a representação decimal quando os problemas já apresentam as respostas do problema (problemas resolvidos).

A dissertação está organizada em cinco capítulos, cada um deles será detalhado a seguir.

Tecnologia na sala de aula: o uso da calculadora é o primeiro capítulo. Ele aborda o uso da tecnologia na escola, traz um breve histórico sobre a calculadora e alguns estudos sobre seu uso (GROVES; STACY, 1994; RUBIO, 2003; MEDEIROS, 2004; SÁ; JUCÁ, 2005; SELVA; BORBA, 2005; FELDATO, 2006; SELVA; BORBA; TORRES, 2007;

MELO, 2008; LAUREANO; MEDEIROS, 2008;GUINTHER, 2009; NHONCANCER, 2009; MOREIRA, 2010; PIZYSIEZNIZ, 2011).

No segundo capítulo, *Compreendendo as Estruturas Multiplicativas*, são abordados alguns autores, como Vergnaud (1996, 2009) e Nunes e Bryant (1997), que versam sobre o campo das Estruturas Multiplicativas, como também serão apresentados alguns estudos sobre a resolução de problemas de divisão (SAIZ, 1996; SELVA, 1993; SPINILLO; LAUTERT, 2002, 2004, 2012; CORREIA, 2004; LIMA, 2012).

A *Metodologia* está descrita no terceiro capítulo, que apresenta detalhadamente todo o percurso da nossa pesquisa, buscando atender aos objetivos já apresentados.

Os *Resultados* aparecem no quarto capítulo. O mesmo foi dividido em subtópicosque respondemquestões levantadas nos objetivos elencados na referida pesquisa.

No quinto capítulo, as *Considerações finais*finalizam a presente pesquisa, trazendo a reflexão sobre a importância de se trabalhar com a calculadora nos anos iniciais do Ensino Fundamental e contribuições para novos estudos.

CAPÍTULO 1

Tecnologia na sala de aula: o uso da calculadora

1. 1. O uso da tecnologia na escola

A tecnologia está cada vez mais presente no dia a dia do cidadão, modificando a sua vida e exigindo dele a busca de capacitação para garantir mais espaço no mercado de trabalho e, até mesmo, na sociedade. A influência da tecnologia está presente também na escola, não apenas via os próprios estudantes, mas também possibilitando ao professor contar com uma grande quantidade de recursos que podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem (por exemplo, datashow, softwares em 3D, calculadoras, programas que permitem simulações, computadores). Assim, se, em tempos atrás, os estudantes tinham como apoio para sua aprendizagem apenas os livros didáticos, hoje percebemos uma grande mudança: a maioria dos estudantes está conectadacom a busca de novas informações.

Goos (2010) sugeriu o uso de tecnologia nas aulas de Matemática, tendo em vista que as práticas do passado eram de memorização e reprodução do conhecimento. No entanto, a introdução da tecnologia nas aulas, em especial nas de Matemática, é um estímulo para os alunos que se tornam mais participativos (investigando, experimentando, procurando soluções, dentre outras coisas).

Segundo Kenski (2007) a evolução tecnológica não se restringe apenas aos novos usos de determinados equipamentos e produtos, mas sim a tudo o que está à nossa volta. Por conseguinte, é preciso uma mudança de postura de certos educadores, em suas metodologias utilizadas em sala de aula, buscando atrair os estudantes e transformar a informação em conhecimento. Nessa direção, Bueno (1999) explica que:

> A tecnologia é um processo contínuo através do qual a humanidade molda, modifica e gere a sua qualidade de vida. Há uma constante necessidade do ser humano de criar, a sua capacidade de interagir com a natureza, produzindo instrumentos desde os mais primitivos até os mais modernos, utilizando-se de um conhecimento científico para aplicar a técnica e modificar, melhorar, aprimorar os produtos oriundos do processo de interação deste com a natureza e com os demais seres humanos. A tecnologia pressupõe em primeiro lugar um agente para que esta aconteça, assim, como a máquina não possui vida própria, necessitando sempre do ser humano para gerenciá-la, se a entendemos como uma ciência pressupomos que exige produção científica, esta produção só pode acontecer num ambiente produtivo; num ambiente de trabalho que, por sua vez, só pode ter vida com a presença do ser humano; é ele quem cria as teorias que resultam

> em ciência, dentro de um ambiente de produção, é o principal ator da tecnologia (BUENO, 1999, p. 87).

Entretanto, podemos perceber, na realidade das nossas escolas, que muitos professores ainda apresentam preconceitos quanto à utilização de tecnologias digitais em sala de aula.

> Para nós, professores, essa mudança de atitude não é fácil. Estamos acostumados e sentimo-nos seguros com nosso papel tradicional de comunicar ou transmitir algo que conhecemos muito bem. Sair desta posição, entrar em diálogo direto com os alunos, correr o risco de ouvir uma pergunta para a qual, nomomento, talvez não tenhamos respostas, e propor aos alunos que pesquisemos juntos para buscarmos a resposta tudo isso gera um grande desconforto e uma grande insegurança (MORAN, p. 142, 2012).

Sendo assim, o uso de qualquer tecnologia, especialmente na escola, traz a necessidade de compreensão das possibilidades de aprendizagens que podem ser ampliadas com seu uso, bem como do entendimento sobre a forma de utilizar o recurso tecnológico em sala de aula. É necessário planejar as situações a serem trabalhadas com os estudantes e isso envolve formação do educador para que ele se sinta confortável no momento de inserir qualquer inovação em suas aulas. Considerando em especial a calculadora, seu uso na escola demanda a superação de preconceitos arraigados, tais como o de que os alunos deixariam de raciocinar no momento de resolver um problema ou exercício se fizessem uso dela (MEDEIROS, 2004).

Ainda em relação ao uso da calculadora, é necessário que os docentes estejam seguros e convencidos do potencial de tal recurso e que possam usá-lo de forma a beneficiar a aprendizagem dos estudantes. Selva e Borba (2010) apresentam sugestões de atividades com o uso da calculadora em sala de aula, as quais mostram um potencial campo de conceitos matemáticos que podem ser explorados com a calculadora. Mas é preciso, como já dissemos, que o professor acredite nisso e sinta segurança para propor o uso da calculadora como mais um recurso em sala de aula.

Desse modo, a calculadora deixa de ser um instrumento apenas de realização de cálculos e de aplicação de fórmulas. Fedalto (2006) reforça esta ideia:

> [...] a calculadora pode ser utilizada em todas as situações de sala de aula, mas de modo particular naquelas que envolvam problemas de investigação que possibilitem a discussão, a análise, a generalização. Fazer isso implica em estar confrontando crenças básicas, desarticulando estabilidades associadas às concepções dos professores (reforçadas em sua formação inicial), uma vez que as aulas de matemática são excessivamente centradas

> na memorização de regras, uso de fórmulas e cálculos que pouco contribuem para a compreensão do que está sendo ensinado (FEDALTO, 2006, p. 135).

Outro autor que defende o uso da calculadora por professores é Mocrosky (1997), quando afirma que

> Há uma aceitação da calculadora em sala de aula pela maioria dos depoentes, desde que o professor e o aluno saibam utilizá-la e o conteúdo programático seja bem trabalhado antes do seu uso, para que o aluno não fique dependente deste instrumento de cálculo e que consiga resolver as operações básicas num momento em que não tenham acesso à calculadora. (MOCROSKY, 1997, p. 185)

Como podemos observar, Mocrosky (1997) também reforça que, para ser utilizada em sala de aula, a calculadora precisa de um planejamento prévio para que o aluno não fique dependente de tal instrumento e para que consiga resolver as operações básicas necessárias quando não puder utilizar tal recurso.

Uma preocupação de muitos professores em relação ao uso da calculadora em sala de aula é que isso contribua para diminuir o interesse dos alunos em desenvolver as habilidades relativas aos cálculos. Entretanto, não percebem o grande potencial da calculadora ao ser usada em sala de aula, no sentido de favorecer a diminuição do tempo perdido com cálculos grandes, a reflexão sobre os resultados obtidos, dentre outros benefícios.

Na literatura, observamos estudos que utilizam como suporte a calculadora em sala de aula e mostram a possiblidade do uso de tal recurso. Sendo assim, após esta breve discussão sobre as contribuições da calculadora, vale a pena conhecer melhor essa ferramenta e os usos que têm sido feitos da mesma.

1. 2. Histórico sobre a calculadora

Neste tópico propomos fazer um levantamento histórico sobre o uso de instrumentos quedão suporteà realização de cálculos, desde o ábaco até as calculadoras atuais.

Segundo Rubio (2003), o primeiro instrumento destinado a tornar o cálculo mais fácil ao homem foi o ábaco.

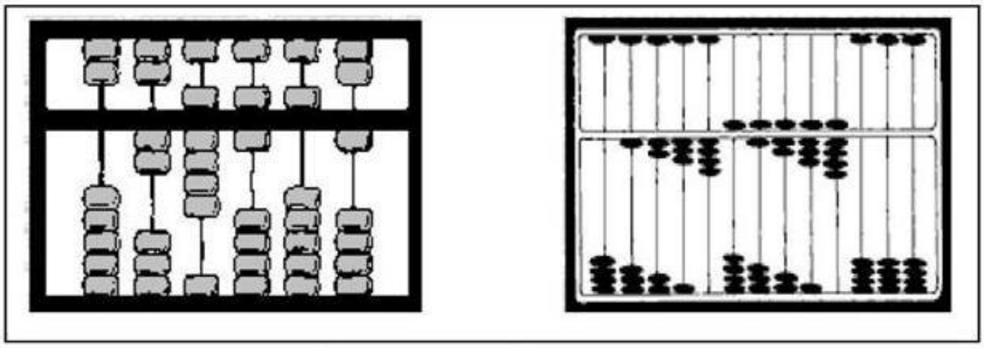
> O ábaco parece ter surgido entre os sumérios, em cerca de 2.500 a.C. , e utilizava seu sistema sexagesimal. Segundo Eves (1995) o ábaco pode ser considerado o mais antigo instrumento de computação mecânico usado pelo homem. Mais tarde, os gregos difundiram seu uso, juntamente com as principais descobertas matemáticas da antiguidade (RUBIO, 2003, p. 15, 16).

Boyer (1996) explica que

> A palavra ábaco provavelmente deriva da palavra semítica abq ou pó, indicando que em outras regiões, como na China, o instrumento proveio de uma bandeja de areia usada como tábua de contar. É possível, mas nada certo, que o uso da tábua de contar na China procedao europeu, mas não se dispõe de datas definitivas e dignas de fé (BOYER, 1996, p. 135).

Abaixo apresentaremos as imagens de dois ábacos, um chinês e outro japonês, utilizados para a realização de cálculos, antes de Cristo.

Figura 1-Ábaco chinês e Ábaco japonês (Soroban)

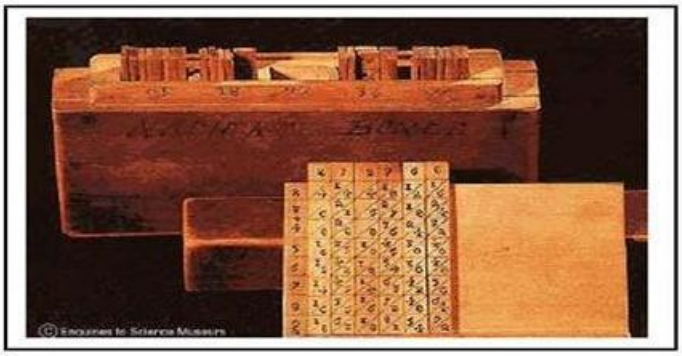


Fonte: GUINTHER, Ariovaldo (2009).

Nos primeiros ábacos hindus, encontrados no século II a. C., utilizava-se areia. 100 anos depois, Roma já utilizava o que se considera, hoje, a máquina de calcular portátil, chamado "ábaco de cera". Muitas civilizações usaram o ábaco para auxiliar na hora de calcular. Os indianos no século V d. C. modificaram radicalmente seus métodos de cálculos, atribuindo um valor posicional decimal às colunas que representam nove unidades significativas. Assim, no século XI d. C., os calculadores europeus estavam realizando operações aritméticas no ábaco de colunas, com origem latina, utilizando fichas de chifres marcados com algarismos "arábicos" de 1 a 9. Após 100 anos, o zero começa a ser usado na Europa. O uso do ábaco, do séculos XII ao XVI, foi motivo de preconceito entre os Abacistas e os Algoristas. Entretanto, a vitória lenta dos algoristas não impediu que os comerciantes, banqueiros e tesoureiros continuassem a utilizar o ábaco de fichas (RUBIO, 2003).

Muitos anos depois, em 1617, John Napier inventou um aparelho, conhecido como "barras de Napier", que consistia em paus feitos de madeira nos quais fatoress da multiplicação eram gravados de forma apropriada (BOYER, 1996). Na Figura dois, abaixo, podemos observar como eram as barras de Napier.

Figura 2- Barras de Napier



Fonte: RUBIO, Juliana (2003)

A partir da adoção da numeração posicional e do zero, as barras de Napier se tornaram possíveis. Entretanto, as mesmas não auxiliavam nos procedimentos de cálculos.

Sobre essa invenção, Rubio (2003) relata que não teve tempo de se tornar um sucesso, devido ao único modelo ter se perdido em um incêndio, impossibilitando, assim, a divulgação para a sociedade.

Aos 19 anos, o filósofo francês Blaiser Pascal construiu a primeira máquina de calcular de que se tem notícia, a "Pascalina", no ano de 1642, conforme a Figura 3 abaixo.

Figura 3- Máquina de calcular Pascalina

Fonte: RUBIO, Juliana (2003).

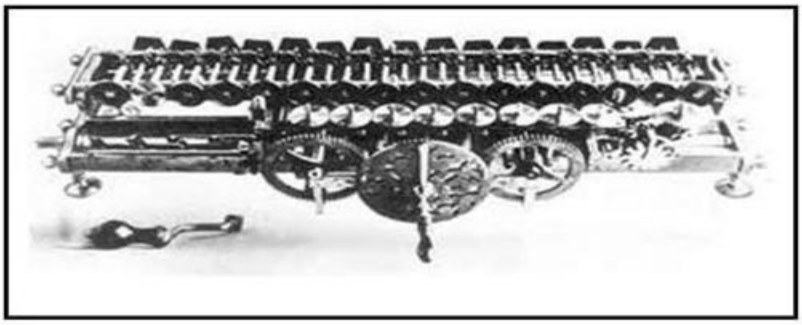
Esta máquina tinha condições de trabalhar com seis dígitos. Uma roda possuía uma sequência de mostradores que correspondia a um algarismo, de zero a nove. A primeira roda da direita correspondia às unidades, a seguinte às dezenas, as posteriores às centenas e assim sucessivamente (RUBIO, 2003).

A Pascalina permitia efetuar as operações de adição e subtração, já as operações de multiplicação e divisão poderiam ser feitas por sucessivas repetições da adição ou subtração. Estima-se que pelo menos 50 máquinas dessas foram comercializadas por toda a Europa.

Entretanto, Pascal morreu muito cedo, aos 39 anos, e não teve tempo de aperfeiçoar seu invento.

Em1964, o matemático e filósofo Gottfried Leibnitz inventou um aparelho mais dinâmico, devido à sua capacidade de realizar cálculos aritméticos apenas mecanicamente, conforme a Figura 4. Todavia, não era um instrumento confiável. A máquina não foi comercializada, mas apresentava como diferencial um visor de posição móvel para a multiplicação e a divisão (RUBIO, 2003).

Figura 4- Sistema binário de numeração Leibnitz

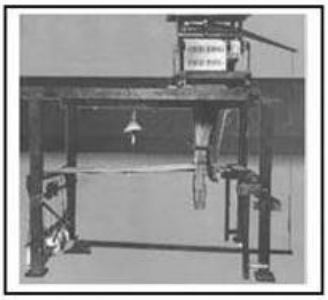


Fonte: RUBIO, Juliana (2003).

Apesar de o invento de Leibnitz não ter sido comercializado, conforme já mencionado anteriormente, vários aperfeiçoamentos foram realizados por outros inventores.

O mundo seria confrontado pelos avanços tecnológicos, no final do século XVIII, iniciados na Inglaterra, que perduraram por muitos anos. Assim, vários países (Inglaterra, Escócia, Holanda, Itália, Japão, entre outros) começaram a se industrializar. Diante desse contexto, o comércio e desenvolvimento bancário foram tomando grandes proporções, fazendo necessária a utilização de máquinas capazes de desenvolver os cálculos mais rapidamente, na chamada Revolução Industrial. Na França, Joseph Marie Jacquard inventou a máquina de tear com cartão perfurado (Figura 5), utilizada nas atividades industriais para a produção têxtil, considerando-se a primeira máquina de calcular programável.

Figura 5- Tear automático de Jacquard

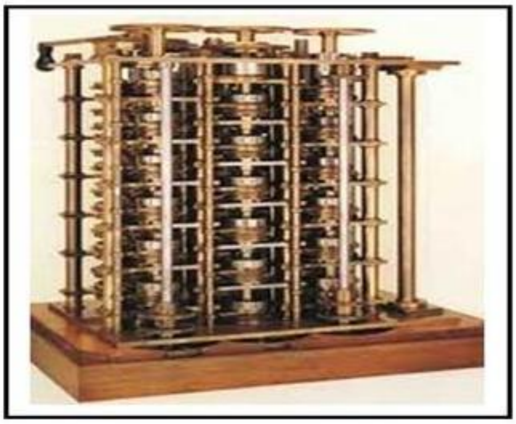


Fonte: http://www.geocities.ws/hifi_eventos/teares.htmlAcesso: 04 de nov. de 2014

Essa máquina de calcular foi amplamente revendida. Em 1820, o engenheiro Charles Thomas de Colmar aperfeiçoou a máquina criada por Leibniz, tornando fixos os tambores dentados e introduzindo um apagador capaz de zerar todas as rodas do totalizador (RUBIO, 2003).

Em 1836, Charles Babbage desenhou e desenvolveu a denominada "máquina analítica", que fazia cálculo trigonométrico utilizando cartão perfurado (Figura 6). A máquina era munida de entrada e saída, órgão de comando, sistema de memorização dos números, unidade aritmética e um mecanismo de impressão (RUBIO, 2003).

Figura 6- Máquina analítica de Babbage



Fonte: http://analauralac.blogspot.com.br/2009/03/maquina-analitica-1834-primeira.htmlAcesso: 04 de nov. de 2014.

A primeira calculadora surgiu, enfim, em 1849, construída pelo americano David Permalee. Contudo, esta máquina só podia realizar adições de um algarismo.

> Quanto à apresentação de resultados, uma inovação apareceu em 1872, quando outro americano Edmund Barboud, inventou uma adicionadora com teclas munidas de uma impressora rudimentar, aperfeiçoada por Baldwin e pelo francês Henri Potti. A primeira de teclas verdadeiramente operacional foi o computômetro inventado pelo americano Dorr E. Felt, em 1886. Era

> capaz de executar adições e subtrações com números de vários algarismos e teve muito sucesso comercial no final do século XIX (RUBIO, 2003, p.27).

Entretanto, a primeira máquina de calcular que realizava as quatro operações (Figura 7) só foi inventada em 1910 por Jay Randolph Monre (GUINTHER, 2011).

Figura 7- Máquina de calcular Monre

Fonte: GUINTHER, Ariovaldo (2009)

Vários modelos da mesma máquina de calcular foram surgindo em alguns países e, aos poucos, foram se aperfeiçoando.

Figura 8- Modelos de máquinas de calcular de alguns países

Fonte: GUINTHER, Ariovaldo (2009)

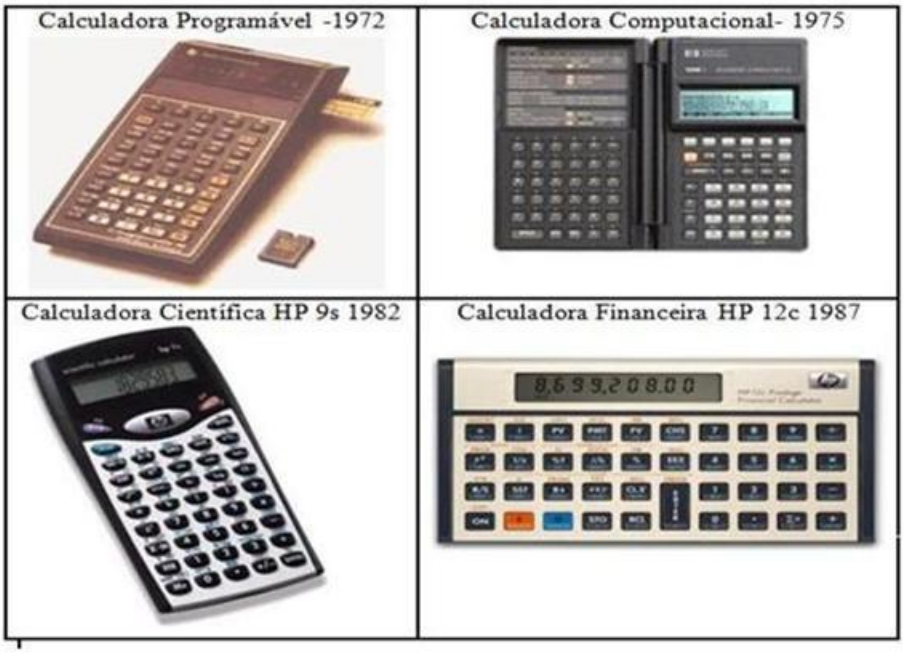
Em 1958, Jack St. Clair Kilby teve a ideia de diminuir ainda mais os tamanhos das calculadoras, tendo em vista a dimensão das calculadoras anteriores (GUINTHER, 2011).

Figura 9- Calculadora inventada por Clair Kilby

Fonte: http://tecnologiahechapalabra.com/tecnologia/genesis/articulo.asp?i=8905Acesso: 04 de nov. 2014

A partir de 1970 começaram a surgir as calculadoras de bolso. Dois anos depois, em 1972, surgiram as calculadoras programáveis que constavam de um dispositivo de entrada e de saída; dispositivos de estocagem de instrução de programas; memória interna e de processamento (RUBIO, 2003). Algumas das calculadoras dos anos 70 e 80 podem ser visualizadas abaixo (Figura 10). Nesse momento, começaram a surgir calculadoras cada vez menores, até os dias atuais.

Figura 10- Alguns tipos de calculadoras dos anos 70 e 80



Fonte: GUINTHER, Ariovaldo (2009)

Após este levantamento histórico sobre a calculadora, no próximo tópico trazemos alguns estudos que abordam o uso desse recurso didático em sala de aula.

1.3. O que dizem alguns estudos sobre a calculadora

Vários estudos (GROVES; STACY, 1994; RUBIO, 2003; MEDEIROS, 2004; SÁ; JUCÁ, 2005; SELVA; BORBA, 2005; FELDATO, 2006; SELVA, BORBA, TORRES, 2007; MELO, 2008; LAUREANO; MEDEIROS, 2008;GUINTHER, 2009; NHONCANCER, 2009; MOREIRA, 2010; PIZYSIEZNIZ, 2011) mostram que a calculadora pode ser utilizada para estimular a aprendizagem, tornando-se um recurso didático importante para o processo de ensino. A seguir detalhamos cada um desses estudos.

Groves e Stacy (1994) fizeram um estudo, que durou três anos, com crianças no jardim de infância, verificando a introdução das calculadoras no ensino e aprendizagem delas. O propósitode introduzir calculadoras não era fazer as crianças dependentes doinstrumento, mas sim proporcionar a elas um rico ambiente matemático para explorar. Os professores atuantes das turmas participantes não recebiam atividades prontas, e sim precisavam pesquisar e compartilhar entre si as atividades encontradas. Foram feitas observações de sala de aula, verificando-se as seguintes atividades realizadas com os alunos: registro dos números, gravação de números na hora da brincadeira e de descobertas. Os resultados mostraram que não foram identificados efeitos negativos da utilização da calculadora. Seu uso proporcionou um rico ambiente matemático para as crianças explorarem, ao longo dos três anos em que foi realizada a pesquisa, promovendo o desenvolvimento do sentido do número.

Outro estudo utilizando a calculadora foi realizado por Rubio (2003) com uma turma de 5° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Estado de São Paulo. As atividades utilizadas na pesquisa foram retiradas de livros didáticos e outras foram elaboradas pela autora. A aplicação da calculadora em sala de aula teve a duração de dois meses. As aulas realizadas pela pesquisadora foram de: abordagem da história da calculadora; contato com as teclas e funções, atividades de reconhecimento das teclas e funções da calculadora; adicionando e subtraindo; tecla quebrada; e resolução de problemas. Os resultados em relação ao uso da calculadora mostraram que ela auxiliou em algumas das atividades propostas, como a comparação de diversas formas de resolver o mesmo exercício. Entretanto, também foi positivo o fato dos estudantes perceberem que nem tudo podia ser resolvido pela calculadora, eles mesmos preferiam, em algumas atividades, usar o cálculo mental na sua resolução. A autora concluiu que o uso da calculadora não se encerra em fazer cálculos, ou seja, que é necessário discutir e criar situações que favoreçam o uso da mesma como recurso didático em sala de aula, estimulando os alunos a debater, pensar, raciocinar e resolver desafios.

Medeiros (2004) também investigou a influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos com alunos da 6ª série (atualmente sétimo ano) do Ensino Fundamental de uma escola pública de Pernambuco. Participaram da pesquisa 26 alunos, com faixa etária entre 11 e 16 anos. A autora buscou observar como os alunos modificavam seus procedimentos de resolução quando passavam a usar a calculadora em problemas. A pesquisa foi composta por duas etapas. Na primeira etapa, a autora organizou os alunos em duplas e solicitou que resolvessem problemas abertos em uma folha de papel ofício, sem o uso da calculadora. Já no segundo momento, os alunos responderam problemas com as mesmas estruturas dos problemas respondidos na primeira etapa, dessa vez com o uso da calculadora. A autora concluiu que a calculadora contribuiu para agilizar a resolução dos problemas abertos, possibilitando uma melhor utilização da estratégia de tentativa e erro, potencializando o cálculo mental.

Sá e Jucá (2005) realizaram um estudo focalizando o ensino dos números decimais envolvendo o uso da calculadora. Participaram da pesquisa três turmas de sétimo ano de uma escola pública do Pará. Foi realizado um pré-teste, atividades de intervenção e pós-teste. Nas atividades de intervenção, os alunos deveriam transformar frações decimais em números decimais e vice-versa; comparar números decimais; adição, subtração e multiplicação de números decimais. Os procedimentos adotados durante os encontros da intervenção foram: formação dos grupos, distribuição das atividades, e institucionalização por parte da professora do conhecimento produzido pelos alunos com a calculadora. Todas as atividades foram resolvidas pelos alunos utilizando a calculadora, entretanto, a última foi resolvida com e sem a calculadora. Os resultados mostraram que, quando os alunos usaram a calculadora,houve avanços na aprendizagem, como a compreensão das regras dos decimais, principalmente nas operações envolvendo adição e subtração e, também, eles vivenciaram uma melhora na autoestima, visto que se mostraram mais motivados.

Levando em consideração que não basta apenas investigar o desempenho dos alunos, alguns estudos que apresentamos a seguir mostram que os professores também foram base de pesquisa e sobre como trabalham com a calculadora em sala de aula.

Fedalto (2006) em sua pesquisa de mestrado, observou a prática de dois professores atuantes no Ensino Médio de uma rede pública estadual de ensino em relação ao uso da calculadora, além de realizar entrevistas com eles. Foram feitas quatro observações, três com um professor e uma com outro docente. Os resultados das observações mostram que apenas um dos professores sugeriu para os alunos o uso da calculadora, durante a aula. Este mesmo professor, após conversar com o pesquisador, tentou desenvolver uma aula com o uso da calculadora, entretanto não conseguiu atingir seu objetivo, pois a aula baseou-se apenas na realização de cálculo, cansativa para os alunos participantes. Por outro lado, na entrevista, ambos os professores argumentaram que, em algumas situações, é muito importante o uso da calculadora, o que não se constatou na prática das observações de sala de aula. O estudo verificou ainda que o uso da calculadora, de um modo geral, somente é aceito pelos professores no momento em que existe necessidade de minimizar os cálculos dos problemas, não havendo reflexão sobre conceitos que podem ser abordados com a mesma.

Outro estudo que merece destaque foi o realizado por Melo (2008) no qual se observou a prática de seis professoresdo Ensino Fundamental e Ensino Médio, sendo que três utilizavam a calculadora e três não faziam o uso da mesma em suas aulas. Todos os professores da pesquisa trabalhavam nas duas redes, particular e pública. Foram observados, nessa pesquisa, quatro eixos: a concepção desses professores sobre o uso da calculadora; motivações para o uso da calculadora; a formação do professor atuante; e desafios no uso da calculadora.

Os professores que usavam a calculadora mostraram, na prática, que o uso da mesma traz agilidade, maior precisão nos cálculos e o desenvolvimento dos conteúdos específicos é mais rápido, o que não desestimula os alunos. Entretanto, o autor ainda verificou que, apesar de usarem tal recurso em sala de aula, os professores não faziamum planejamento prévio, mas utilizavam no decorrer das aulas de Matemática, conforme as necessidades dos alunos. Os professores que não usavam a calculadora enumeraram muitos problemas para não usarem, tais como: perda de tempo ao explicar o manuseio da calculadora, tendo em vista que demorava muito até os alunos compreenderem o que é solicitado nela; nos vestibulares e nos concursos a calculadora não é aceita, dentre outros. Os docentes entrevistados que usavam a calculadora salientaram, em relação ao seu uso: que trazia agilidade e novidade para o aluno; que favorecia maior envolvimento dos alunos com a Matemática; e que garantia um aprendizado mais eficiente. Como conclusão, o autor salienta a necessidade de se quebrar o preconceito por parte da direção, dos pais e alunos, quanto ao uso da calculadora em sala de aula.

Levando em consideração professores atuantes na Educação Básica, Selva e Borba (2010) observaram duas professoras da rede particular utilizando a calculadora em sala de aula. As professoras observadas trabalhavam atividades com os alunos que envolviam a exploração conceitual sobre diferentes conceitos matemáticos e o uso da calculadora como ferramenta de cálculo para problemas, além do conhecimento sobre os recursos da mesma. Os resultados mostraram que, apesar dos alunos gostarem do momento da “calculadora” em sala, as professoras se mostravam inseguras em alguns instantes na hora de trabalhar com a mesma. Ao mesmo tempo, o estudo revela várias possibilidades de uso da calculadora em sala de aula, inclusive as novas formas de organização dos estudantes que discutiam os problemas, as estratégias e os resultados em duplas e grupos, o que favorecia o desenvolvimento do conhecimento.

Retomando a discussão de estudos voltados para alunos, podemos destacar o de Laureano e Medeiros (2008) no qual investigaram aimportância da calculadora científica na compreensão inicial do conceito de logaritmo. Participaram dessa pesquisa 30 alunos de uma escola pública da Paraíba. A pesquisa foi dividida em duas etapas: uma primeira etapa de familiarização com a calculadora, e a segunda era a apresentação da situação-problema para a introdução do conceito de logaritmo – neste momento, os alunos estavam organizados em duplas. Os resultados mostraram que os alunos conseguiram ter uma noção de logaritmo a partir do momento em que a calculadora contribuiu para a diminuição dos cálculos, ou seja, na medida em que os alunos se preocuparam apenas comaspectos significativos dos problemas.

Em sua pesquisa de mestrado sobre estruturas aditivas e multiplicativas com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, Guinther (2009) analisou os erros cometidos na resolução de problemas com e sem uso da calculadora. Foram utilizados dois jogos, MAZE e HEX DA MULTIPLICAÇÃO, que traziam problemas a serem resolvidos. Participaram do primeiro jogo, o MAZE, 32 alunos, organizados em duplas. Inicialmente, os estudantes não utilizaram a calculadora, posteriormente foi permitido o uso da mesma, com objetivo de saber se ela ajudaria ou não na realização das contas.

Num segundo momento, foi explorado o jogo HEX DA MULTIPLICAÇÃO. Apenas 26 alunos atuaram nesta etapa, devido à ausência dos mesmos no dia da aplicação do jogo. A sequência utilizada foi a mesma: sem o uso e, em seguida, com o uso da calculadora. Em relação aos resultados, o autor acredita que a utilização de jogos envolvendo a calculadora fez com que osalunos percebessem os erros cometidos no papel, oferecendo a eles um momento de reflexão sobre as etapas realizadas nos jogos. O autor concluiu que é possível promover, por parte dos professores, um ensino mais significativo da Matemática, ampliando, para os alunos, uma visão diferente do uso da calculadora em sala de aula.

Nhoncancer (2009) buscou explorar a divisão com resto utilizando a calculadora do celular[3]. Participaram15 alunos da 3ª série do Ensino Fundamental e a aplicação das

---

[3] A calculadora utilizada não apresentava memória.

atividades, com dez questões, aconteceu em dois dias. No primeiro dia do encontro, os alunos resolveram as cinco primeiras questões (sem intervenção do professor, nem do observador) que foram recolhidas após o término. No segundo dia, uma semana depois, foram realizadas as atividades que restavam, aplicadas todas juntas, inclusive com a devolução das primeiras.

Diagnosticadas as dificuldades dos alunos, a quinta questão sofreu intervenção do pesquisador para que se minimizassem estas dificuldades. Das questões apresentadas pelo pesquisador, algumas envolveram apenas o uso de lápis e papel, e outras deveriam ser resolvidas apenas com a calculadora. Os resultados mostraram que alguns alunos tiveram dificuldades em relação à operação de divisão, principalmente na obtenção do resto, quando tiveram que trabalhar com a calculadora e os números naturais. Após a intervenção, na questão cinco, o autor verificou que os alunos conseguiam, em sua maioria, diminuir as dificuldades, compreendendo a divisão com resto.

Em relação ao estudo acima, vale salientar que, apesar de trabalhar com a divisão com resto, o autor utilizou apenas duas questões para que os alunos refletissem sobre se o resultado encontrado no papel era o mesmo resultado encontrado na calculadora. Seria interessante a utilização envolvendo mais atividades com este objetivo: entender que a divisão realizada na calculadora é a mesma do papel e comparar as diferentes representações do resultado obtido no papel e na calculadora.

Outro estudo, realizado por Moreira (2010) também explorou o uso da calculadora relacionado ao conceito de fração. Foram utilizadas situações-problema mediadas por uma calculadora virtual[4] e jogos, participaram deste estudo 45 alunos do 6° ano. Os alunos passaram por pré-teste e pós-teste envolvendo situações com as frações. Durante o experimento, os alunos foram solicitados a solucionar questões envolvendo as operações com fração, sem que eles já tivessem estudado o assunto em questão. Os cálculos necessários ao desenvolvimento das atividades foram executados com a calculadora virtual. Após a resolução de cada atividade, os alunos eram desafiados a descobrir uma maneira de obter os mesmos resultados produzidos pela máquina sem utilizá-la novamente. A comparação entre o desempenho nos pré e pós-testes indicou que os discentes internalizaram os algoritmos construídos durante as atividades, devido ao significativo aumento do percentual de acertos no pós-teste, em relação ao pré-teste, apontando para viabilidade da metodologia de ensino adotada. Esse experimento trouxe, entre outros, os seguintes resultados: a viabilidade da calculadora virtual de fração como recurso didático para o ensino de operações com frações; a

[4] A autora chama de calculadora virtual osoftware “SAE-Fra” instalado no computador.

sensibilização para novas reflexões, na formação de professores, sobre o uso de novas metodologias; e um novo olhar na resolução das operações de frações com denominadores diferentes sem a utilização da ferramenta m.m.c.

Pizysiezniz (2011) realizou uma pesquisa com oito alunos de uma escola pública, que passaram por duas sessões envolvendo o uso da calculadora, a primeira, para a familiarização com o recurso pedagógico e a sequência didática, e a segunda sessão era composta por entrevistas com os participantes. Os alunos foram divididos em duplas e cada dupla teve um suplente como apoio, caso faltasse alguém durante a pesquisa.

Na primeira sessão da pesquisa, houve dois momentos. No primeiro momento, a familiarização com a calculadora, os alunos foram divididos em duplas e indagados pelo pesquisador sobre o que seria uma calculadora. Após as explicações, realizaram-se algumas contas para reconhecimento das teclas damáquina. Em seguida, foram entregues modelos diferentes de calculadoras (calculadora de mesa, computador e um celular com as calculadoras nas janelas), com o objetivo de comparação de resultados envolvendo as quatro operações. O segundo momento foi dedicadoà resolução da sequência didática retirada de um artigo e adaptada para a eventual pesquisa. Os resultados mostraram que os diferentes tipos de calculadoras ajudaram na compreensão sobre divisibilidade e na validaçãodo resultado através da multiplicação, além de serem usadas na estratégia de tentativa e erro.

Até o momento, apresentamos alguns estudos referentes ao uso da calculadora em sala de aula, relacionando-a ao processo de ensino e aprendizagem de diferentes conceitos matemáticos. Retratamos, a seguir, dois trabalhos os quais acreditamos serem bastante significativos para o presente estudo, tendo em vista que abordam a divisão com resto envolvendo o uso da calculadora.

Selva e Borba (2005) analisaram como as crianças comparavam os resultados de um mesmo problema de divisão com resto resolvido por meio de diferentes representações. Participaram dessa pesquisa 48 crianças da 3ª e 5ª séries (atuais 4° e 6° anos) de uma escola pública. Fizeram pré-teste, intervenção e pós-teste. As crianças foram divididas em três grupos: G1- Papel e Lápis/Calculadora, G2- Calculadora/Papel e Lápis e G3-Manipulativo/Papel e Lápis. O pré-teste e o pós-teste foram similares, envolvendo seis problemas (três problemas de partição e três problemas de quotição) que finalizavam em decimais (0.25, 0.5, 0.75) e seriam resolvidos na calculadora, coletivamente.

A intervenção foi realizada, individualmente, com cada criança. Elas resolveram oito problemas com o valor decimal de 0.25 e 0.5 (quatro problemas de partição e quatro problemas de quotição, apresentados alternadamente). A forma de apresentação dos problemas foi controlada para que metade das crianças de cada grupo iniciasse por um problema de partição, enquanto a outra metade iniciasse por um problema de quotição. Após a resolução de cada problema por meio do recurso disponível para o seu grupo, a criança era solicitada a usaroutra representação (calculadora ou papel e lápis) para resolver o mesmo problema. As autoras verificaram que o desempenho no pós-teste foi superior em todos os grupos. No 4° ano, o uso da calculadora foi mais efetivo do que antes (G1 em relação ao G2), após a resolução no papel, tendo em vista que, no G1, as questões eram resolvidas primeiro no papel e, somente em seguida, na calculadora. No 6° ano, não se observaram diferenças entre G1 e G2, em relação à ordem da resolução de problemas, constatando-se desempenhos baixos no grupo G3 (que não usou a calculadora). Os resultados enfatizaram a importância do uso de diferentes representações na resolução de problemas, mostrando que o uso da calculadora pode auxiliar o professor no processo de gerar reflexões, por parte da criança, sobre os decimais resultantes de divisões com o resto.

O segundo estudo foi desenvolvido por Selva, Borba e Torres (2007) e analisou problemas envolvendo a divisão com resto, através de desenhos com problemas de partição. Nesse estudo participaram 33 crianças cursando a 3ª série (4° ano) de uma escola pública. Todos os alunos participaram de um pré-teste, uma fase de intervenção e um pós-teste. A partir do resultado do pré-teste, as crianças foram organizadas em três grupos que se diferenciavam quanto à proposta da intervenção. Assim, o grupo 1 (G1) resolveu problemas a partir dos desenhos das quantidades que seriam particionadas; o grupo 2 (G2) resolveu os problemas utilizando a calculadora; e o grupo 3(G3) resolveu os problemas, primeiro, a partir de desenhos das quantidades e, em seguida,confrontavamo resultado obtido com o cálculo feito na calculadora. A aplicação do pré-teste e do pós-teste foi similar e consistia na resolução de seis problemas envolvendo divisão com resto, do tipo partição, e, quando resolvidos, finalizavam em decimais (0.25, 0.5 e 0.75), sendo realizados coletivamente com todas as crianças da sala de aula que podiam utilizar papel e lápis para auxiliar os seus cálculos.

Os problemas foram lidos, um a um, pela pesquisadora. Durante a intervenção de cada grupo (G1, G2 e G3), as crianças resolveram oito questões, sendo quatro envolvendo contexto de comida e quatro em contexto de dinheiro. Todas as questões, quando resolvidas na calculadora, finalizavam em decimais (0.25, 0.5 e 0.75). A intervenção aconteceu de forma coletiva em cada grupo de crianças. Primeiro, o entrevistador lia o problema a ser resolvido, em seguida solicitava que todas as crianças do grupo resolvessem o problema individualmente e, por fim, que duas crianças explicassem para as outras crianças como tinham resolvido.

Após essas fases, o pesquisador ia ao quadro para explicar o processo da resolução. Os resultados obtidos mostraram que o grupo com a melhor média de acerto do pré-teste para o pós-teste foi o G3 (papel e calculadora), pois os alunos entendiam mais satisfatoriamente quando resolviam, primeiro, no papel e, depois, comparavam na calculadora. Tendo em vista que o G1 apenas utilizou o desenho como suporte e o G2 apenas a calculadora.

Outro ponto observado pelas autoras foi em relação ao uso do desenho, pois as crianças que tinham como apoio auxiliar o desenho (G1 e G3) apresentaram facilidade durante a resolução dos problemas, na medida em que isto permitiu a visualização dos valores do problema.

Considerando os estudos anteriores, observamos que crianças de 4° ano tiveram melhores resultados quando resolveram problemas de divisão, primeiro com papel e lápis, e, depois, na calculadora (SELVA; BORBA, 2005). Ao mesmo tempo, o estudo de Selva, Borba e Torres (2007) reforça o estudo anterior e mostra que usar desenhos e calculadora pode também auxiliar as crianças na compreensão do resto decimal da divisão.

Assim, diferentemente dos estudos citados, esta dissertação propõe um estudo de intervenção com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, envolvendo pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior, de forma a analisaro desempenho em problemas de partição e de quotição, sem e com resto, com contextos envolvendo dinheiro e comida. Foram também propostos problemas para serem resolvidos pelas crianças e problemas para que elas analisassem a resolução apresentada. Durante a intervenção, que foi coletiva, os estudantes foram distribuídos em dois grupos que se direferenciavam quanto aos recursos disponíveis na resolução dos problemas: Grupo Calculadora/Papel e Lápis (os alunos tiveram à disposição calculadora, papel e lápis) e Grupo Manipulativo/Papel e Lápis (os alunos tiveram à disposição fichas, papel e lápis). Detalhamos melhor esse aspecto em nossa metodologia.

No capítulo a seguir discutimos sobre o campo das Estruturas Multiplicativas.

CAPÍTULO 2

Compreendendo as Estruturas Multiplicativas

Vários são os autores (VERGNAUD, 1996, 2009; NUNES; BRYANT, 1997; SELVA, 1993, 1998; SELVA; BORBA, 2005) que têm se debruçado sobre as Estruturas Multiplicativas.

Segundo Vergnaud (1996), o conhecimento organiza-se a partir de campos conceituais. O campo conceitual é determinado como um conjunto informal e heterogêneo de situações, conceitos, relações e conteúdos, unidos uns aos outros e, possivelmente, ligados durante o procedimento de obtenção do conhecimento (MAGINA, 2005). As estruturas multiplicativas consistem em um campo conceitual bastante estudado por Vergnaud (1983, 1996). Conceitos como multiplicação, divisão, proporção, fração, razão, números racionais, funções lineares, análise dimensional e espaço vetorial fazem parte do campo das Estruturas Multiplicativas. Entender o conhecimento, em termos de campos conceituais, favorece a compreensão da relação entre diferentes conceitos (e mesmo entre campos conceituais) e também a importância de como se organizam didaticamente os conhecimentos matemáticos no processo de ensino e aprendizagem.

Vergnaud (1983, 1991) descreve três classes de problemas multiplicativos. São eles: isomorfismo de medidas, produto de medidas e proporções múltiplas. Vale ressaltar que esses problemas podem ser resolvidos por multiplicação e divisão, ou pela combinação das duas.

- Isomorfismo de medidas → consiste em problemas que estabelecem relações proporcionais entre conjuntos da mesma cardinalidade.
- Produtos de medidas → consiste em uma composição cartesiana de duas medidas espaciais dentro de uma terceira.
- Proporção múltipla → trata de problemas com várias proporções, portanto ela envolve, pelo menos, duas proporções simples.

Nunes e Bryant (1997) também analisaram as Estruturas Multiplicativas. Esses autores ressaltaram a necessidade de a criança entender e compreender que um novo sentido e conjunto de invariável associadas à multiplicação e à divisão estão surgindo, deixando de lado a adição e a subtração na resolução dos problemas. Nunes et al (2009) afirmam que a relação existente entre multiplicação e adição está concentrada no processo de cálculo da multiplicação: o cálculo da multiplicação pode ser feito usando a adição repetida.

Nunes e Bryant (op. cit) abordam uma diferenciação entre o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo. O raciocínio aditivo se refere às situações nas quais os objetos são reunidos ou separados. O raciocínio multiplicativo envolve a inclusão entre uma relação fixa de duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Enfim, o raciocínio aditivo envolve a relação parte-todo e o multiplicativo uma variável que corresponda a um valor dado em outra variável, abrangendo ações de correspondência um-a-muitos, distribuição e divisão.

A ideia do raciocínio multiplicativo é um pouco complicada para o entendimento de crianças menores, de 4e 5 anos, entretanto as pesquisas de Nunes et al (2009) mostram que esse fator não impede de as mesmas resolverem problemas multiplicativos e que, com o passar dos anos, vão amadurecendo na compreensão.

Nunes e Bryant (1997) descrevem os seguintes tipos de problemas que envolvem a situação multiplicativa:

1. Correspondência um-a-muitos: correspondência entre dois conjuntos, situações que envolvem a ideia de proporção, usando a reaplicação na qual o número de replicaçãoé denominado fator escalar. A correspondência um-a-muitos divide-se em:

1.1 Multiplicação

Exemplo: Um ônibus tem 20 cadeiras, cada cadeira tem duas janelas. Quantas janelas tem o ônibus?

1.2 Problema inverso de multiplicação (quotição)

Exemplo: Fernanda vai fazer aniversário. Cada amiga que vier à festa vai ganhar quatro balões. Ela comprou 24 balões. Quantas amigas ela poderá convidar?

1.3 Produto cartesiano

Exemplo: Maria tem quatro saias e três blusas diferentes. Quantos modelos diferentes ela pode vestir, mudando suas saias e blusas?

2. Relação entre as variáveis ou co-variação – situações nas quais duas ou mais variáveis co-variam como consequência de convenção ou de causa. Ou seja, à medida em que o número de variáveis aumenta, aumenta também o número de complexidade do problema.
Exemplo: Um quilo de farinha custa R$ 0,80. Quanto custa um quilo e meio?

3. Distribuição – uma nova visão das relações parte-todo. Envolve três valores a serem considerados: o total, o número de receptores e a quota (ou o tamanho da distribuição).

Exemplo: Rita tem 30 chocolates para distribuir para suas cinco primas. Quantos chocolates cada uma receberá?

Outra classificação dos problemas multiplicativos pode ser encontrada nos Parâmetros Curriculares de Matemática (BRASIL, 1997):

- **Primeiro grupo de problemas** – situações associadas à multiplicação comparativa.

Exemplo: Pedro tem R$ 5 e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia?

- **Segundo grupo de problemas** – situações associadas à ideia de proporcionalidade.

Exemplo: Marta vai comprar três pacotes de chocolate. Cada pacote custa R$ 8. Quanto ela vai pagar pelos três pacotes?

- **Terceiro grupo de problemas** – situações ligadas à configuração retangular.

Exemplo: Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em sete fileiras e oito colunas. Quantas cadeiras há no auditório?

- **Quarto grupo de problemas** – situações que envolvem a combinatória.

Exemplo: Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C), de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

Como podemos observar temos classificações com nomenclaturas diferenciadas que, entretanto, trazem as mesmas ideias multiplicativas. A presente pesquisa centrou-se nos problemas de Vergnaud (1983, 1991).

De forma mais detalhada, problemas de partição são aqueles nos quais são dados um conjunto maior e o número de partes em que o mesmo deve ser distribuído. O resultado é o valor de cada parte. Já os problemas de quotição, consistem em problemas em que são dadoso valor do conjunto maior e o valor das quotas em que se deseja dividir o mesmo. O resultado consiste no número de partes obtidas (SELVA, 1993).

Vejamos os exemplos dos dois tipos de divisão: **Divisão por partição**– “Pedro tem 16 chocolates e quatro caixas. Quantos chocolates ele vai colocar em cada caixa para que todas fiquem com a mesma quantidade?”; **Divisão por quotas – “**Pedro tem 16 chocolates e quer colocar quatro chocolates em cada caixa. De quantas caixas ele precisa?” (SELVA, 1993).

No tópico a seguir nos debruçaremos sobre alguns estudos que abordam a resolução de problemas de divisão.

2.1. Alguns estudos sobre aresolução dos problemas de divisão

A resolução dos problemas de divisão tem sido analisada por diferentes estudos (SELVA, 1993; SAIZ, 1996; SPINILLO; LAUTERT, 2002, 2004, 2012; CORREIA, 2004; LIMA, 2012). É sobre esses estudos que vamos nos debruçar a seguir.

Selva (1993) analisou a influência de diferentes representações na resolução dos problemas de divisão com 108 alunos, sendo 36 da alfabetização, 36 da 1ª série e 36 da 2ª série de uma escola particular do Recife. As crianças foram distribuídas em três grupos com diferentes materiais (fichas, papel/lápis, sem material) para apoiar seus cálculos. Elas resolveram, individualmente, oito problemas (quatro de partição e quatro de quotição). Não se constatou diferenças de desempenho em função do tipo de problema. Foi verificado que o desempenho das crianças era favorecido, tanto no grupo que utilizava fichas, quanto no grupo com papel e lápis. Entretanto, analisando as estratégias utilizadas, constatou-se que o grupo de crianças que utilizou o papel e o lápis apresentou estratégias mais sofisticadas de resolução (adição/subtração repetida e fato numérico, por exemplo) do que os outros grupos.

Em relação ao tratamento dado ao resto, a autora não encontrou diferenças entre problemas de partição e quotição. Após reconhecerem a existência do resto, as crianças tendiam a tratá-lo como algo novo, isolado do problema apresentado. Não analisavam o resto considerando a estrutura do problema, se seria de partição ou de quotição. As principais estratégias utilizadas para lidar com o resto encontrado foram: dividir o resto; excluir o resto (deixar para alguém, guardar etc.); acrescentar o resto a uma das partes aceitando a desigualdade.

Vale destacar também o estudo realizado por Saiz (1996) com estudantes de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental (6° e 7° ano), um total de 300 alunos de doze turmas diferentes. O estudo contou com a colaboração dos professores que participaram de um curso de aperfeiçoamento. Eles aplicaram cinco problemas e quatro “contas” de divisão com seus alunos, coletando os resultados para análise. Estes mostraram que as principais dificuldades na resolução de problemas foram: os alunos não sabiam o significado da divisão e não reconheciam o problema como sendo de divisão, realizando, assim, outras operações como adição, subtração ou multiplicação.

Um estudo que também abordou os problemas envolvendo a divisão foi desenvolvido por Spinillo e Lautert (2002), no qual as crianças resolveram problemas de partição e quotição. O estudo teve como objetivo investigar a relação entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções sobre a divisão. Participaram dele 80 crianças de escolas particulares da cidade do Recife, que foram igualmente divididas em dois grupos: sem instrução[5] sobre a divisão (Educação Infantil e 1° ano do Ensino Fundamental, de cinco a sete anos) e com instrução sobre a divisão (2° e 3° anos do Ensino Fundamental, de sete anoveanos). Em um primeiro momento, investigou-se o desempenho das crianças em dois problemas de divisão com restos, apresentados oralmente (um de partição e outro de quotição). Era explicado à criança que poderia resolver os problemas da maneira que quisesse, usando lápis e papel. Em um segundo momento, averiguou-se as percepções destas mesmas crianças sobre a divisão, se elas perguntavam "O que é dividir?".

A entrevista e a atividade de resolução dos problemas foram aplicadas individualmente em duas sessões filmadas e transcritas. Em relação ao desempenho, as crianças que receberam instrução escolar sobre a divisão apresentaram um alto índice de acertos nos dois tipos de problemas (partição: 75% e por quotas: 67.5%). O mesmo não ocorreu com as crianças sem instrução (partição: 2.5% e por quotas: 5%). Este resultado mostrou que o desempenho depende mais da instrução do que do tipo de problema apresentado. Vale ressaltar que as crianças já instruídas sobre a divisão tiveram um percentual de acertos maior no problema de partição do que no de divisão por quotas. Contudo, nas crianças sem instrução não foi observada esta relação de acertos em relação ao tipo de problema. Uma das explicações para isso é que a noção que a criança tem sobre a divisão está ligada a suas experiências sociais: dividir um todo em partes iguais até chegar a uma solução. Por outro lado, os problemas envolvendo quotas requerem uma resolução com base no tamanho de cada parte (quota), este tipo de problema é menos trabalhado pelos docentes em sala de aula.

Correia (2004) realizou um trabalho no qual examinou o desempenho das crianças de seis a nove anos, com diferentes níveis de escolaridade em aritmética, na solução oral de

---

[5] Na etapa da Educação Infantil o conteúdo "Divisão" não é obrigatório para as crianças, por isso as autoras definem "sem instrução".

problemas de divisão partitiva e por quotas, descrevendo as estratégias de resolução empregadas por essas crianças. O estudo foi dividido em duas partes (Estudo 1 –Divisão partitiva e Estudo 2 –Divisão quotitiva). Em ambos os estudos, as crianças foram as mesmas. Participaram desta pesquisa 20 crianças de seis anos, 21 de sete anos, 21 de oito anos e 20 de nove anos, totalizando 82 crianças. As crianças frequentavam uma escola pública na cidade de Oxford, Reino Unido. Os grupos estavam distribuídos em quatro momentos de sua instrução formal em aritmética. As crianças foram inseridas numa situação que apresentava certa quantidade de blocos (representando comida), que por sua vez deveria ser distribuída aos ursinhos de pelúcia. As entrevistas foram realizadas individualmente.

Em ambos os estudos (partição e quotição), os resultados foram analisados de duas maneiras: através do número de respostas corretas dadas às tarefas e do tipo de explicação dado pela criança para encontrar o resultado. A análise de conteúdo dos protocolos das entrevistas revelou dois tipos principais de explicações relatados pelas crianças. O primeiro referiu-se às explicações que continham as justificativas dos resultados e o segundo refletiu o tipo de estratégia de cálculo mental usado para achar uma solução. A autora elenca 11 categorias de análise. Observa-se que a frequência de respostas sem explicação, ou acompanhadas de explicações eventuais, diminui com o aumento da idade/escolaridade. Por contraste, o uso de divisão das quantidades em metades aumenta com a idade/escolaridade. A operação da subtração repetida foi pouco observada nesse estudo. Já no segundo estudo (envolvendo quotição), os resultados mostraram que ocorreu o aumento da presença de certas estratégias com a idade/escolaridade, por exemplo: a dupla contagem, operação da multiplicação e o uso de metades.

A mesma autora também fez uma comparação entre os resultados encontrados na divisão por partição e por quotição. Os resultados dos dois estudos mostraram que o sucesso na resolução das tarefas não estava relacionado apenas ao tipo de problema de divisão apresentado, mas também dependia das quantidades escolhidas. De modo geral, os problemas de divisão partitiva foram resolvidos mais facilmente pelas crianças. No que se refere às estratégias de cálculos utilizadas, a pesquisadora observou a descrição de praticamente as mesmas categorias do estudo de Selva para as tarefas de divisão partitiva e por quotas (1993).

Spinillo e Lautert (2004) investigaram como as crianças lidavam com as relações inversas entre os termos da divisão, procurando caracterizar os tipos de erros e a natureza das dificuldades que apresentam. Participaram da pesquisa 40 alunos de uma de escola pública da cidade do Recife, frequentando o 4° Ano do Ensino Fundamental, com idades entre novee 11 anos, instruídos anteriormente sobre a divisão no contexto escolar.

Cada criança foi individualmente solicitada a resolver seis problemas de divisão sem resto, sendo três problemas de divisão por partição e três de divisão por quotas. Após cada resposta dada ao problema, justificativas foram solicitadas independentemente de serem certas ou erradas. Nenhum retorno foi dado por parte do examinador às crianças. Os resultados foram analisados em função da quantidade de acertos em cada tipo de problema (partição ou divisão por quotas) e das justificativas apresentadas pelas crianças após a resolução. De modo geral, os resultados indicam que 62% das respostas foram incorretas. Em relação ao desempenho e justificativas apresentadas, verificou-se que 84% das justificativas foram inadequadas; 16% das respostas explicitavam um entendimento correto acerca das relações inversas. Os resultados mostraram que, mesmo as crianças que trabalharam com a divisão na escola, apresentaram dificuldades em lidar com o conceito de divisão.

Partindo da reflexão acerca da existência do resto na divisão, Spinillo e Lautert (2012) realizaram um estudo sobre o efeito da intervenção sobre o conceito de divisão voltado para a superação das dificuldades apresentadas anteriormente. Participaram da pesquisa 100 estudantes do 4° ano do Ensino Fundamental, da cidade do Recife, divididos igualmente em dois grupos, Experimental (GE) e Controle (GC). Todas as crianças participaram de pré-teste e de um pós-teste. O pré-teste consistia em 12 questões apresentadas por escrito (sendo 10 problemas computacionais e 2 não-computacionais) envolvendo partição e quotição. O pós-teste foi semelhante, ao grupo Experimental foi oferecida uma intervenção individual, em três sessões, que consistiu na resolução de problemas lidos pela pesquisadora e pela criança, sendo disponibilizado material manipulativo, lápis e papel. Realizou-se uma entrevista clínica solicitando explicações a respeito da forma que cada criança resolvia os problemas. A pesquisadora apresentava as respostas e comentava sobre como deveriam ser as resoluções apresentadas, sendo elas corretas ou não. As crianças do grupo Controle participavam apenas das atividades escolares de sala de aula. Os resultados mostraram que as crianças pertencentes ao grupo Experimental apresentaram avanço expressivo no desempenho, como também na compreensão sobre os invariantes operatórios da divisão, em relação às crianças que não presenciaram essa atividade (GC). Entretanto, todas as crianças participantes, tanto do grupo Experimental como do grupo Controle, apresentaram muita dificuldade em resolver problema envolvendo a divisão.

Conforme podemos observar, trabalhar com a divisão em sala de aula não é um processo fácil. O presente estudo utilizou problemas de divisão do tipo partição e quotição, alguns com resto. Foram diferenciadas as intervenções propostas para dois grupos de alunos:

um grupo usou a calculadora, papel e lápis como suporte, e o outro utilizou manipulativo, papel e lápis.

Em seu estudo, Lima (2012) investigou os diferentes tipos de estratégias para resolução dos problemas de divisão (partição e quotição). Participaram da pesquisa 106 estudantes de três escolas públicas da rede pública de Alagoas. Os estudantes resolveram quatro problemas com situações-problema, sendo três problemas de divisão por quotas e um problema de partição. A pesquisadora apenas entregava os problemas a serem distribuídos com os alunos para que as professoras regentes pudessem aplicá-los e, ao final da aplicação, recolhia os problemas. Os resultados obtidos são elencados em sete categorias de estratégias: algoritmo da adição, algoritmo da multiplicação, algoritmo da divisão, estratégia pessoal, estratégias combinadas, linguagem natural e ensaio e erro. A autora salienta ainda que os alunos do 4° ano apresentaram dificuldades nas resoluções dos problemas, mostrando a falta de compreensão em relação ao conteúdo matemático trabalhado em sala de aula.

No capítulo a seguir detalharemos o percurso metodológico da presente pesquisa.

CAPÍTULO 3

Método

Neste capítulo, apresentamos os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa. Como ponto de partida, iniciamos relembrando que o objetivo deste estudo é investigar o desempenho de estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas de divisão, comparando duas propostas de ensino, uma com uso da calculadora, de papel e lápis e, outra, com uso de manipulativos, papel e lápis.

A escolha por alunos do 5 ° ano do Ensino Fundamental se deu em função do objetivo desta pesquisa, trabalhar com resolução de problemas de divisão com resto, sendo este conteúdo abordado de forma mais sistemática no final dos anos iniciais.

Participaram da pesquisa, inicialmente, 64 alunos (32 do turno da manhã e 32 do turno da tarde) de uma mesma escola do Município do Ipojuca. A escolha de uma única escola, em que a mesma professora atua nos dois turnos, foi feita em razão da disponibilidade da professora e coordenadora pedagógica de que a pesquisa fosse realizada naquela unidade escolar. Ao mesmo tempo, isso possibilitou uma unidade entre os estudantes em relação ao conteúdo programático abordado. Inicialmente, foi realizado um pré-teste envolvendo os problemas de divisão, que será detalhado mais adiante, com todos os estudantes para avaliar o nível de conhecimento dos mesmos e se formarem os grupos da intervenção.

A partir do emparelhamento dos resultados obtidos no pré-teste, os estudantes foram organizados em dois grupos com desempenhos equivalentes, ficando 50 alunos (18 meninas e 32 meninos) com faixa etária de nove a treze anos, sendo 25 alunos de cada turno, que passaram por intervenções distintas. Cada grupo da intervenção com 25 alunos apresentava, aproximadamente, o mesmo número de alunos de cada turno (um dos grupos da intervenção foi formado por 12 estudantes do turno da manhã e 13 do turno da tarde, e o outro grupo da intervenção teve o contrário, 13 estudantes da manhã e 12 da tarde). Ao final da intervenção, foi realizado um pós-teste e, após oito semanas, um pós-teste posterior.

Passaremos, a seguir, a descrever detalhadamente cada uma destas etapas.

3. 1. Pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior

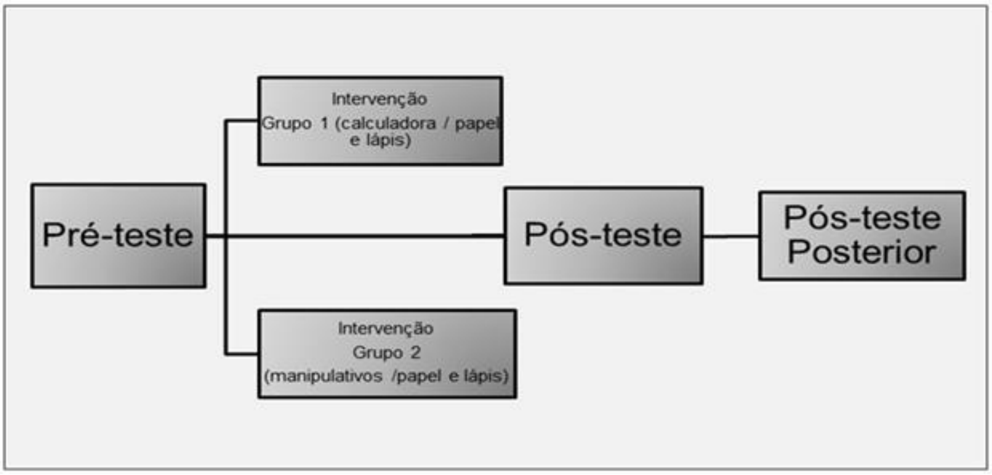
As etapas de pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior consistiram de uma ficha com oito problemas de divisão a serem resolvidos pelos estudantes, sendo sua aplicação feita de forma coletiva. Havia espaço em branco embaixo de cada enunciado para que o estudante realizasse suas anotações.

As questões foram lidas pela pesquisadora, uma a uma, e foi oferecido temposuficiente para que os estudantes resolvessem as mesmas. Somente quando eles terminavam de resolver uma questão é que a outra era lida. Os alunos tiveram à disposição papel e lápis no pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior. A partir dos resultados do pré-teste, como já mencionado, os alunos foram emparelhados de acordo com o desempenho apresentado e distribuídos em dois grupos que se diferenciavam nos recursos trabalhados durante a intervenção pedagógica: o Grupo 1 usou calculadora/papel e lápis e o Grupo 2 usou manipulativo[6]/papel e lápis.

Durante a aplicação dos pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior não foi necessária a presença da professora regente, a pesquisadora ficou com sua turma e ela retornava apenas quando era solicitada. Portanto, durante a intervenção, a professora ficou com a metade da turma na sala, realizando as atividades previstas em seu planejamento didático, enquanto a pesquisadora trabalhava com o restante dos alunos em outro espaço. Ao finalizar a intervenção, os grupos de alunos eram trocados. Isto aconteceu em cada um dos turnos, já que aproximadamente metade dos estudantes pertencia a um grupo e metade ao outro.

O esquema abaixo sintetiza o desenho metodológico da presente pesquisa.

Figura 11- Etapas da Pesquisa



Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

[6] Chamamos de “manipulativo” fichas de papelão cortadas em quadrados com lado de 2 cm, todas na mesma cor.

3. 1. 1. Pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior

Na aplicação das questões, os alunos responderam, em cada uma das fases (pré, pós e pós-teste posterior), oito problemas, sendo quatro problemas de partição e quatro problemas de quotição. Em cada um dos tipos de problemas, partição e quotição, quatro eram problemas a serem resolvidos pelos estudantes e quatro eram problemas já resolvidos através da calculadora, com resultado apresentado para que o estudante analisasse se era adequado ou não, como resposta ao problema, e também resolvesse de outra forma, comparando os resultados obtidos. Sendo assim, foram elaboradas quatro sequências (controle da ordem dos problemas) e estas foram aplicadas em quantidades iguais de estudantes. Metade dos problemas apresentados trazia, em seu enunciado, o contexto do dinheiro (custo de alguma coisa) e metade localizava-se no contexto da comida.

Optamos sempre por começar com problemas sem resto, com o contexto do dinheiro, podendo ser de partição ou de quotição. As sequências de problemas apresentadas foram as seguintes:

Sequência 1 – partição sem resto (dinheiro), quotição com resto (comida), quotição sem resto (dinheiro), partição resolvida (dinheiro), partição com resto (comida), quotição resolvida (comida), partição resolvida (comida) e quotição resolvida (dinheiro).

Sequência 2– quotição sem resto (dinheiro), partição com resto (comida), partição resolvida (comida), quotição resolvida (dinheiro), partição sem resto (dinheiro), quotição resolvida (comida), partição resolvida (dinheiro), quotição com resto (comida).

Sequência 3– partição sem resto (dinheiro), partição resolvida (comida), quotição com resto (comida), quotição resolvida (dinheiro), partição com resto (comida), quotição sem resto (dinheiro), partição resolvida (dinheiro), quotição resolvida (comida).

Sequência 4– quotição sem resto (dinheiro), quotição resolvida (dinheiro), partição sem resto (dinheiro), partição com resto (comida), quotição resolvida (comida), partição resolvida (comida), quotição com resto (comida), partição resolvida (comida).

Escolhemos começar com os problemas exatos, devido à maior familiaridade desses alunos com este tipo de problema, deixando-os mais à vontade com a atividade. Com relação a trabalhar com dinheiro, estudos mostram que o mesmo pode favorecer na compreensão dos problemas, na medida em que frequentemente são usados pelos alunos no dia a dia, fato este verificado no estudo piloto, aplicado anteriormente à pesquisa. Os mesmos problemas foram aplicados nas fases de pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior.

A seguir veremos um quadro com a Sequência 1[7] dos problemas trabalhados.

Quadro 1- Exemplo de problemas apresentados na Sequência 1.

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Para todos os problemas, tomamos como grandezas o dividendo de 13 a 29 e o divisor 4 ou 8, para que se obtivesse, nos valores dos resultados, os decimais 0.25 e 0.5. Desta forma, vamos nos deter a quatro variáveis neste trabalho: tipo de problema (partição e quotição), resto (zero ou diferente de zero), grupo (Grupo 1-Calculadora/Papel e Lápis; Grupo 2-Manipulativo/Papel e Lápis) e contexto dos problemas resolvidos (dinheiro e comida).

Após a aplicação do pré-teste, foi realizada a intervenção e, depois de dois dias, foi realizado o pós-teste com as mesmas questões aplicadas no pré-teste. Passadas oito semanas do pós-teste, realizamos o pós-teste posterior com as mesmas questões trabalhadas nas fases anteriores, como já mencionado. A professora não ficou na sala de aula durante a aplicação das fases de pré e pós-testes.

O pós-teste posterior teve o intuito de verificar se os alunos conseguiram manter o desempenho observado imediatamente após a intervenção pedagógica, demonstrando apropriação dos conceitos trabalhados pela pesquisadora. Neste intervalo de oito semanas, a professora das turmas estava trabalhando com seus alunos a multiplicação intercalando com figuras geométricas.

3. 1. 2. Como foi realizado o processo de intervenção

Após a aplicação do pré-teste, os alunos foram emparelhados por idade e desempenho, como já foi citado, considerando-se também o turno, formando-se então dois grupos com

[7] Esta sequência pode ser visualizada em seu tamanho original no Apêndice 1.

desempenhos equivalentes que participaram de diferentes intervenções. Como explicado anteriormente, nas intervenções ficavam à disposição para a resolução dos problemas a calculadora, papel e lápis para o Grupo 1 e manipulativo, papel e lápis para o Grupo 2.

A intervenção, em ambos os grupos, aconteceu em quatro sessões, ocorridas em quatro dias seguidos. Metade dos estudantes, em cada turno, participou de cada um dos grupos da intervenção, assim, durante cada turno a pesquisadora realizou as duas intervenções (Grupo 1 e Grupo 2). As sessões de intervenção duraram, em média, uma hora e meia. A ordem que os grupos passavam pela intervenção invertia a cada dia. Ou seja, o primeiro e terceiro encontros da intervenção foram realizados, primeiro, com o Grupo 1 e, depois, com o Grupo 2. Nos segundo e quarto encontros a ordem foi inversa, primeiro foi o Grupo 2 e, depois, o Grupo 1. Enquanto a pesquisadora estava realizando a intervenção com um dos grupos, o restante dos estudantes estava com a professora realizando as atividades planejadas pela mesma.

Neste estudo, a intervenção trabalhou com os estudantes de cada grupo de forma coletiva. Os problemas trabalhados durante a intervenção estavam acompanhados de desenhos das quantidades envolvidas. Tivemos como respaldo, para tal proposta, o estudo realizado por Selva, Borba e Torres (2007), no qual as autoras percebem que o uso do desenho nas questões auxilia na compreensão dos problemas trabalhados, tendo em vista que os alunos tentaram resolver particionando o resto que sobrava nos problemas, fracionando os desenhos em relação à comida e transformando em centavos os problemas envolvendo dinheiro.

Os problemas trabalhados durante a intervenção foram adaptados do estudo de Selva e Borba (2005) e outros foram elaborados pela pesquisadora, sendo testados em pilotos para garantir sua adequação.

Ao final de cada encontro, a pesquisadora deixava um desafio[8] para os alunos resolverem e trazerem o resultado no encontro seguinte. O desafio constava de uma folha impressa contendo textos engraçados e, ao final o aluno teria que encontrar a resposta. Este desafio teve como objetivo brincar um pouco com a Matemática, estimulando a curiosidade e a diversão. Apenas o quarto encontro não teve desafio, tendo em vista ser o último encontro da intervenção.

Durante as sessões de intervenção, a pesquisadora realizou questionamentos aos alunos para que os mesmos refletissem sobre o que estava sendo trabalhado. Os quatro encontros da intervenção se deram na mesma semana e foram todos gravados e transcritos para que, posteriormente, seja realizadauma análise entre as discursões dos alunos nos grupos.

[8] Todos os desafios podem ser visualizados no Apêndice 2.

Segue abaixo uma síntese do que foi trabalhado nos dois grupos, em cada encontro da intervenção.

Quadro 2-Resumo dos conteúdostrabalhados nos grupos.

Grupo 1(Calculadora/Papel e Lápis) e Grupo 2 (Manipulativo/Papel e Lápis)
1° Dia- A resolução de problemas de divisão[9] com resto (partição e quotição)
2° Dia – Representação do resto
3° Dia – Representação Decimal
4°Dia – Sistematização dos conteúdos abordados

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No início dos encontros, a pesquisadora foi nas turmas do 5° ano para explicar que faria um trabalho com eles e que este processo levaria quatro dias. Para isto a turma seria dividida em dois grupos e, nestes dias de encontros, seriam os mesmos integrantes de cada grupo.

Detalhamos a seguir cada encontro com seus respectivos conteúdos.

1° Encontro

O conteúdo trabalhado foi a resolução de problemas de divisão (partição e quotição), que teve como objetivo resolver os diferentes tipos de problemas de divisão. Abordamos também problemas com resto, focalizando o significado do resto diante de cada tipo de problema e o tratamento que poderia ser dado ao resto para se resolver o problema. Foram elaborados alguns problemas para que os estudantes refletissem em grupo sobre como seriam as possíveis soluções.

Iniciamos ambos os grupos com uma dinâmica. Seu objetivo era deixar os alunos à vontade com a pesquisadora e, ao mesmo, também introduzir o conteúdo que seria trabalhado no primeiro encontro. Esta dinâmica consistiu em colocar problemas dentro de bexigas de

[9] Os problemas podem ser vistos no Apêndice 2.

cores diferentes (azul para problemas de partição e vermelha para problemas de quotição). Iniciava-se uma música e a orientação dada era para que, quando a música parasse, os estudantes estourassem as bexigas, pegando os problemas para serem lidos. Assim, os problemas eram lidos e registrados no quadro, um abaixo do outro. A pesquisadora, então, indagou aos estudantes se existia alguma relação entre os problemas ali expostos no quadro, iniciando um debate sobre o que era comum e o que era diferente entre eles. Os problemas trabalhados na dinâmica da intervenção poderão ser vistos, mais adiante, no Quadro 3. Vários aspectos foram levantados pelos estudantes e foram considerados. Não houve preocupação em nomear os problemas, mas em analisar as relações envolvidas.

Ao final da dinâmica, os estudantes foram divididos em grupos para que resolvessem os quatros problemas, sendo solicitado aos mesmos que encontrassem as respectivas respostas e discutissem com seus colegas de grupo para, em seguida, os grupos compartilharem com todos como fizeram e seus resultados.

Quadro 3- Problemas trabalhados no primeiro encontro.

Objetivos dos problemas	**Problemas de Partição**
Trabalhar problemas de partição envolvendo o contexto comida.	Problema 1  Pedro assou 17 espigas de milho para o lanche. Ele convidou 4 amigos para o lanche e quer que cada amigo receba a mesma quantidade de espigas de milho. Quantas espigas cada amigo vai receber?
Trabalhar problemas de partição envolvendo o contexto dinheiro.	Problema 2  Felipe levou 18 reais para o supermercado. Ele decidiu comprar caixas de morangos para enfeitar o bolo da festinha de seu filho. Ele comprou 8 caixas gastando todo o dinheiro. Quanto custou cada caixa de morango?
	Problemas de Quoticão
Trabalhar problemas de quotição envolvendo contexto de comida.	Problema 3  Para o picnic da escola Tia Rute preparou 13 cachorros quentes. Em cada prato cabem 4 cachorros quentes. Quantos pratos ela vai usar?
Trabalhar problema de quotição envolvendo o contexto dinheiro.	Problema 4  Marcos tinha 25 reais para colocar num cofrinho de formato maçã. Sabendo que cada cofrinho só cabe 4 moedas. Quantos cofrinhos de formato maçã Marcos usou para guardar suas moedas?

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Procedimentos da pesquisadora

Durante a resolução, a pesquisadora observava os grupos de alunos, como os mesmos estavam respondendo os problemas, e indagava os estudantes como que eles estavam tentando chegar à solução.

Assim, os questionamentos realizados pela pesquisadora durante o trabalho dos grupos serviram para esclarecer as questões e propor a discussão sobre as relações envolvidas nos problemas:

<u>Em relação ao Problema 1</u>– "Quantas espigas Pedro vai receber?", "Sobrou alguma espiga?", "Cada amigo tem que receber a mesma quantidade de espiga?", "Como foi

arespostadeste problema na calculadora?", "E quem fez no papel, qual a resposta que deu?", "A resposta é a mesma no papel e na calculadora?", "Por que o resultado na calculadora está diferente do papel?", "Alguém do grupo fez diferente?", "O que significam estes resultados?".

Em relação ao Problema 2– "Quanto custou cada caixa de morango?", "Sobrou algum dinheiro no problema?", "O que posso fazer com o dinheiro que sobrou?", "Qual a resposta deste problema na calculadora?", "A resposta foi a mesma para quem fez na calculadora e no papel?", "O que teve de diferente?", "Vocês estão resolvendo o mesmo problema?", "Outra pessoa da sala pensou em fazer diferente?".

Em relação ao Problema 3– "Quantos pratos Tia Rute vai usar para colocar o cachorro quente?", "Sobrou algum cachorro quente?", "O que posso fazer com este cachorro quente?", "O problema me diz que só cabem 4 cachorros quentes em cada prato, o que podemos fazer com o que sobrou?", "Se eu dividir o cachorro quente que sobrou, o prato terá 4 cachorros quentes?", "Para quem fez na calculadora: qual foi o resultado deste problema?", "O resultado encontrado na calculadora foi o mesmo do papel?", "O que aconteceu é o mesmo problema?",

Em relação ao Problema 4– "De quantos cofrinhos ele precisou, sabendo que cada cofrinho só cabe certa quantidade?", "Esse .25 na calculadora é o quê? O que significa? E no papel, ficou como?", "O que o problema me diz?", "O que faz com o que sobrou?".

Durante a intervenção, estas indagações foram feitas nos grupos para que, juntos, os alunos refletissem sobre as respostas encontradas, como também estas mesmas indagações eram, depois, socializadas com toda a turma. Este fato aconteceu em ambos os grupos, Grupo 1 (Calculadora/Papel e Lápis) e Grupo 2 (Manipulativo/Papel e Lápis). A diferença era que, no Grupo 2, não havia a comparação com o resultado da calculadora, então o número decimal não apareceu. Neste grupo, a comparação foi feita entre a resolução com manipulativo e no papel e lápis.

Assim**,** em relação ao Problema 1, no Grupo 2 (Manipulativo/Papel e Lápis), as questões de comparação versavam sobre "Como foi a resposta deste problema para quem utilizou a ficha?", "Sobrou alguma ficha?", "O que posso fazer com a ficha que sobrou?", "Para quem fez no papel: qual a resposta que deu?", "A resposta do problema no papel foi a mesma para quem utilizou a ficha?".

No Problema 2, além das questões relativas à compreensão do enunciado e do resultado obtido, as questões de comparação das representações utilizadas foram: "Qual a resposta deste problema para quem usou a ficha?", "Essa ficha que sobrou significao que do possofazer com ela?", "A resposta que deu na ficha foi a mesma do papel?", "O que teve de diferente?", "Vocês estão resolvendo o mesmo problema?".

O Problema 3 envolveu as seguintes questões sobre a comparação das representações e dos resultados obtidos: "Quem fez na ficha encontrou que resultado para este problema?", "O resultado encontrado na ficha foi o mesmo encontradono papel?", "O que podemos fazer com o que sobrou?".

O Problema 4 seguiu a mesma orientação do problema 3, perguntando-se: "De quantos cofrinhos ele precisou?", "Sobrou alguma ficha?", "Qual foi a resposta do problema no papel?", "E quem usou a ficha?", "O que o problema me diz?".

Considerando o Grupo 1 (Calculadora/Papel e Lápis) e o Grupo 2 (Manipulativo/Papel e Lápis), utilizamos os mesmos problemas para que este fato não pudesse interferir na compreensão dos objetivos trabalhados com os grupos. Entretanto, cada grupo apresentou sua particularidade na exploração do conteúdo. No Grupo Calculadora/Papel e Lápis, ao utilizarem a calculadora para resolver os problemas já descritos, os estudantes perceberam que existiam problemas em que o resto poderia ser dividido e o mesmo não acontecia com outros. Analisaram que a calculadora sempre dividia o resto do problema, mesmo quando isso não fazia sentido, caso dos problemas de quotição. Já no Grupo Manipulativo/Papel e Lápis, eles também perceberam a diferença entre os tipos de problemas, quando utilizaram as fichas no momento da resolução. A discussão focalizava mais se era possível ou não dividir o resto em função do enunciado do problema.

Quando os alunos terminaram de responder os problemas, cada grupo apresentou suas respectivas respostas e, na medida em que cada grupo foi apresentando suas respostas aos colegas, a pesquisadora, juntamente com os alunos, foi refletindo sobre as soluções encontradas e percebendo que os problemas se diferenciavam nas relações envolvidas e na pergunta do enunciado.

Com o intuito de que os estudantes percebessem os diferentes tipos de respostas para os problemas que envolviam a divisão, solicitamos que, em grupos, eles também respondessem mais duas questões com contexto sobrecadeiras e crianças. Isto para perceberem que, em alguns contextos e situações, o que denominamos *resto* não faz sentido subdividir o resto, fortalecendo-se a importância da análise do problema em todas as situações.

Quadro 4-Problemas nos quaisnão faz sentido dividir o resto – usado no primeiro encontro de intervenção.

Problema 5

Numa escola chegaram 21 cadeiras para serem colocadas em 4 salas. Quantas cadeiras cada sala vai receber, de modo que cada sala receba a mesma quantidade de cadeiras?

Problema 6

Um grupo de 11 crianças vai ao cinema. Eles estão organizando a ida e querem saber quantos carros serão necessários. Se em cada carro cabem 4 crianças, quantos carros serão necessários para levar todo o grupo, na mesma hora?

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Novamente, após as soluções dos problemas, os estudantes, apresentaram suas respostas ao grande grupo e, juntamente com a pesquisadora, refletiram sobre os problemas nos quais a divisão do resto não faz sentido, tais como cadeira, crianças, bola de gude, entre outros.

Ao final de todas as apresentações dos alunos, a pesquisadora sistematizou os conteúdos abordados no quadro, sempre fazendo resgate do que foi trabalhado naquele encontro. Para finalização do primeiro encontro foi deixado um desafio[10] a ser respondido e entregue na aula seguinte. Abaixo, segue o desafio do primeiro encontro.

[10]Desafios extraídos do livro "Os problemas da família Gorgonzola", de Eva Furnari, da Editora Global. Estes desafios constavam de uma história engraçada e, ao final, era deixada uma pergunta para o leitor tentar responder, as perguntas podem ser visualizadas nos anexos da pesquisa.

Figura 12-Desafio do primeiro encontro: “Pizza de Urubu”

Fonte: FURNARI, Eva (2009)

2° Encontro

O segundo encontro aconteceu no dia seguinte ao primeiro encontro, também com duração de, aproximadamente, uma hora e meia. O conteúdo trabalhado foi o significado do resto, que teve como objetivo debater sobre as diferentes representações do resto quando os problemas são resolvidos com a calculadora e com papel e lápis, no Grupo 1, e quando os problemas são resolvidos com o material manipulativo (fichas) e com papele lápis, no Grupo 2. Outro objetivo era verificar a representação do resto em ambos os grupos.

O encontro iniciou com as respostas do desafio deixado pela pesquisadora. Neste momento os estudantes estavam bastante empolgados e queriam falar todos ao mesmo tempo. A atividade realmente mobilizou. A pesquisadora, em negociação com os alunos, solicitou que falasse um aluno por vez e somente deixariam de responder no quadro quando alguém dissesse a resposta correta do desafio.

Após o momento de socialização das respostas, a pesquisadora utilizou o mesmo problema do desafio modificando apenas o par numérico que envolvia o valor da pizza, estapassou de 10 para 15 reais, com o objetivo de transformar o problema em uma divisão envolvendo resto. Esta atividade foi realizada em duplas. Após algum tempo, os alunos apresentaram suas respostas e a pesquisadora questionou sobre o que era diferente da situação anterior, existente no desafio. Os estudantes, após determinado momento de discussão no grande grupo, perceberam a diferença com a mudança do par numérico de dez para quinze, o problema teria resto.

Em seguida, os estudantes foram divididos novamente em duplas para responderem dois problemas colocados no quadro, um de partição e outro de quotição. Os problemas estão apresentados no Quadro 6. A orientação dada no Grupo 1 (Calculadora/Papel e Lápis) foi que um estudante da dupla resolvesse no papel e outro utilizasse a calculadora.Já no Grupo 2 (Manipulativo/Papel e Lápis), a orientação foi que um estudante resolvesse no papel e outro utilizando as fichas. Conforme já mencionado anteriormente, os problemas, em ambos os grupos, foram os mesmos.

O objetivo desta atividade foi fazer com que as duplas dos dois grupos confrontassem suas respostas e continuassem a refletir sobre a representação do resto obtido e os tipos de estratégias utilizadas, reflexão esta que havia sido iniciada no encontro anterior.

Quadro 5-Problemas trabalhados no segundo encontro da intervenção.

Objetivos dos problemas	**Problemas**
Fazer com que os estudantes percebessem a relação entre o resultado da calculadora e do papel e lápis, entendendo que o resto foi subdividido (Grupo 1). No Grupo 2perceber que a resposta encontrada utilizando os manipulativos seria a mesma encontrada no papel e que o resto poderia ser subdividido novamente. No caso, a ficha que sobrava poderia ser rasgada representando a subdivisão.	Partição 
No Grupo 1, perceber que no problema de quotição a existência do resto implicaria em acrescentar um e não em subdividir o mesmo. Entretanto, o resultado encontrado na calculadora sempre traria a divisão do resto, mesmo que diante daquele enunciado não fizesse sentido. *No Grupo 2*, o objetivo foi também analisar o tratamento que poderia ser dado ao resto neste tipo de problema.	Quotição 

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Em ambos os Grupos de Intervenção, a pesquisadora, durante a atividade de resolução de problemas, passava entre as duplas e verificava como os mesmos estavam tentando responder, fazendo questões pertinentes para favorecer o debate, a análise das relações envolvidas nos problemas e estimular o tratamento ao resto, como por exemplo, no Grupo 1: “Quais foram as respostas que vocês encontraram neste tipo de problema no papel?,“E quem fez na calculadora: qual foi a resposta?”,“O que será que aconteceu? Não é o mesmo problema?”,“Quanto custou cada caixa de chocolate?”,“De quantos pratinhos seu Antônio vai precisar?”,“O que podemos fazer com os pastéis que sobraram?”. No Grupo 2:“Quais foram as respostas que vocês encontraram neste tipo de problema no papel?”,“E quem fez na ficha: qual foi a resposta?”,“O que será que aconteceu? Não é o mesmo problema?”,“O que posso fazer com a ficha que sobrou?”,“Quanto custou cada caixa de chocolate?”,“De quantos pratinhos seu Antônio vai precisar?”,“O que podemos fazer com os pastéis que sobraram?”.

Após a discussão nas duplas, foi solicitado que cada uma apresentasse as respostas encontradas e novamente as discussões eram geradas. Ao término, a pesquisadora sistematizou o conteúdo trabalhado naquele dia e novamente entregou um desafio para que os alunos tentassem responder para o encontro seguinte.

Figura 13-Desafio do segundo encontro: “Parafusos”

Fonte: FURNARI, Eva (2009).

3° Encontro

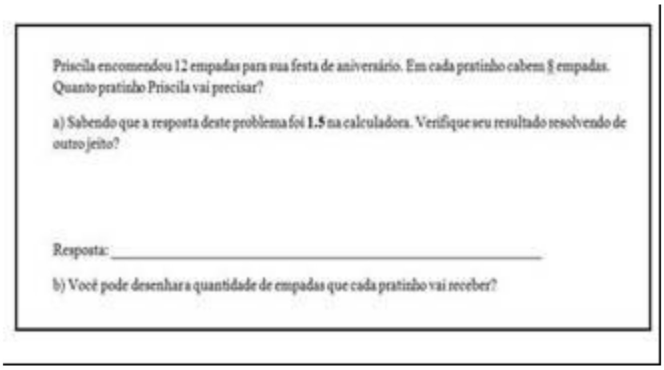
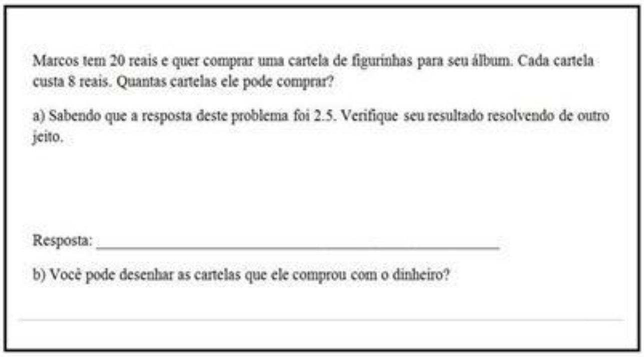
O terceiro encontro aconteceu no dia seguinte ao segundo encontro, sendo focalizada a representação decimal a partir de problemas já resolvidos, apresentados aos estudantes para análise.

O encontro iniciou-se com as respostas do desafio deixado no último encontro. Durante a apresentação das respostas deste desafio, os alunos chamaram a atenção para como o desafio era divertido, pois o mesmo falava de uma pessoa que tinha tirado a roupa, detalhe que não era comum em problemas de matemática que já tinham sido respondidos por eles antes. Alguns alunos tiveram dificuldade em compreender que as “oito meias em cada pé” significavam 16 meias, já que o personagem tinha dois pés.

Em seguida, os alunos foram divididos em dois grandes grupos para responderem a quatro questões (duas de partição e duas de quotição). Estas diferenciavam-se dos encontros anteriores por já apresentarem as respostas. O objetivo era que os estudantes analisassem as respostas já dadas e explicassem se concordavam e porque concordavam.

Quadro 6-Problemas trabalhados no terceiro encontro

Objetivos dos problemas	**Problemas**
No *Grupo 1*, o objetivo foi explorar o decimal encontrado na calculadora e o decimal encontrado no papel. Na letra “a” dávamos a resposta encontrada na calculadora e solicitávamos que o aluno resolvesse de outro jeito. Na letra “b” pedíamos para os mesmos desenharem a quantidade que cada criança iria receber. Esta letra teve como objetivo fazer com que os alunos percebessem que o que sobrava poderia ser dividido, como tinham feito comacalculadora. Enquanto os estudantes do Grupo 1 tinham a calculadora para experimentar, refazer e explorar, os alunos do Grupo 2 tinham fichas para manipular, inclusive cortar, se assim quisessem. Ambos os Grupos podiam fazer também usando o papel (desenhos, algoritmos etc.).	Partição Maria comprou 21 cajus para distribuir entre 4 crianças. Ela quer que cada criança receba a mesma quantidade de cajus. Quantos cajus cada criança vão receber? a) Sabendo que a resposta deste problema foi **5.25** na calculadora. Verifique seu resultado resolvendo de outro jeito. Resposta: ____________________ b) Você pode desenhar a quantidade de cajus que cada criança vai receber? Fernando tem 13 reais para dividir para seus 4 amiguinhos. Sabendo que cada amiguinho deverá receber o mesmo valor em dinheiro. Quantos reais cada um vai receber? a) Sabendo que a resposta deste problema foi **3.25**. Verifique seu resultado resolvendo de outro jeito. Resposta: ____________________ b) Você pode desenhar quantos reais cada amiguinhos vai receber?

<table>
<tr>
<td>Nos Grupos1 e 2, procurou-se analisar o resultado da calculadora, observando outro tipo de resolução (no papel ou com manipulativo) e verificando o sentido dos números obtidos, diante do solicitado pelo problema. Da mesma forma que o problema de partição, os alunos do Grupo 1 tinham a possibilidade de explorar a calculadora e os do Grupo 2 de trabalhar com fichas. Ambos os Grupos podiam usar estratégias no papel, tais como desenho, algoritmos etc.,e perceber que poderia haver na resposta final dos problemas duas possibilidades: primeiro, um aumento na resposta final, como no problema de Priscila e, segundo, uma diminuição na resposta final, comono problema de Marcos.</td>
<td>Quotição

Priscila encomendou 12 empadas para sua festa de aniversário. Em cada pratinho cabem 8 empadas. Quanto pratinho Priscila vai precisar?
a) Sabendo que a resposta deste problema foi 1.5 na calculadora. Verifique seu resultado resolvendo de outro jeito?
Resposta: ___________________
b) Você pode desenhar a quantidade de empadas que cada pratinho vai receber?

Marcos tem 20 reais e quer comprar uma cartela de figurinhas para seu álbum. Cada cartela custa 8 reais. Quantas cartelas ele pode comprar?
a) Sabendo que a resposta deste problema foi 2.5. Verifique seu resultado resolvendo de outro jeito.
Resposta: ___________________
b) Você pode desenhar as cartelas que ele comprou com o dinheiro?</td>
</tr>
</table>

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Durante a resolução dos problemas pelos alunos, a pesquisadora observava os grupos e fazia questionamentos sobre como os alunos estavam tentando responder ao problema com a resposta já dada e se tinham dificuldades. O mesmo procedimento dos encontros anteriores, focalizando o significado do decimal, a comparação com outras resoluções e seus resultados, o tratamento que deveria ser dado ao resto.

Alguns estudantes conseguiram fazer a relação que o decimal encontrado no problema era o mesmo resultado encontrado no papel, subdividido, no problema de partição. Os alunos se reportaram ao que sobrava sempre como metades. A pesquisadora, percebendo isto, inclusive já encontrado em outros estudos, fazia questionamentos sobre a quantidade de partes subdivididas e o significado de metade. Um momento interessante foi quando dois alunos foram ao quadro e perceberam que, se o caju que sobrou fosse dividido ao meio, duas crianças ficariam sem receber. Então, refizeram o desenho do caju dividindo-o em quatro partes e disseram que o resultado seria quatro pedaços.

Em ambos os Grupos da intervenção, muitos alunos tentaram resolver através do algoritmo, entretanto, não subdividiam o resto. A subdivisão do resto aconteceu mais com o desenho, na medida em que os alunos desenhavam os números que constavam no problema, no caso do Grupo 1, e com as fichas, no Grupo 2, favorecendo a compreensão do resultado dado pela calculadora.

Ao final do encontro, a pesquisadora sistematizou, explicando sobre a representação decimal: que metade significa meio, ou 0.5, e que 0.25 representa um quarto.

Foi deixado mais um desafio para o encontro seguinte e, neste momento, alguns alunos expressaram o quanto estavam gostando de resolver problema através de histórias.

Figura 14-Desafio do terceiro encontro: "Conversa Fiada."

Fonte: FURNARI, Eva (2009).

<u>4° Encontro</u>

O quarto encontro aconteceu um dia depois do terceiro encontro. Neste tivemos a preocupação de fazer uma sistematização de todos os conteúdos abordados nos outros dias da intervenção: a resolução de problemas com resto (partição e quotição), o significado do resto e a representação decimal.

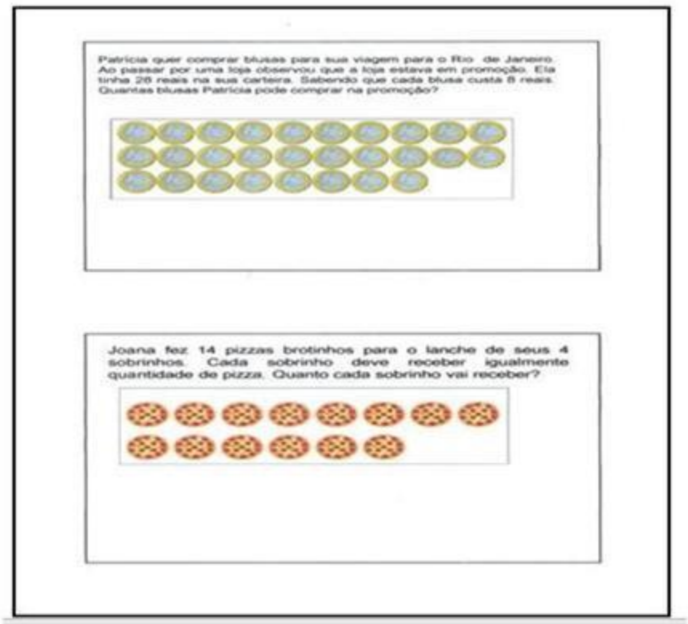
Iniciamos novamente com a resposta do desafio deixado no encontro anterior, que os alunos não apresentaram dificuldades para solucionar.

A sistematização, em ambos os grupos, G1 (Calculadora/Papel e Lápis) e G2 (Manipulativo/Papel e Lápis), foi realizada através de uma apresentaçãoutilizando-se projeções a partir de um ambiente informatizado em *Power Point* (conjunto de aplicativos da Microsoft Office), com duração de trinta minutos e exibida aos alunos. Foram oito questões (umade partição sem resto, duas de partição com resto, uma de partição resolvida, uma de quotição sem resto, duas de quotição com resto, uma de quotição resolvida).

Os alunos receberam um livreto[11] com os problemas impressos (dois em cada folha) para que tentassem responder. O mesmo aconteceu nos dois grupos e, como já mencionado anteriormente, os alunos poderiam utilizar os materiais de acordo com seu grupo, calculadora/papel e lápis, no Grupo1, e manipulativo/papel e lápis, no Grupo 2. Inicialmente, solicitou-se que os alunos resolvessem os problemas individualmente. Após resolverem os problemas, a pesquisadora apresentou os mesmos no *Power Point* com possíveis estratégias para solucioná-los, discutindo com os estudantes um por um.

Abaixo apresentaremos uma folha do livreto com as questões da apresentação.

Figura 15-Problema do livreto dos alunos realizado no 4° Encontro.



Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No próprio *Power Point* apareciam exemplos de resoluções que poderiam ter sido usadas pelos alunos quando estavavam resolvendo os problemas. As respostas foram apresentadas pausadamente para que os estudantes, juntamente com a pesquisadora, refletissem sobre elas. Os passos utilizados nos problemas da apresentação, em ambos os grupos (Calculadora/Papel e Lápis e Manipulativo/Papel e Lápis), por parte do pesquisador e dos alunos, foram os seguintes:

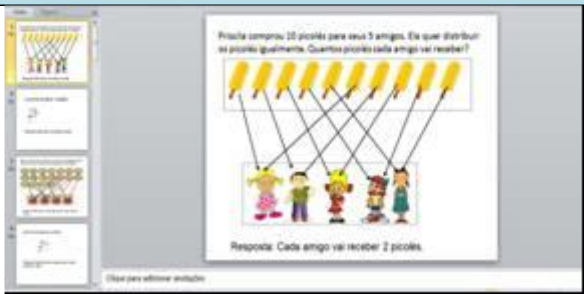
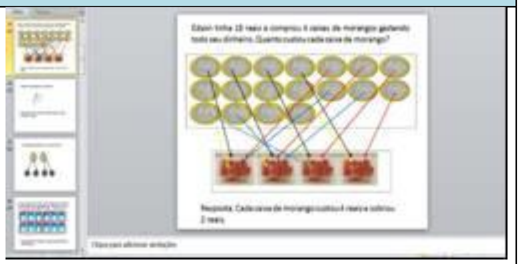
[11] As páginas do livreto podem ser visualizadas, na íntegra, no Apêndice 3.

1. Apresentar o problema a partir da projeção em tela para o grupo da classe.
2. Pedir que as crianças o resolvessem.
3. Pedir que as crianças dissessem suas respostas de acordo com que estavam vendo em seu livreto.
4. Mostrar no ambiente informatizado uma estratégia de resolução e apresentar a resposta correta.
5. Pedir que alguns alunos explicassem porque aquela resposta era correta.
6. Apresentar as explicações sobre as estratégias utilizadas.

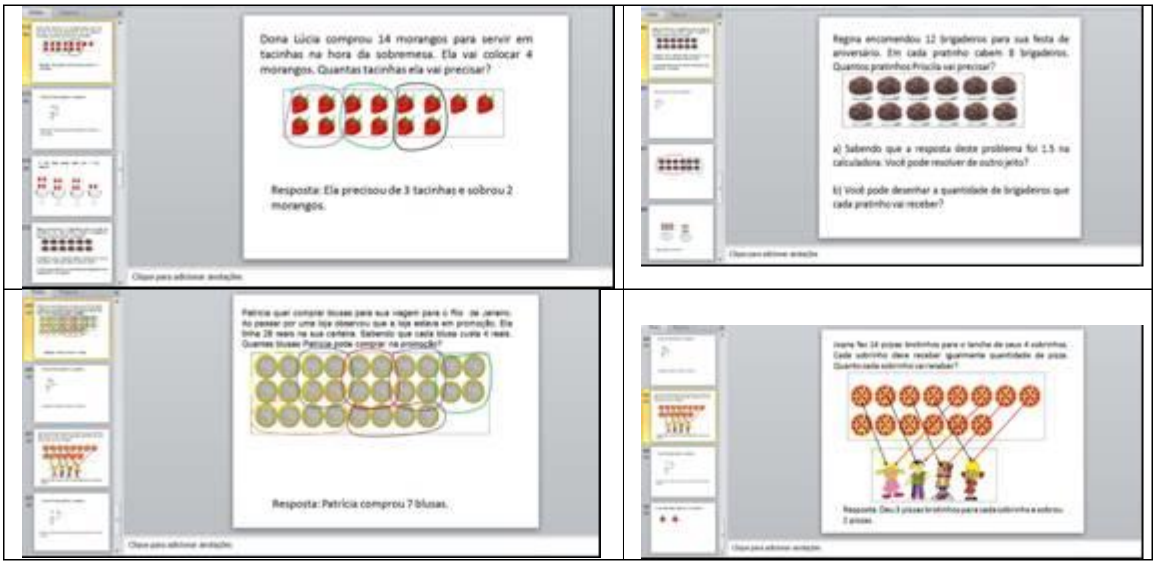
Em ambos os grupos trabalhados (Grupo 1 e Grupo 2), os estudantes apresentaram bastante entusiasmado, tendo em vista, segundo relato de alguns, nunca terem aquele tipo de aula, apesar de a escola ter cedido o equipamento (*Datashow*) para a pesquisadora. Os mesmos queriam saber a resposta e aplaudiam quando a estratégia apresentada encontrava o mesmo resultado que eles tinham obtido. Alguns alunos, inclusive, começaram a comentar “tô ganhado”, “acertei três”, por exemplo.

A seguir, no Quadro 7[12], visualizaremos a apresentação utilizada.

Quadro 7-Apresentação dos problemas do 4° Encontro.

Apresentação dos problemas do 4° Encontro	
	
	

[12] Vale salientar que os problemas trabalhados foram parecidos com os encontros anteriores. Os *slides* da apresentação poderão ser visualizados em tamanho maior no Apêndice 3.



Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015)

Importante destacar que a única diferença entre o Grupo 1 (Calculadora/Papel e Lápis) e o 2 (Manipulativo/Papel e Lápis) foi que, nas estratégias apresentadas para resolver cada problema, apenas no Grupo 1 apresentouse o uso da calculadora.

Neste encontro não houve desafio, tendo em vista que foi nosso último momento com os alunos e, no próximo encontro, já seria aplicado o pós-teste imediato. Entretanto, como já mencionamos, vários alunos pediram novos desafios, reforçando o prazer que observamos nesta atividade durante os encontros anteriores.

No próximo capítulo apresentamos os resultados de acordo com os aspectos aqui abordados.

CAPÍTULO 4

Resultados

No capítulo anterior, apresentamos a metodologia do presente estudo detalhando os participantes, as atividades propostas e os procedimentos utilizados.

No presente capítulo serão apresentados os resultados referentes àpesquisa, que teve como objetivo investigar o desempenho de estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas de divisão, comparando proposta de ensino com uso da calculadora e sem uso desta ferramenta.

Apresentaremos a análise quantitativa e, logo em seguida, traremos uma abordagem qualitativa sobre as intervenções realizadas com os estudantes.

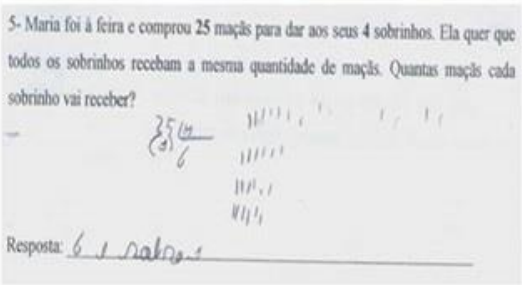
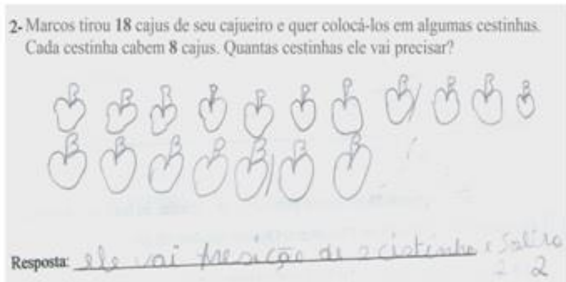
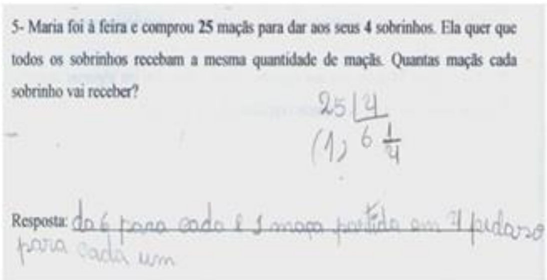
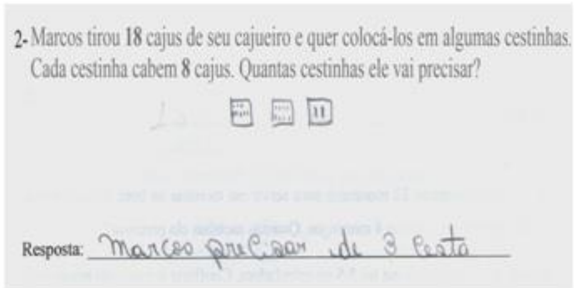
A análise do desempenho dos estudantes foi realizada a partir dos dois tipos de questões propostas: tipo 1 – problema para o qual o estudante tinha que buscar a solução, e tipo 2 – problemas já resolvidos para o estudante analisar a resposta apresentada. Os problemas resolvidos tinham como objetivo a reflexão sobre uma resposta encontrada na calculadora.

4.1. Crianças resolvendo problemas de divisão com resto

Considerando o tipo 1, ou seja, a resolução dos problemas pelo estudante, foram observadas dois tipos de resposta, a primeira que chamamos de “acerto total”, em que o estudante resolvia o problema corretamente e dava tratamento ao resto considerando o tipo de problema proposto, mesmo que não usasse o termo matemático adequado para definir o resto; e a segunda resposta, a qual denominamos “acerto parcial”, em que o estudante resolvia a operação adequadamente, mas não dava tratamento ao resto, ou seja, o resto permanecendo como inteiro.

Um exemplo do acerto total foi no seguinte problema: Maria foi à feira e comprou 25 maçãs para dar aos seus 4 sobrinhos. Ela quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? Tivemos esta resposta: “Dá 6 para cada e 1 maçã partida em 4 pedaços, um pedaço para cada um”. Neste mesmo problema, outro estudante também resolveu por meio da operação de divisão, entretanto, ao encontrar 1 de resto, apenas escreveu “6 e sobra 1”. Neste caso, foi considerado acerto parcial. Abaixo, no Quadro 8, podemos visualizar estes dois tipos de solução, acerto total e acerto parcial, em um problema de partição (exemplo acima) e em um problema de quotição.

Quadro 8- Exemplos dos acertos sem e com tratamento nos problemas de partição e quotição.

Acerto Parcial	
Partição	**Quotição**
 5- Maria foi à feira e comprou 25 maçãs para dar aos seus 4 sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? 25 | 4 (1) 6 Resposta: 6 e sobra 1	 2- Marcos tirou 18 cajus de seu cajueiro e quer colocá-los em algumas cestinhas. Cada cestinha cabem 8 cajus. Quantas cestinhas ele vai precisar? Resposta: ele vai precisar de 2 cistinhas e sobra 2
Acerto Total	
Partição	**Quotição**
 5- Maria foi à feira e comprou 25 maçãs para dar aos seus 4 sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? 25 | 4 (1) 6 1/4 Resposta: da 6 para cada e 1 maça partida em 4 pedaços para cada um	 2- Marcos tirou 18 cajus de seu cajueiro e quer colocá-los em algumas cestinhas. Cada cestinha cabem 8 cajus. Quantas cestinhas ele vai precisar? Resposta: Marcos precisar de 3 cesta

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Enquanto no problema de partição o tratamento do resto pode implicar em uma divisão do mesmo, nos casos em que as quantidades envolvidas no problema são passíveis de divisão, na situação dos problemas de quotição, o tratamento dado ao resto não é o mesmo da partição, pois implica em acrescentar um ao quociente.

Para analisar o desempenho dos estudantes na resolução dos problemas, os dados foram submetidos a três análises de variância, de acordo com os seguintes planejamentos:

- ANOVA[13]1: Uma análise de covariância que teve como fator independente **os grupos** aos quais os sujeitos pertenciam (Calculadora/Papel e Lápis e Manipulativo/Papel e Lápis) e como covariante o desempenho no pré-teste. A variável dependente foi o desempenho no pós-teste. O objetivo dessa análise foi verificar os efeitos do nível dos grupos de intervenção a que pertenciam e da interação entre essas variáveis nos resultados obtidos pelos mesmos no pós-teste, em relação aos resultados do pré-teste.
- ANOVA 2: Uma outra análise de covariância para estudar os dados obtidos no pós-teste posterior, em que foram mantidos o mesmo fator independente, o **grupo**, e covariante, o desempenho no pré-teste, sendo o desempenho no pós-teste posterior à variável dependente. Essa análise visou verificar o efeito dos grupos a que os sujeitos pertenciam e da interação sobre estas variáveis nos resultados obtidos pelos mesmos no pós-teste posterior em relação aos resultados do pré-teste.
- ANOVA 3: Uma terceira análise de covariância, na qual foi mantido o fator independente o **grupo**. Tendo como covariante o desempenho no pós-teste e a variável dependente o pós-teste posterior. Essa análise tendeu a verificar as variações ocorridas entre o pós-teste e o pós-teste posterior.

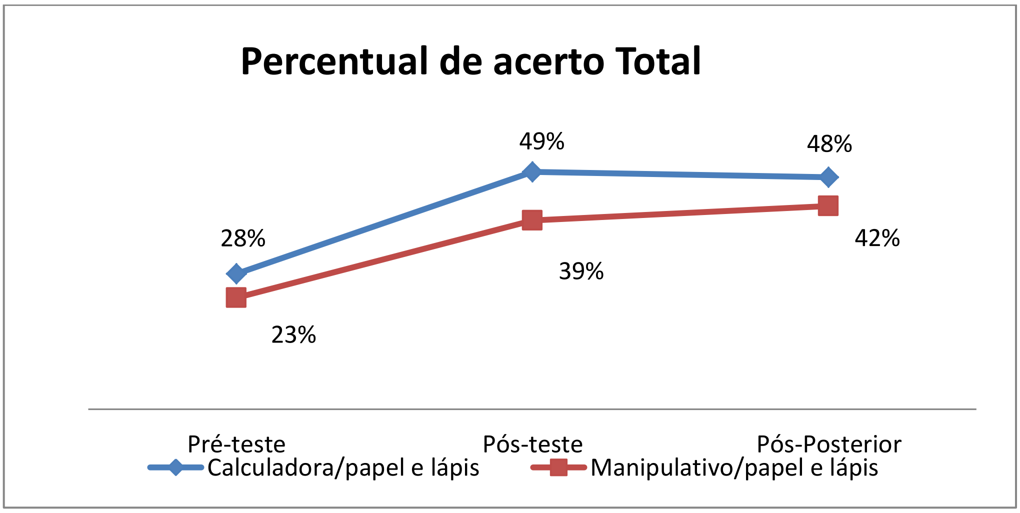
Para facilitar a compreensão dos resultados obtidos a partir das análises realizadas, serão primeiramente apresentados os resultados comparando-se pré-teste e pós-teste e, em seguida, serão apresentados os dados obtidos na comparação do pré-teste e do pós-teste posterior e, por fim, a comparação entre o pós-teste e o pós-teste posterior. Estas análises foram realizadas considerando-se tanto o acerto total, como o acerto parcial.

Considerando o **acerto total**, observamos, no Gráfico 1, a seguir: no pré-teste há 28% de acerto no Grupo Calculadora/Papel e Lápis e 23% no Grupo Manipulativo/Papel e Lápis. No pós-teste, o Grupo Calculadora/Papel e Lápis obteve percentual de acerto de 49% e o Grupo Manipulativo/Papel e Lápis obteve 39%. Ambos os grupos apresentaram um aumento no percentual de acertos no pós-teste, em relação ao pré-teste. No pós-teste posterior, o Grupo Calculadora/Papel e Lápis apresentou 48% de respostas corretas e o Grupo

[13] Segundo Dancey e Reidy (2006), a Anova é um teste paramétrico e é usado quando queremos avaliar se existe diferença significativa entre as médias três ou mais condições. Ela permite testar se a variabilidade dentro dos grupos é maior que a existente entre os grupos. A técnica supõe independência e normalidade das observações, e igualdade entre as variâncias dos grupos.

Manipulativo/Papel e Lápis, 42%. Comparando com o pós-teste, no pós-teste posterior, o Grupo Calculadora/Papel e Lápis manteve aproximadamente o mesmo resultado (queda de 1%) e o Grupo Manipulativo/Papel e Lápis avançou um pouco, atingindo 42% de respostas corretas, ainda que permanecesse com desempenho mais baixo do que o Grupo Calculadora/Papel e Lápis.

Gráfico 1-Percentual de acerto Total, pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior, em função dos grupos.



Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Comparando a partir de uma análise de variância o desempenho no pós-teste de ambos os grupos, observamos que a diferença encontrada não se mostrou significativa (Anova 1: F= 709, 1gl, p= 0.404). A comparação dos resultados do pós-teste posterior, considerando o pré-teste como covariante, também não se mostrou significativa (Anova 2: F= ,207 1gl, p= 0.654), da mesma forma que a comparação do resultado do pós-teste posterior em relação ao pós-teste imediato (Anova 3: F= ,007, 1 gl, p= 0.934).

Esses dados nos mostram que tanto o Grupo Calculadora/Papel e Lápis como o Grupo Manipulativo/Papel e Lápis obtiveram, após a intervenção, avanços de desempenho em relação ao pré-teste, mas a comparação entre os grupos não mostrou uma diferença significativa, nem no pós-teste, nem no pós-teste posterior. É importante ressaltar que os dois grupos avançaram no pós-teste e no pós-teste posterior, de forma que passamos a analisar também a evolução do desempenho de cada grupo entre as fases.

Para verificar se houve diferença significativa[14] entre as médias de acertos dos alunos nas três fases (pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior) realizamos o *teste t*[15] para média emparelhada (*Paired Samples Test*), em ambos os grupos.

Em relação ao Gráfico 1 acima, percebemos que o percentual de acerto do Grupo **Calculadora/Papel e Lápis**, no pré-teste, foi de 28%, atingindo 49% no pós-teste. Foi significativa esta diferença, do pós-teste em relação ao pré-teste [t (24) =3,199, p<0.004]. No pós-teste posterior, o percentual de acertos foi semelhante ao pós-teste, com 48%. Esta diferença também se mostrou significativa em relação ao pré-teste [t (24)= 3,464, p< 0.002]. Entretanto, comparando-se os resultados do pós-teste posterior com o do pós-teste, não se verificaram diferenças significativas, [t (24)= -, 204, p= 0.840], sugerindo uma consolidação nos resultados do pós-teste, mesmo após oito semanas.

No Grupo **Manipulativo/Papel e Lápis**, o percentual de acertos no pré-teste foi de 23%, aumentando para 39% no pós-teste, sendo esta diferença significativa [t (24)= 3,720, p<0.001]. No pós-teste posterior observamos um aumento no percentual de acerto, atingindo 42%. Comparando o resultado do pré-teste com o do pós-teste posterior, observamos que a diferença foi também significativa [t (24)= 4,106, p<0.001]. Quando comparamos o pós-teste posterior com o pós-teste, ainda que se observe um percentual mais elevado no pós-teste posterior, a diferença não foi significativa, [t (24)= , 531, p= 0.600]. Estes dados revelam que ambos os grupos tiveram desempenho semelhantes no pós-teste e no pós-teste posterior, demonstrando manutenção dos efeitos da intervenção.

Diante destes resultados podemos ressaltar dois pontos importantes. Primeiro ponto, os avanços no pós-teste sugerem que trabalhar com recursos diversificados (lápis e papel, calculadora e lápis) pode contribuir para a aprendizagem do estudante, pois ambos os grupos tiveram melhoria significativa na aprendizagem, ou seja, as duas intervenções apresentaram efeitos positivos. Segundo ponto, a manutenção dos resultados do pós-teste, observados no pós-teste posterior, parece indicar que as intervenções tiveram um efeito sobre o desempenho dos estudantes.

Considerando o **acerto parcial**, verificamos, no Gráfico 2, que os percentuais de acertos no pré-teste do Grupo Calculadora/Papel e Lápisfoi de 30%, já no Grupo Manipulativo/Papel e Lápis este percentual foi de 28%. No pós-teste, ocorreu um aumento no percentual de acerto, em ambos os grupos, 62% no Grupo Calculadora/Papel e Lápis e de

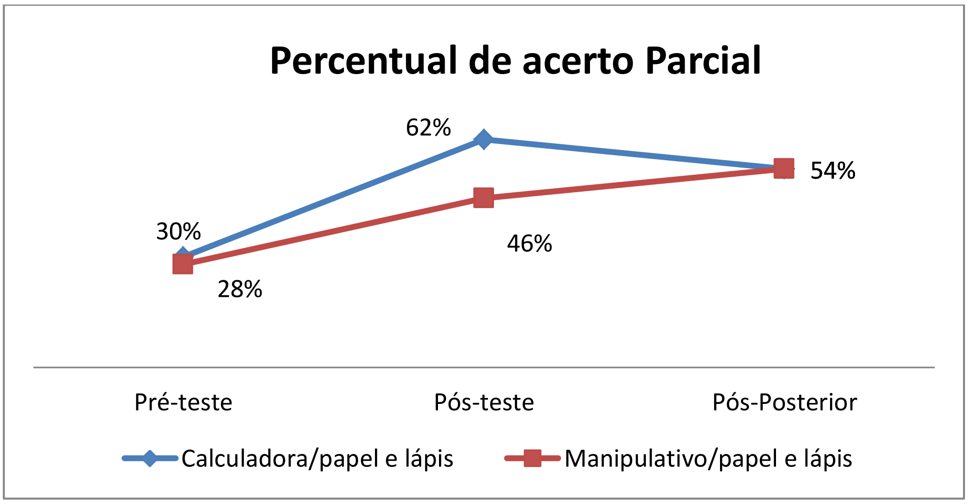
---

[14] Diferença significativa, estatisticamente, pois significa que as diferenças encontradas são grandes o suficiente para não serem atribuídas ao acaso.

[15]O teste -t avalia se as médias de dois grupos são *estatisticamente* diferentes uma da outra.

46% no Grupo Manipulativo/Papel e Lápis. Entretanto, apesar desta diferença no percentual de acertos, as diferenças entre os grupos não se mostraram significativas (Anova 1: F= 2,637, 1 gl, p= 0.111). No pós-teste posterior, o percentual de acerto dos dois grupos foi o mesmo, 54%. Comparando-se o resultado do pós-teste posterior tendo o pré-teste como covariante, a diferença entre os grupos não se mostrou significativa (Anova 2: F= ,038 1 gl, p= 0.846). Em relação ao desempenho no pós-teste posterior com o pós-teste como covariante também não se observou diferença significativa entre os grupos (Anova 3: F= 1,635, 1 gl, p= 0.207). Estes resultados foram semelhantes aos observados na análise do acerto total.

Gráfico 2- Percentual de acerto parcial, pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior, em função dos grupos.



Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Comparando o desempenho do pré e do pós-teste no Grupo **Calculadora/Papel e Lápis**, através do Teste T – student, verificamos, no pré-teste, o percentual de 30% de acerto, aumentando para 62% no pós-teste. Esta diferença foi significativa [t (24)= -4,672, p<0.001]. No pós-teste posterior, o percentual de acertos foi de 54%. Quando comparamos este percentual com o pré-teste, percebemos que esta diferença se apresentou significativa [t (24)= 3,868, p<0.001]. Comparando o pós-teste posterior com o pós-teste, averiguamos uma queda de 62%, no pós-teste, para 54%, no pós-teste posterior, todavia esta diferença não foi significativa [t (24)= ,204, p= 0.840].

No Grupo **Manipulativo/Papel e Lápis**, o percentual de acerto no pré-teste foi de 28%, subindo para 46% no pós-teste. A diferença entre pós-teste e pré-teste se mostrou significativa [t (24)= -2,979, p= .007]. No pós-teste posterior o percentual de acertos foi de 54%. Se compararmos o pós-teste posterior com o pré-teste observamos um aumento no percentual de acertos dos alunos que se mostrou significativo [t (24)= -5,316, p<0.001]. Quando comparamos o percentual de acerto do pós-teste posterior com o pós-teste verificamos que houve um aumento (46% para 54%), entretanto este não foi significativo, [t (24)= -1,317, p= 0.200].

A partir destes resultados podemos concluir que, em ambos os grupos, as intervenções realizadas apresentaram efeitos significativos, tanto se considerarmos os acertos totais, como apenas os acertos parciais. Vale destacar que, mesmo depois de oito semanas após as intervenções, os efeitos sobre o desempenho permaneceram, inclusive, com os alunos do Grupo Manipulativo/Papel e Lápis, ainda apresentando avanços. Este dado sugere que as aprendizagens foram consolidadas. Quando se considera o acerto parcial, verificamos maiores efeitos da intervenção no pós-teste imediato e uma maior queda no percentual de acertos do pós-teste posterior, no grupo Calculadora/Papel e Lápis, o que, no entanto, não foi significativo.

Na Tabela 1, abaixo, podemos fazer uma comparação entre os percentuais de acertos, nas duas análises já apresentadas anteriormente.

Tabela 1-Percentual de acerto pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior, em função do acerto total e acerto parcial.

Grupo	**Pré-teste**		**Pós-teste**		**Pós-teste posterior**	
	Acerto Total	Acerto Parcial	Acerto Total	Acerto Parcial	Acerto Total	Acerto Parcial
Calculadora/ Papel e Lápis	28% ➡	30%	49% ➡	62%	48% ➡	54%
Manipulativo /Papel e Lápis	23% ➡	28%	39% ➡	46%	42% ➡	54%

As setas indicam o percentual de acertos maiores de um para o outro.

Fazendo uma comparação entre os resultados encontrados na primeira análise (acerto total) com o da segunda análise (acerto parcial) (Tabela 1), percebemos que a intervenção atuou junto ao tratamento do resto, mas, principalmente, junto à resolução dos problemas. É interessante que estes dois aspectos tenham aparecido, até certo ponto, ainda dissociados, embora tenham sido trabalhados de forma integrada em ambas intervenções, o que sugere que este tipo de análise do resto e seu tratamento devem ser mais ainda fortalecidos no trabalho com resolução de problemas multiplicativos na escola, pois, muitas vezes, apesar de o aluno saber resolver o problema de divisão, ele não percebe a importância de analisar o que é solicitado no problema e, com isso, dar um tratamento adequado ao resto encontrado. Fato este percebido em alguns estudos anteriores como em Selva, 1993, 1998 e Spinillo; Lautert, 2012.

Também estes resultados nos levam a refletir sobre o papel da calculadora em sala de aula como mais um recurso a ser utilizado e a contribuição que esta pode oferecer. O que parece mais importante é a diversificação dos recursos na sala de aula, a análise das possibilidades de cada um, as estratégias de resolução, a reflexão dos conteúdos trabalhados, a discussão em grupos, a comparação de estratégias e resultados. Assim, verificamos que os dois grupos de intervenção deste estudo trabalharam com dois tipos de recursos, em situações desafiadoras, com debate de estratégias e isto parece ter sido proveitoso para ambos.

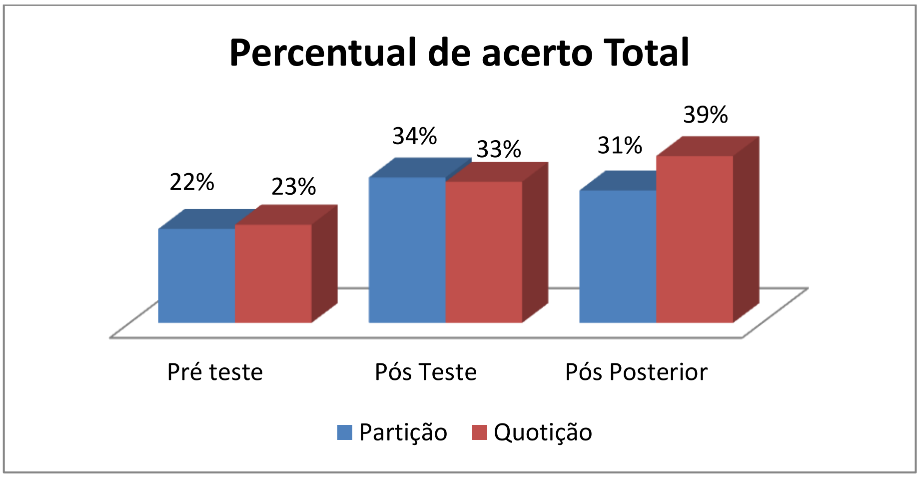
Outro ponto que merece reflexão é que o uso da calculadora em sala de aula não traz prejuízo nenhum em relação ao conhecimento, pelo contrário, a mesma ajudou os estudantes a avançarem no desempenho da resolução de problemas de divisão. O ensino deve estar pautado nesta reflexão da interação dos alunos entre si e com o professor, discutindo os conceitos matemáticos e a inclusão da calculadora traz benefícios para aprendizagem.

No tópico a seguir analisamos o desempenho dos estudantes em relação ao tipo de problema (partição e quotição).

4.2. Houve diferença no desempenho dos alunos em relação ao tipo de problema

Optamos por apresentar, neste tópico, a análise geral, sem separar por grupos, tendo em vista que a diferenças envolvendo os mesmos não foi estatisticamente significativa. Analisaremos a seguir os dados levando em consideração o acerto total.

Gráfico 3-Percentuais de acertos totais por tipos de problemas em função dos testes.



Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Considerando o **tipo de problema**, no pré-teste (Gráfico 3, acima), o percentual de acertos nos problemas de partição foi de 22% e nos de quotição foi 23%. Percebemos uma pequena diferença no percentual entre os dois problemas, que não foi significativa, [t (49)= -1,093, p= 0.280]. No pós-teste, os problemas de partição tiveram um percentual de 34% e os problemas de quotição 33%. Esta diferença entre os tipos de problemas não se apresentou significativa, [t (49)= -,850, p= 0.399]. No pós-teste posterior, observamos que o percentual de partição foi de 31% e de 39%, em quotição, esta diferença nos percentuais de quotição sobre os problemas de partição se mostraram significativas, [t (49)= -3,742, p< 0.001].

Diante destes resultados podemos refletir sobre alguns pontos interessantes. Primeiro ponto, observando o pré-teste para o pós-teste, em relação ao tipo de problema, não encontramos diferenças significativas. Este resultado também foi encontrado em estudos anteriores (SELVA, 1998; SPINILLO; LAUTERT, 2002, 2004; SELVA; BORBA, 2005). Entretanto, este estudo observou, no pós-teste posterior, maior facilidade dos estudantes na resolução de problemas de quotição. É um resultado interessante que deve ser investigado. Uma hipótese possível consiste em analisar os conteúdos trabalhados pela professora entre o pós-teste e o pós-teste posterior. Do ponto de vista do que foi trabalhado pela professora neste intervalo de oito semanas, verificamos que o conteúdo de suas aulas se pautou em problemas envolvendo a multiplicação e atividades envolvendo a resolução da tabuada, não sendo tratados problemas de divisão. Os problemas multiplicativos trabalhados com os estudantes foram, geralmente, do tipo isomorfismo de medida, exemplo “Os 20 alunos da sala de Arthur vão passear no clube de campo. A entrada do clube de campo é 43 reais por pessoa. Qual o total a ser pago?". Assim, este resultado do pós-teste posterior é instigante e merece novas pesquisas.

Em relação à evolução no percentual de acertos envolvendo os tipos de problemas nos teste aplicados (pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior) (Gráfico 3), percebemos que os problemas de partição tiveram um aumento de acerto do pré-teste (22%) para o pós-teste (34%), esta diferença foi significativa a partir do teste Wilcoxon (Z= -3,523, p= 0.000)[16]. Entretanto, observamos no pós-teste posterior (31%) uma ligeira quedaem relação ao pós-teste, que não foi significativa (Z =-1,698, p= 0.090). Se compararmos o pré-teste com o pós-teste posterior percebemos sim um aumento significativo em relação ao percentual de acertos (Z= -2,717, p= 0.009). Já em relação aos problemas de quotição, em todas as fases ocorreu evolução no percentual de acertos. Entretanto, enquanto do pré-teste (23%) para o pós-teste (33%) a diferença foi significativa (Z = -2,952, p= 0.003), do pós-teste para o pós-teste posterior (39%) a diferença não se mostrou significativa (Z= -1,667, p= 0.095). A comparação do pré-teste com o pós-teste posterior mostrou diferença significativa (Z = -3,906, p= 0.000).

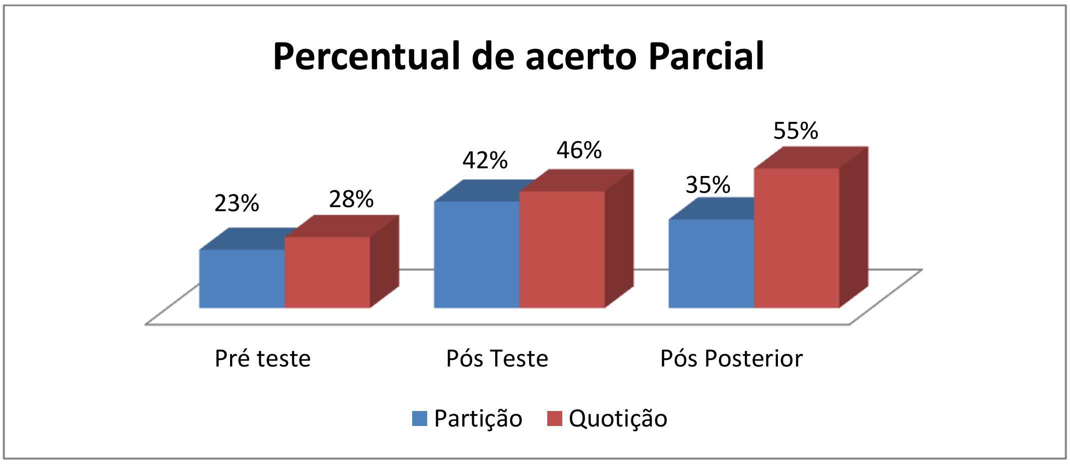
Estes dados mostram que, tanto nos problemas de partição como nos de quotição, os percentuais de acertos avançaram significativamente do pré para o pós-teste, ou seja, sugerindo efeito da intervenção realizada. No pós-teste posterior os problemas de partição tiveram uma pequena queda no percentual de acertos, enquanto que os problemas de quotição continuaram avançando no desempenho, fatos que merecem maior investigação para saber se foi algo específico relacionado às intervenções realizadas ou se houve interferência de outros fatores a serem investigados em futuros estudos.

Se considerarmos o acerto parcial, o Gráfico 4 apresenta os resultados encontrados. Podemos observar que, no pré-teste, os problemas de partição obtiveram 23% de acertos e os problemas de quotição 28%. Esta diferença entre os tipos de problemas não se mostrou significativa, [t (49)= -,893, p= 0.376]. No pós-teste, a diferença entre os problemas também foi pequena, não significativa, 42% de acertos em partição e 46% de acertos em quotição [t (49)= .000, p= 1,000]. Analisando o pós-teste posterior, o percentual de acerto de problemas foi maior em quotição (55%), em relação à partição (35%). A diferença entre eles foi significativa, [t (49)= -3,395, p< 0.001].

---

[16]Esta fórmula pertence ao teste Wilcoxon, teste não paramétrico. O teste T de Wilcoxon substitui o t de Student para amostras pareadas quando os dados não satisfazem as exigências deste último.

Gráfico 4-Percentuais de acertos parciais por tipo de problema em função dos testes.



Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Estes dados mostram que os resultados observados no acerto parcial seguiram o mesmo comportamento dos resultados do acerto total, já analisado. Observamos uma diferença significativa entre o percentual de acerto entre os problemas de quotição eopercentual de acertos de problemas de partição, apenas no pós-teste posterior, sendo mais fácil resolver problemas de quotição do que de partição. Fato este já mencionado anteriormente e que merece ser mais investigado.

Ainda considerando o Gráfico 4, em relação aos testes, percebemos que os problemas de partição tiveram um aumento significativo no percentual de acertos do pré-teste (23%) para o pós-teste 42%, (Z= -3,908, p=0.000). Quando observamos o pós-teste posterior, verificamos uma redução no percentual de acertos, ficando 35%, entretanto esta diferença entre o pós-teste e o pós-teste posterior não se apresentou significativa (Z= -1,806, p= 0.071). A comparação do pré-teste com o pós-teste posterior mostrou diferenças significativas de desempenho (Z= -3,052, p= 0.002). A análise dos problemas de quotição mostrou um acréscimo significativo no percentual de acertos do pré-teste para o pós-teste (Z= -3,323, p= 0.000). Todavia, se compararmos pós-teste com pós-teste posterior, apesar do aumento no percentual de acertos de um para o outro, a diferença não foi significativa (Z= -1,606, p= 0.095). A diferença de acertos do pré-teste para o pós-teste posterior também foi significativa (Z= -4,562, p= 0.000).

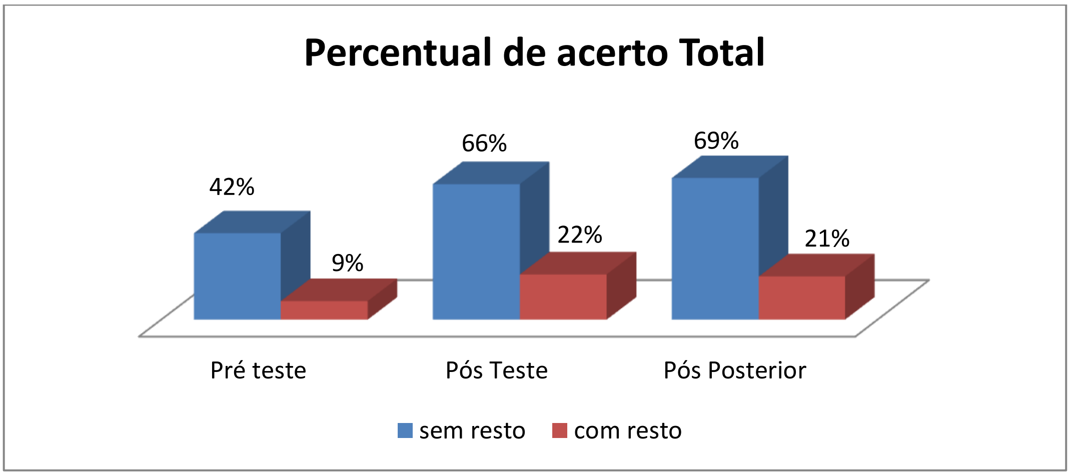
No item a seguir abordaremos como foi o desempenho dos estudantes em relação aos problemas envolvendo resto.

4.3. Desempenho das crianças: problemas com resto X problemas sem resto

Como no tópico anterior, optamos por apresentar apenas a análise geral, tendo em vista que a diferença entre os grupos não foi estatisticamente significativa. Analisamos a seguir os dados levando em consideração o acerto total e, em seguida, o acerto parcial.

No pré-teste, a partir do Gráfico 5, observamos nos **problemas sem resto**[17] **e problemas com resto** os percentuais de acertos de 42% e de 9%, respectivamente. Esta diferença foi significativa [t (49)= 5,847, p<0.001]. No pós-teste a diferença entre os problemas *sem resto* (66%) e *com resto* (22%) também foi estatisticamente significativa, [t (49)= 7,333, p< 0.001]. No pós-teste posterior, os problemas *sem resto* obtiveram o percentual de 69% e de 21% nos problemas *com resto*, encontrando-se diferença significativa, [t (49)= 8,687, p<0.001].Estes dados revelam que os alunos apresentaram maior facilidade em resolver problemas sem resto, em todas as fases do estudo.

Gráfico 5-Percentuais de problemas sem e com resto, em função dos testes.



Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015)

Este resultado também é reforçado pelo fato de a maioria dos livros didáticos de Matemática não apresentarem muitas atividades envolvendo a divisão com resto, como já abordado em outros estudos (LIMA; BORBA, 2007; OLIVEIRA; SELVA, 2014).

Analisando a evolução dos problemas, em função das fases (pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior) (Gráfico 5), averiguamos que no pré-teste os problemas *sem resto* tiveram como percentual 42%, aumentando para 66% no pós-teste (Z= - 3,778, p= 0.000), sendo esta

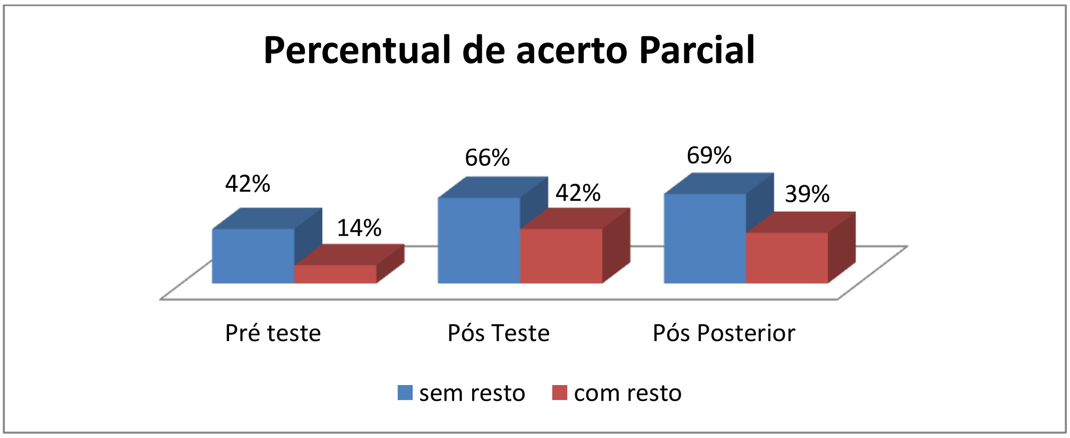
[17]Nesta pesquisa, denominamos *problema sem resto* quando o resto da divisão foi igual a zero e denominamos de *problema com resto* quando o resto da divisão foi diferente de zero.

diferença significativa. Continuando a subir no pós-teste posterior para 69% (Z= -,626 p= 0.531), porém esta diferença não se mostrou foi significativa. Entretanto, a diferença do pré-teste para o pós-teste posterior (Z= -3, 908, p= 0.000) foi significativa. Já nos problemas *com resto*, os percentuais no pré-teste foram de 9%, elevando-se para 22% no pós-teste (Z= -2,307,p= 0,021), sendo a diferença significativa. No pós-teste posterior observamos um desempenho levemente inferior de 21% (Z= -, 229, p= 0.819), todavia a diferença não foi significativa. Já a diferença do pré-teste para o pós-teste posterior foi significativa (Z=-2,683, p= 0,007).

Este resultado mostra um efeito da intervenção sobre ambos os tipos de problemas. E demonstra também que no pós-teste posterior houve uma estabilização da aprendizagem, com leve aumento do desempenho nos problemas sem resto e leve queda nos problemas com resto. O fato de os estudantes não terem mais trabalhado com os problemas de divisão pode explicar a estabilização observada no pós-teste posterior, entretanto, vale a pena ressaltar que os avanços observados na intervenção foram mantidos após oito semanas.

Considerando o **acerto parcial**, observando o Gráfico 6, se compararmos o pré-teste, os problemas *sem resto* (42%) também apresentaram desempenho significativamente superior ao desempenho dos problemas *com resto* (14%) [t (49)= 5,422, p<0.001]. Estas diferenças no desempenho entre os problemas também aconteceram no pós-teste e pós-teste posterior, sendo as mesmas significativas no pós-teste ([t (49)= 4,452, p<0.001]e no pós-teste posterior ([t (49)= 6,062, p<0.001]. Conforme já mencionado,estes dados mostram que os alunos tiveram mais facilidade em resolver problema sem resto, em todas as fases do estudo.

Gráfico 6-Percentuais de acertos do problema sem e com resto em função dos testes.



Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Analisando a evolução do desempenho entre as fases do estudo para cada um dos tipos de problemas, percebemos o mesmo comportamento de avanço entre as fases nos problemas *sem resto*, já observado em relação ao acerto total. Já nos problemas *com resto*, os percentuais de acerto só aumentaram do pré-teste para o pós-teste (Z= -3,957, p= 0.000), esta diferença foi significativa. Apresentando uma certa queda no pós-teste posterior (Z= -,600, p= 0.549), esta diferença não foi significativa, entretanto, se compararmos com o pré-teste e com o pós-teste posterior (Z= -4,044, p=0.000), os estudantes apresentaram melhores desempenhos, reforçando o papel da intervenção realizada.

Com base nos dados observados, reforçamos os resultados de estudos que mostram as dificuldades envolvendo a resolução de problemas de divisão com resto (SELVA, 1993, 1998; LAUTERT; SPINILLO, 2004; SELVA; BORBA, 2005; LAUTERT; SPNILLO, 2009; BORBA; SELVA, 2012), enfatizando que o resto é uma noção complexa que precisa ser melhor trabalhada na escola.

De um modo geral, estes dados também nos levam a refletir sobre as atividades encontradas no livro didático dos alunos e sobre o trabalho dos docentes na sala de aula envolvendo a divisão com resto, tendo em vista que a maioria das atividades encontradas no livro didático é referente à divisão sem resto e, por este motivo, muitos destes docentes se limitam apenas a cumprir o que está sendo apresentado no mesmo.

Estes dados são preocupantes, uma vez que, no cotidiano, os estudantes vão se deparar com várias situações de divisão com resto. Deste modo, parece que a escola não está cumprindo seu papel de ampliar as discussões relativas à divisão, sendo necessário repensar o trabalho que vem sendo realizado, especialmente neste tipo de problema de divisão envolvendo o resto.

No tópico a seguir apresentamos as análises quantitativas levando em consideração os problemas resolvidos, ou seja, problemas sobre os quais solicitamos que o estudante analisasse a resposta apresentada.

4. 4. Refletindo sobre os problemas resolvidos

No tópico anterior analisamos os problemas em que o estudante tinha que buscar a solução e no tópico em questãonos debruçamos sobre os problemas resolvidos que apresentamos para eles. Estes problemas tinham como objetivo a reflexão sobre uma resposta encontrada na calculadora. Vamos apresentar esta análise considerando os grupos, pois ambos tiveram questões com este tipo de problema. Nossa hipótese era a de que trabalhar com a calculadora poderia favorecer a análise dos resultados encontrados em números decimais.

Considerando o problema apresentado: “Augusto foi ao parque e levou 13 docinhos bem casados para o lanche de seus 4 sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quanto docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?”.

a) A resposta deste problema foi 3.25 na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

b) Você pode desenhar a quantidade que cada sobrinho vai comer.

Categorizamos as respostas obtidas, considerando erros cometidos pelos alunos, como também análises adequadas, sendo elas parciais ou completas.

Quadro 9-Categorias de análises dos problemas resolvidos em ambos os grupos.

Análise dos problemas resolvidos
Erros cometidos pelos alunos
- Usava outra operação na resolução e não chegava à resposta.
- Repetia a resposta já apresentada sem tentativa de resolução.
- Resolvia através da operação da divisão, mas a resposta encontrada dava outra completamente diferente do problema.
- Colocava apenas o número inteiro como resposta, esquecendo-se dos decimais.
-Colocava números aleatórios sem ter relação com a resposta apresentada no problema.
- Fazia a divisão diferente do enunciado.
Análise adequada
-Encontrava a resposta do numeral inteiro e respondia que sobrava, sem tratar o resto, análise adequada parcial.
- Encontrava o inteiro e subdividia o que sobrava no problema (partição) ou acrescentava (quotição), análise completa.
- Achava o resultado e respondia que sobrava, mas escrevia na resposta se tratar do mesmo problema, análise adequada parcial.
- Colocava como resposta apenas o número inteiro e o decimal representava através de fração (problemas de partição), análise completa.

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

4.4.1. Resolução no Grupo Calculadora/Papel e Lápis

Conforme a Tabela 2, podemos observar que a maioria dos alunos no pré-teste não conseguiu compreender os problemas resolvidos de partição e quotição, em ambos os contextos (comida e dinheiro). Apenas uma aluna (4%) compreendeu o problema de quotição no contexto dinheiro. Este resultado no pré-teste pode também indicar dificuldades em entender o objetivo da atividade pelo fato de a mesma não ser comum no cotidiano das crianças, ainda que a pesquisadora tenha procurado explicar durante a aplicação do teste.

Tabela 2- Percentuais de acertos dos problemas resolvidos no Grupo Calculadora/Papel e Lápis.

Tipo de problema	Contexto	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste posterior
Partição	Comida	0%	48%	32%
	Dinheiro	0%	40%	8%
Quotição	Comida	0%	72%	40%
	Dinheiro	4%	52%	24%

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No pós-teste, os alunos pertencentes ao Grupo **Calculadora/Papel e Lápis** tiveram maior facilidade na análise e resolução dos problemas, no contexto comida e tanto em partição como em quotição, conforme a Tabela 2, acima. Observou-se uma grande queda no pós-teste posterior, em ambos os contextos, em relação ao pós-teste, ainda que permanecesse com resultados superiores ao pré-teste.

Para compreender o desempenho dos estudantes nesta atividade, selecionamos alguns exemplos de protocolos que apresentamos a seguir.

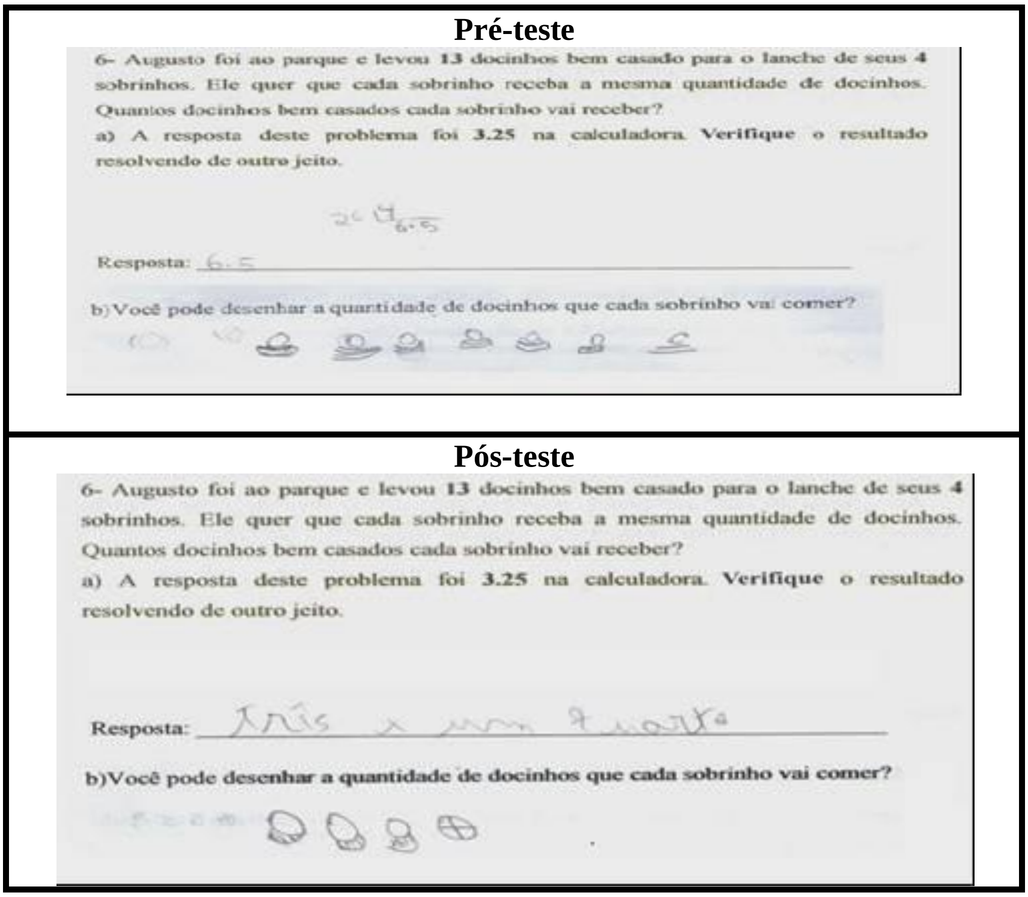
Partição Resolvida

- *Comida*

Nos problemas envolvendo partição, no contexto comida, 48% dos estudantes acertaram este tipo de problema no pós-teste e, no pós-teste posterior, o percentual, conforme já mencionado, foi de 32%. A seguir apresentamos alguns protocolos de estudantes[18] com suas respectivas respostas e as análises das mesmas nos pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior.

O estudante abaixo (Figura 16) respondeu de forma errada no pré-teste (faz a divisão diferente do enunciado). Em sua resposta o mesmo fez uma divisão com outro valor no dividendo, o que resultou em “seis ponto cinco” e na letra “b”, ele desenha sete docinhos (bolas). No pós-teste, o estudante não desenvolve nenhuma operação, responde “três e um quarto”, fazendo a transformação do decimal para a fração, e na letra “b”, representa os três bem casados e o que sobrou ele partiu em quatro partes. Vale ressaltar que após oito semanas, no pós-teste posterior, o estudante apresenta a mesma resposta do pós-teste.

Figura 16-Resposta de um estudante, partição resolvida no contexto comida.


Pré-teste

6- Augusto foi ao parque e levou 13 docinhos bem casado para o lanche de seus 4 sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

a) A resposta deste problema foi 3.25 na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 6.5

b) Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

Pós-teste

6- Augusto foi ao parque e levou 13 docinhos bem casado para o lanche de seus 4 sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

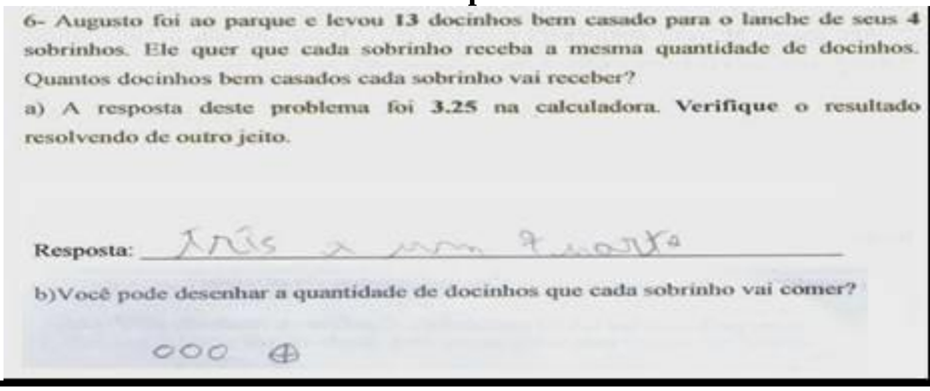
a) A resposta deste problema foi 3.25 na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta:

b) Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

[18] Estes exemplos de protocolos selecionados mostram um caso de cada forma apresentada pelos estudantes.

Pós-teste posterior


6- Augusto foi ao parque e levou **13** docinhos bem casado para o lanche de seus **4** sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

a) A resposta deste problema foi **3.25** na calculadora. **Verifique** o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: três e um quarto

b)Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

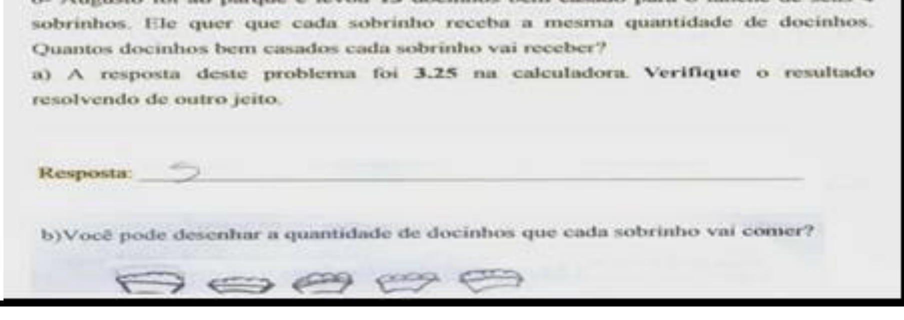
Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No protocolo abaixo, Figura 17, observamos que, no pré-teste, a estudante colocou em sua resposta o número 5 e na letra "b" desenha cinco docinhos. No pós-teste, esta mesma aluna escreve como resposta "três docinhos e um pedaço" e, em seguida, desenha a quantidade que cada sobrinho irá receber, representando um doce que sobrou subdividindo-o em quatro pedaços.

Quando verificamos o pós-teste posterior, vimos que a aluna interpreta corretamente a resposta, entretanto, denomina o que sobrou como metade. Quanto ao fato de usar nomenclatura diferente para representar uma parte fracionada do todo, Selva, Borba e Torres (2007) perceberam que algumas crianças, ao resolverem os problemas de divisão com resto, dividiam a unidade em partes e nomeavam estas partes das mais diversas maneiras. As mesmas pesquisadoras ainda observaram que estas crianças faziam uma nomeação que trata as subpartes como "metades" ou "meio" ou "pedaços", mesmo compreendendo que estas partes fossem mais que duas.

Figura 17-Resposta de uma estudante, partição resolvida no contexto comida.

Pré-teste

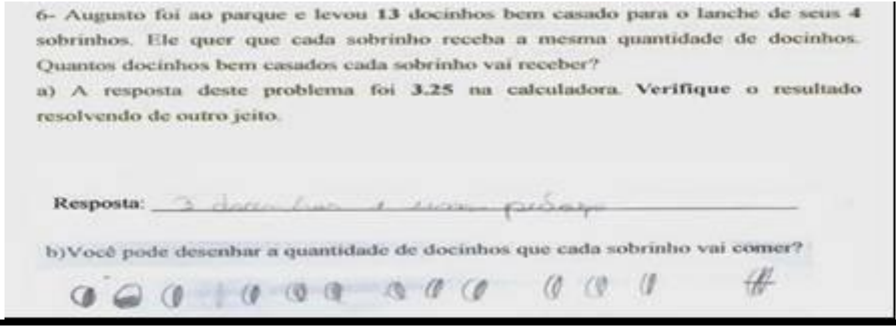

6- Augusto foi ao parque e levou **13** docinhos bem casado para o lanche de seus **4** sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

a) A resposta deste problema foi **3.25** na calculadora. **Verifique** o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 5

b)Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

Pós-teste



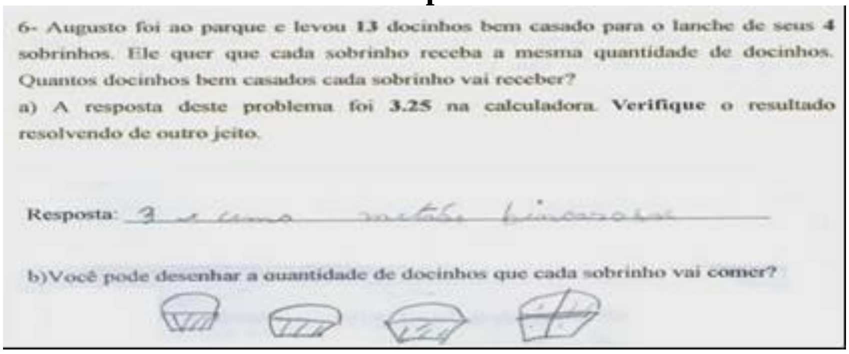
6- Augusto foi ao parque e levou **13** docinhos bem casado para o lanche de seus **4** sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

a) A resposta deste problema foi **3.25** na calculadora. **Verifique** o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta:

b)Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

Pós-teste posterior



6- Augusto foi ao parque e levou **13** docinhos bem casado para o lanche de seus **4** sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

a) A resposta deste problema foi **3.25** na calculadora. **Verifique** o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 3

b)Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

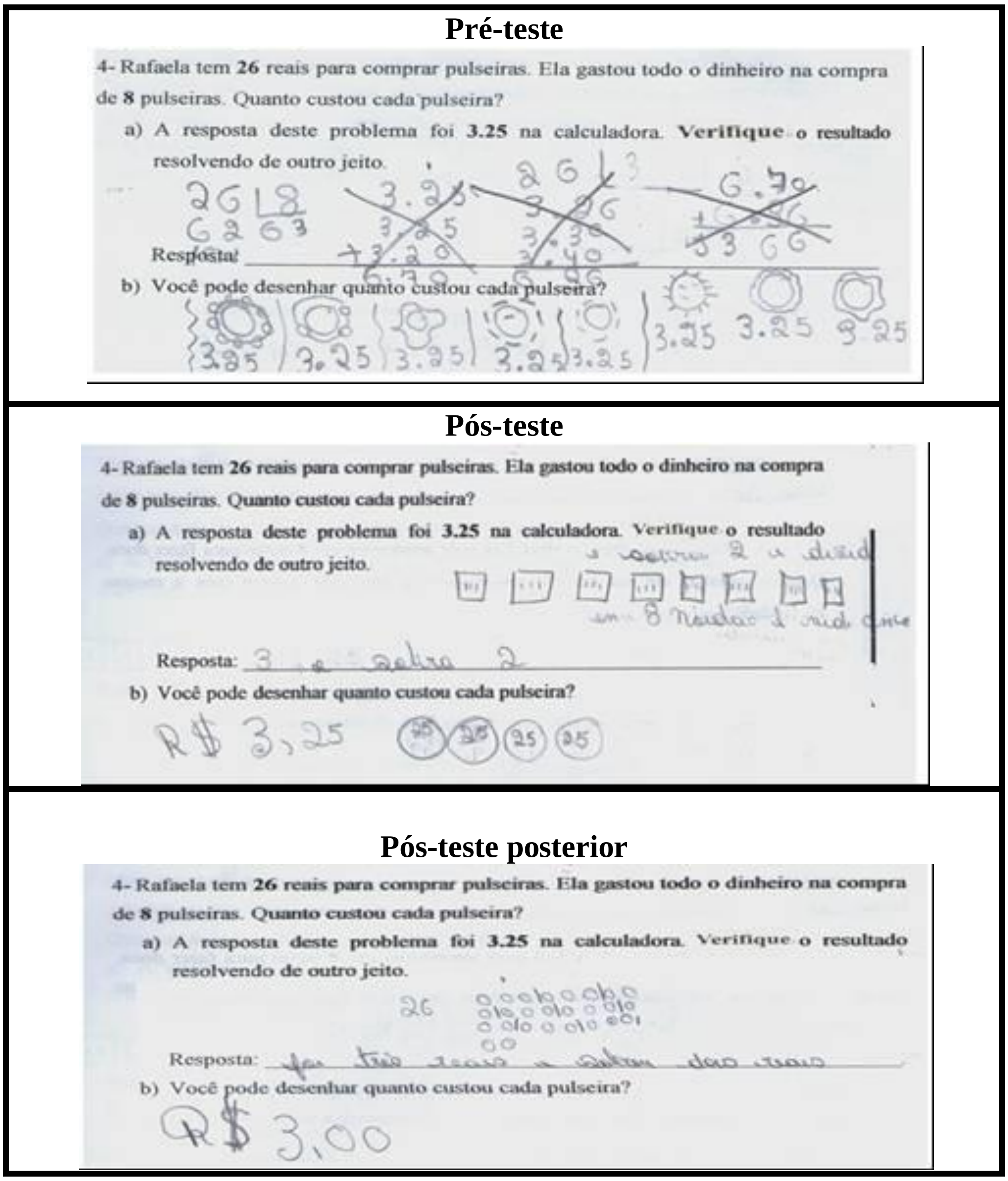
Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Partição Resolvida

- *Dinheiro*

No contexto que envolvia dinheiro, o percentual de acerto foi menor, se comparado ao contexto comida no pós-teste e, principalmente, no pós-teste posterior. Na Figura 18, verificamos no pré-teste que a estudante tenta de várias formas resolver o problema, no entanto, não obteve êxito.

Figura 18-Resposta de uma estudante, partição resolvida no contexto dinheiro.



Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

A aluna opta por tentar desenhar o resultado indicado na calculadora (3.25). No pós-teste, ela percebe que sobrou dois reais e escreve que esses dois reais podem ser subdivididos em oito moedas de vinte e cinco centavos. Na letra “b”, a estudante desenha quatro moedas na qual um real poderia ser subdividido. Já no pós-teste posterior observamos que a mesma apenas registra que sobraram dois reais, sem dar o tratamento adequado, que seria subdividir esta sobra para obter o valor da pulseira.

Quotição Resolvida

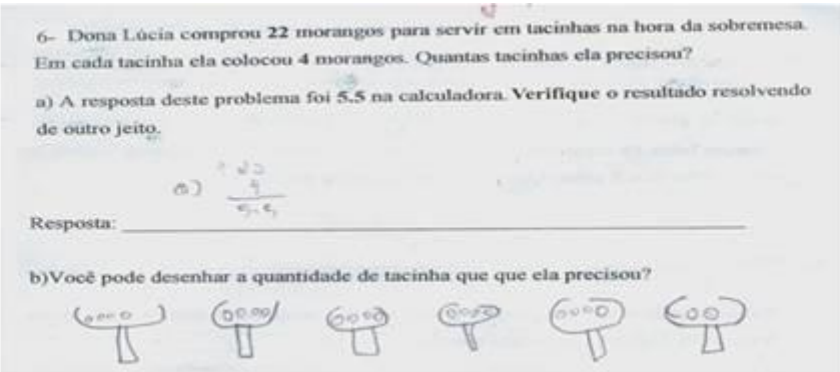
- *Comida*

Este tipo de problema apresentou o maior percentual de acerto, tanto no pós-teste, como no pós-teste posterior, em relação à quotição dinheiro, como também se comparado aos problemas de partição.

O estudante, na Figura 19, repetiu, no pré-teste, a resposta que já estava no problema, entretanto, na letra “b”, quando foi solicitado a desenhar a quantidade de tacinhas necessárias, o mesmo apresentou o número correto de tacinhas, como também a quantidade de morangos que cabia em cada uma. No pós-teste, percebemos que o aluno utilizou a mesma estratégia na letra “b”, desenhando a quantidade de tacinhas com a quantidade de morangos que cada uma poderia ter, e respondendo na letra “a” “seis tacinhas”. Após oito semanas de intervalo, o estudante também respondeu corretamente.

Figura 19-Resposta de uma estudante, quotição resolvida no contexto comida.

Pré-teste

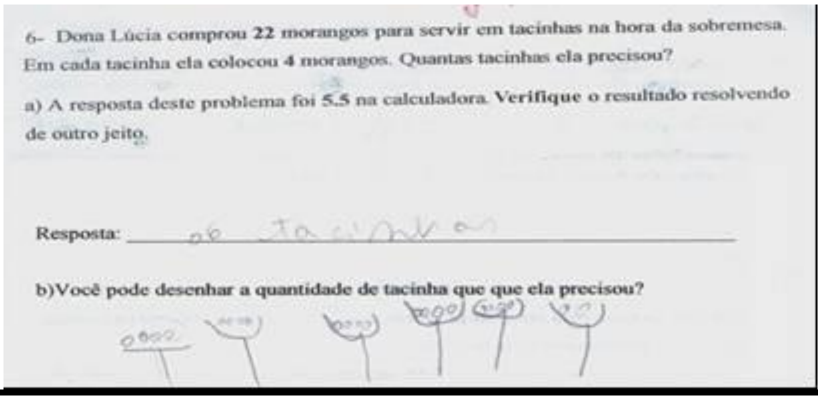

6- Dona Lúcia comprou **22** morangos para servir em tacinhas na hora da sobremesa. Em cada tacinha ela colocou **4** morangos. Quantas tacinhas ela precisou?

a) A resposta deste problema foi **5.5** na calculadora. **Verifique** o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: __________

b)Você pode desenhar a quantidade de tacinha que que ela precisou?

Pós-teste

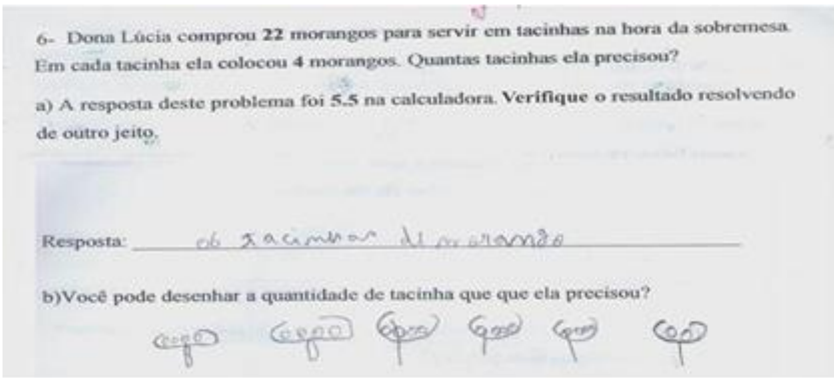

6- Dona Lúcia comprou **22** morangos para servir em tacinhas na hora da sobremesa. Em cada tacinha ela colocou **4** morangos. Quantas tacinhas ela precisou?

a) A resposta deste problema foi **5.5** na calculadora. **Verifique** o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: __________

b)Você pode desenhar a quantidade de tacinha que que ela precisou?

Pós-teste posterior


6- Dona Lúcia comprou 22 morangos para servir em tacinhas na hora da sobremesa. Em cada tacinha ela colocou 4 morangos. Quantas tacinhas ela precisou?

a) A resposta deste problema foi 5.5 na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 06 tacinhas di morangos

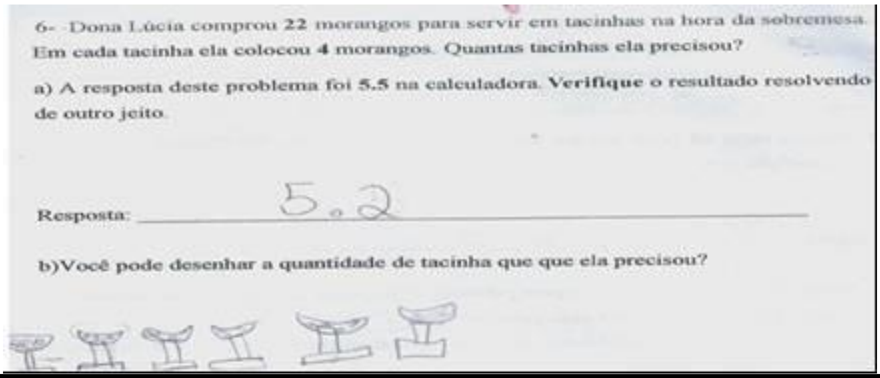
b)Você pode desenhar a quantidade de tacinha que que ela precisou?

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Na Figura 20, a estudante, no pré-teste, na letra “a”,utiliza os dados do problema sem realizar uma estratégia específica e, na letra “b”, desenha seis tacinhas, entretanto não coloca a quantidade correta de morangos em cada taça. No pós-teste, a mesma tanto escreve a resposta correta como desenha a quantidade de tacinhas necessárias. No pós-teste posterior, ela apenas coloca a quantidade de tacinhas sem desenhar.

Figura 20- Resposta de uma estudante, quotição resolvida no contexto comida.

Pré-teste

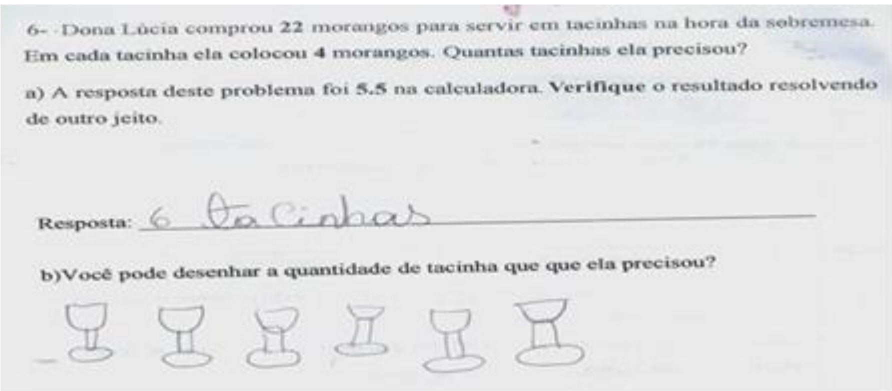

6- Dona Lúcia comprou 22 morangos para servir em tacinhas na hora da sobremesa. Em cada tacinha ela colocou 4 morangos. Quantas tacinhas ela precisou?

a) A resposta deste problema foi 5.5 na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 5.2

b)Você pode desenhar a quantidade de tacinha que que ela precisou?

Pós-teste



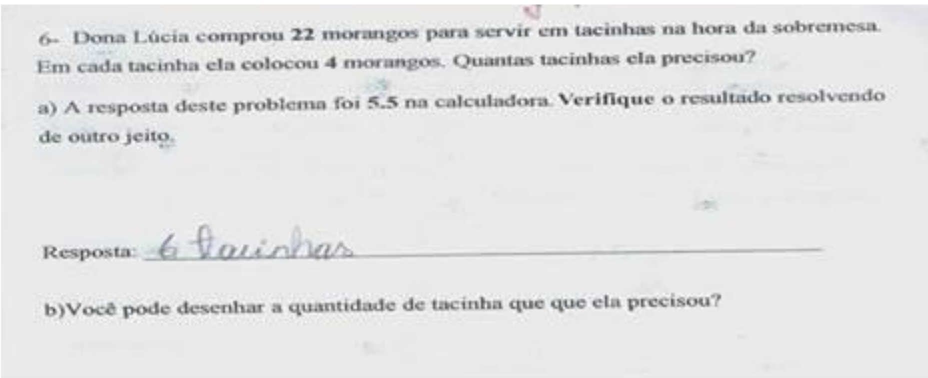
6- Dona Lúcia comprou **22** morangos para servir em tacinhas na hora da sobremesa. Em cada tacinha ela colocou **4** morangos. Quantas tacinhas ela precisou?

a) A resposta deste problema foi **5.5** na calculadora. **Verifique** o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 6 tacinhas

b)Você pode desenhar a quantidade de tacinha que que ela precisou?

Pós-teste posterior



6- Dona Lúcia comprou **22** morangos para servir em tacinhas na hora da sobremesa. Em cada tacinha ela colocou **4** morangos. Quantas tacinhas ela precisou?

a) A resposta deste problema foi **5.5** na calculadora. **Verifique** o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 6 tacinhas

b)Você pode desenhar a quantidade de tacinha que que ela precisou?

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Quotição Resolvida

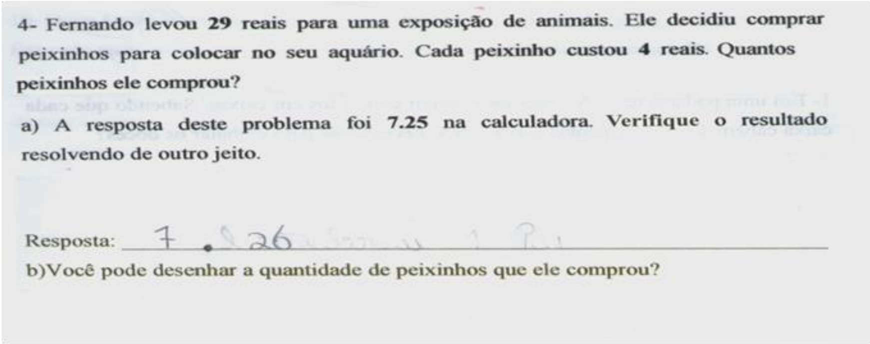
- *Dinheiro*

Se compararmos os percentuais deste tipo de problema, envolvendo o contexto comida, verificamos que são menores e que os estudantes tiveram maiores dificuldade em compreender o problema.

A seguir apresentamos dois protocolos de estudantes que resolveram este tipo de problema no pós-teste e nopós-teste posterior.

Figura 21- Resposta de um estudante, quotição resolvidano contexto dinheiro.

Pré-teste



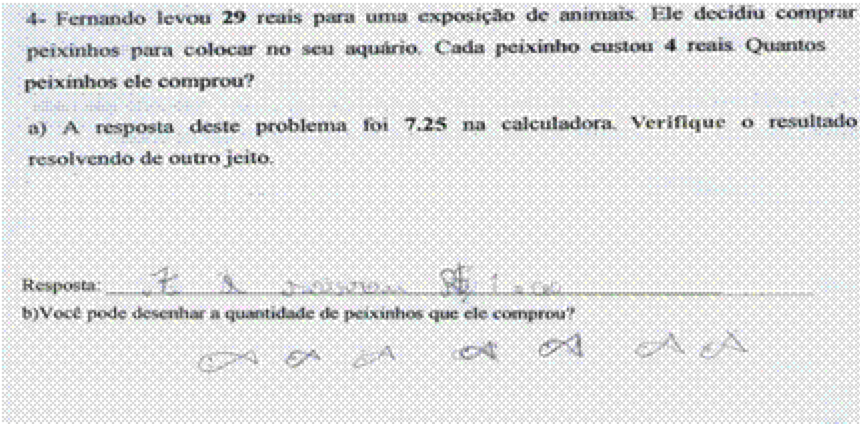
4- Fernando levou **29** reais para uma exposição de animais. Ele decidiu comprar peixinhos para colocar no seu aquário. Cada peixinho custou **4** reais. Quantos peixinhos ele comprou?

a) A resposta deste problema foi **7.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 7 . 26

b)Você pode desenhar a quantidade de peixinhos que ele comprou?

Pós-teste



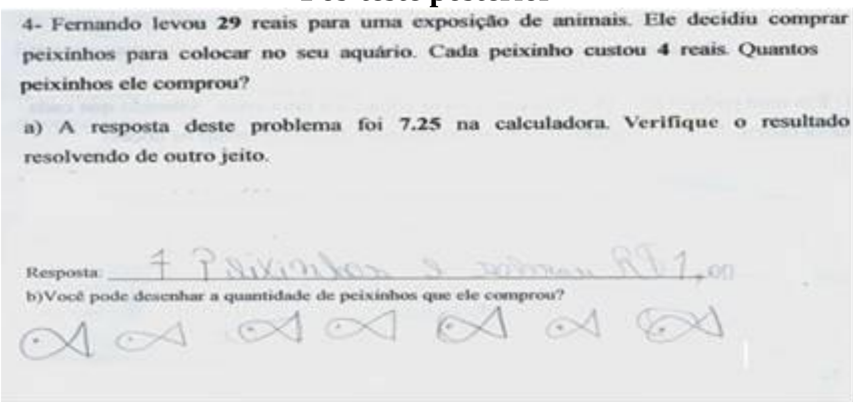
4- Fernando levou **29** reais para uma exposição de animais. Ele decidiu comprar peixinhos para colocar no seu aquário. Cada peixinho custou **4** reais. Quantos peixinhos ele comprou?

a) A resposta deste problema foi **7.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta:

b)Você pode desenhar a quantidade de peixinhos que ele comprou?

Pós-teste posterior



4- Fernando levou **29** reais para uma exposição de animais. Ele decidiu comprar peixinhos para colocar no seu aquário. Cada peixinho custou **4** reais. Quantos peixinhos ele comprou?

a) A resposta deste problema foi **7.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta:

b)Você pode desenhar a quantidade de peixinhos que ele comprou?

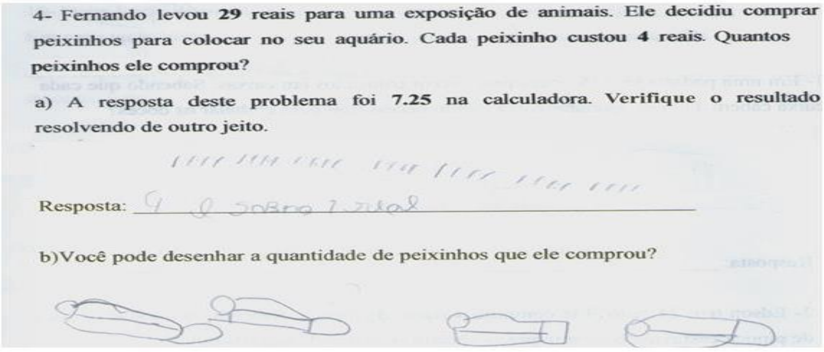
Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No protocolo apresentado (Figura 21), no pré-teste, o estudante tentou repetir a resposta que já tinha no problema (trocando25 por 26) e deixou a letra "b" em branco. No pós-teste, o estudante interpretou corretamente o problema, como também no pós-teste posterior.

O estudante do exemplo abaixo (Figura 22), no pré-teste tentou resolver o problema, entretanto, não obteve êxito. No pós-teste o mesmo estudante chega à conclusão de que se trata do mesmo problema, apesar de ter sobrado um real, no momento em que tentou responder de outra maneira. No pós-teste posterior ele responde que são sete peixinhos e sobra um real, na letra "b" desenha a quantidade de sete peixinhos.

Figura 22- Resposta de um estudante, quotição resolvida no contexto dinheiro.

Pré-teste



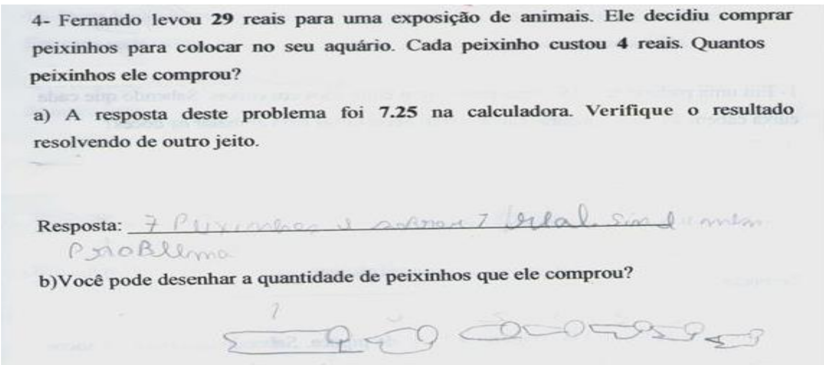
4- Fernando levou **29** reais para uma exposição de animais. Ele decidiu comprar peixinhos para colocar no seu aquário. Cada peixinho custou **4** reais. Quantos peixinhos ele comprou?

a) A resposta deste problema foi **7.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 9 e sobro 1 real

b)Você pode desenhar a quantidade de peixinhos que ele comprou?

Pós-teste



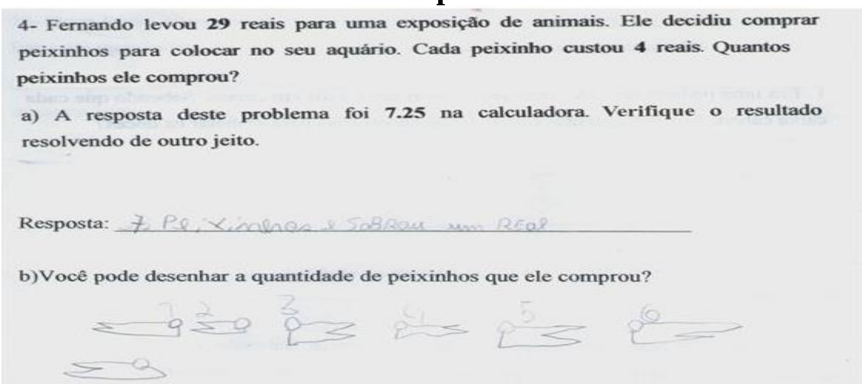
4- Fernando levou **29** reais para uma exposição de animais. Ele decidiu comprar peixinhos para colocar no seu aquário. Cada peixinho custou **4** reais. Quantos peixinhos ele comprou?

a) A resposta deste problema foi **7.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 7 peixinhos e sobrou 1 real
problema

b)Você pode desenhar a quantidade de peixinhos que ele comprou?

Pós-teste posterior



4- Fernando levou **29** reais para uma exposição de animais. Ele decidiu comprar peixinhos para colocar no seu aquário. Cada peixinho custou **4** reais. Quantos peixinhos ele comprou?

a) A resposta deste problema foi **7.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 7 peixinhos e sobrou um real

b)Você pode desenhar a quantidade de peixinhos que ele comprou?

1 2 3 4 5 6

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

4.4.2. Resolução no Grupo Manipulativo/Papel e Lápis

O Grupo **Manipulativo/Papel e Lápis** apresentou dificuldades na resolução e no entendimento deste tipo de problema, tendo em vista que este grupo não utilizou a calculadora durante as intervenções. Entretanto, alguns estudantes, conseguiram resolvê-los e apresentaremos os protocolos do mesmo.

Tabela 3-Percentuais de acertos dos problemas resolvidos no Grupo Manipulativo/Papel e Lápis.

Tipo de problema	Contexto	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste Posterior
Partição	Comida	4%	16%	8%
	Dinheiro	0%	12%	4%
Quotição	Comida	0%	24%	16%
	Dinheiro	0%	12%	8%

Como observamos na Tabela 3, os problemas envolvendo o contexto comida apresentaram percentual maior, se comparado com o contexto dinheiro, tanto em partição, como em quotição.

O percentual de acertodo Grupo Manipulativo/Papel e Lápis, nos problemas resolvidos (Tabela 3), foi mais baixo do que os obtidos pelo Grupo Calculadora/Papel e Lápis (Tabela 2), tanto no pós-teste, como no pós-teste posterior, considerando problemas de partição e de quotição, contextos de comida e dinheiro. Entretanto, vale ressaltar que ambos os grupos apresentaram desempenho superior em quotição, sendo o contexto comida superior a dinheiro.

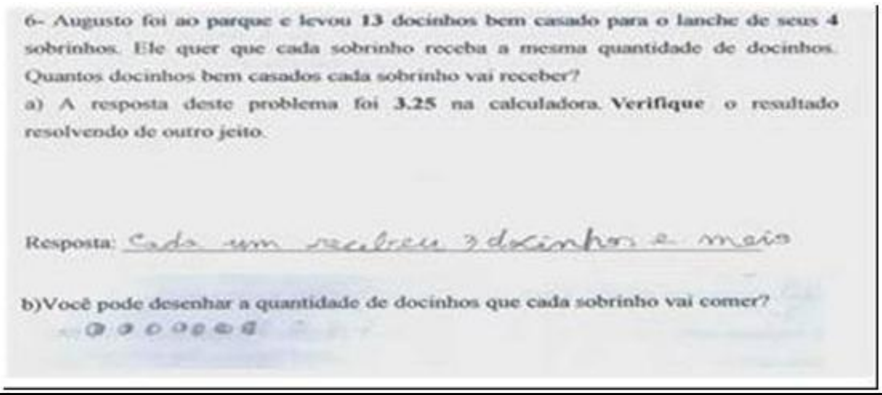
Partição Resolvida

- *Comida*

Na referida Tabela 3, acima, os problemas envolvendo o contexto comida, no pré-teste, tiveram apenas um estudante que acertou, 4% indo para 16%, no pós-teste, caindo para 8% no pós-teste posterior. A seguir apresentamos dois protocolos de estudantes.

Figura 23- Resposta de um estudante, partição resolvida no contexto comida.

Pré- teste

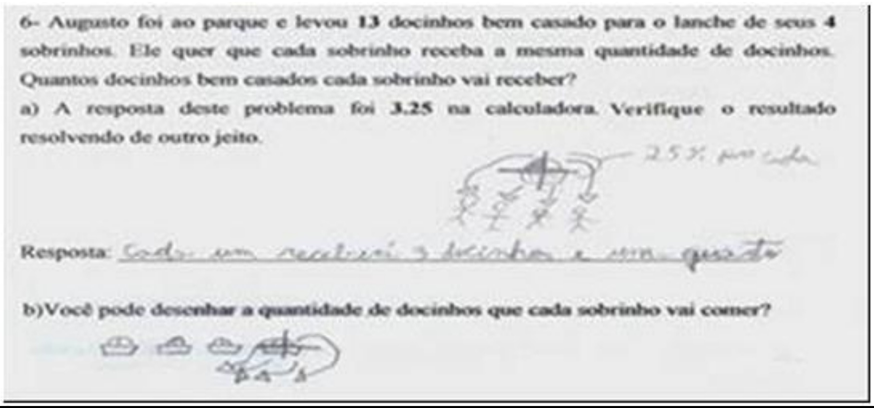

6- Augusto foi ao parque e levou 13 docinhos bem casado para o lanche de seus 4 sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

a) A resposta deste problema foi 3.25 na calculadora. **Verifique** o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: Cada um recebeu 3 docinhos e meio

b)Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

Pós-teste


6- Augusto foi ao parque e levou 13 docinhos bem casado para o lanche de seus 4 sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

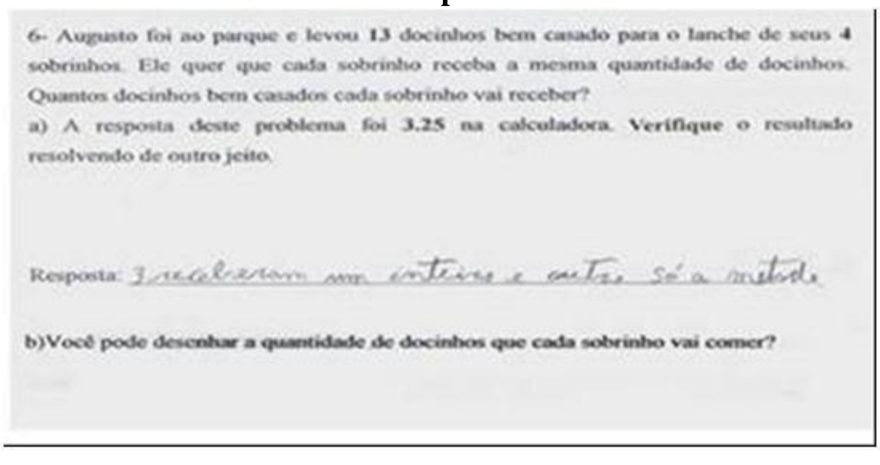
a) A resposta deste problema foi 3.25 na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

25% por cada

Resposta: Cada um recebeu 3 docinhos e um quarto

b)Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

Pós-teste posterior


6- Augusto foi ao parque e levou 13 docinhos bem casado para o lanche de seus 4 sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

a) A resposta deste problema foi 3.25 na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 3 receberam um inteiro e outro só a metade

b)Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

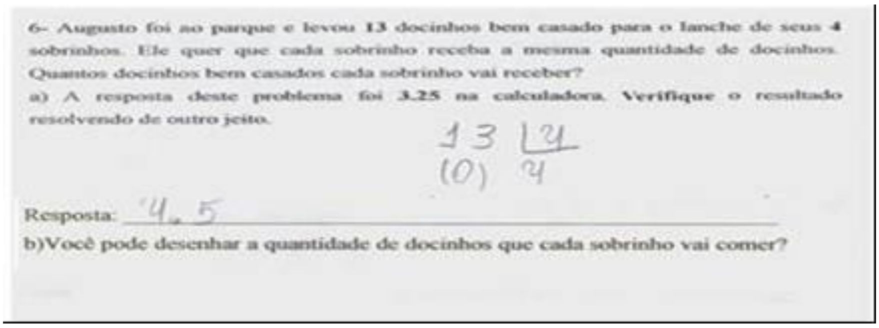
Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No protocolo acima (Figura 23), podemos perceber que, desde o pré-teste, o estudante já entendia que o decimal era o pedaço que se dividia, entretanto, renomeia como meio. Conforme já mencionado anteriormente, muitos dos alunos têm esta dificuldade de nomeação das partes que sobram. No pós-teste, o estudante já coloca como resposta que cada sobrinho receberá “três docinhos e um quarto”, efeito da intervenção. Já no pós-teste posterior, o estudante volta à ideia comentada no pré-teste, denomina de meio.

O estudante abaixo (Figura 24) armou a conta, entretanto, a resposta estava errada e não desenhou na letra “b”. No pós-teste, o estudante novamente arma a conta utilizando a operação correta, assim como sua resposta, percebe que sobrou um bem casado e, no momento em que escreve, explica que cada sobrinho recebe “três docinhos e um pedaço”, representado na letra “b”, através do desenho. Após algumas semanas, no pós-teste posterior, também arma a conta corretamente, assim como sua resposta, todavia, escreve a resposta “três e meio”, fato este já comentado anteriormente.

Figura 24- Resposta de um estudante, partição resolvida nocontexto comida.

Pré-teste

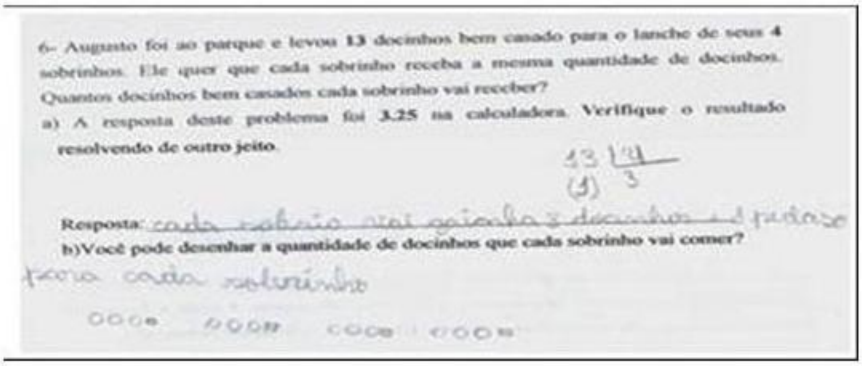

6- Augusto foi ao parque e levou 13 docinhos bem casado para o lanche de seus 4 sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

a) A resposta deste problema foi 3.25 na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 4, 5

b)Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

Pós-teste

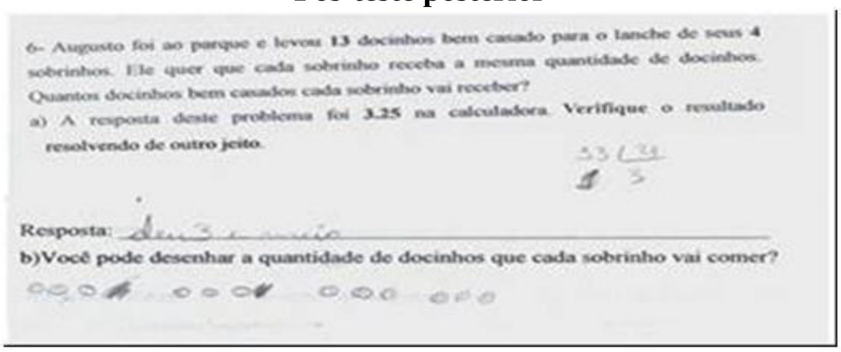

6- Augusto foi ao parque e levou 13 docinhos bem casado para o lanche de seus 4 sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

a) A resposta deste problema foi 3.25 na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta:

b)Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

Pós-teste posterior


6- Augusto foi ao parque e levou 13 docinhos bem casado para o lanche de seus 4 sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

a) A resposta deste problema foi 3.25 na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta:

b)Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

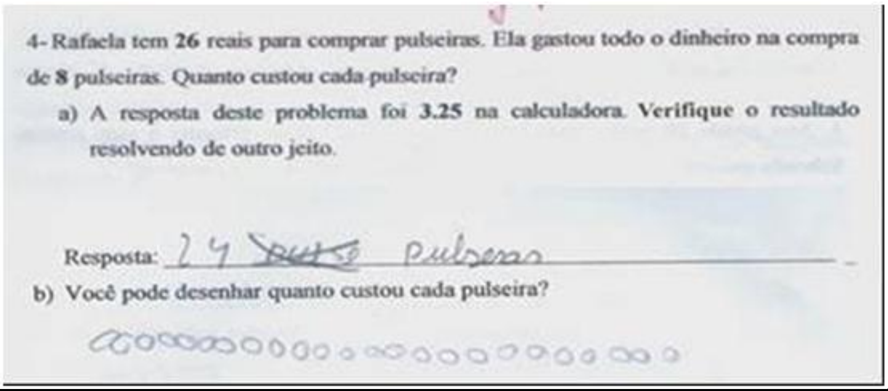
Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

- *Dinheiro*

Nenhum estudante acertou o pré-teste, no pós-teste o percentual de acertos foi de 12%, caindo para 4% no pós-teste posterior. A seguir apresentaremos o protocolo de um estudante.

Figura 25- Resposta de um estudante, partição resolvida no contexto dinheiro.

Pré-teste



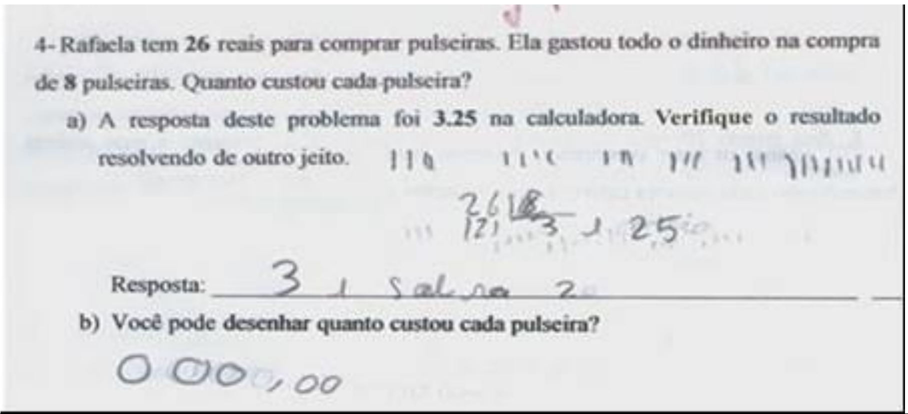
4- Rafaela tem **26** reais para comprar pulseiras. Ela gastou todo o dinheiro na compra de **8** pulseiras. Quanto custou cada pulseira?

a) A resposta deste problema foi **3.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 24 ~~[illegible]~~ pulseras

b) Você pode desenhar quanto custou cada pulseira?

Pós-teste



4- Rafaela tem **26** reais para comprar pulseiras. Ela gastou todo o dinheiro na compra de **8** pulseiras. Quanto custou cada pulseira?

a) A resposta deste problema foi **3.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

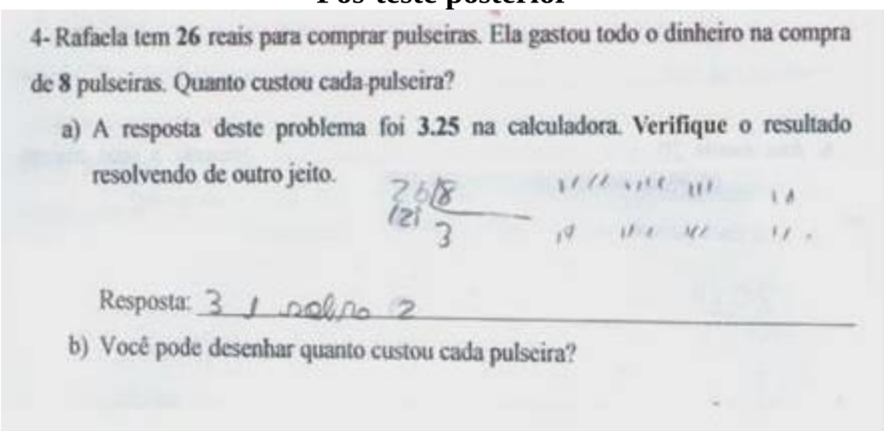
26 | 8, (2) 3 , 25

Resposta: 3 , sobra 2

b) Você pode desenhar quanto custou cada pulseira?

,00

Pós-teste posterior



4- Rafaela tem **26** reais para comprar pulseiras. Ela gastou todo o dinheiro na compra de **8** pulseiras. Quanto custou cada pulseira?

a) A resposta deste problema foi **3.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

26 | 8, (2) 3

Resposta: 3 , sobra 2

b) Você pode desenhar quanto custou cada pulseira?

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

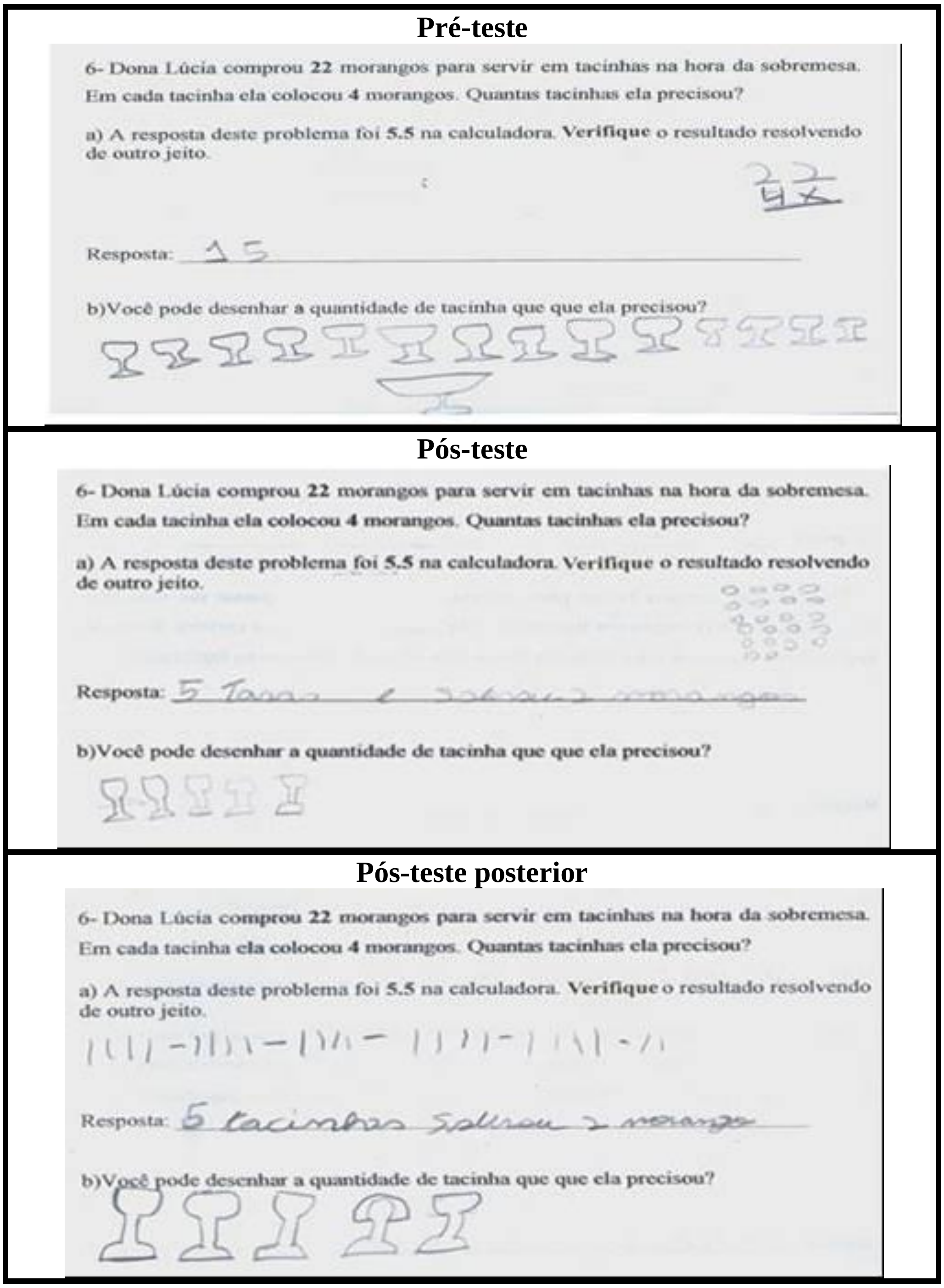
Conforme podemos observar no protocolo acima (Figura 25), o estudante não conseguiu responder corretamente o problema no pré-teste e, no pós-teste, consegue armar a divisão e percebe que sobrou dois, então coloca ao lado “vinte e cinco”, dando entender que compreendeu que aquilo que sobrou seriam os vinte e cinco já expostos no problema. No entanto, na resposta da letra “b”, ele desenha três bolas e passa um traço separando duas bolas. No pós-teste posterior, novamente arma a conta de divisão e responde que “sobraram dois”, entretanto, na letra “b” não desenha a quantidade que custou cada pulseira.

Quotição Resolvida

- *Comida*

O contexto comida apresentou um percentual de acerto maior, 24%, no pós-teste, e 16% no pós-teste posterior, em relação a dinheiro. No protocolo abaixo (Figura 26), o estudante tenta, no pré-teste, resolver o problema de outra maneira, utilizando a operação multiplicação. Porém, coloca na resposta um número aleatório “quinze”, não respondendo corretamente o que estava sendo solicitado. Ao resolver o mesmo problema no pós-teste, o estudante já percebe que são necessárias cinco tacinhas e sobram dois morangos, mas ele não dá o tratamento adequado a estes dois morangos que sobraram, o mesmo se repete no pós-teste posterior.

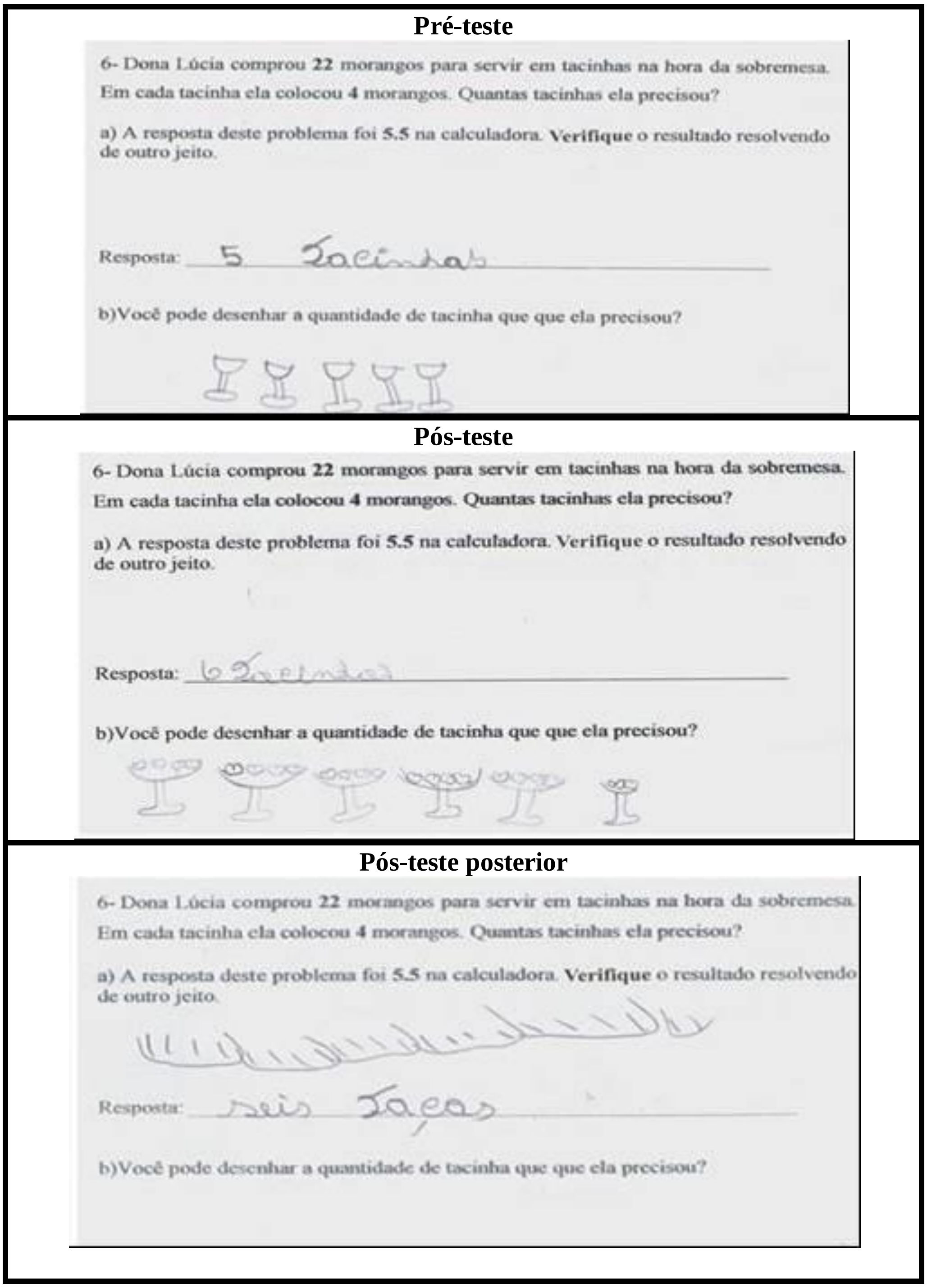
Figura 26- Resposta de um estudante, quotição resolvida no contexto comida.



Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Na Figura 27, abaixo, a estudante, no pré-teste, apenas escreve cinco tacinhas como resposta, já no pós-teste anota a quantidade correta de tacinhas, assim como desenha a quantidade correta de tacinhas. O mesmo aconteceu no pós-teste posterior.

Figura 27- Resposta de uma estudante, quotição resolvida nocontexto comida.



Pré-teste

6- Dona Lúcia comprou **22** morangos para servir em tacinhas na hora da sobremesa. Em cada tacinha ela colocou **4** morangos. Quantas tacinhas ela precisou?

a) A resposta deste problema foi **5.5** na calculadora. **Verifique** o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 5 Tacinhas

b)Você pode desenhar a quantidade de tacinha que que ela precisou?

Pós-teste

6- Dona Lúcia comprou **22** morangos para servir em tacinhas na hora da sobremesa. Em cada tacinha ela colocou **4** morangos. Quantas tacinhas ela precisou?

a) A resposta deste problema foi **5.5** na calculadora. **Verifique** o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 6 Tacinhas

b)Você pode desenhar a quantidade de tacinha que que ela precisou?

Pós-teste posterior

6- Dona Lúcia comprou **22** morangos para servir em tacinhas na hora da sobremesa. Em cada tacinha ela colocou **4** morangos. Quantas tacinhas ela precisou?

a) A resposta deste problema foi **5.5** na calculadora. **Verifique** o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: seis Taças

b)Você pode desenhar a quantidade de tacinha que que ela precisou?

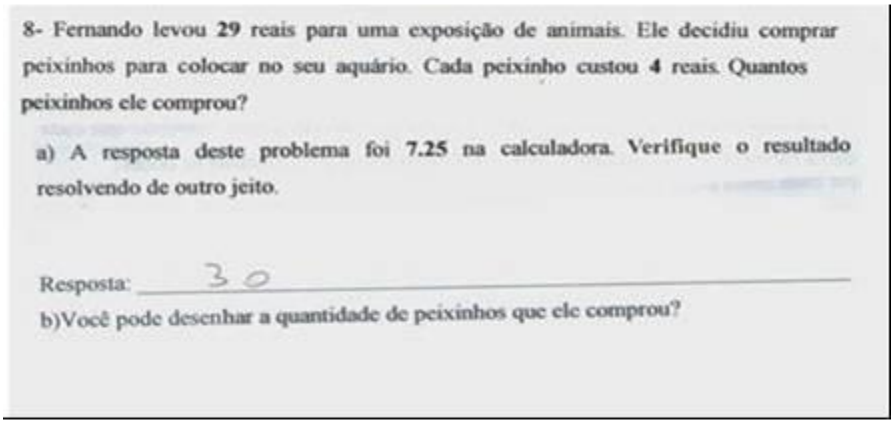
Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

- *Dinheiro*

Assim como já mencionado anteriormente, os estudantes tiveram dificuldade na resolução deste tipo de problema. Adiante apresentamos um protocolo de um estudante.

Figura 28- Resposta de uma estudante, quotição resolvida no contexto dinheiro.

Pré-teste

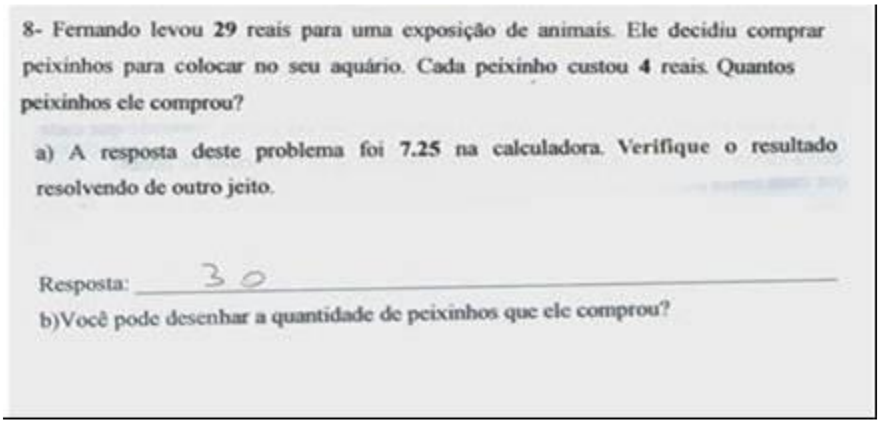

8- Fernando levou **29** reais para uma exposição de animais. Ele decidiu comprar peixinhos para colocar no seu aquário. Cada peixinho custou **4** reais. Quantos peixinhos ele comprou?

a) A resposta deste problema foi **7.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 30

b)Você pode desenhar a quantidade de peixinhos que ele comprou?

Pós-teste

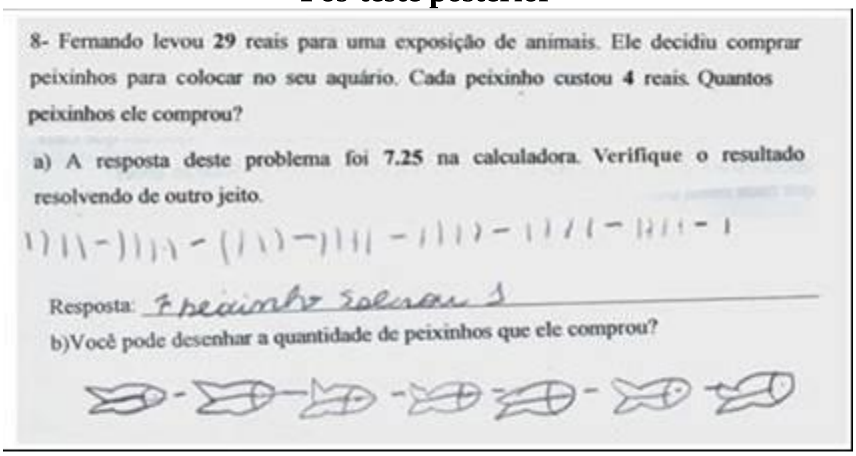

8- Fernando levou **29** reais para uma exposição de animais. Ele decidiu comprar peixinhos para colocar no seu aquário. Cada peixinho custou **4** reais. Quantos peixinhos ele comprou?

a) A resposta deste problema foi **7.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 30

b)Você pode desenhar a quantidade de peixinhos que ele comprou?

Pós-teste posterior


8- Fernando levou **29** reais para uma exposição de animais. Ele decidiu comprar peixinhos para colocar no seu aquário. Cada peixinho custou **4** reais. Quantos peixinhos ele comprou?

a) A resposta deste problema foi **7.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: 7 peixinho sobrou 1

b)Você pode desenhar a quantidade de peixinhos que ele comprou?

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

O estudante coloca, no protocolo acima, uma resposta aleatória que não tem nada aver com o que o problema solicitava. No pós-teste, o aluno desenha 29 bolinhas e escreve "sete peixinhos e sobrou um real", assim como desenha a quantidade correta de peixinhos que foram comprados, igualmente acontecendo no pós-teste posterior, separando as quantidades de quatro em quatro, referentes ao valor que custou cada peixe.

No tópico a seguir fazemos uma apreciação de alguns aspectos mais qualitativos do estudo, relacionados à intervenção e também apresentamos exemplos de estratégias utilizadas pelos estudantes nos pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior.

4.5. Reflexões sobre as intervenções nos grupos

Neste item, nos debruçamos sobre as intervenções em ambos os grupos, Calculadora/Papel e Lápis e Manipulativo/Papel e Lápis, nos seguintes aspectos: papel do professor, compreensão dos estudantes nas intervenções Calculadora/Papel e Lápis X Manipulativo/Papel e Lápis, em ambos os tipos de respostas apresentadas, e, por fim, o uso da calculadora.

4.5.1. Papel do professor

Em ambos os grupos, o papel do professor durante as intervenções foi de muita relevância, tendo em vista que ele era o mediador do conhecimento dos alunos, estimulador dasdicussõessobre a resolução dos problemas apresentados, sejacom o uso da calculadora, do manipulativo, ou com papel e lápis. Essas discussões entre os alunos e o professor são de suma importância para construção do conhecimento dos estudantes. Vamos analisar algumas situações, conforme o Quadro 10, a seguir.

Problema: Marcos tinha 25 moedas para colocar em um cofrinho de formato de maçã. Sabendo que em cada cofrinho só cabem 4 moedas, quantos cofrinhos de formato de maçã Marcos usou para guardar suas moedas?

Quadro 10-Questionamentos das respostas da intervenção, Grupo Calculadora/Papel e Lápis, primeiro dia do encontro.

- Vamos reler o problema... cada cofrinho só cabem 4 moedas....

Alunos H,G, B- Poxa tá difícil.

Aluno C- Não pode dividir, né...essa que sobrou...hum.

Aluno B- Já sei tia... podemos colocar em outro cofrinho (grita)

P- Olha vamos prestar atenção ao que ele está falando...

P- Repete, por favor, a sua resposta para todos nós!

Aluno B- Marcos vai precisar de sete cofrinhos para guardar o dinheiro...

P- Explica para gente como você achou essa resposta.

Aluno B- Simples tia, se cada cofrinho só cabem quatro moedas... e sobrou um real... a gente não pode dividir a moeda que sobra....então vamos precisar de mais um cofrinho.

Alunos- Poxa é mesmo....

OUTRO MOMENTO DE DISCUSSÃO DO MESMO PROBLEMA

P- E quem fez este mesmo problema na calculadora?

Aluno H- Deu seis ponto vinte e cinco.

Aluno B- Então o problema tá errado a calculadora deu seis ponto vinte e cinco e aqui achamos sete... nós erramos... (Grita)

P-Vamos ver...todos peguem a calculadora e façam a operação do problema.

P- E ai? Quanto deu?

OUTRO MOMENTO DE DISCUSSÃO DO MESMO PROBLEMA

P- O que aconteceu? Resolvemos o mesmo problema...não foi?

Alunos- Sim...

Aluno F, G, D- Poxa deu um nó nas nossas cabeças professora.

P- A gente resolveu o mesmo problema no papel e na calculadora... o que será que aconteceu?

Aluno A- Tia... posso dizer o que acho.

P- Sim, estamos aqui para aprender!

Aluno A- Acho que a calculadora não entende que não pode dividir! Ela dá a resposta e pronto.

P- Isso mesmo!

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Como podemos observar, no trecho acima da intervenção a pesquisadora fez questionamentos aos estudantes e em nenhum momento apresentou a resposta pronta do problema, fazendo com que discutissem e refletissem em grupos, proporcionando assim uma aprendizagem expressiva e, para isso, é necessário elaborar uma aula que faça sentido ao estudante. No Quadro 11 abaixo, apresentamos também alguns momentos em que a professora, no Grupo Manipulativo/Papel e Lápis,fez questionamentos aos alunos sobre o mesmo problema do Quadro 10, entretanto, ela não dá a resposta pronta do problema.

Quadro 11-Questionamentos e não apresentação da resposta da intervenção, Grupo Manipulativo/Papel e Lápis, primeiro dia do encontro.

P- Como vocês resolveram o problema do cofrinho!

Aluno I- A gente usou os desenhos que está no problema e foi fácil achar a resposta.

Aluno H,I- Fizemos assim...fizemos um circulo separando de quatro em quatro, pois é a capacidade do cofrinho e sobrou duas moedas de um real.

P- Alguém utilizou a ficha?

Aluno A- Sim, tia... e como eles fizeram sobra um real...

P- O que será que podemos fazer com as duas moedas que sobraram?

Alunos- Dividir...

OUTRO MOMENTO DE DISCUSSÃO DO MESMO PROBLEMA

P- Preste atenção no que o problema está dizendo!

P- Cada cofrinho só cabem 4 moedas....

Aluno G, H- Se cada cofrinho só cabem quatro moedas, então será sete cofrinhos... seis cofrinhos com quatro moedas e um cofrinho com uma.

P- Hum.... E aí gente.

Alunos- Tá certo!

P- E na ficha?

Aluno G, H- Pega mais uma ficha representando o cofrinho e fica....

Aluno H- Sete cofrinhos!!!

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Verificamos nos quadros a importância do questionamento, o quanto é importante quando problematizamos, uma vez que abrimos as possibilidades de aprendizagem. Os conteúdos não são tidos como concluídos, mas como meios eficazes na busca de respostas.

Outro aspecto que precisa ser abordado é a forma como as aulas devem ser apresentadas para os alunos, momentos que despertem descobertas por parte dos estudantes, assim gerando uma discussão e instigando os mesmos a quererem fazer parte desta aprendizagem (PELIZZARI; KRIEGL; BARON; FINCK; DOROCINSKI, 2002). Cabe ao docente inovar suas aulasbuscando sempre apresentar situações instigadoras para os discentes. Fato este percebido nas intervenções, na qual fazíamos indagações e, a partir das discussões geradas, abordávamos o conceito da divisão com resto e outros pontos já mencionados.

A seguir apresentamos, no Quadro 12, o sentimento dos estudantes do Grupo Calculadora/Papel e Lápis com as aulas dadas na intervenção pela pesquisadora e o comentário sobre a aula da professora regente da turma.

Quadro 12-Reflexão dos estudantes sobre a aula das intervenções, Grupo Calculadora/Papel e Lápis, primeiroencontro.

Alunos- Tia, a aula tá boa...

P- Por quê?

Alunos B- Estamos resolvendo estes problemas discutindo um com os outros.

P- Sim, a gente fazendo deste jeito aprendemos mais com os colegas, pois temos a oportunidade descobrir com eles e debater.

Aluno G- Só que tia... aqui a aula é diferente.... a professora coloca os problemas no quadro e manda a gente resolver... passamos quase a manhã toda!!

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No turno da tarde, a concepção dos estudantes sobre a intervenção não foi diferente do turno da manhã, tendo em vista que a regente era a mesma nas duas turmas do 5º ano.

Quadro 13-Reflexão dos estudantes sobre a aula das intervenções, Grupo Calculadora/Papel e Lápis, segundo encontro.

P- Quem respondeu o desafio da aula passada?

Alunos D, H, A- Sim.

Aluno A- É muito engraçado...

P- Por quê?

Aluno C- Além de a história ser engraçada... podemos trabalhar matemática... diferente do que a nossa professora faz na sala.

P- Não entendi?

Aluno H- A professora coloca a tarefa de matemática com problemas no quadro e só...

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Como podemos observar, nos trechos acima percebemos que existe uma relação apenas de repassar o conteúdo, mas não há a troca de experiência do professor com o aluno.

É preciso que os educadores se atentem à maneira de trabalhar com os estudantes, partindo do princípio de que as discussões em grupo favorecem a aprendizagem, na medida em que acontece a interação e a reflexão das possibilidades existentes. Em vários momentos da intervenção percebemos o entusiasmo dos mesmos, quando podiam falar as respostas encontradas no problema, como também quando podiam escutar os demais colegas da turma. A aula deixou de ser apenas exposição de um conteúdo com exercícios de fixação.

No tópico a seguir apresentaremos a compreensão dos estudantes durante as intervenções realizadas.

4.5.2. Compreensão dos estudantes durante as intervenções Calculadora/Papel e Lápis X Manipulativo/Papel e Lápis

Vários foram os aspectos observados durante os encontros da intervenção, em ambos os grupos. Entre eles, analisamos dois que nos parecem muito frequentes: percepção do tipo diferente de problema (partição e quotição), através do enunciado, e nomeação das subpartes encontradas. Passamos a abordar esses aspectos.

Percepção do tipo diferente de problema (partição e quotição) através do enunciado

Observamos que os estudantes, de ambos os grupos, geralmente, durante o início da intervenção, apresentaram dificuldades em distinguir os tipos de problemas, entretanto, com a discussão entre colegas durante a intervenção, começaram a entender que, dependendo do enunciado, apesar dos problemas serem resolvidos através da mesma operação de divisão, os resultados tinham significados distintos e isso influenciava o tratamento dado ao resto. Vejamos os exemplos expostos nos Quadros 14 e 15.

Quadro 14- Reflexão dos estudantes sobre os problemas, Grupo Calculadora/Papel e Lápis.

P- Voltando para o problema dos cofrinhos e este da caixa de morango resolvemos do mesmo jeito?

Aluno H, D, C- Não... mas, tudo é de dividir!

Aluno A- Não no do cofre a gente não dividiu a moeda que sobrou e aqui neste da caixa de morango... sim...dividimos!

Aluno F- Eu... acho que...

P- Diga queremos saber!

Aluno F- Hum diz que só cabem quatro moedas no cofrinho e esse agora...quanto custou cada caixa de morango.

P- Vocês estão entendendo o que ele tá falando?

Alguns alunos- Não!

OUTRO MOMENTO

Aluno G,B- Sim...entendi...

*Aluno A- Gente é de dividir, mas tem esse detalhe... prestem atenção no problema.... **só cabem** e outro diz **quanto custou!!***

P- Muito bem moço!

OUTRO MOMENTO

Aluno B- "Para o picnic da escola tia Rute preparou 13 cachorros quentes. Em cada prato cabem 4 cachorros quentes. Quantos pratos ela vai usar?"

Aluno B- Esse tia foi fácil, fácil!

Aluno C- A resposta foi quatro pratos!

P- A resposta do picnic deu quatro pratos.

P- Como o grupo fez...explica para gente!

Aluno B, C- A gente saiu juntando os cachorros quentes e fazendo um traço como se fosse os pratos...(mostra que agruparam de quatro em quatro e sobra um que agruparam em outro traço)

OUTRO MOMENTO

Aluno J- É igual ao do cofrinho que só cabia quatro moedas.

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No grupo que trabalhou com o Manipulativo/Papel e Lápis não foi diferente, os alunos foram, aos poucos, compreendendo que os problemas eram de dividir e que se diferenciavam de acordo com o enunciado.

Quadro 15-Reflexão dos alunos sobre os problemas, Grupo Manipulativo/Papel e Lápis.

P- Tem alguma diferença deste problema para o da espiga?

Aluno J, K- Um é de dinheiro e o outro de comida!

P- Sim, fora isto tem mais alguma coisa?

Alunos- São de dividir!

P-Sei... me refiro a maneira das respostas tem alguma coisa de diferente?

MOMENTO DE SILÊNCIO

Aluno B- É eu acho que... um não pode dividir o que sobrou como o do cofrinho e... do outro... a espiga partimos o que sobrou.

P- A conclusão dele está correta gente?

Alunos- Sim.

P- Por quê?

Aluno B- No da espiga... o problema diz que... cada amigo deve receber a mesma quantidade e... no cofrinho diz que só cabem quatro moedas!

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Nomeação das subpartes encontradas

Observamos que, tanto no grupo Calculadora/Papel e Lápis, como Manipulativo/Papel e Lápis, durante a intervenção as subpartes encontradas na divisão envolvendo resto eram nomeadas de diversas formas: meio, metade, um pedaço etc..

Problema: Pedro assou 17 espigas de milho para o lanche. Ele convidou 4 amigos para o lanche e quer que cada amigo receba a mesma quantidade de espigas de milho. Quantas espigas cada amigo vai receber?

Quadro 16-Nomeação das partes, no Grupo Calculadora/Papel e Lápis.

Aluno D, G- Deu quatro e sobrou uma espiga.

P- Sobrou uma espiga... o problema me diz o quê?

Aluno G- Cada amigo deve receber a mesma quantidade!

P- Sim... vamos ajudar ao grupo gente!

P- O que podemos fazer com a espiga que sobrou?

Alunos B, A, F- Tia dividir.

Aluno C- Dividir!

Aluno G- Dividir.

P- Se a gente dividir a espiga que sobrou quanto será que vai ficar para cada um?

Aluno D- Dividimos em... quatro porque são quatro amigos...

P- Sim... quatro amigos...

Aluno D- Então será... quatro e um pedaço...

P- Hum...

Aluno D- Deixa eu mostrar...(reparte a espiga em quatro pedaços, passando um tracinho)... então é um quarto para cada amigo.

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Vejamos agora a resposta para o mesmo problema do Grupo Manipulativo, no Quadro 17.

Quadro 17-Nomeação das partes, no Grupo Manipulativo/Papel e Lápis.

P- O que podemos fazer com a espiga ou a ficha que sobrou?

Alunos- Dividir.

P- Como dividir?

Aluno A, I- Partindo e distribuído para os amigos.

P- Vocês do grupo fizeram como com o que sobrou?

Aluno B- Fizemos o que eles disseram... dividimos a ficha em quatro partes e distribuímos nos montinhos?

P- Hum... a resposta então para o problema foi?

Aluno D- Deu quatro e uma metade...

P- Vamos vê se é metade...

A PESQUISADORA VAI AO QUADRO E DESENHA UMA MAÇÃ E PARTE AO MEIO

P-Esta maçã esta dividida em quantas partes?

Alunos- Duas metades!

P- Essa resposta foi a mesma que apareceu na ficha?

Alunos- Não!

P- Porque não?

Alunos- Ali eles dividiram em quatro a ficha e a senhora fez foi a metade...

P- Então...

Aluno H- Não é metade é um pedacinho...

P- Sim um pedacinho ou um quarto, pois dividi o que sobrou em quatro partes iguais.

Aluno H- A resposta então é quatro e um pedacinho... para cada amigo.

Alunos- Entendemos... bem que tia podia explicar assim (se reportando a professora da turma).

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Conforme observamos no Quadro 17 acima, o estudante denomina “metade” para relacionar a parte que sobrou da espiga de milho e, somente após a reflexão, entendeu que metade significa dois pedaços e não o que ele estava tentando representar, que era, na verdade,“quatro partes”.

4.5.3 O uso da calculadora

Em vários momentos, os estudantes tiveram dificuldades em compreender a relação do resultado obtido na calculadora com aquele obtido no papel, principalmente quando o problema envolvia comida e o resto não podia ser subdividido (quotição). Vale destacar que, também no terceiro encontro, no qual os problemas já apresentavam as respostas, os estudantes apresentaram dificuldade de fazer a relação com o resultado no papel, principalmente o Grupo Manipulativo/Papel e Lápis. Alguns estudantes chegaram até a pensar que a calculadora errava os cálculos realizados por eles. Observamos alguns exemplos abaixo.

Problema: Edson tinha 18 reais e comprou 4 caixas de chocolate gastando todo o seu dinheiro. Quanto custou cada caixa de chocolate?

Quadro 18-Percepção da diferença na representação em dinheiro, no papel e na calculadora, problema de partição, Grupo Calculadora/Papel e Lápis, segundoencontro.

Aluno C- Tia aqui no papel a resposta deu quatro e sobraram dois reais... aí o problema diz...quanto custou cada caixa de chocolate... com essas moedas que sobraram eu divido em duas moedas de cinquenta e....
P- Hum...sei.
Aluno C- Ficando quatro moedas de cinquenta centavos.
Aluno F- Aqui na calculadora deu quatro reais e cinco... Tá faltando o zero dos cinquenta centavos.
P- Vocês responderam ao mesmo problema num foi? O que será que aconteceu?
Aluno C, F- Deu um nó em nossa cabeça.... e agora....
P- E agora?
Aluno A- Já sei... a resposta é a mesma...sabe por quê?
P- Não!
Aluno A- Coloquei cinco vezes zero ponto cinco e o zero sumiu...então quatro ponto cinco... o cinco é cinquenta centavos.
Aluno F- Então a calculadora não errou, né!

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Como notamos, o estudante no protocolo acima ficou com dúvida se a resposta estava correta devido à vírgula e ao ponto que apareceram no problema, fato este já percebido em estudos anteriores (SELVA; BORBA; TORRES, 2007; ARAÚJO; SELVA, 2007). Facilitou o estudante o fato de a divisão do resto envolver dois reais para quatro pessoas, cujo resultado, no dinheiro, é representado por 50 centavos para cada um. Assim, do ponto de vista numérico 50 centavos correspondia ao .5 encontrado na calculadora. Quando o problema envolvia comida, essa correspondência não era tão evidente, trazendo maiores dificuldades.

Problema: Pedro assou 17 espigas de milho para o lanche. Ele convidou 4 amigos para o lanche e quer que cada amigo receba a mesma quantidade de espigas de milho. Quantas espigas cada amigo vai receber?

Quadro 19-Percepção da diferença na representação em comida, no papel e na calculadora, problema de partição, Grupo Calculadora/Papel e Lápis, primeiroencontro.

Aluno D, G- Deu quatro e sobrou uma espiga.

P- Sobrou uma espiga...o problema me diz o quê?

Aluno G- Cada amigo deve receber a mesma quantidade!

P- Sim... vamos ajudar ao grupo gente!

P- O que podemos fazer com a espiga que sobrou?

Alunos B, A, F- Tia dividir.

Aluno C- Dividir!

Aluno G- Dividir.

P- Se a gente dividir a espiga que sobrou quanto será que vai ficar para cada um?

Aluno D- Dividimos em... quatro porque são quatro amigos...

P- Sim... quatro amigos...

Aluno D- Então será... quatro e um pedaço...

P- Hum...

Aluno D- Deixa eu mostrar...(reparte a espiga em quatro pedaços, passando um tracinho).

P- Estão prestando atenção na resposta do amigo.

P- E quem fez na calculadora?

Aluno C- Deu quatro ponto vinte e cinco.

P- E o que isto significa...

Aluno D- Eita e agora?

P- Resolvemos o mesmo problema?

Alunos- Foi!

Aluno A- Sim, mas o resultado deu diferente na calculadora e no que fizemos no papel... aqui deu quatro e um pedaço ou um quarto...pois é um dividido para quatro amigo... e aqui tem ponto vinte e cinco... não faz sentido.

Aluno G- Já sei... os vinte e cinco é um quarto...pois a espiga que sobrou dividimos ela em quatro pedaços e um dividido por quatro dá zero ponto cinco. Fiz agora na calculadora!

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No Quadro 19, percebemos a dificuldade das crianças em relacionar o resultado que apareceu na calculadora com o resto obtido no papel, ao resolver o problema envolvendo quotição.

Problema: Sr. Antônio encomendou 26 pastéis para sua festa de aniversário. Em cada pratinho cabem 8 pastéis. Quantos pratinhos ele vai precisar?

Quadro 20-Dificuldades dos alunos em compreender o resultado da calculadora com o resto obtido no papel, no problema de quotição, Grupo Calculadora/Papel e Lápis, segundoencontro.

Aluno D- A resposta do problema na calculadora deu três ponto vinte e cinco de pratinhos.

P- Como assim?

Aluno D- Foi à calculadora, tia!

P- Sua dupla achou qual resposta resolvendo no papel?

Aluno D- Sei não!

P- Pergunte a ele... a atividade é em dupla... para que juntos reflitam as respostas encontradas nos dois tipos de representações...

Aluno H- Tia o meu deu três pratos com oito e... como o problema diz que só cabe oito pastéis... e mais um prato com dois pastéis.

Aluno D- Como assim? Então a calculadora endoidou...

P- Vocês responderam ao mesmo problema então o que aconteceu?

Alunos D, H- Sim, mesmo problema.

Aluno H- Eu acho tia que... a calculadora não sabe o que não pode dividir o que sobrou.

P- Hum...isto mesmo.

Auno H- Então o ponto vinte e cinco é o prato que pegamos depois...

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No exemplo exposto acima, do Quadro 20, percebem os que, inicialmente, os estudantes acreditaram que a calculadora tinha errado na apresentação da resposta. Foi necessário analisar o que estava sendo solicitado pelo problema e o resultado encontrado para refletirem também sobre o modo como a calculadora procede na divisão.

A seguir apresentamos exemplos da compreensão dos dois grupos, durante a resolução dos problemas que denominamos resolvidos, dos quais a resposta já tinha sido apresentada, situação em que os estudantes apenas fariam reflexão ou resolveriam de outro jeito. Vale destacar que, apesar do Grupo Manipulativo/Papel e Lápis não ter trabalhado com o recurso calculadora, também resolveu este tipo de problema.

Problema: Maria comprou 21cajus para distribuir entre 4 crianças. Ela quer que cada criança receba a mesma quantidade de cajus. Quantos cajus cada criança vai receber?

a) Sabendo que a resposta deste problema foi 5.25 na calculadora. Verifique seu resultado de outro jeito.

b) Você pode desenhar a quantidade de cajus que cada criança vai receber?

Quadro 21-Discussão dos alunos durante a resolução dos problemas resolvidos, Grupo Manipulativo/Papel e Lápis, terceiro encontro.

P- Estes problemas já estão com a resposta e vamos tentar resolver de outro jeito.
Alunos- Como tia... não temos calculadora...
P- Vocês podem usar o papel e as fichas para verificar de outra maneira.
Aluno C- Como assim?
Aluno B- Matei a charada... pegamos o valor do problema vinte e um caju e dividimos por quatro...
Aluno G- E é?
Aluno B- Pegamos vinte e uma ficha e colocamos quatro separadas representando a quantidade de criança... e fazemos um pra cada até esgotar as vinte e uma fichas.
P- Hum...
Aluno B Assim...(vai mostrando como estava fazendo)...deu cinco para cada e sobrou uma ficha.
Alunos G, A- E agora... sobrou e no problema não...
Aluno A- Tem zero ponto vinte e cinco e aqui uma ficha...
P- E agora gente?
Aluno A- Tia a gente fez isso no outro dia... o que sobrou a gente dividiu... ai um caju dividimos por quatro.
Aluno A- Dá quatro pedacinhos... e esses pedacinhos deve ser o ponto vinte e cinco.
P- Como? Me explica melhor!
Aluno A- No problema tem cinco, aqui também deu cinco caju... lá tem ponto vinte e cinco...que é igual ao um pedaço...

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Abaixo, segue o mesmo problema resolvido pelo Grupo Calculadora/Papel e Lápis, no Quadro 22.

Quadro 22-Discussão dos alunos durante a resolução dos problemas resolvidos, Grupo Calculadora/Papel e Lápis, terceiroencontro.

P- E ai gente!
Aluno C- Tia tá fácil por que a gente já fez parecido....quando comparamos a resposta nossa com a do colega...lembram?
Alunos- Como assim...
Aluno C- Ontem quando em dupla resolvemos o problema na calculadora e outra no papel.
P- Vamos tentar fazer!!
OUTRO MOMENTO
Aluno K- Tia deu cinco e sobrou um caju.
P- Como você fez?
Aluno K- Armei a conta vinte e um divido por quatro deu cinco... por que cinco vezes quatro é vinte e sobrou um...
P- E o problema está assim? Sobrando um?
Aluno K- Peraê ...já sei vou dividir em coloco uma vírgula e coloco zero... ficando dez dividido por quatro e dá dois... aí coloco zero e dá cinco... então a resposta é cinco vírgula vinte e cinco...
P- Sei.
Aluno K- Igual ao do problema.
P- E na letra 'b' você desenhou?
Aluno K- Sim.
Aluno H- Eu fiz diferente tia!
P- Então explica para nós como você fez!
Aluno H- Eu não armei a conta fiz vinte e uma bolinhas e dividi o que sobrou em quatro partes.
P- E esse caju dividido em quatro pedaços é o mesmo do que apareceu no problema?
Aluno C- É sim...esse pedaço é o vinte e cinco que o problema já deu... pois num é o mesmo problema... então a resposta é a mesma, só a forma de representar é que é diferente.
Aluno B- Gente, mas lá quando ele (se referindo ai aluno K) resolveu deu cinco vírgula vinte e cinco e aqui no problema tem um ponto...
P- E ai gente o colega está falando que no problema tem ponto e o amigo falou vírgula!
Aluno H- É tudo a mesma coisa gente!

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No tópico a seguir nos debruçamos sobre as estratégias das crianças nas resoluções dos problemas, durante o pré-teste, o pós-teste e o pós-teste posterior.

4.6. Compreendendo as estratégias utilizadas pelas crianças durante as resoluções dos problemas (pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior)

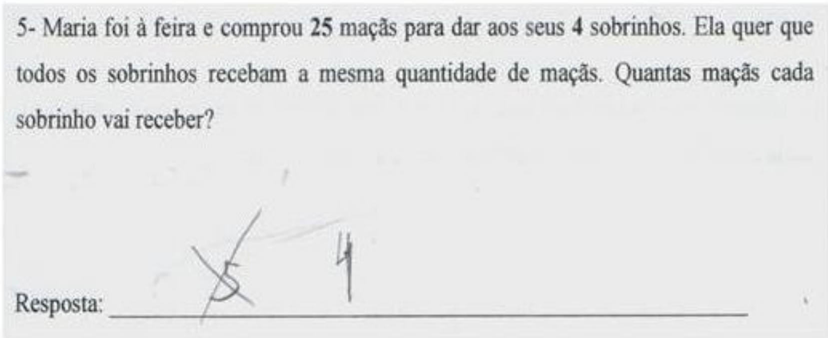
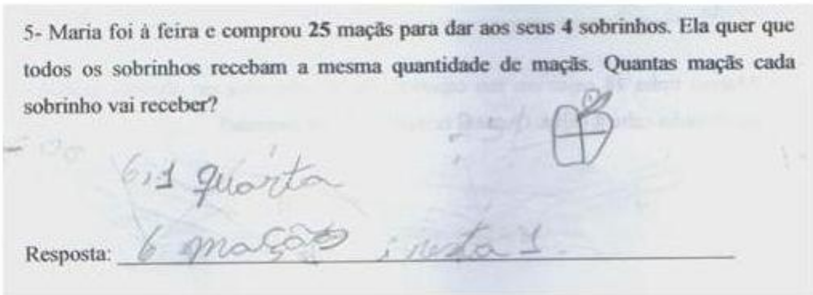
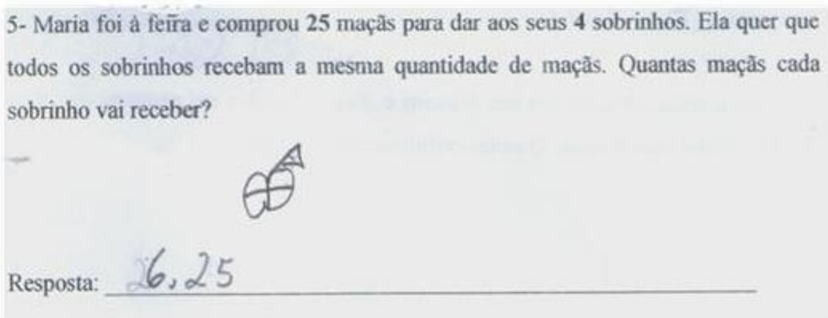
Neste tópico apresentamos as estratégias de resolução dos problemas de partição e de quotição envolvendo o resto nos pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior.

4.6.1 Calculadora/Papel e Lápis

- *Partição*

A seguir apresentamos os protocolos de alguns estudantes que apresentaram estratégias diferenciadas durante os testes (pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior) aos quais foram submetidos.

Quadro 23-Protocolos de um estudante, resolvendo problema de partição, no contexto comida.

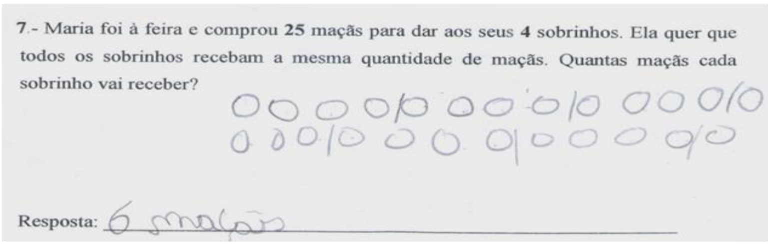
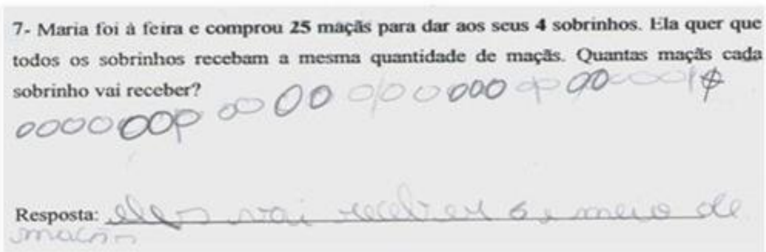
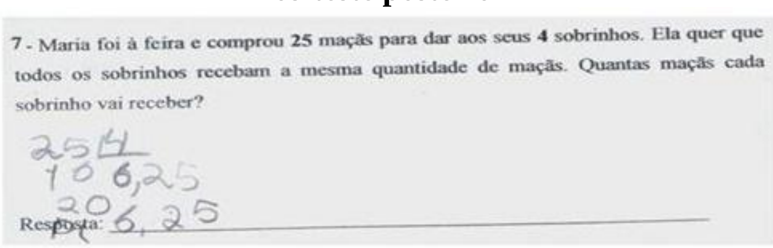
Estratégia de Resolução	**Pré-teste**
O estudante escreve a resposta do problema.	 5- Maria foi à feira e comprou **25** maçãs para dar aos seus **4** sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? Resposta: ~~5~~ 4
No pós-teste, o mesmo, desenha a maçã e divide ao meio e escreve na resposta seis maçãs e resta um.	**Pós-teste**  5- Maria foi à feira e comprou **25** maçãs para dar aos seus **4** sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? 6,1 quarta Resposta: 6 maçãs, resta 1.
No pós-teste posterior, desenha a maçã e corta em quatro pedaços e escreve na resposta 6,25.	**Pós-teste posterior**  5- Maria foi à feira e comprou **25** maçãs para dar aos seus **4** sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? Resposta: 6,25

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No protocolo acima, Quadro 23, o estudante, no pré-teste, em sua resposta coloca apenas um numeral para responder o problema sem mostrar nenhuma estratégia. Após a intervenção pedagógica, os estudantes foram submetidos ao pós-teste imediato e, nesse, apesar de não darem o tratamento adequado ao resto, os mesmos já entenderam que há o resto de uma maçã e ainda desenham a maçã dividida em quatro partes e escrevem “quarta”, fazendo crer que perceberam a sobra como sendo a quarta parte. No pós-teste posterior, realizado depois de oito semanas, o aluno não deixou de entender o problema, como percebemos na maçã desenhada em quatro partes, entretanto, representa seis vírgula vinte e cinco. Esse protocolo, só vem mostrar que as intervenções favoreceram o conhecimento das crianças.

Já no protocolo abaixo, Quadro 24, a estudante, no pré-teste, tenta responder o problema utilizando desenhos e separando por grupos de quatro, tratando adequadamente o resto. No pós-teste, a mesma aluna percebe que sobrou uma maçã (representada por bolinha) e divide em quatro pedaços (pedaços para serem divididos entre os quatros sobrinhos), entretanto, ao escrever a resposta, trata os quatro pedaços como “meio”. Selva, Borba e Torres (2007) em seu estudo perceberam que algumas crianças, ao resolverem os problemas de divisão com resto, dividiam a unidade em partes e nomeavam essas partes das mais diversas maneiras, sendo muito comum o uso do termo meio ou metade para todas as subpartes, mesmo que essas partes fossem mais que duas.

Quadro 24-Protocolos de uma estudante, resolvendo problema de partição, no contexto comida.

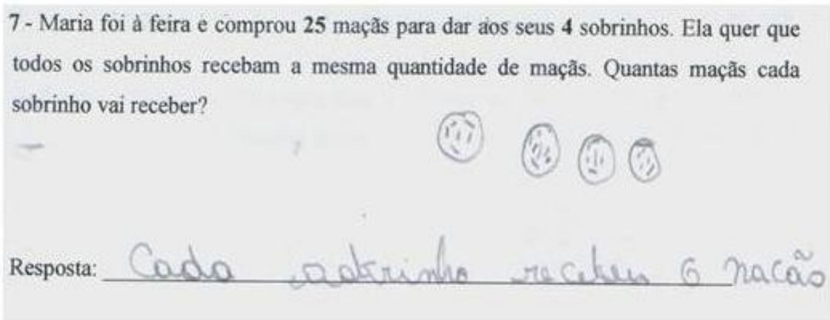
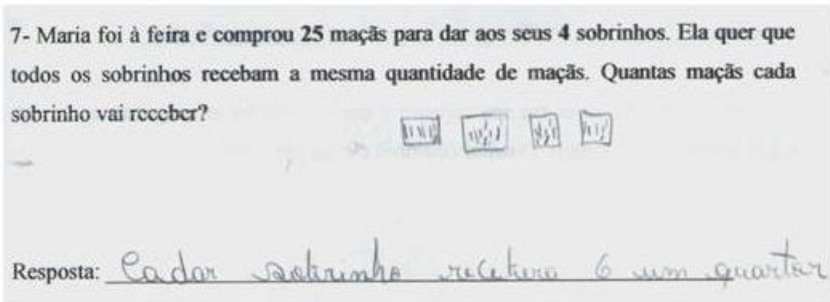
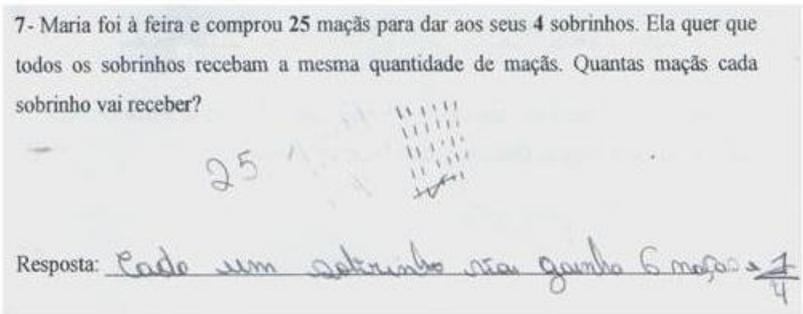
Estratégia de Resolução	**Pré-teste**
A estudante, no pré-teste, desenha a quantidade de maçã de acordo com o problema e separa com traço em grupo de quatro. Na resposta escreve “seis maçãs”.	 7.- Maria foi à feira e comprou **25** maçãs para dar aos seus **4** sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? Resposta: 6 maçãs
No pós-teste, desenha a quantidade de maçãs, separando de seis em seis, colocando uma a mais e partindo o que sobra ao meio. E escreve na resposta “seis e meio de maçãs”.	**Pós-teste**  **7- Maria foi à feira e comprou 25 maçãs para dar aos seus 4 sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber?** **Resposta:** ela vai receber 6 e meio de maçãs
No pós-teste posterior, armou a conta de divisão e respondeu 6,25.	**Pós-teste posterior**  7 - Maria foi à feira e comprou **25** maçãs para dar aos seus **4** sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? 25 |4 10 6,25 20 0 Resposta: 6,25

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No pós-teste posterior, a estudante, ao tentar resolver o problema, utilizou como estratégia o algoritmo convencional da divisão, colocando seis vírgula vinte e cinco (Quadro 24). Podemos observar três estratégias diferenciadas para resolver o mesmo problema, verificando avanços nos conhecimentos matemáticos.

No Quadro 25 apresentamos o protocolo de uma estudante que não percebeu o problema (no pré-teste). Já no pós-teste,ela não somente percebe a existência do resto, como escreve que cada sobrinho receberá seis, uma maçã mais e um quarto.Após oito semanas, a mesma estudante, apesar de desenhar de outro jeito, conseguiu responder corretamente o problema.

Quadro 25-Protocolos de uma estudante resolvendo problema de partição, no contexto comida.

Estratégia de Resolução	**Pré-teste**
A estudante, no pré-teste, desenha quatro bolas e, dentro dela, faz seis tracinhos. Na resposta, coloca que cada sobrinho recebeu "seis maçãs".	 7 - Maria foi à feira e comprou **25** maçãs para dar aos seus **4** sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? Resposta: Cada sobrinho recebeu 6 maçãs
	Pós-teste
No pós-teste, desenha quatro quadrados. Escreve que cada sobrinho receberá "seis e um quarto".	 7- Maria foi à feira e comprou **25** maçãs para dar aos seus **4** sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? Resposta: Cadar sobrinho receberá 6 um quartar
	Pós-teste posterior
No pós-teste posterior, desenha tracinhos e escreve na respostaquecada sobrinho receberá seis e um quarto (na forma de fração).	 7- Maria foi à feira e comprou **25** maçãs para dar aos seus **4** sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? 25 Resposta: Cada um sobrinho vai ganha 6 maçãs e $\frac{1}{4}$

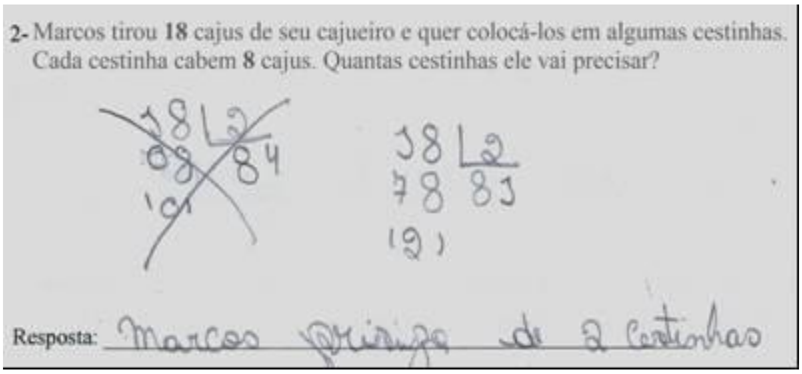
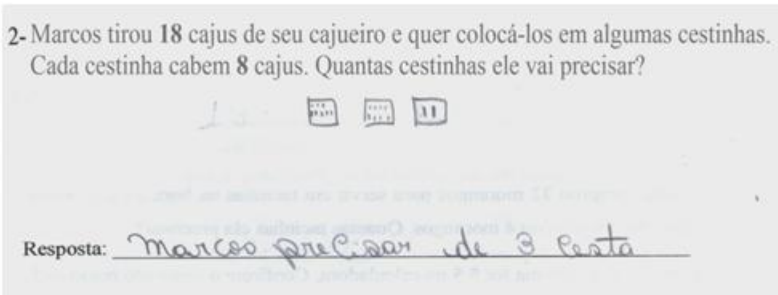
Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

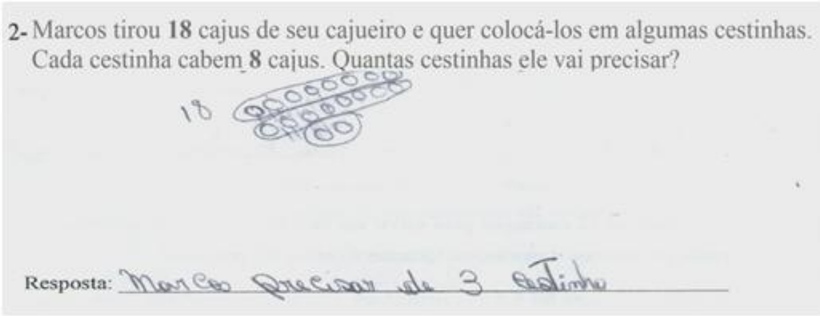
- ***Quotição***

As estratégias apresentadas envolvendo a quotição foram parecidas com as encontradas nos problemas de partição.

Abaixo, trazemos o protocolo de outra estudante (Quadro 26), no qual podemos perceber o quanto os estudantes evoluíram em seu conhecimento, após participar da intervenção.

Quadro 26-Protocolos de uma estudante resolvendo problema de quotição, no contexto comida.

Estratégia de Resolução	**Pré-teste**
A estudante no pré-teste, tenta resolver o problema armando a conta. Escreve como resposta "2 cestinhas".	 2- Marcos tirou **18** cajus de seu cajueiro e quer colocá-los em algumas cestinhas. Cada cestinha cabem **8** cajus. Quantas cestinhas ele vai precisar? Resposta: Marcos priziza de 2 Cestinhas
	Pós-teste
No pós-teste, desenha três quadrados e risca dentro, colocando dois quadrados com oito traços e um quadrado com dois. Escreve que "Marcos precisa de 3 cestas".	 2- Marcos tirou **18** cajus de seu cajueiro e quer colocá-los em algumas cestinhas. Cada cestinha cabem **8** cajus. Quantas cestinhas ele vai precisar? Resposta: Marcos preCisar de 3 Cesta

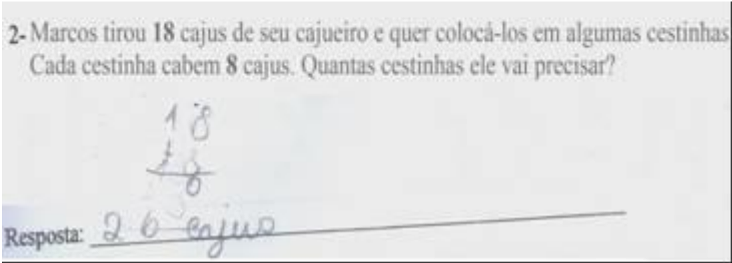
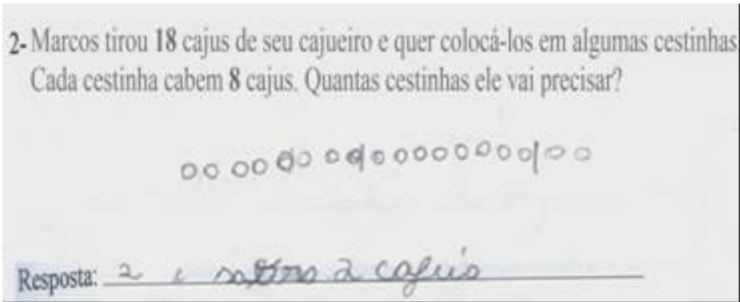
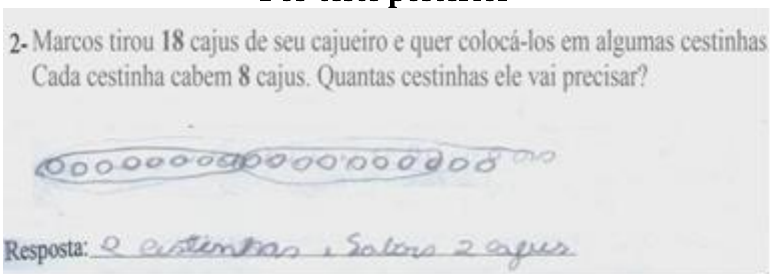
No pós-teste posterior, desenha bolas e separa em grupos, sendo dois com oito bolas e um com duas. Na resposta escreve que “Marcos precisa de três cestinhas”.	**Pós-teste posterior**  2- Marcos tirou **18** cajus de seu cajueiro e quer colocá-los em algumas cestinhas. Cada cestinha cabem **8** cajus. Quantas cestinhas ele vai precisar? 18 Resposta: Marcos precisar de 3 cestinha

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

Conforme, já mencionado acima, a estudante armou, no pré-teste, uma conta convencional de divisão, por duas vezes. Entretanto, observamos que a conta parecia mais uma forma de apresentar a resposta já encontrada mentalmente, ou seja, dois, que é colocado como divisor e escrito como resposta do problema. No pós-teste, a discente prefere utilizar o desenho e oferecer um tratamento adequado ao resto. No pós-teste posterior, ela permaneceu utilizando os desenhos para desenvolver sua estratégia, dando tratamento adequado ao resto.

No pré-teste, alguns estudantes utilizaram a estratégia da operação da adição para tentar chegar à solução do problema, como pode ser visto no Quadro 27. No pós-teste, a mesma estudante consegue resolver o problema utilizando o desenho, apesar de não dar o tratamento adequado ao resto. No pós-teste posterior a estudante utiliza a mesma estratégia, não concedendo tratamento adequado ao resto.

Quadro 27-Protocolos de uma estudante resolvendo problema de quotição, no contexto comida.

Estratégia de Resolução	**Pré-teste**
A estudante, no pré-teste, realizou uma adição para chegar à resposta, representando nesta vinte e seis cajus.	 2- Marcos tirou 18 cajus de seu cajueiro e quer colocá-los em algumas cestinhas Cada cestinha cabem 8 cajus. Quantas cestinhas ele vai precisar? 18 +8 Resposta: 26 cajus
No pós-teste, desenhou a quantidade de cajus, através de bolas, e separou, através de tracinhos,formando dois grupos de oito. Escreve dois e sobram dois cajus.	**Pós-teste**  2- Marcos tirou 18 cajus de seu cajueiro e quer colocá-los em algumas cestinhas Cada cestinha cabem 8 cajus. Quantas cestinhas ele vai precisar? Resposta: 2 e sobra 2 cajus
No pós-teste posterior, continuou a desenhar a quantidade de cajus e separou os mesmos formando dois grupos de oito, sobrando duas bolas. Responde "duas cestinhas e sobram dois cajus".	**Pós-teste posterior**  2- Marcos tirou 18 cajus de seu cajueiro e quer colocá-los em algumas cestinhas Cada cestinha cabem 8 cajus. Quantas cestinhas ele vai precisar? Resposta: 2 cestinhas e sobra 2 cajus

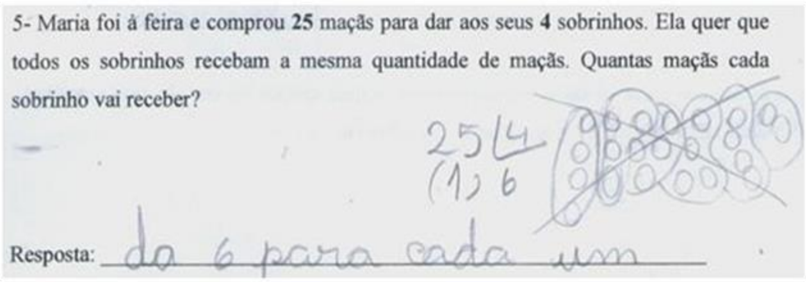
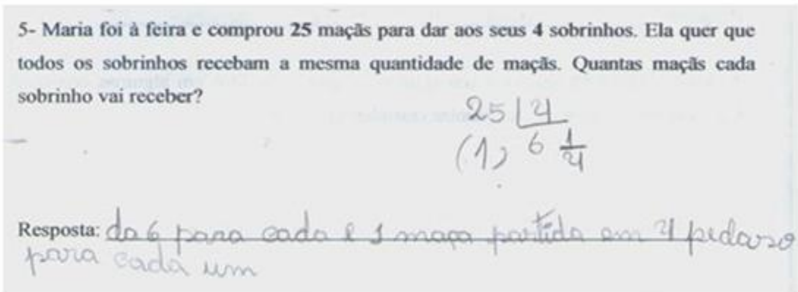
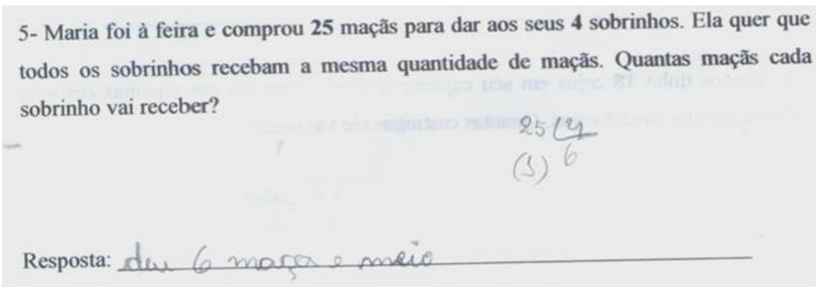
Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

4.6.2. Manipulativo/Papel e Lápis

- *Partição*

Neste grupo, as estratégias de resolução foram parecidas com as apresentadas no Grupo Calculadora/Papel e Lápis, por este motivo apresentaremos apenas o protocolo de um estudante. O fato de não terem aparecido estratégias diferenciadas também se deve ao fato de que, no pré-teste e no pós-teste, os recursos disponíveis para resolução dos problemas pelos estudantes eram apenas papel e lápis.

Quadro 28-Protocolos de um estudante resolvendo problema de partição, no contexto comida.

Estratégia de Resolução	**Pré-teste**
O estudante, no pré-teste, fez bolinhas para tentar responder, em seguida armou a conta. Na resposta colocou “seis para cada um”.	 5- Maria foi à feira e comprou **25** maçãs para dar aos seus **4** sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? 25 | 4 (1) 6 Resposta: da 6 para cada um
No pós-teste, arma a conta de divisão. Na resposta, escreve “seis para cada e uma maçã partida em quatro pedaços”.	**Pós-teste**  5- Maria foi à feira e comprou **25** maçãs para dar aos seus **4** sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? 25 | 4 (1) 6 $\frac{1}{4}$ Resposta: da 6 para cada e 1 maça partida em 4 pedaço para cada um
No pós-teste posterior, novamente arma a conta. Na resposta coloca “seis e meio”.	**Pós-teste posterior**  5- Maria foi à feira e comprou **25** maçãs para dar aos seus **4** sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber? 25 | 4 (1) 6 Resposta: da 6 maça e meio

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

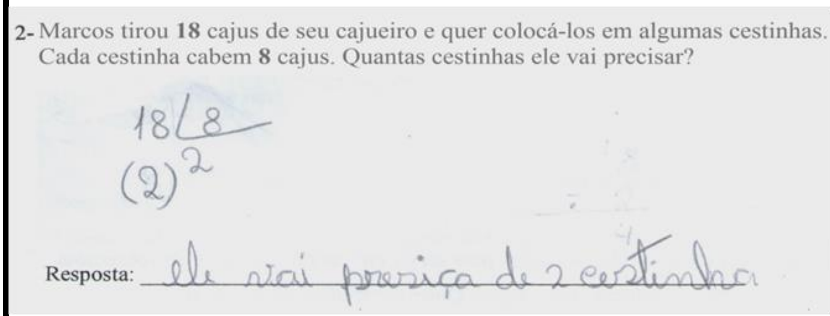
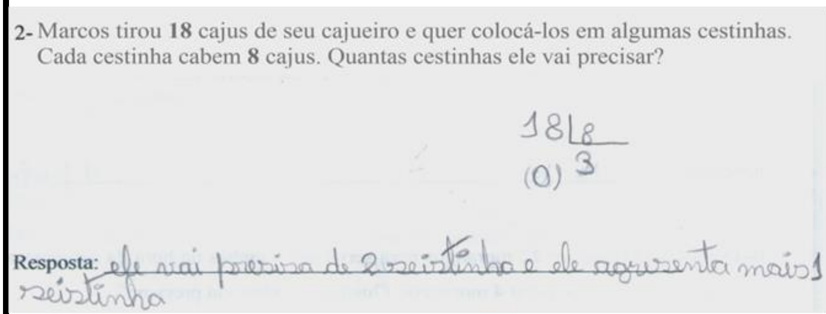
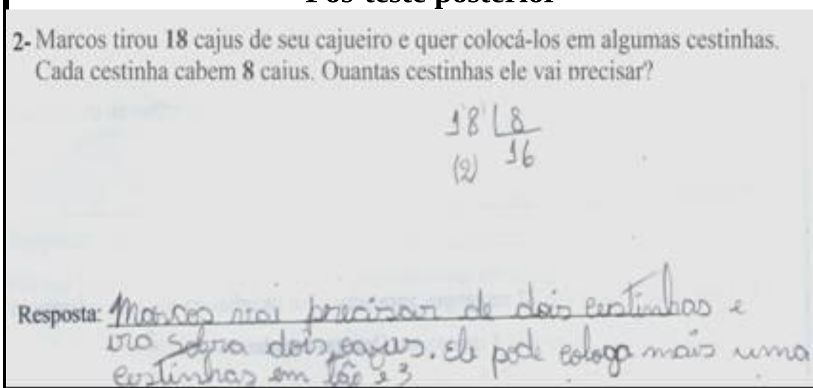
No protocolo acima (Quadro 28) o estudante utilizou o algoritmo da divisão para a resolução do problema nas três fases. No pré-teste, ele também tentou utilizar o desenho, estratégia posteriormente dispensada. Assim, encontra o resultado de que sobrou uma maçã, mas não menciona na resposta. No pós-teste, por sua vez, podemos perceber que o aluno resolve o problema e dá o tratamento adequado ao resto, dividindo o que sobrou em quatro partes iguais, representadas em forma de fração, escrevendo como resposta “dá seis para cada e uma maçã partida em quatro pedaços para cada um”. Já no pós-teste posterior, após oito semanas, o aluno continuou a dar o tratamento adequado ao resto, apenas se atrapalhando na nomenclatura, esta já explicitada anteriormente, no estudo de Selva, Borba e Torres (2007).

Quotição

Nos problemas envolvendo a quotição, também optamos por trazer apenas um protocolo, pois as estratégias foram bastante semelhantes ao Grupo Manipulativo/Papel e Lápis pelos motivos já apresentados. O exemplo refere-se ao mesmo estudante do Quadro 28.

No protocolo abaixo (Quadro 29), o mesmo estudante resolveu o problema de quotição através do algoritmo da divisão. No pré-teste, o estudante não deu o tratamento adequado ao resto.

Quadro 29- Protocolos de um aluno resolvendo problema de quotição, no contexto comida.

Estratégia de Resolução	**Pré-teste**
O estudante, no pré-teste, armou a conta e deu como resposta “duas cestas”.	 2- Marcos tirou **18** cajus de seu cajueiro e quer colocá-los em algumas cestinhas. Cada cestinha cabem **8** cajus. Quantas cestinhas ele vai precisar? 18 |8 (2) 2 Resposta: ele vai presiça de 2 cestinha
	Pós-teste
No pós-teste, armou a conta e na resposta escreveu que “ele vai precisar de duas cestas e mais uma cesta”.	 2- Marcos tirou **18** cajus de seu cajueiro e quer colocá-los em algumas cestinhas. Cada cestinha cabem **8** cajus. Quantas cestinhas ele vai precisar? 18 |8 (0) 3 Resposta: ele vai presisa de 2 ceistinha e ele agresenta mais 1 ceistinha
	Pós-teste posterior
No pós-teste posterior, novamente arma a conta. Na resposta coloca que “vai precisar de três cestas”.	 2- Marcos tirou **18** cajus de seu cajueiro e quer colocá-los em algumas cestinhas. Cada cestinha cabem **8** cajus. Quantas cestinhas ele vai precisar? 18 |8 (2) 16 Resposta: Marcos vai precisar de dois cestinhas e vai sobra dois cajus. ele pode cologa mais uma cestinhas em lôc 3

Fonte: OLIVEIRA, Fabiola (2015).

No pós-teste também usou o algoritmo da divisão. Entretanto, no quociente já registrou a necessidade de mais uma cestinha, explicando isso ao escrever a resposta. Interessante que, ao incluir mais uma cestinha, o estudante percebe que o problema deixa de ter um resto. No pós-teste posterior, o algoritmo da divisão foi utilizado, porém, observa-se uma confusão quanto ao seu uso, ainda que a resposta dê tratamento correto ao resto. Este tipo de resposta mostra a importância de um trabalho relacionado à compreensão do algoritmo, de forma a dar sentido a seus elementos e à sua relação com o enunciado.

No capítulo a seguir apresentaremos as nossas considerações finais do presente estudo.

CAPÍTULO 5

Considerações Finais

Considerada um recurso tecnológico de baixo custo, a calculadora está presente em nossa sociedade há muitos anos, tendo várias pesquisas (GROVES; STACY, 1994; MOCROSKY, 1997; NORONHA; SÁ, 2002; RUBIO, 2003; MEDEIROS, 2004; MOREIRA, 2010; SELVA; BORBA, 2010, dentre outros) mostrado o potencial de tal recurso para a aprendizagem da Matemática, sendo seu uso recomendado, inclusive, nos Parâmetros Curriculares Nacionais, para a área da Matemática (BRASIL, 1997) e em outros documentos norteadores do currículo da Matemática, além de pesquisas nacionais e internacionais da área.

Diante deste aspecto, Selva e Borba (2010) chamam a atenção para o fato de que o uso da calculadora pode auxiliar o professor a focar determinados aspectos de situações matemáticas que, sem o uso dessa ferramenta, seriam mais difíceis de serem analisados. Não quer dizer que devemos deixar de lado o ensino do algoritmo, o uso do papel e lápis, ou ainda o uso de materiais concretos, como manipulativos, na resolução de problemas, em especial a divisão. Pelo contrário, acreditamos que o uso do papel e lápis, assim como do manipulativo, pode abrir outras possibilidades para resolução de um problema, como também propiciar novas estratégias para chegar à determinada solução.

Nessa perspectiva, nosso estudo buscou trazer contribuições para a discussão sobre o uso da calculadora na resolução de problemas. Especialmente, investigar o desempenho de estudantes do 5°ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas de divisão, comparando uma proposta de ensino com e sem o uso da calculadora.

Apresentaremos neste capítulo as nossas considerações finais e as possíveis implicações pedagógicas que surgem a partir da articulação entre as pesquisas até então realizadas com o presente estudo. Esperamos, desse modo, contribuir para a formação do professor e, concomitantemente, para a sua prática em sala de aula.

Os resultados obtidos neste estudo mostraram que, de modo geral, ambas as intervenções (com o uso da calculadora/papel e lápis ou com o uso do manipulativo/papel e lápis) foram positivas, na medida em que favoreceram o desempenho dos estudantes. A análise desses resultados é extremamente interessante, pois nos faz olhar os aspectos que realmente são mais essenciais no processo de ensino e de aprendizagem: a proposição de situações desafiadoras, discussão e a apresentação de diferentes estratégias, uma Matemática que estimula a oralidade, a comparação de estratégias, assim como o uso de diferentes ferramentas. Nessa direção, esse estudo fortalece as pesquisas que defendem as contribuições que a calculadora pode trazer para a aprendizagem dos conceitos matemáticos, mas também não deposita sobre elaa responsabilidade de ser a ferramenta “salvadora” para o ensino de Matemática. Isso é importante, pois muitas vezes há uma perspectiva de se valorizar uma ferramenta mais do que outra para o processo de ensino.

Vergnaud (1983, 1988) deixa claro que uma representação pode deixar mais transparentes alguns aspectos de um conceito, enquanto outra representação pode focalizar outros aspectos, sendo, por isso, fundamental o trabalho com diferentes representações. Nesse caso, nossa pesquisa mostrou que, mais importante do que ser esta ou aquela representação, o foco é a possibilidade de refletir sobre os conceitos matemáticos a partir de diferentes recursos,levando em conta a análise de cada um, discutir os resultados, as estratégias, analisar as situações propostas, tirar dúvidas. A comparação entre duas representações esteve presente em ambos os grupos da intervenção. Desta forma, uma sugestão que se coloca para fortalecer mais ainda os achados nesta pesquisa seria a possibilidade de se ter um grupo que usasse apenas a calculadora ou somente o papel e lápis, ou somente o manipulativo para comparar com os outros grupos.

Outro ponto já mencionado, mas carece de uma maior reflexão, é que o uso da calculadora, em sala de aula, não traz prejuízos em relação ao conhecimento, pois ajudou os estudantes a avançarem no desempenho da resolução de problemas de divisão. Assim, o ensino deve estar pautado nessa reflexão, na interação dos alunos com o professor, incluindo a calculadora como um recurso que proporcione tal concentração. Acreditamos que, apesar deste debate sobre o uso da calculadora em sala por parte do professor, ainda é urgentemente necessário, conforme menciona Borba e Selva (2014), um investimento maior em formação continuada voltada para as contribuições pedagógicas de seu uso e que se faça uma conscientização, na comunidade escolar como um todo, para a importância da tecnologia na sala de aula, em especial a calculadora.

No que diz respeito aos tipos de problemas, partição e quotição, não observamos diferenças significativas no desempenho do pré-teste para o pós-teste, ou seja, tanto faz resolver problemas de partição como de quotição. Fato este percebido em estudos anteriores que reforçam não existirem diferenças entre resolver problemas de partição ou quotição (SELVA, 1993,1998; SPINILLO LAUTERT, 2002, 2004; SELVA; BORBA, 2005). O percentual maior dos problemas de quotição sobre os problemas de partição no pós-teste posterior foi um resultado que merece melhor investigação. Do ponto de vista do que foi trabalhado pela professora, no intervalo de oito semanas, verificamos que o conteúdo de suas aulas se pautou em problemas envolvendo a multiplicação e atividades envolvendo a resolução da tabuada, não sendo tratados problemas de divisão. Além disso, o livro adotado pela escola apresenta apenas um exemplo envolvendo a divisão por quota e seis de partição.

Cabe a nós levantarmos a possibilidade de um efeito de memória, já que os problemas do pós-teste foram os mesmos do pós-teste posterior. Entretanto, se isso de fato procedesse, o mesmo efeito teria acontecido nos problemas de partição e não aconteceu. Assim, este estudo aponta que, após intervenções relacionadas à resolução de problemas de divisão, os estudantes parecem ter consolidado melhor a compreensão de problemas de quotição do que de partição, sendo necessário maior investigação sobre este achado.

Outro aspecto que devemos levantar é o fato de a intervenção ter sido realizada em apenas quatro encontros. Sabemos que o processo de aprendizagem requer maior aprofundamento sobre os conceitos que estão sendo abordados e suas relações. Neste estudo, pudemos observar resultados após quatro encontros em que se focaram aspectos diferentes. Entretanto, em todas as reuniões, o eixo foi a resolução de problemas, a discussão de estratégias e a sistematização. Consideramos que os resultados são, então, bem promissores para o trabalho docente.

O resultado relativo à resolução de problemas com resto mostra que o percentual de acerto dos problemas *sem resto*, em todas as fases da pesquisa, foi maior do que o percentual de acerto dos problemas *com resto,* confirmando dados já observados por Selva (1993), assim como por Selva e Borba (2005) e por Selva, Borba e Torres (2007). Esse fato pode ser influenciado pela maioria dos livros didáticos de Matemática, ainda um dos principais suportes utilizados pelo professor, mas que não traz muitas atividades envolvendo a divisão com resto (LIMA; BORBA, 2007; OLIVEIRA; SELVA, 2014). Dessa forma, os alunos têm poucas oportunidades para resolver problemas com resto, antes de estarem trabalhando com os números decimais, perdendo-se boas oportunidades de gerar maior reflexão sobre a operação de divisão, os tipos de quantidades envolvidas e os tipos de problemas.

Assim, é fundamental investir na formação de professores, inicial e continuada, de forma que possam ser mais autônomos em relação aos materiais didáticos existentes e também que as situações-problema trabalhadas em sala de aula sejam revestidas por discussão de estratégias, relação entre conceitos, e pelo uso de diferentes recursos de suporte. Dessa maneira, é possível fortalecer a compreensão dos conceitos matemáticos que estão sendo abordados. Infelizmente, ainda observamos, em nossa prática pedagógica, alguns professores cujas concepções são equivocadas. Pois, segundo eles, se determinados conteúdos não fazem parte de uma determinada série ou livro, não devem ser apresentados em sala de aula. Dessa forma, levam os estudantes a acreditarem em concepções errôneas, como, por exemplo, que o resto de uma divisão não pode ser dividido, demonstrando um impacto contrário do ensino formal sobre a compreensão do entendimento destes alunos (SELVA, 1993).

Em relação aos números decimais, apesar de ser este um conteúdo explorado no 5° ano, no currículo de Matemática do Município do Ipojuca, muitos alunos tiveram várias dificuldades, mostrando deficiências em suas aprendizagens matemáticas no que se refere à compreensão dos problemas propostos, às estratégias de resolução, especialmente ao uso do algoritmo, como também à compreensão dos números decimais. Dificuldades tão gerais, por parte dos alunos, podem apontar para uma falta de preparação dos docentes, que, em sua maioria, têm dificuldades em lecionar a Matemática. Fato este confirmado por Oliveira (2011) quem, ao realizar uma entrevista com dez professoras, percebeu que apenas quatro delas relataram gostar de ensinar Matemática. Dentre as que repudiavam a disciplina, verificou-se que este desprazer vem desde a Educação Básica, quando as docentes eram discentes. As mesmas classificavam as aulas de Matemática como monstruosas e reprodutivas, e diziam que o conteúdo de Matemática aprendido na graduação reporta-se apenas às metodologias e não aos conteúdos necessários para a aprendizagemdos alunos do Ensino Fundamental. Vale ressaltar que todas sabem a real importância do ensino da Matemática na vida do aluno, entretanto, evitam ao máximo se aprofundar nas aulas dessa disciplina.

Em relação aos problemas resolvidos, que tinham como objetivo a reflexão dos decimais encontrados na calculadora e a verificação de outra estratégia em sua resolução, acreditamos ser uma proposta inovadora que deve ser explorada pelos docentes na sala de aula, pois gera discussões entre os estudantes. Este tipo de problema se diferencia dos que são comumente apresentados aos estudantes (problemas que eles têm que descobrir a resposta), envolvendo a análise sobre uma resposta dada e sua compreensão. Assim, o estudante precisa resolver o problema para poder comparar sua resposta com a que foi dada no enunciado do problema e interpretar o seu significado. Outro grande diferencial foi em relação aos problemas que envolviam quotição, pois os alunos não entendiam que a resposta encontrada no papel em termos do resto, que poderia implicar em aumentar o quociente, era o decimal que a divisão na calculadora apresentava (já que não faz sentido subdividir o resto neste tipo de problema). Somente após as intervenções, os mesmos começaram a compreender que a calculadora apenas dividia os valores inseridos, sem analisar o significado dos mesmos.

Outro aspecto, que também merece um comentário, refere-se aos desafios propostos aos estudantes em cada encontro da intervenção, com exceção do último. No primeiro desafio, os alunos ficaram meio desconfiados, sem entender aquela proposta que não era comum nas aulas de Matemática. Porém, nos encontros seguintes, observamos que todos queriam dizer a resposta e a estratégia utilizada, isso mostra como a Matemática pode ser curiosa e prazerosa. Verificamos ainda como, nessas situações, os alunos perderam a mudez, tão típica das aulas de Matemática em grande parte das escolas, sendo falantes e se propondo a discutir formas diferentes para solução do problema. Uma sala de aula onde o "falar" é algo que deve ser permanente e, tornando-a muito mais atrativa e, com certeza, favorecendo as aprendizagens.

Diante do que foi apresentado, ressaltamos a grande responsabilidade da formação inicial e continuada dos professores para que possamos dar um sentido àsaulas de Matemática.

A partir dos dados já comentados aqui, sentimos a necessidade de sugerir que sejam realizados outros estudos com o objetivo de aprofundar aspectos relacionados à compreensão dos professores sobre as Estruturas Multiplicativas, especialmente a divisão, e como os mesmos têm abordado este campo conceitual em sala de aula, que conexões com outros conceitos têm sido realizadas, quais os tipos de problemas propostos etc.. Consideramos muito importante conhecer não somente o que pensam, mas também a prática pedagógica dos mesmos. Só a partir da análise da prática é que acreditamos, de fato, ser possível entender os aspectos fortes e os frágeis da formação do professor, incidindo em sugestões para a formação inicial e continuada.

Também consideramos importante os estudos que possam ter um olhar sobre a escola, não apenas no período de um ano, como foi a presente pesquisa (5º ano), mas dos cinco anos iniciais sobre o processo de ensino do campo das Estruturas Multiplicativas. Nos parece necessário entender como as relações conceituais vêm sendo realizadas ao longo do currículo de Matemática, especialmente no campo das estruturas multiplicativas. De fato, o trabalho que vem sendo realizado nos anos iniciais pode servir de base sólida ou frágil para os conhecimentos matemático nos anos posteriores. Essa sugestão ajudaria a compreender e a tecer caminhos de superação para as "quebras" existentes no processo de ensino (que muitas vezes não estão explícitas no currículo proposto), fortalecendo a aprendizagem de Matemática.

Do ponto de vista da prática pedagógica, ainda queremos realçar a importância desse estudo para a pesquisadora, que é professora dos anos iniciais. Olhar para a escola com profundidade, planejar intervenções a partir da realidade do aluno, buscar propostas que sejam efetivas, mas também interessantes aos mesmos, dar voz aos estudantes, entre outras ações, mudam a nossa formação, as nossas propostas de atuação na escola e demonstram como o planejamento e aprofundamento conceitual são importantes para o processo de ensino. Fundamental também a discussão, na escola, das pesquisas realizadas, de forma que possam mobilizar um número maior de professores em melhorias para suas práticas docentes.

Referências

BORBA, Rute E. S. R.; SELVA, Ana C. V**. Sondando e intervindo nas dificuldades de crianças em lidarem com restos de divisões**. IX ENEM, Belo Horizonte, 2012.

BORBA, Rute E. S. R; SELVA, Ana C. V. A calculadora em salas de aula dos anos iniciais de escolarização. In: BORBA, Rute E. S. B.; MONTEIRO, Carlos E. F.(Org.). **Processos de Ensino e Aprendizagem Educação Matemática**. Editora UFPE, 2014.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Editora Edgard Blücher. 2ª Edição. São Paulo, 1996.

BUENO, Natalia L. **O desafio da formação do educador para o ensino fundamental no contexto da educação tecnológica**. Dissertação de mestrado. CEFET – PR. Curitiba. 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática, 1997.

CORREA, Jane. **A resolução oral de tarefas de divisão por crianças**. Estudos de Psicologia, 2004.

DANCEY, Christiane P.; REIDY, John. **Estatística sem matemática para psicologia**. Tradução Lori Viali. Porto Alegre: Artmed, 2006.

FELDATO, Dirceu L. **O imprevisto futuro das calculadoras nas aulas de matemática no ensino médio**. Dissertação de Mestrado da Universidade Federal do Paraná, 2006.

FONSECA, Maria da C. Ferreira Reis. **Heurística e Educação Matemática**. Educação Revista. Belo Horizonte, 1992.

GUINTHER, Ariovaldo. **Análise do desempenho de alunos do ensino fundamental em jogos matemáticos:** reflexões sobre o uso da calculadora nas aulas de matemática. Dissertação de Mestrado Profissional. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2009.

GOSS, Merrilyn. **Using technology to support effective mathematics teaching and learning**: What counts? Research Conference, 2010.

GROVES, Susie; STACEY, Kaye. **Calculators In Primary Mathematics**. National Council of Teachers of Mathematics.Indianapolis, in, April 1994.

KENSKI, Vani M. **Educação e tecnologias**: o novo ritmo da informação. Campinas, Papirus, 2007.

LAUREANO, Erivam L.; MEDEIROS, Katia M. M. **Introduzindo o conceito de logaritmo com a calculadora científica**. In Encontro de Investigação em Educação Matemática Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (SPCE), Vieira de Leiria, Portugal 2008.

LAUTERT, Síntria L.; SPINILLO, Alina G. Explorando o significado atribuído ao resto por crianças com dificuldades de compreensão sobre a divisão. **Anais...** VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Taguatinga, Distrito Federal, 2009.

LIMA, Rosimeire R. **Campo Multiplicativo:** estratégias de resolução de problemas de divisão de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental em escolas públicas de Maceió. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Federal de Alagoas, 2012.

LIMA, Ana P. B.; BORBA, Rute E. S. R. Análise de problemas de divisão propostos em livros didáticos do ensino fundamental. **Anais...** XV Congresso de Iniciação Cientifica-UFPE, 2007.

MACARINI, Adriana R. L. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** as estratégias de ensino como potencializadoras na aprendizagem. Dissertação de Mestrado em Educação UNIVALE, 2007.

MAGINA, S. **A** Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente. **Anais...** XVIII Encontro Regional de Professores de Matemática. São Paulo: Unicamp, 2005. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf>. Acesso em: 17 de novembro de 2014.

MEDEIROS, Katia. M. de. A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática – **Anais..**. CD-ROM. Recife, 2004.

MELO, Ademir. R. F. **A prática do professor de matemática permeada pelo uso da calculadora.** Dissertação de Mestrado Profissional- PUC, São Paulo, 2008.

MOCROSKY, Luciane. F. **Uso de calculadoras em aulas de Matemática:** o que os professores pensam. Dissertação de Mestrado em Educação. Universidade Estadual Paulista, 1997.

MORAN, José M.; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas, Papirus, 2012.

MOREIRA, Ivane. M. B. **O ensino com frações envolvendo o uso dacalculadora**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual do Pará, 2010.

NACARATO, Adanir M; MENGALI, Brenda L. DA S.; PASSOS, Carmem L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

NCTM. **Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar**. (Tradução portuguesa do original em inglês de 1989). Lisboa: APM & IIE, 1991.

NORONHA, Cluadianny A.; SÁ, Pedro. F. **A calculadora em sala de aula:** Porque usar. In: CUNHA, E. R. Cunha e SÁ, Pedro. F. Sá. Ensino e formação docente: proposta, reflexão e reflexão. Belém, 2002.

NHONCANCE, Leandro. **A calculadora do celular na sala de aula:** uma proposta para exploração da divisão inexata no ensino Médio. Mestrado Profissional. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2009.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter**. Criança Fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia M. M; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **Introdução à educação matemática:** os números e as operações numéricas. São Paulo: PROEM, 2009.

OLIVEIRA, Aline T. E. **A formação do professor e a formação do professor que ensina matemática**. Evidência, Araxá, v. 7, 2011.

PELIZZARI, Adriana; KRIEGL, Maria de Lurdes; BARON, Márcia Pirih; FINCK, Nelcy Teresinha Lubi; DOROCINSKI, Solange Inês. **Teoria da Aprendizagem Significativa Segundo Ausubel.** Revista PEC, Curitiba, v.2, n.1, 2002.

PIZYSIENZNIG, Andre H. **Qual a concepção de divisibilidade explicitada por alunos do 6° ano ao poderem utilizar a calculadora**. Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2011.

ROMANATTO, Mauro C. **de problemas nas aulas de Matemática**. Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012.

RUBIO, Juliana de Alcântara Silveira. **O uso didático da calculadora no ensino fundamental:** possibilidades e desafios. Dissertação em Educação. Universidade Estadual Paulista, 2003.

SÁ. Pedro F. de; JUCA, Rosineide de S. **A** máquina de calcular como recurso didático no ensino dos números decimais. **Anais...** XVII EPEM. Belém do Pará; junho de 2005.

SAIZ, Irma. Dividir com dificuldades ou dificuldades para dividir. In: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (Org.). **Didática da Matemática**: Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1997.

SELVA, Ana. C. V. **A influência de diferentes tipos de representação na resolução de problemas de divisão.** Dissertação de Mestrado em Psicologia Cognitiva.Universidade Federal de Pernambuco, 1993.

SELVA, Ana. C. V. **Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão**. In: SCHLIEMANN, A. & CARRAHER, D. (orgs.). A compreensão de conceitos aritméticos: Ensino e Pesquisa. São Paulo: Papirus, 1998.

SELVA, Ana. C.V; BORBA, Rute. E.S. O uso de diferentes representações na resolução de problemas de divisão inexata: analisando a contribuição da calculadora. In**: Anais...** 28°Reunião Anual da ANPED, 2005.

SELVA, Ana. C.V., ARAÚJO, Fabiola. S. M de. e LIMA, A. P. B. de. **Como os livros didáticos têm proposto o trabalho com a calculadora:** uma análise de livros das séries iniciais do ensino fundamental. **Anais**... do XIII ENDIPE (Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino), UFPE, Recife, abril de 2006.

SELVA, Ana. C.V.; BORBA, Rute. E.S.; TORRES, Juliana. O resto da divisão inexata e sua representação decimal: construindo relações entre diferentes representações. In: **Anais...** IX ENEM. Minas Gerais, 2007.

SELVA, Ana. C.V; BORBA, Rute. E.de S. R. **O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental.** Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SPINILLO, Alina G.; LAUTERT, Síntria L. **As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre divisão**. Revista Psicologia: Teoria e Pesquisa, volume 18, n° 3, Brasília, 2002.

_______________. Como as crianças lidam com as relações inversas em problemas de divisão**. Anais**...VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, 2004.

_______________. Os princípios invariantes da divisão como foco de um estudo de intervenção com crianças. In: **Anais**... V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012. Disponível em http://www.sbembrasil.org.br/files/v_sipem/PDFs/GT09/CC40065731034_A.pdf
Acessado em 04/11/2014.

VERGNAUD, Gerard. Multiplicativestructures. In LESH, R; LANDAU, M. (Orgs.)**Acquisition of Mathematics**: Concepts and Process, New York, Academic Press, 1983.

___________. Multiplicative structures.In Hiebert, H. and Behr, M. (Eds.).Research Agenda in Mathematics Education.**Number Concepts and Operations in the Middle Grades**.Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1988.

___________. **A Teoria dos Campos Conceituais**. In: BRUN, J. Didáctica das Matemáticas**.** Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

___________. **A Criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Editora UFPR, 2009.

ANEXOS

ANEXO 1

Desafios dos Encontros das Intervenções

1° Encontro- Pizza de Urubu

PIZZA DE URUBU

O Pífio tem um primo que adora pizza, o Porfírio.

Certa vez o Pífio e o Porfírio foram jantar na pizzaria mais famosa da cidade e pediram pizza à moda da casa, isto é, pizza de gambá.

Depois comeram pizza de urubu e, por último, uma caprichadíssima pizza de sabonete, que era pra acabar com o mau hálito.

Cada pizza custava R$10,00. Pífio e Porfírio dividiram a conta ao meio.

Fonte: FURNARI, Eva (2009)

2° Encontro- Parafusos

Fonte: FURNARI, Eva (2009).

3° Encontro- Conversa Fiada

Fonte: FURNARI, Eva (2009).

APÊNDICES

Apêndice 1- Sequência 1

Aluno (a): ____

Idade: ______________________________

1-Ana gastou **20** reais comprando **4** pulseiras iguais para dar de presente às suas amigas. Sabendo que ela gastou todo seu dinheiro. Quanto custou cada pulseira?

Resposta: ____

2-Marcos tirou **18** cajus de seu cajueiro e quer colocá-los em algumas cestinhas. Cada cestinha cabem **8** cajus. Quantas cestinhas ele vai precisar?

Resposta: ____

3- Daniele quer comprar blusas para sua viagem de férias. Ao passar por uma loja observou que estava em liquidação. Ela tem **28** reais na sua carteira. Sabendo que cada blusa custou **4** reais, quantas blusas Daniele pode comprar na liquidação?

Resposta: ____

4-Rafaela tem **26** reais para comprar pulseiras. Ela gastou todo o dinheiro na compra de **8** pulseiras. Quanto custou cada pulseira?

a)A resposta deste problema foi **3.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: ____

b) Você pode desenhar quanto custou cada pulseira?

5- Maria foi à feira e comprou **25** maçãs para dar aos seus **4** sobrinhos. Ela quer que todos os sobrinhos recebam a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada sobrinho vai receber?

Resposta: ____

6-Dona Lúcia comprou **22** morangos para servir em tacinhas na hora da sobremesa. Em cada tacinha ela colocou **4** morangos.Quantas tacinhas ela precisou?

a)A resposta deste problema foi **5.5** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: ____

b)Você pode desenhar a quantidade de tacinhas que ela precisou?

7-Fernando levou **29** reais para uma exposição de animais. Ele decidiu comprar peixinhos para colocar no seu aquário. Cada peixinho custou **4** reais. Quantos peixinhos ele comprou?

a) A resposta deste problema foi **7.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: ____

b)Você pode desenhar a quantidade de peixinhos que ele comprou?

8- Augusto foi ao parque e levou **13** docinhos bem casados para o lanche de seus **4** sobrinhos. Ele quer que cada sobrinho receba a mesma quantidade de docinhos. Quantos docinhos bem casados cada sobrinho vai receber?

a) A resposta deste problema foi **3.25** na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

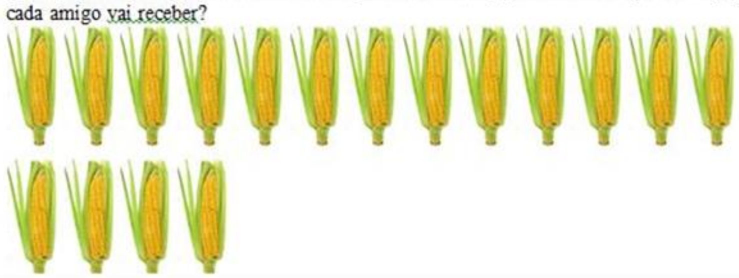
Resposta:____

b)Você pode desenhar a quantidade de docinhos que cada sobrinho vai comer?

Apêndice 2- Problemas da intervenção

1° Dia

Pedro assou 17 espigas de milho para o lanche. Ele convidou 4 amigos para o lanche e quer que cada amigo receba a mesma quantidade de espigas de milho. Quantas espigas cada amigo vai receber?



Felipe levou 18 reais para o supermercado. Ele decidiu comprar caixas de morangos para enfeitar o bolo da festinha de seu filho. Ele comprou 8 caixas gastando todo o dinheiro. Quanto custou cada caixa de morango?

Para o picnic da escola Tia Rute preparou 13 cachorros quentes. Em cada prato cabem 4 cachorros quentes. Quantos pratos ela vai usar?

Marcos tinha 25 reais para colocar num cofrinho de formato maçã. Sabendo que cada cofrinho só cabe 4 moedas. Quantos cofrinhos de formato maçã. Marcos usou para guardar suas moedas?

2° Dia

Partição

Edson tinha 18 reais e comprou 4 caixas de chocolate gastando todo o seu dinheiro. Quanto custou cada caixa de chocolate?

Quotição

Sr. Antônio encomendou 26 pastéis para sua festa de aniversário. Em cada pratinho cabem apenas 8 pastéis. Quantos pratinhos ele vai precisar?

3° Dia

Partição

Maria comprou 21 cajus para distribuir entre 4 crianças. Ela quer que cada criança receba a mesma quantidade de cajus. Quantos cajus cada criança vão receber?

a) Sabendo que a resposta deste problema foi **5.25** na calculadora. Verifique seu resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: ____

b) Você pode desenhar a quantidade de cajus que cada criança vai receber?

Partição

Fernando tem 13 reais para dividir para seus 4 amiguinhos. Sabendo que cada amiguinho deverá receber o mesmo valor em dinheiro. Quantos reais cada um vai receber?

a) Sabendo que a resposta deste problema foi **3.25**. Verifique seu resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: ____

b) Você pode desenhar quantos reais cada amiguinhos vai receber?

Quotição

Priscila encomendou 12 empadas para sua festa de aniversário. Em cada pratinho cabem 8 empadas. Quanto pratinho Priscila vai precisar?

a) Sabendo que a resposta deste problema foi **1.5** na calculadora. Verifique seu resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: ____

b) Você pode desenhara quantidade de empadas que cada pratinho vai receber?

Quotição

Marcos tem 20 reais e quer comprar uma cartela de figurinhas para o seu álbum. Cada cartela custam 8 reais. Quantas cartelas ele pode comprar?

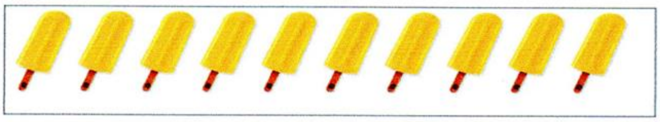
a) Sabendo que a resposta deste problema foi **2.5**. Verifique seu resultado resolvendo de outro jeito.

Resposta: ____

b) Você pode desenhar cartelas ele comprou com o dinheiro?

Livreto da intervenção- 4° Encontro

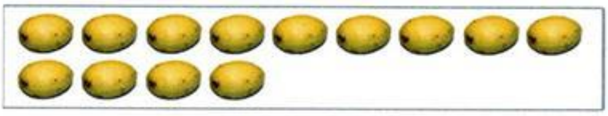
Priscila comprou 10 picolés para seus 5 amigos. Ela quer distribuir os picolés igualmente. Quantos picolés cada amigo vai receber?



Edson tinha 18 reais e comprou 4 caixas de morangos gastando todo seu dinheiro. Quanto custou cada caixa de morango?

Em supermercado está havendo uma promoção de caixas de leite. As caixas estão sendo organizadas em sacolas para 3 caixa. Quantas sacolas serão usados para embalar 12 caixas de leite?

Maria comprou 13 goiabas para distribuir entre 4 crianças. Ela quer que cada criança receba a mesma quantidade de maçãs. Quantas goiabas cada criança vai receber?



a)Sabendo que a resposta deste problema foi 3.25. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito?

b) Você pode desenhar a quantidade de goiabas que cada um vai receber?

Dona Lúcia comprou 14 morangos para servir em tacinhas na hora da sobremesa. Ela vai colocar 4 morangos. Quantas tacinhas ela vai precisar?

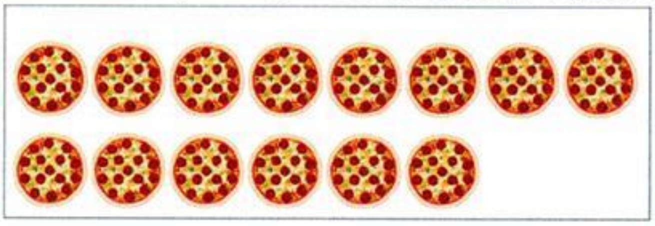
Regina encomendou 12 brigadeiros para sua festa de aniversário. Em cada pratinho cabem 8 brigadeiros. Quantos pratinhos Priscila vai precisar?

a) Sabendo que a resposta deste problema foi 1.5 na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito

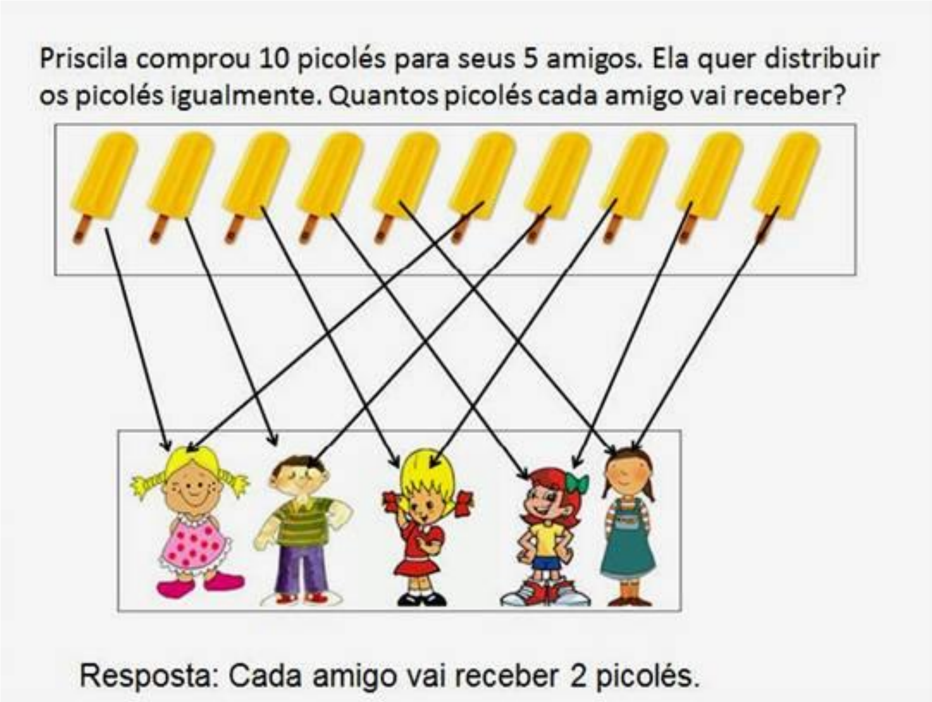
b) Você pode desenhar a quantidade de brigadeiros que cada pratinho vai receber?

Patrícia quer comprar blusas para sua viagem para o Rio de Janeiro. Ao passar por uma loja observou que a loja estava em promoção. Ela tinha 28 reais na sua carteira. Sabendo que cada blusa custa 8 reais. Quantas blusas Patrícia pode comprar na promoção?

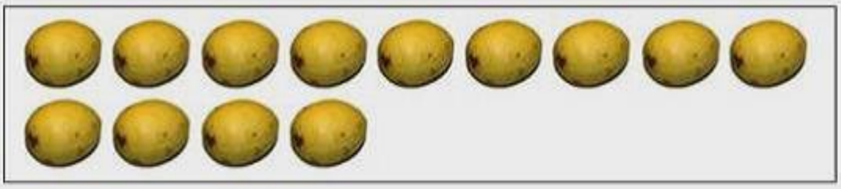
Joana fez 14 pizzas brotinhos para o lanche de seus 4 sobrinhos. Cada sobrinho deve receber igualmente quantidade de pizza. Quanto cada sobrinho vai receber?



Apresentação dos problemas do 4° Encontro



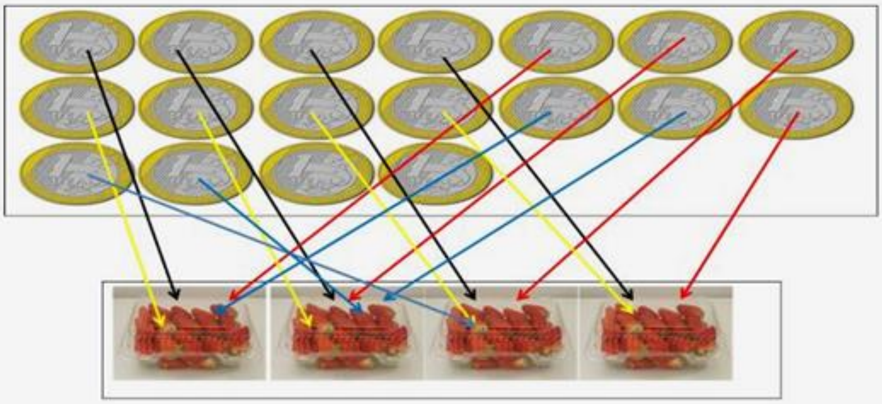
Maria comprou 13 goiabas para distribuir entre 4 crianças. Ela quer que cada criança receba a mesma quantidade de maçãs. Quantas goiabas cada criança vai receber?



a)Sabendo que a resposta deste problema foi 3.25. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

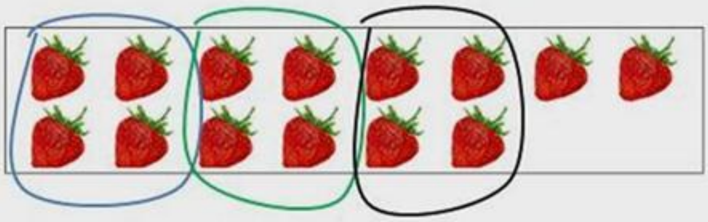
b) Você pode desenhar a quantidade de goiabas que cada um vai receber?

Edson tinha 18 reais e comprou 4 caixas de morangos gastando todo seu dinheiro. Quanto custou cada caixa de morango?



Resposta: Cada caixa de morango custou 4 reais e sobrou 2 reais.

Dona Lúcia comprou 14 morangos para servir em tacinhas na hora da sobremesa. Ela vai colocar 4 morangos. Quantas tacinhas ela vai precisar?



Resposta: Ela precisou de 3 tacinhas e sobrou 2 morangos.

Regina encomendou 12 brigadeiros para sua festa de aniversário. Em cada pratinho cabem 8 brigadeiros. Quantos pratinhos Priscila vai precisar?

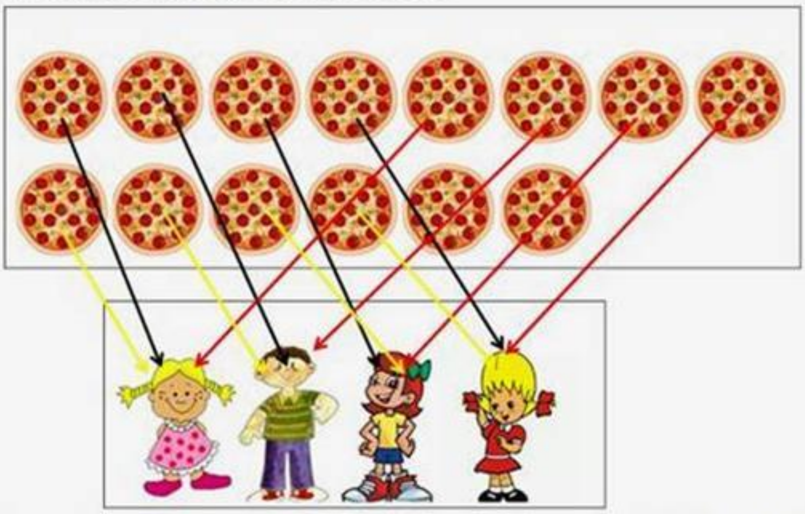
a) Sabendo que a resposta deste problema foi 1.5 na calculadora. Verifique o resultado resolvendo de outro jeito.

b) Você pode desenhar a quantidade de brigadeiros que cada pratinho vai receber?

Patrícia quer comprar blusas para sua viagem para o Rio de Janeiro. Ao passar por uma loja observou que a loja estava em promoção. Ela tinha 28 reais na sua carteira. Sabendo que cada blusa custa 4 reais. Quantas blusas Patrícia pode comprar na promoção?

Resposta: Patrícia comprou 7 blusas.

Joana fez 14 pizzas brotinhos para o lanche de seus 4 sobrinhos. Cada sobrinho deve receber igualmente quantidade de pizza. Quanto cada sobrinho vai receber?



Resposta: Deu 3 pizzas brotinhos para cada sobrinho e sobrou 2 pizzas.